5.18.48a

waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

TWOLAY impliciet
een ééndimensionaal tweelagenmodel

modelbeschrijving en resultaten nauwkeurigheidsonderzoek

M 896-48, deel 1

april 1982

TWOLAY impliciet
een ééndimensionaal tweelagenmodel

modelbeschrijving en resultaten nauwkeurigheidsonderzoek

M 896 – 48, deel 1

april 1982

rijkswaterstaat
dienst getijdewateren
bibliotheek
grenadiersweg 11
4338 PG middelburg

INHOUD

Lijst van Symbolen

Lijst van Tabellen

Lijst van Figuren

blz.

1 Inleiding..... 1

2 Wiskundige beschrijving TWOLAY..... 3
2.1 Karakterisering TWOLAY..... 3
2.2 Differentiaalvergelijkingen..... 3
2.3 Stelsels, vergelijkingen en randvoorwaarden..... 6
2.3.1 Externe golfvergelijkingen..... 6
2.3.2 Interne golfvergelijkingen..... 7
2.3.3 Randvoorwaarden..... 8
2.4 Vereenvoudigingen in TWOLAY..... 9
2.5 Randvoorwaaden TWOLAY..... 11
2.6 Differentievergelijkigen..... 12
2.7 Volume- en massabalans..... 17
2.8 Het Newton iteratieproces..... 20
2.9 Maatregelen voor de punt van de zouttong..... 20

3 Stilstaande-zouttongberekening..... 23

4 Nauwkeurigheidsaspekten TWOLAY..... 26
4.1 Inleiding..... 26
4.2 Numerieke demping in TWOLAY berekeningen..... 28

5 Fysische demping..... 33
5.1 Inleiding..... 33
5.2 Demping interne golven..... 34

6 Samenvatting en konklusies..... 37
6.1 Samenvatting..... 37
6.2 Konklusies..... 38

INHOUD (vervolg)

REFERENTIES

APPENDIX A: Invloed verwaarlozing $\partial h/\partial x$

TABELLEN

FIGUREN

Lijst van Symbolen

a	relatieve bovenlaagdikte, a_1/h	
$a_{1,2}$	boven- en respektievelijk onderlaagdikte	m
$\tilde{a}$	$\alpha\, a_k + (1-\alpha)\, a_{k+1}$	
a^*	$(1-a) - 0{,}5\ \delta$	
c	snelheid karakteristieken, dx/dt	m/s
c_e	voortplantingssnelheid oppervlaktegolf	m/s
c_i	voortplantingssnelheid interne golf	m/s
c_r	relatieve voortplantingssnelheid, numerieke demping	
c_u	voortplantingssnelheid van advektief transport	m/s
c_v	relatieve voortplantingssnelheid, fysische demping	
e	natuurlijk getal	
f_i	turbulent diffusief transport door het grensvlak	kg/m^2s
g	zwaartekrachtsversnelling	m/s^2
h	waterdiepte,$= a_1 + a_2$	m
h_o	afstand van referentieniveau tot waterspiegel	m
k	$\{1,2,3 \quad K\} \equiv k\Delta x$	
k_i	grensvlakschuifspanningskoëfficiënt	
n	$\{1,2,3 \quad N\} \equiv n\Delta T$	
n_T	aantal tijdstappen in karakteristieke periode,$= T/\Delta T$	
n_X	aantal ruimtestappen in karakteristieke golflengte,$= \lambda/\Delta X$	
q	debiet per eenheid van breedte, $= a_1 u_1 + a_2 u_2$	m^2/s
q_o	q op $x = 0$ m	m^2/s
q_{L_1}	q op $x = L_1$ m	m^2/s
r	dimensieloze dempingslengte bij fysische demping	
r_k	$a_k^{n+1} - a_k^n$	
$s_{1,2k}$	$\sigma_{1,2_k}^{n+1} - \sigma_{1,2_k}^{n}$	kg/m^3
t	tijd	s
$u_{1,2}$	horizontale snelheid in boven- resp. onderlaag	m/s
u_i	horizontale snelheid waterdeeltjes t.p.v. grensvlak	m/s
v	$u_2 - u_1$	m/s
w_i	netto volumetransport door grensvlak, entrainment	m/s

Lijst van symbolen (vervolg)

w_k	$v_k^{n+1} - v_k$	m/s
x	plaatskoördinaat	m
z_b	afstand bodem tot horizontaal referentieniveau	m
A_s	stroomvoerende doorsnede	m^2
B	breedte	m
C	koëfficiënt van Chézy	$m^{\frac{1}{2}}/s$
D_r	relatieve dempingsfaktor	
F	getal van Froude, $=QA_s/(gA_s/B)^{\frac{1}{2}}$	
F_i	interne Froudegetal, $= (v^2/(\varepsilon g a_1)^{\frac{1}{2}}$	
K	wrijvingsfaktor, $= (Q\ T/(R\ A_s)).g/C^2$	
L	karakteristieke lengtemaat	m
L_1	fysische lengte van het waterstelsel	m
L_i	indringingslengte zout	m
L'	dimensieloze dempingslengte, numerieke demping	
Q	debiet	m^3/s
R	hydraulische straal	m
T	periode	s
$T_{disp\ 1,2}$	dispersiekoëfficiënt boven- resp. onderlaag	
α	koëfficiënt	
δ	relatieve onderlaagdikte, a_2/h	
ε	$(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$	
ε_1	nauwkeurigheidsgrens t.a.v. r_k	
ε_2	nauwkeurigheidsgrens t.a.v. v_k	m/s
θ	mate van impliciet rekenen, $\theta = 0,55$	
λ	golflengte	m
ρ_o	achtergronddichtheid	kg/m^3
$\rho_{1,2}$	dichtheid boven- resp. onderlaag	kg/m^3
ρ_i	ρ_2 als $w_i > 0$ en ρ_1 als $w_i < 0$	kg/m^3
$\sigma_{1,2}$	$\rho_{1,2} - \rho_o$	kg/m^3
τ_b	bodemschuifspanning	kg/ms^2
τ_i	grensvlakschuifspanning	kg/ms^2
τ_s	oppervlakschuifspanning	kg/ms^2
ω	hoeksnelheid, $2\Pi/T$	rad/s
$\Delta..$	de verandering in ...	
Σ'	sommatie volgens trapeziumregel	

Lijst van Tabellen

3.1 Getijgootgrootheden.
3.2 Volume- en massabalans zonder Newton-iteratie.
3.3 Dichtheid als funktie van plaats op diverse tijdstippen, zonder Newton iteratie.
3.4 Volume- en massabalans met Newton-iteratie.
3.5 Dichtheid als funktie van plaats op diverse tijdstippen, met Newton iteratie.
4.1 Invoer gegevens.
4.2 Relatieve demping en faseverschil bij tijdstapvariatie op x = 10 m en x = 5 m.
4.3 Relatieve demping en faseverschil bij ruimtestapvariatie op x = 10 m en x = 5 m.
4.4 Harmonische komponenten getijgootproef.
A.1 Gegevens van het Kanaal door Zuid-Beveland.
A.2 Orde van grootte van de termen uit vergelijking (1b).
A.3 Orde van grootte van de termen uit vergelijking (9a).

Lijst van Figuren

3.1 Stilstaande zouttong

4.1 Dimensieloze dempingslengte als funktie van n_x en n_t

4.2 Fout in relatieve voortplantingssnelheid als funktie van n_x en n_t

4.3 Invloed tijdstap op numerieke demping (getijgootomstandigheden)

4.4 Invloed lengtestap op numerieke demping (getijgootomstandigheden)

4.5 Invloed lengtestap op numerieke demping (prototype-omstandigheden)

4.6 Invloed tijdstap op numerieke demping (prototype-omstandigheden)

4.7. Amplitude van de harmonischen

5.1 Dimensieloze fysische demping als funktie van de wrijvingsfaktor

5.2 Dimensieloze voortplantingssnelheid als funktie van de wrijvingsfaktor

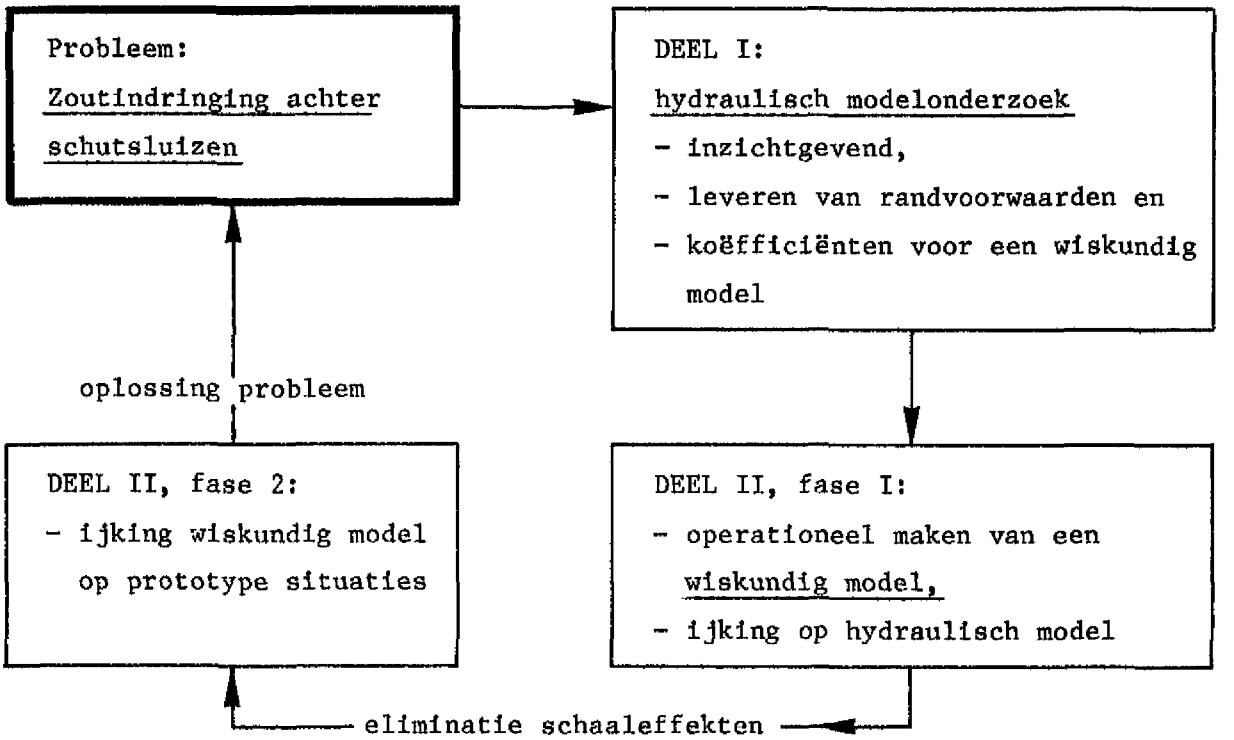
5.3 Invloed bodemwrijving bij $k_1 = 0{,}0034$

5.4 Invloed bodemwrijving bij $k_1 = 0{,}0017$

5.5 Invloed bodemwrijving bij $k_1 = 0{,}0068$

1 Inleiding

In opdracht van de Hoofdafdeling Waterloopkunde van de Deltadienst van Rijkswaterstaat is het onderzoek "Zoutindringing achter Schutsluizen" uitgevoerd. Het onderzoek is in 2 delen opgezet. Schematisch kan het onderzoek als volgt worden weergegeven [1].



Opzet zoutindringingsonderzoek [1]

Deel 1 betreft het principe-onderzoek in een hydraulisch model. De resultaten van dit onderzoek zijn beschreven in M896-33 [1], Deel II is gefaseerd opgezet. Fase 1 behelst het ontwikkelen van een wiskundig tweelagenmodel en het vervolgens ijken van dit model op de getijgootgegevens.
De uitvoering van fase 1 heeft in eerste instantie geleid tot het ontwikkelen van een expliciet twee-lagen-programma. De resultaten van deze ontwikkelingsaktiviteiten zijn vastgelegd in [1]. De berekeningen met het expliciete programma gaven een aanmerkelijk volume- en massaverlies te zien waardoor evenwichtssituaties niet werden bereikt. De verliezen worden voornamelijk veroorzaakt door negatieve onderlaagdiktewaarden aan de punt van de zouttong. In het gekozen differentie-schema bleek het onmogelijk de verliesproblemen voldoende te ondervangen. Besloten werd het impliciet rekenmodel TWOLAY te ontwikkelen.

Dit verslag geeft een beschrijving van het impliciete model en de resultaten van een nauwkeurigheidsonderzoek van de oplossingen met TWOLAY. In M 896-48 deel 2 komt ijking van TWOLAY op het hydraulische model aan de orde, benevens een koëfficiëntenvariatie-onderzoek. Daarnaast worden toepassingsmogelijkheden van het model genoemd.

Doel van de numerieke testberekeningen is enerzijds aan te tonen dat het programma massabehoudend is en anderzijds de gebruiker een indruk te geven van de nauwkeurigheid die van de oplossingen met TWOLAY kan worden verwacht bij een gekozen ruimte- en tijdstap. Het programma is getoetst aan een stilstaande zouttong. Het resultaat van deze zouttongberekening is vergeleken met de uitkomst van de analytische oplossing voor de stilstaande zouttong.

Interne golven die ontstaan bij het schutten van schepen van een zoute schutkolk naar een zoet kanaalpand zijn aan fysische demping onderhevig als gevolg van bodem- en grensvlakwrijving. In het verslag wordt naast de demping die ontstaat door de numerieke oplossingsmethode een berekening van de schatting van de fysische demping gegeven. Deze schatting is teruggekoppeld op de berekeningsresultaten.

Alle testberekeningen zijn uitgevoerd zonder modellering van vertikale uitwisselingsprocessen hetgeen impliceert dat de dichtheid in onder- en bovenlaag niet verandert.

Het onderzoek is verricht onder leiding van Ir. G.M. Moser.

2 Wiskundige beschrijving van TWOLAY

2.1 Karakterisering TWOLAY

TWOLAY is een eendimensionaal tweelagenprogramma voor de berekening van de water- en zoutbeweging.
Het programma is ontwikkeld voor het specifieke probleem zoutindringing achter schutsluizen. Het zoutindringingsprobleem doet zich voor wanneer de binnendeur van een zeesluis wordt geopend en het zoute schutkolkwater het relatief zoete kanaalpand binnen dringt, waardoor vanaf het sluizenkompleks een zoute onderlaag ontstaat of in stand wordt gehouden.
Met het numerieke programma moeten waterbeweging en zouttoestand bepaald kunnen worden.

2.2 Differentiaal vergelijkingen

In deze paragraaf worden de differentiaalvergelijkingen van de ééndimensionale waterbeweging en zoutverdeling beschreven voor een tweelagensysteem. Gedetailleerde afleiding van de vergelijkingen en verantwoording van de aannamen zijn te vinden in [2].

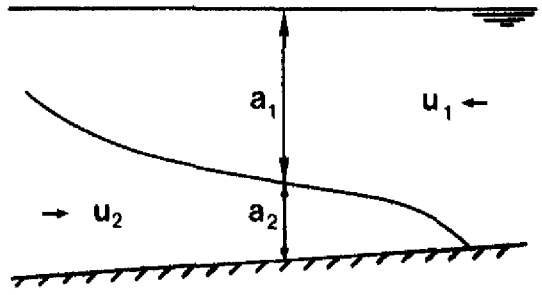
De volgende aannamen liggen aan de vergelijkingen ten grondslag:
- Het wateroppervlak is nagenoeg horizontaal in breedte-richting.
- Het grensvlak is nagenoeg horizontaal in breedte-richting.
- De grensvlakhelling in longitudinale richting is klein.
- Het oppervlak-verhang in de lengte-richting van het waterstelsel is klein. (Deze laatse twee aannamen zijn inherent aan de lange golfbenadering).
- De bodemligging is konstant.
- Molekulaire diffusie is verwaarloosbaar.
- De bodem is ondoorlatend.
- In het water zijn konservatieve stoffen opgelost.
- De doorsnede van het watervoerende stelsel is rechthoekig.
- Het water wordt inkompressibel beschouwd.
- Verandering van de dichtheid t.o.v. achtergronddichtheid is klein. (Boussinesq benadering)

De basisvergelijkingen van TWOLAY zijn:

Kontinuïteit water

bovenlaag $$\frac{\partial a_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(a_1 u_1) - w_i = 0 \qquad (1)$$

onderlaag $$\frac{\partial a_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(a_2 u_2) + w_i = 0 \qquad (2)$$



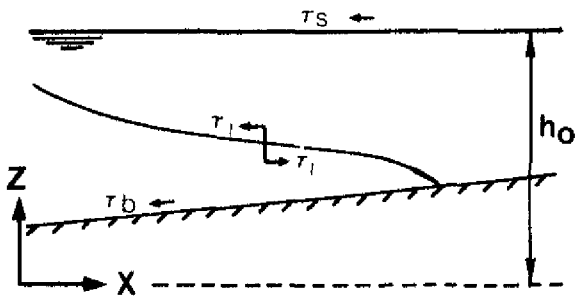
principe schets. 1D-tweelagen benadering

Bewegingsvergelijkingen

bovenlaag $$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1\frac{\partial u_1}{\partial x} + g\frac{\partial h_o}{\partial x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{g a_1}{\rho_1}\frac{\partial \rho_1}{\partial x} - \frac{\tau_s - \tau_i + w_i\cdot\rho_i\cdot u_i}{\rho_1 a_1} = 0 \qquad (3)$$

onderlaag $$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2\frac{\partial u_2}{\partial x} + g\frac{\partial h_o}{\partial x} - g\frac{(\rho_2-\rho_1)}{\rho_2}\cdot\frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{g a_2}{\rho_2}\cdot\frac{\partial \rho_2}{\partial x} +$$

$$+ \frac{g a_1}{\rho_2}\cdot\frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{\tau_b - \tau_i + w_i\cdot\rho_i\cdot u_i}{\rho_2 a_2} = 0 \qquad (4)$$



Behoud van massa

bovenlaag $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 a_1) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 a_1 u_1) - f_i - \rho_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,1) = 0$ (5)

onderlaag $\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 a_2) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 a_2 u_2) + f_i + \rho_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,2) = 0$ (6)

Hierin is:

$a_{1,2}$	= laagdikte boven- resp. onderlaag
$u_{1,2}$	= snelheid boven- resp. onderlaag
$\rho_{1,2}$	= dichtheid boven- resp. onderlaag
h_o	= afstand van referentie-niveau tot oppervlak waterspiegel
f_i	= turbulentie-uitwisseling door grensvlak
$T_{disp,1,2}$	= dispersief transport boven- resp. onderlaag
g	= zwaartekrachtversnelling
w_i	= entrainment
ρ_i	= ρ_2 als $w_i > 0$ en ρ_1 als $w_i < 0$
u_i	= $1/2\ (u_1 + u_2)$
τ_b	= bodemschuifspanning
τ_i	= grensvlakschuifspanning
τ_s	= schuifspanning aan het oppervlak

Uitwisselingsprocessen als entraiment en turbulente diffusie laten zich veelal beschrijven als funktie van een Richardson-getal. In dit verslag worden entrainment, turbulente diffusie en dispersie niet in de berekeningen meegenomen en derhalve hier niet nader wiskundig beschreven.
De interne grensvlakschuifspanning wordt als volgt gedefiniëerd:

$$\tau_i = \rho_2 k_i (u_1 - u_2)|u_1 - u_2|$$

met k_i = grensvlakschuifspanningskoëfficiënt.

De oppervlakschuifspanning is nul verondersteld. De bodemschuifspanning is:

$$\tau_b = \rho_2 k_b u_2 |u_2|$$

met $k_b = g/C^2$, waarin C = Chézykoëfficiënt.

Grensvlakschuifspanning, turbulente diffusie en entrainment worden als sub-

routine in het programma ingevoerd.

2.3 Stelsels, vergelijkingen en randvoorwaarden

2.3.1 Externe golfvergelijkingen

Alvorens de bewerkingen uit te voeren met de vergelijkingen 1 t/m 4 worden de volgende grootheden gedefiniëerd:

$h = a_1 + a_2$

$q = a_1u_1 + a_2u_2$

$a = a_1/h$

$v = u_2 - u_1$

hieruit volgt dat

$u_1 = q/h - (1 - a)v$

$u_2 = q/h + av$

$a_2 = (1 - a)h$

Sommatie van (1) en (2) geeft nu:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \qquad (7)$$

Vergelijking (3) x a_1 + u_1 x (1) + a_2 x (4) + u_2 x (2) geeft:

$$\underset{[1]}{\frac{\partial q}{\partial t}} + \underset{[2]}{\frac{\partial}{\partial x}(q^2/h + a_1a_2/h.v^2)} + \underset{[3]}{gh\frac{\partial h_o}{\partial x}} - \underset{[4]}{\varepsilon g a_2\frac{\partial a_1}{\partial x}}$$

$$+ \underset{[5]}{w_i(u_2 - u_1)} + \underset{[6]}{1/2.g\, a_1^2/\rho_1 .\frac{\partial \rho_1}{\partial x}} + \underset{[7]}{1/2.g a_2^2/\rho_2 .\frac{\partial \rho_2}{\partial x}} +$$

$$+ \underset{[8]}{g\frac{a_1a_2}{\rho_2}.\frac{\partial \rho_1}{\partial x}} + \underset{[9]}{\frac{\tau_b - \tau_s}{\rho}} = 0 \qquad (8)$$

met $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$

De termen in het linker lid van vergelijking (8) zijn genummerd van 1 t/m 9.

