

waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

tweedimensionaal onderzoek
turbulente diffusiecoëfficiënten

verslag onderzoek

M 896 - 28

april 1976

tweedimensionaal onderzoek
turbulente diffusiecoëfficiënten

verslag onderzoek

M 896 - 28

april 1976

INHOUD

LIJST VAN FIGUREN

LIJST VAN SYMBOLEN

blz.

<u>1</u>	<u>Inleiding</u>	1
<u>2</u>	<u>Beschrijving twee-dimensionaal model</u>	2
2.1	Bepaling vertikaal turbulent massatransport	2
2.2	Korrelatie vertikaal transport aan parameters van gemiddelde beweging	4
<u>3</u>	<u>Beschrijving meetopstelling en proefomstandigheden</u>	6
3.1	Getijgoot	6
3.2	Meetopstelling en gegevensverwerking	6
3.2.1	Huidige onderzoek	6
3.2.2	Vergelijking huidige onderzoek met dat van M 896-11	7
3.3	Proefomstandigheden	9
<u>4</u>	<u>Uitwerking</u>	11
4.1	Differentiemethode	11
4.2	Methode Spline	11
4.3	Diffusiecoëfficiënt in stroming zonder dichtheidseffekten ..	13
<u>5</u>	<u>Resultaten</u>	15
<u>6</u>	<u>Konklusies</u>	18

LITERATUUR

FIGUREN

LIJST VAN FIGUREN

- 1 Overzicht van de getijgoot
- 2 Opstelling met meetwagens
- 3 Snelheidsvertikaal en 1e en 2e afgeleide door middel van Spline
- 4 Dichtheidsvertikaal en 1e en 2e afgeleide door middel van Spline
- 5 Verloop diffusiecoëfficiënt in homogene stroming
- 6 Resultaten van de differentiemethode met 12 meetpunten
- 7 Resultaten van de differentiemethode met 24 meetpunten
- 8 Resultaten met de methode Spline
- 9 Vergelijking resultaten van de drie methodes
- 10 Vertikale diffusiecoëfficiënten
- 11 Vertikale diffusiecoëfficiënten
- 12 Vertikale diffusiecoëfficiënten

LIJST VAN SYMBOLEN

D	turbulente diffusiecoëfficiënt
df_i	standaardafwijking van de fout in de gemeten funktiewaarde f_i
f_i	gemeten funktiewaarde
$f(x)$	kontinue functie van x
$f_i(x)$	benadering van $f(x)$ door een derdegraadskromme per interval $(i, i + 1)$
g	versnelling van de zwaartekracht
K	turbulente viskositeitcoëfficiënt
l_i	mengweglengte uitwisseling impuls
l_m	mengweglengte uitwisseling massa
p	druk
t	tijd
Δt	tijdverschil tussen de achtereenvolgende meetwaarden
u	momentane snelheid in de x-richting
\bar{u}	snelheid in de x-richting, waarbij de turbulentie uitgemiddeld is
u'	turbulente snelheid in de x-richting; $u = \bar{u} + u'$
u^*	schuifspanningssnelheid $u^* = \left(\frac{\tau_b}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$
v	momentane snelheid in de y-richting (vertikaal)
\bar{v}	snelheid in de y-richting, waarbij de turbulentie uitgemiddeld is.
v'	turbulente snelheid in de y-richting; $v = \bar{v} + v'$
$\overline{v'\rho'}$	vertikaal transport van zout ten gevolge van de turbulentie
x	horizontale coördinaat in de lengterichting
Δx	meetafstand in de x-richting
y	vertikale coördinaat
Δy	meetafstand in de y-richting
ϵ_M	vertikale uitwisselingscoëfficiënt voor massa (bij de diffusie-theorie: $\epsilon_M = D$)
ϵ_N	vertikale uitwisselingscoëfficiënt voor impuls bij homogene stroming
κ	de konstante van Von Karman in homogene stroming
κ_i	parameter voor de verticale uitwisseling van impuls volgens de theorie van Von Karman
κ_m	parameter voor de verticale uitwisseling van massa volgens de theorie van Von Karman
ρ	momentane dichtheid
$\bar{\rho}$	dichtheid waarbij de turbulentie uitgemiddeld is
ρ'	turbulente dichtheidskomponent; $\rho = \bar{\rho} + \rho'$
$\bar{\rho} \overline{u'v'}$	turbulente schuifspanning

1 Inleiding

Het onderzoek dat in dit rapport beschreven staat, is een voortzetting van hetgeen behandeld is in rapport M 896-11: "Reproductie zouttoestand getijrivieren; twee-dimensionaal onderzoek; april 1974 [1]. In dat rapport is aangegeven hoe een vijftal proeven, uitgevoerd in het kader van een systematisch onderzoek in de getijgoot, uitgewerkt zijn volgens een twee-dimensionale beschouwing. Dit onderzoek leidde tot mogelijke omschrijvingen van de relaties tussen enerzijds de koëfficiënten voor de turbulente diffusie en de turbulente schuifspanning en anderzijds het getal van Richardson.

Omdat sinds de tijd dat bovenstaand onderzoek uitgevoerd is, de methodes van meten en verwerken van meetgegevens bij de getijgoot aanzienlijk verbeterd zijn, is opnieuw een proef uitgevoerd en verwerkt.

Bij de uitwerking volgens het twee-dimensionale model is het noodzakelijk de afgeleiden te bepalen van de snelheid en zoutconcentratie naar de tijd en plaats in horizontale-(lengte-) en verticale richting. Bij de bepaling van deze gradiënten is bij dit onderzoek gebruik gemaakt van de volgende drie benaderingsmethodes (bij M 896-11 alleen van de eerste methode,):

- benadering van de afgeleiden door eindige differenties met de volgende stapgroottes:
 - lengterichting : $\Delta x = 1,828 \text{ m}$
 - verticale richting: $\Delta y = 0,01725 \text{ m}$
 - tijd : $\Delta t = 22,35 \text{ sekonde}$(d.i. 12 meetpunten per vertikaal).
- als bovenstaande methode, maar met een stapgrootte in de verticale richting die een faktor twee kleiner is:
vertikale richting: $\Delta y = 0,00862 \text{ m}$.
- bepaling van de afgeleiden uit een continue funktie die door middel van wiskundige interpolatie (Ausgleich-Spline) door de meetpunten getrokken is. Hierbij is gebruik gemaakt van dezelfde meetdichtheid als bij de eerste methode (12 meetpunten per vertikaal).

Bij dit onderzoek zijn alleen de koëfficiënten bepaald voor de turbulente diffusie.

Het onderzoek is uitgevoerd in het kader van het getijgootonderzoek (M 896) in opdracht van Rijkswaterstaat, Waterloopkundige Afdeling van de Deltadienst, en stond onder leiding van ir. J.P. Koenis, die ook dit rapport samenstelde.

2 Beschrijving twee-dimensionaal model

2.1 Bepaling vertikaal turbulent massatransport

Een stromingssituatie wordt verondersteld twee-dimensionaal te zijn, wanneer in de derde geometrische richting de waarde van de van belang zijnde grootheden (snelheden, dichtheid, waterspiegel, diepte, etc.) konstant is. In dat geval kan de gemiddelde beweging beschreven worden met de volgende vier vergelijkingen:

Behoud van volume:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

Balans voor de dichtheid:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v' \rho'}) = 0 \quad (2.2)$$

Bewegingsvergelijking in de x-richting:

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

waarbij

$$\tau = - \bar{\rho} \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{\rho} \overline{u' v'}$$

Bewegingsvergelijking in de y-richting:

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \bar{\rho} g = 0 \quad (2.4)$$

waarbij: x en y : koördinaten in respektievelijk de lengte- en verticale richting

\bar{u} en \bar{v} : snelheidscomponenten in de x- en y-richting, waarbij de turbulentie uitgemiddeld is

u' en v' : turbulente fluktuaties van de snelheidscomponenten u en v
 $(u = \bar{u} + u'; v = \bar{v} + v')$

$\bar{\rho}$: dichtheid in kg/m^3 , waarbij de turbulentie uitgemiddeld is

p : druk

g : versnelling van de zwaartekracht

$\overline{v' \rho'}$: vertikaal transport van zout t.g.v. turbulentie.

Voor de afleiding van bovenstaande vergelijkingen en de benaderingen die daarbij toegepast zijn, wordt verwezen naar [2].

Bij dit onderzoek zijn alleen de verticale diffusiecoëfficiënten bepaald. Deze coëfficiënten geven de relatie aan die bestaat tussen het verticale turbulente massatransport ($\overline{v'\rho'}$) en grootheden van de gemiddelde beweging (b.v. $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}$; zie ook tabel 1, blz. 4). Daartoe wordt alleen gebruik gemaakt van de vergelijkingen (2.1) en (2.2).

Wanneer van een stromingssituatie de grootheden \bar{u} , $\bar{\rho}$ bekend zijn als functie van x , y en t en bovendien de positie van bodem en oppervlakte, dan is het mogelijk met behulp van bovengenoemde twee vergelijkingen de grootte van het verticale massatransport door turbulentie ($\overline{v'\rho'}$) te berekenen. De twee vergelijkingen hebben de volgende twee onbekenden: \bar{v} en $\overline{v'\rho'}$. Door integratie van vergelijking (2.1) van de bodem ($y = 0$) tot y wordt de waarde van \bar{v} verkregen op hoogte y

$$\bar{v}(y) = - \int_0^y \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy \quad (2.5)$$

Hierbij wordt een horizontale vaste bodem verondersteld op $y = 0$. Ter plaatse van $y = 0$ geldt ten aanzien van \bar{v} de volgende conditie:

$$\bar{v} = 0 \quad \text{voor} \quad y = 0 \quad (2.6)$$

De nu bekende waarde van \bar{v} kan ingevuld worden in vergelijking (2.2). Door integratie van deze vergelijking naar y wordt de waarde van het verticale transport als functie van y verkregen:

$$\overline{v'\rho'} = - \int_0^y \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} \right) dy \quad (2.7)$$

met de randconditie:

$$\overline{v'\rho'} = 0 \quad \text{voor} \quad y = 0 \quad (2.8)$$

De berekening van de turbulente schuifspanning ($\bar{\rho} \overline{u'v'}$) met behulp van de vergelijkingen (2.1), (2.3) en (2.4) verloopt analoog, maar wordt hier niet

verder uitgewerkt. Zie ook [1].

2.2 Korrelatie vertikaal transport aan parameters van gemiddelde beweging

In de literatuur zijn verschillende theorieën bekend waarmee het vertikale turbulente massatransport ($\overline{v'\rho'}$) evenredig gesteld wordt met grootheden van die beweging, waarbij de turbulentie uitgemiddeld is. Drie van deze theorieën worden kort weergegeven in onderstaande tabel. De evenredigheidscoëfficiënten van de verschillende theorieën voor het massatransport zijn D , l_m^2 en κ_m^2 .

Theorie	Korrelatie/ Analogie	Parameters	
		Uitwisseling van IMPULS	Uitwisseling van MASSA
<u>Diffusietheorie</u> Impuls: Boussinesq (1877) Massa: Fick (1855)	Korrelatie met gradiënt Analogie met moleculaire diffusie	$\overline{u'v'} = -K \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ K: turbulente viskositeit- coëfficiënt	$\overline{v'\rho'} = -D \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}$ D: turbulente diffusie- coëfficiënt
Mengwegtheorie Prandtl (1925)	Korrelatie met produkt van gradiënten Analogie met moleculaire gastheorie	$\overline{u'v'} = -l_i^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2$ $l_i =$ mengweg uit- wisseling impuls	$\overline{v'\rho'} = l_m^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}\right)$ $l_m =$ mengweg uit- wisseling massa
Hypothese Lokale geometri- sche gelijkvor- migheid van tur- bulentie Von Karman (1930)	Korrelatie met 1e en 2e afge- leiden. Generalisatie mengwegtheorie	$\overline{u'v'} = -\kappa_i^2 \frac{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^4}{\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)^2}$ κ_i : parameter voor uitwisseling van impuls	$\overline{v'\rho'} = \kappa_m^2 \frac{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^3 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}\right)}{\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)^2}$ κ_m : parameter voor uitwisseling van massa

Tabel 1

De waarde voor $\overline{v'\rho'}$ wordt bepaald zoals aangegeven is in paragraaf 2.1.

De overige grootheden $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$, $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}$ en $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}$ kunnen bepaald worden, wanneer \bar{u} en $\bar{\rho}$ bekend zijn als functie van x , y en t . Bij elke theorie is dan de waarde voor de parameter (massa: D , l_m^2 en κ_m^2) te bepalen.

Bij dit onderzoek is gezocht naar de korrelatie van deze parameters met het lokale Richardsongetal, dat als volgt gedefinieerd wordt:

$$Ri = \frac{-g \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2} \quad (2.9)$$

Een dichtheidsgradiënt vermindert het vertikale transport van impuls en massa in turbulente stromen, terwijl een snelheidsgradiënt produktie van turbulentie veroorzaakt waardoor bovenstaande transporten van impuls en massa toenemen. De balans tussen beide gradiënten is het lokale Richardsongetal. Uit de theorie en uit experimenten [3] blijkt dat dit getal de belangrijkste parameter is voor deze turbulente transporten.

