

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 72-1

S.J. Bijlsma en B.van Rietschote

Over het optimaal routeren van schepen.

I. Een literatuuronderzoek

De Bilt, 1972

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 72-1 (I)

U.D.C.: 551.509.58

SUMMARY

This report contains a survey of the literature on minimal-time ship routing. The appearance of a paper by James (1957) can be considered as a starting point of the investigation of determining the least time track for a ship between two fixed points on earth. Herein the minimal-time track is determined manually by introducing timefronts analogous to the introduction of wavefronts in geometrical optics to describe the propagation of light. The use of the computer is introduced by Nagle (1961) who connects start- and endpoint by a network and compares the traveltimes along different paths determined by this network. A more advanced method using a network has been developed by Braddock (1968). A different approach, using the calculus of variations is made by Haltiner, Hamilton and Arnason (1962), who consider stationary waveconditions. This work is extended by Faulkner (1963), who allows the waveconditions to be time dependent. An application is given in Bleick and Faulkner (1965). We conclude with an application of the theory of optimally controlled processes, as done by Marks et al. (1968).

I N H O U D

	pag.
Inleiding	2
1. Variatierekening	3
2. De grafische tijdfrontenmethode	8
3. Het beschouwen van een netwerk	11
4. Toepassingen van de variatierekening	16
5. Een toepassing van de theorie van optimaal geregelde processen	22
Besluit	26
Literatuur	27

Inleiding

Om tot een beter inzicht te komen in de aanpak van het probleem van optimaal routeren is in dit rapport nagegaan wat er zoal in de loop der jaren op dit gebied aan methoden ontwikkeld is. Daartoe zijn de belangrijkste bijdragen verzameld en worden de daarin gevolgde methoden in het kort besproken. We beperken ons hier tot methoden die gebruikt worden bij het bepalen van de kortste-vaartijd route.

Andere criteria die men kan aanleggen bij het bepalen van een minimum-route zijn o.a.

a. minimaal brandstofgebruik

b. minimale schade

Als begin van het onderzoek naar het bepalen van optimale vaarroutes voor schepen kan wel gesteld worden het verschijnen van een publicatie van James (1957). Hierin wordt een methode aangegeven om manueel de kortste-vaartijd route voor een schip te bepalen. Dit gebeurt door het invoeren van tijdfronten analoog aan het invoeren van golffronten in de geometrische optica om de voortplanting van het licht te beschrijven. Deze methode wordt momenteel gevolgd op het K.N.M.I. Een en ander is verder beschreven in Hanssen en James (1960). Het gebruik van de rekenmachine wordt geïntroduceerd door Nagle (1961). Deze verbindt begin- en eindpunt van de reis door een netwerk en vergelijkt de vaartijden langs verschillende, door dit netwerk bepaalde routes. Een meer geavanceerde methode, die gebruik maakt van een netwerk, vinden we bij Braddock (1968). Een geheel andere aanpak van het probleem wordt voorgesteld in Haltiner, Hamilton en 'Arnason (1962), waar, gebruik makend van de variatierekening, de vaartijd tussen begin- en eindpunt wordt geminimaliseerd. Het golfveld wordt echter gedurende de hele reis stationair verondersteld. Door Faulkner (1963) wordt deze methode uitgebreid tot het geval waarin het golfveld van de tijd afhangt. Een toepassing wordt gegeven in Bleick en Faulkner (1965). Bovendien wordt in Faulkner (1963) onder meer aangegeven hoe men over kan gaan op het invoeren van tijdfronten, hetgeen in wezen de achtergrond is van het rekenprogramma van De Wit (1968). We besluiten met een toepassing van de theorie van optimaal geregelde processen door Marks et al. (1968). Om onnodig herhalen van afleidingen van formules te vermijden zullen we beginnen met een inleiding in de variatierekening. Voor een volledig literatuuroverzicht zij nog verwezen naar een overzichtsartikel van James (1970), waarvan de voor ons belangrijkste bijdragen reeds in de literatuurlijst zijn opgenomen.

1. Variatierekening

1.1. Maxima en minima van functies

De extreme waarden van een functie van één variabele $y = f(x)$ kunnen gevonden worden uit

$$\frac{d}{dx} f(x) = 0$$

Deze voorwaarde is nodig, maar niet voldoende. Ook in hetgeen volgt zullen we slechts nodige voorwaarden geven. De extrema van een functie van twee variabelen $z = f(x,y)$ vinden we uit

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (1.1.1)$$

Is er bovendien nog een nevenvoorwaarde $g(x,y) = 0$ gegeven dan kunnen de extrema volgens Lagrange bepaald worden door

$$z = f(x,y) + \lambda g(x,y)$$

als functie van de onafhankelijke variabelen x en y te beschouwen, terwijl λ een nog nader te bepalen constante is. Door (1.1.1) toe te passen vinden we

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g}{\partial y} = 0 \quad (1.1.2)$$

terwijl bovendien geldt

$$g(x,y) = 0 \quad (1.1.3)$$

Door (1.1.2) en (1.1.3) zijn de combinaties (x,y,λ) bepaald, waarvoor $f(x,y)$ een extremum heeft. De parameter λ heet de multiplicator van Lagrange en de gevolgde methode de multiplicatorenmethode van Lagrange. We kunnen het voorgaande generaliseren door een functie van n variabelen te beschouwen met m nevenvoorwaarden ($m < n$)

$$z = f(x_1, \dots, x_n)$$

$$g_j(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad j = 1, \dots, m$$

Analoog aan (1.1.2) en (1.1.3) wordt hier de oplossing verkregen door

$$z = f + \lambda_1 g_1 + \dots + \lambda_m g_m$$

als functie van n onafhankelijke variabelen te beschouwen, terwijl $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ de multiplicatoren zijn.

1.2. Integralen

De variatierekening is in zekere zin een uitbreiding van het voorgaande. Het gaat er hier om een functie te bepalen zodanig dat een zekere functionaal, in ons geval een integraal, een extremum aanneemt. Veronderstel het volgende

probleem: Gevraagd wordt naar een functie met een continue tweede afgeleide

$$y = y(x)$$

die voldoet aan de randvoorwaarden

$$y(x_1) = y_1$$

$$y(x_2) = y_2$$

zodanig dat

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx \quad (1.2.1)$$

waar het accent differentiatie naar x aangeeft, een minimum waarde aanneemt. We veronderstellen dat $f(x, y, y')$ continue, tweede-orde afgeleiden heeft met betrekking tot elk van de variabelen. Nemen we nu aan dat $y(x)$ de gezochte functie is, dan definiëren we een schaar naburige functies

$$\bar{y} = y(x) + \varepsilon \eta(x) \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (1.2.2)$$

waar $\eta(x)$ een willekeurige functie is met continue eerste en tweede afgeleiden zodanig dat

$$\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0 \quad (1.2.3)$$

Substitueren we nu (1.2.2) in (1.2.1) dan vinden we als noodzakelijke voorwaarde, opdat (1.2.1) een minimum waarde aanneemt, de vergelijking

$$\left(\frac{dI(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=0} = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \eta + \frac{\partial f}{\partial y'} \eta' \right) dx = 0$$

Na partiële integratie krijgen we i.v.m. (1.2.3) de vergelijking

$$\int_{x_1}^{x_2} \eta \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} \right) dx = 0 \quad (1.2.4)$$

We maken nu gebruik van het fundamentele lemma van de variatierekening:

Is $M(x)$ continu voor $x_1 \leq x \leq x_2$ en is $\eta(x)$ een willekeurige functie met continue eerste en tweede afgeleiden, die voldoet aan $\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0$ en is

$$\int_{x_1}^{x_2} M(x) \eta(x) dx = 0$$

voor alle $\eta(x)$ dan geldt noodzakelijk identiek

$$M(x) = 0$$

Voor het bewijs, zie Courant en Hilbert (1953, p. 185). Gezien onze aannamen betreffende $f(x,y,y')$ en y is

$$M(x) = \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'}$$

waar

$$\frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} = \frac{\partial^2 f}{\partial y' \partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial y' \partial y} y' + \frac{\partial^2 f}{\partial y' \partial y'} y''$$

een continue functie voor $x_1 \leq x \leq x_2$. We kunnen dus het fundamentele lemma toepassen op (1.2.4) en vinden als noodzakelijke voorwaarde de Euler vergelijking

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$

Indien we de Euler vergelijking voor de hoogste afgeleide willen oplossen moeten we stellen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y' \partial y'} \neq 0$$

Deze ongelijkheid staat bekend als de Legendre conditie en is van groot belang bij het onderzoek of een extremaal (d.w.z. een oplossing van de Euler vergelijking) werkelijk een extremum geeft.

We vermelden nog een oorspronkelijk door Lagrange ingevoerde terminologie, waar de naam variatierekening van afkomstig is. Zie Bliss (1946, p. 6).

In deze notatie wordt $\epsilon \eta = \delta y$ de variatie van y genoemd en

$$\delta I = \epsilon I'(0) = \int_{x_1}^{x_2} \delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} \right) dx + \frac{\partial f}{\partial y'} \delta y \Big|_{x_1}^{x_2} \quad (1.2.5)$$

de eerste variatie van de integraal I , ook indien $\eta(x_1) \neq 0$ en $\eta(x_2) \neq 0$.

Deze notatie is analoog aan die der differentiaalrekening, waar de uitdrukking $\epsilon f'(x) = df$ met een willekeurige parameter ϵ de differentiaal van de functie $f(x)$ genoemd wordt.

Analoog aan het in 1.1 behandelde kunnen we variatieproblemen met nevenvoorwaarden beschouwen.

a. Stel we zoeken een functie $y = y(x)$, die voldoet aan de randcondities

$$y(x_1) = y_1 \text{ en } y(x_2) = y_2$$

zodanig dat

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y') dx$$

minimaal is, met de nevenvoorwaarde

$$\int_{x_1}^{x_2} g(x,y,y') dx = 0 \quad (1.2.6)$$

Volgens de multiplicatorenmethode van Lagrange passen we voorgaande techniek weer toe op de uitdrukking

$$I = \int_{x_1}^{x_2} [f(x,y,y') + \lambda g(x,y,y')] dx$$

waar λ een nader te bepalen parameter is. De differentiaalvergelijking van Euler

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial}{\partial y'} \right) (f + \lambda g) = 0$$

tezamen met (1.2.6) geeft weer een volledige bepaling van $y(x)$.

b. We beschouwen weer een geval als onder a maar nu met de nevenvoorwaarde

$$g(x,y,y') = 0 \quad (1.2.7)$$

In dit geval geldt voor de oplossing $y = y(x)$, behalve dat hij moet voldoen aan (1.2.7), bovendien:

Indien de oplossing niet voldoet aan de Euler-vergelijking corresponderend met de uitdrukking g , dan bestaat er een multiplicator $\lambda(x)$ zodat $y = y(x)$ voldoet aan de Euler vergelijking corresponderend met de uitdrukking

$$f^* = f + \lambda(x)g$$

Zie hierover Courant en Hilbert (1953, p. 221).

Vervolgens nog iets over randvoorwaarden.

c. Stel we zoeken een functie $y = y(x)$ zodanig dat de integraal

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y') dx$$

minimaal is en waaraan, wat betreft de randen x_1 en x_2 , geen eisen worden gesteld. Kiezen we een functie $\eta(x)$ met of $\eta(x_1) \neq 0$ of $\eta(x_2) \neq 0$ dan moet, willen we dat $y(x)$ aan de Euler vergelijking voldoet, volgens (1.2.5) bovendien voldaan zijn aan

$$\frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$

voor $x = x_1$ of $x = x_2$. Deze randvoorwaarde noemt men een natuurlijke randvoorwaarde.

We merken op dat het voorgaande eenvoudig gegeneraliseerd kan worden door uitbreiding van zowel het aantal afhankelijke variabelen als het aantal nevenvoorwaarden als ook door hogere afgeleiden toe te laten.

Volledigheidshalve behandelen we hier nog het geval, waarin we het aantal onafhankelijke variabelen uitbreiden.

- d. Stel we zoeken een functie $z = z(x,y)$ van twee onafhankelijk variabelen x en y in de rechthoek R bepaald door $x_1 < x < x_2$, $y_1 < y < y_2$ zodanig dat

$$I = \iint_R f(x,y,z,z_x,z_y) \, dx dy \quad (1.2.8)$$

minimaal is. We veronderstellen dat $z = z(x,y)$ voorgeschreven waarden aanneemt op de rand van de rechthoek. We beschouwen weer een schaar naburige functies

$$\bar{z} = z(x,y) + \epsilon \eta(x,y) \quad \epsilon \rightarrow 0 \quad (1.2.9)$$

waar $z = z(x,y)$ de oplossing voorstelt. Na substitutie van (1.2.9) in (1.2.8) vinden we, door de eerste variatie nul te stellen

$$\begin{aligned} & \iint_R \left[\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial z_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial z_y} \right] \eta \, dx dy \\ & + \int_{y_1}^{y_2} \frac{\partial f}{\partial z_x} \eta \Big|_{x_1}^{x_2} dy + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial f}{\partial z_y} \eta \Big|_{y_1}^{y_2} dx = 0 \end{aligned}$$

Dit leidt, daar $\eta = 0$ op de rand van R , tot de Euler-vergelijking

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial z_x} + \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial z_y}$$

Is $z = z(x,y)$ op de rand van R niet of slechts gedeeltelijk voorgeschreven, dan kunnen we weer natuurlijke randvoorwaarden afleiden.

2. De grafische tijdfrenten methode

De verdienste van James (1957) is, dat hij voor de eerste keer ten behoeve van het optimaal routeren grafieken introduceerde voor een schip, die informatie gaven over zijn snelheid bij gegeven golfhoogte en golfrichting. Dit gebeurde op de volgende manier. Afhankelijk van de relatieve richting van de golven, die onderscheiden werden in tegen-, mee- en dwarsgolven (zie fig. 1), werd de scheepssnelheid uitgezet als functie van de golfhoogte (zie fig. 2).

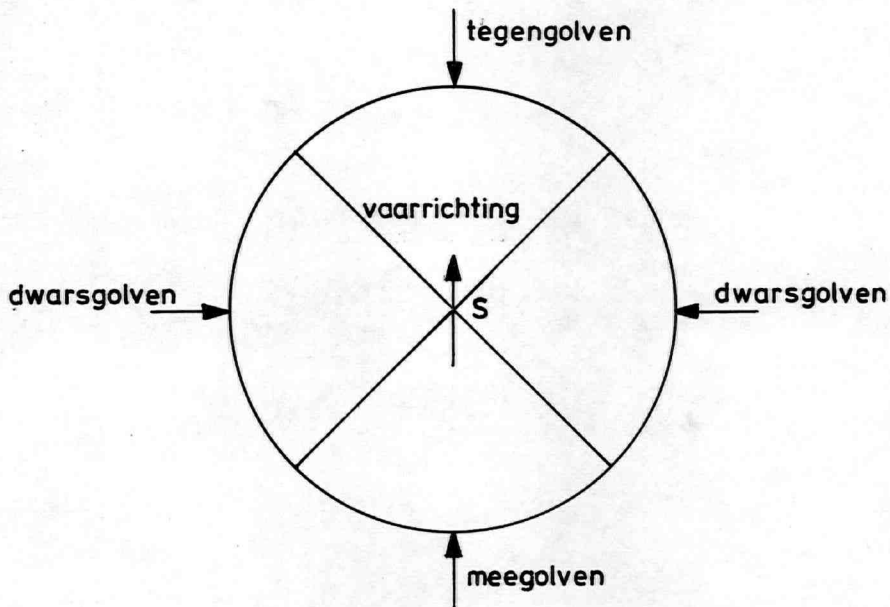


fig. 1. Het schip bevindt zich in punt S, terwijl de pijl de vaarrichting aangeeft. Het hoekbereik voor dwars-, tegen- en meegolven wordt door de cirkelsectoren aangegeven.

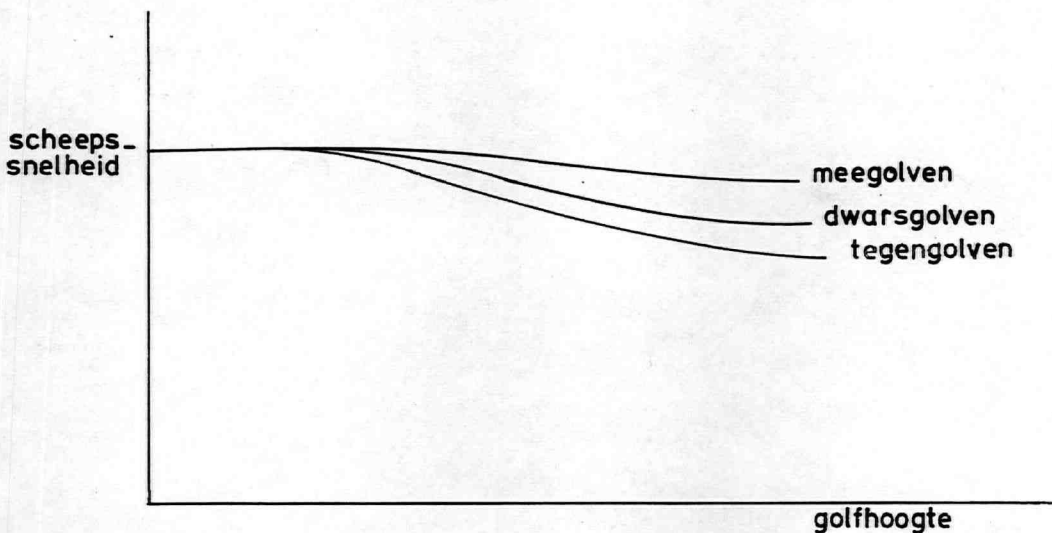


fig. 2

Door gebruik te maken van deze gegevens werd de kortste-vaartijd route geconstrueerd volgens een tijdfrenten methode ontleend aan de geometrische optica. In de presentatie van de methode volgen we James (1970). We veronderstellen dat het te bevaren gebied is afgebeeld in een plat vlak, b.v. met behulp van de stereografische projectie.

Stap 1.

De eerste stap is uit een 24 uurs weervoorspelling de golfcondities te bepalen in een gebied wat gedurende deze tijd bereikbaar is vanuit het vertrekpunt.

Stap 2.

Deze golfgegevens worden gebruikt om m.b.v. fig. 2 in verschillende vaarrichtingen vanuit het vertrekpunt snelheden te schatten. Men moet hierbij wel bedenken dat fig. 2 in zekere zin gemiddelde sloopssnelheden aangeeft, zeker niet geldig voor elke gezagvoerder.

Stap 3.

Vanuit het startpunt worden nu in een aantal richtingen de afstanden bepaald, die in 24 uur kunnen worden afgelegd en een eerste tijdfrent wordt geconstrueerd door de gevonden punten door een gladde lijn te verbinden (zie fig. 3). Men kan hierbij nog een correctie aanbrengen voor oceaanstromingen.

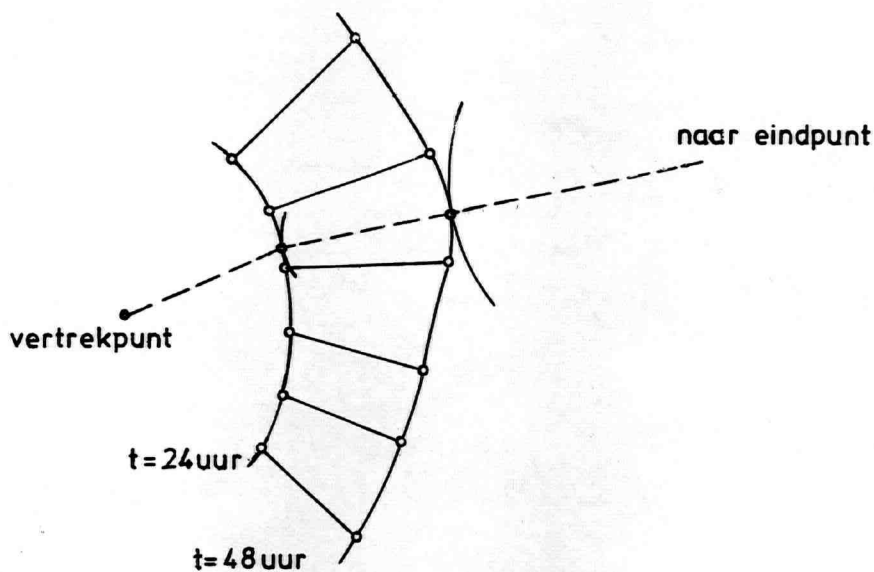


fig. 3

Stap 4.

Een tweede tijdfront wordt geconstrueerd door in de punten van het eerste tijdfront de normaalrichtingen te bepalen en de afstanden, die in 24 uur in deze richtingen kunnen worden afgelegd, afhankelijk van golfhoogte, golfrichting en eventueel oceaanstroming, opnieuw uit te zetten.

Stap 5.

Bovenstaande procedure wordt herhaald, totdat het eindpunt voldoende dicht genaderd is. Het bepalen van de kortste-vaartijd route gebeurt door een cirkel te contrueren met het eindpunt als middelpunt, die het laatste tijdfront raakt. Met dit raakpunt als middelpunt wordt nu weer een cirkel geconstrueerd, die het op een na laatste tijdfront raakt. Deze gang van zaken wordt herhaald tot men op het eerste tijdfront is aangekomen. De raakpunten bepalen de kortste-vaartijd route. Het kan ook zijn dat men slechts voor een gedeelte van de reis de weervoorspelling heeft. In dit geval kan men een route aangeven, waarlangs het schip gedurende deze tijd het dichtst bij het eindpunt komt (zie fig. 3).

Er zijn natuurlijk wel enige bezwaren aan te voeren tegen de gevolgde methode. Bij het construeren van de tijdfronten wordt er in feite van uitgegaan dat de snelheid in een bepaald punt van het tijdfront onafhankelijk is van de richting. Dit is onjuist, gezien de resultaten van fig. 2. Hoe tijdfronten op een correcte manier worden geconstrueerd zal later blijken (zie hoofdstuk 4).

3. Het beschouwen van een netwerk

3.1. We komen nu toe aan de bespreking van een publicatie van Nagle (1961), waarin het gebruik van de rekenmachine wordt geïntroduceerd. In deze publicatie wordt een tweetal methoden aangegeven voor het construeren van de kortste-vaartijd route, waarvan er slechts één in gewijzigde vorm wordt uitgewerkt.

a. Allereerst wordt een juiste toepassing van de tijdfronten methode uit het vorige hoofdstuk gegeven (zie fig. 4). Beginnend vanuit het vertrekpunt S is een tijdfront F_1 getekend. Dit tijdfront is de meetkundige plaats van punten, die het schip kan bereiken aan het eind van het eerste tijdinterval. Aan de hand van vaartafvalgrafieken wordt een polair snelheidsdiagram opgesteld, wat na vermenigvuldiging met het tijdinterval, de in verschillende richtingen door het schip per tijdinterval maximaal bereikbare afstanden aangeeft. Dit wordt in feite gerepresenteerd door het eerste tijdfront. Een tweede tijdfront wordt nu geconstrueerd om de meetkundige plaats van punten P_1 aan te geven die, liggend op een maximale afstand van F_1 , gemeten langs de normaal n , door het schip in het tweede tijdinterval bereikt kunnen worden (zie fig. 4).

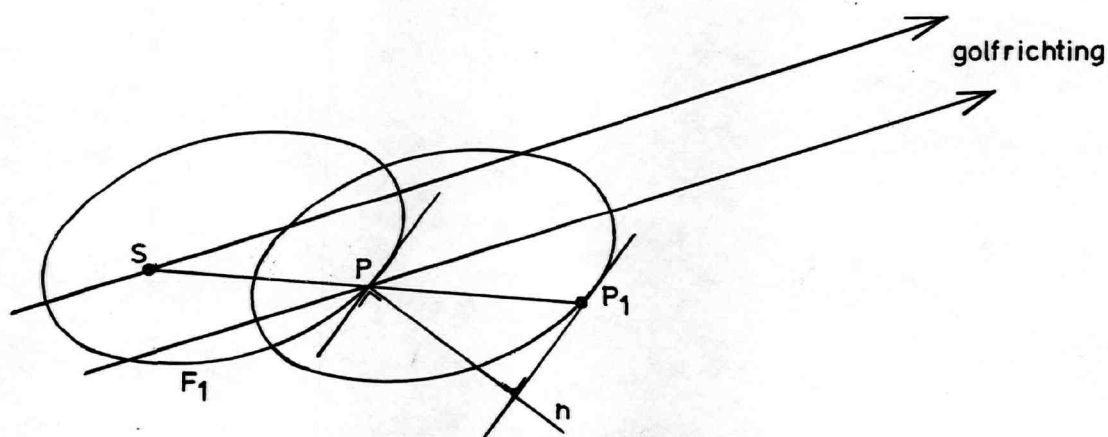


fig. 4

Opeenvolgende tijdfronten worden bepaald totdat of de golfvoorspelling uitgeput is of het eindpunt bereikt. De uiteindelijke route kan dan bepaald worden door successieve approximatie.

b. Een tweede manier is een netwerk van roosterpunten aan te brengen in het gebied tussen begin- en eindpunt (zie fig. 5), waarin routes mogelijk zijn. Voor de routeberekeningen veronderstelt men dat het schip langs grootcirkels vaart tussen deze punten, behalve wanneer de grootcirkels loodrecht staan op de grootcirkel, die begin- en eindpunt verbindt. Het aantal mogelijke routes van het vertrekpunt tot een roosterpunt is in fig. 5 bij het desbetreffende roosterpunt aangegeven.

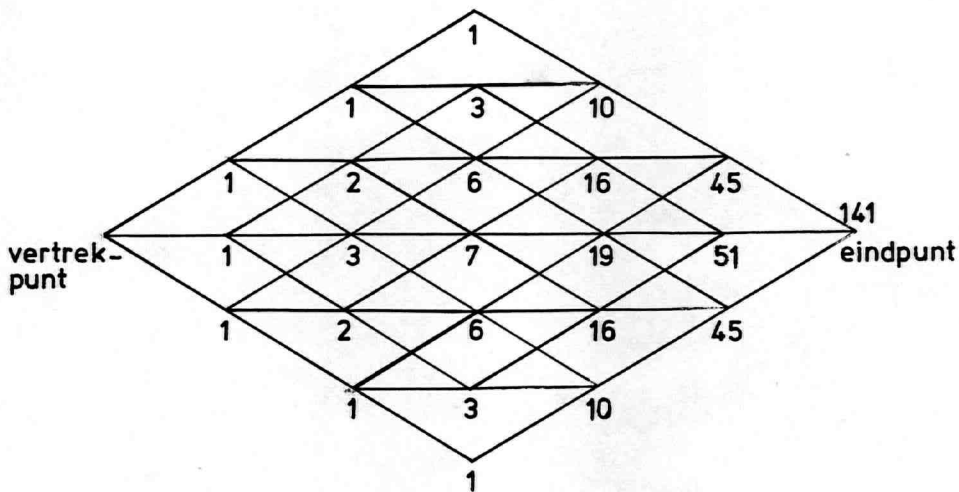


fig. 5

Per roosterpunt moeten niet meer dan 3 routes beschouwd worden om de beste van de 141 routes tussen begin- en eindpunt te vinden.

c. Er is gerekend aan een modificatie van b (zie fig. 6). Hierbij kiest men vanuit het vertrekpunt een aantal startrichtingen, in dit geval 5. Vervolgens wordt in elk van deze richtingen het punt bepaald, wat het schip na een dag varen zou kunnen bereiken. Vanuit ieder van deze 5 punten worden 3 nieuwe richtingen gekozen, zodat 15 punten worden verkregen na de tweede dag en zo voortgaande 45 punten na de derde vaardag. Veronderstellen we dat een weervoorspelling voor 4 dagen gegeven was, dan wordt nu nagegaan welk van de 45 punten, gemeten langs de grootcirkel, het dichtst bij het eindpunt komt na de vierde vaardag. De route vanuit het vertrekpunt naar dit geselecteerde punt wordt genomen als de beste van de 45 routes.

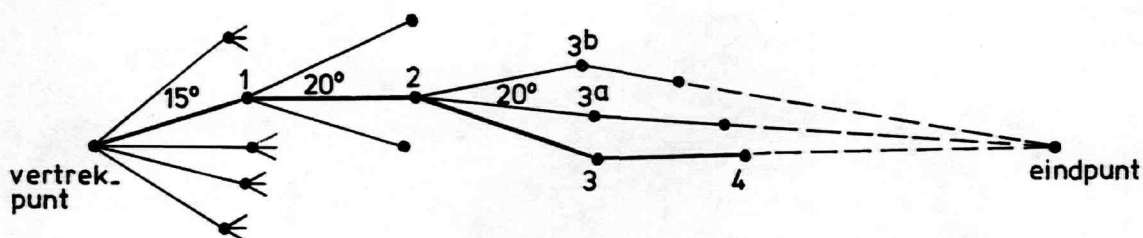


fig. 6

Uit de vaartafvalgrafieken, gegeven door James (1957) wordt de volgende vergelijking voor de snelheid samengesteld

$$S = S_0 - k_1 h^2 (1 + \cos \theta) - k_2 h^2 - k_3 h (1 - \cos 2\theta) + k_4 h \theta \quad (3.1.1)$$

Hierin is S_0 de maximale snelheid in kalme zee en h de golfhoogte, in voeten, terwijl de hoek θ , gemeten vanaf de boeg, de richting aangeeft van waaruit de golven komen.

De tweede term in (3.3.1) representeert het feit dat tegengolven in het algemeen meer weerstand bieden aan de beweging van een schip dan meegolven. De derde term dient om de scheepssnelheid te verminderen, indien de golfhoogte toeneemt, onafhankelijk van de richting. De vierde term werd ingevoerd om het effect van dwarsgolven te beschrijven. De vijfde term tenslotte geeft aan dat meegolven in het algemeen een positieve bijdrage leveren. De constanten k_1 , k_2 , k_3 en k_4 zijn voor verschillende typen schepen getabelleerd.

3.2. Een meer geavanceerd gebruik van een netwerk wordt gemaakt door Braddock (1968). We geven een globale schets van de methode. We kunnen de punten van een netwerk onderscheiden in aanliggende en niet aanliggende punten. Aanliggende punten zijn punten die door een pijl verbonden kunnen worden. Een weg die niet aanliggende punten verbindt bestaat derhalve uit een verzameling pijlen en is gespecificeerd door de punten waar hij doorheen gaat. We voeren nu een variabele P in die de reisduur in het netwerk tussen de verschillende punten aangeeft. Indien $P(s,t)$ de gemiddelde waarde van P is langs de lijn van s naar t dan kunnen we de matrix

$$D = \{d(s,t)\}$$

waarin deze vaartijden voor alle mogelijke punten s en t zijn vervat als volgt construeren. Indien de punten s en t aanliggend zijn, geldt

$$d(s,t) = P(s,t)$$

Zijn ze niet aanliggend dan vinden we

$$d(s,t) = \infty$$

terwijl bovendien geldt

$$d(s,s) = 0$$

De variabele P , corresponderend met een willekeurige weg door het netwerk, wordt verkregen door de waarden van P langs de verschillende pijlen te sommeren. Een probleem ontstaat, indien we een weg tussen twee punten van het rooster willen bepalen, waarlangs P een minimum waarde aanneemt. Men kan deze optimale weg weliswaar altijd vinden door de waarden van P langs alle mogelijke wegen met elkaar te vergelijken. Het is evenwel duidelijk dat dit een zeer tijdrovende zaak kan worden. Derhalve is het niet verwonderlijk dat hiervoor meer efficiënte algorithmes zijn ontwikkeld. Er wordt hier gekozen voor een algoritme ontwikkeld door Dantzig (1960). Stel nu dat we een optimale weg willen vinden van A naar B (zie fig. 7). Als eerste approximatie wordt hiervoor S_1 gekozen. We verdelen nu S_1 in intervallen van haast gelijke lengte met behulp van de punten $A = C_1, C_2, \dots, C_{L_1} = B$.

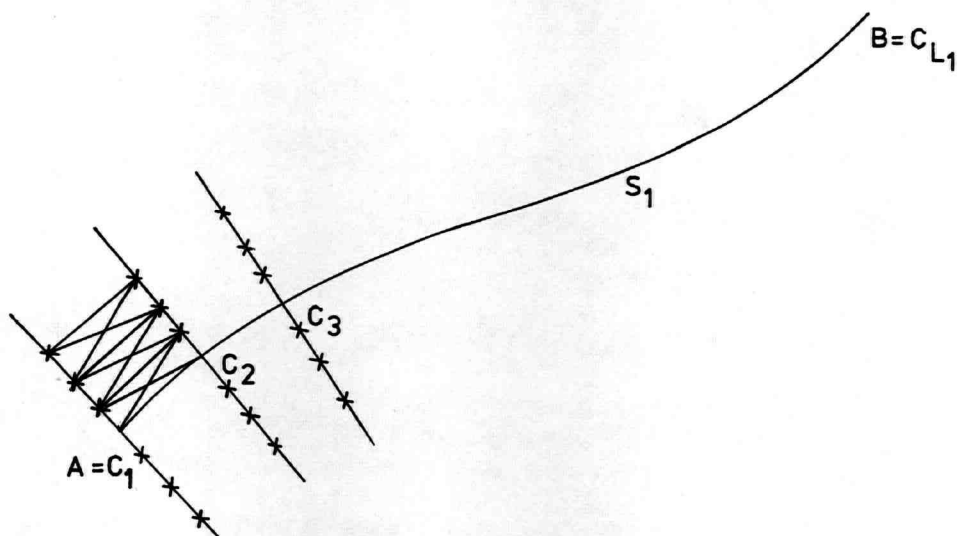


fig. 7

We berekenen nu DS_1 , de grootste afstand tussen opeenvolgende punten. In ieder punt C_i ($1 \leq i \leq L_1$) wordt nu een lijn geconstrueerd loodrecht op S_1 . Langs deze lijn worden ter weerszijden van C_i , K_1 punten toegevoegd op onderlinge afstand DS_1 . De grootte van K_1 hangt af van L_1 . Door verbindingslijnen tussen deze punten aan te brengen wordt een netwerk gevormd om S_1 . Vervolgens worden de waarden van P langs iedere toegestane verbindingslijn berekend en wordt Dantzig's Algorithm gebruikt om de tweede approximatie van de optimale weg van A naar B , S_2 te bepalen. Vervolgens kan S_2 gebruikt worden om een volgend netwerk met een geringere maximale roosterafstand DS_2 te construeren, enz. Het is duidelijk dat bovenstaande techniek leidt tot een rij van wegen $\{S_i\}$ ($i = 1, 2, \dots$) met een corresponderende rij van monotoom dalende waarden $\{P_i\}$. Daar de rij $\{P_i\}$ naar beneden begrensd is door nul zal hij naar een waarde P^* convergeren. Converteert $\{S_i\}$ naar S en neemt P op S de waarde P_S aan, dan kan worden aangetoond dat

$$P_S = \lim_{i \rightarrow \infty} \{P_i\} = P^*$$

De methode is met succes vergeleken met het geval dat behandeld wordt in Bleick en Faulkner (1965).

4. Toepassingen van de variatierekening

In dit hoofdstuk zullen enkele methoden aangegeven worden, die gebruik maken van de variatierekening. De kortste-vaartijd route wordt bepaald door de integraal die de vaartijd tussen begin- en eindpunt representeert te minimaliseren. Een uitdrukking voor deze integraal kan op verschillende manieren opgesteld worden. We beginnen met het eenvoudigste geval, waarin we het golfveld stationair veronderstellen.

4.1. Stationair golfveld

We gaan uit van een rechthoekig coördinatenstelsel, met coördinaten x en y , waarin het te bevaren gebied is afgebeeld (Haltiner, Hamilton en 'Arnason 1962). De vaartijd T van een schip langs een kromme C die begin- en eindpunt verbindt, kan, indien de snelheid van het schip V bedraagt, eenvoudig geschreven worden als

$$T = \int_C \frac{ds}{V} = \int_C \psi ds \quad (4.1.1)$$

waar $\psi = V^{-1}$. Daar ψ in het algemeen een functie is van de tijd, positie en vaarrichting, ligt het voor de hand de coördinaten x en y als functie van de tijd te beschouwen

$$x = x(t) , y = y(t)$$

Vervangen we ds in (4.1.1) door $(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} dt$, waar de punt boven de variabele differentiatie naar de tijd aangeeft, dan gaat (4.1.1) over in

$$T = \int_0^T \psi(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} dt \quad (4.1.2)$$

Passen we nu de theorie uit hoofdstuk 1 toe op (4.1.2) dan vinden we dat de functies $x(t)$ en $y(t)$, die in feite de extremaal bepalen, moeten voldoen aan de Euler vergelijkingen

$$(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}} \psi (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} \right] = 0$$

$$(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{y}} \psi (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} \right] = 0$$

We beschouwen nu het eenvoudige geval, dat de snelheid niet expliciet van de tijd afhangt, zodat ψ slechts een functie is van de plaats en koers. Kiezen we x als de onafhankelijk variabele, dan gaat (4.1.2) over in

$$T = \int_{x_1}^{x_2} \psi(x, y, y') (1 + y'^2)^{\frac{1}{2}} dx \quad (4.1.3)$$

We nemen bovendien nog aan dat ψ onafhankelijk is van y' d.w.z. we veronderstellen dat de termen, die tengevolge van dit feit uit de Euler vergelijking corresponderend met (4.1.3) verdwijnen, verwaarloosbaar waren t.o.v. de overigen. Door, aan de hand van vaartkarakteristieken, samengesteld door James (1957), de snelheid te approximeren door een uitdrukking van de vorm

$$V = V_0 - [a_1 + a_2 \cos(\beta - \alpha)] H$$

waar de hoek α de koers geeft van het schip en β de richting van waaruit de golven komen, terwijl a_1 en a_2 experimenteel bepaalde constanten zijn, kan dit inderdaad gerechtvaardigd worden, voor niet te grote waarden van de golfhoogte H . We vinden in dit geval

$$T = \int_{x_1}^{x_2} \psi(x, y) (1 + y'^2)^{\frac{1}{2}} dx$$

met de corresponderende Euler-vergelijking

$$\psi y'' + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} y' - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) (1 + y'^2) = 0 \quad (4.1.4)$$

De volgende oplossingsmethode voor (4.1.4) wordt voorgesteld. Indien we y' en y'' vervangen door

$$y_i' = (y_{i+1} - y_{i-1}) / 2d$$

$$y_i'' = (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) / d^2$$

vinden we

$$y_i = \frac{y_{i+1} + y_{i-1}}{2} + \frac{d^2}{2\psi} \left[y_i' \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] [1 + y_i'^2]$$

De eerste schatting van de y_i , tussen vaste beginwaarde $i = 0$ en vaste eindwaarde $i = m$, is willekeurig. Hiervoor kan de grootcirkelroute of een klimatologisch bepaalde route genomen worden. De n -de approximatie van y_i wordt berekend uit de n -de approximatie van y_{i-1} en de $(n-1)$ -ste approximatie van y_{i+1} . De iteratieprocedure wordt voortgezet totdat de kortste vaartijd route voldoende goed geapproximeerd is. Deze gang van zaken is voor enkele eenvoudige situaties getest.

4.2. Tijdafhankelijk golfveld

De bewegingsvergelijkingen van een schip in een rechthoekig coördinaten-systeem met coördinaten x en y kunnen geschreven worden als

$$\phi_1 = \dot{x} - V \cos p = 0 \quad (4.2.1)$$

$$\phi_2 = \dot{y} - V \sin p = 0 \quad (4.2.2)$$

waar $V = V(x, y, p, t)$ de snelheid van het schip is en p de hoek tussen de snelheidsvector en de x -as. De eis dat de vaartijd T voor een bepaalde route van een vast beginpunt A op tijdstip $t = 0$ naar een vast eindpunt B op tijdstip $t = T$ minimaal is, komt overeen met de eis dat de integraal

$$I = \int_0^T (1 + \lambda \phi_1 + \mu \phi_2) dt \quad (4.2.3)$$

waar $\lambda(t)$ en $\mu(t)$ Lagrange multiplicatoren zijn, stationair is (zie hoofdstuk 1). Indien δT de variatie is van de tijd in het vaste eindpunt, dan is de eerste variatie van (4.2.3)

$$\delta I = \delta T + \left[\lambda \delta x + \mu \delta y \right]_0^T - \int_0^T (\phi_3 \delta x + \phi_4 \delta y + \phi_5 \delta p) dt \quad (4.2.4)$$

De coëfficiënten van δx , δy en δp in $\delta I = 0$ geven de Euler vergelijkingen (4.2.5) en (4.2.6)

$$\phi_3 = \dot{\lambda} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) V_x = 0 \quad (4.2.5)$$

$$\phi_4 = \dot{\mu} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) V_y = 0 \quad (4.2.6)$$

en de scalair product vergelijking

$$\phi_5 = \lambda(V_p \cos p - V \sin p) + \mu(V_p \sin p + V \cos p) = 0 \quad (4.2.7)$$

Bovendien zijn de variaties van de tijd en de coördinaten in het vaste eindpunt niet onafhankelijk, immers

$$x(T + \delta T) + \delta x(T + \delta T) = x(T)$$

$$y(T + \delta T) + \delta y(T + \delta T) = y(T)$$

zodat

$$\dot{x}(T) \delta T + \delta x(T) = 0$$

$$\dot{y}(T) \delta T + \delta y(T) = 0$$

waarmee we vinden, daar $\delta x(0) = \delta y(0) = 0$

$$(\lambda V \cos p + \mu V \sin p)_T = 1 \quad (4.2.8)$$

Door bovendien een verband af te leiden tussen de variatie in $\alpha = \arctan \left(\frac{\mu(0)}{\lambda(0)} \right)$, de daarmee samenhangende coördinaatverschillen $\Delta x(T)$ en $\Delta y(T)$ tussen het bereikte en het vaste eindpunt bij vaartijd T en de variatie in de vaartijd δT (Faulkner 1963, Bleick en Faulkner 1965) kunnen we door integratie van (4.2.1), (4.2.2), (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7) met (4.2.8) tezamen met een Newton-Raphson iteratie van ΔT en $\delta \alpha$ uit de optredende coördinaatverschillen $\Delta x(T)$ en $\Delta y(T)$, de korste-vaartijd route bepalen. In Faulkner (1963) wordt verder nog ingegaan op enkele meetkundige aspecten van het voorgaande, waarbij hij zich voor de eenvoudigheid beperkt tot het geval dat de snelheid niet expliciet van de tijd afhangt.

We gaan uit van

$$T = \int_0^X f(x,y,y') dx \quad (4.2.9)$$

De eerste variatie van (4.2.9) wordt gegeven door

$$\begin{aligned} \delta T = & \int_0^X (f_y - \frac{d}{dx} f_{y'}) \delta y dx \\ & + [f(x,y,y')]_{x=X} \Delta X + [f_{y'} \delta y]_0^X \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

Indien begin- en eindpunt vast zijn, dan geldt $\Delta X = \delta y(0) = \delta y(X) = 0$. Indien het eindpunt (X,Y) niet vast is, dan zullen de hiermee corresponderende termen in (4.2.10) niet nul worden. We beschouwen nu twee naburige extremalen $y = y(x)$ en $y = y(x) + \delta y(x)$ zodat de integraal in (4.2.10) nul wordt. De verandering in de eindwaarde $y = y(X)$ van $y = y(x)$ is (zie fig.8)

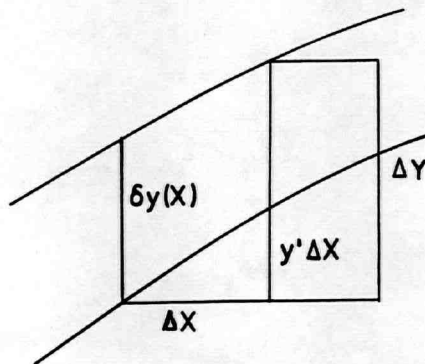


fig. 8

$$\Delta Y = \delta y(X) + y'(X) \Delta X$$

waar y' de richting op de extremaal is. Vergelijking (4.2.10) wordt nu

$$\delta T = \left[f \Delta X + (\Delta Y - y' \Delta X) f_{y'} \right]_{x=X} \quad (4.2.11)$$

De verschillende punten, één op iedere extremaal, die corresponderen met de zelfde waarde van T , worden verkregen door in (4.2.11) $\delta T = 0$ te stellen, waarmee we vinden

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = y' - \frac{f}{f_{y'}} \quad (4.2.12)$$

Vergelijking (4.2.12) definieert de transversaal-richting $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$. Een kromme S die elke extremaal van een verzameling extremalen transversaal snijdt, is een transversaal van deze verzameling. De helling van de raaklijn aan S wordt gegeven door (4.2.12) waarin y' de richting van de corresponderende extremaal is. We zullen krommen S met deze eigenschap voortaan tijdfronten noemen. De belangrijke eigenschap van een tijdfront is, dat alle punten die er op of links ervan liggen (zie fig. 9), vanuit het beginpunt bereikbaar zijn op dat tijdstip. Rechts van het tijdfront vinden we dergelijke punten niet. De punten van het tijdfront kunnen slechts langs extremalen bereikt worden. Door te bedenken dat $y' = \tan p$ en door (4.2.12) met (4.2.7) te vergelijken vinden we dat de vector $\vec{\lambda} = (\lambda, \mu)$ behorend bij een bepaalde extremaal-richting, loodrecht staat op het corresponderende tijdfront. Deze eigenschap, die in feite op een simpele manier volgt door in (4.2.4) $\delta T = 0$ te stellen, stelt ons in staat om op een eenvoudige wijze, door het construeren van tijdfronten, de kortste-vaartijd route te bepalen. We beschouwen daartoe een extremaal die vanuit het beginpunt vertrekt en die bepaald wordt door een hoek $\alpha = \arctan \left(\frac{\mu(0)}{\lambda(0)} \right)$ en vergelijkingen (4.2.1), (4.2.2), (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7) met (4.2.8).

De beginhoers $p(0)$ die hieruit volgt is zodanig, dat de projectie van de snelheid, behorend bij die koers, in de richting α maximaal is. Na een bepaald tijdsinterval wordt een eerste tijdfront gevonden door de parameter α te variëren en de punten die in de hiermee corresponderende richtingen $p(0)$ in dit tijdsinterval bereikt kunnen worden door een gladde lijn te verbinden. Daar men behalve de punten, die op deze wijze S bepalen, ook de richting van de raaklijn aan S in die punten kent, kan men volstaan met relatief weinig punten. In ieder punt P van elke extremaal E , bestaat een relatie tussen de snelheid \vec{V} , de vector $\vec{\lambda}$ en het tijdfront S zoals aangegeven in fig. 9, waarin Γ de kromme is die in elke richting p weergeeft, welke afstand gedurende een bepaald tijdsinterval kan worden afgelegd.

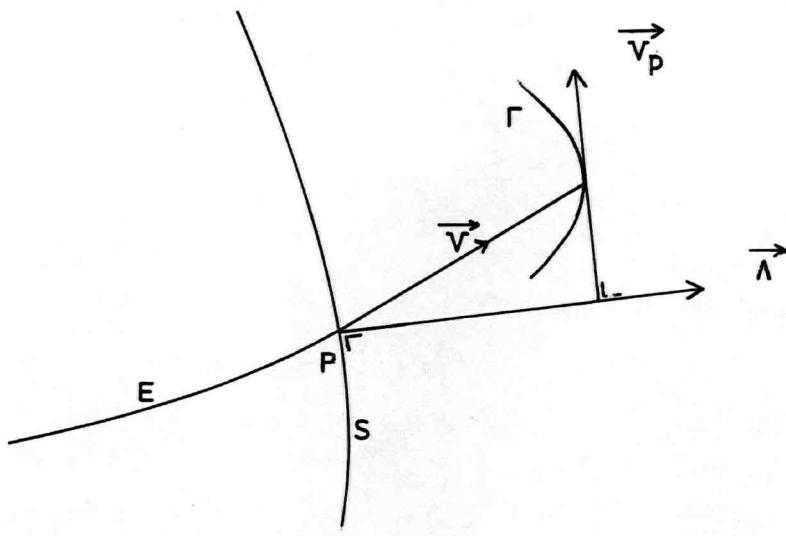


fig. 9

Door nu in de punten van het gevonden tijdfront de normaalrichtingen te bepalen en de daarmee samenhangende vaarrichtingen, kan een volgend tijdfront gevonden worden. Dit wordt herhaald tot het eindpunt bereikt is. De vaartijd T en de beginkoers $p(0)$ moeten door interpolatie bepaald worden. In een ietwat gewijzigde vorm wordt deze methode toegepast in het door ons bewerkte rekenprogramma van de Wit (1968). Andere methoden, die nog worden gegeven, betreffen het oplossen van het stelsel vergelijkingen (4.2.1), (4.2.2), (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7) met (4.2.8). Enkele bestaande numerieke oplossingsmethoden voor dit soort problemen wordt vermeld. De formulering van dit variatieprobleem door bovenstaande vergelijkingen is analoog aan de toepassing van Pontryagin's Maximum Principe uit de theorie van optimaal geregelde processen, zoals in het volgende hoofdstuk zal blijken. Volledigheidshalve zij nog vermeld dat de sloopssnelheid in Bleick en Faulkner (1965) beschreven wordt door een polair snelheidsdiagram, dat de sloopssnelheid geeft als functie van de hoek tussen de vaarrichting van het sloop en de golfrioting. Dit polair snelheidsdiagram heeft de vorm van een ellips. Het sloop bevindt zich op de lange as van de ellips en is ten opzichte van het centrum verschoven tegen de golfrioting in.

5. Een toepassing van de theorie van optimaal geregelde processen

We beginnen met een korte bespreking van Pontryagin's Maximum Principe. Stel gegeven een dynamisch systeem

$$\dot{x}_i = f_i(x, p, t) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5.1)$$

waar $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ de toestand van het systeem beschrijft en $p(t)$ een stuurfunctie is d.w.z. door $p(t)$ te variëren zal de oplossing van (5.1) in het algemeen ook gevarieerd worden. In ons probleem is $p(t)$ de koers van een schip.* Veronderstel nu dat we $p(t)$ zodanig willen kiezen dat de integraal

$$J = \int_{t_0}^t f_0(x, p, t) dt \quad (5.2)$$

waar x voldoet aan (5.1) minimaal is. De functie $f_0(x, p, t)$ is karakteristiek voor een bepaald probleem. Indien de vaartijd geminimaliseerd moet worden vinden we b.v. $f_0(x, p, t) = 1$. We definiëren nu $x_0(t)$ door $\dot{x}_0 = f_0(x, p, t)$ en introduceren een vectorfunctie $\lambda(t) = (\lambda_0, \dots, \lambda_n)$ die voldoet aan

$$\dot{\lambda}_i = - \sum_{j=0}^n \frac{\partial f_j(x, p, t)}{\partial x_i} \lambda_j \quad (5.3)$$

Om (5.1) en (5.3) in een eenvoudiger vorm te schrijven voeren we de functie H in gedefinieerd door

$$H(\lambda, x, p, t) = \sum_{j=0}^n \lambda_j f_j(x, p, t) \quad (5.4)$$

Deze functie wordt de Hamiltoniaan genoemd. Uit (5.4) volgt

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} \quad \text{en} \quad \dot{\lambda}_i = - \frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (i = 0, \dots, n)$$

Het belangrijkste resultaat van het maximum principe luidt nu:

Opdat (5.2) minimaal is voor een bepaalde $p = p(t)$ is het noodzakelijk dat er een continue vectorfunctie $\lambda(t) = (\lambda_0, \dots, \lambda_n)$ bestaat met $\lambda_0 \leq 0$ die voldoet aan (5.3) zodanig dat de Hamiltoniaan een maximum waarde aanneemt voor $p = p(t)$ d.w.z.

$$\frac{\partial H}{\partial p} = 0 \quad (5.5)$$

* In het algemeen zal $p = p(t)$ een vectorfunctie zijn, zoals $x = x(t)$.

Voor het bewijs zie Meditch (1965). Daar $f_0 = 1$ in ons geval, is het duidelijk dat (5.1), (5.3) en (5.5) corresponderen met (4.2.1), (4.2.2), (4.2.5), (4.2.6) en (4.2.7).

We gaan nu over op een toepassing hiervan zoals gegeven door Marks et al. (1968). We beschouwen een coördinatensysteem zoals beschreven in fig. 10, waarin de oorsprong in een willekeurig punt van de equator is geplaatst. De lengte wordt aangegeven door ϕ en de breedte door θ . De snelheid van het schip is V , terwijl ψ de hoek is tussen de snelheidsvector en de ϕ -as, klokgewijs gemeten. De bewegingsvergelijkingen zijn

$$\dot{\phi} = \frac{1}{R} \frac{V \cos \psi}{\cos \theta} \quad (5.6)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{R} V \sin \psi \quad (5.7)$$

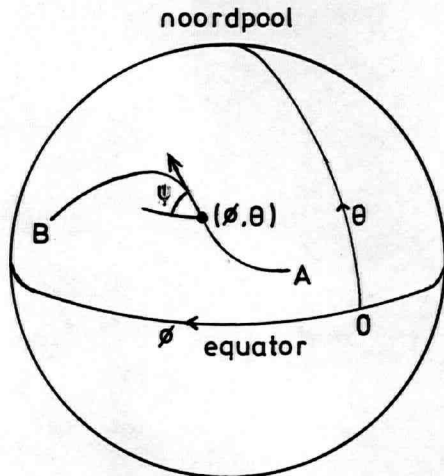


fig. 10

We benaderen de snelheid door

$$V = V_A - (V_A - V_H) \sin^2 \left(\frac{1}{2} \chi_w \right) \quad (5.8)$$

waarin V_A de scheepssnelheid is ingeval van meegolven, V_H met tegengolven en $\chi_w = \psi - \mu_w$ (zie fig. 11)

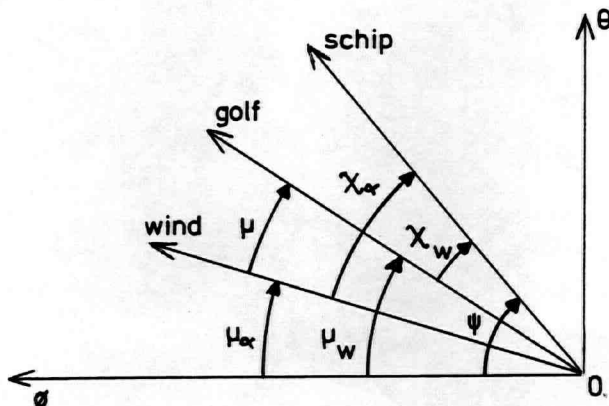


fig. 11

Substitutie van (5.8) in (5.6) en (5.7) geeft

$$\dot{\phi} = \frac{1}{R \cos \theta} \{U \cos \psi + \frac{1}{2} [u_1 (1 + \cos 2 \psi) + u_2 \sin 2 \psi] + u_c\} \quad (5.9)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{R} \{U \sin \psi + \frac{1}{2} [u_1 \sin 2 \psi + u_2 (1 - \cos 2 \psi)] + v_c\} \quad (5.10)$$

waar

$$U = \frac{1}{2}(V_A + V_H)$$

$$u_1 = \frac{1}{2}(V_A - V_H) \cos \mu_w$$

$$u_2 = \frac{1}{2}(V_H - V_A) \sin \mu_w$$

en waar u_c en v_c de lengte- en breedtecomponenten zijn van eventuele oceaanstromingen. We hebben nu een dynamisch systeem gegeven door vergelijkingen (5.9) en (5.10) met begincondities

$$\phi(t_A) = \phi_A, \quad \theta(t_A) = \theta_A$$

en eindcondities

$$\phi(t_B) = \phi_B, \quad \theta(t_B) = \theta_B$$

Het probleem is nu $\psi(t)$ te bepalen zodat

$$J = \int_{t_A}^{t_B} dt = t_B - t_A$$

minimaal is. De Hamiltoniaan wordt gedefinieerd als

$$H = 1 + \frac{\lambda_1}{R \cos \theta} \{U \cos \psi + \frac{1}{2} [u_1 (1 + \cos 2 \psi) + u_2 \sin 2 \psi] + u_c\} + \frac{\lambda_2}{R} \{U \sin \psi + \frac{1}{2} [u_1 \sin 2 \psi + u_2 (1 - \cos 2 \psi)] + v_c\} \quad (5.11)$$

Vergelijking met (5.4) leert dat $\lambda_0 = 1$. Derhalve is hier sprake van Pontryagin's Minimum Principe (zie Athans en Falb (1966)).

Analoog aan (5.3) en (5.5) geldt nu

$$\dot{\lambda}_1 = - \frac{\partial H}{\partial \phi} \quad (5.12)$$

$$\dot{\lambda}_2 = - \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \psi} = 0 \quad (5.14)$$

Door eliminatie van $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\lambda}_1$, $\dot{\lambda}_2$, λ_1 en λ_2 uit (5.9), (5.10), (5.12), (5.13) en (5.14) willen we nu een vergelijking opstellen voor $\dot{\psi}$. Dit is de stuurvergelijking. Daartoe worden enkele vereenvoudigingen aangebracht door te veronderstellen dat

$$\frac{u_1}{U} = 0(\varepsilon), \frac{u_2}{U} = 0(\varepsilon), \frac{u_c}{U} = 0(\varepsilon) \text{ en } \frac{v_c}{U} = 0(\varepsilon)$$

en termen van de orde ε^2 en hoger te verwaarlozen.

Na een aanzienlijk aantal berekeningen vinden we als stuurvergelijking

$$R\dot{\psi} = A_1 \cos \psi + A_2 \sin \psi + A_3 \cos^2 \psi + A_4 \sin^2 \psi + A_5 \sin \psi \cos \psi \quad (5.15)$$

waarin de constanten A_i functies zijn van de overige variabelen. De vergelijkingen (5.9) en (5.10) kunnen in dezelfde vorm gebracht worden als de stuurvergelijking. Dit stelsel vergelijkingen tezamen met de beginconditie kan opgelost worden door ψ_A te kiezen en vervolgens voorwaarts in de tijd te integreren. De breedte van het eindpunt wordt gebruikt om de integratie te beëindigen en de lengte om de afwijking van het eindpunt te vergelijken, wat weer wordt gebruikt om de keuze van ψ_A te verbeteren.

Besluit

Volledigheidshalve geven we nog enkele, bij de Naval Postgraduate School te Monterey, California, verschenen rapporten: Faulkner (1962); Bleick, Faulkner en Haltiner (1967); Haltiner, Bleick en Faulkner (1967); Bleick (1968) en Faulkner (1969). Volgens James (1970) wordt nog geen van alle tot nu toe ontwikkelde rekenprogramma's operationeel gebruikt. Dit in verband met het ontbreken van een goede golfvoorspelling. Tenslotte hopen we, dat we door het schrijven van dit rapport voor een ieder, die geïnteresseerd is in het routeren van schepen, de zaken iets overzichtelijker gemaakt hebben.

Literatuur

- Athans, M. en Falb, P.L. (1966) Optimal control. An introduction to the theory and its application. New York.
- Bleick, W.E. en Faulkner, F.D. (1965) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor., vol. 4, no. 2, pp. 217-221.
- Bleick, W.E., Faulkner, F.D. en Haltiner, G.J. (1967) Single ship routing. TR 73, Naval Postgraduate School, Monterey.
- Bleick, W.E. (1968) A general ship routing program. Naval Postgraduate School, Monterey. Pp. 40.
- Bliss, G.A. (1946) Lectures on the calculus of variations. Chicago.
- Braddock, R.D. (1968) Optimal problems in physical oceanography. Research Papers Horace Lamb Centre, Flinders University of South Australia, no. 19 and 21.
- Courant, R. en Hilbert, D. (1953) Methods of mathematical physics. Vol. 1. New York.
- Dantzig, G.B. (1960) Management science. Vol 6. Baltimore.
- Faulkner, F.D. (1962) Optimum ship routing. Pt. I and II, Research papers Naval Postgraduate School, no. 32 and 33.
- Faulkner, F.D. (1963) Numerical methods for determining optimum ship routes. Journ. Inst. of Navigation, vol. 10, no. 4, pp. 351-367.
- Faulkner, F.D. (1969) A survey of numerical ship routing, Naval Postgraduate School, Monterey. Pp. 12.
- Haltiner, G.J., Hamilton, H.D. en 'Arnason, G. (1962) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor., vol. 1, no. 1, pp. 1-7.

- Haltiner, G.J., Bleick, W.E. en Faulkner, F.D. (1967) Use of long range weather forecasts in ship routing. TR 78, Naval Postgraduate School, Monterey. Pp. 10.
- Hanssen, G.L. en James, R.W. (1960) Optimum ship routing. Journ. Inst. of Navigation, vol. 13, no. 3, pp. 253-272.
- James, R.W. (1957) Application of wave forecasts to marine navigation. Navy Hydrographic Office, SP-1. Pp. 85.
- James, R.W. (1970) The present status of ship routing. In: Interocean 1970. VDI-Verlag, Düsseldorf.
- Marks, W. et al. (1968) An automated system for optimum ship routing. Trans. Soc. of Naval Architects and Marine Engineers, vol. 76, pp. 22-55.
- Meditch, J.S. (1965) An introduction to the Pontryagin maximum principle in modern control systems theory. Ed. by C.T. Leondes. New York.
- Nagle, F.W. (1961) Ship routing by numerical means. Navy Weather Research Facility, Norfolk. Pp.35.
- de Wit, C. (1968) Mathematical treatment of optimal ocean ship routing. Diss. Delft.

TECHNISCHE UNIVERSITEIT
Laboratorium voor
Scheepshydronechanica
Archief
Mekelweg 2, 2628 CD Delft
Tel: 015 - 786873 - Fax: 015 - 781833

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 72-2

S.J. Bijlsma en B.van Rietschote

Over het optimaal routeren van schepen

II. Een vergelijkend onderzoek

De Bilt, 1972

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 72-2 (I)

U.D.C.: 551.509.58

Summary

This report deals with minimal-time ship routing i.e. with determining the least-time track for a ship between two fixed points on earth. A method for this purpose which is used at the K.N.M.I. at this moment is a manual method due to James (1957). By this method the minimal-time track is determined by introducing time fronts analogous to wave fronts in geometrical optics (see section 3). Because this manual method is very time-consuming, it is natural to investigate whether or not it could be replaced by a numerical method at least partly.

This report contains a comparison between the graphical method and a closely related numerical method, in fact already suggested by Nagle (1961) (although intuitively) and Faulkner (1963). This method will be treated in section 2. The coordinate system is given in section 1. Finally the results of the above-mentioned comparison are given in section 4.

<u>Inhoud</u>	<u>pag.</u>
Inleiding	3
1. Het gebruikte coördinatenstelsel	5
2. Het bepalen van de kortste-vaartijd route	10
3. Enige praktische aspecten	14
3.1. De manuele methode	14
3.2. De numerieke methode	18
4. Resultaten van het vergelijkend onderzoek	21
4.1. Inleiding	21
4.2. Resultaten	22
Literatuur	23
Bijlage 1: Het ALGOL-programma	56
Bijlage 2: Golfstroomkaart, polair snelheidsdiagram en golfkaarten	70

Inleiding

Bij het optimaal routeren van schepen houdt men zich bezig met het bepalen van een route voor een schip tussen twee bepaalde plaatsen op aarde, waarlangs aan een bepaald criterium voldaan is. Dit criterium kan b.v. zijn

- a. minimum brandstof gebruik
- b. minimale schade aan lading
- c. kortste-vaartijd.

We beperken ons hier tot het bepalen van de kortste-vaartijd route en veronderstellen daarbij dat de weersituatie en de daarmee samenhangende golfsituatie, voor de duur van de reis bekend zijn. Bovendien nemen we aan dat ook het gedrag van het schip in een gegeven golfveld bekend is, evenals de invloed van eventuele oceaanstromingen. Daar we in dit rapport uitgaan van routes tussen het Engels Kanaal en New York behoeft slechts de stationaire Golfstroom in aanmerking te worden genomen. Hoewel reeds Maury (1855) zich bezighield met het routeren van schepen, door uit weerrapporten van zeevarenden, klimatologisch gemiddeld beste routes te bepalen (waarbij in verband met de zeilscheepvaart uit die tijd speciaal de windrichting een belangrijke rol speelde) kan als begin van het onderzoek naar het bepalen van kortste-vaartijd routes voor schepen toch wel gesteld worden het verschijnen van een publicatie van James (1957). Hierin wordt het gedrag van een schip in een golfveld beschreven door experimenteel gevonden grafieken, die weergeven met welke snelheid een bepaald schip, afhankelijk van de golfrichting, kan varen bij gegeven golfhoogte. Vervolgens wordt door het invoeren van tijdfronten analoog aan het invoeren van golffronten in de geometrische optica om de voortplanting van het licht te beschrijven, een methode gevonden om de kortste-vaartijd route te bepalen. Hierop zullen we later terugkomen (zie hoofdstuk 3). Methoden die gebruik maken van een netwerk tussen begin- en eindpunt worden gevonden in Nagle (1961) en Braddock (1968). Toepassingen van de variatierekening vinden we in Haltiner, Hamilton en Arnason (1962), Faulkner (1963) en Bleick en Faulkner (1965). Met de twee laatsten qua uitgangspunt nauw verwant is een toepassing van de theorie van optimaal geregelde processen door Marks et al. (1968). Voor een beschrijving van deze methoden wordt men verwezen naar Bijlsma en v. Rietschote (1971). In dit rapport worden de resultaten van de grafische methode van James (1957), die momenteel gebruikt wordt op het K.N.M.I., voor een aantal routes vergeleken, met resultaten, afkomstig van een hiermee zeer nauw verwante numerieke methode, die in feite reeds is gesuggereerd door Nagle (1961) (weliswaar intuïtief) en Faulkner (1963) (zie hoofdstuk 2).

Een rekenprogramma, gebaseerd op een dergelijke methode en geconstrueerd door de Wit (1968) is ons uitgangspunt geweest. Er moesten in dit programma evenwel essentiële veranderingen worden aangebracht om aan alle moeilijkheden, die optraden bij het draaien met bestaande golfsituaties, het hoofd te kunnen bieden en om de resultaten ervan op verantwoorde wijze te kunnen vergelijken met die van de manuele methode. Ter vereenvoudiging van de berekeningen wordt het te bevaren gebied door middel van de stereografische projectie afgebeeld in een plat vlak, waarin de positie van het schip d.m.v. rechthoekige coördinaten x en y wordt weergegeven (hoofdstuk 1). Enige praktische problemen, die samenhangen met het gedrag van een schip in een golfveld worden beschreven in het derde hoofdstuk.

De resultaten van het vergelijkend onderzoek worden tenslotte besproken in hoofdstuk 4.

1. Het gebruikte coördinatenstelsel

Ter vereenvoudiging van de berekeningen en bovendien om aansluiting te verkrijgen bij het meteorologische net, beelden we het te bevaren gebied d.m.v. de stereografische projectie af in een plat vlak. We zullen deze projectie hier in het kort bespreken. Het voor ons van belang zijnde gebied bestaat uit het noordelijk gedeelte van de Atlantische Oceaan. De stereografische projectie beeldt het oppervlak van de aarde af in een plat vlak (projectievlak) rakend aan het aardoppervlak in een punt S door aan elk punt P van het aardoppervlak als projectie toe te voegen het snijpunt van de lijn door P en S' , het tegenpunt van S , met het projectievlak. Als projectievlak kan men in principe ieder vlak evenwijdig aan het raakvlak kiezen. Al naar gelang S' samenvalt met een pool of op de equator ligt spreekt men van een polair of equatoriaal stereografische projectie. In het geval dat hier wordt behandeld is er sprake van een polair stereografische projectie (met de zuidpool als projectiecentrum). Het projectievlak gaat in dit geval door de breedtecirkel van 60 graden N.B. (zie fig. 1).

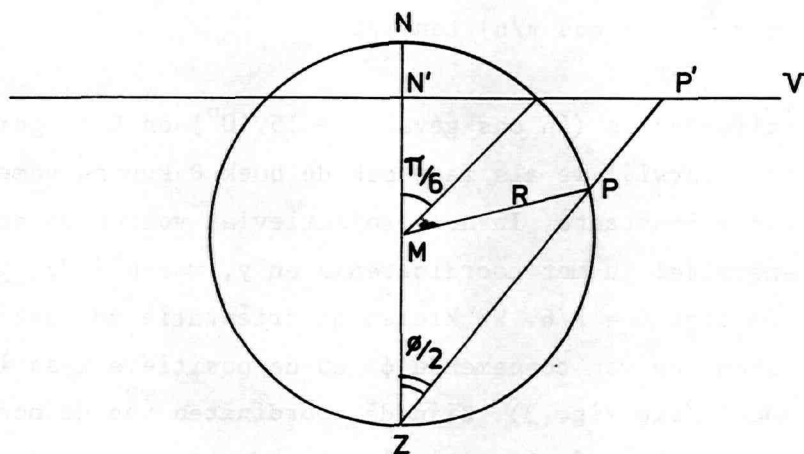


fig. 1. Het projectievlak V staat loodrecht op het vlak van tekening.

In plaats van geografische coördinaten zullen we hier bolcoördinaten θ (positief gerekend vanaf de nulmeridiaan in de richting van westerlengte) en ϕ gebruiken om posities op aarde weer te geven (zie fig. 2).

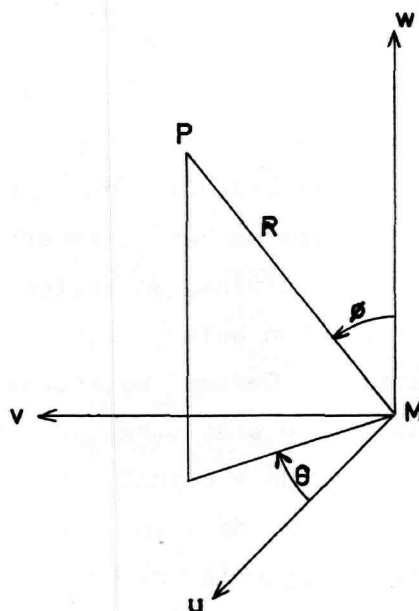


fig. 2. Rechthoekige coördinaten u, v, w en bolcoördinaten R, θ, ϕ .
De noordpool ligt op de w -as.

De projectie van een punt met coördinaten (θ, ϕ) kan worden vastgelegd door z'n poolcoördinaten t.o.v. de geprojecteerde noordpool, als oorsprong, te geven. Als modulus vinden we

$$r = \frac{R}{s} (1 + \cos \pi/6) \tan \phi/2$$

waarin s een schaalfactor is (in ons geval $s = 15 \cdot 10^6$) en R de gemiddelde straal van de aarde, terwijl we als fasehoek de hoek θ kunnen nemen, eventueel met een additieve constante. In het projectievlak voeren we nu een rechthoekig coördinatenstelsel in met coördinaten x en y , waarbij de y -as evenwijdig loopt aan de lijn $\theta = \pi/6$. We kiezen de oriëntatie zo, dat de positieve y -as loopt in de richting van toenemende ϕ en de positieve x -as in de richting van toenemende θ (zie fig. 3). Zijn de coördinaten van de noordpool in het door ons ingevoerde coördinatenstelsel gelijk aan x_n en y_n dan kan de transformatie geschreven worden als

$$\begin{aligned} x &= x_n + r \sin (\theta - \pi/6) \\ y &= y_n + r \cos (\theta - \pi/6) \end{aligned} \tag{1.1}$$

met de inverse transformatie

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \left(\frac{x-x_n}{y-y_n} \right) + \pi/6 \\ \phi &= 2 \arctan \left(a_0 \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2} \right) \end{aligned}$$

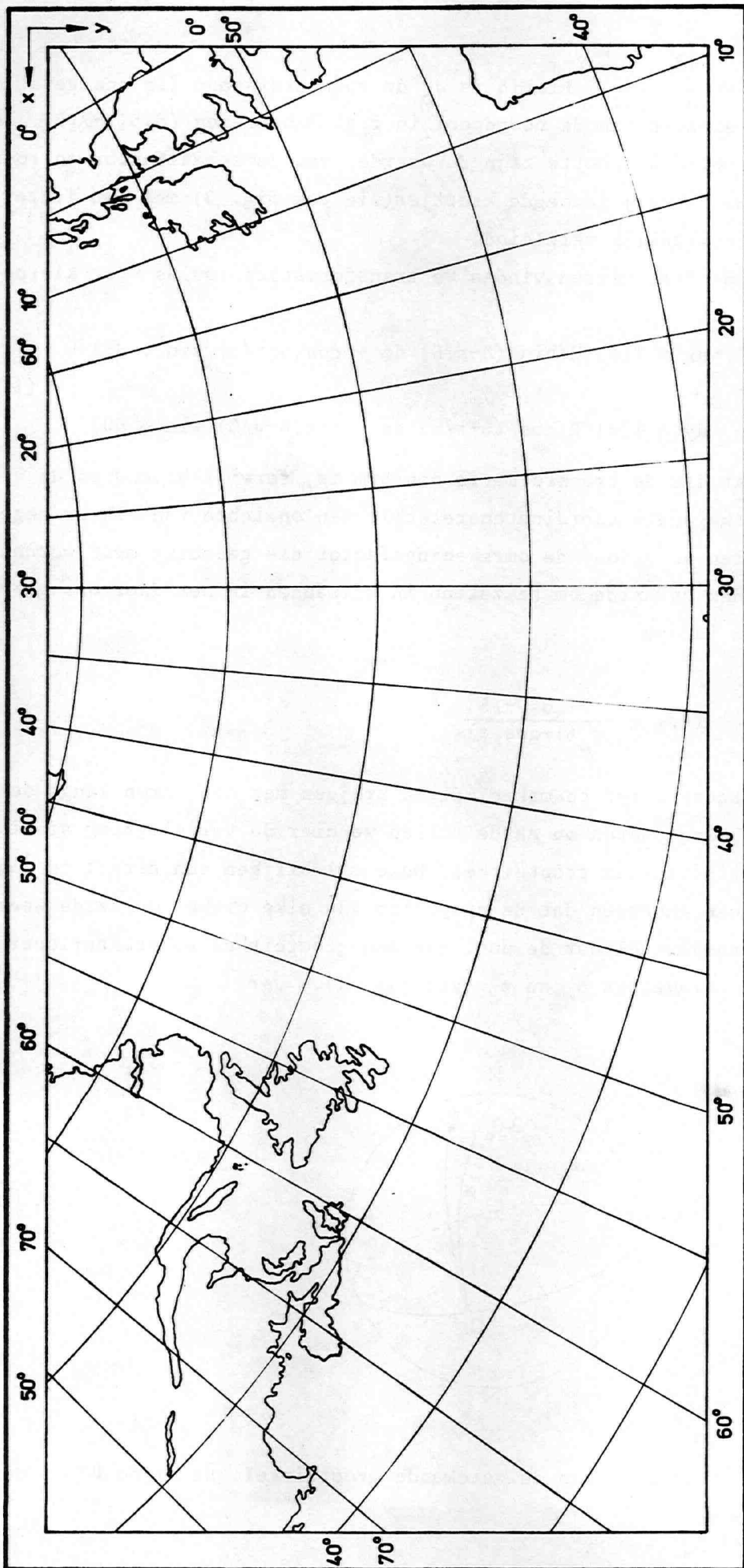


FIG. 3

waarin $a_0 = \frac{sd_0}{R(1+\cos \pi/6)}$. Hierin is d_0 de roosterafstand (in ons geval $d_0 = 2.12$). De coördinaten van de noordpool in fig. 3 bedragen (8.5, -7.5). In verband met de bladzigrootte zijn de waarden van de schaalfactor en roosterafstand van de hierbij gevoegde kaartjes (zie ook fig. 3) met een factor $\frac{13.97}{21.2}$ vergroot respectievelijk verkleind.

Door (1.1) te differentiëren vinden we transformatieformules voor kleine afstanden

$$dx = T(\phi) R(\sin(\theta - \pi/6) d\phi + \cos(\theta - \pi/6) \sin \phi d\theta) \quad (1.2)$$

$$dy = T(\phi) R(\cos(\theta - \pi/6) d\phi - \sin(\theta - \pi/6) \sin \phi d\theta)$$

Uit (1.2) volgt dat de transformatie conform is, terwijl bovendien de draaiing van de orthogonale coördinatenstelsels ten opzichte van elkaar gegeven wordt. Bovendien volgt dat de omrekeningsfactor die gebruikt moet worden om kleine afstanden op aarde om te zetten in afstanden in het door ons gebruikte rooster gelijk is aan

$$T(\phi) = \frac{1 + \cos \pi/6}{sd_0(1 + \cos \phi)}$$

Daar we in hetgeen volgt te maken zullen krijgen met het varen langs de grootcirkel tussen twee punten op aarde zullen we hier de vergelijking afleiden van de projectie van een grootcirkel. Deze zal blijken een cirkel te zijn. Men kan algemeen aantonen dat de projectie van elke cirkel op aarde weer een cirkel is. Veronderstel dat de pool van een grootcirkel gekarakteriseerd wordt door de parameters θ_0 en ϕ_0 (zie fig. 4).

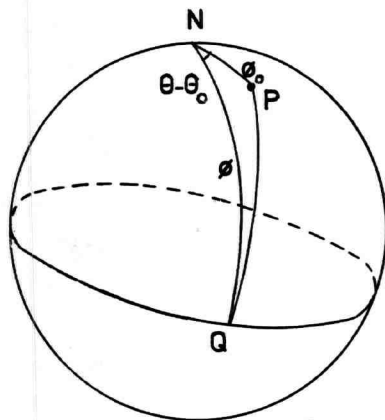


fig. 4. P is de pool van de getekende grootcirkel. De zijde PQ is dus recht.

Een punt op de grootcirkel wordt nu gekarakteriseerd door ϕ en $\theta - \theta_0$. In de rechtzijdige boldriehoek NPQ geldt nu

$$\cos(\theta - \theta_0) = -(\tan \phi \tan \phi_0)^{-1} \quad (1.3)$$

waarmee de vergelijking van de grootcirkel gevonden is. De parameters θ_0 en ϕ_0 worden bepaald door de bolcoördinaten van de twee bovengenoemde punten van de grootcirkel in (1.3) te substitueren. Combinatie van (1.1) en (1.3) geeft de vergelijking van de geprojecteerde grootcirkel.

Uit (1.1) volgt

$$\begin{aligned} \tan \phi/2 &= a_0 \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2} \\ \cos(\theta - \theta_0) &= \frac{(x-x_n) \sin(\theta_0 - \pi/6) + (y-y_n) \cos(\theta_0 - \pi/6)}{\sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}} \end{aligned}$$

Substitutie in (1.3) geeft, daar $\tan \phi = \frac{2 \tan \phi/2}{1 - (\tan \phi/2)^2}$, na enig herschrijven als vergelijking van de geprojecteerde grootcirkel

$$(x-x_m)^2 + (y-y_m)^2 = r_0^2$$

met $x_m = x_n + r_0 \sin \phi_0 \sin(\theta_0 - \pi/6)$, $y_m = y_n + r_0 \sin \phi_0 \cos(\theta_0 - \pi/6)$

en $r_0 = (a_0 \cos \phi_0)^{-1}$

waarmee de coördinaten van het middelpunt (x_m, y_m) en de straal r_0 van de geprojecteerde grootcirkel in roostereenheden gevonden zijn.

2. Het bepalen van de kortste-vaartijd route

Bij het bespreken van de methode zullen we Bleick en Faulkner (1965) volgen. Zij geven een rechthoekig coördinatenstelsel, waarin de positie van het schip aangegeven wordt door de coördinaten x en y . Is bovendien in elk punt de tijdafhankelijke snelheid van het schip gegeven door

$$v = v(x, y, p, t)$$

waarin $p = p(t)$ de hoek met de positieve x -as voorstelt, dan luiden de bewegingsvergelijkingen

$$\phi_1 = \dot{x} - v(x, y, p, t) \cos p = 0 \quad (2.1)$$

$$\phi_2 = \dot{y} - v(x, y, p, t) \sin p = 0 \quad (2.2)$$

waar de punt de differentiatie naar de tijd aangeeft.

