

4-4-20

OVER GRONDWATERSTROOMINGEN BIJ
WATERONTTREKKING DOOR MIDDEL
VAN PUTTEN.

OVER GRONDWATERSTROOMINGEN BIJ WATERONTTREKKING DOOR MIDDEL VAN PUTTEN.

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE TECHNISCHE WETENSCHAP
AAN DE TECHNISCHE HOOGESCHOOL TE
DELFT, OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAG-
NIFICUS IR. F. WESTENDORP, HOOGLEERAAR
IN DE AFDEELING DER WERKTUIGBOUW-
KUNDE EN SCHEEPSBOUWKUNDE, VOOR
EENE COMMISSIE UIT DEN SENAAAT TE
VERDEDIGEN OP WOENSDAG 2 APRIL 1930,
DES NAMIDDAGS TE 3 UUR,

DOOR

GERRIT JAN DE GLEE,

CIVIEL-INGENIEUR,

GEBOREN TE ASSEN.

GEDRUKT BIJ DE TECHNISCHE BOEKHANDEL EN DRUKKERIJ
J. WALTMAN JR. DELFT. — 1930.



1020-3387

AAN MIJN VROUW.

Het is mij een behoefte, op deze plaats uiting te geven aan mijn dankbaarheid jegens mijn Ouders, die mij in staat gesteld hebben de studie aan de Technische Hoogeschool te volgen.

Bijzondere gevoelens van dankbaarheid vervullen mij jegens U, Hooggeleerde BURGERS, Hooggeachte Promotor. De vele keeren, dat ik met U over mijn werk mocht spreken, zijn voor mij een groot voorrecht geweest; Uw belangstelling en hulpvaardigheid zullen bij mij steeds in dankbare herinnering blijven.

Ook U, Hooggeleerde BREMEKAMP, Hooggeachte Promotor, ben ik zeer verplicht voor de vruchtbare critiek, die U over mijn werk wilde geven.

Het zij mij vergund mijn erkentelijkheid te betuigen jegens U, Hooggeleeraren, die tot mijn wetenschappelijke vorming hebt bijgedragen.

Een hartelijk woord van dank zij verder gericht tot U, Hooggeachte BRANDENBURG voor de gegevens, die U mij hebt verstrekt en U, Hooggeachte KRUL, voor de belangstelling in mijn werk.

Allen, die tot instandkoming van dit werk hebben bijgedragen, betuig ik gaarne mijn dank.

Ik kan op deze plaats niet eindigen zonder uiting te geven aan mijn gevoelens voor haar, aan wie dit werk is opgedragen, die mij ter zijde stond bij het maken der berekeningen, bij het schrijven en corrigeeren en op wier trouwe hulp nooit tevergeefs een beroep werd gedaan.

INHOUD.

HOOFDSTUK I.

Blz.

Inleiding	I
---------------------	---

HOOFDSTUK II.

Bodem, grondwater en putten	3
§ 1. Watervoerend grondpakket	3
§ 2. Het grondwater	5
<i>a)</i> Definitie van snelheid en potentiaal	5
<i>b)</i> Spannings- en phreatisch water	6
<i>c)</i> Begrenzing	7
<i>d)</i> Voeding	8
<i>e)</i> Temperatuur	9
<i>f)</i> Veranderingen van den potentiaal door invloeden onafhankelijk van de wateronttrekking	9
§ 3. Putten	10
<i>a)</i> Puttypen	10
<i>b)</i> Gebruikelijke vorm van putfilters	13
<i>c)</i> Diepte der putten	14
<i>d)</i> Groepeerings der putten	14
<i>e)</i> Voorbeelden van puttengroepen uit de praktijk	15
§ 4. Inrichting van een pompproef	16

HOOFDSTUK III.

Beginnelsen inzake de beweging van het grondwater	18
§ 5. Wet van DARCY	18
§ 6. Fundamentele vergelijkingen voor de beweging van het grondwater	20
§ 7. Grafische voorstelling van stroomvelden	23
<i>a)</i> Wijze van voorstellen	23
<i>b)</i> Grafische superpositie van axiaal-symmetrische en twee-dimensionale stroomvelden	24

	c) Voorbeeld van grafische superpositie	Blz. 26
	d) Beteekenis voor de practijk	28
§ 8.	Spiegelingsmethode als hulpmiddel bij het oplossen van potentiaalvelden	28
§ 9.	Breking van stroomlijnen	30

HOOFDSTUK IV.

	Theoretische grondslagen voor de berekening van het potentiaalveld van onvolkomen putten	31
§ 10.	Aard der vraagstukken	31
§ 11.	Stroomveld van een enkelen put in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt	34
	a) Gedaante van het putfilter	34
	b) Invoering van ellipsoïdische coördinaten	34
	c) Oplossing van het potentiaalveld	37
	d) Vervanging van het putfilter door puntbronnen	43
§ 12.	Stroomveld van twee putten, geplaatst op een gemeenschappelijke verticale symmetrie-as in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt	47
	a) Algemeene oplossing van het potentiaalveld	47
	b) Benaderingsoplossing	49
	c) Potentiaalverlaging op de putfilters	52
	d) Vervanging door puntbronnen	53
	e) Overgang naar het cilindrische putfilter	53
§ 13.	Putfilters, regelmatig verdeeld langs een verticale symmetrie-as in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt	55
§ 14.	Oplossing van de grondvergelijking (5) met Besselfuncties	57

HOOFDSTUK V.

	Het potentiaalveld voor eenige bijzondere gevallen van onvolkomen putten	61
§ 15.	Overzicht	61
§ 16.	Oplossing van geval I	63
	a) Algemeene oplossing	63
	b) Vereenvoudigde oplossing voor het veld op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten	67

c)	Vereenvoudigde oplossing voor het veld binnen den cylinder $\rho = 2H$	70
d)	Potentiaalverlaging op het putfilter	74
e)	Vergelijking met bekende rekenwijzen	77
§ 17.	Oplossing van geval II	79
a)	Algemeen	79
b)	Vereenvoudigde oplossing voor het veld op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten	80
c)	Vereenvoudigde oplossing voor het veld binnen den cylinder $\rho = 2H$	80
d)	Potentiaalverlaging op het putfilter	84
e)	Vergelijking met bekende rekenwijzen	87
§ 18.	Oplossing van geval III	93
a)	Nadere beschouwing van de algemeene oplossing	93
b)	Potentiaalverlaging op een putfilter met een hoogte H	95
c)	Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een hoogte H	96
d)	Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een willekeurige hoogte	97
e)	Potentiaalverlaging op een putfilter met een willekeurige hoogte	99
f)	Grenswaarden voor $\frac{H}{H_1}$ en voor de uitgestrektheid van de moeilijk doordringbare deklaag	100
g)	Vergelijking met bekende rekenwijzen	101

HOOFDSTUK VI

	Het potentiaalveld in de practijk der waterwinning	104
§ 19.	Splitsing van het potentiaalveld in een niet-axiaal-symmetrisch en in een axiaal-symmetrisch gedeelte	105
§ 20.	Nadere beschouwingen omtrent het niet-axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld	107
a)	De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met het potentiaalveld van den put	107

<i>b)</i>	De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met de herkomst van het onttrokken water	114
§ 21.	Nadere beschouwingen omtrent het axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld	119
<i>a)</i>	Primair, secundair en resulterend veld bij onvolkomen putten.	119
<i>b)</i>	Toelichting door een drietal voorbeelden . . .	123
<i>c)</i>	Tijdsduur, noodig voor het bereiken van den eindtoestand	126
<i>d)</i>	Beteekenis van het primaire, secundaire en resulterende veld bij intermitterend bedrijf . . .	128
<i>e)</i>	Oorspronkelijke beweging van het grondwater .	130
§ 22.	De spanningsverhanglijn voor het axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld in verband met den bouw van het grondwaterpakket.	130
<i>a)</i>	Begrip spanningsverhanglijn	130
<i>b)</i>	Bepaling van de doorlatendheid van afdekkende lagen uit de spanningsverhanglijn van het primaire veld.	131
<i>c)</i>	Toepassing in de praktijk	133
<i>d)</i>	Vergelijking met bekende werkwijzen	136
§ 23.	Capaciteit van een groep putten.	138
<i>a)</i>	Opzet	138
<i>b)</i>	Capaciteitsbepaling uit de spanningsverhanglijn; methode VERSLUYS.	139
<i>c)</i>	Bezwaren van de methode VERSLUYS	141
<i>d)</i>	Werkwijze voor het ondervangen van de bezwaren	142

HOOFDSTUK VII.

	Eenige toepassingen in de praktijk.	146
§ 24.	Keuze van het voorbeeld	146
§ 25.	Geo- en hydrologische gesteldheid van het wingebied	148
<i>a)</i>	Diepe boring	148
<i>b)</i>	Grondwaterétages	149
<i>c)</i>	Bouw van het bovengrondwaterpakket	150
<i>d)</i>	Begrenzingen van het bovengrondwater. . . .	151

	Blz.
§ 26. De stroomvelden der putten	152
<i>a</i>) Spanningsverhanglijnen	152
<i>b</i>) Doorlatendheid van de goed-watervoerende lagen en van de deklagen.	155
<i>c</i>) Het stationnaire veld	157
<i>d</i>) Verlaging van het phreatisch oppervlak	161
<i>e</i>) Contrôle uit de waarnemingen	162
<i>f</i>) Herkomst van het gepompte water	163
<i>g</i>) Potentiaalverlagingen in de putten bij een etmaal- debiet van 7000 m ³ en een uurdebiet van 620 m ³ (pompduur ruim 11 uren per etmaal)	164

HOOFDSTUK VIII.

Overzicht	168
Veel gebruikte notaties	171
Literatuur	172

HOOFDSTUK I.

INLEIDING.

Grondwateronttrekking door middel van putten vindt zoowel in ons land als daarbuiten op uitgebreide schaal toepassing, voornamelijk ten behoeve van de voorziening van *drink- en industrie-water* en voor het *drooghouden van ontgravingen*.

Voor de *drinkwatervoorziening* waren op 1 Januari 1928 in ons land 131 waterleidingbedrijven werkzaam, die in totaal 105 grondwaterwinplaatsen exploiteerden, met een gezamenlijk debiet van gemiddeld $\pm 250.000 \text{ m}^3$ water per etmaal. Deze hoeveelheid wordt voor verreweg het grootste gedeelte door middel van putten gewonnen. Voor *industriële doeleinden* wordt vooral door papierfabrieken en de kunstzijde-industrie veel grondwater onttrokken; voorts door de textielindustrie (apprêtur), zuivelbedrijven, aardappelmeelfabrieken, e. a. Voor het *drooghouden van ontgravingen* is puttenbemaling vooral in de laatste tientallen jaren veel toegepast, o. m. bij den aanleg van sluizen, bruggen, rioleeringswerken, tunnels en tal van gebouwen van uiteenlopende bestemming.

De gegevens, die in de literatuur worden vermeld omtrent grondwaterstromingen, welke bij wateronttrekking door middel van putten ontstaan, zijn verre van volledig. Voor verschillende eenvoudige gevallen zijn formules ontwikkeld, terwijl voor ingewikkelder situaties werkwijzen worden aangegeven, volgens welke men de technische inrichting van een waterwinplaats kan ontwerpen. Evenwel ziet men zich in de practijk, vooral in ons land, veelvuldig voor vraagstukken geplaatst, waarvoor de gangbare literatuur geen voldoende uitkomst geeft.

Dit werk, dat gegroeid is uit verschillende notities, die door den schrijver successievelijk bij het uitwerken van opdrachten zijn gemaakt, beoogt een gedeeltelijke aanvulling van deze leemten te geven.

Daarbij is de volgende indeeling gemaakt:

In de eerste plaats is een nadere omschrijving gegeven van het te behandelen onderwerp. Hiertoe zijn in het volgende hoofdstuk (II) gegevens vermeld omtrent het grondwater, de bemaling en de puttypen, waarop dit werk van toepassing is.

In hoofdstuk III worden de beginselen vermeld, die bij de beweging van het grondwater worden aanvaard, alsmede enkele fundamenteele gegevens, die daaruit voortvloeien.

In de hoofdstukken IV en V wordt een theoretische behandeling gegeven van stroomvelden van z.g. „onvolkomen” putten; de verkregen resultaten worden daarbij kritisch vergeleken met hetgeen hieromtrent tot heden is gepubliceerd. Deze hoofdstukken bevatten vrij veel wiskundige afleidingen; mede ten behoeve van den lezer, die geen behoefte gevoelt deze afleidingen te volgen, zijn de belangrijkste formules omlijnd, terwijl er in de daarbij behorende toelichting naar gestreefd is, de beteekenis van elk dezer formules zoo volledig mogelijk aan te geven.

In hoofdstuk VI is nader ingegaan op de practische beteekenis van de verkregen resultaten; daarnaast zijn in dit hoofdstuk, ter aanvulling en gedeeltelijk ter correctie van de bestaande literatuur, gegevens verwerkt, die voor de practijk der waterwinning van bijzondere beteekenis zijn.

Ten slotte zijn in hoofdstuk VII eenige toepassingen vermeld, aan de hand van een voorbeeld uit de practijk, terwijl hoofdstuk VIII een beknopt overzicht geeft van het geheel.

HOOFDSTUK II.

BODEM, GRONDWATER EN PUTTEN.

Inhoud:

- § 1. Het watervoerend grondpakket.
- § 2. Het grondwater.
 - a) Definities van snelheid en potentiaal.
 - b) Spannings- en phreatisch water.
 - c) Begrenzing.
 - d) Voeding.
 - e) Temperatuur.
 - f) Veranderingen van den potentiaal door invloeden onafhankelijk van de wateronttrekking.
- § 3. Putten.
 - a) Puttypen.
 - b) Gebruikelijke vorm van putfilters.
 - c) Diepte der putten.
 - d) Groepeerings der putten.
 - e) Voorbeelden van puttengroepen uit de praktijk.
- § 4. Inrichting van een pompproef.

Een uitvoerige behandeling van de bovengenoemde onderwerpen ligt niet in de lijn van dit werk. In dit hoofdstuk worden, ter oriëntering van den lezer, slechts eenige gegevens vermeld, die voor een goed begrip van het navolgende van belang zijn.

Voor uitvoeriger gegevens wordt o. m. verwezen naar de Nos. 22 en 36 van de literatuurlijst, welke aan dit werk is toegevoegd.

§ 1. HET WATERVOEREND GRONDPAKKET.

Om een goede vergelijking van de boorresultaten te verkrijgen, is het gewenscht, dat de interpretatie van de grondmonsters algemeen volgens hetzelfde schema geschiedt. De door Dr. J. F. STEENHUIS in diens proefschrift ¹⁾ toegepaste classificatie is hiertoe uit praktisch oogpunt doelmatig gebleken. Volgens deze classificatie worden de grondmonsters naar de korrelgrootte als volgt ingedeeld:

¹⁾ Literatuurlijst No. 45.

steen	material		> 20 mm	
grof grind	"	van 20	—5	"
fijn grind	"	" 5	—2	"
zeer grof zand	"	" 2	—1	"
grof zand	"	" 1	—0,5	"
matig grof zand	"	" 0,5	—0,2	"
fijn zand	"	" 0,2	—0,1	"
zeer fijn zand	"	" 0,1	—0,02	"
schluff	"	" 0,02	—0,002	"
kolloïdale deeltjes of kleideeltjes			< 0,002	"

Bovendien worden daarbij vermeld de kleur, de mate van gelijk-korreligheid en de slibhoudendheid van de monsters, alsmede de concreties.

Zuivere grindlagen van zoodanige dikte en uitgestrektheid, dat zij voor wateronttrekking in het groot van belang zijn, treft men hier te lande zelden aan. Het grondwater wordt in den regel onttrokken aan zandlagen, behoorende tot de fracties „zeer grof”, „grof” en „matig grof”. Fijnere lagen zijn voor wateronttrekking op groote schaal weinig geschikt.

Uit de vele in ons land verrichte boringen is gebleken, dat de bodem nimmer over een groot gebied volkomen *homogeen* is, d.w.z. dat niet elk volume-element dezelfde samenstelling heeft. Toch leert de ervaring, dat een goede overeenstemming tusschen theorie en practijk der waterbeweging wordt verkregen, wanneer de verschillende aangeboorde grondlagen ieder op zichzelf als homogeen worden opgevat. In vele gevallen is het van belang, dat een goed inzicht wordt verkregen in de mate van doorlatendheid voor water en den samenhang van z.g. „afdekkende” of moeilijk doorlatende lagen. De resultaten der boringen alleen geven in dit opzicht niet steeds voldoende zekerheid; meermalen is gebleken, dat aangeboorde leem- of kleilagen geen voldoende samenhang bezitten, om als „waterkeerend” te kunnen worden opgevat. Ook het tegenovergestelde verschijnsel is waargenomen, nl. dat een pakket op grond van de boorgegevens als slibhoudend zand moet worden aangeduid, doch in werkelijkheid uit een opeenvolging van dunne klei- en zand-

lagen bestaat, welke gezamenlijk als een moeilijk doorlatend pakket moeten worden opgevat ¹⁾

In bepaalde gevallen kan een uitgebreid hydrologisch onderzoek van de natuurlijke grondwaterstromingen nadere gegevens verschaffen omtrent den bouw van het grondpakket ²⁾

Waardevolle gegevens kan men eveneens met behulp van pompproeven verkrijgen door bestudeering van de door de bemaling opgewekte stroomvelden. In dit werk zullen voor de belangrijkste gevallen deze stroomvelden nader worden onderzocht. Aldus zal het mogelijk blijken door vergelijking van de gegevens van boringen en pompproeven een zoo volledig mogelijk inzicht te krijgen, niet alleen in de doorlatendheid van de lagen, waaraan de wateronttrekking geschiedt, maar ook in die van het pakket daarboven.

§ 2. HET GRONDWATER.

a) Definitie van snelheid en potentiaal.

In een willekeurig zandpakket hebben in het algemeen de poriën een onregelmatigen vorm. Bij vraagstukken, waarbij alleen de *gemiddelde* stroomsnelheid en de *gemiddelde* druk over een oppervlak, dat groot is ten opzichte van de korrels, een rol spelen, laat men den vorm der poriën buiten beschouwing. ³⁾ Men verstaat dan onder de *snelheid* het watertransport per tijdseenheid per eenheid van doorsnede, loodrecht op de stroomrichting geplaatst (de doorsnede gemeten over poriën en korrels samen). ⁴⁾ *Stroomlijnen* zijn lijnen, waarvan de raaklijn in ieder punt de richting van de snelheid aangeeft. De *druk* in een punt wordt gedefinieerd als de druk in een om dat punt gedachte holte, welke wederom groot is t.o.v. de afmetingen der korrels, doch tegelijkertijd klein t.o.v. den kromtestraal der stroomlijnen. Het is dus de druk in een klein peilfiltertje.

Bij de behandeling van de strooming van grondwater wordt de druk in een bepaald punt meestal uitgedrukt in m waterhoogte;

¹⁾ Literatuurlijst No. 38, blz. 751 e.v.

²⁾ Literatuurlijst No. 34.

³⁾ Literatuurlijst No. 28.

⁴⁾ Wanneer niet uitdrukkelijk anders is vermeld, wordt in dit werk steeds deze snelheid bedoeld.

de aldus gemeten druk noemt men de *potentiaal*. De potentiaal in een bepaald punt is dus de stijghoogte van het grondwater met s. g. = 1 in dat punt, gemeten ten opzichte van een horizontaal oorsprongsvlak. Het is de waterstand in een peilbuis, waarvan het filtertje tot het beschouwde punt reikt.

Wanneer het grondwater in rust is, is de potentiaal in alle punten even groot. Zoodra echter stroomingen optreden, is dit niet meer het geval; het potentiaalverschil tusschen twee punten is gelijk aan den weerstand, dien het water bij de strooming ondervindt, uitgedrukt in m waterhoogte.

Equipotentiaalvlakken zijn vlakken, in ieder punt waarvan de potentiaal dezelfde waarde heeft; deze vlakken worden in een homogenen bodem loodrecht door de stroomlijnen gesneden.

Stroomvlakken zijn vlakken, die gevormd worden door een groep stroomlijnen, welke een willekeurig gegeven lijn snijden. Stroomvlakken worden door equipotentiaalvlakken loodrecht gesneden.

b) Spannings- en phreatisch water.

In de literatuur wordt bij berekening van de potentiaalverlaging in een put veelal onderscheid gemaakt tusschen „spanningswater” en „phreatisch water”. Onder „spanningswater” wordt dan verstaan het grondwater, dat zich onder een volkomen ondoordringbare laag bevindt, terwijl bij „phreatisch water” een dergelijke laag ontbreekt. In beide gevallen wordt het grondwaterpakket als homogeen aangenomen.

Bij spanningswater is het grondpakket onder de afsluitende laag geheel met water gevuld; overigens zijn de beide begrippen niet aan een bepaalde stijghoogte gebonden.

Nu treft men in de aardlagen, die in ons land voor de hydrologie in beschouwing komen, zoomin absoluut waterdichte lagen aan als een homogeen pakket van groote dikte. Alleen in de bovenste strook van het grondwater kan dus sprake zijn van phreatisch water; het diepere grondwater zal noch zuiver phreatisch noch zuiver spanningswater zijn, doch een tusschenvorm tusschen deze beide uitersten.

Het grondwater wordt door moeilijk doordringbare lagen in

Definitie van
weerstand?

Kan
niet!

„étages” verdeeld; naarmate de lagen boven een bepaalde étage meer weerstand bieden aan de strooming van het water, nadert het grondwater in deze étage meer tot het theoretische begrip „spanningswater”. Een maatstaf voor den bedoelden weerstand, waarbij voor de lagen daaronder practisch nog van spanningswater c. q. phreatisch water kan worden gesproken, wordt, voor zoover den schrijver bekend is, in de literatuur niet gegeven. Een dergelijke indeeling zou ook weinig zin hebben (verg. § 22).

c) Begrenzing.

De begrenzingen van het grondwater worden, behalve door de daarin aangebrachte kunstwerken, in het algemeen gevormd door open water, waterkeerende lagen en het phreatisch oppervlak.

Het *open water* wordt gevormd door kanalen, rivieren, de zee e.d.

Volkomen *waterkeerende* lagen worden, zooals reeds werd opgemerkt, op de diepten, die voor wateronttrekking in aanmerking komen, feitelijk niet aangetroffen. Wanneer een goed watervoerend grondpakket rust op een fijne laag, die blijkens de waarnemingen een zoodanigen weerstand biedt aan de waterbeweging, dat de strooming in en onder deze laag voor het beschouwde vraagstuk van geen belang meer is, dan kan men in de practijk deze fijne laag als de ondoordringbare basis beschouwen.

Het *phreatisch oppervlak* is de meetkundigē plaats van de punten, waarvan de potentiaal boven een bepaald oorsprongsvlak gelijk is aan de hoogte van deze punten boven het oorsprongsvlak. Het phreatisch oppervlak vormt de bovenbegrenzing van phreatisch grondwater, voorzover dit niet door capillaire krachten wordt beïnvloed. Het is dus in het algemeen het wateroppervlak, dat in ontgravingen aan den dag treedt.

Wordt in phreatisch water een put geplaatst, waaraan per tijds-eenheid een constante hoeveelheid water wordt onttrokken, dan zal in het phreatisch oppervlak een daling ontstaan, welke nabij den put het grootst is: er stelt zich een verhang in naar den put. De evenwichtstoestand wordt eerst bereikt, wanneer tenminste zoo-veel water is gepompt, als kan worden onttrokken aan den inhoud van het lichaam, dat begrensd wordt door het oorspronkelijke en het verlaagde phreatisch oppervlak. Het zal dan in de meeste

gevallen langen tijd duren, voordat de evenwichtstoestand is ingetreden.

Bij spanningswater daarentegen zal, wanneer ook na de ont-trekking de beschouwde grondwater-étage met water gevuld blijft, de eindtoestand zeer snel intreden, omdat het ontstaan van het stroomveld hier een kwestie is van de voortplanting der depressies, welke voortplanting theoretisch geschiedt met de snelheid van het geluid.

Bij het diepere grondwater, dat in den tusschenvorm tusschen zuiver phreatisch en zuiver spanningswater verkeert, wordt de zaak ingewikkelder. Op deze kwestie wordt hierna in § 22 nader ingegaan.

d) Voeding.

De voeding van het grondwater geschiedt via het phreatisch oppervlak of door infiltratie uit het open water. De eerste wijze van voeding, d.i. door den neerslag en — vermoedelijk slechts in geringe mate — door condensatie van waterdamp op of in den bodem, is in ons land verreweg de belangrijkste. De hoeveelheid „nuttige” neerslag,¹⁾ d.i. het gedeelte van den neerslag, dat tot het grondwater doordringt, is van vele factoren afhankelijk, zooals de begroeiing, de klimaats- en terreinsomstandigheden, de bodem-gesteldheid en de diepte van het phreatisch oppervlak beneden het terrein.

Bij den huidigen stand der wetenschap is het in den regel niet mogelijk uit deze factoren de grootte van den nuttigen neerslag met nauwkeurigheid vast te stellen.²⁾

Het proces, dat zich bij deze voeding afspeelt in de ruimte tusschen het bodemoppervlak en het phreatisch oppervlak is nog slechts gedeeltelijk onderzocht en verklaard. Op dit gebied ligt nog een belangrijk studieveld open.³⁾

De stroomsnelheid in den bodem is meestal gering; een snelheid van 0,25 m per etmaal is in grof zand relatief reeds vrij groot.

1) Zie o.a. Literatuurlijst No. 1, dl. II blz. 987 e.v.

2) Zie o.a. Literatuurlijst Nos. 19 en 22.

3) Zie o.a. Literatuurlijst Nos. 8, 31, 32, 39, 50.

e) Temperatuur.

De temperatuurswisselingen in de atmosfeer planten zich in den bodem naar beneden verzwakt voort. De dagelijksche wisselingen zijn op een diepte van 2 m nauwelijks meer merkbaar. Ook de seizoenwisselingen in de temperatuur zijn van weinig beteekenis.

Zowel het „diepe” als het „ondiepe” grondwater, dat door de waterleidingen in ons land wordt gewonnen, heeft een vrij constante temperatuur, nl. circa 9—10° C; het temperatuursverschil hiervan in een jaar bedraagt zelden meer dan 3° C.

Hoewel de temperatuur een belangrijken factor vormt bij den weerstand, dien het water bij de strooming in den bodem ondervindt, zijn de temperatuursverschillen evenwel zoo gering, dat hiermede in normale gevallen geen rekening behoeft te worden gehouden, te minder, wanneer men bedenkt, dat in de practijk verschillende andere voorwaarden slechts bij benadering vervuld zijn, zooals de homogeniteit en de regelmatige bouw van het grondpakket.

f) Veranderingen van den potentiaal door invloeden onafhankelijk van de wateronttrekking.

De dagelijksche en wekelijksche wisselingen in de stijghoogte kunnen zeer belangrijk zijn; verschillen van 1 m en meer behooren niet tot de zeldzaamheden. Ook op dit gebied zijn de verschijnselen nog slechts ten deele verklaard. Behalve de door het ingrijpen van den mensch ontstane, kunstmatige factoren, kan men de invloeden op de wisselingen van de stijghoogte in een tweetal hoofdgroepen indeelen nl.:

1°. atmosferische invloeden;

2°. invloeden van het oppervlaktewater.

Tot de atmosferische invloeden behooren o.a. de neerslag, de verdamping (van den bodem en door de vegetatie) en de daarmede samenhangende vochtigheidstoestand van de lucht, de barometerstand, de temperatuur e.d. Verschillende tijdelijke wisselingen kunnen verklaard worden door het gedrag van de „bodemplucht”, d.i. de lucht, die zich boven het phreatisch oppervlak in den bodem bevindt. ¹⁾ Wanneer de spanning van deze bodemplucht onder atmosferische invloeden b.v. na een regenbui tijdelijk wordt ver-

¹⁾ Literatuurlijst Nos. 31 en 32.

hoogd, zal de waterstand in de peilbuis stijgen, zoo zelfs, dat eenige mm regen de stijghoogte tijdelijk met het twintig- en dertigvoudige van de neerslaghoogte kunnen opvoeren.¹⁾ Het effect van deze invloeden is behalve van de dikte van de bodemlucht afhankelijk van het bodemmateriaal (fijnheid, structuur e.d.) boven het phreatisch oppervlak. Aan plaatselijke onregelmatigheden in dit bodemmateriaal moet het vermoedelijk worden toegeschreven, dat de stijghoogten op twee betrekkelijk dicht bij elkaar gelegen punten niet steeds dezelfde veranderingen ondergaan. Het is duidelijk, dat men bij studies over het verband tusschen grondwaterstanden en plantengroei de schijnbare veranderingen in de grondwaterstanden, die door de spanning van de bodemlucht worden opgewekt, zal moeten elimineeren. In de gevallen, waarin de spanning van beteekenis is, zullen de grondwaterstanden dan moeten worden waargenomen in voldoende wijde open ontgravingen. Nadere proeven zullen moeten uitwijzen, in hoeverre men kan volstaan met peilbuizen, die over de volle hoogte geperforeerd zijn.

De sub 2°. bedoelde invloeden bestaan in de wisselingen van de rivier- en zeestanden, getijbewegingen e.d., welke zich in het aangrenzende grondwater voortplanten. Bij phreatisch water zal deze voortplanting in hoofdzaak als een waterverplaatsing moeten worden opgevat, bij „spannings”water als een voortplanting van spanningen, welke laatste zich tot aanzienlijken afstand kan doen gevoelen.²⁾

De *seizoen- en jaarlijksche wisselingen* in de stijghoogte worden hoofdzakelijk toegeschreven aan de onregelmatigheden van den neerslag. Daar in den regel gedurende het winterhalfjaar het grondwater het krachtigst door den neerslag wordt gevoed, wordt de stijghoogte door een droog winterhalfjaar relatief sterker gedrukt dan door een droog zomerhalfjaar.

§ 3. PUTTEN.³⁾

a) Puttypen.

Men onderscheidt in hoofdzaak:
zakputten,

1) Literatuurlijst Nos. 15, 16, 53.

2) Literatuurlijst Nos. 11 en 46.

3) Zie o.a. literatuurlijst Nos. 2 en 36.

nortonputten,
geboorde putten,
gespoten putten.

Zakputten zijn wijde en zware cilindrische putten, welke in den bodem worden neergelaten door verwijdering van den grond van binnen uit. Soms wordt de put, nadat deze op diepte is gebracht, van een dichten bodem voorzien; in dat geval treedt het water alleen door openingen in den wand naar binnen. In andere gevallen wordt de constructie zoodanig gemaakt, dat het water door den bodem alleen of door bodem en wanden beide naar binnen treedt. De wijde van deze putten bedraagt circa 1—3 m.

Wegens de geringe economie en de beperkte diepte, — max. circa 20 m — wordt dit type, vooral voor wateronttrekking in het groot, zelden meer toegepast.

Nortonputten zijn nauwe cilindrische putten, (wijde hoogstens ± 5 cm) welke aan de onderzijde van een puntstuk zijn voorzien en in den bodem ingeheid. Het water treedt naar binnen door een perforatie in den putwand. Voor drinkwatervoorziening in het klein, b.v. voor afzonderlijke woningen, worden nortonputten wegens de geringe kosten wel toegepast.

Bij de bodemgesteldheid in ons land raken zij dikwijls verstopt. Voor wateronttrekking in het groot is ook dit puttype weinig economisch, terwijl tevens het bezwaar van de beperkte diepte (hoogstens 20 m) klemmt.

De geboorde put wordt voorgeboord door middel van een mantelbuis (de z.g. boorbuis), welke weder getrokken wordt, nadat de put daarin is neergelaten. Dit puttype wordt in de ingenieurspraktijk doorgaans toegepast. De boorbuizen worden door belasting naar beneden gebracht, waarbij de grond van binnen uit wordt verwijderd. Dit geschiedt doelmatig met den puls of, in harde samenhangende lagen, met de boor. Het is van belang, dat de grond zoodanig wordt verwijderd, dat een inzicht in den bouw van het aangeboorde grondpakket wordt verkregen. Het verwijderen van den grond door spuiten verdient daarom geen aanbeveling.

De put bestaat in den regel uit een verticale cilindrische buis, waarvan de wand geperforeerd is op de diepte(n), waar het water moet worden onttrokken. (fig. 1.) De perforatie bestaat uit openingen, welke een kleinste afmeting hebben van circa 1 à 3 mm.

Bij de bodemgesteldheid in ons land wordt het geperforeerde gedeelte meestal in zandlagen aangebracht, waarvan de korrels kleiner zijn dan de openingen in het filter. Er moeten dan speciale maatregelen worden genomen, om te voorkomen, dat de put verzandt. Daartoe wordt een „omstorting”, een omwikkeling met *metaalgaas* of beide toegepast.

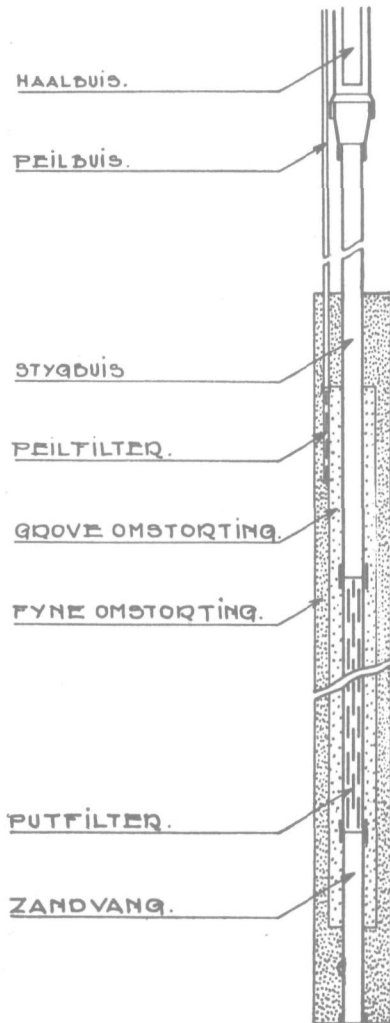


Fig. 1.
Geboorde put.

Bij de *omstorting* wordt, voordat de boorbuis wordt getrokken, de ruimte tusschen boorbuis en putfilter aangevuld met grof zand of fijn gezeefd grind in een of twee concentrische ringen. De goedkoopere werkwijze, waarbij het filter omgeven wordt met fijn *metaalgaas*, komt in ons land voornamelijk in aanmerking voor tijdelijk werk, dus o. m. voor het drooghouden van ontgravingen. De korrelgrootte van de omstorting c. q. de maaswijdte van het gaas wordt bepaald naar den aard van het bodemmateriaal.

Bij putten, die langen tijd dienst moeten doen, wordt bij voorkeur in het buitenste gedeelte van de omstorting een peilfilter geplaatst, dat door middel van een peilbuis opwaarts wordt verlengd. Ten einde schending van de omstorting zooveel mogelijk te voorkomen, plaatse men het peil-

filter niet op dezelfde diepte als het putfilter, maar eenige decimeters daarboven (fig. 1).

Het verschil in peilverlaging in dit peilfilter en in den put zelf

geeft een maatstaf voor de „*intreeweerstand*”.¹⁾ Deze laatste is, afhankelijk van de constructie, bij nieuwe putten doorgaans zeer gering, doch neemt, mede ten gevolge van uit het water afkomstige afzettingen, bij langdurig gebruik dikwijls geleidelijk toe. Door speciale bewerkingen kunnen de afzettingen grootendeels worden verwijderd.

In het navolgende wordt met de potentiaalverlaging *op* het putfilter steeds bedoeld de afpompings aan de buitenzijde van de omstorting of, wanneer deze laatste ontbreekt, aan de buitenzijde van het filter. De *intree-weerstand* is hier dus niet in begrepen.

De wijde van de boorbuizen loopt sterk uiteen; wijden kleiner dan 100 mm en groter dan 600 mm worden hier te lande zelden toegepast. De wijde wordt behalve door economische factoren beheerscht door de toelaatbare „*intreesnelheid*”, d. i. de snelheid ter plaats van de buitenzijde van de filteromstorting, resp. van het filtergaas.²⁾

Geboorde putten kunnen tot groote diepte reiken (tot 200 m en meer). De kosten nemen met de diepte sterk progressief toe.

De *gespoten put* wordt zonder behulp van boorbuizen door voorspuiten in den grond gebracht.³⁾ Het bezwaar van het spuit-systeem is boven reeds vermeld, terwijl voorts met dezen put slechts een matige diepte kan worden bereikt. Het is dan ook de vraag, of dit type van recenten datum in de toekomst veelvuldig zal worden toegepast.

b) Gebruikelijke vorm van putfilters.

De ervaring heeft geleerd, dat in ons land toepassing van boorbuizen wijder dan 500—600 mm, vooral voor grotere diepten, niet economisch is. Dit brengt mede, dat het putfilter, c. q. de filteromstorting, bij het geboorde type vrijwel steeds van langgerekt cylindrische gedaante is en wel zoodanig, dat de lengte vele malen den diameter overtreft. Hoewel in het buitenland in sommige gevallen wijdere boorbuizen worden gebruikt, treedt ook daar de

1) Literatuurlijst No. 27.

2) Literatuurlijst n^o. 42 blz. 29 e. v.

3) Een nieuwe filterconstructie voor bronbemalingen, De Ingenieur 1928, blz. B 321.

langgerekt cilindrische vorm op den voorgrond. Voor den gespoten put geldt hetzelfde.

Andere putvormen zijn voor de ingenieurspraktijk van ondergeschikte betekenis. *Het putfilter van langgerekt cilindrische gedaante is dan ook als norm aan de hiernavolgende studie ten grondslag gelegd.*

Onder de slankheid i van een cilindrisch filter wordt in het navolgende verstaan de verhouding van de hoogte h tot den diameter $2r_0$, dus $i = \frac{h}{2r_0}$. Een putfilter met een slankheid kleiner dan 10 wordt in de practijk zelden toegepast.

c) Diepte der putten.

De keuze der diepte wordt bij grondwaterwinning door andere factoren bepaald dan bij het drooghouden van ontgravingen. In het eerste geval speelt niet alleen de hoeveelheid te winnen water een rol, maar vooral ook de samenstelling hiervan. Vandaar dat ten behoeve van de waterwinning de putten meermalen een aanzienlijke diepte bereiken. Bovendien wordt bij winning van drinkwater het putfilter zoo noodig onder leem- of kleilagen geplaatst, althans onder een zoodanig grondpakket, dat het op te pompen water tegen verontreiniging van boven af wordt beschermd.

Bij het drooghouden van ontgravingen is de samenstelling van het water van ondergeschikt belang. Hierbij worden de putten zoo diep geplaatst, als voor de beoogde drooghouding noodig is. Dit beteekent echter niet, dat de putfilters uitsluitend worden gesteld in het bovenste grondpakket, dat reikt tot de eerste waterkeerende laag onder de ontgraving. In verschillende gevallen dient onder deze laag een z.g. „spanningsbemaling” te worden toegepast, om oppersing en opbreking van den bodem der ontgraving te voorkomen.

d) Groepeerling der putten.

Wanneer veel grondwater moet worden onttrokken, zijn daartoe een groot aantal putten noodig; bij de groepeerling hiervan onderscheidt men *reeksen* en *groepen*; de reeksen of spranken kunnen een aanzienlijke lengte bereiken, soms verscheidene kilometers.

In normale gevallen worden de putten onderling door zuig- of hevelleidingen verbonden en gemeenschappelijk bemalen. Wanneer aan deze werkwijze bijzondere bezwaren zijn verbonden, b.v. wanneer het grondwater zich diep beneden het terrein bevindt, of bij een diepe afzuiging, wordt iedere put wel afzonderlijk van een (electrisch gedreven) pompje voorzien.

e) Voorbeelden van puttengroepen uit de praktijk.

Om den lezer een indruk te geven van de bijzonderheden van in de praktijk toegepaste putfilters, zooals afmetingen, diepte, aantal en onderlinge afstand, zijn hieromtrent eenige gegevens vermeld in de tabellen I en II.

Uiteraard kon hierbij slechts een greep worden gedaan uit de vele uitgevoerde werken.

TABEL I.

Gegevens inzake de putten van eenige bestaande waterwinplaatsen.¹⁾

Winplaats voor de waterleiding van:	Ligging van de winplaats.	Aant. putten	Diepte onderkant filter ben. maaiveld m.	Lengte van het filter m.	Inw. diameter van het filter mm.	Materiaal van het filter.
Groningen (pompstation Haren)	Haren	20	gem. 60	6,5	125	koper
Haarlem	Duinen onder Overveen	340	± 15	4	50	koper
Leeuwarden	nabij Bergumerheide	7	85	25	150	koper
Noordholland (afd. Noord)	Duinen bij Bergen	25	30	20	150	gresbuizen
	Bergen	16	75	25	100	koper
Tilburg	Gem. Tilburg	84	12—30	gem. 8	80—150	koper

¹⁾ In hoofdzaak ontleend aan 't Statistisch overzicht der Waterleidingen in Nederland over 't jaar 1927.

TABEL II.

Gegevens inzake de putten van eenige bronbemalingen voor fundeeringswerken.

Omschrijving van het werk.	Jaar van uitvoering.	Aantal putten.	Diepte onderkant filter m—NAP.	Lengte van het filter m.	Inw. diameter van het filter mm.	Materiaal van het filter.
Schutsluis IJmuiden Proefput, kolk, binnenh. en buitenhoofd samen ¹⁾						
Primaire bemaling. . . .	{ omstr.	± 30	35	10	150 en 200	koper
Secundaire „	{ 1924	± 30	17	2	50	—
Droogdok Ned.	{ omstr.					
Dokmaatsch. Amsterd. ²⁾	{ 1924	± 60	24	10	150	—
Gemaal Wieringermeerpolder te Medemblik (Zuiderzeewerken). . . .	1928	62	14—17	8	150	—
Keersluis Vlissingen						
Primaire bemaling. . . .	1928	8	26	8	100	koper
Secundaire „	1928	± 20	16	9	—	—

§ 4. INRICHTING VAN EEN POMPPROEF.

Een van de belangrijkste voorbereidingen voor het ontwerpen van een puttengroep of -reeks bestaat in het verrichten van een pompproef. Hiertoe wordt een put gemaakt, welke, indien mogelijk, zoodanig wordt ontworpen, dat deze bij het welslagen van de pompproef voor de definitieve bemalingsinrichting dienst kan doen. Bovendien worden op verschillende afstanden van den proefput in verschillende richtingen peilbuizen aangebracht, waarvan de filtertjes veelal worden geplaatst op een diepte, welke correspondeert met het midden van het putfilter.

Wanneer in het grondpakket verschillende „étages” van goed doorlatende lagen worden aangetroffen, verdient het aanbeveling ook één of meer peilfiltertjes in de étage boven, resp. beneden het putfilter te plaatsen.

¹⁾ Literatuurlijst No. 38.

²⁾ Literatuurlijst No. 23.

De peilverlagingen, welke in de verschillende peilbuizen en in den put zelf bij een bepaald debiet van den proefput ontstaan, worden regelmatig waargenomen. Bij proefpompingen op groote schaal streeft men er naar zoolang te pompen, totdat practisch gesproken de evenwichtstoestand is ingetreden en derhalve geen verdere peilverlagingen worden waargenomen.

Het spreekt vanzelf, dat de gegevens van iedere proefpomping zoodanig moeten worden bewerkt, dat daaruit zooveel mogelijk resultaten worden verkregen. Men vergenoegde zich dus niet alleen met noteering van de peilverlagingen in verschillende punten, om daaruit door superpositie de totale verlaging van een serie putten te vinden, maar leide tevens zooveel mogelijk gegevens af omtrent den bouw en de doorlatendheid van de grondlagen.

HOOFDSTUK III.

BEGINSELEN INZAKE DE BEWEGING VAN HET GRONDWATER.

Inhoud:

- § 5. Wet van DARCY.
- § 6. Fundamenteele vergelijking voor de beweging van het grondwater.
- § 7. Grafische voorstelling van stroomvelden.
 - a) Wijze van voorstelling.
 - b) Grafische superpositie van axiaal-symmetrische en twee-dimensionale stroomvelden.
 - c) Voorbeeld van grafische superpositie.
 - d) Beteekenis voor de practijk.
- § 8. Spiegelingsmethode als hulpmiddel bij het oplossen van potentiaalvelden.
- § 9. Breking van stroomlijnen.

§ 5. WET VAN DARCY.

Volgens de wet van DARCY is bij langzame strooming van water door homogeen zand de weerstand evenredig met de stroomsnelheid en met de lengte van den afgelegden weg. Deze wet correspondeert met die van POISEUILLE, volgens welke bij een laminaire strooming van een vloeistof door capillaire buisjes hetzelfde geldt.

Daar de weerstand gelijk is aan het potentiaalverschil, kan de wet van DARCY als volgt worden geformuleerd:

$$v_s = -k \frac{d\Phi}{ds} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin is: v_s = de snelheid van het grondwater in de stroomrichting;

k = de doorlaatcoëfficiënt;

Φ = de potentiaal in het beschouwde punt;

ds = een lijnelement in de stroomrichting.

DARCY heeft deze wet langs experimenteelen weg gevonden. De geldigheid hiervan is een tijdlang het onderwerp geweest van een

uitvoerige gedachtenwisseling. ¹⁾ Door verschillende onderzoekers zijn andere formules hier tegenover gesteld. Door talrijke proeven is vastgesteld, dat de wet van DARCY voldoende nauwkeurig de waterbeweging formuleert bij fijne zandsoorten en geringe stroomsnelheden. ²⁾ Naarmate evenwel het zand grover wordt en de snelheid toeneemt, vindt men een grootere afwijking en vertoonen de wetten van de waterbeweging meer en meer overeenstemming met die, welke bij de strooming door wijde buizen gelden.

De grondsoorten en de stroomsnelheden zijn bij de puttenbemalingen in ons land meestal van dien aard, dat de wet van DARCY een voldoende nauwkeurigen grondslag vormt. In overeenstemming met de gangbare opvatting wordt deze wet dan ook in dit werk als basis voor de berekeningen aanvaard. ³⁾

De waarde van den doorlaatcoëfficiënt k is een karakteristiek gegeven voor een bepaalde grondsoort. Hij is, behalve van de temperatuur van het water, afhankelijk van de grootte, den vorm en de ligging der korrels, van de bijmengselen e. d. Hoe fijner de aardlagen zijn, des te kleiner wordt de doorlaatcoëfficiënt en des te minder water kan bij een bepaalde afpompings aan een put worden onttrokken. De doorlaatcoëfficiënt heeft blijkens formule (1) de dimensie van een snelheid: het is de snelheid, welke noodig is om per m stroomlengte een potentiaalverschil van 1 m op te wekken (verhang 1 : 1). De zandlagen, waarin putfilters worden geplaatst, hebben in ons land meestal een doorlaatcoëfficiënt $k = 10 - 40$ m per etmaal. Voor klei ⁴⁾ geldt ongeveer $k = 0.0003 - 0.002$ m/etm.

Verschiedende onderzoekers hebben getracht een verband te leggen tusschen de korrelgrootte en den doorlaatcoëfficiënt, waarbij dan wordt uitgegaan van een afgeronden korrelvorm, welke veelal wordt aangetroffen bij zandlagen, welke in en door stroomend water zijn ontstaan.

De ervaring heeft evenwel geleerd, dat de *structuur* van den

1) Een duidelijk overzicht met vermelding van literatuur vindt men in No. 36 van de literatuurlijst, blz. 161 e. v.

2) Literatuurlijst No. 47, blz. 112 en 127.

3) In navolging van SMREKER wordt door sommige onderzoekers een andere grondslag aangenomen; zie b.v. literatuurlijst Nos. 17 en 43.

4) Literatuurlijst No. 24.

bodem in dezen een belangrijken factor vormt. Pogingen om met behulp van zeef- of doorlatendheidsproeven uit grondmonsters de coëfficiënt k van den natuurlijken bodem te bepalen, stranden dan ook veelal op het bezwaar, dat de bovengebrachte grondmonsters „kunstgrond” vormen, welke bestaat uit een mengsel van de aangeboorde lagen, waarbij de natuurlijke ligging van de korrels is verstoord. De tusschenruimten tusschen de grove korrels worden hierbij opgevuld door de kleine deeltjes, hetgeen in de natuurlijke ligging niet het geval behoeft te zijn.

De doorlatendheid van de boormonsters blijkt dan ook veelal een andere te zijn (meestal veel kleiner) dan die van den natuurlijken bodem. *Voor de bepaling van den doorlaatcoëfficiënt is een doelmatig uitgevoerde proefpompings aangewezen.*

De invloed van de temperatuur op de waarde van k is betrekkelijk groot. Verschillende onderzoekers hebben daaromtrent proeven verricht en deze in een formule of tabel vastgelegd. ¹⁾ Hieruit blijkt, dat bij een temperatuur van omstreeks 10° C de doorlaatcoëfficiënt met circa 3 % stijgt bij 1° temperatuursverandering.

§ 6. FUNDAMENTEEL VERGELIJKINGEN VOOR DE BEWEGING VAN HET GRONDWATER.

