

Opdrachtgever:

Technische Adviescommissie voor de Waterkeringen;  
Werkgroep C



## Bresgroei

AFGEHANDELD

Deel IV: Pragmatische modellering breedtegroei

Verslag bureaustudie

December 1993

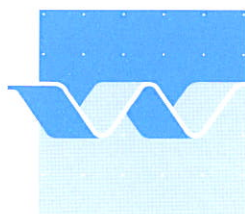
	bibliotheek postbus 177 - 2600 MH Delft waterloopkundig laboratorium/WL
<b>BB</b>	62703/62704
<b>WL</b>	
<b>EXPL</b>	 R0001546

VERVALLEN

# Bresgroei

Deel IV: Pragmatische modellering breedtegroei

H.J. Steetzel



1. Rapport nr.  Deel IV	2. Serie nr.  TAW-C	3. Ontvanger catalogus nummer	
4. Titel en sub-titel  Bresgroei Pragmatische modellering breedtegroei		5. Datum rapport  december 1993	
		6. Kode uitvoerende organisatie  H 1242	
7. Schrijvers  H.J. Steetzel		8. Nr. rapport uitvoerende organisatie  H 1242, deel IV	
9. Naam en adres opdrachtnemer  Waterloopkundig Laboratorium Voorsterweg 28, Marknesse Postbus 152, 8300 AD Emmeloord		10. Projektnaam  TAWC-DIMCRIT	
		11. Kontraktnummer  Overeenkomstnummer DWW-716	
12. Naam en adres opdrachtgever  Rijkswaterstaat Dienst Weg- en Waterbouwkunde Postbus 5044, 2600 GA Delft		13. Type rapport  Deelrapport uit setie	
		14. Kode andere opdrachtgever	
15. Opmerkingen  WL-projectleider: H.J. Steetzel DWW-projectleider: A.W. Kraak			
16. Referaat  In het kader van het meerjarig onderzoek naar bresgroei is in dit verslag een eerste aanzet gegeven tot een modellering van de breedtegroei van een initiële bres.  The horizontal development of an initial breach in a dune or dyke is described in the report based on some preliminary theoretical considerations.			
17. Trefwoorden  Bresgroei, doorbraak, inundatie		18. Distributie systeem	
19. Classificatie  Vrij toegankelijk	20. Classificatie deze pagina	21. Aantal blz.	22. Prijs

# Inhoud

## Lijst van figuren

	blz.
<b>1 Inleiding</b> .....	1
1.1 Achtergrond en doel .....	1
1.2 Aanpak .....	1
1.3 Opdracht .....	1
1.4 Overzicht rapportage/onderzoek .....	2
<b>2 Fasering breedtegroei</b> .....	5
2.1 Inleiding en uitgangspunten .....	5
2.2 Aanloophase .....	6
2.3 Middenfase .....	7
2.4 Eindfase .....	8
2.5 Conclusies .....	9
<b>3 Breedtegroeisnelheid</b> .....	11
3.1 Algemeen .....	11
3.2 Overzicht afhankelijkheden .....	11
3.3 Afhankelijkheid hydraulische randvoorwaarden .....	11
3.4 Afhankelijkheid geometrie .....	12
3.5 Afhankelijkheid materiaaleigenschappen .....	12
3.6 Totaalafhankelijkheid .....	13
3.7 Nadere kwantificering .....	14
3.8 Conclusies .....	15
<b>4 Instroomdebiet</b> .....	17
4.1 Algemeen .....	17
4.2 Nadere uitwerking .....	17
<b>5 Binnenwaterstand</b> .....	19
5.1 Inleiding .....	19
5.2 Nadere uitwerking .....	19
<b>6 Uitwerking middenfase</b> .....	21
6.1 Inleiding .....	21
6.2 Instroming .....	21
6.3 Tijdsduur middenfase .....	21
6.4 Bresbreedte .....	22
6.5 Ontwikkeling instroomdebiet .....	23
6.6 Ontwikkeling binnenwaterstand .....	23
6.7 Conclusies .....	24

## Inhoud (vervolg)

	blz.
<b>7 Uitwerking eindfase</b> . . . . .	<b>25</b>
7.1 Inleiding . . . . .	25
7.2 Oplossingsprocedure . . . . .	25
7.3 Benaderende oplossingen . . . . .	27
7.4 Uitwerking benadering 1 . . . . .	28
7.5 Uitwerking benadering 2 . . . . .	30
7.6 Nadere afbakening eindbreedte . . . . .	34
7.7 Conclusies . . . . .	36
<b>8 Nadere analyse</b> . . . . .	<b>37</b>
8.1 Inleiding . . . . .	37
8.2 Definitie voorbeeld . . . . .	37
8.3 Ontwikkeling breedtegroei . . . . .	37
8.4 Bresdebiet . . . . .	38
8.5 Binnenwaterstand . . . . .	38
8.6 Conclusies . . . . .	38
<b>9 Mathematische uitwerking</b> . . . . .	<b>39</b>
9.1 Inleiding . . . . .	39
9.2 Uitgangspunten . . . . .	39
9.3 Ontwikkeling breedtegroei . . . . .	39
9.4 Bresdebiet . . . . .	39
9.5 Binnenwaterstand . . . . .	39
9.6 Vergelijking met RAMP-model . . . . .	40
9.7 Effect variërende buitenwaterstand . . . . .	40
9.8 Conclusies . . . . .	40
<b>10 Conclusies en aanbevelingen</b> . . . . .	<b>43</b>
10.1 Conclusies . . . . .	43
10.2 Aanbevelingen . . . . .	43

### Literatuur

### Appendix: Orde-van-grootte afschatting breedtegroeisnelheid

## Lijst van figuren

- 1 Definitie van de verschillende fasen tijdens het proces van breedtegroei
  - 2 Schematische ontwikkeling instroomdebiet
  - 3 Schematische ontwikkeling binnenwaterstand
  - 4 Benaderingsmethoden breedteontwikkeling in de eindfase
  - 5 Benaderingsmethode ontwikkeling waterstandsverschil eindfase t.b.v. afschatting eindbreedte
- 
- A1 Ontwikkeling waterstand, debiet en bresbreedte; vaste buitenwaterstand
  - A2 Ontwikkeling waterstand, debiet en bresbreedte; var. buitenwaterstand



# 1 Inleiding

## 1.1 Achtergrond en doel

Op termijn zal de veiligheid van waterkeringen moeten worden getoetst aan een maatschappelijk aanvaardbare risiconorm met betrekking tot de (gedeeltelijke) inundatie van het gebied binnen een dijkkring. Hiervoor dient een relatie te worden gelegd tussen het dwarsprofiel van de waterkering en de schadeverwachting. De schade is hierbij gekoppeld aan de mate van inundatie waarbij de laatste in sterke mate wordt bepaald door de groei van het stroomgat.

Het voorliggende onderzoek heeft tot doel inzicht te verschaffen in de wijze waarop het verloop van het instroomdebiet en de binnenwaterstand afhangen van de breedtegroei van de bres.

De resultaten van deze verkenning geven aan in hoeverre (of en zo ja, met welke middelen) nader onderzoek naar het proces van bresgroei gewenst is en wat de optimale invulling ervan is.

## 1.2 Aanpak

Na een nadere karakterisering van het breedtegroeiproces is een onderverdeling gegeven in verschillende te onderkennen fasen. Vervolgens is, voor een situatie met constante buitenwaterstand, een analytische oplossing gegeven voor de ontwikkeling van respectievelijk de bresbreedte, het bresdebiet en de binnenwaterstand. Hieruit kan de gevoeligheid van de bresgroeisnelheid op bijvoorbeeld de uiteindelijke breedte van het gat en de totale tijdsduur worden afgeschat.

Implementatie van de basisformuleringen in een eenvoudig mathematisch model (BREACH1D) maakt het doorrekenen van de ontwikkelingen voor een niet-constante buitenconditie mogelijk. Hiermee zijn voor het geval van een fictieve polder enkele verkennende berekeningen uitgevoerd waarbij de te verwachte spreiding in het resultaten is gerelateerd aan de onbekendheid met het onderliggende proces van bresgroei. Bij deze interpretatie zijn ook de resultaten van berekeningen met het RAMP-model van de DWV betrokken.

## 1.3 Opdracht

Op verzoek van Werkgroep C ("Zandige Kusten") van de Technische Adviescommissie voor de Waterkeringen (TAW) heeft het Waterloopkundig Laboratorium een offerte uitgebracht met kenmerk HK3155/H1242/HJS, d.d. 3 mei 1993, inzake het genoemde vervolgonderzoek naar bresgroei.

Middels brief WB/CX-932826, d.d. 1 juli 1993, werd (onder overeenkomstnummer DWV-716 van het project TAWC\*DIMCRIT) opdracht verleend voor de uitvoering van dit onderzoek.

Het voorliggende rapport (deel IV) beschrijft de opzet en resultaten van deze bureaustudie. Vanuit Werkgroep C werd het onderzoek begeleid door de BegeleidingsGroep BresGroei (BG)<sup>2</sup>, waarin zitting hadden: Ir. W.Th.J.N.P. Bakker (DGW), dr.ir. J. van de Graaff (TUD), ir. A.W. Kraak (DWV) en ir. P.J. Visser (TUD).



Het onderzoek werd uitgevoerd door ir. H.J. Steetzel, die tevens verantwoordelijk is voor deze verslaggeving.

## 1.4 Overzicht rapportage/onderzoek

Omwille van de overzichtelijkheid is hier een overzicht gegeven van het uitgevoerde en geplande/voorzien bresgroei-onderzoek, alsmede van de daarmee samenhangende rapportage.

Alle bresgroei-onderzoek is samengebracht in (WL-)project H1242. Onder dit projectnummer zijn een aantal deelprojecten te onderscheiden (vooralsnog deel I t/m IV). Verder is de rapportage per deelproject soms ondergebracht in twee banden. Band A vormt daarbij het hoofd rapport, terwijl in band B een nadere uitwerking is gegeven van een bepaald aspect van het onderzoek.

Het gehele onderzoekstraject ziet er nu als volgt uit:

- Deel I Mathematisch model (dieptegroei):
  - Band A: Opzet en eerste resultaten;
  - Band B: Overzicht transportformuleringen.
- Deel II 2DV-ontwikkeling initiële bres (dieptegroei):
  - Band A: Verslag modelonderzoek Scheldegoot;
  - Band B: Analytisch model.
- Deel III 2DH/3D-ontwikkeling initiële bres (breedtegroei):
  - Verslag modelonderzoek Scheldebak.
- Deel IV Pragmatische modellering breedtegroei (dit rapport)
- Deel V Update mathematisch model:
  - Nadere analyse proeven e.d. en modelvorming;
  - Aanpassing rekenmodulen voor diepte- en breedtegroei;
  - Maken nadere verkennende berekeningen;
  - Aangeven onzekerheden en kritieke kennisleemtes.
- Deel VI Nadere specifieke kennisontwikkeling:
  - Invulling kennisleemtes.
- Deel VII Definitief TAW-rekenmodel:
  - Laatste update rekenmodel.

In de delen I-B en II-B zijn de bijdragen van de Technische Universiteit Delft gebundeld en is ir. P.J. Visser (TUD) de (eerste) auteur.

Een definitieve invulling van deel V (e.v.) zal mede plaatsvinden op basis van de resultaten van de onderhavige bureaustudie.

Het verdere vervolg, dat wil zeggen de delen VI en VII, zijn mede afhankelijk van de resultaten van de in deel V uitgevoerde verkenningen. Als mocht blijken dat nadere specifieke kennisontwikkeling niet meer significant bijdraagt aan het terugbrengen van de onzekerheden (spreidingsband) in de uitkomsten van het rekenmodel, dan komen de laatste onderdelen van dit onderzoeksprogramma in principe te vervallen.



## 2 Fasering breedtegroei

### 2.1 Inleiding en uitgangspunten

Tijdens de breedtegroei van een bres in een waterkering kunnen een aantal (tijds)stadia worden onderscheiden, te weten:

- de aanloofase;
- een middenfase;
- de eindfase.

De eerste twee fasen, d.w.z. de aanloofase en de middenfase, zijn hierbij gedefinieerd als de (tijds)fase van de bresgroei waarbij er nog sprake is van een ongestuwde instroming van water door de bres. Tijdens de eindfase is er wel sprake van opstuwingseffecten.

Voor het (vrij hypothetische, maar analytisch aantrekkelijke) geval van een constante buitenwaterstand en een polder met eindige afmetingen worden deze drie fasen successievelijk doorlopen.