Bij dit onderzoek wordt dan ook de korrelatie bepaald tussen de koëfficiënten voor de uitwisseling van massa enerzijds en anderzijds het lokale Richardson getal.

In de inleiding worden drie methodes aangegeven die gebruikt zijn om de gradiënten te bepalen. Bij alle drie de methodes is de waarde bepaald van de koëfficiënt volgens de Diffusietheorie (D) en daarna de korrelatie met het lokale Richardsongetal. Voor de resultaten: zie paragraaf 5.

3 Beschrijving meetopstelling en proefomstandigheden

3.1 Getijgoot (zie figuur 1)

De proeven voor dit onderzoek zijn uitgevoerd in de getijgoot. De getijgoot heeft een lengte van 101,5 m en een rechthoekige dwarsdoorsnede met een breedte van 0,672 m. De grootste toelaatbare waterdiepte bedraagt 0,50 m. De bodem van de goot ligt horizontaal.

Aan het benedenstroomse einde is de goot verbonden met een zeebassin van 6 x 8 x 1,5 m. Het verticale getij (waterstanden) op zee wordt geregeld met een regelklep. Het horizontale getij (debieten) aan het bovenstroomse einde wordt geregeld door middel van een getijtank.

De dichtheid van het zeewater wordt konstant gehouden door middel van pekelinjectie. De temperatuur van het zoete rivierwater wordt aangepast aan de temperatuur van het zeewater. Bij de regeling van het horizontale getij (debieten) op de bovenstroomse rand kan slechts gebruik gemaakt worden van homogeen zoet water. De randinstelling (vertikaal getij en rivierafvoer e.a.) moet dan ook zodanig zijn dat de maximale zoutindringing enige afstand verwijderd blijft van de bovenstroomse rand. Slechts bij zeer extreme randinstellingen kan aan deze voorwaarde niet voldaan worden.

Voor een meer uitgebreide beschrijving van de getijgoot wordt verwezen naar [4].

3.2 Meetopstelling en gegevensverwerking

3.2.1 Huidige onderzoek

In de meetstations $x/\Delta x = 1, 2, \dots, 16$ (zie figuur 1), waarbij $\Delta x = 3,658$ m, bevinden zich vast opgestelde waterstandmeters: de zogenaamde waterstandvolger (Wavo). Op twee meetwagens die over het model rijden bevinden zich de meetinstrumenten voor de snelheid en de geleidbaarheid. Per meetwagen zijn drie meetinstrumenten aanwezig zowel voor de snelheid als voor de geleidbaarheid, zodat tegelijkertijd op drie verschillende hoogtes gemeten kan worden (zie figuur 2). Hierdoor wordt niet precies in één vertikaal gemeten, maar gezien het twee-dimensionale karakter van de stroming is dit acceptabel. Voor een meer uitgebreide beschrijving van de meetopstelling: zie [4].

Ten behoeve van de beschrijving van de stromingssituatie met het twee-dimensionale model zoals dat beschreven is in paragraaf 2, is het nodig de waarde

te kennen voor \bar{u} , $\bar{\rho}$ als functie van x , y en t en tevens de positie van de bodem en het oppervlak. Bij de metingen wordt gebruik gemaakt van het cyclische karakter van de stromingssituatie in de getijgoot. In elk punt herhaalt zich een bepaalde situatie na een periode die gelijk is aan de ingestelde getijperiode (bij dubbeldaags getij in het prototype: \pm 12 uur en 25 minuten). Door gebruik te maken van dit cyclische karakter kan met behulp van de boven geschetste meetopstelling de benodigde informatie verkregen worden in diskrete punten als continue functie van de tijd. De meetpunten bij de proef van dit onderzoek zijn equidistant gekozen met $\Delta x = 1,828$ m en $\Delta y = 0,01725$ m of $\Delta y = 0,00863$ m (zie inleiding, paragraaf 1).

De voor dit onderzoek gekozen afstand Δx is dus de helft van de onderlinge afstand van de gebruikelijke meetstations $x/\Delta x = 1,2,3\dots 16$ met $\Delta x = 3,658$ m.

De analoge meetsignalen per meetpunt, per instrument en per getijperiode worden als volgt behandeld. Door middel van een analoog filter worden de turbulente fluktuaties in de orde van 2 seconden en minder uitgemiddeld. Daarna wordt het signaal gedigitaliseerd met behulp van een analoog-digitaal-omvormer (A/D-converter). Dit levert per getijcyclus van 12 uur en 25 minuten prototype-tijd 300 digitale waarden. Door steeds het gemiddelde te nemen van vier getallen (digitaal filteren) worden hieruit 75 getallen verkregen. Van deze 75 "waarnemingen" worden er slechts 25 gebruikt; steeds worden twee tussengelegen waarden weggelaten.

Op de boven geschetste wijze wordt de informatie verkregen die nodig is om \bar{u} , $\bar{\rho}$ en h te berekenen als diskrete functie van x , y en t . Deze informatie vormt de invoer van een rekenprogramma (MN6) waarmee de meetwaarden met behulp van schaalfactoren, ijkgrafieken en de temperatuur van het water tijdens de proef (voor bepaling van de dichtheid: $\bar{\rho}$) omgerekend worden in de fysische grootheden \bar{u} , $\bar{\rho}$ en \bar{h} . Deze berekende waarden vormen dan weer de invoer van een rekenprogramma (MN7) waarmee de verschillende grootheden van het tweedimensionale model bepaald worden.

3.2.2 Vergelijking huidige onderzoek met dat van M 896-11

In deze paragraaf is aangegeven welke de belangrijkste verschillen zijn tussen de meetopstelling en de uitwerking bij de proef van dit onderzoek en die van de proeven die beschreven zijn in rapport M 896-11 [1].

Meetopstelling

- Verbetering van de meting van de waterstand door vast opgestelde waterstandvolgers in de 16 meetstations in plaats van een waterstandvolger op de meetwagen. Bij de berekening van het impulstransport $\overline{u'v'}$ is een nauwkeurige bepaling van het verhang van de waterspiegel essentieel. Bij dit onderzoek is echter alleen gekeken naar het transport van massa ($\overline{v'\rho'}$), waardoor deze verbetering geen rol speelt.
- Voor het meten van de snelheid en de geleidbaarheid (voor berekening van de dichtheid) zijn dezelfde instrumenten gebruikt als bij M 896-11.

Verwerking

- Ten behoeve van het twee-dimensionale model moesten de continue meetsignalen gedigitaliseerd worden. Bij de proeven van M 896-11 is dit gedaan door middel van een lijnvolger, waarbij menselijke onnauwkeurigheden en inkonsekventies kunnen optreden. Bij het huidige onderzoek was dit geautomatiseerd door middel van een analoog-digitaal-omzetter (A/D-converter), waarna een digitale filtering plaats vond (zie ook 3.2.1)
- Bij de berekening van de fysische grootheden (\bar{u} en $\bar{\rho}$ of \bar{c}) uit de meetsignalen moet gebruik gemaakt worden van ijkgrafieken en experimentele relaties. Bij M 896-11 is gebruik gemaakt van gelineariseerde ijkgrafieken, terwijl bij dit aanvullend onderzoek dankzij de automatisering de juiste ijkgrafieken gebruikt konden worden voor de dichtheid (nog niet voor de snelheid). Voor de berekening van de dichtheid of de zoutconcentratie uit de gemeten geleidbaarheid wordt gebruik gemaakt van de temperatuur van het water. Door verschil in temperatuur tussen het leidingwater (rivierafvoer) en het water dat in het model (zee en riviertank) aanwezig was, traden temperatuurverschillen op in het model. Omdat in de verwerkingsprogramma's slechts een temperatuur opgegeven kon worden, is bij de proeven t.b.v. M 896-11 een gewogen gemiddelde bepaald van de temperatuur in het meetgebied. Bij de huidige proef is het temperatuurverschil opgeheven door aanpassing van de temperatuur van het leidingwater aan het in het model aanwezige water. Hierdoor is één temperatuur verkregen in het gehele model.

De bovenstaande punten hebben een kwalitatieve verbetering gegeven van de meet- en verwerkingsprocedure. In hoeverre het eindresultaat van de verwerking met het twee-dimensionale model (de verticale diffusiekoëfficiënten) hierdoor kwantitatief verbeterd zijn, was moeilijk te bepalen.

3.3 Proefomstandigheden

De proefomstandigheden die voor dit onderzoek genomen zijn, staan weergegeven in onderstaande tabel 2.

Proefomstandigheden			
		Model	Prototype
Gemiddelde waterdiepte	\bar{h}	0,216 m	13,80 m
Getijverschil	$2a_o$	0,050 m	3,20 m
Gootlengte	L	179,16 m	114.660 m
Bovenafvoer	$Q_{riv.}$	2,90 l/s	949 m ³ /s
Chezywaarde	C	19,0 m ^{1/2} /s	60 m ^{1/2} /s
Type ruwheid	-	bodemruwheid plaatjes 2x2 cm	-
Dichtheidsverschil	$\Delta\rho$	+ 21,5 kg/m ³	+ 21,5 kg/m ³
Schaalfactoren			
Hoogte		64	
Lengte		640	
Snelheid		8	
Tijd		80	
Debiet		327.680	
Dichtheid		1	
Chezywaarde		$\sqrt{10}$	

Tabel 2.

Voor het ruwheidsmiddel is gekozen voor bodemruwheid omdat hiermee de situatie in de natuur het best wordt weergegeven d.w.z. een schijfspanning ter plaatse van de bodem waardoor een zodanige turbulente schuifspanningsverdeling over de vertikaal ontstaat en een snelheidsvertikaal (bij homogene stroming: logaritmisch profiel) waarbij ook het turbulent transport van massa kwalitatief goed gereproduceerd wordt. Dit maakt de correlatie met het Richardsongetal (zie vergelijking 2.9) zinvol.

Bovendien is gekozen voor een redelijk gemengde stromingssituatie waarbij het vertikaal diffusief transport relatief groot is. Daartoe zijn de proefomstan-

digheden gekozen van de referentieproef, maar met een groter getijverschil (in prototype: 3,20 m in plaats van 1,60 m). Bij de referentieproef zijn de proefomstandigheden zodanig dat in de getijgoot de stromingssituatie van de Rotterdamse Waterweg gereproduceerd wordt bij de schalen vermeld in tabel 2.

In dit verslag is zowel met prototypematen gewerkt als ook met modelmaten. De waarden voor een prototype zijn gebruikt omdat men dan van het een en ander gemakkelijker een voorstelling kan maken. Uitdrukkelijk moet gesteld worden dat de analyse en de resultaten uitsluitend betrekking hebben op de modelsituatie. Bij een vertaling naar een prototype moet rekening gehouden worden met schaaleffekten die ontstaan ten gevolge van de gekozen schaalfactoren. Dit was niet het doel van dit onderzoek.

4 Uitwerking

Ten behoeve van het twee-dimensionaal model moesten de afgeleiden bepaald worden van de gemeten grootheden naar de tijd en naar de plaats. In de inleiding is reeds aangegeven dat hiervoor bij dit onderzoek drie verschillende benaderingsmethodes gebruikt zijn, die in de volgende paragrafen verder uitgewerkt zijn. In paragraaf 4.3 is aangegeven hoe de uitwisselingscoëfficiënten voor homogene stroming bepaald zijn, waarmee de gemeten coëfficiënten van de stroming met dichtheidsverschillen dimensieloos gemaakt zijn.

4.1 Differentiemethode

Bij de benadering van de gradiënten voor het twee-dimensionaal model zijn twee methodes gebruikt waarbij gebruik gemaakt is van eindige differenties. Het verschil tussen beide was slechts de meetafstand in verticale richting:

$\Delta y = 0,01725$ m en $\Delta y = 0,00862$ m.

Bij deze methodes zijn de afgeleiden bepaald met de volgende formules:

$$\frac{\partial f}{\partial x} / \begin{matrix} x=k.\Delta x \\ y=l.\Delta y \\ t=m.\Delta t \end{matrix} = \frac{f(k.\Delta x + \Delta x, l.\Delta y, m.\Delta t) - f(k.\Delta x - \Delta x, l.\Delta y, m.\Delta t)}{2.\Delta x} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} / \begin{matrix} x=k.\Delta x \\ y=l.\Delta y \\ t=m.\Delta t \end{matrix} = \frac{f(k.\Delta x, l.\Delta y + \Delta y, m.\Delta t) - f(k.\Delta x, l.\Delta y - \Delta y, m.\Delta t)}{2.\Delta y} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} / \begin{matrix} x=k.\Delta x \\ y=l.\Delta y \\ t=m.\Delta t \end{matrix} = \frac{f(k.\Delta x, l.\Delta y, m.\Delta t + \Delta t) - f(k.\Delta x, l.\Delta y, m.\Delta t - \Delta t)}{2.\Delta t} \quad (4.3)$$

Voor meer informatie over deze numerieke differenties, de afbreekfout en de optimale meetafstand: zie [5].