Het minimaliseren van de vaartijd kan nu opgevat worden als een Lagrange-variatieprobleem, door de te minimaliseren integraal te schrijven als

$$I = \int_0^T (1 + \lambda \phi_1 + \mu \phi_2) dt \quad (2.3)$$

waarin $\lambda(t)$ en $\mu(t)$ Lagrange multiplicatoren zijn. Zie hierover Courant en Hilbert (1953, p. 222). Het probleem is dus nu de stuurfunctie $p = p(t)$ in elk punt zo te kiezen dat de vaartijd van vast beginpunt A (op $t=0$) naar vast eindpunt B (op $t=T$) minimaal is. Wordt de vaartijd met δT gevarieerd dan vinden we als eerste variatie van (2.3)

$$\delta I = \delta T + \left[\lambda \delta x + \mu \delta y \right]_0^T - \int_0^T (\phi_3 \delta x + \phi_4 \delta y + \phi_5 \delta p) dt \quad (2.4)$$

Noodzakelijke voorwaarden voor een extremaal vinden we uit het nulstellen van de coëfficiënten van δx , δy en δp . Dit geeft de geadfungeerde vergelijkingen

$$\phi_3 = \dot{\lambda} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) v_x = 0 \quad (2.5)$$

$$\phi_4 = \dot{\mu} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) v_y = 0 \quad (2.6)$$

waar de index partiële differentiatie naar de desbetreffende variabele aanduidt, tezamen met

$$\phi_5 = \vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p = 0 \quad (2.7)$$

waar $\vec{\lambda} = (\lambda, \mu)$ en $\vec{v}_p = (v_p \cos p - v \sin p, v_p \sin p + v \cos p)$.

De variaties van de vaartijd en de plaatscoördinaten in het vaste eindpunt zijn niet onafhankelijk. Er geldt namelijk

$$x(T+\delta T) + \delta x(T+\delta T) = x(T)$$

$$y(T+\delta T) + \delta y(T+\delta T) = y(T)$$

waaruit volgt

$$\dot{x}(T)\delta T + \delta x(T) = 0$$

$$\dot{y}(T)\delta T + \delta y(T) = 0$$

zodat, daar $\delta x(0) = \delta y(0) = 0$, m.b.v. (2.1) en (2.2) volgt

$$\vec{\lambda} \cdot \vec{v} = 1 \quad (2.8)$$

Uit (2.8) blijkt dat de hoek tussen $\vec{\lambda}$ en \vec{v} scherp is. We keren weer terug naar (2.4) en beschouwen twee naburige extremalen $(x(t), y(t))$ en $(x(t) + \delta x(t), y(t) + \delta y(t))$. De minimum vaartijd langs de eerste extremaal, die door het vaste eindpunt gaat bedraagt T . Veronderstellen we nu dat de vaartijd langs de tweede extremaal, die niet door het vaste eindpunt gaat eveneens T bedraagt dan volgt uit (2.4) dat de variaties van de plaatscoördinaten in het vaste eindpunt, daar $\delta T=0$, moeten voldoen aan

$$\lambda \delta x(T) + \mu \delta y(T) = 0 \quad (2.9)$$

Substitutie van (2.9) in (2.7) geeft

$$(v_p \cos p - v \sin p) \delta y(T) - (v_p \sin p + v \cos p) \delta x(T) = 0 \quad (2.10)$$

We zullen nu iets dieper ingaan op de meetkundige aspecten van het voorgaande. Voor de eenvoudigheid veronderstellen we dat we hier te maken hebben met elkaar niet snijdende extremalen. Indien we nu een familie van deze niet snijdende extremalen hebben, allemaal afkomstig vanuit één punt, dan zal de richting van de kromme door de verschillende punten, één op iedere extremaal, die met dezelfde vaartijd corresponderen, in ieder punt gegeven zijn door (2.10).

Deze richting wordt de transversaalrichting genoemd. Een kromme S die alle extremalen van een familie transversaal snijdt heet een transversaal van deze familie. Men noemt deze transversalen S ook wel tijdfronten. Er gelden enige belangrijke eigenschappen voor deze tijdfronten. Allereerst kunnen alle punten, die er op of links ervan liggen (zie fig. 5) op het met dit tijdfront corresponderende tijdstip bereikt worden, terwijl rechts ervan geen punten met deze eigenschap liggen. De punten op S kunnen uiteraard alleen langs extremalen bereikt worden. Vergelijkingen (2.7) en (2.9) stellen ons in staat om op een eenvoudige manier, slechts door het construeren van tijdfronten, een kortste-vaartijd route te bepalen. De relatie tussen tijdfront S , de normaal op het tijdfront $\vec{\lambda}$ en de snelheid \vec{v} is zoals aangegeven in fig. 5.

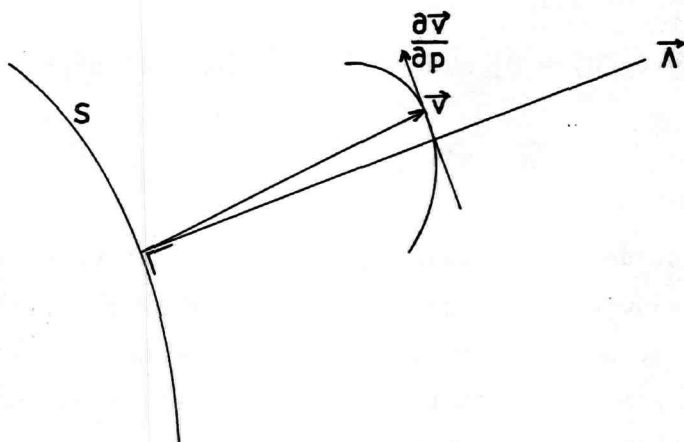


fig. 5. Relatie tussen tijdfront S , normaal $\vec{\lambda}$ en optimale vaarrichting \vec{v} .

Uitgaande van een startwaarde $\alpha = \arctan \left(\frac{\mu(0)}{\lambda(0)} \right)$ wordt m.b.v. (2.7) een optimale vaarrichting $p(0)$ bepaald en een in deze vaarrichting na een tijdsinterval Δt bereikbaar punt. Door deze startwaarde te variëren wordt na een tijdsinterval Δt een eerste tijdfront gevonden. In de punten van dit tijdfront wordt de normaalrichting bepaald en m.b.v. de constructie van fig. 5 de punten van een volgend tijdfront. Aldus voortgaande vinden we een laatste tijdfront dat het eindpunt gepasseerd is. We bepalen nu op het, op één na laatste tijdfront een punt dat het dichtst bij het eindpunt ligt en gaan na van welk punt op het tijdfront ervóór dit afkomstig is. Door deze handelwijze te herhalen tot we op het eerste tijdfront zijn aangekomen en de gevonden punten door een kromme te verbinden, wordt de kortste-vaartijd route bepaald. De formulering van het probleem d.m.v. vergelijkingen (2.1), (2.2), (2.5), (2.6), (2.7) en (2.8) (samengevat in fig. 5) is in dit geval analoog aan de

formulering van Pontryagin's Maximum Principe uit de theorie van optimaal geregelde processen (zie Bijlsma en v. Rietschote (1971)). Tot dusver hebben we verondersteld te maken te hebben met elkaar niet snijdende extremalen. Dit zal nu in het algemeen niet het geval zijn. De praktische problemen, die samenhangen met het voorkomen van deze elkaar snijdende extremalen, zullen in het volgende hoofdstuk beschouwd worden.

3. Enige praktische aspecten

3.1. De manuele methode

In het vorige hoofdstuk is verondersteld dat de sloopssnelheid een bekende functie was van de plaatscoördinaten, van de richting t.o.v. de positieve x-as en van de tijd. Daar er over het gedrag van een schip in een gegeven golfveld nog weinig bekend is, zal men moeten volstaan dit gedrag empirisch te beschrijven. Een eerste poging daartoe is gedaan door James (1957). Deze introduceerde empirisch geconstrueerde grafieken, die de sloopssnelheid gaven als functie van de golfhoogte, afhankelijk van de richting van de golven, onderverdeeld in mee-, tegen- en dwarsgolven (zie fig. 6 en fig. 7).

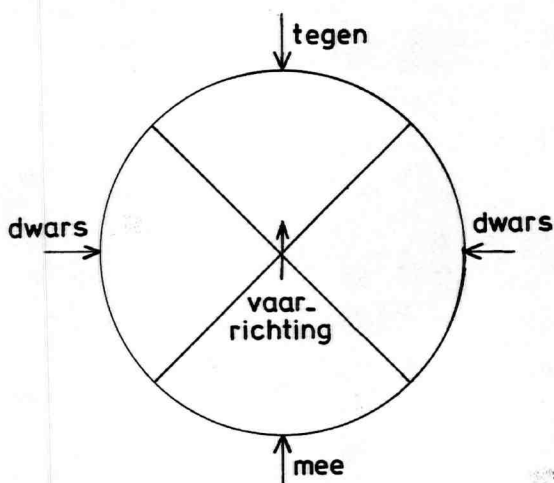


fig. 6. De golven worden afhankelijk van de vaarrichting onderverdeeld in mee-, tegen- en dwarsgolven. Het hoekbereik wordt weergegeven door de desbetreffende cirkelsector.

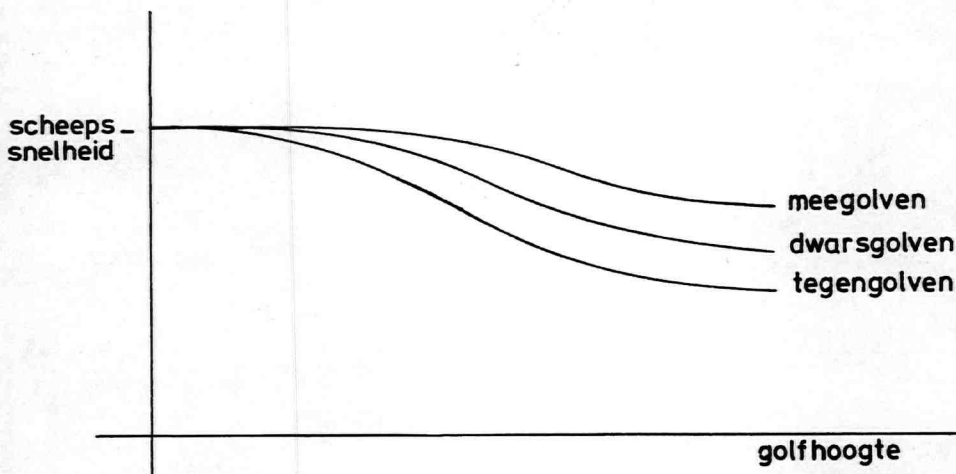


fig. 7.

Het is natuurlijk mogelijk om deze hoekverdeling te verfijnen zoals op het K.N.M.I. gebeurt door bovendien achterlijker dan dwarsgolven en voorlijker dan dwarsgolven toe te laten. Met behulp van deze gegevens wordt nu de kortste-vaartijd route geconstrueerd door het invoeren van tijdfronten. Dit gebeurt op de volgende manier. Uitgaande van het vertrekpunt op tijdstip $t=0$ worden een aantal richtingen uitgezet, b.v. min of meer symmetrisch t.o.v. een klimatologisch gemiddelde beste route. Vervolgens wordt uit de golfsituatie ter plaatse m.b.v. fig. 7 geschat, welke afstanden gedurende een tijdsinterval Δt in deze richtingen kunnen worden afgelegd en een eerste tijdfront wordt geconstrueerd door de gevonden punten door een gladde lijn te verbinden. In de punten van het eerste tijdfront worden nu de normaalrichtingen geconstrueerd en wordt, wederom met gebruikmaking van de golfsituatie ter plaatse en fig. 7, bepaald welke afstanden in deze richtingen kunnen worden afgelegd, gedurende een tijdsinterval Δt . Gezien de resultaten van hoofdstuk 2 en gegeven fig. 7 is het duidelijk dat dit niet de juiste methode is om tijdfronten te construeren. Is een laatste tijdfront gevonden dat het eindpunt gepasseerd is, dan wordt met het eindpunt als middelpunt een cirkel geconstrueerd die aan het op één na laatste tijdfront raakt. Met het raakpunt als middelpunt wordt weer een cirkel geconstrueerd, die aan het tijdfront daarvoor raakt. Deze handeling wordt tot op het eerste tijdfront herhaald. De raakpunten bepalen de kortste-vaartijd route. Het tijdsinterval Δt waarover men de golfsituatie stationair veronderstelt, wordt uiteraard bepaald door de tijdsduur tussen opeenvolgende golfgegevens. Op het K.N.M.I. wordt om de 12 uur een nieuwe golfkaart verstrekt. M.b.v. van geschatte snelheden in verschillende richtingen zoals gegeven in fig. 7 kan men een polair snelheidsdiagram samenstellen. Voorbeelden hiervan die gebruikt zijn bij de manuele methode in dit rapport worden gegeven in fig. 8 en fig. 9.

Als polair snelheidsdiagram voor het rekenprogramma is in navolging van Bleick en Faulkner (1965) gekozen voor een ellips, zoals aangegeven in fig. 10, waar de lijnstukken v_t , v_d en v_m de snelheden van het schip representeren in geval van tegen-, dwars- en meegolven. Het is duidelijk dat de optimale vaarrichting \vec{v} , bij een gegeven richting $\vec{\Lambda}$, bepaald wordt door de constructie van fig. 10, analoog aan fig. 5 uit hoofdstuk 2.

AFVALGRAFIEK PROEF EVALUATIES
DIENSTVAART 21 KTS

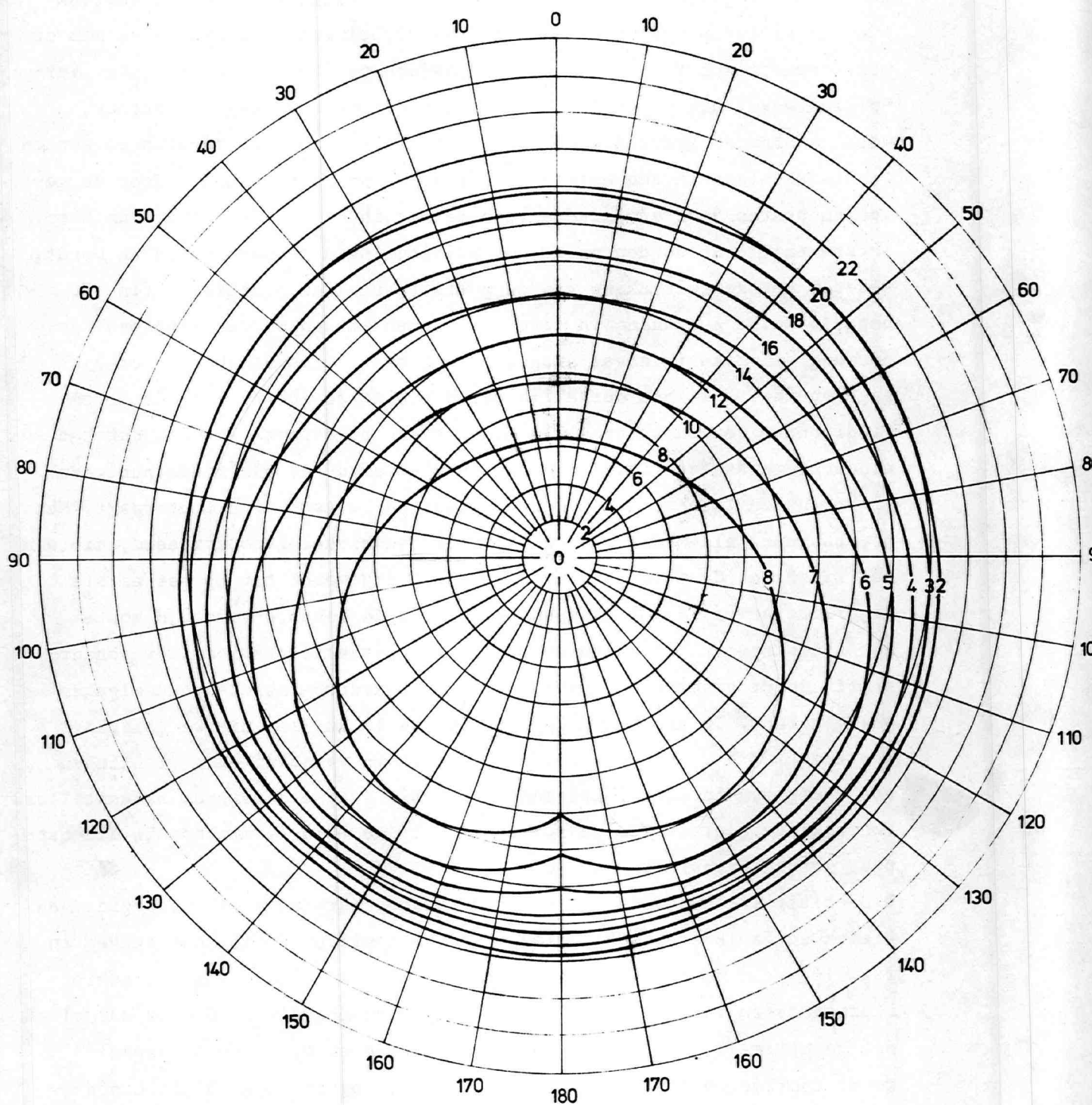
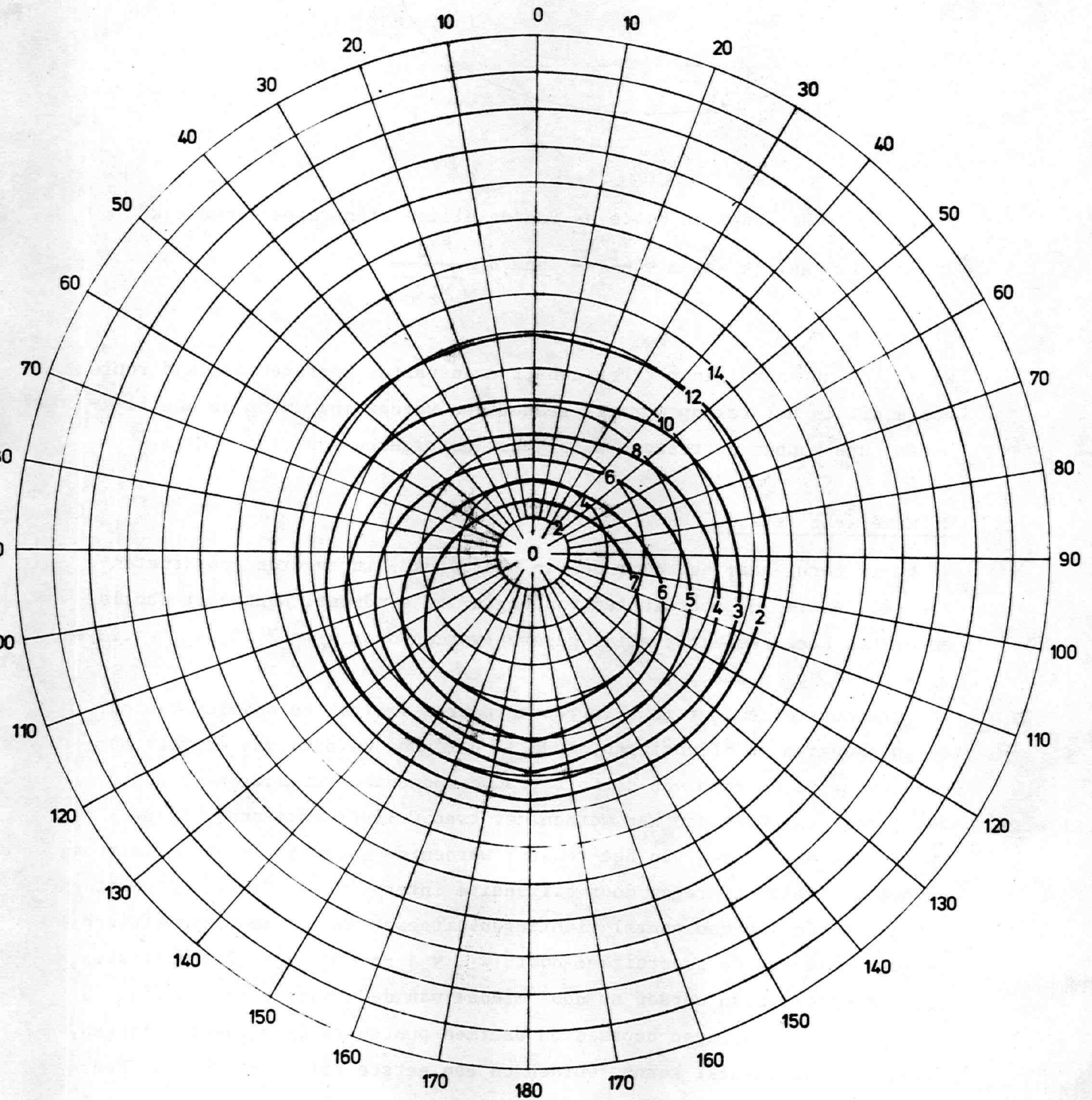


fig. 8

Afhankelijk v.d. golfhoogte (2 t/m 8m) wordt de scheepssnelheid in knopen gegeven als functie van de hoek tussen vaar- en golfrichting. Indien de golfhoogte meer dan 8m bedraagt wordt aangenomen dat het schip 20 mijl in 12 uur aflegt.

AFVALGRAFIEK PROEF EVALUATIES
DIENSTVAART 13 KTS



9 In dit geval veronderstellen we dat het schip 20 mijl in 12 uur aflegt, indien de golfhoogte meer dan 7 m bedraagt.

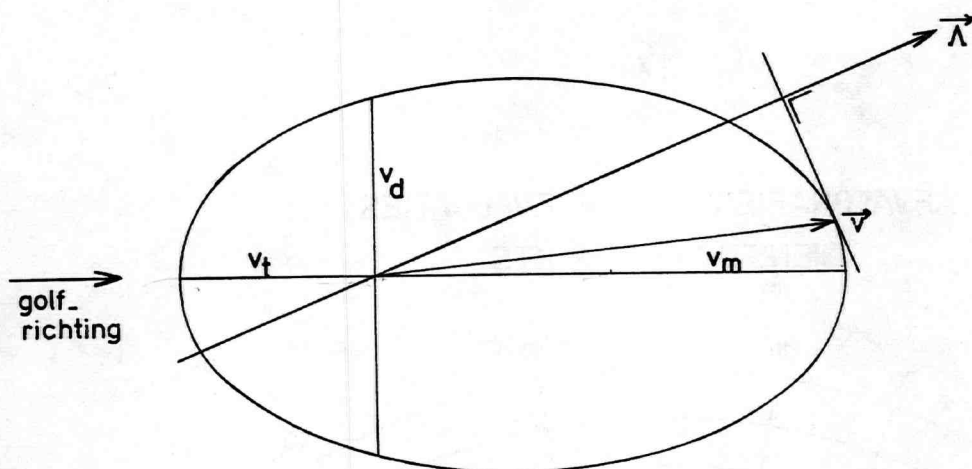


fig. 10 De lange en korte as van de ellips zijn respectievelijk gelijk aan $a = \frac{v_t + v_m}{2}$ en $b = \frac{av_d}{\sqrt{v_t v_m}}$

We zullen nu vervolgen met het construeren van de kortste-vaartijd route zoals dit in het rekenprogramma gebeurt en verder ingaan op de moeilijkheden, die kunnen optreden o.a. bij het corrigeren van tijdfronten.

3.2. De numerieke methode

We keren terug naar het door ons in hoofdstuk 1 ingevoerde coördinatenstelsel, waarin de coördinaten van begin- en eindpunt, Nantucket Shoals en Bishop Rock respectievelijk gegeven worden door $x_0 = 2.03$, $y_0 = 4.03$ en $x_B = 18.46$, $y_B = 4.8$.

We veronderstellen dat in alle roosterpunten van het te bevaren gebied de golfhoogten en -richtingen om de 12 uur voor de duur van de reis bekend zijn. De waarden van de Golfstroomcomponenten veranderen weinig, zodat per jaar volstaan kan worden met twee Golfstroomkaarten. In de tussenliggende punten van het rooster worden de waarden van de Golfstroom en het golfveld verkregen door bilineaire interpolatie. Vanuit het punt (x_0, y_0) worden nu een aantal richtingen uitgezet min of meer symmetrisch ten opzichte van de grootcirkel door (x_0, y_0) en (x_B, y_B) . Ten opzichte van deze richtingen worden nu door middel van de constructie van fig. 10 optimale vaarrichtingen bepaald en daarmee punten in deze vaarrichtingen, die na 12 uur bereikt kunnen worden en een eerste tijdfront vormen. Een tweede tijdfront wordt geconstrueerd door de normaalrichting in de punten van het eerste tijdfront te bepalen en daarmee wederom m.b.v. fig. 10 de optimale vaarrichtingen. De kortste-vaartijd route wordt gecon-

Een gevolg hiervan is dat we een laatste tijdfront overhouden, waarop punten liggen die alleen langs elkaar niet snijdende extremalen bereikt kunnen worden. De enige conclusie die we dus kunnen verbinden aan een gevonden kortste-vaartijd route is, dat deze optimaal is in vergelijking met de eerdergenoemde, elkaar niet snijdende extremalen. Het is duidelijk dat door bovenstaande procedures, punten met een gelijke index op opeenvolgende tijdfronten niet noodzakelijk met elkaar corresponderen. Door nu bij de index van een punt te onthouden hoeveel punten ervóór zijn verwijderd of zijn toegevoegd, kan men toch bij het terugzoeken de met elkaar corresponderende punten d.w.z. de kortste-vaartijd route terugvinden. Afstanden afgelegd langs de grootcirkel worden berekend door corresponderende afstanden langs de raaklijn aan de grootcirkel uit te rekenen en deze om te cirkelen tot op de grootcirkel. Een ander punt is het volgende. Om in het geval dat hier behandeld wordt een koers te kunnen volgen om New Foundland heen en vervolgens dicht langs de kust, wat in bepaalde situaties zeker optimaal zal zijn, worden zo gauw Cape Race gepasseerd is (dit is het meest zuidelijke punt van New Foundland) aan de bovenzijde van het tijdfront een aantal richtingen toegevoegd, ten opzichte waarvan weer de optimale vaarrichtingen worden bepaald. De extremalen die m.b.v. deze toegevoegde richtingen worden geconstrueerd, worden subextremalen genoemd. Bovenstaande constructie kan ook worden toegepast aan de boven- of onderzijde van een tijdfront, indien de normaal daar een richting heeft, die geen garantie biedt voor het bestrijken van een voldoende groot gebied door het desbetreffende tijdfront. Het spreekt vanzelf dat punten van een tijdfront, die op land terecht komen verwijderd worden. Omdat de waarden $d_1 = 12 \times v_m$, $d_2 = 12 \times v_d$ en $d_3 = 12 \times v_t$, die in plaats van v_m , v_d en v_t in het rekenprogramma worden ingelezen, gegeven worden in zeemijlen, evenals de 12-uurlijkse verplaatsingen ten gevolge van de Golfstroom (zie bijlage 2), moeten deze, na eerst in cm te zijn omgezet, met de in hoofdstuk 1 berekende factor $T(\phi)$ vermenigvuldigd worden om er mee te kunnen werken in het door ons ingevoerde coördinatenstelsel. Het ALGOL-programma wordt als bijlage 1 toegevoegd.

4. Resultaten van het vergelijkend onderzoek

4.1. Inleiding

We komen nu toe aan de bespreking van de resultaten van dit vergelijkend onderzoek. Met betrekking tot de routes die met behulp van de manuele methode bepaald zijn merken we in verband met de polaire snelheidsdiagrammen, zoals vermeld in fig. 8 en fig. 9, het volgende op. Daar men niet meer de beschikking had over de bij de gevaren routes behorende snelheidsdiagrammen, zijn deze diagrammen achteraf bepaald. Slechts de routes van het snelle schip, beginnende op 17-1-1970, 18-1-1970, 19-1-1970, 20-1-1970 en 21-1-1970 zijn met dit achteraf bepaalde snelheidsdiagram opnieuw geconstrueerd. Omdat de exacte vorm van het polair snelheidsdiagram behorend bij een bepaald schip nog niet voldoende bekend is, zijn deze snelheidsdiagrammen in het programma voor de eenvoudigheid benaderd door een ellips, zoals reeds vermeld in hoofdstuk 3. Dit onderzoek moet derhalve dan ook gezien worden in de eerste plaats als een goede test voor het programma en in de tweede plaats als een globale vergelijking van de routes, verkregen op de grafische en de numerieke manier, waarbij we natuurlijk niet mogen eisen dat deze routes exact overeenkomen, maar wel dat ze een sterke overeenkomst vertonen. In dat opzicht is dit vergelijkend onderzoek geslaagd, zeker wanneer men bedenkt, dat het hier geselecteerde moeilijke gevallen betreft. Om anderen in staat te stellen, eventueel op een andere manier, met dezelfde gegevens, deze routeberekeningen uit te voeren, worden de gebruikte Golfstroomkaart en golfkaarten, die in de roosterpunten zijn gegeven, toegevoegd. Het construeren van deze kaarten (en van alle manuele evaluaties) is verricht door de medewerkers van het bureau Routing van het K.N.M.I. Over de presentatie van de resultaten nog het volgende. Het kaartje dat getoond wordt is een machinaal product d.w.z. wordt geheel geplot. Voor de duidelijkheid worden ook de tijdfrenten hierin aangegeven. De m.b.v. de manuele methode gevonden route wordt aangeduid door de kruisjes en de grootcirkel route door de gestippelde kromme, waarbij deze grootcirkel route, in navolging van bureau Routing, bestaat uit een stuk van de grootcirkel door beginpunt Nantucket Shoals en Cape Race en vandaar naar het eindpunt uit de gebroken lijn, in verband met ondiepten ten noorden van Sable Island. Bovendien worden de routes ook nog in getalwaarde gegeven in de met de kaartjes corresponderende ta-

bellen, waar de uitkomsten van de numerieke resp. manuele methode worden aangegeven door (C) en (H), terwijl L resp. B staat voor geografische lengte en breedte.

4.2. Resultaten

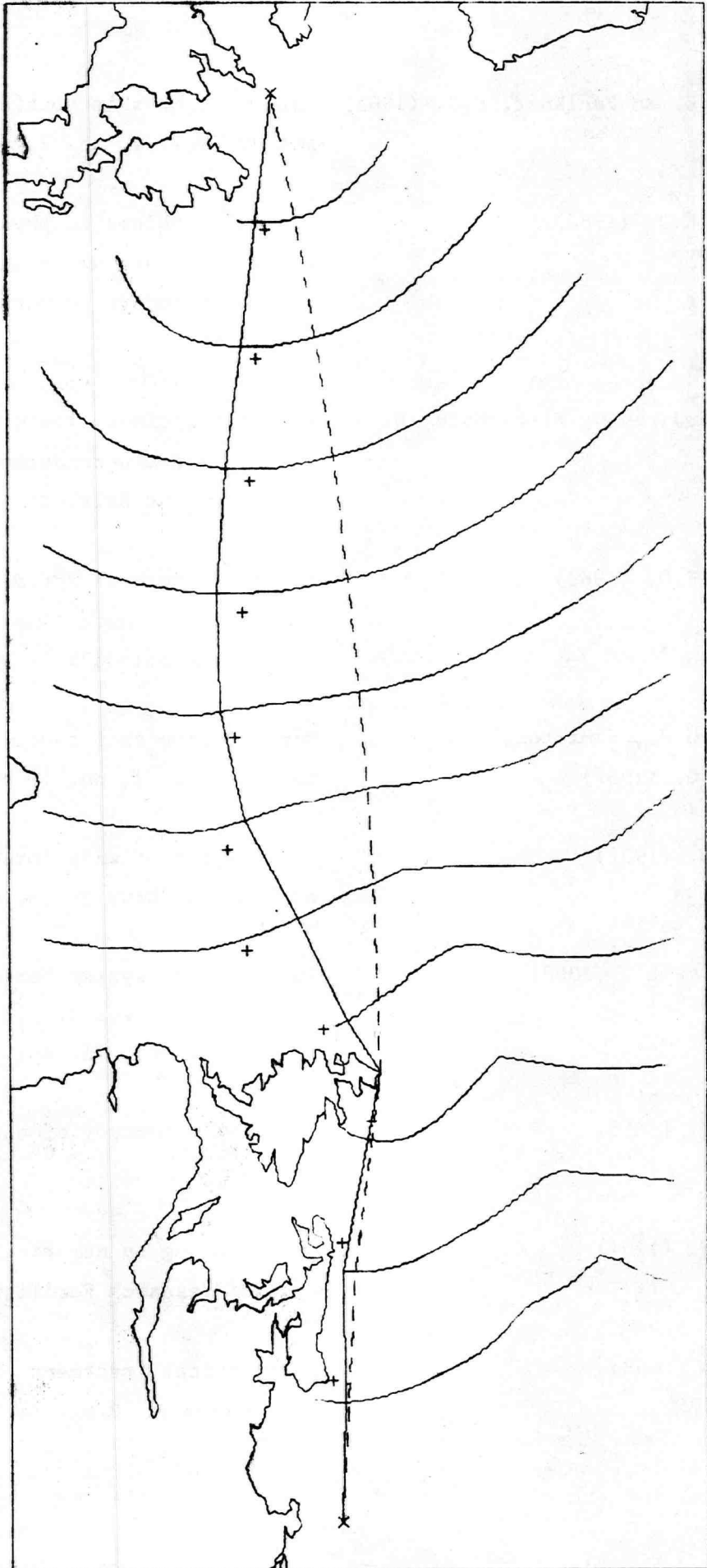
Mogelijk optredende verschillen in de routes, respectievelijk geconstrueerd volgens manuele en numerieke methode, kunnen o.a. aan de volgende oorzaken te wijten zijn.

1. De onjuiste constructie van tijdfrenten volgens de manuele methode (zie hoofdstuk 3).
2. Het gebruik van verschillende polaire snelheidsdiagrammen bij de constructie van routes 6 t/m 16 (zie eveneens hoofdstuk 3).

De onder 1 en 2 genoemde oorzaken kunnen aanzienlijke afwijkingen van de route geven, zoals bv. in route 6. Hier was de numerieke methode gedurende de eerste 2 à 3 dagen zo veel sneller, dat bij de constructie van de tijdfrenten, een naar het noorden bewegende depressie, gepaard gaande met een golfveld van 9 m, gemist werd (zie bijgaande golfkaarten).

Literatuur

- Bleick, W.E. en Faulkner, F.D. (1965) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor. Vol. 4, no. 2, pp. 217-221.
- Braddock, R.D. (1968) Optimal problems in physical oceanography. Research papers no 19 and 21, Horace Lamb Centre, Flinders University of South Australia.
- Bijlsma, S.J. en v. Rietschote, B. (1971) Over het optimaal routeren van schepen. I. Een literatuuronderzoek. K.N.M.I. W.R. 72-1. De Bilt.
- Faulkner, F.D. (1963) Numerical methods for determining optimum ship routes. Journ. Inst. Nav. Vol. 10, no. 4, pp. 351-367.
- Haltiner, G.J., Hamilton, H.D. en 'Arnason, G. (1962) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor. Vol. 1, no. 1, pp. 1-7.
- James, R.W. (1957) Application of wave forecasts to marine navigation. Navy Hydro. Off. SP-1. Pp. 85.
- Marks, W. et al. (1968) An automated system for optimum ship routing. Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers. Vol. 76, pp. 22-55.
- Maury, M.F. (1855) Physical geography of the sea. New York. Pp. 274.
- Nagle, F.W. (1961) Ship routing by numerical means. Navy weather research Facility, Norfolk. Pp. 35.
- De Wit, C. (1968) Mathematical treatment of optimal ocean ship routeing. Diss. Delft.

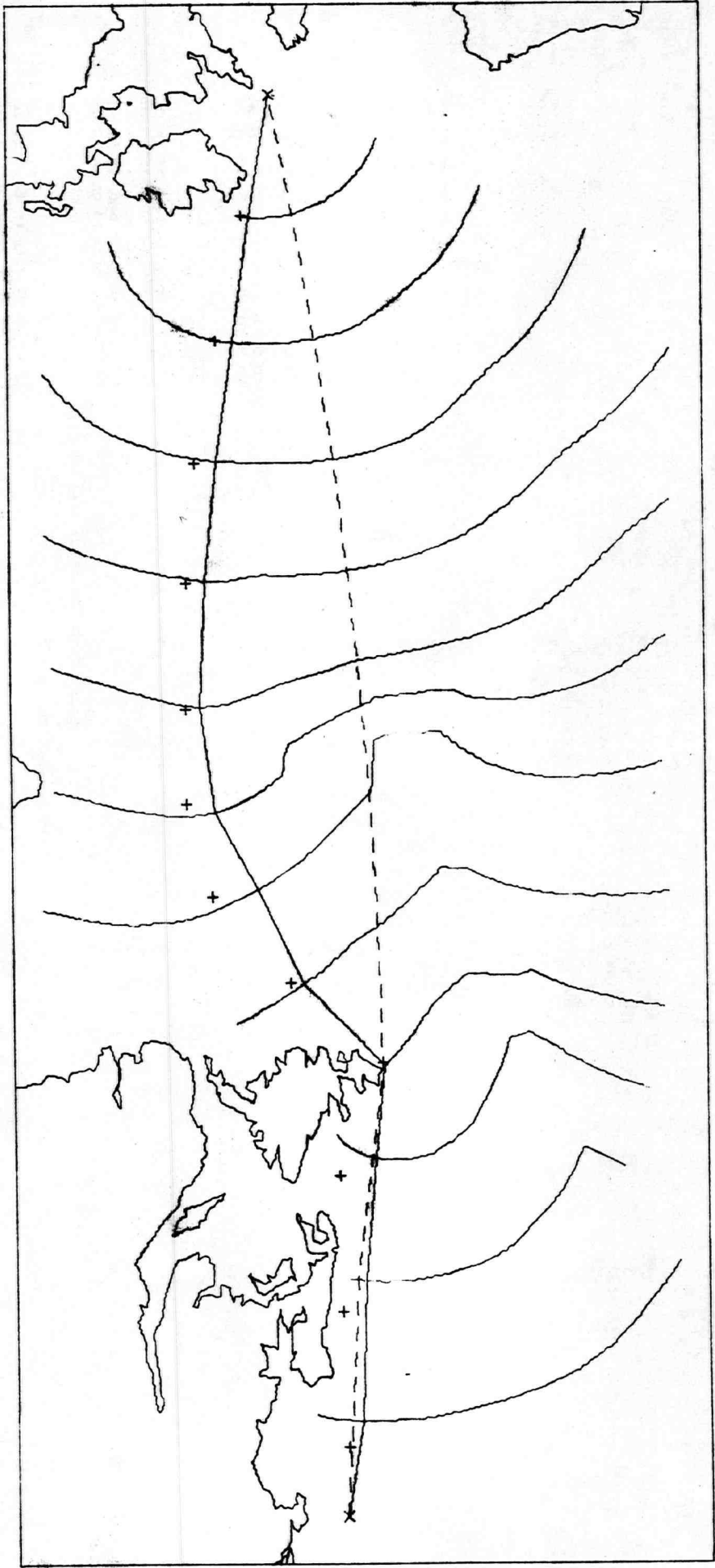


PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	17.09	4.84	65.70	42.54
	15.59	4.82	61.29	44.73
	14.09	5.10	55.84	45.97
	12.70	4.87	51.26	48.01
	11.51	4.30	47.41	50.52
	10.38	3.71	43.26	52.90
	9.13	3.43	37.77	54.29
	7.76	3.40	31.26	54.68
	6.32	3.52	24.39	54.20
	4.93	3.68	18.08	53.16
	3.52	3.85	12.12	51.72

VERTREK:	170170	00.00 Z
AANKOMST:	220170	22.35 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	5	22.6 (C)
	6	.0 (H)
GROOTCIRKEL	6	9.7 (C)
	6	10.0 (H)
GC-LT	0	11.1 (C)
	0	10.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	106 (C)
	130 (H)



PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	17.37	4.98	66.20	41.85
	15.77	5.04	61.39	44.01
	14.35	5.16	56.62	45.53
	13.25	5.27	52.67	46.49
	12.29	4.35	50.45	49.71
	11.20	3.84	46.68	51.96
	10.31	3.35	43.35	53.90
	9.08	3.19	37.72	54.99
	7.64	3.26	30.66	55.08
	6.25	3.41	24.01	54.48
	4.88	3.60	17.77	53.34
	3.44	3.80	11.75	51.77

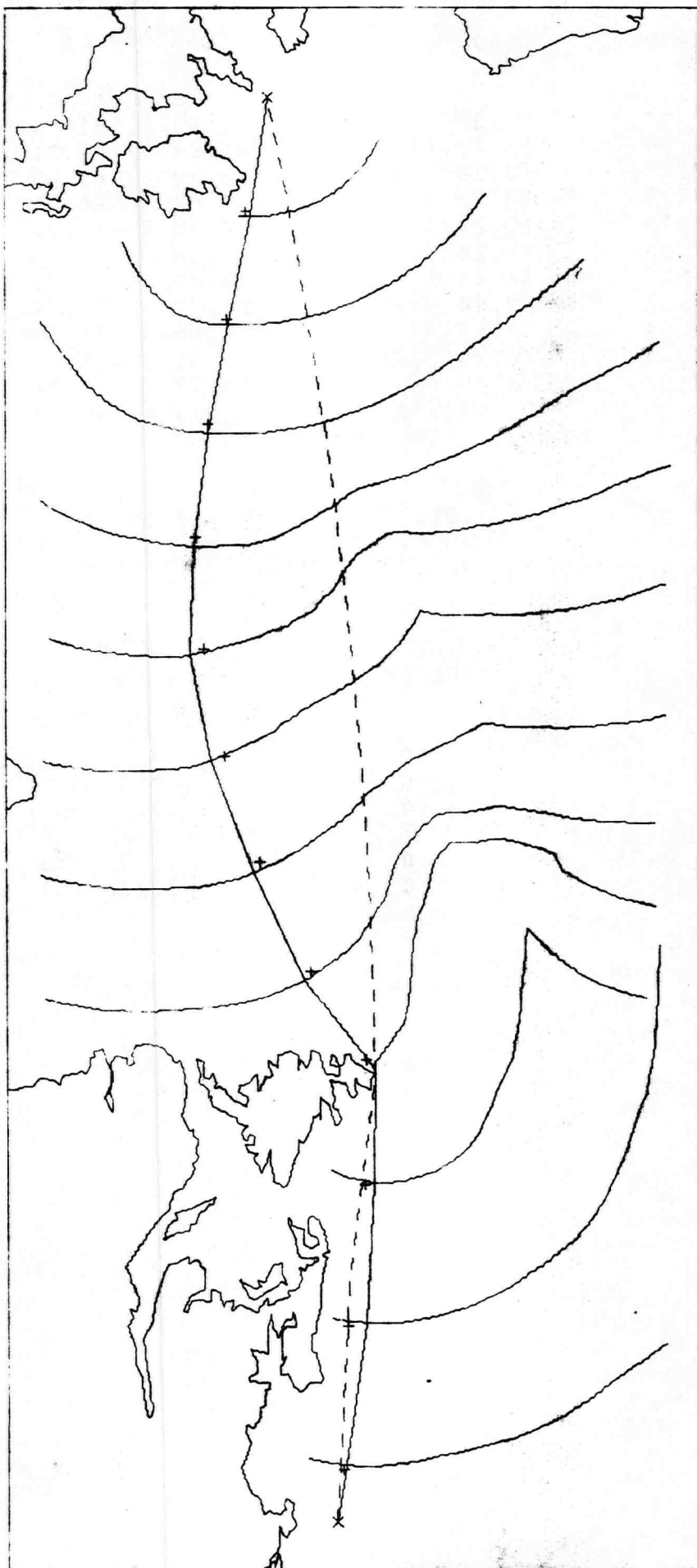
VERTREK: 180170 00.00 Z

AANKOMST: 240170 8.07 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN	
LEASTTIME	6	8.1	(C)
	6	6.0	(H)
GROOTCIRKEL	6	20.0	(C)
	7	2.0	(H)
GC-LT	0	11.9	(C)
	0	20.0	(H)

OMWEG: MYLEN

LEASTTIME	140	(C)
	170	(H)



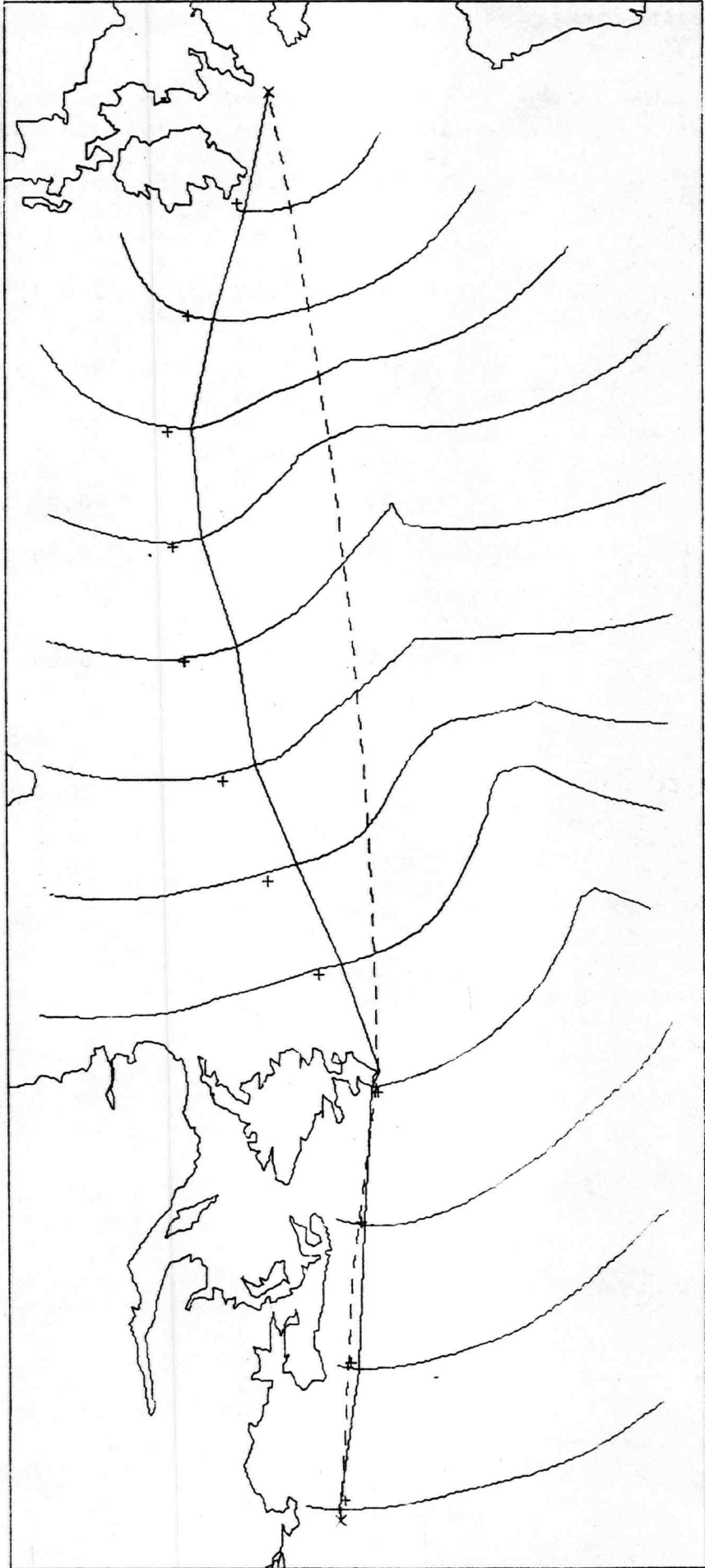
PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	17.81	4.92	67.53	41.31
	16.18	5.14	62.47	43.23
	14.58	5.24	57.25	45.08
	13.22	5.21	52.65	46.64
	12.21	4.43	50.03	49.58
	10.97	3.85	45.69	52.12
	9.68	3.36	40.40	54.24
	8.46	3.12	34.71	55.35
	7.19	3.18	28.49	55.28
	5.89	3.35	22.24	54.53
	4.64	3.59	16.70	53.24
	3.40	3.83	11.61	51.67

VERTREK: 190170 00.00 Z

AANKOMST: 250170 4.50 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	6	4.8 (C)
	6	5.0 (H)
GROOTCIRKEL	6	20.3 (C)
	7	.0 (H)
GC-LT	0	15.5 (C)
	0	19.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	128 (C)
	90 (H)



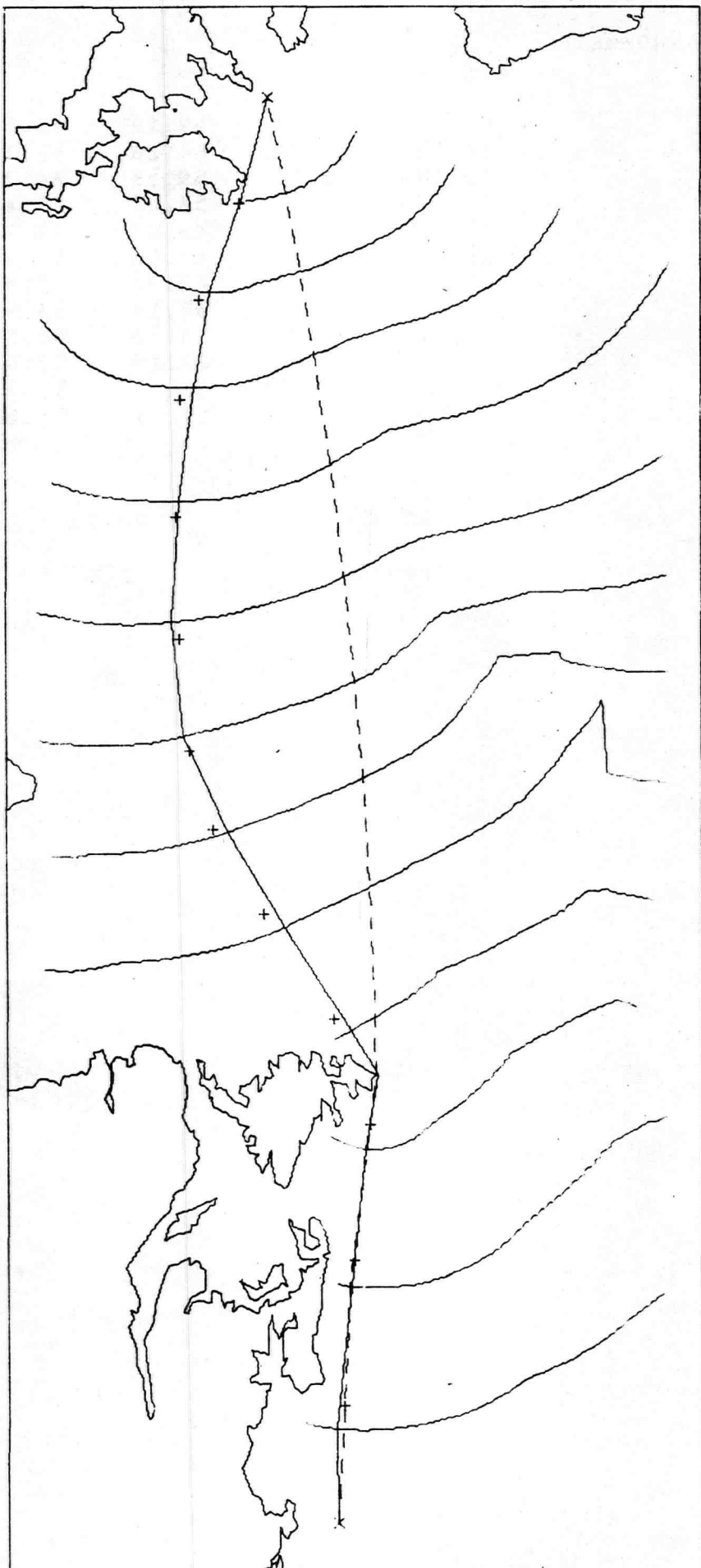
PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	18.33	4.78	69.19	40.76
	16.72	5.02	64.28	42.71
	15.09	5.10	59.18	44.77
	13.50	5.18	53.67	46.43
	12.06	4.83	48.87	48.70
	10.91	4.32	44.88	50.93
	9.77	3.85	40.43	52.88
	8.39	3.65	34.19	53.90
	7.16	3.25	28.33	55.10
	5.89	3.15	22.15	55.07
	4.64	3.41	16.51	53.73
	3.40	3.77	11.51	51.83

VERTREK: 200170 00.00 Z

AANKOMST: 260170 1.03 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	6	1.0 (C)
	6	2.0 (H)
GROOTCIRKEL	6	17.2 (C)
	6	21.0 (H)
GC-LT	0	16.2 (C)
	0	19.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	107 (C)
	130 (H)

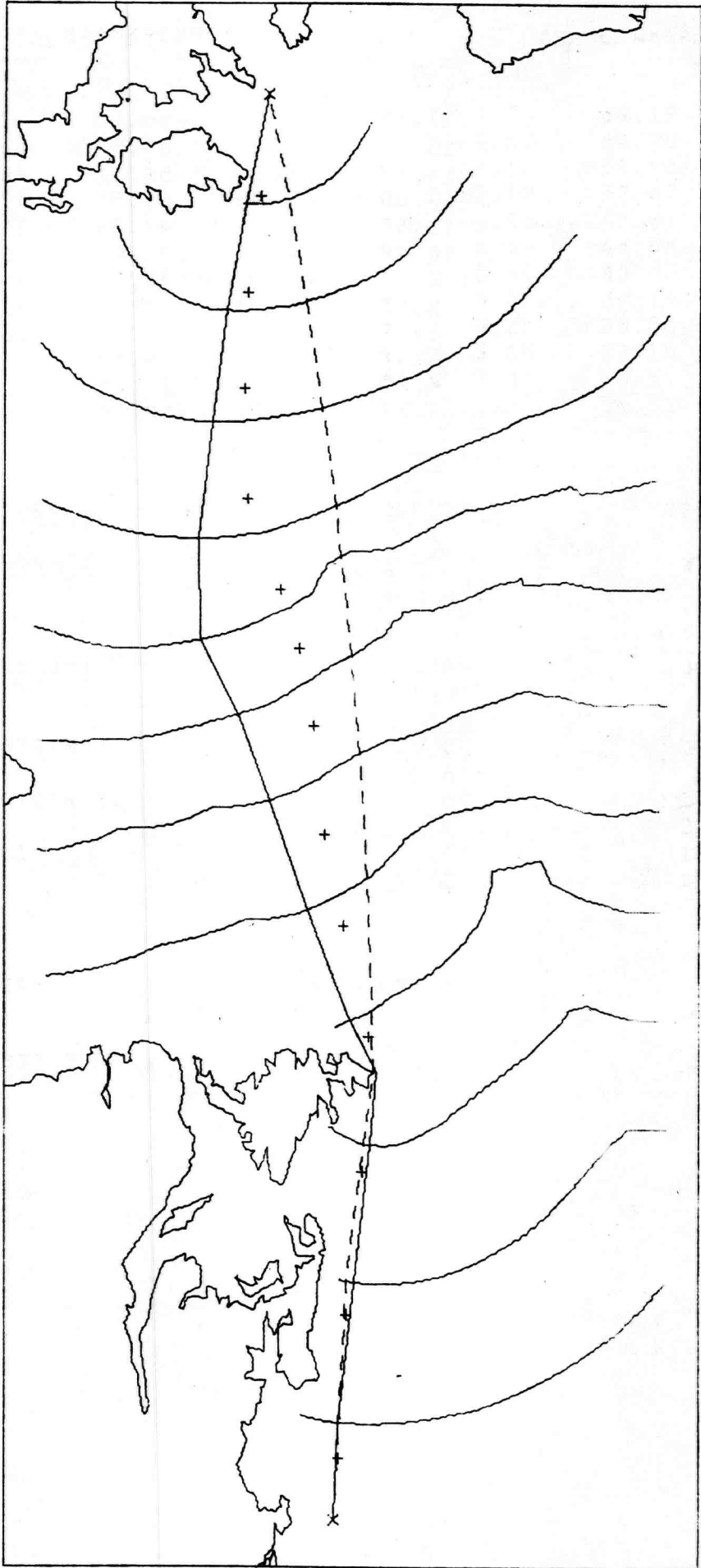


PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	17.38	4.79	66.63	42.22
	15.76	4.96	61.52	44.20
	14.17	5.12	56.11	45.84
	12.80	4.96	51.51	47.70
	11.60	4.20	47.88	50.72
	10.49	3.54	43.95	53.27
	9.37	3.03	39.24	55.30
	8.06	2.90	32.80	56.04
	6.67	3.00	25.87	55.71
	5.37	3.19	19.68	54.75
	4.28	3.36	14.81	53.61
	3.24	3.73	10.78	51.78

VERTREK:	210170	00.00 Z
AANKOMST:	270170	7.54 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	6	7.9 (C)
	6	10.0 (H)
GROOTCIRKEL	6	23.9 (C)
	7	3.0 (H)
GC-LT	0	16.0 (C)
	0	17.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	160 (C)
	150 (H)



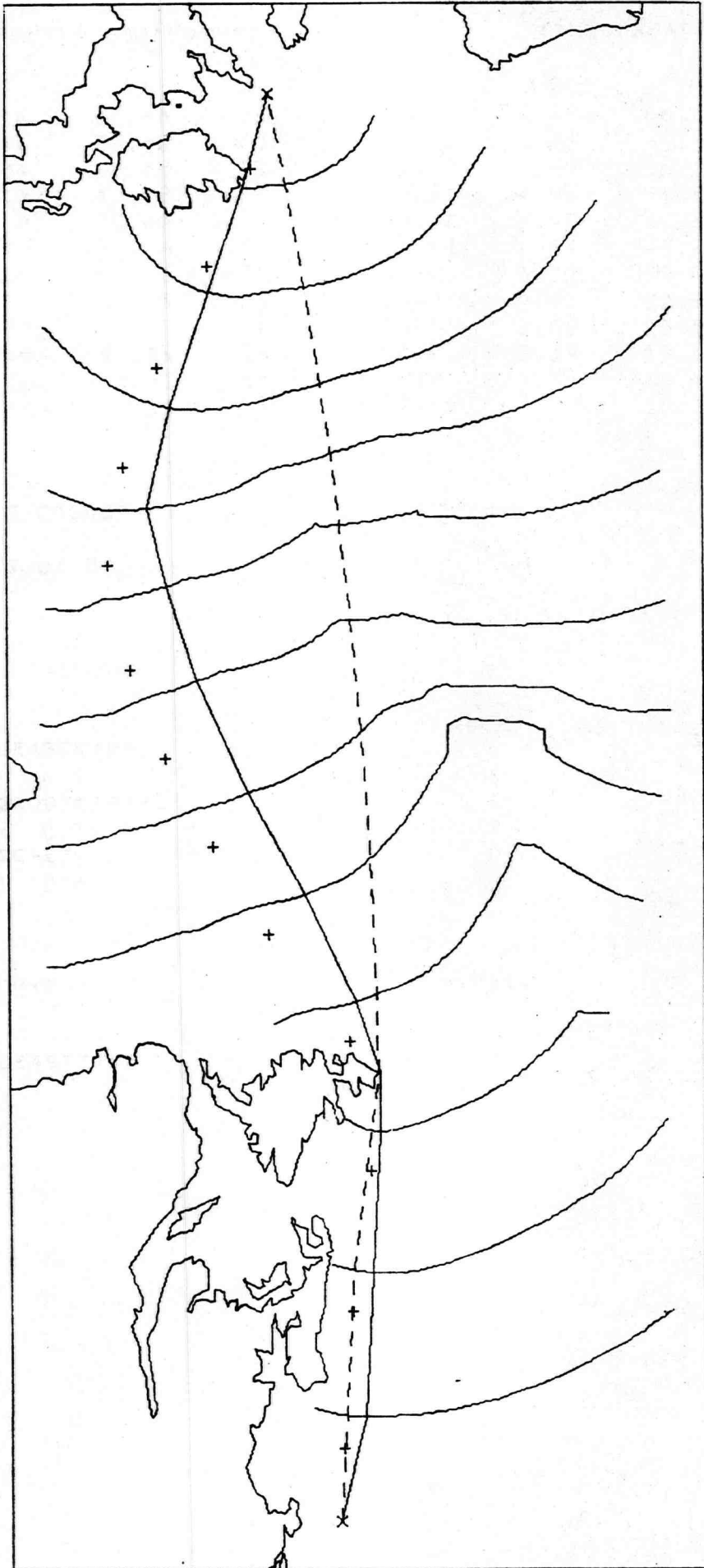
PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	17.34	4.86	66.36	42.13
	15.74	5.04	61.33	44.06
	14.17	5.22	55.92	45.61
	12.71	4.98	51.14	47.73
	11.42	4.50	46.80	50.08
	10.15	4.06	41.93	52.09
	9.16	3.70	37.76	53.56
	8.30	3.25	33.90	55.02
	7.15	3.24	28.28	55.13
	5.80	3.40	21.88	54.35
	4.52	3.56	16.12	53.23
	3.29	3.78	11.10	51.69

VERTREK:	220170	00.00 Z
AANKOMST:	280170	8.10 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	6	8.2 (C)
GROOTCIRKEL	6	17.0 (H)
	6	20.9 (C)
GC-LT	6	23.0 (H)
	0	12.7 (C)
	0	6.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	104 (C)
	25 (H)



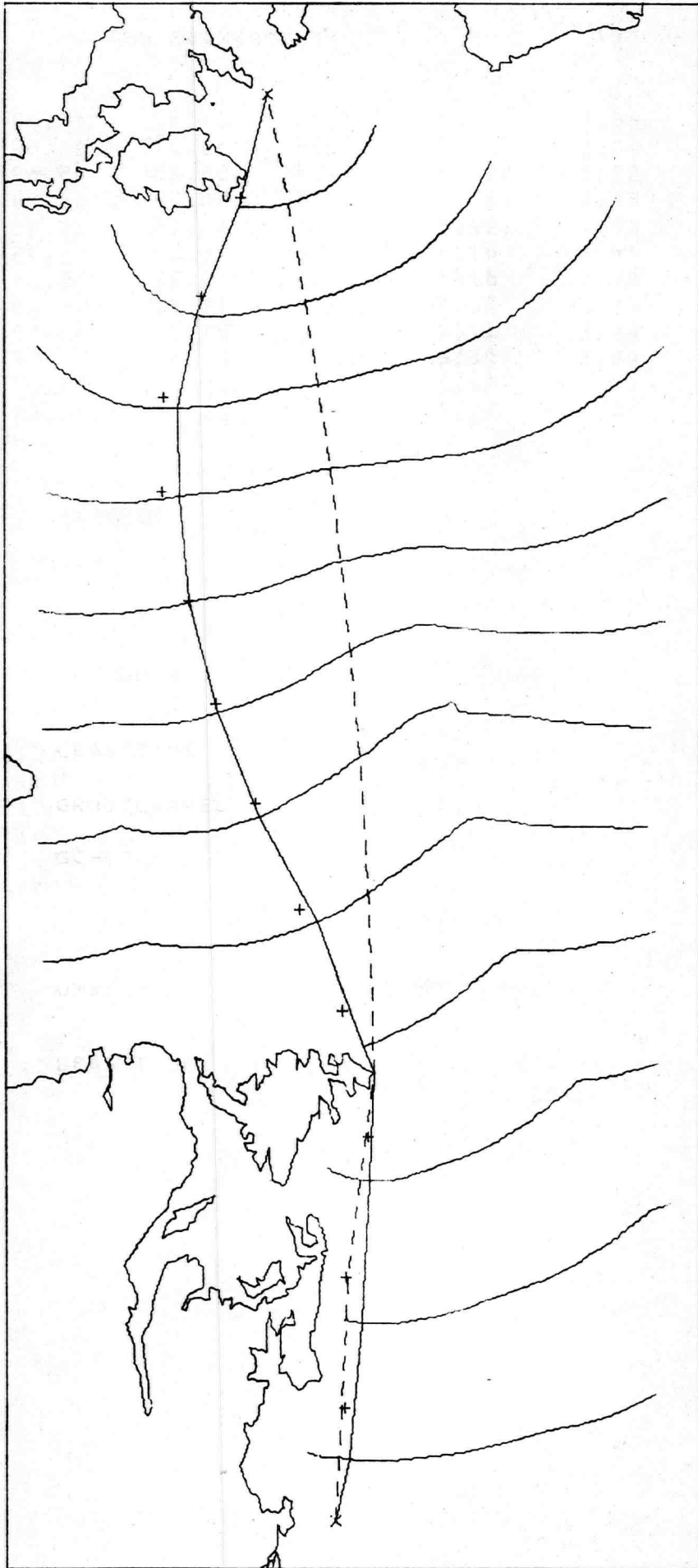
PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	17.26	5.10	65.67	41.77
	15.62	5.19	60.67	43.89
	14.00	5.27	55.27	45.69
	12.49	5.00	50.29	47.89
	11.24	4.41	46.16	50.45
	10.06	3.76	41.80	52.95
	8.77	3.19	36.21	55.08
	7.68	2.84	30.93	56.25
	6.78	2.62	26.31	56.80
	5.62	2.89	20.61	55.67
	4.30	3.34	14.86	53.67
	3.12	3.75	10.30	51.62

VERTREK:	230170	00.00 Z
AANKOMST:	290170	9.13 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN	
LEASTTIME	6	9.2	(C)
	6	19.0	(H)
GROOTCIRKEL	6	21.7	(C)
	7	6.0	(H)
GC-LT	0	12.5	(C)
	0	13.0	(H)

OMWEG:	MYLEN	
LEASTTIME	160	(C)
	240	(H)



PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	17.75	4.96	67.31	41.30
	16.19	5.10	62.58	43.29
	14.57	5.20	57.29	45.18
	12.99	5.13	51.95	47.09
	11.55	4.59	47.20	49.74
	10.34	3.93	42.87	52.34
	9.14	3.46	37.82	54.21
	7.88	3.12	31.85	55.45
	6.66	3.02	25.81	55.66
	5.64	3.01	20.81	55.37
	4.57	3.22	15.96	54.17
	3.32	3.71	11.10	51.91

VERTREK: 240170 00,00 Z

AANKOMST: 300170 5,46 Z

REISDUUR:

DAGEN

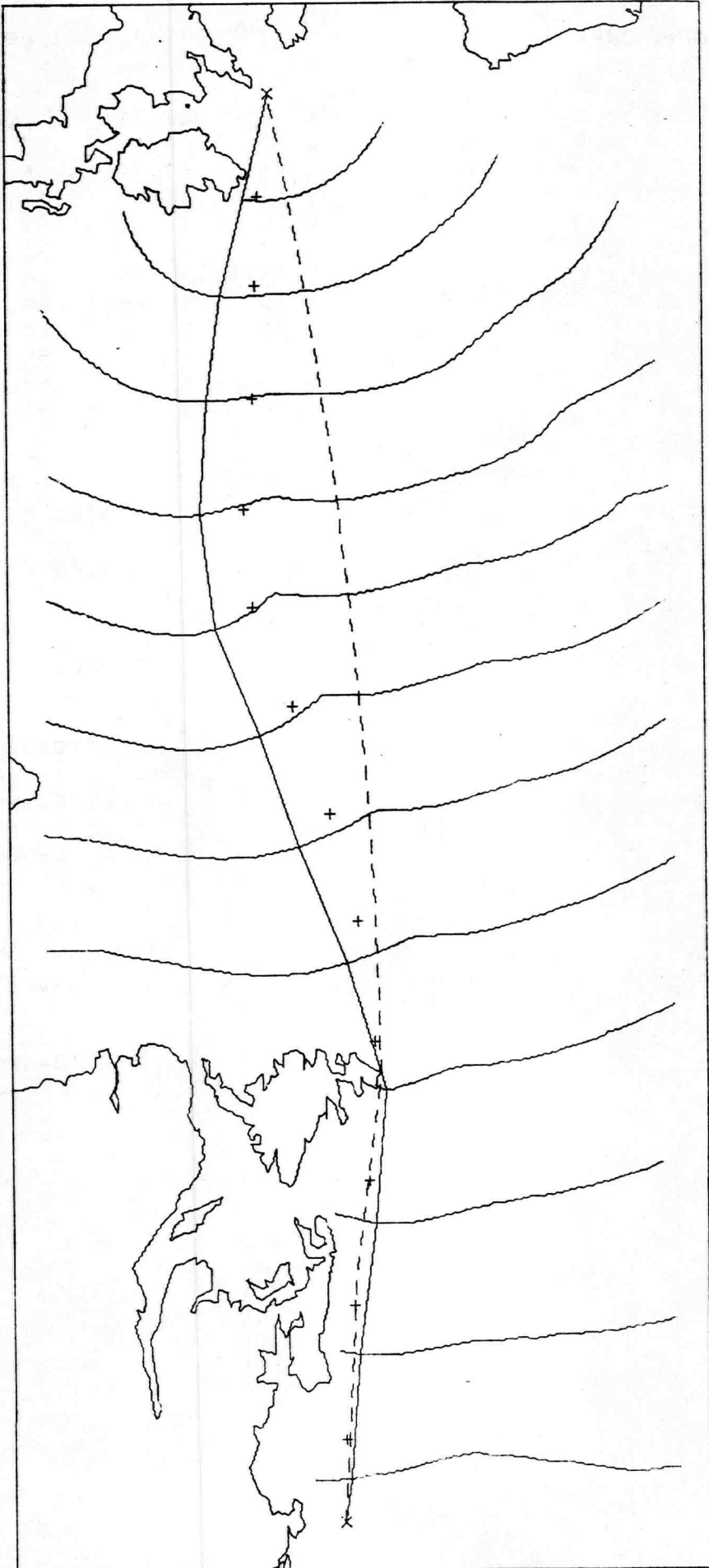
UREN

LEASTTIME	6	5.8 (C)
	6	12.0 (H)
GROOTCIRKEL	6	13.8 (C)
	6	18.0 (H)
GC-LT	0	8.0 (C)
	0	6.0 (H)

OMWEG:

MYLEN

LEASTTIME	127	(C)
	160	(H)

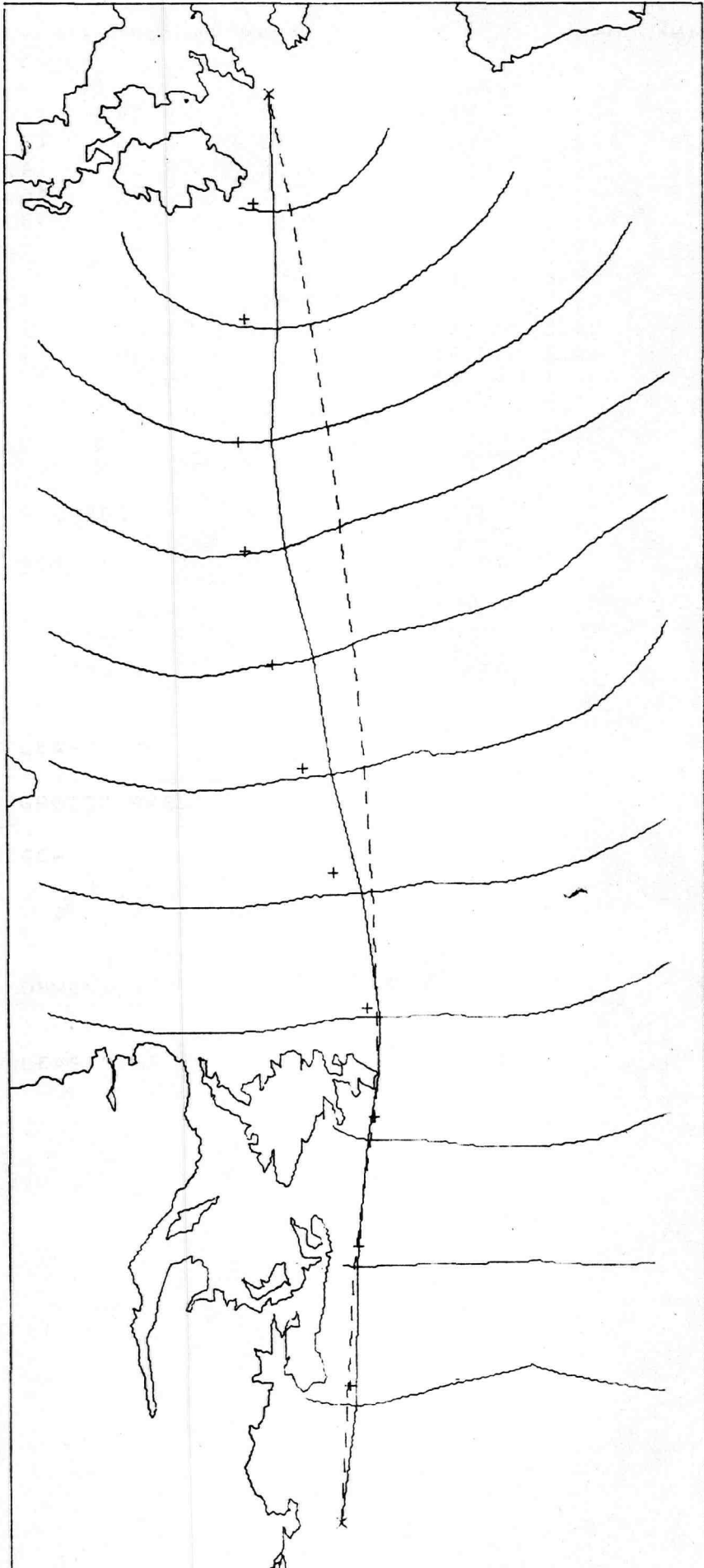


PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	17.96	4.87	68.04	41.15
	16.54	4.98	63.86	43.07
	15.05	5.18	58.89	44.63
	13.51	5.31	53.51	46.11
	12.03	4.87	48.72	48.63
	10.69	4.32	43.96	51.08
	9.41	3.89	38.77	52.91
	8.18	3.39	33.29	54.66
	6.86	3.22	26.89	55.13
	5.55	3.32	20.65	54.48
	4.35	3.47	15.26	53.36
	3.25	3.75	10.87	51.74

VERTREK:	250170	00.00 Z
AANKOMST:	310170	3.54 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	6	3.9 (C)
	6	7.5 (H)
GROOTCIRKEL	6	7.3 (C)
	6	10.0 (H)
GC-LT	0	3.4 (C)
	0	2.5 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	97 (C)
	50 (H)



strueerd door het punt te bepalen dat op het laatste tijdfront het dichtst bij het eindpunt ligt, vervolgens na te gaan vanuit welk punt op het tijdfront daarvoor het afkomstig is en deze handeling te herhalen tot op het eerste tijdfront, zoals reeds beschreven is in hoofdstuk 2. Er kunnen onderweg evenwel complicaties optreden. Allereerst kan de afstand tussen de punten van een tijdfront te groot worden. In dit geval worden er punten toegevoegd. Een andere moeilijkheid kan ontstaan indien extremalen elkaar gaan snijden, zoals geschetst in fig. 11 en fig. 12. Dit kan voorkomen indien een bepaald gedeelte van een tijdfront ten gevolge van een plaatselijk hoog golfveld te ver achterblijft.

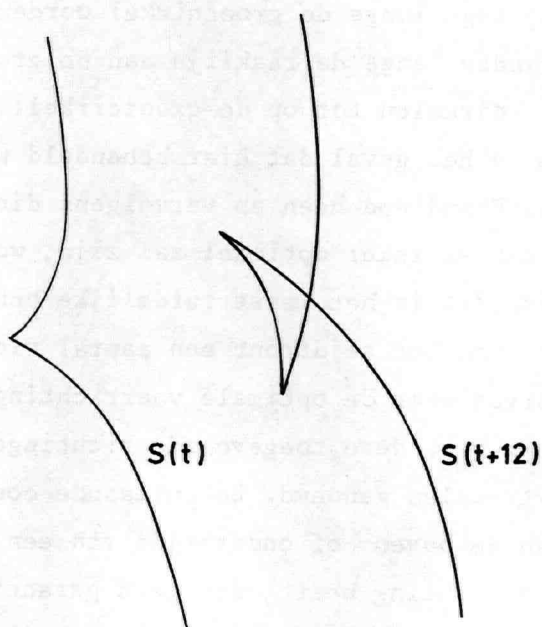


fig. 11

We bepalen ons eerst tot fig. 11. In dit geval worden de elkaar snijdende extremalen weggelaten. Een iets geringere deformatie vinden we in fig. 12 waar wederom de tweewaardigheid in de x -richting wordt opgeheven.