De algemene formulering voor de breedteontwikkeling luidt:

$$B(t) = 2 \int_0^t \beta(t) dt \quad (2.1)$$

waarin de eenzijdige groeisnelheid  $\beta$  [m/uur] is gedefinieerd als:

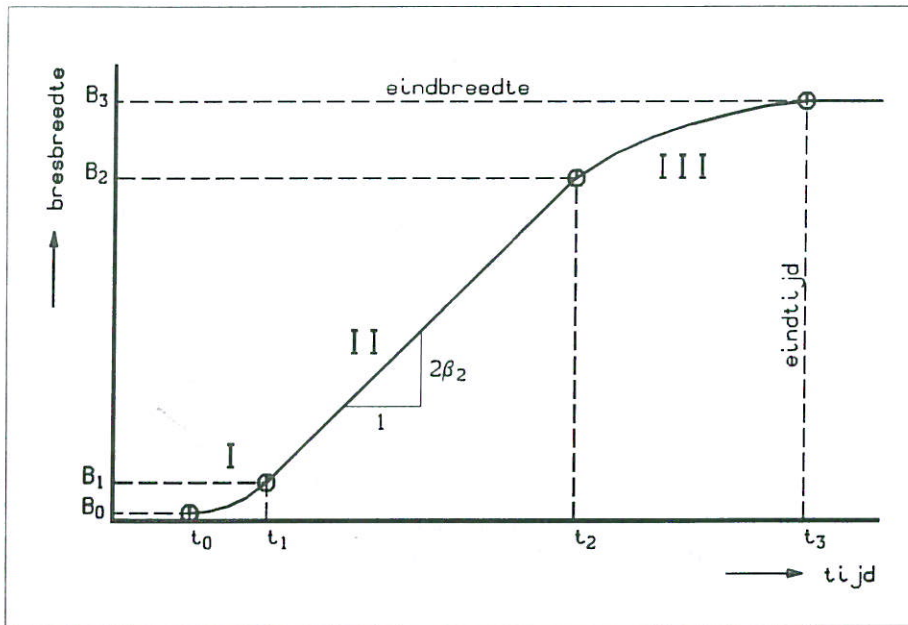
$$\beta(t) = \frac{db}{dt}(t) \quad (2.2)$$

Opgemerkt moet worden dat de totale breedte van de bres is aangeduid met  $B$ , terwijl de  $b$ -waarde de halve bresbreedte betreft, dus  $B(t) = 2 b(t)$ .

Daar de groeisnelheid ongetwijfeld gerelateerd is aan de stroomsnelheid van het water aan de randen van het gat, zal het hier dus in principe om een tijdsfunctie gaan. Verder spelen de geometrie en opbouw van de waterkering natuurlijk ook nog een belangrijke rol. Enkele nadere overwegingen inzake de kwantificering van deze groeisnelheid zijn gegeven in Hoofdstuk 3.

Ter wille van een verdere uitwerking zijn de in Figuur 1 gebruikte definities gebruikt, te weten:

fase I (aanloop-)	van $t = t_0$ tot $t_1$	met $B = B_0$ tot $B_1$ ;
fase II (midden-)	van $t = t_1$ tot $t_2$	met $B = B_1$ tot $B_2$ ;
fase III (eind-)	van $t = t_2$ tot $t_3$	met $B = B_2$ tot $B_3$ .



Figuur 1 Definitie van de verschillende fasen tijdens het proces van breedtegroei

De uiteindelijke bresbreedte  $B(t=\infty)$  is dus gelijk aan  $B_3$ , terwijl de (minimale) tijdsduur verbonden aan de hiervoor benodigde bresgroei  $t_3 - t_0$  bedraagt.

Een nadere karakterisering van de verschillende fasen is gegeven in de paragrafen 2.2, 2.3 en 2.4.

## 2.2 Aanloofphase

Aan het begin van het breedtegroeiproces, zeg op  $t = t_0$ , is er (per definitie) sprake van een zekere initiële breedte  $B = B_0$ .

De breedteontwikkeling  $B(t)$  volgt uit:

$$B(t) = B_0 + 2 \int_{t_0}^t \beta_1(t) dt \quad \text{voor } \{t_0 \leq t \leq t_1\} \quad (2.3)$$

De grootte van het tijdsinterval  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  (de duur van de aanloofphase) is waarschijnlijk klein (maximaal waarschijnlijk iets van een uur?) ten opzichte van de duur van de volgende fasen.

Een goede benadering voor de totale tijdsduur van de bresgroei is derhalve  $t_3 - t_0 \approx t_3 - t_1$ .

Daar de grootte van het totale instroomdebiet tijdens deze fase, toenemend van nihil tot de eindwaarde  $Q_1 = Q(t_1)$ , relatief nog gering is en het daarmee gepaard gaande instroomvolume nauwelijks zal bijdragen aan het "vullen" van de complete polder en dus geen noemenswaardig effect heeft op het moment waarop er sprake zal zijn van een overgang van ongestuwde naar gestuwde afvoer (op  $t = t_2$ ), lijkt het verwaarlozen van de bijdrage van deze fase aan de vulling van de polder gerechtvaardigd.

Blijft nog de vaststelling van de grootte van de bresbreedte zelf. Deze volgt uit:

$$\Delta B_1 = B_1 - B_0 = 2 \int_{t_0}^{t_1} \beta_1(t) dt \quad (2.4)$$

Daar de grootte van de initiële bres  $B_0$  er niet toe doet (als tenminste geldt  $B_0 > 0$ ) is alleen de  $B_1$ -waarde van belang. Daar zowel  $t_1$  als  $\beta_1(t)$  onbekenden zijn lijkt dit een probleem. Als echter wordt uitgegaan van een vaste verhouding tussen de groei van de bres in breedte en diepte, ofwel een constante ( $B/d$ )-verhouding ( $= r$ ) dan kan de grootte van  $B_1$  worden vastgesteld uit een veronderstelde einddiepte van de bres.

Volgens de literatuur is deze factor  $r$  ongeveer gelijk aan  $r \approx 3 \sim 4$ .

In de volgende beschouwingen is de einddiepte is vooralsnog gelijk gesteld aan:

$$\hat{d} = H - z_p \quad (2.5)$$

waarin:

$H$  de buitenwaterstand [m t.o.v. NAP]

$z_p$  het bodemniveau in de polder [m t.o.v. NAP]

Opgemerkt moet worden dat de exacte waarde natuurlijk van groot belang is voor de grootte van het specifieke instroomdebiet. In het volgende zal de aandacht zich echter concentreren op de met de breedtegroei samenhangende processen.

Op basis van het recent uitgevoerde Scheldegoot- en Scheldebakonderzoek komt naar voren dat eerder genoemde koppeling slechts in beperkte mate aanwezig is. In eerste instantie is er voornamelijk sprake van dieptegroei (met nog nauwelijks enige verbreding van de bres). Geconcludeerd zou derhalve kunnen worden dat:

$$B_1 < r \hat{d} \quad (2.6)$$

Schattenderwijs resulteert dit in een orde van grootte van maximaal een tiental meters. De exacte grootte van  $\beta_1(t)$  doet er dan niet meer toe.

Tot besluit moet worden opgemerkt dat er tijdens de hier gedefinieerde aanloophase in feite nog meerdere deelfasen te onderkennen zijn (bijv. versteiling binnentalud, afnemende kruinbreedte, e.d.).

## 2.3 Middenfase

Uitgaande van een zekere beginbreedte van de middenfase  $B = B_1$  als aanwezig op het tijdstip  $t = t_1$  volgt de ontwikkeling van de bresbreedte tijdens de middenfase uit:

$$B(t) = B_1 + 2 \int_{t_1}^t \beta_2(t) dt \quad \text{voor } \{t_1 \leq t \leq t_2\} \quad (2.7)$$

Tijdens de breedtegroei neemt het totale instromende debiet ook toe en zal de stijgende binnenwaterstand op een gegeven moment, d. w. z. op  $t = t_2$ , de instroming gaan beïnvloeden.

De totale breedtegroei tijdens deze fase bedraagt dan:

$$\Delta B_2 = B_2 - B_1 = 2 \int_{t_1}^{t_2} \beta_2(t) dt \quad (2.8)$$

Voor het geval van een constante buitenwaterstand en een vaste onderbegrenzing van de dieptegroei in de bres zal de snelheid van het instromende water (dieptegemiddeld, in het midden van de bres) tijdens deze fase van de bresgroei niet in de tijd variëren. Er van uitgaande dat de stroming rond de koppen ook niet verandert, lijkt het aannemelijk dat:

$$\beta_2(t) = \beta_2 \quad \text{voor } \{t_1 \leq t \leq t_2\} \quad (2.9)$$

De vaststelling van  $\beta_2$  komt in Hoofdstuk 3 aan de orde.

Het mag duidelijk zijn dat de (redelijk gefundeerde?) aanname van een constante groeisnelheid interessante mogelijkheden biedt tot een nadere analytische uitwerking (zie Hoofdstuk 6 en 7).

## 2.4 Eindfase

Uitgaande van de aanvangs-bresbreedte van  $B = B_2$  als aanwezig op  $t = t_2$  volgt de ontwikkeling van de bresbreedte tijdens de laatste groeifase uit:

$$B(t) = B_2 + 2 \int_{t_2}^t \beta_3(t) dt \quad \text{voor } \{t_2 \leq t \leq t_3\} \quad (2.10)$$

Tijdens deze fase neemt de grootte van het totale instromende debiet  $Q(t)$  uiteindelijk af tot  $Q(t) = 0$  op  $t = t_3$ . Op dit tijdstip is de binnenwaterstand immers gelijk aan de buitenwaterstand. De totale breedtegroei tijdens deze fase bedraagt aldus:

$$\Delta B_3 = B_3 - B_2 = 2 \int_{t_2}^{t_3} \beta_3(t) dt \quad (2.11)$$

In tegenstelling tot het geval van de middenfase zal (zelfs voor het geval van een constante buitenwaterstand) de snelheid van het instromende water tijdens deze fase van de bresgroei in de tijd variëren (afnemen). De vereenvoudiging tot een constante breedtegroei is hier dus niet van toepassing. Er geldt echter wel:

$$\begin{aligned} \beta_3(t) &= \beta_2 & \text{voor } \{t = t_2\} \\ 0 \leq \beta_3(t) &< \beta_2 & \text{voor } \{t_2 < t < t_3\} \\ \beta_3(t) &= 0 & \text{voor } \{t \geq t_3\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

waarbij (bij een constante buitenwaterstand) voor de bovenste integratiegrens  $t_3$  van Vgl. (2.11) in principe zelfs  $t = \infty$  mag worden ingevuld.

Als nader uitgewerkt in Hoofdstuk 7 kan dit gegeven als uitgangspunt dienen voor een boven- en ondergrensbenadering van het bresgroeiverloop tijdens de eindfase.

## 2.5 Conclusies

Ofschoon de aanloopfase minder van belang lijkt, bepaalt deze wel de diepte van de bres  $d$  en dus de absolute grootte van de het instroomdebiet  $\hat{q}$  (per  $m^1$ ).

De vaststelling van de breedtegroei in met name de middenfase is van zeer groot belang, daar deze waarschijnlijk bepalend is voor het gehele tijdsverloop van de instroming.

Voor een gegeven  $\beta$ -waarde kan het tijdsverloop van de bresgroei en de daarmee samenhangende ontwikkeling van het instroomdebiet en binnenwaterstand nader worden uitgewerkt.





## 3 Breedtegroeisnelheid

### 3.1 Algemeen

De bresgroei in de breedterichting hangt samen met de erosie van de uiteinden van de waterkering gelegen aan weerszijden van de bres.

De breedtegroei kan hierbij per zijde als onafhankelijk worden beschouwd.

### 3.2 Overzicht afhankelijkheden

De grootte van de momentane breedtegroeisnelheid  $\beta$  is in principe een functie van een groot aantal parameters, zeg:

$$\beta = \frac{db}{dt} = \mathbf{F}\{ \dots, \dots \} \quad (3.1)$$

Hierbij kan worden gedacht aan een drietal hoofdgroepen, te weten:

- de afhankelijkheid van de (momentane) hydraulische randvoorwaarden;
- de afhankelijkheid van de geometrie van de waterkering;
- de afhankelijkheid van het materiaal waaruit de waterkering is opgebouwd.

Aldus kan de (zeer) algemene formulering voor de breedtegroeisnelheid nader worden gespecificeerd als:

$$\beta = \beta^* \mathbf{F}_h \mathbf{F}_g \mathbf{F}_m \quad (3.2)$$

waarin  $\beta^*$  een referentiewaarde voor de groeisnelheid [m/uur] en  $\mathbf{F}_h$ ,  $\mathbf{F}_g$  en  $\mathbf{F}_m$  factoren welke respectievelijk de (relatieve) effecten van de hydraulische randvoorwaarden, de geometrie en het materiaal verrekenen.

Een nadere kwalitatieve uitwerking van deze basis-afhankelijkheden is gegeven in de volgende paragrafen.

### 3.3 Afhangelijkheid hydraulische randvoorwaarden

Dat de breedtegroei per definitie gekoppeld moet zijn aan de grootte van de snelheid van het langsstromende water mag duidelijk zijn.

Als de gemiddelde stroomsnelheid door de bres  $v(t)$  als karakteristieke waarde voor deze snelheid wordt gebruikt, dan kan de volgende algemene uitdrukking voor deze relatie worden geformuleerd:

$$\mathbf{F}_h(t) = M (v(t) - v_c)^N \quad \text{voor } \{ v \geq v_c \} \quad (3.3)$$

waarin:

- $M$  een (onbekende) factor;
- $v$  de (dieptegemiddelde) snelheid in de bres [m/s];
- $v_c$  een kritieke snelheid [m/s];
- $N$  een (onbekende) macht.

Beneden de kritieke snelheid geldt natuurlijk  $F_h = 0$  en dus  $\beta = 0$ .

Voor de grootte van de snelheidsmacht  $N$  geldt globaal  $\{1 \leq N < 2 \sim 4\}$ .

