

Analyse van het JARKUS- bestand rond Egmond aan Zee

Deel 1: Rapport

Januari 1993

A.J.G. Kops



ANALYSE VAN HET JARKUS-BESTAND

rond Egmond aan Zee

Deel 1: rapport

VOORWOORD

Voor u ligt het resultaat van een onderzoek voor Rijkswaterstaat, Dienst Getijdewateren in het kader van *Kustgenese*, een samenwerkingsverband tussen Rijkswaterstaat (R.W.S.), de Rijksuniversiteit Utrecht (R.U.U.), het Waterloopkundig Laboratorium (W.L.) en de Technische Universiteit Delft (T.U.D.).

Het onderzoek omvat een studie naar een onbekend fenomeen langs de kust ter hoogte van Egmond aan Zee.

Deze studie zou als volgt omschreven kunnen worden. Wanneer de mate van kustvoortgang en kustachteruitgang langs de kust wordt uitgezet blijkt dit een typisch golfpatroon te vertonen met een kenmerkende golflengte van ongeveer 2 km. Deze studie moet een verklaring opleveren voor dit typische fenomeen.

Door Rijkswaterstaat werden vooraf de volgende zaken aangedragen als mogelijke oorzaken voor dat verschijnsel:

- Horizontale zandgolven die langs de kust lopen.
- Brandingsruggen die met een bepaalde periodiciteit zeewaarts lopen.
- Mui-zwin-systemen die langs de kust trekken.

Aan dit onderzoek heb ik 11 maanden gewerkt in de hoop een afdoende verklaring te vinden voor het genoemde verschijnsel.

De resultaten zoals die zijn voortgevloeid uit dit onderzoek zouden nooit bereikt zijn zonder de deskundige begeleiding van mijn begeleiders:

- Prof. Ir. K. d'Angremond
- Dr. Ir. J. van de Graaff
- Drs. P. van Vessem
- Ir. J.A. Roelvink

Hen wil ik bedanken voor hun steun en adviezen.

Arno Kops
Delft, 23 december 1992

SAMENVATTING

In deze studie is geprobeerd om een verklaring te vinden voor een opvallend erosie-sedimentatie-patroon rond Egmond aan Zee, in het kustvak tussen raai 30.25 en raai 46.00. Wanneer de mate van kustvoortgang en kustachteruitgang langs de kust wordt uitgezet blijkt een golfachtig patroon op te treden met een kenmerkende golflengte van ongeveer 2 km. Dit patroon is door Boschloo gevonden voor het gehele profielgedeelte boven N.A.P. - 6.00 m voor de periode 1964-1985.

Als eerste is in deze studie nagegaan of dit patroon ook nog te zien is bij een langere kuberingsperiode. Dit blijkt inderdaad het geval te zijn. Daarnaast is onderzocht of het erosie-sedimentatie-patroon ook nog aanwezig is in hogere zones in het profiel. Ook dat is het geval, zij het dat de amplitude van het patroon kleiner wordt naarmate hoger in het profiel wordt gekeken.

In deze studie is onderzocht of er in het profiel zones aan te wijzen zijn die een groter verloop van de zandhoeveelheden te zien geven dan andere zones. Met andere woorden: zijn de beschouwde profielen vormvast in de tijd. In 75% van de raaien blijkt het te gaan om vormvaste profielen die of evenwijdig voor- of evenwijdig achteruitgaan of stabiel zijn in de tijd. In de overige 25% van de raaien wordt de vormverandering van de profielen gekenmerkt door een voortgang van een deel van de onderwateroever, een achteruitgang van het strand of een versteiling van het profiel door opstuwing van zand.

Van het patroon moet worden aangenomen dat het zich verplaatst langs de kust of dat het op den duur uitdempt. Het lijkt fysisch onmogelijk dat het patroon zich in de tijd handhaaft; de kust zou dan een extreme 'zaagtandvorm' krijgen.

Door middel van correlatieberekeningen is geprobeerd om aan het erosie-sedimentatie-patroon een verplaatsingssnelheid toe te kennen. Hierbij is gebruikgemaakt van een vaste kuberingsperiode ('window') met een lengte van 17 jaar. Dit 17-jarige 'window' is enige malen verschoven in de JARKUS-periode (1964-1990) en telkens vergeleken met het 'window' 1964-1980.

In eerste instantie zijn de correlatieberekeningen bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m en later nogmaals bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m uitgevoerd.

Uit de correlatieberekeningen is geconcludeerd dat het erosie-sedimentatie-patroon zich verplaatst van noord naar zuid met een verplaatsingssnelheid van ongeveer 40 m/j.

In dit onderzoek is getracht om het (grillige) erosie-sedimentatie-patroon een analytische beschrijving te geven met behulp van een sinusfitting. Door het erosie-sedimentatie-patroon voor drie verschillende perioden is een sinusoidale gelegd met een bepaalde golflengte, trend, amplitude en fase. Deze vier grootheden zijn bepaald door met behulp van de kleinste kwadraten methode voor elke periode een sinusoidale te zoeken die een zo klein mogelijke geïntegreerde kwadratische fout geeft. De onderzochte perioden zijn 1964-1980, 1964-1985 en 1964-1990.

De kwadratische fout voor de sinusfitting bleek 1.2 à 1.5 maal zo klein te zijn als volgde uit de benadering met behulp van lineaire regressie.

Voor de golflengten van de sinusoiden zijn waarden gevonden rond de 1850 m, voor de trends waarden van 1.4 à 1.8 m²/m/j, voor de amplituden waarden tussen 7.76 en 8.87 m³/m/j en voor de fasen waarden van -1.4 tot -1.1 rad.

Uit de faseverschillen tussen de sinusoiden kan een verplaatsingssnelheid en verplaatsingsrichting worden berekend. Voor het gemiddelde van de verplaatsingssnelheid van het erosie-sedimentatie-patroon werd 9 m/j gevonden.

