



waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

getijgootonderzoek

invloed dwarsmiddeling op grootte van
dispersietransporten in
2d (vertikaal) - beschrijving

verslag onderzoek

M896 - 46

februari 1981

getijgootonderzoek

invloed dwarsmiddeling op grootte van
dispersietransporten in
2d (vertikaal) - beschrijving

verslag onderzoek

M896 - 46

februari 1981

INHOUD

Lijst van symbolen

Lijst van tabellen

Lijst van figuren

blz.

<u>1</u>	<u>Inleiding</u>	1
<u>2</u>	<u>Afleiding vergelijkingen voor 2D-beschrijving</u>	3
2.1	3D-vergelijkingen en aannamen.....	3
2.2	Middeling over de breedte.....	4
<u>3</u>	<u>Schatting van de bijdragen van dwarsvariaties aan de dis-</u> <u>persieve transporten</u>	7
3.1	Literatuuronderzoek.....	7
3.2	Analytisch berekende transporten T_{2x}	10
3.3	Gevoeligheid numerieke 2D-model voor grootte T_{2x}	12
3.4	Schatting van de invloed dwarsvariaties op de verticale uitwisseling.....	13
<u>4</u>	<u>Berekende transporten T_{2x}</u>	16
4.1	Berekende transporten T_{2x} uit getijgootmetingen.....	16
4.1.1	Beschrijving getijgootmetingen.....	16
4.1.2	Berekende transporten T_{2x}	16
4.2	Berekende transporten T_{2x} uit metingen in de Rotterdamse Waterweg.....	18
4.2.1	Beschrijving van de metingen.....	18
4.2.2	Berekende transporten T_{2x}	18
4.3	Berekende transporten T_{2x} uit Volkerakmeting 1977.....	19
4.3.1	Beschrijving metingen.....	19
4.3.2	Berekende transporten T_{2x}	20
4.4	Gezamenlijke konklusies uit de metingen.....	21

INHOUD (vervolg)

	blz.
5 <u>Samenvatting, konklusies en aanbevelingen</u>	23
5.1 Samenvatting en konklusies.....	23
5.2 Aanbevelingen.....	25

APPENDIX A - Integratie over de breedte

APPENDIX B - Afschatting van de korrektieterm E_5 voor getijgoot-referentie-
proef

REFERENTIES

TABELLEN

FIGUREN

Lijst van symbolen

a_0	amplitude vertikaal getij in mond	
b	breedte	m
b_1, b_2	plaats oevers	m
Δb	maat breedtevariatie in verticale richting	m
c	koncentratie	kgm^{-3}
c_0	zeekoncentratie	kgm^{-3}
C	Chézy-koëfficiënt	$\text{m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$
D_{2x}	2D-dispersiekoëfficiënt	m^2s^{-1}
E_1 t/m E_5	korrektietermen (zie tabel 1)	-
F_i	intern Froudegetal (tabel 1)	-
g	gravitatieversnelling	ms^{-2}
h	waterdiepte	m
Δh	karakteristieke maat voor het verval in lengte- richting	m
L	karakteristieke lengtemaat	m
L_i max	maximale zoutindringingslengte	m
p	druk	$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$
Q_{Riv}	rivierafvoer	m^3s^{-1}
Ri	Richardson-getal	-
r	$\left\{ \frac{(u'_b)^2}{u^b} \right\} / u^b$ (zie tabel 1)	-
T_x, T_y, T_z	turbulente diffusieve transporten in x-, y- respektievelijk z-richting	$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
T_{2x}	longitudinale 2D dispersief transport	$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
T'_{2x}	longitudinaal dispersief transport ten gevolge van middelen over vertikaal	$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
T_{2z}	vertikaal 2D dispersief transport	$\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$
T	getijperiode	s
T'	tijschaal voor menging over de breedte	s
t	tijd	s
u, v, w	snelheid in x-, y- respektievelijk z-richting	ms^{-1}
x	koördinaat in lengterichting	m
y	koördinaat in dwarsrichting	m
z	koördinaat in verticale richting	m
Δz	maat waterstandsvariatie in breedterichting	m
u^*	schuifspanningssnelheid	ms^{-1}

Lijst van symbolen (vervolg)

$\overline{u_b^r c_b^rb}$	bijdrage dwarsvariaties aan longitudinaal dispersief transport	kgm ⁻² s ⁻¹
$\overline{w_b^r c_b^rb}$	bijdrage dwarsvariaties aan vertikaal dispersief transport	kgm ⁻² s ⁻¹
α	koëfficiënt (tabel 1)	-
ϵ_y	turbulente viskositeitskoëfficiënt in dwars- richting	m ² s ⁻¹
η	wateroppervlak	m
ρ	dichtheid	kgm ⁻³
ρ_s	dichtheid aan wateroppervlak	kgm ⁻³
$\Delta\rho$	dichtheidsverschil	kgm ⁻³
τ_{xx}, τ_{xy} enz.	komponenten van de Reynoldse schuifspannings- tensor	kgm ⁻¹ s ⁻²
τ_w	wandschuifspanning	kgm ⁻¹ s ⁻²

$\overline{\quad}_b$ boven grootheid : middelen over de breedte
 ' boven grootheid +
 toevoegen index b aan grootheid: afwijking van de over de breedte
 gemiddelde waarde

$\overline{\quad}_v$ boven grootheid : middelen over diepte

\approx : ongeveer

Lijst van tabellen

1. Korrektietermen ten gevolge van breedtemiddeling (blz. 7)
2. Bijdrage dwarsvariaties in snelheid en concentratie aan longitudinaal 2D-dispersief transport
3. Overzicht randkondities en gootparameters van proef 606H/I
4. Bepaling van $T_{2x} = \frac{u_b^i c_b^b}{c_b^b}$; Rotterdamse Waterweg 21-6-1956, 18.00 uur, kmr 1030.0
5. Invloed extrapolaties naar de wand op T_{2x}

Lijst van figuren

1. Dwarsvariaties in u , c en $u'_b c'_b$
2. Gemeten dwarsvariaties in u , c en $u'_b c'_b$; Rotterdamse Waterweg
3. Overzicht getijgoot
4. Dichtheids- en snelheidsverdeling in een dwarsdoorsnede in goot met wandstrips
5. Profiel $\partial\rho/\partial y$ en mogelijk daaruit resulterende secundaire stroming in de getijgoot met wandstrips gedurende ebperiode
6. 2D-dispersief transport T_{2x} in getijgoot
7. 2D-dispersief transport T_{2x} in getijgoot
8. Dichtheidsprofielen in getijgoot
9. Dichtheidsprofielen in getijgoot
10. 2D-dispersief transport T_{2x} in getijgoot
11. Dichtheidsprofielen in proef in getijgoot
12. Overzicht Rotterdamse Waterweg 1956 + gemeten $u(t)$ en $c(t)$ curven
13. Chloridegehalte- en snelheidsverdeling in Rotterdamse Waterweg
14. 2D-dispersief transport T_{2x} in Rotterdamse Waterweg (kmr 1023.4)
15. 2D-dispersief transport T_{2x} in Rotterdamse Waterweg (kmr 1023.4)
16. 2D-dispersief transport T_{2x} in Rotterdamse Waterweg (kmr 1030.0)
17. Overzicht meetvertikalen 13 uurs-meting Keeten-Volkerak + vertikaal getij
Bruinisse van 16-8-1977
18. Zoutmeting Keeten-Volkerak 16-8-1977 (raai 4)
19. Zoutmeting Keeten-Volkerak 16-8-1977 (raai 13)
20. T_{2x} -profielen in Volkerak 16-8-1977
21. T_{2x} -profielen in Mastgat 16-8-1977
22. T'_{2x} -dwarsverdeling in Volkerak 16-8-1977
23. T'_{2x} -dwarsverdeling in Mastgat 16-8-1977

Inleiding

In een willekeurige getijrivier is de snelheids- en concentratieverdeling driedimensionaal. In smalle, gedeeltelijk gemengde getijrivieren is de concentratieverdeling redelijk tweedimensionaal (breedtemiddeling) te beschrijven. Het gebruik van een 2D-, breedte geïntegreerde, beschrijving om de getijbeweging en de concentratieverdeling van een getijrivier te simuleren betekent dat de breedtedimensie geschematiseerd in deze vereenvoudigde beschrijving opgenomen moet worden. In het tweedimensionale, breedte geïntegreerde, numerieke zoutindringingsmodel DISTRO [10] komt de invloed van de middeling over de breedte tot uiting in een aanpassing van de longitudinale diffusiecoëfficiënt. Deze coëfficiënt wordt in DISTRO daarom een schijnbare diffusie- of dispersiecoëfficiënt genoemd.

Bij de toepassing van het 2D-model DISTRO op een bepaalde getijrivier is het belangrijk te weten hoe groot de invloed van de zijdelingse variaties in snelheid en concentratie op de diffusieve transporten in longitudinale en verticale richting is in de betreffende getijrivier. In dit rapport is een verkennend onderzoek naar de grootte van deze invloed in

- de Delftse getijgoot met wandruwheid
- de Rotterdamse Waterweg anno 1956
- het traject Keeten-Volkerak, anno 1977

uitgevoerd. Uit dit onderzoek moet blijken hoe dit dispersieve transport beschreven kan worden.

In hoofdstuk 2 is nader ingegaan op de middelingsprocedure om tot een over de breedte geïntegreerde beschrijving te komen. In paragraaf 3.1 zijn uit de literatuur bekende gegevens voor de invloed van dwarsmiddeling op de grootte van de dispersieve transporten vermeld, terwijl in paragraaf 3.2 het longitudinale dispersieve transport analytisch berekend is uitgaande van kwadratische snelheids- en concentratieverdelingen. In paragraaf 3.3 is de gevoeligheid van het 2D-model DISTRO voor de grootte van de longitudinale dispersiecoëfficiënt aangegeven. In paragraaf 3.4 is aandacht besteed aan de verhouding van het verticale turbulente massatransport ten opzichte van de bijdrage aan het verticale transport door de middeling over de breedte. In hoofdstuk 4 zijn de uit metingen bepaalde waarden van het dispersieve transport behandeld. Tot slot worden in hoofdstuk 5 de samenvatting en de konklusies en aanbevelingen gegeven.

Het onderzoek is uitgevoerd door drs. M. Karelse, die ook dit rapport samen-
stelde.

2 Afleiding vergelijkingen voor 2D-beschrijving

2.1 3D-vergelijkingen en aannamen

De snelheids- en concentratieverdeling in de getijrivier (ondiep water) kunnen beschreven worden door de volgende vergelijkingen voor onsamendrukbare vloeistoffen. Deze vergelijkingen zijn gemiddeld over een turbulente tijdschaal en de gebruikte grootheden in deze vergelijkingen zijn over deze tijdschaal gemiddelde grootheden.

De continuïteitsvergelijking luidt:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

De impulsvergelijkingen zien er aldus uit:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (v^2) + \frac{\partial}{\partial z} (vw) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (4)$$

De stofbalansvergelijking heeft de vorm:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (cu) + \frac{\partial}{\partial y} (cv) + \frac{\partial}{\partial z} (cw) - \frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} - \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} - \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

In de toestandvergelijking wordt het verband tussen concentratie en dichtheid gegeven door

$$c = f(\rho) \quad (6)$$

Hierin is:

T_x, T_y, T_z	: turbulent massatransport in x-, y- en z richting	$[\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}]$
c	: concentratie	$[\text{kgm}^{-3}]$
p	: druk	$[\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}]$
t	: tijd	[s]
u	: snelheidskomponent in lengterichting van de rivier	$[\text{ms}^{-1}]$
v	: snelheidskomponent in dwarsrichting van de rivier	$[\text{ms}^{-1}]$
w	: snelheidskomponent in diepterichting van de rivier	$[\text{ms}^{-1}]$
x	: koördinaat in lengterichting	[m]
y	: koördinaat in dwarsrichting	[m]
z	: koördinaat in verticale richting	[m]
ρ	: dichtheid	$[\text{kgm}^{-3}]$
τ_{xx}, τ_{xy} enz.	: componenten van de Reynoldse schuifspanningstensor	$[\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}]$

Bij de afleiding van bovenvermelde vergelijkingen zijn vier benaderingen gemaakt:

- de Boussinesq-benadering die inhoudt dat de variatie in de dichtheid zo klein is dat deze variatie in de traagheidstermen van de impulsvergelijking geen rol speelt
- de ondiepwaterbenadering, die resulteert in de verwaarlozing van de verticale versnellingen in verg. (4). Uit een orde van grootte beschouwing volgt dat uitgaande van deze benadering ook de schuifspanningstermen in x- en y-richting in de verg. (2 en 3) verwaarloosd mogen worden.
In verg. (5) mogen bij deze benadering de horizontale turbulente transporten verwaarloosd worden
- moleculaire effecten zijn verwaarloosd ten opzichte van de overeenkomstige turbulente termen. Dit is, behalve dicht bij de bodem en het oppervlak, toegestaan
- de invloed van de draaiing van de aarde wordt verwaarloosd: de Coriolis term wordt nul gesteld.

2.2 Middeling over de breedte

Als de dwarsvariatiën in snelheid en concentratie klein zijn dan is het zinvol deze vergelijkingen te middelen over de breedtedimensie. Daartoe worden de variabelen gescheiden in de over de breedte gemiddelde waarde (aangegeven via —b) en de afwijking daarvan:

$$u = \bar{u}^b + u'_b$$

waarin

$$\bar{u}^b = \frac{1}{b} b_1 \int_{b_1}^{b_2} u \, dy \quad \text{en} \quad b_1 \int_{b_1}^{b_2} u'_b \, dy = 0$$

$b_1(x, z)$ en $b_2(x, z)$ beschrijven hierin de plaats van de oevers, $b(x, z)$ is de breedte.

Op dezelfde manier zijn de andere variabelen gesplitst.

Integratie van de verg. (1, 2, 4 en 5) levert

$$\frac{\partial}{\partial x} (b \bar{u}^b) + \frac{\partial}{\partial z} (b \bar{w}^b) = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} b \bar{u}^b + \frac{\partial}{\partial x} b (\bar{u}^b)^2 + \frac{\partial}{\partial z} b \bar{u}^b \bar{w}^b + \frac{b}{\rho_0} \left(\frac{\partial p^b}{\partial x} + E_1 \right) + \\ - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} (b \bar{\tau}_{xx}^b - b E_2) + \frac{\partial}{\partial z} (b \bar{\tau}_{xz}^b - b E_3) + \tau_w = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p^b}{\partial z} = -\bar{\rho}^b g \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (b \bar{c}^b) + \frac{\partial}{\partial x} b \bar{c}^b \bar{u}^b + \frac{\partial}{\partial z} b \bar{c}^b \bar{w}^b - \frac{\partial}{\partial x} (b \bar{T}_x^b - b E_4) - \frac{\partial}{\partial z} (b \bar{T}_z^b - b E_5) = 0 \quad (10)$$

waarin τ_w de wandschuifspanning is en de korrektietermen E_1 t/m E_5 , die het gevolg zijn van het integreren over de breedte, en aldus uitzien:

$$E_1 : \text{korrektieterm voor de drukgradiënt } \frac{\partial p^b}{\partial x} \text{ (zie appendix A)} \quad (11)$$

$$E_2 : \frac{\rho_0}{b} b_1 \int_{b_1}^{b_2} (u'_b)^2 \, dy = \overline{(u'_b)^2}^b \quad (12)$$

$$E_3 : \frac{\rho_0}{b} b_1 \int_{b_1}^{b_2} u'_b w'_b \, dy = \overline{u'_b w'_b}^b \quad (13)$$

$$E_4 : \frac{1}{b} b_1 \int^{b_2} u'_b c'_b dy = \overline{u'_b c'_b}^b \quad (14)$$

$$E_5 : \frac{1}{b} b_1 \int^{b_2} w'_b c'_b dy = \overline{w'_b c'_b}^b \quad (15)$$

De afleiding van deze korrektietermen is in appendix A uitvoerig behandeld. De termen E_2 en E_3 zijn korrektietermen in de Reynoldse schuifspanningen, terwijl de termen E_4 en E_5 korrektietermen in de turbulente diffusieve stoftransporten zijn. In een 2D-beschrijving bestaan de diffusieve transporten uit een turbulente en een breedtemiddelingsterm:

$$T_{2x} = \overline{T}_x^b + \overline{u'_b c'_b}^b \quad (16)$$

$$T_{2z} = \overline{T}_z^b + \overline{w'_b c'_b}^b \quad (17)$$

Zodra er een bijdrage aan de diffusieve transporten aanwezig is ten gevolge van een middeling over een ruimtedimensie spreekt men veelal van dispersieve transporten. Zo wordt in het vervolg T_{2x} aangeduid als longitudinaal 2D dispersief transport en T_{2z} als vertikaal dispersief transport.

In het vervolg van dit rapport wordt hoofdzakelijk verder ingegaan op de betekenis van de korrektietermen E_4 en E_5 die leiden tot de dispersieve transporten (16) en (17). Voor het longitudinale dispersieve transport T_{2x} wordt veelal een gradiënttype-beschrijving aangenomen

$$T_{2x} = -D_{2x} \frac{\partial \overline{c}^b}{\partial x} \quad (18)$$

3 Schatting van de bijdrage van dwarsvariatiën aan de dispersieve trans- porten

3.1 Literatuuronderzoek

In appendix A is voor de korrektietermen die optreden in de 2D-basisvergelijkingen (zie par. 2.2) ten gevolge van het middelen over de breedte een af-schatting gemaakt analoog als in [19]. Hierbij is uitgegaan van een lineair vertikaal dichtheidsprofiel en van een snelheids- en concentratieverdeling in dwarsrichting die precies dezelfde vorm hebben:

$$\frac{u}{-b} = \frac{c}{-b} = \frac{n+1}{n} \left(1 - 2 \frac{|y|}{b}\right)^{1/n} \quad (19)$$

(y = 0 is hierbij het midden van de doorsnede).

In onderstaande tabel zijn de in het voorgaande hoofdstuk geïntroduceerde korrektietermen E₁ t/m E₅ vergeleken met belangrijke termen uit de vergelijkingen 7 t/m 10 met behulp van bovenstaande benaderingen:

korrektieterm	vergeleken met referentie R	orde van grootte E/R
E ₁	drukgradiënt $\frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{24} \frac{\Delta \rho}{\rho} \left(\frac{\Delta z}{h}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{\Delta h} \frac{\Delta b}{b}^*$
E ₂	normaalspanning $L g \int_z^{-b} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz$	αF_i^2 *) **)
E ₃	schuifspanning $\tau_{xz} \sim \frac{\rho g}{C^2} u^{-b^2}$	$\alpha \frac{h}{L} \frac{C^2}{g}$
E ₄	longitudinaal-transport $\frac{-b}{c} u$	α
E ₅	vertikaal transport $T_z \sim \frac{-b}{rc} u$ ***)	$\frac{1}{r} \frac{h}{L} \alpha$

Tabel 1 Korrektietermen ten gevolge van breedtemiddeling

*) $\alpha = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} - 1$, $\alpha = 0,125$ voor $n = 2$, $\alpha \sim 0,01$ voor $n = 9$

**) $F_i^2 = \frac{-b^2}{u} / \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} gh\right)$, waarin $\Delta \rho$ een karakteristiek longitudinaal dichtheidsverschil is

***) r wordt gedefinieerd als $\left\{ \frac{-b}{(u'_b)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} / u^{-b}$, terwijl $\left\{ \frac{-b}{(c'_b)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \approx \frac{-b}{c}$ gesteld is
 h en L zijn karakteristieke lengtematen voor diepte, respectievelijk lengte van de rivier.

Voor dit geval (zie appendix A) volgt dat de korrektietermen klein zijn ten opzichte van de in de tabel genoemde referentietermen indien

- de diepte h klein is ten opzichte van lengteschaal L (golflengte getijgolf)
- de diepte niet te snel verandert
- de dwarsverdeling van snelheid en concentratie nagenoeg uniform is (n groot)
- de breedte in de lengterichting weinig varieert.

In het vervolg van dit rapport wordt verder alleen ingegaan op de grootte van de dispersieve bijdrage E_4 en E_5 .

De korrektieterm E_4 neemt met de benadering van vergelijking (19) de volgende vorm aan (zie tabel 1)

$$E_4 = \frac{b}{(u-u^b)(c-c^b)} = \frac{b}{u^b c^b} \alpha \quad (20)$$

waarin α in tabel 1 gedefinieerd is.

Stel nu dat de vorm van de snelheids- en concentratieverdeling op een bepaalde plaats niet varieert in de tijd (d.w.z. $u/u^b = c/c^b$ onafhankelijk van de tijd, zie verg. (19) en α is konstant). Dit betekent volgens vergelijking (20) dat dan de dispersieve transportbijdrage E_4 van teken wisselt als de stroom van richting verandert.

Omdat α positief is betekent dit dat E_4 positief is tijdens de vloedperiode en negatief tijdens de ebperiode. Een negatieve waarde van E_4 betekent dat dit transport naar zee toe gericht is, d.w.z. tegen de richting van de longitudinale concentratiegradiënt in. Indien α konstant is kan de dispersieve transportbijdrage E_4 dus niet als een gradiënttype transport beschreven worden.

In de literatuur wordt, zoals ook in het voorgaande hoofdstuk is aangegeven, in een 2D (vertikale) zoutbalansvergelijking de bijdrage van de dwarsmiddeling opgenomen in het dispersieve transport en samen met het turbulente transport veelal als een gradiënttype transport beschreven. In het vervolg van deze paragraaf wordt de uit de grootte van dit dispersieve transport (verg. 16) volgende dispersiecoëfficiënt (verg. 18) beschouwd. De korrektieterm E_4 is in vergelijking met het convectieve transport $\bar{u}\bar{c}$ weliswaar klein (zie tabel 1), doch ten opzichte van het bijbehorende turbulente diffusieve transport \bar{T}_x kan deze bijdrage groot zijn. Dit betekent dat als E_4 als een gradiënttype transport beschreven wordt deze bijdrage van de dwarsmiddeling toch van belang is voor de berekening van de concentratieverdeling.

Bij de ijking van het 2D (vertikale) numerieke model DISTRO aan getijgootmetingen [4, 5 en 7] zijn waarden van de longitudinale dispersiecoëfficiënt D_{2x} gehanteerd, die een orde groter zijn dan de waarden van de turbulente coëfficiënt, namelijk

$$D_{2x} = (3 \text{ a } 4,5) u^* b + 0,015 \quad (21)$$

Hierin is u^* de schuifspanningssnelheid en is de achtergrondswaarde 0,015 toegevoegd vanwege numerieke redenen. De grootte van de coëfficiënt D_{2x} blijkt duidelijk van invloed te zijn op de berekende concentratieverdeling (zie par. 3.3). Uit [21] blijkt dat de relatie (21) niet in staat is om de longitudinale dispersie in de getijgoot voor een groot bereik van de zeegetijrandkonditie te voorspellen. Dit betekent dat het niet verstandig is deze relatie toe te passen voor bijvoorbeeld de Rotterdamse Waterweg, die bovendien geometrisch nog sterk afwijkt van de getijgoot.

Boericke en Hogan [3] hebben in hun 2D simulatie van de Hudson een analoge relatie als vergelijking (21) gebruikt, namelijk

$$D_{2x} = 0,25 |\bar{u}| b \quad (22)$$

Toegepast op de Rotterdamse Waterweg levert vergelijking (21)

$$D_{2x} = 4 u^* b \approx 100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (22a)$$

Deze laatste relatie vertoont een grote overeenkomst met vergelijking (21).

Smith e.a. [17 en 18] hebben de getijbeweging en zoutverdeling in de Rotterdamse Waterweg, zoals gemeten is op 9 september 1967, gesimuleerd met hun 2D- (vertikaal) model. Ze gebruikten daarbij voor de longitudinale dispersie de relatie

$$D_{2x} = KT^2 \frac{h}{b^2} \quad (23)$$

die geldig is voor getijrivieren waarin $T/T' < 1$.

T' is hierin de tijdschaal voor menging over de breedte.

IJking van het numerieke model aan de zoutmeting van september 1967 in de Rotterdamse Waterweg levert als resultaat [18]

$$K = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3 \text{ s}^{-1}\text{]}$$

Dit betekent dat $D_{2x} \sim 4 \text{ m}^2/\text{s}$.

(N.B. In [18] is $K = 0,025$ genoemd naast $D_{2x} = 4 \text{ m}^2/\text{s}$. Waarschijnlijk is deze K -waarde niet in m^3/s^3 uitgedrukt.)

Deze waarde van Smith is een orde kleiner dan vergelijking (21) of (22) voor de Rotterdamse Waterweg zouden opleveren. Gezien de onzekerheid ten aanzien van de juiste waarde van Smith wordt hierop verder niet ingegaan.