4.2 Methode Spline

De derde methode waarmee de afgeleiden benaderd zijn, is de interpolatietechniek die bekend is onder de naam Spline. Bij dit onderzoek is gebruik gemaakt

van de methode die in de Duitse literatuur bekend is onder de naam Ausgleich Spline

De methode werkt als volgt. Wanneer in een aantal punten x_i met $i = 1, 2, \dots, N$ de funktiewaarde f_i bekend is, dan wordt in elk interval (x_i, x_{i+1}) een derdegraadsfunctie $f_i(x)$ bepaald. De totale functie $f(x)$ wordt dus opgebouwd uit afzonderlijke derdegraadsfuncties. De funktiewaarden f_i in de punten x_i voor $i = 1, 2, \dots, N$ zijn verkregen door metingen. Er wordt van uitgegaan dat de meetwaarden zijn behept met meeton nauwkeurigheden waarvan de standaardafwijking df_i is. Deze standaardafwijkingen kunnen per meetpunt verschillend zijn. De waarden van df_i moeten dus per meting bekend zijn of bepaald worden. Verder wordt bij deze methode gebruik gemaakt van een gladheidskoefficiënt (S) die de mate van gladheid in het verloop van de kromme $f(x)$ bepaalt. Aan de functie $f(x)$, opgebouwd uit derdegraadsfuncties $f_i(x)$ worden de volgende voorwaarden opgelegd:

- $f(x)$ is over het gehele traject continu en tweemaal differentieerbaar (zie vergelijking (4.5))

$$- \sum_{i=1}^N \left[\frac{f(x_i) - f_i}{df_i} \right]^2 \leq S, \quad S > 0 \quad (4.4)$$

$$- \int_{x_1}^{x_N} \left[\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \right]^2 dx \text{ is minimaal} \quad (4.5)$$

$$- N - \sqrt{2N} \leq S \leq N + \sqrt{2N}. \quad (4.6)$$

De werking van de koefficiënt S is als volgt. Als S groot is ($\approx N + \sqrt{2N}$) zal de functie $f(x)$ een relatief glad en strak verloop hebben, waarbij de afwijking $(f(x_i) - f_i)$ ter plaatse van de meetpunten x_i relatief groot is. Wanneer S klein is ($\approx N - \sqrt{2N}$) zal de functie $f(x)$ meer door de meetpunten f_i gaan, maar daarbij ook minder strak verlopen. Meer informatie over de Spline-technieken is te vinden in [6, 7].

Bij deze methode is het dus noodzakelijk de onnauwkeurigheid van de metingen zo goed mogelijk te bepalen. Op grond van ervaring bij de getijgoot en daartoe specifiek gericht onderzoek in de getijgoot zijn de standaardafwijkingen van de snelheid- en dichtheidsmeting gesteld op:

- snelheid : $\sigma_u^- = 2,5 \text{ mm/s}$
- dichtheid: $\sigma_\rho^- = 0,25 \text{ kg/m}^3$.

Voor de keuze van de gladheidscoëfficiënt S zijn geen richtlijnen mogelijk. Daarom is er een vooronderzoek gedaan naar het effect van deze coëfficiënt op het resultaat, dat wil zeggen op het verloop van $f(x)$ en op de eerste en twee afgeleide die daaruit bepaald kunnen worden. Uit het vooronderzoek naar de gladheidscoëfficiënt S is gebleken dat bij de bovenstaande waarden voor de standaardafwijkingen de keuze van de waarde voor S in het gebied van vergelijking (4.6) geen grote invloed heeft op het functieverloop en de berekende afgeleiden. Daarom is gekozen voor de gemiddelde waarde: $S = N$.

In de figuren 3 en 4 zijn enkele resultaten weergegeven, waarbij aangegeven is welk verschil ontstaat door de keuze van de maximale en minimale waarde voor de gladheidscoëfficiënt S . In figuur 4b en c is tevens het verschil aangegeven tussen de beide benaderingen met Spline (getrokken lijn en streepjeslijn) en de benadering door middel van eindige differenties met 12 punten per vertikaal (streep-punt-lijn). Hierbij is te zien dat het verschil tussen beide uitersten met Spline klein is ten opzichte van het verschil tussen Spline enerzijds en de eindige differenties anderzijds. Ter plaatse van sterke gradiënten in het dichtheidsprofiel wordt met de eindige differenties speciaal de eerste afgeleide sterk afgevlakt. Daarentegen kan wat de methode Spline betreft, opgemerkt worden dat ter plaatse van sterke gradiënten een zogenaamd doorschieteffect optreedt, waardoor de eerste afgeleide zelfs van teken verandert. Daar dit fysisch niet kan optreden, is het uitsluitend een gevolg van de toegepaste interpolatiemethode. De funktiewaarde ter plaatse van sterke gradiënten (zie grenslaag zout-zoet figuur 4a punt $y/\Delta y = 8$) verschilt bij de methode Spline ook systematisch van de gemeten waarde.

Afhankelijk van de gekozen waarde voor de gladheidscoëfficiënt S bedraagt deze afwijking 3 tot 5 procent, waarbij geldt dat de afwijking groter wordt naarmate de kromme gladder en stijver wordt.

4.3 Diffusiecoëfficiënt in stroming zonder dichtheidseffekten

De coëfficiënten voor het vertikaal diffusief transport die bepaald zijn uit de metingen door middel van het tweedimensionale model, zijn dimensieloos gemaakt met de coëfficiënten voor de turbulente uitwisseling van impuls in homogene stroming. Voor deze coëfficiënten is gebruik gemaakt van de relatie van Reichardt die ontleend is aan [8]. Deze relatie luidt :

$$\frac{\epsilon_N}{\kappa \cdot u^* \cdot h} = 1/6 \{1 + 2 (1 - \frac{y}{h})^2\} \cdot \frac{y}{h} \cdot (2 - \frac{y}{h}) \quad (4.7)$$

waarbij ϵ_N : verticale uitwisselingscoëfficiënt voor impuls bij homogene stroming

κ : de konstante van Von Karman

u^* : schuifspanningssnelheid

h : waterdiepte

y : afstand tot de bodem.

De relatie (4.7) is weergegeven in figuur 5 samen met de relatie (4.8) waarmee het logaritmisch snelheidsprofiel wordt verkregen:

$$\frac{\epsilon_N}{\kappa \cdot u^* \cdot h} = \frac{y}{h} (1 - \frac{y}{h}) \quad (4.8)$$

5 Resultaten

Bij de verwerking van de metingen van de proef die gebruikt is bij dit onderzoek, zijn niet alle tijdstippen (25) genomen die gedurende een getijcyclus beschikbaar zijn. Er is gekozen voor enkele tijdstippen rond de maximale eb-stroom (MES). Op dit tijdstip zijn de snelheden het grootst in het model ($\bar{u}_{\max} \approx 0,35$ m/s), waardoor de meetnauwkeurigheid relatief groot is. Bovendien zijn op deze tijdstippen de termen van de hieronder staande vergelijking (2.7) ook relatief groot, waardoor verwacht kan worden dat het resultaat van deze vergelijking - de waarde van het vertikaal diffusief transport als functie van y - het meest betrouwbaar is. De keuze van deze tijdstippen is gedaan op grond van ervaring bij het voorafgaande onderzoek dat gerapporteerd is in verslag M 896-11 [1].

$$\overline{v'\rho'} = - \int_0^y \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} \right) dy \quad (2.7)$$

De analyse volgens vergelijking (2.7) kan uitgevoerd worden voor elk tijdstip en voor elk meetstation in de x -richting, waarvoor voldoende metingen zijn uitgevoerd om ook de afgeleiden te bepalen. Voor de beide differentiemethodes is dit gedaan voor de volgende drie combinaties: $x/\Delta x = 4$, $t/\Delta t = 17$; $x/\Delta x = 4$, $t/\Delta t = 18$ en $x/\Delta x = 4,5$ en $t/\Delta t = 18$. Bij de methode Spline is de analyse slechts gedaan voor één combinatie namelijk $x/\Delta x = 4,5$ en $t/\Delta t = 18$. De reden hiervoor was dat voor de differentiemethode standaard-computerprogramma's beschikbaar zijn, terwijl voor de methode-Spline vanwege het oriënterende karakter van dit onderzoek allerlei ad-hoc-programma's gemaakt zijn, waardoor het niet mogelijk was eenvoudig een aantal situaties door te rekenen. De onderlinge vergelijking van de resultaten van de drie methodes op $x/\Delta x = 4,5$ en $t/\Delta t = 18$ heeft vooralsnog geen aanleiding gegeven meerdere situaties door te rekenen (zie ook de konklusies).

Bij de computerprogramma's die gebruikt zijn voor de berekening van het vertikaal diffusief transport met de drie methodes, is gewerkt met de concentratie \bar{c} en c' in plaats van met de dichtheid $\bar{\rho}$ en ρ' . Op het resultaat van de berekening, de coëfficiënt ϵ_M , heeft dit geen invloed omdat bij konstante temperatuur de dichtheid lineair afhankelijk is van de zoutconcentratie. Bij een temperatuur van $15,0$ °C (proefomstandigheden) bijvoorbeeld geldt:

$$\bar{\rho} = 998,8 + 0,71 \bar{c} \quad (5.1)$$

waaruit volgt

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} = 0,71 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \quad (5.2)$$

Door vergelijking (5.2) in te vullen in de vergelijking (2.7) kan eenvoudig afgeleid worden dat geldt:

$$\frac{\overline{v'c'}}{\partial \bar{c} / \partial y} = \frac{\overline{v'\rho'}}{\partial \bar{\rho} / \partial y} \quad (5.3)$$

In de figuren 6 tot en met 12 zijn de resultaten weergegeven van de drie methodes.

In figuur 6a is het verloop weergegeven van de verschillende termen van de continuïteitsvergelijking van het zout, bepaald met de differentiemethode met 12 punten per vertikaal. De som tussen de drie gemeten termen

$(\frac{\partial \bar{c}}{\partial t}, \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \text{ en } \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y})$, waarbij $\bar{v}(y) = - \int_0^y \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy$ (2.5)) levert de term

$$\frac{\partial T_y}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'c'}$$

Integratie van de term $\frac{\partial T_y}{\partial y}$ geeft het vertikaal turbulent diffusief transport $T_y = \overline{v'c'}$ als functie van de hoogte. Aan het wateroppervlak geldt de voorwaarde dat $T_y = 0$. Deze voorwaarde kan gebruikt worden als controle op het resultaat. Gebleken is dat bij alle drie methodes niet aan deze voorwaarde werd voldaan (zie figuren 6b, 7b en 8b). Een verklaring hiervoor ligt in het feit dat bij de bovengenoemde sommatie de termen $\frac{\partial \bar{c}}{\partial t}$ en $\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}$ groot zijn ten opzichte van $\bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}$ en verschillend van teken. De onnauwkeurigheid van een verschil van twee getallen die behept zijn met meetonnauwkeurigheden is groot. Een extra voorwaarde is dat het massatransport niet negatief kan zijn. Om toch aan deze voorwaarden te voldoen, is een nullijnkorrektie toegepast. Daartoe is de nullijn zodanig gedraaid dat aan beide voorwaarden is voldaan. De redenering hierachter is geweest dat bij de integratie over de vertikaal fouten met blijkbaar een systematisch karakter opgeteld worden, waardoor de afwijking ontstaat in de omgeving van het oppervlak. Aangenomen is dat de verdeling van de fouten evenredig over de vertikaal is geweest. Deze nulkorrektie is weergegeven in de figuren 6b, 7b en 8b.

In figuur 7 zijn de resultaten weergegeven van de uitwerking met 24 meetpunten per vertikaal.

In figuur 8 is weergegeven welk verloop van T_y verkregen is met de methode Spline en tevens de concentratie-gradiënt.

In figuur 9 zijn de resultaten van de verschillende methodes in één figuur weergegeven. Deze resultaten zijn: het Richardsongetal, het vertikaal diffusief massatransport en de concentratie-gradiënt. De waarden voor het Richardsongetal (figuur 9a) zijn wat orde van grootte betreft gelijk. Spline en eindige differenties met 12 meetpunten per vertikaal geven zo goed als hetzelfde resultaat. Bij 24 meetpunten is het resultaat duidelijk minder goed. Dit wijst erop dat bij 12 meetpunten per vertikaal de meetafstand optimaler is dan bij 24 punten. Voor de optimalisatie van de meetafstand zie [5]. Boven het meetpunt $y/\Delta y = 8$ nam de waarde van het Richardsongetal zeer sterk toe. Dit is het gebied waar de snelheidsgradiënt zeer klein was, maar ook de dichtheidsgradiënt. Omdat daardoor de berekening van het Richardsongetal erg onnauwkeurig werd, zijn geen coëfficiënten bepaald boven $y/\Delta y = 8$.