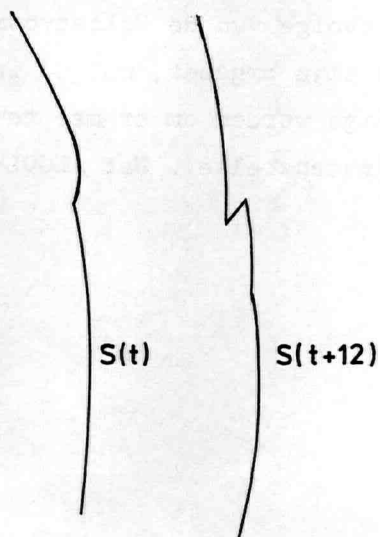


fig. 12

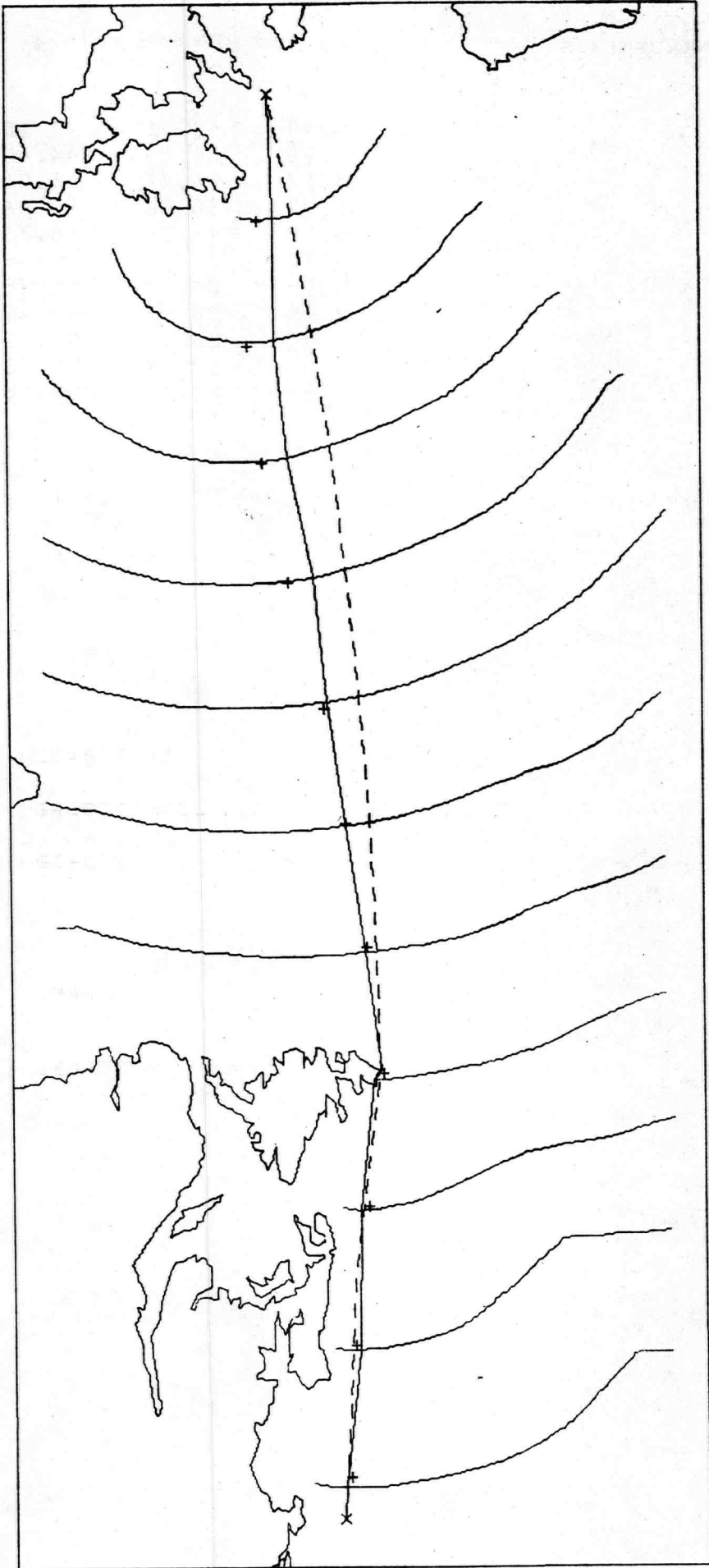
PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	17.12	4.99	65.51	42.20
	15.54	4.99	60.80	44.42
	14.08	5.13	55.77	45.91
	12.65	5.27	50.50	47.06
	11.21	5.08	45.30	48.73
	9.85	4.73	40.08	50.45
	8.51	4.54	34.44	51.45
	7.26	4.19	28.92	52.49
	6.02	4.06	23.27	52.62
	4.72	4.13	17.60	51.83
	3.38	4.09	11.87	50.98

VERTREK: 260170 00.00 Z

AANKOMST: 310170 21.58 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	5	22.0 (C)
	6	.0 (H)
GROOTCIRKEL	5	23.8 (C)
	6	2.5 (H)
GC-LT	0	1.8 (C)
	0	2.5 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	30 (C)
	50 (H)



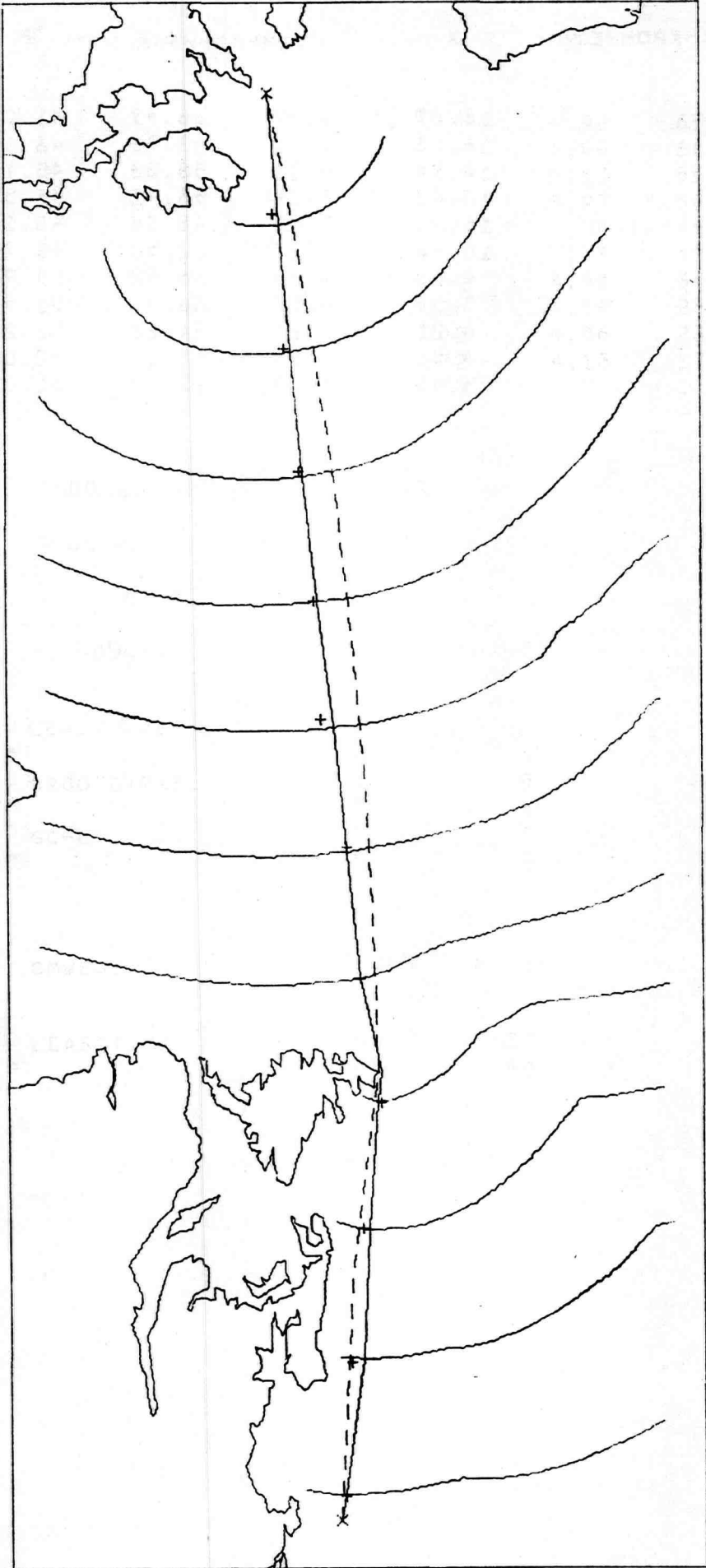
PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	18.09	4.82	68.49	41.06
	16.53	5.01	63.76	43.02
	14.94	5.01	58.83	45.16
	13.42	5.19	53.41	46.50
	11.93	5.09	48.08	48.16
	10.46	4.87	42.50	49.76
	9.03	4.68	36.62	50.93
	7.59	4.53	30.41	51.57
	6.21	4.23	24.23	52.21
	4.86	4.09	18.15	52.01
	3.46	4.09	12.20	51.06

VERTREK: 270170 00.00 Z

AANKOMST: 10270 14.52 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	5	14.9 (C)
	5	14.0 (H)
GROOTCIRKEL	5	15.3 (C)
	5	15.5 (H)
GC-LT	0	.5 (C)
	0	1.5 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	28 (C)
	25 (H)



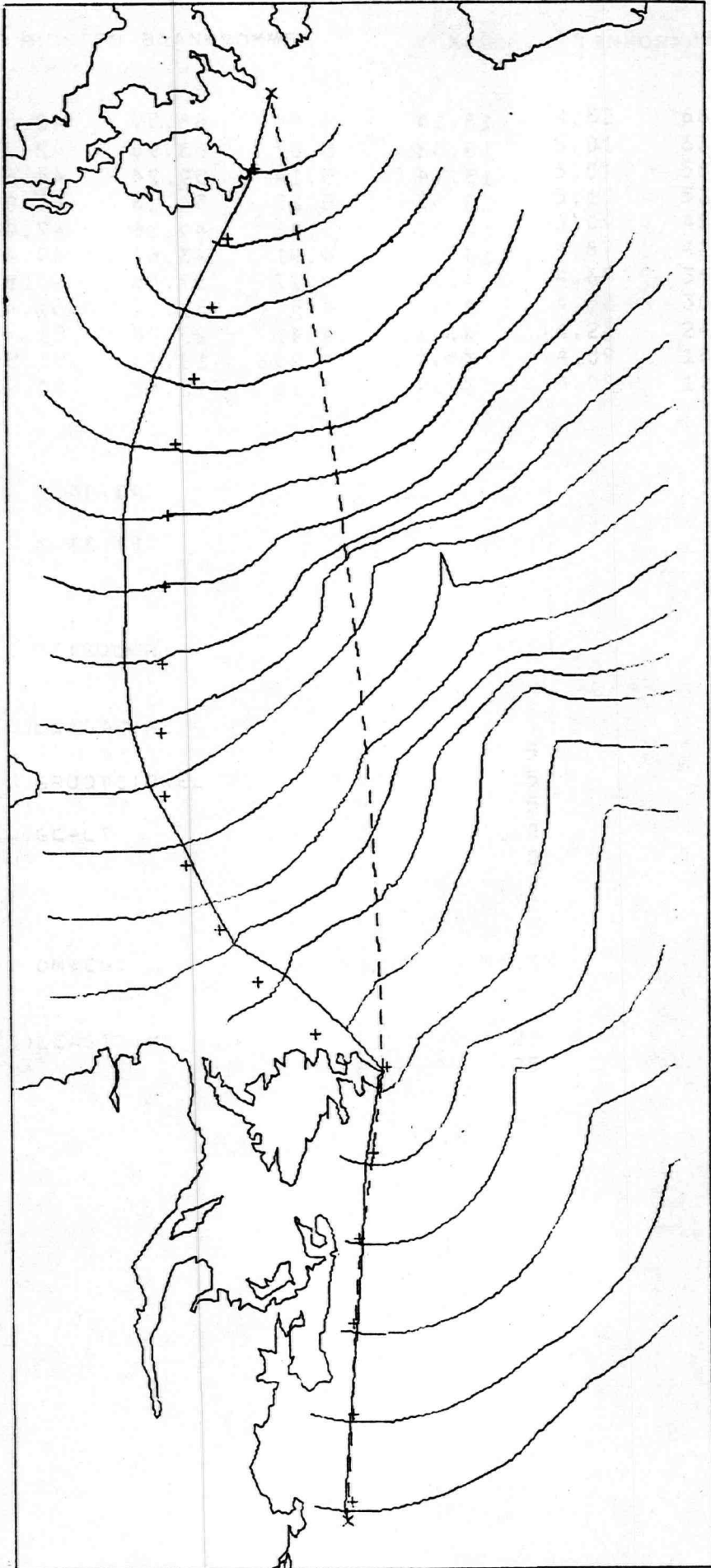
PUNTEN BAANKROMME:	X	Y	L	B
	18.16	4.86	68.59	40.87
	16.62	5.07	63.90	42.77
	15.14	5.14	59.24	44.62
	13.66	5.25	54.13	46.09
	12.21	5.06	49.16	47.98
	10.76	4.91	43.67	49.48
	9.33	4.77	37.85	50.58
	7.88	4.57	31.67	51.43
	6.43	4.41	25.28	51.77
	5.00	4.28	18.95	51.58
	3.54	4.16	12.62	50.93

VERTREK: 280170 00.00 Z

AANKOMST: 20270 14.33 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	5	14.5 (C)
	5	14.0 (H)
GROOTCIRKEL	5	14.1 (C)
	5	15.0 (H)
GC-LT	0	.4 (C)
	0	1.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	17 (C)
	15 (H)



PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	18.34	4.76	69.27	40.78
	17.33	4.84	66.38	42.20
	16.31	4.92	63.29	43.51
	15.30	5.00	60.02	44.71
	14.39	5.03	56.97	45.79
	13.54	5.19	53.80	46.38
	12.82	4.83	51.75	48.01
	12.17	4.12	50.32	50.40
	11.81	3.54	49.69	52.23
	11.35	3.28	48.10	53.33
	10.66	2.96	45.44	54.73
	10.00	2.59	42.71	56.19
	9.33	2.39	39.52	57.10
	8.57	2.31	35.66	57.60
	7.75	2.33	31.32	57.67
	6.90	2.31	26.85	57.69
	6.07	2.42	22.52	57.17
	5.27	2.67	18.70	56.12
	4.52	3.04	15.50	54.64
	3.76	3.42	12.56	53.04
	2.94	3.80	9.65	51.33

VERTREK: 170170 00.00 Z

AANKOMST: 270170 13.32 Z

REISDUUR:

DAGEN

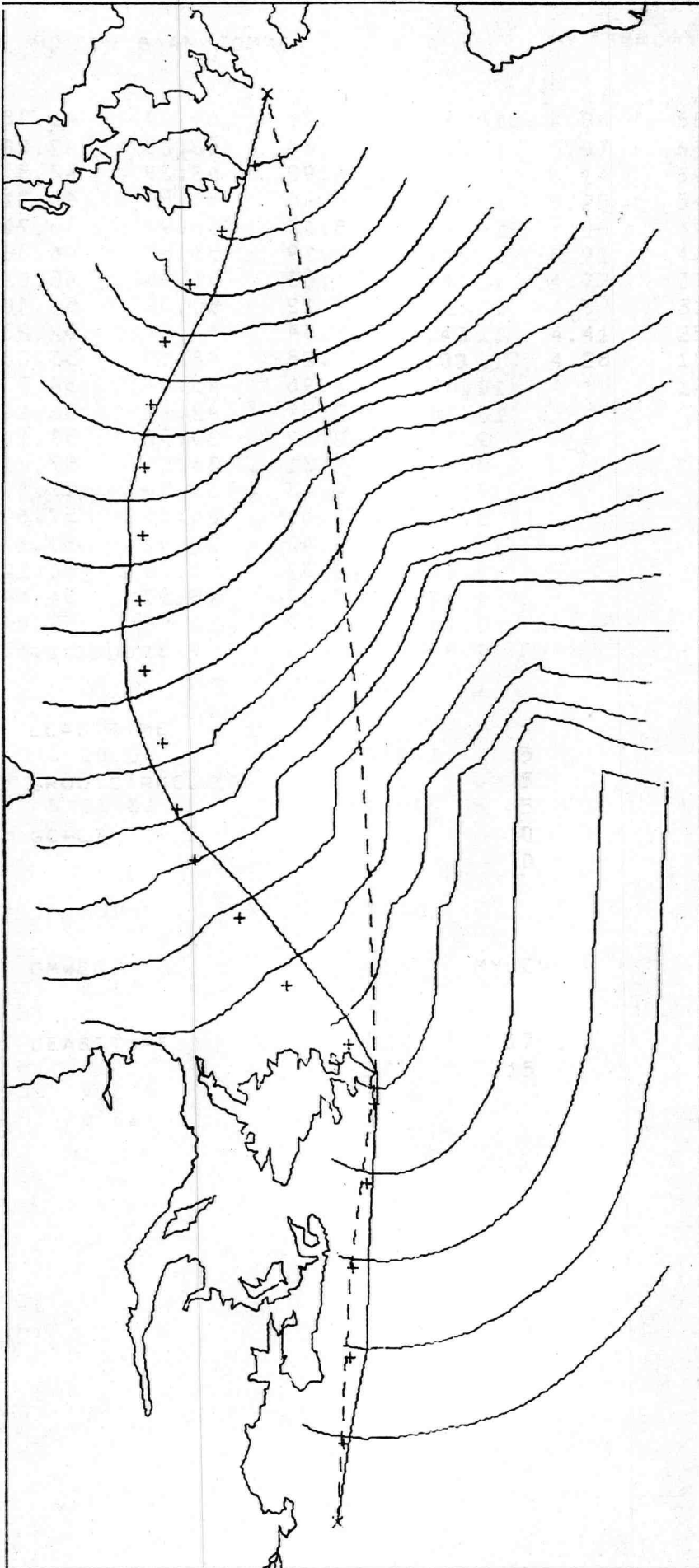
UREN

LEASTTIME	10	13.5 (C)
	10	3.0 (H)
GROOTCIRKEL	13	16.9 (C)
	12	16.6 (H)
GC-LT	3	3.4 (C)
	2	13.6 (H)

OMWEG:

MYLEN

LEASTTIME	279	(C)
	235	(H)



PUNTEN BAANKROMME:

	X	Y	L	B
	17.49	4.95	66.62	41.72
	16.48	5.14	63.37	42.81
	15.48	5.16	60.30	44.13
	14.49	5.21	56.99	45.25
	13.50	5.28	53.53	46.21
	12.66	4.92	51.03	47.94
	11.95	4.37	49.09	49.96
	11.27	3.83	46.99	51.93
	10.77	3.36	45.40	53.56
	10.36	2.99	43.99	54.84
	9.77	2.69	41.46	56.03
	8.99	2.41	37.76	57.17
	8.17	2.36	33.52	57.56
	7.45	2.46	29.75	57.34
	6.72	2.44	25.90	57.30
	5.95	2.62	22.05	56.58
	5.32	2.91	19.19	55.48
	4.80	3.16	16.98	54.49
	4.34	3.41	15.16	53.52
	3.69	3.64	12.59	52.42
	2.86	3.82	9.35	51.19

VERTREK: 180170 00.00 Z

AANKOMST: 280170 23.29 Z

REISDUUR:

DAGEN

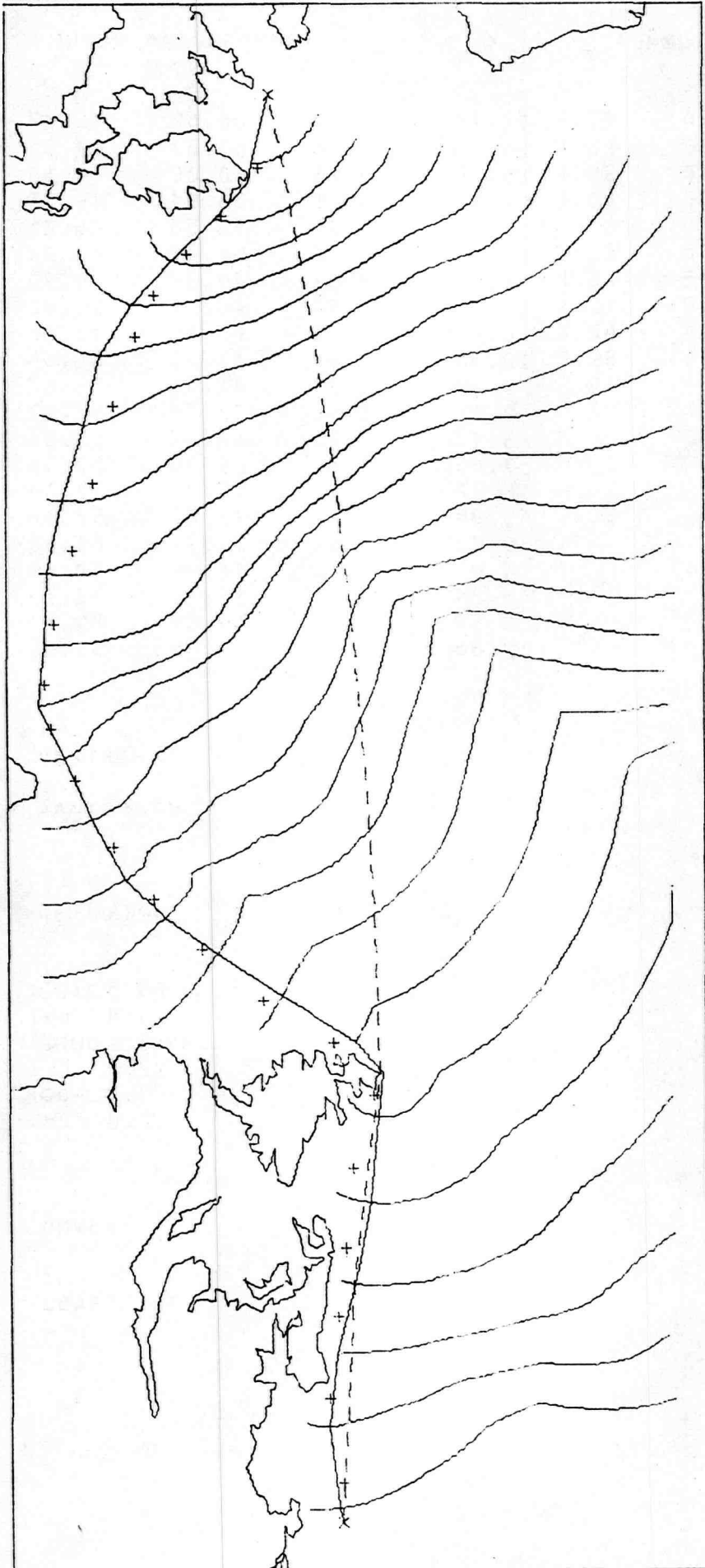
UREN

LEASTTIME	10	23.5 (C)
	10	10.0 (H)
GROOTCIRKEL	14	8.1 (C)
	13	22.0 (H)
GC-LT	3	8.6 (C)
	3	12.0 (H)

OMWEG:

MYLEN

LEASTTIME	242	(C)
	200	(H)



PUNTEN BAANKROMME:

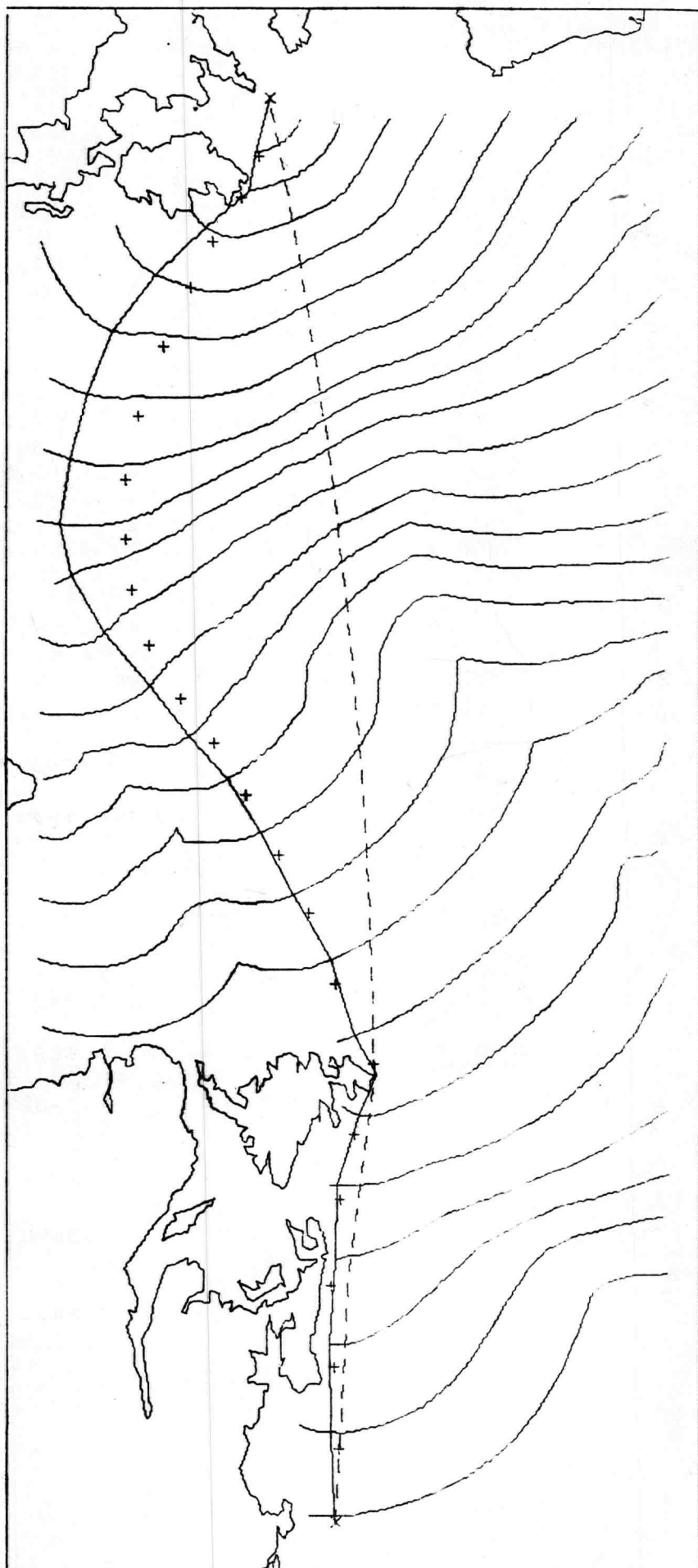
	X	Y	L	B
	18.29	4.77	69.13	40.84
	17.36	4.66	66.85	42.51
	16.54	4.75	64.30	43.55
	15.74	4.96	61.47	44.23
	14.82	5.14	58.21	45.01
	13.82	5.24	54.71	45.94
	12.94	4.98	51.98	47.51
	12.40	4.14	51.17	50.14
	11.91	3.40	50.35	52.51
	11.49	2.81	49.43	54.44
	11.05	2.34	48.12	56.08
	10.37	1.97	45.30	57.61
	9.65	1.65	41.96	58.99
	9.05	1.37	38.94	60.07
	8.34	1.43	34.83	60.14
	7.54	1.47	30.21	60.14
	6.70	1.66	25.48	59.49
	5.82	1.91	20.82	58.51
	5.03	2.10	16.86	57.55
	4.43	2.46	14.34	56.13
	3.93	2.93	12.66	54.50
	3.45	3.43	11.24	52.76
	2.82	3.83	9.21	51.14

VERTREK: 200170 00.00 Z

AANKUMST: 310170 14.03 Z

REISDUUR:	DAGEN	UREN
LEASTTIME	11	14.0 (C)
	11	18.0 (H)
GROOTCIRKEL	14	4.9 (C)
	14	3.0 (H)
GC-LT	2	14.8 (C)
	2	9.0 (H)

OMWEG:	MYLEN
LEASTTIME	470 (C)
	440 (H)



PUNTEN BAANKROMME:

X	Y	L	B
18.39	4.78	69.35	40.66
17.43	4.74	66.87	42.26
16.42	4.73	63.98	43.78
15.45	4.80	60.88	44.99
14.61	4.81	58.09	46.04
13.78	5.08	54.81	46.39
12.86	5.03	51.60	47.47
11.97	4.75	48.63	49.00
11.21	4.30	46.17	50.75
10.49	3.93	43.51	52.25
9.88	3.55	41.18	53.64
9.38	3.12	39.17	55.06
8.80	2.66	36.65	56.55
8.18	2.12	33.68	58.22
7.54	1.74	30.20	59.37
6.93	1.62	26.80	59.67
6.18	1.75	22.66	59.09
5.44	1.95	18.86	58.19
4.70	2.23	15.39	56.95
4.06	2.72	12.97	55.15
3.52	3.31	11.38	53.13
3.10	3.80	10.33	51.48
2.66	3.87	8.66	50.88

VERTREK: 210170 00.00 Z

AANKOMST: 10270 12.59 Z

REISDUUR: DAGEN JREN

LEASTTIME 11 13.0 (C)

11 10.0 (H)

GROOTCIRKEL 13 14.1 (C)

13 8.0 (H)

GC-LT 2 1.1 (C)

1 22.0 (H)

OMWEG: MYLEN

LEASTTIME 363 (C)

190 (H)

Bijlage 1:

Het ALGOL-programma

Achtereenvolgens worden ingelezen:

1. Coördinaten landkaartje
2. Coördinaten grootcirkel
3. Aantal benodigde golfkaarten (zie bijlage 2)
4. Polair snelheidsdiagram (zie bijlage 2)
5. Golfstroomcomponenten (zie bijlage 2)

```

begin   comment KNMI-011271-BIJLS-RIEB.
          evaluatie van de kortste-vaartijd route en grootcirkel route;
          integer ant,cotr,xlast,ylast,f,g,h,i,io,i1,ik,ik1,im,im1,j,j0,j1,
          jj,k,kk;
          real a,a0,aa,afst1,afst2,b,bb,bbb,cc,cosgk,d,det,dmin,dx0,dy0,dx,
          dy,e,ee,ft,ftr,gk,gr,l,lim,ll,lll,lll1,m,olt,p,pi,pp,q,Scx,Scy,
          singk,vh,vtu,x0,xb,xc,xi,xh1,xii,xgk,Xst,xx,xxx,y0,yb,yc,yi,yh1,
          yii,xhh,yhh,ygk,ysn,yy,yyy,ysn1;
          boolean alfa,beta,delta;
          integer array D[1:3,0:30],NU,MU[1:70,1:25],IB,IG[1:25],
          HZR,TZR,SXR,SYR[0:27,0:17],GCL[1:232],PL[1:1352];
          array X,Y[0:140,0:2],A,U,V[0:140],DE[1:3],UGR,VGR[0:50];

          procedure TREK(p,q); value p,q; integer p,q;
          begin   integer k;
                   k:=0;
                   for k:=k+1 while k<= do MOVE(q)
          end TREK;

          procedure PLOT(X,Y); value X,Y; real X,Y;
          begin   integer x,y,xy,dx,dy,dx2,dy2,i,dev; boolean right;
                   x:=X*Scx;y:=Y*Scy;
                   dx:=x-xlast; dy:=y-ylast;
                   xlast:=x; ylast:=y;
                   right:=dx>0;
                   if dx<0 then begin dx:=-dx; x:=4 end else x:=8;
                   if dy<0 then begin dy:=-dy; y:=2 end else y:=1;
                   xy:=x+y;
                   if dy>dx then begin x:=y; i:=dx; dx:=dy; dy:=1 end;
                   if dx=0 then goto uit;
                   dx2:=dx*2; dy2:=dy*2;
                   dev:=0; i:=1;
          plot:   dev:=dev+dy2;
                   if (if right then dev<dx else dev<dx) then MOVE(x)
                   else begin MOVE(xy); dev:=dev-dx2 end;
                   i:=i+1;
                   if i<dx then goto plot;
          uit:
          end PLOT;

```

```

procedure KRUIS;
begin MOVE(16); TREK(3,9); MOVE(32); TREK(6,6); MOVE(16);
      TREK(3,9); TREK(3,5); MOVE(32); TREK(6,10);
      MOVE(16); TREK(3,5)
end KRUIS;

```

```

procedure CTF;
begin if i=ik then
      begin MOVE(16); PLOT(-X[i,0],-Y[i,0]); MOVE(32) end
      else PLOT(-X[i,0],-Y[i,0])
end CTF;

```

```

procedure MAXAF(xs,ys,a); real xs,ys,a;
begin real fp,fpc,fq,fqc,la,tz,hz,tz0,tz1,tz00,tz01,tz10,tz11,
      ai,bi,ei,pr,copsi,sipsi,cofi,sifi,dx1,dy1,costz,sintz,l,
      prdx,prdy,p,q,r,s,t;
      real procedure LT(w1,w2); real w1,w2;
      LT:=pi/2-2*arctan(sqrt((w1-7.5)2+(w2+8.5)2)*a0);
      h:=entier(xs);
      k:=if ys>0 then entier(ys) else 0;
      fp:=xs-h; fpc:=1-fp;
      if ys<0 then fq:=0 else fq:=ys-k;
      fqc:=1-fq;
      dx:=(fq*(fpc*SXR[h,k]+fp*SXR[h+1,k])+
      fq*(fpc*SXR[h,k+1]+fp*SXR[h+1,k+1]))/10;
      dy:=(fq*(fpc*SYR[h,k]+fp*SYR[h+1,k])+
      fq*(fpc*SYR[h,k+1]+fp*SYR[h+1,k+1]))/10;
      pr:=dx*cosgk+dy*singk;
      hz:=(fq*(fpc*HZR[h,k]+fp*HZR[h+1,k])+fq*(fpc*HZR[h,k+1]+
      fp*HZR[h+1,k+1]))*2;
      if hz>300 then begin l:=0; goto L7 end;
      tz00:=TZR[h,k]*gr; tz01:=TZR[h,k+1]*gr;
      tz10:=TZR[h+1,k]*gr; tz11:=TZR[h+1,k+1]*gr;
L1: if tz00-tz10>pi then begin tz10:=tz10+2*pi; goto L1 end;
L2: if tz10-tz00>pi then begin tz00:=tz00+2*pi; goto L2 end;
L3: if tz01-tz11>pi then begin tz11:=tz11+2*pi; goto L3 end;
L4: if tz11-tz01>pi then begin tz01:=tz01+2*pi; goto L4 end;
      tz0:=fpc*tz00+fp*tz10; tz1:=fpc*tz01+fp*tz11;
L5: if tz0-tz1>pi then begin tz1:=tz1+2*pi; goto L5 end;

```

```

L6:  if tz1-tz0>pi then begin tz0:=tz0+2×pi; goto L6 end;
      tz:=fqc×tz0+fqtz1;
      costz:=cos(tz); sintz:=sin(tz);
      h:=entier(hz/10);
      fp:=hz/10-h; fpc:=1-fp;
      for k:=1,2,3 do DE[k]:=D[k,h]×fpc+D[k,h+1]×fp;
      ai:=(DE[1]+DE[3])/2; bi:=ai×DE[2]/sqrt(DE[1]×DE[3]);
      ei:=DE[1]-ai;
      if a=10 then
      begin  cofi:=cos(gk-tz); sifi:=sin(gk-tz);
            p:=bi×bi×cofi; q:=ai×ai×sifi;
            r:=ei×sifi; r:=r×r;
            s:=p×cofi; t:=q×sifi;
            l:=(-p×ei+ai×bi×sqrt(t-r+s))/(t+s)
      end else
      begin  copsi:=cos(a-tz); sipsi:=sin(a-tz);
            p:=ai×copsi; q:=bi×sipsi;
            r:=sqrt(p×p+q×q);
            dx1:=ai×p/r-ei; dy1:=bi×q/r;
            dx:=dx+dx1×costz-dy1×sintz;
            dy:=dy+dx1×sintz+dy1×costz
      end;
L7:  if a=10 then
      begin dx:=(1+pr)×cosgk; dy:=(1+pr)×singk end;
      la:=LT(xs,ys);
      s:=1852/((1+sin(la))×a0×637 8178);
      prdx:=s×dx; prdy:=s×dy;
      la:=LT(xs+prdx/2,ys+prdy/2);
      s:=1852/((1+sin(la))×a0×637 8178);
      dx:=s×dx; dy:=s×dy;
      lll:=sqrt(dx×dx+dy×dy)
end MAXAF;

procedure LSN(a,b,c); real a,b,c;
begin  real l,x1;
      l:=sqrt(dx×dx+dy×dy);
      x1:=(l×l×(a-UGR[j-1]))+
      l×(VGR[j-1]-b)×sqrt(4×c-l×l))/(2×c);
      xgk:=UGR[j-1]+x1;
      ygk:=VGR[j-1]-(l×l+2×(UGR[j-1]-a)×x1)/(2×(VGR[j-1]-b));
end LSN;

```

```

ant:=HAND(1);
for j:=1 step 1 until 1351 do PL[j]:=read;
for j:=1 step 1 until 232 do GCL[j]:=read;
for j:=1 step 1 until ant do
begin
  for h:=0 step 1 until 27 do
    for k:=0 step 1 until 17 do HZR[h,k]:=read;
    for h:=0 step 1 until 27 do
      for k:=0 step 1 until 17 do TZR[h,k]:=read;
    cotr:=read;
    if cotr<-111 then goto AF1;
    outarray(drum,(j-1)*600+20000,HZR);
    outarray(drum,(j-1)*600+50000,TZR)
end;
for h:=0 step 1 until 30 do for k:=1,2,3 do D[k,h]:=read;
for h:=0 step 1 until 27 do
for k:=0 step 1 until 17 do
begin
  SXR[h,k]:=read*10; SYR[h,k]:=read*10 end;
Scx:=Scy:=21.2/0.254;
MOVE(16); MOVE(36); TREK(1750,8); TREK(750,1);
xlast:=ylast:=0;
PLOT(-1,-1); MOVE(32); PLOT(-19,-1); PLOT(-19,-9); PLOT(-1,-9);
PLOT(-1,-1); MOVE(16);
i:=1;
L8:  xx:=PL[i]/1000;
    i:=i+1;
    if xx=99 then goto L9;
    if xx=9 then begin MOVE(16); beta:=false; goto L8 end;
    yy:=PL[i]/1000;
    i:=i+1;
    PLOT(xx,yy);
    if beta then begin MOVE(32); beta:=true end;
    goto L8;
L9:  MOVE(16);
    for i:=232 step -4 until 4 do
    begin
      PLOT(GCL[i-1]/1000,GCL[i]/1000); MOVE(32);
      PLOT(GCL[i-3]/1000,GCL[i-2]/1000); MOVE(16)
    end;
    x0:=2.03; y0:=4.03;
    xb:=18.46; yb:=4.8;
    xc:=13.316; yc:=5.248;
    x1:=3.03; y1:=3.8;
    afst2:=2644;

```

```

aa:=13.00; bb:=-54.42; cc:=3536.54;
pi:=4*arctan(1); gr:=pi/180;
ft:=(1+cos(pi/6));
a0:=15*2.12/(637.8178*ft);
lim:=sqrt(cc)*(arctan(sqrt((2*cc/(2*cc-(x0-xb)^2-
(y0-yb)^2)))-1)))/(D[1,0]/170);
ik:=0; im:=45;
afst1:=0;
j:=1; jj:=25;
inarray(drum,20000,HZR); inarray(drum,50000,TZR); hold(TZR);
alfa:=beta:=delta:=true;
UGR[0]:=xgk:=x0; VGR[0]:=ygk:=y0;
gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygk-bb));
cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xgk,ygk,10);
dx0:=dx; dy0:=dy;
LSN(aa,bb,cc);
for i:=ik step 1 until im do
begin A[i]:=(70-2*i)*gr;
MAXAF(x0,y0,A[i]);
X[i,1]:=x0+dx; Y[i,1]:=y0+dy
end;
inarray(drum,20600,HZR); inarray(drum,50600,TZR); hold(TZR);
gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygk-bb));
cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xgk,ygk,10);
dx:=(dx+dx0)/2; dy:=(dy+dy0)/2;
LSN(aa,bb,cc);
UGR[j]:=xgk; VGR[j]:=ygk;
for i:=ik step 1 until im do
begin MAXAF(X[i,1],Y[i,1],A[i]);
X[i,2]:=(X[i,1]+x0+dx)/2; Y[i,2]:=(Y[i,1]+y0+dy)/2;
if arctan((Y[i,2]-y0)/(X[i,2]-x0))<-15*gr then
begin im:=i-1; goto L10 end
end;
L10: Xst:=X[im,2];
if im#140 then for i:=im+1 step 1 until 140 do U[i]:=V[i]:=-1;
for i:=ik step 1 until im do
begin X[i,0]:=U[i]:=X[i,2]; Y[i,0]:=V[i]:=Y[i,2]; CTF end;
outarray(drum,0,U); outarray(drum,2*141,V); hold(V);
for h:=1 step 1 until 70 do MU[h,1]:=NU[h,1]:=1000;

```

```

TLJDFR: j:=j+1;
gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygz-bb));
cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xgk,ygz,10);
dx0:=dx; dy0:=dy;
LSN(aa,bb,cc);
for i:=ik step 1 until im do
begin if i<im then
e:=arctan((X[i+1,0]-X[i,0])/(Y[i,0]-Y[i+1,0]));
if i>ik then
ee:=arctan((X[i,0]-X[i-1,0])/(Y[i-1,0]-Y[i,0]));
if i>ik^i<im then e:=(e+ee)/2;
if i=im then e:=ee;
MAXAF(X[i,0],Y[i,0],e);
X[i,1]:=X[i,0]+dx; Y[i,1]:=Y[i,0]+dy;
A[i]:=e
end;
IG[j-1]:=1000;
if A[im]>80xgr then
begin f:=entier((80xgr+A[im])/(4xgr));
if im>159-f then f:=159-im;
IG[j-1]:=im;
for i:=im+1 step 1 until im+f do
begin A[i]:=A[i-1]-4xgr;
X[i,0]:=X[im,0]; Y[i,0]:=Y[im,0];
MAXAF(X[i,0],Y[i,0],A[i]);
X[i,1]:=X[i,0]+dx; Y[i,1]:=Y[i,0]+dy;
if X[i,0]<x1^j=2 then
begin if arctan((Y[i,1]-y1)/
(X[i,1]-x1))<-35xgr then
begin im:=i-1;
delta:=false;
goto L11
end
end
end;
im:=im+f
end;
L11: inarray(drum,20000+jx600,HZR);
inarray(drum,50000+jx600,TZR); hold(TZR);
gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygz-bb));

```

```

cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xgk,ygk,10);
dx:=(dx+dx0)/2; dy:=(dy+dy0)/2;
LSN(aa,bb,cc);
UGR[j]:=xgk; VGR[j]:=ygk;
if ik>0 then for i:=0 step 1 until ik-1 do U[i]:=V[i]:=-1;
for i:=ik step 1 until im do
begin MAXAF(X[i,1],Y[i,1],A[i]);
      U[i]:=X[i,2]:=(X[i,1]+X[i,0]+dx)/2;
      V[i]:=Y[i,2]:=(Y[i,1]+Y[i,0]+dy)/2
end;
if im#140 then for i:=im+1 step 1 until 140 do U[i]:=V[i]:=-1;
if j>entier(lim) then
begin dmin:=1000;
      i0:=0;
      for i:=ik step 1 until im-f do
      begin dx:=X[i,0]-xb; dy:=Y[i,0]-yb;
            d:=sqrt(dx*dx+dy*dy);
            if d<dmin then begin dmin:=d; i0:=i end
      end;
      if dmin>sqrt((X[i0,2]-X[i0,0])2+(Y[i0,2]-Y[i0,0])2)
      then goto NEG else
      begin pp:=sqrt((xb-X[i0,0])2+(yb-Y[i0,0])2)/
            sqrt((X[i0,2]-X[i0,0])2+(Y[i0,2]-Y[i0,0])2);
            goto EIND
      end;
end;

```

NEG:

```

end;
for i:=ik step 1 until im do
begin X[i,1]:=X[i,2]; Y[i,1]:=Y[i,2] end;
for i:=ik step 1 until im-1 do
begin if Y[i,2]<Y[i+1,2] then goto L12 end;
goto L18;
L12: i:=ik; h:=i+2;
L13: xii:=X[i+1,2]-X[i,2]; yii:=Y[i+1,2]-Y[i,2];
L14: xhi:=X[h+1,2]-X[i,2]; yhi:=Y[h+1,2]-Y[i,2];
      xhh:=X[h+1,2]-X[h,2]; yhh:=Y[h+1,2]-Y[h,2];
      det:=xii*yhh-yii*xhh;
      l:=(xhi*yhh-yhi*xhh)/det;
      m:=(xii*yhi-yii*xhi)/det;
      if l>0^1<1^m>0^m<1 then

```



```

begin   kk:=i-h;
        for k:=i+1 step 1 until im+kk do
          begin   X[k,0]:=X[k-kk,0]; Y[k,0]:=Y[k-kk,0];
                  X[k,2]:=X[k-kk,2]; Y[k,2]:=Y[k-kk,2]
          end;
          im:=im+kk; i:=i+1; h:=i+2;
          if h<im then goto L13 else goto L15
        end;
        h:=h+1;
        if h<i+30^h<im then goto L14;
        i:=i+1; h:=i+2;
        if h<im then goto L13;
L15:    i:=ik; h:=i+1;
L16:    if (Y[i,2]>Y[h,2]^Y[i,2]<Y[h+1,2])
        v(Y[i,2]<Y[h,2]^Y[i,2]>Y[h+1,2]) then
        begin   for k:=i step 1 until im-1 do
          begin   X[k,0]:=X[k+1,0]; Y[k,0]:=Y[k+1,0];
                  X[k,2]:=X[k+1,2]; Y[k,2]:=Y[k+1,2]
          end;
          im:=im-1; h:=i+1;
          if h>im then goto L17;
          goto L16
        end;
        h:=h+1;
        if h>im then goto L17;
        goto L16;
L17:    i:=i+1; h:=i+1;
        if i>im-1 then goto L18;
        goto L16;
L18:    if Y[ik,2]>8.65 then begin ik:=ik+1; goto L18 end;
        if j<5^Xst<x1 then
        begin
L19:        if X[im,2]<3.3^Y[im,2]<3.75 then
          begin im:=im-1; goto L19 end
        end;
L20:    if X[im,2]<3 then
        begin   if Y[im,2]<1.35 then
          begin im:=im-1; goto L20 end;
          for i:=im step -1 until ik do

```

```

        begin   if X[i,2]≥13 then
                begin   if Y[i,2]<5.18 then
                        begin im:=i; goto L22 end
                end
        end;
L21:   if X[im,2]>12.8∧Y[im,2]<4.7 then
        begin im:=im-1; goto L21 end
end;
L22:   if X[im,2]≥13∧X[im,2]<13.58 then
        begin   if Y[im,2]<5.18 then
                begin im:=im-1; goto L20 end
        end;
        if X[im,2]≥13.58∧X[im,2]<13.906 then
        begin   if Y[im,2]<4.86 then
                begin im:=im-1; goto L20 end
        end;
        if X[im,2]≥13.906∧X[im,2]<17 then
        begin   if Y[im,2]<4.7 then
                begin im:=im-1; goto L20 end
        end;
        if X[im,2]≥17 then
        begin   if Y[im,2]<4.38 then
                begin im:=im-1; goto L20 end
        end;
        if 1/alfa then goto L25;
        ysn:=0;
L23:   if X[im,0]<xc∧X[im,2]>xc then
        begin   ysn1:=ysn;
                ysn:=(Y[im,2]-Y[im,0])/(X[im,2]-X[im,0])×
                (xc-X[im,2])+Y[im,2];
                if ysn<yc then begin im:=im-1; goto L23 end;
                if ysn-yc>0.07∧ysn1≠0 then
                begin ysn:=ysn1; im:=im+1 end;
                if X[im,0]<xc∧X[im,2]>xc then alfa:=false
        end;
        if 1/alfa∧X[im+1,0]<xc∧X[im+1,2]>xc then
        begin   jj:=j;
                i:=ik;
L24:   if X[im,2]=U[i]∧Y[im,2]=V[i] then i1:=i-im
        else begin i:=i+1; goto L24 end;
        gk:=arctan((ysn-Y[im,2])/(xc-X[im,2]));

```

```

cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xc,ysn,10);
l111:=sqrt((X[im,2]-xc)2+(Y[im,2]-ysn)2);
vh:=l111/l11;
if gk > 80×gr then
begin f:=entier((80×gr+gk)/(4×gr));
if im > 159-f then f:=159-im;
if i < IG[j-1] then IG[j-1]:=i;
for i:=im+1 step 1 until im+f do
begin gk:=gk-4×gr;
cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
MAXAF(xc,ysn,10);
X[i,2]:=X[i+1,1]:=U[i+1]:=xc+dx×vh;
Y[i,2]:=Y[i+1,1]:=V[i+1]:=ysn+dy×vh;
end;
im:=im+f;
end;
if im ≠ 140 then
for i:=i1+im+1 step 1 until 140 do U[i]:=V[i]:=-1;
goto L20;
end;
L25: ik1:=ik; im1:=im;
for i:=ik step 1 until im do
begin X[i,0]:=X[i,2]; Y[i,0]:=Y[i,2] end;
i:=ik;
L26: xii:=X[i,0]-X[i+1,0]; yii:=Y[i,0]-Y[i+1,0];
if xii×xii+yii×yii > 0.03 then
begin for h:=im step -1 until i+1 do
begin X[h+1,0]:=X[h,0]; Y[h+1,0]:=Y[h,0] end;
X[i+1,0]:=X[i,0]-xii/2; Y[i+1,0]:=Y[i,0]-yii/2;
im:=im+1;
goto L26;
end else
begin i:=i+1; if i < im then goto L26 end;
for i:=ik step 1 until im do CTF;
h:=k:=i:=ik1; f:=g:=0;
outarray(drum,4×(j-1)×141,U);
outarray(drum,2×(2×j-1)×141,V); hold(V);

```

```

L27:  if X[h,1]=X[i,2]\X[i,2]=X[k,0] then
      begin  h:=h+1; k:=k+1; i:=i+1;
            if i<=m1 then goto L27 else goto L28
      end;
      if X[h,1]≠X[i,2]\X[i,2]=X[k,0] then
      begin h:=h+1; g:=g+1; NU[g,j]:=1; goto L27 end;
      if X[h,1]≠X[i,2]\X[i,2]≠X[k,0] then
      begin  h:=h+1; g:=g+1; f:=f+1;
            NU[g,j]:=1; MU[f,j]:=k;
            k:=k+1;
            goto L27
      end;
      if X[h,1]=X[i,2]\X[i,2]≠X[k,0] then
      begin f:=f+1; MU[f,j]:=k; k:=k+1; goto L27 end;
L28:  for h:=g+1 step 1 until 70 do NU[h,j]:=1000;
      for h:=f+1 step 1 until 70 do MU[h,j]:=1000;
      goto TIJDFR;
EIND: j1:=j-1;
      f:=10;
      NEWPAGE; CARRIAGE(3); PRINTTEXT({punten baankromme:});
      PRINTTEXT({      x      y      1      b}); CARRIAGE(2);
      MOVE(16); PLOT(-xb,-yb); KRUIS; MOVE(32);
      j0:=j:=j-1;
      IB[j]:=10;
L29:  if IB[j]>IG[j] then IB[j]:=IG[j];
      f:=70;
L30:  if IB[j]>MU[f,j] then begin IB[j]:=IB[j]-f; goto L31 end else
      begin f:=f-1; if f>0 then goto L30 else goto L31 end;
L31:  g:=70;
L32:  if IB[j]>NU[g,j] then begin IB[j]:=IB[j]+g; goto L33 end else
      begin g:=g-1; if g>0 then goto L32 else goto L33 end;
L33:  if j=j0 then
      begin xxx:=xb; yyy:=yb end else begin xxx:=xx; yyy:=yy end;
      inarray(drum,4*(j-1)*141,U);
      inarray(drum,2*(2*j-1)*141,V); hold(V);
      xx:=U[IB[j]]; yy:=V[IB[j]];
      ll:=arctan((xx-7.5)/(yy+8.5))/gr+30;
      bbb:=90-2*arctan(a0*sqrt((xx-7.5)2+(yy+8.5)2))/gr;
      ftr:=(636.5*cos(pi/4-bbb*gr/2)2)/ft;
      if j=jj-1∧(((yyy-yy)/(xxx-xx))*(xc-xxx)+yyy)<yc then

```

```

begin  if ysn>5.318\ysn<5.248 then ysn:=5.28;
      PLOT(-xc,-ysn);
      afst1:=afst1+(sqrt((xx-xc)2+(yy-ysn)2+
      sqrt((xxx-xc)2+(yyy-ysn)2))*ftr
end
else afst1:=afst1+sqrt((xxx-xx)2+(yyy-yy)2)*ftr;
if j=1 then
begin  afst1:=afst1+sqrt((xx-x0)2+(yy-y0)2)*
      (636n5*cos(pi/9)2)/ft;
      if 7delta^arctan((yyy-yy)/(xxx-xx))<-15*gr
      then PLOT(-xi,-yi)
end;
PLOT(-xx,-yy);
NLCR; SPACE(22);
ABSFIXT(2,2,xx); ABSFIXT(4,2,yy);
ABSFIXT(4,2,11); ABSFIXT(4,2,bbb);
j:=j-1;
if j>0 then begin IB[j]:=IB[j+1]; goto L29 end;
PLOT(-x0,-y0); KRUIS; PLOT(0,0);
k:=entier(j1/2);
d:=(j1-2*k+pp)*12;
CARRIAGE(4); PRINTTEXT(⟨reisduur:                ⟩);
PRINTTEXT(⟨dagen                uren⟩); CARRIAGE(3);
PRINTTEXT(⟨leesttime                ⟩);
ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,d);
j:=j0+1;
if xgk<xb then
begin
L34:      j:=j+1;
          gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygk-bb));
          cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
          MAXAF(xgk,ygk,10);
          dx0:=dx; dy0:=dy;
          LSN(aa,bb,cc);
          inarray(drum,20000+j*600,HZR);
          inarray(drum,50000+j*600,TZR); hold(TZR);
          gk:=arctan(-(xgk-aa)/(ygk-bb));
          cosgk:=cos(gk); singk:=sin(gk);
          MAXAF(xgk,ygk,10);

```

```

dx:=(dx+dx0)/2; dy:=(dy+dy0)/2;
LSN(aa,bb,cc);
UGR[j]:=xgk; VGR[j]:=ygk;
if xgk>xb then goto L35;
goto L34
end;
L35: p:=(j-1+(xb-UGR[j-1])/(UGR[j]-UGR[j-1]))/2;
k:=entier(p);
d:=(p-k)*24;
NLCR; PRINTTEXT(kgrootcirkel ););
ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,d);
olt:=afst1/185200-afst2;
vtu:=p*24-(j1+pp)*12;
k:=entier(vtu/24);
if k<0 then k:=0;
q:=vtu-k*24;
NLCR; PRINTTEXT(kgo-1t ););
ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,q);
CARRIAGE(4); PRINTTEXT(komweg: mylen);
CARRIAGE(3); PRINTTEXT(kleasttime); SPACE(19);
ABSFIXT(3,0,olt);
goto AF2;
AF1: NEWPAGE; CARRIAGE(5);
PRINTTEXT(kaantal gegevens golfkaarten is niet juist);
AF2:
end

```

Bijlage 2:

Golfstroomkaart, polair snelheidsdiagram en golfkaarten.

Hoewel de Golfstroomkaart en de golfkaarten voor het gehele rooster $x [0:27]$ $y [0:17]$ bekend zijn, worden hier slechts de voor deze route belangrijke gedeelten afgedrukt, waarbij men moet bedenken dat de Golfstroomkaart per roosterpunt twee waarden (de x- en y-component) bevat.

Het punt $(x=1, y=1)$ bevindt zich rechtsboven, terwijl de positieve x- resp. y-as naar links resp. naar beneden is gericht (zie ook fig. 3). De golfhoogten zijn gegeven in decimeters, de golfrichtingen in graden t.o.v. de pos. x-as, tegen de wijzers van de klok in. De waarden d_1 , d_2 en d_3 van het gebruikte snelheidsdiagram worden van 0 t/m 15 m golfhoogte, met stappen van een halve meter, in de hier vermelde volgorde gegeven.

DATUM: 170170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	30	20	0	40	40	40	50	55	40	30	35	25
0	0	0	0	0	0	0	30	40	20	35	30	30	40	50	45	25	25	20
0	0	0	0	0	0	20	30	30	25	35	30	30	35	40	40	0	0	0
0	15	15	0	15	0	30	30	30	25	30	25	50	45	40	35	30	20	0
20	25	25	20	25	20	30	30	30	25	25	30	60	45	40	30	30	35	15
25	30	30	30	30	35	40	40	45	25	25	35	45	45	50	30	25	35	15
30	35	40	45	50	50	50	50	40	25	25	40	40	45	50	35	25	25	15
35	40	50	55	60	80	80	75	55	40	35	35	35	45	45	30	20	20	20
35	45	50	55	65	85	100	40	85	70	55	45	40	40	40	30	20	20	10

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	270	260	200	190	180	140	140	140	170	185	210
180	180	180	180	180	180	270	270	275	270	250	240	130	130	130	155	160	210	210
180	180	180	180	180	270	270	275	275	270	290	270	80	130	130	150	150	120	180
300	280	270	280	280	270	275	275	290	290	280	270	80	90	120	150	140	120	110
290	285	270	280	280	270	280	275	290	290	270	70	80	90	110	140	120	115	110
300	290	290	300	290	300	280	290	280	310	30	40	70	80	95	120	110	110	115
305	290	315	300	320	320	320	310	270	350	30	40	50	80	85	100	110	105	100
295	300	320	320	330	330	345	340	355	350	350	10	30	80	85	100	100	95	95
295	300	320	330	330	335	350	350	355	355	360	360	20	20	80	90	90	90	90

DATUM: 170170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	30	40	10	30	45	55	60	60	45	0	30	30
0	0	0	0	0	0	15	40	40	15	20	35	45	45	55	50	20	0	15
0	0	0	0	10	0	25	40	35	15	20	20	40	40	40	40	0	0	10
10	10	10	10	20	15	30	45	40	20	20	20	40	40	40	40	35	25	0
10	10	15	15	20	35	40	50	45	25	20	25	35	35	45	50	40	35	25
10	15	15	20	30	40	50	55	50	40	35	35	35	35	40	45	40	40	10
15	20	25	25	35	50	55	55	55	50	45	40	50	50	50	40	40	40	0
20	25	30	35	45	55	60	65	65	60	60	55	60	60	60	40	40	40	0
20	30	35	40	50	60	65	65	70	65	65	60	55	55	50	40	35	35	25

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	280	285	290	180	150	140	140	140	140	120	140	130	205
180	180	180	180	180	180	285	285	290	270	180	140	130	130	130	140	150	180	355
180	180	180	180	280	290	300	280	285	280	275	70	80	130	135	140	120	180	235
355	350	350	280	285	295	300	290	285	310	275	70	80	80	135	120	120	120	180
350	350	350	280	290	300	295	295	300	320	350	90	75	25	115	125	110	245	230
280	320	310	280	290	300	295	300	340	310	350	10	80	30	50	120	130	245	245
280	285	290	285	290	300	305	310	330	340	345	360	70	50	45	125	120	120	180
270	270	290	290	300	300	310	320	350	350	360	360	20	30	35	30	110	120	180
260	270	290	300	300	305	310	330	355	345	360	10	5	30	30	30	110	260	315

DATUM: 180170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	25	15	0	20	35	45	60	60	50	10	40	40
0	0	0	0	0	0	0	30	20	10	15	25	35	50	60	55	15	0	25
0	0	0	0	0	0	20	30	25	10	15	20	35	30	35	35	0	0	0
10	10	10	0	0	0	30	30	35	25	20	25	35	35	35	35	30	40	0
15	15	15	15	20	25	30	40	45	40	30	30	35	35	35	35	35	35	30
15	15	15	20	30	40	45	50	55	50	40	35	35	35	35	40	40	35	10
15	15	20	25	40	50	55	55	55	55	50	45	40	35	45	50	40	30	0
15	15	25	30	45	55	55	55	55	55	50	45	40	40	50	45	35	30	0
15	15	25	30	45	50	60	65	60	55	50	45	40	40	40	40	35	25	25

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	280	280	290	180	130	130	140	165	170	170	175	180	180
180	180	180	180	180	180	280	285	295	290	140	130	140	165	170	170	170	190	190
180	180	180	310	290	180	280	290	295	290	280	80	90	100	80	170	165	120	140
355	350	360	20	300	310	295	290	300	295	280	80	80	100	80	50	110	115	130
360	350	10	300	300	325	320	310	305	300	350	10	70	60	55	45	70	105	120
30	300	320	300	300	320	300	310	310	310	330	360	20	40	50	45	60	105	115
10	285	280	285	290	310	295	305	310	310	330	360	15	30	50	45	60	100	100
360	280	280	280	290	280	290	305	305	340	360	5	15	20	45	45	65	90	90
170	280	280	280	290	280	290	305	300	345	350	10	15	15	45	40	40	40	30

DATUM: 180170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	30	40	0	25	40	55	60	60	55	0	50	40
0	0	0	0	0	0	0	30	20	20	20	20	30	35	30	30	20	0	35
0	0	0	0	0	0	15	30	20	20	20	20	25	30	30	30	0	0	10
0	10	10	0	15	0	0	30	30	25	20	25	25	30	30	30	30	25	0
15	15	15	20	25	35	30	45	40	30	25	25	25	30	30	30	30	30	25
20	20	15	20	30	40	45	45	45	40	35	30	30	35	30	30	35	30	20
20	25	25	25	30	40	45	45	45	45	40	40	40	35	30	30	35	40	0
20	25	25	25	35	40	45	45	45	45	45	45	45	40	35	30	40	40	0
20	20	25	35	35	45	45	45	45	45	45	45	45	40	35	30	40	40	35

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	300	280	280	120	140	170	175	180	180	180	180	165	170
180	180	180	180	180	180	295	300	310	120	110	180	180	180	190	80	55	170	175
180	180	180	180	180	180	320	300	310	330	290	90	95	95	80	50	60	55	170
360	125	295	310	310	310	320	310	315	330	360	360	90	95	80	50	60	55	30
360	5	295	305	310	310	325	320	330	330	360	10	95	80	55	60	50	30	
5	5	360	315	315	310	320	320	345	340	355	350	360	50	60	100	70	40	30
5	360	360	315	305	295	320	320	345	320	10	345	340	360	60	100	70	40	50
360	350	340	300	310	295	300	320	300	320	320	340	320	350	100	100	95	45	40
340	340	280	300	305	290	290	310	300	320	310	340	350	360	90	95	95	60	40

DATUM: 190170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	20	40	15	20	30	40	40	40	40	35	40	40	30
0	0	0	0	0	0	30	40	40	10	25	30	30	30	30	30	20	10	15
0	0	0	0	0	0	10	40	30	20	15	20	20	25	30	35	30	20	10
10	10	0	0	10	15	15	40	40	25	25	20	15	15	30	40	35	25	20
15	10	10	10	20	25	20	40	40	40	30	30	20	15	15	50	45	30	20
20	15	15	15	25	30	30	40	40	40	40	40	35	30	25	40	50	35	15
25	25	20	25	30	35	30	40	40	40	40	40	40	40	40	40	50	40	10
35	35	30	35	40	40	35	35	40	40	40	45	45	45	40	40	50	40	20
30	25	25	40	40	35	35	35	35	40	45	50	50	45	40	40	40	35	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	270	200	200	210	190	195	200	210	175	150	140
180	180	180	180	180	180	275	280	290	100	200	210	195	215	110	100	90	130	140
180	180	180	180	180	180	280	280	330	330	350	200	195	140	130	120	100	100	70
220	220	180	180	290	300	305	300	330	340	340	350	355	160	140	130	110	100	60
240	210	270	210	285	310	315	300	330	340	350	350	345	350	170	140	120	110	60
260	170	350	310	305	310	315	310	330	340	355	345	355	350	330	100	120	110	30
360	30	350	300	310	315	305	330	330	330	355	350	345	355	20	90	100	100	100
40	30	20	350	360	360	325	330	330	340	340	345	350	360	360	50	80	100	100
40	30	30	5	360	345	330	330	340	320	330	340	350	350	355	10	90	95	100

DATUM: 190170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	20	40	20	50	50	40	35	50	50	30	25	20
0	0	0	0	0	0	10	20	20	25	40	35	30	25	50	65	20	15	10
0	0	0	0	0	0	10	35	40	30	30	30	30	30	45	75	30	30	10
10	10	10	10	10	10	20	40	45	40	40	35	30	40	60	70	40	30	10
15	15	20	20	20	20	20	40	40	45	40	35	35	35	45	50	40	30	10
20	25	30	30	25	25	30	35	40	40	40	35	35	35	40	40	40	30	10
20	25	30	30	30	35	30	30	35	35	35	35	30	35	35	35	35	30	30
20	25	25	35	40	40	40	40	40	40	35	35	30	30	30	30	35	30	25
20	25	25	40	40	40	40	40	40	40	35	35	30	30	30	30	30	30	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	300	220	210	220	210	205	140	130	160	140	140
180	180	180	180	180	180	270	280	300	220	220	220	220	210	130	140	120	120	140
180	180	180	180	180	180	290	290	310	330	350	10	20	355	90	110	100	100	90
200	220	250	265	270	280	290	300	340	330	360	10	10	360	40	90	85	100	80
195	220	220	260	270	280	280	300	330	355	360	5	30	20	45	80	80	90	80
210	220	260	270	265	300	280	330	340	350	360	360	30	50	50	80	80	70	80
350	350	270	270	350	300	280	330	355	350	360	360	360	20	30	60	50	75	60
355	255	355	350	355	360	360	360	360	360	360	360	350	360	355	355	60	60	70
355	355	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	350	355	350	10	60	50

DATUM: 200170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	20	20	40	20	40	40	35	30	80	60	15	30	25
0	0	0	0	0	0	15	20	25	35	40	30	25	25	75	65	20	20	20
0	0	0	0	0	0	15	35	40	30	30	25	25	30	60	60	30	20	15
10	10	10	10	15	10	10	45	60	40	30	30	30	45	55	55	35	30	20
10	10	15	20	25	20	30	50	60	55	35	30	40	50	50	50	35	30	20
10	50	20	30	30	40	40	50	55	50	35	35	40	50	50	40	35	30	20
15	20	25	30	35	40	40	45	45	40	40	40	40	40	40	35	30	25	15
15	20	25	30	35	40	40	40	40	50	50	50	50	40	35	30	25	20	20
15	20	25	30	35	40	40	50	50	50	50	50	40	35	30	30	25	20	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	240	220	220	220	215	210	80	100	110	135	140
180	180	180	180	180	180	270	270	270	240	220	220	220	50	85	90	100	140	150
180	180	180	180	180	180	280	290	285	270	220	230	220	70	80	90	90	80	70
210	230	280	280	280	280	290	300	310	330	30	50	40	70	80	80	80	70	60
210	230	275	275	280	280	290	290	340	340	360	20	40	80	80	80	70	70	50
210	230	270	275	275	280	300	300	345	350	360	30	50	80	75	70	60	70	60
210	270	270	280	280	280	300	300	330	330	20	20	30	80	65	70	50	60	50
350	280	275	280	280	280	290	310	30	20	30	20	30	30	60	60	50	20	20
360	280	310	360	5	10	10	20	40	20	25	20	30	30	40	20	10	10	10

DATUM: 200170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	10	20	10	50	50	35	40	70	65	15	25	30
0	0	0	0	0	0	10	20	40	40	40	30	30	40	65	60	20	15	15
0	0	0	0	0	0	10	35	50	45	25	25	30	40	55	60	40	30	10
10	10	10	0	10	10	20	45	60	60	40	30	35	40	55	55	40	30	10
15	20	15	10	15	15	20	50	65	80	70	50	40	45	60	60	40	30	10
20	20	15	15	25	35	40	50	65	70	70	55	40	45	60	60	40	30	10
15	20	15	20	30	40	45	45	55	60	60	50	40	50	60	50	35	30	30
20	20	15	20	30	35	40	45	45	50	45	55	50	55	50	35	35	30	30
15	15	15	20	30	30	35	40	40	40	50	55	55	50	40	35	30	25	25

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	270	260	240	240	235	90	100	95	100	100	140	140
180	180	180	180	180	180	300	280	275	230	260	260	100	90	95	100	100	120	160
180	180	180	180	180	180	300	290	280	285	260	30	60	80	90	100	95	80	80
220	230	240	280	280	300	300	310	300	290	355	20	30	75	85	95	95	80	80
220	220	220	290	280	300	300	310	310	340	355	10	20	80	80	80	95	80	30
220	230	190	290	285	290	305	310	315	330	340	350	10	70	80	80	80	60	30
5	10	185	285	285	300	315	315	320	340	360	360	10	60	70	65	60	40	30
5	10	20	285	305	300	315	320	345	350	350	30	50	50	70	60	50	30	30
5	10	10	285	305	300	310	360	350	10	20	30	40	45	50	40	30	20	10

DATUM: 210170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	20	40	30	30	40	55	80	10	20	20
0	0	0	0	0	0	0	0	20	50	40	40	25	30	35	50	65	60	15	15
0	0	0	0	0	0	10	40	50	50	30	20	30	40	55	55	60	45	30	
0	0	0	0	0	0	20	60	70	80	55	30	40	50	55	55	60	45	35	
10	10	10	10	10	15	20	60	80	95	110	90	80	65	55	50	60	40	35	
10	15	15	15	20	30	45	60	75	85	90	85	75	60	55	50	50	40	35	
15	20	20	20	20	35	45	55	65	70	70	70	60	50	50	50	45	35	30	
20	20	20	20	25	30	40	50	55	60	60	55	45	45	45	45	35	30	25	
20	20	20	20	20	30	35	40	45	50	50	45	40	40	40	30	25	25	20	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	180	270	275	240	230	230	140	140	140	140	130	145	160
180	180	180	180	180	180	180	180	280	270	240	240	250	60	70	100	150	130	140	160
180	180	180	180	180	180	330	340	340	290	320	270	30	70	90	80	110	100	90	
180	180	180	180	180	180	330	340	340	320	330	5	20	50	50	80	100	100	90	
190	180	180	330	330	320	335	340	345	340	350	360	360	40	40	60	100	90	80	
220	220	270	250	300	320	330	340	345	355	360	10	10	30	40	60	95	90	80	
300	260	270	270	295	310	325	330	355	360	360	5	5	20	50	50	80	85	70	
300	270	275	280	30	300	320	325	350	350	360	360	5	30	50	60	70	80	60	
20	20	20	30	20	330	330	320	330	320	350	350	360	45	50	60	50	60	10	

DATUM: 210170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	30	40	35	30	30	25	30	40	45	20	45	25	
0	0	0	0	0	0	0	20	35	35	30	25	25	25	35	45	20	30	25	
0	0	0	0	0	0	10	30	50	50	40	30	25	25	40	50	40	40	20	
15	20	15	10	10	0	20	55	70	65	60	60	60	70	70	65	55	45	25	
35	40	30	20	15	10	25	55	65	65	70	75	90	90	75	60	55	50	25	
45	30	40	20	15	10	20	40	50	55	60	65	65	75	60	50	40	45	10	
40	30	30	20	15	10	25	35	40	45	50	50	55	50	45	40	35	40	20	
30	30	20	20	15	15	35	40	40	40	40	45	45	40	40	35	35	35	30	
25	20	15	15	15	20	40	40	40	35	35	40	40	35	35	30	30	30	25	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	280	280	305	310	230	230	160	160	140	130	140	160	160	
180	180	180	180	180	180	280	280	310	320	240	260	270	100	110	100	140	165	165	
180	180	180	180	180	180	340	350	340	330	350	350	350	20	50	70	60	90	95	
270	200	170	170	160	350	355	355	350	350	355	355	5	30	30	30	50	90	95	
310	180	140	175	155	350	355	355	355	350	360	360	5	20	25	30	30	95	95	
315	340	150	150	160	160	330	330	355	355	360	360	360	15	20	15	20	95	100	
330	350	130	160	150	170	310	330	340	340	355	360	5	10	10	10	10	90	95	
330	330	70	130	140	290	260	250	340	320	335	350	350	360	10	355	10	360	10	
330	340	55	50	30	280	265	50	50	340	335	350	350	350	360	350	360	360	360	

DATUM: 220170 TYD: 00.00 Z

GOLPHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	0	35	65	20	25	30	25	30	35	40	30	45	20
0	0	0	0	0	0	0	0	20	45	30	25	25	25	30	40	40	35	30	25
0	0	0	0	0	0	0	0	22	35	35	30	30	30	45	50	50	50	25	25
15	10	15	0	20	10	15	30	40	45	45	45	50	60	60	60	60	50	40	30
60	50	60	65	50	40	15	25	40	50	55	45	50	60	60	60	50	45	35	
70	80	90	80	45	40	30	20	30	40	45	45	50	50	50	50	45	40	35	
70	80	90	90	65	50	35	22	25	30	40	40	45	45	45	45	40	35	30	
65	75	80	85	65	50	35	22	25	30	35	40	40	40	35	35	35	30	30	
50	55	60	60	50	40	30	22	25	30	40	40	40	35	30	30	30	25	25	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	280	280	280	290	220	220	220	160	150	150	160	150	145	
180	180	180	180	180	180	280	320	300	320	310	360	10	60	40	40	30	150	140	
180	180	180	180	180	180	320	330	340	330	330	360	20	30	30	35	40	70	40	
270	270	265	265	180	170	330	350	340	340	350	360	5	15	15	30	360	50	40	
270	290	275	265	180	165	160	350	340	360	360	360	355	10	15	10	360	50	20	
285	310	315	310	360	30	140	350	340	350	360	360	360	355	360	350	350	40	25	
305	330	330	325	355	10	140	140	340	330	340	350	350	350	350	350	350	20	10	
325	330	330	340	360	5	100	100	340	330	320	320	40	350	350	350	345	360	360	
330	325	340	350	360	5	90	60	340	360	330	40	40	20	360	350	350	350	350	

DATUM: 220170 TYD: 12.00 Z

GOLPHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	0	25	45	20	20	20	20	30	45	40	20	40	30
0	0	0	0	0	0	0	0	20	40	35	25	20	20	30	40	35	40	20	15
0	0	0	0	0	0	20	30	30	25	25	30	30	35	40	40	40	20	15	
15	20	10	10	10	0	50	50	45	30	30	30	35	40	45	45	40	40	25	
40	45	40	45	55	70	50	40	55	45	30	30	35	45	55	50	50	40	35	
50	55	60	60	80	95	75	60	50	55	30	30	35	45	50	50	50	35	30	
50	60	65	70	80	100	90	65	50	50	30	30	35	35	40	45	45	35	30	
50	55	65	65	70	70	60	50	50	40	25	30	30	30	35	40	40	30	30	
45	50	45	50	55	50	40	45	40	30	20	25	25	30	30	35	30	30	25	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	280	295	340	350	60	90	95	100	100	120	150	160	
180	180	180	180	180	180	210	240	280	330	360	30	50	80	90	60	40	150	160	
180	180	180	180	255	240	210	210	280	320	360	360	20	10	360	110	40	30	30	
270	275	275	285	270	270	230	230	190	170	350	360	360	350	340	130	20	30	20	
265	260	275	285	310	310	290	170	150	140	350	360	360	360	10	10	110	20	20	
280	280	305	320	335	340	355	40	30	110	350	350	360	5	10	10	110	10	10	
290	295	305	320	345	345	10	30	40	90	330	360	360	360	5	80	80	10	10	
320	295	315	230	350	350	360	10	60	70	330	350	350	350	360	70	50	10	10	
310	330	330	330	330	345	355	40	60	30	20	335	330	350	360	30	360	360	360	

DATUM: 230170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	0	10	40	20	10	10	0	20	30	30	10	25	20
0	0	0	0	0	0	0	0	30	35	30	15	20	10	20	30	25	15	0	0
0	0	0	0	0	0	0	40	50	60	45	45	35	20	25	35	40	40	20	10
0	20	10	10	0	0	50	70	60	45	55	50	35	30	40	45	50	45	10	
20	30	30	30	40	45	60	70	60	60	55	50	35	35	40	40	45	45	40	
30	35	45	50	55	70	85	100	90	70	60	50	35	35	35	40	40	40	35	
35	40	50	55	60	70	80	90	80	70	60	50	35	35	30	35	35	35	30	
35	45	50	60	60	65	70	70	70	60	50	40	35	35	30	30	30	30	25	
35	40	50	55	60	65	65	65	60	50	40	35	35	30	30	30	30	30	25	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	180	240	270	295	170	160	90	90	110	130	140	140	150
180	180	180	180	180	180	180	230	240	240	190	180	160	110	90	100	120	140	160	150
180	180	180	180	180	180	180	230	235	240	180	180	140	110	70	30	10	20	30	50
270	275	280	275	280	280	250	245	250	180	140	130	110	40	10	10	20	30	40	
280	280	285	300	300	285	290	310	60	65	60	120	100	5	10	10	20	30	20	
290	300	320	310	300	310	340	360	5	30	30	90	100	5	10	5	10	20	20	
300	300	320	320	310	340	355	5	5	10	20	80	90	360	360	360	360	360	360	
310	310	320	330	340	350	360	5	360	10	40	70	80	360	360	360	360	360	360	
310	320	320	320	330	350	350	360	360	20	50	50	40	360	355	360	360	360	360	

DATUM: 230170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	0	15	20	15	20	20	10	20	40	40	15	40	35
0	0	0	0	0	0	0	20	35	50	50	35	35	30	20	30	30	10	30	30
0	0	0	0	0	0	0	40	60	70	50	35	40	40	35	30	30	35	20	25
0	0	0	0	0	0	0	55	80	75	40	40	50	45	40	40	35	60	75	45
0	10	15	20	20	30	70	75	70	50	45	55	50	45	50	35	45	45	45	
20	25	30	30	40	50	75	100	100	80	60	50	45	45	45	35	40	40	40	
30	30	35	40	45	60	70	80	90	90	75	55	45	45	35	35	40	40	40	
30	30	40	40	45	55	55	60	60	65	60	50	40	40	35	35	35	35	30	
30	30	40	40	45	45	50	50	50	50	45	40	35	35	30	30	30	30	25	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	265	260	220	160	140	110	120	135	140	180	170	
180	180	180	180	180	180	270	270	270	260	190	160	150	150	120	130	140	175	170	
180	180	180	180	180	180	270	270	270	270	100	85	90	140	30	15	20	360	30	
180	180	290	280	275	290	270	270	275	280	80	80	85	90	90	15	360	10	15	
275	280	290	280	275	295	280	280	280	340	70	85	80	90	90	10	10	20	20	
270	210	265	280	280	315	320	345	350	355	30	30	80	80	80	20	10	30	20	
210	220	260	285	280	340	340	355	355	355	360	360	60	70	80	20	15	10	10	
220	240	260	290	320	330	330	340	350	360	360	360	60	70	20	10	360	360	360	
250	260	260	280	320	330	330	350	350	10	360	355	40	20	360	360	360	360	10	

DATUM: 240170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	25	40	20	35	40	45	40	35	25	15	30	30
0	0	0	0	0	0	20	35	50	40	30	40	50	55	55	30	10	20	25
0	0	0	0	0	0	20	40	65	60	30	30	40	40	40	35	20	20	20
10	10	10	0	0	0	30	40	65	75	50	45	45	45	35	30	30	40	40
10	15	15	15	15	15	30	45	60	70	65	50	55	60	35	30	35	35	35
20	20	20	25	30	30	40	50	60	70	75	80	80	65	35	30	40	30	30
20	25	30	30	35	40	45	50	60	70	75	80	70	65	30	40	40	30	30
25	30	30	35	40	40	50	55	60	60	60	60	55	40	30	40	35	25	25
25	30	30	35	40	45	50	50	55	50	50	50	40	30	30	35	30	25	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	270	275	260	180	170	180	180	170	170	150	170	190
180	180	180	180	180	180	270	260	280	270	220	170	170	170	170	150	140	170	210
180	180	180	180	180	260	270	260	280	280	300	60	80	80	80	140	90	30	40
330	20	20	10	10	280	280	260	280	290	295	70	80	60	60	100	70	20	30
30	280	280	270	270	280	280	270	340	290	300	340	20	50	40	70	70	10	20
270	280	280	275	270	280	280	280	350	355	350	360	20	30	30	70	70	10	10
270	280	280	280	340	330	310	310	350	360	360	360	10	20	30	60	70	360	360
270	280	280	280	300	320	310	300	350	360	5	10	10	20	20	60	90	360	360
270	280	280	280	300	300	330	300	340	320	330	350	10	10	50	60	70	360	360

DATUM: 240170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	20	40	40	50	40	50	55	40	30	15	25	25
0	0	0	0	0	0	10	25	50	60	40	30	30	40	40	30	20	10	10
0	0	0	0	0	0	15	30	50	75	65	40	30	35	35	30	20	20	20
15	10	10	0	0	0	20	35	50	80	85	70	55	50	50	40	30	30	30
30	25	10	10	10	15	20	35	50	70	90	90	75	70	60	50	35	40	30
30	20	20	15	15	20	30	40	55	65	75	80	75	70	60	50	30	40	25
30	25	25	20	20	25	35	45	50	60	65	65	65	60	55	40	30	35	30
30	30	25	20	25	30	40	45	50	55	55	55	55	50	45	35	30	30	25
30	25	20	25	30	35	40	40	45	50	50	50	50	40	40	30	30	30	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	290	280	280	270	240	180	170	170	170	160	140	170	170
180	180	180	180	180	180	290	290	310	290	270	280	170	160	170	160	150	70	170
180	180	180	180	180	280	270	270	310	310	320	330	350	50	70	40	80	70	40
210	240	220	180	330	280	270	270	310	300	330	340	350	360	40	50	50	70	30
220	220	220	100	280	280	280	260	300	320	340	350	350	360	20	50	60	80	80
220	220	100	90	280	280	280	280	310	310	340	350	350	360	10	30	60	80	80
230	50	70	90	280	280	280	290	300	320	340	340	360	10	20	20	40	60	80
35	50	60	270	280	280	290	300	300	320	330	340	360	360	10	10	60	60	80
40	50	280	280	280	290	290	300	310	320	330	330	350	355	360	350	70	70	10

DATUM: 250170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	20	35	40	40	40	40	40	40	20	30	25
0	0	0	0	0	0	0	20	40	65	70	40	30	35	40	15	15	15
0	0	0	0	0	0	0	25	40	60	85	95	60	40	40	35	30	20
10	10	10	10	10	10	10	25	40	55	70	85	85	70	55	45	35	30
20	25	25	20	20	20	20	30	30	35	50	60	65	70	70	60	50	40
40	45	45	35	30	35	35	30	35	45	50	55	60	60	55	50	40	30
45	50	40	30	30	40	30	30	35	40	45	50	50	50	50	40	30	25
40	40	40	35	40	45	30	30	35	40	40	45	45	45	45	40	30	30
30	35	40	40	50	40	25	30	35	35	40	40	40	40	40	35	30	25

