

AFGEHANDELT

waterloopkundig laboratorium

een berekeningsmethode van thermische
gelaagdheid bij variabele wind en instraling

verslag onderzoek

R 898 - I

november 1974

R0898-1

een berekeningsmethode van thermische
gelaagdheid bij variabele wind en instraling

verslag onderzoek

R 898 - I

november 1974

INHOUD

blz.

	<u>Inleiding</u>	1
<u>1</u>	<u>De energievergelijking van turbulente bewegingen</u>	2
<u>2</u>	<u>Bepaling van de flux van oprijvende kracht $\overline{bw}$ en de turbulente produktieterm $\overline{u_\alpha w_\alpha} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}$</u>	4
<u>3</u>	<u>De diepte van de thermische spronglaag</u>	7
<u>4</u>	<u>De entrainment snelheid</u>	9
<u>5</u>	<u>De relatie tussen windsnelheid en schuifspanningssnelheid aan het wateroppervlak</u>	11
<u>6</u>	<u>Toetsing van het rekenmodel aan de gemeten temperatuurvertikalen in het Brielse Gat</u>	12
	<u>Opmerkingen</u>	16
	<u>Conclusie</u>	17

REFERENTIES

FIGUREN

Inleiding

Beschouwd worden afgesloten waterbekkens met weinig doorstroming die voldoende diep zijn voor het ontstaan van een thermische spronglaag, onder klimatologische omstandigheden, zoals voorkomen in de gematigde breedtegraadszone. Gedacht wordt aan toepassing op bepaalde waterbekkens in het Deltagebied. In het vroege voorjaar is een dergelijk waterbekken isotherm. In de loop van het voorjaar neemt het netto transport van zonnewarmte door het wateroppervlak toe. Het warmtetransport naar grotere waterdiepte vindt plaats door verticale advectie en (turbulente) verticale diffusie. Tengevolge daarvan stijgt de temperatuur van het water en wel zo dat het water nabij het oppervlak warmer, dus lichter blijft dan het dieper gelegen water. Dit verschil in dichtheid heeft weer tot gevolg dat arbeid verricht moet worden tegen de zwaartekracht om het oppervlaktewater te mengen met het koudere onderliggende water. Deze arbeid wordt geleverd door de wind. De wind wekt stromingen en turbulentie op in het water. Wanneer de produktie en transport van turbulente energie op een bepaalde diepte onder het wateroppervlak blijvend lager zijn dan het energieverlies van de turbulentie door arbeid tegen de zwaartekracht in, dan sterft de turbulentie uit op die diepte en de energieoverdracht van de wind naar grotere diepte wordt nagenoeg tot stilstand gebracht. Op deze diepte ontstaat een thermische spronglaag. Een eenvoudige relatie wordt afgeleid voor de diepte van de spronglaag als funktie van een variabele windsterkte en zoninstraling. De afgeleide relatie is gedeeltelijk gebaseerd op bekende en betrouwbare resultaten van turbulentietheoriën en gedeeltelijk gebaseerd op niet geverifieerde hypothesen. De resultaten van een modelonderzoek aan menging van een tweelagen systeem door wind (M 1235) zijn bij het opstellen van de relatie benut.

De eenvoud van de gevonden relatie en de mate van overeenkomst, die deze relatie geeft met natuurwaarnemingen, weegt mogelijk op tegen het hypothetische karakter van de afleiding. Het onderzoek is uitgevoerd door ir. J.H.G. Verhagen, in het kader van het Fundamenteel Onderzoek Waterstaat (FOW), Diffusie en Warmte.

1 De energievergelijking van turbulente bewegingen

De balans tussen produktie, transport en consumptie van turbulente energie, zoals in de inleiding beschreven, wordt formeel uitgedrukt in de energievergelijking van turbulente bewegingen [Phillips ref. 1]. In een voldoende uitgestrekt meer is de stroming in de bovenste waterlagen gewoonlijk horizontaal en is de turbulentie bij benadering homogeen in het horizontale vlak. De energievergelijking van turbulentie wordt dan gereduceerd tot:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \overline{u_i^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \overline{w \left(\frac{p}{\rho_0} + \frac{1}{2} u_i^2 \right)} \right\} = - \overline{u_\alpha w} \cdot \frac{\partial U_\alpha}{\partial z} + \overline{b w} - \epsilon$$

waarin α is gesommeerd over de waarden 1 en 2

i is gesommeerd over de waarden 1, 2 en 3

de watersnelheid gelijk is aan $\bar{U} + \bar{u}$ (vector)

de druk gelijk is aan $P + p$

de oprijvende kracht gelijk is aan $B + b$

$$\begin{aligned} \rho &= \bar{\rho} + \rho' \\ B &= -g \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \\ b &= -g \frac{\rho'}{\rho_0} \end{aligned}$$

$u_3 = w$: vertikale turbulente watersnelheid

z : diepteoordinaat

t : tijd

Overstropping betekent middeling over tijd over interval groot t.o.v. turbulente fluktuaties, klein t.o.v. langzame veranderingen.

Betekenis van de termen:

Eerste term geeft aan de veranderingssnelheid van turbulente kinetische energie.

Tweede term geeft aan het transport van energie over de vertikaal door de turbulentie zelf. De eerste term van het rechterlid geeft aan de produktie van turbulente energie door de hoofdstroom tengevolge van de arbeid door Reynoldse spanningen $-\rho \overline{u_\alpha w} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}$ tegen de snelheidsgradiënt over de vertikaal.

De tweede term van het rechterlid geeft aan de covariantie tussen fluktuatie in oprijvende kracht b en vertikale snelheid w .

In een statisch stabiele dichtheidsverdeling ($\frac{\partial \rho}{\partial z} > 0$) is deze term gewoonlijk negatief en geeft dan aan het energieverlies per tijdseenheid door arbeid van de turbulentie tegen de zwaartekracht, waardoor toename van de potentiële energie van het tijdsgemiddelde dichtheidsveld. De laatste term ϵ is de dissipatie, per definitie positief.

Indien $-\overline{bw} \geq -\overline{u_\alpha w} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}$ in een deel van het veld, dan verliest de turbulentie sneller energie dan wordt aangevuld door de gemiddelde stroming. Het turbulentie-niveau kan dan slechts gehandhaafd blijven in dat deel van het veld wanneer er een netto energie-transport plaats vindt vanuit het omringende gebied.

