

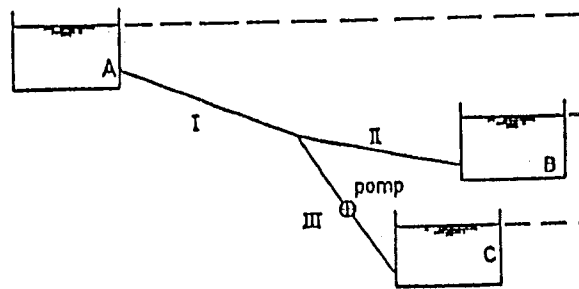
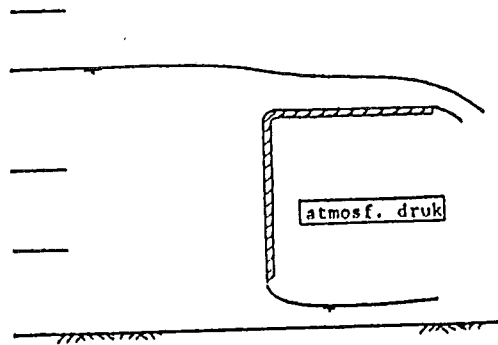
b70

Vloeistofmechanica b70

Studievragen en vraagstukken

Januari 1990

C. Verspuy



VLOEISTOFMECHANICA b70

Studievragen en vraagstukken

ir. C. Verspuy

Januari 1990

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde
Sectie VLOEISTOFMECHANICA

370	jan.90			203020					± f 4,25
-----	--------	--	--	--------	--	--	--	--	----------

INHOUD

Doelstelling en overzicht

Hoofdstuk 1	Inleiding
Hoofdstuk 2	Vloeistofeigenschappen
Hoofdstuk 3	Kinematica
Hoofdstuk 4	Balansvergelijkingen
Hoofdstuk 5	Massabalans en volumebalans
Hoofdstuk 6	Impulsbalans voor een deeltje
Hoofdstuk 7	Energiebalans voor een stroombuis
Hoofdstuk 8	Impulsbalans voor een stroombuis
Hoofdstuk 9	Stroming in open waterlopen
Hoofdstuk 10	Stroming rond een voorwerp
Hoofdstuk 11	Weerstand in leidingen (Hfst. 11 en 12 collegehandleiding)

Bijlage I: Examenopgaven

I.1 t/m I.3 Examen voorbeeld 1

I.4 t/m I.6 Examen voorbeeld 2

I.7 t/m I.9 Examen voorbeeld 3

Bijlage II: Uitwerkingen betreffende Hfst. 1 t/m 11

Bijlage III: Uitwerkingen examenopgaven

DOELSTELLING EN OVERZICHT

Het doel van deze bundel is het verschaffen van oefenstof in de vorm van studievragen en vraagstukken die parallel aan de colleges kunnen worden uitgewerkt. Met een beperkt aantal toepassingen ter ondersteuning van de studie wordt gestreefd naar een goede samenhang tussen de collegestof, oefenopgaven, practica en tentamenopgaven.

De opgaven in de hoofdstukken 1 t/m 11^(zie INHOUD en blz. 28) hebben betrekking op de stof uit de overeenkomstige hoofdstukken 1 t/m 12 van de collegehandleiding. Geadviseerd wordt deze opgaven parallel aan de colleges te maken. Uitwerkingen, antwoorden of verwijzigingen zijn gegeven in Bijlage II.

De opgaven in de hoofdstukken 8 t/m 11 betreffen voor een deel praktische problemen, waarbij de probleem-analyse en de samenhang met theorieën incl. benaderingen belangrijk zijn. De probleem-analyse vergt een goed overzicht dat slechts met oefening kan worden verkregen. Deze aspecten zijn ook van belang bij tentamenvraagstukken.

Ter afronding van de zelfstudie kunnen de vraagstukken in Bijlage I worden gebruikt als toetsen. Het betreft drie voorbeeld-tentamens, waarvan uitwerkingen in telegramstijl zijn opgenomen in Bijlage III.

Het gaat bij het oplossen van de problemen vooral om overzicht en een systematische aanpak, waarbij in het algemeen achtereenvolgens de volgende fasen kunnen worden onderscheiden:

1. zich een beeld vormen van de stroming;
2. een schets maken van het stroombeeld incl. enkele stroomlijnen en eventuele stuwpunten, loslaatpunten en neren;
3. het kiezen van een geschikt balansgebied;
4. het opstellen van geschikte vergelijkingen;
5. een analytische uitwerking al dan niet na aanvullende benaderingen;
6. een numerieke uitwerking;
7. het controleren en interpreteren van gevonden resultaten.

Het controleren van bewerkingen via de dimensies is belangrijk. Mede daarom is het van belang dat pas in een laat stadium van een analyse numerieke waarden worden gesubstitueerd. Uiteraard moeten de dimensies bij een antwoord worden aangegeven!

HOOFDSTUK 1 Inleiding

- 1.1 Met welke naam worden vloeistoffen en gassen in het Engels aangeduid?
- 1.2 Bedenk één of meer voorbeelden van problemen in de mechanica van vloeistoffen binnen respectievelijk de vakgebieden Verkeer, Utiliteitsbouw, Constructieve Waterbouwkunde, Rivieren/Kusten/Havens en Scheepvaartwegen, Irrigatie, Waterkracht, Gezondheidstechniek, Waterbeheersing, Offshore, Milieutechniek.
- 1.3 Geef duidelijk aan waarin het mechanisch gedrag van vloeistoffen ("fluids") verschilt van dat van vaste stoffen.
- 1.4 In bepaalde gevallen kan men de stroming van lucht en die van water analoog benaderen. Is in zulke gevallen de samendrukbaarheid van betekenis? Kan die analogie opgaan voor bewegingen van water met een vrij oppervlak?

HOOFDSTUK 2 Vloeistofeigenschappen

- 2.1 Geef een definitie van de druk in een stromende vloeistof.
- 2.2 Wat is de dimensie van de compressibiliteitsmodulus (K)?
- 2.3 In een groot meer, waarin de massadichtheid van het water (ρ) constant wordt gesteld, wordt gemeten hoeveel tijd een geluidsgolf nodig heeft voor het overbruggen van een afstand van 10 km. De tijdsduur blijkt 6,8 s te bedragen.
 - a. Neem een realistische waarde voor ρ aan.
 - b. Bereken de compressiemodulus K bij de dichtheid ρ ad. a.
 - c. Welke tijdsduur zal bij dezelfde afstand ongeveer mogen worden verwacht als het medium lucht is in plaats van water, en waarom?
- 2.4 Waarom neemt K toe bij een toenemende druk? Is het bij water doorgaans van belang hiermee rekening te houden?
- 2.5 Bereken de procentuele toeneming van de massadichtheid van water a.g.v. een verhoging van de druk van 10^5 Pa (ca. 1 atm.) tot 5×10^5 Pa.
- 2.6 Leid uit de definities af wat de dimensies zijn van de dynamische en de kinematische viscositeit en druk deze uit in de basiseenheden (kg, m, s).
- 2.7 Vergelijk de waarden van de kinematische viscositeit van lucht en die van water (temperatuur 20° C) en ga de invloed na op het kental van Reynolds (Re) bij gelijke waarden van U en ℓ .
- 2.8 Water (temperatuur 20° C) stroomt met een gemiddelde snelheid $U = 0,5$ m/s door een buis met inwendige diameter $D = 0,03$ m. Is de stroming laminair of turbulent? Hoe luidt het antwoord in geval van stromende lucht (zelfde getallen als bovenstaande)?
- 2.9 Geef een voorbeeld van een zichtbaar laminaire stroming die in het dagelijks leven in huis kan optreden.

2.10 Geef twee alternatieven voor de dimensie van de grensvlakspanning.

2.11 Bepaal de stijghoogte h_σ in een capillair (zuiver water, lucht, glas) als voor de diameter $D = 0,5$ mm en voor de grensvlakspanning $\sigma = 0,07$ N/m wordt genomen. Wat is de potentiële energie per eenheid van oppervlakte van het grensvlak tussen het water en de lucht?

2.12 In een bolvormige vloeistofdruppel met een straal $R = 1$ mm heerst een overdruk $p_h - p_b = \Delta p = 150$ Pa als gevolg van de grensvlakspanning. Bereken de waarde van σ .

2.13 In een probleem spelen de volgende grootheden een rol :

- twee lengten l_1 en l_2 ;
- snelheid U ;
- massadichtheid ρ ;
- viscositeit η ;
- (uitwendige) kracht K .

Ga na hoeveel onafhankelijke dimensieloze parameters hieruit gevormd kunnen worden en leid die af.

2.14 Als 2.13 , nu met :

- een lengte l ;
- massadichtheid ρ ;
- viscositeit η ;
- zwaartekrachtsversnelling g ;
- snelheid U .

2.15 In een stroming over een brede stuw stellen we de afvoer per m^1 breedte (symbool: q ; dimensie van q is $1\ m^3/s/m$ ofwel $1\ m^2/s$) slechts afhankelijk van de zwaartekrachtsversnelling (g) en de hoogte van het wateroppervlak in het stuwmeer boven de kruin van de stuw (h). Leidt uit dimensiebeschouwingen af hoe q met h varieert.

HOOFDSTUK 3 Kinematica

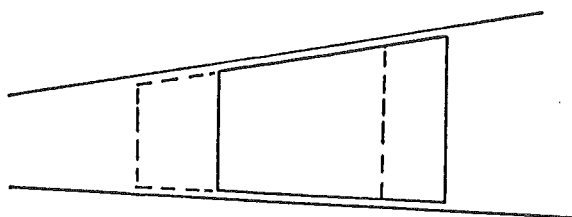
- 3.1 Geef een omschrijving van de stroomsnelheid $\vec{u}$ in een continuümmodel van een stromende vloeistof.
- 3.2 Een belangrijk begrip is het begrip snelheidsveld. Wanneer is sprake van resp. een uniforme stroming, een stationaire stroming of een eenparige stroming?
- 3.3 Beschouwd wordt een windveld boven Europa (denk aan beeld 8-uur journaal NOS), dat over een tijdinterval van bv. 1 uur stationair wordt gesteld. Verondersteld wordt dat het snelheidsveld op grote hoogte in een gebied ter grootte van de gemeente Delft uniform is.
- Teken een mogelijke registratie van een gevoelige windsnelheidsmeter inclusief turbulente fluctuaties. Definieer de over (bv.) 5 minuten *gemiddelde snelheid* en geef de waarde hiervan weer in de getekende registratie.
 - Twee slanke hoge gebouwen, die elk een hoek maken van 15° met de oorspronkelijke windrichting, vormen een "trechter". Teken de te verwachten stroomlijnen (bovenaanzicht) en definieer een stroomstrook waarvan de gebouwen elk een deel van de zijdelingse begrenzingen vormen.
 - Volg een pakket lucht langs een stroomlijn in het hart van de trechter en langs een begrenzing van bovenbedoelde stroomstrook en vorm daarbij een beeld van $\vec{u}(s,t)$, $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial u}{\partial s}$, $u \frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial u}{\partial s} n$ en $\frac{u^2}{R}$.
- 3.4 Een auto rijdt met een snelheid van 100 km/uur zuidwaarts van Nederland naar Spanje. Stel dat de temperatuurgradiënt in West Europa de grootte 1°C per 100 km en de richting N-Z heeft, en dat de lokale temperatuurstijging overal 2°C per uur is.
- Wat is de temperatuur-toename in de buitenlucht rond de auto gedurende een rit van $2\frac{1}{2}$ uur?
- Beantwoord dezelfde vraag voor de gevallen waarin de temperatuurgradiënt is gericht van NNW naar ZZ0, resp. van W naar O.

- 3.5 Geef voor een twee-dimensionaal stromingsveld met gegeven $u = u(x,y,t)$ de uitdrukking voor de meebewegende afgeleide Du/Dt .
- 3.6 Bereken de normale versnelling (a_n) voor water dat stationair rond-draait in een glas met $u = 0,1$ m/s en $R = 0,03$ m. Doe hetzelfde voor $u = 1,5$ m/s en $R = 200$ m (bv. bij een bocht in een rivier).
- 3.7 Geef algemene uitdrukkingen voor de door een willekeurige doorgang met oppervlakte A meegevoerde impuls, kinetische energie, massa en volume (volumestroom = debiet). Doe hetzelfde voor een dwarsdoorgang.

HOOFDSTUK 4 Balansvergelijkingen

4.1 Er worden twee verschillende beschrijvingen onderscheiden namelijk die volgens *Lagrange* resp. die volgens *Euler*.

- In onderstaande figuur is bij de weergave van een balansgebied op twee verschillende tijdstippen kennelijk een keuze gemaakt. Welke?



- Geef een tekening van een balansgebied op twee tijdstippen indien de andere beschrijving wordt gekozen.

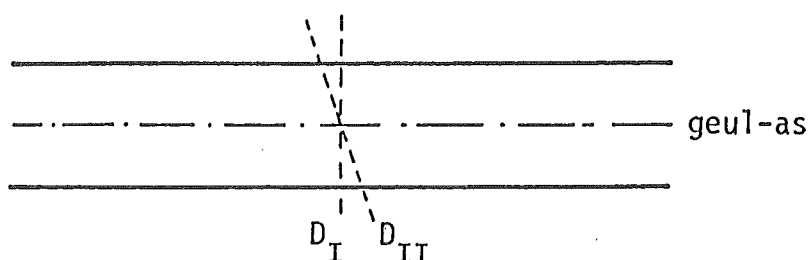
4.2 Balansvergelijkingen kunnen o.a. worden opgesteld voor een gebied met eindige afmetingen en vaste begrenzingen. Waarom krijgt deze aanpak in b70 de meeste aandacht? Geef een voorbeeld van een stroming waarbij term III (productie) ongelijk nul is.

4.3 Stel de balans op voor een grootte in een gebied G in korte algemene bewoordingen.

Wat is een behouden grootte en welke reductie heeft plaatsgevonden bij een z.g. behoudsvergelijking voor een stationaire stroming?
Geldt dan dat er nergens overdracht plaatsvindt naar het gebied?

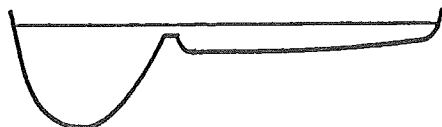
HOOFDSTUK 5 Massabalans en volumebalans

- 5.1 Ga na waarom het onderscheid tussen massabalans en volumebalans belangrijk is.
- 5.2 Stel een volumebalans op voor een niet-stationaire stroming in een niet geheel gevulde gesloten leiding of een open leiding.
- 5.3 In een open waterloop met een geul-as, die lokaal met een rechte lijn kan worden weergegeven, worden twee verschillende doorgangen D_I en D_{II} vergeleken (zie onderstaande figuur). D_I staat loodrecht op de stroomlijnen terwijl de normaal op D_{II} daarmee een hoek $\alpha = 30^\circ$ insluit.



Bepaal in beide gevallen de volumestroom door de doorgang (zie ook par. 3.4 van de collegehandleiding). Op welke manier werkt de hoek α door in de afzonderlijke grootheden die van belang zijn voor de volumestroom door D_{II} , en in de waarde van die volumestroom zelf?

- 5.4 Beschouwd wordt een gedeelte van een rivier, die af en toe buiten haar oevers treedt. Bepaal voor een balansgebied G (lengte $\Delta x = 4000$ m, breedte $B = 50$ m) de totale volumestroom naar G toe bij een lineair stijgende waterstand van 0,5 m per etmaal. Doe hetzelfde voor het geval dat a.g.v. overstroming van de uiterwaarden $B = 150$ m.



- 5.5 Verklaar waarom het debiet Q bij een instationaire stroming in een gesloten leiding onafhankelijk kan zijn van de plaats van de dwarsdoorsnede (langs de as van de leiding).

5.6 Welke term in de vergelijking (5.2) van de collegehandleiding is gekoppeld aan het begrip meevoering? Welk begrip uit een balans (zie hoofdstuk 4) is gekoppeld aan de andere term in vergelijking (5.2)?

HOOFDSTUK 6 Impulsbalans voor een deeltje

6.1 Waarom is in een open leiding met stilstaande vloeistof de waterspiegel horizontaal?

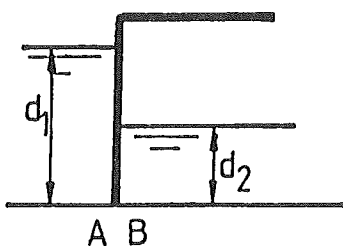
Welke veronderstelling is ^(daartoe) nodig betreffende de luchtdruk boven de vloeistof respectievelijk betreffende de lengte van de leiding?

6.2 Wat is de druk op 1,50 m onder de vrije vloeistofspiegel (in rust) van een vloeistoftank als $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$ resp. $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$?

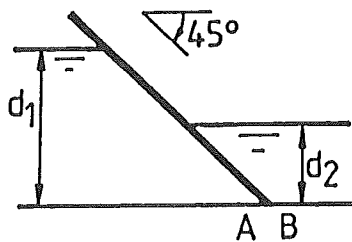
Bereken en teken het drukverloop over de gehele diepte d van de tank als $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$ en $d = 3 \text{ m}$.

6.3 Tekenen het in 6.2 genoemde drukverloop óók indien de tank een versnelling ondergaat van $\frac{1}{2}g$ vertikaal omhoog resp. $\frac{1}{2}g$ vertikaal naar beneden. Hoe groot is in de beschouwde gevallen de horizontale drukgradiënt in twee richtingen x en y ?

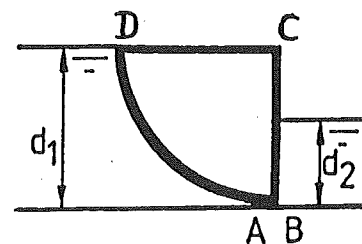
6.4 Bepaal de druk p in N/m^2 ter plaatse van de horizontale bodem in de punten A en B rechts en links van de drie getekende constructies (a), (b) en (c) (zie figuur), met aan weerszijden van de dunne stalen wanden vloeistof in evenwicht.



(a)



(b)



(c)

Gegevens: $d_1 = 2 \text{ m}$, $d_2 = 1 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

6.5 • Bepaal de horizontale componenten van de krachten, die aan weerszijden op de constructies (a) , (b) en (c) (zie bovenstaande figuur) worden uitgeoefend.

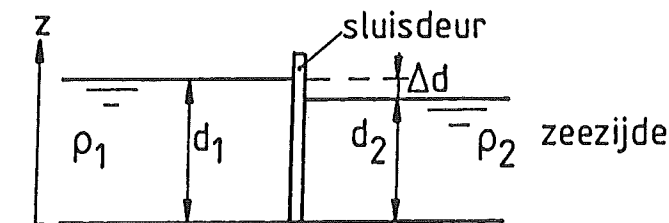
• Bepaal de resulterende krachten, die door de vloeistof worden uitgeoefend op de constructies (a) en (b) , in grootte en richting en

schets daarbij het verloop van de druk op de constructie aan weers-
zijden.

- Schets de drukverdeling op de constructie © , waarbij de straal van de cirkelboog gelijk is aan d_1 , bepaal de resulterende kracht ter linkerzijde en bepaal de werklijn van de verticale component van deze kracht.

Bepaal het moment t.o.v. punt C dat door de krachten als gevolg van de stilstaande vloeistof op de constructie ABCD wordt uitgeoefend.

6.6 Beschouwd wordt een aan zee gelegen schutsluis.

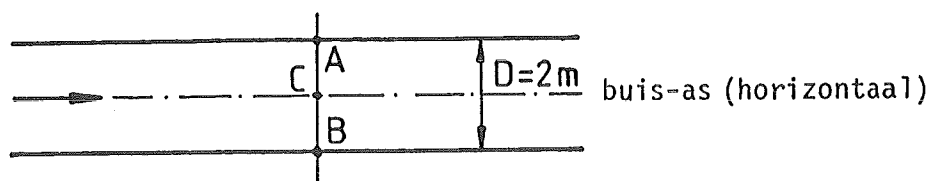


Gegeven: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1030 \text{ kg/m}^3$, $d_1 = 3 \text{ m}$

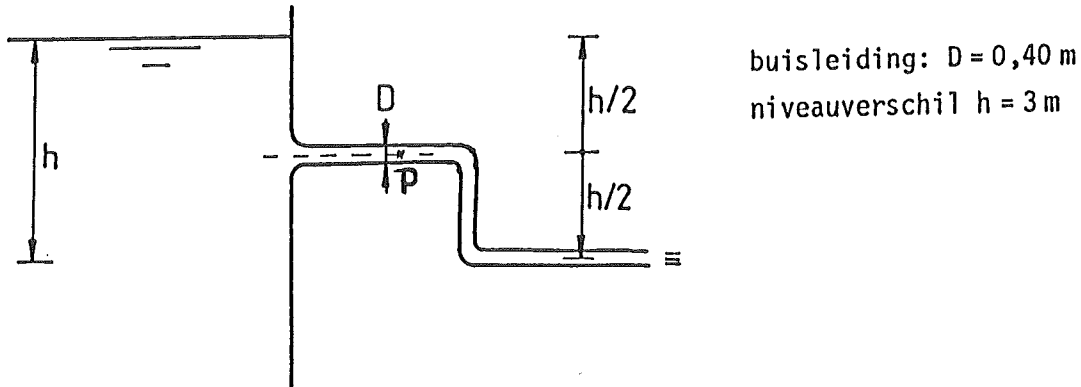
- Bereken de waterdiepte d_2 waarbij op het niveau van de horizontale bodem ($z = 0$) aan weerszijden van de sluisdeur de druk gelijk is. Teken het resulterend drukverloop over de deur en geef de richting van de lekstroom in de deurkassen aan.
- Ga na wat de invloed is op de lekstroom van het variëren van d_2 , bijvoorbeeld door Δd , zoals berekend in voorgaande vraag, te halveren.

6.7 Een vloeistof stroomt stationair door een buisleiding (zie figuur).

De druk in punt C is 20 kPa. Geef het piëzometrisch niveau van een deeltje in C t.o.v. het horizontale vlak door de buis-as. Geef het piëzometrisch niveau van een deeltje in A en B. Bepaal de druk in A en B. (Doe dit ook bij niet-horizontale buis-as.)



- 6.8 Bereken het debiet dat uit een groot reservoir via de in onderstaande figuur aangegeven leiding vrij uitstroomt, indien alle verliezen mogen worden verwaarloosd. (Opm.: De verliezen komen later aan de orde.)



- 6.9 Wat is de druk in een punt P op de buis-as van het eerste gedeelte van de onder 6.8 beschouwde leiding (zie bovenstaande figuur)?

- 6.10 Analyseer in het in 6.8 beschouwde probleem de invloeden van een vernauwing aan het einde van de leiding (zie detail) op de uitstroomsnelheid en op het debiet en op de druk in het punt P.



- 6.11 Een dunne tuinslang is aangesloten op een waterleidingnetwerk met relatief grote leidingdiameters.

Verondersteld wordt dat:

1. Bij de aansluiting in de waterleiding geldt:
 $p_w \approx \rho g H_w = \text{constant}$ en $z_w = 0$ (referentie-vlak).
2. Alle verliezen in kraan en tuinslang NUL zijn.