Het aantal termen in (8) kan gereduceerd worden na een orde van grootte schatting ervan.

Noodzakelijke voorwaarde voor een reële voortplantingssnelheid van interne golven is $\varepsilon gh - v^2 \geq 0$. Voor stabiele oplossingen geldt daarnaast dat $v^2 \sim \varepsilon gh$ zie [3]. Dus:

$$v^2 \sim \varepsilon gh \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(a_1 a_2/h.v^2) \sim \varepsilon gh^2/L$$

met L als karakteristieke lengtemaat.

In het eerste lid van term |2| kan q evenredig gesteld worden aan $\sqrt{(gh)}.h$. Dan geldt:

$$\frac{\partial}{\partial x}(q^2/h) \sim gh^2/L$$

Daar $\varepsilon << 1$ (Boussinesq-benadering) kan de tweede term in het linkerlid vereenvoudigd worden tot $\partial/\partial x\ (q^2/h)$. De vierde term en de zesde t/m de achtste term hebben een orde van grootte die overeenkomt met $\varepsilon.g\ h^2/L$. Experimenteel onderzoek wijst uit dat w_i tenminste evenredig is met het kwadraat van het snelheidsverschil v. De termen 4 t/m 8 kunnen ten opzichte van de overige termen verwaarloosd worden.
Vergelijking (8) is dan gereduceerd tot:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(q^2/h) + gh\frac{\partial}{\partial x}(h_o) + \frac{\tau_b - \tau_s}{\rho} = 0 \qquad (8a)$$

Het stelsel vergelijkingen bestaande uit (7) en (8a) heeft als onbekende de waterdiepte h en het doorsnede-gemiddelde debiet, en kan onafhankelijk van de overige grootheden opgelost worden. Vergelijking (7) en (8a) worden de externe of de oppervlaktegolfvergelijkingen genoemd.

2.3.2 Interne golfvergelijkingen

Substitutie van de gedefiniëerde grootheden h, g, a, v in de kontinuïteitsvergelijking voor de bovenlaag levert:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(qa/h - a(1-a)v) - w_i/h - a\frac{\partial}{\partial x}(q/h) - a(1-a)\ v/h.\partial h/\partial x = 0 \quad (1a)$$

Vergelijking (4) - (3) geeft na invullen van h, q, a en v:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{qv}{h} + (a-0.5)v^2\right\} - g\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}(ah) + 1/2\,.\,g\frac{(1-a)}{\rho_2}h.\frac{\partial \rho_2}{\partial x} +$$

$$+ 1/2.\frac{gah}{\rho_1}\left(2\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)\frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{\tau_b}{\rho_2(1-a)h} + \tau_s/(\rho_1 ah) +$$

$$- (\tau_i - w_i.\rho_i u_i)\left\{1/(\rho_2(1-a)h) + 1/(\rho_1 ah)\right\} = 0 \qquad (9)$$

Vergelijking (1a) en (9) vormen de interne golfvergelijkingen. Het aantal termen van dit stelsel vergelijkingen kan niet meer gereduceerd worden.

De massabalansvergelijkingen (5) en (6) laten zich omwerken tot:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 ah) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 ah(q/h - (1-a)v) - f_i - \rho_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,1) = 0 \qquad (5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2(1-a)h + \frac{\partial}{\partial x}\left\{\rho_2(1-a)h(q/h + av)\right\} + f_i + \rho_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,2) = 0 \qquad (6a)$$

2.3.3 Randvoorwaarden

Het oplossen van interne, externe en massabalansvergelijkingen vergt een aantal randvoorwaarden ter plaatse van de x = 0 rand, dat afhankelijk is van het aantal karakteristieken dat het beschouwde gebied binnenkomt.
De karakteristieken kunnen afgeleid worden door de 6 partiële differentiaalvergelijkingen in matrixnotatie te schrijven en daarin de totale afgeleide van a_1, a_2, u_1, u_2, ρ_1 en ρ_2 naar de tijd in op te nemen (bv. $da_1/dt = \partial a_1/\partial t + c\,\partial a_1/\partial x$, met $c = dx/dt$). Hierdoor ontstaat een stelsel lineaire differentiaalvergelijkingen met 12 partiële afgeleiden, die als onbekenden kunnen worden opgevat. Door de hoofddeterminant van dit stelsel nul te stellen ontstaat een zesde graadsvergelijking in c. Er kunnen dus zes voortplantingssnelheden zijn.

De externe karakteristieke snelheden zijn:

$$c_e = q/h \pm (gh)^{\frac{1}{2}}$$

Interne karakteristieke snelheden zijn:

$$c_i = q/h \pm \{ \varepsilon g a_2 . a_1/h . (1-F_i^2) \}^{\frac{1}{2}}$$

met $F_i = (v^2/\varepsilon g a_1)$

De karakteristieke snelheden die horen bij de advectie van stof door de hoofdstroom zijn:

$$c_u = u1,2$$

Bij zoutindringing achter schutsluizen worden maximaal 3 en minimaal 2 randvoorwaarden opgelegd t.p.v. x = 0. Bij uitstroming uit de onderlaag wordt de dichtheid bepaald door het binnengebied en zijn 2 randvoorwaarden op x = 0 voldoende. Afhankelijk van het aantal karakteristieken dat op x = L het binnengebied ingaat zullen op deze grens eveneens randvoorwaarden moeten worden opgedrukt. In het algemeen zijn dat er 2, de dichtheid van het zoete water en de bovenafvoer.

2.4 Vereenvoudigingen TWOLAY

Het numerieke programma TWOLAY is ontwikkeld voor toepassing op het probleem zoutindringing achter schutsluizen. Hiertoe zijn de externe golfvergelijkingen gereduceerd tot:

$$\frac{\partial}{\partial x} (h + z_b) = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \qquad (7)$$

Vergelijking (10) impliceert dat het piëzometrisch niveau horizontaal is. Verder is verondersteld dat de bodemhoogte z_b voor het onderhavig probleem konstant is. Het doorsnede gemiddelde debiet is na integratie van (7) naar x:

$$q = q_{L_1}(t) + (L_1 - x)\ dh/dt \qquad (11)$$

hierin is L_1 = fysische lengte van het beschouwde kanaalpand.
Indien h als funktie van t gegeven is kan direkt q(x,t) berekend worden. Als op x = 0 een debiet gegeven is, volgt uit (11) met:

$$q(0,t) = q_o(t)$$

$$L_1\ dh/dt = q_o - q_{L_1} \qquad (12)$$

Substitutie van (12) in (11) geeft:

$$q(x,t) = q_{L_1}(t)\ \ x/L_1 + (1 - x/L_1)q_o(t) \qquad (13)$$

In de interne golfvergelijkingen (1a) en (9) komen door de substitutie van $a_1 = ah$ ook termen met $\partial h/\partial x$ voor. Bij de aanname z_b is konstant is $\partial h/\partial x = 0$ en verdwijnen de termen met $\partial h/\partial x$ uit de interne golfvergelijkingen.

Toepassing van het ontwikkelde programma TWOLAY op praktische problemen vraagt altijd weer kontrole van genoemde aannamen op geldigheid ervan.
Samengevat zijn deze
- kunnen $\partial h/\partial x$ - termen verwaarloosd worden in de externe golfvergelijkingen.
- kunnen $\partial h/\partial x$ - termen verwaarloosd worden in de interne golfvergelijkingen.

In Appendix A is een orde van grootte schatting gegeven van $\partial h/\partial x$ - termen van de interne en externe golfvergelijkingen voor het Kanaal van Gent naar Terneuzen en het Kanaal door Zuid-Beveland. Uit de schatting blijkt dat voor de genoemde kanalen $\partial h/\partial x$ terecht nul gesteld kan worden in de differentiaalvergelijkingen.

De interne golfvergelijkingen en de massabalansvergelijkingen kunnen door substitutie van $\rho_1 = \rho_o + \sigma_1$ en $\rho_2 = \rho_o + \sigma_2$, en de aanname dat $\sigma_{1,2} << \rho_o$ vereenvoudigd worden. Vergelijking (9) wordt hierdoor:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\{qv/h + (a-\tfrac{1}{2})v^2\} - g((\sigma_2-\sigma_1)/\rho_o)\frac{\partial}{\partial x}(ah) + \tfrac{1}{2}.g.(1-a)\frac{h}{\rho_o}\frac{\partial \sigma_2}{\partial x} +$$

$$+ \tfrac{1}{2}.gah(1-2(\sigma_2-\sigma_1)/\rho_o)/\rho_o.\frac{\partial\sigma_1}{\partial x} + \tau_b/(\rho_o(1-a)h) + \tau_s/(\rho_o ah) +$$

$$- \frac{1}{a(1-a)h}\{\tau_i/\rho_o - w_i u_i\ (1+\sigma_i/\rho_o)\} = 0 \qquad (9a)$$

De transportvergelijkingen van zout worden:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma_1 ah) + \frac{\partial}{\partial x}\{\sigma_1 ah(q/h - (1-a)v)\} - f_i - \sigma_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,1) = 0 \qquad (5b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\sigma_2(1-a)h) + \frac{\partial}{\partial x}\{\sigma_2(1-a)h(q/h + av)\} + f_i + \sigma_i w_i + \frac{\partial}{\partial x}(Tdisp,2)=0 \qquad (6b)$$

Bij het omwerken van (5a) en (6a) naar (5b) respektievelijk (6b) is gebruik gemaakt van (1) en (2).
Het gereduceerde stelsel externe golfvergelijkingen en de omgewerkte interne golf- en zoutvergelijkingen worden in het huidige TWOLAY zonder dispersietermen opgelost.

2.5 Randvoorwaarden TWOLAY

Voor het oplossen van de stelsels vergelijkingen moeten randvoorwaarden opgegeven worden. De randvoorwaarden bij het stelsel interne golfvergelijkingen zijn:
op x=0: $f_1(a,v) \equiv ba(1-a)hv - aQ_2(t) + (1-a)\,Q_1(t) = 0$

als $Q_1(t)$ en $Q_2(t)$ als randvoorwaarden gegeven zijn.
Indien h en a_2 als randvoorwaarden op x=0 gegeven zijn dan geldt:

$$f_1(a.v) \equiv (1-a)h - a_2(t) = 0$$

op x=L: $f_2(a_1 v) \equiv q/h + av = 0$ $(u_2 = 0)$

Voor het oplossen van de massabalansvergelijkingen worden de volgende randvoorwaarden gegeven:

x=0: $\sigma_2 = \sigma_{zout}(t)$ voor $q/h + av > 0$

x=L: $\sigma_1 = \sigma_{zoet} = 0$ waarbij $q/h - (1-a)\,v < 0$

Het nettodebiet als funktie van x en t kan berekend worden als q(x=0,t) en q(x=L,t) gegeven zijn.

2.6 Differentievergelijkingen

De vergelijkingen zijn omgezet in impliciete differentie-vergelijkingen volgens het Crank-Nicolson schema. Kort samengevat komt dit schema erop neer dat:

$$\frac{\partial a}{\partial t} \approx \frac{a_k^{n+1} - a_k^n}{\Delta t}$$

en

$$\frac{\partial a}{\partial x} \approx \theta \frac{a_{k+1}^{n+1} - a_{k-1}^{n+1}}{2\Delta x} + (1-\theta) \frac{(a_{k+1}^n - a_{k-1}^n)}{2\Delta x}$$

met $a_k^n = a\,(k\Delta x,\ n\Delta t)$ en $\theta \geq 0.5$

Als gedefiniëerd worden:

$$A(a,v) = (q/h)\,a - a(1-a)\,v$$

en

$$A_{k+1}^{n+1} = A\,(a_{k+1}^{n+1},\ v_{k+1}^{n+1})$$

dan wordt de differentiebenadering van (1a):

$$f_3\,(a_{k-1}^{n+1},\ v_{k-1}^{n+1},\ a_k^{n+1},\ v_k^{n+1},\ a_{k+1}^{n+1},\ v_{k+1}^{n+1},\ \Delta x \equiv$$

$$\frac{a_k^{n+1} - a_k^n}{\Delta t} + [\ \theta(A_{k+1}^{n+1} - A_{k-1}^{n+1}) + (1-\theta)(A_{k+1}^n - A_{k-1}^n)]/2\Delta x +$$

$$-(1-\theta)\ w_{i,k}^n\ /h_k^n + (1-0)\ w_{i,k}^k - a_k^n\ [\ \theta\{(q/h)_{k+1}^{n+1} - (q/h)_{k-1}^{n+1}\} +$$

$$+ (1-\theta)\ \{\ (q/h)_{k+1}^n - (q/h)_{k-1}^n\ \}]/\ 2\Delta x +$$

$$+ a_k^n (1 - a_k^n) ((v_{k+1}^n + v_{k-1}^n)/2\, h_k^n)(\{ h_{k+1}^n - h_{k-1}^n \}/2\Delta x) = 0 \qquad (1b)$$

$k = 3, 5, \ldots\ldots K - 2.$

De interaktie-termen worden op $k\Delta x$ en $n\Delta t$ genomen.

In het differentie-schema ziet f_3 er nu als volgt uit:

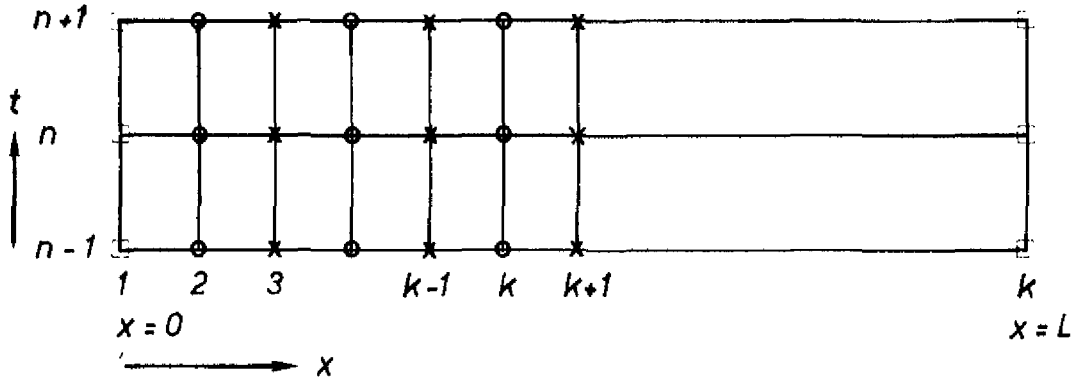
$$f_3 \{ \tfrac{1}{2}(a_{k-2}^{n+1} + a_k^{n+1}),\ v_{k-1}^{n+1},\ a_k^{n+1},\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^{n+1} + v_{k-1}^{n+1}),\ \tfrac{1}{2}(a_k^{n+1} + a_{k+2}^{n+1}),$$

$$v_{k+1}^{n+1},\ \Delta x \} = 0 \qquad \text{voor } k = 3, 5, \ldots\ldots K - 2.$$

$$f_3(a_1^{n+1},\ v_1^{n+1},\ a_1^{n+1},\ v_1^{n+1},\ \tfrac{1}{2}(a_1^{n+1} + a_3^{n+1}),\ v_2^{n+1},\ \tfrac{1}{2}\Delta x) = 0 \qquad \text{voor } k = 1$$

$$f_3(\tfrac{1}{2}(a_{K-2}^{n+1} + a_K^{n+1}),\ v_{K-1}^{n+1},\ v_K^{n+1},\ v_K^{n+1},\ a_K^{n+1},\ \tfrac{1}{2}\Delta x) = 0 \qquad \text{voor } k = K$$

Het rekenrooster van TWOLAY is in onderstaand figuur getekend



0 in roosterpunten wordt v direkt berekend

x in roosterpunten wordt a direkt berekend

□ in roosterpunten worden a en v opgegeven

De differentiebenadering van (9a) wordt:

$$f_4(a_{k-1}^{n+1}, v_{k-1}^{n+1}, a_k^{n+1}, v_k^{n+1}, a_{k+1}^{n+1}, v_{k+1}^{n+1}, \Delta x) \equiv$$

$$(v_k^{n+1} - v_k^n)/\Delta t + \{ \theta (B_{k+1}^{n+1} - B_{k-1}^{n+1}) + (1 - \theta)(B_{k+1}^n - B_{k-1}^n)\}/2\Delta x +$$

$$- (g/2\,\rho_o) \{(\sigma_2 - \sigma_1)_{k+1}^n + (\sigma_2 - \sigma_1)_{k-1}^n \} [\, \theta\{(ah)_{k+1}^{n+1} - (ah)_{k-1}^{n+1} \} +$$

$$+ (1 - \theta) \{(ah)_{k+1}^n - (ah)_{k-1}^n)]/2\Delta x + (g/2\rho_o).h_k^n \{1-(a_{k+1}^n + a_{k-1}^n)/2)*$$

$$* (\sigma_{2_{k+1}}^n - \sigma_{2_{k-1}}^n)/2\Delta x + (g/2\rho_o)\, h_k^n (a_{k+1}^n + a_{k-1}^n)/2 *$$

$$* \{ 1 - \{(\sigma_2 - \sigma_1)_{k+1}^n + (\sigma_2 - \sigma_1)_{k-1}^n \}/\rho_o\} (\sigma_{1_{k+1}}^n - \sigma_{1_{k-1}}^n)/2\Delta x +$$

$$+ 2\,\tau_s/(\rho_o h_k^n (a_{k+1}^n + a_{k-1}^n)) + \theta\, C_k^{n+1}/(1 - \tilde{a}_k^{n+1}) + (1 - \theta) C_k^n/(1 - \tilde{a}_k^n) = 0 \quad (9b)$$

met $B(a,v) = qv/h + (a - \frac{1}{2})\, v^2$

en $C(a,v) = [\, \tau_b + \{ \tau_i - w_i u_i (\rho_o + \sigma_i) \}/a]/(\rho_o h)$

In paragraaf 2.8 wordt nader op $\tilde{a}$ teruggekomen.

In (9b) worden de interaktietermen op $n\Delta t$ en $k\Delta x$ genomen. Verder is te zien dat het stelsel differentievergelijkingen als enige onbekenden a^{n+1} en v^{n+1} heeft doordat in (1a) en (9b) voor $\sigma_{1,2}$ de oude tijdswaarden zijn gesubstitueerd.

Het aantal onbekende grootheden in a is (K+1)/2 en in v $\left((K-1)/2\right) + 2$, totaal dus K+2.
Vergelijkingen (1a) en (9) leveren K differentievergelijkingen op. Daarnaast zijn 2 randvoorwaarden gegeven waardoor de onbekenden opgelost kunnen worden.

De differentievergelijking van (5b) wordt:

$$\tilde{f}_5\left(\sigma_{1_{k-1}}^{n+1}, \sigma_{1,2_k}^{n+1}, \sigma_{k+1}^{n+1}, a_{k-1}^{n+1}, v_{k-1}^{n+1}, a_k^{n+1}, a_{k+1}^{n+1}, v_{k+1}^{n+1}, \Delta x\right) \equiv$$

$$\{ (\sigma_1 ah)_k^{n+1} - (\sigma_1 ah)_k^n \}/\Delta t + \{\theta(D_{k+1}^{n+1} - D_{k-1}^{n+1}) + (1-\theta)(D_{k+1}^n - D_{k-1}^n) \}/2\Delta x$$

$$- \theta (f_i + \sigma_i w_i)_k^{n+1} - (1 - \theta)(f_i + \sigma_i w_i)_k^n \qquad (5c)$$

met $D(\sigma_1, a, v) = \sigma_1 ah(q/h - (1-a)v)$

Daar a en v berekend worden uit (1b) en (9b), zitten in (5c) alleen σ_1 en σ_2 als onbekende grootheden. De differentiebenadering van (6b) is:

$$f_6\left(\sigma_{2_{k-1}}^{n+1}, \sigma_{1,2_k}^{n+1}, \sigma_{2_{k+1}}^{n+1}, a_{k-1}^{n+1}, v_{k-1}^{n+1}, a_k^{n+1}, a_{k+1}^{n+1}, v_{k+1}^{n+1}, \Delta x\right) \equiv$$

$$[\{\sigma_2(1-a)h\}_k^{n+1} - \{\sigma_2(1-a)h\}_k^n]/\Delta t + \{\theta(E_{k+1}^{n+1} - E_{k-1}^{n+1}) + (1-\theta)(E_{k+1}^n - E_{k-1}^n)\}/$$

$$/2\Delta x + \theta(f_i + \sigma_i w_i)_k^{n+1} + (1-\theta)(f_i + \sigma_i w_i)_k^n \qquad (6c)$$

met $E(\sigma_2, a, v) = \sigma_2(1-a)h(q/h + av)$

$\sigma_{1,2}$ worden berekend in de oneven k-punten van het rekenrooster.

Het aantal onbekenden in σ_1 en σ_2 is:

$((K + 1)/2) \times 2 = K + 1$

Het aantal vergelijkingen bedraagt:

- onderlaag differentievergelijking $(K+1)/2 - 1$
- bovenlaag differentievergelijking $(K+1)/2 - 1$

totaal K-1 vergelijkingen, er zijn echter nog 2 randvoorwaarden gegeven als $u_2 > 0$, dus is het aantal onbekenden gelijk aan het aantal vergelijkingen en daarmee is het stelsel bestaande uit (5c) en (6c) oplosbaar. Bij uitstroming,

$u_2 \leq 0$, wordt de dichtheid bepaald door het binnengebied. De ρ_2-randvoorwaarde op $x = 0$ vervalt. Een extra differentievergelijking van het type (6c) voor het eerste rekenvak maakt het stelsel dan oplosbaar.