Is $-\overline{bw} \geq -\overline{u_\alpha w} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}$ in het gehele veld, dan sterft de turbulentie uit.

Dus indien

$\frac{\overline{bw}}{\overline{u_\alpha w} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}} \geq 1$ is turbulentie lokaal gezien niet in staat zichzelf te onderhouden.

(Opmerking: $\frac{\overline{bw}}{\overline{u_\alpha w} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}} = Ri_f$ is flux van Richardson-getal).

De plaats van de spronglaag $z = L_b$ wordt nu vastgelegd door de konditie

$(Ri_f)_z = L_b = \text{Orde één.}$

2 Bepaling van de flux van oprijvende kracht $\overline{bw}$ en de turbulente

$$\text{produktieterm } \overline{u w} = \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\alpha}{\alpha}.$$

De vergelijking voor de oprijvende kracht in een meer van voldoende uitgestrektheid luidt bij verwaarlozing van konvektieve- en druktermen:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{wb}}{\partial z}$$

en de impulsvergelijking luidt (vektornotatie)

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\Omega} \times \vec{U} = - \frac{\partial}{\partial z} \overline{\vec{q} w}$$

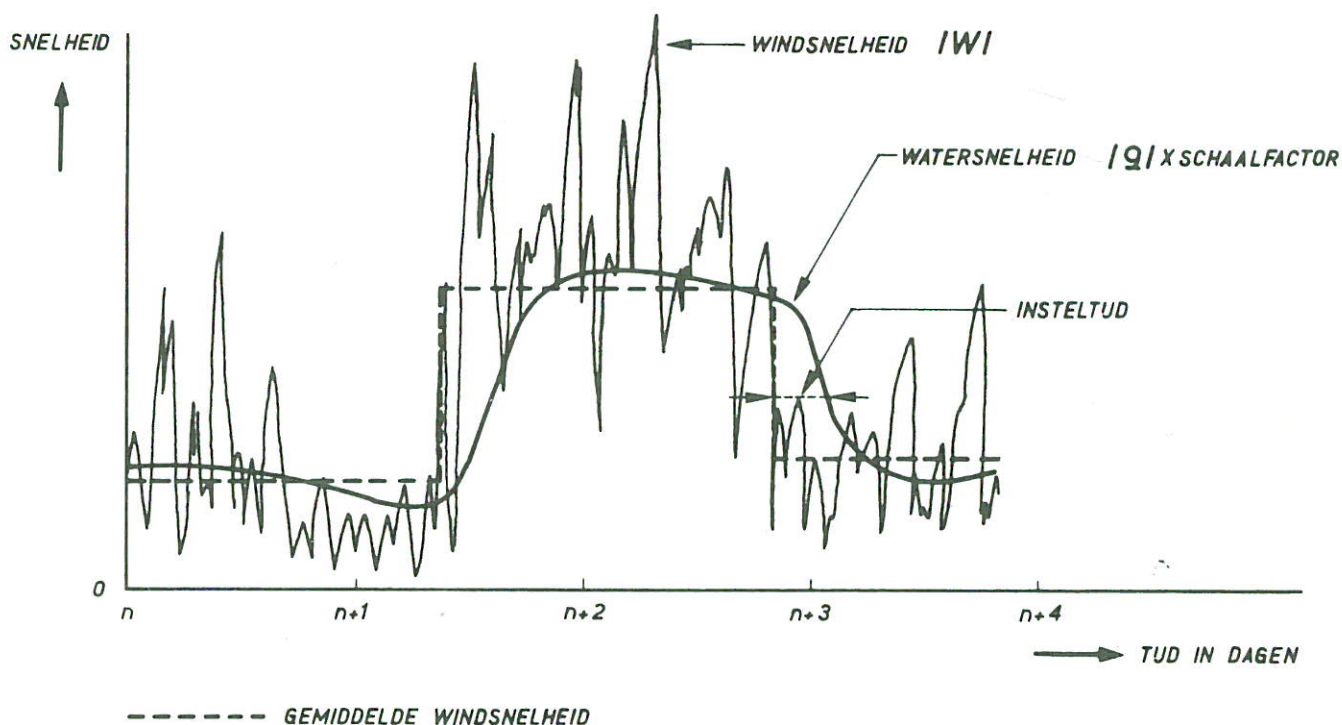
waarin $\vec{q}$ de componenten u en v heeft in het horizontale vlak.

Voor meren in het Delta-gebied zijn Corioliseffecten in het epilimnion van ondergeschikt belang, omdat $z \ll \frac{w_*}{\Omega}$ ($z < L_b$), waarin

w_* schuifspanningssnelheid aan wateroppervlak,

$$w_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}, \quad \rho = \rho_{\text{water}}$$

Voer nu een middelingsprocedure uit over een tijdsinterval groot t.o.v. inschakeltijd door traagheid van de watermassa op sprongsgewijze toename in de windsnelheid (zie schets).



Een praktische waarde voor de insteltijd voor Deltameren bedraagt ruwweg 5 uur. De middelingsprocedure voor de windsnelheid als functie van de tijd dient dus een dag of langer te bedragen. In dat geval is de impulsvergelijking als quasi-stationair te beschouwen en geldt over een diepte $z < \frac{w^*}{\Omega}$

$$-\frac{\partial}{\partial z} \overline{\vec{q} w} = 0$$

of

$$-\overline{\vec{q} w} = w_*^2 = \frac{\tau_o}{\rho} \text{ is onafhankelijk van } z.$$

Tengevolge daarvan is:

$\frac{\partial U}{\partial z} \propto \frac{w^*}{z}$, want w^* is de enige snelheidsschaal direkt onder het wateroppervlak. Verder onder het wateroppervlak geldt om gelijkvormigheidsredenen:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{w^*}{\kappa_o z} f\left(\frac{z}{L_b}\right) = \frac{w^*}{\kappa_o z} \left[1 + \frac{mz}{L_b} + 0 \left(\frac{z}{L_b}\right)^2 \right]$$

waarin:

$\kappa_o = 0,42$ is de von Kármán konstante

en $m \approx 5$ volgens Monin - Obukhov

dus

$$\overline{u w_\alpha} \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{w_*^3}{\kappa_o z} f\left(\frac{z}{L_b}\right)$$

Beschouwen we nu de gemiddelde verticale flux van oprijvende kracht $\overline{wb}$:

$$\overline{wb}(z,t) = \overline{wb}(o,t) + N(z,t)$$

Hierin is $\overline{wb}(o,t)$ de gemiddelde flux van oprijvende kracht door het wateroppervlak die geschreven kan worden als:

$$\overline{wb}(o,t) = \frac{g}{\rho_o} \left[Q_{\text{netto}} \cdot \frac{\alpha}{C_p} - (E - P) S \right]$$

waarin:

Q_{netto} netto warmtetransport door wateroppervlak

α thermische uitzettingscoëfficiënt van water

C_p	soortelijke warmte van water
E	verdampingssnelheid
P	neerslag per tijdseenheid
S	zoutconcentratie in water

De term $(E - P)S$ die de flux van de massa zout door het wateroppervlak weergeeft is uiteraard nul in het geval van een zoet meer.