In [12] is voor het Tees estuarium de verhouding van de verticale transporten (verg. 15) bepaald met als resultaat

$$\frac{E_5}{T_z^b} = \frac{\overline{w_b' c_b'^b}}{\overline{T_z^b}} \approx 0,015$$

waaruit volgt dat $\overline{w_b' c_b'^b}$ verwaarloosd mag worden ten opzichte van turbulent diffusief vertikaal transport.

3.2 Analytische berekende transporten T_{2x}

In de vorige paragraaf (zie verg. 19) is er bij de orde van grootte schatting van de convectietermen E_1 t/m E_5 van uitgegaan dat de snelheids- en concentratieverdeling in dwarsrichting precies dezelfde vorm hebben. Dit betekent dat de afwijkingen van de gemiddelde waarde, $u_b'(y)$ en $c_b'(y)$, volledig gekorreleerd zijn (α steeds positief).

In deze paragraaf wordt het longitudinale dispersieve transport T_{2x} berekend uitgaande van een kwadratische snelheids- en concentratieverdeling, die in het algemeen niet dezelfde vorm bezitten zodat $u_b'(y)$ en $c_b'(y)$ niet volledig gekorreleerd zijn:

$$\begin{aligned} u &= A_1 y^2 + B_1 y + C_1 \\ C &= A_2 y^2 + B_2 y + C_2 \end{aligned} \tag{24}$$

Hierin kunnen de koëfficiënten A, B en C functies van x, z en t zijn.

Verwaarlozing van de longitudinale turbulente diffusieve transport T_{xb} en uitgaande van een breedte van 400 m volgt via integratie over de dwarsdimensie (voor konstante x, z en t):

$$T_{2x}(x, z) = \frac{u_c^2 b}{u_b^2 c^2} = \frac{64}{45} 10^8 A_1 A_2 + \frac{4}{3} 10^4 B_1 B_2 \tag{25}$$

In tabel 2 is voor enkele waarden van de koëfficiënten A_1 , A_2 , B_1 en B_2 de grootte van T_{2x} berekend.

In figuur 1 is voor een geval uit deze tabel de dwarsverdeling van snelheid en concentratie grafisch weergegeven samen met de bijdrage aan T_{2x} . Uit deze gegevens volgt dat er een negatief transport T_{2x} op kan treden als

- tijdens de vloedperiode de korrelatie tussen snelheid en concentratie negatief is, d.w.z. waterpakketjes met de grootste vloedsnelheid de laagste concentratie bezitten en omgekeerd waterpakketjes die zich met de kleinste snelheid voortbewegen de hoogste concentratie bezitten
- tijdens de ebperiode de korrelatie tussen de absolute waarde van de snelheid en de concentratie positief is, d.w.z. waterdeeltjes, die met de grootste ebsnelheid zich bewegen hebben de grootste concentratie en omgekeerd.

Een negatieve waarde van T_{2x} betekent, zoals in de voorgaande paragraaf is aangegeven dat het transport tegen de concentratiegradiënt in gericht is. Zoals in figuur 2 aan de hand van meetgegevens uit de Rotterdamse Waterweg is aangegeven komt het voor dat T_{2x} negatief is tijdens de ebperiode.

Om meer inzicht over de richting van deze dispersieve transportbijdrage te verkrijgen wordt nu gesteld dat de snelheids- en concentratieverdeling de volgende vorm hebben

$$\begin{aligned} u &= f(x, y, z) g(t) \\ c &= h(x, y, z) \gamma(t) \end{aligned} \tag{26}$$

Middeling van deze verdelingen over de breedte geeft

$$\begin{aligned}\bar{u}^b &= F(x, z) g(t) \\ \bar{c}^b &= H(x, z) \gamma(t)\end{aligned}\tag{26}$$

De dispersieve transportbijdrage wordt met de vergelijkingen (25) en (26) berekend met als resultaat

$$\begin{aligned}T_{2x} &= \overline{(u-\bar{u}^b)(c-\bar{c}^b)}^b = \overline{(f-F)(h-H)}^b g(t) \gamma(t) \\ &= \frac{\bar{u}^b \bar{c}^b}{u^b c^b} \frac{\overline{(f-F)(h-H)}^b}{FH} \\ &= \frac{\bar{u}^b \bar{c}^b}{u^b c^b} K\end{aligned}\tag{27}$$

Deze vergelijking komt overeen met vergelijking (21) met dit verschil dat

$$K = \frac{\overline{(f-F)(h-H)}^b}{FH}$$

zowel positief als negatief kan zijn (α alleen positief). Indien deze korrelatiefactor niet varieert in de tijd dan wisselt volgens vergelijking (27) de dispersieve transportbijdrage van teken als de stroom van richting verandert. Indien K bijvoorbeeld negatief is dan betekent dit dat T_{2x} negatief is tijdens de vloedperiode en positief tijdens de ebperiode.

3.3 Gevoeligheid numerieke 2D-model voor grootte T_{2x}

In de voorgaande paragrafen is getracht aan te geven hoe groot de invloed van middeling over de breedtedimensie is op de grootte van het longitudinale dispersieve transport. Het doel hiervan was aan te kunnen geven hoe groot deze dispersiecoëfficiënt in het numerieke 2D-model gekozen moet worden bij simulatie van de metingen in de getijgoot, het getijmodel Rijnmond en de Rotterdamse Waterweg. In rapport R 897-V (ref. 4) is een gevoeligheidsonderzoek met het 2D-model beschreven, waaruit o.a. de invloed van de dispersiecoëfficiënt D_{2x} op de berekende $c(x, z)$ blijkt. Hierbij is

$$T_{2x} = -D_{2x} \frac{\partial \bar{c}^b}{\partial x} \quad (28)$$

Het resultaat hiervan is dat onder getijgootomstandigheden bij variatie van D_{2x} van $0,03 \text{ m}^2/\text{s}$ naar $0,06 \text{ m}^2/\text{s}$ een duidelijke invloed op de berekende $c(x,z)$ zichtbaar is:

	\bar{c}^b/c_o op HWK				$L_1 \text{ max}$ (m)
	Stat. 4	Stat. 6	Stat. 8	Stat. 10	
Berekening met $D_{2x} = 0,03 \text{ m}^2/\text{s}$	0,996	0,858	0,305	0,021	37,8
Berekening met $D_{2x} = 0,06 \text{ m}^2/\text{s}$	0,985	0,829	0,394	0,076	39,1

In [6] is voor een getijgootstroming met dichtheidsverschillen de gevoeligheid voor de grootte van D_{2x} onderzocht.

Uitgaande van $u = 0,1 \text{ m/s}$ zijn $D_{2x} = 0,015 \text{ m}^2/\text{s}$ en $D_{2x} = 0,0225 \text{ m}^2/\text{s}$ met elkaar vergeleken, waarbij een duidelijke invloed merkbaar was.

Vertaald naar prototype-omstandigheden met de schaalfactor $n_D = n_u n_x = 5120$ (waarbij $D \sim UL$ gesteld is en $n_x = 640$, $n_u = 8$) volgt hieruit dat bij variatie van D_{2x} van

$$80 \rightarrow 120 \quad [\text{m}^2 \text{ s}^{-1}]$$

de invloed op de prototypezoutverdeling duidelijk merkbaar zal zijn.

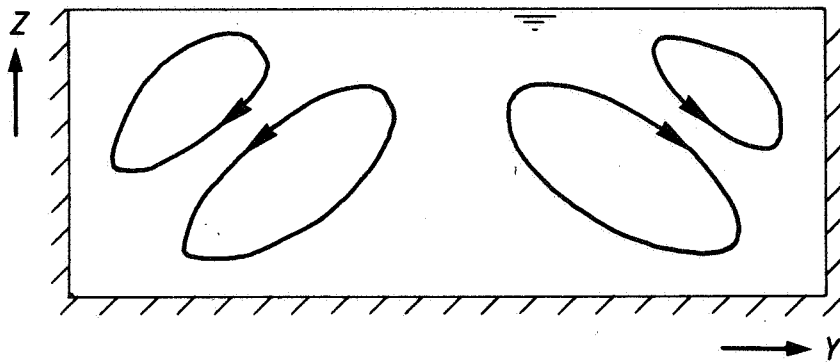
In paragraaf 3.1 is aangegeven dat tijdens de vloedperiode waarden van D_{2x} in de orde van $100 \text{ m}^2/\text{s}$ kunnen voorkomen. Zou deze waarde gedurende de gehele getijperiode gelden dan zou er een merkbare invloed op de met het 2D-model berekende $\bar{c}^b(x,z,t)$ aanwezig zijn. Meer informatie over de variatie van D_{2x} met de hoogte en met de tijd is dus van groot belang.

3.4 Schatting van de invloed dwarsvariatie op de verticale uitwisseling

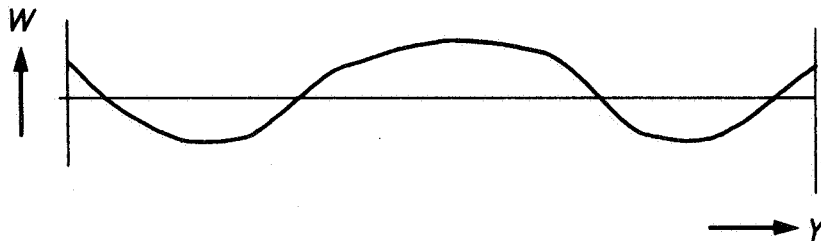
Het verticale diffusieve transport van stof verandert bij middeling over de dwarsdoorsnede met

$$E_5 = \frac{1}{b} \int w'_b c'_b dy = \overline{w'_b c'_b} \quad (\text{verg. 10})$$

Om de grootte van dit transport af te schatten moeten diverse veronderstellingen gemaakt worden, immers de verticale snelheid w en dus ook de afwijking w'_b zijn niet in de getijgoot of in het getijmodel Rijnmond gemeten. Variaties van w in de dwarsrichting kunnen voorkomen ten gevolge van secundaire stroming (getijvariaties van de waterspiegel geven geen aanleiding tot dwarsvariaties). In een nauw profiel als in de getijgootstroming ($b/h = 3$) zou het secundaire stromingsbeeld er als volgt uit kunnen zien:



Dit betekent dat de verticale snelheid w ten gevolge van secundaire stroming op halve diepte er kwalitatief aldus uitziet



waarbij de maximale grootte van w in de orde van 1 à 2% van de hoofdstroming ligt [1].

Uit proeven met wandruwheid weten we dat de verdeling van de concentratie in dwarsrichting vrijwel uniform is.

Uitgaande van concentratieverschillen in de dwarsdoorsnede in de orde van $1,0 \text{ kg/m}^3$ en een volledige korrelatie tussen $c(y)$ en $w(y)$ aannemend, volgt met $u \sim 0,15 \text{ m/s}$ (zie appendix B) dat

$$\overline{w'_b c'_b} \sim 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ [kgm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{]}$$

Deze grootte is een bovengrensbenadering: in het algemeen zal er geen sprake zijn van een volledige korrelatie tussen verticale snelheid- en concentratiedwarsverdeling. Vergelijkt men nu deze bijdrage aan het verticale dispersieve

transport met de turbulente diffusieve bijdrage T_z dan wordt het al dan niet belangrijk zijn ervan duidelijk.

Het turbulente diffusieve transport wordt beschreven volgens [8] met:

$$T_z = 0,067 u^* h f(Ri) \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad (29)$$

Voor de getijgoot $u^* = \frac{1}{6} u < 0,03$ m/s

$$h = 0,216 \text{ m}$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 25 \text{ kg/m}^4$$

aannemend volgt $T_z \sim 0,01 f(Ri) [\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}]$, waarin Ri het Richardson-getal is dat een maat is voor de verticale gelaagdheid van de stroming. $f(Ri)$ is een dempingsfunctie die afneemt met toenemende gelaagdheid (Ri toenemend).

Zolang er geen sprake is van een grote demping $f(Ri)$ ten gevolge van de verticale dichtheidsgradiënt in de verticale diffusie T_z volgt uit bovenstaande dat

$$T_z \gg \overline{w'_b c'_b}^b$$

Is er wel sprake van een verticale gelaagdheid dan zal

- T_z vooral rond het grensvlak tussen onder- en bovenlaag aanzienlijk kleiner worden
- het secundaire stroombeeld veranderen. In figuur 5 is een voorbeeld van een mogelijke secundaire stroming tijdens de ebperiode gegeven op grond van de optredende drukverschillen ten gevolge van $\partial\rho/\partial y \neq 0$. Er treedt dan een secundaire stroming per laag op. In een stroombeeld, als in figuur 5 weergegeven, zijn de verticale snelheden nabij het grensvlak erg klein, d.w.z. ook $\overline{w'_b c'_b}^b$ zal nabij het grensvlak dan aanzienlijk kleiner zijn dan in homogene omstandigheden.

Uit het bovenstaande volgt dat in het algemeen het turbulente diffusieve transport T_z veel groter is dan de dispersieve bijdrage $\overline{w'_b c'_b}^b$, doch dat alhoewel in gelaagde omstandigheden nabij het grensvlak waarschijnlijk beide transporten sterk afnemen de onderlinge verhouding onzeker is. Indien men in de 2D-beschrijving de bijdrage van het transport $\overline{w'_b c'_b}^b$ weglaat dan zal het effect daarvan (eventueel) te merken zijn in het verloop van de dempingsrelatie $f(Ri)$ die nodig is om de gemeten dichtheidsverdeling te berekenen. (Eventueel als $\overline{w'_b c'_b}^b > T_z$ zou worden, zou de gradiënttype-benadering in de 2D-beschrijving zelfs ongeldig kunnen worden.)

4 Berekende dispersieve transporten T_{2x}

4.1 Berekende transporten T_{2x} uit getijgootmetingen

4.1.1 Beschrijving getijgootmetingen

De getijgoot had een lengte van 101,5 m en een rechthoekige dwarsdoorsnede (0,67 m breed en 0,5 m diep). De bodem van de goot lag horizontaal. De goot was aan het benedenstroomse einde verbonden met een zeebassin van $6 * 8 * 1,5$ m (zie fig. 3). Het verticale getij op zee werd geregeld met een regelklep. Aan het bovenstroomse einde van de goot kon een met de tijd variërend debiet (d.m.v. een getijtank) en een konstante afvoer (V-stuw) afzonderlijk ingesteld worden. Op ongeveer 64 m vanaf het zeebassin was de goot over 180° omgebogen. In de getijgootproef T606 zijn wandstrips van $3 * 3$ cm aangebracht als extra ruwheidsmiddel. De randkondities en gootparameters van deze proef zijn in tabel 3 gegeven. In deze proef ontstond ten gevolge van de aanwezigheid van de wandstrips een driedimensionaal stromingsbeeld (zie fig. 4), echter de zoutverdeling was in grote trekken tweedimensionaal. In twee meetstations is in een tiental vertikalen in de dwarsdoorsnede de concentratie- en snelheidsverdeling gemeten. Deze meetstations zijn op $1/3 L_{i \max}$ en $2/3 L_{i \max}$ vanaf de mond genomen.

Voor meer informatie voor deze proef, zie rapport M 896-34 [20].

4.1.2 Berekende transporten

In de figuren 6, 7 en 10 zijn voor het meetstation op ~ 13 m vanaf de mond de T_{2x} -profielen weergegeven voor die tijdstippen waarop het T_{2x} -profiel wat grootte betreft een betekenisvolle vorm zou kunnen hebben. Op elk tijdstip zijn 2 profielen uitgezet: één profiel voor meting T606 H (meting in rechter helft van de goot) en één profiel voor meting T606 I (meting in linker helft van de goot). Uitgaande van een symmetrische snelheids- en concentratieverdeling ten opzichte van midden van de goot en uitgaande van een goede reproductie van een getijgootstroming bij instelling van dezelfde randkondities en gootparameters geeft het verschil tussen beide profielen een indruk van de nauwkeurigheid van de berekende T_{2x} -profielen.

In de figuren 8, 9 en 11 zijn de bijbehorende dichtheidsprofielen weergegeven, teneinde de vorm van de T_{2x} -profielen met de dichtheidsprofielen in verband te brengen.

Tijdens de vloedperiode treedt er ter hoogte van het grensvlak tussen onder- en bovenlaag een groot negatief dispersief transport op, dat veroorzaakt wordt doordat aan de wand op dat niveau de concentraties duidelijk groter zijn dan in het midden, terwijl de snelheid in het midden duidelijk veel groter is (zie fig. 4). Anders gezegd het grensvlak tussen onder- en bovenlaag heeft een dwarshelling waarbij de kleinste onderlaagdikte dz in het midden van de stroming optreedt.

Tijdens de ebperiode heeft het T_{2x} -profiel een markante vorm:

- nabij het wateroppervlak is T_{2x} positief; dit betekent dat aan de wand de grootste concentraties aanwezig zijn tezamen met de kleinste (negatieve) snelheden
- naar benedengaande volgt er een laag met een negatieve T_{2x} tot aan het grensvlak tussen onder- en bovenlaag
- ter plaatse van het grensvlak wordt T_{2x} weer duidelijk positief. Ook daar zijn de grootste concentraties en de kleinste (negatieve) snelheden bij de wand te vinden. Dit betekent dat er een dwarsverhang van het grensvlak optreedt met kleinste onderlaagdikte in het midden van de stroming
- nabij de bodem wordt T_{2x} weer enigszins negatief.

Uit deze gegevens tijdens de ebperiode volgt verder dat:

- een secundaire stroming door de dichtheidsgradiënten in dwarsrichting aangedreven wordt met in boven- en onderlaag in tegengestelde richting draaiende wervelbeweging (zie fig. 5) op voorwaarde dat $\partial P / \partial y$ ten gevolge van $\partial \rho / \partial y$ - het belangrijkste aandrijvende mechanisme is of zou zijn ($\partial h / \partial y = 0$)
- integratie van T_{2x} over de vertikaal een positief transport \bar{T}_{2x}^v oplevert (zie fig. 6 en 7) in de orde van $\bar{T}_{2x}^v = 0,01 \text{ kg/m}^2\text{s}$. Uitgaande van een gradiënt $\partial \rho / \partial x = 0,5 \text{ à } 1 \text{ kg/m}^4$ volgt er voor $D_{2x} = 0,01 \text{ à } 0,02 \text{ m}^2/\text{s}$. Hierbij is de bijdrage van de turbulente diffusie verwaarloosd. Stel dat deze laatste bijdrage aan de dispersiecoëfficiënt gelijk is aan $0,23 u^* h$ (dit is dwarsdiffusiecoëfficiënt, zie [9]) dan volgt daaruit voor de getijgootstroming $D_x < 0,002 \text{ m}^2/\text{s}$. De turbulente diffusiebijdrage is dus duidelijk veel kleiner.

De in [5] gehanteerde vergelijking voor D_{2x} (vergl. 20) levert $D_{2x} \sim 0,03 \text{ m}^2/\text{s}$ op voor $u = 0,15 \text{ m/s}$. Deze waarde volgde echter bij ijking van het 2D-model aan een getijgootproef met bodemruwheid, d.w.z. aan een proef die een uniforme dichtheidsverdeling in dwarsrichting heeft en is dus aan de grote kant.

In deze meting wordt gevonden dat K sterk van de hoogte z en van de tijd t

afhangt en maximaal is bij het wateroppervlak en bij het grensvlak. Nabij het grensvlak is K negatief, immers tijdens de vloedperiode is de dispersieve transportbijdrage T_{2x} negatief, terwijl deze bijdrage positief is tijdens de ebperiode. Dit verschijnsel is kwalitatief reeds in paragraaf 3.1 en 3.2 besproken.

In het meetstation DM2 (op $2/3 L_{1 \max}$ van de mond) treden er alleen tijdens de ebperiode voldoende grote dispersieve transporten T_{2x} op. In figuur 10 zijn de T_{2x} -profielen en in figuur 11 de dichtheidsprofielen getoond. Daaruit volgt dat alleen bij het wateroppervlak een duidelijk beeld volgt: aan oppervlak is T_{2x} positief omdat aan de wand de grootste concentraties en de laagste (negatieve) snelheden optreden. In dit meetstation treedt er tijdens de eb geen scherp grensvlak meer op, uit de dispersieve transporten is dan ook geen dwarshelling van grensvlak meer te herkennen.

4.2 Berekende transporten T_{2x} uit metingen in de Rotterdamse Waterweg

4.2.1 Beschrijving van de metingen

In de Rotterdamse Waterweg zijn in juni 1956, voor de aanleg van het Euro-poortgebied uitgebreide zout- en snelheidsmetingen uitgevoerd. In figuur 12 is een overzicht van de Rotterdamse Waterweg anno 1956 en van de meetraaien van de 13 uurs-metingen van 21 en 22 juni 1956 gegeven. In elke meetraai is in 4 à 5 vertikalen de snelheid en het chloridegehalte bepaald als functie van de tijd. In figuur 13 is het verloop van snelheid en chloridegehalte weergegeven als functie van de tijd. Via inter- en extrapolaties is voor elk tijdstip vervolgens uit deze meetvertikalen de snelheids- en chloridegehalteverdeling in de dwarsdoorsneden 1023,4 en 1030,0 km berekend, zodat verdelingen, als in figuur 8 weergegeven, ontstaan. Uit deze laatste verdelingen is door middeling over de breedte per niveau $T_{2x}(z)$ berekend.

4.2.2 Berekende transporten T_{2x}

Het resultaat van de berekening van T_{2x} wordt getoond in de figuren 13 t/m 15. Schatting van de nauwkeurigheid van de berekende T_{2x} levert $\sigma_{T_{2x}} \approx 0,2 \text{ kg/m}^2\text{s}$ op. De grootte van de onnauwkeurigheid volgt ook uit de tabellen 4 en 5. In tabel 4 zijn de transporten $\overline{uc^b}$ en $\overline{u^b c^b}$ gegeven evenals het verschil van beide: T_{2x} . De grootte van T_{2x} ligt in de orde van enkele procenten van de

advectieve transporten, terwijl de geschatte onnauwkeurigheid voor dit geval 1 à 1½% van de advectieve transporten is.

In tabel 5 is getoond, welke waarden er voor T_{2x} berekend worden uitgaande van 4 of 5 meetvertikalen via verschillende soorten extrapolaties naar de oevers toe. Ook hieruit blijkt dat de geschatte grootte van $\sigma_{T_{2x}}$ aan de lage kant is.

Alhoewel de in de figuren 13 t/m 15 getoonde negatieve transporten, rekening houdend met bovenvermelde onnauwkeurigheid van T_{2x} , niet significant zijn behalve voor het tijdstip 18.00 uur (21-6-'56, kmr 1030-0) geven ze wel de juiste tendens weer. Immers uit de concentratie- en snelheidsverdeling (zie fig. 13) blijkt dat tijdens de ebstroming veelal bij de hoogste snelheden ook de hoogste concentraties horen, terwijl aan de oevers bij de laagste snelheden ook de laagste concentraties horen.

Uit figuur 13 en 14 volgt als tendens dat tijdens de vloedperiode in kmr 1023,4 er een positief transport T_{2x} van de orde 0,1 à 0,2 kg/m³s aanwezig is, terwijl tijdens de ebperiode het transport T_{2x} negatief kan worden met waarden tot -0,2 kg/m²s. Dit betekent dat de korrelatiefactor K (zie par. 3.2) positief is. Uitgaande van een gradiënttype-beschrijving zou er tijdens vloed op sommige plaatsen gelden

$$D_{2x} = \frac{0,1 \text{ à } 0,2}{(1 \text{ à } 2)10^{-3}} = 100 \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$$

terwijl er echter tijdens de ebperiode negatieve dispersiecoëfficiënten zouden volgen, hetgeen niet overeenkomt met het gradiënttype-karakter van het transport.

Uit de in dit rapport getoonde resultaten voor de Rotterdamse Waterweg volgt geen kwantitatieve relatie voor T_{2x} als functie van tijd en plaats, daarvoor is de onzekerheid in T_{2x} te groot. Alleen de tendens is zichtbaar dat er tijdens de ebperiode negatieve waarden kunnen optreden. Dit laatste betekent dat het dispersieve transport geen diffusiekarakter heeft.

4.3 Berekenende transporten T_{2x} uit Volkerakmeting 1977

4.3.1 Beschrijving metingen

Op het traject Keeten-Volkerak is op zowel 16 als ook op 17 augustus 1977 een 13 uurs-meting van snelheid en zoutgehalte in 67 vertikalen uitgevoerd. In figuur 17 is de plaats van deze meetvertikalen weergegeven. In dezelfde figuur

wordt het op 16 augustus in Bruinisse waargenomen verticale getij getoond. De via de Volkeraksluizen en de Brabantse riviertjes afgevoerde hoeveelheid zoet water was gedurende een lange tijd voorafgaande aan de meting ongeveer konstant (op $50 \text{ m}^3/\text{s}$) gehouden. Rijkswaterstaat [15, 16] bewerkt deze meetgegevens tot o.a. dispersieve transporten T_{2x} . Voor twee meetraaien en wel voor raai 4 in het Volkerak waar er sprake is van een verticale gelaagdheid en voor raai 13 in het Mastgat waar er sprake is van volledige menging over de vertikaal zijn in dit rapport de door Rijkswaterstaat berekende transporten T_{2x} getoond.