De waarde voor T_y bepaald met de methode Spline is aanzienlijk hoger (~ faktor 2) dan die bij de beide differentiemethodes. De grootte van de dichtheidsgradiënten en de waarden voor het Richardsongetal verschillen nauwelijks. Hierdoor treedt hetzelfde verschil op in de diffusiecoëfficiënten ϵ_M .

In de figuren 10, 11 en 12 zijn de berekende diffusiecoëfficiënten dimensieloos uitgezet tegen het Richardsongetal. Tevens zijn in deze figuren enkele resultaten uitgezet die ontleend zijn aan de literatuurstudie R 880 [3].

6 Konklusies

- Met alle drie de methodes is het niet mogelijk gebleken direkt goede resultaten te verkrijgen. Steeds was het noodzakelijk het verloop in de vertikaal van de berekende vertikale diffusie te korrigeren (nullijnkorrektie), omdat negatieve waarden gevonden werden en tevens de waarde bij het oppervlak ongelijk nul was.
- De koëfficiënten, bepaald met de methode Spline, zijn ongeveer een faktor 2 groter dan de overeenkomstige koëfficiënten van de beide differentiemethodes. Dit verschil is echter nauwelijks significant omdat de gevonden waarden liggen in een gebied waar de diffusiekoëfficiënten sterk afnemen bij toenemende waarden voor het Richardsongetal (zie figuur 11a en b).
- Bij 24 meetpunten per vertikaal is geen verbetering verkregen van de resultaten ten opzichte van 12 meetpunten. Uit de berekening van de waarden voor het getal van Richardson (zie figuur 9a) kan zelfs voorzichtig gekonkludeerd worden dat de meetafstand bij 12 punten dicht bij het optimum heeft gelegen. Voor optimalisatie meetafstand zie [5]. De berekende diffusiekoëfficiënten bij beide differentiemethodes stemmen redelijk overeen.
- De resultaten van dit onderzoek bevestigen de tendens die gevonden is in het onderzoek van rapport M 896-11, (zie figuur 11b), waarbij opvalt dat deze tendens veel kleinere koëfficiënten aangeeft dan bijvoorbeeld het resultaat dat Munk en Anderson gevonden hebben. Voor dit grote verschil is vooralsnog geen verklaring gevonden. Het resultaat van Munk/Anderson wordt bevestigd door de volgende metingen (zie [3]):
 - Merritt/Rudinger (1973): modelmetingen in permanente stroming met temperatuurgradiënten
 - Jacobsen (1913) : prototypemetingen bij zout/zoet stroming ten gevolge van getij-invloeden
 - Francis (1953) : prototypemetingen bij zout/zoet stroming in getijgebied.

De tendens van de proeven van het Waterloopkundig Laboratorium zijn bepaald uit modelmetingen in getijstroming met zout/zoet dichtheidsverschillen. Het grote verschil kan niet verklaard worden met viskeuze effecten (Reynolds-invloed) bij de modelmetingen, omdat ook de relatie van Munk/Anderson bevestigd wordt door recente modelmetingen van Merritt/Rudinger, tenzij het verschil tussen diffusiekoëfficiënten bij dichtheidsstromen ten gevolge van temperatuur en zoutconcentratie een dergelijk groot verschil zou rechtvaardigen.

- Een voortzetting van dit experimentele onderzoek wordt pas zinvol geacht nadat met een twee-dimensionaal rekenmodel voor de waterbeweging en de dichtheidsverdeling aangetoond is:
 - met welke tendens (Munk/Anderson of de getijgootresultaten) het best een getijgootsituatie berekend kan worden
 - welke gevoeligheid de berekende zoutverdeling heeft voor variaties van de diffusiecoëfficiënten rond de beste tendens.

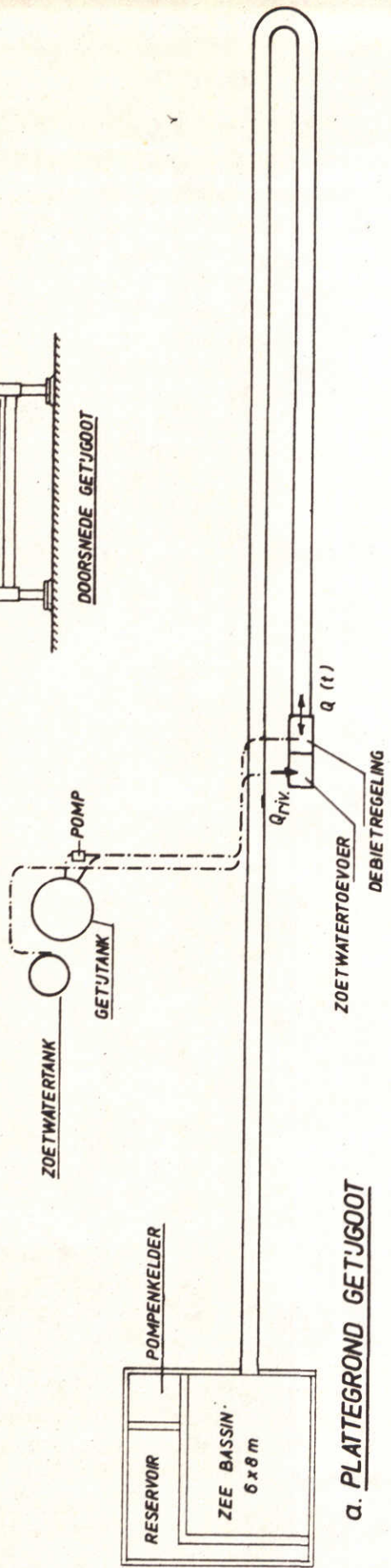
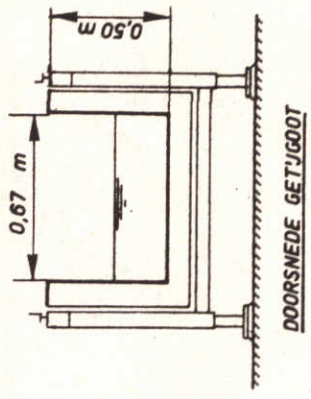
Uit bovenstaande berekeningen kan dan afgeschat worden of een grote inspanning ten behoeve van directe meetmethodes voor het turbulent massatransport en voor de turbulente schuifspanning zinvol is.

- Het is niet mogelijk de onnauwkeurigheid in de eindresultaten (de diffusiecoëfficiënten als functie van het getal van Richardson) kwantitatief te bepalen. Deze onnauwkeurigheid wordt bepaald door de meetonnauwkeurigheden van de verschillende instrumenten, door de benaderingen die gedaan zijn bij de afleiding van het twee-dimensionale model en door de benaderingen die gedaan zijn bij de verschillende methodes ter bepaling van de afgeleides uit de meetwaarden. Gezien de omweg die nodig is bij de gebruikte balansmethode om een bepaalde grootheid (het massatransport $\overline{\rho'v'}$) te bepalen, mag de nauwkeurigheid niet groot geacht worden. Een directe meting van het turbulente massatransport en de turbulente schuifspanning zou veel betrouwbaardere resultaten opleveren.

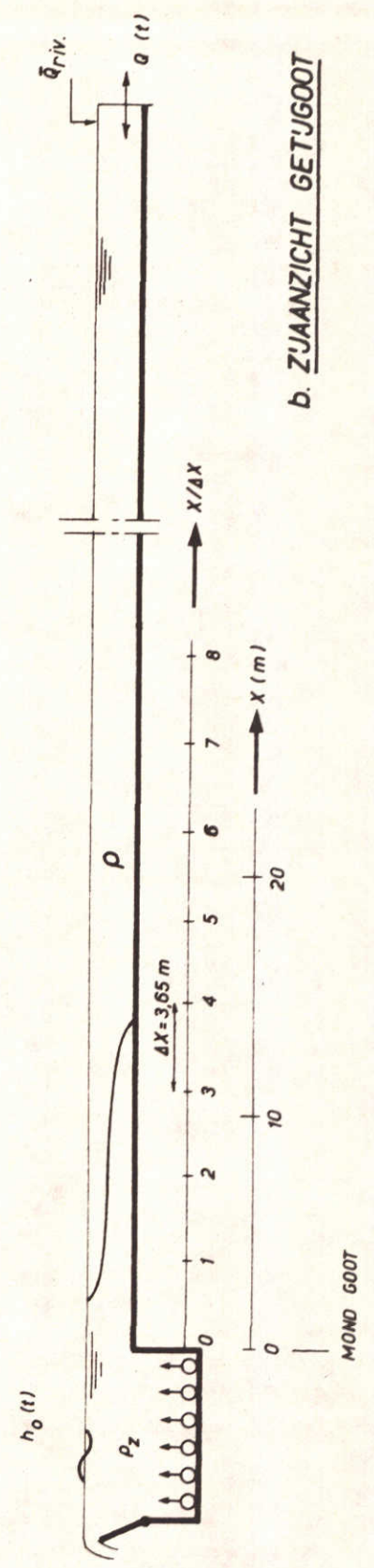
LITERATUUR

- 1 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM en REES, A.J. van. "Reproductie zouttoestand getijrivieren; twee-dimensionaal onderzoek".
M 896-11, april 1974.
- 2 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM en RIGTER, B.P. "Reproductie zouttoestand getijrivieren; theoretische grondslagen getijgootonderzoek".
M 896-3, september 1971.
- 3 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM. "Momentum and mass transfer in stratified flows; report on literature study".
R 880, december 1974.
- 4 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM en REES, A.J. van. "Reproductie zouttoestand getijrivieren; bouw getijgoot en opzet getijgootbedrijf".
M 896-2, december 1974.
- 5 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM en MAIWALD, K. "Reproductie zouttoestand getijrivieren; numerieke aspecten gegevensverwerking getijgootonderzoek".
M 896-5, februari 1972.
- 6 SPÄTH, H. "Algorithmen für elementare Ausgleichsmodelle".
Verfahren der Datenverarbeitung, R. Oldenburg Verlag München Wien.
- 7 SAUER, R., Szabó I. "Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs", Teil III.
Springer-Verlag, Heidelberg, New York.
- 8 WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM. "Computational methods for the vertical distribution of flow in shallow water; report on literature study".
W 152, augustus 1973.