Uit dit deel van het onderzoek bleek de verplaatsingsrichting van het erosie-sedimentatiepatroon ook van noord naar zuid te zijn.

Er is een model opgesteld dat het ontstaan en de verandering van het erosie-sedimentatiepatroon beschrijft. Hierbij is aangenomen dat het patroon het gevolg is van het zich verplaatsen van een hoeveelheid zand langs de kust. Het verloop van deze hoeveelheid zand is sinusvormig aangenomen.

De modelparameters zijn bepaald aan de hand van de bevindingen uit de sinusfitting.

De belangrijkste conclusies die uit dit deel van het onderzoek kunnen worden getrokken, zijn ten eerste dat de grootte van de amplitude van de zandhoeveelheid die langs de kust trekt ongeveer $145 \text{ m}^3/\text{m}$ is en dat de snelheid van verplaatsen van de zandgolf circa 18 m/j is van noord naar zuid.

Uit de verhouding van de golflengte en de verplaatsingssnelheid kan dan worden berekend dat de periode van de zandgolf in de buurt ligt van de 100 jaar. Dit zou inhouden dat het erosie-sedimentatiepatroon pas na circa 200 jaar is 'geneutraliseerd'.

In het laatste deel van het onderzoek is nagegaan of de verschillende karakteristieke waarden van de grootheden die met een (eventuele) zandgolf samenhangen terug te vinden zijn in de meetgegevens van de strandlijnen zoals die voor dit kustvak zijn gemeten sinds 1843.

De grootte-orde van de periode blijkt goed te kloppen. De amplitude die in de meetgegevens over de afgelopen 150 jaar wordt gevonden blijkt wat groter te zijn dan eerder is aangenomen, terwijl de golflengte van 2 km slecht te onderkennen is in de langjarige meetgegevens.

Tot slot is nog een meer objectieve maat voor de ligging van de kust berekend voor de periode 1964-1990. Dit is gebeurd door een karakteristieke kustlijn te bepalen aan de hand van de hoeveelheid zand die zich in elke raai bevindt tussen de grenzen N.A.P. +4.00 m en N.A.P. -6.00 m.

Uitgezet ten opzichte van de R.S.P.-lijn is deze zandhoeveelheid, gedeeld door de hoogte van de bekeken zone, een objectieve maat voor de positie van de kust.

De belangrijkste conclusie is dat blijkt dat de kust in de afgelopen decennia aanzienlijk achteruit is gegaan ter hoogte van Egmond aan Zee.

Daarnaast kan worden geconstateerd dat de kust als het ware een 'zaagtandvorm' heeft gekregen. Er treden (grote) verschillen in de ligging van de kust op op relatief korte afstanden van elkaar.

Op grond van het verrichte onderzoek kan worden gesteld dat het ontstaan van het erosie-sedimentatiepatroon dat door Boschloo werd gevonden op grond van de ruimteschaal *niet* kan worden verklaard door het bestaan en de beweging van mui-zwin-systemen alleen langs de kust. Daarnaast wordt op basis van de tijdschaal geconcludeerd dat ook het ontstaan en de zeewaartse migratie van brandingsruggen alleen *geen* verklaring is voor het optreden van het erosie-sedimentatiepatroon.

Wanneer afstand wordt genomen van de algemeen aangenomen dimensies van horizontale zandgolven *kan* het optreden van deze zandgolven een verklaring zijn voor ontstaan en het veranderen van het gevonden erosie-sedimentatiepatroon.

Voor de ruimteschaal van de (eventuele) zandgolf wordt een veel kleinere waarde gevonden dan over het algemeen wordt aangenomen, terwijl de tijdschaal enigszins groter is.

Het gevolg hiervan is dat voor de verplaatsingssnelheid van het erosie-sedimentatiepatroon een kleine waarde wordt gevonden.

§4.4	Analyse van de resultaten sinusfitting	blz. 53
Hoofdstuk 5 Zandgolfmodel		
§5.1	Inleiding	blz. 59
§5.2	Het karakter van het model	blz. 61
§5.3	Bepaling van de grootte-orde van de modelparameters	blz. 67
§5.4	Evaluatie grootte-orde modelparameters	blz. 69
§5.5	Aliasing	blz. 73
Hoofdstuk 6 Kustlijnen		
§6.1	Inleiding	blz. 79
§6.2	Karakteristieke kustlijnen	blz. 79
§6.3	Conclusies uit berekening karakteristieke kustlijnen	blz. 83
§6.4	Strandlijnen	blz. 83
§6.5	Analyse strandlijngrafieken	blz. 87
Hoofdstuk 7 Onderzoeksvragen, conclusies en aanbevelingen		
§7.1	Onderzoeksvragen	blz. 93
§7.2	Conclusies	blz. 95
§7.3	Aanbevelingen	blz. 99
Literatuurlijst		
Bijlage 1		Kuberingstabellen en -grafieken
Bijlage 2		Trendgrafieken voor variërende ondergrens
Bijlage 3		Trendgrafieken voor variërende kuberingsperiode
Bijlage 4		Tabellen voor sinusfitting
Bijlage 5A		Tabellen en grafieken m.b.t. kustlijnen
Bijlage 5B		Grafieken m.b.t. strandlijnen
Bijlage 6		Tabellen en grafieken van correlatieberekeningen
Bijlage 7		Listing van JARKUB

INHOUDSOPGAVE

Voorwoord

Samenvatting

Hoofdstuk 1 Inleiding

§1.1	De Nederlandse kust	blz. 11
§1.2	Het JARKUS-bestand	blz. 11
§1.3	Voorstudie	blz. 13
§1.4	Probleemstelling en doelstellingen van het onderzoek	blz. 13
§1.5	Indeling van het rapport	blz. 15

