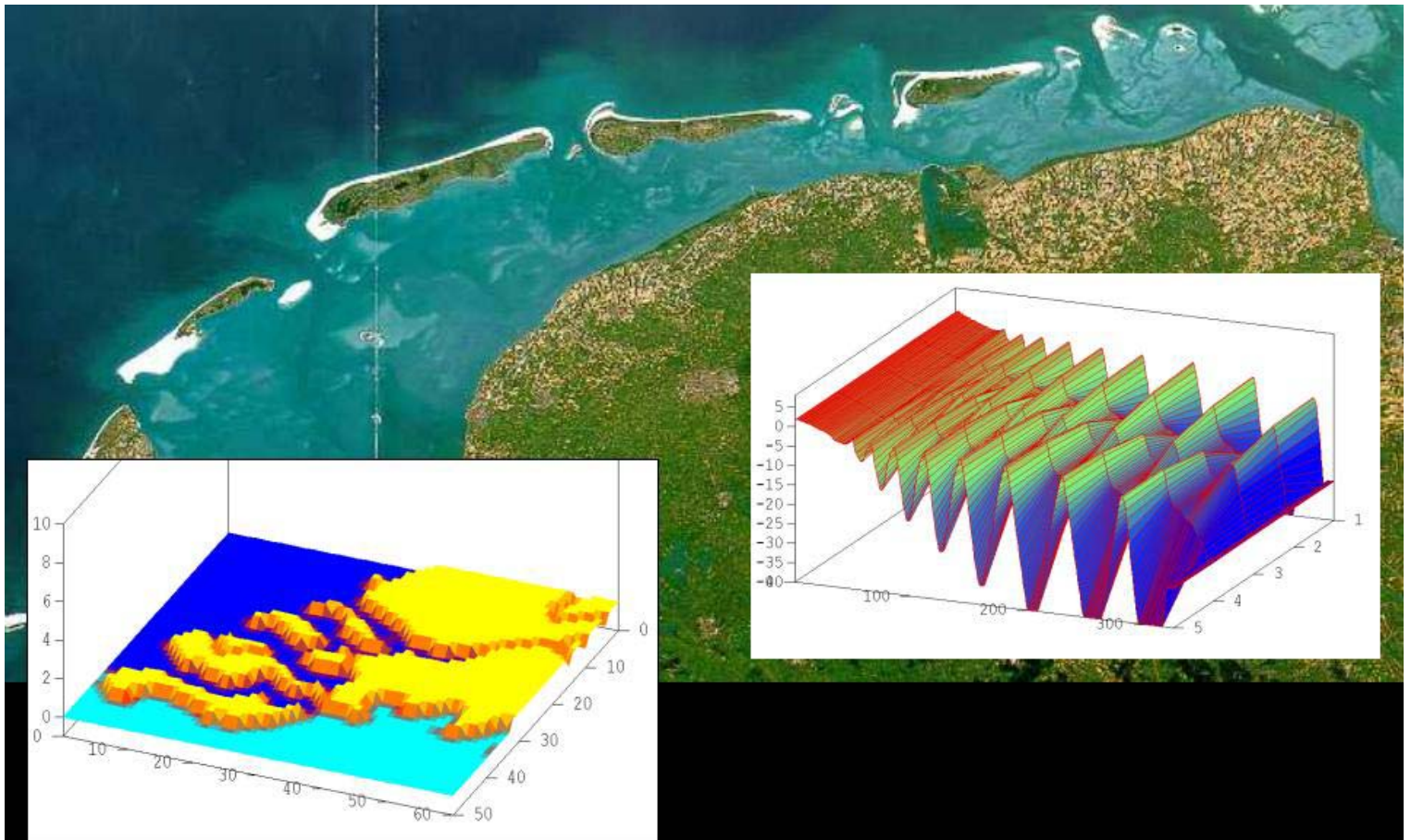


Numerieke modellering van het lange-termijn morfologische gedrag van estuaria



Harmen Talstra
Afstudeerscriptie Civiele Techniek

Delft, januari 2003

Numerieke modellering van het lange-termijn morfologische gedrag van estuaria

Harmen Talstra
Afstudeerscriptie Civiele Techniek
Delft, februari 2003

Vakgroep Waterbouwkunde en Geotechniek, Sectie Vloeistofmechanica

Voorwoord

Voor u ligt het verslag van mijn afstudeerwerk, dat ik heb verricht bij prof.dr.ir. Guus Stelling binnen de sectie Vloeistofmechanica van de subfaculteit Civiele Techniek (TU Delft).

Dit afstudeerwerk behelsde het verbeteren van de numerieke modellering van het morfologische gedrag van estuaria onder getij-invloed. Deze opdracht is voortgevloeid uit het promotieonderzoek van ir. Anneke Hibma, lid van mijn afstudeercommissie, die het morfologische gedrag van estuaria onderzoekt in Delft3d. Het is de bedoeling dat de resultaten van mijn werk uiteindelijk ten dienste van dit onderzoek zullen staan.

Mijn voornaamste bezigheid heeft bestaan uit het programmeren van een nieuw numeriek computermodel in de programmeertaal Fortran. Daarnaast ben ik al doende steeds meer wegwijz geworden in de wereld van de numerieke vloeistofmechanica en de enorme veelheid aan methoden en technieken die ze kent.

De hoofdstukken 4 en 5 vormen de kern van deze scriptie: dit zijn respectievelijk de analytische en numerieke formulering van het estuariummodel dat ik heb ontwikkeld. In deze hoofdstukken bevindt zich ook veel achtergrondinformatie. Lezers die vooral geïnteresseerd zijn in de modellering van de *morfologie* en de uitwerking daarvan in mijn werk, kunnen nog een kortere route door het verslag nemen: de paragrafen 5.4 t/m 5.7, en de paragrafen 6.2 t/m 6.5 voor de evaluatie en discussie.

Er wordt wel eens gezegd dat de opleiding Civiele Techniek jonge ingenieurs niet moet vergeten bij te brengen “hoe beton aan je handen voelt en hoe pasgewalst asfalt ruikt”. Dit zijn juist twee van de weinige dingen die ik in de afgelopen jaren op onze faculteit *niet* geleerd heb. Ik heb binnen mijn vakgebied gekozen voor een specialisme dat een duidelijk “indoor”-karakter heeft – ook al hebben vloeistofmechanica en morfologie beide enorm veel toepassingen in de praktijk – en zo heb ik de Waterbouwkunde vooral van zijn meer wetenschappelijke kant leren kennen. Ik heb er absoluut geen spijt van.

Binnen de Civiele Techniek heeft mijn interesse altijd gelegen bij twee vakgebieden: vloeistofmechanica en informatica. Zowel in mijn stage als in mijn afstudeerwerk heb ik deze twee aspecten kunnen combineren, net zoals ik van plan ben ze te combineren in mijn latere beroepspraktijk. Het werken op het snijpunt van twee disciplines plus het toepassen van die combinatie in de praktijk is een grote uitdaging. Het is mooi werk.

Ik ben veel dank verschuldigd aan mijn drie begeleiders: prof.dr.ir. Guus Stelling, dr.ir. Dano Roelvink en ir. Anneke Hibma. Niet alleen staan zij elk op hun eigen manier middenin het vakgebied van de waterloopkundige en morfologische modellen, maar ook bevinden ze zich op onze faculteit zelden meer dan honderd meter van elkaar vandaan. Het gevolg daarvan was, dat de communicatielijnen in mijn afstudeerwerk zeer kort waren, en dat het ondanks volle agenda's toch gemakkelijk was om overleg te plegen. Ik heb en passant een hoop geleerd over het vakgebied door het onderling contact. Verrijkend was het ook om verschillende opinies mee te nemen in mijn werk, omdat er op het gebied van de modellering soms uiteenlopende meningen waren. Op zo'n moment was het leuk om samen te onderzoeken hoe de vork in de steel zat. Al met al ben ik erg erkentelijk voor de begeleiding die ik heb mogen ontvangen.

Op verschillende momenten heb ik mensen buiten mijn commissie, die op een deelgebied deskundig waren, gevraagd om een *second opinion*. In dit verband wil ik graag mijn dank uitspreken naar de volgende personen: dr.ir. Zheng-Bing Wang, ir. Mathijs van Ledden, dhr. Giles Lesser MSc. en prof.dr.ir. Marcel Stive.

Mijn vrienden binnen en buiten Delft, waaronder veel mede-afstudeerders, dank ik voor de vele getoonde interesse in mijn werk. Die interesse was, en is, wederzijds. Ook mijn familieleden in en rond Amsterdam ben ik dankbaar voor hun grote belangstelling en hun voortdurende meeleven in de loop van de vordering van mijn project. Zelfs al ben ik de enige bèta-student in de familie en had ik dus altijd het nodige uit te leggen qua achtergrond, de belangstelling bleef.

De meeste dank ben ik verschuldigd aan de Here God. Hij heeft mij middenin een van de meest roerige periodes in mijn leven naar deze afstudeerplek toegeleid, een afstudeerplek die ik voor geen andere had willen ruilen. Temidden van alle turbulentie heeft Hij mij rust en lol in het werk gegeven, alsmede een gezonde fascinatie voor het vakgebied. Hij heeft me geholpen bij het overwinnen van technische tegenslagen, het groeien in kennis en vaardigheden en het vinden van mijn eigen plek in de vakgroep. Hij heeft me gezegend door het contact met fantastische mensen. Hij heeft me duidelijke aanwijzingen gegeven over de weg die ik de komende jaren gaan moet. En Hij heeft me in de afgelopen tijd het nodige bijgeleerd over mensen, over mezelf en over Zijn liefde en genade, zodat mijn afstudeerperiode in alle opzichten een tijd van volwassenwording is geweest: niet alleen als ingenieur, maar ook als mens. Ere aan Wie ere toekomt.

Harmen Talstra



Natuurwaarden in estuaria: van pioniervegetatie tot intensieve begroeiing. Estuaria zijn de ecologisch actiefste en tegelijk meest kwetsbare schakels in de kustzone

Samenvatting

In het promotieonderzoek van Hibma (2001 e.v.) wordt met behulp van een Delft3d-model de morfologische ontwikkeling op lange termijn van een denkbeeldig rechthoekig estuarium onder getij-invloed onderzocht. Hierbij is de aandacht vooral gericht op het initieel ontstaan van het karakteristieke estuariumpatroon van een hoofdebgeul, ebscharen, vloedscharen, drempels en zandplaten. Het blijkt dat Delft3d in staat is om dit vrije, natuurlijke gedrag van een getijdenbekken in de tijd te simuleren en weer te geven. Als gevolg van de numerieke structuur van Delft3d blijken de resultaten van het estuariummodel echter de volgende tekortkomingen te vertonen:

- 1) In het numerieke rooster van Delft3d worden bodemligging en waterstand op verschillende punten berekend, zodat een koppeling van beide grootheden problematisch is. Dit probleem speelt vooral op in de buurt van grenzen tussen geulen en platen en kan niet structureel worden opgelost door het verfijnen van het rekengrid.
- 2) Delft3d heeft moeite met het modelleren van het droogvallen en weer onderlopen van ondiepe gridcellen, zoals zandplaten, omdat dit leidt tot bewegende randvoorwaarden. Hierdoor zijn de resultaten in de buurt van sterke dieptegradiënten in het model niet betrouwbaar genoeg.
- 3) In het Delft3d-model blijken sommige zandplaten te kunnen aangroeien tot onrealistische hoogten, die niet verklaarbaar zijn vanuit de waterbeweging. Dit duidt op een onjuistheid in de koppeling tussen waterbeweging, sedimenttransport en update van de bodemligging.
- 4) Globaal genomen over het hele model levert Delft3d goede resultaten, maar lokaal niet. In de bodemligging als functie van de tijd blijken vele oscillaties, pieken en dalen voor te komen die fysisch niet zinvol zijn. Ook negatieve waterdieptes en negatieve sedimentconcentraties lijken niet uitgesloten te zijn. Daarom moet gezocht worden naar numerieke methoden die gladdere en fysisch meer haalbare oplossingen opleveren.

Doelstelling: *Om de resultaten van de morfologische 2DH-modellering te verbeteren voor estuaria waarin droogvallen en onderlopen van intergetijdegebieden een belangrijke rol speelt, en de mogelijkheden tot toepassing hiervan te vergroten, moet een alternatief numeriek concept worden uitgewerkt dat de interactie tussen waterbeweging en morfologie op correcte en stabiele wijze weergeeft. Daarna moet kwalitatief worden bepaald of dit model, net als Delft3d, in staat is de karakteristieke morfologische patronen, zoals beschreven door Van Veen (1950), in getijdenbekkens te reproduceren, op zodanige wijze dat dit voor het onderzoek van Hibma nuttig is.*

Het concrete resultaat van dit afstudeerproject is geweest de ontwikkeling van een numeriek estuariummodel in Fortran, bestaande uit een waterbewegings- en een morfologiemodule. Het gebruik van de programmeertaal Fortran zal eventuele integratie van delen van dit model in toekomstige versies van Delft3d vergemakkelijken.

Bij het ontwikkelen van dit model is alleen gekeken naar getij-invloed; van invloed door golven en andere actoren is afgezien, conform het promotieonderzoek van Hibma. In de morfologiemodule is onderscheid gemaakt tussen bodemtransport en suspensietransport. In het model komt alleen sediment met uniforme eigenschappen voor.

Bij het zoeken van een geschikt numeriek concept lag in dit afstudeerproject de nadruk op *fysische realiseerbaarheid* en *stabiliteit* van de resultaten. Nauwkeurigheid kwam op het tweede plan. Omdat nauwkeurigheid en fysische haalbaarheid in de praktijk van de numerieke modellering vaak elkaars vijanden blijken te zijn, was een duidelijke prioriteitenstelling noodzakelijk.

Alvorens het estuariummodel numeriek uit te werken is een versie ervan in normale differentiaalvergelijkingen vastgesteld, dat in dit rapport korthedshalve (hoewel niet helemaal correct) zal worden aangeduid met het *analytische* model.

Het geformuleerde analytische model is een volledig dieptegemiddeld 2DH-model. Het kent vijf centrale toestandsgrootheden en vijf basisvergelijkingen. Alle randen van het rechthoekige model zijn gesloten snelheidsranden ($u = v = 0$), behalve één van de twee korte kanten waar een harmonische

getijrandvoorwaarde en een constante bodemligging zijn opgelegd. Bovenafvoeren worden niet weergegeven via de snelheidsrandvoorwaarde, maar door middel van een extra sourceterm in de continuïteitsvergelijking. Er is gebruik gemaakt van het sedimenttransportmodel van Van Rijn uit 1984. Bij simulaties wordt begonnen met een nagenoeg vlakke, hellende bodemligging, waarop initieel random bodemverstoringen zijn aangebracht ter grootte van maximaal 5% of 10% van de waterdiepte. Vanuit deze beginvoorwaarde wordt de ontwikkeling van het estuarium in de tijd gevolgd.

Het geformuleerde *numerieke* model is eveneens een volledig dieptegemiddeld model. De vijf toestandsgrootheden worden berekend in een rechthoekig versprongen grid, waarbij echter de waterstand en de bodemligging telkens worden bepaald op *hetzelfde* gridpunt. Voor de discretisatie in de tijd wordt gebruik gemaakt van de methode van Leendertse (ADI-schema), waarbij de impliciete termen lineair zijn, zodat per halve tijdstap slechts één tridiagonaal stelsel vergelijkingen behoeft te worden opgelost. Niet alleen de waterbeweging, maar ook de morfologie wordt in het ADI-schema per *halve* tijdstap berekend.

Bij het formuleren van het model heeft fysische realiseerbaarheid van de resultaten in eerste instantie de voorkeur gehad boven nauwkeurigheid. Daarom is veel gebruik gemaakt van 1^e-orde upstream-methoden. Alle modelranden zijn gesloten randen, behalve de getijrand aan de zeezijde van het estuarium.

Door het gebruik van upstream-waterdieptes op snelheids-gridpunten in de continuïteitsvergelijking is voor Courantgetallen kleiner dan één de *positiviteit van de waterdieptes* in het model gegarandeerd. Beneden een zeer kleine grenswaterdiepte wordt de bewegingsvergelijking uitgeschakeld, maar de continuïteitsvergelijking blijft te allen tijde geldig. Op deze manier is het probleem van droogvallende gridcellen efficiënt omzeild.

De advectione traagheidstermen in de bewegingsvergelijking zijn overal in het model impulsbehoudend geformuleerd, en zijn volledig expliciet. De weerstandsterm wordt lineair-impliciet meegenomen ten behoeve van de stabiliteit. De absolute grootte van de snelheid in de weerstandsterm wordt geschat met behulp van een predictor-correctormechanisme.

De basis voor de morfologiemodule wordt ook hier gevormd door Van Rijn uit 1984, waarbij onderscheid wordt gemaakt tussen bodem- en suspensietransport. Het bodemtransport beïnvloedt de bodemligging momentaan via de bodemliggingsvergelijking; het suspensietransport veroorzaakt een *naijling* in het sedimenttransport via de concentratievergelijking en via de tijdschaal van Galappatti, die de mate van sedimentuitwisseling tussen bodem en water bepaalt.

De sedimenttransportgrootheden van Van Rijn 1984 dienen bekend te zijn op waterstandspunten in het grid; daartoe worden watersnelheden vanaf de bijbehorende snelheidspunten via downstreaming aan waterstandspunten toegekend, op een manier die analoog is aan de upstreaming van waterdieptes naar snelheidspunten in de continuïteitsvergelijking. De grootte en richting van het bodemtransport wordt enigszins beïnvloed door de lokale bodemhelling.

De berekening van de sedimentconcentraties die het suspensietransport bepalen vindt plaats door middel van een concentratievergelijking met advectione- en diffusie termen en een *impliciete* sink- and sourceterm (Galappattiterm). Voor de advectione van sediment wordt gebruik gemaakt van upstream-concentraties, zodat analoog aan de continuïteitsvergelijking de positiviteit van sedimentconcentraties is gegarandeerd voor Courantgetallen kleiner dan één.

Om stabiliteit van de bodem te verkrijgen blijkt het noodzakelijk om de bodemliggingsvergelijking niet apart uit te rekenen, maar de bodemliggingsvergelijking en de concentratievergelijking van elkaar af te trekken, zodanig dat er een algemene morfologische vergelijking ontstaat, een zuivere advectione-diffusievergelijking waaruit de sink- and sourceterm geëlimineerd is. Via upstreaming moeten in deze vergelijking de transportgrootheden van waterstandspunten aan snelheidspunten worden toegekend. Dit gebeurt met behulp van *Approximate Riemann Solver* van Roe, in dit rapport korthedshalve

aangeduid als de *methode van Roe*, die erop neerkomt dat de upstreaming niet plaatsvindt op basis van de watersnelheid, maar op basis van een schatting van de richting van de niet-lineaire bodemkarakteristiek. Grofweg gezegd is dit de afgeleide van het sedimenttransport als functie van de bodemligging. Het toepassen van deze Roe-methode is in dit model essentieel gebleken voor het verkrijgen van stabiliteit.

Na berekening van de totale bodemvergelijking kan de eerder berekende sedimentconcentratie van deze vergelijking worden afgetrokken, zodat een stabiele, gladde bodemligging overblijft. De verdienste van het bovenstaande model is dat langs fysisch verantwoorde weg een stabiele bodem verkregen wordt, zónder toevoeging van kunstmatige diffusie aan de bodemliggingsvergelijking.

Voor uiteenlopende geometrieën en parameters zijn simulaties gemaakt met behulp van het ontwikkelde model. De resultaten hiervan zijn geïnterpreteerd, en vervolgens vergeleken met resultaten van Hibma en van Giles Lesser, een recente onderzoeker die de nodige verbeteringen in Delft3d heeft aangebracht.

Over de modelresultaten kan het volgende worden gezegd:

- Het toepassen van de methode van Roe blijkt te leiden tot stabiliteit en monotoniteit van de bodemligging, zodanig dat de bodem van ondiepe modelgedeelten nooit boven de hoogwaterlijn zal uitkomen. Doordat het geformuleerde model zeer gladde en diffusieve oplossingen geeft, gaat de geprononceerdheid van de bodemvormen ten opzichte van de modelresultaten van Hibma en Lesser enigszins verloren. Dit neemt niet weg dat de essentiële bodempatronen goed zichtbaar zijn.
- In een 1d-symmetrische beginsituatie zal zich geen enkel morfologisch 2d-patroon ontwikkelen. Dit kan tevens worden voorspeld door de methode van Roe.
- De over de breedte gemiddelde bodemligging blijkt bij estuaria van verschillende breedten te beantwoorden aan hetzelfde gemiddelde evenwichtsprofiel. Dit profiel blijkt zelfs te ontstaan als met een volledig horizontale beginbodem wordt gerekend.
- De breedte-diepteverhouding in een dwarsdoorsnede en de verhouding valsnelheid-schuifspanningssnelheid zijn twee van de belangrijkste parameters die de lengteschalen en de patroonontwikkeling in het estuariummodel bepalen.
- De formuleringen van Van Rijn zijn geschikter voor het simuleren van 2d-getijsituaties met morfologische ontwikkeling dan de formule van Engelund & Hansen, die sterk nivellerend werkt.

Ten opzichte van het Delft3d-model van Hibma kent het afstudeermodel een aantal sterke verbeteringen. De modelresultaten zijn gladder en stabiel, en de waterdiepten en sedimentconcentraties zijn onvoorwaardelijk positief. De vier numerieke problemen die aan het begin van deze samenvatting worden genoemd worden opgelost. In die zin wordt het doel van het afstudeerproject bereikt.

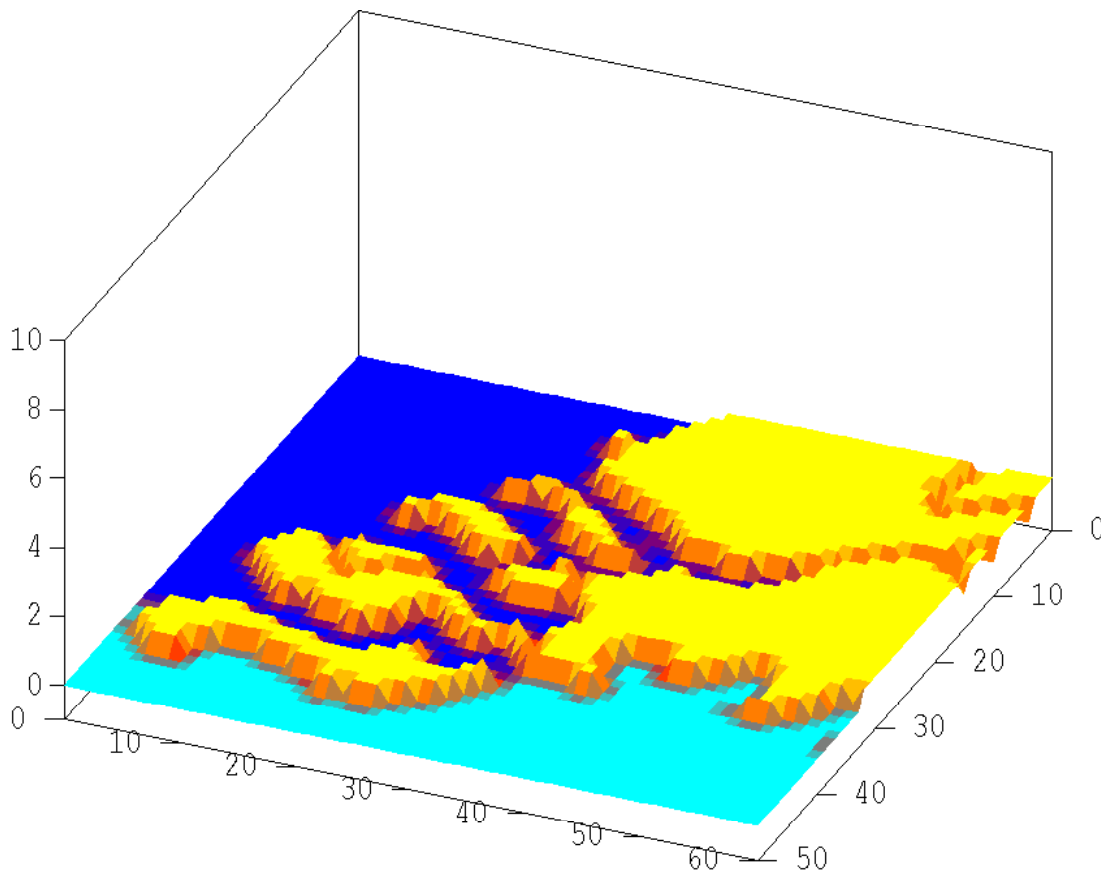
Daar staat tegenover dat het afstudeermodel nog onvoldoende nauwkeurig is. Het is sterk diffusief van karakter en daarom staat het model niet zulke scherpe geul-plaatovergangen en minder detail toe dan het model van Hibma. De gebruikte upstream-methoden zijn hier debet aan. Vergroting van de nauwkeurigheid, o.a. met behulp van flux-limiters, is dan ook gewenst.

Op grond van de methode van Roe zou verwacht worden dat de implementaties van Lesser niet stabiel zijn, omdat in deze methode geen gebruik wordt gemaakt van de juiste bodemkarakteristiek, maar van de locale transportrichting. Niettemin blijkt de methode van Lesser stabiel te zijn en blijkt dit model overeenkomstige resultaten op te leveren als het model van Hibma. Dit geeft aanleiding tot een discussie over de vraag waarom de stabilisatie van de bodemligging, die in oudere publicaties onmogelijk werd geacht en die in dit afstudeerproject slechts met behulp van de methode van Roe kon worden bereikt, bij de methode van Lesser zo gemakkelijk wordt verkregen. Deze discussie is nog niet tot een slotconclusie gekomen. Een van de sleutels tot een bevredigend antwoord is

waarschijnlijk dat in de formuleringen van Lesser het suspensietransport wordt weergegeven in drie in plaats van twee dimensies.

De vraag waarom de methoden van Lesser en Roe allebei stabiliteit opleveren is nog niet beantwoord. Wel kan worden gesteld dat de methode van Roe iets gladdere oplossingen geeft en fysisch een sterkere basis heeft dan de methode van Lesser. Een belangrijk punt in dit kader is dat in *beide* methoden upstreaming wordt toegepast, maar dat de manier waarop volledig verschilt. De vraag is dus welke van de twee upstream-methoden de juiste is. De methode van Roe blijft iets dichterbij de fysica dan de upstream-methode van Lesser.

Concluderend kan worden gesteld dat het afstudeerproject zijn doel heeft bereikt, maar dat nog wel degelijk enkele fundamentele vragen onopgelost zijn. Winstpunt van het afstudeerproject in het perspectief van de vakgebieden vloeistofmechanica en morfologie is dat er een bestaand numeriek concept (de methode van Roe) op een vernieuwende manier is toegepast in een online morfologisch model, hetgeen nog niet eerder gebeurd was. Daarbij moet worden aangetekend dat de methode van Roe op vereenvoudigde wijze is toegepast. De precieze verdiensten van de methode van Roe ten opzichte van andere online modellen is nog een bron van nader onderzoek.



3d-panoramaplot van Zuidwest-Nederland. Computermodellen spelen internationaal in toenemende mate een belangrijke rol in het onderzoek naar en beheer van de kustzone

Inhoudsopgave

Voorwoord	iii
Samenvatting	v
1 Inleiding	1
2 Het werkterrein: fysica van estuaria en getijdenbekkens	3
2.1 Definitie van een estuarium	3
2.2 Verschijnselen in estuaria; algemeen	3
2.3 Eb- en vloedscharen in estuaria volgens Van Veen (1950)	4
2.4 Modellen van estuaria	6
2.5 Relevantie van het proces-gebaseerd onderzoek naar estuaria	7
3 Probleemanalyse, doelstelling en aanpak	9
3.1 Achtergrond van het afstudeeronderzoek; het onderzoek van Hibma	9
3.2 Probleembeschrijving; tekortkomingen in Delft3d	12
3.3 Probleemstelling	13
3.4 Doelstelling van het afstudeerwerk	14
3.5 Uitgangspunten	14
3.6 Afbakening	14
3.7 Aanpak tijdens het afstudeerwerk	15
3.8 Organisatie van het afstudeerwerk	16
4 Analytische formulering van het estuariummodel	17
4.1 Domein	17
4.2 Toestandsgrootheden	17
4.3 Inputgrootheden	17
4.4 Constanten en parameters	18
4.5 Hulpgrootheden	18
4.6 Systeemvergelijkingen	20
4.7 Beginvoorwaarden en randvoorwaarden	22
5 Opbouw en achtergrond van het numerieke estuariummodel	23
5.1 Algemene modelstructuur	23
5.1.1 <i>Toestandsgrootheden, basisvergelijkingen, hulpgrootheden en constanten</i>	23
5.1.2 <i>Domein in de ruimte: een versprongen rooster</i>	24
5.1.3 <i>Domein in de tijd: de ADI-methode (Leendertse)</i>	26
5.1.4 <i>Balanstheorie; het principe van upstream-grootheden</i>	28
5.1.5 <i>Soorten randvoorwaarden, soorten randafhandeling</i>	29
5.2 Waterbewegingsmodel: de continuïteitsvergelijking	30
5.2.1 <i>De bergingsterm</i>	30
5.2.2 <i>De massafluxtermen; het gebruik van upstream-waterdieptes</i>	30
5.2.3 <i>Toepassing laterale debieten zonder impuls toevoeging</i>	31
5.3 Waterbewegingsmodel: de bewegingsvergelijkingen	32
5.3.1 <i>De lokale traagheidsterm</i>	32
5.3.2 <i>De advectione traagheidstermen: energie- of impulsbehoudend?</i>	32
5.3.3 <i>De advectione traagheidstermen; toepassing van upstream-snelheden</i>	33
5.3.4 <i>De verhangterm</i>	35
5.3.5 <i>De weerstandsterm; toepassing van downstream-dwarssnelheden</i>	35

5.3.6	<i>De weerstandsterm; toepassing van predictor-correctormechanisme</i>	35
5.3.7	<i>Uitschakeling van de bewegingsvergelijking; toch een droogvalprocedure?</i>	36
5.4	Het sedimenttransportmodel	37
5.4.1	<i>Het sedimenttransportmodel van Van Rijn (1984)</i>	37
5.4.2	<i>Locatie van de transportfluxen en sink- and sourcegrootheden</i>	38
5.4.3	<i>Enkele aanpassingen in het model van Van Rijn</i>	39
5.4.4	<i>Implementatie van het bodemtransport in Van Rijn 1984</i>	39
5.4.5	<i>Implementatie van het suspensietransport in Van Rijn 1984</i>	40
5.4.6	<i>Evenwichtconcentratie en Galappatti-tijdschaal</i>	42
5.4.7	<i>Invloed van de bodembelling</i>	42
5.5	De dieptegemiddelde concentratievergelijking	43
5.5.1	<i>De bergingsterm</i>	43
5.5.2	<i>De concentratiefluxtermen; advection en diffusie</i>	43
5.5.3	<i>De impliciete bronterm</i>	44
5.5.4	<i>Congruentie met de continuïteitsvergelijking</i>	44
5.6	De bodemliggingsvergelijking	44
5.6.1	<i>Algemeen: discussie over de stabiliteit van de bodemligging</i>	44
5.6.2	<i>De Approximate Riemann Solver van Roe: het basisprincipe</i>	46
5.6.3	<i>Relevantie van de methode van Roe voor de bodemligging</i>	47
5.6.4	<i>Implementatie van de methode van Roe voor de bodemliggingsvergelijking</i>	49
5.6.5	<i>Toepassing van de "morfologische factor"</i>	50
5.7	Samenvatting van de basisvergelijkingen	51
5.7.1	<i>Eerste halve tijdstap</i>	51
5.7.2	<i>Tweede halve tijdstap</i>	52
6	Resultaten, validatie en discussie	53
6.1	Validatie algemeen	53
6.2	Modelresultaten; benoeming van de diverse fenomenen	53
6.2.1	<i>Definitie van het standaardmodel en variaties daarop</i>	53
6.2.2	<i>Resultaten van de standaard-meetserie met Van Rijn 1984</i>	54
6.2.3	<i>Resultaten van de standaard-meetserie met Engelund & Hansen</i>	62
6.2.4	<i>Resultaten van een aantal afwijkende modellen</i>	62
6.3	Vergelijking met het Delft3d-model van Hibma	73
6.4	Vergelijking met het Delft3d-model van Lesser	74
6.5	Balans en discussie	77
7	Conclusies en aanbevelingen	79
7.1	Conclusies	79
7.2	Aanbevelingen	80
Appendices		
Appendix I:	Literatuur	A-1
Appendix II:	Listing van het ontwikkelde getij- en morfologiemodel (Leviatan2d)	A-3
Appendix III:	Listing van het ontwikkelde uitvoerprogramma met behulp van Winteracter	A-14

1 Inleiding

“Geeft gy de zee toe, hoe meer sy sal willen hebben... want debbe en is soohaest niet gegaen dooe de engigheijt van den gaete, de vloet en compt wederomme innegestroompt. Want unen vijand Oceanus nacht noch dag en rust noch en slaapt, maar compt als een brijvende leeuw souckende om al te vernielen datter omtrent is.”

Andries Vierlingh in Tractaet van Dijkagien (1576)

De laatste jaren vindt steeds meer onderzoek plaats naar het natuurlijke gedrag van estuaria en getijdenbekkens. Belangrijk kenmerk van het huidige onderzoek is, dat getracht wordt om het gedrag van estuaria weer te geven in een *proces-gebaseerd* model, dat zoveel mogelijk gebaseerd is op de feitelijke fysica van het systeem en zo min mogelijk op empirische modellen. Hoewel de mogelijkheden voor proces-gebaseerde modellen nog erg beperkt zijn, wordt er wel veel vooruitgang geboekt op deelgebieden. Dit afstudeerwerk speelt zich af in zo'n deelgebied.

De aanleiding voor dit project is het promotieonderzoek van ir. Anneke Hibma van de sectie Waterbouwkunde binnen de subfaculteit Civiele Techniek (TU Delft). Dit onderzoek wil het morfologische gedrag van estuaria, onder invloed van *getij alleen*, in beeld brengen door middel van een dieptegemiddeld numeriek model. Voor de implementatie van dit model is het pakket Delft3d gebruikt. Het onderzoek heeft al tot een aantal bemoedigende resultaten geleid, die deels zijn gepubliceerd. Voor het beschouwde probleem blijkt Delft3d echter moeite te hebben met de modellering van de interactie van waterbeweging en morfologie. Vooral het simuleren van droogvallende zandplaten en het verkrijgen van positieve waterdieptes blijkt problematisch.

Dat is de aanleiding geweest om een afstudeerder aan het werk te zetten die moest proberen een praktische oplossing te vinden ten behoeve van het bovenstaande promotieonderzoek.

Deze scriptie is het verslag van de zoektocht naar deze oplossing. Als gevolg van deze zoektocht is gebleken dat met behulp van enkele vrij eenvoudige, fundamentele fysische concepten de in Delft3d opgetreden numerieke problemen zijn te verhelpen. Het doel van dit verslag is te laten zien, waarom dit zo is en hoe de gevonden oplossing is geïmplementeerd.

Het resultaat van dit afstudeerwerk is o.a. een numeriek computermodel, dat “from scratch” is opgebouwd in Fortran, de “voertaal” in vloeistofmechanica. Dit model bevat een nieuw numeriek concept voor de morfologie, een concept dat een vernieuwing zou kunnen vormen binnen momenteel gangbare morfologische modellen. Het is echter nog een open vraag of die vernieuwing in alle gevallen wel noodzakelijk is. Daarom bevat dit verslag ook nog de nodige discussie.

De opbouw van deze scriptie is als volgt. Hoofdstuk 2 bevat enige algemene informatie en achtergrond over het werkterrein waarop het afstudeerproject zich bevindt: de fysica van getijdenbekkens en de processen die zich daarbij afspelen. In hoofdstuk 3 wordt ingegaan op de inhoud van het promotieonderzoek naar estuaria die de aanleiding van dit project vormt, en wordt beschreven welke problemen in de loop van dat onderzoek naar voren zijn gekomen. Hieruit is vervolgens een probleemstelling, doelstelling, afbakening en aanpak voor dit afstudeerproject afgeleid.

In het promotieonderzoek van Hibma wordt een estuariummodel gebruikt dat in dit project is overgenomen. Dit model wordt in hoofdstuk 4 analytisch beschreven, zodat de gezamenlijke uitgangssituatie van beide projecten helder is.

Hoofdstuk 5 vormt de kern van het verslag; in dit hoofdstuk wordt stap voor stap een numeriek estuariummodel opgebouwd. Dit model berust zowel op technieken die zeer gebruikelijk zijn in de numerieke vloeistofmechanica, als ook op methoden die een antwoord moeten vormen op de in hoofdstuk 3 geformuleerde problemen en die daarom ongebruikelijk zijn. Bij beide soorten methoden wordt de nodige achtergrondinformatie gegeven om steeds de keuze voor een bepaalde techniek te kunnen verantwoorden.

In hoofdstuk 6 zullen de resultaten van het numerieke model aan bod komen. Beschreven zal worden in welke opzichten het nieuwe model andere of betere uitkomsten oplevert dan bestaande modellen, en er zal een vergelijking getrokken worden met resultaten die geproduceerd zijn met behulp van een recente versie van Delft3d. Tenslotte wordt gediscussieerd over de vraag op welke punten het nieuwe model ook daadwerkelijk een vernieuwing of verbetering is, en of die vernieuwing wel noodzakelijk is.

Hoofdstuk 7 bevat de conclusies van het afstudeerproject als geheel, gecombineerd met een aantal aanbevelingen voor verder onderzoek. In de appendices bevindt zich nog enige achtergrondinformatie, alsmede de listing van het in Fortran geschreven numerieke estuariummodel.



Figuur 1.1 Zeegaten en morfologische patronen in Noord-Nederland. Het vrije gedrag van de natuur kent zijn eigen systematiek en levert herkenbare patronen op

2 Het werkterrein: fysica van estuaria en getijdenbekkens

“Het is fijn als de computer een probleem begrijpt, maar ik wil het zelf ook snappen. Modellen zouden het denken moeten ondersteunen in plaats van een doel op zichzelf te worden. Verschillende wetenschappers pleiten voor het aloude opstellen van hypothesen die getoetst kunnen worden, in plaats van het genereren en doorrekenen van miljoenen datapunten. Zij willen weer patronen zichtbaar maken en zoeken naar de onderliggende eenvoud in de schepping.”

prof.dr.ir. Ad Vlot (1962-2002), in een column in het Nederlands Dagblad *“Techniek tegen het Licht”*

2.1 Definitie van een estuarium

Een estuarium is strikt genomen een *getijgedomineerde riviermonding*: het gedeelte van een rivier dat beïnvloed wordt door de zee, en waar rivier- en zee-omstandigheden elkaar ontmoeten, in elkaar overgaan en soms met elkaar botsen. Deze ontmoeting van twee regimes leidt tot bijvoorbeeld dichtheidsstromen, getij op de rivier, en natuurlijke zoet-zout-gradiënten die voor natuurlijk leven een ideale maar kwetsbare leefomgeving vormen. De Westerschelde, de Theemsmonding en de Eems-Dollard zijn dus voorbeelden van estuaria in de ware zin des woords.

In waterloopkundig onderzoek wordt de term estuarium vaak breder opgevat, nl. als een getijdenbekken in het algemeen, inclusief zeegat en ebdelta. Volgens die definitie zouden bijvoorbeeld ook bekkens als de Oosterschelde en afzonderlijke gedeelten van de Waddenzee (bijv. Het Friesche Zeegat) estuaria genoemd kunnen worden. Hier ligt een overlap met de definitie van de woorden lagune en intergetijdegebied. De reden dat de Waddenzee eerder een estuarium dan een lagune genoemd zal worden, is dat de getij-invoel in de Waddenzee zeer sterk en dominant is, in tegenstelling tot bijvoorbeeld de Lagune van Venetië.

In dit afstudeeronderzoek wordt gebruik gemaakt van de term “estuarium” volgens de wat bredere definitie: een zee-arm die middels een zeegat in open verbinding staat met de zee, en die *getijdominant* is. Een bovenafvoer van rivierwater is mogelijk, maar komt niet noodzakelijk voor. Het estuarium dat centraal staat in dit onderzoek is een lang en smal getijdenbekken zonder bovenafvoer.

2.2 Verschijnselen in estuaria; algemeen

Estuaria zijn grensgebieden die door zowel zee, rivier, wind, geologie, ecologie als menselijke activiteiten worden gevormd. Een groot aantal processen en fenomenen spelen een rol in de fysische werkelijkheid van deze bekkens. Om hiervan een idee te geven volgt hieronder een opsomming van de processen die verband houden met de interactie tussen waterbeweging en morfologie.

- De geometrie van het estuarium vervormt het aan de zeezijde binnenkomende getijsignaal. Door de traagheid van het bekken kan versterking van het getij en zelfs getijresonantie optreden. Achterin het bekken is deze versterking vaak het grootst.
- Rond de monding heeft het getij veelal een lopend golfkarakter, en achterin het estuarium is vaak sprake van een staande golf. Is de weerstand dominant, of is de bekkenmonding zeer nauw, dan verliest de getijgolf zijn sinusoidale karakter geheel en treedt diffusie van het getij op, vergelijkbaar met hoogwatergolven op rivieren.
- Bij vloed loopt de getijgolf gelijkelijk zowel door geulen als over zandplaten. Bij eb concentreert de stroming zich in de ebgeulen. Afhankelijk van de geometrie is er sprake van een netto sedimentimport of –export. Sedimentexport vindt veelal plaats via de ebgeulen, terwijl sedimentimport niet zozeer alleen door de vloedgeulen plaatsvindt, maar in het bekken als geheel.
- De ebstroom van het estuarium bouwt buiten de monding een ebdelta op, bestaande uit een groot volume sediment en doorsneden met ebgeulen. Door migratie van zandbanken in de ebdelta kan per saldo sediment, dat langs de kustlijn wordt getransporteerd, de monding van het estuarium passeren (“bypassing”).

- Het blijkt, dat in en om estuaria de eb- en de vloedstroom de neiging hebben om in de ruimte van elkaar gescheiden te zijn. In de monding van het zeegat en de ebdelta ontstaan afzonderlijke eb- en vloedgeulen. Ook in de rest van het bekken zijn de stromen gescheiden. Vaak is er een doorlopende hoofd-ebgeul, vanwaaruit nevengeulen zich vertakken: deze nevengeulen zijn hetzij ebscharen, hetzij vloedscharen. Deze eb- en vloedscharen zijn voor het eerst uitvoerig beschreven door Johan Van Veen in zijn artikel *Eb- en vloedschaaarsystemen in de Nederlandse getijwateren* (1950), en komen in het vervolg van dit hoofdstuk uitgebreid aan de orde.
- Door de invloed van de centrifugale kracht in geulbochten ontstaan er dwarscirculaties en langscirculaties in het water, die maken dat de buitenbocht erodeert en de binnenbocht aanwast. Hierdoor zijn rechte geulen fundamenteel instabiel en hebben getijgeulen de neiging om te meanderen. De voorkeursrichting voor meandering kan per halve getijperiode verschillen als gevolg van de Coriolisversnelling; vaak echter blijft de voorkeursrichting hetzelfde, omdat de centrifugale versnelling boven de Coriolisversnelling domineert. Dit verklaart de ruimtelijke segregatie van eb- en vloedgeulen. Via de eb- en vloedscharen worden de zandplaten opgebouwd, door golfinvloed worden ze genivelleerd.
- Het totale volume aan getijgeulen, het totale geuloppervlak en het volume van de ebdelta hangen in een estuarium af van het getijprisma. Hiervoor zijn empirische betrekkingen beschikbaar. (Het getijprisma is niet het verschil tussen hoogwater- en laagwaterniveau, maar het verschil tussen de beide *kenteringshoogten* rond de tijdstippen van hoogwater en laagwater; dit als gevolg van de naijling van de getijstroom als gevolg van de traagheid van het water.)

Naast bovenstaande morfologische fenomenen spelen ook andere processen een rol in estuaria. Onder andere wordt een rol gespeeld door golfwerking, dichtheidsstromen en sedimentgradatie. Deze processen zijn echter niet van belang voor dit afstudeeronderzoek. Hieronder volgt een, niet volledige, opsomming.

- De getijwerking houdt het estuarium open, terwijl golfwerking de neiging heeft om de monding van het bekken te willen afsluiten door spit-uitbouw. Deze twee krachten werken tegen elkaar in. In een golfdominant kustgebied zal een estuarium zichzelf dus afsluiten, behalve als er sprake is van een bovenafvoer. In een getijdominant kustgebied kunnen estuaria stabiel bestaan.
- De stabiliteit van een doorsnede in het estuarium hangt volgens Escoffier af van het getijverschil en de geometrie van het bekken. Het bekken zal óf een stabiel evenwicht vinden, óf dichtslibben. Op de grens van deze twee opties bevindt zich een labiel evenwichtspunt. Zie Escoffier (1940).
- Waar rivierwater en zeewater elkaar ontmoeten ontstaan zoet-zoutverschijnselen. Afhankelijk van de verhouding tussen het getijvolume, de zoetwaterafvoer en een representatief Froude-getal ontstaat er hetzij een gemengde brakke overgangszone, hetzij een scherpe zoet-zoutstratificatie of een zouttong.
- Op zoet-zoutgrenzen kunnen interne golven optreden, die een lage fasesnelheid hebben en zo een belemmering kunnen vormen voor de scheepvaart.
- Door gradatie in sedimentgrootte en sedimenteigenschappen en door ruimtelijke variaties in de stroming hebben verschillende soorten sediment in estuaria de neiging zich uit te sorteren. Dit heet zand-slibsegregatie. Zeer fijn, cohesief sediment kan onder bepaalde omstandigheden grote clusters of vlokken vormen, zodat het sediment zich gaat gedragen als een soort zwaar water (flocculatie).

2.3 Eb- en vloedscharen in estuaria volgens Van Veen

Van Veen (1950) heeft, en dat in een zeer vroeg stadium van het systematisch onderzoek naar estuaria, een kernachtige en praktisch erg bruikbare fenomenologie gegeven van de patronen die in estuaria ontstaan als gevolg van de interactie van getij en sedimenttransport. Het artikel, *Eb- en*

vloedschaarsystemen in de Nederlandse getijwateren (1950), heeft vooral binnen de Nederlandse grenzen veel invloed gehad op de manier waarop over getijdenbekkens wordt gedacht. De fenomenologie van Van Veen is belangrijk voor de schematisatie en interpretatie van verschijnselen in estuaria die in dit afstudeeronderzoek plaatsvindt. Daarom wordt er op deze plaats ruim aandacht aan besteed.

Definities:

- Een vloedschaar is een getijgeul die voornamelijk open ligt voor de vloed en die aan het bovineinde een drempel heeft.
- Een ebschaar is een getijgeul die voornamelijk open ligt voor de ebstroom en die aan het zee-einde een drempel heeft.
- Hoewel een “schaar” de betekenis heeft van een doodlopende, naar één richting steeds ondieper wordende getijgeul, wordt ook de doorlopende hoofdgeul van getijdenbekkens (de ebgeul) vaak aangeduid met “ebschaar”.

Zie figuur 2.1 voor een illustratie van de hand van Van Veen.



Figuur 2.1 *Hoofdstructuur van een lang getijdenbekken volgens Van Veen (1950). Legenda: E = hoofd-ebgeul, V = vloedscharen*

In de natuur blijkt dat eb- en vloedscharen de neiging hebben elkaar te ontwijken. Tussen beide scharen kan een drempel worden opgeworpen, scharen kunnen langs elkaar heen groeien en elkaar “in de flank aanvallen”, en ook wordt vaak geconstateerd dat de vloedschaar tegen de ebschaar op “remt” en er omheen een soort vork vormt. Van Veen noemt dit “de strijd der delta’s” en verklaart het fenomeen als volgt. In de twee scharen is sprake van tegengesteld gerichte sedimentstromen (ebdominant danwel vloeddominant). Deze twee stromen botsen tegen elkaar op en verliezen hun transportcapaciteit, zodat drempelvorming wordt ingezet. Is de drempel volgroeid, dan zal met behulp van het vrijkomende sediment uit de beide scharen de omringende zandplaat worden opgebouwd.

Doordat zand dat door de hoofd-ebgeul van een zandplaat wordt geërodeerd later in diezelfde getijperiode via de vloedschaar kan terugkeren op diezelfde zandplaat, is het mogelijk dat er in estuaria een circulatie van sediment optreedt. (Van Veen merkt hier bij op: “*Al dit overmatig zandtransport duidt op een overmaat aan getijenergie, beter gezegd op een verspilling ervan, omdat het niet ten goede komt aan de vaardiepte*”. Hij beziet estuaria dus op een zeer functionele wijze, kenmerkend voor de heersende waterbouwkundige visie tijdens het midden van de twintigste eeuw.)

Vanuit zee, vooral vanuit de richting vanwaar de getijgolf komt, trachten vloedscharen het estuarium binnen te dringen. De hoofd-ebgeul vanuit het estuarium blijkt in de monding met recht een ebschaar te zijn: de geul remt tegen de binnendringende vloedscharen op en loopt dood. Ook in de monding vindt dus drempelvorming plaats, hetgeen problematisch is voor de scheepvaart. Indien er sprake is van een bovenafvoer, bijvoorbeeld bij de Westerschelde, is het probleem van drempelvorming in de monding veel minder aanwezig dan bij bijvoorbeeld de Oosterschelde, die geen bovenafvoer heeft en wel fikse drempels kent.

Bij niet te brede estuaria zal zich een fraaie meander ontwikkelen met bijbehorende eb- en vloedscharen, waarbij de buitenbochten van de hoofdgeul “aanliggen” tegen de oevers. De Westerschelde is hiervan een schoolvoorbeeld. Is er sprake van een veel breder bekken, zodat de waterbeweging en de morfologie een grotere vrijheidsgraad hebben, dan ontwikkelen zich de grilliger tweedimensionale patronen van dwarsgeulen, platen en wantijen, zoals die kunnen worden aangetroffen in bijvoorbeeld de Waddenzee.

Van Veen beschrijft de werking en dynamiek van een getijgeulensysteem aan de hand van vijf begrippen. Primair is de *komberging* van het getijdenbekken, die de optredende watersnelheden bepaalt. Secundair is de *bochtwerking* die de plaats van de getijgeulen bepaalt, en tertiair is het *sedimenttransport* dat het effect van de waterbeweging via de bodemligging terugkoppelt naar de waterbeweging zelf. Twee aanvullende actoren zijn *windrichting* en *overturbulentie*.

Bochtwerking houdt in dat een rechte geul niet stabiel is, en dat een bocht de neiging heeft steeds verder uit te bochten, net zolang tot er een natuurlijke bochtafsnijding plaatsvindt of totdat een vaste oever verdere uitbochtiging verhindert. Men zou verwachten dat de eb- en vloedscharen bochtafsnijding vergemakkelijken, maar dit blijkt in de natuur juist niet het geval. De schaa drempels breken niet of nauwelijks door, zodat een bochtafsnijding binna volledig tot stand moet worden gebracht door de meanders van de hoofdgeul zelf. De oorzaak hiervan is waarschijnlijk het vrij grote, convergerende zandtransport naar schaa drempels toe.

De dominante windrichting lijkt enige invloed te hebben op de richting waarin meanders zich ontwikkelen; in Nederland is dat dus meestal noordoostwaarts. Van Veen noemt hier het onder invloed van getij staande gedeelte van de Hollandsche IJssel als voorbeeld.

Vaste constructies op de oever, zoals kribben, zinkstukken en dijkta luds, blijken in de praktijk vaak de eigenschap te hebben dat ze stroming naar zich toetrekken en erosie veroorzaken. Als voorbeeld kunnen hier de in Zeeland in het verleden opgetreden dijkvallen worden genoemd. Van Veen wijt dit aan de over turbulentie die door de constructies wordt opgewekt, maar ook het gebrek aan beschikbaar sediment nabij verharde oppervlakken speelt waarschijnlijk een rol. Van Veen: “*Het is een soort vicieuze cirkel: oeververdediging verwekt over turbulentie en daardoor is weer meer oeververdediging nodig. Afdoende is natuurlijk slechts dat men bij de **primaire** oorzaak begint en de **komberging** van het zee gat beperkt, zodat de stromen verminderen*”. Dit laatste principe heeft bij het ontwerp van het Deltaplan een grote rol gespeeld.

Door de invloed van de Coriolisversnelling hebben getijstromen, en dus ook sedimentstromen, op het Noordelijk Halfrond de neiging om “rechts te houden” in het estuarium. Dit werkt de segregatie van stromen en de vorming van tegengestelde scharen in de hand.

Het op zo economisch mogelijke wijze stabiliseren van de hoofdgeulen is een belangrijk doel voor waterbouwkundigen. Door horizontale verandering van de morfologie te proberen tegen te gaan, richt men de getijenergie meer op de bodem, hetgeen ten goede komt aan de diepte voor de scheepvaart. De ontwikkeling van de Westerschelde vanaf 1800 kan volgens Van Veen model staan voor een geslaagde normalisatie van een breed estuarium.

2.4 Modellen van estuaria

Het modelleren van de ontwikkeling van estuaria is buitengewoon complex door het enorme aantal factoren en processen dat in natuurlijke estuaria een rol speelt, nog afgezien van menselijke actoren. Niettemin worden stelselmatig pogingen ondernomen om bestaande modellen te verbeteren en uit te breiden.