In de figuren 18 en 19 wordt het verloop van de over de vertikaal gemiddelde chloridegehalten voor de verschillende meetpunten van deze meetraaien getoond. In de meetraai in het Mastgat, figuur 19, zijn de onderlinge verschillen gering, terwijl in raai 4 in het Volkerak er in dwarsrichting wel duidelijke verschillen optreden (fig. 18).

4.3.2 Berekende transporten T_{2x}

In de figuren 20 en 21 zijn voor een tiental tijdstippen de profielen van de berekende transporten T_{2x} weergegeven.

Deze transporten T_{2x} zijn bepaald op een relatief diepteniveau $z/h(y) = \text{konstant}$. In de in paragraaf 4.1 en 4.2 behandelde metingen is daarentegen de analyse uitgevoerd op een absoluut diepteniveau $z = \text{konstant}$. Zoals uit de analyse van Rattray en Dworski [14] valt op te maken is de methode van analyse van invloed op de grootte van de dispersieve bijdrage. Op een relatief diepteniveau $z/h(y) = \text{konstant}$ is, indien een dwarsdoorsnede behoorlijke diepteverschillen kent, in het algemeen de variatie in de concentratie in de breedte duidelijk groter dan op een absoluut niveau. Dit betekent dat in het algemeen ook de dispersieve bijdrage bij analyse op een relatief niveau groter is dan bij analyse op een absoluut niveau. Uit het bovenstaande volgt dat alleen een kwalitatieve vergelijking tussen de uitkomsten uit de Volkerakmeting en uit de metingen in de Rotterdamse Waterweg en in de getijgoot zinvol is.

Uit de figuren 20 en 21 blijkt dat het dispersieve transport T_{2x} van teken wisselt (gedurende de getijperiode). Tijdens de ebperiode (6-12 uur) is het transport landinwaarts gericht, d.w.z. van hoge naar lage zoutconcentratie gericht. Tijdens de vloedperiode (12-18 uur) daarentegen is het transport negatief, d.w.z. gericht van lage naar hoge concentraties, tegen de concentra-

tiegradiënt in. Dit betekent dat de korrelatiefactor K negatief is (zie par. 3.2).

Berekening voor dezelfde meetraaien van het dispersieve transport

$$T'_{2x} = 1/h \int_0^h (u - \bar{u}^v)(c - \bar{c}^v) dz$$

waarbij \bar{u}^v en \bar{c}^v respektievelijk de over de diepte gemiddelde snelheid en concentratie zijn levert als resultaat

- dat dit transport in raai 4 een orde (globaal faktor 10) groter is dan T_{2x} en vrijwel overal en op alle tijdstippen positief is (zie fig. 22)
- dat dit transport in raai 13 van gelijke orde van grootte is als T_{2x} en juist tijdens de ebperiode op enkele tijdstippen negatief is (zie fig. 23).

Het bovenstaande duidt erop dat de nauwkeurigheid in de bepaalde 2D dispersieve transporten klein is ($T_{2x} \approx 0,01 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ t.o.v. $\frac{b}{c} \approx 10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$) doch dat er wel systematische effecten te ontdekken zijn.

De maximale waarden van het over de vertikaal gemiddelde transport T_{2x} is in het Volkerak $0,004 \text{ kgCl}^{-}\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$.

Volgens [15] was $\partial\text{Cl}^{-}/\partial x \sim 0,3 \text{ à } 0,35 \cdot 10^{-3} \text{ kgCl}^{-}\text{m}^{-4}$ zodat hieruit resulteert $D_{2x} = 12,5 \pm 1,5 \text{ m}^2/\text{s}$.

De maximale waarden van $\overline{T_{2x}^v}$ in het Krammer zijn duidelijk groter: $0,01 \text{ kgCl}^{-}\text{m}^{-2}\text{s}$. Volgens [12] was $\partial\text{Cl}^{-}/\partial x = (0,13 \text{ à } 0,16) \cdot 10^{-3} \text{ kgCl}^{-}\text{m}^{-4}$, zodat hieruit resulteert $D_{2x} = 70 \pm 10 \text{ m}^2/\text{s}$.

De bovenvermelde dispersiecoëfficiënten zijn twee à drie ordes groter dan de waarden die volgen uit de turbulente diffusiecoëfficiënten: $0,2 u^*h < 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$.

4.4 Gezamenlijke konklusies uit de metingen

Snelheids- en concentratiemetingen in de Getijgoot, de Rotterdamse Waterweg en het traject Keeten-Volkerak zijn gebruikt om de korrektieterm E_4 te berekenen. Deze korrektieterm in de longitudinale transportterm (t.g.v. dwarsmiddeling) blijkt volgens deze metingen systematisch in de eb of de vloedperiode een negatieve, d.w.z. tegen de concentratiegradiënt in gerichte, bijdrage op te kunnen leveren. Dit betekent dat deze transportbijdrage niet als een gradient-typetransport beschreven kan worden, doch dat veeleer een beschrijving als

$$T_{2x} = K \frac{b-b}{u^b c^b} \quad (\text{verg. 27})$$

in aanmerking komt. De korrelatiefaktor K is hierbij op een bepaalde plaats nagenoeg konstant van teken. In grote trekken volgt uit de metingen:

<u>meting</u>	<u>K</u>
getijgoot (nabij het grensvlak)	negatief
Rotterdamse Waterweg	positief
Keeten/Volkerak	negatief

Het bovenstaande betekent dat de korrektie-term E_4 in plaats van als een diffusieve transportbijdrage als een convectieve transportbijdrage behandeld wordt. Het verschil tussen de uitkomsten uit de getijgootmeting enerzijds en de natuurmetingen anderzijds moet toegeschreven worden aan het gegeven dat de getijgootmeting relatief veel gelaagder was dan de natuurmetingen en aan de breedte-diepte-verhouding die in de getijrivieren een orde groter is.

Het verschil in gedrag ten aanzien van de korrelatiefaktor K tussen de beide natuurmetingen is waarschijnlijk een gevolg van het verschil in geometrie en het verschil in de longitudinale concentratieverdeling (zoute tong t.o.v. zoete tong).

5 Samenvatting, konklusies en aanbevelingen

5.1 Samenvatting en konklusies

In dit rapport is een overzicht gegeven van de gevolgen van de middeling over de breedte voor de basisvergelijkingen die de waterbeweging en de concentratieverdelingen beschrijven. Daarbij is tevens aangegeven wanneer deze correctietermen (ten gevolge van de breedtemiddeling) klein zijn ten opzichte van vergelijkbare termen in deze basisvergelijkingen. Uit berekeningen met het tweedimensionale (breedte-geïntegreerde), numerieke model DISTRO volgt dat alhoewel het longitudinale dispersieve zouttransport klein is ten opzichte van het advectieve zouttransport haar invloed op de concentratieverdeling toch duidelijk van belang is. Daarom is het belangrijk na te gaan welk gedeelte van het dispersieve transport een gevolg is van de breedtemiddeling.

Een belangrijke konklusie uit de analytische beschouwingen van hoofdstuk 3 is dat, als de relatieve snelheids- en concentratieverdeling (u/u^b resp. c/c^b) niet afhankelijk zijn van de tijd, de dispersieve transportbijdrage T_{2x} van teken wisselt als de stroom van richting verandert. Is de korrelatiefactor K , die de korrelatie tussen de relatieve snelheids- en concentratie-dwarsverdeling aangeeft, bijvoorbeeld positief, dan is deze transportbijdrage ten gevolge van het middelen over de breedte positief tijdens de vloedperiode en negatief tijdens de ebperiode. Dit betekent dat tijdens de ebperiode de waterpakketten met de grootste concentratie het snelste verplaatst worden en omgekeerd de waterpakketten met de kleinste concentratie het langzaamste. Het negatief zijn van deze transportbijdrage betekent dat dit transport gericht is tegen de longitudinale concentratiegradiënt in. Dit transport is dan niet als een gradiënt-type dispersief transport te beschrijven.

Met behulp van metingen in de getijgoot met wandruwheid, in de Rotterdamse Waterweg anno 1956 en op het traject Keeten-Volkerak anno 1977 is onderzocht hoe groot de bijdrage van de breedtemiddeling aan het longitudinale dispersieve transport is en of er negatieve waarden van dit transport op kunnen treden.

Voor de getijgoot met wandruwheid geldt dat

- ondanks het feit, dat de onzekerheid in de bepaling van het dispersieve transport van dezelfde orde van grootte is als dit transport zelf, er een karakteristiek verloop over de vertikaal van $u_b^+ c_b^{+b}$ optreedt dat gekoppeld is

- aan de dichtheidsvertikaal. Tijdens de vloed kan er ter plaatse van het grensvlak tussen boven- en onderlaag een relatief grote negatieve bijdrage aan T_{2x} optreden. Tijdens de ebperiode is dit transport T_{2x} duidelijk positief nabij het wateroppervlak en het grensvlak. Tussen wateroppervlak en grensvlak is de tendens dat T_{2x} negatief is. Kwalitatief geldt dat de correlatiefactor K varieert met de hoogte en nabij het grensvlak negatief is
- er een zodanige drukverdeling in dwarsrichting ten gevolge van dichtheidsverschillen optreedt, dat er een secundaire stroming als in figuur 5 weergegeven door aangedreven zou kunnen worden
 - gemiddeld over het getij tijdens de ebperiode de bijdrage aan het dispersieve transport van de orde $0,01 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ is. Dit is een orde groter dan de bijdrage van het turbulente diffusieve transport. Uitgaande van een gradiënt $\partial c/\partial x = 0,5 \text{ à } 1 \text{ kgm}^{-3}$ volgt dat $D_{2x} = 0,01 \text{ à } 0,02 \text{ m}^2/\text{s}$.

Uit de simulatie van een gelaagde getijgootproef met bodemruwheid met het 2D-numerieke model volgt dat er een dispersiecoëfficiënt in de orde van $D_{2x} = 0,03 \text{ m}^2/\text{s}$ gekozen moet worden. Deze waarde is groot in vergelijking met de uit de metingen voor een proef met wandruwheid gevonden waarden (in ebperiode), als men rekening houdt met het feit dat in getijgoot met bodemruwheid de stroming en de concentratieverdeling veel uniformer is dan in een getijgoot met wandruwheid.

Uit 13 uurs-metingen in de Rotterdamse Waterweg van juni 1956 zijn de dispersieve transporten $\overline{u'_b c'_b}$ berekend.

Daaruit blijkt dat

- ondanks het feit dat objectief gezien de onzekerheid in de bepaling van $\overline{u'_b c'_b}$ veelal groter is dan waarde van het transport zelf er toch een tendens uit de metingen volgt: positieve transporten tijdens de vloedperiode en mogelijk optredende negatieve transporten tijdens de ebperiode. Kwalitatief betekent dit dat de correlatiefactor K positief is
- de orde van grootte van het optredende transport $\overline{u'_b c'_b}$ kan $0,1 \text{ à } 0,2 \text{ kg/m}^3\text{s}$ zijn. Dit levert dispersiecoëfficiënten op van de grootte $100 \text{ m}^2/\text{s}$ (de onnauwkeurigheid in deze uitkomst is van dezelfde orde van grootte).

Uit de 13 uurs-metingen op het traject Keeten-Volkerak van augustus 1977 zijn door Rijkswaterstaat o.a. de dispersieve transporten T_{2x} berekend. Daaruit blijkt, dat er in tegenstelling tot hetgeen in de Rotterdamse Waterweg (zoute tong) gevonden is, er op het Volkerak (zoete tong) juist in de vloedperiode

negatieve dispersieve transporten optreden en tijdens de ebperiode deze positief zijn. Kwalitatief betekent dit dat de korrelatiefactor K negatief is. De maximale waarden van de dispersiecoëfficiënten zijn in het Krammer duidelijk groter dan de waarden in het Volkerak.

Samenvattend valt uit de bewerking van al de in dit rapport vermelde metingen slechts een kwalitatief beeld van de invloed van dwarsmiddeling op de longitudinale dispersie te vormen. Uit de dwarsmiddeling volgt een korrelatiefactor K die wat teken betreft in grote trekken op een bepaalde plaats niet varieert over de getijperiode. Hierdoor volgt er uit de metingen systematisch een negatieve dispersieve transportbijdrage in of de eb- of de vloedperiode. Dit betekent dat de transportbijdrage T_{2x} niet als een gradiënttype-transport beschreven mag worden. Deze bijdrage beschrijven als een korrektieterm van het convectieve transport ligt meer voor de hand. In de getijgootmeting werd gevonden dat de vorm van het verticale profiel van dit transport afhangt van de plaats van het grensvlak tussen boven- en onderlaag en van de getijfase (eb of vloed). In de prototypemetingen is er nauwelijks sprake van een grensvlak (geleidelijk verlopend dichtheidsprofiel) en is een dergelijk verband dan ook niet waargenomen. Bovendien is de breedte-diepteverhouding in beide getijrivieren een orde groter dan in de getijgoot. Waarschijnlijk is het verschil in geometrie en in longitudinale concentratieverdeling (zoute ten opzichte van zoete tong) ook de oorzaak van het verschil tussen beide getijrivieren ten aanzien van het dispersief transport T_{2x} : K positief in Rotterdamse Waterweg en negatief in het Volkerak.

Uit een afschatting van de bijdrage van secundaire stromen aan de verticale dispersie volgt dat het verticale, turbulente diffusieve transport T_z in het algemeen duidelijk groter is. In een gelaagde stroming wordt nabij het grensvlak de verticale diffusie sterk gedempt zodat daar ter plaatse niet te zeggen valt of de turbulente diffusie nog veel groter is dan de bijdrage van de secundaire stroming. Zekerheid hierover is niet uit de reeds uitgevoerde metingen te verkrijgen.

5.2 Aanbevelingen

Het systematisch negatief worden van de dispersieve transportbijdrage ten gevolge van het middelen over de breedte betekent dat de gradiënt-typebeschrijving van deze bijdrage faalt. Een andere mogelijkheid om deze bijdrage

te modelleren is nu om deze transportbijdrage als een korrektieterm van het convectieve transport te modelleren. Daartoe is het nodig om de grootte van deze korrektieterm als functie van plaats en tijd uit de metingen te bepalen.

In de meteorologie is het mogelijk optreden van negatieve diffusiecoëfficiënten bij gebruik van een gradiënttype-turbulentiemodellering bekend [o.a. 2]. In [2] is aangegeven op grond van theoretische overwegingen dat in deze gevallen de gradiënt-typebenadering een te grote vereenvoudiging is. Een literatuuronderzoek naar de verklaring van dit verschijnsel is gewenst, mede omdat uit analogie-overwegingen hieruit wellicht een andere beschrijving van deze transportbijdrage ten gevolge van dwarsmiddeling kan volgen.

Behalve fysisch onderzoek naar de vorm van de transportbijdrage door dwarsmiddeling (uitgaande van metingen) is het uitvoeren van numeriek onderzoek met DISTRO naar de invloed van deze vormgeving op de concentratieverdeling zinvol. Wordt deze transportbijdrage bijvoorbeeld als een korrektieterm in het convectieve transport opgenomen dan is het gewenst een gevoeligheidsonderzoek uit te voeren om te zien of deze modellering een significant effect op de concentratieverdeling oplevert.

APPENDIX A - Integratie over breedte (zie [19])

De differentiaalvergelijkingen 1, 2, 4 en 5 worden geïntegreerd over de breedte zoals aangegeven is in figuur A. Aan de oevers worden kinematische randcondities toegepast

$$\frac{\partial b_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} + w_1 \frac{\partial b_1}{\partial z} - v_1 = 0 \quad \text{op } y = b_1 \quad (\text{A1})$$

Indien de dwarsdoorsnede op het niveau z' het wateroppervlak snijdt zoals in figuur A aangegeven is dan wordt de bijbehorende waarde van b_2 gedefinieerd door

$$z' = \eta(x, b_2(x, z, t), t)$$

Differentiatie naar x , t en z geeft

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial b_2}{\partial x} = 0$$

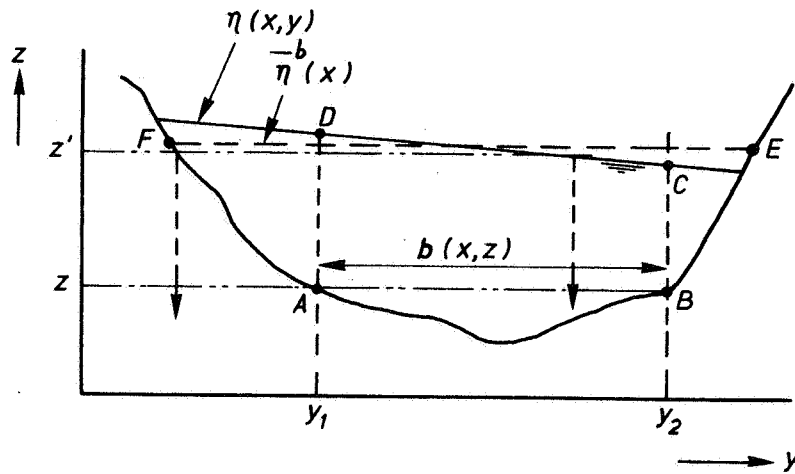
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial b_2}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial b_2}{\partial z} = 1$$

zodat

$$a \frac{\partial b_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} - w_2 \frac{\partial b_2}{\partial z} + v_2 = -\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} - u_2 \frac{\partial \eta}{\partial x} - v_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + v_2\right) \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

ten gevolge van kinematische randvoorwaarde aan het vrije oppervlak



Figuur A1 Definities voor breedtemiddeling

Integratie van de eerste termen van verg. (2) levert:

$$\begin{aligned}
 & b_1 \int_{b_1}^{b_2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) \right\} dy = \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} b_1 \int_{b_1}^{b_2} u dy + \frac{\partial}{\partial x} b_1 \int_{b_1}^{b_2} u^2 dy + \frac{\partial}{\partial z} b_1 \int_{b_1}^{b_2} uw dy + \\
 & - u_2 \frac{\partial b_2}{\partial t} - u_2^2 \frac{\partial b_2}{\partial x} - u_2 w_2 \frac{\partial b_2}{\partial z} + u_2 v_2 + \\
 & + u_1 \frac{\partial b_1}{\partial t} + u_1^2 \frac{\partial b_1}{\partial x} + u_1 w_1 \frac{\partial b_1}{\partial z} - u_1 v_1 = \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} (\overline{bu}^b) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{bu^2}^b) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{buw}^b) = \\
 & = \frac{\partial}{\partial t} (\overline{bu}^b) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{bu^2}^b) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{buw}^b) + \frac{\partial}{\partial x} \{ \overline{b(u-\bar{u})^2}^b \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \overline{b(u-\bar{u})(w-\bar{w})}^b \} \quad (A2)
 \end{aligned}$$

De laatste 2 termen van vergelijking (A2) leveren de korrektietermen

$$E_2 = \rho_0 \overline{(u-\bar{u})^2}^b \quad (12)$$

$$E_3 = \rho_0 \overline{(u-\bar{u})(w-\bar{w})}^b \quad (13)$$

Indien gewenst kan de breedte b genomen worden tussen de 2 oevers ook als het niveau z gedeeltelijk boven het wateroppervlak ligt door de snelheid boven het wateroppervlak nul te nemen.

Op een zelfde wijze geven de spanningstermen

$$\begin{aligned}
 b_1 \int_{b_2}^b \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dy &= \frac{\partial}{\partial x} (b \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial z} (b \tau_{xz}) + \\
 - \frac{\partial b_2}{\partial x} \tau_{xx2} - \frac{\partial b_2}{\partial z} \tau_{xz2} + \tau_{xy2} + \frac{\partial b_1}{\partial x} \tau_{xx1} + \frac{\partial b_1}{\partial z} \tau_{xz1} - \tau_{xy1} &= \\
 = \frac{\partial}{\partial x} (b \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial z} (b \tau_{xz}) + \tau_{w2} - \tau_{w1} & \quad (A3)
 \end{aligned}$$

waarin τ_w de wandschuifspanning is.

De drukgradiënt wordt:

$$\begin{aligned}
 b_1 \int_{b_2}^b \frac{\partial p}{\partial x} dy &= \frac{\partial}{\partial x} b_1 \int_{b_2}^b p dy - p_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} + p_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} = \\
 = b(z) \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{b} \int_{b_1(z)}^{b_2(z)} p dy - (p_2 - \bar{p}) \frac{\partial b_2}{\partial x} + (p_1 - \bar{p}) \frac{\partial b_1}{\partial x} &= \\
 = gb(z) \frac{\partial}{\partial x} \int_{b_1(z)}^{b_2(z)} \frac{dy}{b(z)} z \int^{\eta(y)} \rho dz' - (p_2 - \bar{p}) \frac{\partial b_2}{\partial x} + (p_1 - \bar{p}) \frac{\partial b_1}{\partial x} & \quad (A4)
 \end{aligned}$$

Indien de 2D-vorm van de verg. 2 en 4 gebruikt zou worden in plaats van de gemiddelde vorm dan zou deze term zijn

$$b \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = gb(z) \frac{\partial}{\partial x} z \int^{\eta} \bar{p} dz' = gb(z) \frac{\partial}{\partial x} z \int^{\eta} \frac{dz'}{b(z')} \int_{y_1(z')}^{y_2(z')} \rho dy \quad (A5)$$

De dubbele integraal in verg. (A4) betreft gebied ABCD in figuur A. De integraal in verg. (A6) betreft gebied ABEF. Bovendien is de breedte b in beide integralen verschillend. Daarom, indien verg. (A6) gebruikt wordt als de

drukgradiëntterm dan treedt er een fout op

$$b E_1 = b_1 \int_{b_1}^{b_2} \frac{\partial p}{\partial x} dy - b \frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

Integratie van de eerste termen van vergelijking (5) levert:

$$\begin{aligned} & b_1 \int_{b_1}^{b_2} \left\{ \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} cu + \frac{\partial}{\partial y} cv + \frac{\partial}{\partial z} (cw) \right\} dy \\ &= \frac{\partial}{\partial t} b_1 \int_{b_1}^{b_2} c dy + \frac{\partial}{\partial x} b_1 \int_{b_1}^{b_2} cudy + \frac{\partial}{\partial z} b_1 \int_{b_1}^{b_2} cw dy + \\ & - c_2 \frac{\partial b_2}{\partial t} - c_2 u_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} - c_2 w_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} + c_2 v_2 \\ & + c_1 \frac{\partial b_1}{\partial t} + c_1 u_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} + c_1 w_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} - c_1 v_1 = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (bc^{\overline{b}}) + \frac{\partial}{\partial x} bcu^{\overline{b}} + \frac{\partial}{\partial z} bcw^{\overline{b}} = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} bc^{\overline{b}} + \frac{\partial}{\partial x} bc^{\overline{b}}u^{\overline{b}} + \frac{\partial}{\partial z} c^{\overline{b}}w^{\overline{b}} + \frac{\partial}{\partial x} \overline{b(c-c^{\overline{b}})(u-u^{\overline{b}})} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \overline{b(c-c^{\overline{b}})(w-w^{\overline{b}})} \end{aligned} \quad (A6)$$

De laatste 2 termen in deze vergelijking (A6) leveren de korrektietermen

$$E_4 = \overline{(c-c^{\overline{b}})(u-u^{\overline{b}})} \quad (14)$$

$$E_5 = \overline{(c-c^{\overline{b}})(w-w^{\overline{b}})} \quad (15)$$

De turbulente transporttermen in vergelijking (5) leveren

$$b_1 \int_{-b_2}^{b_2} \left(\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_z}{\partial z} \right) dy = \frac{\partial}{\partial x} (b \bar{T}_x) + \frac{\partial}{\partial z} (b \bar{T}_z) +$$

$$- \frac{\partial b_2}{\partial x} T_{x2} - \frac{\partial b_2}{\partial z} T_{z2} + T_{y2} + \frac{\partial b_1}{\partial x} T_{x1} + \frac{\partial b_1}{\partial z} T_{z1} - T_{y1} = \frac{\partial}{\partial x} (b \bar{T}_x) + \frac{\partial}{\partial z} (b \bar{T}_z) \quad (A7)$$

omdat de normale komponent van het diffusieve transport nul is aan de wand.

In [19] is een schatting van bovenstaande korrektietermen gegeven uitgaande van:

- het dwarsprofiel voor de longitudinale snelheid, de verticale snelheid en de concentratie er aldus uitziet

$$\frac{u}{u-b} = \frac{c}{c-b} = \frac{L}{h} \frac{w}{u-b} = \frac{n+1}{n} \left[1 - 2 \frac{|y|}{b} \right]^{1/n} \quad (A8)$$

(y = 0 is het midden van de doorsnede).

