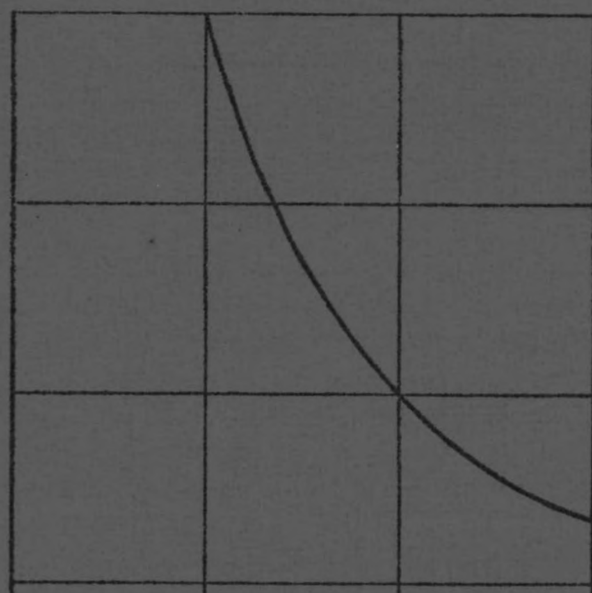
Technische Hogeschool Delft

Afdeling Civiele Techniek

Bijlagen

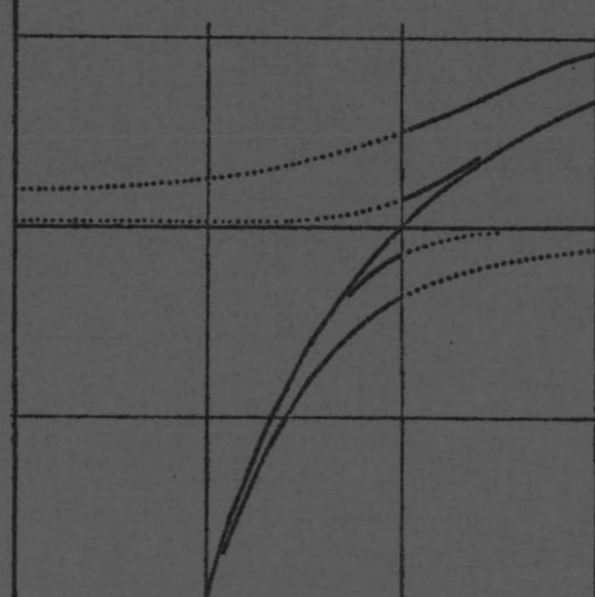


Afstudeeronderwerp

Legen van een zandvang

H.J. van Ieperen

Bijlagen



Juli 1979

LEGEN VAN EEN ZANDVANG
BIJLAGEN

H.J. van Ieperen

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling Civiele Techniek
Vakgroep Vloeistofmechanica

Bijlagen

BC.22

BIJLAGE 1.1

SPOELINRICHTINGEN IN IRRIGATIEKANALEN I

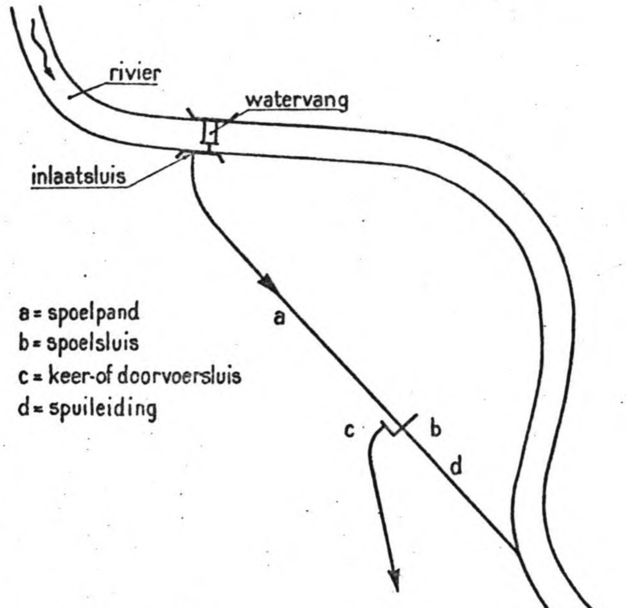


Fig. 1
Schematische situatie.

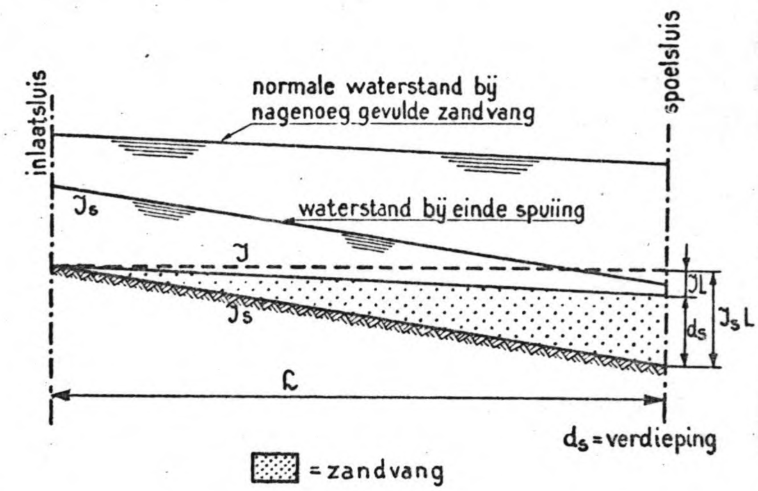


Fig. 2
Schematisch lengteprofiel.

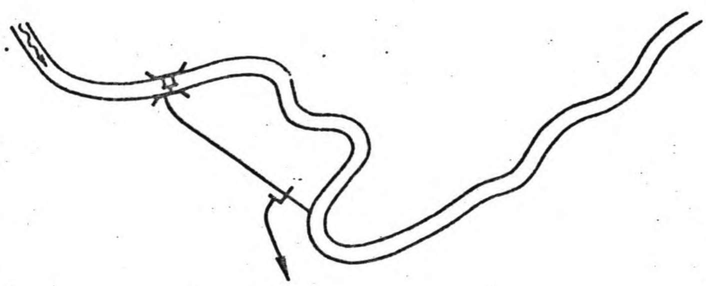


Fig. 3
Voorbeeld van feitelijk te korte zandvang.

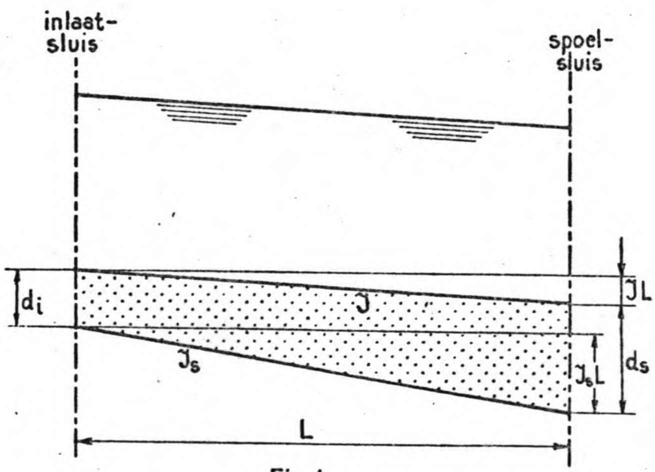
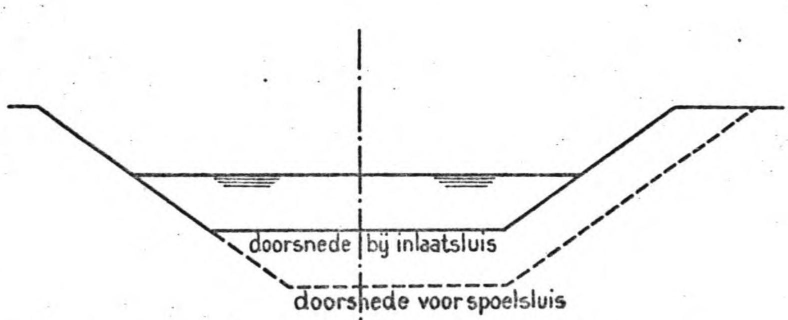


Fig. 4
Oplossing, waarbij de zandvang reeds bij de inlaatsluis een zekere diepte heeft.



Oplossing met verlenging van de taluds | Oplossing, waarbij zandvang over gehele lengte de zelfde breedte behoudt

Fig.5

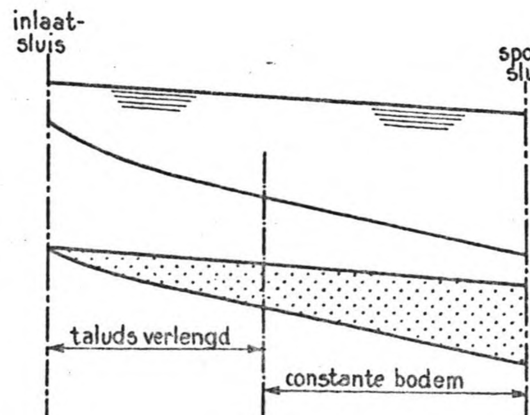


Fig. 6
Combinatie-oplossing (lengteprofiel)

Technische Hogeschool
Afd. Weg-en Waterbouwkunde
IRRIGATIE

BC 23

SPOELINRICHTINGEN IN IRRIGATIEKANALEN II

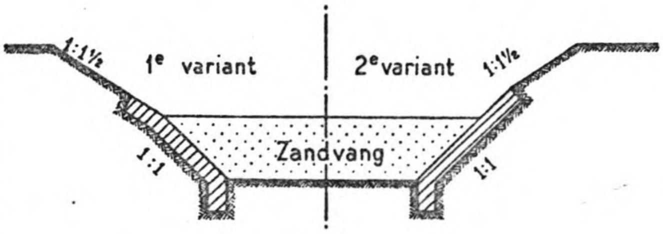


Fig. 7
Zandvang kan steilere taluds hebben, aangezien wanden steeds bekleed zijn.

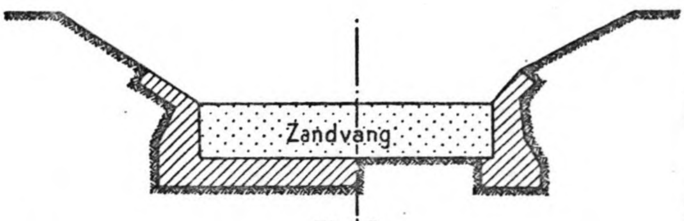


Fig. 8
Zandvang begrensd door verticale keermuurtjes, al of niet met bodembemetseling.

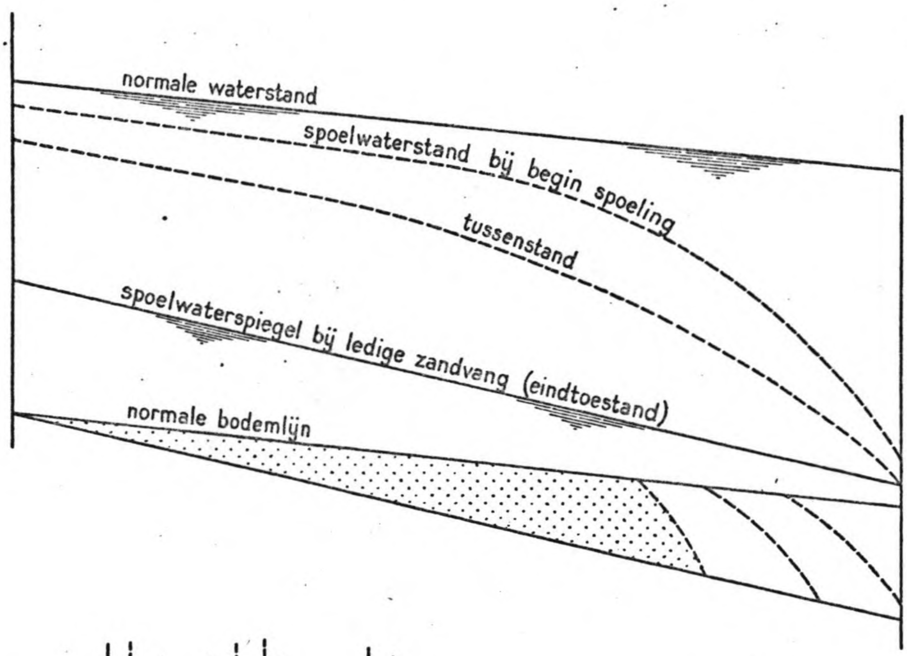


Fig. 9
Gang van zaken tijdens het spoelen

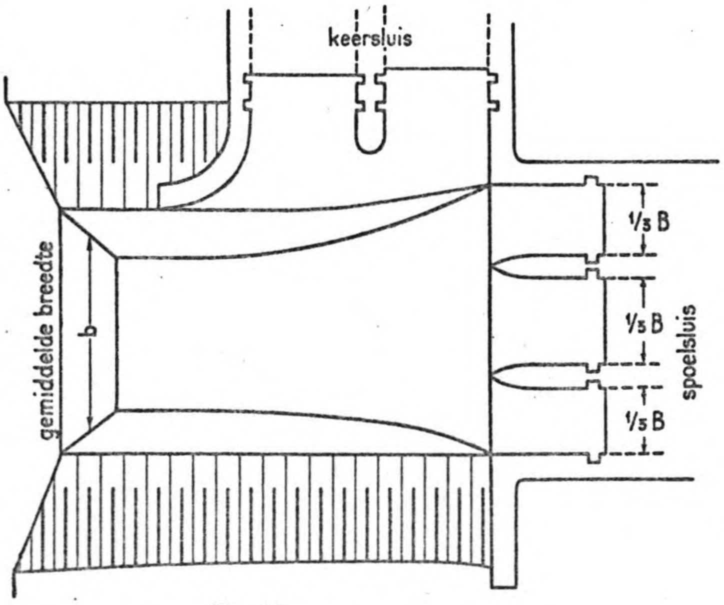


Fig. 10
Spoelsluis in het verlengde van het spoelpand

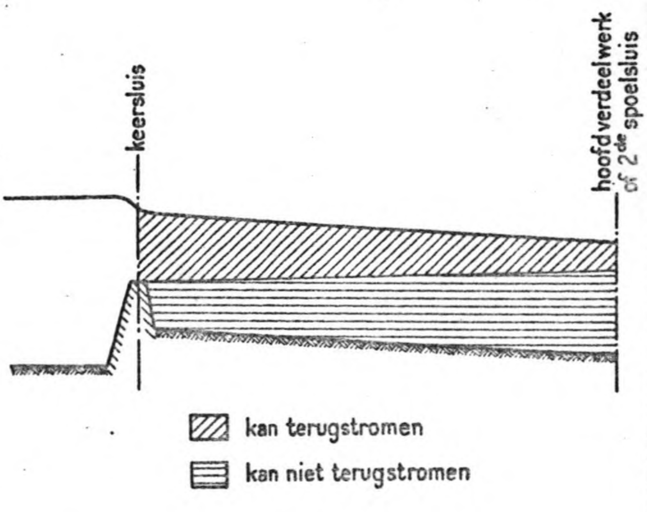
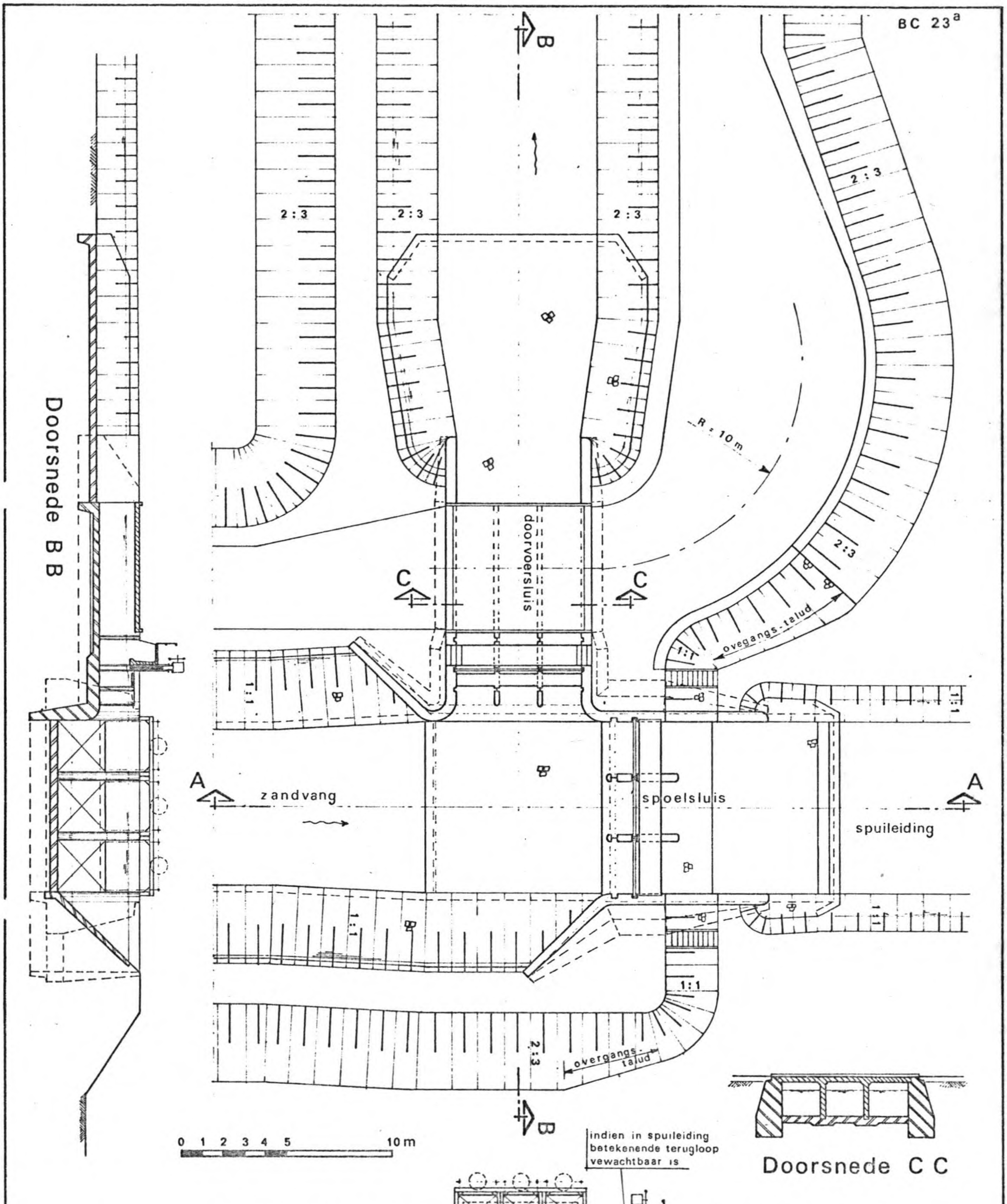


Fig. 11
Schematisch lengteprofiel over hoofdkanaal achter een keersluis, die als overlaat is ingericht.

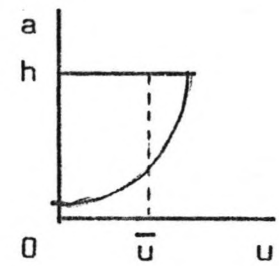

BC 23a
Doorsnede BB
2 : 3
R = 10 m
doorvoersluis
ovegangs-talud
1:1
zandvang
spoelsluis
spuileiding
overgangs-talud
0 1 2 3 4 5 10 m
indien in spuileiding betekenende terugloop vewachtbaar is
Doorsnede CC
Doorsnede AA
LEGENDA
metselwerk
gew. beton
steenzetting
aanzicht steenz.
aanz. metselw.
Voorbeeld v.e. spoelcomplex
TH Delft
Afd. W en W : IRRIGATIE
691218

BIJLAGE 1.2

<u>Bepaling van de coëfficient van Chezy met de logaritmische snelheidsverdeling en vergelijking met de ruwheid volgens Strickler.</u>

Logaritmische snelheidsverdeling: $u = \frac{u_*}{\varkappa} . \ln \frac{a}{a_0}$ (1)

de gemiddelde snelheid $\bar{u}$ wordt nu:



$$\bar{u} = \frac{1}{h-a_0} . \int_{a_0}^{h} u \, da$$

$$= \frac{a_0}{h-a_0} . \frac{u_*}{\varkappa} . \left\{ \frac{h}{a_0} . \ln \frac{h}{a_0} - \frac{h}{a_0} + 1 \right\}$$

vanwege $h \gg a_0$ geldt:

$$\bar{u} \approx \frac{u_*}{\varkappa} \left\{ \ln \frac{h}{a_0} - 1 \right\} \quad (2)$$

Stel dat voor $a = a_1$ geldt $u = \bar{u}$ dan volgt uit (1) en (2) dat $a_1 = h/e$ met $e = 2.718...$

dus $\bar{u} = \frac{u_*}{\varkappa} . \ln \frac{h/e}{a_0}$ (3)

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u} = C . \sqrt{h.i} \\ u_* = \sqrt{g.h.i} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{u} = \frac{C}{\sqrt{g}} . u_* \quad (4)$$

Uit (3) en (4) volgt dat $C = \frac{\sqrt{g}}{\varkappa} . \ln \frac{h/e}{a_0}$

Stel $a_0 = \frac{k_N}{30.2} = \frac{d_{90}}{30.2}$ (ruwheid volgens Nikuradse)

dan $C = \frac{\sqrt{g}}{\varkappa} . \ln \frac{30.2 \, h}{d_{90} \, e}$

$$= \frac{\sqrt{9.812}}{0.4} \left\{ \ln \frac{h}{d_{90}} + 2.47 \right\}$$

$$= 18 . \log \frac{12 \, h}{d_{90}}$$

Vergelijking met $\bar{u} = k_s . h^{2/3} . i^{1/2} = k_s . \frac{h^{1/6}}{\sqrt{g}} . u_*$

De coëfficient k_s kan geschreven worden als (lit. 1.2)

$$k_s = \frac{1}{0.04168 \, d_{65}^{1/6}} = 21.5 \left(\frac{1}{k_N} \right)^{1/6}$$

waaruit volgt dat $\bar{u} = 21.5 \left(\frac{h}{k_N}\right)^{1/6} . h^{1/2} . i^{1/2}$

Vergelijking door berekening geeft nu:

h/k_N	$21.5 \times (h/k_N)^{1/6}$	$18 \times \log 12\ h/k_N$
10^4	99.84	91.43
10^3	68.02	73.43
10^2	46.34	55.43
10^1	31.57	37.42

BIJLAGE 2.1

Theorie van de karakteristieke methode.

Het proces dat zich afspeelt in een zandvang tijdens het legen kan beschreven worden door drie partiële differentiaalvergelijkingen (P.D.V.'n). De drie vergelijkingen zijn:

1. de bewegingsvergelijking
2. de continuïteitsvergelijking voor water en sediment
3. de continuïteitsvergelijking voor het sediment.

De drie samen vormen de basisvergelijkingen met drie afhankelijke variabelen, te weten:

1. stroomsnelheid u
2. waterdiepte a
3. bodemhoogte z

en twee onafhankelijke variabelen, namelijk:

1. plaatscoördinaat x
2. tijdstip t.

In het onderstaande zal aangegeven worden hoe met behulp van de karakteristieke methode de afhankelijke variabelen in het algemeen bepaald kunnen worden. De grondbegrippen die van belang zijn zullen daarbij ter sprake komen, voor het overige wordt verwezen naar de literatuur (lit. 2.8 t/m 2.12).