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	280	290	315	230	200	180	180	80	150	160	150
180	180	180	180	180	180	270	290	290	310	320	330	350	40	60	70	70	150
180	180	180	180	180	270	270	280	300	320	320	330	340	360	60	50	30	60
230	230	230	230	220	70	80	270	300	310	320	330	340	350	20	20	20	30
240	240	220	220	210	80	80	275	290	300	330	325	330	350	355	10	20	30
250	240	230	210	205	80	80	270	280	300	330	325	330	340	350	350	360	360
250	250	250	230	70	70	85	270	280	290	300	320	330	330	330	10	360	360
260	280	330	340	60	70	80	270	280	290	300	320	320	330	330	350	350	70
270	290	330	330	60	80	60	270	280	290	300	320	310	330	330	350	355	350

DATUM: 250170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	10	10	20	40	40	35	30	30	30	20	30
0	0	0	0	0	0	100	25	20	35	60	60	40	30	35	30	30	0
0	0	0	0	0	0	20	35	35	55	70	70	60	50	45	40	25	20
0	0	0	0	10	10	35	35	45	40	45	55	70	70	60	50	45	40
10	15	20	30	35	35	65	35	50	55	40	50	60	65	60	55	50	40
25	30	40	45	50	65	80	50	55	60	40	45	50	55	55	50	50	40
30	40	45	45	55	70	65	50	55	60	40	40	45	45	50	45	45	40
40	40	45	45	50	60	50	45	50	50	40	35	40	40	45	45	40	40
40	40	45	45	45	50	40	40	45	45	35	35	35	40	40	40	40	35

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	180	240	350	300	220	210	230	130	90	80	170	170
180	180	180	180	180	180	270	250	150	340	330	340	350	350	30	30	30	60
180	180	180	180	180	270	270	250	100	300	330	330	340	330	350	360	10	70
280	270	260	270	270	270	270	260	100	110	310	320	340	330	340	360	5	30
260	270	260	270	270	270	275	300	100	120	310	320	325	330	340	350	360	10
265	270	265	280	280	280	280	30	80	110	90	320	320	325	330	340	350	360
270	270	270	280	280	290	310	360	80	90	90	320	320	330	330	340	340	330
260	270	270	280	290	290	310	330	70	85	90	320	320	320	330	340	340	330
260	265	270	290	290	300	310	30	70	90	300	320	315	320	320	330	330	330

DATUM: 260170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	10	15	20	30	30	30	30	30	30	0	20	20
0	0	0	0	0	0	15	20	30	25	25	30	40	30	30	30	20	0	0
0	0	0	0	0	0	20	40	40	40	30	40	45	45	40	35	30	20	10
10	0	0	10	0	0	40	60	50	40	50	40	45	50	50	50	40	30	25
10	15	10	15	15	20	20	80	60	40	40	55	45	50	55	45	50	40	35
20	20	20	25	35	45	60	80	70	70	50	60	40	45	50	50	50	45	40
20	20	30	40	50	55	65	70	60	60	60	55	40	40	45	45	45	45	40
20	30	40	45	50	55	60	60	50	50	60	40	35	40	45	45	45	40	40
20	35	40	50	50	55	55	50	50	50	50	40	40	40	40	45	45	40	40

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	250	260	260	200	230	240	360	40	10	20	170	170	170
180	180	180	180	180	180	260	260	250	210	270	280	330	20	10	10	30	180	170
180	180	180	180	180	270	260	270	260	220	200	280	330	360	360	360	20	30	60
330	10	10	20	260	270	280	280	265	220	110	140	320	350	350	350	360	30	50
330	10	10	280	270	270	270	280	280	350	80	110	320	340	330	340	340	30	40
10	10	280	280	270	290	270	290	350	10	80	100	300	320	330	330	340	10	20
360	290	280	280	280	290	270	290	340	360	70	90	300	310	320	320	330	340	360
290	290	280	280	290	300	280	280	340	340	80	80	300	310	310	300	320	330	340
270	290	280	290	290	310	280	290	360	60	70	70	90	310	310	300	320	330	330

DATUM: 260170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	10	45	20	30	30	25	25	30	30	20	10	0
0	0	0	0	0	0	0	30	55	50	45	45	30	25	30	30	30	0	0
0	0	0	0	0	0	20	50	80	45	45	55	50	30	30	35	30	10	15
15	0	0	0	0	0	30	60	70	45	45	45	50	50	30	40	30	25	20
35	20	0	0	10	10	20	70	60	60	50	50	50	75	25	40	40	35	25
50	45	30	15	20	30	40	50	70	90	95	80	55	70	30	40	45	35	30
50	50	30	20	30	35	40	50	70	90	90	65	50	60	40	40	45	35	30
30	30	35	35	35	35	40	50	60	70	65	50	45	45	40	40	45	35	30
30	30	25	30	35	35	40	45	50	50	55	45	40	40	30	40	40	30	30

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	260	260	260	260	210	190	140	310	300	330	100	160	130
180	180	180	180	180	180	265	265	260	260	180	170	150	100	300	330	30	180	110
180	180	180	180	180	270	270	260	260	270	170	140	140	100	300	320	330	350	60
330	100	130	140	260	270	270	270	270	280	300	80	100	100	300	320	330	350	350
330	350	100	100	260	260	270	310	310	330	10	30	30	95	100	310	320	360	350
330	350	350	220	260	240	280	320	350	350	360	10	30	90	95	310	310	330	350
330	330	330	220	250	250	280	300	350	350	360	350	70	90	90	310	310	320	350
340	360	20	30	260	260	270	310	340	350	340	350	70	90	90	300	310	320	310
10	30	20	260	270	270	270	320	340	330	330	70	70	85	70	300	310	290	300

DATUM: 270170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	20	35	30	50	50	40	20	15	10	10	10	0
0	0	0	0	0	0	10	40	60	85	60	50	55	50	40	20	20	0	0
0	0	0	0	0	0	20	50	75	80	45	45	45	60	55	20	20	15	10
10	10	10	0	10	0	35	55	70	50	45	45	45	50	65	20	20	20	15
25	15	15	10	10	15	20	50	50	60	60	55	50	45	65	40	20	20	20
40	40	20	10	10	20	40	45	60	75	75	60	55	45	60	55	15	20	20
50	55	50	30	20	30	40	45	60	70	70	60	50	45	50	55	20	15	10
40	50	45	30	25	30	40	45	50	60	55	50	40	40	45	50	30	15	10
30	35	35	25	20	35	35	40	45	50	45	40	35	35	40	40	30	15	10

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	265	270	270	240	230	180	180	120	110	160	180	140	170
180	180	180	180	180	180	270	270	270	260	240	180	160	120	110	310	300	180	170
180	180	180	180	180	180	270	270	270	265	240	90	140	110	120	310	300	360	30
275	270	230	180	160	270	270	270	280	270	350	30	30	100	130	120	340	360	10
280	310	270	360	130	270	270	275	300	350	360	20	30	100	120	110	330	330	360
330	350	310	20	110	260	265	270	350	345	360	10	20	20	120	120	110	330	360
340	350	350	350	30	280	265	270	340	345	355	10	30	10	110	120	100	330	330
350	355	355	350	250	280	270	280	340	345	350	360	350	90	100	120	100	300	330
350	350	350	350	360	280	330	290	310	360	330	350	350	90	90	90	100	110	300

DATUM: 270170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	30	50	20	60	60	50	50	20	10	0	0	0
0	0	0	0	0	0	20	40	50	60	55	50	50	60	55	15	0	0	0
0	0	0	0	0	0	25	45	55	55	45	45	45	55	65	40	15	10	10
0	0	0	0	10	0	30	50	55	50	45	50	50	45	60	60	25	15	20
20	15	15	20	20	15	20	50	50	50	50	50	50	50	50	65	45	20	20
30	30	25	25	25	20	25	40	45	50	50	55	55	50	50	60	55	20	20
40	50	45	35	30	25	25	30	40	50	50	50	50	50	40	50	50	30	20
35	50	55	55	50	50	40	32	30	45	50	50	50	45	35	40	40	25	20
25	35	40	50	50	55	50	40	30	40	45	40	40	35	30	35	30	25	10

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	265	270	270	230	220	170	150	150	140	140	180	180
180	180	180	180	180	180	270	280	280	270	250	220	170	140	130	140	140	180	180
180	180	180	180	180	180	270	280	280	280	250	220	130	120	130	130	130	80	360
260	260	260	250	250	250	270	280	280	310	270	10	360	80	130	130	130	310	340
270	270	270	280	270	210	270	280	310	330	350	360	355	350	120	120	120	330	330
290	280	290	280	270	270	280	270	310	320	350	350	350	350	30	120	130	330	320
340	330	310	320	290	320	280	280	340	340	360	360	355	360	20	110	130	120	320
350	340	330	330	340	350	360	10	360	350	360	355	360	10	20	90	110	110	320
350	350	340	350	350	350	355	360	10	350	10	10	10	360	10	80	100	100	310

DATUM: 310170 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	15	20	20	0	0	0	0	10	10	10	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	20	30	30	10	0	10	15	20	25	20	10	0	0
0	0	0	0	0	0	0	10	20	35	20	0	10	15	25	30	25	10	10	10
20	20	10	10	10	10	10	10	20	35	30	10	25	25	20	35	30	20	20	30
25	40	20	20	20	20	20	20	20	30	25	30	40	35	30	45	35	30	40	50
40	50	40	40	35	35	30	30	30	30	40	40	40	45	50	55	40	30	40	50
45	40	55	50	45	40	35	30	30	40	50	50	50	55	55	40	25	35	35	
35	30	40	40	40	35	35	30	30	55	60	45	50	50	50	40	20	30	30	
25	25	30	30	30	30	35	40	50	65	55	45	45	45	45	35	15	20	20	

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	240	210	170	160	180	180	180	140	90	90	90	180	180
180	180	180	180	180	180	230	170	150	140	150	30	170	150	100	95	100	180	180
180	180	180	180	180	180	110	130	140	130	270	270	240	170	120	100	100	280	270
260	300	360	360	300	310	80	90	110	90	270	270	270	80	110	110	310	290	300
260	360	360	360	330	300	60	80	80	80	280	290	300	50	90	120	320	330	350
360	360	360	360	5	360	10	30	40	270	290	320	330	50	80	110	320	330	350
360	360	360	360	360	10	10	30	40	280	290	330	360	60	80	90	100	330	340
360	360	360	360	360	10	10	30	40	280	290	330	50	60	70	85	320	330	320
360	360	360	10	10	10	10	280	280	280	290	310	50	50	70	80	90	300	300

DATUM: 310170 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	0	20	40	30	20	10	0	10	30	40	35	10	0	0
0	0	0	0	0	0	0	20	40	35	25	15	0	20	35	50	50	10	10	0
0	0	0	0	0	0	0	10	20	30	25	15	10	25	25	35	50	10	20	10
20	20	10	0	0	0	0	20	40	25	15	15	30	30	30	50	40	25	20	
25	20	20	10	15	15	20	20	30	30	25	30	40	50	45	45	40	30	30	
25	25	30	35	40	45	50	50	45	40	30	40	50	55	50	50	40	30	30	
25	30	40	55	60	65	65	55	45	40	30	40	50	55	50	50	40	25	20	
25	35	40	45	50	45	45	40	35	40	35	40	40	45	45	40	40	25	10	
20	25	30	30	30	30	30	30	30	30	35	40	35	35	40	40	35	30	20	10

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	280	110	130	160	30	240	200	170	140	100	180	180
180	180	180	180	160	180	270	300	110	130	140	170	250	240	170	120	100	100	180
180	180	180	180	180	180	290	310	110	130	130	260	260	270	140	120	110	100	140
260	260	260	280	310	280	290	310	110	120	10	260	270	330	90	90	100	110	350
260	260	260	10	10	10	10	10	5	5	10	260	300	320	340	90	100	120	350
260	260	10	10	10	10	10	10	20	10	20	280	340	330	350	80	90	120	350
10	10	10	10	10	20	20	20	10	20	270	280	350	330	350	80	85	90	350
10	10	10	10	20	10	10	20	40	20	270	280	355	350	355	60	80	90	90
360	10	10	10	20	20	10	15	250	270	270	280	350	350	350	340	80	90	90

DATUM: 20270 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	20	30	40	20	25	60	45	30	30	30	20	55	45
0	0	0	0	0	0	20	40	50	25	40	40	40	70	70	50	40	20	30
0	0	0	0	0	0	10	40	45	30	30	35	45	55	55	45	40	25	20
15	10	10	10	10	10	15	30	50	30	25	30	35	40	35	35	35	30	25
25	30	30	30	30	25	20	20	30	40	30	30	40	40	35	35	50	30	25
25	30	35	35	30	25	25	30	40	45	40	50	55	40	35	30	30	25	25
25	25	25	25	25	30	30	30	35	40	45	45	40	35	30	25	25	25	20
25	30	30	30	30	35	40	40	50	35	35	35	30	25	25	25	20	20	20
25	35	35	35	35	40	45	40	50	30	30	25	25	20	20	20	20	20	20

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	270	280	300	270	240	240	240	360	350	40	120	120	110
180	180	180	180	180	180	270	320	340	220	240	240	350	360	360	10	360	120	110
180	180	180	180	180	180	290	320	350	350	270	350	350	360	360	10	360	40	50
350	355	355	350	360	350	290	330	350	350	350	350	360	360	10	10	50	50	
350	350	360	350	350	330	330	300	290	290	290	360	40	30	30	10	40	40	30
350	350	360	360	350	330	330	270	290	290	290	30	30	30	30	30	50	10	30
360	340	330	330	330	270	280	270	300	290	20	30	40	30	30	30	30	10	20
260	265	260	270	270	270	270	260	50	30	20	30	40	30	30	30	360	360	360
270	260	260	260	270	260	260	260	50	30	30	30	30	30	30	10	360	360	350

DATUM: 20270 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	15	35	10	20	50	60	40	40	40	50	50	40	30
0	0	0	0	0	0	15	60	40	30	35	50	65	65	50	50	50	10	20
0	0	0	0	0	0	10	50	50	30	35	55	65	60	50	45	40	20	20
10	10	0	0	10	0	10	30	50	30	40	50	50	40	50	50	35	25	
10	15	20	20	20	20	15	20	25	25	30	35	35	45	45	65	50	35	25
10	15	20	20	20	20	15	20	25	25	25	30	35	40	45	45	40	30	20
10	15	20	20	20	15	20	20	25	25	25	30	35	35	35	30	25	25	20
15	15	15	15	15	20	25	30	45	25	30	45	40	30	25	25	25	20	20
20	20	20	20	25	30	30	30	50	30	40	40	30	25	20	20	20	20	15

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	280	280	290	260	240	220	330	20	20	30	30	40	60
180	180	180	180	180	180	280	300	310	250	270	350	360	10	20	20	30	40	60
180	180	180	180	180	180	280	300	310	300	330	10	360	10	20	20	20	40	40
10	360	350	350	350	320	280	300	310	350	360	360	360	360	360	40	50	40	50
360	360	355	360	360	350	320	310	350	330	350	350	360	20	20	40	40	40	30
20	330	355	360	360	360	330	310	300	300	330	360	30	30	30	40	40	30	20
270	250	355	360	360	330	270	270	290	300	40	40	50	30	30	40	30	30	10
260	330	230	240	220	250	260	240	270	40	40	50	50	30	30	30	30	20	10
200	200	210	210	220	220	250	240	250	50	50	60	50	50	30	30	10	10	310

DATUM: 30270 TYD: 00.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	15	20	15	20	50	70	35	25	45	50	65	35	35
0	0	0	0	0	0	15	30	35	25	45	35	40	55	60	65	65	15	15
30	20	0	0	0	0	15	30	45	30	35	35	55	55	55	50	40	35	20
35	30	25	10	0	0	15	25	55	50	35	40	40	35	35	35	40	45	40
35	25	20	15	10	10	15	25	40	55	55	35	25	25	35	45	35	55	55
25	20	10	15	10	10	15	22	30	45	45	30	25	40	55	55	50	40	25
15	10	10	10	10	10	20	22	25	30	35	25	40	45	40	35	25	25	15
15	10	10	10	15	20	25	22	25	25	25	35	35	30	25	20	15	15	10
15	10	10	15	20	25	25	22	25	25	25	30	25	20	15	15	10	15	15

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	290	290	300	220	230	240	220	30	30	30	20	60	40
180	180	180	180	180	180	290	300	300	220	240	300	30	30	30	20	20	60	50
50	40	180	180	180	180	290	300	290	320	30	30	30	30	20	20	20	60	30
40	50	30	30	180	180	290	290	310	330	340	30	20	20	20	20	20	30	30
30	40	40	30	30	40	310	290	340	300	330	30	30	20	20	30	20	20	30
40	40	30	30	30	360	290	300	340	320	310	30	30	20	30	30	20	20	30
40	40	30	30	10	300	270	280	340	310	320	310	30	30	30	30	30	30	30
100	50	60	360	280	340	270	270	340	300	260	30	30	30	30	30	30	30	220
120	120	200	240	270	280	280	250	280	270	30	30	30	30	50	50	220	220	220

DATUM: 30270 TYD: 12.00 Z

GOLFHOOGTE

0	0	0	0	0	0	10	15	20	20	50	55	40	25	30	45	50	45	45
0	0	0	0	0	0	10	22	35	40	50	35	25	25	45	55	55	25	30
25	25	25	0	0	0	10	22	35	45	65	50	35	35	40	45	45	35	20
25	25	25	25	20	20	10	22	35	45	65	65	65	50	40	35	40	45	30
25	25	25	25	25	20	10	20	35	35	50	60	65	50	35	50	70	60	40
25	25	25	25	20	15	10	20	30	35	35	40	45	35	40	55	55	45	35
25	25	25	15	15	10	10	20	45	35	35	35	35	35	40	40	35	35	30
25	25	20	10	10	15	20	22	25	25	30	35	35	35	35	30	25	20	20
25	25	20	20	20	25	25	30	45	25	25	25	25	25	25	20	10	10	10

GOLFRICHTING

180	180	180	180	180	180	50	280	280	250	220	220	220	220	360	360	360	30	30
180	180	180	180	180	180	50	280	280	280	300	270	220	360	360	360	360	30	30
40	40	40	180	180	180	50	280	280	280	300	310	360	40	360	10	360	30	30
40	40	40	40	40	50	70	280	280	280	300	330	360	40	30	20	360	30	30
40	40	40	30	40	50	40	280	280	280	310	330	360	30	30	10	30	30	20
40	40	40	30	40	30	360	280	280	300	310	340	330	30	20	30	30	30	20
40	50	30	30	20	270	320	280	270	300	300	330	340	10	20	30	30	30	30
40	70	10	20	200	230	280	270	270	300	300	310	330	330	20	20	20	30	30
90	80	80	210	210	200	240	250	250	250	310	310	310	320	20	20	40	230	240

TECHNISCHE UNIVERSITEIT
Laboratorium voor
Scheepshydronechanica
Archief
Mekelweg 2, 2628 CD Delft
Tel: 015 - 766873 - Fax: 015 - 761833

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 72-11

S.J. Bijlsma en B.van Rietschote

Over het optimaal routeren van schepen

III. Een vergelijkend onderzoek (vervolg)

De Bilt, 1972

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 72-11 (I)

Deel I zie W.R. 72-1

Deel II zie W.R. 72-2

U.D.C.: 551.509.58

I N H O U D

	pag.
Summary	2
Inleiding	3
1. De oplossingsmethode	4
2. Resultaten van het vergelijkend onderzoek	20
Literatuur	32
Bijlage 1: Het stroomdiagram	35
Bijlage 2: Het ALGOL-programma	41

Summary

The problem of minimal-time ship routing can be treated in two different ways: one way whereby one makes use of networks to compute the least time track and another way where the calculus of variations or optimal control theory is involved. In this report some methods resulting from the second way are discussed and some disadvantages are pointed out. Because of these a new method is introduced.

Moreover results of this method are compared with results of the manual and numerical time front methods. As in the previous reports the practical aspects of the problem will be emphasized more than the theoretical ones. Finally the computerprogram and a flow diagram are given.

Inleiding

Er zijn in de loop der jaren verschillende methoden ontwikkeld om met behulp van een rekenmachine de kortste-vaartijd route te bepalen voor een schip tussen twee bepaalde plaatsen op aarde, gegeven de golfsituatie en gegeven het gedrag van het schip in een golfveld. Deze methoden kan men ruwweg onderscheiden in discrete methoden (methoden, die gebruik maken van netwerken, die het gebied tussen begin en eindpunt geheel of gedeeltelijk bedekken) en continue methoden (methoden, die gebruik maken van de variatie rekening of de theorie van optimaal geregelde processen, zie Bijlsma en Van Rietschote (1972 I), waaraan we als methode die gebruik maakt van een netwerk nog toe kunnen voegen Zoppoli (1972)). We beperken ons hier tot de laatste groep. Alvorens nader in te gaan op de methoden uit deze groep eerst nog enkele algemene opmerkingen.

We veronderstellen voor de eenvoudigheid dat het schip een onbeperkte manoeuvreerbaarheid heeft. Dit heeft tot gevolg dat we ons, bij de afleiding van de uitgangsvergelijkingen, kunnen beperken tot de variatierekening, terwijl we anders gebruik hadden moeten maken van het algemenere Maximum Principe van Pontryagin (1962). Beperkte manoeuvreerbaarheid kan het gevolg zijn van o.a.:

- a. Verboden vaarrichtingen in verband met te grote schommelingen bij bepaalde golfhooften. Hierover is weinig bekend.
- b. Oceaanstromingen ten gevolge waarvan het schip per tijdseenheid grotere verplaatsingen ondervindt dan ten gevolge van zijn eigen snelheid.

Met geen van beide gevallen houden we dus rekening. Keren we nu terug naar de methoden van de tweede groep dan kan men deze verdelen in methoden, waarbij men de kortste-vaartijd route door iteratie wil bepalen en tijdfront methoden d.w.z. methoden, waarbij men, uitgaande van het startpunt, de verzameling punten bepaalt, die in een bepaald tijdsinterval hoogstens bereikbaar zijn.

In dit rapport wordt een methode gepresenteerd, nauw verwant met beide voorgaande oplossingsmethoden die aanleiding is geweest tot dit vergelijkend onderzoek. De methode is in verschillende gevallen getoetst en de uitkomsten hiervan zijn vergeleken met de resultaten van zowel de numerieke als de manuele tijdfronten methode (Bijlsma en Van Rietschote, 1972 II). De methode wordt in het eerste hoofdstuk besproken, waar bovendien een overzicht gegeven wordt van de andere oplossingsmethoden. De resultaten komen in hoofdstuk 2 aan de orde en het ALGOL-programma wordt als bijlage toegevoegd.

1. De oplossingsmethode

We beginnen met een korte herhaling van de afleiding van de uitgangsvergelijkingen. Hierbij gaan we uit van een rechthoekig coördinatenstelsel met coördinaten x en y , waarin de snelheid van het schip gegeven wordt door $V = V(x, y, p, t)$. Hierin geeft $p = p(t)$ de hoek aan, die de snelheidsvector maakt met de positieve x -as. Het probleem is nu de stuurfunctie $p = p(t)$ zodanig te bepalen, dat de vaartijd T van een vast startpunt op tijdstip $t = 0$ naar een vast eindpunt op tijdstip $t = T$ minimaal is. Daartoe gaan we uit van de integraal

$$I = \int_0^T (1 + \lambda \phi_1 + \mu \phi_2) dt \quad (1)$$

waar

$$\phi_1 = \dot{x} - V \cos p = 0 \quad (2)$$

$$\phi_2 = \dot{y} - V \sin p = 0 \quad (3)$$

de bewegingsvergelijkingen van het schip zijn (de punt in (2) en (3) geeft differentiatie naar de tijd aan). De parameters $\lambda(t)$ en $\mu(t)$ zijn Lagrange multiplicatoren. Worden de variaties van $x = x(t)$, $y = y(t)$ en $p = p(t)$ gegeven door respectievelijk $\delta x(t)$, $\delta y(t)$ en $\delta p(t)$ dan vinden we, indien de aankomsttijd in het vaste eindpunt met δT wordt gevarieerd, als eerste variatie van (1)

$$\delta I = \delta T + [\lambda \delta x + \mu \delta y]_0^T - \int_0^T (\phi_3 \delta x + \phi_4 \delta y + \phi_5 \delta p) dt \quad (4)$$

Noodzakelijke voorwaarden voor een extremaal worden gevonden uit $\delta I = 0$. De coëfficiënten van δx , δy en δp geven de Euler vergelijkingen

$$\phi_3 = \dot{\lambda} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) V_x = 0 \quad (5)$$

$$\phi_4 = \dot{\mu} + (\lambda \cos p + \mu \sin p) V_y = 0 \quad (6)$$

$$\phi_5 = \vec{\Lambda} \cdot \vec{V}_p = 0 \quad (7)$$

waar

$$\vec{\Lambda} = (\lambda, \mu)$$

$$\vec{V}_p = (V_p \cos p - V \sin p, V_p \sin p + V \cos p)$$

De index in (5), (6) en (7) geeft de differentiatie naar de desbetreffende variabele aan. Het verband tussen de variaties van de vaartijd en de plaatscoördinaten in het vaste eindpunt wordt gegeven door

$$x(T + \delta T) + \delta x(T + \delta T) = x(T)$$

$$y(T + \delta T) + \delta y(T + \delta T) = y(T)$$

Hieruit volgt voor kleine waarden van δT

$$\dot{x}(T) \delta T + \delta x(T) = 0 \quad (8)$$

$$\dot{y}(T) \delta T + \delta y(T) = 0 \quad (9)$$

Substitutie van (8) en (9) in (4) geeft na het nulstellen van de coëfficiënt van δT , daar $\delta x(0) = \delta y(0) = 0$,

$$(\vec{\Lambda} \cdot \vec{V})_T = 1 > 0 \quad (10)$$

waarin $\vec{V} = (V \cos p, V \sin p)$. Gezien de homogeniteit van (5), (6) en (7) is van (10) alleen het teken belangrijk, waaruit blijkt dat de hoek tussen $\vec{\Lambda}$ en \vec{V} scherp is. Het probleem van het optimaal routeren, althans in dit geval, bestaat uit het oplossen van het stelsel vergelijkingen (2), (3), (5), (6), (7) en (10). Hiervoor zijn verschillende methoden ontwikkeld. We zullen een kort overzicht geven.

a. Als eerste zullen we de methoden van Bleick en Faulkner (1965) bespreken. Hierin worden in het vertrekpunt startwaarden voor $\alpha = \arctan \left(\frac{\mu(0)}{\lambda(0)} \right)$ en de vaartijd T gekozen. Met behulp van deze startwaarden wordt het stelsel vergelijkingen (2), (3), (5), (6), (7) en (10) geïntegreerd. Een op deze wijze bepaalde kromme zal in het algemeen niet door het eindpunt (x_E, y_E) gaan, maar door bv. een punt $(x(T), y(T))$. We leiden nu een verband af tussen variaties in α en T en de hiermee gepaard gaande coördinaatverschillen $(\Delta x(T) = x_E - x(T), \Delta y(T) = y_E - y(T))$ tussen de bij α en T behorende coördinaten van het eindpunt $(x(T), y(T))$ en het vaste eindpunt (x_E, y_E) . We veronderstellen hiertoe dat λ_1, μ_1 en λ_2, μ_2 twee lineair onafhankelijke oplossingen zijn van de geadjungeerde vergelijkingen (5) en (6) en beschouwen nu $\lambda = \lambda_1 \cos \alpha + \mu_1 \sin \alpha$ en $\mu = \lambda_2 \cos \alpha + \mu_2 \sin \alpha$ met $\lambda(0) = \cos \alpha$ en $\mu(0) = \sin \alpha$. Om een verband tussen variaties in p en α te vinden herschrijven we (7) als

$$p = \arctan \left(\frac{\mu}{\lambda} \right) + \arctan \left(\frac{V_P}{V} \right) \quad (11)$$

Differentiatie van (11) geeft na substitutie van λ en μ

$$\delta p = \frac{R^2 (\lambda_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2)}{\Lambda^2 (V^2 + 2V_P^2 - V V_{PP})} \delta \alpha \quad (12)$$

waarin $\Lambda = (\lambda^2 + \mu^2)^{\frac{1}{2}}$ en $R = (V^2 + V_p^2)^{\frac{1}{2}}$.

We willen nu een relatie vinden tussen de variaties $\delta x(T)$ en $\delta y(T)$ van de coördinaten $x(T)$ en $y(T)$ en de variatie van de richting α . Daartoe variëren we

$$\int_0^T (\lambda_i \phi_1 + \mu_i \phi_2) dt = 0 \quad (i = 1, 2)$$

waarmee we analoog aan (4) vinden, daar λ_1, μ_1 en λ_2, μ_2 voldoen aan (5) en (6), indien we T constant houden

$$\lambda_i(T) \delta x(T) + \mu_i \delta y(T) = \int_0^T \lambda_i (V_p \cos p - V \sin p) + \mu_i (V_p \sin p + V \cos p) \delta p dt \quad (i = 1, 2)$$

Hieruit volgt met behulp van (12)

$$\delta x(T) = - J \mu(T) \delta \alpha \quad (13)$$

$$\delta y(T) = J \lambda(T) \delta \alpha$$

waarin

$$J = \frac{1}{\lambda_1(T)\mu_2(T) - \lambda_2(T)\mu_1(T)} \int_0^T \frac{R^3(\lambda_1\mu_2 - \mu_1\lambda_2)^2}{\Lambda^3(V^2 + 2V_p^2 - VV_{pp})} dt$$

Variatie van de vaartijd geeft bovendien

$$\delta x(T) = \Delta x(T) - \dot{x}(T) \delta T \quad (14)$$

$$\delta y(T) = \Delta y(T) - \dot{y}(T) \delta T$$

zodat we na substitutie van (14) in (13) vinden

$$\dot{x}(T) \delta T - J \mu(T) \delta \alpha = \Delta x(T) \quad (15)$$

$$\dot{y}(T) \delta T + J \lambda(T) \delta \alpha = \Delta y(T)$$

Met behulp van (15) worden uit de coördinaatverschillen $\Delta x(T)$ en $\Delta y(T)$ variaties in α en T en daarmee nieuwe startwaarden bepaald, die tot doel hebben deze coördinaatverschillen te corrigeren. De iteratie naar opeenvolgende trajectoriën wordt voortgezet, tot dat deze fouten acceptabel zijn.

- b. Een andere oplossingsmethode (Marks, 1968) vinden we door uit vergelijkingen (5), (6) en (7) de Lagrange multiplicatoren λ en μ te elimineren en zo een enkele vergelijking voor de stuurfunctie $p = p(t)$ af te leiden.

Deze vergelijking wordt de stuurvergelijking genoemd. Het berekenen van de route gebeurt op de volgende manier. In het vertrekpunt kiezen we een startwaarde $p(0)$ voor $p(t)$ en integreren vervolgens voorwaarts in de tijd. We gebruiken nu bijvoorbeeld de x -coördinaat van het eindpunt om het integreren te beëindigen en de y -coördinaat om de deviatie van het gewenste eindpunt vast te stellen. De informatie hierover kan weer gebruikt worden om de startwaarde $p(0)$ te verbeteren.

- c. We komen nu toe aan meer algemene methoden voor het oplossen van optimaliseringsproblemen. Voor een literatuuroverzicht wordt men verwezen naar Lee en Markus (1967). We zullen hier de methode van Bryson en Denham (1962) in een gewijzigde vorm toepassen. Hierbij gaan we weer uit van (4) en veronderstellen dat we een kromme hebben gevonden, die begin- en eindpunt verbindt, waarlangs $\lambda(t)$ en $\mu(t)$ voldoen aan (5) en (6). Uit $\delta I = 0$ (we veronderstellen $T = \text{constant}$) vinden we een verband tussen de variaties van de eindwaarden van x en y en de variatie in de stuurfunctie

$$\lambda(T)\delta x(T) + \mu(T)\delta y(T) = \int_0^T (\vec{\lambda} \cdot \vec{V}_p) \delta p dt \quad (16)$$

Een verband tussen de variaties van deze eindwaarden van x en y en de variatie van de vaartijd wordt gegeven door (zie (8) en (9))

$$\begin{aligned} \delta x(T) + V \cos p \Delta T &= 0 \\ \delta y(T) + V \sin p \Delta T &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

We noteren de variatie van de vaartijd hier i.v.m. (23) als ΔT . Combinatie van (16) en (17) geeft

$$\Delta T = - \frac{\int_0^T (\vec{\lambda} \cdot \vec{V}_p) \delta p dt}{(\vec{\lambda} \cdot \vec{V})_T} \quad (18)$$

Het is duidelijk dat indien we de optimale vaarroute door iteratie willen verkrijgen, we een bepaalde beperking aan de grootte van $\delta p(t)$ moeten stellen. We nemen aan dat

$$\Delta p^2 = \int_0^T \delta p^2(t) dt \quad (19)$$

klein genoeg gekozen is voor dit doel zodat we eventueel $\delta p(t)$ nog kleiner kunnen kiezen in gevoelige gebieden en iets groter in minder gevoelige gebieden. Opdat bij een bepaalde keuze van $\delta p(t)$ de afname ΔT

maximaal is beschouwen we weer een Lagrange variatieprobleem door m.b.v. (18) en (19) te schrijven

$$\Delta T = \int_0^T \left[- \frac{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p)}{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v})_T} \delta p + v \delta p^2 \right] dt - v \Delta p^2$$

Hierin is v een Lagrange multiplier. De variatie van ΔT wordt, indien we Δp^2 constant veronderstellen, gegeven door

$$\delta(\Delta T) = \int_0^T \left[- \frac{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p)}{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v})_T} + 2v \delta p \right] \delta^2 p dt \quad (20)$$

Uit het nulstellen van de coëfficiënt van de tweede variatie $\delta^2 p(t)$ in (20) volgt

$$\delta p(t) = \frac{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p)}{2v(\vec{\lambda} \cdot \vec{v})_T} \quad (21)$$

Door substitutie van (21) in (19) vinden we

$$v = \pm \frac{1}{2\Delta p} \left(\int_0^T \frac{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p)^2}{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v})_T^2} dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

Het plusteken moet gebruikt worden indien we T willen minimaliseren, het minteken indien we een maximum zoeken. Substitutie van (22) in (21) en vervolgens van (21) in (18) geeft

$$\frac{\Delta T}{\Delta p} = - \frac{1}{(\vec{\lambda} \cdot \vec{v})_T} \left(\int_0^T (\vec{\lambda} \cdot \vec{v}_p)^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

Een nieuwe stuurfunctie wordt nu geconstrueerd door

$$p(t)_{\text{nieuw}} = p(t)_{\text{oud}} + \delta p(t)$$

waar $\delta p(t)$ gegeven wordt door (21). Dit gehele proces wordt herhaald totdat de "gradiënt" $\frac{\Delta T}{\Delta p}$ voldoende klein geworden is.

Er zij nog opgemerkt dat een analogon van bovenstaande procedure met succes toegepast kan worden in optimaliseringsproblemen betreffende het bepalen van maxima of minima van niet lineaire functies van meerdere variabelen. Literatuur over dit gebied van de optimalisering vindt men in Wilde en Brightler (1967) en Powell (1970).

Tegen de zo juist besproken methoden zijn, in verband met het doel waarvoor ze hier zouden moeten dienen (nl. het operationeel routeren van schepen) wel enige bezwaren aan te voeren o.a.

1. Het minimum dat men vindt behoeft geen absoluut minimum te zijn. Men zou derhalve over een voorprogramma moeten beschikken, dat een eerste indicatie geeft over de ligging van de route (een en ander gebeurt bij Marks (1968)).
2. Er kunnen convergentieproblemen ontstaan, die in individuele gevallen eenvoudig opgelost zouden kunnen worden, voor de oplossing waarvan moeilijk algemene voorschriften gegeven kunnen worden.

Het ligt dus voor de hand om naar methoden te zoeken die deze nadelen niet hebben. Hierbij komen we gemakkelijk op methoden die gebruik maken van tijdfrenten. Op de praktische aspecten hiervan komen we in het volgende punt terug.

Rest nog te vermelden dat Faulkner (1964) een vergelijkend onderzoek heeft gewijd aan de eerder besproken methoden van Bleick en Faulkner (1965) en Bryson en Denham (1962) waarvan de laatste in feite berust op het fundamentele lemma dat $\vec{\lambda} \cdot \vec{V}_p = 0$ langs een extremaal.

- d. We zullen hier in het kort ingaan op de meetkundige aspecten van het voorgaande en daarmee een nieuwe oplossingsmethode introduceren. We beschouwen weer vgl. (4). Onder voorwaarde dat aan vgl. (5) en (6) voldaan was hebben we afgeleid dat het verband tussen de variaties in de eindwaarden van $x(t)$ en $y(t)$ en de variatie in de stuurfunctie bij constante vaartijd voor een kromme tussen begin- en eindpunt gegeven wordt door

$$\lambda(T)\delta x(T) + \mu(T)\delta y(T) = \int_0^T (\vec{\lambda} \cdot \vec{V}_p) \delta p(t) dt$$

Het is duidelijk dat indien deze kromme een extremaal is dit overgaat in

$$\lambda(T)\delta x(T) + \mu(T)\delta y(T) = 0 \quad (24)$$

Veronderstellen we dat we hier te maken hebben met een veld van extremalen, allemaal afkomstig vanuit het vertrekpunt, dan wordt de richting van de raaklijn aan de kromme S, die punten met dezelfde vaartijd op de verschillende extremalen E verbindt (zie fig. 1), gevonden door $\lambda(T)$ en $\mu(T)$ te elimineren uit de lineaire, homogene vgl. (24) en (7). Men noemt deze richting de transversaalrichting en de kromme S transversaal of tijdfront.

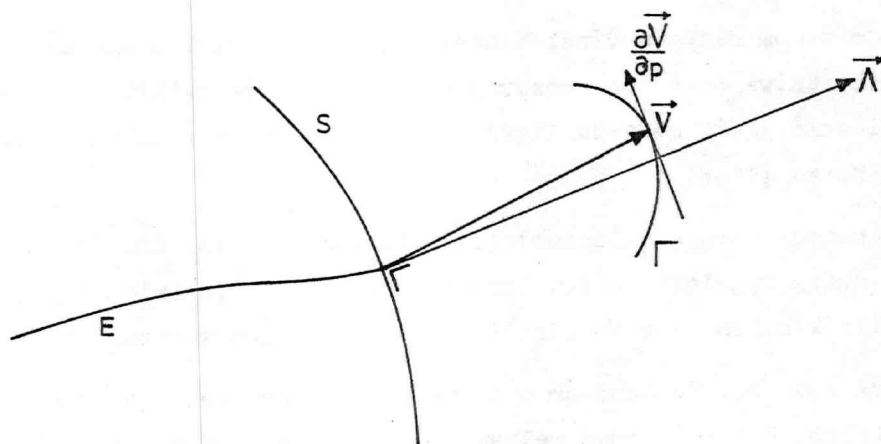


fig. 1. Constructie van de optimale vaarrichting \vec{V} .

De vector $\vec{\lambda} = (\lambda, \mu)$ staat dus loodrecht op het tijdfront. Men kan gebruikmakend van deze tijdfronten op een zeer eenvoudige wijze m.b.v. een rekenmachine extremalen bepalen door de constructie van fig. 1 toe te passen, waar de relatie tussen $\vec{\lambda}$, \vec{V} en $\frac{d\vec{V}}{da}$ gegeven is (de kromme Γ geeft de snelheid als functie van de vaarrichting). Daartoe kiezen we een aantal startrichtingen $\vec{\lambda}(0) = (\lambda(0), \mu(0))$ en bepalen de punten die in de hierbij behorende optimale vaarrichtingen $\vec{V}(0)$ liggen en na een tijdsinterval Δt bereikt kunnen worden. Deze punten vormen een eerste tijdfront. Een tweede tijdfront wordt geconstrueerd door in de punten van het eerste tijdfront normaal richtingen te bepalen en weer de hierbij behorende optimale vaarrichtingen. Indien punten op een tijdfront te ver uit elkaar komen te liggen, kan men punten tussenvoegen. De constructie van tijdfronten wordt voortgezet totdat men een tijdfront heeft gevonden wat het eindpunt gepasseerd is. Door op het één na laatste tijdfront het punt te zoeken dat het dichtst bij het eindpunt ligt en vervolgens op het tijdfront daarvoor het punt van waaruit het afkomstig is (indien het een tussengevoegd punt is heeft men de keuze uit twee punten, waaraan men het kan toevoegen) kan men, indien men dit tot op

het eerste tijdfront voortzet, de optimale vaarroute bepalen. Deze meetkundige constructie is bijzonder eenvoudig toe te passen, zolang de extremalen elkaar niet snijden, zoals hier is verondersteld. Hebben we te maken met elkaar snijdende extremalen, dan krijgen we de gevallen zoals geschetst in fig. 2.

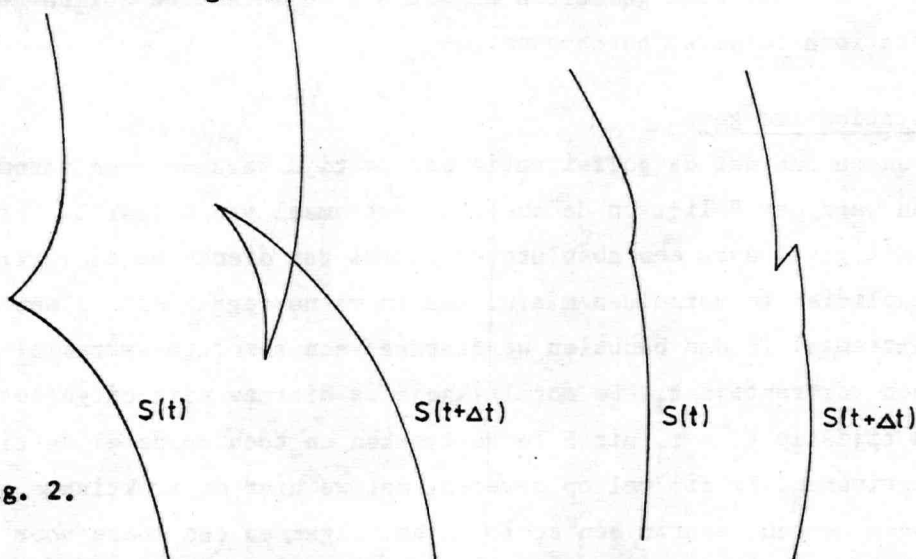


fig. 2.

Vindt dit snijden enkele keren achter elkaar plaats, dan kan men gevallen construeren, waarin men er met deze meetkundige constructie niet meer uitkomt. Een van de dingen die men nu kan doen om deze meetkundige constructie toch te kunnen blijven toepassen is achterblijvende gedeelten van tijdfronten weg te laten (zie hierover Bijlsma en Van Rietschote 1972 II). De vraag is nu wel of men op deze wijze geen oplossingen weglaat. Om deze vraag te kunnen beantwoorden zullen we overgaan op enkele (weliswaar intuïtieve) algemene beschouwingen over praktische aspecten van extremalen.

We beperken ons eerst tot het geval, waarin de golfsituatie niet met de tijd verandert.

Stationair geval

Veronderstel dat E een (absolute) extremaal is tussen de punten A en B (zie fig. 3) en dat P een punt is op deze extremaal.

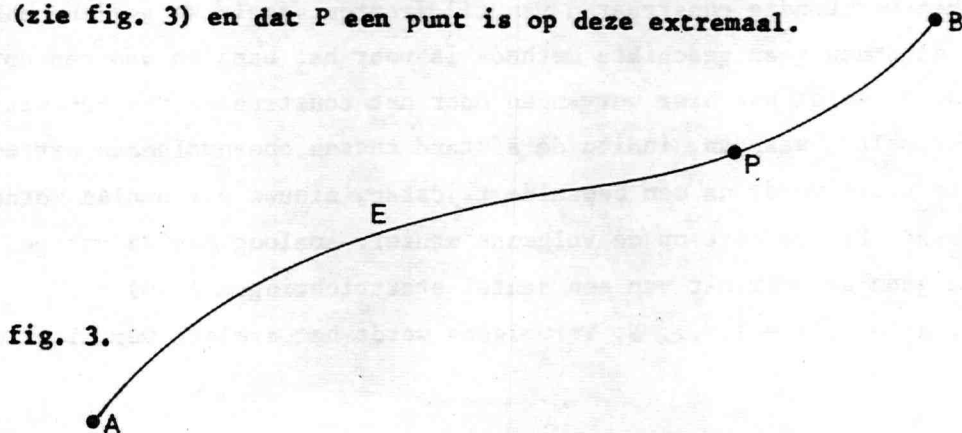


fig. 3.

Het is in dit geval duidelijk dat PB een absolute extremaal is. Was dit namelijk niet het geval, dan zou E geen absolute extremaal zijn. Hieruit volgt dus dat ook AP een absolute extremaal is. Derhalve kan in dit geval P nooit op een achterblijvend gedeelte van een tijdfront liggen en mag men deze gedeelten ongestraft weglaten. We zullen nu het niet-stationaire geval beschouwen.

Niet-stationaire geval

We nemen nu aan dat de golfsituatie met de tijd verandert en veronderstellen weer dat P ligt op de absolute extremaal van A naar B. Spreken we in dit geval over een absolute extremaal dan dienen we de vertrektijd expliciet te vermelden m.a.w. indien we nu zeggen dat PB een absolute extremaal is dan bedoelen we daarmee: een absolute extremaal bij b.v. een vertrektijd t_1 . De mogelijkheid is hiermee niet uitgesloten om op een tijdstip $t_2 > t_1$ uit P te vertrekken en toch op dezelfde tijd in B te arriveren. Er zij wel op gewezen, dat we hier de praktische situatie voor ogen hebben, waarin een schip in het algemeen een koers voor 12 uur uitzet. Bovendien betekent "gelijk aankomen" natuurlijk wel dat de aankomsttijden binnen zekere toegestane grenzen mogen verschillen.

Zouden we dergelijke toleranties in methoden a, b en c niet ingevoerd hebben dan zou het eindpunt waarschijnlijk bij geen van de iteratieve procedures bereikt worden. Keren we nu weer terug naar ons uitgangspunt dan blijkt dat AP geen absolute extremaal hoeft te zijn opdat E er een is. Het zou in dit geval dus onverstandig zijn achterblijvende gedeelten van tijdfronten weg te laten.

Gezien de argumenten die tegen bovenstaande methoden zijn geopperd ligt het voor de hand dat hier getracht is een methode te ontwikkelen die geen van bovengenoemde nadelen heeft. Deze methode zal in het volgende punt behandeld worden.

- e. Omdat het meetkundig construeren van tijdfronten, zoals we gezien hebben, in het algemeen geen geschikte methode is voor het bepalen van een optimale route, wordt het hier vervangen door het construeren van een waaier van extremalen, waaraan, indien de afstand tussen opeenvolgende extremalen te groot wordt na een bepaalde tijdstap, nieuwe extremalen worden toegevoegd. Dit gebeurt op de volgende manier. Analoog aan de vorige methode gaan we weer uit van een aantal startrichtingen $\vec{\lambda}_i(0) = (\lambda_i(0), \mu_i(0))$, $i = 1, \dots, N$. Vervolgens wordt het stelsel vergelijkingen

(2), (3), (5), (6), (7) met (10) simultaan geïntegreerd, waarbij als tijdstap 12 uur wordt aangehouden terwijl het polair snelheidsdiagram de vorm heeft van een ellips (zie Bijlsma en Van Rietschote 1972 II). Na elke tijdstap van 12 uur wordt nagegaan of de dan geconstrueerde punten te ver uit elkaar liggen. Indien dit het geval is wordt een punt tussengevoegd van waaruit een nieuwe extremaal gestart wordt. Als startwaarde voor $\vec{\Lambda}$ in dit tussengevoegde punt nemen we het gemiddelde van de waarden van $\vec{\Lambda}$ in de punten, waartussen het is toegevoegd. We zullen dit aan de hand van fig. 4 toelichten, waar we als voorbeeld uitgaan van de meest algemene situatie van fig. 2. Voor toepassingen zie fig. 5 t/m 8. De krommen C waarbinnen het snijden van de extremalen zich afspeelt, zijn bekend uit de optica (zie b.v. Born en Wolf, 1959) en worden brandkrommen genoemd.

Hoewel tijdfront S_1 gedeformeerd wordt in tijdfront S_2 is het duidelijk dat opeenvolgende punten op S_1 bij een bepaalde nummering, opeenvolgende punten op S_2 blijven.

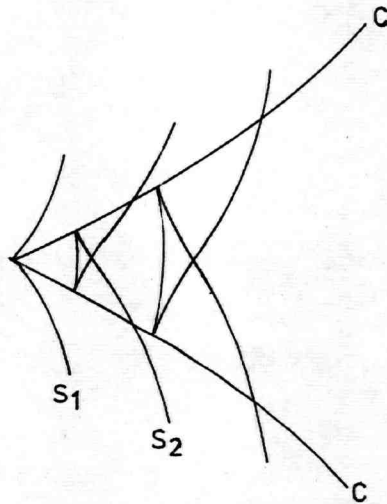


fig. 4.

Door nu, indien een punt is toegevoegd, de index van de daarop volgende punten met één te verhogen blijft de volgorde van punten op deze wijze behouden. Door vervolgens te onthouden hoeveel punten er vóór een bepaald punt zijn bijgekomen, kan men de optimale route terugvinden, op dezelfde manier als onder d. is aangegeven. Punten die op land terecht komen worden verwijderd. Hierdoor kan het voorkomen dat er tussen opeenvolgende

punten niet meer verfijnd mag worden. Een enkele opmerking nog over het route verloop na New Foundland (zie ook fig. 5 t/m 8). Daar het bij een noordelijke route in het algemeen optimaal zal zijn om de reis vanaf Cape Race (dit is de zuidelijkste punt van New Foundland) zo dicht mogelijk onder de kust te vervolgen, worden vanuit Cape Race op dezelfde wijze als vanuit het vertrekpunt een aantal startrichtingen geconstrueerd. Zo gauw Cape Race langs een extremaal binnen een tijdstap van 12 uur bereikt kan worden, worden m.b.v. deze toegevoegde startrichtingen voor een overeenkomstig gedeelte van de tijdstap van 12 uur een aantal punten gecreëerd, die aanleiding geven tot een stel toegevoegde extremen, die het gebied langs de kust bestrijken. De berekening wordt uiteraard beëindigd zo gauw een punt van een extremaal gevonden kan worden van waaruit het eindpunt binnen 12 uur bereikt kan worden. Voor enig inzicht in de gang van zaken in het rekenprogramma wordt men verwezen naar het stroomdiagram, dat als bijlage is toegevoegd. In het volgende hoofdstuk zal aandacht worden besteed aan enige resultaten van het rekenprogramma.

FIGUREN

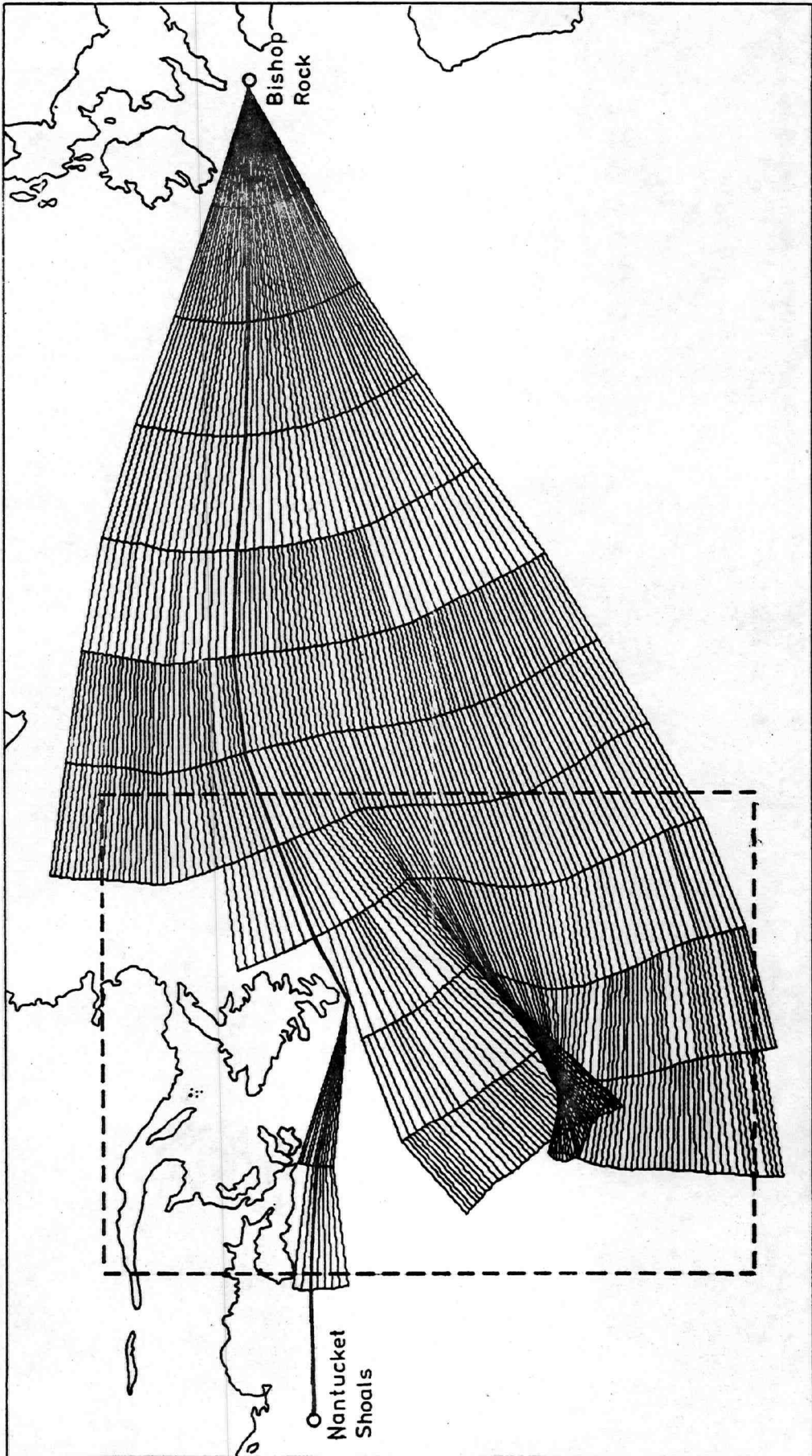


Fig. 5

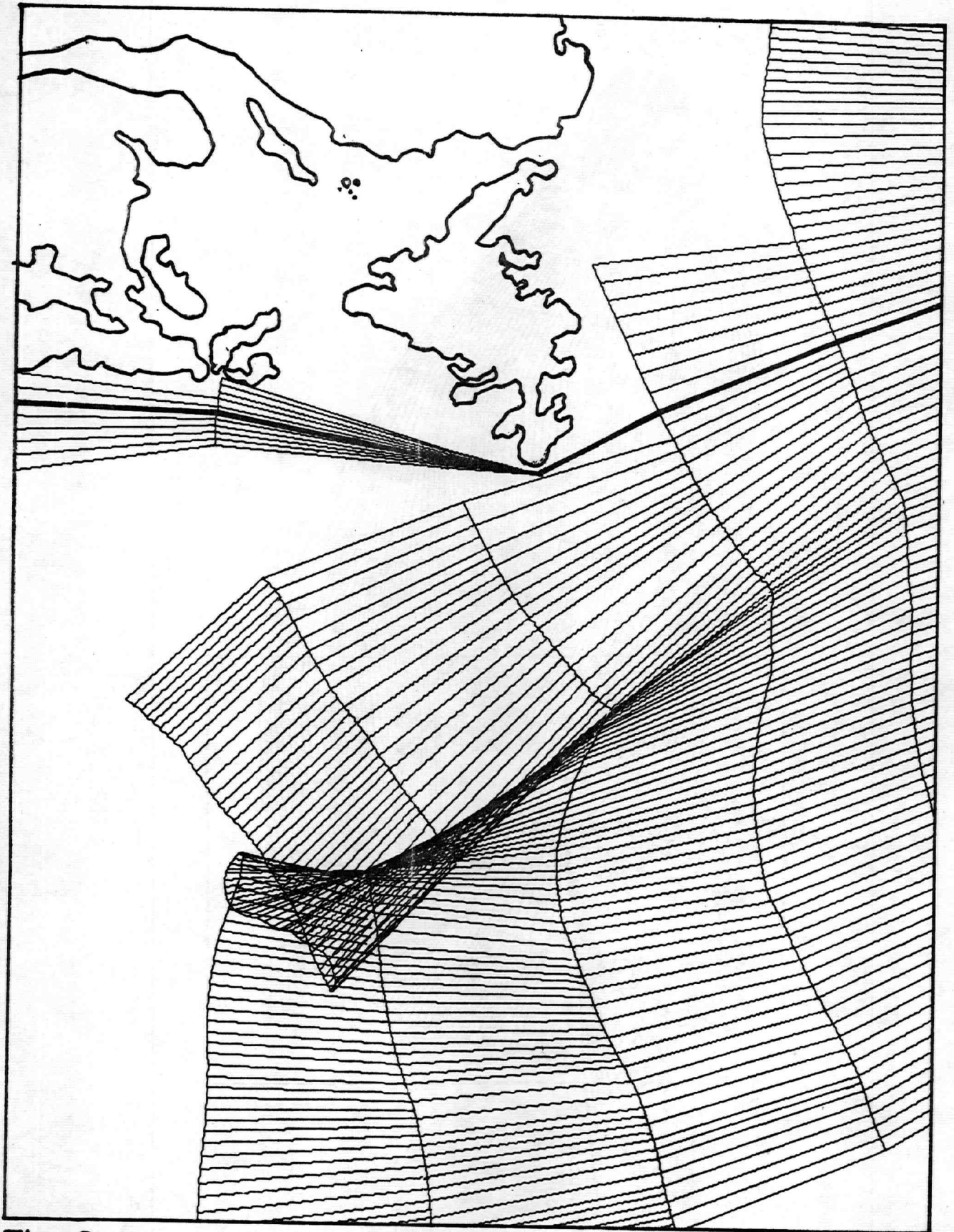


Fig. 6

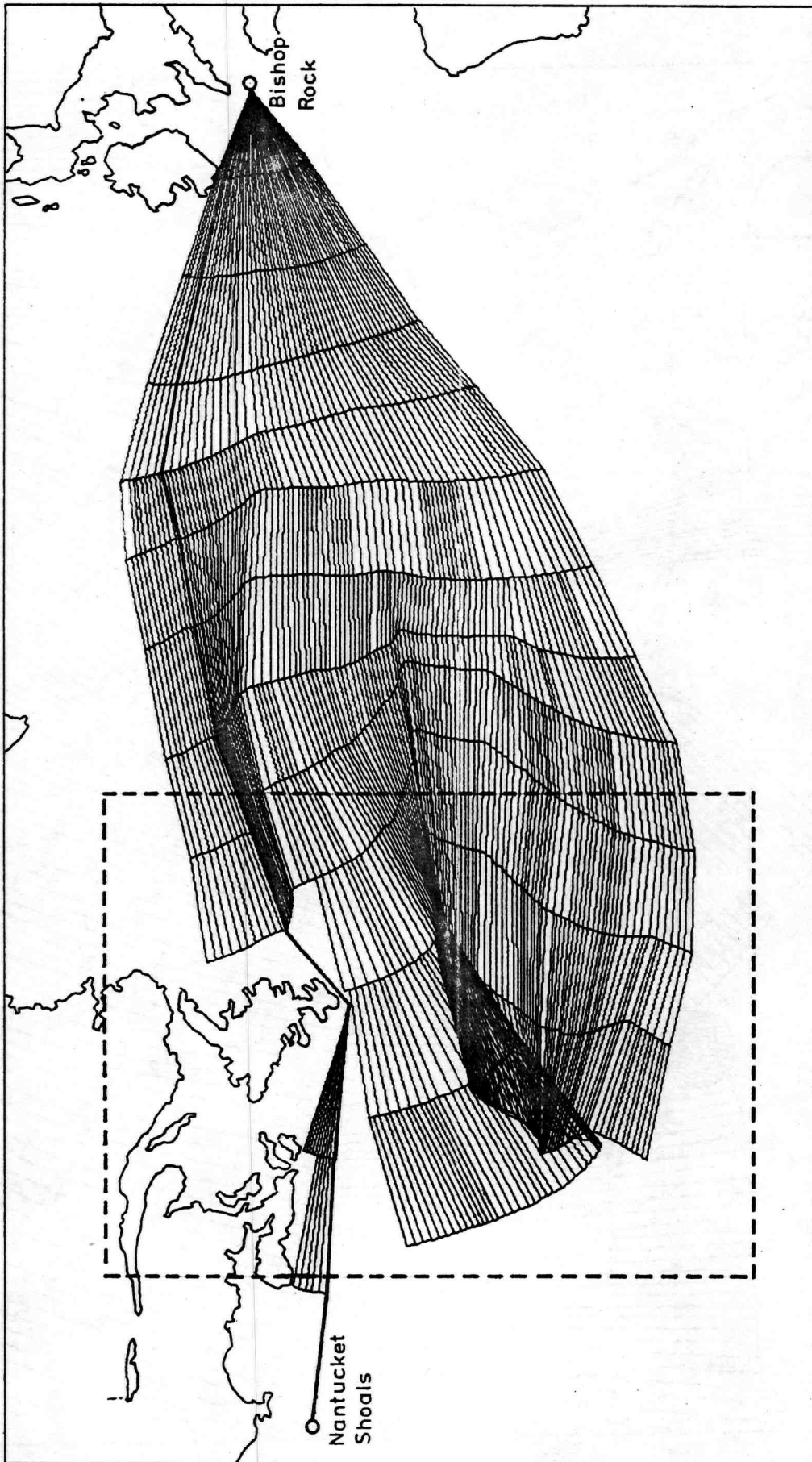


Fig. 7

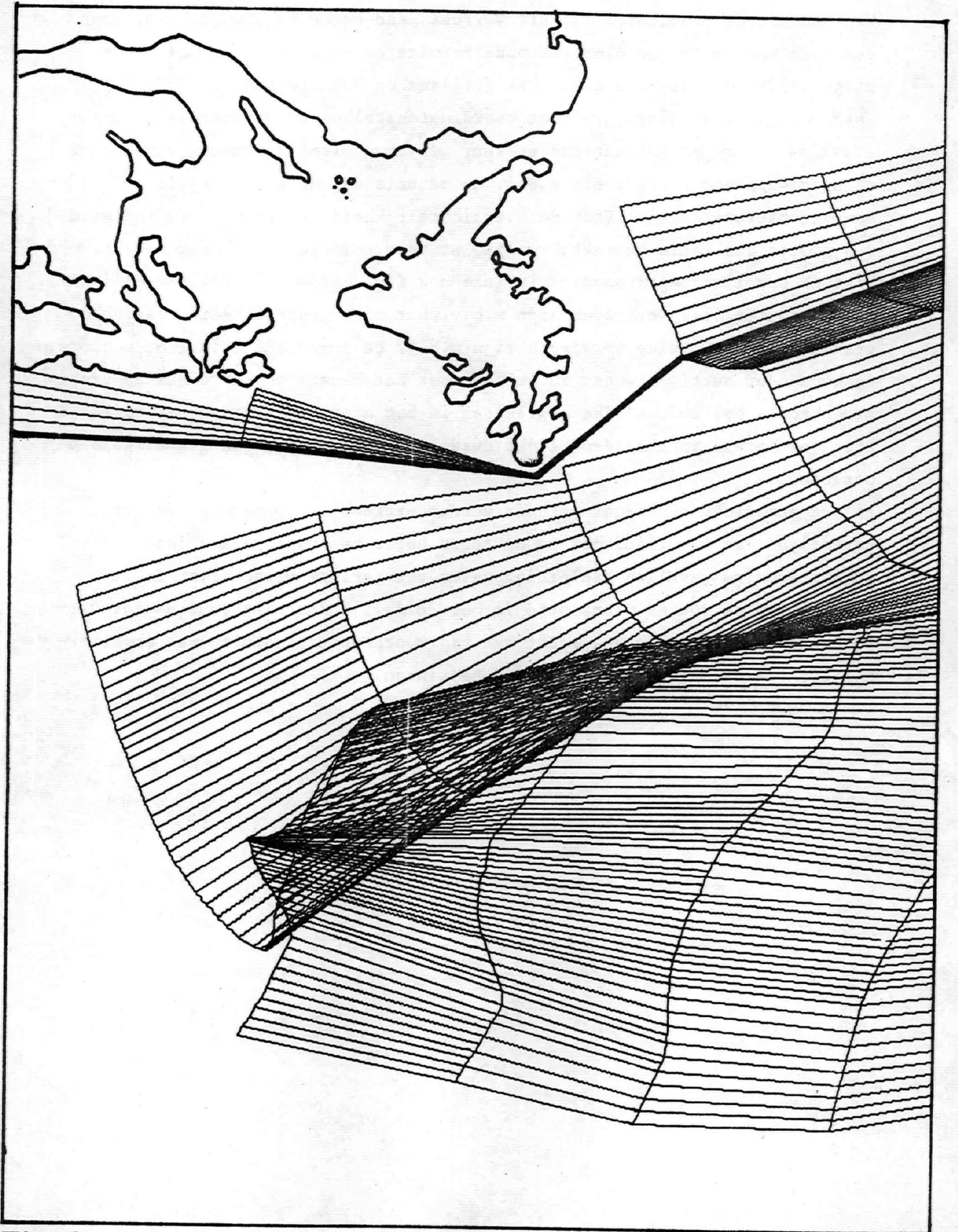


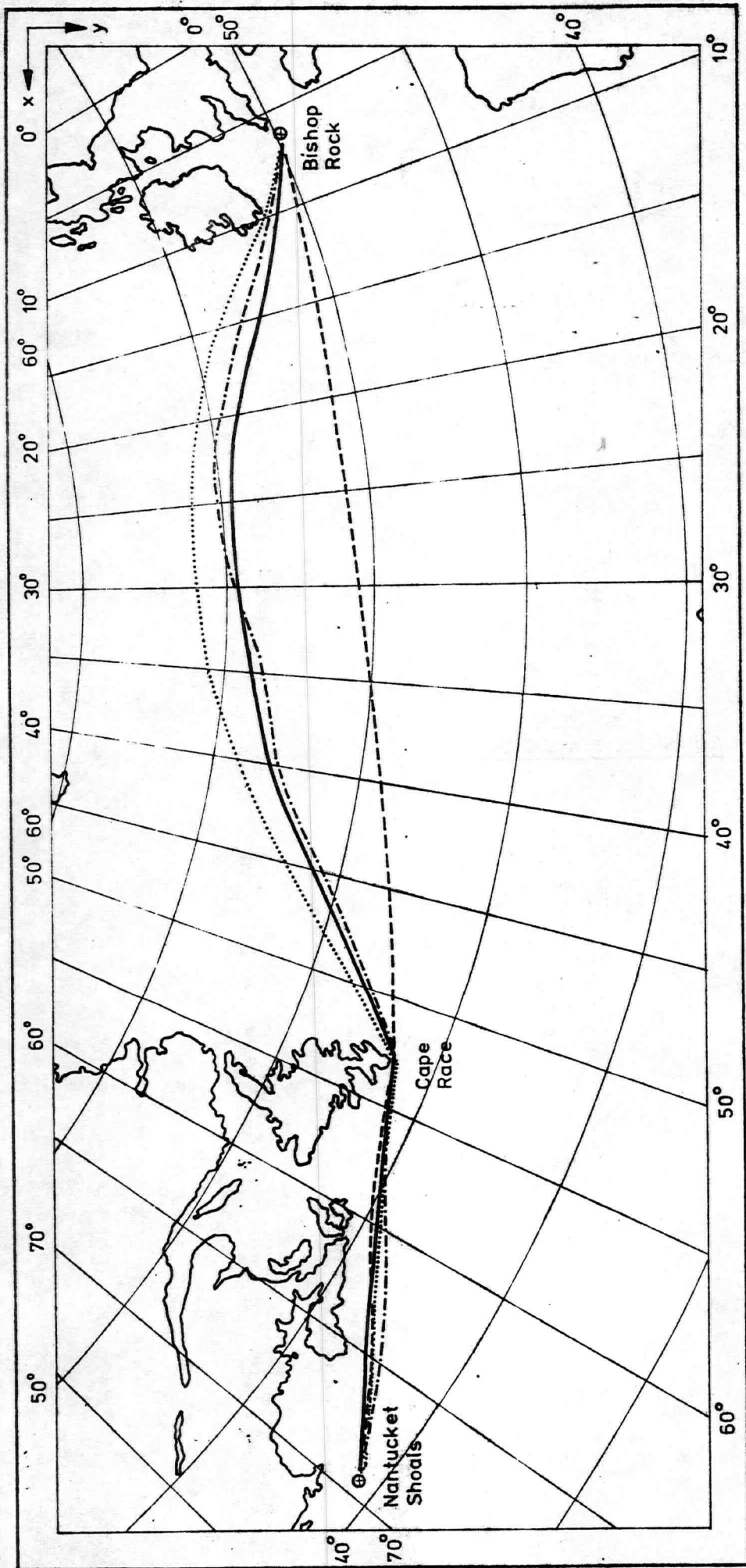
Fig. 8

2. Resultaten van het vergelijkend onderzoek

Wat betreft de resultaten van dit vergelijkend onderzoek, wordt men, voor een goed begrip van de hier getoonde resultaten verwezen naar ons eerder uitgevoerde vergelijkend onderzoek (Bijlsma en Van Rietschote, 1972 II), waar men gegevens vindt over het coördinatenstelsel en de gebruikte vaartafvalgrafieken en golfkaarten en waar men bovendien informatie vindt over de hier getoonde routes, die m.b.v. de manuele en numerieke tijdfront methoden geconstrueerd zijn. Voor de overzichtelijkheid is hier uit de veelheid van routes een keuze gemaakt, waarbij er voor gezorgd is dat elk karakteristiek geval vertegenwoordigd is (zie ook fig. 5 t/m 8). Het vergelijken van de routes, die verkregen zijn m.b.v. het hier gepresenteerde rekenprogramma, met die, welke verkregen zijn m.b.v. de numerieke tijdfront methode, is bijzonder nuttig geweest in verband met het benaderen van bepaalde grootheden zoals bv. ruimtelijke afgeleiden in het hier gebruikte rooster. Uit de hier geschetste voorbeelden blijkt duidelijk dat deze routes elkaar weinig ontlopen.

Bij de numerieke tijdfront methode worden extremalen toegevoegd aan de bovenzijde van een tijdfront om de route hoger te kunnen laten lopen. Dit kan in sommige gevallen aanleiding geven tot geringe verschillen in het verloop van de routes. Tenslotte is het duidelijk dat alle routes hier uitgesproken bovenlangs gaan, zodat het bij voorbaat uitgesloten was om alternatieve routes met gelijke vaartijd te vinden.