Ieder estuariummodel bezit een geldigheid die afhankelijk is van het gekozen *schaa lniveau*. Meestal worden vier schaa lniveaus onderscheiden:

- Microschaal (individuele bodemvormen, één zandplaat, één getijgeul);

- Mesoschaal (een compleet gedeelte of element van een getijdenbekken, bijvoorbeeld een ebdelta of de keel van een zeevat);
- Macroschaal (een volledig estuarium, waarbij in het model onderscheid wordt gemaakt tussen de samenstellende elementen: platen, geulen, ebdelta, etc.);
- Megaschaal (getijdenbekken inclusief het omringende kustgebied; eventueel meerdere getijdenbekkens op rij).

In dit afstudeeronderzoek zal het gaan om de macroschaal: een compleet estuarium.

Voor macro- en megaschalen bestaan er twee belangrijke hoofdtypen estuariummodellen:

- **Proces-gebaseerde modellen**, die berusten op een (enigszins vereenvoudigde) fysische formulering van de beschouwde processen (getij, golven, zeespiegelstijging, turbulentie, sedimentgradatie, etc.). Deze fysische formuleringen worden vervolgens in een tweedimensionaal of driedimensionaal model ondergebracht, en netjes en formeel in de tijd opgelost. De resultaten zijn gedetailleerd en schijnbaar nauwkeurig, maar moeten zeer streng worden gevalideerd en geverifieerd.
- **Semi-empirische modellen** of **geaggregeerde modellen**, waarin de ruimtelijke 2d- of 3d-variatie en geometrie van het estuarium wordt losgelaten en waarin ook geen onderscheid gemaakt wordt tussen fysische processen, maar waarin op basis van bestaande empirische relaties een nuldimensionaal “boxmodel” of een ééndimensionaal “netwerkmodel” wordt opgezet. De rekenresultaten zijn zeer globaal en er kunnen voor locale situaties geen conclusies worden uitgetrokken, maar voor een inschatting van de reactie van een *systeem als geheel* op veranderingen blijken deze modellen zeer nuttig te zijn.

Voorbeelden van geaggregeerde modellen zijn het box-model van Di Silvio (1989), het uitgebreide box-model van Van Dongeren (1994) of van Karssen (1994) of het twee-lijnenmodel van De Vriend e.a. (1994). Semi-empirische netwerkmodellen zijn bijvoorbeeld ESTMORF (WL, Rijkswaterstaat) en ASMITA (WL, TU-Delft). Numerieke computermodellen zoals Duflow, Sobek, Delft3d en SWAN (WL, TU-Delft) zijn in feite allemaal voorbeelden van proces-gebaseerde modellen. Een zeer sprekend voorbeeld van een proces-gebaseerd model is geweest de handmatige berekening en voorspelling van het Waddengetij door de staatscommissie Lorentz in de jaren 1920. Lorentz c.s. maakten gebruik van een ééndimensionaal netwerkmodel op basis van de ondiepwatervergelijkingen van De Saint-Venant. Het modellerings- en rekenwerk, dat maanden duurde, zou in deze tijd per computer honderden malen zo snel kunnen worden uitgevoerd.

2.5 Relevantie van het proces-gebaseerd onderzoek naar estuaria

Voor veel huidige problematieken is globale kennis van de ontwikkeling van estuaria niet meer voldoende. Voor het nemen van effectieve maatregelen moet ook de ontwikkeling van getijdenbekkens op specifieke locaties afdoende bekend zijn. Het verbeteren van de voorspellingen aangaande de (morfologische) ontwikkeling van estuaria dient uiteenlopende belangen:

- Economisch (bijvoorbeeld effect uitbaggering Westerschelde ten behoeve van de haven van Antwerpen op de stabiliteit van de hoofdgeulen)
- Ecologisch (bijvoorbeeld effect bodemdaling als gevolg van gaswinning op het platenareal in de Waddenzee)
- Nationaal (bijvoorbeeld veiligheidsrisico's rondom estuaria als gevolg van verplaatsing van geulen met bijbehorende erosie, of de morfologische ontwikkeling van de kustzone als gevolg van de aanleg van de tweede Maasvlakte).

Reden genoeg dus om te proberen de bestaande modellen adequater te maken, zodat het vertrouwen van beleidsmakers, belangengroepen, activisten en uitvoerders in deze modellen zal toenemen.

Daarnaast vormt de modellering van estuaria ook een soort testcase in wetenschappelijk opzicht. Estuaria behoren tot de meest complexe waterloopkundige eenheden die de natuur kent. Op het moment dat een model in staat is de ontwikkeling van een *estuarium* betrouwbaar weer te geven, zal dat zeker helemaal ook het geval zijn voor modellen van rivieren, boezemstelsels, de kustzone, etc. Het begrijpen en op de juiste manier modelleren van verschijnselen in estuaria vormt een enorme uitdaging binnen de vakgebieden vloeistofmechanica en morfologie. Door de complexiteit en veelomvattendheid van het onderwerp behoort een volledig gedetermineerd en accuraat estuariummodel (nog?) niet tot de mogelijkheden. Veel onderzoek wordt momenteel dan ook gedaan naar het gedrag van estuaria onder specifieke omstandigheden, die een vereenvoudiging vormen van de werkelijkheid.



Figuur 2.2 De kustzone van Noord-Nederland: een reeks onderling verbonden en gecorreleerde getijdenbekkens. Het complexe beheer van de kustzone, waarbij vele belangen gemoeid zijn, kan met behulp van computermodellen worden verbeterd

3 Probleemanalyse, doelstelling en aanpak

“Our little systems have their day, they have their day and cease to be; they are but broken lights of Thee, and Thou o Lord art more than they.”

Lord Alfred Tennyson (1809-1883)

3.1 Achtergrond van het afstudeeronderzoek; het onderzoek van Hibma

De directe aanleiding voor dit afstudeerproject is het promotieonderzoek dat wordt uitgevoerd door ir. Anneke Hibma (sectie Waterbouwkunde, faculteit CiTG, TU Delft) in samenwerking met prof.dr.ir. H.J. de Vriend en prof.dr.ir. M.J.F. Stive.

Dit onderzoek richt zich op het langetermijn-morfologische gedrag van een denkbeeldig getijdenbekken met een zandige bodem, onder invloed van alleen een 2DH-getijmodel; golven, turbulentie en andere complicerende actoren worden niet meegenomen. Uit de vrije natuur is bekend dat getijdenbekkens en estuaria met een zandige bodem een natuurlijk vrij gedrag vertonen, waarbij zich een min of meer regelmatig patroon van geulen en zandplaten ontwikkelt. Dit patroon komt na verloop van tijd in dynamisch evenwicht en is voortdurend onderhevig aan morfologische veranderingen. Het gedrag van dit soort estuaria blijkt niet zozeer afhankelijk te zijn van begin- of randvoorwaarden, maar wordt veroorzaakt door de aard van het systeem zelf: de dynamische koppeling tussen waterbeweging en sedimenttransport.

De centrifugale kracht op het water in bochtstromingen speelt een belangrijke rol bij de vorming van bovenstaand morfologisch patroon. Dit maakt dat rechte geulen instabiel zijn, dat de getijgeulen gaan meanderen en dat er een patroon van beurtelings aan de ene of andere oever aanliggende platen (alternating bars) ontstaat. Eigenlijk is dit een driedimensionaal proces, maar ook in een 2d-model komt de horizontale centrifugale kracht goed tot uiting. Slechts de verticale variatie ontbreekt.

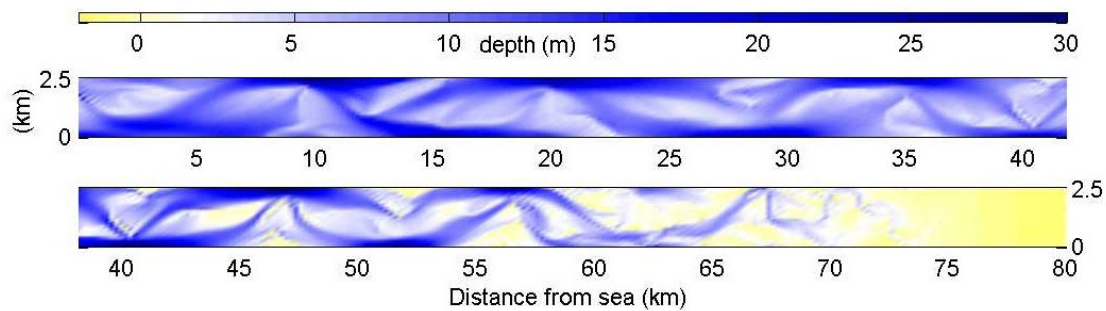
In het onderzoek van Hibma wordt getracht om met behulp van een numeriek computermodel (Delft3d) de morfologische ontwikkeling van een denkbeeldig zandig estuarium te reproduceren. Het Delft3d-model kent een zeer eenvoudige aanvangsgeometrie, volstrekt uniforme sedimenteigenschappen en een harmonische getijrandvoorwaarde. Een belangrijke inzet van het onderzoek is de vraag of het verwachte morfologische patroon zich ook ontwikkelt zónder invloed van golven en andere processen, met andere woorden, of bij het ontstaan van het patroon het getij al dan niet de belangrijkste actor is.

Delft3d is een pakket dat de zogenaamde “driedimensionale ondiepwatervergelijkingen” oplost: de vergelijkingen van Navier-Stokes voor een situatie waarbij in horizontale richting gerekend wordt met een lange-golfmodel en verticaal met meerdere lagen vloeistof. Het pakket werkt middels numerieke discretisatie van de relevante vergelijkingen (eindige-differentiemethoden) en biedt de mogelijkheid om zowel stroming als morfologie – en hun onderlinge interactie – in een model weer te geven.

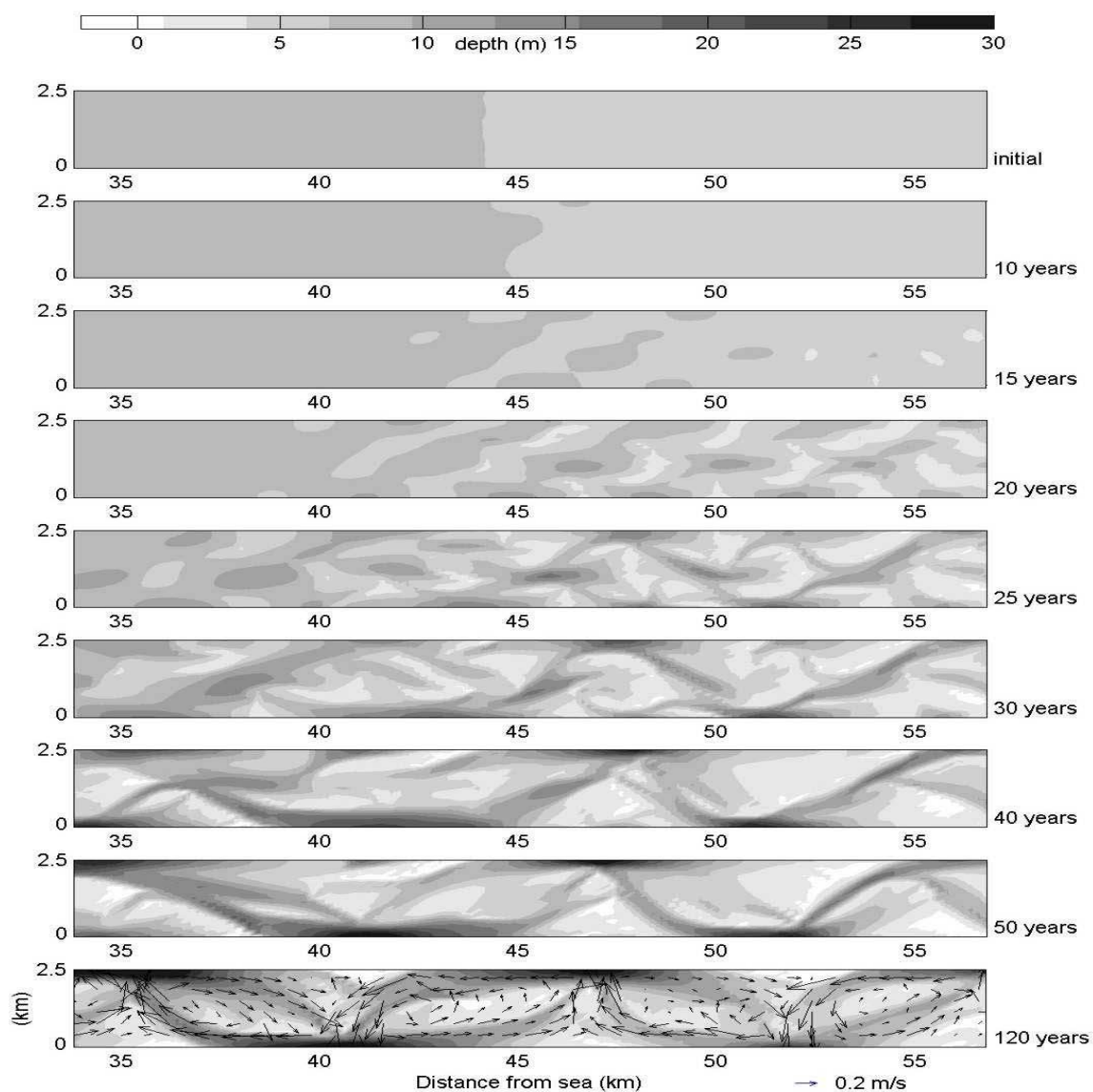
Het “rekenhart” van het pakket is geformuleerd in de programmeertaal Fortran. Het pakket zelf heeft een Windows-interface. Het geniet internationale bekendheid en is voor onderzoeksdoeleinden min of meer als een standaard te beschouwen. Zoals ieder numeriek model heeft Delft3d echter zowel sterke als zwakke punten.

In het bovenstaande onderzoek is inmiddels al veel vooruitgang geboekt: het computermodel blijkt inderdaad de verwachte morfologische patronen, onder invloed van getij alleen, te reproduceren, zelfs al is er strikt genomen sprake van een 2d-model. De meeste resultaten zijn momenteel al gepubliceerd, onder meer in het artikel *Pattern formation in estuarine morphology* (Hibma, de Vriend en Stive, 2001).

De resultaten in ruimte en tijd zijn te zien in de figuren 3.1 en 3.2 en zien er als volgt uit.



Figuur 3.1 2d-contourplot van een representatief modelresultaat van het estuarium van Hibma na 120 jaar simulatie. Linksboven bevindt zich de zeezijde van het estuarium, rechtsonder de landzijde



Figuur 3.2 Ontwikkeling van de morfologie in het middengedeelte van het estuarium (km 33-58) in 9 fasen

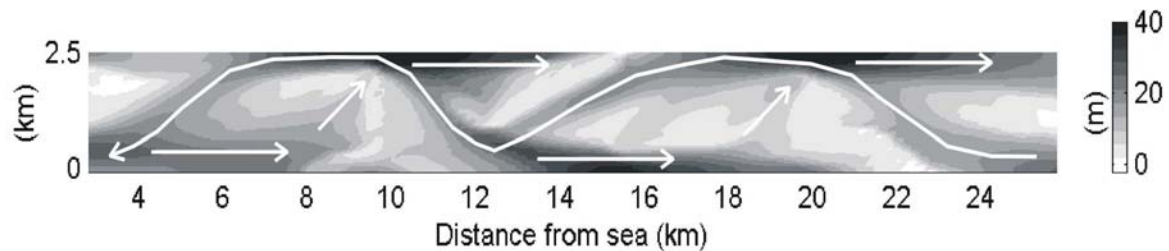
Het ondiepste gedeelte van het estuarium is de eerste plek waar bodempatronen zichtbaar worden. Deze patronen breiden zich allengs uit over de volle lengte van het bekken. Het initiële patroon bestaat uit tweedimensionale golfachtige ruggen, die als het ware een interferentiepatroon vormen van twee bijna loodrecht op elkaar staande golfreinen. Zodra deze ruggen groeien, sluiten ze zich aaneen tot grotere eenheden.

Uiteindelijk ontstaat een regelmatige afwisseling van alternating bars met een meanderende ebgeul daartussen (zie figuur 3.3). In het middelste gedeelte van het estuarium ontstaat vrij snel een patroon van platen dat bijna niet meer verandert; in het diepere gedeelte van het bekken heeft het patroon meer tijd nodig om zich te ontwikkelen en blijft het vrij dynamisch, vooral in de buurt van de open zee.

De afstand waarover het alternating bar-patroon zich herhaalt lijkt afhankelijk te zijn van de verhouding breedte-diepte van het estuarium. Indien een totaaltransportformule zoals die van Engelund en Hansen wordt gebruikt, ontstaat een ietwat grilliger en minder glad bodempatroon dan wanneer suspensietransport apart in rekening wordt gebracht, zoals bij de formules van Van Rijn. Wel is de uitkomst globaal gesproken voor beide soorten transportformules hetzelfde, zo blijkt uit de waarnemingen van Hibma.

Als een estuarium *zonder* initiële bodemverstoringen wordt doorgerekend, dan blijkt er geen patroon van alternating bars te ontstaan. Kennelijk is een gladde bodem in labiel evenwicht en moet de morfologische ontwikkeling worden “opgewekt” door middel van een initieel obstakel.

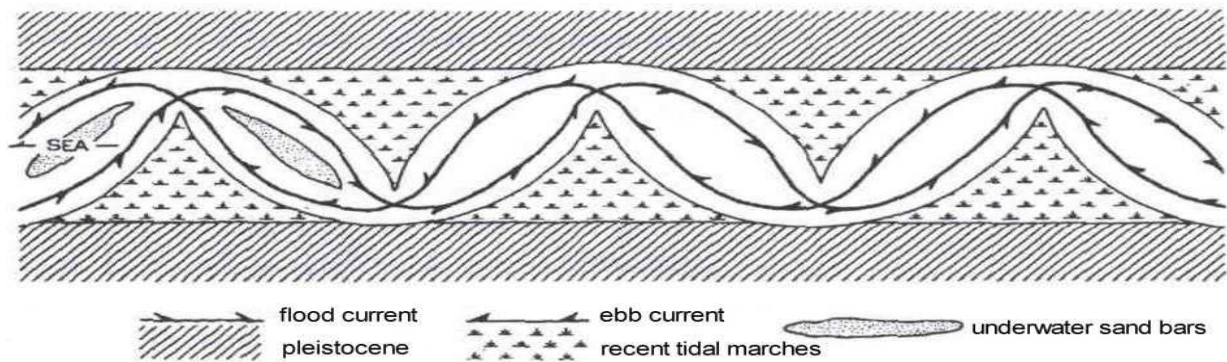
Een andere waarneming is dat het gemiddelde longitudinale profiel van het estuarium de neiging heeft om steiler te worden. Dit geldt niet alleen voor estuaria met alternating bars waarbij over de breedte gemiddeld wordt, maar ook voor een estuarium zonder initiële verstoringen waar geen bodempatroon ontstaat. Aan de landwaartse zijde van het bekken wast een flinke zandplaat op, en de rest van het estuarium slijt gemiddeld genomen uit, behalve in de buurt van de zee.



Figuur 3.3 Identificatie van de morfologische elementen van Van Veen (1950) in het estuariummodel van Hibma

In verschillende gedeelten van het estuarium blijken verschillende patronen van eb- en vloedscharen op te treden, die door Hibma gevalideerd zijn aan de hand van gegevens van drie verschillende auteurs: Van Veen (1950), Ahnert (1960) en Jeuken (2000).

- Het meest zeewaartse einde van het bekken vertoont het klassieke patroon van lange vloedscharen en korte ebschaartjes met een drempel ertussen, overeenkomstig de “klassieke” fenomenologie van Van Veen (1950).
- In het midden van het bekken overheerst een ander patroon. De eb- en vloedscharen lijken hier vloeiend in elkaar over te gaan, zodat tussen de alternating bars een patroon van continu vervlochten eb- en vloedgeulen ontstaat. Dit komt overeen met waarnemingen van Ahnert (1960) in estuaria rondom Chesapeake Bay in de VS. Ook halverwege de Westerschelde blijkt dit patroon voor te komen. Ahnert verklaart dit verschijnsel aan de hand van de vervorming van de getijgolf in het estuarium: vanuit zee landwaarts gaande neemt het faseverschil tussen hoogwater en maximale vloedstroom, respectievelijk laagwater en maximale ebstroom, toe. Op het moment dat dit faseverschil ongeveer een kwart getijperiode bedraagt, treden beide maximale stromen op rond de middenstand van het getij.



Figuur 3.4 *Schetsmatige weergave van het estuariumpatroon van Abnert (1960): symmetrisch vervlochten eb- en vloedgeulen*

Als dat gebeurt zijn beide stroomsterkten onderling vergelijkbaar, zodat het morfologische patroon ten opzichte van de stroomrichting symmetrisch wordt (zie figuur 3.4).

- De “strijd der delta’s” die door Van Veen is geconstateerd blijkt ook in het estuariummodel op te treden. Hier is een vergelijking te trekken met waarnemingen die Jeuken (2000) verricht heeft in de Westerschelde, waar blijkt dat eb- en vloedscharen elkaar inderdaad ontwijken en drempels voor elkaar opwerpen.
- Aan het landwaartse einde van het bekken wordt de verhouding breedte-diepte zo groot, dat meerdere ebgeulen en tussenliggende platen naast elkaar kunnen bestaan. Deze ebgeulen lopen dood in de brede zandplaat die het landwaartse einde van het bekken afsluit.

Validatie aan de hand van analytische modellen is nog vrij lastig, omdat analytische modellen vaak een hoge graad van vereenvoudiging en/of aggregatie kennen, in tegenstelling tot het procesgebaseerde Delft3d.

Het onderzoek van Hibma gaat inmiddels verder en richt zich momenteel onder meer op de achterliggende mechanismen en de lengte- en tijdschalen die bij dit natuurlijke gedrag een rol spelen. Ook het meenemen van slibtransport is een agendapunt. De resultaten van het model zullen uiteindelijk verder moeten worden gevalideerd en gecalibreerd aan de hand van waarnemingen in de vrije natuur.

3.2 Probleembeschrijving; tekortkomingen in Delft3d

Het Delft3d-model blijkt echter tekortkomingen te hebben die duidelijk tot uiting komen in het beschreven estuariummodel. Dit bemoeilijkt het onderzoek naar een aantal verschijnselen die in het kader van het promotieonderzoek worden bestudeerd. In hoofdzaak zijn de moeilijkheden als volgt:

- 1) Delft3d is een pakket dat voor de berekening van de resultaten uitgaat van een “staggered grid”, een versprongen rekenrooster. Voor meerdimensionale berekeningen worden bijna altijd versprongen roosters gebruikt om waterstanden en snelheden op onderling verschillende plaatsen te berekenen. Zo ook in Delft3d, maar in dit pakket worden eveneens bodemligging en waterstanden berekend op punten die van elkaar in plaats verschillen. Daardoor zijn de bathymetrie en de waterstand als functie van de tijd niet goed aan elkaar te koppelen. Dit leidt tot onnauwkeurigheden in de resultaten, met name in de buurt van de overgang tussen geulen en platen, omdat op die plekken vaak sterke gradiënten in de te berekenen grootheden optreden. Een verfijning van het rekengrid en een bijbehorende verkleining van de tijdstap kan dit deels tegengaan, maar omdat de hoeveelheid rekentijd

daarmee navenant toeneemt kan hiermee niet tot in het oneindige worden doorgegaan. De rekentijd legt dus een beperking op aan de mate van verfijning. Een structureel grotere nauwkeurigheid moet dus – terwille van de efficiëntie – niet worden bereikt door verfijning, maar door gebruik van een alternatieve numerieke methode.

- 1) Bij conventionele numerieke berekeningen in tijd en ruimte is meestal sprake van plaatsvaste randvoorwaarden. Zodra de morfologie van een model echter grote ruimtelijke variatie gaat vertonen (zoals in dit onderzoek), neemt de kans toe dat met enige regelmaat een gedeelte van het modelgebied zal droogvallen of juist onderlopen. Dat gebeurt bijvoorbeeld als in een estuarium het platenareaal zover ontwikkeld is, dat een gedeelte van dit areaal tijdens een deel van de getijperiode (laagwater) boven het waterniveau ligt. Dat betekent dat op de plaatsen, waar deze gebeurtenis optreedt, de “gesloten rand”-randvoorwaarde, die doorgaans aan de randen van een nat oppervlak wordt opgelegd, voortdurend van plaats verandert. In de praktijk blijkt dat Delft3d, evenals de overige bestaande modellen, veel moeite heeft om dit verschijnsel op een zinvolle en correcte manier te modelleren. Ook dit houdt verband met het feit dat er vrij sterke gradiënten optreden in de grootheden nabij de bewegende randen. Meer dan eens blijken de rekenresultaten onbetrouwbaar of wordt het hele model zelfs instabiel als gevolg van de schuivende randvoorwaarden, waardoor de toepassingsmogelijkheden van het model uiteraard sterk worden beperkt. Dit probleem staat bekend als het “droogvalprobleem”; onder deze naam zal er in het vervolg aan worden gerefereerd.
- 2) Door onduidelijke oorzaken groeien in het estuariummodel enkele gedeelten van de zandplaten aan tot onrealistische waarden: een ligging van een paar meter boven hoogwater. Omdat in het model het zeewater echter het enige transportmedium vormt (geen aeolisch transport), zou dit verschijnsel onmogelijk moeten zijn. Dit wijst op een onjuistheid in de huidige modellering van de interactie van stroming en transport. Een mogelijke oorzaak hiervan kan de wijze zijn waarop de bodemliggingsverandering wordt berekend: gemiddeld over een getijperiode in plaats van per individuele tijdstap (“sediment-online”-methode). Een dergelijke onjuistheid creëert kennelijk mogelijkheden voor negatieve diepten in het model, of soortgelijke fysisch onrealistische waarden van grootheden. Of er ook een verband ligt tussen dit probleem en het droogvalprobleem is in eerste instantie een open vraag.
- 3) De Delft3d-simulaties van het beschouwde estuarium leveren voor lange simulatieperioden (bijvoorbeeld 120 jaar) resultaten op die globaal gesproken goed overeenkomen met de verwachte morfologie, maar die lokaal gesproken niet altijd fysisch zinvol zijn. In een representatieve simulatie na 120 jaar blijken de toppen van de zandbanken en de diepste punten van de geulen bezaaid te zijn met uitschieters en oscillaties in de bodem. Dit niet-fysische gedrag duidt tevens mogelijk op het voorkomen van negatieve waterdieptes. Een en ander wordt hoogstwaarschijnlijk veroorzaakt door het gebruik van niet-diffusieve numerieke methoden in Delft3d. Het zou wenselijk zijn als met behulp van een alternatieve discretisatie resultaten zouden worden verkregen die niet alleen “gladder” en minder wild zijn, maar ook fysisch haalbaar: met andere woorden, als van bepaalde intrinsiek positieve grootheden (zoals concentraties en waterdieptes) de positiviteit ook numeriek gegarandeerd is.

Het vinden en implementeren van een alternatieve numerieke methode die voor modellen als het beschreven estuariummodel de bovenstaande problemen kan verhelpen vormt de inzet van dit afstudeeronderzoek.

3.3 Probleemstelling

De numerieke 2DH-modellering van het morfologische gedrag van natuurlijke estuariumsystemen (in Delft3d) kent een aantal complicaties die het rekenproces en de betrouwbaarheid van de resultaten negatief beïnvloeden. Met name het “droogvalprobleem” en de mogelijkheid van niet-fysische

resultaten leiden tot onnauwkeurigheid en instabiliteit. Dit legt een sterke beperking op aan de toepassingsmogelijkheden van het model.

3.4 Doelstelling van het afstudeerwerk

Om de resultaten van de morfologische 2DH-modellering te verbeteren voor estuaria waarin droogvallen en onderlopen van intergetijdegebieden een belangrijke rol speelt, en de mogelijkheden tot toepassing hiervan te vergroten, moet een nieuw, minder gangbaar numeriek concept worden uitgewerkt dat de interactie tussen waterbeweging en morfologie op correcte en stabiele wijze weergeeft. Daarna moet kwalitatief worden bepaald of dit model, net als Delft3d, in staat is de karakteristieke morfologische patronen in getijdenbekkens te reproduceren, op zodanige wijze dat dit voor het onderzoek van Hibma nuttig is.

3.5 Uitgangspunten

De volgende punten zijn richtlijn geweest bij het uitvoeren van het afstudeerproject.

- 1) De verbeteringen in de numerieke modellering die als gevolg van dit afstudeerwerk zullen worden voorgesteld, dienen te kunnen worden geïntegreerd in het bestaande pakket Delft3d, zodat ze in een later stadium gemakkelijk in de modelleringspraktijk bruikbaar zijn.
- 2) Om die reden moet gebruik worden gemaakt van een zo recent mogelijke versie van de programmeertaal Fortran, aangezien het “rekenhart” van Delft3d in deze taal geformuleerd is.
- 3) Bij het onderzoek naar nieuwe numerieke concepten wordt in eerste instantie uitgegaan van een 2DH-waterbewegingsmodel dat in 1990 is opgesteld door prof.dr.ir. G.S. Stelling ten behoeve van het Waterloopkundig Laboratorium. De werking van dit model verschilt in fundamenteel opzicht van Delft3d, met name omdat wordt uitgegaan van een niet-versprongen rekenrooster met betrekking tot waterstand en bodemligging. Na onderzoek naar de werking moet dit model worden uitgebreid met de modellering van het sedimenttransport en de terugkoppeling van morfologie naar waterbeweging, inclusief toepassing van een “sediment-online”-methode.
- 4) Verschillende basissituaties met eenvoudige geometrieën kunnen worden gebruikt als cases om het nieuwe numerieke concept aan te toetsen. De uiteindelijke en belangrijkste casus zal bestaan uit het toepassen van het concept in het eerder genoemde onderzoek van Hibma, op wier verzoek dit afstudeerwerk wordt uitgevoerd. Als blijkt dat het nieuwe model in de context van dit bestaande onderzoek een bevredigend resultaat oplevert, kan worden gesteld dat het model ook in andere situaties zal voldoen.

3.6 Afbakening

Om gericht aan de realisering van de doelstelling te kunnen werken was het noodzakelijk van tevoren een inschatting te maken welke onderwerpen en aspecten in het onderzoek aan de orde zouden komen. Na overleg is besloten tot de volgende afbakening.

- 1) Delft3d-flow is gebaseerd op de 2d-dieptegemiddelde ondiepwatervergelijkingen en is daarom geschikt voor het modelleren van langzaam variërende verschijnselen met middelgrote tot relatief grote lengte- en tijdschalen. Deze beperking wordt gehandhaafd bij de verbetering van het numerieke concept. Hoewel modellen van reële situaties er in principe beter op worden als ook snel variërende 3d-verschijnselen – zoals windgolven en grootschalige turbulentie (Large Eddy Simulation) – worden meegenomen, wordt hiervan in dit onderzoek afgezien.
- 2) De validatie en toetsing van numerieke concepten zullen worden uitgevoerd aan de hand van eenvoudige, bijna triviale waterloopkundige gevallen. Deze cases zullen in de loop van het onderzoek moeten worden bedacht en uitgewerkt. De ingewikkeldste casus waarop het

- numerieke model zal worden losgelaten zal het eerder genoemde denkbeeldige estuarium zijn, dat wordt toegepast in het promotieonderzoek van Hibma. Er worden dus geen tests uitgevoerd met modellen van getijdenbekkens met complexe geometrieën uit de fysische werkelijkheid (Westerschelde e.a.).
- 3) Conform het promotieonderzoek van Hibma wordt uitgegaan van een transportmodel met sediment van uniforme grootte, met uniforme eigenschappen. Van effecten als gevolg van gegradeerd sediment (zand-slibsegregatie) wordt afgezien.
 - 4) Bij het zoeken van een geschikt numeriek concept ligt in dit afstudeerproject de nadruk op *fysische realiseerbaarheid* en *stabiliteit* van de resultaten. Nauwkeurigheid is uiteraard ook een zeer wenselijke eigenschap, maar komt voornamelijk op het tweede plan. Dit omdat nauwkeurigheid en fysische haalbaarheid in de praktijk van de numerieke modellering vaak elkaars vijanden blijken te zijn. Een duidelijke prioriteitenstelling is dus noodzakelijk. Het oplossen van het droogvalprobleem en het verkrijgen van gladde resultaten staan voorop.

3.7 Aanpak tijdens het afstudeerwerk

Onderstaande opsomming geeft een globale volgorde van handeling aan volgens welke het afstudeerwerk heeft plaatsgevonden.

- 1) Een eerste vereiste was het bekend worden met “de taal achter Delft3d”, Fortran (*Formula Translation*). Uitgegaan is van de meest recente en gangbare versie van Fortran, Visual Fortran 6.6. Voor het bekend raken met Fortran was tevens de broncode van het eerder genoemde waterbewegingsmodel van Stelling uit 1990 beschikbaar.
- 2) Ten behoeve van de grafische representatie van invoer en uitvoer is gewerkt met het splinternieuwe interfacepakket Winteracter 4.0, dat in staat is om Fortran-code te koppelen aan een Windows-interface. Dit afstudeerproject was de eerste maal dat dit pakket werd toegepast binnen de sectie Vloeistofmechanica; het gebruik heeft daarom een experimenteel karakter gehad en het bekend worden met het pakket heeft enige tijd gekost.
- 3) Een oriëntatie in de numerieke wiskunde maakte duidelijk welke mogelijkheden er zijn voor het numeriek modelleren van waterbeweging en morfologie, wat de voor- en nadelen van versprongen roosters zijn en hoe het droogvalprobleem kan worden opgelost. Ook hierbij was het model uit 1990 een belangrijke leidraad. Gekozen is om dit model verder uit te werken in een Fortran-programma naar eigen ontwerp; dit laatste om de praktijk van het programmeren en modelleren in Fortran van een volledig waterbewegings- en morfologiemodel goed te leren kennen.
- 4) Het geïmplementeerde waterbewegingsmodel is hierna getest op stabiliteit en fysische haalbaarheid, en verbeterd door middel van een *trial and error* proces. Het verbeterde model is losgelaten op verschillende simpele geometrieën.
- 5) Na de stabilisatie van de waterbewegingsmodule kwam de morfologie-uitbreiding binnen beeld. Gekozen is om de algebraïsche formuleringen voor het sedimenttransport zoveel mogelijk te laten aansluiten bij Delft3d; hiertoe is gebruik gemaakt van het model van Van Rijn uit 1984 zoals dat stond beschreven in de meest recente handleiding van Delft3d-Mor.
- 6) Voor de beide basisvergelijkingen van de morfologiemodule, nl. de concentratievergelijking en de bodemliggingsvergelijking, is geprobeerd zoveel mogelijk dezelfde numerieke principes aan te houden als in het waterbewegingsmodel (upstream-technieken).
- 7) De stabilisatie van de bodemliggingsvergelijking bleek, in tegenstelling tot de concentratievergelijking, een enorme *bottleneck*. Een maandenlange zoektocht volgde, waarbij via literatuurstudie en mondelinge informatierondes allerlei mogelijk stabiele oplossingen werden uitgeprobeerd, echter zonder resultaat. Uiteindelijk is echter op overtuigende wijze stabiliteit bereikt door toepassing van een methode die nieuw lijkt te zijn qua toepassing voor morfologische problemen: de *methode van Roe*. De strekking van deze methode zal later in dit rapport worden beschreven.

- 8) Met behulp van de methode van Roe bleek het ten langen leste mogelijk om voor lange simulatieperioden stabiele en fysisch realiseerbare estuariumbodems met gegarandeerd positieve waterdieptes te realiseren, zoals de inzet van het afstudeerproject was. De tekortkomingen van het Delft3d-model bleken verholpen te zijn.
- 9) Twee knelpunten bleven over: de langetermijn-stabiliteit van de waterbeweging als gevolg van het ontstaan van zeer sterke bodemgradiënten, en enige instabiliteit als gevolg van de randafhandeling ter plaatse van de open getijrand. Beide knelpunten zijn praktisch gesproken opgelost door het toepassen van de juiste tijdstapgrootte en het implementeren en uittesten van verschillende soorten randvoorwaarden.
- 10) Het totale model inclusief morfologie is hierna getest op een reeks eenvoudige waterloopkundige situaties met vrij simpele geometrieën, zodat de uitkomsten van een numeriek model in zo'n situatie vrij gemakkelijk konden worden gecontroleerd langs empirische (of zelfs analytische) weg, kwantitatief en kwalitatief.
- 11) Tenslotte zijn voor verschillende estuaria à la Hibma simulaties gemaakt voor de langetermijn-morfologische ontwikkeling, waarna de verslaglegging kon beginnen.

3.8 Organisatie van het afstudeerwerk

In de afstudeercommissie hebben de volgende personen zitting:

- 1) prof.dr.ir. G.S. Stelling, hoogleraar (numerieke) vloeistofmechanica en hoofd van de sectie Vloeistofmechanica van Civiele Techniek;
- 2) dr.ir. J.A. Roelvink, onderzoeker bij het Waterloopkundig Laboratorium en universitair hoofddocent in deeltijd bij de sectie Waterbouwkunde van Civiele Techniek; specialist op het gebied van het gebruik van Delft3d;
- 3) ir. A. Hibma, promovenda van de sectie Waterbouwkunde i.s.m. prof. H. J. de Vriend en prof. M.J.F. Stive; uitvoerder van het estuariummorfologie-promotieonderzoek.

Het afstudeerwerk heeft in zijn geheel plaatsgevonden in het onderwijsgebouw van Civiele Techniek binnen de sectie Vloeistofmechanica. Naast enkele tussentijdse vergaderingen met de afstudeercommissie is regelmatig informeel overlegd en teruggekoppeld. De korte loopafstand tussen alle begeleiders maakte dit zeer gemakkelijk. De administratieve handelingen behorende bij het afstudeerproject zijn verlopen conform de richtlijnen van de vakgroep Waterbouwkunde & Geotechniek.

4 Analytische formulering van het estuariummodel

“De wetenschapper reduceert de veelzijdige, volle werkelijkheid tot allerlei losse functies of aspecten. (...) De weg van de wetenschap is de weg van abstracties. Enigszins overdreven voorgesteld betekent dit, dat de wetenschapper met oogkleppen op loopt. Dat hoort bij de wetenschap en het is nuttig en begrijpelijk, maar de wetenschapper moet zich dat wel bewust zijn.”

prof.dr.ir. Egbert Schuurman (1937) in *Geloven in Wetenschap en Techniek* (1998)

4.1 Domein

Het modelgebied bestaat uit een rechthoekig estuarium met afmetingen $(x_{\max}, y_{\max})$. Er wordt een orthogonaal assenstelsel gedefinieerd met de oorsprong in één van de hoekpunten van het estuarium. Het vlak $z = 0$ fungeert als referentievlak. De simulatietijd bedraagt $t_{\max}$. Het modeldomein is nu gedefinieerd als:

$$x \in [0, x_{\max}]$$

$$y \in [0, y_{\max}]$$

$$t \in [0, t_{\max}]$$

4.2 Toestandsgrootheden

Ieder punt van het modelgebied in plaats en tijd kent een groot aantal grootheden. Er zijn echter slechts vijf centrale toestandsgrootheden waaruit alle andere kunnen worden afgeleid. Deze zijn:

$\zeta(x,y,t)$ De oppervlakte-uitwijking van de waterspiegel ten opzichte van het referentievlak $z = 0$

$u(x,y,t)$ De x-component van het dieptegemiddelde snelheidsveld

$v(x,y,t)$ De y-component van het dieptegemiddelde snelheidsveld

$c(x,y,t)$ De dieptegemiddelde concentratie van gesuspendeerd sediment

$d(x,y,t)$ De diepteligging van de bodem ten opzichte van het referentievlak $z = 0$ (een positieve d betekent een ligging *onder* het referentievlak); per definitie is: $\zeta \geq -d$

Deze vijf basisgrootheden corresponderen met vijf tijdsafhankelijke basisvergelijkingen. Alle andere grootheden in het model zijn tijdsafhankelijk: zij kunnen op ieder tijdstip apart bepaald worden uit de basisgrootheden en zijn daarom zelf géén toestandsgrootheden. De basisvergelijkingen zijn:

- 1) De continuïteitsvergelijking
- 2) De dieptegemiddelde impulsbehoudende bewegingsvergelijking in x-richting
- 3) De dieptegemiddelde impulsbehoudende bewegingsvergelijking in y-richting
- 4) De dieptegemiddelde concentratievergelijking
- 5) De bodemliggingsvergelijking

De basisvergelijkingen komen later in dit hoofdstuk aan de orde.

N.B.: Van de vijf toestandsgrootheden respectievelijk basisvergelijkingen hebben er drie betrekking op de waterbeweging, en twee op de morfologie van het estuariummodel.

4.3 Inputgrootheden

Afgezien van begin- en randvoorwaarden zijn er twee inputvariabelen die de modelresultaten beïnvloeden:

$\delta(x,y)$ De initiële random-bodemverstoringen bovenop de gedefinieerde gladde beginbodem, die het morfologische proces in het model in gang zetten. Deze grootheid komt slechts voor in de beginvoorwaarde van het model en niet in de toestandsgrootheden zelf.

$q_z(x,y)$ De externe watertoevoer of -afvoer per m^2 (rivierafvoeren, neerslag, verdamping, etc.)
 Deze variabele komt voor in het rechterlid van de continuïteitsvergelijking. De grootte kan per plaats en eventueel ook per tijd variëren, maar is onafhankelijk en daarom geen toestandsgrrootheid.
 De relevantie van dit externe debiet zal worden uitgelegd bij de beschrijving van het numerieke model in het volgende hoofdstuk, in de paragraaf over de continuïteitsvergelijking.

4.4 Constanten en parameters

In het model worden de volgende grootheden constant verondersteld:

Fysische constanten

g	$= 9.81 \text{ m/s}^2$	De zwaartekrachtsversnelling
α_1	$= 1.00 [-]$	Coëfficiënt bodemconcentratie suspensietransport
α_{bs}	$= 1.00 [-]$	Coëfficiënt tangentiële bodemhelling voor bodemtransport
α_{bn}	$= 1.50 [-]$	Coëfficiënt dwarse bodemhelling voor bodemtransport
κ	$= 0.40 [-]$	De constante van Von Kármán
ν	$= 1.00 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	De kinematische viscositeit van water
ρ	$= 1000 \text{ kg/m}^3$	De dichtheid van water
Ω	$= 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$	De rotatiesnelheid van de aarde
ω	$= 1.41 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$	De hoekfrequentie van het M ₂ -getij (Periode 12h25m)

Systeemparameters

θ	$= 53^\circ$	De gemiddelde breedtegraad van Nederland (positief = N.B.)
f	$= 1.16 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	De Coriolisversnelling p.e.v. snelheid ($f = 2 \Omega \sin\theta$)
$h_{\min}$	$= 0.5 \text{ m}$	Drempeldiepte beneden welke de relatieve ruwheid constant is
d_{50}	$= 240 \mu\text{m}$	De mediane korreldiameter
d_{90}	$= 480 \mu\text{m} = 2 d_{50}$	De diameter die door 90% van de korrels wordt onderschreden
d_*	$= 6.071 [-]$	Dimensieloze korreldiameter van Van Rijn ($d_* = d_{50}(\Delta g/\nu^2)^{1/3}$)
n	$= 0.026 \text{ s/m}^{1/3}$	De weerstandscoefficiënt volgens Manning bij $d_{50} = 240 \mu\text{m}$
w_s	$= 0.01 \text{ m/s}$	De gemiddelde valsnelheid van het sediment in water
Δ	$= 1.65 [-]$	De relatieve dichtheid van sediment
ϵ	$= 0.40 [-]$	De porositeit van de bodem
ρ_s	$= 2650 \text{ kg/m}^3$	De dichtheid van sediment exclusief poriën
ϕ	$= 30^\circ$	De hoek van natuurlijk talud van sediment
Ψ_c	$= 0.04 [-]$	De kritieke Shields-parameter voor sediment met $d_{50} = 240 \mu\text{m}$
τ_{bc}	$= 0.155 \text{ N/m}^2$	De kritieke Shields-bodemschuifspanning ($\tau_{bc} = \Delta \rho g d_{50} \Psi_c$)

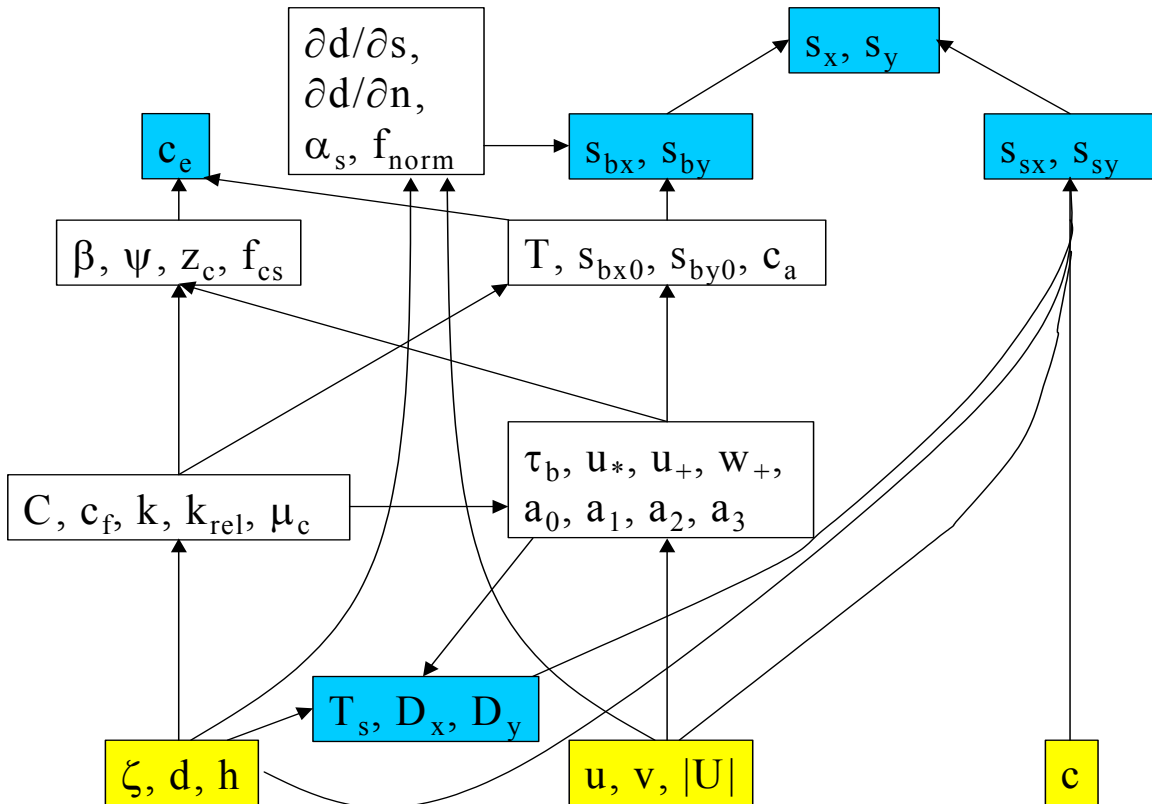
Alle water- en sedimenteigenschappen worden dus constant verondersteld, terwille van de uniformiteit van het model. Sedimentgradatie, dichtheidsstromen etc. worden niet meegenomen in dit model.

4.5 Hulpgrootheden

Om de basisvergelijkingen op te lossen wordt gebruik gemaakt van een groot aantal hulpgrootheden, die op ieder tijdstip direct te berekenen zijn uit de toestandsgrrootheden. Deze zijn:

h m De totale waterdiepte in een verticaal (de som van ζ en d)

$ U $	m/s	De absolute grootte van de dieptegemiddelde stroomsnelheid
C	$m^{1/2}/s$	De weerstandscoefficiënt volgens Chézy (constant of functie van Manning)
c_f	-	De dimensieloze weerstandscoefficiënt
k	m	De Nikuradse-ruwheid van de bodem
k_{rel}	-	De relatieve Nikuradse-ruwheid; is constant bij constante Chézy-waarde
τ_b	N/m ²	De bodemschuifspanning
u^*	m/s	De schuifspanningssnelheid
μ_c	-	De ribbelfactor volgens Van Rijn 1984
T	-	De drempelfunctie volgens Van Rijn 1984
s_{bx0}	m ² /s	De x-component van het bodemtransport zonder invloed bodemhelling
s_{by0}	m ² /s	De y-component van het bodemtransport zonder invloed bodemhelling
$\partial d/\partial s$	-	Bodemhelling evenwijdig aan de stroomrichting (positief naar beneden)
$\partial d/\partial n$	-	Bodemhelling loodrecht op de stroomrichting (positief naar beneden)
α_b	-	Correctiefactor tangentiële bodemhelling voor bodemtransport
f_{norm}	-	Correctiefactor dwarse bodemhelling voor bodemtransport
s_{bx}	m ² /s	De x-component van het bodemtransport
s_{by}	m ² /s	De y-component van het bodemtransport
c_a	-	Bodemconcentratie suspensietransport
β	-	Hulpgrootheid suspensietransport
ψ	-	Hulpgrootheid suspensietransport
z_c	-	Hulpgrootheid suspensietransport
f_{cs}	-	Integratiefactor suspensietransport
c_e	-	Evenwichtsconcentratie gesuspendeerd sediment volgens Van Rijn 1984



Figuur 4.1

Onderling relaties hulpgrootheden: stroomschema van toestandsgrootheden naar doelvariabelen

u_+	-	Verhouding schuifspanningssnelheid en absolute snelheid
w_+	-	Verhouding valsnelheid en schuifspanningssnelheid
$a_{0,1,2,3}$	-	Dimensieloze coëfficiënten Galappatti-tijdschaal
T_s	s	Aanpassingstijdschaal volgens Galappatti voor suspensietransport
D_x	m^2/s	Turbulente diffusiviteit van gesuspenseerd sediment in x-richting
D_y	m^2/s	Turbulente diffusiviteit van gesuspenseerd sediment in y-richting
s_{sx}	m^2/s	De x-component van het suspensietransport
s_{sy}	m^2/s	De y-component van het suspensietransport
s_x	m^2/s	De x-component van het totale sedimenttransport
s_y	m^2/s	De y-component van het totale sedimenttransport

4.6 Systeemvergelijkingen

Zonder uitleg op deze plaats wordt hieronder het volledige estuariummodel in formulevorm weergegeven. Bij de bespreking van het numerieke model zullen vele vergelijkingen nader worden toelicht; zie het volgende hoofdstuk.

In ieder punt van het modeldomein gelden de vijf basisvergelijkingen:

- 1) Continuïteitsvergelijking:
$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = q_z$$
- 2) Bewegingsvergelijking x:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2 h} = 0$$
- 3) Bewegingsvergelijking y:
$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2 h} = 0$$
- 4) Concentratievergelijking:
$$\frac{\partial hc}{\partial t} + \frac{\partial s_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{sy}}{\partial y} + \frac{(hc - hc_e)}{T_s} = 0$$
- 5) Bodemliggingsvergelijking:
$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial d}{\partial t} - \frac{\partial s_{bx}}{\partial x} - \frac{\partial s_{by}}{\partial y} + \frac{(hc - hc_e)}{T_s} = 0$$

Waarin:

- 6) $h = \zeta + d$ (per definitie is $h \geq 0$)
- 7) $|U| = \sqrt{u^2 + v^2}$
- 8) $C = \frac{\max(h, h_{\min})^{\frac{1}{6}}}{n} = 18 \log \frac{12h}{k}$
- 9) $c_f = \frac{g}{C^2}$
- 10) $k = 12h \cdot 10^{-\frac{C}{18}}$
- 11) $k_{rel} = 12 \cdot 10^{-\frac{C}{18}}$ (is constant en maximaal als $h \leq h_{\min}$)
- 12) $\tau_b = c_f \rho |U|^2 = \rho u_*^2$
- 13) $u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} = |U| \sqrt{c_f}$

$$\begin{aligned}
14) \quad \mu_c &= \left[\frac{C}{18 \log \frac{4h}{d_{90}}} \right]^2 \\
15) \quad T &= \max(0, \frac{\mu_c \tau_b - \tau_{bc}}{\tau_{bc}}) \\
16) \quad s_{bx0} &= \frac{u}{|U|} \cdot \min(0.053 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{2.1}, 0.100 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{1.5}) \\
17) \quad s_{by0} &= \frac{v}{|U|} \cdot \min(0.053 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{2.1}, 0.100 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{1.5}) \\
18) \quad \frac{\partial d}{\partial s} &= \frac{1}{|U|} (u \frac{\partial d}{\partial x} + v \frac{\partial d}{\partial y}) \quad \left(\left| \frac{\partial d}{\partial s} \right| \leq 0.9 \cdot \tan \varphi \right) \\
19) \quad \frac{\partial d}{\partial n} &= \frac{1}{|U|} (-v \frac{\partial d}{\partial x} + u \frac{\partial d}{\partial y}) \quad \left(\left| \frac{\partial d}{\partial n} \right| \leq 0.9 \cdot \tan \varphi \right) \\
20) \quad \alpha_b &= 1 + \alpha_{bs} \left(\frac{\tan \varphi}{(\tan \varphi - \frac{\partial d}{\partial s}) \cdot \cos \arctan(\frac{\partial d}{\partial s})} - 1 \right) \\
21) \quad f_{norm} &= \alpha_{bn} \sqrt{\frac{\tau_{bc}}{\tau_b}} \cdot \frac{\partial d}{\partial n} \\
22) \quad s_{bx} &= \alpha_b (s_{bx0} - s_{by0} \cdot f_{norm}) \\
23) \quad s_{by} &= \alpha_b (s_{by0} + s_{bx0} \cdot f_{norm}) \\
24) \quad c_a &= 0.015 \alpha_1 d_{50} k^{-1} d_*^{-0.3} T^{1.5} \\
25) \quad \beta &= \min(1.5, 1 + 2 \left(\frac{w_s}{u_*} \right)^2) \\
26) \quad \psi &= 2.5 \left(\frac{w_s}{u_*} \right)^{0.8} \cdot \left(\frac{c_a}{1 - \varepsilon} \right)^{0.4} \\
27) \quad z_c &= \min(20, \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} + \psi) \\
28a) \quad f_{cs} &= \frac{\left(\frac{k}{h} \right)^{z_c} - \left(\frac{k}{h} \right)^{1.2}}{\left(1 - \frac{k}{h} \right)^{z_c} (1.2 - z_c)} \quad \text{als } |z_c - 1.2| \geq 10^{-4} \\
28b) \quad f_{cs} &= - \left(\frac{\frac{k}{h}}{1 - \frac{k}{h}} \right)^{1.2} \log \left(\frac{k}{h} \right) \quad \text{als } |z_c - 1.2| < 10^{-4} \quad (\text{Benadering volgens de l'Hospital}) \\
29) \quad c_e &= c_a f_{cs} \\
30) \quad u_+ &= \frac{u_*}{|U|}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
31) \quad w_+ &= \min(1, \frac{w_s}{u_*}) \\
32a) \quad a_0 &= (2.1963 + 0.5467u_+) \\
32b) \quad a_1 &= (-6.4061 + 0.1385 \log u_+)w_+ \\
32c) \quad a_2 &= (-0.2 + 326.832u_+^{2.2})w_+^2 \\
32d) \quad a_3 &= (1.547 - 20.12u_+)w_+^3 \\
33) \quad T_s &= \frac{hw_+}{w_s} e^{a_0+a_1+a_2+a_3} \\
34) \quad D_x &= \kappa u_* h \\
35) \quad D_y &= \kappa u_* h \\
36) \quad s_{sx} &= uhc - D_x \frac{\partial hc}{\partial x} \\
37) \quad s_{sy} &= vhc - D_y \frac{\partial hc}{\partial y} \\
38) \quad s_x &= s_{bx} + s_{sx} \\
39) \quad s_y &= s_{by} + s_{sy}
\end{aligned}$$

Het is mogelijk de morfologische vergelijkingen 4) en 5) te combineren tot één totale morfologievergelijking, waaruit de vierde term van beide vergelijkingen is geëlimineerd:

$$40) \quad \frac{\partial [hc - (1 - \varepsilon)d]}{\partial t} + \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} = 0$$

De term tussen vierkante haken is een maat voor de totale hoeveelheid aanwezig sediment in een kolom, en de transportfluxen zijn bodemtransport en suspensietransport in één. Het nut hiervan zal in het volgende hoofdstuk blijken.