- een lineair verlopende dichtheidsvertikaal

$$\rho = \rho_s + \frac{\Delta \rho}{h} (z - \bar{\eta}^b) \quad (A9)$$

(de dichtheidsvariatiën in breedterichting zijn verwaarloosd).

- een in dwarsrichting lineair verlopende waterstand gerekend vanuit het midden

$$\eta = \bar{\eta}^b + \frac{\Delta z}{b} y \quad (A10)$$

- een lineair verlopende breedte

$$b = b_s + \frac{\Delta b}{h} (z - \bar{\eta}^b) \quad (A11)$$

Substitutie van vergelijking (A8) in de korrektietermen E_2 t/m E_5 levert:

$$E_2 = \rho_0 (\bar{u}^b)^2 \alpha$$

$$E_3 = \frac{h}{\tau} \rho_0 (\bar{u}^b)^2 \alpha$$

$$E_4 = \frac{b-b}{c u} \alpha$$

$$E_5 = \frac{h}{L} \frac{b-b}{c u} \alpha$$

waarin $\alpha = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)} - 1$, $\alpha = 0,125$ voor $n = 2$, $\alpha \sim 0,01$ voor $n = 9$.

Substitutie van de vergelijkingen (A9) t/m (A11) in vergelijking (A4) levert:

$$\begin{aligned} b_1 \int_{b_1}^{b_2} \frac{\partial p}{\partial x} dy &= gb \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{b} b_1 \int_{b_1}^{b_2} dy \int_{z'}^{\eta} \left\{ \rho_s + \frac{\Delta \rho}{h} (z' - \bar{\eta}) \right\} dz' \\ &+ (p_2 - \bar{p}) \frac{\partial b_2}{\partial x} + (p_1 - \bar{p}) \frac{\partial b_1}{\partial x} = \\ &= gb \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_s (\bar{\eta} - z) + \frac{\rho_s \Delta z}{b^2} \frac{b_2^2 - b_1^2}{2} + \frac{\Delta \rho}{2h} \frac{(\Delta z)^2}{b^3} \frac{b_2^3 - b_1^3}{3} - \frac{\Delta \rho}{h} \frac{(z - \bar{\eta})^2}{2} \right] \\ &- g\rho \frac{\Delta z}{b} b_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} - g\rho \frac{\Delta z}{b} b_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} \end{aligned} \tag{A12}$$

Substitutie van de vergelijkingen (A9) t/m (A11) in vergelijking (A5) levert

$$\begin{aligned} b \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} &= gb \frac{\partial}{\partial x} \int_{z'}^{\bar{\eta}} \frac{dz'}{b(z')} \int_{y_1(z')}^{y_2(z')} \left\{ \rho_s + \frac{\Delta \rho}{h} (z' - \bar{\eta}) \right\} dy \\ &= gb \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_s (\bar{\eta} - z) - \frac{\Delta \rho}{h} \frac{(z - \bar{\eta})^2}{2} \right\} \end{aligned} \tag{A13}$$

Aannemend dat de bijdrage aan de normale druk ten gevolge van het verval van de waterspiegel in lengterichting dominerend is, volgt als orde van grootte uit (A13)

$$(A13) \approx gb \rho_s \frac{\Delta h^*}{L}$$

waarin Δh^* een karakteristieke maat voor het verval in lengterichting is.

Het verschil van de vergelijking (A11) en (A12) levert

$$\begin{aligned}
 bE_1 = gb \frac{\partial}{\partial x} & \left[\frac{\Delta\rho\Delta z}{b} \frac{b_2^2 - b_1^2}{2} + \frac{\Delta\rho}{2h} \frac{(\Delta z)^2}{b} \frac{b_2^3 - b_1^3}{3} \right. \\
 & \left. - g\rho \frac{\Delta z}{b} b_2 \frac{\partial b_2}{\partial x} - g\rho \frac{\Delta z}{b} b_1 \frac{\partial b_1}{\partial x} \right] \quad (A14)
 \end{aligned}$$

voor $b_2 \approx \frac{1}{2}b$ en voor $b_1 \approx -\frac{1}{2}b$ substituerend volgt als orde van grootte van

$$bE_1 \approx \frac{gb \Delta\rho(\Delta z)^2}{24hL} - \frac{g\rho}{2} \frac{\Delta z \Delta b^*}{L} \quad (A15)$$

waarin Δb^* een karakteristieke maat voor breedtevariatie in lengterichting is.

APPENDIX B - Afschatting van de korrektieterm $E_5 = \overline{w'_b c'_b}$

Om de orde van grootte van de korrektieterm E_5 af te schatten voor de referentie-getijgootproef met wandruwheid (zie par. 4.1) is het nodig diverse aannamen te doen. Neem aan dat in de goot de snelheids- en concentratieverdeling symmetrisch is ten opzichte van het midden van de goot en dat op een bepaalde diepte de concentratie en de verticale snelheid w beide lineair verlopen van wand ($y = 0$) naar het midden ($y = \frac{1}{2}b$) toe volgens

$$c(y) = \frac{\partial c}{\partial y} (y - \frac{1}{4}b) + c_m \quad (B1)$$

$$w(y) = \frac{0,02u}{\frac{1}{4}b} (y - \frac{1}{4}b) \quad (B2)$$

Hierbij is de secundaire stroming, zoals uit vergelijking (B2) blijkt, verondersteld maximaal 2% van de hoofdstroming u te zijn; w is negatief bij de wand en positief in het midden, terwijl de netto verticale snelheid, gemiddeld over breedte, nul is.

Verder wordt er uitgegaan van concentratieverschillen in de dwarsdoorsnede in de orde van 1 kgm^{-3} (in getijgootmeting, par. 4.1), zodat

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{2}{b}$$

$$\frac{-b}{c} = c_m$$

Omdat $c'_b(y)$ en $w'_b(y)$ dezelfde vorm hebben is de korrelatie tussen beide verdelingen volledig.

Het resultaat is

$$\overline{w'_b c'_b} = \frac{1}{\frac{1}{2}b} \int_0^{\frac{1}{2}b} \frac{0,02u}{\frac{1}{4}b} \frac{2}{b} (y - \frac{1}{4}b)^2 dy = 0,0033u \quad (B3)$$

Voor de in paragraaf 4.1 behandelde getijgootproef geldt $u_{\max} = 0,15 \text{ ms}^{-1}$ zodat als maximum waarde voor E_5 volgt

$$E_5 = \overline{w'_b c'_b} = 5 \cdot 10^{-4} [\text{kgm}^{-2} \text{s}^{-1}]$$

Macqueen [11] heeft een afleiding gegeven van de invloed van secundaire stromen, die onder invloed van een dichtheidsgradiënt in dwarsrichting ontstaan,

op de grootte van de dwarsdispersie. Daartoe leidde hij via diverse vereenvoudingen en aannamen de grootte van de secundaire stroming af.

Uitgangspunt hierbij zijn de vereenvoudigde impulsvergelijkingen in dwars- en verticale richting

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho \epsilon_y \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \tag{B4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \tag{B5}$$

met als randkondities:

$$\begin{aligned} v &= 0 && \text{aan de bodem } (z = -h) \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= 0 && \text{aan het wateroppervlak } (z = 0) \end{aligned} \tag{B6}$$

$$-h \int_0^0 v \, dz = 0 \quad (\text{geen netto dwarsstroom})$$

Hierbij is ϵ_y de turbulente viscositeitscoëfficiënt in dwarsrichting, die onafhankelijk van y gesteld wordt.

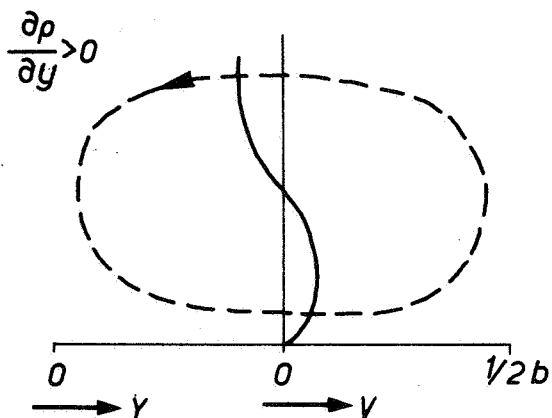
Uit de vergelijking (B4) t/m (B6) volgt na integratie voor de verticale snelheid

$$v(z) = \frac{g}{\rho \epsilon_y} \frac{\partial \rho}{\partial y} (z+h) \frac{8z^2 + hz - h^2}{48} \tag{B7}$$

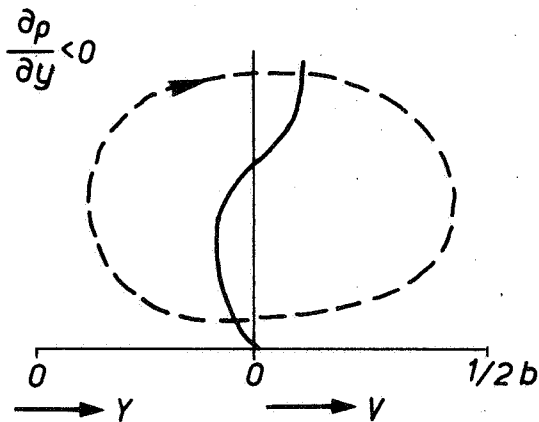
Als de dichtheidsverdeling in dwarsrichting $\rho(y)$ bekend is dan is met behulp van vergelijking (B7) te berekenen hoe groot de daarbij behorende secundaire stroming is:

• $\frac{\partial \rho}{\partial y} = 0$ levert $v(z) = 0$

• ALS



• ALS



Als maximum waarde volgt uit (B7):

$$v(z=0) = - \frac{g}{\rho \varepsilon_y} \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{h^3}{48}$$

Met $h = 0,216 \text{ m}$

$$u = 0,15 \text{ ms}^{-1}$$

$$u^* = 1/6u = 0,025 \text{ ms}^{-1}$$

$$\varepsilon_y = 0,067u^*h = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{3}{4} \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{3}{4} \frac{0,5}{\frac{1}{2}b} = \frac{3}{b}$$

volgt hieruit voor de eerder aangeduide getijgootproef $v = 0,62 \cdot 10^{-2} \text{ [ms}^{-1}\text{]}$.

Dit zou betekenen dat de secundaire stroming in deze getijgootproef maximaal 4% van de longitudinale snelheid zou kunnen zijn. Vooralsnog (zonder experimentele verifikatie) lijkt de uitkomst van deze simpele methode veel te groot te zijn.

Neemt men nu aan dat de verticale komponent w van de secundaire stroming op halve hoogte lineair verloopt van

$$- \frac{g}{\rho \varepsilon_y} \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{h^3}{48} \text{ in } y = 0 \text{ tot } \frac{g}{\rho \varepsilon_y} \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{h^3}{48} \text{ in } y = \frac{1}{2}b$$

en dat de concentratie-dwarsverdeling overeen komt met (B1) dan volgt als resultaat

$$E_5 = \frac{w}{b} \frac{c}{b} = \frac{2}{b} \int_0^{\frac{1}{2}b} \frac{4}{3} \frac{g}{\rho \varepsilon_y} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)^2 \frac{h^3}{48} (y - \frac{1}{4}b)^2 dy = 5 \cdot 10^{-4} \text{ [kgm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{]}$$

Deze uitkomst is verkregen via een op basis van de meetgegevens (par. 4.1) reële schatting van de mogelijk optredende dichtheidsgradiënt in dwarsrichting. De grootte van deze gradiënt is sterk bepalend voor de grootte van E_5 (komt kwadratisch in (B8) voor) en voor de grootte van de secundaire stroming. Met het oog op de grootte van de secundaire stroming is in deze schatting een gradiënt gebruikt die een faktor 2 lager genomen is dan in de eerste schatting aan het begin van deze paragraaf. Desondanks zijn de berekende secundaire stromen waarschijnlijk te groot.

In het bovenstaande is de invloed van een verticale gelaagdheid op de secundaire stroming niet in rekening gebracht. Als er een dichtheidsgradiënt in breedterichting optreedt dan is er volgens natuurmetingen altijd ook een

belangrijke verticale dichtheidsgradiënt aanwezig. Een verticale dichtheidsgradiënt heeft in het algemeen een remmende werking op de verticale snelheden en transporten.

REFERENTIES

- 1 BREUSERS, H.N.C., "Secundaire stroming in rechte kanalen"
Info VI41, Waterloopkundig Laboratorium, Delft 1963
- 2 DEARDORFF, J.W., "Theoretical expression for the counter gradient vertical heat flux"
Journ. of geophys. res., vol. 77, no. 30, pp. 5900-5904, 1972
- 3 BOERICKE, R.R. and HOGAN, J.M., "An X-Z Hydraulic/thermal model for estuaries"
Journ. of Hydr. Div., HY1, pp. 19-37, 1977
- 4 Delft Hydraulics Laboratory, "Computation of density currents in estuaries; calibration for homogeneous flow in a tidal flume"
Report R 897 part V, 1979
- 5 Delft Hydraulics Laboratory, "Computation of density currents in estuaries; calibration for inhomogeneous flow in a tidal flow"
Report R 897 part VI, febr. 1980
- 6 Delft Hydraulics Laboratory, "Mathematical techniques to determine longitudinal dispersion coefficients and concentration distributions - a review of the Taylor and the Aris method"
Report R 1092, 1979
- 7 Delft Hydraulics Laboratory, "Computation of density currents in estuaries; extended calibration for inhomogeneous flow in a tidal flume"
Report R 897 part VII, 1980
- 8 DYER, K.R., "Estuaries; a physical introduction"
John Wiley, London, 1973
- 9 FISCHER, H.B., "Mixing in Inland and coastal waters"
Academic Press, 1979

REFERENTIES (vervolg)

- 10 HOLLEY, E.R., HARLEMAN, D.R.F. & FISCHER, H.B., Dispersion in homogeneous estuary flow
Journal of the Hydr. Div. ASCE, 96, HY8, pp. 1691-1709, 1970
- 11 MACQUEEN, J.F., "Turbulence and cooling water discharges from power stations: from "Mathematical modelling of turbulent diffusion in the environment"
C.J. Harris (ed) Acad. Press, 1979
- 12 McDOWELL, D.M. & O'CONNOR, B.A., Hydraulic behaviour of estuaries
Mac Millan, London, 1977
- 13 PERRELS, P.A.J. & KARELSE, M., "A two-dimensional numerical model for salt intrusion in estuaries" in "Hydrodynamics of estuaries and fjords"
Nihoul, J.C.J. (ed.), Elsev Comp., 1978, pp. 107-125
- 14 RATTRAY, M. and DWORSKI, J.G., "Comparison of methods for analysis of the transverse and vertical circulation contributions to the longitudinal advective salt flux in estuaries"
Estuar. and Coastal Mar. Sci. Vol. 11, pp. 515-536, 1980
- 15 Rijkswaterstaat, "Kwalitatieve interpretatie van zoutmetingen in de Oosterschelde bij constante zoetwateraanvoer op het Volkerak"
rapport DDWT-80, projectcode V79020, 1980
- 16 Rijkswaterstaat, De berekening van transportprocessen in een getijsysteem - de zout- en stroomsnelheidsmeting van 1977 in het Volkerak
Rapport DDWT 81, verschijnt in 1981
- 17 SMITH, T.J. & DYER, K.R., "Mathematical modelling of circulation and mixing in estuaries"
Uit "Math. modelling of turbulent diffusion in the environment", (C.J. Harris ed.) Academic Press., pp. 301-341, 1978

REFERENTIES (vervolg)

- 18 SMITH, T.J. & TAKHAR, H.S., "The numerical simulation of the vertical structure of the flow in partially mixed estuaries, submitted to Estuar and coastal Marine Science, 1980
- 19 VREUGDENHIL, C.B., "Approximations in mathematical models for stratified flow"
Delft Hydraulics Laboratory, report S 114 part IV, 1974
- 20 Waterloopkundig Laboratorium, "Getijgootonderzoek - invloed lucht inblazen op getijbeweging en dichtheidsverdeling
Rapport M 896-34, 1977
- 21 Waterloopkundig Laboratorium, "Getijgootonderzoek - Verifikatie van numeriek 2D (vertikaal) model DISTRO aan getijgootmetingen"
Rapport M 896-45, 1981

Tabel 2 Bijdrage dwarsvariates in snelheid en concentratie aan longitudinaal 2D-dispersief transport

ge- val	A_1 1/ms	B_1 1/s	C_2 m/s	A_2 kg/m ⁵	B_2 kg/m ⁴	C_2 kg/m ³	\bar{u} m/s	u (-200) m/s	u (0) m/s	u (+200) m/s	\bar{C} kg/m ³	c (-200) kg/m ³	c (0) kg/m ³	c (+200) kg/m ³	\bar{u} kg/m ² s	$T_{2x} = \bar{u} \bar{c}$ kg/m ² s	T_{2x}^{Tb} kg/m ² s	$\bar{u} \bar{c}$ %
Ref	$-2 \cdot 10^{-5}$	0	1,6	$-12 \cdot 10^{-5}$		15	1,33	0,8	1,6	0,8	13,4	10,2	15	10,2	17,86	0,341		1,9
1		0,001			0,01		1,33	0,6	1,6	1,0	13,4	8,2		12,2	17,86	0,475		2,7
2		0,001			-0,01						13,4	12,2		8,2	17,86	0,2080		1,2
3		0		$-5 \cdot 10^{-5}$	0		1	0,8	1,6	0,8	14,33	13,0	15,0	13,0	19,06	0,142		0,7
4		0,001			-0,01			0,6	1,6	1,0		15,0	15,0	11,0	19,06	0,009		<0,1
5		0,001			-0,02							17,0	15,0	9,0	19,06	-0,125		neg.
6		0,002			-0,01			0,4	1,6	1,2		15,0	15,0	11,0		-0,125		neg.
7	$-1 \cdot 10^{-5}$	0		$-12 \cdot 10^{-5}$	0		1,467	1,2	1,6	1,2	13,4	10,2	15	10,2	19,66	0,171		0,9
8		0,002			-0,01			0,8	1,6	1,6	13,43	12,2	15,0	8,2	19,66	-0,096		neg.
9	$2 \cdot 10^{-5}$	0	-1,6	$-12 \cdot 10^{-5}$	0	15	-1,33	-0,8	-1,6	-0,8	13,4	10,2	15	10,2	-17,86	-0,341		neg.

Breedte = 400 m

$$u = A_1 y^2 + B_1 y + C_1$$

$$c = A_2 y^2 + B_2 y + C_2$$

$$\bar{u} \bar{c} = \frac{64}{45} 10^8 A_1 A_2 + 4/3 10^4 B_1 B_2$$

Tabel 3 Overzicht randkondities en gootparameters van proef 606 H/I

getijverschil	$2a_0 =$	0,025 m
waterdiepte	$h =$	0,216 m
breedte	$b =$	0,672 m
dichtheidsverschil	$\Delta\rho =$	21,0 kg/m ³
gootlengte (fiktief)	$L =$	179,34 m
rivierafvoer	$Q_{Riv} =$	2,9 l/s
Chézy-waarde	$C =$	19,0 m ^{1/2} /s

vertikaal getij in $x = 0$: $y = a_0 \sin\omega t$

ebperiode $\sim 0,44T - T$

vloedperiode $\sim 0 - 0,44T$

plaats meetstations:

DM1 op $\approx 13,3$ m vanaf mond $\approx 1/3 L_i \max$

DM2 op $\approx 26,9$ m vanaf mond $\approx 2/3 L_i \max$

$L_i \max$: maximale zoutindringingslengte

Tabel 4 Bepaling van $T_{2x} = \overline{u_b' c_b'}$. Rotterdamse Waterweg 21-6-1956, 18.00 uur
 kmr 1030.0 (zie fig. 13)

z (m)	n (*)	$\overline{u_b'}$ (m/s)	$\overline{c_b'}$ (kg/m ³)	$\overline{u_b' c_b'}$ (kg/m ² s)	$\overline{u_b' c_b'}$ (kg/m ² s)	T_{2x} (kg/m ² s)
- 0,5	29	1,82	8,10	-14,98	-14,74	-0,24
- 1,5	27	1,76	8,95	-16,09	-15,73	-0,36
- 2,5	25	1,68	9,86	-17,08	-16,59	-0,49
- 3,5	25	1,53	10,64	-17,02	-16,30	-0,72
- 4,5	24	1,37	11,42	-16,31	-15,65	-0,66
- 5,5	22	1,27	12,40	-16,21	-15,75	-0,46
- 6,5	21	1,18	13,30	-16,04	-15,65	-0,39
- 7,5	21	1,10	14,40	-15,73	-15,38	-0,35
- 8,5	20	1,04	14,80	-15,54	-15,39	-0,15
- 9,5	20	0,94	15,2	-14,41	-14,30	-0,11
10,5	19	0,83	15,76	-13,17	-13,12	-0,05
11,5	17	0,75	16,2	-12,17	-12,15	-0,02

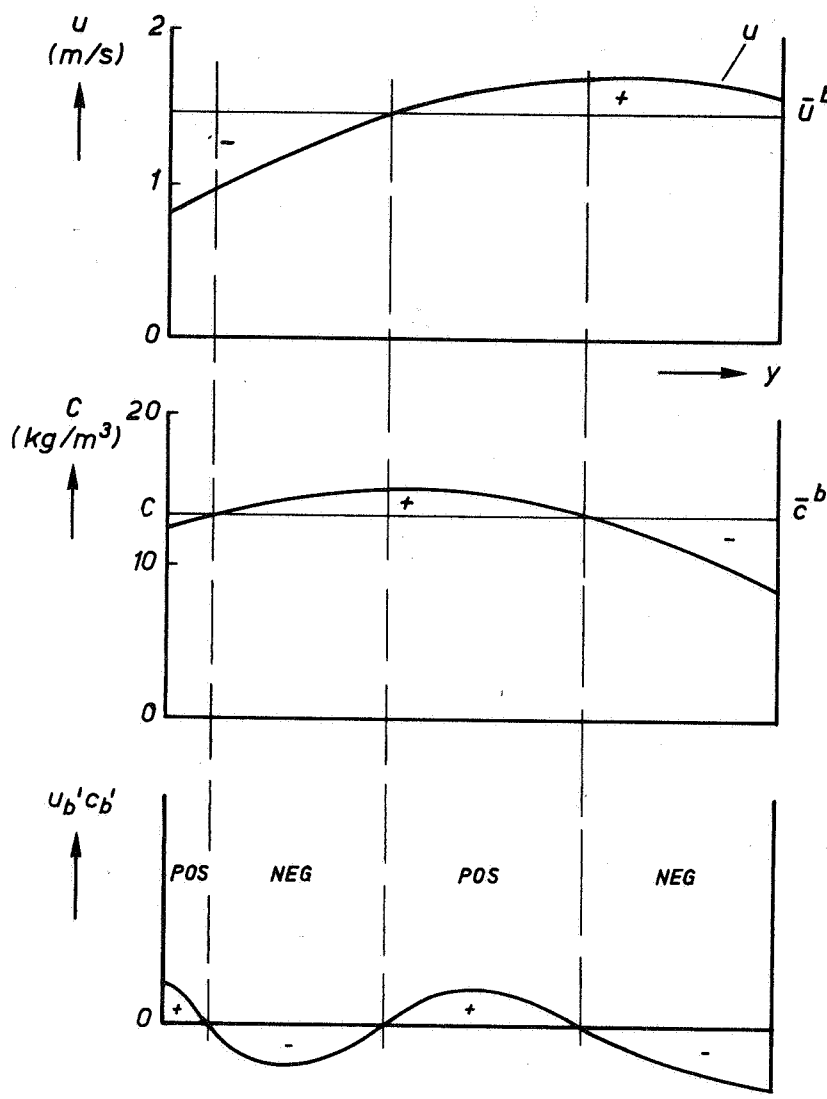
* zie figuur B aantal vakken in breedterichting van 20 m breedte

$$T_b' = \overline{T_{2x}'} = -0,34 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

Tabel 5 Invloed extrapolaties naar de wand op T_{2x} , kmr 1029.0, z = -4,5 m
+NAP, 21-6-1956, 18.00 uur

methode	aantal meet- vertikalen	Omschrijving extrapolaties	$\frac{-b}{u c}$ (kg/m ² s)	$\frac{-b-b}{u c}$ (kg/m ² s)	T_{2x_2} (kg/m ² s)
1	4	lineair extrapoleren u, c en uc	-15,61	-15,16	-0,45
2		u lineair c } volgens (x) uc }	-16,09	-15,44	-0,65
3		u volgens (xx) c } lineair uc }	-15,61	-14,37	-1,24
4		u } linear c } uc als produkt van u en c	-15,85	-15,16	-0,69
1	5		-15,62	-14,98	-0,64
2			-15,89	-15,15	-0,74
3			-15,62	-14,51	-1,11
4			-15,77	-14,98	-0,79

methode 1:



$$T_{2x} = \int u'_b c'_b dy = \text{NEG.}$$

GEVAL 8 (UIT TABEL 2) :

