

Onderzoek beddingvormen  
bij zandtransport

H. Vermaas

Rapport no. R/1980/01/H

Technische Hogeschool Delft

Afdeling Civiele Techniek

Vakgroep Vloeistofmechanica

Onderzoek beddingvormen  
bij zandtransport

H. Vermaas

Februari 1980

1. Inleiding	
1.1 Algemeen	1
1.2 Probleemstelling	1
1.3 Probleemaanpak	2
1.4 Conclusies	2
2. Experimenten	
2.1 Doelstelling	4
2.2 Opzet van de experimenten	
2.2.1 Keuze van de proefomstandigheden	6
2.2.2 Beschrijving van de goot in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica	8
2.2.3 Uitvoering	11
2.3 Metingen	
2.3.1 Analyse van de doelstelling	12
2.3.2 Keuze van de meetapparatuur	15
2.3.3 Uitvoering van de metingen	16
2.4 Problemen tijdens de metingen	18
2.4.1 Menselijk falen	18
2.4.2 Falen van de apparatuur	19
2.5 Adviezen voor toekomstige experimenten	
3. Verwerking	
3.1 Aanpak	21
3.2 Eerste bewerking	
3.2.1 Digitaliseren	22
3.2.2 Programma Tabellen (1)	22
3.2.3 Gegevensonderzoek	24
3.2.4 Programma Tabellen (2)	25
3.2.5 Programma Bojarski, gesimuleerd profiel	26
3.3 Definitieve resultaten	27
3.3.1 Verhangen, waterdieptes, Chézy-waarden en varianties	28
3.3.2 Duinlengtes en duinhoogtes	30
3.3.3 Autocorrelatiefuncties	32
3.3.4 Kruiscorrelatiefuncties	34
3.3.5 Kansdichtheidsfunctie van het bodemprofiel	34
3.3.6 Energiedichtheidspectrum	35

3.4	Enige exeraties t.b.v. de interpretatie van de resultaten	
3.4.1	Trendvariatiies	37
3.4.2	Verschillende spectra	39
3.4.3	Onafhankelijkheid der metingen	39
3.5	Overgang van randvoorwaarde	40
3.6	Conclusies	40
4.	Toetsing van stabiliteitsanalyses	
4.1	Inleiding	43
4.2	Stabiliteitsanalyse	44
4.2.1	Anderson, A.G.	44
4.2.2	Kennedy, J.F.	48
4.2.3	Reynolds, A.J.	54
4.2.4	Hayashi, T.	57
4.3	Toetsing van stabiliteitsanalyses aan de resultaten van de experimenten	62
4.4	Conclusies	63
5.	Transportbepaling	
5.1	Inleiding	64
5.2	Overzicht van enkele transportformules	65
5.3	Probleemstelling en analyse	71
5.4	Stroming over een duin	72
5.5	Het lokale transport	78
5.5.1	Transport van individuele deeltjes	82
5.5.2	Concentratievertikaal	83
5.5.3	Transport, beschreven met globale grootheden	90
5.6	Toepasbaarheid	92
5.7	Toetsing aan metingen	95
5.8	Conclusies en aanbevelingen	97
	<i>Referenties</i>	99
	<i>Lijst van belangrijke symbolen</i>	102
	<i>Appendix</i>	105

## Bijlagen

2.1	Zeefanalyse
2.2	Zeefkromme
2.3 - 2.4	IJkgrafiek/tabel meetflenzen
2.5	Meetgegevens experimenten
2.6	Registratie gegevens
3.1 - 3.16	Resultaten experimenten
3.1 - 3.8	gootbreedte 1.50 m - T1 en T2
3.9 - 3.12	gootbreedte 0.30 m - T100 (voorlopige result.)
3.13 - 3.16	gootbreedte 0.50 m - T101 (voorlopige result.)
3.17	Bodemprofielregistratie
3.18 - 3.29	Resultaten experimenten
3.18 - 3.21	gootbreedte 0.30 m - T100 (definitieve result.)
3.22 - 3.25	gootbreedte 0.50 m - T101 (definitieve result.)
3.26 - 3.29	gootbreedte 0.30 m - T100 (tussen result.)
3.30 - 3.31	Waterspiegel- en bodemverhang tijdens de metingen
3.32	Spectrum van gesimuleerd profiel
3.33	Enkele grootheden als functie van B/h
3.34 - 3.42	Duinlengte-histogrammen voor breedte 0.30 m, 0.50 m en 1.50 m
3.34 - 3.36	profiel 1
3.37 - 3.39	profiel 2
3.40 - 3.42	profiel 3
3.43 - 3.48	Duinhoogte-histogrammen voor breedte 0.30 m, 0.50 m en 1.50 m
3.43 - 3.44	profiel 1
3.45 - 3.46	profiel 2
3.47 - 3.48	profiel 3
3.49 - A,B	Cumulatieve kansdichtheidfunctie
3.49	Som der kwadraten; Parameters log - normale verdeling
3.50 - 3.52	Individuele autocorrelatiefunctie, breedte 0.30 m en 0.50 m
3.50	profiel 1
3.51	profiel 2
3.52	profiel 3
3.53 - 3.55	Gemidd. autocorrelatiefunctie, breedte 0.30 m en 0.50 m
3.53	profiel 1
3.54	profiel 2
3.55	profiel 3

- 3.56 - 3.58 Gemidd. kruiscorrelatiefunctie, breedte 0.30 m  
en 0.50 m
- 3.56 profiel 1
- 3.57 profiel 2
- 3.58 profiel 3
- 3.59 - 3.62 Kansdichtheidsfunctie bodemprofiel t.o.v. trend
- 3.59 individueel profiel 2
- 3.60 - 3.62 gemidd. profiel 2, breedte 0.30 m en 0.50 m
- 3.63 - 3.64 Individuele spectra, breedte 0.30 m en 0.50 m
- 3.65 - 3.67 Gemidd. spectra, breedte 0.30 m. 0.50 m en 1.50 m
- 3.68 - 3.78 Gemidd. bodemverhang als functie van meetsectielengte  
breedte 0.30 m, 0.50 m en 1.50 m
- 3.79 Spectrum tot aan vouwfrequentie
- 3.80 - 3.87 Individuele spectra van data mét en zónder trend
- 3.80 - 3.90 Individuele spectra van data mét en zónder  
Hanning-Window
- 3.91 Correlatie tussen opeenvolgende metingen
- 3.92 Overgang resultaten
- 5.1 Meting stroom over een duin
- 5.2 Schuifspanningsverdeling over een duin
- 5.3 Transportlaagdikte als functie van schuifspanning,  
excentriciteit en concentratieverdeling
- 5.4 Resultaten van berekeningen
- 5.5 Resultaten van berekeningen T9 - T17

## 1. Inleiding

### 1.1 Algemeen

In het kader van het afstudeerwerk voor het ingenieursexamen van de Technische Hogeschool te Delft, is bij de vakgroep Vloeistofmechanica een onderzoek verricht betreffende beddingvormen bij zandtransport. Het onderzoek kan globaal worden omschreven als

- (i) Onderzoek naar de invloed van de gootbreedte op de beddingvormen die op een alluviale bodem onder invloed van een waterstroom ontstaan;
- (ii) Onderzoek naar een transportformule voor zand, wanneer uitgegaan wordt van een bodemregistratie.

Voor het onderzoek zijn experimenten uitgevoerd. Bij het uitvoeren van deze experimenten is gebruik gemaakt van de faciliteiten van het Laboratorium voor Vloeistofmechanica, terwijl voor de verwerking van de metingen een computerprogramma van het Waterloopkundig Laboratorium is gebruikt.

Dit onderzoek is begeleid door Prof.dr.ir. M. de Vries en Ir. J.S. Ribberink, waarbij zij de stimulans hebben gegeven om het onderzoek op enkele kritieke momenten door te zetten.

### 1.2 Probleemstelling

Het onderzoek valt zoals vermeld in twee delen uiteen.

Het onderzoek naar de breedteinvloed van de goten komt voort uit de resultaten van metingen die zijn verricht in het Waterloopkundig Laboratorium. Hierbij werden over de gootbreedte bezien, veranderingen in gemiddelde bodemverhang, bodemhelling, duinlengten en duinhoogten waargenomen (zie Bogirski (1977)). Bij nadere analyse van de resultaten leken er drie-dimensionale stromingen op te treden, die mogelijk deze veranderingen in breedte richting veroorzaakten. Het onderzoek van de idee dat er een duidelijke dominante duin op een gootbodem optreedt, was door dit "veranderen" van de bodem niet mogelijk. Als gevolg van deze resultaten rees de vraag of een versmalling van de goot "verbetering" van de resultaten zou geven. Dit is nader onderzocht. De probleemstelling wordt hiermee als volgt:

- (i) Welke invloed heeft de gootbreedte op de zandbodem?
- (ii) Kan in een smalle goot een dominante golf worden waargenomen en is de rest van de beddingvormen, wanneer deze golf wordt afgetrokken een ruissignaal?

Wanneer een goot of rivierbodem wordt bekeken blijken er duinen en ribbels op aanwezig te zijn. Het effect van deze beddingvormen op het zandtransport wordt tot nu toe buiten beschouwing gelaten of na een kunstgreep verdisconteerd. Echter, het lijkt logisch te veronderstellen dat er een duidelijk verband tussen dit transport en de beddingvormen bestaat, zodat de probleemstelling hiermee wordt: Wat is het zandtransport wanneer de beddingvormen bekend zijn en tevens het debiet en de gemiddelde waterdiepte zijn gemeten?

### 1.3 Probleemaanpak

Een zandbodem heeft in het algemeen een helling en een ruwheid. Daarbij bevinden er zich ribbels en duinen op deze bodem. Voor het onderzoek van de gootbreedte invloed kunnen het verhang, de ruwheid en de duinen worden bestudeerd.

Hiervoor zijn experimenten uitgevoerd in goten met verschillende breedten. De overige randvoorwaarden zijn hierbij gelijk gehouden, zodat optredende verschillen slechts een gevolg waren van de verschillen in gootbreedte. Voor het bestuderen van de bodemprofielen zijn histogrammen van de optredende duinlengten en duinhoogten bepaald in 3 lengte-raaien. Daarnaast zijn ook de autocorrelatiefuncties, kruiscorrelatiefuncties en spectra bepaald van deze lengteprofielen. Om betrouwbare resultaten te verkrijgen zijn bij iedere proefomstandigheid 20 onafhankelijke registraties van de 3 lengte-raaien verricht. De proefomstandigheden werden bepaald door de proeven die reeds bij het Waterloopkundig Laboratorium waren uitgevoerd.

In hoofdstuk 4 wordt een overzicht gegeven van bestaande stabiliteitsanalyses waarbij uitgegaan wordt van wiskundige modellen voor de water- en zandbeweging. Er is een poging gedaan deze theorieën m.b.v. de uitgevoerde experimenten te toetsen.

Bij het onderzoek naar de relatie tussen het transport en de beddingvorm is uitgegaan van eenvoudige korreleevenwichtsbeschouwingen, waarbij voor de overdracht van de schuifspanning van het water naar de bodem is uitgegaan van de hypothese van Bagnold (1954). Door gebruik te maken van het werk van Vittal (1977) en Raudkivi (1976) is een relatie gezocht tussen de stroming en de schuifspanningsverdeling over een duin. Hiermee is een relatie gevonden tussen de stroming en het gemiddelde zandtransport uitgaande van een gemiddelde duinlengte en duinhoogte.

### 1.4 Conclusies

Met enkele conclusies kunnen de meer belangrijke resultaten van het onderzoek



worden samengevat.

- (i) De gootbreedte heeft invloed op iedere gemeten grootheid gehad.
- (ii) Bij toename van de gootbreedte van 0.30 m tot 1.50 m namen de duinlengtes en duinhoogtes gemiddeld met 35% toe.
- (iii) Met behulp van het spectrum kan geen dominante golf worden waargenomen.
- (iv) Stabiliteitsanalyses kunnen niet worden gebruikt om voorspellingen te doen over optredende duinlengtes.
- (v) Uitgaande van een gemiddelde duin zijn eenvoudige relaties afgeleid waarmee het gemiddelde sedimenttransport met een nauwkeurigheid van  $\pm 25\%$  kan worden bepaald.

## 2. Experimenten

### 2.1 Doelstelling

Reeds vele jaren worden er in laboratorium omstandigheden onderzoeken verricht, waarin het transport van bodemmateriaal, in het bijzonder het bodemtransport wordt onderzocht. Deze onderzoeken worden meestal verricht om inzicht te krijgen in het verband tussen de grootte van het transport en de verschillende stroom- en sedimentparameters. Daarnaast worden er ook studies verricht waarin de bodemliggingen en de optredende bodemconfiguraties, de beddingvormen, centraal staan.

De metingen van het transport, de beddingvormen en de verschillende parameters vinden vrijwel altijd plaats in een stroomgoot waarin een stationaire situatie aanwezig is, dat wil zeggen het debiet, het zandtransport en de gemiddelde bodemligging zijn constant in de tijd.

Ten opzichte van een "reële" situatie, bijvoorbeeld een kronkelende rivier, biedt een rechte stroomgoot met een stationaire situatie voor het onderzoek van het verschijnsel zandtransport vele voordelen.

Enkele voordelen zijn:

- (i) Het zandtransport wordt opgelegd met behulp van de toevoer en is dus bekend. Tevens kan het getransporteerde zand met behulp van een zandvang zeer nauwkeurig worden gemeten t.o.v. de metingen met bodemtransportmeters in rivieren.
- (ii) De verschillende parameters, zoals debiet, zandtransport, korrelverdeling en temperatuur, kunnen onafhankelijk worden gevarieerd.
- (iii) De verschillende grootheden, zoals de waterdiepte en de watersnelheid, kunnen in laboratoriumomstandigheden zeer nauwkeurig worden gemeten.
- (iv) De "versturende" invloed van een rivierregime, waardoor er in een rivier vrijwel nooit sprake is van een stationaire situatie, is (bij constante toevoer) uitgeschakeld.
- (v) Voor de rechte goot wordt het veranderen van de stroming en de invloed hiervan op het transport en op de bodem uitgeschakeld.

Een ander voordeel, dat in sommige situaties als een beperking kan worden gevoeld, is dat:

- (vi) Veranderingen in de stromingsrichting, zoals veranderingen in het dwarsprofiel en veranderingen in de samenstelling van het bodemmateriaal meestal buiten beschouwing moeten worden gelaten.

Wanneer de verschillende laboratoriumopstellingen worden vergeleken is het opvallend dat er geen twee opstellingen aan elkaar gelijk zijn. De wijze, waarop het zand en het water worden toegevoerd en afgevoerd, is verschillend. Het maximaal mogelijke debiet is steeds anders. En de maximaal mogelijke waterdiepte en de lengte van de goot variëren sterk. Het meest opvallende is echter het grote verschil in de breedte van de goten, tussen 0.10 m en 2.00 m.

Wanneer deze breedtes worden vergeleken met de breedtes van rivieren van ongeveer 50 m tot enkele kilometers, dringt zich de vraag op of een interpretatie van de resultaten met laboratorium proeven voor werkelijke rivieren mogelijk is.

Is de breedte van een rivier of een goot zo onbelangrijk voor het bodemtransport en de beddingvormen dat in zeer smalle gootenproeven gedaan kunnen worden?

In het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" is een serie proeven uitgevoerd met het doel om te onderzoeken of er zich in een bepaalde stroomsituatie op een alluviale bodem een geheel spectrum aan beddingvormen manifesteert, dan wel of er sprake is van één dominante beddingvorm, een duin met een bepaalde lengte en hoogte, met daarnaast nog secundaire storingen (ruis). De bodemligging werd vastgelegd door in drie lengteraaian het bodemprofiel te meten.

Sommige metingen van de bodemliggingen geven zeer onverwachte resultaten. Wanneer met behulp van een kleinste-kwadraten-procedure de gemiddelde hellingen worden berekend, blijken in één meting de hellingen in de drie raaien ongelijk te zijn en tevens in de tijd te variëren. De variatie van de helling van het middenprofiel is beduidend geringer dan de variatie van de hellingen van de twee buitenprofielen. Soms komen er in de buitenprofielen hellingen voor die tegengesteld zijn aan de stroomrichting.

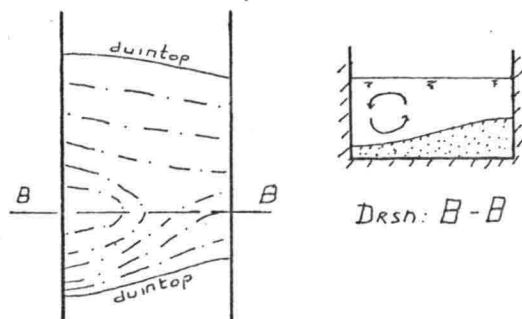


Fig. 2.1 Bovenaanzicht bodem met  
hoogtelijnen en doorsnede  
B-B met secundaire stroming

Dit verschijnsel wordt geweten aan de sterke invloed van de secundaire stromingen in de goot op het zandtransport en de beddingvormen. De grootte van deze invloed lijkt in grote mate bepaald te worden door de breedte van de goot en de waterdiepte (zie Fig. 2.1).

Omdat de goot in het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" tamelijk breed is, 1.50 m, is de vraag gesteld wat de invloed is van een smallere goot op de bovengenoemde verschijnselen en op de beddingvormen.

Deze vraag vormt de basis van het uitgevoerde onderzoek. De doelstelling van het onderzoek kan als volgt worden geformuleerd.

Het doel van het onderzoek is de invloed van de gootbreedte op de beddingvormen te analyseren en tevens te onderzoeken of de idee van de dominante golf, met ruis, als beddingvorm gestaafd wordt door metingen in een "smalle" goot.

Het onderzoek van de betrouwbaarheid van de verkregen resultaten vormt hierbij een secundaire doelstelling.

## 2.2 Opzet van de experimenten

### 2.2.1 Keuze van de proefomstandigheden

Wanneer er proeven in een goot worden uitgevoerd, waarbij zandtransport, met name bodemtransport, optreedt, kunnen er in de proef 2 fases worden onderscheiden:

- a) de fase waarin nog geen stationaire situatie aanwezig is en
- b) de evenwichtsfase.

ad.a) Bij het starten van een proef zal de bodem in het algemeen vlak zijn. Na verloop van tijd ontstaan er op de bodem ribbels en duinen. De ruwheid van de bodem verandert hiermee, zodat ook de waterdiepte, het waterspiegelverhang en de watersnelheid veranderen. De duinen zullen verder groeien en de waterdiepte etc. beïnvloeden totdat er een evenwichtssituatie ontstaat.

ad.b) De evenwichtsfase ontstaat wanneer de bodem gemiddeld niet meer erodeert of sedimenteert. Ook groeien de duinen niet meer en blijven de waterdiepte, de watersnelheid en het waterspiegelverhang gemiddeld over de lengte van de goot constant in de tijd. In de evenwichtsfase zal tevens de hoeveelheid zand die uit de goot komt gemiddeld over een tijdsinterval gelijk zijn aan de hoeveelheid zand die wordt toegevoerd.

Het beeld van de stroming en de beddingvormen, dat in de evenwichtsfase optreedt, wordt bepaald door verschillende randvoorwaarden. Wanneer er van wordt uitgegaan dat de verschijnselen in de proeven ergodisch zijn, d.w.z. dat bij dezelfde randvoorwaarden gemiddeld in de tijd altijd dezelfde evenwichtssituatie optreedt zijn deze "randvoorwaarden":

- het debiet per eenheid van breedte
- de dichtheid van het water
- de viscositeit van het water

"Waterrandvoorwaarden"

- het zandtransport per eenheid van breedte
- de dichtheid van het zand "zandrandvoorwaarden"
- de korrelverdeling van het zand
- de breedte van de goot "gootrandvoorwaarden"
- de ruwheid van de gootwanden

Om de invloed van de gootbreedte op de beddingvormen te kunnen analyseren, moeten er proeven worden uitgevoerd waarbij de gootbreedte varieert en de overige "randvoorwaarden" gelijk zijn.

#### *Keuze van de randvoorwaarden*

In het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" (W.L.) zijn proeven uitgevoerd in een goot waarvan de breedte gelijk is aan 1.50 m. (zie Bogirski (1976)). Deze proeven vormen het startpunt van de analyse. In het laboratorium van Vloeistofmechanica van de Technische Hogeschool te Delft (L.v.Vl.) is een goot beschikbaar waarvan de maximale breedte gelijk is aan 0.50 m. Het onderzoek kan worden verricht door in de smallere goot van het L.v.Vl. proeven uit te voeren waarbij alle overige randvoorwaarden gelijk zijn aan de randvoorwaarden van de proeven die in het W.L. zijn verricht. Er zijn hierbij evenwel twee beperkingen die aan de proeven moeten worden opgelegd.

- In het L.v.Vl. kan geen goter debiet worden afgevoerd dan  $0.050 \text{ m}^3/\text{s}$ . Over een goot met een breedte van 0.50 m betekent dit  $q_{\text{max}} = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ .
- De maximaal mogelijke waterdiepte in de goot bedraagt ongeveer 0.25 m à 0.30 m.

De proeven van het W.L. die hieraan voldoen zijn:

- $T_1 - q = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  en  $S = 0.0122 \text{ m}^2/\text{s}$
- $T_2 - q = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  en  $S = 0.0123 \text{ m}^2/\text{s}$
- $T_4 - q = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$  en  $S = 0.0118 \text{ m}^2/\text{s}$
- $T_5 - q = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$  en  $S = 0.0114 \text{ m}^2/\text{s}$

In het L.v.Vl. zijn proeven verricht met deze bovengenoemde, randvoorwaarden, in de goot met een breedte van 0.50 m en in een versmalde goot met een breedte van 0.30 m. Helaas zijn de metingen van de proeven, die vergelijkbaar waren met  $T_4$  en  $T_5$ , niet gerealiseerd zodat uiteindelijk de invloed van de breedte maar in één stroomsituatie is onderzocht, n.l. bij de gootbreedtes 1.50 m., 0.50 m. en 0.30 m. met de randvoorwaardes  $q = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  en  $S = 0.0122 \text{ m}^2/\text{s}$ .

De dichtheid van het water en de viscositeit van het water zijn beide een functie van de watertemperatuur. Aangezien in de laboratoriumproeven de temperatuur tussen 10 °C en 25 °C ligt, is de variatie van de dichtheid zeer gering en kan de dichtheid van het water als constant worden beschouwd. De viscositeit van het water is daarentegen sterk afhankelijk van de watertemperatuur, b.v.:

$$\nu = 1.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ bij } T = 10^\circ\text{C}$$

$$\nu = 0.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ bij } T = 25^\circ\text{C}$$

met  $\nu$  = kinematische viscositeit en  $T$  = temperatuur.

Om deze randvoorwaarde, de viscositeit, constant te houden moet dus de temperatuur constant worden gehouden. Dit is echter zowel in het L.v.Vl. als in het W.L. onmogelijk. De watertemperatuur loopt in beide laboratoria tijdens de proeven langzaam op omdat de pompen hun warmte afstaan aan het water. De watertemperatuur in het W.L. wordt daarnaast nog beïnvloed door het seizoen. Tijdens de proeven is, omdat de viscositeit mogelijk de beddingvormen beïnvloedt, de temperatuur geregistreerd.

Om te kunnen voldoen aan de eis van gelijke dichtheid en gelijke korrelverdeling van het bodemmateriaal bij de verschillende proeven, is steeds hetzelfde zand gebruikt. In bijlage 2.1 is de zeefanalyse en in bijlage 2.2 de zeefkromme van het zand weergegeven, waaruit blijkt dat:

$$D_{16} = 710 \text{ } \mu\text{m}$$

$$D_{50} = 760 \text{ } \mu\text{m}$$

$$D_{84} = 815 \text{ } \mu\text{m}$$

De gootwanden in het W.L. bestaan uit glazen platen in een stalen frame-  
werk. De gootwanden in het L.v.Vl. bestaan deels uit glazen platen en deels uit  
glad beton. De afwerking is in beide goten zodanig dat er nauwelijks verstoringen  
door naden etc. ontstaan. Door de gladde wanden en de gladde afwerking in beide  
goten kan in de twee goten een gelijke wandruwheid worden verwacht. In het W.L.  
blijkt de equivalente zandruwheid voor de wanden ongeveer 0.0004 m te bedragen  
(zie R. 657-VIII). Deze waarde zal ook voor de wanden van de goot in het L.v. Vl.  
worden aangehouden.

### 2.2.2 Beschrijving van de goot in het laboratorium voor Vloeistofmechanica

In het L.v.Vl. is een lange stroomgoot aanwezig waarin proeven kunnen worden

uitgevoerd, waarin zandtransport optreedt. Bij deze goot kunnen verschillende onderdelen worden onderscheiden, die tijdens de proeven ieder een eigen specifieke functie hebben. Deze onderdelen in functies zijn in volgorde van stromingsrichting (zie Fig. 2.2):

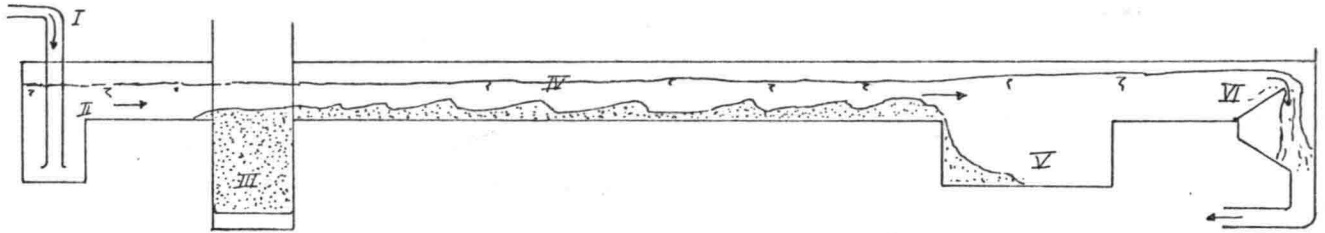


Fig. 2.2 Goot in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica

- Het toevoersysteem van het water (I). De toevoer van water vindt plaats door een buis die verbonden is met een hoog geplaatste bak, waarin door pompen een constant waterniveau wordt gehandhaafd. In de buis heerst zodoende bij een bepaald debiet een constante druk. In de toevoerbuis zijn een meetflens en een afsluiter geplaatst. Op de meetflens zijn twee drukmeters aangesloten die resp. de druk voor en achter de flens meten. Van de meetflens is de relatie bekend tussen het debiet door de buis en het drukverval over de meetflens. Deze relatie, de ijkcurve, wordt gebruikt om een bepaald debiet in te stellen. Met de afsluiter kan de doorstroomopening en daarmee het debiet door de buis worden geregeld. Zo kan het gewenste debiet worden ingesteld door te zorgen dat het bijbehorende drukverval over de meetflens aanwezig is. Bijlage 2.3 en 2.4 zijn de ijkcurven van de flensen die zijn gebruikt om een debiet van 30 l/s (bij gootbreedte 0.30 m) resp. 50 l/s (bij gootbreedte 0.50 m) in te stellen.
- De woelbak en het aanloopstuk (II). Wanneer het water uit de toevoerleiding komt, heeft het een hogere snelheid en een andere stromingsrichting dan het uiteindelijk in de goot zal hebben. Hierdoor wordt er een sterke turbulentie opgewekt. Om in het gootgedeelte waar het zandtransport plaatsvindt over de gehele lengte dezelfde interactie mogelijkheid debiet-zand te hebben, moet het water bij het bereiken van dit gedeelte een evenwichtssnelheidsvertikaal hebben. Dit wordt bereikt door de turbulentie in de woelbak uit te laten dempen en met het aanloopstuk in het water een logaritmisch snelheidsprofiel te laten ontstaan. Voor een totale aanpassing van het snelheidsprofiel is in het algemeen een afstand nodig gelijk aan 40 maal de waterdiepte. Bij de uitgevoerde proeven betekent dit een afstand van ca. 8.00 m. Het aanwezige aanloopstuk is slechts 6.00 m lang zodat de lokale aanpassing tot een logaritmische snelheidsprofiel in het aanloopstuk nog niet heeft plaatsgevonden.

In par. 2.3 wordt nader op de gevolgen hiervan ingegaan.

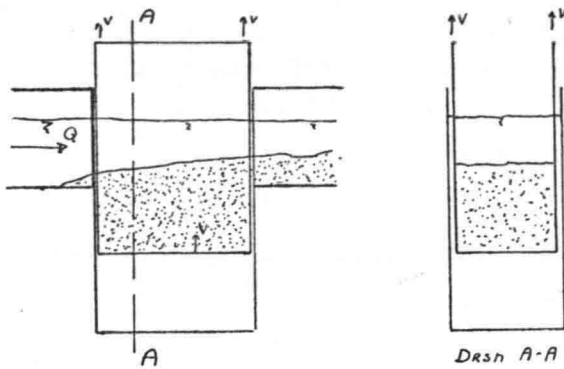


Fig. 2.3 Zandlift

De zandlift.

De toevoer van bodemmateriaal wordt geregeld met de zandlift. De zandlift (zie Fig. 2.3) bestaat uit een bewegend deel en een vast gedeelte. Het bewegende deel heeft een bodem en twee wanden. Deze wanden sluiten aan op de gootwanden. Het vaste deel is een bak waarin het bewegende deel vertikaal kan bewegen. Deze beweging vindt plaats langs geleiders die op

de bak zijn bevestigd.

Vóór de start van een proef wordt het beweegbare deel in het vaste deel geplaatst en wordt de bak, gevormd door de wanden van het beweegbare deel en de kopwanden van de bak, gevuld met zand.

Tijdens een proef wordt het bewegende deel met behulp van een elektromotor langzaam naar boven bewogen zodat de zandbodem in de lift t.o.v. zandbodem in de goot naar boven komt. Het zand wordt aan het water aangeboden voor transport. Wanneer het zand niet wordt getransporteerd, is de zandbodem ter plaatse van de lift gestegen. De waterdiepte neemt daardoor af en daarmee neemt de watersnelheid toe. Het stijgen van de zandbodem zal zolang doorgaan totdat de aangeboden hoeveelheid zand door het water wordt afgevoerd. Dit betekent dat de watersnelheid ter plaatse van de lift zodanig is dat de hoeveelheid zand die per tijdseenheid wordt aangeboden gelijk is aan de hoeveelheid zand die per tijdseenheid kan worden getransporteerd.

De hoeveelheid zand die per tijdseenheid wordt aangeboden wordt bepaald door de snelheid waarmee de lift omhoog wordt bewogen. Omdat het water en de zandbodem in de goot zich altijd zo zullen aanpassen dat de aangeboden hoeveelheid zand gelijk is aan de getransporteerde hoeveelheid zand, wordt het zandtransport dat uiteindelijk in de goot optreedt, opgelegd door het aanbod en dus door de snelheid waarmee de lift beweegt.

- De goot, waarin het zandtransport plaatsvindt. De afmetingen zijn: lengte = 22.50 m; basisbreedte = 0.50 m; hoogte = 0.50 m. Voor het uitvoeren van de proef met gootbreedte 0.30 m zijn in de goot betonplaten geplaatst zodat de



breedte van 0.50 m tot 0.30 m werd teruggebracht. (Deze procedure heeft ook in de zandlift en in het aanloopstuk plaatsgevonden).

In een deel van de goot worden de metingen uitgevoerd. Hier zijn ook de meetinstrumenten aangebracht.

Bij de start van een proef wordt in de goot een zandpakket op de bodem gelegd. Dit pakket is vlak, dus zonder ribbels en duinen. Het wordt meestal wel onder een helling gelegd opdat de evenwichtssituatie zo snel mogelijk wordt bereikt. De dikte van het pakket wordt zodanig gekozen dat de gootbodem tijdens een proef nooit zal blootkomen. De dikte moet dus minimaal de duinhoogte zijn.

- De zandvang. In het verlengde van het gootgedeelte waarin het transport plaatsvindt bevindt zich de zandvang. De zandvang is een bak waarvan de bodem ongeveer 1 meter lager ligt dan de gootbodem. Door het grotere stroomvoerende profiel dat de zandvang hierdoor heeft, is de watersnelheid er veel lager dan in de goot. Met deze lagere snelheid kan niet meer dezelfde hoeveelheid zand worden getransporteerd als in de goot. De snelheid is zelfs zo laag dat al het aangevoerde zand op de bodem van de zandvang blijft liggen.
- De overlaat en het waterafvoersysteem. Achter de zandvang bevindt zich het uitloopstuk van de goot met daarin een klep die fungeert als een vrije overlaat. De stand van de klep bepaalt het waterniveau voor de klep en dus het waterniveau in de goot.

Het overstortende water komt in een pijp met afsluiter en hierna via een parallelgoot in het retoursysteem van het laboratorium. Door de afsluiter dicht te draaien wordt de waterafvoer gestopt. Hiermee kan worden voorkomen dat wanneer de watertoevoer stopt of wordt gestopt, de goot leegloopt (waarvoor een verstoring van beddingvormen zou plaatsvinden).

### 2.2.3 Uitvoering

Nu de experimentele omstandigheden vastliggen, kan met de uitvoering ervan worden begonnen. De goot wordt gevuld met een zandpakket. De te verwachten waterdiepte is volgens de metingen van het W.L. ongeveer 0.20 m., zodat bij de aanwezige gootwandhoogte van 0.50 m een zandpakket mogelijk is met een dikte van 0.20 m à 0.25 m.

Daar de duinhoogte maximaal 0.10 m zal bedragen, is dit pakket ruim voldoende om ontbloting van de bodem te voorkomen. Omdat uit de metingen van het W.L. de gemiddelde bodemhelling in de evenwichtssituatie bekend is, is om deze evenwichtssituatie snel te bereiken, het zandpakket zo goed mogelijk volgens deze helling in de goot aangebracht.