Hoofdstuk 2 Kuberen

§2.1	Inleiding	blz. 19
§2.2	Programmatuur	blz. 19
§2.3	Kuberingsberekeningen	blz. 19
§2.4	De afhankelijkheid van de zandhoeveelheden en de trend van de ondergrens	blz. 25
§2.5	De afhankelijkheid van de trend van de kuberingslengte	blz. 31

Hoofdstuk 3 Correlatie

§3.1	Inleiding	blz. 37
§3.2	Berekeningsmethode	blz. 37
§3.3	De correlatieberekening toegepast op het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. -6.00 m	blz. 39
§3.4	Analyse correlatieberekeningen voor het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. -6.00 m	blz. 41
§3.5	De correlatieberekening toegepast op het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. +2.00 m	blz. 43

Hoofdstuk 4 Sinusfitting

§4.1	Inleiding	blz. 47
§4.2	Berekeningsmethode	blz. 47
§4.3	Resultaten van de sinusfitting	blz. 51

HOOFDSTUK 1

INLEIDING

§1.1 De Nederlandse kust

Op grond van de verschillen in de vorm wordt de Nederlandse kust opgedeeld in drie grote stukken. Zie *figuur 1*. Eén gedeelte van de kust is het Waddengebied, dat loopt van af Den Helder tot aan het eerste Duitse Waddeneiland Borkum. Dit wordt een onderbroken kust genoemd, omdat het bestaat uit een systeem van eilanden, platen en geulen. De morfologie is zeer gecompliceerd.

Een ander onderbroken kustgedeelte van de Nederlandse kust is het Deltagebied, dat zich uitstrekt van Zeeuwsch-Vlaanderen tot Hoek van Holland. Morfologisch gezien is dit een zelfde soort gebied als het Waddengebied.

Tussen deze twee onderbroken kustgedeelten ligt de gesloten Hollandse kust: een 118 km lang kustgedeelte, ontstaan in het Holoceen en gekenmerkt door een zandig, bewegend bankensysteem. Het kustvak dat in deze studie wordt bestudeerd, maakt hiervan deel uit.

Langs de Nederlandse kust zijn ten behoeve van studie en onderzoek zogenaamde raaien uitgezet. Dit zijn denkbeeldige doorsneden van de kust veelal op afstanden van 200 à 250 m van elkaar. Deze raaien staan loodrecht op de RijksStrandPalen-lijn (R.S.P-lijn) die wordt gevormd door de denkbeeldige lijn door de strandpalen zoals die tussen 1850 en 1870 zijn geslagen langs de gehele kust. In eerste instantie zijn deze palen geslagen om de kilometer en later is dit palenstelsel verdicht tot afstanden van 200 à 250 m.

Voor de gesloten Hollandse kust geldt dat de nummering van de raaien begint bij Den Helder met *Raai 0.00* en eindigt bij Hoek van Holland met *Raai 118.00*. Het gedeelte van de kust dat in deze studie is onderzocht strekt zich uit van raainummer 30.25 bij *Bergen aan Zee* tot raai 46.00 bij *Castricum aan Zee* (zie *figuur 2*). Het vak beslaat in totaal 64 raaien. Sinds 1964 zijn voor elke raai langs de Nederlandse kust gedetailleerde profielgegevens bekend door de uitvoering van systematische metingen.

§1.2 Het JARKUS-bestand

Sinds 1964 worden er van de gehele Nederlandse kust gegevens verzameld ten behoeve van studie en onderzoek. Deze gegevens worden opgeslagen in het zogenaamde *JARKUS-bestand* (JAaRlijks KUSmetingen).

Dit bestand bestaat uit hoogtegegevens voor alle raaien langs de kust. Jaarlijks wordt het bestand bijgewerkt met nieuwe meetgegevens.

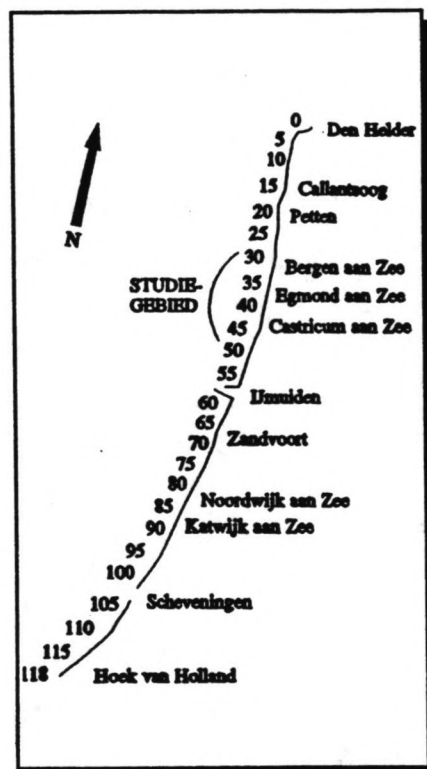
Het gedeelte van de raaien dat wordt opgemeten begint ongeveer 1000 m zeewaarts van de R.S.P.-lijn en loopt door tot ongeveer 300 m landwaarts van de R.S.P.-lijn. Vooral in de periode 1964 tot en met 1985 werd niet zo ver in zee gemeten. Het gevolg is dat over deze periode alleen de N.A.P. -6.00 m dieptelijn in alle raaien voorkomt. Het zou beter zijn geweest als zo ver in zee was gemeten dat ook de N.A.P. -8.00 m dieptelijn aanwezig zou zijn geweest, omdat wordt aangenomen dat over deze dieptelijn vrijwel geen transport van zand plaatsvindt.

In de duinen en op het droge strand worden om de 5 m punten vastgelegd, die in het JARKUS-bestand worden opgenomen. Op het natte strand wordt dit om de 10 m gedaan en verder in zee om de 20 m. De nauwkeurigheid waarmee de individuele meetpunten opgenomen worden ligt in de orde van 0.15 m.