De functie $N(z,t) = \overline{wb}(z,t) - \overline{wb}(0,t)$ gaat naar nul voor z nadert tot nul.

Tot nu toe zijn geen hypothesen geïntroduceerd die niet gevonden kunnen worden in diverse handboeken over turbulentie.

Nu komen de minder goed te verifiëren aannamen:

Stel in geval van toenemende windsterkte de variaties in oprijvende kracht in de bovenste waterlaag, tengevolge van de respons op het netto warmte- en zouttransport door het wateroppervlak, klein t.o.v. variaties in oprijvende kracht tengevolge van de entrainment van de warme bovenste waterlaag in de daaronder gelegen koudere laag, en stel tevens dat de bovenlaag volledig gemengd is.

Dan is:

$$N(z,t) = g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{z}{L_b} \frac{dL_b}{dt} \quad \text{voor} \quad \frac{dL_b}{dt} > 0$$

waarin:

$\Delta\rho$ = het dichtheidsverschil over de spronglaag die, in geval van meerdere spronglagen, het dichtst bij het wateroppervlak is gelegen.

$z = L_b$ = de diepte van deze spronglaag

Stel verder dat in geval van afnemende wind de diepte van de bovenste spronglaag bepaald wordt door de toestand nabij het wateroppervlak

dus $N(z,t) \rightarrow 0$ voor $z \rightarrow 0$ en $\frac{dL_b}{dt} < 0$

Door deze aannamen ligt de relevante waarde van $\overline{wb}(z,t)$ voor de bepaling van de spronglaagdiepte vast.

3 De diepte van de thermische spronglaag

De diepte van de thermische spronglaag wordt, zoals in het voorgaande beschreven, vastgelegd door de konditie dat ter plaatse van deze spronglaag de flux van het Richardson-getal gelijk is aan orde één.

Met de gemaakte aannamen in de vorige paragraaf betekent dit:

bij toenemende windsterkte $\frac{dL_b}{dt} > 0$

$$(Ri_f)_z = L_b = \frac{\overline{wb}(o) + g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{dL_b}{dt}}{\text{konst.} \frac{w^*}{L_b}} = \text{orde (1)}$$

waarin de konstante eveneens van de orde één is.

En bij afnemende wind $\left(\frac{dL_b}{dt} < 0\right)$

$$(Ri_f)_z = L_b = \frac{\overline{wb}(o)}{\frac{w^*}{L_b}} = \text{Orde (1)}$$

Dus de diepte van de bovenste spronglaag volgt uit:

$$L_b = \beta \frac{w^*{}^3}{\overline{wb}(o) + g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{dL_b}{dt}} \quad \text{voor} \quad \frac{dL_b}{dt} > 0 \quad (1)$$

en

$$L_b = \beta \frac{w^*{}^3}{\overline{wb}(o)} \quad \text{voor} \quad \frac{dL_b}{dt} < 0 \quad (2)$$

waarin β een konstante van de orde één.

De waarde van deze konstante is in beide uitdrukkingen gelijk gekozen om een continue overgang te verkrijgen bij de stationaire situatie

$$\frac{dL_b}{dt} = 0$$

De relaties (1) en (2) kunnen als volgt fysisch worden geïnterpreteerd.

Relatie (2) geeft de Monin-Obukhov lengteschaal weer, die zoals bekend is beschouwd kan worden als een maat voor de diepte van de spronglaag onder stationaire omstandigheden van wind en zoninstraling.

Relatie (2) is hier tevens geldig verklaard in het geval van afnemende wind, althans wanneer wind en straling gemiddeld worden over perioden van tenminste één etmaal. Dit betekent dat onder deze voorwaarde de tijdsafhankelijkheid in de spronglaagdiepte quasi-stationair zou mogen worden beschouwd. Aangenomen is dus dat bij afnemende wind de traagheid van de watermassa op de instelling van een nieuwe spronglaag maatgevend is. Of anders uitgedrukt; de karakteristieke tijdschaal van de systeemrespons $L_b(t)$ op de variërende randvoorwaarden wind en straling is bij afnemende wind gelijk aan de insteltijd van de watersnelheid aan de lagere windsnelheid, die bepaald wordt door dissipatie van turbulente energie.

Relatie (1) geeft aan dat bij toenemende windsnelheid de systeemrespons $L_b(t)$ bepaald wordt door de entrainment snelheid van de spronglaag, terwijl de entrainment snelheid zelf weer bepaald wordt door de etmaal-gemiddelde waarde van wind en straling. Het mechanisme van de entrainment is in dit geval dus beschouwd als maatgevend voor de systeemrespons $L_b(t)$ omdat dit mechanisme de traagste respons vertoont op de variërende randvoorwaarden en daarmee de karakteristieke tijdschaal van de beschouwde systeemrespons vastlegt.

4 De entrainment snelheid

Uit relatie (1) volgt de entrainmentssnelheid $\frac{dL_b}{dt}$ voor het geval dat het netto warmte- en zouttransport door het wateroppervlak nul is ($\overline{wb}(o) = 0$).

In dat geval geldt:

$$\frac{dL_b}{dt} = \frac{\beta w^*{}^3}{g \frac{\Delta \rho}{\rho} L_b}$$

Een overeenkomstige relatie is gevonden in een modelonderzoek van het Waterlooplekundig Laboratorium naar de menging die optreedt bij een twee-lagen systeem veroorzaakt door wind (rapp. M 1235. [2]).