De genoemde P.D.V.'n kunnen in zijn algemene vorm geschreven worden als:

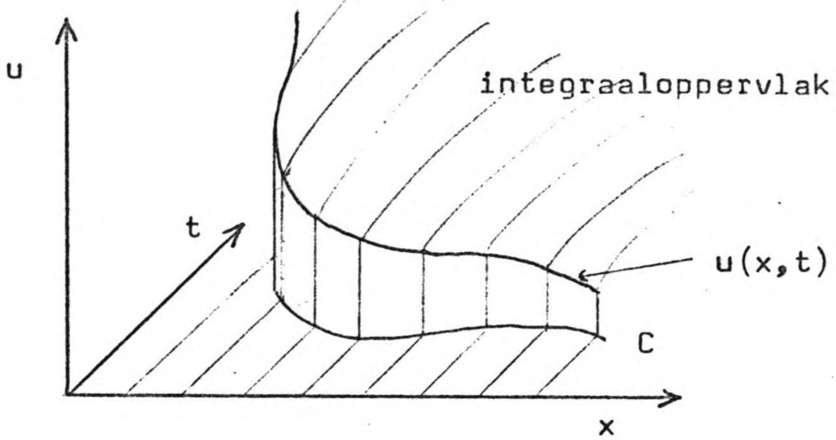
$$A_1\frac{\partial u}{\partial t} + B_1\frac{\partial u}{\partial x} + C_1\frac{\partial a}{\partial t} + D_1\frac{\partial a}{\partial x} + E_1\frac{\partial z}{\partial t} + F_1\frac{\partial z}{\partial x} = G_1 \qquad (1)$$

$$A_2\frac{\partial u}{\partial t} + B_2\frac{\partial u}{\partial x} + C_2\frac{\partial a}{\partial t} + D_2\frac{\partial a}{\partial x} + E_2\frac{\partial z}{\partial t} + F_2\frac{\partial z}{\partial x} = G_2 \qquad (2)$$

$$A_3\frac{\partial u}{\partial t} + B_3\frac{\partial u}{\partial x} + C_3\frac{\partial a}{\partial t} + D_3\frac{\partial a}{\partial x} + E_3\frac{\partial z}{\partial t} + F_3\frac{\partial z}{\partial x} = G_3 \qquad (3)$$

Als de coëfficienten A t/m F en het rechterlid G wel functies zijn van x en t of van u, a en z maar niet van de afgeleiden u_t, u_x, a_t, a_x, z_t of z_x dan spreken we van een stelsel quasi-lineaire P.D.V.'n. Om een zinvol probleem te kunnen formuleren moeten de functies $u(x,t)$, $a(x,t)$ en $z(x,t)$ voorgeschreven worden op een beginkromme C in het x,t-vlak. Oplossen van het stelsel P.D.V.'n wil nu zeggen het bepalen van de integraaloppervlakken die op de kromme C de voorgeschreven waarden aannemen.

In onderstaand figuur is dit weergegeven voor de snelheid u.



De afgeleiden van u, a en z naar x en t vormen samen zes onbekenden. Voor het oplossen wordt verder nog gebruik gemaakt van de uitdrukkingen voor de totale differentialen wat drie vergelijkingen toevoegt aan de drie bovengenoemde vergelijkingen.

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}.dt + \frac{\partial u}{\partial x}.dx \qquad (4)$$

$$da = \frac{\partial a}{\partial t}.dt + \frac{\partial a}{\partial x}.dx \qquad (5)$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial t}.dt + \frac{\partial z}{\partial x}.dx \qquad (6)$$

Het stelsel vergelijkingen (1) t/m (6) kan in matrix vorm als volgt geschreven worden:

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 & E_1 & F_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 & E_2 & F_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 & E_3 & F_3 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_t \\ u_x \\ a_t \\ a_x \\ z_t \\ z_x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$D \quad . \quad \vec{v} = \vec{w}$$

Als $D \neq 0$ is het stelsel éénduidig oplosbaar waarbij de partiële afgeleiden van u, a en z bepaald kunnen worden volgens $u_t = D_I/D$ enz. (regel van Cramer), waarbij D_I de determinant voorstelt waarin de eerste kolom van de hoofdde-

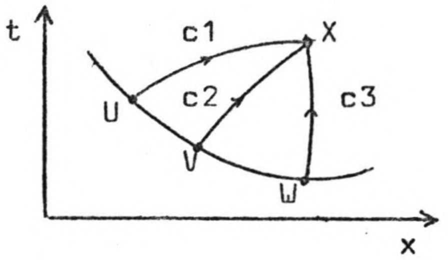
terminant D vervangen is door het rechterlid.
Als $D = 0$ is er geen oplossing, tenzij ook D_I (en daarmee ook de overige determinanten D_{II} t/m D_{VI}) gelijk aan nul is. In dat geval zijn er oneindig veel oplossingen voor de afgeleiden.
Het stellen van $D = 0$ geeft een derde-graadsvergelijking in dt en dx, de karakteristieke vergelijking, in de vorm:

$$Kdx^3 + Ldx^2dt + Mdxdt^2 + Ndt^3 = 0 \qquad (7)$$

Een kromme die in ieder punt aan deze vergelijking voldoet wordt karakteristiek genoemd en in het bijzondere geval dat de kromme geheel in het x,t-vlak ligt wordt ze grondkarakteristiek (of ook subkarakteristiek) genoemd.
Vergelijking (7) heeft drie oplossingen waardoor er in ieder willekeurig punt in de x,t,u,a,z-ruimte drie karakteristieken gaan.
Langs elke karakteristiek geldt in het geval van oneindig veel oplossingen dat $D_I = 0$, wat in het algemeen een vergelijking geeft van de vorm:

$$Pdu + Qda + Rdz = Sdt \qquad (8)$$

Dit is de compatibiliteitsvoorwaarde, waarbij de coëfficienten P, Q, R en S nog een functie kunnen zijn van dx en dt.
Vergelijking (8) is een gewone differentiaalvergelijking die langs numerieke weg (in combinatie met (7)) opgelost kan worden.
Hierdoor kunnen uitgaande van de beginkromme C de integraaloppervlakken bepaald worden zonder de afgeleiden u, a en z naar x en t te berekenen. De beginkromme C wordt in het algemeen gevormd door de beginvoorwaarden d.w.z. u, a en z gegeven als functie van plaats op het tijdstip $t = 0$, en randvoorwaarden d.w.z. u, a en z gegeven als functie van tijd op een zekere plaats.
De partiële afgeleiden kunnen vanwege het onbepaald zijn, in een punt van de karakteristiek verschillende waarden aannemen. Discontinuïteiten in de bodem of waterspiegel planten zich dan ook voort langs een karakteristiek.



In het punt X kunnen u, a en z nu als volgt bepaald worden: de karakteristieken c1, c2 en c3 voldoen aan vergelijking (7) en snijden de beginkromme C in resp. U, V en W. Langs alle drie de karakteristieken geldt vergelijking (8) die met eindige differenties geschreven kan worden als:

$$P \; u + Q \; a + R \; z = S \; t \tag{9}$$

zodat we krijgen langs c1:

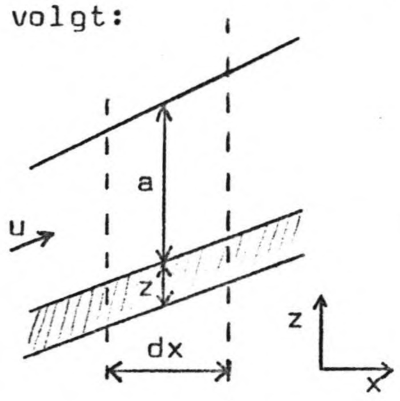
$$P_1 . (u_X - u_U) + Q_1 . (a_X - a_U) + R_1 . (z_X - z_U) = S_1 . (t_X - t_U) \tag{10}$$

Idem langs c2 en c3 , zodat er drie vergelijkingen zijn met als drie onbekenden u_X, a_X en z_X die daarmee bepaald kunnen worden.

BIJLAGE 2.2

Afleiding van de continuïteitsvergelijkingen.

De afleiding van de contnuïteitsvergelijking die betrekking heeft op water met een zekere concentratie sediment, is als volgt:



u = snelheid in m/s

a = waterdiepte in m

c = sedimentgehalte

Δ = poriëngehalte van het sediment in bezonken toestand

p = 1-Δ = volume vaste stof per volume bezonken sediment.

Beschouw een gebiedje met lengte dx, er geldt:

in = uit + berging in een tijd dt.

Hoeveelheid	water	dat	naar	binnen	stroomt:	$u.a.(1-c)$
"	"	"	"	buiten	"	: $u.a.(1-c) + \dfrac{\partial u.a.(1-c)}{\partial x}.dx$
"	sediment	"	"	binnen	"	: $u.a.c$
"	"	"	"	buiten	"	: $u.a.c + \dfrac{\partial u.a.c}{\partial x}.dx$

Tijdstip t, hoeveelheid water: $(1-c).a.dx + (1-p).z.dx$

sediment: $c\ .a.dx + p\ .z.dx$

Tijdstip t+dt, hoeveelheid water:

$$\left\{1-(c+\frac{\partial c}{\partial t}.dt)\right\}.\left\{a+\frac{\partial a}{\partial t}.dt\right\}.dx + (1-p).\left\{z+\frac{\partial z}{\partial t}.dt\right\}.dx$$

hoeveelheid sediment:

$$(c+\frac{\partial c}{\partial t}.dt).(a+\frac{\partial a}{\partial t}.dt).dx + p.(z+\frac{\partial z}{\partial t}.dt).dx$$

Toeneming van de geborgen hoeveelheid in dt,

water $\left\{(1-c).\frac{\partial a}{\partial t} - a.\frac{\partial c}{\partial t} + (1-p).\frac{\partial z}{\partial t}\right\}.dt.dx$

sediment $\left\{\ c\ .\frac{\partial a}{\partial t} + a.\frac{\partial c}{\partial t} + \ p\ .\frac{\partial z}{\partial t}\right\}.dt.dx$

De continuïteitsvergelijking voor het water wordt nu:

$$\frac{\partial u.a.(1-c)}{\partial x} + \frac{\partial a.(1-c)}{\partial t} + (1-p).\frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

en de continuïteitsvergelijking voor het sediment:

$$\frac{\partial u.a.c}{\partial x} + \frac{\partial a.c}{\partial t} + p.\frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

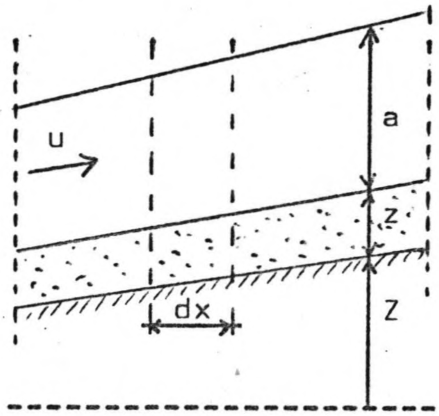
Optellen van deze vergelijkingen geeft de continuïteitsvergelijking voor water en sediment tezamen:

$$\frac{\partial u.a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

BIJLAGE 2.3

Afleiding van de bewegingsvergelijking.

De afleiding van de bewegingsvergelijking is als volgt: voor een gebiedje dx geldt dat de som van alle krachten gelijk is aan de verandering van hoeveelheid beweging per tijdseenheid, $F = \frac{d(m.u)}{dt}$



De krachten zijn:

t.g.v. drukverschil $F_1 = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\gamma_m \cdot a^2}{2}\right) \cdot dx$

$$= -\left[\gamma_m \cdot a \cdot \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\partial \gamma_m}{\partial x}\right] \cdot dx$$

vanwege $\gamma_m = c \cdot \gamma_s + (1-c) \cdot \gamma_w = c \cdot (\gamma_s - \gamma_w) + \gamma_w$

en $\frac{\partial \gamma_m}{\partial x} = (\gamma_s - \gamma_w) \cdot \frac{\partial c}{\partial x}$ geldt,

$$F_1 = -\left[\gamma_m \cdot a \cdot \frac{\partial a}{\partial x} + (\gamma_s - \gamma_w) \cdot a^2 \cdot \frac{\partial c}{\partial x}\right] \cdot dx$$

t.g.v. x-component van de zwaartekracht (hydr. drukverdeling)

$$F_2 = -\gamma_m \cdot a \cdot \frac{\partial (Z+z)}{\partial x} \cdot dx$$

$$= +\gamma_m \cdot a \cdot i_o \cdot dx - \gamma_m \cdot a \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx$$

t.g.v. schuifspanning

$$F_3 = -\tau \cdot dx$$

Verandering van hoeveelheid beweging:

$$\frac{dmu}{dt} = \frac{\partial mu}{\partial t} + \frac{\partial mu}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dmu}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m.u.a.dx) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m.u^2.a).dx$$

$$\frac{dmu}{dt} = (\rho_s-\rho_w).\frac{\partial(u.a.c)}{\partial t}.dx + \rho_w.\frac{\partial(u.a)}{\partial t}.dx +$$

$$2\rho_m.u.a.\frac{\partial u}{\partial x} + u^2.\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m.a).dx$$

Uitgewerkt en met gebruikmaking van

$$\frac{\partial uac}{\partial x} = - \frac{\partial ac}{\partial t} - \frac{p\partial z}{\partial t} \quad \text{en} \quad \frac{\partial ua}{\partial x} = - \frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t}$$

(zie bijlage 2.2) volgt hieruit dat:

$$\frac{dmu}{dt} = \rho_m.a.\frac{\partial u}{\partial t}.dx + u.\left[-(\rho_s-\rho_w).p - \rho_w\right].\frac{\partial z}{\partial t}.dx +$$

$$\rho_m.u.a.\frac{\partial u}{\partial x}.dx$$

$F_1 + F_2 + F_3 = \frac{dmu}{dt}$ geeft na deling door $\rho_m.a.dx = \frac{\gamma_m}{g}.a.dx$:

$$-\frac{g\partial a}{\partial x} - \frac{g(\gamma s - \gamma w)}{\gamma_m}.\frac{a}{2}.\frac{\partial c}{\partial x} + gi_o - \frac{g\partial z}{\partial x} - g\frac{\tau}{\gamma_m a} =$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a}.\left[\frac{-p\rho_s - (1-p)\rho_w}{\rho_m}\right].\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{u\partial u}{\partial x}$$

of

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u\partial u}{\partial x} + \frac{g\partial a}{\partial x} + \frac{g\partial z}{\partial x} + \frac{g(\gamma s - \gamma w)}{\gamma m}.\frac{a}{2}.\frac{\partial c}{\partial x} -$$

$$\left[\frac{p\gamma_s + (1-p)\gamma_w}{\gamma m}\right].\frac{u}{a}.\frac{\partial z}{\partial x} = gi_o - g\frac{\tau}{\gamma_m a}$$

BIJLAGE 2.4

<u>Uitwerking van de determinant D=0.</u>

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta u & 0 & g & 0 & g \\ 0 & \gamma a & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ 0 & A & 0 & B & 1 & 0 \\ dt & dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} =$$

$$+\alpha \begin{vmatrix} \gamma a & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ A & 0 & B & 1 & 0 \\ dx & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} - dt \begin{vmatrix} \beta u & 0 & g & 0 & g \\ \gamma a & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ A & 0 & B & 1 & 0 \\ 0 & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} =$$

$$+\alpha dx \begin{vmatrix} \gamma a & \delta & \gamma u & \varepsilon \\ A & 0 & B & 1 \\ dx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & dt & dx & 0 \end{vmatrix} - \delta dt \begin{vmatrix} \beta u & g & 0 & g \\ A & B & 1 & 0 \\ 0 & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} - dt^2 \begin{vmatrix} \beta u & g & 0 & g \\ \gamma a & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ A & B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} =$$

$$-\alpha\delta dx \begin{vmatrix} A & B & 1 \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & dx & 0 \end{vmatrix} + \alpha dx dt \begin{vmatrix} \gamma a & \gamma u & \varepsilon \\ A & B & 1 \\ dx & 0 & 0 \end{vmatrix} + \delta dt \begin{vmatrix} \beta u & g & g \\ 0 & dx & 0 \\ 0 & 0 & dx \end{vmatrix}$$

$$+ dt^2 \begin{vmatrix} \beta u & g & g \\ A & B & 0 \\ 0 & dx & 0 \end{vmatrix} + g dt^2 \begin{vmatrix} \gamma a & \gamma u & \varepsilon \\ A & B & 1 \\ 0 & 0 & dt \end{vmatrix} - dx dt^2 \begin{vmatrix} \beta u & g & 0 \\ \gamma a & \gamma u & \varepsilon \\ A & B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$-\alpha.\delta.dx.dx^2$

$+\alpha.dx.dt(+\varepsilon.-B.dx - 1.-\gamma.u.dx)$

$+\delta.dt.\beta u.dx^2$

$+\delta.dt^2.g.A.dx$

$+g.dt^2(\gamma a.B.dt - A.\gamma u.dt)$

$-dx.dt^2\{-\varepsilon(\beta u.B - A.g) + (\beta u.\gamma u - \gamma a.g) = 0$

$$\Rightarrow \; -\alpha.\delta.c^3+(-\alpha.\varepsilon.B+\alpha.\gamma.u+\beta.\delta.u).c^2$$
$$+(\delta.A.g+\beta.\varepsilon.B.u-\varepsilon.A.g-\beta.\gamma.u^2+\gamma.a.g).c$$
$$+(\gamma.B.a.g-\gamma.A.g.u)=0$$

$$-\alpha.\delta.c^3+\{-\alpha.\varepsilon.B+(\alpha.\gamma+\beta.\delta).u\}c^2$$
$$\{(\delta-\varepsilon).A.g+\beta.\varepsilon.B.u-\beta.\gamma.u^2+\gamma.a.g\}.c$$
$$+(-\gamma.A.g.u+\gamma.B.a.g)=0$$

$$+\alpha.\delta.c^3+\{\alpha.\varepsilon.B-(\alpha.\gamma+\beta.\delta)u\}.\;c^2$$
$$\{\beta.\gamma.u^2-\gamma.g.a+(\varepsilon-\delta).A.g-\beta.\varepsilon.B.u\}.c$$
$$+(\gamma.g.A.u-\gamma.g.B.a)=0$$

delen door u^3 geeft:

$$\alpha.\delta.\frac{c^3}{u^3}+\left\{\alpha.\varepsilon.\frac{B}{u}-(\alpha.\gamma+\beta.\delta)\right\}.\frac{c^2}{u^2}+$$
$$\left\{\beta.\gamma-\gamma.\frac{g.a}{u^2}+(\varepsilon-\delta).\frac{g.a}{u^2}.\frac{A}{a}-\beta.\varepsilon.\frac{B}{u}\right\}.c+\left\{\gamma.\frac{g.a}{u^2}.\frac{A}{a}-\gamma.\frac{g.a}{u^2}.\frac{B}{u}\right\}=0$$

waardoor de karakteristieke vergelijking in de volgende dimensieloze vorm geschreven kan worden:

$$\alpha.\delta.\phi^3+\{\alpha.\varepsilon.\theta-(\alpha.\gamma+\beta.\delta)\}.\phi^2+$$
$$\{(\varepsilon-\delta).\psi.F^{-2}-\beta.\varepsilon.\theta+\beta.\gamma-\gamma.F^{-2}\}.\phi+\{\gamma.\psi.F^{-2}-\gamma.\theta.F^{-2}\}=0$$

met $\phi=\frac{c}{u}$, $\theta=\frac{B}{u}$, $\psi=\frac{A}{a}$, $F^2=\frac{u^2}{g.a}$.

BIJLAGE 2.5

Uitwerking van de determinant $D_{II} = 0$.

$$\begin{vmatrix} \alpha & W & 0 & g & 0 & g \\ 0 & 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 1 & 0 \\ dt & du & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & da & dt & dx & 0 & 0 \\ 0 & dz & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} =$$

$$+ \begin{vmatrix} 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & B & 1 & 0 \\ du & 0 & 0 & 0 & 0 \\ da & dt & dx & 0 & 0 \\ dz & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} - dt \begin{vmatrix} W & 0 & g & 0 & g \\ 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & B & 1 & 0 \\ da & dt & dx & 0 & 0 \\ dz & 0 & 0 & dt & dx \end{vmatrix} =$$

$$+ dx \begin{vmatrix} 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & 0 & B & 1 \\ du & 0 & 0 & 0 \\ da & dt & dx & 0 \end{vmatrix} - gdt \begin{vmatrix} 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & 0 & B & 1 \\ da & dt & dx & 0 \\ dz & 0 & 0 & dt \end{vmatrix} - dxdt \begin{vmatrix} W & 0 & g & 0 \\ 0 & \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & 0 & B & 1 \\ da & dt & dx & 0 \end{vmatrix} =$$

$$+ dudx \begin{vmatrix} \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & B & 1 \\ dt & dx & 0 \end{vmatrix} - dadx \begin{vmatrix} \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & B & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} - gdadt \begin{vmatrix} \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & B & 1 \\ 0 & 0 & dt \end{vmatrix}$$

$$+ gdzdt \begin{vmatrix} \delta & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & B & 1 \\ dt & dx & 0 \end{vmatrix} - dxdt \begin{vmatrix} W & g & 0 \\ 0 & B & 1 \\ da & dx & 0 \end{vmatrix} - dxdt^2 \begin{vmatrix} W & g & 0 \\ 0 & \gamma u & \varepsilon \\ 0 & B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$+\alpha .dudx[-\delta .dx + dt(\gamma u - B\varepsilon)]$

$-gdadt.\delta .Bdt$

$+gdzdt[-\delta .dx + dt(\gamma u - B\varepsilon)]$

$-\delta .dxdt.-1.(Wdx-gda)$

$-dxdt^2.W(\gamma u - B\varepsilon) = 0$

na deling door dt^3 wordt het volgende resultaat gevonden:

$+\alpha c(\delta c - \gamma u + \varepsilon B)du + \delta g(c + B)da + g(\delta c - \gamma u + \varepsilon B)dz =$

$c(\delta c - \gamma u + \varepsilon B)Wdt$

na delen door $a.u^3$ is de dimensieloze vorm:

$$+ \phi(\delta\phi - \gamma + \varepsilon\theta)\frac{du}{u} + \delta F^{-2}(\phi + \theta)\frac{da}{a} + F^{-2}(\delta\phi - \gamma + \varepsilon\theta)\frac{dz}{a} =$$

$$\phi(\delta\phi - \gamma + \varepsilon\theta)\ \frac{f}{8}\ \frac{u}{a}dt$$

met $f = \dfrac{8g}{C^2}$

BIJLAGE 2.6

Compatibiliteitsvoorwaarde langs dt = 0

$$\left.\begin{aligned} dt &= 0 \\ du &= \frac{\partial u}{\partial t}.dt + \frac{\partial u}{\partial x}.dx \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

zo ook $\frac{da}{dx} = \frac{\partial a}{\partial x}$ en $\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x}$.

Er geldt: $\alpha\frac{\partial u}{\partial t} + \beta u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = W$

en $\gamma u\frac{\partial a}{\partial x} + \gamma a\frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial a}{\partial t} + \delta\frac{\partial z}{\partial t} = 0$

zodat we krijgen voor de gevallen VI t/m IX:

VI $\alpha,\varepsilon=0$ $\quad u\frac{du}{dx} + g\frac{da}{dx} + g\frac{dz}{dx} = W$

VII $\delta,\varepsilon=0$ $\quad u\frac{da}{dx} + a\frac{du}{dx} = 0$

VIII $\alpha,\delta,\varepsilon=0$

$$\left.\begin{aligned} u\frac{du}{dx} + g\frac{da}{dx} + g\frac{dz}{dx} &= W \\ a\frac{du}{dx} + u\frac{da}{dx} &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left(u-\frac{ga}{u}\right)\frac{du}{dx} + g\frac{dz}{dx} = W$$

IX $\alpha,\beta,\delta,\varepsilon=0$

$$\left.\begin{aligned} g\frac{da}{dx} + g\frac{dz}{dx} &= W \\ u\frac{da}{dx} &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow g\,dz = W dx$$

BIJLAGE 2.7

Omwerking van de basisvergelijkingen tot een stelsel P.D.V.'n met dimensieloze grootheden.

Het fysisch verschijnsel (legen van een zandvang) wordt beschreven door de volgende P.D.V.'n:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = -g\frac{u^2}{C^2 a} \qquad (u \geq 0) \qquad (1)$$

$$a\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial u}.\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial a}.\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

Kiezen we als karakteristieke parameters,

$$u,\ \frac{\partial u}{\partial x},\ g,\ \frac{\partial a}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial x},\ C,\ a,\ \frac{\partial s}{\partial u},\ \frac{\partial s}{\partial a},$$

dan kunnen we de overige parameters $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial a}{\partial t}$ en $\frac{\partial z}{\partial t}$ hierin uitgedrukt worden.