- Kies $p_w = 20 \text{ kPa}$ (relatief klein) en bereken de snelheid u_s in het eindpunt S van de slang.
- Welke invloed hebben de verliezen in de tuinslang op de snelheid u_s ?
- Waarom wordt een hoge waarde voor u_s alleen geconstateerd bij een sterke vernauwing van het doorstroomoppervlak bij het eindpunt?

- 6.12 Langs een stroomlijn in een versnellende stroming worden de punten 1 en 2 onderscheiden, waarin de volgende waarden zijn bepaald:

z_1	z_2	u_1	u_2
4m	5m	1m/s	2m/s

Geef een uitdrukking voor het drukverschil $p_2 - p_1 = \Delta p$ en bereken dat verschil. Is een eventuele kromming van de stroomlijn hierop van invloed? Geef de stroomrichting aan en geef de twee oorzaken van de drukverandering aan.

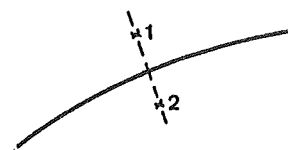
- 6.13 Wijzig in 6.12 de waarde van z_2 van 5 m in 3 m en ga de invloed daarvan na.

- 6.14 • Bij een z.g. putstroming kan worden geschreven langs een rechte stroomlijn $u(r) = \frac{q}{2\pi r}$.
Bepaal $u \frac{\partial u}{\partial s}$ in de verg. van Euler.

- Langs een sterk gekromde stroomlijn ($R = 0,20$ m) in een stationair stroomveld is $u = 0,5$ m/s.

Bepaal in dat punt zo mogelijk een waarde voor $u \frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial h}{\partial b}$, $\frac{\partial h}{\partial n}$ (zie verg. van Euler).

Bepaal $h(n_2) - h(n_1)$ als $n_2 - n_1 = 0,05$ m
en $u(n_2) = u(n_1)$.



- 6.15 Een cilindervormige bak (straal r_0) met vloeistof roteert met constante hoeksnelheid ω om de verticale as van de bak (rotatie-as). De bodem is horizontaal.

- Geef een uitdrukking voor het piëzometrisch niveau op een afstand r t.o.v. dat in de verticale as:

$$\Delta h \equiv h(r) - h(0)$$

Bereken het maximale verschil $\Delta h_{\max} = h(r_0) - h(0)$ in termen van ω en r_0 .

Kies $\omega = 2\pi$, 4π en 8π radialen per seconde en bereken $\Delta h_{\max}$ voor $r_0 = 0,25$ m.

- Hoe verloopt de waterspiegel?
- Hoeveel bedraagt het drukverschil over een straal langs de bodem?

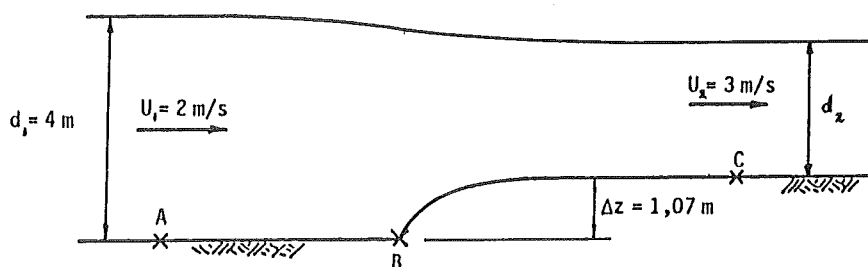
6.16 Met een z.g. Pitotbuis worden in stationair stromend water op twee verschillende plaatsen de stijghoogte-verschillen $0,08$ m respectievelijk $0,11$ m gemeten. Bepaal de snelheden op de beide plaatsen.

6.17 Bereken de snelheid in een stromende vloeistof met een dichtheid $\rho = 800$ kg/m³ indien het met een Pitotbuis gemeten stijghoogte-verschil $0,03$ m bedraagt.

6.18 Bepaal het energieniveau in een punt op een rechte stroomlijn indien de snelheid $u = 2$ m/s en de dynamische druk in een punt op een naburige stroomlijn $p_d = 40$ kPa bedraagt.

6.19 Bepaal de snelheid (U) bij een vrije uitstroming uit een reservoir (Torricelli), waarin het water 1 m boven het niveau van de opening staat.

6.20 Bepaal het niveauverschil tussen het energieniveau in de punten A, B en C en het locale niveau van de bodem bij een versnellende stroming (zie figuur).

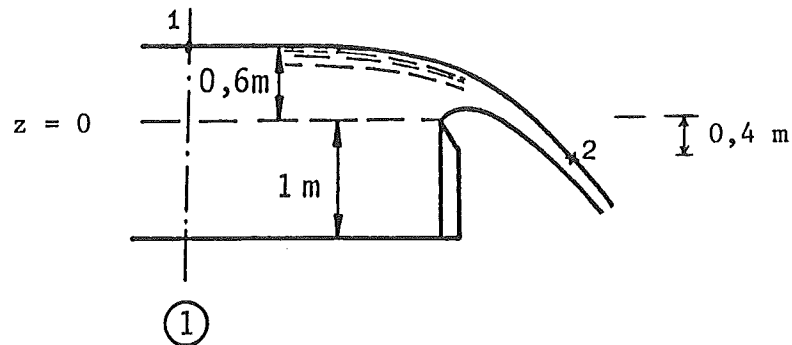


Leg een verband tussen de energieniveau's in de punten A en C.

Bepaal de druk in de punten A, B en C.

HOOFDSTUK 7 Energiebalans voor een stroombuis

- 7.1 Als de snelheid in een punt 1 vóór een stuw (zie figuur) $0,60 \text{ m/s}$ is, wat is dan de dikte van de waterstraal bij punt 2 op $0,4 \text{ m}$ onder het refentievlak in het niveau van de kruin ?



- 7.2 Geef voor de doorgang 1 (zie bovenstaande figuur) een uitdrukking voor respectievelijk:

- de meevoering van potentiële en kinetische energie p.e.v. tijd
- de totale energie-overdracht p.e.v. tijd
- de energiehogte H en het debiet Q .

Bereken H indien $P = 12,2 \text{ kW}$ en $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$.

- 7.3 Bereken de dikte van de waterstraal bij punt 2 (ad. 7.1) indien het debiet Q_1 in doorgang 1 gegeven is:

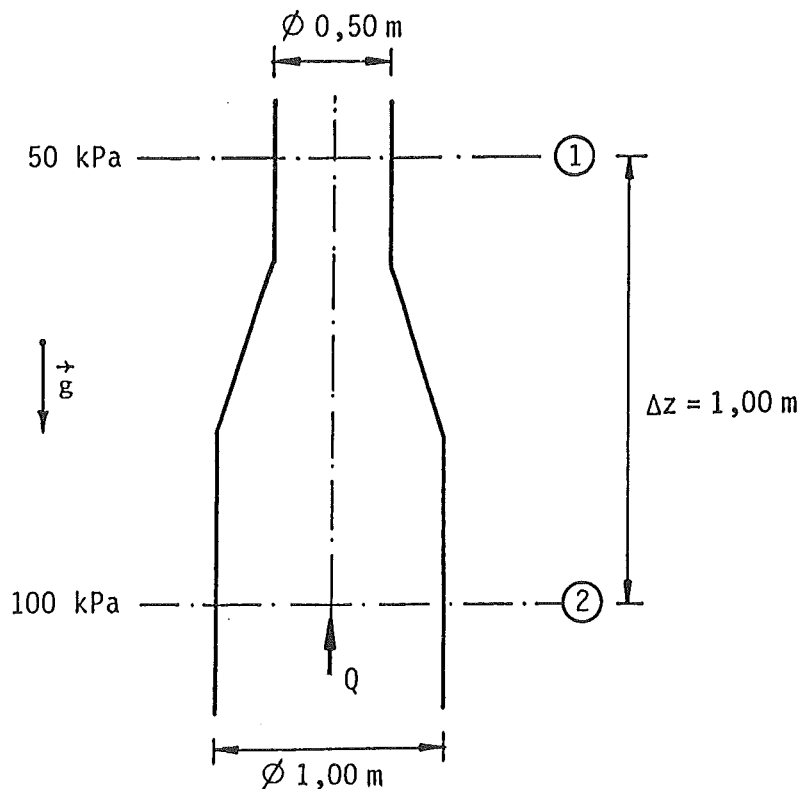
$$q_1 = Q_1/B = 2 \text{ (m}^3/\text{s)/m}$$

- 7.4 In plaats van de in 7.1 beschouwde scherpe kruin wordt een afgeronde kruin verondersteld, waarvan de stroming niet loslaat (zie college-handleiding Figuur 6.6a).

Geef een uitdrukking voor de druk op de top van de kruin. Wat zal de invloed zijn van een dergelijke druk op de snelheden?

- 7.5 In een gesloten leiding wordt op twee plaatsen de druk gemeten (zie figuur).

Bepaal het debiet Q en bepaal H in de doorgangen ① en ②.



- 7.6 Neem aan dat in 7.5 de vloeistof olie is waarvoor geldt $\rho = 0,85 * \rho_{\text{water}}$ en bepaal Q .
Zou de "vloeistof" lucht kunnen zijn?
- 7.7 Welk drukverschil wordt gemeten in de doorgangen ① en ②, indien (als in 7.5) bij hetzelfde debiet de stroming van ① naar ② is en verliezen mogen worden verwaarloosd?
- 7.8 Met een Venturimeter wordt op twee plaatsen het piëzometrisch niveau gemeten (zie Figuur 7.2 in de collegehandleiding), $D_1 = 0,10 \text{ m}$, $h_1 = 2,40 \text{ m}$ en $h_2 = 2,00 \text{ m}$. Bereken de snelheid(shoogte) in 1 en in 2 en het debiet, indien de diameter in de keel 0,85 maal de buisdiameter (D_1) is.
- 7.9 Hoeveel energie moet een pomp leveren (dus netto) om een debiet van 150 liter water per seconde op te pompen bij een piëzometrisch niveauverschil $h_1 - h_2 = -20 \text{ m}$?

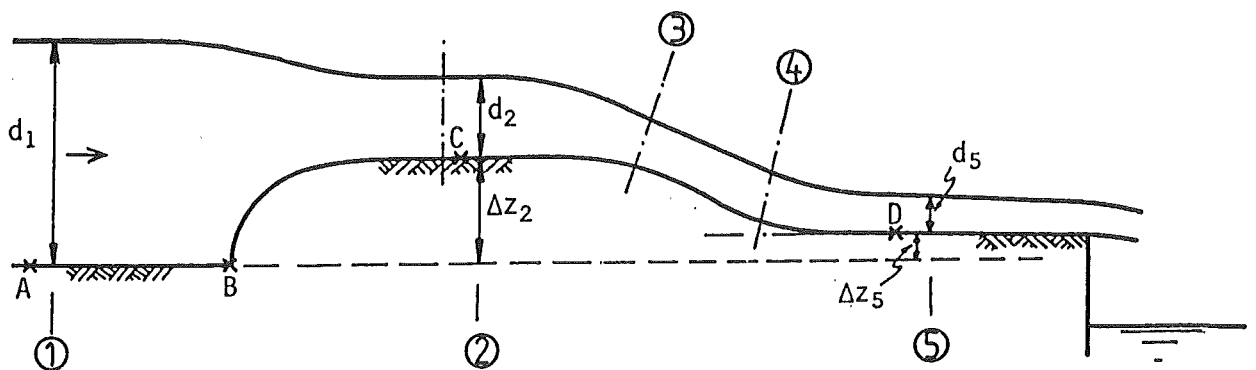
Neem eerst aan dat de diameter van de buisleiding vóór en achter de pomp gelijk is. Neem daarna aan dat $D_2 = 2 D_1 = 0,40 \text{ m}$ en bereken bij hetzelfde vermogen $h_1 - h_2$. Maak een duidelijke tekening van het verloop van H en van het piëzometrisch niveau h over het beschouwde leiding-gedeelte in de beide gevallen.

7.10 Kies één van de onder 7.9 bedoelde tekeningen als uitgangspunt. Veronderstel dat de pomp een turbine is en dat het water onder invloed van de zwaartekracht naar beneden stroomt. Als het rendement 100% zou zijn, wat zou de turbine dan voor vermogen leveren?

7.11 Water stroomt via een overlaat uit een kanaal in een veel lager gelegen bekken (zie onderstaande figuur), waarbij 5 doorgangen worden onderscheiden met een steeds toenemende snelheid.

Gegeven: $d_1 = 6,40 \text{ m}$, $d_2 = 1,60 \text{ m}$,
 $\Delta z_2 = 4,05 \text{ m}$, $\Delta z_5 = 1,40 \text{ m}$

Tekening niet op schaal



Gevraagd:

- Teken drie stroomlijnen van ① naar ⑤
- Als de wrijvingsweerstand over de (korte) afstand ① - ⑤ geheel mag worden verwaarloosd bereken dan het debiet q p.e.v. breedte, het energieniveau in de doorgangen ① , ② en ⑤ en de gemiddelde snelheden U_1 , U_2 en U_5 .

- c. Bepaal de druk in de punten A, B, C en D.
- d. Teken het drukverloop in de doorgangen 1 t/m 5.
Wat is het probleem als men 3 of 4 als grens van een balans-
gebied zou kiezen?

HOOFDSTUK 8 Impulsbalans voor een stroombuis

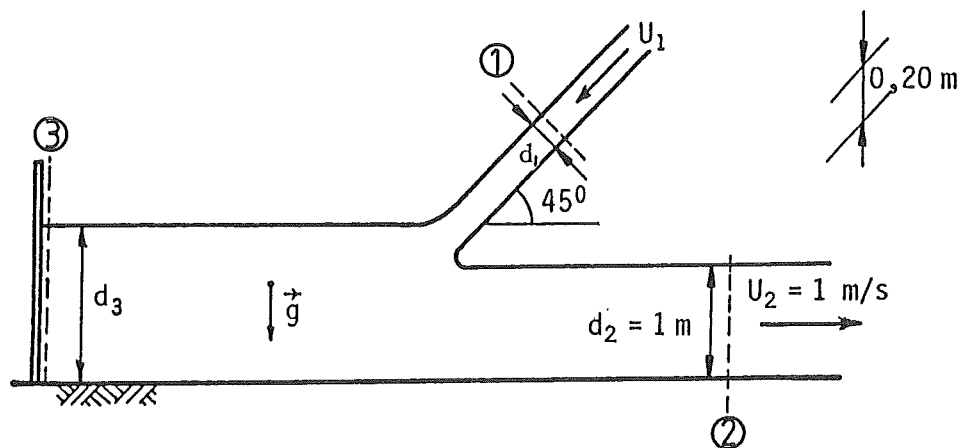
8.1 In een buisleiding met een cirkelvormige doorsnede en een diameter $D = 2$ m (zie figuur onder 6.7) stroomt water stationair met een gemiddelde snelheid $U = Q/A = 4$ m/s.

Geef een uitdrukking voor de meegevoerde impuls p.e.v. tijd $\vec{F}_{mv}$ door een doorgang onder een hoek van 90° met de as, geef de richting van de vector $\vec{F}_{mv}$ aan en bepaal de grootte.

Doe hetzelfde voor een doorgang onder een hoek $\alpha \neq 90^\circ$ met de as van de buis.

8.2 Een straal water is gericht onder een hoek van 45° in een aan één zijde afgesloten, horizontale goot (twee-dimensionale situatie; zie onderstaande figuur). De dikte van de straal is $d_1 = 0,20 \text{ m}/\sqrt{2} = 0,141$ m.

- Bereken U_1 .
- Bereken de horizontale component van de meegevoerde impuls en van de totale impulsoverdracht voor beide doorgangen 1 en 2.



- Bereken de impulsoverdracht door 3.
Schets het drukverloop langs de wand en bepaal de waarde van de druk bij de bodem.

8.3 Beschouwd wordt de stroming vóór, onder en achter een schuif in een open waterloop (zie collegehandleiding Figuur 7.6).

Maak een eigen tekening en teken zorgvuldig vijf stroomlijnen.

Als $d_1 = 5$ m, $\mu a = 0,15$ m en $d_2 = 3,60$ m (zie genoemde figuur) bereken dan achtereenvolgens:

- het debiet per eenheid van breedte q ;
- de p.e.v. tijd door de doorgangen 1 en 2 meegevoerde impuls;
- de impulsoverdracht p.e.v. tijd door druk door de doorgangen 1 en 2;
- de kracht van de schuifconstructie op het water;
- de totale impulsoverdracht p.e.v. tijd door doorgang 3;
- de totale energie-overdracht p.e.v. tijd door doorgang 2;
- de totale energie-overdracht p.e.v. tijd door doorgang 3;
- het gedissipeerd vermogen tussen de doorgangen 2 en 3 (vertragingsverlies);
- de daling van het energieniveau tussen 2 en 3.

8.4 Beschouwd wordt de stroming over een lange overlaat, zoals getekend in Figuur 7.5 van de collegehandleiding. Gegeven is $a = 1$ m, $d_1 = 3$ m en $d_2 = 1,80$ m. Bereken:

- het debiet p.e.v. breedte q ;
- de totale impulsoverdracht p.e.v. tijd door doorsnede 2 en door doorsnede 3;
- de diepte d_4 ;
- het tussen 3 en 4 gedissipeerde vermogen (vertragingsverlies);
- de daling van het energieniveau tussen 3 en 4.

8.5 In een laboratoriumgoot bevindt zich een schaalmodel van een lange overlaat (zie Fig. 7.5 collegehandleiding). Gegeven:

$$d_1 = 0,30 \text{ m}, \quad q = 0,08 \text{ (m}^3\text{/s)/m}, \quad a = 0,10 \text{ m}.$$

Gevraagd:

- Bereken achtereenvolgens U_1 , U_2 , d_4 , U_4 .
- Over welk traject langs de stroomlijnen doen zich energie-verliezen voor?
- Bepaal de horizontale kracht die het water op de overlaat uitoefent. Waarom is deze ongelijk aan nul?

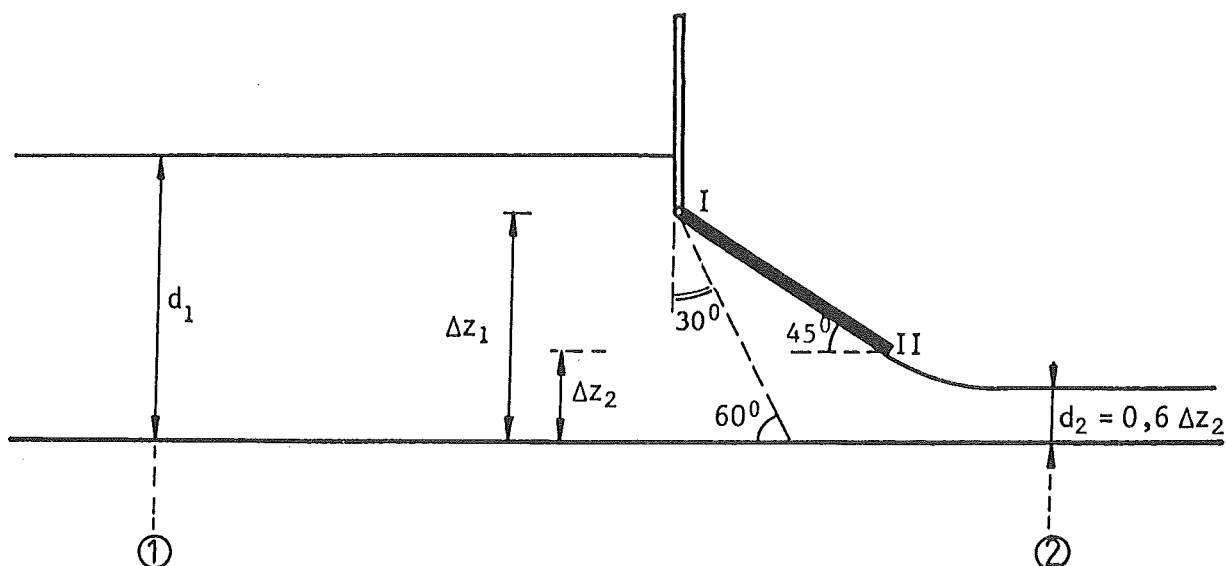
8.6 Een vrije vlakke vloeistofstraal, is onder een hoek θ tegen een wand gericht (zie collegehandleiding Figuur 8.3).

Gegeven: De stroming is twee-dimensionaal, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $d_1 = 0,5 \text{ m}$, $U_1 = 5 \text{ m/s}$, $\theta = 30^\circ$. De zwaartekracht blijft buiten beschouwing.

Gevraagd: bereken d_2 , d_3 en de grootte van de kracht, die de wand op de vloeistof uitoefent.

8.7 Bepaal de horizontale kracht die het water op de drempel uitoefent bij een stroming zoals beschreven in vraagstuk 6.20 (zie betreffende figuur).

8.8 Beschouwd wordt een klepconstructie in geopende stand, onder een hoek van 45° (zie figuur). Punt I is een scharnierend ophangpunt.

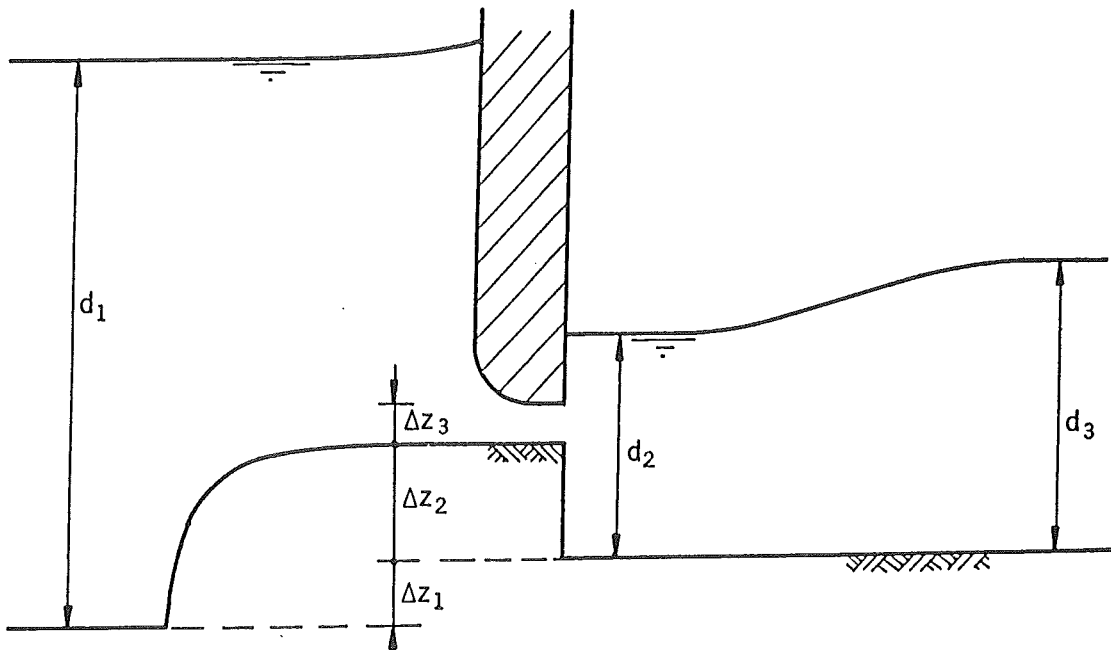


Gegeven: $d_1 = 1,00 \text{ m}$, $\Delta z_1 = 0,80 \text{ m}$, de lengte van de klep is $\Delta z_1 / \sin 60^\circ$. Bij geopende klep (tot 45°) is de contractiecoëfficiënt bij uitstroming $\mu = 0,6$.