4.7 Beginvoorwaarden en randvoorwaarden

Het model begint in rust. Overal geldt: $\mathbf{d} = \mathbf{d}(0) + \delta$, $\zeta = 0$, $\mathbf{u} = 0$, $\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{c} = 0$.

Langs de modelranden $y = 0$ en $y = y_{\max}$ geldt te allen tijde de randvoorwaarde $v = 0$; langs de rand $x = x_{\max}$ geldt de randvoorwaarde $u = 0$. Dit komt uiteraard overeen met de gestelde beginvoorwaarden. Langs de rand $x = 0$ wordt een waterstandsrandvoorwaarde opgelegd in de vorm van een harmonisch M_2 -getij rondom een gekozen middenstand. De aanvangsfase van het getij dient zodanig gekozen te worden dat de randvoorwaarde op $t = 0$ niet verschilt van de beginvoorwaarde $\zeta = 0$. De meest triviale wijze om dit te bereiken is het kiezen van de functie $\zeta(0, y, t) = \mathbf{b} + \mathbf{a} \sin(\omega t + \varphi)$ met $\varphi = 0$ en $b = 0$. In het standaardmodel bedraagt de getijamplitude: $a = 1.75$ m.

5 Opbouw en achtergrond van het numerieke estuariummodel

“...De zee, groot en wijd uitgestrekt, waarin gewemel is, zonder tal; de Leviatan, geformeerd om ermee te spelen.”
Anoniem (Psalm 104:25-26)

5.1 Algemene modelstructuur

5.1.1 Toestandsgrootheden, basisvergelijkingen, hulpgrootheden en constanten

Net als het analytische model kent het numerieke estuariummodel op iedere plaats en tijd vijf centrale toestandsgrootheden, waarmee de toestand van het systeem volledig is bepaald.

Drie voor de waterbewegingsmodule:

- 1) Waterstand ζ
- 2) Dieptegemiddelde snelheid in x-richting u
- 3) Dieptegemiddelde snelheid in y-richting v

En twee voor de morfologiemodule:

- 4) Dieptegeïntegreerde sedimentconcentratie hc
- 5) Bodemligging d

Bij deze vijf grootheden horen, afgezien van begin- en randvoorwaarden, vijf basisvergelijkingen waarmee de ontwikkeling in de tijd van deze toestandsgrootheden wordt vastgelegd.

Drie voor de waterbewegingsmodule:

- 1) De continuïteitsvergelijking
- 2) De dieptegemiddelde bewegingsvergelijking in x-richting
- 3) De dieptegemiddelde bewegingsvergelijking in y-richting

En twee voor de morfologiemodule:

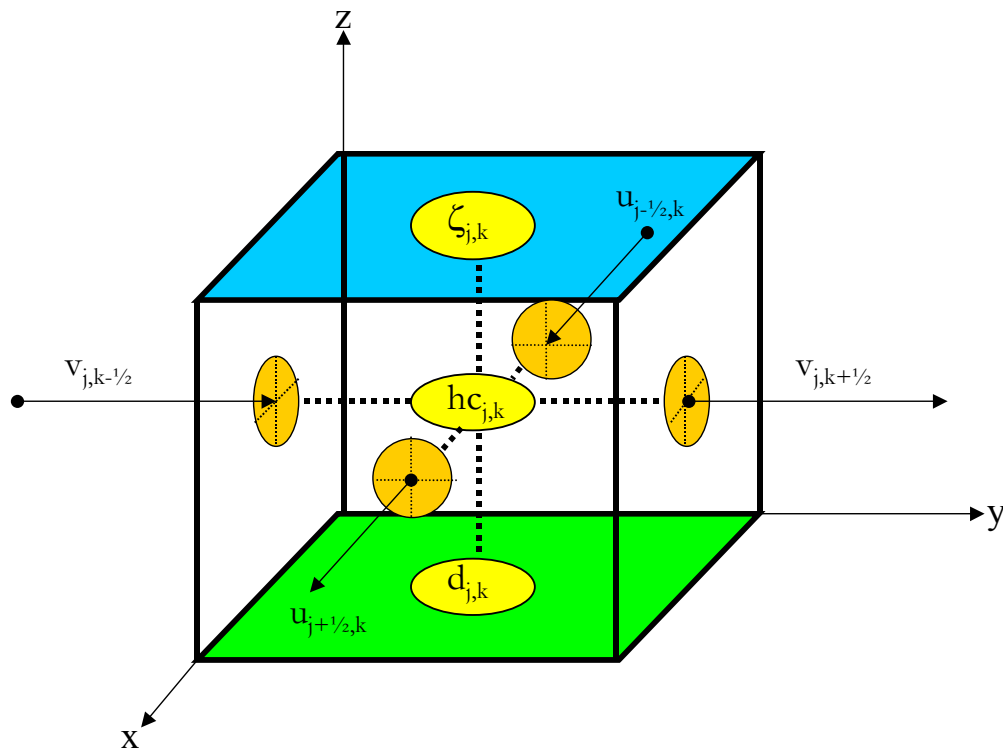
- 4) De dieptegeïntegreerde concentratievergelijking
- 5) De bodemliggingsvergelijking

N.B.: ten opzichte van het analytische model is een belangrijke wijziging doorgevoerd in één van de toestandsgrootheden. Het blijkt dat in de twee morfologische basisvergelijkingen de dieptegemiddelde sedimentconcentratie c altijd voorkomt in één product met de waterdiepte h . Dit leidt tot problemen bij de numerieke discretisatie van de concentratievergelijking, omdat daarin zowel de waterdiepte als de concentratie impliciet voorkomen in hetzelfde product. Er is dus sprake van een niet-lineariteit in de impliciete term. Dit is bewerkelijk en vereist extra rekenwerk.

Om dit te ondervangen wordt in het numerieke model niet meer gewerkt met de dieptegemiddelde concentratie, maar met een dieptegeïntegreerde concentratie $hc = h c$. Dit kan straffeloos, omdat de concentratie c nooit afzonderlijk voorkomt. De concentratie hc waarvan het numerieke model gebruik maakt is dus geen fysieke concentratie meer, maar heeft een andere betekenis gekregen: het is *de laagdikte van het sediment in de waterkolom, exclusief poriënvolumen, indien al het sediment in de waterkolom eensklaps zou uitzakken*. Door deze aanpassing verandert het model in wezen volstrekt niet, maar wel wordt het stelsel vergelijkingen eenvoudiger en bovendien veel eleganter.

Om de basisvergelijkingen te kunnen oplossen wordt gebruik gemaakt van een groot aantal hulpgrootheden. Deze zullen aan de orde komen in de paragrafen 5.2 t/m 5.6, als de structuur van de basisvergelijkingen wordt beschreven.

Per tijdsniveau worden op basis van de bekende “oude” toestandsgrootheden de hulpgrootheden bepaald, de basisvergelijkingen ingevuld, en de “nieuwe” toestandsgrootheden op het volgende tijdsniveau berekend. Deze nieuwe waarden worden vervolgens (al dan niet) weggeschreven naar een uitvoerbestand, waarna de oude grootheden worden overschreven door de nieuwe. Hierna kunnen opnieuw de hulpgrootheden worden bepaald en herhaalt de gang van zaken zich.



Figuur 5.1 Locatie toestandsgrootheden waterbeweging en morfologie in en rondom een gridcel (j,k)

De fysische constanten en constante parameters die bij de beschrijving van het analytische model zijn genoemd, worden tevens in het numerieke model gebruikt, en blijven ongewijzigd. Zie figuur 5.1 voor een visualisatie van de locatie van toestandsgrootheden in het model ten opzichte van elkaar.

5.1.2 Domein in de ruimte: een versprongen rooster

Voor numerieke 2D-modellen van estuaria uit de fysieke werkelijkheid worden uiteenlopende soorten rekenroosters toegepast. Hieronder worden er drie genoemd.

- Het standaardgeval is een *rectilinear grid*, waarbij de hele geometrie wordt gediscretiseerd tot vierkante of rechthoekige gebieden die alle dezelfde afmetingen en basiseigenschappen hebben. Bij diagonale modelranden ontstaat een typische zigzagrand, die regelmatig tot problematische of onrealistische randafhandelingen van grootheden leidt.
- Een verbeterde versie van dit rechthoekige grid is het *curvilinear grid*; hierbij wordt geprobeerd een vloeiend “vierkantennet” op te zetten waar zoveel mogelijk, zo niet alle, modelranden in een vloeiende lijn op aansluiten. Dit leidt tot verschillende afmetingen van de diverse gridcellen, maar voor de structuur van de op te lossen vergelijkingen heeft dit geen consequenties, daar de individuele roosterafstanden ieder apart in deze vergelijkingen implementeerbaar zijn. Doordat in iedere gridcel de lokale x- en y-assen loodrecht op elkaar blijven staan, blijven de op te lossen vergelijkingen onveranderd, hoewel het totaalplaatje van de geometrie niet-orthogonaliteit suggereert. De eenvoudige en elegante randafhandeling is een belangrijk voordeel van het curvilinear grid.
- Een relatief nieuwe ontwikkeling is de toepassing van *unstructured grids*. In deze opzet wordt een modelgebied geschematiseerd tot een netwerk van waterstandsknooppunten met daartussen verbindingen waar snelheden en fluxen zijn gedefinieerd. In essentie lijkt dit op het concept van een 1D-netwerkmodel, zoals dat bijvoorbeeld in Sobek kan worden opgezet. Doordat voor ieder knooppunt in het grid weer andere aansluitvoorwaarden noodzakelijk zijn, is het stelsel vergelijkingen dat wordt opgelost voor dit type grid een stuk complexer dan voor de voorgaande typen.

In dit afstudeerproject wordt gebruik gemaakt van een *rectilinear grid*. Het afstudeerwerk is immers geënt op een denkbeeldige proefsituatie; het is niet zinvol een ruimtelijke geometrie te kiezen die complexer is dan

noodzakelijk. De te onderzoeken bodempatronen zullen in zichzelf al complex genoeg zijn; toepassing van een niet-triviaal grid leidt in zo'n geval de aandacht af van het beeld van de modeluitkomsten.

Ook de rand van het model kan het beste zo triviaal mogelijk worden gekozen: een “rechthoekige bak”. Een te specifieke modelrand met veel zigzagpatronen leidt tot een grote inflexibiliteit in de hoeveelheid verschillende geometrieën die kan worden gecreëerd. Tijdens modelproeven met een rechthoekige bak is het daarentegen *altijd* mogelijk om iedere gewenste geometrie te bereiken door op de gridcellen die men per se “droog” wil hebben, een flink hoge bodemligging als beginvoorwaarde op te geven. Het is beter om deze flexibiliteit te behouden en niet bij voorbaat in te zetten op één bepaalde geometrie.

Conform het estuariummodel van Hibma wordt dus gekozen voor een volledig rechthoekig model. Gridcellen in dit model worden aangeduid met de subindex **j** voor de x-richting en de subindex **k** voor de y-richting. De constante afmetingen van dit estuarium in het finale testgeval zijn:

- Lengte $L [x] = 80 \text{ km}$
- Breedte $B [y] = 2.5 \text{ km}$
- Lengtestap $\Delta x = 250 \text{ m}$
- Breedtestap $\Delta y = 125 \text{ m}$
- $j_{\max} = L/\Delta x = 320 [-]$
- $k_{\max} = B/\Delta y = 20 [-]$

Bij tussentijdse testen kan uiteraard van deze getallen worden afgeweken.

Overeenkomstig het idee van een reëel estuarium is slechts één van de korte kanten van de rechthoekige bak een open rand (waterstandrandvoorwaarde), en zijn de overige drie dicht (snelheidsrandvoorwaarde nul). Op de wijze waarop bovenafvoeren (van o.a. rivieren of neerslag) in het model kunnen worden verwerkt, wordt ingegaan in paragraaf 5.2.3.

Het model maakt gebruik van een versprongen rooster in de ruimte (*staggered grid*). De structuur van iedere gridcel is als volgt:

- In het midden van iedere cel, op de positie (j,k) , worden de waterstand ζ en de bodemligging d gedefinieerd, beide ten opzichte van hetzelfde referentievlak (N.B.: het assenstelsel van de bodemligging is naar beneden gericht, dat van de waterstand naar boven). Ook wordt op deze plaats de dieptegeïntegreerde sedimentconcentratie hc berekend. De totale *waterdiepte* h is te allen tijde gedefinieerd als $h(j,k) = \zeta(j,k) + d(j,k) \geq 0$. Een belangrijk punt is, dat bij veel in de praktijk toegepaste staggered grids de bodemligging op een andere locatie is gedefinieerd, namelijk op het punt $(j+1/2, k+1/2)$. Dit maakt de totale waterdiepte veel minder eenvoudig bepaalbaar. Om dit te voorkomen is het hier gebruikte grid met betrekking tot waterstand en bodemligging niet-versprongen (*co-located*). Het versprongen-zijn van het rooster heeft slechts betrekking op de verschillende locaties van waterstand en snelheden/fluxen.
- Op het punt $(j+1/2, k)$, de rechter celrand, is de dieptegemiddelde watersnelheid in x-richting u gedefinieerd. Het punt $(j-1/2, k)$, de linker celrand, wordt in de computerberekening gerekend tot de naburige gridcel in die richting, of valt buiten het model.
- Op het punt $(j, k+1/2)$, de bovenste celrand, is de dieptegemiddelde watersnelheid in y-richting v gedefinieerd. Het punt $(j, k-1/2)$, de onderste celrand, wordt in de computerberekening gerekend tot de naburige gridcel in die richting, of valt buiten het model.

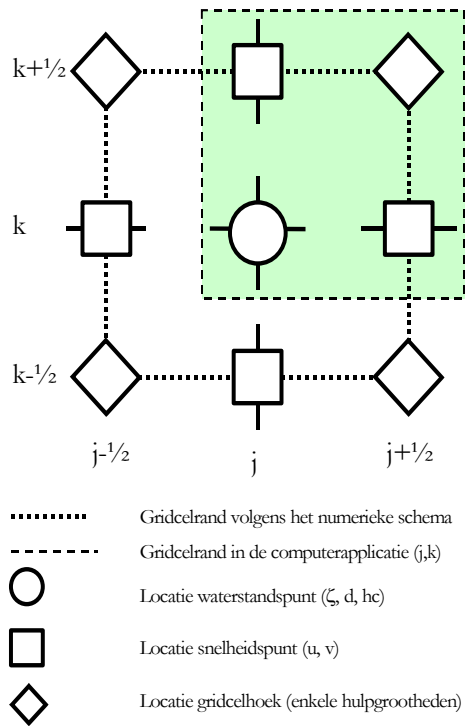
De overige grootheden in het model komen later in dit hoofdstuk aan de orde. Aan bovenstaande gridpunten zal in het vervolg worden gerefereerd als *waterstandspunten* respectievelijk *snelheidspunten*. Overigens zijn in het model ook enkele grootheden gedefinieerd op de punten $(j \pm 1/2, k \pm 1/2)$, de *gridcelhoeken*. Slechts het punt $(j+1/2, k+1/2)$ wordt gerekend tot een gridcel (j,k) , de overige gridcelhoeken behoren tot naburige gridcellen, of vallen buiten het model.

De waterstandspunten op $(j = 0 \text{ en } k = 1, 2, \dots, k_{\max})$ vormen de open waterstandsrand, waar bijvoorbeeld een harmonisch getij kan worden opgelegd. De u-snelheidspunten op $(j = j_{\max} \text{ en } k = 1, 2, \dots, k_{\max})$ vormen de dichte snelheidsrand aan de overstaande korte kant van het estuarium. De v-snelheidspunten op $(j = 1, 2, \dots$

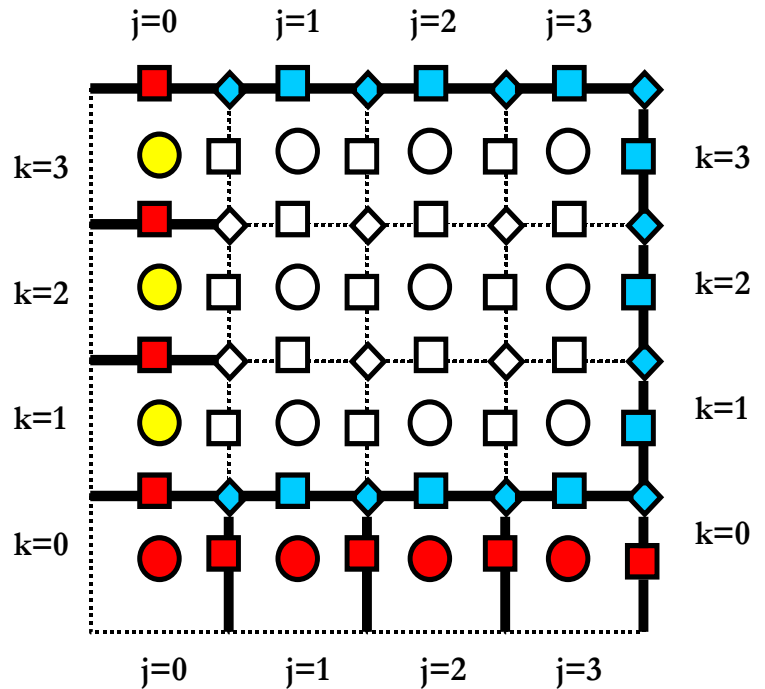
$j_{\max}$ en $k = 0$ resp. $k = k_{\max}$) vormen de dichte snelheidsranden aan de beide lange kanten van het model. Alle hierbinnen liggende punten bevatten de variabele grootheden die in de loop van een modelrun per tijdstap worden berekend.

De waterstandspunten op ($j = 0, 1, 2, \dots, j_{\max}$ en $k = 0$), de u-snelheidspunten op ($j = 0, 1, 2, \dots, j_{\max}$ en $k = 0$) en de v-snelheidspunten op ($j = 0$ en $k = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}$) zijn weliswaar gedefinieerd, maar zijn “overtollig” en vallen buiten het model. Alle grootheden hebben op deze punten een waarde nul.

Figuur 5.2 laat zien hoe het numerieke computerschema eruitziet in vergelijking tot het theoretische wiskundige numerieke schema. Figuur 5.3 geeft een weergave van de discrete structuur van een klein voorbeeldmodel van 3×3 gridcellen: witte rekenpunten zijn interne punten waar de basisvergelijkingen normaal worden berekend, blauwe punten zijn snelheidsranden, gele punten zijn open waterstands- en morfologieranden en rood zijn overtollige rekenpunten.



Figuur 5.2 Versprongen rooster in de numerieke definitie en in de computerdefinitie



Figuur 5.3 Gediscretiseerde structuur van een voorbeeldmodel van 3×3 gridcellen

5.1.3 Domein in de tijd: de ADI-methode (Leendertse)

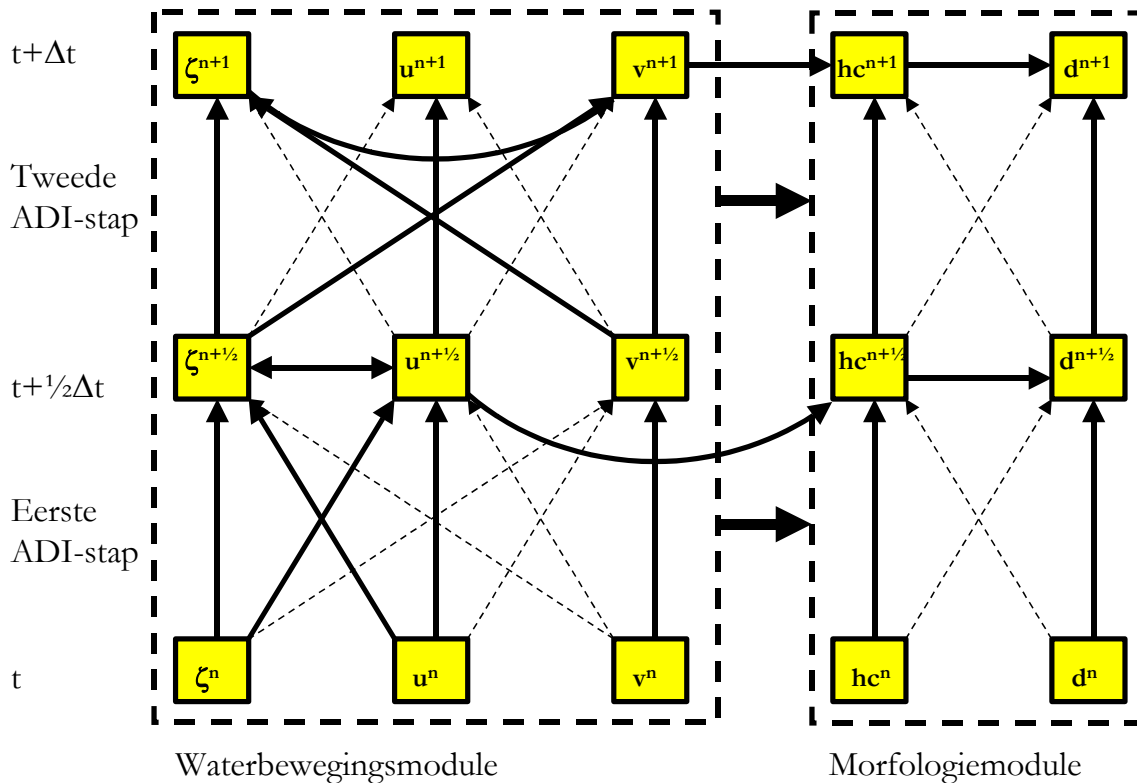
Het numerieke model bestaat uit twee modules: de waterbewegingsmodule en de morfologiemodule. Beide worden per tijdsniveau uitgevoerd. Gedurende het doorlopen van de waterbewegingsmodule worden de twee morfologische toestandsgrootheden constant verondersteld, terwijl tijdens de morfologiemodule hetzelfde geldt voor de drie waterbewegingsgrootheden.

In de twee modules worden verschillende discretisaties in de tijd toegepast. Voor het gehele model geldt één uniforme tijdstap Δt , onder te verdelen in twee halve tijdstappen $\frac{1}{2}\Delta t$. Een willekeurig tijdsniveau t wordt aangeduid met een bovenindex n , een tijdsniveau $t + \frac{1}{2}\Delta t$ met $n + \frac{1}{2}$ en een niveau $t + \Delta t$ met $n + 1$.

Teneinde in de waterbewegingsmodule stabiliteit te verkrijgen is een impliciet schema noodzakelijk. Dit leidt tot een groot stelsel vergelijkingen per tijdstap. Een volledig impliciet schema zal echter leiden tot een tijdrovend en inefficiënt rekenkarwei, omdat er grote matrixen geveegd dienen te worden. Dikwijls wordt in de numerieke vloeistofmechanica getracht om het aantal onbekenden per impliciete vergelijking maximaal drie te laten zijn, zodat de op te lossen matrixen tridiagonaal zijn (alle matrixelementen $a_{ij} = 0$ voor $|i - j| > 1$). Dit maakt de toepassing van een snel en efficiënt oplossingsalgoritme mogelijk, het welbekende Thomasalgoritme ofwel de “double sweep-methode”. In een tweedimensionaal model is het aantal variabelen per vergelijking te reduceren tot drie, als per halve tijdstap beurtelings in de ene dimensie impliciet en in de andere expliciet wordt gerekend. Deze combinatie van de methoden Euler-expliciet en Euler-impliciet staat bekend als de methode van Leendertse of ADI-methode (*Alternating Direction Implicit*). In dit model is in de eerste halve tijdstap de impliciete rekenrichting de x-richting, in de tweede de y-richting.

De ADI-methode heeft gemiddeld over de tijd een mate van stabiliteit die vergelijkbaar is met de methode van Crank-Nicolson (trapeziumregel); tenminste, voorzover het de lineaire termen in de vergelijkingen betreft. De niet-lineaire termen in de waterbewegingsvergelijkingen moeten noodgedwongen expliciet worden meegenomen.

Per halve tijdstap stelt het model stelsels vergelijkingen op, bestaande uit de continuïteitsvergelijkingen op alle waterstandspunten, alle bewegingsvergelijkingen in de impliciete richting, en de bijbehorende randvoorwaarden. Deze stelsels kunnen dan in principe al worden opgelost met het Thomasalgoritme, maar om het stelsel vergelijkingen te verkleinen (en om ervoor te zorgen dat er maar één soort variabele in het stelsel voorkomt, nl. de waterstand) worden alle bewegingsvergelijkingen gesubstitueerd in de omliggende continuïteitsvergelijkingen. Waar nodig worden ook randvoorwaarden gesubstitueerd. Het gehalveerde stelsel wordt hierna eenduidig opgelost met het Thomasalgoritme. De resulterende waterstanden worden



Figuur 5.4 Onderlinge afhankelijkheid van de toestandsgrootheden in een ADI-berekening

teruggesubstitueerd in de bewegingsvergelijkingen, waaruit de snelheden in de impliciete rekenrichting volgen. De snelheden in de expliciete rekenrichting worden tenslotte apart berekend door de bijbehorende bewegingsvergelijkingen met expliciete waarden in te vullen. Hiervoor mogen géén impliciete waterstanden (die inmiddels bekend zijn) worden gebruikt, omdat de expliciete rekenrichting dan als het ware in de tijd een stap voor zou gaan lopen op de impliciete rekenrichting. Dit blijkt in de praktijk veelal te leiden tot instabiliteit.

De tijdsdiscretisatie van de morfologiemodule heeft een ander karakter dan die van de waterbewegingsmodule: vanwege de vele niet-lineariteiten in het sedimenttransport zijn de systeemvergelijkingen grotendeels expliciet. Van een ADI-model is hier dus geen sprake, en het zou dus in principe ook niet nodig zijn om de morfologie per halve tijdstap te berekenen.

Om de ontwikkeling van de morfologie toch zoveel mogelijk vloeiend te laten aansluiten bij de waterbeweging, is er echter toch voor gekozen om per halve tijdstap de morfologiemodule te doorlopen. Deze beslissing heeft twee prettige consequenties:

- a) De sedimentconcentratievergelijking congrueert hierdoor in hoge mate met de continuïteitsvergelijking in de waterbeweging, hetgeen uit oogpunt van massabehoud een belangrijke eigenschap is. Hierop wordt nog teruggekomen in paragraaf 5.5.4;
- b) De vijf centrale toestandsgrootheden worden per *halve* tijdstap alle vijf opnieuw berekend, zodat ze ook alle vijf tegelijk kunnen worden gereïnitieerd, waarna de hulpgrootheden opnieuw kunnen worden bepaald. Iedere halve tijdstap van het model vormt dus een soort “platform” waarop alle grootheden eenduidig bekend zijn.

Figuur 5.4 geeft de rekenkundige relaties tussen alle basisgrootheden in de verschillende stadia van een tijdstap weer.

5.1.4 *Balanstheorie; het principe van upstream-grootheden*

Alle vijf de toestandsgrootheden in het model zijn balansgrootheden, en alle bijbehorende basisvergelijkingen zijn balansvergelijkingen. Grofweg kan voor elke grootheid worden gesteld:

$$\text{Berging per tijdseenheid} = \text{Invoer} - \text{Uitvoer} + \text{Productie} - \text{Dissipatie} \quad (5.1)$$

Invoer en Uitvoer kan bijvoorbeeld staan voor advectie- of diffusieprocessen, Dissipatie kan een weerstandsterm of een sedimentbronterm zijn, en Productie is bijvoorbeeld een lateraal debiet (water- en/of sedimenttoevoer van rivieren).

Het balansgebied van iedere toestandsgrootheid heeft de afmetingen van een gridcel. Voor de waterstand, de bodemligging en de sedimentconcentratie valt het balansgebied zelfs precies samen met een gridcel. Het balansgebied van de snelheden in x- en y-richting (in feite zijn dit impulsbalansen) bestaat daarentegen uit twee halve gridcellen, met centraal daarin gelegen het snelheidspunt.

De invoer- en uitvoertermen in de basisvergelijkingen kunnen beschreven worden als “fluxen” loodrecht op de grens van het balansgebied. Voor het bepalen van de grootte van deze fluxen staan diverse methoden ter beschikking. Hier worden er twee genoemd:

- a) Toepassing van *centrale differenties*; hier wordt in de fluxterm gemiddeld of geïnterpoleerd tussen waarden van grootheden uit omliggende roosterpunten;
- b) Toepassing van *upstream-technieken* (bijvoorbeeld first order upwind); hierbij wordt niet geïnterpoleerd, maar wordt slechts één van de waarden van omliggende grootheden uitgekozen en toegepast op de fluxgrootte, afhankelijk van de *richting* van die flux.

Een stukje basisstof uit de numerieke wiskunde leert dat deze twee methoden veelal complementaire voor- en nadelen hebben:

- a) Centrale differenties zijn gemakkelijk uit te breiden zodanig dat er een flinke mate van consistentie (een hoge orde van nauwkeurigheid) wordt bereikt, en van numerieke diffusie is geen sprake. Centrale differenties zijn echter zeer gevoelig voor ongewenste oscillaties in de oplossing, die tot niet-fysische (negatieve of extreem grote) waarden van grootheden kunnen leiden;

- b) Upstream-technieken kennen een grote mate van numerieke diffusie en hebben een lage orde van nauwkeurigheid (doorgaans niet hoger dan de eerste orde), maar zijn ongevoelig voor oscillaties en hebben daarom de prettige eigenschap dat, in het geval van positieve beginvoorwaarden, de oplossing ook te allen tijde positief *blijft*. Fysisch realiseerbare oplossingen zijn daarom gegarandeerd.

In bestaande numerieke pakketten voor waterbeweging en morfologie wordt veel gebruik gemaakt van centrale differenties. Dit leidt soms tot fysisch onzinnige oplossingen. De opdracht achter dit afstudeerwerk impliceert precies het omgekeerde: er moet gepoogd worden om voor morfologische modellen oplossingen te vinden die zowel *fysisch zinvol* als *mathematisch correct* zijn. Nauwkeurigheid van de oplossing is daarnaast uiteraard ook een zeer aantrekkelijke eigenschap, maar komt qua belang pas na de fysieke zinvolheid en is daarom voornamelijk secundair. Uit de eis van fysieke realiseerbaarheid volgt voor dit project, dat de toepassing van upstream-technieken in het numerieke model deze eis zou kunnen helpen bewerkstelligen. Het hoofdkenmerk van dit model, waarin het zich onderscheidt van bestaande modellen, is dan ook dat gepoogd is om upstream-technieken zo ver en zo consequent door te voeren als maar mogelijk is, in zowel waterbeweging als morfologie. Dit is in hoge mate de “clou” van het onderhavige afstudeerproject.

Op welke wijze de upstreamtechnieken worden toegepast in het model, zal in de loop van dit hoofdstuk geleidelijk aan de orde komen. Voor dit moment zij alvast opgemerkt dat het bij upstreaming van groot belang is de richting van de *karacteristieken* van de berekende processen te kennen, opdat voldaan kan worden aan de Courant-Friedrichs-Lewy-conditie (1928). Met name bij niet-lineaire karakteristieken is dit essentieel. Uit het vervolg zal blijken, hoe doorslaggevend het schatten van niet-lineaire karakteristieke richtingen is geweest voor het welslagen van dit afstudeerproject.

5.1.5 Soorten randvoorwaarden, soorten randafhandeling

In het model komen twee hoofdcategorieën randen voor: open randen en gesloten randen. Langs de volledige rand van het model dient de één of andere randvoorwaarde bekend te zijn, zodat er een gesloten veelhoek ontstaat.

Voor de *waterbeweging* is op ieder randpunt één randvoorwaarde nodig, althans wanneer uitgegaan wordt van subkritische stroming in de buurt van de randen. De drie dichte snelheidsranden $u = 0$ of $v = 0$ (op twee lange zijden en één korte zijde van het model) en de ene waterstandsrand $\zeta = \zeta(t)$ (op de andere korte zijde) geven hier voldoende informatie voor een eenduidige oplossing. De functie $\zeta(t)$ kan op allerlei wijzen worden ingevuld: een standaardgeval is een harmonisch getij, maar ook kunnen er positieve en negatieve translatiegolven of dijkdoorbraak-achtige verschijnselen mee worden opgewekt. De aansluiting van de waterstandsrandvoorwaarde op de bijbehorende beginvoorwaarde is te allen tijde een punt van aandacht.

Voor de *morfologie* geldt dat op de drie dichte randen – uiteraard – ook alle sedimentfluxen nul zijn. Op de open rand zijn twee randvoorwaarden nodig: een voorgeschreven sedimentconcentratie en een voorgeschreven bodemligging. De voorgeschreven sedimentconcentratie kan bij een getijgeval gezien worden als een functie van de stroomrichting op de open rand. Immers, bij vloed zal de vloedstroom sediment importeren uit een zee met een min of meer constante evenwichtsconcentratie; bij eb zal de ebstroom sediment exporteren, en de sedimentconcentratie zal dan gelijk zijn aan de bovenstroomse (interne) concentratie.

Voor de bodemliggingsvoorwaarde op de open rand zijn verschillende opties getest. Uiteindelijk is gebleken dat een *constante* bodemligging in een enkele gridcellen brede strook nabij de rand het beste functioneert. Later zal worden beschreven welke verschillende randvoorwaarden zijn uitgetoetst, en waarom uiteindelijk voor deze is gekozen.

Niet alleen de basisgrootheden moeten op de randen beschreven worden met behulp van randvoorwaarden. Ook aan de vele hulpgrootheden moet nabij de modelranden een zinvolle waarde worden toegekend. Er is dus per grootte een eenduidige *randafhandeling* vereist. Hiervoor is de volgende systematiek aangehouden:

- a) Hulpgrootheden die gedefinieerd zijn op een *waterstandspunt* blijven grotendeels onveranderd, omdat deze punten het minst gevoelig zijn voor randafhandeling. Vier hulpgrootheden (o.a. ten behoeve van de advectieve traagheidstermen, zie paragraaf 5.3.2 en 5.3.3) worden ter plaatse van de waterstandtrand $\zeta(t)$ geëxtrapoleerd vanaf het nabijgelegen snelheidspunt in x-richting;
- b) Hulpgrootheden die gedefinieerd zijn op een *snelheidspunt* worden gelijkgesteld aan nul indien dat snelheidspunt tevens een dicht snelheidsrandpunt is. Dit geldt ook als de betreffende hulpgrootheid zelf géén snelheid of flux is.
- c) Hulpgrootheden die gedefinieerd zijn op een *gridcelhoek* worden gelijkgesteld aan nul indien die gridcelhoek deel uitmaakt van een dichte snelheidsrand.
- d) Hulpgrootheden die gedefinieerd zijn op één van de in paragraaf 5.1.2 genoemde overtollige gridpunten, zijn per definitie nul.

5.2 Waterbewegingsmodel: de continuïteitsvergelijking

(Zie paragraaf 4.6, vergelijking 1 en 6)

5.2.1 De bergingsterm

Conform de balanstheorie in vergelijking (5.1) is de balansgrootheid in de continuïteitsvergelijking eigenlijk het totale watervolume in een gridcel $V(j,k)$. Deling van dit volume door Δx en Δy levert de waterdiepte $h = d + \zeta$ op. Omdat de bodemligging gedurende de waterbewegingsmodule echter constant verondersteld wordt, kan d worden geëlimineerd en blijft ζ over als balansgrootheid. Deze grootheid correspondeert met de verhangterm in de bewegingsvergelijking.

De discretisatie in de tijd van de bergingsterm is triviaal. De toe te passen tijdstap is $\frac{1}{2}\Delta t$. In feite wordt in het gehele model slechts de tijdstap $\frac{1}{2}\Delta t$ gebruikt. De volledige tijdstap Δt wordt weliswaar gedefinieerd, maar daarna onmiddellijk door twee gedeeld en verder niet meer toegepast.

5.2.2 De massafluxtermen; het gebruik van upstream-waterdieptes

De massafluxen in de continuïteitsvergelijking zijn de in- en uitgaande debieten per eenheid van breedte in x- en y-richting, $q_u = h u$ en $q_v = h v$. Omdat de debieten optreden over de gehele diepte, kan in dit geval de bodemligging d niet worden geëlimineerd.

Deze fluxen zijn gedefinieerd op de randen van het balansgebied, dus op u- respectievelijk v-punten. De op deze punten gedefinieerde snelheden u en v kunnen uiteraard direct worden toegepast (dit leidt dus tot een vorm van central differencing in het staggered grid, maar omdat er niet wordt gemiddeld tussen twee grootheden levert dat geen complicaties op). Welke waarde van h moet worden gebruikt, ligt daarentegen niet op voorhand vast. Hier kan tussen twee h -waarden op waterstandspunten worden gemiddeld, of er kan een upstream- h worden gekozen.

In het kader van de filosofie achter dit afstudeerwerk, genoemd in paragraaf 5.1.4, wordt op deze plaats gebruik gemaakt van een upstream- h . De gedachte hierachter is een heel logische: de eigenschappen van de stroming op een snelheidspunt worden volledig bepaald door de stromingseigenschappen *stroomopwaarts*.

De upstream- h , aangeduid met h_u respectievelijk h_v , wordt als volgt bepaald. Afhankelijk van de stromingsrichting wordt gekozen voor de stroomopwaartse waterdiepte. Ingeval de stroomsnelheid nul is, wordt gekozen voor de waterdiepte op de plaats waar de waterstand het hoogst is, zodat verwacht mag worden dat een toekomstige snelheid uit dat punt vandaan zal komen.

De toepassing van de upstream- h leidt, bij watersnelheden die aan de Courant-conditie voldoen en dus niet te groot zijn, tot *gegarandeerde positiviteit van de waterdiepte*. Dit hangt samen met de diffunderende werking van upstream-technieken. Zolang aan de Courantconditie wordt voldaan is er door de upstreaming in feite voortdurend sprake van interpolatie tussen reeds bekende waterdieptes; en zolang die waterdieptes positief zijn, blijft het resultaat uiteraard eveneens positief.

De positiviteitsvoorwaarde wordt hieronder toegelicht aan de hand van een eenvoudig voorbeeld. Als de snelheden u en v constant en positief zijn en in de continuïteitsvergelijking expliciet worden toegepast, en als

alle beginvoorwaarden voor h positief zijn, dan ontstaat (met gebruikmaking van $h=d+\zeta$) de volgende positiviteitsvoorwaarde (merk op dat de som van de coëfficiënten exact 1 bedraagt):

$$h_{j,k}^{n+1} = h_{j,k}^n \left(1 - \frac{u\Delta t}{\Delta x} - \frac{v\Delta t}{\Delta y}\right) + h_{j-1,k}^n \left(\frac{u\Delta t}{\Delta x}\right) + h_{j,k-1}^n \left(\frac{v\Delta t}{\Delta y}\right), \quad (5.2)$$

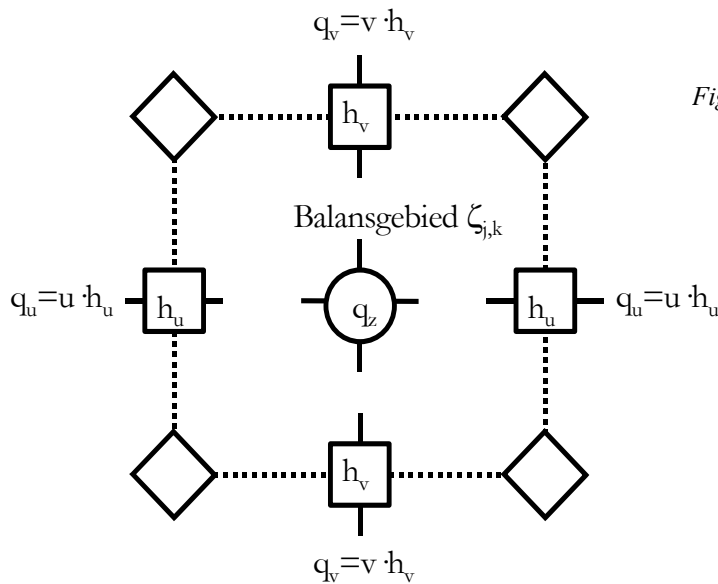
oftewel:

$$h_{j,k}^{n+1} \geq 0 \quad \text{mits} \quad \sigma_u + \sigma_v = \frac{u\Delta t}{\Delta x} + \frac{v\Delta t}{\Delta y} \leq 1 \quad (5.3)$$

De som van de beide “snelheidscourantgetallen” σ_u en σ_v is aan een maximum gebonden. Indien voor u en v negatieve waarden of divergente dan wel convergente stroomsnelheden worden ingevoerd, resulteren soortgelijke positiviteitsvoorwaarden. De snelheden in het model stellen dus grenzen aan de maximale tijdstapgrootte waarbij nog positiviteit gegarandeerd is. Omdat de snelheden die zullen optreden in een model uiteraard niet *a priori* bekend zijn, dient een schatting te worden gemaakt en daarvoor zijn enkele testruns noodzakelijk.

De werkelijke positiviteitsvoorwaarde is iets ingewikkelder omdat, afhankelijk van het tijdsniveau, hetzij de u -snelheden hetzij de v -snelheden *impliciet* in de continuïteitsvergelijking voorkomen. Globaal gesproken blijft de positiviteitsvoorwaarde echter vergelijkbaar met het volledig expliciete geval. Opgemerkt zij dat de bovenstaande positiviteitsvoorwaarde puur wiskundig-theoretisch is. In de praktijk hebben de tweede en derde term van het rechterlid zo’n grote positieve invloed dat de stroming veel vaker positief is dan de voorwaarde suggereert. De waterdiepte komt dikwijls niet eens in de gevarenszone van negativiteit. Pas bij sterke gradiënten in het model wint de theoretische positiviteitsvoorwaarde aan belang. Zie figuur 5.5 voor de locatie van de upstreamdieptes in het rekengrid.

Onafhankelijk van het gebruikt van upstreamdieptes dan wel gemiddelde dieptes is de continuïteitsvergelijking massabehoudend, omdat iedere flux tweemaal in het model voorkomt: wat de ene cel instroomt, stroomt de aangrenzende uit. Slechts ter plaatse van de waterstandsrandoorwaarde $\zeta(t)$ is de massa niet behouden, omdat hier input van buiten het model plaatsvinden kan.



Figuur 5.5

Balansgebied van de continuïteitsvergelijking: locatie van de upstream-waterdieptes, upstream-debieten en lateraal debiet per eenheid van oppervlakte

5.2.3 Toepassing laterale debieten zonder impuls toevoeging

In veel bestaande modellen is het mogelijk om ter plaatse van een modelrand een snelheid- of debietrandvoorwaarde ongelijk nul op te leggen (bijvoorbeeld in modellen van een riviervak). In dit afstudeerproject is er echter voor gekozen deze mogelijkheid uit te sluiten. Een snelheidsrand ongelijk nul betekent namelijk de toevoeging van extra impuls in het systeem. In combinatie met de toepassing van upstream-technieken bleek dit bij testruns te leiden tot veel oscillaties of instabiliteit in het model.

Om dit te voorkomen, en om de impulsbalans eenduidig te houden, is gezocht naar een concept waarbij wel massa, maar géén impuls in het systeem kan worden ingebracht (of aan het systeem kan worden onttrokken). Dit is gerealiseerd door de invoer van “laterale debieten” (bovenafvoeren) mogelijk te maken, niet door het opleggen van een randvoorwaarde, maar door toevoeging van een extra term aan de continuïteitsvergelijking: de grootheid q_z . Dit is een lateraal debiet ter plaatse van een gridcel *per eenheid van oppervlakte*. Op alle plaatsen staat deze standaard op nul, tenzij door de gebruiker anders wordt aangegeven. De waarde van q_z kan in de tijd variëren, zowel positief als negatief zijn en kan worden gezien als een kraan boven een gridcel, dan wel een afvoerput onder die cel. Een positieve of negatieve q_z creëert als vanzelf gradiënten in de waterstand, zodat de bewegingsvergelijking in actie komt en de impuls in het systeem gaat herverdelen. De waarde van q_z mag niet dermate negatief worden dat de bewegingsvergelijking de afvoer van water niet kan bijbenen en de positiviteit van de waterdiepte in gevaar komt. Deze extreme waarde kan indien nodig proefondervindelijk worden vastgesteld voor elk model.

Een voordeel van deze oplossing is dat bovenafvoeren en laterale debieten niet alleen ter plaatse van modelranden kunnen worden “ingeprikt”, maar op eender welke plaats in het systeem.

5.3 Waterbewegingsmodel: de bewegingsvergelijkingen

(Zie paragraaf 4.6, vergelijking 2 t/m 3 en 7 t/m 9)

5.3.1 De lokale traagheidsterm

Iedere gridcel kent twee snelheidspunten en dus ook twee bewegingsvergelijkingen. Afhankelijk van het tijdsniveau wordt de een impliciet en de ander expliciet opgelost.

De lokale traagheidsterm is volledig analoog aan de bergingsterm in de continuïteitsvergelijking. De naam herinnert eraan dat de bewegingsvergelijking eigenlijk een impulsbalans is. De voorraad impuls in een balansgebied (twee halve gridcellen) is $\rho_w h u \Delta x \Delta y$ respectievelijk $\rho_w h v \Delta x \Delta y$. Als gevolg van dieptemiddeling en de constantheid van de overige factoren blijven slechts u en v als toestandsvariabelen over. De numerieke discretisatie is eender aan die van de bergingsterm.

5.3.2 De advectieve traagheidstermen: energie- of impulsbehoudend?

De bewegingsvergelijking kent twee niet-lineaire termen: de advectieve traagheidsterm en de weerstandsterm. Daar waar voor de weerstandsterm nog geldt dat ze evenredig is met u of v en daarom nog wel op impliciete wijze in de vergelijking kan worden geïmplementeerd, geldt voor de advectieve traagheidsterm dat ze volledig expliciet in de bewegingsvergelijking zit. Dit bedreigt in theorie de stabiliteit van het ADI-model. Dit probleem speelt echter alleen in geval van sterke gradiënten in het model, of tijdstappen die te groot zijn gekozen.

De advectieve traagheidsterm kan op twee manieren worden geformuleerd: energiebehoudend dan wel impulsbehoudend. Eigenlijk is het niet correct om te spreken van een energie- dan wel impulsbehoudende *advectieterm*, maar moet gesproken worden van een energie- dan wel impulsbehoudende *bewegingsvergelijking*. Bij impulsbehoudende bewegingsvergelijkingen zijn eigenlijk niet de snelheden u en v , maar de debieten $q_u = h \cdot u$ en $q_v = h \cdot v$ de toestandsvariabelen, in tegenstelling tot bij een energiebehoudende vergelijking. Omdat echter in dit model in de lokale traagheidsterm reeds door h is gedeeld, is de uiterlijke vorm van de vergelijking energiebehoudend. Bij toepassing van een impulsbehoudende advectieterm moeten dus weliswaar de debieten q_u en q_v worden gebruikt, maar moet achteraf worden gecorrigeerd door eveneens door h te delen.

De analytische uitdrukkingen voor de advectieve traagheidstermen in de dieptegemiddelde bewegingsvergelijking zijn:

$$A_{xx} = \frac{u\partial u}{\partial x}, A_{xy} = \frac{v\partial u}{\partial y}, A_{yx} = \frac{u\partial v}{\partial x}, A_{yy} = \frac{v\partial v}{\partial y} \text{ [m}^2\text{/s]} \quad (5.4)$$

De energiebehoudende versie van deze termen is eigenlijk (met A_{xx} als voorbeeld):

$$A_{xx} = \frac{\partial u^2}{2\partial x} \text{ [m}^2\text{/s]}, \quad (5.5)$$

hetgeen ook volgt uit directe integratie van de term. Voor de impulsbalans is de situatie minder triviaal, omdat met debieten als fluxgrootheden moet worden gewerkt. Een impulsbehoudende versie van de advectietermen volgt uit de omgekeerde productregel en deling door h :

$$\begin{aligned} A_{xx} &= u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial(uh)u}{\partial x} - u \frac{\partial(uh)}{\partial x} \right] = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial q_u u}{\partial x} - u \frac{\partial q_u}{\partial x} \right], \\ A_{xy} &= v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial(vh)u}{\partial y} - u \frac{\partial(vh)}{\partial y} \right] = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial q_v u}{\partial y} - u \frac{\partial q_v}{\partial y} \right], \\ A_{yx} &= u \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial(uh)v}{\partial x} - v \frac{\partial(uh)}{\partial x} \right] = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial q_u v}{\partial x} - v \frac{\partial q_u}{\partial x} \right], \\ A_{yy} &= v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial(vh)v}{\partial y} - v \frac{\partial(vh)}{\partial y} \right] = \frac{1}{h} \left[\frac{\partial q_v v}{\partial y} - v \frac{\partial q_v}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

Opgemerkt zij dat ieder tweede lid van de impulsbehoudende termen een component bevat van de divergentie van de massastromen in het model, identiek aan de fluxtermen uit de continuïteitsvergelijking.

In bestaande modellen wordt veelal energiebehoudende advectie toegepast op gridcellen waar de stroomlijnen convergeren, en impulsbehoudende advectie daar waar ze divergeren. De analogie met het welbekende geval van een stationaire stroming boven een lange overlaat is evident. Energiebehoud gaat hand in hand met de uitoefening van een netto kracht door de stroming (impulsdissipatie), impulsbehoud gaat samen met energiedissipatie. Omwille van de uniformiteit van het model is in dit afstudeerproject gekozen voor een advectieterm die *overall* impulsbehoudend is. Aangezien het bij een bewegingsvergelijking draait om een impulsbalans en niet om een energiebalans, is dit de meest logische en fundamentele keuze.

5.3.3 De advectieve traagheidstermen; toepassing van upstream-snelheden

In beide bewegingsvergelijkingen bestaat de impulsbehoudende advectieve traagheidsterm uit twee componenten: een in de “normale” richting en een in dwarsrichting. Beide componenten zijn afgeleide functies van producten van snelheden en debieten. Deze producten zijn in het numerieke model gedefinieerd op de vier randen van het snelheidsbalansgebied. Voor de normale component zijn deze randen de twee *waterstandspunten* die het snelheidspunt omgeven, voor de dwarse component zijn het de twee omringende *gridcelboeken*. Echter, de benodigde snelheden en debieten zijn niet op deze punten gedefinieerd, maar slechts op snelheidspunten.