In de vergelijkingen 1, 2 en 3 hebben we alleen te maken met de dimensies van lengte en tijd, waardoor twee grootheden voldoende zijn om de overige grootheden dimensieloos te maken. Gekozen is voor u en g, deze voldoen aan de voorwaarde dat er geen p,q is zodanig dat $[u]^p \times [g]^q = 1$.

De dimensieloze grootheden worden nu als volgt bepaald:

$$X_1 = u^{0}.g^{1}.\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u}{g}.\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$X_2 = u^{0}.g^{-1}.C^2 = \frac{C^2}{g} = \frac{8}{f}$$

$$X_3 = u^{-2}.g^{1}.a = \frac{g.a}{u^2} = F^{-2}$$

$$X_4 = u^{-2}.g^{1}.\frac{\partial s}{\partial u} = \frac{g}{u^2}.\frac{\partial s}{\partial u} = \psi.F^{-2} \qquad \text{met} \quad \psi = \frac{1}{a}.\frac{\partial s}{\partial u}$$

$$X_5 = u^{-1}.g^{0}.\frac{\partial s}{\partial a} = \frac{1}{u}.\frac{\partial s}{\partial a}$$

De partiële differentiaalvergelijkingen worden nu:

$$\frac{1}{g}.\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g}.\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{8}{f}.F^2$$

$$u.\frac{\partial u}{\partial x} + F^2\frac{\partial a}{\partial x} + F^2.\frac{1}{u}.\frac{\partial a}{\partial t} + F^2\frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

$$\psi F^{-2}.\frac{u}{g}.\frac{\partial u}{\partial x} + \theta.\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{1}{u}.\frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

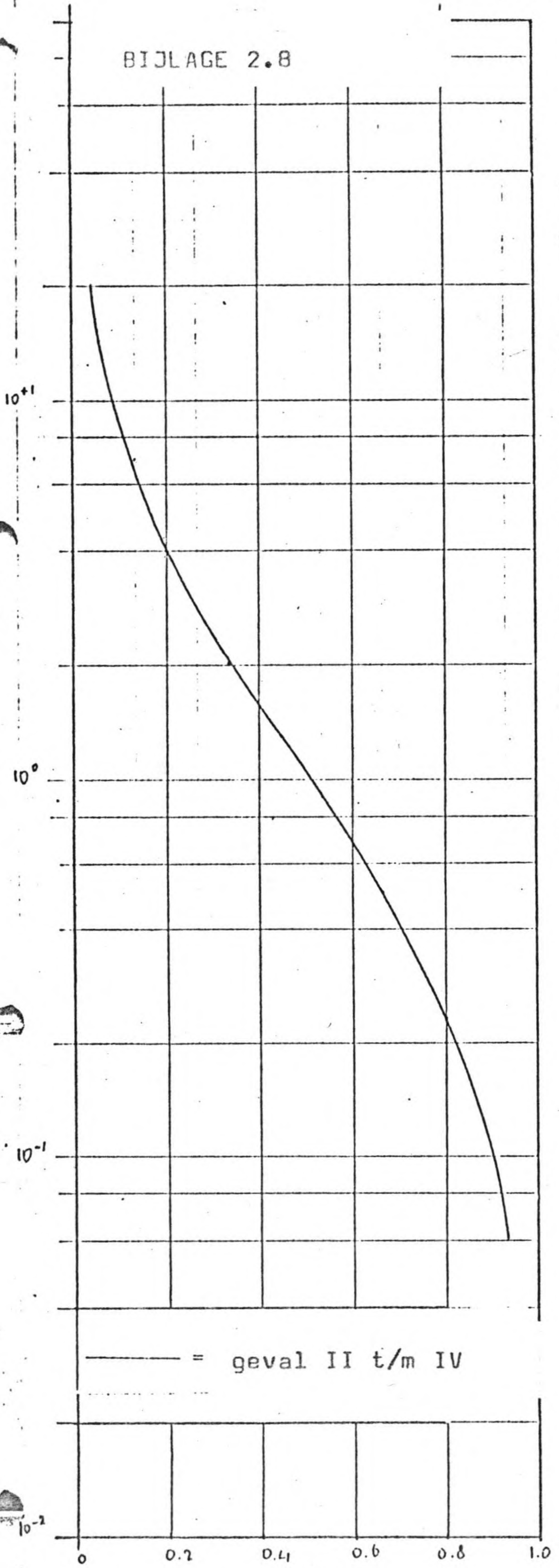
De uitdrukkingen voor de totale differentialen kunnen nu geschreven worden als:

$$\frac{1}{g}\cdot\frac{du}{dt} = \frac{1}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} \times \frac{1}{u}\cdot\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{1}{u}\cdot\frac{da}{dt} = \frac{1}{u}\cdot\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial x} \times \frac{1}{u}\cdot\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{1}{u}\cdot\frac{dz}{dt} = \frac{1}{u}\cdot\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x} \times \frac{1}{u}\cdot\frac{dx}{dt}$$

BIJLAGE 2.8



— = geval II t/m IV

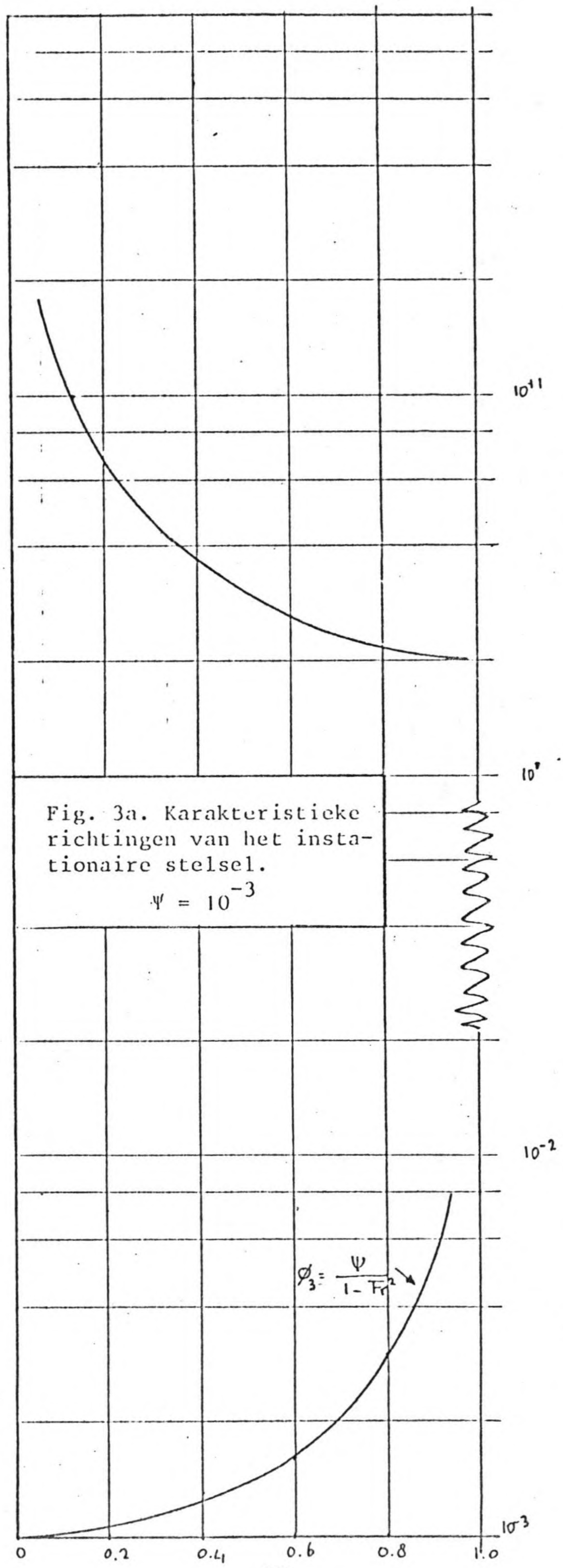


Fig. 3a. Karakteristieke richtingen van het instationaire stelsel.
$\Psi = 10^{-3}$

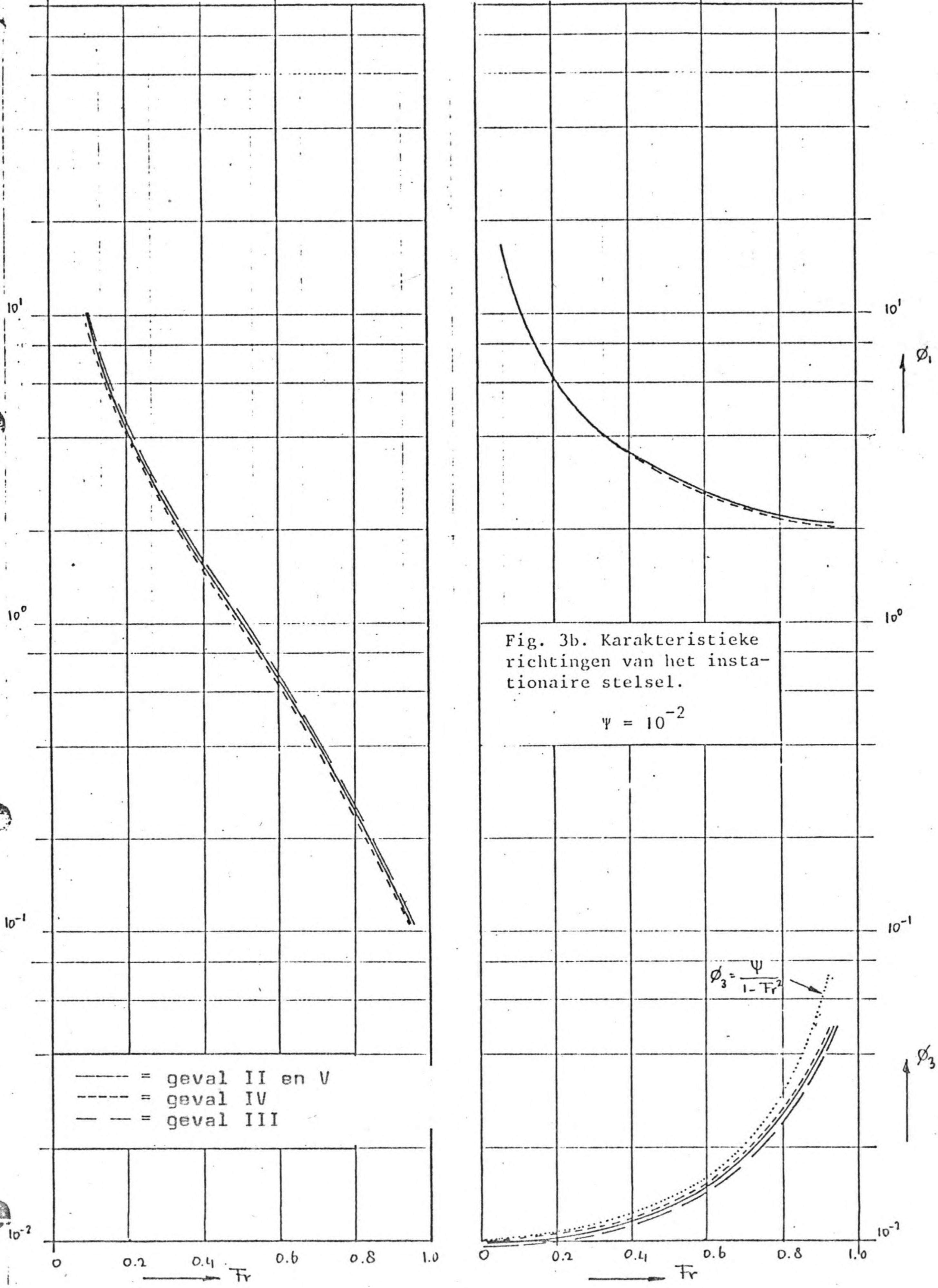


Fig. 3b. Karakteristieke richtingen van het instationaire stelsel.

$\Psi = 10^{-2}$

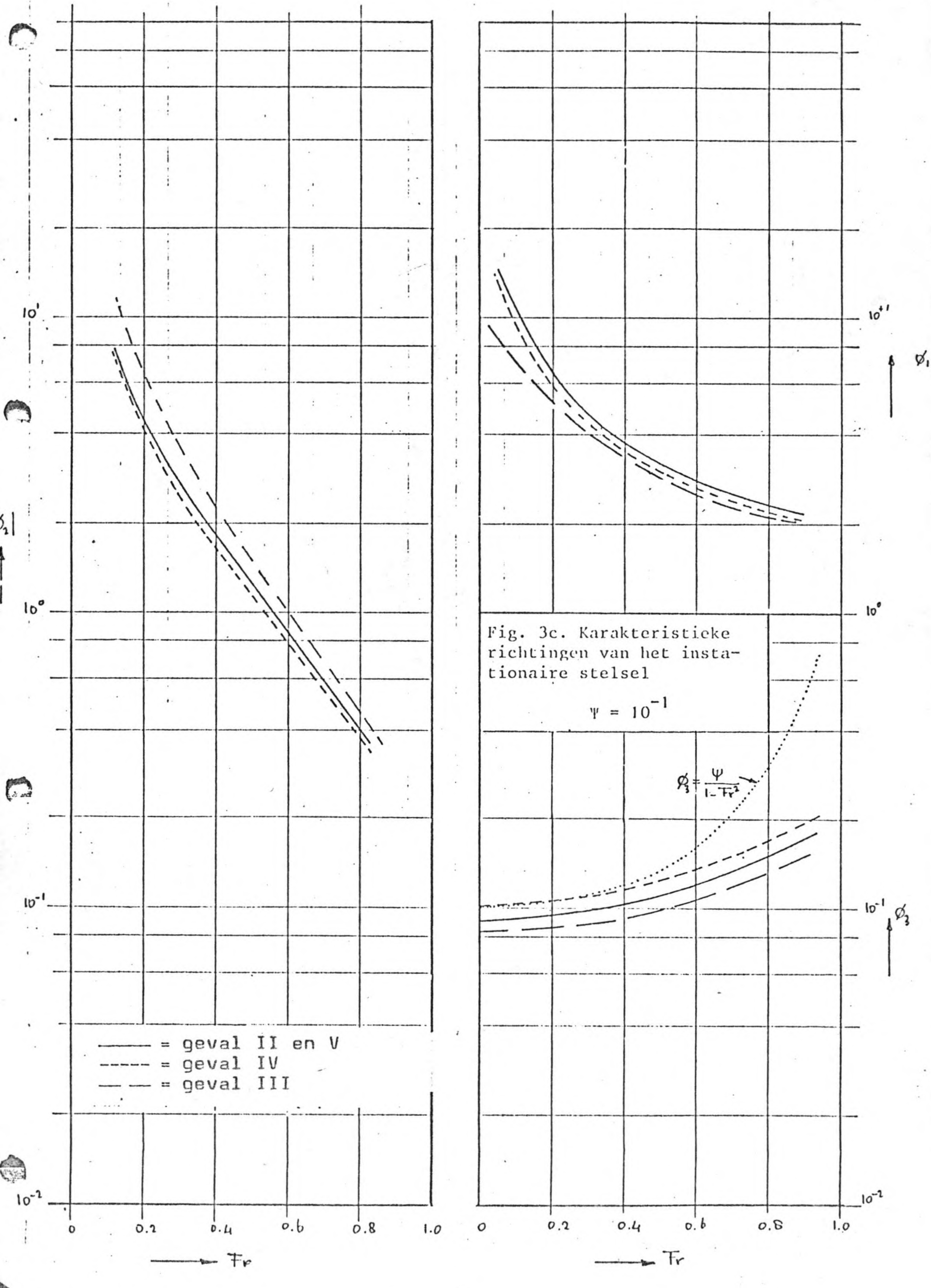


Fig. 3c. Karakteristieke richtingen van het instationaire stelsel

$\Psi = 10^{-1}$

BIJLAGE 3.1

Onderzoek naar het gedrag van de functie

$g(\phi) = \phi^3 - 2\phi^2 + (1-F^{-2})\phi + \psi F^{-2}$

Het is belangrijk om te weten of de vergelijking $g(\phi) = 0$ voor verschillende waarden van het Froude-getal steeds drie reële oplossingen heeft, immers alleen dan is de karakteristieke methode te gebruiken. We hebben dan wat de oorspronkelijke basisvergelijkingen betreft te maken met een hyperbolisch stelsel. Verder kan ook nagegaan worden hoe de karakteristieke richtingen veranderen als het Froude-getal verandert.

Om het verloop van $g(\phi)$ te kunnen schetsen moeten de extremen en de buigpunten bepaald worden.

$$g(\phi) = \phi^3 - 2\phi^2 + (1-F^{-2})\phi + \psi F^{-2}$$

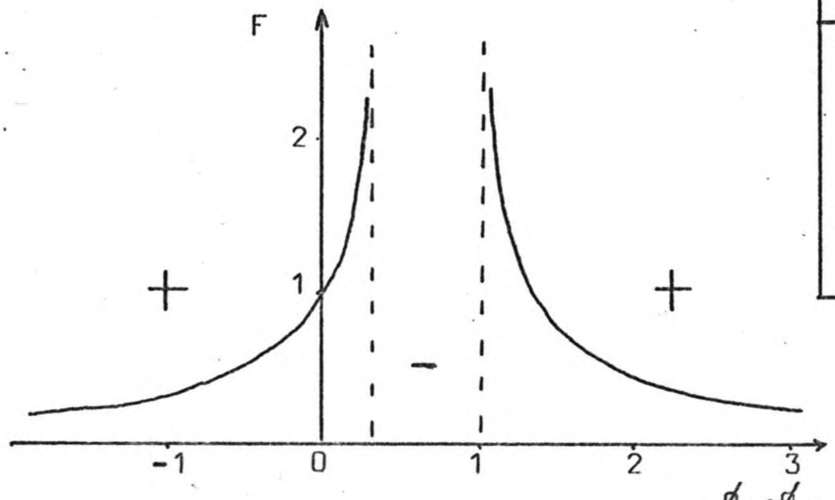
$$g'(\phi) = 3\phi^2 - 4\phi + (1-F^{-2})$$

$$g''(\phi) = 6\phi - 4$$

$g''(\phi) = 0$ geeft als buigpunt onafhankelijk van het Froude-getal $\phi = 2/3$.

$g'(\phi) = 0$ geeft de extremen aan afhankelijk van het Froude-getal: $\phi_{1,2} = \frac{2}{3} \pm \frac{1}{3}\,(1+3F^{-2})^{1/2}$

De volgende grafiek kan nu getekend worden om de extremen van deze functies ϕ_1 resp. ϕ_2 te bepalen.



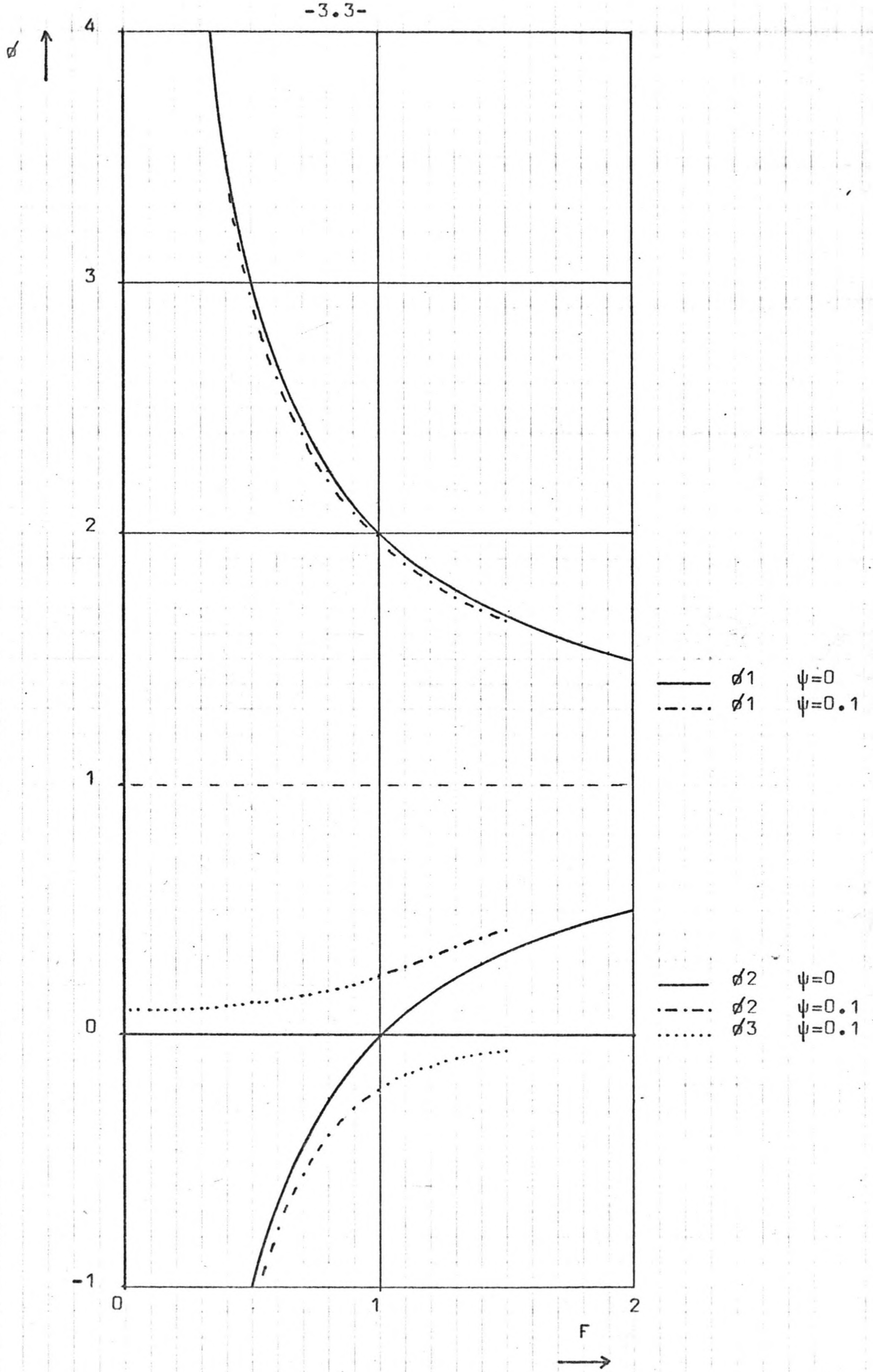
F	ϕ_1	ϕ_2
0.00	$+\infty$	$-\infty$
0.25	+2.927	-1.594
0.50	+1.869	-0.535
0.75	+1.506	-0.172
1.00	+1.333	0.000
2.00	+1.108	+0.226
∞	+1.000	+0.333

Hieruit kan afgelezen worden dat voor bijv. F=0.5 er een maximum is voor ϕ_2=-0.535 (links een positieve en rechts een negatieve

eerste afgeleide) en voor $\phi_1=+1.869$ een minimum. Omdat $g''<0$ voor $\phi<2/3$ en $g''>0$ voor $\phi>2/3$ zijn er ook altijd drie nulpunten.
Achtereenvolgens worden nu bekeken de oplossing van $g(\phi)=0$ voor $F\to 0$, kleine Froude getallen en $F=1$.
a) $F\to 0$ houdt in dat we te maken hebben met stilstaand water $u\to 0$ of zeer diep water $a\to\infty$. In het eerste geval is er geen sedimenttransport ($s=f(u)=0$ en ook $\psi=0$) waardoor een storing in de bodem zich niet voortplant. De relatieve voortplantingssnelheid voor storingen in de waterspiegel wordt oneindig. Bij zeer diep water eveneens, maar de voortplantingssnelheid van de bodemstoring blijft hier gelijk aan ψ (zie par. 2.4)
b) Kleine Froude-getallen. De storing in de waterspiegel wordt niet beïnvloed door het sedimenttransport zodat $\phi_{1,3}=1\pm F^{-1}$ en $\phi_2=\psi/(1-F^2)$. (lit. 2.6)
c) $F=1$ dan $g(\phi)=\phi^3-2\phi^2+\psi=0$
Als $F\to 1$ geldt dat $\phi_1=1+F^{-1}\to 2$ en $\phi_3=1-F^{-1}\to 0$

$$\phi_1+\phi_2+\phi_3=2 \quad\to\quad \phi_2=-\phi_3$$
$$-\phi_1\cdot\phi_2\cdot\phi_3=\psi \quad\to\quad \phi_{2,3}=\pm\sqrt{\psi/2}$$

In de buurt van $F=1$ vindt een rolwisseling plaats tussen de karakteristieke richting van het sedimenttransport ϕ_2 en die van het water ϕ_3:
De karakteristieke richting die voor $F<1$ betrekking heeft op het sedimenttransport en die in het F,ϕ-diagram theoretisch een continu verloop kent, heeft voor $F>1$ betrekking op een verstoring van de waterspiegel.
Zo ook, de (negatieve) karakteristieke richting die voor $F<1$ betrekking heeft op een verstoring van de waterspiegel eveneens met een continu verloop in het F,ϕ-diagram heeft voor $F>1$ betrekking op een verstoring in de zandbodem.
Dit betekent dat een bodemstoring zich voor $F>1$ stroomopwaarts voortplant. In onderstaand figuur is dit aangegeven door uit te zetten de karakteristieke voortplantingssnelheden ϕ_1 en ϕ_3 zonder bodemtransport (getrokken lijn), en ϕ_1 en ϕ_3 met bodemtransport $\psi=0.1$ (streep stippellijn) en ϕ_2 (stippellijn), als functie van het Froude-getal.