Gevraagd:

- Het debiet p.e.v. breedte q als de klep geopend is tot 45° .
- De horizontale component van de kracht die de klep op het stromende water uitoefent.
- Schets het drukverloop over de lengte van de klep in de geopende toestand en geef de druk aan de uiteinden aan. Doe hetzelfde in gesloten toestand bij een waterstand $d_1 = \Delta z_1 = 0,80 \text{ m}$.

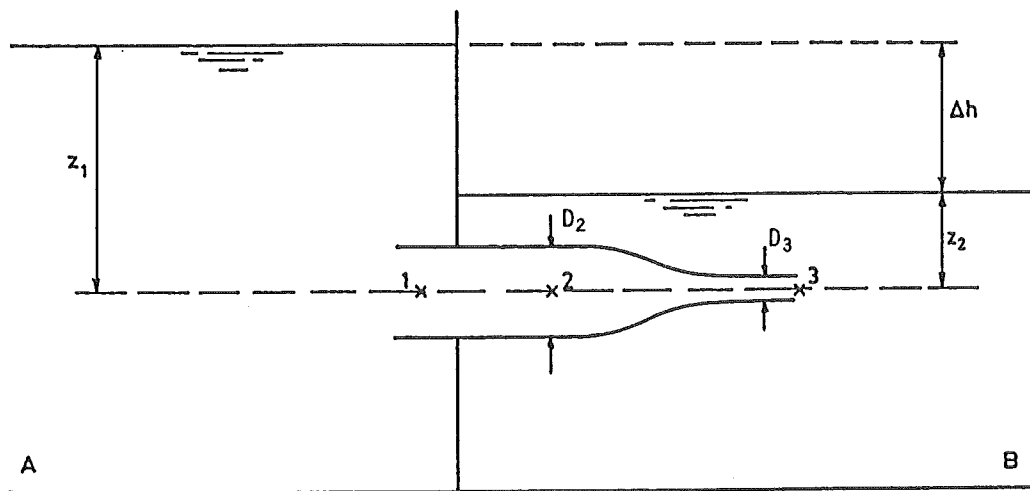
- 8.9 De overgang tussen twee gedeelten van een verversingskanaal waardoor een debiet q p.e.v. breedte moet worden gevoerd, wordt gevormd door een kunstwerk bestaande uit onder meer een schuif en een drempel (zie onderstaande figuur). In dit vraagstuk wordt alleen de locale stroming beschouwd en wel p.e.v. breedte.



Gegeven: $d_1 = 10 \text{ m}$, $\Delta z_1 = 1 \text{ m}$, $\Delta z_2 = 2 \text{ m}$, $\Delta z_3 = 0,5 \text{ m}$ en $q = 5 \text{ (m}^3/\text{s)/m}$.

Gevraagd:

- Maak een schets van het stroombeeld d.m.v. enkele stroomlijnen; geef aan waar loslating optreedt.
 - Bereken de waterdiepte d_2 .
 - Bereken d_3 en het verlies aan energiehoogte ΔH_v over het kunstwerk en geef duidelijk aan waar dit verlies optreedt en waardoor.
 - Geef het verloop van het energie-niveau duidelijk aan in de tekening.
- 8.10 Beschouwd wordt een relatief korte verbindingspijp tussen twee reservoirs A en B, waarin de waterspiegel constant is (zie onderstaande figuur).



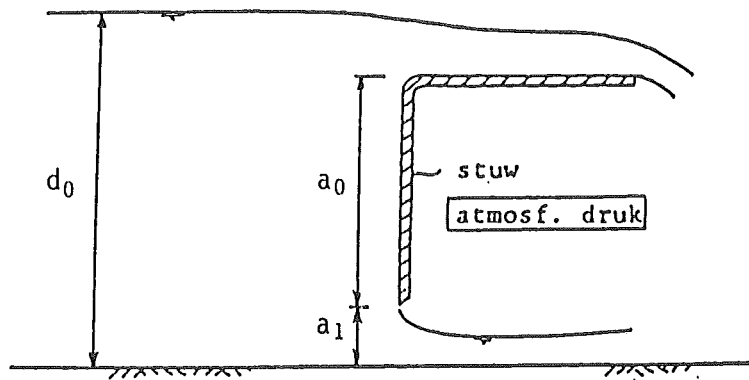
Gegeven: $z_1 = 5,40 \text{ m}$, $z_2 = 2 \text{ m}$, $D_2 = 4 D_3 = 0,20 \text{ m}$, vena contracta t.p.v. punt 1 met $D_1/D_2 = \mu = 0,5$.

Gevraagd:

- Teken 5 stroomlijnen en geef doorgangen aan, die van belang zijn voor de te onderscheiden balansgebieden.
- Ga na waar sprake is van versnellen of vertragen.
- Bereken de afvoer Q door de verbindingspijp.
- Bepaal de drukhoogten in de punten 1, 2 en 3.
- Teken kwalitatief het verloop van de energielijn en van het piëzometrisch niveau.

8.11 In een waterloop bevindt zich een vaste stuw, bestaande uit een vertikaal en een horizontaal gedeelte (zie bijgaande figuur). De onderkant van de stuw bevindt zich op een afstand a_1 boven de bodem, terwijl de hoogte van de stuw a_0 is. Indien de waterdiepte d_0 bovenstrooms van de stuw groter is dan $a_0 + a_1$, vindt er zowel onder de stuw, als over de stuw afstroming plaats.

De contractiecoëfficiënt bij de onderdoorstroming is μ . De lengte van het horizontale gedeelte van de stuw is een aantal malen de boven dit gedeelte optredende waterdiepte.



Gegeven:

$$d_0 = 1,05 \text{ m} ; \quad a_1 = 0,15 \text{ m} ; \quad a_0 = 0,60 \text{ m} ; \quad \mu = 0,6$$

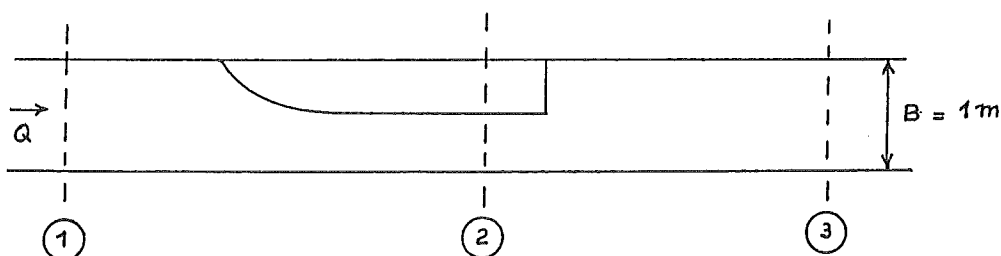
Gevraagd:

1. Geef een goed beeld van de stroming onder meer door zorgvuldig vijf stroomlijnen te tekenen en een stuwpunt duidelijk aan te geven.
2. Onderscheid twee stroombuizen bij de gecombineerde afvoer (over en onder de stuw door) en bereken het totale debiet p.e.v. breedte.
3. Bereken de horizontale component van de kracht p.e.v. breedte, die het water op de stuw uitoefent.

HOOFDSTUK 9 Strooming in open waterlopen

- 9.1 Door een brede open leiding moet een debiet q p.e.v. breedte worden afgevoerd. Bepaal in een bepaalde doorgang loodrecht op de rechte stroomlijnen de waterdiepte d , waarbij de impulsoverdracht minimaal is.
- 9.2 Gegeven: $q = 46 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$. Maak een grafiek van de impulsoverdracht $F(q, d)$ p.e.v. tijd en p.e.v. breedte als functie van de waterdiepte m.b.v. vijf discrete waarden voor d (met $\beta = 1$): respectievelijk $d = 2 \text{ m}$, $d = 4 \text{ m}$, $d = 6 \text{ m}$, $d = 8 \text{ m}$ en $d = 10 \text{ m}$. Schrijf de bijbehorende waarden van het kental van Froude bij de punten in de grafiek. Bepaal de onder 9.1 genoemde waarde voor d bij de hier gegeven waarde voor q en geef deze aan in de grafiek; eveneens met de bijbehorende waarde van Fr .
- 9.3 Geef de uitdrukking voor de energiehoopte boven de bodem $E(d, q)$ in de in 9.1 genoemde doorgang van de open leiding. Bepaal de waterdiepte waarbij deze energiehoopte minimaal is in het geval $q = 46 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$. Teken een grafiek van $E(d, q)$ voor deze waarde q voor de onder 9.2 genoemde vijf discrete waarden van d en schrijf de bijbehorende waarden van Fr bij.
- 9.4 Bepaal voor de onder 9.1 genoemde leiding voor $q = 100 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$ de z.g. grensdiepte en bereken daarbij waarden van $F(q, d)$ en $E(q, d)$. Hoe groot is daarbij het kental van Froude?
- 9.5 Benedenstrooms van een schuif (zie collegehandleiding Figuur 9.4) is sprake van superkritische strooming bij een locale waterdiepte direct achter de schuif $d_2 = 0,2 \text{ m}$, terwijl het debiet q p.e.v. breedte is $q = 1 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$.
Gevraagd: Bereken d_1 en de grootte van de horizontale kracht K op de schuif p.e.v. breedte.
- 9.6 Ga de afleiding na van vergelijking (9.12) in de collegehandleiding en leid door substitutie vergelijking (9.13) af.
Teken op schaal E vs d en F vs d voor de gegeven q en controleer hiermee grafisch de berekende waarden van d_1 en K .

- 9.7 Bereken voor een watersprong (collegehandleiding Figuur 9.7) met de gegevens $d_1 = 1$ m, $U_1 = 5$ m/s en een gemeten waarde $d_2 \approx 1,8$ m achtereenvolgens:
- de impulsoverdracht in een doorgang 1
 - de impulsoverdracht in een doorgang 2 met $d_2 = 1,8$ m
 - de energiehoogte boven de bodem t.p.v. doorgang 1
 - de energiehoogte boven de bodem t.p.v. doorgang 2 met $d_2 = 1,8$ m
 - het gedissipeerde vermogen ΔP met $d_2 = 1,8$ m
 - controleer de gemeten waarde van d_2 met de balansvergelijkingen.
- 9.8 De lange overlaat, die onder 8.5 is geanalyseerd, wordt hier opnieuw beschouwd. Maak grafieken $E(q, d)$ in twee doorgangen 1 en 2 en geef de waterdiepten en de snelheidshoogten aan.
Bepaal de hoogte van de overlaat (a) waarbij zich boven de overlaat kritieke stroming zal voordoen bij hetzelfde debiet en een relatief lage waterstand benedenstrooms.
- 9.9 Ga na wat er zich in de onder 9.8 genoemde situatie met $q = 0,08$ (m^3/s)/m zal voordoen indien de overlaathoogte toeneemt tot boven de onder 9.8 bepaalde waarde van a.
- 9.10 In een laboratoriumgoot is de breedte $B = 1,00$ m lokaal verkleind tot $0,50$ m (zie figuur). Het maximaal beschikbare debiet is 200 l/s.



Gevraagd:

Bepaal de maximale waterdiepte in doorgang 1 indien men in doorgang 2 kritische stroming wil realiseren. Is het niveau benedenstrooms van raai 3 van belang voor het instellen van deze stromingsconditie?

HOOFDSTUK 10 Stroming rond een voorwerp

- 10.1 Noem vijf voorbeelden uit eigen ervaring, waarbij sprake is van een krachtswisselwerking tussen een "fluid" en een "voorwerp" bij onderlinge beweging.
- 10.2 Wat is het verschil tussen de huidweerstand en de totale weerstand op een bewegend voorwerp en waar wordt de laatste vooral door beïnvloed?
- 10.3 Ga het verloop van de druk na langs het oppervlak van een cylinder, die vertikaal in een uitgestrekt horizontaal stationair snelheidsveld staat, indien de ideale vloeistofbenadering wordt gevolgd.
Wat zou de resulterende horizontale drukkracht op de cylinder zijn bij deze fysisch niet realistische benadering?
- 10.4
- Wat zijn de essentiële kenmerken van een sterk-viskeuze stroming en van een zwak-viskeuze stroming?
 - Geef aan bij welke orde van grootte van het kental van Reynolds $Re = Ul/\nu$ sprake is van een sterk viskeuze respectievelijk een zwak viskeuze stroming.
 - Bij welke waarde (globaal) van Re slaat bij een stroming langs een vlakke plaat de grenslaagstroming om van laminair naar turbulent en welke invloed heeft dat op de huidweerstand?
- 10.5 Een massieve bol met een massadichtheid ρ_k en een diameter D valt met een constante snelheid w vrij in een groot vat met olie, waarvan de dynamische viscositeit η is en de massadichtheid ρ_o .
- Gegeven: $\rho_k = 1050 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 0,01 \text{ Ns/m}^2$, $\rho_o = 950 \text{ kg/m}^3$
- Gevraagd: Re en w voor $D = 0,3 \text{ mm}$ (a) resp. voor $D = 1,2 \text{ mm}$ (b).
- 10.6 Een ruwe en een gladde bol met gelijke diameter zijn bevestigd in een turbulente stroming. Bij experimenten worden bij $Re \approx 30.000$ de waarden $(c_w)_1 = 0,04$ en $(c_w)_2 = 0,02$ vastgesteld.

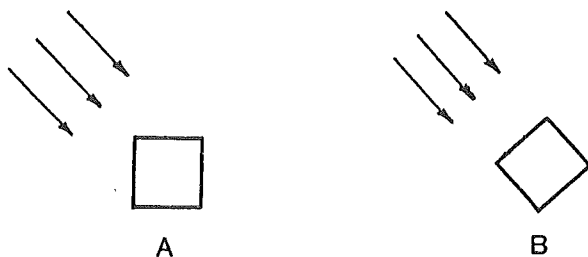
Welke c_w -waarde behoort bij de ruwe bol en welke bij de gladde?

10.7 Hoe groot is de dichtheid ρ_s van een bol met een diameter $D = 0,25$ m die in water zinkt met een snelheid $u = 2$ m/s?

10.8 Een gladde bol met een diameter $D = 0,20$ m wordt horizontaal door stilstaande lucht (temp. 20° C) gesleept met een snelheid $u_1 = 15$ m/s respectievelijk $u_2 = 34$ m/s. In beide gevallen is de sleepkracht $F = 2$ N.

Gevraagd: Bereken voor beide gevallen Re en c_w en geef een verklaring van de resultaten.

10.9 Welke situering (A of B) van een pijler t.o.v. de stroomrichting geeft de kleinste sleepkracht, als gegeven is $(c_w)_A = 1,5$ en $(c_w)_B = 2$?



10.10 Een aannemer moet grind storten in een kabelsleuf in een rivierbodem. Als "snelheidsmeter" gebruikt men een representatieve steen aan een dun touwtje. De hoek van het touw met de vertikaal blijkt ongeveer $\theta = 30^\circ$ te bedragen.

Dient de c_w -waarde van de steen bekend te zijn om de locatie van het stortschip t.o.v. de sleuf te bepalen?

Zo ja, neem $c_w = 1,0$ en geef de analyse kort aan.

Zo neen, geef m.b.v. een duidelijke schets aan welke gedachtengang wordt gevolgd.

HOOFDSTUK 11 Weerstand in leidingen

N.B. De vragen in dit hoofdstuk betreffen de hoofdstukken 11 en 12 uit de college-handleiding.

- 11.1 Geef voor een eenparige stroming in een buisleiding een uitdrukking voor i_w in termen van energieniveau resp. piëzometrisch niveau en leidinglengte.
- 11.2 Definieer de z.g. schuifspanningssnelheid u_* en ga na of deze u_* en de uitdrukking $\tau_o = \rho g R i_w$ zowel voor laminaire als voor turbulente stroming geldt.
- 11.3 Geef het verband tussen τ en $\frac{du}{dn}$ voor een laminaire stroming en geef aan waarom een minteken in de differentiaalvergelijking voorkomt indien als variabele r wordt gekozen (zie collegehandleiding).
- 11.4 Toon aan dat als (in feite ten onrechte) bij laminaire buisstroming gesteld wordt $\tau_o = \frac{f}{8} \rho U^2$, voor f geldt $f = 64/Re$.
- Toon voorts aan dat geldt voor de gemiddelde stroomsnelheid in een buisleiding (lam. stroming) $U = \frac{g i_w D^2}{32 \nu}$.
- Bepaal het verhang i_w indien $D = 0,04$ m, $U = 0,50$ m/s en $\nu = 10^{-6}$ m²/s resp. $\nu = 10^{-5}$ m²/s en controleer of de vergelijking van Poiseuille terecht gebruikt is.
- 11.5 In het algemeen geldt voor een turbulente stroming in een buisleiding (diameter D , relatieve ruwheid k/D) voor de wrijvingscoëfficiënt

$$f = f\left(\frac{k}{D}, Re\right)$$

In een handboek worden de volgende relaties gevonden

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log Re \sqrt{f} - 0,8$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{D}{k} + 1,14$$

Geef aan of deze relaties overeenstemmen met de in de collegehand-leiding behandelde relaties, en geef aan voor welke stromingscondities ze bedoeld zijn.

Ga vervolgens na dat f algemeen kan worden uitgedrukt (White-Colebrook) met

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,5}{\text{Re}\sqrt{f}} + 0,27 \frac{k}{D} \right)$$

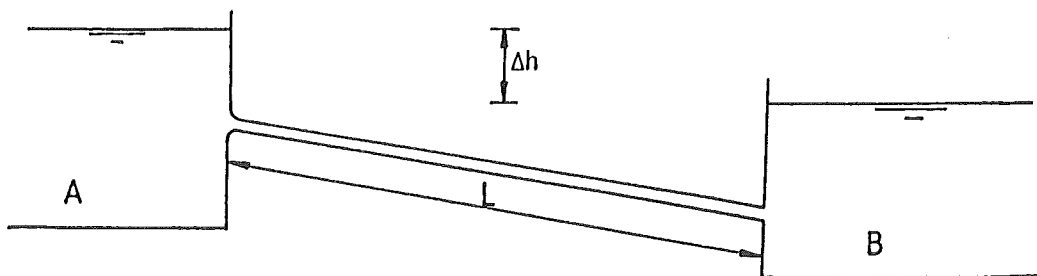
- 11.6 Indien wordt uitgegaan van de vergelijking van Chézy, wordt gevraagd voor i_w , τ_o en f betrekkingen af te leiden en vervolgens voor de coëfficiënt C een relatie te geven die aansluit bij de relaties voor f (mèt de dimensie).

In het buitenland wordt vaak gewerkt met $U = \boxed{\dots} \left(\frac{R}{k} \right)^{1/6} R^{1/2} i_w^{1/2}$.

Geef de waarde en de dimensie van de niet-vermelde coëfficiënt in deze relatie.

- 11.7 Voor het transport van vloeistof van A naar B (zie figuur) dient een keuze te worden gemaakt uit twee buizen:

I	$D_I = 0,30 \text{ m}$	$k_I = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
II	$D_{II} = 0,25 \text{ m}$	$k_{II} \ll k_I$



De lengte L en het constante niveauverschil Δh (zie figuur) zijn bekend. Het debiet door de leiding moet tenminste 80 l/s bedragen: $Q > 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$.

Gegeven: $L = 400 \text{ m}$, $\Delta h = 5,00 \text{ m}$, $\nu = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Gevraagd:

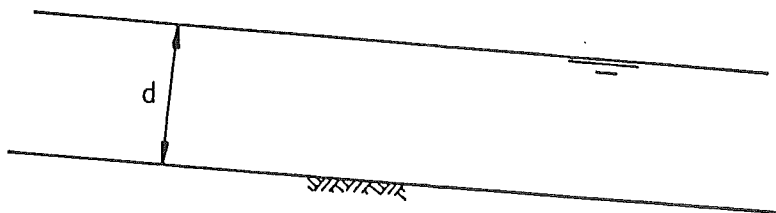
1. Geef een schatting voor het kental Re en voor de locale verliezen bij de buiseinden en neem op grond daarvan voorlopige beslissingen t.a.v. de probleem-aanpak.
2. Bereken uitgaande van $Q = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$ voor beide buizen een waarde voor de coëfficiënt f .
3. Ga voor elk van de buizen na of aan het criterium $- Q > 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$ bij de gegeven waarden van L , Δh en ν - wordt voldaan.
4. Ga na in welke mate lokale verliezen de conclusies ad. 3 beïnvloeden.

11.8 Ga in het onder 11.7 gestelde probleem na wat de invloed is van een grotere resp. een kleinere viscositeit.

11.9 Bepaal het debiet in de in 11.7 omschreven leiding met de eerstgenoemde gegevens ($D_I = 0,30 \text{ m}$ en $k_I = 3 \text{ mm}$) indien verder gegeven is: $L = 40 \text{ m}$, $\Delta h = 0,50 \text{ m}$ en $\nu = 1,7 * 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

11.10 Bereken Q indien de in 11.7 genoemde buisleidingen parallel worden aangesloten tussen A en B.

11.11 Wat is het debiet in een brede open leiding (zie figuur) als $i_w = i_{\text{bodem}} = 10^{-4}$, $k = 10^{-1} \text{ m}$, $B = 100 \text{ m}$ en $d = 4 \text{ m}$?



11.12 Bepaal in het onder 11.11 beschouwde geval het debiet Q indien zou gelden $k = 10^{-4} \text{ m}$.

Geef een interpretatie van de resultaten bij deze extreem lage waarde voor k .

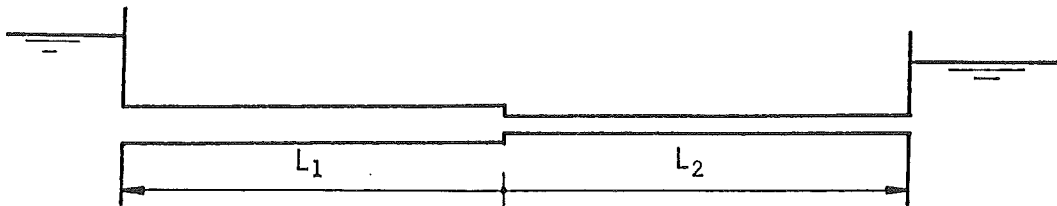
11.13 Bepaal in het onder 11.11 beschouwde geval de gemiddelde snelheid U indien zou gelden $k = 10^{-3} \text{ m}$ en $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Stel vast in hoeverre de waarde van δ een rol speelt.

11.14 Aansluitend bij 11.13 wordt in de gebruikte gegevens alleen i_w (zie 11.11) gewijzigd in $i_w = 10^{-3}$.

Bepaal waarden voor u_* , δ , C , f en voor de gemiddelde snelheid U . Ga na wat de invloed van δ is en geef een interpretatie van de resultaten.