### 3.4 Afhankelijkheid geometrie

Voor hogere en bredere dwarsprofielen zal er waarschijnlijk sprake zijn van een relatief geringere groeisnelheid.

Opgemerkt moet worden dat, zelfs bij een in langsrichting uniforme (dijkachtige) waterkering, deze functie bij in de tijd niet-constante waterstanden ook een tijdsfunctie zal zijn. Bij een zakkende (buiten)waterstand  $H(t)$  nemen immers zowel de (over)hoogte als de fungerende breedte van de waterkering (ten opzichte van de gemiddelde waterstand in de bres!) toe.

Er geldt dus minimaal:

$$F_g(t) = F\{[z_d - H(t)], b_d(H(t)), \dots\} \quad (3.4)$$

waarin  $z_d$  de damhoogte en  $b_d(z)$  de dambreedte op niveau  $z$ .

Nader inzicht in deze afhankelijkheden kan worden verkregen aan de hand van de resultaten van de uitgevoerde Scheldebakproeven.

### 3.5 Afhankelijkheid materiaaleigenschappen

Het mag duidelijk zijn dat de groeisnelheid bij een kleidijk (waarschijnlijk sterk) zal afwijken van die van een uit zand opgebouwde dijk. Bij eenzelfde korreldiameter  $D$  van het materiaal van een zanddam, zal bovendien de grootte van de aanwezige pakking (porositeit  $p$ ) een rol spelen.

Er geldt derhalve (minimaal):

$$F_m = F\{D, p, \dots\} \quad (3.5)$$

Een nadere kwantificering van deze afhankelijkheid is nog een (belangrijk) punt van onderzoek. Voor een (zeer) pragmatische versie van een op zandlichamen afgeregeld rekenmodel zou het relatieve effect van klei kunnen worden meegenomen door toevoeging van een reductiefactor op de voor een zandlichaam van toepassing zijnde breedtegroeisnelheid, conform:

$$\beta_{klei} = R \beta_{zand} \quad (3.6)$$

Voor de grootte van de reductiefactor  $R$  zou gedacht kunnen worden aan 0,001 à 0,1.

### 3.6 Totaalafhankelijkheid

Voor het hypothetische geval van een (dwars- en langs-)uniforme waterkering en een constante buitenwaterstand, kunnen de relatieve effecten van de geometrie en het kernmateriaal buiten beschouwing worden gelaten.

De groeisnelheid volgt dan uit:

$$\begin{aligned}\beta(t) &= \beta^* F_h(t) \\ &= \beta^* M(v(t) - v_c)^N \quad \text{voor } \{v \geq v_c\}\end{aligned}\quad (3.7)$$

Als de referentiewaarde van de breedtegroei  $\beta^*$  wordt gerelateerd aan de (constant veronderstelde) groeisnelheid in de middenfase conform Vgl. (2.9), dan geldt:

$$\beta_2 = \beta^* M(\hat{v} - v_c)^N \quad (3.8)$$

waarin  $\hat{v}$  de daarbij aanwezige, maximale (constante) dieptegemiddelde stroomsnelheid in de bres. De, in  $\beta_2$  uitgedrukte, referentiewaarde volgt dan uit:

$$\beta^* = \frac{\beta_2}{M(\hat{v} - v_c)^N} \quad (3.9)$$

Substitutie van dit resultaat in Vgl. (3.7) resulteert vervolgens in:

$$\beta(t) = \beta_2 \left( \frac{v(t) - v_c}{\hat{v} - v_c} \right)^N \quad \text{voor } \{v \geq v_c\} \quad (3.10a)$$

Omdat  $\hat{v} \gg v_c$ , geldt in goede benadering:

$$\beta(t) = \beta_2 \left( \frac{v(t)}{\hat{v}} - \frac{v_c}{\hat{v}} \right)^N \quad \text{voor } \{v \geq v_c\} \quad (3.10b)$$

of zelfs voor  $v \gg v_c$ :

$$\beta(t) = \beta_2 \left( \frac{v(t)}{\hat{v}} \right)^N \quad \text{voor } \{v \gg v_c\} \quad (3.10c)$$

Bovenstaande vergelijkingen relateren in feite de groeisnelheid in de eindfase  $\beta_3(t)$  aan die van de middenfase,  $\beta_2$ . De rechterterm is vanwege  $v(t) \leq \hat{v}$  altijd kleiner dan de eenheid en levert dus per definitie een reductie ten opzichte van de  $\beta_2$ -waarde op.

De mate waarin een afname van de stroomsnelheid in deze fase ( $\hat{v} \leq v(t) \leq 0$ ) tevens doorwerkt in een afnemende groeisnelheid van de bres, is hierbij sterk afhankelijk van de grootte van de snelheidsmacht  $N$ . Voor grote  $N$ -waarden gaat dit snel (voor het academische geval met  $N \rightarrow \infty$  zelfs instantaan en dus  $\beta_3 \downarrow 0!$ ), voor kleinere waarden minder snel.

Opgemerkt moet worden dat voor  $N = 0$  de feitelijke afhankelijkheid verdwijnt. De  $\beta$ -waarde is dan onafhankelijk van de stroomsnelheid en dus per definitie constant, ofwel  $\beta(t) = \beta_2$ . Opgemerkt moet worden dat het in Paragraaf 9.6 beschreven RAMP-model in feite werkt met een snelheidsmacht  $N = 0$ , dus zonder relatie tussen de bresgroeisnelheid en de aanwezige hydraulische condities.

### 3.7 Nadere kwantificering

De nadere kwantificering van de  $\beta$ -waarde kan worden gezien als een van de voornaamste doelstellingen van het vervolgonderzoek.

In Tabel 3.1 is een overzicht gegeven van de (eenzijdige)  $\beta$ -waarden zoals deze konden worden afgeleid uit een eerste inventarisatie van aanwezige data.

Bron	Omschrijving	Schatting $\beta$ -waarde
Onderzoek Scheldebak	bresverbredingssnelheid neemt af van initieel 0,25 à 0,45 m/min tot 0,05 m/min.	max. 15-25 m/uur min 3 m/uur
Japane proeven	afname van 0,4 m/min tot 0,1 m/min	0,5-4,0 m/uur
Zwinproef [TAW]	tijdens lineaire groeifase 25 m in 18 min.	42 m/uur (!)
DBW/RIZA	getijdewateren: 500 m / 12 dgn rivierdijken: van 40 m / 36 uur (min) tot 200 m / 24 uur (max) meerdijken: van 150 m / 36 uur (min) tot 200 m / 24 uur (max)	1 m/uur 0,6-1,0 m/uur 2,1-4,2 m/uur
Dijkdoorbraak Zalk (1926)	afnemende breedtegroei van 50 m per 3 uur tot 30 m in 20 uur	0,8-8 m/uur
Dijkdoorbraak Dalfsen (1926)	afnemend van 12 m in 9 uur tot 8 m in 27 uur	0,15-0,7 m/uur
Wieringermeer	schatting: 160 à 200 m in 50 uur	1,6-2,0 m/uur
Noorder Y-polder	15 m in 7,5 uur	1,0 m/uur
Bombardement op Walcheren	West-Kapelle: van 130 naar 600 m in 12 dagen Vlissingen: van 50 naar 350 m in 8 dagen Veere: van 450 naar 975 m in 4 dagen	0,8 m/uur 0,8 m/uur 2,7 m/uur
DWW	Aanname Slachtedijk: 300 m in 2 uur	75 m/uur (!)

Tabel 3.1 Overzicht  $\beta$ -waarden op basis van (korte) literatuurstudie

Uit de resultaten komt naar voren dat er sprake is van een grote spreiding in de resultaten. Opgemerkt moet worden dat de informatie omtrent de hydraulische omstandigheden, de geometrie en de materiaaleigenschappen veelal ontbreken. Voor een enigszins serieuze dijkdoorbraak lijkt een  $\beta$ -waarde in de orde van 5 m/uur als gemiddelde een redelijke waarde. Voor extreme condities (Zwinproef) worden echter veel hogere waarden gevonden.

In de Appendix is een eerste eenvoudige afschatting gegeven van de  $\beta_2$ -waarde voor een zanddam. Afhankelijk van de gedane aannamen resulteren waarden tussen 5 en 100 m/uur.

### 3.8 Conclusies

Ofschoon er wel een overzicht is te geven van de parameters welke de groeisnelheid beïnvloeden, vergt de kwantificering ervan meer inzicht in de onderliggende processen.

Vooralsnog zal voor de bresgroeisnelheid in de middenfase  $\beta_2$  iets moeten worden aangenomen. Qua orde van grootte zou hierbij voorlopig gedacht kunnen worden aan  $\beta_2 = 0,5 \sim 50$  m/uur.

Mede afhankelijk van de gevoeligheid voor het bresgroeiproces lijkt meer inzicht in deze belangrijke parameter dus gewenst.



## 4 Instroomdebiet

### 4.1 Algemeen

Het totale instroomdebiet  $Q(t)$  [ $\text{m}^3/\text{uur}$ ] volgt uit:

$$Q(t) = B(t) q(t) \quad (4.1)$$

en is dus afhankelijk van zowel de momentane bresbreedte  $B$  [m], als de grootte van het specifiek debiet  $q$  [ $\text{m}^3/\text{m}^1/\text{uur}$ ].

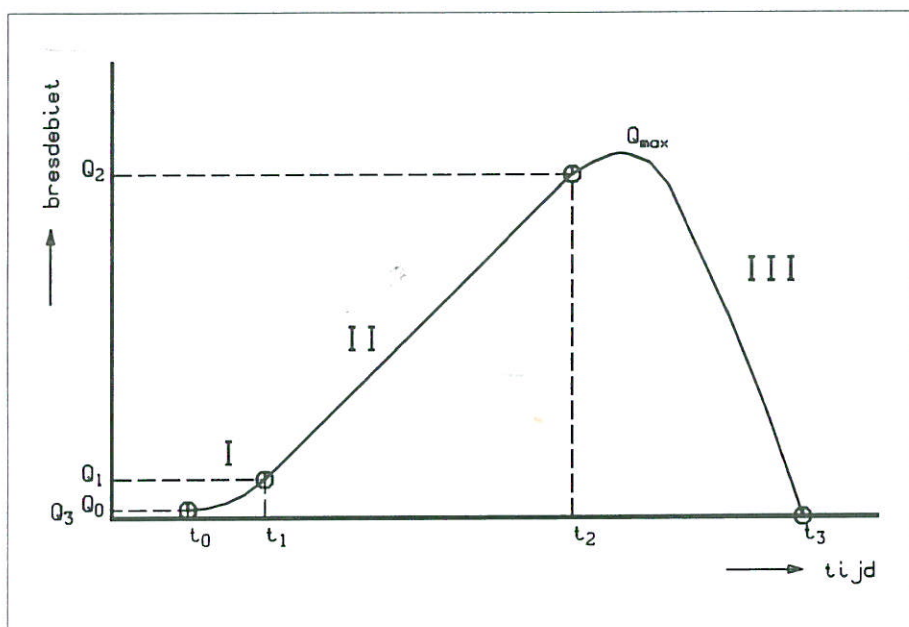
### 4.2 Nadere uitwerking

Tijdens de aanloofase nemen zowel  $B$  als  $q$  toe en dus  $Q(t)$  ook. Het totale debiet is echter nog gering.

Bij constante buitenwaterstand blijft het specifieke debiet  $q$  tijdens de middenfase constant, zeg  $q = \hat{q}$ , terwijl de breedte  $B$  (lineair) toeneemt. Als gevolg hiervan neemt de grootte van het totale instroomdebiet ook lineair in de tijd toe.

Tijdens de laatste fase neemt  $q$  langzaam af tot nul, waarbij de breedte echter nog (zij het steeds minder snel) toeneemt. Het totale debiet zal dus vermoedelijk nog iets toenemen om vervolgens snel af te nemen tot nul op  $t = t_3$ .

In Figuur 2 is het aldus verkregen verloop van het totale debiet geschetst voor de situatie met een constante buitenwaterstand.



Figuur 2 Schematische ontwikkeling instroomdebiet



Voor de grootte van het debiet op de karakteristieke tijdstippen geldt achtereenvolgens:

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= Q(t_0) = B_0 q_0 \approx 0 \\
 Q_1 &= Q(t_1) = B_1 \hat{q} \\
 Q_2 &= Q(t_2) = B_2 \hat{q} \\
 Q_3 &= Q(t_3) = B_3 q(t_3) = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Voor het maximale totale debiet  $Q_{max}$  geldt  $Q_{max} \geq Q_2$ .

De grootte van het maximale specifieke debiet  $\hat{q}$ , zoals dit optreedt tijdens fase II, is gelijk aan:

$$\begin{aligned}
 \hat{q} &= m \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3} g} (H - z_p)^{3/2} \\
 &= m \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3} g} (\hat{d})^{3/2}
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Tijdens fase III geldt:

$$q(t) = m \sqrt{2 g (H - h_p(t))} (h_p(t) - z_p)
 \tag{4.4}$$

waarbij (per definitie) op  $t = t_2$  met  $H - h_p = \frac{1}{3} \hat{d}$  en  $h_p - z_p = \frac{2}{3} \hat{d}$  opnieuw het resultaat van de voorgaande vergelijking, d.w.z.  $q(t_2) = \hat{q}$  wordt gevonden.