ø
4
3
2
1
0
-1
0
1
2
F
ø1 ψ=0
ø1 ψ=0.1
ø2 ψ=0
ø2 ψ=0.1
ø3 ψ=0.1

Toelichting: de karakteristieke vergelijking geeft zonder bodemtransport de oplossingen $\phi_1=1+F^{-1}$, $\phi_2=0$ en $\phi_3=1-F^{-1}$
Voor grote Froude-getallen naderen ϕ_1 en ϕ_3 tot één.
Dit is ook het geval indien er wel bodemtransport is omdat dan $\psi F^{-2}\to 0$ en dus $\phi_2\to 0$.

BIJLAGE 4.1

Compatibiliteitsvoorwaarden geschreven als combinatie van de basisvergelijkingen.

In het onderstaande wordt aangetoond dat de compatibiliteitsvoorwaarde 3.8 geschreven kan worden als een combinatie van de basisvergelijkingen 3.1, 3.2 en 3.3.
Vermeningvuldiging van 3.8 met c (c-u) en uitschrijven van de totale differentialen (3.4, 3.5 en 3.6) geeft:

$$c(c-u)\left(\frac{\partial u}{\partial x}c+\frac{\partial u}{\partial t}\right) + gc\left(\frac{\partial a}{\partial x}c+\frac{\partial a}{\partial t}\right) + g(c-u)\left(\frac{\partial z}{\partial x}c+\frac{\partial z}{\partial t}\right) = c(c-u)W \qquad (1)$$

hetgeen na uitwerking wordt:

$$\left(c^2\frac{\partial u}{\partial t}-uc\frac{\partial u}{\partial t}+c^3\frac{\partial u}{\partial x}-uc^2\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(gc^2\frac{\partial a}{\partial x}+gc\frac{\partial a}{\partial t}\right) +$$

$$\left(gc^2\frac{\partial z}{\partial x}-guc\frac{\partial z}{\partial x}+gc\frac{\partial z}{\partial t}-gu\frac{\partial z}{\partial t}\right) = c^2W-ucW \qquad (2)$$

aftrekken van (c^2-uc) .x bewegingsvergelijking 3.1 geeft:

$$c^3\frac{\partial u}{\partial x}-2uc^2\frac{\partial u}{\partial x}+u^2c\frac{\partial u}{\partial x}+guc\frac{\partial a}{\partial x}+gc\frac{\partial a}{\partial t}+gc\frac{\partial z}{\partial t}-gu\frac{\partial z}{\partial x}=0 \qquad (3)$$

of $$(c^3-2uc^2+u^2c)\frac{\partial u}{\partial x} + guc\frac{\partial a}{\partial x} + gc\frac{\partial a}{\partial t} + gc\frac{\partial z}{\partial t} - gu\frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (4)$$

met gebruikmaking van de karakteristieke vergelijking 3.7 wordt dit:

$$(gac-gf_u u)\frac{\partial u}{\partial x} + guc\frac{\partial a}{\partial x} + gc\frac{\partial u}{\partial t} + gc\frac{\partial z}{\partial t} - gu\frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (5)$$

$$\Rightarrow\ gc\left(a\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial a}{\partial x}+\frac{\partial a}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial t}\right) - gu\left(f_u\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial t}\right) = 0 \qquad (6)$$

gc(cont. vgl. water & sed.) - gu(cont. vgl. sed.) = 0

BIJLAGE 4.2

Karakteristieke berekening met rechthoekig rooster.

4.2.1 Berekening van de karakteristieke richtingen.

De vergelijking waaruit de drie karakteristieke richtingen bepaald moeten worden, luidt:

$$g(\phi) = \phi^3 - 2\phi^2 + (1-F^{-2})\phi + \psi F^{-2} = 0 \qquad (1)$$

Voor de bepaling van de wortels wordt gebruik gemaakt van het Newton-Raphson proces, waarbij met behulp van een eerste schatting van het nulpunt $\phi=\xi$, een nieuwe benadering gevonden wordt door het trekken van een raaklijn aan de kromme en deze te snijden met de lijn $g(\phi)=0$, zie fig. 1.

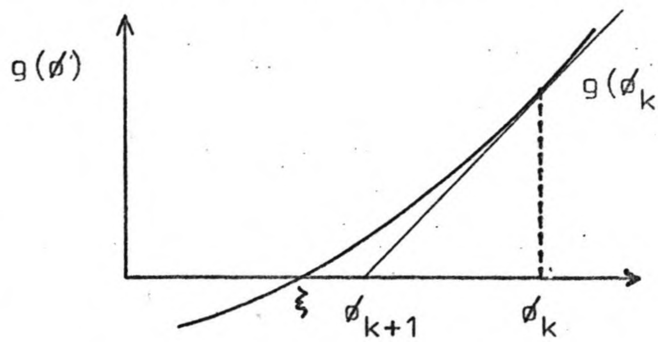


fig. 1 het Newton-Raphson proces

Door dit proces te herhalen kan het nulpunt ξ met de gewenste nauwkeurigheid benaderd worden.

Er geldt: $g'(\phi_k) = \dfrac{g(\phi_k)}{\phi_k - \phi_{k+1}}$ zodat $\phi_{k+1} = \phi_k - \dfrac{g(\phi_k)}{g'(\phi_k)}$ (2)

Als aangenomen wordt dat de invloed van de bodembeweging op de karakteristieke voortplantingssnelheid dezelfde richting heeft als de stroomsnelheid, klein is, dan kan als eerste schatting worden gebruikt: $\phi 1 = 1 + F^{-1}$ (3)

Dit is een oplossing van de vergelijking:

$$\phi^3 - 2\phi^2 + (1-F^{-2})\phi = 0 \qquad (4)$$

welke van toepassing is op waterbeweging zonder bodemtransport. In het geval dat er geen bodemtransport is, is namelijk s gelijk aan nul dus ook $\partial s/\partial u = f_u$ en $\psi = f_u/a$. Storingen in de bodem planten zich niet voort zodat $\phi 2=0$.

De startwaarde moet aan twee voorwaarden voldoen wil het Newton-Raphson proces toegepast kunnen worden:

1° $g'(\phi) \neq 0$

2° $g(\phi) \times g''(\phi) > 0$

De eerste eis houdt in dat de raaklijn aan de kromme niet horizontaal mag zijn waardoor geen snijpunt met de horizontale as wordt verkregen. De tweede eis zorgt er voor dat de kromme zich in het uitgangspunt met de convexe (bolle) kant naar de horizontale as toekeert.

Deze voorwaarden zullen nu voor $\phi=1+F^{-2}$ gecontroleerd worden:

1^o $$g'(\phi) = 3\phi^2 - 4\phi + (1-F^{-2})$$
$$= 3(1+2F^{-1}+F^{-2}) - 4(1+F^{-1}) + (1-F^{-2})$$
$$= 2F^{-1} + 2F^{-2}$$
$$0 < F < 1 \quad \Rightarrow \quad \infty > g'(\phi) > 4$$

2^o $$g''(\phi) = 6\phi - 4$$
$$g(\phi).g''(\phi) = \psi F^{-2}\left[6(1+F^{-1})-4\right]$$
$$\psi F^{-2} > 0, \qquad 6(1+F^{-1})-4 < 2$$

Met de startwaarde $1+F^{-1}$ is dus aan beide eisen voldaan en aan de hand hiervan kan $\phi 1$ bepaald worden.

De overige twee wortels worden bepaald uit:

$$(\phi - \phi 1)\ (\phi^2 + b\phi + c) = 0 \tag{5}$$

$$\phi 2 = -\tfrac{1}{2}b + \sqrt{(-\tfrac{1}{2}b)^2-c} \tag{6}$$

$$\phi 3 = -\tfrac{1}{2}b - \sqrt{(-\tfrac{1}{2}b)^2-c} \tag{7}$$

Waarbij $\phi 2$ de relatieve voortplantingssnelheid van een storing in de bodem voorstelt.

$\phi 1$ idem in de waterspiegel stroomafwaarts

$\phi 3$ idem stroomopwaarts.

<u>4.2.2 Bepalen van u, a en z op het niveau t+Δt als op het niveau t alles bekend is.</u>

<u>4.2.2.1 Veldpunten</u>

Er wordt uitgegaan van een vast roosterwerk met als punten

$$x = r.\Delta x = r.h \qquad r = 0,\ldots,N \tag{8}$$

$$t = s.\Delta t = s.k \qquad s = 0,1,2,\ldots \tag{9}$$

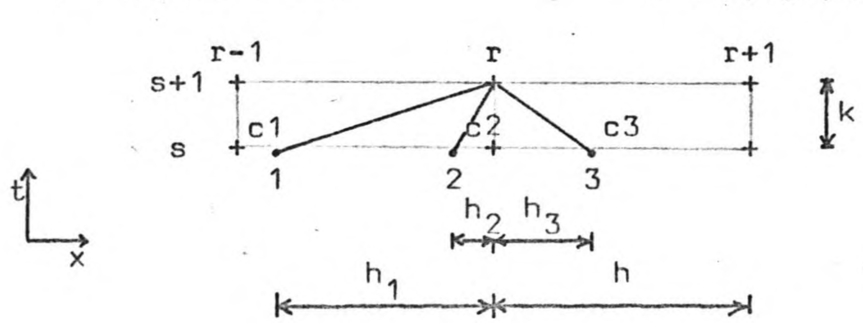


fig. 2

De compatibiliteitsvoorwaarde 3.8 geschreven met eindige differenties luidt:

$$\Delta u + g.\frac{1}{c-u}.\Delta a + g.\frac{1}{c}.\Delta z = W.\Delta t \qquad (10)$$

De karakteristieke richtingen moeten bekend zijn om deze vergelijking toe te kunnen passen. Een mogelijkheid zou zijn om proberenderwijs de punten 1, 2 en 3 zodanig te bepalen, dat de karakteristieken ervan elkaar juist in het punt r,s+1 snijden. Er wordt dan gerekend vanaf het niveau t naar het niveau t+Δt (zie fig. 3a).

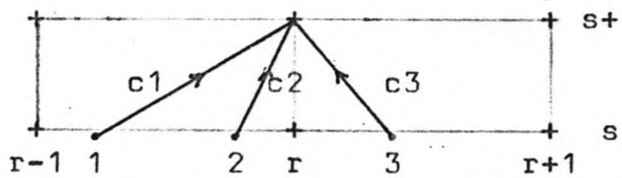


fig. 3a

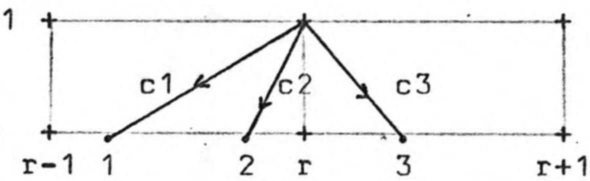


fig. 3b

Dit proces vereist veel rekenwerk omdat in de punten 1, 2 en 3 dan bij iedere schatting steeds de 3 karakteristieke richtingen bepaald moeten worden en gekeken moet worden of één ervan door het punt r,s+1 gaat. Een andere manier is om in het punt r,s+1 de karakteristieke richtingen te bepalen en dan het snijpunt te bepalen van c1, c2 en c3 op het niveau t (fig.3b). Er wordt dan gerekend vanaf het niveau t+Δt naar het niveau t. In het punt r,s+1 zijn echter u, a en z onbekend en daarmee ook de karakteristieke richtingen. Als eerste benadering worden daarom de waarden hiervan in het punt r,s genomen zodat:

$$\begin{array}{lll} h_1 = -c1_{r,s}.k & p1 = h_1/h & h_1 = (r+p1).h \\ h_2 = -c2_{r,s}.k & p2 = h_2/h & h_2 = (r+p2).h \\ h_3 = -c3_{r,s}.k & p3 = h_3/h & h_3 = (r+p3).h \end{array} \qquad (11)$$

De waarden van u, a en z in de punten 1, 2 en 3 kunnen bepaald worden door interpolatie volgens Lagrange:

$$F = \tfrac{1}{2}p(p-1)F_{r-1,s} + (1-p^2)F_{r,s} + \tfrac{1}{2}p(p+1)F_{r-1,s} \qquad (12)$$

waarin voor F achtereenvolgens u, a en z ingevuld moet worden en voor p p1, p2 en p3.

De vergelijkingen die langs de karakteristieken gelden worden dan:

$$(u_{r,s+1} - u_{r+pi,s}) + \frac{g}{ci_{r,s} - u_{r,s}}(a_{r,s+1} - a_{r+pi,s}) +$$

$$\frac{g}{ci_{r,s}}(z_{r,s+1} - z_{r+pi,s}) = W_{r,s}k \qquad (13)$$

Voor i=1,2,3 geeft dit een stelsel van 3 vergelijkingen met 3 onbekenden, namelijk u, a en z in het punt r,s+1.

Stel:

$$\frac{g}{ci_{r,s} - u_{r,s}} = Li$$

$$\frac{g}{ci_{r,s}} = Mi$$

$$W_{r,s}.k = N$$

$$u_{r,s+1} = u \qquad u_{r+pi,s} = ui$$

$$a_{r,s+1} = a \qquad a_{r+pi,s} = ai$$

$$z_{r,s+1} = z \qquad z_{r+pi,s} = zi$$

zodat $u + Li.a + Mi.z = N + ui + Li.ai + Mi.zi \qquad i=1,2,3 \qquad (14)$

dan wordt het stelsel vergelijkingen:

$$\left[\begin{array}{l} u + L1.a + M1.z = N + u1 + L1.a1 + M1.z1 \\ u + L2.a + M2.z = N + u2 + L2.a2 + M2.z2 \\ u + L3.a + M3.z = N + u3 + L3.a3 + M3.z3 \end{array}\right. \qquad (15)$$

Met de eliminatie methode van Gauss volgt hieruit:

$$\begin{aligned} z = \big[&L1((u2-u3)+(L2.a2-L3.a3)+(M2.z2-M3.z3)) + \\ &L2((u3-u1)+(L3.a3-L1.a1)+(M3.z3-M1.z1)) + \\ &L3((u1-u2)+(L1.a1-L2.a2)+(M1.z1-M2.z2))\big] / \\ &\big[L1(M2-M3) + L2(M3-M1) + L3(M1-M2)\big] \end{aligned} \qquad (16)$$

$$a = \big[(u2-u1) + (L2.a2-L1.a1) + (M2.z2-M1.z1) - (M2-M1)z\big] / \big[L2-L1\big] \qquad (17)$$

$$u = N + u1 + L1.a1 + M1.z1 - (L1.a+M1.z) \qquad (18)$$

Wat hier gevonden is, is een eerste benadering voor u, a en z in het nieuwe punt. De waarden hiervan kunnen verbeterd worden door nu in het punt r,s+1 de karakteristieke richtingen te bepalen en het gehele proces te herhalen vanaf vergelijking 11. Beter is nog om uit te gaan van de gemiddelde waarden van de grootheden tussen het punt r,s+1 op het niveau t+Δt en de punten 1, 2 en 3 op het niveau t. Als verbetering voor de geschatte waarden moet dan gebruik gemaakt worden van het stelsel vergelijkingen:

$$(u_{r,s+1}-u_{r+pi}) + \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{g}{ci_{r,s+1}-u_{r,s+1}} + \frac{g}{ci_{r+pi,s}-u_{r+pi,s}}\right]\cdot$$

$$(a_{r,s+1}-a_{r+pi,s}) + \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{g}{ci_{r,s+1}} + \frac{g}{ci_{r+pi,s}}\right]\cdot(z_{r,s+1}-z_{r+pi,s}) =$$

$$\frac{1}{2}\cdot(W_{r,s+1}+W_{r+pi,s})\cdot k \qquad i=1,2,3 \qquad (19)$$

Wel moeten dan eerst nieuwe snijpunten r+pi,s bepaald worden aan de hand van de gemiddelde waarden voor $ci_{r,s+1}$ en $ci_{r+pi,s}$. Dit vereist dus een zeer aanzienlijke hoeveelheid rekenwerk meer.

4.2.2.2 Randpunten ter plaatse van de spoelsluis

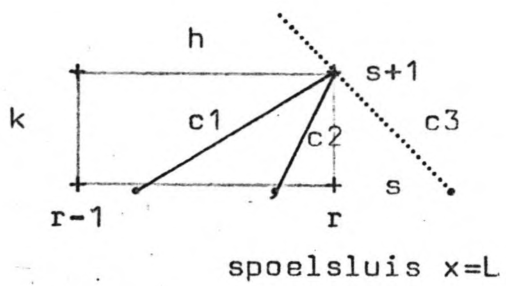


fig. 4

Van de drie vergelijkingen kunnen slechts twee gebruikt worden voor het oplossen van u, a en z in r,s+1 omdat c3 geen snijpunt heeft binnen het x,t-diagram op het niveau s. Er moet daarom een extra voorwaarde zijn waaraan voldaan moet worden. Hier is dit, omdat we te maken hebben met een volkomen overlaat: $a = m\ u^2/2g$ (zie hoofdstuk 3.3). Het stelsel vergelijkingen wordt dus:

$$\begin{cases} u + L1.a + M1.z = N + u1 + L1.a1 + M1.z1 & (20) \\ u + L2.a + M2.z = N + u2 + L2.a2 + M2.z2 & (21) \\ a = m\ \dfrac{u^2}{2g} & (22) \end{cases}$$

Uit vergelijking 20 en 21 kan z geëlimineerd worden, waarna met 22 een tweede graads vergelijking in u verkregen wordt.

BIJLAGE 4.3

Benadering van de wortels van de karakteristieke vergelijking voor F=1.

1^o Stel $\phi 1 = 2 + a_1\varepsilon + b_1 d$ (1)

$\phi 2 = a_2\varepsilon + b_2 d$ (2)

$\phi 3 = a_3\varepsilon + b_3 d$ (3)

met $d = \sqrt{\psi}$

dan geldt:

$$\phi 1 + \phi 2 + \phi 3 = 2 + (a_1+a_2+a_3) + (b_1+b_2+b_3)d \quad (4)$$

$$\phi 1.\phi 2 + \phi 1.\phi 3 + \phi 2.\phi 3 = 2(a_2+a_3)\varepsilon + 2(b_2+b_3)d + (a_1a_2+a_1a_3+a_2a_3)\varepsilon^2 + (a_1(b_2+b_3) + a_2(b_1+b_3) + a_3(b_1+b_2))\varepsilon d + (b_1b_2+b_1b_3+b_2b_3)d^2 \quad (5)$$

$$\phi 1.\phi 2.\phi 3 = 2a_2a_3\varepsilon^2 + 2(a_2b_3+a_3b_2)\varepsilon d + 2b_2b_3d^2 + a_1a_2a_3\varepsilon^3 + (a_1a_2b_3+a_1a_3b_2+a_2a_3b_1)\varepsilon^2 d + (a_1b_2b_3+a_2b_1b_3+a_3b_1b_2)\varepsilon d^2 + b_1b_2b_3d^3 \quad (6)$$

Stel $F = 1 + \varepsilon$ (7)

dan $F^2 = 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2$ (8)

en $F^{-2} = 1 - 2\varepsilon - \varepsilon^2$

Uit de karakterisieke vergelijking 3.9 volgt:

$$\phi 1 + \phi 2 + \phi 3 = 2 \quad (10)$$

(4) & (10) $\Rightarrow a_1+a_2+a_3 = 0$ (11)

en $b_1+b_2+b_3 = 0$ (12)

$$\phi 1.\phi 2 + \phi 1.\phi 3 + \phi 2.\phi 3 = 1 - F^{-2}$$

$$= +2\varepsilon + \varepsilon^2 \quad (13)$$

(5) & (13) $\Rightarrow 2(a_2+a_3)\varepsilon = +2 \Rightarrow a_2+a_3 = 1$ (14)

en $2(b_2+b_3)d = 0 \Rightarrow b_2 = -b_3$ (15)

$$\phi 1.\phi 2.\phi 3 = -\psi F^{-2}$$

$$= -\psi + 2\psi + \psi^2 \quad (16)$$

$$(6)\ \&\ (16) \Rightarrow \begin{cases} 2a_2a_3\varepsilon^2 = 0 & (17) \\ 2(a_2b_3+a_3b_2)\sqrt{\psi} = 0 & (18) \\ 2b_2b_3\psi = -\psi \Rightarrow b_2b_3 = -\tfrac{1}{2} & (19) \end{cases}$$

$$\text{en} \quad \begin{cases} a_1a_2a_3\varepsilon^3 = 0 & (20) \\ (a_1a_2b_3+a_1a_3b_2+a_2a_3b_1)\varepsilon^2\sqrt{\psi} = 0 & (21) \\ (a_1b_2b_3+a_2b_1b_3+a_3b_1b_2)\,\varepsilon\,\psi = -2\psi\varepsilon & (22) \end{cases}$$

zodat:

$$a_1 = 1 \qquad b_1 = 0$$
$$a_2 = \tfrac{1}{2} \qquad b_2 = +\sqrt{\tfrac{1}{2}} \qquad (23)\ldots(28)$$
$$a_3 = \tfrac{1}{2} \qquad b_3 = -\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

en

$$\not{o}1 = 2 - \varepsilon \qquad (29)$$
$$\not{o}2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon + \sqrt{\tfrac{1}{2}\psi} \qquad (30)$$
$$\not{o}3 = \tfrac{1}{2}\varepsilon - \sqrt{\tfrac{1}{2}\psi} \qquad (31)$$

2^0 $$G(\not{o},F,\psi) = \not{o}^3 - 2\not{o}^2 + (1-F^{-2})\not{o} + \psi F^{-2} = 0 \qquad (32)$$

$$\frac{\partial\not{o}}{\partial F} = \frac{-\partial G/\partial F}{\partial G/\partial\not{o}} \qquad (33)$$

$$\partial G/\partial F = 2F^{-3}(\not{o}-\psi) \qquad (34)$$

$$\partial G/\partial\not{o} = 3\not{o}^2 - 4\not{o} + 1 - F^{-2} \qquad (35)$$

$$\frac{\partial\not{o}}{\partial F} = \frac{-2F^{-3}(\not{o}-\psi)}{3\not{o}^2-4\not{o}+1-F^{-2}} \qquad (36)$$

$$\left[\frac{\partial\not{o}}{\partial F}\right]_{F=1} = \frac{-2(\not{o}-\psi)}{\not{o}(3\not{o}-4)} \qquad (37)$$

$$\not{o}1 = 2 \Rightarrow \frac{\partial\not{o}}{\partial F} = -1$$

$$\not{o}2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}\psi} \Rightarrow \frac{\partial\not{o}}{\partial F} = \frac{-2(\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi}-2.\tfrac{1}{2}\psi)}{\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi}(3\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi}-4)} = \frac{4\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi}-2}{3\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi}-4} \approx \tfrac{1}{2}$$

$$\not{o}3 = -\sqrt{\tfrac{1}{2}\psi} \Rightarrow \frac{\partial\not{o}}{\partial F} \approx \tfrac{1}{2}$$

hetgeen dezelfde oplossing geeft als onder 1^0 (29, 30 en 31).