Alvorens de differentievergelijkingen worden opgelost, worden deze nog gelineariseerd door te stellen:

$$a_k^{n+1} = a_k^n + r_k$$

$$v_k^{n+1} = v_k^n + w_k$$

$$\sigma_{1,2_k}^{n+1} = \sigma_{1,2_k}^n + s_{1,2_k}$$

Daarnaast worden alle vergelijkingen numeriek gelineariseerd op de volgende manier:

$$f_3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^{n+1} + a_k^{n+1}),\ v_{k-1}^{n+1},\ a_k^{n+1},\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^{n+1} + v_{k-1}^{n+1}),\ \tfrac{1}{2}(a_k^{n+1} + a_{k+2}^{n+1}),\ v_{k+1}^{n+1}\}$$

$$\approx f_3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^n + a_k^n),\ v_{k-1}^n,\ a_k^n,\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n),\ \tfrac{1}{2}(a_k^n + a_{k+2}^n),\ v_{k+1}^n\} +$$

$$f31.\ \tfrac{1}{2}(r_{k-2} + r_k) + f32.w_k + f33.r_k + \ldots \text{ enz} = 0$$

waarin:

$$f31 = [f_3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^n + a_k^n) + \delta, v_{k-1}^n, a_k^n,\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n),\ \tfrac{1}{2}(a_k^n + a_{k+2}^n),\ v_{k+1}^n\} +$$

$$- f_3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^n + a_k^n),\ v_{k-1}^n,\ a_k^n,\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n),\ \tfrac{1}{2}(a_k^n + a_{k+2}^n),\ v_{k+1}^n\}]/\delta$$

$$f32 = [f3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^n + a_k^n),\ v_{k-1}^n + \delta,\ a_k^n,\ \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n)\tfrac{1}{2}(a_k^n + a_{k+2}^n),\ v_{k+1}^n\} +$$

$$- f3\{\tfrac{1}{2}(a_{k-2}^n + a_k^n),\ v_{k-1}^n,\ a_k^n, \tfrac{1}{2}(v_{k+1}^n + v_{k-1}^n), \tfrac{1}{2}(a_k^n + a_{k+2}^n),\ v_{k+1}^n\}]/\delta$$

$$- f3\ \{\tfrac{1}{2}\ (a^n_{k-2} + a^n_k),\ v^n_{k-1},\ a^n_k, \tfrac{1}{2}\ (v^n_{k+1} + v^n_{k-1}), \tfrac{1}{2}\ (a^n_k + a^n_{k+2}),\ v^n_{k+1}\}]/\delta$$

enz.

Vervolgens worden de vergelijkingen verder uitgewerkt waarbij een matrix ontstaat die opgelost gaat worden. Hiertoe moeten echter wel eerst beginvoorwaarden worden ingevoerd. De beginvoorwaarden hebben betrekking op a_2, ρ_2, h en ρ_1. Ten aanzien van de stabiliteit van het rekenschema kan opgemerkt worden dat $\theta \geq \frac{1}{2}$ een voldoende voorwaarde is om instabiliteiten te voorkomen [6].

2.7 Volume- en massabalans

Differentiaalvergelijkingen kunnen op twee manieren gegeven zijn in de behoudsvorm of in de niet-behoudsvorm. De behoudsvorm van de kontinuïteitsvergelijking is als volgt:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \qquad (a)$$

De behoudsvorm van deze partiële differentiaalvergelijking wordt ontleend aan de eigenschap dat integratie van de vergelijking in x- en t-richting leidt tot termen bestaande uit enkelvoudige integralen, voorstellend de veranderingen op de randen van het rekenmodel, waarvan de som nul is.

$$\int_0^t \int_0^x \{\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t}\}\ dx\ dt = \int_0^t \{Q(x=x) - Q(x=0)\}\ dt + \int_0^x \{A(t=t) - A(t=0)\}dx = 0$$

Differentiaalvergelijkingen behouden deze eigenschap ook als de onbekenden in de differentiaalvergelijkingen in meerdere onbekenden onder de differentialen worden uitgeschreven.
Bijvoorbeeld uit Q = bhv en A=bh volgt

$$\frac{\partial}{\partial x}\ (bhv) + \frac{\partial}{\partial t}\ (bh) = 0 \qquad (a1)$$

Differentiaalvergelijking (a1) heeft de behoudsvorm.

Wordt (a1) uitgewerkt tot:

$$\frac{\partial v}{\partial x} hb + \frac{\partial (hv)}{\partial x} v + b\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial b}{\partial t} = 0 \qquad (a2)$$

dan geldt voor (a2) niet meer, dat integratie van (a2) naar x en t leidt tot enkelvoudige randintegralen. Differentiaalvergelijking (a2) heeft de niet-behoudsvorm.
Vergelijking (a1) en (a2) zijn daarnaast niet-lineair. In de termen van de vergelijkingen komen (lineaire) kombinaties van de onbekende grootheden voor. Vergelijking (a2) is dus niet behoudend, terwijl (a1) behoudend is maar niet lineair.

Bij omzetting van de differentiaalvergelijkingen in differentievergelijking blijft de behoudsvormeigenschap onaangetast. Het huidige model TWOLAY heeft een impliciet numeriek schema. De onbekenden komen in plaats- en tijdsafgeleiden voor waardoor de impliciete differentievergelijkingen iteratief opgelost moeten worden.
De basisvergelijkingen zijn getransformeerd tot de gereduceerde externe golfvergelijkingen, de interne golfvergelijkingen en de massa balansvergelijkingen. De kontinuïteitsvergelijking van de bovenlaag is bijvoorbeeld omgezet in

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{a\ q/h - a(1-a)v\} - a \frac{\partial}{\partial x} (q/h) - a/h \cdot (1-a)v. \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

Deze vergelijking is niet lineair en niet behoudend en wordt iteratief opgelost.
Als de kontinuïteitsvergelijking voor volume en massa in de onderlaag wordt geïntegreerd in x- en t-richting zal wanneer a_2, u_2 en ρ_2 exact worden opgelost deze integratie nul moeten opleveren.
Daar de opgeloste differentievergelijkingen niet behoudend, niet lineair en impliciet zijn zal de eerste benadering voor de onbekenden niet samenvallen met exacte oplossing en zal de volume- en massabalans voor de onderlaag niet sluitend zijn. Met andere woorden, bepaling van volume- en massabalans geeft de fout in de opgeloste grootheden.

De volume- en massabalans worden per tijdstap in TWOLAY berekend. Hiertoe worden de vergelijking voor de kontinuïteit van volume (2) en massa (6) in de onderlaag geintegreerd in x-richting.
De diskrete volume-balans voor de onderlaag luidt:

$$\Delta x \left[\Sigma' \{(1-a_k^{n+1})\, h_k^{n+1} - (1-a_k^n)h_k^n \} \right]/\Delta t + \Sigma' \{\theta w_{i_k}^{n+1} + (1-\theta)w_{i_k}^n \}\Delta x/2$$

$$\theta[(1-a_K^{n+1})h_K^{n+1}\{(q/h)_K^{n+1} + a_K^{n+1}v_K^{n+1}) - (1-a_1^{n+1})h_1^{n+1}((q/h)_1^{n+1} + a_1^{n+1}v_1^{n+1}] / 2 +$$

$$+(1-\theta)[(1-a_K^n)h_K^n((q/h)_K^n + a_K^n v_K^n) - (1-a_1^n)h_1^n((q/h)_1^n + a_1^n v_1^n]/2 = \text{fout volume balans} \qquad (a)$$

met Σ' is een sommatie volgens de trapeziumregel.

De massabalans van de onderlaag in diskrete vorm luidt:

$$\Sigma' \{\sigma_{2_k}^{n+1} (1-a_k^{n+1})h_k^{n+1} - \sigma_{2_k}^n (1-a_k^n)\, h_k^n \}\, \Delta x/\Delta t +$$

$$+ \theta[\sigma_{2_K}^{n+1} (1-a_K^{n+1})\, h_K^{n+1}\{(q/h)_K^{n+1} + a_K^{n+1} v_K^{n+1}\} - \sigma_{2_1}^{n+1}(1-a_1^{n+1})h_1^{n+1}\{(q/h)_1^{n+1} +$$

$$a_1^{n+1} v_1^{n+1}\}]/2 + (1-\theta)[\sigma_{2_K}^n (1-a_K^n)h_K^n \{(q/h)_K^n + a_K^n v_K^n\} - \sigma_{2_1}(1-a_1^n\{(q/h)_1^n +$$

$$+ a_1^n v_1^n \}]/2 + \Sigma' [\theta(f_i + \sigma_i w_i)_k^{n+1} + (1-\theta)(f_i + \sigma_i w_i)_k^n]\, \Delta x/2 = \text{fout} \qquad (b)$$

Als dus de kontinuïteitsvergelijkingen werkelijk zouden worden opgelost is de fout in volume- en massabalans exact nul. Dit is echter in het algemeen niet het geval omdat alleen een gelineariseerde vorm wordt opgelost, bovendien zijn de termen f_i en $\sigma_i w_i$ in (b) niet-lineair in de dichtheid.

Door in (b) h, q en σ_2 konstant te veronderstellen (in plaats en tijd) en de uitwisselingetermen f_i en w_i nul te stellen wordt (b) identiek met (a). Aange-

zien in (a) al een fout in de waterbalans optrad komt deze terug in (b). Bij $f_i = w_i = 0$ moet exact aan (b) worden voldaan, met andere woorden de fout in (b) is nul. Daar de fout in de volumebalans $\neq 0$ heeft deze fout reperkussies voor de onderlaagdichtheid. De onderlaagdichtheid zal door de gemaakte volumefout niet konstant zijn.

2.8 Het Newton iteratieproces

Bij het oplossen van de differentievergelijkingen (1b) en (9b), met a_k^{n+1} en v_k^{n+1} als onbekenden, kan gebruik worden gemaakt van een iteratie-methode die bekend staat als het Newton proces. De differentievergelijkingen zijn numeriek gelineariseerd. Als eerste benadering worden in de op te lossen vergelijkingen a_k^n en v_k^n genomen voor a_k^{n+1} en v_k^{n+1}. Daarna worden een r_k^n en w_k^n berekend. Met het Newton iteratie-proces kunnen vervolgens met de verkregen benaderingen voor a_k^{n+1} en v_k^{n+1} opnieuw de veranderingen in r_k^n en w_k^n berekend worden. Dit proces kan herhaald worden tot aan te stellen voorwaarden wordt voldaan.
In TWOLAY zijn de volgende mogelijkheden opgenomen:

1) één gelineariseerde stap per tijdstap.
2) een opgegeven aantal iteratie-stappen.
3) door gaan tot $\Delta r_k < \varepsilon_1$.
4) door gaan tot $\Delta w_k < \varepsilon_2$.
5) een kombinatie van 2,3 en 4.

Het iteren volgens het Newton proces heeft als voordeel dat fouten in volume- en massabalans beperkt blijven en het numerieke schema voldoende massa- en volumebehoudend is.

2.9 Maatregelen voor de punt van de zouttong

In het expliciete model traden negatieve laagdikten op bij de berekeningen. De negatieve onderlaagdikten van de zouttong werden teruggelegd op het nulniveau, waardoor volume- en massafouten werden geïntroduceerd zie [1] .

Met het expliciete differentieschema worden negatieve laagdikten tegengegaan door over de lengte van het rekenvlak een relatieve laagdikte δ bij de bodem te definiëren. Binnen deze relatieve laagdikte zijn maatregelen getroffen tegen het optreden van hoge snelheden in de dunne onderlaag. Hiermee wordt voorkomen dat bij de punt van de zouttong veel zout water kan toestromen naar de

dunne laag of anderzijds veel water wordt onttrokken aan de dunne laag.
De maatregelen hebben betrekking op de grensvlaktermen en de bodemschuifspanning in vergelijking (9b).

grensvlaktermen

Grensvlakschuifspanning τ_i en de uitwisselingstermen met f_i en w_i in vergelijking (9b) worden vermenigvuldigd met een faktor die als volgt gedefiniëerd is:

- voor $a_2/h \geq \delta$, faktor = 1

- voor $0{,}5\ \delta \leq a_2/h < \delta$, faktor = $(a^*/(0.5\ \delta)^2$
  met $a^* = (1-a)-0{,}5\delta$

- voor $a_2/h < 0{,}5\delta$, faktor = 0

bodemschuifspanning

De bodemschuifspanning wordt vermenigvuldigd met een faktor

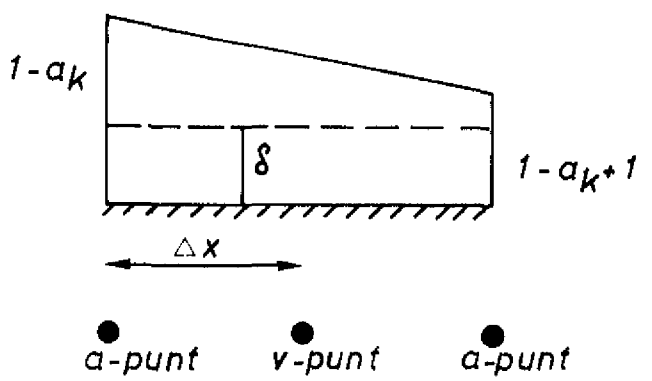
$$\left((1-\bar{a}_k)/(1-\tilde{a}_k)\right)^2$$

waarin $\bar{a}_k = (a_k + a_{k+1})/2$

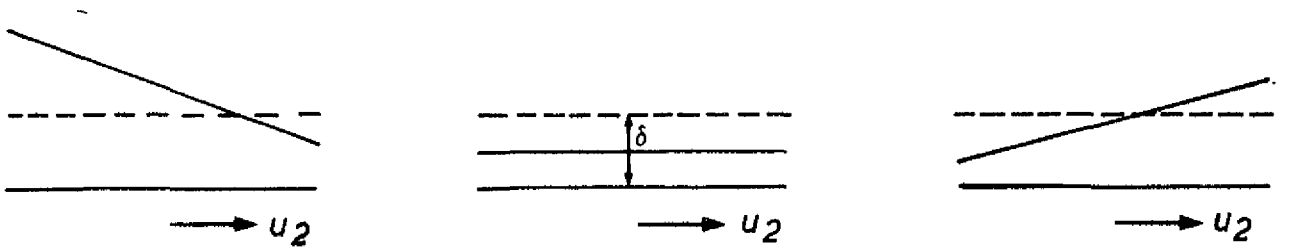
$$\tilde{a}_k = \alpha a_k + (1-\alpha)a_{k+1}$$

Afhankelijk van onderlaagdikte en onderlaagsnelheid kan voor α gelden:

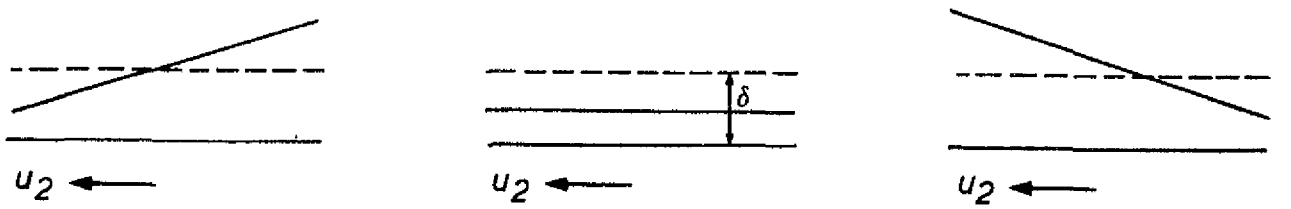
Geval 1, $\alpha = 0{,}5$



Geval 2, $\alpha = 1$



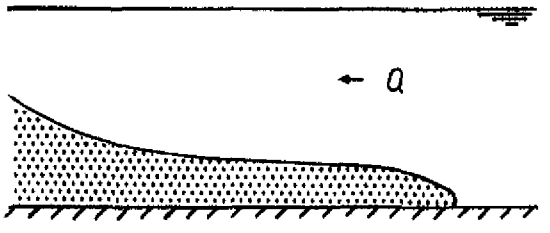
Geval 3, $\alpha = 0$



Door de definiëring van α als boven aangegeven wordt voorkomen dat bij een zich terug trekkende zouttong te veel debiet wordt onttrokken aan de relatieve laag of dat bij een opdringende zouttong de punt te sterk wordt afgeremd.
In vergelijking (9b) geldt voor $\tilde{a}_k$ dat $\alpha = 0{,}5$, hetgeen impliceert dat de gemiddelde waarde wordt genomen.

3 Stilstaande-zouttongberekening

In dit hoofdstuk worden de berekeningsresultaten van een stilstaande zouttong met TWOLAY vergeleken met de analytische oplossing voor de stilstaande zouttong.
In onderstaande figuur is schematisch een stilstaande zouttong weergegeven. Het piëzometrisch niveau en de bodem zijn horizontaal (debiet per eenheid van breedte). Door de bovenlaag q wordt er een schuifkracht op de onderlaag uitgeoefend, die evenwicht maakt met de drijvende kracht achter de zouttong, het longitudinale drukverschil over de zouttong.



stilstaande zouttong

De stilstaande zouttong kan volgen [2] met de volgende vergelijking beschreven worden

$$k_i \left(\frac{L_i - x}{h}\right) = F_i^{-2} \{0{,}05 - 0{,}25 \left(\frac{a_1}{h}\right)^4 + 0{,}2 \left(\frac{a_1}{h}\right)^5\} - 0{,}5 + \frac{a_1}{h} - 0{,}5 \left(\frac{a_1}{h}\right)^2$$

waarin: k_i = grensvlakschuifspanningskoëfficiënt
L_i = lengte zouttong
$F_i = q/(\varepsilon g h^3)^{\frac{1}{2}}$
$\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$

De stroming wordt ter plaatse van x = 0 kritisch verondersteld.

De gegevens voor de analytische en de numerieke berekening zijn ontleend aan getijgootproef T13A uit het schutsluisonderzoek dat in [1] gerapporteerd is. De invoergegevens voor de berekeningen zijn in tabel 3.1 samengevat.
De zouttongberekening met TWOLAY werd gestart met 1 iteratie voor a en v. Deze ene iteratiestap was niet voldoende om een nauwkeurig resultaat te behalen in

de volume- en massabalans. De volumebalans, tabel 3.2, geeft een volumeverlies van de zouttong die doorwerkt op de onderlaagdichtheid ρ_2. In tabel 3.3 zijn uitgezet de dichtheden tegen de plaatskoördinaat, kolom 1. In kolom 2 t/m 13 staan de dichtheden op 0, 10, 12, 14 t/m 30 DT. Uit tabel 3.3 blijkt dat ρ_2 lokaal toeneemt, met een maximum van 1,2 kg/m^3 op x = 2 m na 30 tijdstappen = 600 s. Het stellen van een nauwkeurigheidseis ten aanzien van a en v verbeterde de berekeningsresultaten direkt. Uit tabel 3.4 kan opgemaakt worden dat het volume-verlies gereduceerd is tot nagenoeg nul, waardoor de onderlaagdichtheid niet meer verandert. Als nauwkeurigheidskriterium is voor de verandering in a $0{,}1*10^{-2}$ en voor de verandering in v $0{,}1*10^{-3}$ gesteld.

Het verloop van de onderlaagdikte op diverse tijdstippen is weergegeven in figuur 3.1. Na circa 12.000 s verandert de zouttong nauwelijks meer van vorm. Opgemerkt wordt dat in de laatste fase de zouttong nog blijft groeien als gevolg van het opvullen van de laag waarbinnen maatregelen zijn getroffen ten aanzien van bodemschuifspanning en uitwisselingstermen en interne grensvlakschuifspanning. De a_2-kromme op t = 22.000 s en t = 42.000 s vallen samen. De volume-toename van de zouttong in de periode van 22.000 tot 42.000 s is 0.0052 m^3. De inhoud van de zouttong op t = 22.000 s is 0,2784 m^3. De volume-toename bedraagt dus ongeveer 2% van de inhoud van de zouttong. Deze toename komt nagenoeg volledig ten goede aan de onderlaag met een relatieve laagdikte $a_2/2h = 0{,}5\ \delta$. Ruw geschat bedraagt de inhoud van de relatieve laag achter de punt van de tong 0,008 m^3. De fout in de volumebalans bedraagt na 42.000 s 0,00000033 m^3, hetgeen overeenkomt met 0,001 $^o/_{oo}$ van de inhoud van de zouttong. Op basis van de gegevens van deze berekening kan gekonkludeerd worden dat het programma voldoet aan de eisen ten aanzien van volume- en massabehoudendheid.

In hoeverre de inspeeltijd van circa 12.000 s reëel is, kan niet met zekerheid worden gezegd. Er bestaat hierover zover bekend geen literatuur. Wel kan iets gezegd worden over hoe een zouttong zich voortplant in de situatie waarbij een uitwisselingsstroom ontstaat tussen zout en zoet water als gevolg van het wegtrekken van een schot dat een scheiding vormt tussen het zoute en zoete water. De relaties die hierbij voor het zoutfront zijn afgeleid liggen in een geldigheidsgebied dat niet toepasbaar is voor de berekening met TWOLAY, zie[4]. Wel kan gesteld worden dat met inachtneming van de uitgangspunten van de zouttongberekening een looptijd van het front in orde van grootte van 10^4 s heel wel mogelijk is.

In figuur 3.1 is ook te zien dat de snelheid van de onderlaag na 12.000 s nagenoeg nul is. De analytische oplossing is in figuur 3.1 ingetekend. De overeenkomst tussen analytische en numerieke oplossing is nagenoeg volledig.