In *figuur 3* is een voorbeeld van een opgemeten profiel gegeven. Het betreft het profiel van raai 46.00 in het jaar 1975.



Figuur 1 De opdeling van de Nederlandse kust



Figuur 2 De gesloten Hollandse kust met het studiegebied

§1.3 Voorstudie

Deze studie is een vervolgstudie op het afstudeerwerk van Ir. E.R. Boschloo. De titel van zijn studie is 'Een onderzoek naar de periodiciteit in kuberingsreeksen' [Boschloo, 1990]. Hij heeft zandhoeveelheden in raaien berekend aan de hand van een zelfgeschreven PASCAL-programma, *SIRENE* (*S*inusvormige *R*EGRESSIE voor de *N*ederlandse kust) genaamd. Deze berekeningen zijn uitgevoerd voor het kustvak ter hoogte van Egmond aan Zee, eveneens lopend van raai 30.25 tot en met raai 46.00.

Daarnaast is onderzocht of er een zekere periodiciteit te onderkennen is in de hoeveelheden zand per raai. Uit de studie van Boschloo bleek, dat er niet een eenduidige periode te vinden is in de zandvolumina, maar dat perioden van 7 jaar en van 11 jaar enigszins te onderkennen zijn.

Vervolgens heeft Boschloo gekeken naar de lineaire trends langs de kust zoals die volgden uit de berekende kuberingspunten per raai. De lineaire trend is berekend met de methode der kleinste kwadraten. Uitgezet langs het kustvak geeft dit een typisch beeld te zien, namelijk een vorm waarin een golfpatroon is te onderkennen met een golflengte van circa 2 km. In *figuur 4* is dit patroon te zien. In de rest van deze studie wordt dit patroon het '*Boschloopat*roon' genoemd. Opgemerkt dient te worden dat dit patroon een beeld is dat gevormd is in 22 jaar. Het patroon is in zoverre opmerkelijk dat er zich grote verschillen in trends voordoen op relatief korte afstanden van elkaar. De vraag die hierbij wordt gesteld is of dit patroon zich in de toekomst voort zal zetten.

Deze figuur heeft als startpunt van dit onderzoek gediend. Het belangrijkste onderdeel van deze studie is het vinden van een verklaring voor dit typische verschijnsel.

De gegevens die voor Boschloo's studie werden gebruikt, zijn de profielgegevens zoals die zijn opgeslagen in het JARKUS-bestand.

§1.4 Probleemstelling en doelstellingen van het onderzoek

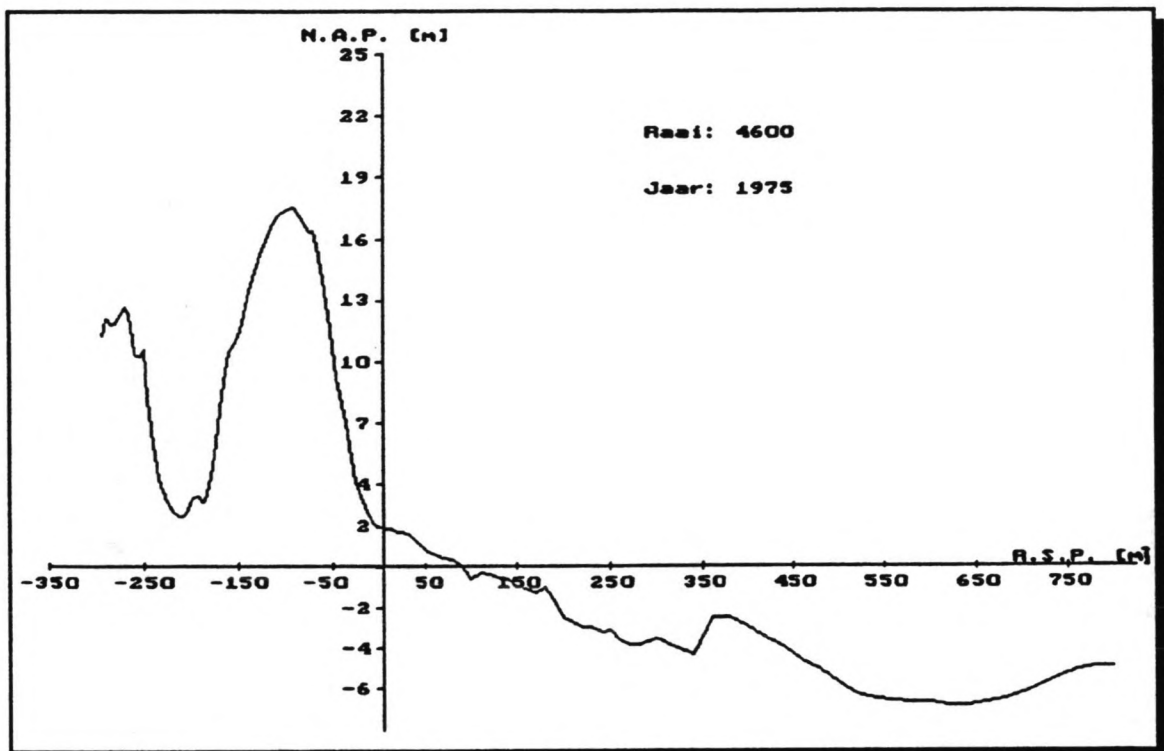
Zoals reeds gememoreerd moet dit onderzoek een verklaring voor het hierboven beschreven verschijnsel opleveren. Eventueel zou de golfbeweging gekwantificeerd kunnen worden met kenmerkende waarden.