De fout in het produkt van de wortels is als volgt te berekenen:

$$-\not{o}1.\not{o}2.\not{o}3 = -(2-\varepsilon)(\tfrac{1}{4}\varepsilon^2-\tfrac{1}{2}\omega) = -\tfrac{1}{2}\varepsilon^2 + \psi + \tfrac{1}{4}\varepsilon^3 - \tfrac{1}{2}\varepsilon\psi$$

$$\psi.F^{-2} = \psi(1-2\varepsilon-\varepsilon^2) = \psi - 2\varepsilon\psi - \varepsilon^2\psi$$

aftrekken geeft: $$\Delta\ \not{o}1.\not{o}2.\not{o}3 = -\tfrac{1}{2}\varepsilon^2 + \tfrac{1}{4}\varepsilon^3 - \tfrac{3\varepsilon}{2}\psi + \varepsilon^2\psi$$

Kromming van de functie $G(\phi,F,\psi)$ voor $F=1$.

$$(36) \Rightarrow (3\phi^2-4\phi+1-F^{-2})\frac{\partial\phi}{\partial F} + 2F^{-3}(\phi-\psi) = 0 \tag{38}$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial F^2} + 2\frac{\partial^2 G}{\partial F\partial\phi}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial F} + \frac{\partial^2 G}{\partial\phi^2}\cdot\left(\frac{\partial\phi}{\partial F}\right)^2 + \frac{\partial G}{\partial\phi}\cdot\frac{\partial^2\phi}{\partial F^2} = 0 \tag{39}$$

$$\partial G/\partial F = 2F^{-3}(\phi-\psi)$$

$$\partial^2 G/\partial F^2 = -6F^{-4}(\phi-\psi) \tag{40}$$

$$\partial^2 G/\partial F\partial\phi = 2F^{-3}$$

$$\partial G/\partial\phi = 3\phi^2-4\phi+1-F^{-2}$$

$$\partial^2 G/\partial\phi^2 = 6\phi-4$$

$$\partial^2 G/\partial F^2 = 2F^{-3}(\phi-\psi)$$

$$2\frac{\partial^2 G}{\partial F\partial\phi}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial F} = 4F^{-3}\cdot\frac{-2F^{-3}(\phi-\psi)}{3\phi^2-4\phi+1-F^{-2}} \tag{41}$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial\phi^2}\cdot\left(\frac{\partial\phi}{\partial F}\right)^2 = (6\phi-4)\cdot\left[\frac{-2F^{-3}(\phi-\psi)}{3\phi^2-4\phi+1-F^{-2}}\right]^2 \tag{42}$$

$$\partial G/\partial\phi = 3\phi^2-4\phi+1-F^{-2} \tag{43}$$

F = 1		$\phi 1 = 2$	$\phi 2 = \sqrt{\frac{1}{2}\psi}$	$\phi 3 = -\sqrt{\frac{1}{2}\psi}$
(40)	=	4	$2\sqrt{\frac{1}{2}\psi} - 2\psi$	$-2\sqrt{\frac{1}{2}\psi} - 2\psi$
(41)		-4	2	2
(42)		-8	$3\sqrt{\frac{1}{2}\psi}/2 - 1$	$-3\sqrt{\frac{1}{2}\psi}/2 - 1$
(43)		4	$3\psi/2 - 4\sqrt{\frac{1}{2}\psi}$	$3\psi/2 + 4\sqrt{\frac{1}{2}\psi}$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial F^2} = -\frac{4-4-8}{4} = +2 \quad \text{voor } \phi 1$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial F^2} = \frac{2\sqrt{\frac{1}{2}\psi} - 2\psi + 2 + 3\sqrt{\frac{1}{2}\psi}/2 - 1}{4\sqrt{\frac{1}{2}\psi} - 3\psi/2}$$

stel $\sqrt{\frac{1}{2}\psi} = f$

$$= \frac{4f - 8f^2 + 2 + 3f}{8f - 3f^2} = \frac{1}{f}\cdot\frac{8f^2 - 7f - 2}{6f - 8} \approx \frac{1}{4f} \quad \text{voor } \phi 2$$

Hetzelfde resultaat wordt gevonden voor $\phi 3$.

BIJLAGE 4.4

Dimensieloze grootheden.

Stel: $u = U.\tilde{u}$ (1)

$a = A.\tilde{a}$ (2)

$z = \frac{S}{\Omega}.\tilde{z}$ (3)

$x = L.\tilde{x}$ (4)

$t = \frac{L}{\Omega}.\tilde{t}$ (5)

$$\frac{S}{\Omega} = \frac{S}{U.A}.\frac{U.A}{\Omega} = \frac{\psi}{\beta}.\sqrt{\frac{\psi}{2}}.A = \frac{2}{\beta}.\sqrt{\frac{\psi}{2}}.A \qquad (6)$$

Ingevuld in de bewegingsvergelijking 3.1 geeft dit:

$$\frac{U.\Omega}{L}.\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{t}} + \frac{U^2}{L}.\frac{\tilde{u}\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{gA}{L}.\frac{\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{x}} + \frac{gS}{L\Omega}.\frac{\partial\tilde{z}}{\partial\tilde{x}} = -g.\frac{U^2}{C^2.A}.\frac{\tilde{u}^2}{\tilde{a}}$$

Vermenigvuldigen met L/U^2 en gebruik maken van (6) geeft:

$$\sqrt{\frac{\psi}{2}}.\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{t}} + \frac{\tilde{u}\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + F^{-2}.\frac{\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{x}} + F^{-2}.\frac{2}{\beta}\sqrt{\frac{\psi}{2}}.\frac{\partial\tilde{z}}{\partial\tilde{x}} = -g.\frac{L}{C^2A}.\frac{\tilde{u}^2}{a} \qquad (7)$$

Terwijl de continuïteitsvergelijking 3.2 wordt:

$$\frac{AU}{L}.\frac{\tilde{a}\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}} + \frac{UA}{L}.\frac{\tilde{u}\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{x}} + \frac{A\Omega}{L}.\frac{\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{t}} + \frac{S\Omega}{\Omega L}.\frac{\partial\tilde{z}}{\partial\tilde{t}} = 0$$

Na vermenigvuldiging met L/AU:

$$\frac{\tilde{a}\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{x}} + \frac{\tilde{u}\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{x}} + \sqrt{\frac{\psi}{2}}.\frac{\partial\tilde{a}}{\partial\tilde{t}} + \frac{A\psi}{\beta L}.\frac{\partial\tilde{z}}{\partial\tilde{t}} = 0 \qquad (8)$$

Hieruit blijkt dat $\partial u/\partial t$, $\partial z/\partial x$ en $\partial z/\partial t$ klein zijn t.o.v. de andere termen. De verwaarlozing van één of meerdere van deze termen en het resultaat daarvan is beschreven in 4.4.

(1) t/m (5) ingevuld in de compatibiliteitsvoorwaarde 3.8 geeft na uitwerking:

$$F^2.\tilde{u}d\tilde{u} + \frac{1}{\phi-1}.d\tilde{a} + \frac{1}{\phi}.\frac{2}{\beta}\sqrt{\frac{\psi}{2}}.d\tilde{z} = -\frac{U^3L}{A^2}.\sqrt{\frac{2}{\psi}}.\frac{\tilde{u}^3}{C^2.\tilde{a}}.dt \qquad (9)$$

Zowel voor $\phi=\sqrt{\frac{1}{2}\psi}$ als $\phi=2$ kunnen ook hier geen verwaarlozingen toegepast worden.

BIJLAGE 5.1

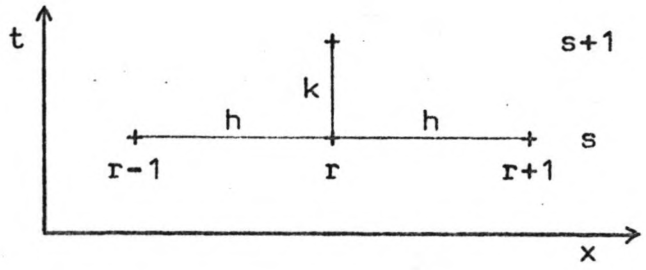
Onderzoek naar de mogelijkheid om de continuïteitsvergelijking voor het sediment expliciet te nemen.

De gelineariseerde partiële differentiaalvergelijkingen luiden:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{U\partial u}{\partial x} + \frac{g\partial a}{\partial x} + \frac{g\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{A\partial u}{\partial x} + \frac{U\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{S\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$



Voor de continuïteitsvergelijking van het sediment geldt, indien deze expliciet wordt genomen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u^s_{r+1} - u^s_{r-1}}{2h} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{z^{s+1}_r - \tfrac{1}{2}\alpha . z^s_{r-1} + (1-\alpha) . z^s_r + \tfrac{1}{2}\alpha . z^s_{r+1}}{k} \qquad (3)$$

Het onderzoek naar de stabiliteit gaat op gelijke manier zoals bij gebruik van het impliciete schema voor alle drie de basisvergelijkingen.

Stel $u^s_r = U^s . e^{i\beta rh}$

$z^s_r = Z^s . e^{i\beta rh}$

$z^{s+1}_r = Z^{s+1} . e^{i\beta rh}$

Invullen geeft:

$$\frac{S}{2h} . u^s_r . (e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}) + \frac{1}{k} . z^{s+1}_r - \frac{1}{k} . z^s_r . (\tfrac{1}{2}\alpha . (e^{i\beta h} + e^{-i\beta h}) + (1-\alpha)) = 0$$

Vermenigvuldigen met 2h en de termen s naar het rechterlid brengen geeft:

$$4\theta\gamma . z^{s+1}_r = -SH^* . u^s_r + 4\theta\gamma . K^* . z^s_r \qquad (4)$$

met $H^* = e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}$

en $K^* = \tfrac{1}{2}\alpha . (e^{i\beta h} + e^{-i\beta h}) + (1-\alpha)$

De uitwerking van de determinant $|V-\lambda W|=0$ zoals in 5.5 beschreven geeft nu:

$$\frac{1}{H^2\{\theta^{-1}-(1-\lambda)\}^2}\begin{vmatrix} C-U & -g & -g \\ -A & C-U & C \\ -SH^* & 0 & 4\theta.(K^*-\lambda) \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

met $C = \dfrac{\gamma K(1-\lambda)}{H\{\theta^{-1}-(1-\lambda)\}}$

in plaats van de karakteristieke vergelijking krijgen we nu:

$$gUSH^* + 4\theta\gamma.(K^*-\lambda).\{(C-U)^2-gA\} = 0$$

met $1-\lambda = \dfrac{1}{\theta}.\dfrac{CH}{\gamma K+CH}$ geeft dit:

$$gUSH^*.(\gamma K+CH) + 4\theta\gamma.\{(K^*-1)(K+CH)+\theta^{-1}CH\}.\{(C-U)^2-gA\} = 0 \qquad (6)$$

na delen door U^4K kan de vergelijking in de volgende dimensieloze vorm worden geschreven:

$$\psi F^{-2}\Gamma H^* + \psi F^{-2}H^*(H/K).\phi +$$
$$4\theta\Gamma^2.(K^*-1).(\phi^2-2\phi+1-F^{-2}) +$$
$$4\theta\Gamma.(K^*-1+\theta^{-1}).(H/K).(\phi^3-2\phi^2+(1-F^{-2})\phi) = 0 \qquad (7)$$

met $\psi = S/A$
$F^2 = U^2/gA$
$\Gamma = \gamma/U$
$\phi = C/U$

zodat $\lambda = \dfrac{\Gamma + (1-\theta^{-1}).(H/K).\phi}{\Gamma + (H/K).\phi}$

verder geldt:

$$H^* = e^{i\beta h}-e^{-i\beta h} = 4i.\sin(\beta h/2).\cos(\beta h/2)$$
$$K^* = \tfrac{1}{2}\alpha.(e^{i\beta h}+e^{-i\beta h}) + 1 - \alpha = -2\alpha.\sin^2(\beta h/2) + 1$$
$$\frac{H}{K} = i.\tan(\beta h/2)$$

dit ingevuld in (7) geeft na deling door $4.\tan(\beta h/2)$:

$$\psi F^{-2}\Gamma.i.\cos^2(\beta h/2) - \psi F^{-2}.\sin(\beta h/2).\cos(\beta h/2) +$$
$$\theta\Gamma^2.(-2\alpha.\sin(\beta h/2).\cos(\beta h/2)).(\phi^2-2\phi+1-F^{-2}) +$$
$$\theta\Gamma.(-2\alpha.\sin^2(\beta h/2)+\theta^{-1}).i.(\phi^3-2\phi^2+(1-F^{-2})\phi) = 0 \qquad (8)$$

deze vergelijking heeft in het algemeen complexe wortels

stel $\phi = a + b.i$ dan volgt hieruit dat

$$\lambda = \frac{\Gamma + (1-\theta^{-1}).\tan(\beta h/2).i.(a+bi)}{\Gamma + \tan(\beta h/2).i.(a+bi)} \qquad (9)$$

Indien gesteld wordt dat $|\lambda| \leq 1$ geeft dit nu als voorwaarde

$$2\Gamma b + (-2+\theta^{-1}).(a^2+b^2).\tan(\beta h/2) = 0 \qquad (10)$$

met $0 \leq \beta h \leq \pi$ en dus $0 \leq \tan(\beta h/2) \leq \infty$

Voor $\theta=\frac{1}{2}$ en $b \leq 0$ is aan de gestelde voorwaarde voldaan.

Voor $b \geq 0$ moet gelden:

$$\frac{b}{a^2+b^2} \le \frac{(2-\theta^{-1})}{2\Gamma}.\tan(\beta h/2) \tag{11}$$

Kies nu $\Gamma = \frac{\tau}{U} = \frac{1}{2\theta}.\frac{h}{k}.\frac{1}{U} = \frac{\sqrt{2}}{2\theta}.\frac{c2}{U} = \frac{1}{2\theta}.\sqrt{\psi}$

Het courant getal wordt dan $\sigma = \frac{c2}{h/k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

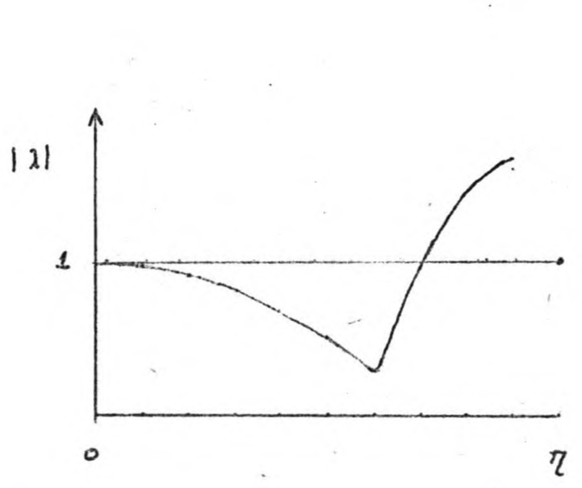
Ingevuld in (11) geeft dit de voorwaarde:

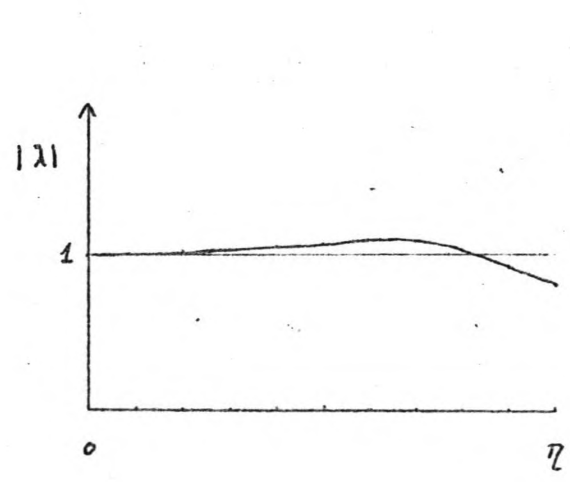
$$\frac{b}{a^2+b^2} \le (2\theta -1).\frac{1}{\sqrt{\psi}}.\tan(\ h/2) \tag{12}$$

Als de complexe wortels van vergelijking (8) bekend zijn kan deze voorwaarde gecontroleerd worden. Twee bijzondere gevallen hiervan zijn $\beta h=0$ en $\beta h=\eta$ waarbij de karakteristieke vergelijking wordt verkregen van de waterbeweging met respektievelijk zonder sedimenttransport.
Voor tussenliggende waarden is het schema echter niet altijd stabiel. Voor de onderstaande gevallen zijn de complexe wortels bepaald en is voorwaarde (12) gecontroleerd.

I	II	III	IV
F = 1	1	.95	.10
ψ = .01	.01	.01	.01
θ = 1	.55	.55	.55
α = .75	.5	.5	.5

De gevallen I en II zijn instabiel. In onderstaande figuren is voor deze gevallen $|\lambda|$ uitgezet als functie van βh.





BIJLAGE 5.2

Het lineariseren van de partiële differentiaalvergelijkingen

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{g}{C^2}\cdot\frac{u^2}{a}$$

$$a\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial s}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

stel $s = \alpha . u^5$ dan $\frac{\partial s}{\partial u} = 5\alpha . u^4$

stel $u = U + u'$

$a = A + a'$

$z = Z + z'$

waarin u', a' en z' een kleine variatie aangeven ten opzichte van U, A resp. Z. Er geldt dan:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial (U+u')}{\partial t} = \frac{\partial u'}{\partial t}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = (U+u').\frac{\partial (U+u')}{\partial x} = U\frac{\partial u'}{\partial x} + u'\frac{\partial u}{\partial x} \approx U\frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$g\frac{\partial a}{\partial x} = g\frac{\partial a'}{\partial x}$$

$$g\frac{\partial z}{\partial x} = g\frac{\partial z'}{\partial x}$$

$$\frac{u^2}{a} = \frac{(U+u')^2}{(A+a')} \approx (U^2+2Uu'+u'^2).\frac{1}{A}.(1-\frac{a'}{A})$$

$$\approx \frac{U^2}{A} + \frac{2Uu'}{A} - \frac{U^2}{A^2}.a'$$

$$a\frac{\partial u}{\partial x} = (A+a').\frac{\partial (U+u')}{\partial x} = A\frac{\partial u'}{\partial x} + a'\frac{\partial u'}{\partial x} \approx A\frac{\partial u'}{\partial x}$$

$$u\frac{\partial a}{\partial x} = U\frac{\partial a'}{\partial x}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial a'}{\partial t}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z'}{\partial t}$$

$$u^4\frac{\partial u}{\partial x} = (U+u')^4.\frac{\partial (U+u')}{\partial x} = (U^4+4u'U^3+\ldots).\frac{\partial (U+u')}{\partial x} \approx U^4\frac{\partial u'}{\partial x}$$

Ingevuld in de basisvergelijkingen geeft dit:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U\frac{\partial u'}{\partial x} + g\frac{\partial a'}{\partial x} + g\frac{\partial z'}{\partial x} = -\frac{g}{C^2}\cdot\left(\frac{U^2}{A} + 2\frac{Uu'}{A} - \frac{U^2}{A^2}\cdot a'\right)$$

$$A\frac{\partial u'}{\partial x} + U\frac{\partial a'}{\partial x} + \frac{\partial a'}{\partial t} + \frac{\partial z'}{\partial t} = 0$$

$$5\alpha U^4\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial z'}{\partial t} = 0$$

Weglaten van het rechterlid en de accenten geeft:

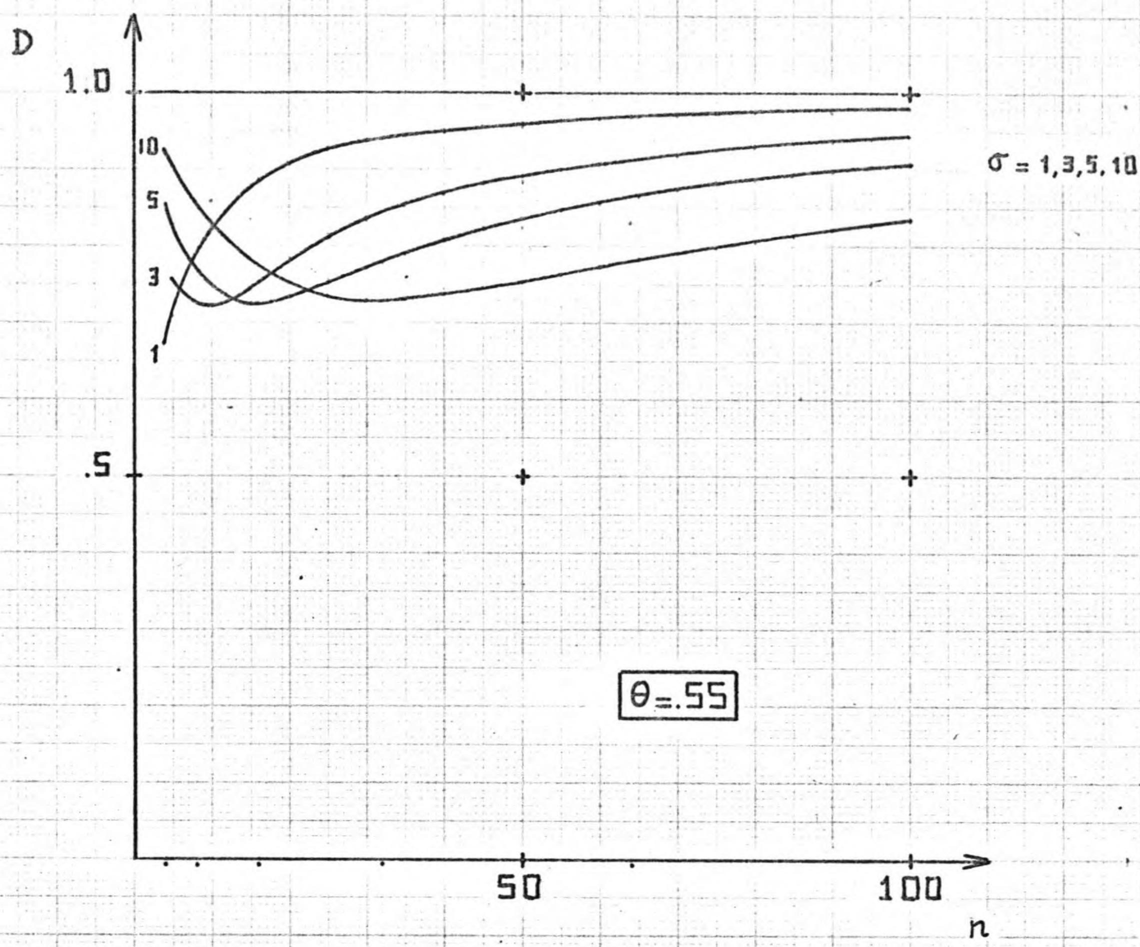
$$\frac{\partial u}{\partial t} + U\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