11.15 Beschouwd wordt een buisleiding bestaande uit twee even lange delen met een verschillende diameter (zie figuur).



Gegeven: $L_1 = L_2 = 100 \text{ m}$, $k_1 = k_2 = 0,001 \text{ m}$,
 $D_1 = 2D_2 = 0,20 \text{ m}$, $Q = 25 \text{ l/s}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Gevraagd: Bepaal ΔH_w over de beide leiding-delen (in serie).

11.16 Geef voor de onder 11.15 beschouwde leiding een schatting betreffende de locale verliezen ΔH_v . Teken het verloop van H en het piëzometrisch niveau over de gehele leiding t/m de reservoirs aan weerszijden.

11.17 Bepaal het debiet Q in de onder 11.15 beschouwde leiding indien gegeven is $\Delta H \approx \Delta H_w + \Delta H_v = 5 \text{ m}$

11.18 Geef voor een waarde $Re = 10^6$ de waarden van de wrijvingsfactor f volgens de grafiek Figuur 11.9 in de collegehandleiding in de volgende gevallen:

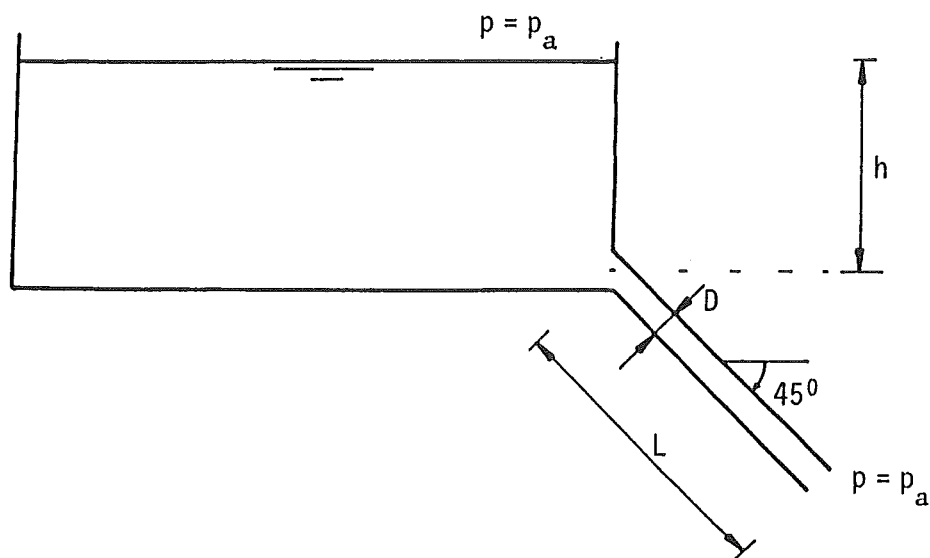
$D = 1,00 \text{ m}$ $k = 0,001 \text{ m}$

$D = 2,00 \text{ m}$ $k = 0,001 \text{ m}$

$D = 0,50 \text{ m}$ $k = 0,005 \text{ m}$

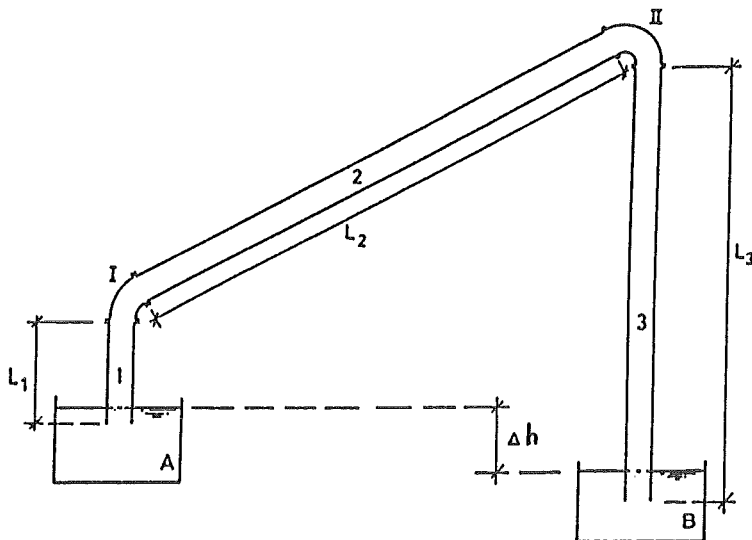
Bepaal met de gevonden waarden van f het verhang i_w als steeds $U = 1 \text{ m/s}$ wordt genomen. Controleer Re en geef de invloed van dit kental aan in de drie beschouwde gevallen (met $U = 1 \text{ m/s}$).

- 11.19 Bepaal de kinematische viscositeit van een vloeistof als deze stationair stroomt door een buis met een lengte L (zie figuur) en gegeven is $h = 0,50 \text{ m}$, $D = 0,01 \text{ m}$, $L = 0,40 \text{ m}$ en $Q = 0,1 \text{ l/s}$.



- 11.20 Bepaal de afvoer Q in een laboratoriumgoot als gegeven is $d = 0,50 \text{ m}$, $i_w = 10^{-3}$, $k = 0,2 \text{ mm}$ en $B = 0,50 \text{ m}$.

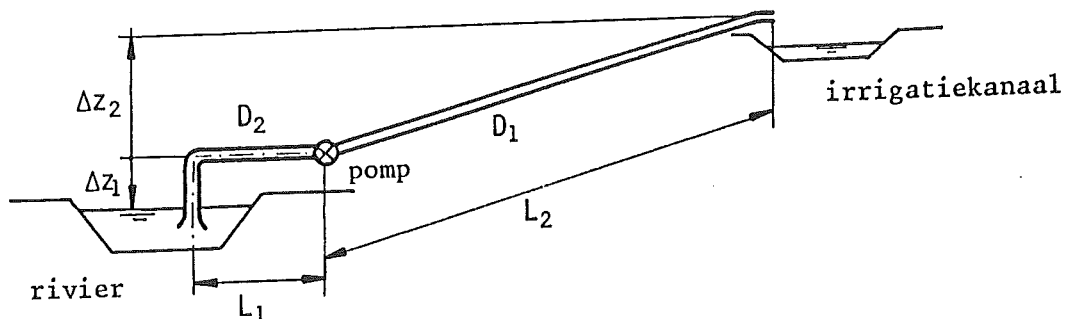
- 11.21 Beschouwd wordt een hevel, die in de hierna volgende figuur schematisch is weergegeven. De verliezen over de bochtstukken I en II mogen worden verwaarloosd.



Bereken het debiet als gegeven is:

$\Delta h = 5 \text{ m}$, $D = 0,08 \text{ m}$, $L_1 = 3 \text{ m}$, $L_2 = 20 \text{ m}$, $L_3 = 18 \text{ m}$ en voor alle leidingdelen: $k = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

11.22 Uit een rivier wordt met een pomp een debiet Q in een irrigatiekanaal gepompt via een buisleiding bestaande uit zuigleiding (L_1 , Δz_1 , D_2) en persleiding (L_2 , Δz_2 , D_2) (zie schematische voorstelling in onderstaande figuur).



Gegeven: $L_1 = 100 \text{ m}$, $L_2 = 3000 \text{ m}$, $\Delta z_1 = 3 \text{ m}$, $\Delta z_2 = 30 \text{ m}$
 $D_1 = D_2 = 0,6 \text{ m}$, $k = 0,1 \text{ mm}$, $Q = 0,283 \text{ m}^3/\text{s}$.

Gevraagd:

- Hoe groot is het effectieve vermogen van de pomp?
- Bepaal het piëzometrisch niveau in de leiding juist vóór de pomp t.o.v. de waterspiegel in de rivier en bepaal de drukhoogte ter plaatse.

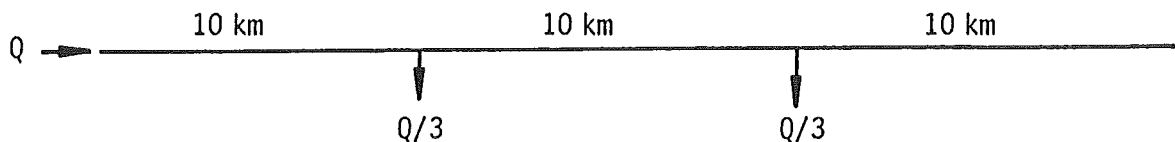
11.23 Door een trapeziumvormig irrigatiekanaal wordt een debiet Q gevoerd met een geringe snelheid U .

Eerst wordt verondersteld dat geen water wordt onttrokken uit het irrigatiekanaal en dat de bodemhelling i_b zodanig is dat zich een uniforme stroming kan instellen.

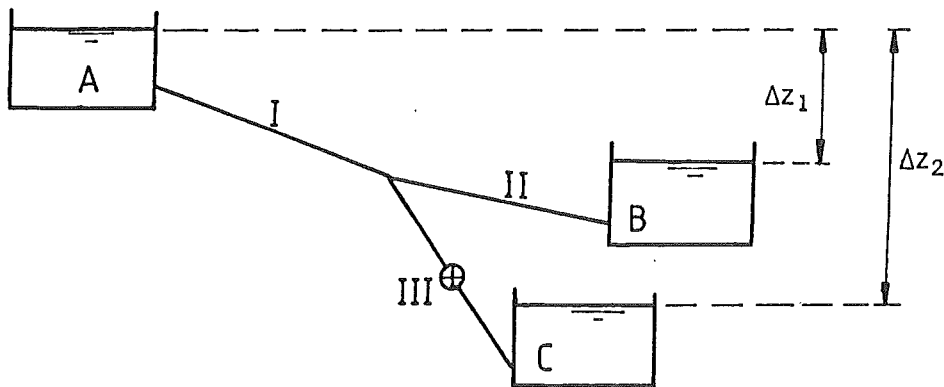
Gegeven: waterdiepte $d = 2 \text{ m}$, $B_{\text{bodem}} = 10 \text{ m}$, $B_{\text{waterspiegel}} = 14 \text{ m}$,
lengte $L = 30 \text{ km}$, $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$,
de effectieve bodemruwheid is $k = 0,01 \text{ m}$

Gevraagd:

- Bereken de bodemhelling $i_b = \Delta H_w / L = \Delta h_w / L$.
- Bepaal de invloed van een vergroting van de effectieve ruwheid (begroeiing) door $k = 0,10$ m in de berekening in te voeren.
- Indien wordt verondersteld dat op afstanden van 10 km tweemaal een debiet $Q/3$ wordt onttrokken bereken dan het verval over het middelste en het laatste gedeelte van het kanaal (zie figuur) bij $d = 2$ m en $k = 0,10$ m.



11.24 Beschouwd worden drie waterreservoirs A, B en C, verbonden door drie leiding-gedeelten I, II en III (deels parallel) met een pomp halverwege leiding III (zie onderstaande figuur).



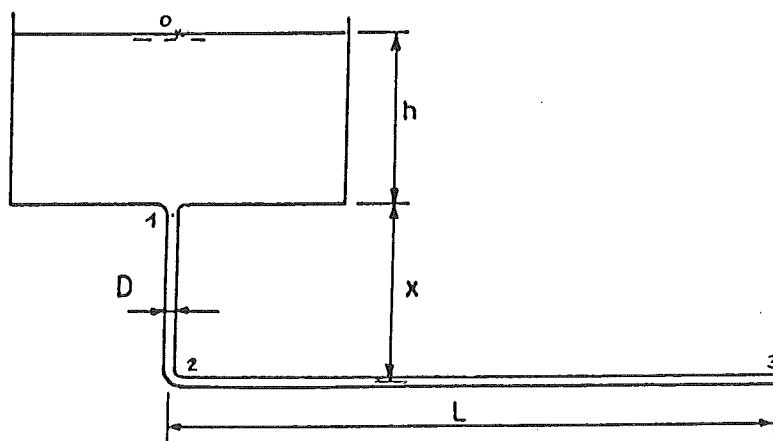
Gegeven:

- de niveauverschillen Δz_1 en Δz_2 zijn constant, $\Delta z_1 = 30$ m , $\Delta z_2 = 45$ m ;
- van de leidingen: $L_I = L_{II} = L_{III} = 1500$ m , $D_I = D_{II} = D_{III} = 0,30$ m ,
- betreffende de ruwheid: $k = 5 \cdot 10^{-3}$ m (en conditie hydraulisch ruw).

Gevraagd:

- a. Bereken de debieten door de leidingen bij stilstaande pomp en verwaarlozing van alle lokale verliezen (het laatste geldt óók in c en d).
- b. Bereken de uittree-verliezen bij de reservoirs B en C bij de debieten ad a. en geef commentaar op de schematisatie ad a.
- c. Onder welke voorwaarde is het debiet in leiding II gelijk aan nul? Bereken in dat geval het effectieve vermogen dat door de pomp wordt geleverd.
- d. Bereken tenslotte het debiet indien leiding III geheel verstopt is.

11.25 In dit laatste vraagstuk betreffende hoofdstuk 11 wordt één reservoir beschouwd met een vertikaal leiding-gedeelte (lengte x) en een horizontaal leiding-gedeelte (lengte L), waarvan de diameter en de ruwheid gelijk is (zie onderstaande figuur). De leiding-gedeelten zijn eenvoudig aan en af te koppelen. De uitstroom-opening bij punt 1 is afgerond.



Gegeven: $h = 1 \text{ m}$, $D = 0,05 \text{ m}$, $k = 0,5 \text{ mm}$,
het niveauverschil h is in alle gevallen constant.

Gevraagd:

- a. Bereken het debiet Q indien beide leiding-gedeelten zijn afgekoppeld (vrije uitstroming bij punt 1).

- b. Doe hetzelfde indien alleen het vertikale leiding-gedeelte is aangekoppeld (vrije uitstroming met en zonder bochtstuk bij punt 2) en $x = h = 1 \text{ m}$. Hierbij mag de wrijving worden verwaarloosd.
- c. Bereken in het geval beide leidinggedeelten zijn aangesloten (met $L = 5,00 \text{ m}$) de afstand x indien $Q = 5 \text{ l/s}$ moet worden onttrokken uit het reservoir.
- d. Teken het verloop van de drukhoogte over de ontwikkelde lengte van de leiding-as 1-2-3 (in relatie met energie-niveau en piëzometrisch niveau).

BIJLAGE I

Examenopgaven

INHOUD

I.1.	Examen voorbeeld 1	vraagstuk 1
I.2.	„	1 „ 2
I.3.	„	1 „ 3

I.4.	Examen voorbeeld 2	Vraagstuk 1
I.5.	„	2 „ 2
I.6.	„	2 „ 3

I.7.	Examen voorbeeld 3	vraagstuk 1
I.8.	„	3 „ 2
I.9.	„	3 „ 3

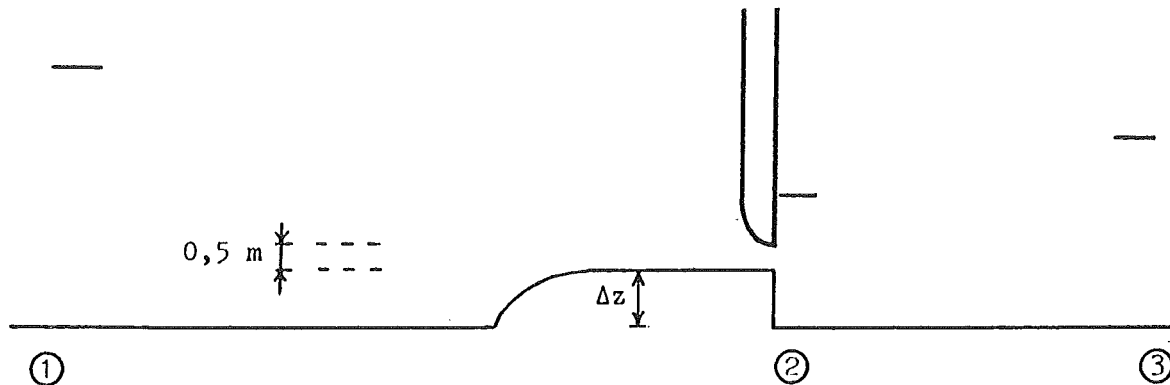
Opmerkingen :

- (i) De collegestof staat centraal. De studievragen en vraagstukken (Hfdst. 1 t/m 11) zijn op zelfstudie gericht.
- (ii) Ná de zelfstudie in de college-periode (theorie, studievragen, vraagstukken, practicum-opgaven) en na de aansluitende zelfstudie is het nuttig om een beperkt aantal examenvraagstukken grondig uit te werken ter toetsing van inzicht/overzicht/kennis.
- (iii) Subvragen, die qua vorm en inhoud overeenkomen met studievragen in de hoofdstukken 1 t/m 6 , zijn ondervertegenwoordigd in de examenvoorbeelden.

I.1. Examen voorbeeld 1

Vraagstuk 1

In een irrigatiekanaal bevindt zich een drempel en een schuif (zie figuur). Beschouwd wordt de stroming p.e.v. breedte bij een openingshoogte (tussen drempel en afgeronde schuif) van 0,50 m.



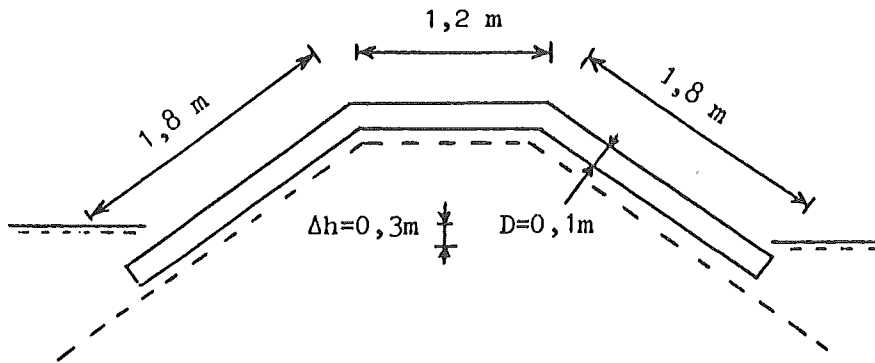
Gegeven: $d_1 = 7 \text{ m}$, $\Delta z = 1,5 \text{ m}$, het debiet p.e.v. breedte is
 $q = 3,5 \text{ (m}^3/\text{s)/m}$

Gevraagd:

- 1.1 Teken een voldoende aantal stroomlijnen om het stroombeeld goed weer te geven.
- 1.2 Bereken d_2 , d_3 en U_3 .
- 1.3 Geef duidelijk aan welke verliezen worden verwaarloosd en welke niet.
- 1.4 Geef het verloop van het energieniveau duidelijk aan en bereken de meegevoerde impuls en de totale impulsoverdracht in dwarsdoorgang ①
- 1.5 Bepaal de kracht die het water op het geheel van drempel en schuif uitoefent.
- 1.6 Bepaal de kracht die het water op de achterzijde van de schuif uitoefent; idem voor de achterzijde van de drempel.

I.2. Vraagstuk 2

Een irrigatieleiding is als een syphon over een kleine dam geplaatst (zie figuur).



Gevraagd:

- 2.1 Bereken het debiet indien locale verliezen worden verwaarloosd en de wandruwheid (Nikuradse) wordt geschat op $k = 0,001 \text{ m}$.
- 2.2 Bereken ook het debiet indien de som van de locale verlies-coëfficiënten is gegeven als $\Sigma \xi = 1,4$.

Beschrijf waar de locale verliezen optreden.

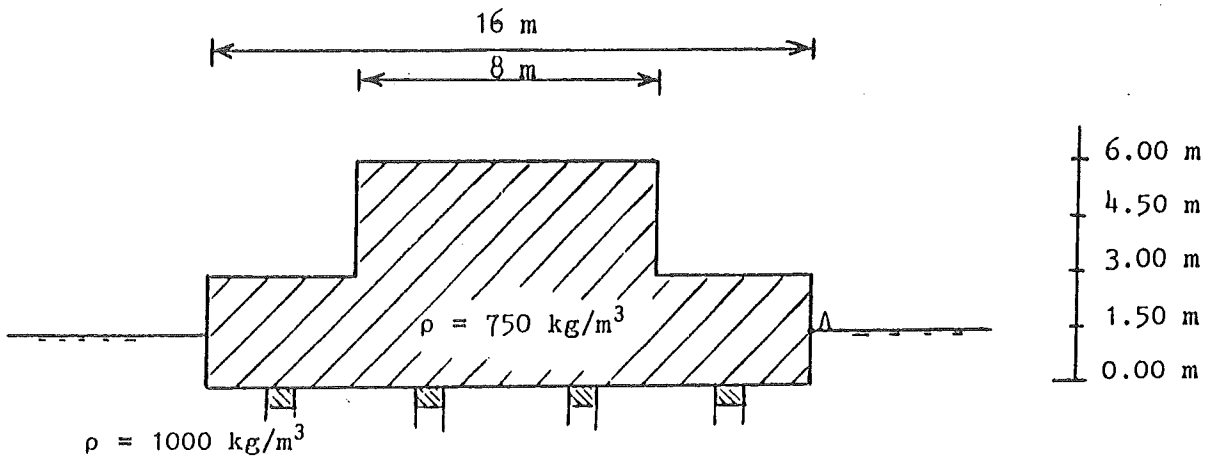
- 2.3 Bereken het debiet indien alle verliezen zouden worden verwaarloosd.
- 2.4 Laat zien op welke wijze de viscositeit de berekening ad 2.1 beïnvloed heeft. Welke invloed zou een vergroting van de viscositeit met een factor 10 hebben op het debiet Q ?

I.3. Vraagstuk 3

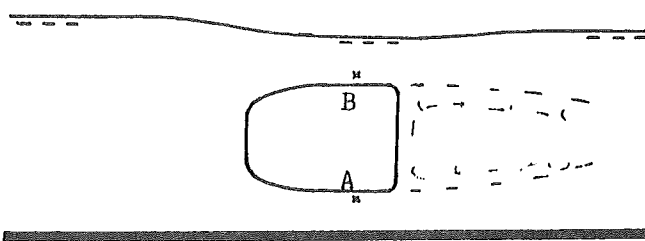
Beantwoord de onderstaande subvragen, die min of meer los van elkaar staan, kort en zakelijk.

3.1 Wat is de temperatuurstoename in de buitenlucht rond een auto, die gedurende 2 uren met een snelheid van 100 km/uur rijdt in noord-oostelijke richting als de lokale temperatuurstijging overal $2^{\circ}\text{C}/\text{uur}$ is, en de temperatuurgradiënt van noord naar zuid is gericht en de grootte van 1°C per 100 km heeft?

3.2 Bij welke waterspiegelverhoging (Δh) zal het hieronder getekende lichaam juist gaan drijven? Bereken dan de druk in A.



3.3



Geldt

$$u_A > u_B$$

$$u_A = u_B$$

$$u_A < u_B$$

(als de stroming nergens loslaat vóór A en B) ?

