

Verslag bijeenkomsten L.G.M.-D.W.W. 1985

tijdsafhankelijke grondwaterstroming onder dijken

tbv. een peilbuisennet langs nederlandse rivieren

in opdracht van D.W.W.:

begeleid door:

- Plony Cappendijk
- Joop Weijers

uitgevoerd door het L.G.M.:

- Marian Vlaar
- Frans Barends

CO-279350

InhoudsopgaveA. Sprongbelasting

1. Formule van Theis
2. Formule van Jacob en Hantush
3. Watervoerendpakket met dikke consoliderende kleilaag
 - 3.1 Getransformeerde oplossing
 - 3.2 Inverse transformatie
 - 3.3 Benaderde Laplace-inverse: directe-methode
4. Watervoerendpakket met dunne consoliderende kleilaag
 - 4.1 Getransformeerde oplossing
 - 4.2 Benaderde inverse transformatie
5. Samengesteld systeem

B. Cyclische belasting

1. Zandlaag met elastische berging of freatische berging
2. Effect van de consolidatie in de klei
3. Voorbeeld voor getijde
4. Het effect van luchtinsluiting

C. Algemene tijdsafhankelijke randvoorwaarde

1. Convolutie in de tijd
2. Vergelijk convolutie en cyclische formule
3. Praktijkvoorbeeld: Lauwersmeerdijk
4. Voorstel: toepassing met behulp van grafieken

Lijst van figuren

- A.1 stroming naar een bron in een afgesloten watervoerend pakket
- A.2 stroming naar een bron in een semi-afgesloten watervoerend pakket
- A.3 schematizatie semi-afgesloten pakket
- A.4 stroming naar een bron in een watervoerend pakket met een dikke consoliderende kleilaag
- A.5 vergelijking exacte en benaderde oplossing van de potentiaal in een watervoerend pakket met een dikke consoliderende afdeklaag ten gevolge van een bron met een constant debiet
- A.6 stroming naar een bron in een watervoerend pakket met een dunne consoliderende afdeklaag
- A.7 tijdsafhankelijke lekfactor voor een elastisch watervoerend pakket met dunne consoliderende afdeklaag
- B.1 cyclische stroming in een afgesloten watervoerend pakket
- B.2 cyclische stroming in een semi-afgesloten watervoerend pakket
- C.1 grafische weergave van de convolute-integraal
- C.2 vergelijk tussen cyclische oplossing en convolutie
- C.3 sectie Lauwersmeerzeedijk
- C.4 enige relevante peilbuiswaarnemingen

A. Sprongbelasting

Ter verkenning van de beschikbare formuleringen en procesbeschrijvingen voor door veranderende waterstand/druk veroorzaakte grondwaterstroming in een twee-lagen systeem, een zandlaag en een kleilaag, ook wel genoemd een aquifer en een aquitard, wordt ingegaan op de effecten van een geïnstalleerde bron, die vanaf een zeker tijdstip een continu debiet onttrekt. Er wordt aangetoond, dat de effecten die daarbij in de kleilaag optreden slechts bij benadering worden meegenomen. Een betere aanpak wordt aangedragen.

A.1 Formule van Theis (1935)

Het probleem van axiaal-symmetrische horizontale stroming naar een bron met een constant debiet vanaf $t=0$ (zie Figuur A.1) kan worden beschreven met de volgende vergelijking (veldvergelijking):

$$\phi_{,t} = c(r\phi_{,r})_{,r}/r \quad \text{voor } r_0 \leq r \leq \infty \quad \text{en } t \geq 0$$

waarin de suffix voorafgegaan door een "," een partiële differentiatie voorstelt. De betekenis van de variabelen luidt als volgt:

ϕ : potentiaal

t : tijd

r : axiaal-symmetrische coördinaat

r_0 : straal van de bron

c : consolidatie coëfficiënt: $c = K / \gamma(\alpha + n\beta)$

K : horizontale doorlatendheid van de watervoerende laag

γ : volume gewicht water

α : samendrukbaarheidscoëfficiënt poreuze massief

β : samendrukbaarheidscoëfficiënt poriën water

n : porositeit

Voor de randvoorwaarden wordt het volgende aangenomen:

$\phi = 0$ op tijdstip $t = 0$ waarbij $r_0 < r < \infty$

$\phi = 0$ voor $r \rightarrow \infty$ voor $t \geq 0$

constant debiet onttrokken voor $t \geq 0$: $2\pi r_0 K D \phi_{,r_0} = -Q_0 H(t)$

Hierin is D de laagdikte van het watervoerend pakket en $H(t)$ de zogeheten Heavyside functie waarmee een sprong in de tijd wordt geformuleerd:

$$H(t) = 0 \quad \text{voor} \quad t \leq 0$$

$$H(t) = 1 \quad \text{voor} \quad t \geq 0$$

Introductie van een nieuwe variabele ψ die gekoppeld is aan de potentiaal ϕ volgens: $\psi = \phi/[Q_0/2\pi K D]$ geeft voor de veldvergelijking:

$$\psi_{,t} = c(r\psi_{,r})_{,r}/r \quad \text{voor} \quad r_0 \leq r \leq \infty \quad \text{en} \quad t \geq 0$$

Met als randvoorwaarden:

$$\psi = 0 \quad \text{voor} \quad t = 0 \quad \text{en} \quad r_0 < r < \infty$$

$$\psi = 0 \quad \text{voor} \quad t \geq 0 \quad \text{en} \quad r \rightarrow \infty$$

$$r\psi_{,r} = -H(t) \quad \text{voor} \quad t \geq 0 \quad \text{en} \quad r = r_0$$

Door de invoering van Boltzmann's constante $y = r^2/(4ct)$ wordt de veldvergelijking als volgt:

$$y\psi_{,yy} + (1+y)\psi_{,y} = 0 \quad \text{voor} \quad 0 < y_0 < y < \infty$$

met als randvoorwaarden:

$$\psi = 0 \quad \text{voor} \quad y \rightarrow \infty$$

$$2y\psi_{,y} = -1 \quad \text{voor} \quad y \rightarrow y_0 \rightarrow 0$$

Deze vergelijking heeft een bekende oplossing, namelijk:

$$\psi = 1/2 \int_y^\infty \exp(-x)/x \, dx = 1/2 E_1(y)$$

Voor de potentiaal ϕ wordt dit:

$$\phi = \frac{Q_a}{4\pi KD} E_1(r^2/4ct)$$

Opmerking: De formule van Theis geldt voor een geïsoleerd systeem met berging. Deze berging kan ook een fluctuatie van de vrije waterspiegel voorstellen, mits die niet al te groot is (gering tov D). Dan geldt voor c: $c = KD/n$

A.2 Formule van Jacob en Hantusch (1964)

Het probleem van axiaal-symmetrische stroming naar een bron met een constant debiet vanaf $t=0$ (zie Figuur A.2) in een watervoerend pakket afgedekt door een semi-doorlatende laag kan worden beschreven met de volgende veldvergelijking:

$$\phi_{,t} = c[(r\phi_{,r})_{,r}/r + \phi_{,zz}] \quad \text{voor } r_0 \leq r \leq \infty; 0 \leq z \leq D; t \geq 0$$

Voor de randvoorwaarden wordt het volgende aangenomen:

$$\phi = 0 \text{ op tijdstip } t = 0 \text{ waarbij } r_0 < r < \infty \text{ en } 0 \leq z \leq D$$

$$\phi = 0 \text{ voor } r \rightarrow \infty \text{ voor } t \geq 0 \text{ en } 0 \leq z \leq D$$

$$\text{constant debiet onttrokken voor } t \geq 0: 2\pi(rKD \phi_{,r})_{r=r_0} = -Q_0 H(t)$$

Er is hier een volkomen bron verondersteld.

Als het watervoerend pakket zich horizontaal uitstrekt en de grondwaterstroming overwegend horizontaal is kan de veldvergelijking worden vereenvoudigd met de invoering van een gemiddelde potentiaal Φ welke is gedefinieerd volgens:

$$\Phi = 1/D \int_0^D \phi dz$$

Dit geeft voor de veldvergelijking:

$$\Phi_{,t} = c[(r\Phi_{,r})_{,r}/r + 1/D \int_0^D \phi_{,zz} dz]$$

De uitwerking van de laatste term gaat als volgt:

$$\int_0^D \phi_{,zz} dz = \int_0^D d\phi_{,z} = \phi_{,z} \Big|_{z=0}^{z=D} = (\phi_{,z})_{z=D} - (\phi_{,z})_{z=0}$$

Vervolgens worden de volgende aannamen gedaan (zie Figuur A.3):

Het zandpakket ligt op een ondoorlatende onderlaag: $(\phi_{,z})_{z=0}=0$.

Aan de bovenkant van het zandpakket bevindt zich een slechtdoorlatend pakket, waarin er geen berging plaats vindt; dus instantaan past de potentiaal zich aan. Langs de bovenkant van dat pakket wordt een constante potentiaal aangenomen: $h = h_0$. Aan de onderkant van dat pakket bevindt zich de watervoerende zandlaag, waarin zich een variabele potentiaal voordoet. De gradient is in het slechtdoorlatende pakket uniform en gelijk aan: $h_{,z} = -(\phi - h_0)/D'$. Hierin stelt D' de dikte van dit afdekkend pakket voor.

Op de interne rand tussen de afdekkende laag en het zandpakket moet altijd worden voldaan aan continuïteit in druk en in flux. Aangezien er sprake is van compatibiliteit (aansluitende velden) geeft de continuïteit in druk automatisch: $\phi = h$ voor $z = D$. De continuïteit in flux leidt tot:

$$K(\phi_{,z})_{z=D} = K'(h_{,z})_{z=D} = -K'/D'(\phi - h_0)$$

Tenslotte is voor de integraal gevonden:

$$1/D_0 \int_0^D \phi_{,zz} dz = -K'/(D'KD) (\phi - h_0) = -(\phi - h_0)/\lambda^2$$

Hierin is λ de zogeheten lekfactor, gedefinieerd volgens:

$$\lambda = \sqrt{(KDC)} = \sqrt{(KDD'/K')} \quad (C : \text{hydraulische weerstand})$$

Aangezien het de bedoeling is de veldvergelijking te formuleren in termen van de gemiddelde potentiaal ϕ , wordt de integraal benaderd:

$$1/D_0 \int_0^D \phi_{,zz} dz = -(\phi - h_0)/\lambda^2$$

Alleen op dit punt wordt er een benadering geïntroduceerd. Deze is des te beter naarmate de stroming in het zandpakket meer horizontaal is.