Uit dit modelonderzoek volgde een waarde van β gelijk aan

$$\beta = 0,0026 \left(\frac{\rho_o}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{waarin} \quad \frac{\rho_o}{\rho_a} \quad \text{de verhouding tussen de dichtheden van}$$

water en lucht.

$$\begin{aligned} \text{Met } \frac{\rho_o}{\rho_a} &= 833 \text{ wordt} \\ \beta &= 0,075 \end{aligned}$$

We constateren nu dat deze waarde van β wel sterk afwijkt van de eenheidsorde. Door een (beperkt) aantal natuurgegevens over het verloop van een thermische spronglaag tijdens stormachtige wind te vergelijken met de relatie voor de entrainment snelheid ontleent aan dit modelonderzoek ontstaat de indruk dat deze waarde van β niet zonder meer toegepast mag worden voor de prototype situatie. Uit dit vergelijken volgt een waarde van β die een faktor 10 of meer groter zou moeten zijn, dus inderdaad de eenheidsorde bezit.

Als mogelijke oorzaken van verschillen tussen modelresultaten en natuurwaarnemingen kunnen worden genoemd:

- 1) Schaaleardeffekten. Door Phillips [ref. 1] is het schaaleardeffekt in de entrainment snelheid in orde grootte gekwantificeerd. Hij onderscheidt twee situaties nl.: turbulente entrainment en quasi-laminaire entrainment, afhankelijk van het feit of de dikte van de spronglaag klein respektievelijk groot is t.o.v. de lengteschaal van de kleinste wervels in het turbulentiespektrum, die nog gemodificeerd worden in hun bewegingen door de verticale dichtheidsgradiënt. De turbulente entrainment snelheid is in orde grootte een faktor $(Re)^{\frac{1}{4}}$ groter, dan in quasi-laminaire geval.

Hierin is het Reynoldsgetal (Re) betrokken op de snelheids- en lengteschaal van genoemde kleinste wervel. In getalwaarde is $(Re)^{\frac{1}{4}}$ gelijk aan orde (10). In de modelsituatie is, zoals afgeleid kan worden, quasi-laminair entrainment opgetreden. In de prototype-situatie ligt het entrainment mechanisme bij thermische gelaagdheid meer in het overgangsgebied turbulent - quasi-laminair.

2) De modelschaal van de meetopstelling.

Alhoewel het modelonderzoek M 1235 is uitgevoerd in een meetgoot van behoorlijke afmetingen (lengte 10 meter) kan toch nog de vraag gesteld worden of het meetresultaat belangrijk werd beïnvloed door de beperkte gootlengte. Wanneer, zoals gebleken is, de turbulentie opgewekt door wind maatgevend is voor de entrainment snelheid, speelt energie-overdracht tussen wind en water (opwekking van windgolven) een essentiële rol. Dit zou kunnen betekenen dat de lengte van de meetgoot vele malen groter zou moeten zijn dan de strijklengte nodig om een volledig ontwikkeld golfveld op te wekken. Dit is een voorwaarde die in een proefopstelling met een lengte van 10 meter niet te verwezenlijken valt.

3) De verwerking van de meetresultaten.

De schuifspanning op het wateroppervlak werd in het modelonderzoek afgeleid uit het gemeten verhang van het grensvlak tussen de twee lagen. De gehanteerde relatie verwaarloosde echter het luchtdrukverschil in de gesloten meettunnel over de tunnellenlengte. De afwijking tengevolge van deze verwaarlozing is overigens in dit verband van minder betekenis.

5 De relatie tussen windsnelheid en schuifspanningssnelheid aan het oppervlak.

Per definitie is de schuifspanning aan het wateroppervlak tengevolge van wind gelijk aan

$$\tau = \rho_a u_a^{*2} = \rho_o w^{*2}$$

waarin u_a^* en w^* de schuifspanningssnelheid aan het wateroppervlak respectievelijk in de lucht en in het water weergeeft.

Voor het verband tussen windsnelheid W en schuifspanningssnelheid aan het wateroppervlak zijn in de literatuur verschillende relaties bekend.

Een vaak aangehaalde relatie is die van Ekman.

$$\begin{aligned} \tau &= 3,2 \cdot 10^{-6} W^2 && \text{in het c.g.s. - stelsel} \\ \tau &= 3,2 \cdot 10^{-3} W^2 && \text{in het m.k.s. - stelsel} \end{aligned}$$

Veel lagere waarden van τ werden gevonden door van Dorn, die vermoedelijk gelden voor vijvers van geringere omvang. Onder Nederlandse omstandigheden lijkt het redelijk de relatie van Wu [ref. 3] aan te houden

$$\tau = 2 \cdot 10^{-3} \rho_a W^2$$

waarin de windsnelheid op 10 meter hoogte gemeten wordt.

6 Toetsing van het rekenmodel aan de gemeten temperatuurvertikalen in het Brielse Gat.

In het Brielse Gat zijn door de Delta-dienst - Rijkswaterstaat driewekelijkse temperatuurvertikalen op vijf verschillende punten in het meer gemeten.

De gemeten temperatuurvertikalen in het meest centraal in het meer gelegen punt worden voor de toetsing van het rekenmodel gebruikt.

Uit de gegeven relaties voor spronglaagdiepte en entrainmentsnelheid is direct te zien dat deze grootheden het meest gevoelig zijn voor de windsnelheid.

Voor de windgegevens worden de daggemiddelde waarden genomen van de windmeter op de Roggenplaat (hoogte 10 meter), die voor het meer landinwaarts gelegen Brielse Gat worden vermenigvuldigd met een faktor 0,8.

De grootte van deze faktor is verkregen door windgegevens uit meerdere naburige meteostations met elkaar te correleren (zie Buishand ref. 4).

De waarde van de nog onbekende konstante β die ordegrrootte één moet bedragen werd verkregen uit data-fitting van beschikbaar waarnemingsmateriaal over thermische stratifikatie. Gezien de onzekerheden in de keuze van randkondities is β slechts bepaald met de nauwkeurigheid van één significant cijfer. Hieruit volgde $\beta = 1$.