De berekening van de stilstaande zouttong met TWOLAY is essentiëel voor de bewijskracht van het model. De stilstaande zouttong kent een analytische oplossing , hetgeen voor overige zout-zoet problemen niet geldt, waardoor de numerieke berekening van de stilstaande zouttong nuttig is.

4 Nauwkeurigheidsaspekten TWOLAY

4.1 Inleiding

De schatting van de numerieke nauwkeurigheid van de oplossingen met het programma TWOLAY is uitgevoerd op basis van de resultaten van een nauwkeurigheidsanalyse van het programma NETFLOW, zie [5].Het numerieke schema van NETFLOW is vergelijkbaar met dat van TWOLAY. Om een indruk te krijgen van de nauwkeurigheidsaspekten van oplossingen met TWOLAY wordt eerst een samenvatting gegeven van de nauwkeurigheidsanalyse van NETFLLOW.Bij deze analyse voor een sterk geschematiseerde probleemstelling is een theoretische schatting gegeven van de numerieke nauwkeurigheid van de oplossing voor lange golven in rivierenstelsels zoals die met NETFLOW is berekend. Bij de nauwkeurigheidsanalyse werd uitgegaan van de volgende vergelijkingen:

Kontinuïteit

$$B\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Bewegingsvergelijking

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g\, A_s \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

waarin A_s = stroomvoerende doorsnede
B = kombergende breedte
Q = debiet
g = zwaartekrachtsversnelling
h = uitwijking waterspiegel
t = tijd
x = plaats

In de bewegingsvergelijking worden de invloed van bodemwrijving (niet lineair!) en versnellingstermen verwaarloosd.

De randvoorwaarden zijn:

$h = \hat{h} e^{i\omega t}$ voor $x = 0$

met $\omega = 2\pi/T$, waarin T de periode van de opgewekte golf is.

$h \to 0$ voor $x \to \infty$

De analytische oplossing van het stelsel vergelijkingen beschrijft een enkelvoudige, ongedempte lopende golf.De nauwkeurigheid van de numerieke oplossing is afhankelijk van de gekozen maaswijdte Δx en tijdstap Δt De nauwkeurigheidsanalyse is uitgevoerd door na te gaan hoe de golf door numerieke demping vervormt[5]. De resultaten van die analyse zijn gepresenteerd in de vorm van figuur 4.1 en figuur 4.2. Figuur 4.1 geeft informatie over de amplitudevervorming. Een maat voor de amplitudevervorming is de dimensieloze grootheid L', de relatieve dempingslengte. Deze grootheid is afhankelijk van n_x, n_T en θ (mate van impliciet rekenen). Naarmate θ van de bovenkant af dichter tot 0,5 nadert des te nauwkeuriger wordt de oplossing, zie hiertoe [6]. In figuur 4.1 is de dimensieloze dempingslengte uitgezet tegen het aantal ruimtestappen in een golflengte bij een vast aantal tijdstappen in de golfperiode en tegen het aantal tijdstappen in een golfperiode, n_T bij een vast aantal ruimtestappen per golflengte n_x. De grafieken zijn geldig voor $\theta = 0{,}55$. De dimensieloze dempingslengte L' geeft aan dat de amplitude van de golf opgewekt aan de rand van het model over een afstand van één golflengte reduceert met de faktor $e^{-1/L'}$. Op een willekeurige plaats is de demping van de amplitude van de aan de rand opgewekte golf te berekenen uit

$$\hat{h}(x) = \hat{h}_o \, e^{-x/\lambda L'}$$

waarin $\hat{h}_o$ = amplitude golf op $x = 0$

x = plaatskoördinaat

λ = golflengte van de opgewekte golf

en L' volgt uit figuur 4.1.

Uit figuur 4.1 blijkt dat de dimensieloze dempingslengte L' grotendeels alleen afhankelijk is van n_T voor $n_x > 10$.

In figuur 4.2 wordt de fout in de relatieve voortplantingssnelheid c_r gegeven als funktie van n_x en n_T.

De grootheden L' en c_r geven een aanwijzing voor de numerieke nauwkeurigheid; als $l' \to \infty$ en $c_r = 1$ valt de numerieke oplossing met de analytische oplossing samen. Voor kleine waarden van n_x en n_T, met name voor $n_x <$ ca. 8, ontstaan

zeer grote fouten. De relatieve dempingslengte wordt zeer klein en ook de voortplantingssnelheid gedraagt zich dan vreemd. Van enige nauwkeurigheid kan onder genoemde omstandigheden geen sprake meer zijn. Voor een uitvoerige afleiding van deze nauwkeurigheidsresultaten wordt verwezen naar [5].

Het numerieke schema van NETFLOW is gelijk aan dat van TWOLAY, impliciet, waarbij gebruik wordt gemaakt van de Crank-Nicholsonmethode. Het type golven dat met de impliciete differentievergelijkingen moet worden beschreven is voor beide programma's hetzelfde. In principe kunnen de resultaten uit de nauwkeurigheidsanalyse van NETFLOW dus toegepast worden op TWOLAY. De beperking voor de toepassing is wel dat de golf die aan de rand van het systeem werd opgewekt bij de analyse van de nauwkeurigheidsaspekten van NETFLOW voor de sterk geschematiseerde probleemstelling niet onderhevig was aan fysische demping, waardoor direkt een analytische uitdrukking voor de numerieke demping bepaald kan worden. TWOLAY geeft de oplossing van interne golfvergelijkingen. De interne golven worden gedempt door bodem- en grensvlakschuifspanning. In hoofdstuk 5 wordt uitvoerig ingegaan op de fysische demping. Als eerste benadering voor de schatting van de numerieke nauwkeurigheid van de oplossingen met TWOLAY worden de resultaten van de NETFLOW-analyse in de vorm van figuur 4.1 en 4.2 toegepast.

4.2 Numerieke demping in TWOLAY berekeningen

Aan de hand van een aantal berekeningen is de numerieke nauwkeurigheid van TWOLAY getoetst aan de theoretisch afgeleide NETFLOW nauwkeurigheidseigenschappen. Hiertoe is een situatie doorgerekend waarbij bij een stilstaande zouttong onder getijgootomstandigheden een sinusvormig debietverloop in de tijd op x = 0 m als randvoorwaarde werd opgedrukt. De periode van het opgedrukte signaal bedraagt 200 sekonden en wordt benaderd door de periode van de referentieproef die t.b.v. het zoutindringingsonderzoek achter schutsluizen in de getijgoot is uitgevoerd, deze bedroeg 192 sekonden. Het periode-gemiddelde debiet door de x = 0 m rand is dus nul. Het dichtheidsverschil tussen onder- en bovenlaag bedraagt 11,5 kg/m^3. De uitwisselingstermen zijn nul verondersteld. De beginvoorwaarden ten aanzien van de onderlaagdikte zijn verkregen uit de resultaten van een stilstaande zouttongberekening, zie [1]. De grensvlakschuifspanningskoëfficiënt k_i is aan dezelfde berekening ontleend. De bodemschuifspanningskoëfficiënt k_b is op de ruwheid van de getijgoot gebaseerd en bedraagt 0,0277. De vaste gegevens zijn in tabel 4.1 samengevat. Opgemerkt dient

te worden dat de numerieke testberekeningen zijn gemaakt met gebruikmaking van het Newton-Raphson-proces. In hoofdstuk 3 is aangetoond dat hiervan gebruik moest worden gemaakt omdat de onderlaagdichtheid toenam als gevolg van een te grote fout in de volumebalans. Het iteratieproces is echter hoofdzakelijk belangrijk voor berekening van de zoutverdeling en beïnvloedt de waterbeweging en daarmee de demping nauwelijks.

De voortplantingssnelheid van de interne golf volgt uit $c_i \approx \sqrt{(\varepsilon.g.a_2)} = \sqrt{((11,5/1012,5) \times 10 \times 0.02)} \approx 0.05$ m/s.
De karakteristieke golflengte λ is nu $\lambda = c_i.T \approx 0.05 * 200 = 10$ m.

Als eerste punt is de invloed van de grootte van de tijdstap onderzocht. De referentieberekening heeft hier 10 tijd- en ruimtestappen in de periode respektievelijk karakteristieke golflengte. Ten opzichte van deze berekening is het aantal tijdstappen per periode gevarieerd. De resultaten van ΔT = 5, 10, 20, 40 sekonden zijn gepresenteerd in figuur 4.3. Op x = 0 m is te zien dat de vorm van de a_2-kromme beïnvloed wordt door de grootte van de tijdstap. De a_2-kromme voor ΔT = 5 s en ΔT = 10 s is nagenoeg gelijk. De demping van de amplitude van de onderlaagdikte is voor de berekening met ΔT = 40 s het grootst. Met behulp van figuur 4.1 en 4.2 is de theoretische demping en het faseverschil geschat. Hierbij is als volgt te werk gegaan: met $n_x = \lambda/\Delta X = 10$ en $n_T = T/\Delta T = 10$ volgt uit figuur 4.1 $L' = 3,32$ en uit figuur 4.2 $1 - c_r = 0,12$. De demping van de overige berekeningen is bepaald ten opzichte van de berekening met $n_T = 10$, $n_x = 10$.

De relatieve dempingsfaktor D_r is als volgt gedefinieerd:

$$\{e^{-x/\lambda L'}/(e^{-x/\lambda\ L'})_{ref}\} = D_r$$

De relatieve dempingsfaktor en het faseverschil t.o.v. de referentieberekening zijn weergegeven in tabel 4.2. Daarnaast zijn in tabel 4.2 de geschatte grootheden uit figuur 4.1 opgenomen. Vergelijking van de theoretische en de uit de berekening herleidde grootheden geeft een goede overeenkomst.
Vervolgens is de ruimtestap gevarieerd. In figuur 4.4 zijn de resultaten van de ruimtestapvariaties gepresenteerd. Op x = 0 m valt op dat bij iedere a_2-kromme de middenstand verschilt ten opzichte van de andere. Daarnaast zijn de krommen voor $\Delta X < 2$ m nog erg hoekig, een kleinere tijdstap, $n_T = 20$ inplaats van $n_T = 10$, bijvoorbeeld had gladdere krommen opgeleverd. De middenstand van

de a_2-krommen op x = 5 m en x = 10 m is nagenoeg identiek.
De toppen van de a_2-kromme voor ΔX = 0,25 m en ΔX = 0,5 m op x = 5 m zijn smaller en spitser dan de dalen. De relatieve dempingsfaktoren en de faseverschillen van de berekeningen zijn weer met behulp van figuur 4.1 en 4.2 bepaald. De relatieve dempingsfaktor (relatief t.o.v. n_T = 10, n_x = 10) en het faseverschil zijn samengevat in tabel 4.3. De geschatte grootheden voor demping en faseverschil zijn eveneens in de tabel opgenomen. Uit tabel 4.3 volgt dat de overeenkomst tussen theoretische en uit de numerieke berekening afgeleide waarden op x = 10 m goed is, terwijl voor n_x = 20 en n_x = 40 op x = 5 m de verschillen echter aanzienlijk zijn in de relatieve demping. De oorzaak van de slechte overeenkomst kan gelegen zijn in het feit dat de fysische demping die bij elke berekening even sterk wordt verondersteld, door de middenstandsverhoging bij de kleinere ruimtestappen minder is op het trajekt tussen x = 10 en x = 5 m. De middenstandsverhoging wordt veroorzaakt door het feit dat de berekening gedurende 1 periode van 200 seconden gerekend heeft met de gekozen ruimtestap, waardoor er verschillen in de onderlaagdikte zijn ontstaan. Daarnaast kan opgemerkt worden dat de oplossing nog niet zuiver periodiek is, hetgeen voor de nauwkeurigheidsschatting noodzakelijk is.
Ondanks de aanwezige beperkingen kan gesteld worden dat met behulp van de gevolgde nauwkeurigheidsanalyse van NETFLOW een redelijke tot goede indruk van de nauwkeurigheid van de oplossingen met TWOLAY verkregen kan worden. Ter aanvulling van het nauwkeurigheidsonderzoek van de oplossing van TWOLAY is een viertal berekeningen gemaakt met prototypegegevens van het Kanaal van Gent naar Terneuzen.

Evenals bij de berekening met getijgootparameters werd ter plaatse van x = 0 m een sinusvorming debietverloop in de onderlaag opgedrukt. De periode van de golf bedraagt 50.000 seconden. Het dichtheidsverschil tussen onderlaag- en bovenlaag is op 5,5 kg/m^3 gesteld. De resultaten zijn gepresenteerd in de vorm van onderlaagsnelheden.

De interne voortplantingssnelheid c_i is ongeveer:

$$c_i \cong \sqrt{\{((\rho_2-\rho_1)/\rho_2).g.a_2\}} = (5{,}5 * 10^{-3} * 10 * 0{,}5)^{\frac{1}{2}} = 0{,}165 \text{ m/s}$$

De golflengte van de interne golf volgt uit

$$\lambda = c_i.T$$

$$\lambda = c_i.T = 0,165 * 50.000 = 8300 \text{ m}$$

Bij de eerste twee berekeningen is de tijdstapgrootte 5000 s en wordt de ruimtestap gevarieerd van 250 naar 1000 m.
Er geldt nu voor de berekening met $\Delta x = 250$ m

$n_x = \lambda/\Delta x = 8300/250 = 33$

$n_T = T/\Delta T = 10$

voor $\Delta x = 1000$ wordt

$n_x = 8300/1000 = 8$

$n_T = 10$

Uit figuur 4.1 en 4.2 kan voor de respektieve ruimtestappen het volgende afgelezen worden:

$n_x = 33$, $n_T = 10 \rightarrow$ $L' = 4,6$ en $1 - c_r = 0,04$

$n_x = 8$, $n_T = 10 \rightarrow$ $L' = 2.0$ en $1 - c_r = 0,2$

De onderlinge numerieke demping van de signalen op x = 4000 m is

$$(e^{-\frac{1}{2}}/e^{-1/4,6})^{4000/8300} \cong 0,87$$

Deze numerieke demping komt aardig overeen met de demping die uit figuur 4.5 geschat kan worden. Het faseverschil tussen de snelheden in het punt x = 4000 m bedraagt ongeveer 0,15.
In figuur 4.6 zijn de resultaten gepresenteerd van 2 berekeningen met een tijdstap van 2500 s respektievelijk 5000 s.
Voor $n_x = 33$ en $n_T = 50.000/250 = 20$ volgt uit figuur 4.1 en 4.2:

$$L' = 10, \quad 1 - c_r = 0,015$$

Op basis van de relatieve dempingslengten uit figuur 3.1 volgt voor de onderlinge numerieke demping, $(e^{-1/4,6}/e^{-1/10})^{4000/8300} \sim 0,95$. Uit figuur 4.6 blijkt het verschil niet signifikant te zijn, met andere woorden de onderlinge numerieke dempingsfaktor = 1. Ten aanzien van de voortplantingssnelheid lijkt er een onderling faseverschil te zijn waarvan de grootte nagenoeg niet vast te stellen is.

Uit deze voorbeelden blijkt eveneens dat, op een onnauwkeurigheid van enkele procenten na, gebruik van de relaties die opgesteld zijn ten behoeve van het

numerieke programma NETFLOW een eerste schatting geven van de numerieke nauwkeurigheid van het programma TWOLAY. Gekonkludeerd kan worden dat het aantal tijdstappen in de karakteristieke golfperiode ongeveer 20 en het aantal ruimtestappen in de karakteristieke golflengte minimaal 10 moeten zijn.
De nauwkeurigheidsrelaties zijn afgeleid voor een enkelvoudige harmonische golf. Het karakter van interne golven die ontstaan bij het schutten van schepen van zoutwater naar zoeter water is over het algemeen wat gekompliceerder. Ter illustratie is het verloop in de tijd van de onderlaagdikte ter plaatse van x = 0 voor een willekeurige getijgootproef nader onderzocht. Dat is gebeurd door met behulp van Fourieranalyse het a_2-signaal bij een ingespeelde getijgoot te ontleden. De algemene gedaante van een interne golf met hogere harmonischen is als volgt:

$$a_2(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{k=n} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$$

of anders geschreven

$$a_2(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{k=n} R_k \sin(\omega_k t + Q_k)$$

met $R_k = \sqrt{(a_k^2 + b_k^2)}$ en $\operatorname{tg} Q_k = a_k/b_k$

Fourieranalyse van het a_2-signaal aan de hand van 64 monsterpunten leidt tot 32 harmonischen. De resultaten zijn samengevat in tabel 4.4. De harmonische komponenten zijn getabelleerd van laag naar hoog. In figuur 4.7 zijn de amplituden behorende bij de eerste harmonischen uitgezet.
De grootte van de ruimtestap en tijdstap van berekeningen zou gebaseerd kunnen worden op de hoogste harmonische golf die nog nauwkeurig weergegeven moet worden. Het zal duidelijk zijn dat op grond van de rekenkosten het niet aantrekkelijk is alle harmonischen nauwkeurig weer te geven in de numerieke oplossing.
Voor getijgootproeven die uitgevoerd zijn in het kader van zoutindringing achter de schutsluizen is het aan te bevelen de karakteristieke periode te koppelen aan de openingstijd van de binnendeur, zijnde 48 seconden. Deze openingstijd was juist voldoende om een volledige uitwisseling van zout en zoet water in schutkolk en kanaalpand te bewerkstelligen. De bijbehorende karakteristieke golflengte is ongeveer 3 m.

5 Fysische demping

5.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk is onderzocht wat de numerieke demping van interne golven is als funktie van het aantal ruimtestappen en tijdstappen in de bijbehorende karakteristieke grootheden. De amplitude van de interne golven in het rekenmodel TWOLAY ondervinden naast een mogelijke numerieke demping een fysische demping als gevolg van de wrijvingskrachten op de lagen waarin de interne golf zich voortplant. Om enerzijds inzicht te krijgen in de invloed van fysische demping op interne golven, dit inzicht is noodzakelijk om berekeningsresultaten met TWOLAY te kunnen begrijpen en anderzijds de berekeningsresultaten te toetsen aan een analytische oplossing voor de demping wordt dit hoofdstuk gewijd aan fysische demping.

De invloed van bodem- en interne grensvlakspanning op de demping, van de interne golfamplitude wordt nagegaan aan de hand van een analogie tussen interne golfvergelijkingen en lange golfvergelijkingen.
Voor benadering voor de schatting van de demping van interne golven is aansluiting gezocht bij de theorie, die Vreugdenhil heeft toegepast voor onderzoek naar het gedrag van de oplossing van lange golfvergelijkingen [6]. Deze oplossing kan bij benadering analytisch worden bepaald uit de gelineariseerde vergelijkingen. Dit betekent dat de weerstandsterm in de bewegingsvergelijking lineair gemaakt moet worden.
Op een permanente uniforme stroming met een konstant debiet en waterdiepte worden verstoringen gegenereerd. De kontinuïteits- en bewegingsvergelijking worden in de verstoringen van het debiet en de waterdiepte uitgeschreven waarbij hogere dan eerste machten van de verstoringen worden verwaarloosd. Nadat de vergelijkingen dimensieloos zijn gemaakt wordt het stelsel opgelost voor periodieke golfvormige verstoringen die aan de rand van het model worden opgewekt. Aangenomen wordt dat de oplossing eveneens periodiek zal worden en dat er geen golven gereflekteerd worden. Voor de theoretische afleiding wordt verwezen naar [6].
In figuur 5.1 is op de horizontale as de dimensieloze grootheid K en op de vertikale as de dimensieloze dempingslengte r uitgezet. K, een bodemwrijvingsfaktor, is voor een permanente uniforme stroming met debiet Q en waterdiepte h als volgt gedefinïeerd.

$$K = \frac{Q \cdot T}{R \cdot A_s} \cdot g/C^2$$

hierin is: T = golfperiode

A_s = stroomvoerend oppervlak dwarspofiel

R = hydraulische straal

Als het gaat om een oscillerende stroming met relatief kleine Q kan de bodemwrijvingsfaktor naar analogie van Lorentz vervangen worden door: [6]

$$K = 4/3\pi.(\hat{Q}.T/(R_o A_s)).g/C^2.$$

De dimensieloze dempingslengte r is uitgezet als funktie van K voor konstante Froude getallen. F is als volgt gedefiniëerd:

$$F = Q\, A_s^{-1} (g\, A_s/B)^{-\frac{1}{2}}$$

waarin B de breedte van het wateroppervlak is.

r laat zich als volgt verklaren; de amplitude van de lopende golf is na een dimensieloze afstand r gereduceerd met een faktor e^{-1}, m.a.w. op een willekeurige plaats met koördinaat x is de amplitude van de op de rand van het model opgewekte golf door wrijvingskrachten gedempt met een faktor $e^{-x/\lambda r}$.

Voor $K \to o$ gaat $r \to \infty$, dat wil zeggen de golven worden vrijwel niet meer gedempt. Voor golven tegen de stroom in gaat $r \to o$, hetgeen erop wijst dat de golf snel wordt uitgedempt.

In figuur 5.2 is de relatieve voortplantingssnelheid uitgezet als funktie van K voor de diverse Froudegetallen. Als de voortplantingssnelheid van de opgewekte golf niet beïnvloed wordt door de wrijving is de relatieve voortplantingssnelheid 1. De onderbroken lijnen geven de c_v-waarden voor golfvormige verstoringen met een voortplantingssnelheid die met de stroom mee is gericht en de getrokken lijnen geven de c_v-waarden van verstoringen die zich voortplanten tegen de stroom in. Uit figuur 5.2 volgt dat de voortplantingssnelheid van de opgewekte golf toeneemt als de golf gedragen wordt door de stroom.