RANDINSTELLING	
ZEE	$: h_0(t), \rho_z$
RIVIER	$: Q(t), \bar{Q}_{riv.}$



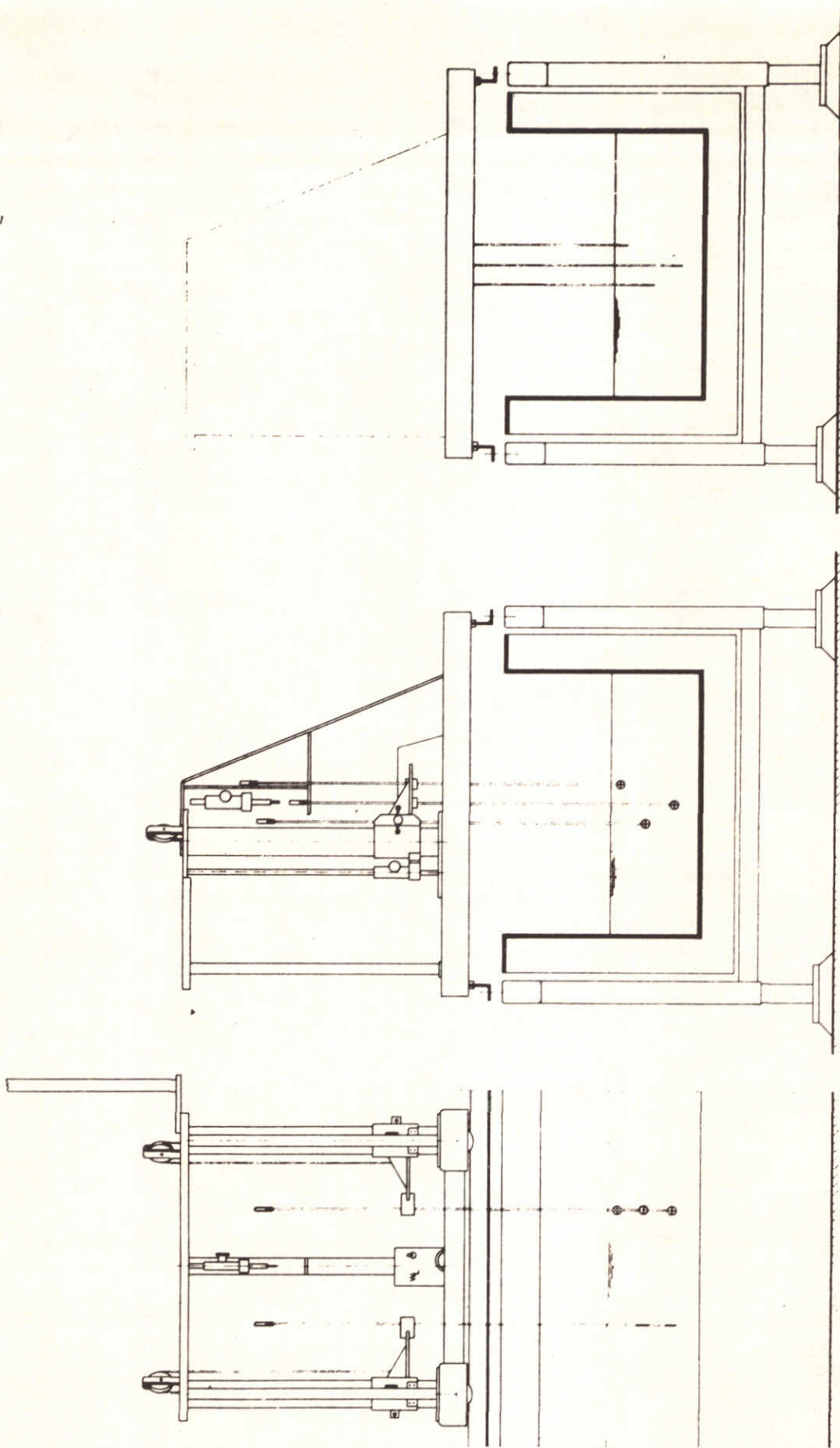
a. PLATTEGROND GETIJGOOT



b. ZJAANZICHT GETIJGOOT

OVERZICHT VAN DE GETIJGOOT

W_K
A4



AANZICHT MEETWAGEN MET
MEETAPPARATUUR

DOORSNEDE GOOT t.p.v. SNELHEIDSMOLENS

DOORSNEDE GOOT t.p.v. ZOUTOPNEMERS

OPSTELLING MET MEETWAGENS

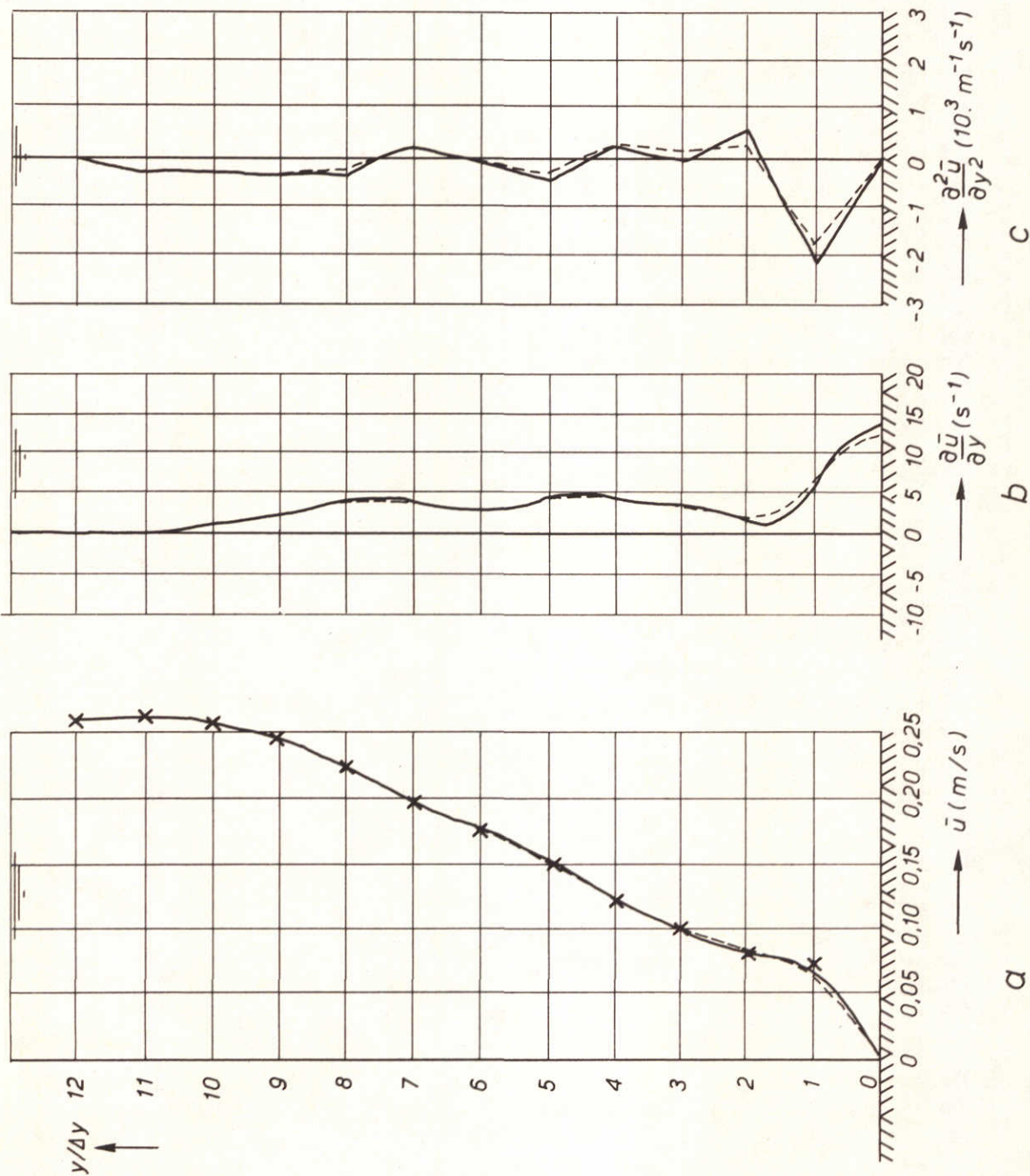
j.w.

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M.896-2282

FIG. 2



SNELHEIDSVERTIKAAL EN 1^e EN 2^e AFGELEIDE
DOOR MIDDEL VAN SPLINE

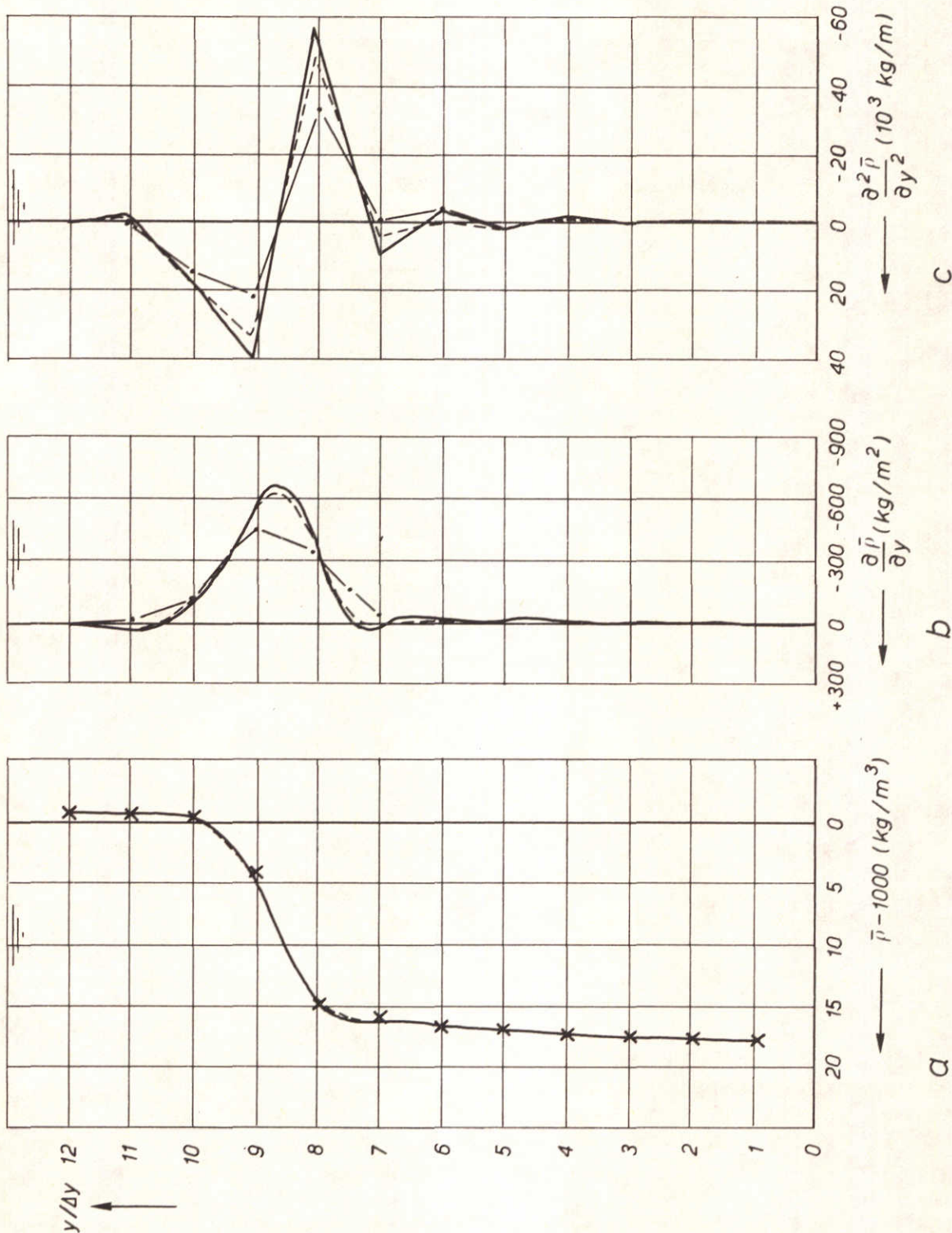
WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M. 896 - 2283

FIG. 3



DICHTHEIDSVERTIKAAL EN 1^e EN 2^e AFGELEIDE
 DOOR MIDDEL VAN SPLINE

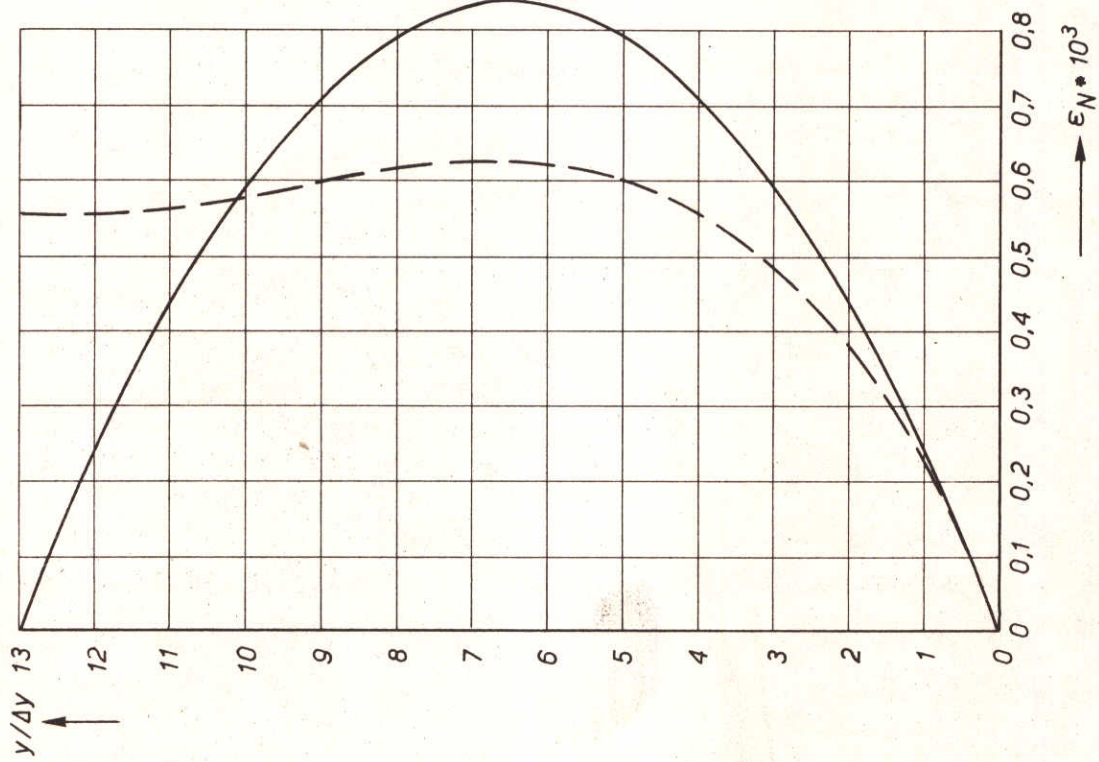
WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M.896 - 2284

FIG. 4



REICHARDT $\frac{\epsilon_N}{x \cdot u_*^* h} = \frac{1}{6} \left\{ 1 + 2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2 \right\} \cdot \frac{y}{h} \cdot \left(2 - \frac{y}{h} \right)$

LOG.-PROFIEL $\frac{\epsilon_N}{x \cdot u_*^* h} = \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right)$