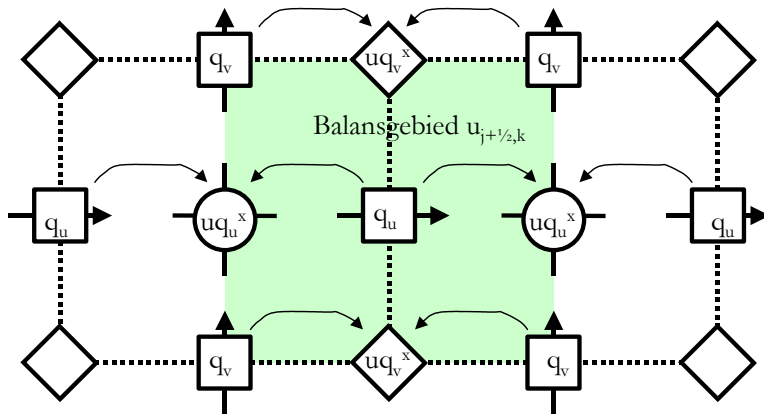
Daar komt nog bij dat de hele advectieterm moet worden gedeeld door de waterdiepte h ter plaatse van het in het balansgebied gelegen snelheidspunt. Maar op die plaats is de diepte eveneens niet gedefinieerd, en moeten dus de dieptes van de twee omringende waterstandspunten worden gebruikt. Dus: iedere grootte die in de advectieterm wordt gebruikt, moet zonder uitzondering tot stand komen door middeling of door upstreaming. Het berekenen van deze term is dus bepaald geen vanzelfsprekende zaak.

De advectieterm bestaat onder meer uit producten van snelheden en debieten. Hierbij representeren de *snelheden* de feitelijke impulsvoorraad op een bepaald punt, terwijl de *debieten* aangeven hoe snel die impulsvoorraad wordt getransporteerd.

Op waterstandspunten en gridcelhoeken dienen debieten bepaald te worden in richtingen loodrecht op de rand van het impulsbalansgebied. Dit kan alleen door te middelen tussen telkens twee omliggende debieten, die bepaald zijn op snelheidspunten door de lokale snelheden en upstream-dieptes te vermenigvuldigen. Iedere middeling heeft een uitkomst die hetzij positief, hetzij negatief is.

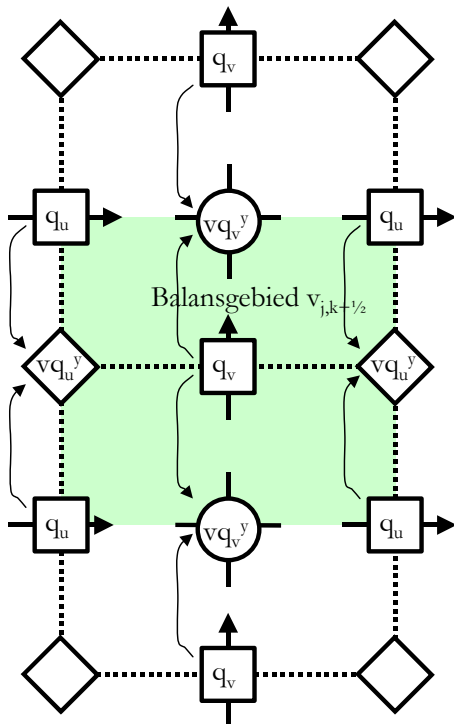
Afhankelijk van het teken van het *gemiddelde debiet* wordt op de waterstandspunten en gridcelhoeken nu een *upstream-snelheid* gedefinieerd, die uiteraard afkomstig is van het snelheidspunt aan de stroomopwaartse zijde van het berekende gemiddelde debiet. Dit snelheidspunt ligt óf binnen óf buiten het balansgebied van de snelheidscomponent. Na vermenigvuldiging van gemiddelde debieten en upstream-snelheden op ieder punt kan de advectieterm worden geconstrueerd na toepassing van de omgekeerde productregel (zie de vorige subparagraaf). Zie de figuren 5.6 en 5.7 voor de locaties van advectiegrootheden in het rekengrid.

De totale advectieterm moet worden gedeeld door een waterdiepte die op een snelheidspunt is gedefinieerd. Hiervoor wordt niet de upstream-diepte gekozen, maar de tussen twee waterstandspunten gemiddelde diepte. Een middeling in de noemer van de advectieterm biedt numeriek tegenwicht tegen de gemiddelde debieten in de teller, zodat ongewenste oscillaties binnen de perken blijven.



Figuur 5.6

Bovenzijde: balansgebied van de x -bewegingsvergelijking; locatie van de gemiddelde debieten en upstream-snelheden ten behoeve van de berekening van de advectieve traagheidstermen $u\partial u/\partial x$ en $v\partial u/\partial y$



Figuur 5.7

Linkerzijde: balansgebied van de y -bewegingsvergelijking; locatie van de gemiddelde debieten en upstream-snelheden ten behoeve van de berekening van de advectieve traagheidstermen $u\partial v/\partial x$ en $v\partial v/\partial y$

5.3.4 De verhangterm

De verhangterm is een pure centrale-differentieterm in het staggered grid. De analytische term luidt eigenlijk $\rho_w g h \Delta x \Delta y \partial \zeta / \partial x$ of $\rho_w g h \Delta x \Delta y \partial \zeta / \partial y$, en representeert de totale hoeveelheid impuls die wordt toegevoegd doordat de watermassa als gevolg van een (quasi-hydrostatische) drukgradiënt in beweging wordt gezet. Analooq aan de voorgaande termen leidt wegdeling van de diepte en de constanten tot $g \partial \zeta / \partial x$ respectievelijk $g \partial \zeta / \partial y$. De discretisatie wordt eenvoudig $g(\zeta_{j+1/2} - \zeta_{j-1/2}) / \Delta x$ of $g(\zeta_{k+1/2} - \zeta_{k-1/2}) / \Delta y$. Afhankelijk van het stadium van de ADI-berekening zijn de beide ζ -variabelen danwel impliciet, danwel expliciet meegenomen.

5.3.5 De weerstandsterm; toepassing van downstream-dwarssnelheden

De weerstandsterm is de tweede niet-lineaire term in de bewegingsvergelijking. Weliswaar bevindt zich in de term een snelheid die altijd lineair-impliciet wordt berekend – zelfs in de expliciete ADI-stap – maar de overige factoren in de term zijn sterk afhankelijk van de locale omstandigheden en geometrie. In de weerstandsterm bevindt zich een product van twee snelheden: de absolute grootte van de snelheid in de stroomrichting, en de component van de locale snelheid in de beschouwde impulsrichting (x of y).

De weerstandsterm is als het ware een “sink-term” in de impulsbalans, en het beschouwde balansgebied is dan ook identiek aan dat van de vorige termen. De locale snelheid in de beschouwde impulsrichting is dus altijd beschikbaar, analoog aan de locale traagheidsterm. Maar: voor de berekening van de absolute grootte van de snelheid dient ook de dwarse component van de snelheid bekend te zijn. Deze is in het algemeen bekend op vier omliggende gridcellen. Opnieuw geldt dat een representatieve dwarssnelheid moet worden bepaald op basis van middeling of upstreaming.

Middeling tussen vier gridcellen ligt het meest voor de hand. Dit blijkt echter in de praktijk van het model tot oscillaties te leiden, zelfs al is er sprake van een sink-term in plaats van een advectieterm. Daarom is de beste strategie om slechts één van de vier omliggende snelheden te selecteren. Hiervoor is de volgende systematiek gevonden.

Afhankelijk van de stroomrichting van de locale snelheid in de beschouwde impulsrichting wordt een upstream-h gevonden, die al eerder is toegepast in de continuïteitsvergelijking. De gridcel waartoe deze upstream-h behoort, wordt nader bekeken. De rand van deze gridcel telt twee normale en twee dwarse snelheden. Indien de twee dwarse snelheden *dezelfde richting* hebben, wordt gekeken naar de grootte van de dwarse snelheidscomponent die deze gridcel *verlaat*. Dit is altijd precies één component. Deze component wordt geselecteerd en “downstream” toegepast als dwarse snelheidscomponent ter plaats van de eerder beschouwde locale snelheid. Deze normale snelheid en de dwarse snelheid hebben immers gemeen dat ze beiden de beschouwde gridcel *verlaten*.

Indien de beide dwarse componenten niet hetzelfde teken hebben maar divergeren of convergeren, dan wordt er geen enkele component geselecteerd en wordt de dwarse downstream-component op nul gesteld. De achtergrond van deze methode is, dat interpolatie van het snelheidsveld tussen twee snelheden met verschillend teken altijd leidt tot een snelheid nul ergens tussen deze twee snelheden in. Door deze redenering wordt bereikt, dat er in geen enkel geval gemiddeld hoeft te worden tussen twee dwarse snelheden. Dit leidt tot gladde oplossingen.

Zodra de dwarse snelheidscomponent in het midden van het beschouwde impulsbalansgebied bekend is, kan door middel van de stelling van Pythagoras de absolute waarde van de snelheid worden bepaald.

5.3.6 De weerstandsterm; toepassing van predictor-correctormechanisme

De weerstandsterm bestaat uit snelheidsfactoren, een dimensieloze wrijvingscoëfficiënt en een dieptefactor.

In dit model is er, conform het model van Hibma, voor gekozen om de wrijvingscoëfficiënt expliciet te berekenen op basis van de constante, uniforme sedimenteigenschappen in het model. Er wordt uitgegaan van een constante Manning-coëfficiënt van $0.026 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$, die de mate van ruwheid van het sediment weergeeft. Uit deze factor en uit de upstream-waterdiepte worden op elk snelheidspunt een Chézy-coëfficiënt en een

dimensieloze wrijvingscoëfficiënt berekend. Om ervoor te zorgen dat bij deze anapak op zeer ondiep water de weerstand niet onfysisch hoog wordt, wordt bij waterstanden lager dan 0.5 m de Chézy-waarde afgekap op een minimum, zodat er een maximale dimensieloze wrijvingscoëfficiënt geldt.

In principe zijn nu alle factoren bekend en kan de grootte van de weerstand worden berekend. Er moet echter nog één effect in rekening worden gebracht, namelijk het “overshoot”-effect, een effect dat optreedt op drooggevallen gridcellen die juist beginnen onder te lopen. In dit soort gridcellen is de weerstand initieel gelijk aan nul, omdat de absolute waarde van de expliciete snelheid nul is. In de fysieke werkelijkheid zal, als een gridcel onderloopt, de stroming onmiddellijk de weerstand van de bodem “voelen”. In het model is dit echter pas na verloop van een complete tijdstap het geval. Daardoor kunnen in de berekening bij initieel onderlopende cellen zeer grote (veel te grote) snelheden optreden.

Om dit probleem afdoende op te lossen kan met behulp van een expliciet predictor-correctormechanisme geprobeerd worden om de initieel optredende absolute waarde van de snelheid af te schatten. Dit kan door een aantal malen achter elkaar de complete bewegingsvergelijking in te vullen, net zolang tot de resulterende snelheid voldoende overeenkomt met de ingevoerde snelheid. Ook de dwarse snelheidscomponent dient hierbij in rekening te worden gebracht.

Het expliciete predictor-correctormechanisme ziet er als volgt uit (voor de snelheid in x-richting u):

$$\text{Stap 0 (initialisatie): } \text{corrector} = \text{predictor} = u \quad (5.7)$$

$$\text{Stap 1 (berekening weerstandsfactor): } F_x = \frac{c_f \sqrt{\text{corrector}^2 + v_{dwars}^2}}{h} \quad (5.8)$$

$$\text{Stap 2 (berekening volgende waarde): } \text{corrector} = \frac{u - \frac{1}{2}\Delta t(A_{xx} + A_{xy} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x})}{1 + \frac{1}{2}\Delta t F_x} \quad (5.9)$$

Voor de snelheid in y-richting v geldt een analoge uitdrukking.

Stap 1 en 2 kunnen zo vaak herhaald worden als men wil. Voor elk snelheidspunt in het model moeten deze stappen echter precies even vaak herhaald worden om oneffenheden en onnauwkeurigheden te voorkomen. De uiteindelijke waarden van de “corrector” op iedere plaats worden uiteindelijk toegepast in de weerstandsterm in het ADI-model.

5.3.7 Uitschakeling van de bewegingsvergelijking: toch een droogvalprocedure?

Een hoofddoel van het gebruik van upstream-waterdieptes in het model is de wens om het in de probleembeschrijving genoemde “droogvalprobleem” te omzeilen. Als waterdieptes gegarandeerd positief zijn wordt het toevoegen van kunstmatige “droogvalprocedures” in de continuïteitsvergelijking niet meer nodig. Voor niet al te grote tijdstappen voldoet het onderhavige model inderdaad aan deze wens.

Het blijkt echter dat op zeer ondiep water het model niet zonder meer onveranderd door kan draaien. Als een zandplaat bijvoorbeeld bezig is droog te vallen gedurende lange tijd, kan de waterdiepte boven de zandplaat niet ongelimiteerd kleiner worden. Op een gegeven moment is er een grens aan de nauwkeurigheid van het computerprogramma. De waterdiepte kan dan door *digit*-effecten nul of negatief worden. Ook is het zo dat in het computermodel, in de buurt van abrupte overgangen in de geometrie, waterstandsgradiënten kunnen voorkomen die niet fysisch zijn, maar die voortkomen uit de discretisatie zelf. Dat betekent dat het programma, als er geen maatregelen genomen worden, in de buurt van zulke gradiënten niet-fysische snelheden gaat ontwikkelen. In de praktijk blijken dit een soort golfjes te zijn.

Om deze problemen te ondervangen is toch een bescheiden droogvalprocedure ingesteld. Echter, er is een groot verschil met bestaande modellen: de droogvalprocedure bevindt zich niet in de continuïteitsvergelijking, maar in de bewegingsvergelijking. Aan de *waterdieptes* als zodanig verandert door de droogvalprocedure niets, en er blijft dus onverminderd sprake van massabehoud. Wat wel verandert zijn de *snelheden*. Als op een bepaald snelheidspunt de upstream-waterdiepte kleiner wordt dan een drempelwaarde (0.001 m), dan wordt op dat snelheidspunt de bewegingsvergelijking uitgeschakeld en wordt de bijbehorende snelheid op nul gesteld.

In feite wordt er op die plek dus een “muurtje” opgetrokken tussen twee gridcellen. Een ander nuttig beeld is dat van kippengaas: als de knooppunten in het kippengaas de waterstandspunten zijn, is het mogelijk om hier en daar in het grid een ijzerdraadje “door te knippen”. De knooppunten zelf blijven echter intact. Zodra de upstream-h de drempelwaarde weer overschrijdt wordt de bewegingsvergelijking weer ingeschakeld.

Er is dus niet sprake van een echte droogvalprocedure, maar van een niet al te ingrijpend algoritme dat de fysica van het systeem grotendeels intact laat.

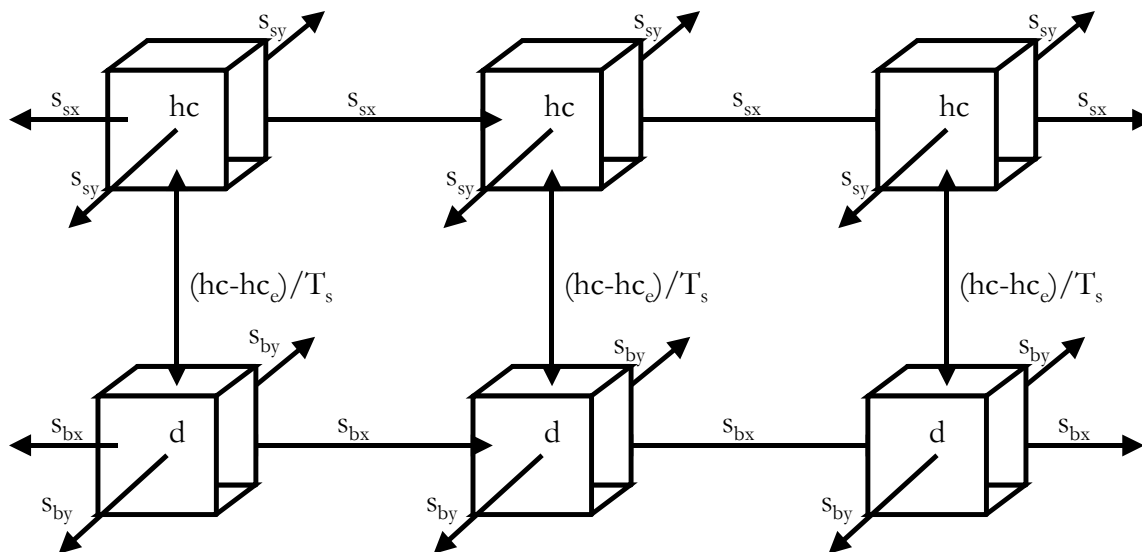
5.4 Het sedimenttransportmodel

(Zie paragraaf 4.6, vergelijking 10 t/m 33)

5.4.1 Het sedimenttransportmodel van Van Rijn (1984)

De modellering van het sedimenttransport vormt in dit model de verbindende schakel tussen de waterbewegings- en morfologiemodule. Het is goed om te benadrukken dat de sedimenttransportvergelijkingen zelf géén basisvergelijkingen zijn. Er is geen sprake van balansvergelijkingen met een ontwikkeling in de tijd, maar van expliciete, niet-lineaire grootheden die elke halve tijdstap opnieuw worden berekend op basis van de zojuist berekende waterbewegingstoestand. Met behulp van de berekende transportgrootheden wordt vervolgens de morfologiemodule ingevuld.

Voor het sedimenttransportmodel is gekozen voor de bekende formuleringen van Van Rijn uit 1984. In deze formuleringen wordt onderscheid gemaakt tussen bodemtransport en suspensietransport. Het bodemtransport is een instantaan veranderend transport, en derhalve een directe functie van het snelheidsveld. Het suspensietransport dat door Van Rijn 1984 wordt berekend is daarentegen slechts een evenwichtstoestand. In het werkelijke model zal de concentratie van gesuspendeerd sediment op ieder moment trachten zich naar deze evenwichtstoestand te richten.



Figuur 5.8 Samenhang en interactie tussen de morfologische toestandsgrootheden; horizontaal in x- en y-richting zijn de sedimenttransportfluxen gegeven, de verticale flux is de sink- and source term (Galappatti)

Het onderscheid tussen bodemtransport en suspensietransport zet zich voort in de morfologische basisvergelijkingen. Er zijn twee niveaus van sedimenttransport. In het onderste niveau is de bodemligging **d** de toestandsgrrootheid, de bodemliggingsvergelijking de basisvergelijking en het bodemtransport het transportmechanisme. In het bovenste niveau is de suspensieconcentratie **hc** de toestandsgrrootheid, de

concentratievergelijking de basisvergelijking en het suspensietransport het transportmechanisme. De enige uitwisseling tussen beide niveaus is gegeven door een opwoelings- of uitzakterm, in de wandeling “bronterm” of “sink- and source-term” genaamd. De mate van uitwisseling in deze term is gegeven door het verschil tussen evenwichtssedimentconcentratie en werkelijke concentratie in een waterkolom (gradiënt-type transport dus), gedeeld door een uitwisselingstijdschaal, de *tijdschaal van Galappatti*. Deze tijdschaal wordt langs algebraïsche weg berekend uit het actuele snelheidsveld.

Zie figuur 5.8 voor een indruk van de structuur van de sedimenttransportberekening.

5.4.2 Locatie van de transportfluxen en sink- and sourcegrootheden

De locatie van de sedimenttransportgrootheden in het numerieke grid vormt een lastig probleem, omdat er verschillende eigenschappen zijn die elkaar tegenspreken. In deze paragraaf worden de mogelijkheden beschreven en wordt een keuze gemaakt.

De grootte van de in Van Rijn 1984 berekende sedimentfluxen hangt direct samen met het in paragraaf 5.3.5 en 5.3.6 besproken weerstandsmodel. Deze weerstandstermen worden berekend op snelheidspunten. Bovendien is het zo dat het balansgebieden van zowel de bodemliggings- als de concentratievergelijking samenvalt met dat van de continuïteitsvergelijking (een complete gridcel), zodat de randen van het balansgebied ook precies samenvallen met de snelheidspunten. Daarom zou het zeer voor de hand liggen om alle sedimentfluxen (s_{bx} , s_{by} , s_{sx} en s_{sy}) op snelheidspunten te berekenen. Dit voorkomt upstream-handelingen en respecteert de fysica van het systeem.

Er is echter een belangrijke moeilijkheid, en dat is de sink- and source-term. Zowel de evenwichtconcentratie als de Galappatti-tijdschaal moeten bekend zijn in het midden van het concentratiebalansgebied: op een waterstandspunt dus. Op de een of andere manier moet er dus een koppeling gemaakt worden tussen de suspensiesedimentfluxen op de snelheidspunten en de suspensieconcentraties op de waterstandspunten. Dit kan door middel van middeling, of door middel van downstreaming van transportgrootheden van snelheidspunten naar waterstandspunten. Welke van deze twee methoden echter ook wordt gekozen, het is geen elegante oplossing. Er moet namelijk dubbel werk worden verricht: iedere evenwichtconcentratie en Galappatti-tijdschaal moet tweemaal worden berekend, waarna van deze waarden één nieuwe waarde op het waterstandspunt wordt vastgesteld. De argumentaties achter middeling en downstreaming zijn in dit geval beide dubieus en ook de resulterende grootheden hebben niet noodzakelijk de juiste waarden.

De tweede mogelijkheid is om alle sedimentfluxen én de sink- and sourcegrootheden op waterstandspunten te berekenen. Daarna kunnen de sedimentfluxen door middel van upstreaming aan de snelheidspunten worden toegekend.

Op waterstandspunten is h uiteraard bekend, en uit deze diepte kunnen meteen ook alle weerstandsgrootheden worden berekend. Om alle gevraagde grootheden te kunnen berekenen, moeten echter ook eerst de snelheden van de snelheidspunten worden gedownstreamed naar de waterstandspunten. Hiervoor geldt de volgende richtlijn, die gegeven wordt door Giles Lesser (2000): *als voor een zeker snelheidspunt een upstream- h van een nabijgelegen waterstandspunt is gebruikt, wordt die snelheid ook één-op-één gebruikt als downstream-snelheid op dat waterstandspunt*. Indien een waterstandspunt tweemaal voor opwinding is gebruikt (en dat is het geval bij divergente stromingspatronen) zijn er dus meerdere “kandidaatsnelheden” om te worden gedownstreamed. In dat geval wordt per dimensie de *grootste uitgaande flux* geselecteerd.

Groot voordeel van deze methode is dat de éénduidige diepte en weerstand leidt tot een éénduidige waarde van de sink- and source-grootheden. Bovendien wordt geen dubbel werk verricht, want iedere grootheid wordt maar éénmaal uitgerekend. Downstreaming van de snelheden is bewerkelijk, maar heeft weinig invloed op de resultaten omdat de berekende sedimentfluxen evengoed weer worden geupstreamed naar de snelheidspunten (hoe dit gebeurt komt later aan de orde).

Een nadeel van deze methode is wel, dat de congruentie tussen de bodemweerstand van de waterbeweging en de weerstandsgrootheden in het sedimenttransport verloren gaat. Hier is niets aan te doen. De waarden van beide groepen weerstandsgrootheden liggen echter wel zeer dicht bij elkaar, dus het verschil in resultaat is minimaal.

Bij de behandeling van de bodemliggingsvergelijking, in paragraaf 5.6, zal blijken dat het op de juiste manier upstreamen van transportfluxen *van waterstandspunten naar snelheidspunten* essentieel en doorslaggevend is voor het verkrijgen van stabiliteit. Het upstreamen van deze fluxen moet niet plaatsvinden op basis van de richting van de watersnelheid, maar op basis van de richting van de niet-lineaire bodemkarakteristiek (methode van Roe). In paragraaf 5.6. komt deze procedure uitgebreid aan de orde. Op deze plaats wordt zonder verdere uitleg gesteld, dat de bovengenoemde noodzaak van upstreamen terwille van de stabiliteit leidt tot een keuze voor de tweede mogelijkheid: het berekenen van alle sedimenttransportgrootheden op waterstandspunten.

5.4.3 Enkele aanpassingen in het model van Van Rijn

Ten opzichte van de officiële Van Rijn 1984-formuleringen zijn twee aanpassingen gemaakt.

- 1) *In het bodemtransport:* De bodemschuifspanning kan bij toepassing van een Manning-coëfficiënt, conform het eerder besproken weerstandsmodel, op zeer ondiep water oneindig groot worden. Dit resulteert in een onfysisch groot bodemtransport op ondiep water, zelfs voor lage snelheden. Daarom wordt beneden een zekere drempelwaterstand de bodemschuifspanning afgekapt op een maximumwaarde. Dit impliceert een constante Chézy-waarde voor ondiepe lagen water.
- 2) *In het suspensietransport:* om te voorkomen dat bij een schuifspanningssnelheid nul een deling door nul gemaakt wordt en het model vastloopt, is gesteld dat de schuifspanningssnelheid nooit kleiner kan worden dan een zeer kleine minimumwaarde. De fysische interpretatie hiervan zou kunnen zijn dat zelfs bij een watersnelheid nul toch een soort “statische wrijvingscoëfficiënt” overblijft. Deze aanpassing heeft echter volstrekt geen gevolgen voor de grootte van het suspensietransport, daar de watersnelheid, waarbij de minimum-schuifspanningssnelheid van belang wordt, veel kleiner is dan de kritieke Shields-snelheid die in de bodemtransportmodule wordt berekend voor het begin van beweging. De aanpassing vindt dus plaats in een domein waar het sedimenttransport sowieso nul is.

5.4.4 Implementatie van het bodemtransport in Van Rijn 1984

De essentie van de bodemtransportformule is een drempelfunctie met een bodemschuifspanning ten opzichte van een kritieke schuifspanning, toegepast in een niet-lineaire formulering met tevens sedimenteigenschappen en andere constante parameters daarin verwerkt. De absolute grootte van het bodemtransport is gegeven door:

$$s_b = 0.053 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{2.1} \quad \text{als } T < 3, \quad \text{of: } s_b = 0.100 \cdot \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \cdot d_*^{-0.3} \cdot T^{1.5} \quad \text{als } T \geq 3 \quad (5.10)$$

waarin:

$$d_* = d_{50} \left(\frac{\Delta g}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Dimensieloze korreldiameter} \quad (5.11)$$

$$T = \max\left(0, \frac{\mu_c \tau_b - \tau_{bc}}{\tau_{bc}}\right) \quad \text{Drempelfunctie bodemtransport} \quad (5.12)$$

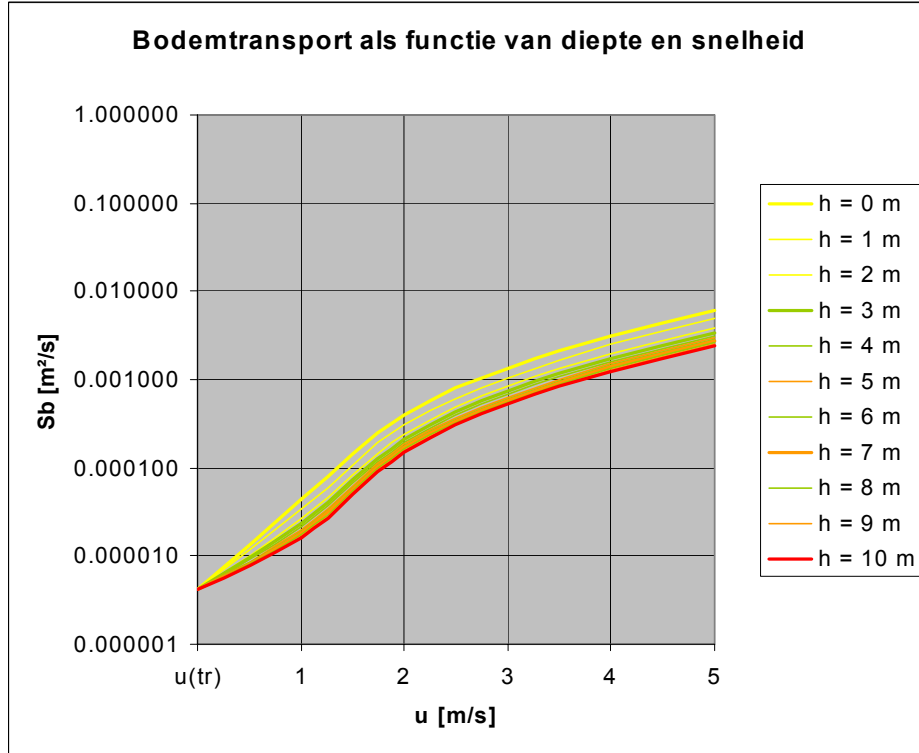
$$\tau_{bc} = \Delta \rho g d_{50} \Psi_c \quad \text{Kritieke bodemschuifspanning} \quad (5.13)$$

$$\tau_b = c_f \rho |U|^2 = \rho u_*^2 \quad \text{Actuele bodemschuifspanning} \quad (5.14)$$

$$\mu_c = \left[\frac{C}{18 \log \frac{4h}{d_{90}}} \right]^2 \quad \text{Ribbelfactor afhankelijk van sedimentgradatie} \quad (5.15)$$

De in deze formules gebruikte absolute snelheid $|U|$ is samengesteld uit de beide gedownstreamede snelheidscomponenten op waterstandspunten. Uit $|U|$ volgt ook direct u_* . Dichtbij de nul worden $|U|$ en u_* , zoals eerder vermeld, afgekapt op een zeer kleine minimumwaarde.

Invloed van de bodemhelling op het bodemtransport komt in paragraaf 5.4.7 aan de orde.



*Figuur 5.9
Het verband tussen
waterdiepte, absolute
snelheid en absolute grootte
van het bodemtransport
volgens Van Rijn 1984,
uitgaande van de in dit
model constant
veronderstelde grootbeden*

Figuur 5.9 geeft in logarithmische schaal het verband tussen snelheid, diepte en bodemtransport weer. Te zien is dat voor toenemende diepte de grootte van het bodemtransport afneemt. Ondiepten slijten dus sneller weg dan diepe gedeelten.

5.4.5 Implementatie van het suspensietransport in Van Rijn 1984

De grootte van het suspensietransport wordt vastgelegd met een bodemsedimentconcentratie, een integratiefactor en de grootte van het absolute debiet: $s_{se} = c_a f_{cs} h |U| = c_a f_{cs} |q|$. De fysica van de bijbehorende formules is een stuk minder helder dan voor het bodemtransport. Er is dan ook sprake van een zeer empirische formulering. Ook in het suspensietransport wordt de drempelfunctie T toegepast.

$$c_a = 0.015 \alpha_1 d_{50} k^{-1} d_*^{-0.3} T^{1.5} \quad (5.16)$$

$$\beta = \min(1.5, 1 + 2 \left(\frac{w_s}{u_*} \right)^2) \quad (5.17)$$

$$\psi = 2.5 \left(\frac{w_s}{u_*} \right)^{0.8} \cdot \left(\frac{c_a}{1 - \varepsilon} \right)^{0.4} \quad (5.18)$$

$$z_c = \min(20, \frac{w_s}{\beta k u_*} + \psi) \quad (5.19)$$

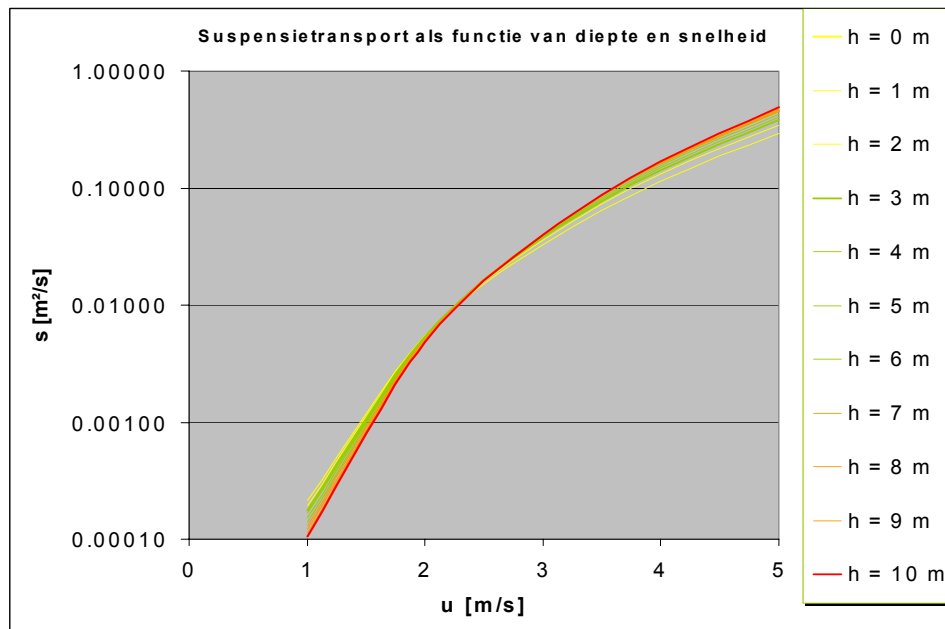
$$f_{cs} = \frac{\left(\frac{k}{h} \right)^{z_c} - \left(\frac{k}{h} \right)^{1.2}}{\left(1 - \frac{k}{h} \right)^{z_c} (1.2 - z_c)} \quad \text{als:} \quad |z_c - 1.2| \geq 10^{-4} \quad (5.20a)$$

$$f_{cs} = - \left(\frac{\frac{k}{h}}{1 - \frac{k}{h}} \right)^{1.2} \log \left(\frac{k}{h} \right) \quad \text{als:} \quad |z_c - 1.2| < 10^{-4} \quad (\text{Benadering volgens de l'Hospital}) \quad (5.20b)$$

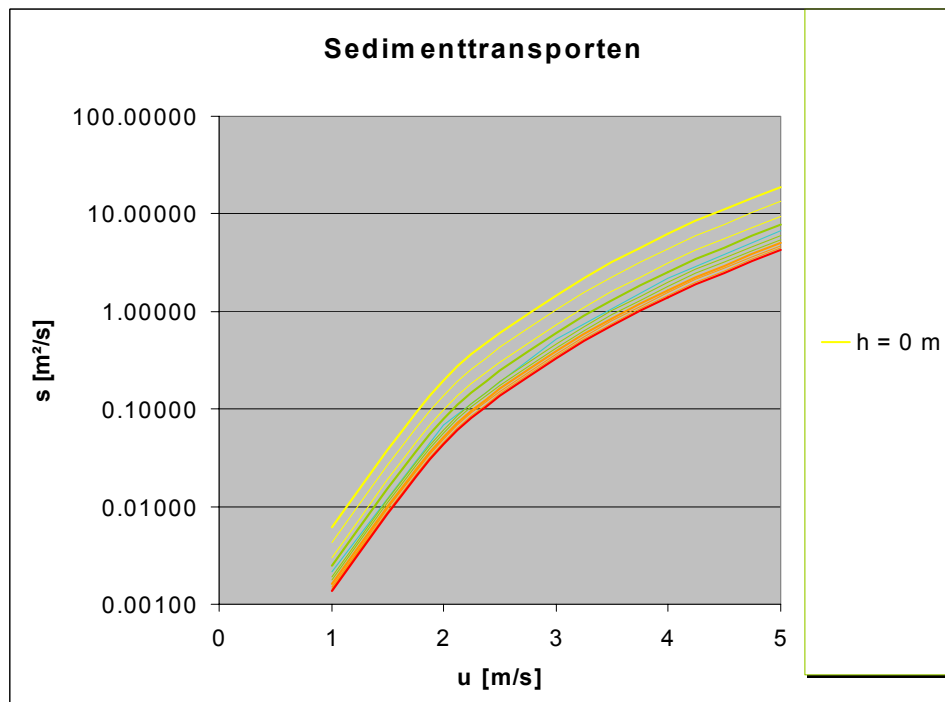
$$s_{se} = c_a f_{cs} h |U| \quad (5.21)$$

$$hc_e = c_a f_{cs} h \quad (5.22)$$

De bodemhelling heeft in principe geen invloed op het suspensietransport. Niettemin bieden bestaande modellen veelal de optie om deze invloed toch weer te geven met een eenvoudige correctiefactor. Hierop wordt verder niet ingegaan. Zie figuur 5.10 voor het verband tussen snelheid, diepte en suspensietransport. Ter vergelijking is een soortgelijk verband opgesteld in figuur 5.11 voor de totaaltransportformule van Engelund & Hansen.



Figuur 5.10
Het verband tussen waterdiepte, absolute snelheid en absolute grootte van het bodemtransport volgens Van Rijn 1984, uitgaande van de in dit model constant veronderstelde grootheden



Figuur 5.11
Ter vergelijking: het verband tussen diepte, absolute snelheid en totaaltransport volgens Engelund & Hansen

5.4.6 Evenwichtsconcentratie en Galappatti-tijdschaal

In de praktijk van ieder model met een onderscheid tussen bodemtransport en suspensietransport is niet de grootte van het evenwichtssuspensietransport s_{se} van belang, maar de grootte van de dieptegemiddelde evenwichtsconcentratie c_e , die gelijk is aan $c_e = s_s/h|U| = s_s/|q| = c_a f_{cs}$. Deling door slechts de snelheid in plaats van het gehele debiet levert de dieptegeïntegreerde evenwichtsconcentratie op: $hc_e = s_s/|U| = c_a f_{cs}h$. Deze laatste versie van de concentratie is uiteraard de versie die wordt toegepast in dit model. Dit levert direct de evenwichtsconcentratie op waterstandspunten op.

De Galappatti-tijdschaal T_s behoort eigenlijk berekend te worden door een stelsel tijdrovende differentiaalvergelijkingen met stromings- en sedimenteigenschappen op te lossen voor ieder snelheidspunt, hetgeen bijvoorbeeld het inverteren van matrices met zich meebrengt. In de praktijk wordt echter bijna altijd een benaderende algebraïsche formulering gebruikt, waarin de Galappatti-tijdschaal direct volgt uit de schuifspanningssnelheid, de absolute snelheid, de valsnelheid en de diepte. In feite zijn er verschillende van zulke formuleringen, afhankelijk van het soort randvoorwaarde van het concentratieveld en van de vraag of er ook sprake is van slibtransport. In dit model is er sprake van puur zandtransport en van een niet ruimtelijk variërende concentraterandvoorwaarde op de open rand van het model (Dirichlet-type randvoorwaarde), en de overeenkomstige algebraïsche formulering is dan ook toegepast. Deze luidt:

$$u_+ = \frac{u_*}{|U|} \quad (5.23)$$

$$w_+ = \min(1, \frac{w_s}{u_*}) \quad (5.24)$$

$$a_0 = (2.1963 + 0.5467u_+) \quad (5.25a)$$

$$a_1 = (-6.4061 + 0.1385 \log u_+)w_+ \quad (5.25b)$$

$$a_2 = (-0.2 + 326.832u_+^{2.2})w_+^2 \quad (5.25c)$$

$$a_3 = (1.547 - 20.12u_+)w_+^3 \quad (5.25d)$$

$$T_s = \frac{hw_+}{w_s} e^{a_0 + a_1 + a_2 + a_3} \quad (5.26)$$

Dit levert bekende Galappatti-tijdschalen op waterstandspunten op.

5.4.7 Invloed van de bodemhelling

In de transportvergelijkingen is de invloed van de bodemhelling niet integraal verwerkt. Doorgaans wordt deze invloed apart verdisconteerd in een lineaire correctiefactor. Dit gebeurt voor het bodem- en het suspensietransport ieder apart; vaak wordt de hellingsinvloed voor het suspensietransport op nul gesteld.

De bodemhellingscomponenten worden volgens Lesser (2000) als volgt berekend:

$$\frac{\partial d}{\partial s} = \frac{1}{|U|} \left(u \frac{\partial d}{\partial x} + v \frac{\partial d}{\partial y} \right) \quad (\text{bodemhelling evenwijdig aan de stroomrichting}) \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial d}{\partial n} = \frac{1}{|U|} \left(-v \frac{\partial d}{\partial x} + u \frac{\partial d}{\partial y} \right) \quad (\text{bodemhelling loodrecht op de stroomrichting}) \quad (5.28)$$

De absolute waarde van beide componenten kan nooit groter worden dan $0.9 \tan \phi$, waarin ϕ de hoek van natuurlijk talud van het bodemmateriaal is ($\approx 30^\circ$).

De bodemhelling evenwijdig aan de stroomrichting beïnvloedt de *grootte* van het transport, terwijl de bodemhelling in de dwarsrichting de *richting* van het transport wijzigt.

De correctiefactoren waarin de bodemhellingen zijn verwerkt zien er als volgt uit:

$$\alpha_b = 1 + \alpha_{bs} \left(\frac{\tan \varphi}{(\tan \varphi - \frac{\partial d}{\partial s}) \cdot \cos \arctan(\frac{\partial d}{\partial s})} - 1 \right) \quad (5.29)$$

$$f_{norm} = \alpha_{bn} \sqrt{\frac{\tau_{bc}}{\tau_b}} \cdot \frac{\partial d}{\partial n} \quad (5.30)$$

De transportcomponenten worden nu:

$$s_{bx} = \alpha_b (s_{bx0} - s_{by0} \cdot f_{norm}) \quad (5.31)$$

$$s_{by} = \alpha_b (s_{by0} + s_{bx0} \cdot f_{norm}) \quad (5.32)$$

Het standaard-transport (bij een helling nul) wordt dus vermeerderd of verminderd met een fractie of percentage, afhankelijk van de bodemhelling in de stromingsrichting $\partial d / \partial s$ (een soort inwendig product) en een dimensieloze coëfficiënt. De richtingsverandering van het transport als gevolg van de waarde van $\partial d / \partial n$ komt tot stand door een lineaire combinatie van twee transporten.

Het inwendig product van de absolute bodemhelling en de absolute stroomrichting wordt berekend op waterstandspunten, evenals de eigenlijke sedimentfluxen. Op deze punten zijn beide componenten van de snelheid én bodemhelling bekend door downstreaming. Daardoor correspondeert iedere gebruikte snelheidscomponent altijd met de bijbehorende hellingscomponent op dat snelheidspunt.

5.5 De dieptegemiddelde concentratievergelijking

(Zie paragraaf 4.6, vergelijking 4 en 34 t/m 37)

5.5.1 De bergingsterm

De bergingsterm van de concentratievergelijking is volledig analoog aan die van de continuïteitsvergelijking. Het balansgebied valt precies samen met een gridcel, met een waterstandspunt in het centrum.

5.5.2 De concentratiefluxtermen; advection en diffusie

Op het niveau van de concentratievergelijking treden sedimentfluxen op ter plaatse van de balansgebiedranden, de snelheidspunten. Hier is sprake van zowel een diffusief als een advectioneel transport. Deze fluxen zijn het eigenlijke suspensietransport, in tegenstelling tot het in paragraaf 5.4.5 berekende evenwichtssuspensietransport dat slechts optreedt als $h_c = h_{ce}$. Deze fluxen worden in de concentratievergelijking samengesteld tot de divergentie van het suspensietransportveld ontstaat.

N.B.: Voor het berekenen van de concentratiefluxtermen hoeven de berekende *evenwichtssuspensietransporten* niet te worden geupstreamed, omdat deze niet worden gebruikt. De fluxtermen maken alleen gebruik van de op dat moment werkelijk aanwezige sedimentconcentraties; deze worden wel geupstreamed.

Het advectioneel suspensietransport is het product van een locale snelheid en de op diezelfde plaats bekende upstream-concentratie h_{cu} of h_{cv} . De berekening van deze upstream-concentraties is analoog aan die van de upstream-waterdieptes in paragraaf 5.2.2. Een mooi gevolg hiervan is dat, analoog aan de waterdieptes in de waterbeweging, *positiviteit* en *monotoniteit* van de sedimentconcentratie is gegarandeerd voor Courantgetallen kleiner dan één.

Het diffusieve suspensietransport wordt niet beschreven door een volledige tweede-orde-diffusie-term te discretiseren voor ieder concentratiepunt, maar door op ieder snelheidspunt een gradiënt-type transport te

definiëren: een concentratiegradiënt vermenigvuldigd met een lokale diffusiecoëfficiënt. Dit is niet alleen fysisch gesproken beter, maar heeft ook twee prettige voordelen:

- De randafhandeling van het diffusieve transport wordt veel eenvoudiger en eleganter;
- De diffusiecoëfficiënt kan per snelheidspunt een verschillende waarde aannemen, zonder dat de eigenschap van “massabehoud” (concentratiebehoud) verloren gaat.

Voor de berekening van de diffusiecoëfficiënt zijn in bestaande modellen vele varianten in omloop. Omdat hier sprake is van een volledig dieptegemiddeld model is gekozen voor de meest eenvoudige variant: $D_x = D_y = \kappa u^* h$. Deze coëfficiënt wordt voor ieder snelheidspunt apart berekend. Voor de op deze plaats benodigde h wordt de upstream- h toegepast.

Desgewenst kan de diffusiecoëfficiënt beter worden afgesteld door een extra dimensieloze factor in te voegen, waarmee een bestaande dieptevariabele methode (bijvoorbeeld de diffusiecoëfficiënt van Van Rijn) over de diepte kan worden geïntegreerd. De hiervoor beschikbare formuleringen zijn zeer empirisch van aard. In dit afstudeerproject is hier, terwille van de overzichtelijkheid, voorlopig van afgezien.

5.5.3 De impliciete bronterm

De advection- en diffusietermen in de concentratievergelijkingen worden expliciet berekend. Om toch voldoende stabiliteit te verkrijgen wordt, analoog aan de weerstandsterm in de bewegingsvergelijking, de sink- and sourceterm impliciet in de vergelijking meegenomen. Een schatting van de orde-grootte van de termen in de concentratievergelijking leert dat de sink- and sourceterm daarin meestal dominant is (zie bijvoorbeeld het proefschrift van Wang, 1989), zodat het impliciet maken van deze term het stabiliteitsgebied van de totale vergelijking enorm vergroot.

De sink- and sourceterm heeft de eenvoudige vorm $(hc - hc_e)/T_s$, waarin T_s de Galappatti-tijdschaal is. De tijdsindex van de term hc is $n+1/2$ of $n+1$, afhankelijk van de fase van de ADI-berekening, maar altijd impliciet. De grootheden hc_e en T_s zijn beide al bekend en dus expliciet.

5.5.4 Congruentie met de continuïteitsvergelijking

Om er zorg voor te dragen dat de massabehoudende eigenschappen van de continuïteitsvergelijking en de concentratievergelijking met elkaar congrueren, moeten in de concentratievergelijking bij de advectione suspensietransporten dezelfde snelheden als in de continuïteitsvergelijking worden toegepast. Afhankelijk van de fase van de ADI-berekening moeten hier dus impliciete u 's en expliciete v 's worden toegepast, of omgekeerd. Hieruit volgt dat de concentratievergelijking (vanzelfsprekend) slechts kan worden opgelost na afloop van een volledige waterbewegingsberekening.

5.6. De bodemliggingsvergelijking

(Zie paragraaf 4.6, vergelijking 5 en 38 t/m 40)

5.6.1 Algemeen: discussie over de stabiliteit van de bodemligging

De bodemliggingsvergelijking ziet er als volgt uit:

$$(1 - \varepsilon) \frac{d_{j,k}^{n+1/2} - d_{j,k}^n}{1/2 \Delta t} - \frac{s_{bx(j+1/2,k)} - s_{bx(j-1/2,k)}}{\Delta x} - \frac{s_{by(j,k+1/2)} - s_{by(j,k-1/2)}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+1/2} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.33)$$

Over de termen van deze vergelijking de volgende opmerkingen:

- De bergingsterm is qua vorm analoog aan de eerder besproken bergingstermen. De porositeit wordt met behulp van de factor $(1-\varepsilon)$ in rekening gebracht.

- N.B.: De berging betekent hier niet “berging van de sedimentvoorraad onder het bodemniveau”, maar “berging van de waterdiepte beneden een referentievak”, aangezien de positieve z-as van de bodemligging omlaag is gericht. Dit is dus een omgekeerde definitie.
- b) In de bodemliggingsvergelijking komt alleen de divergentie van het *bodemtransport* voor. Deze term is expliciet. De divergentie van het *suspensietransport* wordt slechts indirect in rekening gebracht via de uitwisseling met de concentratievergelijking door de sink- and sourceterm. De invloed van de bodemhelling is al eerder berekend, maar doet pas bij de berekening van het divergentieveldd zijn effect gelden.
 - c) De sink- and- sourceterm (“bronterm”) was al eerder impliciet meegenomen in de concentratievergelijking. Uit oogpunt van massabehoud moet exact dezelfde sink- and- sourceterm ook worden opgenomen in de bodemliggingsvergelijking. Maar omdat de grootte van de term in die fase al bekend is, kan ze noodgedwongen slechts expliciet worden meegenomen. Dat betekent dat de term geen enkel houvast kan bieden voor de stabiliteit van de bodemligging.

De bodemvergelijking is het zorgkind van veel morfologische modellen, omdat ze in veel gevallen instabiel blijkt te zijn. Dit wordt onder meer in de hand gewerkt doordat de bodemtransportfluxen in de vergelijking niet-lineair en dus expliciet zijn, en doordat de sink- and sourceterm eveneens noodgedwongen expliciet is. Daar waar de sink- and sourceterm in de concentratievergelijking garant staat voor stabiliteit, is ze hier juist een bron van instabiliteit, omdat er sprake is van een dynamische koppeling tussen twee vergelijkingen (roofdier-prooi-relatie).

De vraag of de bodemvergelijking kan worden gestabiliseerd en zo ja, hoe, is al jaren een punt van discussie. Literatuurstudie en gesprekken in het kader van dit afstudeerproject leverde een aantal tegenstrijdige meningen op.

Wang (1989) stelt dat stabilisering van de bodemvergelijking fundamenteel onmogelijk is zonder toevoeging van extra kunstmatige diffusie, omdat de vergelijking niet alleen numeriek maar ook analytisch instabiel is. Dit geldt echter *alleen voor een 2d-model met niet-stationaire stroming*, bijvoorbeeld getijstroming; voor een 1d-model of voor stationaire gevallen is de bodem wel gewoon stabiel (dit is in overeenstemming met de waarnemingen die in dit afstudeerproject zijn gedaan). Dit is eveneens de strekking van het numerieke gedeelte uit het college Rivierdynamica van de vakgroep Waterbouwkunde (de Vriend, 2000). Kunstmatige diffusie kan worden verkregen met behulp van een gradiënt-type transport op ieder snelheidspunt, afhankelijk van de bodemhelling en een constante diffusiecoëfficiënt. Wang legt dit uit als een extra verdiscontering van de bodemhelling in de morfologie. Het probleem is natuurlijk dat al eerder, langs meer fysische weg, deze bodemhelling in rekening is gebracht, doch deze leidt niet automatisch tot stabiele oplossingen. Men lijkt dus veroordeeld tot het toevoegen van een kunstmatige diffusieterm, die in de wandeling van de praktijk ook wel – niet helemaal terecht – als Lax-Wendroffterm wordt aangeduid. Terwille van een elegante randafhandeling wordt niet de volledige diffusieterm gediscetiseerd, maar wordt per snelheidspunt een gradiënt-type transport tussen ieder paar dieptepunten gedefinieerd. De diffusiecoëfficiënt behoeft maar zeer klein te zijn – een ordegrootte van ongeveer 0.01 – en kan voor de x-richting en de y-richting variëren, afhankelijk van de dominante stroomrichting. In veel estuariummodellen wordt in de lengterichting van het estuarium een waarde rond de 0.01 aangenomen, en wordt de dwarse diffusiecoëfficiënt nul gesteld.

Recentere publicaties stellen echter dat met behulp van upstreaming van de bodemtransportfluxen de bodemvergelijking wel degelijk stabiel kan worden gemaakt, getuige bijvoorbeeld Lesser (2000). Een citaat uit deze laatste publicatie:

“We use a simple “upwind” numerical scheme to set the bed-load transport components at the U and V points as this ensures that the bed will remain stable and does not require a complex (and computationally expensive) bed updating algorithm. For each active velocity point the upwind direction is determined by summing the bed-load transport components at the water level points on either side of the velocity point and taking the upwind direction relative to the resulting net transport direction. The bed-load transport component at the velocity point is then set equal to the component computed at the water level point immediately upwind”.

Upstreaming op basis van de *transportrichting*, dus. Opvallend aan bovenstaande passage is, dat slechts schijnbaar terloops (!) wordt vermeld dat upstreaming garant staat voor stabiliteit van de bodem, zonder dat er bij wordt gezegd dat dit lange tijd als onmogelijk werd beschouwd.

In dit afstudeerproject is aanvankelijk de bodem-implementatie van Lesser overgenomen voor gebruik. Deze methode leverde echter in de gebruikte testsituaties absoluut niet de verlangde stabiliteit op, ondanks vele tussentijdse controles. Daarom leek er op het oog voldoende reden te zijn om vervolgens, in overeenstemming met Wang, toch Lax-Wendroffdiffusie toe te passen.

Uiteindelijk is echter toch stabiliteit verkregen door de transportfluxen te upstreamen van waterstandspunten naar snelheidspunten, echter *niet* op basis van de transportrichting of de snelheid, maar op basis van de *richting van de niet-lineaire bodemkarakteristiek*. Dit is gedaan volgens de *methode van Roe*. Alvorens de implementatie van de bodemliggingsvergelijking in detail te bespreken, zal deze methode worden beschreven.

5.6.2 De Approximate Riemann Solver van Roe: het basisprincipe

Roe (1981) heeft een methode ontwikkeld om de reële karakteristieken van stelsel hyperbolische vergelijkingen numeriek te benaderen. Bij eenvoudige problemen kunnen de karakteristieke richtingen analytisch worden bepaald; bij complexe numerieke problemen kunnen ze op een goede manier worden benaders zonder dat de conserverende eigenschappen van de vergelijkingen verloren gaan. Deze methode heet de *Approximate Riemann Solver* van Roe, maar zal in dit rapport kortweg worden aangeduid met “methode van Roe”. De methode wordt uitgebreid beschreven door onder meer Hirsch (1990), Glaister (1995) en Wesseling (2001).