Wanneer in een punt met coördinaten x, y, z (z verticaal naar boven) u, v en w de componenten van de snelheid voorstellen resp. in de richting van de X -as, de Y -as en de Z -as en de potentiaal wordt voorgesteld door de functie $\Phi(x, y, z)$ geldt volgens de wet van DARCY:

$$\left. \begin{aligned} u &= -k \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ v &= -k \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ w &= -k \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Uit de onsamendrukbaarheid van de vloeistof volgt de bekende continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \dots \dots \dots (3)$$

¹⁾ Zie b.v. literatuurlijst No. 36, blz. 167.

Substitueert men hierin voor u , v en w de waarden van formule (2), dan vindt men de vergelijking van LAPLACE, welke de fundamentele differentiaalvergelijking voor de beweging van het grondwater vormt: ¹⁾ *mits men met isopore grond heeft te maken*

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (4a)$$

Bij het tweedimensionale probleem gaat deze vergel. uiteraard over in:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (4b)$$

Bij axiale symmetrie, waarbij $x = \rho \sin \theta$, $y = \rho \cos \theta$ vindt men:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (5)$$

Wanneer de snelheidscomponente in de Z -richting zoo klein is, dat deze verwaarloosd mag worden, ontstaat bij zuiver *spannings*-water een tweedimensionaal probleem, waarvoor vergel. (4b) tot grondslag kan dienen. Bij *phreatisch* water ontstaat dan een vereenvoudigd driedimensionaal vraagstuk, waarvan de potentiaalvergelijking als volgt kan worden gevonden.

De hoogte van een willekeurig punt van het phreatisch oppervlak boven het horizontale oorsprongsvlak zij Z , die van de waterkeerende basis Z_0 ; de dikte van het watervoerend pakket op een willekeurig punt bedraagt dus $Z - Z_0$. Verstaat men onder de stroomsterkte q het watertransport per tijdseenheid door een verticaal vlak loodrecht op de stroomrichting ter breedte één en ter hoogte $(Z - Z_0)$, dan worden dus de componenten van de stroomsterkte:

$$\left. \begin{aligned} q_x &= -k (Z - Z_0) \frac{\partial Z}{\partial x} \\ q_y &= -k (Z - Z_0) \frac{\partial Z}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

De grootheid Z kan een functie zijn van den tijd t . In een klein tijdvak dt zal dan Z toenemen met $\frac{\partial Z}{\partial t} dt$. Zij verder γ

1) Literatuurlijst No. 12, blz. 437. Door BOUSSINESQ is het eerst aangetoond, dat deze vergelijking voor de beweging van het grondwater geldt.

het watergehalte in volumedeelen, dat bij rijzing resp. daling van het phreatisch oppervlak door den bodem wordt opgenomen, resp. afgestaan, dan wordt dus de continuïteitsvergelijking (aannemende, dat γ bij rijzing en daling dezelfde waarde heeft):

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = -\gamma \frac{\partial Z}{\partial t}.$$

Substitueert men hierin voor q_x en q_y de waarden van (6), dan vindt men de potentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (Z - Z_0) \frac{\partial Z}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (Z - Z_0) \frac{\partial Z}{\partial y} \right\} = \frac{\gamma}{k} \frac{\partial Z}{\partial t}. \quad (7a)$$

Thans wordt een nieuwe veranderlijke z ingevoerd, welke gegeven wordt door $z = Z - Z_0$. De waarde z geeft dus op een willekeurig punt de hoogte aan van het grondwater boven de ondoordringbare basis. Vergelijking (7a) wordt bij een horizontale ondoordringbare basis in de nieuwe veranderlijke uitgedrukt:

$$\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (z^2)}{\partial y^2} = \frac{2\gamma}{k} \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (7b)$$

Bij grondwaterproblemen komt de invloed van den tijd steeds tot uitdrukking in een verandering van het phreatisch oppervlak. Voert men den tijd niet als veranderlijke in, maar beschouwt men uitsluitend den oogenblikkelijken stroomingstoestand, dan gaat (7b) over in: ¹⁾

$$\frac{\partial^2 (z^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (z^2)}{\partial y^2} = 0. \quad (7c)$$

De fundamenteele differentiaalvergelijking is niet voldoende voor de oplossing van een willekeurig stroomveld; de ontbrekende gegevens worden gevonden uit de *randvoorwaarden*, die voor het betrokken veld gelden en die gegeven worden door de begrenzingen van het stroomveld en het gedrag van de strooming in de nabijheid van deze grenzen. Een algemeene behandeling van de oplossingen van vergelijking (4a) en van die, welke daarmede corresponderen laat zich niet geven. Men moet in elk bijzonder geval een oplossing trachten te vinden, die aan de randvoorwaarden voldoet.

¹⁾ Literatuurlijst Nos. 6 en 12.

Men kan bewijzen, dat bij de randvoorwaarden, welke voor elk van de in dit werk behandelde gevallen gelden, slechts één oplossing van de vergelijkingen (4) t/m (7) mogelijk is.

Men ziet gemakkelijk in, dat, wanneer $\Phi_1(x, y, z)$, $\Phi_2(x, y, z)$. . . oplossingen zijn van vergel. (4a) ook de functie $n\Phi_1(x, y, z) + n\Phi_2(x, y, z) + \dots$ een oplossing van deze vergelijking moet zijn. Hiervan wordt in het navolgende herhaaldelijk gebruik gemaakt o.a. bij de oplossing volgens de spiegelmethode (§ 8). Ook de oplossingen van vergel. (5) kunnen gesuperponeerd worden; die van de vergelijkingen 7^{a-c} niet.

De algemeene differentiaalvergelijkingen gelden eveneens voor andere natuurkundige verschijnselen, zooals de electrostatische en magnetische potentiaal en de temperatuursverdeling bij een warmteveld in stationnair toestand. De voor deze verschijnselen verrichte studies kunnen dus tot op zekere hoogte op de beweging van het grondwater worden toegepast. De overeenstemming is mede van belang voor het geval men langs experimenteelen weg bepaalde stroomvelden wil bestudeeren; men is daarbij niet gebonden aan een grondwaterpakket, doch kan evengoed met de overeenkomstige natuurkundige verschijnselen experimenteeren. ¹⁾

§ 7. GRAFISCHE VOORSTELLING VAN STROOMVELDEN.

a) Wijze van voorstelling.

De grafische voorstelling vormt een instructief hulpmiddel om het inzicht in de stroomingsverschijnselen te verhoogen. De stroomvelden dienen daarbij zoodanig te worden geteekend, dat hieruit niet alleen de stroomrichting maar ook de snelheid in ieder punt kan worden afgelezen.

Bij een homogenen bodem kan men volstaan met het teekenen van de *equipotentiaalvlakken* of van de *stroombanen*; voor een niet-homogenen bodem is in het algemeen het inzicht slechts volledig, wanneer men zoowel equipotentiaalvlakken als stroombanen teekent.

Het teekenen van de equipotentiaalvlakken moet daarbij zoodanig geschieden, dat het potentiaalverschil tusschen twee opvol-

¹⁾ Voor experimenteel onderzoek van grondwaterstromingen zie literatuurlijst No. 35.

gende vlakken steeds een constante (bekende) waarde heeft. Hoe groter de stroomsterkte is, des te dichter liggen dan bij een homogenen bodem de vlakken bij elkaar. Deze werkwijze heeft het bezwaar, dat de vlakken in de nabijheid van den put zeer dicht bij elkaar liggen en op grooten afstand ver van elkaar verwijderd zijn. Om deze reden is in dit werk bij voorkeur gebruik gemaakt van de voorstelling door middel van stroombanen.

Het stroomveld wordt daarbij door stroomvlakken in *stroombuizen* verdeeld. Hierbij kan bij een homogeen grondpakket de stroomsnelheid tot uitdrukking worden gebracht, wanneer deze verdeling zoodanig wordt uitgevoerd, dat de capaciteit van alle stroombuizen even groot is, d. w. z. dat door iedere stroombuis een even groot quantum water vloeit. Hoe groter de stroomsnelheid is, des te nauwer zal dus de stroombuis zijn.

Ter toelichting is in fig. 2 een eenparig, rechtlijnig stroomveld geteekend, waarbij de stroomlijnen evenwijdig zijn met het vlak van teekening. Het stroomveld is hierbij verdeeld in vijf stroombuizen, welke begrensd worden door de vlakken AB , CD enz., loodrecht op het vlak van teekening, terwijl de equipotentiaalvlakken het vlak van teekening snijden in de lijnen EF , GH enz.

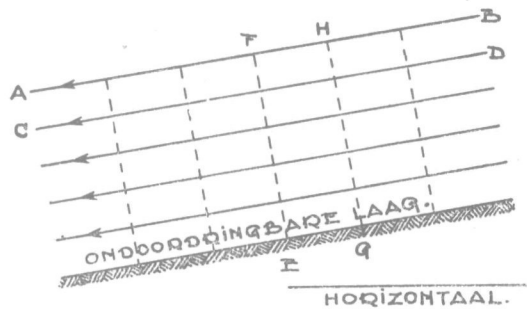


Fig. 2. Eenparig, rechtlijnig stroomveld.

In dat geval is de wijde van alle stroombuizen even groot en eveneens de onderlinge afstand der equipotentiaalvlakken.

b) Grafische superpositie van axiaal-symmetrische en tweedimensionale stroomvelden.

Wanneer een stroomveld symmetrisch is ten opzichte van een bepaalde as, vormen de stroombuizen omwentelingslichamen om die as.

In fig. 3 zij $a-a$ de symmetrie-as en het vlak van teekening een meridiaan-doorsnede; $ABCD$ zij een gedeelte van een stroombuis van een willekeurig stroomveld I, dat symmetrisch is ten opzichte van de as $a-a$; de stroomlijnen AB en CD zijn dus de snijlijnen van omwentelingsvlakken met het vlak van teekening. Evenzoo zij $EFGH$ een stroombuis van een willekeurig stroomveld II, eveneens symmetrisch ten opzichte van de as $a-a$. Beide stroombuizen hebben dezelfde capaciteit.

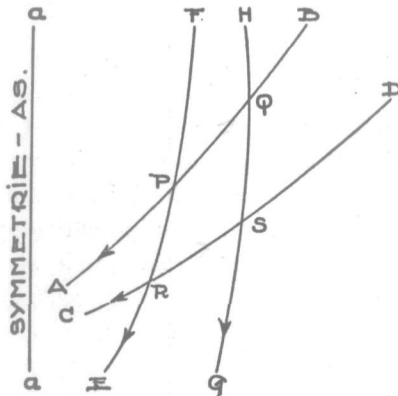


Fig. 3. Axiaal-symmetrische stroomvelden.

Men kan nu gemakkelijk bewijzen, dat de stroomvlakken van het resulteerende veld door de snijlijnen van de stroomvlakken van de afzonderlijke velden gaan. ¹⁾

Wanneer in de beide velden I en II de strooming plaats heeft in de richting van de pijltjes (fig. 3), zal een stroomvlak van het resulteerende veld door de cirkels Q en R gaan; het voorgaande stroomvlak gaat dan door den cirkel P , het volgende door den cirkel S .

Voor het geval de strooming van één der beide velden *tegengesteld* gericht is aan de in fig. 3 geteekende pijltjes, zal een der resulteerende stroomvlakken de cirkels P en S verbinden enz.

Wanneer de as zich in het oneindige bevindt, zijn alle stroomlijnen van het veld evenwijdig aan het vlak van teekening. Ook voor dat geval kan dezelfde grafische superpositie worden toegepast.

Moeten n stroomvelden worden gesuperponeerd, dan kan men eerst de velden I en II samenstellen; het aldus gevonden resulteerende

¹⁾ Literatuurlijst No. 3.

veld met veld III, enz. Aldus is het mogelijk ook langs grafischen weg een willekeurig aantal axiaal-symmetrische stroomvelden te superponeeren.

Wordt het veld niet aangeduid met stroombuizen, maar op de hierboven aangegeven wijze door middel van equipotentiaalvlakken, dan geldt voor de superpositie hiervan hetzelfde. In het vlak van teekening wordt dan weer de resulterende equipotentiaalfiguur gevonden door verbinding van de snijpunten van de equipotentiaalfiguren der afzonderlijke velden.

c) Voorbeeld van grafische superpositie.

Een puntbron met capaciteit Q zij geplaatst in een homogeen grondwaterpakket, dat zich naar alle richtingen oneindig ver uitstrekt. De stroomlijnen zijn dan rechtlijnig en komen straalsgewijze in de puntbron samen, terwijl de equipotentiaaloppervlakken boloppervlakken zijn, in ieder punt waarvan de stroomsterkte even groot is.

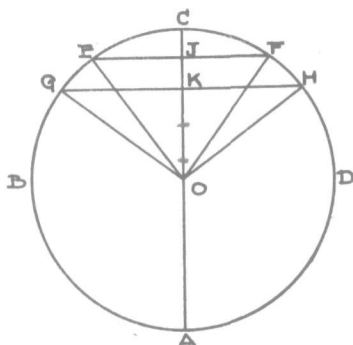


Fig. 4. Verdeeling der stroombuizen bij een puntbron.

Om te bereiken dat iedere stroombuis dezelfde capaciteit heeft, wordt het gedeelte van de as AC (fig. 4), dat binnen een bol $ABCD$ ligt, in zooveel gelijke deelen verdeeld als men stroombuizen kiest. Voor 10 stroombuizen vindt men de deelpunten J, K enz. zoodanig, dat $CJ = JK = 0,1 AC$.

De vlakken $EJF, GKH, \dots$ verdeelen dan het boloppervlak in 10 gelijke deelen $ECF, EGFH, \dots$

De scheidingsvlakken van de stroombuizen der puntbron O moeten dus worden getrokken door de cirkels $EF, GH \dots$. Aldus ontstaan de omwentelingsstroombuizen $ECFO, EFOGH$ enz., die alle een even groot gedeelte van den stroom insluiten. De capaciteit van elk der stroombuizen is dan $0,1 Q$.

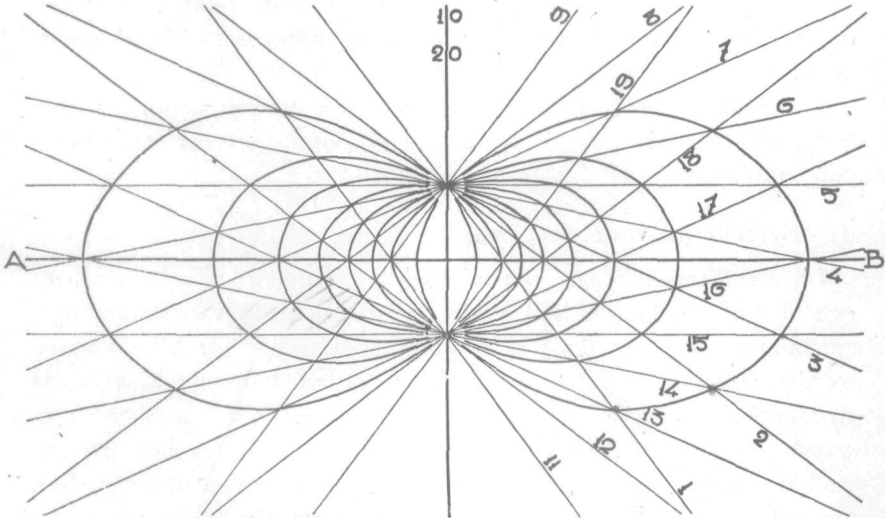


Fig. 5. Stroomveld van twee puntbronnen met tegengesteld teeken.

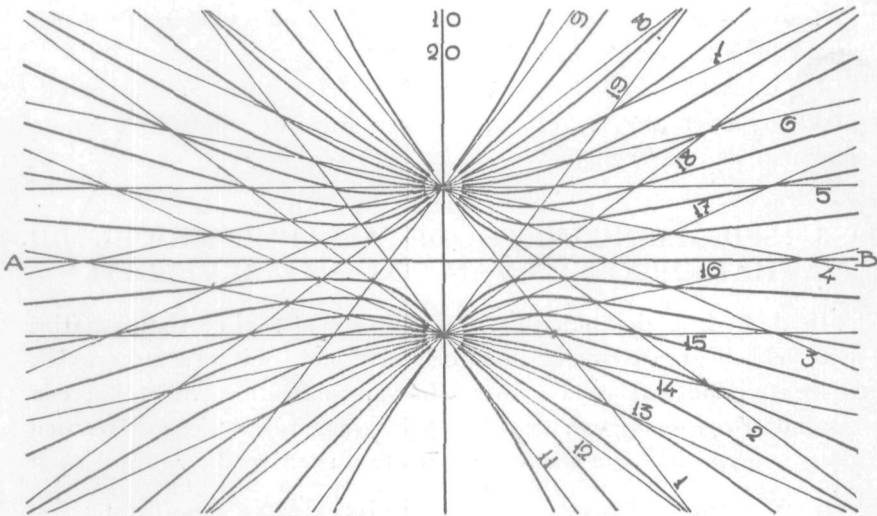


Fig. 6. Stroomveld van twee puntbronnen met hetzelfde teeken.

Op deze wijze zijn van ieder der beide puntbronnen in de fig. 5 en 6 de 10 stroombuizen geteekend, aangeduid door de cijfers 1 t/m 10 en 11 t/m 20. De gesuperponeerde (zwaar getrokken) stroomfiguren zijn in overeenstemming met het hiervoor gemelde door de snijpunten van deze beide stroomvelden getrokken.

In fig. 5 is hierbij ondersteld, dat de beide puntbronnen een tegengesteld teeken hebben (dus de eene wateronttrekkend en de ander watergevend).

Wanneer de beide puntbronnen hetzelfde teeken hebben, (beide wateronttrekkend of beide watergevend), vindt men een stroomveld volgens fig. 6.

d) Beteekenis voor de praktijk.

De beschreven wijze van uitbeelding van stroomvelden vormt een doelmatig hulpmiddel voor de bestudeering van stroomingsgevallen, welke niet door eenvoudige wiskundige formules kunnen worden uitgedrukt. In dergelijke gevallen kunnen dikwijls de stroomingsverschijnselen grafisch door probeeren worden benaderd, waarbij zoo mogelijk gebruik wordt gemaakt van bekende stroomvelden. De potentiaalverlaging in willekeurige punten wordt daarbij gevonden, wanneer de stroomfiguur door stroomvlakken en equipotentiaalvlakken in vakjes van zooveel mogelijk rechthoekige gedaante wordt verdeeld en door meting op de teekening de weerstand in ieder vakje wordt bepaald. ¹⁾

De weerstand in iedere stroombuis tusschen twee equipotentiaalvlakken moet even groot zijn; dit vormt de contrôle voor de juistheid der teekening.

§ 8. SPIEGELINGSMETHODE ALS HULPMIDDEL BIJ HET OPLOSSEN VAN POTENTIALVELDEN.

In de hydrologie komen herhaaldelijk vraagstukken voor, waarbij het veld begrensd wordt door een plat vlak, dat een stroomvlak of een equipotentiaalvlak vormt. In verschillende gevallen kan een geschikte oplossing van een dergelijk vraagstuk verkregen worden door superpositie van stroomvelden van putten, welke zijn geplaatst

¹⁾ Voor de toepassing zie hoofdstuk VII; vergelijk ook literatuurlijst No. 12, blz. 448.

in een naar alle zijden onbegrensde grondwatermassa. Deze worden daarbij zoodanig gegroepeerd, dat het bedoelde grensvlak een spiegelvlak of een symmetrievlak vormt (spiegelingsmethode). Slechts het veld aan één zijde van dit vlak heeft dan praktische beteekenis voor het vraagstuk. Dit gedeelte wordt in het navolgende het „werkelijke”, het overige het „gespiegelde” gedeelte genoemd.

Een voor de hand liggend voorbeeld van deze methode wordt verkregen voor het geval een puntbron geplaast is in een homogene grondwatermassa, welke aan de bovenzijde begrensd wordt door een geïnundeerd vlak terrein AB en die zich in horizontale richting en naar beneden zeer ver uitstrekt. De grondwatermassa wordt nu naar boven met een gespiegeld gedeelte vergroot, waarin een puntbron met tegengesteld teken wordt gedacht zoodanig, dat het vlak AB een spiegelveld vormt voor de vergrootte zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekkende grondwatermassa. Er ontstaat dan een stroomveld volgens fig. 5; het gedeelte van deze figuur beneden het vlak AB geeft het gezochte stroomveld.

Op soortgelijke wijze kan het gedeelte van fig. 6 boven het vlak AB worden opgevat als het stroomveld van een puntbron in een homogeen grondwaterpakket, dat zich in horizontale richting en naar boven zeer ver uitstrekt en dat aan de onderzijde begrensd wordt door een ondoordringbare basis AB .

De toepassingsmogelijkheid van deze methode kan als volgt worden uitgebreid.

Fig. 7. Toepassing der spiegelmethode.

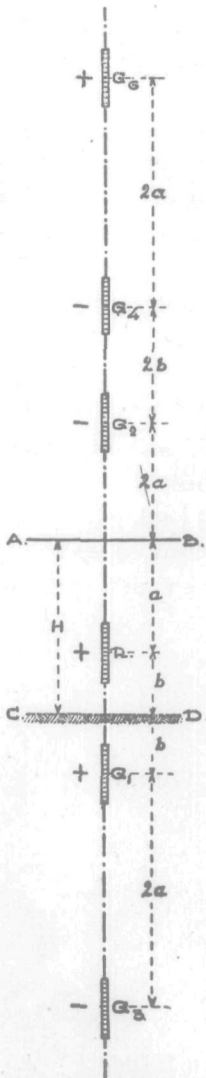


fig. 7, zullen de randvoorwaarden in de vlakken AB en CD corresponderen met die van het geval, waarbij een putfilter R geplaatst is in grondwater, begrensd door een ondoordringbare basis CD en een geïnundeerd terrein AB , omdat het vlak CD een stroomvlak is en AB een equipotentiaalvlak. Worden de putten alle van hetzelfde (positieve) teeken voorzien, dan geldt hetzelfde voor het geval, waarbij het putfilter R tusschen twee ondoordringbare lagen AB en CD is geplaatst. Hierbij is dan het gedeelte van het grondwater begrensd door de vlakken AB en CD , het „werkelijke”, de rest het gespiegelde gedeelte van de grondwatermassa. De totale potentiaalverandering wordt verkregen door superpositie van de potentiaalveranderingen, die door de bemaling van elk der filters afzonderlijk ontstaan (§ 6).

§ 9. BREKING VAN STROOMLIJNEN.

In fig. 8 zij I een homogene grondwatermassa met een doorlaatcoëfficiënt k en II een homogene grondwatermassa met een doorlaatcoëfficiënt k_1 . Stroomlijnen en dus ook equipotentiaalvlakken, die het grensvlak AB snijden, worden gebroken op soortgelijke wijze als lichtstralen bij den overgang in een ander medium.

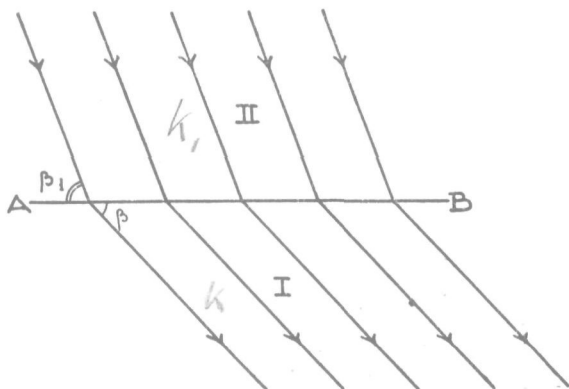


Fig. 8. Breking van stroomlijnen.

Wanneer de doorlatendheid van I grooter is dan van II (dus $k > k_1$), geschiedt de breking op de wijze, zooals in fig. 8 is aangegeven. Hierbij geldt:

$$\operatorname{tg} \beta : \operatorname{tg} \beta_1 = k_1 : k \quad ^1) \quad (8)$$

¹⁾ Literatuurlijst No. 3.

HOOFDSTUK IV.

THEORETISCHE GRONDSLAGEN VOOR DE BEREKENING VAN HET POTENTIALVELD VAN ONVOLKOMEN PUTTEN.

Inhoud:

- § 10. Aard der vraagstukken.
- § 11. Stroomveld van een enkelen put in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt.
 - a) Gedaante van het putfilter.
 - b) Invoering van ellipsoïdische coördinaten.
 - c) Oplossing van het potentiaalveld.
 - d) Vervanging van het putfilter door puntbronnen.
- § 12. Stroomveld van twee putten, geplaatst op een gemeenschappelijke, verticale symmetrie-as, in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt.
 - a) Algemeene oplossing van het potentiaalveld.
 - b) Benaderingsoplossing.
 - c) Potentiaalverlaging op de putfilters.
 - d) Vervanging door puntbronnen.
 - e) Overgang naar het cilindrische putfilter.
- § 13. Putfilters, regelmatig verdeeld langs een verticale symmetrie-as, in grondwater, dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt.
- § 14. Oplossing van de grondvergelijking (5) met Besselfuncties.

§ 10. AARD DER VRAAGSTUKKEN.

In dit hoofdstuk en het volgende worden beschouwd *onvolkomen* putten, d. z. putten, waarvan de filters niet over de volle hoogte van het grondwaterpakket reiken, zulks in tegenstelling met de z.g. *volkomen* putten.

Het is voor de behandeling der vraagstukken inzake de puttenbemaling dikwijls van voordeel, dat het stroomveld van een onvolkomen put wordt vergeleken met dat van een volkomen put. Dit is vooral van belang, wanneer de begrenzingen van het grondwater ver verwijderd zijn, omdat dan de stroomvelden van den onvolkomen en van den ter vervanging ingevoerden volkomen

put op grooten afstand vrijwel dezelfde zijn. Slechts in de omgeving van de putfilters, d. i. daar waar de stroomvelden praktisch axiaal-symmetrisch zijn, ontstaat een merkbaar verschil tusschen de beide velden, doordat de stroombanen bij den onvolkomen put in het verticale vlak gebogen zijn. Om die reden treden bij de onvolkomen putten in het bijzonder de axiaal-symmetrische vraagstukken op den voorgrond (zie ook § 19).

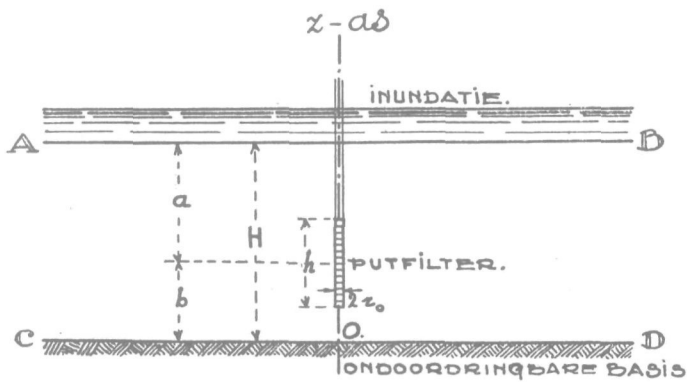


Fig. 9. Situatie van geval I.

In dit werk zullen de volgende voor de practijk belangrijke axiaal-symmetrische gevallen worden beschouwd:

Geval I (fig. 9). Het putfilter is geplaatst in een homogeen grondwaterpakket, dat aan de onderzijde begrensd wordt door een

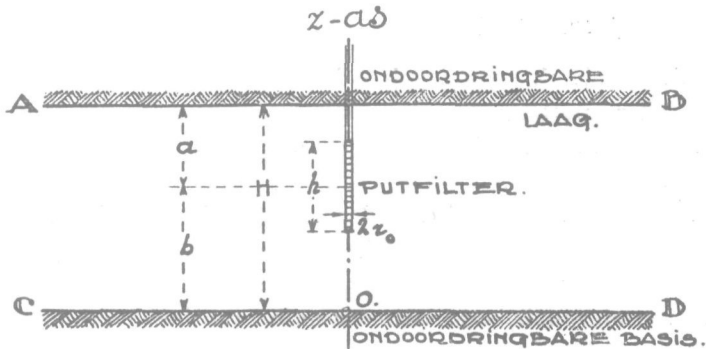


Fig. 10. Situatie van geval II.

horizontale ondoordringbare basis en aan de bovenzijde horizontaal wordt begrensd door open water (terrein geïnundeerd).

Geval II (fig. 10). Het putfilter is geplaatst in een homogeen grondwaterpakket, dat aan de onder- en bovenzijde begrensd wordt door horizontale ondoordringbare lagen.

Geval III (fig. 11). Het putfilter is geplaatst in een homogeen grondwaterpakket, dat aan de onderzijde begrensd wordt door een horizontale ondoordringbare basis en aan de bovenzijde door een moeilijk doorlatende, homogene laag van geringe dikte. Terrein geïnundeerd.

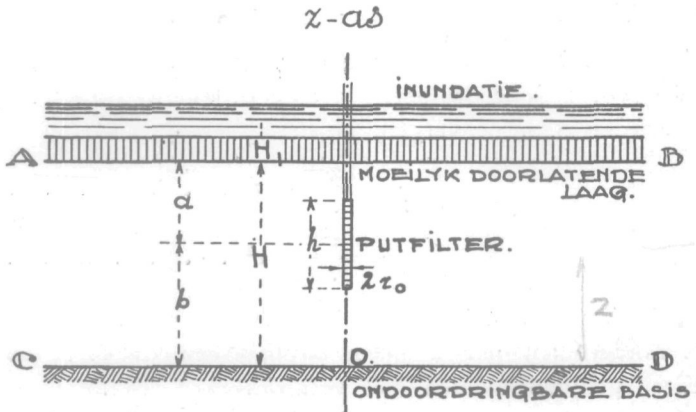


Fig. 11. Situatie van geval III.

In het navolgende zal de verticale coördinaat met z worden aangeduid, wanneer de oorsprong van het assenkruis wordt gelegd in het midden van het putfilter, terwijl de notatie z gebruikt wordt, wanneer deze oorsprong samenvalt met het snijpunt van de symmetrie-as met de ondoordringbare basis. Dus geldt (fig. 9—11) $z = z_0 + b$.

In het navolgende zal eerst het stroomveld worden behandeld van een putfilter, dat zich bevindt in een naar alle zijden oneindig ver uitgestrekte grondwatermassa. Met behulp hiervan kan aan de hand van de spiegelmethode een oplossing worden verkregen voor de gevallen I en II.

§ 11. STROOMVELD VAN EEN ENKELEN PUT IN GRONDWATER, DAT ZICH NAAR ALLE ZIJDEN ONEINDIG VER UITSTREKT.

a) Gedaante van het putfilter.

Om aanknooping met bekende oplossingen van de vergelijking van LAPLACE te verkrijgen, wordt het langgerekt-cylindrische putfilter vervangen gedacht door een filter van langgerekt ellipsoïdische gedaante. Daarna zal worden nagegaan, in hoeverre deze benadering geoorloofd is voor de gebruikelijke filtertypen.

b) Invoering van ellipsoïdische coördinaten.

Inplaats van de coördinaten ρ , z en ϑ (ϑ = de poolhoek) worden thans ingevoerd de coördinaten s , t en ϑ , waarin s en t resp. gegeven worden door de vergelijkingen:

$$\frac{\rho^2}{s^2 - 1} + \frac{z^2}{s^2} = c^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9a)$$

$$-\frac{\rho^2}{1 - t^2} + \frac{z^2}{t^2} = c^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9b)$$

Vergelijking (9a) stelt een stelsel omwentelingsellipsoïden voor met veranderlijken parameter s en (9b) een stelsel tweebladige omwentelingshyperboloïden met veranderlijken parameter t , beide beschreven op gemeenschappelijke brandpunten gelegen op de Z -as met een brandpuntsafstand $2c$ (fig. 12).

De waarden van s varieren van $+1$ tot $+\infty$. Voor het grensgeval, waarbij $s = 1$, gaat de ellipsoïde over in de verbindingslijn der brandpunten. De halve groote as (verticaal) resp. de halve kleine as van een willekeurige ellipsoïde s zijn volgens (9a) gelijk aan sc resp. $c\sqrt{s^2 - 1}$.

De waarden van t varieren van $+1$ tot -1 . Voor $t = 0$ en voor $t^2 = 1$ vindt men grensgevallen; de hyperboloïde gaat dan over in het vlak $\rho = 0$, resp. in het deel der Z -as buiten de brandpunten. Een willekeurige hyperboloïde t heeft tot assen: $t \cdot c$ (verticaal) en $\sqrt{1 - t^2} \cdot c\sqrt{1 - t^2}$ (horizontaal), terwijl de halve tophoek β van den asymptotenkegel gegeven wordt door de vergelijking $\cos \beta = t$.

De drie stelsels oppervlakken $s = \text{constante}$ (omwentelings-

ellipsoïden), $t = \text{constante}$ (omwentelingshyperboloiden) en $\vartheta = \text{constante}$ (meridiaandoorsneden), snijden elkaar onderling loodrecht.

Noem ter afkorting:

$$\left. \begin{aligned} e &= c \sqrt{\frac{s^2 - t^2}{s^2 - 1}} \\ f &= c \sqrt{\frac{s^2 - t^2}{1 - t^2}} \\ g &= c \sqrt{(s^2 - 1)(1 - t^2)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

dan vindt men voor het kwadraat van een lijnelement:

$$d\rho^2 \sin^2 \vartheta + d\rho^2 \cos^2 \vartheta + d\vartheta^2 \quad \text{in de nieuwe coördinaten:} \quad e^2 ds^2 + f^2 dt^2 + g^2 d\vartheta^2.$$

$$dx^2 + dy^2 + dz^2$$

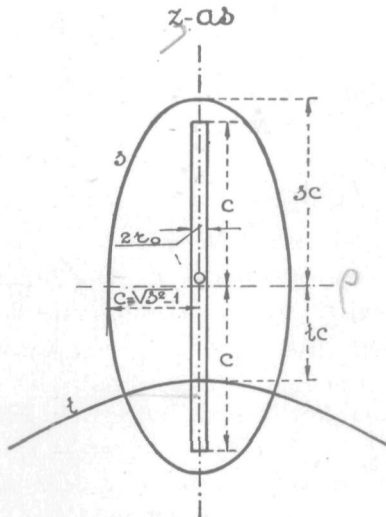


Fig. 12. Aanduiding der ellipsoidische coördinaten.

De fundamentele differentiaalvergelijking kan nu op de wijze, aangegeven in § 6, worden afgeleid, waarbij als volumelement een rechthoekig parallellepipedum kan worden gebruikt met ribben $e ds$, $f dt$ en $g d\vartheta$. Bij rotatiesymmetrie vindt men dan, wanneer de snelheid geen tangencieele componentee heeft, de met verg. (5) corresponderende, doch thans in de nieuwe coördinaten uitgedrukte potentiaalvergelijking: ¹⁾

¹⁾ Vergel. literatuurlijst No. 26, § III.

$$\frac{\partial}{\partial s} \left\{ (s^2 - 1) \frac{\partial \Phi}{\partial s} \right\} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ (1 - t^2) \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\} = 0 \quad . \quad . \quad (11)$$

= Polfuncties Men kan een oplossing van deze vergelijking opbouwen in den vorm van een reeks Legendre-functies, wanneer men als bijzondere oplossing stelt:

$$\Phi = L(s) \cdot P(t)$$

waarbij L alleen van s en P alleen van t afhankelijk is.

Na substitutie van (11) en splitsing van de veranderlijken stelt men beide leden gelijk aan $n \cdot (n + 1)$, ($n =$ geheel getal). De oplossing in algemeene gedaante wordt dan:

$$\Phi = \Sigma C \cdot L(s) \cdot P(t) + C' \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

waarin L en P Legendre-functies voorstellen; ¹⁾ expliciet geschreven worden de eerste termen van verg. (12):

$$\Phi = \frac{C_0}{2} \lg n \frac{s+1}{s-1} + C_1 t \left\{ \frac{s}{2} \lg n \frac{s+1}{s-1} - 1 \right\} + \dots \quad (13a)$$

of ter afkorting:

$$\Phi = C_0 \cdot L_0 + C_1 \cdot L_1 \cdot t + C_2 L_2 \frac{3t^2 - 1}{2} + \dots \quad (13b)$$

De L -functies worden nul voor $s = \sim$, oneindig groot voor $s = +1$ en imaginair voor $s < 1$. De P -functies daarentegen worden (met uitzondering van de eerste, welke de constante waarde één heeft) oneindig groot voor $t = \sim$, doch hebben eindige waarden voor $t < \sim$.

Doordat s in het beschouwde vraagstuk kan varieeren in het interval $+1$ tot $+\sim$ en t van $+1$ tot -1 , is voor de variabele s de L -functie en voor de variabele t de P -functie gekozen. In het oneindig verre gedeelte van het veld wordt Φ gelijk nul genomen; de constante C' in vergelijking (12) wordt dan nul. Bij wateronttrekking stelt Φ in deze vergelijking de potentiaalverlaging voor.

Men kan zich van de juistheid van de oplossing (13) door differentiatie overtuigen; het blijkt dan, dat iedere term van het tweede lid inderdaad een oplossing is van (11).

¹⁾ Literatuurlijst No. 18, blz. 79.

Literatuurlijst No. 26, § 84, 85 en 103, 104.

De L -functie wordt in den regel door Q aangeduid, hetgeen hier niet is geschied, om verwarring met de bronopbrengst Q te voorkomen.

Vergelijking (13) wordt in deze § sub c) en verder in § 15 tot uitgangspunt genomen voor de verdere bewerkingen. Deze bewerkingen berusten hierop, dat aan de constanten $C_0, C_1 \dots$ zoodanige waarden worden gegeven, dat aan de voorwaarden van het vraagstuk, met name wat betreft de bronopbrengst en de gestelde randvoorwaarden, hetzij exact, hetzij bij benadering wordt voldaan. De aldus gevolgde wijze van oplossen berust mede op hetgeen in de laatste alinea van § 9 is vermeld.

c) Oplossing van het potentiaalveld.

Wanneer het putfilter de gedaante heeft van een omwentelings-ellipsoïde $s = s_0$ met brandpuntsafstand $2c$ of van het grensgeval hiervoor, t.w. een lijnbron ter lengte $2c$, zijn de equipotentiaalvlakken omwentelingsellipsoïden $s = \text{constante}$, terwijl de hyperboloïden $t = \text{constante}$ de stroomvlakken vormen. Immers, aan de voorwaarde $\Phi = \text{constante}$ op het filteroppervlak wordt voldaan, zoo de constanten $C_1, C_2, C_3 \dots$ uit form. (13a) gelijk nul worden gesteld. ?

Voor dit geval is dus de oplossing:

$$\Phi = \frac{C_0}{2} \lg n \frac{s + 1}{s - 1}$$

De constante C_0 wordt door de bronopbrengst bepaald; men vindt deze door de normale componente van de stroomsnelheid te integreeren over het filteroppervlak of over een willekeurig oppervlak, dat dit geheel omsluit. De stroomsnelheid loodrecht op een willekeurige ellipsoïde s bedraagt: (verg. form. (10))

$$v_s = k \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial s} ds}{e ds} = k \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial s}}{e} = \frac{-k C_0}{e} \frac{1}{V(s^2 - 1)(s^2 - t^2)} \quad (14a)$$

$\frac{-k C_0}{(s^2 - t^2)e} ??$

Op grooten afstand r van den oorsprong is $s \cong \frac{r}{c}$; de snelheid wordt dus daar tennaastenbij radiaal en krijgt de grootte:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} k C_0 \frac{c}{r^2} \times 4\pi r^2 \dots \dots \dots (14b)$$

Bij integratie van (14a) over het oppervlak s of van (14b) over het boloppervlak volgt, wanneer het debiet van den put is Q :

$$C_0 = \frac{Q}{4\pi k c}.$$

$$R^2 = \rho^2 + z^2$$

Men vindt dus voor de potentiaalverlaging op een willekeurige ellipsoïde s :

$$\Phi = \frac{Q}{8 \pi k c} \lg n \frac{s+1}{s-1} \quad (15a)$$

welke formule op grooten afstand r van den oorsprong overgaat in:

$$\Phi \cong \frac{Q}{4 \pi k r} \quad (15b)$$

De snelheid v_s in een willekeurig punt (s, t) volgt uit (14):

$$v_s = \frac{Q}{4 \pi c^2} \frac{1}{\sqrt{(s^2-1)(s^2-t^2)}} \quad (16)$$

Thans zal worden nagegaan, welke waarden form. (15) geeft in punten van een cylinderoppervlak met een hoogte $h = 2c$ en een straal r_0 . Tabel III geeft dergelijke waarden voor een cylinder met straal $r_0 = \frac{1}{100}c$, (slankheid $i = 100$) tabel IV idem met een straal $r_0 = \frac{1}{10}c$ (slankheid $i = 10$). Uit deze tabellen blijkt, dat de aldus verkregen waarden, althans voor slankheden van de cylinders ≥ 10 , niet zeer sterk uiteenloopen.

TABEL III.

Waarden van $\lg n \frac{s+1}{s-1}$ in verschillende punten van een cylindermantel ter hoogte $2c$ (slankheid 100).

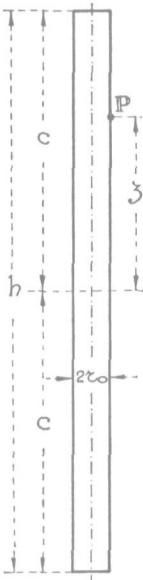


Fig. 13. Aanduiding der punten P .

Punten P op den cylindermantel met waarden $\frac{s}{c}$ ten bedrage van: (fig. 13)	s^2	$\lg n \frac{s+1}{s-1} = \Phi: \frac{Q}{8 \pi k c}$	Gemiddelde van vorige kolom
0,1	1,000101	10,60	10,06
0,3	1,000109	10,52	
0,5	1,000133	10,32	
0,7	1,000196	9,93	
0,9	1,00 0525	8,95	

1) Vergel. literatuurlijst No. 11, form. (7).

TABEL IV.

Waarden van $\lg n \frac{s+1}{s-1}$ in verschillende punten van een cylindermantel ter hoogte $2c$ (slankheid 10).

Punten P op den cylindermantel met waarden $\frac{z}{c}$ ten bedrage van: (fig. 13)	s^2	$\lg n \frac{s+1}{s-1} =$ $= \Phi : \frac{Q}{8\pi k c}$	Gemid- delde van vorige kolom
0,1	1,010100	5,99	5,49
0,3	1,010977	5,90	
0,5	1,013275	5,72	
0,7	1,019258	5,35	
0,9	1,044536	4,52	

Deze cijfers maken het aannemelijk, dat het ellipsoïdische veld een zoodanige overeenstemming vertoont met dat van een cylindrisch putfilter met een slankheid ≥ 10 , dat met behulp hiervan een goed gemiddelde voor de potentiaalverlaging op het cylindrische putfilter kan worden verkregen.

In verband met hetgeen in § 3 sub b is vermeld, wordt thans als grensgeval voor de te onderzoeken cylindrische putfilters een kleinste slankheid $i = 10$ ingevoerd.

De potentiaalverlaging op het cylindrische filter wordt als volgt gevonden.

Het ellipsoïdische putfilter s_0 met brandpuntsafstand $2c$ wordt gebruikt ter vervanging van een cylindrisch filter met hoogte h en wel zoodanig, dat $2c = h$ en dat de oppervlakte van de ellipsoïde s_0 gelijk is aan de manteloppervlakte van het cylindrische filter.

De oppervlakte van een ellipsoïde s_0 bedraagt:

$$O = \iint_S f dt \cdot g d\vartheta.$$

Substitueert men hierin voor f en g de waarden van (10) en integreert men naar t tusschen de grenzen $+1$ en -1 en naar ϑ tusschen de grenzen 0 en 2π , dan volgt:

$$O = \pi^2 c^2 s_0^2 \sqrt{s_0^2 - 1} \quad (17)$$

De cilindrische oppervlakte van een putfilter met straal r_0 en hoogte h bedraagt:

$$O_1 = 2\pi r_0 h.$$

Stelt men $O = O_1$, $2c = h$ en $\frac{h}{2r_0} = i$, dan volgt:

$$(s_0^2 - 1) = \frac{16}{\pi^2 i^2 s_0^4} \quad (18)$$

De potentiaalverlaging op het cilindrische putfilter wordt gelijk gesteld aan die op het ter vervanging ingevoerde ellipsöïdische filter s_0 .

Men vindt dan voor de potentiaalverlaging op het cilindrische putfilter met behulp van (15a) en (18):¹⁾

$$\Phi_0 = \frac{Q}{4\pi k h} \lg n \frac{(s_0 + 1)^2}{s_0^2 - 1} = \frac{Q}{4\pi k h} \lg n \frac{\pi^2 i^2 (s_0 + 1)^2 s_0^4}{16} \quad (19)$$

De waarde van s_0 verschilt steeds zeer weinig van 1. Het grootste verschil ontstaat in het grensgeval $i = 10$; men vindt dan uit (18): $s_0 = 1,0078$. Hieruit volgt, dat voor vergel. (19) bij benadering mag worden geschreven:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k h} \lg n \frac{\pi i}{2} \quad (20)$$

In de volgende tabel zijn, ter oriëntering omtrent de bereikte resultaten, voor verschillende slankheden naast elkaar gesteld de gemiddelde waarden, verkregen op de wijze volgens de laatste kolom van tabel III en de corresponderende waarden volgens form. (20).

1) Vergel. literatuurlijst No. 11, form. (9).

TABEL V.

$\frac{1}{i}$	Gemiddelde waarde van $\lg n \frac{s+1}{s-1}$ verkregen op de wijze, zooals in de laatste kolom van tabel III is vermeld.	$2 \lg n \frac{\pi i}{2}$
0,01	10,06	10,11
0,02	8,67	8,73
0,03	7,86	7,91
0,04	7,31	7,34
0,05	6,85	6,89
0,06	6,49	6,53
0,07	6,19	6,22
0,08	5,93	5,95
0,09	5,70	5,72
0,10	5,49	5,51

Duidelijk springt de overeenstemming tusschen de cijfers van de beide laatste kolommen in het oog.

Ter bevestiging van de juistheid van form. (20) is voor het grensgeval $i = 10$ het potentiaalveld bestudeerd met behulp van de grafische methode, bedoeld in § 7 sub *d*. Men vindt dan het stroomveld van fig. 14. Het veld van het cilindrische putfilter van deze teekening is door probeeren verkregen. Daarbij is uitgegaan van het met stippellijnen geteekende ellipsoidische veld en het daarbij behorende ellipsoidische putfilter. Op betrekkelijk korten afstand uit den put zijn beide velden vrijwel van dezelfde gedaante, begint men met de stroombuizen nabij het vlak *F-F*, dan ziet men gemakkelijk in, dat de buizen, behorende bij het cilindrische filter nabij den put wijder moeten zijn dan die van het ellipsoidische veld, omdat de wijde van het cilindrische filter hier kleiner is. Uit de overweging, dat het potentiaalverval in federe stroombuis bij de beide velden ongeveer gelijk moet zijn, vindt men reeds een eerste benadering voor de verdeeling van de stroombuizen over de hoogte van het filter. Het veld wordt ver-

volgens zoo lang gewijzigd, dat uit de teekening blijkt, dat tusschen twee equipotentiaalvlakken (welke loodrecht op de stroomlijnen worden geteekend) de weerstand in iedere stroombuis dezelfde is. Men kan daartoe het best beginnen met het gedeelte van het veld, dat aan het filter aansluit. Aldus wordt een veld gevonden, waarvan in fig. 14 een tiental stroombuizen zijn geteekend.

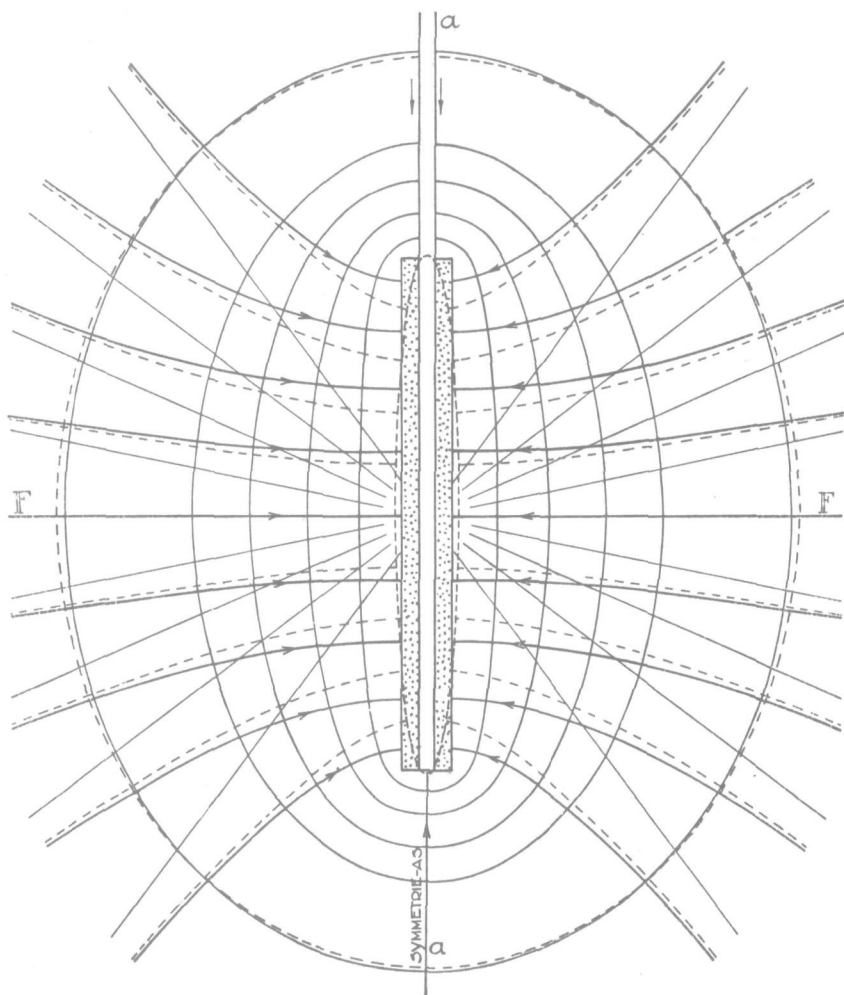


Fig. 14. ————— veld van een cylindrisch putfilter met slankheid $i = 10$.
 - - - - - ellipsoidisch veld

Uit een op voldoende groote schaal opgezette teekening blijkt dan, dat form. (20) in dit grensgeval een fout geeft van -3% .¹⁾ Tevens blijkt hieruit, dat in afzonderlijke punten in de onmiddellijke nabijheid van het cylindrische filter form. (15a) een globale benaderingsuitkomst geeft. Reeds op betrekkelijk geringen afstand van den put wordt met form. (15a) een goede benadering verkregen. (Verg. ook deze § sub d).