RESULTATEN



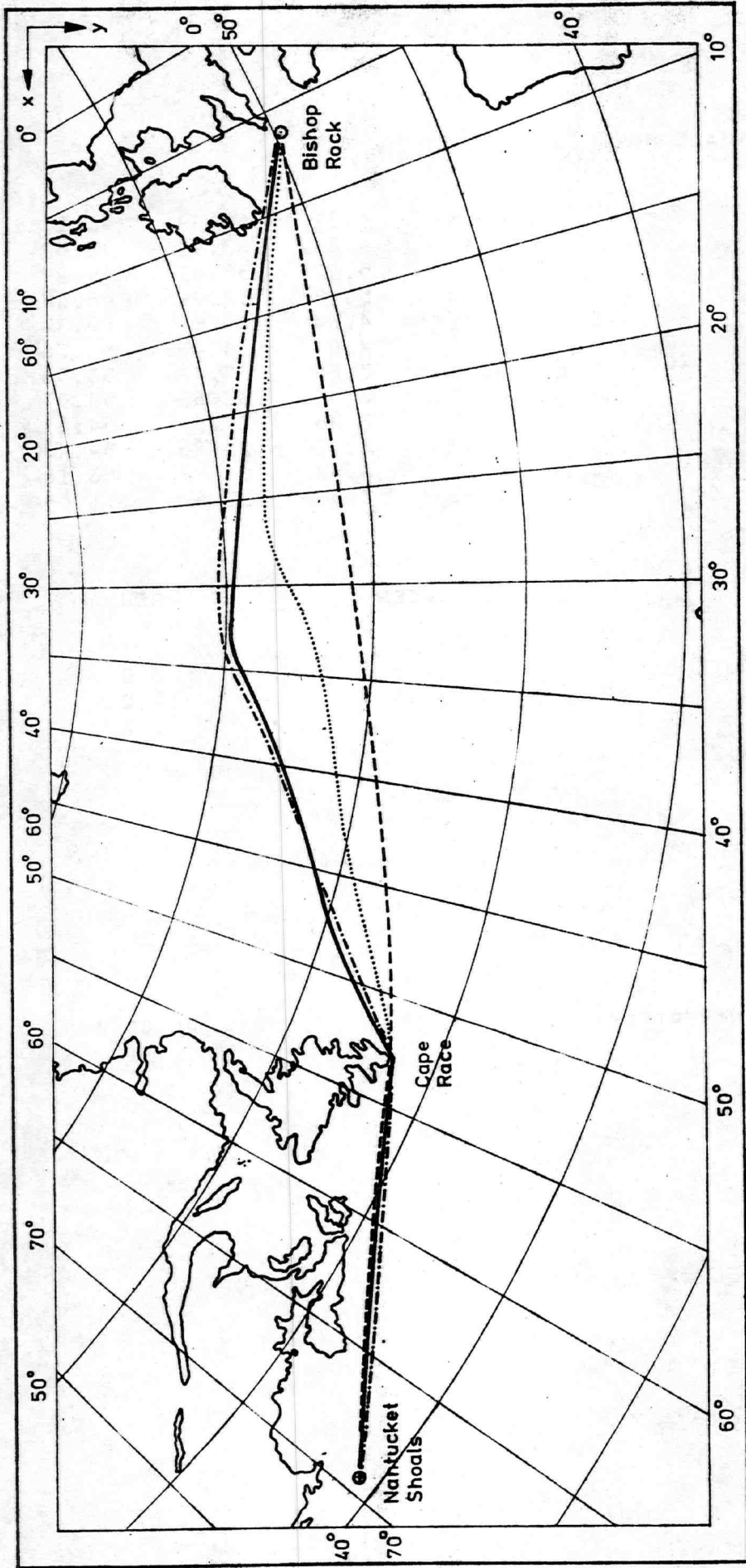
- de in dit rapport gevolgde methode
- de manuele tijdfrontenmethode
- · - · de numerieke tijdfrontenmethode
- - - - de grootcirkel

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	18.08	4.82	68.44	41.11
	16.46	4.84	63.90	43.52
	14.85	5.02	58.52	45.29
	13.30	5.18	52.99	46.68
	11.91	4.64	48.57	49.37
	10.74	4.07	44.45	51.76
	9.58	3.65	39.72	53.53
	8.26	3.43	33.63	54.57
	6.99	3.36	27.52	54.81
	5.82	3.40	21.96	54.40
	4.65	3.63	16.77	53.18
	3.41	3.86	11.67	51.64

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	6	3.0
GROOTCIRKEL	6	17.2
GC-LT	0	14.2

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	101

TIJDSTIP VAN VERTREK:	200170	00.00 Z
-----------------------	--------	---------



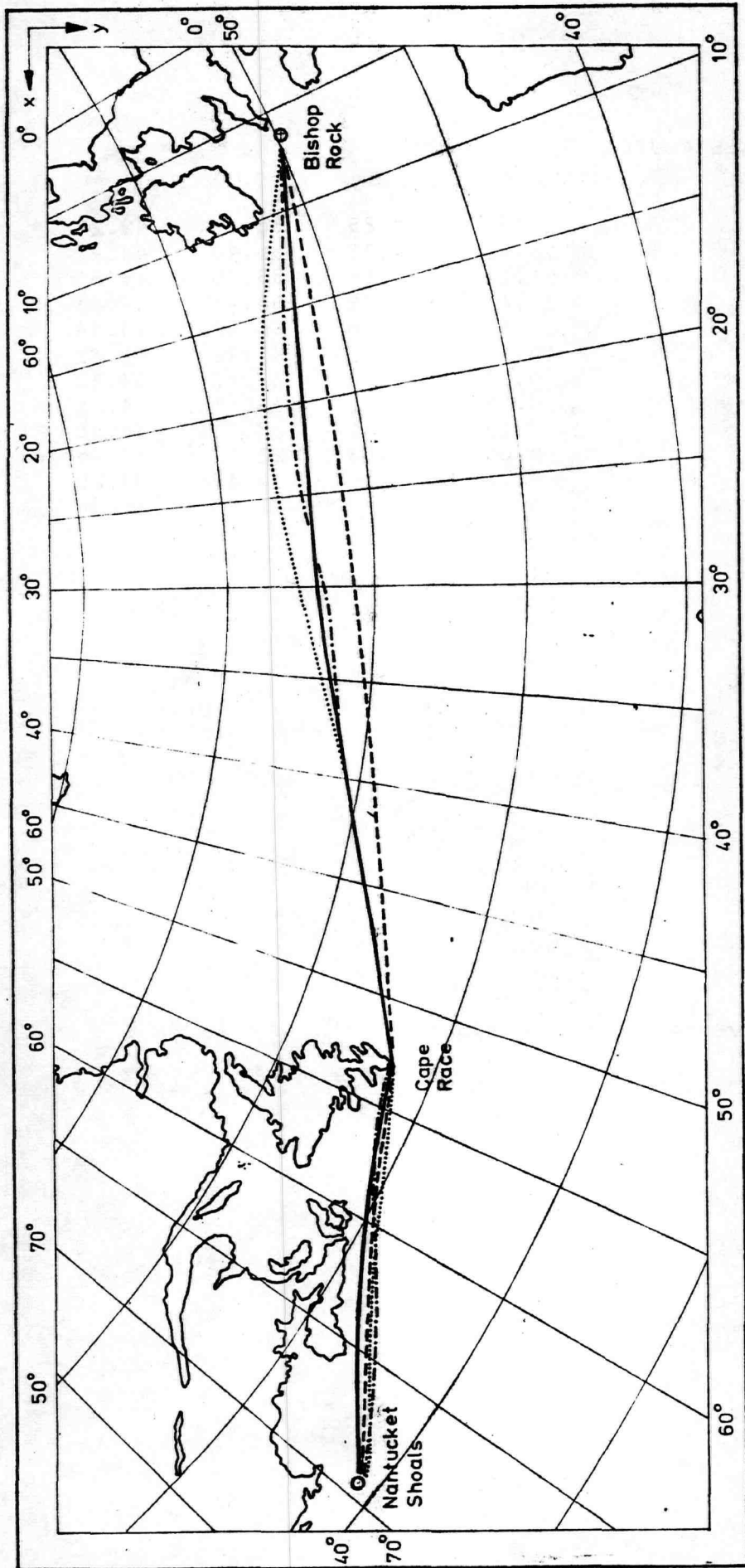
- de in dit rapport gevolgde methode
- de manuele tijdfrontenmethode
- · - · - de numerieke tijdfrontenmethode
- de grootcirkel

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	17.33	4.85	66.37	42.22
	15.72	4.97	61.40	44.27
	14.15	5.16	55.95	45.80
	12.66	4.98	50.95	47.83
	11.41	4.38	46.88	50.44
	10.11	4.01	41.78	52.31
	9.10	3.78	37.40	53.38
	8.26	3.40	33.65	54.65
	7.13	3.42	28.23	54.66
	5.80	3.63	22.02	53.75
	4.52	3.74	16.32	52.80
	3.30	3.85	11.21	51.56

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	6	8.2
GROOTCIRKEL	6	20.8
GC-LT	0	12.6

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	89

TIJDSTIP VAN VERTREK:	220170	00.00 Z
-----------------------	--------	---------



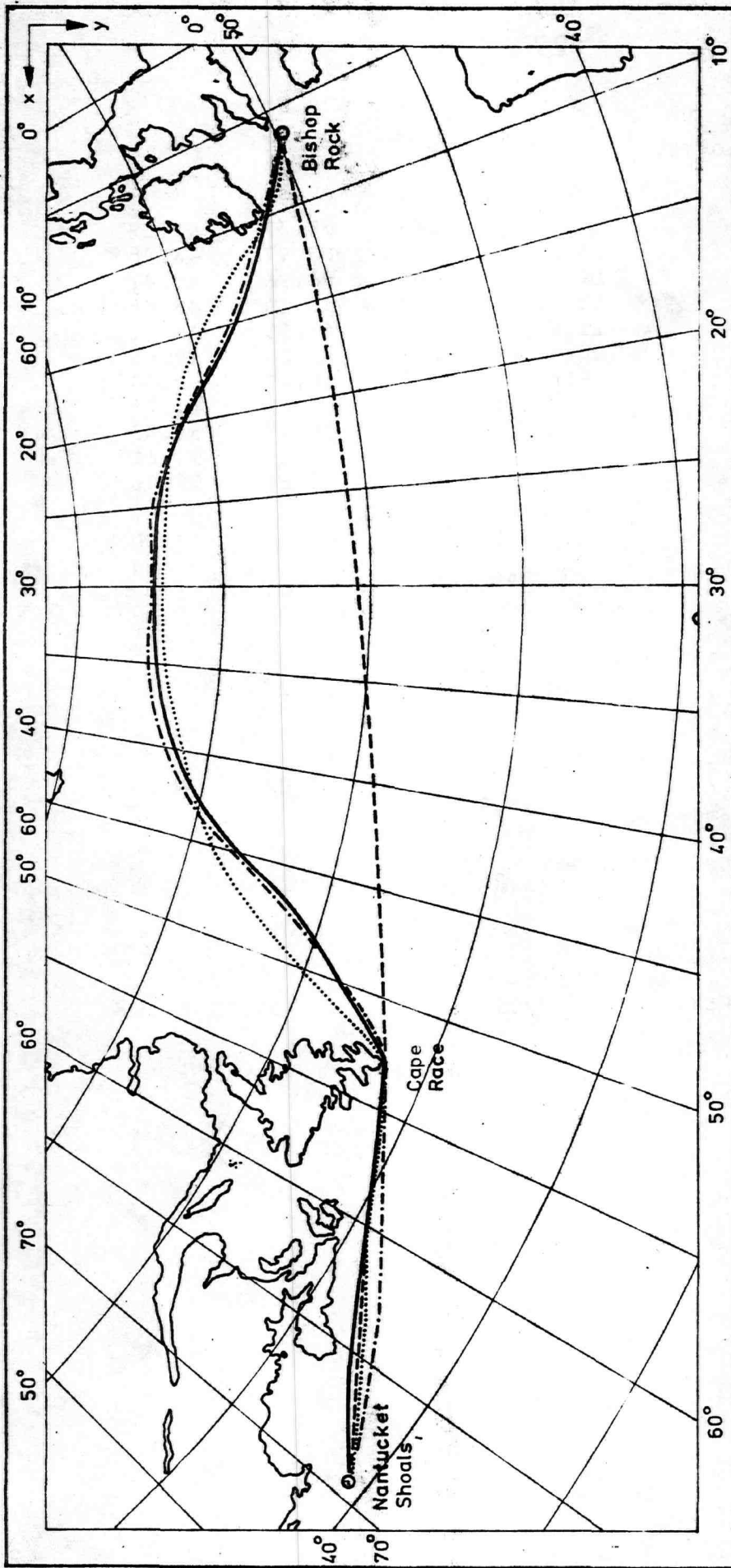
- de in dit rapport gevolgde methode
- de manuele tijdfrontmethode
- .-.- de numerieke tijdfrontmethode
- de grootcirkel

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	18.04	4.82	68.37	41.19
	16.47	4.81	63.97	43.58
	14.88	4.95	58.76	45.41
	13.38	5.23	53.20	46.48
	11.90	5.09	47.95	48.21
	10.43	4.85	42.39	49.88
	9.00	4.69	36.49	50.94
	7.58	4.47	30.36	51.78
	6.18	4.34	24.13	51.95
	4.83	4.25	18.15	51.61
	3.45	4.16	12.26	50.90

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	5	15.2
GROOTCIRKEL	5	15.3
GC-LT	0	.1

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	22

TIJDSTIP VAN VERTREK:	270170	00.00 Z
-----------------------	--------	---------



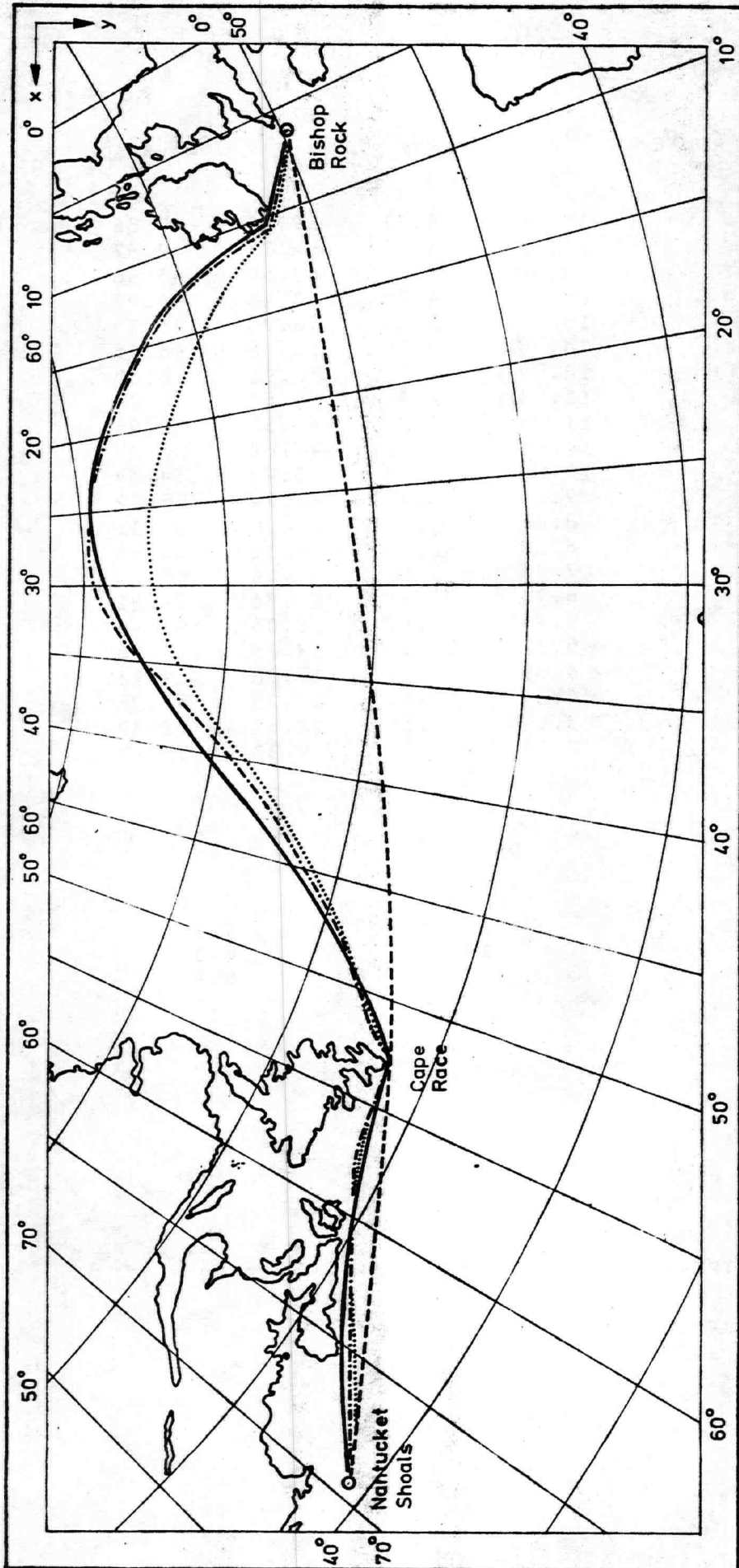
- de in dit rapport gevolgde methode
- de manuele tijdfrontenmethode
- · - · de numerieke tijdfrontenmethode
- de grootcirkel

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	18.35	4.73	69.36	40.86
	17.33	4.68	66.73	42.57
	16.32	4.78	63.59	43.86
	15.33	4.91	60.26	44.93
	14.34	5.09	56.73	45.75
	13.38	5.25	53.16	46.45
	12.59	4.82	50.91	48.30
	11.83	4.40	48.57	50.04
	11.14	3.91	46.36	51.86
	10.64	3.53	44.64	53.25
	10.25	3.20	43.22	54.38
	9.66	2.91	40.74	55.52
	8.86	2.74	36.90	56.35
	8.10	2.58	33.11	56.96
	7.43	2.52	29.64	57.19
	6.70	2.48	25.86	57.21
	5.94	2.67	22.06	56.46
	5.32	2.99	19.25	55.28
	4.80	3.27	17.06	54.23
	4.34	3.51	15.25	53.27
	3.69	3.69	12.65	52.32
	2.85	3.85	9.38	51.17

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	11	1.3
GROOTCIRKEL	14	8.2
GC-LT	3	6.9

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	215

TIJDSTIP VAN VERTREK:	180170	00.00 Z
-----------------------	--------	---------



- de in dit rapport gevolgde methode
- de manuele tijdfrontenmethode
- .-.- de numerieke tijdfrontenmethode
- de grootcirkel

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	18.39	4.70	69.52	40.87
	17.42	4.57	67.18	42.66
	16.41	4.61	64.19	44.09
	15.44	4.73	60.97	45.20
	14.63	4.92	57.98	45.79
	13.82	5.17	54.82	46.15
	12.89	5.11	51.60	47.27
	12.05	4.68	49.04	49.15
	11.30	4.15	46.74	51.12
	10.61	3.68	44.35	52.87
	10.04	3.24	42.23	54.42
	9.57	2.78	40.41	55.93
	9.16	2.60	38.48	56.61
	8.41	2.28	34.83	57.77
	7.92	1.92	32.28	58.85
	7.44	1.71	29.65	59.48
	6.67	1.68	25.33	59.47
	5.90	1.82	21.21	58.82
	5.13	2.04	17.33	57.80
	4.36	2.39	13.93	56.32
	3.65	2.79	11.19	54.64
	3.13	3.18	9.48	53.14
	2.66	3.60	8.19	51.60

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	11	13.2
GROOTCIRKEL	13	14.1
GC-LT	2	.9

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	350

TIJDSTIP VAN VERTREK:		
	210170	00.00 Z

Literatuur

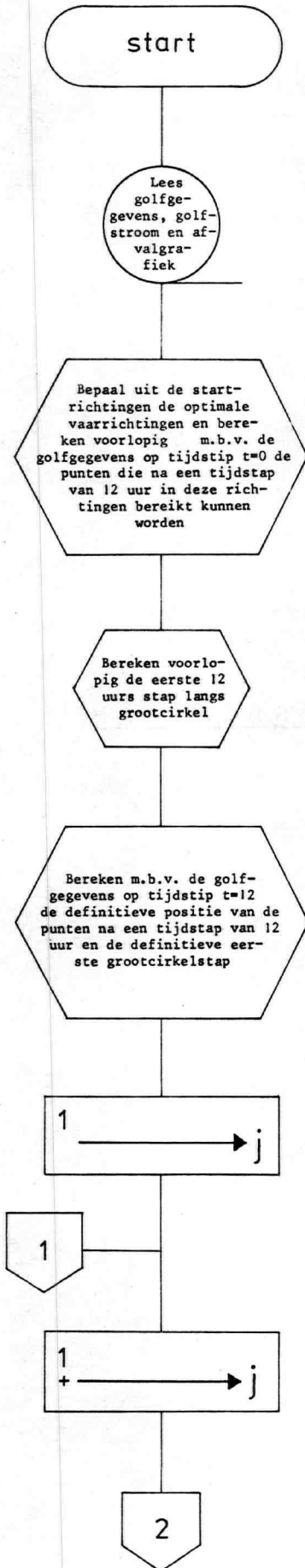
- Bleick, W.E. en F.D. Faulkner (1965) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor. Vol. 4, no. 2, pp. 217-221.
- Born, M. en E. Wolf (1959) Principles of optics, Pergamon Press, London.
- Bryson, A.E. en W.F. Denham (1962) A steepest-ascent method for solving optimum programming problems. J. Appl. Mech. 29, 247-257.
- Bijlsma, S.J. en B. van Riet-schote (1972, I en II) Over het optimaal routeren van schepen,
I. een literatuuronderzoek W.R. 72-1
II. een vergelijkend onderzoek W.R. 72-2
K.N.M.I., De Bilt.
- Faulkner, F.D. (1964) A comparison between some methods for computing optimum paths in the problem of Bolza in:
Computing methods in optimization problem, Balakrishnan, A.V. and L.W. Neustads (eds), Academic Press, Inc. New York.
- Lee, E.B. en L. Markus (1967) Foundations of optimal control theory, John Wiley and sons, New York.
- Marks, W. et al. (1968) An automated system for optimum ship routing Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers. Vol. 76, pp. 22-55.
- Pontryagin, L.S. et al. (1962) The mathematical theory of optimal processes, Interscience Publishers, Inc., New York.
- Powell, M.J.D. (1970) Recent advances in unconstrained optimization, Math. Branch, A.E.R.E., Harwell, Berks.

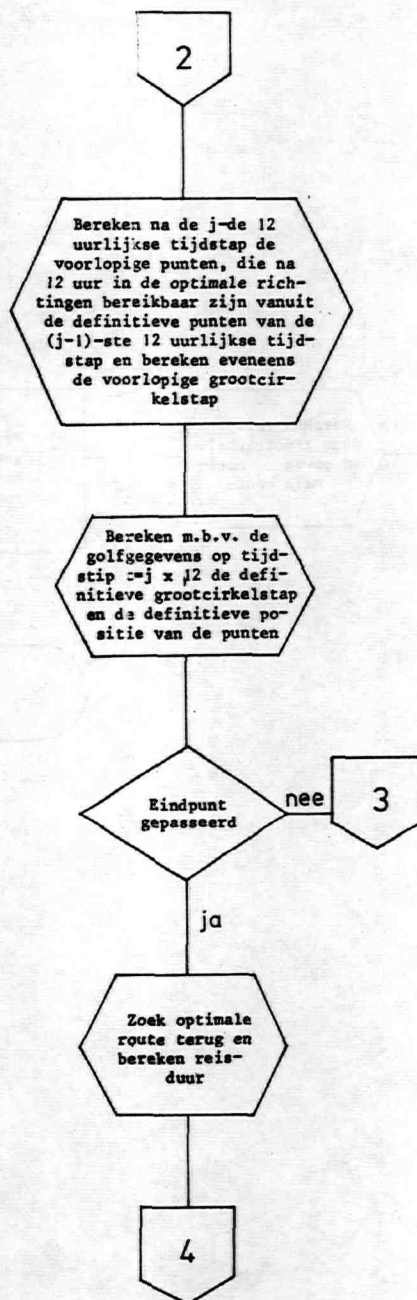
Wilde, D.J. en C.S. Brightler, Foundations of optimization, Prentice-Hall, (1967) Inc.

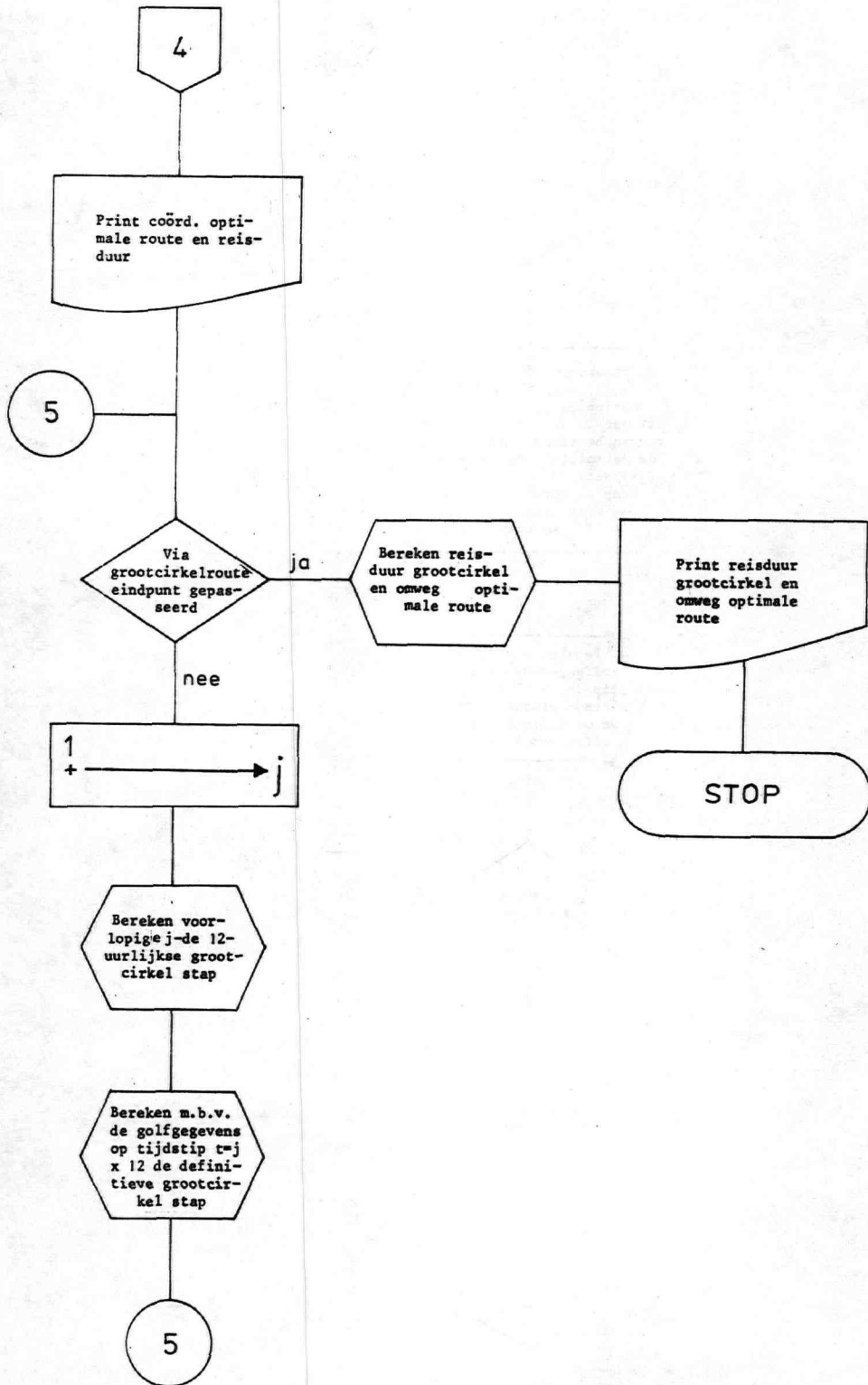
Zoppoli, R. (1972) Minimum-Time Routing as an N-stage Decision Process. Journ. appl. meteor. vol. 11, pp. 429-435.

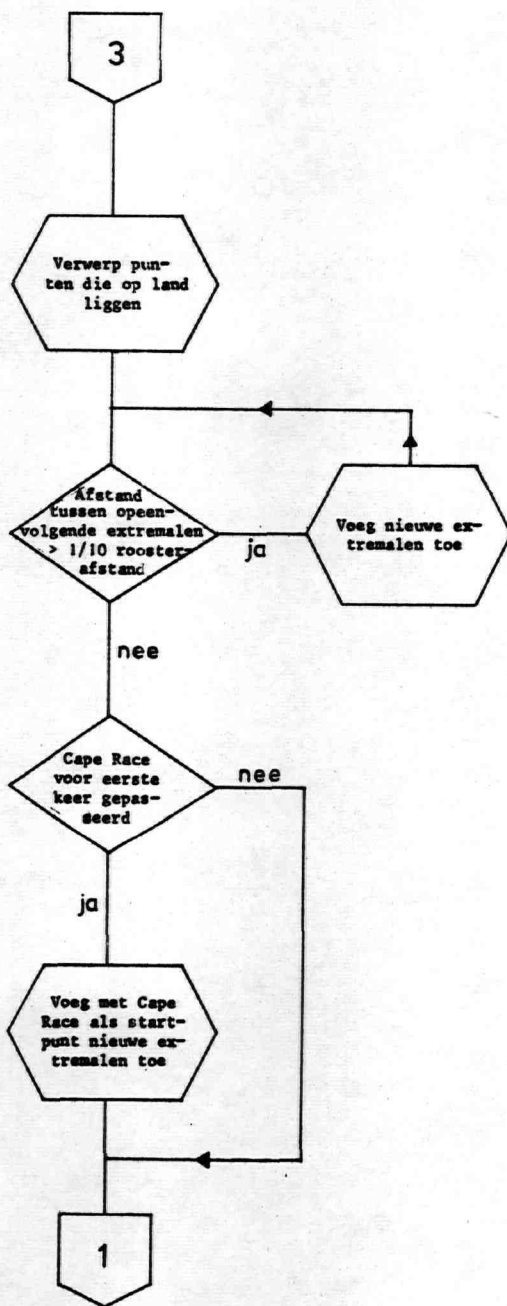
BIJLAGE 1

HET STROOMDIAGRAM









BIJLAGE 2

HET ALGOL-PROGRAMMA

```
begin   comment KNMI-050972-BIJLS-RIEB.
        evaluatie van de kortste-vaartijd route en grootcirkel route;
        integer ant,at,at1,at11,at3,f,h,h1,hh,i,i0,i1,i11,i2,i00,i001,
        i01,i02,in,in1,ip,j,j0,j00,j2,jj,jj1,k,k1,pla,srt,tr,x,y;
        real a,aa,a0,afst1,afst2,amm,b,bb,bbb,c,cc,copgr,copi,d,dx,dy,
        e1,e2,e3,fr,ft,ftr,g,grd,l,lll,lim,lim1,olt,p,pp,pi,pi2,pi4,
        pi9,pim2,pr,q,r,s,sipgr,sipi,t,vh,vtu,xx,xxx,xe,xg,xk,xs,xv,
        yv,yy,ye,yg,yk,ys,ysn,yv;
        boolean joke;
        integer array AA[1:3,0:30],I,PIA[1:30],
        GH,GR,XGS,YGS[0:27,0:17],PA,PB[1:150],XX,YY[1:12];
        array A,IA,MU,P,XT,YT[0:300],AH[1:3],AFX,AFY[1:4],L[1:12],
        X,Y[0:300,0:2],XGR,YGR[0:50];

        real procedure ARCTAN(x,y); value x,y; real x,y;
        ARCTAN:=if x>0/y<0 then -arctan(abs(y/x)) else
        if x<0/y>0 then pi-arctan(abs(y/x)) else
        if x<0/y<0 then -pi+arctan(abs(y/x)) else arctan(y/x);

        real procedure LM(a,b); value a,b; real a,b;
        LM:=sqrt(cc)x(arctan(sqrt((2xcc/(2xcc-
        (xs-a)^2-(ys-b)^2)^2-1))))/(AA[1,0]/170);

        procedure LT(a,b); value a,b; real a,b;
        begin   real prdx,prdy,la,s;
                prdx:=prdy:=0;
        COBY:   la:=pi2-
                2xarctan(sqrt((a+prdx/2-7.5)^2+(b+prdy/2+8.5)^2)xa0);
                s:=1852/((1+sin(la))xa0x6378178);
                if prdx#0 then goto KLM;
                prdx:=sxdx; prdy:=sxdy;
                goto COBY;
        KLM:   dx:=sxdx; dy:=sxdy
        end LT;

        procedure AM(a,b); value a,b; real a,b;
        begin   amm:=1000;
                tr:=0;
                for i:=11,i+1 while i<=n do
                begin   dx:=X[i,0]-a; dy:=Y[i,0]-b;
                        d:=sqrt(dxxdx+dyydy);
                        if d<=amm then begin amm:=d; tr:=i end
                end
        end AM;
```

```

procedure MAXAF(x,y,a); value x,y,a; real x,y,a;
begin real coagr,cog,coggr,cogr,dx1,dy1,
      gh,gr,gr0,gr1,gr00,gr01,gr10,gr11,
      l1,x1,siagr,sig,siggr,sigr;
      integer h,h1,j1,k,k1,spr;
      spr:=0; j1:=j-1;
MGRT:  h:=entier(x); h1:=h+1;
      k:=if y>0 then entier(y) else 0; k1:=k+1;
      p:=x-h; q:=1-p;
      if y<0 then r:=0 else r:=y-k;
      s:=1-r;
      dx:=(s*(q*XGS[h,k]+p*XGS[h1,k])+
      r*(q*XGS[h,k1]+p*XGS[h1,k1]))/10;
      dy:=(s*(q*YGS[h,k]+p*YGS[h1,k])+
      r*(q*YGS[h,k1]+p*YGS[h1,k1]))/10;
      gh:=(s*(q*GH[h,k]+p*GH[h1,k])+r*(q*GH[h,k1]+
      p*GH[h1,k1]))*2;
      if gh>299 then gh:=299;
      gr00:=GR[h,k]; gr01:=GR[h,k1];
      gr10:=GR[h1,k]; gr11:=GR[h1,k1];
      if gr00-gr10>180 then gr10:=gr10+360;
      if gr10-gr00>180 then gr00:=gr00+360;
      if gr01-gr11>180 then gr11:=gr11+360;
      if gr11-gr01>180 then gr01:=gr01+360;
      gr0:=q*gr00+p*gr10; gr1:=q*gr01+p*gr11;
      if gr0-gr1>180 then gr1:=gr1+360;
      if gr1-gr0>180 then gr0:=gr0+360;
      gr:=(s*gr0+r*gr1)*grd;
      cogr:=cos(gr); sigr:=sin(gr);
      h:=entier(gh/10); h1:=h+1;
      p:=gh/10-h; q:=1-p;
      for k:=1,2,3 do AH[k]:=AA[k,h]*q+AA[k,h1]*p;
      e1:=(AH[1]+AH[3])/2;
      e2:=AH[1]-e1;
      e3:=e1*AH[2]/sqrt(AH[1]*AH[3]);
      if a=10 then
      begin g:=arctan(-(xg-aa)/(yg-bb));
          cog:=cos(g); sig:=sin(g);
          pr:=dx*cog+dy*sig;
          coggr:=cos(g-gr); siggr:=sin(g-gr);

```

```
p:=e3Xe3Xcoggr; q:=e1Xe1Xsiggr;  
r:=e2Xsiggr; r:=rXr;  
s:=pXcoggr; t:=qXsiggr;  
l:=(-pXe2+e1Xe3Xsqrt(t-r+s))/(t+s);  
dx:=(l+pr)Xcog; dy:=(l+pr)Xsig
```

end else

```
begin coagr:=cos(a-gr); siagr:=sin(a-gr);  
p:=e1Xcoagr; q:=e3Xsiagr;  
r:=sqrt(pXp+qXq);  
s:=e1Xp/r-e2; t:=e3Xq/r;  
dx:=dx+sXcogr-tXsigr;  
dy:=dy+sXsigr+tXcogr
```

end;

LT(x,y);

if a=10 then

begin if spr=0 then

begin dx1:=dx; dy1:=dy end else

begin dx:=(dx+dx1)/2; dy:=(dy+dy1)/2 end;

l1:=sqrt(dxXdx+dyXdy);

x1:=(l1Xl1X(aa-XGR[j1]))+

l1X(YGR[j1]-bb)Xsqrt(4Xcc-l1Xl1))/(2Xcc);

x:=XGR[j1]+x1;

y:=YGR[j1]-(l1Xl1+2X(XGR[j1]-aa)Xx1)/

(2X(YGR[j1]-bb));

if spr \neq 0 then

begin XGR[j]:=xg:=x; YGR[j]:=yg:=y;

goto MAC

end;

inarray(drum,20000+jX600,GH);

inarray(drum,50000+jX600,GR); hold(GR);

spr:=1;

goto MGRT;

MAC: end

end MAXAF;

ant:=HAND(1);

jj1:=pia:=PIA[1]:=0;

srt:=ant-ant:100X100;

if 7 comparefile(tape(2),krieb rtn) then goto AF;

for j:=srt,j+1 while j<37 do

```
begin  inarray(tape(2),jx2-1,GH);
        inarray(tape(2),jx2,GR); hold(GR);
        outarray(drum,jj1x600+20000,GH);
        outarray(drum,jj1x600+50000,GR); hold(GR);
        jj1:=jj1+1
end;
inarray(tape(2),75,XCS);
inarray(tape(2),76,YCS);
inarray(tape(2),76+entier(ant/100),AA); hold(AA);
for j:=jj1,j+1 while j<jj1+6 do
begin  outarray(drum,jx600+20000,GH);
        outarray(drum,jx600+50000,GR)
end;
xs:=2.03; ys:=4.03;
xe:=18.46; ye:=4.8;
xk:=13.316; yk:=5.248;
afst1:=0; afst2:=2644;
aa:=13.00; bb:=-54.42; cc:=3536.54;
pi:=4xarctan(1); pim2:=pix2; grd:=pi/180;
pi2:=pi/2; pi4:=pi/4; pi9:=pi/9;
ft:=1+cos(pi/6);
a0:=15x2.12/(637.8178xft);
lim:=LM(xe,ye); lim1:=LM(xk,yk);
i1:=0; in:=40;
at:=14;
j:=1;
inarray(drum,20000,GH);
inarray(drum,50000,GR); hold(GR);
joke:=true;
for i:=i1,i+1 while i<in do
begin  A[i]:=(10-i)xgrd;
        IA[i]:=cos(A[i]); MU[i]:=sin(A[i]);
        MAXAF(xs,ys,A[i]);
        X[i,1]:=xs+dx;
        Y[i,1]:=ys+dy
end;
XGR[0]:=xg:=xs; YGR[0]:=yg:=ys;
MAXAF(xg,yg,10);
for i:=i1,i+1 while i<in do
```

```
begin MAXAF(X[i,1],Y[i,1],A[i]);  
X[i,2]:=(X[i,1]+xs+dx)/2;  
Y[i,2]:=(Y[i,1]+ys+dy)/2;  
P[i]:=ARCTAN(X[i,2]-xs,Y[i,2]-ys)  
end;  
for i:=11,i+1 while i<=n do  
begin X[i,0]:=XT[i]:=X[i,2]; Y[i,0]:=YT[i]:=Y[i,2] end;  
outarray(drum,0,XT);  
outarray(drum,602,YT); hold(YT);  
for h:=1,h+1 while h<=51 do PB[h]:=PA[h]:=1000;  
outarray(drum,80001,PB);  
outarray(drum,80151,PA); hold(PA);
```

NEXTR: j:=j+1;

```
for i:=11,i+1 while i<=n do  
begin if Y[i,0]=-99 then goto L1;  
sipi:=sin(P[i]); cop1:=cos(P[i]);  
h:=entier(X[i,0]);  
k:=if Y[i,0]<1 then 1 else entier(Y[i,0]);  
j2:=1;  
for jj:=h-1,h-1,h,h,h,h,h+1,h+1,h+1,h+1,h+2,h+2 do  
begin XX[jj]:=jj; j2:=j2+1 end;  
j2:=1;  
for jj:=k,k+1,k-1,k,k+1,k+2,k-1,k,k+1,k+2,k,k+1 do  
begin YY[jj]:=jj; j2:=j2+1 end;  
for jj:=1,jj+1 while jj<=13 do  
begin x:=XX[jj]; y:=YY[jj];  
pr:=XGS[x,y]×cop1+YGS[x,y]×sipi;  
hh:=entier(GH[x,y]/10);  
if hh>30 then hh:=30;  
a:=AA[1,hh]; b:=AA[2,hh]; c:=AA[3,hh];  
e1:=(a+c)/2; e2:=e1×b/sqrt(a×c); e3:=a-e1;  
copgr:=cos(P[i]-GR[x,y]×grd);  
sipgr:=sin(P[i]-GR[x,y]×grd);  
p:=e2×e2×copgr; q:=e1×e1×sipgr;  
r:=e3×sipgr; r:=r×r;  
s:=p×copgr; t:=q×sipgr;  
l:=(-p×e3+e1×e2×sqrt(t-r+s))/(t+s);  
dx:=(1+pr)×cop1; dy:=(1+pr)×sipi;  
LT(x,y);  
L[jj]:=sqrt(dx×dx+dy×dy)  
end;
```



```
AFX[1]:=L[8]-L[1]; AFY[1]:=L[5]-L[3];
AFX[2]:=L[9]-L[2]; AFY[2]:=L[6]-L[4];
AFX[3]:=L[11]-L[4]; AFY[3]:=L[9]-L[7];
AFX[4]:=L[12]-L[5]; AFY[4]:=L[10]-L[8];
p:=X[i,0]-h; q:=1-p; r:=Y[i,0]-k; s:=1-r;
fr:=LA[i]*xcopi+MU[i]*xsi;
LA[i]:=LA[i]-fr*((p*(r*AFX[4]+s*AFX[3])+
q*(r*AFX[2]+s*AFX[1]))/2);
MU[i]:=MU[i]-fr*((p*(r*AFY[4]+s*AFY[3])+
q*(r*AFY[2]+s*AFY[1]))/2);
A[i]:=ARCTAN(LA[i],MU[i]);
MAXAF(X[i,0],Y[i,0],A[i]);
X[i,1]:=X[i,0]+dx;
Y[i,1]:=Y[i,0]+dy;
```

```
L1:  end;
      MAXAF(xg,yg,10);
      for i:=1,i+1 while i<=n do
      begin  if Y[i,0]=-99 then begin Y[i,2]:=-99; goto L2 end;
            MAXAF(X[i,1],Y[i,1],A[i]);
            XT[i]:=X[i,2]:=(X[i,1]+X[i,0]+dx)/2;
            YT[i]:=Y[i,2]:=(Y[i,1]+Y[i,0]+dy)/2;
            P[i]:=ARCTAN(X[i,2]-X[i,0],Y[i,2]-Y[i,0]);
```

```
L2:  end;
      if j>entier(lim) then
      begin  AM(xe,ye);
            i0:=tr;
            if am>sqrt((X[i0,2]-X[i0,0])2+(Y[i0,2]-Y[i0,0])2)
            then goto NEG else
            begin  pp:=sqrt((xe-X[i0,0])2+(ye-Y[i0,0])2)/
                  sqrt((X[i0,2]-X[i0,0])2+(Y[i0,2]-Y[i0,0])2);
                  goto EIND
            end;
      end;
```

```
NEG:
      end;
      if j>entier(lim)j then
      begin  AM(xk,yk);
            i00:=tr;
            vh:=1-am/
            sqrt((X[i00,2]-X[i00,0])2+(Y[i00,2]-Y[i00,0])2);
            if vh<0 then goto NEG1
```

else begin joke:=false; j00:=j; i01:=i00 end;

NEG1:

end;

for i:=1,1+1 while i<=n do

begin if Y[i,0]=-99 then goto L4;

if Y[i,2]>8.65∧Y[i,2]<1.35 then goto L3;

if X[i,2]≥13∧Y[i,2]<4.5 then goto L3;

if X[i,2]≥13∧X[i,2]<13.58∧Y[i,2]<5.18 then goto L3;

if X[i,2]≥13.58∧X[i,2]<13.906∧Y[i,2]<4.86 then goto L3;

if X[i,0]<xk∧X[i,2]>xk then

begin ysn:=((Y[i,2]-Y[i,0])/

(X[i,2]-X[i,0]))×(xk-X[i,2])+Y[i,2];

if ysn<yk then goto L3

end;

goto L4;

L3: Y[i,2]:=-99;

L4:

end;

L5: if Y[i1,2]=-99 then begin i1:=i1+1; goto L5 end;

L6: if Y[in,2]=-99 then begin in:=in-1; goto L6 end;

P1A[j]:=pia:=i1;

for i:=i1,1+1 while i<=n do

begin X[i,1]:=X[i,0]; Y[i,1]:=Y[i,0];

ip:=i-pia;

if Y[i,0]=-99 then goto L7;

X[i,0]:=X[i,2]; Y[i,0]:=Y[i,2];

L7: X[ip,0]:=X[i,0]; Y[ip,0]:=Y[i,0];

X[ip,2]:=X[i,2]; Y[ip,2]:=Y[i,2];

IA[ip]:=IA[i]; MU[ip]:=MU[i];

P[ip]:=P[i];

X[ip,1]:=X[i,1]; Y[ip,1]:=Y[i,1]

end;

i1:=i:=0;

in1:=in:=in-pia;

i00:=i00-pia;

L8: if Y[i,0]=-99∧Y[i+1,0]=-99 then goto L9;

xv:=X[i,0]-X[i+1,0]; yv:=Y[i,0]-Y[i+1,0];

if xv×xv+yv×yv>0.01 then

begin for h:=in,h-1 while h>1 do

```
begin h1:=h+1;
      X[h1,0]:=X[h,0]; Y[h1,0]:=Y[h,0];
      LA[h1]:=LA[h]; MU[h1]:=MU[h];
      P[h1]:=P[h]
end;
i11:=i+1; i2:=i+2;
if j=j00^i<i00 then i00:=i00+1;
X[i11,0]:=X[i,0]-xv/2; Y[i11,0]:=Y[i,0]-yv/2;
LA[i11]:=(LA[i]+LA[i2])/2; MU[i11]:=(MU[i]+MU[i2])/2;
if P[i]-P[i2]>pi then P[i2]:=P[i2]+pim2;
if P[i2]-P[i]>pi then P[i]:=P[i]+pim2;
P[i11]:=(P[i]+P[i2])/2;
in:=in+1;
goto L8
end else
L9: begin i:=i+1; if i<in then goto L8 end;
     if 7joke^j=j00 then
begin i02:=i01;
     if i01>in1+pia then
begin i00:=i00-i01+in1+pia; i01:=in1+pia end;
     for h:=in,h-1 while h>i00 do
begin h1:=h+at;
      X[h1,0]:=X[h,0]; Y[h1,0]:=Y[h,0];
      LA[h1]:=LA[h]; MU[h1]:=MU[h];
      P[h1]:=P[h]
end;
inarray(drum,20000+(j-1)*600,GH);
inarray(drum,50000+(j-1)*600,GR); hold(GR);
at3:=at-3;
for i:=0,i+1 while i<at3 do
begin h:=i00+2+i;
      A[h]:=-(5+i)*grd;
      LA[h]:=cos(A[h]); MU[h]:=sin(A[h]);
      MAXAF(xk,yk,A[h]);
      X[h,1]:=vh*xdx+xk; Y[h,1]:=vh*xdy+yk
end;
inarray(drum,20000+j*600,GH);
inarray(drum,50000+j*600,GR); hold(GR);
for i:=0,i+1 while i<at3 do
```

```
begin   h:=100+2+i;
        MAXAF(X[h,1],Y[h,1],A[h]);
        X[h,0]:=(X[h,1]+xk+vh*dx)/2;
        Y[h,0]:=(Y[h,1]+yk+vh*dy)/2;
        P[h]:=ARCTAN(X[h,0]-xk,Y[h,0]-yk)

end;
i001:=i00+at;
Y[i00+1,0]:=Y[i001-1,0]:=-99;
X[i001,0]:=X[i00,0]; Y[i001,0]:=Y[i00,0];
LA[i001]:=LA[i00]; MU[i001]:=MU[i00];
P[i001]:=P[i00];
for i:=in1+pia,i-1 while i>i01 do
begin   at1:=at+i;
        XT[at1]:=XT[i]; YT[at1]:=YT[i];
        Y[pia+at1,2]:=Y[pia+i,2]

end;
for i:=1,i+1 while i<at do
begin   XT[i01+i]:=X[i00+i,0];
        YT[i01+i]:=Y[i01-pia+i,2]:=Y[i00+i,0]

end;
in:=in+at;
at1:=at

end;
for i:=0,i+1 while i<in do Y[i,1]:=Y[i,0];
i:=0;
L10: if Y[i,0]=-99/Y[i+1,0]=-99 then
begin   for k:=i,k+1 while k<in do
        begin   k1:=k+1;
                X[k,0]:=X[k1,0]; Y[k,0]:=Y[k1,0];
                LA[k]:=LA[k1]; MU[k]:=MU[k1];
                P[k]:=P[k1]

        end;
        in:=in-1;
        goto L10

end;
i:=i+1;
if i+1<in then goto L10;
outarray(drum,4*(j-1)*301,XT);
outarray(drum,2*(2*j-1)*301,YT); hold(YT);
k:=i:=f:=0;
```

```
L11:  if Y[i,2]=Y[k,1] then
      begin k:=k+1; i:=i+1;
           if j#j00 then at1:=0;
           if i<in1+at1 then goto L11 else goto L12
      end else
      begin f:=f+1; PB[f]:=k; k:=k+1; goto L11 end;
L12:  for h:=f+1,h+1 while h<151 do PB[h]:=1000;
      k:=i:=f:=0;
L13:  if Y[k,1]=Y[i,0] then
      begin k:=k+1; i:=i+1;
           if i<in then goto L13 else goto L14
      end else
      begin f:=f+1; PA[f]:=i; k:=k+1; goto L13 end;
L14:  for h:=f+1,h+1 while h<151 do PA[h]:=1000;
      outarray(drum,80001+2*(j-1)*150,PB);
      outarray(drum,80001+(2*j-1)*150,PA); hold(PA);
      goto NEXTR;
EIND: CARRIAGE(5); PRINTTEXT(⟨punten optimale route:⟩);
      PRINTTEXT(⟨      x      y      l      b⟩);
      CARRIAGE(2);
      j0:=j:=j-1;
      I[j]:=10;
L15:  inarray(drum,80001+2*(j-1)*150,PB);
      inarray(drum,80001+(2*j-1)*150,PA); hold(PA);
      f:=150;
L16:  if I[j]>PA[f] then I[j]:=I[j]+f else
      begin f:=f-1; if f>0 then goto L16 end;
      f:=150;
L17:  if I[j]>PB[f] then
      begin if I[j]=PB[f] then I[j]:=I[j]+1; I[j]:=I[j]-f end
      else begin f:=f-1; if f>0 then goto L17 end;
      if j=j0 then
      begin xxx:=xe; yyy:=ye end else
      begin xxx:=xx; yyy:=yy end;
      inarray(drum,4*(j-1)*301,XT);
      inarray(drum,2*(2*j-1)*301,YT); hold(YT);
      I[j]:=I[j]+PIA[j];
      xx:=XT[I[j]]; yy:=YT[I[j]];
```

```
l11:=arctan((xx-7.5)/(yy+8.5))/grd+30;
bbb:=90-2*arctan(a0*sqrt((xx-7.5)^2+(yy+8.5)^2))/grd;
ftr:=(636,5*cos(pi4-bbb*grd/2)^2)/ft;
if j=j00-1^(((yyy-yy)/(xxx-xx))*(xk-x00)+yyy)<yk then
begin  afst1:=afst1+(sqrt((xx-xk)^2+(yy-yk)^2)+
      sqrt((xxx-xk)^2+(yyy-yk)^2))*ftr
end
else afst1:=afst1+sqrt((xxx-xx)^2+(yyy-yy)^2)*ftr;
if j=1 then
afst1:=afst1+sqrt((xx-xs)^2+(yy-ys)^2)*(636,5*cos(pi9)^2)/ft;
NLCR; SPACE(26);
ABSFIXT(2,2,xx); ABSFIXT(4,2,yy);
ABSFIXT(4,2,l11); ABSFIXT(4,2,bbb);
j:=j-1;
if j>0 then
begin  if j=j00-1^|I[j00]|>|I[j00]|<|I[j+1]|
      then I[j]:=I[j+1] else I[j]:=I[j+1];
      goto L15
end;
k:=entier(j0/2);
d:=(j0-2*(k+pp))*12;
CARRIAGE(4); PRINTTEXT({kreisduur:}); SPACE(23);
PRINTTEXT({dagen          uren}); CARRIAGE(3);
PRINTTEXT({optimale route}); SPACE(19);
ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,d);
j:=j0+1;
if xg<xe then
begin
L18:      j:=j+1;
          MAXAF(xg,yg,10);
          if xg>xe then goto L20;
          goto L18
end else
begin
L19:      if XGR[j-1]>xe then
          begin j:=j-1; goto L19 end
end;
end;
```

```
L20:  p:=(j-1+(xe-XGR[j-1])/(XGR[j]-XGR[j-1]))/2;
      k:=entier(p);
      q:=(p-k)*24;
      NLCR; PRINTTEXT({grootcirkel}); SPACE(22);
      ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,q);
      olt:=afst1/185200-afst2;
      vtu:=p*24-(j0+pp)*12;
      k:=entier(vtu/24);
      if k<0 then k:=0;
      q:=vtu-k*24;
      NLCR; PRINTTEXT({gc-1t}); SPACE(28);
      ABSFIXT(2,0,k); ABSFIXT(14,1,q);
      CARRIAGE(4); PRINTTEXT({omweg:});
      SPACE(26); PRINTTEXT({mylen});
      CARRIAGE(3); PRINTTEXT({optimale route}); SPACE(18);
      ABSFIXT(3,0,olt);
```

AF:

end

PUNTEN OPTIMALE ROUTE:	X	Y	L	B
	18.39	4.70	69.52	40.87
	17.42	4.57	67.18	42.66
	16.41	4.61	64.19	44.09
	15.44	4.73	60.97	45.20
	14.63	4.92	57.98	45.79
	13.82	5.17	54.82	46.15
	12.89	5.11	51.60	47.27
	12.05	4.68	49.04	49.15
	11.30	4.15	46.74	51.12
	10.61	3.68	44.35	52.87
	10.04	3.24	42.23	54.42
	9.57	2.78	40.41	55.93
	9.16	2.60	38.48	56.61
	8.41	2.28	34.83	57.77
	7.92	1.92	32.28	58.85
	7.44	1.71	29.65	59.48
	6.67	1.68	25.33	59.47
	5.90	1.82	21.21	58.82
	5.13	2.04	17.33	57.80
	4.36	2.39	13.93	56.32
	3.65	2.79	11.19	54.64
	3.13	3.18	9.48	53.14
	2.66	3.60	8.19	51.60

REISDUUR:	DAGEN	UREN
OPTIMALE ROUTE	11	13.2
GROOTCIRKEL	13	14.1
GC-LT	2	.9

OMWEG:	MYLEN
OPTIMALE ROUTE	350

TIJDSTIP VAN VERTREK:	210170	00.00 Z
-----------------------	--------	---------

Literatuur

- Bleick, W.E. en F.D. Faulkner (1965) Minimal-time ship routing. Journ. appl. meteor. Vol. 4, no. 2, pp. 217-221.
- Born, M. en E. Wolf (1959) Principles of optics, Pergamon Press, London.
- Bryson, A.E. en W.F. Denham (1962) A steepest-ascent method for solving optimum programming problems. J. Appl. Mech. 29, 247-257.
- Bijlsma, S.J. en B. van Riet-schote (1972, I en II) Over het optimaal routeren van schepen,
I. een literatuuronderzoek W.R. 72-1
II. een vergelijkend onderzoek W.R. 72-2
K.N.M.I., De Bilt.
- Faulkner, F.D. (1964) A comparison between some methods for computing optimum paths in the problem of Bolza in:
Computing methods in optimization problem, Balakrishnan, A.V. and L.W. Neustads (eds), Academic Press, Inc. New York.
- Lee, E.B. en L. Markus (1967) Foundations of optimal control theory, John Wiley and sons, New York.
- Marks, W. et al. (1968) An automated system for optimum ship routing
Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers. Vol. 76, pp. 22-55.
- Pontryagin, L.S. et al. (1962) The mathematical theory of optimal processes, Interscience Publishers, Inc., New York.
- Powell, M.J.D. (1970) Recent advances in unconstrained optimization, Math. Branch, A.E.R.E., Harwell, Berks.

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 73-2

S.J. Rijlsma en G.D.G. Folkers

Over het optimaal routeren van schepen
IV. Het berekenen van golfvelden uit
windvelden op de Atlantische
Oceaan.

De Bilt, 1973

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 73-2 (M.B.W.)

Deel I zie W.R. 72-1 (I)

Deel II zie W.R. 72-2 (I)

Deel III zie W.R. 72-11 (M.B.W.)

U.D.C.: 551.509.58

I N H O U D

	pag.
Summary	2
Inleiding	3
1. Het beschrijven van oppervlaktegolven en het berekenen van golfvelden uit windvelden op de Atlantische Oceaan	5
1.1. Oppervlaktegolven	5
1.2. Het berekenen van golfvelden uit windvelden	8
2. Enkele opmerkingen over de gevolgde methode	23
3. Resultaten	29
Literatuur	44
Bijlage 1: Het stroomdiagram	49
Bijlage 2: Het ALGOL-programma	57

Summary

In minimal-time ship routing there are two main problems:

1. The computation of wavecharts from windcharts.
2. The determination of the least time track for a ship given these wavecharts and a polar velocity diagram.

The second problem has been treated in the foregoing reports (Bijlsma en Van Rietschote, 1972 I, II en III). In this report the first problem is dealt with. Hereby we assume that the problem of (forecasting and) converting pressure charts into wind charts has been solved. In practice this is a delicate problem depending mainly on the accuracy with which the pressure charts are given. The computation of waves from windfields goes back to the second part of the nineteenth century when some empirical formulas were derived in order to describe the wave-wind relation (for a review of some of these relationships one is referred to Sverdrup, Johnson and Fleming (1942) and Defant (1961)). The first theoretical attempt however was made by Sverdrup and Munk (1947), when the outbreak of world war II made it necessary to have sea and swell forecasts at one's disposal. Although in later years applications of the developments in statistical analysis made the foundations on which their theory (revised by Brettschneider (1952)) was based, very disputable, it is nevertheless still in rather wide use. In this report (section 1) a brief outline is given of a wave forecasting method due to Pierson (1952). In his theory the forecast of ocean waves is considered as an application of the theory of stochastic processes. In this section, moreover, some elementary aspects of nonlinear wave interaction are given. Based on results of the last mentioned theory a computerprogram has been constructed for the computation of wave fields on the North Atlantic. Applications are given and compared with results of a manual treatment (section 3). The computerprogram and a flow diagram of it are added.

Inleiding

De ligging van de optimale vaarroute voor een schip bij een oversteek over de Atlantische Oceaan is afhankelijk van tal van omstandigheden. Een van de meest belangrijke is ongetwijfeld de toestand van het door de wind verstoorde oceaanooppervlak. In verband hiermee is het onderzoek naar de relatie tussen de wind en de, door deze wind veroorzaakte, golven van grote waarde. In de loop der jaren (beginnend in de tweede helft van de 19e eeuw) zijn er veel empirische relaties afgeleid, die een verband leggen tussen de golfhoogte enerzijds en de windsnelheid, windbaan (afstand waarover de wind in ongeveer dezelfde richting met nagenoeg dezelfde windsnelheid waait) en tijdsduur waarover de wind waait, anderzijds. Een overzicht vindt men in Sverdrup, Johnson en Fleming (1942) en Defant (1961). Tot 1942 bleef de studie van het probleem beperkt tot het afleiden van deze empirische relaties. Tijdens de tweede wereldoorlog, die het noodzakelijk maakte om over goede zeegangs- (door wind opgewekte golven) en deinings- (golven die het gebied waar ze opgewekt zijn verlaten hebben en zich verder zonder al te veel storende invloeden voortbewegen) verwachtingen te beschikken, waren het Sverdrup en Munk (1947) die het probleem voor het eerst theoretisch aanpakten. Hoewel gebaseerd op concepten die uiterst discutabel zijn, is hun methode (herzien door Brettschneider (1952)) bijzonder bruikbaar voor praktische doeleinden. Pierson (1952) gaat uit van een lineaire, statistische beschrijving van het oceaanooppervlak. Daarmee wordt niet, zoals bij Sverdrup en Munk (1947), een enkele (significante) golf beschouwd, die representatief zou zijn voor het te beschrijven golfverschijnsel, maar in plaats daarvan wordt een golfenergiespectrum ingevoerd.

Derhalve wordt deze methode wel in tegenstelling met de z.g. singuliere methode van Sverdrup en Munk, de spectraal methode genoemd (Hubert (1964)). Werd oorspronkelijk gekozen voor het Neumann spectrum (1952), mede dank zij het werk van Kitaigorodskii (1961, 1962) werd het Pierson-Moskowitch spectrum (1964) ingevoerd. De methode van Pierson (1952) zal in het eerste hoofdstuk ter sprake komen. In dit rapport bepalen we ons tot een methode voor het beschrijven van het verstoorde oceaanooppervlak ten gevolge van een windveld, die, gezien de aard van het onderzoek, meer praktische aspecten in zich heeft, dan de theoretische beschrijving van het golfspectrum, zoals gebruikt b.v. door Marks et al (1968). Een handleiding voor de hier gebruikte methode, waarbij we uitgaan van numerieke analyse van windbaan en windduur vindt men in Pierson,

Neumann en James (1955). Boven is reeds vermeld dat het hier berekende golfveld als input dient voor het rekenprogramma dat de minimum-vaartijd route bepaalt. Daarbij wordt gebruik gemaakt van de z.g. vaartafvalgrafiek dat wil zeggen van de in een polair diagram weergegeven response van een schip in een golfveld. Deze afvalgrafiek verschilt van scheepstype tot scheepstype en wordt empirisch bepaald. De reden dat we ons nog steeds bij deze experimentele beschrijving houden is dat we theoretisch nog geen noemenswaardige resultaten tot onze beschikking hebben. Voor literatuur op dit gebied wordt men verwezen naar Marks et al (1968). Het is de bedoeling dat in de toekomst als input voor het, als bijlage toegevoegde, rekenprogramma windgegevens zullen dienen, die verkregen zijn uit voorspelde, op roosterpunten gegeven, drukvelden. Dit proces zal in de zeer nabije toekomst nog niet realiseerbaar zijn. Om toch een zinvol gebruik van dit programma te maken, gaan we uit van situaties in het verleden door reeds geanalyseerde lucndrukkaarten in roosterpunten in te lezen en hieruit de wind te bepalen. Omdat we de resultaten van dit programma willen vergelijken met die, welke door Bureau Routing manueel verkregen zijn, en er door de laatstgenoemde procedure (druk→wind)verschillen kunnen ontstaan tussen de door Bureau Routing en door ons gebruikte windgegevens zullen we in dit rapport (voor het testen van het rekenprogramma) uitgaan van de door Bureau Routing gebruikte isotachenkaarten.

De resultaten worden gegeven in het derde hoofdstuk. Tenslotte wordt het stroomdiagram van de hier gevolgde methode, evenals het rekenprogramma (geschreven in ALGOL-60) als bijlage toegevoegd.

1. Het beschrijven van oppervlaktegolven en het berekenen van golfvelden uit windvelden op de Atlantische Oceaan.

1.1. Oppervlaktegolven

We beschouwen hier een niet-visceuze, incompressibele vloeistof, dichtheid ρ_0 , die de ruimte $z \leq 0$ vult in een cartesisch coördinatensysteem (zie fig. 1).

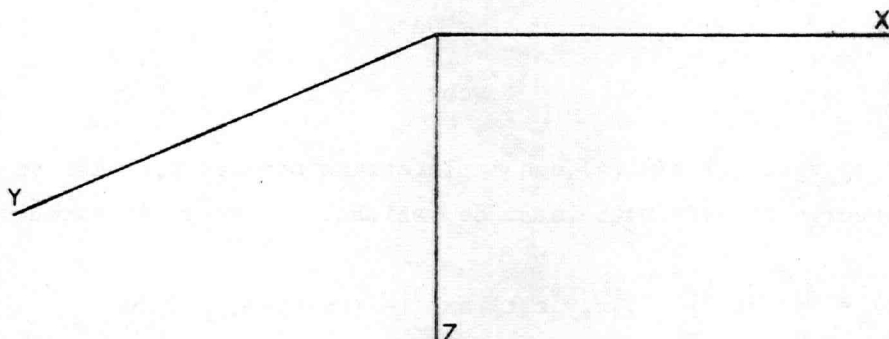


fig. 1. De neg. z-as is naar beneden gericht.

Het vlak $z = 0$ is het ongestoorde vrije oppervlak en het vlak $z = -h$ de vaste bodem. We gaan hier uit van het lineaire probleem. De versnelling van de zwaartekracht wordt gegeven door $\vec{g} = (0, 0, -g)$. We verstoren nu het vrije oppervlak $z = 0$ met een drukverdeling $p = \delta(x)\delta(y)\delta(t)$. Hierin is δ de dirac-deltafunctie. We schrijven nu $z = \xi(x,y,t)$ voor het hierbij behorende verstoorte oppervlak. Het is duidelijk dat de functie $z = \xi(x,y,t)$ beschouwd kan worden als de Greense functie van het probleem, zodat de oppervlakteverstoring $z = \eta(x,y,t)$ tengevolge van een willekeurige drukverdeling $p = p(x,y,t)$ geschreven kan worden als

$$\eta(x,y,t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \xi(x-x', y-y', t-t') p(x', y', t') dx' dy' dt'.$$

Veronderstellen we verder dat de stroming rotatievrij is dan luiden de gelineariseerde randvoorwaarden voor $z = 0$

$$g\xi + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\delta(x)\delta(y)\delta(t)}{\rho_0} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2)$$

De snelheidspotentiaal ϕ voldoet aan

$$\Delta \phi = 0 \quad \text{voor } -h \leq z \leq 0 \quad (3)$$

Verder geldt

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{voor } z = -h \quad (4)$$

We voeren nu op vgl. (1) t/m (4) een Laplacetransformatie uit naar de tijd en een Fouriertransformatie naar de variabelen x en y , in formule

$$\phi(\mu, \nu, z, \omega) = \int_0^{\infty} dt \iint_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, z, t) \exp[-i(\mu x + \nu y - \omega t)] dx dy$$

zodat

$$\phi(x, y, z, t) = (2\pi)^{-3} \int_L d\omega \iint_{-\infty}^{\infty} \phi(\mu, \nu, z, \omega) \exp[i(\mu x + \nu y - \omega t)] d\mu d\nu \quad (5)$$

waar L een integratieweg is evenwijdig aan de reële ω -as, bepaald door de eis dat $\phi(x, y, z, t) = 0$ voor $t < 0$.

Voor het gemak geven we hier en in het volgende, getransformeerde functies door hetzelfde symbool weer als de oorspronkelijke functies.

Schrijven we

$$\phi(\mu, \nu, z, \omega) = F(\mu, \nu, z) f(\mu, \nu, \omega)$$

dan vinden we na substitutie in (3) en (4)

$$F(\mu, \nu, z) = \frac{\cosh [(z + h) \sqrt{\mu^2 + \nu^2}]}{\cosh [h \sqrt{\mu^2 + \nu^2}]} \quad (\text{waarin we } F(\mu, \nu, 0) = 1 \text{ gekozen hebben})$$

en vervolgens door aan (1) en (2) te voldoen (na eliminatie van ξ)

$$f(\mu, \nu, \omega) = \frac{i}{\rho_0} \frac{\omega}{\omega^2 - G(\mu, \nu)}$$

met

$$G(\mu, \nu) = g \sqrt{\mu^2 + \nu^2} \tanh(h \sqrt{\mu^2 + \nu^2})$$

De uitdrukking

$$\omega^2 - G(\mu, \nu) = 0 \tag{6}$$

wordt de dispersievergelijking genoemd.

Na ω -integratie gaat (5) over in

$$\phi(x, y, z, t) = - \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\mu, \nu, z) \cos [t \sqrt{G(\mu, \nu)}] \exp [i(\mu x + \nu y)] d\mu d\nu$$

zodat uit (2) volgt

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_z(\mu, \nu, z) \sin [t \sqrt{G(\mu, \nu)}] (\sqrt{G(\mu, \nu)})^{-1} \exp [i(\mu x + \nu y)] d\mu d\nu \tag{7}$$

Met behulp van de substitutie

$$\mu = \sigma \cos \theta$$

$$\nu = \sigma \sin \theta$$

kan (7) geschreven worden als

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} F_z(\sigma, z) \sin [t \sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)}] \sigma (\sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)})^{-1} \exp [i\sigma(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta \tag{8}$$

$$\text{waarin } F_z(\sigma, z) = \frac{\sigma \sinh [\sigma(z+h)]}{\cosh [\sigma h]}$$

Met behulp van de integraal representatie van de nulde orde Besselfunctie

$$J_0(\sigma \sqrt{x^2+y^2}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp [i\sigma(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta$$

kan (8) in de meer gebruikelijke vorm geschreven worden

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi \rho_0} \int_0^{\infty} F_z(\sigma, z) \sin [t \sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)}] \sigma (\sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)})^{-1} J_0(\sigma \sqrt{x^2+y^2}) d\sigma$$

Hiermee hebben we dus een uitdrukking gevonden voor de oppervlakteverstoreng t.g.v. een momentaan drukpunt in water van eindige diepte. (Zie o.a. Stoker (1957), Lamb (1932) en voor een toepassing in de Magnetohydrodynamica Bijlsma (1971)).

Het is duidelijk dat in water van oneindige diepte waarvan we in punt 1.2 vanuit zullen gaan $\tanh(\sigma h) \rightarrow 1$. De constructie van de oppervlakteverstoreng t.g.v. meer algemene drukverdelingen in dit lineaire geval is boven reeds vermeld.

1.2. Het berekenen van golfvelden uit windvelden

Zoals eerder opgemerkt vervullen de door de wind opgewekte golven een belangrijke rol bij het bepalen van de kortste vaartijd route. Het doel van dit hoofdstuk is in het kort uiteen te zetten hoe het berekenen van golfvelden uit windvelden plaats vindt. We gaan daartoe uit van de oorspronkelijk door Pierson (1952) ontwikkelde theorie. Ter verduidelijking zullen we eerst enige aandacht besteden aan enkele hierbij ter sprake komende begrippen. De beschrijving van het oceaanooppervlak kan niet, zoals in het geval uit het vorige hoofdstuk, opgevat worden als een beginwaarde probleem. Het is duidelijk dat hiervoor het aantal gegevens, waarover men zou moeten beschikken, te groot is. Om desondanks toch tot een goede beschrijving van het oceaanooppervlak te komen, passen we statistische methoden toe.

We beschouwen de oppervlakteverstoring $\eta_s(\vec{x}, t)$ waar $(\vec{x} = (x, y))$, dus niet als de deterministische oplossing van een beginwaardeprobleem, maar slechts als representatief voor een ensemble van oplossingen $\{\eta_s(\vec{x}, t)\}$ waarin een zekere waarschijnlijkheidsverdeling gegeven is. Wegens het tijdafhankelijke en statistische karakter van de variabelen spreekt men in dit geval ook wel van een stochastisch proces. De oppervlakteverstoring $\eta_s(\vec{x}, t)$ heet in dit geval een stochastische functie (vandaar de index s). Een van de oplossingen uit het ensemble wordt verder een realisatie van het stochastische proces genoemd.

Het ensemble-gemiddelde van $\eta_s(\vec{x}, t)$ op tijdstip $t = t_0$ en plaats $\vec{x} = \vec{x}_0$ wordt genoteerd als

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \rangle \quad *$$

We beperken ons hier tot de bespreking van de voor ons meest noodzakelijke begrippen. Het ensemble-gemiddelde van

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \eta_s(\vec{x}_1, t_1) \rangle$$

wordt de autocovariantiefunctie genoemd van het proces op de tijden $t = t_0, t_1$ en de posities $\vec{x} = \vec{x}_0, \vec{x}_1$. In het algemeen zal gelden

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \eta_s(\vec{x}_1, t_1) \rangle \neq \langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0 + \tau) \eta_s(\vec{x}_1, t_1 + \tau) \rangle$$

Het stochastische proces heet in dit geval niet stationair.

In het geval van een stationair stochastisch proces zijn beide leden gelijk. Analoge beschouwingen kan men houden in verband met translaties met betrekking tot de plaatscoördinaten. Men spreekt dan van homogene en niet homogene stochastische processen. We spreken tenslotte van een stationair stochastisch proces met een normale verdeling, indien in alle punten van het beschouwde gebied de waarschijnlijkheidsverdeling

$$\text{pr} \left\{ -\infty < \eta_s(\vec{x}, t) < k \right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi E}} \int_{-\infty}^k \exp\left(-\frac{\xi^2}{E}\right) d\xi \quad (9)$$

* We veronderstellen hier dat

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \rangle = 0$$

tijdinvariant is. In het hier besproken geval is E een maat voor de energie zoals we later zullen zien.

Als uitbreiding van het onder punt 1.1 behandelde zullen we nu enige aandacht besteden aan Fouriertransformaties van de stochastische functie $\eta_s(\vec{x}, t)$. We gaan hier uit van de stationaire evenwichtstoestand, zodat we het gedrag van $\eta_s(\vec{x}, t)$ beschouwen voor $-\infty < t < \infty$, met het gevolg dat we hier gebruik zullen maken van een Fouriertransformatie met betrekking tot de tijd in plaats van een Laplacetransformatie zoals in punt 1.1.

We schrijven

$$\eta_s(\vec{x}, t) = (2\pi)^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{(\mu, \nu)} \eta_s(\vec{k}, \omega) \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)] d\vec{k}$$

waarin $d\vec{k}$ ($\vec{k} = (\mu, \nu)$) integratie aangeeft over de hele (μ, ν) -ruimte. In verband hiermee geldt

$$\eta_s(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{(x, y)} \eta_s(\vec{x}, t) \exp [-i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)] d\vec{x} \quad (10)$$

waar $d\vec{x}$ wederom integratie over de gehele (x, y) ruimte aangeeft*. De boven ingevoerde autocovariantiefunctie kan nu geschreven worden als

$$\begin{aligned} \langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle &= (2\pi)^{-6} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{(\mu, \nu)} \int_{(\mu', \nu')} \langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle \\ &\quad \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) - i(\vec{k}' \cdot \vec{x}' - \omega' t')] d\vec{k} d\vec{k}' \end{aligned} \quad (11)$$

waarin η_s^* de complex geconjugeerde van η_s is.

In een stationair en homogeen stochastisch proces is de autocovariantiefunctie (11) slechts een functie van $(t-t')$ en $(\vec{x}-\vec{x}')$. Schrijven we

$$i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t - i\vec{k}' \cdot \vec{x}' + i\omega' t' = i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - i\omega(t-t') + i\vec{x}' \cdot (\vec{k} - \vec{k}') - it'(\omega - \omega')$$

dan is uit (11) duidelijk dat het ensemblagemiddelde $\langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle$ geschreven kan worden als

* Door de invoering van gegeneraliseerde functies kan men een waarde aan (10) toekennen, ook al geldt niet dat $\int_{(x, y)} |\eta_s(\vec{x}, t)| d\vec{x} < \infty$. In (1.1) is hier

stilzwijgend aan voorbijgegaan bij de constructie van (8). (Zie hierover Lighthill (1959)).

$$\langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^6 I(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - \omega') \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

waarin δ wederom de dirac-deltafunctie is. In verband hiermee kan (11) geschreven worden als

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{(\mu, \nu)} I(\vec{k}, \omega) \exp [i \{ \vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - \omega(t - t') \}] d\vec{k} \quad (12)$$

We veronderstellen verder dat in de evenwichtstoestand het verband tussen ω en \vec{k} gegeven wordt door de dispersievergelijking (zie (6))

$$\omega = \sqrt{g|\vec{k}|}$$

$$\text{waarin } |\vec{k}| = \sqrt{\mu^2 + \nu^2}.$$

Dit kan in vgl. (12) gebracht worden door te schrijven

$$I(\vec{k}, \omega) = I(\vec{k}) \delta(\omega - \sqrt{g|\vec{k}|}). \quad (13)$$

Bedenken we verder dat $I(\vec{k})$ een reële functie is dan vinden we na ω -integratie

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = \int_{(\mu, \nu)} I(\vec{k}) \cos [\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - \sqrt{g|\vec{k}|} (t - t')] d\vec{k} \quad (14)$$

We passen nu om aansluiting te verkrijgen bij een in de literatuur (Kinsman (1965)) gebruikte notatie de volgende transformatie toe

$$\mu = \frac{\sigma^2}{g} \cos \theta$$

$$\nu = \frac{\sigma^2}{g} \sin \theta$$

waarmee (14) overgaat in

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} I(\sigma, \theta) \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} \{ (x - x') \cos \theta + (y - y') \sin \theta \} - \sigma(t - t') \right] d\theta \quad (15)$$

We zullen later op (15) terugkomen.

Rest nog te vermelden dat $\frac{1}{2} \rho g \langle \eta_s^2(\vec{x}, t) \rangle$ gelijk is aan de gemiddelde potentiële energie in het golfveld. Wegens de hier veronderstelde equipartitie tussen potentiële en kinetische energie is deze uitdrukking bovendien gelijk aan de helft van de totale energie.

Tot nu toe hebben we een stationair en homogeen proces beschouwd en ons nog niet bekommerd om de waarschijnlijkheidsverdeling zoals gegeven door vgl. (9). We zullen nu een notatie (ingevoerd door Lévy, 1948) introduceren voor een stationair stochastisch proces met een normale verdeling waarvoor op grond van theoretische en experimentele onderzoeken gekozen is bij de beschrijving van het oceaanooppervlak. Beschouw het ensemble van waarden van

$$\eta_s(\vec{x}, t) = \sum_{q=0}^s \sum_{m=0}^r \cos \left[\frac{\sigma_{2m+1}^2}{g} (x \cos \theta_{2q+1} + y \sin \theta_{2q+1}) - \sigma_{2m+1} t + \varepsilon(\sigma_{2m+1}, \theta_{2q+1}) \right] \sqrt{[A(\sigma_{2m+1}, \theta_{2q+1})]^2 (\sigma_{2m+2}^{-\sigma_{2m}})(\theta_{2q+2}^{-\theta_{2q}})} \quad (16)$$

Hierin is de faseverschuiving $\varepsilon(\sigma, \theta)$ een stochastische functie homogeen verdeeld over het interval $(-\pi, \pi)$ met andere woorden

$$\text{pr} \{ \alpha \leq \varepsilon(\sigma, \theta) < \alpha + d\alpha \} = \frac{d\alpha}{2\pi} \quad 0 \leq \alpha < \alpha + d\alpha < 2\pi$$

Het is duidelijk uit (16) dat $\eta_s(\vec{x}_0, t_0)$ in een punt (\vec{x}_0, t_0) niet een bepaalde waarde heeft, maar dat er een ensemble van waarden $\{\eta(\vec{x}_0, t_0)\}$ bestaat (dankzij $\varepsilon(\sigma, \theta)$) met een zekere waarschijnlijkheidsverdeling. In het limietgeval $(s, r \rightarrow \infty)$, als de roosterafstand van het (σ, θ) -rooster naar nul gaat over de hele (σ, θ) -ruimte, wordt (16) geschreven als

$$\eta_s(\vec{x}, t) = \int_0^\infty d\sigma \int_{-\pi}^\pi \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \sigma t + \varepsilon(\sigma, \theta) \right] \sqrt{[A(\sigma, \theta)]^2} d\sigma d\theta \quad (17)$$

Vgl. (17) geeft een stationair stochastisch proces met een normale verdeling weer. Voor het bewijs hiervan wordt men verwezen naar Pierson (1955, pp. 126-129). Met behulp van (16) kan men, door wederom over te gaan op de limiet $s, r \rightarrow \infty$, de autocovariantiefunctie berekenen. Men vindt (Kinsman (1965), p. 378)

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} \{ (x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta \} - \sigma(t-t') \right] d\theta \quad (18)$$

We willen nu nog even in het kort terugkomen op de analogie van (15) en (18). Het spectrum $I(\sigma, \theta)$ in (15) is eenvoudig een Fourier getransformeerde (in gegeneraliseerde zin). In dit opzicht is de formulering van het probleem d.m.v. vgl. (15) dus algemener dan die d.m.v. vgl. (18) bij de afleiding waarvan expliciet gebruik is gemaakt van het feit dat we te maken hadden met een stochastisch proces met een normale verdeling. Bij de afleiding van (15) is van geen enkele specifieke ensemble waarschijnlijkheidsverdeling uitgegaan. We willen nu nog enkele woorden wijden aan enige feitelijke onjuistheden in bovenstaande. Een stationaire en homogene evenwichtssituatie, zoals we die aanwezig veronderstelden, is het gevolg van niet lineaire golfinteracties. Toch hebben we dit (in feite niet lineaire) probleem behandeld als een toepassing van de lineaire theorie, o.a. door gebruik te maken van de dispersievergelijking $\omega = \sqrt{g |\vec{k}|}$ en vgl. (13). Daar de uitkomsten, zoals later zal blijken, goed blijken te kloppen in praktische situaties, volgt hieruit dat de hogere ordetermen blijkbaar opgevat kunnen worden als vrij geringe correcties op de lineaire benadering. Op deze niet lineaire aspecten zullen we later terugkomen.

Omdat een normale verdeling zoals (9) een variantie geeft van $\frac{E}{2}$ en $\langle \eta_s^2(\vec{x}, t) \rangle$ een maat is voor de gemiddelde energie in het golfveld volgt uit (18) dat de parameter E evenredig is met de energie in het golfveld en gegeven wordt door ^{*}

$$E = \int_0^\infty \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta d\sigma$$

De functie $[A(\sigma, \theta)]^2$ wordt het energiespectrum genoemd en $[A(\sigma)]^2 = \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta$ het frequentie-energiespectrum. Omdat de golfhoogte nauw samenhangt met het energiespectrum is een goede kennis van deze spectra, zeker in het geval van een volgroeiende zee, van groot belang

* De gemiddelde windrichting wordt weergegeven door $\theta = 0$ (zie ook fig. 3).

bij het berekenen van de door de wind opgewekte zeegang.

We zullen daarom nu enige aandacht besteden aan de studie die in de loop der jaren aan deze spectra besteed is en aan het verband tussen deze spectra en de daarmee samenhangende golfhoogten.

Om bovenstaande theorie direct toepasbaar te maken moet men beschikken over een spectrum. Een eerste, op een theoretische manier afgeleid frequentie-energiespectrum is afkomstig van Neumann (1952) en wordt gegeven door

$$[A(\sigma)]^2 = C \frac{\pi}{2} \sigma^{-6} \exp [- 2 g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] \quad (19)$$

Hierin is g de versnelling van de zwaartekracht, U de windsnelheid en C een (hieronder bepaalde) constante. Voor de totale energie vinden we na integratie van (19)

$$E = \int_0^{\infty} [A(\sigma)]^2 d\sigma = C \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \sigma^{-6} \exp [- 2 g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] d\sigma = 3 C \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \left(\frac{U}{2g}\right)^5 \quad (20)$$

Nu iets over de significante golfhoogte. Is een derde deel van het totale aantal golven dat geregistreerd is bij een meting gelijk aan n , dan is de significante golfhoogte het gemiddelde van de n hoogste golven. Deze significante golfhoogte kan geschreven worden als (zie Kinsman (1965), p. 390)

$$\bar{H}_{1/3} = 2.83 \sqrt{E} \quad (\text{c.g.s. eenheden}) \quad (21)$$

Door substitutie van (20) in (21) vindt men uit golfmetingen

$$C \approx 3.05 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}^{-5}$$

We zijn in het voorgaande uitgegaan van een stationair en homogeen proces m.a.w. we beschouwen een evenwichtstoestand, waarin het energiespectrum onafhankelijk was van de tijd t of de positie \vec{x} . Een dergelijke situatie treffen we aan indien de wind in alle punten van het beschouwde gebied

gedurende een voldoende lange tijd over een voldoende lange afstand waait, zodat er sprake is van een verzadiging van het spectrum. In het algemeen hebben we niet met zo'n evenwichtssituatie te maken, maar zal het stochastisch proces niet stationair zijn tengevolge van beperkingen in de tijdsduur van de wind of niet homogeen tengevolge van beperkingen in de windbaan en zullen we het gedrag van het golfspectrum lokaal moeten beschrijven. We zullen daar later een summierere theoretische beschouwing aan wijden. Hier beperken we ons tot een, in zeker opzicht, empirische methode ontwikkeld door Neumann (1952). Deze beweert dat voor een gegeven windsnelheid, windbaan en windduur praktisch alle energie in het spectrum gegeven door (19), aanwezig zal zijn boven een bepaalde frequentie, terwijl voor frequenties beneden deze frequentie geen of weinig energie aanwezig is. Noemen we deze frequentie σ_I , dan zal σ_I een functie zijn van de windsnelheid U en òf de windbaan W òf de tijdsduur T , en wel

$$\sigma_I = \begin{cases} \sigma_I(U, W) & \text{indien de windbaan } W \text{ een beperkende factor} \\ & \text{vormt voor het bereiken van een volgroeide} \\ & \text{zee} \\ \sigma_I(U, T) & \text{indien de beperkende factor gegeven wordt} \\ & \text{door de tijdsduur } T. \end{cases}$$

Het spectrum wordt nu gegeven door

$$[A(\sigma)]^2 = \begin{cases} C \frac{\pi}{2} \sigma^{-6} \exp[-2g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] & \text{indien } \sigma_I < \sigma < \infty \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Hieruit vinden we voor de energie

$$E(\sigma_I, U) = \int_{\sigma_I}^{\infty} [A(\sigma)]^2 d\sigma \quad (22)$$

Door deze waarden van σ_I experimenteel te bepalen als functie van windsnelheid, windbaan en windduur, kan men met behulp van (21) en (22) de significante golfhoogte bepalen. Het is zeer praktisch om met behulp van geïntegreerde spectra zoals (22) en de experimenteel bepaalde waarden van σ_I windbaan en tijdsduur-lijnen samen te stellen, met behulp waarvan men eenvoudig de golfhoogte in een grafiek kan aflezen, indien windsnelheid, windbaan en windduur bekend zijn (zie fig. 2).

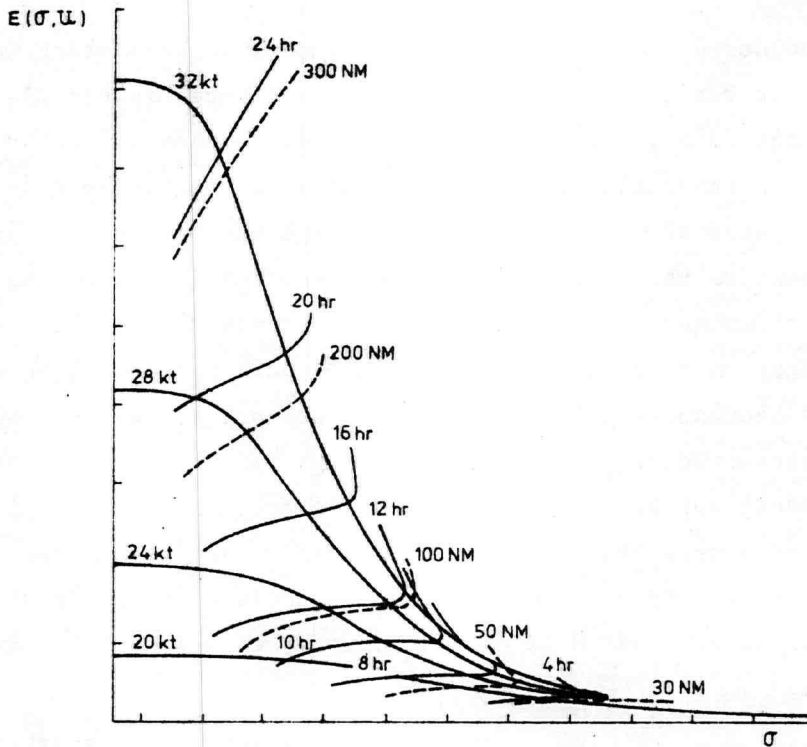


fig. 2. Uit Pierson, Neumann en James (1955).