Een algemene schrijfwijze voor een stelsel hyperbolische vergelijkingen luidt:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}(\vec{c}) = 0 \quad \text{Eendimensionale variant: } \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}(\vec{c})}{\partial x} = 0$$

Hierin is $\vec{c}$ een vector met toestandsgrootheden en $\vec{F}$ een vector met bijpassende fluxen. Op deze plaats worden slechts eendimensionale hyperbolische stelsels beschouwd. De fluxvector kan een willekeurige algebraïsche functie zijn van de toestandsvector. Voor de dimensies geldt: $[F] = [c] \cdot \text{m/s}$.

Indien voor iedere component van $\vec{F}$ en $\vec{c}$ geldt dat: $F_i(c_i) = u_i c_i$, is er sprake van een stelsel lineaire advectionvergelijkingen met snelheidsvector $\vec{u}$. Indien geldt $F_i(c_i) = \frac{1}{2} c_i^2$ resulteert de Burgersvergelijking zonder viscositeitsterm. Dit zijn twee speciale gevallen.

Op grond van de kettingregel voor differentiaal kan worden gesteld dat:

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial x} = \left(\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{c}} \right) \frac{\partial \vec{c}}{\partial x} = A \frac{\partial \vec{c}}{\partial x}$$

Dus voor het stelsel als geheel geldt:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + A \frac{\partial \vec{c}}{\partial x} = 0$$

A is de Jacobiaan van het stelsel vergelijkingen. De eigenwaarden van deze Jacobiaan zijn reëel (definitie hyperbolische vergelijkingen) en vormen de karakteristieken van het stelsel. In de analytische oplossing van

het stelsel plant de informatie zich voort in het ruimtelijke domein met karakteristieke snelheden λ gegeven door:

$$|A - \lambda I| = 0$$

Hierin is I de eenheidsmatrix. Bij iedere karakteristiek hoort een eigenvector (Riemann-invariant) die aangeeft welke grootheid langs de betreffende karakteristiek wordt getransporteerd.

Roe (1981) stelt dat voor conserverende vergelijkingen de Jacobiaan van een hyperbolisch stelsel numeriek kan worden benaderd door de volgende vergelijking op te lossen:

$$\vec{F}_R(\vec{c}_R) - \vec{F}_L(\vec{c}_L) = A \cdot (\vec{c}_R - \vec{c}_L)$$

Dit is zowel een volumebehoudende formulering als een schokconditie; zie Wesseling (2001).

De indices R en L staan voor “rechts” en “links; hiermee worden telkens de waarden aangeduid van $\vec{F}$ en $\vec{c}$ aan weerszijden van het punt waar de Jacobiaan moet worden benaderd. In een versprongen rooster betekent dit bijvoorbeeld dat $\vec{F}$ en $\vec{c}$ bekend moeten zijn op waterstandspunten, waarna A op de snelheidspunten wordt berekend. Daarna volgen de karakteristieken uit de eigenwaarden van A . Op bovenstaande wijze worden met de methode van Roe de karakteristieken van het stelsel berekend zonder dat het conserverende karakter van de vergelijkingen in gevaar komt.

Indien de componenten van $\vec{F}$ rechtevenredig zijn met die van $\vec{c}$, zoals het geval is bij lineaire advectie, reduceert de Jacobiaan tot een reeks eigenwaarden die gelijk zijn aan de respectievelijke waarden van $\vec{u}$. In dit geval hadden de karakteristieken ook direct uit de vergelijkingen kunnen worden afgelezen. Bovendien vallen in het lineaire geval de eigenvectoren samen met de oorspronkelijke toestandsgrootheden. De methode van Roe is in het lineaire geval dus triviaal: de methode bewijst vooral haar diensten in het geval van niet-lineaire fluxen.

Het schatten van de karakteristieke richtingen van een hyperbolisch stelsel kan zeer waardevol zijn bij numerieke berekeningen. Indien gebruik wordt gemaakt van een upstream-methode voor het oplossen van de vergelijkingen – hetgeen bij hyperbolische vergelijkingen met reële karakteristieken voor de hand ligt – is het van belang om de juiste upstreamrichting te kennen, aangezien upstreaming tegen de stroom in tot onvoorwaardelijke instabiliteit leidt.

Dit is van belang bij het oplossen van de bodemliggingsvergelijking, die immers niet-lineaire sedimentfluxen kent. Men mag niet zonder meer aannemen dat de watersnelheid of sedimenttransportrichting de juiste upstreamrichting is; in plaats daarvan moet volgende Roe de karakteristiek van de Jacobiaan worden gebruikt.

In het geval van een groot stelsel niet-lineaire, deels impliciete vergelijkingen kan het berekenen van evenzovele Jacobianen zeer gecompliceerd zijn en veel rekentijd en kosten vergen. Daarom wordt de methode van Roe in dit project in sterk afgezwakte vorm toegepast, doch met behoud van het basisprincipe. Er worden twee aannamen gedaan.

Ten eerste zouden de Roe-karakteristieken eigenlijk moeten worden berekend voor alle vijf de basisvergelijkingen inclusief niet-lineariteiten, hetgeen zou leiden tot een 5x5-Jacobiaan. Omdat de karakteristieke snelheden van waterbeweging en morfologie echter een aantal orde-groottes verschillen (bijna altijd meer dan een factor 1000), kan de correlaties tussen deze karakteristieken klein worden verondersteld. Daarnaast is de concentratievergelijking al stabiel zonder gebruik van de methode van Roe, dankzij de impliciete bronterm. Daarom volstaat het om de Roe-karakteristiek te bepalen voor alleen de bodemliggingsvergelijking, op grond van de expliciet bekende bodemligging en transportfluxen. Dit resulteert per snelheidspunt in één 1x1-Jacobiaan, die in feite een scalar is en direct de gezochte eigenwaarde c.q. karakteristieke richting oplevert.

Ten tweede zou, omdat de bodemvergelijking fluxtermen in twee dimensies bevat, eigenlijk ook de interactie tussen de karakteristieken in x- en y-richting moeten worden meegenomen. In dit project wordt echter

afgezien van de invloed van de ene Roe-karakteristiek op de andere. Een belangrijk praktisch argument hiervoor is dat de beide karakteristieke op *verschillende* snelheidspunten worden benaderd, en dat het dus niet voor de hand ligt om ze aan elkaar te relateren.

In x-richting geldt dus dat de karakteristiek $A_{j+1/2,k}$, en het upstreamen van de berekende fluxen in x-richting (met behoud van de eerder gebruikte notatie) kan plaatsvinden volgens:

$$F_{j+1/2,k} = \frac{F_{j+1,k} + F_{j,k}}{2} - |A_{j+1/2,k}| \cdot \frac{c_{j+1,k} - c_{j,k}}{2} = 0$$

Evenzo geldt voor de y-richting:

$$F_{j,k+1/2} = \frac{F_{j,k+1} + F_{j,k}}{2} - |A_{j,k+1/2}| \cdot \frac{c_{j,k+1} - c_{j,k}}{2} = 0$$

Deze formuleringen zijn equivalent met upstreaming op basis van het teken $A_{j+1/2,k}$ en $A_{j,k+1/2}$.

Het is duidelijk te zien dat het van belang is dat de waarden van F in het versprongen rooster op c-punten bekend zijn, waarna zij kunnen worden geupstreamed. Dit is de achtergrond van de noodzaak van het berekenen van sedimentfluxen op waterstandspunten (zie paragraaf 5.4.2).

Ingeval de teller of noemer van $A_{j+1/2,k}$ nul is, dan treden grensgevallen op ($A_{j+1/2,k}$ wordt nul of oneindig). In het eerste geval reduceert de bovenstaande upstream-methode tot een centrale differentie (het middelen van twee fluxen). In het tweede geval is het teken van $A_{j+1/2,k}$ onbepaald. Geadviseerd wordt hier om in beide gevallen een willekeurige waarde van F te selecteren (de linker- of de rechterwaarde), of de karakteristiek $A_{j+1/2,k}$ gelijk te stellen aan een locale snelheid, die aan het transportproces ten grondslag ligt (in dit geval de watersnelheid). Voor de y-richting geldt dit analoog.

5.6.3 Relevantie van de methode van Roe voor de bodemligging

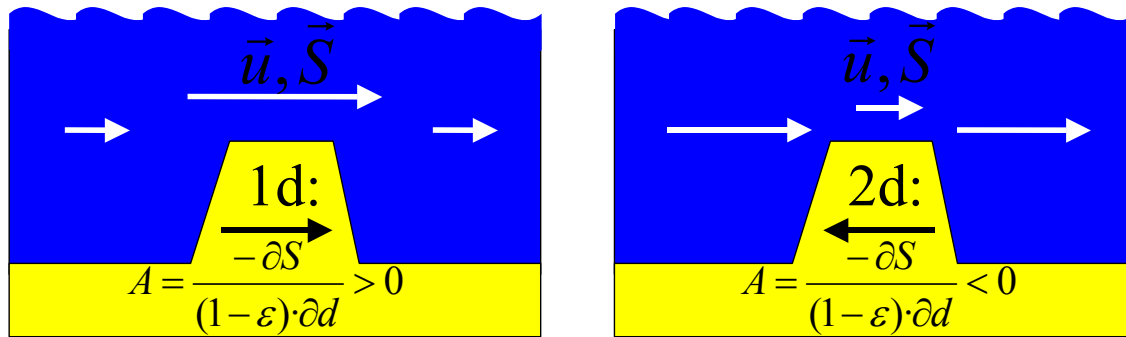
Sedimenttransport is per definitie een flux die niet-lineair is, d.w.z. niet-lineair met de snelheid. Dat houdt in dat de karakteristiek van het sedimenttransport ook niet-lineair is en op sommige momenten dus ook van teken zou kunnen wisselen. In dat geval zou de richting van de karakteristiek tegengesteld zijn aan die van de snelheid! Opwinding van sedimentfluxen op basis van de snelheid leidt in zo'n geval uiteraard tot onvoorwaardelijk instabiele oplossingen.

Het is eenvoudig in te zien dat deze instabiliteit alleen plaats kan vinden in 2d- en 3d-situaties, en niet in 1d, zoals Wang (1989) beschrijft.

Indien een model ééndimensionaal is, is er geen dwarse snelheidscomponent. Een stroming, al dan niet stationair, is dus gebonden aan één verticaal vlak, ongeacht de obstakels voor de stroming in dat vlak (bijvoorbeeld een zandplaat). Dus op ondiepe stukken is de stroming gedwongen te versnellen, en op diepe stukken gedwongen te vertragen. Dat houdt in, dat er in dat vlak een éénduidige relatie is tussen debiet, diepte en snelheid, en dus ook tussen diepte en sedimenttransport. De Roe-karakteristiek die we zoeken is het quotiënt $A = -\partial s / \partial d$, een transportverschil ten opzichte van een diepteverschil. Omdat de relatie tussen sedimenttransport en diepte eenduidig is (een toename van de diepte leidt tot een afname van de snelheid, en dus ook tot een afname van het sedimenttransport) zal dit quotiënt altijd hetzelfde teken hebben als de watersnelheid. Upstreaming op basis van de snelheid geeft dan altijd stabiele resultaten, zoals ook uit proefsimulaties blijkt.

Bij een meerdimensionaal model echter is er sprake van dwarssnelheden. De waterbeweging heeft nu de mogelijkheid om obstakels te omzeilen met een omtrekkende beweging (vgl. de gekromde stroming rondom een zandplaat). Dat betekent dat ter plaatse van het obstakel de stroming niet noodzakelijkerwijs hoeft te versnellen, maar veeleer is er daar sprake van een stroomverlamming. De eenduidige relatie tussen diepte, snelheid en transport gaat dus verloren en de Roe-karakteristiek kan van teken wisselen. Zie figuur 5.12 voor een visualisatie van het fysische verschil tussen situaties met 1d- en 2d-obstakels.

De kans op een tegengesteld teken van Roe-karakteristiek en watersnelheid is uiteraard maximaal op het moment van kentering, als de watersnelheid van teken wisselt. Dit verklaart waarom de bodem-instabiliteit hoofdzakelijk opspeelt bij getijgevalen, en niet bij stationaire stromingsgevalen, in overeenstemming met Wang (1989) en eigen waarnemingen.



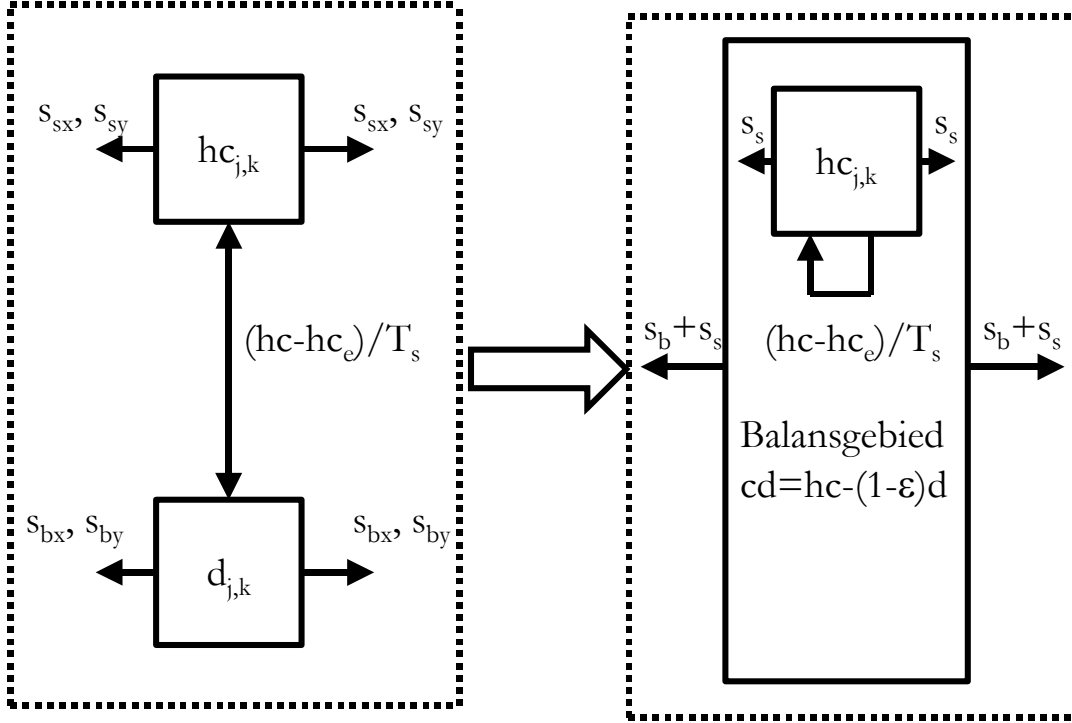
Figuur 5.12 Onderscheid tussen 1d- en 2d-situaties bij morfologische obstakels in een stroming. In een 1d-situatie is de bodemkarakteristiek altijd gelijkgericht aan de watersnelheid; bij een 2d-geval hoeft dit niet het noodzakelijk geval te zijn. Rondom kentering is het risico van tegengestelde gerichtheid maximaal

Samenvattend lijkt het erop dat de methode van Roe essentieel is voor een stabiele bodemvergelijking. Dat betekent dat de methode in elk geval moet worden toegepast in het bodemtransport, omdat slechts deze transportsoort in de bodemvergelijking voorkomt. In de loop van dit afstudeerproject zijn modelproeven genomen met bodemtransport volgens Roe (met het suspensietransport uitgeschakeld), en inderdaad bleken er stabiele bodems te ontstaan.

Echter, hoewel het suspensietransport niet voorkomt in de bodemvergelijking, bleek deze echter wel degelijk de stabiliteit van de bodem te bederven. Dit komt door de sink- and sourceterm, die middels een roofdier-prooi-relatie verantwoordelijk is voor een herverdeling van het bodemsediment via de concentratievergelijking. Toepassing van de methode van Roe op het suspensietransport in de concentratievergelijking bood in dit geval geen soelaas, aangezien in de concentratievergelijking sprake is van lineaire fluxen, zodat de Roe-karakteristiek in dit geval reduceert tot de locale snelheid, en geen effect heeft op de vorm van de vergelijking (zie vorige paragraaf). Samenvattend: hoewel de bodemvergelijking en de concentratievergelijking *ieder apart* stabiel waren, leidde de *combinatie* van beide tot instabiliteit tengevolge van de sink- and sourcekoppeling.

Een oplossing hiervoor is uiteindelijk gevonden in het combineren van concentratie- en bodemvergelijking tot één nieuwe vergelijking, zodanig dat de sink- and sourceterm wordt geëlimineerd. Dit wordt geïllustreerd in figuur 5.13. De combinatie van beide vergelijkingen leidt tot een nieuwe gecombineerde toestandsgrrootheid cd : $cd = hc - (1-\epsilon) d$. Het resultaat is een zuivere flux-advectievergelijking in cd . Op deze (niet-lineaire) fluxen kan Roe wél worden toegepast, waarna een nieuwe waarde van cd op iedere plaats op het nieuwe tijdstip kan worden berekend. Na aftrek van de nieuwe waarden van hc (de concentratievergelijking is immers op eigen kracht stabiel) en deling door $-(1-\epsilon)$ blijven de nieuwe waarden van d over. Het interessante hiervan is, dan zowel cd als hc monotone functies zijn, zodat automatisch het verschil van beide (d) ook monotoon moet zijn. Inderdaad blijkt bovenstaande methode zeer gladde bodems op te leveren!

De implementatie van deze methode volgt in de volgende paragraaf.



*Figuur 5.13 Aanpassing van de samenhang tussen de morfologische grootheden ten behoeve van de toepassing van de methode van Roe; in plaats van de bodemliggingsvergelijking wordt een gecombineerde morfologische grootheid **cd** berekend, waarna het berekende resultaat voor **hc** hiervan wordt afgetrokken, zodat stabiele, monotone waarden voor **d** overblijven*

5.6.4 Implementatie van de methode van Roe voor de bodemliggingsvergelijking

De twee te combineren vergelijkingen zijn de dieptegeïntegreerde concentratievergelijking:

$$\frac{hc_{j,k}^{n+1/2} - hc_{j,k}^n}{1/2\Delta t} + \frac{s_{sx(j+1/2,k)} - s_{sx(j-1/2,k)}}{\Delta x} + \frac{s_{sy(j,k+1/2)} - s_{sy(j,k-1/2)}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+1/2} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.39)$$

En de bodemliggingsvergelijking:

$$(1-\varepsilon) \frac{d_{j,k}^{n+1/2} - d_{j,k}^n}{1/2\Delta t} - \frac{s_{bx(j+1/2,k)} - s_{bx(j-1/2,k)}}{\Delta x} - \frac{s_{by(j,k+1/2)} - s_{by(j,k-1/2)}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+1/2} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.40)$$

Als deze vergelijkingen van elkaar worden afgetrokken en wordt gesteld dat $cd = hc - (1-\varepsilon)d$, dan wordt de sink- and sourceterm geëlimineerd en wordt een zuivere advectionvergelijking verkregen:

$$\frac{cd_{j,k}^{n+1/2} - cd_{j,k}^n}{1/2\Delta t} + \frac{s_{x(j+1/2,k)} - s_{x(j-1/2,k)}}{\Delta x} + \frac{s_{y(j,k+1/2)} - s_{y(j,k-1/2)}}{\Delta y} = 0 \quad (5.41)$$

Waarin:

$$s_{x(j+\frac{1}{2},k)} = s_{bx(j+\frac{1}{2},k)} + s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} \quad (5.42a)$$

$$s_{y(j,k+\frac{1}{2})} = s_{by(j,k+\frac{1}{2})} + s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} \quad (5.42b)$$

$$s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} = u_{j+\frac{1}{2},k} \cdot hc_{u_{j+\frac{1}{2},k}} + D_{j+\frac{1}{2},k} (c_{j+1,k} - c_{j,k}) \quad (5.43a)$$

$$s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} = v_{j,k+\frac{1}{2}} \cdot hc_{v_{j,k+\frac{1}{2}}} + D_{j,k+\frac{1}{2}} (c_{j,k+1} - c_{j,k}) \quad (5.43b)$$

Bij iedere flux hoort een aparte Roe-karakteristiek. In dit geval kunnen per flux bodemtransport en suspensietransport bij elkaar worden opgeteld, zoals hierboven blijkt. De Roe-karakteristieken luiden als volgt:

$$A_{j+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{u_{j+\frac{1}{2},k} hc_{j+1,k} + s_{bx(j+1,k)} - u_{j+\frac{1}{2},k} hc_{j,k} - s_{bx(j,k)}}{cd_{j+1,k} - cd_{j,k}} \right) \quad (5.44a)$$

$$A_{j,k+\frac{1}{2}} = \left(\frac{u_{j,k+\frac{1}{2}} hc_{j,k+1} + s_{bx(j,k+1)} - u_{j,k+\frac{1}{2}} hc_{j,k} - s_{bx(j,k)}}{cd_{j,k+1} - cd_{j,k}} \right) \quad (5.44b)$$

Merk op dat de diffusie termen van het suspensietransport niet in de Roe-karakteristiek zijn opgenomen. De reden hiervoor is dat een diffusieproces *geen reële karakteristieken* heeft. Voor stabiele uitkomsten van het model hoeft diffusie dan ook niet te worden meegenomen.

Als de teller of de noemer van een Roe-karakteristiek nul is, dan wordt de karakteristiek gelijkgesteld aan de lokale snelheid u of v . *N.B.*: De gebruikte snelheden in de Roe-karakteristiek zijn gelijk aan de, impliciete dan wel expliciete, snelheden die in de continuïteitsvergelijking zijn gebruikt.

Afhankelijk van de waarden van $A_{j+\frac{1}{2},k}$ en $A_{j,k+\frac{1}{2}}$ worden de transportfluxen berekend:

$$s_{bx(j+\frac{1}{2},k)} = s_{bx(j+1,k)} \vee s_{bx(j,k)} = f(A_{j+\frac{1}{2},k}) \quad (5.45a)$$

$$s_{by(j,k+\frac{1}{2})} = s_{bx(j,k+1)} \vee s_{bx(j,k)} = f(A_{j,k+\frac{1}{2}}) \quad (5.45a)$$

$$hc_{u(j+\frac{1}{2},k)} = hc_{u(j+1,k)} \vee hc_{u(j,k)} = f(A_{j+\frac{1}{2},k}) \quad (5.46a)$$

$$hc_{v(j,k+\frac{1}{2})} = hc_{v(j,k+1)} \vee hc_{v(j,k)} = f(A_{j,k+\frac{1}{2}}) \quad (5.46a)$$

Vervolgens:

$$s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} = u_{j+\frac{1}{2},k} \cdot hc_{u_{j+\frac{1}{2},k}} + D_{j+\frac{1}{2},k} (c_{j+1,k} - c_{j,k}) \quad (5.47a)$$

$$s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} = v_{j,k+\frac{1}{2}} \cdot hc_{v_{j,k+\frac{1}{2}}} + D_{j,k+\frac{1}{2}} (c_{j,k+1} - c_{j,k}) \quad (5.47a)$$

$$s_{x(j+\frac{1}{2},k)} = s_{bx(j+\frac{1}{2},k)} + s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} \quad (5.48a)$$

$$s_{y(j,k+\frac{1}{2})} = s_{by(j,k+\frac{1}{2})} + s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} \quad (5.48a)$$

Invullen in de gecombineerde formule levert $cd_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}$ op. $hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}$ is reeds bekend via de normale weg zonder Roe-karakteristieken. Tenslotte geldt dan:

$$d_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - cd_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{(1 - \varepsilon)} \quad (5.49)$$

Dit is de verlangde stabiele, monotone bodemligging.

5.6.5 Toepassing van de “morfologische factor”

Bij het optreden van periodieke randvoorwaarden, zoals in een getijgeval, komt een waterloopkundig model na een zekere inspeelduur altijd in een periodieke toestand terecht. Per getijcyclus ($T = 44700$ s) treden dan in de waterbeweging steeds nagenoeg exact dezelfde uitkomsten op. Slechts één grootte ontwikkelt zich niet periodiek: de bodemligging. Door de veel langere responsietijd van de morfologie ten opzichte van de waterbeweging, en door het optreden van netto transporten over een getijperiode, is bij de bodemontwikkeling sprake van een niet-oscillerende trend.

Dit leidt tot de volgende schematisatie: gedurende een beperkt aantal getijperioden (bijvoorbeeld 100) mag de waterbeweging *exact periodiek* worden verondersteld, en de morfologische ontwikkeling is in die tijd *lineair*. Dit betekent dat per 100 getijperioden slechts éénmaal een waterbewegingsstap en een bodem-update behoeft te worden uitgerekend, waarna de morfologische verandering kan worden vermenigvuldigd met 100 (in dit voorbeeld) en geëxtrapoleerd in de tijd. Dit heet de toepassing van een *morfologische factor*.

Een alternatieve manier om de factor te implementeren is het toepassen van dezelfde extrapolatie niet per *getijperiode*, maar per *numerieke tijdstap*. Dit heet de *sediment-online*-methode. Dit lijkt fysisch onlogisch, maar voor niet al te grote waarden van de factor blijken beide varianten tot nagenoeg dezelfde uitkomsten te leiden. Als de ene implementatiemethode stabiel is, is de andere het ook. Een bijkomend voordeel van sediment-online is dat de positiviteit van de waterdieptes veel beter gegarandeerd is dan bij extrapolatie per getijperiode.

Als in een bodem alleen sprake is van bodemtransport en niet van suspensietransport, kan de orde van grootte van de morfologische factor in het algemeen hoger zijn (bijvoorbeeld 1000) dan wanneer beide transportsoorten worden toegepast.

Doorgaans wordt de morfologische factor slechts toegepast op de bodemvergelijking, maar niet op de sedimentconcentratievergelijking. Het effect daarvan is dat via de sink- and sourceterm sediment kan worden gecreëerd of vernietigd. Normaliter leidt dit niet tot grote problemen, maar hier wel: omdat in dit model de methode van Roe wordt toegepast, komt de morfologische factor via de bodemvergelijking in de Roe-karakteristiek terecht. Stabilisatie van de vergelijking blijkt dan onmogelijk geworden.

Teneinde dus de morfologische factor uit de Roe-karakteristiek te elimineren wordt niet alleen het bodemtransport, maar ook de evenwichtsconcentratie van het suspensietransport met de morfologische factor vermenigvuldigd. Daardoor zijn alle fluxen weer sedimentvolumebehoudend, waardoor alle morfologische factoren in de Roe-karakteristiek tegen elkaar wegvallen.

N.B.: Deze morfologische factor mag alleen worden toegepast op de evenwichtsconcentratie, en *niet* op de advectieve en diffusieve suspensietransportfluxen, aangezien deze zich niet lineair maar periodiek gedragen en de responsie van de concentratievergelijking veel sneller verloopt dan die van de bodem. Toepassing van de morfologische factor in de fluxen zou betekenen dat de complete concentratievergelijking met een factor 100 of 1000 wordt versneld. Het sediment gaat dan met een noodgang door het estuarium “racen”, en de berekening wordt dan bijna gegarandeerd instabiel.

5.7 Samenvatting van de basisvergelijkingen

Van basisgrootheden staat te allen tijde de tijdsindex vermeld (impliciet of expliciet). De hulpgrootheden zijn altijd expliciet toegepast en bij deze grootheden is de tijdsindex weggelaten.

5.7.1 Eerste halve tijdstap

Continuïteitsvergelijking

$$\frac{\zeta_{j,k}^{n+1/2} - \zeta_{j,k}^n}{1/2\Delta t} + \frac{u_{j+1/2,k}^{n+1/2} h_{u_{j-1/2,k}} - u_{j-1/2,k}^{n+1/2} h_{u_{j-1/2,k}}}{\Delta x} + \frac{v_{j,k+1/2}^n h_{v_{j,k-1/2}} - v_{j,k-1/2}^n h_{v_{j,k-1/2}}}{\Delta y} = 0 \quad (5.50)$$

Bewegingsvergelijking in x-richting

$$\frac{u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - u_{j+\frac{1}{2},k}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} + A_{xx} + A_{xy} + g \frac{\zeta_{j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - \zeta_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + c_f \frac{|U|_{j+\frac{1}{2},k}}{h_{u_{j+\frac{1}{2},k}}} u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = 0 \quad (5.51)$$

Bewegingsvergelijking in y-richting

$$\frac{v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - v_{j,k+\frac{1}{2}}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} + A_{yx} + A_{yy} + g \frac{\zeta_{j,k+1}^n - \zeta_{j,k}^n}{\Delta y} + c_f \frac{|U|_{j,k+\frac{1}{2}}}{h_{v_{j,k+\frac{1}{2}}}} v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = 0 \quad (5.52)$$

Dieptegeïntegreerde concentratievergelijking

$$\frac{hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - hc_{j,k}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} - s_{sx(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} + \frac{s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} - s_{sy(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.53)$$

$$s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} = u_{j+\frac{1}{2},k} \cdot hc_{u_{j+\frac{1}{2},k}} + D_{j+\frac{1}{2},k} (c_{j+1,k} - c_{j,k}) \quad (5.53a)$$

$$s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} = v_{j,k+\frac{1}{2}} \cdot hc_{v_{j,k+\frac{1}{2}}} + D_{j,k+\frac{1}{2}} (c_{j,k+1} - c_{j,k}) \quad (5.53b)$$

Bodemliggingsvergelijking

$$(1 - \varepsilon) \frac{d_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - d_{j,k}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} - \frac{s_{bx(j+\frac{1}{2},k)} - s_{bx(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} - \frac{s_{by(j,k+\frac{1}{2})} - s_{by(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.54)$$

Gecombineerde Roe-vergelijking

$$\frac{cd_{j,k}^{n+\frac{1}{2}} - cd_{j,k}^n}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{s_{x(j+\frac{1}{2},k)} - s_{x(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} + \frac{s_{y(j,k+\frac{1}{2})} - s_{y(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} = 0 \quad (5.55)$$

5.7.2 Tweede halve tijdstap

Continuïteitsvergelijking

$$\frac{\zeta_{j,k}^{n+1} - \zeta_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} h_{u_{j-\frac{1}{2},k}} - u_{j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} h_{u_{j-\frac{1}{2},k}}}{\Delta x} + \frac{v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} h_{v_{j,k-\frac{1}{2}}} - v_{j,k-\frac{1}{2}}^{n+1} h_{v_{j,k-\frac{1}{2}}}}{\Delta y} = 0 \quad (5.56)$$

Bewegingsvergelijking in x-richting

$$\frac{u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+1} - u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + A_{xx} + A_{xy} + g \frac{\zeta_{j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - \zeta_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + c_f \frac{|U|_{j+\frac{1}{2},k}}{h_{u_{j+\frac{1}{2},k}}} u_{j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = 0 \quad (5.57)$$

Bewegingsvergelijking in y-richting

$$\frac{v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + A_{yx} + A_{yy} + g \frac{\zeta_{j,k+1}^{n+1} - \zeta_{j,k}^{n+1}}{\Delta y} + c_f \frac{|U|_{j,k+\frac{1}{2}}}{h_{v_{j,k+\frac{1}{2}}}} v_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = 0 \quad (5.58)$$

Dieptegeïntegreerde concentratievergelijking

$$\frac{hc_{j,k}^{n+1} - hc_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} - s_{sx(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} + \frac{s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} - s_{sy(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+1} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.59)$$

$$s_{sx(j+\frac{1}{2},k)} = u_{j+\frac{1}{2},k} \cdot hc_{u_{j+\frac{1}{2},k}} + D_{j+\frac{1}{2},k} (c_{j+1,k} - c_{j,k}) \quad (5.59a)$$

$$s_{sy(j,k+\frac{1}{2})} = v_{j,k+\frac{1}{2}} \cdot hc_{u_{j,k+\frac{1}{2}}} + D_{j,k+\frac{1}{2}} (c_{j,k+1} - c_{j,k}) \quad (5.59b)$$

Bodemliggingsvergelijking

$$(1-\varepsilon) \frac{d_{j,k}^{n+1} - d_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} - \frac{s_{bx(j+\frac{1}{2},k)} - s_{bx(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} - \frac{s_{by(j,k+\frac{1}{2})} - s_{by(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} + \frac{hc_{j,k}^{n+1} - hc_e}{T_s} = 0 \quad (5.60)$$

Gecombineerde Roe-vergelijking

$$\frac{cd_{j,k}^{n+1} - cd_{j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{s_{x(j+\frac{1}{2},k)} - s_{x(j-\frac{1}{2},k)}}{\Delta x} + \frac{s_{y(j,k+\frac{1}{2})} - s_{y(j,k-\frac{1}{2})}}{\Delta y} = 0 \quad (5.61)$$

6 Resultaten, validatie en discussie

“De laatste stap die de rede kan zetten is te erkennen dat er oneindig veel dingen zijn die haar te boven gaan; het verstand is door en door zwak als het niet tot dit inzicht komt.”

Blaise Pascal (1623-1662) in de *Pensées*

6.1 Validatie algemeen

De validatie en verificatie van een numeriek model hoort normaliter onder meer te bestaan uit een vergelijking met beschikbare analytische modellen, vergelijkingen met andere numerieke modellen en een vergelijking met waarnemingen in de vrije natuur en/of experimenten. Daarbij is het niet alleen de vraag of de relevante fysische processen op een zinvolle en eenduidige manier in het model worden weergegeven, maar ook hoe nauwkeurig dat gebeurt.

Zoals in eerder hoofdstukken al is gezegd, is in dit afstudeerproject de aandacht vooral gericht geweest op fysische realiseerbaarheid en stabiliteit van de modelresultaten. Oorspronkelijk was het ook de bedoeling om ook de nauwkeurigheid meer aandacht te geven, door, na afloop van de stabilisatie van het model, meer geavanceerde numerieke technieken toe te passen, bijvoorbeeld door het toepassen van flux-limiters bij de berekening van upstream-grootheden (bijvoorbeeld Van Leer-limiters).

Omdat de stabilisatie van de morfologiemodule met behulp van de methode van Roe in dit project echter de meeste aandacht heeft opgeëist, is de verbetering van de nauwkeurigheid van het model enigszins blijven liggen. Omdat de nauwkeurigheid van het model nog niet optimaal is, heeft het daarom niet veel zin om vergelijkingen met analytische modellen te trekken. Een tweede reden hiervoor is de zeer beperkte beschikbaarheid van analytische modellen voor waterbewegings- en morfologieproblemen vanwege de sterke niet-lineariteit.

Om bovenstaande redenen wordt afgezien van validatie aan de hand van analytische modellen. De aandacht zal daarentegen worden gericht op een vergelijking met twee numerieke resultaten die met behulp van Delft3d verkregen zijn: de Delft3d-versie die door Hibma is toegepast, alsmede een recentere versie van Delft3d waarin de online-sedimenttransportmodule van Lesser is geïmplementeerd.

In paragraaf 6.2 zullen de resultaten van de berekeningen met het in hoofdstuk 5 beschreven numerieke model kwalitatief worden besproken. Naast een serie standaard-berekeningen zal ook een aantal berekeningen met afwijkende parameters en beginvoorwaarden worden besproken, zodat de werking van het numerieke model duidelijk getoond wordt. In paragraaf 6.3 wordt een vergelijking getrokken met een door Hibma (2001) verkregen estuariumbodem na 120 jaar simulatie. Hoofdvraag hierbij is, of het nieuwe numerieke model in staat is gebleken de problemen met Delft3d, genoemd in paragraaf 3.2, te verhelpen. In paragraaf 6.4 worden de resultaten van het model vergeleken met resultaten die zijn geproduceerd met behulp van de recentere versie van Delft3d met implementaties van Lesser (2000). Tenslotte wordt in paragraaf 6.5 de balans opgemaakt van de verbeteringen en/of verslechtingen van de modelresultaten ten opzichte van de andere numerieke modellen. Ook zal de vraag worden gesteld wat de toegevoegde waarde van de methode van Roe in het nieuwe model.

6.2 Modelresultaten; benoeming van de diverse fenomenen

6.2.1 Definitie van het standaardmodel en variaties daarop

De afmetingen en begincondities van het in de vorige hoofdstukken beschreven estuariummodel kunnen op allerlei wijzen worden gevarieerd. Het aantal mogelijkheden is in principe schier oneindig. De volgende afmetingen en begincondities worden gedefinieerd als “standaard”:

- Een lengte van 320 gridcellen à 250 m (80 km);

- Een breedte van 20 gridcellen à 125 m (2.5 km);
- Een initiële waterspiegel gelegen in het referentievlak (gelijk aan de middenstand van het M₂-getij; de getijamplitude bedraagt 1.75 m);
- Een initiële waterdiepte beneden referentieniveau die lineair afneemt met toenemende afstand tot de monding van het bekken, van $d = 15$ m in de monding tot $d = 0$ m aan het landwaartse einde;
- Een groot aantal initiële randomverstoringen van de bodemligging (zowel verdiepingen als ondieptes), die alle maximaal 5% van de plaatselijke diepte bedragen;
- Toepassing van de transportformules van Van Rijn uit 1984.

De volgende variaties op dit standaardgeval zijn in dit project gebruikt:

- Variatie van de bekkenbreedte (1, 2, 5, 10 en 20 cellen);
- Variatie van de grootte van de randomverstoringen (0%, 5% en 10% van de diepte);
- Het gebruik van 1d-randomverstoringen (verstoringen die wel in lengterichting, maar niet in dwarsrichting variëren, zodat het gehele model in feite één dimensionaal wordt);
- Gebruik van de transportformule van Engelund & Hansen in plaats van Van Rijn 1984;
- Variatie van de initiële gemiddelde diepte (kleinere waarden van de diepte aan de monding, alsmede een bekken met een constante diepte van 15 m over het hele oppervlak, dus ook aan het landwaartse einde).

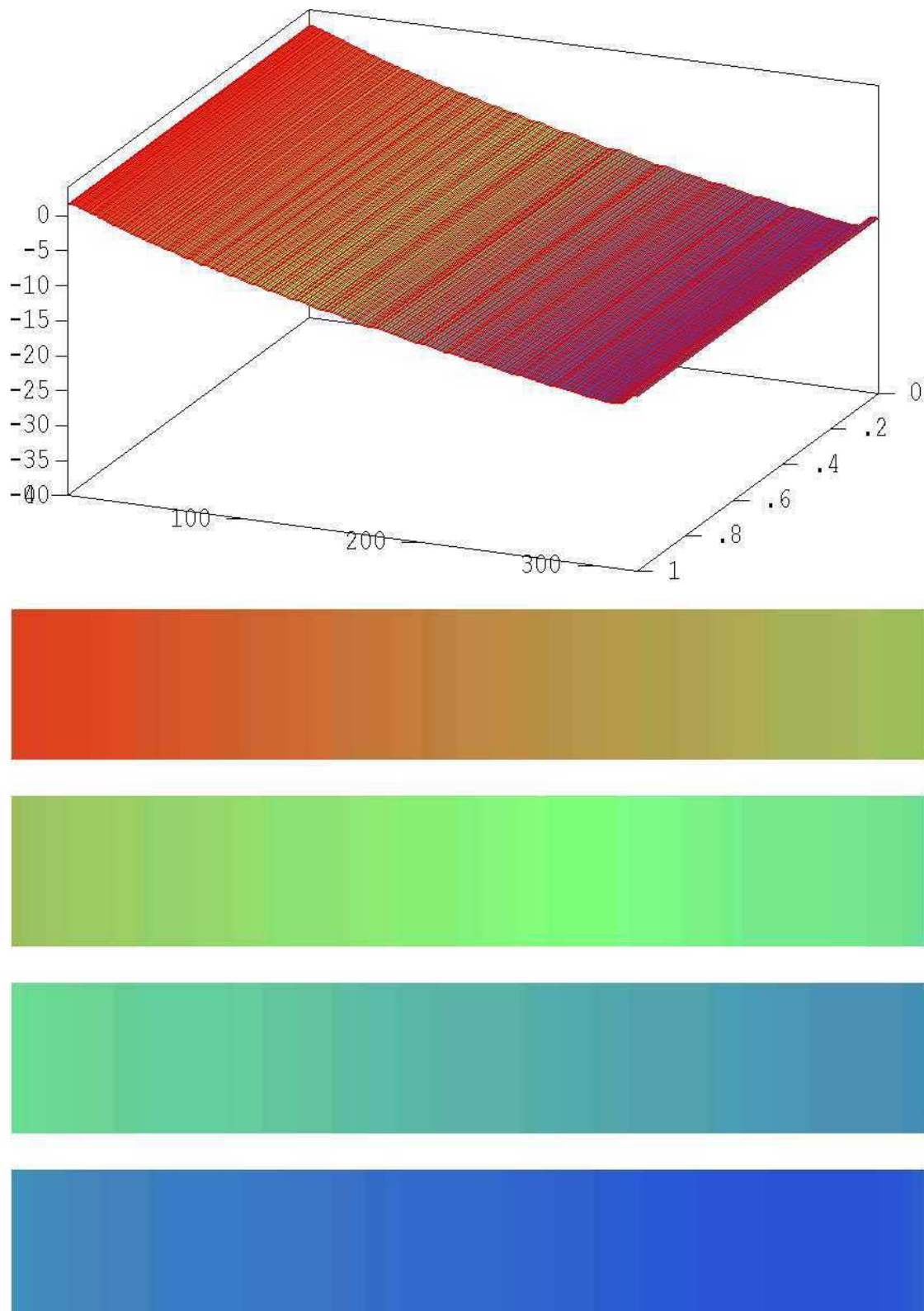
De belangrijkste variabele is de breedte/diepteverhouding van het estuarium, omdat deze de grootte van de vrijheidsgraad in dwarsrichting van de morfologische ontwikkeling bepaalt, zoals uit het vervolg blijken zal. De voornaamste “meetserie” bestaat uit 5 modelberekeningen: het standaardgeval waarbij alleen de breedte wordt gevarieerd.

6.2.2 Resultaten van de standaard-meetserie met Van Rijn 1984

Uit de beschouwingen van Van Veen, de experimenten van Hibma en de theorie rondom de methode van Roe komt het beeld naar voren, dat morfologische patronen in estuaria per definitie tweedimensionaal zijn, en in 1d-situaties überhaupt niet kunnen bestaan. Dit wordt duidelijk bevestigd in het model dat in dit afstudeerproject is ontwikkeld, zoals blijkt uit de volgende paragrafen.

In het standaardmodel met een breedte van 1 gridcel blijkt zich geen enkel patroon te ontwikkelen. De initiële verstoringen zijn na slechts enkele tientallen getijperioden al volledig uitgevlakt. Hierna ontwikkelt zich het volgende evenwichtsprofiel. In het meest landwaartse gedeelte van het estuarium (10% van het totaal) slibt de bodem op tot vlak onder het hoogwaterniveau, maar op geen enkele plaats komt de bodem boven hoogwater uit. De rest van het bekken verdiept zich, en wel meer naarmate het bekkengedeelte dichterbij de monding gelegen is. Nabij de monding vindt echter geen verdieping meer plaats. In dit model is dat het gevolg van de gefixeerde bodemrandvoorwaarde bij de monding, maar in het model van Hibma, waar de randvoorwaarde niet gefixeerd is, wordt toch eveneens hetzelfde effect gevonden.

De verklaring van het bovenstaande ligt voor de hand: een 2d-model van 1 gridcel breed is uiteraard in feite een één dimensionaal model. Dat betekent dat iedere dwarse snelheids- of transportcomponent gelijk is aan nul. De waterstroming is dan gefixeerd in een verticaal vlak in de lengterichting van het bekken. De waterbeweging kan dus nooit de weg van de minste weerstand kiezen en is gedwongen om “elke hobbel te nemen”. Het verband tussen snelheden en transporten is dan eenduidig, zodat de Roe-karakteristiek en de locale snelheid altijd gelijkgericht zijn. Iedere oneffenheid die de waterbeweging uit evenwicht brengt wordt derhalve onmiddellijk uitgevlakt tot er slechts een evenwichtsprofiel resteert. Er is sprake van een stabiel morfologisch evenwicht (Dit 1d-geval is dan ook een van de weinige modeltesten die stabiel blijkt te zijn zonder gebruik van de methode van Roe).



Figuur 6.1 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van de morfologie van het standaardestuarium (1 gridcel breed) na 140 jaar (100.000 getijperiodes = $4.47 \cdot 10^9$ seconden)

Het feit dat het evenwichtsprofiel niet samenvalt met het initiële lineaire bodemverloop (dat, uitgaande van een kombergingsbenadering, overal dezelfde lokale snelheid zou opleveren) kan verklaard worden uit het feit dat de interactie tussen waterbeweging en sedimenttransport niet-lineair van karakter is, zelfs al is er effectief sprake van een 1d-model. Omdat het model achterin doodloopt is het logisch dat hier opslibbing plaatsvindt. In de rest van het model past de bodemligging zich aan de getijbeweging aan, net zolang tot een getijgemiddeld evenwicht is bereikt tussen getijbeweging en doorstroomprofiel.

Figuur 6.1 representeert de (weinig spectaculaire) morfologie van het 1d-standaardestuarium na een simulatieduur van 140 jaar (100.000 getijperioden = $4.47 \cdot 10^9$ seconden). Uit het feit dat na hooguit 10 jaar de bodem een evenwichtsprofiel bereikt dat na 140 jaar nog steeds bestaat, blijkt wel dat er sprake is van een stabiel 1d-evenwicht.

In figuur 6.1 is gekozen voor twee plotmethodes: een 3d-panoramaplot (waarbij de lengte van het estuarium sterk verkort is weergegeven) en een 2d-contourplot (waarbij de breedteschaal van het estuarium soms is opgeblazen, al naar gelang het aantal gridcellen in de breedte van het model, en waarbij het bekken in de lengterichting in vieren is geknipt). Voor beide plots geldt dat het bekkeneinde zich aan de rechterzijde bevindt (rechts vooraan respectievelijk rechtsonder). De bodemligging is aangegeven met een enigszins continu spectrum van kleuren. Rood geeft ondiepe gebieden aan (ruwweg van NAP +5 m tot NAP -2 m), geel markeert het tussengebied (NAP -2 m t/m NAP -9 m) en blauw is ieder gedeelte dat dieper is (NAP -9 m e.v.). De grenzen tussen deze gebieden zijn niet scherp. Deze zelfde legenda en dezelfde plotmethodes zullen worden gebruikt bij latere illustraties in dit hoofdstuk.

Indien een estuariummodel doorgerekend wordt van twee gridcellen breed in plaats van één, dan verandert het resulterende beeld al direct drastisch. Nu is er sprake van één dwarse snelheids- en transportcomponent ongelijk nul per dwarsdoorsnede, en wel de component tussen twee in dwarsrichting naast elkaar gelegen gridcellen met waterstandspunten. Dat betekent dat de stroming in principe de “weg van de minste weerstand” kan gaan kiezen, en in haar kielzog ook het zandtransport. Ook al is het estuarium nu slechts tweemaal zo breed (250 m), de dynamiek verandert volledig.

Initieel blijken de randomverstoringen te “clusteren” tot iets grotere eenheden: bulten, waartussen kuiltjes en kleine drempels ontstaan. De clusters lijken onderling diagonaal te verspringen, zodat een soort diamantpatroon ontstaat (bij bredere estuaria is dit veel beter zichtbaar dan bij deze breedte van 2 cellen). Deze bodemvormen blijken zichzelf tot op zekere hoogte te versterken (labiel evenwicht): de bulten groeien ten koste van de kuilen en migreren zodanig dat ze perfect versprongen ten opzichte van elkaar gepositioneerd zijn. Deze ontwikkeling gaat door totdat een evenwicht is bereikt tussen de 2d-morfologische dynamiek en de getijbeweging, die door de smalte van het bekken nog een redelijk 1d-karakter bewaart. De “alternating bars” volgroeien dan ook niet tot aan de hoogwaterlijn, maar stoppen met groeien op ongeveer 30% van de lokale gemiddelde waterdiepte. De grootte van de alternating bars en de daartussen liggende diepe gedeelten lijkt vrijwel lineair afhankelijk te zijn van de initiële lokale diepte: naar het landwaartse eind van het bekken neemt de “golflengte” van de zandbanken af en aan het zeewaartse eind is ze maximaal. Een lengtedoorsnede van de estuariumbodem doet sterk denken aan een functie $y = x \cdot \sin(x)$ gesuperponeerd op de oorspronkelijke bodem. Echter, het meest landwaartse eind van het bekken doet niet mee aan de morfologische ontwikkeling: onmiddellijk na de start van het estuarium slibt dit gedeelte wederom op tot vlak onder hoogwaterniveau. Er ontstaan hier geen alternating bars: deze lijken slechts te ontstaan in dat gedeelte van het estuarium waar *het gemiddelde bodemniveau beneden de laagwaterlijn ligt*. In dit gedeelte is de ebstroom sterk, en aangezien deze de neiging heeft zich te concentreren in diepe gedeelten (geulen), wordt hier de grootste bijdrage geleverd aan de geul- en plaatopbouw.

In het onderzoek van Hibma wordt geconstateerd dat, gegeneraliseerd gezegd, de initiële verhouding bekkenbreedte/bodemligging zeer bepalend is voor de morfologische ontwikkeling in een estuariumgedeelte. Naarmate de breedte overheerst boven de diepte worden de lengteschalen in de

morfologische patronen kleiner en de hoogtes eveneens. Dit komt overeen met de in deze paragraaf gedane constatering van het $y = x \sin(x)$ -achtige gedrag van de morfologie in dit model. Een gevolg van de constatering van Hibma is dat in het allerondiepste gedeelte van het estuarium de schalen zo klein worden, dat er plaats is voor meerdere geulen en platen in één en dezelfde dwarsdoorsnede. Een aantal parallel lopende slenken zal dus het opgeslibde ondiepe landeinde van het estuarium gaan doorsnijden; deze zijn echter zeer klein en smal en in het model niet waarneembaar. Daarbij moet bedacht worden dat de resolutie van het model (gridcelafmetingen van $125 \times 250 \text{ m}^2$) en de geringe afmetingen in onderhavige berekening het zeer moeilijk maken om dit effect zichtbaar te maken. In figuur 6.2 is, analoog aan figuur 6.1, de morfologie van het twee-cellenmodel in beeld gebracht.

Voor het standaardestuarium van 5 gridcellen breed geldt qua initiële ontwikkeling ongeveer hetzelfde als voor het geval met 2 gridcellen breedte, met dien verstande dat het “diamantpatroon” nu veel beter zichtbaar is. Ook de hoofdkenmerken van het resulterend morfologische patroon zijn hetzelfde: alternating bars, een opgeslibd landwaarts bekkeneinde en een meanderende hoofdgeul. Er zijn nu echter enkele aanvullende kenmerken van de morfologie zichtbaar geworden (zie figuur 6.3).

- De alternating bars hebben veel meer ruimte om te groeien en worden dan ook volledig “volwassen”, in tegenstelling tot in het vorige model. De meeste zandplaten groeien aan tot ze ongeveer op laagwaterniveau liggen. Door de toegenomen breedte heeft de morfologie meer ruimte, zodat er grotere structuren ontstaan: grotere lengteschalen.
- In de buitenbochten van de hoofdgeul treedt een sterke verdieping op. Normaliter zou hier de buitenbocht ook in horizontale richting eroderen, maar omdat dit in dit model niet mogelijk is vanwege de dichte snelheidsrand, wordt alle getijenergie op de bodem gericht. In de reële werkelijkheid zal de feitelijke uitdieping van de buitenbochten daarom waarschijnlijk kleiner zijn dan de modeluitkomsten suggereren.
- De min of meer rechte geulgedeelten die de buitenbochten met elkaar verbinden zijn aanmerkelijk minder diep. Hier lijkt sprake te zijn van drempelvorming in de hoofdgeul. Echte drempels in de zin van obstakels die boven water uitkomen ontstaan echter niet.
- De diepe buitenbochten zijn vrij langgerekt van vorm. Afhankelijk van de door het getij wisselende stroomrichting lijkt de hoofdgeul licht door te schieten in de vorm van eb- en vloedscharen. Deze ontmoeten elkaar ter plaatse van een drempel, die lager is dan de rest van de plaatselijke “alternating bar”.
- Door de toenemende breedte van het estuarium krijgt de morfologie in dwarsrichting meer vrijheid en neemt de kans op chaotische vormen toe. Inderdaad is te zien dat, hoewel het patroon van alternating bars en een meanderende hoofdgeul goed zichtbaar is, het strakke sinusöïdale bodem patroon wordt doorbroken op het *ondiepe* gedeelte van het bekken. De verhouding breedte/diepte is hier zo groot geworden dat de morfologie niet meer in een keurslijf wordt gedwongen door de modelranden. Het basispatroon wordt hier chaotischer; het uiteindelijke patroon lijkt hier beïnvloed te kunnen worden door de beginvoorwaarde (de random-bodemverstoring). Dit blijkt echter vooral op te gaan bij gebruik van sediment met een hoge valsnelheid; bij lagere valsnelheden ($1.0 \text{ à } 2.0 \text{ cm/s}$) heeft het suspensietransport meer vat op de bodem en verdwijnt de invloed van de beginvoorwaarde, zodat een strak ingespeeld bodempatroon resulteert.