Men kan dus voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt bij benadering schrijven:

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi k h} \lg^n \frac{s+1}{s-1} \dots \dots \dots (21)$$

waarin s wordt gegeven door vergel. (9a), terwijl Φ , Q , k en h de gebruikelijke beteekenis hebben (zie blz. 170).

d) Vervanging van het putfilter door puntbronnen.

Hiervóór werd aangetoond (zie form. (14b) en (15b)), dat het potentiaalveld van het ellipsoïdische putfilter op grooten afstand r uit den oorsprong nadert tot dat van één *puntbron*, welke in het midden van het putfilter is geplaatst (vervanging door één puntbron).

Men kan een geleidelijk betere benadering verkrijgen, wanneer het putfilter vervangen wordt gedacht door 2, 3, 4... puntbronnen, welke langs de as van het putfilter worden verdeeld en een gezamenlijk debiet Q hebben.

Uitgaande van een symmetrische verdeeling langs de as van het putfilter, moet dan de capaciteit van elk dezer puntbronnen en hun verdeeling langs de as zoodanig worden gekozen, dat de overeenstemming met het ellipsoïdische veld zoo groot mogelijk wordt.

1) Vindt men met een benadering een te kleine waarde, dan wordt dit in het vervolg met een — fout aangeduid; een te groote waarde wordt als + fout aangegeven.

Om dit te bereiken, kan men als volgt te werk gaan. De factor

$$\frac{1}{2} \lg n \frac{s+1}{s-1}$$

uit vergel. (21) wordt ontwikkeld in een reeks:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{3s^3} + \dots$$

Hierin wordt voor s gesubstitueerd de uit vergel. (9a) volgende waarde ($r^2 = \rho^2 + z^2$):

$$s^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{c^2} + 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{r^2}{c^2} + 1 \right)^2 - \frac{z^2}{c^2}},$$

welke ontwikkeld wordt naar opklimmende machten van $\frac{c}{r}$.

Het veld der puntbronnen wordt gevonden door superpositie van de potentiaalverlagingen, die elk der puntbronnen veroorzaakt. In de uitdrukking, die dan ontstaat, worden de afstanden der puntbronnen tot het middelpunt en de verhouding van de capaciteit als onbekenden ingevoerd. De uitdrukking wordt met behulp van de binomische stelling eveneens in een reeks naar omgekeerde machten van r ontwikkeld en de onbekenden worden nu zoodanig gekozen, dat de beide reeksen voor een zoo groot mogelijk aantal termen met elkaar overeenstemmen.

Aldus blijkt, dat bij vervanging van het putfilter door twee puntbronnen, beide met een debiet $\frac{Q}{2}$, de beste overeenstemming wordt verkregen, wanneer deze op een afstand

$$\frac{c}{\sqrt{3}} = 0,577 c$$

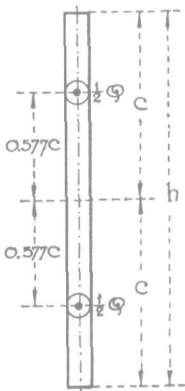


Fig. 15a. Vervanging van een putfilter door twee puntbronnen.

uit het midden van de lijnbron worden geplaatst (fig. 15a). Bij vervanging door 3 puntbronnen

wordt de beste overeenstemming verkregen, wanneer er één met capaciteit $\frac{4}{9} Q$ in het midden van het putfilter wordt geplaatst en twee met een capaciteit $\frac{5}{18} Q$ ter weerszijden, op afstanden $c \sqrt{0,6} = 0,775 c$ (fig. 15b).

Teneinde een indruk te geven van den graad van benadering, die met de vervanging door 1, 2 en 3 puntbronnen wordt verkregen, zijn in tabel VI de potentiaalverlagingen bij het ellipsoïdische veld vermeld en daarnaast die van het veld der puntbron(nen) in punten op verschillende afstanden van het putfilter gelegen. Voor deze punten zijn gekozen de snijpunten van de hoofdassen met de ellipsen $s = 5, 3, 2, 1,5$ en $1,3$.

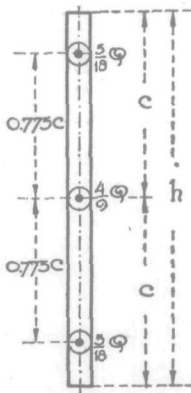


Fig. 15b. Vervanging van een putfilter door 3 puntbronnen.

Uit tabel VI blijkt, dat het ellipsoïdische veld buiten de ellips $s = 5$ reeds bij goede benadering door het veld van één puntbron, buiten de ellips $s = 2$ door twee puntbronnen en buiten de ellips $s = 1,3$ door 3 puntbronnen kan worden vervangen.

De toepassing van de spiegelmethode (zie § 8) wordt daardoor aanzienlijk vereenvoudigd; immers men kan nu voor de berekening van de potentiaalverlaging in het „werkelijke” gedeelte van het veld voor het „werkelijke” filter en de dichtstbijgelegen gespiegelde filters het ellipsoïdische potentiaalveld in rekening brengen en elk der volgende gespiegelde filters door puntbronnen vervangen. Daarmede wordt evenwel nog niet bereikt, dat de potentiaal in ieder punt van het „werkelijke” putfilter dezelfde waarde heeft.

Teneinde den invloed van deze complicatie nader te bestudeeren, wordt thans het geval van de volgende § beschouwd.

TABEL VI.

Vervanging van een lijnbron ter lengte $2c$ door puntbronnen volgens het hierboven vermelde schema.

Waarden van $\Phi: \frac{Q}{8\pi kc}$ in de punten:										
	$z=5c$ $\rho=0$	$z=0$ $\rho=c\sqrt{24}$	$z=3c$ $\rho=0$	$z=0$ $\rho=c\sqrt{8}$	$z=2c$ $\rho=0$	$z=0$ $\rho=c\sqrt{3}$	$z=1,5c$ $\rho=0$	$z=0$ $\rho=c\sqrt{1,25}$	$z=1,3c$ $\rho=0$	$z=0$ $\rho=c\sqrt{0,69}$
ellipsoïdisch veld	0,405	0,405	0,693	0,693	1,099	1,099	1,61	1,61	2,04	2,04
veld van één puntbron fout in % voor het veld van één puntbron	0,400 — 1,2	0,408 + 0,7	0,666 — 3,9	0,707 + 2,0						
veld van twee puntbronnen fout in % voor het veld van twee puntbronnen			0,692 > — 1	0,692 > — 1	1,091 > — 1	1,096 > — 1	1,56 — 3,1	1,59 — 1,2	1,91 — 6,4	1,98 — 2,9
veld van drie puntbronnen fout in % voor het veld van drie puntbronnen							1,60 > — 1	1,61 < 1 > — 1	2,01 — 1,5	2,05 < 1

§ 12. STROOMVELD VAN TWEE PUTTEN, GEPLAATST OP EEN GEMEENSCHAPPELIJKE, VERTICALE SYMMETRIEAS IN GRONDWATER, DAT ZICH NAAR ALLE ZIJDEN ONEINDIG VER UITSTREKT.

a) Algemeene oplossing van het potentiaalveld.

Het onderste putfilter (fig. 16) wordt het „werkelijke”, het bovenste het gespiegelde putfilter genoemd. Voorloopig worden de cilindrische putfilters nog vervangen gedacht door de corresponderende ellipsoïdische filters met brandpuntsafstand $2c = h$. Beide filters hebben eenzelfde debiet Q ; de onderlinge afstand hart op hart zij $2a$. De coördinaten van een punt van het veld van het „werkelijke” filter worden met s en t aangeduid, die van het gespiegelde filter met s' en t' .

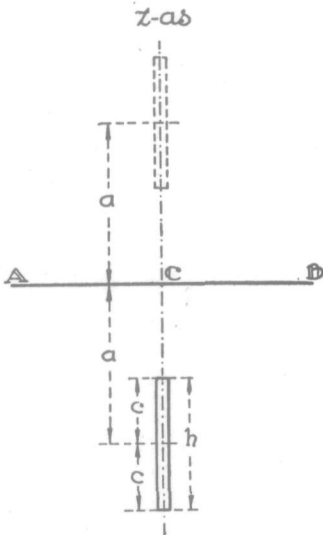


Fig. 16. Situatie van de twee putfilters volgens § 12.

Men kan nu voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt P met coördinaten s, t, s' en t' schrijven (zie vergel. (13)):

$$\Phi = C_0 L_0(s) + C_1 t L_1(s) + \dots \pm \{C_0 L_0(s') + C_1 t' L_1(s') + \dots\}. \quad (22a)$$

of ter bekorting:

$$\Phi = \varphi \pm \varphi' \dots \dots \dots (22b)$$

waarbij het $+$ teken moet worden genomen, wanneer de gespiegelde put, evenals de „werkelijke”, wateronttrekkend is en het $-$ teken wanneer de gespiegelde put als watergevend in rekening wordt gebracht (vergl. de stroomvelden van fig. 5 en 6 en § 8).

De coëfficiënt C_0 wordt weder door de bronopbrengst Q bepaald op soortgelijke wijze als in § 11 sub c is beschreven. Het blijkt, dat voor de bronopbrengst van het „werkelijke” filter alleen de eerste term van verg. (22a) een bijdrage geeft, zoodat wederom volgt:

$$C_0 = \frac{Q}{4 \pi k c}.$$

De eerste term van de uitdrukking φ , alsmede die van φ' , wordt

thans beschouwd als de hoofdterm. Wanneer de afstand van de putfilters niet zeer klein is, vormen de overige termen, waarin t en t' voorkomen, uitsluitend correctietermen, welke dienen om de potentiaal in de verschillende punten van de putfilters dezelfde waarde te geven.

De constanten $C_1, C_2 \dots$ in deze termen kunnen op de volgende wijze worden berekend. De potentiaalverlaging in een willekeurig punt van het „werkelijke” putfilter zij:

$$\Phi_0 = \varphi_0 \pm \varphi_0'.$$

De waarde van s_0 verschilt steeds zeer weinig van één; bij de in dit werk beschouwde slankheden wordt s_0 ten hoogste 1,0078 (zie § II sub c).

Voor punten op het „werkelijke” putfilter kan men dan schrijven:

$$\left. \begin{aligned} t' &\cong 1, & s' &\cong \frac{2a}{c} - t = \lambda - t \\ \text{waarin } \lambda &= \frac{2a}{c}. \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

Men vindt dus:

$$\varphi_0' \cong \left[\frac{C_0}{2} \lg n \frac{\lambda - t + 1}{\lambda - t - 1} + C_1 \left\{ \frac{1}{2} (\lambda - \overset{t}{1}) \lg n \frac{\lambda - t + 1}{\lambda - t - 1} - 1 \right\} + \dots \right] \dots (24)$$

terwijl φ_0 zonder meer uit (22a) volgt.

De constanten $C_1, C_2 \dots$ moeten nu zoodanig worden bepaald, dat de potentiaal in alle punten van het putfilter dezelfde waarde heeft. Men kan dit volgens verschillende methoden bereiken, b.v.:

1^o. Door de potentialen in verschillende punten van het putfilter te berekenen en deze aan elkaar gelijk te stellen. Uit de vergelijkingen, die op deze wijze worden verkregen, berekent men de constanten $C_1, C_2 \dots$

2^o. Door berekening van de gemiddelde potentialen over verschillende gedeelten van het putfilter. Wanneer men deze aan elkaar gelijk stelt, vindt men weer de noodige vergelijkingen voor de bepaling van de constanten.

3^o. Door toepassing van de methoden bedoeld sub 1^o. en 2^o. met deze uitbreiding, dat aan de potentialen in verschillende punten van het filter bepaalde gewichten worden toegekend.

Beperkt men zich in de reeks voor φ tot de beide eerste termen, in die voor φ' tot den eersten term alleen, dan wordt dus:

$$\Phi_0 = C_0 L_0(s_0) + C_1 t L_1(s_0) \pm \frac{C_0}{2} \lg n \frac{\lambda - t + 1}{\lambda - t - 1} \quad (25)$$

De verhouding van de constanten C_0 en C_1 kan nu op doelmatige wijze worden gevonden, wanneer aan de potentialen op het putfilter gewichten worden toegekend, groot $+ \sqrt{t^2}$ en daarna de gemiddelden hiervan over de bovenste helft van het filter gelijk gesteld worden aan die van de onderste helft.¹⁾ De vergelijking, die dan ontstaat, kan geschreven worden in den vorm:

$$\int_{-1}^{+1} dt \Phi_0 t = 0 \quad \dots \quad (26a)$$

Door deze keuze wordt bereikt, dat de eerste term $C_0 L_0(s_0)$, welke reeds een constante waarde op het putfilter heeft, geen bijdrage meer oplevert bij de berekening van $\frac{C_1}{C_0}$.

Na uitwerking volgt:

$$\frac{C_1}{C_0} = \mp \frac{3 \lambda^2}{8 L_1(s_0)} \left\{ A - \frac{4}{\lambda^2} \right\} \quad \dots \quad (26b)$$

waarin A is:

$$A = \left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) \lg n \left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) + \left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) \lg n \left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) = \frac{4}{\lambda^2} + \frac{8}{3 \lambda^4} + \dots$$

Voor groote waarden van λ volgt:

$$\frac{C_1}{C_0} \cong \mp \frac{1}{\lambda^2 L_1(s_0)} \quad \dots \quad (26c)$$

b) Benaderingsoplossing.

Uit de formules blijkt, hetgeen te verwachten was, dat de bijdrage van de correctietermen tot de potentiaalverlaging grooter wordt, naarmate de verhouding $\frac{1}{2} \lambda$ van den onderlingen afstand der putfilters hart op hart tot hun lengte ($\cong 2c$) grooter is.

Door den schrijver is voor verschillende waarden van λ de invloed van de correctietermen onderzocht. Op grond van dit

¹⁾ C. B. BIEZENO. — Proceedings 1st Int. Congres for applied mechanics, Delft, 1924, blz. 14.

TABEL VII.

Aanduiding van de punten in fig. 17	Coördinaten s en t van de beschouwde punten		Waarden van $\Phi: \frac{Q}{4\pi k c}$ volg. form. (27)	
			met het + teeken (beide putten wateronttrekkend)	met het — teeken (gespiegelde put watergevend)
	s	t		
a	1,0078	+ 1	3,28	2,22
b	"	+ 0,75	3,21	2,30
c	"	+ 0,50	3,19	2,34
d	"	+ 0,25	3,17	2,36
e	"	0	3,17	2,36
f	"	— 0,25	3,18	2,35
g	"	— 0,50	3,20	2,33
h	"	— 0,75	3,23	2,30
i	"	— 1	3,25	2,28

TABEL VIII.

Aan- duiding van de punten in fig. 17	Coördinaten s en t van de beschouwde punten		Waarden van $\Phi: \frac{Q}{4\pi k c}$ volgens			
			form. (27) met het + teeken	form. (28) met het + teeken	form. (27) met het — teeken	form. (28) met het — teeken
	s	t				
I	2	3	4	5	6	7
A	1,1	— 1	1,88	1,80	1,16	1,24
B	1,1	0	1,91	1,92	1,11	1,12
C	1,1	+ 1	2,22	2,32	0,78	0,72
D	1,2	— 1	1,52	1,47	0,88	0,93
E	1,2	0	1,59	1,59	0,81	0,81
F	1,2	+ 1	2,02	2,10	0,32	0,30

Uit dit staatje blijkt, dat de bijdrage van de correctietermen op betrekkelijk geringe afstanden van den put reeds klein zijn, zoodat in de beschouwde punten met form. (28) reeds een bevredigende

benadering verkregen wordt. Nu komt het bij de practische toepassing zelden voor, dat de waarnemingsfilters of naburige putten op zoo korten afstand van het putfilter c.q. van de omstorting worden geplaatst, als correspondeert met de ligging van de punten A t/m F . Men zal dus bij de berekening van de potentiaalverlaging in punten buiten het putfilter in de practijk steeds kunnen volstaan met de vereenvoudigde form. (28), zoolang de afstand a de aangenomen grenswaarde niet overschrijdt. Volgens deze formule, waarin de correctietermen geheel zijn weggevallen, wordt dus de potentiaalverlaging in een willekeurig punt bepaald door superpositie van de ellipsoidische potentiaalvelden van de beide putfilters.

c) Potentiaalverlaging op de putfilters.

De gemiddelde waarde van Φ op het ellipsoidische putfilter, berekend uit (25), is onafhankelijk van C_1 en wordt:

$$\Phi_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \Phi_0 dt = C_0 \left[L_0(s_0) \pm \frac{A\lambda}{4} \right] \quad . . . (29)$$

waarin A dezelfde waarde heeft als in form. (26b) en

$$C_0 = \frac{Q}{4 \pi k c}.$$

Een eerste benadering wordt gevonden in den vorm:

$$\Phi_0 = C_0 \left(L_0(s_0) \pm \frac{1}{\lambda} \right) \quad (30)$$

waarin de waarde $\pm C_0 \frac{1}{\lambda} = \pm \frac{Q}{4 \pi k} \cdot \frac{1}{2a}$ de bijdrage voorstelt, welke het door één puntbron vervangen gespiegelde putfilter geeft in het midden van het „werkelijke” filter.

De fout, welke ontstaat door deze benaderingsuitdrukking, zal weer het grootst worden voor het aanvaarde grensgeval ($\lambda = 2,6$; $s_0 = 1,0078$). Het blijkt, dat in dit geval de fout ten opzichte van de waarde volgens formule (29) bedraagt:

bij putten met hetzelfde teeken $-1,6\%$;

„ „ „ tegengesteld „ $+2,2\%$.

Deze afwijkingen spelen voor de practische toepassing slechts

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k h} \ln \frac{\pi a}{2} \pm \frac{Q}{8\pi k a}$$

een rol van ondergeschikte beteekenis; zij worden bovendien kleiner, naarmate de slankheid en de afstand tusschen de putten groter wordt. Form. (30) kan dus ook voor de practische toepassing zonder bezwaar worden gebruikt, mits met inachtneming van de grenzen van het aanvaarde grensgeval.

d) Vervanging door puntbronnen.

In aansluiting aan hetgeen in § II sub *d* is vermeld blijkt, dat thans het veld naar buiten toe nadert tot dat van één of meer puntbronnen, welke in de plaats van elk der putfilters treden. De overeenstemming wordt uiteraard des te groter, naarmate meer puntbronnen ter vervanging worden ingevoerd.

In het voorgaande is aangetoond, dat met inachtneming van het bedoelde grensgeval de potentiaalveranderingen in punten buiten de putfilters, voor zoover die practisch van belang zijn, voldoende nauwkeurig kunnen worden uitgedrukt met form. (28). Men vindt een soortgelijke benadering voor het gedeelte van het veld beneden het vlak AB (fig. 16), wanneer in form. (28) de bijdrage $C_0 L_0(s')$ van het gespiegelde putfilter wordt vervangen door die van drie puntbronnen, welke op de in § II sub *d* aangegeven wijze daarvoor in de plaats treden.

Het veld is dan echter niet meer volkomen symmetrisch ten opzichte van de bovenbegrenzing AB ; het stroomvlak door het punt C wordt nu flauw gebogen. Voor de toepassing in de practijk is dit uiteraard geen bezwaar, omdat de grensvlakken in de natuur in den regel ook afwijkingen van het platte vlak vertoonen van dezelfde orde van grootte.

Om den lezer een indruk te geven van de benadering, welke aldus wordt verkregen, zijn in tabel IX vermeld de potentiaalverlagingen in de punten A t/m. F (fig. 17), berekend op de bovenvermelde wijze, terwijl daarnaast ter vergelijking de waarden zijn vermeld van de 4^e en 6^e kolom van tabel VIII.

e) Overgang naar het cilindrische putfilter.

In deze § werden nog steeds ellipsoïdische filters beschouwd. De sub *c*) en *d*) aangegeven benaderingsoplossingen leenen zich zonder meer voor den overgang naar het cilindrische putfilter op de wijze, zooals in § II sub *c*) is aangegeven.

TABEL IX.

Aan- duiding van de punten in fig. 17	Coördinaten s en t van de beschouwde punten		Waarden van $\Phi: \frac{Q}{4\pi k c}$ volgens			
	s	t	form. (27) met het + teeken	form. (28) met het + teeken, waarbij de bij- drage $C_0 L_0(s')$ vervangen is door die van drie puntbronnen	form. (27) met het — teeken	als 5e kolom doch met het — teeken
A	1,1	— 1	1,88	1,80	1,16	1,24
B	1,1	0	1,91	1,92	1,11	1,12
C	1,1	+ 1	2,22	2,31	0,78	0,73
D	1,2	— 1	1,52	1,47	0,88	0,93
E	1,2	0	1,59	1,59	0,81	0,81
F	1,2	+ 1	2,02	2,08	0,32	0,32

Bij uitsluiting van de punten in de onmiddellijke omgeving van het putfilter wordt dan het gezochte stroomveld beneden het vlak AB voldoende benaderd door de situatie van fig. 18. De bijdrage van het cilindrische filter wordt daarbij gegeven door form. (21); een en ander met inachtneming van het ingevoerde grensgeval.

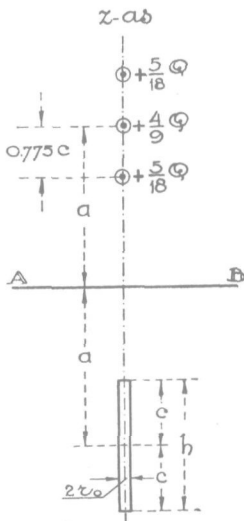


Fig. 18. Situatie voor den overgang naar het cilindrische putfilter.

Voor de berekening van de potentiaalverlaging op het cilindrische putfilter kan men (zie deze § sub c) nog een stap verder gaan en het gespiegelde filter door één puntbron vervangen. Men vindt dan met de form. (30) en (20) de potentiaalverlaging op het cilindrische putfilter: $\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k h} \left(\lg n \frac{\pi i}{2} \pm \frac{1}{\lambda} \right)$, waarin $i = \frac{h}{2r_0}$ en $\lambda = \frac{4a}{h}$.

Voor de berekening van de potentialen in punten buiten de ellipsoïden $s = 5$ en $s' = 5$ kan zoowel het „werkelijke” als het gespiegelde putfilter wederom door één puntbron vervangen worden.

In het grensgeval ($\lambda = 2,6$) wordt b.v. in het punt met coördinaten $z = 0$ en $\rho = c \sqrt{24}$ (ellips $s = 5$) door de bedoelde vervanging bij tegengesteld teeken van de putten een fout gemaakt van $+ 3,5 \%$ en bij hetzelfde teeken van $+ 0,4 \%$, beide ten opzichte van de uitkomst, welke met (28) wordt verkregen. Deze fout bedraagt in normale gevallen hoogstens eenige mm. ¹⁾

§ 13. PUTFILTERS, REGELMATIG VERDEELD LANGS EEN VERTICALE SYMMETRIEAS IN GRONDWATER, DAT ZICH NAAR ALLE ZIJDEN ONEINDIG VER UITSTREKT.

Wanneer de beschouwingen en afleidingen, welke in de vorige § voor twee putfilters zijn gegeven, uitgebreid worden tot de reeks van fig. 7 blz. 29, dan blijkt, dat ook nu weer gepaste vereenvoudigingen kunnen worden ingevoerd. De afstand tusschen de filters hart op hart wordt daarbij weder niet kleiner gekozen dan $2,6c = 1,3h$, zoodat dus als voorwaarden gelden $a \geq 0,65h$ en $b \geq 0,65h$.

Het blijkt n.l., dat de velden voor de gevallen I en II (§ 10) weder voldoende nauwkeurig kunnen worden benaderd, wanneer voor het „werkelijke” filter het ellipsoïdische potentiaalveld in rekening wordt gebracht en alle gespiegelde filters worden vervangen door drie puntbronnen op de wijze, zooals in § 11 sub *d* is aangegeven (fig. 19). Men ziet dit gemakkelijk in, wanneer men dit geval vergelijkt met dat van § 12, in het bijzonder met de benadering, welke in die § sub *d*) en *e*) is vermeld (fig. 18).

Voor het geval I geldt in het vlak AB de randvoorwaarde: $\Phi = 0$, terwijl voor geval II de randvoorwaarde in het vlak AB is: $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$. Uit hetgeen in de vorige § is vermeld volgt, dat in beide gevallen aan deze voorwaarde practisch wordt voldaan bij de situatie volgens fig. 18. Alle puntbronnen van fig. 19, voor zoover die niet in fig. 18 voorkomen, zijn zoodanig gelegen

¹⁾ De fout, die ontstaat door verwaarloozing van de beide correctie-termen uit form. (27), bedraagt in het bedoelde punt $- 2,5 \%$ bij tegengesteld teeken en $+ 1,5 \%$ bij hetzelfde teeken der putten ($i = 10$).

ten opzichte van het vlak AB , dat aan de randvoorwaarden in dit vlak zoowel bij geval I als geval II wordt voldaan. Hetzelfde geldt voor het vlak CD . Aan de randvoorwaarden, welke in de gevallen I en II gelden voor de grensvlakken AB en CD wordt dus met voldoende benadering voldaan door een groepeerings van de putten volgens fig. 19.

De derde randvoorwaarde nl. de gelijkheid van den potentiaal in alle punten van het putfilter wordt eveneens met die van fig. 18 vergeleken, waarbij de situatie met tegengesteld teken van het putfilter en van de drie puntbronnen correspondeert met geval I en die met hetzelfde teken met geval II.

De afwijkingen van deze derde randvoorwaarde worden bij de situatie van fig. 18 het grootst in het grensgeval ($\lambda = 2,6$ en $i = 10$). De potentiaalverschillen, die dan in de verschillende punten van het putfilter ontstaan, worden aangeduid met $f(z, \rho)$. Beschouwt men alle puntbronnen van fig. 19, voor zoover die niet in fig. 18 voorkomen, dan blijkt, dat bij een willekeurige situatie binnen de aanvaarde grensgevallen deze puntbronnen gezamenlijk een positieve bijdrage geven in alle punten van het „werkelijke” veld en dat de potentiaalverschillen, die al deze puntbronnen samen in de punten van het „werkelijke” putfilter opwekken, nimmer grooter kunnen zijn dan $f(z, \rho)$. Dit geldt zoowel voor geval I als II. De totale fout kan dus nooit grooter zijn dan $2f(z, \rho)$.

Hieruit volgt, dat ook aan de derde randvoorwaarde met voldoende benadering wordt voldaan, zoodat de rangschikking volgens

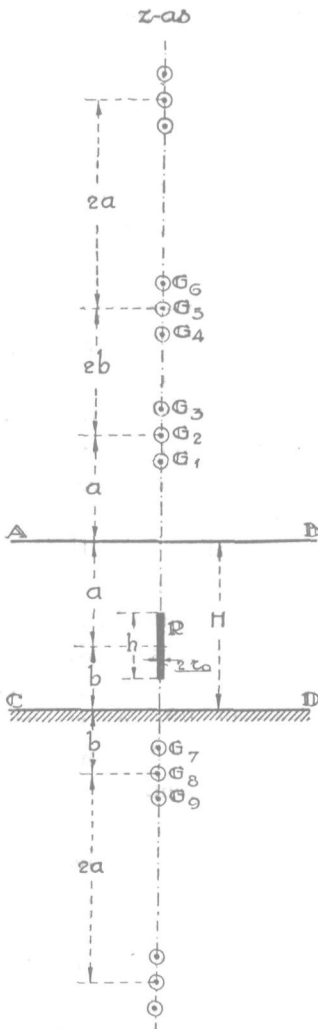


Fig. 19. Groepeerings der putten langs een verticale symmetrie-as.

fig. 19 met wisselend teeken van de putten een goed benaderden grondslag vormt voor geval I en met hetzelfde teeken van de putten evenzoo voor geval II.

Hetgeen hiervoor omtrent de foutenfunctie voor de potentialen in punten van het putfilter werd opgemerkt, geldt eveneens, wanneer elk der gespiegelde filters door één puntbron wordt vervangen.

In verband met de afleiding van de vorige § sub c kan men voor de berekening van de gemiddelde potentiaalverlaging op het „werkelijke” putfilter de bijdrage van elke groep van drie puntbronnen vervangen door die, welke één puntbron opwekt in het midden van het „werkelijke” filter.

§ 14. OPLOSSING VAN DE GRONDVERGELIJKING (5) MET BESSELFUNCTIES.

Zoekt men een bijzondere oplossing van vergel. (5) in den vorm:

$$\Phi = f_1(\rho) \cdot f_2(z),$$

waarbij f_1 alleen van ρ en f_2 alleen van z afhankelijk is, dan vindt men bij substitutie van deze uitdrukking in (5) en splitsing van de veranderlijken:

$$\frac{1}{f_1(\rho)} \frac{d^2 f_1(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho f_1(\rho)} \frac{df_1(\rho)}{d\rho} = - \frac{1}{f_2(z)} \frac{d^2 f_2(z)}{dz^2}.$$

Stel beide leden gelijk aan een constante p^2 , welke positief wordt gekozen, omdat bij een negatieve waarde van deze constante niet aan de gewenschte randvoorwaarden in de vlakken AB en CD (fig. 19) kan worden voldaan.

Men vindt dan, na splitsing, de twee differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{d^2 f_1(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df_1(\rho)}{d\rho} - p^2 f_1(\rho) = 0. \quad \left| \quad \frac{d^2 f_2(z)}{dz^2} + p^2 f_2(z) = 0. \right.$$

De vorm in ρ leidt tot bijzondere oplossingen in Besselfuncties.¹⁾ Uit de oplossingen van de beide differentiaalvergelijkingen kan de

1) Zie o.a. literatuurlijst No. 13 en No. 18, blz. 166.

volgende oplossing in algemeene gedaante worden opgebouwd:

$$\Phi = (C_0 + D_0 z) \cdot (C + \lg \rho) + \Sigma (C_p \cos p z + D_p \sin p z) K_0(p \rho) \quad (31)$$

waarin de C 's en D 's constanten zijn, p een reeks van nog nader te bepalen constanten doorloopt en K_0 een Besselfunctie voorstelt van de orde 0. ¹⁾

De oorsprong van het assenkruis is het snijpunt van de putas met de ondoordringbare basis (fig. 9—11). In het vlak $z = 0$ is $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$; hieraan kan alleen worden voldaan als alle D 's nul zijn. Form. (31) gaat dan over in:

$$\Phi = C_{00} + C_0 \lg \rho + \Sigma C_p (\cos p z) K_0(p \rho) \quad . \quad (32)$$

Bij de verdere uitwerking worden de gevallen I t/m III (§ 10) onderscheiden:

Geval I. Het vlak $z = H$ is een equipotentiaalvlak (fig. 9); kiest men de potentiaalverlaging in het oneindige en daarmede ook in het vlak $z = H$ gelijk nul, dan kan hieraan worden voldaan als in vergel. (32):

$$C_{00} = 0, \quad C_0 = 0, \quad \cos p H = 0.$$

Uit de laatste voorwaarde volgt, dat p de waarden

$$\frac{(2n+1)\pi}{2H} \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

moet doorloopen en men vindt dus voor dit geval de oplossing:

$$\Phi = \sum_0^n C_n \left\{ \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2H} \right\} \cdot K_0 \left\{ \frac{(2n+1)\pi \rho}{2H} \right\} \quad . \quad (33)$$

Geval II. Het vlak $z = H$ is de onderzijde van een ondoordringbare laag (fig. 10). In dit vlak moet dan $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$ zijn. Hieraan wordt voldaan als p de waarden $\frac{\pi n}{H}$ doorloopt ($n = 1, 2, 3 \dots$).

1) Literatuurlijst No. 18 blz. 95 en 135. Deze functie wordt daar aangeduid met $\frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(ix)$.

Voor dit geval wordt dus de oplossing:

$$\Phi = C_{00} + C_0 \lg n \rho + \sum_x \tilde{C}_n \left(\cos \frac{n \pi z}{H} \right) K_0 \left(\frac{n \pi \rho}{H} \right) . \quad (34)$$

Geval III. Het vlak $z = H$ is de onderzijde van een moeilijk doordringbare laag, welke aan de bovenzijde geïnundeerd is (fig. 11). De dikte van de moeilijk doordringbare laag zij H_1 , de doorlaatcoëfficiënt hiervan k_1 . Verder wordt ter bekorting gesteld:

$$\frac{k_1 H}{k H_1} = \alpha^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

De stroom door de moeilijk doordringbare laag zal vrijwel verticaal gericht zijn, zoodat volgt voor de verticale componenten van de snelheid in het vlak $z = H$:

$$v_z = k \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\Phi k_1}{H_1}$$

$$\text{of} \quad \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\alpha^2}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Aan deze voorwaarde kan in verg. (32) worden voldaan, als $C_{00} = 0$, $C_0 = 0$ en

$$p H \operatorname{tg} (p H) = \alpha^2. \quad (36a)$$

Noem den eersten wortel uit deze vergelijking p_0 en de volgende wortels p_n ($n = 1, 2, 3 \dots$), dan geldt voor kleine waarden van α bij benadering:

$$\left. \begin{aligned} p_0 &\cong \frac{\alpha}{H} \\ p_n &\cong \frac{1}{H} \left(n \pi + \frac{\alpha^2}{n \pi} - \dots \right) \cong \frac{n \pi}{H} \end{aligned} \right\} . \quad . \quad . \quad (37)$$

Het is zaak thans voor α een zoodanige bovenste grenswaarde in te voeren, dat de benaderingswaarden (37) nog voldoende nauwkeurige uitkomsten geven. Als zoodanig wordt thans ingevoerd $\alpha^2 \leq 0,1$. De benaderingswaarden (37) geven dan voor p_0 een fout van $+1,7\%$ en voor p_1 een fout van -1% . Voor $p_2, p_3 \dots$ wordt de fout uiteraard nog geringer. Hieruit blijkt, dat voor

26a' $\alpha^2 \leq 0,1$ de uitdrukkingen (37) bij goede benadering als wortels van (35) kunnen worden aanvaard. Bij substitutie in (32) volgt dan als oplossing voor dit geval:

$$\Phi = C_0 \left(\cos \frac{\alpha z}{H} \right) K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) + \sum_i \tilde{C}_n \left(\cos \frac{n \pi z}{H} \right) K_0 \left(\frac{n \pi \rho}{H} \right) \quad (38)$$

Voor elk der drie bedoelde gevallen I, II, en III is thans Φ uitgedrukt in een reeks, waarvan de constanten nog moeten worden bepaald. Voor groote waarden van ρ nemen de termen van de reeksen snel af, voor kleine waarden van ρ daarentegen langzaam.

HOOFDSTUK V.

HET POTENTIALVELD VOOR EENIGE BIJZONDERE GEVALLEN VAN ONVOL- KOMEN PUTTEN.

Inhoud:

- § 15. Overzicht.
- § 16. Oplossing van geval I.
 - a) Algemeene oplossing.
 - b) Vereenvoudigde oplossing voor het veld op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten.
 - c) Vereenvoudigde oplossing voor het veld binnen den cylinder $\rho = 2H$.
 - d) Potentiaalverlaging op het putfilter.
 - e) Vergelijking met bekende rekenwijzen.
- § 17. Oplossing van geval II.
 - a) Algemeen.
 - b) Vereenvoudigde oplossing voor het veld op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten.
 - c) Vereenvoudigde oplossing voor het veld binnen den cylinder $\rho = 2H$.
 - d) Potentiaalverlaging op het putfilter.
 - e) Vergelijking met bekende rekenwijzen.
- § 18. Oplossing van geval III.
 - a) Nadere beschouwing van de algemeene oplossing.
 - b) Potentiaalverlaging op een putfilter met een hoogte H .
 - c) Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een hoogte H .
 - d) Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een willekeurige hoogte.
 - e) Potentiaalverlaging op een putfilter met een willekeurige hoogte.
 - f) Grenswaarden voor $\frac{H}{H_1}$ en voor de uitgestrektheid van de moeilijk doordringbare deklaag.
 - g) Vergelijking met bekende rekenwijzen.

§ 15. OVERZICHT.

In het vorige hoofdstuk is de grondslag gelegd voor de oplossing van de gevallen I, II en III, aangeduid in § 10. Voor de oplos-

sing van de gevallen I en II kan tot uitgangspunt worden gekozen:

1° de spiegelmethode;

2° de algemeene oplossing met behulp van Besselfuncties.

Bij de sub 1° bedoelde methode kan volgens het vorige hoofdstuk met voldoende benadering worden uitgegaan van een groepeerings der putten volgens fig. 19.

Bij de sub 2° bedoelde oplossing kan voor geval I vergel. (33), en voor geval II vergel. (34) worden gebruikt. Voor een praktische oplossing doet men dikwijls beter te trachten met een veelterm van een betrekkelijk gering aantal termen van de reeks een zoo goed mogelijk benaderde oplossing te verkrijgen. De constanten C moeten dan bepaald worden door de voorwaarden (zie § 12 sub a), dat de potentiaal op het putfilter zoo goed mogelijk constant wordt en de horizontale snelheidscomponenten in punten nabij de as boven en beneden het filter tot nul naderen.

Beide methoden zijn door den schrijver nader onderzocht; op grond daarvan is de voorkeur gegeven aan de oplossingen, welke in de beide volgende §§ zijn gegeven.

Geval III kan met behulp van vergel. (38) worden opgelost. Daarnaast is door den schr. onderzocht, in hoeverre een oplossing

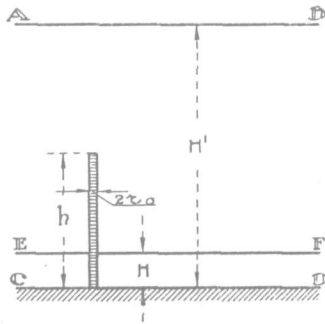


Fig. 20. Benaderingsschema voor geval III.

kan worden verkregen met behulp van de situatie volgens fig. 20, welke correspondeert met geval I. Het blijkt, dat bij bepaalde verhoudingen van h , H en H' de onderste strook $EFCD$ vrijwel voldoet aan de randvoorwaarden van geval III, althans voor het gedeelte van het veld, dat practisch van belang is; hierbij wordt

dus het vlak EF als de onderzijde van de moeilijk doordringbare laag opgevat.

De in § 18 gegeven oplossing, waarbij van vergel. (38) is uitgegaan, levert evenwel een meer rationeel resultaat op.

§ 16. OPLOSSING VAN GEVAL I.

a) Algemeene oplossing.

Het geval I, aangeduid in fig. 21, is in § 10 omschreven.

Ter inleiding wordt thans beschouwd het geval, waarbij puntbronnen alle met een capaciteit Q regelmatig verdeeld zijn langs

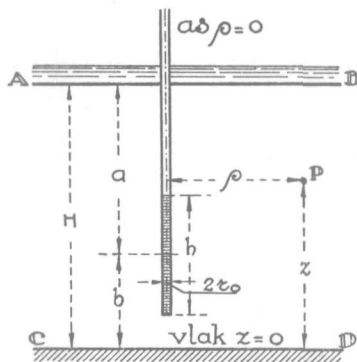


Fig. 21. Aanduiding van geval I.

een verticale symmetrie-as, zooals in fig. 22 is aangegeven. Het „werkelijke” gedeelte van dit veld, begrensd door de vlakken AB en CD , correspondeert dan met het geval I, met dien verstande, dat zich in de plaats van een cylindrisch filter een puntbron bevindt.

De algemeene oplossing wordt (zie § 14):

$$\Phi = \sum C_p \cdot \cos(pz) \cdot K_0(p\rho) \quad (39a)$$

waarin

$$p = \frac{(2n+1)\pi}{2H} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Deze formule kan voor punten van de omwentelingsas niet toegepast worden, omdat voor $\rho = 0$ de K_0 -functie oneindig groot wordt.

Om de constanten C zoodanig te bepalen, dat vergel. (39a) in

het overige deel van het veld de gezochte waarde geeft, dient de volgende beschouwing.

De afstand van de „werkelijke” puntbron tot het vlak $z=0$ ¹⁾

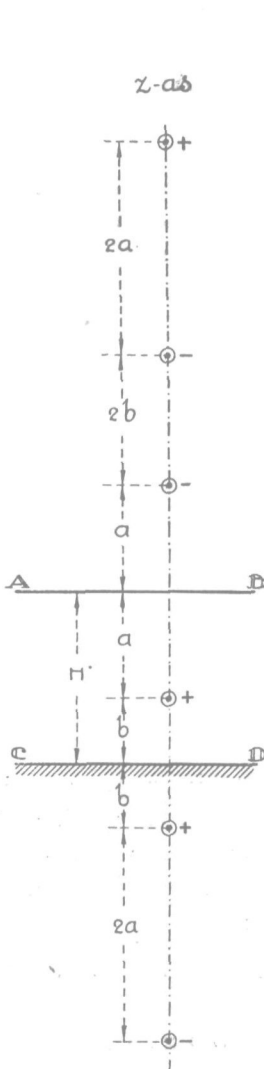


Fig. 22. Puntbronnen regelmatig verdeeld langs de Z-as.

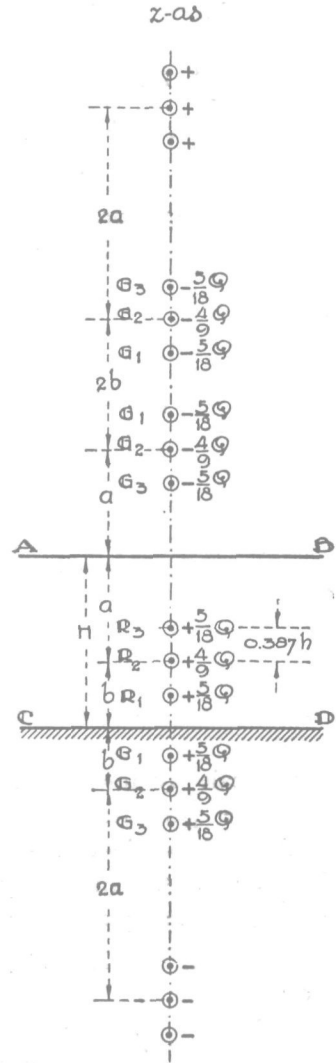


Fig. 23. Stelsel puntbronnen regelmatig verdeeld langs de Z-as.

1) Voor de notatie z en z zie § 10.

zij b . Voor kleine waarden van ρ mag men voor de K_0 -functie schrijven:

$$K_0(p\rho) \cong -\lg n p \rho + 0,1159.$$

Uit formule (39a) volgt dan voor de hoeveelheid water, die door een cylinderoppervlak met een kleinen straal ρ en met de eenheid van hoogte, stroomt:

$$q = -2\pi\rho v_p = -2\pi\rho k \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} \cong 2\pi k \Sigma C_p \cos(pz).$$

De coëfficiënten C_p kunnen bepaald worden analoog aan de methode, welke uit de reeks van FOURIER bekend is. Zoo vindt men voor een bepaalden coëfficiënt C_p :

$$\int_0^H q \cdot \cos(p'z) \cdot dz \cong 2\pi k \int_0^H \cos p'z \cdot \Sigma C_p \cos(pz) \cdot dz = \pi k H C_p.$$

Wanneer ρ tot nul nadert, kan men schrijven:

$$\int_0^H q \cos(p'z) dz = Q \cos p'b$$

zoodat:

$$Q \cos p'b = \pi k H C_p$$

of:

$$C_p = \frac{Q}{\pi k H} \cos p'b.$$

Uit vergel. (39a) volgt dan de oplossing van het geval volgens fig. 22: ¹⁾

$$\Phi = \frac{Q}{\pi k H} \Sigma (\cos p'b) (\cos pz) \cdot K_0(p\rho) \quad . \quad (39b)$$

Thans wordt overgegaan tot de behandeling van het cylindrische filter. In § 13 werd aangetoond, dat het geval I met voldoende nauwkeurigheid wordt benaderd door een rangschikking van putten, aangegeven in fig. 19.

Voorloopig wordt in deze figuur het „werkelijke” putfilter vervangen door drie puntbronnen R_1 , R_2 en R_3 , welke (zie fig. 15b)

¹⁾ Vergelijk ook Literatuurlijst No. 33, deel II, blz. 336—339.

een capaciteit hebben van resp. $\frac{5}{18} Q$, $\frac{4}{9} Q$ en $\frac{5}{18} Q$. De situatie, die nu ontstaat, is aangegeven in fig. 23. Noemt men den afstand van het vlak CD tot het midden van het cilindrische putfilter b en de hoogte van dit filter h , dan bedraagt de afstand van de drie puntbronnen R_1, R_2 en R_3 tot het vlak CD resp.: (zie fig. 15b): $(b - 0,387 h)$, b en $(b + 0,387 h)$.

Fig. 23 omvat drie stelsels puntbronnen R met bijbehorende gespiegelde puntbronnen G , welke zoodanig gegroepeerd zijn, dat elk stelsel correspondeert met de situatie van fig. 22. Voor elk van deze stelsels kan form. (39b) worden toegepast, zoodat de oplossing voor het veld volgens fig. 23 luidt:

$$\Phi = \frac{Q}{\pi k H} \Sigma \left[\left\{ \frac{5}{18} \cos p (b - 0,387 h) + \frac{4}{9} \cos p b + \frac{5}{18} \cos p (b + 0,387 h) \right\} \cos p x \cdot K_0(p \rho) \right] \quad (40)$$

waarin de uitdrukking tusschen $\{\}$ nog kan worden vereenvoudigd tot:

$$\frac{1}{9} \cos p b \cdot (5 \cos 0,387 p h + 4)$$

Nu worden in fig. 23 de drie puntbronnen R_1, R_2 en R_3 vervangen door het cilindrische putfilter, waardoor de situatie van fig. 19 ontstaat. Door het vervallen van de puntbronnen R_1, R_2 en R_3 in fig. 23 wordt de potentiaalverlaging in een willekeurig punt van het veld vermeerderd met:

$$- \frac{Q}{4 \pi k} \left(\frac{5}{18 r_1} + \frac{4}{9 r_2} + \frac{5}{18 r_3} \right) \quad (41)$$

waarin r_1, r_2 en r_3 voorstellen de afstanden van het beschouwde punt tot de drie puntbronnen.

Door toevoeging van het cilindrische putfilter met een capaciteit Q wordt de potentiaalverlaging vermeerderd met: (zie form. 21)

$$+ \frac{Q}{4 \pi k h} \lg n \frac{s+1}{s-1} \quad (42)$$

waarin s gegeven wordt door: (zie form. (9a))

$$\frac{\rho^2}{s^2-1} + \frac{3^2}{s^2} = \frac{1}{4} h^2 \quad (42a)$$

De punten van het cilindrische filter zelf en die in de onmiddellijke omgeving daarvan worden daarbij voorloopig uitgesloten.

De formeele oplossing van het potentiaalveld van geval I wordt gevonden door sommeering van de uitdrukkingen (40), (41) en (42).

Voor groote waarden van ρ convergeert de reeks van form. (40) zóó snel, dat buiten een zeker rayon de eerste term alleen reeds een nauwkeurige benadering geeft. Uit het navolgende blijkt, dat dan nog meer vereenvoudigingen kunnen worden aangebracht. De gegeven oplossing leent zich dan ook voor groote waarden van ρ goed voor de practische toepassing.

Voor kleine waarden van ρ daarentegen is deze oplossing weinig geschikt, omdat de K_0 -functie dan te langzaam afneemt.

Een voor de practijk geschikte oplossing kan nu worden verkregen door sommeering van de bijdragen van elk der in fig. 19 geteekende putten, omdat de bijdragen van de ver verwijderde putten gemakkelijk tot een gesloten uitdrukking kunnen worden vereenigd.

Bij de oplossing van dit geval wordt daarom een splitsing ingevoerd van het potentiaalveld in een gedeelte, dat op grooten afstand en een gedeelte, dat in de nabijheid van den put is gelegen. Als grensvlak tusschen de beide deelen wordt ingevoerd de cylinder-mantel $\rho = 2H$; volgens de ervaring van den schrijver voert deze verdeling tot een bevredigende oplossing voor beide deelen van het veld.

b) Vereenvoudigde oplossing voor het veld op den cylinder-mantel $\rho = 2H$ en daarbuiten.