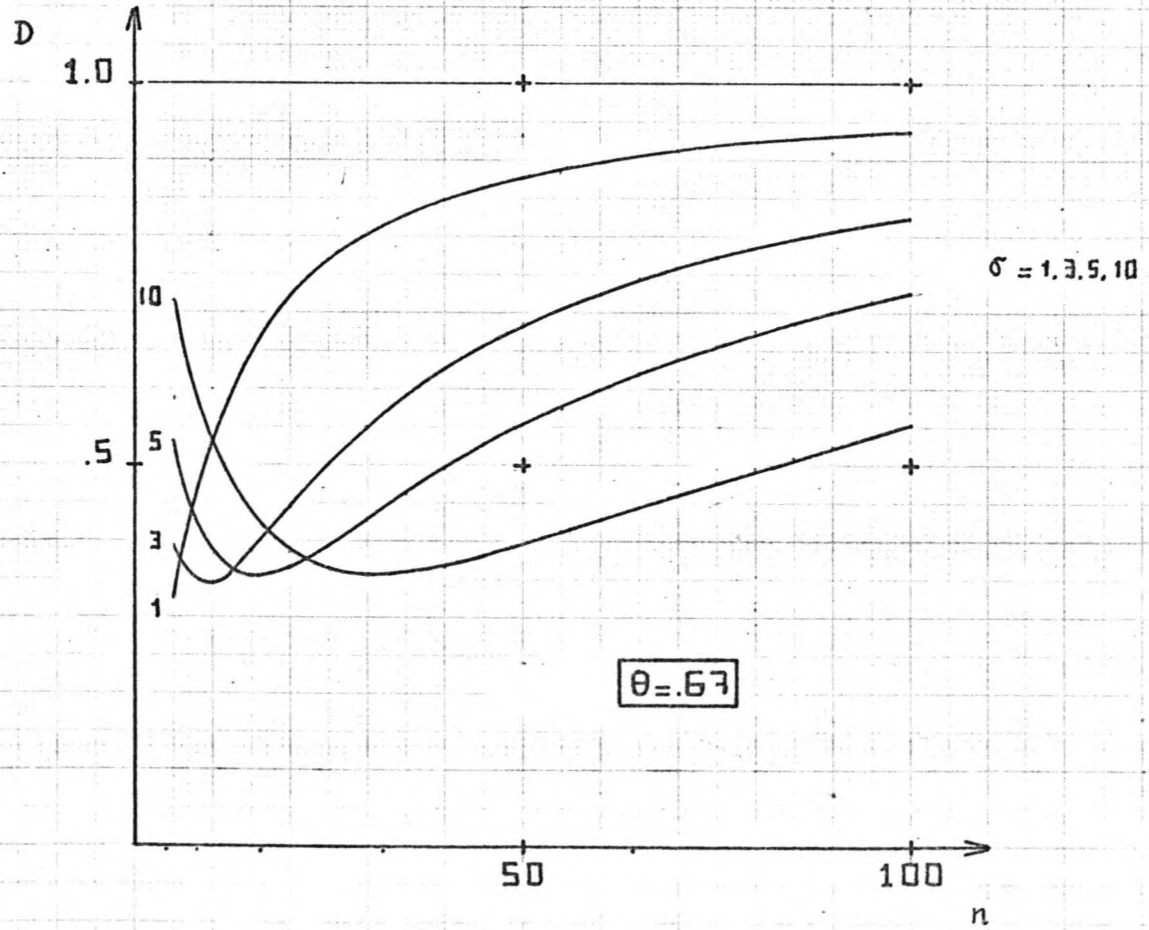
$$A\frac{\partial u}{\partial x} + U\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

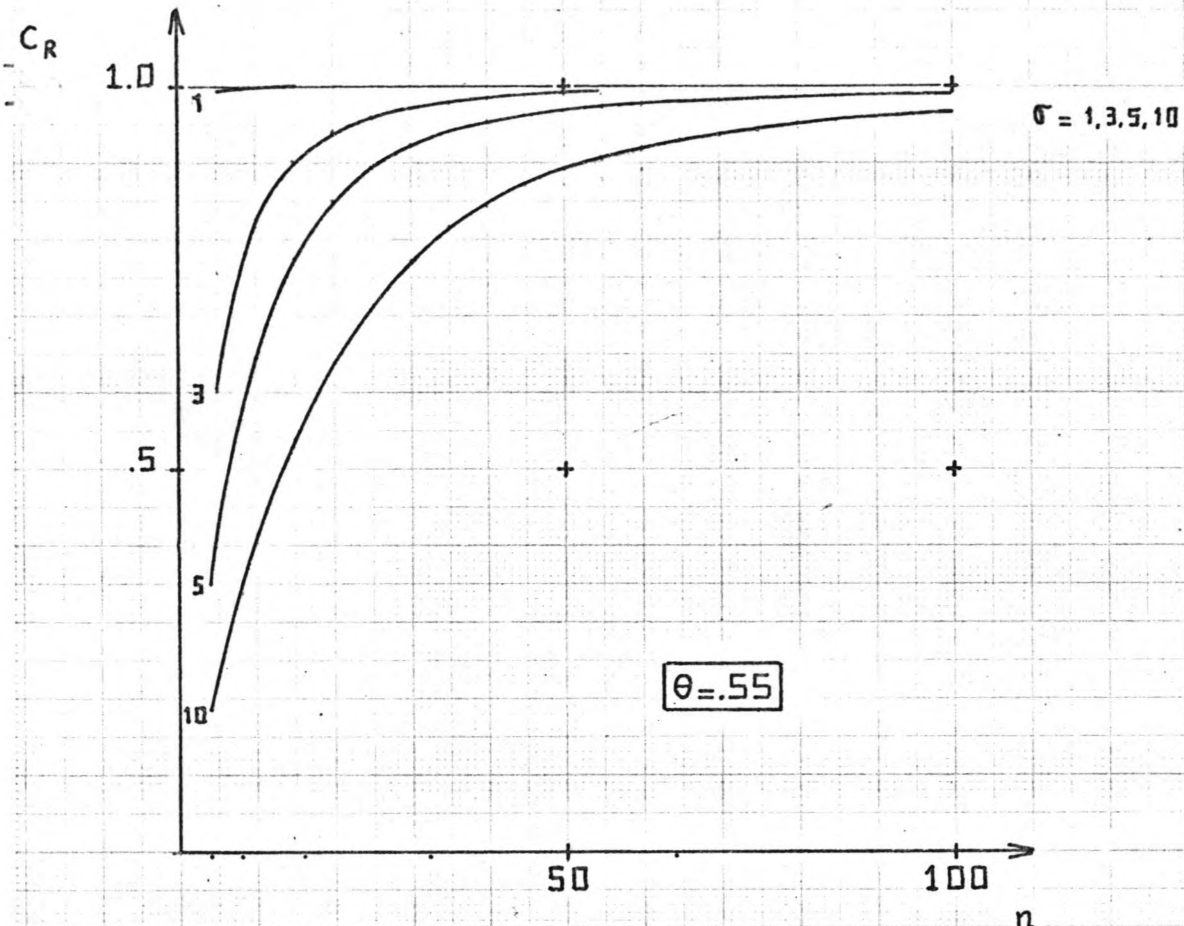
$$S\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

met $S = 5\alpha . U^4$

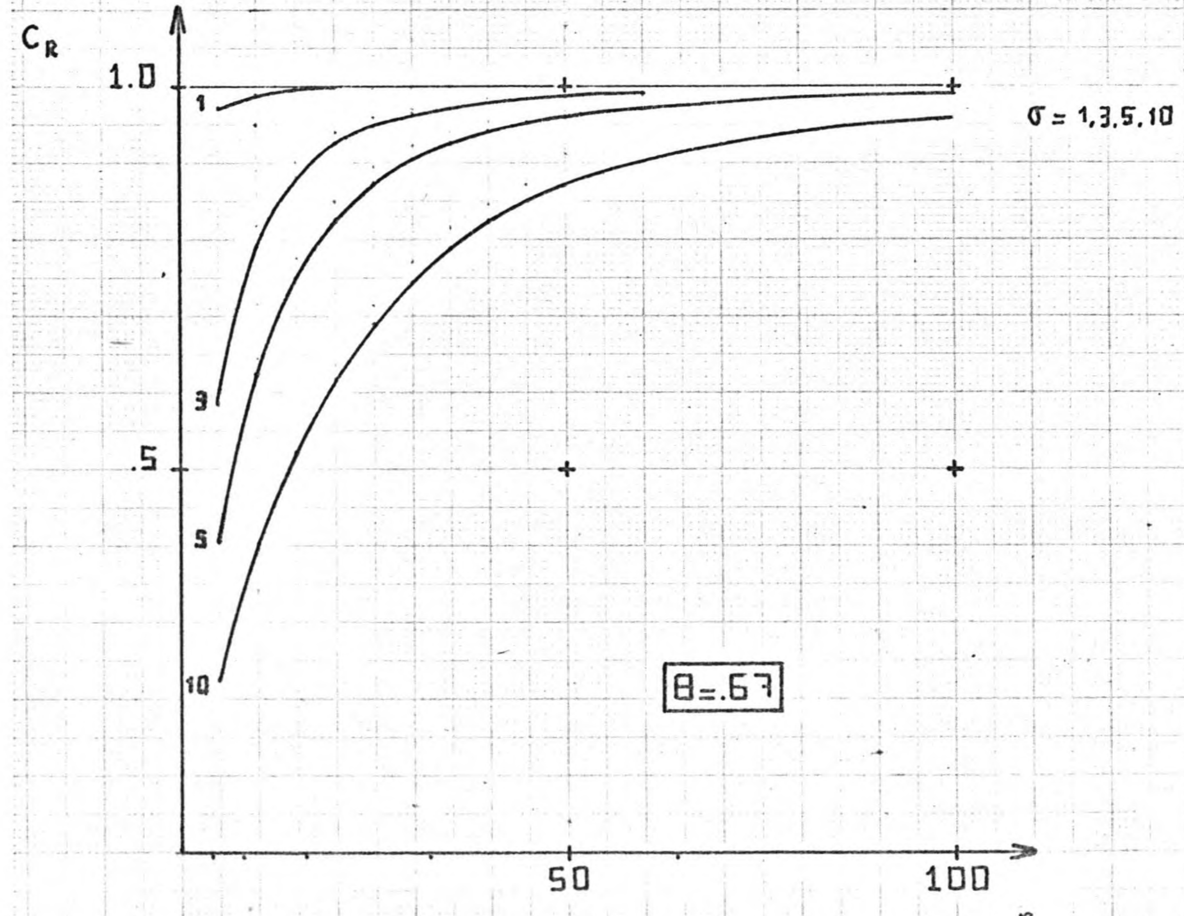
BIJLAGE 5.3 Amplificatiefactor en relatieve snelheid.







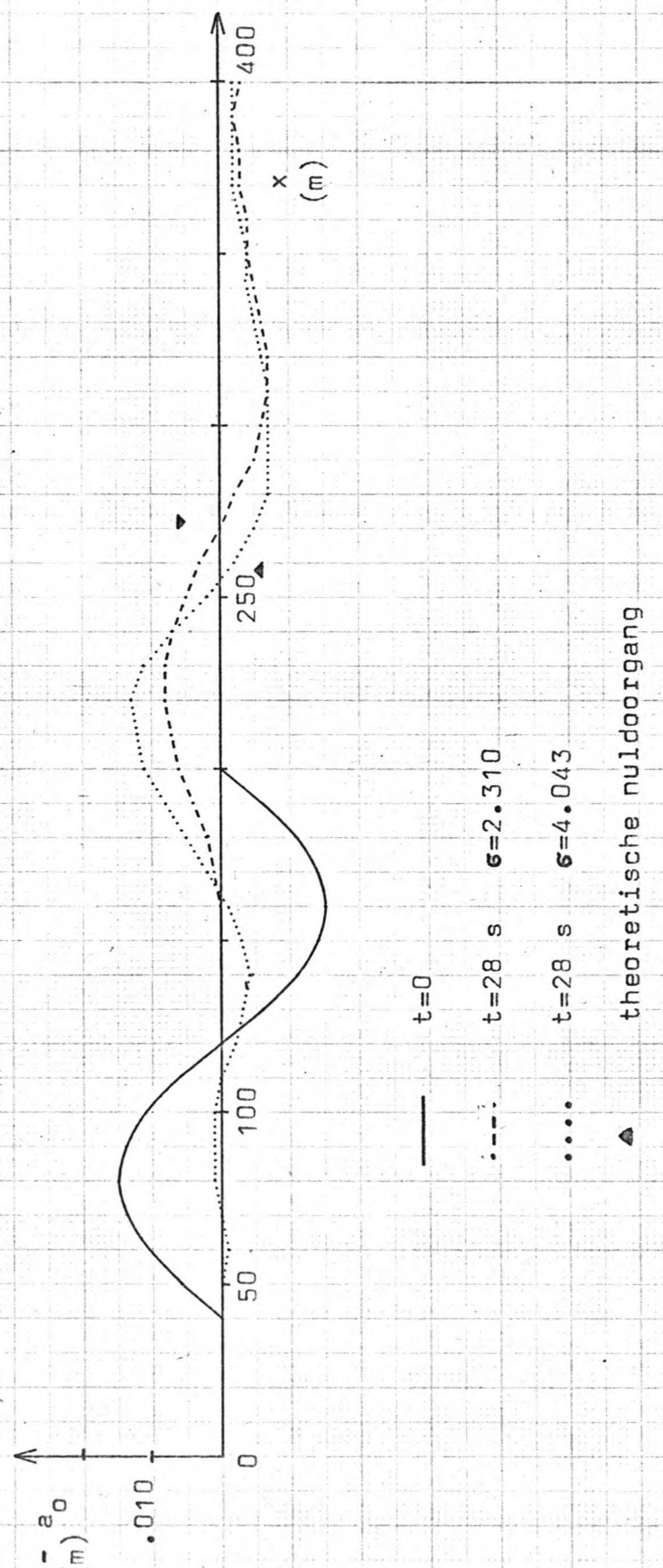
C_R
1.0
.5
1
3
5
10
σ = 1,3,5,10
θ=.55
50
100
n



C_R
1.0
.5
1
3
5
10
σ = 1,3,5,10
θ=.67
50
100
n

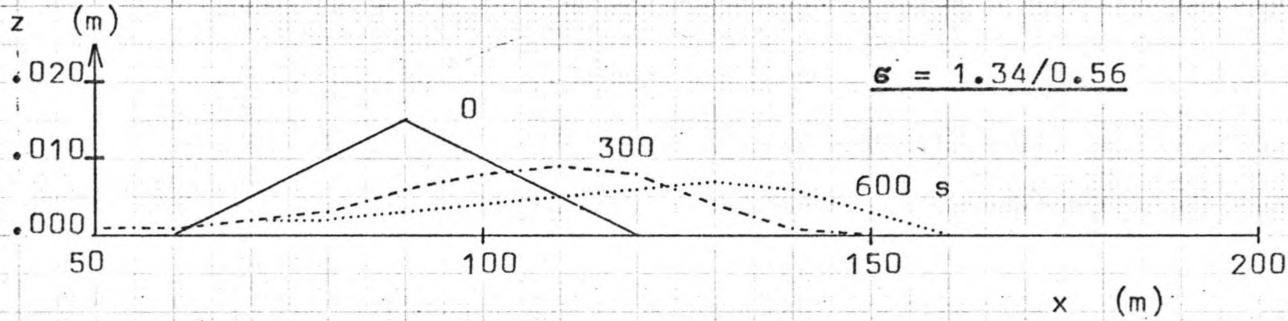
BIJLAGE 5.4

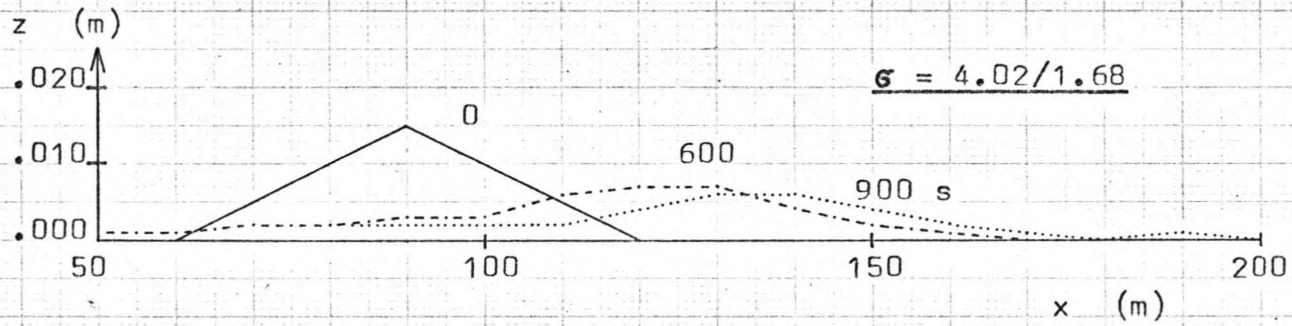
Golfvoortplanting.

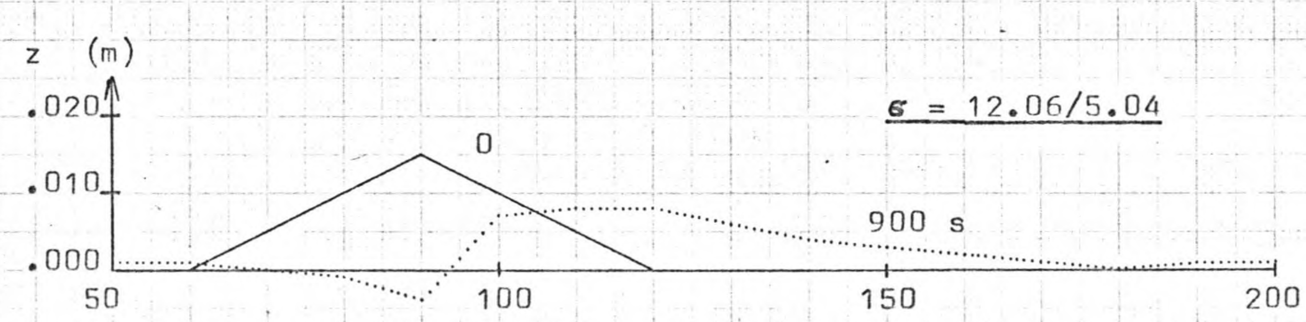


BIJLAGE 5.5

Voortplanting bodemstoring.







BIJLAGE 5.6

Computerprogramma.

Het programma (zie blz. 5.12 e.v.) bestaat uit de volgende onderdelen:

001-003	declaraties	
004-028	inlezen en berekenen vaste termen	
029-031	declaratie arrays	
032-043	declaratie procedures	
044-093	uitvoer ingelezen waarden	
094-099	inlezen beginvoorwaarden	
100-104	berekening vaste bodem	
105-131	uitvoer vaste bodem	
132-182	uitvoer beginvoorwaarden	
183-208	plotprogramma, tekenen van de coördinaatassen	
209-214	nieuwe waarden worden oude waarden	
215	label	
216	berekening nieuwe tijdstip	
217-375	Newton-Raphson proces	
	217	eerste iteratie
	218-223	berekening termen afh. van oude tijdstip
	224	label
	225-227	array A nul maken
	228-314	invullen array A
	315-316	array B nul maken
	317-334	invullen array B
	335-337	NAG-routine F01 BMA en F04 AVA
	339-375	verbeterde waarden en afbreekcriterium
376-385	aanpassing aan de vaste bodem	
386-390	sedimentbalans	
391-396	oude waarden worden nieuwe waarden	
397-461	uitvoer	
462-471	plotprogramma, bodemhoogte en waterdiepte	
472-475	einde berekening	
476	label	
477-482	einde programma	

Toelichting:

Het hoofdgedeelte van het programma bestaat uit het oplossen van een stelsel van N lineaire vergelijkingen met N onbekenden in de vorm $A.\vec{x} = \vec{B}$ waarin A een bandmatrix is (217-375). Voor de oplossing is gebruik gemaakt van de NAG-routines F01 BMA (LU decompositie) en F04 AVA. Als afbreekcriterium voor het Newton-Raphson proces is gesteld, dat in alle punten de laatst berekende waarden van u, a en z minder dan een halve millimeter moeten verschillen van de berekende waarden in de stap daarvoor.

Op ieder tijdstip wordt gecontroleerd of de berekende bodemhoogte kleiner is dan de vaste bodem van de zandvang. Is dit het geval dan wordt als nieuwe bodemhoogte de hoogte van de vaste bodem aangenomen en de waterdiepte en stroomsnelheid worden aangepast, terwijl het sedimenttransport ter plaatse van de aanpassing voor de rest van de berekening nul gesteld wordt (376-385). Deze aanpassing aan de vaste bodem betekent dat men numeriek zand bijmaakt. De totale hoeveelheid hiervan wordt bijgehouden in een sedimentbalans (386-390).