Tenslotte wordt de veldvergelijking:

$$\phi_{,t} = c[(r\phi_{,r})_{,r}/r - (\phi - h_0)/\lambda^2]$$

De randvoorwaarden voor het onderhavige probleem zijn:

$$\phi = 0 \text{ op tijdstip } t = 0 \text{ waarbij } r_0 < r < \infty$$

$$\phi = 0 \text{ voor } r \rightarrow \infty \text{ voor } t \geq 0$$

$$\text{constant debiet onttrokken voor } t \geq 0: 2\pi(rKD \phi_{,r})_{r=r_0} = -Q_0 H(t)$$

Deze vergelijking is op te lossen met behulp van Laplace transformatie. Deze berust op een integraal transformatie gedefinieerd volgens:

$$\bar{\phi} = \int_0^\infty \phi \exp(-st) dt$$

Hierin is s de transformatie variabele. $\bar{\phi}$ is blijkbaar een functie van s en r geworden. Het transformeren van de veldvergelijking geeft:

$$s\bar{\phi} = c[(r\bar{\phi}_{,r})_{,r}/r - (\bar{\phi} - h_0)/\lambda^2]$$

De randvoorwaarden worden ook getransformeerd:

$$\bar{\phi} = 0 \text{ voor } r \rightarrow \infty$$

$$2\pi r_0 KD \bar{\phi}_{,r_0} = -Q_0/s \quad \text{ofwel} \quad (r\bar{\phi}_{,r})_{r=r_0} = -Q_0/2\pi KDs$$

Hierbij is de rusttoestand ($\phi=0$) aan het begin in de transformatie opgenomen. De eenheidssprong functie wordt $1/s$.

Voor deze vergelijking is er een oplossing te vinden, namelijk:

$$\bar{\phi} - h_0 = Q_0 / (2\pi K D s) K_0(r/\mu) \quad \text{met} \quad \mu = 1/\sqrt{(s/c + 1/\lambda^2)}$$

De echte oplossing is te vinden met inverse transformatie. Voor de gevonden getransformeerde oplossing is deze bekend (Batemann):

$$\phi - h_0 = Q_0 / (4\pi K D) W(r/\sqrt{4ct}, r/2\lambda)$$

met voor de zogeheten bronfunctie W:

$$W(\alpha, \beta) = \alpha^2 \int_0^\infty \exp[-y - \beta^2/y] / y \, dy$$

Hantush heeft voor deze bronfunctie tabellen opgesteld.

Opmerking: het afdekkend pakket consolideert niet. Veranderingen in de tijd door berging worden veroorzaakt door elastische berging in het watervoerend zandpakket. De realiteit is gewoonlijk net andersom.

A.3 Watervoerend pakket met dikke consoliderende kleilaag

Nu wordt het probleem beschouwd waarbij stroming naar een bron met een constant debiet vanaf tijd $t=0$ in een watervoerend zandpakket welke is afgedekt met een consoliderende kleilaag. Het is van belang nu wel de consolidatie in de kleilaag in rekening te brengen. Voor de eenvoud wordt aanvankelijk een zeer dikke kleilaag beschouwd, zodanig dat de consolidatie alsmaar voortduurt (zie Figuur A.4).

Het consolidatie-proces dient naast het stromingsproces te worden beschouwd, en beide processen moeten worden gekoppeld. Deze koppeling leidt tot ingewikkelde vergelijkingen. Er zijn evenwel eenvoudige oplossingen mogelijk met de volgende aannamen:

- lineair deformatie- en stromingsgedrag
- alleen verticale deformaties
- alleen verticale stroming in de afdeklaag
- alleen horizontale stroming in de zandlaag
- het veld is homogeen
- bovenbelasting is constant

De consolidatie in de afdeklaag wordt beschreven met:

$$h_{,zz} = h_{,t}/c'$$

en de stroming in de zandlaag (met berging):

$$(rH_{,r})_{,r}/r = H_{,t}/c + q_0/KD$$

Hierin is h de potentiaal in de klei, H de gemiddelde potentiaal in het zand, c' de consolidatie coëfficiënt in de klei en c in het zand, q_0 is het specifiek debiet (flux) langs de interne rand tussen klei en zand.

De interne randvoorwaarden zijn continuïteit in druk en flux, ofwel in formule:

$$p_{\text{klei}} = p_{\text{zand}} \quad \text{--->} \quad h = H \quad \text{op de rand}$$

$$q_0 = -K'h_{,z} \quad \text{op de rand}$$

Veelal wordt de druk wel meegenomen in de berekening, echter de flux niet (althans niet correct). Bovenstaande consolidatie en stromingsvergelijking kunnen worden opgelost dmv Laplace-transformatie voor een bron met een constant debiet vanaf $t=0$.

Aannamen: op tijdstip $t = 0$; alle potentialen nul; $D' \gg D$, er wordt gerekend met een relatief dikke kleilaag

A.3.1 Getransformeerde oplossing

Het oplossen van de vergelijkingen is elders beschreven. Volstaan wordt hier met het citeren ervan. De getransformeerde oplossing luidt:

$$\bar{H} = Q_0 / (2\pi K D s) K_0(r/\bar{\lambda})$$

$$\bar{h} = \bar{H} \exp[-z\sqrt{(s/c')}]$$

waarin geldt $\bar{\lambda} = 1/\sqrt{(s/c + K'/KD \sqrt{(s/c')})}$ en waarin K_0 de gemodificeerde Besselfunctie voorstelt.

A.3.2 Inverse transformatie (exacte oplossing)

Voor dit speciale geval is de inverse transformatie te vinden. Het resultaat is:

$$h = Q_0 / 2\pi K D \int_0^\infty B\left(\frac{r \cosh(y)}{\sqrt{4c't}}, \frac{z}{\sqrt{4c't}}, \frac{r^2 \cosh^2(y)}{\sqrt{(4c't)} \frac{K'}{KD}}\right) dy$$

met voor de functie B de volgende formule:

$$B(\eta, \zeta, \chi) = 2/\sqrt{\pi} \int_\eta^\infty \exp(-\theta^2) \operatorname{erfc}\left(\frac{\zeta + \chi/4\theta^2}{\sqrt{(1-\eta^2/\theta^2)}}\right) d\theta$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - 2/\sqrt{\pi} \int_0^x \exp(-\psi^2) d\psi$$

Dit resultaat is geen eenvoudige en hanteerbare vorm. Bovendien geldt deze voor een specifiek geval. Andere situaties geven nog gecompliceerdere uitkomsten. Vandaar dat een eenvoudige benadering wordt geprobeerd, namelijk de inverse volgens de directe methode.

A.3.3 Benadering Laplace-inverse m.b.v. de directe methode

Voor het toepasbaar zijn van de directe-methode geldt de volgende voorwaarde:

" de gezochte functie mag slechts weinig in de tijd variëren, en wel matig met logt "

Aan deze voorwaarde is redelijk voldaan als de randvoorwaarde hetzelfde karakter heeft. Dit is zo voor een sprong belasting, maar niet zo voor een cyclische belasting. Voor een cyclische belasting is gebruik te maken van convolutie in de tijd en de directe methode. Er zal worden aangetoond, dat dit dan goede resultaten geeft.

De directe methode luidt:

" als van een gezochte functie $f(t)$ de getransformeerde volgens Laplace $\bar{f}(s)$ bekend is, geldt onder de bovengestelde voorwaarde een benadering voor $f(t)$ volgens:

$$f(t) = [s \bar{f}(s)]_{s=s_0} \quad \text{met} \quad s_0 = 1/(2t)$$

Voor de sprongbelasting (continu debiet vanaf $t=0$) in een tweelagen systeem (zandpakket en kleiafdeklaag) wordt de oplossing met de directe inverse methode voor de potentiaal in het zandpakket::

$$H = [s\bar{H}]_{s=1/2t} = [Q_0/2\pi KD K_0(r/\bar{\lambda}_s)]_{s=1/2t} = Q_0/2\pi KD K_0(r/\lambda_t)$$

$$\text{met} \quad \lambda_t = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{2ct} + \frac{K'}{KD} \frac{1}{\sqrt{2c't}}\right)}$$

en voor de potentiaal in de klei:

$$h = [s\bar{h}]_{s=1/2t} = [s\bar{H} \exp(-z/s/c')]_{s=1/2t} = H \exp(-z/\sqrt{(2c't)})$$

Aangezien de besselfunctie K_0 ook is te schrijven als een integraal, namelijk:

$$K_0(x) = \int_0^\infty \exp(-x \cosh(y)) dy$$

is de bovenstaande oplossing te formuleren met de functie B, zoals bij de exacte oplossing. De functie B wordt dan een benadering volgens:

$$B(\eta, \zeta, \chi) = \exp[-\sqrt{(2\eta^2 + \chi/2)} - \zeta\sqrt{2}]$$

Voor $\eta = 0$ is het resultaat van de benadering en van de exacte methode weergegeven in Figuur A.5. Het resultaat vertoont voor $t \rightarrow 0$ en voor $t \rightarrow \infty$ dezelfde oplossing (asymptotisch correct). Voor midden waarden is de oplossing redelijk betrouwbaar (maximaal verschil 3% van de randvoorwaarde).

Dit versterkt het vermoeden dat een dergelijke benadering tot een voldoende nauwkeurige oplossing zal leiden voor meer gecompliceerde situaties.

A.4 Watervoerende laag met dunne consoliderende kleilaag

Nu wordt nogmaals het probleem beschouwd waarbij stroming naar een bron met een constant debiet vanaf tijd $t=0$ in een watervoerend zandpakket welke is afgedekt met een consoliderende kleilaag. Het is van belang nu wel de consolidatie in de kleilaag in rekening te brengen. De kleilaag is dun. Dat wil zeggen de drukvoorwaarde boven op de kleilaag is van invloed op het stromingsproces in de zandlaag (zie Figuur A.6). De methode is die volgens Barends (1982).

A.4.1 Getransformeerde oplossing

Er gelden dezelfde veldvergelijkingen als voor het probleem beschouwd in paragraaf 3. De randvoorwaarde aan de top van de kleilaag ($z=D'$) luidt: $h = h_0$ welke constant is (polderpeil bijvoorbeeld).

Met behulp van Laplace transformatie is de oplossing in de kleilaag te vinden:

$$\bar{h} = \bar{H} \frac{\sinh[(D'-z)\sqrt{(s/c')}] }{\sinh[D'\sqrt{(s/c')}] }$$

waaruit volgt voor de flux op de interne rand ($z=0$):

$$\bar{q}_0 = \bar{H} K' \sqrt{(s/c')} \coth[D' \sqrt{(s/c')}]$$

Dit gesubstitueerd in de veldvergelijking voor de stroming in het zand geeft als getransformeerde oplossing:

$$\bar{H} = Q_0 / (2\pi K D s) K_0(r/\bar{\lambda}) \quad \text{met} \quad \bar{\lambda} = 1/\sqrt{\left(\frac{s}{c} + \frac{K'}{KD} \frac{\coth[D' \sqrt{(s/c')}] }{1/\sqrt{(s/c')}}\right)}$$

A.4.2 Benadering inverse-transformatie m.b.v. "directe-methode"

Gebruik makend van de directe methode is de reële oplossing nu eenvoudig te vinden door substitutie van $s=1/2t$. Het resultaat is:

$$H(r,t) = Q_0/2\pi KD K_0(r/\lambda_t)$$

$$h(r,z,t) = H(r,t) \frac{\sinh[(D'-z)/\sqrt{(2c't)}]}{\sinh[D'/\sqrt{(2c't)}]} = H(r,t) G(z,t)$$

met $\lambda_t = 1/\sqrt{\left(\frac{1}{2ct} + \frac{K'}{KD} \frac{\coth(D'/\sqrt{(2c't)})}{\sqrt{(2c't)}}\right)}$

Deze oplossing ziet er niet ingewikkeld uit. De vorm van de oplossing voor de potentiaal in het zand is identiek aan de oplossing voor het stationaire probleem, behalve dat de lekfactor geen constante is maar een functie van de geohydrologische samenhang en de tijd. Deze lekfactor wordt daarom de transiente of tijdsafhankelijke lekfactor genoemd. In termen van de gewone lekfactor $\lambda = \sqrt{(KDD'/K')}$ is de transiente lekfactor te schrijven als:

$$\lambda_t = \lambda/\sqrt{\left(\frac{\lambda^2}{2ct} + \frac{D'}{\sqrt{(2c't)}} \coth[D'/\sqrt{(2c't)}]\right)} = \lambda l(t)$$

Voor de functie $l(t)$ zijn enige grafieken gegeven in Figuur A.7. Voor t nadert tot oneindig blijkt te gelden $l(t) \rightarrow 1$.