Het snelle afnemen van de K_0 -functie uit form. (39b) en (40) blijkt uit het volgende staatje, waarin voor $\rho = 2H$ eenige opvolgende waarden van $K_0(\rho)$ zijn gegeven:

$n =$	0	1	2
$\rho = (2n + 1)\pi =$	3,14	9,42	15,7
$K_0(\rho) =$	0,0296	0,000033	0,000 000 048

De som van de reeks van form. (39b) en (40) wordt dan ook voor $\rho \geq 2H$ met voldoende benadering door den eersten term alleen gegeven. (Fout in het ongunstigste grensgeval ruim 1%).

In de som van (40), (41) en (42) vormen (41) en (42) samen een correctie, welke in het thans beschouwde gedeelte van het veld

van ondergeschikte beteekenis is (vergel. tabel VI, vervanging van een ellipsoidisch veld door dat van 3 puntbronnen). De bijdrage van dezen correctieterm wordt uiteraard het grootst, wanneer h zoo groot mogelijk is, d. i. wanneer $a = b = 0,65 h$ (vergel. de in § 13 bedoelde grenswaarden). In dat geval bedraagt de som van (41) en (42) voor het punt $\rho = 2H$, $z = 1/2 H$ circa -1% van den eersten term van (40).

De som van (40), (41) en (42) kan dus met voldoende benadering gevonden worden met den eersten term van (40) alleen, zoodat men vindt voor de potentiaalverlaging in punten op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten:

$$\Phi = \frac{Q}{\pi k H} \frac{1}{9} \left[\cos \frac{\pi b}{2H} \cdot (5 \cos 0,387 \frac{\pi h}{2H} + 4) \right] \cos \frac{\pi z}{2H} K_0 \left(\frac{\pi \rho}{2H} \right) \quad (43a)$$

Deze potentiaalverlaging wordt in de practijk steeds klein. Men zal dan ook in den regel een voldoende benadering verkrijgen, wanneer men voor (43a) schrijft:

$$\Phi = \frac{Q}{\pi k H} \cdot \cos \frac{\pi b}{2H} \cdot \cos \frac{\pi z}{2H} \cdot K_0 \left(\frac{\pi \rho}{2H} \right) \quad (43b)$$

Deze formule correspondeert met den eersten term van (39b) en stelt de potentiaalverlaging voor, wanneer het werkelijke filter en elk der gespiegelde filters door één puntbron worden vervangen. Het verschil tusschen (43a) en (43b) wordt het grootst voor het grensgeval, waarbij $a = b = 0,65 h$ (fig. 21). De fout van form. (43b) ten opzichte van de uitkomst van (43a) bedraagt dan $+6,3\%$.

In de formules (43a) en (43b) is:

- b = de afstand van het midden van het putfilter tot de ondoordringbare basis;
- z = de verticale coördinaat van een willekeurig punt boven de ondoordringbare basis;
- ρ = de horizontale coördinaat van het beschouwde punt tot de putas;
- K_0 = een Besselfunctie van de orde nul. Een tabel hiervoor vindt men o.a. vermeld in JAHNKE-EMDE (zie noot op blz. 58). Overigens zijn in deze form. de bekende notaties gebezigd (vergl. blz. 171).

De bruikbaarheid van deze formule is alleen onderzocht voor de in dit werk beschouwde slanke putfilters ($i \geq 10$). Voorts is de formule afgeleid onder beding (§ 13), dat de afstand van de centra der gespiegelde filters onderling en tot het midden van het „werkelijke” filter niet kleiner mag zijn dan $2,6 \times$ de halve filterhoogte (correspondeerende met de waarde $\lambda = 2,6$). Dit geeft als voorwaarden (fig. 21): $a \geq 0,65 h$, $b \geq 0,65 h$. Form. (43b) kan echter ook worden toegepast, wanneer het putfilter tot de ondoordringbare basis reikt, mits dan $b = 0$ wordt gesteld.

Men ziet dit gemakkelijk in, wanneer het werkelijke putfilter met een hoogte h naar beneden met een even groot gespiegeld gedeelte wordt verlengd en met het aldus vergroote filter met een hoogte $2h$ de spiegelmethode wordt toegepast (verg. fig. 25). De centra der putfilters hebben dan een onderlingen afstand $2H$; het beding hierboven bedoeld geeft dan de voorwaarde $2,6 h \leq 2H$ of $1,3 h \leq H$. Als voorwaarde voor de slankheid van het vergroote filter geldt weer $i = \frac{2h}{2r_0} \geq 10$, zoodat voor de slankheid van het werkelijke filter volgt $i = \frac{h}{2r_0} \geq 5$.

Bij de voorgaande afleiding is als grens voor de geldigheid van form. (43a-b) genomen de cylindermantel $2H$. Buiten dit rayon kan deze formule met inachtneming der gestelde grenzen worden toegepast voor een willekeurige lengte en diepteligging van het filter.

Bij de toepassing in de practijk heeft men dikwijls te maken met putfilters, die tot aan of tot dichtbij de ondoordringbare basis reiken, terwijl de punten, waar men potentiaalverlagingen wenscht te toetsen (d. z. de punten waar de peilfilters zijn aangebracht) in den regel op een diepte zijn gelegen gelijk aan het midden van het filter.

De waarden van b en g zijn dan beide kleiner dan $\frac{1}{2}H$. Uit nadere uitwerkingen blijkt, dat form. (43b) in deze gevallen nog met goede benadering kan worden toegepast voor $\rho \geq H$. Als voorwaarden gelden weer:

a) wanneer het putfilter niet tot de ondoordringbare basis reikt:

$$i \geq 10, a \geq 0,65 h, b \geq 0,65 h;$$

b) wanneer het putfilter wel tot de ondoordringbare basis reikt:

$$i \geq 5, 1,3 h \leq H.$$

c) Vereenvoudigde oplossing voor het veld binnen den cylinder $\rho = 2H$.

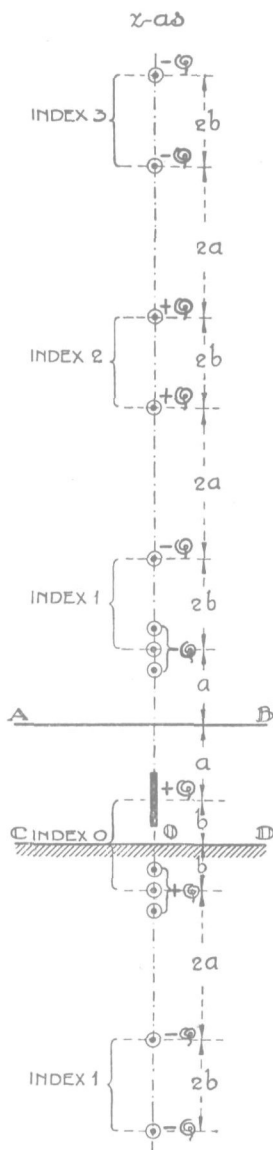


Fig. 24. Schema voor spiegeling van het putfilter.

Hierbij wordt weder tot uitgangspunt genomen de situatie van fig. 19, blz. 56. Thans worden de bijdragen van den „werklijken” put en van alle gespiegelde putten uitgerekend en gesommeerd.

De bijdrage van het „werkelijke” putfilter is bij uitsluiting van punten in de onmiddellijke omgeving hiervan:

$$+ \frac{Q}{4\pi kh} \lg n \frac{s+1}{s-1} \quad . \quad . \quad (44)$$

waarin de waarde van s wordt gegeven door form. (42a).

De bijdrage van een willekeurige gespiegelde puntbron met capaciteit q is:

$$\pm \frac{q}{4\pi k r_n} \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

waarin r_n de afstand voorstelt van het beschouwde punt tot deze puntbron.

Uit nadere berekeningen blijkt, dat elke groep van drie gespiegelde puntbronnen door één puntbron kan worden vervangen, met uitzondering van de eerste naar boven en naar beneden gespiegelde puttengroepen, welke in fig. 19 zijn aangeduid met G_1 , G_2 , G_3 en G_7 , G_8 , G_9 . Er ontstaat dan de situatie van fig. 24, welke maatgevend is voor de thans ontwikkelde berekening.

Worden de puntbronnengroepsgewijze van indices voorzien op de wijze, zooals fig. 24 aangeeft, dan kan de bijdrage van een willekeurige groep met index n (voor $n > 1$) tot de potentiaalverlaging in een punt van het „werkelijke” veld met

coördinaten ρ en z worden uitgedrukt door

$$(-1)^n \frac{Q}{4\pi k} G_n$$

waarin:

$$G_n = \left[\frac{1}{V_{\rho^2 + (2nH - b - z)^2}} + \frac{1}{V_{\rho^2 + (2nH + b - z)^2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{V_{\rho^2 + (2nH - b + z)^2}} + \frac{1}{V_{\rho^2 + (2nH + b + z)^2}} \right] \quad (46)$$

Hierbij wordt de oorsprong van het coördinatenstelsel weer gelegd in het snijpunt O van de symmetrie-as, met de ondoordringbare basis CD .

Voor groote waarden van n zijn b en z klein ten opzichte van $2nH$, Hetzelfde geldt voor ρ , omdat deze in het thans beschouwde geval steeds $< 2H$. Voor groote waarden van n geldt dan bij benadering:

$$G_n \approx \frac{2}{H} \cdot \frac{1}{n}.$$

De bijdrage van de $(m+1)^e$ en van alle volgende puttengroepen samen kunnen dus worden vereenigd in een restterm:

$$R = \frac{Q}{2\pi k H} \sum_{m+1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = \frac{Q}{2\pi k H} \left[-\lg n 2 - \sum_{n=1}^m \frac{(-1)^n}{n} \right] \quad (47)$$

Om een voor de practijk bruikbare benadering te verkrijgen, behoeft men niet een groot aantal termen van de reeks afzonderlijk uit te rekenen. Op den cylindermantel $\rho = 2H$ wordt reeds een voldoende benadering gevonden, wanneer men $m = 6$ stelt; op den cylindermantel $\rho = H$ kan men reeds met $m = 3$ volstaan.

Volgens deze werkwijze wordt een voor de practijk bruikbare oplossing verkregen. Deze oplossing komt hierop neer, dat uitgegaan wordt van het schema van fig. 24; de bijdragen van het „werkelijke” filter en van eenige nabijgelegen (gespiegelde) puntbronnen worden gesommeerd en de overige, verder verwijderde putten in een rest-term samengevat. Het veld van het cilindrische filter wordt als ellipsoïsch, dat van de puntbronnen als radiaal ingevoerd. Deze oplossing is wederom alleen geldig voor de in dit werk beschouwde

slanke putfilters ($i \geq 10$) en voorts voor $a \geq 0,65 h$ en $b \geq 0,65 h$ (fig. 24) (zie § 13).



Fig. 25. Schema voor spiegeling van het putfilter.

Voor het geval het putfilter aan de onderzijde reikt tot de ondoordringbare basis, kan met een geringe wijziging dezelfde werkwijze worden toegepast. Men gaat dan uit van het schema volgens fig. 25.

Het „werkelijke” putfilter met een capaciteit Q wordt naar de onderzijde verlengd met een „gespiegeld” gedeelte van dezelfde lengte. Het aldus verlengde filter met een capaciteit $2Q$ wordt naar boven en naar beneden gespiegeld ten opzichte van het vlak AB en de gespiegelde putfilters worden daarna weder door puntbronnen vervangen op de wijze, zooals in fig. 25 is aangegeven.

Voor de berekening van de potentiaalverlaging in een willekeurig punt worden de potentiaalverlagingen, die de putten afzonderlijk in dat punt zouden teweeg brengen, weder gesommeerd.

Het verlengde cilindrische filter ter lengte $2h$ geeft in deze som de bijdrage (44), waarin thans s gegeven wordt door:

$$\frac{\rho^2}{s^2 - 1} + \frac{z^2}{s^2} = h^2 \quad (47a)$$

De bijdragen van elk der gespiegelde puntbronnen worden met form. (45) berekend. Men becijfert weer de bijdragen van een aantal naar boven en naar beneden gespiegelde puntbronnen tot en met een index m (fig. 25) en vereenigt de bijdragen van de overige putten in een restterm R van den vorm:

$$R = \frac{-Q}{2\pi k H} \left(\lg n \cdot 2 + \sum_{i=1}^m \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

Voor de keuze van m geldt weer hetzelfde als hetgeen hieromtrent reeds werd vermeld.

In het voorgaande werden de eerste naar boven en naar beneden gespiegelde putten door drie puntbronnen, de overige door één puntbron vervangen. Daardoor kon voor alle gevallen binnen de in beschouwing genomen grenswaarden een bevredigende oplossing worden verkregen.

Bij de praktische toepassing gaat het er in den regel om, de potentiaalverlaging te berekenen in punten, welke op dezelfde diepte zijn gelegen als het midden van het putfilter. Voor die gevallen is het steeds voldoende, dat alle gespiegelde putfilters door één puntbron worden vervangen; men vindt dan voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt van het vlak $z = b$:

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{1}{h} \lg n \frac{s+1}{s-1} + \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (b+z)^2}} + \sum_{n=1}^m (-1)^n G_n - \frac{2}{H} \left(\lg n 2 + \sum_{n=1}^m \frac{(-1)^n}{n} \right) \right] \quad (48)$$

Hierin stelt de eerste term voor de bijdrage van het „werkelijke” putfilter, de tweede die van het eerste naar beneden gespiegelde filter, dat door één puntbron is vervangen; s wordt gegeven door form. (42a) en G_n door form. (46), terwijl overigens de bekende notaties zijn gebruikt (zie blz. 171).

Voor punten binnen den cylinder $\rho = H$ kan men volstaan met $m = 3$; de uitdrukking tusschen () wordt dan:

$$\lg n 2 + \sum_{n=1}^3 \frac{(-1)^n}{n} = -0,1402.$$

Voor punten tusschen de cylindermantels $\rho = H$ en $\rho = 2H$ wordt een voldoende benadering verkregen met $m = 6$; de uitdrukking tusschen () wordt dan:

$$\lg n 2 + \sum_{n=1}^6 \frac{(-1)^n}{n} = 0,0765.$$

Als voorwaarde voor form. (48) geldt weer (fig. 24): $i \geq 10$, $a \geq 0,65 h$ en $b \geq 0,65 h$.

De formule kan ook worden toegepast voor punten buiten het

vlak $z = b$, mits deze punten op een afstand van minstens $1^{1/2} h$ zijn gelegen van de centra der gespiegelde putfilters, omdat deze punten gelegen zijn buiten de ellips $s' = 3$ van elk der gespiegelde putfilters (verg. § 12, *d* en tabel VI).

Voor het geval het putfilter aan de onderzijde reikt tot de ondoordringbare basis, vindt men voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt van het vlak $z = b$ de met (48) corresponderende formule:

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{1}{h} \lg n \frac{s+1}{s-1} + \sum_{i=1}^m (-1)^i F_i - \frac{2}{H} \left(\lg n 2 + \sum_{i=1}^m \frac{(-1)^i}{n} \right) \right] \quad (49)$$

waarin s wordt gegeven door form. (47a), de vorm tusschen () geheel correspondeert met die van (48) en waarin:

$$F_i = \left[\frac{2}{V_{\rho^2 + (2nH - z)^2}} + \frac{2}{V_{\rho^2 + (2nH + z)^2}} \right]. \quad (49a)$$

Hierbij moeten de voorwaarden (fig. 25): $1.3 h \leq H$ en $i \geq 5$ vervuld zijn (zie deze § sub *b*).

Omtrent de keuze van m en de grens der toepassingsmogelijkheid geldt overigens hetzelfde als voor form. (48).

d) Potentiaalverlaging op het putfilter.

Voor de berekening hiervan wordt tot uitgangspunt genomen de situatie van fig. 19 met dit verschil, dat nu alle gespiegelde putten door één puntbron worden vervangen. In § 13 werd aangetoond, dat een betrouwbare waarde voor de gemiddelde potentiaalverlaging in het putfilter wordt verkregen, wanneer als bijdrage van alle gespiegelde puntbronnen in rekening wordt gebracht de potentiaalverlaging, die deze bronnen in het midden van het „werkelijke” filter geven. De bijdrage van het „werkelijke” putfilter zelf wordt gegeven door form. (20).

Wanneer aan de gespiegelde puntbronnen groepsgewijze weer de indices worden toegekend van fig. 24 en $\frac{b}{H} = \zeta$ wordt gesteld, kan de bijdrage van deze putten samen worden geschreven in den vorm:

$$\frac{Q}{4\pi k H} \left[\frac{1}{2\zeta} + \sum_1 \tilde{(-1)^n P_n} \right]. \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

waarin:

$$P_n = \frac{1}{2(n-\zeta)} + \frac{2}{2n} + \frac{1}{2(n+\zeta)} \quad . \quad . \quad . \quad (50a)$$

of:

$$P_n = \left\{ \frac{1}{2(n-\zeta)} - \frac{1}{2(n+\zeta)} \right\} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+\zeta}.$$

Nu is: ¹⁾

$$\begin{aligned} \sum_1 \tilde{(-1)^n} \left\{ \frac{1}{2(n-\zeta)} - \frac{1}{2(n+\zeta)} \right\} &= + \frac{1}{2\zeta} - \frac{\pi}{2 \sin \pi \zeta} \\ \sum_1 \tilde{(-1)^n} \frac{1}{n} &= - \lg n \cdot 2. \\ \sum_1 \tilde{(-1)^n} \frac{1}{n+\zeta} &= \sum_0 \tilde{(-1)^n} \frac{1}{n+\zeta} - \frac{1}{\zeta} = \\ &= \frac{1}{\zeta} \sum_0 \tilde{(-1)^n} \frac{1}{\frac{n}{\zeta} + 1} - \frac{1}{\zeta} = \\ &= \frac{1}{\zeta} \int_0^1 \frac{dt}{1+t^{1/\zeta}} - \frac{1}{\zeta} \quad 2) \end{aligned}$$

Men vindt dus voor de gemiddelde potentiaalverlaging op het putfilter door sommeering van de bijdragen van alle putten:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \frac{\pi i}{2} + \frac{1}{H} F(\zeta) \right] \quad . \quad . \quad (51)$$

De eerste term van deze formule correspondeert met form. (20), terwijl uit de bovenstaande afleidingen volgt:

$$F(\zeta) = - \lg n \cdot 2 - \frac{\pi}{2 \sin \pi \zeta} + \frac{1}{\zeta} \int_0^1 \frac{dt}{1+t^{1/\zeta}}.$$

¹⁾ Literatuurlijst No. 21, blz. 200, 169 en 230.

²⁾ Afleiding in algemeene gedaante:

$$\frac{1}{\alpha + n\beta} = \int_0^1 t^{\alpha + n\beta - 1} dt.$$

$$\sum_0 \tilde{(-1)^n} \frac{1}{\alpha + n\beta} = \int_0^1 \sum_0 \tilde{(-1)^n} t^{\alpha + n\beta - 1} dt = \int_0^1 \frac{t^{\alpha-1}}{1+t^\beta} dt.$$

Hierin is $\zeta = \frac{b}{H}$ terwijl verder de bekende notaties (zie blz. 171) zijn gebruikt.

Voor de integraal vindt men o.a. de waarden:

ζ	$\int_0^1 \frac{dt}{1+t^{1/\zeta}}$		$\frac{1}{\zeta} \int_0^1 \frac{dt}{1+t^{1/\zeta}}$
1 ,	$\lg n 2$	$= 0.693$	0.693
$\frac{2}{3}$,	$\frac{2}{3} \left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} - \lg n 2 \right)$	$= 0.747$	1.120
0.5 ,	$\frac{\pi}{4}$	$= 0.786$	1.571
$\frac{1}{3}$,	$\frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{\sqrt{3}} + \lg n 2 \right)$	$= 0.836$	2.507
0.25 ,	$\frac{\sqrt{2}}{8} \left[\pi + \lg n (3 + 2\sqrt{2}) \right]$	$= 0.863$	3.452

De voorwaarden voor de geldigheid van de gegeven formule zijn weer (fig. 24): $a \geq 0.65 h$, $b \geq 0.65 h$, $i \geq 10$.

Ter vereenvoudiging van de toepassing is in tabel X voor verschillende waarden van ζ de waarde van $F(\zeta)$ gegeven. In tabel V werd reeds de waarde van $2 \lg n \frac{\pi i}{2}$ voor diverse waarden van i vermeld.

TABEL X

$\frac{1}{\zeta} =$	1,1	1,15	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
$F(\zeta) =$	-5,45	-3,81	-2,98	-2,41	-1,66	-1,39	-1,18	-1,03	-0,902	-0,792
$\frac{1}{\zeta} =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$F(\zeta) =$	-0,692	0	0,536	1,05	1,57	2,06	2,58	3,10	3,62	

Voor het geval het putfilter aan de onderzijde reikt tot de ondoordringbare basis, kan op overeenkomstige wijze een gemakkelijk te hanteeren uitdrukking worden gevonden. Men gaat dan uit van de groepeerings volgens fig. 25 met dien verstande, dat alle gespiegelde putten door één puntbron worden vervangen.

De gemiddelde potentiaalverlaging op het putfilter wordt dan:

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \frac{2\pi i}{2} - \frac{2}{H} + \frac{2}{2H} - \frac{2}{3H} + \dots \right] \\ &= \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \pi i - \frac{2 \lg n 2}{H} \right] \\ \text{of } \Phi_0 &= \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \pi i - \frac{1.386}{H} \right] \quad \dots (52)\end{aligned}$$

Hierin is $2i$ de slankheid van het putfilter, dat met het gespiegelde gedeelte is verlengd, zoodat dus i de slankheid is van het werkelijke filter.

In overeenstemming met de uiteenzettingen van het vorige hoofdstuk moet als voorwaarde voor de geldigheid van form. (52) worden ingevoerd: $1,3 h \leq H$ en $i \geq 5$.

e) Vergelijking met bekende rekenwijzen.

Het hier behandelde geval I is door KOOPER¹⁾ bestudeerd, doch alleen voor putfilters, die tot de ondoordringbare basis reiken. Deze komt daarbij tot de conclusie, dat men bij benadering aan de stroombanen een elliptischen of parabolischen vorm kan toekennen: de ellips en de parabool worden daarbij met de hoofdas in het maaiveld AB gelegd, de ellips met de tweede as langs den putwand. KOOPER geeft aan den parabolischen vorm de voorkeur

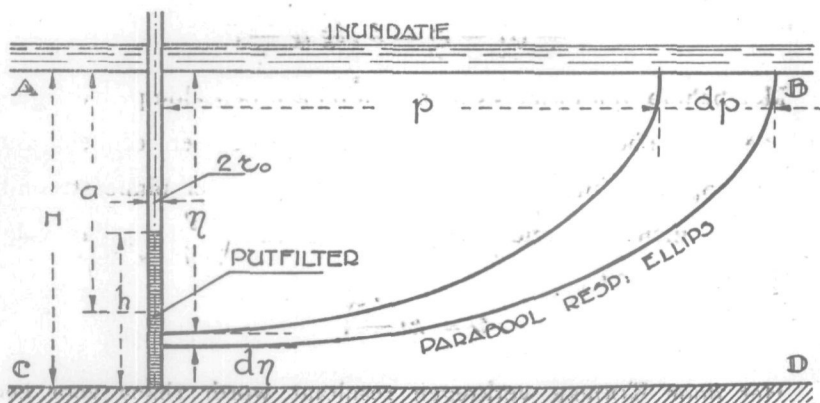


Fig. 26. Stroomveld volgens KOOPER.

1) Literatuurlijst no. 24.

en komt daarbij tot de formule (fig. 26) (zooveel mogelijk overgebracht in de notaties, welke in dit werk zijn gebruikt):

$$\begin{aligned} \Phi_0 = \frac{dq}{d\eta} \times & \left[\left(4 \frac{p^2}{\eta^2} + 1 - \frac{r_0}{p+r_0} \right) \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{r_0}{p+r_0}}} \right. \\ & \cdot \lg n \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{r_0}{p+r_0}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{r_0}{p+r_0}}} - \\ & \left. - \left(4 \frac{p^2}{\eta^2} + 1 - 2d \right) \frac{1}{\sqrt{1 - 2d}} \lg n \frac{1 + \sqrt{1 - 2d}}{1 - \sqrt{1 - 2d}} \right] : \\ & : 8 \frac{p^2}{\eta^2} \left(-\frac{r_0}{p} \cdot \frac{1}{2d} + 1 + \frac{r_0}{p} \right) \pi k \dots \dots (53) \end{aligned}$$

Behalve de notaties, die in fig. 26 zijn aangegeven, geldt verder:
 $\frac{dq}{d\eta}$ = de hoeveelheid water, die per eenheid van hoogte op een diepte η in het filter stroomt:

$$d = \frac{p}{\eta} \times \frac{2ah}{(p^2 + a^2)\pi},$$

terwijl het verband tusschen p en η wordt gegeven door:

$$\frac{\pi}{2} (H - \eta) = h \cdot \lg \lg \frac{a}{\eta}.$$

Met behulp van form. (53) kan men bij een bepaalde peilverlaging Φ_0 de hoeveelheid water $\frac{dq}{d\eta}$ berekenen, welke per eenheid van hoogte op verschillende diepten η in het putfilter binnenstroomt.

Noemt men de gemiddelde waarde hiervan $\left(\frac{dq}{d\eta} \right)_{gem.}$, dan volgt volgens KOOPER:

$$Q = h \left(\frac{dq}{d\eta} \right)_{gem.}$$

Het door KOOPER verkregen resultaat wordt thans voor een bepaald getallenvoorbeeld vergeleken met de daarmede corresponderende form. (52), welke hiervóór werd afgeleid.

Als voorbeeld wordt gekozen: $H = 100$, $h = 50$, $r_0 = 1$. Men vindt nu volgens de form. van KOOPER (form. 53):

$$\begin{aligned} \text{voor } \eta = 60, \quad \frac{dq}{d\eta} \cdot \frac{1}{\pi k} &= 0.322 \Phi_0 \\ \eta = 70, \quad &= 0.439 \text{ ,,} \\ \eta = 80, \quad &= 0.493 \text{ ,,} \\ \eta = 90, \quad &= 0.521 \text{ ,,} \end{aligned}$$

en als gemiddelde van deze waarden:

$$\frac{Q}{\pi k h} = 0.444 \Phi_0 \quad \text{of} \quad \Phi_0 = \frac{Q}{\pi k} \times 0.0451.$$

Volgens form. (52) vindt men: $(i = \frac{h}{2 r_0} = 25)$

$$\Phi_0 = \frac{Q}{4 \pi k} \left[\frac{2}{50} \lg n \, 25 \pi - \frac{1.386}{100} \right] = \frac{Q}{\pi k} \times 0.0402.$$

In het voorgaande is aangetoond, dat form. (52) tot op enkele procenten nauwkeurige uitkomsten geeft. Neemt men deze formule als juist aan, dan blijkt, dat in het beschouwde voorbeeld de form. van KOOPER een circa 12 % te groote waarde geeft. Bovendien is form. (52) in de toepassing aanzienlijk eenvoudiger. Niettemin moet worden geconstateerd, dat KOOPER het door hem gestelde doel — t.w. een globaal inzicht te krijgen in de stroomverdeling bij een putfilter, dat tot de ondoordringbare basis reikt — zeer zeker heeft bereikt.

§ 17. OPLOSSING VAN GEVAL II.

a) Algemeen.

Dit geval, nader omschreven in § 10, is aangeduid in fig. 27. In het vorige hoofdstuk is aangetoond, dat het veld met behulp van de spiegelmethode kan worden opgebouwd en dat de rangschikking van de putten volgens fig. 19, blz. 56, alle van een + teken voorzien, daartoe een goeden grondslag vormt.

Het stroomveld wordt nu evenals bij het vorige geval door den cylindermantel $\rho = 2 H$ in twee gedeelten gesplitst. Elk van deze gedeelten wordt in het volgende onder b en c afzonderlijk beschouwd.

b) Vereenvoudigde oplossing voor punten op den cylindermantel $\rho = 2H$ en daarbuiten.

Beschouw (fig. 27) op den cylindermantel $\rho = 2H$ een punt S (waarvoor $z = 0$) en een punt R (waarvoor $z = H$).

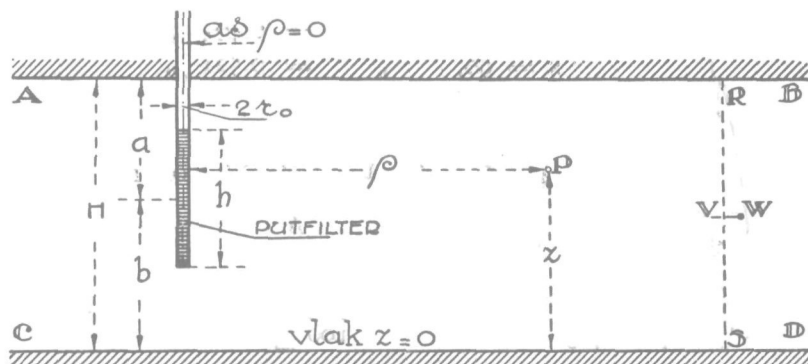


Fig. 27. Aanduiding van geval II.

Het verschil in potentiaalverlaging tusschen deze beide punten wordt het grootst voor het grensgeval, waarbij $b = 0$. Men vindt dan voor dit verschil volgens de in deze § sub c) aangegeven methode:

$$\Phi_P - \Phi_R = 0.0037 \frac{Q}{\pi k H} \dots \dots \dots (54)$$

Hetzelfde verschil in potentiaalverlaging vindt men tusschen twee punten V en W , gelegen in het vlak $z = \frac{1}{2}H$ en resp. met coördinaten $\rho_1 = 2H$ en $\rho_2 = 1.0073 \times 2H$.

Uit deze cijfers blijkt, dat in het beschouwde gebied de equipotentiaaloppervlakken bij zeer goede benadering als cylindervlakken kunnen worden opgevat. Voor het gebied $\rho \geq 2H$ vindt men dan voor het potentiaalverschil tusschen twee punten met stralen ρ_2 en ρ_1 de bekende formule:

$$\Phi_{\rho_1} - \Phi_{\rho_2} = \frac{Q}{2\pi k H} \lg n \frac{\rho_2}{\rho_1} \dots \dots \dots (55a)$$

c) Vereenvoudigde oplossing voor punten binnen den cylinder $\rho = 2H$.

In overeenstemming met de voor geval I gegeven behandeling wordt voor dit gedeelte van het veld als algemeene oplossing

gekozen de sommeering van de bijdragen van de puttenreeks, aangegeven in fig. 24, wanneer daarin alle putten van een $+$ teken worden voorzien. Daarbij wordt uitsluitend met potentiaalverschillen gewerkt, met name met het potentiaalverschil van een willekeurig punt (ρ, z) en een punt op den cylindermantel $\rho = 2H$.

Ter vereenvoudiging kan men voor de berekening van den potentiaal in een punt van den cylindermantel $\rho = 2H$ het „werkelijke” filter en elk der gespiegelde filters door één puntbron vervangen.

In een willekeurig punt P (coördinaten ρ, z) binnen den cylinder $\rho = 2H$ vindt men als bijdrage van het „werkelijke” putfilter:

$$\Phi = + \frac{Q}{4\pi k h} \lg n \frac{s+1}{s-1}$$

waarin s wordt gegeven door (42a), terwijl als bijdrage van een willekeurige puntbron met capaciteit q volgt:

$$\Phi = + \frac{q}{4\pi k} \cdot \frac{1}{r}$$

waarin r de afstand is van het punt (ρ, z) tot deze puntbron.

Voor de berekening van het potentiaalverschil in het punt P en een willekeurig punt op den cylindermantel $\rho = 2H$, worden de verschillen van de bijdragen van het „werkelijke” filter en van alle gespiegelde filters gesommeerd.

Wanneer aan de bronnen indices worden toegekend volgens fig. 24, volgt als bijdrage van een puttengroep met index n (voor $n > 1$) in een punt (ρ, z) :

$$\Phi_n = \frac{Q}{4\pi k} G_n$$

waarin G_n door form. (46) wordt gegeven.

De bijdrage van deze puttengroep in een punt van den cylindermantel $\rho = 2H$ met ordinaat z is:

$$\Phi'_n = \frac{Q}{4\pi k} G'_n$$

waarin G'_n weer door form. (46) wordt gegeven, mits daarin ρ door $2H$ wordt vervangen.

Voor groote waarden van n wordt $G_n \cong G'_n$. Men kan dan voor de bepaling van het gezochte potentiaalverschil met som-

meering van een beperkt aantal gespiegelde putten volstaan. Men krijgt ook in de grensgevallen reeds een voldoende nauwkeurige waarde, wanneer de gespiegelde putten met index groter dan 6 niet meer in rekening worden gebracht. In vele gevallen kan men met een nog geringer aantal termen volstaan.

Dat het schrappen van de bijdragen van de ver verwijderde putten inderdaad geoorloofd is, blijkt nog uit de volgende beschouwing. Er worden op een verticale as putten geplaatst volgens de opstelling van fig. 24, alle met positief teken, doch thans een eindig aantal en wel alle putten tot en met een index 6. Ter vereenvoudiging van de voorstelling wordt voorts het „werkelijke” filter en elk der gespiegelde filters door één puntbron vervangen. Het vlak CD vormt dan een symmetrievlak en is dus een plat stroomvlak, dat de symmetrie-as loodrecht snijdt („neutraal” stroomvlak). Het neutrale stroomvlak AB is nu geen symmetrievlak; het is flauw gebogen met den bollen kant naar beneden. Voor den hellingshoek α hiervan ter plaatse van den cylindermantel $\rho = 2H$ geldt $\operatorname{tg} \alpha \cong 0,012$. Het spreekt vanzelf, dat een dergelijke geringe afwijking van het platte vlak voor de toepassing in de praktijk geen rol meer speelt.

Als voorwaarden voor de gegeven oplossing gelden weer (fig. 27):

$$a \geq 0,65 h, \quad b \geq 0,65 h, \quad i = \frac{h}{2r_0} \geq 10.$$

Voor het geval het putfilter tegen een der ondoordringbare lagen is geplaatst, kan (fig. 25) dezelfde oplossing worden gevolgd, mits daarbij het putfilter met een even groot „gespiegeld” gedeelte wordt verlengd en het aldus verlengde filter naar boven en naar beneden wordt gespiegeld, wederom volgens een oneindig doorlopende reeks.

Men bedenke daarbij, dat dan s uit form. (47a) wordt gevonden. De voorwaarden voor de praktische bruikbaarheid van deze oplossing zijn thans $1,3 h \leq H, i \geq 5$.

Voor de toepassing in de praktijk is in het bijzonder van belang de potentiaalverlaging in punten van een horizontaal vlak door het midden van het putfilter. Voor de berekening hiervan kan ieder gespiegeld putfilter door één puntbron worden vervangen.

Dit is eveneens het geval voor willekeurige punten (ρ, z) , mits de afstand van deze punten tot de centra der gespiegelde filters ten minste $1\frac{1}{2} h$ bedraagt (verg. § 12 sub *d* en tabel VI). Men zal dus in den regel bij de toepassing elk gespiegeld filter door één puntbron kunnen vervangen en vindt dan voor het potentiaalverschil van een willekeurig punt (ρ, z) en een punt van den cylindermantel $2H$ met ordinaat z :

$$\Phi - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{1}{h} \lg n \frac{s+1}{s-1} + \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (b+z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4H^2 + (z-b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4H^2 + (z+b)^2}} + \sum_n^m (G_n - G'_n) \right] \quad (56)$$

De eerste resp. derde term van het tweede lid stelt de bijdrage voor van het werkelijke putfilter in het punt (ρ, z) . Op overeenkomstige wijze geeft de som van den tweeden en vierden term de bijdrage tot het potentiaalverschil $\Phi - \Phi_{2H}$ van het eerste naar beneden gespiegelde (door één puntbron vervangen) filter en $G_n - G'_n$ de bijdrage van een groep puntbronnen met index n (fig. 24, alle teekens +). G_n wordt dus gegeven door form. (46) en G'_n door dezelfde formule, wanneer daarin ρ door $2H$ wordt vervangen; s wordt gegeven door (42a), wanneer $z = z - b$, terwijl de overige notaties in fig. 27 en op blz. 171 zijn vermeld. Voorwaarden: $\frac{h}{2r_0} \geq 10$, $a \geq 0,65h$, $b \geq 0,65h$.

Wanneer het putfilter aan één zijde reikt tot de ondoordringbare basis CD volgt:

$$\Phi - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{1}{h} \lg n \frac{s+1}{s-1} - \frac{2}{\sqrt{4H^2 + z^2}} - \sum_n^m (F_n - F'_n) \right] \quad (56a)$$

De eerste term tusschen $[]$ geeft de bijdrage van het naar beneden verlengde putfilter met totale hoogte $2h$ en capaciteit $2Q$ in het punt (ρ, z) , de tweede term idem in het punt $(2H, z)$; $F_n - F'_n$ de bijdrage tot het potentiaalverschil $\Phi - \Phi_{2H}$ van de puntbronnen met index n . (fig. 25, alle teekens +). F_n wordt ge-

geven door form. (49a) en F_n eveneens, wanneer in deze formule ρ door $2H$ wordt vervangen; s wordt gegeven door (47a). Voorwaarden: $\frac{h}{2r_0} \geq 5$, $1,3h \leq H$.

Deze formule kan uiteraard ook worden gebruikt, als het putfilter alléén tegen de laag AB is geplaatst. Men late dan het vlak $\rho = 0$ samenvallen met het vlak AB en neme de positieve Z -as naar beneden gericht.

Wanneer $\rho < H$ vindt men met de form. (56) en (56a) een voldoende nauwkeurige waarde met $m = 3$; wanneer $H < \rho < 2H$ kan met $m = 6$ worden volstaan.

Bij uitwerking van de hiervoor gegeven werkwijze blijkt, dat binnen den cylinder $\rho = 2H$ met form. (55) nog een voldoende nauwkeurige uitkomst wordt verkregen.

Dit geldt voor punten, waarvoor $\rho \geq (2a - \frac{3}{4}h)$ en tevens $\rho \geq (2b - \frac{3}{4}h)$.

Onder zeker voorbehoud is dit ook het geval voor punten, waarvoor $\rho \geq H$. De fout, die dan met form. (55) gemaakt wordt, zal het grootst zijn bij de situatie, waarbij een puntbron tegen een der ondoordringbare lagen is geplaatst. Met deze formule vindt men dan voor $\Phi_H - \Phi_{2H}$ een waarde met een fout van ten hoogste 6%, wanneer $\Phi_{2H} = 0$, d.i. als de put in het midden van een cirkelvormig eiland zou zijn geplaatst met een straal $2H$. Bij de meeste situaties in de practijk zal Φ_{2H} evenwel ten opzichte van $\Phi_H - \Phi_{2H}$ zoo groot zijn, dat de fout in % veel geringer wordt. Zoo zal de bedoelde fout reeds tot hoogstens rond 3% gereduceerd worden, wanneer de potentiaalverlaging op den cylindermantel $\rho = 2H$ ten minste zoo groot is als het potentiaalverschil $\Phi_H - \Phi_{2H}$. Indien aan deze voorwaarde voldaan is, kan de potentiaalverlaging in punten buiten den cylinder $\rho = H$ nog met voldoende benadering met form. (55) worden berekend. Bij de behandeling van geval III (§ 18) zal hiervan gebruik gemaakt worden.

d) Potentiaalverlaging op het putfilter.

In § 13 werd aangetoond, dat voor de berekening van de gemiddelde potentiaalverlaging op het putfilter elk der gespiegelde putten door één puntbron kunnen worden vervangen en dat voor

de bijdragen van al deze puntbronnen kunnen worden genomen de potentiaalverlagingen, die deze in het midden van het „werkelijke” putfilter opwekken.

Het potentiaalverschil op het putfilter en in punten van den cylindermantel $\rho = 2H$ wordt wederom gevonden door sommeering van het verschil der bijdragen van het „werkelijke” filter en elk der gespiegelde putfilters. Daarbij wordt op den cylindermantel $\rho = 2H$ thans gekozen het punt $\rho = 2H$, $z = 0$.

Men vindt dan bij gebruik van de bekende indices voor de gemiddelde potentiaalverlaging op het putfilter:

$$\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \frac{\pi i}{2} + \frac{1}{H} \left\{ \frac{1}{2\zeta} - \frac{2}{V_{4+\zeta^2}} + \sum_i \tilde{\Sigma}_n (P_n - R_n) \right\} \right] \quad (57)$$

waarin weder $\zeta = \frac{b}{H}$. Voorts wordt P_n gegeven door form. (50a).
terwijl:

$$R_n = \frac{2}{V_{4+(2n+\zeta)^2}} + \frac{2}{V_{4+(2n-\zeta)^2}} \quad (57a)$$

Voor groote waarden van n is $R_n \cong P_n$ en men kan dan ook in overeenstemming met hetgeen hiervóór is vermeld voor de berekening van $\Phi_0 - \Phi_{2H}$ met een beperkt aantal termen van de reeks volstaan.

Voor het gezochte potentiaalverschil tusschen het putfilter en den cylindermantel $\rho = 2H$ kan dus worden geschreven:

$$\boxed{\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \frac{\pi i}{2} + \frac{1}{H} f(\zeta) \right]} \quad (58)$$

Behalve de bekende notaties (zie blz. 171) beteekent in deze form. $\zeta = \frac{b}{H}$. De waarden van $\lg n \frac{\pi i}{2}$ zijn voor verschillende waarden van i in tabel V vermeld, terwijl tabel XI een overzicht geeft van de waarden van $f(\zeta)$, welke op de boven aangegeven wijze berekend zijn.

Aldus is dit geval op een voor de practijk vereenvoudigde wijze in formule gebracht. Als voorwaarden gelden weer:

$$a \geq 0,65 h, b \geq 0,65 h, i = \frac{h}{2r_0} \geq 10.$$

TABEL XI.

$\frac{1}{\zeta} =$	1,1	1,15	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	3
$f(\zeta) =$	5,40	3,72	2,90	2,05	1,66	1,46	1,36	1,30	1,26	1,24	1,23	1,46
$\frac{1}{\zeta} =$	4	5	6	7	8	9	10					
$f(\zeta) =$	1,91	2,40	2,90	3,40	3,90	4,40	4,90					

Wanneer het putfilter aan één zijde reikt tot de ondoordringbare laag, geldt de situatie van fig. 25, (alle putten met + teeken) waarbij de gespiegelde filters met index 1 nu ook door één puntbron worden vervangen. Men vindt dan:

$$\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \pi i + \frac{1}{H} \left\{ -1 + \sum_i (P_n - R_n) \right\} \right]$$

waarin P_n wordt gegeven door (50a) en R_n door (57a), wanneer in beide formules $\zeta = 0$ wordt genomen.

Bij uitwerking vindt men voor het potentiaalverschil op het putfilter en op den cylindermantel $\rho = 2H$:

$$\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \pi i + \frac{0.20}{H} \right] \quad . \quad . \quad (59)$$

Krachtens de afleiding gelden weer als voorwaarden:

$$= 1,3 h \leq H, i \geq 5.$$

De gevallen, waarbij het filter niet tot een der ondoordringbare lagen reikt, doch zich niettemin zoo dicht daarbij bevindt, dat $a < 0,65 h$ of $b < 0,65 h$ kunnen gemakkelijk door interpolatie uit (58) en (59) worden opgelost.

Reikt het filter ter weerszijden zoo dicht bij de ondoordringbare

lagen, dat form. (58) noch (59) gebruikt mogen worden, dan kan de potentiaalverlaging gevonden worden door interpolatie uit (58) resp. (59) en de gewone formule voor het cilindrische veld, welke geldt, wanneer het putfilter over de volle hoogte van de watervoerende laag reikt ($h = H$):

$$\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{2\pi k H} \lg n \frac{2H}{r_0} = \frac{Q}{4\pi k} \cdot \frac{2}{H} \lg n 4i. \quad (60)$$

Deze formule volgt direct uit (55), wanneer daarin wordt genomen $\rho_2 = 2H$ en $\rho_1 = r_0$

e) Vergelijking met bekende rekenwijzen.

FORCHHEIMER¹⁾ heeft uitgebreide proeven verricht met filters, die aan de onderzijde niet tot de ondoordringbare basis reiken,

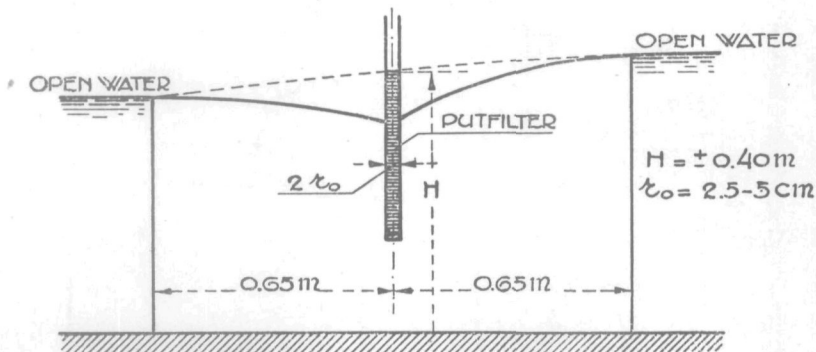


Fig. 28. Inrichting der proeven van FORCHHEIMER.

doch aan de bovenzijde wel tot het phreatisch oppervlak. De inrichting van deze proeven is aangegeven in fig. 28.

De uitkomsten werden vergeleken met die van „volkomen” putten onder overigens dezelfde omstandigheden (fig. 29); bij een putfilter, dat aan de onderzijde dicht is, geldt op grond van de proeven bij benadering:

$$\frac{H^2 - T^2}{H^2 - h^2} = \sqrt{\frac{T}{t}} \sqrt{\frac{T}{2T - t}} \quad \dots \quad (61)$$

1) Literatuurlijst no. 9, blz. 645.

„ „ II.

Hierin is:

H = de oorspronkelijke stijghoogte van het grondwater boven de ondoordringbare basis;

T = de stijghoogte in den onvolkomen put;

h = de stijghoogte in den ter vergelijking ingevoerden volkomen put;

t = de „natte” hoogte van het onvolkomen putfilter.

Wanneer de potentiaalverlaging gering is, geldt bij benadering: $H^2 - h^2 = 2 H (H - h)$ en $H^2 - T^2 = 2 H (H - T)$.

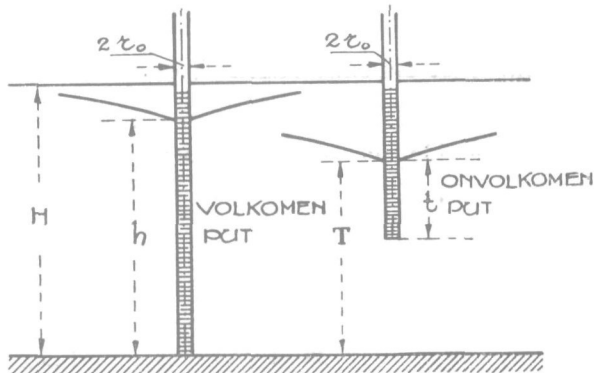


Fig. 29. Volkomen en onvolkomen put in phreatisch water.

Vergelijking (61) gaat dan over in:

$$\frac{H - T}{H - h} = \sqrt{\frac{T}{t}} \sqrt{\frac{T}{2T - t}} \dots \dots (62)$$

Op grond van redeneering besluit FORCHHEIMER, dat deze formule ook kan worden toegepast, wanneer het putfilter aan de bovenzijde niet tot het (verlaagde) phreatisch oppervlak reikt en eveneens bij het in deze § behandelde „geval II”. In dit laatste geval gaat dan deze formule over in (fig. 30):

$$\frac{\Phi}{\varphi} = \sqrt{\frac{H}{h}} \sqrt{\frac{H}{2H - h}} \dots \dots (63)$$

Deze formule is onmiddellijk vergelijkbaar met de hiervóór afgeleide formules (58), resp. (59). Immers, φ wordt gegeven door form. (60), zoodat men volgens FORCHHEIMER vindt:

$$\Phi_0 - \Phi_{2H} = \frac{Q}{2\pi k H} \left(\lg n \frac{2H}{r_0} \right) \sqrt{\frac{H}{h}} \sqrt{\frac{H}{2H - h}} \dots (64)$$

De vergelijking is op blz. 92 voor een tweetal getallenvoorbeelden uitgewerkt.

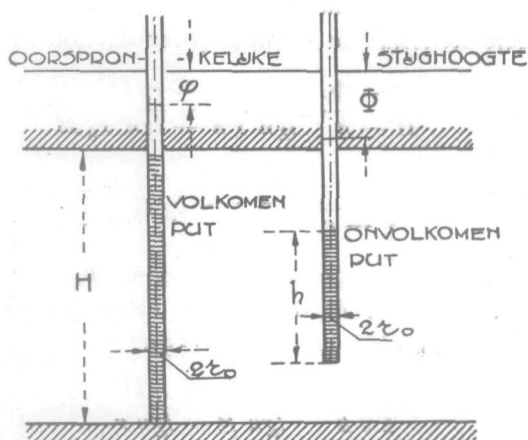


Fig. 30: Volkomen en onvolkomen put in spanningswater.