De relaties (1) en (2) worden nu

$$(1) \quad L_b = \frac{w^*{}^3}{\overline{wb}(o) + g \frac{\Delta \rho}{\rho_o} \frac{dL_b}{dt}} \quad \text{voor } \frac{dL_b}{dt} > 0$$

$$(2) \quad L_b = \frac{w^*{}^3}{\overline{wb}(o)} \quad \text{voor } \frac{dL_b}{dt} < 0$$

waarin:

$$w^*{}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\rho_a}{\rho_o} W^2$$

$$\text{of met } \rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$w^*{}^3 = 3,72 \cdot 10^{-9} W^3$$

De dichtheid als funktie van de temperatuur is

$$\frac{\rho}{\rho_o} = 1 - 0,717 \cdot 10^{-5} (T - 4)^2 \quad T \text{ in } ^\circ\text{C}$$

dus de uitzettingscoëfficiënt α is

$$\alpha = - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = 1,434 \cdot 10^{-5} (T - 4) \quad T \text{ in } ^\circ\text{C}$$

$$\overline{wb}(o) = 981 \left[Q_{\text{netto}} \frac{1,434 \cdot 10^{-5}}{86400} (T - 4) - \frac{(E - P) S}{86400} \right] \text{ cm}^2/\text{sec}^3$$

waarin

T in $^\circ\text{C}$

Q_{netto} in $\text{cal}/\text{cm}^2\text{dag}$

E de verdamping in $\text{cm}/\text{cm}^2\text{dag}$

P de neerslag in $\text{cm}/\text{cm}^2\text{dag}$

S de saliniteit in gewichtsprocenten.

Q_{netto} en E kunnen worden bepaald uit de energiebalans (zie Keyman en Wessels [5]).

De watertemperatuur van de bovenlaag volgt dan uit:

$$T = \int_{t_0}^t \frac{Q_{\text{netto}}}{L_b \cdot C_p} dt \quad C_p = 1 \text{ cal}/\text{gr} \cdot ^\circ\text{C}$$

De verticale temperatuurverdeling onder de bovenste waterlaag blijft ongewijzigd door het verwaarlozen van de verticale diffusie onder deze laag.

De temperatuursprong over de hoogst gelegen spronglaag en daarmee de dichtheids-sprong $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ uit relatie (1) kan nu berekend worden.

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0,717 \cdot 10^{-5} \left[(T - 4)_{\text{bovenlaag}}^2 - (T - 4)_{\text{2e laag}}^2 \right] \quad T \text{ in } ^\circ\text{C}$$

Met gebruikmaking van meteogegevens kunnen de relaties (1) en (2) nu numeriek worden opgelost.

Relatie (1) is een niet-lineaire integro-differentiaalvergelijking, relatie (2) een lineaire integraalvergelijking.

Met behulp van een handberekening zijn de relaties (1) en (2) uitgewerkt en vergeleken met de gemeten temperatuurvertikalen in het Brielse Gat in 1972.

De volgende karakteristieke punten kwamen hieruit naar voren.

1^e. In de periode 19/4 tot en met 28/4 trad volgens berekening geen stratifikatie op.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Dit volgt uit } W > 4,8 \text{ m/sec} \\ Q_{\text{netto}} \approx 200 \text{ cal/cm}^2 \text{ dag} \\ E - P > 0 \\ (T)_{18/4} = 6,7 \text{ } ^\circ\text{C} \end{array} \right\} \overline{wb}(o) < 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}^3$$

dus uit relatie (2) $L_b > 41 \text{ m.}$

L_b groter dan totale waterdiepte van het meer wil zeggen dat de temperatuurverdeling in deze periode isotherm blijft.

De temperatuur op 29/4 volgt dan uit

$$(T)_{29/4} = (T)_{18/4} + \frac{Q_{\text{netto}} \cdot \text{periodeduur}}{\text{gemidd. waterdiepte}} \approx 7,4 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

2^e. Vanaf 30/4 gaat volgens berekening stratifikatie optreden.

Op 30/4 is $W = 0,8 \cdot 5,4 = 4,32 \text{ m/sec.}$

$$\left. \begin{array}{l} T = 7,4 \text{ } ^\circ\text{C} \\ Q_{\text{netto}} \approx 250 \text{ cal/cm}^2 \text{ dag} \\ E - P \approx 0 \end{array} \right\} \overline{wb}(o) \approx 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}^3$$

dus uit relatie (2) $L_b = 21,5 \text{ meter.}$

En de bovenlaagtemperatuur wordt $T = 7,4 + \frac{250}{2150} \approx 7,52 \text{ } ^\circ\text{C}$

De berekende lichte temperatuursprong van $0,12 \text{ } ^\circ\text{C}$ op een diepte van ruim 20 meter ontstaan op 30/4 wordt, zoals uit een verdere berekening volgt, niet meer verstoord in de periode erna tot de eerstvolgende meetdag 9/5. De gemeten temperatuurvertikaal op 9/5 vertoont deze temperatuursprong met de berekende sterkte en berekende diepte.

3^e. De periode van 1/5 tot de meetdag 9/5 is een periode gekenmerkt door zwakke wind $2,0 < W < 4,3 \text{ m/sec}$ en zonnig weer.

$$Q_{\text{netto}} \approx 320 \text{ cal/cm}^2 \text{ dag.}$$

Een oppervlaktestratifikatie op ca. 2 m diepte treedt volgens de berekening op in de eerste twee dagen van mei, die door de toenemende wind en de daarmee gepaard gaande entrainment van de spronglaag naar een diepte van ca. 11 meter onder het wateroppervlak wordt verplaatst op 3/5. In de daarop volgende dagen tot 9/5 neemt de stabiliteit (sterkte van de spronglaag) toe en daarmee de diepte L_b af, volgens relatie (2), zodat een geleidelijk verlopend temperatuurprofiel ontstaat van 11 meter diepte tot enkele meters onder het wateroppervlak.

De gemiddelde spronglaagdiepte in deze periode volgt uit (2) met

$$\left. \begin{array}{ll} W & = 3,6 \text{ m/sec.} \\ T_{\text{gemidd.}} & \approx 9,5^{\circ}\text{C (iteratief bepaald)} \\ Q_{\text{netto}} & \approx 320 \text{ cal/cm}^2\text{dag} \\ E - P & \approx 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{wb}(o) \approx 2,85 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}^3$$

dus $L_b \approx 6,0$ meter.

Gemiddelde temperatuur bovenlaag

$$(T)_{9/5} = (T)_{1/5} + \frac{Q_{\text{netto}} \cdot \text{periodeduur}}{L_b} = 7,52 + \frac{320 \cdot 9}{600} = 12,3^{\circ}\text{C}$$

Hetgeen overeenstemt met de gemeten temperatuurvertikaal op 9/5.