5.2 Demping interne golven

De oplossing van de interne golfvergelijkingen kan op een gelijksoortige wijze onderzocht worden als zojuist voor de lange golven is beschreven. Bij de analyse van de golfvergelijkingen wordt ervan uitgegaan dat de uitwisselingstermen nul zijn en dat de dichtheid in onder- en bovenlaag niet verandert.

De bodemschuifspanning en de grensvlakschuifspanning vormen niet lineaire termen in de interne golfvergelijkingen. Het onderlaagdebiet verloopt sinus-

vormig. De bodemwrijvingsterm wordt daarom gelineariseerd volgens Lorentz. De grensvlak wrijvingsterm laat zich niet eenvoudig lineariseren. Deze term wordt benaderd door te stellen dat de grensvlakschuifspanning alleen afhankelijk is van u_1.
De wrijvingsfaktor K is nu als volgt gedefiniëerd:

$$K = T/a_2\{.4/3\pi.\hat{u}_2 k_b + u_1.k_i\}$$

Verder is F nu het interne Froudegetal, dat als volgt gedefinieerd is:

$$F^2 = \rho\, u_2^2/(\Delta\rho.g.h)$$

Daar gekeken wordt naar verstoringen waarbij de stationaire onderlaagsnelheid nul is, is alleen het geval F = 0 van belang.
In een aantal berekeningen met TWOLAY is nagegaan wat de invloed van bodemschuifspanning en interne grensvlakschuifspanning is op de demping. In figuur 5.3 zijn de resultaten gepresenteerd van bodemschuifspanningskoëfficiënten-variaties. De interne grensvlakschuifspanningskoëfficiënt k_i is 0.0034. De theoretisch bepaalde demping en de werkelijk optredende demping voor de drie gevallen is in tabel 5.1 gegeven.

	x = 10 m		x = 5 m	
k_b	theorie	gemeten	theorie	TWOLAY
0,0139	0,26	0,13	0,51	0,23
0,0277	0,17	0,07	0,42	0,18
0,0555	0,03	0,06	0,18	0,15

Tabel 5.1

Uit tabel 5.1 volgt dat de overeenkomst tussen theoretische en berekende demping op x = 10 m nog redelijk is, doch op x = 5 m is alleen de overeenkomst voor k_b = 0,0555 goed te noemen. De verschillen tussen de theoretische en gemeten dempingsfaktoren kunnen waarschijnlijk verklaard worden door de grotere invloed van de interne grensvlakschuifspanningsterm op fysische demping dan uit de aangenomen linearisering van de grensvlakschuifspanningsterm in K volgt. Wel mag gekonstateerd worden dat een eerste indruk van de te verwachten demping van een oplossing verkregen kan worden uit de behandelde analogie.
In figuur 5.4 is voor k_i = 0,0017 de demping onderzocht voor kb = 0,0277 en kb

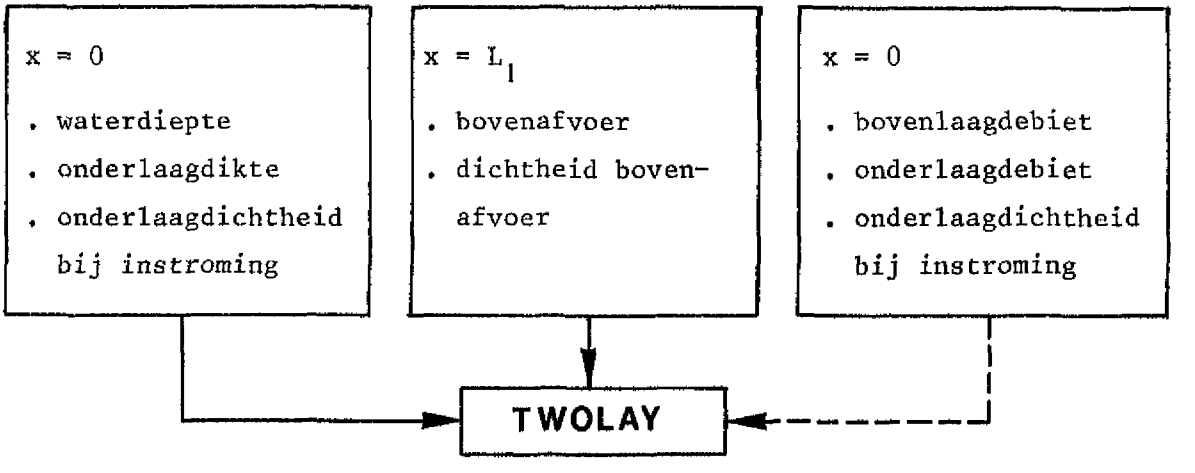
= 0,0554. In figuur 5.5 staan de resultaten van berekeningen waarbij de grensvlakschuifspanningskoëfficiënt k_i = 0,0068 is. Bij vergelijking van de resultaten uit figuur 5.4 en 5.5 kan gekonstateerd worden dat de invloed van de grensvlakschuifspanning op de demping groter is dan die van de bodemschuifspanning.

In het algemeen zullen berekeningen met TWOLAY uitgevoerd worden met uitwisselingstermen tussen onder- en bovenlaag. Veelal zullen er dan meerdere niet-lineaire termen in de golfvergelijkingen aanwezig zijn, waardoor een relatie voor de fysische demping, uit de analytische oplossing van de gelineariseerde golfvergelijkingen afgeleid, niet kan worden bepaald. Zoals al vaker opgemerkt is zijn er weinig analytische oplossingen voor problemen waaraan de resultaten van TWOLAY getoetst kunnen worden. Het onderzoek naar de fysische demping van de amplitude van een interne golf moet dan ook gezien worden als een poging de resultaten van berekeningen met TWOLAY beter te begrijpen door deze te toetsen aan een theoretische oplossing, in dit geval, de fysische demping.

6 Samenvatting en konklusies

6.1 Samenvatting

In dit rapport wordt het impliciete rekenmodel TWOLAY beschreven. Het model is ontwikkeld voor toepassing op zoutindringingsproblemen, in het bijzonder voor zoutindringingsproblemen achter schutsluizen.
De te verwachten stromingssituatie in het te onderzoeken waterstelsel is gelaagd. Waterstelsel en stromingssituatie laten zich schematiseren tot een ééndimensionaal tweelagensysteem. Het numerieke model TWOLAY berekent de waterbeweging en de zouttoestand in het geschematiseerde waterstelsel. Hiertoe moeten randvoorwaarden en beginvoorwaarden ingevoerd worden. De randvoorwaarden op x = 0 m worden opgegeven in de vorm van onderlaagdebiet, bovenlaagdebiet en onderlaagdichtheid of in waterdiepte, onderlaagdikte en onderlaagdichtheid. Bij uitstroming wordt de onderlaagdichtheid door het binnengebied bepaald. Alleen de dichtheid van het instromende onderlaagdebiet moet opgelegd worden. Daarnaast moet de bovenafvoer en de dichtheid ervan opgegeven worden op de bovenrand. In onderstaande figuur is een overzicht gegeven van de noodzakelijke randvoorwaarden.



randvoorwaarden TWOLAY

Als beginvoorwaarden moeten in de punten van het rekennet onderlaagdikte, onderlaagdichtheid, waterstand en bovenlaagdichtheid worden ingevoerd. TWOLAY berekent vervolgens laagdikten, snelheden en dichtheden indien de wiskundige beschrijving voor vertikale turbulente diffusie, entrainment, interne schuifspanning en oppervlakteschuifspanning als informatie aan het model is toege-

voegd. Tevens moeten bodemschuifspanningskoëfficiënt, fysische lengte van het model, lengte van het rekenvak en breedte van het waterstelsel zijn ingevoerd. Daarnaast moeten de volgende numerieke grootheden worden opgegeven: ruimtestap, tijdstap, aantal tijdstappen dat de berekening lang is, relatieve laagdikte, iteratie voorwaarden en de mate van impliciet rekenen.
Het model heeft voor toepassing op waterstelsels de beperking dat het piëzometrisch niveau in de lengterichting konstant moet zijn. Bij een horizontale bodem houdt dit in dat $\partial h/\partial x$ nul is. Wel is het mogelijk de waterstand te laten variëren als funktie van de tijd. Kontrole van genoemde beperking op praktische problemen behoort tot de routines bij het gebruik van het programma huidige Twolay.
In dit verslag is de numerieke nauwkeurigheid van de oplossing van TWOLAY onderzocht. Op basis van een nauwkeurigheidsonderzoek van het impliciete model NETFLOW, vergelijkingen en numerieke schema zijn vergelijkbaar met TWOLAY, is een theoretische schatting gemaakt van de te verwachten numerieke demping en faseverschil als funktie van tijdstap- en ruimtestapgrootte.
De berekeningen die uitgevoerd zijn voor ruimte- en tijdstapvariaties zijn opgezet voor situaties waarbij geen uitwisselingsprocessen optreden.
Interne grensvlakschuifspanning en bodemschuifspanning dempen de interne golven die aan de rand van het model worden opgewekt. Gebruik makend van de analogie tussen de fysische demping van lange golven en interne golven is een schatting gemaakt van de te verwachten fysische demping van een interne golf die op de rand wordt opgewekt en het model inloopt. De niet-lineaire bodemschuifspanning en grensvlakschuifspanning laten zich echter bij het vereenvoudigd probleem, geen uitwisselingstermen, moeilijk lineariseren.
Er is een stilstaande zouttongberekening met TWOLAY uitgevoerd. De resultaten ervan zijn vergeleken met de resultaten van de analytische oplossing voor de stilstaande zouttong.

6.2 Konklusies

1) De resultaten van de stilstaande-zouttongberekening kwamen na circa 12.000 seconden nagenoeg volledig overeen met die van de analytische oplossing. De zouttong bereikt een evenwichtssituatie die niet meer verandert.

2) Het programma is volume- en massabehoudend. Bij de stilstaande-zouttongberekening gaf één iteratiestap een volumefout waardoor de onderlaagdichtheid lokaal toenam. Een nauwkeurigheidseis voor de relatieve bovenlaagdikte en

het snelheidsverschil tussen onder- en bovenlaag waren voldoende om de volumebalans sluitend te maken waardoor de onderlaagdichtheid niet meer varieerde. De fout in de volumebalans bij de stilstaande zouttongberekening bedraagt na 42.000 seconden ongeveer 0,001‰ van de inhoud van de zouttong.

3) Uit het onderzoek naar de numerieke nauwkeurigheid van de oplossingen met TWOLAY blijkt dat het aantal tijdstappen in de karakteristieke golfperiode ongeveer 20 en het aantal ruimtestappen in de karakteristieke golflengte minimaal 10 moet zijn. Voor getijgootproeven die uitgevoerd zijn in het kader van zoutindringing achter schutsluizen bedraagt de karakteristieke periode 40 seconden (de openingstijd van de binnensluisdeur) en de karakteristieke golflengte $\pm$ 3.00 meter.

4) De fysische demping van interne golven die aan de rand van het model worden opgewekt laat zich matig afschatten. De demping ten gevolge van de interne grensvlakschuifspanning is sterker dan op basis van een rigoureuze linearisering van de grensvlakschuifspanning in de bewegingsvergelijking theoretisch volgt. Opgemerkt zij dat bij de berekeningen die voor het dempingsonderzoek uitgevoerd zijn geen uitwisselingstermen zijn meegenomen.

REFERENTIES

[1] WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM.
Zoutindringing achter schutsluizen.
M896-33, juli 1979.

[2] VREUGDENHIL, C.B.
Computation of gravity currents in estuaries.
Delft Hydraulics Laboratory, Publication no. 86, december 1970.

[3] Technische Hogeschool Delft, Afdeling Civiele Techniek.
Dichtheidsstromen, handleiding College b81, 1980.

[4] WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM.
Uitwisselingsstromen bij schutsluizen.
M772, april 1968.

[5] WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM.
Nauwkeurigheid NETFLOW bij randvoorwaarden.
Informatie No. X58, augustus 1980.

[6] TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT, Afdeling der civiele techniek.
Waterloopkundige berekeningen I, handleiding college b 84,
augustus 1979.

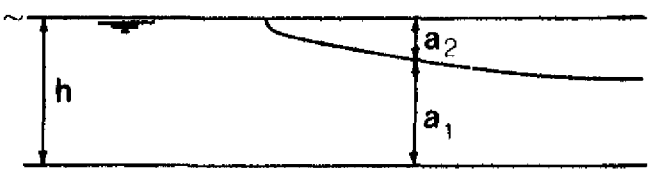
Appendix A

Invloed verwaarlozing ∂h/∂x.

Voor het Kanaal van Gent naar Terneuzen en het Kanaal door Zuid-Beveland zal een afschatting van ∂h/∂x termen worden gemaakt. Aan de hand hiervan kan worden afgeleid in hoeverre voor berekeningen met TWOLAY van genoemde prototypen termen met ∂h/∂x terecht in de externe en interne golfvergelijking kunnen worden verwaarloosd.

Kanaal door Zuid-Beveland.

De toekomstige situatie van dit kanaal bestaat uit een schutsluis bij Hansweert aan de Westerscheldezijde en een getijrand bij Wemeldinge aan de Oosterscheldekant van het Kanaal.



Wemeldinge Hansweert

Figuur 1 toekomstige situatie.

In tabel A.1 zijn de relevante gegevens van het Kanaal opgenomen.

De getijgolflengte behorend bij het kanaalbekken is:

$$\lambda = T \times \sqrt{gh_o} \approx 387 * 10^3 \text{ m}$$

Indien de verhouding tussen bekkenlengte en getijgolflengte kleiner is dan 0,05 kan de berekening van de externe waterbeweging gebaseerd worden op een kombergingsbeschouwing, dat wil zeggen ∂h/∂x = 0, hierin is h het piëzometrische niveau (onafhankelijk van bodemverhang!).
Voor het Kanaal geldt:

$$L_1/\lambda = 10/387 \quad < 0.05$$

Er wordt ruim voldaan aan het gestelde kriterium.

Voor de interne golfvergelijkingen wordt nagegaan of verwaarlozing van $\partial h/\partial x$ - in de diverse termen ook toegestaan is. De interne golfvergelijkingen kunnen geschreven worden zonder termen met h erin. Door substitutie van $ah = a_1$ in deze vergelijkingen ontstaan er echter termen met h in. Voor de bepaling van de orde van grootte van de diverse termen zijn vergelijking (1a) en (9) uit hoofdstuk 2 verder uitgeschreven.
Dit leidt tot:

$$\partial a/\partial t + q/h.\partial a/dx + a/h\ \partial q/\partial x - q/h^2.\partial h/\partial x + a(1-a)\partial v/\partial x +$$

$$- v(1-2a)\ \partial a/\partial x - w_i/h - a/h.\partial q/\partial x + aq/h^2.\partial h/\partial x - a(1-a)\ v/h.\partial h/\partial x = 0 \quad (1b)$$

$$\partial v/\partial t + q/h.\partial v/\partial x + v/h.\partial q/\partial x - qv/h^2.\partial h/\partial x - \varepsilon ag.\partial h/\partial x - \varepsilon gh\ \partial a/\partial x +$$

$$+ \tfrac{1}{2}.g((1-a)/\rho_2)h\ \partial\rho_2/\partial x + (gah/2\rho_1)(2\rho_1/\rho_2)-1\} + \tau_b/\{\rho_2(1-a)h\}$$

$$+ \tau_s/\rho_1 ah - (\tau_i - w_i\rho_i u_i)\ \{1/(\rho_2(1-a)h) + 1/(\rho_1 ah)\} = 0 \qquad (9a)$$

De grootte van $\partial h/\partial x$ is berekend uit:

$$\partial h/\partial x = -\ 1/gA_s.\partial Q/\partial t - 2Q/gA_s^2\ .\ \partial Q/\partial x - Q\ Q\ /C^2A_s^2\ R$$

met $Q(x,t) = dh/dt\ .\ (L-x)$

hierin is Q = debiet
A = kombergende doorsnede = stroomvoerend oppervlak
B = breedte

De waarde van $\partial h/\partial x$ ter plaatse van $x = 5000$ m wordt bij de maximale snelheid $2{,}4 * 10^{-6}$. Deze waarde van $\partial h/\partial x$ is gesubstitueerd in (1b) en (9a) voor afschatting van de grootte van de afzonderlijke termen.

In vergelijking (1a) valt de 3e term in het linkerlid weg tegen de 8e term in het linkerlid. Aan de schatting liggen nog de volgende aannamen ten grondslag $\partial a_1/\partial x \approx 4.10^{-4}$, $\partial \rho_2/\partial x \approx 10^{-3}$ kg/m^2, $\partial \rho_1/\partial x \approx 10^{-4}$ kg/m^2. $(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2 \approx 10^{-2}$, $w_o \approx 10^{-3}$ en $C = 40$ m$^{\frac{1}{2}}$/s.
In tabel A.2 en A.3 zijn de schattingen van de termen samengevat in kolom 2. Uit tabel A.2 en A.3, kolom 2 volgt dat voor het Kanaal door Zuid-Beveland de invloed van $\partial h/\partial x$ -termen in de interne golfvergelijkingen terecht kan worden verwaarloosd.

Kanaal van Gent naar Terneuzen.

Het waterspiegelverhang wordt voor het Kanaal berekend uit:

$$\partial h/\partial x = - Q|Q|/(C^2 A_s^2 R)$$

hierin is R de hydraulische straal.
De prototypegegevens zijn:

Q = 23.5 m^3/s
h = 14.8 m
b = 120 m
C = 60 m$^{\frac{1}{2}}$/s

Hieruit volgt voor $\partial h/\partial x$:

$$\partial h/\partial x = 3{,}3 * 10^{-9}$$

Het verval over het kanaalpand met een lengte van 30 km wordt dan 10^{-4} m. In tabel A.2 en A.3 zijn in kolom 3 de orde van grootte van de termen in de interne golfvergelijking weergegeven. Bij de schatting is uitgegaan van de volgende veronderstellingen: $a = 0{,}865$; $\Delta a = 0{,}0338$; $\varepsilon = 10^{-2}$; $\partial \rho_2/\partial x = 0$, $5 * 10^{-3}$ kg/m^2; $\partial \rho_1/\partial x = 10^{-4}$ kg/m^2; $\partial a_1/\partial x \approx 4.10^{-4}$; $T = 10800$ s en $v = 0{,}1$ m/s.
Verwaarlozing van $\partial h/\partial x$-termen heeft zoals uit tabel A.2 en A.3 blijkt nagenoeg geen invloed op de oplossing van de interne golvergelijking. Uit beide voorbeelden blijkt dat het grensvlakverhang, de dichtheidsgradiënt in de diskontinue laag en de schuifspanningen een dominerende rol in de interne golfvergelijkingen spelen.

tabel 3.1 getijgootgrootheden

k_b	= 0,0277
k_1	= 0,0034
ρ_1	= 1001 kg/m^3
ρ_2	= 1012,5 kg/m^3
$a_2(x=0)$	= 0,022 m
Q_o	= - 2,2*10^{-3} m^3/s

```
T=    140.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .29243473          3.66375503
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00825423          .11149878
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00897233         -.11149878
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00071810         -.00000000

  VMAX1=          .00894570  AMAX1=          .02059966  NSTAP=     1

T=    160.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .28883109          3.61917258
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00465059          .06691633
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00546725         -.06691633
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00081667         -.00000000

  VMAX1=          .00726679  AMAX1=          .01399630  NSTAP=     1

T=    180.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .28590670          3.58177120
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00172620          .02951495
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00251507         -.02951495
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00078887         -.00000000

  VMAX1=          .00631754  AMAX1=          .01058617  NSTAP=     1

T=    200.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .28482594          3.57167242
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00064544          .01941617
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00171756         -.01941617
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00107212         -.00000000

  VMAX1=          .01731703  AMAX1=          .01162595  NSTAP=     1

T=    400.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .28587787          3.59913571
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00169737          .04687946
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00404739         -.04687946
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00235002         -.00000000

T=    600.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                  .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                  .28691180          3.62613716
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                .00273130          .07388091
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                 -.00633877         -.07388091
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                  0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D          -.00360747         -.00000000
```

VOLUME-EN ZOUTBALANS ZONDER NEWTON-ITERATIE

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

TAB.3-2

PLAATS-FUNKTIES
REKENGEVAL T54DATA BLCKNR 6

X-R2	0	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.6	1012.7	1012.5	1012.5	1012.5	1012.6	1012.7	1012.5
1.00	1012.5	1012.7	1012.8	1012.7	1012.8	1012.9	1012.9	1013.0	1012.9	1012.9	1013.0	1013.1
2.00	1012.5	1012.9	1013.1	1012.9	1012.9	1013.1	1013.3	1013.6	1013.3	1013.2	1013.4	1013.7
3.00	1012.5	1012.7	1012.8	1012.7	1012.8	1012.8	1013.0	1013.1	1012.9	1012.9	1013.0	1013.2
4.00	1012.5	1012.6	1012.5	1012.5	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.7	1012.7
5.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.7
6.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.6	1012.5	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6	1012.6
7.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.6	1012.6	1012.6
8.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
9.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
10.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
11.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
12.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
13.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
14.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
15.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
16.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
17.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
18.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
19.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
20.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
21.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
22.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
23.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
24.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
25.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
26.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
27.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
28.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
29.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
30.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
31.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
32.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
33.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
34.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
35.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
36.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
37.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
38.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
39.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
40.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
41.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
42.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
43.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
44.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
45.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
46.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5