In de eerste plaats zal een verklaring gevonden moeten worden voor het verschijnsel, omdat het fysisch niet mogelijk is dat het patroon uit *figuur 4* zich handhaaft. Dit is onmogelijk omdat de kust anders een extreme 'zaagtandvorm' zou krijgen waarbij de verschillen tussen de toppen en de dalen steeds groter zouden worden.

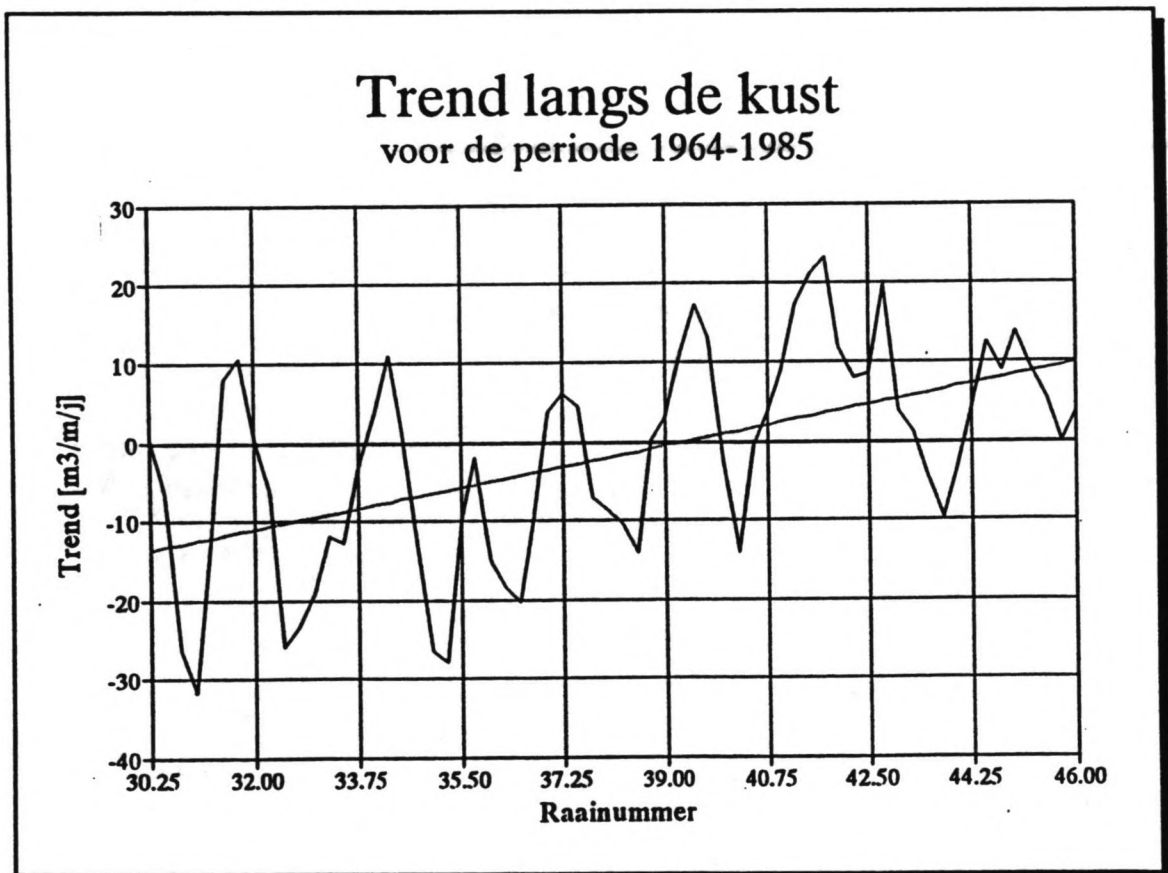
Een getallenvoorbeeld kan dat illustreren. Hierbij wordt gekeken naar de raaien 31.00 en 31.75: twee raaien die slechts op 750 meter afstand van elkaar liggen!

De opzet van dit voorbeeld is als volgt. Aan de hand van de trend kan de hoeveelheid zand (ΔV) worden bepaald die in de kuberingsperiode is verdwenen of toegevoegd. Dit gebeurt door de trend te vermenigvuldigen met het aantal jaren waarover wordt gekubeerd. In dit geval is dat 22 jaar. Aan de hand van de verandering van de hoeveelheid zand in het profiel kan de evenwijdige verschuiving van het profiel worden berekend als de verandering van het zandvolume gelijkmatig over de hoogte van het profiel wordt verdeeld. Dit gebeurt door de zandhoeveelheid te delen door de hoogte van het profiel. Deze evenwijdige verschuiving is dan een globale maat voor de voor- of achteruitgang van een kustlijn. In *figuur 5* wordt het principe van dit voorbeeld schematisch weergegeven. De berekeningsresultaten van dit voorbeeld zijn opgenomen in *tabel 1*.

Dit betekent dus dat het verschil in voor- en achteruitgang tussen raai 31.00 en raai 31.75 zo'n 56 m bedraagt over een afstand van 750 m.



Figuur 3 Een voorbeeld van een JARKUS-profiel



Figuur 4 Trendgrafiek volgens de studie van Boschloo berekend bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m

		Raai 31.00	Raai 31.75
Gemeten trend	[m ³ /m/j]	-32.00	+10.00
ΔV in 22 jaar	[m ³ /m]	-704.00	+220.00
Hoogte profiel	[m]	≈ 16.00	≈ 18.00
Verplaatsing profiel	[m]	-44.00	+12.20

Tabel 1 Uitkomsten rekenvoorbeeld

Hiermee kan de hoekverdraaiing ϕ van de kust worden berekend:

$$\tan \phi = \frac{56 \text{ m}}{750 \text{ m}} \rightarrow \phi \approx 4.25^\circ$$

Deze gevonden hoekverdraaiing is aanzienlijk, zodat kan worden geconcludeerd dat bij een aanhoudend 'Boschloo-patroon' de kust een wel zeer vreemde vorm zou krijgen.