## 5 Binnenwaterstand

### 5.1 Inleiding

De ontwikkeling van de binnenwaterstand is afhankelijk van de grootte van het totale instroomdebiet  $Q(t)$  [ $\text{m}^3/\text{uur}$ ] en de grootte van de te inunderen polder  $A_p$  [ $\text{m}^2$ ].

Het totale instroomvolume  $V_p$  [ $\text{m}^3$ ] op tijdstip  $t$  volgt hierbij uit:

$$V_p(t) = \int_{t_0}^t Q(t) dt \quad (5.1)$$

De waterdiepte  $d_p$  in een bakvormige polder met bodemniveau  $z = z_p$  volgt uit:

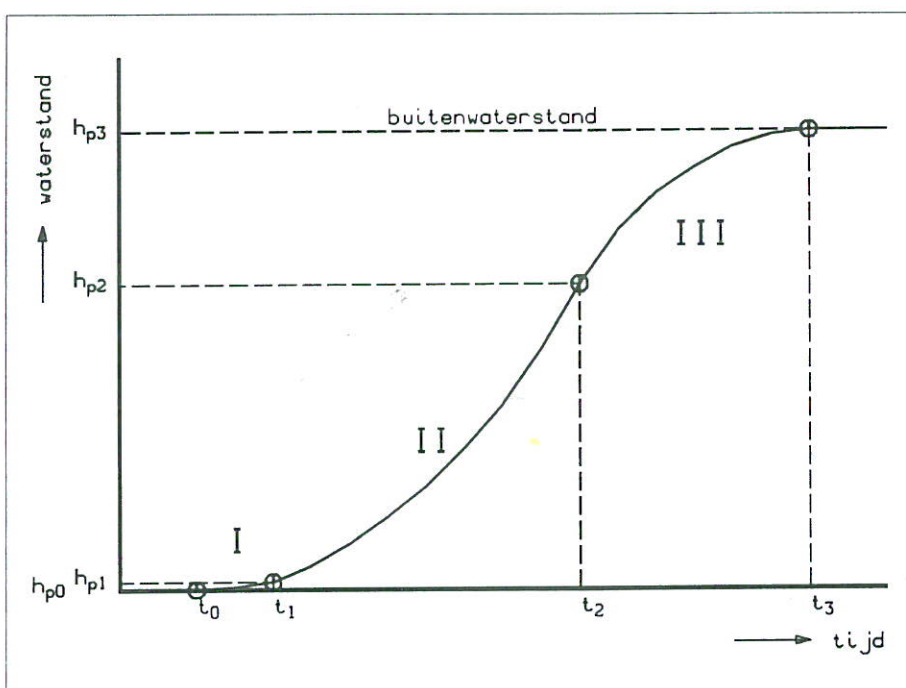
$$d_p(t) = \frac{V_p(t)}{A_p} \quad (5.2)$$

waardoor de waterstand  $h_p$  [t.o.v. een referentiepeil] gelijk is aan:

$$h_p(t) = z_p + d_p(t) \quad (5.3)$$

### 5.2 Nadere uitwerking

In Figuur 3 is de schematische ontwikkeling van de binnenwaterstand gegeven.



Figuur 3 Schematische ontwikkeling binnenwaterstand

De vulling tijdens de aanloofase is nihil, dus  $d_p(t_1) \approx 0$  en dus  $h_p(t_1) \approx z_p$ .

Op het eind van de inundatie met  $t = t_3$  geldt natuurlijk  $h_p(t_3) = H$  en  $d_p(t_3) = H - z_p = \hat{d}$ .

Op tijdstip  $t = t_2$  geldt per definitie  $h_p(t_2) - z_p = \frac{2}{3} (H - z_p)$ .

Tijdens de eindfase wordt het laatste 1/3-deel van de polder gevuld.

Op basis van Vgl. (5.1) kan ook worden afgeleid dat het oppervlak onder de in Figuur 2 gegeven  $Q(t)$ -kromme gelijk moet zijn aan de totale inhoud van de polder. De vorm van de kromme is bovendien zodanig dat er links en rechts van het tijdstip  $t = t_2$  respectievelijk 2/3- en 1/3-deel van dit volume aanwezig moeten zijn.

De (maximale) stijgsnelheid van de waterstand lijkt een belangrijke parameter.

Opgemerkt moet worden dat de vaststelling van het tijdstip  $t_2$  van groot belang is. Voor het geval van een kleine polder kan er van worden uitgegaan dat de vulling van de polder vrij gelijkmatig verloopt; elke  $m^3$  instromend water verspreidt zich (instantaan) over het gehele polderoppervlak. Bij grotere polders zal deze afstroming echter tijd vergen. Als gevolg van afstromingsverschijnselen zal de waterstand direct achter het gat dus groter zijn dan achter in de polder.

## 6 Uitwerking middenfase

### 6.1 Inleiding

Gegeven de grootte van het constant veronderstelde debiet  $\hat{q}$  en de in deze fase lineaire breedtegroei, kan uit de ontwikkeling van het hiermee gepaard gaande instroomvolume de ontwikkeling van de binnenwaterstand worden bepaald. Het tijdstip waarop deze zodanig hoog wordt dat er sprake is van opstuwing bepaalt de hiervoor benodigde tijdsduur  $t_2 - t_1$ .

### 6.2 Instroming

De poldervulling volgt uit:

$$\begin{aligned} V_p(t) &= V_p(t_1) + \int_{t_1}^t Q(t) dt \\ &= V_p(t_1) + \hat{q} \int_{t_1}^t B(t) dt \end{aligned} \quad (6.1)$$

Met  $V_p(t_1) \approx 0$  en  $B(t) = B_1 + 2 \beta_2 (t - t_1)$  levert dit:

$$V_p(t) = B_1 \hat{q} (t - t_1) + \hat{q} \beta_2 (t - t_1)^2 \quad (6.2)$$

Met gebruikmaking van Vgl. (6.2) en  $Q_1 = B_1 \hat{q}$  volgt de ontwikkeling van de waterdiepte in de polder  $d_p(t)$  dan uit:

$$d_p(t) = d_p(t_1) + \frac{1}{A_p} [ Q_1 (t - t_1) + \hat{q} \beta_2 (t - t_1)^2 ] \quad (6.3)$$

en bestaat uit een lineaire en een kwadratische bijdrage. De waterstand stijgt dus steeds sneller (zie ook Figuur 3).

### 6.3 Tijdsduur middenfase

Met  $d_p(t_1) \approx 0$  (verwaarlozing van de vullingsbijdrage uit de eerste fase) volgt:

$$d_p(t_2) = \frac{1}{A_p} [ Q_1 (t_2 - t_1) + \hat{q} \beta_2 (t_2 - t_1)^2 ] \quad (6.4)$$

waarin  $d_p(t_2)$  de waterdiepte in de polder op  $t = t_2$  (in principe  $d_p(t_2) = \frac{2}{3} \hat{d}$ ).

Uitwerking met  $Q_1 = B_1 \hat{q}$  en  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  resulteert in:

$$\Delta t_2 = \frac{B_1}{2 \beta_2} \left[ \sqrt{1 + 4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{B_1^2 \hat{q}}} - 1 \right] \quad (6.5)$$

Als goede benadering voor:

$$\sqrt{4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{B_1^2 \hat{q}}} \gg 1 \quad (6.6)$$

verdwijnt de invloed van de initiële bresbreedte  $B_1$  en geldt:

$$\Delta t_2 \approx \frac{1}{2 \beta_2} \sqrt{4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{\hat{q}}} = \sqrt{\frac{d_p(t_2) A_p}{\beta_2 \hat{q}}} \quad (6.7)$$

De aan de middenfase gerelateerde tijdsduur  $\Delta t_2$  is dus omgekeerd evenredig met de wortel uit de groeisnelheid in deze fase. Een snellere groei impliceert een snellere inundatie en dus een kortere tijdsduur van deze fase.

## 6.4 Bresbreedte

De toename in de bresbreedte  $\Delta B_2 = B_2 - B_1$  tijdens deze fase is gelijk aan:

$$\Delta B_2 = 2 \beta_2 \Delta t_2 \quad (6.8)$$

Uitwerking levert:

$$\Delta B_2 = B_1 \left[ \sqrt{1 + 4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{B_1^2 \hat{q}}} - 1 \right] \quad (6.9)$$

of ook:

$$\Delta B_2 \approx 2 \sqrt{\frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{\hat{q}}} \quad (6.10)$$

De tijdens de middenfase optredende breedtegroei  $\Delta B_2$ , is dus evenredig met de wortel van de groeisnelheid in deze fase. Een snellere groei resulteert in een groter gat.

## 6.5 Ontwikkeling instroomdebiet

Daar het specifieke debiet  $\hat{q}$  constant is, is het instroomdebiet een lineaire functie van de momentane bresbreedte. Voor het (maximale) einddebiet  $Q_2$  op  $t = t_2$  geldt:

$$\begin{aligned} Q_2 &= B_2 \hat{q} \\ &= (B_1 + 2 \beta_2 \Delta t_2) \hat{q} \\ &= B_1 \sqrt{1 + 4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{B_1^2 \hat{q}}} \hat{q} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Of in goede benadering:

$$Q_2 = \sqrt{4 \beta_2 d_p(t_2) A_p} \hat{q} \quad (6.12)$$

Het (maximale) instroomdebiet is dus eveneens evenredig met de wortel uit de breedtegroei-snelheid.

## 6.6 Ontwikkeling binnenwaterstand

De ontwikkeling van de binnenwaterstand is gegeven in Vgl. (6.4). Een snellere breedtegroei resulteert in een (lineair) in de tijd toenemende stijgsnelheid van de binnenwaterstand. Deze stijgsnelheid is immers gelijk aan:

$$\frac{dd_p}{dt} = \frac{Q_1}{A_p} + \frac{2 \hat{q} \beta_2}{A_p} (t - t_1) \quad (6.13)$$

De maximale stijgsnelheid is aanwezig op  $t = t_2$  en bedraagt:

$$\left( \frac{dd_p}{dt} \right)_{max} = \frac{B_1 \hat{q}}{A_p} \sqrt{1 + 4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) A_p}{B_1^2 \hat{q}}} \quad (6.14)$$

en is in goede benadering gelijk aan:

$$\left( \frac{dd_p}{dt} \right)_{max} \approx \sqrt{4 \frac{\beta_2 d_p(t_2) \hat{q}}{A_p}} \quad (6.15)$$

De maximale stijgsnelheid is dus recht evenredig met de wortel van de breedtegroei-snelheid en het specifieke debiet. Deze snelheid is mede van belang voor de met een inundatie samenhangende gevolgen (o.a. slachtoffers).

Dit geldt natuurlijk ook voor de uiteindelijke (maximale) inundatiediepte. Voor het geval van een constante buitenwaterstand is dit echter triviaal.

## 6.7 Conclusies

De toename van de bresbreedte en de hiermee gemoeide tijdsduur kunnen worden berekend met behulp van respectievelijk Vgl. (6.9/10) en (6.5/7). Ook voor de grootte van het maximaal optredende debiet en de maximaal optredende stijgsnelheid van de binnenwaterstand in de polder zijn eenvoudige formules afgeleid, respectievelijk Vgl. (6.12) en (6.14/15).

Een spreiding van een factor 10 in de onbekende  $\beta_2$ -waarde resulteert in een spreiding van  $\sqrt{10} \approx 3,16$  in zowel de bresbreedte als de tijdsduur. Deze afhankelijkheid is ook van toepassing op het maximale eindwaarde van het instroomdebiet en de (maximale) stijgsnelheid van de binnenwaterstand.

## 7 Uitwerking eindfase

### 7.1 Inleiding

Tijdens de eindfase zijn zowel de snelheid  $v$  en dus het specifieke debiet  $q$ , als de bresbreedte  $B$  tijdsfuncties, waarbij de laatste weer gerelateerd is aan de snelheid.

Als voor een analytische uitwerking vooralsnog wordt uitgegaan van  $v_c = 0$  m/s, dan wordt de momentane bresbreedte in principe beschreven door:

$$B(t) = B_2 + 2 \int_{t_2}^t \beta_3(t) dt \quad \text{voor } \{t_2 \leq t \leq t_3\} \quad (7.1)$$

waarin (zie Hoofdstuk 3):

$$\beta_3(t) = \beta_2 \left( \frac{v(t)}{\hat{v}} \right)^N \quad (7.2)$$

De gemiddelde instroomsnelheid  $v(t)$  tijdens de eindfase is gelijk aan:

$$v(t) = m \sqrt{2 g (H - h_p(t))} \quad (7.3)$$

terwijl het specifieke debiet  $q(t)$  volgt uit:

$$q(t) = m \sqrt{2 g (H - h_p(t))} (h_p(t) - z_p) \quad (7.4)$$

De tijdsontwikkeling van de binnenwaterstand  $h_p$  volgt hierbij uit:

$$h_p(t) = h_p(t_2) + \frac{1}{A_p} \int_{t_2}^t q(t) B(t) dt \quad (7.5)$$

De gegeven uitwerking is in eerste instantie gericht op de vaststelling van de functie welke het tijdsverloop van deze waterstand beschrijft.