ROTHER ¹⁾ heeft uitvoerige berekeningen opgesteld, welke tot doel hebben een benedenste grenswaarde voor het debiet van onvolkomen putten te geven. Daarbij worden (fig. 31) de horizon-

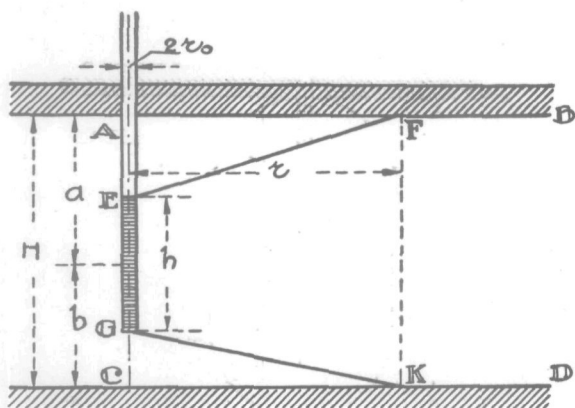


Fig. 31. Onvolkomen put in spanningswater volgens berekening ROTHER.

tale ondoordringbare vlakken AB en CD vervangen door ondoordringbare gebroken vlakken EFB en GKD , terwijl verder wordt

¹⁾ Literatuurlijst no. 40.

aangenomen, dat in het omwentelingslichaam $EFGK$ de stroomdraden rechtlijnig verlopen. Voor het verschil in potentiaalverlaging $(\Phi_0 - \Phi_r)$ tusschen het putfilter en den cylindermantel $\rho = r$ ($CK = r$) geeft ROTHER de formule (voor de notaties zie fig. 31):

$$\frac{Q}{2\pi k} = \frac{\Phi_0 - \Phi_r}{H - h} \cdot \frac{r h - r_0 H}{\lg n r h - \lg n r_0 H} (\chi + \gamma) \quad (65)$$

waarin:

$$\chi = bg \lg \frac{a - 1/2 h}{r - r_0} \text{ en } \gamma = bg \lg \frac{b - 1/2 h}{r - r_0}$$

Voor het verschil in potentiaalverlaging $\Phi_r - \Phi_R$ tusschen de beide cylindermantels FK (met straal r) en BD (met straal R) volgt in overeenstemming met form. (55):

$$\frac{Q}{2\pi k} = \frac{(\Phi_r - \Phi_R) H}{\lg n R - \lg n r} \quad \dots \quad (66)$$

Door elimineering van Φ_R uit de beide vergelijkingen (65) en (66) vindt men een betrekking tusschen het debiet Q en de afpomping $\Phi_0 - \Phi_R$ in den put.

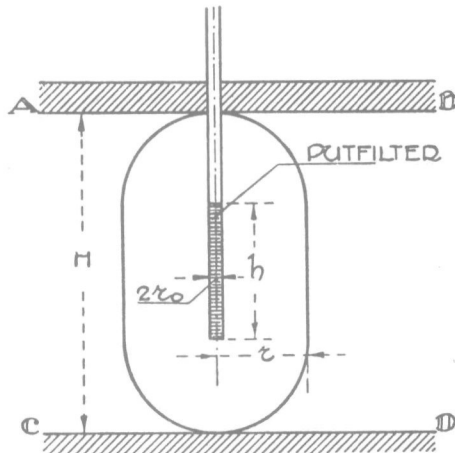


Fig. 32. Onvolkomen put in spanningswater volgens berekening KOOPER.

De gedachtengang, die verder door ROTHER gevolgd wordt, komt hierop neer, dat door een oordeelkundige keuze van r een zoo bevredigend mogelijke uitkomst wordt verkregen. ROTHER

stelt daartoe het voor deze ontwikkelingswijze juiste criterium, dat r zoodanig moet worden gekozen, dat bij een bepaalde afpompings $\Phi_0 - \Phi_r$ het debiet Q maximum wordt. Dit moet voor elk geval afzonderlijk door probeeren worden benaderd; de berekening wordt hierdoor omslachtig.

KOOPER ¹⁾ heeft voor het geval een putfilter midden tusschen de beide ondoordringbare lagen is geplaatst (fig. 32) een eenvoudiger uitdrukking gegeven. Daarbij wordt aangenomen, dat de stroombanen ten-naaste-bij evenwijdig zullen zijn in punten op een cylindermantel met een straal $r = \frac{1}{2} (H - h)$. KOOPER berekent het verschil in potentiaalverlaging $\Phi_0 - \Phi_r$, noodig om Q eenheden water te voeren van den straal r tot den straal r_0 van het putfilter met de formule:

$$\Phi_0 - \Phi_r = \frac{Q}{2 \pi k h} \lg n \frac{r(2r_0 + h)}{(2r + h)r_0} \cdot \cdot \cdot \quad (67)$$

afgeleid onder aanname, „dat de tusschen r_1 en r_0 gelegen equipotentiaalvlakken cylindervlakken vormen, ter hoogte h en aan boven- en onderzijde overgaande in halve boloppervlakken.” ²⁾

De verschillende formules en rekenwijzen loopen zoodanig uiteen, dat de onderlinge vergelijking het best door eenige getallenvoorbeelden kan geschieden. Teneinde ook een vergelijking met de formule van KOOPER mogelijk te maken, worden de voorbeelden zoodanig gekozen, dat het putfilter zich midden tusschen de beide ondoordringbare lagen bevindt. Verder is het van belang de voorbeelden zoodanig te kiezen, dat de afstand van het filter tot althans één der ondoordringbare lagen vrij groot is. Immers, wanneer de afstand tot beide ondoordringbare lagen klein is, heeft het veld veel overeenstemming met dat van een volkomen put met het gewone cylindrische potentiaalveld en het is duidelijk, dat dan het verschil tusschen de onderscheiden formules zeer klein zal zijn. Om deze redenen worden de beide volgende getallenvoorbeelden gekozen:

1^o voorbeeld. $r_0 = 0, 20 \text{ m}$, $h = 8 \text{ m}$, $H = 24 \text{ m}$, $a = b = 12 \text{ m}$.

2^o voorbeeld. $r_0 = 0, 20 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$, $H = 20 \text{ m}$, $a = b = 10 \text{ m}$.

1) Literatuurlijst no. 24.

2) De afleiding van form. (67) wordt door KOOPER niet gegeven.

Voor het eerste voorbeeld vindt men:

volgens FORCHHEIMER (form. (64)):	$\Phi_0 - \Phi_{zH} = 0,350 \frac{Q}{2 \pi k}$
„ ROTHER (form. (65) en (66) bij $r \cong 14 m$)	„ = 0,498 „
„ KOOPER (form. (67) en (55))	„ = 0,405 „
„ form. (58) ($i = 20$, $\zeta = 0,5$)	„ = 0,456 „

Bij het tweede voorbeeld vindt men:

volgens FORCHHEIMER	$\Phi_0 - \Phi_{zH} = 0,510 \frac{Q}{2 \pi k}$
„ ROTHER (bij $r \cong 10$)	„ = 0,817 „
„ KOOPER	„ = 0,624 „
„ form. 58) ($i = 10$, $\zeta = 0,5$)	„ = 0,718 „

In de afleidingen van dit hoofdstuk en het vorige is er steeds naar gestreefd de grootte van de fouten, die bij de ingevoerde verwaarloozingen ontstonden, te vermelden. Op grond van de verkregen resultaten mag worden aangenomen, dat in de beschouwde voorbeelden de met form. (58) verkregen uitkomsten ten minste tot $\pm 3\%$ nauwkeurig zijn. Bij de formules van FORCHHEIMER, KOOPER en ROTHER is de nauwkeurigheidsgrens niet aangegeven; zij geven min of meer globale benaderingen. Neemt men de uitkomst volgens form. (58) als juist aan, dan vindt men met de formule van FORCHHEIMER fouten van resp. -23 en -29% . De oorzaak hiervan kan niet met zekerheid worden nagegaan, omdat deze formule langs empirischen weg is gevonden. Het is evenwel duidelijk, dat het riskant is om uit proeven volgens de inrichting van fig. 28 formules op te bouwen, waarvan de draagwijdte ver uitgaat boven den opzet der proeven.

De formule van ROTHER geeft in vergelijking met de door den schrijver verkregen uitkomsten voor de beschouwde voorbeelden resp. ruim 9% en ruim 13% te groote waarden. Dat de gevonden grenswaarde zoo ver van de werkelijke waarde af ligt vindt zijn oorzaak in de afleiding. Daarbij worden eenvoudig groote deelen van het stroomveld afgesneden (zie fig. 31), terwijl voor het overblijvende deel een rechtlijnige strooming wordt aangenomen, met breekpunten in het cylindervlak FK . Vroegere onderzoekers hebben reeds gewezen op het groote verschil in uitkomst tusschen

de formules van ROTHER en die van FORCHHEIMER. ¹⁾ Men neemt daarbij in den regel aan, dat de formules van FORCHHEIMER het dichtst de werkelijkheid nabijkomen. In de beschouwde voorbeelden is dat evenwel juist andersom.

Bij deze voorbeelden geeft de formule-KOOPER afwijkingen van ruim 11 % en ruim 13 %, ten opzichte van de door den schrijver verkregen uitkomsten.

Uit het een en ander volgt, dat de hier ontwikkelde form. (58) resp. (59) verreweg de nauwkeurigste uitkomsten geven. Zij zijn in de toepassing bovendien aanzienlijk eenvoudiger dan die van ROTHER en niet minder eenvoudig dan die van FORCHHEIMER en KOOPER. De laatstbedoelde formule is trouwens slechts van toepassing voor het zeer bijzondere geval, dat het putfilter midden tusschen de ondoordringbare lagen is geplaatst. Het wil dan ook den schrijver voorkomen, dat de formules (58) en (59) voor de practische toepassing het doelmatigst zijn.

§ 18. OPLOSSING VAN GEVAL III.

a) Nadere beschouwing van de algemeene oplossing.

Het geval III is nader omschreven in § 10 en aangeduid in fig. 33.

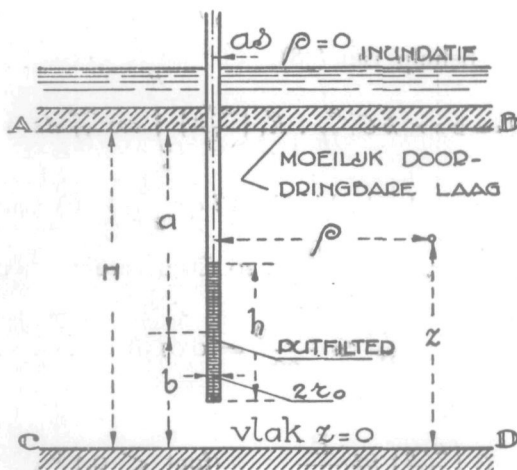


Fig. 33. Aanduiding van geval III.

¹⁾ Zie o.m. literatuurlijst No. 36, blz. 175.

De doorlaatcoëfficiënt van het goed waterdoorlatende pakket (met dikte H) zij k , die van de moeilijk doordringbare laag daarboven (met dikte H_1) zij k_1 .

Als criterium voor de voorwaarde van een „moeilijk” doordringbare laag boven een „goed” watervoerende laag wordt ingevoerd $\alpha^2 \leq 0,1$, dus $\alpha \leq 0,316$, waarin (zie form. (35)):

$$\alpha^2 = \frac{k_1 H}{k H_1}.$$

In § 14 is aangetoond, dat dan met goede benadering de oplossing wordt gegeven door form. (38).

$\frac{z}{H}$ varieert
van 0 tot 1.

Beschouwt men in deze formule de termen onder het Σ -teeken, dan valt het op, dat deze geen bijdrage geven in de gemiddelde waarde van Φ over de hoogte van de watervoerende laag, noch in de totale strooming naar den put.

De constante C_0 wordt door de bronopbrengst bepaald door integratie over het filteroppervlak of over een oppervlak, dat dit geheel insluit. Als zoodanig wordt thans gekozen een cylindermantel met straal r_0 , welke over de volle hoogte van de watervoerende laag reikt. Over een hoogte dz stroomt door dit oppervlak een hoeveelheid water: $dQ = -2\pi r_0 dz v_0$ en daar

$$v_r = k \frac{\partial \Phi}{\partial \rho},$$

vindt men met behulp van (38):

$$Q = 2\pi r_0 k C_0 \frac{\alpha}{H} \cdot K_1 \left(\frac{\alpha r_0}{H} \right) \int_0^H \cos \frac{\alpha z}{H} dz \quad (68)$$

Neemt men voor de slankheid i ($i = \frac{h}{2r_0}$) als onderste grenswaarde weder 10, dan is dus $\frac{H}{r_0} \geq 20$. Daar verder $\alpha \leq 0,316$, is dus:

$$\frac{\alpha r_0}{H} \leq \frac{0,316}{20} = 0,0158 \quad (69)$$

zoodat volgt:

$$K_1 \left(\frac{\alpha r_0}{H} \right) \cong \frac{H}{\alpha r_0} \quad (\text{fout} < 0,1 \%)$$

1) Hierbij is gebruik gemaakt van de betrekking $K_0'(x) = -K_1(x)$.

Verg. (68) gaat dan over in:

$$Q = 2 \pi k C_0 \cdot \frac{H}{\alpha} \sin \alpha$$

of:

$$C_0 = \frac{Q}{2 \pi k H} \cdot \frac{\alpha}{\sin \alpha} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (70)$$

b) Potentiaalverlaging op een putfilter met een hoogte H .

Voor de gemiddelde potentiaalverlaging op een putfilter met hoogte H en straal r_0 vindt men, uit form. (38):

$$\Phi_0 = \frac{1}{H} \int_0^H \Phi dz = C_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} K_0 \left(\frac{\alpha r_0}{H} \right)$$

en bij substitutie van C_0 uit (70):

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2 \pi k H} K_0 \left(\frac{\alpha r_0}{H} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (71)$$

De bovenste grenswaarde voor $\frac{\alpha r_0}{H}$ is aangegeven in form. (69). Voor dergelijke kleine waarden volgt voor de K_0 functie:

$$K_0 \left(\frac{\alpha r_0}{H} \right) \cong - \lg n \frac{\alpha r_0}{H} + 0,1159 \cdot \cdot \cdot (71a)$$

(fout $> -0,1\%$), zoodat voor de potentiaalverlaging op het putfilter kan worden geschreven:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2 \pi k H} \left(\lg n \frac{H}{\alpha r_0} + 0,1159 \right) \cdot \cdot \cdot (72)$$

Hierin wordt α gegeven door verg. (35), terwijl verder de bekende notaties zijn gebruikt (zie bladz. 171).

Men vindt dus voor dit geval een oplossing van denzelfden vorm als een volkomen putfilter volgens geval II, doch met dit verschil, dat thans een volkomen bepaalde uitdrukking wordt gevonden, hetgeen ook te verwachten was. Laat men den doorlaatcoëfficiënt k_1 van de moeilijk doordringbare laag tot nul naderen, dan nadert dit geval tot de situatie van geval II. De coëfficiënt α in bovenstaande formule nadert dan tot nul en de waarde van Φ_0 tot oneindig groot.

c) Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een hoogte H .

Voor de oplossing wordt form. (38) weer tot uitgangspunt genomen. Beschouwt men in deze formule den eersten term:

$$C_0 \cdot \left(\cos \frac{\alpha z}{H} \right) \cdot K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right)$$

waarin C_0 door verg. (70) wordt gegeven, dan blijkt, dat bij de gekozen grenswaarde voor α deze term een bijdrage geeft, welke in de verschillende punten van een willekeurigen cylindermantel ρ weinig verschilt. De verschillen worden het grootst voor de grenswaarde $\alpha = 0,316$. Men vindt daarbij:

$$\text{voor } z = H, \cos \frac{\alpha z}{H} = \cos (0,316) = 0,951$$

$$,, \quad z = 0, \cos 0 = 1$$

Hieruit blijkt dus, dat met den eersten term van form. (38) alléén reeds een zoodanig bevredigende benadering wordt verkregen, dat in de uiterste punten van het putfilter slechts een verschil met de gemiddelde waarde ontstaat van enkele procenten. De randvoorwaarden zijn dus met voldoende benadering vervuld, wanneer men volstaat met den eersten term van form. (38).

In de punten van een willekeurigen cylinder met straal ρ vindt men met dezen term procentsgewijze dezelfde verschillen als op het putfilter. Hieruit volgt, dat de equipotentiaalylakken van het veld met dezelfde benadering als cylindervlakken kunnen worden aangenomen en dat men de potentiaal in ieder punt met coördinaat ρ gelijk kan stellen aan de gemiddelde waarde van den potentiaal op den cylindermantel ρ . Dus vindt men voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt:

"formule van
de Glee"

$$\Phi = \frac{Q}{2 \pi k H} K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) \dots \dots (73)$$

waarin α door verg. (35) wordt gegeven. Als voorwaarden gelden $\alpha^2 \leq 0,1$, $i \geq 10$.

d) Vereenvoudigde oplossing voor het veld van een putfilter met een willekeurige hoogte.

Voor dit geval III, aangegeven in fig. 33, geldt form. (38), welke door de hiervoor aanvaarde benadering overgaat in:

$$\Phi^{\text{III}} = C_0 K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) + \sum_n C_n' \cos \frac{n \pi z}{H} \cdot K_0 \left(\frac{n \pi \rho}{H} \right) \dots \quad (74)$$

waarin
$$C_0 = \frac{Q}{2 \pi k H}$$

Voor de gemiddelde waarde van Φ^{III} op een willekeurigen cylindermantel ρ volgt:

$$\bar{\Phi}^{\text{III}} = \frac{1}{H} \int_0^H \Phi^{\text{III}} dz = C_0 K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right)$$

Voor het grensgeval ($\alpha = 0,316$) volgt voor $\rho = H$ en voor $\rho = 2H$, resp. $\bar{\Phi}_H^{\text{III}} = 1,33 C_0$ en $\bar{\Phi}_{2H}^{\text{III}} = 0,740 C_0$.

De hoeveelheid water q , welke buiten een cylinder met straal ρ door de moeilijk doordringbare deklaag stroomt, is gelijk aan de (naar binnen gerichte) strooming door een cylindermantel met straal ρ . Men vindt hiervoor uit form. (74):

$$q = -2 \pi \rho k \int_0^H \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} dz = 2 \pi \rho k \alpha C_0 K_1 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) = Q \frac{\alpha \rho}{H} K_1 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) \dots \quad (75)$$

waarin Q = de totale hoeveelheid, die aan den put wordt onttrokken. Voor het grensgeval ($\alpha = 0,316$) volgt voor $\rho = H$, $q = 0,910 Q$ en voor $\rho = \frac{1}{2} H$, $q = 0,968 Q$. Binnen den cylinder $\rho = H$ stroomt dus slechts een klein gedeelte van de totale hoeveelheid Q door de afdekkende laag; binnen den cylinder $\rho = \frac{1}{2} H$ een *zeer* klein gedeelte.

Na deze beschouwingen omtrent eenige numerieke waarden, die met form. (74) worden verkregen, wordt thans dit geval III vergeleken met „geval II”, waarbij zich dus in de plaats van de moeilijk doordringbare laag een volkomen waterkeerende laag bevindt.

Voor geval II kan (form. (34)) de potentiaalverlaging worden uitgedrukt door:

$$\Phi^{\text{II}} = C_0 \lg n \frac{C}{\rho} + \sum_i^n C_n \cos \frac{n\pi z}{H} K_0 \left(\frac{n\pi \rho}{H} \right) \quad (76)$$

Bij vergelijking van de formules (74) en (76) valt het volgende op.

In beide gevallen is $C_0 = \frac{Q}{2\pi k H}$ en geeft de eerste term een constante waarde voor Φ in de punten van het putfilter. De termen onder het Σ -teeken dienen zoowel in (74) als in (76) alleen om in de nabijheid van het putfilter de gewenste kromming aan de stroombanen te geven.

Aan de hand van de hierboven gegeven numerieke waarden is gebleken, dat bij geval III binnen den cylinder $\rho = H$ slechts een klein gedeelte van het totale debiet Q door de moeilijk doordringbare laag stroomt en dat ook voor geval III geldt: $\Phi_{2H} \geq \Phi_H - \Phi_{2H}$.

Hieruit volgt in verband met § 20 sub c):

- 1°. dat voor punten binnen den cylinder $\rho = H$ de termen onder het Σ -teeken in (74) bij benadering gelijk zijn aan die in (76);
- 2°. dat buiten den cylinder $\rho = H$ ook bij geval III een voldoende benadering wordt verkregen met den eersten term van form. (74). In verband met hetgeen in § 17 sub c) is vermeld, kan ook nog met den eersten term worden volstaan voor punten, waarvan $\rho \geq (2a - \frac{3}{4}h)$ en tevens $\rho \geq (2b - \frac{3}{4}h)$. Deze laatste uitdrukkingen geven in bepaalde situaties kleinere grenswaarden voor ρ .

Voor punten buiten het aangegeven rayon is hiermede het potentiaalveld verkregen; het wordt gegeven door form. (73). Voorwaarden: $\alpha^2 \leq 0,1$, $i \geq 10$.

Binnen de sub 2° bedoelde grenswaarde voor ρ kan door de boven aangegeven vergelijking met geval II een voor de practijk geschikte oplossing worden verkregen als volgt.

Voor geval II geldt voor een punt binnen den cylinder $\rho = H$ volgens (76):

$$(\Phi - \Phi_{2H})^{\text{II}} = C_0 \lg n \frac{2H}{\rho} + \sum_i^n C_n \cos \frac{n\pi z}{H} \cdot K_0 \left(\frac{n\pi \rho}{H} \right) \quad (76a)$$

Hierbij is gebruik gemaakt van de reeds vroeger vermelde omstandigheid, dat de termen onder het Σ -teeken buiten den cylinder $= 2H$ verwaarloosd kunnen worden.

De termen onder het Σ -teeken in (74) worden gelijk gesteld aan die onder het Σ -teeken in (76a). Door eliminatie van deze termen volgt uit (74) en (76a) voor de potentiaalverlaging in een willekeurig punt binnen den cylinder $\rho = H$:

$$\Phi^{\text{III}} = C_0 \left[K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right) - \lg n \frac{2H}{\rho} \right] + (\Phi - \Phi_{2H})^{\text{II}} \quad (77)$$

Hierin is $C_0 = \frac{Q}{2\pi k H}$, terwijl α wordt gegeven door form. (35).

$(\Phi - \Phi_{2H})^{\text{II}}$ stelt voor de potentiaalverlaging, welke in het beschouwde punt zou ontstaan, wanneer de moeilijk doordringbare deklaag volkomen ondoorlatend was en de grondwatermassa een cilindrisch eiland vormde met straal $2H$, dat geheel in open water was geplaatst. Deze waarde wordt bepaald op de wijze, zooals in § 17 sub c) is aangegeven.

Als voorwaarde voor de practische bruikbaarheid van deze formule geldt $\alpha^2 \leq 0,1$, terwijl hier overigens dezelfde voorwaarden gelden als voor geval II, t. w. $i \geq 10$, $a \geq 0,65 h$ en $b \geq 0,65 h$ (fig. 33) en wanneer het putfilter aan de onderzijde tegen de waterkeerende basis of aan de bovenzijde tegen de moeilijk doordringbare laag is geplaatst: $i \geq 5$, $1,3 h \leq H$.

Van practisch standpunt zou in form. (76a) $(\Phi - \Phi_{2H})^{\text{II}}$ vervangen kunnen worden door $(\Phi - \Phi_H)^{\text{II}}$ en tevens $\lg n \frac{2H}{\rho}$ door $\lg n \frac{H}{\rho}$.

Op het „aansluitingsvlak” $\rho = H$ worden dan evenwel met (73) en (76a) verschillen gevonden van 3 % (als maximum). Het „aansluitingsvlak” $\rho = 2H$ is in (76a) gekozen om een nauwkeuriger aansluiting te verkrijgen en de behandeling in overeenstemming te houden met geval II.

e) Potentiaalverlaging op een putfilter met een willekeurige hoogte.

De waarde $(\Phi - \Phi_{2H})^{\text{II}}$ uit form. (76a) wordt voor het putfilter gegeven door form. (58), resp. (59), terwijl verder voor de K_0 -functie de in form. (71a) aangegeven vereenvoudiging kan worden toegepast. Men vindt dan voor het geval het putfilter niet tot de

waterkeerende basis, noch tot de moeilijk doordringbare deklaag reikt, voor de potentiaalverlaging op het putfilter:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \frac{\pi i}{2} + \frac{2}{H} \left\{ -\lg n 2\alpha + 0,1159 + \frac{1}{2} f(\zeta) \right\} \right] \quad (78)$$

Hierin wordt α gegeven door form. (35) en $f(\zeta)$ door tabel XI, blz. 86. $\left(\zeta = \frac{b}{H} \right)$. Overigens zijn de gebruikelijke notaties gebezigd (zie blz. 171). De voorwaarden voor de practische bruikbaarheid zijn: $\alpha^2 \leq 0,1$, $i \geq 10$, $a \geq 0,65 h$, $b \geq 0,65 h$.

Voor het geval het putfilter aan de onderzijde reikt tot de waterkeerende basis, resp. aan de bovenzijde tot de moeilijk doordringbare deklaag, volgt voor de potentiaalverlaging op het filter:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{4\pi k} \left[\frac{2}{h} \lg n \pi i + \frac{2}{H} \left\{ -\lg n 2\alpha + 0,216 \right\} \right] \quad (79)$$

Als voorwaarde geldt: $1,3 h \leq H$, $i \geq 5$ en $\alpha^2 \leq 0,1$.

f) Grenswaarden voor $\frac{H}{H_1}$ en voor de uitgestrektheid van de moeilijk doordringbare deklaag.

Uit form. (73) volgt voor de horizontale componenten van de snelheid in punten op den cylindermantel $\rho = H$ en daarbuiten:

$$v_\rho = k \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} = -k C_0 \frac{\alpha}{H} K_1 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right).$$

Voor de verticale componenten in het vlak $z = H$ geldt:

$$v_z = -\frac{k_1}{H_1} \Phi = -\frac{k_1}{H_1} C_0 K_0 \left(\frac{\alpha}{H} \right).$$

Op het scheidingsvlak worden de stroombanen gebroken (fig. 8). Noem den hellingshoek, dien de stroombanen onder het scheidingsvlak met dit vlak maken β en den hellingshoek in de moeilijk doordringbare laag β_1 , dan geeft formule (8) de betrekking tusschen beide hoeken. Men vindt dan:

$$tg \beta_1 = \frac{k}{k_1} tg \beta = \frac{k}{k_1} \cdot \frac{v_z}{v_p} = \frac{H}{H_1} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right)}{K_1 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right)}.$$

Bij de afleiding van de formules in deze § is aangenomen, dat de stroomrichting in de deklaag nagenoeg verticaal is; dit vereischt dus, dat $tg \beta_1$ groot zij.

Volgens de boven gegeven uitdrukking wordt $tg \beta_1$ kleiner, naarmate ρ kleiner wordt. Bedenkt men, dat (zie hiervoor sub *d*) binnen den cylinder $\rho = H$ slechts een klein gedeelte van Q door de deklaag stroomt, dan kan men gevoegelijk als grenswaarde invoeren:

$$tg \beta_1 \geq 10 \quad \text{voor } \rho = H.$$

Met deze uitdrukking voor $tg \beta_1$ vindt men voor $\frac{H}{H_1}$ de volgende grenswaarden:

voor $\alpha = 0,316$,	$\frac{H}{H_1} \geq \frac{10}{1.46} = 6,85$
„ $\alpha = 0,2$, „	$\geq 5,46$
„ $\alpha = 0,1$, „	$\geq 4,06$
„ $\alpha = 0,04$, „	$\geq 2,98$
„ $\alpha = 0,01$, „	$\geq 2,12$

Een practische grenswaarde voor de uitgestrektheid van de moeilijk doordringbare deklaag kan als volgt worden gevonden.

Uit form. (75) volgt $q = 0,020 Q$ voor $\frac{\alpha \rho}{H} = 5$. Buiten den cylinder met straal $\rho = \frac{5H}{\alpha}$ stroomt dus nog slechts een zeer klein gedeelte van Q door de deklaag. Hieruit volgt, dat het voor de practische toepassing van de gegeven formules voldoende is, wanneer de deklaag zich naar alle richtingen over een afstand van tenminste $\frac{5H}{\alpha}$ uitstrekt.

g) Vergelijking met bekende rekenwijzen.

Voor het geval het putfilter over de volle hoogte van de goed

watervoerende laag reikt, geeft KOOPER ¹⁾ de formule: (getransformeerd tot de in dit werk gebruikte notaties)

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi k H} \cdot \frac{K_0\left(\frac{\alpha \rho}{H}\right)}{\frac{\alpha \rho}{H} \cdot K_1\left(\frac{\alpha \rho}{H}\right)} \dots \dots \dots (80)$$

Hierin stellen K_0 en K_1 Besselfuncties voor resp. van de orde 0 en 1.

KOOPER voert van den aanvang af bij diens afleiding de gewenschte vereenvoudigde onderstellingen in; zoodoende wordt geen grenswaarde gegeven voor α , waarbij de formule nog geldig is, terwijl evenmin de graad van nauwkeurigheid wordt aangegeven.

SYMMETRIE-AS

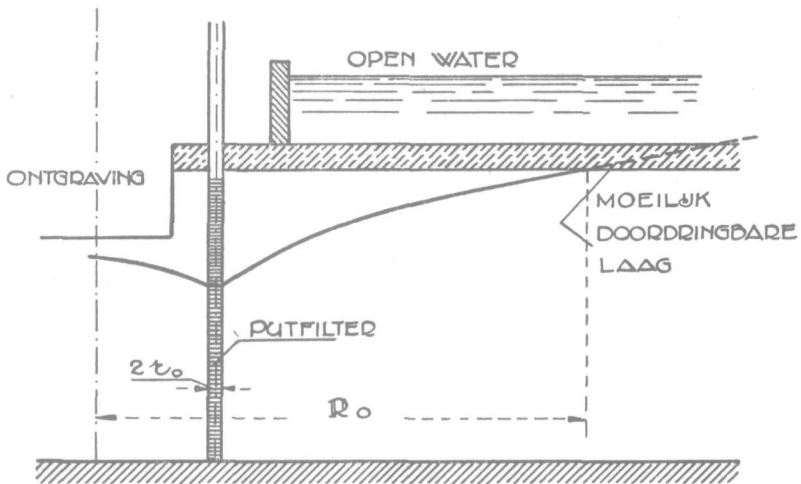


Fig. 34. Puttenbemaling onder open water volgens SCHULTZE.

Bij vergelijking met form. (73) valt het op, dat form. (80) den factor $\frac{\alpha \rho}{H} K_1\left(\frac{\alpha \rho}{H}\right)$ in den noemer méér bevat. Voor kleine waarden van ρ is dit van weinig beteekenis voor de uitkomst. Voor groote waarden van ρ gaat evenwel dit verschil meer spreken. Zoo geeft

¹⁾ Literatuurlijst no. 24.

b.v. voor $\frac{\alpha \rho}{H} = 1$ de formule van KOOPER een uitkomst, welke circa 65 % te groot is. Gezien de kleine numerieke waarde, die daarbij dikwijls bij die waarde van $\frac{\alpha \rho}{H}$ voor Φ wordt verkregen, is dit verschil voor de practische toepassing niet van zooveel beteekenis als uit het procentisch verschil zou blijken.

SCHULTZE ¹⁾ behandelt hetzelfde vraagstuk, speciaal van het standpunt van de fundeeringsbemaling. Daarbij wordt aangenomen, dat op een bepaalden afstand $R = 3R_0$ (fig. 34) gemeten uit de symmetrieas de potentiaalverlaging practisch nul zal zijn. Er zou nl. uit de practijk gebleken zijn, dat de hoeveelheid water, welke buiten den cylindermantel met straal $3R_0$ door de moeilijk door-dringbare laag sijpelt, verwaarloosd mag worden. Uit form. (75) blijkt evenwel, dat deze geheel willekeurige en niet nader verantwoorde aanname voor kleine waarden van α onjuist is. De oplossing van SCHULTZE is om die reden zeer weinig bevredigend.

¹⁾ Literatuurlijst No. 41 blz. 54 e.v.

HOOFDSTUK VI.

HET POTENTIALVELD IN DE PRACTIJK DER WATERWINNING.

Inhoud:

- § 19. Splitsing van het potentiaalveld in een niet-axiaal-symmetrisch en in een axiaal-symmetrisch gedeelte.
- § 20. Nadere beschouwingen omtrent het niet-axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld.
 - a) De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met het potentiaalveld van den put.
 - b) De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met de herkomst van het onttrokken water.
- § 21. Nadere beschouwingen omtrent het axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld.
 - a) Primair, secundair en resulteerend veld bij onvolkomen putten.
 - b) Toelichting door een drietal voorbeelden.
 - c) Tijdsduur, noodig voor het bereiken van den eindtoestand.
 - d) Beteekenis van het primaire, secundaire en resulteerende veld bij intermitterend bedrijf.
 - e) Oorspronkelijke beweging van het grondwater.
- § 22. De spanningsverhanglijn voor het axiaal-symmetrische gedeelte van het potentiaalveld in verband met den bouw van het grondwaterpakket.
 - a) Begrip spanningsverhanglijn.
 - b) Bepaling van de doorlatendheid van afdekkende lagen uit de spanningsverhanglijn van het primaire veld.
 - c) Toepassing in de practijk.
 - d) Vergelijking met bekende werkwijzen.
- § 23. Capaciteit van een groep putten.
 - a) Opzet.
 - b) Capaciteitsbepaling uit de spanningsverhanglijn; methode-VERSLUYS.
 - c) Bezwaren van de methode-VERSLUYS.
 - d) Werkwijze voor het ondervangen van de bezwaren.

§ 19. SPLITSING VAN HET POTENTIAALVELD IN EEN NIET-AXIAAL-SYMMETRISCH EN IN EEN AXIAAL-SYMMETRISCH GEDEELTE.

De gebieden, die voor wateronttrekking in aanmerking komen, zijn over grooten afstand meestal niet geheel homogeen; de begrenzings door het open water hebben veelal een grillige gedaante en de ondoordringbare basis verloopt evenmin regelmatig. Het gevolg hiervan is, dat de stroomvelden van de daarin geplaatste putten, over grooten afstand beschouwd, in het algemeen een onregelmatig verloop hebben.

De practijk echter leert, dat er in de omgeving van den put een zône bestaat, waar de bedoelde onregelmatigheden van zoo weinig invloed zijn, dat het stroomveld daar practisch als axiaal-symmetrisch kan worden opgevat. Dit leidt er toe, voor het algemeene stroomveld een splitsing in te voeren in twee gedeelten: (fig. 35)

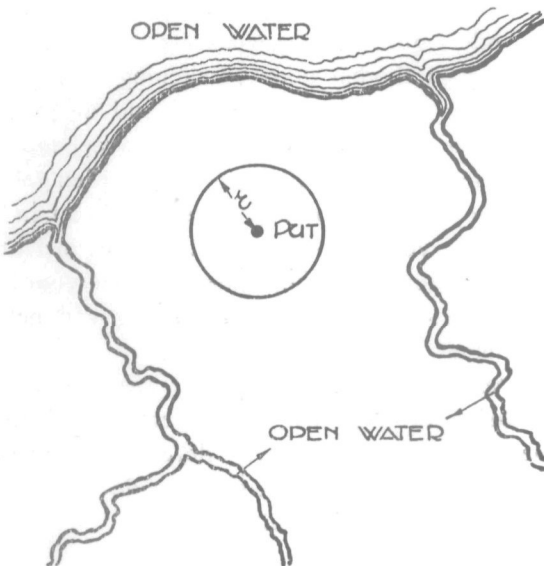


Fig. 35. Put in grondwater met een willekeurige begrenzing.

1°. het gedeelte buiten den cylindermantel met straal r , dat in het algemeen een onregelmatig karakter vertoont;

2°. het gedeelte binnen dezen cylindermantel, dat practisch als axiaal-symmetrisch kan worden opgevat.

De straal r , waarvan de grootte door de plaatselijke factoren wordt bepaald, is meestal relatief groot ten opzichte van de afmetingen van den put en relatief klein ten opzichte van het geheele gebied, waarvan het hydrologisch regime in beschouwing moet worden genomen.

Meestal zal in den stationnairen toestand de buiging van de stroombanen in het verticale vlak, die door de „onvolkomenheid” van den put wordt veroorzaakt, buiten den straal r practisch niet meer van beteekenis zijn (verg. geval II § 17). In het *sub 1^e bedoelde gebied* heeft men dus in den stationnairen toestand het probleem van een „volkomen” put met straal r geplaatst in een niet geheel homogeen grondpakket met vrij willekeurige begrenzingen.

Dit vraagstuk leent zich uiteraard slecht voor een oplossing in den vorm van algemeen geldende formules. De practijk wordt dan ook het best gediend, wanneer de theoretische behandeling voor dit gedeelte van het veld methoden aangeeft, volgens welke men in ieder bijzonder geval de gewenschte gegevens kan afleiden. Voor zoover deze methoden door berekening moeten worden aangevuld, treedt voor dit gedeelte van het veld de grafische rekenwijze op den voorgrond, omdat daarbij zooveel mogelijk met de bedoelde onregelmatigheden rekening kan worden gehouden. (§ 23)

Het in formule brengen van bijzondere gevallen kan hierbij goede diensten bewijzen, voor zoover daardoor een inzicht wordt verkregen in de beteekenis, die bepaalde factoren voor het vraagstuk hebben, zooals de oorspronkelijke strooming van het grondwater en de begrenzingen. (§ 20)

Het sub 2^e bedoelde gedeelte van het stroomveld leent zich beter voor een oplossing in den vorm van algemeen geldende formules. Voor de belangrijkste gevallen is deze oplossing in het vorige hoofdstuk gegeven. In het volgende zal de beteekenis hiervan voor de practijk nader worden uiteengezet.

Wanneer niet anders is vermeld, wordt in het volgende steeds aangenomen, dat de daling van het phreatisch oppervlak relatief zoo klein is, dat de superpositiewet kan worden toegepast. Dit beteekent voor een homogenen bodem, dat de daling van het

phreatisch oppervlak klein is ten opzichte van de hoogte van het in beschouwing komende grondpakket en dat in vele gevallen deze daling bovendien klein is ten opzichte van den afstand van den bovenkant van het putfilter tot het (verlaagde) phreatisch oppervlak. Wanneer een moeilijk doordringbare laag boven het putfilter wordt aangetroffen, geldt hetzelfde, mits voor de hoogte van het grondpakket bovenbedoeld wordt genomen de gezamenlijke hoogten van de goed watervoerende lagen en voor den afstand van bovenkant putfilter tot het (verlaagde) phreatisch oppervlak de dikte H_1 van de moeilijk doordringbare laag (met doorlaatcoëfficiënt k_1) in rekening wordt gebracht over een hoogte $\frac{k}{k_1} \cdot H_1$, waarin k = de doorlaatcoëfficiënt van het goed doorlatende pakket. De hoogte van het grondwater in deze laag moet daarbij in dezelfde verhouding worden vergroot.

§ 20. NADERE BESCHOUWINGEN OMTRENT HET NIET-AXIAAL-SYMMETRISCHE GEDEELTE VAN HET POTENTIALVELD.

a) De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met het potentiaalveld van den put.

In overeenstemming met de gebruikelijke opvatting wordt in het volgende aangenomen, dat de waterstanden in de open wateren door de bemaling niet worden beïnvloed, zoodat dus op onbepaalde aanvulling uit het open water mag worden gerekend. Verder wordt verondersteld, dat het aan den put onttrokken water op het open water wordt geloosd.

Voorloopig wordt thans een onderscheiding gemaakt tusschen zuiver *spanningsgrondwater* en zuiver *phreatisch grondwater* (voor de definities zie § 2 sub b).

In het eerst bedoelde geval wordt verondersteld, dat het grondwaterpakket ook na de bemaling geheel met water gevuld blijft.

Het begrenzende oppervlak en de randvoorwaarden aan dat oppervlak zijn dan onafhankelijk van de oorspronkelijke strooming. *Het potentiaalveld van den put is in dat geval dus onafhankelijk van den oorspronkelijken toestand van rust of beweging van het grondwater.* Het is de verdienste van VERSLUYS ¹⁾, hierop voor het

¹⁾ Literatuurlijst no. 51.

eerst, althans in den juisten omvang, de aandacht te hebben gevestigd.

Bij een homogeen pakket van constante dikte wordt dus bij zuiver spanningsgrondwater het potentiaalveld uitsluitend bepaald door de *grensvlakken met het open water, onverschillig of deze vlakken al of niet ver verwijderd zijn en ongeacht den oorspronkelijken bewegingstoestand.*

VERSLUYS neemt aan, dat voor *phreatisch water* hetzelfde geldt, wanneer de daling van het phreatisch oppervlak, welke door de bemaling wordt veroorzaakt, klein is ten opzichte van de hoogte van het watervoerend grondpakket. ¹⁾

Dat dit zeker niet onder alle omstandigheden juist is, kan men gemakkelijk inzien, wanneer men bepaalde vraagstukken beschouwt met een eenvoudigen oorspronkelijken stroomingstoestand, b.v. een volkomen put met straal r_0 , geplaatst in grondwater met een gelijkmatig verhang γ en met constante dikte H , dat zich naar alle zijden oneindig ver uitstrekt (fig. 36).

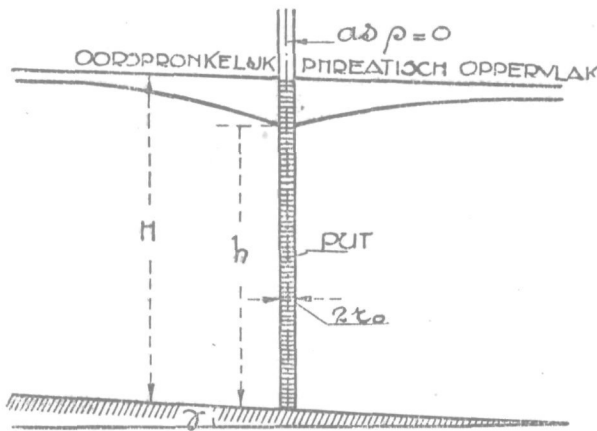


Fig. 36. Put in grondwater met een eenparige, rechtlijnige strooming.

Wanneer de daling van het phreatisch oppervlak klein is ten opzichte van de hoogte H , vindt BURGERS, voor dit geval de formule: ²⁾

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi k H} K_0 \left(\frac{\gamma r}{2H} \right) \cdot e^{\frac{\gamma x}{2H}} \dots (81a)$$

¹⁾ Literatuurlijst no. 51, blz. 599.

²⁾ Literatuurlijst no. 6.

waarbij de pos. X -as samenvalt met de stroomrichting en de as $\rho = 0$ met de putas. Hierin stelt K_0 een Besselfunctie voor van de orde 0 (zie noot op blz. 58).

Deze formule werd gevonden als oplossing van de voor dit geval vereenvoudigde, uit formule (7a) volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\gamma}{H} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (81b)$$

Voor de punten van het putfilter met straal r_0 is onder normale omstandigheden de waarde van $\frac{\gamma r_0}{2H}$ zeer klein, zoodat dan de K_0 -functie nadert tot:

$$K_0\left(\frac{\gamma r_0}{2H}\right) \cong 0,1159 + \lg n \frac{2H}{\gamma r_0} = \lg n \frac{2,24H}{\gamma r_0}$$

Voor kleine waarden van x geldt:

$$e^{\frac{\gamma x}{2H}} \cong 1.$$

Vergelijking (81a) gaat dan voor punten op het putfilter over in:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k H} \lg n \frac{2,24H}{\gamma r_0} \quad (82)$$

In deze formule stelt Φ_0 de potentiaalverlaging voor op het putfilter.

In het beschouwde geval komt dus in de uitdrukking voor de potentiaalverlaging in den put een term voor, welke evenredig is met $\lg n \frac{1}{\gamma}$, dus evenredig met de logarithme van het omgekeerde van de oorspronkelijke stroomsnelheid. Hoe geringer deze snelheid is, des te grooter is de potentiaalverlaging in den put in den stationnair toestand. Er zal dan echter ook langeren tijd noodig zijn voor deze stationnaire toestand wordt bereikt.

FORCHHEIMER ¹⁾ heeft vroeger op grond van vergelijking met

1) Literatuurlijst No. 9.

andere gevallen aangenomen, dat men voor het geval van fig. 36 zou mogen schrijven:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \lg n \frac{H}{\gamma r_0}$$

of wanneer de verlaging $H - h$ klein is ten opzichte van de oorspronkelijke hoogte H :

$$\Phi_0 = H - h = \frac{Q}{2 \pi k H} \lg n \frac{H}{\gamma r_0} \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

Bij vergelijking met (82) blijkt, dat deze formule te kleine uitkomsten geeft voor de potentiaalverlaging.

Uit form. (81a) blijkt, dat *bij phreatisch water de potentiaalverlaging niet onafhankelijk is van den oorspronkelijken bewegings-toestand van het grondwater.*

Door redeneering ziet men dit ook gemakkelijk in: door de bemaling vloeit stroomafwaarts minder water weg dan bovenstrooms wordt toegevoerd. Het verschil wordt door den put onttrokken.

Het stroomveld volgens form. (81a) is voor $\gamma = 0,001$ en $H = 20$ m aangegeven in fig. 37. In deze fig. zijn 10 stroombuizen aangegeven, welke straalsgewijze (onder onderling gelijke hoeken) in den put samenkomen. De stroomlijnen zijn verder geteekend met behulp van de componenten van de stroomsterkte, welke voor verschillende punten van het veld zijn uitgerekend. Men vindt hiervoor met form. (81a):

$$q_x = kH \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \gamma k \Phi = \frac{Q}{2\pi} \cdot \frac{\gamma}{2H} \cdot e^{\frac{\gamma x}{2H}} \left[-\frac{x}{\rho} K_1 \left(\frac{\gamma \rho}{2H} \right) - K_0 \left(\frac{\gamma \rho}{2H} \right) \right];$$

$$q_y = kH \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{Q}{2\pi} \cdot \frac{\gamma}{2H} \cdot e^{\frac{\gamma x}{2H}} \cdot \left[-\frac{y}{\rho} K_1 \left(\frac{\gamma \rho}{2H} \right) \right]$$

De aldus gevonden stroomfiguur kan worden samengesteld met de oorspronkelijke rechte lijnige strooming, waarvan de stroomsterkte bedraagt $q = \gamma k H$. Daartoe moet de rechte lijnige stroom verdeeld worden in buizen met een capaciteit $0,1 Q \text{ m}^3/\text{uur}$. De samenstelling kan dan worden uitgevoerd, zooals in § 7 is aangegeven.

In fig. 37 is het door de bemaling opgewekte stroomveld aan-
gegeven.

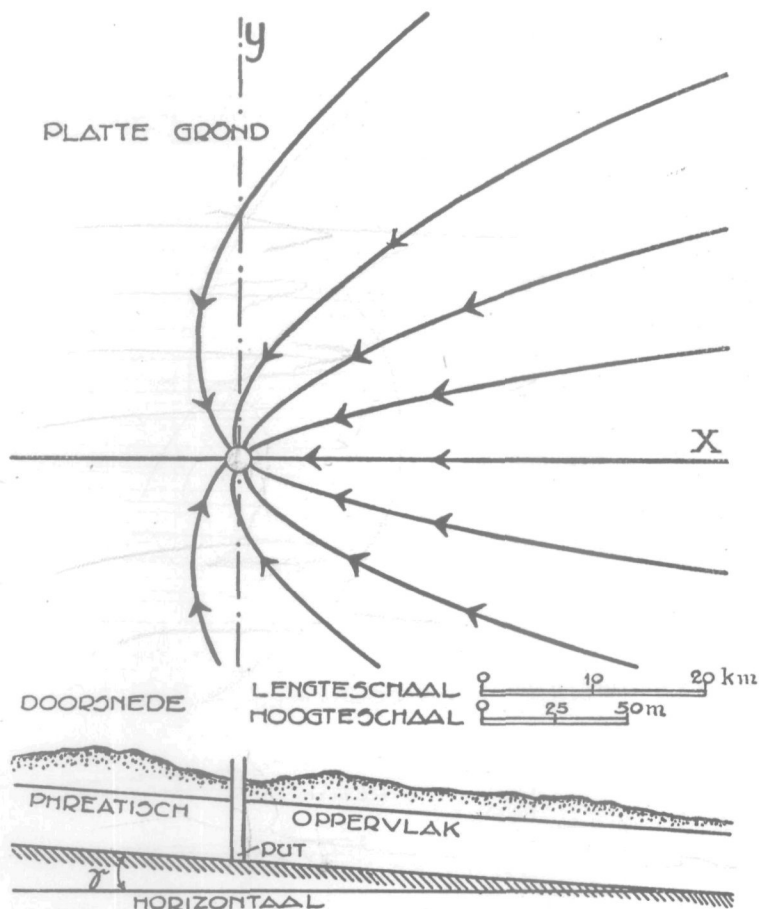


Fig. 37. Stroomveld van een put, in grondwater met een constant verhang γ .

In fig. 38 is met een dunne lijn dit stroomveld opnieuw getee-
kend en vervolgens samengesteld met de oorspronkelijke, recht-
lijnige strooming. De resulterende stroomfiguur is met een dikke
lijn aangegeven. Bij de samenstelling van deze figuur is onder-
steld, dat in de omgeving van het punt van wateronttrekking een groep
putten is geplaatst, met een gezamenlijk debiet $Q = 400 \text{ m}^3/\text{uur}$,

terwijl $k = 1$ m/uur. Door elk der geteekende stroombuizen vloeit $40 \text{ m}^3/\text{uur}$.