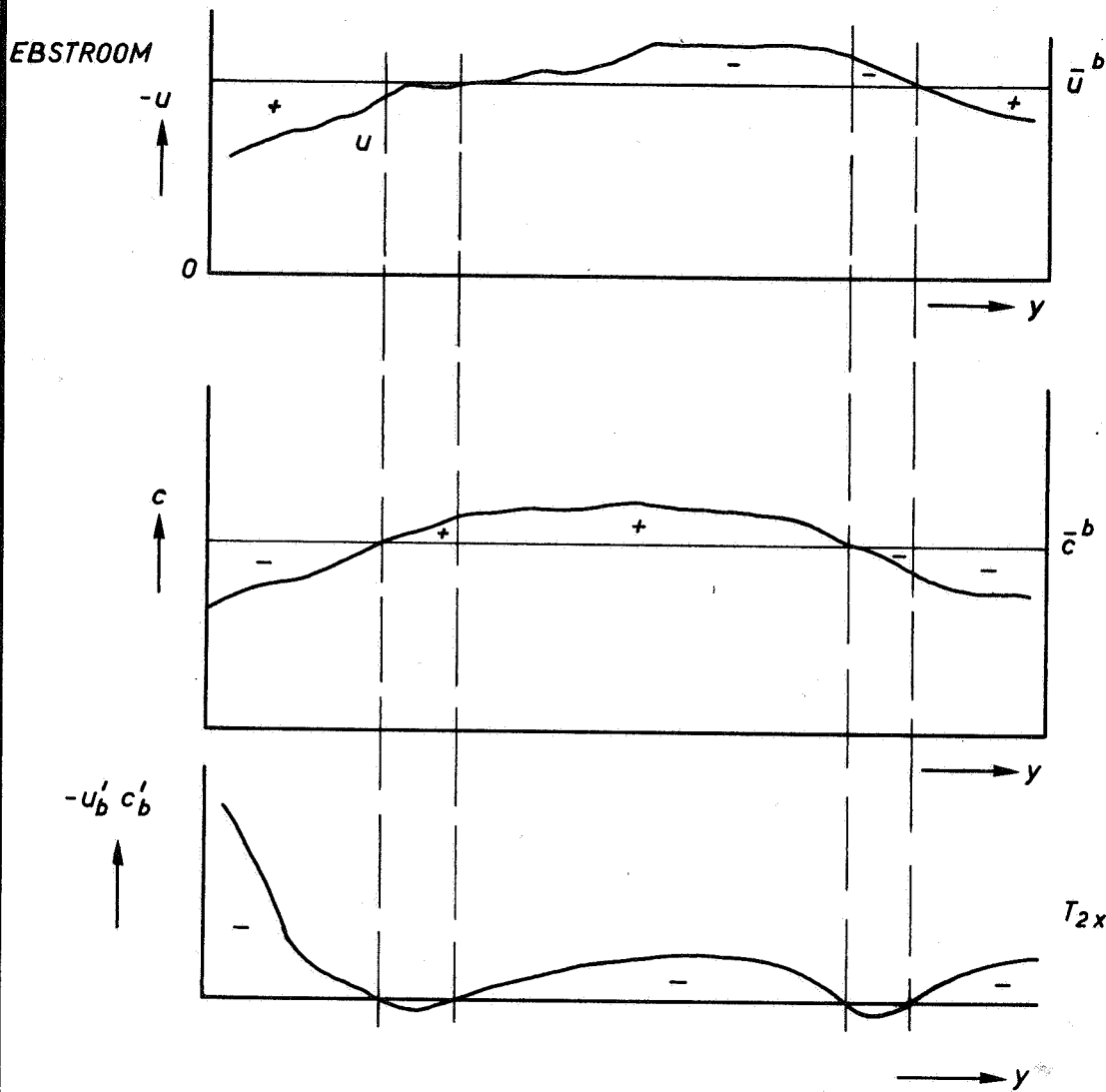
$$u = -1 \cdot 10^{-5} y^2 + 0,002 y + 1,6 \text{ [m/s]}$$

$$c = -12 \cdot 10^{-5} y^2 + 0,01 y + 15 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$b = 400 \text{ m}$$

DWARSVARIATIE IN u, c
EN $u'_b c'_b$; TABEL 2

A4



kmr 1030.0 OP NIVEAU N.A.P. -5.5 m ;
 METING 21-6-1956 TE 18.00 uur (MAXIMALE EBSTROOM)

GEMETEN DWARSVARIATIE IN u, c
 EN $u'_b u'_b$; ROTTERDAMSE WATERWEG

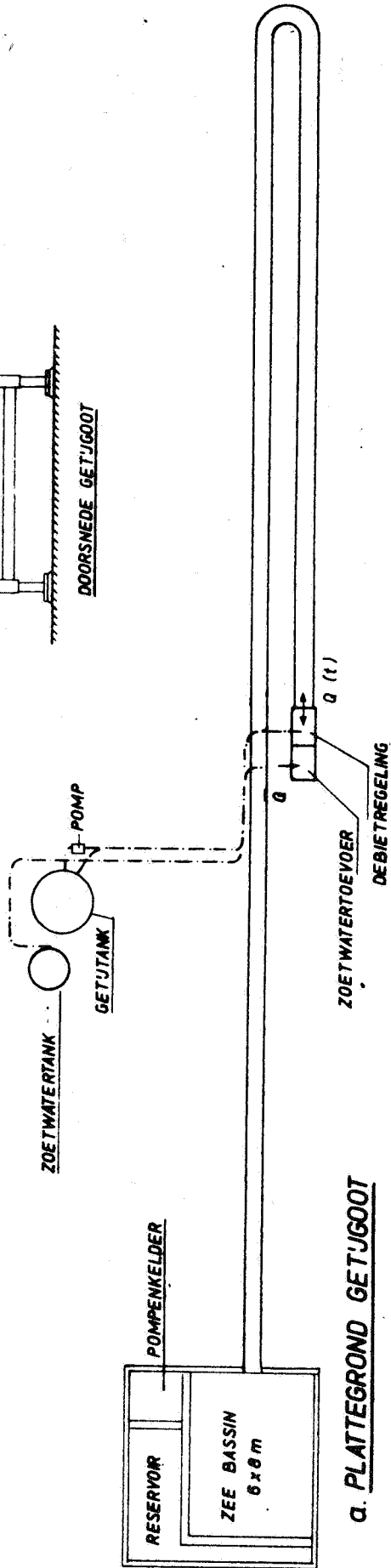
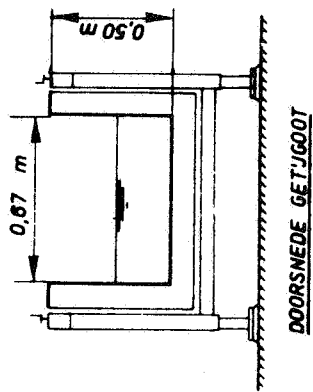
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

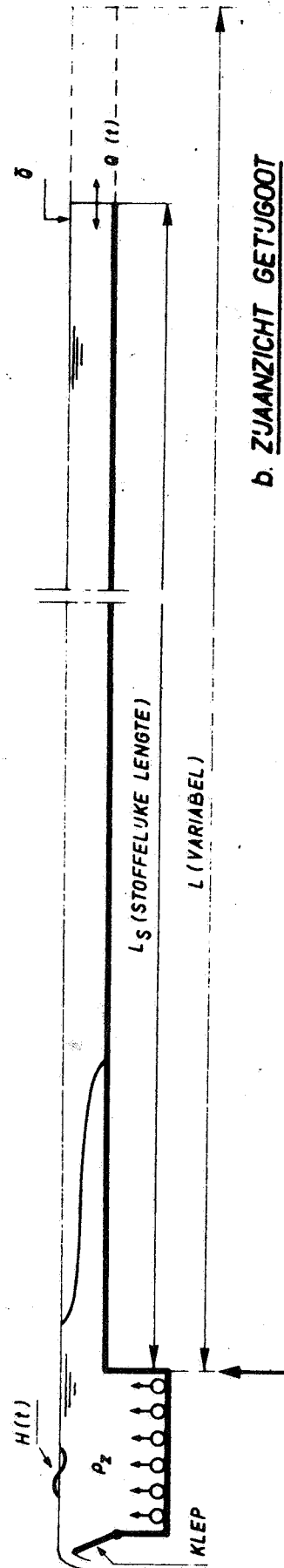
M896-2917

FIG. 2

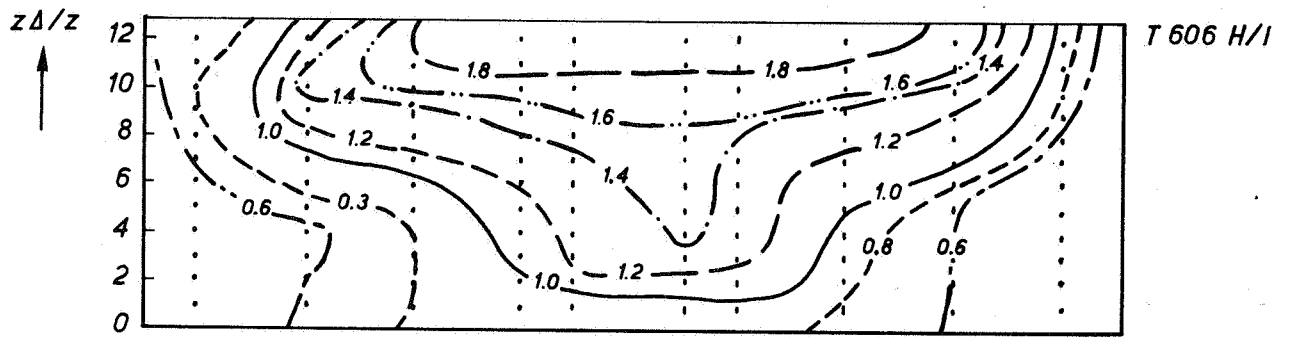
RANDINSTELLING	
ZEE	: $H(t); \rho_z$
RIVIER	: $Q(t); \bar{Q}$



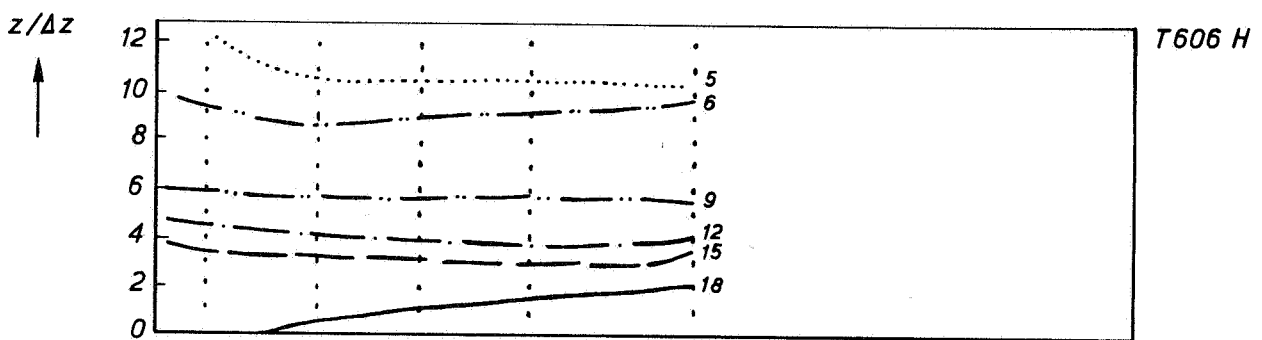
a. PLATTEGROND GETJUGOOT



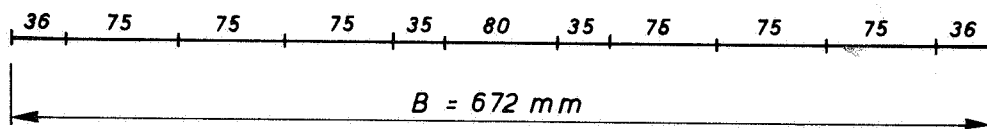
OVERZICHT GETJUGOOT



A. LIJNEN VAN GELIJKE SNELHEID (u IN m/s PROTOTYPEMAAT)
 $t/\Delta t = 18$



B. LIJNEN VAN GELIJK DICHTHEIDSVERSCHIL ($\Delta\rho$ IN kg/m^3)
 $t/\Delta t = 16$



DICHTHEIDS- EN SNELHEIDSVERDELING IN EEN
 DWARSDOORSNEDE IN GOOT MET WANDSTRIPS

T 606

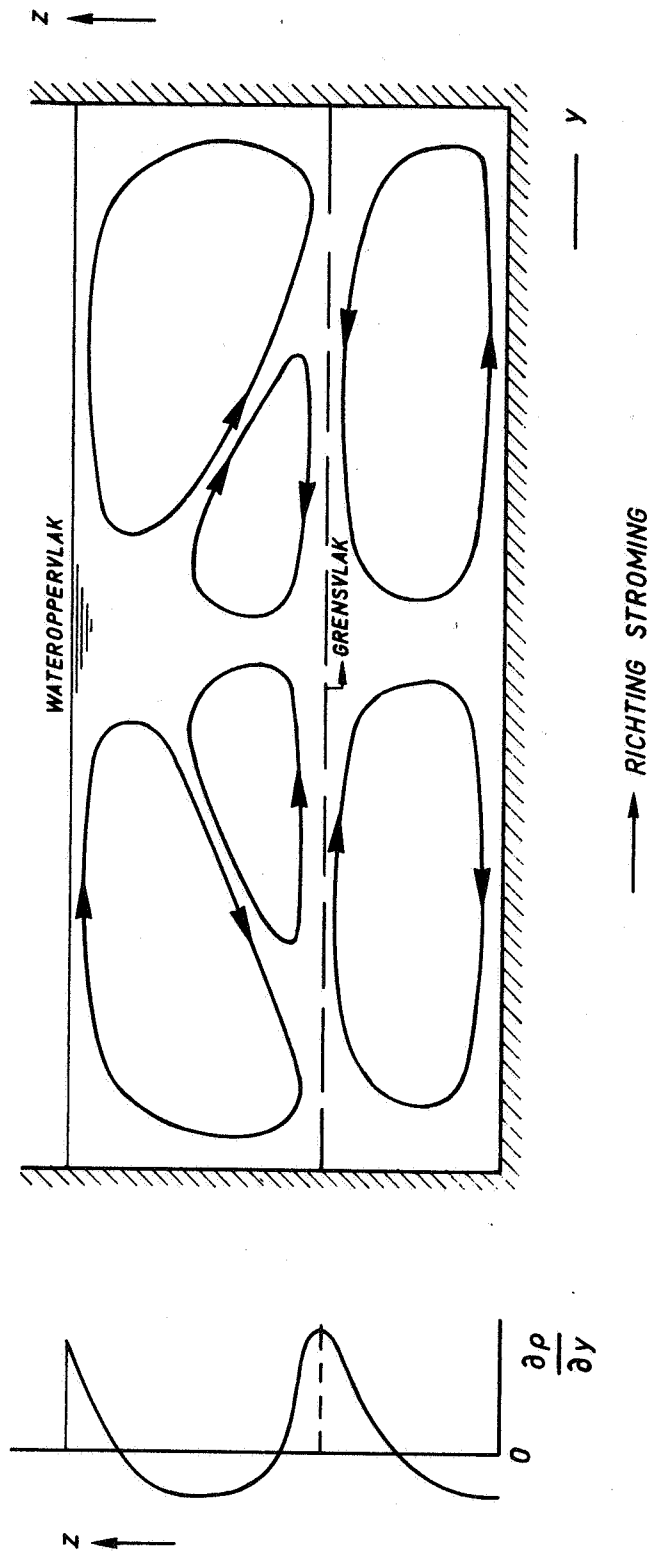
DM 1

A4

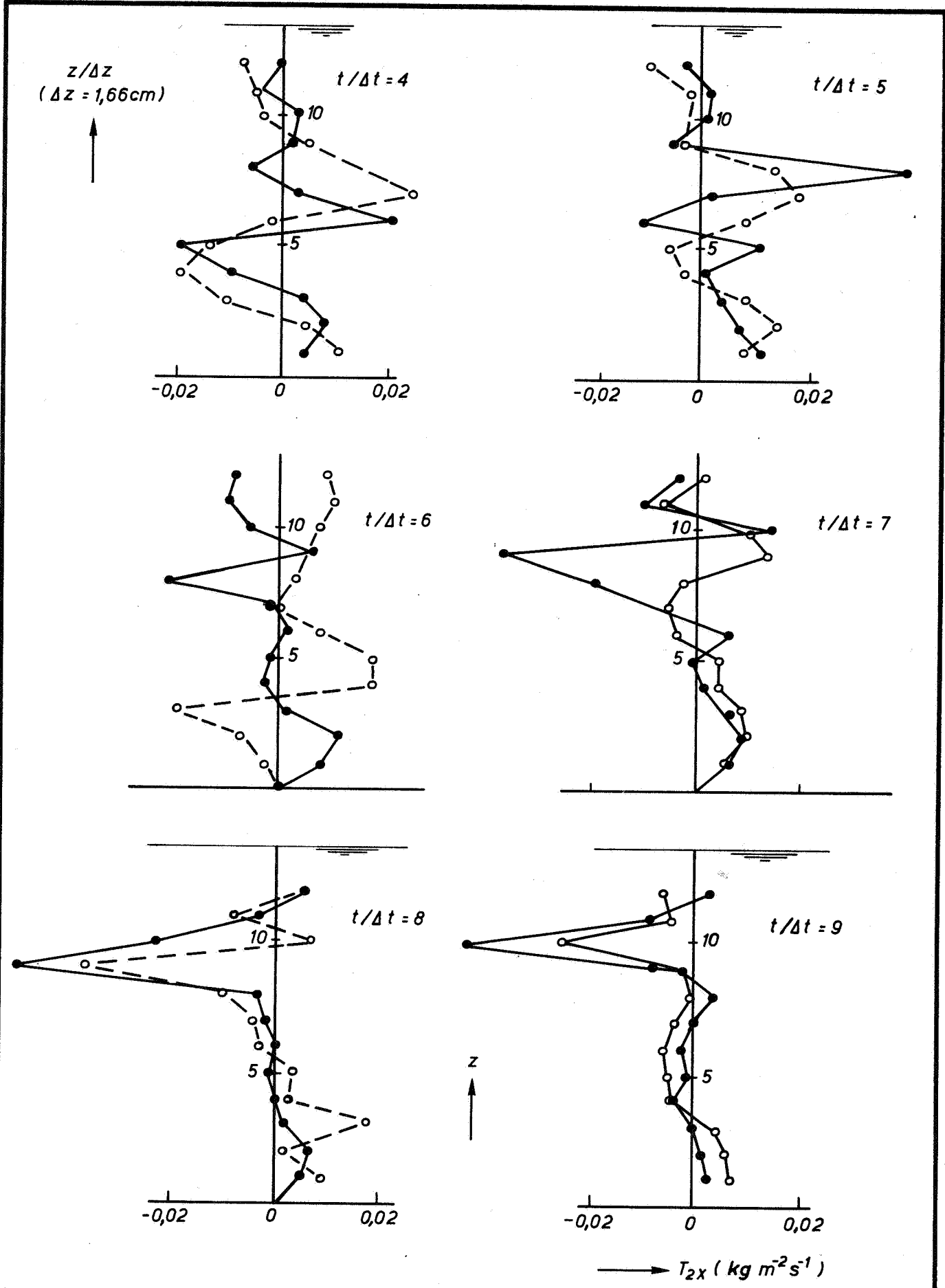
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896 - 2919

FIG. 4



PROFIEL $\frac{\partial p}{\partial y}$ EN MOGELIJK DAARUIT RESULTERENDE SEKUNDAIRE STROMING IN GETJGOOT MET WANDSTRIPS GEDURENDE DE EBPERIODE