De oplossing voor de potentiaal in de klei bestaat uit een product van functies, waarin de verticale en horizontale coördinaten zijn gescheiden. In beide komt wel de tijd voor. Deze "scheiding van onafhankelijke variabelen" is nuttig, aangezien effecten die slechts met een ervan te maken hebben eenvoudig kunnen worden bepaald. Dit geldt bijvoorbeeld voor de door de stroming geïnduceerde zakking door de consolidatie in de klei:

$$S(r,t) = \int_0^{D'} (K'/c') h(r,z,t) dz = K'H(r,t)/c' \int_0^{D'} G(z,t) dz$$

$$= K'H(r,t) \sqrt{(2t/c')} \frac{\cosh[D'/\sqrt{(2c't)}] - 1}{\sinh[D'/\sqrt{(2c't)}]}$$

$$= K'H(r,t) \sqrt{(2t/c')} \tanh[D'/\sqrt{(8c't)}]$$

A.5 Samengesteld systeem

Er zijn voor kleilagen met een zandpakket drie mogelijkheden, te weten: (1) de kleilaag is relatief dik: "ongedraineerd" (2) de kleilaag is relatief dun en de buitenkant kent een onafhankelijke druk: "gedraineerd" (3) de kleilaag is een lens in het pakket: "afgesloten".

Voor alle drie de situaties zijn met de bovengenoemde methode oplossingen te maken. Aangezien het steeds een lineair systeem betreft kunnen die afzonderlijke situaties worden gesuperponeerd. Het is derhalve eenvoudig mogelijk een systeem met een aantal kleilenzen, begrensd door een zeer dikke kleilaag onder en een dunne kleilaag boven in een formule uit te drukken voor algemene randvoorwaarden, zoals een put of een hoge rivierstand.

De oplossing ziet er in algemene vorm als volgt uit:

$$H = H_0 F[r/\lambda_t]$$

$$h_i = H G_i[z/D_i', D_i'/\sqrt{(2c_i't)}]$$

met voor de transiente lekfactor de volgende uitdrukking:

$$\lambda_t = 1/\sqrt{\frac{1}{2ct} + \sum \lambda_i^{-2} f_i[D_i'/\sqrt{(2c_i't)}]} \quad \text{met} \quad \lambda_i = \sqrt{(KDD'/K')}$$

waarbij de index i slaat op de verschillende situaties:

$$(1) \text{ ongedraineerd} \quad f(\xi) = \xi$$

$$(2) \text{ gedraineerd} \quad f(\xi) = \xi \coth(\xi)$$

$$(3) \text{ afgesloten} \quad f(\xi) = \xi \tanh(\xi/2)$$

De functie F is de stationaire oplossing. De functie G heeft de volgende vorm afhankelijk van de situatie:

(1) ongedraineerd $G(\zeta, \tau) = \exp(-\zeta\tau)$

(2) gedraineerd $G(\zeta, \tau) = \frac{\sinh[(1-\zeta)\tau]}{\sinh[\tau]}$

(3) gedraineerd $G(\zeta, \tau) = \frac{\cosh[(1-\zeta)\tau]}{\cosh[\tau]}$

Het aantal lenzen is vrij en kan worden gesuperponeerd. Ook hier blijkt dat de geohydrologische situatie geheel is opgenomen in de transiente lekfactor. Deze methode om tijdsafhankelijke processen in samenhangende geohydrologische systemen te beschrijven heet "de methode van de transiente lekfactor" (Barends, 1982). De methode is met succes toegepast voor de evaluatie van kwel bij de aanleg van polders, en van landzakking bij grondwaterwinning en oliewinning

Bovenstaande formules gelden onder de aanname, dat in het zandpakket een enkelvoudige potentiaal heerst; boven en onder een kleilens is de potentiaal over de hoogte in het zandpakket dezelfde. Het is mogelijk om indien dit niet zo is een oplossing te vinden gebruik makend van dezelfde methodiek.

B. Cyclische belasting

Voor cyclische belasting op de grondwaterstroming in een tweelagen systeem zijn de effecten in de kleilaag goed en exact mee te nemen door oplossingen te creëren met behulp van complexe analyse. Voor de beschouwde situaties wordt een analogie gevonden met de bevindingen voor de effecten bij sprongbelasting.

B.1 Zandlaag met elastische berging of freatische berging

Een afgesloten zandpakket wordt onderworpen aan een langdurige uniforme cyclische belasting (zie Figuur B.1).

De veldvergelijking luidt:

$$H_{,t} = cH_{,xx} \quad \text{voor} \quad t: \text{"cyclisch"} \quad \text{en} \quad 0 \leq x \leq \infty$$

Hierin is H de gemiddelde potentiaal en c de elastische bergingscoëfficiënt: $c = K/\gamma_a$.

Als in plaats van een afgesloten zandlaag een freatische zandlaag wordt beschouwd geldt dezelfde veldvergelijking bij benadering, waarbij c dan de freatische berging voorstelt: $c = KD/n$. Deze benadering is des te beter naarmate de fluctuaties in de freatische lijn geringen zijn ten opzichte van de dikte D (natte deel).

De cyclische randvoorwaarde is:

$$H(x,t) = H_0 \exp(i\omega t) \quad \text{voor} \quad x = 0$$

Na voldoende lange tijd mag verondersteld worden, dat de respons een frekwentie ω heeft, zodat de oplossing de volgende gedaante heeft:

$$H(x,t) = \bar{H}(x) \exp(i\omega t)$$

Ingevuld in de veldvergelijking geeft dit:

$$\bar{H}_{,xx} = \bar{H} i\omega/c = \bar{H}/\lambda_{i\omega}^2 \quad \text{met} \quad \lambda_{i\omega} = \sqrt{(c/i\omega)}$$

De oplossing luidt:

$$\bar{H} = H_0 \exp(-x/\lambda_{i\omega})$$

en de volledige oplossing is:

$$H = H_0 \exp(-x/\lambda_{i\omega} + i\omega t)$$

Het reële deel hiervan is de respons op de randvoorwaarde: $H_0 \cos(\omega t)$.
Afsplitsen van het reële deel geeft:

$$H = H_0 \exp(-x/\lambda_{\omega}) \cos(\omega t - x/\lambda_{\omega}) \quad \text{met} \quad \lambda_{\omega} = \sqrt{(2c/\omega)}$$

Dit resultaat is bekend uit de warmteleer. De amplitude damping is $\exp(-x/\lambda_{\omega})$ en de faseverschuiving is x/λ_{ω} .

B.2 Effecten van consolidatie in de klei

De cyclische respons in een twee-lagen systeem bestaande uit een zandpakket afgedekt door een consoliderende kleilaag is op dezelfde manier te bepalen (zie Figuur B.2).

Uitgaande van een relatief dikke kleilaag (de ongedraineerde situatie) geldt voor de veldvergelijkingen:

$$H_{,xx} = H_{,t}/c - K'/KD h_{,z}|_{z=0} \quad \text{voor } t: \text{"cyclisch"} \quad \text{en } x \geq 0$$

$$h_{,zz} = h_{,t}/c' \quad \text{voor } t: \text{"cyclisch"} \quad \text{en } z \geq 0$$

Hierbij is de interne rand op $z=0$. Voor de randvoorwaarde:

$$H(0,t) = H_0 \exp(i\omega t)$$

worden de veldvergelijkingen:

$$H(x,t) = \bar{H}(x) \exp(i\omega t)$$

$$h(x,z,t) = \bar{h}(x,z) \exp(i\omega t)$$

$$\bar{H}_{,xx} = \bar{H} i\omega/c - K'/KD \bar{h}_{,z}|_{z=0} \quad \text{voor } x \geq 0$$

$$\bar{h}_{,zz} = \bar{h} i\omega/c' \quad \text{voor } z \geq 0$$

De oplossing voor de laatste vergelijking luidt met de interne randvoorwaarde $h = H$ op $z=0$:

$$h(x,z,t) = \bar{H} \exp[-z/(i\omega/c')] \exp(i\omega t)$$

Hieruit volgt de flux op de rand, waarmee de stromingsvergelijking in het zandpakket kan worden opgelost:

$$\bar{h}_{,z} \Big|_{z=0} = - \bar{H} \sqrt{(i\omega/c')}$$

$$\bar{H}_{,xx} = \bar{H} i\omega/c + K'/KD \bar{H} \sqrt{(i\omega/c')} = \bar{H}/\mu^2$$

met $\mu = 1/\sqrt{(i\omega/c + K'/KD \sqrt{(i\omega/c')})}$

De oplossing van de laatstgenoemde vergelijking is bekend. Het resultaat voor de potentiaal in het zandpakket wordt:

$$H(x,t) = H_0 \exp(-x/\mu) \exp(i\omega t)$$

en derhalve wordt de oplossing voor de potentiaal in de klei:

$$h(x,z,t) = H_0 \exp(-x/\mu) \exp[-z/\sqrt{(i\omega/c')}] \exp(i\omega t)$$

De respons van het systeem op de randvoorwaarde $H(0,t) = H_0 \cos \omega t$ wordt gevonden door voor de bovengenoemde oplossing het reële deel af te splitsen.

$$\{1/\mu\} = \{\sqrt{(i\omega/c + K'/KD \sqrt{(i\omega/c')})}\}$$

$$= \{\sqrt{(i\omega/c + K'/KD \sqrt{(\omega/2c')}) (i+1))}\}$$

$$= \{\sqrt{(i(\frac{\omega}{c} + \frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}})) + \frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}})}\}$$

$$= \{\sqrt{\exp(i\psi)}\} \quad \text{met} \quad \psi = \text{atan}\left[\left(\frac{\omega}{c} + \frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}}\right) / \left(\frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}}\right)\right]$$

$$\text{en} \quad r = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c} + \frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}}\right)^2 + \left(\frac{K'}{KD} \sqrt{\frac{\omega}{2c'}}\right)^2}$$

$$= \{\sqrt{r}\} (\cos(\psi/2) + i \sin(\psi/2))\}$$

Hiermee is de reële oplossing te vinden voor de potentiaal in het zand:

$$\begin{aligned} H(x,t) &= H_0 \operatorname{Re}\{\exp(-x/\mu) \exp(i\omega t)\} \\ &= H_0 \operatorname{Re}\{\exp(-x\sqrt{r})(\cos(\psi/2) + i \sin(\psi/2)) + i\omega t\} \\ &= H_0 \exp[-x\sqrt{r}\cos(\psi/2)] \cos[\omega t - x\sqrt{r}\sin(\psi/2)] \end{aligned}$$

en in de klei:

$$\begin{aligned} h(x,z,t) &= H_0 \exp[-x\sqrt{r}\cos(\psi/2) - z\sqrt{(\omega/2c')}] \\ &\quad \cos[\omega t - x\sqrt{r}\sin(\psi/2) - z\sqrt{(\omega/2c')}] \end{aligned}$$