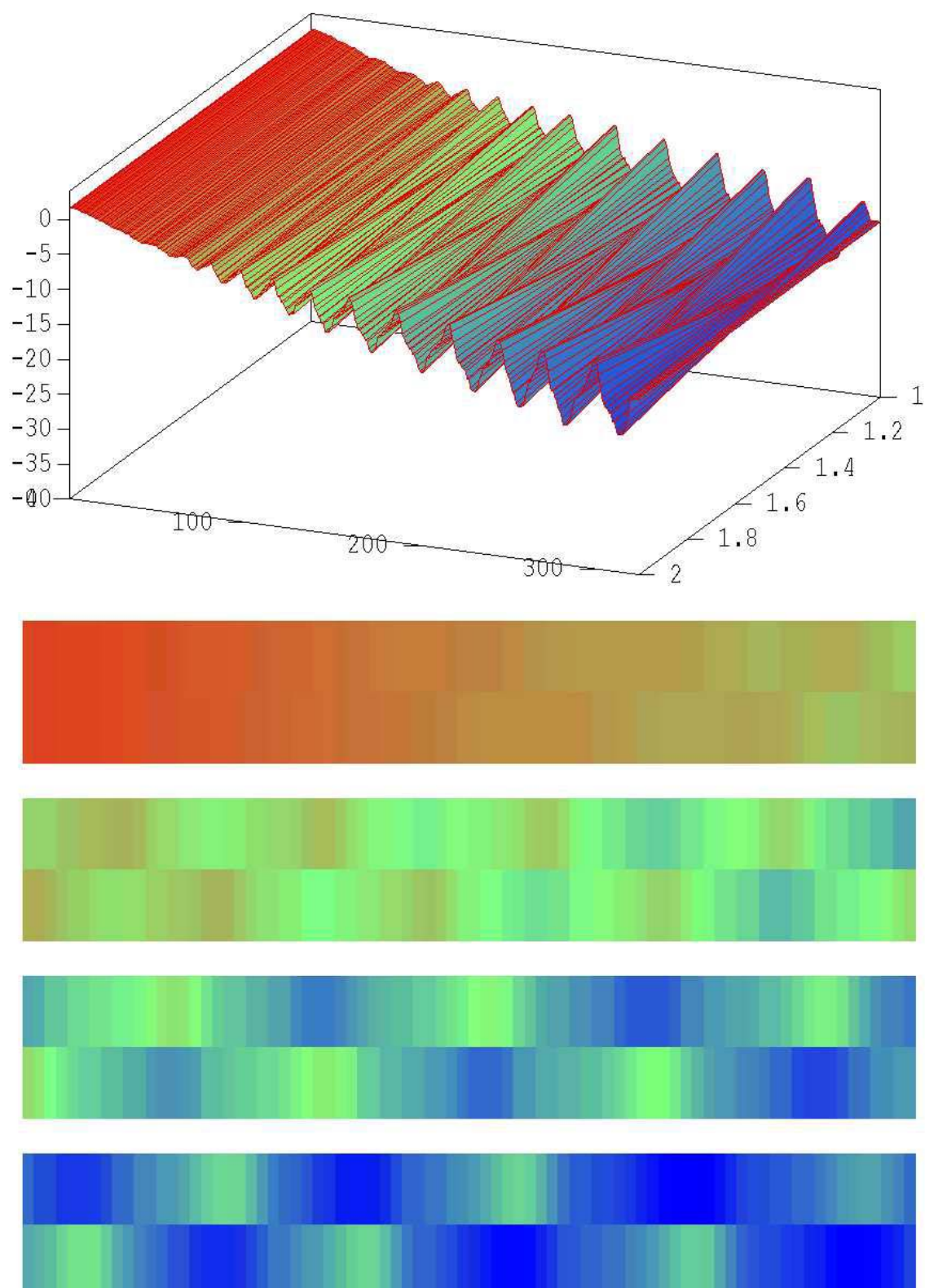
Bij een estuarium van 10 gridcellen breed zijn bovenstaande effecten sterker zichtbaar. De lengteschalen nemen opnieuw toe, evenals de verdieping in de buitenbochten. De meeste zandplaten wassen verder aan van bij 5 gridcellen breedte; ze benaderen de hoogwaterlijn. Tussen sommige alternating bars, ongeveer halverwege het estuarium, lijkt plaats te zijn voor twee ten opzichte van elkaar puntsymmetrische hoofdgeulen met elk een drempel aan het benedenstroomse eind, overeenkomstig de waarnemingen van Ahnert (zie hoofdstuk 2). Tussen deze twee hoofdgeulen kunnen zelfs op hun beurt weer grote platen ontstaan. De eb- en vloedscharen zijn langer dan in het vorige model. Het verband tussen lengteschalen en dieptes is in de 3d-panoramaplot goed zichtbaar (zie figuur 6.4).

Bij een estuarium van 20 cellen breed is de breedte/diepteverhouding zo toegenomen, dat in een de gehele ondiepe helft van het estuarium initieel meerdere geulsystemen naast elkaar ontstaan. In het diepere gedeelte overheerst daarentegen één geulsysteem. In het ondiepe gedeelte is het regelmatige alternating bars-patroon niet erg goed meer zichtbaar, in tegenstelling tot het diepe gedeelte. De lengteschalen zijn groot; de eb- en vloedscharen zien er ongeveer hetzelfde uit als in het vorige model. Op de landwaartse zandplaat boven de laagwaterlijn is nu duidelijker te zien dat zich meerdere geulen naast elkaar ontwikkelen.

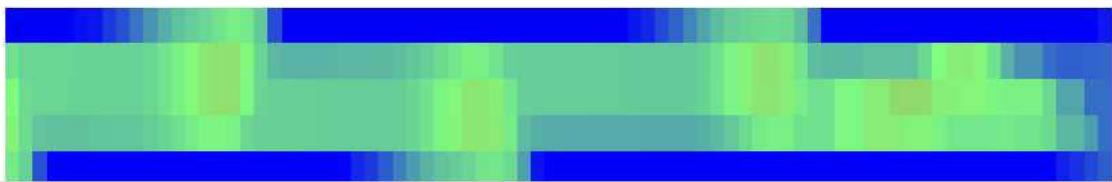
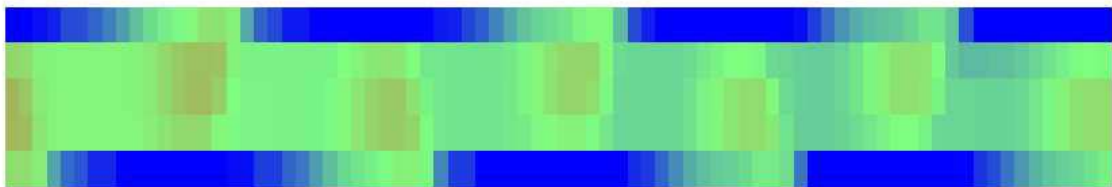
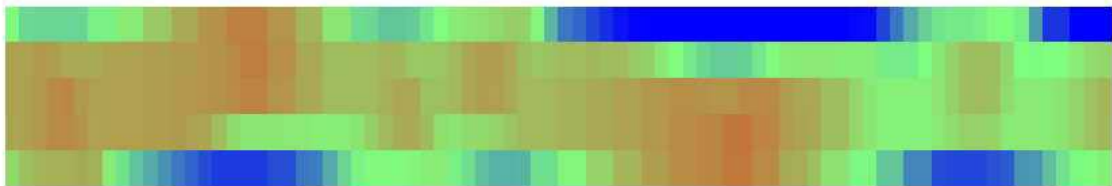
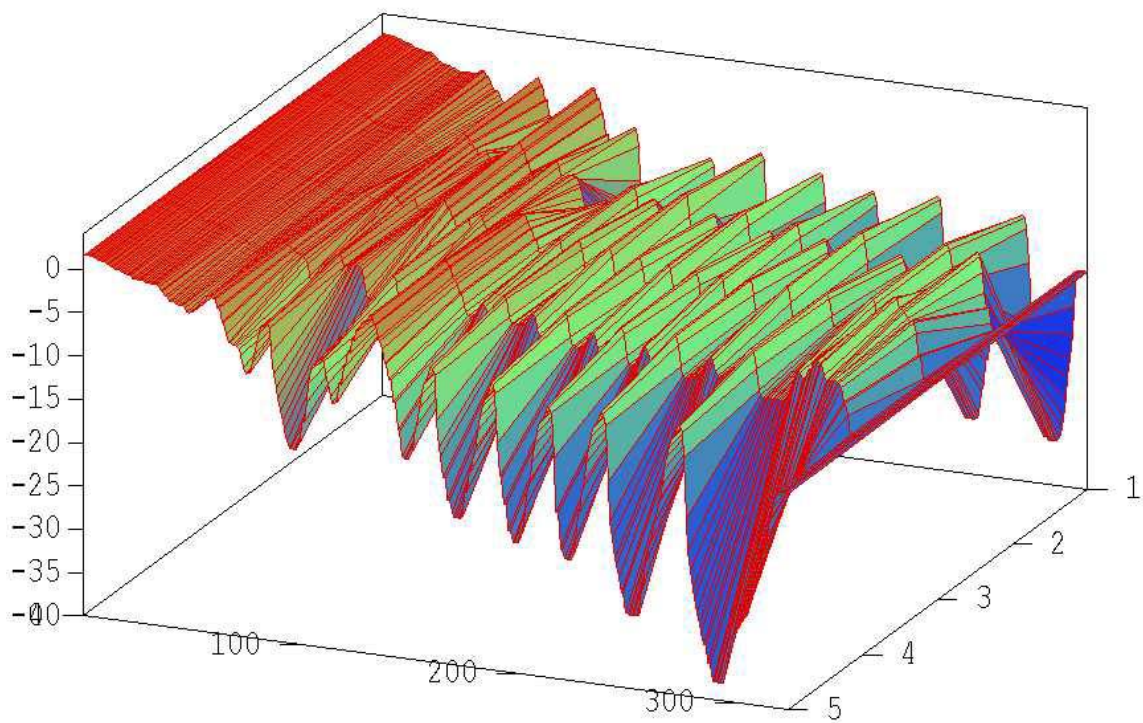
Een opvallend modelresultaat is, dat de over de breedte gemiddelde diepte van alle behandelde estuaria nagenoeg hetzelfde blijkt te zijn. Dat betekent dat de alternating bars gesuperponeerd zijn op een longitudinaal evenwichtsprofiel, dat bijna exact gelijk is aan het evenwichtsprofiel in een 1d-situatie. Dit bevestigt de theorie van Van Veen dat sediment in estuaria kan circuleren zonder netto verplaatsing (zie paragraaf 2.3). Alleen de *locatie* van de alternating bars verstoort het gemiddelde enigszins; daardoor is het over de breedte gemiddelde evenwichtsprofiel een periodieke functie rondom het 1d-profiel. Zie figuur 6.6 voor de vijf evenwichtsprofielen in twee grafieken.



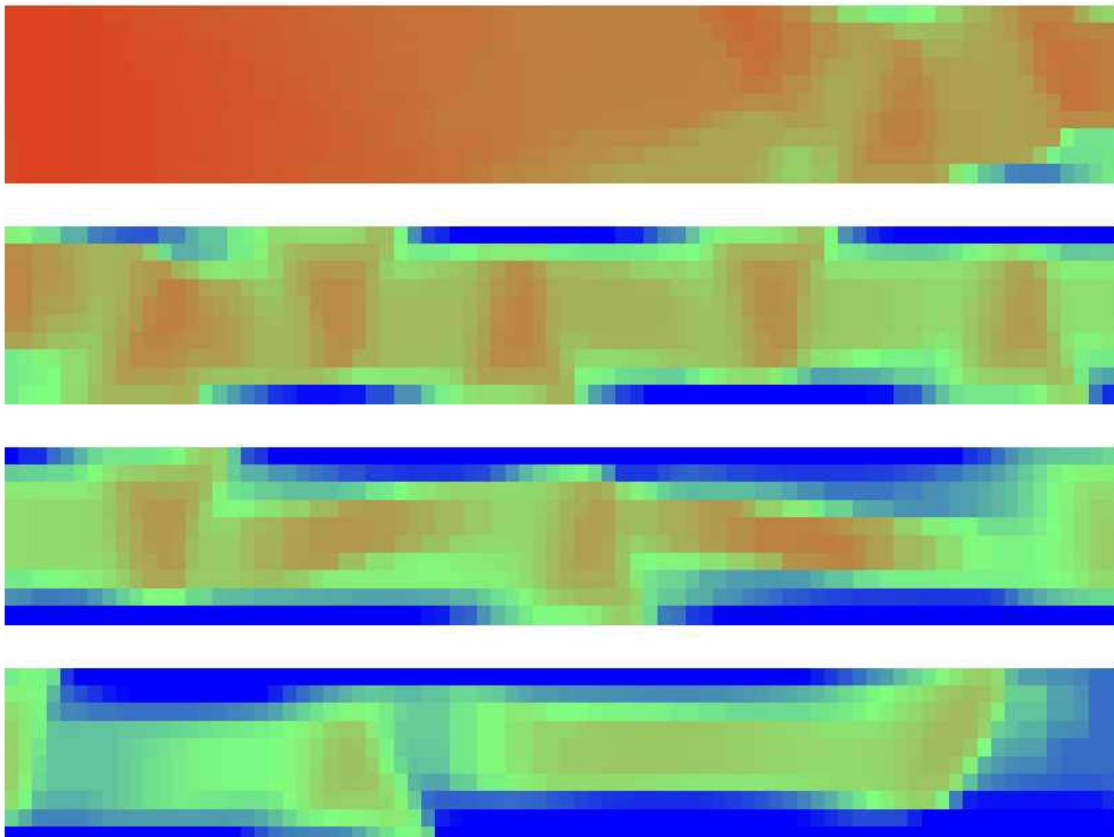
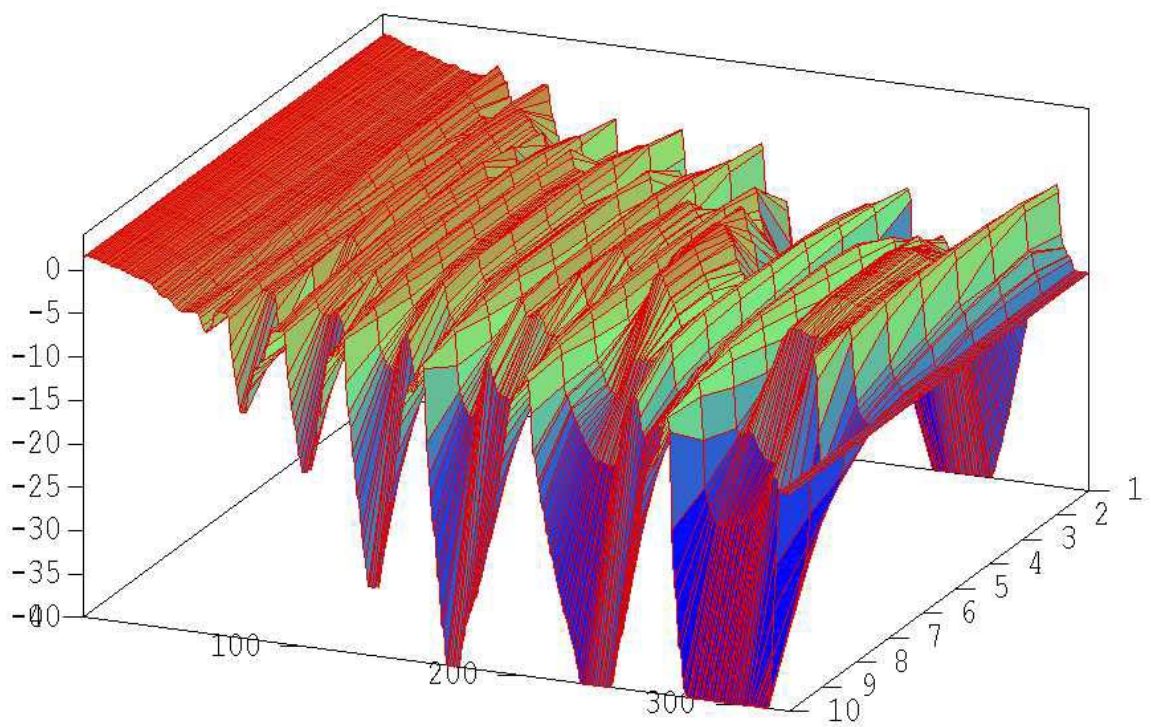
Legenda bij de figuren 6.1 t/m .618: dieptecontouren van de bodemligging



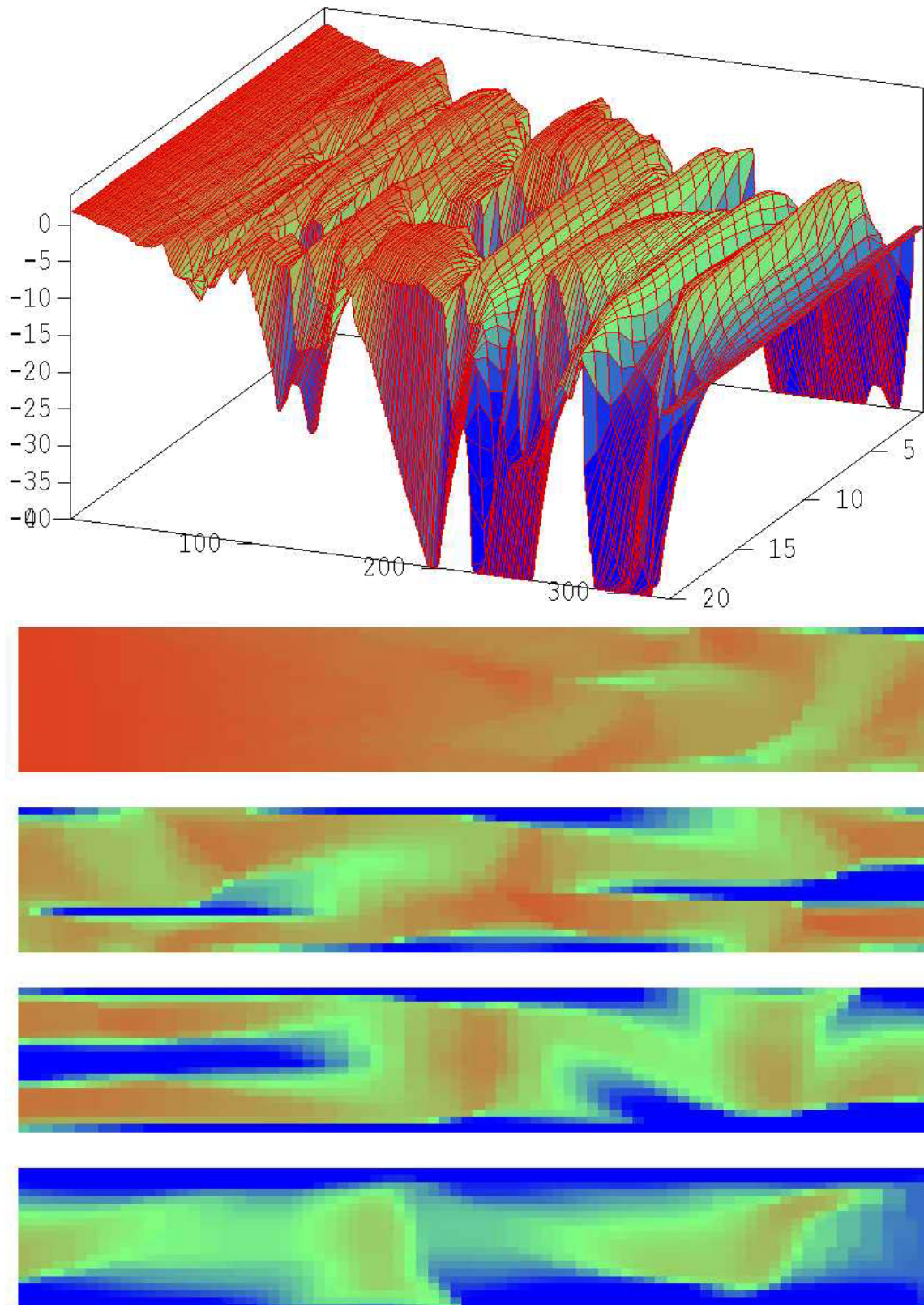
Figuur 6.2 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van de morfologie van het standaardestuarium (2 gridcellen breed)



Figuur 6.3 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van de morfologie van het standaardestuarium (5 gridcellen breed)



Figuur 6.4 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van de morfologie van het standaardestuarium (10 gridcellen breed)



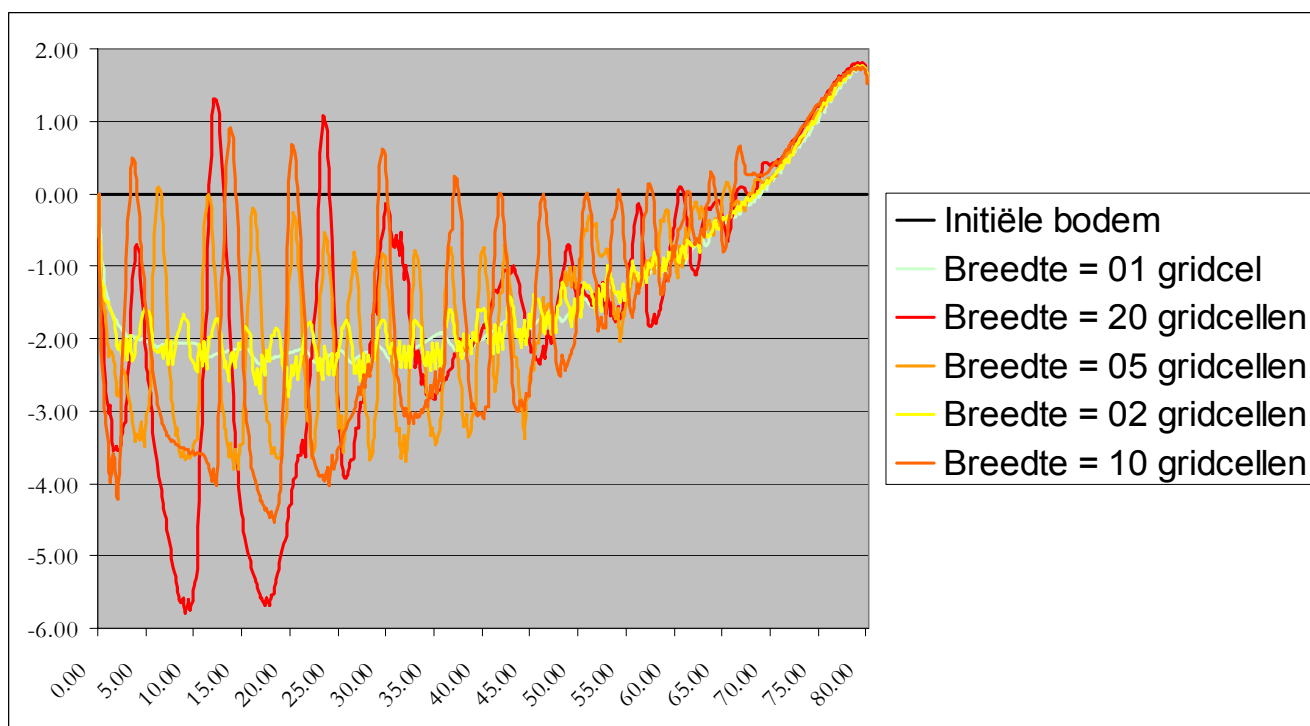
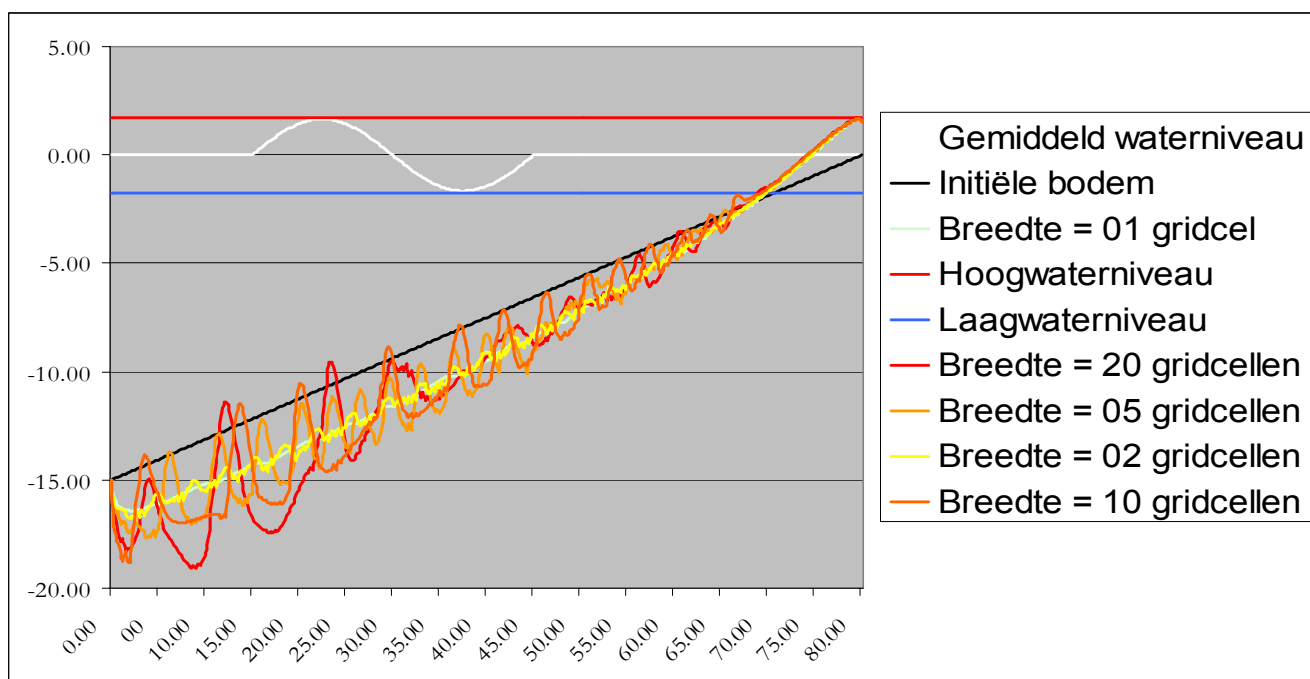
Figuur 6.5 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van de morfologie van het standaardestuarium (20 gridcellen breed)

6.2.3 Resultaten van de standaard-meetserie met Engelund & Hansen

Dezelfde geometrieën als in de vorige paragraaf zijn tevens doorgerekend met de transportformule van Engelund & Hansen in plaats van met Van Rijn 1984. Engelund & Hansen is een totaal-transportformule en maakt geen onderscheid tussen bodemtransport en suspensietransport. De formule is in het model van Hoofdstuk 5 ingepast door het totaaltransport als *bodemtransport* te beschouwen, en het suspensietransport en de evenwichtssedimentconcentratie op nul te definiëren. De methode van Roe behoudt zijn geldigheid. De formulering voor het totaaltransport bij Engelund & Hansen, ingevuld in de bodemtransportmodule, luidt:

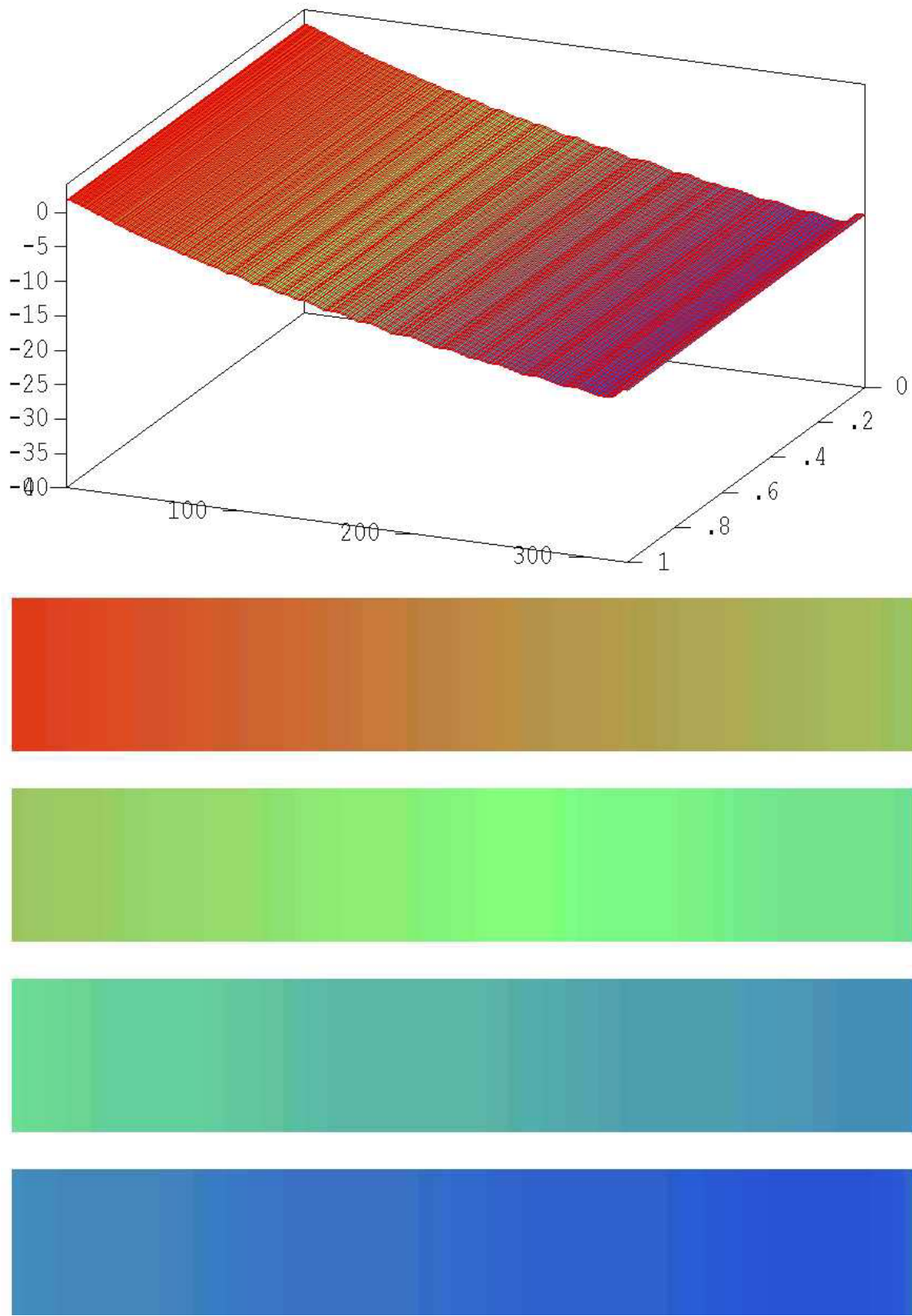
$$s_{bx} = \frac{0.05|U|^4 \cdot u}{C^3 \Delta^2 d_{50} \sqrt{g}} \quad \text{en} \quad s_{by} = \frac{0.05|U|^4 \cdot v}{C^3 \Delta^2 d_{50} \sqrt{g}} \quad (6.1)$$

De orde grootte van de transporten die deze formulering oplevert ligt uiteraard in de buurt van die van het suspensietransport bij Van Rijn 1984, aangezien het bodemtransport veel kleiner is. Er is echter een belangrijk verschil in het gedrag van beide formules. In figuur 5.10 is te zien dat bij Van Rijn 1984 de grootte van het suspensietransport niet erg afhankelijk is van de waterdiepte bij gegeven snelheid. Beneden de $|U| = 2$ m/s neemt bij toenemende diepte het transport af, boven de $|U| = 2$ m/s neemt het transport toe. De uitersten ontlopen elkaar echter niet veel. Echter, in figuur 11 staat het gedrag van de formule Engelund & Hansen weergegeven. Hier is te zien dat bij afnemende diepte het totale transport bij gelijkblijvende snelheid flink toeneemt. Hoe ondieper het water, hoe meer erosie. Hierdoor heeft Engelund & Hansen een zeker nivellerend karakter, daar waar Van Rijn 1984 veel meer gradiënten in de bodem toestaat. Dit blijkt ook duidelijk uit de modelresultaten met de Engelund & Hansen-formule. De standaard-meetserie met gebruik van deze formule is weergegeven in de figuren 6.6 t/m 6.10. De algemene verschijnselen in de morfologie is hetzelfde: alternating bars gesuperponeerd op een evenwichtsprofiel, opslibbing aan de landwaartse korte kant van het bekken, en lineair met de diepte afnemende morfologische lengteschalen. Maar het is opvallend dat de uitkomsten minder geprononceerd zijn dan bij gebruik van de Van Rijn 1984-formule. De drempels tussen de eb- en vloedscharen zijn veel minder hoog; de getijstroming heeft hier de neiging om rechtdoor te gaan en de drempel te nivelleren. Bij een smal estuarium van 2 cellen breed blijkt bovendien dat de bodemvormen veel minder hoog worden en eerder stoppen met groeien. Ook dit is te verklaren door de uitvlakking die in de Engelund & Hansen-formulering verwerkt is.

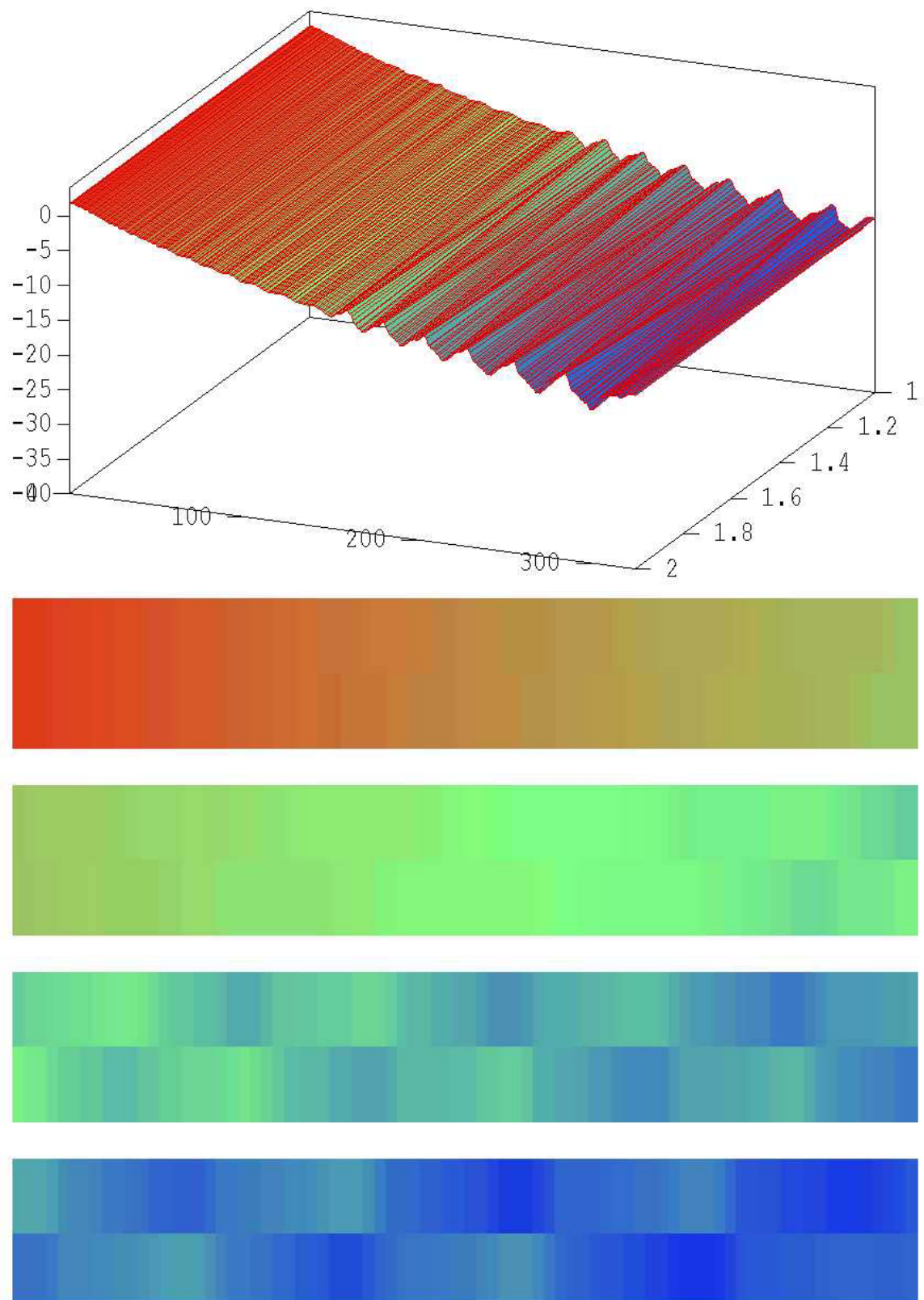


Figuur 6.6

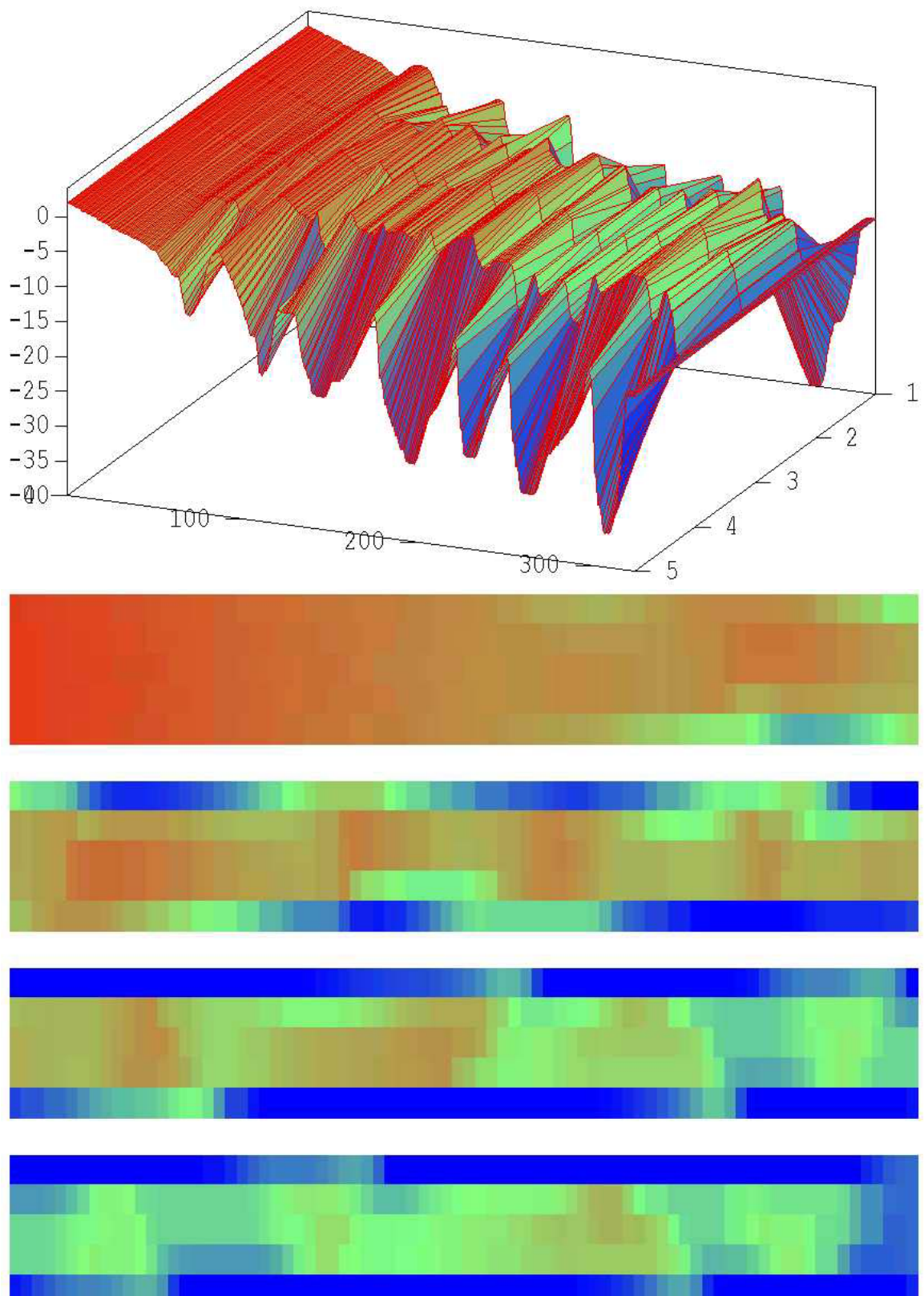
De over de breedte gemiddelde diepte van het estuarium in lengterichting voor de standaardmeetserie, in absolute z (boven) en gerelateerd aan de initiale bodem (onder). De oscillaties worden veroorzaakt door de positie van de alternatie bars; voor het overige volgen alle vijf de modelresultaten het 1d-evenwichtsprofiel



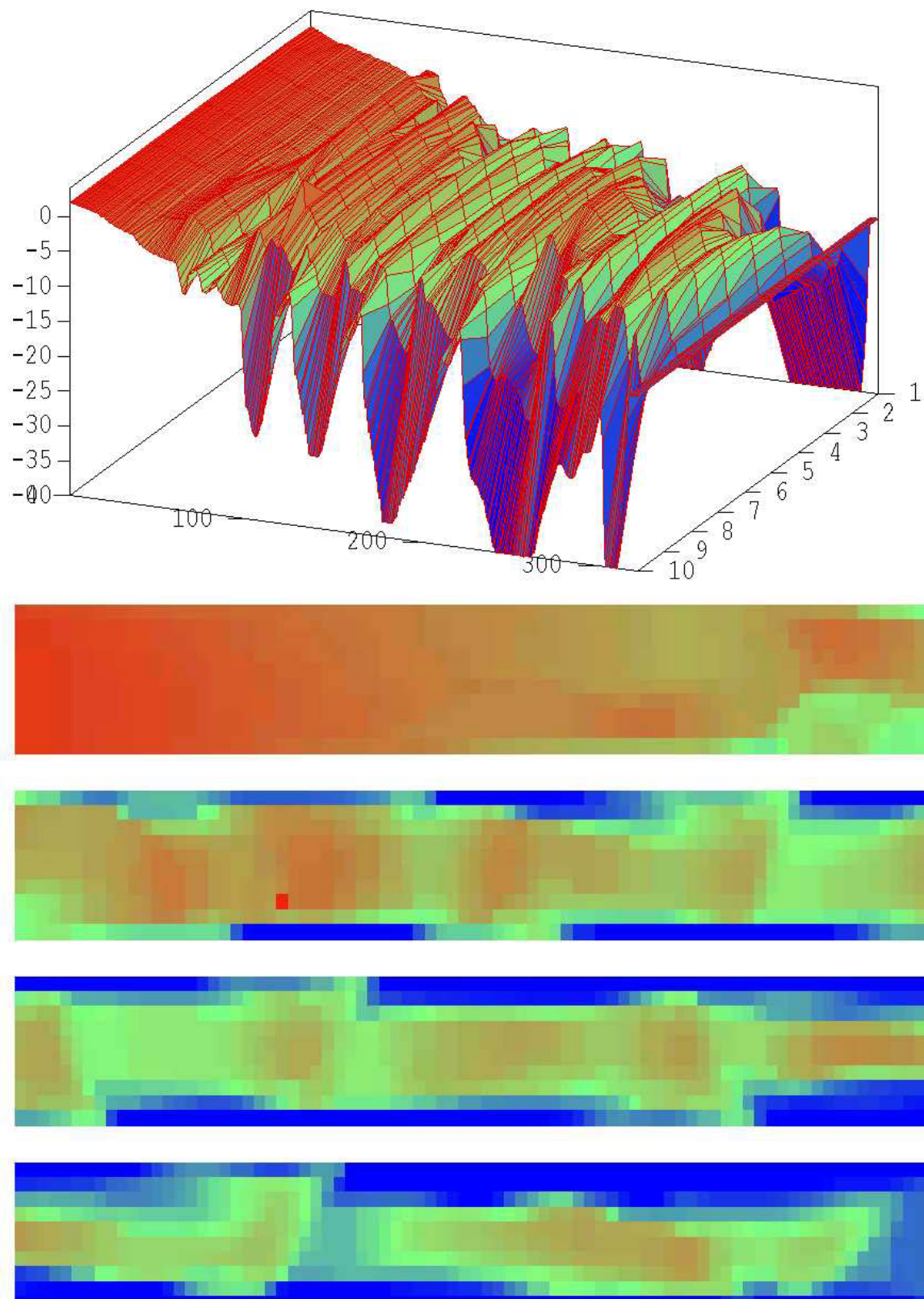
Figuur 6.7 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van het estuarium met Engelund & Hansen (1 gridcel breed)



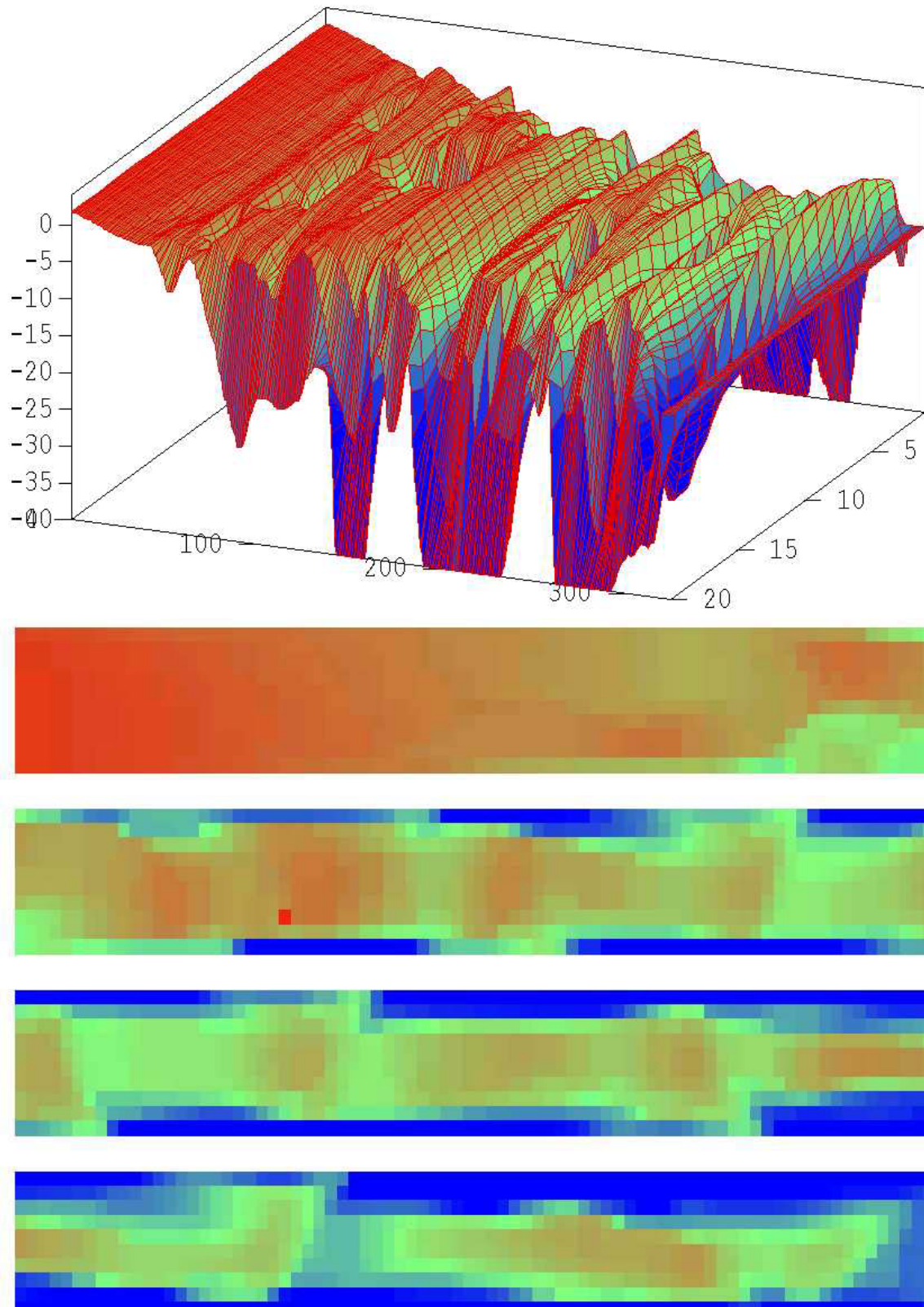
Figuur 6.8 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van het estuarium met Engelund & Hansen (2 gridcellen breed)



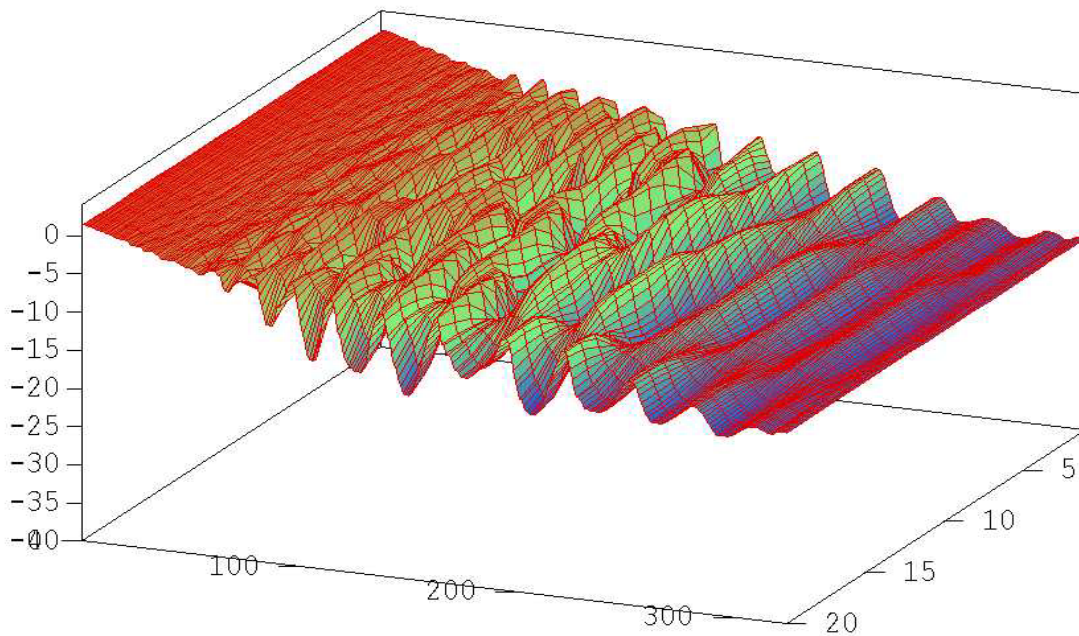
Figuur 6.9 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van het estuarium met Engelund & Hansen (5 gridcellen breed)



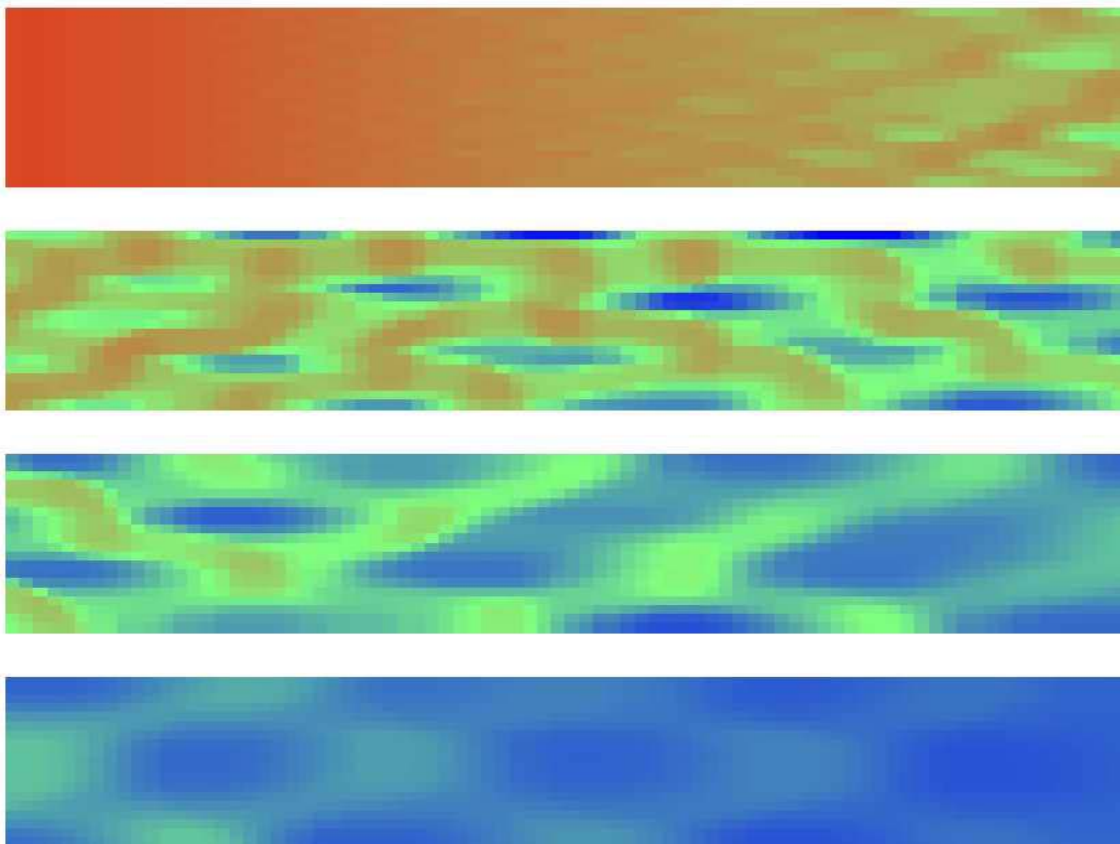
Figuur 6.10 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van het estuarium met Engelund & Hansen (10 gridcellen breed)