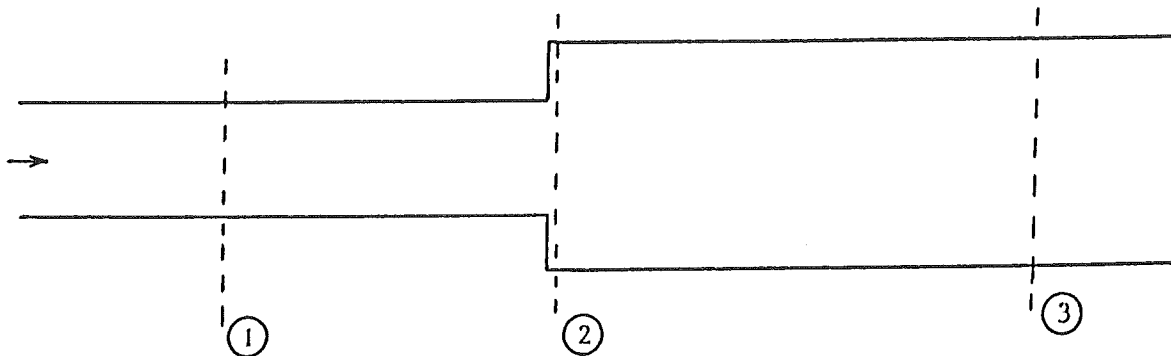
3.4 Verklaar duidelijk waarom men verder kan spuiten met een tuinslang door het einde iets dicht te knijpen.

— / —

I.4. Examen voorbeeld 2

Vraagstuk 1

Beschouwd wordt een abrupte overgang tussen twee gekoppelde horizontale buisleidingen waarvan de diameters een factor 2 verschillen. De stroomrichting in de geheel met water gevulde leidingdelen is van doorgang ① naar doorgang ③ (zie Figuur 1).



Figuur 1

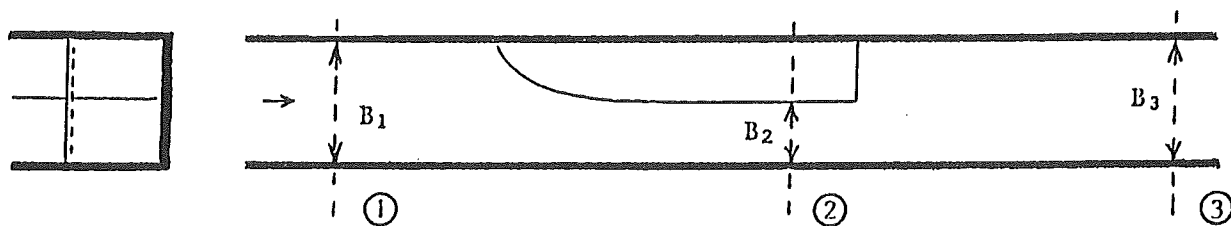
Gevraagd:

- 1.1 Stel een vergelijking op voor het drukverschil $p_3 - p_1$ uitgedrukt in de gemiddelde snelheden t.p.v. ③ en ① (p_1 en p_3 zijn de gemiddelde drukken in de doorgangen ① en ③).
- 1.2 Definieer het energieniveauverschil ($H_3 - H_1$) en leid de vergelijking van Carnot af.
- 1.3 Als gegeven is: $D_1 = 0,20 \text{ m}$, $D_3 = 0,40 \text{ m}$ en $Q = 0,0628 \text{ m}^3/\text{s}$ bereken dan het verschil tussen het piëzometrisch niveau respectievelijk het energieniveau in doorgang ③ t.o.v. dat in doorgang ① en maak een duidelijke tekening van het verloop van deze niveau's.
- 1.4 Bepaal de grootte en de richting van de resulterende drukkracht, die bij de aangegeven stroomrichting in het geval ad. 1.3 op de massa binnen een duidelijk aan te geven balansgebied tussen ② en ③ wordt uitgeoefend.
- 1.5 Tenslotte wordt verondersteld dat een stroming in de tegengestelde richting plaatsvindt (dus van rechts naar links in Figuur 1). Teken enkele stroomlijnen en geef duidelijk de doorgangen aan, die in dat geval van belang zijn. Treden er in dit geval ook verliezen op?

I.5. Vraagstuk 2

In een laboratoriumgoot wordt een stationaire stroming in een open waterloop gesimuleerd, waarbij sprake is van een vernauwing zoals in Figuur 2 is aangegeven. Alle wanden zijn vertikaal en de aangegeven breedten (tot ver boven de waterspiegel) zijn bekend:

$$B_1 = 0,20 \text{ m} , B_2 = 0,10 \text{ m} , B_3 = 0,20 \text{ m}$$



Figuur 2

De horizontale gootbodem wordt als referentievlak gekozen. De waterdiepten in de doorgangen ① , ② en ③ zijn m.b.v. een peilnaald gemeten:

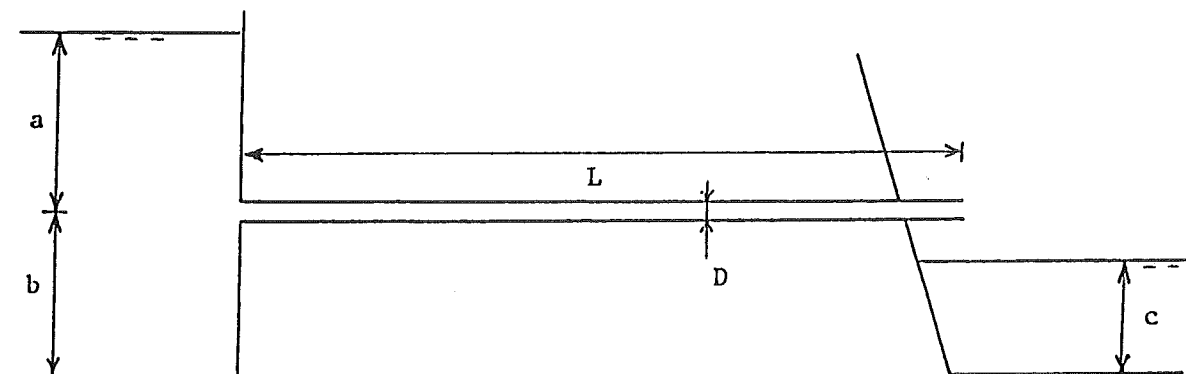
$$d_1 = 0,300 \text{ m} , d_2 = 0,267 \text{ m} \text{ en } d_3 = 0,265 \text{ m}.$$

Gevraagd:

- 2.1 Bereken uit de gemeten waarden voor d_1 en d_2 het debiet Q .
- 2.2 Vergelijk eerst de gemeten waterdiepten d_3 en d_2 onderling en beantwoord kort (zonder rekenwerk) twee vragen:
 - welke waterdiepte zal de grootste waarde hebben en waarom?
 - welke waarde zal de grootste nauwkeurigheid hebben en waarom?
- 2.3 Bereken aansluitend bij de resultaten ad. 2.1 de waterdiepte d_3 .
- 2.4 Hoeveel bedraagt het energieverlies over het traject ① tot ③ en waar vindt dit plaats?
- 2.5 Teken in een lengteprofiel duidelijk het verloop van het energieniveau en het piëzometrisch niveau en houd daarbij rekening met de resultaten ad. 2.3 en 2.4.

I.6. Vraagstuk 3

In een irrigatiesysteem worden twee relatief grote reservoirs gebruikt, die zijn verbonden door een buisleiding. In een extreem droge periode is de waterspiegel in het tweede (ontvangende) reservoir zo laag dat het water daarin vrij uitstroomt (zie Figuur 3).



Figuur 3

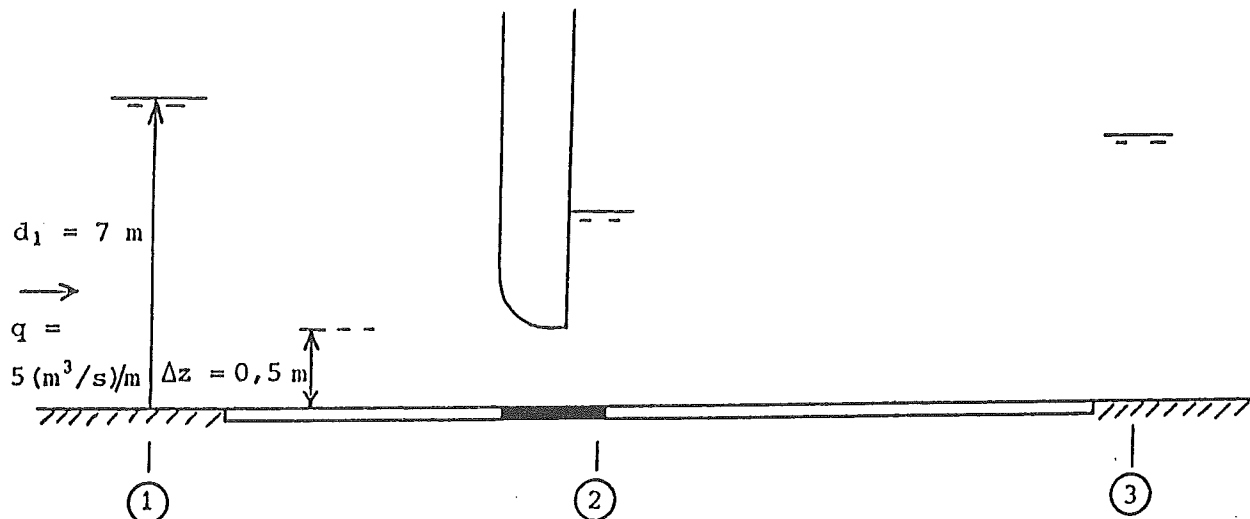
- Gegeven: - $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$;
- de afmetingen: $a = 2,40 \text{ m}$, $b = 2,10 \text{ m}$, $c = 1,50 \text{ m}$,
 $L = 1000 \text{ m}$, $D = 0,20 \text{ m}$;
- de wandruwheid van de buisleiding kan worden geschat op
 $k = 1 \text{ mm}$;
- de instroomverliezen worden verwaarloosd.

Gevraagd

- 3.1 Bereken de snelheid waarmee het water de buis verlaat.
Geef in een duidelijke tekening het verloop van het energieniveau en het piëzometrisch niveau aan.
- 3.2 Met welke snelheid zou het water de buis verlaten indien een ideale vloeistof(-stroming) zou worden verondersteld?
- 3.3 Bereken in het onder 3.2 bedoelde geval de met het uitstromende water meegevoerde impuls per tijdseenheid.
- 3.4 Aansluitend bij de resultaten ad. 3.1 wordt verondersteld dat precies in het midden van de leiding met een lokaal energieverlies overeenkomend met een verval van $0,40 \text{ m}$ rekening moet worden gehouden.
Bereken in dat geval de gemiddelde snelheid in de leiding en geef een duidelijke tekening van het verloop van het energieniveau en het piëzometrisch niveau over de leiding.

Examen voorbeeld 3

I.7. Vraagstuk 1



Beschouwd wordt een irrigatie-kanaal met een horizontale bodem, waarin een stuw in de vorm van een vertikale schuif is geplaatst en waarbij drie doorgangen worden onderscheiden (zie figuur) met de waterdiepte d_1 , d_2 respectievelijk d_3 . De hoogte van de doorstroom-opening tussen de afgeronde onderzijde van de schuif en de bodem is Δz .

Het debiet per eenheid van breedte is q .

Gegeven: $d_1 = 7 \text{ m}$, $\Delta z = 0,5 \text{ m}$, $q = 5 (\text{m}^3/\text{s})/\text{m}$.

Gevraagd:

- 1.1 Geef met vijf stroomlijnen een duidelijk beeld van de stroming en bereken achtereenvolgens de waterdiepten d_2 en d_3 .
- 1.2 Bereken het verlies aan energiehogte over de stuw en geef m.b.v. een duidelijke tekening aan waar het energieverlies plaatsvindt. Hoe groot is het gedissipeerde vermogen per eenheid van breedte?
- 1.3 Bepaal de resulterende kracht per eenheid van breedte, die door het water op de schuif wordt uitgeoefend (grootte en richting).
- 1.4 Bereken de impuls die per tijdseenheid met het water wordt meegevoerd door de doorgang (3) en vergelijk deze met die door de doorgang (1).

I.8. Vraagstuk 2

Door een buisleiding met diameter D en een wandruwheid k wordt een vloeistof met dichtheid ρ en kinematische viscositeit ν opgepompt van een reservoir A naar een reservoir B. Het niveauverschil ($z_B - z_A$) tussen de constante vloeistofspiegels in de grote reservoirs is Δz . De leidinglengte is L en de pomp is halverwege de leiding geplaatst. De stroming is stationair met een opgepompt debiet Q .

Gegeven: $D = 0,2 \text{ m}$, $k = 0,2 * 10^{-3} \text{ m}$, $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, $\Delta z = 2 \text{ m}$,
 $L = 400 \text{ m}$ en $Q = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$

Gevraagd:

- 2.1 Bereken het wrijvingsverhang over de buisleiding.
Controleer alle gemaakte veronderstellingen.
- 2.2 Bereken het door de pomp aan de vloeistofstroming geleverde vermogen.
- 2.3 Geef met een duidelijke tekening het verloop van het energieniveau en het piëzometrisch niveau aan over de leiding indien de pomp is geplaatst op een afstand $L/4$ van reservoir A.
- 2.4 Bereken de gemiddelde snelheid in de leiding indien de pomp door een storing enige tijd is uitgevallen en bij de stationaire stroming die daarna ontstaat lokale verliezen worden verwaarloosd.

I.9. Vraagstuk 3

- 3.1 Welke snelheid moet het water in een vertikaal omhoog gerichte waterstraal met een diameter D hebben in het zwaarteveld op aarde om een massa M te "dragen"?
- 3.2 Geef een uitdrukking voor het energieverlies bij de abrupte overgang tussen twee waterleidingbuizen als het water stroomt van buis I naar buis II en $D_I = 0,7 D_{II}$.
- 3.3 Druk het onder 3.2 bepaalde verlies uit in de snelheidshoogte in buis I en bepaal bij welke leidinglengte L_I datzelfde verlies door wandwrijving kan worden veroorzaakt als $f = \frac{8g}{C^2} = 0,025$.
- 3.4 Geef op de volgende uitspraken een korte reactie in de vorm van "Juist/onjuist, omdat".
- Bij een lokaal sterk veranderende stroming kan de wrijvingsweerstand worden verwaarloosd.
 - De kinematische viscositeit van lucht is groter dan die van water.
 - Het getal van Mach is bij een snelheid van bv. 2 m/s in lucht groter dan in water.
 - Bij een watersprong is de met het water meegevoerde impuls door een doorgang bovenstrooms groter dan die door een doorgang benedenstrooms van de sprong.
 - Bij een super-kritische stroming in een brede open (water-)leiding met een bepaald debiet p.e.v. breedte (q) neemt bij een toename van de energichoogte t.o.v. de bodem de waterdiepte af.

BIJLAGE II Uitwerkingen betreffende hoofdstuk 1 t/m 11

Hoofdstuk 1 Inleiding

1.1 Fluids (= liquids + gases)

1.2 Denk ook aan bijv. : akoustiek, ventilatie, water op wegen en daken, trillingen van een lantaarnpaal, wind over een meer, menging, windbelastingen,

1.3 Zie collegehandleiding.

1.4 Zie collegehandleiding.

Hoofdstuk 2 Vloeistofeigenschappen2.3 water: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $K = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2 = 2,2 \text{ GPa}$ lucht (20°C , $1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ N/m}^2$, adiabatische compressie): $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$, $K = 1,4 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $c = 340 \text{ m/s}$, $t = 29,3 \text{ s}$

$$2.5 \quad \frac{d\rho}{\rho} = 2 \times 10^{-4} = 0,02\% \quad \left(\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{K} \right)$$

2.8 $Re = \frac{U D}{\nu}$; water (20°C): $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $Re = 15 \times 10^3 \rightarrow$ Turbulent;
 lucht (20°C): $\nu = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$: $Re = 1000 \rightarrow$ Laminair.

2.11 $h_\sigma = 0,057 \text{ m}$; $\sigma = 0,07 \text{ J/m}^2$.		2.13 drie; $1_1/1_2$; $\rho_1 U/\eta$; $\rho K/\eta^2$.
		2.14 twee; $\rho U/\eta$; $U/\sqrt{gl}$.
2.12 $\sigma = 0,075 \text{ J/m}^2$.		2.15 $h^{3/2}$.

Antwoorden op overige vragen: zie collegehandleiding

Hoofdstuk 3 Kinematica

$$3.4 \quad \frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla T ; \Delta T = 7,5^\circ\text{C} \text{ resp. } 7,3^\circ\text{C} \text{ resp. } 5^\circ\text{C}.$$

$$3.6 \quad a_n = 0,33 \text{ m/s}^2 \text{ resp. } a_n = 0,01 \text{ m/s}^2$$

Antwoorden op overige vragen: zie collegehandleiding

Hoofdstuk 4 Balansvergelijkingen

Antwoorden: zie collegehandleiding

Hoofdstuk 5 Massabalans en volumebalans

$$5.4 \quad \Delta Q = 1,16 \text{ m}^3/\text{s} \text{ resp. } 3,47 \text{ m}^3/\text{s}$$

Antwoorden op overige vragen: zie collegehandleiding

Hoofdstuk 6 Impulsbalans voor een deeltje

6.1 Zie collegehandleiding.

De druk boven de vloeistof is constant $p = p_0$ (atmosferische druk); de lengte van de leiding is relatief klein t.o.v. de lengteschaal waarop de variaties optreden in de atmosferische druk.

6.2 $p \approx 10,3 \text{ kPa}$ resp. $p = 17,7 \text{ kPa}$ (referentiedruk $p_0 = 0$). De druk neemt van $p = p_0 = 0$ t.p.v. de vloeistofspiegel lineair toe met de diepte, de maximale waarde op het niveau van de bodem is $p \approx 20,6 \text{ kPa}$.

6.3 Het lineaire drukverloop wordt bepaald door $(g + \frac{1}{2}g)$ respectievelijk $(g - \frac{1}{2}g)$ in plaats van (g) indien de tank niet wordt versneld. De drukgradiënt in het horizontale vlak is NUL (zie collegehandleiding).

$$6.4 \quad p = 9810 \text{ kPa} \text{ resp. } p = 19620 \text{ kPa}.$$

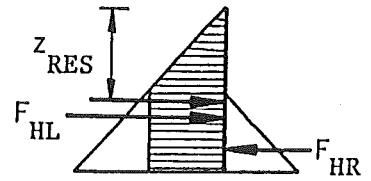
6.5 Voor een breedte $b = 1 \text{ m}$ loodrecht op het vlak van de tekening is de grootte van de horizontale componenten (voor a, b en c):

$$\text{links: } F_{HL} = \frac{1}{2} \rho g d_1^2 b = \frac{1}{2} * (9810 * 4) \text{ N} = 19620 \text{ N},$$

$$\text{rechts: } F_{HR} = \frac{1}{2} \rho g d_2^2 b = 4905 \text{ N}.$$

- (a) Zie figuur: $F_{RES} = 19620 \text{ N} - 4905 \text{ N} = 14715 \text{ N}$

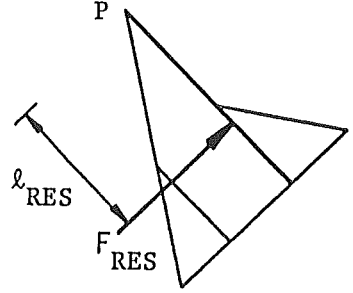
$$z_{RES} = \frac{4 * 4/3 \text{ m} - 1 * 5/3 \text{ m}}{3} = 1,22 \text{ m}$$



- (b) Horizontaal: zie resulterende kracht onder (a)

De resulterende kracht onder 45° (zie figuur) heeft de grootte $14715 \text{ N} \sqrt{2} \approx 20810 \text{ N}$.

De afstand ℓ_{RES} (zie figuur) wordt bepaald door de som van de momenten van de componenten in punt P te delen door F_{RES} . Dit geeft $\ell_{RES} = 1,22 \sqrt{2} \text{ m}$.



- (c) Voor het drukverloop en de componenten van de krachten: zie figuur.

Voor $b = 1 \text{ m}$ zijn de componenten van de kracht links:

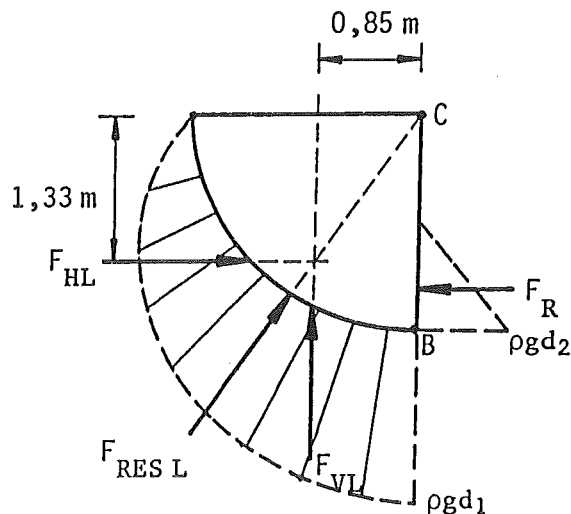
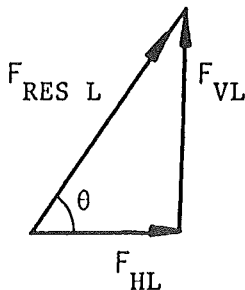
$$F_{HL} = \frac{1}{2} \rho g d_1^2 b = 19620 \text{ N}, \quad F_{VL} = \rho g \frac{\pi}{4} d_1^2 b \approx 30820 \text{ N}.$$

Voor de resultante geldt $F_{RES L} = \sqrt{(19,62)^2 + (30,82)^2} \text{ kN} = 36,5 \text{ kN}$.

De hoek θ (zie figuur) is: $\theta = \arctg \frac{30,82}{19,62} = 57,5^\circ$.

De werklijn van F_{VL} (zie figuur) is de vertikaal op

$$\frac{\frac{1}{2} \rho g d_1^2 b}{\frac{1}{2} \pi \rho g d_1^2 b} \frac{2}{3} d_1 = \frac{4 d_1}{3 \pi} = 0,85 \text{ m links van CB}$$



Voorts is $F_{HR} = F_{RES R} = 4905 \text{ N}$ (zie ook (a) en (b))

Het gevraagde moment p.e.v. breedte is gelijk aan

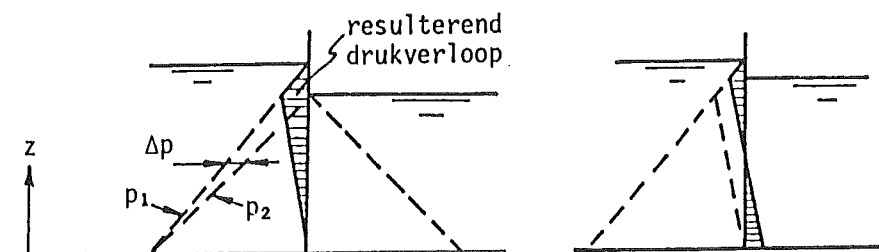
$$F_{\text{RES R}} (d_1 - \frac{1}{3} d_2) = (4905 * 1,67) \approx 8190 \frac{\text{Nm}}{\text{m}} \text{ omdat de bijdrage van } F_{\text{RES L}} \text{ nul is.}$$

6.6 • Gelijke druk op de bodem: $\rho_1 g d_1 = \rho_2 g d_2 \rightarrow d_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} d_1 = 2,91 \text{ m.}$

Twee driehoekige drukfiguren waarvan het verschil in de figuur is gearceerd:

$$\Delta p(z) = \rho_1 g (d_1 - z) \quad \text{voor } d_1 \geq z \geq d_2$$

$$\Delta p(z) = g (\rho_2 - \rho_1) z \quad \text{voor } d_2 > z \geq 0$$



- De resulterende druk verschuift voor $d_2 > z \geq 0$ evenredig met de verandering van d_2 (zie rechter figuur). In de onderste zone lekt zout water naar binnen.