Vervolgens wordt de zandlift gevuld en de zandbodem wordt in de lift op het niveau van de zandbodem in de goot gebracht. Nadat de goot, om verstoringen van het aangebrachte zandbed te voorkomen, *langzaam* is gevuld met water, worden de toe- en afvoer van water in werking gesteld en wordt de lift ingeschakeld. Zowel de vereiste liftsnelheid als het vereiste debiet zijn reeds van tevoren ingesteld; de liftsnelheid op 4.63 cm/h en het debiet op 0.050 m<sup>3</sup>/s bij gootbreedte 0.50 m of op 0.030 m<sup>3</sup>/s bij gootbreedte 0.30 m.

De stand van de klep aan het eind van de goot wordt nu zo gekozen dat er na het starten van de proef in het midden van de goot de in de evenwichtsfase te verwachten waterdiepte aanwezig is. Hierna wordt de stand van de klep tijdens de proef niet meer gewijzigd.

Na ongeveer 10 stromingsuren is de zandlift leeg en dan wordt deze gevuld. Tegelijkertijd wordt de zandvang geledigd. Dit wordt na iedere 10 stromingsuren herhaald.

## 2.3 Metingen

Voordat er metingen kunnen worden gedaan, is het nodig te weten welke metingen er verricht moeten worden. Hiervoor is een nadere analyse van de doelstelling noodzakelijk. Hieruit zullen dan het soort metingen en het aantal metingen moeten volgen. De keuze van de meetapparatuur en het verrichten van de metingen is daarna de volgende stap.

### 2.3.1 Analyse van de doelstelling

Zoals in par. 2.1 is vermeld is de doelstelling van het onderzoek het analyseren en registreren van de invloed van de gootbreedte op de beddingvormen.

De proeven die worden uitgevoerd verschillen slechts in gootbreedte van de proeven T<sub>1</sub> en T<sub>2</sub> van het W.L.

Bij de analyse van de resultaten van de proeven zal dan ook een vergelijking plaatsvinden tussen de resultaten van de proeven  $T_1$  en  $T_2$  en de resultaten van de proeven in de goot met een breedte van 0.50 m en 0.30 m. De soort metingen, voor zover het de registratie van het verschijnsel betreft, wordt dan ook bepaald door de metingen die in het W.L. zijn verricht.

Deze metingen zijn:

- meting van het debiet
- meting van de zandtoevoer
- meting van de zandafvoer
- meting van de watertemperatuur
- meting van het waterspiegelverhang
- registratie van de bodemprofielen in drie lengte raaien.

Opmerkingen betreffende de metingen:

- de meting van het debiet wordt uitgevoerd ter controle van het vereiste debiet.
- de meting van de zandtoevoer wordt uitgevoerd om te controleren of er een constante hoeveelheid zand wordt toegevoerd.
- de meting van de zandafvoer is noodzakelijk om te controleren of de evenwichts-situatie in de goot tijdens evenwichtsmetingen gehandhaafd blijft.
- de meting van de watertemperatuur wordt verricht omdat de waterviscositeit invloed kan hebben op de beddingvormen.
- de metingen voor het waterspiegelverhang en de bodemprofielregistraties moeten plaatsvinden ten opzichte van een bepaald referentievlak opdat uit de metingen de gemiddelde waterdiepte kan worden berekend.

Naast deze metingen ter registratie van het verschijnsel in de evenwichtsfase, moeten er in de fase die hieraan vooraf gaat zowel metingen worden verricht ter controle van de constante toevoer van zand en water, als ook metingen om vast te stellen of er van een evenwichtssituatie gesproken kan worden. Het criterium voor de evenwichtssituatie is dat gemiddeld over een zekere periode, b.v. 10 stromingsuren, de afvoer van bodemmateriaal gelijk is aan de toevoer ervan en dat bovendien in die periode het gemiddelde bodemniveau constant blijft, hetgeen bij constante waterdiepte gelijk is aan het constant blijven van het waterniveau.

Het is nu duidelijk welke metingen er moeten worden verricht. Om de aantallen van de metingen te kunnen vaststellen en de tijdstippen waarop deze moeten worden verricht, te kunnen bepalen is een verdere analyse van de doelstelling nodig.

Met de registratie van de bodemprofielen wordt getracht de invloed van de gootbreedte op de beddingvormen te onderzoeken. De beddingvormen bestaan uit ribbels en duinen. De ribbels treden spontaan op en zijn onafhankelijk van de gootbreedte. De analyse richt zich zodoende op de duinen. De duinen op een zandbodem zijn onregelmatig. Zowel de lengte als de hoogte variëren voor de verschillende duinen aanzienlijk. Om enige zinnige analyses van de optredende duinen bij de verschillende gootbreedtes te kunnen maken, kan zodoende niet worden volstaan met de registratie van één duin maar zijn vele duinen (noodzakelijk) vereist. Dit betekent of een meting in een zeer lange goot waarin vele duinen aanwezig zijn, of meerdere metingen in een goot met beperkte lengte, en zodoende met een beperkt aantal duinen. De lengte van de goot in het L.v.Vl. is beperkt zodat er meerdere metingen noodzakelijk zijn. Wanneer voor de analyse meerdere metingen worden gebruikt is het gewenst dat de metingen onderling onafhankelijk zijn omdat dan iederemeting de maximaal mogelijke informatie levert.

Voor het verrichten van deze metingen kunnen steeds nieuwe proeven worden gedaan waarvan in de evenwichtssituatie steeds één registratie wordt gemaakt. De onafhankelijkheid van de metingen is hierbij volmaakt. De tijd die hiermee gemoeid zou zijn, zou enorm zijn: 20 metingen zouden 1500 à 2000 stromingsuren vergen.

Gelukkig hebben de duinen die zich op de gootbodem vormen een plezierige eigenschap: de duinen planten zich voort over de gootbodem en veranderen hierbij van vorm. De lengte en de hoogte van de duinen veranderen tijdens het voortplanten. De identiteit van een duin verdwijnt langzaam en er ontstaan nieuwe duinen. Wanneer er voldoende tijd is verstreken, is de "oude" duin niet meer te herkennen en zijn er op de zandbodem allemaal nieuwe duinen aanwezig. Wanneer hiervan weer een registratie wordt gemaakt, worden er duinen geregistreerd die onafhankelijk zijn van de duinen uit de vorige registratie.

Bij het W.L. is voor de tijd tussen 2 metingen een periode van 2 stromingsuren aangehouden. Dezelfde periode van 2 uur wordt hier aangehouden. Echter, controle van de onafhankelijkheid van de metingen is noodzakelijk.

Een ander onderdeel van de doelstelling is de lokalisatie van een eventuele dominante (duin)golflengte tussen ruis. Hiervoor wordt een spectraalanalyse van de bodemregistraties gemaakt.

De betrouwbaarheid van het spectrum dat hierbij gevonden wordt, hangt af van het aantal vrijheidsgraden van het spectrum (zie par. 3.2). De grootte van de betrouwbaarheidsintervallen blijkt snel af te nemen, wanneer het aantal vrijheidsgraden stijgt tot ongeveer 40. Wanneer het aantal vrijheidsgraden nog meer stijgt is de afname van de grootte van de betrouwbaarheidsintervallen veel geringer. Met ca. 40 vrijheidsgraden wordt zodoende op een efficiënte wijze (niet te veel metingen) een "betrouwbaar" spectrum verkregen. Wanneer er 40 vrijheidsgraden worden geëist en er tevens het maximaal mogelijke onderscheidend vermogen (de maximum-correlation lag = registratielengte, zie ook par. 3.2) wordt gevraagd, zijn er 20 metingen nodig.

Het aantal duinen dat dan geregistreerd wordt zal bij een gemiddelde duinlengte van ca. 1 m. en een meetsectielengte van 10 à 20 m tussen 200 à 400 duinen bedragen, hetgeen voldoende lijkt om uitspraken te kunnen doen over de duinlengte en de duinhoogte bij de verschillende gootbreedtes.

Er moet hier nog een opmerking worden gemaakt over de registratielengte. Zoals in par. 2.2.2 is opgemerkt, is het snelheidsprofiel bij het bereiken van de lift nog niet geheel aangepast. Dit zal van invloed zijn op de duinen die in het begin van de goot ontstaan. De duinen zullen daar, onder de andere stroomomstandigheden dan elders in de goot, andere afmetingen hebben dan de duinen elders in de goot. Daarnaast speelt in het begin van de goot nog het verschijnsel dat de duinen er ontstaan en groeien. Als de duinen een bepaalde afstand hebben afgelegd zijn ze pas volgroeid. Voor het onderzoek naar de duinlengtes en -hoogtes is een registratie van de bodem nodig, waarin gemiddeld over de hele lengte dezelfde duinen voorkomen. Vanaf welk punt in de goot aan deze voorwaarde wordt voldaan is met oog op het eerder genoemde groeiverschijnsel en aanpassingsverschijnsel niet zondermeer te zeggen. Voor alle zekerheid zijn de registraties uitgevoerd vanaf 2.50 m na de zandlift, waar zeer waarschijnlijk de groei van de duinen nog aanwezig is.

### 2.3.2 Keuze van de meetapparatuur

De te verrichten, in par. 2.3.1 vermelde, metingen worden als volgt uitgevoerd:

- Uit debiet wordt gemeten met de meetflens die in de toevoerleiding is geplaatst en verbonden is met een manometer.
- De snelheid van de zandlift wordt gemeten door op geregelde tijden de stand van de lift te bepalen met een peilnaald die het niveau aangeeft van een punt op de lift.
- De registratie van de drie bodemprofielen vindt in het W.L. plaats met drie

provo's (profielvolgers), die het bodemniveau vertalen in een voltageniveau en die dit voltageniveau doorgeven aan de registratieapparatuur. De provo's zijn daarbij geplaatst op een meetwagen, die tijdens de metingen met een constante geregelde wagensnelheid over de op de wanden geplaatste rails rijdt. De metingen in het L.v.Vl. vinden op een soortgelijke wijze plaats met dit verschil dat de registraties met slechts twee provo's worden uitgevoerd. Eerst worden beide provo's gebruikt voor de registratie van de beide buitenprofielen. Hierna wordt met één provo het middenprofiel geregistreerd. De voltageniveau's van de drie profielen worden vastgelegd met een zevensporige bandrecorder. Tijdens het rijden van de meetwagen over de gootwanden wordt door een lichtgevoelige cel, wanneer er een afstandswerk (een gat in de rails) wordt gepasseerd een signaal gegeven. Deze signalen, de afstandspulsen die na iedere afgelegde meter worden gegeven, zijn vereist voor de koppeling van de profielregistratie met de plaats in de goot. De afstandspulsen worden eveneens vastgelegd op een magneetband.

- Het waterspiegelverhang wordt gemeten met de peilnaaldaflezingen van twee statische buizen, die zijn aangebracht op de zijkant van het gootgedeelte waar het zandtransport plaatsvindt. De statische buizen bevinden zich resp. op 4.50 m en 20.50 m afstand van de zandlift.
- Het afgevoerde zand wordt uit de zandvang gezogen en in een bak onder water gewogen.
- Voor de meting van de temperatuur wordt een thermometer gebruikt.

### 2.3.3 Uitvoering van de metingen

De metingen die tijdens een proef worden verricht, kunnen worden gesplitst in:

- de metingen die bij het starten van de proef beginnen en
- de metingen die in de evenwichtssituatie worden uitgevoerd.

Bij het starten van een proef beginnen de metingen van het debiet, de liftsnellheid, het waterspiegelverhang en het getransporteerde zand. Voor het bereiken van de evenwichtssituatie zijn 70 à 100 stroomuren benodigd. Deze 70 stroomuren worden bereikt door per dag ongeveer 5 uur te stromen. (Het L.v.Vl. heeft geen automatische controlesysteem van de juiste voortgang van de proef zodat 's nachts stromen onmogelijk is.)

Bij het begin van een stroomdag wordt de stand van de lift genoteerd en de peilnaalden van de statische buizen worden geijkt. Zodra het water stroomt wordt de lift gestart.

De watertoevoer wordt vervolgens gecontroleerd met de aan de meetflens verbonden manometer en de ijkromme. Daarna wordt het waterniveau in de statische buizen bij stromend water bepaald zodat het waterspiegelverhang berekend kan worden. Aan het eind van een stroomdag worden deze metingen allemaal herhaald. Tevens wordt de gestroomde periode bepaald.

Na ongeveer 10 uren stromen is de zandlift leeg. Voor het vullen wordt de zandlift naar beneden gedraaid. Er wordt daarna precies die hoeveelheid zand in de lift gegooid die nodig is om de zandbodem in de lift weer op hetzelfde niveau te brengen van voor de vulprocedure. Tegelijk met het vullen van de zandlift wordt de zandvang geledigd en de hoeveelheid zand die in de zandvang aanwezig was wordt onder water gewogen.

Wanneer blijkt dat de toegevoerde hoeveelheid zand en de, in de zandvang opgevangen, afgevoerde hoeveelheid zand aan elkaar gelijk zijn en wanneer bovendien blijkt dat de waterspiegelhelling niet meer varieëert, wordt gesproken van een evenwichtssituatie.

Als de evenwichtssituatie na 70 à 100 stroomuren is bereikt, kunnen de profielmetingen beginnen.

Om de drie bodemprofielen te kunnen meten rijdt het platform tweemaal over de goot: éénmaal, wanneer de buitenprofielen worden geregistreerd en éénmaal, wanneer het middenprofiel wordt geregistreerd. De tijd die hiervoor nodig is bedraagt ongeveer 25 min.. Omdat de duinen, onder invloed van stromendwater, in 25 min. een aanzienlijke vervorming en verplaatsing ondergaan, is het voor het maken van een momentopname van de bodem noodzakelijk dat de stroming wordt stopgezet.

Bij het stopzetten van de stroming vinden dezelfde metingen plaats als de metingen die plaatsvinden bij het beëindigen van een stroomdag, d.w.z. de statische buizen worden afgelezen, de liftstand wordt bepaald en de watertoevoer wordt gecontroleerd.

Wanneer de stroming tot stilstand is gekomen, kunnen de profielmetingen beginnen. Allereerst worden de provo's geijkt zodat de relatie tussen bodemniveau en voltageniveau bekend is.

Hierna worden de profielen gemeten en met de bandrecorder op een magneetband vastgelegd. Ter controle van het door de provo's afgegeven signaal wordt de tijdens de meting afgegeven spanning met een schrijver zichtbaar gemaakt. Van de profielmetingen worden, voor eventuele latere controles, de beginspanning (= de spanning die de provo aan het begin van het profiel afgeeft) en de eindspanning (= de spanning die de provo aan het eind van het profiel afgeeft) genoteerd. Daarnaast wordt aan de meting een volgnummer toegekend en wordt de plaats van de meting op de magneetband vastgelegd.

Op bijlage 2.5 zijn de notities weergegeven voor de metingen die zijn verricht ter vaststelling en ter controle van de evenwichtssituatie. Op bijlage 2.6 zijn de notities betreffende de registraties van de profielen weergegeven.

## 2.4 Problemen tijdens de experimenten

Bij het uitvoeren van proeven in een laboratorium heeft men te maken met mensen en met apparatuur. De problemen die zich daarbij kunnen voordoen, kunnen dan ook worden gesplitst in het in gebreke blijven van mensen en het in gebreke blijven van de apparatuur. Een splitsing in deze twee groepen is nuttig omdat de eerste groep, de menselijke tekortkomingen, door een grote zorgvuldigheid te betrachten grotendeels voorkomen kunnen worden, terwijl er naast het goed onderhouden van de apparatuur niet veel kan worden gedaan om plotseling optredende gebreken te voorkomen.

### 2.4.1 Menselijk falen

De ernstigste fouten zijn die fouten die het experiment verstoren en een nieuwe start van het experiment noodzakelijk maken. Bij de uitgevoerde proeven waren dit de volgende fouten:

- Gedurende ca. 8 maanden is de bandrecorder verkeerd bediend zodat de proeven met de omstandigheden van  $T_1$ ,  $T_2$  en  $T_4$ ,  $T_5$  in de goten met breedte 0.30 m en 0.50 m wel waren uitgevoerd maar niet waren geregistreerd op een magneetband. Een dergelijke fout is eenvoudig te voorkomen door, nadat er één meting is verricht, deze meting direct geheel te verwerken en door de resultaten van deze verwerking te controleren op hun juistheid.
- Door de verkeerde stekker uit het stopcontact te trekken, werd de stroomtoevoer van de lift onderbroken. Daarmee werd de lift tijdens de proef stopgezet. De discontinuïteit in de zandtoevoer die daardoor ontstond, verstoorde de proef in ernstige mate zodat opnieuw starten noodzakelijk was.
- De stand van de klep aan het eind van de goot is eenmaal veranderd terwijl



de experimenten in volle gang waren. Hierdoor veranderde het waterniveau in de goot en werd de proef ernstig verstoord.

De minder ernstige fouten, die slechts een nieuwe meting of ijking noodzakelijk maakten, waren:

- Een verkeerde ijking van de provo's voor een meting. Dit wordt opgemerkt door na een meting nogmaals een ijking uit te voeren.
- Het omstoten van peilnaalden, zodat de stand t.o.v. het referentievlak veranderde. Met een nieuwe meting kan dit worden hersteld.

#### 2.4.2 Falen van de apparatuur

De gouden regel voor experimenten dat alles niet kapot kan gaan ook werkelijk kapot gaat, klopte bij deze proeven uitstekend. De meest ernstige gebreken, die de proef volkomen verstoorde, waren:

- Het uitvallen van de watertoevoer waardoor er tijdelijk schietend water in de goot optrad en
  - het uitvallen van de zandlift zodat er geen zandtoevoer meer plaatsvond.
- In beide gevallen is de proef opnieuw gestart.

Verder kunnen de provo's doorbranden, plotseling de zandbodem inschieten of tijdens een meting van ijkwaarde veranderen; de fotoelectrische cel kan weigeren; de meetwagen kan tijdens een meting plotseling blijven steken; de versterker, die het door de provo's afgegeven signaal versterkt en daarna doorstuurt naar de bandrecorder, kan doorbranden of op een verkeerde wijze werken. Deze mogelijke gebreken zijn allen opgetreden tijdens de proeven, maar ze zijn minder ernstig dan de eerder genoemde gebreken omdat de zandbodem, in evenwichtssituatie niet verstoord wordt en de meting nog opnieuw kan worden uitgevoerd.

#### 2.5 Adviezen voor toekomstige experimenten

Zonder te pretenderen alles over experimenteren te weten kunnen er enkele adviezen worden gegeven:

- (i) Overtuig de medewerkers van het laboratorium van het belang van de experimenten voor de experimentator en betrek hen bij de hele ophouwing en uitvoering van de experimenten zodat fouten door ongeïnteresseerdheid niet voorkomen.
- (ii) Werk bij een proef, voordat het gehele experiment wordt voltooid, eerst één meting uit en overtuig uzelf ervan dat de resultaten zodanig zijn als u gewenst en verwacht had.

- (iii) Wees achterdochtig bij het gebruik van apparatuur en verdacht op het verkeerde gebruik en het falen van de apparatuur.
- (iv) Vermenigvuldig de gecalculerde duur van de experimenten met 2 à 3 en u heeft de vermoedelijke duur van de experimenten.

### 3. Verwerking

#### 3.1 Aanpak

Bij de verwerking van de metingen staat de doelstelling weer centraal. "De metingen moeten zodanig worden verwerkt dat eventuele gootbreedte-invloeden op de beddingvormen kunnen worden waargenomen en dat een dominante golf kan worden gelokaliseerd". Daarnaast moet ook het gebruikte computerprogramma op de juiste (ver)werking worden gecontroleerd en moet de waarde van de resultaten worden bekeken.

Voor het opsporen van invloeden van de gootbreedte op de beddingvormen etc. zijn verschillende mogelijkheden:

- (i) duinlengte- en duinhoogte-onderzoek
- (ii) auto- en kruiscorrelatiefunctie-onderzoek
- (iii) spectrumonderzoek

Door het WL is voor het verwerken van de metingen die door het WL worden verricht, een computerprogramma ontwikkeld, dat naast de algemene grootheden van een meting, zoals verhang, gemiddelde diepte en gemiddelde snelheid, ook de nuldoorgangen, de extrema, de auto- en kruiscorrelatiefuncties van de 3 profielen bepaalt en het spectrum van het middenprofiel berekent. Dit computerprogramma, bekend onder de naam Bogirski, is dus bij uitstek geschikt voor het onderzoek van de invloed van de gootbreedte.

Omdat ook het WL geïnteresseerd is in de resultaten van de metingen die het L.v. Vl. zijn verricht, is besloten om dit computerprogramma te gebruiken als basis voor de verwerking van de metingen. Het programma is, om zo goed mogelijk aan de geformuleerde doelstelling te kunnen voldoen, op enkele plaatsen gewijzigd. Om vergelijking van de resultaten uit de verschillende goten mogelijk te maken, zijn zowel de metingen die zijn verricht in het L.v.Vl. als de metingen van het WL met het iet wat gewijzigde programma Bogirski verwerkt.

Het gebruik van het computerprogramma Bogirski is een erg kostbare zaak. De berekeningen van de autocorrelatiefuncties en de spectra zijn hier in hoge mate voor verantwoordelijk. Aler dan ook alle metingen in extenso te verwerken en zo veel geld uit te geven, is het raadzaam om een indruk te krijgen van de waarde en betrouwbaarheid van de te verwachten resultaten. Hiervoor kunnen de waarden van de "globale" grootheden zoals het bodemverhang en de gemiddelde diepte worden gebruikt.

Deze grootheden, tesamen met de duinhoogtes en duinlengtes kunnen op betrekkelijk goedkope wijze worden berekend. Voor dit doel is er bij het WL het computerprogramma Tabellen beschikbaar, dat is afgeleid van het programma Bogirski. Wanneer de resultaten, die met de verwerking met dit programma volgen, bevredigend zijn, kan de totale verwerking met Bogirski worden uitgevoerd.

Naast het verwerken van de metingen tot duinlengten en duunhoogten etc., zijn er ook enkele exercities uitgevoerd teneinde de waarde van de resultaten vast te stellen. In het bijzonder kregen hierbij de helling en het spectrum de aandacht, terwijl ook de onafhankelijkheid van de metingen is onderzocht. Zie hiervoor par. 5.4.

De aanpak die bij de verwerking is gevolgd is nu aldus:

- (i) globale verwerking met "Tabelen"
- (ii) verwerking met "Bogirski"
- (iii) onderzoek van enkele aspecten

In het navolgende zullen deze verschillende fases in de verwerking en de resultaten van de verwerkingen worden besproken.

## 3.2 Eerste bewerking

### 3.2.1 Digitaliseren

De metingen die als voltageniveau's analoog op de magneetbanden geregistreerd zijn, zijn m.b.v. een computerprogramma gedigitaliseerd. Dit digitaliseren is zodanig uitgevoerd dat er van één analoge profielmeting met meetlengte 20.00 m, 2001 equidistante bodemhoogtegetallen overbleven (bemonsteringsinterval is 0.01 m). De getallen voor de drie profielen uit één meting zijn tesamen met gegevens over de proef zoals nummer, datum, debiet, waterspiegelverhang etc. op magneetbanden opgeslagen. Deze magneetbanden vormden het gegevensbestand voor de computerverwerking.

### 3.2.2 Programma Tabellen (1)

Om een indruk te krijgen van de resultaten die uit de metingen kunnen en zullen volgen is allereerst het programma Tabellen gebruikt. De lengte van de meetsectie is hierbij maximaal gehouden: 20.00 m.

Het gebruikte bemonsteringsinterval bedraagt 0.05 m. Voorgrotere bemonsteringsintervallen dan 0.05 m ontstaan bij de beddingvormen die tijdens de proeven in de goten aanwezig waren, afwijkingen tussen de berekende en de werkelijk aanwezige verschijnselen, wanneer "werkelijk aanwezig" gelijk genomen wordt aan datgene wat men berekent bij een bemonsteringsinterval van 0.01 m (zie R 657-III (1977)). Een kleiner bemonsteringsinterval dan 0.05 m is veel duurder en niet veel nauwkeuriger omdat er in de uitgevoerde proeven een zeer sterke correlatie bestaat over de afstand 0.05 m. Bij alle verdere verwerkingen is ook als bemonsteringsinterval 0.05 m aangehouden.

De resultaten van de verwerking van de metingen met Tabellen, bijlage 3.1-3.29, zullen nu worden besproken.

- resultaten

Op bijlagen 3.1-3.8 zijn de resultaten voor de metingen, die in het WL zijn uitgevoerd weer gegeven. Bijlage 3.1-3.5 vermelden de volgende globale kenmerken van de metingen.

- nummer van de meting
- metingnummer per dag
- tijd waarop de meting is verricht
- gemiddelde waterdiepte
- gem. energieverhang
- gem waterspiegelverhang
- gem. bodemprofielverhang voor profielen 1,2 en 3
- gem. bodemprofielverhang voor 3 profielen gemiddeld
- equivalente zandruwheid van de bodem
- watertemperatuur
- Chézy-waarde

De resultaten lijken betrouwbaar want het bodemverhang en waterspiegelverhang zijn gemiddeld over alle metingen ongeveer gelijk. Dit was bij de definitie van de evenwichtssituatie als voorwaarde gesteld voordat de metingen konden worden verricht. Ook de resultaten op bijlagen 3.2-3.4 en 3.6-3.8 vertonen geen "vreemde" getallen zodat deze metingen nu met het "dure" programma verwerkt kunnen worden.

Op bijlagen 3.9-3.12 zijn de resultaten van de metingen in de 0.30 m brede goot gegeven (T 100  $\cong$  0.30 m; T 101  $\cong$  0.50 m). Ook hier lijken de resultaten redelijk; de bodemhelling is ongeveer gelijk aan het waterspiegelverhang.

(Het energieverhang is niet gemeten zodat de getallen die verschijnen geen waarde hebben).

De gemeten waterspiegelhelling blijkt echter niet gelijk te zijn aan de berekende helling. Tijdens het digitaliseren zijn naast de bodemgetallen ook wateroppervlakte getallen berekend uit de peilnaaldaflezingen en de coördinaten van de peilnaalden. De fout bleek te zitten in de opgegeven coördinaten van de peilnaalden.

Met de juiste coördinaten voor de peilnaalden volgen de resultaten voor de 0.50 m brede goot (T 101) op bijlagen 3.13-3.16. Hierbij blijken de hellingen voor de bodem en het wateroppervalk, gemiddeld over de metingen zeer veel te verschillen. Ook de Chézy-waarde die berekend wordt voor T 101, lijkt uit ervaring met andere proeven in het L.v.Vl. niet erg betrouwbaar. (Op deze bijlagen staan slechts de resultaten van 19 metingen, omdat bij het copieëren van de oorspronkelijke magneetbanden 1 meting is uitgewist).

De conclusie kan hier zijn dat verwerking van de gegevens zoals ze op de magneetbanden voor de computer beschikbaar zijn, niet tot bevredigende resultaten zal leiden.

Het gebruiken van het dure programma Boginski zou in deze fase van de verwerking dus inderdaad wat voorbarig zijn geweest. Nu is wel een controle van het gegevensbestand vereist.

### 3.2.3 Gegevensonderzoek

Bij het zoeken naar de oorzaak van de ongewenste resultaten is de weg die de gegevens hebben afgelegd van achter naar voren doorgenomen.

- Allereerst zijn uit het gegevensbestand de getallen van één profielmeting gebruikt voor een regressieanalyse. Resultaat: het met de regressieanalyse berekende verhang is gelijk aan de met Tabellen berekende verhang.
- Vervolgens is de stap "digitaliseren" geheel doorgenomen. Resultaat: alles is juist verwerkt.
- De volgende mogelijkheid was dat het copieëren van de originele band niet juist is uitgevoerd (voor het digitaliseren is gebruik gemaakt van een copie van de originele band). Om dit te onderzoeken is van een aantal profielen van de originele band met een schrijver een beeld gemaakt. Deze profielen zijn met de hand bemonsterd en de getallen van deze bemonstering, ongeveer 200 per profiel, zijn ge-

bruikt voor een regressie-analyse. Op bijlage 3.17 is een bemonsterd profiel weergegeven. Resultaat van de regressie-analyses: de met de hand bemonsterde profielen geven dezelfde verhang als door de computer was berekend uit het gegevensbestand.

Conclusie kan nu zijn: de verwerking is juist geweest; alleen de input voor de verwerking is anders dan verwacht werd.

Bij nadere beschouwing van de door de schrijver geproduceerde plaatjes van de verschillende profielen (zie bijlage 3.17) kan een opvallend verschijnsel worden waargenomen. Bij de meetsectielengte 20.00 m bevat de meetsectie in het begin duidelijk minder hoge duinenvormen dan in de rest van de meetsectie. In de meetsectie bevindt zich dus een gebied waarin de duinen nog groeien naar een soort evenwichtsgrootte. Bij een lengte van 20.00 m is er in de meetsectie geen gemiddeld homogene situatie aanwezig. Voor de verdere verwerking is dit echter wel een voorwaarde. De waargenomen discrepantie tussen de verhangen van wateroppervlak en bodem kunnen hierdoor wellicht verklaard worden.

Op grond van de bodemprofielfiguren is een meetsectielengte van 15.00 m gekozen. Het oorspronkelijke gedeelte van 0-5 meter blijft bij de verdere verwerking buiten beschouwing. De duinen in de overblijvende meetsectie lijken gemiddeld niet te groeien zodat er waarschijnlijk een homogene situatie in de nieuwe meetsectie aanwezig is.

#### 3.2.4 Programma Tabellen (2)

De verwerking van de metingen met het programma Tabellen en het gebruik van de meetsectielengte 15.00 m, geeft de resultaten zoals vermeld in de bijlagen 3.18-3.21 voor T 100 en bijlagen 3.22-3.25 voor T 101. (Bij T 100 zijn de metingen 120678-2 en 120678-4 weggelaten omdat de resultaten niet betrouwbaar worden geacht (zie bijlgen 3.26-3.29). De resultaten voor T 100 zijn zodanig dat bodem en wateroppervlak vrijwel evenwijdig lopen:  $1.960 \times 10^{-3}$  en  $1.967 \times 10^{-3}$ . De resultaten voor T 101 laten zien dat de bodem en het wateroppervlak niet geheel evenwijdig lopen:  $1.901 \times 10^{-3}$  resp.  $1.755 \times 10^{-3}$ . Omdat de gootbreedte bij T 101 groter is dan bij T 100 zal wellicht ook de aanpassingslengte bij T 101 groter zijn, zodat er bij dezelfde meetsectielengte, bij T 101 zich nog onvolgroeide duinen in de sectie kunnen bevinden, terwijl dat (blijkbaar) bij T 100 niet meer het geval is. De lengte van 15.00 m is dus wellicht te groot voor T 101. Bij de verder verwerking is echter toch een meetsectie van 15.00 m aangehouden.

Op bijlage 3.30-3.31 zijn de verhangen voor de verschillende metingen uitgezet bij een meestsectielengte van 15.00 m en 20.00 m. De resultaten voor de lengte 15.00 m zijn zodanig dat de verwerking met Bogirski kan worden uitgevoerd.

### 3.2.5 Programma Bogirski, gesimuleerd profiel

Voordat alle metingen zijn verwerkt, is eerst een gesimuleerd profiel gebruikt om de werking van het programma Bogirski te controleren.

Voor een driehoekig profiel op een bodemmet verhang, waarbij het eerste dal 0.40 m vanaf het beginpunt van de meestsectie ligt, worden de volgende resultaten verkregen.

	input	output
bodemhelling	$1.693 \times 10^{-3}$	$0.941 \times 10^{-3}$
bodemhelling referentiepunt	0.3860	0.3715
waterspiegelverhang	$0.785 \times 10^{-3}$	$0.785 \times 10^{-3}$
waterspiegelreferentiepunt	0.6646	0.6646
duinlengte	160 m	1.6299 m
duinhoogte	0.09 m	0.0872 m

Het meest opvallende bij deze resultaten is het grote verschil in opgegeven en berekende bodemhelling. Dit wordt alleen veroorzaakt door het bemonsteren en door het feit dat de duinen niet precies beginnen en eindigen bij het begin resp. het eind van de meetsectie, ofwel door een te klein aantal duinen in de meetsectie.

Voor een driehoekig profiel op een niet hellende bodem en met het eerste dal op het beginpunt van de meetsectie en een geheel aantal duinen (10) in de meetsectie, zijn de resultaten

	input	output
bodemhelling	0.00	$0.075 \times 10^{-3}$
bodemhellingreferentiepunt	0.40	0.398
waterspiegelverhang	0	0
waterspiegelreferentiepunt	0.80	0.80
spectrum	zie bijlage 3.32	

(duinlengte 1.50 m; duinhoogte 0.05 m).

De verwerking van een gesimuleerd profiel geeft aan dat de uitkomsten van de berekening van een gemiddelde bodemhelling o.a. afhankelijk zijn van de plaats van



de duinen in de meetsectie en van het bemonsteren.

Concluderend kan worden opgemerkt dat het programma Bogirski de gewenste bewerkingen naar behoren uitvoert.

### 3.3 Definitieve resultaten

De verwerking van de metingen heeft plaatsgevonden met het computerprogramma Bogirski. Voor een uitgebreide beschrijving van het programma en de werking van de verschillende subroutines is het rapport R 657 - III beschikbaar.

Omdat het programma een groot aantal verschillende berekeningen en bewerkingen uitvoert, wordt er per meting een aanzienlijke hoeveelheid uitvoer geproduceerd.

Het totale aantal metingen, 18 metingen bij gootbreedte 0.30 m, 19 metingen bij gootbreedte 0.50 m en 20 metingen bij gootbreedte 1.50 m geeft een grote hoeveelheid getallen uitvoer. Voordat er enig beeld van de resultaten kan worden verkregen, moeten de resultaten van de individuele metingen worden verwerkt tot totale en gemidd. uitkomsten. Hierna kan met een grafische weergave het best een beeld van de resultaten worden verkregen.