2D - DISPERSIEF TRANSPORT T_{2x} IN GETUIGOOT

T 606

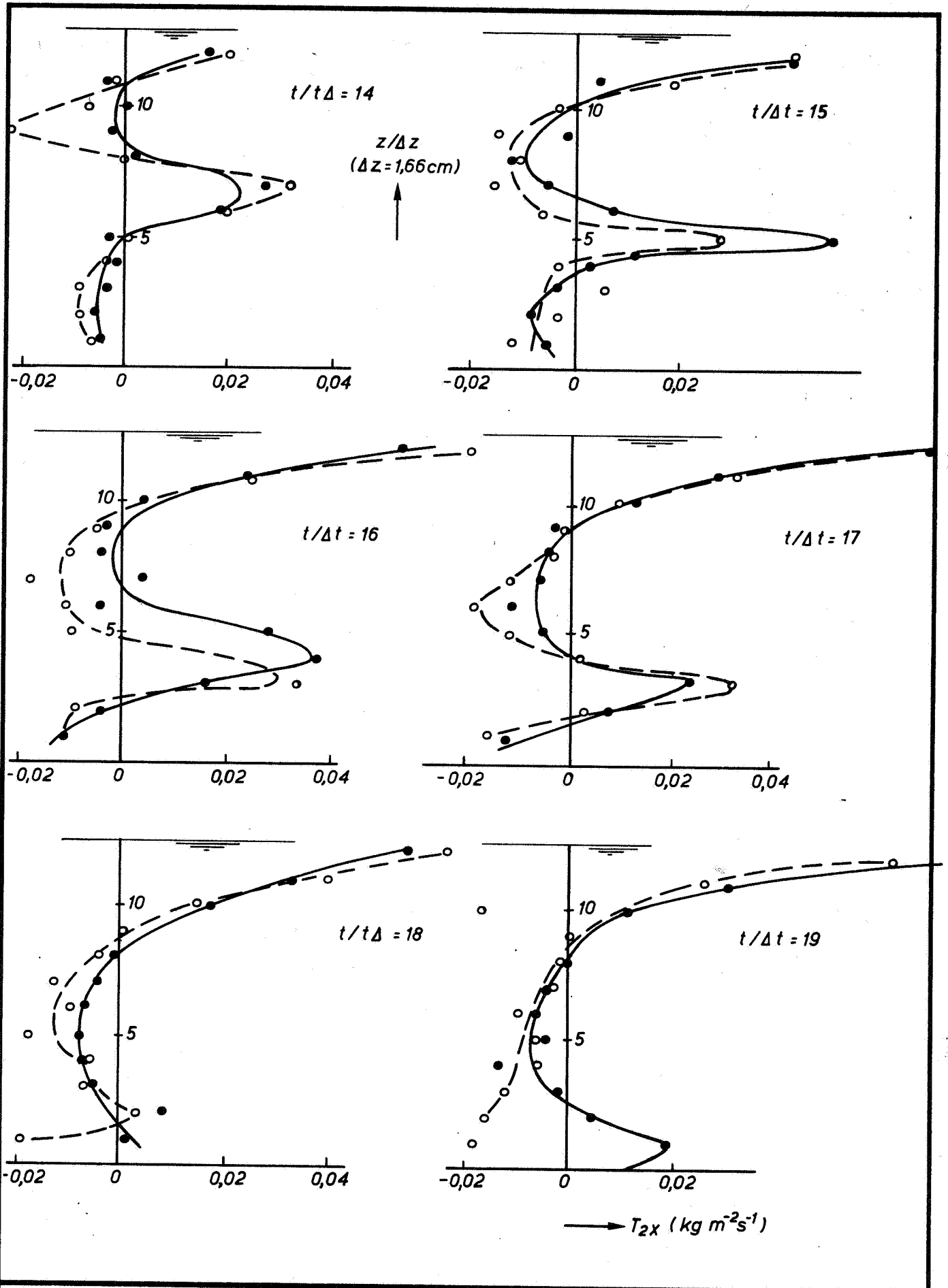
DM 1 ● H
○ I

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2921

FIG. 6



2D-DISPERSIEF TRANSPORT T_{2x} IN GETUIGOOT

T 606

DM 1 • H
 ○ I


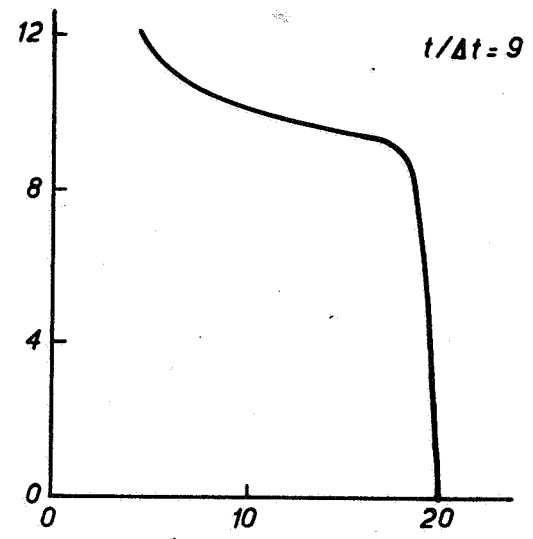
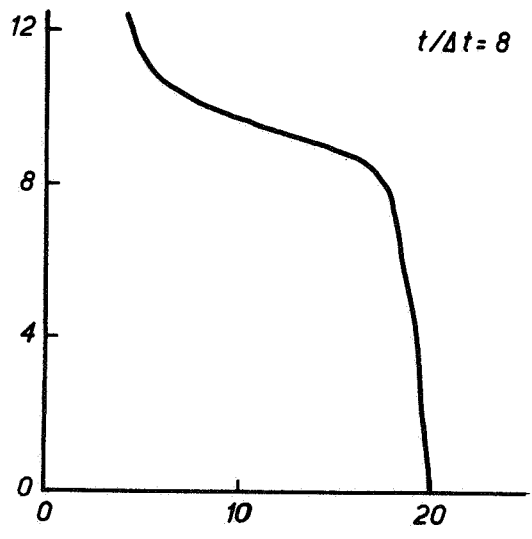
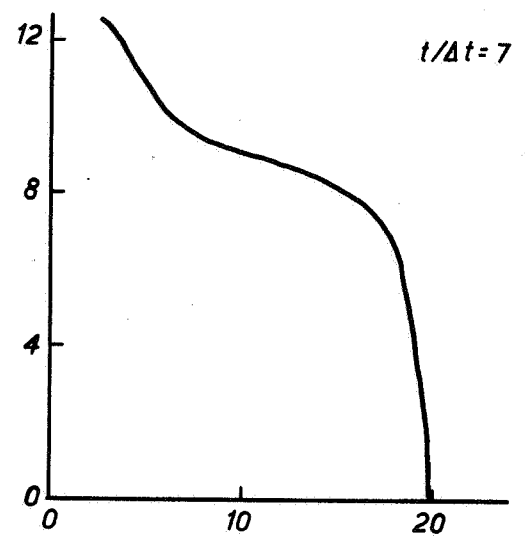
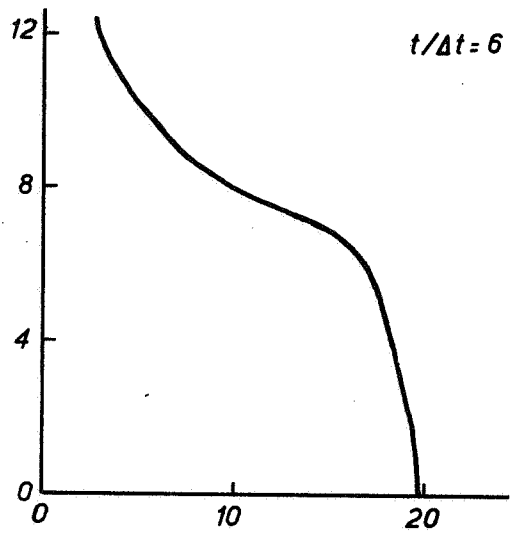
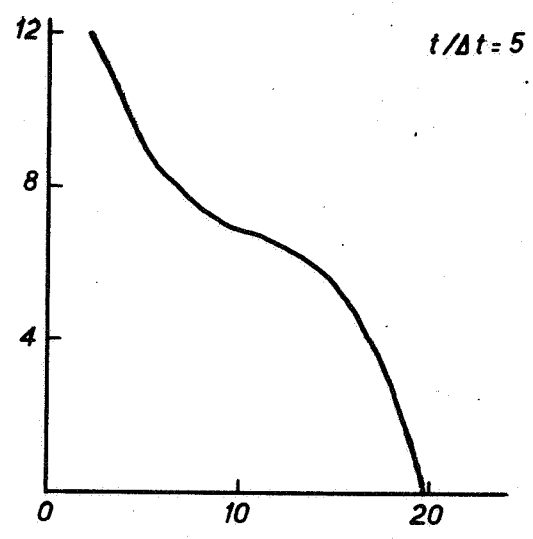
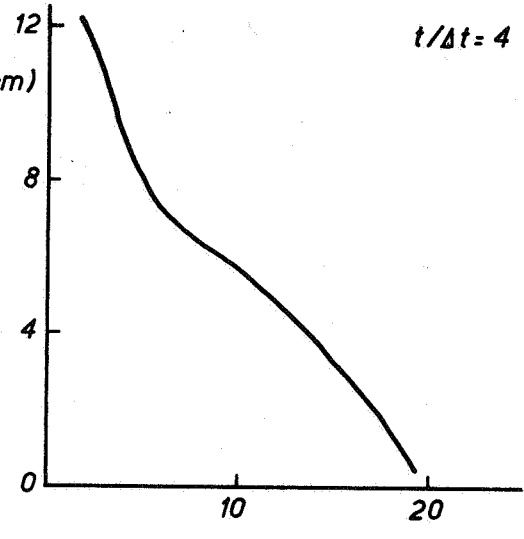
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2922

FIG. 7

$z/\Delta z$
 $(\Delta z = 1,66 \text{ cm})$

→ $\Delta \rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$

DICHTHEIDSPROFIELEN IN GETJGOOT

T606

DM 1

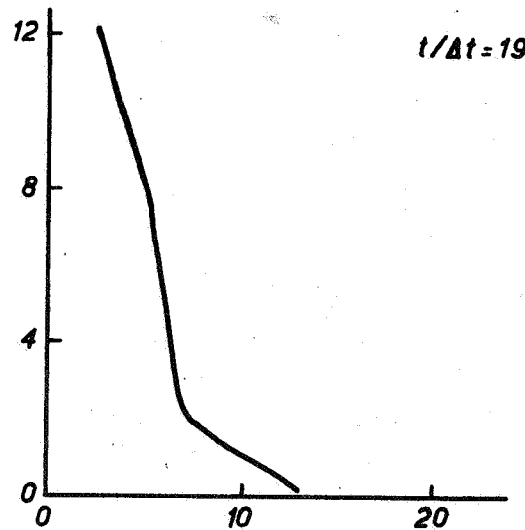
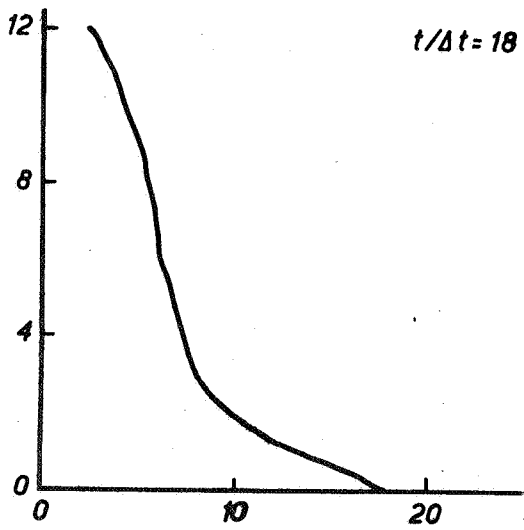
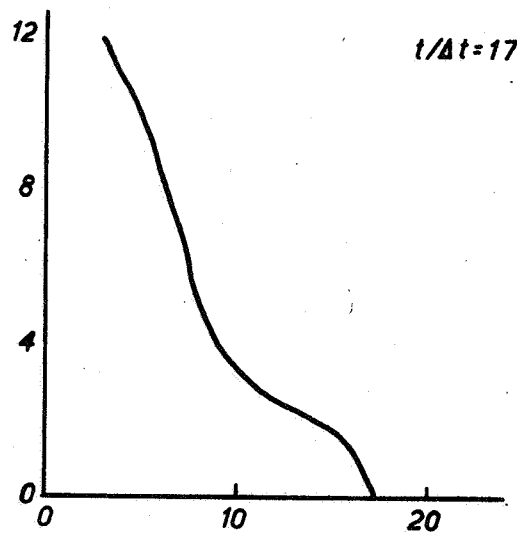
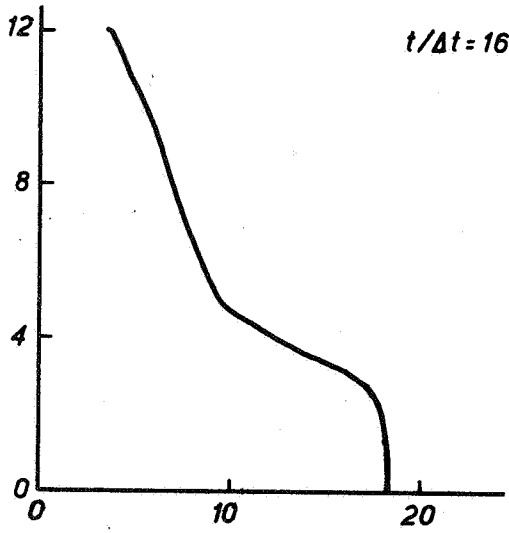
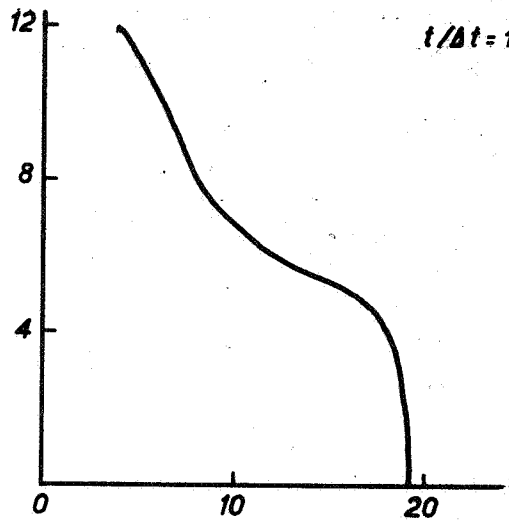
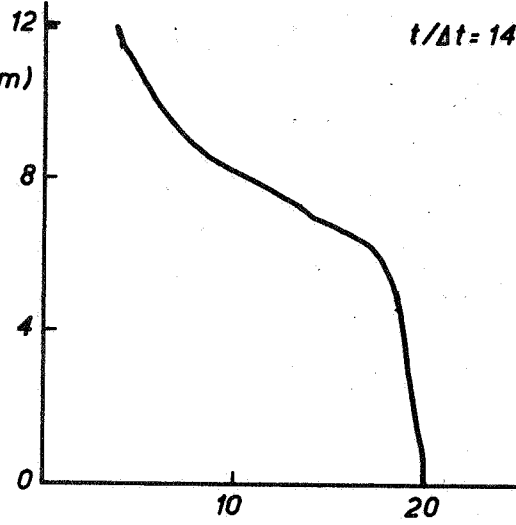
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2923

FIG. 8

$z/z\Delta$
($\Delta z = 1,66\text{cm}$)



Δp (kg/m^3)

DICHTHEIDSPROFIELEN IN GETUIGOOT

T606

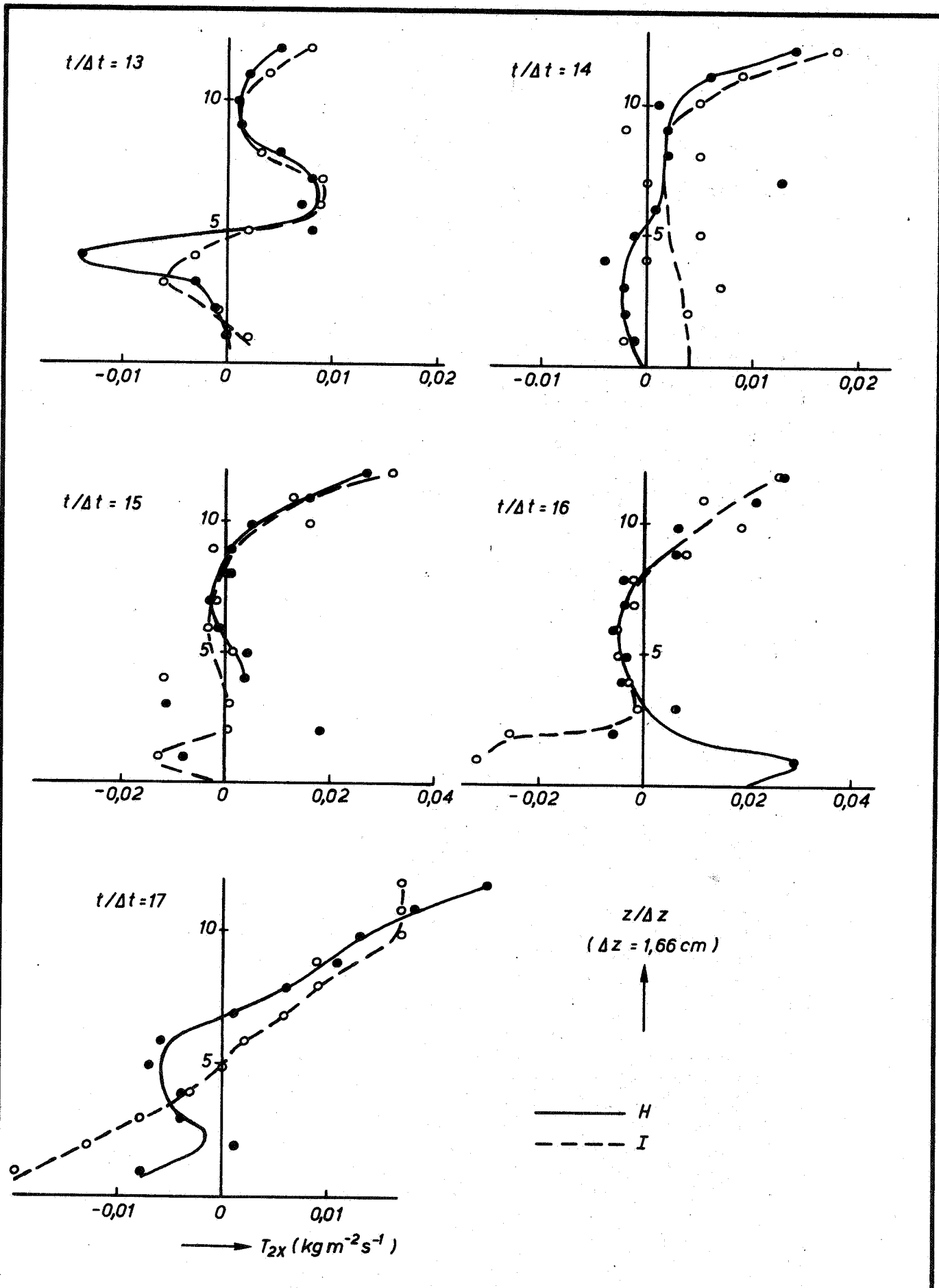
DM 2

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2924

FIG. 9



2D - DISPERSIEF TRANSPORT T_{2x} IN GETJUGOOT

T 606

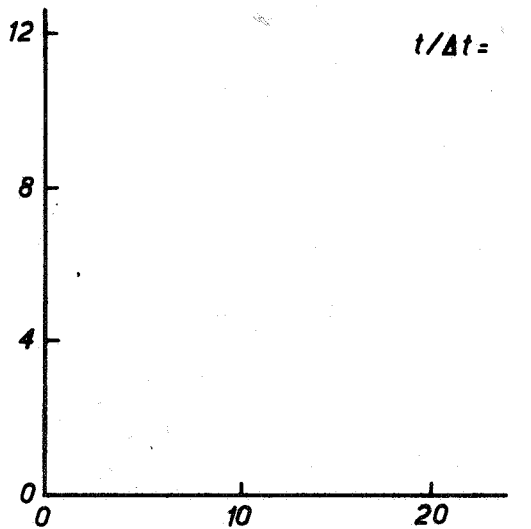
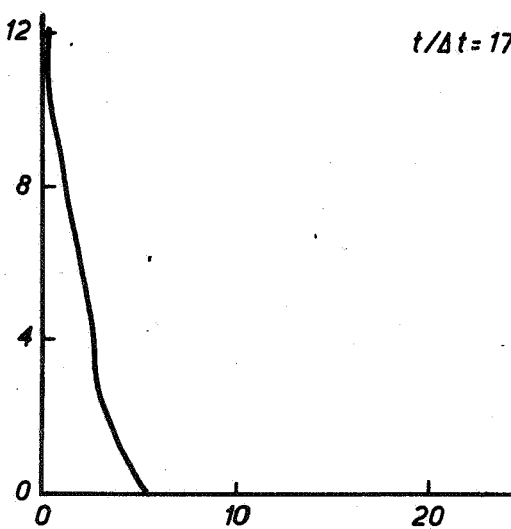
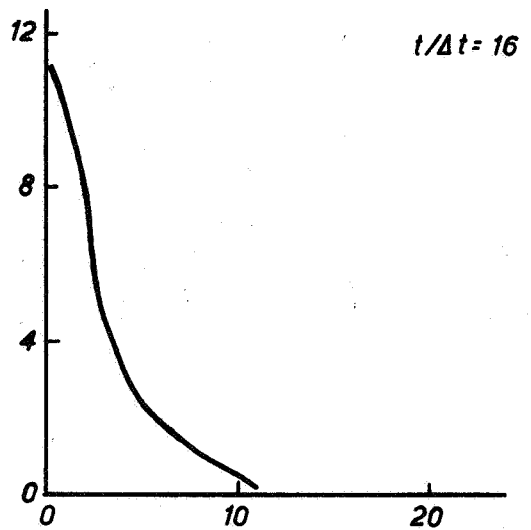
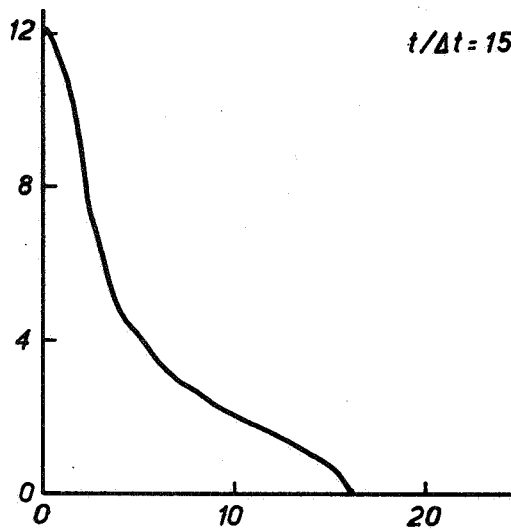
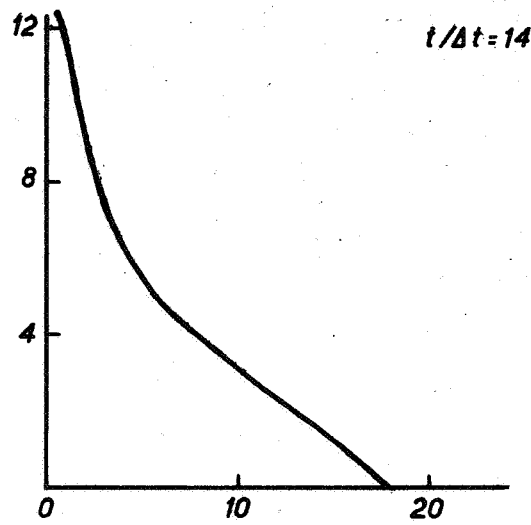
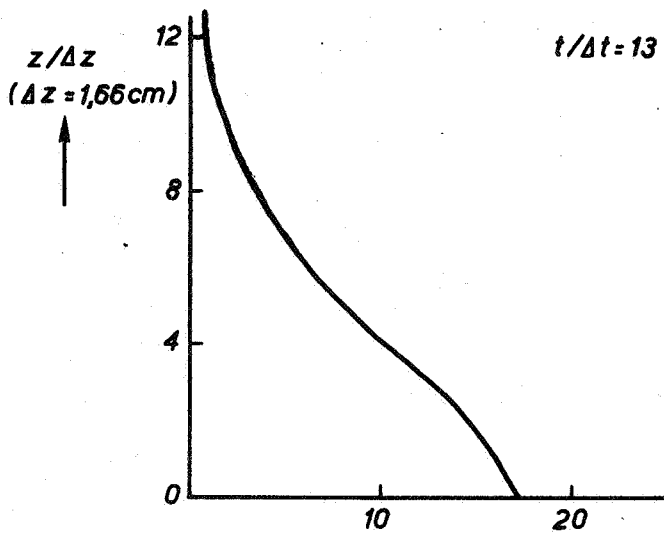
DM 2

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2925

FIG.10



— $\Delta \rho \text{ (kg/m}^3\text{)}$

DICHTHEIDSPROFIELEN IN GETJGOOT

T606

DM 2

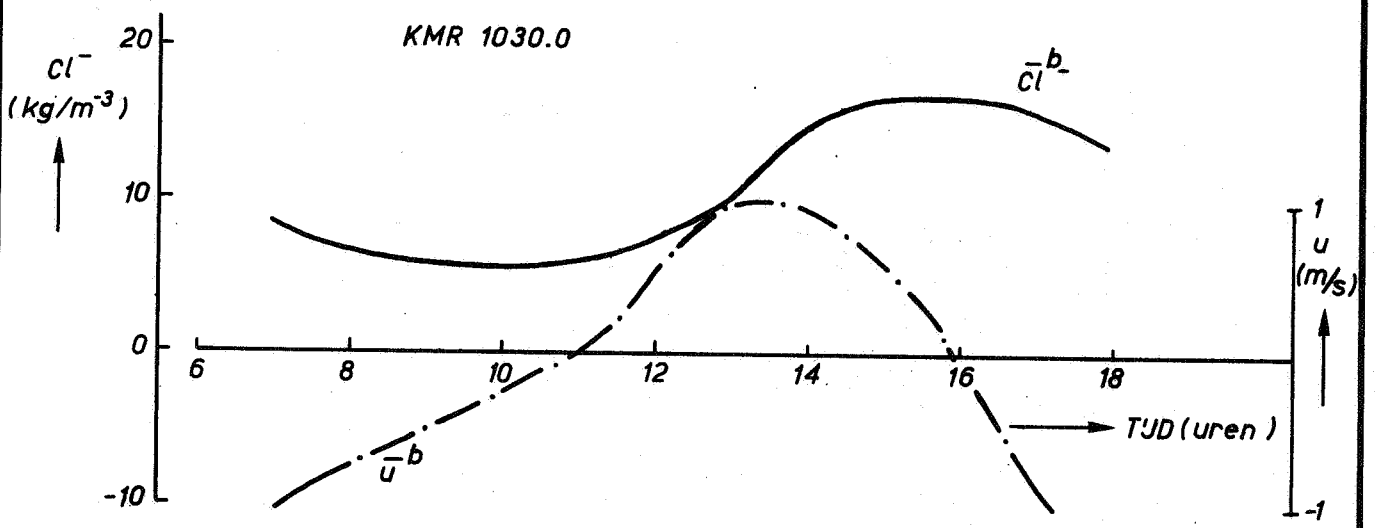
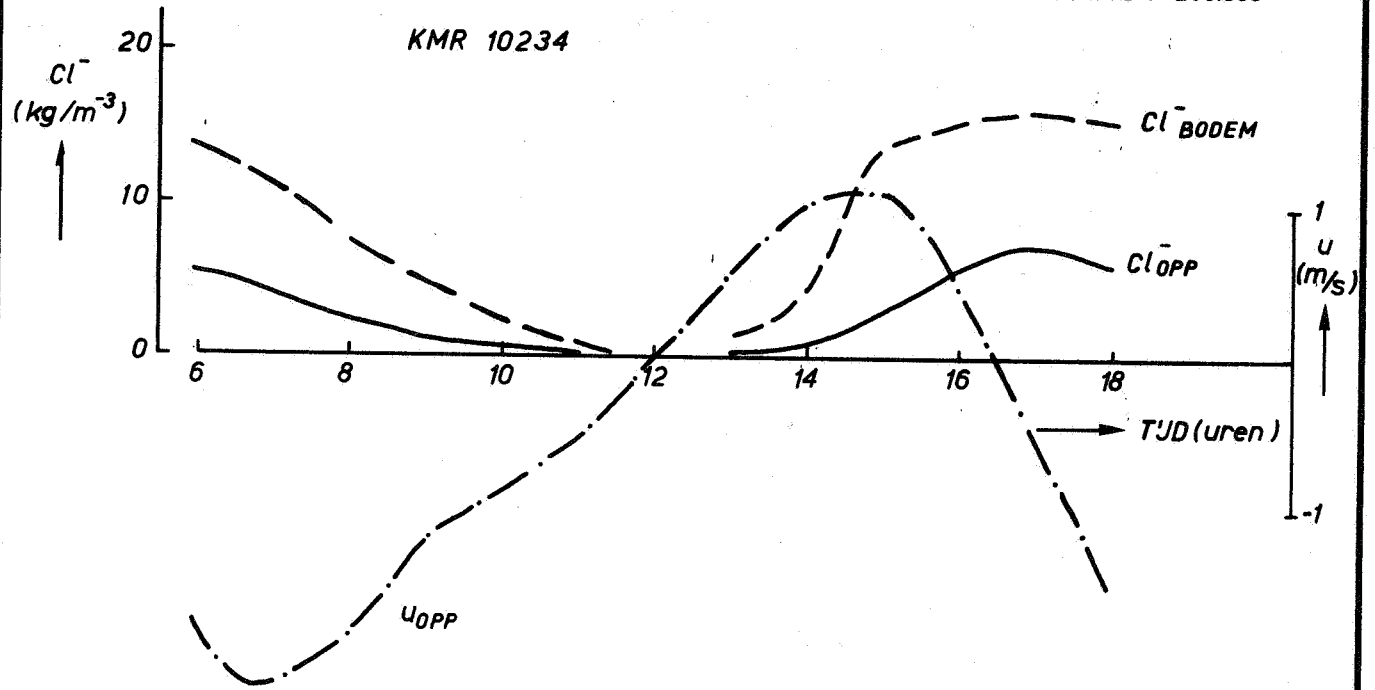
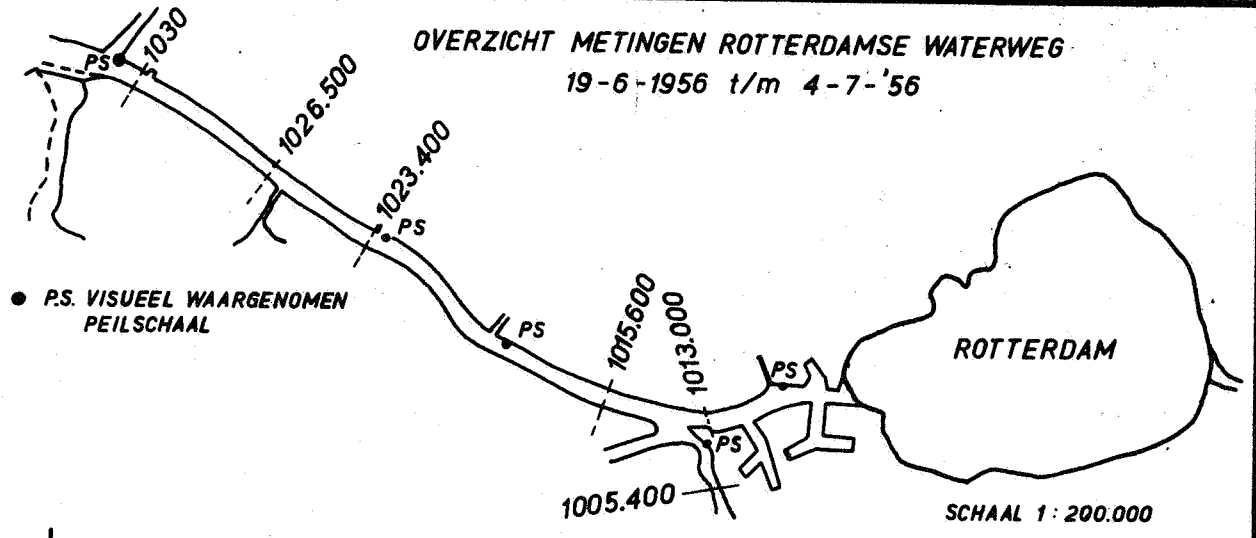
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2926