### 7.2 Oplossingsprocedure

Om te komen tot een nadere uitwerking van het verloop van bresbreedte, binnenwaterstand en instroomdebiet is eerst de verschilwaterstand  $\Delta h(t)$  als parameter geïntroduceerd, met:

$$\Delta h(t) = H - h_p(t) \quad (7.6)$$

Voor  $t = t_2$  is deze gelijk aan het waterstandsverschil waarbij er juist sprake is van de overgang van ongestuwd naar gestuwde afvoer door de bres. Op  $t = t_3$  (en  $t > t_3$ ) geldt natuurlijk  $\Delta h(t) = 0$ .



Gebruikmakend van deze definitie is de snelheid als gegeven in Vgl. (7.3) gelijk aan:

$$v(t) = m \sqrt{2g} [\Delta h(t)]^{1/2} \quad (7.7)$$

terwijl voor het specifieke debiet van Vgl. (7.4) geldt:

$$q(t) = m \sqrt{2g} [\Delta h(t)]^{1/2} (\hat{d} - \Delta h(t)) \quad (7.8)$$

Uitwerking van de bresgroeisnelheid resulteert in:

$$\beta_3(t) = \beta_2 \left( \frac{\Delta h(t)}{\Delta h(t_2)} \right)^N = \frac{\beta_2}{(\Delta h(t_2))^N} [\Delta h(t)]^N \quad (7.9)$$

Alle aanwezige parameters zijn nu uitgedrukt in  $\Delta h(t)$  en in principe kan  $\Delta h(t)$  nu worden opgelost uit de continuïteitsvergelijking voor het instroomdebiet:

$$B(t) q(t) = -A_p \frac{d[\Delta h(t)]}{dt} \quad (7.10)$$

waarin de grootte van het totale instroomdebiet door de bres (de linkerterm) is uitgedrukt in (een toename van de binnenwaterstand en dus) een afname van de verschilwaterstand (de rechterterm).

Gebruikmaking van een handige hulpvariabele  $y(t)$ :

$$y = [\Delta h(t)]^{1/2} \quad (7.11)$$

met:

$$\frac{d[\Delta h(t)]}{dt} = 2y \frac{dy}{dt} \quad (7.12)$$

en:

$$\hat{y} = y(t_2) = [\Delta h(t_2)]^{1/2} \quad (7.13)$$

maakt de verdere uitwerking in principe nog iets eenvoudiger. De uitgangsvergelijking van Vgl. (7.10) gaat daarmee immers over in:

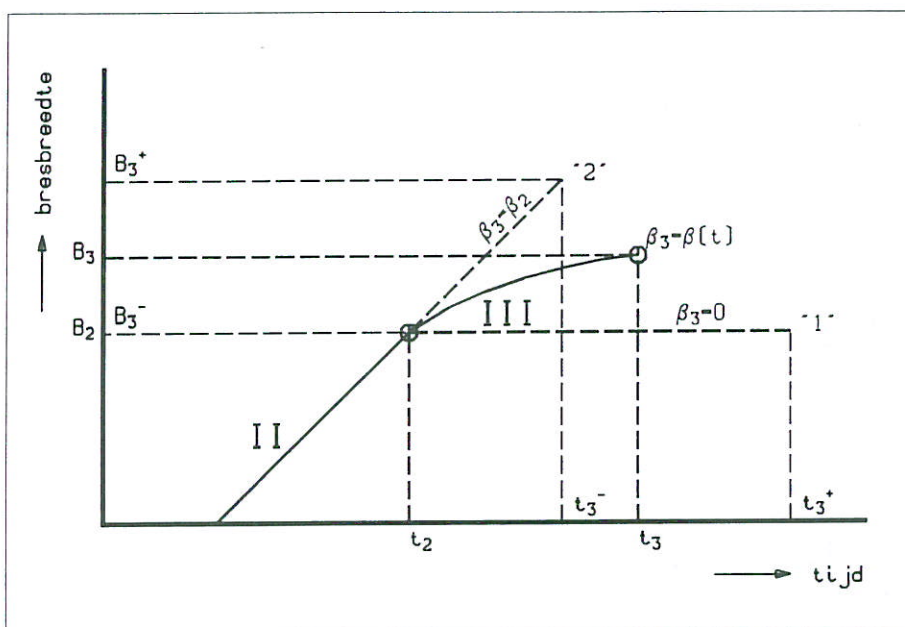
$$\left( B_2 + \frac{2\beta_2}{\hat{y}^{2N}} \int_{\hat{y}}^y y^{2N} dt \right) m \sqrt{2g} y (\hat{d} - y^2) = -A_p 2y \frac{dy}{dt} \quad (7.14)$$

Na een groot aantal verwoede (mislukte) pogingen om deze vergelijking voor  $N > 0$  in een keer op te lossen, werd besloten om een tweetal wel succesvolle benaderingen nader uit te werken.

### 7.3 Benaderende oplossingen

Het niet-lineaire karakter van de uitgangsvergelijking laat geen eenvoudige oplossing toe. Het probleem is gelegen in de effecten van de snelheidsmacht  $N$  op de breedtegroeisnelheid. Om dit te omzeilen is voor  $\beta_3(t)$  als oorspronkelijk gegeven in Vgl. (7.2), een aanname gedaan als schetsmatig aangegeven in Figuur 4.

Bij de eerste benadering is simpelweg uitgegaan van  $\beta_3(t) = 0$ . Relatief gezien zal het vullen van de polder nu (iets) meer tijd vergen, waardoor deze benadering dus een bovengrens voor de ligging van tijdstip  $t_3$  zal leveren. Voor de bresbreedte levert dit natuurlijk een ondergrens daar nu geldt  $B(t_3) = B_2$ . In de figuur zijn deze schattingen respectievelijk aangegeven met  $t_3^+$  en  $B_3^-$ .



Figuur 4 Benaderingsmethoden breedteontwikkeling in de eindfase

In de tweede benadering is uitgegaan van een constant doorgaande breedtegroei volgens  $\beta_3(t) = \beta_2$  (de " $N = 0$ -variant"). Deze benadering resulteert dus in een ondergrens voor de tijdsduur  $t_3^-$  en een bovengrens voor de bresbreedte  $B_3^+$  (zie Figuur 4).

Voor het exacte tijdstip  $t_3$  en bresbreedte  $B_3$  geldt nu respectievelijk  $t_3^- < t_3 < t_3^+$  en  $B_3^- < B_3 < B_3^+$ .

Met het oog op het eindresultaat van deze afschattingen geldt als "veilige" bovengrens afschatting voor de groei van de bresbreedte in deze fase  $\Delta B_{3max} = B_3^+ - B_2$  (zeer veilig!). Voor de tijdsduur geldt analoog  $\Delta t_{3max} = t_3^+ - t_2$ .

Tot slot moet nog worden opgemerkt dat de exacte oplossing met name afhankelijk is van de grootte van de snelheidsmacht  $N$ . Voor lage  $N$ -waarden, zeg  $N \downarrow 0$ , zal deze het resultaat van de tweede uitwerking benaderen, terwijl voor extreem hoge waarden, zeg  $N \rightarrow \infty$ , in de limiet het resultaat van de eerste benadering zal worden gevonden.

Een nadere uitwerking van deze benaderingen is gegeven in de volgende paragrafen.

## 7.4 Uitwerking benadering 1

Uitgaande van  $\beta_3(t) = 0$  dient te worden opgelost:

$$B_2 m \sqrt{2g} y (\hat{d} - y^2) = -A_p 2y \frac{dy}{dt} \quad (7.15)$$

Omwerking van deze formule resulteert in:

$$\frac{dy}{y^2 - \hat{d}} = \frac{B_2 m \sqrt{2g}}{2 A_p} dt \quad (7.16)$$

Na integratie volgens:

$$\int \frac{1}{y^2 - \hat{d}} dy = \int \frac{B_2 m \sqrt{2g}}{2 A_p} dt \quad (7.17)$$

levert dit:

$$\frac{1}{2\sqrt{\hat{d}}} \ln \left( \frac{\sqrt{\hat{d}} - y}{\sqrt{\hat{d}} + y} \right) = \frac{B_2 m \sqrt{2g}}{2 A_p} t + C'' \quad (7.18)$$

ofwel:

$$\ln \left( \frac{\sqrt{\hat{d}} - y}{\sqrt{\hat{d}} + y} \right) = \frac{B_2 m \sqrt{2g \hat{d}}}{A_p} t + C' \quad (7.19)$$

Na verdere uitwerking wordt de gezochte oplossing voor  $y(t)$  gevonden, welke in de basisvorm luidt:

$$y(t) = \sqrt{\hat{d}} \frac{1 - C e^{K(t-t_2)}}{1 + C e^{K(t-t_2)}} \quad (7.20)$$

Hierin is de constante  $K$  [uur<sup>-1</sup>] gedefinieerd als:

$$K = \frac{B_2 m \sqrt{2g \hat{d}}}{A_p} \quad (7.21)$$

De dimensieloze integratieconstante  $C$  volgt uit:

$$y(t_2) = \hat{y} = \frac{\hat{d}}{3} \quad (7.22)$$

en is derhalve gelijk aan:

$$C = \frac{1 - \sqrt{1/3}}{1 + \sqrt{1/3}} \approx 0,2679 \quad (7.23)$$

Een nadere omwerking van Vgl. (7.20) resulteert in een meer inzichtelijke vorm:

$$y(t) = \sqrt{\hat{d}} \left[ 1 - \frac{2C}{C + e^{-K(t-t_2)}} \right] = \sqrt{\hat{d}} F_y \quad (7.24)$$

waarbij voor  $t = t_2$  geldt  $F_y = \sqrt{1/3}$ .

Met  $t_* = 1/K$  als referentietijd, volgt uiteindelijk de oplossing voor  $\Delta h(t)$ :

$$\Delta h(t) = \hat{d} \left[ 1 - \frac{2C}{C + e^{-\left(\frac{t-t_2}{t_*}\right)}} \right]^2 = \hat{d} F_y^2 \quad (7.25)$$

waarin  $C = 0,2679$  en de referentietijd  $t_*$  is gedefinieerd als:

$$t_* = \frac{A_p}{B_2 m \sqrt{2g \hat{d}}} \quad (7.26)$$

### Tijdsduur

De gezochte bovengrens van de  $t_3$ -waarde volgt hierbij uit  $y(t_3^+) = 0$  en dus:

$$t_3^+ - t_2 = \frac{-\ln C}{K} \quad (7.27)$$

De (maximale) duur van de laatste fase volgt dan uit:

$$\Delta t_{3max} = t_3^+ - t_2 = \ln\left(\frac{1}{C}\right) t_* \approx 1,317 t_* \quad (7.28)$$

Uiteindelijk is er dus een vrij simpele oplossing gevonden waarbij de tijdsduur is gerelateerd aan een eenvoudig te berekenen referentieduur.

### Debiet

Voor de grootte van het totale debiet  $Q(t)$  tijdens de eindfase kan nu ook een analytische oplossing worden gegeven. Deze volgt uit:

$$Q(t) = B_2 m \sqrt{2g} [\Delta h(t)]^{1/2} (\hat{d} - \Delta h(t)) \quad (7.29)$$

Na substitutie van het gevonden verband van Vgl. (7.26), wordt gevonden:

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= B_2 m \sqrt{2g} \sqrt{\hat{d}} F_y (\hat{d} - \hat{d} F_y^2) \\
 &= B_2 m \sqrt{2g} (\hat{d})^{3/2} F_y (1 - F_y^2) \\
 &= B_2 \left( m \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}g} (\hat{d})^{3/2} \right) \left( \frac{3}{2} \sqrt{3} F_y (1 - F_y^2) \right) \\
 &= Q_2 F_Q(t)
 \end{aligned} \tag{7.30}$$

met:

$$F_Q(t) = \frac{3}{2} \sqrt{3} F_y (1 - F_y^2) \tag{7.31}$$

waarbij voor  $t = t_2$  geldt  $F_Q = 1$  en op  $t = t_3^+$   $F_Q = 0$ .

Deze vormfunctie beschrijft het relatieve verloop van het totale debiet in de eindfase t.o.v. het debiet als aanwezig op het eind van de middenfase, te weten  $Q_2 = B_2 \hat{q}$ . Opgemerkt moet worden dat er in deze benadering in principe een discontinuïteit aanwezig is in het  $Q(t)$ -verloop. Was er voor  $t < t_2$  nog sprake van een gestaag toenemende grootte van het instroomdebiet, voor  $t > t_2$  geldt altijd  $Q(t) < Q_2$ .

## 7.5 Uitwerking benadering 2

Uitgaande van  $\beta_3(t) = \beta_2$  (de "N = 0-benadering") dient te worden opgelost:

$$(B_2 + 2 \beta_2 t) m \sqrt{2g} y (\hat{d} - y^2) = -A_p 2y \frac{dy}{dt} \tag{7.32}$$

Omwerking van deze formule resulteert in:

$$\frac{dy}{y^2 - \hat{d}} = \frac{(B_2 + 2 \beta_2 t) m \sqrt{2g}}{2 A_p} dt \tag{7.33}$$

Na integratie en (enige) verdere uitwerking kan ook hier de gezochte oplossing voor  $y(t)$  worden afgeleid. Deze luidt in de basisvorm:

$$y(t) = \sqrt{\hat{d}} \frac{1 - C e^{K(t-t_2)} e^{(\beta_2/B_2)K(t-t_2)^2}}{1 + C e^{K(t-t_2)} e^{(\beta_2/B_2)K(t-t_2)^2}} \tag{7.34}$$

waarin de constante  $K$  (opnieuw) is gedefinieerd als:

$$K = \frac{B_2 m \sqrt{2g \hat{d}}}{A_p} \tag{7.35}$$

terwijl de dimensieloze integratieconstante  $C$  volgt uit:

$$y(t_2) = \hat{y} = \frac{\hat{d}}{3} \quad (7.36)$$

en derhalve (wederom) gelijk is aan:

$$C = \frac{1 - \sqrt{1/3}}{1 + \sqrt{1/3}} \approx 0,2679 \quad (7.37)$$

Opgemerkt moet worden dat voor  $\beta_2 = 0$  de onder de vorige benadering gegeven oplossing wordt gevonden.