De belangrijkste bewerkingen, die door het programma worden uitgevoerd zijn de berekening en/of bepaling van:

- waterspiegelverhang
- bodemprofielverhang van profiel 1, 2 en 3 en gemiddelde van de 3 profielen
- gemiddelde waterdiepte
- Chézy coëfficiënt
- duinlengtes
- duinhoogtes
- variante- en standaardafwijking van de bodemprofielen 1,2 en 3 en het gemiddelde van de 3 profielen
- auto-correlatiefuncties voor profielen 1,2 en 3
- kruiscorrelatiefuncties 1-2, 1-3, 2-3
- kansdichtheidsfunctie voor de bodemniveaus van profiel 2
- energie dichtheidspectrum van profiel 2.

Zoals bekend vormen de resultaten van één meting geen compleet beeld van de verschijnselen die zich afspelen in de verschillende goten. Slechts de som en gemiddelden van alle uitkomsten creëren de mogelijkheden voor conclusies en interpretatie.

Voor een aantal grootheden zijn de gemiddelde resultaten al weergegeven in de tabellen van bijlagen 3.18-3.21 voor breedte 0.30 m, bijlagen 3.22-3.25 voor breedte 0.50 m en bijlagen 3.1-3.8 voor breedte 1.50 m. In tabel 3.1 zijn de belangrijkste resultaten uit deze tabellen verzameld. De resultaten van de verschillende bewerkingen zoals die door het programma Bogirski zijn uitgevoerd zullen nu worden besproken.

### 3.3.1 Verhangen, waterdiepten, Chézy-waarden en varianties

Bij dezelfde randvoorwaarden voor de proeven blijken bij toenemende gootbreedte de varianties van de bodemprofielen, gemeten t.o.v. het per individuele meting aanwezige bodemverhang, toe te nemen.

De bodem wordt hierdoor ruwer. De Chézy-waarde neemt af. Bij een ruwere bodem zal een gotere waterdiepte kunnen optreden en hiermede een geringer verhang voor zowel de waterspiegel als bodemprofielen. De zojuist geschetste volgorde van veranderingen bestaat niet echt omdat er sprake is van een continue wederzijdse beïnvloeding van zand en water. Er is een interactie tussen zand en water. Alles beïnvloedt alles. Toch geeft gegeven beeld een idee van de veranderingen die plaatsvinden.

De "gemeten" bodemprofielverhangen variëren aanzienlijk zodat de vraag rijst wat het nut is van het bepalen van een individueel verhang, en of de berekening van de helling met de kleinste kwadraten methode wel de beste methode is. En als dit de beste methode is, moeten de duinen etc. niet worden beschouwd t.o.v. de voor alle metingen gemiddelde helling? In par. 3.4 wordt hier nader op ingegaan.

Op bijlage 33 zijn enkele grootheden uitgezet als functie van de breedte/diepte verhouding. De getekende onderbroken lijnen zijn slechts getrokken om een beeld te geven van de veranderingen die plaats vinden bij het veranderen van de breedte en overigens dezelfde randvoorwaarden.

Opvallend is dat de spreiding in de resultaten van de metingen in de buitenprofielen groter is dan de spreiding voor het middenprofiel. De varianties voor het middenprofiel zijn het kleinst terwijl er een tendens is tot het toenemen van de variantie met de breedte.

De oorzaak hiervan zal waarschijnlijk zijn dat de driedimensionale stromingen sterker kunnen worden in een bredere goot. De invloed hiervan zal dan ook in een bredere goot groter zijn. Driedimensionale stromingen werken blijkbaar duinverhogend en wekken, zoals nog zal blijken, bodemprofielverschillen in de breedte op.

gootbreedte (m)	0.30	0.50	1.50
aantal metingen	18	19	20
gem. diepte (m)	0.182	0.185	0.198
gem. waterspiegelverhang	$1.967 \times 10^{-3}$	$1.755 \times 10^{-3}$	$1.580 \times 10^{-3}$
gem. bodemverhang			
profiel 1	$1.942 \times 10^{-3}$	$1.912 \times 10^{-3}$	$1.730 \times 10^{-3}$
profiel 2	$2.055 \times 10^{-3}$	$2.054 \times 10^{-3}$	$1.549 \times 10^{-3}$
profiel 3	$1.882 \times 10^{-3}$	$1.738 \times 10^{-3}$	$1.466 \times 10^{-3}$
gem. 3 profielen	$1.960 \times 10^{-3}$	$1.901 \times 10^{-3}$	$1.588 \times 10^{-3}$
Chézy-waarde ( $m^{1/2}/s$ )	35.9	34.0	30.0
temperatuur ( $^{\circ}C$ )	22.1	20.3	13.9
standaardafwijking			
profiel 1	2.03	2.48	3.59
profiel 2	1.82	2.11	2.78
profiel 3	1.86	2.26	3.38
gem. 3 profielen	1.90	2.28	3.25
gem. duinhoogte (cm)			
profiel 1	5.5	6.2	8.0
profiel 2	4.6	5.4	6.8
profiel 3	5.0	5.9	7.6
gem. duinlengte (m)			
profiel 1	1.01	1.10	1.78
profiel 2	0.96	1.08	1.21
profiel 3	1.01	1.14	1.81

Tabel 3.1 Enkele gemiddelde waarden voor de metingen bij 3 verschillende gootbreedten

### 3.3.2 Duinlengten en duinhoogten

Voordat de resultaten van de berekeningen worden besproken moeten de duinlengte en de duinhoogte worden gedefiniëerd.

Duinlengte: de lengte van een duin is gelijk aan de afstand tussen twee in één registratie aanwezige opeenvolgende opgaande nuldoorgangen van het bodemprofiel (door het gemiddelde bodemverhang).

Duinhoogte: de hoogte van een duin is daarbij gelijk aan de niveauwaarde van het hoogste punt minus de niveauwaarde van het laagste punt die zijn opgetreden tussen de twee opeenvolgende opgaande nuldoorgangen.

Bij het herkennen van een duin kan om, mogelijk verstorende, ribbels te filteren een minimum duinhoogte worden gebruikt. Op grond van waarnemingen tijdens de proef, is hier de grenswaarde 1.3 cm aangehouden.

De resultaten van de duinlengten zijn verzameld in de histogrammen op bijlage 3.34-3.42 en de resultaten van de duinhoogtes op de bijlage 3.43-3.48.

#### - duinlengtehistogrammen

Langs de horizontale as is uitgezet de duinlengte, met een klassebreedte van 0.05 m. Langs de verticale as is uitgezet het percentage van de waargenomen duinen met een duinlengte in het betreffende interval.

Wanneer de verschillende histogrammen worden bekeken kunnen de volgende verschijnselen worden waargenomen.

- (i) de spreiding in de duinlengten is groter voor de profielen 1 en 3 dan voor profiel 2.
- (ii) de spreiding in de duinlengten wordt groter naarmate de goot breder wordt, dit geldt voor de profielen 1, 2 en 3.
- (iii) het zwaartepunt van de histogrammen verschuift voor de bredere goten naar de grotere golflentten.

#### - duinhoogtehistogrammen

Langs de horizontale as is de duinhoogte uitgezet met een klassebreedte van 0.002 m. Langs de verticale as is uitgezet het percentage van de waargenomen duinen met een duinhoogte binnen het betreffende interval.

Wanneer de verschillende histogrammen worden bekeken kunnen de volgende ver-

schijnselen worden waargenomen:

- (i) de spreiding voor de waargenomen duinhoogten is groter voor de profielen 1 en 3 dan voor profiel 2.
- (ii) de spreiding in de duinhoogten wordt groter naarmate de goot breder wordt (dit geldt voor profiel 1,2 en 3).
- (iii) het zwaartpunt van de histogrammen verschuift voor de bredere goten naar de grotere duinhoogen.

Om deze verschijnselen te kwantificeren kan gebruik gemaakt worden van de eerder vermelde gemiddelde duinhoogten en duinlengten. Omdat de histogrammen een bepaalde vorm lijken te hebben, is onderzocht welke verdeling het best past bij de histogrammen. De parameter(s) van de verdeling kan dan worden gebruikt om de waargenomen verschijnselen te kwantificeren.

Allereerst is getracht door de histogrammen cumulatief uit te zetten op log-normaal en lineair-normaal verdeeld papier, de "beste" verdeling te bepalen. Zie bijlage 3.49 A en 3.49 B. Het zal duidelijk zijn dat de resultaten die hierbij verkregen worden, te weten, de 'betere' verdeling en de histogramparameters, worden bepaald door degene die de verwerking uitvoert en de keuze van de best aansluitende verdeling maakt. De resultaten zullen dan ook niet erg betrouwbaar zijn.

Daarna is met behulp van computerprogramma's onderzocht welke van de verdelingsfuncties, Rayleigh-, normale en log-normale verdeling, er het beste aansluit bij de gevonden histogrammen. De keuze van deze verdeling wordt hierdoor *minder* arbitrair maar hangt nu in feite af van de gevolgde procedure en het criterium dat bij de keuze wordt aangelegd. Als procedure is een niet-lineair kleinste-kwadraten programma gebruikt. Hoewel bekend is dat het aanvaarden of verwerpen van een bepaalde verdeling voor een reeks waarnemingen moet gebeuren op statistische gronden, d.w.z. met behulp van het toetsen van een nulhypothese, is dit hier vanwege de hoeveelheid werk ( een vrij uitgebreid computerprogramma moet worden geschreven ) niet gedaan. Slechts de kleinste som van de kwadratische afwijkingen is gebruikt als criterium voor de best aansluitende verdeling.

De resultaten voor "de som der kwadraten" zijn op bijlage 49 vermeld. De log-normale verdeling blijkt in vrijwel alle gevallen de "best aansluitende" verdeling te zijn. De resultaten voor de parameters van de log-normale verdeling zijn eveneens vermeld op bijlage 49. Hieruit blijkt dat zowel voor de duinhoogte als voor de duinlengteverdelingen dat

- (i) de parameters groter worden als de breedte toeneemt. Dit geldt zowel voor profiel 1,2 en 3 als voor de schattingen van het gemiddelde en de deviatie.

(ii) de parameters zijn beiden steeds groter in de buitenprofielen dan in het middenprofiel.

Deze resultaten komen overeen met de reeds eerder waargenomen verschijnselen. Voor profiel 2 zijn de verhoudingen van de schattingen voor het gemiddelde bij gootbreedten 0.30 m en 0.50 m, 0.30 m en 1.50 m resp. 0.50 m en 1.50 m.

Voor de duinlengten: 0.93 , 0.75 , 0.81;

Voor de duinhoogtes: 0.89 , 0.70 , 0.79.

De invloed van de breedte op duinen is dus nogal groot. Wanneer de gootbreedte van 0.30 m wordt vergroot tot 1.50 m, nemen de duinen ongeveer 43% in hoogte en 33% in lengte toe.

### 3.3.3 Autocorrelatiefunctie

De autocorrelatiefuncties van de bodemprofielen zijn bepaald voor het profiel t.o.v. de trend, d.w.z. de berekening heeft plaatsgevonden met bodemprofielgetallen waarvan de trend is afgetrokken.

De autocorrelatiefunctie geeft aan in welke mate er verband bestaat tussen een niveau op de plaats  $x_0$  en een niveau op de plaats  $x_0 + r\Delta x$ . De berekening heeft plaats gevonden met de formule:

$$C_{yy}(r\Delta x) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} y(n\Delta x) \cdot y((n+r)\Delta x) \quad (r = 0, 1, \dots, m) \quad (3.1)$$

waarin  $C_{yy}$  = autocovariantiefunctie

$\Delta x$  = bemonsteringsinterval

$r$  = lopende variabele

$N$  = totaal aantal bodemprofielbemonsteringen =  $\frac{L}{\Delta x} + 1$

$L$  = lengte meetsectie

$n$  = lopende variabele

$y(x)$  = bodemniveau op de plaats  $x$

$m\Delta x$  = maximale correlatielengte

De autocorrelatiefunctie wordt nu gevonden met:

$$R_{yy}(r\Delta x) = C_{yy}(r\Delta x) / C_{yy}(0) \quad (3.2)$$

waarin:  $R_{yy}$  = autocorrelatiefunctie.

Voor verder informatie over de berekening wordt verwezen naar Bogirski (1977). Voor interpretatie en nadere aspecten van autocorrelatiefuncties wordt verwezen naar Jenkins & Watts (1969), Bendat & Piersol (1971) en Koopmans (1974).

In bijlagen 3.50-3.52 zijn de autocorrelatiefuncties voor één meting bij de gootbreedte 0.30 m en één meting bij gootbreedte 0.50 m weergegeven. Een opvallend verschijnsel is dat de autocorrelatiefuncties bij gootbreedte 0.30 m voor de drie profielen vrijwel geheel gelijk zijn. Conclusie: de aanwezige beddingvormen zijn over de gehele breedte gelijk (0.30 m) of vrijwel gelijk.

Bij gootbreedte 0.50 m zijn de autocorrelatiefuncties voor de profielen 1,2 en 3 in grote mate verschillend. Vooral de autocorrelatiefuncties voor de profielen 1 en 3 verschillen sterk. Conclusie: de aanwezige beddingvormen zijn niet over de gehele breedte (0.50 m) gelijk.

De figuren van de over de metingen gemiddelde autocorrelatiefuncties, bijlagen 3.53-3.55, vertonen hetzelfde beeld. Gootbreedte 0.30 m: vrijwel gelijke autocorrelatiefuncties voor de profielen 1,2 en 3; gootbreedte 0.50 m: grote verschillen tussen de autocorrelatiefuncties voor de profielen 1,2 en 3.

Uit de plaatsen van de eerste nuldoorgangen kan worden afgeleid dat de invloed van de langere golven toeneemt bij grotere gootbreedten. De correlatiefuncties vertonen geen regelmatig patroon zodat er in de goten geen regelmatige duinenrijen aanwezig zullen zijn geweest. De waarde van de autocorrelatiefuncties is voor afstanden groter dan ongeveer 1.00 m vrijwel gelijk aan nul. Na 1.00 m voor gootbreedte 0.30 m en na 1.10 m voor gootbreedte 0.50 m is er nauwelijks nog correlatie aanwezig.

Verdere interpretatie is niet mogelijk. Het spectrum dat is bepaald uit de autocorrelatiefuncties van profiel 2, geeft beter inzicht in de aanwezige golflengten, zodat verder verwezen wordt naar par. 3.3.6.

#### 3.3.4 Kruiscorrelatiefunctie

De kruiscorrelatiefunctie geeft aan welke mate van samenhang er bestaat tussen het bodemniveau op plaats  $x$  in profiel  $a$  en het bodemniveau op plaats  $x + r\Delta x$  in profiel  $b$ . De berekening vindt plaats met

$$C_{yz}(r\Delta x) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} y(n\Delta x) \cdot z((n+r)\Delta x) \quad (r = 0, 1, \dots, m) \quad (3.3)$$

waarin:  $y(x)$  = bodemniveau van profiel  $y$  op plaats  $x$   
 $z(x)$  = bodemniveau van profiel  $z$  op plaats  $x$ .

$C_{yz}$  is de kruiscovariantiefunctie tussen de profielen  $y$  en  $z$ . Voor twee identieke profielen wordt weer de autocovariantiefunctie gevonden. De kruiscorrelatiefunctie wordt nu bepaald uit:

$$R_{yz}(r\Delta x) = C_{yz}(r\Delta x) / \left[ C_{yy}(0) \cdot C_{zz}(0) \right]^{1/2} \quad (3.4)$$

waarin:  $R_{yz}$  = kruiscorrelatiefunctie  
 $C_{yy}(0)$  = variantie van profiel  $y$   
 $C_{zz}(0)$  = variantie van profiel  $z$ .

Op bijlagen 3.56-3.58 zijn de gemiddelde kruiscorrelatiefuncties voor de gootbreedtes 0.30 m en 0.50 m afgebeeld. Het reeds eerder geschetste beeld, dat in de smalste goot de beddingvormen zich over de gehele gootbreedte manifesteren, wordt bevestigd door de kruiscorrelatiefuncties die een grote mate van overeenkomst vertonen met de autocorrelatiefuncties op bijlagen 3.53-3.55. Ook het beeld dat bij een gootbreedte van 0.50 m de beddingvormen zich niet over de gehele breedte uitstrekken, wordt bevestigd door de kruiscorrelatiefuncties. Vooral de kruiscorrelatiefunctie tussen de profielen 1 en 3 lijkt in het geheel niet meer op de eerder gevonden autocorrelatiefuncties.

### 3.3.5 Kansdichtheidsfunctie van het bodemprofiel

De kansdichtheidsfunctie (k.d.f.) geeft de verdeling van de waargenomen bodemhoogten t.o.v. de trend van de bodemprofielen. Bijlage 3.59 geeft het histogram voor de bodemhoogten van één meting.

Langs de horizontale as is uitgezet de bodemhoogte t.o.v. de trend. De klassebreedte is hier 0.0028 m. Dit ongebruikelijke getal wordt veroorzaakt door de keuze die de computer maakt, nl. (maximum van profiel - minimum van profiel) / aantal intervallen. Langs de verticale as is uitgezet welk percentage van de waargenomen bodemhoogten in het betreffende interval ligt.



Als k.d.f. moet voor de getallen bij de verticale as van het histogram nu worden gelezen: (getal in %) / (100 \* 0.0028 m).

De gemiddelde k.d.f.'s voor de gootbreedten 0.30 m en 0.50 m geven een te verwachten beeld. (zie bijlagen 3.60-3.62). De duinen in de smalste goot hebben volgens de histogrammen allen ongeveer gelijke hoogte en lengte. Voor een serie zui- vere driehoeken met allen gelijke hoogte en lengte zou een blokfunctie als k.d.f. ontstaan met de breedte gelijk aan de golfhoogte en de functiewaarde gelijk aan  $\frac{1}{\text{golfhoogte}}$ .

Er zijn echter geen driehoekige duinen. De dalen en de toppen van de duinen zijn wat minderhellend dan de gedeeltes tussen de toppen en de dalen. De niveau's, die ongeveer gelijk zijn aan het niveau van het dal en de niveau's, die ongeveer gelijk zijn aan het niveau van de top, zullen zodoende wat vaker bemonsterd wor- den. Tesamen met de enkele diepe dalen en hoge toppen die bemonsterd worden, ont- staat de k.d.f. van bijlage 3.60. De k.d.f. voor de metingen met gootbreedte 0.50 m komen overeen met de verdelingen die Kennedy & Willis (1977) hebben gevonden.

### 3.3.6 Energiedichtheidspectrum

Het spectrum is berekend uit de autocovariantiefunctie met maximum correlation - lag 15.00 m. Het onderscheidend vermogen wordt hiermee  $\frac{1}{30}$  (1/m). Het harmonische getal, k, van de vouwfrequentie wordt hier bij het bemonsteringsinterval 0.05 m gelijk aan 300 . Dit komt hier overeen met een golflengte van 0.10 m. Bij de berekening van het spectrum is de Bartlett-window function toegepast. Dit be- tekent voor de autocovariantiefunctie dat deze met een driehoek is vermenigvul- digd met hoogte 1 op x = 0 en hoogte 0 op x = 15.00 m. Voor het spectrum betekent de Bartlett-window function een convolutie van iedere spectrumwaarde met het spectrum van de driehoek. Het resultaat is het uitsmeren van de spectrumwaarde over de naburige punten. Door het oepassen van de Bartlett-window function neemt het onderscheidend vermogen af en de betrouwbaarheid toe t.o.v. een rechthoekig window. Voor meer informatie zie Jenkins & Watts (1969) en Bendat & Piersol (1971).

In formulevorm is de volgende bewerking uitgevoerd.

De covariantiefunctie en het energie dichtheidspectrum zijn cosinus fourier ge- transformeerden van elkaar:

$$G_{yy}(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\sim} C_{yy}(\omega) \cos(\omega t) dt \tag{3.5}$$

Wanneer wordt aangenomen dat  $S_{yy}(\omega)$  het exacte spectrum is dan is  $\bar{S}_{yy}(\omega)$  het gemiddelde "smoothed" spectrum met

$$\bar{S}_{yy}(\omega) = \int_0^{\nu} S_{yy}(\omega) w(\omega - \omega_0) d\omega \quad (3.6)$$

waarin:  $w(\omega)$  = spectrale "window" functie.

Het berekende spectrum  $\bar{G}_{yy}$  is een schatter voor  $S_{yy}(\omega)$ . Wanneer  $q$  het aantal vrijheidsgraden is, is  $q \bar{G}_{yy}/S_{yy}$  volgens de  $X_2^q$  - verdeling verdeeld. Met behulp van het aantal vrijheidsgraden van het berekende spectrum kunnen betrouwbaarheidsintervallen worden berekend. Het aantal vrijheidsgraden kan worden berekend uit

$$q = \frac{2L}{m} \cdot b_1 N_1 \quad (3.7)$$

waarin:  $L$  = meetsectielengte

$m$  = maximumcorrelation Lag.

$b_1$  = coëfficiënt afhankelijk van de window-functie

$N_1$  = aantal metingen

Voor de Bartlett window function is  $b_1 = 1.5$ . Daarmee wordt  $q$ :

$$q = 3N_1(L.v.Vl.); \quad q = 6N_1(WL) \quad (3.8)$$

De berekening van de covariantiefunctie met Bartlett window geschiedt met:

$$C_{yy}(r\Delta x) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-r} y(n\Delta x) y((n+r)\Delta x) \quad (3.9)$$

Voor het harmonisch getal  $k$  ( $= 2L\omega$ ) wordt een ruwe schatter voor het spectrum verkregen met:

$$G_{yy,k} = \bar{G}_{yy} \left( \frac{k}{2L} \right) = 2\Delta x \left[ C_{yy}(0) + 2 \sum_{r=1}^{m-1} C_{yy}(r\Delta x) \cos \left( \frac{\pi rk}{m} \right) + (-1)^k C_{yy}(m\Delta x) \right] \quad (3.10)$$

(de Bartlett spectral window-functie is:  $m \left[ \frac{\sin(\frac{1}{2}\omega m)}{\frac{1}{2}\omega m} \right]^2$ ,  $-\nu \leq \omega \leq \nu$ ).

Het aantal vrijheidsgraden voor de verschillende proeven is  
 gootbreedte 0.30 m , 18 metingen , 54 vrijheidsgraden  
 gootbreedte 0.50 m , 19 metingen , 57 vrijheidsgraden  
 gootbreedte 1.50 m , 20 metingen , 120 vrijheidsgraden.

De resultaten van de spectra berekeningen geven voor de afzonderlijke spectra in de 0.30 m en 0.50 m brede goten een chaotisch beeld (zie bijlagen 3.63 a-k en 3.64 a-1). Dit was te verwachten omdat de betrouwbaarheid bij 3 vrijheidsgraden niet erg groot is (zeer brede betrouwbaarheidsintervallen).

De gemiddelde spectra met het grote aantal vrijheidsgraden, zijn daarentegen zeer betrouwbaar en vertonen een "rustig" beeld. Zie bijlage 3.65-3.67. Met het toenemen van de breedte nemen de grotere golflengten in invloed toe en domineren het spectrum ( $8 < k < 30$  of  $3.75 \text{ m} > L > 1.00 \text{ m}$ ). Zelfs bij de smalste goot is een duidelijke piek bij de kleinere golflengtes, zoals b.v. bij ongeveer 0.90 m verwacht mocht worden op grond van alle duinlengte histogrammen, niet waar te nemen. Dit is teleurstellend omdat nu de gewenste isolatie van een dominante golf via het spectrum niet kan plaatsvinden. Overigens ontbreekt nu ook de basis voor deze exercitie. Na het uitfilteren van een golf met de veronderstelde golflengte van ca. 0.90 m (op grond van de histogrammen) zal geen ruisspectrum overblijven, maar een spectrum waarvan de grotere golflengten ongemoeid zijn gebleven en waarbij de kortere golven wat zijn verminderd. Omdat verder geen gebruik is gemaakt van de spectra zijn ook de betrouwbaarheidsintervallen niet aangegeven.

Concluderend kan worden gesteld dat er volgens het spectrum zelfs in de smalste goot geen dominante golf valt waar te nemen en dat volgens het spectrum met het toenemen van de gootbreedte de invloed van de langere golven groter wordt.

### 3.4 Enige exercities t.b.v. de interpretatie van de resultaten

#### 3.4.1 Trendvariatiës

De betrouwbaarheid waarmee de bodemprofielverhangen worden berekend, hangt af van het aantal bemonsteringspunten. Echter, een toename van het aantal bemonsteringspunten zal wanneer de bemonsteringsafstand al klein is geen verdere toename van informatie en daarmee geen toename in betrouwbaarheid geven. Door *Schilperoort*, medewerker van het WL, is een schatter voor de variantie van de trend afgeleid; zie appendix (A). De uitdrukking hiervoor luidt:

$$S_s^2 = \frac{\underline{C}_\varepsilon(o)}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} R_{yy}(i\Delta x) g(n; i) \right\} \quad (3.11)$$

waarin  $S_s$  = schatter voor de standaardafwijking van de helling

$\underline{C}_\varepsilon(o)$  = schatter voor de variantie van de bodemniveaus =  $C_{yy}(o)$

$$\begin{aligned}
 R_{yy}(i\Delta x) &= \text{schatter voor de autocorrelatiefunctie} \\
 N &= \text{aantal bemonsteringspunten} \\
 \Delta x &= \text{bemonsteringsinterval} \\
 n &= (N - 1)/2 \\
 x_i &= (i - n - 1)\Delta x = \text{afstand tot midden van meetsectie} \\
 g(n;i) &= \left[ \sum_{m=-n}^{n-i} (m^2 + mi) \right] / \left[ \sum_{m=-n}^n m^2 \right]
 \end{aligned}$$

Het gebruik van deze uitdrukking bij de metingen heeft geen bevredigende resultaten opgeleverd.  $S_s^2$  werd bij iedere berekening negatief. De oorzaak hiervan kan zijn dat voor  $R_{yy}$  niet de echte autocorrelatiefunctie is gebruikt maar een schatter die erg vaak negatief wordt. De mogelijkheden voor het gebruik van vergelijking (3.11) moeten nog verder onderzocht worden.

Om toch een indruk te krijgen van de nauwkeurigheid van een berekend verhang, is voor enkele metingen de meetsectielengte gevarieerd. Bijlagen 3.68-3.70 voor gootbreedte 0.30 m, 3.71-3.73 voor gootbreedte 0.50 m en 3.74-3.78 voor gootbreedte 1.50 m geven aan welke verhangen er bij de verschillende metingen als functie van de meetsectielengte gevonden worden. Bijlagen 3.74 en 3.75 laten zien dat het verschil in de resultaten bij bemonsteringsafstand 0.05 m en 0.10 m te verwaarlozen is.

Het gehele beeld van de betrouwbaarheid van de verhangen is bedroevend. De resultaten van de berekeningen blijken sterk afhankelijk te zijn van de toevallig aanwezige situatie. Bij een meetsectie van 13 m lengte en gootbreedte 0.30 m kunnen uit één bodemregistratie trends worden berekend die een factor 4 tot 6 verschillen (zie bijl. 3.68-3.78). Bij een gootbreedte van 1.50 m, waar de duinen hoger en langer zijn en waar zodoende één duin meer of minder in de meetsectie nog meer invloed heeft op de berekende trend dan bij een smallere goot is bij een meetsectielengte van 13 m een factor 10 à 20 mogelijk voor het verhang van één bodemregistratie tot zelfs verhangen met tegengestelde tekens toe.

Uit de figuren op bijlage 3.74 en 3.75 kan geconcludeerd worden dat de spreiding in de berekende helling als gevolg van toevallig wel of niet aanwezige duinvormen, vooral bij sectielengten kleiner dan 20 m gaat toenemen (Deze grens van 20 m geldt voor deze proefomstandigheden en mag niet zonder meer worden overgenomen voor andere proeven).

Verder kan worden vastgesteld dat het verhang, dat berekend wordt bij een meetsectielengte van 15 m, niet erg betrouwbaar is.

Zelfs het gemiddelde van 20 metingen zal nog sterk kunnen fluctueren, zodat de eerder, op grond van de verschillen in bodem- en wateroppervlakteverhang, getrokken conclusie "een inhomogene meetsectie voor gootbreedte 0.50 m" niet juist *behoeft* te zijn.

### 3.4.2 Verschillende spectra

Omdat aanvankelijk verondersteld werd dat de gemiddelde spectra voor de verschillende gootbreedtes veel bruikbare informatie zouden verschaffen over een dominante golf, is de waarde van het spectrum onderzocht. Hiervoor zijn enkele bewerkingen uitgevoerd, te weten de bepaling van:

- spectrum tot aan vouwfrequentie
  - spectrum van data met en zonder trend
  - spectrum met en zonder Hanning window.
- 
- Het spectrum tot aan de vouwfrequentie geeft aan dat de berekening van het spectrum tot aan  $k = 80$  voldoende is omdat daarin alle energie (informatie) aanwezig is (zie bijlage 3.79).
  - Zoals uit par. 3.4.1 is gebleken, is het verhang dat berekend wordt in de metingen, niet het verhang dat gevonden zou zijn bij een oneindig lange goot. De consequentie hiervan is dat de "verkeerde" trend wordt afgetrokken. Dit zou gevolgen voor het berekende spectrum kunnen hebben. Bijlagen 3.80-3.87 laten zien dat de invloed van het verhang op het spectrum gering is. Ookal is misschien de verkeerde trend afgetrokken, de, in par. 3.3.6 gemaakte opmerkingen en gevolgtrekkingen over het spectrum blijven onverkort juist.
  - Het toepassen van de Hanning-window betekent dat er in het spectrum gemiddeld wordt, met een 3 puntsvoortschrijdend gemiddelde met gewichtsfactoren  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  en  $\frac{1}{4}$ . Deze procedure is door Bogirski (1977) toegepast bij de verwerking van zijn metingen. Het resultaat is in bijlage 3.88-3.90 weergegeven. Omdat het nut van deze procedure niet zo duidelijk is, en het onderscheidend vermogen er door verminderd wordt, is de Hanning-window bij de eerder beschreven spectrum-berekeningen niet toegepast.

### 3.4.3 Onafhankelijkheid der metingen

Tot nu toe is bij de bespreking van de resultaten nog niet gesproken over de onafhankelijkheid van de metingen. Deze is echter wel vereist omdat anders niet alle informatie uit een volgende meting nieuw is. Bij afhankelijke metingen is een deel van de informatie van een nieuwe meting reeds in de vorige meting aanwezig.

Voor het onderzoek naar de onafhankelijkheid van de metingen is gebruik gemaakt van het computerprogramma DUKO van het WL. Dit programma bepaalt de kruiscorrelatiefunctie van twee opeenvolgende metingen. Het maximum van deze kruiscorrelatiefunctie en de plaats waar dit maximum optreedt moeten een indruk geven omtrent de onafhankelijkheid van de metingen. Bijlage 3.91 laat zien dat de maximale correlaties sterk verschillen, maar dat er nooit een grote maximale correlatie tussen twee opeenvolgende metingen aanwezig is. Tevens variëert de plaats waar dit maximum gevonden wordt sterk. Omdat het tijdsinterval tussen 2 metingen constant is en de gemiddelde voortplantingssnelheid van de beddingvormen constant verondersteld mag worden, is de conclusie dat de metingen als in zeer grote mate onafhankelijk mogen worden beschouwd.

### 3.5 Overgang van randvoorwaarden

Nadat de metingen in het L.v.Vl. waren beëindigd, is er op verzoek van het WL, met de reeds aanwezige bodem, met duinen en ribbels, als beginvoorwaarde, een proef uitgevoerd waarvan één randvoorwaarde, de toevoer van water, verschilde van die van het er voor uitgevoerde experiment. De klep aan het einde van de goot is daarbij zodanig ingesteld, dat de evenwichtsdiepte, die bekend was uit andere metingenseries, zich direct na het voortzetten van de proef zou instellen. De bodem zou hierdoor gemiddeld niet van niveau veranderen. De veranderingen van de ruwheid in de tijd konden op deze wijze slechts veroorzaakt worden door duinen die langer, korter, lager of hoger werden. Van de resultaten van de metingen van deze overgang waarbij zeer frequent is gemeten, is geen interpretatie gemaakt. Deze zal plaatsvinden tesamen met de interpretatie van de "overgangen" die door het WL zijn uitgevoerd. Voor resultaten zie bijlage 3.92.

### 3.6 Conclusies

Tijdens de analyse van de resultaten zijn reeds vele conclusies getrokken. Het is daarom nuttig nu de belangrijkste nog eens samen te vatten, zodat ook verdere wegen voor onderzoek aangegeven kunnen worden. Naar de uitkomsten van de resultaten zijn twee soorten conclusies te onderscheiden:

- algemene conclusies, niet direct de breedte invloed betreffende
- specifieke conclusies, betreffende de breedte invloed.

- algemene conclusies:

- (i) Voordat een uitgebreide, dure verwerking van vele metingen plaatsvindt is het nuttig een globale verwerking toe te passen zodat inzicht wordt verkregen in de te verwachten resultaten.

- (ii) In een goot met korte meetsectie is het moeilijk, zo niet onmogelijk om waar te nemen of er een gemiddeld homogene dan wel inhomogene situatie in de meetsectie aanwezig is. De mogelijkheden met een korte goot hangen af van de hoogte en de lengte van de duinen.
- (iii) De verhangen van de bodemprofielen kunnen worden berekend met een kleinste kwadraten procedure. Echter de betrouwbaarheid van de uitkomsten is gering. Voor een meetsectielengte van 13 m zijn uit één bodemregistratie trends te berekenen die een factor 4 tot 10 verschillen. Toepassing van formule (3.11) geeft (nog) geen goede schatting voor de variantie van de berekende helling.
- (iv) De spreiding in de resultaten voor de verschillende metingen is bij het middenprofiel steeds geringer dan bij de buitenprofielen.
- (v) Duinhoogten en duinlengten vertellen veel over de beddingvormen en daarmee over de ruwheid. Spectrale analyses geven een beeld van alle golflengten en zijn van nut om niet "zichtbare" lange golven toch waar te nemen. Over de metingen gemiddelde autocorrelatiefuncties bieden weinig mogelijkheden tot interpretatie. Individuele autocorrelatiefuncties en kruiscorrelatiefuncties zijn daarentegen van nut om breedte invloeden vast te stellen, terwijl individuele spectra zoals ze hier zijn berekend weinig informatie verschaffen.
- (vi) De onafhankelijkheid van de metingen is bij een tijdsinterval van 2 uur tussen 2 metingen bij deze experimentele omstandigheden gewaarborgd.