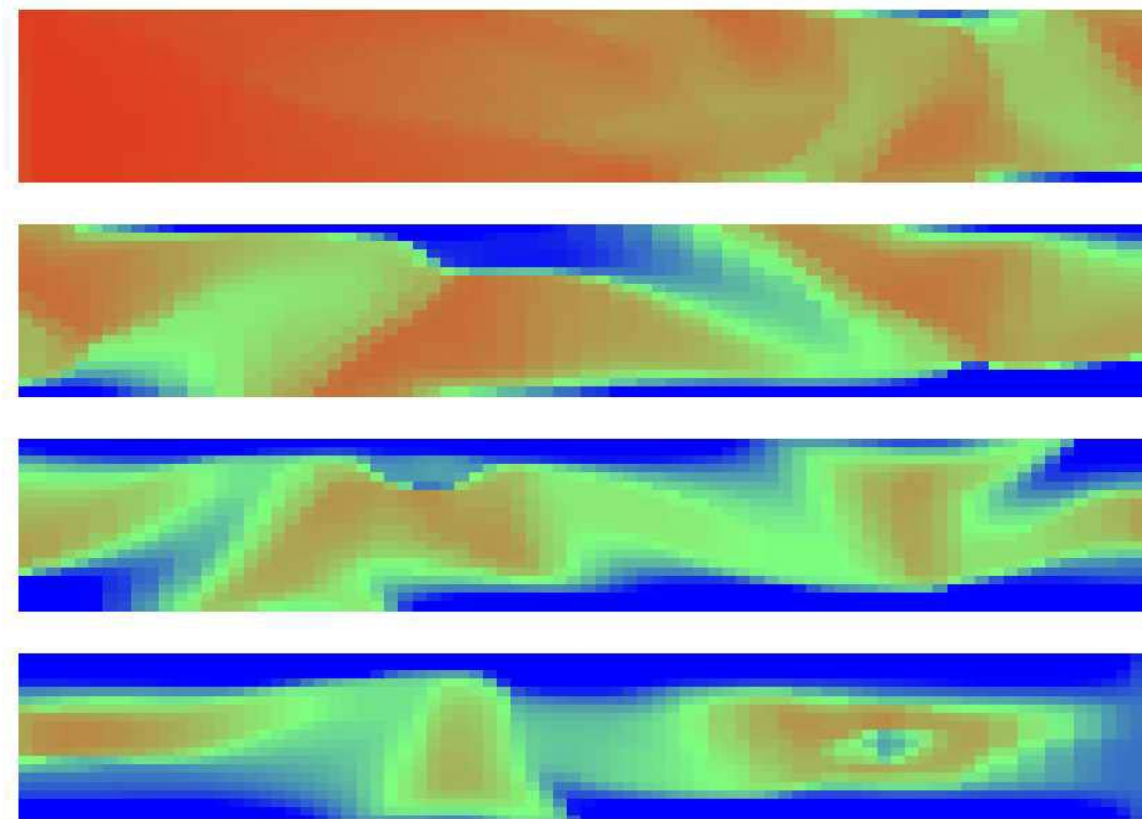
Figuur 6.11 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van het estuarium met Engelund & Hansen (20 gridcellen breed)



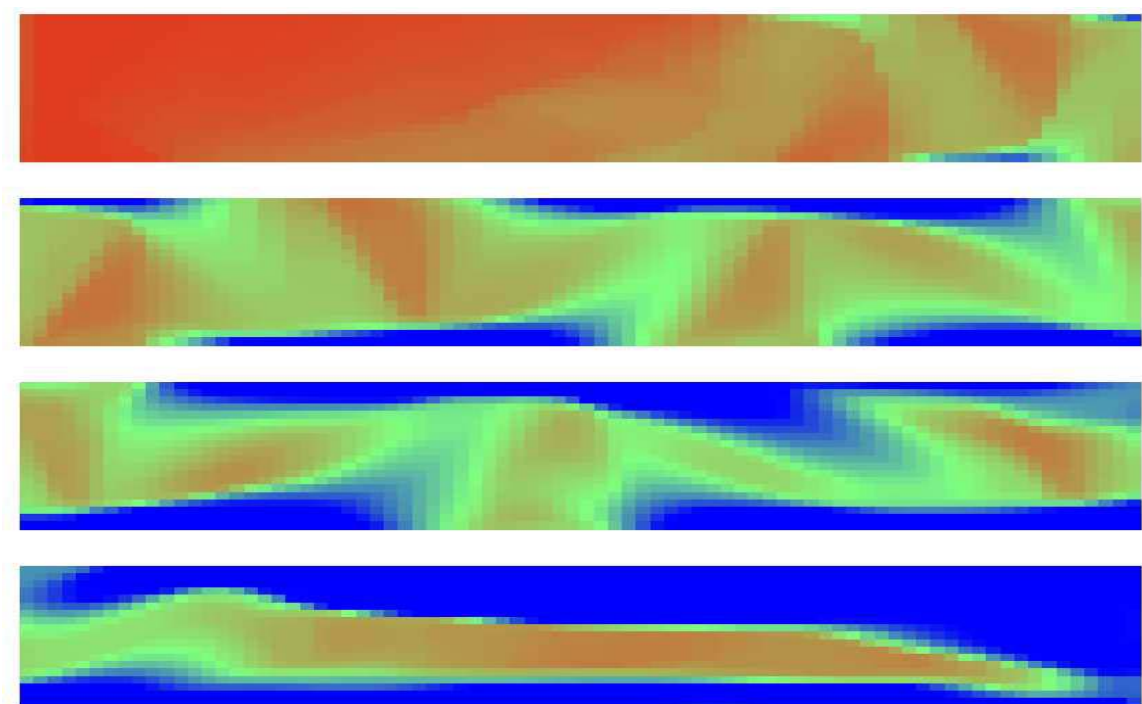
Figuur 6.12 3d-panoramaplot van een estuarium met initiële 1d-bodemverstoringen na 87 jaar



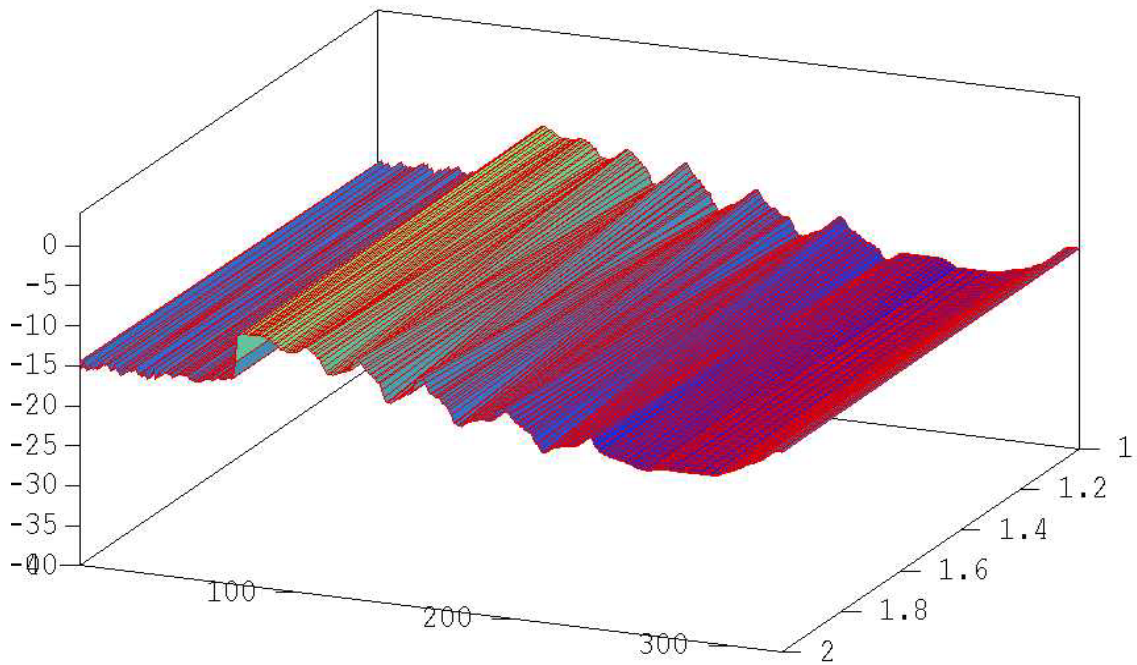
Figuur 6.13 2d-contourplot van een estuarium met initiële 1d-bodemverstoringen na 87 jaar



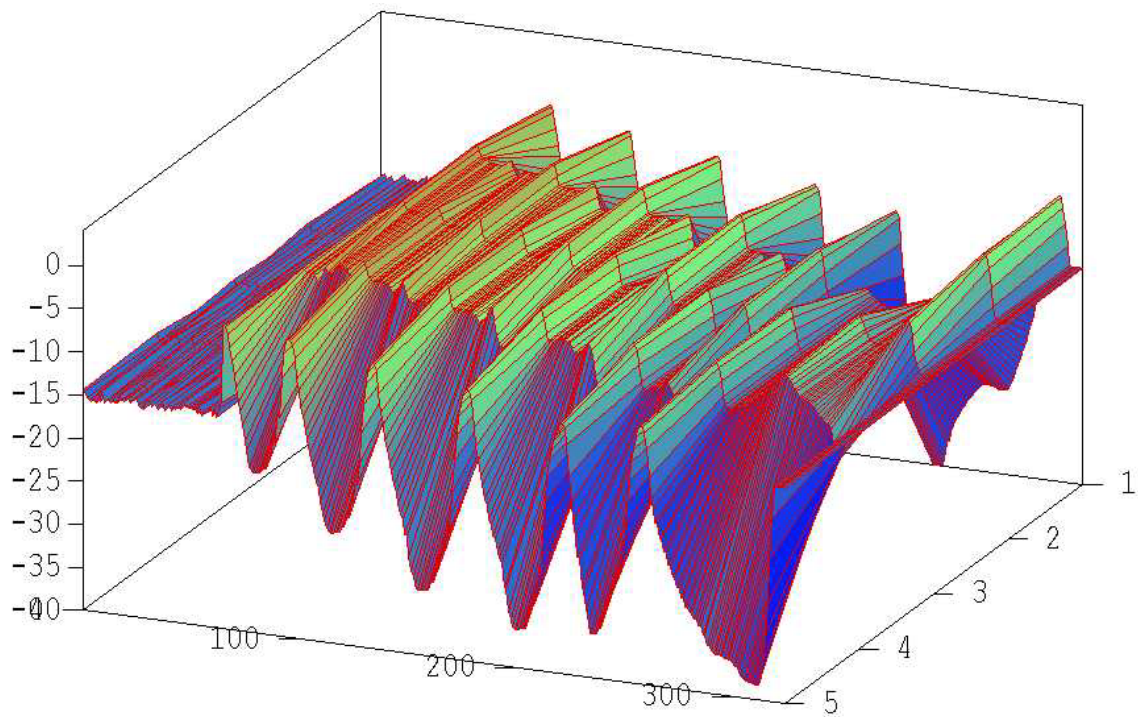
Figuur 6.14 2d-contourplot van het standaardestuarium, met een valsnelheid van 2.0 cm/s



Figuur 6.15 2d-contourplot van het standaardestuarium, met een valsnelheid van 1.0 cm/s



Figuur 6.16 3d-panoramaplot van een bekken met initieel horizontale bodem (breedte 2 gricellen) na 140 jaar



Figuur 6.17 3d-panoramaplot van een bekken met initieel horizontale bodem (breedte 5 gricellen) na 140 jaar

6.2.4 Resultaten van een aantal afwijkende modellen

Afwijking 1: Bij een aantal uitgevoerde modelsimulaties is gebruik gemaakt van 1d-verstoringsen. Dat houdt in dat de initiële bodemverstoringsen wel in lengterichting varieren, maar niet in dwarsrichting. In combinatie met een uniform getijsignaal aan de zeezijde leidt dit tot een volledig 1d-model. In feite is er hier sprake van 20 naast elkaar gelegen modellen van 1 gridcel breed. In eerste instantie is het resultaat er dan ook naar: evenals bij het standaard-estuarium van 1 gridcel breed vlakken alle verstoringen direct na het begin van de simulatie uit, en ontstaat er een glad evenwichtsprofiel. Echter, een computer maakt altijd zeer kleine rekenfouten, afhankelijk van het formaat en de resolutie van de gebruikte reële variabelen. Het in dit project gebruikte formaat is *double precision*: een macht van tien met een nauwkeurigheid van 15 decimalen. Het kan echter niet voorkomen worden dat er in dwarsrichting zeer kleine afwijkingen in het evenwichtsprofiel ontstaan. Uit de modelresultaten blijkt dat dit inderdaad het geval is. Na enkele tienduizenden getijperioden (50 à 70 jaar) blijkt dat deze minuscule verstoringen zover gegroeid zijn dat de waterbeweging erdoor beïnvloed wordt. Vanaf dat moment is er sprake van een patroon van 2d-verstoringsen, zodat er een labiel evenwicht ontstaat. Dat houdt in dat vanaf dit moment een normaal modelresultaat verwacht mag worden. Inderdaad groeit vanaf het ondiepe deel van het estuarium zichtbaar het eerder besproken diamantpatroon, en daarna ontstaan de normale alternating bars. De definitieve situatie lijkt zeer sterk op de resultaten uit de standaardserie. Dit blijkt het geval te zijn voor alle verschillende estuariumbreedten.

De conclusie luidt: kon met oneindige nauwkeurigheid worden gerekend, dan zou een stabiel 1d-profiel resulteren. Dankzij de fundamentele onnauwkeurigheid van een computerberekening wordt het fysische 2d-proces in het estuarium echter alsnog in gang gezet.

De figuren 6.12 en 6.13 geven het bovenstaande proces weer in momentopname: het ontstaan van het diamantpatroon in 3d- en 2d-plots. Het aanvankelijke gladde 1d-profiel en het uiteindelijke volgroeide morfologische patroon spreken voor zichzelf en worden niet weergegeven.

Afwijking 2: Een tweede uitgevoerde serie afwijkende modelsimulaties is gebaseerd op de variatie van de valsnelheid (in dit geval onafhankelijk van de mediane korreldiameter). De verhouding tussen de valsnelheid en de lokale schuifspanningssnelheid is een dimensieloze parameter die een grote invloed heeft op de grootte van het suspensietransport. Deze parameter blijkt ook een sleutel te zijn tot de grootte van de in het estuarium optredende lengteschalen. Een lagere valsnelheid dan de standaardwaarde (0.032 m/s) levert grotere “golflengtes” op in zowel lengterichting als dwarsrichting. Niet alleen de alternating bars worden langer, maar ook passen er bij brede estuaria minder diamantpatronen in een dwarsdoorsnede. Daardoor wordt bij lagere valsnelheden een veel eenduidiger hoofdebgeul gevonden, met een fraaie meander, ook bij grote estuariumbreedten. Dit wordt geïllustreerd in de figuren 6.14 en 6.15. Verder blijkt dat bij nog lagere valsnelheden (0.010 m/s) het de getijbeweging zoveel vat krijgt op het sediment, dat ter plaatse van de getijrand het morfologische patroon sterk verstoord wordt. De alternating bars blijken (onder invloed van een ebdominante getijstrooming) de neiging te hebben één voor één het modelgebied uit te lopen. Bij een middelmatige valsnelheid (0.020 m/s) blijkt dit effect niet op te treden. De gevonden morfologische patronen zijn voor deze waarde van de valsnelheid op hun best.

Afwijking 3: Tenslotte zijn enkele proeven uitgevoerd met een constante initiële diepte in plaats van een lineair ondieper wordend bekken. Dit leidt tot een verrassend resultaat.

Het idee van een lineair hellend bekken, zoals in de standaard-modelserie is gebruikt, is gebaseerd op een kombergingsbenadering: als de golflengte van het getij even oneindig groot wordt verondersteld, en het getijprisma lineair afneemt naarmate de afstand tot de monding van het bekken toeneemt, is bij lineair afnemende diepte de lokale watersnelheid min of meer constant. Dat betekent dat overal in het bekken tegelijkertijd een begin van sedimentbeweging wordt ingezet, en de orde-grootte van het sedimenttransport in het hele bekken vrijwel constant is. In dat geval is het evenwichtsprofiel gelijk aan de initiële lineair hellende bodem.

Omdat in een bekken van 80 km lengte een kombergingsbenadering echter niet opgaat en het sedimenttransport niet-lineair van karakter is, ziet het werkelijke evenwichtsprofiel er iets anders uit, zoals de figuren 6.1, 6.6 en 6.7 laten zien. Toch is er sprake van dat de helling ongeveer constant is over de lengte. Een vraag die nu rijst is: is dit het enig mogelijke evenwichtsprofiel bij gelijkblijvende getijamplitude en bekkenlengte? Als er wordt begonnen met een volledig horizontale bodem, zal zich dan hetzelfde evenwichtsprofiel ontwikkelen als bij een hellende bodem?

Dit blijkt inderdaad het geval te zijn, zij het dat de ontwikkeling van het evenwichtsprofiel veel langzamer gaat omdat het grondverzet bij een initieel horizontale bodem veel groter is dan bij een initiële helling. Er zijn proeven genomen voor verschillende breedtes van het estuarium. De figuren 6.16 en 6.17 tonen het resultaat voor een bekken van 2 en 5 gridcellen breed. Het resultaat vertoont duidelijke kenmerken.

Het evenwichtsprofiel bouwt zich op vanaf de zeezijde; het middelste gedeelte van het estuarium wordt het eerst met sediment opgevuld, en daarna verplaatst dit depositie-front zich als een soort schokgolf landinwaarts. De initiële bodemverstoringen op de horizontale bodem blijken in het landwaartse deel van het estuarium volledig intact te blijven, totdat de sedimentdepositie begint. Dit is logisch, omdat in dit gedeelte van het bekken de locale snelheid als gevolg van de constante diepte evenredig is met het getijprisma, en dus op deze plaats bijna nul is; er is volgens Shields in ieder geval nog geen begin van beweging. Er is dus landwaarts van de schokgolf geen enkele morfologische activiteit. Verder ontwikkelen zich op de zeewaartse “rug” van de schokgolf onmiddellijk alternating bars. Dus ook de ontwikkeling van het 2d-morfologische patroon dat mag worden verwacht start in deze simulatie vanaf de zeezijde.

Naarmate de schokgolf verder landinwaarts loopt neemt de fasesnelheid ervan af. De reden hiervan is dat in het landwaartse bekkeneinde het getijprisma en de locale snelheid steeds verder afnemen, maar tegelijk voor het bereiken van het evenwichtsprofiel veel meer grondverzet nodig is. Daardoor zal het in theorie oneindig lang duren voordat de schokgolf het landwaartse bekkeneinde heeft bereikt. In werkelijkheid zal door de invloed van het naijlende suspensietransport wél binnen een eindige tijdsduur het definitieve evenwichtsprofiel worden bereikt.

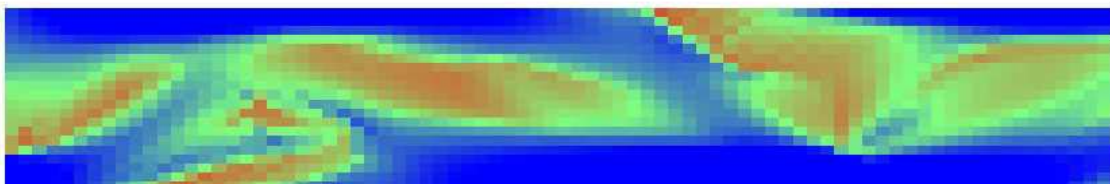
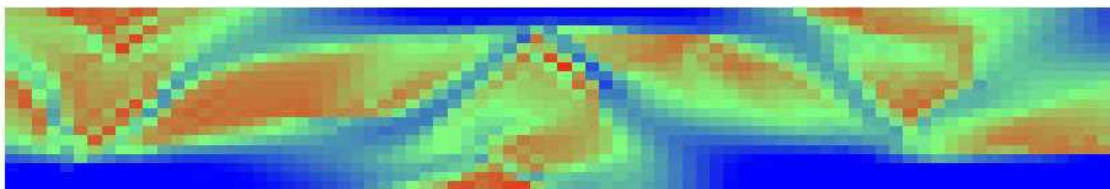
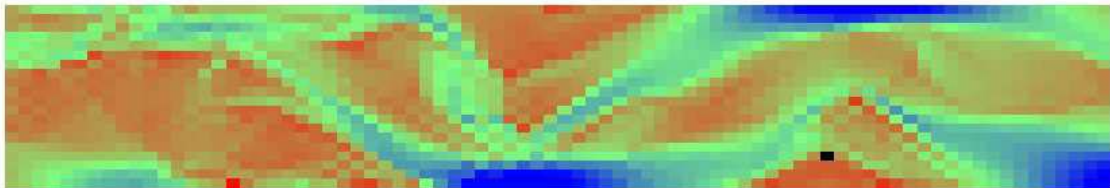
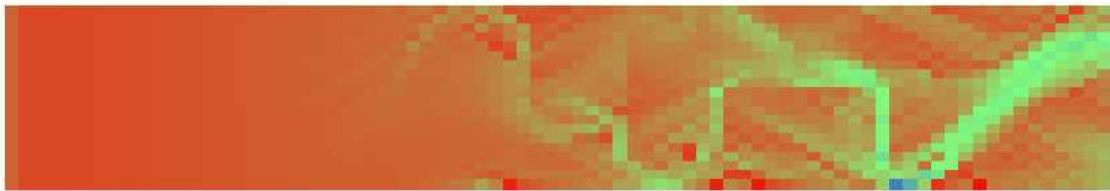
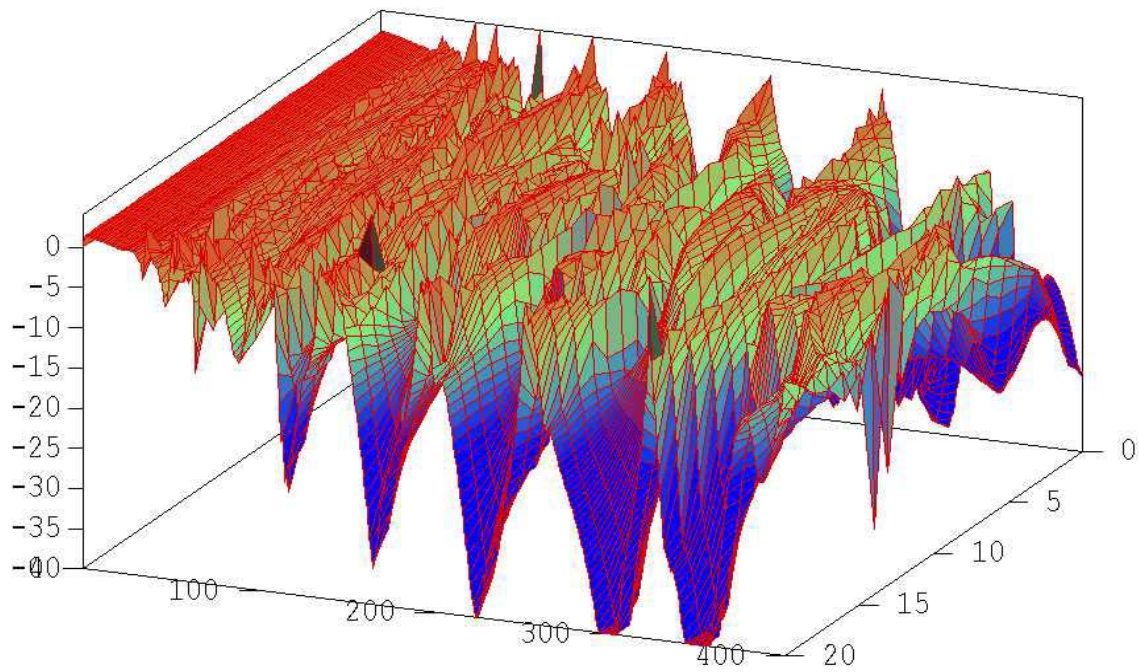
6.3 Vergelijking met het Delft3d-model van Hibma

De bevindingen die in het promotieonderzoek van Hibma worden gedaan komen in kwalitatieve zin overeen met de bevindingen in dit afstudeerproject. Deze zijn:

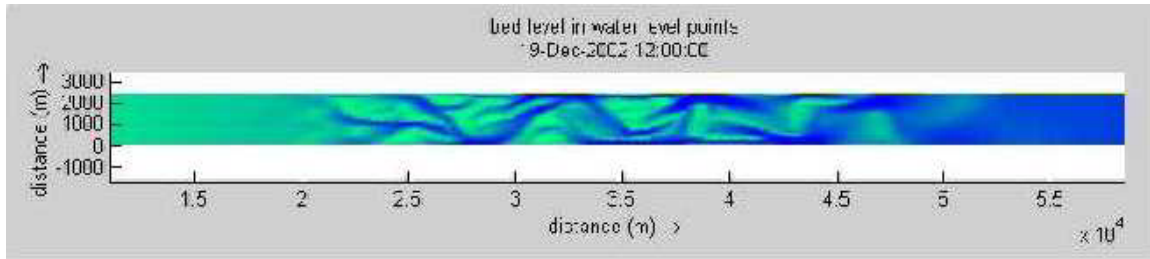
- Er ontstaat in het estuarium een initieel sedimentatie-erosiepatroon dat gelijkenis vertoont met een diamantpatroon. Deze initiële bodemvormen groeien en sluiten zich aaneen tot een regelmatig patroon van geulen en platen.
- Er is een meanderende hoofd-ebgeul met “alternating bars” ter linker- en rechterzijde. In het zeewaartse bekkengedeelte is sprake van eb- en vloedscharen in de zandplaten zoals beschreven door Van Veen (1950), terwijl meer landinwaarts een meer symmetrisch ebgeul-vloedgeul-patroon ontstaat zoals beschreven door Ahnert (1960).
- De breedte-diepteverhouding is een sleutelparameter die bepaalt wat voor bodempatroon er zal optreden. Deze verhouding is aan het landwaartse bekkeneinde zo groot dat meerdere geulsystemen naast elkaar kunnen bestaan.
- Gemiddeld over de breedte ontstaat er een evenwichtsprofiel waarbij landwaarts opslibbing plaatsvindt en zeewaarts erosie. De erosie is sterker naarmate de monding van het estuarium dichterbij is. Ter plaatse van de monding vindt echter geen erosie plaats, hetgeen zeer waarschijnlijk een gevolg is van de opgelegde randvoorwaarde (in het model van Hibma).
- Het gebruik van de transportformules van Van Rijn 1984 levert veel geprononceerdere bodemvormen op dan het gebruik van de formule van Engelund & Hansen, die een nivellerend effect heeft. Dit geldt voor zowel het initiële als voor het definitieve bodempatroon.

Figuur 6.18 laat een representatieve estuariumberekening van het Delft3d-model van Hibma zien: een bekken van 20 cellen breed, met overal dezelfde beginvoorwaarden en parameters als in het standaardmodel uit paragraaf 6.2.2. Uit deze illustratie blijken duidelijk bovenstaande overeenkomsten, maar ook enkele verschillen. Deze verschillen zijn:

- De bodemvormen in het model van Hibma zijn veel scherper en geprononceerder getekend dan in het model van dit afstudeerproject. De geul-plaatovergangen zijn veel abrupter, en in het Hibma-model komt tevens veel meer detail voor. De meest voor de hand liggende reden hiervoor is dat het morfologische model in dit afstudeerproject zeer diffusief van karakter is, omdat in de numerieke formulering zeer veel gebruik is gemaakt van upstream-methoden en daarentegen geen enkele centrale differentie is toegepast. Dit biedt het voordeel van positiviteit en monotoniteit van de oplossing – zoals in hoofdstuk 5 meermalen is gezegd – maar brengt ook het nadeel met zich mee dat zonder aanvullende maatregelen, zoals het toepassen van flux-limiters, de oplossingen erg diffusief en weinig gedetailleerd zijn. Daardoor zijn slechts vrij flauwe geul-plaatovergangen mogelijk en zijn smalle geulen van slechts 1 of 2 gridcellen breed nauwelijks zichtbaar. Kortom, het vergroten van de nauwkeurigheid van het model met behulp van limiters is een zeer wenselijke verbetering.
- De nauwkeurigheid van het model van Hibma dient echter ook te worden genuanceerd. In de resultaten van Hibma zijn zeer scherpe, bijna schoksgewijze geul-plaatovergangen zichtbaar. De gebruikte Delft3d-versie gebruikt echter centrale differenties in de bodemliggingsvergelijking, waardoor niet alleen oscillaties optreden in de bodem nabij de geul-plaatovergangen, maar ook de weergave van deze schokken fysisch niet correct is. Centrale differenties zijn bijvoorbeeld niet in staat om de voortplantingssnelheid van schokken gegeven door de Burgersvergelijking (zie Wesseling, 2001) correct weer te geven. Daarom is de nauwkeurigheid van het Delft3d-model gedeeltelijk een schijnnaauwkeurigheid.
- In het afstudeermodel wordt in de buitenbochten van de hoofdgeul zeer diep uitgesneden, tot dieptes die groter zijn dan 60 m. In het model van Hibma blijft de diepste uitsnijding beperkt tot 55 m. De reden hiervan is dat in het model van Hibma een kunstmatige bodemdiffusie is toegepast, met een kleine dispersiecoëfficiënt in lengte- en dwarsrichting. Dankzij de methode van Roe is in het afstudeermodel zo'n bodemdiffusie niet meer nodig, maar daardoor is in de buitenbochten het erosiegedrag wel minder realistisch, omdat de zeer sterke bodemgradiënt op deze plaats geen enkele invloed heeft op de grootte van het suspensietransport. Omdat in de fysische werkelijkheid de buitenbocht in horizontale richting steeds verder zal uitbochten (wat in dit model én in het model van Hibma onmogelijk is) zal dit probleem in werkelijkheid niet bestaan.
- In lengterichting komen de morfologische lengteschalen in de twee modellen goed met elkaar overeen. In dwarsrichting lijkt het model van Hibma echter grotere lengteschalen op te leveren dan het afstudeermodel, bij gelijke valsnelheid. Dit blijkt uit het feit dat bij een 20 cellen breed estuarium het afstudeermodel in een relatief groot gedeelte van het landwaartse deel van het bekken de neiging vertoont meerdere geulen naast elkaar te ontwikkelen, terwijl in het model van Hibma op die plaats nog sprake is van één dominante hoofdgeul. Een reden hiervoor zou kunnen zijn, dat in het model van Hibma de kunstmatige bodemdiffusie in lengterichting een orde groter is dan in dwarsrichting – zodat doorlopende hoofdgeulen meer kans krijgen dan zijgeulen – terwijl in het afstudeermodel de numerieke diffusie als gevolg van de upstream-methoden in alle richtingen gelijk is.
- In de 3d-weergave van de uitkomsten van Hibma (figuur 6.18) is duidelijk te zien dat zich op de geul-plaatovergangen vreemde uitschieters (pieken en dalen) bevinden, die duiden op numerieke oscillaties. Enkele van deze pieken komen zelfs enkele meters boven de hoogwaterlijn uit, wat onmogelijk zou moeten zijn in een puur getijmodel. Een vergelijking met het standaardmodel uit dit afstudeerproject (figuur 6.5) laat zien dat dankzij de gebruikte upstream-technieken en de methode van Roe deze uitschieters zijn verdwenen. De resulterende bodem is véél gladder dan in het Delft3d-model van Hibma. De waterdiepte is bovendien overal positief, zoals uit een analyse van de rekenuitkomsten onmiddellijk blijkt



Figuur 6.18 3d-panoramaplot en 2d-contourplot van een representatief estuariummodel van Hibma (na 120 jaar). Opvallend zijn vooral de scherpe, geprononceerde geul-plaatsovergangen en een aantal grote oscillaties in de plaatoppervlakken



Figuur 6.19 2d-contourplot van een estuariummodel van Lesser (na 30 jaar). Na een te verwachten tijdschaal ontstaan bodemvormen die kwalitatief juist zijn. Ook bij dit model springt de geprononceerdheid van de bodemvormen in het oog

Een belangrijk doel van het afstudeermodel, het verkrijgen van fysisch realiseerbare uitkomsten en het oplossen van het droogvalprobleem, is dus bereikt.

Resumerend: kwalitatief komen beide modellen overeen. De belangrijkste verdiensten van het afstudeermodel is het oplossen van de numerieke problemen die voorkwamen in het Delft3d-model van Hibma, zoals die beschreven zijn in paragraaf 3.2 en 3.3. Daartegenover staat een belangrijk bezwaar van het afstudeermodel in zijn huidige vorm, namelijk dat de oplossing nog te diffusief en onvoldoende nauwkeurig is.

6.4 Vergelijking met het Delft3d-model van Lesser

Het softwarepakket Delft3d is voortdurend voorwerp van verbeteringen, veranderingen en uitbreidingen; niet alleen op het gebied van waterbeweging en golfpakketten, maar ook op morfologisch gebied. Een recente aanpassing van de morfologiemodule van Delft3d is aangebracht door Lesser (2000) in het kader van zijn MSc-thesis bij het IHE te Delft.

De belangrijkste kenmerken van het model van Lesser komen overeen met het numerieke model van dit afstudeerproject:

- Een “online” sedimenttransport en bodemliggingsverandering per individuele tijdstap, dus geen getijgemiddelde bodemupdates;
- Bodemligging en waterstand zijn gedefinieerd op hetzelfde punt in het staggered grid (nl. in het midden van een gridcel);
- Transportgrootheden worden berekend op waterstandspunten, waarna deze door middel van upstreaming aan snelheidspunten worden toegekend;
- De invloed van de bodemhelling op het bodemtransport wordt langs algebraïsche weg in het bodemtransport verdisconteerd.

Daarnaast noemt Lesser in zijn artikelen nog een aantal kleine verbeteringen die hij in de Delft3d-software heeft aangebracht.

Tussen het model van Lesser en het model in dit afstudeerproject bestaan enkele belangrijke verschillen:

- De upstreaming van transporten van waterstandspunten naar snelheidspunten vindt per snelheidspunt plaats op basis van de gemiddelde waarde van twee omliggende transporten op waterstandspunten, in plaats van op basis van de methode van Roe.
- De upstreaming van waterdieptes van waterstandspunten naar snelheidspunten vindt niet plaats door gewoon de upstream-h te gebruiken, maar alleen de upstream-waterstand ζ . Voor de upstream-d wordt de *minimale* waarde van de omliggende d-waarde gebruikt, en tenslotte wordt met behulp van $h = \zeta + d$ de waterdiepte op snelheidspunten bepaald.

- Lesser beschrijft zijn online-sedimentmodule slechts voor het bodemtransport. De methode die hij gebruikt voor het berekenen van het suspensietransport en het oplossen van de concentratievergelijking is, voor zover kan worden nagegaan, dezelfde methode als die gebruikt is in dit afstudeerproject. Noemenswaardige verschillen zijn niet geconstateerd. Maar bij Lesser worden bodemvergelijking en concentratievergelijking niet gecombineerd teneinde de Galappatti-term te elimineren; beide vergelijkingen worden afzonderlijk beschouwd.

Omdat Delft3d volop in ontwikkeling is, kan er niet gesproken worden over één versie van Lesser. Voortdurend worden aanpassingen aangebracht door het Waterloopkundig Laboratorium. Een van de meest recente versies is door Roelvink (2002) gebruikt om het standaard-estuarium van Hibma na te simuleren, conform de in paragraaf 6.2.1 gedefinieerde standaardmaten en de in paragraaf 4.4. genoemde constanten en parameters. Hierbij is echter geen gebruik gemaakt van random-bodemverstoringen, maar van een groot obstakel halverwege het bekken, zodat de bodempatronen zich uitbreiden vanuit het midden naar de randen van het estuarium.

Aangezien het numerieke model van Lesser in de praktijk wordt gebruikt en door het WL verder wordt ontwikkeld, is het niet verrassend dat de resultaten van het model bevredigend zijn. Er is sprake van een stabiel modelresultaat. De tijdschaal waarop de karakteristieke estuariummorfologie zich ontwikkelt is ongeveer dezelfde als in het afstudeermodel: enkele tientallen jaren (inclusief gebruik van een grote morfologische factor). Het model van Lesser is in het onderhavige voorbeeld net iets sneller, omdat begonnen wordt met een veel grotere bodemverstoring dan de minuscule verstoringen die in paragraaf 6.2.2 e.v. worden genoemd.

Figuur 6.19 toont in 2d-contourplot de morfologische ontwikkeling van het estuarium van Lesser na circa 30 jaar. Uit deze modeluitkomst zijn alleen kwalitatieve conclusies getrokken. Duidelijk is te zien dat het modelresultaat dezelfde overeenkomsten vertoont als het model van Hibma en het afstudeermodel met de methode van Roe: een meanderende ebgeul, alternating bars, eb- en vloedscharen, opslibbing aan het landwaartse bekkeneinde. De uitkomsten van Lesser zijn vrij geprononceerd – op het oog zijn er vrij veel details zichtbaar – en lijken daarin sterk op de resultaten van Hibma, terwijl ze afwijken van de uitkomsten van het afstudeermodel. In het model van Lesser komen rond geul-plaatovergangen soms oscillaties in de bodem voor.

Resumerend: kwalitatief komen het afstudeermodel met de methode van Roe en het model van Lesser overeen. Qua stabiliteit zijn beide modellen even goed. Qua monotoniteit van de oplossing is de methode van Roe iets beter dan Lesser. Qua nauwkeurigheid en geprononceerdheid is het model van Lesser op zijn beurt beter: de sterke diffusiviteit van het afstudeermodel speelt ook hier op, evenals in de vorige paragraaf.

6.5 Balans en discussie

Hét discussiepunt bij uitstek dat door dit afstudeerwerk wordt opgeroepen, is het volgende: als de methode van Roe theoretisch gesproken onmisbaar is voor bodemstabiliteit in 2d-getijberekeningen met online morfologie – én de modelproeven in dit afstudeerwerk lijken die gedachte te bevestigen –, waarom bestaan er dan al online morfologiemodellen die zonder de methode van Roe een afdoende stabiel resultaat opleveren?

Deze vraag is eigenlijk al aan de orde gekomen in paragraaf 5.6.1, bij de behandeling van de verschillende visies die in literatuur en publicaties worden gehanteerd ten aanzien van de bodemliggingsvergelijking en haar stabiliteit. Volgens de oudere literatuur is stabilisatie van de bodemvergelijking ten enen male onmogelijk, en is toepassing van kunstmatige diffusie

onontkoombaar. Volgens jongere publicaties is de stabilisatie daarentegen dermate triviaal, dat er niet eens wordt opgemerkt dat dit lange tijd een onoverkomelijk probleem was.

In de loop van dit afstudeerproject ontstond de hoop, dat de oorzaak van de tegenspraak tussen de verschillende publicaties zou worden achterhaald, en dat eventuele miscommunicaties tussen onderzoekers zou kunnen worden opgelost. Dit is tot op heden echter nog niet gelukt. Er is (nog) geen eindconclusie die verklaart, waarom op het terrein van online sedimenttransport de methode van Roe en de methode van Lesser *allebei* stabiel zijn (de Delft3d-versie van Hibma kent géén online transportmodule en maakt gebruik van kunstmatige diffusie, en valt daarom buiten het bestek van deze discussie).

Ten aanzien van de methode van Roe kunnen in elk geval de volgende conclusies getrokken worden:

- De methode van Roe maakt gebruik van een fysisch zeer relevant gegeven, dat ook mathematisch eenduidig formuleerbaar is, nl. de richting van de bodemkarakteristiek. Dit maakt de verklarende kracht van de methode zeer groot;
- De voorspelling die gedaan is met behulp van de methode van Roe, dat in 1d-situaties geen 2d-bodempatronen kunnen ontstaan, is door modelexperimenten overduidelijk bevestigd;
- De methode van Roe levert gladde en monotone bodems op, alsmede onvoorwaardelijk positieve waterdieptes en sedimentconcentraties. *Dat betekent dat de doelstelling van het afstudeerwerk (paragraaf 3.4) gehaald is, en dat de vier in paragraaf 3.2 genoemde numerieke problemen opgelost zijn.*

Ten aanzien van de methode van Lesser kan het volgende worden gesteld:

- De fysische basis van de stabilisatie van de methode van Lesser is minder sterk dan die van de methode van Roe. Lesser stelt kort en bondig dat een upstream-methode voor de toekenning van transporten aan snelheidspunten afdoende moet zijn, zonder dat aandacht geschonken wordt aan de vraag of de transportrichting wel de juiste upstream-criterium is. Een van de voornaamste argumenten die Lesser noemt voor het gebruik van deze simpele upstream-methode is *“avoiding a more complex, and thus computationally expensive, bed updating algorithm”*. De vraag of zo’n ingewikkelder en dus duurder algoritme wellicht noodzakelijk is in een aantal gevallen, wordt niet gesteld.
- Omdat de implementaties van Lesser wat “completer” zijn dan het numerieke model in dit afstudeerproject, is het model van Lesser nauwkeuriger dan het afstudeermodel. Dit blijkt ook uit de simulatieresultaten. Hier staat tegenover dat de bodemontwikkeling bij Lesser *in niet alle gevallen monotoon* is, ook al is er sprake van stabiliteit.
- De implementatie van de advectieve traagheidstermen in de formuleringen van Lesser zijn niet-behoudend, in tegenstelling tot die in dit afstudeermodel. Er is een mogelijkheid dat dit de stabiliteit van de morfologie beïnvloedt. Dit geldt waarschijnlijk ook voor verschillen in de implementatie van het suspensietransport: Lesser maakt gebruik van een iets andere berekening van de Galappatti-term en de diffusiecoëfficiënt voor zwevend sediment, en er wordt gebruik gemaakt van meerdere rekenlagen in het suspensietransport.

Beide methoden hebben dus hun sterke en minder sterke kanten. De vraag waarom beide methoden werken blijft in deze scriptie vooralsnog onbeantwoord. Deze vraag zou moeten worden beantwoord door beide numerieke modellen veel grondiger naast elkaar te leggen dan in dit project kon worden gedaan. Er zitten nog veel verschillen tussen de methoden als het om details gaat: het weerstandsmodel, de droogvalprocedure, de advectieve traagheidstermen, de berekening van de sink- and source termen, de diffusie van het suspensietransport, etc. Waarschijnlijk is een verschil op dit vlak er de oorzaak van dat beide methoden stabiel zijn, in weerwil van het totaal verschillende upstreamingsconcept. Daarbij moet bedacht worden dat in dit afstudeermodel zeer veel upstream-methoden zijn toegepast, ook in het waterbewegingsmodel, zodat het afstudeermodel gevoeliger is voor instabiliteit als gevolg van upstreamen tegen de karakteristieke richting in, dan de methode van Lesser.

Concluderend kan worden gesteld dat het afstudeerproject zijn doel heeft bereikt, maar dat nog wel degelijk enkele vragen onopgelost zijn. Winstpunt van het afstudeerproject in het perspectief van de vakgebieden vloeistofmechanica en morfologie is dat er een bestaand numeriek concept (de methode van Roe) op een vernieuwende manier is toegepast in een online morfologisch model, hetgeen nog niet eerder gebeurd was.

Daarbij moet worden aangetekend dat de methode van Roe voor de toepassing in dit model is vereenvoudigd; bij vergroting van de nauwkeurigheid van het model zal de Roe-methode kunnen worden verfijnd door de volledige Jacobiaan van het stelsel balansvergelijkingen te bepalen.

De precieze verdiensten van de methode van Roe ten opzichte van andere online modellen is nog een bron van nader onderzoek.

7 Conclusies en aanbevelingen

“Onderzoekt alle dingen en behoudt het goede.”

De apostel Paulus (I Thessalonicenzen 5:21)

7.1 Conclusies

Ten aanzien van het opgestelde numerieke model worden de volgende conclusies getrokken:

- 1) De belangrijkste fenomenen en processen die de morfologie in natuurlijke estuaria kenmerken, zoals beschreven door Van Veen e.a., kunnen kwalitatief en kwantitatief voldoende in beeld worden gebracht met een dieptegemiddeld 2DH-model met alleen getij-invloed.
- 2) De definitie van waterstand en bodemligging op één en hetzelfde gridpunt in het staggered grid is essentieel voor zowel een éénduidige berekening van de waterdiepte als voor het verkrijgen van gladde, monotone oplossingen voor bodem en waterspiegel.
- 3) Het toepassen van upstream-dieptes in de continuïteitsvergelijking leidt praktisch gesproken tot gegarandeerde positiviteit van de waterdiepten in het model. In combinatie met een kleine drempeldiepte op snelheidspunten wordt hiermee het “droogvalprobleem” efficiënt opgelost.
- 4) Een ADI-schema voor de tweedimensionale ondiepwatervergelijkingen leidt voor de waterbewegingsmodule tot afdoende stabiliteit, mede dankzij de impliciete weerstandsterm in beide horizontale dimensies.
- 5) Het toepassen van upstream-concentraties in de sedimentconcentratievergelijking leidt praktisch gesproken tot gegarandeerde positiviteit van de resulterende concentraties in de tijd.
- 6) De impliciete verwerking van de sink- and sourceterm in de sedimentconcentratievergelijking is essentieel voor afdoende stabiliteit van deze vergelijking.
- 7) De algebraïsche verdiscontering van de bodemhelling in de grootte en richting van het bodemtransport, in de vorm van een correctiefactor, heeft géén doorslaggevende invloed op de stabiliteit van de bodemvergelijking.
- 8) Om een stabiele bodemligging te verkrijgen moet gebruik worden gemaakt van de methode van Roe, die zegt dat de upstream-richting in de bodemliggingsvergelijking niet gelijk is aan de lokale watersnelheid of aan de transportrichting, maar aan de richting van de niet-lineaire bodemkarakteristiek die gelijk is aan de afgeleide van het sedimenttransport naar de bodemligging.
- 9) De methode van Roe kan het best worden geïmplementeerd door bodemliggingsvergelijking en concentratievergelijking te superponeren tot een gecombineerde morfologische vergelijking, zodanig dat de Galappatti-term wordt geëlimineerd zodat de dynamiek van roofdier-prooi-relaties in de vergelijkingen wordt voorkomen. Nadat de concentratievergelijking is opgelost en de resultaten hiervan is afgetrokken van de oplossing van de gecombineerde morfologische vergelijking, blijft de gezochte bodemligging over.
- 10) Toepassing van een morfologische factor kan bij toepassing van de methode van Roe het beste geschieden in de formulering van de transportgrootheden zelf, in plaats van in de bodemliggingsvergelijking, opdat voorkomen wordt dat de morfologische factor expliciet voorkomt in de Roe-karakteristiek en de bodem destabiliseert.

Op grond van de resultaten van het model, en de vergelijking daarvan met de modellen van Hibma en Lesser, kan het volgende worden gezegd:

- 11) Het toepassen van de methode van Roe leidt tot stabiliteit en monotoniteit van de bodemligging, zodanig dat de bodem van ondiepe modelgedeelten nooit boven de hoogwaterlijn zal uitkomen.

- 12) Doordat het geformuleerde model zeer gladde en diffusieve oplossingen geeft, gaat de geprononceerdheid van de bodenvormen ten opzichte van de modelresultaten van Hibma enigszins verloren. Dit neemt niet weg dat de essentiële bodempatronen zichtbaar blijven.
- 13) In een 1d-symmetrische beginsituatie zal zich geen enkel morfologisch 2d-patroon ontwikkelen. Dit wordt voorspeld door de methode van Roe.
- 14) De over de breedte gemiddelde bodemligging blijkt bij estuaria van verschillende breedten te beantwoorden aan hetzelfde gemiddelde evenwichtsprofiel. Dit profiel blijkt zelfs te ontstaan als met een volledig horizontale beginbodem wordt gerekend.
- 15) De breedte-diepteverhouding in een dwarsdoorsnede en de verhouding valsnelheid-schuifspanningssnelheid zijn twee van de belangrijkste parameters die de lengteschalen en de patroonontwikkeling in het estuariummodel bepalen.
- 16) De formuleringen van Van Rijn zijn geschikt voor het simuleren van 2d-getijsituaties met morfologie dan de formule van Engelund & Hansen, die sterk nivellerend werkt.
- 17) Het toepassen van veel upstreamtechnieken lijkt de bodemliggingsvergelijking veel gevoeliger te maken voor instabiliteit, vooral bij hoge morfologische factoren. Dat is een mogelijke reden waarom het afstudeermodel de methode van Roe nodig heeft voor de stabilisatie.
- 18) De vraag waarom de methoden van Lesser en Roe allebei stabiliteit opleveren is nog niet beantwoord. Wel kan worden gesteld dat de methode van Roe iets gladdere oplossingen geeft en fysisch een sterkere basis heeft dan de methode van Lesser.

7.2 Aanbevelingen

Omtrent de verbetering van het huidige model:

- 1) De voordelen van de upstreaming van alleen de waterstand i.p.v. de complete waterdiepte in de continuïteitsvergelijking, zoals toegepast in de implementaties van Lesser, verdienen het om nader te worden onderzocht.
- 2) De diffusiecoëfficiënt in de concentratievergelijking is momenteel nog veel te grof. Deze dient op verantwoorde wijze te worden verfijnd.
- 3) De nauwkeurigheid van het model moet nog sterk worden verbeterd. Dit kan grotendeels worden gerealiseerd met behulp van flux-limiters, met behoud van de methode van Roe.
- 4) Verdieping van de kennis omtrent de methode van Roe voor toepassingen in morfologiesche modellen is geen overbodige luxe. Momenteel wordt Roe al toegepast in 3d-modellen in de aerodynamica. Hieruit kan lering getrokken worden voor toepassingen in 3d-morfologiesche modellen, met name voor die gevallen waar de verschillende karakteristieke richtingen onderling afhankelijk zijn, en dus impliciet in de formuleringen voorkomen.
- 5) De reden waarom de methoden van Lesser en Roe allebei stabiel zijn ondanks de verschillen is nog onduidelijk. Dit is een voor de hand liggend en urgent punt van onderzoek.

Omtrent de uitbreiding van het huidige model:

- 6) Een uitbreiding van het huidige model naar de derde dimensie is waardevol voor het correct weergeven van sedimentconcentraties over de diepte.
- 7) Een 3d-model zal gebaat zijn bij het meenemen van fasegemiddelde golfeffecten in het waterbewegingsmodel (à la SWAN in Delft3d) via het berekenen van de golfspanningen.
- 8) De invloed van dichtheidsstromingen kan in een 3d-model worden toegevoegd.
- 9) De invloed van sedimentgradatie kan worden toegevoegd aan het model. Dit kan niet alleen in 3d-situaties, maar ook al in 2d.
- 10) De invloed van bovenafvoeren op de interactie van getij en morfologie is een interessant gebied van nader onderzoek, omdat bij een constante bovenafvoer (stationaire stroming) de methode van Roe minder noodzakelijk lijkt te zijn.
- 11) Ten behoeve van de verkorting van de rekentijd bij toepassing van het model op grootschalige geometrieën is parallelisering van de programmacode vereist.