WAARBIJ: $\alpha = 0,41$ (VON KARMAN - KONSTANTE)
 $u_*^* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} = 0,0363 \text{ m/s}$
 (CHEZYWAARDE $C = 19 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$)
 $h = 0,224 \text{ m}$

$\Delta y = 17,25 \text{ mm}$

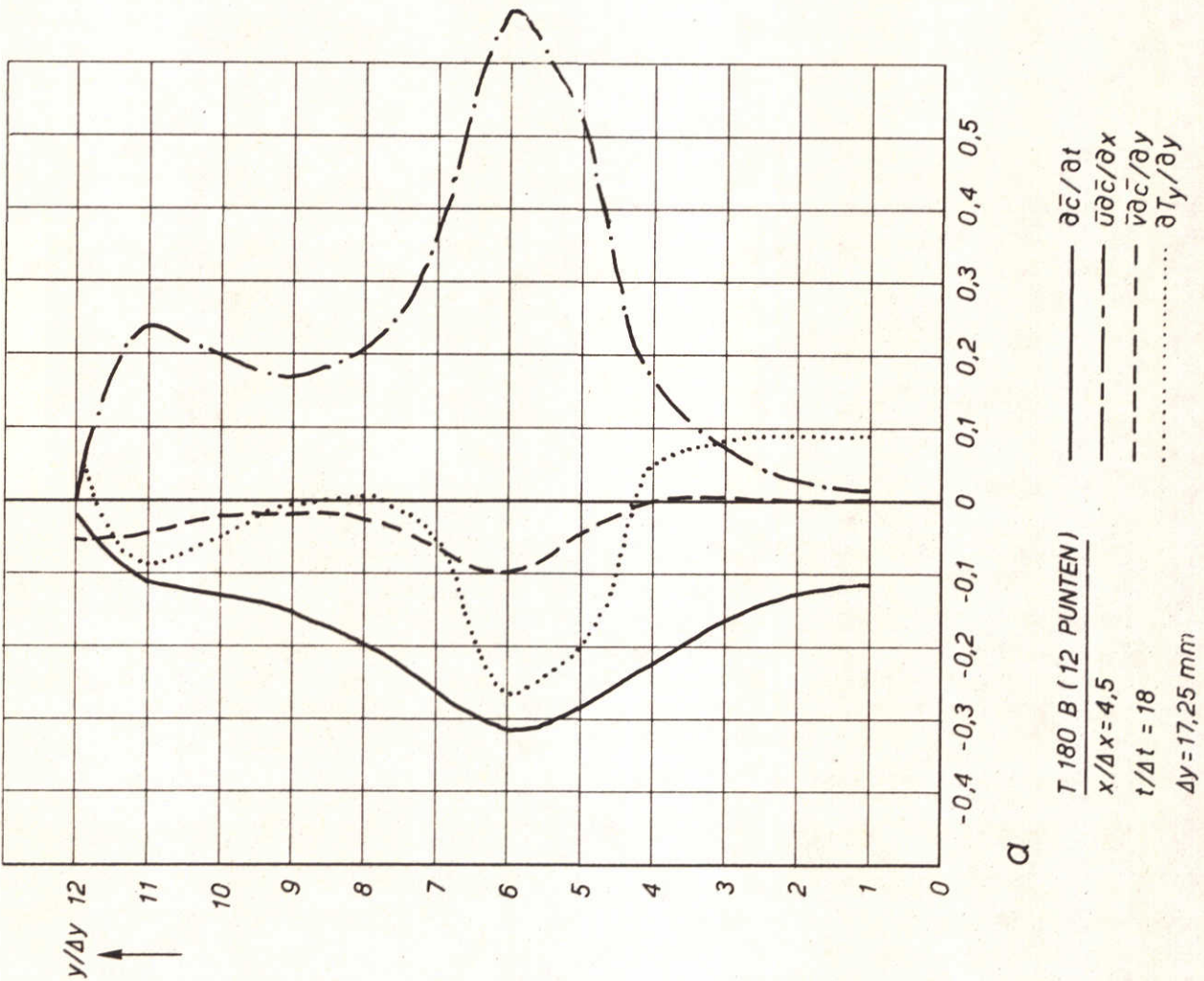
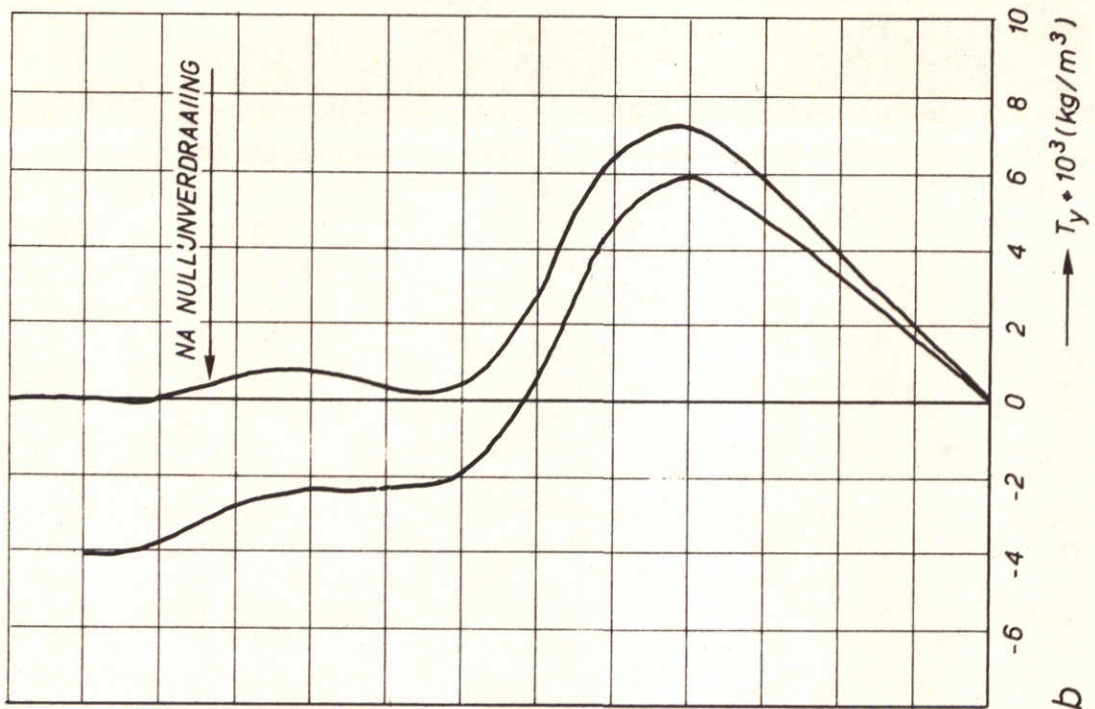
VERLOOP DIFFUSIE - KOEFFICIENT IN HOMOGENE STROMING

WK
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M.896 - 2285

FIG. 5



RESULTATEN VAN DE DIFFERENTIE-METHODE
 MET 12 MEETPUNTEN

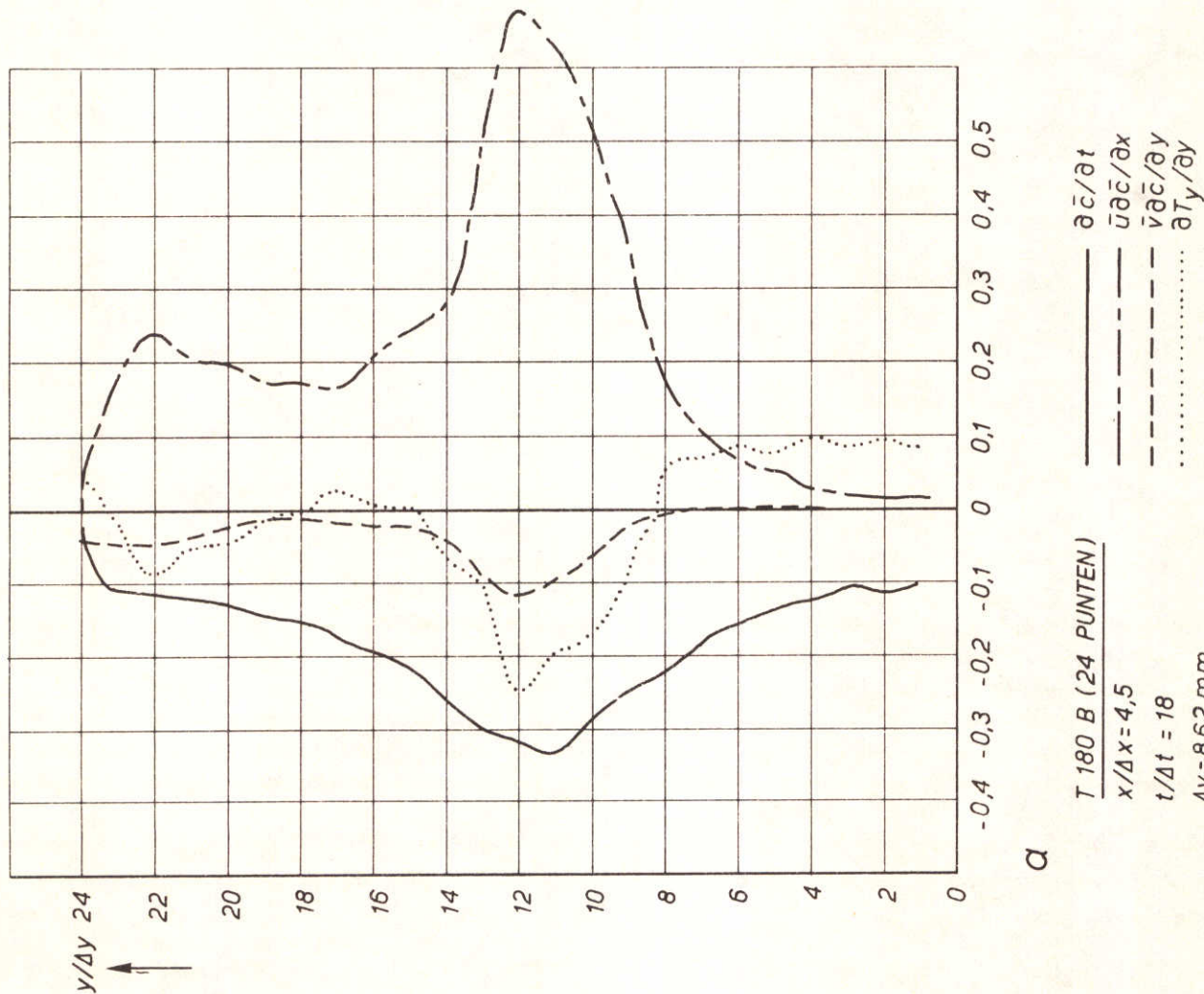
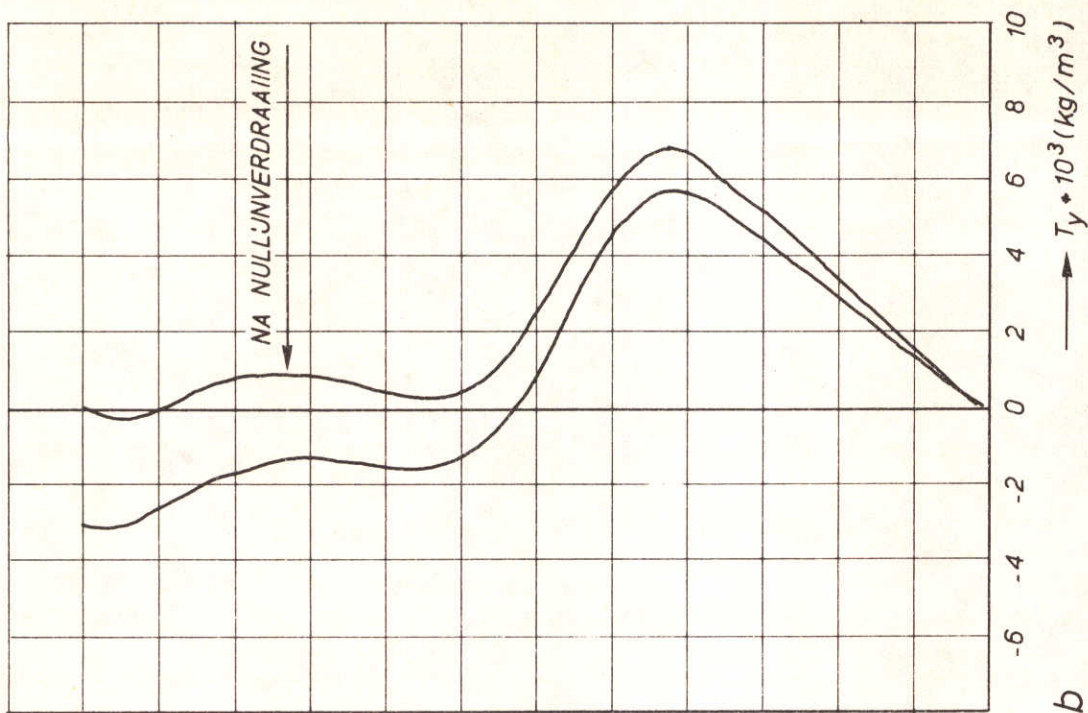
WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M. 896 - 2286