- breedte invloeden

- (i) De gootbreedte blijkt bij overigens gelijkblijvende randvoorwaarden op alle waargenomen grootheden invloed te hebben.
- (ii) Bij toenemende breedte vinden plaats
  - afname van wateroppervlakte en bodemverhang
  - toename van de gemiddelde waterdiepte
  - afname van Chézy-waarden (toename van bodemruwheid).
  - toename van gemiddelde duinlengten en duinhoogten
  - toename in de spreiding van de resultaten van verschillende metingen.
- (iii) Zowel via de histogrammen als via de autocorrelatiefuncties en kruiscorrelatiefuncties blijkt bij toename van de gootbreedte een toename van het verschil tussen de bodemprofielen 1,2 en 3 op te treden. De invloed van de 3-dimensionale stroming wordt sterker bij grotere breedte.
- (iv) Via het spectrum kan geen dominante golf geïsoleerd worden. Bij grotere breedte gaan langere golven het spectrum overheersen.
- (v) Wanneer de breedte van de goot van 0.30 m tot 1.50 m wordt vergroot, nemen de duinlengten en duinhoogten met gemiddeld 55% à 40% toe. De spreiding rond het gemiddelde neemt daarbij toe met 75% à 100%.

De invloed van de breedte is dus nogal groot. Voor een meer uitgebreide kwantitatieve analyse van de invloed van de breedte op de verschillende verschijnselen, zullen ook proeven met andere randvoorwaarden uitgevoerd moeten worden. Om een vergelijking met de hier verkregen resultaten mogelijk te maken zullen voor de gootbreedte de hier gebruikte breedten gekozen moeten worden. Daarnaast lijkt de keuze van gootbreedte 1.00 m zeer nuttig omdat de overgang van 0.50 m naar 1.50 m breedte wel erg groot is.

Afsluitend kan naar aanleiding van de verkregen resultaten worden gesteld dat, wanneer er in goten proeven worden verricht ten behoeve van het prototype, de interpretatie en vertaling van de resultaten naar rivieromstandigheden met grote voorzichtigheid moet plaatsvinden omdat de gootbreedte de resultaten beïnvloed kan hebben.



#### 4. Toetsing van stabiliteitsanalyses

##### 4.1 Inleiding

De resultaten van de metingen kunnen worden vergeleken met de resultaten van theorieën die voor het betreffende verschijnsel zijn opgesteld òf met andere metingen van hetzelfde of vergelijkbare verschijnsel. Voor zover bekend ontbreken zowel de theorieën als de metingen.

Als enige publiceerde *Crickmore (1970)* de resultaten van een proef waarbij de gootbreedte gevariëerd is. Vanwege het geringe aantal registraties van de bodem, karakteriseert hij de bodem met de r.m.s. (root mean square). Volgens zijn metingen neemt bij een toename van de breedte-diepte verhouding (H/B) van 2.5 tot 8.3 de r.m.s. toe met 33%. Uit de resultaten van de L.v.Vl.-Wl proeven blijkt voor de r.m.s. het volgende:

toename H/B van 1.65 tot 7.58: toename r.m.s. ongeveer 53%

toename H/B van 2.70 tot 7.58: toename r.m.s. ongeveer 38%.

De resultaten van *Crickmore* en L.v.Vl.-Wl proeven komen goed overeen.

Betreffende de driedimensionale stromingen in goten en rivieren zijn vele artikelen verschenen, waarin men de meanderlengte als functie van de stroom- en/of transportparameters probeert vast te leggen. Speciale aandacht verdienen daarbij de artikelen van *Gottlieb (1976)*, die zijn theorie met zeer veel metingen in goten heeft getoetst en van *Einstein & Shen (1964)*, die een mechanisme beschrijven dat het meanderen veroorzaakt. Beide artikelen geven geen indicatie betreffende de invloed van de breedte op de beddingvormen.

Het gebruik van statistische procedures en de toepassing van het spectrum bij de analyse van beddingvormen is de laatste jaren sterk toegenomen. *Nordin & Algert (1966)* geven als één van de eersten het gebruik van het spectrum voor beddingvormen aan. Zij beschrijven een theoretische autocorrelatiefunctie en een theoretisch spectrum voor de beddingvormen, die getoetst worden aan metingen. De resultaten zijn niet erg bevredigend. Door *Jain & Kennedy (1971)* is het ontstaan en groeien van ribbels en duinen op een alluviale bodem bestudeerd m.b.v. het spectrum. Volgens de auteurs wordt tijdens het groeiproces het spectrum vanaf de korte golven gevuld tot een, door de stroom- en transportsituatie bepaald, evenwichtsspectrum gevuld is.

Door *Willis & Kennedy (1977)* zijn zeer vele metingen van bodemprofielen gebruikt om met behulp van spectra de zandtransporten te bepalen. Hierbij kennen zij aan iedere golflengte een eigen snelheid toe. Dit lijkt vreemd omdat één duin is opgebouwd uit een serie sinusgolven met allen dezelfde snelheid. Voor hun berekeningen hebben Willis & Kennedy gebruik gemaakt van het spectrum voor de golflengten en het spectrum voor de golfperiodes.

Voor vergelijking van de resultaten van de experimenten van het L.v.Vl. en WL bieden de genoemde artikelen verder weinig mogelijkheden.

Naast deze artikelen zijn er sinds 1953 verschillende auteurs geweest die m.b.v. stabiliteitsanalyses het verband hebben gelegd tussen de optredende duinlengte en de stroom- en transportparameters. In par. 4.2 zal van 4 stabiliteitsanalyses een uitgebreide samenvatting worden gegeven, waarna in par. 4.3 de resultaten van de metingen met de uitkomsten van de stabiliteitsanalyses zullen worden vergeleken. In par. 4.4 zal een beschouwing van het nut en de mogelijkheden van stabiliteitsanalyses worden gegeven.

#### 4.2 Stabiliteitsanalyse

Omdat de tot nu bekende artikelen geen informatie geven over de invloed van de breedte van een goot of stroom op de duinlengte, is de vraag gerezen of er met behulp van een stabiliteitsanalyse geen verband tussen gootbreedte en duinlengte gelegd kan worden. Hietoe is eerst een studie gemaakt van de reeds bekende stabiliteitsanalyses. Om aan te geven welke mogelijkheden stabiliteitsanalyses bieden zal van 4 illustatieve analyses een samenvatting worden gegeven. Gekozen is voor de artikelen van Anderson (1953), Kennedy (1963), Reynolds (1965) en Hayashi (1970). Er zijn echter veel meer artikelen betreffende stabiliteitsanalyses verschenen. Zij worden hier niet samengevat omdat het beeld dat door de bovengenoemde vier artikelen ontstaat, er niet door zou worden verhelderd. Zo is het artikel van *Parker (1976)* erg onduidelijk door de grote hoeveelheid dimensieloze parameters, leidt *Engelund (1970)* een relatie af voor zwevend transport en geeft *Callender (1969)* geen nieuwe informatie met zijn stabiliteitsanalyse.

##### 4.2.1 Anderson, A.G. (1953)

The characteristics of sediment waves, formed by flow in open channels.

In dit artikel leidt Anderson een relatie af tussen het Froude getal van een stroming en de duinlengte van de beddingvormen, die als gevolg van een verstoring in de stroming op een alluviale bodem zullen ontstaan. Het uitgangspunt vormt een gemodificeerde continuïteitsvergelijking. Deze wordt als volgt afgeleid.

De continuïteitsvergelijking voor het sediment is:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

waarin:  $z$  = bodemniveau  
 $s$  = zandtransport in  $m^2/s$  (inclusief poriën)  
 $t$  = tijdschaal  
 $x$  = afstandschaal

Met de aannamen dat  $s$  evenredig is met  $u_k$  (= korrelsnelheid) en dat  $u_k$  evenredig is met de watersnelheid op het niveau van de korrel kan voor verg. (4.1) worden geschreven:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \gamma k \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.2)$$

waarin:  $\gamma$  = evenredigheidsconstante (afh. van de stroomsituatie)  
 $k$  = evenredigheidsconstante (afh. van de stroomsituatie en korreldiameter).

Anderson veronderstelt nu dat het wateroppervlak door één of andere oorzaak in een sinusvorm verkeert.

$$a(x) = a_0 + \hat{a} \sin mx \quad (4.3)$$

waarin:  $a$  = niveau van wateroppervlak op plaats  $x$  t.o.v. vlakke bodem  
 $a_0$  = waterdiepte  
 $\hat{a}$  = amplitude van de verstoring  
 $m$  =  $2\pi/\lambda$   
 $\lambda$  = golflengte van de verstoring.

De stroming tussen de nog vlakke bodem en het gegolfde oppervlak wordt als een

potentiaalstroming behandeld. De stroming kan dan worden weergegeven met de stroomfunctie F volgens:

$$F = -Uz_c - \frac{\hat{a}U}{\sinh ma_0} \cos m z_c \quad (4.4)$$

waarin: F = stroomfunctie

U = gemiddelde watersnelheid

$z_c$  = complexe variabele =  $x + i y$

Uit verg. (4.4) kan de horizontale snelheid worden berekend en worden gesubstitueerd in verg. (4.2). Na integratie van verg. (4.2) naar t volgt voor het bodemniveau z:

$$z = \frac{\gamma k \hat{a} U m^2}{\sinh ma_0} t \cos mx + f(x) \quad (4.5)$$

Met de eis dat voor  $t = 0$  ook  $z = 0$  (bodem = referentievlak) wordt  $f(x) = 0$ . Hiermee wordt verg. (4.5):

$$z = b \cos mx \quad (4.6)$$

$$\text{waarin: } b = \frac{\gamma k \hat{a} U m^2 t}{\sinh ma_0}$$

Door deze golfing van de bodem als gevolg van de oppervlakte verstoring zal de stroomfunctie worden gewijzigd. Vergelijking (4.6) voor de bodem kan dan ook slechts korte tijd geldig zijn. Aan de stroomfunctie F (verg. (4.4)) moet nu een extra term worden toegevoegd die de aanwezigheid van golven op de bodem verdisconteert. Deze term wordt:

$$- \frac{bU}{\sinh ma_0} \sin m(z_c - ia_0)$$

Met de nieuwe uitdrukking voor F kan weer de snelheid worden berekend en daarmee weer de bodemligging. Deze wordt nu:

$$z = \hat{a} \alpha t \cos mx + \hat{a} \alpha^2 t^2 \cosh ma_0 \cdot \sin mx \quad (4.7)$$

$$\text{waarin: } \alpha = \gamma k U m^2 / \sinh ma_0.$$

Ook deze gewijzigde bodem beïnvloedt de stroomfunctie en kan zodoende ook slechts kort geldig zijn.

Er moet weer een term aan de stroomfunctie worden toegevoegd, waarbij weer de bodemligging kan worden berekend, etc. etc.. Het resultaat zal uiteindelijk een som van sinus en cosinus termen zijn. Deze termen kunnen als volgt worden samengevat:

$$z = \frac{2\hat{a}}{\cosh ma_0} \sin \beta t \cos(mx - \beta t) \quad (4.8)$$

waarin:  $\beta = \frac{\alpha \cosh ma_0}{2}$

Volgens Anderson zijn in de volgroeide toestand het wateroppervlak en de bodem in fase. Meebewegend met de snelheid  $\beta/m$  worden de uitdrukkingen voor de bodem en het wateroppervlak in de evenwichtssituatie dan resp.:

$$z = \frac{2\hat{a}}{\cosh ma_0} \sin mx (= \hat{z} \sin mx) \quad (4.9)$$

$$a = a_0 + \hat{a} \sin mx \quad (4.3)$$

Volgens Milne & Thompson (1949) moet de verhouding tussen  $\hat{a}$  en  $\hat{z}$  om te voldoen aan de drukvoorwaarde aan het oppervlak zijn:

$$\hat{a}/\hat{z} = \frac{1}{\cosh ma_0 - \frac{g}{U^2 m} \sinh ma_0} \quad (4.10)$$

Uit verg. (4.3), (4.9) en (4.10) volgt een relatie tussen het getal van Froude (Fr) en de relatieve golflengte ( $\lambda/a_0$ ):

$$ma_0 \left( \tanh ma_0 - \frac{2}{\sinh 2ma_0} \right) = \frac{1}{Fr^2} \quad (4.11)$$

Door Anderson is verg. (4.11) vergeleken met waarnemingen; (zie fig. 4.1). Zijn conclusie is dat de relatie goed voldoet. Toch kan er soms een factor 3 tussen de voorspelde en waargenomen duinlengtes worden geconstateerd.

Opmerkingen:

- (i) De geldigheid van verg. (4.2) moet ernstig worden betwijfeld. In het algemeen wordt een sterk niet-lineair verband tussen transport en snelheid gevonden (en verondersteld).
- (ii) De aanname, dat wateroppervlak en bodem in fase zouden zijn, is slechts juist voor antidunnen ( $Fr > 0.8$  à  $1.0$ ). Bij duinen zijn bodem en wateroppervlak in tegenfase.

- (iii) De beddingvormen zijn meestal geen sinusvormige duinen of ribbels maar vaak sterk asymmetrisch.
- (iv) In het gedeelte van de stroming na de top van een duin vindt het loslaten van de stroming plaats. De potentiaalstroom-benadering zal hier dan ook niet juist zijn.
- (v) Opvallend bij verg. (4.11) is dat de korreldiameter van het bodemmateriaal ontbreekt. Toch lijkt dit een belangrijke parameter te zijn voor de duinen die zullen optreden.

4.2.2 Kennedy, J.F. (1963)

The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels.

Kennedy presenteert in dit artikel de afleiding van een relatie tussen het getal van Froude en de relatieve golflengte en de faseverschuiving tussen het transport en de watersnelheid. Wanneer deze faseverschuiving bekend zou zijn, zou de golflengte voorspeld kunnen worden. Tevens worden de grenzen tussen de verschillende optredende beddingvormen als functie van het Froude-getal bepaald.

Uitgangspunt vormt een 2-dimensionale potentiaalstroming van een ideale vloeistof over een gegolfd bed. De grootte van de golven is zodanig dat de niet-lineaire termen in de randvoorwaarden verwaarloosd kunnen worden, d.w.z.  $\hat{z} \ll \lambda$ ,  $\hat{a} \ll \lambda$  en  $\frac{\partial z}{\partial x} \ll 1$ ,  $\frac{\partial a}{\partial x} \ll 1$ . (zie fig. 4.2).

Voor de potentiaalstroming geldt:

$$\bar{q} = (U + u, v) = \nabla F \tag{4.12}$$

Voor een onsamendrukbare vloeistof wordt verg. (4.12)

$$\nabla^2 F = 0 \tag{4.13}$$

Verder gelden aan het wateroppervlak ( $y = 0$ ) de kinematische en de dynamische randvoorwaarden:

$$U a_x + a_t = F_y \tag{4.14}$$

$$g a + U F_y + F_t = 0 \tag{4.15}$$

waarin:

$$\begin{aligned} \text{index } x &= \frac{\partial}{\partial x} \\ \text{index } y &= \frac{\partial}{\partial y} \\ \text{index } t &= \frac{\partial}{\partial t} \end{aligned}$$

Aan de bodem geldt de kinematische randvoorwaarde  $u_n = 0$ , snelheid loodrecht op de bodem = 0, en de continuïteitsvergelijking voor het sediment.

$$Uz_x + z_t = F_y \quad \text{op} \quad y = -d \quad (4.16)$$

$$z_t + s_x = 0 \quad (4.17)$$

waarin:  $d$  = waterdiepte.

Er wordt een sinusvormige bodem aangenomen die beweegt met snelheid  $u_b$ .

$$z(x,t) = \hat{z}(t) \sin \{k(x - U_b t)\} \quad (4.18)$$

De potentiaalfunctie, die voldoet aan verg. (4.13)-(4.16) en (4.18), wordt volgens Milne-Thompson (1960):

$$F(z_c, t) = Uz_c + \frac{\hat{a}_0 U}{\sinh kD} \cos k(z_c + iD - U_b t) \quad (4.19)$$

met:  $\hat{a}_0$  = amplitude van de opp.golven die ontstaan bij de bodemgolven  
 $D$  = (hypothetische) diepte waarbij de stroomlijn recht is (zie fig. 4.2).  
 $k$  =  $2\pi/\lambda$  = golfgetal

Voor de oppervlaktegolven moet de dispersie-relatie gelden:

$$U^2 = \frac{g}{k} \tanh kD \quad (4.20)$$

Voor de stroomlijn aan de bodem moet gelden:

$$F_{im} = -Ud \quad (F_{im} = \text{imaginaire deel van } F_c)$$

en  $y = -d + z(x,t)$ .

De voorwaarden ingevuld in (4.19) leveren:

$$\hat{z}(t) = \hat{a}(t) \frac{\sinh k(D-d)}{\sinh kD} \sin k(x - U_b t) \quad (4.21)$$

Met verg. (4.20) en (4.21) wordt de verhouding tussen de oppervlakte en bodem golvenamplitude :

$$\frac{\hat{z}(t)}{\hat{a}(t)} = \left\{ 1 - \frac{g}{kU^2} \tanh kd \right\} \cosh kd \quad (4.22)$$

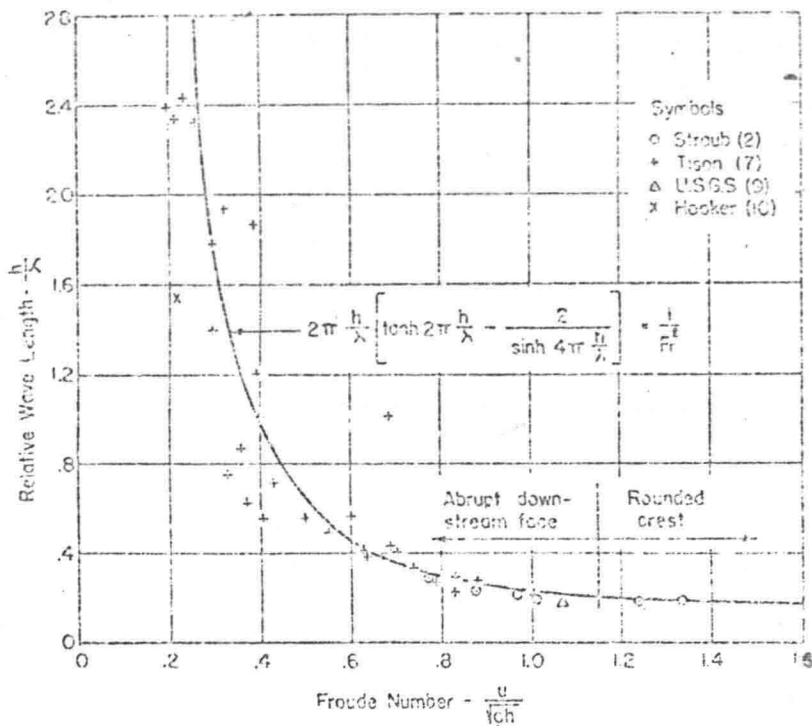


Fig. 4.1 Relatie tussen Fr en  $h/\lambda$  volgens Anderson

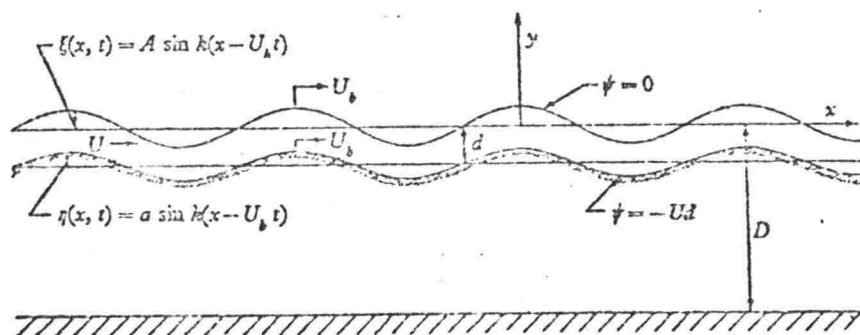


Fig. 4.2 Definitieschets

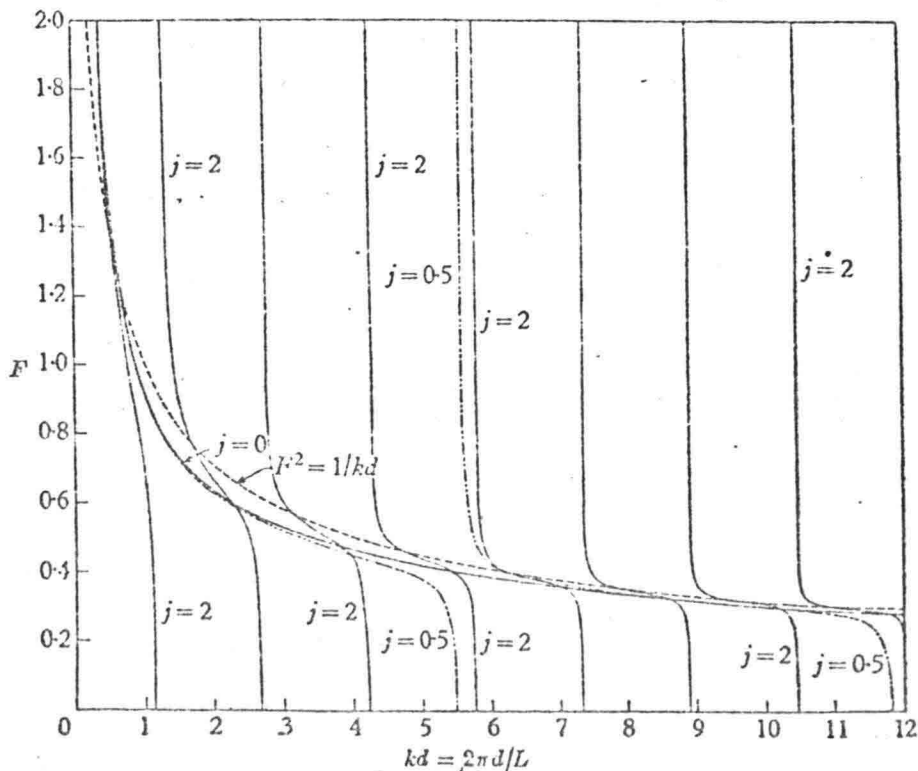


Fig. 4.3 Relatie  $k = k(Fr, jd)$  volgens Kennedy



Hieruit blijkt dat  $z$  en  $a$  in fase zijn als  $U^2 > \frac{g}{k} \tanh kd$ . Dit komt overeen met  $d < D$ . Wanneer bodem en oppervlak in fase zijn spreekt Kennedy van antiduinen op de bodem. Wanneer ze in tegenfase zijn spreekt hij van duinen. Dit is overeenkomstig de waarnemingen in goten.

Met behulp van verg. (4.17) en (4.22) en een uitdrukking voor het transport  $s$ , wordt vervolgens een uitdrukking afgeleid voor  $U_b$  en  $\hat{z}(t)$ . De uitdrukking voor  $s$  die gebruikt wordt is:

$$s = m \left[ F_x(x - \delta, -d, t) \right]^n \quad (4.23)$$

waarin:  $m, n = \text{constantes}$

$\delta = \text{afstandsverschuiving.}$

$\delta$  geeft de afstand weer die het transport "achterloopt" bij de snelheid, dus een aanpassingslengte. Deze grootte  $\delta$  is volgens Kennedy "slechts" een functie van de diepte, de snelheid en de sedimenteigenschappen.

Substitutie van verg. (4.19) en (4.23) in (4.17) geeft een differentiaalvergelijking voor  $a(t)$ . De oplossing van deze vergelijking is:

$$a(t) = f_1(t) \cdot f_2(x) \quad (4.24)$$

Het zal duidelijk zijn dat in verg. (4.24) de afhankelijkheid van  $x$  moet verdwijnen. Dit levert de voorwaarde:

$$U_b = -n \bar{s} k \coth k(D - d) \cos k\delta \quad (4.25)$$

met  $\bar{s} = m U^n$ .

De uitdrukking voor  $z(t)$  wordt hiermee:

$$z(t) = \hat{a} \frac{\sinh k(D - \delta)}{\sinh kD} \exp \{n \bar{s} k^2 t \coth k(D - d) \sin k\delta\} \quad (4.26)$$

Uit deze vergelijking blijkt dat bodemverstoringen, veroorzaakt door een willekeurige oppervlakte golf zullen groeien als de macht van de exponent positief is. Voor het optreden van de verschillende beddingvormen gelden de voorwaarden zoals vermeld in Tabel 4.1.

D - $\delta$	$k\delta$	$\sin k\delta$	$\cos k\delta$	$U_b$	Bedconfiguratie
pos.	$0 < k\delta < \frac{1}{2}\pi$	pos.	pos.	$U_b < 0$	antiduin
pos.	$\frac{1}{2}\pi$	pos.	0	$U_b = 0$	antiduin
pos.	$\frac{1}{2}\pi < k\delta < \pi$	pos.	neg.	$U_b > 0$	antiduin
neg.	$\pi < k\delta \leq \frac{3}{2}\pi$	neg.	pos.	-	vlak bed
neg.	$0 < k\delta < \pi$	pos.	-	-	vlak bed
pos.	$\pi < k\delta < 2\pi$	neg.	-	-	vlak bed
neg.	$\frac{3}{2}\pi < k\delta < 2\pi$	neg.	pos.	$U_b > 0$	duin

Tabel 4.1 Beddingvormen en hun voorwaarden

Bij waarnemingen in goten lijken dominante golven op de zandbodems voor te komen. In stabiliteitsanalyses wordt altijd aangenomen dat die golf ontstaat waarvan de initiële groei het grootst is. Met verg. (4.26) ontstaat dan de relatie:

$$Fr = \frac{1 + kd \cdot \tanh kd + jkd \cdot \cos jkd}{(kd)^2 + (2 + jkd \cot jkd)kd \cdot \tanh kd} \quad (4.27)$$

waarin:  $j = \frac{d}{\delta}$

Vergelijking (4.27) kan worden weergegeven als:  $k = k(Fr, j, d)$ . Deze relatie kan worden gebruikt om te voorspellen welke golflengte er bij een bepaalde stroomsituatie optreedt, d.w.z. bij een bepaald Froude-getal, waterdiepte en faseverschuiving.

In principe volgen er voor  $k$  uit verg. (4.27) in één stroomsituatie meerdere wortels (zie fig. 4.3).

Door het toepassen van de voorwaarden voor het bestaan van de respectievelijke beddingvormen, gefomuleerd in tabel 4.1, en de voorwaarde  $Fr < \frac{1}{kd}$ , volgend uit (4.20) ontstaat één oplossing voor  $k$  uit (4.27) als functie van  $Fr$ ,  $j$  en  $d$ . Zie voor de oplossing Fig. 4.4.

De voorspelling van de golflengte zou kunnen plaatsvinden wanneer de faseverschuiving,  $jd (= \delta)$ , bekend zou zijn. Hierover is echter niets bekend. Over de relatie tussen faseverschuiving en de snelheid, waterdiepte en korreldiameter wordt dan ook geen uitspraak gedaan. In het gebied van de antiduinen is de faseverschuiving niet erg van invloed op de voorspelde duinlengte.

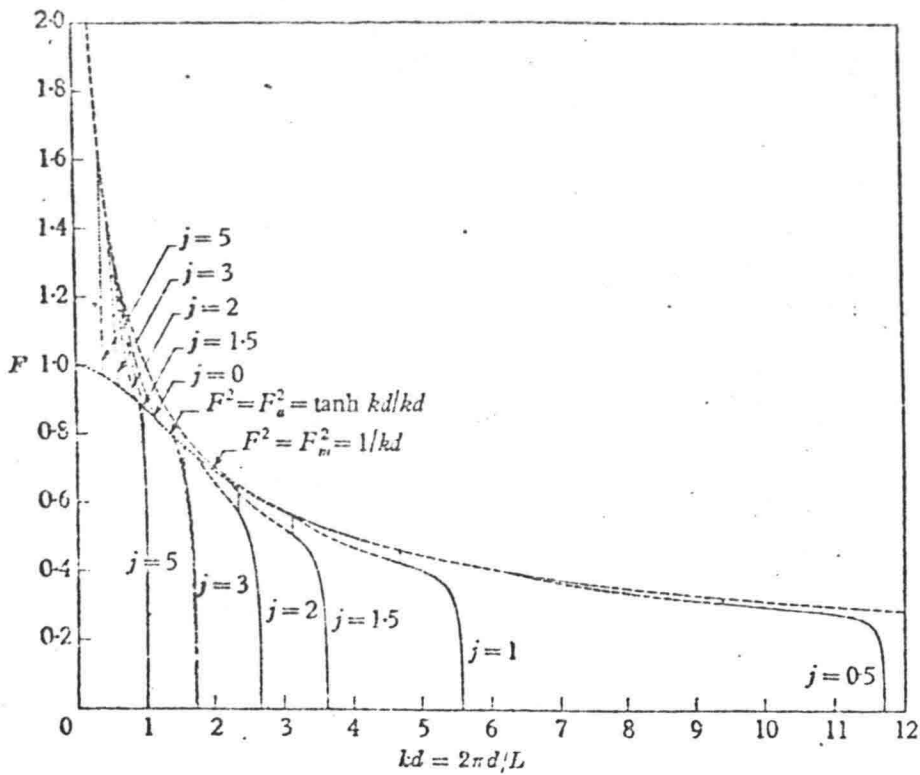


Fig. 4.4 Definitieve oplossing  
 Relatie:  $k = k(Fr, j, d)$

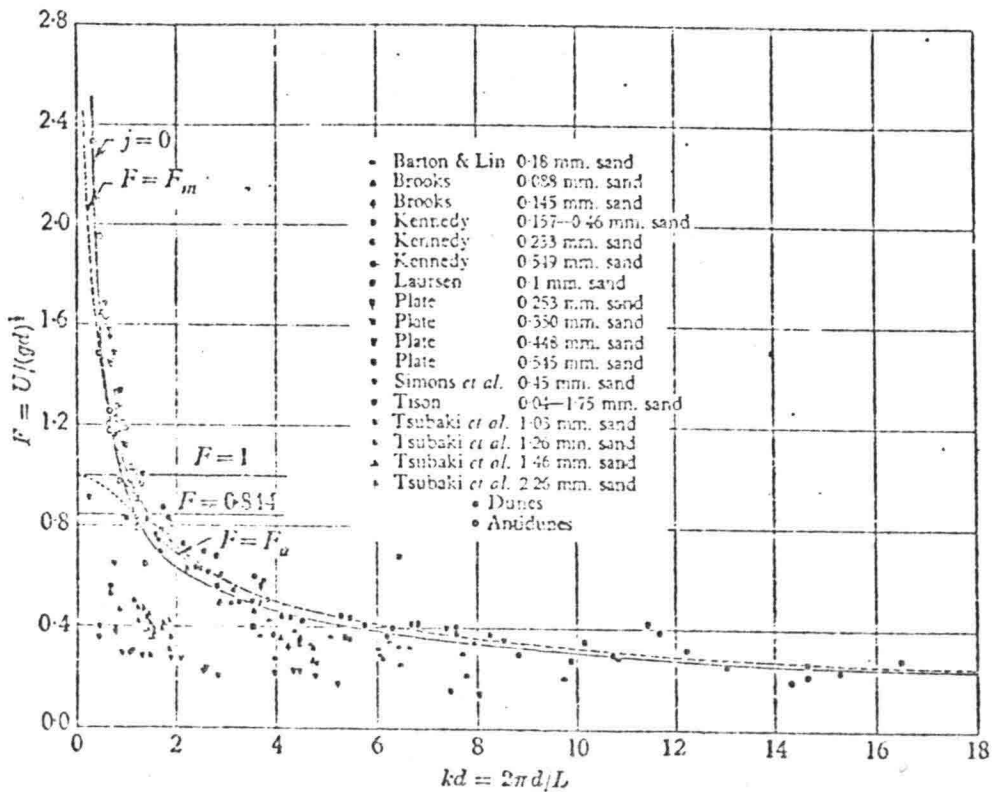


Fig. 4.5 Comparison of predicted and observed regions for formation of different bed configurations

De waarnemingen in goten en rivieren (zie fig. 4.5) accentueren dat er grote verschillen in de faseverschuiving bij duinen moeten bestaan (wanneer wordt aangenomen dat de oplossing juist is).

Opmerkingen:

- (i) De beddingvormen zijn meestal niet sinusvormig. Een sterke asymmetrie is gebruikelijk voor duinen.
- (ii) In het gedeelte van de stroming na de top van een duin laat de stroming los. De potentiaalstroombenadering zal in dit gedeelte dan ook niet juist zijn.
- (iii) Het gebruik van figuur 4.5 ter *voorspelling* van een golflengte wordt bemoeilijkt door de parameter  $j$ , waarvan de grootte meestal niet bekend is.
- (iv) De invloed van de korreldiameter wordt verdisconteerd door de faseverschuiving  $jd$ .
- (v) Het verschijnsel, dat er verschillende duinlengten in een meting voorkomen kan hier met figuur 4.4 worden verklaard door verschillende faseverschuivingen voor deze duinen te veronderstellen.

#### 4.2.3 Reynolds, A.J. (1965)

Waves on the erodible bed of an open channel.

Uitgaande van de langegolfvergelijkingen voor een stationaire situatie leidt Reynolds een criterium voor de faseverschuiving,  $\theta$ , af waarbij duinen zullen groeien. Daarna geeft Reynolds een uitbreiding naar drie dimensies van de door Kennedy toegepaste methode.