Tot zover hebben we ons beziggehouden met het ontstaan van oceaangolven onder invloed van de wind, waarbij, zoals we zagen, de tijdsduur waarover de wind waait en de afstand waarover de wind min of meer dezelfde richting heeft (windbaan) bepalend waren. We zullen nu aandacht besteden aan de voortplanting van deze golven, nadat ze het gebied, waar ze opgewekt zijn, hebben verlaten (en nu deining genoemd worden). Het blijkt dat hierbij twee andere processen belangrijk zijn nl. dispersie en hoekspreiding. Daartoe eerst enkele opmerkingen over de hoekafhankelijkheid van het spectrum. Omdat we hier veronderstellen dat de wind geen golven opwekt die zich tegengesteld aan de windrichting voortplanten (we gaan niet in op niet-lineaire wisselwerking tussen de componenten) kunnen we schrijven

$$\int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta = [A(\sigma)]^2$$

Op grond van experimenten komt men nu tot een schatting

$$[A(\sigma, \theta)]^2 = \frac{2}{\pi} [A(\sigma)]^2 \cos^2 \theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

We geven een schets in fig. 3. Andere, meer gecompliceerde, vormen voor deze hoekafhankelijkheid vinden we in Kinsman (1965, p. 402) en Marks (1968, p. 31).

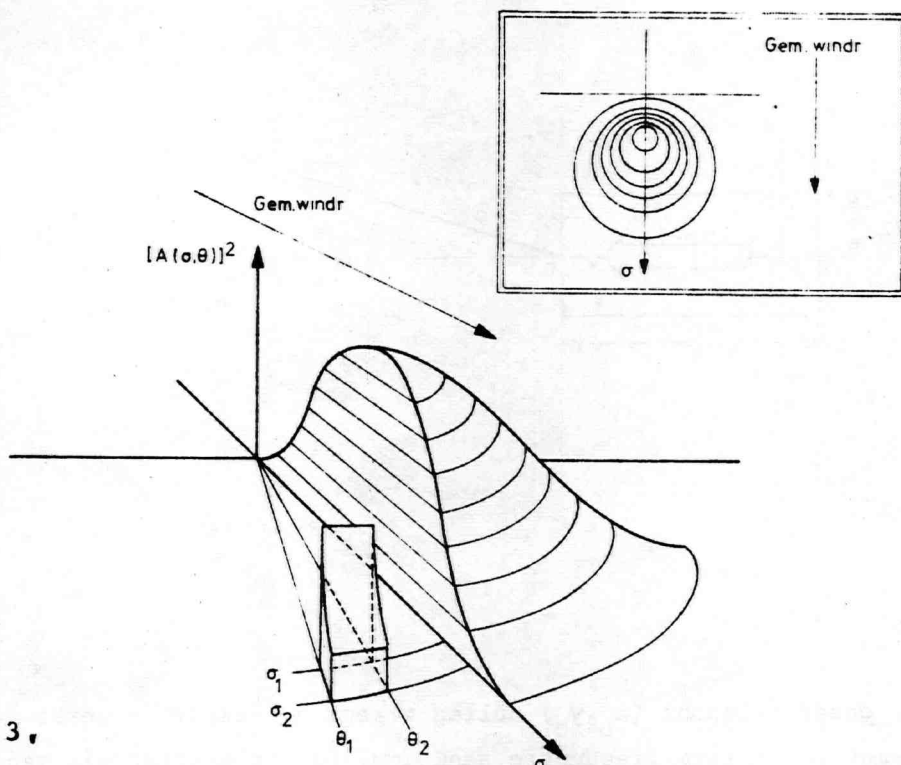


fig. 3.

Voor beschouwingen over de voortplanting van deining gaan we uit van fig. 4. Het stormgebied wordt gekenschetst door de parameters W (windbaan) en B (breedte). Tengevolge van dispersie zal er een scheiding optreden tussen de golfcomponenten in verband met de verschillende groepsnelheden. Met behulp van de dispersievergelijking uit (6) leiden we gemakkelijk het verband af tussen groep- en fasesnelheid

$$v_{\text{groep}} = v_{\text{fase}}/2 = g/2\sigma .$$

Uit fig. 4 volgt dat zowel de frequentie als de voortplantingsrichting van een spectraal component waargenomen op tijdstip t_0 in punt (x_0, y_0) en afkomstig van zeeegang die ten tijde $t = 0$ aanwezig was binnen het rechthoekig golfveld tussen de volgende grenzen liggen

$$\frac{gt_0}{2(D+W)} < \sigma < \frac{gt_0}{2D} \tag{23}$$

$$\tan^{-1} \left[\frac{y_0 - B/2}{x_0} \right] < \theta < \tan^{-1} \left[\frac{y_0 + B/2}{x_0} \right] \tag{24}$$

Hierbij veronderstellen we dat y_0 niet te groot is vergeleken met $B/2$.

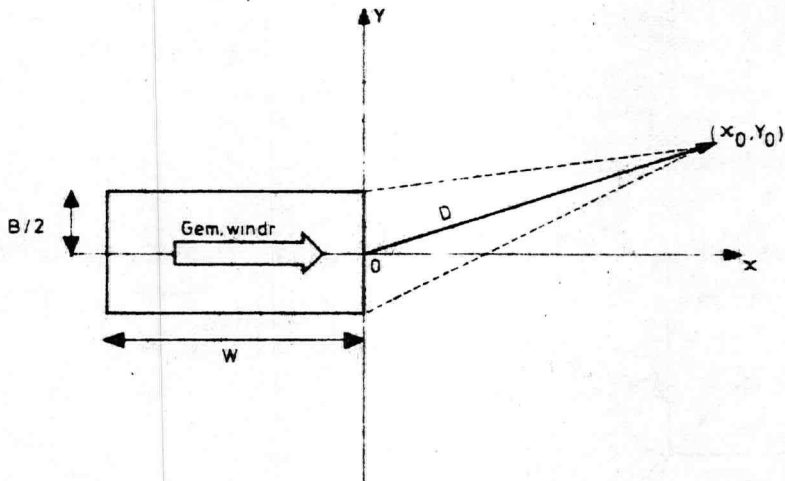


fig. 4.

In het vaste observatiepunt (x_0, y_0) zullen wegens de dispersie eerst de componenten met een lagere frequentie aankomen. De frequenties die men waarneemt, nemen lineair toe met de tijd, zie (23).

De frequentie en hoekspreiding worden vervolgens gevonden uit (23) en (24) en bedragen

$$\Delta\sigma = \frac{gWt_0}{2D(D+W)}$$

$$\Delta\theta = \frac{B}{D}$$

Deze effecten van dispersie en hoekspreiding worden gecombineerd door, na het bepalen van σ_1 en σ_2 (de hoogste en laagste frequentie, die verwacht kunnen worden), het verschil van de waarden van de energie voor elk van deze frequentiesten vermenigvuldigen met de hoekspreidingsfactor, waarmee een te verwachten significante golfhoogte voor de deining berekend kan worden (zie Pierson, Neumann en James, 1955).

We zullen hier niet op verdere details ingaan. Enige opmerkingen nog over spectra. Sinds Neumann (1952) zijn er verschillende pogingen ondernomen (zowel theoretisch als experimenteel) om de vorm van het spectrum te verbeteren. Mede naar aanleiding van het werk van Kitaigorodskii (1961, 1962) is een beter spectrum voorgesteld door Pierson en Moskowitch (1964). De argumentatie hiervoor was de volgende. Kitaigorodskii (1961) veronderstelt dat het dominerende gedeelte van het energiespectrum van zeegang een functie is van vier variabelen.

$$[A(\sigma)]^2 = S(\sigma) = F(\sigma, g, U, X) \quad (25)$$

De parameter X, die in (25) voorkomt staat voor de windbaan, indien deze een beperking vormt voor de ontwikkeling van een volgroeide zee of voor de tijdsduur van de wind indien deze een beperkende factor vormt. De parameters σ , g en U hebben hun reeds vermelde betekenis. Men verkrijgt een dimensieloos spectrum als functie van een dimensieloze frequentie en een dimensieloze windbaan door de volgende vergelijkingen

$$S'(\sigma) = F'(\sigma', X')$$

waar

$$S'(\sigma) = \frac{g^3 S(\sigma)}{U^5}$$

$$\sigma' = \frac{U\sigma}{g}$$

$$X' = \frac{gX}{U^2}$$

Kitaigorodskii heeft een aantal eigenschappen voor dit spectrum afgeleid.* Allereerst volgt de significante golfhoogte een U^2 -wet. Verder voldoet de frequentie σ_{\max} , waarvoor de spectrale dichtheid maximaal is aan

$$\frac{\sigma_{\max} U}{g} = \text{constant}$$

* Ten overvloede zij erop gewezen dat we ons hier beperken tot het bespreken van spectra voor een volledig ontwikkelde zeegang, zodat $S'(\sigma) = F'(\sigma')$.

Bovendien geldt voor een volledig ontwikkelde zeegang dat

$$S(\sigma, g, U_2) \geq S(\sigma, g, U_1)$$

voor alle σ , indien $U_2 > U_1$.

Een spectrum, dat veel overeenkomst vertoont met spectra, gevonden uit golfmetingen en dat bovendien aan de door Kitaigorodskii gestelde criteria voldoet, is ontwikkeld door Pierson en Moskowitch (1964) en wordt gegeven door

$$S_o(\sigma) = \frac{\alpha g^2 \sigma^{-5}}{(2\pi)^5} \exp(-\beta \sigma_o^4 / \sigma^4) \quad (26)$$

waarin

$$\alpha = 8.1 \cdot 10^{-3}$$

$$\beta = 0.74$$

$$\sigma_o = \frac{1}{2\pi} g U^{-1}$$

We gaan hier niet verder in op het bespreken van golfspectra ondanks alle arbeid die hier waarschijnlijk nog aan besteed wordt (zie Marks et al (1968); voor het bepalen van golfspectra uit metingen, zie b.v. Kinsman (1965)).

We zullen nu enkele elementaire beschouwingen wijden aan niet lineaire golfinteracties. Indien we geen evenwichtstoestand hebben (waarin we de toestand dus niet mogen opvatten als een homogeen en stationair stochastisch proces), maar wanneer er nog sprake is van een opbouw van de zeegang, kunnen we in het algemeen twee processen onderscheiden:

Een aangroeiing van de golfhoogte en een hierop volgende demping tengevolge van niet lineaire interacties tussen de verschillende golfcomponenten.

Er zijn verschillende methoden om dit te beschrijven (zie Kadomtsev (1965)). Allereerst zou men uit kunnen gaan van de niet lineaire vorm van de uitgangsvergelijkingen om hieruit een kinetische golfvergelijking af te leiden. Een tweede methode bestaat uit het aanvoeren van fysische argumenten voor de beschrijving van deze niet lineaire golfinteracties. We zullen deze laatste methode hier bespreken en daarmee een andere manier aangeven om het probleem van het berekenen van golfvelden op de Atlantische Oceaan op te lossen. (Zie Marks et al (1968)). In een allereerste fase zal het energiespectrum $S(\sigma)$ niet tijdonafhankelijk zijn, maar er zal in een bepaald punt van het door ons beschouwde gebied gelden

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) \quad (27)$$

waar de functie $H(\sigma, t)$ bepaald wordt uit metingen van drukfluctuaties tengevolge van de turbulente wind. We kunnen verschillende mechanismen onderscheiden die verantwoordelijk zijn voor de groei van de golven. Zijn de golven namelijk eenmaal opgewekt door het resonantie mechanisme (27), Phillips(1957), dan zorgen mechanismen, beschreven door de theorieën van Miles (1957, 1959, 1962) en Phillips (1966), voor verdere groei. De totale groei van het spectrum wordt uitgedrukt door de vergelijking

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) + G(\sigma, t) S(\sigma, t) \quad (28)$$

waar de theorieën van Miles en Phillips vervat zijn in de $G(\sigma, t)$ term. De $H(\sigma, t)$ term veroorzaakt een bijzonder langzame groei van de verschillende componenten, zodat het ettelijke uren kan duren voordat een (merkbare) achtergrond van golfcomponenten is opgebouwd. Op dat ogenblik begint de $G(\sigma, t)$ term te werken, hetgeen resulteert in een exponentiële groei van de spectraal componenten. Dit wordt geïllustreerd in fig. 5 en 6, oorspronkelijk gepresenteerd door Inoue (1967) (zie Marks et al (1968), p. 33 en 34).

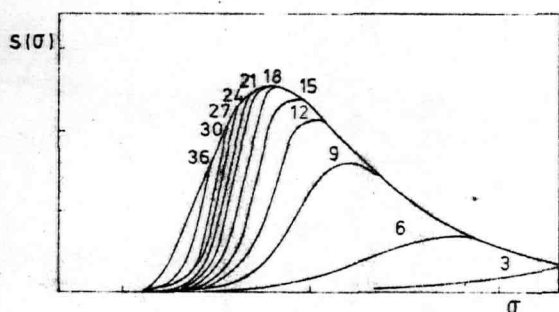


fig. 5. Groei van het spectrum met de tijd voor een windsnelheid van 30 kt. in de afwezigheid van achtergrondgolven (in uren).

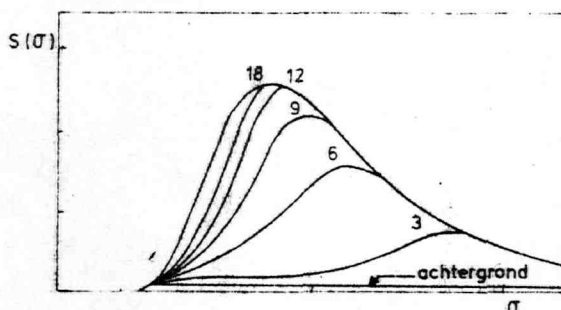


fig. 6. Idem, in de aanwezigheid van achtergrondgolven.

Er is uiteraard een mechanisme nodig om de groei af te remmen tot een volledig ontwikkelde toestand van het spectrum bereikt is. In Marks et al (1968) wordt dit mechanisme in rekening gebracht door de volgende vergelijking

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) \left[1 - \left(\frac{S(\sigma, t)}{S_0(\sigma)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + G(\sigma, t) \left[1 - \left(\frac{S(\sigma, t)}{S_0(\sigma)} \right)^2 \right] S(\sigma, t) \quad (29)$$

Hierin wordt $S_0(\sigma)$ gegeven door (26).

Uit fig. 5 en 6 blijkt dat de verzadiging van het spectrum binnen zeer korte tijd tot stand komt. We kunnen verder nog twee mechanismen onderscheiden, die een afname van de golven in een punt veroorzaken. Allereerst gebeurt dit door de voortplanting van de golven, waardoor deze zich uit het betreffende punt verwijderen. Deze voortplanting zorgt bovendien voor een effect, dat eerder door het bepalen van de windbaan in rekening werd gebracht, en uiteraard ook voor de voortplanting van de deining. Een ander mechanisme is energiedissipatie door turbulentie en tegengesteld gerichte winden en golven (een en ander kan theoretisch in aanmerking genomen worden (zie Marks et al (1968), p. 34), maar de ervaring is dat er in de praktijk, met de gegevens die men ter beschikking heeft, weinig zinnigs over te zeggen valt).

2. Enkele opmerkingen over de gevolgde methode

We hebben in het voorgaande getracht globaal aan te geven op welke manieren het probleem van het berekenen van golfvelden uit windvelden kan aanpakken o.a.

- a. Op de laatst besproken manier, door vergl. (29) met een beginvoorwaarde op te lossen en bovengenoemde dissipatieve effecten in aanmerking te nemen.
- b. Semi-empirisch, door windbaan en tijdsduur te bepalen en vervolgens gebruik te maken van fig. 2.

waarbij van beide methoden (waarschijnlijk) nog veel variaties mogelijk zijn. Bij de constructie van het rekenprogramma hebben we gekozen voor de meer empirische aanpak. De redenen hiervoor waren de volgende:

1. Bij het optimaal routeren van schepen is men primair geïnteresseerd in de significante golfhoogte (en golfrichting) nog niet in het tijdafhankelijk gedrag van golfspectra. Overigens kunnen bij de significante golfhoogten zonder probleem significante perioden gegeven worden.
2. Kortere rekentijden.
3. Het rekenprogramma is niet bedoeld als een poging tot golfonderzoek. Derhalve lijkt het raadzamer uit te gaan van empirische gegevens dan van theoretische modellen, die in veel gevallen nog moeten bewijzen een adequate beschrijving te geven voor de waargenomen verschijnselen.
4. Tijdstappen en roosterafstand zijn van een dergelijke grootte, dat een hierbij vergeleken te grote nauwkeurigheid overbodig is.
5. Resultaten zijn beter reproduceerbaar.

Voor een goed overzicht van de gevolgde methode wordt men verwezen naar het stroomdiagram, dat als bijlage is toegevoegd. Omdat daar opdrachten in voorkomen, die niet gepreciseerd zijn, zullen we deze hier nader bekijken.

Allereerst wordt het door ons beschouwde gebied weergegeven in fig. 7, waar de oriëntatie van het rechthoekig coördinatenstelsel is aangegeven. De coördinaten van de noordpool in dit coördinatenstelsel (zie Bijlsma en Van Riet-schote, 1972 II, p. 6) zijn $x = 33$ en $y = 37$; de roosterafstand en schaal-factor bedragen respectievelijk 0.625 en $30 \cdot 10^6$.

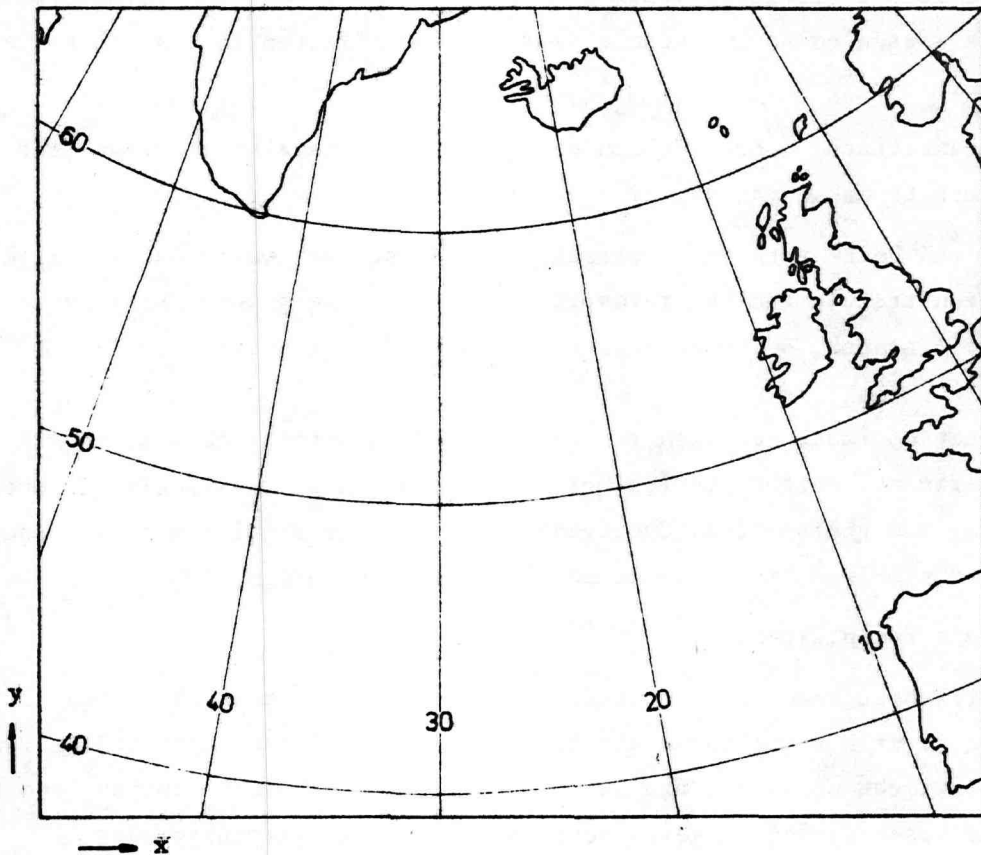


fig. 7

Een van de opdrachten, die voorkomt bij het berekenen van de windbaan is het constateren of een punt op land ligt. Dit gebeurt op de volgende manier. In ieder roosterpunt wordt de afstand in de x - en y -richting tot de kust gegeven (in roostereenheden) indien deze minder dan een roosterafstand bedraagt. Is de afstand in de x - of y -richting groter dan een roosterafstand, dan wordt aan deze afstand een 0 toegekend, terwijl aan punten op land de indices $(-1, -1)$ worden gegeven. Let wel: Indien men aan de 4 roosterpunten van een eenheidsoppervlakte de indices $(-1, -1)$ toekent, ligt de hele oppervlakte-eenheid op land, wat in veel gevallen niet de bedoeling zal zijn. Men moet

het verloop van de kust dan op een geschikte manier wijzigen. Het kan bovendien voorkomen dat er in de x- respectievelijk y-richting 2 afstanden mogelijk zijn, in welk geval we deze voor de eenvoudigheid hier gelijk nemen. Binnen een eenheidsoppervlakte in het rooster wordt de kust benaderd door een rechte lijn. Een variabele ijsgrens kan op deze wijze eenvoudig (en nauwkeurig) worden ingelezen.

Veronderstel nu dat (h,k) de coördinaten zijn van het roosterpunt, waarin we de golfhoogte (en daarmee de windbaan) willen berekenen. In verband met het bepalen van deze windbaan zijn we dan geïnteresseerd of het punt (x,y) met

$$x = h + \Delta x$$

$$y = k + \Delta y$$

waar Δx en Δy uiteraard gegeven zijn in roostereenheden, op land ligt. We gaan daartoe uit van een roosterpunt (c,d) met

$$c = h + \frac{\Delta x}{|\Delta x|} \text{ entier } (|\Delta x|)$$

$$d = k + \frac{\Delta y}{|\Delta y|} \text{ entier } (|\Delta y|)$$

zodat het punt (x,y) tussen de roosterpunten (c,d) , (c,b) , (a,b) en (a,d) ligt met $a = c + \frac{\Delta x}{|\Delta x|}$ en $b = d + \frac{\Delta y}{|\Delta y|}$. In ons geval kunnen nu de volgende situaties voorkomen (deze volgorde wordt ook in het rekenprogramma afgewerkt).

1. (a,b) op land
 - 1.1. (a,b) , (a,d) en (c,d) op land
 - 1.2. (a,b) , (c,d) en (c,b) op land
 - 1.3. (a,b) , (c,b) en (a,d) op land
 - 1.4. (a,b) en (a,d) op land
 - 1.5. (a,b) en (c,b) op land
 - 1.6. (a,b) alleen op land

2. (a,b) niet op land

2.1. (c,b) op land

2.1.1. (c,b) en (c,d) op land

2.1.2. (c,b) alleen op land

2.2. (a,d) op land

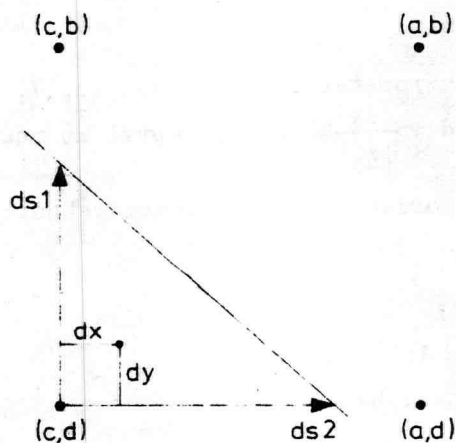
2.2.1. (a,d) en (c,d) op land

2.2.2. (a,d) alleen op land

Uit elk van de voorkomende gevallen (1,2 of 3 punten op land) zullen we een voorbeeld uitwerken op een manier zoals dit in het rekenprogramma gebeurt. We definiëren daartoe

$$\begin{aligned} dx &= | \Delta x - c | \\ dy &= | \Delta y - d | \end{aligned}$$

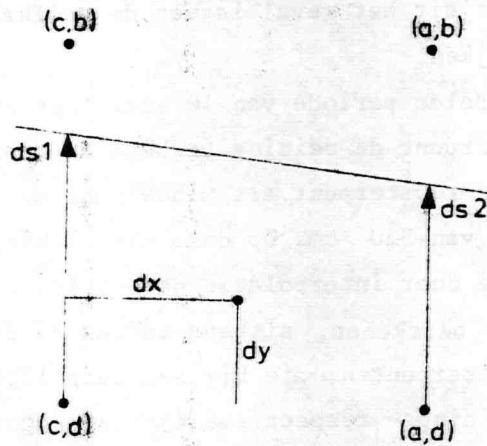
I. 3 punten op land (situatie 1.1)



Noemen we afstanden tot de kust in x- respectievelijk y-richting in dit geval ds_2 en ds_1 , dan ligt punt (x,y) op land, indien

$$dy \geq (ds_2 - dx) \frac{ds_1}{ds_2}$$

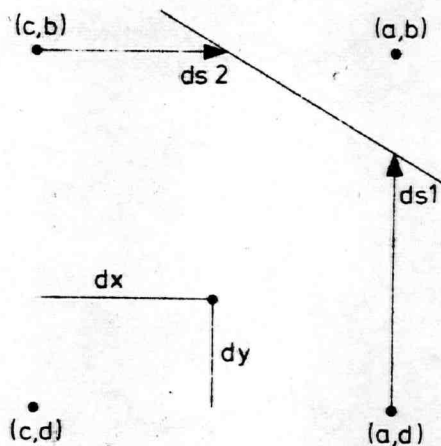
II. 2 punten op land (situatie 1.5)



In dit geval ligt punt (x,y) op land, indien

$$dy \geq (ds2 - ds1) dx + ds1$$

III. 1 punt op land (situatie 1.6)



Indien $dx \geq ds2 \wedge dy \geq ds1$ dan ligt het punt (x,y) op land als bovendien

$$(dy - ds1) \geq (1 - dx) \frac{(1 - ds1)}{(1 - ds2)}$$

Een andere niet nader beschreven opdracht is het berekenen van de deining. Voor de eenvoudigheid veronderstellen we hier te maken te hebben met één deiningsveld, ook al, omdat dit het geval is met de golfkaarten, waarmee we onze resultaten vergelijken.

Deze deining met een gemiddelde periode van 10 sec. legt in 12 uur ongeveer 330 km af. Om in een roosterpunt de deining te bepalen construeren we een cirkel, met het betreffende roosterpunt als middelpunt en een straal overeenkomende met een afstand van 330 km. Op deze cirkel kiezen we om de 30 graden punten, waarin we door interpolatie de deining respectievelijk zeegang van 12 uur geleden berekenen, althans indien de deining respectievelijk zeegang in de 4 roosterpunten, die bij een dergelijke interpolatie gebruikt worden tot één deinings- respectievelijk zeegangsveld behoren (d.w.z. de onderlinge richtingen mogen niet te veel uiteenlopen). Vervolgens wordt het grootste golfveld dat naar het roosterpunt gericht is (waarbij uiteraard een zekere tolerantie in de richting in acht genomen moet worden) als uiteindelijke deining in het roosterpunt beschouwd.

Voor verdere referenties op het gebied van oceaangolven wordt men verwezen naar Neumann en Pierson (1957), ocean wave spectra (1963), Snyder en Cox (1966), Wilson (1965), Darbyshire en Simpson (1967) en Pore (1970). Voor praktische informatie naar Groen en Dorrestein (1958).

3. Resultaten

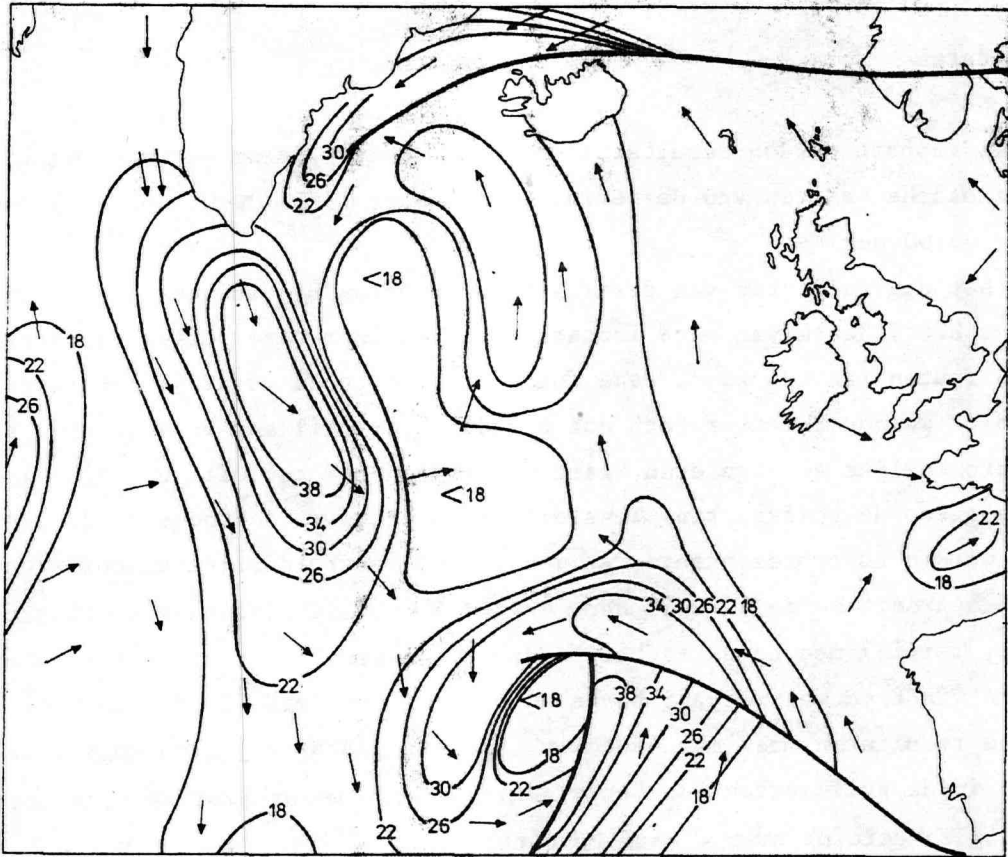
In dit rapport worden resultaten van het rekenprogramma getoond met behulp van isotachenkaarten van de periode 8 november 1965 00.00 uur - 13 november 1965 00.00 uur.

Over het digitaliseren van deze isotachenkaarten het volgende. Onze ervaring is dat het inlezen van deze isotachenkaarten in roosterpunten een aanzienlijke foutenbron kan zijn. Deze fouten zijn zo goed mogelijk gecorrigeerd, wat niet wegneemt dat er toch nog bepaalde verschillen aanwezig zijn tussen oorspronkelijke en ingelezen kaarten, hetgeen ook tot uitdrukking zal komen in de getoonde golfkaarten. Tenslotte nog iets over de toegevoegde plaatjes. Deze worden zo gepresenteerd dat men op de linkerbladzijde de oorspronkelijke isotachenkaart en de hieruit door Bureau Routing afgeleide golfkaart aantreft, terwijl men op de rechterbladzijde de resultaten van het rekenprogramma vindt en wel zeegang boven en deining beneden. Bij de beoordeling van de resultaten moet men bedenken, dat het gedrag bij fronten, zoals getoond in de golfkaarten van Routing, gevonden wordt door de roosters van zeegang en deining over elkaar heen te leggen.

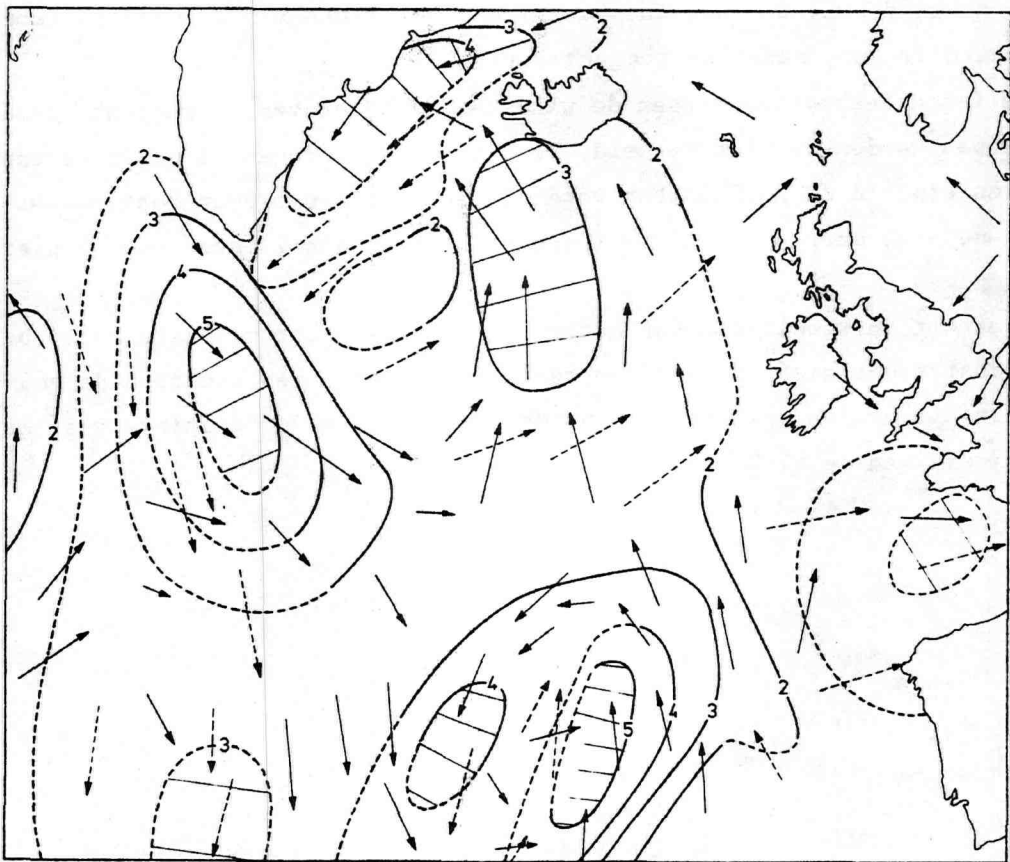
Omdat we bij het bepalen van de tijdsduur van de wind in het rekenprogramma 48 uur terug kijken, wordt het berekenen van de zeegang gestart bij het inlezen van de vijfde isotachenkaart. Het berekenen van de deining gebeurt uiteraard 12 uur, nadat de zeegang bepaald is.

In de isotachenkaarten worden de windsnelheden gegeven in knopen. Beneden 18 knopen worden ze niet vermeld. De dikke lijnen geven de posities van fronten aan. In de golfkaarten wordt de zeegang aangegeven door \longrightarrow en de deining door $-\ - - \blacktriangleleft$. Golfhoogten kleiner dan 2 meter worden niet weergegeven.

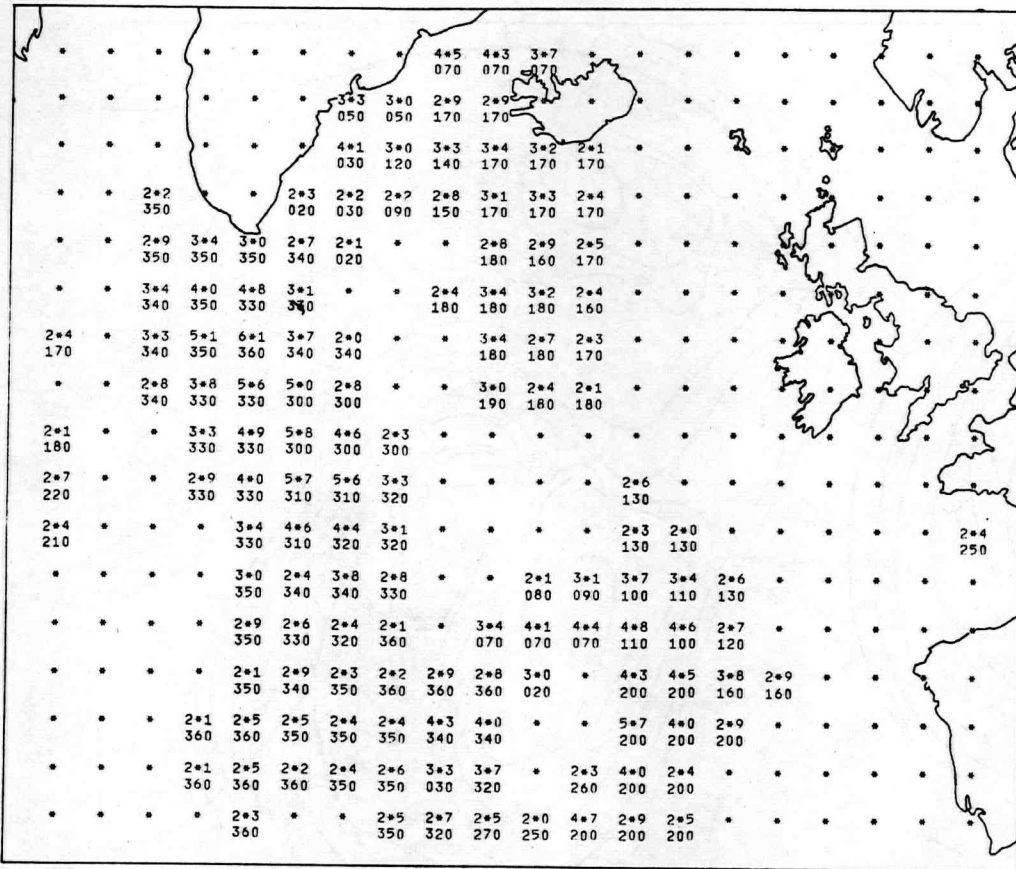
Wat betreft de resultaten van het rekenprogramma: het bovenste getal bij een roosterpunt geeft de golfhoogte in decimeters, het onderste de golf-richting in graden, gemeten t.o.v. de richting van de negatieve y-as met de wijzers van de klok mee.



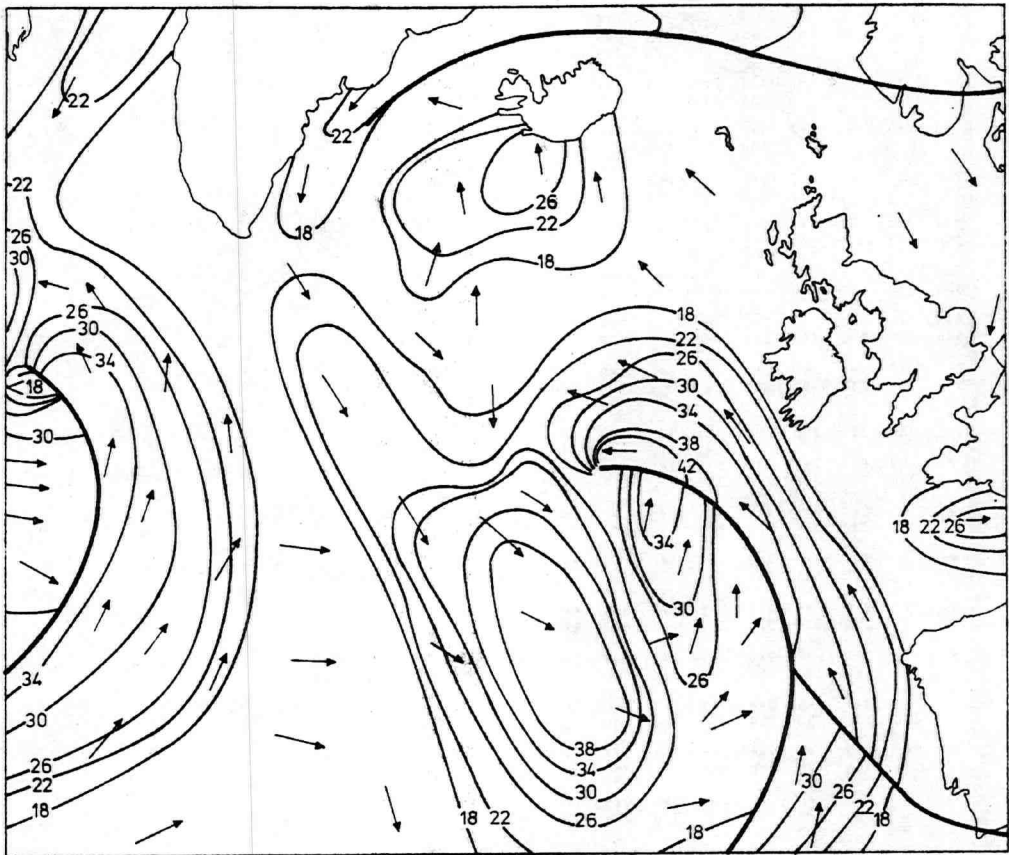
isotachenkaart 10.11.65 00.00 z



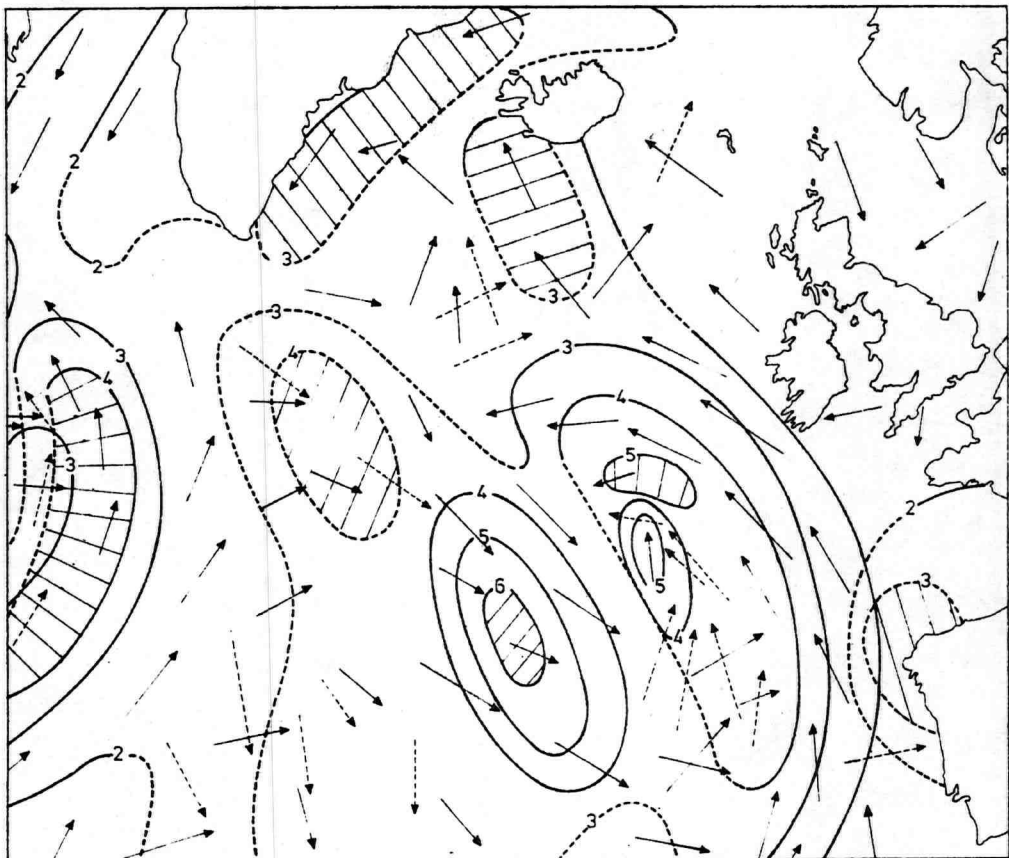
golfkaart 10.11.65 00.00 z



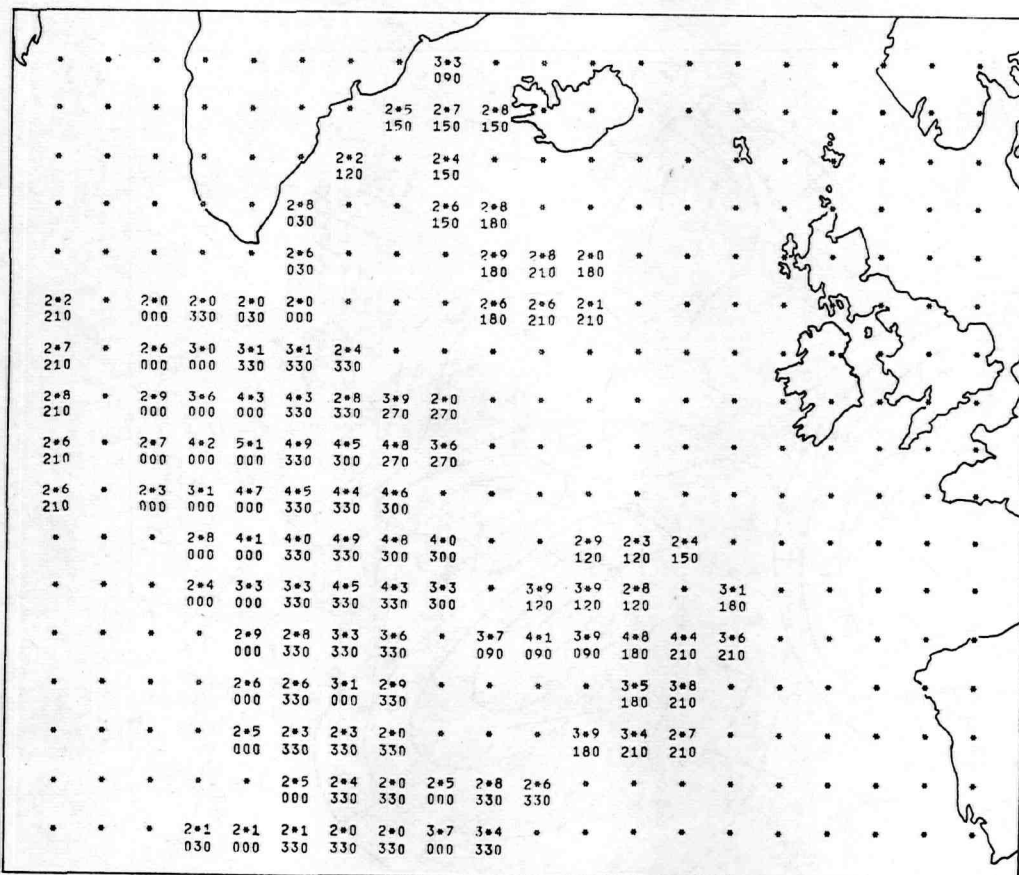
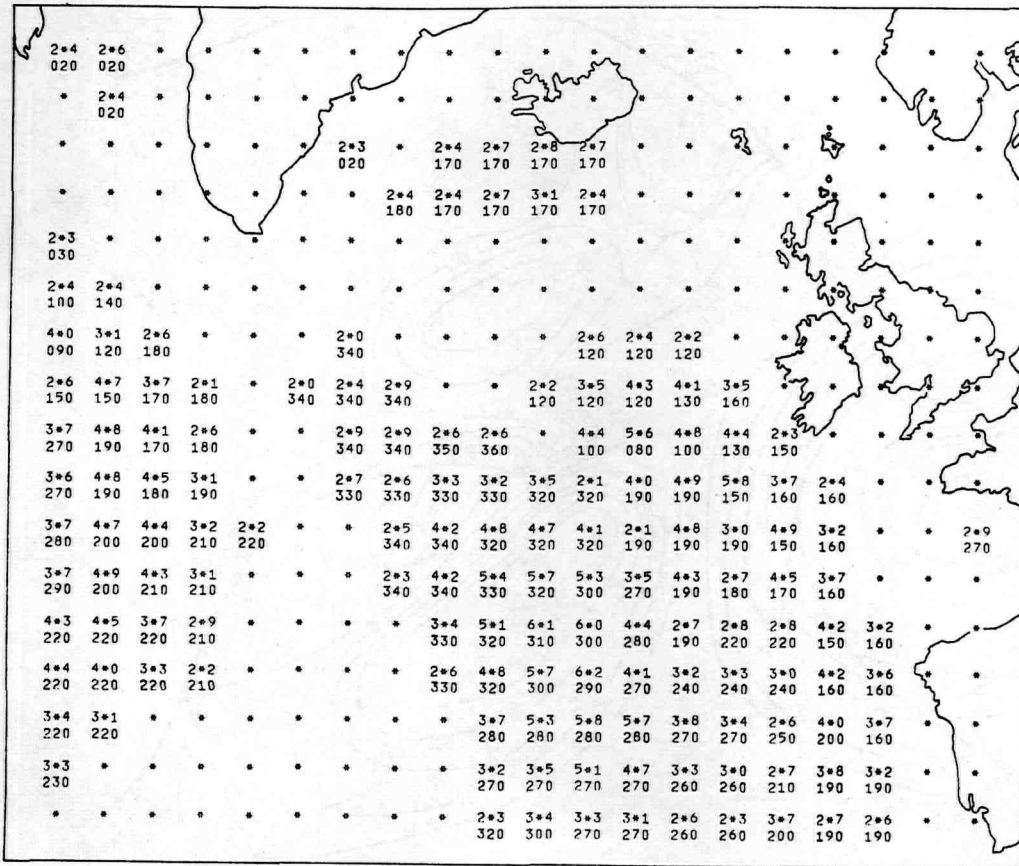
zeegang 10.11.65 00.00 z

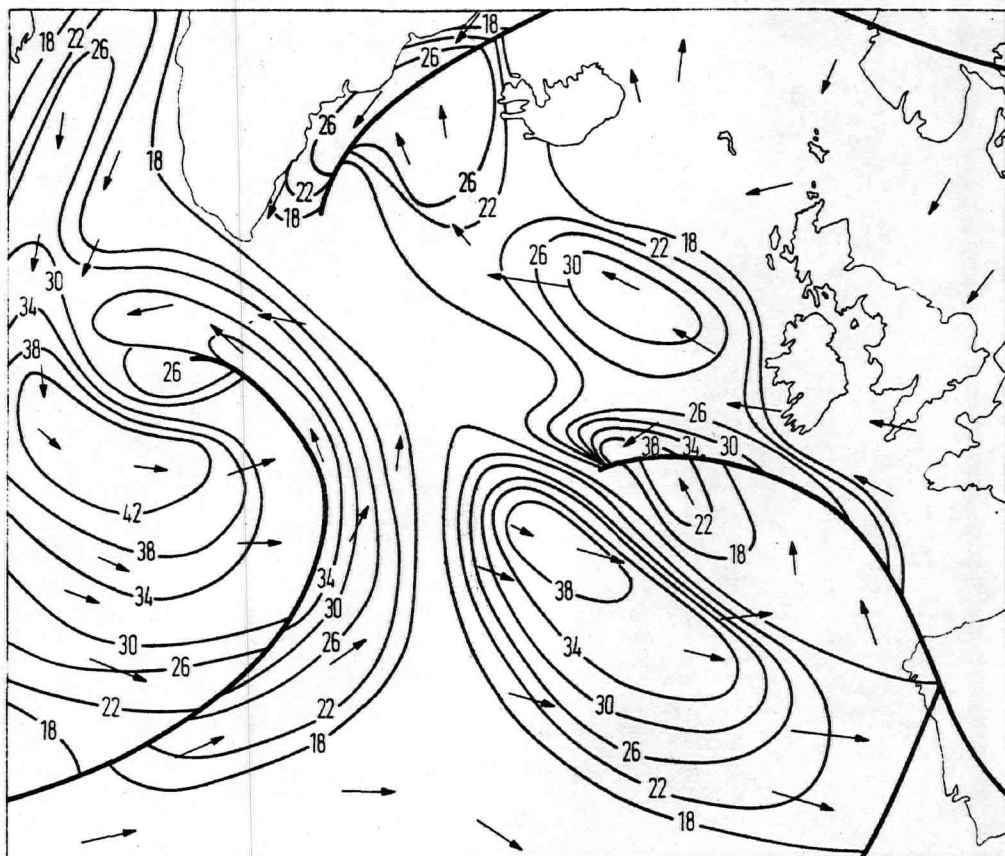


isotachenkaart 10.11.65 12.00 z

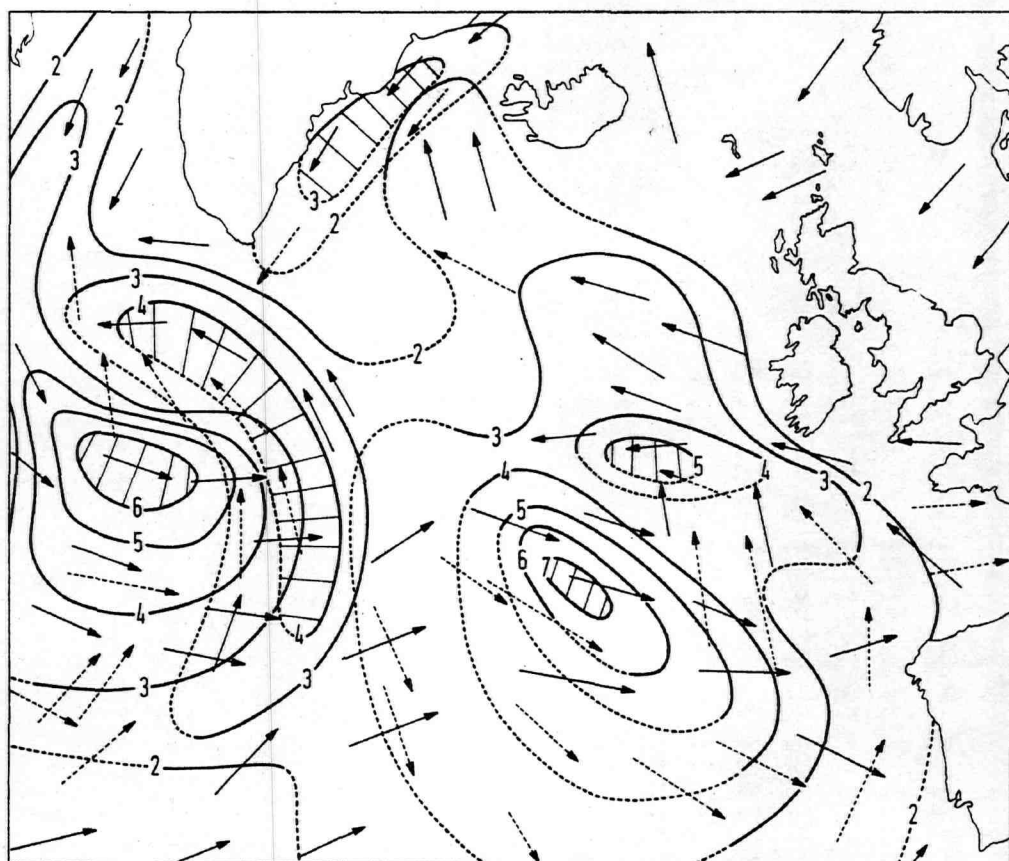


golfkaart 10.11.65 12.00 z

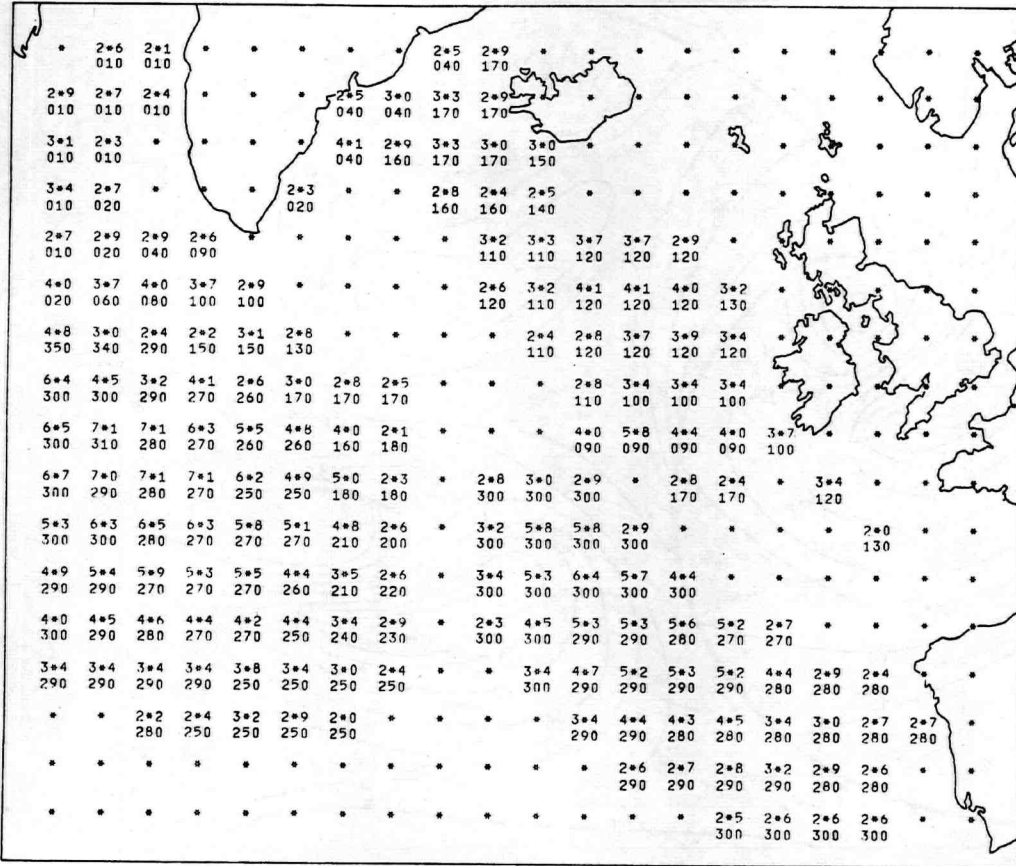




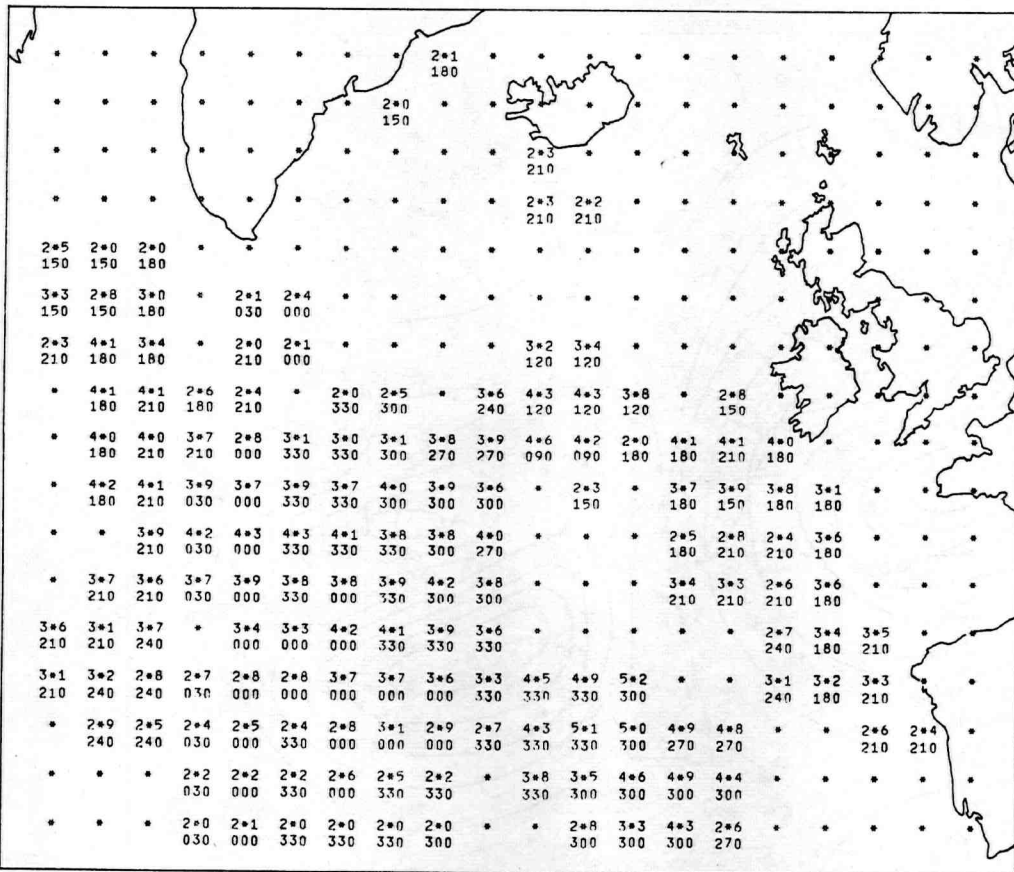
isotachenkaart 11.11.65 00.00 z



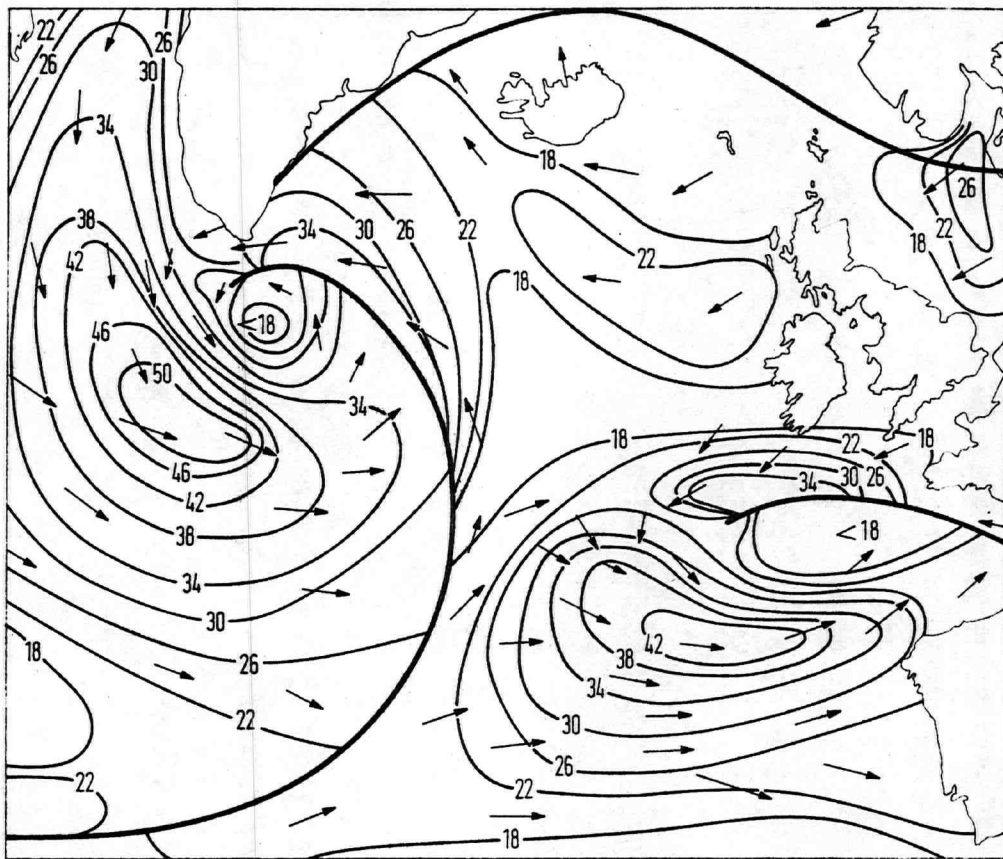
golfkaart 11.11.65 00.00 z



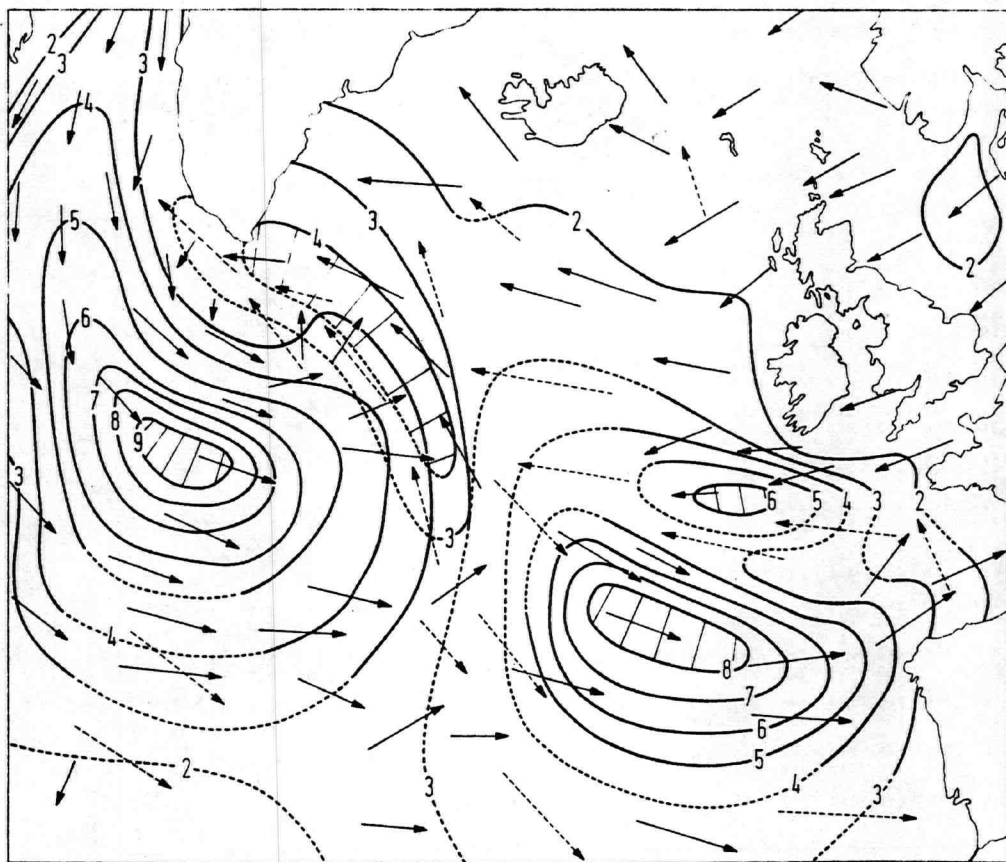
zeegang 11.11.65 00.00 z



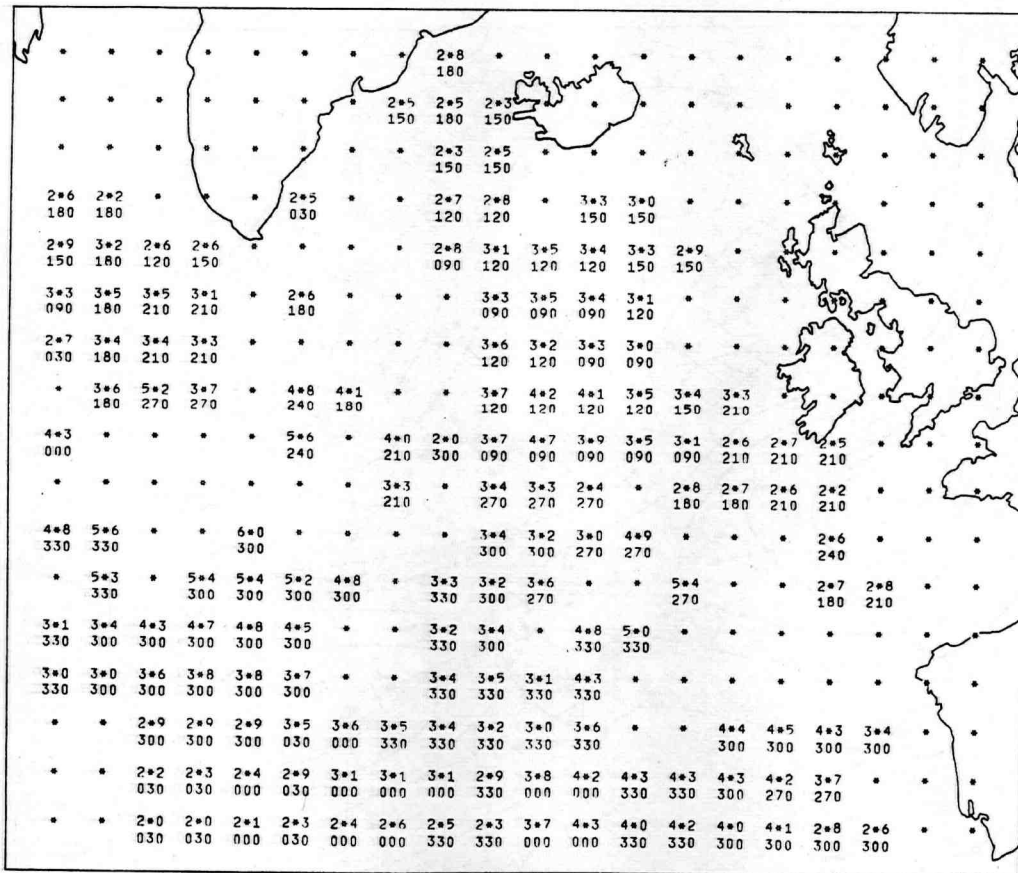
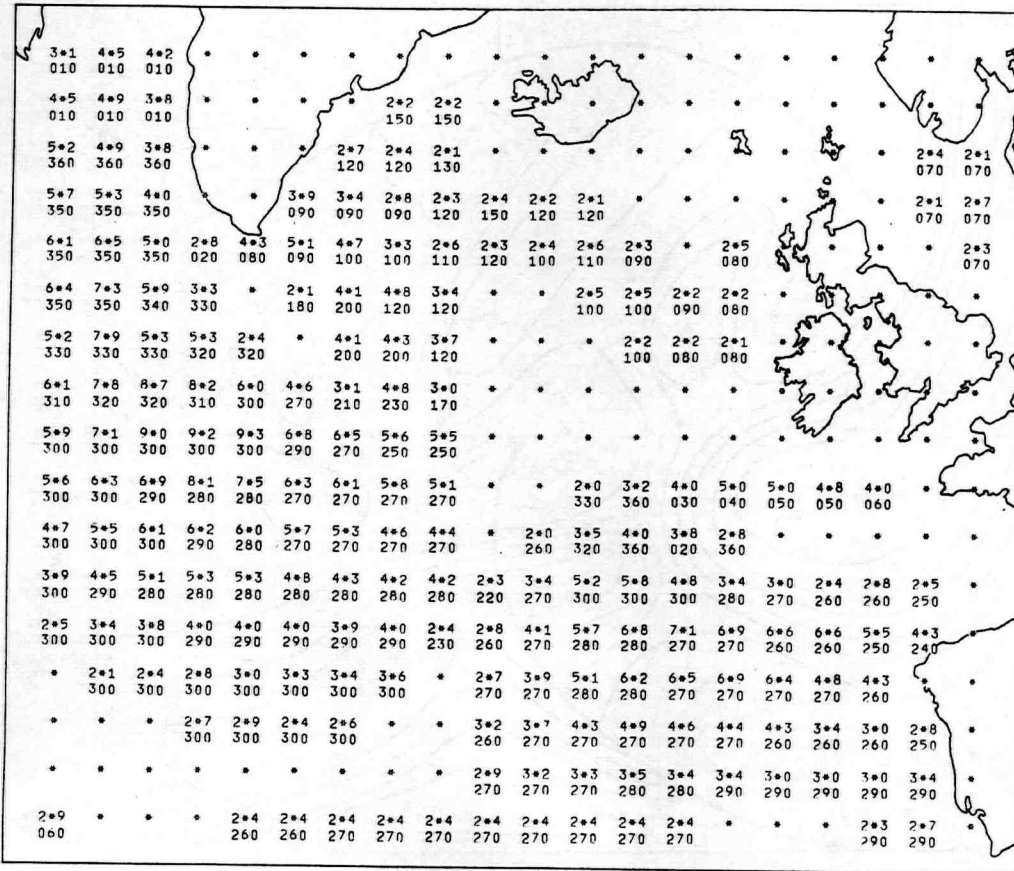
deining 11.11.65 00.00 z