FIG. 6



RESULTATEN VAN DE DIFFERENTIE-METHODE
MET 24 MEETPUNTEN

WK

A4

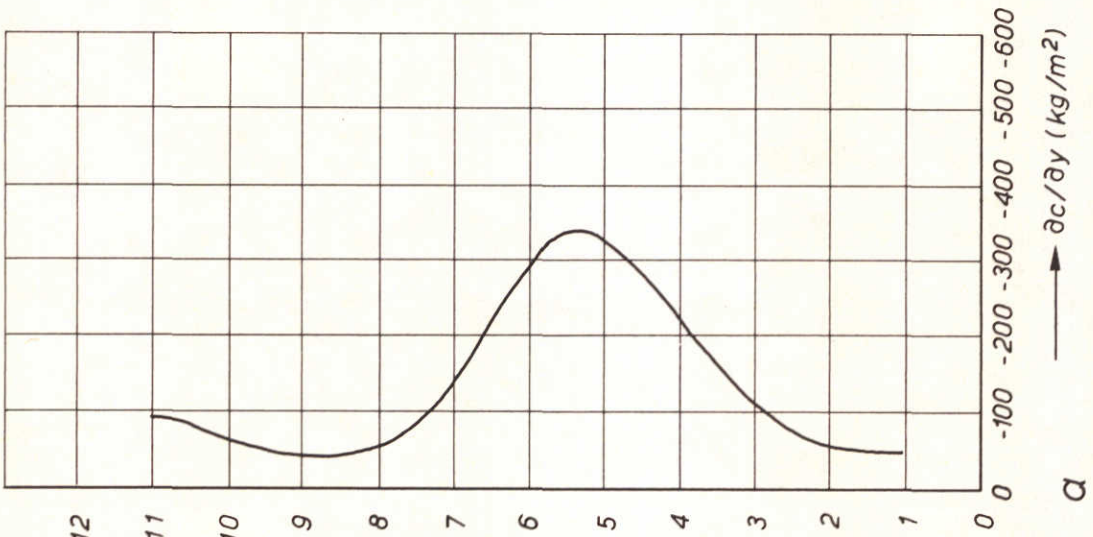
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M. 896 - 2287

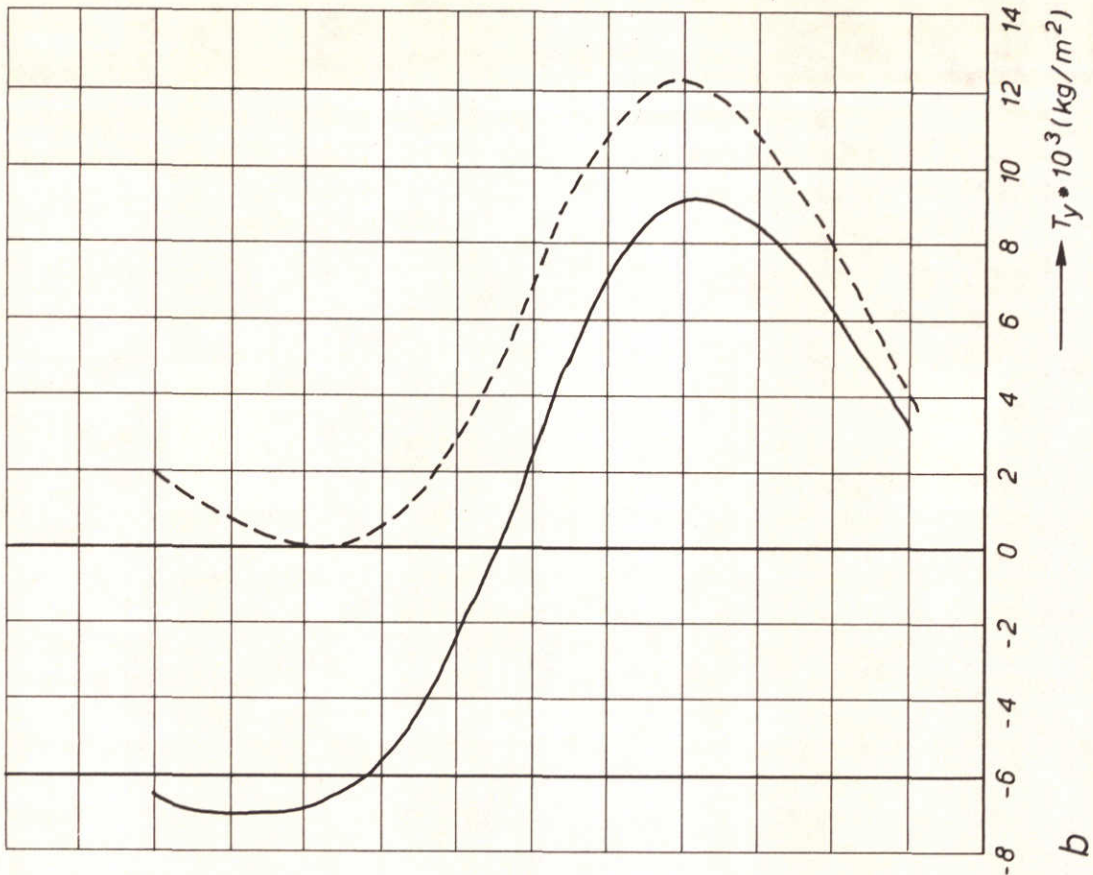
FIG. 7

T.180 B
 $x/\Delta x = 4,5$
 $t/\Delta t = 18$

$\Delta y = 17,25 \text{ mm}$
 $y/\Delta y$



— T_y d.m.v. SPLINE
 - - - T_y GEKORRIGEERD d.m.v. NULL-INVERDRAAIING



RESULTATEN MET DE METHODE SPLINE

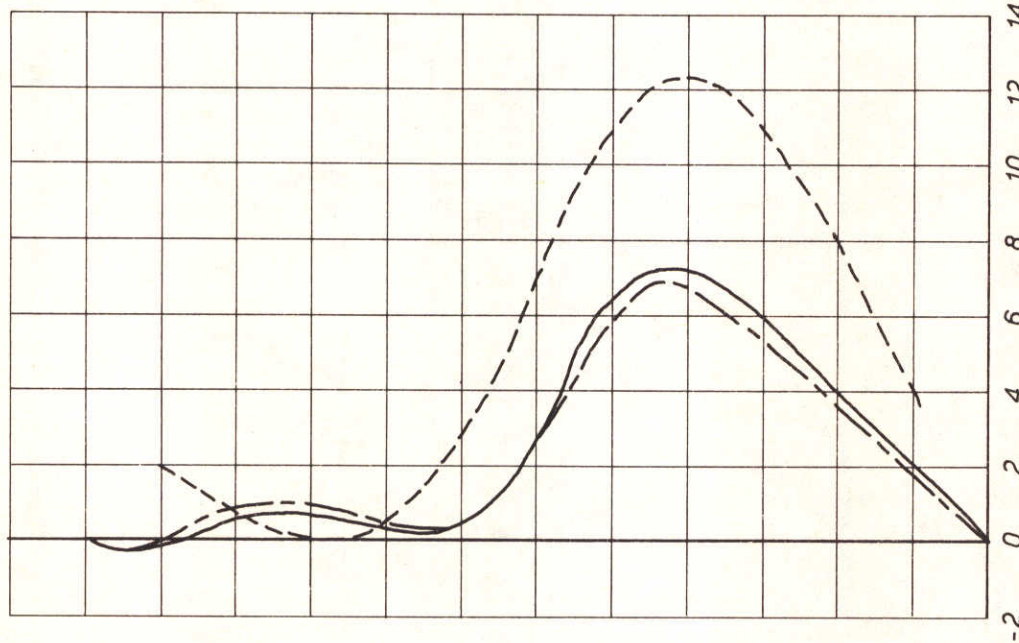
T 180 B
 $x/\Delta x = 4,5$
 $t/\Delta t = 18$

— 12 PUNTEN
 - - - 24 PUNTEN
 - - - SPLINE



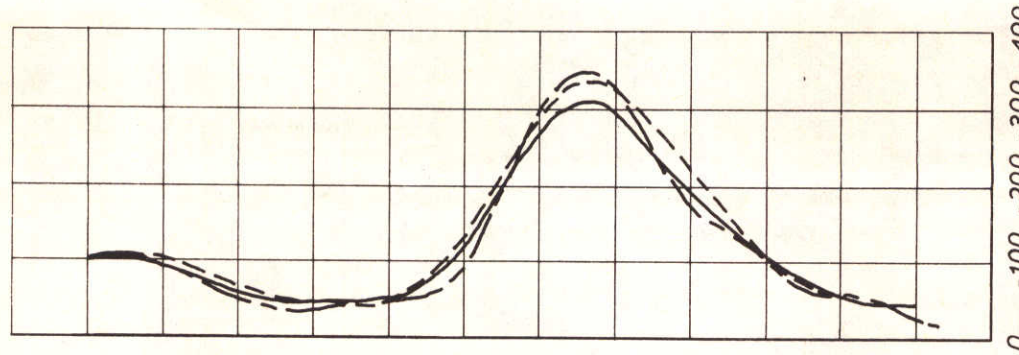
$$Ri = \frac{-g \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2}$$

a



$$T_y \cdot 10^3 \text{ (kg/m}^2\text{)}$$

b



$$C \longrightarrow \frac{\partial c}{\partial y} \text{ (kg/m}^2\text{)}$$

VERGELIJING RESULTATEN VAN DE DRIE METHODES

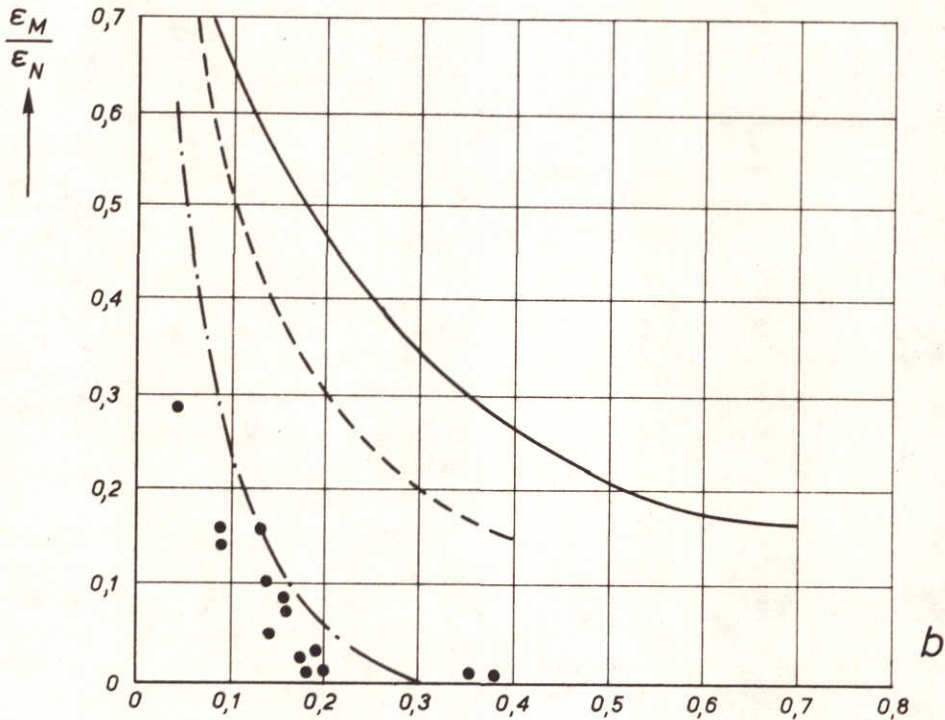
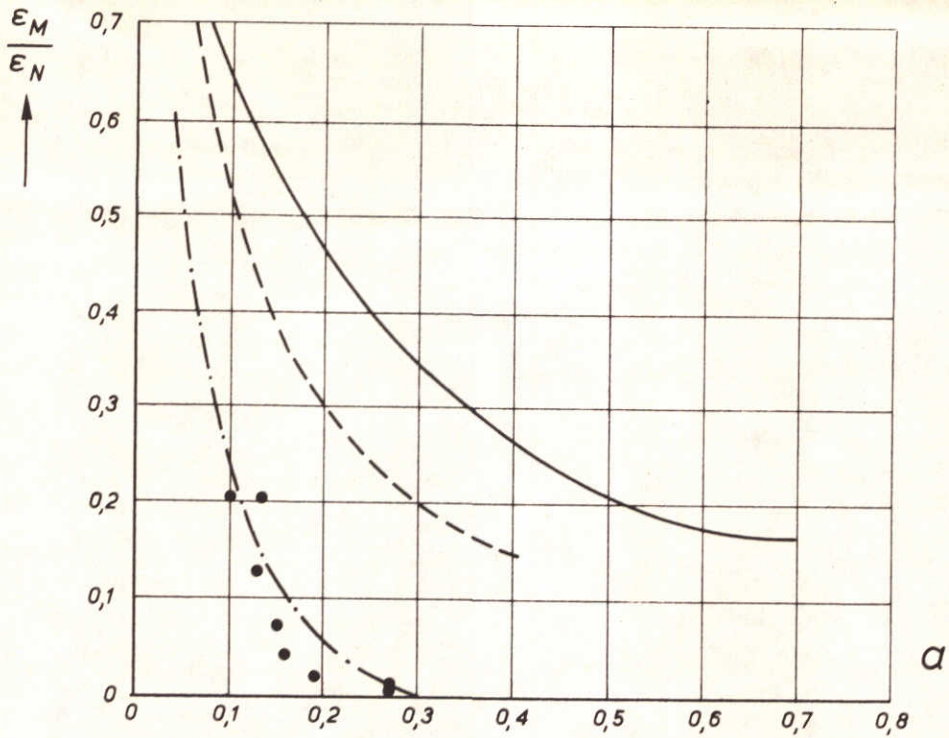
WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M.896 - 2289