4^e. De eerstvolgende temperatuurvertikaal gemeten op 30/5 vertoont een verloop dat karakteristiek is direct na of tijdens een periode van stormachtige wind, waarin immer erosie en entrainment van de spronglaag domineert. De gemiddelde windsnelheid in de periode 24/5 tot en met 31/5 is zeer hoog en bedraagt 8,8 m/sec.

Uit relatie (2) die geldt voor de evenwichtstoestand $\frac{dL_b}{dt} = 0$ is af te leiden dat het meer isotherm zou worden wanneer deze stormwind lang genoeg had aangehouden. Dit blijkt dus niet het geval te zijn en relatie (1) moet gelden.

De berekening van het temperatuurverloop in de periode tussen 9/5 en 30/5 is te omslachtig om met de hand uit te voeren. We beschouwen daarom de gemeten toestand op 30/5 en proberen deze kwantitatief te verklaren met behulp van relatie (1).

Omstreeks 30/5 geldt:

$$\begin{array}{ll} W & = 8,8 \text{ m/sec.} \\ T_{\text{bovenlaag}} & = 10,6^{\circ}\text{C} \\ Q_{\text{netto}} & \approx 260 \text{ cal/cm}^2\text{dag} \\ (E - P) & \approx 0 \\ T_{\text{onderlaag}} & = 7,6^{\circ}\text{C} \\ L_b & = 30 \text{ m} \end{array}$$

Uit (1) volgt:

$$\frac{dL_b}{dt} = \frac{w^*{}^3}{g \frac{\Delta \rho}{\rho} L_b} \left[1 - \frac{\overline{wb}(o) \cdot L_b}{w^*{}^3} \right] = \frac{2,54}{633} \left[1 - \frac{0,84}{2,54} \right] =$$

$$= 2,68 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec} = 2,31 \text{ m/dag.}$$

De entrainmentsnelheid op 30/5 is dus 2,3 m/dag. Omdat deze storm ook op 31/5 nog voortduurt en pas daarna gaat liggen, komt de spronglaag uiteindelijk nog enkele meters dieper te liggen dan 30 m, hetgeen korrespondeert met de gemeten temperatuurvertikaal op 20/6, waar de diepste spronglaag op 36 m ligt.

De stormduur vóór de meetdag 30/5 bedroeg 6,5 dag. Wanneer de entrainment snelheid als berekend op 30/5 als een gemiddelde zou mogen worden beschouwd tijdens de stormperiode, lag de spronglaag op 23/5 op een diepte van $30 - 6,5 \cdot 2,3 = 15 \text{ m}$.

Dit is geen onwaarschijnlijke waarde. De temperatuur vertikaal op 23/5 zou volgens relatie (2) twee spronglagen vertoont hebben, nl. één op ca. 6 m diepte t.g.v. de windzwakke periode 19/5 t/m 23/5, $W \approx 2,8 \text{ m/sec}$ en één op ca. 15 m diepte t.g.v. de voorafgaande periode van 14/5 t/m 18/5 met hardere wind $W \approx 6,0 \text{ m/sec}$.

5^e. De overige gemeten temperatuurvertikalen kunnen eveneens op de aangegeven wijze worden geïnterpreteerd met behulp van de relaties (1) en (2). Hiervan is verder afgezien. Alleen de stationaire situatie tijdens de gemiddelde zomertoestand wordt hier vanwege het praktische belang nog berekend.

Onder stationaire omstandigheden geldt relatie (2).

Met de volgende gemiddelde zomerwaarden van de meteogegevens

$$\left. \begin{array}{l} W = 4,5 \text{ m/sec} \\ Q_{\text{netto}} \approx 150 \text{ cal/cm}^2 \text{ dag} \\ T_{\text{bovenlaag}} \approx 18^\circ \text{C} \\ E - P \approx 0 \end{array} \right\} \overline{wb}(o) \approx 3,42 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{sec}^3$$

volgt uit (2)

$$L_b \approx 10 \text{ m}$$

hetgeen korrespondeert met de gemeten toestand op 1/8/72

Omdat de diepte van de spronglaag in de evenwichtstoestand evenredig is met W^3 zal de spronglaagdiepte in Deltameren dicht bij de kust aanmerkelijk groter zijn.

Nemen we bijvoorbeeld voor het Grevelingenbekken de windsnelheid als gemeten op de Roggenplaat als representatief voor het gehele meer dan wordt de spronglaagdiepte in de zomer van '72 hier een faktor $(\frac{1}{0,8})^3$ groter, d.w.z. $L_b = 19,5m$ voor Grevelingenbekken. Dit korrespondeert ook weer met natuurwaarnemingen.

Opmerkingen:

- a) De berekening van het vertikale temperatuurverloop in het meer op grond van een vertikaal diffusiemodel levert, zoals algemeen bekend is, problemen op tijdens een periode van afkoeling van het water. De diffusiecoëfficiënt in een dergelijk model zou dan negatief moeten worden om overeenstemming te bereiken met de meetgegevens.

De hier gegeven relaties vertonen deze moeilijkheid niet. In een periode van afkoeling geldt relatie (1). Door het negatief worden van de vertikale flux van oprijvende kracht $\overline{wb}(o)$ in deze periode neemt de entrainment snelheid toe ook bij konstante windsnelheid volgens

$$\frac{dL_b}{dt} = \frac{w_*^3}{g \frac{\Delta\rho}{\rho} L_b} \left(1 - \frac{\overline{wb}(o) \cdot L_b}{w_*^3} \right)$$

Bij afkoeling in de herfst zal het meer hierdoor weer isotherm worden tijdens een periode met harde wind.

- b) In de uiteengezette berekeningsmethode is de invloed van vertikale diffusie onder de bovenste spronglaag verwaarloosd. Een nauwkeurige aanpassing aan meetgegevens kan, indien gewenst, worden verkregen door het diffusiemechanisme te introduceren in de waterlaag tussen de bovenste spronglaag en de bodem. Tengevolge van dit mechanisme worden de berekende temperatuurprofielen wat meer afgevlakt in de loop van de tijd.

Een konstante diffusiecoëfficiënt met een orde grootte van $0,1 \text{ cm}^2/\text{sec}$ lijkt voor het geval van het Brielse Gat voor dit doel voldoende nauwkeurig.