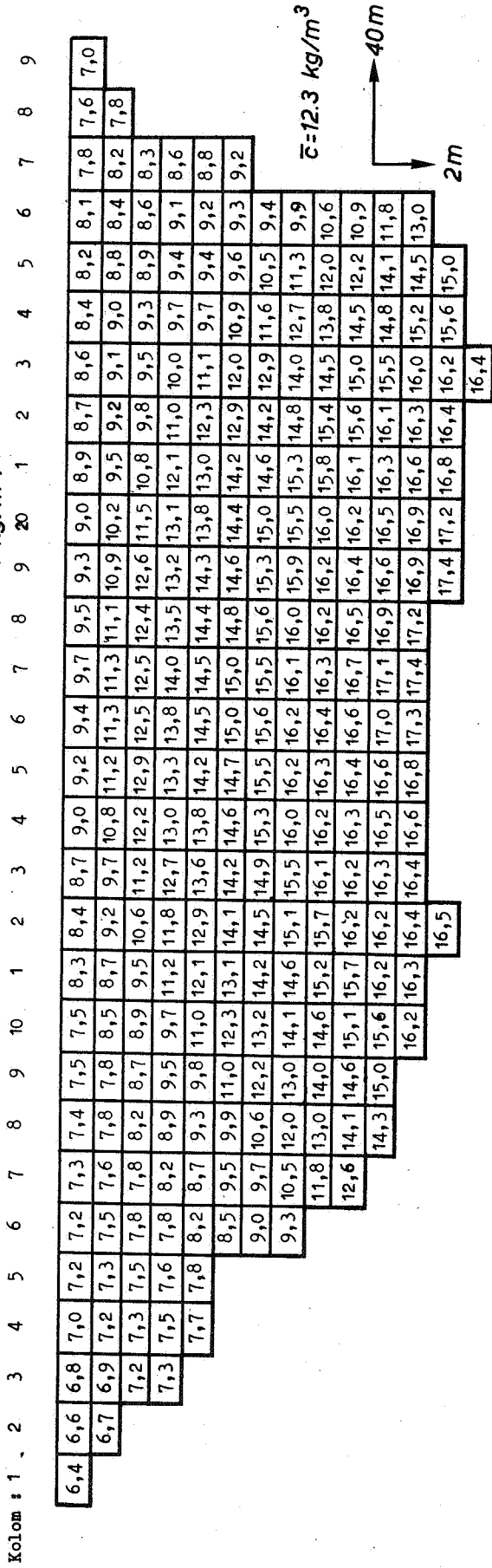
FIG.11

OVERZICHT METINGEN ROTTERDAMSE WATERWEG
19-6-1956 t/m 4-7-'56

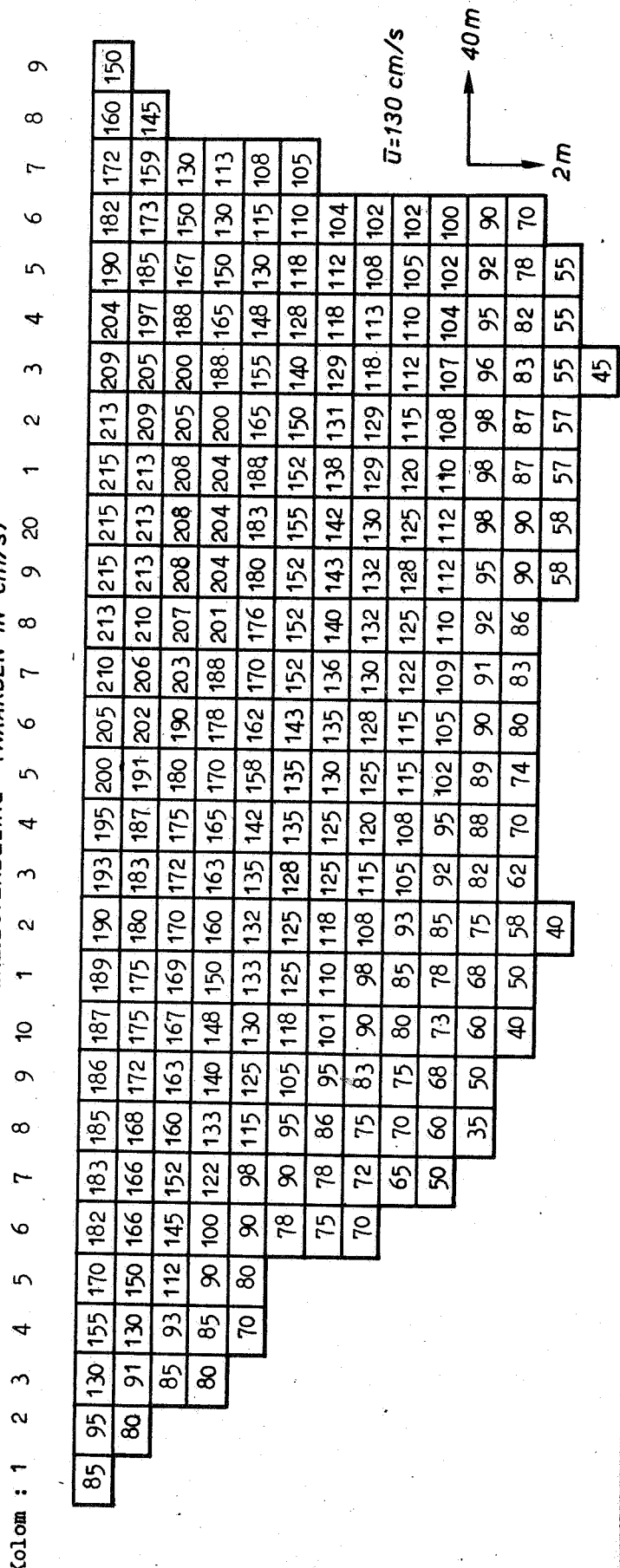


OVERZICHT R'DAMSE WATERWEG 1956 + GEMETEN
 $u(t)$ EN $c(t)$ KURVEN

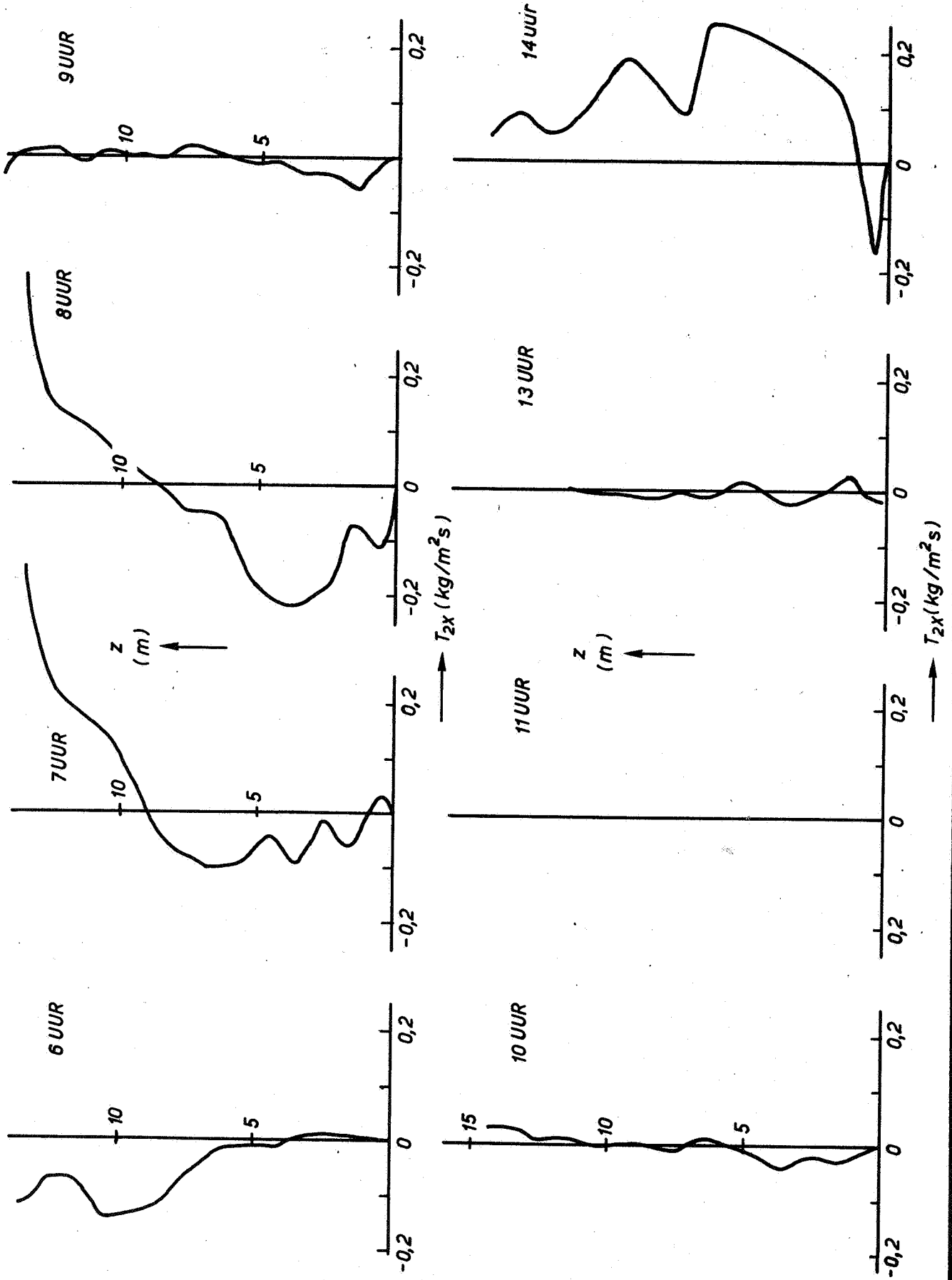
CHLOORGEHALTEVERDELING (WAARDEN IN kg/m³)



SNELHEIDSVREDELING (WAARDEN IN cm/s)



CHLORIDEGEHALTE - EN SNELHEIDSVREDELING
IN ROTTERDAMSE WATERWEG ; kmr 1030.0
21 JUNI 1956 ; 18.00 UUR



2D-DISPERSIEF TRANSPORT T_{2X} IN
 ROTTERDAMSE WATERWEG (22 JUNI 1956)

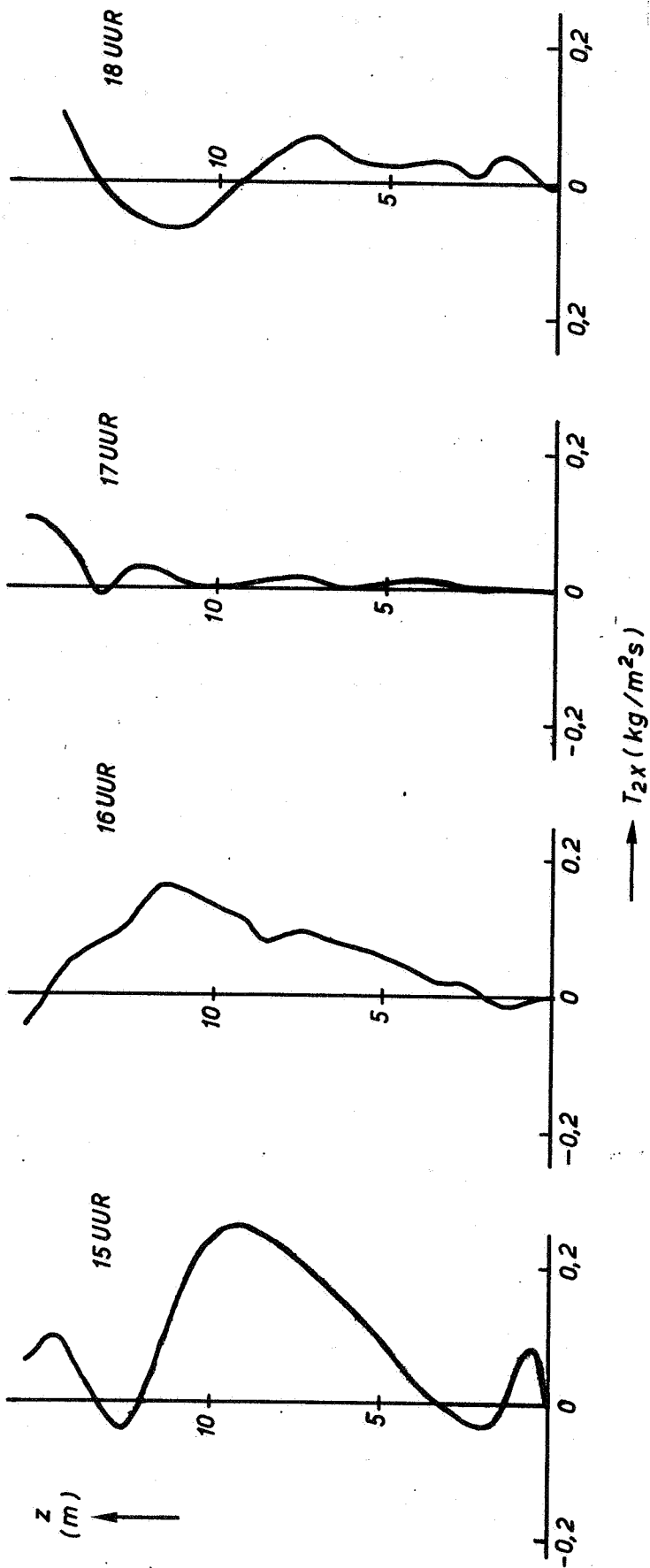
kmr 1023.4

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2929

FIG.14



2D-DISPERSIEF TRANSPORT T_{2x} IN
 ROTTERDAMSE WATERWEG (22 JUNI 1956)

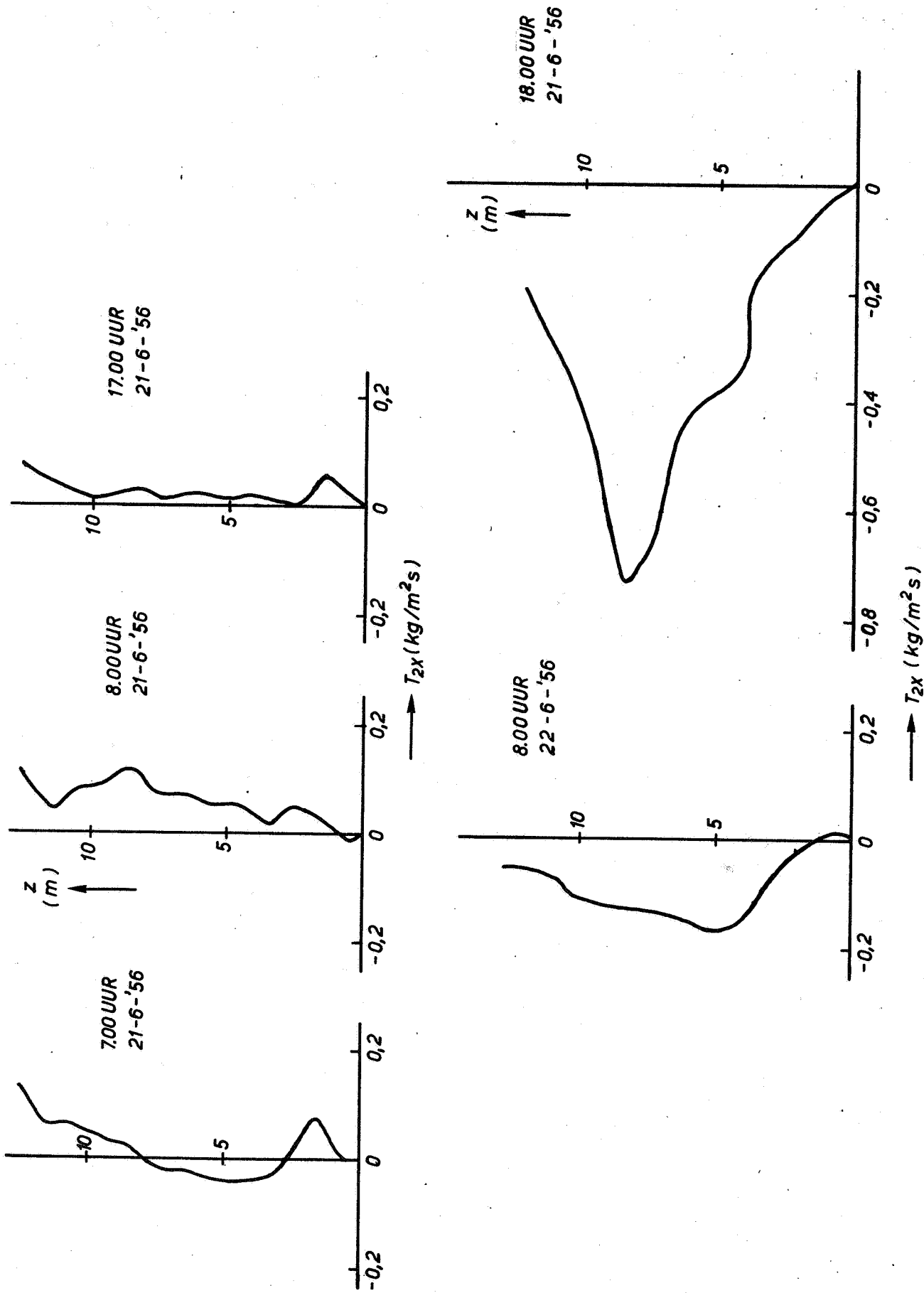
kmr 1023.4

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2930

FIG. 15



2D-DISPERSIEF TRANSPORT T_{2x} IN
 ROTTERDAMSE WATERWEG (22 JUNI 1956)