FIG. 9



$$\epsilon_M = - \frac{T_y}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'c'}}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'p'}}{\partial \bar{p} / \partial y}$$

$$\longrightarrow Ri = \frac{-g \frac{\partial \bar{p}}{\partial y}}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2}$$

$$\epsilon_N = x.u. * y (1 - 11/6 y/h + 4/3 y^2/h^2 - 1/3 y^3/h^3) \text{ (REICHARDT)}$$

———— MUNK/ANDERSON

----- VREUGDENHIL

— · — TENDENS UIT M 896-11

PROEF T 180 B

$x/\Delta x = 4,5 \quad t/\Delta t = 18$

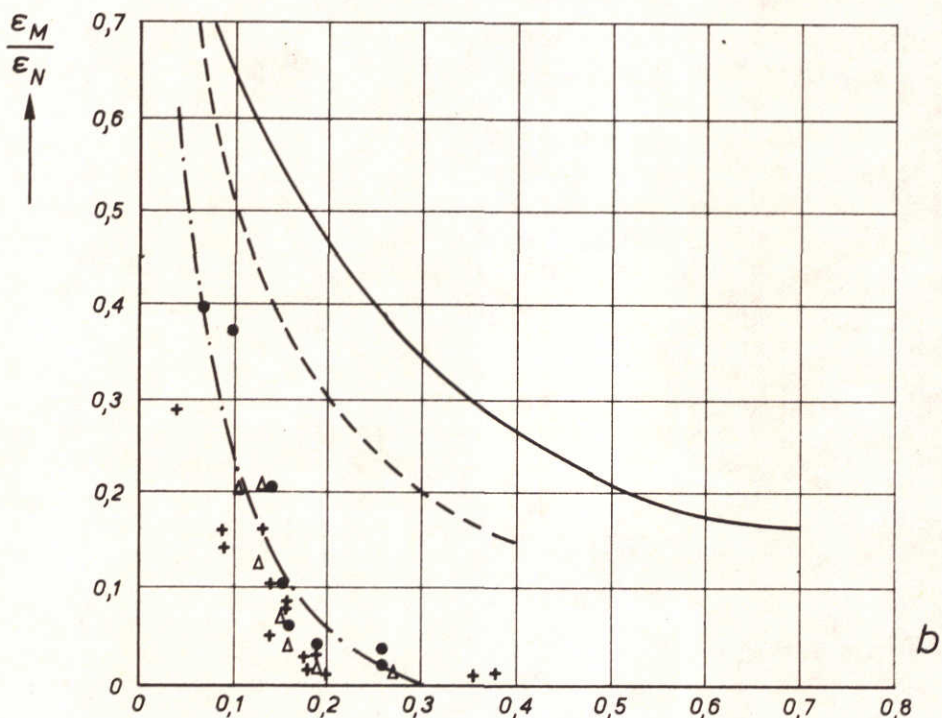
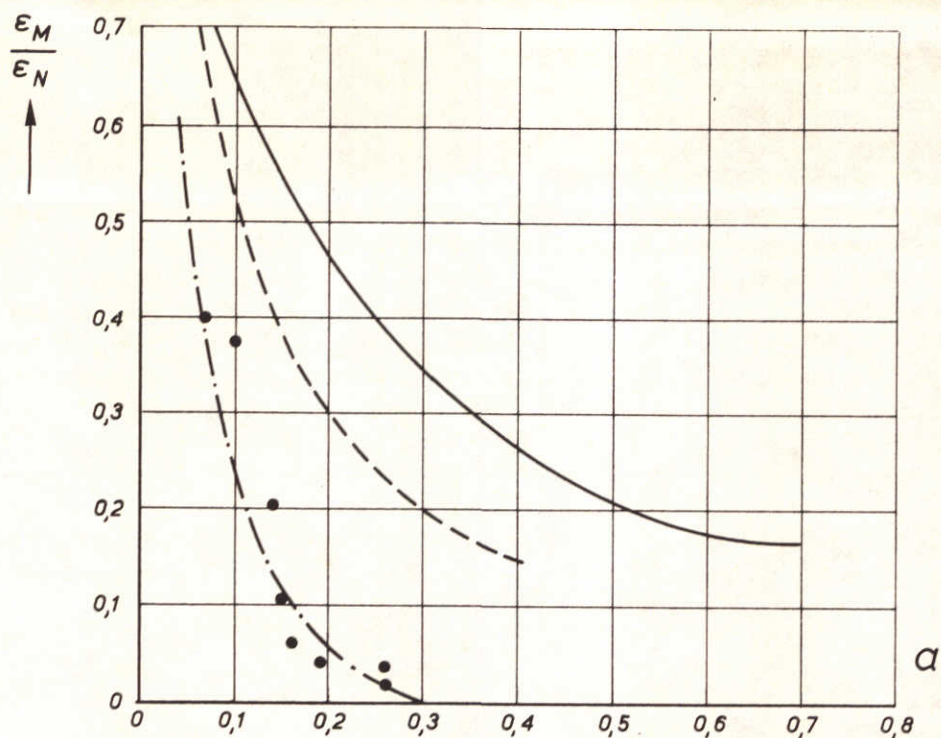
VERTIKALE DIFFUSIE - KOEFFICIËNTEN

a) DIFFERENTIE-METHODE MET 12 MEETPUNTEN

b) DIFFERENTIE-METHODE MET 24 MEETPUNTEN

WK

A4



$$\epsilon_M = - \frac{T_y}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'c'}}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'\rho'}}{\partial \bar{p} / \partial y}$$

$$Ri = \frac{-g \frac{\partial \bar{p}}{\partial y}}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2}$$

$$\epsilon_N = x \cdot u \cdot y \left(1 - 11/6 y/h + 4/3 y^2/h^2 - 1/3 y^3/h^3 \right) \text{ (REICHARDT)}$$

———— MUNK/ANDERSON

----- VREUGDENHIL

- · - · - TENDENS UIT M 896-11

PROEF T 180 B

$x/\Delta x = 4,5$ $t/\Delta t = 18$

● SPLINE

△ 12 PUNTEN

+ 24 PUNTEN

VERTIKALE DIFFUSIE-KOËFFICIËNTEN
a) MET DE METHODE SPLINE
b) ALLE DRIE METHODES

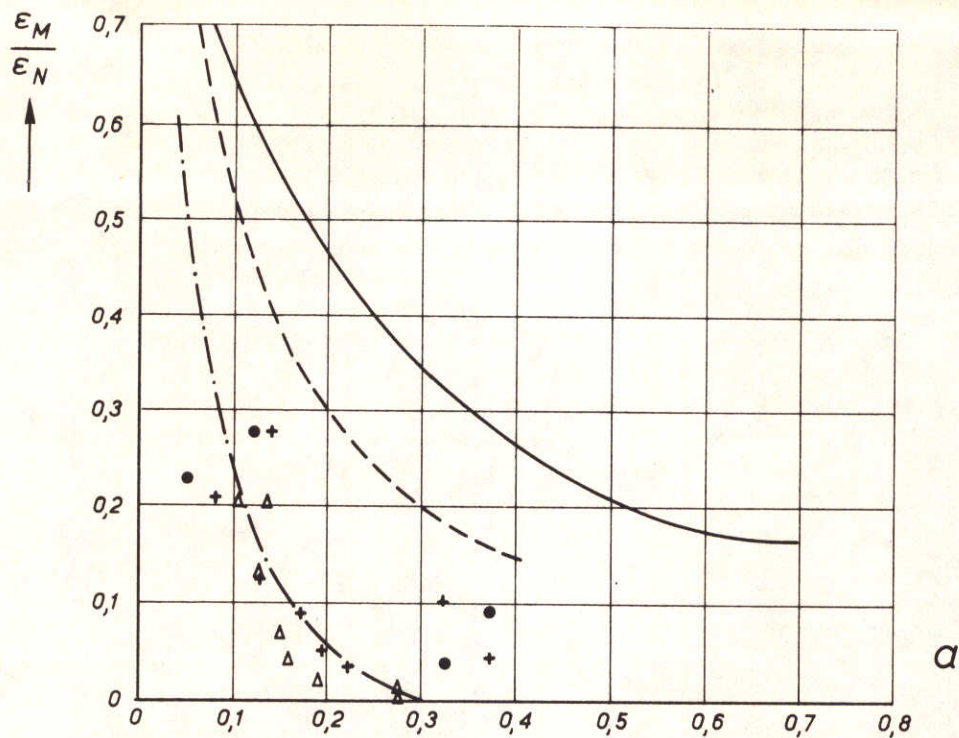
WK

A4

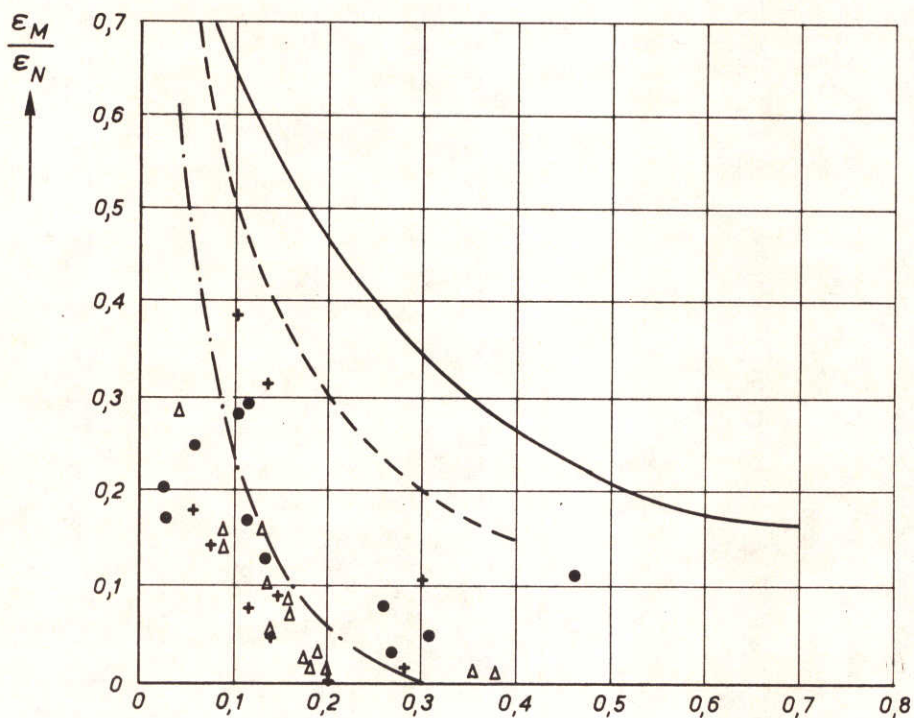
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M. 896 - 2291

FIG. 11



a



b

$$\epsilon_M = - \frac{T_y}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'c'}}{\partial \bar{c} / \partial y} = - \frac{\overline{v'\rho'}}{\partial \bar{\rho} / \partial y}$$

$$\epsilon_N = x \cdot u \cdot y (1 - 11/6 y/h + 4/3 y^2/h^2 - 1/3 y^3/h^3) \text{ (REICHARDT)}$$

$$Ri = \frac{-g \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y}}{\bar{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2}$$

———— MUNK/ANDERSON

----- VREUGDENHIL

- · - · - · - TENDENS UIT M 896-11

PROEF T 180 B

● x/Δx=4, t/Δt=17

+ x/Δx=4 t/Δt=18

Δ x/Δx=4,5 t/Δt=18

VERTIKALE DIFFUSIE-KOËFFICIËNTEN

a) DIFFERENTIE-METHODE MET 12 MEETPUNTEN

b) DIFFERENTIE-METHODE MET 24 MEETPUNTEN

WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M. 896 - 2292

FIG. 12

waterloopkundig laboratorium postbus 177 delft