DICHTHEID ALS FUNCTIE VAN PLAATS OP DIVERSE TIJDSTIPPEN, ZONDER NEWTON-ITERATIE

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

A4

TAB.3-3

```
T=    140.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28824355          3.60304446
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00406305           .05078821
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00406306          -.05078821
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000000          -.00000000

  VMAX1=          .00002133  AMAX1=          .00001061  NSTAP=     3

T=    160.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28824355          3.60304446
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00406305           .05078821
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00406306          -.05078821
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000000          -.00000000

  VMAX1=          .00002969  AMAX1=          .00000412  NSTAP=     3

T=    180.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28523852          3.56548156
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00105802           .01322531
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00105802          -.01322531
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000000          -.00000000

  VMAX1=          .00000285  AMAX1=          .00000029  NSTAP=     3

T=    200.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28418050          3.55225634
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00000000           .00000009
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00000001          -.00000009
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000000          -.00000000

  VMAX1=          .00001911  AMAX1=          .00001351  NSTAP=     3

T=    400.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28418050          3.55225639
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00000000           .00000014
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00000001          -.00000014
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000001          -.00000000

T=    600.00                                          M3          KG ZOUT ONDERLAAG
   INHOUD ZOUTTONG    T=0.          A                    .28418050          3.55225625
   INHOUD ZOUTTONG                  B                    .28418051          3.55225644
   TOENAME ZOUTTONG                 B-A                  .00000001           .00000019
   CUM. TRANSPORT DOOR RANDEN       C                   -.00000002          -.00000019
   CUM. UITWISSELING NAAR BOVENLAAG D                    0.00000000          0.00000000
   FOUT IN MASSABALANS              (B-A)+C+D           -.00000001          -.00000000
```

VOLUME- EN ZOUTBALANS MET NEWTON-ITERATIE

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

TAB.3-4

PLAATS-FUNKTIES
REKENGEVAL T54DATA BLOKNR 6

X-R2	0	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
1.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
2.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
3.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
4.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
5.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
6.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
7.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
8.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
9.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
10.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
11.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
12.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
13.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
14.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
15.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
16.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
17.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
18.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
19.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
20.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
21.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
22.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
23.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
24.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
25.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
26.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
27.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
28.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
29.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
30.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
31.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
32.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
33.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
34.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
35.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
36.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
37.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
38.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
39.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
40.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
41.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
42.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
43.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
44.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
45.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5
46.00	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5	1012.5

DICHTHEID ALS FUNCTIE VAN PLAATS OP DIVERSE TIJDSTIPPEN, MET NEWTON-ITERATIE

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

A4

TAB.3-5

tabel 4.1 invoergegevens

breedte	$b = 0,67$ m
waterdiepte	$h = 0,22$ m
interne grensvlakschuifspanningskoëfficiënt	$k_i = 0,0034$
bovenafvoer	$Q_3 = -2,2 * 10^{-3}$ m^3/s
debiet onderlaag	$Q_2 = \hat{Q}_2 \sin\omega t$, met $\omega = 2\pi/T$ en $\hat{Q}_2 = 0,0002$ m^3/s
debiet bovenlaag	$Q_1 = Q_3 - Q_2$
dichtheid bovenlaag	$\rho_1 = 1001$ kg/m^3
dichtheid onderlaag	$\rho_2 = 1005,5$ kg/m^3
bodemruwheidskoëfficiënt	$k_b = 0,0277$
periode	$T = 200$ s

tabel 4.2 relatieve demping en faseverschil bij tijdstap-variatie

nx/nt	X (m)	relatieve demping theorie	relatieve demping TWOLAY	faseverschil theorie	faseverschil TWOLAY
10/5	10	0,50	0,60	-0,18	-0,13
10/20	10	1,19	1,17	0,04	0,04
10/40	10	1,27	1,20	0,04	0,04
10/5	5	0,77	0,77	-0,18	-0,13
10/20	5	1,09	1,10	0,04	n.t.b.
10/40	5	1,13	1,18	0,04	n.t.b.

tabel 4.3 relatieve demping en faseverschil bij ruimtestapvariatie

nx/nt	X (m)	relatieve demping theorie	relatieve demping TWOLAY	faseverschil theorie	faseverschil TWOLAY
5/10	10	0,5	0,34	0,04	-
20/10	10	1,19	1,19	-0,06	-0,08
40/10	10	1,19	1,26	-0,075	-0,10
5/10	5	0,7	0,61	0,04	n.t.b.
20/10	5	1,09	1,58	-0,06	n.t.b.
40/10	5	1,09	1,58	-0,075	n.t.b.

tabel 4.4 Harmonische komponenten getijgootproef

Harmonische analyse-progr. C54

Aantal harmonischen = 32

Aantal basispunten in 0 = 2PI = 64

AO = 2,6175" +1

A_K		B_K		R_K		Q_K	
-3,3169"	+	+9,3961"	+	+9,9643"	+	+1,9102"	+
-6,4342"	+	-2,1805"	-1	+6,4379"	+	+3,1755"	+
-2,4804"	+	-4,4126"	+	+5,0619	+	+4,2003"	+
+2,7500	+	-2,9039"	+	+4,0049"	+	-8,1115"	-1
+2,3459	+	+8,8411"	-1	+2,5069"	+	+3,6042	-1
+3,1659"	-1	+2,1487"	+	+2,1719"	+	+1,4245"	+
-1,4834"	+	+8,3345"	-1	+1,7015"	+	+2,6297"	+
-1,1333	+	-3,6208"	-1	+1,1897"	+	+3,4508"	+
-4,2949"	-1	-1,0746"	+	+1,1573"	+	+4,3322"	+
+6,6053"	-2	-6,8407"	-1	+9,5092"	-1	-8,0290"	-1
+7,2895"	-1	+2,3592"	-1	+7,6618"	-1	+3,1300"	-1
+2,5958"	-2	+6,4807"	-1	+6,4859"	-1	+1,5308	+
-3,5137"	-1	+1,9906"	-1	+4,0384"	-1	+2,6261"	+
-3,0284"	-1	-1,4184"	-2	+3,0317"	-1	+3,1884"	+
-1,3902"	-1	-2,5390"	-1	+2,8946	-1	+4,2114"	+
+4,4688"	-2	-1,7312"	-1	+1,9273"	-1	-1,1159"	+
+1,8702"	-1	-9,6563"	-3	+1,8727"	-1	-5,1586"	-2
+2,3230"	-2	+1,3004"	-1	+1,3210	-1	+1,3940"	+
-5,9181"	-2	+4,4306"	-2	+7,3928"	-2	+2,4990"	+
-2,9966"	-2	-1,9057"	-2	+3,5512"	-2	+3,7080"	+
-7,1889"	-3	+1,8168"	-2	+1,9538"	-2	+1,9476"	+
-3,9446"	-2	+1,5667"	-2	+4,2444"	-2	+2,7635"	+
-6,3092"	-2	-2,5934"	-2	+6,8214"	-2	+3,5316"	+
-2,6689"	-2	-6,3953"	-2	+6,6299"	-2	+4,3170"	+
+5,0747"	-2	-7,6081"	-2	+9,1452"	-2	-9,8255"	-1
+7,0980"	-2	+3,9090"	-2	+8,1033"	-2	+5,0340"	-1
+1,6090"	-2	+7,6201"	-2	+7,7881"	-2	+1,3627"	+
-8,6495"	-2	+6,4021"	-2	+1,0761"	-1	+2,5044"	+
-7,6300"	-2	-1,8715"	-2	+7,8562"	-2	+3,3821"	+
-6,9885"	-2	-6,8172"	-2	+9,7629"	-2	+3,9146"	+
+4,2715"	-2	-9,4194"	-2	+1,0343"	-1	-1,1451"	+
+8,4688"	-2			+4,2344"	-2		

tabel A.1 relevante gegevens van het Kanaal van Gent naar Terneuzen

getij-amplitude	=	1,5 m
middenstand	=	7,5 m
lengte	=	$\pm$ 10.000 m
breedte	=	120 m
getijperiode	=	44,7 k.s

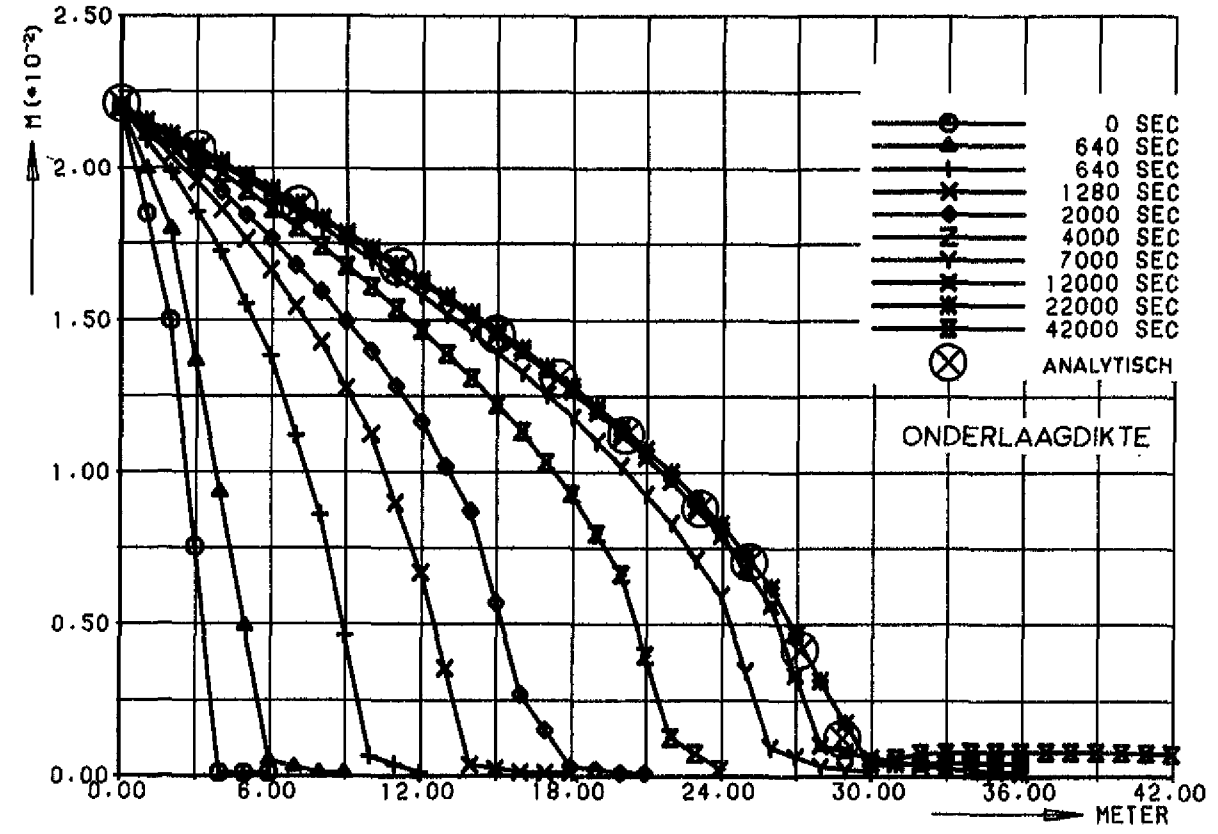
Tabel A.1.

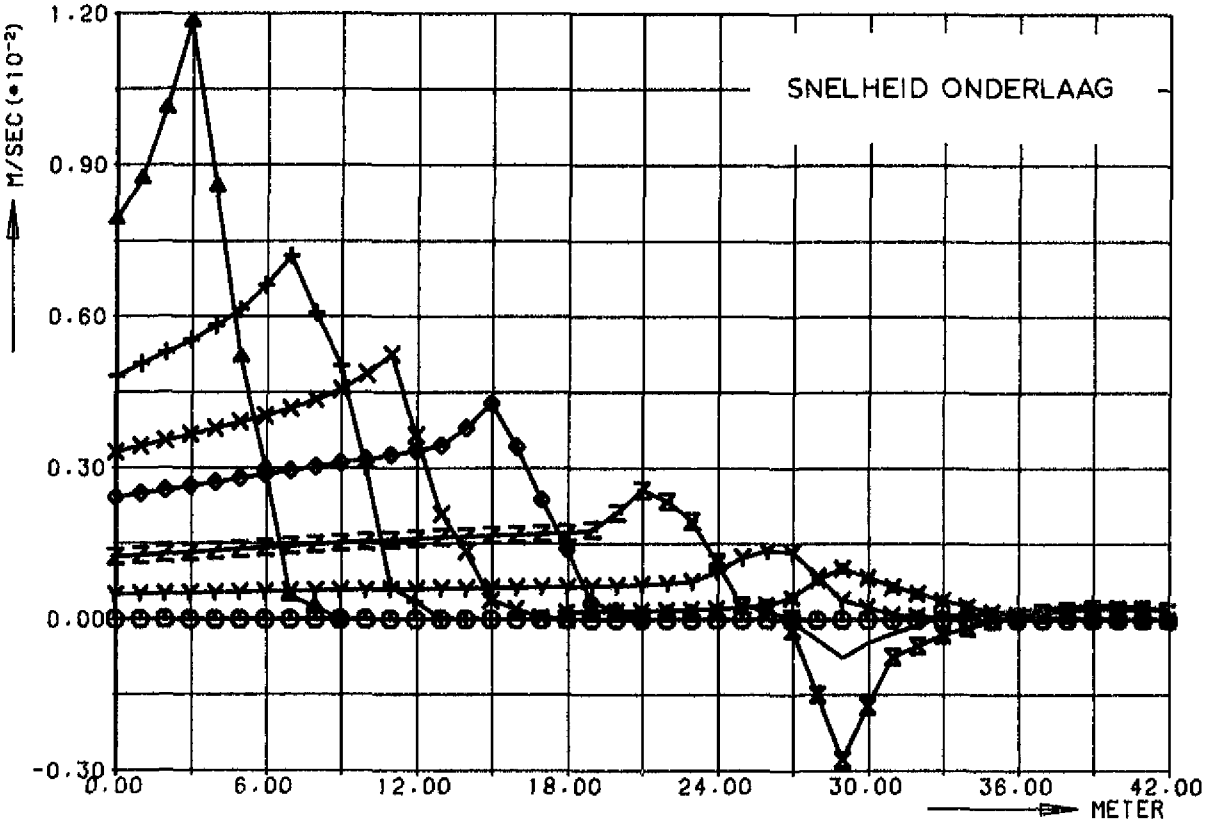
tabel A.2 orde van grootte termen uit vergelijking (1b)

	K door Z-B $* 10^{-6}$	K.G.T. $* 10^{-6}$
$\partial a/\partial t$	28	3,1
$q/h.\partial a/\partial x$	16	0,4
$q/h^2.\partial h/\partial x$	0,1	$3\ 10^{-6}$
$a(1-a)\partial v/\partial x$	3	1.2
$v(1-2a)\partial a/\partial x$	16	2.0
w_i/h	5	0.8
$aq/h^2.\partial h/\partial x$	0,68	$\simeq 0$
$a(1-a)\ v/h.\ \partial h/\partial x$	0,01	$0.2\ 10^{-2}$

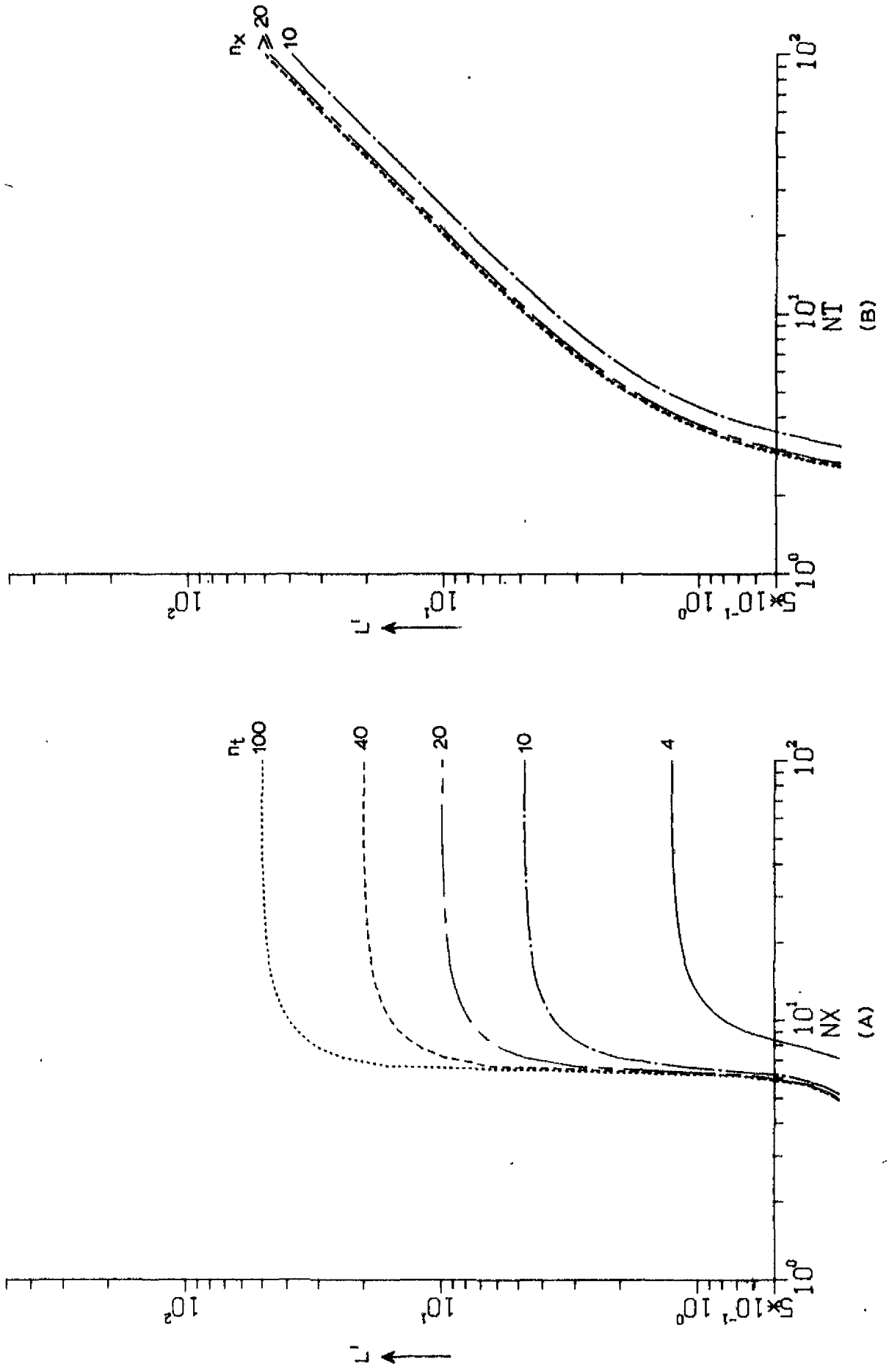
tabel A.3 orde van grootte termen uit vergelijking (9a)

	K door Z-B $* 10^{-6}$	K.G.T. $* 10^{-6}$
$\partial v/\partial t$	10	9,3
$q/h.\partial v/\partial x$	8	0,1
$v/h.\partial q/\partial x$	8	0
$qv/h^2.\partial h/\partial x$	0,03	$0,3 * 10^{-6}$
$\varepsilon ag\ \partial h/\partial x$	0,24	$11,2 * 10^{-6}$
$\varepsilon gh\ \partial a/\partial x$	40	40
$\frac{1}{2}.g.((1-a)/\rho_2)h.\partial\rho_2/\partial x$	5	1,24
$gah/(2\rho_1).\{(2\rho_1/\rho_2)-1\}\ \partial\rho_1/\partial x$	3,5	6
$\tau_b/\rho_2(1-a)h$	65	0,5
$\tau_s/\rho_1 a.h$	-	-
$(\tau_i-w_i\rho_i u_i)(1/(\rho_2.(1-a)h)+1/(\rho_1 a.h))$	95	23