Wanneer er meer inzicht in de ontwikkeling van de zandhoeveelheden is, zou een model kunnen worden opgesteld waarmee toekomstige ontwikkeling van dit kustvak kan worden voorspeld. Daarna kan aan de hand van dit model een verklaring worden gezocht voor het optreden van het 'Boschloo-patroon'.

Om dit resultaat, het vinden van een verklaring, te bereiken zijn een aantal subdoelstellingen geformuleerd die tezamen de uiteindelijke verklaring moeten opleveren:

- Het vaststellen in hoeverre een variërend kuberingsinterval het door Boschloo gevonden periodieke erosie-sedimentatie-gedrag beïnvloedt.
- Een onderzoek doen naar het al dan niet afhankelijk zijn van het erosie-sedimentatie-patroon van de hoogtezones waarover is gekubeerd.
- Het bekijken wat de invloed is van de tijdreekslengte op het gevonden verschijnsel.

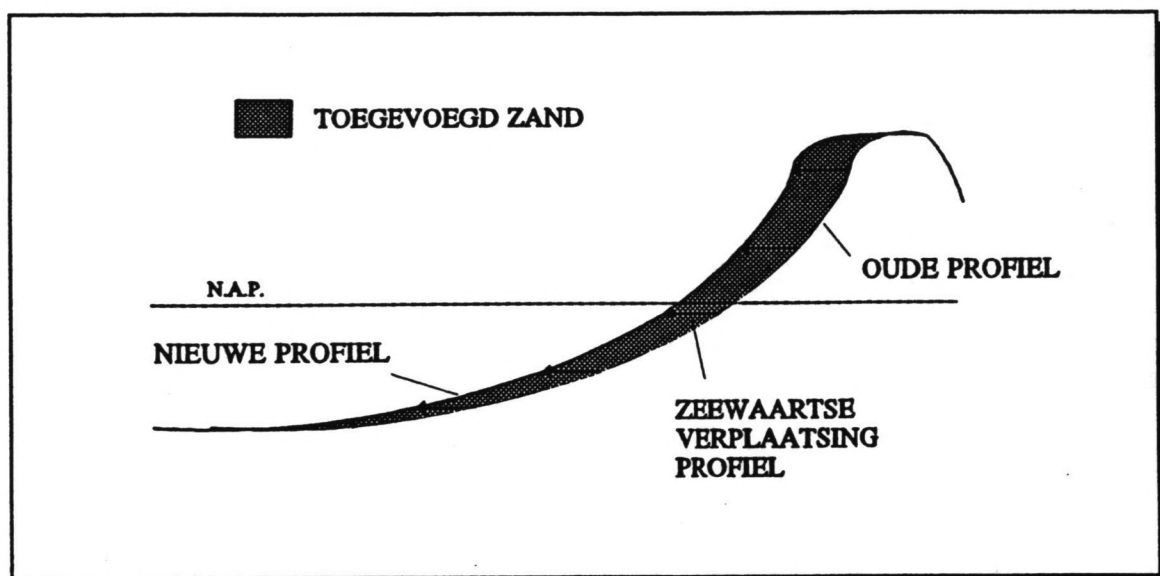
Een gedeelte van het *Kustgenese-onderzoek* is toegespitst op de zogenaamde 'Egmond-raai'. Dit is een kustvak waarvan wordt aangenomen dat het deel uitmaakt van een rechte kust en zich vormvast gedraagt. Dit kustvak zou geschikt zijn om onderzoek op te verrichten.

In deze studie moet een uitspraak worden gedaan in hoeverre de 'Egmond-raai' representatief is voor de gesloten Hollandse kust. Is het verantwoord om aan te nemen dat de 'Egmond-raai' als maatgevend voor de gesloten Hollandse kust mag worden beschouwd?

§1.5 Indeling van het rapport

Naast de gebruikelijk onderwerpen in een rapport, zoals voorwoord, samenvatting, inhouds-opgave en bijlagen bestaat dit rapport uit zeven hoofdstukken waarvan de inhoud hieronder wordt beschreven.

In hoofdstuk 2 '*Kuberen*' wordt behandeld hoe de berekeningen zijn uitgevoerd die betrekking hebben op de hoeveelheden zand langs het bestudeerde gedeelte van de Nederlandse kust en de software die is gebruikt bij het maken van de verschillende berekeningen in deze



Figuur 5 Schets van een evenwijdige verschuiving a.g.v. de toename van de zandhoeveelheid

studie.

Daarnaast wordt er een uitspraak gedaan over de afhankelijkheid van de zandhoeveelheden en de trends van tijd en van plaats.

In hoofdstuk 3 '*Correlatie*' worden de berekeningen van correlatiecoëfficiënten met betrekking tot het 'Boschloo-patroon' uiteengezet. Met deze berekeningen is beoogd om de 'Boschloo-patronen' voor verschillende perioden met elkaar te vergelijken om tot een uitspraak te komen over de grootheden die deze patronen en het veranderen ervan, bepalen.

Vervolgens worden in hoofdstuk 4 '*Sinusfitting*' de methode en de resultaten behandeld van de berekening van een sinusvormige kromme door de trend langs de kust. Er wordt een antwoord gezocht op de vraag of het 'Boschloo-patroon' daadwerkelijk verandert in de tijd.

Het model, dat de beweging van de trend langs de kust beschrijft, wordt belicht in hoofdstuk 5 '*Zandgolfmodel*' van het rapport. De resultaten uit de voorgaande hoofdstukken worden gebruikt om het model te kwantificeren.