Uitgangspuntvormen de bewegingsvergelijking voor water en de continuïteitsvergelijking voor zand en water. Wanneer de bodem wordt weergegeven als

$$z = -\alpha x + z'(x,t) \quad (4.27)$$

kan voor de bodem-beweging de volgende vergelijking worden afgeleid

$$\frac{\partial z'}{\partial t} + c \frac{\partial z'}{\partial x} = \epsilon \quad (4.28)$$

$$\text{waarin: } c = \frac{\mu}{d(1 - Fr^2)} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{\partial s}{\partial u} \\ \epsilon &= \frac{\beta \mu}{d} \frac{Fr_0^2 - Fr^2}{1 - Fr^2} < 0 \quad \text{voor } Fr \geq 1 \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\beta = \text{dimensieloze weerstandcoëfficiënt uit de bew.verg. voor water.}$$

$$Fr_0^2 = \frac{\alpha}{\beta} \left( = \frac{u_0^2}{gd_0} \right)$$

Uit verg. (4.30) volgt dat wanneer een transportvergelijking zonder faseverschil tussen de watersnelheid en het transport wordt aangenomen, alle golven zullen dempen. Uit verg. (4.29) volgt, omdat  $\frac{\partial c}{\partial u} > 0$  blijkt te zijn, dat de steilste zijden van verstoringen in de richting van hun beweging liggen. Dit is in overeenstemming met waarnemingen van o.a. Kennedy (1963).

Om groeiende verstoringen te krijgen introduceert Reynolds nu ook een faseverschuiving tussen S en U.

$$\left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)_x = m \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x-\delta} \quad (4.31)$$

Na het lineariseren van de vergelijkingen worden sinusvormige bodem- en wateroppervlakte verstoringen gesubstitueerd. Er resulteert een complexe uitdrukking voor de voortplantingssnelheid van de verstoringen, waarin o.a. de faseverschuiving voorkomt.

$$c = c_0 \exp \left\{ -i \theta \right\} / (1 + 3 i \alpha c_0 / m u_0 k)$$

Door nu te veronderstellen dat die golflengte zal optreden waarvan de initiële groei het grootst is, resulteert een impliciet verband tussen het faseverschil en f, waarin  $f = 3\alpha/d_0(1 - Fr_0^2)k$

$$\tan \theta = - \frac{2f^3 + (1 + f^2)\theta}{1 + 3f^2 - f(1 + f^2)\theta} \quad (4.32)$$

Deze relatie is afgebeeld in Fig. 4.6.

De getrokken lijnen geven de grenzen aan tussen groeiende en gedempte beddingvormen! De onderbroken lijnen geven de maximale groei aan. Bij één stroomsituatie zijn dus verschillende golflengten mogelijk wanneer verschillende faseverschuivingen worden verondersteld. De fase-verschillen die volgens Fig. 4.6 benodigd zijn, lijken niet erg in overeenstemming met de werkelijkheid. De fase-verschuivingen die Benjamin (1959) vond, duiden op  $30^\circ$  à  $60^\circ$  fase-verschuiving tegenover Reynolds (Fig. 4.6) ongeveer  $200^\circ$ .

Opmerking:

Om tot een uitspraak te komen over de optredende golflengte moet eerst een faseverschuiving verondersteld worden, die niet reëel lijkt zodat toepassing van

Reynolds' stabiliteitsanalyse moeilijk is.

In het volgende geeft Reynolds een uitbreiding tot 3 dimensies van de methode die door Kennedy is toegepast.

Zowel in stroomrichting als loodrecht op de stroomrichting wordt een gegolfd bed verondersteld. Hierbij kan een driedimensionale stroomfunctie worden verkregen. De verhouding tussen oppervlakte- en bodemamplitude wordt:

$$R = \left[ \cosh (\beta d) - \sinh \beta d / G^2 \right]^{-1} \quad (4.33)$$

waarin:  $R$  = verhoudingsgetal

$$\beta = \sqrt{k^2 + \ell^2}$$

$k$  = golfgetal in stroomrichting

$\ell$  = golfgetal loodrecht op stroomrichting

$$G^2 = k^2 U^2 / g \beta$$

$U$  = gemiddelde snelheid.

Uit vergelijking (4.33) blijkt dat voor het bestaan van antiduinen ( $R > 0$ ) de voorwaarde geldt :  $G^2 > \tanh (\beta d)$ . Voor duinen ( $R < 0$ ) geldt:  $G^2 < \tanh (\beta d)$ . De voorwaarden kunnen ook geschreven worden als:

$$F^2 \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{\beta^2}{k^2} \frac{\tanh (\beta d)}{\beta d} \quad \begin{matrix} \text{(antiduinen)} \\ \text{(duinen)} \end{matrix} \quad (4.34)$$

Deze relatie resulteert, wanneer Froude als functie van  $kd$  wordt gegeven, in een bundel lijnen als functie van  $\beta$ , die de grens tussen duinen en antiduinen aangeven (zie Fig. 4.7). In Fig. 4.8 zijn de contouren van de beddingvormen gegeven voor het geval dat  $k = \ell$

Door een langzaam bewegend bed te veronderstellen tesamen met de snelheidspotentiaal functie wordt de verhouding tussen de voortplantingssnelheid van de beddingvormen en de watersnelheid gevonden

$$\frac{c}{u} = - \frac{mk^2 + n\ell^2}{\beta} \frac{1 - G^2 \tanh (\beta d)}{G^2 - \tanh (\beta d)} \quad (4.35)$$

waarin:  $c$  = voortplantingssnelheid van bodemgolven

$m$  =  $\frac{ds}{du}$  = afhankelijk van de transportvergelijking

$n$  =  $\frac{s}{u}$  = afhankelijk van de transportvergelijking.

Uit verg. (4.35) blijkt dat de golven stroomafwaarts bewegen ( $c/u > 0$ ) voor  $G^2 > \tanh(\beta d)$  en  $G^2 > \coth \beta d$ . De golven bewegen stroomopwaarts voor  $\coth(\beta d) > G^2 > \tanh(\beta d)$ . De relatie  $G^2 = \coth(\beta d)$  kan geschreven worden als:

$$Fr^2 = \left[ \beta^2 \coth(\beta d) \right] / \left[ k^2 (\beta d) \right] \quad (4.36)$$

Vergelijking (4.36) vormt voor  $Fr = f(kd)$  weer een bundel lijnen als functie van  $\beta$  (zie Fig. 4.9).

Wanneer nu Fig. 4.7 en Fig. 4.9 worden samengevoerd blijkt dat er in de figuur een gebied ontstaat waar volgens Kennedy antidunnen ontstaan, en volgens Reynolds in het 3-dimensionale geval 3-dimensionale dunnen zeer goed mogelijk zijn (zie Fig. 4.10).

Opmerkingen:

- (i) Er wordt steeds weer gewerkt met sinusvormige beddingvormen die niet erg realistisch lijken.
- (ii) Het gebruik van Fig 4.10 blijft beperkt tot het constateren van de overeenkomst tussen de waargenomen situatie en de situatie in het gebied waarin deze volgens Fig. 4.10 moet liggen.
- (iii) De invloed van amplitudes van de golven in de twee richtingen op de optredende golflengten is niet aanwezig.
- (iv) Er is geen voorspelling mogelijk van de invloed van de breedte of golflengte, loodrecht op de stromingsrichting, op de optredende golflengte in stromingsrichting. De interactie tussen de twee richtingen ontbreekt.

#### 4.2.4 Hayashi, T. (1970)

Formation of dunes and antidunes in open channels.

Door Hayashi worden op dezelfde wijze als Kennedy gedaan heeft de grenzen afgeleid in het "Froude-kd" vlak tussen de verschillende bodemconfiguraties. Het verschil in de stabiliteitsanalyses is de gebruikte transportvergelijking. Door het verdisconteren van de lokale helling van de bodem wordt de faseverschuiving die Kennedy gevonden heeft voor een groot deel verklaard. Er resulteert een soortgelijke figuur als Kennedy gevonden heeft, nu afhankelijk van de parameter  $C = \frac{\alpha U^2}{\delta 2g}$ .

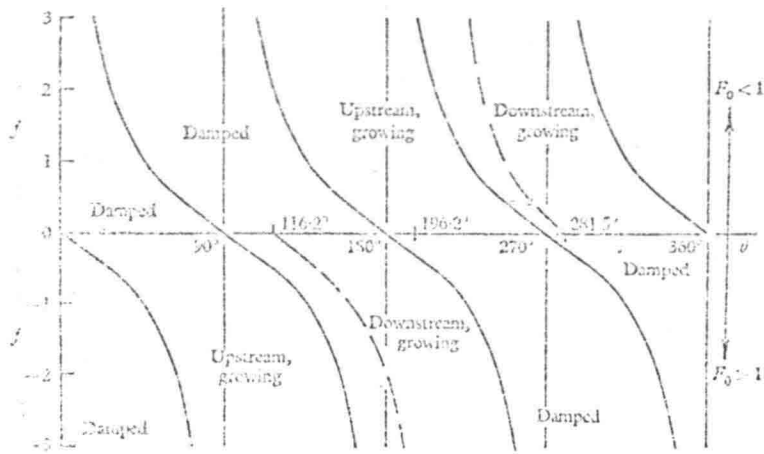


Fig. 4.6 Relatie  $f - \theta$  van verg. 4.32

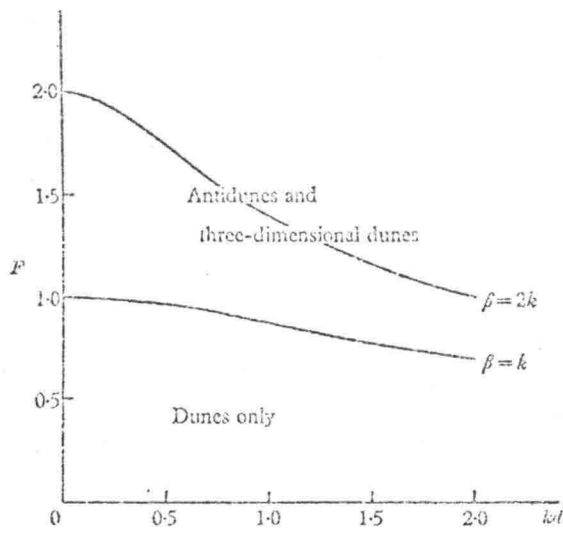


Fig. 4.7 Grenzen tussen duinen en antidunnen

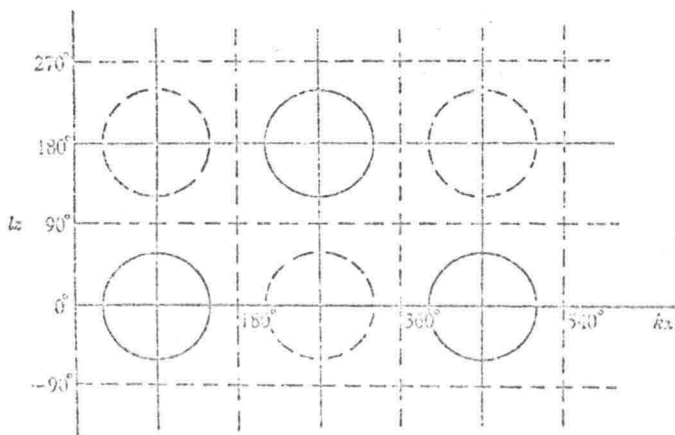


Fig. 4.8 Bodemcontouren



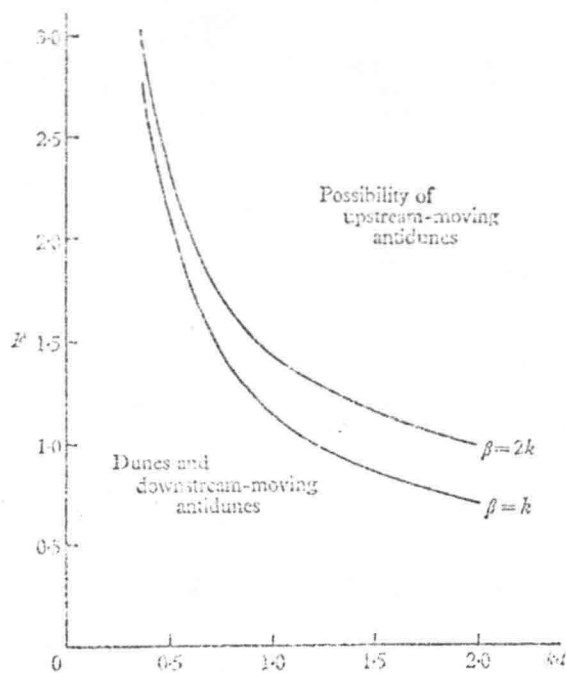


Fig. 4.9 Grenzen tussen bewegingsrichting voor duinen en antiduinen

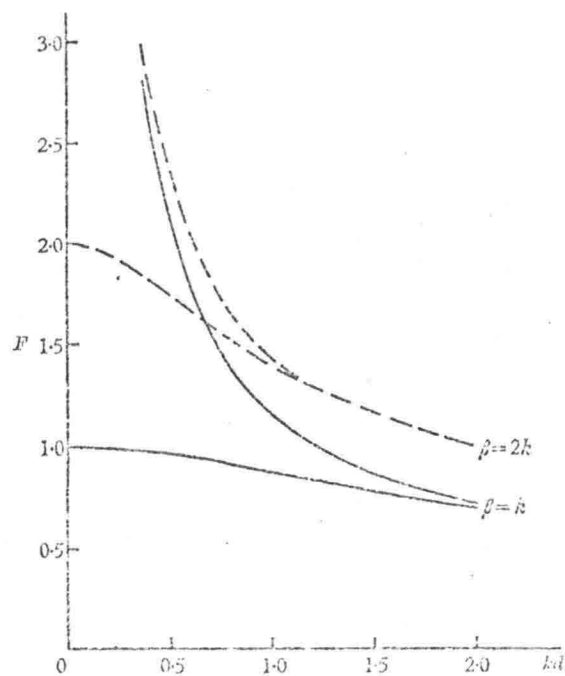


Fig. 4.10 De relatie  $F - kd$  voor optredende beddingvormen als functie van  $\beta$

Zoals reeds opgemerkt vindt de afleiding analoog aan de afleiding van Kennedy plaats. De gebruikte transportvergelijking is nu:

$$s(x,t) = m \left( 1 + \alpha \frac{\partial z}{\partial x} \right)_{(x-\delta,t)} \left[ F_x(x-\delta, -d, t) \right]^4 \quad (4.37)$$

waarin:  $\alpha$  = dimensieloze parameter

$\frac{\partial z}{\partial x}$  = lokale bodemhelling

$F_x = U$  = lokale watersnelheid

$\delta$  = afstand die het lokale transport achterloopt bij de lokale schuifspanning op het gemiddelde bedniveau.

Deze transportvergelijking is van het Duboys-type. De faseverschuiving tussen transport en snelheid wordt nu in belangrijke mate bepaald door de faktor  $\alpha$ .

Analoog aan Kennedy volgt nu een moeilijke differentiaalvergelijking voor de bodemamplitude. Deze moet slechts een functie van de tijd zijn zodat het gedeelte dat afhankelijk van de plaats veroorzaakt, moet verdwijnen. De oplossing die zo ontstaat is van het type:

$$\hat{z}(t) = \hat{z}(0) \exp. wt \quad (4.38)$$

waarin:  $\hat{z}(t)$  = bedamplitude als functie van de tijd

$\hat{z}(0)$  = bedamplitude op  $t = 0$ .

Voor groeiende duinen moet gelden:  $W > 0$ . Uit deze voorwaarde ontstaan de gebieden als weergegeven in Fig. 4.11 als functie van  $C = \frac{\alpha U^2}{\delta 2g}$ .

In Fig. 4.11 zijn de lijnen weergegeven die de grenzen vormen tussen de verschillende types beddingvormen.

Volgens Fig. 4.12 wordt voor  $C = 2$  de beste overeenkomst met waarnemingen verkregen. De aangegeven lijnen zijn:  $F_a^2 = \frac{\tanh kd}{kd}$ ,  $F_m^2 = \frac{\coth kd}{kd}$ ,

$$F_{1,2}^2 = \frac{1}{4kd \tanh kd} \{ C + 2 \pm \sqrt{(C + 2)^2 - 8C \tanh^2 kd} \},$$

De waarnemingen in Fig. 4.11 laten zien dat deze lijnen inderdaad *grenzen* zijn en dat er wederom geen voorspelling kan worden gedaan betreffende de in een bepaalde stroomsituatie optredende golflengte.

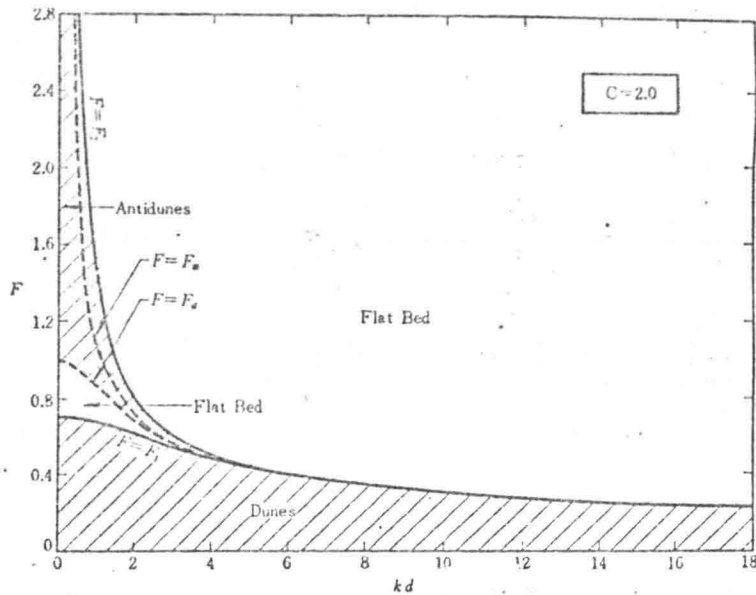


Fig. 4.11 Regions of occurrence of sand waves for case  $c = 2.0$

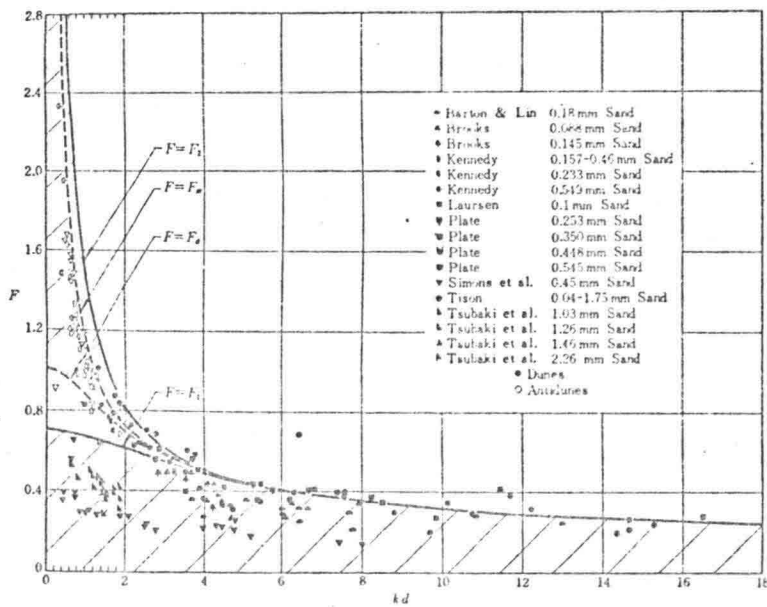


Fig. 4.12 Comparison of predicted regions of occurrence of sand waves for case  $c = 2.0$  with experimental results summarized by Kennedy

Opmerkingen:

- (i) Ook al geeft verg. (4.37) door het gebruik van de faktor  $\alpha$  een faseverschuiving, is niet duidelijk gemaakt waarom transportverg. (4.37) geldig zou zijn.
- (ii) Er wordt uitgegaan van sinusvormige beddingvormen, dit in tegenstelling tot de waarnemingen.
- (iii) De afhankelijkheid van de korreldiameter ontbreekt.
- (iv) Een duidelijke interpretatie van de parameter C vindt niet plaats.
- (v) Wederom wordt er geen relatie gevonden tussen Froude-getal en optredende duinlengte in een goot of riviersituatie. Slechts de grenzen van optredende golven worden gegeven.

4.3 Toetsing van de resultaten van de metingen

De eerder besproken experimenten en metingen waren gericht op het vaststellen van de invloed van de gootbreedte op de optredende beddingvormen. Na de uitgebreide samenvattingen zal het duidelijker zijn dat vergelijking van de waargenomen gootbreedte invloed met de resultaten van de stabiliteitsanalyses niet mogelijk is omdat de invloed van de breedte op de golflengte nergens naar voren komt. Over de optredende duinhoogtes kan ook geen uitspraak worden gedaan. En voor de golflengten is slechts het volgendemogelijk.

- Volgens Anderson is bij de experimenten die zijn uitgevoerd, waar  $Fr \approx 0.43$ , de relatieve golflengte van de optredende duinen:  $d/\lambda \approx 0.8$ . Waargenomen is:  $d/\lambda \approx 0.2$ . De indruk bestaat dat de voorspelling van Anderson ribbels betreft. Mede op grond van eerdere opmerkingen moet worden geconcludeerd dat de resultaten van Anderson weinig waarde hebben.
- De waarnemingen in de experimenten kunnen in de figuren van Kennedy worden gebruikt om de afstandverschuiving uit te rekenen. Het omgekeerde is niet mogelijk omdat niets over de afstandsverschuiving bekend is. De resultaten zijn, voor de experimenten waarbij  $\lambda \approx 1.00$  m en  $Fr \approx 0.43$  waren:  $j = 4$ , d.w.z.  $jd = \delta = 0.80$  m. Deze afstandsverschuiving lijkt wel erg groot tegenover de golflengte 1.00 m. Mede op grond van de eerdereopmerkingen moet ook hier worden geconcludeerd dat de resultaten niet erg bemoedigend zijn en dat de toepassingsmogelijkheden gering zijn.
- De resultaten voor Reynolds geven voor de experimenten, alwaar  $f \approx 5 \times 10^{-3}$  was, de faseverschuiving te zien  $\theta \approx 270^\circ$ . Dit is niet erg reëel volgens Benjamin (1959) Voor de 3-dimensionale resultaten van Reynolds kan worden gezegd dat de waarnemingen van de duinen inderdaad in het gebeid liggen waar zich volgens Reynolds de waarnemingen van duinen moeten bevinden. Ookhier zijn de resultaten van weinig praktisch nut.

- Met de resultaten van Hayashi voor de 2-dimensionale stroming kan analoog aan de 3-dimensionale analyse van Reynolds worden vastgesteld dat de waarnemingen van de duinen liggen in het gebied waar volgens Hayashi duinen moeten optreden. Verdere toepassing van de resultaten is niet mogelijk.

#### 4.4 Conclusies

Wanneer de resultaten van de stabiliteitsanalyses worden overzien kan worden geconcludeerd dat de stabiliteitsanalyses niet bijdragen tot het verduidelijken van de relatie tussen het stromingsbeeld en de optredende beddingvormen. Hiervoor zijn wellicht de aannames van de stabiliteitsanalyses verantwoordelijk:

- (i) Die duinlengte die initiëel het snelst groeit zal gaan overheersen. Volgens de waarnemingen van Jain & Kennedy (1971) ontstaan (initiëel) eerst ribbels, terwijl pas na verloop van tijd de "overheersende" duinen ontstaan.
- (ii) De verstoringen die gesubstitueerd worden zijn sinusvormig. Dit in tegenstelling tot de "werkelijke" beddingvormen die sterk asymmetrisch zijn.

Verder is opvallend dat de invloed van de korreldiameter op de optredende beddingvormen steeds ontbreekt.

Omdat ook ander, ingewikkelde, stabiliteitsanalyses, zie Parker (1976), Callender (1969) en Englund (1970), weinig resultaten opleveren kan worden geconcludeerd dat een relatie tussen stroming en duinen en de invloed van de breedte op de duinen (voorlopig) niet via een stabiliteitsanalyse gevonden kan worden.

## 5. Transportbepaling

### 5.1 Inleiding

Wanneer men ingrepen pleegt bij een rivier, bijvoorbeeld bochtafsnijdingen en versmallingen, wordt vaak de vraag gesteld welke invloed deze ingrepen hebben op de bodemligging, o.a. in verband met de funderingen van brugpijlers en de vaardieptes voor schepen. Om deze vraag enigszins te kunnen beantwoorden moet men de rivier kennen d.w.z. het afvoerregime, stroomprofiel, verhang en sedimenttransport voor de rivier moeten bekend zijn.

Het afvoerregime, het stroomprofiel en het verhang zijn betrekkelijk eenvoudig te meten. Voor het sedimenttransport is dat echter veel moeilijker. Met de Delftse fles of de U.S.P.61 kan wel het zwevend transport min of meer worden bepaald maar het meten van het bodemtransport met behulp van de BTMA (bodemtransportmeter Arnhem) is niet erg bevredigend. De resultaten van metingen geven vaak een enorme spreiding te zien. Er zijn daarom transportformules ontwikkeld die een relatie geven tussen het transport van materiaal en de stromingsomstandigheden, dus als  $X = f(Y)$ , met X is transportparameter en Y is stroomparameter. De bekendste formules zijn wel de formules van Englund-Hansen, voor overwegend zwevend transport, en Meyer-Peter en Müller, voor overwegend bodemtransport.

Deze formules, waarvan de constanten zijn bepaald door middel van stroken van metingen in evenwichtsituaties, worden zowel gebruikt om het transport in een bepaalde actuele situatie te berekenen, als om bij een verandering in stroomtoestand de bodemligging uit te rekenen. Hoewel deze formules niet voor stationaire situaties zijn bedoeld, worden ze toch in die gevallen gebruikt omdat een "echte" bewegingsvergelijking voor zand niet beschikbaar is.

Er kleven enkele nadelen aan deze formules. Eén daarvan is het empirische karakter van de formules. Enkele constanten uit de formules zijn bepaald aan de hand van metingen in bepaalde rivieren en goten. Echter, het is mogelijk dat deze "constante" factoren niet voor alle rivieren gelijk zijn, zodat het zonder meer toepassen van een formule grote fouten kan veroorzaken.

Het grootste bezwaar dat tegen deze en andere formules kan worden gemaakt is dat er in beginsel van wordt uitgegaan dat een rivier- of gootbodemplak is.

Vaak wordt er met geen woord over ribbels en duinen gerept (Kalinske(1947)) en Gessler (1965)). Soms wordt er een faktor in de formules toegevoegd, die de aanwezigheid van ribbels en duinen, die een verandering in de ruwheid veroorzaken, moet verdiskontereren. Dit laatste is het geval bij de formules van Engelund-Hansen en Meyer-Peter en Müller. In beide formules wordt deze zo genoemde ribbelfaktor,  $\mu$ , in de stroomparameter toegevoegd. In dit hoofdstuk zal juist de aanwezigheid van duinen op de bodem als uitgangpunt dienen voor de bepaling van het transport, met de bedoeling dat door een juistere fysische grondslag en door een beschrijving, die beter overeenkomt met de werkelijkheid, het transport nauwkeuriger bepaald kan worden dan met de gebruikelijke formules mogelijk is.

## 5.2 Overzicht van enkele transportformules

Voor de bepaling van het transport in rivieren zijn in de loop der jaren door vele auteurs nieuwe ideeën gepubliceerd.

Naast de empirische formules zijn er semi-empirische formules. Zuiver theoretische formules bestaan eigenlijk niet omdat er altijd wel een coëfficiënt nodig is waarvan de waarde uit metingen moet worden bepaald.

Al deze formules die naast de bepaling van het transport in de huidige evenwichtssituatie, ook met behulp van een enkele aanname een voorspelling kunnen geven voor het transport in een nieuwe evenwichtssituatie, gaan uit van een vlakke rivierbodem. Omdat een rivierbodem zelden vlak is, zijn er de laatste jaren ook artikelen verschenen, waarin dit verschijnsel, duinen en ribbels, juist als uitgangspunt dient en wordt gebruikt voor de bepaling van het transport.

Van ieder van deze drie soorten formules, de empirische, semi-empirische en "duin"-formules volgt nu één voorbeeld.

### • empirische formule

Een veel gebruikte formule voor overwegend bodemtransport is de formule van Meyer-Peter en Müller (1948). Deze luidt aldus:

$$\frac{s}{\bar{D}^{3/2} \sqrt{g\Delta}} = 13.3 \left\{ \frac{\mu a i}{\Delta \bar{D}} - 0.047 \right\}^{3/2} \quad (5-1)$$

waarin:

$s$  = zandtransport inclusief poriën

$$\bar{D} = \text{gemiddelde korreldiameter} = \frac{\sum_i p_i D_i}{\sum_i p_i}$$

$g$  = zwaartekrachtversnelling

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$$

$\rho_s$  = dichtheid van het zand

$\rho_w$  = dichtheid van het water

$\mu$  = ribbelfactor

$$C_t = \text{totale ruwheid van een rivier(vak)} = \frac{q}{a^{3/2} i^{1/2}}$$

$q$  = debiet p.e.v. breedte

$$C_k = \text{korrelruwheid} = 25 \left\{ \frac{a}{D} \right\}^{1/6} \text{ of } = 18 \log \left\{ \frac{12a}{D} \right\}$$

$a$  = waterdiepte

$i$  = waterspiegelverhang

In deze formule wordt het feit dat de bodem niet vlak is versiconteerd door

$$\mu = \left[ \frac{C_t}{C_k} \right]^{3/2}.$$

De coëfficiënten 13.3 en 0.047 zijn bepaald door stroken van de basisformule en metingen. Het toepassen van deze formule bij rivieren waarvan geen metingen zijn gebruikt bij het stroken kan aanleiding geven tot fouten. Omdat er geen fysische grondslag bestaat voor deze formule behoeft deze formule met deze coëfficiënten namelijk niet voor iedere rivier juist te zijn.

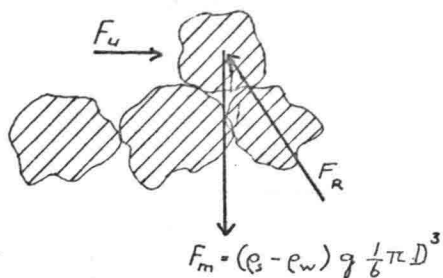
• semi-empirische formule

Kalinske (1947) leidt een formule voor het transport af die uitgaat van bewegende zandkorrels. Om een deeltje in beweging te krijgen is een minimum kracht vereist die afgeleid kan worden uit het evenwicht van een deeltje aan de bodem.



Voor ronde deeltjes in deze evenwichtsbeschouwing

$$F_u = F_m \cdot \tan \alpha \quad (5-2)$$



met:

$F_u$  = kracht door het water uitgeoefend op deeltje = sleepkracht

$F$  = massakracht

$$= (\rho_s - \rho_w) g \frac{1}{6} \pi D^3$$

$\alpha$  = hoek van inwendige wrijving van het bodemmateriaal  $\approx 30^\circ$

Fig. 5.1 Korrelevenwicht

Volgens metingen van White (1940) moet, wanneer deze kracht p.e.v. oppervlakte wordt bekeken, een kracht worden geleverd ter grootte van

$$F_u = \frac{1}{2} F_m \tan \alpha \quad (5-3)$$

Vergelijking (5-3) wordt omgewerkt p.e.v. oppervlakte

$$\tau_c = \frac{1}{2} n (\rho_s - \rho_w) g \frac{1}{6} \pi D^3 \tan \alpha \quad (5-4)$$

waarin:

$\tau_c$  = kritieke schuifspanning = minimum kracht p.e.v. oppervlakte benodigd om de deeltjes te laten bewegen

$n$  = aantal deeltjes p.e.v. oppervlakte dat de schuifspanning opneemt

White stelt dat 0.35 deel van het oppervlakte deze schuifspanning opneemt. Hiermee wordt  $n$  voor ronde deeltjes:

$$n = \frac{p}{\frac{1}{4} \pi D} \quad \text{met } p \approx 0.35 \quad (5-5)$$

Vergelijking (5-4) en (5-5) leveren de uitdrukking voor de kritieke schuifspanning voor ronde deeltjes:

$$\tau_c = \frac{1}{2} p (\rho_s - \rho_w) g \frac{2}{3} D \tan \alpha \quad (5-6)$$

Wanneer de waarden voor  $p$  en  $\alpha$  worden ingevuld resulteert:

$$\tau_c \approx 0.05 (\rho_s - \rho_w) gD \quad (5-7)$$

De dimensieloze kritieke schuifspanning ( $\theta_c = \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho_w) gD}$ ) heeft hier de waarde

$$\theta_c \approx 0.05 \text{ à } 0.06 \quad (5-8)$$

Bij vergelijking van deze waarde voor  $\theta_c$  met de gevonden waarden van Shields (1936) blijkt deze waarde ongeveer 2 maal de Shields-waarde te zijn. Dit grote verschil is een gevolg van een verschil in definitie van de kritieke schuifspanning. Hier is de kritieke schuifspanning zo gekozen dat de kans dat een deeltje beweegt gelijk is aan de kans dat een deeltje blijft liggen, of te wel een kritieke schuifspanning gebaseerd op gemiddelde grootheden. Shields vindt zijn waarden uit waarnemingen waarbij het transport wordt gemeten bij verschillende waarden van de schuifspanningen en waarna een extrapolatie plaatsvindt naar de schuifspanning waarbij het transport nul zou zijn. In deze benaderingswijze van de kritieke schuifspanning wordt verdisconteerd dat er turbulente fluctuaties aanwezig zijn in het water en er toevallige hoge schuifspanningen ontstaan en transport veroorzaken.

De Shields-benadering kan b.v. bij de stabiliteit van een stortebed worden gebruikt waar "absoluut" geen transport mag plaatsvinden. Wanneer het echter om transport gaat, gebaseerd op globale grootheden, moet een hogere waarde dan de Shields-waarde worden aangehouden, b.v. de waarde die Kalinske poneert (zie ook Gessler (1965)).

In het vervolg wordt aangehouden:

$$\theta_c \approx 0.05 \text{ à } 0.06 \quad (5-8)$$

Met de kritieke schuifspanning is de kritieke snelheid gekoppeld. De kritieke snelheid is de snelheid van het water op het niveau van de korrels benodigd om de korrels juist te laten bewegen.