Deze uitdrukkingen zijn redelijk complex. Als het zand relatief stijf wordt verondersteld worden de uitdrukkingen eenvoudiger:

$$\psi = \pi/4 \quad \text{en} \quad r = K'/KD \sqrt{(\omega/c')}$$

zodat geldt voor de amplitude der potentialen (aangegeven met $\bar{}$):

$$\bar{H} = H_0 \exp[-0.924 x/\lambda_\omega] \quad \text{met} \quad \lambda_\omega = \sqrt{(KD/K'\sqrt{(c'/\omega)})}$$

$$\bar{h} = \bar{H} \exp[-z/\delta] \quad \text{met} \quad \delta = \sqrt{(2c'/\omega)}$$

De factor λ_ω is een maat voor de penetratie van de cyclische respons in de zandlaag. De factor δ is een maat voor de penetratie van de respons in de kleilaag van de locale potentiaal in de zandlaag.

B.3 Voorbeeld voor getijde

Een reële situatie heeft de volgende parameterwaarden:

$$K = 10^{-4} \text{ m/sec}$$

$$K' = 10^{-8} \text{ m/sec}$$

$$c = \infty$$

$$c' = K' / \gamma \alpha' \rightarrow c' = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{sec}$$

$$D = 10 \text{ m}$$

$$D' = 5 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi/12\text{hr} = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ (1/sec)} \quad (\text{getijde})$$

De penetratie van de cyclische randvoorwaarde is bepalend voor de respons van het systeem. Voor de klei geldt:

$$\delta = \sqrt{(2c'/\omega)} = 0.38 \text{ m}$$

en voor het zand:

$$\lambda_{\omega} = \sqrt{(KD/K'\sqrt{(c'/\omega)})} = 163 \text{ m}$$

Dit antwoord impliceert dat de waterspanningen in de klei alleen in de onderste meter merkbaar aanpassen aan de cyclische waterspanningen in de onderliggende zandlaag. In de zandlaag is de respons wel duidelijk merkbaar. Na 500 m is de amplitude gedempt tot omstreeks 15%.

Als de kleilaag doorlatender is, bijvoorbeeld $K'=10^{-6}$ m/s, dan blijkt $\lambda_{\omega} = 51.5$ m en $\delta = 3.8$ m. Aangezien de kleilaag slechts 5 m dik is, is dan de invloed van de situatie op de kleilaag (polderpeil bijvoorbeeld) merkbaar. De hier afgeleide oplossing voldoet dan niet meer. Er zal nog meer demping zijn van de respons.

B.4 Het effect van luchtinsluiting

(zie: Jacob C.E. 1949, Eng. Hydraulics, paper 5, pp.321-386)

Fluctuerend waterniveau boven een doorlatend pakket bij in hoofdzaak verticale druk voortplanting en bij afwezigheid van stroming (relatieve beweging) veroorzaakt een spanningsverandering in grondwater en korrels. Het principe van Terzaghi geldt voor de verandering in verticale spanning

$$d\sigma = dp + d\sigma' = \gamma dH$$

waarin H de waterdiepte boven het pakket voorstelt.

Hieruit volgt:

$$\frac{dp/\gamma}{dH} = \frac{dp/d\sigma'}{1 + dp/d\sigma'}$$

Het volume water in een volume V van grond is:

$$V_w = nV$$

waarbij n de porositeit voorstelt. Als de individuele korrels onsamendrukbaar zijn, geldt dat de totale volume verandering door het water wordt veroorzaakt, dus:

$$dV_w/V_w = dV/nV$$

Met de introductie van de compressibiliteit voor water:

$$\beta = - dV_w/V_w dp$$

en voor grond (verticaal, gedraineerd):

$$\alpha = - dV/Vd\sigma'$$

geldt dan:

$$\beta dp = \alpha d\sigma'/n \quad \text{ofwel} \quad dp/d\sigma' = \alpha/n\beta$$

Tenslotte blijkt de poriëndruk p ten gevolge van waterstand fluctuaties te beschrijven met:

$$\frac{dp/\gamma}{dH} = \frac{\alpha}{\alpha + n\beta}$$

Voor zand geldt globaal $\alpha = 10^{-7} \text{ m}^2/\text{N}$ en voor water zonder lucht $\beta = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{N}$. Zit er echter lucht in het water (lucht bellen), dan geldt $\beta > 10^{-7} \text{ m}^2/\text{N}$.

Blijkbaar geldt voor luchtvrij water:

$$\frac{dp/\gamma}{dH} = \frac{\alpha}{\alpha + n\beta} = 1$$

Het water reageert en draagt alle belasting instantaan; er is geen relatieve stroming nodig: de effectieve spanning σ' verandert niet.

Als een dijkvak of uiterwaard droog kan vallen, zit erbij onderlopen veel lucht in het grondwater, dat moeilijk of niet mobiel is. De samendrukbaarheid van het poriënwater met luchtbelletjes is dan in dezelfde orde als de compressibiliteit van het korrelskelet. Beide reageren op bovenbelasting en nemen instantaan dat deel, zodat er geen relatieve beweging nodig is (gelijke waterstandsfluctuaties).

Hierdoor wijkt de poriëndruk af van de buitenwaterstand en ontstaat er aan de rand een waterdruk gradient, waarmee een stroming (consolidatie) wordt ingang gezet tot er een nieuw evenwicht is

ontstaan. Dit proces staat beschreven in LCM-mededelingen XIX (1978) hoofdstuk 12.2. Het resultaat is voor de waterdruk als gevolg van een cyclische belasting:

$$\frac{p/\gamma}{H} = \frac{\alpha}{\alpha+n\beta} \left\{ \cos(\omega t) + \frac{n\beta}{\alpha} \exp[-z/(\omega/2c)] \cos[\omega t - z/(\omega/2c)] \right\}$$

De eerste term tussen accolades is het instantane effect (nog geen stroming en de tweede term is het consolidatie-effect. Hierin is $c = K/\gamma(\alpha+n\beta)$ de consolidatie-coefficient.

C. Algemeen tijdsafhankelijke randvoorwaarden

De sprongbelasting en de cyclische belasting zijn bijzondere gevallen, welke analytisch oplosbaar zijn. Uit deze oplossingen is veel over de bijzonderheden en eigennaardigheden van de respons van een geohydrologisch systeem te weten te komen. In het algemeen zal een randvoorwaarde echter een min of meer willekeurig verloop hebben. Voor de juiste interpretatie is het soms noodzakelijk het realistische verloop juist te simuleren en te interpreteren. Met convolutie in de tijd, eigenlijk het integreren van de voorgeschiedenis, is een willkeurig tijdsafhankelijke randvoorwaarde in rekening te brengen.

C.1 Convolutie in de tijd

Als een belasting niet bestaat uit een van de bekende randvoorwaarden (puls, sprong, cyclisch) is het mogelijk om via integratie in de tijd deze toch netjes in rekening te brengen. Dit gaat echter alleen op voor lineaire systemen. Deze methode staat bekend onder de naam "convolutie".

Reeds eerder gevonden voor de respons op een sprong in de waterstand aan de rand van een half-afgesloten watervoerend pakket naar Laplace getransformeerd:

$$\bar{H}(x,t) = H_0/s \exp(-x/\bar{\lambda}) = H_0 \bar{F}(x,t)/s$$

Met de directe methode is de oplossing gevonden:

$$H(x,t) = \{s\bar{H}(x,t)\}_{s=1/2t} = \{H_0 \bar{F}(x,t)\}_{s=1/2t}$$

waarin H_0 een sprong voorstelt ten tijde $t=0$.

Als nu H_0 in de tijd varieert, is de oplossing te vinden door superpositie. Er staat dan een product van twee getransformeerde functies. De inverse transformatie van een product van twee getransformeerde functies is bekend. Aangezien er gebruik wordt gemaakt van de directe methode voor de bepaling van de inverse, wordt de algemene vergelijking als volgt herschreven:

$$s\bar{H} = s\bar{H}_0 \bar{F}$$

en de inverse hiervan kan als volgt worden afgeleid (zie handboeken):

$$\begin{aligned} L\{H_0 * F\} &= \bar{H}_0 \bar{F} = s^{-1} \{ \{s\bar{H}_0 - H_0(0+)\} \bar{F} + H_0(0+) \bar{F} \} \\ &= s^{-1} [L\{\partial H_0 / \partial t\} L\{F\} + H_0(0+) L\{F\}] \\ &= s^{-1} [L\{ \int_0^t \frac{\partial H_0}{\partial \tau} F(t-\tau) d\tau \} + H_0(0+) L\{F\}] \end{aligned}$$

Met de keus dat $H_0(t)$ continue en differentieerbaar verloopt voor $t > 0$ en tevens dat $H_0(0+) = 0$ volgt hieruit:

$$s\bar{H}_0 \bar{F} = L\{ \int_0^t \frac{\partial H_0}{\partial \tau} F(t-\tau) d\tau \}$$

ofwel voor de inverse:

$$H(x,t) = \{s\bar{H}_0 \bar{F}\}_{s=1/2t} = \int_0^t \frac{\partial H_0}{\partial \tau} F(t-\tau) d\tau$$

De functie F in de integraal is gevonden door gebruik te maken van de directe methode (dus substitutie van $s=1/2t$).

Deze integraal is ook te schrijven als:

$$H = \int_0^t F(t-\tau) dH_0(\tau)$$

De betekenis van deze integraal is verduidelijkt in Figuur C.1. De tijdsafhankelijke randvoorwaarde wordt als het ware in kleine sprongen verdeeld $dH(\tau)$, die ieder afzonderlijk tot een responsbijdrage leiden van $F(t-\tau) dH(\tau)$, immers over de periode $(t-\tau)$ werkend. Al die bijdragen samen geeft de respons op tijdstip t . Dit is precies de convolutie integraal.

C.2 Vergelijk convolutie en cyclische formule

Ter beoordeling van het effect van convolutie en cyclische respons is een vergelijking gemaakt. Beschouwd is een semi-afgesloten zandpakket aan de rand ($x=0$) belast met een waterstandsverandering volgens een halve sinusboog (zie Figuur C.2).