6.7 Kies op het niveau van de buis-as $z = 0$ (referentievlak).

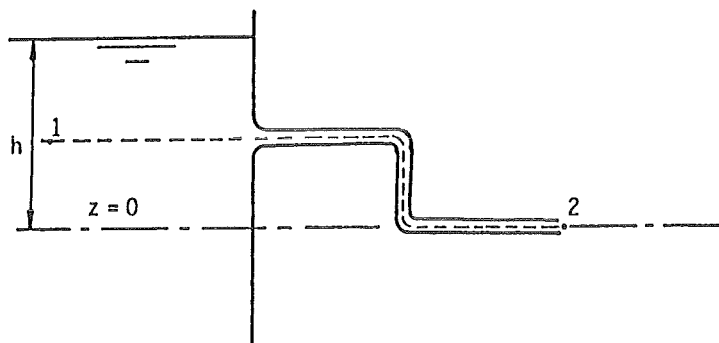
$$h_C = z_C + \frac{p_C}{\rho g} = \left[0 + \frac{20000}{9810} \right] \approx 2,04 \text{ m}$$

Loodrecht op rechte stroomlijnen geldt: $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$, dus $h_A = h_B = h_C$.

In A geldt $z_A = z_C + 1,00 \text{ m}$, dus $p_A = \rho g (h_A - z_A) \approx 10,2 \text{ kPa}$.

In B geldt $z_B = z_C - 1,00 \text{ m}$, dus $p_B = \rho g (h_B - z_B) \approx 29,8 \text{ kPa}$.

6.8 Beschouw een stroomlijn door een punt 1 (ver van de instroomopening) en het punt 2 (zie figuur). Omdat in het reservoir zelf $\vec{u} \approx 0$ geldt daar $h = H$ en is het energieniveau bekend.



Met het gekozen referentie-vlak en de bekende $H_1 = h$ volgt uit de vergelijking van Bernoulli van punt 1 langs de stroomlijn naar punt 2: $H_2 = H_1$ en dus

$$\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{u_2^2}{2g} = h$$

Langs het vrije oppervlak van de uittredende straal bij 2 geldt $p = 0$. In punt 2 zelf geldt $p \approx 0$ dus met $z_2 = 0$ volgt in dit geval uit Bernoulli: $u_2^2/2g = h$.

Met $h = 3$ m wordt gevonden $u_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,62 \cdot 3} \text{ m/s} \approx 7,7 \text{ m/s}$.

De snelheid in de leiding is gelijk aan u_2 . Met $A = \frac{1}{4} \pi D^2 = 0,126 \text{ m}^2$ wordt het debiet $Q = u A = 7,7 \cdot 0,126 = 0,97 \text{ m}^3/\text{s}$.

- 6.9 Men kan het niveau van het genoemde punt als referentie-vlak kiezen (i.p.v. hetzelfde referentie-vlak als onder 6.8).

$$\text{Doet men dit dan is } H_p = z_p + \frac{p_p}{\rho g} + \frac{u_p^2}{2g} = 0 + \frac{p_p}{\rho g} + \frac{u_p^2}{2g}$$

en volgt uit Bernoulli $H_p = H_1 = 1,50 \text{ m}$

De snelheid u_p is gelijk aan de berekende u_2 (zie onder 6.8) dus $u_p^2/2g = 3,00 \text{ m}$, zodat in P een negatieve druk heerst:

$$p_p = \rho g \left(H_p - \frac{u_p^2}{2g} \right) = 9810 (1,50 - 3,00) \approx -14,7 \text{ kPa}.$$

- 6.10 De snelheid bij uittreden blijft gelijk, dus Q wordt een factor 4 kleiner. De druk in punt P wordt $p_p = \rho g (H_p - z_p - u_p^2/2g)$
 $= 9810 (1,50 - 0,19) \approx 12,85 \text{ kPa}.$

- 6.11 Bij het eindpunt van de tuinslang geldt (zie ook onder 6.8) $p_S = 0$; met $z_S = 0$ geldt dus $H_S = u_S^2/2g$.

$$\frac{u_w^2}{2g} \text{ is kennelijk klein verondersteld, met } z_w = 0, H_w = \frac{p_w}{\rho g}$$

$$\text{Bernoulli: } H_S = H_w \rightarrow u_S^2/2g = \frac{p_w}{\rho g}$$

- Hieruit volgt $u_S = \sqrt{\frac{2p_w}{\rho}}$;

invullen geeft $u_S = \sqrt{40} \text{ m/s} \approx 6,3 \text{ m/s}$.

- Door de verliezen in de nauwe leiding daalt H_S en daardoor u_S aanzienlijk.
- Afname van u in de leiding geeft een hogere H_S .

6.12 Bernoulli: $H_1 = H_2$ geeft $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g \left(z_1 - z_2 + \frac{u_1^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} \right) = 9,81 (-1,153) \text{ kPa} \\ = -11,3 \text{ kPa}.$$

Een eventuele kromming heeft geen invloed.

Versnellende stroming van 1 naar 2, de drukverlaging wordt veroorzaakt door de verhoging van z en de toename van de snelheidshoogte.

6.13 $\Delta p = 9810 [+1 - 0,153] \text{ Pa} \approx +8,3 \text{ kPa}$.

6.14 $u(r) = \frac{q}{2\pi} \frac{1}{r} \quad \frac{\partial u}{\partial s} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{q}{2\pi} \frac{1}{r^2}$; $u \frac{\partial u}{\partial r} = -\left(\frac{q}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{r^3}$

Zie verder collegehandleiding.

6.15 Loodrecht op de stroomlijnen geldt: $\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{u^2}{gr} = \frac{\omega^2 r^2}{gr}$, ($n = -r$ en $R = r$)

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\omega^2 r}{g}, \text{ oplossing: } \Delta h = h(r) - h(0) = \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \text{ dus de waterspiegel}$$

heeft de vorm van een paraboloïde met $\Delta h_{\max} = \frac{\omega^2 r_0^2}{2g}$.

Voor $r_0 = 0,25 \text{ m}$: $\omega = 2\pi \text{ rad/s} \rightarrow \Delta h_{\max} \approx 0,125 \text{ m}$

$\omega = 1\pi \text{ rad/s} \rightarrow \Delta h_{\max} \approx 0,008 \text{ m}$

$\omega = 4\pi \text{ rad/s} \rightarrow \Delta h_{\max} \approx 0,500 \text{ m}$

Het drukverschil aan de bodem tussen een punt aan de wand en een punt in de as is $\rho g \Delta h_{\max}$.

6.16 Zie collegehandleiding

6.17 Zie collegehandleiding

6.18 Zie collegehandleiding

6.19 Zie collegehandleiding

$$6.20 \quad H_A = H_B = H_C \approx 4,20 \text{ m}$$

$$d_2 + \frac{u_2^2}{2g} = H_C - \Delta z \approx 3,13 \text{ m}$$

$$d_2 u_2 = 8 \text{ (m}^3\text{/s)/m} \quad , \quad d_2 = 2,67 \text{ m}$$

$$(p)_A = \rho g d_1 \quad , \quad (p)_B = \rho g H_B = \rho g \left(d_1 + \frac{u_1^2}{2g} \right) \quad \text{en} \quad (p)_C = \rho g d_2 \quad .$$

Hoofdstuk 7 Energiebalans voor een stroombuis

$$7.1 \quad u_1 = 0,60 \text{ m/s} \quad , \quad u_1^2/2g \approx 0,02 \text{ m} \quad , \quad H_1 = 0,62 \text{ m} \quad , \quad p_1 = p_2 = 0$$

Bernoulli langs vrij oppervlak: $H_2 = H_1 = 0,62 \text{ m}$

geeft hier: $u_2^2/2g - 0,40 = 0,62 \text{ m} \quad u_2 \approx \sqrt{20 \text{ m}^2\text{/s}^2} = 4,47 \text{ m/s}$.

Continuïteit: $u_1 d_1 = u_2 d_2 = 0,96 \text{ m}^2\text{/s} \quad , \quad d_2 = (0,96/4,47) \approx 0,21 \text{ m}$

Opm. Later zal blijken dat $u_1 > U_1$ en $u_2 \approx U_2$.

Langs de onderzijde van de waterstraal geldt ook $p = 0$, daarom geldt in de straal bij 2 overal $p \approx 0$.

7.2 Zie collegehandleiding. $H \approx 0,62 \text{ m}$.

$$7.3 \quad q = 2 \text{ (m}^3\text{/s)/m} \quad U_1 = 1,25 \text{ m/s} \quad U_1^2/2g \approx 0,08 \text{ m} \quad H_1 = 0,68 \text{ m}$$

Bernoulli 1 $\rightarrow$ 2 geeft $H_2 = H_1$ dus omdat $z_2 \approx -0,40 \text{ m}$

$$\frac{U_2^2}{2g} + z_2 + 0 = 0,68 \quad \rightarrow \quad U_2 = \sqrt{21,19} = 4,60 \text{ m/s} \quad , \quad d_2 = q/U_2 = 0,43 \text{ m}.$$

7.4 Langs het vrije oppervlak (Bernoulli) nemen de snelheden toe zoals in 7.1 en 7.3 is geanalyseerd.

Langs de onderzijde geldt nu niet $p = 0$ doch $p < 0$ (sterk afhankelijk van de kromming). Voor de uitdrukking: zie integratie Eulervergelijking // n in de collegehandleiding.

De onderdruk geeft grotere versnellingen en grotere snelheden over de kruin (Stenen kunnen worden losgetrokken).

7.5 De plaatshoogte en de druk zijn bekend. Kies referentievlak;

$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; Bernoulli geeft $\frac{U_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{U_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$ en met

$$(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}) - (z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) = (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = -(1,00 + 5,10) \text{ m volgt}$$

$$\frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} = + 4,10 \text{ m}$$

De volumebalans geeft: $U_2 A_2 = U_1 (A_2/4) \rightarrow U_1 = 4 U_2$

Elimineren van U_1 geeft: $15 U_2^2 = 80,44 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$$U_2 = \sqrt{5,36} \approx 2,32 \text{ m/s}$$

$$U_1 = 9,26 \text{ m/s}$$

Het debiet is $Q = \frac{\pi D_2^2}{4} U_2 = (0,785 * 2,32) \approx 1,82 \text{ m}^3/\text{s}$

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{U_1^2}{2g} \approx (1,0 + 5,10 + 4,37) \approx 10,47 \text{ m}$$

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{U_2^2}{2g} = 10,47 \text{ m}$$

7.6 Een lagere ρ geeft een groter verschil in piëzometrisch niveau:

$$(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = -(1,00 + 6,00) \approx -7,00 \text{ m} \rightarrow U_2 \approx 2,56 \text{ m/s en } Q \approx 2,0 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Voor lucht met $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ worden gevonden $U_2 \approx 73 \text{ m/s}$.

7.7 $H_1 = H_2$, zie verder vergelijkingen onder 7.5.

7.8 $h_1 - h_2 = 0,40 \text{ m}$; $D_2 = 0,85 D_1$

II.9

Bernoulli geeft hier $\frac{U_2^2}{2g} = h_1 - h_2 + \frac{U_1^2}{2g}$

Volumebalans: $U_1 = U_2 \frac{A_2}{A_1} = U_2 \frac{D_2^2}{D_1^2} = (0,85)^2 U_2$

Substitueren geeft: $(1 - 0,85^4) \frac{U_2^2}{2g} = h_1 - h_2$

Dus $U_2^2 = 2g \frac{h_1 - h_2}{(1 - (0,85)^4)} = \left(19,62 \frac{0,40}{(1 - 0,52)}\right) = 16,35 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

Resultaat: $U_2 = 4,04 \text{ m/s}$ en $U_1 = 2,92 \text{ m/s}$

$U_1^2/2g \approx 0,43 \text{ m}$ $U_2^2/2g \approx 0,83 \text{ m}$

$Q \approx m U_2 \pi D_2^2/4 \approx m * (4,04 * 0,00567) \approx m 0,0229 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

De afvoercoëfficiënt wordt empirisch bepaald (bv. $\hat{m} = 0,96$).

7.9 Zie collegehandleiding Figuur 7.4.

$h_2 - h_1 = 20 \text{ m}$ (waterkolom), $D_1 = D_2$

$H_2 - H_1 = h_2 - h_1 = 20 \text{ m}$ omdat $\frac{U_1^2}{2g} = \frac{U_2^2}{2g}$

$\Delta H_{\text{pomp}} = 20 \text{ m}$ zodat $P_{\text{pomp}} = \rho g Q \Delta H = 29,4 \text{ kW}$.

Indien de diameters een factor 2 verschillen, zal de snelheidshoogte een factor 4 verschillen.

$\Delta H = H_2 - H_1 = 20 \text{ m}$

$D_1 = 0,20 \text{ m}$, $A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = 0,0314 \text{ m}^2$, $U_1 = 4,77 \text{ m/s}$, $\frac{U_1^2}{2g} = 1,16 \text{ m}$

$D_2 = 0,40 \text{ m}$, $A_2 = 0,126 \text{ m}^2$, $U_2 = 1,19 \text{ m/s}$, $\frac{U_2^2}{2g} = 0,07 \text{ m}$

$h_2 - h_1 = \Delta H + (1,16 - 0,07) \text{ m} = 21,09 \text{ m}$.

Voor de figuren zie collegehandleiding Fig. 7.4.

7.10 Uitgaande van constante waarden voor H_2 en h_2 als gegeven, is het gevraagde vermogen $P_{\text{turbine}} = 29,4 \text{ kW}$.

Het rendement is, afhankelijk van de turbine en de omzetting van vermogen, veel lager dan 100% (bv. 70%).

- 7.11 (a) Drie stroomlijnen zorgvuldig tekenen (zie voorbeelden elders).
 (b) Bernoulli en volumebalans ① - ② en ② - ⑤

$$d_1 + \frac{U_1^2}{2g} = d_2 + \Delta z_2 + \frac{U_2^2}{2g} = d_5 + \Delta z_5 + \frac{U_5^2}{2g} = H$$

$$U_1 d_1 = U_2 d_2 = U_5 d_5 = q$$

$$\text{Gegeven } d_1 = 6,40 \text{ m}, d_2 = 1,60 \text{ m} \text{ en } \Delta z_2 = 4,05 \text{ m}$$

$$6,40 \text{ m} + \frac{U_1^2}{2g} = 5,65 \text{ m} + 16 \frac{U_1^2}{2g} \rightarrow \frac{U_1^2}{2g} = \frac{0,75 \text{ m}}{15} = 0,05 \text{ m} \rightarrow U_1 = 0,99 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \frac{d_1}{d_2} U_1 = \frac{6,40}{1,60} U_1 = 3,96 \text{ m/s} \quad H_1 = H_2 = H_5 = H = 6,45 \text{ m}$$

$$(d_5 + \Delta z_5) + \frac{U_5^2}{2g} = 6,45 \text{ m}$$

$$U_5 d_5 = q = 6,34 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$$

$$\frac{6,34}{U_5} + 1,40 + \frac{U_5^2}{2g} = 6,45 \text{ m}$$

$$0,051 U_5^3 - 5,05 U_5 + 6,34 = 0 \rightarrow U_5 \approx 9,25 \text{ m/s}$$

$$d_5 \approx 0,69 \text{ m}$$

Opm. Stel de volgende vervolgvraag:

Indien in plaats van Δz_5 gegeven is $d_5 = 1 \text{ m}$ bereken dan het niveau-verschil Δz_5 en U_5 .

(Antw. $\Delta z_5 = 3,40 \text{ m}$, $U_5 = 6,34 \text{ m/s}$)

$$(c) \quad \frac{P_A}{\rho g} = 6,40 \text{ m}, \quad \frac{P_B}{\rho g} = 6,45 \text{ m}, \quad \frac{P_C}{\rho g} = 1,60 \text{ m} \text{ en } \frac{P_D}{\rho g} = 0,69 \text{ m}$$

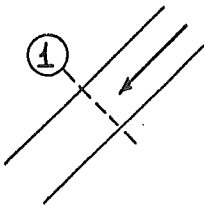
(d) Zie collegehandleiding.

Hoofdstuk 8 Impulsbalans voor een stroombuis

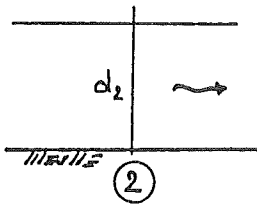
8.1 Zie collegehandleiding; $|\vec{F}_{mv}| = \rho U^2 A = 1000 * 16 * \pi = 16000 \pi \text{ N}$

8.2 • Volumebalans: $U_1 d_1 = U_2 d_2 \rightarrow U_1 \approx 7 \text{ m/s}$

- Doorgang ① : de grootte van de meegevoerde impuls is per m $\rho U_1^2 d_1$ (naar binnen gericht loodrecht op de dwarsdoorgang 1 ; de grootte van de horizontale component (naar links) is $\rho U_1^2 d_1 / \sqrt{2} = (1000 * 49 * 0,14/1,4)_{\text{N/m}} = 4900 \text{ N/m}$.



- Doorgang ② : de meegevoerde impuls (naar binnen, horizontaal) is $\rho U_2^2 d_2 = (1000 * 1 * 1)_{\text{N/m}} = 1000 \text{ N/m}$



- Impulsbalans geeft: $\vec{F}_3 + \vec{F}_{1H} + \vec{F}_2 = 0$

Omdat $\vec{F}_{1H}$ en $\vec{F}_2$ beide naar links gericht zijn volgt de grootte van $\vec{F}_3$ uit:

$$F_3 = \frac{1}{2} \rho g d_2^2 + \rho U_2^2 d_2 + \rho U_1^2 \frac{d_1}{\sqrt{2}}$$

$$F_3 = 4905 + 1000 + 4900 = 10805 \text{ N/m} = \frac{1}{2} \rho g d_3^2.$$

$$\text{Dit geeft } d_3 = \sqrt{10805/4905} \text{ m} = 1,48 \text{ m} ; p_{b3} = 14560 \text{ N/m}^2$$

8.3 • Bernoulli en volumebalans 1 - 2 geeft:

$$d_1 + \frac{U_1^2}{2g} = d_2 + \frac{U_2^2}{2g} = H_1$$

$$\mu a U_2 = d_1 U_1 = q$$

Vier vergelijkingen met vier onbekenden U_1 , U_2 , q en H_1 , omdat d_1 , d_2 en μa gegeven zijn, oplosbaar door substitueren en elimineren.

Stel $\frac{U_1^2}{2g} \ll d_1 - d_2 = 1,40 \text{ m}$, dan kan U_2 direct worden berekend:

$$U_2 = \sqrt{2g(d_1 - d_2)} = 5,24 \text{ m/s}$$

Dan volgt $U_1 = \frac{\mu a U_2}{d_1} \approx 0,16 \text{ m/s}$.

Controle: $\frac{U_1^2}{2g} \approx 0,001 \text{ m}$ dus oplossing voldoet aan de volledige vergelijkingen.

$$q = U_1 d_1 = U_2 \mu a = 0,786 \text{ (m}^3\text{/s)/m}.$$

Beschouwd wordt nu een balansgebied G tussen de doorgangen 1 en 2.

- Meegevoerde impuls p.e.v. tijd: doorgang 1 $\rho U_1^2 d_1 = 126 \text{ N/m}$
doorgang 2 $-\rho U_2^2 \mu a = -4119 \text{ N/m}$
- Impulsoverdracht p.e.v. tijd door de druk door:
doorgang 1: $\frac{1}{2}\rho g d_1^2 = (4905 * 5^2)_{\text{N}} = 122625 \text{ N/m}$
doorgang 2: $-\frac{1}{2}\rho g d_2^2 = (4905 * (3,6)^2)_{\text{N}} \approx -63570 \text{ N/m}$
- Impulsbalans (in x-richting) voor het balansgebied G geeft:

$$\vec{F}_{\text{schuif}} + \Sigma \vec{F} = 0$$

Substitueren van hierboven berekende bijdragen

geeft voor de grootte en het teken van $\vec{F}_s$:

$$F_s = - (122625 + 126 - 63570 - 4119) \text{ N/m}$$

$$F_s \approx -55060 \text{ N/m (naar links gericht)}$$

- De totale impulsoverdracht p.e.v. tijd door doorgang 3 is

$$|\vec{F}_3| = \frac{1}{2}\rho g d_3^2 + \rho U_3^2 d_3$$

Uit de continuïteitsvergelijking volgt $U_3 = q/d_3$.