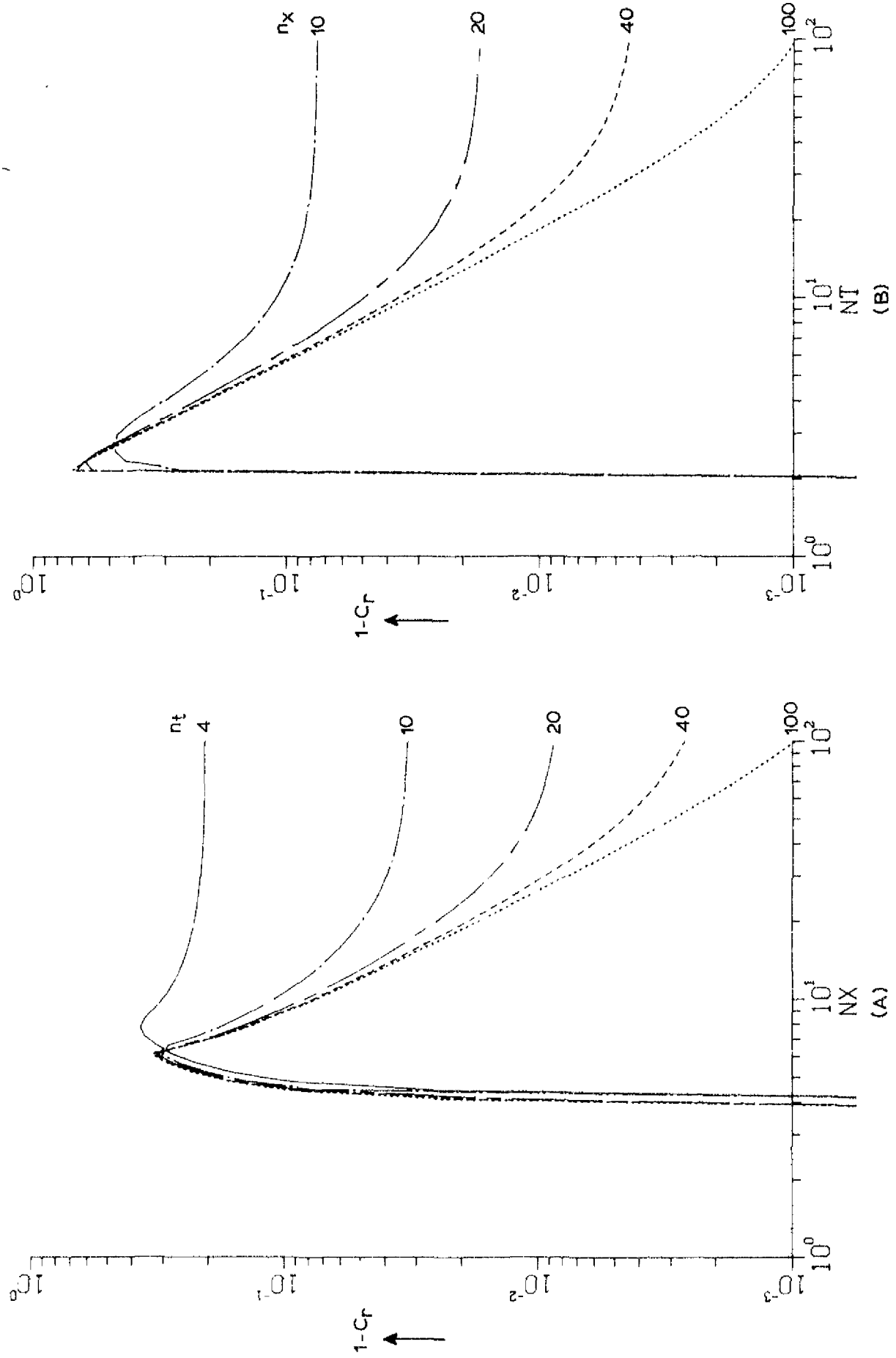


STILSTAANDE ZOUTTONG		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	M 896-3092	FIG. 3.1



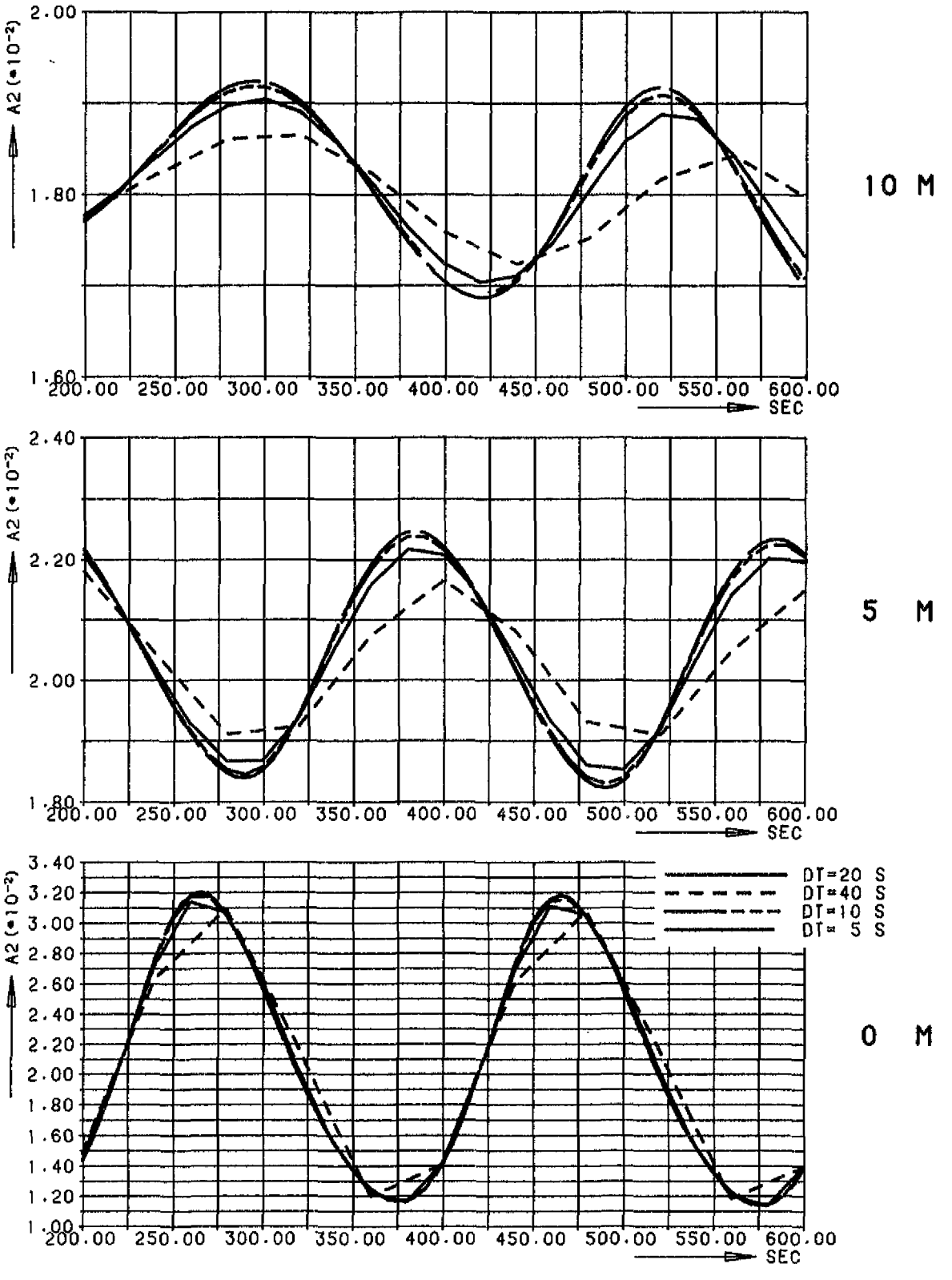
DIMENSIELOZE DEMPINGSLENGTE VOOR HET NETFLOW SCHEMA ALS FUNCTIE VAN (A) n_x EN (B) n_t ($\theta = 0{,}55$)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	M896-3093	FIG. 4.1

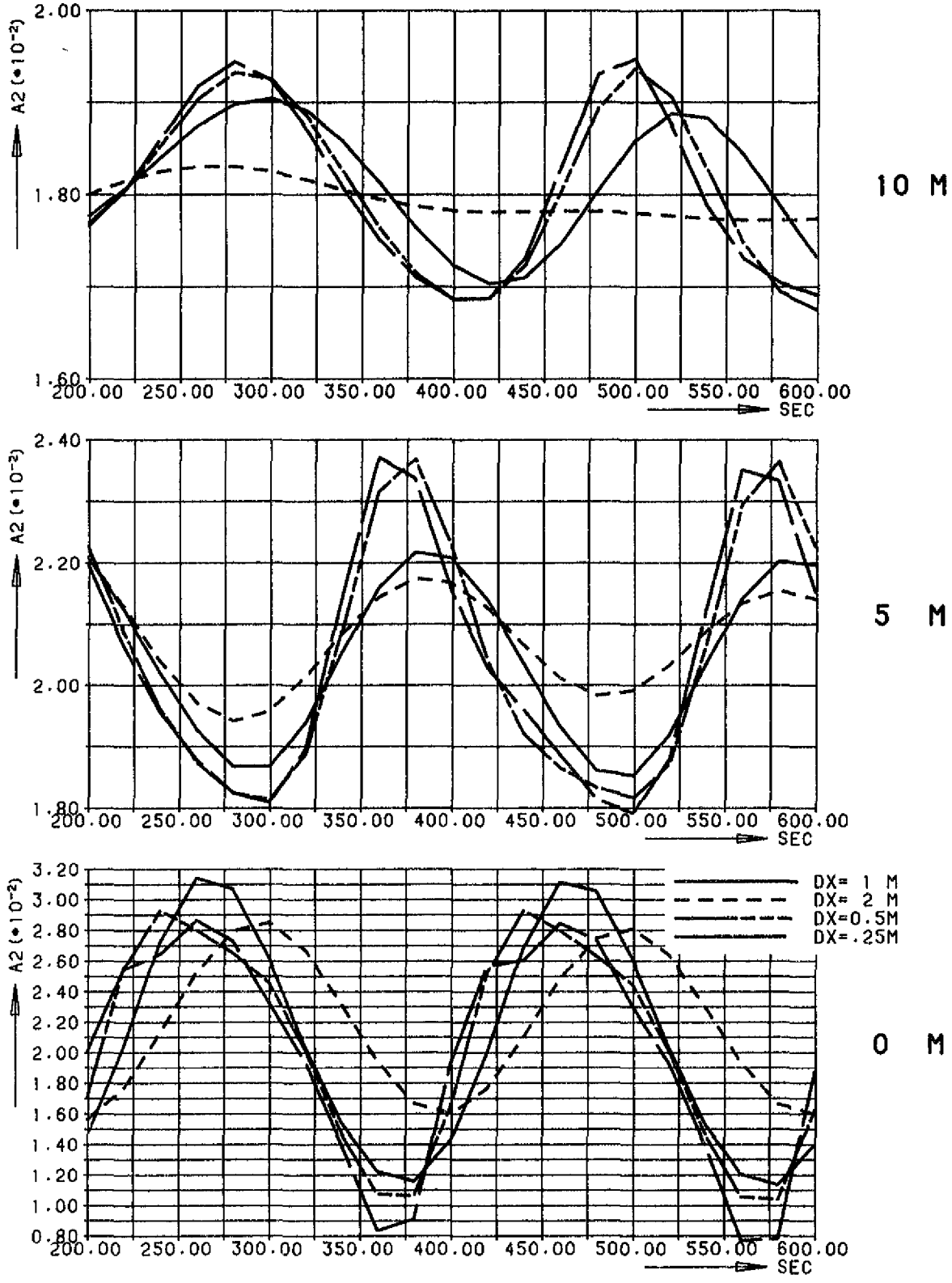


FOUT IN DE RELATIEVE VOORTPLANTINGSSNELHEID VOOR HET NETFLOW SCHEMA ALS FUNCTIE VAN (A) n_x EN (B) n_t ($\theta = 0{,}55$)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM | M896-3094 | FIG.4.2



INVLOED TIJDSTAP OP NUMERIEKE DEMPING (GETIJGOOT-OMSTANDIGHEDEN)		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	M 896-3095	FIG. 4.3



INVLOED LENGTESTAP OP NUMERIEKE DEMPING
(GETIJGOOT-OMSTANDIGHEDEN)

A4

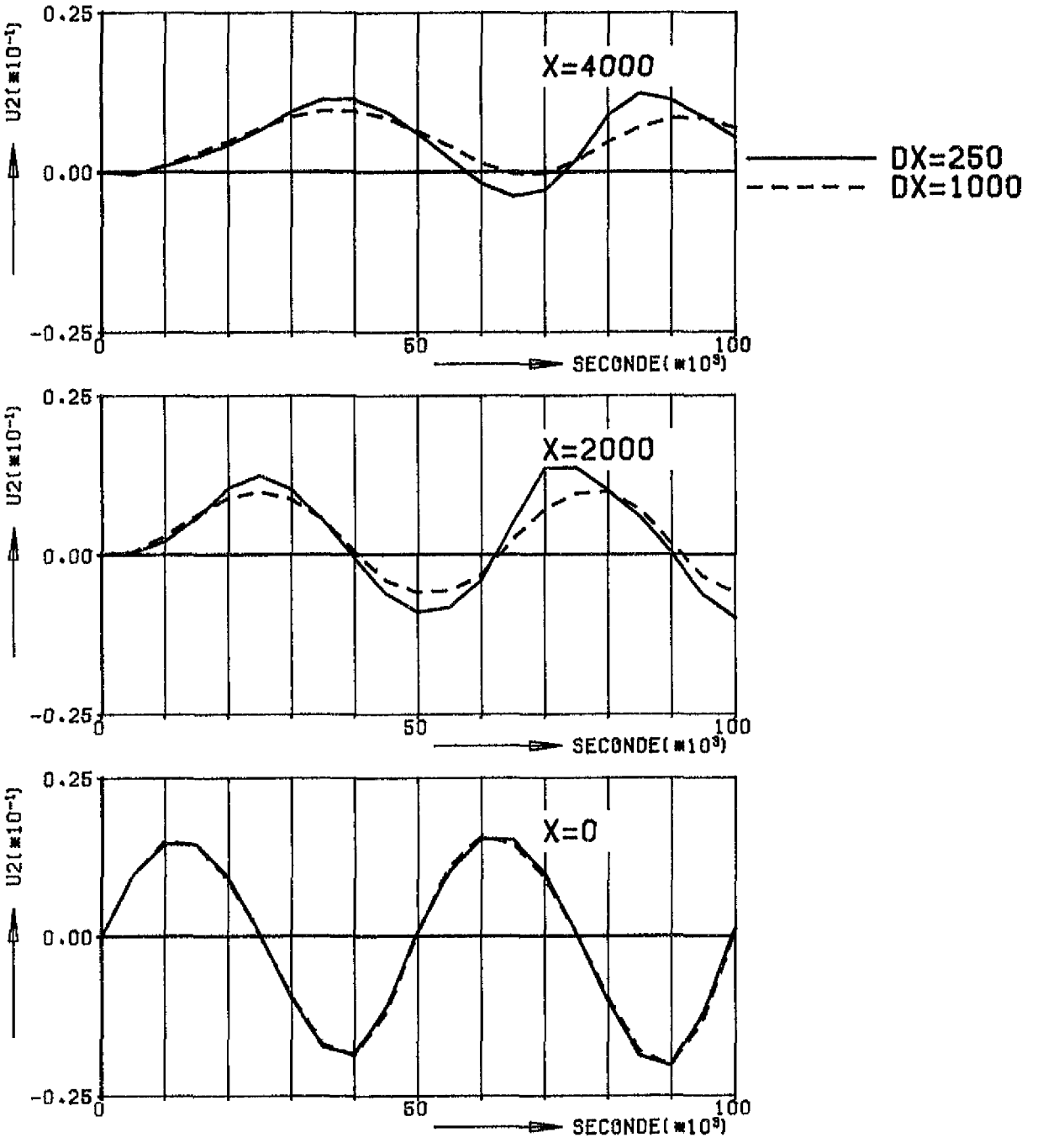
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM | M 896 - 3096 | FIG. 4.4

VASTE GEGEVENS

LENGTE 30000 M
H 14.8
A2 INITIEEL 0.5 - 0 M
Q3 -23.5 M3/S
KI .001
KA.WI.FI 0

VARIABELE GEGEVENS

: AMPL. (SIN) 1M3/S
: AMPL. (SIN) 1M3/S
THETA 0.55
DT 5000 M
KB .001



INVLOED LENGTESTAP OP NUMERIEKE DEMPING
(PROTOTYPE-OMSTANDIGHEDEN)

A4

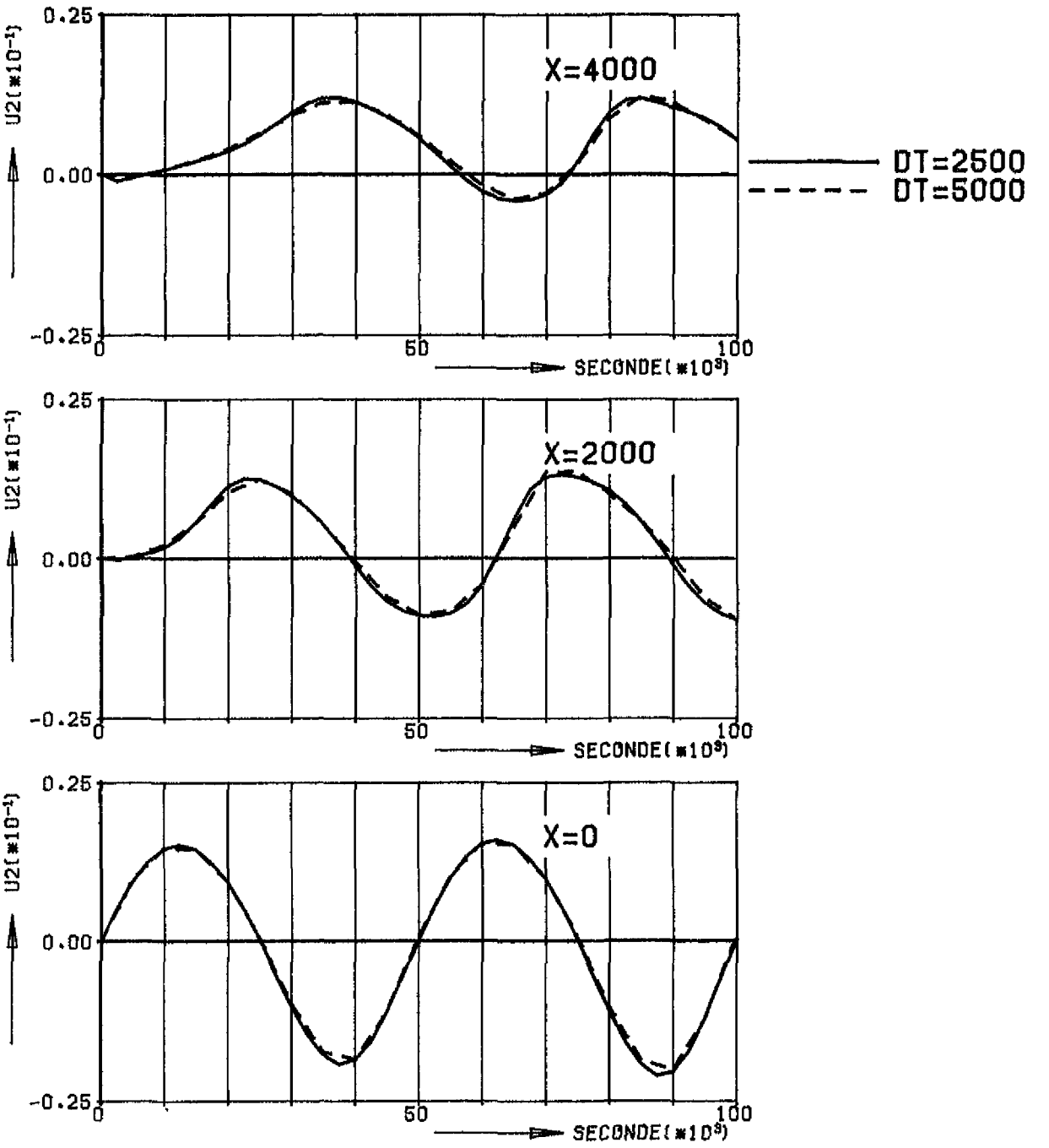
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM | M 896-3097 | FIG. 4.5

VASTE GEGEVENS

LENGTE 30000 M
H 14.8
A2 INITIEEL 0.5 - 0 M
Q3 -23.5 M3/S
KI .001
KA,WI,FI 0

VARIABELE GEGEVENS

Q2-RAND : T=50000 S
: AMPL. (SIN) 1M3/S
THETA 0.55
DX 250 M
KB .001



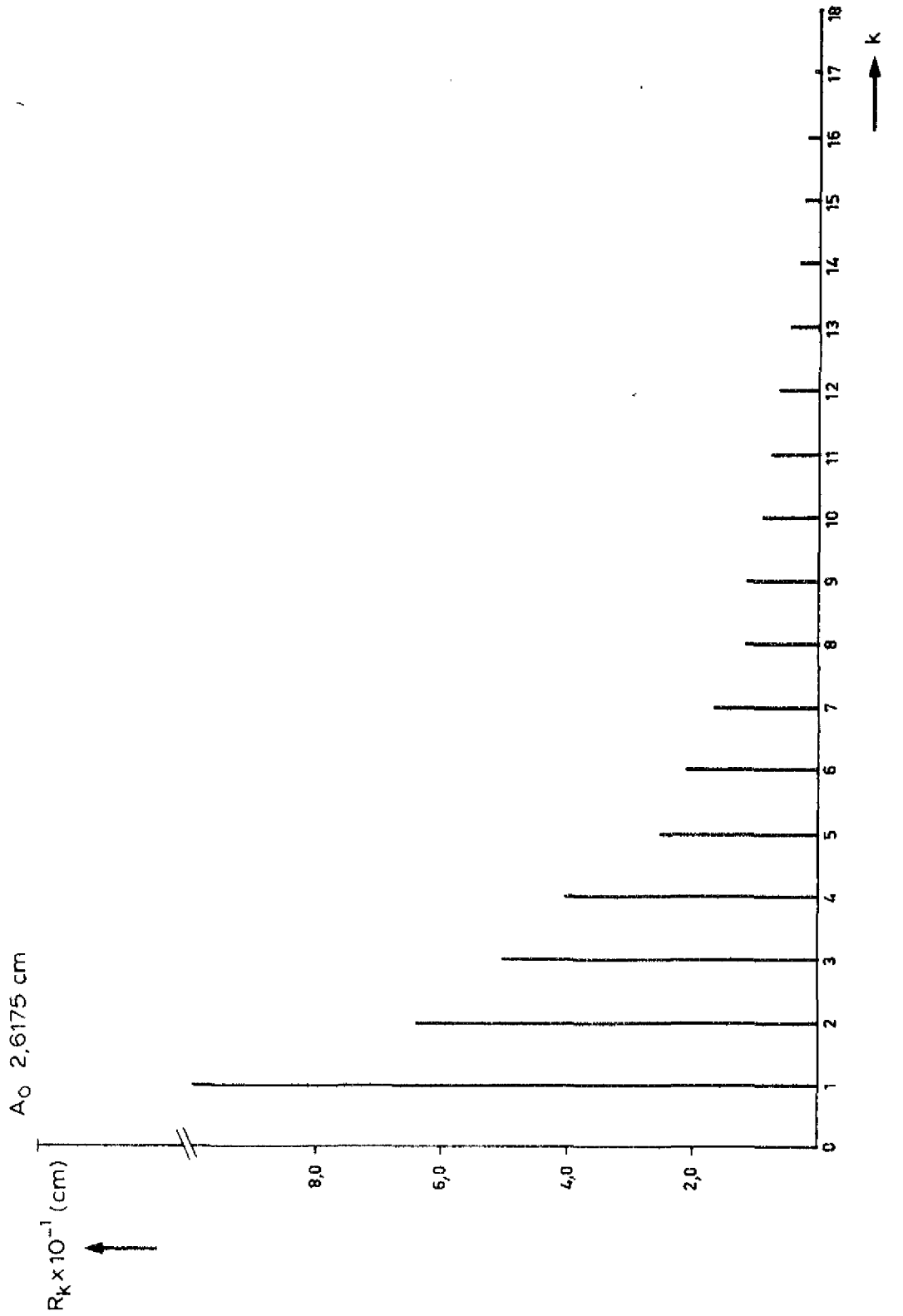
INVLOED TIJDSTAP OP NUMERIEKE DEMPING
(PROTOTYPE-OMSTANDIGHEDEN)