In een situatie waarin de deeltjes bewegen geeft Kalinske een uitdrukking voor de korrelsnelheid:

$$u_k = b (u - u_c) \quad (5-9)$$

waarin:

$u_k$  = korrelsnelheid

$b$  = evenredigheidsconstante

$u$  = watersnelheid op het niveau van de korrels

$u_c$  = kritieke watersnelheid op het niveau van de korrels

Kalinske neemt aan dat in Verg. (5-9)  $b = 1$ .

Het sedimenttransport is nu eenvoudig te berekenen volgens:

$$S = u_k * n * \frac{1}{6} \pi D^3 * \frac{1}{\beta} \quad (5-10)$$

waarin:

$S$  = sedimenttransport inclusief poriën p.e.v. breedte

$n$  = aantal bewegende deeltjes p.e.v. oppervlak =  $\frac{P}{\frac{1}{4}\pi D^2}$

$\beta = 1 - \text{porositeit} \approx 0.6$

$\frac{1}{6}\pi D^3$  = volume van een ronde korrel met diameter  $D$

Het transport is te berekenen als de korrelsnelheid bekend is. Bij de berekening van de korrelsnelheid houdt Kalinske rekening met de turbulentie in het water en gebruikt de uitdrukking

$$\bar{u}_k = \int_{u_c}^{\infty} (u - u_c) f(u) du \quad (5-11)$$

met  $f(u) = \{\text{kansdichtheidsfunctie van } u\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_u} \exp \{-(u - \bar{u})^2 / 2\sigma_u^2\}$   
 $\sigma_u^2$  = variantie van de watersnelheid = turbulentie intensiteit.

Uitwerken van (5-11) en substitutie in (5-10) geeft het transport als:

$$S = f(u_c, \bar{u}, \sigma_u) \quad (5-12)$$

De waarde van deze semi-empirische afleiding is dat er naar echte deeltjes wordt gekeken en dat het resultaat (5-12) universeel toepasbaar is. Er moeten echter nog wel wat opmerkingen worden gemaakt bij deze afleiding:

- de uitdrukking voor de korrelsnelheid (5-9) is een hypothese en lijkt niet juist volgens waarnemingen van Fernandez-Luque (1974);
- de afleiding van  $\tau_c$  is gebaseerd op een vlakke bodem, terwijl in de meeste omstandigheden duinen, ribbels etc. bestaan;
- het aantal bewegende deeltjes  $n = \frac{P}{\frac{1}{4}\pi D^2}$ , is op deze wijze geformuleerd, onaf-

hankelijk van de schuifspanning en constant d.w.z. bij iedere waarde van de schuifspanning groter dan de kritieke schuifspanning wordt de gehele bovenste laag getransporteerd. Visuele waarnemingen leren echter dat bij kleine schuifspanningen weinig deeltjes bewegen en bij hoge schuifspanningen meer dan alleen de bovenste laag deeltjes beweegt.

• "formule met een duin"

Voor een bodem met duinen is de continuïteitsvergelijking voor het sediment volgens Engel (1977):

$$S(x) = C_w (Z(x) - Z(o)) \quad (5-13)$$

waarin:

$S(x)$  = lokale sedimenttransport inclusief poriën

$C_w$  = voortplantingssnelheid van de duinen

$Z(x)$  = lokale bodemhoogte

$Z(o)$  = lokale bodemhoogte waar het sedimenttransport nul is

De lokale bodemhoogtes worden uit bodemregistraties gehaald. De voortplantingssnelheid wordt bepaald uit twee bodemregistraties van eenzelfde rivier(vak) die een zekere tijd na elkaar zijn gemaakt. Door de bodemregistraties te vergelijken kan de afstand die de duinen in die zekere tijd hebben afgelegd, worden gemeten en daarmee de voortplantingssnelheid van de duinen worden berekend.

Deze methode om het transport te bepalen, ook wel dune-tracking genoemd, gaat dus uit van de aanwezigheid van duinen. Het transport wordt bepaald door de voortplantingssnelheid, de duinlengte en de duinhoogte.

Volgens Jonys (1973) is de bodemhoogte op de plaats waar  $S(x) = 0$ , de plaats waar geen transport is,  $0.17 H$  ( $H$  = duinhoogte) boven het dal van de duinen. Voor driehoekige duinen resulteert dit voor het gemiddelde transport in de uitdrukking:

$$\bar{S} = C_w (0.5 H - 0.17 H) = 0.33 C_w H \quad (5-14)$$

Deze formule blijkt in goetomstandigheden het gemiddelde transport goed te beschrijven.

Toepassing van deze formule op een echte rivier levert nog problemen op. Om  $C_w$  goed te kunnen schatten is een nauwkeurig plaatsbepalingssysteem vereist of zijn vele registraties benodigd zodat de fout in  $C_w$  door de fout in de plaatsbepaling uitgemiddeld wordt. In de afleiding van Verg. (5-14) zitten verder de niet-expliciet vermelde aannamen dat duinen onvervormd voortplanten, dat de registraties in een evenwichtsituatie zijn gedaan, dat alle duinen even lang zijn, even hoog zijn en even snel bewegen.

Engel (1978) heeft ook een formule gepresenteerd waarmee uit twee bodemregistraties het "momentane" transport berekend wordt. De aannames van even hoge, even lange en even snelle duinen zijn hier niet nodig, wel de onvervormde voortplanting blijft vereist.

In de formule staat een tijdschaal gedefiniëerd als:  $t_x = C_w L$  ( $L$  = duinlengte) zodat er toch nog een representatieve duinlengte vereist blijft. Voor een nauwkeurige bepaling  $L$  zijn vele registraties nodig of hele lange registraties zodat het gemiddelde van een groot aantal duinen kan worden genomen.

Toepassing van één van beide methodes in praktische situaties heeft nog niet plaatsgevonden.

### 5.3 Probleemstelling en analyse

Wanneer water over een zandbodem stroomt ontstaan er in het algemeen golven op de bodem. Deze golven kunnen worden onderscheiden in ribbels, duinen en macro-golven (voor indeling van bodemvormen zie Kennedy (1963)).

De bodemvormen ontstaan door de interactie zand-water. In principe zullen de kenmerken van deze golven afhangen van verschillende parameters zoals waterdiepte, debiet, korreldiameter van het bodemmateriaal, dichtheid van het water en sediment, het sedimenttransport. Deze relatie nu vormt het uitgangspunt van de volgende beschouwing. Er wordt een éénduidig verband verondersteld tussen de aanwezige beddingvormen en de aanwezige parameters van het zand en het water. In dit hoofdstuk wordt dit verband centraal gesteld:

Wat is het sedimenttransport, wanneer de beddingvormen, debiet, diepte etc., etc. bekend zijn?

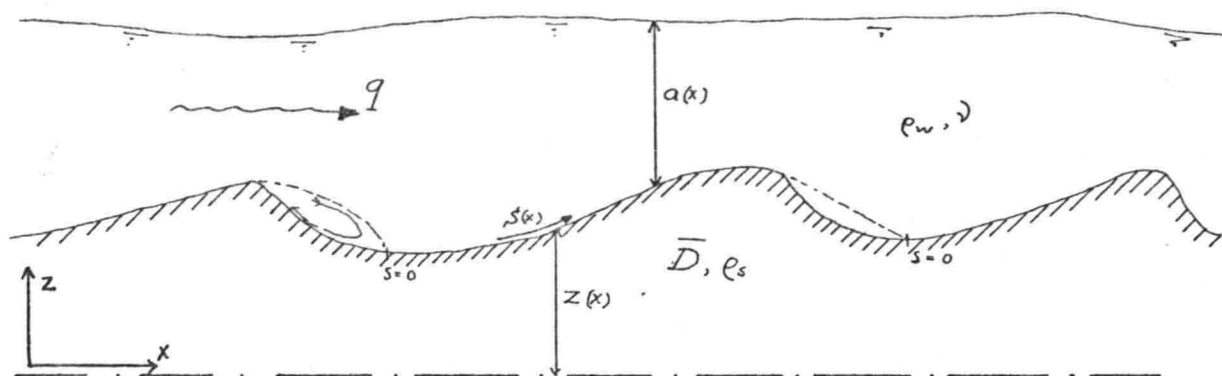


Fig. 5.2 Probleemschets: wat is het gemiddelde transport?

Het transport is dus afhankelijk van de plaats  $x$ .

De eerder gestelde vraag kan nu ook gesplitst worden en wel als volgt:

- Welk stromingsbeeld heerst er op een bepaalde plaats als er een registratie van zowel bodem als waterspiegel gegeven is en
- wat is het lokale transport langs een duin als bovengenoemd stromingsbeeld bekend is?

Wanneer het probleem aldus wordt gesplitst, wordt er impliciet van uitgegaan dat het stroombeeld over een geribbelde bodem zonder transport gelijk is aan het stroombeeld over een geribbelde bodem met bodemtransport. Globaal genomen is dit wel juist. Echter aan de bodem zouden wel verschillen kunnen optreden. Hier wordt aangenomen dat deze verschillen te verwaarlozen zijn.

De vraag betreffende het stromingsbeeld zal allereerst worden behandeld in Par. 5.4, terwijl het daaraangekoppelde lokale transport in Par. 5.5 besproken zal worden.

#### 5.4 Stroming over een duin

Voor de beschouwing van het stroombeeld over een duin zijn twee benaderingen mogelijk:

- De stroming in het geheel beschrijven waarna slechts de voor het transport relevante parameters worden bekeken.
- Direct de voor het transport relevante parameters van de stroming beschrijven als functie van de duinvorm, hydraulische omstandigheden en plaats op de duin.

-Bij de beschrijving van het gehele stroombeeld wordt de stroming over een duin in twee gebieden verdeeld:

- I vertragingengebied
- II versnellingsgebied.

Het zal duidelijk zijn dat deze vraag niet eenvoudig te beantwoorden is.

Zo kunnen er bijvoorbeeld de volgende verschijnselen worden waargenomen:

- (i) beddingvormen zijn onregelmatig, zowel in lengte- als in breedterichting
- (ii) ribbels lijken nauwelijks beïnvloed te worden door waterdiepte of debiet terwijl dit voor duinen wel het geval is
- (iii) wanneer de bodem uit verschillende zandfracties bestaat zullen er armoring verschijnselen (afpleistering) kunnen voorkomen (zie Gessler (1965)).

Voordat de vraag betreffende het sedimenttransport dan ook geanalyseerd kan worden, zijn enkele aannames en beperkingen noodzakelijk. De beperkingen die hier worden gemaakt zijn:

- (i) Er is alleen bodemtransport. Omdat de duinen het bodemtransport direct beïnvloeden, terwijl het lokale zwevende transport nauwelijks door de lokale bodemligging wordt beïnvloed, wordt het zwevende transport buiten beschouwing gelaten.
- (ii) Ribbels worden verwaarloosd, omdat ze gemiddeld het lokale transport niet beïnvloeden en geen duidelijke relatie hebben tot de hydraulische omstandigheden.
- (iii) Macrogolven worden verwaarloosd zodat het transport gemiddeld over een aantal duinen constant is over een river(vak).
- (iv) Alle korrels reageren gelijk op krachten etc. zodat er gewerkt kan worden met  $\bar{D}$  of  $D_{50}$ . Dit is toegestaan bij een geringe spreiding in korrel-diameter. Armoring treedt dan niet op.
- (v) Er is een punt tussen twee duintoppen waar het transport gelijk aan nul is. Doorschietende korrels komen niet voor.
- (vi) Een bodemregistratie is representatief voor de gehele bodem en bevat dus ook voldoende de driedimensionale verschijnselen.
- (vii) Voor de berekening van het momentane transport wordt het stroombeeld constant verondersteld. Dit betekent dat een korrel snel getransporteerd wordt over een duin t.o.v. de variaties in stromingsbeeld.

Wanneer deze aannames en beperkingen worden ingevoerd ontstaat een beeld van het probleem zoals in Fig. 5.2 is weergegeven.

De enige onbekende is  $S(x)$ , want  $q$ ,  $a(x)$ ,  $z(x)$ ,  $D$  etc. worden gemeten.

Aangezien het stromingsbeeld langs een duin aanzienlijk kan variëren en het transport sterk afhangt van het stroombeeld, zal ook het sedimenttransport sterk variëren langs een duin.

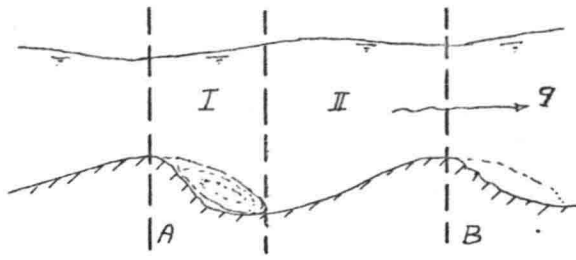


Fig. 5.3 Strooming over een duin

Voor beide gebieden kan een stel-  
sel vergelijkingen worden afge-  
leid dat de strooming beschrijft.

Een analytische oplossing van deze  
vergelijking is niet mogelijk zo-  
dat een numerieke oplossing nood-  
zakelijk is. Met behulp van een uit-  
drukking voor de turbulente diffusie  
coëfficiënt zijn deze vergelijkingen

door Puls, Sündermann en Vollmers (1977) via numerieke weg inmiddels opgelost.  
De berekeningen zijn erg duur. Door het Waterloopkundig Laboratorium wordt dan  
ook gewerkt aan een goedkopere numerieke oplossing door de strooming met "een-  
voudige vergelijkingen" te beschrijven. De resultaten zijn nog niet zodanig  
dat er hier gebruik van kan worden gemaakt.

Bij beide numerieke oplossingsmethoden wordt uitgegaan van een serie regel-  
matige duinen na elkaar, zodat na verloop van tijd een evenwichtsstroming ont-  
staat. Naast deze pogingen tot theoretische numerieke oplossing van de strooming  
kan ook worden getracht de strooming met behulp van metingen vast te leggen. Zo  
is door van Breugel (1963) op 3 plaatsen op een duin de turbulente intensiteit  
verdeling boven een duin gemeten waarbij de duin tot een driehoek was geschema-  
tiseerd.

De meest uitgebreide metingen zijn verricht door Sheen & Raudkivi (1964). Na-  
dat door de strooming over een aanvankelijk vlakke zandbodem, ribbels en duinen  
zijn opgewekt zijn in 8 vertikalen boven-één duin metingen verricht van:

- a) snelheidsprofiel
- b) turbulente intensiteit in horizontale richting
- c) turbulente intensiteit in verticale richting
- d) drukverdeling over de duin
- e) schuifspanningsverdeling over de duin.

Zie voor de resultaten ook bijlage 5.1 en Raudkivi (1976). De resultaten zijn  
interessant, maar een nadeel is dat slechts voor één duinsoort in één stromings-  
toestand metingen zijn verricht, zodat vertaling van deze resultaten naar andere  
duinen en stromingen moeilijk, zo niet onmogelijk is.

Opvallende kenmerken van de strooming zijn:

- grote turbulentie in het vertraginggebied;
- onderdrukking van de turbulentie in het versnellingsgebied;



- "voller" worden van het snelheidsprofiel in het versnellingsgebied.

De stroming over een bodem zonder ribbels zal een log-snelheidsprofiel aannemen en zal een bepaalde schuifspanning op de bodem uitoefenen.

Het snelheidsprofiel wordt gegeven door:

$$u(y) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{32y}{D} \right) \quad (5-14)$$

waarin:

$u(y)$  = snelheid op de hoogte  $y$

$y$  = afstand tot de bodem

$u_*$  = schuifspanningssnelheid ( $= \sqrt{\frac{\tau}{\rho_w}}$ )

$\kappa$  = constante van von Kármán

$D$  = korreldiameter

De onbekende schuifspanningssnelheid kan worden geëlimineerd met

$$\bar{u} = \frac{q}{y_0} \text{ en } \bar{u} = \frac{1}{y_0} \int_0^y \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{32y}{D} \right) dy$$

zodat

$$u_* = \frac{\bar{u}\kappa}{\ln \left( \frac{12y_0}{D} \right)} = \frac{q\kappa}{y_0 \ln \left( 12 \frac{y_0}{D} \right)} \quad (5-15)$$

Invullen in (5-14) levert:

$$u(y) = \frac{q}{y_0} * \frac{\ln \left( \frac{32y}{D} \right)}{\ln \left( \frac{12y_0}{D} \right)} \quad (5-16)$$

Met de mengweg theorie van Prandtl wordt de schuifspanning

$$\tau = \rho_w l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \frac{du}{dy}$$

met  $l$  = mengweg.

Volgens von Kármán is  $l = \kappa y$  aan de bodem met  $\kappa \approx 0.385$ .

Met Verg. (5-16) wordt de schuifspanning van de bodem nu:

$$\tau = \rho_w \kappa^2 \left( \frac{q}{y_0} \right)^2 * \frac{1}{\left\{ \ln \left( \frac{12y_0}{D} \right) \right\}^2} \approx 148 \left[ \frac{q}{y_0 \ln \frac{12y_0}{D}} \right]^2 \quad (5-17)$$

Wanneer nu een log-snelheidsprofiel boven de duinen wordt aangenomen kan de schuifspanning op de duin worden uitgerekend met (5-17). Op de top van de duin is door Sheen de schuifspanning gemeten.

$$\tau_{sh} \approx 0.3 \text{ N/m}^2$$

Volgens de log-snelheidsverdeling en mengweghypothese:

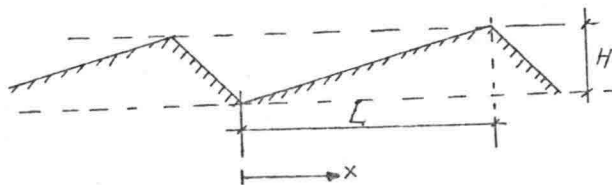
$$\tau_{log} \approx 0.1 \text{ N/m}^2$$

Conclusie kan hier zijn dat voor de berekening van de schuifspanningsverdeling over een duin geen gebruik gemaakt kan worden van het log-snelheidsprofiel en de mengweghypothese. De verhouding tussen  $\tau_{log}$  en  $\tau_{sh}$  is veel te groot om met  $\tau_{log}$  het transport te gaan berekenen omdat het transport, zoals nog zal blijken zeer gevoelig is voor de schuifspanning.

- De voor het transport relevante parameter blijkt de schuifspanning te zijn, zie Par. 5.5.

De bepaling van de schuifspanningsverdeling langs een duin op theoretische wijze kan slechts door het oplossen van de eerder beschreven stelsels vergelijkingen, wat tot nu toe niet veel oplevert. Daarnaast zijn door Vittal *et al* (1977) wel vele metingen verricht van de schuifspanningsverdeling over driehoekige duinen. Het aantrekkelijke van deze serie metingen is dat de verdeling is bepaald voor verschillende duinlengtes en -hoogtes en onder verschillende stromingscondities. Daarvoor wordt hier een samenvatting van de resultaten van Vittal gegeven. Op grond van dimensieanalyse stelt Vittal, dat de schuifspanning een functie is van verschillende dimensieloze parameters.

Voor een gladde wand zijn deze:



Duindefinities volgens Vittal

- 1)  $C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho u^2}$
- 2)  $Re = \frac{u R_b}{\nu}$
- 3)  $\frac{H}{L} = \text{vormfactor}$
- 4)  $\frac{x}{L} = \text{plaatsfactor}$

waarin:

u = gemiddelde snelheid = debiet/gem. waterdiepte

- $R_b$  = gem. hydraulische straal van de bodem  
 $\nu$  = kinematische viscositeit van het water  
 $H$  = duinhoogte  
 $L$  = duinlengte van het stijgende deel  
 $X$  = plaats op duin gemeten vanaf dal  
 $Re$  = getal van Reynolds.

Bij een gladde wand blijkt dat  $C_f Re^{1/3} = f\left(\frac{H}{L}, \frac{X}{L}\right)$  het beste aansluit bij de metingen.

Voor ruwe duinelementen komt er volgens Vittal nog een vijfde parameter bij die de ruwheid weergeeft:

$$5. \frac{R_b}{D} = \text{ruwheidsparameter}$$

Het verband tussen  $C_f$ ,  $Re$  en  $\frac{R_b}{D}$ , kan uit de metingen van Vittal niet worden bepaald. Echter op grond van de overwegingen dat in het geval van een gladde wand  $C_f$  onafhankelijk is van  $\frac{R_b}{D}$  en dat in het geval van een zeer ruwe wand  $C_f$  onafhankelijk is van  $Re$  en  $C_f$  volgens Mannings-Strickler evenredig is met  $\left(\frac{R_b}{D}\right)^{-1/3}$  kiest Vittal (min of meer arbitrair):

$$C_f \sim \frac{1}{Re^{1/6} \left(\frac{R_b}{D}\right)^{1/6}} \quad (5-18)$$

Op bijlage 5.2 is de relatie  $C_f Re^{1/6} \left(\frac{R_b}{D}\right)^{1/6} = f\left(\frac{H}{L}, \frac{X}{L}\right)$  uitgezet voor  $\frac{H}{L} = \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$  als functie van  $\frac{X}{L}$ .

Deze lijnen gelden voor driehoekige duinen. In een natuurlijke situatie zijn de duinen anders gevormd. De schuifspanningsverdeling zal dan ook anders zijn dan de lijnen in bijlage 5.2. Voor één natuurlijke duin in één stroomsituatie is de schuifspanningsverdeling bekend namelijk de meting van Sheen & Raudkivi. Deze verdeling is eveneens op bijlage 5.2 getekend.

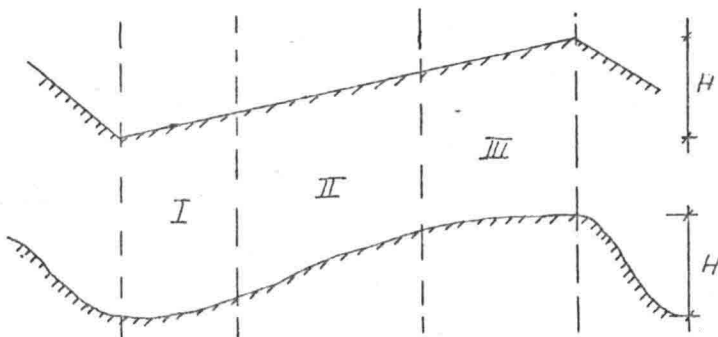


Fig. 5.4 boven: driehoekig duin, onder: natuurlijk duin

De lijnen voor  $\frac{H}{L} = \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$  zullen een vergelijkbare vorm hebben omdat iedere duin ongeveer dezelfde vorm heeft (zie Fig. 5.4).

Over de verdeling van schuifspanning bij natuurlijke duinen t.o.v. de verdeling bij driehoekige duinen kan nog het volgende worden opgemerkt:

- in het gebied I zal de schuifspanning bij driehoekige duinen sneller toenemen omdat de stroming daar meer versneld wordt door de grotere stijging van de bodem dan bij natuurlijke duinen;
- in het gebied II is het omgekeerde aanwezig. De schuifspanning stijgt nu meer bij natuurlijke duinen dan bij driehoeken;
- in het gebied III vindt hetzelfde plaats als in gebied I.

Op grond van deze overwegingen en aan de hand van de meting van Sheen & Raudkivi zijn op bijlage 5.2 de lijnen getekend die de schuifspanningsverdeling bij natuurlijk gevormde duinen weergeven. Met deze figuur is de relatie tussen de stroming, duinvorm en schuifspanning gelegd die juist nodig zal blijken te zijn om het lokale transport te kunnen berekenen.

### 5.5 Het lokale transport

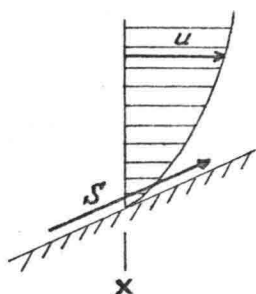


Fig. 5.5 Lokale situatie

Voor de bepaling van het lokale transport wordt de stroming geheel bekend verondersteld, d.w.z. de snelheid als functie van de plaats  $x$  en als functie van de hoogte  $y$  is overal bekend.

Het vraagstuk van de relatie tussen stroombeeld en lokaal transport kan nu op verschillende manieren worden aangepakt:

- (i) een deeltje volgen en de verschillende bewegingen en kansen op bewegingen, botsingen etc. koppelen aan de watersnelheden bij de bodem;
- (ii) uitgaan van een bepaalde wijze van transport, in dit geval een concentratie-vertikaal en het verband tussen concentratievertikaal en stroombeeld onderzoeken;
- (iii) uitgaan van globale grootheden zodat alle korrels gemiddelde plaatsen en gemiddelde snelheid hebben d.w.z. allen met dezelfde snelheid op dezelfde afstand van de bodem bewegen. Daarna deze grootheden koppelen aan de waterbeweging.

Ieder van deze mogelijke wijzen van aanpak is onderzocht. Uiteindelijk bleek slechts de 3e methode vruchtbaar te zijn. De 1e en de 2e aanpak zullen hier

toch globaal worden besproken om aan te geven waarom ze faalden.

Allereerst zullen echter twee andere problemen worden besproken die bij verdere exercities bekend moeten zijn:

- definitie van de bodem en ligging van de bodem t.o.v. de korrels;
- de schuifspanning, benodigd om deeltjes langs een positieve helling te bewegen ( $\frac{\partial z}{\partial x} > 0$ );
- definitie van de bodem.

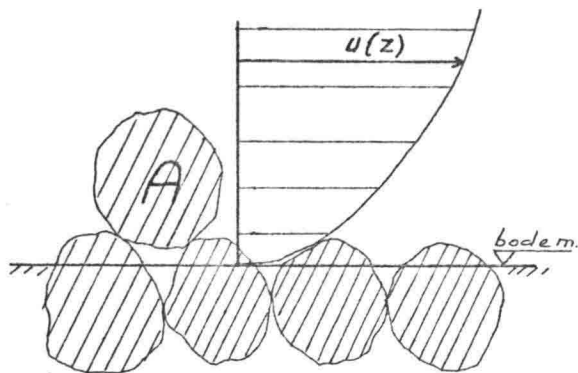


Fig. 5.6 Definitieschets

De meest gebruikte en meest logische definitie van de bodem is de bodem op die plaats aan te nemen waar de watersnelheid nul is (zie Fig. 5.6). Deze definitie op zich is niet voldoende om verder te gebruiken. Het is nodig om te weten waar de zanddeeltjes zich bevinden t.o.v. de bodem. Dit probleem kwam al eerder naar voren bij onderzoeken van Egiazaroff (1965) en

Gangadharaiah (1975). Beiden hebben dit probleem als volgt opgelost.

Bij een vlakke bodem is het snelheidsprofiel logarithmisch. Dichtbij de bodem zal dit door de versturende werking van de korrels niet meer kloppen, terwijl ook eventueel aanwezig transport het snelheidsprofiel beïnvloed. Er wordt echter toch aangenomen dat het log. snelheidsprofiel tot aan de bodem geldt.

Door het stromende water wordt er een kracht uitgeoefend op de deeltjes die in het snelheidsprofiel steken, b.v. deeltje A. Volgens de afleiding in Par. 5.2 is er een minimum kracht nodig om dit deeltje te bewegen. Door nu de kracht, uitgeoefend door het water, gelijk te stellen aan deze minimum kracht, is de plaats van het deeltje in het snelheidsprofiel te berekenen. Het resultaat is weergegeven in Fig. 5.7.

De toplaag van het bodemmateriaal ligt 0.3 D boven de bodem. De deeltjes die de toplaag ondersteunen liggen 0.3 D onder de bodem en steken dus nog 0.2 D in het snelheidsprofiel.

In vervolg zal ook bij transport van deeltjes worden aangenomen dat de laag waarover de getransporteerde deeltjes bewegen ongeveer 0.2 D in het

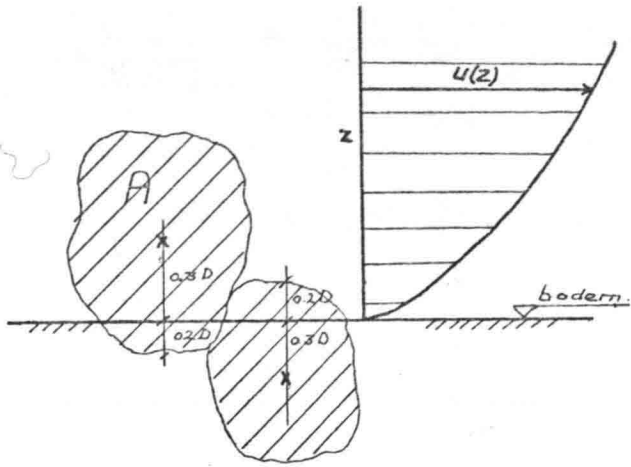


Fig. 5.7 Plaats van de deeltjes

snelheidsprofiel steekt.

- kritieke kracht voor een deeltje op een helling

De afleiding van de kritieke kracht voor een deeltje op een helling gaat analoog aan de beschouwing van Kalinske voor een deeltje op een vlakke bodem (zie Par.5.2).

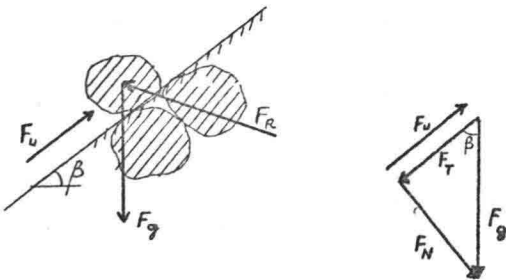


Fig. 5.8 Krachtenevenwicht

Het krachtenevenwicht op een helling is (zie Fig. 5.8):

$$F_u = F_n \tan \alpha + F_t \quad (5-18)$$

Uit figuur 5.8 blijken de waarden voor  $F_n$  en  $F_t$ :

$$F_n = \frac{F_g}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}$$

$$F_t = \frac{F_g \cdot \frac{dz}{dx}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}$$

waarin:  $\frac{dz}{dx} = \tan \beta = \tan$  (hellingshoek).

Ingevuld in (5-18) geeft dit:

$$F_u = F_g \left( \tan \alpha + \frac{dz}{dx} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} \quad (5-19)$$

De uitdrukking voor  $F_g$  is:

$$F_g = (\rho_s - \rho_w) g \frac{\pi}{6} D^3 \quad (5-20)$$

Dit geldt voor ronde korrels en voor het geval dat de liftkracht die het water uitoefent op de korrel te verwaarlozen is. Deze liftkracht ontstaat door de neer achter de korrel en door de asymmetrische stroming rond de korrel. De verwaarlozing is gerechtvaardigd, zie b.v. Egiazaroff (1965). Vergelijking (5-19) wordt nu:

$$F_u = (\rho_s - \rho_w) g \frac{\pi}{6} D^3 \left( \tan \alpha + \frac{dz}{dx} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2}} \quad (5-21)$$

Dit is de kracht om één deeltje te laten bewegen. Per eenheid van oppervlakte is een kracht benodigd ter grootte van  $F_u \times n$ , met  $n$  = aantal deeltjes p.e.v. oppervlakte dat deze kracht opneemt.

$n = \frac{P}{\frac{1}{4}\pi D^2}$ , met  $p$  = dat deel van het oppervlak dat de kracht opneemt.

De kracht  $F_u$  p.e.v. oppervlakte heet kritieke schuifspanning,  $\tau_c$ .

Vergelijking (5-21) wordt hiermee:

$$\tau_c = (\rho_s - \rho_w) \frac{2}{3} g D p \left( \tan \alpha + \frac{dz}{dx} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2}} \quad (5-22)$$

Betreffende Verg. (5-22) kunnen de volgende opmerkingen worden gemaakt:

- (i) de faktor  $2/3$  geldt slechts voor ronde korrels;
- (ii)  $\alpha$  is volgens Lane (zie Graf (1971)) :  $\alpha = 24^\circ \text{ à } 34^\circ$ ;
- (iii)  $p$  is volgens White (1940) :  $p \approx 0.35$ ;
- (iv) uit metingen van White blijkt, dat  $\tau_c$  ongeveer de helft is van de waarde voor  $\tau_c$  volgens (5-22);
- (v)  $\frac{dz}{dx}$  voor duinen  $< 0.1$ , zodat  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2}} \approx 1$ .

Voor de dimensieloze kritieke schuifspanning  $\theta_c = \left( \frac{\tau_c}{(\rho_s - \rho_w) g D} \right)$  volgt nu

$$\theta_{c_{hel}} \approx \theta_{c_{vlak}} \left( 1 + 2 \frac{dz}{dx} \right) \quad (5-23)$$

met:  $\theta_{c_{vlak}} \approx 0.05 \text{ à } 0.06$  (Verg. (5-8)).

Een positieve helling zal dus een verhoging van de kritieke schuifspanning tot gevolg hebben.

### 5.5.1 Transport van individuele deeltjes

Bij deze wijze van aanpak, het volgen van individuele deeltjes, is eerst een kwalitatieve beschouwing nodig over de mogelijke bewegingsvormen van een deeltje en over de mogelijke krachten die op een deeltje werken.

De volgende stap is met behulp van een kwantitatieve analyse de bewegingen en krachten die van belang zijn, scheiden van de bewegingen en krachten die verwaarloosbaar zijn. De laatste stap is een beschrijving geven in formulevorm van de essentiële bewegingen van en krachten op een deeltje.

Zoals zal blijken is de kwalitatieve analyse mogelijk, de kwantitatieve analyse erg moeilijk en het in formulevorm weergeven tot nu toe onmogelijk.

#### - globale kwalitatieve beschouwing

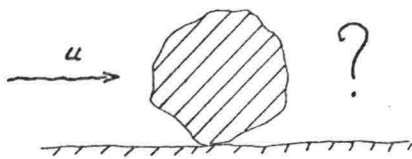


Fig. 5.9 Stroming en deeltje

Voor een deeltje dat op de bodem ligt en dat de stroming voelt, zijn er verschillende bewegingsmogelijkheden:

- stil liggen, bewegingskrachten te klein;
- rollen en schuiven en botsen in de eigen laag; translatie en rotatie op eigen niveau;
- opspringen door liftkrachten, botsingen etc.; translatie en rotatie in de ruimte.