Een nadere omwerking van Vgl. (7.34) resulteert in een meer inzichtelijke vorm:

$$y(t) = \sqrt{\hat{d}} \left[ 1 - \frac{2C}{C + e^{-K(t-t_2)} e^{-\beta_2/B_2 K(t-t_2)^2}} \right] = \sqrt{\hat{d}} \mathbf{F}_y, \quad (7.38)$$

Vergelijking met het resultaat van de eerste benadering, Vgl. (7.24), laat zien dat de tweede (extra) exponentiële term in de noemer zorgt voor een relatief versnelde afname van de verschilwaterstand.

Met  $t_* = 1/K$  volgt uiteindelijk de oplossing voor  $\Delta h(t)$ :

$$\Delta h(t) = \hat{d} \left[ 1 - \frac{2C}{C + e^{-\left(\frac{t-t_2}{t_*}\right)} e^{-\left(\frac{2\beta_2 t_*}{B_2}\right) \left(\frac{t-t_2}{t_*}\right)^2}} \right]^2 = \hat{d} \mathbf{F}_y^2, \quad (7.39)$$

waarin  $C = 0,2679$  en de referentietijd  $t_*$  is gedefinieerd als:

$$t_* = \frac{A_p}{B_2 m \sqrt{2g\hat{d}}} \quad (7.40)$$

### Tijdsduur

De gezochte ondergrens van de  $t_3$ -waarde volgt hierbij uit  $y(t_3^-) = 0$ . Uitwerking levert:

$$(t_3^- - t_2) - \frac{\beta_2}{B_2} (t_3^- - t_2)^2 = \ln \frac{1}{C} t_* \quad (7.41)$$

Voor  $\beta_2 = 0$  wordt de (bovengrens)oplossing van de eerste benadering gevonden, terwijl dit voor  $\beta_2 > 0$  resulteert in:

$$\Delta t_{3min} = \left( \frac{B_2}{2 \beta_2 t_*} \right) \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{2 \beta_2 t_*}{B_2} \right) 2 \ln \frac{1}{c} - 1} \right] t_* \quad (7.42)$$

waarbij deze tijdsduur opnieuw is uitgedrukt in o.a. de referentietijd  $t_*$ .

De termen tussen ronde haken geven de relatieve groei van de bresbreedte, zeg  $\Delta B_3^* / B_2$ , tijdens de referentietijd aan, waarbij  $\Delta B_3^* = 2 \beta_2 t_*$ . Dus:

$$\Delta t_{3min} = \left( \frac{B_2}{\Delta B_3^*} \right) \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) 2 \ln \frac{1}{c} - 1} \right] t_* \quad (7.43)$$

Voor een geringe relatieve groei kan de wortelterm worden benaderd door een reeks. Dit kan voor:

$$\frac{\Delta B_3^*}{B_2} < \frac{1}{2 \ln \frac{1}{c}} \approx 0,3796 \quad (7.44)$$

Met:

$$\sqrt{1 + \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) 2 \ln \frac{1}{c}} = \sqrt{1 + x} \quad (7.45)$$

en:

$$\sqrt{1 + x} = 1 + \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{16} x^3 - \dots \quad (7.46)$$

en dus:

$$\sqrt{1 + x} - 1 = x \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} x + \frac{1}{16} x^2 - \dots \right) \quad (7.47)$$

volgt na substitutie:

$$\begin{aligned} \Delta t_{3min} &= \left( \frac{B_2}{\Delta B_3^*} \right) \left[ \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) 2 \ln \frac{1}{c} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{4} 2 \ln \frac{1}{c} \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) + \frac{1}{16} \left( 2 \ln \frac{1}{c} \right)^2 \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right)^2 - \dots \right] \right] t_* \\ &= \left[ 1 - \ln \frac{1}{c} \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) + \frac{1}{4} \left( \ln \frac{1}{c} \right)^2 \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right)^2 - \dots \right] \ln \frac{1}{c} t_* \quad (7.48) \end{aligned}$$

Aan de hand van deze vergelijking is duidelijk zichtbaar dat de relatieve groei van de bresbreedte in de eindfase een reductie (de linkerterm tussen rechte haken) geeft op de tijd welke volgt uit de vorige benadering:

$$\Delta t_{3min} = \left[ 1 - \ln \frac{1}{c} \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right) + \frac{1}{4} \left( \ln \frac{1}{c} \right)^2 \left( \frac{\Delta B_3^*}{B_2} \right)^2 - \dots \right] \Delta t_{3max} \quad (7.49)$$

Door de tijdens de eindfase toenemende bresbreedte wordt een geringe reductie gevonden op de tijdsduur van deze fase.

### Bresbreedte

De toename van de bresbreedte tijdens deze fase volgt nu uit:

$$\Delta B_{3max} = B_3^+ - B_2 = 2 \beta_2 \Delta t_{3min} \quad (7.50)$$

Zoals reeds gesteld is dit een duidelijke bovengrens.

### Instroomdebiet

Voor de ontwikkeling van het totale debiet  $Q(t)$  tijdens de eindfase kan ook een analytische oplossing worden gegeven. Deze volgt uit:

$$Q(t) = (B_2 + 2 \beta_2 t) m \sqrt{2g} [\Delta h(t)]^{1/2} (\hat{d} - \Delta h(t)) \quad (7.51)$$

Na substitutie van het gevonden verband van Vgl. (7.39), wordt gevonden:

$$\begin{aligned} Q(t) &= (B_2 + 2 \beta_2 t) m \sqrt{2g} \sqrt{\hat{d}} F_{y'} (\hat{d} - \hat{d} F_{y'}^2) \\ &= (B_2 + 2 \beta_2 t) m \sqrt{2g} (\hat{d})^{3/2} F_{y'} (1 - F_{y'}^2) \\ &= B_2 \left( m \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}g} (\hat{d})^{3/2} \right) \left( 1 + \frac{2 \beta_2 t}{B_2} \right) \left( \frac{3}{2} \sqrt{3} F_{y'} (1 - F_{y'}^2) \right) \\ &= Q_2 \left( 1 + \frac{2 \beta_2 t}{B_2} \right) F_{Q'}(t) \end{aligned} \quad (7.52)$$

met:

$$F_{Q'}(t) = \frac{3}{2} \sqrt{3} F_{y'} (1 - F_{y'}^2) \quad (7.53)$$

waarbij voor  $t = t_2$  geldt  $F_{Q'} = 1$  en op  $t = t_3^-$   $F_{Q'} = 0$ .

Deze functie van Vgl. (7.52) beschrijft het relatieve verloop van het totale debiet in de eindfase t.o.v. het debiet als aanwezig op het eind van de middenfase, te weten  $Q_2 = B_2 \hat{q}$ . De  $F_{Q'}$ -functie is vergelijkbaar met de eerder gegeven  $F_Q$ -functie en resulteert in een afname van het debiet voor  $t_2 \leq t \leq t_3^-$ . De extra term zorgt voor een initiële toename van het debiet. Hierdoor zal het maximale instroomdebiet  $Q_{max}$  per definitie iets groter zijn dan de initiële waarde  $Q_2$  (zie ook Figuur 2).



## 7.6 Nadere afbakening eindbreedte

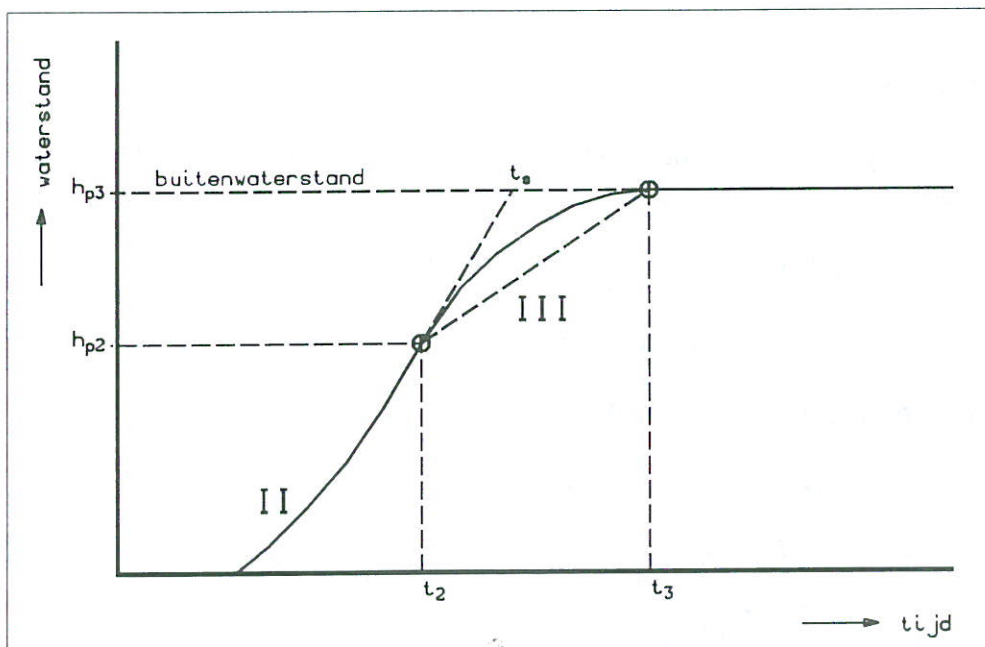
Zoals naar voren komt uit de gegeven formuleringen leveren de beide benaderingen een afchatting van de tijdsduur en het verloop van de binnenwaterstand en het instroomdebiet welke relatief dicht op elkaar liggen.

De schatting voor de maximaal te verwachten breedtegroei tijdens de eindfase is gegeven in Vgl. (7.50), en is recht evenredig met de breedtegroeisnelheid in de middenfase  $\beta_2$ . Deze bovengrens lijkt echter wel erg groot.

Een eenvoudige en betere afchatting voor  $\Delta B_3$  van zowel de onder- als de bovengrens (respectievelijk aangegeven met  $B_3^{--}$  en  $B_3^{++}$ ) kan worden verkregen door uit te gaan van een lineaire afname van het (bekende) waterstandsverschil in de eindfase. Ook hier zijn twee verschillende benaderingen te onderkennen, te weten een lineaire extrapolatie van het verloop van de binnenwaterstand aan het eind van de middenfase (dit levert  $B_3^{--}$ ) en een evenredige afname op het tijdsinterval  $t_2 \rightarrow t_3$  hetgeen  $B_3^{++}$  oplevert.

Voor het tijdstip  $t = t_3$  kan het resultaat van de vorige benadering worden gebruikt.

In Figuur 5 zijn deze twee benaderingen schematisch weergegeven.



Figuur 5 Benaderingsmethode ontwikkelingswaterstandsverschil eindfase t.b.v. afchatting eindbreedte

### Ondergrens

Bij de ondergrensbenadering is uitgegaan van een extrapolatie van het waterstandsverloop in de middenfase.

Het verloop van de verschilwaterstand wordt aldus:

$$\Delta h(t) = \Delta h(t_2) \left( \frac{t_s - t}{t_s - t_2} \right) \quad (7.54)$$

waarin  $t = t_s$  volgt uit het snijpunt van het geëxtrapoleerde waterstandsverloop met de buitenwaterstand.

Substitutie van dit verloop in de breedtegroei-relatie van Vgl. (7.9) levert:

$$\beta_3(t) = \beta_2 \left( \frac{t_s - t}{t_s - t_2} \right)^N \quad (7.55)$$

waarmee de nieuwe ondergrens voor de toename in de bresbreedte volgt uit:

$$\begin{aligned} \Delta B_3^{--} &= \int_{t_2}^{t_s} \beta_3(t) dt \\ &= 2 \beta_2 \int_{t_2}^{t_s} \left( \frac{t_s - t}{t_s - t_2} \right)^N dt \\ &= \frac{2 \beta_2}{N+1} (t_s - t_2) \end{aligned} \quad (7.56)$$

Het tijdsverschil  $t_s - t_2$  is volgt hierbij uit de stijgsnelheid van de binnenwaterstand (zie Vgl. (6.14/15), zodat:

$$\Delta B_3^{--} = \frac{2 \beta_2}{N+1} \left( \frac{dd_p}{dt} \right)_{\max} \Delta h(t_2) \quad (7.57)$$

Nadere uitwerking hiervan resulteert in:

$$\Delta B_3^{--} = \frac{1}{N+1} \sqrt{\frac{\beta_2 A_p}{d_p(t_2) \hat{q}}} \Delta h(t_2) \quad (7.58)$$

Voor  $N \neq 0$  levert dit een nieuwe waarde voor de ondergrens op, met  $\Delta B_3^{--} > \Delta B_3^-$ .