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896-3098

FIG. 4.6



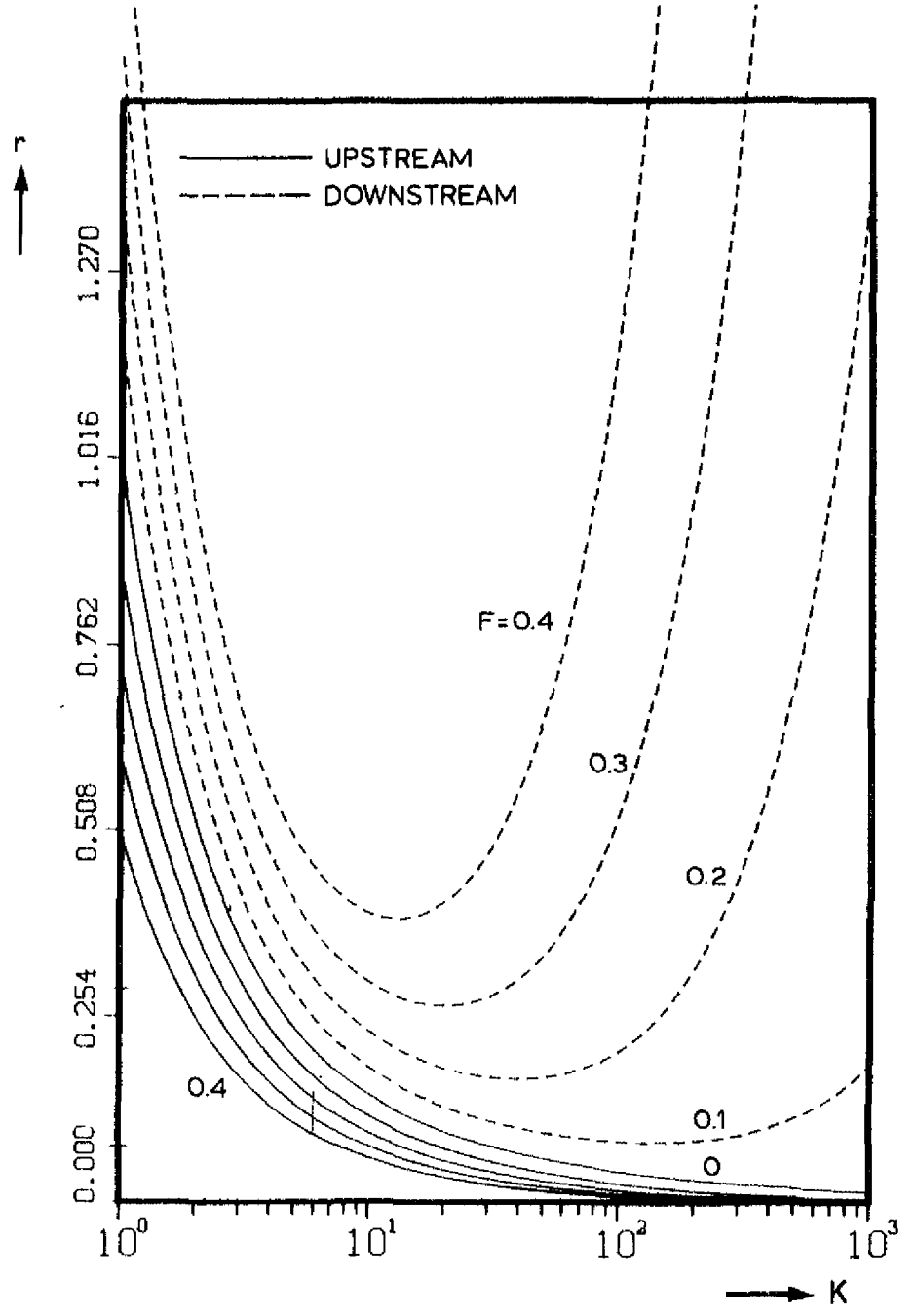
AMPLITUDE VAN DE HARMONISCHEN

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896 - 3099

FIG. 4.7



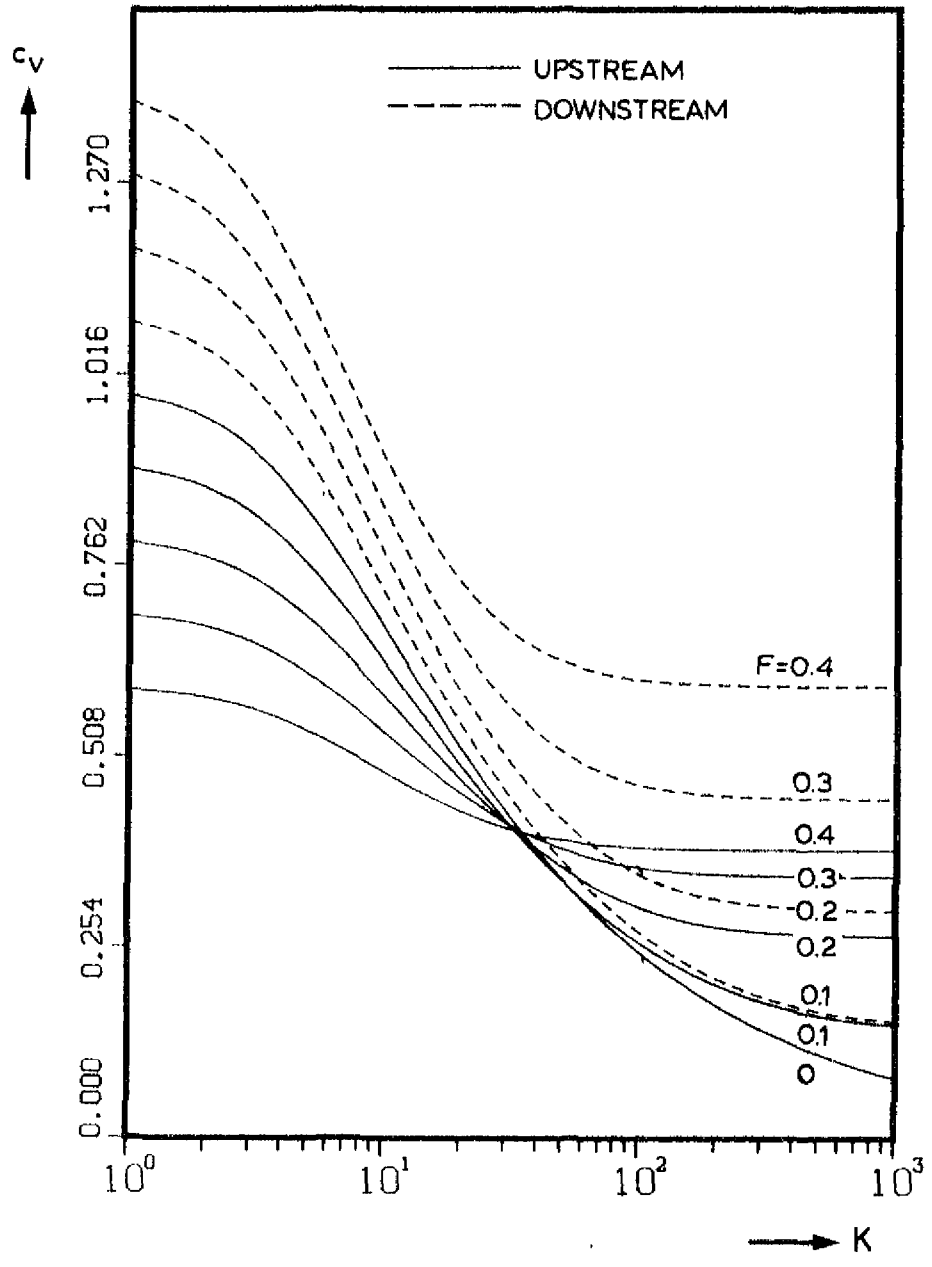
DIMENSIELOZE DEMPINGSLENGTE ALS FUNCTIE VAN DE WRIJVINGSFAKTOR

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M 896-3106

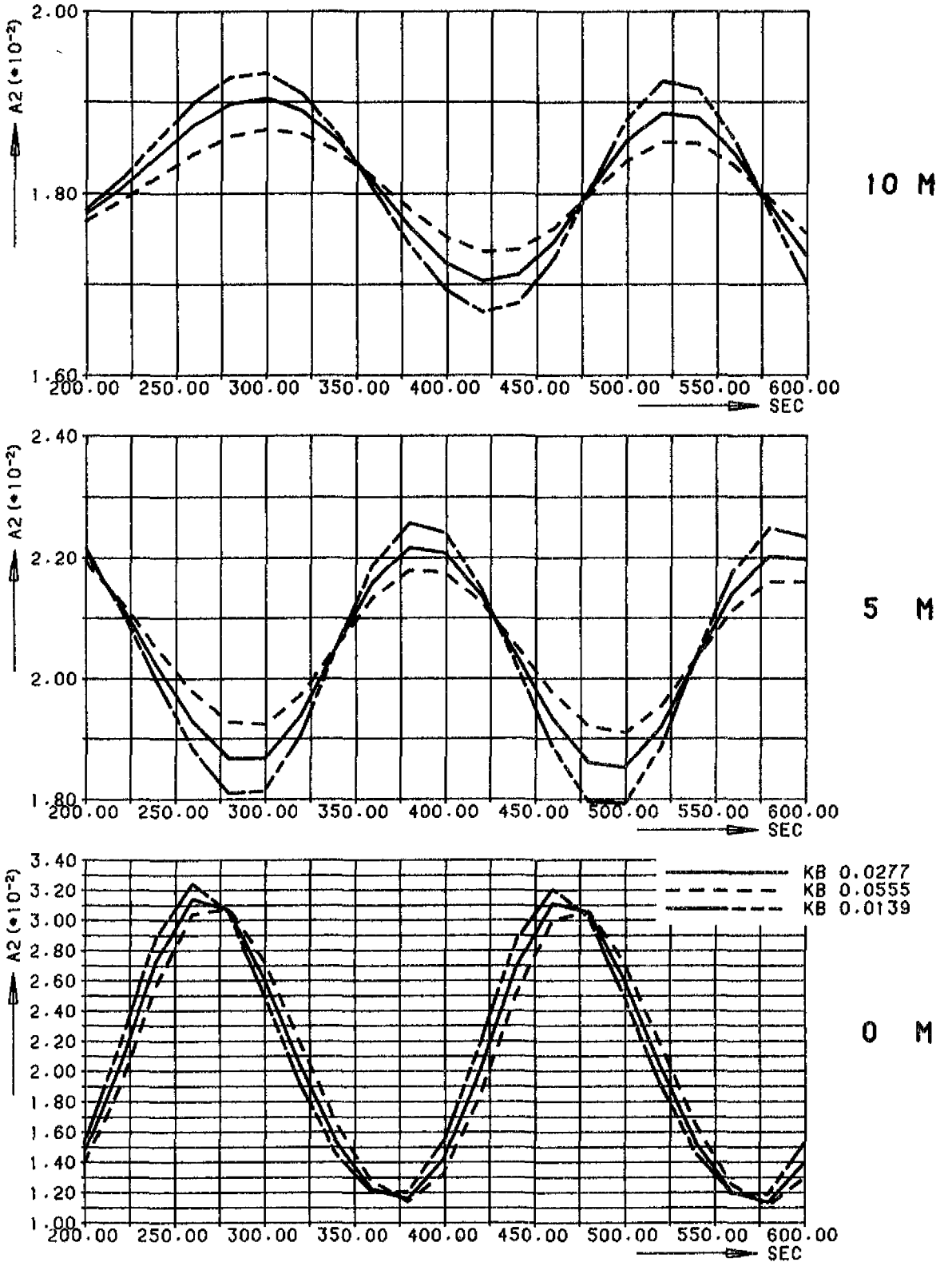
FIG. 5.1



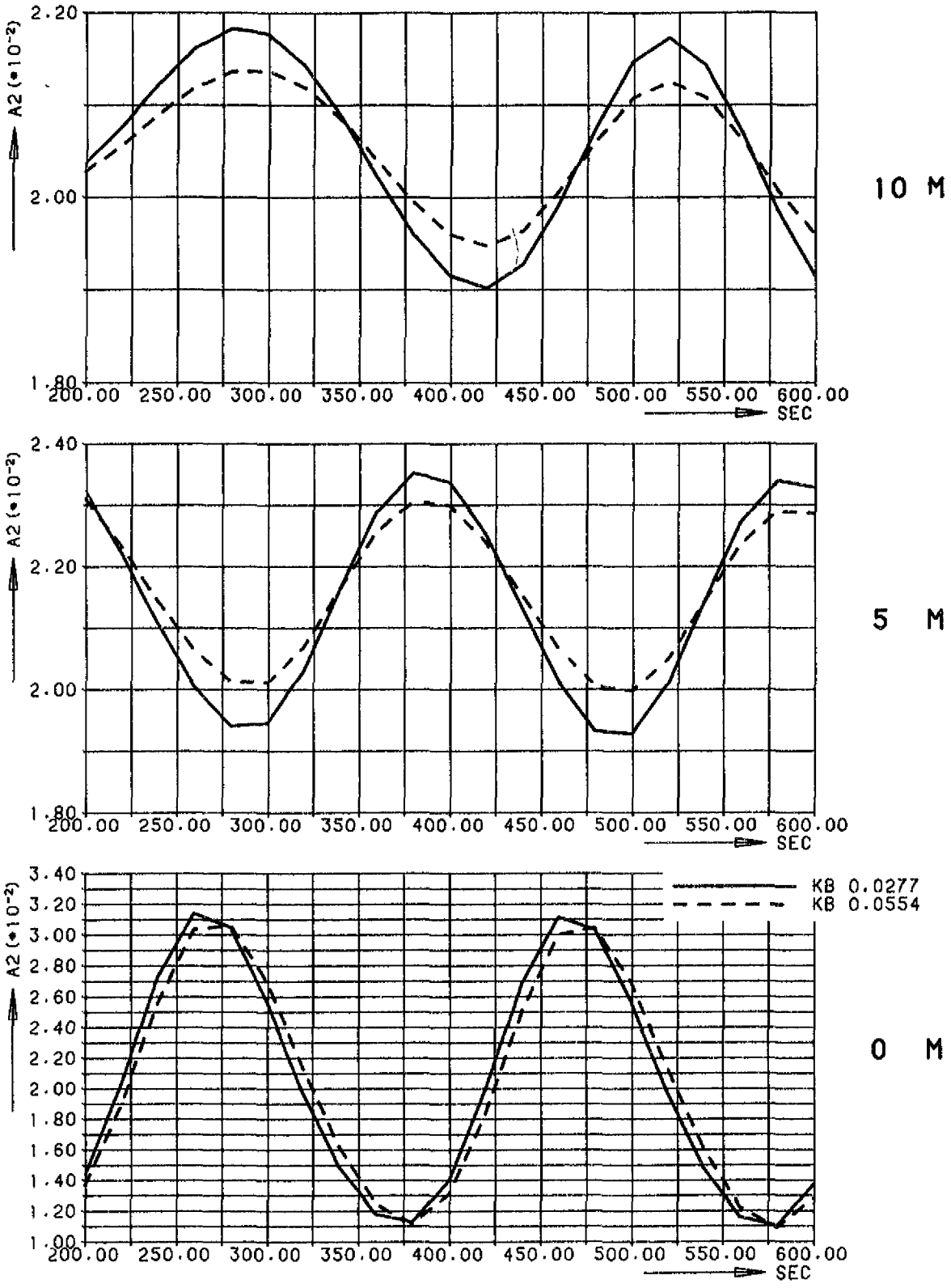
RELATIEVE VOORTPLANTINGSSNELHEID ALS FUNCTIE VAN DE WRIJVINGSFAKTOR

A4

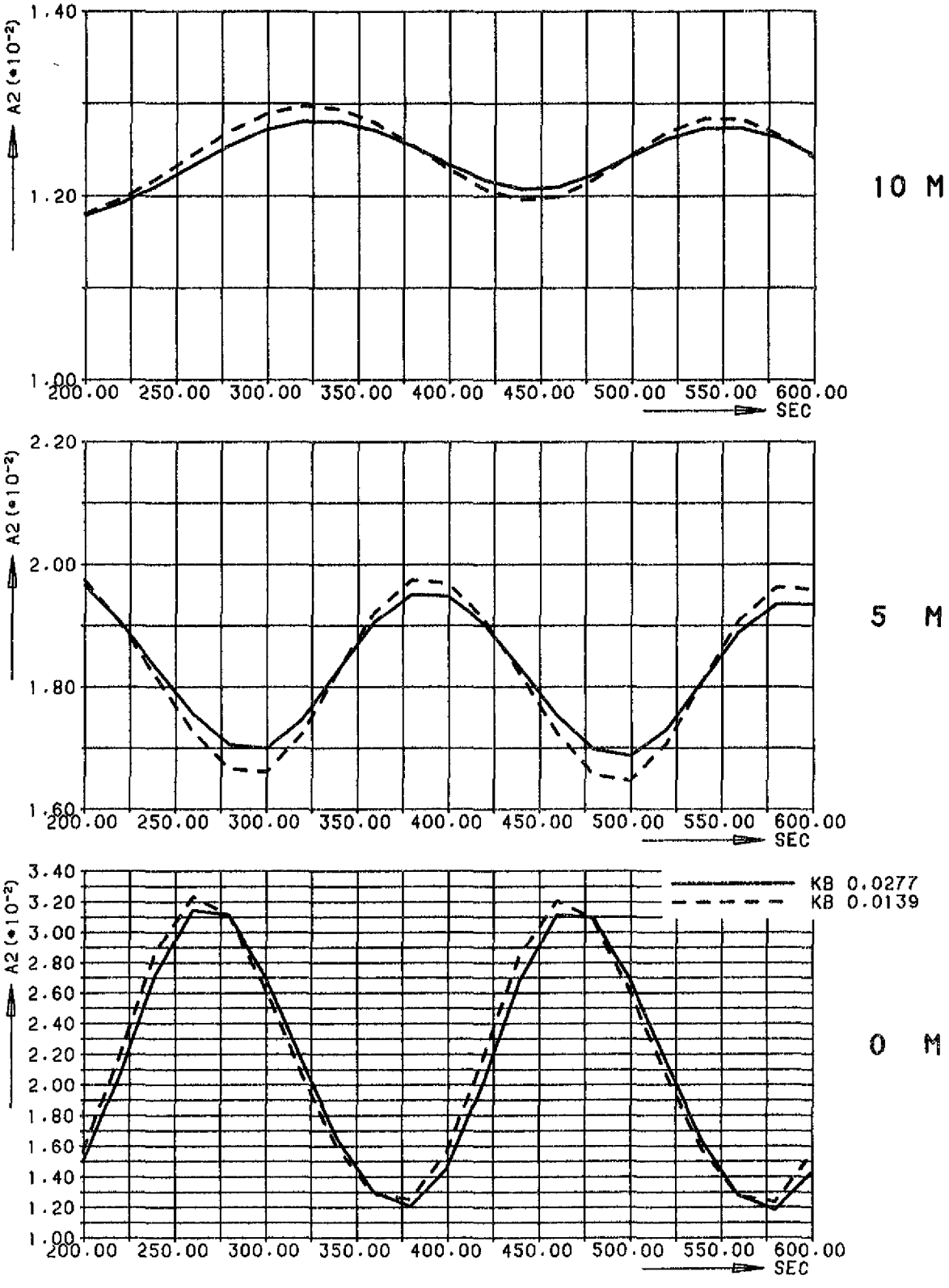
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM | M 896 - 3107 | FIG. 5.2



INVLOED BODEMWRIJVING BIJ ki =0.0034		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	M896-3108	FIG.5.3



INVLOED BODEMWRIJVING BIJ ki =0.0017		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	M 896 – 3109	FIG 5.4



INVLOED BODEMWRIJVING BIJ k_1 =0.0068

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

M896-3110

FIG. 5.5

p.o. box 177 2600 mh delft the netherlands