De impulsbalans voor een balansgebied tussen de doorgangen 2 en 3:

$$\frac{1}{2}\rho g d_2^2 + \rho U_2^2 \mu a - \frac{1}{2}\rho g d_3^2 - \rho U_3^2 d_3 = 0$$

Elimineren van U_3 ($= q/d_3$) en substitueren van bekende waarden (zie hierboven) geeft:

$$63570 + 4119 - 4905 d_3^2 - \frac{618}{d_3} = 0$$

$$d_3^3 - 13,8 d_3 + 0,126 = 0 \rightarrow d_3 \approx 3,71 \text{ m}$$

$$\text{Dan volgt } U_3 = q/d_3 = (0,786/3,71)_{\wedge} \approx 0,21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\vec{F}_3| = \frac{1}{2}\rho g d_3^2 + \rho U_3^2 d_3$$

$$= (67513 + 167)_{\wedge} = 67680 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$H_2 = H_1 \approx 5,00 \text{ m} ; H_3 \approx 3,71 + 0,002 \approx 3,71 \text{ m} ; q = 0,786 \text{ (m}^3/\text{s)/m}$$

- $P_2 = \rho g q H_2 \approx 38,55 \text{ kW/m}$
- $P_3 = \rho g q H_3 \approx 28,61 \text{ kW/m}$
- $\Delta P_{2-3} \approx 9,95 \text{ kW/m}$
- $H_2 - H_3 \approx 1,29 \text{ m}$

8.4 Bernoulli en volumebalans 1 - 2

$$d_1 + \frac{U_1^2}{2g} = (a + d_2) + \frac{U_2^2}{2g}$$

$$U_1 d_1 = U_2 d_2$$

Met $a = 1 \text{ m}$, $d_1 = 3 \text{ m}$ en $d_2 = 1,80 \text{ m}$ zijn uit twee vergelijkingen twee onbekenden U_1 en U_2 op te lossen. Elimineren van U_2 geeft

$$\frac{U_1^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{3,00}{1,80} \right)^2 \right] = -0,20 \text{ m}$$

$$\frac{U_1^2}{2g} = \frac{0,20 \text{ m}}{1,78} = 0,112 \text{ m}$$

$$U_1 = 1,48 \text{ m/s}$$

$$U_2 = \frac{d_1}{d_2} U_1 = \frac{3,00}{1,80} 1,48 \underset{\wedge}{=} 2,47 \text{ m/s}$$

$$\text{Het debiet } q = U_1 d_1 = U_2 d_2 = 4,44 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$$

- doorsnede 2 : $\frac{1}{2}\rho g d_2^2 + \rho U_2^2 d_2 = (15892 + 10982) \text{ N/m}$
 $\approx 26,9 \text{ kN/m}$
- doorsnede 3 : $\frac{1}{2}\rho g (d_2 + a)^2 + \rho U_2^3 d_2 = (384455 + 10982) \text{ N/m}$
 $= 49,4 \text{ kN/m}$
- De impulsbalans voor een balansgebied tussen 3 en 4 geeft:

$$\frac{1}{2}\rho g (a + d_2)^2 + \rho U_2^2 d_2 - \frac{1}{2}\rho g d_4^2 - \rho U_4^2 d_4 = 0$$

$$38455 + 10982 - 4905 d_4^2 - \frac{19714}{d_4} = 0$$

$$d_4^3 - 10,08 d_4 + 4,02 = 0 \rightarrow d_4 \approx 2,95 \text{ m}$$

$$q_3 = 4,44 \text{ (m}^3\text{/s)/m}, U_3 = 1,51 \text{ m/s}$$

- $H_4 \approx 2,95 \text{ m} + 0,12 \text{ m} = 3,07 \text{ m} : H_3 = H_2 = H_1 = 3,11 \text{ m}$

$$\rho g q (H_3 - H_4) = (9810 * 4,44 * 0,04) \underset{\wedge}{=} 1742 \text{ W/m}$$

- $H_3 - H_4 = 0,04 \text{ m.}$

8.5 Antwoord : $U_1 = 0,27 \text{ m/s}$, $U_2 \approx 0,41 \text{ m/s}$,
 $d_4 \approx 0,300 \text{ m}$ en $U_4 = 0,267 \text{ m/s}$

8.6 Antwoord : $d_2 = 0,125 \text{ m}$, $d_3 = 0,375 \text{ m}$, $K \approx 10,8 \text{ kN/m}$

8.7 Antwoord : 39 kN/m

8.8 Antwoord : $q \approx 0,37 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$, $|\vec{F}_H| = 3,42 \text{ kN/m}$, $p_I = 1962 \text{ Pa}$,
 $p_{II} = p_a = 0$, gesloten : $p_I = p_a = 0$, $p_{II} = 7848 \text{ Pa}$

Voor schetsen wordt verwezen naar voorbeelden in de collegehandleiding.

8.9 Antwoord : $d_2 = 3,92 \text{ m}$, $d_3 = 4,95 \text{ m}$ en $\Delta H_{2-3} \approx 4,00 \text{ m}$

8.10 Teken van 3 à 5 stroomlijnen maakt het mogelijk om in de verbindingspijp drie belangrijke doorgangen te onderscheiden:

1 vena contracta , 2 na vertraging en 3 in het nauwe gedeelte vóór de uitstroming (met een vertragingverlies $U_3^2/2g$). Beide energieverliezen, die gesommeerd gelijk zijn aan Δh , kunnen worden uitgedrukt in de snelheidshoogte in de vena contracta (doorgang 1) :

$$\frac{U_1^2}{2g} (1 - \mu)^2 + 4^2 \mu^2 \frac{U_1^2}{2g} = \Delta h$$

$$(1 - 2\mu + 17 \mu^2) \frac{U_1^2}{2g} = \Delta h$$

Met $\mu = 0,5$ en $\Delta h = 3,40 \text{ m}$ volgt

$$U_1 = \sqrt{2 * 19,62 * 3,40/4,25} \approx 3,96 \text{ m/s}$$

$$Q = U_1 \mu \frac{\pi D^2}{4} \approx 0,062 \text{ m}^3/\text{s}$$

De drukhoogte in de punten 1 , 2 en 3 is achtereenvolgens:

$$\frac{P_1}{\rho g} = z_1 - \frac{U_1^2}{2g} = (5,40 - 0,80)_{\text{m}} = 4,60 \text{ m}$$

$$\frac{P_2}{\rho g} = (z_1 - \Delta H_{1-2}) - \frac{U_2^2}{2g} = (5,40 - 0,20 - 0,20)_{\text{m}} = 5,00 \text{ m}$$

$$\frac{P_3}{\rho g} = z_2 = 2,00 \text{ m}$$

8.11 Antwoord : 1. - ; 2. $0,70 \text{ (m}^3/\text{s)/m}$; $3,4 \text{ kN/m}$

Hoofdstuk 9 Stroming in open waterlopen

9.1 Zie collegehandleiding

9.2 Antwoord $d_g \approx 6 \text{ m}$; voor de grafiek zie als voorbeeld Figuur 9.2 in de collegehandleiding , $Fr = U/\sqrt{gd}$ met $U = q/d$.

9.3 Zie collegehandleiding voor voorbeeld van een grafiek van E (d,q) ,
 $d_g \approx 6 \text{ m}$.

9.4 $q = 100 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$, $d_g = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \approx 10,06 \text{ m}$

$$F_{\min} \approx 1490 \text{ kN/m} , E_{\min} \approx 15,10 \text{ m} , Fr = 1$$

9.5 Bernoulli: $d_1 + \frac{q^2}{2gd_1^2} = d_2 + \frac{q^2}{2gd_2^2} = E_2 \approx 1,47 \text{ m}$

$$19,62 d_1^3 - 28,84 d_1^2 + 1 = 0 \rightarrow d_1 \approx 1,441 \text{ m}$$

$$K = (10,185 + 0,694 - 0,196 - 5,000)_{\Lambda} = 5,683 \text{ kN/m}$$

9.6 Zie voorbeeld in collegehandleiding ; $E_1 = E_2$, d_1 , $F_1 - F_2 = K$

9.7 a. t/m e. zie collegehandleiding;

f. $d_1 = 1 \text{ m}$, $q = 5 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$, continuïteit en impulsbalans combineren geeft:

$$d_1 d_2 (d_1 + d_2) = \frac{2q^2}{g} \approx 5,10 \text{ m}^3$$

$$d_2 + d_2^2 = 5,10 \rightarrow d_2 \approx 1,81 \text{ m}.$$

9.8 Zie collegehandleiding,

$$(d_2)_g = (q^2/g)^{1/3} \approx 0,087 \text{ m} , "(a)"_g = E_1 - (E_2)_g ,$$

$$E_1 = 0,30 + \frac{(0,08)^2}{2g(0,30)^2} \approx 0,304 \text{ m} , (U_2)_c \approx 0,92 \text{ m/s}$$

$$(E_2)_g = (d_2)_g + (U_2)_g^2/2g \approx 0,087 + 0,043 = 0,13 \text{ m}$$

$$"(a)"_g \approx (0,304 - 0,13)_{\text{m}} = 0,174 \text{ m (zie grafiek E (q,d))}.$$

9.9 Er zal zich een hoger energieniveau E_1 gaan instellen.

9.10 $Q = 200 \text{ l/s}$, $q_2 = (0,2/0,5)_{\Lambda} = 0,4 \text{ (m}^3\text{/s)/m}$,

$$(d_2)_g = \sqrt[3]{\frac{q_2^2}{g}} = 0,254 \text{ m} , U_2 = 0,4/0,254 = 1,58 \text{ m/s}$$

$$E_2 = E_1 = \frac{3}{2} * 0,254 \text{ m} \approx 0,381 \text{ m}$$

$$d_1 + \frac{q_1^2}{2gd_1} = 0,381 \text{ m} \rightarrow d_1 \approx 0,366 \text{ m}$$

Het niveau benedenstrooms moet relatief laag zijn; dan geen invloed omdat $u_2 = (u_2)_g$ (FR = 1).

Hoofdstuk 10 Stroming rond een voorwerp

10.1 -

10.2 Zie collegehandleiding

10.3 Zie collegehandleiding

10.4 Zie collegehandleiding

10.5 a. $Re \ll 1$, Stokes : $w = \frac{1}{18} \frac{\Delta \rho D^2}{\nu} \approx 0,0005 \text{ m/s}$

$$Re = \frac{0,5 * 10^{-3} * 0,3 * 10^{-3}}{1,05 * 10^{-6}} = 0,014 \ll 1$$

b. $D = 1,2 \text{ mm} \rightarrow w \approx 0,008 \text{ m/s}$

$Re \approx 0,9 < 1$ Bovengrens Stokes-benadering.

10.6 De ruwe bol heeft de lage c_w -waarde omdat door de turbulente grenslaag de stroming langer aanligt en een veel smaller "zog" ontstaat. Opm.: Een draadje heeft reeds veel effect; denk ook aan ruwheid van een golfbal.

$$10.7 (\rho_s - \rho) g \frac{\pi}{6} D^3 = c_w \frac{1}{2} \rho u^2 \frac{\pi}{4} D^2 ; Re = \frac{uD}{\nu} = 5 * 10^5 \rightarrow c_w \approx 0,1 .$$

Door subst. van de gegevens volgt $\rho_s \approx 1120 \text{ kg/m}^3$

$$10.8 (Re)_1 = 2 * 10^5 , (c_w)_1 = F / \left(\frac{1}{2} \rho u_1^2 \frac{1}{4} \pi D_1^2 \right) = 0,45$$

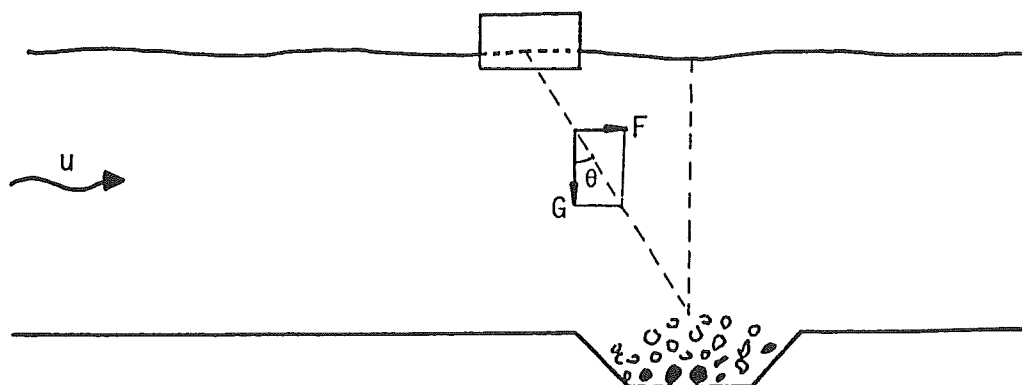
$$(Re)_2 = 4,5 \cdot 10^5, \quad (c_w)_2 \approx 0,09$$

Voor $Re \approx 3 \cdot 10^5$ doet zich een "sprong" in de c_w -waarde voor omdat de grenslaag turbulent wordt, het loslaatpunt naar achteren opschuift (met een geringer zog).

10.9 De krachten zijn evenredig met $c_w A$, dus

$$F_A/F_B = \frac{1,5 B\sqrt{2}}{2B} = 1,06, \quad F_B < F_A !$$

10.10



Hoofdstuk 11 Weerstand in leidingen

Verwezen wordt naar de college-handleiding Hfst. 11 en Hfst. 12

11.1 Zie collegehandleiding

11.2 Zie collegehandleiding

11.3 Zie collegehandleiding. De variabele r wordt ingevoerd als de afstand gemeten langs de straal vanuit het middelpunt van een cirkel (terwijl n vanaf de wand wordt gemeten) dus

$$r = \frac{D}{2} - n \quad \text{en} \quad \frac{du}{dn} = - \frac{du}{dr}$$

11.4 Zie collegehandleiding.

$$\text{Uit } i_w = 8 \frac{\nu U}{gr_o^2} \text{ volgt met } r_o = \frac{D}{2} : U = \frac{g i_w D^2}{32 \nu}$$

Met de gegevens $D = 0,04 \text{ m}$, $U = 0,50 \text{ m/s}$ wordt gevonden:

$$- \text{ als } \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} : i_w = 32 \frac{U\nu}{gD^2} = 1,02 * 10^{-3} ;$$

$$- \text{ als } \nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} : i_w = 1,02 * 10^{-5}$$

$$Re = 0,5 * 0,04 * 10^6 = 20000 \quad (\text{turbulente stroming})$$

$$Re = 0,5 * 0,04 * 10^5 = 2000 \quad (< 2300, \text{ dus laminair})$$

11.5 Zie collegehandleiding.

$$2 \log 0,4 \approx -0,8 \quad \text{en} \quad 2 \log 3,7 = +1,14$$

$$11.6 \quad i_w = \frac{U^2}{C^2 R} \quad , \quad \tau_o = \rho g R i_w = \frac{g}{C^2} \rho U^2 \quad , \quad f = \frac{8g}{C^2}$$

$$C = 5,75 \sqrt{g} \log \frac{12 R}{k + \delta/3,5} .$$

$$U = 25 \text{ [m/s]} \left(\frac{R}{k} \right)^{1/6} \sqrt{Ri_w} .$$

11.7 1. Een eerste schatting van de waarde voor U respectievelijk $U^2/2g$ t.b.v. de bepaling van de orde van grootte van Re en van de locale verliezen bij instroming en bij uitstroming geeft het beeld:

- de stroming zal turbulent zijn en de locale verliezen kunnen in eerste benadering worden verwaarloosd omdat

$$\frac{U^2}{2g} \ll \Delta h$$

2. t/m 4.

Buis I:

$$D_I/k_I = 0,30/0,003 = 100 \quad , \quad Re \approx 2 * 10^4 \quad , \quad f \approx 0,04 \quad (\text{Fig. 11.10}).$$

Bij $Q = 80 \text{ l/s}$ is $U = 1,13 \text{ m/s}$; dat geeft

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} = 0,04 \frac{400}{0,30} \frac{1,28}{19,62} \approx 3,30 \text{ m (buis I voldoet)}$$

Controle: $Re = \frac{U D}{\nu} = \left[1,13 \frac{0,30}{1,7} 10^5 \right] \approx 2 * 10^4$; verg. (11.42) $\rightarrow$

met : $\frac{2,5}{Re \sqrt{f}} = 0,6 * 10^{-3}$, $\frac{k}{3,7 D} = 2,7 * 10^{-3} \rightarrow f = 0,04$.

Buis II:

Omdat bv. $k_{II} \approx 0,01 k_I$ wordt k/D ongeveer een factor 100 kleiner en kan worden verondersteld "hydraulisch glad".

Schat bij $\Delta H = 5,00$ m , $U = 1,4$ m/s , $Re \approx 2 * 10^4$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log 0,4 Re \sqrt{f} \approx 2 \log (8000 * 0,2) \approx 6,41 \rightarrow$$

$$f \approx 0,024 , \frac{U^2}{2g} = \frac{\Delta H D}{f L} = \frac{5,00 * 0,25}{0,024 * 400} \approx 0,13 \text{ m} ,$$

$U \approx \sqrt{19,62 * 0,13} \approx 1,60$ m/s. Voortgaande iteratie geeft :

$Q \approx 0,076$ m³/s < $0,08$ m³/s , dus buis II voldoet niet.

Het verdisconteren van lokale verliezen geeft géén andere conclusies.

11.8 Stel bv. $\nu = 10^{-6}$ m²/s resp. $\nu = 10^{-5}$ m²/s en bepaal Re en δ/D (in relatie met k/D) en vervolgens $f(Re, \frac{k}{D})$.

11.9 $i_w = 0,0125$, dus u_x , δ en f in eerste benadering gelijk.

$$\text{Schatting } U = Q/A = \sqrt{\frac{8}{f}} \sqrt{g R i_w} \approx 1,32 \text{ m/s}$$

$$\frac{U^2}{2g} \approx 0,09 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Intreeverlies: } \xi \frac{U^2}{2g} \approx 0,4 * 0,09 \approx 0,04 \text{ m} \\ \text{Uittreeverlies: } \frac{U^2}{2g} \approx 0,09 \text{ m} \end{array} \right\} \Delta H_v \approx 0,13 \text{ m}$$

$$\text{Dan kan } i_w \text{ worden benaderd met } i_w = \frac{0,50 - 0,13}{40} = 0,93 * 10^{-2} .$$

Daarbij volgt $U \approx 1,14 \text{ m/s}$ en $\frac{U^2}{2g} \approx 0,065 \text{ m}$

De locale verliezen tezamen worden $\Delta H_v \approx 0,09 \text{ m}$.

Geen tweede iteratiestap ; $Q \approx 80 \text{ l/s}$

Opm. Door het verdisconteren van verliezen wordt i_w en daarmee u_* , u en Re wat kleiner, δ iets groter, echter de invloed op f zal klein zijn.

11.10 De bij de randvoorwaarden in 11.7 bepaalde debieten kunnen worden gesommeerd.

11.11 Turbulente stroming, $C = 18 \log \frac{12 * 4}{0,1} \approx 48 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$,

$U = C \sqrt{Ri_w} = 0,96 \text{ m/s}$, $Q = U d B = 384 \text{ m}^3/\text{s}$; $Re \approx 4 * 10^6$.

11.12 $u_* = \sqrt{g Ri_w} \approx 0,06 \text{ m/s}$, $\delta = \frac{11,6 * 10^{-6}}{0,06} \approx 2 * 10^{-4} \text{ m}$,

$\delta/3,5 = 0,55 * 10^{-4} \text{ m}$, $C = 18 \log \frac{12 * 4}{1,55 * 10^{-4}} \approx 99 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$,

$U = 1,98 \text{ m/s}$.

(gegeven)
De waarde voor k is niet realistisch voor een open leiding met alluviale bodem. Voor deze lage k -waarde speelt δ een rol en wordt een onrealistisch hoge waarde voor C gevonden.

11.13 $u_* = 0,06 \text{ m/s}$, $\delta/3,5 = 0,55 * 10^{-3} \text{ m}$ ($\approx k$; beide van belang),

$C = 18 \log \frac{12 * 4}{1,055 * 10^{-2}} \approx 66 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$, $U = 1,32 \text{ m/s}$.

11.14 $u_* = \sqrt{g Ri_w} \approx 0,20 \text{ m/s}$, $\delta = \frac{11,6 * 10^{-5}}{0,20} \approx 6 * 10^{-4} \text{ m}$

$\delta/3,5 = 1,7 * 10^{-4} \text{ m}$, $C = 18 \log \frac{12 * 4}{0,00117} \approx 83 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$

$f = 8g/C^2 \approx 0,01$, $U \approx 5,25 \text{ m/s}$.

Indien de invloed van δ wordt verwaarloosd blijkt $C \approx 84 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ en $U \approx 5,30 \text{ m/s}$, dus de invloed van δ is gering.

Opmerkingen:

(i) Hier blijkt dat bij $k = 10^{-3}$ m bij een open leiding kennelijk sprake is van een geringe wandweerstand (relatief hoge waarde van C resp. relatief lage waarde van f).

(ii) Ook volgt uit de resultaten dat bij open leidingen ($k > 10^{-2}$ m) δ geen rol zal kunnen spelen.

11.15 De gemiddelde snelheden in de leidingdelen zijn

$$U_1 \approx 0,80 \text{ m/s} \quad \text{en} \quad U_2 \approx 3,20 \text{ m/s}.$$

$$Re_1 = 0,16 * 10^6 \quad \text{en} \quad Re_2 = 0,32 * 10^6, \text{ zodat}$$

$$\frac{D_1}{k_1} = 200 \quad \rightarrow \quad f_1 \approx 0,030$$

$$\frac{D_2}{k_2} = 100 \quad \rightarrow \quad f_2 = 0,038$$

$$\text{Het verval } \Delta H_w = f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} \text{ geeft voor de leidingdelen met } \frac{L_1}{D_1} = 500 \text{ en}$$

$$\frac{L_2}{D_2} = 1000 :$$

$$\Delta H_{w1} = 0,03 * 500 * 0,033 \text{ m} \approx 0,5 \text{ m} \quad \text{en}$$

$$\Delta H_{w2} = 0,038 * 1000 * 0,52 \text{ m} \approx 19,8 \text{ m}$$

$$11.16 \text{ Instroom-verliezen bv. } 0,4 \frac{U_1^2}{2g} \approx 0,01 \text{ m}$$

$$\text{Contractie-verliezen overgang bv. } 0,2 \frac{U_2^2}{2g} \approx 0,10 \text{ m}$$

$$\text{Uitstroom-verliezen max. } \frac{U_2^2}{2g} = 0,52 \text{ m}.$$

Tekening (niet op schaal) kan de essentie van de samenhang ΔH_v en ΔH_w duidelijk maken.

11.17 Het totale verval is ongeveer een factor 4 kleiner, de verhouding tussen lokale verliezen en de weerstandsverliezen blijft gelijk.

De gemiddelde snelheden en het debiet zullen ongeveer een factor 0,5 maal zo groot zijn.

Voer een berekening uit met een iteratiestap betreffende de lokale verliezen.

11.18	$D/k = 1000$	$f \approx 0,020$	$i_w \approx 10^{-3}$	$Re = 10^6$
	$D/k = 2000$	$f \approx 0,017$	$i_w \approx 4,3 * 10^{-4}$	$Re > 10^6$
	$D/k = 100$	$f \approx 0,038$	$i_w \approx 3,9 * 10^{-3}$	$Re = 5 * 10^5$

11.19 Antwoord: $\nu = 4,2 * 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

11.20 Antwoord: $Q = 0,22 \text{ m}^3/\text{s}$

11.21 Antwoord: $Q \approx 12 \text{ l/s}$

11.22 Antwoord: $P_{\text{eff.}} \approx 10,3 * 10^4 \text{ Nm/s}$, $h = -0,18 \text{ m}$, $\frac{P}{\rho g} = -3,18 \text{ m}$

Opm.: Nagegaan kan worden wat de invloed is van $D_1 = D_2/2 = 0,3 \text{ m}$.

11.23 • $R = \frac{12 * 2}{10 + 4\sqrt{2}} \text{ m} \approx 1,53 \text{ m}$; $U = \frac{3,0}{12 * 2} \text{ m/s} \approx 0,125 \text{ m/s}$

$$Re = \left[\frac{0,125 * 1,53}{10^{-6}} \right] \approx 2 * 10^5 \text{ (turbulent)}$$

Open leiding, $k \gg \delta$, verondersteld wordt "ruw";

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 5,75 \log \frac{12R}{k} = 5,75 \log 1836 = 18,8 \rightarrow \lambda \approx 0,0028.$$

$$i_w = \frac{\lambda U^2}{g R} = 3 * 10^{-6}; \quad u_* = \sqrt{9,81 * 1,53 * 3 * 10^{-6}} \text{ m/s} \approx 6,7 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\text{Controle: } \delta = \frac{11,6 \nu}{u_*} = \frac{11,6 * 10^{-6}}{6,7 * 10^{-3}} \text{ m} \approx 1,73 * 10^{-3} \text{ m};$$

$$\delta/3,5 = 0,5 * 10^{-3} \text{ m} \ll 10^{-2} \text{ m}.$$

De bodemhelling is relatief flauw: $i_w \approx 3 * 10^{-6}$

$$\bullet \quad k = 0,10 \text{ m, ruw, } C = 18 \sqrt{\log 183,6} = 40,7 \frac{\text{m}^{1/2}}{\text{s}}$$

$$i_w = \frac{U^2}{C^2 R} \approx 6 * 10^{-6}.$$

- Het verval is evenredig met U^2 , dus in het middelste gedeelte
- $$\Delta h_w = 10^4 * i_w * \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2,7 * 10^{-2} \text{ m en in het laatste gedeelte}$$
- $$\Delta h_w = 0,7 * 10^{-2} \text{ m}.$$

Opm. In dit vraagstuk is sprake van relatief lage snelheden.
Ga de invloed na van een vergroting van het debiet tot
 $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$ (factor 10) .