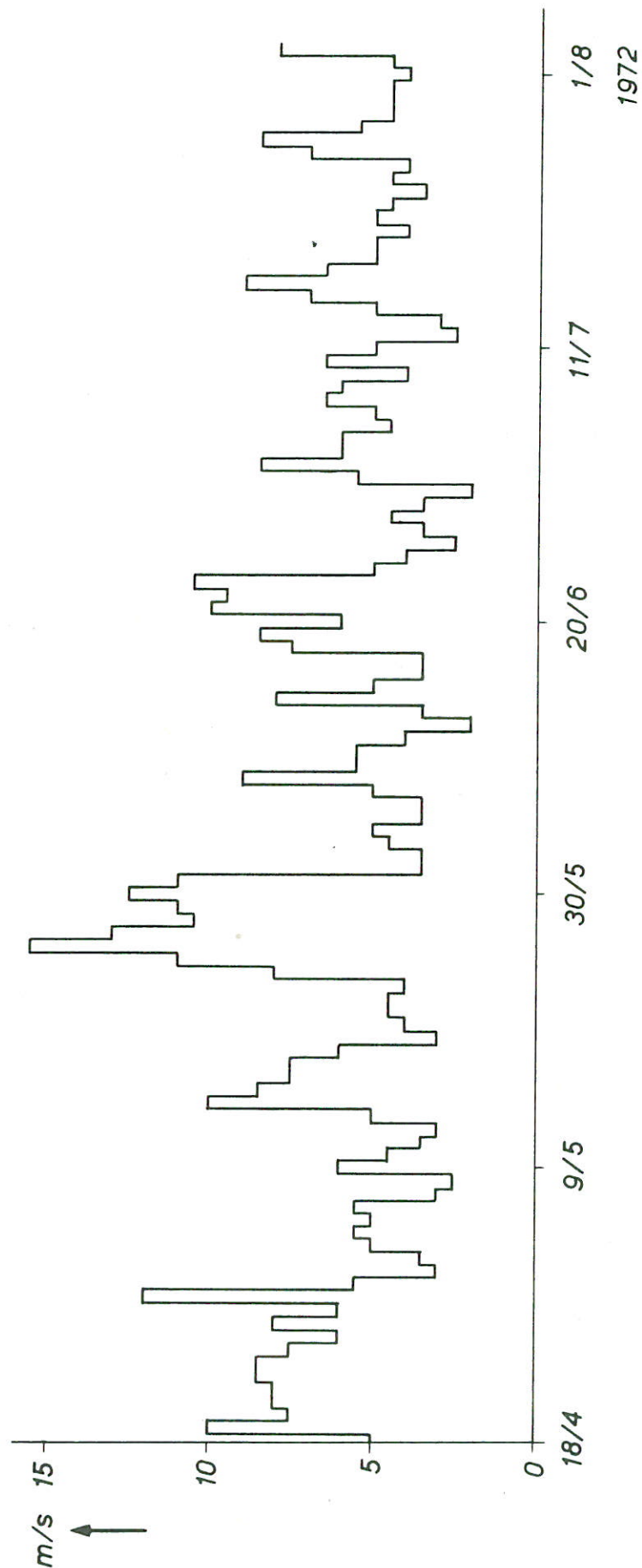
Konklusie

Met behulp van de relaties (1) en (2) kan het temperatuurverloop in diepere meren met weinig doorstroming, die blootgesteld zijn aan weinig stabiele meteorologische omstandigheden, zoals in Nederlandse kustgebieden het geval, met opvallend grote nauwkeurigheid worden berekend.

Het bezwaar dat de afleiding van deze relaties meer intuïtief dan exakt bewijsbaar is, is mogelijk aanvaardbaar gezien de eenvoud en de mate van overeenkomst die deze relaties geven met natuurwaarnemingen.

REFERENTIES

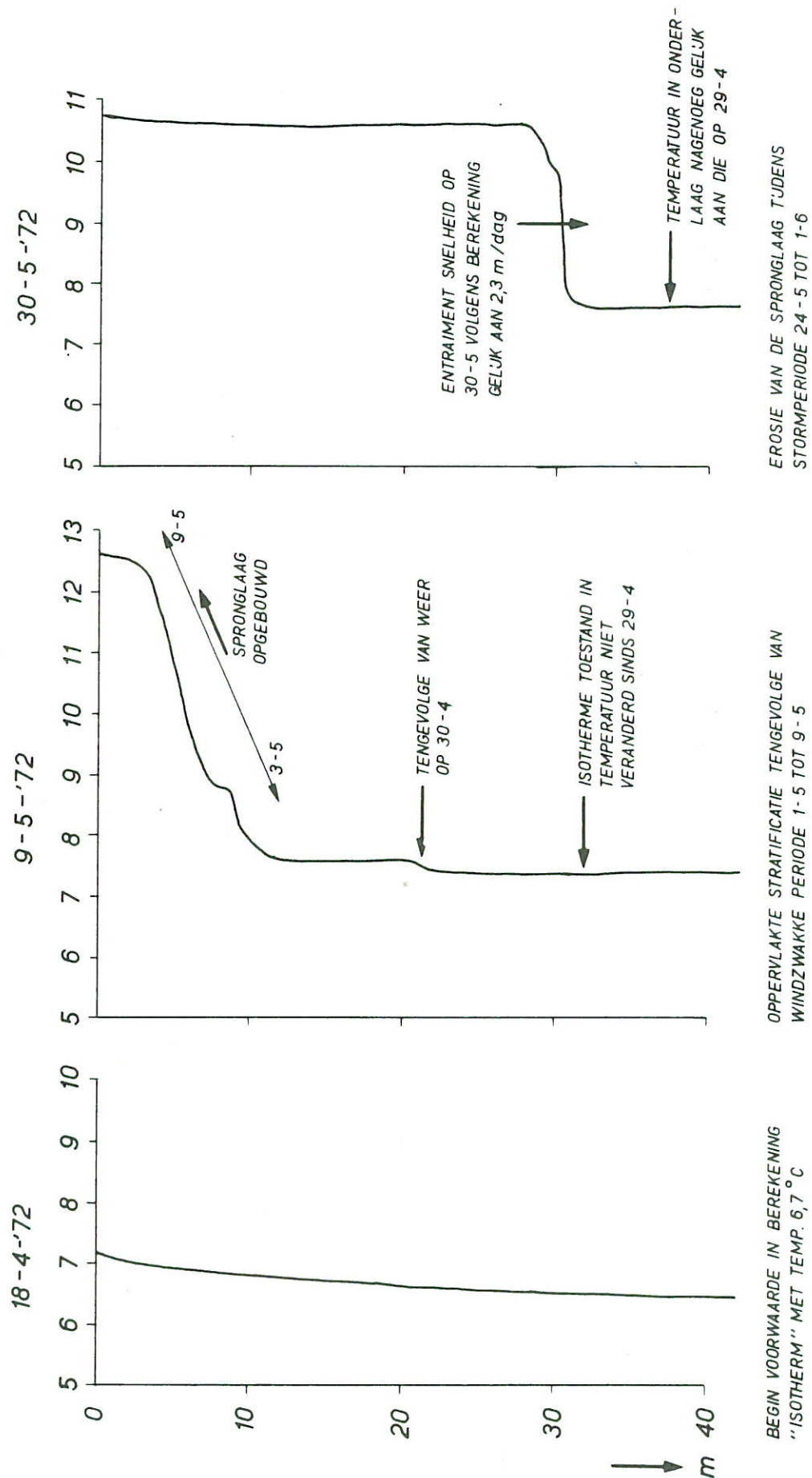
- 1 PHILLIPS, O.M. The Dynamics of the Upper Ocean.
Cambridge, University Press, 1966.
- 2 MAZIJK, A. van Menging bij een Twee-Lagen-Systeem Veroorzaakt door
Wind. Verslag modelonderzoek M 1235.
Waterloopkundig Laboratorium, juni 1974.
- 3 WU, JIN Wind Stress and Surface Roughness at Air-Sea-Interface.
Journal of Geophysical Research, Vol. 74, No. 2, 1969.
- 4 BUISHAND, T.A. Onderzoek Betreffende de Relevantie van Verschillende
Meteorologische Gegevens voor het Biologisch Modelonderzoek van de
Delta-wateren.
Landbouwhogeschool, Vakgroep Hydraulica en Afvoerhydrologie, Maart 1974.
- 5 KEYMAN, J.Q. en WESSELS, H.R.A. A Method for Calculating Natural Water
Temperatures Applied to the Estimation of the Artificial Warming of the
River Rhine.
WMO-paper, p.p. 73-705, 1973.