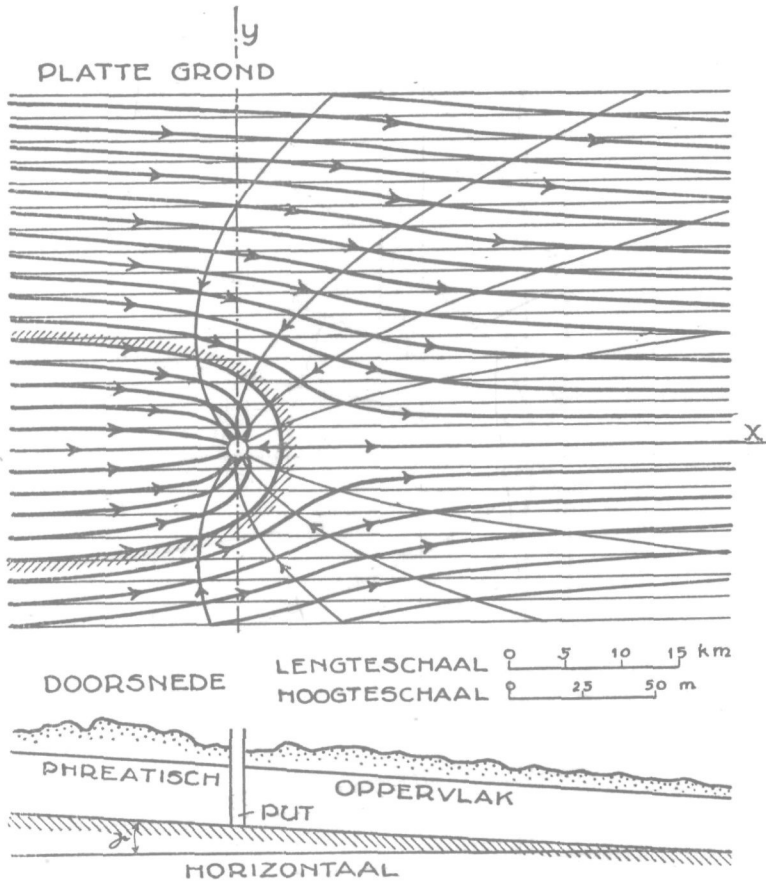


Fig. 38. Stroomveld van fig 37, samengesteld met de oorspronkelijke strooming.

Dit geval is voor de praktijk van bijzondere beteekenis door de volgende beschouwingen.

De potentiaalverlaging in een „volkomen” put met straal r_0 kan bij kleine waarden van r_0 geschreven worden in den vorm, welke correspondeert met form. (55):

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k H} \lg n \frac{R}{r_0} \dots \dots \dots (84)$$

Bij de situatie van fig. 36 vindt men blijkens form. (82) voor R de waarde $\frac{2,24}{\gamma} H$.

Wanneer het grondwater oorspronkelijk in rust is, wordt bij constante dikte H van het homogene watervoerende pakket de waarde van R uitsluitend bepaald door de begrenzingsen met het open water. In de literatuur worden hiervoor verschillende voorbeelden gegeven.¹⁾

Voor het geval b.v. dat een put op een afstand a (fig. 39) ter zijde van een recht kanaal wordt geplaatst, is de waarde van de constante in de potentiaalformule $R = 2a$. Voor het geval de put in een cirkelvormig eiland is geplaatst met straal b , wordt $R = b$. Bij meer gecompliceerde gevallen varieert de waarde van R tusschen den kortsten afstand van den put tot het open water en eenige malen dezen afstand. Slechts in uitzonderingsgevallen b.v. wanneer op de grens met het open water een groote intreeweerstand moet worden overwonnen, wordt deze waarde aanzienlijk groter.

Stel dat men aldus in een bepaald geval in de practijk, de oorspronkelijke strooming buiten beschouwing latende, voor R een waarde R_1 zou vinden, welke klein blijkt te zijn ten opzichte van $\frac{2,24}{\gamma} H$, dan zal de constante in de potentiaalformule die men voor het beschouwde geval moet gebruiken, in hoofdzaak worden bepaald door de begrenzingsen met het open water, m.a.w. weinig van R_1 verschillen. Is R_1 daarentegen groot ten opzichte van $\frac{2,24}{\gamma} H$, dan zal de oorspronkelijke strooming, althans bij phreatisch water, maatgevend zijn voor de potentiaalverlaging in den put in den stationnair toestand. Voor de situatie van fig. 39 wordt hierop in deze § onder b nog nader ingegaan.

Nu zijn de verhoudingen in ons land door het kleine verhang, de vrij groote dikte van de watervoerende lagen en den relatief korten afstand tot het open water vrijwel steeds van dien aard, dat R_1 klein is ten opzichte van $\frac{2,24}{\gamma} H$. De invloed van de oorspronkelijke strooming kan dan verwaarloosd worden.

¹⁾ Zie b.v. Hütte, 23^e druk, deel III, blz. 659—660 en literatuurlijst no. 12, blz. 450 e.v.

In het voorgaande is uitsluitend aandacht besteed aan zuiver phreatisch en zuiver spanningsgrondwater. Reeds vroeger werd opgemerkt, dat het diepere grondwater feitelijk steeds verkeert in een tusschenvorm tusschen deze beide theoretische uitersten, d.w.z. dat de deklagen boven het putfilter niet absoluut ondoordringbaar zijn, maar een geringere doorlatendheid hebben dan die, waarin het putfilter is geplaatst.

De vraag is nu, in hoeverre bij dezen toestand de oorspronkelijke beweging van het grondwater invloed heeft op het potentiaalveld van een put bij de situatie in den geest van fig. 35.

Bij zuiver spanningswater is, zooals werd vermeld, de potentiaalverlaging onafhankelijk van den oorspronkelijken bewegingstoestand, terwijl bij zuiver phreatisch water de oorspronkelijke strooming meestal weinig invloed heeft op de potentiaalverlagingen in de omgeving van den put. Dit zal eveneens het geval zijn bij grondwater in bovenbedoelden tusschenvorm.

Wordt het grondwater gevoed door den neerslag, dan wordt het phreatisch oppervlak daardoor flauw gebogen. Is nu de grootste waarde van het verhang in het beschouwde hydrologische regime γ' en blijkt wederom $\frac{2,24 H}{\gamma'}$ groot te zijn ten opzichte van den afstand tot het open water, dan kan men weer besluiten, dat de oorspronkelijke bewegingstoestand slechts een geringen invloed heeft op de potentiaalverlagingen.

Het is zaak, dat bij elk geval op zichzelf deze aangelegenheid wordt onderzocht.

b) De oorspronkelijke strooming en de begrenzingen van het grondwater in verband met de herkomst van het onttrokken water.

Hoewel het potentiaalveld van een put bij een bepaalde grondgesteldheid en een bepaalde putconstructie in hoofdzaak beheerscht wordt door de begrenzingen met het open water (rivier, kanaal), behoeft daarmee nog geenszins gepaard te gaan, dat inderdaad geïnfilterd kanaal- of rivierwater wordt opgepompt. In de literatuur is op deze aangelegenheid hier en daar wel de aandacht gevestigd,¹⁾ maar in de practijk wordt dit onderscheid niet steeds

¹⁾ Zie o.a. Hütte, 23^e druk, deel III, blz. 661.

in het oog gehouden. Het schijnt daarom van belang, dit met een enkel voorbeeld toe te lichten.

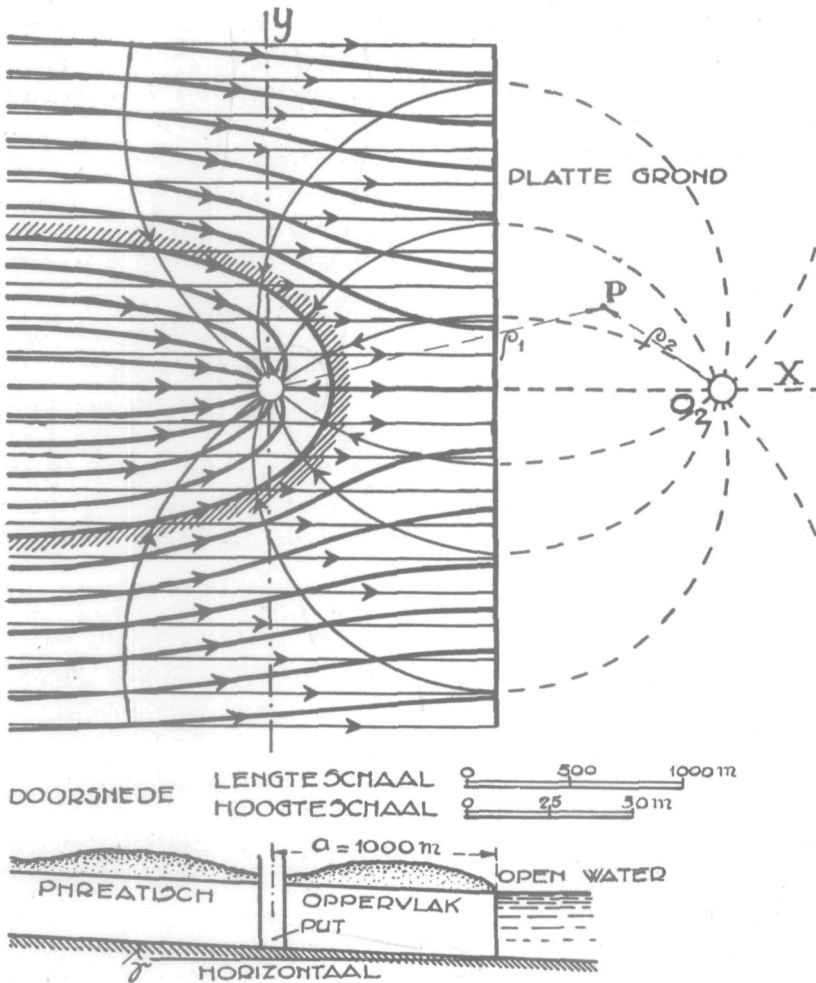


Fig. 39. Put in stroomend grondwater. Geen infiltratie uit het open water.

Een volkomen put zij geplaatst in phreatisch water, op een afstand a van een recht kanaal volgens de situatie van fig. 39.

De oorspronkelijke strooming van het grondwater is eenparig en loodrecht gericht op den kanaaloever. Het verhang γ hiervan is 0,001, de dikte van het watervoerende pakket H is 20 m.

Men kan een oplossing voor dit geval verkrijgen door superpositie van twee oplossingen van het type (81a), waarbij weder verondersteld wordt, dat de verlaging van het phreatisch oppervlak overal klein is. Men vindt dan (fig. 39):

$$\Phi = A \cdot K_0 \left(\frac{\gamma \rho_1}{2 H} \right) e^{\frac{\gamma x}{2 H}} - B \cdot K_0 \left(\frac{\gamma \rho_2}{2 H} \right) e^{\frac{\gamma (x-2a)}{2 H}} \quad (85a)$$

De voorwaarde $\Phi = 0$ in het vlak $x = a$ geeft:

$$A e^{\frac{\gamma a}{2 H}} = B e^{-\frac{\gamma a}{2 H}} \quad (85b)$$

terwijl de voorwaarde, dat het debiet van den „werkelijken” put Q is, geeft:

$$A = \frac{Q}{2 \pi k H}.$$

Met $a = 1000$ m vindt men in de omgeving van den „werkelijken” put, waar ρ_2 ongeveer de waarde $2a$ heeft en $\frac{\gamma \rho_1}{2 H}$ en $\frac{\gamma \rho_2}{2 H}$ beide nog kleine getallen zijn:

$$K_0 \left(\frac{\gamma \rho_1}{2 H} \right) \cong \lg n \frac{2 H}{\gamma \rho_1} + 0,1159$$

$$K_0 \left(\frac{\gamma \rho_2}{2 H} \right) \cong \lg n \frac{H}{\gamma a} + 0,1159$$

Men kan dan voor form. (85a) bij kleine waarden van ρ_1 schrijven:

$$\Phi \cong \frac{Q}{2 \pi k H} \lg n \frac{2 a}{\rho_1} \quad (85c)$$

Wanneer a daarentegen 10.000 m is, volgt voor kleine waarden van ρ_1 :

$$K_0 \left(\frac{\gamma \rho_1}{2 H} \right) \cong \lg n \frac{2 H}{\gamma \rho_1} + 0,1159$$

$$K_0 \left(\frac{\gamma a}{H} \right) = 0,924 = \lg n \frac{H}{\gamma a} + 0,1159 + 0,115.$$

In dit geval vindt men dus voor kleine waarden van ρ_1 uit (85a)

$$\Phi \cong \frac{Q}{2 \pi k H} \left(\lg n \frac{2 a}{\rho_1} - 0,115 \right).$$

Voor $a = \infty$ wordt $K_0 \left(\frac{\gamma a}{H} \right) = 0$. Form. (85a) gaat dan over in form. (81a).

In fig. 39 is het stroomveld getekend voor $a = 1000$ m. Uit (85b) volgt, dat dan $B = 1,05$ A. Het stroomveld, waarvan de stroomlijnen loodrecht op den kanaaloever staan, is gevonden door superpositie van twee stroomvelden van de gedaante van

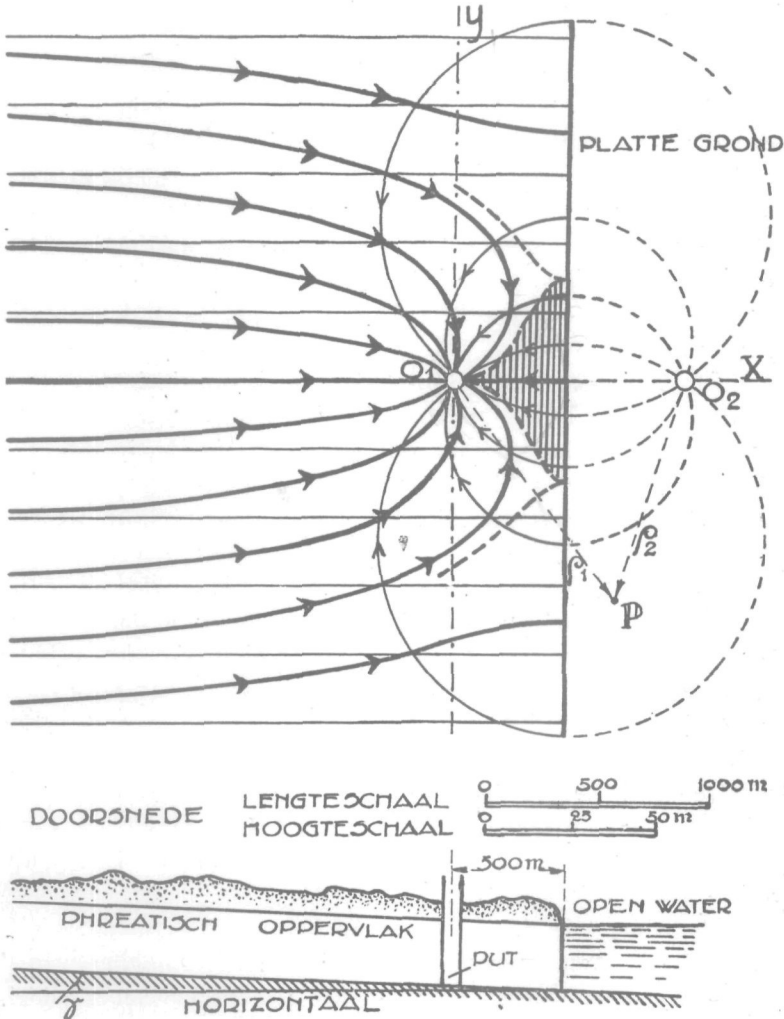


Fig. 40. Put in stroomend grondwater. Infiltratie uit het open water.

fig. 37 en wel zoodanig, dat aan den gespiegelden put O_2 een capaciteit is gegeven, welke $1,05 \times$ zoo groot is als het debiet van den werkelijken put. In fig. 39 komen in den werkelijken put 10 stroombuizen samen. Bij een debiet $Q = 30 \text{ m}^3/\text{uur}$ bedraagt de capaciteit van elk der tien stroombuizen dus $3 \text{ m}^3/\text{uur}$.

De oorspronkelijke stroom heeft per eenheid van breedte een stroomsterkte: $q = \gamma k H = 0,02 k$. Voor $k = 1 \text{ m}/\text{uur}$ wordt dit $0,02 \text{ m}^3$. Over een breedte van 150 m wordt dus 3 m^3 water per uur vervoerd. Voor de superpositie langs grafischen weg moet dus het oorspronkelijke stroomveld worden ingedeeld in stroombuizen met een breedte van 150 m . Deze superpositie is in fig. 39 uitgevoerd; het resulterende stroomveld is met dikke lijnen aangegeven.¹⁾ De grenslijn van het voedingsgebied is gearceerd. Duidelijk blijkt uit deze figuur, dat uit den put geen geïnfiltrerd kanaalwater wordt opgepompt. Niettemin is uit de voorgaande becijfering gebleken, dat de begrenzing door het kanaal maatgevend is voor de bepaling van de constante R in de potentiaal-formule.

In fig. 40 is een soortgelijk geval geteekend, doch met dit verschil, dat het verhang γ verminderd is tot $0,0005$. De afstand van den put tot den kanaaloever is nu 500 m . Uit de fig. blijkt, dat thans *wel* geïnfiltrerd kanaalwater wordt opgepompt.

Ook bij ingewikkelder gevallen kan een soortgelijke werkwijze worden gevolgd. Bij een groep of reeks putten wordt eerst de capaciteit van iederen put bepaald (zie § 23), daarna elk der stroomvelden geteekend en vervolgens door superpositie van de aldus gevonden stroomingen en het oorspronkelijke veld het resulterende stroomveld gevonden. In verschillende gevallen kan men ook (en dikwijls vlugger) het stroomveld van de geheele groep of reeks teekenen door deze als één geheel op te vatten. Dit stroomveld wordt dan weer gesuperponeerd met de oorspronkelijke strooming om daaruit de wijze van aanvulling van het gepompte water na te gaan. (verg. het in hoofdstuk VII uitgewerkte voorbeeld).

De bepaling van de grenslijn van het voedingsgebied is vooral van belang, omdat binnen dit gebied verontreiniging van het grondwater moet worden voorkomen c.q. beperkt. Het is duidelijk,

1) Vergelijk ook literatuurlijst No. 29.

dat door het onderzoek naar de wijze van aanvullen van het onttrokken water geen oplossing kan worden verkregen voor de potentiaalverlagingen, die door de bemaling worden opgewekt.

§ 21. NADERE BESCHOUWINGEN OMTRENT HET AXIAAL-SYMMETRISCHE GEDEELTE VAN HET STROOMVELD.

a) Primair, secundair en resulterend veld bij onvolkomen putten.

In § 18 (geval III) is de oplossing gegeven van het stroomveld van een putfilter, dat onder een afdekkende laag is geplaatst en waarbij het terrein geïnundeerd is, of zoodanig met slooten doorsneden, dat op onbepaalde aanvulling van bovenaf mag worden gerekend. De gevallen I en II kunnen worden opgevat als grenssituaties hiervan; immers geval I ontstaat, wanneer de afdekkende laag geheel ontbreekt en geval II, wanneer deze laag geheel ondoorlatend is.

Deze gevallen zijn, zooals uit het navolgende zal blijken, eveneens van belang voor meer algemeene situaties, zooals bijv. van fig. 35, waarbij de aanvulling uit het open water niet van boven af geschiedt.

Ten behoeve van een overzichtelijke behandeling worden thans de begrippen *primair*, *secundair* en *resulterend* veld ingevoerd.

Onder het *primaire veld* wordt verstaan het veld van potentiaalverlagingen Φ_p , dat door bemaling van een put ontstaat en waarvoor ter plaatste van het phreatisch oppervlak geldt de randvoorwaarde $\Phi_p = 0$. Primaire velden ontstaan in het algemeen bij het begin van het pompen. Voorbeelden van dergelijke velden zijn die van de gevallen I (§ 16) en III (§ 18).

Onder *resulterend veld* wordt verstaan een veld van potentiaalverlagingen Φ_r , dat door bemaling van een put ontstaat. Ter plaatse van het verlaagde phreatisch oppervlak geldt thans niet meer de voorwaarde $\Phi_r = 0$. Dit oppervlak zal door de wateronttrekking geleidelijk dalen; het stroomveld verandert geleidelijk en nadert op den duur tot dat, waarbij ter plaatse van het phreatisch oppervlak geldt $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$.

Onder *secundair veld* wordt verstaan een veld van potentiaalverlagingen Φ_s , dat gegeven wordt door het verschil van Φ_p en Φ_r .

Beschouw ter toelichting een homogene grondwatermassa met een horizontaal phreatisch oppervlak, dat door open water wordt begrensd in den geest van fig. 35, waarin een put is geplaatst, zooals in fig. 41 is aangegeven.

Voor het stroomveld, dat bij het begin van het pompen ontstaat, geldt aan het phreatisch oppervlak de randvoorwaarde: $\Phi = 0$. Er ontstaat dan het *primaire veld*, aangegeven in fig. 41, dat niet stationnair is. Er zal geleidelijk een (konvormige of in bepaalde gevallen trechtervormige) inzinking in het phreatisch oppervlak ont-

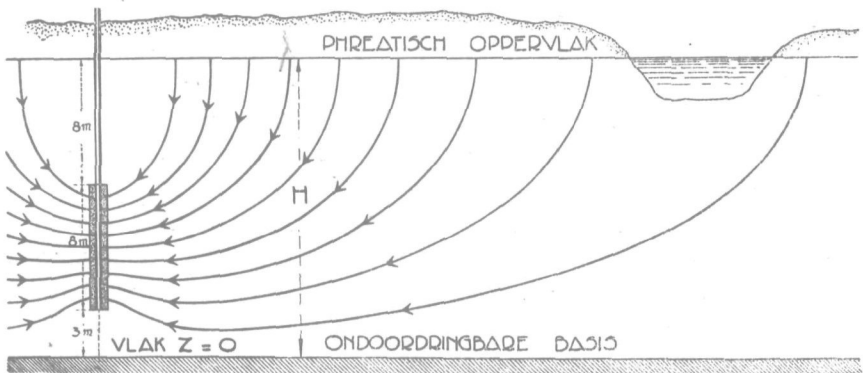


Fig. 41. Stroombuizen van het primaire veld.

staan. Wanneer na eenigen tijd het pompen wordt gestaakt, zal er een stroomveld overblijven (*het secundaire veld*), dat de inzinking in het phreatisch oppervlak weer teniet wil doen.

Het stroomveld van den put tijdens de bemaling op een willekeurig tijdstip (*het resulterende veld*) kan, zooals uit het voorgaande volgt, worden opgebouwd door superpositie van het primaire en het secundaire veld (verg. fig. 42).

In het volgende zal de praktische beteekenis van de ingevoerde onderscheiding uiteengezet worden. Thans zal eerst nog nader op het karakter van de drie velden worden ingegaan.

Bij de situatie in den geest van fig. 35 is het open water ver verwijderd. De potentiaalverlagingen, behorende bij het primaire

veld, nemen naar buiten zoo snel af, dat de randvoorwaarde ter plaatse van de begrenzing met het open water bij dit veld in de omgeving van den put hoegenaamd geen rol speelt. Bij phreatisch water en een horizontale ondoordringbare basis zal het primaire stroomveld dus corresponderen met dat van geval I van hoofdstuk V. Ter vermindering van verdere complicaties wordt voorloopig aangenomen, dat het grondwater vóór het begin van het pompen in rust is. Deze aangelegenheid zal in deze § sub *e* nader behandeld worden.

De stroomlijnen van fig. 41 zijn gevonden door superpositie van een aantal naar boven en naar beneden gespiegelde putfilters. (§ 7 en 8). Er zijn 10 stroombuizen geteekend, welke alle een even groote hoeveelheid water naar het putfilter voeren. Duidelijk blijkt uit deze figuur, dat de ringen, die door de stroombuizen uit het phreatisch oppervlak worden gesneden, ongelijk van oppervlakte zijn: de stroomsnelheid in punten van het phreatisch oppervlak is het grootst in de putas en wordt geleidelijk kleiner in punten, die verder van de putas zijn verwijderd, zoodat inderdaad dit veld niet stationnair is.

Wanneer nu de voorwaarde, bedoeld aan het slot van § 19, vervuld is, zal het primaire stroomveld bij benadering steeds hetzelfde zijn, onafhankelijk van den pompduur. Het secundaire en daarmede ook het resulterende veld daarentegen verandert geleidelijk met de inzinking in het phreatisch oppervlak.

Na langdurig pompen zal tenslotte een toestand worden benaderd,

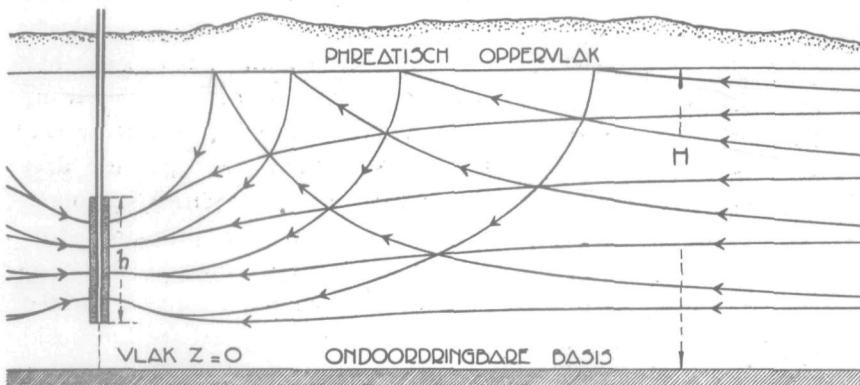


Fig. 42. Stroombuizen van het primaire, secundaire en resulterende veld bij phreatisch water.

die als den stationnairen toestand wordt aangeduid. Daarbij verandert het phreatisch oppervlak niet meer; het aan den put onttrokken water wordt dan aangevuld, hetzij uit het open water, hetzij door den oorspronkelijken grondwaterstroom of door beide. Het resulteerende veld wordt dan het stationnaire veld genoemd; in den eindtoestand geldt, zooals reeds werd vermeld, ter plaatse van het phreatisch oppervlak de voorwaarde

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0.$$

Voor het gebied in de omgeving van den put binnen den cylinder met straal r (zie fig. 35), is zoowel het primaire, het secundaire als het resulteerende veld axiaal-symmetrisch. Het resulteerende veld correspondeert dan in den stationnairen toestand met het stroomveld van geval II. In fig. 42 zijn beide velden geteekend, alsmede het secundaire veld voor den stationnairen toestand, dat in deze figuur gevonden werd door aftrekking van de beide eerstgenoemde velden.

Een soortgelijke beschouwing geldt voor het geval het putfilter onder een moeilijk doordringbare laag is geplaatst. (fig. 43). Ter bepaling van de gedachten is daarbij boven de moeilijk doordringbare laag een goed watervoerende laag gedacht van zeer geringe dikte H_2 , waarin zich het phreatisch oppervlak bevindt. In den primairen stroomingstoestand moet het phreatisch oppervlak een equipotentialvlak vormen; bij geringe dikte H_2 zal de bovenzijde van de moeilijk doordringbare deklaag bij benadering eveneens een equipoten-

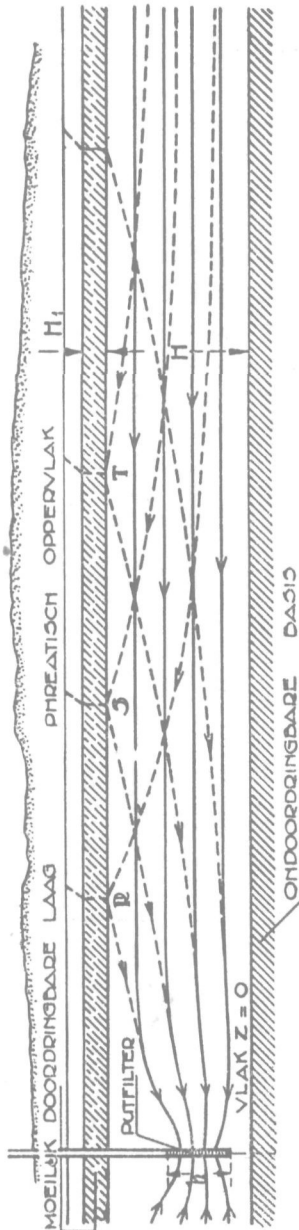


Fig. 43. Stroombuizen van het primaire, secundaire en resulteerende veld onder een moeilijk doordringbare deklaag.

tiaalvlak vormen. Het primaire veld correspondeert dan met het stroomveld van geval III (hoofdstuk V), dat weder niet stationnair is. Het phreatisch oppervlak zal geleidelijk dalen, waardoor een secundair veld ontstaat, dat, samengesteld met het primaire, het resulterende stroomveld oplevert. Bij de situatie, die in fig. 43 is geteekend, zal het stationnaire veld vrijwel correspondeeren met dat van geval II, omdat wegens de geringe dikte H_2 de horizontale strooming in de bovenste watervoerende laag gering is, dus ook de verticale strooming door de moeilijk doordringbare deklaag. In deze figuur is het stelsel der 3 stroomvelden voor den stationnair toestand geteekend. Het resulterende veld is geconstrueerd door superpositie van de velden van een aantal naar boven en naar beneden gespiegelde putfilters. Voor het primaire veld zijn de punten $R, S, T, \dots$ berekend met form. (75); binnen den cylinder $\rho = H$ vallen de stroomlijnen van dit veld vrijwel samen met die van het resulterende veld (§ 18); het overblijvende gedeelte kan daarna gemakkelijk worden voltooid. Hierbij is aangenomen, dat ook in dit geval het primaire veld in den stationnair toestand vrijwel hetzelfde is als bij het begin van het pompen. Daartoe moet de voorwaarde, bedoeld aan het slot van § 19 vervuld zijn.

b) Toelichting door een drietal voorbeelden.

In het voorgaande is ter toelichting reeds voor een tweetal gevallen het stelsel der 3 stroomvelden behandeld. Hierop wordt thans aan de hand van een drietal voorbeelden nader ingegaan. In alle drie voorbeelden zij de hoogte van het putfilter $h = 8$ m, de diameter (van de omstorting) $2r_0 = 0,40$ m, en de afstand van de onderzijde van het putfilter tot de ondoordringbare basis 3 m. Verder geldt:

1^e voorbeeld (fig. 42). Hoogte van het watervoerend pakket $H = 19$ m; doorlaatcoëfficiënt $k = 1$ m/uur. Geen afdekkende laag.

2^e voorbeeld (fig. 43). Hoogte van het goed watervoerend pakket $H = 19$ m; doorlaatcoëfficiënt $k = 1$ m/uur (als boven); dikte van de deklaag $H_1 = 2$ m; doorlaatcoëfficiënt hiervan $k_1 = 0,01$ m/uur (matig afdekkende laag).

3^e voorbeeld (Vergel. fig. 43). Als het tweede voorbeeld, doch $k_1 = 0,0001$ m'uur. (Zeer moeilijk doordringbare deklaag).

Uit deze getallen volgt voor $\alpha = \sqrt{\frac{k_1 H}{k H_1}}$ in de beide laatste voorbeelden resp. $\alpha' = 0,308$ en $\alpha = 0,0308$.

Het eerste voorbeeld correspondeert met geval I, het tweede en derde met geval III van hoofdstuk V. In dat hoofdstuk werd in beide gevallen ondersteld, dat het grondwaterpakket zich in horizontale richting over oneindig grooten afstand uitstreckte. Thans wordt voor alle drie voorbeelden een eindige begrenzing ingevoerd, en wel (om de berekening zoo eenvoudig mogelijk te houden) zoodanig, dat de put zich bevindt in het midden van een cirkelvormig eiland met straal $R = 5000$ m.

In het 3^e voorbeeld is $R < \frac{5H}{\alpha}$. In verband met de afleiding van § 18 sub f) volgt hieruit, dat het primaire stroomveld in de omgeving van den put practisch hetzelfde is als dat voor geval III. Dit geldt eveneens voor het 2^e voorbeeld; hieruit volgt, dat in het 1^e voorbeeld het primaire veld correspondeert met dat van geval I.

De potentiaalverlaging van het *primaire* veld wordt thans, behalve voor het putfilter, uitgerekend voor een vijftal punten, P_1 , P_2 , P_3 , P_4 en P_5 , alle gelegen op een diepte gelijk aan het midden van het putfilter en op afstanden uit de putas van resp. 25, 50, 100, 200 en 1000 m.

Bij het 1^e voorbeeld vindt men de potentiaalverlaging op het putfilter (peilbuis aan den rand van de omstorting) met behulp van form. (51), blz. 75, die in P_1 met form. (48) en die in P_2 t/m P_5 met form. (43b), blz. 68. Bij het 2^e en 3^e voorbeeld kan voor de potentiaalverlaging op het putfilter form. (78) blz. 100 worden gebruikt en voor die in P_1 t/m P_5 form. (73) blz. 96. Met behulp van deze formules vindt men voor de potentiaalverlaging Φ bij een debiet Q de waarden van tabel XII.

In deze tabel zijn tevens vermeld de potentiaalverlagingen voor het *stationnaire* veld, welke voor de punten P_1 t/m P_5 berekend zijn met form. (55a), blz. 80 en voor het putfilter met form. (58), blz. 85.

TABEL XII

	putfilter	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Afstand tot de putas in m	0,20	25	50	100	200	1000
Waarden van $\Phi: \frac{Q}{4\pi k}$ voor:						
Primair veld	1 ^e voorbeeld	0,852	0,0155	0,00146	—	—
	2 ^e voorbeeld	0,998	0,116	0,0586	0,0193	0,00277
	3 ^e voorbeeld	1,240	0,349	0,277	0,204	0,138
Stationnaire veld	1,449	0,558	0,484	0,412	0,339	0,169

Uit deze tabel kunnen onmiddellijk de gewenschte gegevens worden afgeleid. Bij een wateronttrekking Q van 20 m³/uur b.v., zal de potentiaalverlaging bij het 1^e voorbeeld op het putfilter bedragen:

bij het begin van het pompen: $\Phi = 0,852 \frac{Q}{4\pi k} = 1,35 \text{ m};$

in den stationnairen toestand: $\Phi = 1,449 \frac{Q}{4\pi k} = 2,30 \text{ m}.$

Opvallend is bij deze voorbeelden het groote verschil in potentiaalverlaging op eenigen afstand uit den put. Bij $Q = 20 \text{ m}^3/\text{uur}$ is in het 1^e voorbeeld de primaire potentiaalverlaging in P_1 rond 2,5 cm, terwijl die in P_2 practisch/niet waarneembaar is. In het 2^e voorbeeld daarentegen ontstaat in P_3 nog een primaire verlaging van rond 3 cm. Eenzelfde verlaging ontstaat in het 3^e voorbeeld in P_5 . In dit punt bedraagt daarentegen de verlaging in den stationnairen toestand nog rond 27 cm.

De verlaging in het phreatisch oppervlak is in alle drie voorbeelden vrijwel dezelfde. Impers, de strooming in horizontalen zin in de afdekkende lagen kan verwaarloosd worden. Dit is eveneens het geval voor het goed watervoerende laagje van geringe dikte hierboven, dat in het 2^e en 3^e voorbeeld is aangenomen, om de voorstelling en de onderlinge vergelijking te vergemakkelijken. In verband hiermede kan ook de verticale strooming door de moeilijk doordringbare laag in den stationnairen toestand verwaarloosd worden.

Het pakket, dat aan de strooming deelneemt, heeft dan in alle drie gevallen bij benadering een dikte H , terwijl verder ter plaatse van het phreatisch oppervlak geldt: $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$. Deze voorwaarde geldt bij benadering eveneens voor het vlak $z = H$.

In den stationnair toestand wordt dientengevolge de verlaging in het phreatisch oppervlak bij alle drie voorbeelden gegeven door de potentiaalverlaging in het vlak $z = H$. Deze bedraagt bij $Q = 20 \text{ m}^3/\text{uur}$ ter plaatse van de putas 1,10 m, en op 25, 100 en 1000 m uit deze as resp. 0,888, 0,655 en 0,269 m. De inzinking in het phreatisch oppervlak is niet trechtervormig, zooals bij volkomen putten, doch in dit geval *komvormig*.

c) Tijdsduur, noodig voor het bereiken van den eindtoestand.

De beteekenis van het stelsel der drie stroomvelden springt duidelijk in het oog, wanneer men zich rekenschap geeft van den tijdsduur, die voor de instelling van deze velden wordt vereischt.

Het primaire stroomveld is een z.g. „spanningsveld” en ontstaat direct bij het begin van het pompen. De spanningen planten zich theoretisch voort met de snelheid van het geluid. Het is den schr. in de praktijk gebleken, dat het primaire veld zich na korten tijd pompen (binnen eenige uren) heeft ingesteld.

Het stationnaire veld zal eerst ontstaan, wanneer ten minste zooveel water is opgepompt, als onttrokken kan worden uit het grondprofiel, dat begrensd wordt door het oorspronkelijke en het verlaagde phreatische oppervlak. De tijd, die hiermede gemoeid is, is afhankelijk van verschillende plaatselijke omstandigheden, zooals de afstand van den put tot het open water. In vele gevallen zal het lang duren, vóór de eindtoestand practisch bereikt is.

Beschouw daartoe de hiervoor vermelde voorbeelden. Buiten den straal $\rho_1 = 25 \text{ m}$ kan de stationnaire potentiaalverlaging in het vlak $z = H$ worden berekend met de form.:

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi k H} \lg n \frac{R}{\rho}.$$

De inhoud I_1 van dit gedeelte van het evenbedoelde grondprofiel volgt dan uit:

$$I_1 = \int_{\rho_1}^R dI = \int_{\rho_1}^R \Phi \rho \, d\rho = \frac{Q}{2\pi k H} \int_{\rho_1}^R \lg n \frac{R}{\rho} \cdot \rho \, d\rho.$$

$$I_1 = \frac{Q}{2\pi k H} \left[\frac{R^2 - \rho_1^2}{4} - \frac{\rho_1^2}{2} \lg n \frac{R}{\rho_1} \right] = 523,000 \text{ m}^3,$$

waarbij weer $Q = 20 \text{ m}^3/\text{uur}$ is genomen.

De inhoud I_2 van het profiel binnen den straal $\rho_1 = 25 \text{ m}$ wordt gevonden door de oppervlakte van dezen cirkel te vermenigvuldigen met de gemiddelde potentiaalverlaging. Men vindt daarvoor $I_1 \cong 2000 \text{ m}^3$. In den eindtoestand bedraagt het volume van de komvormige verlaging in het phreatisch oppervlak dus $I_1 + I_2 = 525000 \text{ m}^3$.

Het water uit de poriën van den grond kan niet geheel worden onttrokken, omdat een gedeelte capillair wordt vastgehouden. Stel dat aan den grond een volume water kan worden onttrokken gelijk aan 25% van het totale volume, dan zal ten minste $0,25 \times 525.000 \text{ m}^3 = 131.250 \text{ m}^3$ uit den put moeten worden opgepompt, voordat de evenwichtstoestand is ingetreden („ten minste”, omdat bij deze globale berekening nog wordt afgezien van de hoeveelheid water, die door het grensoppervlak in het eiland binnentreedt). Hieruit volgt, dat in de beschouwde voorbeelden gedurende meer dan 6560 uren of meer dan 270 etmalen onafgebroken moet worden gepompt, vóór de eindtoestand is ingetreden.

Bij het eerste en in beperkte mate ook bij het tweede voorbeeld zal spoedig na het begin van het pompen in de omgeving van den put eenige verlaging van het phreatisch oppervlak ontstaan, welke echter in vergelijking met de totale verlaging van geringe beteekenis is. Na eenige etmalen proefpompen zal daarna de verdere verlaging van het phreatisch oppervlak per etmaal zoo gering zijn, dat deze nauwelijks meer waarneembaar is, mede doordat velerlei oorzaken van buiten af de stijghoogte van het grondwater beïnvloeden. Er ontstaat dan na eenige etmalen proefpompen een *schijnbaar stationnaire* toestand, die bij deze voorbeelden zeer veel van den werkelijken toestand zal verschillen.

Deze omstandigheid doet zich in de practijk veelvuldig voor.

Op het misleidende van dezen schijnbaar stationnaire toestand wordt in § 26 nader ingegaan.

Omgekeerd is na afloop van het pompen het primaire stroomveld direct verdwenen, terwijl het secundaire nog geruimen tijd (hoewel in een zich steeds wijzigenden vorm) blijft bestaan.

In de gekozen voorbeelden is gemakshalve een cylindervormige begrenzing door het open water aangenomen. Het is duidelijk, dat de beschouwingen in principe niet veranderen bij een willekeurige begrenzing. Het radiale gedeelte van het stroomveld kan dan met de gevallen I, II en III van het vorige hoofdstuk worden vergeleken.

In de literatuur wordt vrij veel aandacht besteed aan de verandering, die het stroomveld van *volkomen* putten met den pompduur ondergaat.¹⁾ Over de verandering bij *onvolkomen* putten worden slechts enkele, onvolledige gegevens vermeld.

Eenigen tijd geleden is door den schr. reeds de aandacht gevestigd op het stelsel van de drie stroomvelden.²⁾ Nu de oplossing voor de betrokken velden is gevonden (§ 16, 17 en 18) kan deze aangelegenheid en de consequenties daarvan voor de practijk eerst in den vollen omvang worden beoordeeld.

Uit de voorbeelden blijkt, dat het primaire veld in de practijk goed waarneembaar is. In het voorgaande is melding gemaakt van de velerlei oorzaken van buiten af, die de stijghoogte van het grondwater op verschillende punten ongelijk kunnen beïnvloeden. Voor het primaire veld is dit niet van beteekenis, omdat dit veld korten tijd na het begin der bemaling ontstaat. Dit veld is dan ook onder normale omstandigheden steeds goed waarneembaar.

d) Beteekenis van het primaire, secundaire en resulterende veld bij intermitterend bedrijf.

In den regel worden de putten van een waterwinplaats slechts gedurende een gedeelte van het etmaal bemalen b.v. 10, 12, 15 uur. In de rustperiode zal dan het primaire stroomveld geheel verdwijnen, doch de inzinking in het phreatisch oppervlak slechts voor een klein gedeelte b.v. eenige cm. Uit de practijk is niettemin

1) Literatuurlijst no. 41.

2) Literatuurlijst no. 5, blz. 128, waar deze velden zijn aangeduid als 1^e, 2^e en 3^e.

gebleken, dat in dergelijke gevallen de totale verlaging in het phreatisch oppervlak door langdurig bedrijf aanzienlijk kan zijn (b.v. een m of meer).

De peilverlagingen, die door het periodiek inwerking stellen van de putten ontstaan en in de rustperiode weer verdwijnen, corresponderen met het *primaire stroomveld*. Hiervoor moet dus het *oogenblikkelijke debiet* der putten in rekening worden gebracht. De daling in het phreatisch oppervlak ondergaat evenwel door het periodiek in- en buitenwerking stellen zoo weinig verandering, dat hiervoor bij intermitterend bedrijf niet het oogenblikkelijk- maar het *etmaaldebiet* maatgevend is.

In de rustperiode wordt de stijghoogte gevonden met behulp van het secundaire veld. Uit de hierna volgende cijfers blijkt, dat deze bij de situatie van de beschouwde voorbeelden in de omgeving van den put grooter is, naarmate de afdekkende lagen een geringere doorlatendheid hebben.

Door de verlaging, die het phreatisch oppervlak heeft ondergaan, zal in de rustperiode de stijghoogte op zekere diepte boven het phreatisch oppervlak reiken, een verschijnsel, dat zich in de practijk veelvuldig openbaart; vooral wanneer boven de putfilters moeilijk doordringbare lagen worden aangetroffen.

Ter toelichting hiervan worden de drie voorbeelden sub *b*) nader beschouwd. De bij den eindtoestand behorende secundaire potentiaalverlaging in een willekeurig punt wordt gegeven door het verschil van de stationnaire en de primaire verlaging. De overdruk p in de rustperiode in een bepaald punt P is gelijk aan het verschil van de verlaging p_1 in het phreatisch oppervlak verticaal boven P en de secundaire potentiaalverlaging Φ_s in het punt P . Nu is $\Phi_s =$ de resulterende verlaging Φ_r verminderd met de primaire verlaging Φ_p , zoodat men vindt $p = p_1 - (\Phi_r - \Phi_p)$.

In de drie hiervoor beschouwde voorbeelden is het resulterende veld in het punt P_1 (op 25 m afstand van de put) en daarbuiten practisch van cylindrische gedaante. Daar is dus $p_1 = \Phi_r$ en men vindt dan $p = \Phi_p$.

Uit de sub *b*) vermelde cijfers volgt, dat in de rustperiode in het punt P_1 een overdruk heerscht boven het phreatisch oppervlak verticaal boven dit punt van:

$$1^{\circ} \text{ voorbeeld: } 0,0155 \times \frac{Q}{4 \pi k} = \text{rond } 2^5 \text{ cm}$$

$$2^{\circ} \text{ voorbeeld: } 0,116 \times \text{ " } = \text{ " } 18^5 \text{ "}$$

$$3^{\circ} \text{ voorbeeld: } 0,349 \times \text{ " } = \text{ " } 55^5 \text{ "}$$

waarbij weer $Q = 20 \text{ m}^3/\text{uur}$ is gesteld.

e) Oorspronkelijke beweging van het grondwater.

Het in deze § behandelde is in het bijzonder van belang voor het practisch axiaal-symmetrische gedeelte van het stroomveld met straal r , bedoeld in § 19. De omstandigheid, dat in de practijk een dergelijk vrijwel axiaal-symmetrisch gedeelte in de omgeving van den put wordt waargenomen, bewijst, dat de oorspronkelijke stroomingstoestand voor de gedaante van het potentiaalveld in de omgeving van den put in de practijk niet van beteekenis is. Dit wordt bevestigd door de theoretische afleidingen van § 20 sub a.

Uit dezelfde overwegingen volgt, dat ook de invloed van den nuttigen neerslag voor dit gedeelte van het potentiaalveld verwaarloosd kan worden. Bij voeding door den nuttigen neerslag is het phreatisch oppervlak flauw gebogen. Deze buiging is meestal zoo gering, dat in het axiaal-symmetrische gedeelte het phreatisch oppervlak nog bij benadering als horizontaal kan worden aanvaard.

§ 22. DE SPANNINGSVERHANGLIJN VOOR HET AXIAAL-SYMMETRISCHE GEDEELTE VAN HET POTENTIAALVELD IN VERBAND MET DEN BOUW VAN HET GRONDWATERPAKKET.

a) Begrip spanningsverhanglijn.

In § 4 werd vermeld, dat bij de proefpumping meestal peil-filtertjes worden geplaatst op een diepte gelijk aan het midden van het putfilter. Veelal wordt een grafische voorstelling gemaakt van de potentiaalverlagingen, die in deze filtertjes worden waargenomen, waarbij de afstanden tot de as van het putfilter op een horizontale en de potentiaalverlagingen op een verticale as worden uitgezet (verg. fig. 44).

De grafiek, die aldus aangeeft de potentiaalverlaging in punten van een horizontale lijn door het midden van het putfilter bij een verlaging op het putfilter gelijk aan de eenheid, wordt in het navolgende de *spanningsverhanglijn* genoemd.

b) Bepaling van de doorlatendheid van afdekkende lagen uit de spanningsverhanglijn van het primaire veld.

De potentiaalverlagingen zijn bij een homogenen bodem omgekeerd evenredig met den doorlaatcoëfficiënt k , althans voor de gevallen, die in dit werk worden beschouwd. *De vorm van de spanningsverhanglijn is dus bij homogenen bodem onafhankelijk van den doorlaatcoëfficiënt k* , een omstandigheid, waarvan de practici zich lang niet allen bewust zijn.

Daarentegen is deze vorm bij het primaire stroomveld in sterke mate afhankelijk van de gelaagdheid van den bodem. Dit wordt duidelijk geïllustreerd door de voorbeelden van § 21 sub *b*.

Uit tabel XII kunnen gemakkelijk de punten van de spanningsverhanglijn berekend worden. Men behoeft daartoe de getallen van deze tabel slechts te herleiden tot zoodanige waarden, dat deze op het putfilter de waarde één verkrijgen. De getallenrijen moeten daartoe resp. gedeeld worden door 0,852, 0,998, 1,240 en 1,449. Men vindt dan de volgende waarden voor de spanningsverhanglijn:

	putfilter	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
Primair veld	1 ^e voorbeeld	1	0,0182	0,00171	—	—
	2 ^e voorbeeld	1	0,1162	0,0587	0,0193	0,00278
	3 ^e voorbeeld	1	0,281	0,223	0,164	0,1113
Stationnair veld	1	0,385	0,334	0,284	0,234	0,117

Met behulp van deze getallen zijn voor de drie voorbeelden in fig. 44 de spanningsverhanglijnen geteekend van het primaire veld, alsmede die van het stationnaire veld. De karakteristieke verschillen van deze lijnen springen duidelijk in het oog.

Bij deze berekening is bij de gegeven waarden voor H en H_1 alleen gebruik gemaakt van de verhouding $k : k_1$, niet van de

absolute waarde van k . Hierdoor wordt nog eens duidelijk geaccentueerd, dat het verloop van de spanningsverhanglijnen *sterk afhankelijk is van de verhouding van de doorlaatcoëfficiënten van de grondlagen*.