N.B. De programma ponskaarten en de complete uitvoer is opgeborgen bij de vakgroep Vloeistofmechanica.

```
COMPILER VERSION :BATCH
OPTIONS IN EFFECT:SIZE(KBYTES)= 154,IDL=  6,SEG=SEGM,
                  EBCDIC(EB),NOIDLST,LOAD(L),LONG(LP),OPTO,NOPAG,
                  SE,SOURCE(S),NST,SWAPO,TEST(T),W,NODUMP

  0  'BEGIN'
  1
  1  'COMMENT'  H.J. VAN IEPEREN - LEGEN VAN EEN ZANDVANG;
  1  'REAL'     CY,   UC,   AA,   DEB,
  2             G,    W1,
  2             CMAX,
  2             IN,   UIT,  BERG,
  2             TT,   MM,   GG;
  2  'INTEGER'  L,    H,    K,    TAF,  TPL,  TEB,
  3             I,    J,    R,    Q,
  3             N,    M,    IFAIL,
  3             M1,   M2,   IR,
  3             W,
  3             P,    TFL,
  3             E,
  3             X,    T;
  3
  3  'COMMENT'  INLEZEN EN BEREKENEN VAN VASTE TERMEN;
  3  INREAL (0,CY );          'COMMENT'  COEFFICIENT VAN CHEZY;
  4  INREAL (0,UC );          'COMMENT'  STROOMSNELHEID BY BEGIN VAN BEWEGING;
  5  INREAL (0,AA );          'COMMENT'  COEFFICIENT  S=AA*U**BB;
  6  INREAL (0,DEB);          'COMMENT'  INGELATEN DEBIET;
  7  ININTEGER (0,L  );       'COMMENT'  LENGTE ZANDVANG;
  8  ININTEGER (0,H  );       'COMMENT'  STAPGROOTTE X-RICHTING;
  9  ININTEGER (0,K  );       'COMMENT'  STAPGROOTTE T-RICHTING;
 10  ININTEGER (0,TAF);       'COMMENT'  TYDSTAP AFDRUKKEN;
 11  ININTEGER (0,TPL);       'COMMENT'  TYDSTAP PLOTTEN;
 12  ININTEGER (0,TEB);       'COMMENT'  TYDSTIP EINDE BEREKENING;
 13  INREAL (0,MM );          'COMMENT'  AFVOERCOEFFICIENT;
 14  INREAL (0,TT );          'COMMENT'  CONSTANTE IN PREISSMAN SCHEMA;
 15  ININTEGER (0,T  );       'COMMENT'  TYD;
 16  G := 9.812;              'COMMENT'  VERSNELLING ZWAARTEKRACHT;
 17  GG:= H/(2*TT*K);         'COMMENT'  NUMERIEKE VOORTPLANTINGSSNELHEID;
 18  N := 3*(L/H+1);          'COMMENT'  AANTAL PUNTEN MAAL DRIE;
 19  W1:= G*H/(2*CY**2);      'COMMENT'  TERM I.V.M. WEERSTAND;
 20  IN  :=0;                 'COMMENT'  TERM IN DE SEDIMENTBALANS;
 21  UIT :=0;                 'COMMENT'  TERM IN DE SEDIMENTBALANS;
 22  BERG:=0;                 'COMMENT'  TERM IN DE SEDIMENTBALANS;
 23
 23  M1:= 4;
 24  M2:= 3;
 25  IR:= 1;
 26  W := M1+M2+1;
 27  E:= 4;
 28
 28  'BEGIN'
 29  'REAL' 'ARRAY'     A (/1:N,1:W /),
 30                     AL(/1:N,1:M1/),
 30                     B (/1:N,1:IR/),
```

```
30                          S, V   (/1:N/3/),
30                          G1,G2,G3(/1:N/3-1/),
30                          XP,ZP(/1:N/3+2/),
30                          D(/0:E/),
30                          REZ,IMZ(/1:E/),
30                          U, UN  (/1:N/3/),
30                          Y, YN  (/1:N/3/),
30                          Z, ZN  (/1:N/3/);
30    'INTEGER' 'ARRAY' INT(/1:N/);
31
31    'PROCEDURE' F01BMA(N,M1,M2,A,AL,INT,M,IFAIL);
32    'VALUE' N,M1,M2;
33    'INTEGER' N,M1,M2,M,IFAIL;
34    'INTEGER' 'ARRAY' INT;
35    'REAL' 'ARRAY' A,AL;
36    'CODE';
37
37    'PROCEDURE' F04AVA(N,M1,M2,IR,A,AL,INT,B);
38    'VALUE' N,M1,M2,IR;
39    'INTEGER' N,M1,M2,IR;
40    'INTEGER' 'ARRAY' INT;
41    'REAL' 'ARRAY' A,AL,B;
42    'CODE';
43
43    'COMMENT'   UITVOER INGELEZEN WAARDEN;
43    SETTING (1,132,60);
44    OUTSTRING (1,'('C     = ')');
45    FLO (1,3,3,CY );
46    OUTSTRING (1,'('M**(1/2)/S')');
47    LINE (1,1);
48    OUTSTRING (1,'('UC    = ')');
49    FLO (1,3,3,UC );
50    OUTSTRING (1,'('M/S')');
51    LINE (1,1);
52    OUTSTRING (1,'('ALFA = ')');
53    FLO (1,3,3,AA );
54    OUTSTRING (1,'('-')');
55    LINE (1,1);
56    OUTSTRING (1,'('DEB   = ')');
57    FLO (1,3,3,DEB);
58    OUTSTRING (1,'('M**2/S')');
59    LINE (1,1);
60    OUTSTRING (1,'('L     = ')');
61    FLO (1,3,3,L   );
62    OUTSTRING (1,'('M')');
63    LINE (1,1);
64    OUTSTRING (1,'('H     = ')');
65    FLO (1,3,3,H   );
66    OUTSTRING (1,'('M')');
67    LINE (1,1);
68    OUTSTRING (1,'('K     = ')');
69    FLO (1,3,3,K   );
70    OUTSTRING (1,'('S')');
71    LINE (1,1);
72    OUTSTRING (1,'('TAF   = ')');
```

```
FLO (1,3,3,TAF);
OUTSTRING (1,'('S')');
LINE (1,1);
OUTSTRING (1,'('TPL  = ')');
FLO (1,3,3,TPL);
OUTSTRING (1,'('S')');
LINE (1,1);
OUTSTRING (1,'('TEB  = ')');
FLO (1,3,3,TEB);
OUTSTRING (1,'('S')');
LINE (1,1);
OUTSTRING (1,'('MU   = ')');
FLO (1,3,3,MM );
OUTSTRING (1,'('1')');
LINE (1,1);
OUTSTRING (1,'('TETA = ')');
FLO (1,3,3,TT );
OUTSTRING (1,'('1')');
LINE (1,3);
PAGE (1);

'COMMENT'   INLEZEN BEGINVOORWAARDEN;
'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
   'BEGIN'
   INREAL (0,U(/R/));    'COMMENT'   STROOMSNELHEID;
   INREAL (0,Y(/R/));    'COMMENT'   WATERDIEPTE;
   INREAL (0,Z(/R/));    'COMMENT'   BODEMHOOGTE;
   'END';

'COMMENT'   BEREKENING VASTE BODEM;
'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
V(/R/):= Z(/1/) - 2*G*(R-1)*H/(MM*CY**2);
'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
S(/R/):= AA;
S(/ 1/):= 0;

'COMMENT'   UITVOER VASTE BODEM;
OUTSTRING (1,'('LIGGING VAN DE VASTE BODEM')');
LINE (1,2);
'FOR' R:=1 'STEP' 10 'UNTIL' N/3 'DO'
   'BEGIN'
   OUTSTRING (1,'('X=')');
   'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
      'BEGIN'
      'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AUO;
      X:= (R + Q - 2)*H;
      AFIX (1,3,3,X);
      BLANK (1,1);
      'END';
   AUO:
   LINE (1,2);
   OUTSTRING (1,'('Z=')');
   'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
      'BEGIN'
      'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AEO;
```

```
            FIX (1,3,3,V(/R+Q-1/));
            BLANK (1,1);
            'END';
        AE0:
        LINE (1,3);
        'END';
    PAGE (1);

    'COMMENT'   UITVOER BEGINVOORWAARDEN;
        'BEGIN'
        OUTSTRING (1,'('TYD=')');
        AFIX (1,6,0,T);
        OUTSTRING (1,'('SECONDEN')');
        LINE (1,2);
        'FOR' R:=1 'STEP' 10 'UNTIL' N/3 'DO'
            'BEGIN'
            OUTSTRING (1,'('X=')');
            'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
                'BEGIN'
                'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AU1;
                X:= (R + Q - 2)*H;
                AFIX (1,3,3,X);
                BLANK (1,1);
                'END';
            AU1:
            LINE (1,2);
            OUTSTRING (1,'('U=')');
            'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
                'BEGIN'
                'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AY1;
                FIX (1,3,3,U(/R+Q-1/));
                BLANK (1,1);
                'END';
            AY1:
            LINE (1,1);
            OUTSTRING (1,'('A=')');
            'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
                'BEGIN'
                'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AZ1;
                FIX (1,3,3,Y(/R+Q-1/));
                BLANK (1,1);
                'END';
            AZ1:
            LINE (1,1);
            OUTSTRING (1,'('Z=')');
            'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
                'BEGIN'
                'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AE1;
                FIX (1,3,3,Z(/R+Q-1/));
                BLANK (1,1);
                'END';
            AE1:
            LINE (1,3);
            'END';
        PAGE (1);
```

```
181      'END';
182
182  'COMMENT'   PLOTPROGRAMMA, TEKENEN VAN DE COORDINAATASSEN;
182  P:= N/3;
183  XP(/1/):= 0;
184  'FOR' R:=2 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
185  XP(/R/):= XP(/R-1/) + H;
186  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
187  ZP(/R/):= Z(/R/);
188  PLOTS (1,25);
189  FACTOR (1.9685);
190  SCALE (XP,10,P,1);
191  AXIS (0,0,'('METER')',-5,10, 0,XP(/P+1/),XP(/P+2/));
192  FACTOR (0.7874);
193  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
194  XP(/R/):= XP(/R/)*2.5;
195  ZP(/1/):= Z(/1/) + Y(/1/);
196  ZP(/P/):= V(/P/);
197  SCALE (ZP,12,P,1);
198  AXIS (0,0,'('METER')', 5,12,90,ZP(/P+1/),ZP(/P+2/));
199  ZP(/1/):= Z(/1/);
200  ZP(/P/):= Z(/P/);
201  LINES (XP,ZP,P,1,0,64);
202  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
203  ZP(/R/):= Z(/R/) + Y(/R/);
204  LINES (XP,ZP,P,1,0,64);
205  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
206  ZP(/R/):= V(/R/);
207  LINES (XP,ZP,P,1,0,64);
208
208
208  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
209     'BEGIN'
210     UN(/R/):= U(/R/);
211     YN(/R/):= Y(/R/);
212     ZN(/R/):= Z(/R/);
213     'END';
214
214
214  MARGARETHA:
214  T:=T+K;
216
216  'COMMENT'   NEWTON-RAPHSON PROCES;
216  TEL:= 1;
217  'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3-1 'DO'
218     'BEGIN'
219     G1(/R/):=+ GG           *(U(/R+1/)    *Y(/R+1/)
220                             + U(/ R /)    *Y(/ R /))
220             +      (1-1/TT)*(U(/R+1/)**2*Y(/R+1/)
220                             - U(/ R /)**2*Y(/ R /))
220             +(G/2)*(1-1/TT)*(Y(/R+1/)**2
220                             - Y(/ R /)**2)
220             +(G/2)*(1-  TT)*(Y(/R+1/)    +Y(/ R /))
220                    *(1-1/TT)*(Z(/R+1/)    -Z(/ R /))
220             + W1   *(1-1/TT)*(U(/R+1/)**2+U(/ R /)**2);
```

```
      G2(/R/):= (1-1/TT)*(U(/R+1/)*Y(/R+1/) - U(/ R /)*Y(/ R / ))
                + GG*(Y(/R+1/) + Y(/ R /)
                   + Z(/R+1/) + Z(/ R /));
      G3(/R/):= (1-1/TT)*(S(/R+1/)*(U(/R+1/)-UC)**5
                       - S(/ R /)*(U(/ R /)-UC)**5)
            + GG*(Z(/R+1/) + Z(/ R /));
      'END';


   MARIA:

   'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
   'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' W 'DO'
   A(/I,J/):= 0;

   'COMMENT'    INVULLEN VAN ARRAY A;
   A(/1,1/):= YN(/1/);
   A(/1,2/):= UN(/1/);
   A(/1,3/):= 0;
   A(/1,4/):= 0;
   A(/2,1/):= 0;
   A(/2,2/):= 0;
   A(/2,3/):= 1;
   A(/2,4/):= 0;
   A(/2,5/):= 0;
      A(/3,1/):= GG*YN(/ 1 /) - 2*UN(/ 1 /)*YN(/ 1 /) +  W1   *2*UN(/ 1 /);
      A(/3,2/):= GG*UN(/ 1 /) -   UN(/ 1 /)**2       - (G/2)*2*YN(/ 1 /)
            +(G/2)*( TT          *(ZN(/ 2 /) - ZN(/ 1 /))
                  -  TT*(1-1/TT)*(Z (/ 2 /) - Z (/ 1 /)));
      A(/3,3/):=+(G/2)*(-TT      *(YN(/ 2 /) + YN(/ 1 /))
                  -     (1-  TT)*(Y (/ 2 /) + Y (/ 1 /)));
      A(/3,4/):= GG*YN(/ 2 /) + 2*UN(/ 2 /)*YN(/ 2 /) +  W1   *2*UN(/ 2 /);
      A(/3,5/):= GG*UN(/ 2 /) +   UN(/ 2 /)**2       + (G/2)*2*YN(/ 2 /)
            +(G/2)*( TT          *(ZN(/ 2 /) - ZN(/ 1 /))
                  -  TT*(1-1/TT)*(Z (/ 2 /) - Z (/ 1 /)));
      A(/3,6/):=+(G/2)*(+TT      *(YN(/ 2 /) + YN(/ 1 /))
                  +     (1-  TT)*(Y (/ 2 /) - Y (/ 1 /)));
   A(/4,1/):= -YN(/1/);
   A(/4,2/):= -UN(/1/) + GG;
   A(/4,3/):= +GG;
   A(/4,4/):= +YN(/2/);
   A(/4,5/):= +UN(/2/) + GG;
   A(/4,6/):= +GG;
   A(/4,7/):= 0;
   A(/N,1/):= 0;
   A(/N,2/):= 0;
   A(/N,3/):= -MM*UN(/N/3/)/G;
   A(/N,4/):= 1;
   A(/N,5/):= 0;

   'COMMENT'    TERMEN VAN DE BEWEGINGSVERGELYKING;
   'FOR' I:=6 'STEP' 3 'UNTIL' N-3 'DO'
     'BEGIN'
     R:= I/3;
     J:= 1;
```

```
       A(/I,J/):= 0;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= 0;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= GG*YN(/ R /) - 2*UN(/ R /)*YN(/ R /) +  W1  *2*UN(/ R /);
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= GG*UN(/ R /) -    UN(/ R /)**2        - (G/2)*2*YN(/ R /)
                 +(G/2)*( TT          *(ZN(/R+1/) - ZN(/ R /))
                 -    TT*(1-1/TT)*(Z (/R+1/) - Z (/ R /)));
       J:= J+1;
       A(/I,J/):=+(G/2)*(-TT          *(YN(/R+1/) + YN(/ R /))
                 -        (1-  TT)*(Y (/R+1/) - Y (/ R /)));
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= GG*YN(/R+1/) + 2*UN(/R+1/)*YN(/R+1/) +  W1  *2*UN(/R+1/);
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= GG*UN(/R+1/) +    UN(/R+1/)**2        + (G/2)*2*YN(/R+1/)
                 +(G/2)*( TT          *(ZN(/R+1/) - ZN(/ R /))
                 -    TT*(1-1/TT)*(Z (/R+1/) - Z (/ R /)));
       J:= J+1;
       A(/I,J/):=+(G/2)*(+TT          *(YN(/R+1/) + YN(/ R /))
                 +        (1-  TT)*(Y (/R+1/) - Y (/ R /)));
       'END';

   'COMMENT'   TERMEN VAN DE CONT. VGL. WATER + SEDIMENT;
   'FOR' I:=7 'STEP' 3 'UNTIL' N-2 'DO'
       'BEGIN'
       R:= (I-1)/3;
       J:= 1;
       A(/I,J/):= 0;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= -YN(/ R /);
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= -UN(/ R /) + GG;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= +GG;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= +YN(/R+1/);
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= +UN(/R+1/) + GG;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= +GG;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= 0;
       'END';

   'COMMENT'   TERMEN VAN DE CONT. VGL. VOOR SEDIMENT;
   'FOR' I:=5 'STEP' 3 'UNTIL' N-1 'DO'
       'BEGIN'
       R:= (I-2)/3;
       J:= 1;
       A(/I,J/):= -5*S(/ R /)*(UN(/ R /)-UC)**4;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= 0;
       J:= J+1;
       A(/I,J/):= +GG - GG*ABS(S(/R+1/)-S(/R/))/AA;
```

```
303      J:= J+1;
304      A(/I,J/):= +5*S(/R+1/)*(UN(/R+1/)-UC)**4;
305      J:= J+1;
306      A(/I,J/):= 0;
307      J:= J+1;
308      A(/I,J/):= +GG;
309      J:= J+1;
310      A(/I,J/):= 0;
311      J:= J+1;
312      A(/I,J/):= 0;
313        'END';
314
314   'COMMENT'    INVULLEN VAN ARRAY B;
314   'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
315   B(/I,1/):=0;
316
316   'COMMENT' RANDVOORWAARDEN;
316   B(/ 1 ,1/):= DEB - UN(/1/)*YN(/1/);
317   B(/ 2 ,1/):= Z(/1/) - ZN(/1/);
318   B(/ N ,1/):= +MM*UN(/N/3/)**2/(2*G) - YN(/N/3/);
319
319   'COMMENT' OVERIGE TERMEN;
319   'FOR' I:=3 'STEP' 3 'UNTIL' N-3 'DO'
320      'BEGIN'
321      R:= I/3;
322      B(/I,1/):= G1(/R/) -
323                 ( GG       *(UN(/R+1/)    *YN(/R+1/)
323                            + UN(/ R /)    *YN(/ R /))
323                 +           (UN(/R+1/)**2*YN(/R+1/)
323                            - UN(/ R /)**2*YN(/ R /))
323                 +(G/2)     *(YN(/R+1/)**2-YN(/ R /)**2)
323                 +(G/2)*(TT*(YN(/R+1/)    +YN(/ R /))
323                           *(ZN(/R+1/)    -ZN(/ R /))
323                      - TT*(YN(/R+1/)     +YN(/ R /))
323                           *(Z (/R+1/)    -Z (/ R /))*(1-1/TT)
323                      +     (ZN(/R+1/)    -ZN(/ R /))
323                           *(Y (/R+1/)    +Y (/ R /))*(1-  TT))
323                 + W1  *(     UN(/R+1/)**2+UN(/ R /)**2));
323      'END';
324   'FOR' I:=4 'STEP' 3 'UNTIL' N-2 'DO'
325      'BEGIN'
326      R:= (I-1)/3;
327      B(/I,1/):= G2(/R/) - (UN(/R+1/)*YN(/R+1/) - UN(/ R /)*YN(/ R /)
328                        + GG*(YN(/R+1/) + YN(/ R /)
328                            + ZN(/R+1/) + ZN(/ R /)));
328      'END';
329   'FOR' I:=5 'STEP' 3 'UNTIL' N-1 'DO'
330      'BEGIN'
331      R:= (I-2)/3;
332      B(/I,1/):= G3(/R/) - (S(/R+1/)*(UN(/R+1/)-UC)**5
333                         - S(/ R /)*(UN(/ R /)-UC)**5
333                         + GG*(ZN(/R+1/) + ZN(/ R /)));
333      'END';
334
334   'COMMENT'    NU VOLGT DE BEREKENING MET NAG ROUTINE F01BMA EN F04AVA;
```

```
IFAIL:= 0;
F01BMA(N,M1,M2,A,AL,INT,M,IFAIL);
F04AVA(N,M1,M2,IR,A,AL,INT,B);
'IF' IFAIL=0 'THEN'
    'BEGIN'
    'COMMENT'   BEREKENING VAN DE VERBETERDE WAARDEN;
    'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
        'BEGIN'
        UN(/R/):= UN(/R/) + B(/3*R-2,1/);
        YN(/R/):= YN(/R/) + B(/3*R-1,1/);
        ZN(/R/):= ZN(/R/) + B(/3*R  ,1/);
        'END';
    'COMMENT'   AFBREEKCRITERIUM;
    CMAX:= ABS(B(/1,1/));
    'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
        'BEGIN'
        'IF' ABS(B(/I,1/))>CMAX 'THEN' CMAX:=ABS(B(/I,1/));
        'END';
    'IF' CMAX>=0.0005 'THEN'
        'BEGIN'
        TEL:= TEL + 1;
        'IF' TEL=11 'THEN'
            'BEGIN'
            TEL:=TEL-1;
            OUTSTRING (1,'('HET NEWTON-RAPHSON PROCES IS AFGEBROKEN ')');
            OUTSTRING (1,'('NADAT HET')');
            AFIX (1,2,0,TEL);
            OUTSTRING (1,'('KEER IS DOORLOPEN')');
            LINE (1,2);
            OUTARRAY (1,B);
            LINE (1,1);
            OUTARRAY (1,UN);
            LINE (1,1);
            OUTARRAY (1,YN);
            LINE (1,1);
            OUTARRAY (1,ZN);
            LINE (1,3);
            'GOTO' EINDE;
            'END';
        'GOTO' MARIA;
        'END';
    'END';

'COMMENT'   AANPASSING AAN DE VASTE BODEM;
'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
    'BEGIN'
    'IF' ZN(/R/)<V(/R/) 'THEN'
        'BEGIN'
        YN(/R/):=ZN(/R/)+YN(/R/)-V(/R/);
        UN(/R/):=DEB/YN(/R/);
        ZN(/R/):=V(/R/);
        S(/R/):= 0;
        'END';
    'END';
```

```
'COMMENT'   SEDIMENTBALANS: IN=UIT+BERGING;
UIT := UIT  + S(/N/3/)*(TT*(UN(/N/3/)-UC)**5 +
               (1-TT)*(U (/N/3/)-UC)**5)*K;
BERG:= BERG + (ZN(/ 1 /)-Z (/ 1 /) +
               ZN(/N/3/)-Z (/N/3/))*H/2;
'FOR' R:=2 'STEP' 1 'UNTIL' N/3-1 'DO'
BERG:= BERG + (ZN(/ R /)-Z (/ R /))*H;
IN  := UIT + BERG;

'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
    'BEGIN'
    U(/R/):=UN(/R/);
    Y(/R/):=YN(/R/);
    Z(/R/):=ZN(/R/);
    'END';

'COMMENT'   UITVOER;
'IF' T=TAF 'THEN'
    'BEGIN'
    OUTSTRING (1,'('TYD=')');
    AFIX (1,6,0,T);
    OUTSTRING (1,'('SECONDEN')');
    LINE (1,2);
    'FOR' R:=1 'STEP' 10 'UNTIL' N/3 'DO'
       'BEGIN'
       OUTSTRING (1,'('X=')');
       'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
          'BEGIN'
          'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AU2;
          X:= (R + Q - 2)*H;
          AFIX (1,3,3,X);
          BLANK (1,1);
          'END';
       AU2:
       LINE (1,2);
       OUTSTRING (1,'('U=')');
       'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
          'BEGIN'
          'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AY2;
          FIX (1,3,3,U(/R+Q-1/));
          BLANK (1,1);
          'END';
       AY2:
       LINE (1,1);
       OUTSTRING (1,'('A=')');
       'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
          'BEGIN'
          'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AZ2;
          FIX (1,3,3,Y(/R+Q-1/));
          BLANK (1,1);
          'END';
       AZ2:
       LINE (1,1);
       OUTSTRING (1,'('Z=')');
       'FOR' Q:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 10 'DO'
```

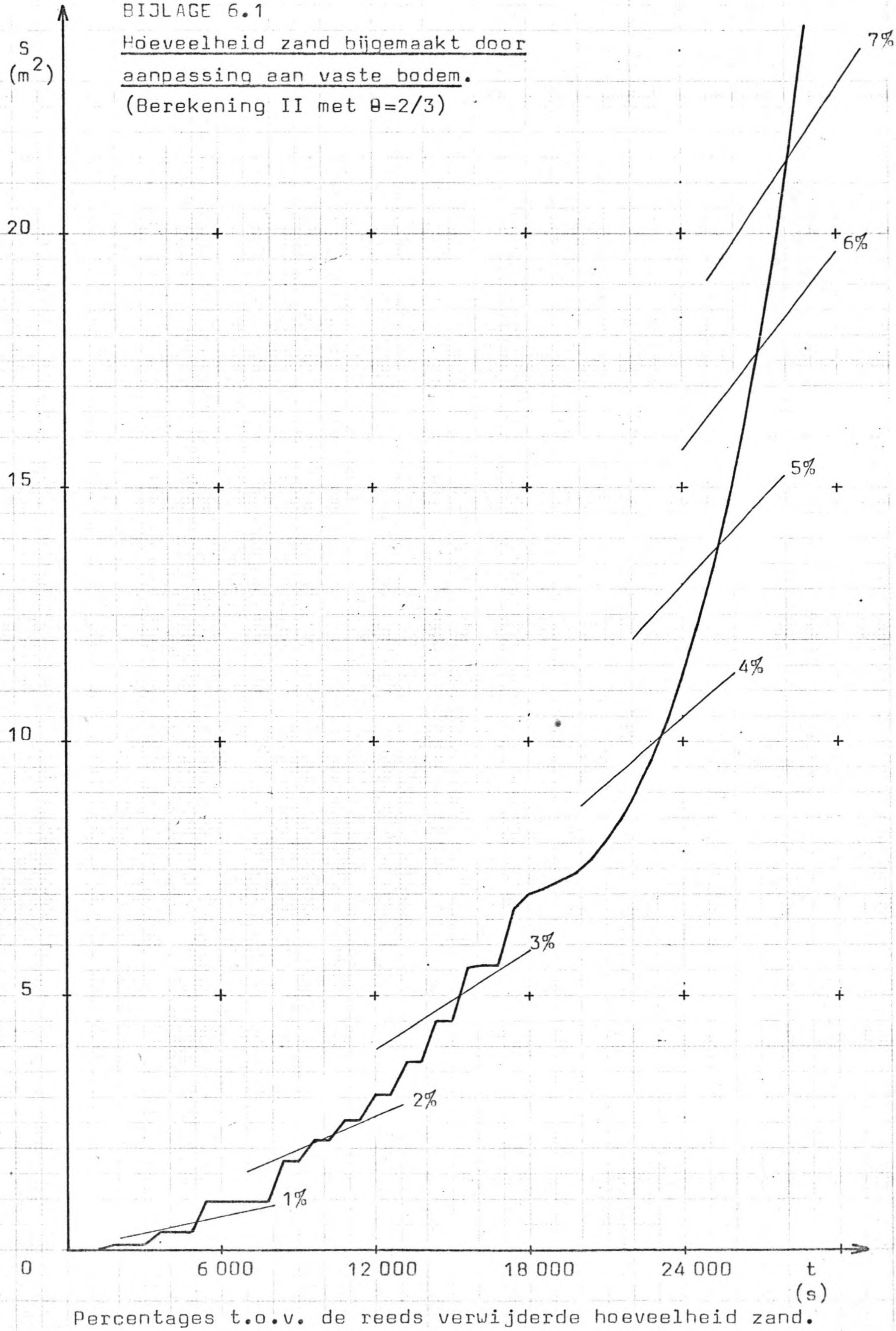
```
                'BEGIN'
                'IF' (R+Q-1)>(N/3) 'THEN' 'GOTO' AE2;
                FIX (1,3,3,Z(/R+Q-1/));
                BLANK (1,1);
                'END';
            AE2:
            LINE (1,2);
            'END';
        OUTSTRING (1,'('NEWTON-RAPHSON=')');
        AFIX (1,3,0,TEL);
        LINE (1,2);
        OUTSTRING (1,'('SEDIMENTBALANS: UIT     =')');
        FIX (1,6,6,UIT );
        LINE (1,1);
        OUTSTRING (1,'('                    BERGING=')');
        FIX (1,6,6,BERG);
        LINE (1,1);
        OUTSTRING (1,'('                    'IN'    =')');
        FIX (1,6,6,IN  );
        LINE (1,3);
        PAGE (1);
        TAF:= TAF + 1*K;
        'END';

    'IF' T=TPL 'THEN'
        'BEGIN'
        'COMMENT'   PLOTPROGRAMMA, BODEMHOOGTE EN WATERDIEPTE;
        'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
        ZP(/R/):= Z(/R/);
        LINES (XP,ZP,P,1,0,64);
        'FOR' R:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N/3 'DO'
        ZP(/R/):= Z(/R/) + Y(/R/);
        LINES (XP,ZP,P,1,0,64);
        TPL:= TPL + 6*K;
        'END';

    'IF' T=TEB 'THEN' 'GOTO' EINDE
             'ELSE' 'GOTO' MARGARETHA;


    EINDE:

    LASPLO;
    OUTSTRING (1,'('BEREKENING GESTOPT BY T=')');
    AFIX (1,6,0,T);
    OUTSTRING (1,'('SECONDEN')');
    LINE (1,6);
    'END';
    'END'
```

NO ERRORS FOUND

BIJLAGE 6.1

Hoeveelheid zand bijgemaakt door aanpassing aan vaste bodem.