Appendix I: Literatuur

- *A Weak formulation of Roe's Approximate Riemann Solver applied to the Saint-Venant equations*
P. Glaister, University of Reading
Journal of Computational Physics no. 116, p.189-191, 1995
- *Pattern formation in estuarine morphology*
A. Hibma, H.J. de Vriend, M.J.F. Stive
Subfaculteit Civiele Techniek, Delft, 2001
- *Numerical computation of internal and external flows, volume 2*
C. Hirsch
John Wiley and Sons Ltd., New York, 1988
- *Numerieke methoden voor partiële differentiaalvergelijkingen*
J. van Kan, A. Segal
Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft, 1993
- *Online sediment transport within Delft3d-Flow*
G. Lesser, J. van Kester, J.A. Roelvink
WL|Delft Hydraulics, Delft, 2000
- *A numerical method for inundation simulations*
G.S. Stelling
Gepubliceerd in: Estuarine and coastel modelling, proceedings of the seventh international conference, p. 872
Editor Malcolm L. Spaulding, St. Petersburg, Florida, 2001
- *Eb- en vloedchaarsystemen in de Nederlandse getijwateren*
J. van Veen, Waddensymposium 1949, gepubliceerd 1950
Heruitgegeven: Subfaculteit Civiele techniek, Delft, 2001
- *Numerical methods for shallow-water flow*
C.B. Vreugdenhil
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994
- *Mathematical Modelling of Morphological Processes in Estuaries*
Z.B. Wang
TU-Drukkerij, Delft, 1989
- *Principles of computational fluid dynamics*
P. Wesseling
Springer Verlag, Berlin/Heidelberg, 2001
- *Fortran 90/95 explained*
M. Metcalf, J. Reid
Oxford University Press, New York, 1996
- *Winteracter 4.0 User Guide & Subroutine Reference*
Interactive Software Services Ltd.
Huntington, United Kingdom, 2001

- *Delft3d-Flow 3.05 user manual*
WL | Delft Hydraulics
Delft, 1999
- *Delft3d-Mor 3.00 user manual*
WL | Delft Hydraulics
Delft, 2001
- *Hoe schrijf ik een scriptie*
Umberto Eco, oorspronkelijke uitgave 1977
Nederlandse uitgave: Uitgeverij Bert Bakker, Amsterdam, 1985/2002

Appendix II: Listing van het ontwikkelde getij- en morfologiemodel (Leviatan2d)

```

program Leviatan2d      ! Versie 16 januari 2003

!   Namen variabelen

!   Afmetingen van het model
integer, parameter ::
* jMax      = 325,      ! Lengte van het model
* kMax      = 020,      ! Breedte van het model
* nMax      = 745,      ! Aantal rekentijdstappen per outputtijdstap
* tMax      = 600,      ! Aantal outputtijdstappen

!   Regelparameters
* Iteraties = 100,      ! Aantal iteraties voor weerstandsberekening
* Formule   = 002      ! Volgnummer transportformule

double precision, parameter ::
* Schaal    = 0.050000000D0, ! Orde-grootte initiële bodemverstoringen
* hMin      = 0.100000000D0, ! Minimumdiepte voor weerstand
* rMin      = 0.001000000D0, ! Minimumdiepte bewegingsvergelijking
* uMin      = 0.001000000D0, ! Minimumsnelheid voor weerstand/transport
* Advectie  = 1.000000000D0, ! Schakelaar advectione traagheid
* Weerstand = 1.000000000D0, ! Schakelaar bodemweerstand
* Morfologie = 1000.000000D0, ! Schakelaar morfologie
* Coriolis  = 0.000000000D0, ! Schakelaar Coriolisversnelling

!   Fysische constanten, vloeistof- en sedimenteigenschappen
* Alpha1    = 1.000000000D0, ! Coëfficiënt bodemconcentratie sediment
* AlphaBs   = 1.000000000D0, ! Coëfficiënt bodemhelling bodemtransport
* AlphaBn   = 1.500000000D0, ! Coëfficiënt bodemhelling bodemtransport
* Delta     = 1.650000000D0, ! Relatieve dichtheid sediment
* Epsilon   = 0.400000000D0, ! Porositeit sediment
* Kappa     = 0.400000000D0, ! Constante van Von Kármán
* Nu        = 0.000001000D0, ! Kinematische viscositeit
* Pi        = 3.141592654D0, ! Pi
* RhoS      = 2650.000000D0, ! Dichtheid sediment
* RhoW      = 1000.000000D0, ! Dichtheid water
* Phi       = 30D0*Pi/180D0, ! Hoek van natuurlijk talud sediment
* Omega1    = 0.000072722D0, ! Rotatiesnelheid aarde
* Omega2    = 0.000140563D0, ! Hoekfrequentie M2-getij
* f         = 0.000116157D0, ! Coriolisversnelling
* g         = 9.810000000D0, ! Zwaartekrachtsversnelling
* Shields   = 0.040000000D0, ! Criterium begin van beweging
* d50       = 0.000240000D0, ! 50% mediane korreldiameter
* d90       = 0.000480000D0, ! 90% mediane korreldiameter
* Ws        = 0.032000000D0, ! Valsnelheid sediment in water
* Manning   = 0.026000000D0, ! Weerstand volgens Manning
* dSter     = d50*(Delta*g/Nu/Nu)**(1/3), ! Van Rijn-diameter
* TauBcr    = RhoW*Delta*g*d50*Shields ! Kritische bodemschuifspanning

!   Toestandsgrootheden
double precision, dimension(0:jMax,0:kMax)::
* d , z , u , v , hc , cd ,      ! Toestandsgrootheden oude tijdstap
* dl , zl , ul , vl , hc1 , cd1, ! Toestandsgrootheden nieuwe tijdstap

!   Hulpgrootheden waterbeweging
* Verstoring, qz, h,      ! Extra toestandsgrootheden
* dddx, dddy, dzdx, dzdy, ! Hulpgrootheden op snelheidspunten
* dhcdx, dhcdy, hx, hy,   ! Hulpgrootheden op snelheidspunten
* hfu, hfv, hcfu, hcfv, vfu, uf, ! Hulpgrootheden op snelheidspunten
* hfvl, hfvr, hfvl, hfvr, qu, qv, ! Hulpgrootheden op snelheidspunten
* dqdx, dqdy, qux, qvy, qv, qvy, ! Hulpgrootheden op waterstandspunten
* ufqux, ufqv, vfuq, vfvq, ! Hulpgrootheden op waterstandspunten
* ududx, vdudy, udvdx, vdvdy, ! Advectionfuncties
* Fx, Fy, Ex, Ey, Wx, Wy,   ! Advection-, weerstands- en droogvalfuncties
* uTot, hTot, ufc, vfc,      ! Hulpgrootheden weerstand
* Chezy, Cf, kRel, kRuw,    ! Hulpgrootheden weerstand

!   Hulpgrootheden morfologie
* uf, vf, uMax, vMax, ddx, dy, ! Downwindgrootheden sedimenttransport

```

```

*      ddds,dddn,AlphaB,Fnorm,          ! Hellingsgrootheden sedimenttransport
*      Sbxx,Sbyy,Sbxxx,Sbyyy,          ! Hellingsgrootheden sedimenttransport
*      uSter,TauB,MuC,T,m,              ! Hulpgrootheden bodemtransport
*      Ca,Beta,Psi,Zc,fcs,hce,          ! Hulpgrootheden suspensietransport
*      uPlus,wPlus,a0,a1,a2,a3,Ts,      ! Hulpgrootheden Galappatti-tijdschaal
*      Ssx,Ssy,DivSs,Dcx,Dcy,          ! Hulpgrootheden concentratievergelijking
*      Sbx,Sby,DivSb,Roe,              ! Hulpgrootheden bodemliggingvergelijking

!      Hulpgrootheden ADI-berekening
*      Cv0,Cv1,Cv2,Cv3,Cv3R,          ! Termen continuïteitsvergelijking
*      Bv0,Bv1,Bv2,Bv3,              ! Termen bewegingsvergelijking
*      Av0,Av1,Av2,Av3              ! Termen bewegingsvergelijking

!      Regelparameters
double precision
*      d0,h0,b0,                      ! Parameters beginvoorwaarden
*      Dx,Dy,Dt1,Dt2,                ! Parameters numerieke berekening
*      dminval ,dmaxval ,            ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      zminval ,zmaxval ,            ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      hminval ,hmaxval ,            ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      uminval ,umaxval ,            ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      vminval ,vmaxval ,            ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      hcminalval ,hcmmaxval ,        ! Extreme waarden toestandsgrootheden
*      hcemaxval,hceminval           ! Extreme waarden toestandsgrootheden

!      Tijdmeldingsgrootheden
double precision ModelTijd, Jaren
integer Signaal, Tijdstap, Getijperiode
integer SysteemTijd, SysteemTijd0, SysteemSnelheid
character(len=20) MachineDatum, MachineTijd

!      Hoofdprogramma
call system_clock(SysteemTijd)
SysteemTijd0=SysteemTijd
open(10,file='Test20030116a.txt')
call Initialisatie
call BewaarResultaten
BerekeningPerGetijperiode: do Getijperiode = 1, tMax
  BerekeningPerTijdstap: do Tijdstap = 1, nMax
    call BerekeningADI
    call ToonResultaten
  end do BerekeningPerTijdstap
  call BewaarResultaten
end do BerekeningPerGetijperiode
close(10)

!      Declaratie van functies en subroutines
contains

double precision function Westrand(t)
double precision, intent(in) :: t
Westrand = b0+h0*sin(Omega2*t)
end function Westrand

double precision function Oostrand(t)
double precision, intent(in) :: t
Oostrand = 0D0
end function Oostrand

double precision function Noordrand(t)
double precision, intent(in) :: t
Noordrand = 0D0
end function Noordrand

double precision function Zuidrand(t)
double precision, intent(in) :: t
Zuidrand = 0D0
end function Zuidrand

subroutine BerekenHulpgrootheden
integer j,k, Teller

```

```

integer, dimension(0:jMax,0:kMax):: ru,rv
! Definitie van de waterdiepte
h=z+d
! Hulpgrootheden op snelheidspunten
dddx = 0D0
dddx (0:jMax-1,:) = (d (1:jMax,:)-d (0:jMax-1,:))/Dx
dddx (jMax,:) = 0D0; dddx (:,0) = 0D0
dddy = 0D0
dddy (:,0:kMax-1) = (d (:,1:kMax)-d (:,0:kMax-1))/Dy
dddy (:,kMax) = 0D0; dddy (0,:) = 0D0; dddy (:,0) = 0D0
dzdx = 0D0
dzdx (0:jMax-1,:) = (z (1:jMax,:)-z (0:jMax-1,:))/Dx
dzdx (jMax,:) = 0D0; dzdx (:,0) = 0D0
dzdy = 0D0
dzdy (:,0:kMax-1) = (z (:,1:kMax)-z (:,0:kMax-1))/Dy
dzdy (:,kMax) = 0D0; dzdy (0,:) = 0D0; dzdy (:,0) = 0D0
dhcdx = 0D0
dhcdx (0:jMax-1,:) = (hc (1:jMax,:)-hc (0:jMax-1,:))/Dx
dhcdx (jMax,:) = 0D0; dhcdx (:,0) = 0D0
dhcdy = 0D0
dhcdy (:,0:kMax-1) = (hc (:,1:kMax)-hc (:,0:kMax-1))/Dy
dhcdy (:,kMax) = 0D0; dhcdy (0,:) = 0D0; dhcdy (:,0) = 0D0
hx=0D0
hx (0:jMax-1,:) = (h (0:jMax-1,:)+h (1:jMax,:))/2D0
hx (jMax,:) = 0D0; hx (:,0) = 0D0
hy=0D0
hy (:,0:kMax-1) = (h (:,0:kMax-1)+h (:,1:kMax))/2D0
hy (:,kMax) = 0D0; hy (0,:) = 0D0; hy (:,0) = 0D0
hfu = 0D0; hcfu = 0D0; vfu = 0D0
do j = 0, jMax-1
  do k = 1, kMax
    if (u(j,k) > +0D0) ru(j,k)=0
    if (u(j,k) < -0D0) ru(j,k)=1
    if (u(j,k) == 0D0) then
      if (dzdx(j,k)<=0D0) ru(j,k)=0
      if (dzdx(j,k) >0D0) ru(j,k)=1
    end if
    hfu (j,k)=h (j+ru(j,k),k)
    hcfu (j,k)=hc (j+ru(j,k),k)
    if (v(j+ru(j,k),k-0)*v(j+ru(j,k),k-1)>=0D0) then
      if (v(j+ru(j,k),k-0)>0D0) vfu(j,k)=v(j+ru(j,k),k-0)
      if (v(j+ru(j,k),k-1)<0D0) vfu(j,k)=v(j+ru(j,k),k-1)
    end if
  end do
end do
hfu (jMax,:) = 0D0; hfu (:,0) = 0D0
hcfu (jMax,:) = 0D0; hcfu (:,0) = 0D0
vfu (jMax,:) = 0D0; vfu (:,0) = 0D0
hfv = 0D0; hcfv = 0D0; ufv = 0D0
do j = 1, jMax
  do k = 0, kMax-1
    if (v(j,k) > +0D0) rv(j,k)=0
    if (v(j,k) < -0D0) rv(j,k)=1
    if (v(j,k) == 0D0) then
      if (dzdy(j,k)<=0D0) rv(j,k)=0
      if (dzdy(j,k) >0D0) rv(j,k)=1
    end if
    hfv (j,k)=h (j,k+rv(j,k))
    hcfv (j,k)=hc (j,k+rv(j,k))
    if (u(j-0,k+rv(j,k))*u(j-1,k+rv(j,k))>=0D0) then
      if (u(j-0,k+rv(j,k))>0D0) ufv(j,k)=u(j-0,k+rv(j,k))
      if (u(j-1,k+rv(j,k))<0D0) ufv(j,k)=u(j-1,k+rv(j,k))
    end if
  end do
end do
hfv (:,kMax) = 0D0; hfv (0,:) = 0D0; hfv (:,0) = 0D0
hcfv (:,kMax) = 0D0; hcfv (0,:) = 0D0; hcfv (:,0) = 0D0
ufv (:,kMax) = 0D0; ufv (0,:) = 0D0; ufv (:,0) = 0D0
hfuL = 0D0; hfuR = 0D0; hfvL = 0D0; hfvR = 0D0
hfuL(1:jMax,:) = hfu(0:jMax-1,:)
hfuR(1:jMax,:) = hfu(1:jMax ,,:)

```

```

hfvL(:,1:kMax) = hfv(:,0:kMax-1)
hfvR(:,1:kMax) = hfv(:,1:kMax)
Wx = 1D0; Wy = 1D0
do j = 0,jMax
  do k = 0,kMax
    if (hfu(j,k) < rMin) Wx(j,k) = 0D0
    if (hfv(j,k) < rMin) Wy(j,k) = 0D0
  end do
end do
qu = u*hfu
qv = v*hfv
! Hulpgrootheden op waterstandspunten en gridcelhoeken
dqudx = 0D0
dqudx(1:jMax,:) = (qu(1:jMax,:)-qu(0:jMax-1,:))/Dx
dqvdv = 0D0
dqvdv(:,1:kMax) = (qv(:,1:kMax)-qv(:,0:kMax-1))/Dy
qux = 0D0
qux(1:jMax,:) = (qu(1:jMax,:)+qu(0:jMax-1,:))/2D0
qux(0,:) = qu(0,:); qux(:,0) = 0D0
qvz = 0D0
qvz(0:jMax-1,:) = (qv(0:jMax-1,:)+qv(1:jMax,:))/2D0
qvz(:,kMax) = 0D0; qvz(jMax,:) = 0D0; qvz(:,0) = 0D0
quy = 0D0
quy(:,0:kMax-1) = (qu(:,0:kMax-1)+qu(:,1:kMax))/2D0
quy(:,kMax) = 0D0; quy(jMax,:) = 0D0; quy(:,0) = 0D0
qvy = 0D0
qvy(:,1:kMax) = (qv(:,1:kMax)+qv(:,0:kMax-1))/2D0
qvy(0,:) = 0D0; qvy(:,0) = 0D0
ufqux = 0D0
do j = 1,jMax
  do k = 0,kMax
    if (qux(j,k) > +0D0) ufqux(j,k) = u(j-1,k)
    if (qux(j,k) < -0D0) ufqux(j,k) = u(j+0,k)
    if (qux(j,k) == 0D0) ufqux(j,k) = 0D0
  end do
end do
ufqux(0,:) = u(0,:); ufqux(:,0) = 0D0
ufqvz = 0D0
do j = 0,jMax
  do k = 0,kMax-1
    if (qvz(j,k) > +0D0) ufqvz(j,k) = u(j,k+0)
    if (qvz(j,k) < -0D0) ufqvz(j,k) = u(j,k+1)
    if (qvz(j,k) == 0D0) ufqvz(j,k) = 0D0
  end do
end do
ufqvz(:,kMax) = 0D0; ufqvz(jMax,:) = 0D0; ufqvz(:,0) = 0D0
vfquy = 0D0
do j = 0,jMax-1
  do k = 0,kMax
    if (quy(j,k) > +0D0) vfquy(j,k) = v(j+0,k)
    if (quy(j,k) < -0D0) vfquy(j,k) = v(j+1,k)
    if (quy(j,k) == 0D0) vfquy(j,k) = 0D0
  end do
end do
vfquy(:,kMax) = 0D0; vfquy(jMax,:) = 0D0; vfquy(:,0) = 0D0
vfqvy = 0D0
do j = 0,jMax
  do k = 1,kMax
    if (qvy(j,k) > +0D0) vfqvy(j,k) = v(j,k-1)
    if (qvy(j,k) < -0D0) vfqvy(j,k) = v(j,k-0)
    if (qvy(j,k) == 0D0) vfqvy(j,k) = 0D0
  end do
end do
vfqvy(0,:) = 0D0; vfqvy(:,0) = 0D0
! Advectieve traagheidstermen op snelheidspunten
ududx = 0D0
ududx(0:jMax-1,:) =
* (qux(1:jMax,:)*(ufqux(1:jMax,:)-u(0:jMax-1,:))
* -qux(0:jMax-1,:)*(ufqux(0:jMax-1,:)-u(0:jMax-1,:)))
* /max(hx(0:jMax-1,:),rMin)/Dx
ududx(jMax,:) = 0D0; ududx(:,0) = 0D0

```

```

    vdudy = 0D0
    vdudy(:,1:kMax) =
    * (qv(:,1:kMax) * (ufqv(:,1:kMax) - u(:,1:kMax)))
    * -qv(:,0:kMax-1) * (ufqv(:,0:kMax-1) - u(:,1:kMax)))
    * /max(hx(:,1:kMax), rMin) / Dy
    vdudy(jMax,:) = 0D0; vdudy(:,0) = 0D0
    udvdx = 0D0
    udvdx(1:jMax,:) =
    * (quy(1:jMax,:) * (vfquy(1:jMax,:) - v(1:jMax,:)))
    * -quy(0:jMax-1,:) * (vfquy(0:jMax-1,:) - v(1:jMax,:)))
    * /max(hy(1:jMax,:), rMin) / Dx
    udvdx(:,kMax) = 0D0; udvdx(0,:) = 0D0; udvdx(:,0) = 0D0
    vdvdv = 0D0
    vdvdv(:,0:kMax-1) =
    * (qv(:,1:kMax) * (vfqv(:,1:kMax) - v(:,0:kMax-1)))
    * -qv(:,0:kMax-1) * (vfqv(:,0:kMax-1) - v(:,0:kMax-1)))
    * /max(hy(:,0:kMax-1), rMin) / Dy
    vdvdv(:,kMax) = 0D0; vdvdv(0,:) = 0D0; vdvdv(:,0) = 0D0
    Ex = u-Advectie*(udvdx+vdvdy)*Dt2
    Ey = v-Advectie*(udvdx+vdvdy)*Dt2
! Weerstandsgrootheden x-richting
    hTot = max(hfu, rMin)
    Chezy = max(hTot, hMin) ** (1D0/6D0) / Manning
    Cf = g/Chezy**2D0
    kRel = 12D0/(10D0** (Chezy/18D0))
    kRuw = kRel*max(hTot, hMin)
    Fx = 0D0
    ufc = u
    IteratieX: do Teller = 1, Iteraties
        Fx = Cf*sqrt(ufc**2D0+vf**2D0)/hTot
        ufc = Wx*(Ex-g*dzdx*Dt2)/(1D0+Fx*Dt2)
    end do IteratieX
    Fx = Weerstand*Cf*sqrt(ufc**2D0+vf**2D0)/hTot
    Fx(jMax,:) = 0D0; Fx(:,0) = 0D0
    Dcx = Wx*Kappa*hfu*sqrt(ufc**2D0+vf**2D0)*sqrt(Cf)
! Weerstandsgrootheden y-richting
    hTot = max(hfv, rMin)
    Chezy = max(hTot, hMin) ** (1D0/6D0) / Manning
    Cf = g/Chezy**2D0
    kRel = 12D0/(10D0** (Chezy/18D0))
    kRuw = kRel*max(hTot, hMin)
    Fy = 0D0
    vfc = v
    IteratieY: do Teller = 1, Iteraties
        Fy = Cf*sqrt(vfc**2D0+uf**2D0)/hTot
        vfc = Wy*(Ey-g*dzdy*Dt2)/(1D0+Fy*Dt2)
    end do IteratieY
    Fy = Weerstand*Cf*sqrt(vfc**2D0+uf**2D0)/hTot
    Fy(:,kMax) = 0D0; Fy(0,:) = 0D0; Fy(:,0) = 0D0
    Dcy = Wy*Kappa*hfv*sqrt(vfc**2D0+uf**2D0)*sqrt(Cf)
! Basisgrootheden sedimenttransport op waterstandspunten
    hTot = max(h, rMin)
    Chezy = max(hTot, hMin) ** (1D0/6D0) / Manning
    Cf = g/Chezy**2D0
    kRel = 12D0/(10D0** (Chezy/18D0))
    kRuw = kRel*max(hTot, hMin)
    uMax = 0D0
    vMax = 0D0
    ufh = 0D0
    vfh = 0D0
    dddxfh = 0D0
    dddyfh = 0D0
    uTot = 0D0
    do j=1, jMax
        do k=1, kMax
            uMax(j,k) = max(ufc(j,k), -ufc(j-1,k))
            if (uMax(j,k)>0D0) then
                if (ufc(j,k)==uMax(j,k)) ufh(j,k)=ufc(j,k)
                if (-ufc(j-1,k)==uMax(j,k)) ufh(j,k)=ufc(j-1,k)
                if (ufc(j,k)==uMax(j,k)) dddxfh(j,k)=dddx(j,k)
                if (-ufc(j-1,k)==uMax(j,k)) dddxfh(j,k)=dddx(j-1,k)

```

```

end if
vMax(j,k) = max(vfc(j,k),-vfc(j,k-1))
if (vMax(j,k)>0D0) then
  if ( vfc(j,k) ==vMax(j,k)) vfh(j,k)=vfc(j,k)
  if (-vfc(j,k-1)==vMax(j,k)) vfh(j,k)=vfc(j,k-1)
  if ( vfc(j,k) ==vMax(j,k)) dddyfh(j,k)=dddy(j,k)
  if (-vfc(j,k-1)==vMax(j,k)) dddyfh(j,k)=dddy(j,k-1)
end if
end do
end do
uTot = max(sqrt(ufh**2D0+vfh**2D0),uMin)
! Bodemhellingsgrootheden
ddds = 0D0
ddds = (+dddxfh*ufh+dddyfh*vfh)/uTot
ddds = min(ddds,+0.9D0*tan(Phi))
ddds = max(ddds,-0.9D0*tan(Phi))
dddn = 0D0
dddn = (-dddxfh*vfh+dddyfh*ufh)/uTot
dddn = min(dddn,+0.9D0*tan(Phi))
dddn = max(dddn,-0.9D0*tan(Phi))
! Bodemtransport volgens Van Rijn 1984
uSter = sqrt(Cf)*uTot
TauB = RhoW*uSter**2D0
MuC = Chezy**2D0/(18D0*log10(4D0*max(hTot,hMin)/d90))**2D0
T = max(0D0,(TauB*MuC-TauBcr)/TauBcr)
m = 0.05/(Chezy**3D0*Delta**2*sqrt(g)*d50)
Sbxxx = 0D0
Sbxxx = (ufh/uTot)*(min(0.053D0*T**2.1D0,0.100D0*T**1.5D0)*
* sqrt(Delta*g*d50**3D0)/DSter**0.3D0)
Sbyyy = 0D0
Sbyyy = (vfh/uTot)*(min(0.053D0*T**2.1D0,0.100D0*T**1.5D0)*
* sqrt(Delta*g*d50**3D0)/DSter**0.3D0)
! Correctie bodemtransport volgens Giles Lesser
AlphaB= 1D0+AlphaBs*(tan(Phi)/(cos(atan(ddds))*(tan(Phi)-ddds))-1)
Fnorm = AlphaBn*sqrt(TauBcr/TauB)*dddn
if (Formule==1) Sbxx = Morfologie*m*uTot**4D0*ufh
if (Formule==1) Sbyy = Morfologie*m*uTot**4D0*vfh
if (Formule==2) Sbxx = Morfologie*(Sbxxx-Sbyyy*Fnorm)*AlphaB
if (Formule==2) Sbyy = Morfologie*(Sbyyy+Sbxxx*Fnorm)*AlphaB
! Suspensietransport volgens Van Rijn 1984
Ca = 0.015D0*Alphal*d50*T**1.5D0/kRuw/DSter**0.3D0
Beta = min(1.5D0,1.0D0+2.0D0*(Ws/uSter)**2D0)
Psi = 2.5D0*(Ws/uSter)**0.8D0*(Ca/(1D0-Epsilon))**0.4D0
zc = min(20D0,Ws/Kappa/uSter/Beta+Psi)
do j = 0,jMax
  do k = 0,kMax
    if (abs(zc(j,k)-1.2D0)<0.001D0) zc(j,k)=1.201D0
  end do
end do
fcs = (kRel**zc-kRel**1.2D0)/((1D0-kRel)**zc)/(1.2D0-zc)
if (Formule==1) hce = 0D0
if (Formule==2) hce = Morfologie*Ca*fcs*h
! Aanpassingstijdschaal volgens Galappatti
Ts = d0/Ws
uPlus = uSter/uTot
wPlus = min(Ws/uSter,1D0)
a0 = ( 2.1963D0 + 0.5467D0 * uPlus)
a1 = (-6.4061D0 + 0.1385D0 * log(uPlus)) * wPlus
a2 = (-0.2000D0 + 326.8320D0 * uPlus**2.2D0) * wPlus**2
a3 = ( 1.5470D0 - 20.1200D0 * uPlus) * wPlus**3
Ts = wPlus*exp(a0+a1+a2+a3)*hTot/Ws
! Randafhandeling open waterstandsrandoorwaarde
Sbxx(0,1:kMax) = Sbxx(1,1:kMax)
Sbyy(0,1:kMax) = 0D0
hce(0,1:kMax) = hce(1,1:kMax)
Ts(0,1:kMax) = Ts(1,1:kMax)
! Updating maxima en minima
if (dmaxval <maxval(d)) dmaxval =maxval(d)
if (zmaxval <maxval(z)) zmaxval =maxval(z)
if (hmaxval <maxval(h)) hmaxval =maxval(h)
if (umaxval <maxval(u)) umaxval =maxval(u)

```

```

if (vmaxval <maxval(v )) vmaxval =maxval(v )
if (hcmxval <maxval(hc )) hcmxval =maxval(hc )
if (hcemaxval>maxval(hce)) hcemaxval=maxval(hce)
if (dminval >minval(d )) dminval =minval(d )
if (zminval >minval(z )) zminval =minval(z )
if (hminval >minval(h )) hminval =minval(h )
if (uminval >minval(u )) uminval =minval(u )
if (vminval >minval(v )) vminval =minval(v )
if (hcminal >minval(hc )) hcminal =minval(hc )
if (hceminval>minval(hce)) hceminval=minval(hce)
  open(20,file='Maxima.txt', status='replace')
write(20,*) Getijperiode, Tijdstap, Modeltijd
write(20,*) 'd  = ',dmaxval ,dminval
write(20,*) 'z  = ',zmaxval ,zminval
write(20,*) 'h  = ',hmaxval ,hminval
write(20,*) 'u  = ',umaxval ,uminval
write(20,*) 'v  = ',vmaxval ,vminval
write(20,*) 'hc = ',hcmxval ,hcminal
write(20,*) 'hce = ',hcemaxval,hceminval
  write(20,*)
  end subroutine BerekenHulpgrootheden

subroutine SubInitialisatie
d = d1; z = z1; u = u1; v = v1; hc = hc1
call BerekenHulpgrootheden
end subroutine SubInitialisatie

subroutine Initialisatie
integer j,k
ModelTijd=0D0
Getijperiode = 0; Tijdstap = 0
d0=15D0; h0=1.75D0; b0=0D0
Dx=250D0; Dy=125D0; Dt1=10D0; Dt2=Dt1/2D0
d1 = d0; z1 = 0D0; u1 = 0D0; v1 = 0D0; hc1 = 0D0
do j = 0,jMax
  d1(j,:) = d0-(d0*(j-5D0))/(jMax-5D0)
end do
Verstoring=0.0
call random_number(Verstoring)
do k=0,kMax
  !
  !   Verstoring(:,k) = Verstoring(:,kMax)
  !
end do
d1=d1*(1D0-Schaal+2D0*Schaal*Verstoring)
d1(0:5,:)=d0; d1(:,0)=0D0
z1=b0
z1 = max(z1,-d1)
v1(:,kMax) = Noordrand(ModelTijd)
v1(:, 0) = Zuidrand(ModelTijd)
u1(jMax,1:kMax) = Oostrand(ModelTijd)
z1( 0,1:kMax) = Westrand(ModelTijd)
qz=0D0; qz(jMax,1:kMax)=0.0D0
dminval = 1D0; dmaxval = 0D0
zminval = 1D0; zmaxval = 0D0
hminval = 1D0; hmaxval = 0D0
uminval = 1D0; umaxval = 0D0
vminval = 1D0; vmaxval = 0D0
hcminal = 1D0; hcmxval = 0D0
hceminval = 1D0; hcemaxval = 0D0
call SubInitialisatie
end subroutine Initialisatie

subroutine ToonResultaten
Jaren=ModelTijd*Morfologie/86400D0/365.25D0
call date_and_time(MachineDatum,MachineTijd)
call system_clock(SysteemTijd)
SysteemSnelheid=SysteemTijd-SysteemTijd0
write (*,'(I6,A2,I6,A2,A12,A12,I12,F10.0,F10.3)')
* Getijperiode,' ',Tijdstap,' ',MachineDatum,MachineTijd,
*                               SysteemSnelheid,ModelTijd,Jaren
  SysteemTijd0=SysteemTijd

```

```

end subroutine ToonResultaten

subroutine BewaarResultaten
integer j,k
Jaren=ModelTijd*Morfologie/86400D0/365.25D0
write (10,'(F12.1)') ModelTijd
call date_and_time(MachineDatum,MachineTijd)
call system_clock(SysteemTijd)
SysteemSnelheid=SysteemTijd-SysteemTijd0
write (10,'(A)') MachineDatum
write (10,'(A)') MachineTijd
write (10,'(I10)') SysteemSnelheid
write (*,'(I6,A2,I6,A2,A12,A12,I12,F10.0,F10.3)')
* Getijperiode,' ',Tijdstap,' ',MachineDatum,MachineTijd,
* SysteemSnelheid,ModelTijd,Jaren
SysteemTijd0=SysteemTijd
do j=0,jMax
write (10,*) (d (j,k),k=0,kMax)
write (10,*) (z (j,k),k=0,kMax)
write (10,*) (u (j,k),k=0,kMax)
write (10,*) (v (j,k),k=0,kMax)
write (10,*) (hc (j,k),k=0,kMax)
write (10,*) (Sbx(j,k)+Ssx(j,k),k=0,kMax)
end do
end subroutine BewaarResultaten

subroutine BerekeningADI
integer j,k
! ADI-methode: eerste halve tijdstap
ModelTijd=ModelTijd+Dt2
! Voor elke waarde van k wordt nu een impliciete berekening uitgevoerd
! Initialisatie tridiagonale matrix
Cv0 = 0D0; Cv1=1D0; Cv2=0D0; Cv3=0D0; Cv3R=0D0
Bv0 = 0D0; Bv1=1D0; Bv2=0D0; Bv3=0D0
Av0 = 0D0; Av1=1D0; Av2=0D0; Av3=0D0
! Continuïteitsvergelijkingen
Cv1 = +1D0
Cv0 = -hfuL*Dt2/Dx
Cv2 = +hfuR*Dt2/Dx
Cv3 = +z-dqvdy*Dt2+qz*Dt2
! Bewegingsvergelijkingen
Bv1 = +Wx*Fx*Dt2+1D0
Bv0 = -Wx* g*Dt2/Dx
Bv2 = +Wx* g*Dt2/Dx
Bv3 = +Wx*Ex
! Randvoorwaarden
Cv3(0,1:kMax) = Westrand(ModelTijd)
Bv3(jMax,1:kMax) = Oostrand(ModelTijd)
! Transcriptie t.b.v. substitutie
Av1(1:jMax,:) = Bv1(0:jMax-1,:)
Av0(1:jMax,:) = Bv0(0:jMax-1,:)
Av2(1:jMax,:) = Bv2(0:jMax-1,:)
Av3(1:jMax,:) = Bv3(0:jMax-1,:)
! Substitutie bewegingsvergelijkingen in continuïteitsvergelijkingen
! Bovenste bewegingsvergelijking
Cv3 = Cv3-Av3*Cv0/Av1
Cv1 = Cv1-Av2*Cv0/Av1
Cv0 = -Av0*Cv0/Av1
! Onderste bewegingsvergelijking
Cv3 = Cv3-Bv3*Cv2/Bv1
Cv1 = Cv1-Bv0*Cv2/Bv1
Cv2 = -Bv2*Cv2/Bv1
! Thomasalgorithme Forward Sweep
Cv2(0,:) = Cv2(0,)/Cv1(0,:)
Cv3(0,:) = Cv3(0,)/Cv1(0,:)
do j=1,jMax
Cv2(j,:) = Cv2(j,)/
* (Cv1(j,)-Cv0(j,)*Cv2(j-1,))
Cv3(j,:) = (Cv3(j,)-Cv0(j,)*Cv3(j-1,))/
* (Cv1(j,)-Cv0(j,)*Cv2(j-1,))
end do

```

```

!      Thomasalgorithme Backward Sweep
do j=jMax-1,0,-1
    Cv3(j,:) = Cv3(j,)-Cv2(j,)*Cv3(j+1,:)
end do
!      Transcriptie t.b.v. substitutie
Cv3R(0:jMax-1,:) = Cv3(1:jMax ,:)
!      Terugsubstitutie in bewegingsvergelijkingen
Bv3 = (Bv3-Bv2*Cv3R-Bv0*Cv3)/Bv1
z1 = Cv3
u1 = Bv3
!      Voor elke waarde van j wordt nu een expliciete berekening uitgevoerd
v1 = Wy*(Ey-g*dzdy*Dt2)/(1D0+Fy*Dt2)
v1(:,0) = Zuidrand(ModelTijd)
v1(:,kMax)=Noordrand(ModelTijd)
z1=max(z1,-d1)
!      Berekening sedimentconcentratievergelijking
Ssx = Wx*(hcfu*u1-Dcx*dhcdx)
Ssy = Wy*(hcfv*v -Dcy*dhcdy)
DivSs = 0D0
DivSs(1:jMax,1:kMax)=
* (Ssx(1:jMax,1:kMax)-Ssx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Ssy(1:jMax,1:kMax)-Ssy(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
hcl = (hc+hce*Dt2/Ts-Dt2*DivSs)/(1+Dt2/Ts)
hcl(0:5,1:kMax)=hce(0:5,1:kMax)
hcl=max(hcl,0D0)
!      Berekening sommatie beide vergelijkingen
cd = hc-d*(1-Epsilon)
hcfu = 0D0; Sbx = 0D0; Roe = 0D0
do j=0,jMax-1
    do k=0,kMax
        if (abs(cd(j+1,k)-cd(j,k))>1D-10) then
            Roe(j,k)=(u1(j,k)*hc(j+1,k)+Sbxx(j+1,k)-
*          u1(j,k)*hc(j ,k)-Sbxx(j ,k))/(cd(j+1,k)-cd(j,k))
        else
            Roe(j,k)=u1(j,k)
        end if
        if (Roe(j,k)==0D0) Roe(j,k) = u1(j,k)
        if (Roe(j,k)>=0D0) hcfu(j,k) = Wx(j,k)*hc(j ,k)
        if (Roe(j,k)< 0D0) hcfu(j,k) = Wx(j,k)*hc(j+1,k)
        if (Roe(j,k)>=0D0) Sbx(j,k) = Wx(j,k)*Sbxx(j ,k)
        if (Roe(j,k)< 0D0) Sbx(j,k) = Wx(j,k)*Sbxx(j+1,k)
    end do
end do
hcfu(jMax,:) = 0D0; hcfu(:,0) = 0D0
Sbx(jMax,:) = 0D0; Sbx(:,0) = 0D0
hcfv = 0D0; Sby = 0D0; Roe = 0D0
do j=0,jMax
    do k=0,kMax-1
        if (abs(cd(j,k+1)-cd(j,k))>1D-10) then
            Roe(j,k)=(v(j,k)*hc(j,k+1)+Sbyy(j,k+1)-
*          v(j,k)*hc(j,k )-Sbyy(j,k ))/(cd(j,k+1)-cd(j,k))
        else
            Roe(j,k)=v(j,k)
        end if
        if (Roe(j,k)==0D0) Roe(j,k) = v(j,k)
        if (Roe(j,k)>=0D0) hcfv(j,k) = Wy(j,k)*hc(j,k )
        if (Roe(j,k)< 0D0) hcfv(j,k) = Wy(j,k)*hc(j ,k+1)
        if (Roe(j,k)>=0D0) Sby(j,k) = Wy(j,k)*Sbyy(j,k )
        if (Roe(j,k)< 0D0) Sby(j,k) = Wy(j,k)*Sbyy(j,k+1)
    end do
end do
hcfv(:,kMax) = 0D0; hcfv(0,:) = 0D0; hcfv(:,0) = 0D0
Sby(:,kMax) = 0D0; Sby(0,:) = 0D0; Sby(:,0) = 0D0
Ssx = hcfu*u1-Dcx*dhcdx
Ssy = hcfv*v -Dcy*dhcdy
DivSs = 0D0
DivSs(1:jMax,1:kMax)=
* (Ssx(1:jMax,1:kMax)-Ssx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Ssy(1:jMax,1:kMax)-Ssy(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
DivSb = 0D0
DivSb(1:jMax,1:kMax)=

```

```

* (Sbx(1:jMax,1:kMax)-Sbx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Sby(1:jMax,1:kMax)-Sby(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
cd1 = (cd-Dt2*DivSs-Dt2*DivSb)
! Berekening initieel sedimentatie-erosiepatroon
d1 = (hc1-cd1)/(1-Epsilon)
d1(0:5,1:kMax)=d(0:5,1:kMax)
z1=max(z1,-d1)
call SubInitialisatie
! ADI-methode: tweede halve tijdstap
ModelTijd=ModelTijd+Dt2
! Voor elke waarde van j wordt nu een impliciete berekening uitgevoerd
! Initialisatie tridiagonale matrix
Cv0 = 0D0; Cv1=1D0; Cv2=0D0; Cv3=0D0; Cv3R=0D0
Bv0 = 0D0; Bv1=1D0; Bv2=0D0; Bv3=0D0
Av0 = 0D0; Av1=1D0; Av2=0D0; Av3=0D0
! Continuïteitsvergelijkingen
Cv1 = +1D0
Cv0 = -hfvL*Dt2/Dy
Cv2 = +hfvR*Dt2/Dy
Cv3 = +z-dqudx*Dt2+qz*Dt2
! Bewegingsvergelijkingen
Bv1 = +Wy*Fy*Dt2+1D0
Bv0 = -Wy* g*Dt2/Dy
Bv2 = +Wy* g*Dt2/Dy
Bv3 = +Wy*Ey
! Randvoorwaarden
Cv0(:,0) = 0; Cv1(:,0) = 1; Cv2(:,0) = 0; Cv3(:,0) = 0
Bv3(:,0) = Zuidrand (ModelTijd)
Bv3(:,kMax) = Noordrand(ModelTijd)
! Transcriptie t.b.v. substitutie
Av1(:,1:kMax) = Bv1(:,0:kMax-1)
Av0(:,1:kMax) = Bv0(:,0:kMax-1)
Av2(:,1:kMax) = Bv2(:,0:kMax-1)
Av3(:,1:kMax) = Bv3(:,0:kMax-1)
! Substitutie bewegingsvergelijkingen in continuïteitsvergelijkingen
! Bovenste bewegingsvergelijking
Cv3 = Cv3-Av3*Cv0/Av1
Cv1 = Cv1-Av2*Cv0/Av1
Cv0 = -Av0*Cv0/Av1
! Onderste bewegingsvergelijking
Cv3 = Cv3-Bv3*Cv2/Bv1
Cv1 = Cv1-Bv0*Cv2/Bv1
Cv2 = -Bv2*Cv2/Bv1
! Thomasalgorithme Forward Sweep
Cv2(:,0) = Cv2(:,0)/Cv1(:,0)
Cv3(:,0) = Cv3(:,0)/Cv1(:,0)
do k=1,kMax
    Cv2(:,k) = Cv2(:,k)/
* (Cv1(:,k)-Cv0(:,k)*Cv2(:,k-1))
    Cv3(:,k) = (Cv3(:,k)-Cv0(:,k)*Cv3(:,k-1))/
* (Cv1(:,k)-Cv0(:,k)*Cv2(:,k-1))
end do
! Thomasalgorithme Backward Sweep
do k = kMax-1,0,-1
    Cv3(:,k) = Cv3(:,k)-Cv2(:,k)*Cv3(:,k+1)
end do
! Transcriptie t.b.v. substitutie
Cv3R(:,0:kMax-1) = Cv3(:,1:kMax)
! Terugsubstitutie in bewegingsvergelijkingen
Bv3 = (Bv3-Bv2*Cv3R-Bv0*Cv3)/Bv1
z1 = Cv3
v1 = Bv3
! Voor elke waarde van k wordt nu een expliciete berekening uitgevoerd
u1 = Wx*(Ex-g*dzdx*Dt2)/(1D0+Fx*Dt2)
z1(0,1:kMax)= Westrand(ModelTijd)
u1(jMax,1:kMax)= Oostrand(ModelTijd)
u1(:,0) = 0D0
z1=max(z1,-d1)
! Berekening sedimentconcentratievergelijking
Ssx = Wx*(hcfu*u -Dcx*dhcdx)
Ssy = Wy*(hcfv*v1-Dcy*dhcdy)

```

```

DivSs = 0D0
DivSs(1:jMax,1:kMax)=
* (Ssx(1:jMax,1:kMax)-Ssx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Ssy(1:jMax,1:kMax)-Ssy(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
hcl = (hc+hce*Dt2/Ts-Dt2*DivSs)/(1+Dt2/Ts)
hcl(0:5,1:kMax)=hce(0:5,1:kMax)
hcl=max(hcl,0D0)
! Berekening sommatie beide vergelijkingen
cd = hc-d*(1-Epsilon)
hcfu = 0D0; Sbx = 0D0; Roe = 0D0
do j=0,jMax-1
  do k=0,kMax
    if (abs(cd(j+1,k)-cd(j,k))>1D-10) then
      Roe(j,k)=(u(j,k)*hc(j+1,k)+Sbxx(j+1,k)-
*      u(j,k)*hc(j,k)-Sbxx(j,k))/(cd(j+1,k)-cd(j,k))
    else
      Roe(j,k)=u(j,k)
    end if
    if (Roe(j,k)==0D0) Roe(j,k) = u(j,k)
    if (Roe(j,k)>=0D0) hcfu(j,k) = Wx(j,k)*hc(j,k)
    if (Roe(j,k)< 0D0) hcfu(j,k) = Wx(j,k)*hc(j+1,k)
    if (Roe(j,k)>=0D0) Sbx(j,k) = Wx(j,k)*Sbxx(j,k)
    if (Roe(j,k)< 0D0) Sbx(j,k) = Wx(j,k)*Sbxx(j+1,k)
  end do
end do
hcfu(jMax,:) = 0D0; hcfu(:,0) = 0D0
Sbx(jMax,:) = 0D0; Sbx(:,0) = 0D0
hcfv = 0D0; Sby = 0D0; Roe = 0D0
do j=0,jMax
  do k=0,kMax-1
    if (abs(cd(j,k+1)-cd(j,k))>1D-10) then
      Roe(j,k)=(v1(j,k)*hc(j,k+1)+Sbyy(j,k+1)-
*      v1(j,k)*hc(j,k)-Sbyy(j,k))/(cd(j,k+1)-cd(j,k))
    else
      Roe(j,k)=v1(j,k)
    end if
    if (Roe(j,k)==0D0) Roe(j,k) = v1(j,k)
    if (Roe(j,k)>=0D0) hcfv(j,k) = Wy(j,k)*hc(j,k)
    if (Roe(j,k)< 0D0) hcfv(j,k) = Wy(j,k)*hc(j,k+1)
    if (Roe(j,k)>=0D0) Sby(j,k) = Wy(j,k)*Sbyy(j,k)
    if (Roe(j,k)< 0D0) Sby(j,k) = Wy(j,k)*Sbyy(j,k+1)
  end do
end do
hcfv(:,kMax) = 0D0; hcfv(0,:) = 0D0; hcfv(:,0) = 0D0
Sby(:,kMax) = 0D0; Sby(0,:) = 0D0; Sby(:,0) = 0D0
Ssx = hcfu*u -Dcx*dhcdx
Ssy = hcfv*v1-Dcy*dhcdy
DivSs = 0D0
DivSs(1:jMax,1:kMax)=
* (Ssx(1:jMax,1:kMax)-Ssx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Ssy(1:jMax,1:kMax)-Ssy(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
DivSb = 0D0
DivSb(1:jMax,1:kMax)=
* (Sbx(1:jMax,1:kMax)-Sbx(0:jMax-1,1:kMax))/Dx+
* (Sby(1:jMax,1:kMax)-Sby(1:jMax,0:kMax-1))/Dy
cd1 = (cd-Dt2*DivSs-Dt2*DivSb)
! Berekening initieel sedimentatie-erosiepatroon
d1 = (hcl-cd1)/(1-Epsilon)
d1(0:5,1:kMax)=d(0:5,1:kMax)
z1=max(z1,-d1)
call SubInitialisatie
end subroutine BerekeningADI

end program Leviatan2D

```

Appendix III: Listing van het ontwikkelde uitvoerprogramma met behulp van Winteracter

```

program Uitvoer2d      ! Versie 16 januari 2003
use Winteracter

!   Namen variabelen
integer, parameter :: jMax = 325
integer, parameter :: kMax = 020
integer, parameter :: tMax = 600
integer, parameter :: idm_menu1 = 30001
integer, parameter :: id_exit  = 40001
integer, parameter :: Wit      = 000,
*                               Rood   = 031,
*                               Geel   = 063,
*                               Groen  = 095,
*                               Cyaan  = 127,
*                               Blauw  = 159,
*                               Magenta = 191,
*                               Zwart  = 223
double precision, dimension(0:jMax,0:kMax) :: d,z,u,v,hc,hce
double precision, dimension(0:jMax) :: dGem
double precision Tijd
integer Signaal, Getijperiode
integer j,k,Lengte,Breedte,RoodByte,GroenByte,BlauwByte
integer SysteemTijd, SysteemTijd0, SysteemSnelheid
character(len=20) MachineDatum, MachineTijd
type (win_message) :: Boodschap
real, dimension(0:jMax,1:kMax) :: zvalue
integer, dimension(0:jMax,1:kMax) :: zKleur
real, dimension(0:jMax,0:kMax) :: Waarde
integer, dimension(0:jMax,0:kMax) :: Kleur
real zminvalue,zmaxvalue
character(len=80) :: GrafiekTitel

call Winitialise()
call Windowopen( width=1024,height=720,
* menuid=idm_menu1,title='Leviatan2D',ncol256=256)
Lengte = WinfoWindow(WindowWidth )
Breedte = WinfoWindow(WindowHeight)
call WbitmapCreate(Ihandle,Lengte,Breedte)
open(20,file='Test20030116a.txt',status='old')
do Getijperiode=0,tMax
  read(20,'(F12.1)') Tijd
  read(20,'(A)') MachineDatum
  read(20,'(A)') MachineTijd
  read(20,'(I10)') SysteemSnelheid
  do j=0,jMax
    read(20,*) (d (j,k),k=0,kMax)
    read(20,*) (z (j,k),k=0,kMax)
    read(20,*) (u (j,k),k=0,kMax)
    read(20,*) (v (j,k),k=0,kMax)
    read(20,*) (hc (j,k),k=0,kMax)
    read(20,*) (hce (j,k),k=0,kMax)
  end do
  call ToonResultaten
!   if (Getijperiode==tMax) call BerekenGemiddeldeBodem
  if (Getijperiode<1) call Wmessage(Signaal,Boodschap)
end do
close(20)
do
  call Wmessage(Signaal,Boodschap)
  select case(Signaal)
    case(MenuSelect)
      select case(Boodschap%value1)
        case(id_exit)
          exit
        end select
    case(CloseRequest)
      exit
  end select
end do

```

```

end do
call Windowclose()

contains

subroutine ToonResultaten
zvalue=0.0
zKleur=0
call IgrSelect (DrawBitmap,Ihandle)
call IgrAreaClear()
call IgrArea(0.0,0.0,1.0,1.0)
call IpgNewPlot (PgZarrayPlot,1, (/jMax+1,kMax/),Pglay3D+PgLayCol)
call WgrTextFont (FFCourier,HEIGHT=.04)
call IpgGridLines (Zwart)
call IpgElevation(20.0) !20
call IpgRotation(68.0) !68
ZMinValue=-40D0
ZMaxValue=+04D0
call IpgUnits(0.0,1.0,jMax*1.0,kMax*1.0)
call IpgUnitsZ (ZMinValue,ZMaxValue)
call WGrTextFont (WIDTH=CHWID2)
call IdoubleToString(Tijd,GrafiekTitel, '(F10.1)')
GrafiekTitel='Bodem estuarium voor t = '//GrafiekTitel
call IPgTitle(GrafiekTitel,'L')
call WGrTextDouble(70.0,30.0,Tijd)
call IPgAxes()
call IPgXScaleAngle(0.0,0.0)
call IPgYScaleAngle(0.0,0.0)
call WGrTextFont (WIDTH=CHWID1)
call IPgXScale ('TN')
call IPgYScaleLeft('TN')
call IPgZScale ('TN')
call IgrColourModel(24)
! d(:,0)=d(:,1)
do j=0,jMax
do k=1,kMax
zvalue(j,k)=-d(jMax-j,k)
RoodByte = max(255D0-(5D0-zvalue(j,k))*10D0,000D0)
GroenByte = max(255D0-abs((5D0-zvalue(j,k))*20D0-255D0),000D0)
BlauwByte = min(000D0+(5D0-zvalue(j,k))*10D0,255D0)
zKleur(j,k)=RoodByte+GroenByte*256+BlauwByte*65536
end do
end do
call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax,zKleur)
do j=0,jMax
do k=1,kMax
zvalue(jMax-j,k)=u(j,k)*10D0
zKleur=Geel
if (zvalue(jMax-j,k)>=1D0) zKleur(jMax-j,k)=Blauw
if (zvalue(jMax-j,k)<=-1D0) zKleur(jMax-j,k)=Cyaan
end do
end do
! call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax+1,zKleur)
do j=0,jMax
do k=1,kMax
zvalue(jMax-j,k)=v(j,k)*10D0
if (abs(v(j,k))<=0.00000D0) zKleur(jMax-j,k)=Geel
if (v(j,k)> 0.00000D0) zKleur(jMax-j,k)=Blauw
if (v(j,k)< -0.00000D0) zKleur(jMax-j,k)=Cyaan
end do
end do
! call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax+1,zKleur)
do j=0,jMax
do k=1,kMax
zvalue(jMax-j,k)=z(j,k)
zKleur(jMax-j,k)=Blauw
if (d(j,k)+z(j,k)<+0.100D0) zKleur(jMax-j,k)=Cyaan
if (d(j,k)+z(j,k)<+0.010D0) zKleur(jMax-j,k)=Lichtblauw
if (d(j,k)+z(j,k)<+0.001D0) zKleur(jMax-j,k)=Geel
end do
end do

```

```

!      call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax+1,zKleur)
do j=0,jMax
  do k=1,kMax
    zvalue(jMax-j,k)=hc(j,k)*1000D0
    zKleur(jMax-j,k)=Groen
    if (zvalue(jMax-j,k)< 0.0) zKleur(jMax-j,k)=Geel
    if (zvalue(jMax-j,k)==0.0) zKleur(jMax-j,k)=Cyaan
  end do
end do
!      call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax+1,zKleur)
zvalue=0.0
do j=0,jMax
  do k=1,kMax
    zvalue(jMax-j,k)=hce(j,k)*1000D0
    zKleur(jMax-j,k)=Groen
    if (zvalue(jMax-j,k)< 0.0) zKleur(jMax-j,k)=Geel
    if (zvalue(jMax-j,k)==0.0) zKleur(jMax-j,k)=Cyaan
  end do
end do
!      call IpgSurf3DataCol(zvalue,jMax+1,kMax+1,zKleur)
call IgrSelect(DrawWin)
call WBitmapPut(Ihandle,0,0)
end subroutine ToonResultaten

subroutine ToonResultaten2
call IgrSelect(DrawBitmap,Ihandle)
call IgrAreaClear()
call IgrColourModel(24)
Waarde=0.0
Kleur=0
do j=0,jMax
  do k=0,kMax
    Waarde(j,k)=d(jMax-j,kMax-k)+5D0
    RoodByte = max(255D0-Waarde(j,k)*10D0,000D0)
    GroenByte = max(255D0-abs(Waarde(j,k)*20D0-255D0),0D0)
    BlauwByte = min(000D0+Waarde(j,k)*10D0,255D0)
    Kleur(j,k)=RoodByte+GroenByte*256+BlauwByte*65536
  end do
end do
call IgrArea(0.00,0.75,1.00,1.00)
call IpgNewPlot(PgZarrayPlot,1,(/81,kMax+1/),PglayFill+PgLayColTile)
call IpgUnits(0.0,1.0,80.0,kMax*1.0)
call IpgColFill12(Kleur(000:080,:),81,kMax+1)
call IgrArea(0.00,0.50,1.00,0.75)
call IpgNewPlot(PgZarrayPlot,1,(/81,kMax+1/),PglayFill+PgLayColTile)
call IpgUnits(0.0,1.0,jMax*1.0,kMax*1.0)
call IpgColFill12(Kleur(080:160,:),81,kMax+1)
call IgrArea(0.00,0.25,1.00,0.50)
call IpgNewPlot(PgZarrayPlot,1,(/81,kMax+1/),PglayFill+PgLayColTile)
call IpgUnits(0.0,1.0,jMax*1.0,kMax*1.0)
call IpgColFill12(Kleur(160:240,:),81,kMax+1)
call IgrArea(0.00,0.00,1.00,0.25)
call IpgNewPlot(PgZarrayPlot,1,(/81,kMax+1/),PglayFill+PgLayColTile)
call IpgUnits(0.0,1.0,jMax*1.0,kMax*1.0)
call IpgColFill12(Kleur(240:320,:),81,kMax+1)
call IgrSelect(DrawWin)
call WBitmapPut(Ihandle,0,0)
end subroutine ToonResultaten2

subroutine BerekenGemiddeldeBodem
dGem=0D0
do k=1,kMax
  dGem=dGem+d(:,k)/kMax
end do
open(30,file='GemBreedte20030116a.txt')
do j=0,jMax
  write(30,*) dGem(j)
end do
end subroutine BerekenGemiddeldeBodem

end program Uitvoer2D

```