De resultaten van de beschouwing van kustlijnen, zowel over langere periode als over de JARKUS-periode (1964-1990), zijn te vinden in hoofdstuk 6 '*Kustlijnen*'. Eerst wordt een meer objectieve maat van de ligging van de kust bepaald en vervolgens wordt gekeken naar de ligging van de kust in de afgelopen 150 jaar.

Tot slot worden in hoofdstuk 7 '*Onderzoeksvragen, conclusies en aanbevelingen*' van het rapport de onderzoeksvragen beantwoord, conclusies getrokken en aanbevelingen gedaan voor eventueel verder onderzoek.

Een afzonderlijk deel van het rapport wordt gevormd door zeven *bijlagen*. Hierin zijn onder andere de berekende grafieken en tabellen opgenomen.

HOOFDSTUK 2

KUBEREN

§2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de resultaten van de berekeningen van de zandhoeveelheden per raai per jaar uiteengezet. Tevens wordt er iets gezegd over de veranderingen van de hoeveelheden zand in de tijd en naar de plaats.

In de context van het bepalen van de zandhoeveelheden is dit hoofdstuk 'Kuberen' genoemd. De letterlijke betekenis van het woord kuberen is op de eerste plaats *'het verheffen van een getal tot de derde macht'* en ten tweede *'het berekenen van de ruimte-inhoud'*. Het mag duidelijk zijn dat de tweede betekenis hier van toepassing is.

Korthedshalve wordt in deze studie het woord *kubering* gebruikt; een woord dat het Nederlandse woordenboek niet kent. Kubering betekent hier de hoeveelheid zand die voor een bepaalde raai wordt berekend aan de hand van de meegegevens uit het JARKUS-bestand.

Daarnaast worden afgeleide uitdrukkingen in deze studie gebezigd, zoals kuberingsresultaat, kuberingsgrafieken en kuberingsperiode.

§2.2 Programmatuur

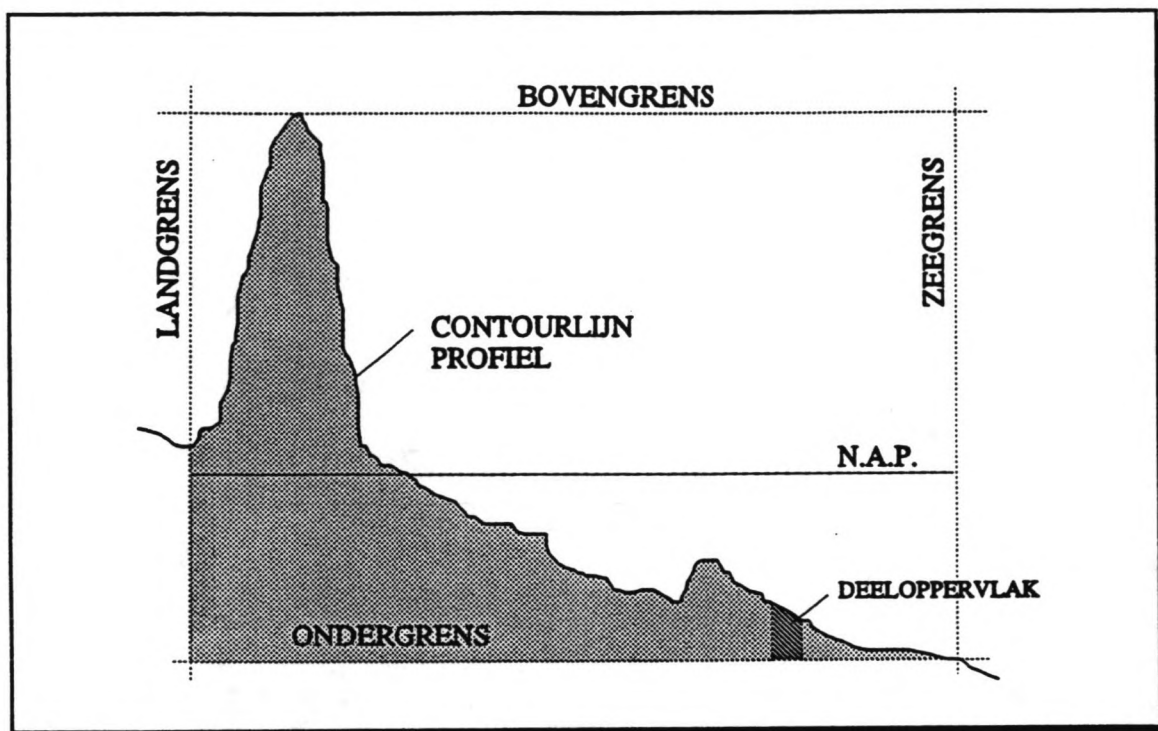
In eerste instantie was het de bedoeling om de meeste berekeningen uit te voeren met het programma *SIRENE* van Boschloo. Daar *SIRENE* zeer uitgebreid is opgezet, is er voor gekozen om dit programma aan te passen en te vereenvoudigen, toegespitst op de toepassing zoals die in deze studie nodig is. Dit aanpassen resulteerde eigenlijk in een totaal ander *PASCAL*-programma. Het programma kreeg de naam *JARKUB* mee. Het volledige programma van *JARKUB* (de *listing*) is opgenomen in *bijlage 7*. Het programma kent de volgende toepassingen:

- Het programma kan aan de hand van het JARKUS-bestand de totale hoeveelheid zand per strekkende meter kust per raai per jaar berekenen. Bij het kuberen kan de ondergrens van het te kuberen profiel vrij worden gekozen. In *paragraaf 2.4* wordt een toepassing behandeld waarin de ondergrens systematisch wordt gevarieerd.
- In het programma wordt de vergelijking van de regressielijn door de berekende kuberingswaarden berekend. Dit gebeurt met behulp van de χ^2 -methode (zie *paragraaf 2.3*).
- Ter controle of als illustratie kunnen met behulp van *JARKUB* profielen, zoals die uit het JARKUS-bestand gelezen worden, worden getekend. Dit kan per profiel per jaar afzonderlijk maar ook voor opvolgende jaren zodat een jaarlijks verloop duidelijk zichtbaar wordt.