### Bovengrens

Bij de bovengrensbenadering is uitgegaan van een verloop in de verschilwaterstand volgens:

$$\Delta h(t) = \Delta h(t_2) \left( \frac{t_3 - t}{\Delta t_3} \right) \quad (7.59)$$

Substitutie van dit verloop in de breedtegroei-relatie van Vgl. (7.9) levert:

$$\beta_3(t) = \beta_2 \left( \frac{t_3 - t}{\Delta t_3} \right)^N \quad (7.60)$$

waarmee de breedte volgt uit:

$$\begin{aligned}
 \Delta B_3^{++} &= 2 \int_{t_2}^{t_3} \beta_3(t) dT \\
 &= 2 \beta_2 \int_{t_2}^{t_3} \left( \frac{t_3 - t}{\Delta t_3} \right)^N dt \\
 &= \frac{2 \beta_2}{N+1} \Delta t_3
 \end{aligned} \tag{7.61}$$

Voor  $N \rightarrow 0$  levert dit de oorspronkelijke waarde van de bovengrens op, dus  $\Delta B_3^{++} \rightarrow \Delta B_3^+$ .

Voor  $\Delta t_3$  kan het resultaat van een eerdere benadering worden gebruikt.

Bovenstaande uitwerking geeft een betere afschatting van de te verwachten eindbreedte.

## 7.7 Conclusies

De tijdsduur van de eindfase ligt binnen vrij nauwe grenzen vast en hangt via de referentietijd  $t_*$  primair af van de bresbreedte op  $t = t_2$ .

De grootte van het debiet is gegeven door Vgl. (7.52) en is maximaal "iets" groter dan de eindwaarde van de middenfase  $Q_2$ .

Een goede afschatting van de uiteindelijke bresbreedte kan worden verkregen door gebruik te maken van de in Vgl. (7.58) en (7.61) gegeven uitdrukkingen.

## 8 Nadere analyse

### 8.1 Inleiding

Het grote voordeel van de analytische uitwerking is dat er een direct inzicht wordt verkregen in de voor de bresgroei bepalende parameters. Teneinde enig gevoel te krijgen voor de met de bresvorming samenhangende parameters is in het volgende een voorbeeld nader uitgewerkt.

### 8.2 Definitie voorbeeld

Er is als voorbeeld uitgegaan van een polder van  $A_p = 15.000$  ha =  $150 \cdot 10^6$  m<sup>2</sup> met het bodemniveau op  $z_p = 0$  m.

Voor het buitenwater is gekozen voor een constante buitenwaterstand van  $H = 3$  m, waarmee dus  $\hat{d} = 3$  m. Uitgaande van een dieptebegrenzing op het polderniveau is de waterstand in de polder op  $t = t_2$  dus gelijk aan  $d_p(t_2) = 2$  m.

Voor deze gegevens kan (voor  $m = 1$ ) de grootte van het specifieke debiet worden berekend, resulterend in  $\hat{q} = 8,86$  m<sup>3</sup>/m<sup>1</sup>/s =  $31,89 \cdot 10^3$  m<sup>3</sup>/m<sup>1</sup>/uur.

De grootte van de initiële bres bedraagt  $B_1 = 12$  m.

Bij de verdere uitwerking is gekozen voor een eenzijdige groeisnelheid van  $\beta_2 = 5$  m/uur.

### 8.3 Ontwikkeling breedtegroei

Uit de gegeven vergelijkingen is voor zowel de middenfase als de eindfase de te ontwikkelen van de bres nu eenvoudig te berekenen.

Substitutie van de benodigde getalswaarden levert de middenfase verbonden tijdsduur welke  $\Delta t_2 = 42,19$  uur = 1,75 dag. De toename in de bresbreedte bedraagt  $\Delta B_2 = 422$  m, waarmee de totale breedte na de middenfase gelijk wordt aan  $B_2 = 434$  m.

De referentietijd  $t_*$  benodigd voor de uitwerking van de ontwikkeling in de eindfase bedraagt  $t_* = 12,51$  uur. Dit levert een bovengrens van de tijdsduur van deze fase welke gelijk is aan  $\Delta t_{3max} = 16,48$  uur.

Verder volgt  $\Delta B_3^* = 125$  m en dus  $\Delta B_3^*/B_2 = 0,288$ . De exacte oplossing voor de minimale tijdsduur levert  $\Delta t_{3min} = 1,1323 t^*$  en daarmee een tijdsreductie van  $\Delta t_{3min}/\Delta t_{3max} = 0,860$ . De ondergrens voor de tijdsduur van de eindfase is dus  $\Delta t_{3min} = 14,16$  uur.

Voor de maximaal te verwachten toename in de bresbreedte wordt na substitutie gevonden  $\Delta B_{3max} = 141$  m.

Uitwerkingen voor de betere schattingen van de eindbreedte (voor snelheidsmacht  $N = 3$ ) resulteert respectievelijk in  $\Delta B_3^{--} = 27$  m en  $\Delta B_3^{++} = 41$  m.

Een spreiding van een factor 10 in de (onbekende)  $\beta_2$ -waarde resulteert in een spreiding van  $\sqrt{10} \approx 3,16$  in zowel de bresbreedte als de tijdsduur.

## 8.4 Bresdebiet

De maximale grootte van het bresdebiet is in goede benadering gelijk aan het debiet op het eind van de middenfase. Dit bedraagt  $Q_{max} \approx Q_2 = 13,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{uur} = 3842 \text{ m}^3/\text{s}$ .

De grootte van dit debiet hangt sterk af van de breedtegroeisnelheid en natuurlijk van het specifieke debiet.

## 8.5 Binnenwaterstand

De maximale stijgsnelheid bedraagt voor het beschouwde geval 0,092 m/uur en is eveneens sterk afhankelijk van de breedtegroeisnelheid en het specifieke debiet.

De maximale inundatiediepte is natuurlijk gelijk aan de buitenwaterstand.

## 8.6 Conclusies

De grootte van de  $\beta$ - en  $\hat{q}$ -waarde bepalen in hoge mate het verloop van de bresgroei alsmede die van het daarmee samenhangende totale debiet en de binnenwaterstand.

## 9 Mathematische uitwerking

### 9.1 Inleiding

Een mathematische uitwerking van de vergelijkingen voor het specifieke instroomdebiet en de breedtegroeisnelheid volgens Vgl. (7.2), laat (voor een gegeven  $\beta_2$ -waarde) de berekening van de ontwikkeling van de bresbreedte, het instroomdebiet en de binnenwaterstand toe. In het volgende is deze uitwerking gebruikt om de uitkomsten van de analytische oplossing te toetsen.

De toepassing van het BREACH1D-model voor een situatie met variërende buitenwaterstand komt in Paragraaf 9.7 aan de orde.

### 9.2 Uitgangspunten

Voor de berekeningen zijn dezelfde randvoorwaarden gebruikt als voor de analytische uitwerking. De exacte oplossing voor  $N = 3$  is aangeduid met som "M3". Een afschatting van de boven en ondergrens is verkregen door respectievelijk  $N = 0$  en  $N = 10$  als snelheidsmacht op te geven (som "M1" en "M2").

Voor de resultaten van de uitgevoerde berekeningen wordt verwezen naar Figuur A1.

### 9.3 Ontwikkeling breedtegroei

De berekende breedtegroei in de middenfase is overeenkomstig de analytische oplossing. In de eindfase zijn drie verschillende lijnen zichtbaar, waarbij de verwachte relatie is aangegeven met een getrokken lijn. De resultaten van de boven- en ondergrensbenadering zijn overeenkomstig die van de analytische oplossing.

### 9.4 Bresdebiet

De grootte van het bresdebiet in de middenfase is overeenkomstig. Het maximale debiet is iets groter dan de  $Q_2$ -waarde. Door dat het oppervlak onder de  $Q(t)$ -kromme voor alle drie berekeningen gelijk is wordt slechts weinig spreiding gevonden in de eindtijd. De afhankelijkheid van de snelheidsmacht (voor gegeven  $\beta_2$ -waarde !) is dus gering.

### 9.5 Binnenwaterstand

Het verloop van binnenwaterstand is (voor gegeven  $\beta_2$ -waarde !) nauwelijks afhankelijk van de snelheidsmacht.

## 9.6 Vergelijking met RAMP-model

Ter vergelijking zijn ook de resultaten van het RAMP-model toegevoegd. Dit model berekent het verloop van debiet en binnenwaterstand voor een gegeven verloop van de totale bresbreedte. Er wordt uitgegaan van een wortel-verloop volgens:

$$B(t) = \sqrt{\frac{t}{t_{max}}} B_{max} \quad \text{voor } \{t \leq t_{max}\}$$

en: (9.1)

$$B(t) = B_{max} \quad \text{voor } \{t > t_{max}\}$$

De resultaten voor  $B_{max} = B_2$  en  $t_{max} = t_2$  zijn in Figuur A1 toegevoegd.

De koppeling van de momentane hydraulische randvoorwaarden ontbreekt. Het berekende verloop is direct afhankelijk van de onbekende maximale waarden.

## 9.7 Effect variërende buitenwaterstand

Zoals reeds eerder vermeld laat een mathematische versie ook het doorrekenen van het effect van een meer willekeurige ontwikkeling van de buitenwaterstand toe. Een voorbeeld hiervan is gegeven in Figuur A2, waarin voor een  $\cos^2$ -achtige verhoging van de buitenwaterstand de ontwikkeling van de bresbreedte, het totale debiet en de binnenwaterstand zijn gegeven. Op het tijdstip van hoogwater, d.w.z.  $t = 10$  uur, begint de middenfase van de bresgroei (met  $B_1 = 12$  m).

Voor de gebruikte  $\beta_2$ -waarden, respectievelijk 5, 25 en 50 m/uur, worden significant afwijkende ontwikkelingen gevonden.

Nader beschouwen van bijvoorbeeld het verloop van de binnenwaterstand leert dat zowel de inundatiesnelheid als de maximale inundatiediepte in hoge mate afhankelijk zijn van de aanwezig veronderstelde breedtegroeisnelheid. Was voor het geval van een constante buitenwaterstand, conform de analytische oplossing van Vgl. (6.14/15), nog sprake van een "wortel-afhankelijkheid", in dit geval nemen beide nagenoeg recht evenredig toe met de  $\beta_2$ -waarde.

## 9.8 Conclusies

De resultaten van het mathematische model komen overeen met die van de analytische uitwerking. Voor een gegeven configuratie en buitenwaterstand hangen deze echter sterk af van de grootte van het specifieke debiet en de breedtegroeisnelheid.

De resultaten van het RAMP-model lijken vanuit fysisch oogpunt twijfelachtig.

Voor een situatie met een variërende buitenwaterstand lijkt het effect van een variatie in de  $\beta_2$  op zowel de snelheid van inundatie als de maximale inundatiediepte veel sterker aanwezig dan zou volgen voor een situatie met constante buitenwaterstand.

Gelet op het feit dat de aan een inundatie verbonden kosten bijna exponentieel toenemen met een toenemende waarde van de inundatiediepte, lijkt een grote spreiding in de inundatiewaarden onaanvaardbaar [TNO, 1990].





## 10 Conclusies en aanbevelingen

### 10.1 Conclusies

De conclusies van het uitgevoerde onderzoek kunnen puntsgewijs als volgt worden samengevat:

- De gegeven analytische uitwerking biedt inzicht in de bijdrage van elke van de parameters aan het eindresultaat (eindbreedte, tijdsduur, enz.)
- De mathematische uitwerking levert dezelfde resultaten voor een constante buitenwaterstand, maar kan ook voor een variërende waterstand worden gebruikt.
- Het ontbreken van enige relatie tussen de hydraulische omstandigheden en de bresgroei maakt dat de resultaten van het RAMP-model met enige terughoudendheid moeten worden bekeken.
- Bij de instroming door de bres kan onderscheid worden gemaakt in twee gebieden, te weten het middendeel (met het "sturende" specifieke debiet) en twee (identieke) randsecties.
- De specifieke instroming in de middensectie (per  $m^1$  in het midden van de bres)  $\hat{q}$  hangt o.a. sterk af van de bresdiepte.
- De breedte van de bres hangt sterk af van de breedtegroeisnelheid (de  $\beta_2$ -waarde), welke in principe afhankelijk is van de hydraulische condities en de afmetingen en samenstelling van de waterkering.
- Ten opzichte van een situatie met een constante buitenwaterstand zijn de voornaamste inundatieparameters (tijdsduur, stijgsnelheid en inundatiediepte) nog gevoeliger voor variaties in  $\beta_2$  en  $\hat{q}$ .
- De afstroming in de polder heeft grote invloed op het tijdstip waarop de instroming overgaat van ongestuwd naar gestuwd ( $t_2$ ).
- Het gehele proces ligt voldoende vast bij kennis van  $\hat{q}$ ,  $\beta_2$  en  $t_2$ .
- Vervolgonderzoek dient gericht te zijn op de nadere kwantificering van deze parameters.

### 10.2 Aanbevelingen

Gezien de laatste conclusie wordt dan ook aanbevolen:

- De modellering van de instroming door de middensectie met kracht voort te zetten. De resultaten van het Scheldegoot-onderzoek en de nadere uitwerking van het hierop gebaseerde mathematisch model kunnen hieraan een belangrijke bijdrage leveren.