Er zijn nu twee manieren om de hierbij gegenereerde respons in het zandpakket te berekenen met in acht name van de consolidatie in de afdekkende klei: (1) kies de cyclische oplossing, zoals beschreven in paragraaf B en (2) maak gebruik van convolutie in de tijd. In feite worden de volgende formules vergeleken:

$$(1) \quad H_B/H_0 = \exp[-0.924x/\lambda_\omega] \cos[\omega t - 0.383x/\lambda_\omega] \quad \text{met}$$

$$\lambda_\omega = \left(\sqrt{(K'/(\omega/c'))/KD} \right)^{-1}$$

$$(2) \quad H_B/H_0 = \int_0^t \partial(H_A/H_0)/\partial\tau \exp(-x/\lambda_{t-\tau}) d\tau \quad \text{met}$$

$$\lambda_{t-\tau} = \left(\sqrt{K'/(KD\sqrt{2c'(t-\tau)})} \right)^{-1}$$

De eerste methode gaat ervan uit dat de respons gelijk is aan die welke optreedt bij voortdurende cyclische belasting. De tweede gaat uit van alleen de halve sinusboog.

De resultaten van beide methoden zijn vermeld in Figuur C.2. Het valt op dat beide methoden voor de gegeven situatie nauwelijks verschil maken, alleen het laatste stuk van de aanpassing loopt duidelijk anders. Dit effect is verklaarbaar. Het komt erop neer, dat het genereren van waterspanningen in de klei door een toename van de belasting snel en redelijk direct verloopt, terwijl het dissiperen van aldus gegenereerde overspanningen bij het wegvallen van de buitenbelasting (in het zand) veel trager verloopt.

Dit resultaat betekent, dat voor willekeurige tijdsafhankelijke belastingen de cyclische benadering redelijke antwoorden geeft ten aanzien van bijvoorbeeld piekwaarden, maar dat bij de berekening de methode met behulp van convolutie in de tijd de voorkeur verdient.

C.3 Practijkvoorbeeld: Lauwersmeerzeedijk

Bepaling van de c-waarden en K-waarden van het watervoerende zandpakket uit de amplitudedemping voor een sectie uit de Lauwersmeerzeedijk (zie Figuur C.3 en Figuur C.4).

Als simulatiemodel is aangenomen:

$$H(x,t) = H_0 \exp[-x/(\omega/2c)] \cos[\omega t + \dots]$$

De dempingsfactor Δ voor de amplitude: $\exp[-x/(\omega/2c)]$ wordt gegeven door het quotient van de amplitude van peilbuis pb(i) en pb(j). We noteren die amplitudes als $A(i)$ en $A(j)$. Dit betekent dat voldaan wordt aan:

$$\Delta = A(i)/A(j) = \exp[-x/(\omega/2c)]$$

waarin

$$\omega = 2\pi / (12.25 \cdot 3600) = 0.0001424 \text{ bij een } T \text{ van } 12.25 \text{ uur.}$$

Voor c geldt dus:

$$c = x^2 \omega / (2 \ln^2[A(i)/A(j)])$$

Verder is aangenomen dat er sprake is van freatische berging over de gehele dijk terwijl de bekleding als dicht wordt beschouwd (inclusief het kraagstuk). Er geldt dus: $c = kD/n$. Voor D, de dikte van het watervoerend pakket wordt 10m aangehouden, voor de porositeit $n = 0.3$. Een aantal gevallen zijn berekend (zie Tabel C.I).

Tabel C.I Uitwerking metingen Lauwersmeerzeedijk

	Δ	x	c	K
meet datum 29, 30 sept. 1982				
bws en pb9	0.11	34	0.0166	5.0E-4
bws en pb14	0.05	81	0.0512	1.5E-3
meetdatum 16, 17 nov. 1982				
bws en pb9	0.11	34	0.0166	5.0E-4
bws en pb12	0.07	40	0.0158	4.7E-4
bws en pb14	0.06	81	0.0580	1.7E-3
meetdatum 1, 2 nov. 1982				
bws en pb1	0.43	15	0.0221	6.6E-4
bws en pb3	0.37	19	0.0256	7.7E-4
bws en pb6	0.12	28	0.0122	3.7E-4
bws en pb9	0.10	34	0.0153	4.6E-4
bws en pb12	0.04	40	0.0108	3.2E-4
bws en pb14	0.04	81	0.0443	1.3E-3
pb1 en pb3	0.87	4	0.0578	1.7E-3
pb1 en pb6	0.30	13	0.0082	2.4E-4
pb1 en pb9	0.23	19	0.0117	3.5E-4
pb1 en pb12	0.10	25	0.0083	2.5E-4
pb1 en pb14	0.10	66	0.0575	1.7E-3
pb3 en pb6	0.35	9	0.0051	1.5E-4
pb3 en pb9	0.26	15	0.0067	2.0E-4
pb3 en pb12	0.12	21	0.0069	2.1E-4
pb3 en pb14	0.12	62	0.0599	1.8E-3
pb6 en pb9	0.76	6	0.0335	1.0E-3
pb6 en pb12	0.35	12	0.0091	2.7E-4
pb6 en pb14	0.35	53	0.1784	5.4E-3
pb9 en pb12	0.46	6	0.0042	1.3E-4
pb9 en pb14	0.46	47	0.2564	7.7E-3
pb12 en pb14 geen demping tussen deze twee peilbuizen wel echter een middenstandsverlaging.				

Uit deze meetresultaten en berekeningen kan het volgende geconcludeerd worden.

Ondanks het feit dat ter plaatse van het kraagstuk geen freatische berging kan plaatsvinden voldoet het gebruikte model goed. Er wordt een doorlatendheid van 0.0007 m/s gevonden. Indien daar gerekend wordt met elastische berging met een samendrukkingscoëfficiënt van het zand van $1.E-6 \text{ m}^2/\text{N}$ wordt een kleinere doorlatendheid gevonden namelijk: 0.000024

Bij de verschillende meetdata wordt voor vergelijkbare gevallen dezelfde orde voor de doorlatendheid gevonden, hetgeen pleit voor de keuze van het simulatie model.

Bij de beschouwing van de respons tussen de peilbuizen onderling (gefragmenteerd) blijkt tussen peilbuis 6 en 9 een slechtere doorlatendheid te zijn dan in de andere fragmenten. Mogelijk bevindt zich hier een perskade.

Verder volgt uit de respons tussen pb14 en de overige peilbuizen (buitenwaterstand) een grotere waarde voor de doorlatendheid. Er blijkt echter tussen pb12 en pb14 geen damping plaats te vinden. Wel is hier sprake van een middenstandsverschuiving. Peilbuis 14 wordt daarom als irrelevant beschouwd voor de bepaling van de k-waarde van het watervoerend pakket.

Het bovenstaande in aanmerking genomen en uit verdere bestudering van de berekeningsresultaten mag geconcludeerd worden dat de keuze van het simulatiemodel relevant is en een doorlatendheid voor het watervoerend pakket in de orde van grootte van 0.00034 m/s als gemiddelde waarde kan worden aangenomen gerechtvaardigd is, met een standaard afwijking van 0.00014 m/s. Een heel acceptabel resultaat.

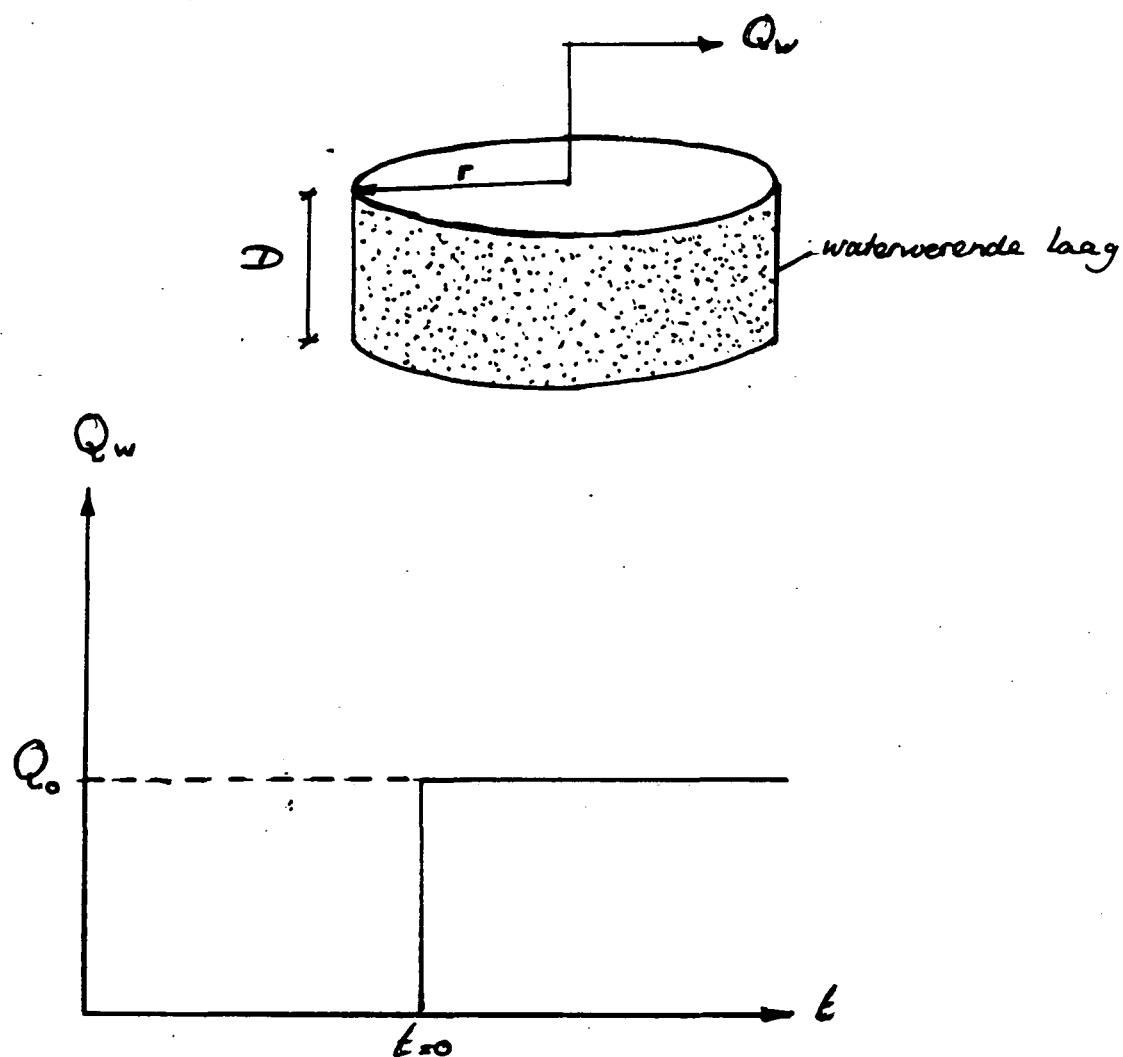
C.4 Voorstel: toepassing met behulp van grafieken

Voor het in de praktijk toepassen van de hier beschreven theorie is het nodig eenvoudige hulpmiddelen te verschaffen. Het is veelal de bedoeling om bepaalde metingen te evalueren, en op grond van interpretaties de essentiële geohydrologische parameters vast te stellen.