11.24 Antwoorden:

$$\begin{aligned} \text{a. } U_I &= 1,57 \text{ m/s} , \quad Q_I = 111 \text{ l/s} \\ U_{II} &= 0,37 \text{ m/s} , \quad Q_{II} = 26 \text{ l/s} \\ U_{III} &= 1,20 \text{ m/s} , \quad Q_{III} = 85 \text{ l/s} \end{aligned}$$

- b. Uittree-verliezen ($U^2/2g$) zijn verwaarloosbaar t.o.v. de wrijvingsverliezen.

$$\text{c. } \Delta H_I + \Delta H_{III} = 2 \Delta z_1 , \quad \Delta H_{\text{pomp}} = (2 * 30) - 45 = 15 \text{ m}$$

$$P_{\text{pomp}} = \rho g Q \Delta H_{\text{pomp}} = 16,75 \text{ kW}.$$

$$\text{d. } Q_I = Q_{II} = 80 \text{ l/s}.$$

11.25 Antwoorden:

$$\text{a. } Q = 8,7 \text{ l/s}$$

$$\text{b. } Q = 12,3 \text{ l/s}$$

$$\text{c. } x = 0,78 \text{ m}$$

- d. Op een afstand l van punt 1 gemeten langs de as van de leiding kan de drukhoogte $\frac{p}{\rho g}$ worden uitgedrukt als:

$$\frac{p}{\rho g} = (h + x) - z - f \frac{l}{D} \frac{U^2}{2g} - \frac{U^2}{2g}.$$

BIJLAGE III

Uitwerkingen examenopgaven

Opmerking :

De uitwerkingen , die ter toetsing zijn opgenomen in deze
Bijlage III , zijn bewust kort gehouden met verwijzingen
naar de collegestof.

Examen voorbeeld 1

Uitwerking in telegramstijl onder verwijzing naar de collegestof.

Vraagstuk 1

1.1 Zie voorbeelden Collegehandleiding.

1.2 Versnellingsgebied ① - ②, Bernoulli $\rightarrow$

$$d_1 + U_1^2/2g = d_2 + U_2^2/2g \quad \text{met} \quad U_2 = (3,5/0,5)^{1/2} = 7 \text{ m/s}$$
$$7,00 + 0,013 = d_2 + 2,497 \quad \rightarrow \quad d_2 = 4,516 \text{ m}$$

Vertragingsgebied ② - ③, impulsbalans met $U_3 = q/d_3$ geeft:

$$\frac{1}{2}\rho g d_3^2 + \rho \frac{q^2}{d_3} = \frac{1}{2}\rho g d_2^2 + \rho q U_2$$

$$4,905 d_3^3 - 124,53 d_3 + 12,25 = 0$$

Iteratief oplossen geeft: $d_3 \cong 4,99 \text{ m}$ en $U_3 \cong 0,70 \text{ m/s}$

1.3 Wrijvingsverliezen verwaarloosd; vertragingsverliezen niet verwaarloosd (zie onder 1.4).

$$1.4 \quad H_2 - H_3 = \Delta H = 7,013 \text{ m} - (4,99 + 0,025) \text{ m} \cong 2,00 \text{ m.}$$

$$\rho q U_1^2 = 1750 \text{ N/m}$$

$$\frac{1}{2}\rho g d_1^2 + \rho q U_1 \cong (240,35 + 1,75) \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 242,1 \text{ kN/m}$$

1.5 Impulsbalans ① - ② geeft

$$\frac{1}{2}\rho g d_2^2 + \rho q U_2 + F = 242,1 \text{ kN/m} \quad (\text{zie 1.4})$$

$$F \cong 242,1 \text{ kN/m} - (100,0 + 24,5) \text{ kN/m} = 117,6 \text{ kN/m}$$

$$1.6 \quad F_s = \frac{1}{2}\rho g (d_2^2 - 2,00^2) \text{ kN/m} = \frac{1}{2}\rho g (2,516^2 - 2,00^2) \text{ kN/m} \cong 31,05 \text{ kN/m}$$

$$F_d = \frac{1}{2}\rho g (d_2^2 - (3,016)^2) \text{ kN/m} = 55,42 \text{ kN/m.}$$

Vraagstuk 2

$$2.1 \quad \Delta H_w = f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}; \quad \frac{D}{k} = \frac{0,1}{0,001} = 100, \quad u_* = \sqrt{g R i_w} \cong 0,12 \text{ m/s,}$$

$$Re_* = \frac{0,12 * 0,001}{10^{-6}} = 120, \quad f = 0,038$$

$$U = \sqrt{\frac{0,3 * 0,1 * 19,62}{0,038 * 4,8}} \cong 1,80 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad Q \cong 14,1 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

2.2 Nu geldt $\Delta h = (f \frac{L}{D} + 1,4) \frac{U^2}{2g} = 0,3 \text{ m}$; met

$$f \frac{L}{D} = 0,038 \frac{4,8}{0,1} \cong 1,82 \text{ volgt als eerste benadering}$$

$$U = \sqrt{\frac{0,3 * 19,62}{1,82 + 1,4}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 1,35 \text{ m/s.}$$

$$i_w \cong \frac{0,3}{4,8} \frac{1,82}{3,22} \cong 0,035 \text{ en } u_* \cong 0,09 \text{ m/s ,}$$

$Re_* \cong 90$, zodat $f = 0,038$ en dus $U = 1,35 \text{ m/s}$ en $Q = 10,6 \text{ l/s}$
Intree-verliezen, bochtverliezen, uittree-verliezen.

2.3 Dan geldt $Q = \frac{\pi}{4} (0,1)^2 * \sqrt{19,62 * 0,3} \approx 19 \text{ l/s}$

2.4 Omdat $\delta = \frac{11,6 \nu}{u_*} = \frac{11,6 * 10^{-6}}{0,12} \cong 0,94 * 10^{-4} \text{ m}$, geldt $\delta \ll k$ zodat de invloed zeer gering is. De vergroting met een factor 10 doet de invloed toenemen (zie ook grafiek $Re_* \cong 12$). De wrijvingsfactor f zou iets toenemen met als gevolg ($f \cong 0,04$) een geringe afname van het debiet (zie onder 2.2).

Vraagstuk 3

3.1 $\Delta T = \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla T \right) \Delta t \rightarrow \Delta T = \left(2 * 2 - \frac{1}{2} \sqrt{2} * 2 \right) ^\circ \text{C} = 2,6 ^\circ \text{C}$

3.2 Archimedes; $(3 * 16 + 3 * 8) 750 = (3 * 16 + 8x) 1000$ geeft $x = 0,75 \text{ m}$
(boven het niveau 3,00 m) en dus $\Delta h = 2,25 \text{ m}$ en $p_A = 9,81 * 2,25 \cong 22,1 \text{ kN/m}^2$

3.3 Indien (door rechte stroomlijnen en zog) $p n_A \cong p n_B$ dan is $U_A \cong U_B$.

3.4 Zie vraagstukkenbundel en collegehandleiding.

Door afname snelheid en $\Delta h_{wr} (\sim U^2)$ neemt het energieniveau bij de uitstroomopening toe.

Examen voorbeeld 2

(Uitwerking telegramstijl)

Vraagstuk 1

$$\Lambda_2 = \Lambda_3 = 4\Lambda_1, \quad p_2 = p_1, \quad \alpha = 1.$$

1.1 Impulsbalans ② - ③ geeft met de massabalans

$$p_1 \Lambda_3 + \rho U_3 \Lambda_1 U_1 = p_3 \Lambda_3 + \rho U_3 \Lambda_3 U_3$$

$$p_3 - p_1 = \rho U_3 (U_1 - U_3)$$

$$1.2 \quad H_3 - H_1 = \frac{p_3}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} + \frac{U_3^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = \Delta H \text{ (definitie)}$$

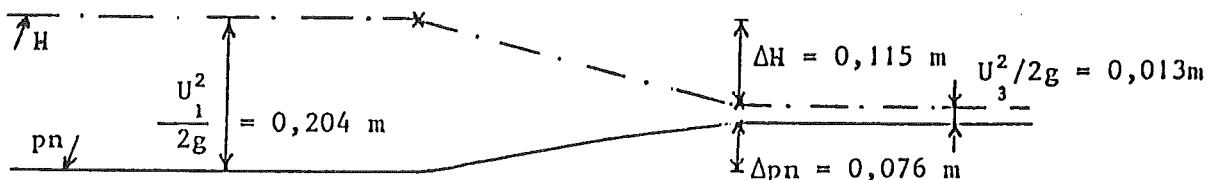
$$\Delta H = \frac{U_3 U_1}{g} - \frac{U_3^2}{g} + \frac{U_3^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} = - \frac{(U_1 - U_3)^2}{2g}$$

$$1.3 \quad \Lambda_1 = 0,0314 \text{ m}^2, \quad \Lambda_3 = 0,126 \text{ m}^2, \quad Q = 0,0628 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$U_1 = 2 \text{ m/s} \text{ en } U_3 = 0,5 \text{ m/s} :$$

$$p_{n3} - p_{n1} = \frac{U_3 U_1}{g} - \frac{U_3^2}{g} = \left(\frac{1 - 0,25}{9,81} \right) m = 0,076 \text{ m}$$

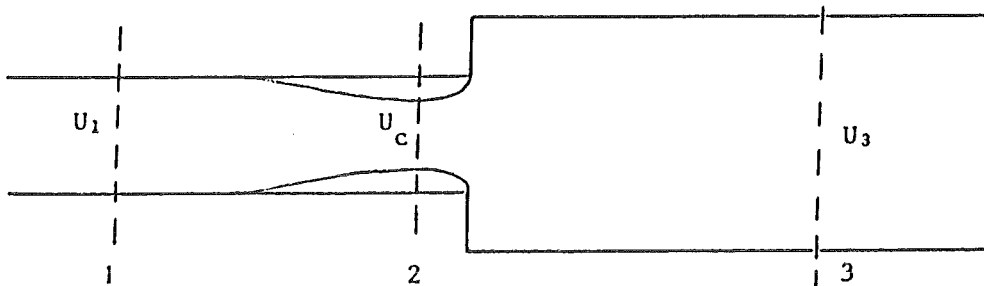
$$H_3 - H_1 = - \frac{(U_1 - U_3)^2}{2g} = - \frac{(2 - 0,5)^2}{2g} = - 0,56 \frac{U_1^2}{2g} = - 0,115 \text{ m}$$



$$1.4 \quad \text{De resulterende drukkracht } F_w = p_1 \Lambda_3 - p_3 \Lambda_3 = \rho (U_3^2 - U_1 U_3) \Lambda_3$$

$$F_w = (\rho (0,25 - 1) 0,126) N = -94,5 \text{ N}$$

1.5



Door loslaten contractie ($\mu \approx 0,65$). Tussen de doorgangen ② en ① treden vertragsingsverliezen op: $\Delta H = \frac{(U_c - U_1)^2}{2g} \approx 0,29 \frac{U_1^2}{2g}$

Vraagstuk 2

2.1 Continuïteit: $B_2 U_2 d_2 = B_1 U_1 d_1 \rightarrow U_1 = U_2 \frac{B_2 d_2}{B_1 d_1}$

Bernoulli: $d_1 + \frac{U_1^2}{2g} = d_2 + \frac{U_2^2}{2g}$

$$U_2^2 = 2g (d_1 - d_2) \frac{1}{1 - \left(\frac{B_2 d_2}{B_1 d_1}\right)^2}$$

Substitueren van de waarden voor B_1 , B_2 , d_1 en d_2 geeft:

$$U_2^2 = 2g(0,033) \frac{1}{1 - 0,198} = (19,62 * 0,033 * 1,245) \underline{\underline{= 0,81 \text{ m}^2/\text{s}^2}}$$

$$U_2 = \sqrt{0,81 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 0,90 \text{ m/s} ; U_1 = 0,40 \text{ m/s}$$

$$Q = U_2 d_2 B_2 = U_1 d_1 B_1 = 0,024 \text{ m}^3/\text{s}$$

2.2 $d_3 > d_2$ vertraging, waterspiegel loopt iets op; d_2 , in ③ fluctuaties waterspiegel.

2.3 $U_3 = \frac{Q}{B_3 d_3} = \frac{0,024}{0,2 * 0,265} = 0,45 \text{ m/s}$. Controle berekening:

Continuïteit: $U_2 d_2 B_2 = U_3 d_3 B_3 \rightarrow U_3 = 0,5 \frac{d_2}{d_3} U_2$

Impulsbalans: $\frac{1}{2}\rho g d_2^2 B_3 + \rho U_2^2 B_2 d_2 = \frac{1}{2}\rho g d_3^2 B_3 + \rho U_3^2 B_3 d_3$
 $\frac{1}{2}g (d_2^2 - d_3^2) + \frac{Q}{B_3} (U_2 - U_3) = 0$

$$\frac{1}{2}g (d_2^2 - d_3^2) + \frac{Q}{B_3} (U_2 - 0,5 \frac{d_2}{d_3} U_2) = 0$$

$$0,350 - 4,905 d_3^2 + 0,108 - 0,0144/d_3 = 0$$

Gegeven: Q , d_2 en U_2 ; iteratie $d_3 \stackrel{?}{=} 0,27 \text{ m} (> d_2)$

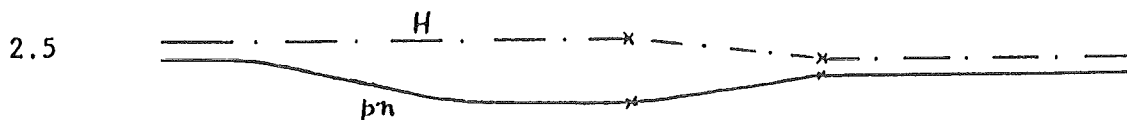
$$d_3 = 0,27 \text{ m} \rightarrow +0,047$$

$$d_3 = 0,29 \text{ m} \rightarrow -0,005 \approx 0$$

$$d_3 = 0,288 \text{ m} \rightarrow +0,001 \approx 0$$

$$U_3 \approx 0,42 \text{ m/s}.$$

2.4 $H_1 - H_2 \approx 0,31 \text{ m}$ $H_2 - H_3 \approx 0,01 \text{ m}$.



Vraagstuk 3

3.1 Verondersteld wordt: turbulente stroming; $U^2/2g \ll a$.

$$i_w = \frac{a}{L} = \frac{2,40}{1000} = 2,4 \cdot 10^{-3}.$$

$$R = \frac{D}{4} = 0,05 \text{ m} ; u_* = \sqrt{g R i_w} = 0,034 \text{ m/s}$$

$$\delta = \frac{11,6 \nu}{u_*} = 3,41 \cdot 10^{-4} \text{ m} (k = 10^{-3} \text{ m})$$

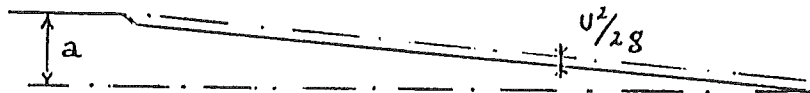
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,5}{\text{Re} \sqrt{f}} + \frac{k}{3,7D} \right)$$

$$\text{Gebruik grafiek: } \text{Re}_* = \frac{0,034 \cdot 0,001}{10^{-6}} = 34$$

$$\frac{D}{k} = 0,2 \cdot 10^3 = 200$$

$$f = 0,031$$

$$\text{Controle: } U^2/2g = \frac{(0,54)^2}{2g} = 0,015 \text{ m} \ll 2,40 \text{ m}.$$

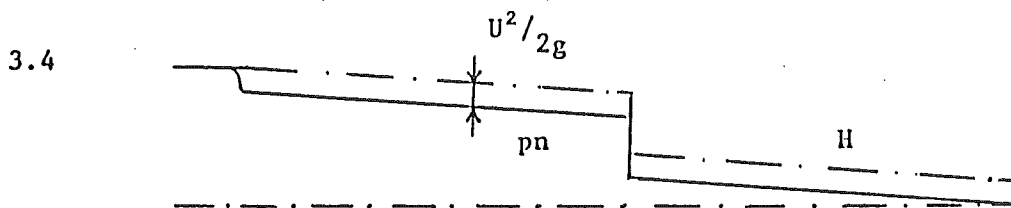


(zie verder blz. III.6)

$$3.2 \quad \frac{U^2}{2g} = 2,40 \text{ m} \rightarrow U = \sqrt{47,09} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,86 \text{ m/s}$$

3.3 Meegevoerde impuls per tijdseenheid door leidingdoorgang:

$$\begin{aligned} \iint_A \rho U^2 dA = \\ (1000 * (\pi (0,2)^2/4) * (6,86)^2) \text{ N} = \\ = (31,416 * 47,06) \text{ N} = 1478 \text{ N} \end{aligned}$$

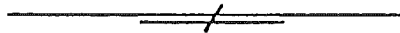


$$i_w = \left[\frac{2,40 - 0,40}{1000} \right] = 2,0 * 10^{-3} \quad u_* = 0,031 \text{ m/s}$$

Stel dat f ————— ongeveer gelijk blijft, dan zal de gemiddelde snelheid evenredig met de wortel van het verhang afnemen:

$$U = \sqrt{\frac{2,0}{2,4}} 0,56 \text{ m/s}$$

$$U = 0,50 \text{ m/s}$$



Examen voorbeeld 3

(Uitwerking telegramstijl)

Vraagstuk 1

1.1 Zorgvuldig tekenen stroomlijnen. Versnellingsgebied ① - ② ,

Bernoulli en massabalans ($q = U_1 d_1 = U_2 \Delta z$):

$$d_1 + q^2/(2g d_1^3) = d_2 + q^2/(2g \Delta z^3)$$

$$7,00 + 0,026 = d_2 + 5,097 \rightarrow d_2 = 1,929 \text{ m (Antw.)}$$

$$U_1 = q/d_1 = 0,714 \text{ m/s en } U_2 = q/\Delta z = 10 \text{ m/s}$$

Vertragingsgebied ② - ③ , massabalans en impulsbalans:

$$q = U_2 \Delta z = U_3 d_3 \rightarrow U_3 = q/d_3$$

$$\frac{1}{2} \rho g d_2^2 + \rho q^2/\Delta z = \frac{1}{2} \rho g d_3^2 + \rho \frac{q^2}{d_3}$$

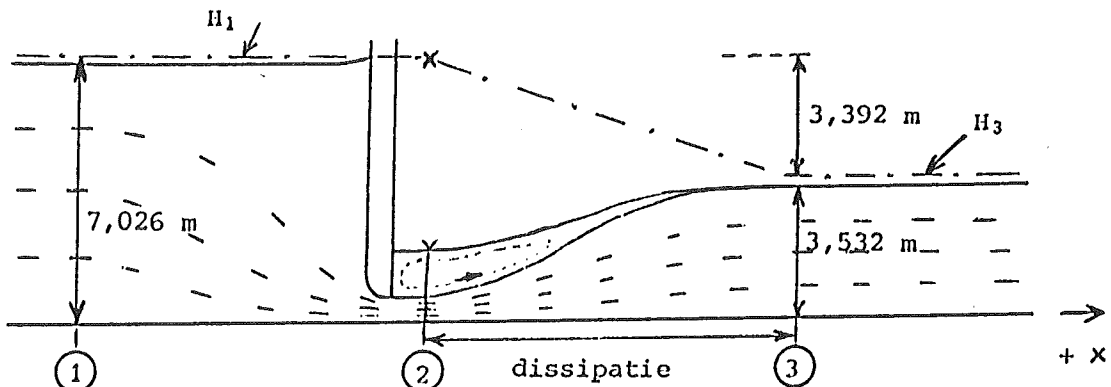
Delen door ρ en substitueren van d_2 , q , Δz en g geeft:

$$18,252 + 50 - 4,905 d_3^2 - \frac{25}{d_3} = 0$$

Iteratief opl. $\rightarrow d_3 = 3,532 \text{ m (Antw.)}$

$$U_3 = q/d_3 = 1,416 \text{ m/s en } H_3 = 3,532 \text{ m} + 0,102 \text{ m} = 3,634 \text{ m}$$

$$1.2 \Delta H = H_1 - H_3 = 7,026 \text{ m} - 3,634 \text{ m} = 3,392 \text{ m.}$$



Gedissipeerd vermogen: $P = \Delta H \rho g q$

$$P = (3,392 \text{ m}) (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) (9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}) (5 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}) = 166 \text{ kW/m.}$$

$$1.3 \text{ Impulsbalans } ① - ② \quad F_1 \vec{e}_x - F_2 \vec{e}_x - K \vec{e}_x = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho g d_1^2 + \rho q U_1 - \frac{1}{2} \rho g d_2^2 - \rho q U_2 - K = 0$$

$$(240345 + 3571 - 18252 - 50000 - K) \text{ N/m} = 0$$

$$K = 175,7 \text{ kN/m (zie balans)}$$

1.4 In de impulsbalans ① - ③ komt voor $(\vec{F}_{mv})_{③}$ en $(\vec{F}_{mv})_{①}$

$$(\vec{F}_{mv})_{③} = \rho q U_3 = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) (5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}) (1,416 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 7080 \text{ N/m}$$

$$(\vec{F}_{mv})_{①} = \rho q U_1 = (1000 * 5 * 0,714) \text{ N/m} = 3570 \text{ N/m}$$

In doorgang ③ is de meegevoerde impuls groter omdat $U_3 > U_1$.

- III.9. -

Schat $U \approx 15 u_* = 0,8 \text{ m/s} \rightarrow \text{Re} \approx \frac{0,8 * 0,2}{10^{-4}} = 1600$. Veronderstel
laminaire stroming:

$$U = \frac{g i_w D^2}{32\nu} = \frac{9,81 * 0,5 * 10^{-2} * 4 * 10^{-2}}{32 * 10^{-4}} = 0,61 \text{ m/s}$$

$\text{Re} \approx 1200$, laminaire stroming.

De snelheidshoogte is nauwelijks 1% van het verval Δz .

Vraagstuk 3

Voor figuren en details wordt verwezen naar collegehandleiding en vraagstukkenbundel.

$$3.1 \quad \frac{\pi}{4} D^2 \rho U^2 = Mg \rightarrow U = \sqrt{\frac{4Mg}{\rho \pi D^2}} \text{ met } g = 9,81 \text{ N/kg}.$$

$$3.2 \quad \Delta H_v = \frac{(U_I - U_{II})^2}{2g} \approx (1 - 0,49)^2 \frac{U_I^2}{2g} \approx 0,26 \frac{U_I^2}{2g}.$$

$$3.3 \quad 0,26 \frac{U_I^2}{2g} = f \frac{L_I}{D_I} \frac{U_I^2}{2g} \rightarrow L_I = 0,26 \frac{D}{0,025} \approx 10 D_I.$$

3.4 a t/m e $\rightarrow$ 5 maal "juist", zie collegehandleiding.