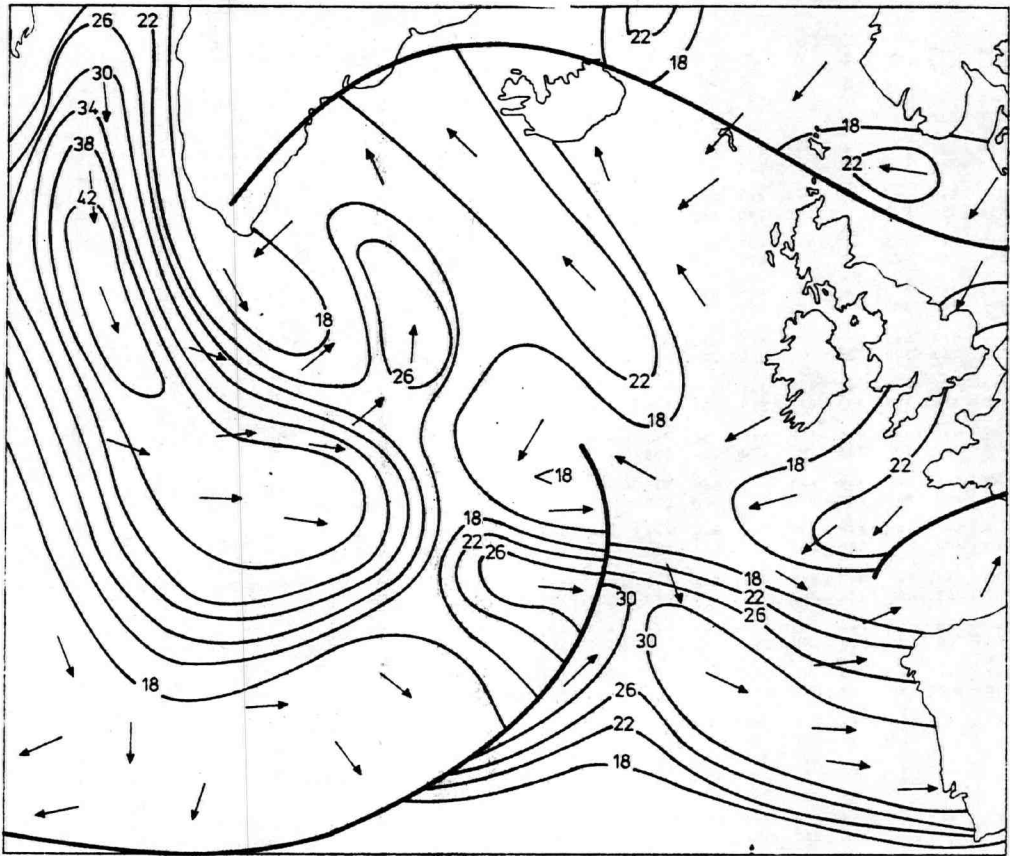


isotachenkaart 11.11.65 12.00 z

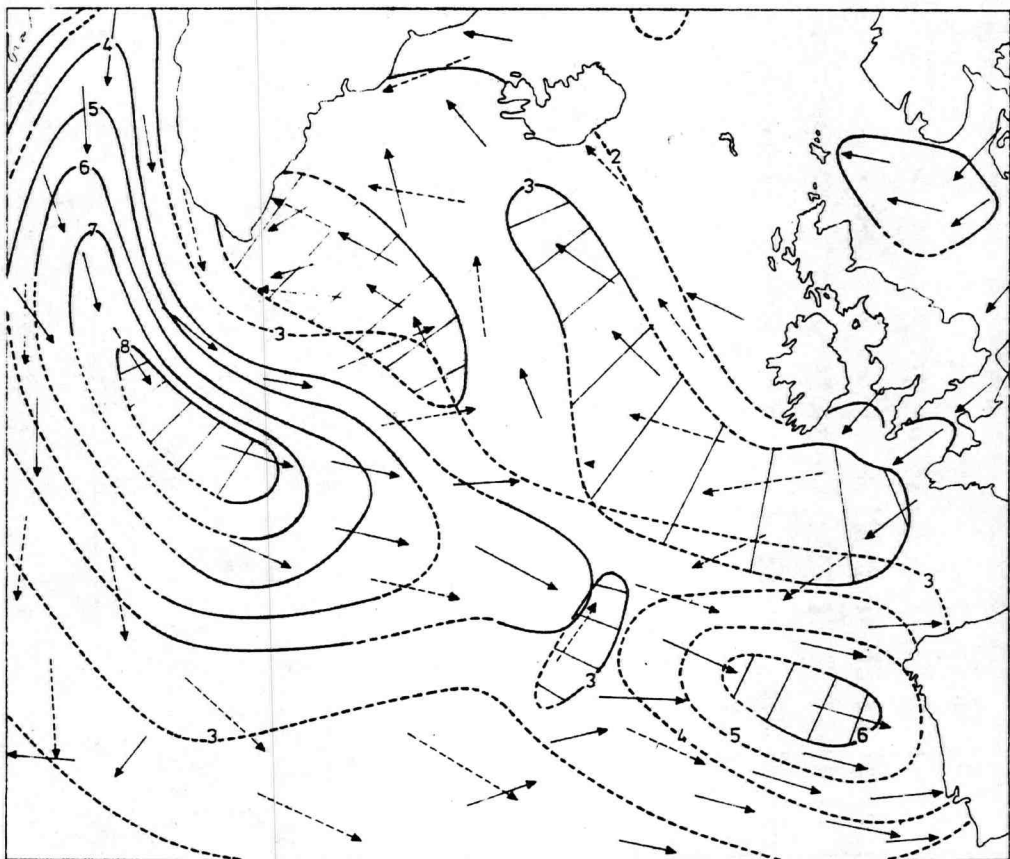


golfkaart 11.11.65 12.00 z

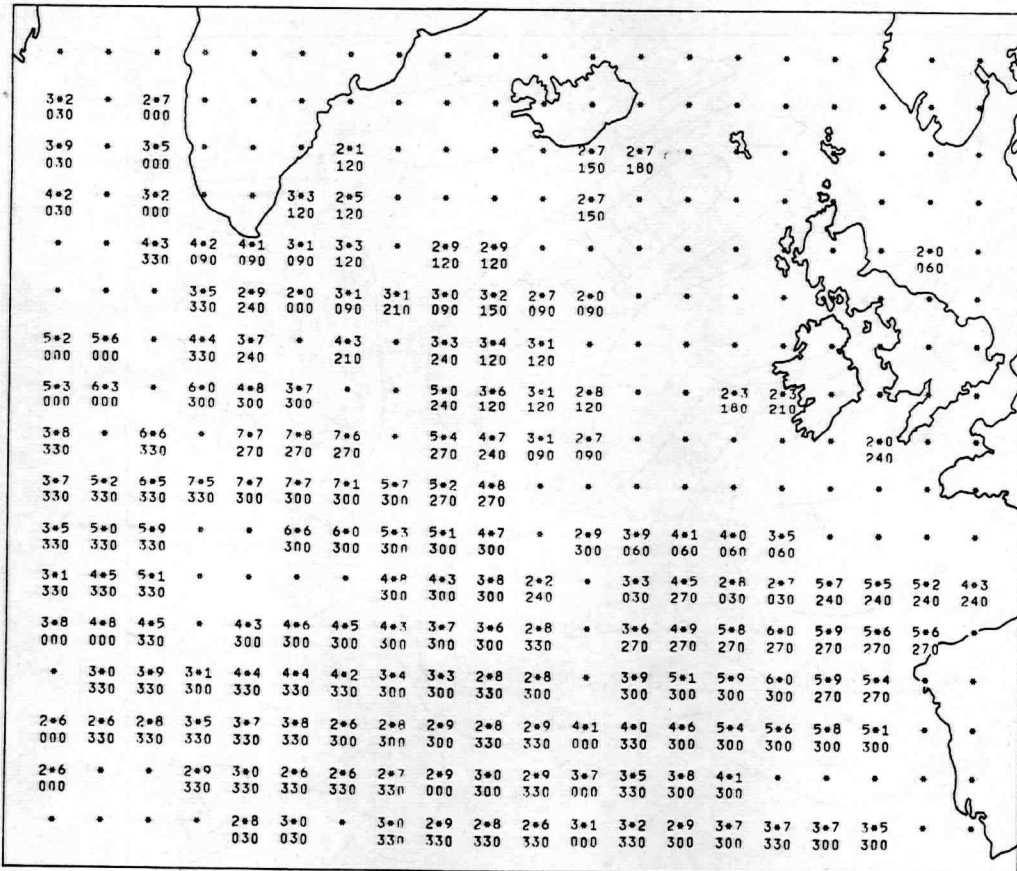
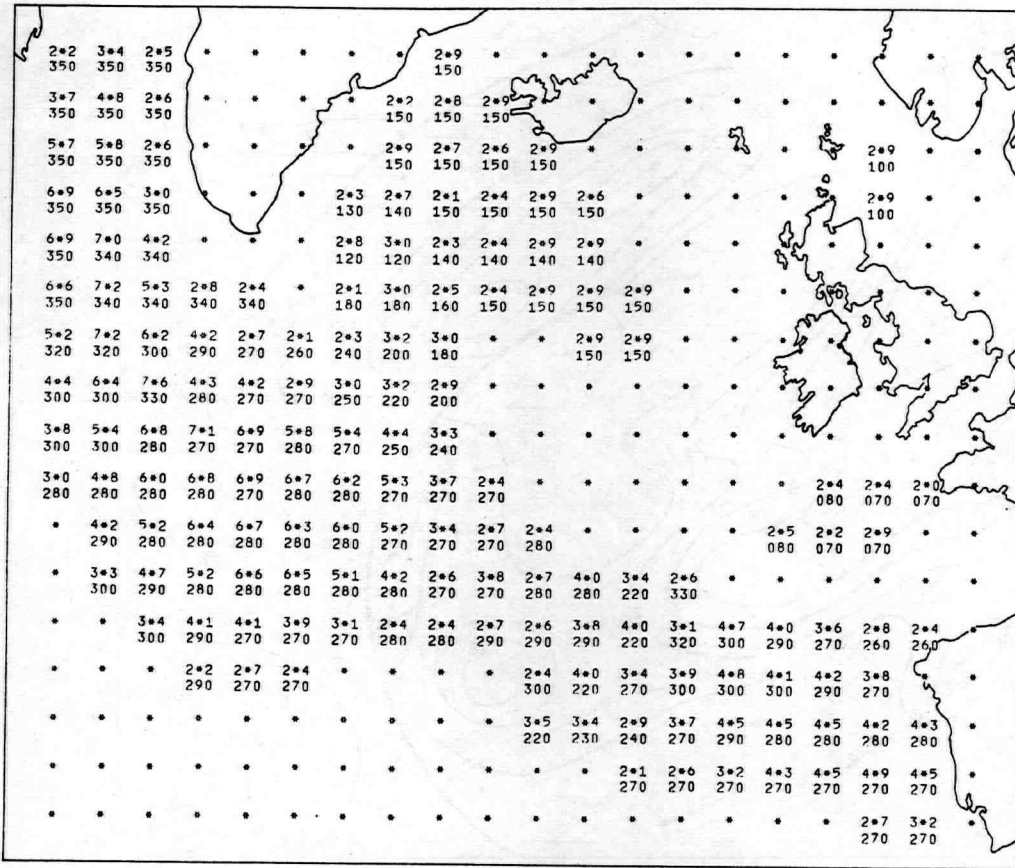




isotachenkaart 12.11.65 00.00 z

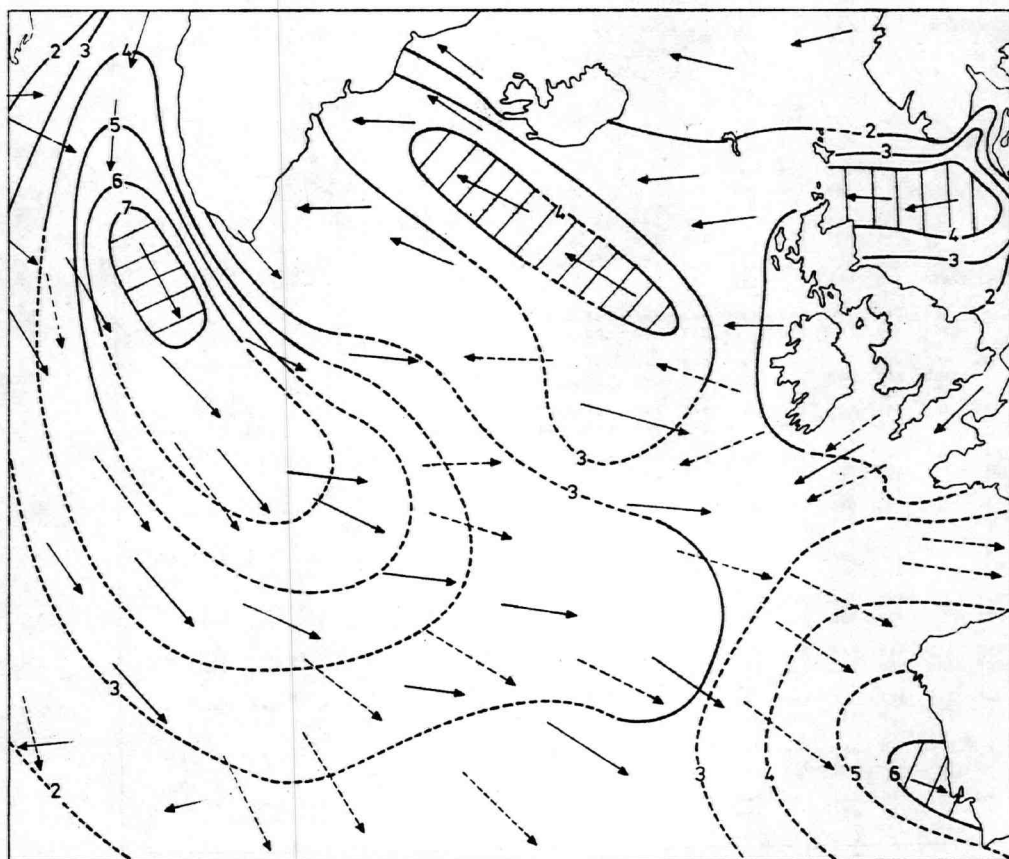


golfkaart 12.11.65 00.00 z

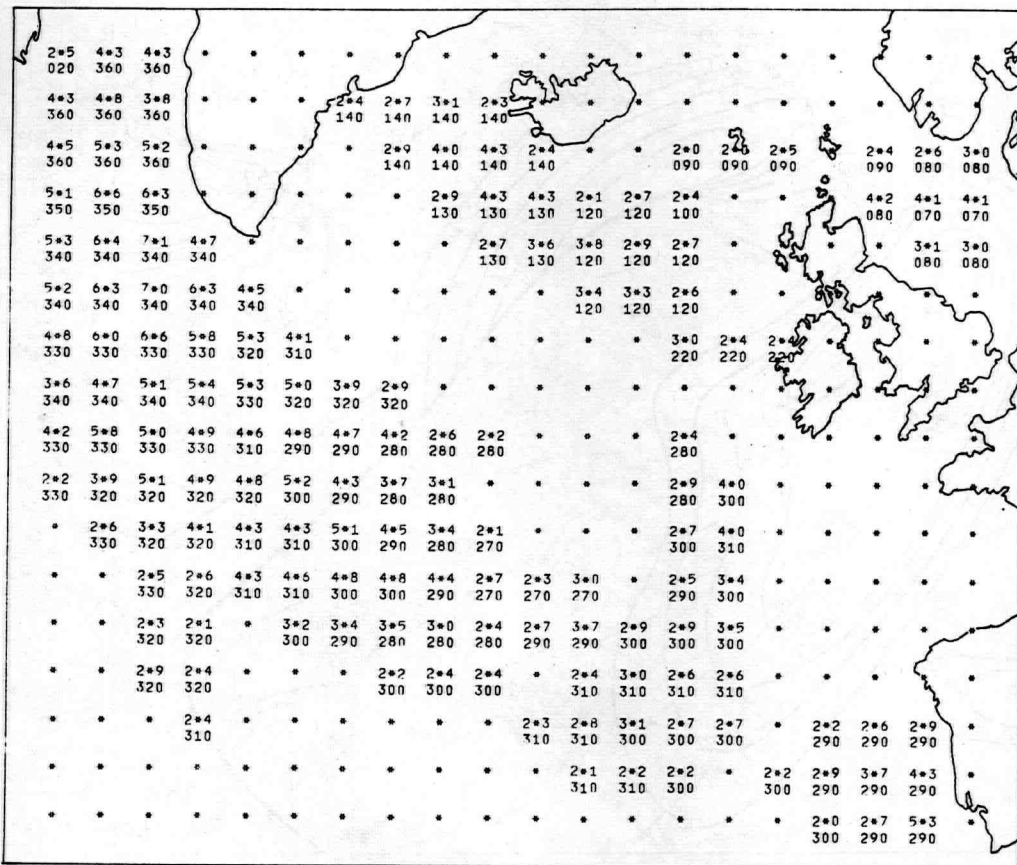




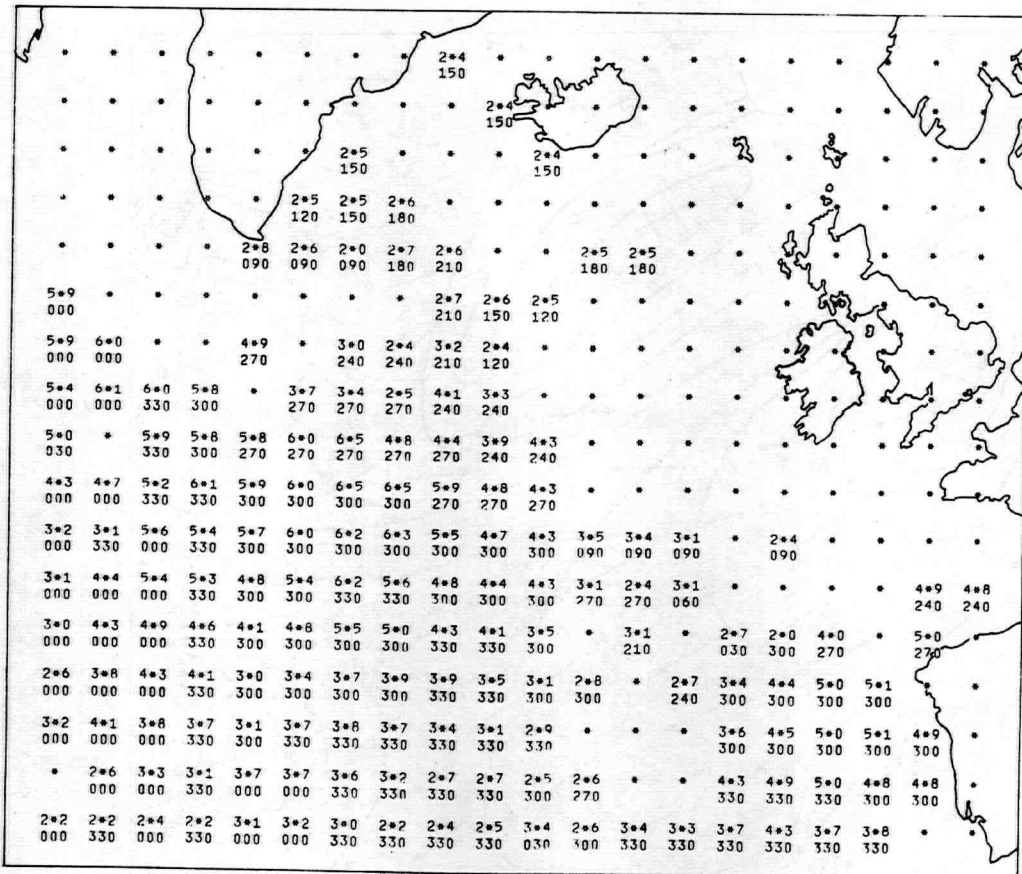
isotachenkaart 12.11.65 12.00 z



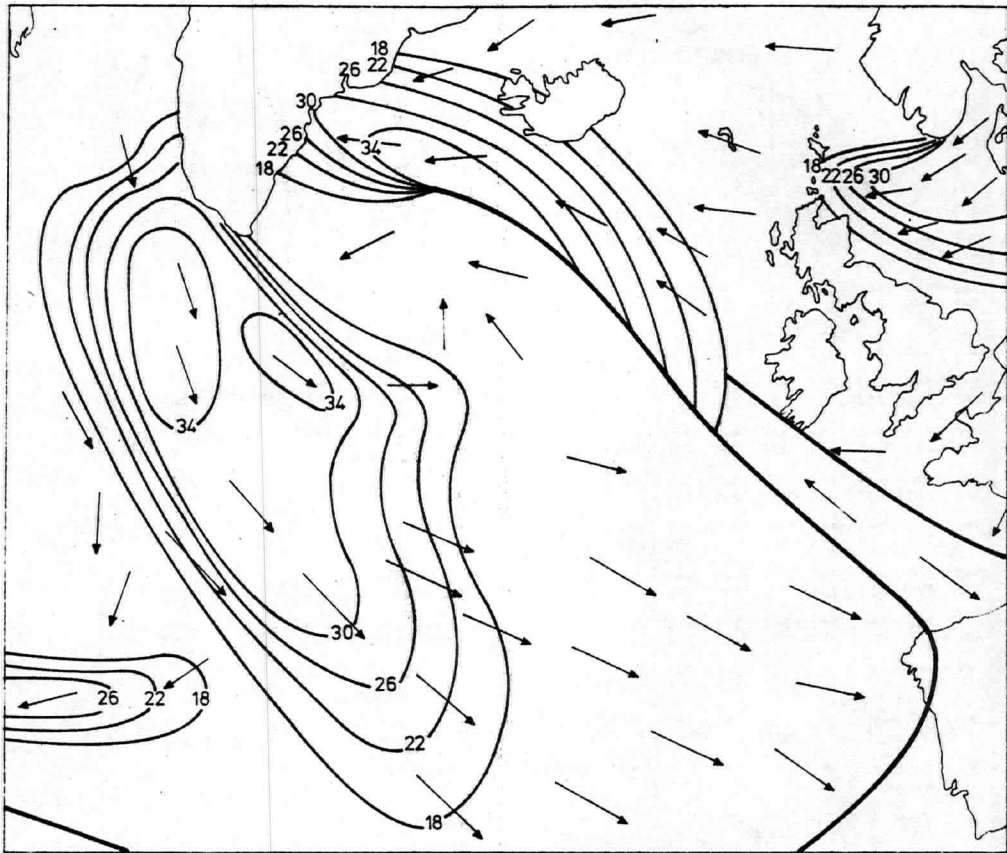
golfkaart 12.11.65 12.00 z



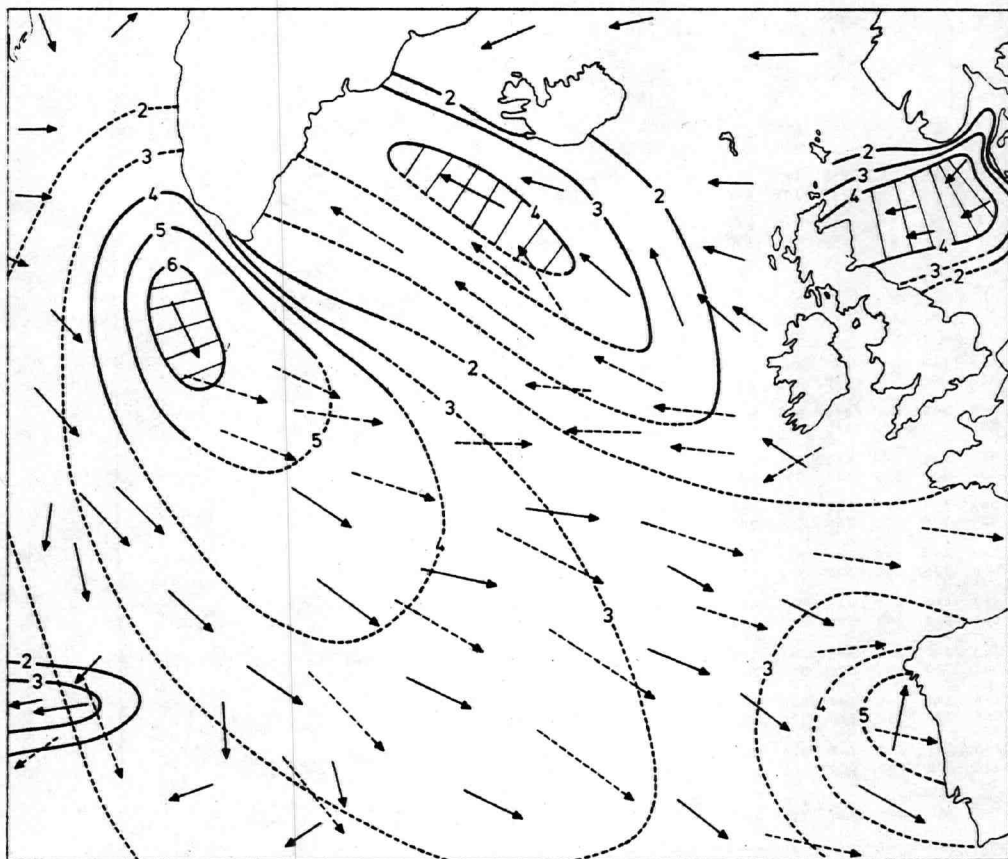
zeegang 12.11.65 12.00 z



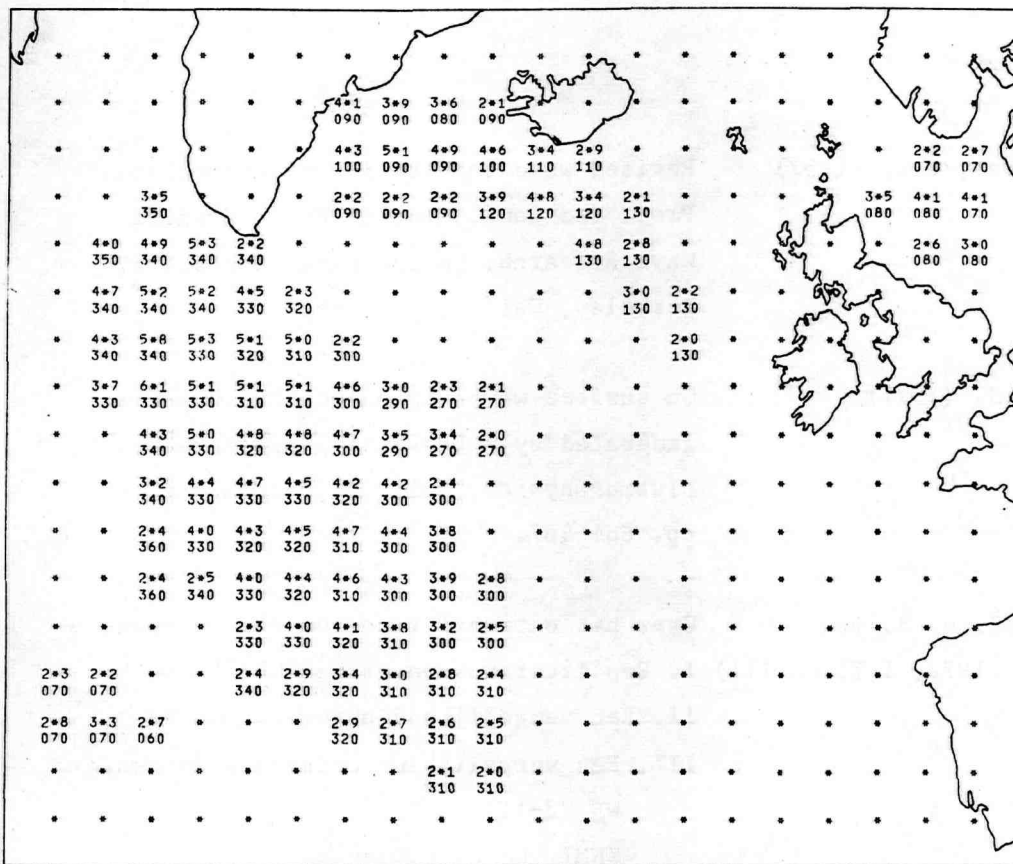
deining 12.11.65 12.00 z



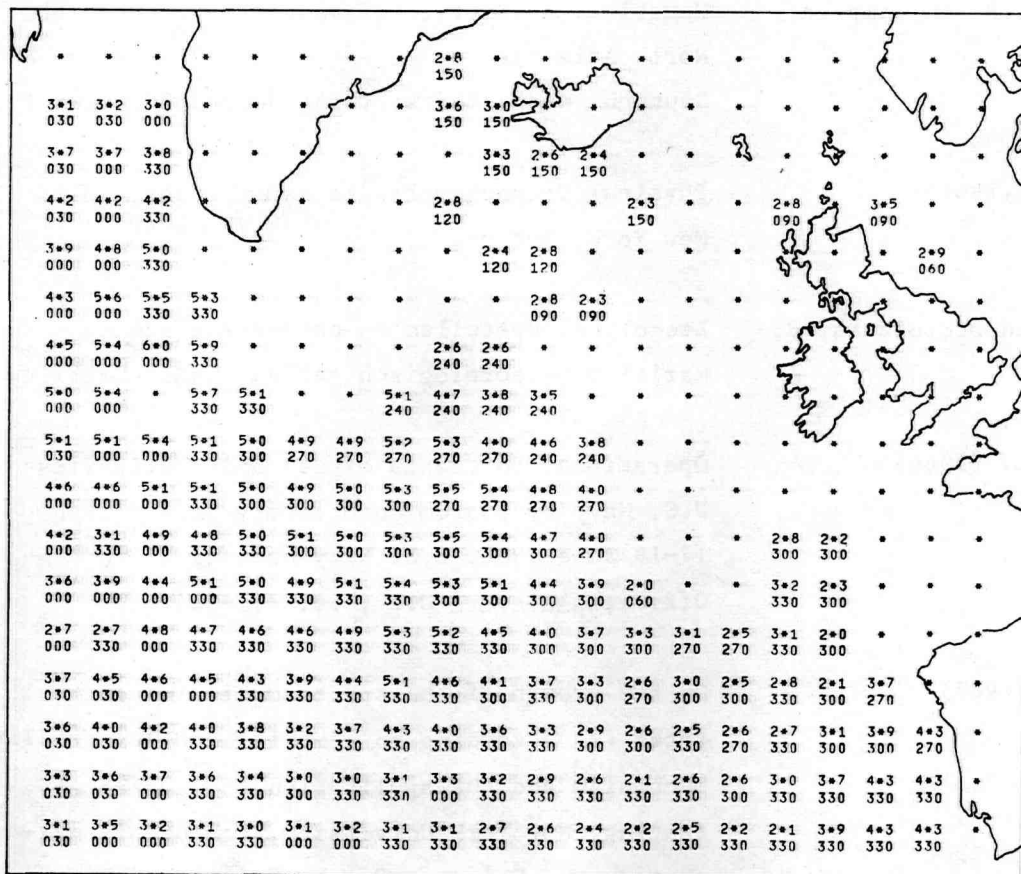
isotachenkaart 13.11.65 00.00 z



golfkaart 13.11.65 00.00 z



zeegang 13.11.65 00.00 z



deining 13.11.65 00.00 z

Literatuur

- Bretschneider, C.L. (1952) Revised wave forecasting relationships. Proc. 2nd Conf. Coastal Eng., Council Wave Research, Engineering Foundation, Berkeley, Calif., pp. 1-5.
- Bijlsma, S.J. (1971) On surface waves in Magneto-hydrodynamics generated by a travelling pressure point, plasma physics, vol. 13, Pergamon Press, pp. 681-687.
- Bijlsma, S.J. en B. van Rietschote (1972, I, II en III) Over het optimaal routeren van schepen,
I. Een literatuuronderzoek WR 72-1
II. Een vergelijkend onderzoek WR 72-2
III. Een vergelijkend onderzoek (vervolg)
WR 72-11
KNMI, De Bilt.
- Darbyshire, J. en Simpson, J.H. (1967) Numerical prediction of wave spectra over the North Atlantic, Deutsche Hydr. Zeitschrift, Jahrg. 20, Heft 1.
- Defant, A. (1961) Physical Oceanography, Pergamon Press, voll. II, New York, 598 pp.
- Groen, P. en Dorrestein, R. (1958) Zeegolven, opstellen op oceanografisch en maritiem meteorologisch gebied, KNMI, De Bilt.
- Hubert, W.E. (1964) Operational Forecasts of sea and swell, first U.S. Navy Symposium on Military Oceanography, 17-19 June 1964, U.S. Navy Oceanographic Office, Washington D.C., pp. 113-124.
- Inoue, T. (1967) On the growth of the spectrum of wind generated sea according to a modified Miles-Phillips Mechanism and the application to wave Forecasting, New York University, School of Engineering and Science, Geoph. Science Laboratory Rep. TR 67-5.

- Kadomtsev, B.B. (1965) Plasma Turbulence,
Academic Press, New York.
- Kinsman, B. (1965) Wind waves, Prentic-Hall, Inc., Englewood
Cliffs, New Jersey.
- Kitaigorodskii, S.A. (1961) Application of the theory of Similarity to the
analysis of wind generated wave motion as a
stochastic process, Izv. Akad. Nauk. SSSR,
Ser. Geofiz., 1, pp. 105-117; English Transl.,
1, pp. 73-80.
- Kitaigorodskii, S.A. en
Strekalov, S.S. (1962) Contribution to an analysis of the spectra of
wind caused wave action 1, Izv. Akad. Nauk. SSSR,
Ser. Geofiz., 9, pp. 1221-1228; English Transl.,
9, pp. 765-769.
- Lamb, H. (1932) Hydrodynamics, Cambridge University Press, London,
(Reprinted by Dover Publications, Inc., New York,
1945), 738 pp.
- Lévy, P. (1948) Processus stochastiques et Mouvement Brownien,
Gauthier-Villars, Paris, 365 pp.
- Lighthill, M.J. (1959) Introduction to Fourier Analysis and Generalized
Functions, Cambridge University Press.
- Marks et al (1968) An automated system for optimum ship routing,
Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers,
Vol. 76, pp. 22-55.
- Miles, J.W. (1957, 1959,
1962) On the generation of surface waves by shear Flow,
part 1, Journ. Fluid Mech., vol. 3, 1957, pp.
185-204; part 2, Journ. Fluid Mech., vol. 6, 1959,
pp. 568-582; part 3, Journ. Fluid Mech., vol. 6,
1959, pp. 583-598; part 4, Journ. Fluid Mech.,
vol. 13, 1962, pp. 433-448.

- Neumann, G. (1952) On wind generated ocean waves with special reference to the problem of wave forecasting, N.Y.U., Coll. of Eng., Res. Div. Dept. of Meteorol. and Oceanogr. Prepared for the Office of Naval Res., 136 pp.
- Neumann, G. en W.J. Pierson (1957) A detailed comparison of theoretical wave spectra and wave forecasting methods, Deutsche Hydrog. Zeitschrift, 10(3), pp. 73-92; 10(4), pp. 134-146.
- Ocean wave spectra (1963) Proceedings of a conference held at Easton, Maryland, May 1-4, 1961, 357 pp., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Pierson, W.J. en Moskowitz, L. (1964) A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., 69, pp. 5181-5190.
- Pierson, W.J., Neumann, G. en James, R.W. (1955) Practical methods for observing and forecasting ocean waves, U.S. Hydrographic Office, Publ. No. 603, Washington.
- Pierson, W.J. (1952) A unified mathematical theory for the analysis, propagation and refraction of storm generated ocean surface waves, Parts I and II, N.Y.U., Coll. of Eng., Res. Div., Dept. of Meteorol. and Oceanogr. Prepared for the Beach Erosion Board, Dept. of the Army and Office of Naval Res., Dept. of the Navy, 461 pp.
- Pierson, W.J. (1955) Wind-generated gravity waves, in Advances in Geophysics, vol. 2, New York, Academic Press, Inc., pp. 93-178.

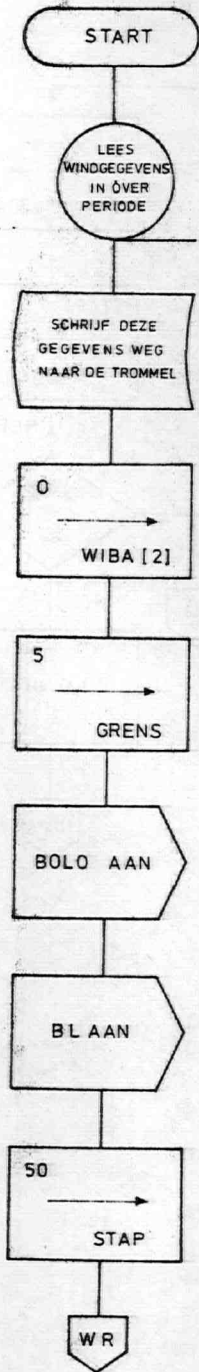
- Phillips, O.M. (1957) On the generation of waves by Turbulent wind, Journ. of Fluid Mech., vol. 2, no. 5, pp. 417-445.
- Phillips, O.M. (1966) The Dynamics of the upper ocean, Cambridge University Press.
- Pore, N.A. (1970) Summary of selected Reference Material on the Oceanographic Phenomena of Tides, Storm Surges, Waves and Breakers, Weather Bureau, Techniques Development Laboratory Series, Silver Spring, Maryland.
- Snyder, R.L. en Cox, C.S. (1966) A field study of the wind generation of ocean waves, J. Mar. Res., 24, pp. 141-178.
- Stoker, J.J. (1957) Water waves, Inter Science Publishers, Inc., New York, 567 pp.
- Sverdrup, H.U. en Munk, W.H. (1947) Wind, sea and swell: Theory of relations for Forecasting, U.S. Hydrographic Office, H.O. Publ. 601, 44 pp.
- Sverdrup, H.U., Johnson, M.W. en Fleming, R.H. (1942) The oceans, Prentice-Hall, Inc., New York, 1087 pp.
- Wilson, B.W. (1965) Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959, Deutsche Hydr. Zeitschr., 18(3), pp. 114-130.

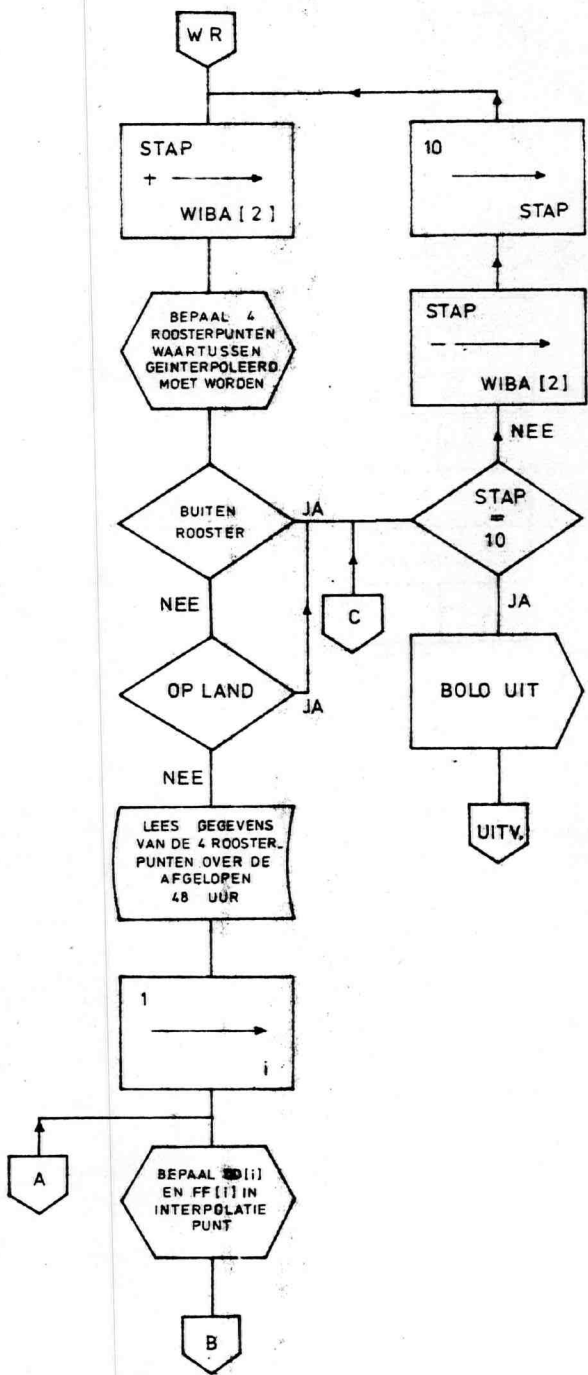
BIJLAGE 1

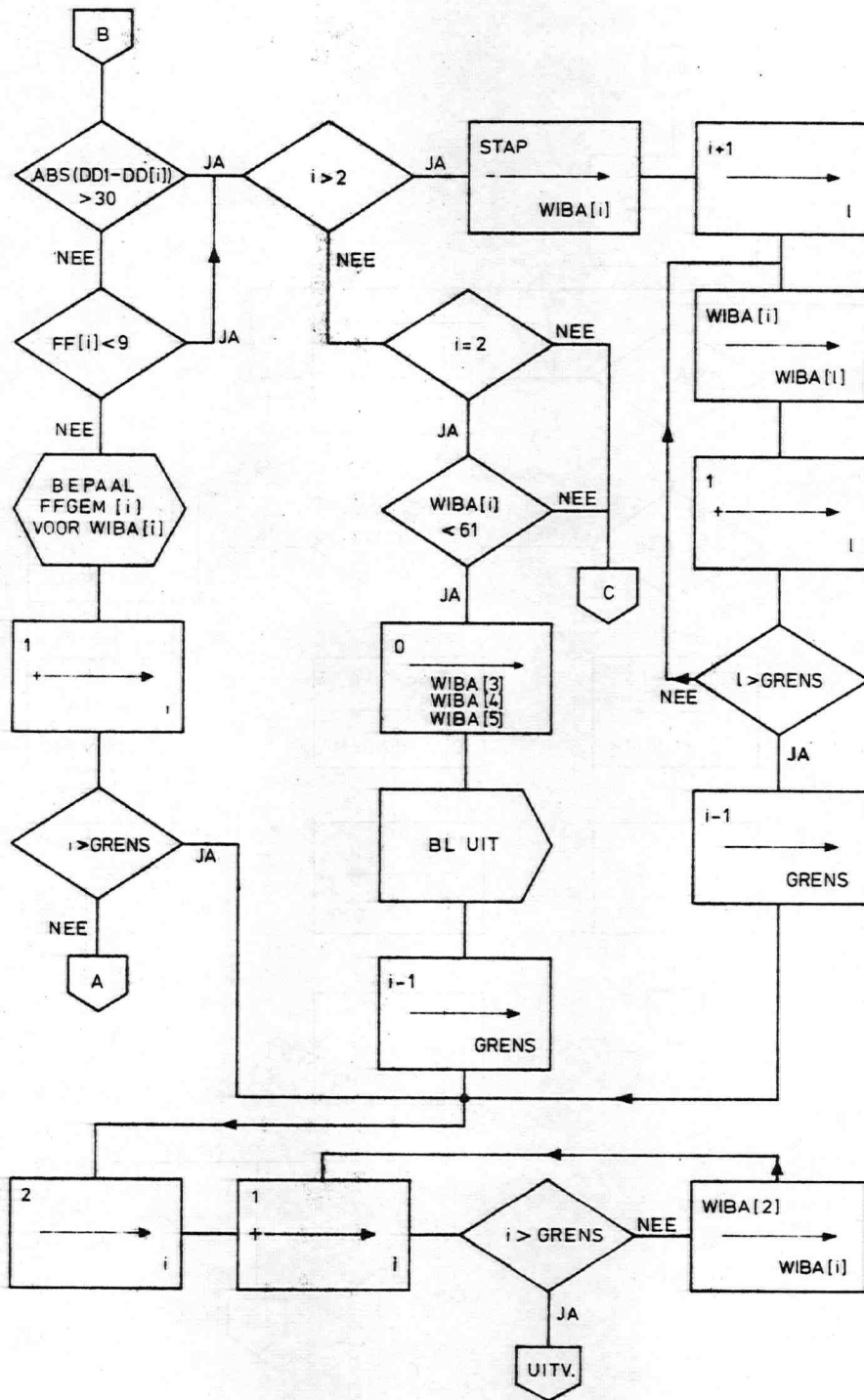
HET STROOMDIAGRAM

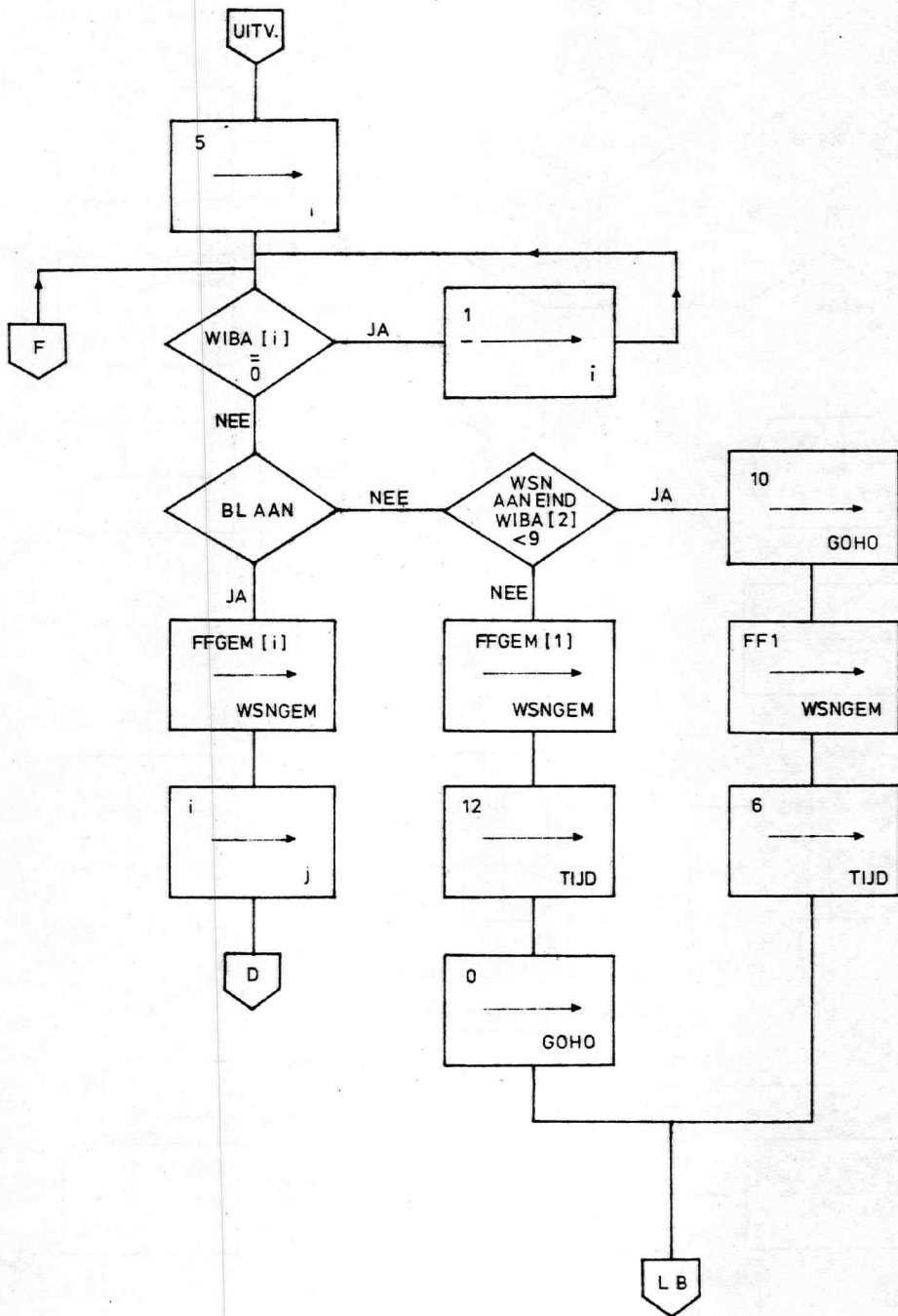
Lijst van gebruikte symbolen

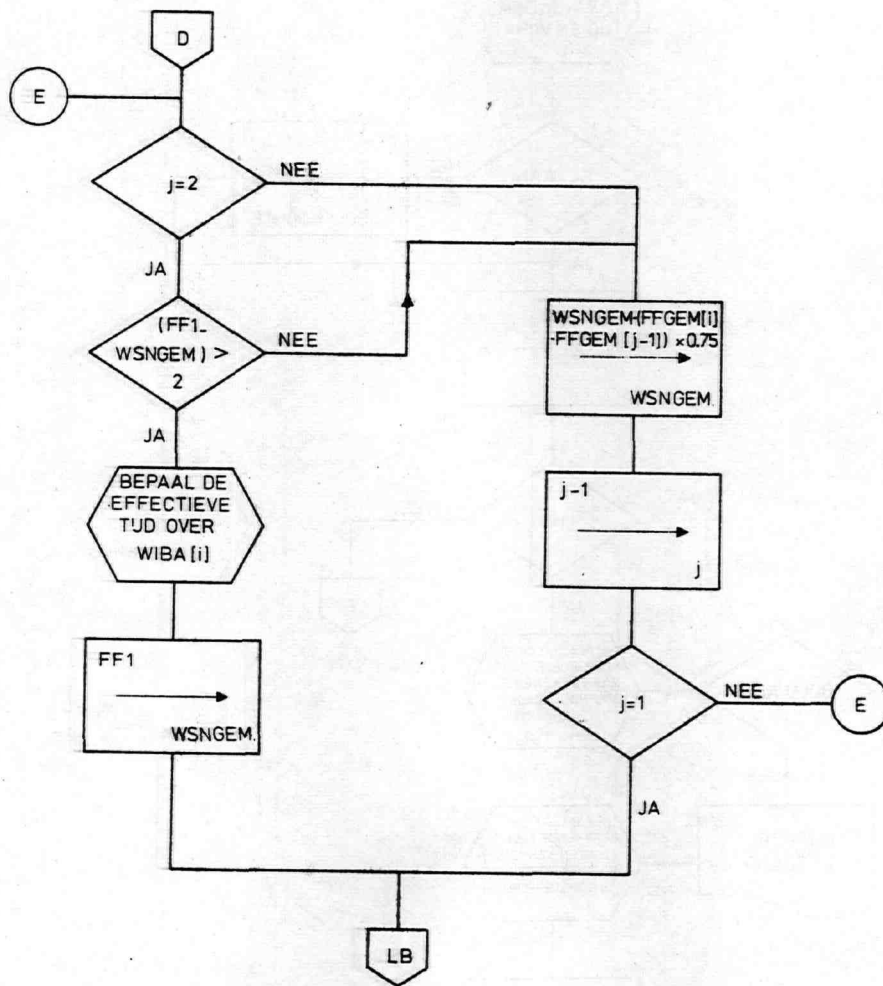
- wiba[i] (i = 2,3,4,5) = windbaan in km over het tijdvak tussen 0 en 12 uur,
0 en 24 uur, 0 en 36 uur en 0 en 48 uur geleden.
- ff[i] (i = 1,2,3,4,5) = windsnelheid in interpolatiepunt op tijdstippen
0,12,24,36 en 48 uur geleden (in meters per seconde)
- dd[i] (i = 1,2,3,4,5) = idem voor de windrichting (in graden)
- ffl = windsnelheid op tijdstip 0 in het roosterpunt waar de golfhoogte
wordt berekend (in meters per seconde)
- ddl = idem voor de windrichting (in graden)
- tijd = tijdsduur van de wind over een bepaalde windbaan (in uren)
- ffgem[i] (i = 1,2,3,4,5) = gem. windsnelheid over windbaan op tijdstippen
0,12,24,36 en 48 uur geleden (in meters per
seconde)
- wsngem = windsnelheid over windbaan gemiddeld over de tijd (in meters per
seconde)

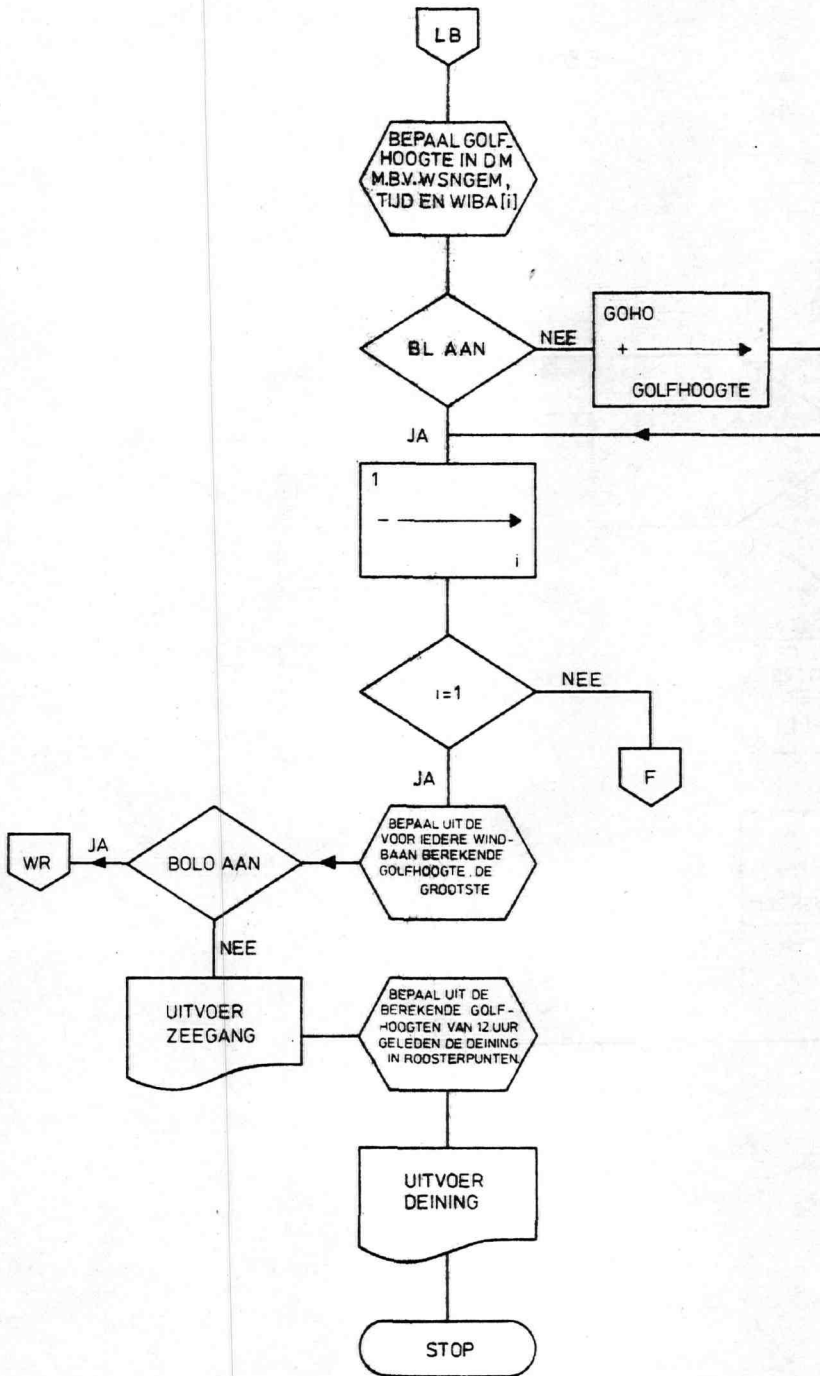












BIJLAGE 2

HET ALGOL - PROGRAMMA

```
begin comment KNMI-BIJLS-FOLG-250473.  
het berekenen van golfvelden uit windvelden  
op de atlantische oceaan;  
integer h,k,l,j,i,ii,alpha,c,d,a,b,c1y,c2y,dd,dd1,dd2,ff,ffrp,  
stap,ant,ant1,ant2,dxb,dyb,dxc,dyc,a1,a2,a3,grens,goh1,goh2,goh3,  
goh4,time,as1,as2,as3;  
real sinalp,cosalp,x,y,dx,dy,dxa,dya,p1,p12,p16,p18,  
a0,LT,Ab,wsngem,wibaxy,stapxy,tyd;  
integer array P[0:10,1:9,1:3],G,afst[1:2,0:48,0:26],  
GH[0:48,0:26],dw[1:2,0:48],GG[1:2],PP,QQ,RR,SS[1:8],  
wiba[2:5],ff1[1:5];  
array ffgem[1:5];  
boolean bol,bolo,bl,waar;
```

```
procedure OPT;
```

```
begin integer aa;  
  for k:=25,k-1 while k>6 do  
    begin SPACE(14);  
      for h:=24,h+1 while h<46 do  
        begin aa:=G[1,h,k];  
          PRSYM(if aa<20 then 93 else aa:10);  
          PRSYM(66);  
          PRSYM(if aa<20 then 93 else  
            aa-aa:10x10);  
          SPACE(2)  
        end;  
      NLCR; SPACE(14);  
      for h:=24,h+1 while h<46 do  
        if G[1,h,k]<20 then SPACE(5) else  
        begin aa:=G[2,h,k]/10; PRSYM(aa:10);  
          PRSYM(aa-aa:10x10); PRSYM(0);  
          SPACE(2)  
        end;  
      NLCR; NLCR  
    end  
end  
end;
```

```
procedure GOHO(tijd,ff,wiba); value tijd,ff,wiba;  
integer tijd,ff,wiba;  
begin integer fetch,fetch1,gh,gh1,i,i1,j,wsn;  
      real fact;  
      j:=1;  
      for wsn:=50,wsn+25 while wsn<210,250,300 do  
      if ff<wsn then goto L1 else j:=j+1;  
L1:   if j>9 then j:=9;  
      fact:=(wsn-ff)/(if wsn>200 then 50 else 25);  
      fetch:=(P[tijd,j-1,1]-P[tijd,j,1])xfact+P[tijd,j,1];  
      gh:=(P[tijd,j-1,3]-P[tijd,j,3])xfact+P[tijd,j,3];  
      wiba:=wiba/10;  
      if wiba>fetch then goh1:=gh else  
      begin i:=0;  
L2:   i:=i+1; i1:=tijd-i;  
      fetch1:=(P[i1,j-1,1]-P[i1,j,1])xfact+P[i1,j,1];  
      gh1:=(P[i1,j-1,3]-P[i1,j,3])xfact+P[i1,j,3];  
      if wiba>fetch1 then else  
      begin fetch:=fetch1; gh:=gh1; goto L2 end;  
      fact:=(wiba-fetch1)/(fetch-fetch1);  
      goh1:=(gh-gh1)xfact+gh1  
      end  
end;
```

```
procedure STAP;  
if stap=500 then  
begin wiba[2]:=wiba[2]-stap; wibaxy:=wibaxy-stapxy;  
      stap:=100; waar:=false; goto wr  
end else  
begin for i:=3 step 1 until grens do wiba[1]:=wiba[2];  
      if wiba[2]=100 then  
      begin GH[h,k]:=0; goto uit end else  
      begin bolo:=false; goto uitv end  
end;
```

```
procedure diff(L,P); label L; integer array P;  
begin for a2:=P[2,c,b],P[2,a,b],P[2,a,d] do  
    if abs(hoek(P[2,c,d],a2))>60 then goto L;  
    for a2:=P[2,a,b],P[2,a,d] do  
        if abs(hoek(P[2,c,b],a2))>60 then goto L;  
        if abs(hoek(P[2,a,b],P[2,a,d]))>60 then goto L  
end;
```

```
procedure lees(b,a,P); integer b,a; integer array P;  
for j:=grens-1 step -1 until 1 do  
begin inarray(drum,(ant-j)*2646+b*x98+a*x2,GG); hold(GG);  
    P[j*2-1]:=GG[1]; P[j*2]:=GG[2]  
end;
```

```
integer procedure poleer(dx,dy,AR,bol);  
real dx,dy; integer array AR; boolean bol;  
if bol then  
begin c1y:=hoek(AR[2,c,b],AR[2,c,d])*dy+AR[2,c,d];  
    c2y:=hoek(AR[2,a,b],AR[2,a,d])*dy+AR[2,a,d];  
    poleer:=hoek(c2y,c1y)*dx+c1y  
end else  
begin c1y:=(AR[1,c,b]-AR[1,c,d])*dy+AR[1,c,d];  
    c2y:=(AR[1,a,b]-AR[1,a,d])*dy+AR[1,a,d];  
    poleer:=(c2y-c1y)*dx+c1y  
end;
```

```
integer procedure hoek(a,b); value a,b; integer a,b;  
if abs(a-b)≤180 then hoek:=a-b else  
    hoek:=a-b+(if a>b then -360 else 360);
```

```
procedure rand(a,b,rp1,rp2,bol); value a,b,rp1,rp2;  
real a,b,rp1,rp2; boolean bol;  
if a>( if bol then b*rp1/rp2 else (rp2-rp1)*b+rp1 )  
then STAP else goto ver;
```

```
if 7 compare file(tape(1),⟨folg goal⟩) then  
begin TELETEXT(⟨foutieve tape⟩); goto af1 end;  
ant:=HAND(1); ant1:=ant; ant2:=ant-ant1×2;  
if (ant2-ant1) < 4 then  
begin PRINTTEXT(⟨hand niet juist⟩); goto af1 end;  
pi:=arctan(1)×4; pi2:=pi/2; pi6:=pi/6; pi18:=pi/180;  
a0:=187500/((1+cos(pi6))×6378178); Ab:=(1+cos(pi6))/1875;  
ant:=ant1+4;  
for h:=1,h+1 while h<11 do for k:=1,k+1 while k<10 do  
for l:=1,2,3 do P[h,k,l]:=READ;  
for h:=0,h+1 while h<49 do  
for k:=0,k+1 while k<27 do afst[1,h,k]:=1;  
for h:=0,h+1 while h<24,47,48 do  
for k:=if h>4 ∧ h<24 then 18 else 0,k+1 while k<27 do  
afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=-1;  
a:=13;  
for h:=8,h+1 while h<40 do for k:=0,k+1 while k<a do  
begin if h>24 ∧ a=13 then a:=20;  
afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=0  
end;  
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do  
if afst[1,h,k]=0 ∨ afst[1,h,k]=-1 then else  
begin afst[1,h,k]:=READ×1.6;  
afst[2,h,k]:=READ×1.6  
end;  
for k:=1,k+1 while k<10 do for l:=1,2,3 do P[0,k,l]:=0;  
for k:=ant1,k+1 while k<ant2 do  
begin inarray(tape(1),k,G); hold(G);  
outarray(drum,k×2646,G); hold(G)  
end;  
outarray(drum,(ant2+3)×2646,afst);
```

```
wr1:  inarray(drum,antx2646,G); hold(G);
      for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do
      begin  ffrp:=G[1,h,k]; alpha:=G[2,h,k];
            if afst[2,h,k]<0 then begin GH[h,k]:=-1; goto uit end;
            if ffrp<90 then begin GH[h,k]:=0; goto uit end;
            for i:=1,i+1 while i<6 do ffgem[i]:=0;
            bol:=bolo:=bl:=waar:=true;
            grens:=5; goh2:=0; stap:=500;
            wiba[2]:=0; wibaxy:=0;
            x:=h; y:=k;
            sinalp:=sin(alpha*pi18);
            cosalp:=cos(alpha*pi18);
wr:     wiba[2]:=wiba[2]+stap;
            LT:=-arctan(sqrt((x-33)^2+(y-37)^2)*a0)*2+pi2;
            stapxy:=Ab/(1+sin(LT))*stap;
            wibaxy:=wibaxy+stapxy;
            dx:=sinalp*wibaxy; dy:=cosalp*wibaxy;
            dxc:=dx*100; dyc:=dy*100;
            c:=dxc:100+h; d:=dyc:100+k;
            a:=c+(if dx<0 then -1 else 1);
            b:=d+(if dy<0 then -1 else 1);
            dxb:=abs(dxc-dxc:100*100); dyb:=abs(dyc-dyc:100*100);
            dxa:=dxb/100; dya:=dyb/100;
            if a>48 v a<0 v b>26 v b<0 then STAP;
            if afst[1,a,b]<0 then
            begin  as1:=afst[1,c,d]; as2:=afst[1,c,b];
                   as3:=afst[1,a,d];
                   if as3<0 then
                   begin  if as2<0 then
                           rand(dyb,as1-dxb,afst[2,c,d],as1,true);
                           if as1<0 then
                           rand(dxb,afst[2,c,b]+dyb-100,as2,
                               afst[2,c,b],true)
                   end;
            end;
```



```
    if as1<0  $\wedge$  as2<0 then
      rand(dyb,as3+dxs-100,afst[2,a,d],as3,true);
    if as2<0 then
      rand(dyb,dxa,afst[2,c,d],afst[2,a,d],false);
    if as3<0 then rand(dxb,dya,as1,as2,false);
    if dxb>as2  $\wedge$  dyb>as3 then
      rand(dyb-afst[2,a,d],100-dxb,
        100-afst[2,a,d],100-as2,true)
  end;
  if afst[1,c,b]<0 then
    begin if afst[1,c,d]<0 then
      rand(100-dxb,dya,afst[1,a,d],afst[1,a,b],false);
      if dyb>afst[2,c,d]  $\wedge$  (100-dxb)>afst[1,a,b]
      then rand(dyb-afst[2,c,d],dxb,100-afst[2,c,d],
        100-afst[1,a,b],true)
    end;
    if afst[1,a,d]<0 then
      begin if afst[1,c,d]<0 then
        rand(100-dyb,dxa,afst[2,c,b],afst[2,a,b],false);
        if dxb>afst[1,c,b]  $\wedge$  (100-dyb)>afst[2,a,b]
        then rand(100-dyb-afst[2,a,b],100-dxb,
          100-afst[2,a,b],100-afst[1,c,d],true)
      end;
    end;
  ver: if bol then
    begin LC:
      a1:=c; a2:=d; a3:=b;
      lees(d,c,QQ); lees(d,a,SS);
      lees(b,a,RR); lees(b,c,PP)
    end;
    if a1+c then
      begin if  $\neg$  waar then
        begin waar:=true; goto LC end;
        a1:=c;
        for l:=1,l+1 while l<9 do
          begin QQ[l]:=SS[l]; PP[l]:=RR[l] end;
          lees(a2,a,SS); lees(a3,a,RR);
          a3:=b
        end;
      end;
    end;
```

```
if a2=d then
begin if 7 waar then
    begin waar:=true; goto LC end;
    a2:=d;
    for l:=1,l+1 while l<9 do
    begin QQ[l]:=PP[l]; SS[l]:=RR[l] end;
    lees(b,a,RR); lees(b,c,PP)
end;
if bol then
begin j:=1;
    for ff1[j]:=ffrp,QQ[1],QQ[3],QQ[5],QQ[7] do
    j:=j+1;
    bol:=false
end;
for i:=1,i+1 while i<grens do
begin i1:=(i-1)*2; j:=i1-1;
    if i=1 then dd:=poleer(dxa,dya,G,true) else
    begin c1y:=hoek(PP[i1],QQ[i1])*dya+QQ[i1];
        c2y:=hoek(RR[i1],SS[i1])*dya+SS[i1];
        dd:=hoek(c2y,c1y)*dxa+c1y
    end;
    dd1:=abs(hoek(alpha,dd));
    if dd1>30 then
    begin if i=2 ^ wiba[2]<601 then
        begin LA:
            b1:=false;
            grens:=i-1;
            for l:=3,4,5 do wiba[l]:=0;
            goto LL
        end;
    LD: if i=1 v i=2 then STAP else
        begin wiba[i]:=wiba[2]-stap;
            for l:=i+1 step 1 until grens do
            wiba[l]:=wiba[i];
            grens:=i-1;
            goto LL
        end
    end;
end;
end;
```

```

    if i=1 then ff:=poleer(dxa,dya,G,false) else
    begin  c1y:=(PP[j]-QQ[j])xdya+QQ[j];
           c2y:=(RR[j]-SS[j])xdya+SS[j];
           ff:=(c2y-c1y)xdxa+c1y
    end;
    if ff<90 then
    begin  if i=2 ^ wiba[2]<601 then goto IA
           else goto LD
    end;
    ffgem[i]:=- (ff1[i]-ff)/4+
    (if ffgem[i]=0 then ff1[i] else ffgem[i]);
    ff1[i]:=ff
end;
LL:  x:=h+dx; y:=k+dy;
    for i:=2,i+1 while i<grens do wiba[i]:=wiba[2];
uitv: for i:=5,i-1 while i>1 do if wiba[i]=0 then else
    begin  tyd:=0;
           if 7 b1 then
           begin  time:=1;
                  if ff<90 then
                  begin goh3:=10; wsngem:=ffrp end else
                  begin  wsngem:=ffgem[1];
                          time:=2;
                          goh3:=0
                  end;
                  goto LB
           end;
           time:=1x2-2;
           wsngem:=ffgem[1];
           for j:=i,j-1 while j>1 do if j=2 then
           begin  if (ffrp-wsngem)>20 then
                   begin  if i=j then
                           GOHO(1,(ffrp+ffgem[2])/2,
                           wiba[1]) else
                           GOHO(time-2,wsngem,wiba[1]);
                           goh3:=goh1;
                   end
           end
    end

```

```

    if i=j then
    begin GOHO(1,ffrp,wiba[1]);
        tyd:=goh3/goh1×6+6;
        goto LB
    end else
    begin GOHO(2,ffrp,wiba[1]);
        goh4:=goh1;
        GOHO(1,ffrp,wiba[1]);
        if goh1<goh3 then
        begin tyd:=(goh3-goh1)/
            (goh4-goh1)×6+18;
            goto LB
        end
    end;
    tyd:=goh3/goh1×6+12
    end else
    wsngem:=wsngem-(ffgem[j]-ffgem[j-1])×0.75
end else
wsngem:=wsngem-(ffgem[j]-ffgem[j-1])×0.75;
LB: if tyd=0 then GOHO(time,wsngem,
if 7 b1 ^ ff<90 then wiba[2]/2 else wiba[1]) else
for time:=1,time+1 while time<9 do if
    (time×6)>tyd then
    begin GOHO(time,ffrp,wiba[1]);
        goh3:=goh1;
        GOHO(time-1,ffrp,wiba[1]);
        goh1:=(tyd-(time×6-6))/6×(goh3-goh1)+goh1;
        goto LSD
    end;
LSD: if 7 b1 then goh1:=goh1+goh3;
    if goh1>goh2 then goh2:=goh1
end;
if bolo then goto wr;
GH[h,k]:=goh2;

uit:
end;

```

```
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do  
G[1,h,k]:=if GH[h,k]=-1 then 0 else GH[h,k];  
OPT; NEWPAGE;  
if ant=ant1+4 then inarray(drum,(ant2+1)*2646,afst);  
outarray(drum,(ant2+1)*2646,G); hold(G);  
if ant=ant1+4 then goto af;  
if ant=ant1+5 then  
begin inarray(drum,(ant2+2)*2646,G); hold(G) end;  
a1:=(ant2+2)*2646;  
for k:=0,k+1 while k<27 do  
begin for h:=0,h+1 while h<49 do  
  begin dd1:=0; if GH[h,k]=-1 then  
    begin afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=G[1,h,k]:=  
      G[2,h,k]:=dw[1,h]:=dw[2,h]:=0;  
      goto L  
    end;  
    LT:=arctan(sqrt((h-33)2+(k-37)2)*a0)*2+pi2;  
    stapxy:=Ab/(1+sin(LT))*333791;  
    goh1:=0;  
    for i:=0,i+3 while i<36 do  
      begin dxc:=sin(i*pi18*10)*stapxy;  
        dyc:=cos(i*pi18*10)*stapxy;  
        c:=dxc:100+h; d:=dyc:100+k;  
        a:=c+(if dxc<0 then -1 else 1);  
        b:=d+(if dyc<0 then -1 else 1);  
        if b>26 ∨ b<0 ∨ a>48 ∨ a<0 then goto U;  
        if GH[c,d]+GH[c,b]+GH[a,b]+GH[a,d]=-4  
          then goto U;  
        dxa:=abs(dxc-dxc:100*100)/100;  
        dya:=abs(dyc-dyc:100*100)/100;  
        if ant=ant1+5 then goto UU;  
        diff(UU,G);  
        dd2:=poleer(dxa,dya,G,true);  
        dd:=abs(hoek(dd2,i*10));  
        if dd>30 then goto UU;  
        goh2:=poleer(dxa,dya,G,false);  
        if goh2>goh1 then  
          begin goh1:=goh2; dd1:=i*10 end;  
      end;  
    end;  
  end;  
end;
```

```
UU:    diff(U,afst);
        dd2:=poleer(dxa,dya,afst,true);
        dd:=abs(hoek(dd2,1x10));
        if dd>30 then goto U;
        goh2:=poleer(dxa,dya,afst,false);
        if goh2>goh1 then
            begin goh1:=goh2; dd1:=i×10 end;
U:
    end;
    dw[1,h]:=goh1×0.85; dw[2,h]:=dd1;
L:
    end;
    outarray(drum,k×98+a1,dw); hold(dw)
end;
inarray(drum,(ant2+1)×2646,afst);
inarray(drum,a1,G); hold(G);
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do
    if abs(hoek(afst[2,h,k],G[2,h,k]))≤30 ^
    (afst[1,h,k]-G[1,h,k])>0 then G[1,h,k]:=0;
    outarray(drum,a1,G);
    inarray(drum,(ant2+3)×2646,afst); hold(afst);
OPT; NEWPAGE;
af:    if ant=ant2 then else begin ant:=ant+1; goto wr1 end;
af1:
end
```

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 73-5

S.J. Bijlsma, B. van Rietschote
en
G.D.G. Folkers

Over het optimaal routeren van schepen.
V. Een geautomatiseerd systeem.

De Bilt, 1973

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 73-5 (M.B.W.)

Deel I zie W.R. 72-1 (I)

Deel II zie W.R. 72-2 (I)

Deel III zie W.R. 72-11 (M.B.W.)

Deel IV zie W.R. 73-2 (M.B.W.)

U.D.C.: 551.509.58

I N H O U D

	pag.
Summary	2
Inleiding	3
1. Enige testen betreffende de relatie tussen luchtdruk en wind.	5
1.1. Het coördinaten systeem.	5
1.2. Het in rekening brengen van windwaarnemingen.	7
1.3. Resultaten	11
2. Resultaten van het geautomatiseerde systeem.	20
Bijlage: Het ALGOL-programma	25
Literatuur	31

Summary.

This report concludes a series of previous reports on minimal-time ship routing, dealing both with the problem of determining the least-time track (Bijlsma en Van Rietschote, 1972, I, II, III) and with that of the computation of wavecharts from windcharts (Bijlsma en Folkers, 1973). It contains an (experimental) method for the solution of the remaining problem: to bring into agreement, by taking into account observations of ships, windcharts of the Atlantic Ocean derived from pressurecharts, with those used by the Routing Office (see chapter 1).

With the solution of this problem we are in a position to compare optimal routes, obtained both in a manual way (by the Routing Office) and in a computational way (by the automated system) starting from the same pressurecharts (chapter 2).

Inleiding

Een geautomatiseerd systeem voor het optimaal routeren van schepen kunnen we ons opgebouwd denken uit drie onderdelen:

1. Het bepalen van windvelden uit de luchtdrukverdeling op de Atlantische Oceaan.
2. Het bepalen van golfvelden op de Atlantische Oceaan uit deze windvelden (dit is behandeld in Bijlsma en Folkers, 1973).
3. Het berekenen van de optimale vaarroute voor een schip met behulp van deze golfvelden (zie Bijlsma en Van Riet-schote, 1972, I, II, III).

In dit rapport behandelen we het eerste punt, waarmee de reeks van rapporten over het optimaal routeren van schepen besloten wordt. De relatie tussen luchtdrukverdeling en wind is theoretisch voldoende bekend. Het probleem waar we hier echter voor staan is dat bij het vastleggen van de luchtdrukverdeling van de Atlantische Oceaan op weerkaarten van de Weerdienst gebleken is dat aan luchtdrukwaarnemingen groter gewicht wordt toegekend dan aan luchtdrukgradient-informatie vervat in de windwaarnemingen van schepen. Het gevolg hiervan is dan ook dat de windsnelheden berekend uit de luchtdrukwaarden in roosterpunten afgelezen uit de weerkaarten van de Weerkamer vaak niet overeenstemmen met gemeten of geschatte windsnelheden. Een der dingen die men hier aan kan doen is het in rekening brengen van scheepswaarnemingen, zodat men met behulp van berekende en gemeten waarden van de windsnelheid het isobarenverloop op de Atlantische Oceaan kan corrigeren. Op het K.N.M.I. wordt dit momenteel op een manuele manier gedaan door het bureau Routing. Het doel dat ons in dit rapport voor ogen stond was deze gang van zaken geschikt te maken voor verwerking met behulp van een rekenmachine. Bij het ontwikkelen van de door ons gevolgde methode was het doel de uiteindelijke resultaten in een zo goed mogelijke overeenstemming te brengen met die van de manuele methode.

Een aantal resultaten wordt gepresenteerd in het eerste hoofdstuk. Het tweede en belangrijkste punt dat in dit rapport (met behulp van bovenstaande) aan de orde komt betreft het nagaan van de mogelijkheden voor de toepassing van het, mede in de voorgaande rapporten ontwikkelde geautomatiseerde systeem voor het optimaal routeren van schepen. Met andere woorden we zullen uitgaande van dezelfde luchtdrukkaarten, die ook het bureau Routing ten dienste staan, door opeenvolgende berekening van windkaarten en golfkaarten, in een aantal gevallen optimale routes berekenen en deze vergelijken met overeenkomstige routes, die op de manuele manier verkregen zijn. Voorbeelden hiervan treft men aan in het tweede hoofdstuk. Tenslotte is het rekenprogramma (in ALGOL-60) toegevoegd, dat gebruikt is bij de berekening van de wind uit de luchtdruk. Voor de andere rekenprogramma's verwijzen we naar de eerder verschenen rapporten.

1. Enige testen betreffende de relatie tussen luchtdrukverdeling en wind.

1.1. Het coördinatensysteem.

We gaan in dit rapport uit van een rechthoekig coördinatensysteem met coördinaten x en y , zoals getoond in fig.1. De coördinaten van de noordpool in dit coördinatensysteem zijn $x_n = 13$ en $y_n = -11$ en de roosterafstand bedraagt $d_0 = 0.625$ bij een schaalfactor $s = 30 \cdot 10^6$ (zie Bijlsma en Van Rietschote 1972, II, p.6). Verder maken we in dit rapport gebruik van een tweetal gebieden voor het presenteren van onze resultaten (zie fig.1.). In gebied I wordt de relatie luchtdruk \rightarrow wind getoetst, terwijl in gebied II optimale routes, verkregen met behulp van de manuele en de geautomatiseerde methode met elkaar vergeleken worden. Deze globale indeling in twee gebieden is gemaakt omdat het tijdbesparend werkte bij het digitaliseren van respectievelijk luchtdruk-, isochachen- en golfkaarten, waarvan op deze manier slechts de meest interessante gebieden voor het testen van luchtdruk \rightarrow wind, wind \rightarrow golven (Bijlsma en Folkers, 1973) en golven \rightarrow optimale route (Bijlsma en Van Rietschote, 1972, II, III) zijn meegenomen. Gebied I wordt gegeven door $0 \leq x \leq 23$, $0 \leq y \leq 20$ en gebied II door $2 \leq x \leq 33$, $5 \leq y \leq 19$.

Een enkele opmerking nog over de vergelijking van de loxodroom. In de praktijk wordt namelijk niet alleen de vaartijd langs de grootcirkel tussen begin- en eindpunt uitgerekend, maar ook die langs de loxodroom. Een loxodroom is een kromme op de aardbol, die alle meridianen onder dezelfde hoek snijdt. In het projectievlak gedraagt een dergelijke kromme zich als een spiraal om de geprojecteerde noordpool. Veronderstel dat θ_0 en ϕ_0 de lengte en breedte van het beginpunt zijn dan is de afstand van dit punt tot de noordpool in het projectievlak gelijk aan

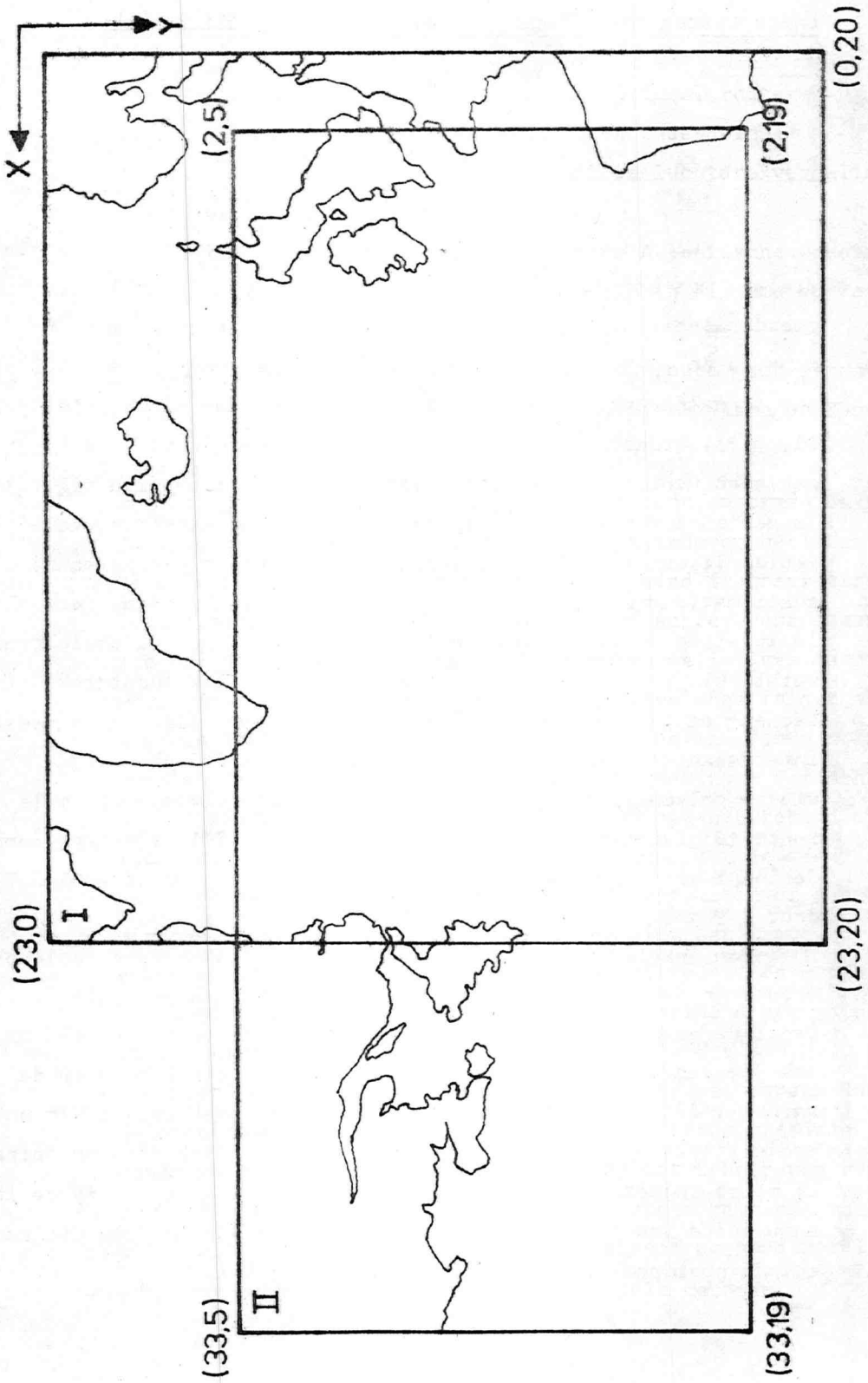


Fig. 1

$$r_0 = \frac{R}{s} (1 + \cos \pi/6) (\tan (\phi_0/2))^{-1}$$

Hierin is R de straal van de aarde. Een spiraal door dit punt heeft (in poolcoördinaten ten opzichte van de geprojecteerde noordpool) de vergelijking

$$r = r_0 \exp (\alpha (\theta - \theta_0))$$

waarin α een hieronder te bepalen constante is. Moet deze spiraal bovendien door het punt met coördinaten (θ_1, ϕ_1) gaan dan vindt men na substitutie

$$\alpha = \ln (r_1/r_0) / (\theta_1 - \theta_0)$$

waarin

$$r_1 = \frac{R}{s} (1 + \cos \pi/6) (\tan (\phi_1/2))^{-1}$$

1.2. Het in rekening brengen van windwaarnemingen.

We zullen hier in 't kort aangeven hoe de berekening van de wind uit de luchtdrukverdeling plaats vindt. Het verband tussen wind en luchtdruk wordt gegeven door de vergelijkingen

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \quad (2)$$

Hierin zijn u en v de x- en y-component van de windsnelheid, p de luchtdruk, F_x en F_y de x- en y-component van de wrijving, ρ de luchtdichtheid en fv en -fu versnellingen ten gevolge van de corioliskracht ($f = 2\omega \sin \phi$, waarin ϕ de geografische breedte is en ω de hoeksnelheid van de aarde). De oplossingen van deze vergelijkingen kunnen worden geapproximeerd door (zie Bijvoet, 1957, p.15, formules (18a) en (18b), waarin termen met tweede en hogere orde afgeleiden zijn weggelaten)

$$u = - a_2 \frac{\partial p}{\partial x} - a_1 \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

$$v = + a_1 \frac{\partial p}{\partial x} - a_2 \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4)$$

waarin a_1 en a_2 nader te bepalen constanten zijn. Een zo goed mogelijke benadering voor windsnelheden boven de Atlantische Oceaan (gemiddeld in de winter) vinden we door te stellen

$$a_1 = 0.6 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}$$

$$a_2 = 0.15 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}$$

zodat we, daar de dimensie van de luchtdruk gelijk is aan $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ (milibaren), de windsnelheid vinden in meters per sec., indien afstanden op aarde in meters gegeven worden. Daar later zal blijken (punt 1.3) dat windvelden, die met behulp van vergelijking (3) en (4) uit luchtdrukvelen berekend zijn, nauwelijks overeenstemmen met de op een manuele manier, door bureau Routing, vervaardigde isotachenkaarten (waarin windwaarnemingen verwerkt zijn), zullen we hier een methode ontwikkelen voor het in rekening brengen van deze windwaarnemingen. Deze experimentele methode, die uit de door ons behandelde praktische situaties als beste te voorschijn kwam, zullen we duidelijk maken aan de hand van fig. 2.

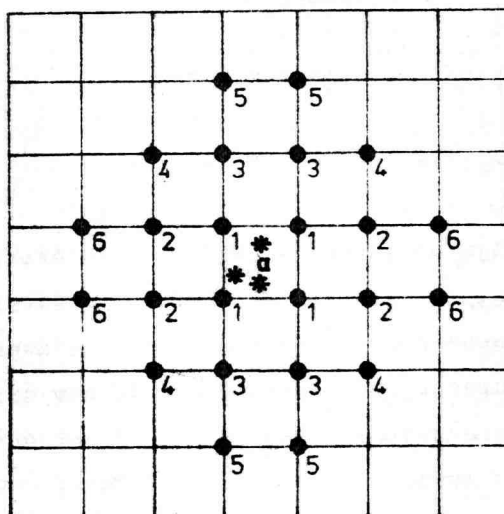


fig.2

* windwaarnemingen

In fig. 2 is een gedeelte van het rooster weergegeven, in de roosterpunten waarvan de windsnelheden (en richtingen) berekend met behulp van formule (3) en (4) gegeven zijn.

Bovendien zijn de posities aangegeven van schepen, waarvan we de waarnemingen in rekening willen brengen. Bij het verwerken van deze windwaarnemingen, kunnen we twee belangrijke punten onderscheiden.

1. Het invloedsgebied van een windwaarneming.
2. De vorm, waarin we deze waarnemingen in roosterpunten laten meetellen.

Om met het eerste punt te beginnen, het bleek dat de resultaten het beste waren indien het invloedsgebied zich uitstrekte tot de in fig.2 gemarkeerde roosterpunten. Alvorens iets te zeggen over de vorm, waarin we deze invloed laten meespelen, nog enkele opmerkingen. Allereerst worden windsnelheden groter dan 58 knopen niet geaccepteerd en gelijk gemaakt aan 58 knopen, ongeacht of ze berekend zijn met behulp van vergelijking (3) en (4) of verkregen zijn na correctie met windwaarnemingen. In de tweede plaats is gebleken, dat gemeten en berekende windrichtingen redelijk overeenkwamen, zodat we hier konden volstaan met het bewerken van slechts windsnelheden. De berekening van deze uiteindelijke windsnelheden gaat als volgt. Stel gegeven een windsnelheidswaarneming ($V_{gem.}$) van een schip op de positie a (zie fig.2). Met behulp van de windsnelheden $v^{(1)}$ in de 4 roosterpunten, aangegeven met index (1), bepalen we nu door bilineaire interpolatie de (met behulp van vergelijking (3) en (4) berekende) waarde ($v^{(1)}$) in a.
ber.