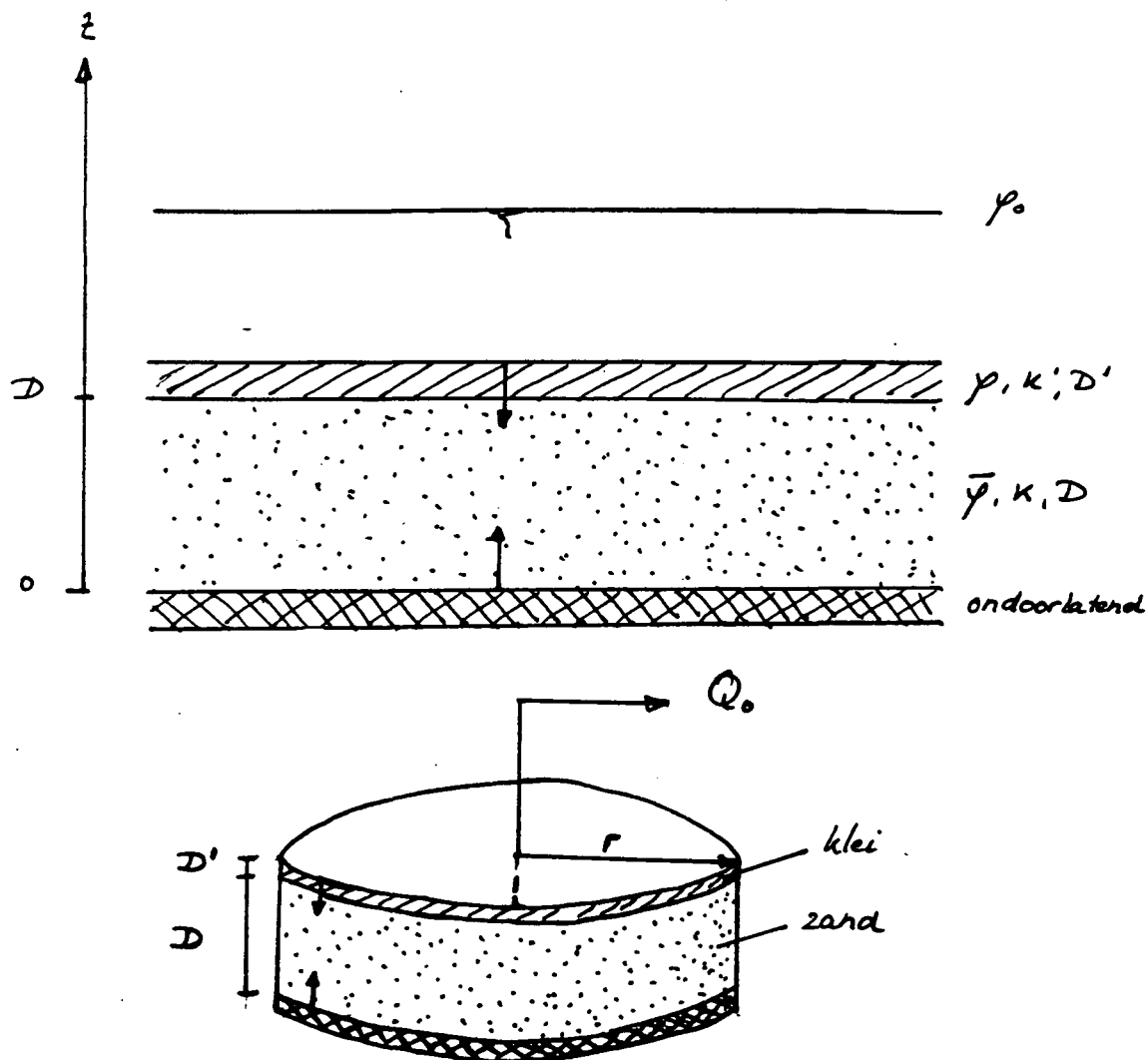
Het in grafiek brengen van de meetgegevens op een bepaalde wijze, en het vervolgens vergelijken ervan met genormeerde grafieken geeft snel resultaat. De keus van de grafieken waarmee wordt vergeleken is een kwestie van ervaring en inzicht in de mogelijke geohydrologische processen welke domineren. Er zal voor een aantal gebruikelijke situaties een set genormeerde grafieken beschikbaar dienen te zijn. De keus van die situaties is voorhands nog open.

Of het mogelijk is om voor een in de tijd willekeurig variërende randvoorwaarde handsome genormeerde grafieken op te stellen dient te worden onderzocht. Bij pompproefanalyses zijn er dergelijke methodieken, maar daar wordt de meting gedaan bij nagenoeg constant debiet; men heeft de randvoorwaarde in de hand. Dit is niet het geval bij rivierdijken.

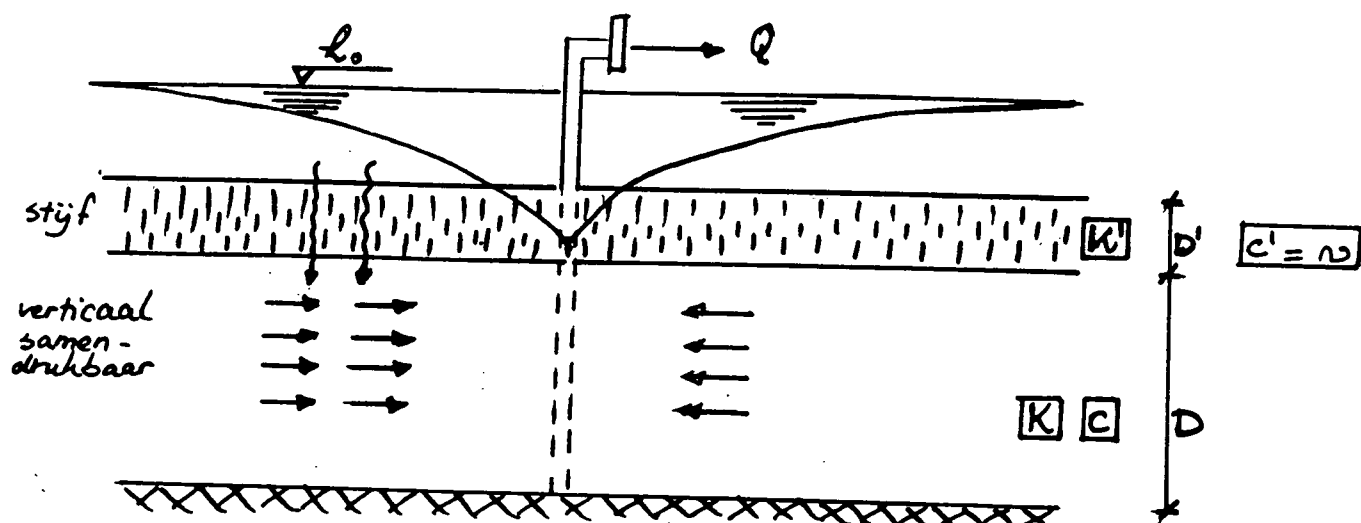
Figuur A.1 stroming naar een bron in een afgesloten watervoerend pakket



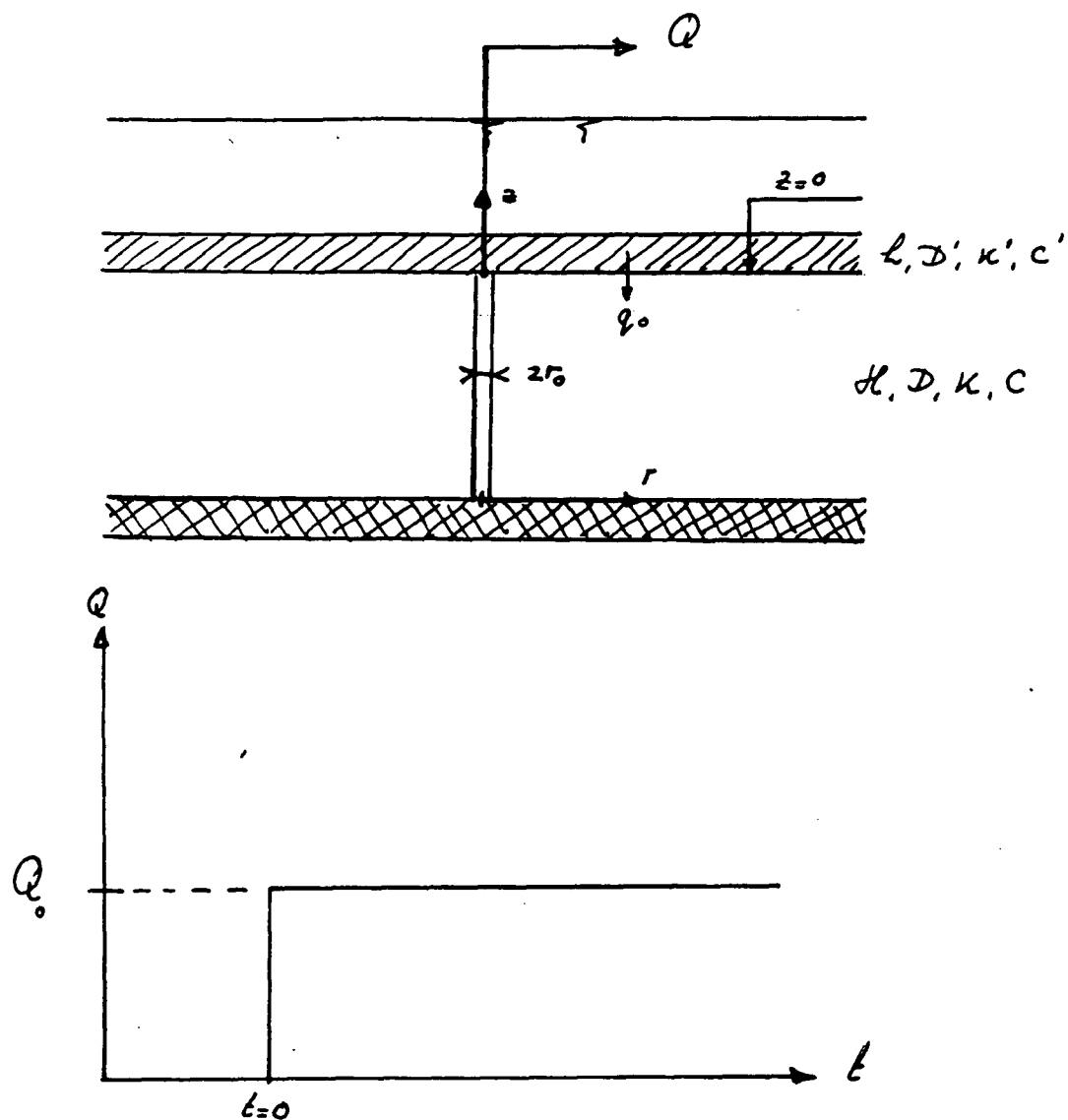
Figuur A.2 stroming naar een bron in een semi-afgesloten watervoerend pakket