De verschillen in de spanningsverhanglijnen van het primaire veld, die door de meer of mindere doorlatendheid van de afdekkende laag ontstaan, zijn zoo groot en in de practijk zoo duidelijk waarneembaar, dat hierin *een waardevol hulpmiddel is gelegen, om een inzicht te krijgen in de doorlatendheid van de afdekkende lagen*.

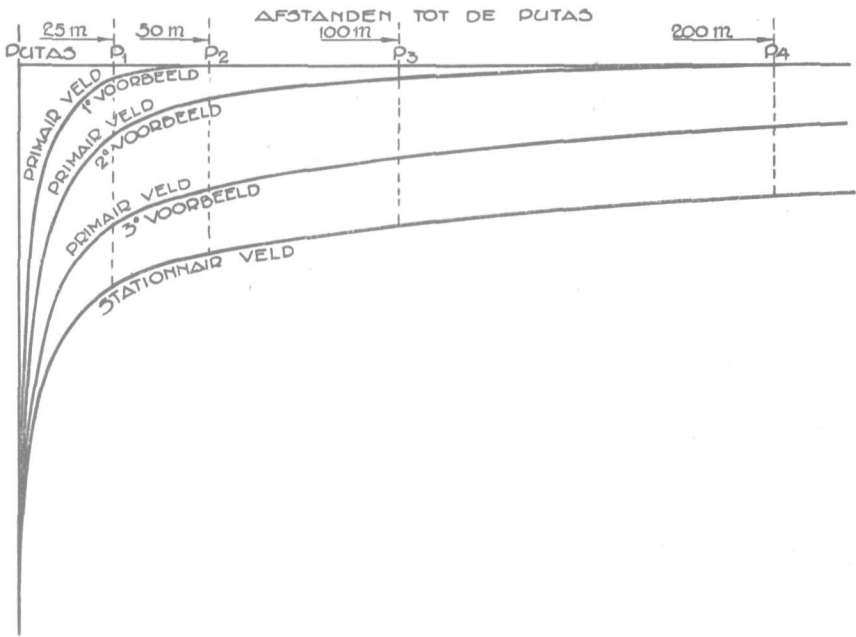


Fig 44. Grafiek van spanningsverhanglijnen.

Bij een bepaald geval in de practijk, waarbij H en H_1 (fig. 33, blz. 93) bekend zijn, gaat men daarbij aldus te werk. Men berekent de spanningsverhanglijn van het corresponderende geval III voor eenige waarden van $k : k_1$, en zoekt aldus door vergelijking een verhanglijn, die zoo goed mogelijk de waargenomen verhanglijn nadert. De waarde van $k : k_1$, die de beste overeenstemming geeft, is de gezochte.

c) Toepassing in de praktijk.

In de praktijk komt het er in den regel niet op aan, een nauwkeurige waarde voor de doorlatendheid k_1 van de afdekkende laag te berekenen. Het is voldoende, wanneer men een inzicht kan krijgen in de meer of mindere waterkeerendheid van de bij de boring aangetroffen grondlagen, ten einde daaruit conclusies te kunnen trekken, inzake mogelijke verontreiniging van boven af. In verschillende gevallen is dit inzicht ook noodig om na te gaan, welke correcties moeten worden toegepast op de in § 23 aan te geven methode voor de bepaling van de capaciteit van een groep putten.

Een eenvoudig geval in de praktijk is dat, waarbij het putfilter geplaatst is in een homogeen grondpakket, dat aan de onderzijde begrensd wordt door een horizontale ondoordringbare basis en aan de bovenzijde door een homogene afdekkende laag van geringe dikte. Dit geval is direct vergelijkbaar met geval III (§ 18). Ook wanneer boven de afdekkende laag nog weer een dun pakket van goed watervoerende lagen aanwezig is, is geval III praktisch nog voldoende nauwkeurig vergelijkbaar.

Ingewikkelder wordt de zaak, wanneer boven het putfilter een pakket wordt aangetroffen, dat afwisselend uit goed en moeilijk doorlatende lagen bestaat. Ook in dat geval kan door vergelijking met geval III een inzicht worden verkregen in het afsluitend vermogen van dit pakket. Beschouw ter toelichting het derde voorbeeld van § 21 sub b) en vergelijk dit met een overeenkomstige situatie in de praktijk, met dit verschil, dat inplaats van de moeilijk doordringbare laag ter dikte van 2 m een lagenpakket aanwezig is ter dikte van 20 m, dat afwisselend uit goed en moeilijk doorlatende lagen bestaat. Wanneer de spanningsverhanglijn van het primaire veld, welke uit de waarnemingen wordt gevonden, ongeveer dezelfde is als die van het bedoelde derde voorbeeld, kan men besluiten, dat het pakket van 20 m dikte ten minste een even goede waarborg biedt tegen verontreiniging van boven af als de moeilijk doordringbare laag van het derde voorbeeld.

Een andere factor, die voor de toepassing in de praktijk vermelding behoeft, is de diepteligging van de ondoordringbare basis. Reeds vroeger werd opgemerkt, dat in de aardlagen, die voor de

hydrologie van ons land in beschouwing komen, absoluut ondoordringbare lagen feitelijk niet voorkomen. Het begrip der „ondoordringbare” basis is dan ook in de praktijk slechts relatief; wanneer de lagen beneden een bepaald vlak geen noemenswaardig aandeel meer hebben in den watertoevoer naar den put, kan dit vlak als „ondoordringbare” basis worden aangenomen.

In bepaalde gevallen geeft de geologische interpretatie van de boorgegevens hieromtrent voldoende uitsluitsel, b.v. wanneer het

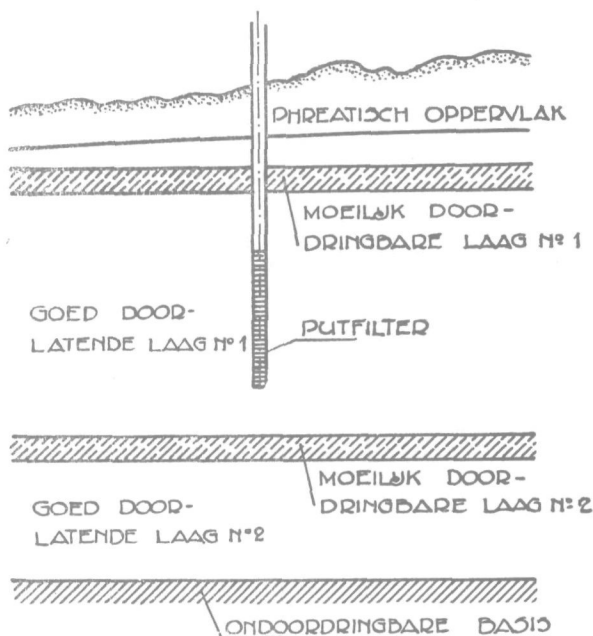


Fig. 45. Putfilter tusschen twee moeilijk doordringbare lagen.

goed watervoerende pakket rust op moeilijk doordringbare lagen, van een zoodanige geologische formatie, dat daaronder in het algemeen geen goed watervoerende lagen meer mogen worden verwacht.¹⁾

In andere gevallen moet de plaatselijke hydrologische gesteldheid voor de aanneme van de ondoordringbare basis den doorslag geven. Zoo kan b.v. de moeilijk doordringbare laag van 2 m dikte van het hiervoor gegeven derde voorbeeld als waterkeerende basis

¹⁾ Literatuurlijst No. 54, blz. 54.

worden opgevat (althans voor het primaire stroomveld), wanneer boven deze laag een put zou worden geplaatst in een goed watervoerend pakket, dat zich naar boven tot het phreatisch oppervlak uitstrekt.

Een andere complicatie ontstaat, wanneer het putfilter geplaatst is tusschen twee moeilijk doordringbare lagen No. 1 en 2 (fig. 45), waaronder zich nog een goed doorlatend pakket bevindt. De moeilijk doordringbare laag No. 2 zal dan niet als waterkeerende basis kunnen worden opgevat. De spanningsverhanglijn kan in dit geval worden ingesloten tusschen de verhanglijnen van twee eenvoudiger gevallen; bij de eerste situatie wordt de moeilijk doordringbare laag No. 2 als waterkeerende basis opgevat, bij de tweede situatie wordt aan deze laag dezelfde doorlatendheid toegerekend als aan de goed watervoerende lagen. In het eerste geval vindt men te groote, in het laatste te kleine waarden voor de potentiaalverlaging. Door vergelijking van de aldus berekende waarden met de spanningsverhanglijn, die uit de waarnemingen wordt gevonden, kan men in verschillende gevallen een inzicht verkrijgen in de meer of mindere waterkeerendheid van de afdekende laag.

Het verdient aanbeveling, in dat geval tevens een waarnemingsfilter te plaatsen onder de moeilijk doordringbare laag no. 2 op korten afstand van den pompput. Blijkt, dat hierin geen peilverlaging wordt waargenomen, dan kan men voor het primaire veld de moeilijk doordringbare laag no. 2 als ondoordringbare basis opvatten.

Op dergelijke wijze kunnen verschillende situaties uit de practijk bewerkt worden met behulp van de standaard-gevallen I, II en III van het vorige hoofdstuk.

Reeds werd opgemerkt, dat in het hier beschouwde radiale gedeelte van het door bemaling opgewekte stroomveld de oorspronkelijke beweging van het grondwater en de voeding door den neerslag geen rol van beteekenis spelen. Door de opmerkelijke verschillen in de spanningsverhanglijnen zijn eveneens van weinig belang de afwijkingen, die ontstaan in de gevallen I tot en met III door geringe hellingen of onregelmatigheden van de waterkeerende basis. Ook de begrenzingen door het open water zijn in dit opzicht meestal van weinig invloed. Denkt men zich b.v. open water, zoo-

als in fig. 41 schematisch is aangegeven, dan is het duidelijk, dat het primaire veld daardoor weinig invloed zal ondervinden, omdat de randvoorwaarden met of zonder dit open water vrijwel dezelfde zijn.

Hieruit blijkt tevens, dat het gedeelte van het primaire veld, dat als axiaal-symmetrisch kan worden opgevat, een grooteren straal kan hebben dan dat van het stationnaire veld.

d) Vergelijking met bekende werkwijzen.

De beoordeeling van de waterkeerendheid van scheidende lagen geschiedt tot heden voornamelijk:

- 1°. met behulp der grondmonsters;
- 2°. door een uitgebreid geo-hydrologisch onderzoek;
- 3°. door peilingen boven de afdekkende lagen tijdens de bemaling.

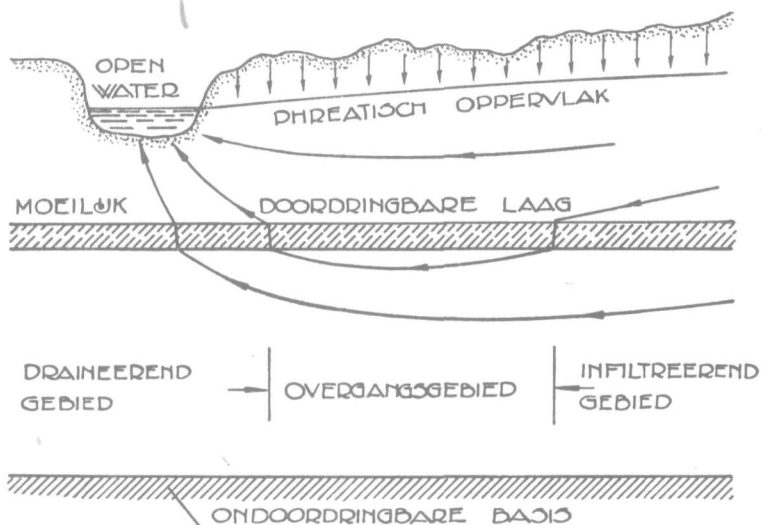


Fig. 46. Draineerend en infiltrerend gebied.

Ad 1°. Omtrent de beteekenis, die aan de grondmonsters in deze moet worden toegekend, is reeds in § 1 het een en ander vermeld. Het is overigens een bekend feit, dat deze monsters niet steeds een voldoende inzicht geven in de waterkeerendheid van de scheidende lagen. Bovendien leert de ervaring, dat de gegevens

van één of enkele boorpunten niet maatgevend behoeven te zijn voor het daaromheen liggende gebied.

Ad 2°. In bepaalde gevallen kan een uitgebreid geo-hydrologisch onderzoek, waarbij in de verschillende grondwaterétages een groot aantal peilputten worden gemaakt en gepeild, een overzichtelijk beeld geven van den aard en den samenhang van scheidende lagen.¹⁾ Een dergelijk onderzoek is evenwel kostbaar en kan dan ook in vele gevallen om financiële redenen niet worden uitgevoerd. Bovendien voert deze methode lang niet altijd tot het hierboven beoogde doel b.v. wanneer het gebied, dat men wil onderzoeken, juist gelegen is tusschen het „infiltrerende” en het „draineerende” gedeelte van het hydrologisch régime. (fig. 46).

In dat gedeelte stroomt weinig water in verticalen zin door de moeilijk doordringbare laag en men heeft dan geen aanknooppingspunt om daar de doorlatendheid uit de peilwaarnemingen onder en boven deze laag te schatten.

Andere complicaties kunnen zich nog voordoen, zooals de moeilijkheid van de schatting van den nuttigen neerslag en de verdeling van den afvoer over de verschillende étages.

Ad 3°. In de practijk wordt vrij veel waarde gehecht aan de peilingen boven de moeilijk doordringbare laag tijdens de proefpompings. Wanneer daarbij gedurende eenige etmalen pompen boven deze laag geen verlaging is waargenomen, wordt daaruit veelal geconcludeerd, dat de scheidende laag practisch geen water doorlaat. Dat dit echter geenszins het geval is, blijkt b.v. reeds uit een nadere beschouwing van het 3° voorbeeld bedoeld in § 21 sub *b*).

Bij een debiet $Q = 20 \text{ m}^3/\text{uur}$ bedraagt de primaire potentiaalverlaging in punten aan de onderzijde van de moeilijk doordringbare laag:

Afstanden tot de put in m	0,20	25	50	100	200	1000
Primaire potentiaalverlaging in cm (afgerond). . . .	0,77	0,56	0,44	0,32	0,22	0,031

1) Zie noot blz. 5.

De snelheid, waarmede het water zich naast de stijgbuis van den put in verticalen zin door de moeilijk doordringbare laag ter dikte van 2 m beweegt is dan:

$$v = k_1 \cdot \frac{\Phi}{H_1} = 0.0001 \frac{0.77}{2} = 0.0000385 \text{ m/uur.}$$

Wanneer van een willekeurig grondprofiel 25 volume-procenten aan water kan worden onttrokken, zal de daling van het phreatisch oppervlak ter plaatse van den put bij het begin van het pompen bedragen: $0.0000385 \times 24 : 0.25 = \text{rond } 2.3 \text{ mm/etm.}$ Deze verlaging is bij de gebruikelijke peilmethoden en bij de velerlei invloeden van buiten af op de stijghoogte nauwelijks waarneembaar.

Vele practici zouden hieruit de conclusie trekken, dat het water uit ver verwijderde gebieden onder de „ondoorlaatbare” laag zou worden aangevoerd. Bij het beschouwde voorbeeld is dat evenwel juist omgekeerd: het water stroomt, althans in het begin, wanneer het secundaire veld nog niet van beteekenis is, wel degelijk door de „ondoorlaatbare” laag heen naar het putfilter.

Duidelijk blijkt uit dit voorbeeld, dat door gelijktijdige peilingen in waarnemingsfilters onder en boven de moeilijk doordringbare lagen niet steeds een behoorlijk oordeel kan worden verkregen over de doorlatendheid van dergelijke lagen.

De methode, die hiervóór werd ontwikkeld en waarbij de doorlatendheid van de afdekkende lagen uit de spanningsverhanglijn van het primaire veld wordt afgeleid, is dan ook naar de meening van den schrijver voor de practijk van belang.

Uit de hiervoor behandelde toepassing bij de voorbeelden 1 t/m 3 is gebleken, dat hiermede zoodanig sprekende cijfers kunnen worden verkregen, dat deze methode in vele gevallen tot goede resultaten voert. In den regel vordert deze methode geen extra kosten, omdat zij voortvloeit uit de resultaten der proefpompings.

§ 23. CAPACITEIT VAN EEN GROEP PUTTEN.

a) Opzet.

In het voorgaande is het stroomveld van één enkelen put bestudeerd. Thans zal worden ingegaan op de bemaling van een

groep putten en wel in het bijzonder op de vraag, hoeveel water bij een bepaalde afpompings aan een groep putten kan worden onttrokken. Wanneer de bemaling geschiedt ten dienste van de drinkwatervoorziening, zal men tevens de herkomst en de wijze van aanvulling van het gepompte water willen onderzoeken. Ter beantwoording van deze vragen kan men gegevens verzamelen van de geo- en hydrologische gesteldheid van het boorterrein met omgeving, alsmede van één of meer proefpompingen. De wijze van aanvulling is in § 20 sub b) behandeld. In deze § zal thans de capaciteit van een groep putten nader worden onderzocht.

**b) Capaciteitsbepaling uit de spanningsverhanglijn;
methode-Versluys.**

Bij de veronderstelling, bedoeld aan het slot van § 19, kan bij benadering worden aangenomen, dat de begrenzingen en het gedrag van de strooming in de nabijheid hiervan, tengevolge van de bemaling, niet veranderen. De potentiaalverlaging in een willekeurig punt, welke door de bemaling van een groep putten wordt opgewekt, kan dus worden gevonden door sommeerling van de potentiaalverlagingen, die door de bemaling van iederen put afzonderlijk ontstaan (zie § 8).

De wijdden van de putten zijn in den regel klein ten opzichte van hun onderlingen afstand, zoodat het stroomveld van één put hoegenaamd geen verandering ondergaat, wanneer de grondwater-massa door het maken van andere putten wordt onderbroken en daardoor een gewijzigde begrenzing krijgt.

Op grond van deze overweging heeft VERSLUYS¹⁾ voor de berekening van de potentiaalverlaging, die door de bemaling van een groep putten moet worden verwacht, de volgende werkwijze voorgesteld.

De proefpomping wordt zoo lang voortgezet, tot de evenwichtstoestand practisch bereikt is, waarbij de potentiaalverlagingen bij een bepaald debiet op verschillende afstanden van den proefput worden gemeten op diepten gelijk aan het midden van den proefput. De potentiaalveranderingen zijn bij benadering evenredig met het debiet; men kan dus de „relatieve” potentiaalverlaging, d. i.

1) Literatuurlijst No. 52.

de verlaging bij een debiet één, voor ieder peilfilter berekenen en daaruit door interpolatie de „relatieve” potentiaalverlaging bepalen voor ieder punt van een horizontaal vlak door het midden van het filter (fig. 47).

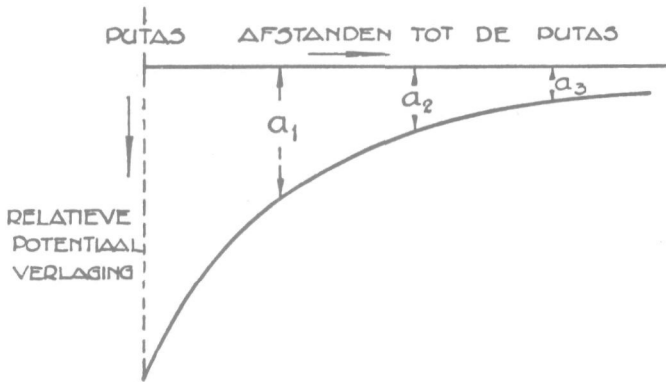


Fig. 47. Grafiek voor relatieve potentiaal-verlagingen.

De kromme lijn in deze figuur komt dus overeen met de spanningsverhanglijn bedoeld in § 22 sub *a* met dit verschil, dat nu niet de potentiaalverlaging op het putfilter, maar het debiet van den put één is.

Er wordt nu aangenomen, dat bij alle te maken putten eenzelfde stroomveld behoort, hetgeen inderdaad het geval is, wanneer de bodem regelmatig van bouw is en iedere put ten opzichte van het open water dezelfde situatie heeft.

De totale verlaging op een willekeurig punt wordt gevonden door sommatie van de verlagingen, die door elk der putten afzonderlijk worden opgewekt. Noem b.v. de relatieve potentiaalverlagingen in een punt *P*, welke door de bemaling van de putten Q_1, Q_2, Q_3 , worden opgewekt $a_1, a_2, a_3 \dots$, dan is de totale verlaging in *P*, wanneer aan de putten resp. $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$, eenheden water worden onttrokken:

$$\Phi_P = Q_1 a_1 + Q_2 a_2 + Q_3 a_3 + \dots \quad (86)$$

Wanneer het debiet der putten niet bekend is, doch wel de potentiaalverlaging, kan men voor *n* putten *n* vergelijkingen opstellen van den vorm (86) en daaruit de waarden Q_1, Q_2, Q_3 ,

berekenen. Door vergelijking van verschillende oplossingen kan worden nagegaan, welke de meest economische afstand tusschen de putten is.

De methode VERSLUYS heeft het voordeel, dat de in sommige gevallen moeilijk te analyseeren bouw van het grondpakket wordt uitgeschakeld, voor zoover dit overeenstemt met de aanname, dat bij alle putten eenzelfde stroomveld behoort.

c) Bezwaren van de methode Versluys.

Bij bepaalde situaties zal het primaire stroomveld een sterke overeenkomst vertoonen met het stationnaire veld. Dit is b.v. het geval bij geïnundeerd of sterk met kanalen of slooten doorsneden terrein of wel wanneer het filter onder zoo moeilijk doordringbare lagen is geplaatst, dat deze ook bij het primaire veld slechts een klein gedeelte van het debiet doorlaten. Er wordt dan spoedig na het begin van het proefpompen bij benadering den evenwichtstoestand bereikt. Bij andere situaties daarentegen kan dit zeer lang duren. Zoo is bij het eerste voorbeeld van § 21 sub *b* gebleken, dat men ten minste enkele maanden zal moeten proefpompen, voordat met voldoende benadering de eindtoestand is bereikt. In dien tijd doen zich zoovele invloeden van buiten af gelden — invloeden, die niet steeds in alle peilputten op dezelfde wijze reageren — dat het, afgezien nog van de vrij hooge kosten, niet steeds mogelijk is aldus betrouwbare waarnemingen te verkrijgen.

Dat er inderdaad tusschen het primaire en stationnaire veld zoodanige verschillen kunnen bestaan, dat deze voor de practijk van beteekenis zijn, bleek reeds uit de voorbeelden van § 21 sub *b*.

De fouten, die gemaakt worden, doordat de proefpomp niet lang genoeg kan worden voortgezet, zullen kleiner zijn, naarmate het primaire stroomveld meer overeenstemming vertoont met het stationnaire veld.

Wanneer het open water ver b.v. eenige km verwijderd is, heeft de methode-VERSLUYS nog een ander bezwaar. Men kan dan nl. moeilijk bij de proefpomp het gepompte water op het open water lozen en volstaat er dan meestal mee dit op eenigen afstand weder in den grond te laten dringen. Het indringingsgebied vormt

Des nooit doen!

een nieuwe begrenzing van het grondwater, waardoor de randvoorwaarden zoo kunnen veranderen, dat de stroomingstoestand een geheel andere wordt, dan wanneer in het definitieve bedrijf het opgepompte water inderdaad over grooten afstand wordt vervoerd.

Uit het een en ander blijkt, dat de methode-VERSLUYS in verschillende gevallen goed en snel tot het gewenschte doel kan voeren, doch dat in vele andere gevallen deze methode zonder nadere berekeningen geen voldoende resultaat geeft.

d) Werkwijze voor het ondervangen van de bezwaren.

Voor de gevallen, waarin de methode-VERSLUYS om de hiervóór aangegeven redenen geen bevredigende resultaten geeft, kan als volgt worden te werk gegaan.

Het proefpompen wordt zoo lang voortgezet (b.v. eenige uren), dat het primaire veld zich volkomen heeft ingesteld, doch het secundaire nog niet van beteekenis is. Om nu de potentiaalverlagingen van den eindtoestand te vinden, moeten de aldus gevonden primaire potentiaalverlagingen vermeerderd worden met die van het secundaire veld. Nadat deze correctie is aangebracht, verloopt het opstellen der vergelijkingen, alsmede het verdere deel der berekeningen omtrent afstand en aantal der putten op de wijze, zooals door VERSLUYS is aangegeven.

De verlagingen van het secundaire veld worden door berekening gevonden. Hiertoe wordt allereerst aan de hand van de gevallen I en III (hoofdstuk V) uit het primaire stroomveld de doorlaatcoëfficiënt k van het goed watervoerende pakket en eventueel de k_1 van de afdekkende lagen uitgerekend. Daarna wordt de verlaging van het phreatisch oppervlak en het daarbij behorende secundaire veld becijferd, waarvoor (zie § 21, d) niet het oogenblikkelijk debiet, maar het etmaal-debiet maatgevend is.

Voor het radiale gedeelte van het veld kan in normale gevallen de verlaging van het phreatisch oppervlak veelal berekend worden met behulp van geval II, § 17.

Voor het niet-radiale gedeelte wordt de verlaging van het phreatisch oppervlak gevonden op de in § 20 aangegeven wijze.

Wanneer de omstandigheden het noodig maken, dat rekening wordt gehouden met bepaalde onregelmatigheden in de begrenzing

en in de doorlatendheid, wordt door den schr. in het bijzonder de grafische methode aanbevolen (zie § 7).

Door FORCHHEIMER ¹⁾ werd hiertoe een methode aangegeven, die hoewel voor andere doeleinden bestemd, ook hier kan worden toegepast. Vlugger komt men meestal tot het doel, wanneer eerst een stroomveld wordt geteekend aan de hand van een bekend geval, dat zoo goed mogelijk aan de gegeven onregelmatige situatie be-

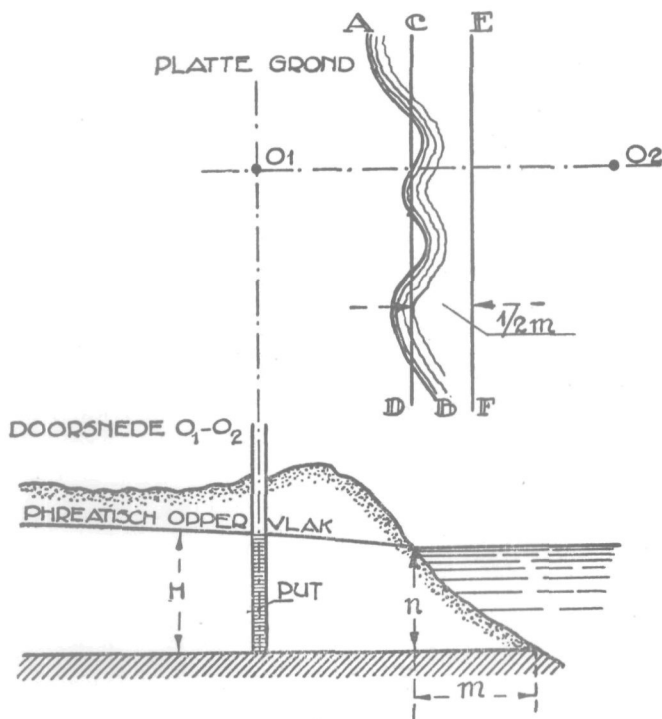


Fig. 48. Put in de nabijheid van open water.

antwoordt. Daarin worden dan probeerderwijs zoodanige wijzigingen aangebracht, dat het gezochte stroomveld wordt benaderd.

Beschouw b.v. de situatie van fig. 48, waarin de kromme lijn AB een begrenzing voorstelt door open water (zee, meer).

Men kan nu beginnen de grenslijn AB zoo goed mogelijk door een rechte lijn CD te benaderen. Heeft de oever een talud $n:m$

¹⁾ Literatuurlijst no. 12.

(fig. 48), dan verdient het aanbeveling de lijn CD over een afstand $\frac{1}{2} m$ naar rechts te verplaatsen en vervolgens een stroomveld te construeeren van een put O_1 , welke geplaatst is in een homogeen pakket van constante dikte H , dat begrensd wordt door een verticalen rechten oever EF . De constructie hiervan kan gemakkelijk worden uitgevoerd met behulp van een op het vlak EF gespiegeld putfilter O_2 (verg. § 7). Het stroomveld, dat aldus ontstaat, wordt nu omgewerkt, totdat dit geheel is aangepast aan de werkelijke begrenzing AB met een talud $n:m$.

De contrôle op de juistheid van de verkregen stroomfiguur wordt verkregen, door de stroombuizen door equipotentiaalvlakken in zooveel mogelijk rechthoekige vakken te verdeelen en na te gaan of in alle vakken, begrensd door twee equipotentiaalvlakken, dezelfde potentiaalverlaging ontstaat. Uit de figuur kan men door meting in ieder punt de potentiaalverlaging vinden bij een bepaald debiet Q en bij een bepaalden doorlaatcoëfficiënt k .

Wil men weten op welke wijze het onttrokken water wordt aangevuld, dan moet men de bovenbedoelde stroomfiguur samenstellen met de oorspronkelijke strooming (vergel. fig. 39 en 40).

Wanneer op het begrenzingsvlak met het open water (b.v. door aanslibbing) een intreeweerstand ontstaat, verdient het aanbeveling, bij den eersten opzet de lijn EF nog verder naar rechts te verschuiven over een afstand s . Wanneer de intreeweerstand bij een stroomsterkte q bedraagt Φ_i , kan de lengte s doelmatig worden bepaald uit:

$$q = kH \frac{\Phi_i}{s}$$

wanneer k de doorlaatcoëfficiënt van den bodem ter zijde van het open water voorstelt (fig. 48). Deze formule drukt uit, dat het potentiaalverval bij een stroomsterkte q ter zijde van het open water over een lengte s bedraagt Φ_i .

De oorspronkelijke grondwaterstroom loost in den regel op het open water. Uit de isohypsenkaart van dezen stroom kan gemakkelijk de waarde van s worden afgeleid.

De niet-homogeniteit van den bodem, zoo deze geleidelijk verandert, kan doelmatig tot uitdrukking worden gebracht door een veronderstelde diepteligging van de ondoordringbare basis. Stel b.v. dat in fig. 48 ten noorden van den put de doorlaatcoëfficiënt

k geleidelijk afneemt tot $\frac{1}{2} k$, dan kan daarmede met het teekenen der stroomfiguur zoodanig rekening worden gehouden, dat de doorlaatcoëfficiënt k constant wordt gelaten, doch de dikte H geleidelijk tot $\frac{1}{2} H$ wordt verminderd. Deze dikte kan op verschillende punten ingeschreven worden; bij het teekenen en contrôleeren der stroomfiguur kan hiermede dan rekening worden gehouden.

Deze werkwijze is speciaal van belang, wanneer ook de dikte H van het watervoerend pakket niet constant is. Men reduceert dan de onregelmatigheden van k en H tot de wijziging van één grootheid (H).

In het volgende hoofdstuk zal het een en ander door een voorbeeld uit de practijk worden toegelicht.

HOOFDSTUK VII.

EENIGE TOEPASSINGEN IN DE PRACTIJK.

Inhoud:

- § 24. Keuze van het voorbeeld
- § 25. Geo- en hydrologische gesteldheid van het wingebied.
 - a) Diepe boring.
 - b) Grondwaterétages.
 - c) Bouw van het bovengrondwaterpakket.
 - d) Begrenzungen van het bovengrondwater.
- § 26. De stroomvelden der putten.
 - a) Spanningsverhanglijnen.
 - b) Doorlatendheid van de goed-watervoerende lagen en van de deklagen.
 - c) Het stationnaire veld.
 - d) Verlaging van het phreatisch oppervlak.
 - e) Contrôle uit de waarnemingen.
 - f) Herkomst van het gepompte water.
 - g) Potentiaalverlagingen in de putten bij een etmaal-debiet van 7000 m³ en een uurdebiet van 620 m³ (pompduur ruim 11 uren per etmaal).

§ 24. KEUZE VAN HET VOORBEELD.¹⁾

Als voorbeeld wordt gekozen de waterwinplaats van de Tilburgsche Waterleiding; omtrent deze winplaats zijn in het jaar 1925 door den schr. in samenwerking met den Directeur der Waterleiding verschillende onderzoeken verricht.²⁾

De winplaats bestaat naar den toestand van 1925 uit een driel tal puttenreeksen, n.l.: (zie fig. 52)

- 1°. de *O*-richting, ter lengte van rond 2 km omvattende 42 putten;
- 2°. de *Z*-richting, " " " " 1,5 km " 35 putten;
- 3°. de *K*-reeks " " " " 250 m " 7 putten.

Aan de *O*- en de *Z*-reeks samen werd omstreeks 1925 circa

¹⁾ Als voorbeeld van een gebruikelijke wijze van onderzoek, zie o.a. literatuurlijst Nos. 7 en 37.

²⁾ Literatuurlijst No. 5.

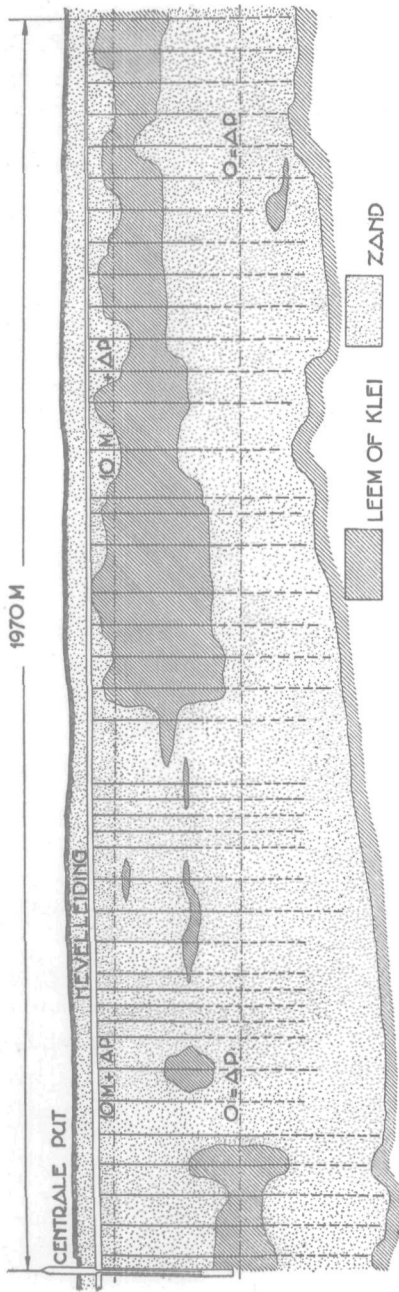


Fig. 49. Lengtedoorsnede van de *O*-reeks. — De putfilters zijn met stippellijnen aangegeven.

650 m³ water per uur onttrokken, terwijl de *K*-putten bovendien nog ruim 100 m³ per uur leverden.

Fig. 49 geeft een lengte-doorsnede van de *O*-reeks, fig. 50 van de *Z*-reeks. De putten van elk dezer beide reeksen zijn verbonden door een hevelleiding; de beide hevelleidingen monden uit in een centralen put; de *K*-putten zijn door een zuigleiding verbonden en kunnen afzonderlijk worden bemalen.

Het normale puttype heeft een filterlengte van 8 m, dat normaal reikt van 3 m + tot 5 m — AP. De filters zijn omgeven door een dubbele omstorting met een uitwendigen diameter van normaal 500 mm. Op verschillende plaatsen is van het normale type afgeweken.

Zoo zijn b.v. op het zuidelijke einde van de *Z*-richting de putten minder diep; op andere plaatsen b.v. het begin van de *O*-richting maakte de grondgesteldheid een diepere plaatsing mogelijk. Ook van de normale filterlengte moest hier en daar worden afgeweken.

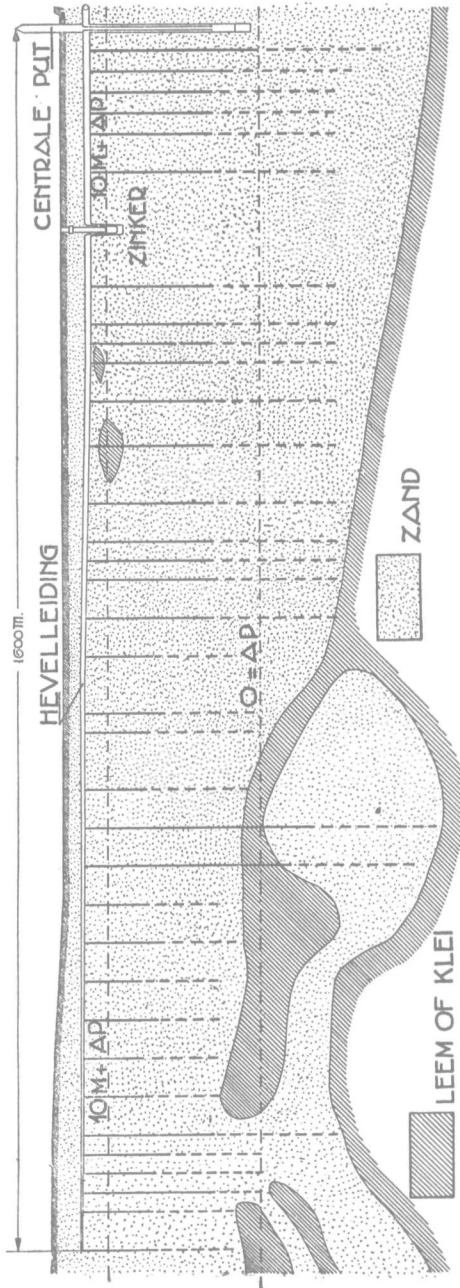


Fig. 50. Lengtedoorsnede van de Z-reeks. — De putfilters zijn met stippellijnen aangegeven.

§ 25. GEO- EN HYDROLOGISCHE GESTELDHEID VAN HET WIN- GEBIED.

a) Diepe boring.

Door den geoloog Dr. J. F. STEENHUIS werden de monsters onderzocht van een in 1929 op het terrein van het pompstation tot een diepte van 150 m verrichte boring (fig. 51). Volgens deze interpretatie behooren de bovenste lagen tot het Prae-glaciaal of Hoogterras en verder benedenwaarts van af een zekere, niet aan te geven diepte tot het Pleisto-Pliocene. De benedengrens van deze laatste formatie ligt vermoedelijk op een diepte van 78,50 m — AP, (terrein = 13 m + AP). De lagen daaronder behooren tot het diepste punt der boring vermoedelijk tot het Midden-Pliocene.

Van hydrologisch standpunt kan men bij deze diepe boring in hoofdzaak een vijftal zônes onderscheiden en wel:

- 1°. een pakket, dat reikt tot 16 m — AP en dat bestaat uit grove en fijne zandlagen; dit pakket

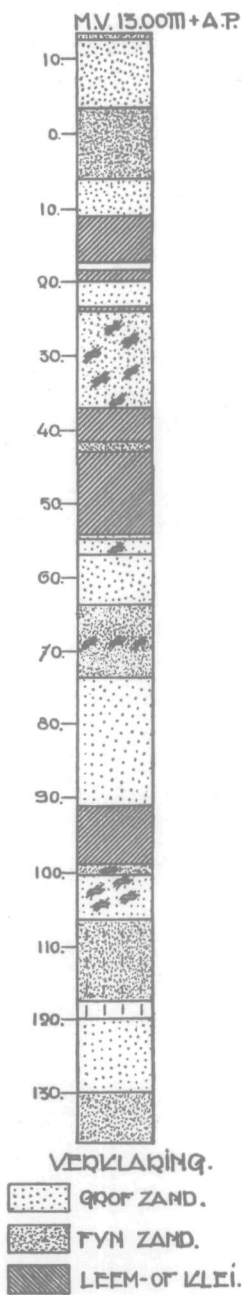


Fig. 51. Profiel diepe boring.

kan grootendeels als goed watervoerend worden aangemerkt;

- 2°. een pakket, reikende van 16 m — AP tot 57 m — AP, dat voor een groot deel bestaat uit klei- en leemlagen, afgewisseld met matig grove en fijne slib- en kleihoudende zandlagen; deze zône leent zich niet voor wateronttrekking;
- 3°. een pakket daaronder van 57 m — AP tot 91 m — AP, dat gedeeltelijk uit grove en matig grove, meest slibhoudende zandlagen bestaat en dat zich voor een groot gedeelte vrij goed voor wateronttrekking leent;
- 4°. een pakket van 91 m — AP tot 106 m — AP, dat gedeeltelijk uit klei, gedeeltelijk uit kleihoudende zandlagen bestaat, welke niet voor wateronttrekking in aanmerking komen;
- 5°. de lagen dieper dan 106 m — AP, welke gedeeltelijk uit zoodanig grof materiaal bestaan, dat deze vermoedelijk weder voor wateronttrekking geschikt zijn.

Deze boring werd afgewerkt tot pomp-put, waarbij in de sub 3° bedoelde zône een putfilter is geplaatst.

b) Grondwater-étages.

Het spreekt vanzelf, dat op grond van deze diepe boring alleen geen conclusies kunnen worden getrokken omtrent de verdeeling van het grondwater in étages. Uit de gegevens van de 84 ondiepe boringen, welke vrijwel

alle meer of minder diep in de kleilagen van de 2° zône zijn voortgezet, blijkt, dat in het geheele gebied van de waterwinplaats de lagen van de 1° en 2° zône worden aangetroffen.

Het is gebleken, dat het in- en buitenwerking stellen van de ondiepe putten in het diepe grondwater niet waarneembaar is. Voorts is de stijghoogte van het „diepe” grondwater in de 3° zône circa 1 m hooger dan die van het bovengrondwater, terwijl de chemische samenstelling van het grondwater van deze twee zônes verschillend is.

Uit het bovenstaande kan men besluiten, dat de bovenzijde van de kleilaag van de 2° zône kan worden opgevat als waterkeerende basis van het bovengrondwater. De bevestiging van de conclusie door een pomproef in het grondwater van de 3° zône ontbreekt, omdat voorshands geen andere diepe boringen zijn gemaakt en derhalve waarnemingsfilters ontbreken ter bepaling van de spanningsverhanglijn voor den diepen put.

Voor de verdere beschouwingen en afleidingen van dit hoofdstuk is in het bijzonder de bovenste zône (het bovengrondwater) van belang, omdat hieraan vrijwel uitsluitend het benodigde water wordt onttrokken. De ligging van de „ondoordringbare” basis blijkt uit de fig. 49 en 50; deze basis daalt met een geringe helling in noordelijke richting.

c) Bouw van het bovengrondwaterpakket.

Een nadere beschouwing van het bovengrondwaterpakket (1° zône bedoeld sub a) leert (fig. 49 en 50), dat op de diepte van de putfilters grove en matig grove zandlagen worden aangetroffen en dat boven de putfilters de volgende lagen voorkomen:

1°. grove en matig grove zandlagen boven de filters van de Z-richting (met uitzondering van enkele putten, die dieper konden worden geplaatst onder fijnere deklagen);

2°. fijn, slibhoudend zand, met onregelmatige klei- en lemlagen boven de filters van het westelijk gedeelte van de O-richting;

3°. een leempakket van vrij groote dikte boven de putfilters van het oostelijke gedeelte van de O-richting.

Volgens de boorgegevens vormt de sub 3° bedoelde leemlaag vermoedelijk een samenhangend geheel, zoodat deze laag voorshands als „afdekkend” moet worden opgevat. Uit de boorgegevens blijkt

evenwel niet, in hoeverre dit eveneens het geval is voor de sub 2^e bedoelde lagen. Deze kwestie zal aan de hand van de hierna te behandelen stroomvelden der putten worden opgelost. Daarbij zal een oordeel worden verkregen omtrent de doorlatendheid van de lagen boven de putfilters bij elk der 3 hierboven bedoelde typen.

d) Begrenzungen van het bovengrondwater.

Het bovengrondwaterpakket wordt, behalve door de ondoordringbare basis, (2^e zône bedoeld sub *a*) begrensd door het open water en het phreatisch oppervlak.

Het belangrijkste open water in dit gebied is het riviertje De Donge (fig. 52). Deze voert ter hoogte van de waterwinplaats jaarlijks circa 6,5 à 7,5 miljoen m³ water af, dus aanzienlijk meer dan de hoeveelheid van 2,5 miljoen m³, die jaarlijks door middel van de putten worden onttrokken.

De bedding wordt gevormd door het gewone grove zand van het bovengrondwaterpakket. Behoudens in de onmiddellijke omgeving der Donge en van een tweetal zijtakken van ondergeschikte beteekenis bevindt zich in het wingebied vrijwel geen open water. Het gedeelte van den neerslag, dat niet verdampt of door de planten wordt opgenomen, komt dus in dit gebied als „nuttige neerslag” aan het grondwater ten goede.

Wat de ligging van het *phreatisch oppervlak* betreft, kan men aan de hand van waarnemingen vóór de waterwinning twee gebieden onderscheiden en wel:

a) het oostelijke gedeelte, waar zich de sub 3^e bedoelde leemlaag bevindt;

b) het overige gedeelte.

In het oostelijke gebied hebben de isohypsen een onregelmatig verloop; een afstroming in een bepaalde richting heeft hier niet plaats. De grillige vorm der isohypsen moet aan plaatselijke onregelmatigheden in den bouw van den bodem en van het leempakket worden toegeschreven. Vermoedelijk zal het grondwater oorspronkelijk in de grove lagen, waarin de putfilters geplaatst zijn, een uitgesproken verhang in noordelijke tot westelijke richting gehad hebben. Een bevestiging hiervan ontbreekt, omdat destijds bij de oprichting der waterleiding geen isohypsenkaart werd gemaakt van het grondwater onder het leempakket.

In het overige gedeelte van het wingebied had het phreatisch oppervlak voor de wateronttrekking een uitgesproken verhang in N., NO. en NW. richting. De grondwaterstroomen mondden voor een groot gedeelte uit op de Donge. Uit het regelmatige verloop der isohypsen blijkt, dat het bovengrondpakket hier regelmatig opgebouwd is.

§ 26. DE STROOMVELDEN DER PUTTEN.

a) Spanningsverhanglijnen.

Voor het bereiken van den stationnairen toestand zou ten minste gedurende eenige weken moeten worden gepompt (zie § 21). Uit de waarnemingen blijkt, dat bij een proefpomp van zoo langen duur de stijghoogten door invloeden van buiten af veranderingen ondergaan, welke in de verschillende waarnemingsputten niet dezelfde zijn. Het is dan ook practisch niet mogelijk de peilverlagingen, behoorende bij den stationnairen toestand, met voldoende benadering waar te nemen. Men moet dus volstaan met de waarnemingen van het primaire veld (§ 21).

Bij een groot aantal putten werden hieromtrent metingen verricht, doch de bedrijfsomstandigheden maakten geheel nauwkeurige waarnemingen niet mogelijk. Niettemin konden hieruit bepaalde conclusies worden getrokken.

In de eerste plaats bleek, dat voor het verdwijnen en daarmee ook voor het ontstaan van het primaire veld bij de meeste putten minder dan een half uur noodig was; op het oostelijke gedeelte van de O-richting daarentegen, waar zich de in de vorige § bedoelde leemlaag bevindt, waren hiermede eenige uren gemoeid.¹⁾

Als practische maatstaf werd daarbij aangenomen, dat dit veld was ingetreden, wanneer gedurende een half uur geen veranderingen in de stijghoogten meer werden waargenomen.

In de tweede plaats bleek, dat de putten naar den vorm van de spanningsverhanglijnen in hoofdzaak in drie typen konden worden ingedeeld en wel: (vergel. de vorige § sub c)

1) Ook uit waarnemingen bij andere waterwinplaatsen is den schr. gebleken, dat het primaire veld steeds binnen eenige uren was ingesteld.

- 1°. de putten van de *Z*-richting, waar volgens de boorgegevens „afdekkende” lagen ontbreken (met uitzondering van enkele putten);
- 2°. de putten van het westelijke gedeelte der *O*-richting, waar volgens de boorgegevens boven de putfilters fijnere lagen worden aangetroffen;
- 3°. de putten van het oostelijke gedeelte van de *O*-richting, waar de deklagen volgens de boorgegevens grootendeels uit leem bestaan.

De gegevens voor de drie typen zijn in het volgende staatje samengevat:

TABEL XIII.

	1° type	2° type	3° type
Lengte van het putfilter (h) in m	7	8	8
Diameter van de omstorting ($2r_0$) in m	0,50	0,50	0,50
Slankheid $i = \frac{h}{2r_0}$	14	16	16
Dikte van het goed watervoerende pakket (H) in m	13	18	15
Afstand (b) van het midden van het putfilter tot de ondoordringbare basis in m	6	9	7,50
Dikte van de minder goed doorlatende laag boven de filters (H_1) in m	—	3	5

Uit de boorgegevens volgt, dat bij het 2° type boven de putfilters hier en daar lagen zijn aangetroffen, die minder goed doorlatend zijn. Om uit de spanningsverhanglijnen te kunnen contrôleren, of hier inderdaad van een meer of minder afdekkend pakket sprake is, zijn deze lagen in het bovenstaande staatje voorloopig samengevat in een moeilijk doorlatende laag ter dikte van 3 m. Voor de dikte van de moeilijk doordringbare laag bij het 3° type is de gemiddelde dikte van het aangeboorde leempakket aangehouden.

De afstand uit de putas, waarop de potentiaalverlaging van het

primaire veld volgens de waarnemingen kleiner is dan 1 cm (bij een debiet Q van $7^5 - 9^5$ m³/uur) bedroeg:

bij het 1^e type circa 75 m;

" " 2^e " " 175 m;

" " 3^e " " 600 m.