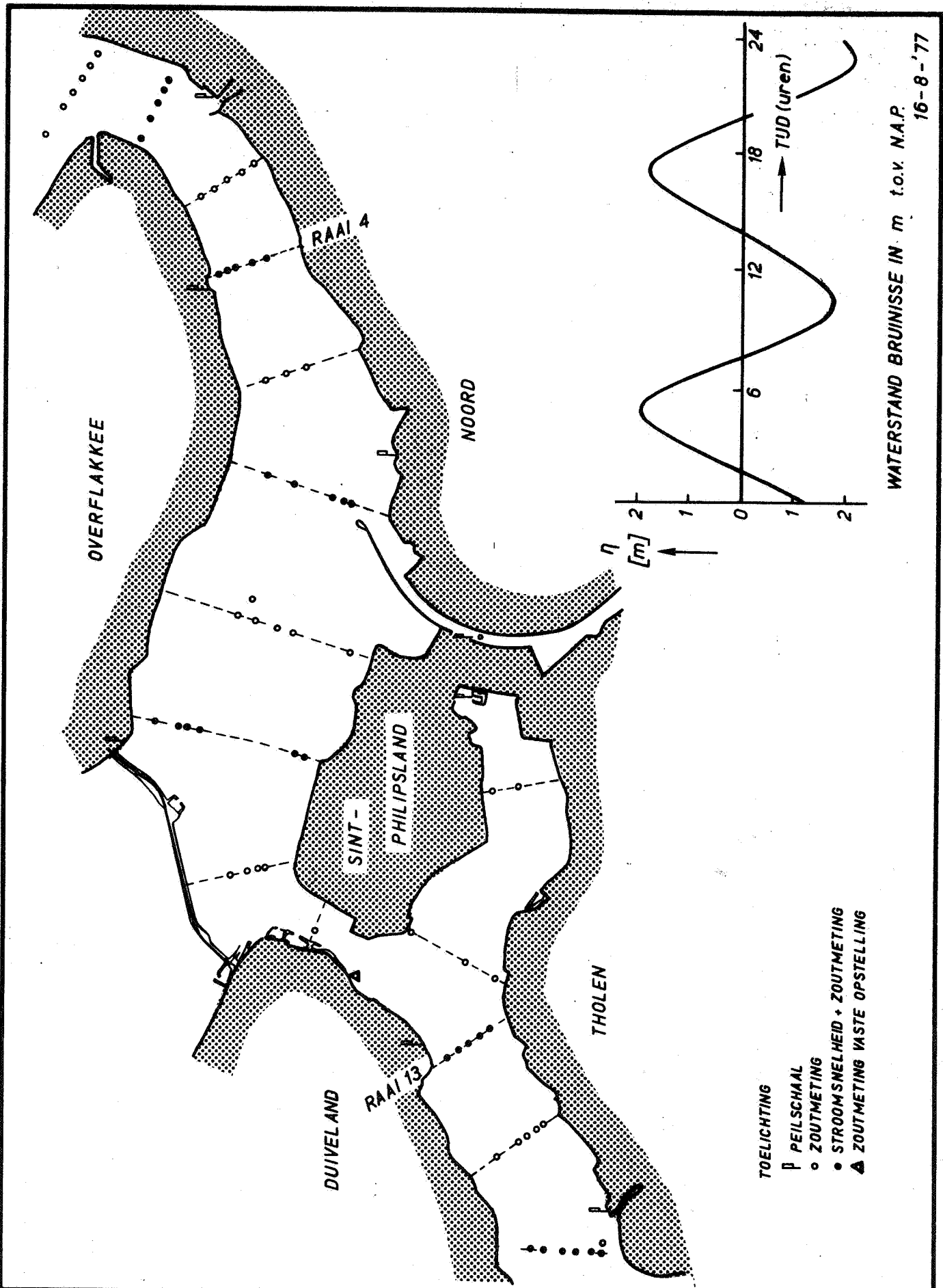
kmr 1030.0

A4

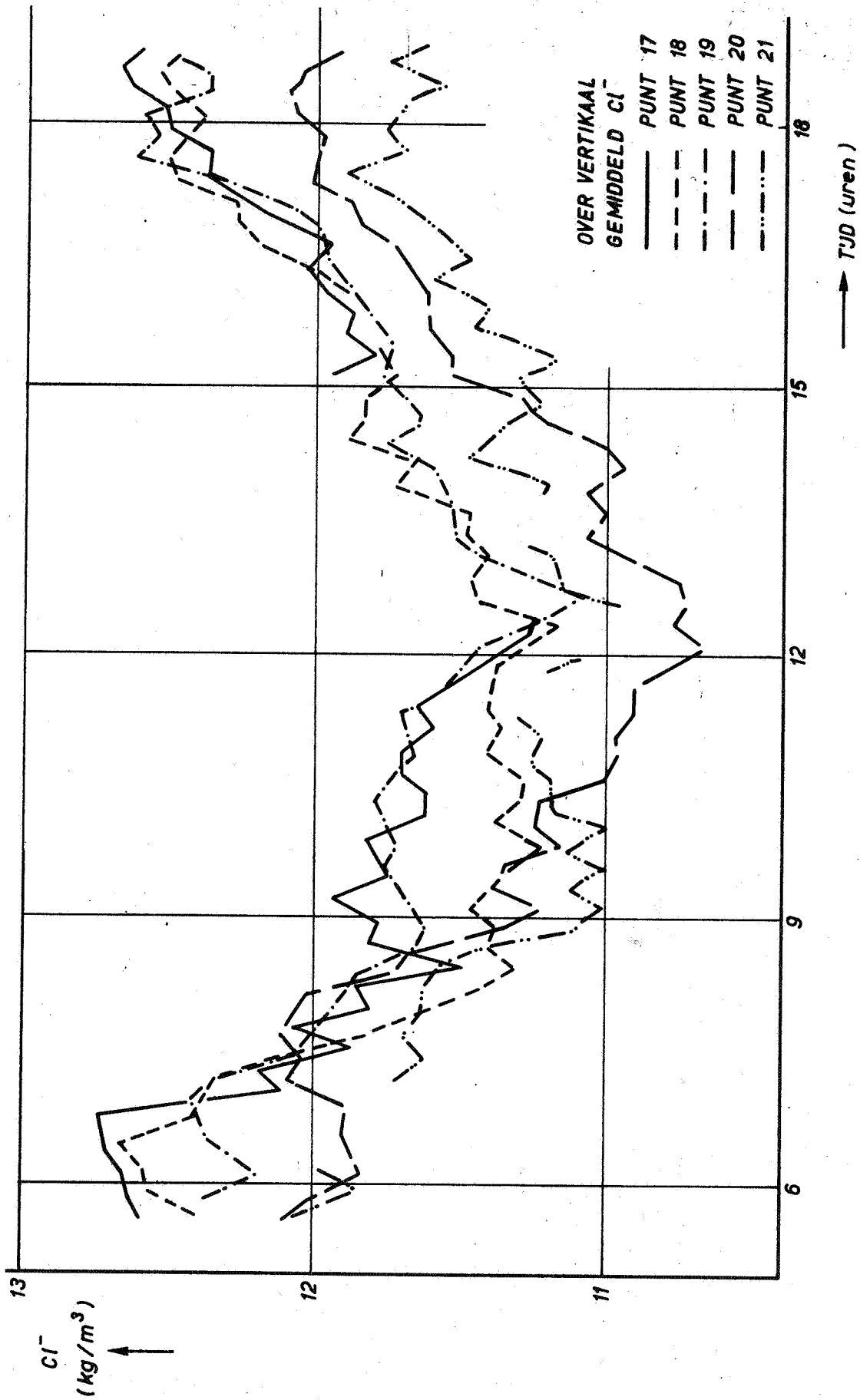
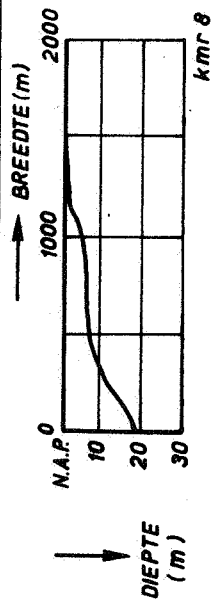
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2931

FIG. 16



OVERZICHT MEETVERTIKALEN 13 UURSMETING, KEETEN-VOLKERAK + VERTIKAAL GETJ BRUINISSE VAN 16-8-1977



ZOUTMETINGEN KEETEN-VOLKERAK 16-8-1977

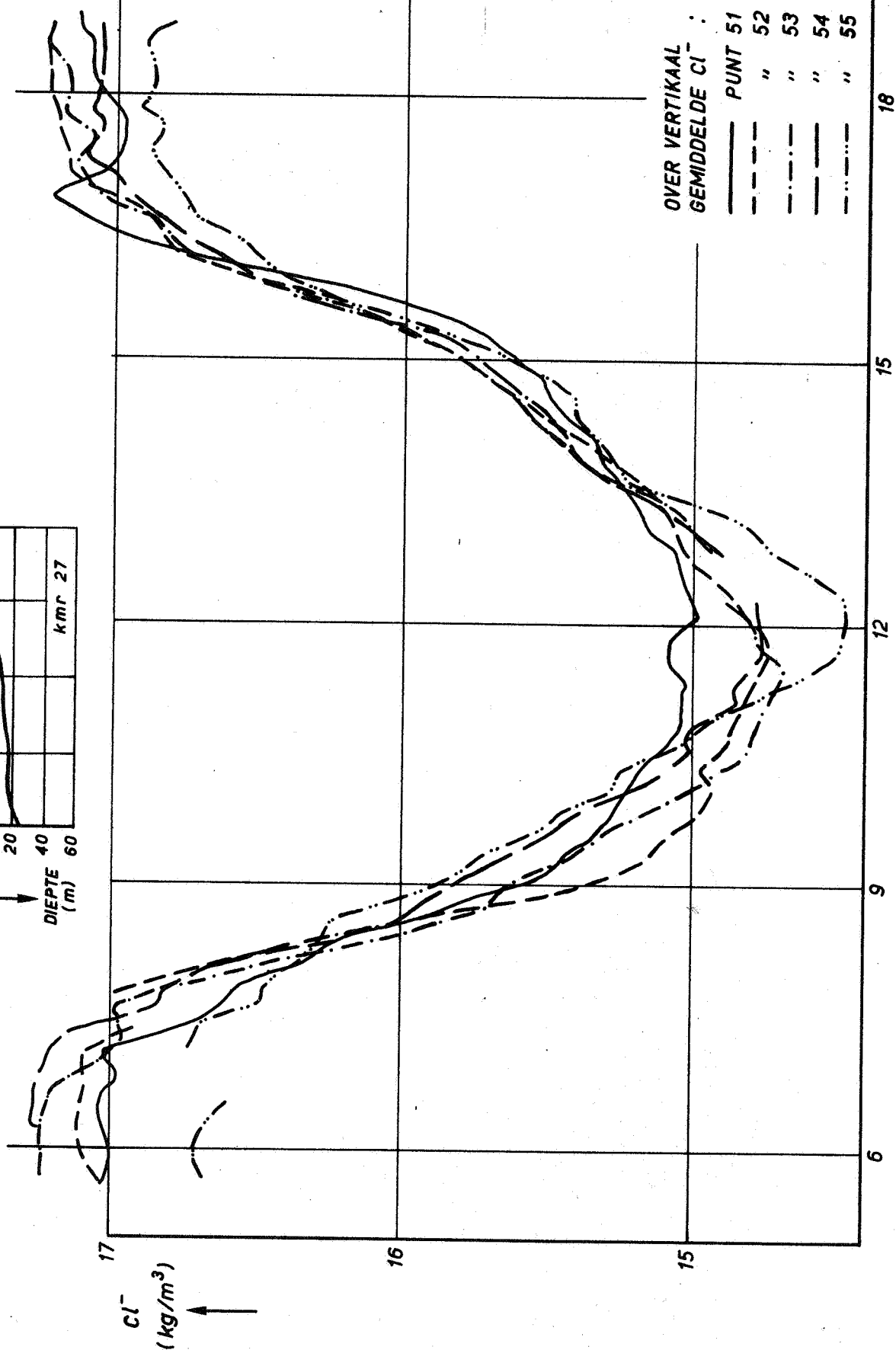
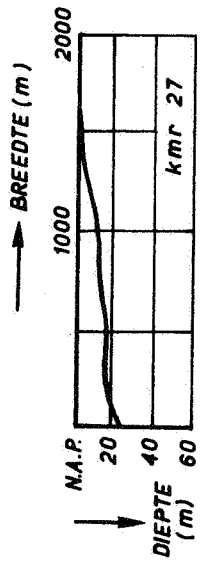
RAAI 4

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2933

FIG. 18



OVER VERTIKAAL
GEMIDDELDE Cl^- :

- PUNT 51
- - - " 52
- · - · " 53
- - - " 54
- · - · " 55

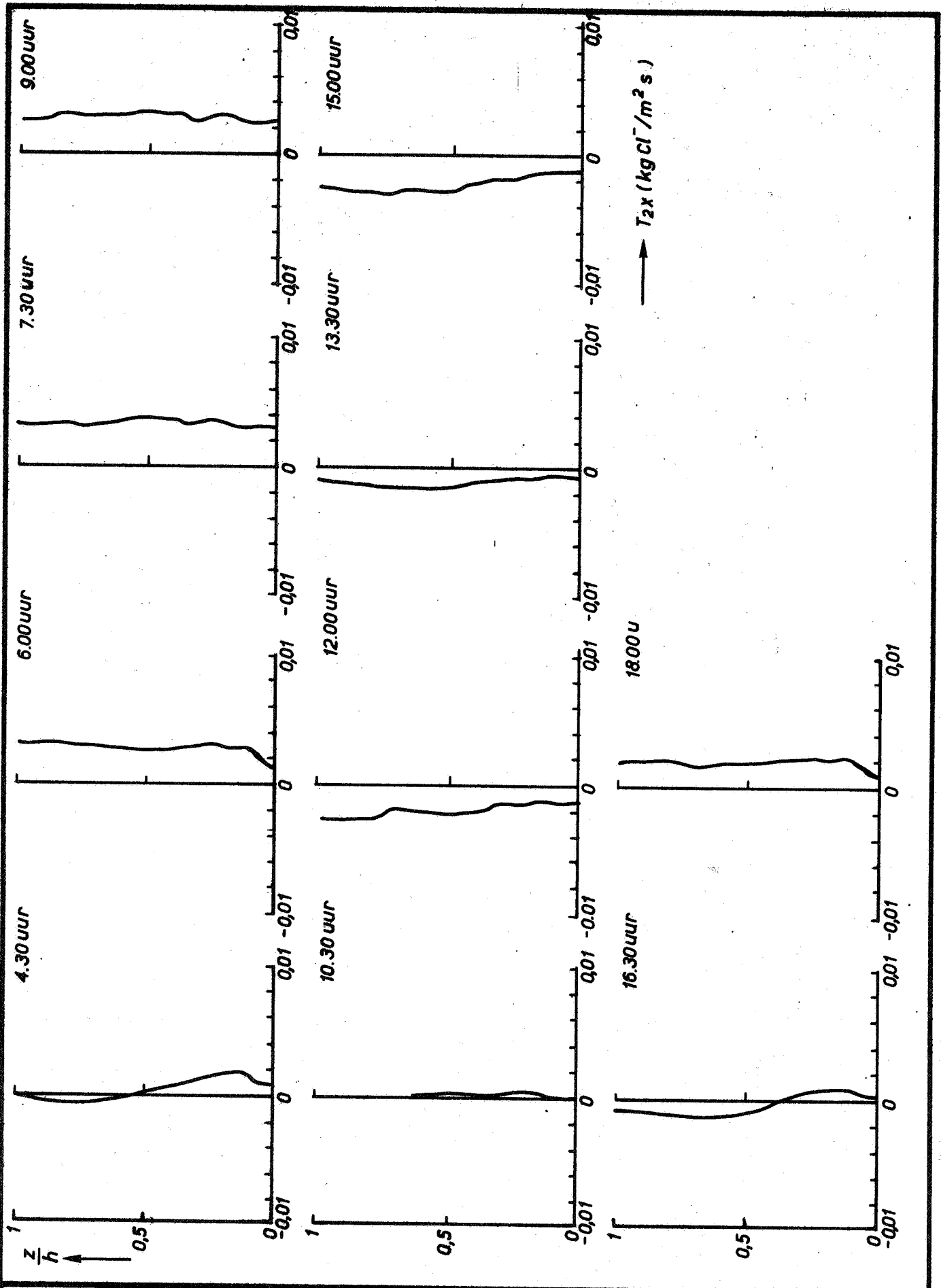
ZOUTMETINGEN KEETEN-VOLKERAK 16-8-1977

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2934

FIG.19

A4



T_{2x} - PROFIELEN IN VOLKERAK 16 - 8 - 1977

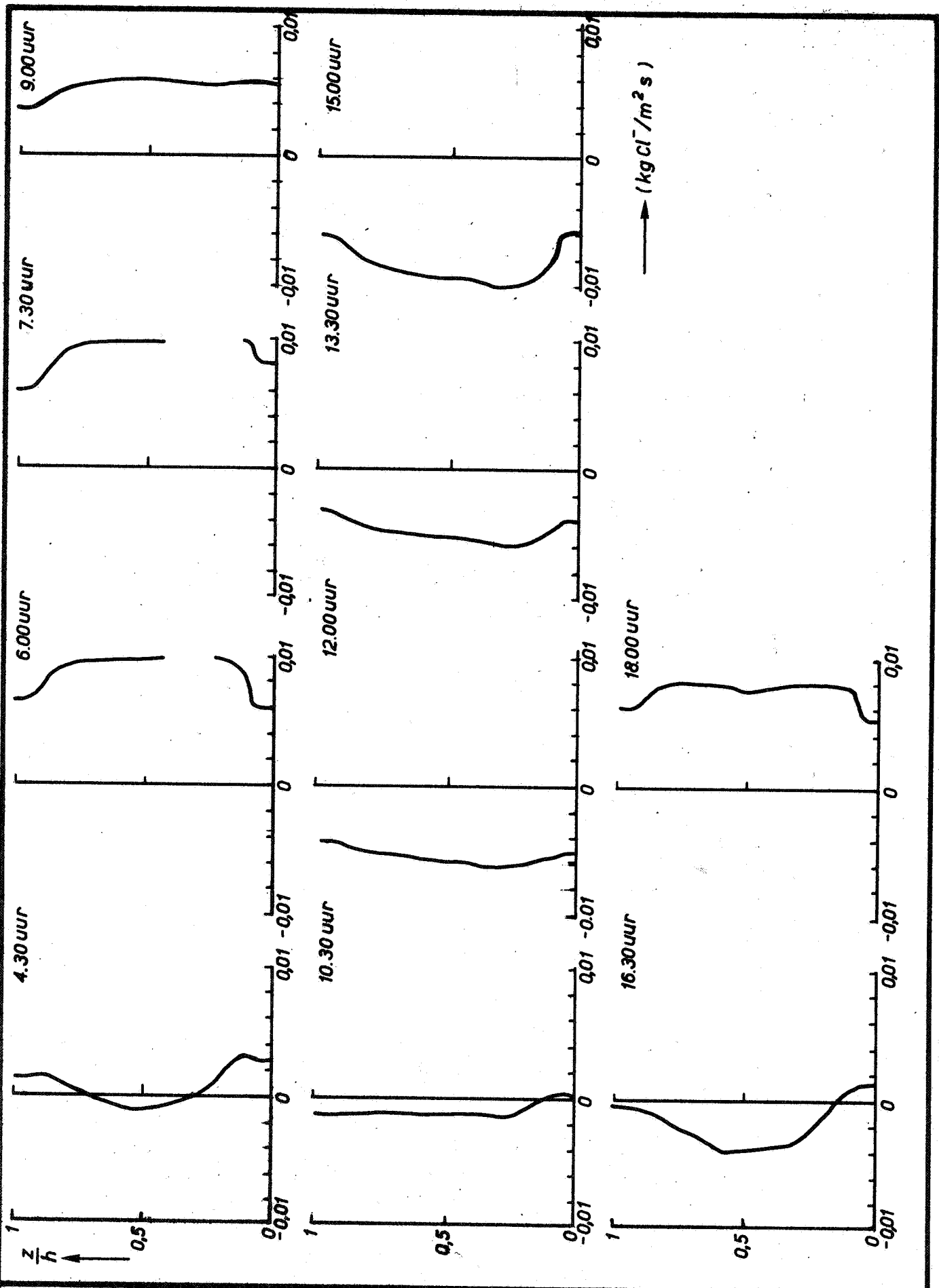
RAAI 4

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896 - 2935

FIG. 20



T_{2x} - PROFIELEN IN MASTGAT 16-8-1977

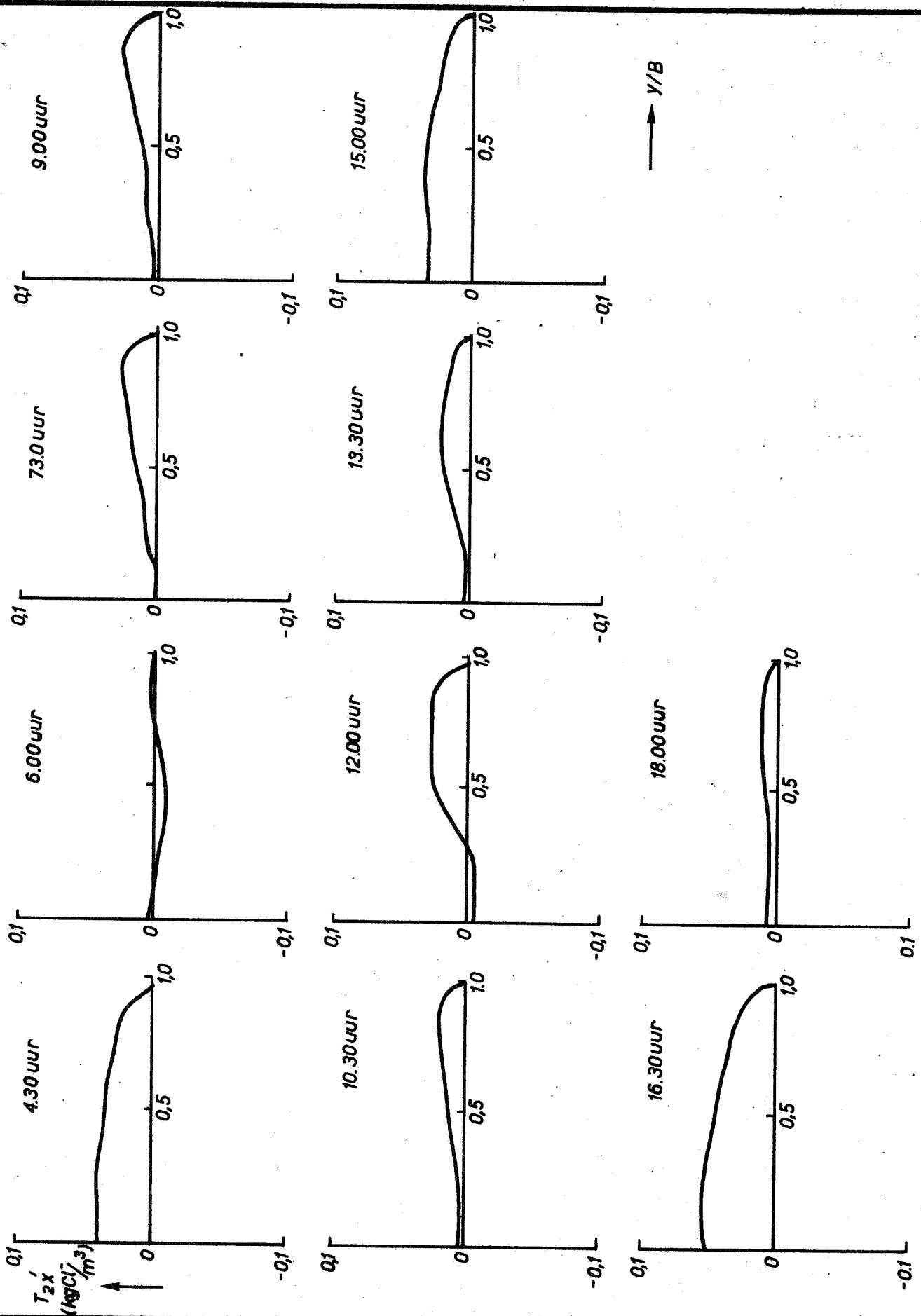
RAAI 13

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-2936

FIG.21



T_{2x}' - DWARSVERDELING IN VOLKERAK 16-8-1977

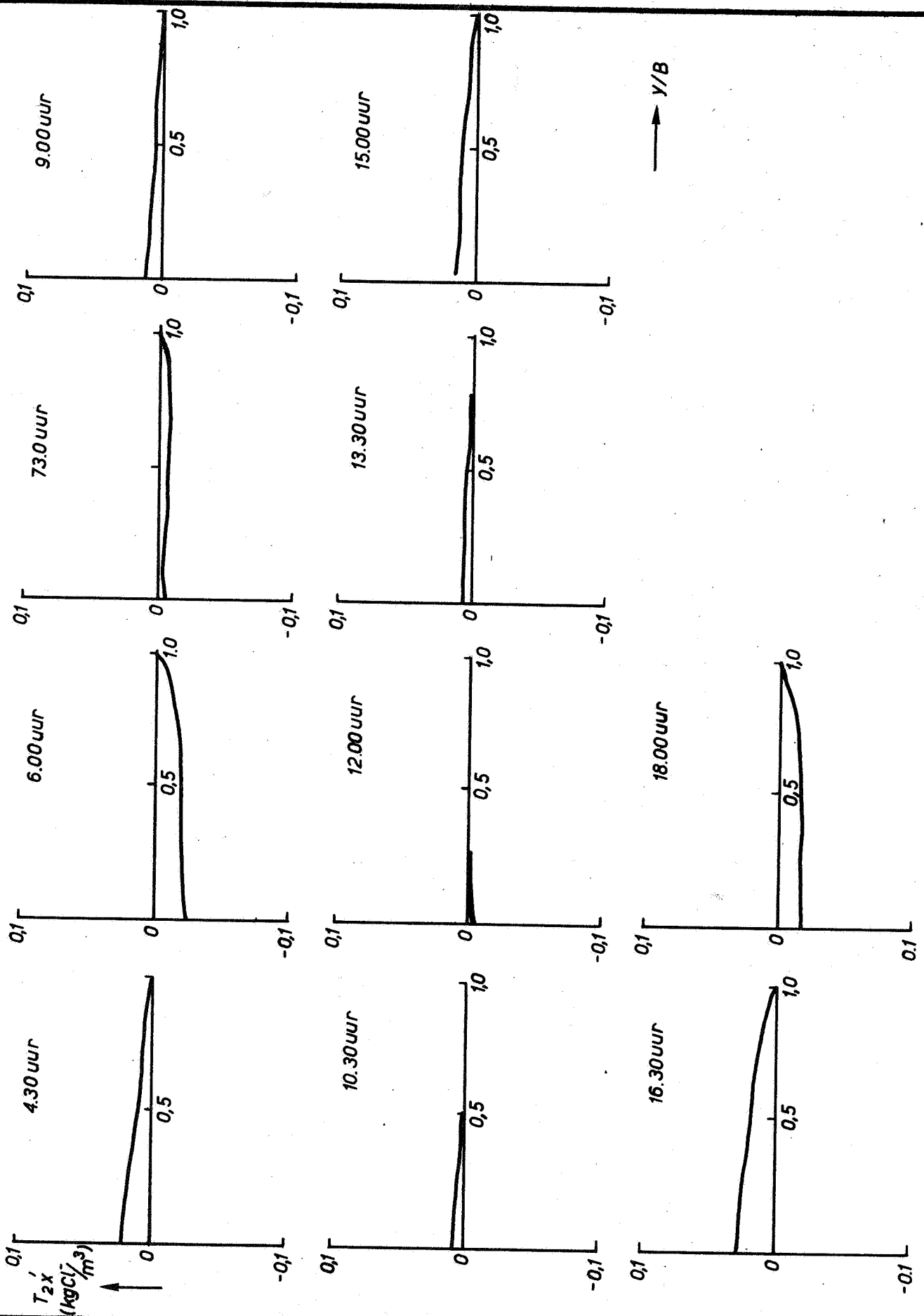
RAAI 4

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896-2937

FIG.22



T_{2x}' - DWARSVERDELING IN MASTGAT 16-8-1977

RAAI 13

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896-2938

FIG.23

Handwritten mark or signature in the top right corner.

p.o. box 177

2600 mh delft

the netherlands