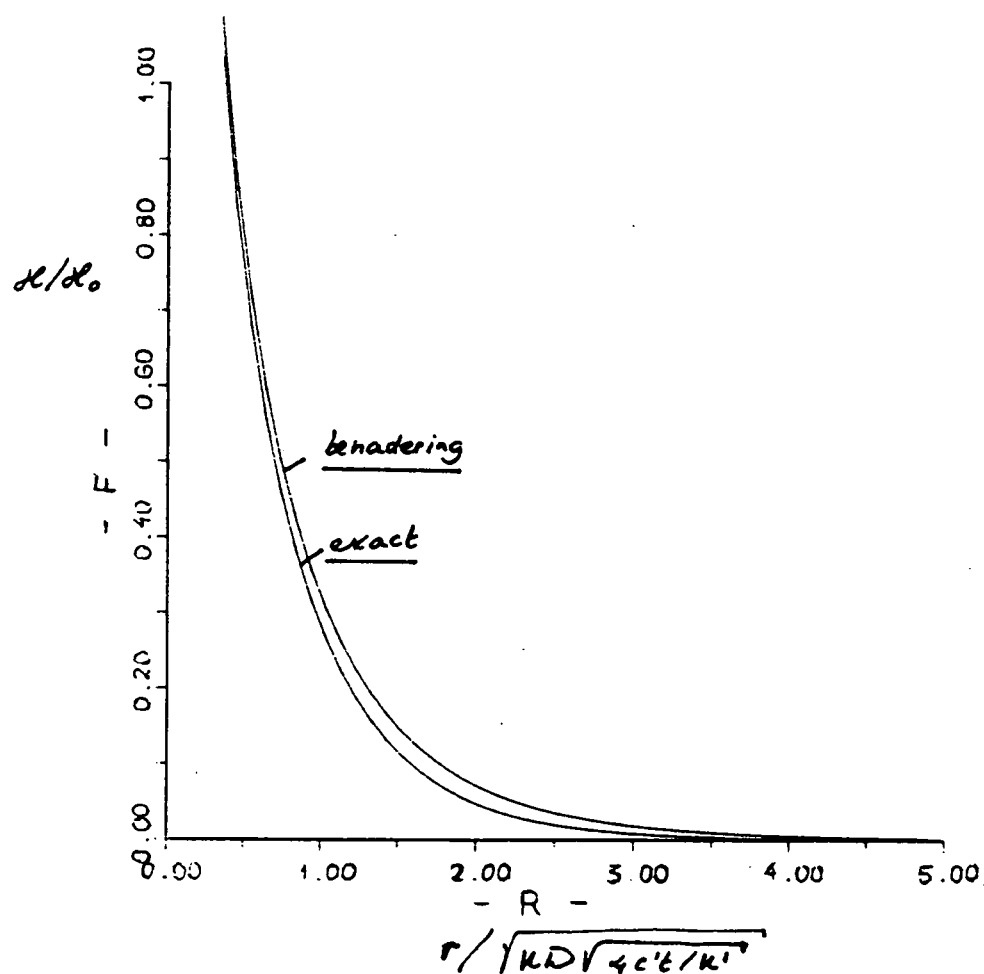
Figuur A.3 schematizatie semi-afgesloten pakket



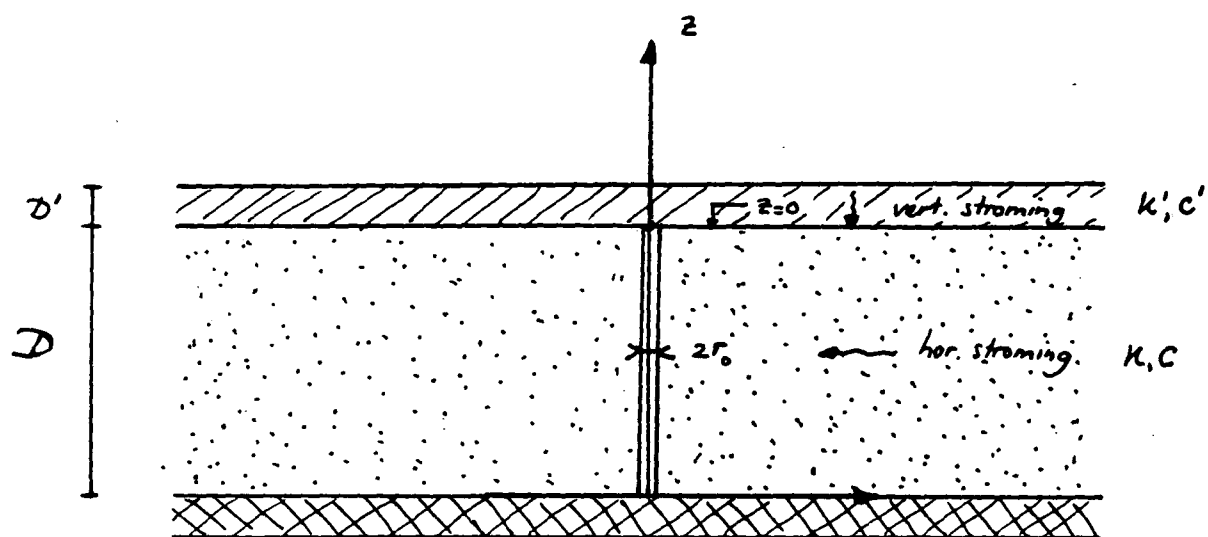
Figuur A.4 stroming naar een bron in een watervoerend pakket met een
dikke consoliderende kleilaag



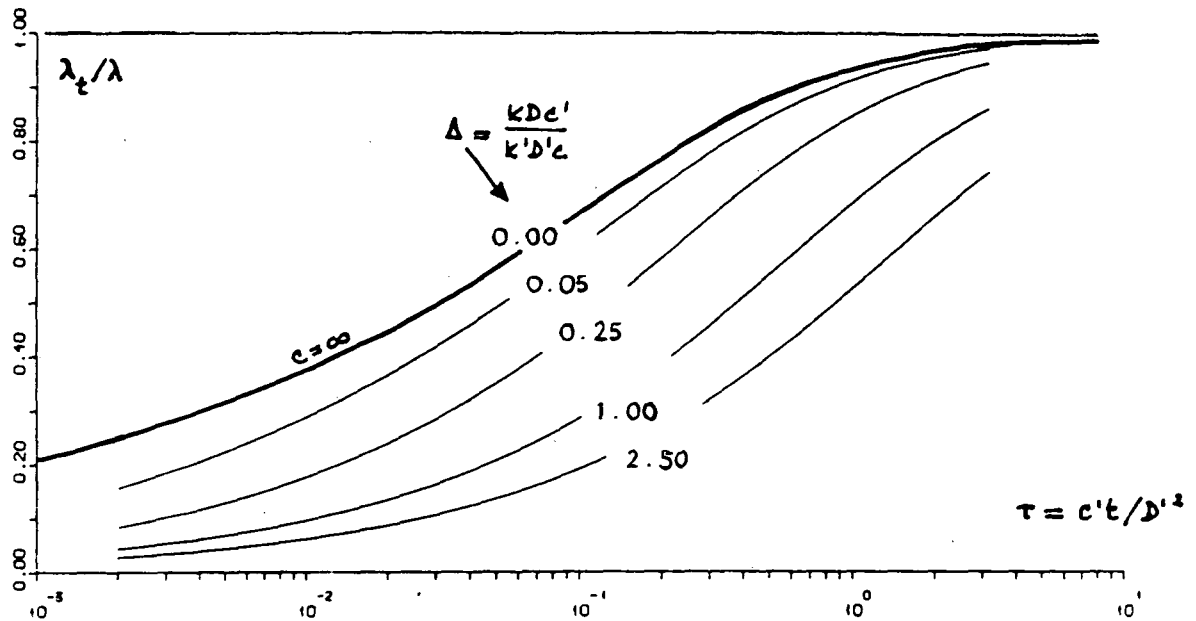
Figuur A.5 vergelijking exacte en benaderde oplossing van de potentiaal in een watervoerend pakket met een dikke consoliderende afdeklaag ten gevolge van een bron met een constant debiet vanaf tijd $t=0$



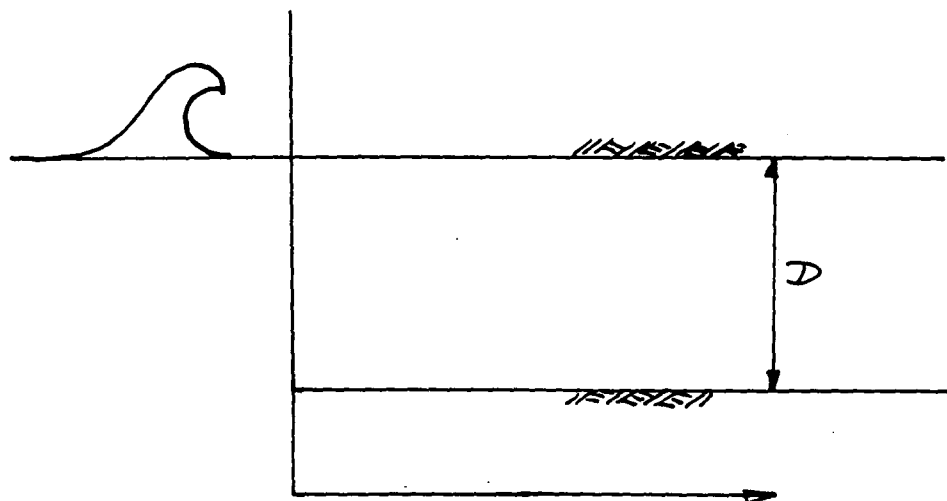
Figuur A.6 stroming naar een bron in een watervoerend pakket met een dunne consoliderende afdeklaag



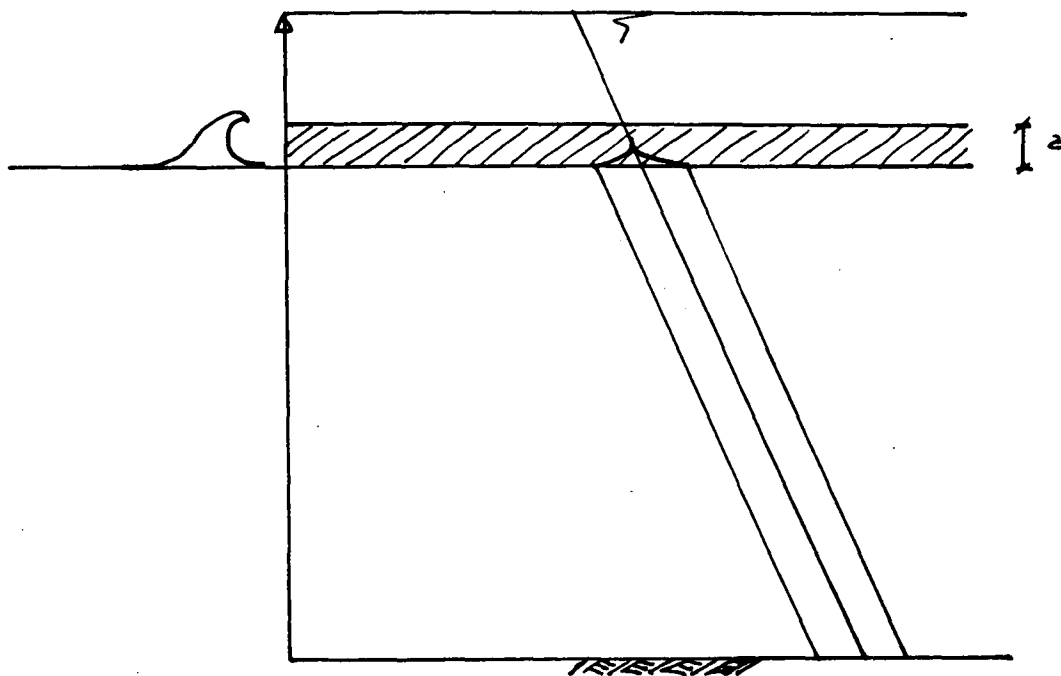
Figuur A.7 tijdsafhankelijke lekfactor voor een elastisch
watervoerend pakket met dunne consoliderende afdeklaag