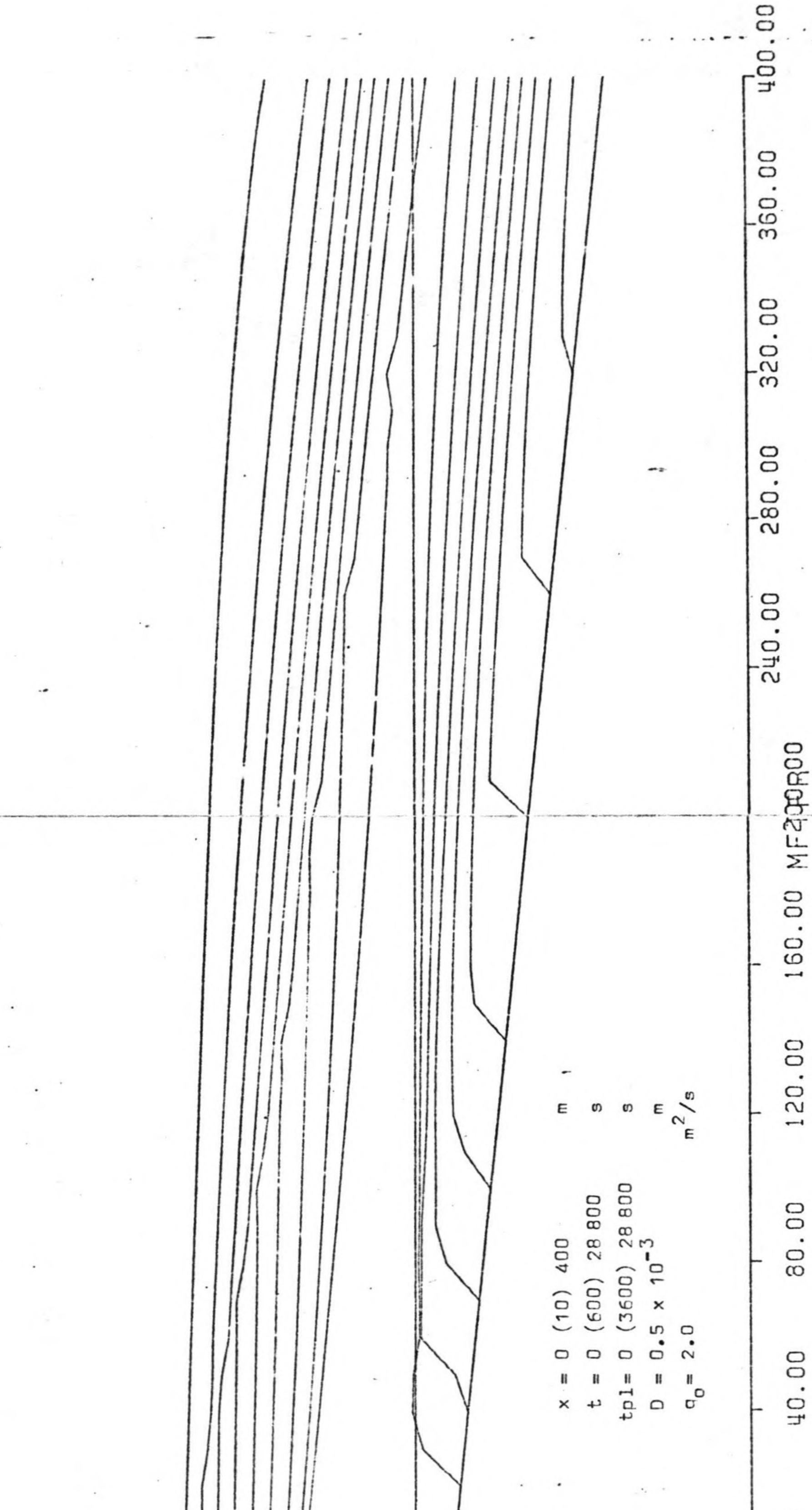
(Berekening II met $\theta=2/3$)



Percentages t.o.v. de reeds verwijderde hoeveelheid zand.

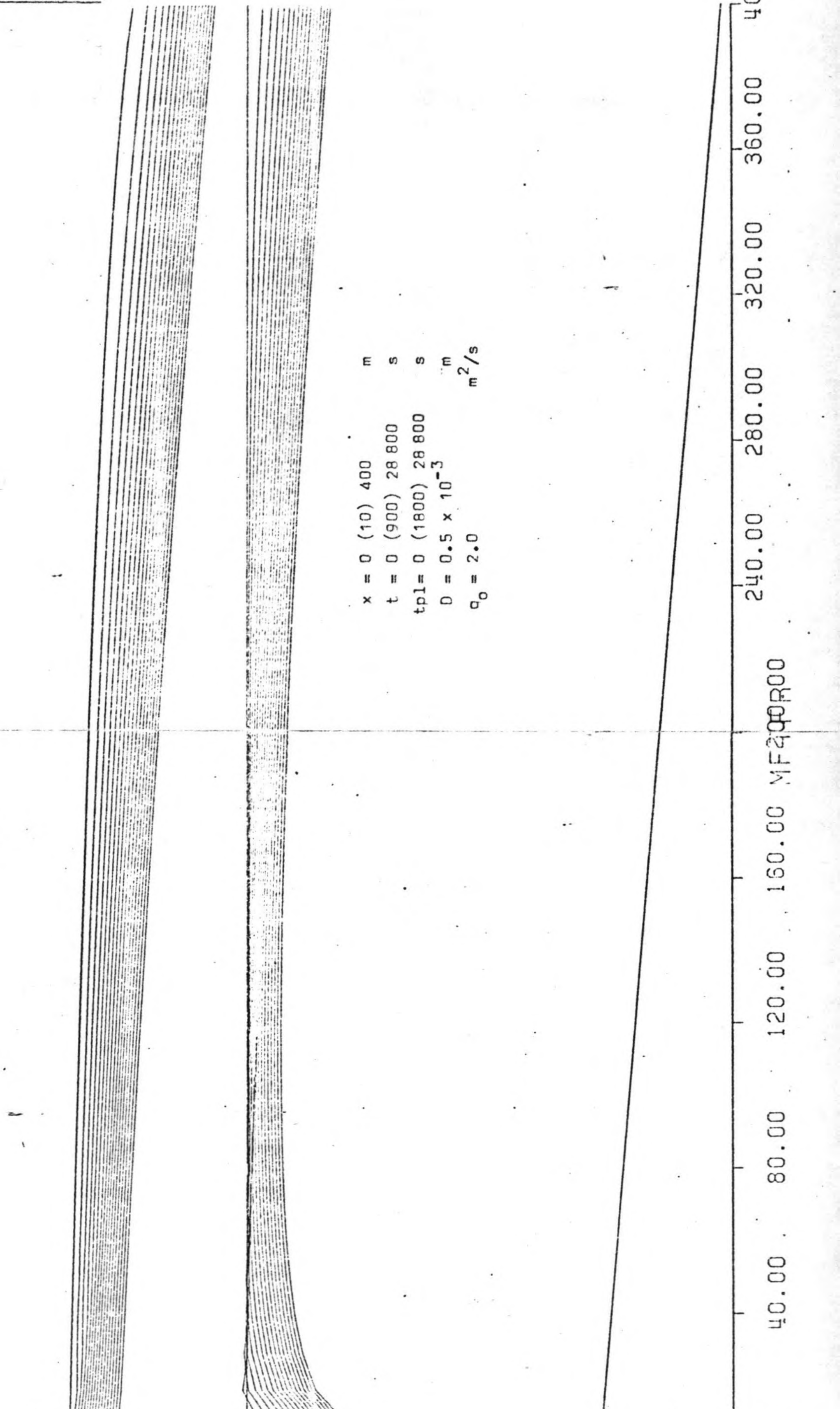
BIJLAGE 6.2

Berekening II.



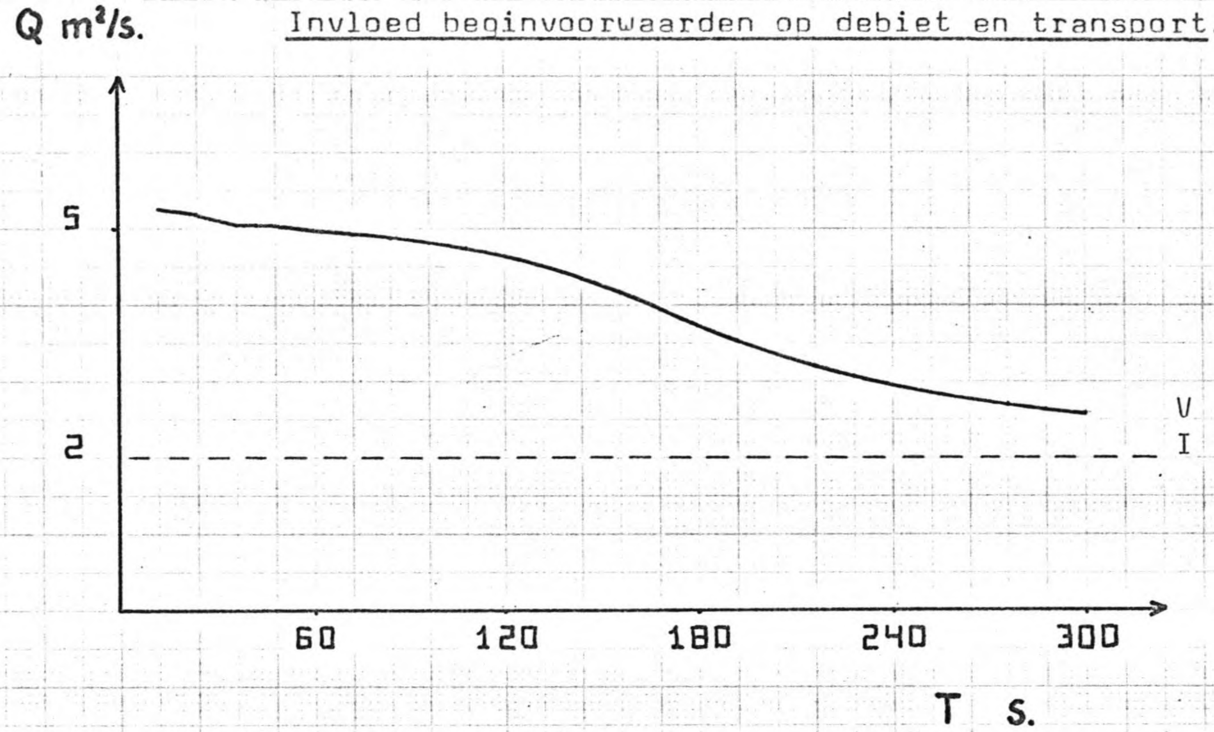
BIJLAGE 6.3

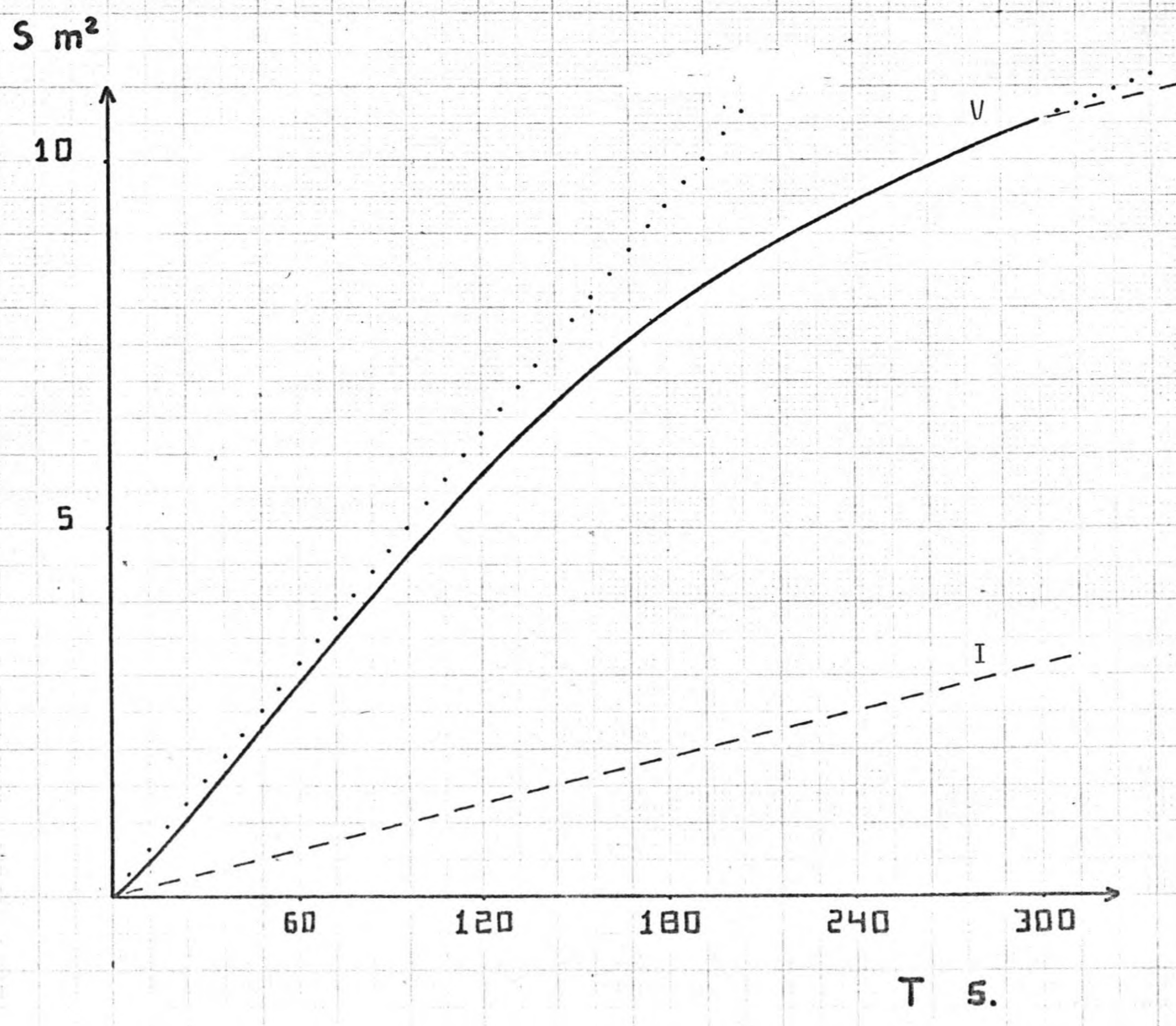
Berekening IV.



BIJLAGE 6.4

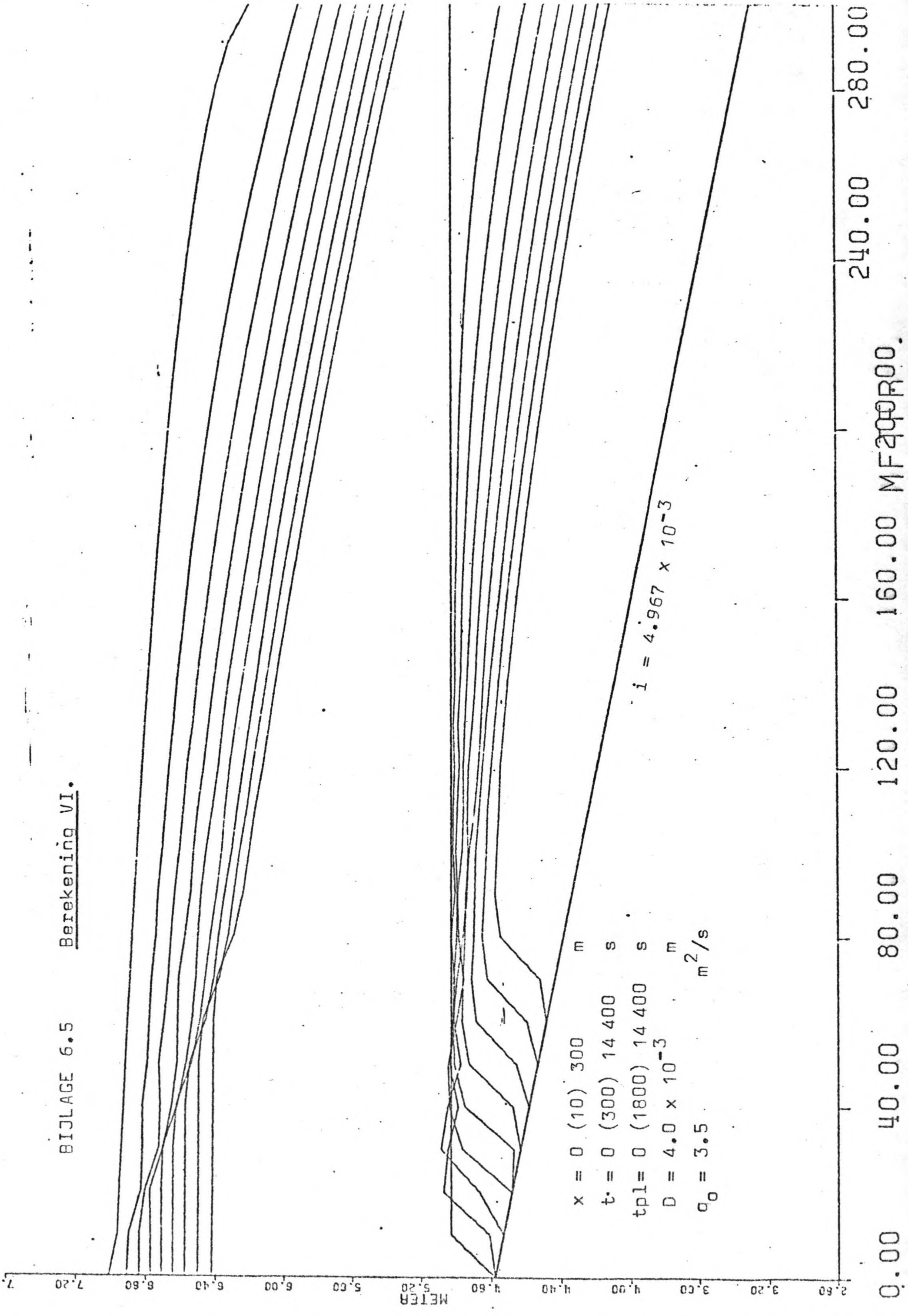
Invloed beginvoorwaarden op debiet en transport.

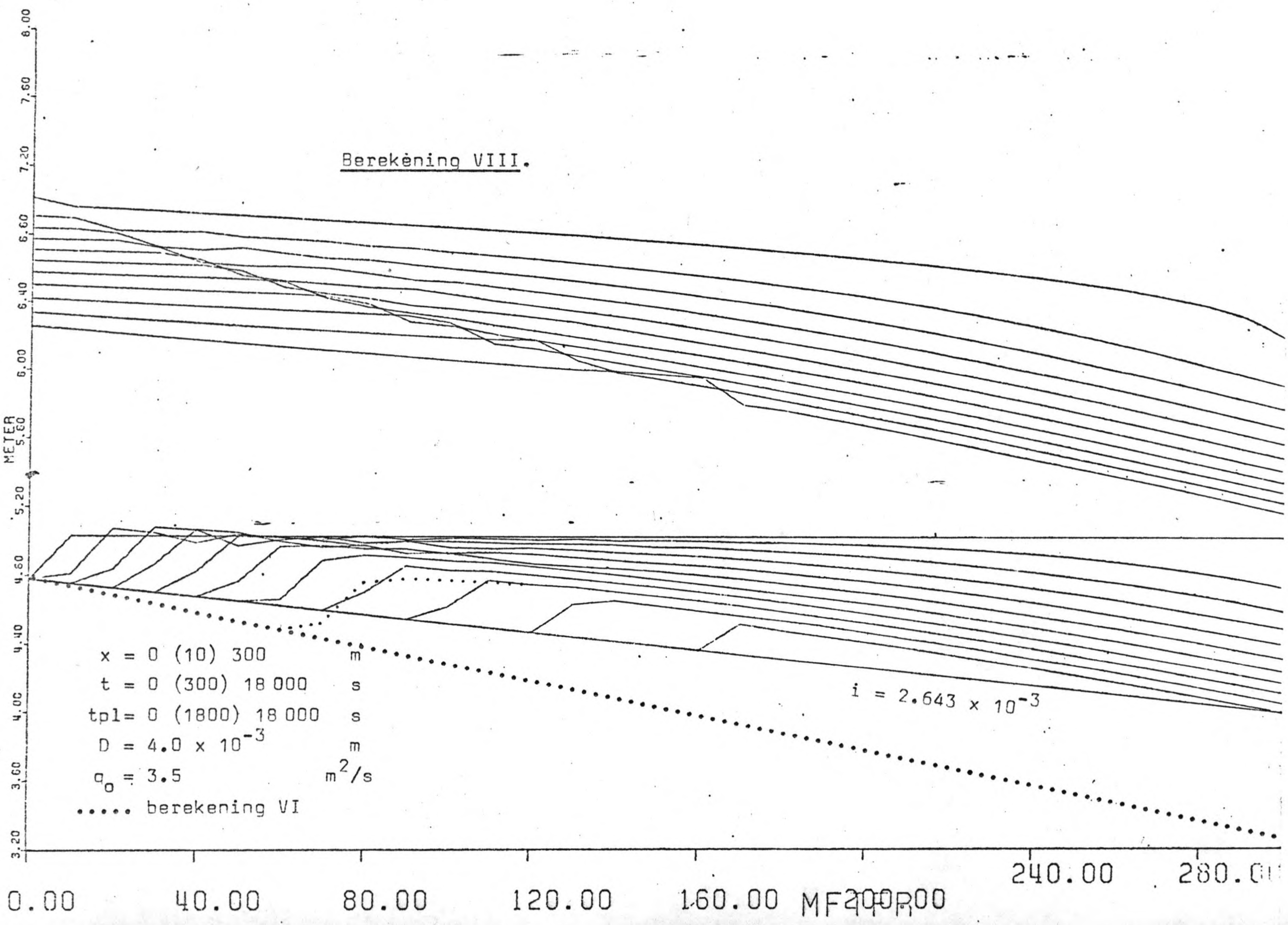




BIJLAGE 6.5

Berekening VI.




Berekening VIII.
METER
8.00
7.60
7.20
6.80
6.40
6.00
5.60
5.20
4.80
4.40
4.00
3.60
3.20
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
200.00
240.00
280.00
MF44R
x = 0 (10) 300 m
t = 0 (300) 18 000 s
tpl= 0 (1800) 18 000 s
D = 4.0 x 10^-3 m
q_o = 3.5 m^2/s
••••• berekening VI
i = 2.643 x 10^-3