- De breedtegroeisnelheid als functie van o.a. de hydraulische en geometrische randvoorwaarden nader te kwantificeren. Hierdoor zal de spreiding in de eindresultaten significant kunnen worden teruggebracht. De nadere analyse van de resultaten van de Scheldebakproeven (breedtegroei) kan hieraan een belangrijke bijdrage leveren.
- De ontwikkeling van de binnenwaterstand te relateren aan meer parameters dan alleen het oppervlak van de polder en de hoeveelheid instromend water.

Nadat bovengenoemde onderwerpen nader zijn gekwantificeerd kan met de dan beschikbare nieuwe versie van het rekenmodel een betere afschatting worden gemaakt van de gevolgen van een doorbraak van een waterkering tijdens extremere omstandigheden.

Voor de uitbreiding van de rekenmodel voor toepassing met klei- i.p.v. zandlichamen, wordt in eerste instantie aanbevolen om bij deze modelversie het effect op zowel de diepte- als breedtegroei mee te nemen door gebruik te maken van nader vast te stellen reductiefactoren als in Vgl. (3.6).

Uit de vooraf vast te stellen nauwkeurigheid kan worden afgeleid in hoeverre nader onderzoek dan nog nodig is. Teneinde de verdere voortgang van het onderzoek niet te belemmeren wordt tevens aanbevolen al vast na te denken over de *gewenste nauwkeurigheid* van de bij een doorbraak van een waterkering belangrijke parameters (bijvoorbeeld: stijgsnelheid van de binnenwaterstand binnen .. m/uur, tijdstip waarop de waterdiepte in de polder van (bijv.) 1,50 m wordt overschreden binnen .. uur en maximale inundatiediepte binnen .. m).

## Literatuur

- DBW/RIZA, 1988. Stroomgatontwikkeling en inundatiedebiet; Nota 88.051, december 1988.
- DWW, 1993. Konsekwenties opheffen Slachtedijk als 2<sup>e</sup> waterkering; Nota WBA-N-91.077, (2<sup>e</sup> herziene versie), mei 1993.
- TNO, 1990. Algemene Leidraad voor de Veiligheidsbeoordeling van Waterkeringen; Nota B-90-753, december 1990.
- Waterloopkundig Laboratorium, 1992a. Bresgroei; Deel II: 2DV ontwikkeling initiële bres, Band A: Verslag modelonderzoek Scheldegoot, augustus 1992.
- Waterloopkundig Laboratorium, 1992b. Bresgroei; Deel II: 2DV ontwikkeling initiële bres, Band B: Analytisch model, augustus 1992.

## **Appendix**

Orde-van-grootte afschatting breedtegroei snelheid

In het volgende is een eerste afchatting gegeven van de grootte van de  $\beta_2$ -waarde. Hierbij is uitgegaan van een zich op een vlakke bodem bevindende 5 m hoge zanddijk (kruinbreedte 10 m en taluds 1:3). De doorsnede bedraagt  $A_{dam} = 125 \text{ m}^2$ .

Voor een buitenwaterstand van 3 m bedraagt de waterdiepte in de bres dus 2 m (ongestuwde afstroming).

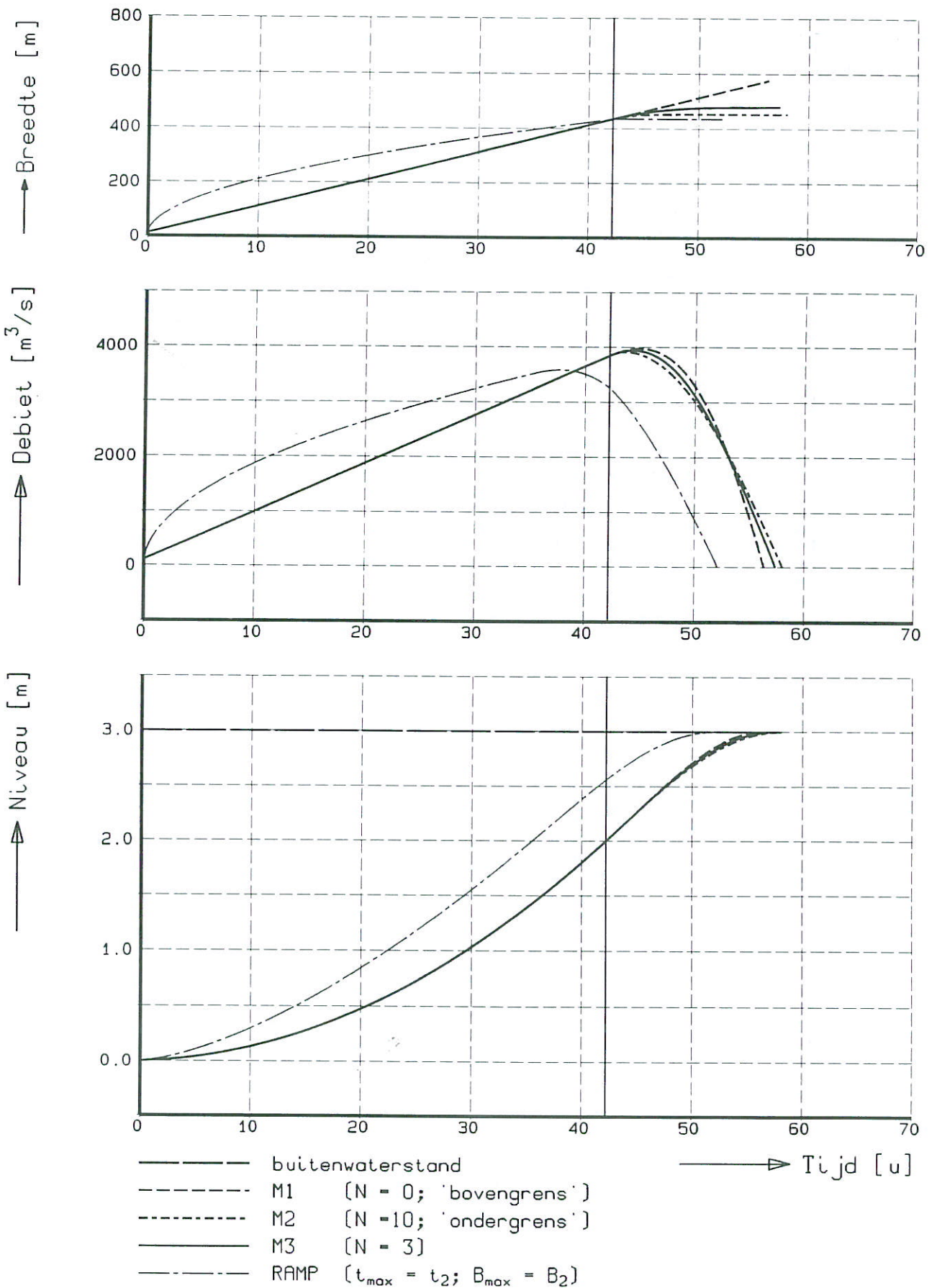
Bij deze afchatting is er van uitgegaan dat de grootte van het transport  $S$  kan worden afgeleid uit het produkt van een debiet  $Q$  en een gemiddelde sediment concentratie  $\bar{c}$ . De grootte van het (specifieke) debiet  $q$  bedraagt volgens de bekende overlaatformules afgrond  $10 \text{ m}^3/\text{m}^1/\text{s}$ . Afhankelijk van de breedte  $B$  van de zone waarin het afstromende water bijdraagt aan de erosie van de waterkering en de aanwezig veronderstelde gemiddelde concentratie kan dan de grootte van het transport worden bepaald.

Uitgaande van bijvoorbeeld  $B = 1 \text{ m}$  en dus een debiet  $Q (=Bq) =$  van  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  en een gemiddelde sedimentconcentratie  $\bar{c}$  van 1%, levert dit vervolgens een totale sedimentafvoer van  $S = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ m}^3/\text{s} = 360 \text{ m}^3/\text{uur}$ . Voor een poriënpercentage van  $p = 0,40$  resulteert verdere uitwerking vervolgens  $\beta_2 = S / (1-p)A_{dam} = 4,8 \text{ m/uur}$ , zeg 5 m/uur.

Voor de breedte van de afvoerzone  $B$  en de gemiddelde concentratie  $\bar{c}$  kunnen echter evengoed andere waarden worden ingevuld.

Concentraties in de orde van 1 tot 5 % lijken niet onwaarschijnlijk. Voor de breedte (zeg de afmeting van de zandrijke pluim aan de benedenstroomse zijde van de bres) kan gedacht worden aan 1 tot 4 m.

Aldus kunnen volgens deze benadering snelheden van orde 5 m/uur (volgens de eerdere uitwerking) tot orde 100 m/uur (voor  $B = 4 \text{ m}$  en  $\bar{c} = 5\%$ ) worden gevonden.



ONTWIKKELING WATERSTAND, DEBIET EN  
BRESBREEDTE; vaste buitenwaterstand

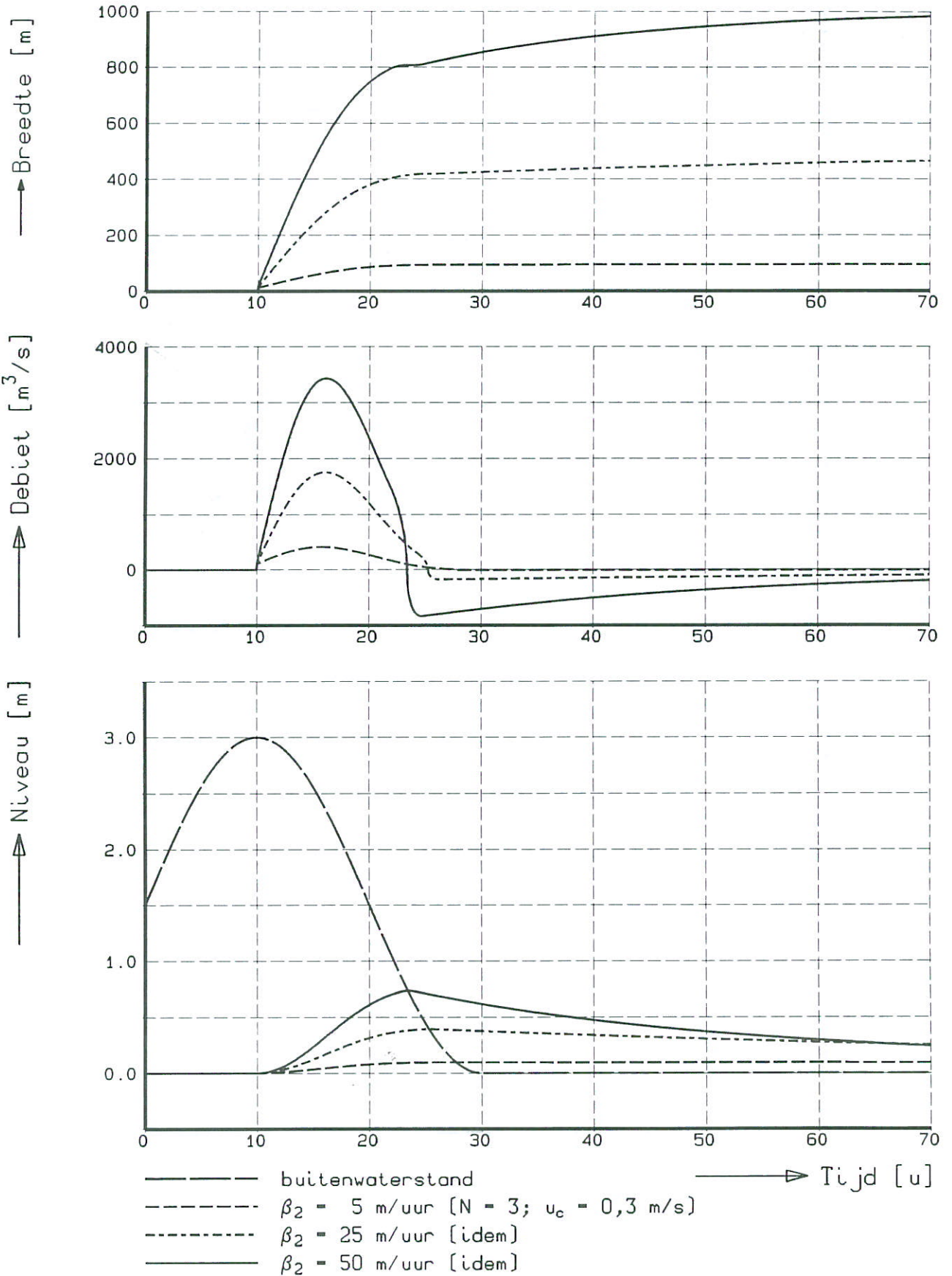
BREACH1D

$\beta_2 = 5 \text{ m/uur}$

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H1242-IV

FIG. A1



ONTWIKKELING WATERSTAND, DEBIET EN BRESBREEDTE; var. buitenwaterstand

BREACH1D

diverse  $\beta_2$ -waarden

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H1242-IV

FIG. A2





**hoofdkantoor**  
Rotterdamseweg 185  
postbus 177  
2600 MH Delft  
telefoon (015) 56 93 53  
telefax (015) 61 96 74  
telex 38176 hydnl-nl

**locatie 'De Voorst'**  
Voorsterweg 28, Marknesse  
postbus 152  
8300 AD Emmeloord  
telefoon (05274) 29 22  
telefax (05274) 35 73  
telex 42290 hylvo-nl