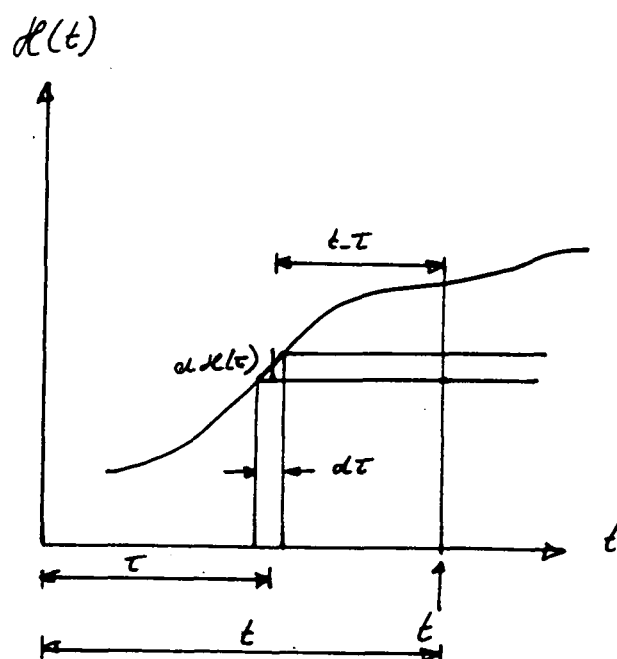
Figuur B.1 cyclische stroming in een afgesloten watervoerend pakket



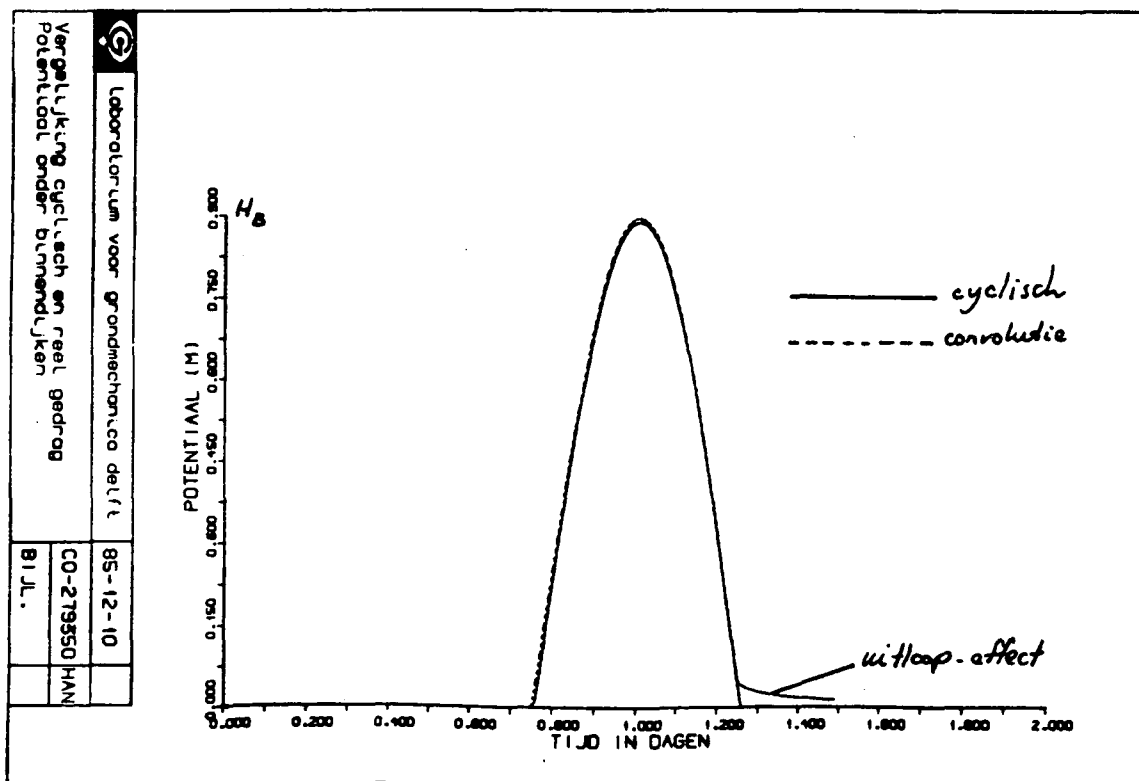
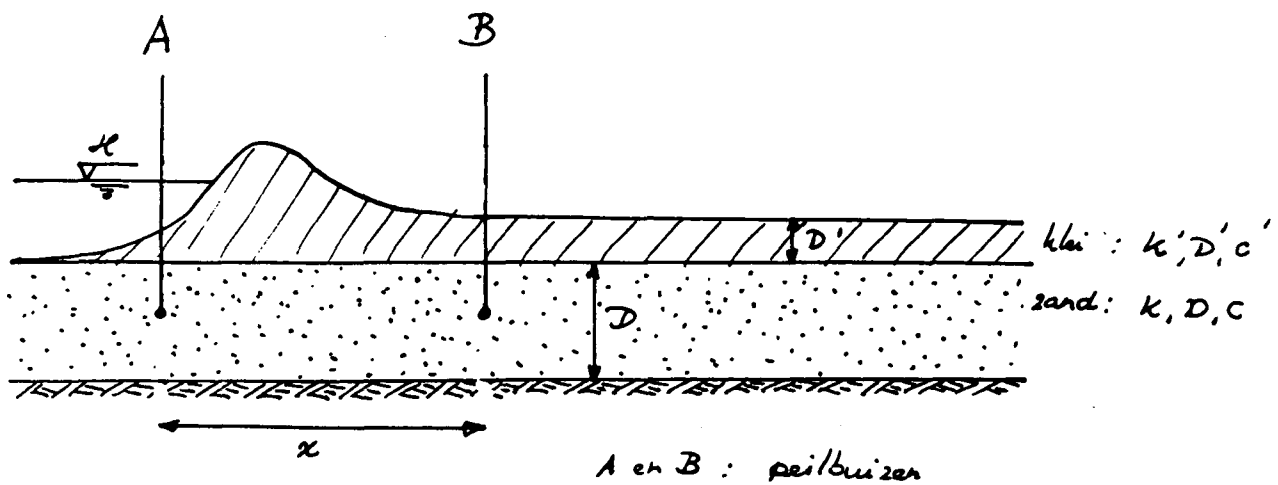
Figuur B.2 cyclische stroming in een semi-afgesloten watervoerend pakket



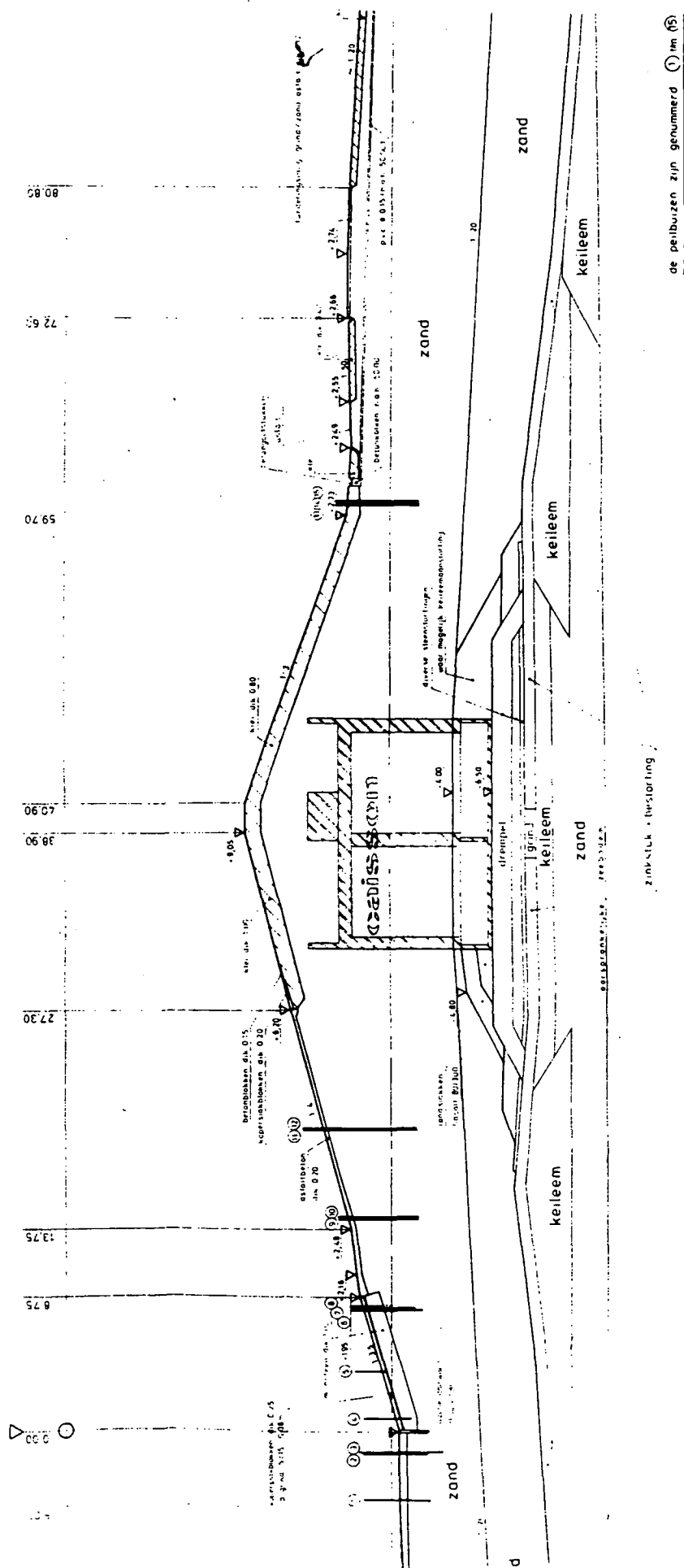
Figuur C.1 grafische weergave van de convolute-integraal



Figuur C.2 vergelijk tussen cyclische oplossing en convolutie



Figuur C.3 sectie Lauwersmeerzeedijk



Figuur C.4 enige relevante peilbuiswaarnemingen