Doordat, zooals reeds werd vermeld, nauwkeurige waarnemingen inzake de potentiaalverlagingen voor iederen put afzonderlijk niet konden worden verkregen, werden de noodige gegevens ter bepaling van de gemiddelde spanningsverhanglijn van de 3 typen als volgt gevonden.

In alle peilbuizen der putten (peilbuizen aan den rand van de omstorting) werd de stijghoogte gemeten bij rust, des morgens voor het begin van het pompen. Daarna werd de stijghoogte in alle putten gemeten, nadat deze gezamenlijk gedurende eenige uren in bedrijf waren geweest. Vervolgens werd voor iederen put de stijghoogte gemeten, nadat deze zoo lang was afgesloten, dat geen stijging meer werd waargenomen. Alle overige putten waren daarbij in bedrijf.

Aldus werden de volgende gemiddelde cijfers verkregen: ¹⁾

TABEL XIV

	1 ^e type	2 ^e type	3 ^e type
Debiet Q in m ³ /uur gemiddeld	7,5	7,5	9,5
Peilverlaging aan den rand van de omstorting der putten bij volledig bedrijf ($\Phi_0 + \Sigma \Phi$) in m gem.	0,75	0,90—0,95	1,40—1,50
Peilverhoging, welke aan den rand van de omstorting van een put ontstaat, als deze put wordt afgesloten (Φ_0) in m gemiddeld	0,65	0,65	0,50—0,55
Verskil tusschen de beide bovenbedoelde waarden $\Sigma \Phi$ in m	0,10	0,25—0,30	0,90—0,95

De hierboven gegeven waarde Φ_0 is de primaire verlaging op het putfilter bij een debiet Q , wanneer deze put alléén wordt be-

¹⁾ Zie rapport als voren, blz. 42, 51 en 52.

malen. De waarde $\Sigma \Phi$ is de gemiddelde primaire potentiaalverlaging op een putfilter, welke ontstaat, wanneer aan alle overige putten elk gemiddeld Q eenheden water wordt onttrokken.

Uit de tabellen XIII en XIV blijkt, dat de spanningsverhanglijn van het 3^e type het vlakste verloop heeft, zoodat bij dat type inderdaad de meest uitgesproken „afdekkende” lagen worden aangetroffen.

b) Doorlatendheid van de goed watervoerende lagen en van de deklagen.

In de eerste plaats wordt thans nagegaan, of het grondwaterpakket van het 1^e puttype inderdaad als homogeen moet worden opgevat. Past men met de getallen van het boven vermelde staatje de form. (43b) en (51) toe, welke gelden, wanneer het grondpakket geheel homogeen zou zijn, dan blijkt, dat men aldus voor de potentiaalverlaging $\Sigma \Phi$ van de overige putten in verhouding tot Φ_0 een veel kleinere waarde vindt dan in het staatje is vermeld. Hieruit volgt, dat nog wel eenigermate „afdekkende” lagen aanwezig moeten zijn, hetgeen wellicht zoo moet worden opgevat, dat sliblaagjes of zeer fijne zandlagen de grovere lagen onderbreken, waardoor de bodem verticaal een geringere doorlatendheid heeft dan in horizontalen zin. Teneinde omtrent den invloed hiervan een indruk te krijgen, is de spanningsverhanglijn van dit type vergeleken met die, welke zou ontstaan, wanneer de bovenste m van het grondwaterpakket een laag vormt van geringere doorlatendheid. De waarde van H wordt dan 12 m, die van $H_1 = 1$ m. Op alle drie typen is dan van toepassing „geval III” (§ 18), d.i. het geval, waarbij het putfilter in een goed watervoerend pakket is geplaatst met hoogte H en doorlaatcoëfficiënt k , waarop aan de bovenzijde een minder goed doorlatende laag rust met hoogte H_1 en doorlaatcoëfficiënt k_1 .

Voor punten buiten het putfilter wordt de spanningsverhanglijn voor dit geval gevonden met form. (77), waarvoor op afstanden uit de putas $\geq (2b - \frac{3}{4}h)$ (zie § 17 sub c) kan worden geschreven:

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi k H} K_0 \left(\frac{\alpha \rho}{H} \right).$$

De potentiaalverlaging aan den rand van de omstorting van het putfilter wordt gevonden met form. (78). In deze formule is $\zeta = \frac{b}{H} = \frac{1}{2}$, waarvoor met behulp van tabel XI wordt gevonden $f(\zeta) = 2,40$. Men vindt dus voor de potentiaalverlaging op het putfilter:

$$\Phi_0 = \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{h} \lg n \frac{\pi i}{2} + \frac{1}{H} (-\lg n 2\alpha + 1,316) \right].$$

Men moet nu zoodanige waarde aan k en α toekennen, dat aan alle sub a) vermelde waarnemingen zoo goed mogelijk wordt voldaan. Men vindt dan voor α en k de volgende waarden:

	1 ^e type	2 ^e type	3 ^e type
k in m/etm.	25	24	47
α	0,30	0,18	0,036

Met behulp van deze waarden voor k en α , alsmede met de gegevens van tabel XIII en de waarden voor Q van tabel XIV vindt men:

	1 ^e type	2 ^e type	3 ^e type
Φ_0 in m	0,66	0,64	0,52
$\Sigma \Phi$ in m	0,12	0,28	0,94
Afstand in m uit de putas, waarop de potentiaalverlaging < 1 cm	85	175	650

Hieruit blijkt, dat met de gegeven waarden voor α en k alle waarnemingen met goede benadering verklaard kunnen worden.

De voorwaarden voor de geldigheid van de gebruikte formules zijn in alle gevallen vervuld, met uitzondering van de uitgestrektheid van de afdekkende laag bij het 3^e type; deze zou zich voor de geldigheid van de gebruikte formule naar alle zijden moeten uitstrekken over een afstand van $\frac{5H}{\alpha} = 2100$ m. Wanneer deze

voorwaarde vervuld was, zou men vinden $\alpha = 0,036$. Nu blijkt uit de boorgegevens, dat de uitgestrektheid van deze laag, althans in westelijke richting, kleiner is, zoodat men voor het 3^e type moet besluiten: $\alpha < 0,036$.

Uit de gevonden waarden springt duidelijk het verschil van α voor de drie puttypen in het oog.

Met behulp van de gevonden waarden voor α volgt voor de doorlatendheid k_1 van de afdekkende lagen:

	bij het 1 ^e type	bij het 2 ^e type	bij het 3 ^e type
k_1 in m/etm.	0,19	0,13	0,020
$k_1 : H_1$	0,19	0,043	0,0040

Uit de boorgegevens kon slechts worden geconcludeerd, dat boven de putfilters van het 3^e type een moeilijk doordringbare laag aanwezig was. De thans gevonden waarden voor k_1 bevestigen deze conclusie.

Tevens blijkt nu, hetgeen uit de boorgegevens niet kon worden afgeleid, dat de lagen boven de putfilters van het 2^e type, waarvan de dikte op 3 m is aangehouden, nog een vrij grooten weerstand aan de verticale waterbeweging bieden. Niettemin is deze laag veel beter doorlatend dan die van het 3^e type.

Uit de verkregen resultaten blijkt verder, dat bij het 1^e type de lagen boven de putfilters een grooteren weerstand bieden aan de waterbeweging in verticalen zin, dan uit de boorgegevens zou worden afgeleid. De weerstand aan de verticale beweging in deze lagen, welke bepaald wordt door de verhouding $H_1 : k_1$, is blijkens het bovenstaande staatje aanzienlijk geringer dan bij het 2^e type.

c) Het stationnaire veld.

Met behulp van de onder b) bepaalde gegevens kunnen thans de potentiaalverlagingen behorende bij het stationnaire veld worden uitgerekend. Wegens de onregelmatigheden in de doorlatendheid, de dikte van het watervoerende pakket en de begrenzingsen is de grafische methode hiervoor aangewezen.

Voor de practijk is het van belang den stationnaireren toestand onder de ongunstigste omstandigheden — d.i. na een lange droogte-

periode — te kennen, omdat ook onder deze omstandigheden de winplaats de gewenschte hoeveelheid water moet kunnen leveren. De zijtakken van de Donge zijn gedurende een gedeelte van het jaar veelal droog, zoodat voor den ongunstigsten toestand alleen de Donge zelf als open water in rekening zal worden gebracht.

Afgezien van de kromming der stroombanen in de onmiddellijke omgeving der putten en van de Donge heeft men voor het stationnaire probleem in hoofdzaak te maken met den horizontalen stroom van het grondwater (tweedimensionaal probleem), mits onder beding, dat de daling van het phreatisch oppervlak klein zij ten opzichte van de hoogte van het goed watervoerende pakket.

De onregelmatigheden in de doorlatendheid van dit pakket kunnen daarbij ter vereenvoudiging worden uitgedrukt in de dikte. Er wordt dan een constante doorlaatcoëfficiënt gekozen en de dikte wordt gewijzigd in omgekeerden zin van dezen coëfficiënt.

Als constante doorlaatcoëfficiënt wordt in dit geval gekozen $k = 24 \text{ m/etm} = 1 \text{ m/uur}$. De lagen, waarin de filters van de Z-richting en van het eerste gedeelte van de O-richting zijn geplaatst, voldoen hieraan reeds met voldoende benadering. Voor de goed watervoerende laag op het einde van de O-richting ter dikte van 15 m werd een doorlaatcoëfficiënt gevonden van $k = 47 \text{ m/etm}$. Aan deze laag wordt thans voor de berekening een doorlaatcoëfficiënt toegekend van 24 m/etm. en een hoogte $\frac{47}{24} \times 15 \text{ m} =$ rond 30 m.

De aldus in rekening te brengen dikten van het goed watervoerende pakket zijn in fig. 52 op verschillende punten ingeschreven. De wijzigingen in de dikte worden steeds geleidelijk gekozen, zoodanig, dat de waterkeerende basis een geringe helling heeft.

Het stationnaire veld kan thans langs grafischen weg worden gevonden; het is in fig. 52 aangegeven. Ter toelichting hiervan wordt het volgende vermeld.

De potentiaalverlaging in de putfilters is in de nabijheid van het pompstation grooter dan aan de einden van de puttenreeksen, omdat de weerstanden in de hevelleidingen grooter zijn dan het verhang van het grondwater in de richting van het pompstation.

Het verhang γ van den oorspronkelijken grondwaterstroom is $\frac{1}{400}$ à $\frac{1}{1000}$; het is in de omgeving van de Z-richting het grootst.

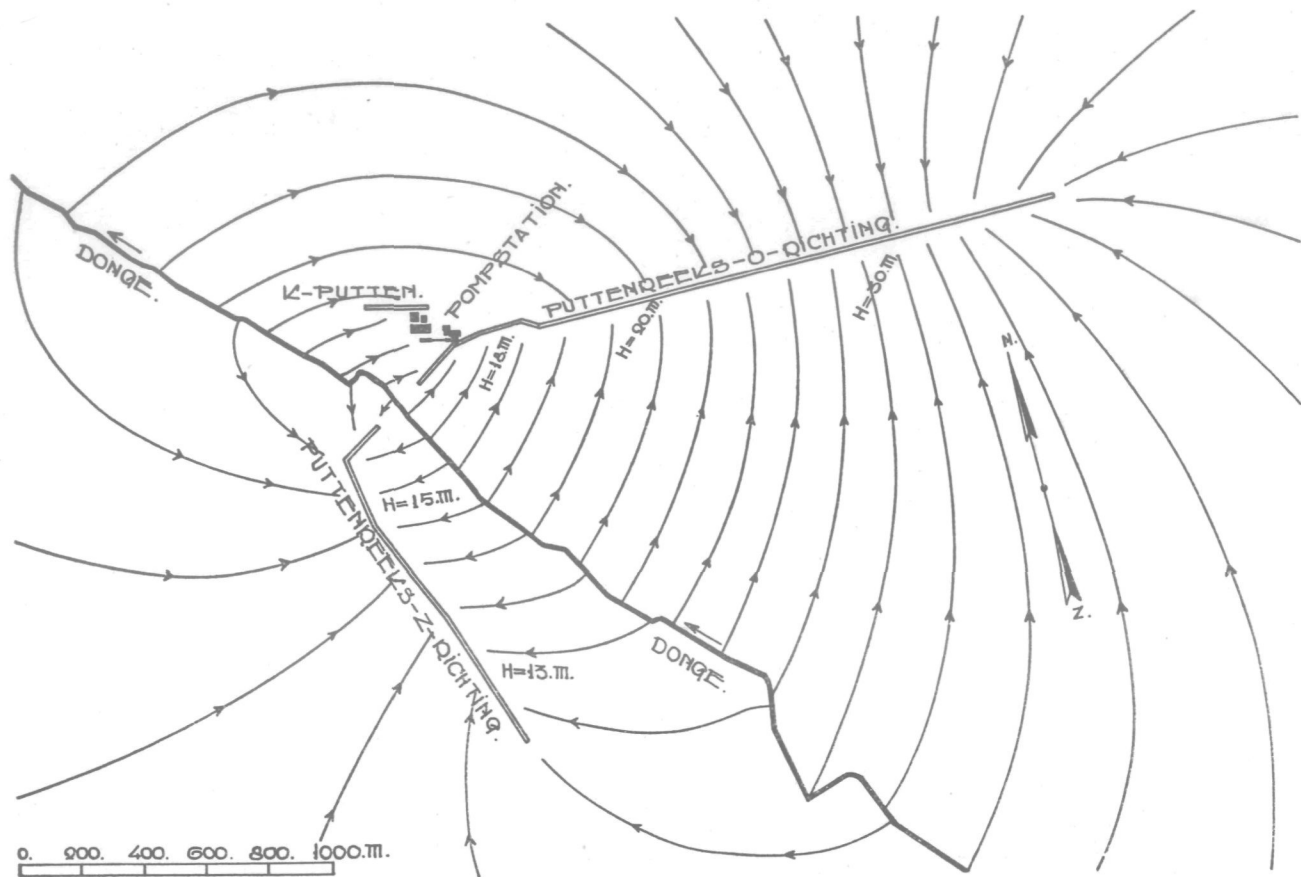


Fig. 52. Het door de bemaling van de puttenreeksen opgewekte stroomveld.

De afstand van de putten van de Z-richting en van een deel van de O-richting tot de Donge is kleiner dan 600 m, terwijl deze afstand voor den uitersten O-put 2200 m bedraagt.

De afstand tot het open water is dus klein ten opzichte van de waarde $\frac{2,24 H}{\gamma}$ (waarin H = de dikte van het watervoerende pakket), zoodat voor het stationnaire stroomveld de begrenzing met het open water maatgevend is (zie § 20). Men kan dus aannemen, dat de stroomlijnen van het stationnaire veld alle uitmonden in het open water, d.i. in het ongunstigste geval uitsluitend in de Donge. De diepte van dit rivierveld is slechts gering; ter hoogte van het pompstation ligt de Dongebodem op 10 m + AP. Tusschen de putfilters en het open water van de Donge bevinden zich dus de minder goed doorlatende „deklagen” van de putfilters. Deze lagen, die betrekkelijk dicht onder de Dongebedding zijn gelegen, veroorzaken in de nabijheid hiervan een „uittreeweerstand”.

Deze kan worden geschreven in den vorm $c \frac{q}{k}$ (zie § 23 sub d), waarin $k = 24 \text{ m/etm}$ en q = de hoeveelheid water, welke ter weerszijden per m rivieroever uittreedt. Uit de waarnemingen van de verhanglijnen kan worden afgeleid, dat de c in deze formule de waarde 12 heeft. Bij een dikte van het watervoerende pakket van 18 m wordt bij een eenparige, horizontale strooming een evengroote weerstand opgewekt over een lengte van $18 \times 12 = 216 \text{ m}$.

Voor het teekenen van een stroomveld van fig. 52 is eerst een hulpstroomveld geconstrueerd met de volgende vereenvoudigde aannamen:

1°. De Donge zij een recht kanaal, dat zoo goed mogelijk de natuurlijke richting volgt, met loodrechte zijanten, ter diepte van het watervoerende pakket;

2°. ter weerszijden van de Donge bevindt zich in de plaats van de puttenreeks een smal, recht draineerkanaal, eveneens reikende over de volle hoogte van de watervoerende laag; om de uittreeweerstand van de Donge zoo goed mogelijk in rekening te brengen, wordt de afstand van de draineerkanalen tot de Donge ter weerszijden 216 m grooter gekozen dan met de werkelijke situatie overeenkomt;

3°. de dikte van het watervoerende pakket zij constant.

De velden, die aldus ter weerszijden van de Donge ontstaan, zijn gemakkelijk te construeeren. Men heeft daartoe het veld, dat door de bemaling van een draineerkanaal alleen zou ontstaan, te superponeeren met zijn spiegelbeeld op den kanaaloever. Wanneer de potentiaal in het draineerkanaal constant is, zouden deze te superponeeren velden van elliptische gedaante zijn. ¹⁾ Doordat rekening moet worden gehouden met de werkelijke (waargenomen) verdeeling van den watertoevoer over de lengte der puttenreeksen, ontstaat speciaal in de nabijheid van den watervang een afwijking van dit elliptische veld.

Het stroomveld, dat door de bedoelde superpositie wordt gevonden, is bij de samenstelling van fig. 52 als hulp-veld gebruikt in dien zin, dat door vervorming dit veld werd aangepast aan de plaatselijke omstandigheden. De stroomlijnen in deze figuur zijn tot een afstand van ± 50 m van de puttenreeks geteekend; op geringeren afstand zou de kromming van de stroombanen, onder invloed van de afzonderlijke putten, zich scherp afteekenen.

In fig. 52 zijn 48 stroombuizen geteekend. Bij een etmaaldebiet van 7000 m^3 gaat door elke stroombuis $146 \text{ m}^3/\text{etm}$. Met $k = 24 \text{ m/etm}$ en $H =$ de in de figuur vermelde waarden, vindt men uit meting op de teekening voor de potentiaalverlaging van het stationnaire veld bij een etmaaldebiet van 7000 m^3 en op een afstand van circa 50 m van de puttenreeks:

op het einde van de <i>Z</i> -richting	0,65 m
nabij het pompstation	1,40 m
op het einde van de <i>O</i> -richting	1,40 m

d) Verlaging van het phreatisch oppervlak.

Het hierboven bedoelde etmaaldebiet van 7000 m^3 komt ongeveer overeen met het gemiddelde etmaaldebiet van de jaren 1924/1925 d. z. de jaren, waarin uitgebreide onderzoeken in het wingebied zijn verricht.

In § 21 is uiteengezet, dat voor de verlaging van het phreatisch oppervlak het gemiddelde etmaaldebiet maatgevend is. De verlaging van het phreatisch oppervlak zal dus vrijwel gelijk zijn aan de hierboven vermelde cijfers van resp. 0,65 m, 1,40 m en 1,40 m,

¹⁾ Literatuurlijst No. 26, blz. 69.

wanneer de lagen boven de putfilters een zoodanige doorlatendheid hebben, dat de potentiaalverlaging onder deze lagen binnen eenige maanden of ten hoogste eenige jaren een ongeveer even groote daling van het phreatisch oppervlak veroorzaakt.

Uit de resultaten van de hiervoor gegeven berekeningen blijkt, dat dit voor de *Z*-richting en het westelijke gedeelte der *O*-richting (puttypen 1 en 2) zeker het geval is. Men ziet dit b.v. voor het puttype 2 gemakkelijk als volgt in. Bij dit puttype werd voor den doorlaatcoëfficiënt van de 3 m dikke deklaag gevonden $k_1 = 0,13$ m/etm. Wanneer de potentiaal onder de deklaag 0,10 m lager is dan daarboven, volgt voor de snelheid loodrecht door deze laag:

$$v = k_1 \frac{\Phi}{H_1} = 0,13 \cdot \frac{0,10}{3} = 0,00433 \text{ m/etm.}$$

Bij een poriënvolume van 25 % daalt dan het phreatisch oppervlak met een snelheid van $4 \times 0,00433 = 0,0173$ m/etm.

Bij het 1^e puttype wordt door de grootere doorlatendheid van de deklaag een potentiaalverlaging onder deze laag nog sneller door een daling van het phreatisch oppervlak gevolgd.

Voor het 3^e puttype (het oostelijke gedeelte der *O*-richting) kan evenwel op grond van de verkregen resultaten geen conclusie getrokken worden, omdat hiervoor slechts een bovenste grenswaarde voor k_1 kon worden aangegeven.

e) Contrôle uit de waarnemingen.

Uit de waarnemingen, die in de jaren 1924/1925 d.i. 28 jaar na de oprichting van het bedrijf zijn verricht, blijkt, dat de daling van het phreatisch oppervlak op circa 50 m afstand van de putten ongeveer bedraagt: ¹⁾

op het einde van de <i>Z</i> -richting	0,70 m
nabij het pompstation	1,30 m
op het einde van de <i>O</i> -richting	0,60 m.

Hieruit blijkt, dat de verlaging op het einde van de *O*-richting aanzienlijk kleiner is dan de potentiaalverlaging van het stationnaire veld onder de deklaag, zoodat de doorlaatcoëfficiënt van deze laag aanzienlijk kleiner is dan 0,020 m/etm.

¹⁾ Zie rapport bovenbedoeld, blz. 49, 50 en 104.

f) Herkomst van het gepompte water.

Teneinde de herkomst van het gepompte water na te kunnen gaan, moet (zie § 20 b) het stroomveld van fig. 52 worden gesuperponeerd met de oorspronkelijke grondwaterstromen, welke vóór de oprichting van het bedrijf bestonden. Deze superpositie is bij benadering mogelijk, omdat de daling van het phreatisch oppervlak tengevolge van de bemaling betrekkelijk gering is ten opzichte van de totale hoogte van het watervoerende pakket.

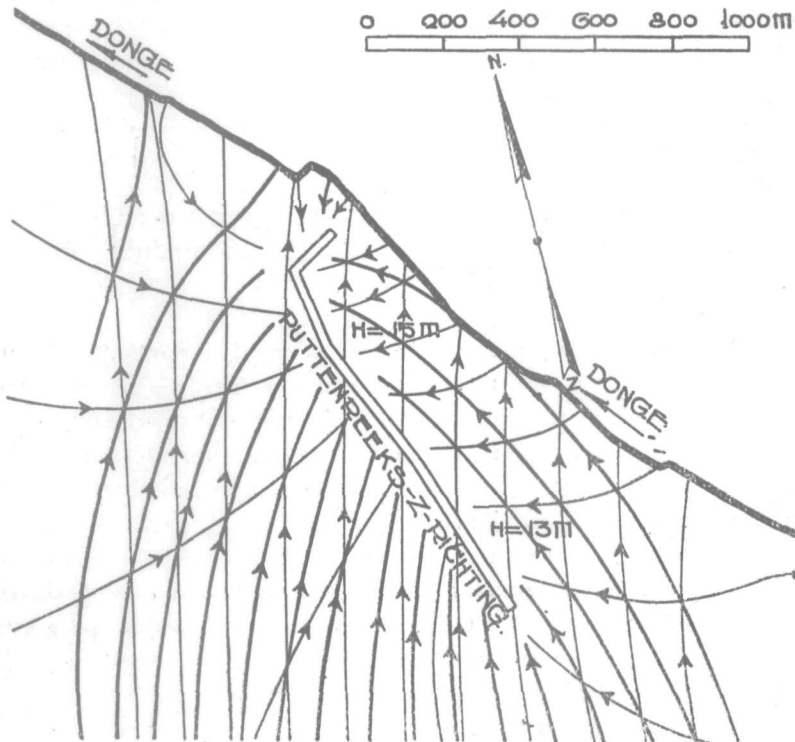


Fig. 53. Superpositie van de oorspronkelijke strooming met het door de bemaling opgewekte stroomveld. (Z-richting).

Nu is de oorspronkelijke strooming over het geheele te onderzoeken gebied niet met zekerheid bekend. Van de strooming onder de deklagen van het oostelijke gedeelte der O-richting ontbreken deze gegevens geheel. Daarentegen zijn van de omgeving

van de Z-richting (op den linkeroever van de Donge) vrij nauwkeurige isohypsenkaarten bekend.

Om die reden kon de superpositie bovenbedoeld slechts voor dit gedeelte van het gebied worden uitgevoerd (fig. 53). Het door de bemaling opgewekte veld van fig. 52 is in fig. 53 samengesteld met de oorspronkelijke, noordwaarts gerichte strooming. Uit de resulterende (zwaar getrokken) stroomfiguur blijkt, dat slechts een klein gedeelte van het gepompte water uit de Donge wordt geïnfiltrerd; het grootste gedeelte wordt aangevoerd door de grondwaterstromen, die oorspronkelijk uitmondden op de Donge. Het resulterende stroomveld stemt, behoudens eenige plaatselijke afwijkingen door den onregelmatigen bouw van den grond, overeen met het stroomveld volgens de waarnemingen 1924/1925¹⁾.

Ook hierdoor wordt de juistheid van de berekeningen bevestigd.

g) Potentiaalverlagingen in de putten bij een etmaaldebiet van 7000 m³ en een uurdebiet van 620 m³ (pompduur ruim 11 uren per etmaal).

De potentiaalverlagingen in de putten worden samengesteld uit de verlagingen van het secundaire veld vermeerderd met die van het primaire veld (zie hoofdstuk VI). Voor de eerste is maatgevend het etmaaldebiet, voor de tweede het oogenblikkelijk uurdebiet. Neemt men aan, dat het grootste te verwachten uurdebiet optreedt in een etmaal van maximaal verbruik, dan is het zaak bij het ontwerp te rekenen met deze beide maxima.

De cijfers van de primaire verlaging, vermeld in deze § sub a), komen overeen met een uurdebiet van 620 m³. De primaire verlaging bedraagt dus volgens de waarnemingen op een afstand van circa 50 m van de puttenreeks:

voor het 1 ^e puttype	0,10 m
voor het 2 ^e puttype	0,25—0,30 m
voor het 3 ^e puttype	0,90—0,95 m.

Bij een uurdebiet van 292 m³ overeenkomende met een etmaaldebiet van 7000 m³ en een pompduur van 24 uur per etm. zullen

¹⁾ Zie het rapport bovenbedoeld, bijlagen 17—3 en 17—4.

de primaire verlagingen $\frac{292}{620}$ maal zoo groot zijn en derhalve bedragen:

voor het 1 ^e puttype	rond	0,05 m
voor het 2 ^e puttype	rond	0,13 m
voor het 3 ^e puttype	rond	0,44 m.

De secundaire verlaging, hierboven bedoeld, wordt gevonden door aftrekking van deze waarden van de potentiaalverlagingen, behorende bij het stationnaire veld (zie de cijfers sub c).

Men vindt dus bij een etmaaldebit van 7000 m³ voor de secundaire verlaging op een afstand van 50 m uit de puttenreeks:

op het einde van de Z-richting	0,65 m — 0,05 m = 0,60 m
nabij het pompstation	1,40 m — 0,13 m = 1,27 m
op het einde van de O-richting	1,40 m — 0,44 m = 0,96 m.

Men kan nu (zie § 21) mede door de aanwezigheid der deklagen de secundaire verlaging op dezen afstand uit de putfilters ongeveer gelijk stellen aan die op deze filters. Men vindt dus de totale potentiaalverlagingen aan den rand van de omstortingen der putfilters door sommeering van de boven berekende secundaire verlagingen met de waargenomen primaire verlagingen, behorende bij een uurdebit van 620 m³, waarvoor de cijfers in tabel XIV zijn gegeven.

Deze totale verlagingen bedragen dus:

voor een putfilter op het einde van de Z-richting:

$$0,75 \text{ m} + 0,60 \text{ m} = 1,35 \text{ m};$$

voor een putfilter nabij het pompstation:

$$(0,90 \text{ à } 0,95 \text{ m}) + 1,27 \text{ m} = \text{rond } 2,20 \text{ m};$$

voor een putfilter op het einde van de O-richting:

bovenste grenswaarde: (1,40 à 1,50 m) + 0,96 m = rond 2,40 m;

onderste grenswaarde: (1,40 à 1,50 m) + 0 = rond 1,45 m.

Voor de putten op het einde van de O-richting is volstaan met de berekening van een onderste en bovenste grenswaarde, omdat de deklagen hier zóózeer waterkeerend zijn, dat de verlaging van het phreatisch oppervlak geringer is dan de potentiaalverlagingen onder deze lagen in den stationnairen toestand. De secundaire verlaging zal om die reden gelegen zijn tusschen de grenzen 0 en 0,96 m.

De verkregen cijfers stellen de totale verlagingen voor op de putfilters, d.i. aan den rand van de omstorting. Telt men hierbij

de „intreeweerstand” van de putfilters op, (verg. § 3) dan vindt men de verlagingen *in* de putten.

De boven gegeven totale verlagingen zijn verkregen met behulp van de waargenomen primaire en de daaruit berekende secundaire verlagingen. Deze methode kan worden toegepast bij het ontwerpen van nieuwe of het uitbreiden van bestaande waterwinplaatsen, omdat de cijfers uitsluitend steunen op de resultaten van de proefpomp(en) en de geo-hydrologische onderzoekingen van het terrein.

De peilingen, die sinds de oprichting van het bedrijf zijn verricht, stellen ons bij het boven gegeven voorbeeld in staat de cijfers te controleren.

De potentiaalverlaging Φ_s op de diepte van de putfilters bij stilstand der pompen kan daarbij als volgt uit de waarnemingen worden afgeleid. De door de bemaling veroorzaakte verlaging van het phreatisch oppervlak zij d ; (de waarden hiervan zijn op blz. 162 vermeld). De overdruk van het grondwater op de diepte der putfilters ten opzichte van het (verlaagde) phreatisch oppervlak zij na afloop van het pompen e , terwijl deze overdruk vóór de bemaling ten opzichte van het oorspronkelijke phreatisch oppervlak wordt voorgesteld door f . Men kan dan schrijven:

$$\Phi_s = d - e + f.$$

Het volgende staatje geeft een overzicht van de waargenomen cijfers en van die, welke hierboven zijn gevonden.

	Waarnemingen						Totale verlaging op het putfilter volgens de hierboven verkregen cijfers in m.
	d in m	e in m	f in m	Φ_s in m	Afpomping op het putfilter bij het dagelijks in werking stellen der pompen ($\Phi_0 + \sum \Phi$) in m.	Totaal $\Phi_s + \Phi_0 + \sum \Phi$ in m.	
Op het einde van de Z-richting	0,70	0	0	0,70	0,75	1,45	1,35
Nabij het pompstation	1,30	0,10	0 ¹⁾	1,20	0,90—0,95	2,10—2,15	2,20
Op het einde van de O-richting	0,60	-0,40	-0,30	0,70	1,40—1,50	2,10—2,20	< 2,40, > 1,45

1) Bij benadering.

Bij vergelijking van de cijfers der beide laatste kolommen blijkt, dat een goede overeenstemming met den waargenomen toestand is verkregen.

In deze § sub f bleek reeds, dat ook de stroomingstoestand en de wijze van aanvulling van het opgepompte water bevredigend met de waarnemingen strookt.

HOOFDSTUK VIII.

OVERZICHT.

1. Het watergevend vermogen van een groep putten en de wijze van aanvulling van het opgepompte water kan in het algemeen worden bepaald uit één of meer proefpompingen en een geo-hydrologisch onderzoek van het omringende gebied.
2. Het is van belang, dat uit de proefpomping gegevens worden afgeleid omtrent de doorlatendheid van de lagen, waarin het putfilter is geplaatst, van de deklagen daarboven, alsmede omtrent de diepteligging van de ondoordringbare basis.
3. In ons land reiken de putfilters ten behoeve van de waterwinning aan de bovenzijde meestal niet tot het phreatisch oppervlak. Ter bestudeering van de stroomvelden van dergelijke „onvolkomen” putten zijn in dit werk een drietal situaties onderzocht, aangeduid als de gevallen I, II en III, welke resp. zijn aangegeven in de figuren 9, 10 en 11.
4. Bij geval I wordt de potentiaalverlaging op het putfilter (d.i. aan den rand van de omstorting of, bij gebreke hiervan, aan den rand van het putfilter) gegeven door form. (51), resp. form. (52). In punten van de grondwatermassa binnen den straal $2H$ (voor de notaties zie blz. 170) wordt de potentiaalverlaging berekend, zooals in § 16 sub c is aangegeven; voor punten op een afstand $\geq 2H$ geldt form. (43b).
5. Bij geval II is het veld buiten den straal $2H$ (in bepaalde gevallen buiten een kleineren straal) practisch van cylindrische gedaante. Het potentiaalverschil tusschen de punten op een afstand $2H$ en het putfilter wordt gegeven door form. (58), resp. (59). Het potentiaalverschil tusschen de punten op een afstand $2H$ en een willekeurig punt op kleineren afstand wordt berekend, zooals in § 17 sub c is aangegeven.
6. Bij geval III wordt de potentiaalverlaging op het putfilter gegeven door form. (72), resp. (78), resp. (79); in punten binnen

den straal H door form. (73), resp. (77) en in punten op een afstand $\geq H$ door form. (73).

7. Het stroomveld, dat in den bodem ontstaat door wateronttrekking aan een cilindrisch putfilter, kan met voldoende benadering meestal gesplitst worden in twee gedeelten, t. w.:
 - a. het gedeelte buiten een cylinder (met straal r), dat in het algemeen een onregelmatig karakter vertoont;
 - b. het gedeelte binnen dezen cylinder, dat — van practisch standpunt beschouwd — als axiaal-symmetrisch kan worden opgevat.
8. Voor het hierboven sub a genoemde gedeelte van het stroomveld kan in den stationnaircn stroomingstoestand de buiging van de stroombanen in het verticale vlak, welke door de „onvolkomenheid” van den put wordt veroorzaakt, in den regel verwaarloosd worden. In dit gedeelte van het veld ontstaat dan een strooming, welke gelijk is aan die van een „volkomen” put met straal r .
9. Het sub 8 bedoelde stroomveld heeft in het algemeen een onregelmatige begrenzing. Voor de berekening hiervan leent zich om die reden in het bijzonder de grafische methode.
10. De potentiaalverlaging in een willekeurig punt kan met de sub 9 bedoelde methode worden gevonden uit het stroomveld, dat door de bemaling wordt opgewekt. De wijze van aanvulling van het opgepompte water wordt gevonden door samenstelling van het door de bemaling opgewekte stroomveld met de oorspronkelijke strooming.
11. Het in punt 7 sub b bedoelde gedeelte van het veld is onafhankelijk van den oorspronkelijken bewegingstoestand van het grondwater. Het is van belang, dat voor dit gedeelte van het veld de begrippen primair, secundair en resulterend veld worden ingevoerd. (zie § 21 sub a).
12. Met behulp van de gevallen I, II en III en van de begrippen primair, secundair en resulterend veld is het mogelijk voor een groot aantal in de practijk voorkomende gevallen uit de resultaten van de proefpompings de in punt 2 bedoelde gegevens met voldoende benadering af te leiden.
13. Wanneer het putfilter zich bevindt in phreatisch water en veelal ook, wanneer het putfilter onder moeilijk doordringbare

- deklagen is geplaatst, ontstaat door de bemaling een daling van het phreatisch oppervlak. In dergelijke gevallen moet in den regel gedurende langen tijd worden gepompt, voordat de eindtoestand met goede benadering is bereikt.
14. Bij intermitterend bedrijf wordt de verlaging van het phreatisch oppervlak bij de meeste waterwinplaatsen niet bepaald door het oogenblikkelijk debiet der putten, maar door het etmaal-debiet. Dit geldt eveneens voor de daarbij behorende secundaire potentiaalverlagingen. De primaire potentiaalverlagingen (spanningsverlagingen) daarentegen worden door het oogenblikkelijk debiet bepaald.
 15. In de gevallen, bedoeld in punt 13, kan de potentiaalverlaging, die door de bemaling van een groep putten wordt opgewekt, doelmatig als volgt worden gevonden. De uit de proefpompings bepaalde primaire verlagingen van elk der putten afzonderlijk worden gesuperponeerd; hierbij worden opgeteld de secundaire potentiaalverlagingen, welke correspondeeren met de daling van het phreatisch oppervlak. Voor zoover deze laatste niet doelmatig door waarneming kunnen worden bepaald, moeten deze door berekening worden gevonden. (verg. het voorbeeld van hoofdstuk VII).
 16. Wanneer proefpompingen worden verricht met het doel den stationnair toestand te bereiken, is het zaak, de waarnemingen omtrent het bereiken van dezen toestand door berekening te contrôleren.
-

VEEL GEBRUIKTE NOTATIES.

- Φ = de potentiaal, resp. potentiaalverlaging.
 Φ_0 = de potentiaalverlaging op het putfilter, d. i. aan den rand van de omstorting, of bij gebreke van een omstorting, aan den rand van het filter.
 Q = de hoeveelheid water, welke per tijdseenheid aan een put, resp. een groep putten wordt onttrokken.
 h = $2c$ = de lengte van een cilindrisch putfilter, of bij toepassing van een omstorting, de lengte van deze laatste.
 $2r_0$ = de diameter van een cilindrisch putfilter of bij toepassing van een omstorting, de diameter van deze laatste.
 $i = \frac{h}{2r_0}$.
 k = de doorlaatcoëfficiënt van de goed watervoerende laag.
 H = de dikte van deze laag.
 k_1 = de doorlaatcoëfficiënt van een moeilijk doordringbare deklaag.
 H_1 = de dikte van deze laag.
 $\alpha = \sqrt{\frac{k_1 H}{k H_1}}$.
 ρ = de afstand van een willekeurig punt tot de putas.
 z = de afstand van een willekeurig punt tot de ondoordringbare basis.
 z = de afstand van een willekeurig punt tot het horizontale vlak door het midden van het putfilter. (naar boven positief).
-

LITERATUUR.

1. VAN BAREN, J. De bodem van Nederland, Amsterdam, 1920—1927, 1365 blz.
2. BIESKE, E. Rohrbrunnen, München en Berlijn, 1929, 214 blz.
3. BORGESIOUS, H. A. Grondwaterbeweging in de omgeving van bronnen, De Ingenieur 1912, blz. 995—1006.
4. BOUSSINESQ, J. Comptes Rendus, A. 136, 1903, blz. 1511. Journal de Mathématiques (5), A. 10, 1904, blz. 5.
5. BRANDENBURG, S. en DE GLEE, G. J. Rapport inzake uitbreiding van de prise d'eau en de pompwerken der Tilburgsche Waterleiding (met 23 bijlagen), Tilburg, 1926, 107 blz.
6. BURGERS, J. M. Grondwaterstrooming in de omgeving van een net van kanalen, De Ingenieur, 1926, blz. 657—665.
7. DAHLHAUS en HOSANG, Die hydrologischen Vorarbeiten der Stadt Hannover für den Bau eines Grundwasserwerks bei Berkhof, Gesundh. Ing. 1929, blz. 81—88.
8. ENGELHARDT, J. H. Bijdrage tot de kennis van capillaire verschijnselen in verband met de heterogeniteit van den grond, Groningen, 1928, 72 blz.
9. FORCHHEIMER, PH. Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen, Zeitschr. des Osterr. Ing.- und Arch. Vereins, 1898, blz. 629—635 en 645—648.
10. FORCHHEIMER, PH. Der Grundwasserspiegel bei Fassung durch eine Brunnenreihe in Flusznähe, Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung, 1910, blz. 1067—1070.
11. FORCHHEIMER, PH. Zur Theorie der Grundwasserströmungen, Sitzungsberichten der Ak. der Wissenschaften in Wien, 1919, Abt. IIa, 128 Band, 8 Heft.
12. FORCHHEIMER, PH. Hydraulik, 1^e druk, Leipzig en Berlijn, 1914, 566 blz.
13. GRAY, A., MATHEWS, G. B. and ROBERT, T. M. A treatise on Bessel Functions, Londen, 1922.

14. GROSZ, E. Die Gewinnung von Grundwasser und seine Künstliche Erzeugung, Gas u. Wasserfach 1929, blz. 901—905.
15. HACKSTROH, P. A. M. Eigenaardige ervaringen, opgedaan bij het bepalen van grondwaterstanden door middel van peilbuizen, De Ingenieur, 1929, blz. B. 205—206.
16. HEYMANN, J. A. Eigenaardige ervaringen, opgedaan bij het meten van grondwaterstanden, Water en Gas, 1929, blz. 101—103.
17. HOLLER, Die Ermittlung der Wasserführung von Grundwasserströmungen aus Pumpversuchergebnisse, Gas u. Wasserfach, 1929, blz. 145—149.
18. JAHNKE, E. en EMDE F. Funktionentafeln mit Formeln und Kurven, Leipzig en Berlijn, 1928, 174 blz.
19. KEILHACK, K. Lehrbuch der Grundwasser- und Quellenkunde, Leipzig, 1912, 545 blz.
20. KELLER, H. Gespannte Wässer, Halle, 1928, 90 blz.
21. KNOPP, K. Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen, Berlijn, 1922, 467 blz.
22. KOEHNE, W. Grundwasserkunde, Stuttgart, 1928, 291 blz.
23. KÖHLER, W. C. De droogdokken der Ned. dok Mij. te Amsterdam, De Ingenieur, 1925, blz. 49—56.
24. KOOPER, J. Beweging van het water in den bodem bij onttrekking door bronnen, De Ingenieur, 1914, blz. 697—706 en 710—716.
25. KRUL, W. F. J. M. Geo- en hydrologische gegevens betreffende den bodem van Nederland. Tijdschr. v. sociale hygiëne, 1923, blz. 12—40.
26. LAMB, H. Hydrodynamics, Cambridge, 1924, 687 blz.
27. LEHR, G. J. Brunnenwiderstände, ihre Berechnung, Entstehung und Beseitigung, Gesundheitsingenieur 1926, blz. 751.
28. LORENTZ, H. A. Grondwaterbeweging in de nabijheid van bronnen, De Ingenieur 1913, blz. 24—26.
29. MALISCHEWSKY, N. Ein neues Mittel zur Bestimmung der Stärke des Untergrundstromes, Gesundheitsingenieur 1927, blz. 469—472.
30. MEAD, D. W. Hydrology, New York, 1919, 647 blz.
31. MEZGER, Ch. Die Grundwasserbildung in ihrer Abhängigkeit von der Grundluft, Gesundheitsing., 1926, blz. 129—144.

32. MEZGER, Ch. Versuche über den Einflusz der Grundluft auf das Entstehen von Grundwasser, Gesundheitsing. 1929, blz. 820—827 en 839—844.
33. MISES R. v. en FRANK, Ph. Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik u. Physik, deel II, 1927.
34. OLDENBORGH, J. v. Mededeelingen omtrent de uitkomsten van door het Rijksbureau voor Drinkwatervoorziening ingestelde geo-hydrologische onderzoekingen in verschillende duingebieden, De Ingenieur 1916, blz. 458—467 en 474—498.
35. PENNINK, J. M. K. Uitkomsten van een onderzoek, verricht in de jaren 1904 en 1905, naar den vorm der stroombanen van grondwater, zich bewegend in zuiver zand, Amsterdam, 1915, 151 blz.
36. PRINZ, E. Handbuch der Hydrologie. Berlijn, 1923, 422 blz.
37. Rapport betreffende eene centrale drinkwatervoorziening voor de Provincie Friesland, uitgebracht door het Rijksbureau voor Drinkwatervoorziening, 's-Gravenhage, 1929, 82 blz., 24 bijlagen.
38. RINGERS, J. A. De bouw van de nieuwe schutsluis te IJmuiden, De Ingenieur, 1924, blz. 745—756 en 767—773.
39. RÖHRER, F. Das Untergrundwasser, seine Bildungsweise und seine Erscheinungsformen, Gas u. Wasserfach, 1929, blz. 174—180 en 199—204.
40. ROTHER, L. Die Ergiebigkeit unvollkommener Brunnen, Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung, 1904, blz. 937—942 en 957—962.
41. SCHULTZE, J. Die Grundwasserabsenkung in Theorie und Praxis, Berlijn, 1924, 140 blz.
42. SICHARDT, W. Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, Berlijn, 1928, 89 blz.
43. SMREKER, O. Das Grundwasser, seine Erscheinungsformen, Bewegungsgesetze und Mengenbestimmung, Leipzig und Berlijn, 1914, 67 blz.
44. Statistiek Overzicht der Waterleidingen in Nederland (verschijnt ieder jaar).

45. STEENHUIS, J. F. Bijdrage tot de kennis van den diluvialen ondergrond van Drenthe en Friesland, 1916, 's-Gravenhage, 131 blz.
 46. STEGGEWENTZ, J. H. Bijdrage tot de kennis van den invloed van de getijbeweging op de stijghoogte van het grondwater, 's-Gravenhage, 1929, 63 blz.
 47. TERZAGHI, K. Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage, Leipzig, 1925, 399 blz.
 48. THIEM, G. Hydrologische Methoden, Leipzig, 1906, 56 blz.
 49. VERSLUYS, J. en STEENHUIS J. F. Hydrologische bibliographie van Nederland, Amsterdam, I 1915, II 1917, III 1919.
 50. VERSLUYS, J. De capillaire werkingen in den bodem, Amsterdam, 1916, 136 blz.
 51. VERSLUYS, J. Een hydrologische stelling, De Ingenieur, 1918, blz. 597—599.
 52. VERSLUYS, J. Voruntersuchung und Berechnung der Grundwasserfassungsanlagen, München en Berlijn, 1921, 40 blz.
 53. VOLKERS, K. Merkwaardige grondwaterstandswaarnemingen in den proeftuin te Lisse, Weekblad voor de Kon. Ned. Mij. voor Tuinbouw en Plantkunde, 1929, blz. 87.
 54. WATERSCHOOT VAN DER GRACHT, W. A. J. M. VAN. De recente bouw van de Nederlandsche delta uit een geo-hydrologisch oogpunt, Amsterdam, 1915, 63 blz.
 55. WEBER, H. Die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen, Berlijn, 1928, 57 blz.
-

STELLINGEN.

I.

Voor het potentiaalveld, dat door de bemaling van onvolkomen putten ontstaat, geeft de bestaande literatuur geen voldoende uitkomst.

II.

De hydrologische stelling van VERSLUYS, vermeld in de Ingenieur van 3 Augustus 1918 No. 31, is niet juist voor een grondwatermassa, die aan de bovenzijde niet door een volkomen ondoordringbare laag wordt begrensd.

III.

Voor het door KOOPER behandelde vraagstuk inzake „Wateronttrekking in homogenen bodem met onbeperkte watertoevloeiing boven het maaiveld” (De Ingenieur 1914 blz. 697 e.v.) kan een eenvoudiger en nauwkeuriger uitkomst worden verkregen.

IV.

De formule van FORCHHEIMER voor onvolkomen putten (zie o.a. Zur Theorie der Grundwasserströmungen, Wien 1919) geeft uitkomsten, die in bepaalde gevallen meer dan 25 % te kleine waarden geven.

V.

De formule van ROTHER voor onvolkomen putten (Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung 1904, blz. 937 en 957) geeft uitkomsten, die in bepaalde gevallen meer dan 15 % te groote waarden geven.

VI.

In verschillende gevallen — ook in die, waarbij de verlaging van het phreatisch oppervlak klein is — voert de methode VERSLUYS voor de berekening van de potentiaalverlagingen bij een groep putten (zie o.a. Voruntersuchung und Berechnung der Grundwasserfassungsanlagen 1921) niet tot bevredigende resultaten.

VII.

Het is niet mogelijk den doorlaatcoëfficiënt van een grondpakket te bepalen uit grondmonsters, die bij boringen worden verkregen.

VIII.

Uit een uitgestrekt duingebied kan op den duur door middel van ondiepe putten meer water worden onttrokken dan door middel van diepe.

IX.

Het uitschrijven van prijsvragen voor het oplossen van technische moeilijkheden of het maken van technische ontwerpen dient te worden beperkt.

X.

Het is gewenscht, dat voor de studie voor civiel-ingenieur de hydrologie als afzonderlijk leervak wordt opgenomen in het programma van de Technische Hoogeschool.

XI.

Het is gewenscht, dat spoedig een gewestelijk bestemmingsplan wordt vastgelegd voor de streek Amsterdam-Haarlem-Den Haag-Rotterdam. De aangrenzende duinenreeks dient in dit plan te worden opgenomen.

XII.

Het vraagstuk van de drinkwatervoorziening voor het dichtbevolkte westelijke gedeelte van ons land dient in nauw verband met gewestelijke bestemmingsplannen te worden opgelost.

XIII.

Bij het ontwerpen van nieuwe en het verbeteren van bestaande verkeerswegen dient rekening te worden gehouden met de daarin te leggen leidingen o.a. voor electriciteit, water, gas, telefoon. Het is zaak bij het ontwerp de plaats van deze leidingen aan te geven en wel bij voorkeur in de bermen, of, waar mogelijk, in het land ter zijde van den weg.

XIV.

De ontwikkeling van de techniek zal meer dan tot heden gericht moeten zijn op het verminderen of dempen van hinderlijk geluid. X

XV.

De invloed, die de wateronttrekking aan den bodem op de vegetatie uitoefent is wetenschappelijk nog niet zoodanig vastgelegd, dat bij wettelijke regeling normen zouden kunnen worden gegeven voor eventueele schade.

XVI.

Bij plannen van uitvoering van technische werken dient rekening te worden gehouden met het renteverlies tijdens de uitvoering. X