Een deeltje dat al beweegt in een transportlaag boven de bodem heeft weer de volgende mogelijkheden:

- terugvallen naar de bodem, want de opwaartse krachten, door het water en door ondersteunende deeltjes, zijn te klein om het deeltje op hoogte te houden; translatie en rotatie in de ruimte;
- bewegen in transportlaag; weer translatie en rotatie;
- opspringen door liftkrachten van water, botsingen etc.; idem rotatie en translatie.

#### - kwantitatieve analyse

Bij de kwantitatieve analyse moeten de bewegingen en krachten, die hier boven vermeld staan (overigens niet uitputtend opgesomd maar wel illustratief voor de problemen), naar grootte worden geschat. Hierbij zal moeten worden gewerkt met de kans dat een bepaalde situatie optreedt. Denk b.v. aan botsingen. Het kwantificeren van deze kansen is bijzonder moeilijk.



Daarnaast echter is het al zeer moeilijk om de invloed van bepaalde fenomenen naar grootte te schatten, aannemende dat ze optreden.

Enkele verschijnselen zijn al onderzocht. Zo concluderen Parker (1975) en Fredsøe (1976) dat de versnelling van deeltjes langs een duin en de daarvoor benodigde kracht verwaarloosd kan worden, wanneer de deeltjes voldoende klein zijn b.v.  $D < 1$  mm.

Over botsingen en liftkrachten is veel minder bekend. Bij botsingen is niet bekend hoe de botsing plaatsvindt, b.v. elastisch, wat de vorm van de deeltjes is en welke invloed dit heeft op de botsing, of er sprake is van een meebewegende watermassa, die de botsing kan dempen, etc., etc..

Voor de liftkrachten wordt meestal aangenomen dat ze te verwaarlozen zijn (zie Egiazaroff (1957)). Dit is wel juist aan de bodem waar geen verticale watersnelheid aanwezig kan zijn. Echter op enige afstand van de bodem zouden korrels wel een liftkracht kunnen ondervinden door verticale watersnelheden, die ontstaan door turbulente fluctuaties. Juist dicht bij de bodem is niets bekend over turbulentie, zodat kwantificering niet mogelijk is.

- weergave in formulevorm

Na het voorgaande zal het duidelijk zijn dat deze stap niet mogelijk is vanwege de veelheid aan problemen die spelen bij de beweging van een deeltje.

### 5.5.2 Concentratievertikaal

Bij deze aanpak wordt verondersteld dat de deeltjes op een bepaalde wijze over de transportlaag zijn verdeeld. De dikte van de transportlaag is afhankelijk van de stromingsconditie en de vorm van de transportlaag moet worden aangenomen.

Er zal hier een relatie tussen stromingsconditie en transportlaag worden afgeleid voor twee verschillende transportvormen, waaruit bij een bepaalde stroming de dikte van de transportlaag kan worden berekend.

Uitgangspunt vormt de uitdrukking:

$$\tau = \tau_c + n F_d \quad (5-24)$$

waarin:

$\tau$  = lokale schuifspanning

$\tau_c$  = lokale kritieke schuifspanning

$n$  = aantal bewegende deeltjes per eenheid van oppervlakte

$F_d$  = door bewegende deeltjes overgebrachte (dispersieve) deel van de schuifspanning

Verg. (5-24) geeft aan dat de schuifspanning voor een deel direct wordt overgedragen aan de deeltjes op de bodem,  $\tau_c$ , en voor een deel wordt overgebracht op de bewegende deeltjes,  $n F_d$ .

(Verg. (5-24) is geverifieerd door Fernandez-Lugue (1974) en oorspronkelijk geponeerd door Bagnold (1954), die de uitdrukking via de "paradox van Bagnold" plausibel heeft gemaakt.

Paradox van Bagnold: stel dat de bewegende deeltjes geen schuifspanning opnemen en dat  $\tau > \tau_c$ , dan wordt de toplaag van de bodem geërodeerd. Nu komt er een nieuwe laag boven waarvoor geldt  $\tau > \tau_c$ , zodat ook deze laag wordt geërodeerd, enz. enz.. Op deze wijze is er geen stabiele bodem mogelijk, terwijl die in de praktijk wel voorkomen. De enige oplossing is dat de bewegende deeltjes een deel van de schuifspanning opnemen en eventueel overbrengen naar de bodem.

Voor het dispersieve deel wordt verondersteld dat dit gelijk is aan de schuifkracht:  $F_d = m' \cdot g \cdot f$ , met  $m'$  = massa van een deeltje t.o.v. het water,  $g$  = zwaartekrachtsversnelling,  $f$  = wrijvingscoëfficiënt =  $\tan \phi$  ( $\phi$  = hoek van inwendige wrijving). Er wordt dus verondersteld dat de stroomkracht die een deeltje ondervindt tijdens beweging gelijk is aan de wrijvingskracht op dat deeltje door de bodem. Dit is juist als een deeltje eenparig beweegt. Bij versnelde deeltjes klopt dit niet. Echter volgens Parker (1975) kan de versnelling worden verwaarloosd.

$F_d$  is dus:

$$F_d = \rho_w g (s - 1) \frac{\pi}{6} D^3 \tan \phi \quad (5-25)$$

met  $s = \rho_s / \rho_w$ .

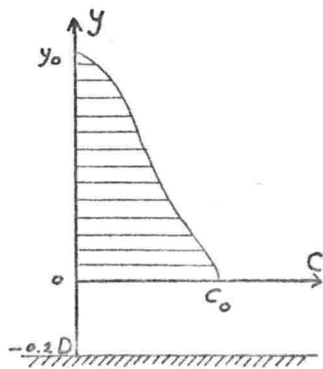


Fig. 5.10 Concentratie vertikaal

$n F_d$  kan nu worden geïnterpreteerd als de totale relatieve transportlaag massa per  $m^2$  maal  $(g \tan \phi)$ . Wanneer in plaats van met  $n F_d$  wordt gewerkt met een concentratie vertikaal kan voor  $n F_d$  worden geschreven als de som van massa's met dikte  $\Delta y$  en concentratie  $c$ :

$$\sum_i \rho g (s - 1) \Delta y_i c(y_i) \tan \phi$$

In de limietovergang wordt dit

$$\int_0^{y_0} \rho g (s - 1) c(y) \tan \phi(y) dy \tag{5-26}$$

Hierin is  $c(y)$  gedefiniëerd als het deel van het oppervlak dat wordt ingenomen door deeltjes.

In Verg. (5-26) staat  $\tan(\phi)$  als functie van  $y$  geschreven. De schuifkracht kan namelijk een functie van concentratie zijn en dus een functie van de hoogte. Over de schuifkracht kan het volgende worden gezegd: de schuifkracht is het resultaat van ontmoetingen tussen deeltjes met ongelijke snelheden. De gemiddelde grootte van de kracht zal afhangen van het aantal ontmoetingen per tijdseenheid en dit zal afhangen van de concentratie van de deeltjes die ontmoet worden. De meeste ontmoetingen vinden plaats met deeltjes die gemiddeld lager bewegen dan het deeltje zelf. De plaats waar de ontmoetingen plaats vinden, en dus tevens de plaats waar  $F_d$  aangrijpt, zal ergens liggen tussen het centrum en de onderkant van het deeltje, b.v.  $\alpha D$  onder het centrum, (zie Fig. 5.11).

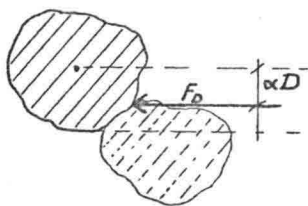


Fig. 5.11 Aangrijpen van  $F_d$ .

Voor  $\tan \phi$  wordt nu een lineair verband met de concentratie op  $y - \alpha D$  verondersteld:

$$\tan \phi(y) = \tan \phi_0 \times \frac{c(y - \alpha D)}{c_0} \tag{5-27}$$

met:

- $\phi_0$  = hoek van inwendige wrijving aan de bodem
- $c_0$  = concentratie aan de bodem =  $p$  (= 0.35 volgens White)
- $\alpha$  = coëfficiënt voor aangrijpen van  $F_d$ :  $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$ .

Invullen van (5-27) en (5-26) in (5-25) geeft:

$$\tau_{y_0} = \tau_c + \frac{\rho g (s - 1) \tan \phi_0}{c_0} \int_0^{y_0} c(y - \alpha D) c(y) dy \tag{5-28}$$

Voor  $\tau_c$  kan Verg. (5-23) worden aangehouden:

$$\frac{\tau_c}{\rho_w g (s-1) D} \approx 0.05 \text{ à } 0.06 \quad (5-29)$$

Verg. (5-28) kan verder worden uitgewerkt wanneer de vorm van de concentratieverdeling bekend is.

- Voor de lineaire verdeling, aangegeven in Fig. 5.12 en gedefinieerd als:

$$\begin{aligned} c &= c_0 & y < 0 \\ c &= c_0 \left\{ 1 - \frac{y}{y_0} \right\} & 0 \leq y \leq y_0 \\ c &= 0 & y > y_0 \end{aligned}$$

levert Verg. (5-28) met invullen van (5-29)

$$\theta_1 = \theta_c \left[ 1 + \frac{y_0}{D} + 3\alpha \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\alpha D}{y_0} + \frac{1}{6} \left( \frac{\alpha D}{y_0} \right)^2 \right\} \right] \quad (5-30)$$

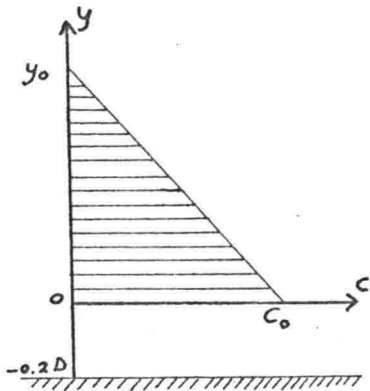


Fig. 5.12 Lineaire concentratieverdeling

De transportlaag begint  $0.2D$  boven de bodem omdat de bovenste deeltjes die in bodem liggen  $0.2D$  in het snelheidsprofiel steken en dus over  $0.2D$  het transport verhinderen.

Bovendien is  $c_0$  als concentratie op  $y = 0$  gekozen omdat de concentratie iets onder  $y = 0$  gelijk aan  $c_0$  is en er geen sprongen in de concentratie zullen zitten (eventueel wel in de afgeleide van de concentratie).

- Voor de parabolische concentratieverdeling, aangegeven in Fig. 5.13 en gedefinieerd als:

$$\begin{aligned} c &= c_0 & y < 0 \\ c &= c_0 \left\{ 1 - \left( \frac{y}{y_0} \right)^2 \right\} & 0 \leq y \leq y_0 \\ c &= 0 & y > y_0 \end{aligned}$$

geeft Verg. (5-28) met Verg. (5-29)

$$\theta_2 = \theta_c \left[ 1 + \frac{8}{5} \frac{y_0}{D} + 3\alpha \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \frac{\alpha D}{y_0} + \frac{1}{3} \left( \frac{\alpha D}{y_0} \right)^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{\alpha D}{y_0} \right)^4 \right\} \right] \quad (5-31)$$

Verg. (5-30) en (5-31) geven beiden een relatie tussen  $\theta$ ,  $y_0/D$  en  $\alpha$ .  $y_0$  is de transportlaagdikte, ook wel  $\delta$  genoemd. Op bijlage 5.3 zijn  $\theta_1$ , en  $\theta_2$  uitgezet als functie van  $\delta/D$  voor  $\alpha = 0, 0.25$  en  $0.50$ . Met de Verg. (5-30) en (5-31) voor de lineaire en parabolische concentratieverdeling en met Verg. (5-28) voor een algemene concentratieverdeling, is de relatie gelegd tussen de schuifspanning en de (concentratie vertikaal) transportlaagdikte.

Omdat over een duin de schuifspanning variëert zal ook de transportlaagdikte variëren over een duin.

Nu de transportlaagdikte bekend is, ontbreekt nog de snelheid waarmee de transportlaag beweegt, om het lokale transport te kunnen uitrekenen. Analoog aan Verg. (5-9) wordt voor de transportsnelheid op hoogte  $y$  gesteld:

$$u_k(y) = b \{u(y) - u_c\} \quad (5-32)$$

met:

$u(y)$  = watersnelheid op hoogte  $y$

$u_k(y)$  = korrelsnelheid op hoogte  $y$

$b$  = evenredigheidsconstante

$u_c$  = kritieke snelheid (watersnelheid benodigd om een deeltje juist te laten bewegen)

Ook hier zal voor  $b = 1$  worden gekozen.

De kritische snelheid kan worden bepaald uit het evenwicht van een deeltje: stroomkracht = schuifkracht.

De stroomkracht is:  $(\frac{1}{2}\rho_w u_c^2) (\frac{1}{4}\pi D^2) c_d$  (5-33)

met:

$\frac{1}{4}\pi D^2$  = aangestroomde oppervlak

$c_d$  = weerstands-/vormfaktor

$c_d$  is afhankelijk van het Reynoldsgetal van de korrel en van de vorm van de korrel (zie de Vries (1975)). Hier wordt de waarde voor ronde korrels aangehouden:  $c_d \approx 0.5$

De schuifkracht voor één deeltje op een hellende bodem is (zie (5-23)):

$$\frac{1}{2} \rho_w g (s - 1) \frac{\pi}{6} D^3 \left( \tan \phi_0 + \frac{dz}{dx} \right) \quad (5-34)$$

met:

$\phi_0$  = hoek van inwendige wrijving =  $24^\circ$  à  $34^\circ$

$\frac{dz}{dx}$  = bodemhelling

Gelijkstellen van (5-33) en (5-34) en invullen van de waarden van  $\phi_0$ ,  $c_d$  en  $g$  resulteert in de uitdrukking voor de kritieke snelheid.

$$u_c^2 = 10.8 \left\{ 0.5 + \frac{dz}{dx} \right\} D$$

$$\text{dus } u_c = \left[ 10.8 \left\{ 0.5 + \frac{dz}{dx} \right\} D \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5-35)$$

Omdat in (5-35) de lokale bodemhelling nog aanwezig is, kan de kritieke snelheid langs een duin veranderen.

Met Verg. (5-32) en (5-35) is nu de transportsnelheid voor de concentratievertikaal bekend. (Uitgangspunt vormde immers dat de *gehele* stroming bekend was en dus ook de watersnelheden bij de bodem).

Het transport kan nu berekend worden door  $u_k(y) \cdot c(y)$  te integreren over de transportlaag:

$$S = \int_{y_c}^{\delta} u_k(y) \cdot c(y) dy \quad (5-36)$$

met:  $y_c$  = plaats waar ( $u_c = u_w$ ).

Met behulp van de tot nu toe afgeleide formules is het lokale transport op de top van een duin bepaald. Deze duin is een duin die karakteristiek kan worden genoemd voor de proeven, verricht in de smalle goten (zie Par. 2 en 3).

(Het debiet is 0.1 m<sup>3</sup>/s, de waterdiepte op de top is 0.151 m, duinlengte is 1.00 m en duinhoogte is 0.05 m). Voor gegevens over de duinvorm en stroming zie Fig. 5.14.

Om de berekening te kunnen maken moeten zowel de schuifspanning bekend zijn om de transportlaagdikte te kunnen berekenen, als het snelheidsprofiel bij de bodem bekend zijn om de transportsnelheid te kunnen berekenen.

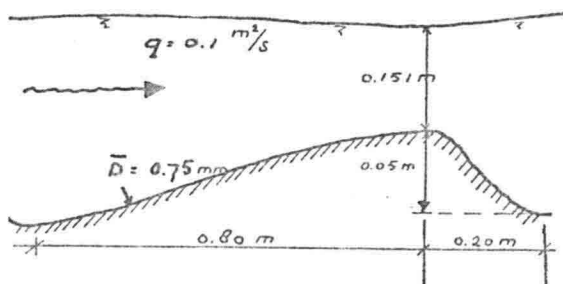


Fig. 5.14 Karakteristieke duin

De schuifspanning kan worden bepaald met de relaties op bijlage 5.2. Van het snelheidsprofiel aan de bodem is niets bekend.

Voor zowel het snelheidsprofiel als voor de waarde van de schuifspanning is uitgegaan van een log-snelheidsprofiel. Zoals in Par. 5.4 opgemerkt zal het snelheidsprofiel door het versnellingsgebied afwijken van de log-verdeling zodat de resultaten van transportlaagdikte en transporthoeveelheid dan ook niet meer dan een indicatie voor de werkelijke grootheden geven.

De resultaten van de berekeningen zijn:

- $u = 0.085 \ln(32 \frac{y}{D})$
- $\tau = 1.07 \text{ Pa}$
- $\theta = 0.088$
- $u_c = 0.093 \text{ m/s}$  en  $y_c = 0.09 D$
- transportlaag  $\delta$  bij lineaire concentratieverdeling en  $\alpha = \frac{1}{2}: 0.5 D$
- transportlaag  $\delta$  bij parabolische concentratieverdeling en  $\alpha = \frac{1}{2}: 0.4 D$
- $\bar{S}_{\text{top}} = 44 \text{ liter/h.m'}$  bij lineaire verdeling
- $S_{\text{top}} = 46 \text{ liter/h.m'}$  bij parabolische verdeling

Wanneer wordt aangehouden  $\bar{S} \approx \frac{S_{\text{top}}}{1.8}$  (zie de Vries (1976) ), zijn de resultaten voor het gemiddelde transport:

- $\bar{S} \approx 24.5 \text{ l/h.m'}$  bij lineaire verdeling
- $\bar{S} \approx 25.5 \text{ l/h.m'}$  bij parabolische verdeling

Het werkelijk aanwezige transport in de goot was:

$$\bar{S} \approx 44 \text{ l/h.m'}$$

Ondanks de vrij grove aanname van een log-snelheidsprofiel, is de berekening van het transport wat betreft de orde van grootte redelijk te noemen.

Echter tegen de gevonden transportlaagdiktes moeten ernstige bedenkingen worden gemaakt. Het is fysisch onmogelijk een transportlaag te hebben die dunner is dan één korreldiameter, terwijl hier een dikte van  $0.5 D$  resp.  $0.4 D$  is gevonden. Over de berekening van het transport m.b.v. (5-36) moet ook nog wat worden opgemerkt. Wanneer het transport wordt berekend met (5-36), wordt aan ieder laagje  $dy$  met de eigen concentratie  $c(y)$  een eigen transportsnelheid  $u(y)$  toegerekend. De fysische realiteit is echter dat een zanddeeltje, dat tot verschillende laagjes  $dy$  behoort, in z'n geheel beweegt zodat de top en de onderkant van een korrel gelijke snelheden hebben.

- Het probleem van deze twee fysische onmogelijkheden kan worden opgelost door de concentratie vertikaal opgebouwd te denken uit zanddeeltjes die ieder een bepaalde bijdrage tot de vertikaal leveren. In het algemeen hebben de zanddeeltjes een grillige vorm zodat hun bijdragen tot de concentratie vertikaal onderling verschillend en grillig kunnen zijn.

Voor ronde deeltjes kan de individuele bijdrage worden bepaald door de

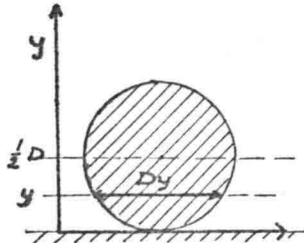


Fig. 5.15 Oppervlakte op plaats y

verdeling van oppervlakte van een rond deeltje over de diameter te berekenen:

$D(y) = 2 \sqrt{y(D - y)}$  zodat de oppervlakteverdeling wordt

$$A(y) = \pi y(D - y) \quad (5-37)$$

Hiermede is de bijdrage van individuele deeltjes aan de concentratievertikaal bekend wanneer de plaats van de deeltjes bekend is.

Het transport is dan te berekenen door de laagjes die tot één korrel behoren éénzelfde snelheid te geven. Gebruikmaking van de concentratievertikaal is eigenlijk overbodig. Wanneer de plaats van de deeltjes bekend is, kan direct het transport worden berekend uit het aantal deeltjes (uit 5-24) en de snelheid van de afzonderlijke deeltjes. Over de plaats van de deeltjes is niet veel meer te zeggen dan dat de transportlaag maximaal 3 à 4 korreldiameters zal meten.

Omdat zowel over de watersnelheid aan de bodem als de plaats van de deeltjes (t.o.v. de bodem) in de snelheidsvertikaal weinig bekend is, vormt de aanpak met globale grootheden, waar alle deeltjes op gelijke afstand van de bodem worden gedacht en daarmee ook gelijke snelheden krijgen, een mogelijke oplossing.

### 5.5.3 Transport, beschreven met globale grootheden

Uitgangspunt vormt weer de hypothese van Bagnold:

$$\tau = \tau_c + n F_D \quad (5-24)$$

in dimensieloze vorm:

$$\theta = \theta_c + n \left( \frac{\pi}{6} D^2 \tan \phi \right) \quad (5-38)$$



Met deze vergelijking kan het aantal bewegende deeltjes worden berekend, wanneer de schuifspanning bekend is. Vervolgens wordt weer het evenwicht van een bewegend deeltje beschouwd: stroomkracht = wrijvingskracht

$$\text{of} \quad \frac{1}{2} \rho_w (u_w - u_k) \left( \frac{1}{4} \pi D^2 \right) c_d = \rho_w g (s - 1) \frac{\pi}{6} D^3 \tan \phi \quad (5-39)$$

Substitutie van  $u_w = \alpha u_x$ ,  $u_x$  = schuifspanningssnelheid, in (5-39) geeft voor de korrelsnelheid de uitdrukking:

$$u_k = \alpha u_x \left\{ 1 - \sqrt{\frac{\theta_0}{\theta}} \right\} \quad (5-40)$$

met

$$\theta_0 = \frac{4 \tan \phi}{3 \alpha^2 c_d}$$

Uit metingen van Fernandez-Luque (1974) blijkt dat  $\theta_0 \approx \frac{1}{2} \theta_c$ . Hiermee wordt Verg. (5-40)

$$u_k = \alpha u_x \left\{ 1 - 0.7 \sqrt{\frac{\theta_c}{\theta}} \right\} \quad (5-41)$$

Wanneer voor  $\alpha = 10$  wordt gekozen en  $\theta_c \approx 0.05$ , wordt voor  $u_k$  zeer goede overeenkomst verkregen met metingen van Meland & Normann (1966). Zie voor een vergelijking van Verg. (5-41) met deze metingen Englund & Fredsøe (1976), Fig. 1. Verg. (5-41) en  $\alpha = 10$  leveren de vergelijking voor de korrelsnelheid als functie van de schuifspanning en kritieke schuifspanning

$$u_k = 10 u_x \left\{ 1 - 0.7 \sqrt{\frac{\theta_c}{\theta}} \right\} \quad (5-42)$$

Dit gehele concept is gepubliceerd door Englund & Fredsøe (1976).

Nu het aantal bewegende deeltjes en de snelheid van die deeltjes bekend is wordt het (volume)transport inclusief poriën (porositeit  $\approx 0.4$ ):

$$S = u_k \cdot n \cdot \frac{1}{6} \pi D^3 \approx \frac{1}{1 - 0.4} \quad (5-43)$$

Resumerend kan bij een bekende lokale schuifspanning het lokale transport worden berekend met de eenvoudige formules:

$$1) \theta_c \approx 0.06 \left\{ 1 + 2 \frac{dz}{dx} \right\}$$

$$2) u_{*c} = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}}$$

$$3) n = \frac{\theta - \theta_c}{\frac{\pi}{6} D^2 \tan \phi}$$

$$4) u_k = 10 u_{*c} \left\{ 1 - 0.7 \sqrt{\frac{\theta_c}{\theta}} \right\}$$

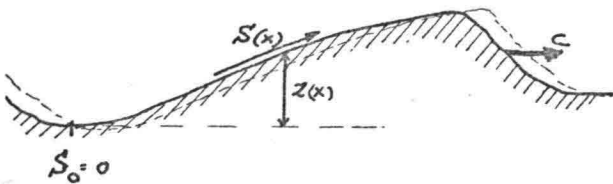
$$5) S = \frac{1}{3.6} \cdot \pi D^3 \cdot n u_k$$

### 5.6 Toepasbaarheid

Met de afgeleide formules voor het lokale transport en figuren voor de schuifspanningsverdeling over een duin, kan nu in principe het lokale transport worden berekend. Als deze methode wordt toegepast blijkt dat over een zeker gedeelte van de duinen, met name vanaf het dal tot ongeveer halverwege de duinhelling geen transport optreedt omdat tot dat punt geldt:  $\tau < \tau_c$ .

Waarnemingen leren echter dat ook op dit onderste gedeelte van een duin transport van deeltjes plaats vindt. Ook m.b.v. de continuïteitsvergelijking voor een "onvervormd" voortplantende duin is in te zien dat er transport moet zijn over de gehele duin. Op grond van continuïteit volgt:

$$S(x) \sim Z(x) \cdot C$$



met:  $Z(x)$  = bodemhoogte t.o.v. dal

$C$  = voortplantingssnelheid van een duin

Fig. 5.15 Duinvoortplanting

Er ontbreekt dus iets essentiëls in de tot nu toe gehouden beschouwingen.

Een blik op het sedimenttransport in een stroomgoot leert dat het transport vooral in het gedeelte van het dal tot ongeveer halverwege de duinlengte geen continue stroom is maar dat het veeleer in onregelmatige hoeveelheden plaatsvindt. Op de top van de duinen is deze onregelmatigheid in het transport vrijwel niet meer waar te nemen. Deze verschijnselen moeten worden toegeschreven aan de turbulente fluctuaties in de watersnelheid.

In het vertraginggebied, de stroming van top naar dal, wordt de turbulentie opgewekt, die vooral aan de bodem zeer sterk wordt. In het versnellingsgebied van dal naar top, wordt de turbulentie onderdrukt. Op de top zijn nauwelijks meer turbulente fluctuaties merkbaar.

Zie bijlage 5.1, de metingen van Sheen & Raudkivi.

In een gebied, waar  $\bar{\tau} < \tau_c$ , zal door de turbulentie in het water de momentane waarde van de schuifspanning groter kunnen zijn dan de kritische schuifspanning zodat ook hier momentaan transport optreedt. In een gebied, waar  $\bar{\tau} > \tau_c$  zal door de turbulentie de momentane waarde van de schuifspanning kleiner kunnen zijn dan de kritieke schuifspanning, zodat hier momentaan geen transport aanwezig is. Om een juiste berekening van het lokale transport te krijgen, moet rekening worden gehouden met de turbulentie. In plaats van een gemiddelde waarde voor de schuifspanning moet dan worden gewerkt met een kansdichtheidsfunctie voor de schuifspanning waarbij dan slechts het gedeelte waarvoor geldt  $\tau > \tau_c$  moet worden gebruikt voor de berekening van het transport.

Stel dat de kansdichtheidsfunctie (k.d.f.) van de snelheid aan de bodem bekend is b.v. normale verdeling:  $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_u} \exp\left\{-\frac{(u - \bar{u})^2}{2\sigma_u^2}\right\}$ , dan is de k.d.f. van

de schuifspanning te berekenen als de relatie tussen de snelheid en de schuifspanning bekend is.

Nu is:  $u = C\sqrt{ai}$ ,  $C =$  Chezy-waarde,

en  $\tau = \rho g a i$  (uniforme stroming)

zodat  $\tau \sim u$  of beter  $\tau \sim |u|u$ . (zie de Vries (1975) en (1978)).

De k.d.f. van de schuifspanning is nu te bepalen uit de voorwaarde

$$f(\tau) d\tau = f(u) du \quad (5-44)$$

en

$$\tau = A |u|u \text{ met } A = \text{constante.}$$

Uit (5-44) volgt de k.d.f.:

$$f(\tau) = \frac{1}{2A|u|} f(u) \quad (5-45)$$

De constante A is te bepalen uit de relatie tussen  $\bar{u}$  en  $\bar{\tau}$  in een reële situatie. Hiervoor is echter wel nodig dat de snelheid aan de bodem bekend is.

Nu de k.d.f. van de schuifspanning bekend is, kan deze op twee manieren worden gebruikt bij de berekening van het lokale transport.

- In de formules waarmee het transport wordt uitgerekend, wordt de schuifspanning,  $\tau$ , vervangen door  $\tau f(\tau)$  en worden de formules hierna geïntegreerd van  $\tau_c$  tot  $\infty$ .
- In de formules waarmee het transport wordt berekend, wordt de schuifspanning vervangen door de gemiddelde transportschuifspanning, het gemiddelde van de schuifspanningen die transport veroorzaken. Hierna moet het berekende transport nog worden vermenigvuldigd met de kans dat er transport optreedt.

In formulevorm: de transportschuifspanning:

$$\bar{\tau}_{tr} = \int_{\tau_c}^{\infty} \tau f(\tau) d\tau \cdot \left[ \int_{\tau_c}^{\infty} f(\tau) d\tau \right]^{-1} \quad (5-46)$$

de kans op transport:

$$\{P_{tr}\} = \int_{\tau_c}^{\infty} f(\tau) d\tau \quad (5-47)$$

De eerste berekeningsmethode is ingewikkelder maar beter dan de tweede. Bij de tweede methode vindt middeling van transportschuifspanning plaats, waarna de uitkomst wordt gebruikt in sterk niet lineaire vergelijkingen.

Bij de eerste methode kan de sterke niet-lineairiteit van de vergelijkingen door de kansverdeling doorwerken voor momentane schuifspanningen.

Op deze wijze wordt de turbulentie geïmplementeerd en zal er ook lokaal transport kunnen worden berekend in de gebieden waar  $\bar{\tau} < \tau_c$ . Een vereiste is wel dat de k.d.f. van de snelheid bekend is voor een duin. Helaas is hier niet veel over bekend. Naast de metingen van Breugel (1963) en Sheen & Raudkivi (1964) zijn er geen metingen bekend waarin de turbulentie boven een duin wordt gemeten. De metingen van Breugel en Sheen & Raudkivi geven te weinig informatie om uitspraken te doen over de k.d.f. van de snelheid boven een duin, zodat lokale transportberekeningen waarbij rekening wordt gehouden met de turbulentie niet mogelijk zijn.

Nog een opmerking over de lijnen op bijlage 5.2 voor de schuifspanningsverdeling over een duin moet hier worden gemaakt. Zowel de metingen van Vittal als van Sheen & Raudkivi zijn verricht op een duin, die werd voorafgegaan door een serie identieke duinen. De verdeling die gemeten is, is dus een "evenwichtsmeting". De stroming heeft zich aangepast aan de regelmatige duinenrij.

In een reële situatie zijn er echter geen twee duinen gelijk zodat de stroming zich voortdurend in een aanpassingsfase bevindt. De schuifspanningsverdeling zal dan ook vrijwel voor iedereduin anders zijn dan die volgens de figuren op bijlage 5.2. Omdat dit niet kan worden verdisconteerd moet worden gewerkt met gemiddelde grootheden, d.w.z. gemiddelde duinlengte en duinhoogte. Tevens moet bij het gebruik van bijlage 5.2 worden gewerkt met een gemiddelde hydraulische straal van de bodem ( $\bar{R}_b$ ) en met een gemiddelde waterdiepte ( $\bar{a}$ ). Vanwege het zeer sterke niet lineaire karakter van transportverschijnselen in relatie tot de snelheid van het water is het zeer goed mogelijk dat door het werken met gemiddelde grootheden fouten worden geïntroduceerd. Voorlopig is er echter geen andere mogelijkheid.

### 5.7 Toetsing aan metingen

De berekening van het transport langs een duin is niet mogelijk omdat de turbulentie onbekend is langs een duin. Wel is bekend dat de turbulentie intensiteit op de top van deduin gering is zodat de invloed van de turbulentie op het transport op de top ook gering zal zijn. Het is dan te verwachten dat het transport, dat wordt berekend met de gemiddelde schuifspanning, op de top redelijk nauwkeurig zal zijn.

Bij de metingen is het gemiddelde transport in de goot bepaald en niet het transport op de top. Voor de berekening van het gemiddelde transport uit het transport op de top wordt aangehouden:

$$\bar{S} = \frac{S_{\text{top}}}{1.8} \quad (\text{zie de Vries (1976)}).$$

Om de berekening van het transport te kunnen maken moeten de volgende grootheden bekend zijn:

$\bar{a}$ , gemiddelde waterdiepte ;  $\bar{R}_b$ , gem. hydraulische straal van de bodem;  
 $q$ , debiet p.e.v. breedte ;  $\nu$ , kinematische viscositeit;  
 $H$ , gem. duinhoogte ;  $L$ , gem. duinlengte;  
 $D$ , korreldiameter bodemmate-  
riaal ;  $\theta_c$ , dimensieloze kritische schuifspanning.

Tevens moet om een vergelijking tussen berekening en meting te kunnen maken het gemiddelde transport,  $\bar{S}$ , bekend zijn. Helaas zijn er niet veel metingen gepubliceerd waarbij al deze grootheden vermeld zijn.

Voor de toetsing staan de volgende metingen ter beschikking:

- 2 metingen van Lab. voor Vloeistofmechanica verricht door H. Vermaas  
gootbreedte: 0.30 m en 0.50 m;  $\bar{D} = 0.750$  mm
- 8 metingen van Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst"  
gootbreedte: 1.50 m;  $\bar{D} = 0.750$  mm
- 1 meting van Lab. voor Vloeistofmechanica verricht door Ir. J.S. Ribberink  
gootbreedte: 0.50 m;  $D_1 = 0.750$  mm;  $D_2 = 1.200$  mm, aangehouden is  $\bar{D} = 1.000$  mm.

Alle metingen zijn verricht in evenwichtssituaties, d.w.z. de gemiddelde waterspiegelhelling bleef constant en de hoeveelheid zand die uit de goot kwam was gelijk aan de toegevoerde hoeveelheid. Voor uitgebreide gegevens van deze metingen, zie bijlage 5.4.

Aan de hand van de proef T 1 van het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" zal de berekening van het transport worden gevolgd.