De nieuwe windsnelheid ($v_{\text{nieuw}}^{(1)}$) in deze roosterpunten wordt

$$v_{\text{nieuw}}^{(1)} = \frac{1}{4} (v_{\text{oud}}^{(1)} + 3 * \frac{v_{\text{gem.}}^{(1)}}{v_{\text{ber.}}^{(1)}} v_{\text{oud}}^{(1)})$$

Een zelfde procedure wordt gevolgd voor de roosterpunten, aangegeven met indices (2) en (3), waar bovendien nog een restrictie wordt ingevoerd nl.

$$v_{\text{nieuw}}^{(2),(3)} = \begin{cases} v_{\text{oud}}^{(2),(3)} & \text{als } \frac{v_{\text{gem.}}^{(2),(3)}}{v_{\text{ber.}}^{(2),(3)}} > \text{ken } v_{\text{oud}}^{(2),(3)}, \\ \frac{1}{3} (v_{\text{oud}}^{(2),(3)} + 2 * \frac{v_{\text{gem.}}^{(2),(3)}}{v_{\text{ber.}}^{(2),(3)}} v_{\text{oud}}^{(2),(3)}) & \text{anders} \end{cases}$$

Voor de roosterpunten met indices (4), (5) en (6) geldt:

$$v_{\text{nieuw}}^{(4),(5),(6)} = \begin{cases} \frac{1}{2} (v_{\text{oud}}^{(4),(5),(6)} + \frac{v_{\text{gem.}}^{(4),(5),(6)}}{v_{\text{ber.}}^{(4),(5),(6)}} v_{\text{oud}}^{(4),(5),(6)}) & \text{als } \frac{v_{\text{gem.}}^{(4),(5),(6)}}{v_{\text{ber.}}^{(4),(5),(6)}} > \text{ken } v_{\text{oud}}^{(4),(5),(6)}, \\ v_{\text{oud}}^{(4),(5),(6)} & \text{anders} \end{cases}$$

Deze laatste restricties bleken nodig

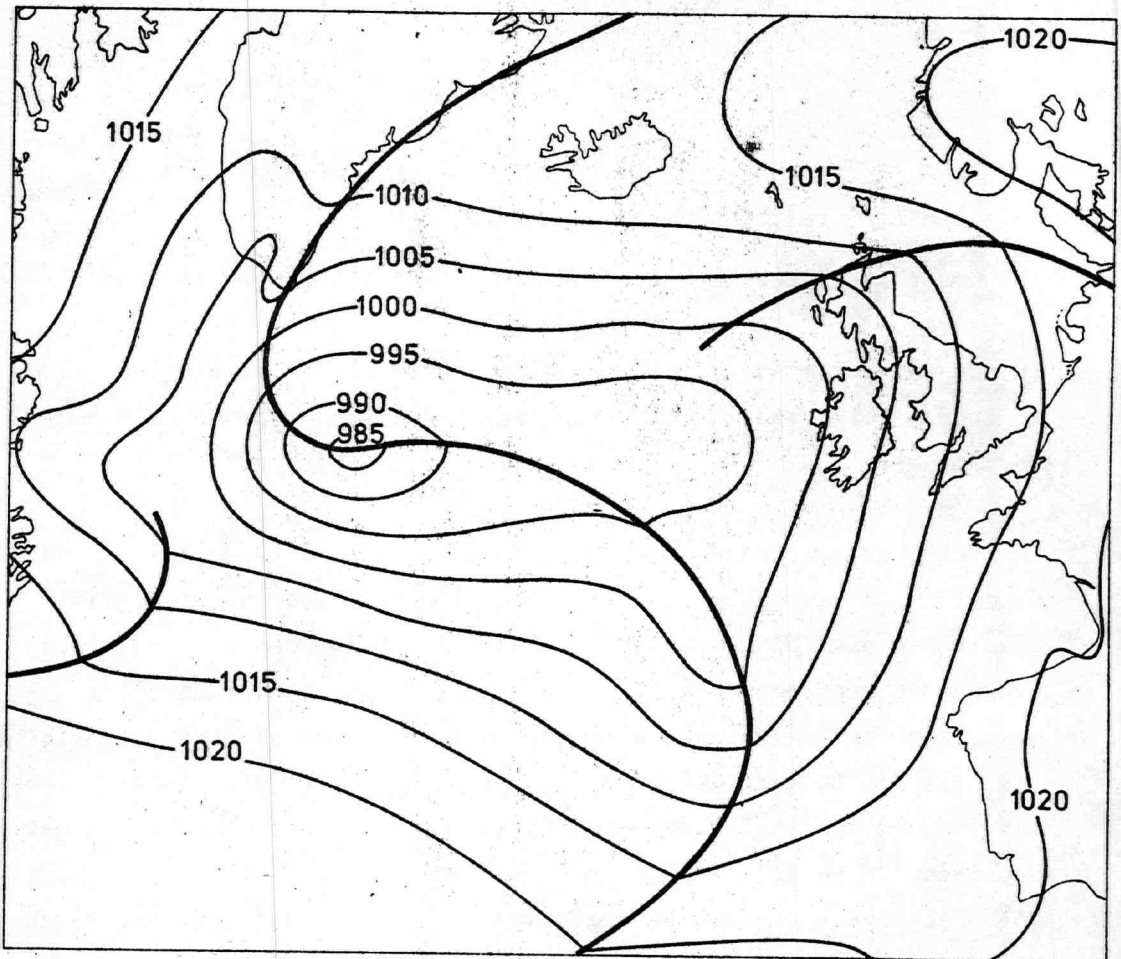
- (a) Omdat de berekende windsnelheden over het algemeen te hoog waren.
- (b) Om de invloedssfeer van een windwaarneming uit te breiden, ten gevolge van een tekort aan waarnemingen in bepaalde gebieden.

Hebben we meerdere windwaarnemingen tot onze beschikking binnen de met (1) aangemerkte roosterpunten, dan worden de uiteindelijke resultaten van deze windwaarnemingen gemiddeld. Hoewel er onderzoeken met een theoretisch uitgangspunt gedaan zijn op het hier besproken gebied (we noemen hier bijvoorbeeld Cressman en Gilchrist (1954)) blijkt toch dat men zich, voor het verkrijgen van praktische resultaten, moet behelpen met empirische oplossingsmethoden van het probleem.

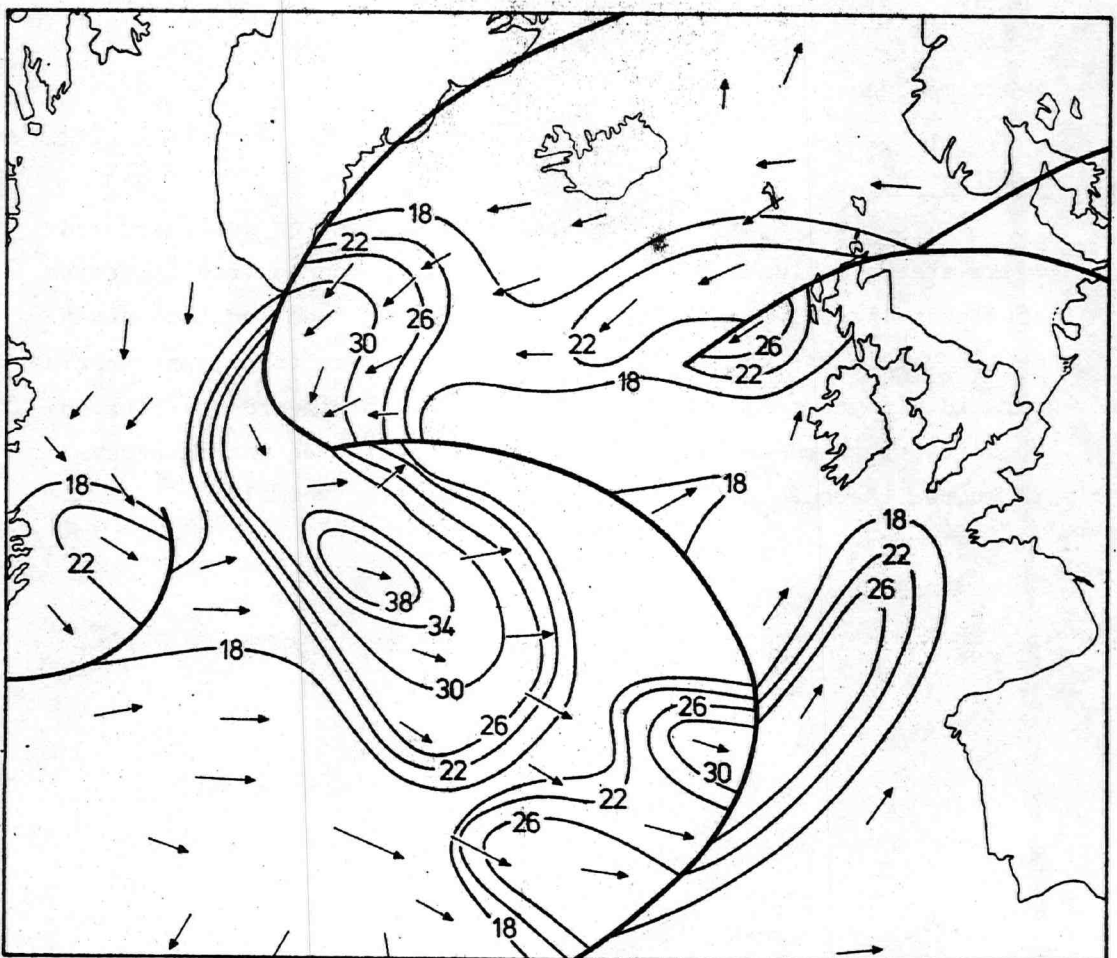
Derhalve leek het ons raadzaam dit probleem a priori empirisch aan te pakken. Resultaten van bovengenoemde berekeningen vindt men in (1.3). Windvelden, die op deze manier berekend zijn, zullen in het tweede hoofdstuk gebruikt worden bij de toepassing van het geautomatiseerde systeem.

1.3. Resultaten.

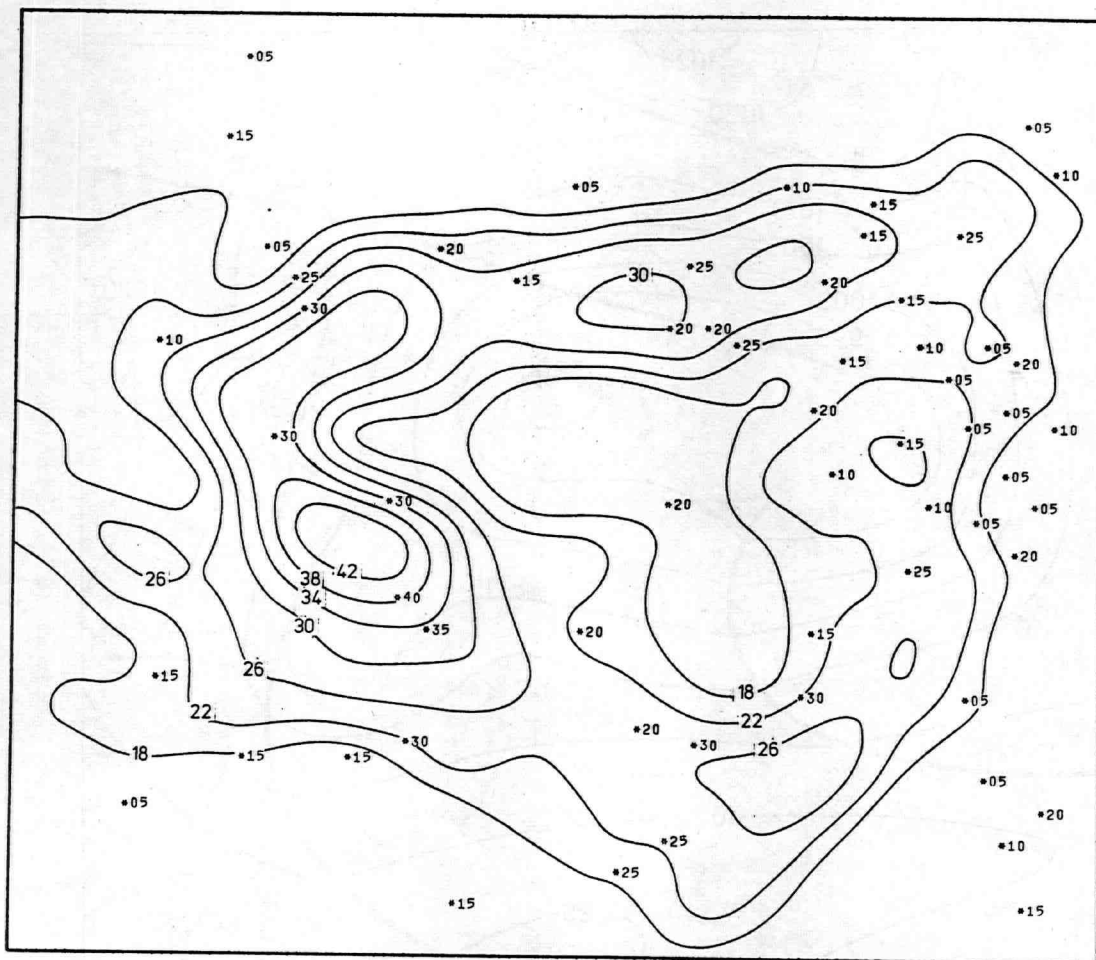
De resultaten zijn zo gerangschikt, dat men op de linkerbladzijde steeds de luchtdrukkaart en de hieruit door bureau Routing afgeleide isotachenkaart vindt. Op de rechterbovenbladzijde staan de met behulp van vgl.n.(3) en (4) berekende resultaten, met daarin vermeld windwaarnemingen, terwijl men de gecorrigeerde resultaten op de rechterbenedenbladzijde vindt. Windsnelheden worden gegeven in knopen. Beneden de 18 knopen worden ze niet vermeld.



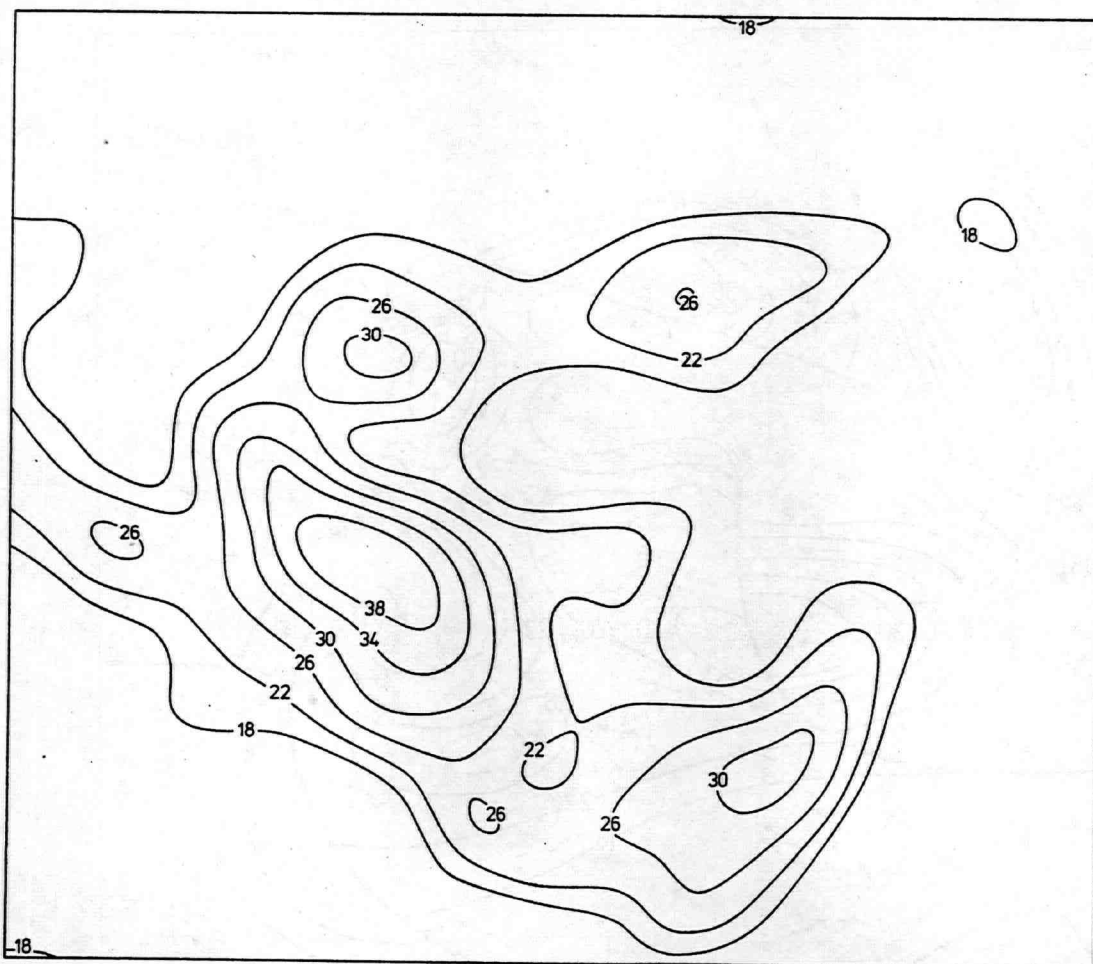
8-11-65 00.00 Z



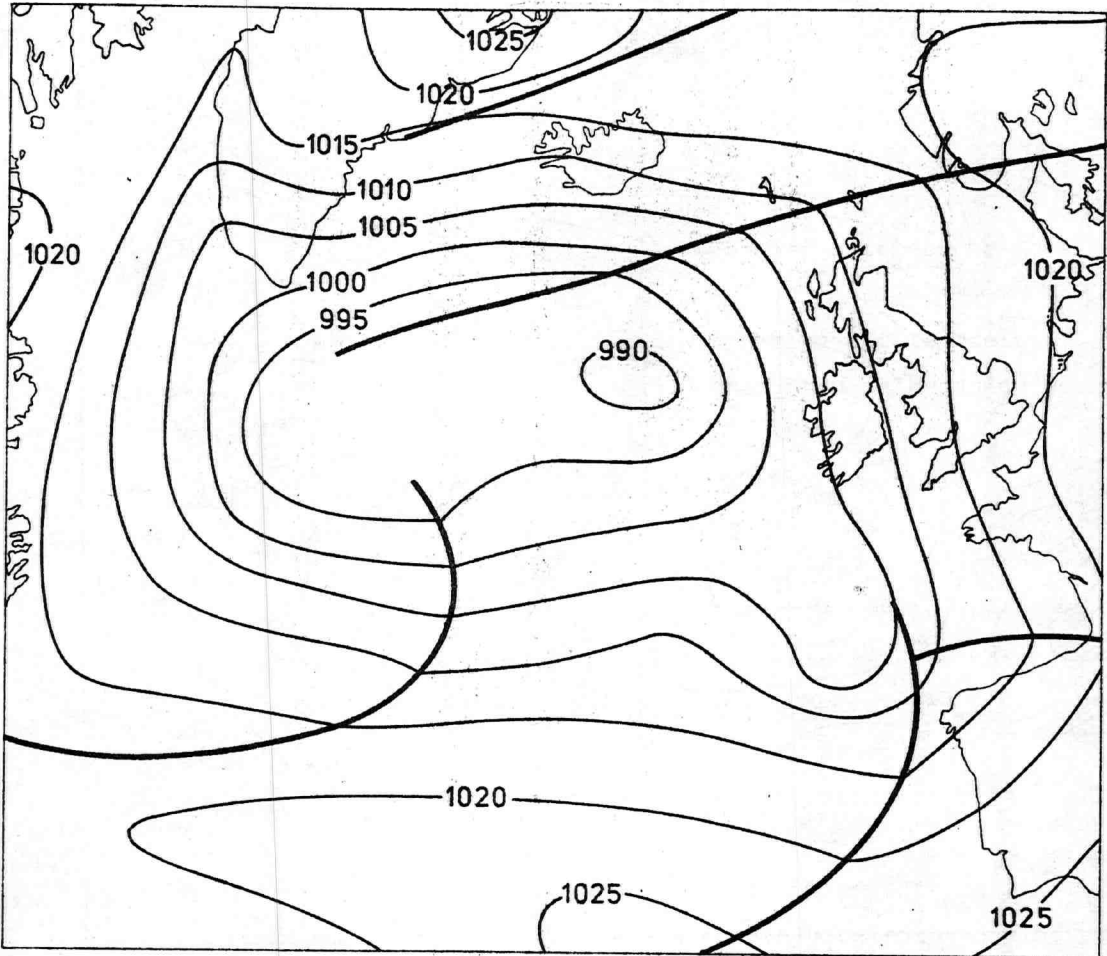
8-11-65 00.00 Z



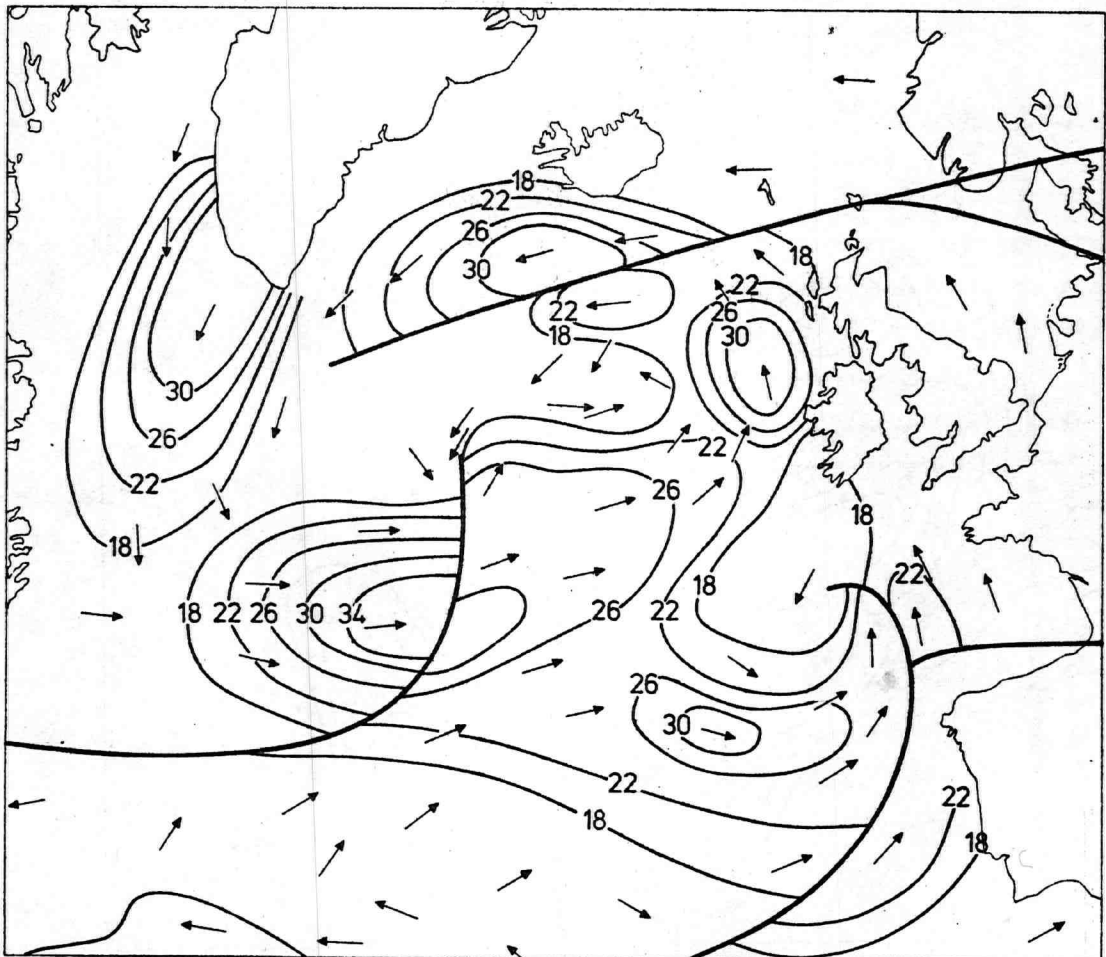
8-11-65 00.00 Z



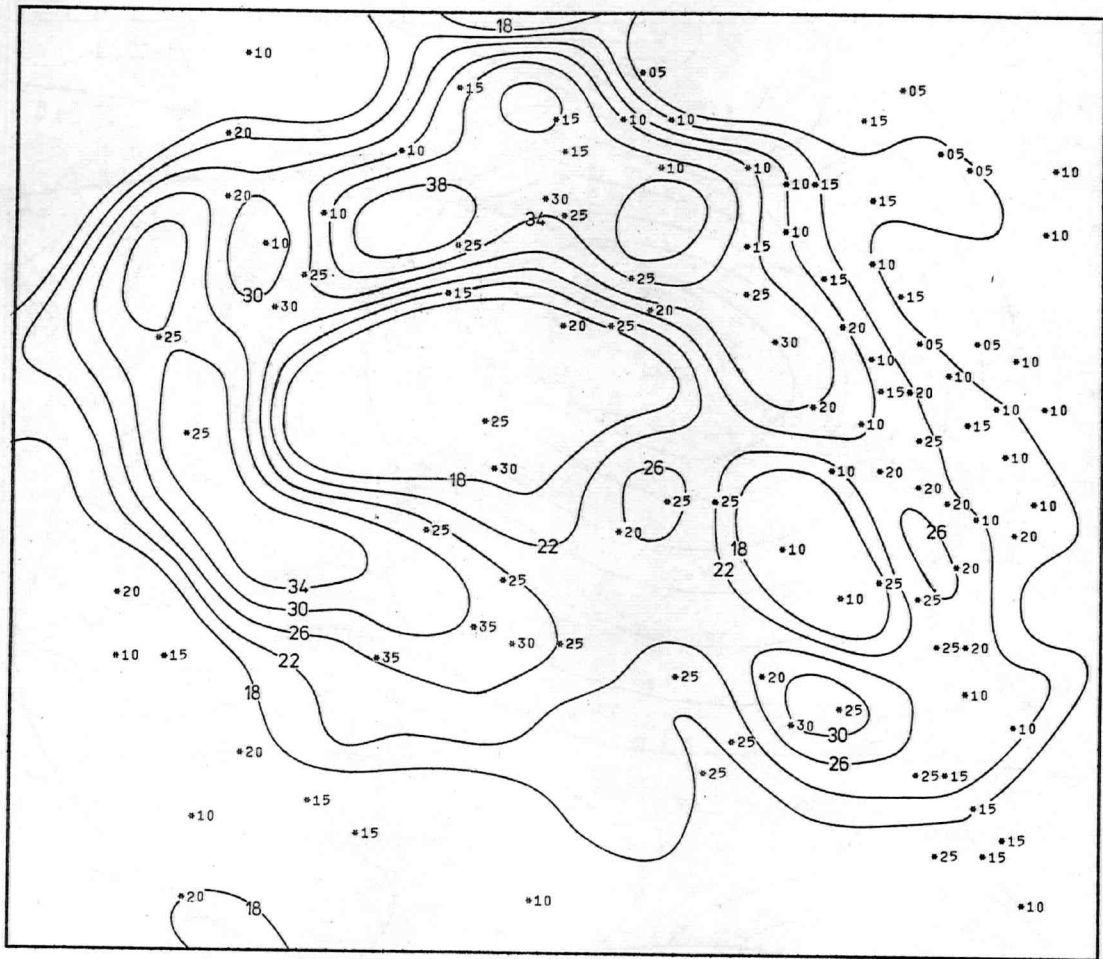
8-11-65 00.00 Z



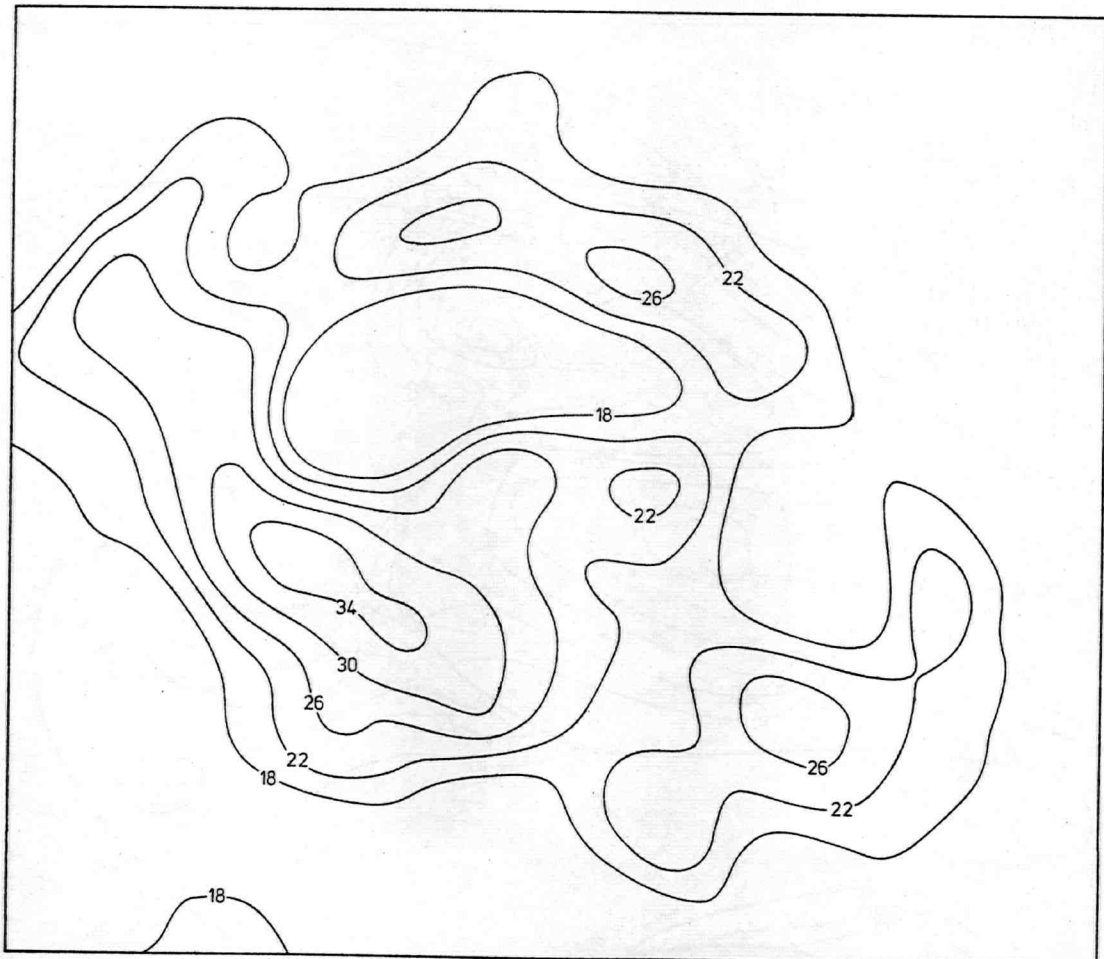
8-11-65 12.00 Z



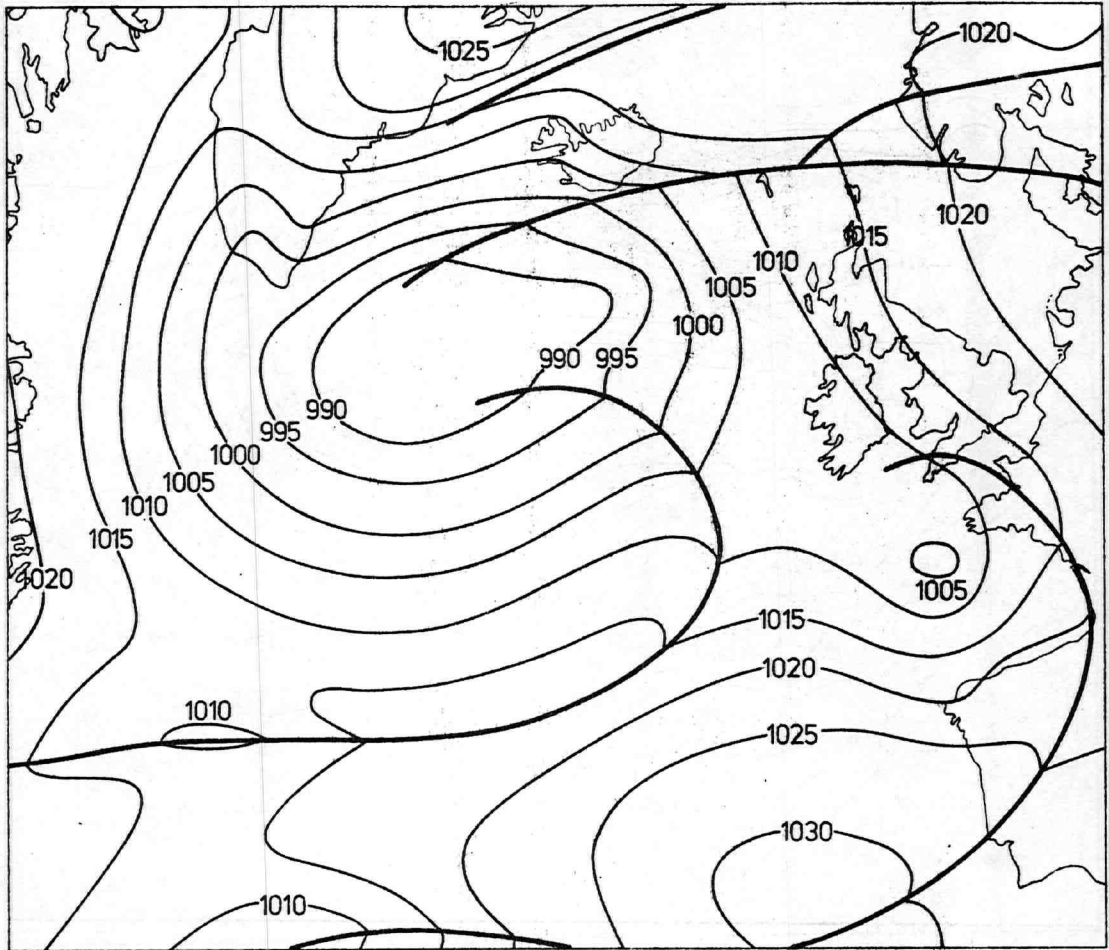
8-11-65 12.00 Z



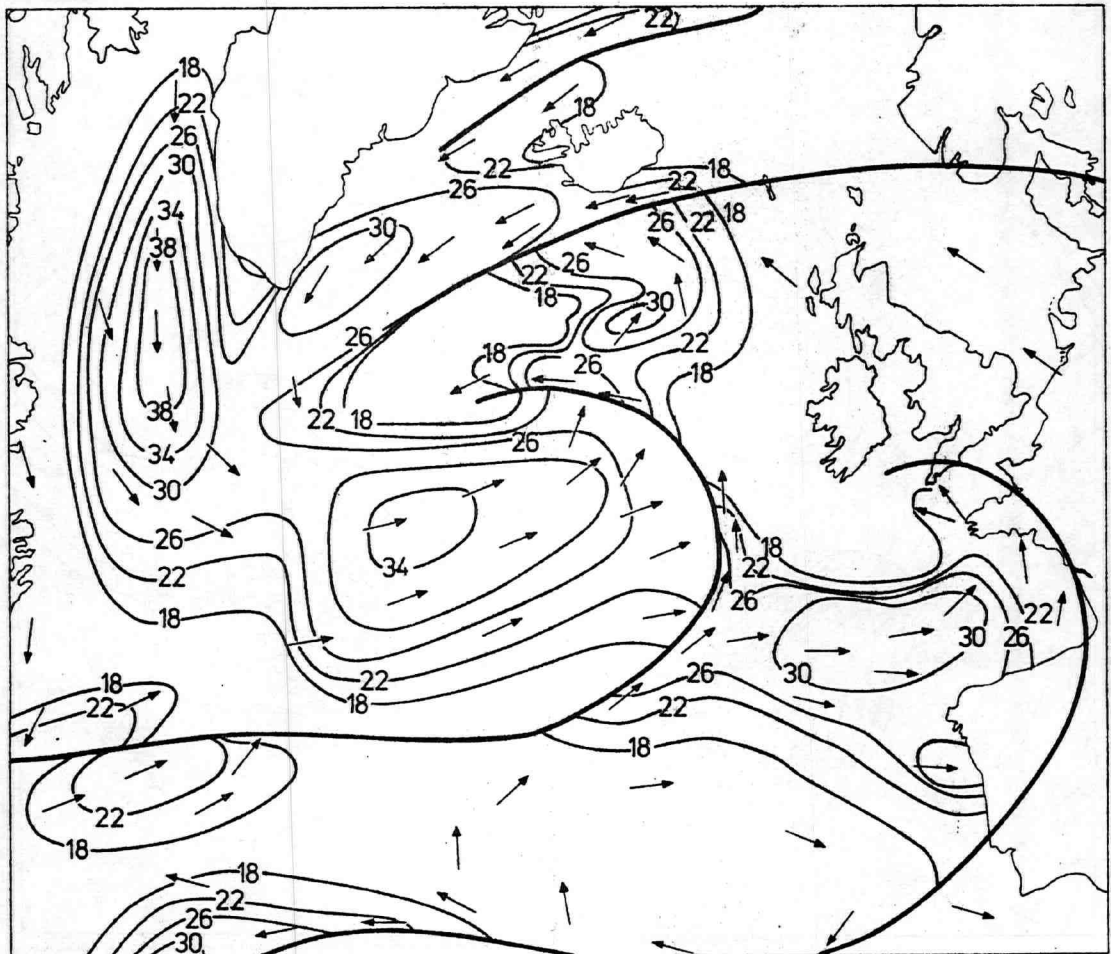
8-11-65 12.00 Z



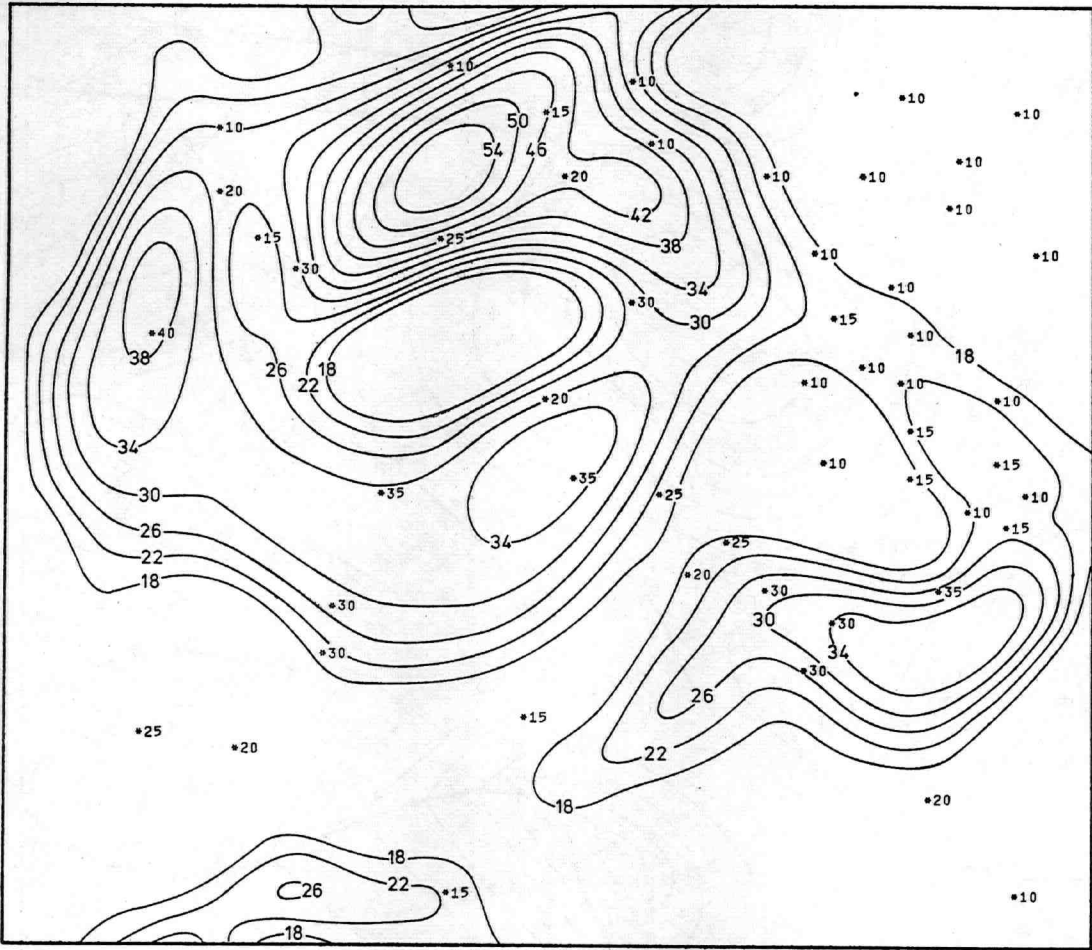
8-11-65 12.00 Z



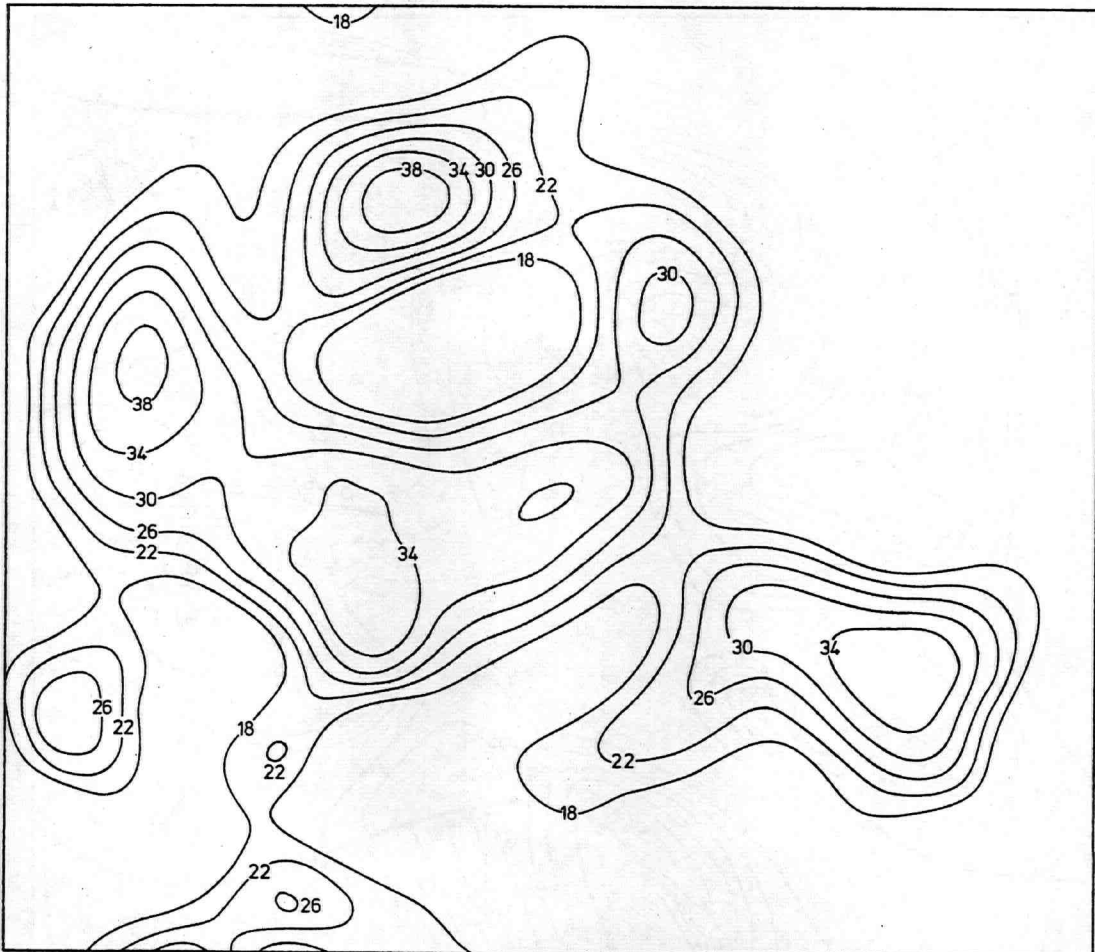
9-11-65 00.00 Z



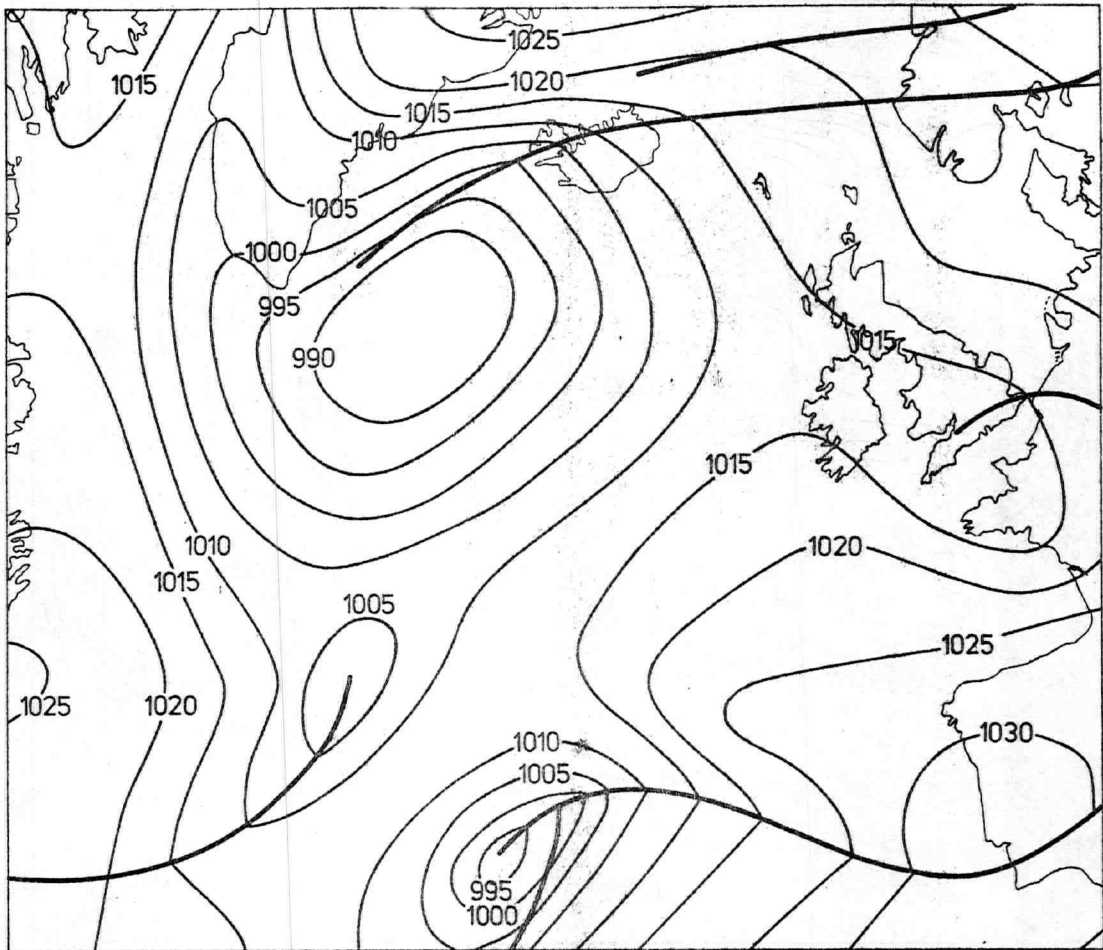
9-11-65 00.00 Z



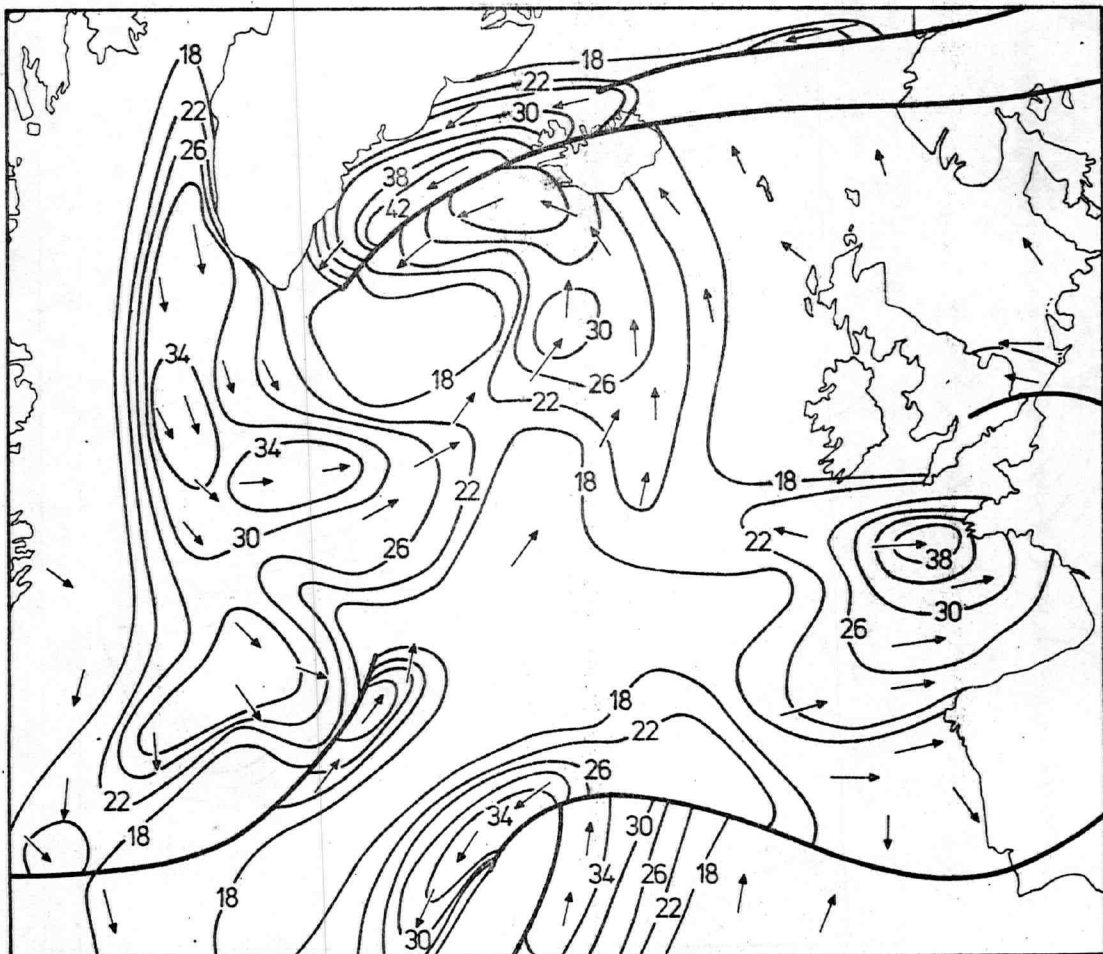
9-11-65 00.00 Z



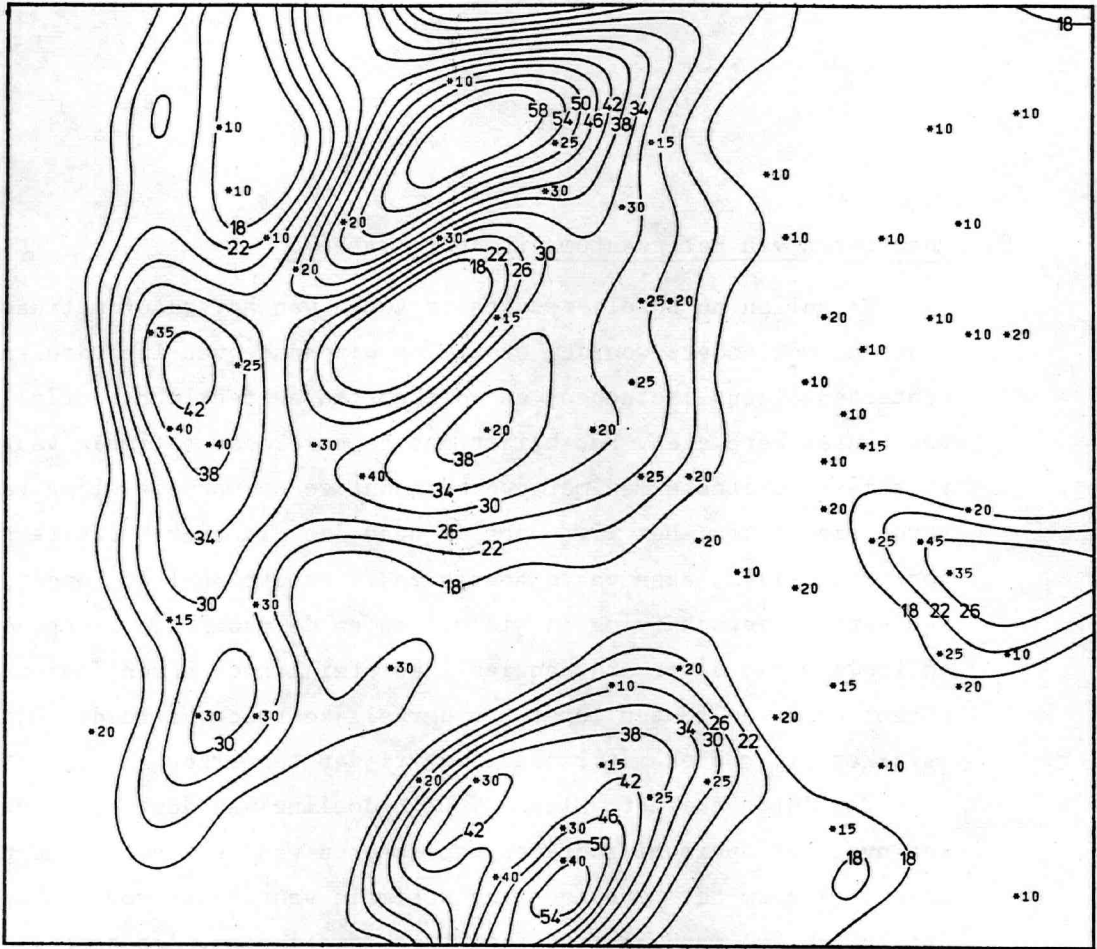
9-11-65 00.00 Z



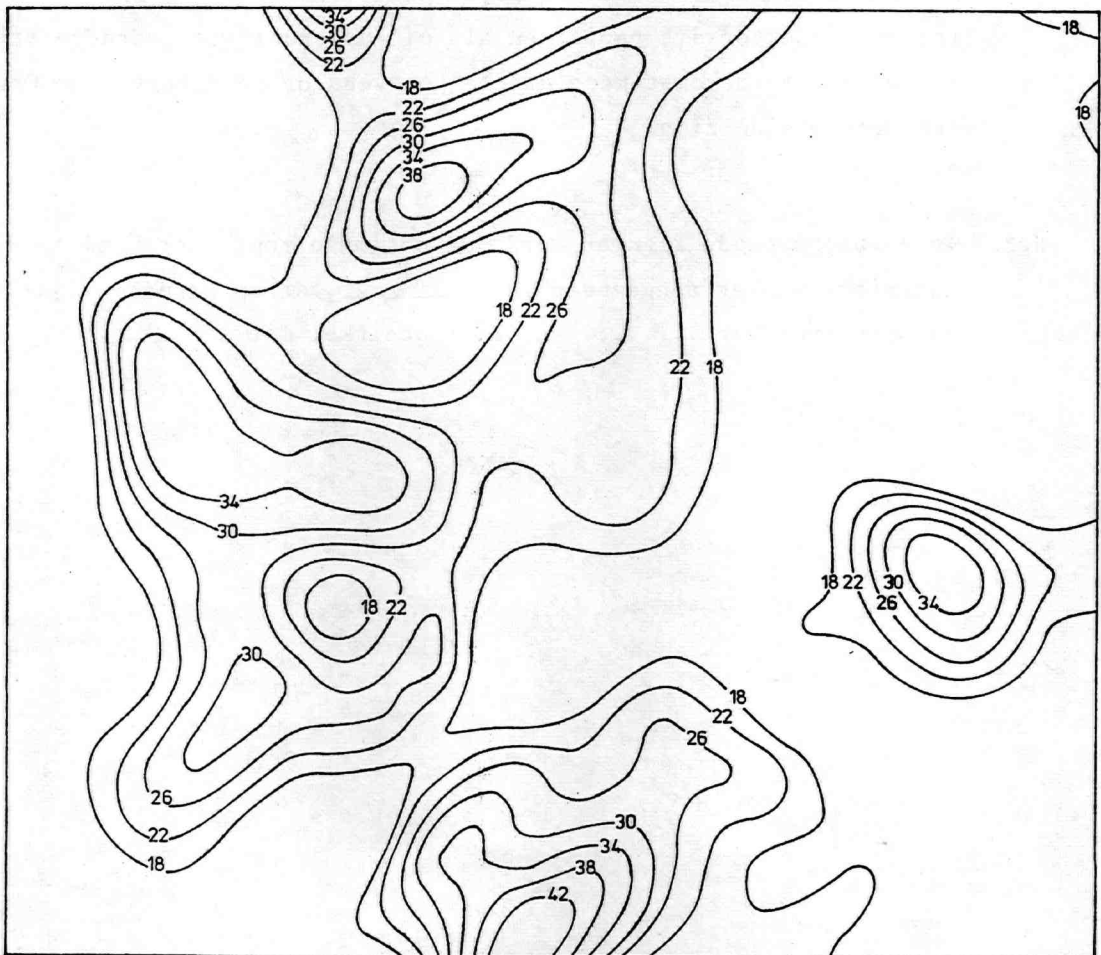
9-11-65 12.00 Z



9-11-65 12.00 Z



9-11-65 12.00 Z



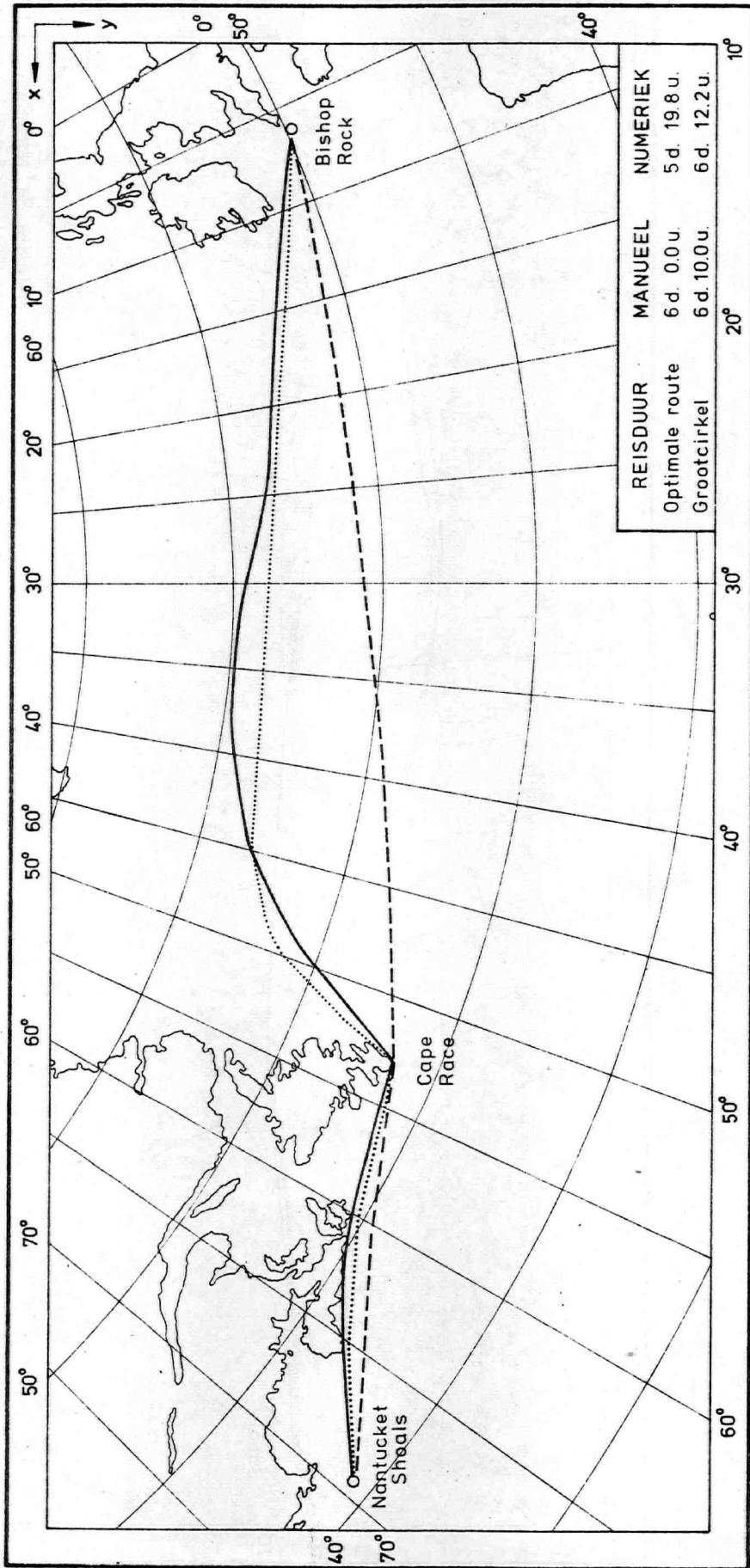
9-11-65 12.00 Z

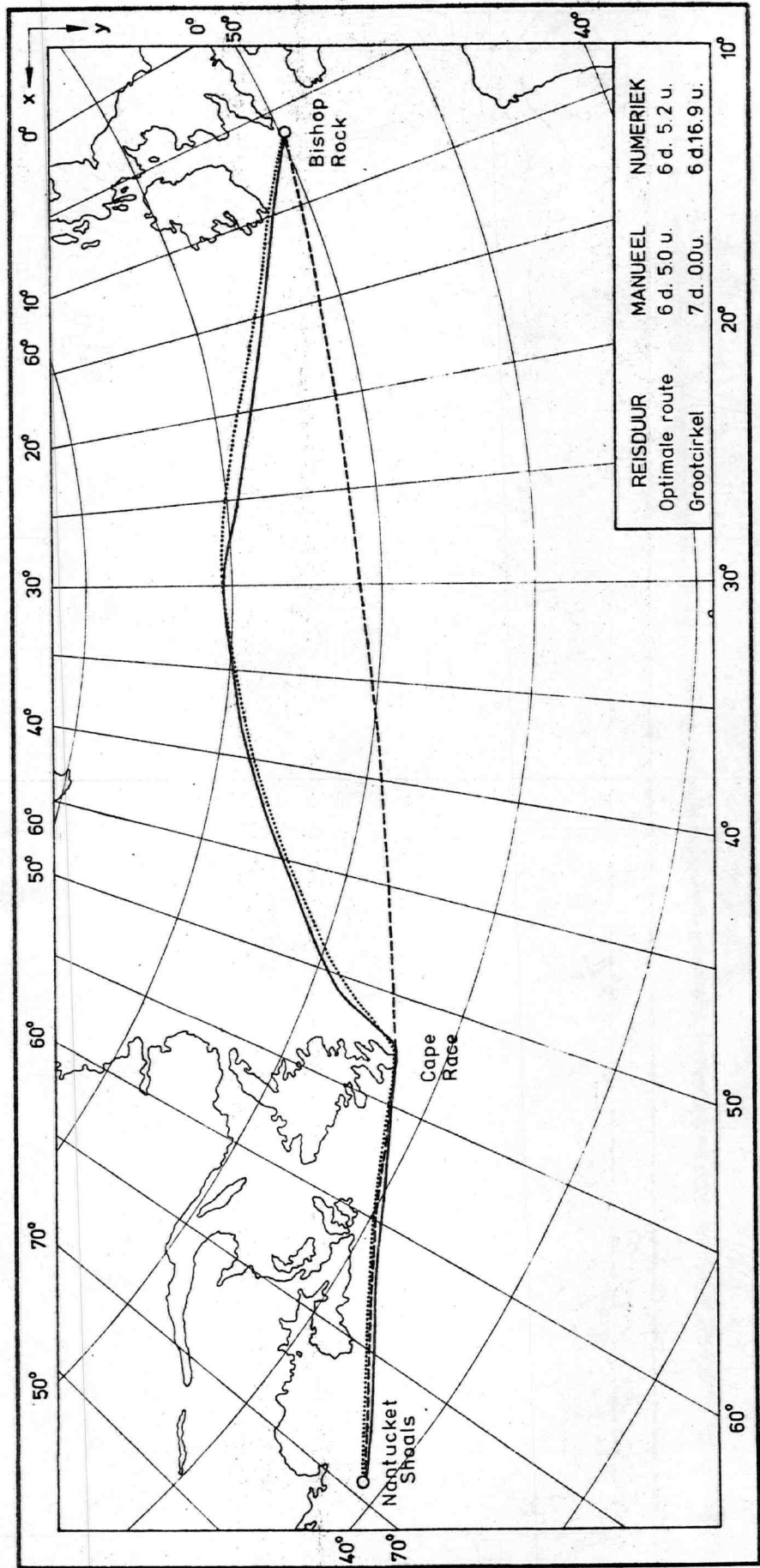
2. Resultaten van het geautomatiseerde systeem.

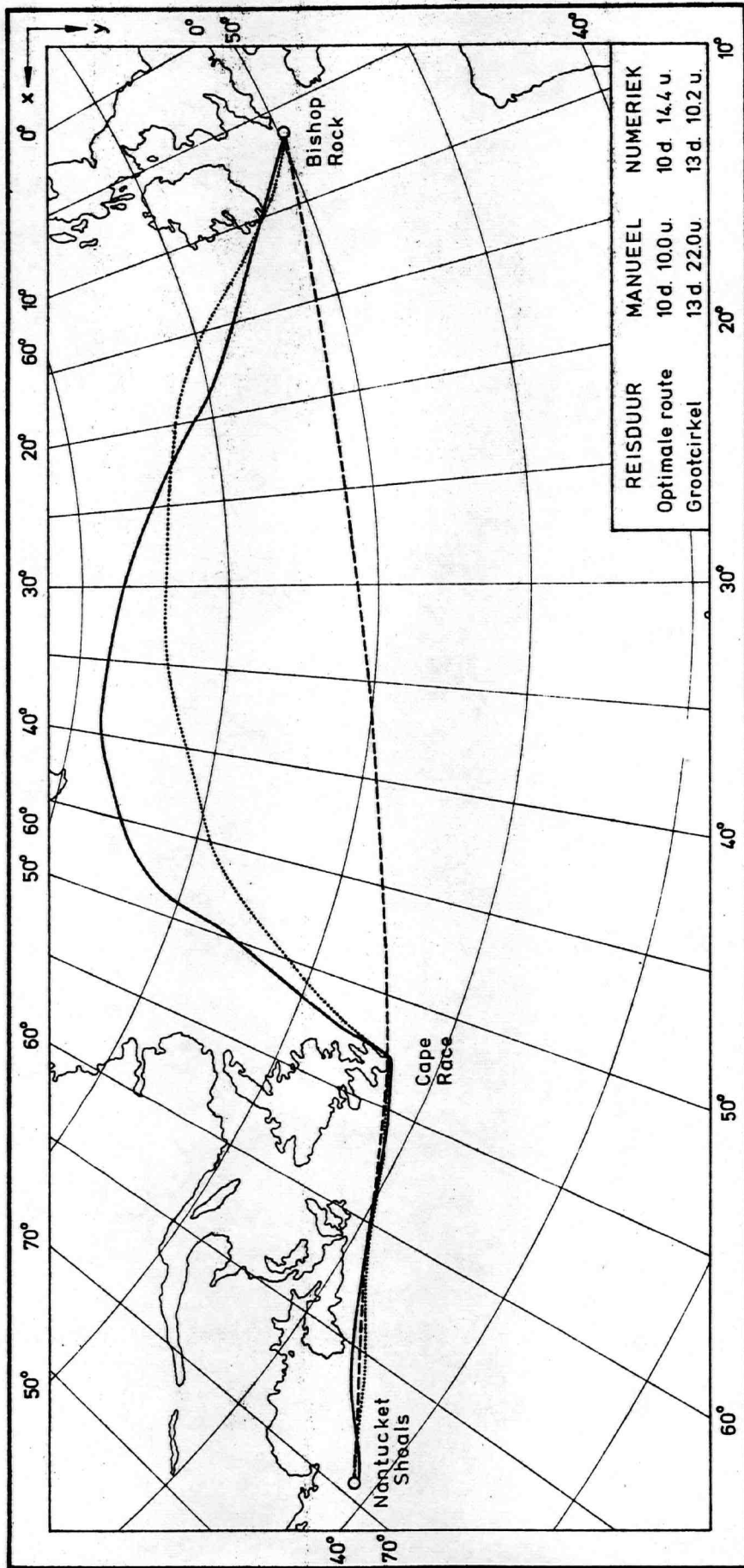
We zullen nu enkele resultaten tonen van het geautomatiseerde systeem, met andere woorden we zullen uitgaande van luchtdrukkaarten, achtereenvolgens isotachen- en golfkaarten en tenslotte optimale vaarroutes berekenen. Het blijkt dat de berekende optimale vaarroutes redelijk overeenstemmen met overeenkomstige op manuele wijze geconstrueerde routes. Het ligt voor de hand dat dit niet hoeft te gelden voor vaartijden langs vaste routes zoals grootcirkel en loxodroom. Een geringe verschuiving in windvelden en de daarmee corresponderende golfvelden kan uiteraard aanzienlijke afwijkingen geven indien er een opeenhoping van fouten langs een dergelijke route optreedt. Dit effect is zeker bij routes met langere vaartijden te merken.

Tenslotte nog het volgende. De bedoeling van deze serie rapporten over het optimaal routeren van schepen was de mogelijkheden te onderzoeken om het berekenen van optimale vaarroutes voor schepen, dat tot nu toe manueel gebeurde, te automatiseren. Als zodanig moet de inhoud van deze rapporten beschouwd worden als een eerste poging tot onderzoek op dit gebied en als uitgangspunt voor verdere studie, indien in de toekomst meer exacte gegevens op de Atlantische Oceaan ter beschikking zijn.

N.B. In de bijgevoegde figuren wordt de optimale route berekend op de numerieke manier aangegeven met _____, de op manuele wijze geconstrueerde met en de grootcirkel met - - - - .







BIJLAGE

HET ALGOL - PROGRAMMA

begin

comment KNMI-BIJLS-RIEB-FOLG-100973-wind.

berekent windvelden uit luchtdrukwaarden

en past dit windveld aan m.b.v. windwaarnemingen;

integer h,k,i,j,jj,c,cc,d,dd,a,aa,b,c1y,c2y,ctr,t1,num,ldr;

real pi,pi2,pi6,a0,Ab,LF,stap,dpdx,dpsy,pol1,pol2,u,v,f1,f2;

integer array G[1:2,23:46,6:26],P[22:47,5:27],FF,DD[23:46,6:26],

WS[0:200,1:3],tel[23:46,6:26],S[0:113,0:59],ant,dt,t[0:27];

array fact[0:2,1:3];

real procedure ARCTAN(x,y); real x,y;

ARCTAN:=if y>0 ^ x<0 then pi-arctan(abs(x/y)) else

if y<0 ^ x>0 then pi+arctan(abs(x/y)) else

if y>0 ^ x>0 then pi-arctan(x/y) else arctan(abs(x/y));

integer procedure poleer(bb,pol); value bb,pol;

integer bb; real pol;

begin if bb<6 ^ b<6 ^ bb>26 ^ b>26 ^

aa<23 ^ a<23 ^ aa>46 ^ a>46 then

begin poleer:=WS[1,3]; goto L1 end;

c1y:=(G[1,a,bb]-G[1,a,b])xpol+G[1,a,b];

c2y:=(G[1,aa,bb]-G[1,aa,b])xpol+G[1,aa,b];

poleer:=(c2y-c1y)x(2-t1+pol1)/(-t1x2+5)+c1y;

L1:

end;

num:=HAND(1);

pi:=arctan(1)x4; pi2:=pi/2; pi6:=pi/6;

a0:=187500/((1+cos(pi6))x6378178);

Ab:=(1+cos(pi6))/187.5;

f1:=13.75/28; f2:=2.375/8;

for i:=0,i+1 while i<num do

```
begin  for k:=27,k-1 while k>4 do
      for h:=22,h+1 while h<48 do
        begin  ldr:=READ;
              if ldr<50 then
                begin  if ldr<0 then ldr:=abs(ldr)+
                      (if ldr>(-50) then 900 else 1000)
                      else ldr:=ldr+1000
                end else ldr:=ldr+900;
              P[h,k]:=ldr
        end;
      outarray(drum,i×600,P)
end;
for h:=0,h+1 while h<num do
begin  dt[h]:=READ; t[h]:=READ; ant[h]:=READ;
      for i:=0,i+1 while i<ant[h] do
        for j:=1,2,3 do WS[i,j]:=READ;
        ctr:=READ; if ctr≠99 then
          begin  CARRIAGE(5);
                PRINTTEXT(ksamenstelling getalband);
                PRINTTEXT(k windwaarnemingen is onjuist);
                NLCR; NLCR; ABSFIXT(7,0,dt[h]); ABSFIXT(7,0,t[h]);
                goto AF
          end;
        outarray(drum,h×603+20000,WS)
      end;
end;
hold(WS);
jj:=0;
wr:  inarray(drum,jj×603+20000,WS); hold(WS);
     for i:=1,i+1 while i<60 do
     for j:=0,j+1 while j<114 do S[j,i]:=-1;
     for i:=0,i+1 while i<ant[jj] do
     begin  a:=(WS[i,1]-20)×f1;
           b:=(WS[i,2]-20)×f2;
           S[a,b]:=WS[i,3]
     end;
end;
```

```
for i:=0,i+1 while i<60 do  
begin SPACE(4);  
  for j:=0,j+1 while j<114 do  
    begin if i=0 v i=59 v j=0 v j=113 then  
      begin PRSYM(88); goto L2 end;  
      c:=S[j,i]; if c $\neq$ -1 then  
        begin if j>110 then  
          begin SPACE(1); goto L2 end;  
          PRSYM(66); PRSYM(c:10);  
          PRSYM(-c:10 $\times$ 10+c); j:=j+2  
        end else SPACE(1);  
      L2:  
    end;  
    if i=59 then  
      begin ABSFIXT(7,0,dt[jj]); SPACE(2);  
      if t[jj]=0 then PRINTTEXT({00.00 z}) else PRINTTEXT({12.00 z})  
    end;  
    NLCR  
  
end;  
inarray(drum,jj $\times$ 600,P); hold(P);  
for h:=23,h+1 while h<47 do for k:=6,k+1 while k<27 do  
begin LT:=-arctan(sqrt((h-33) $^2$ +(k-37) $^2$ ) $\times$ a0)+p12;  
  stap:=(sin(LT) $\times$ 2+2)/Ab;  
  dpdx:=(P[h+1,k]-P[h-1,k])/stap;  
  dpdy:=(P[h,k+1]-P[h,k-1])/stap;  
  u:=-150 $\times$ dpdx-600 $\times$ dpdy; v:=600 $\times$ dpdx-150 $\times$ dpdy;  
  aa:=sqrt(u $\times$ u+v $\times$ v) $\times$ 2; DD[h,k]:=ARCTAN(u,v)/p1 $\times$ 180;  
  if aa>58 then aa:=58; G[2,h,k]:=G[1,h,k]:=aa  
  
end;  
CARRIAGE(3); SPACE(6);  
for k:=2,k+1 while k<26 do ABSFIXT(3,0,k);  
NLCR; NLCR;  
for k:=26,k-1 while k>5 do  
begin ABSFIXT(2,0,28-k); SPACE(2);  
  for h:=23,h+1 while h<47 do ABSFIXT(3,0,G[1,h,k]);  
  NLCR; NLCR  
  
end;
```

```
NEWPAGE;
for h:=23,h+1 while h<47 do for k:=6,k+1 while k<27 do tel[h,k]:=1;
for i:=0,i+1 while i<ant[jj] do
begin c:=WS[i,1]:10+21;
      d:=WS[i,2]:10+28;
      pol1:=(-WS[i,1]:10x10+WS[i,1])/10;
      pol2:=(-WS[i,2]:10x10+WS[i,2])/10;
      tl:=0; cc:=c+4;
      for a:=c-2,a+1 while a<cc do
      begin aa:=-tlx2+a+5; dd:=d-tl-1;
            for b:=d+tl,b-1 while b>dd do
            begin h:=if b=d+tl v b=dd then 1 else
                    if b=d+tl-1 v b=d-tl then 2 else 3;
                  if a<c+1 ^ b>d-1 then
                  begin if h=1 then
                          fact[tl,h]:=WS[i,3]/poleer(-tlx2+b-1,
                                                         (pol2+tl)/(tlx2+1)) else
                          if h=2 then
                          fact[tl,h]:=WS[i,3]/poleer(-tl:2+b-tl,
                                                         (pol2+tl-1)/((tl-1)x2+1)) else
                          fact[tl,h]:=WS[i,3]/poleer(b-1,pol2)
                        end;
                    if fact[tl,h]<0 then goto L3;
                    if h#3 ^ fact[tl,h]>1 then
                    begin if h=2 ^ G[1,a,b]≤30 then else goto L3 end;
                          G[2,a,b]:=G[1,a,b]xfact[tl,h]xh+G[2,a,b];
                          tel[a,b]:=tel[a,b]+h;
                        L3:
                        end;
                    tl:=tl+(if a<c then 1 else if a>c then -1 else 0)
                  end
                end
            end
        end;
    end;
```

```
for h:=23,h+1 while h<47 do for k:=6,k+1 while k<27 do  
begin FF[h,k]:=G[2,h,k]/tel[h,k]; if FF[h,k]>58 then FF[h,k]:=58 end;  
CARRIAGE(3); SPACE(6);  
for k:=2,k+1 while k<26 do ABSFIXT(3,0,k);  
NLCR; NLCR;  
for k:=26,k-1 while k>5 do  
begin ABSFIXT(2,0,28-k); SPACE(2);  
    for h:=23,h+1 while h<47 do ABSFIXT(3,0,FF[h,k]);  
    NLCR; NLCR  
end;  
NEWPAGE;  
CARRIAGE(3); SPACE(6);  
for k:=2,k+1 while k<26 do ABSFIXT(3,0,k);  
NLCR; NLCR;  
for k:=26,k-1 while k>5 do  
begin ABSFIXT(2,0,28-k); SPACE(2);  
    for h:=23,h+1 while h<47 do FIXT(3,0,G[1,h,k]-FF[h,k]);  
    NLCR; NLCR  
end;  
jj:=jj+1; if jj=num then  
begin NEWPAGE; goto wr end;
```

AF:
end

Literatuur

Bijlsma, S.J. en

B. van Rietschote (1972, I, II, III)

Over het optimaal routeren van schepen.

I. Een literatuuronderzoek
WR 72-1,

II. Een vergelijkend onderzoek
WR 72-2,

III. Een vergelijkend onderzoek (vervolg)
WR 72-11,

KNMI, De Bilt.

Bijlsma, S.J. en G.D.G. Folkers
(1973)

Over het optimaal routeren van schepen.

IV. Het berekenen van golfvelden uit windvelden op de Atlantische Oceaan
WR 73-2,

KNMI, De Bilt.

Bijvoet, H.C. (1957)

A new overlay for the determination of the surface wind over sea from surface weather charts, Med. en Verh.,

KNMI, De Bilt.

Cressman, G.P. en B. Gilchrist
(1954)

An experiment in objective analysis, Tellus 6, pp.309-318.