DAGGEMIDDELDE WINDSNELHEID, ROGGENPLAAT,
GEMETEN OP 10 m HOOGTE

WK

A4



GEMETEN TEMPERATUUR VERTIKALEN IN HET BRIELSE GAT,
GEZIEN ALS EEN GRAFISCHE AFBEELDING VAN DE WEERHISTORIE

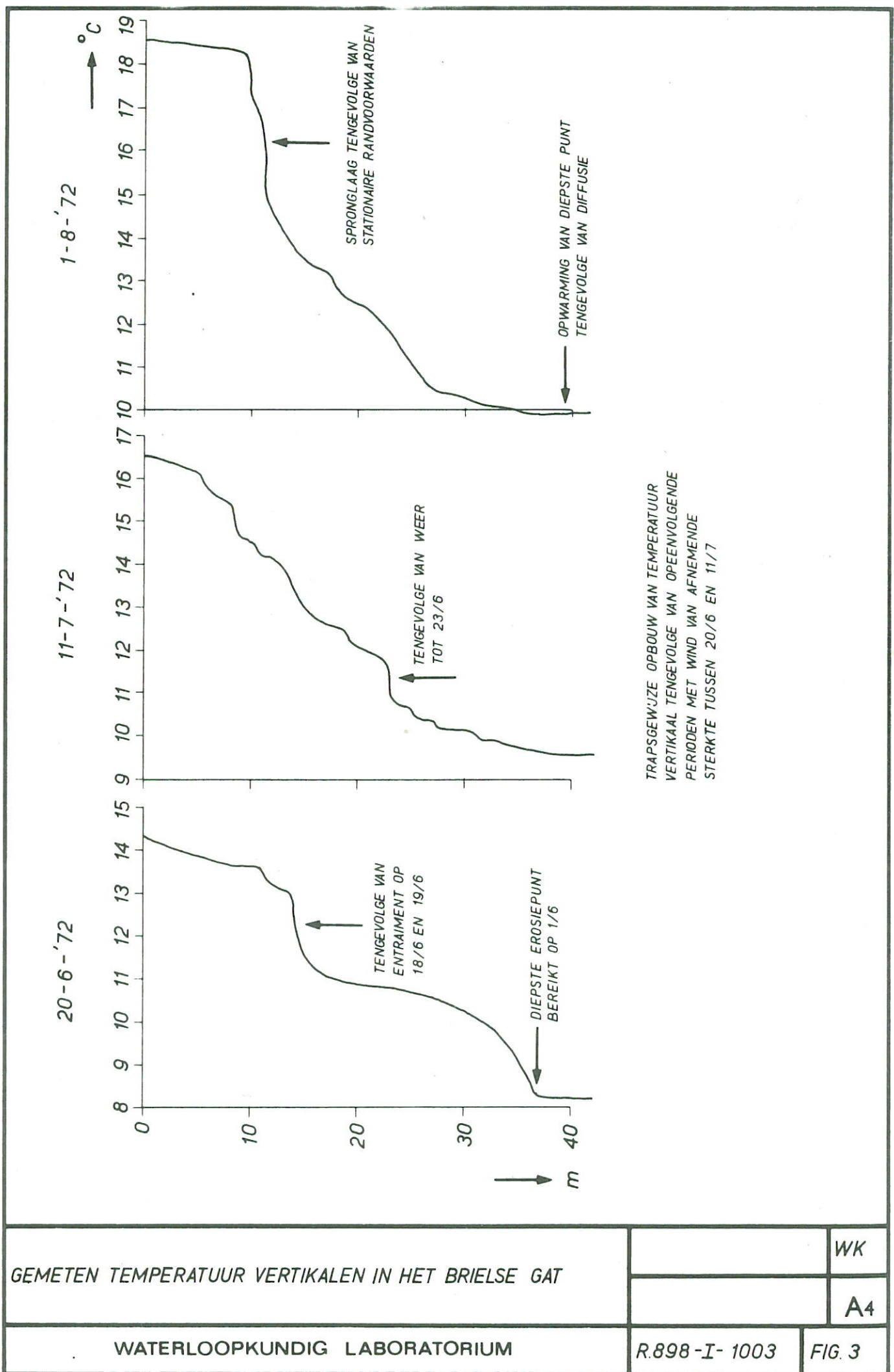
WK

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R.898-I-1002

FIG. 2



waterloopkundig laboratorium postbus 177 delft