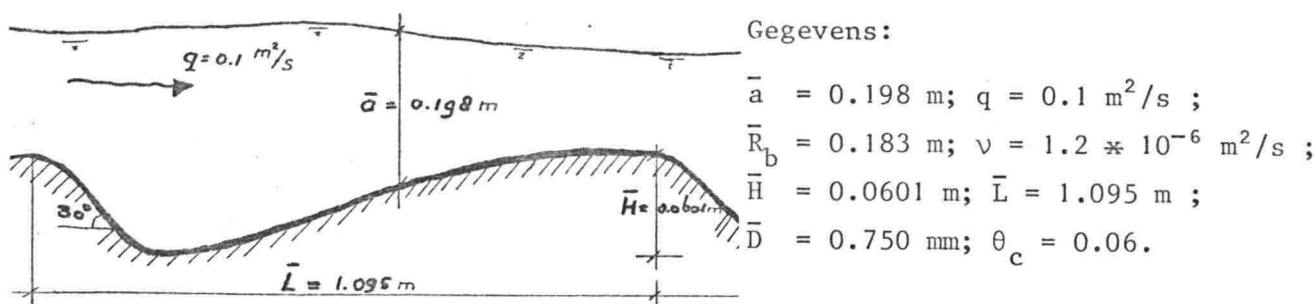


Fig. 5.16 Situatieschets T 1

Met deze gegevens kunnen het Reynoldsgetal,  $Re$ , en de ruwheidsparameter,  $\frac{\bar{R}_b}{\bar{D}}$ , worden berekend.

Bij de berekening van  $H/L$  moet voor  $L$  de lengte van het stijgende deel van de duin worden genomen. Omdat de hoek van inwendige wrijving  $30^\circ$  is, zal het talud van top naar dal ongeveer onder een hoek van  $30^\circ$  lopen. De duin begint dan weer te stijgen op een afstand  $2\bar{H}$  na de top.  $L$  wordt hiermee  $\bar{L} - 2\bar{H}$ . Voor T 1 is dit: 0.9748 m. Hiermee wordt de waarde van  $\frac{H}{L} = \frac{1}{16.25}$ . Via interpolatie kan nu de waarde voor  $C_f (Re \frac{R_b}{D})^{1/6}$  op de top worden afgelezen uit bijlage 5.2:

$$C_f (Re \frac{R_b}{D})^{1/6} = 0.1685$$

Hiermee is de schuifspanning op de top uit te rekenen:  $\bar{\tau}_{top} = \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \cdot \frac{0.1685}{(Re \frac{R_b}{D})^{1/6}}$

$$\bar{\tau}_{top} = 1.318 \text{ Pa}$$

Met de keuze van  $\theta_c = 0.06$  wordt de korrelnelheid met (5-42)

$$U_k = 0.174 \text{ m/s}$$

Het transport op de top wordt met (5-43)

$$S_{\text{top}} = 21.2 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{sm}$$

Hiermee wordt het gemiddelde transport p.e.v. breedte in liters per uur.

$$\bar{S}_{\text{ber.}} = S_{\text{top}}/1.8 = 42.3 \text{ l/h.m'}$$

Gemeten gemiddelde transport:  $\bar{S}_{\text{gem}} = 44.2 \text{ l/h.m'}$ .

De procentuele afwijking tussen berekening en meting is: -4.3 %.

Op bijlage 5.4. zijn alle resultaten van de berekeningen verzameld. Tevens is in de laatste 2 kolommen het berekende transport volgens de Meyer-Peter en Müller formule vermeld met de procentuele afwijking t.o.v. de meting.

Op de onderste regel van de bijlage staat het resultaat vermeld wanneer met de echt aanwezige duinen uit een registratie wordt gewerkt. De meting is nr. 15078 - 1, verricht door H. Vermaas, en bevatte 13 duinen.

De resultaten van de berekeningen zijn bemoedigend. De gemiddelde afwijking bedraagt ongeveer 11%. Opvallend zijn de grote afwijkingen die worden gekregen met Meyer-Peter en Müller, faktor 2, hoewel de gootsituaties juist ideaal waren voor deze formule zeker in vergelijking met rivieren. In de goten was het verhang zeer nauwkeurig bekend en was sprake van zuiver bodemtransport.

Het gebruik van globale grootheden, zoals in de afgeleide formules is gebeurd, voor de snelheid van de deeltjes en de afstand van de deeltjes tot de bodem, leidt tot een goede schatting van het transport wanneer gebruik wordt gemaakt van gemiddelde waarden voor duinlengte, duinhoogte, waterdiepte en hydraulische straal. Omdat de stroming zich steeds in een aanpassingsfase bevindt leidt de toepassing van de formules en figuren op individuele duinen uit een echte registratie tot verkeerde resultaten. Deze verkeerde resultaten worden mede veroorzaakt door het gebruik van voor de gootlengte gemiddelde hydraulische straal en waterdiepte terwijl zowel hydraulische straal als waterdiepte bij iedere duin een andere gemiddelde waarde hebben.

### 5.8 Conclusies en aanbevelingen

Voor de bepaling van het sedimenttransport met gebruikmaking van een bodemregistratie is de schuifspanningsverdeling over een duin als functie van de steilheid  $H/L$  bepaald en zijn de formules afgeleid die een relatie geven tussen het

transport en de schuifspanning. De toetsing is verricht voor 11 metingen. De resultaten zijn redelijk goed vooral in vergelijking met de resultaten van de Meyer-Peter & Müller formule.

Het werken met een bodemregistratie blijft beperkt tot het werken met gemiddelde grootheden uit deze registratie zoals  $\bar{H}$ ,  $\bar{L}$ ,  $\bar{a}$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{R}_b$ . De gemiddelde afwijking van 11% geeft waarschijnlijk een te optimistische schatting van de nauwkeurigheid van de toegepaste methode, omdat in de metingen het aanwezige transport steeds ongeveer gelijk was,  $\pm 44$  l/h.m'. Bij de berekeningen van het transport voor de metingen van het Waterloopkundig Laboratorium T9 - T17, waarvan de gegevens onlangs beschikbaar kwamen en waarbij het werkelijke transport varieerde van 8.6 l/h.m', tot 382.5 l/h.m', blijkt de gemiddelde afwijking ongeveer 23% te bedragen (T14 is buiten beschouwing gelaten). Ook deze afwijkingen zijn in alle gevallen veel geringer dan de afwijkingen die gevonden worden met een berekening met de formule van Meyer-Peter & Müller.

Verder onderzoek naar de schuifspanningsverdeling over een duin als functie van stroomparameters en vormparameter is noodzakelijk omdat de keuze van Vittal van de parameter  $C_f \left\{ \text{Re} \frac{R_b}{D} \right\}^{1/6}$  min of meer arbitrair is. Ook de verdeling van schuifspanning, wanneer een reeks onregelmatige duinen aanwezig is behoort nog onderzocht te worden zodat niet meer met gemiddelde waarden gewerkt hoeft te worden. Daarnaast zou een onderzoek naar de turbulentie en turbulentieverdeling over een duin inzicht moeten geven over de juistheid van de toepassing van de relatie  $\bar{S} = S_{\text{top}}/1.8$ .

Uiteindelijk kan een betere schatting van het transport resulteren door duinen in de beschouwingen te betrekken en het transport als het transport van afzonderlijke deeltjes op te vatten. Door deze "gezonde" fysische uitgangspunten zal een beter inzicht worden verkregen in het verschijnsel "sedimenttransport".



*Referenties*

- Anderson, A.G. (1953). The characteristics of sediment waves formed by flow in open channels, Proc. 3<sup>e</sup> Mid-Western Conf. on fluid mechanics, Univ. of Minnesota.
- Banold, R.A. (1954). Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. Proc. Royal Soc. London (A) 225, 49.
- Bendat, J.S. en Piersol, A.G. (1971) Random data: analysis and measurement procedures. N-York, Wiley & Sons Inc.
- Breugel, J.W. van (1963) Metingen in de grenslaagstroming langs een geribbelde wand. Afstudeerverslag, T.H. Delft.
- Bogirski, H. (1977). Contribution to the analysis of sandwaves, Rapport: R 657/M1314-IV, Waterl. Lab.
- Callender, R.A. (1969) Instability and river channels. Journ. of Fl. Mech., Vol. 36.
- Crickmore, M.J. (1970). Effect of flume width on bed-form characteristics. Proc. ASCE, HY 2, Vol. 96.
- Einstein, H.A. en Shen, H.W. (1964). A study on meandering in straight alluvial channels. Journ. of Geophys. Res., Vol. 69, no. 24.
- Egiazaroff, I. (1957). L'équation générale du transport des alluvions non cohesives par un courant fluide. IAHR congres, Paris.
- Egiazaroff, I. (1965). Calculation of non uniform sediment concentrations, Proc. ASCE, Hy 4, Vol. 91.
- Engel, P. (1977). Determination of bed-load from measurements of dune profiles. Niet gepubliceerd rapport.
- Engel, P en Lau, Y.L. (1978) Modification to hydrographic method to compute bed-load from dune profiles in open channel flow. Hydr. Research Division, Burlington, Canada.
- Engelund, F. (1970). Instability of erodible beds, Journ. of Fl. Mech., Vol.
- Engelund, F. en Fredsøe, J. (1976). A sediment transport model for straight alluvial channels. Nordic Hydrology, 7, 1976.
- Fernandez, Luque, R. (1974). Erosion and transport of bed sediment (Diss). Krips Repro B.V. Meppel.
- Fredsøe, J. (1976). Discussion of "Sediment inertia as cause of river antidunes" by G. Parker (1976), Proc. ASCE, Hy 1, Vol. 102.
- Gangadharaiah, T. (1975). Initiation of sediment transport. Research Report CE-HY-1. Indian Institute of Technology.

- Gessler, J. (1965). Der geschiebbetriebbeginn bei Mischungen. Mitteilungen VAW der ETH, Zürich, no. 69.
- Gottlieb, L. (1976). Three dimensional flow pattern and bed topography in meandering channels. IHHE, Lyngby, Denmark.
- Graf, W.H. (1971). Hydraulics of sediment transport, Mc Graw-Hill Book Co.
- Hayashi, T. (1970). Formation of dunes and antidunes in open channels. Proc. ASCE, Hy 2, Vol. 96.
- Jain, C. en Kennedy, J.F. (1971). The growth of sand-waves. Intern. Symp. on Stochastic Hydraulics, Pittsburgh, U.S.A.
- Jenkins, G.M. en Watts, D.G. (1969). Spectral analysis and its applications. San Fransisco, Holden Day Inc.
- Jonys, C.K. (1973). An experimental study of bed form mechanics, (Diss) Univ. of Alberta, Canada.
- Kalinske, A.A. (1947). Movement of sediment as bed-load in rivers, TransAm. Geophys. Union, Vol. 28, no. 4.
- Kennedy, J.F. (1963). The mechanics of dunes and antidunes in erodible bed channels. Journ. of Fl. Mech., Vol. 22.
- Knaap, F.C.M. van der (1979). Simplified model of the water movement over dune covered beds. Rapport R 657, Waterloopk. Lab.
- Koopmans, L.H. (1974). The spectral analysis of time series, Academic Press Inc., N-York.
- Meland, N. en Normann, J.O. (1966). Transport velocities of single particles in bed-load motion. Geografiska Annaler, Vol. 48, A.
- Meyer-Peter, E. en Müller, R. (1948). Formulas for bed-load transport. Proc. IAHR congres, Stockholm.
- Milne-Thomson, L.M. (1949). Theoretical hydrodynamics; 2e druk St.Martins, New-York.
- Nordin, C.F. (1971). A stationary gaussian model of sand-waves. Intern.symp. on stochastic hydraulics, Pittburgh, U.S.A.
- Nordin, C.F. en Algert, J.H. (1966). Spectral analysis of sandwaves, Proc. ASCE, Hy 5, Vol. 92.
- Parker, G. (1975). Sediment inertia as cause of river antidunes. Proc. ASCE, Hy 2, Vol. 101.
- Parker, G. (1976). On the cause and characteristic scales of meandering and braiding in rivers. Journ. of Fl.Mech., Vol. 76.
- Puls, W., Sündermann, J. en Vollmers, H. (1977). A numerical approach to solid matter transport computation. Proc. IAHR congres, Baden-Baden.
- Raudkivi, A.J. (1976). Loose boundary hydraulics, 2e edition. Pergamon Press.
- Reynolds, A.J. (1965). Waves on the erodible bed of an open channel, Journ. of Fl. Mech., Vol. 22.

- Sheen, S.J. (1964). Turbulence over a simple ripple (Diss.) Univ. of Auckland, N-Zealand.
- Verspuy, C. en de Vries, M. (1979). Lange golven, deel I en II, collegehandleiding b73A, TH-Delft.
- Vittal, N. et al (1977). Resistance of two-dimensional triangular roughness, Journ. of Hydr. Research, Vol. 15.
- de Vries, M. (1975). Vloeistofmechanica (voorlopige handleiding b72), TH-Delft.
- de Vries, M. (1976). Morphological computations, collegehandleiding f10a, TH-Delft.
- White, C.M. (1940). The equilibrium of grains on the bed of a stream. Proc. Royal Soc. London (A), 174, 958.
- Willis, J.C. en Kennedy, J.F. (1977). Sediment discharge of alluvial streams calculated from bed-form statistics. IIHR, report 202, Iowa Univ.
- R 657 -III (1977). Beschrijving programma Borirski. Informatie R 657-III, Waterloopk. Lab.
- R 657 -VIII (1978). Proeven met vlakke bodem zonder transport. Model/onderzoek, R 657 -VIII, Waterloopk. Lab.
- R 657 -XVI (1978). Wiskundige beschrijving van de waterbeweging boven een rivierbodem met duinen. Informatie R 657 -XVI, Waterloopk. Lab.

## Lijst van belangrijke symbolen

dimensie

a	Waterdiepte	[L]
A	Oppervlakte	[L <sup>2</sup> ]
b <sub>1</sub>	Coëfficiënt van "spectral window function"	-
c	Voortplantingssnelheid	[LT <sup>-1</sup> ]
C <sub>w</sub>	Voortplantingssnelheid	[LT <sup>-1</sup> ]
C	Chézy-coëfficiënt	[L <sup>1/2</sup> T <sup>-1</sup> ]
C(y)	Concentratie op plaats y	-
C <sub>yy</sub>	Autocovariantiefunctie	[L <sup>2</sup> ]
C <sub>yz</sub>	Kruiscovariantiefunctie	[L <sup>2</sup> ]
C <sub>f</sub>	Dimensieloze parameter	-
C <sub>ε</sub> (o)	Schatter variantie bodemprofiel	[L <sup>2</sup> ]
d	Waterdiepte	[L]
D	Korrel diameter	[L]
D	Fictieve diepte	[L]
f	Wrijvingscoëfficiënt	-
F	Stroomfunctie	[L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup> ]
Fr	Froude getal	-
F	Kracht	[MLT <sup>-2</sup> ]
F <sub>D</sub>	Schuifkracht voor bewegende deeltjes	[MLT <sup>-2</sup> ]
g	Zwaartekrachtversnelling	[LT <sup>-2</sup> ]
G <sub>yy</sub>	Energiedichtheidsspectrum	[L <sup>3</sup> ]
H	Duinhoogte	[L]
i	Verhang	-
j	= d/δ = verschuivingsfactor	-
k	Golfgetal	[L <sup>-1</sup> ]
k	Harmonisch getal	-
l	Golfgetal	[L <sup>-1</sup> ]
L	Duinlengte	[L]
L	Lengte meetsectie	[L]
m	Golfgetal	[L]
m	Maximum correlation lag.	-
n	Aantal bewegende deeltjes	-
N <sub>1</sub>	Aantal metingen	-
p	Porositeit	-

q	Debiet	[ L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup> ]
R <sub>yy</sub>	Autocorrelatiefunctie	-
R <sub>yz</sub>	Kruiscorrelatiefunctie	-
Re	Reynolds-getal	-
R <sub>b</sub>	Hydraulische straal van bodem	[ L]
S	Transport	[ L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup> ]
s	transport	[ L <sup>2</sup> T <sup>-1</sup> ]
s	$=(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$	[ ML <sup>-3</sup> ]
S <sub>yy</sub>	Exacte spectrum	[ L <sup>3</sup> ]
t	Tijdordinaat	[ T]
T	Temperatuur	[ °C]
u	Watersnelheid	[ LT <sup>-1</sup> ]
u <sub>k</sub>	Korrelsnelheid	[ LT <sup>-1</sup> ]
u <sub>c</sub>	Kritieke sneleheid	[ LT <sup>-1</sup> ]
U	Gemiddelde watersnelheid	[ LT <sup>-1</sup> ]
u <sub>*</sub>	Schuifspanningsnelheid	[ LT <sup>-1</sup> ]
w(ω)	Spectral window function	-
X	Transport parameter	-
Δx	Bemonsteringsafstand	[ L]
x	Hori zontale ordinaat	[ L]
Y	Stroomparameter	-
y(x)	Bodemniveau op plaats (x)	[ L]
y	Horizontale ordinaat	[ L]
y <sub>0</sub>	Transportlaagdikte	[ L]
z	Bodemniveau	[ L]
z <sub>c</sub>	Complexe variabele	[ L]
α	Bodemverhang	-
α	Hoek van inwendige wrijving	-
β	Lokale bodemhelling	-
δ	Afstandsverschuiving	[ L]
Δ	$(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$	-
ε	Dempingsfactor	[ LT <sup>-2</sup> ]
θ	Faseverschuiving	-
θ	Dimensieloze schuifspanning	-
θ <sub>c</sub>	Dimensieloze kritieke schuifspanning	-

$\kappa$	Konstante van von Kármán	-
$\lambda$	Golflengte	[ L ]
$\mu$	Ribbelfactor	-
$\nu$	Kinematische viscositeit	[ LT <sup>-2</sup> ]
$\rho_s$	Dichtheid van sediment	[ ML <sup>-3</sup> ]
$\rho_w$	Dichtheid van water	[ ML <sup>-3</sup> ]
$\sigma_u$	Turbulentie intensiteit	[ LT ]
$\tau$	Schuifspanning	[ ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$\tau_c$	Kritieke schuifspanning	[ ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$\phi$	Hoek van inwendige wrijving	-
$\chi_2^n$	Chi-kwadraat verdeling	-
$\omega$	Hoeksnelheid	[ T <sup>-1</sup> ]

Berekening van de betrouwbaarheid van de gemiddelde bodemligging op basis van onderling afhankelijke metingen.

I. Verondersteld wordt dat het verloop van de gemiddelde bodemligging in de lengte richting van de randgoot beschreven kan worden door

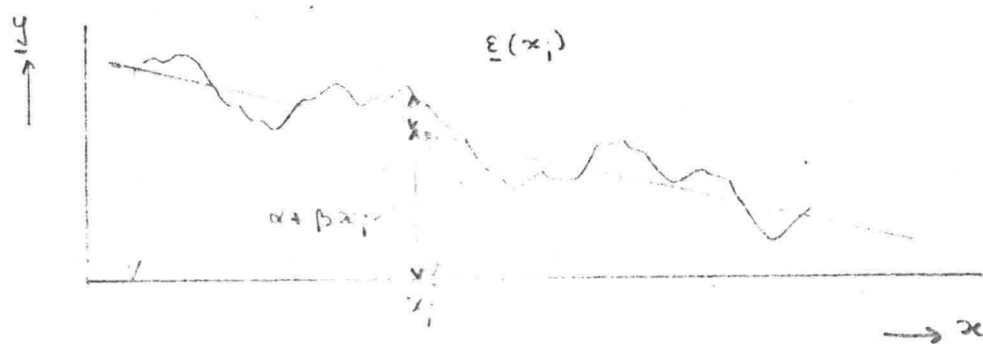
$$E\{\underline{y}\} = \alpha + \beta x \quad (1)$$

met  $x$  de positie in lengte richting en  $E\{\underline{y}\}$  de gemiddelde bodemligging op die positie.

De werkelijke bodemligging op die positie wordt gegeven door

$$\underline{y} = \alpha + \beta x + \underline{\varepsilon}(x) \quad (2)$$

waarbij  $\underline{\varepsilon}(x)$  een realisatie is van het stochastisch proces  $\{\underline{\varepsilon}(x)\}$  (zie figuur 1)



Figuur 1.

Aangenomen wordt dat dit proces

- a) stationair en ergodisch is
- b) normaal verdeeld is

c) een gemiddelde nul heeft.

De kovariante functie van het proces wordt gegeven door

$$\gamma_{\varepsilon}(x) = E \{ \underline{\varepsilon}(y+x) \underline{\varepsilon}(y) \}$$

Hieraan geldt

$$\gamma_{\varepsilon}(x) = \sigma_{\varepsilon}^2 \rho_{\varepsilon}(x) \quad (3)$$

met  $\sigma_{\varepsilon}^2$  en  $\rho_{\varepsilon}(x)$  resp. de variantie en de autocorrelatiefunctie van het proces.

Op basis van waarnemingen  $\underline{y}_i$  op de posities  $x_i$ ,  $i=1 \dots N$  moeten de parameters  $\alpha$  en  $\beta$  met (1) geschat worden. De kleinste kwadraten schattingen  $\underline{a}$  en  $\underline{b}$  voor resp.  $\alpha$  en  $\beta$  worden gegeven door

$$\underline{a} = \underline{\bar{y}} - \underline{b} \underline{\bar{x}} \quad (4)$$

$$\underline{b} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (5)$$

met  $\underline{\bar{y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$  en  $\underline{\bar{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

In het vervolg zal aangenomen worden dat de posities  $x_i$  zo gekozen worden dat geldt:

- 1) de posities zijn equidistant
- 2)  $\underline{\bar{x}} = 0$

Dit impliceert dat



1)  $N$  oneven is, dus  $N = 2n + 1$

2) ~~de~~  $x_i$  geschreven kan worden als

$$x_i = (i - n - 1)\Delta, \quad i: 1 \dots N$$

met  $\Delta$  de onderlinge afstand van de meetposities. (6)

$$3) \underline{a} = \underline{\bar{y}}$$

(7)

$$4) \underline{b} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$

(8)

## II. Eigenschappen van $\underline{a}$ .

$$\begin{aligned} \bullet E\{\underline{a}\} &= E\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i\right\} = E\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\alpha + \beta x_i + \varepsilon(x_i))\right\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha + \frac{\beta}{N} \sum_{i=1}^N x_i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E\{\varepsilon(x_i)\} \\ &= \alpha \end{aligned}$$

(9)

$$\bullet \text{var}\{\underline{a}\} = E\{\underline{a} - \alpha\}^2 = E\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\beta x_i + \varepsilon_i)\right\}^2$$

$$\text{met } \varepsilon_i = \varepsilon(x_i)$$

$$= E\left\{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i\right\}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E\{\varepsilon_i \varepsilon_j\}$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_\varepsilon^2 \rho_\varepsilon\{(i-j)\Delta\}$$

Door substitutie van  $k=i$  en  $l=i-j$  en door gebruikmaking van de symmetrie eigenschap

dat  $p_{\varepsilon}(x) = p_{\varepsilon}(-x)$  volgt

$$\text{var}\{\underline{a}\} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} p_{\varepsilon}(i\Delta) \left(1 - \frac{i}{N}\right) \right\} \quad (10)$$

(Voor onderling onafhankelijke metingen is  $p_{\varepsilon}(i\Delta) = 0$  voor  $i \neq 0$ , zodat dan de bekende relatie  $\text{var}\{a\} = \sigma_{\varepsilon}^2 / N$  volgt)

Samenvattend

$$E\{\underline{a}\} = \alpha$$

$$\text{var}\{\underline{a}\} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} p_{\varepsilon}(i\Delta) \left(1 - \frac{i}{N}\right) \right\}$$

III. Eigenschappen van  $\underline{b}$ .

$$E\{\underline{b}\} = E\left\{ \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \right\} = \frac{1}{\sum x_i^2} \sum_{i=1}^N x_i E\{\alpha + \beta x_i + \varepsilon_i\}$$

$$= \frac{1}{\sum x_i^2} \left( \alpha \sum_{i=1}^N x_i + \beta \sum_{i=1}^N x_i^2 \right) = \beta \quad (11)$$

$$\text{var}\{\underline{b}\} = E\{\underline{b} - \beta\}^2 = E\left\{ \frac{\sum x_i (\alpha + \beta x_i + \varepsilon_i)}{\sum x_i^2} - \beta \right\}^2$$

$$= E\left\{ \frac{\sum x_i \varepsilon_i}{\sum x_i^2} \right\}^2 \quad (12)$$

uit (12) volgt

$$\begin{aligned}
 \text{var } \{ \underline{b} \} &= \frac{1}{(\sum x_i^2)^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j E \{ \underline{\varepsilon}_i \underline{\varepsilon}_j \} \\
 &= \frac{\sigma_\varepsilon^2 \Delta^2}{(\sum x_i^2)^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (i-n-1)(j-n-1) \rho_\varepsilon \{ (i-j)\Delta \} \\
 &= \frac{\sigma_\varepsilon^2 \Delta^2}{(\sum x_i^2)^2} \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N ij \rho_\varepsilon \{ (i-j)\Delta \} - (n+1) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (i+j) \rho_\varepsilon \{ (i-j)\Delta \} \right. \\
 &\quad \left. + (n+1)^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_\varepsilon \{ (i-j)\Delta \} \right]
 \end{aligned}$$

Door substitutie van  $k=i$  en  $l=i-j$  en dan gebruikmaking van de symmetrie van  $\rho_\varepsilon(x)$  volgt

$$\begin{aligned}
 \text{var } \{ \underline{b} \} &= \frac{\sigma_\varepsilon^2 \Delta^2}{(\sum_{i=1}^N x_i^2)^2} \left[ \sum_{k=1}^N k^2 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} \rho_\varepsilon(l\Delta) \sum_{k=1}^{N-l} k(k+l) - \right. \\
 &\quad \left. - (n+1) \sum_{k=1}^N 2k - 2(n+1) \sum_{l=1}^{N-1} \rho_\varepsilon(l\Delta) \sum_{k=1}^{N-l} (2k+l) + \right. \\
 &\quad \left. + (n+1)^2 N + 2(n+1)^2 \sum_{l=1}^{N-1} \rho_\varepsilon(l\Delta) \sum_{k=1}^{N-l} (N-l) \right] =
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sigma_\varepsilon^2 \Delta^2}{(\sum_{i=1}^N x_i^2)^2} \left[ \sum_{k=1}^N (k-n-1)^2 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} \rho_\varepsilon(l\Delta) \left\{ \sum_{k=1}^{N-l} (k-n-1)^2 + (k-n-1)l \right\} \right]$$

Daar

$$\Delta^2 \sum_{k=1}^N (k-n-1)^2 = \sum_{m=-n}^n (m\Delta)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2$$

volgt

$$\text{var} \{ \underline{b} \} = \frac{\sigma_E^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \left\{ 1 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} p_E(l) g(n; l) \right\} \quad (13)$$

met

$$g(n; l) = \frac{\sum_{m=-n}^{n-l} m^2 + ml}{\sum_{m=-n}^n m^2}$$

$$g(n; l) = \frac{n-l}{n} \left( 1 + \frac{l}{n-l} \right) \quad (14)$$

Voor onderling onafhankelijke metingen geldt  $p_E(l) = 0$  voor  $l \neq 0$ , zodat dan uit (13) de bekende relatie volgt:

$$\text{var} \{ \underline{b} \} = \frac{\sigma_E^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$

Samenvattend

$$E \{ \underline{b} \} = \beta$$

$$\text{var} \{ \underline{b} \} = \frac{\sigma_E^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \left\{ 1 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} p_E(l) g(n; l) \right\}$$

met  $g(n; l)$  gegeven door (14)

$$\left\{ \frac{\sigma_E^2 A^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \right\} \left\{ 1 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} p_E(l) \sum_{k=-n}^{n-l} k^2 + 2k \right\}$$

IV. Kovariantie tussen  $\underline{a}$  en  $\underline{b}$

Hiervan geldt

$$\text{cov}(\underline{a}, \underline{b}) = E \{ (\underline{a} - \underline{\alpha})(\underline{b} - \underline{\beta}) \} = E \left\{ \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \underline{\varepsilon}_i \right) \left( \frac{\sum_{i=1}^N \underline{\varepsilon}_i x_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \right) \right\} =$$

$$= \frac{1}{N \sum_{i=1}^N x_i^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_j E \{ \underline{\varepsilon}_i \underline{\varepsilon}_j \} =$$

$$= \frac{\sigma_{\varepsilon}^2 \Delta}{N \sum_{i=1}^N x_i^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (j-i-1) \rho_{\varepsilon} \{ (i-j)\Delta \}$$

Door substitutie van  ~~$i=k$  en  $j=l$~~   $k=i$  en  $l=i-j$  en door gebruikmaking van de symmetrie van  $\rho_{\varepsilon}(x)$  volgt

$$\text{cov}(\underline{a}, \underline{b}) = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2 \Delta}{N \sum_{i=1}^N x_i^2} \left\{ \sum_{k=1}^N (k-n-1) + \sum_{l=1}^{N-1} \rho_{\varepsilon}(l) \sum_{k=1}^{N-l} (2k+l-2n-2) \right\}$$

$$= \frac{\sigma_{\varepsilon}^2 \Delta}{N \sum_{i=1}^N x_i^2} \left\{ \sum_{m=-n}^n \cancel{m} + \sum_{l=1}^{N-1} \rho_{\varepsilon}(l) \sum_{p=l-2n}^{2n-l} \cancel{p} \right\} = 0 \quad (15)$$

zodat ook bij afhankelijke metingen  $\text{cov}(\underline{a}, \underline{b}) = 0$  als  $\bar{x} = 0$ .

## V. betrouwbaarheidsintervallen van $\underline{a}$ en $\underline{b}$

Uit (7) en (8) blijkt dat zowel  $\underline{a}$  als  $\underline{b}$  verkregen worden door het uitvoeren van een lineaire operatie op normaal verdeelde stochastische variabelen. Daar verder  $\text{cov}(\underline{a}, \underline{b}) = 0$  geldt dat  $\underline{a}$  en  $\underline{b}$  onderling onafhankelijke normaal verdeelde stochastische variabelen zijn. Dit impliceert dat van  $\alpha$  en  $\beta$  afzonderlijke betrouwbaarheidsintervallen opgesteld kunnen worden.

Er geldt dan ook met  $(1-\alpha)100\%$  zekerheid <sup>\*)</sup> dat

$$\alpha = \underline{a} \pm \xi\left(\frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sigma_a \quad (16)$$

$$\beta = \underline{b} \pm \xi\left(\frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sigma_b \quad (17)$$

met  $\sigma_a = \sqrt{\text{var}\{\underline{a}\}} = \sqrt{(10)}$

$$\sigma_b = \sqrt{\text{var}\{\underline{b}\}} = \sqrt{(15)}$$

en  $\xi\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$  die waarde waarvoor  $P\left[\xi \leq \underline{\theta} < \xi\left(\frac{1}{2}\alpha\right)\right] = 1 - \frac{1}{2}\alpha$  met  $\underline{\theta}$  een standaard normaal verdeelde variabele. De waarden  $\xi\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$  zijn getabelleerd.

---

\*) Dit volgt uit het feit dat  $(\underline{a} - \alpha)/\sigma_a$  en  $(\underline{b} - \beta)/\sigma_b$  standaard normaal verdeeld zijn.

## VI komplikaties.

In het voorgaande is steeds verondersteld dat  $\sigma_{\varepsilon}^2$  en  $\rho_{\varepsilon}(x)$  bekend zijn. In het algemeen is dit niet het geval, en moeten deze grootheden uit de waarnemingen geschat worden.

laten  $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2$  en  $\hat{\rho}_{\varepsilon}(x)$  deze schatters voorstellen, dan geldt

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2 = \hat{c}_{\varepsilon}(0) \quad (18)$$

$$\hat{\rho}_{\varepsilon}(x) = \hat{c}_{\varepsilon}(x) / \hat{c}_{\varepsilon}(0) \quad (19)$$

met  $\hat{c}_{\varepsilon}(x)$  de schatter voor de kovariantiefunctie  $c_{\varepsilon}(x)$ .

Door substitutie van (18) en (19) in (10) en (13) voor resp.  $\sigma_{\varepsilon}^2$  en  $\rho_{\varepsilon}$  worden dan schatters verhuizen voor van  $\{a\}$  en van  $\{b\}$ :

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon a}^2 = \frac{\hat{c}_{\varepsilon}(0)}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \hat{\rho}_{\varepsilon}(i0) \cdot \left(1 - \frac{i}{N}\right) \right\} \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon b}^2 = \frac{\hat{c}_{\varepsilon}(0)}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \hat{\rho}_{\varepsilon}(i0) \cdot g(N; i) \right\} \quad (21)$$

met

$$\hat{c}_{\varepsilon}(i0) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-i} \left( \varepsilon_{i+k} \cdot \varepsilon_k \right) \quad i=0, \dots, (N-1) \quad (22)$$

Van  $\sigma_a^2$  en  $\sigma_b^2$  kunnen dus schatters bepaald worden. Het is echter niet mogelijk hieruit direct betrouwbaarheidsintervallen voor  $\alpha$  en  $\beta$  af te leiden analog (16) en (17). Immers, omdat  $\underline{z}_a$  en  $\underline{z}_b$  zelf stochastische variabelen zijn, geldt niet dat

$$\left( \frac{\underline{a} - \alpha}{\underline{z}_a} \right) \quad \text{en} \quad \left( \frac{\underline{b} - \beta}{\underline{z}_b} \right) \quad (23)$$

standaard normaal verdeeld zijn.

Het vaststellen van de verdeling van deze twee grootheden is een vrij gekompliceerde zaak, en is dan ook nu niet mitgevoerd.

## VII. Voorstel

Gebruik (20) en (21) om een indruk te krijgen van de nauwkeurigheid waarmee  $\alpha$  en  $\beta$  geschat kunnen worden, zonder hier een betrouwbaarheid aan vast te koppelen.