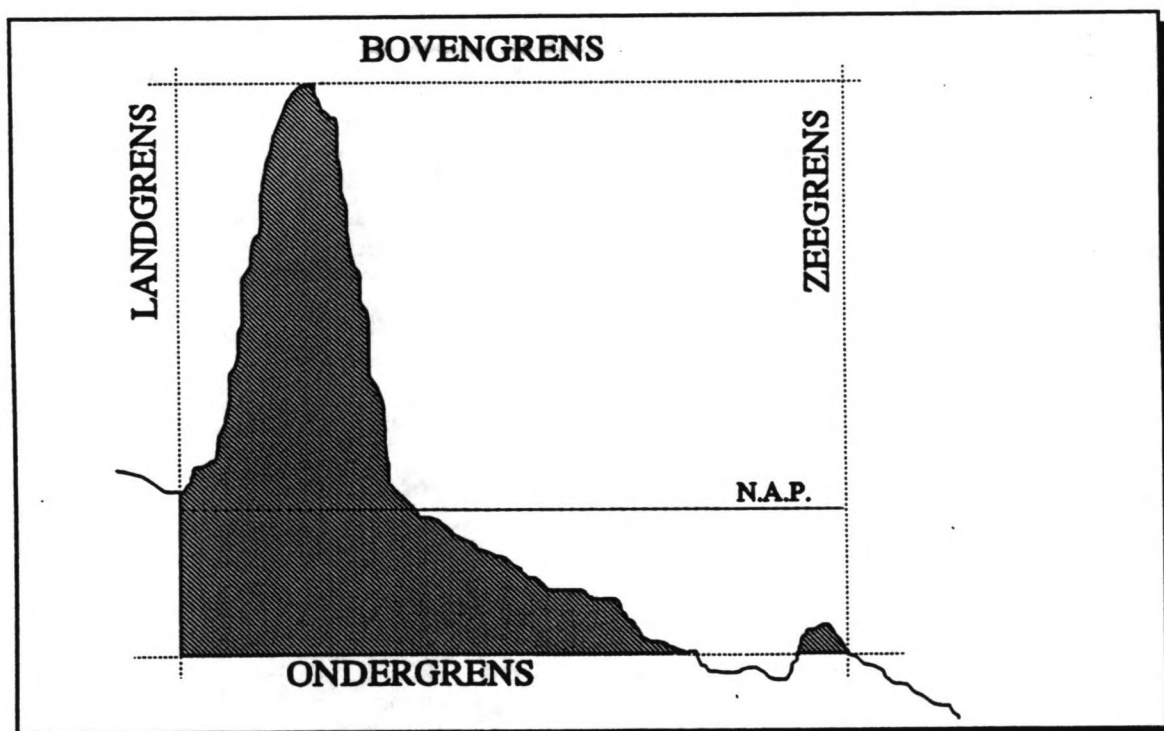
§2.3 Kuberingsberekeningen

De gegevens uit het JARKUS-bestand worden als invoer van de gewenste raai in *JARKUB* ingelezen. Daarna wordt de hoeveelheid zand bepaald die zich tussen vier grenzen van het profiel bevindt.

De *ondergrens* wordt als invoer in het programma gebracht. De *zeegrens* wordt gevormd door het snijpunt van het profiel en de opgegeven ondergrens. Het hoogste punt dat gevonden wordt in het JARKUS-bestand wordt aangehouden als *bovengrens*. Aan de landwaartse zijde van het profiel wordt de grens zodanig gekozen, dat er landwaarts van deze grens nagenoeg geen verandering van de zandhoeveelheid optreedt. Deze *landgrens* is



Figuur 6 Definitieschets van de te berekenen zandhoeveelheid



Figuur 7 Situatie waarbij de ondergrens het profiel meer dan eenmaal snijdt

visueel bepaald uit profieltekeningen en dus vrij gekozen. Met behulp van de trapeziumregel worden nu alle deeloppervlakken bepaald. De deeloppervlakken zijn de oppervlakken van de vierhoeken waarvan de hoekpunten worden gevormd door twee meetpunten en de snijpunten van de loodlijnen vanuit deze meetpunten met de ondergrens (zie het gearceerde oppervlak in *figuur 6*). Al deze oppervlakken worden vervolgens gesom-meerd tot het totale oppervlak tussen de grenzen dat gelijk is aan de hoeveelheid zand per m^1 in dat profiel. Zie voor een schematisatie *figuur 6*.

Het kan ook zo zijn, dat de ondergrens meerdere malen het profiel snijdt. Dit kan het geval zijn bij aanwezigheid van een brandingsrug. In dit geval wordt het gearceerde oppervlak van *figuur 7* berekend.

Het bepalen van de hoeveelheden zand wordt gedaan voor de jaren die opgegeven worden. Het kuberen kan in principe gedaan worden voor een afzonderlijk jaar of voor een reeks van jaren: de maximale lengte van deze reeks is 27 jaar (1964 tot en met 1990).

Wanneer er sprake is van het kuberen over een aantal jaren wordt de vergelijking van de regressielijn bepaald die zo goed mogelijk aansluit bij de berekende punten.

Met behulp van de χ^2 -methode worden de coëfficiënten bepaald uit de vergelijking van de regressielijn:

$$H(t) = H_0 + m \cdot t \quad (2.1)$$

In deze formule is m de hoek die de regressielijn maakt met de horizontale as en is H_0 het snijpunt van de regressielijn met de verticale as.

De coëfficiënten worden bepaald door χ^2 te minimaliseren. De grootheid χ^2 is gedefinieerd volgens:

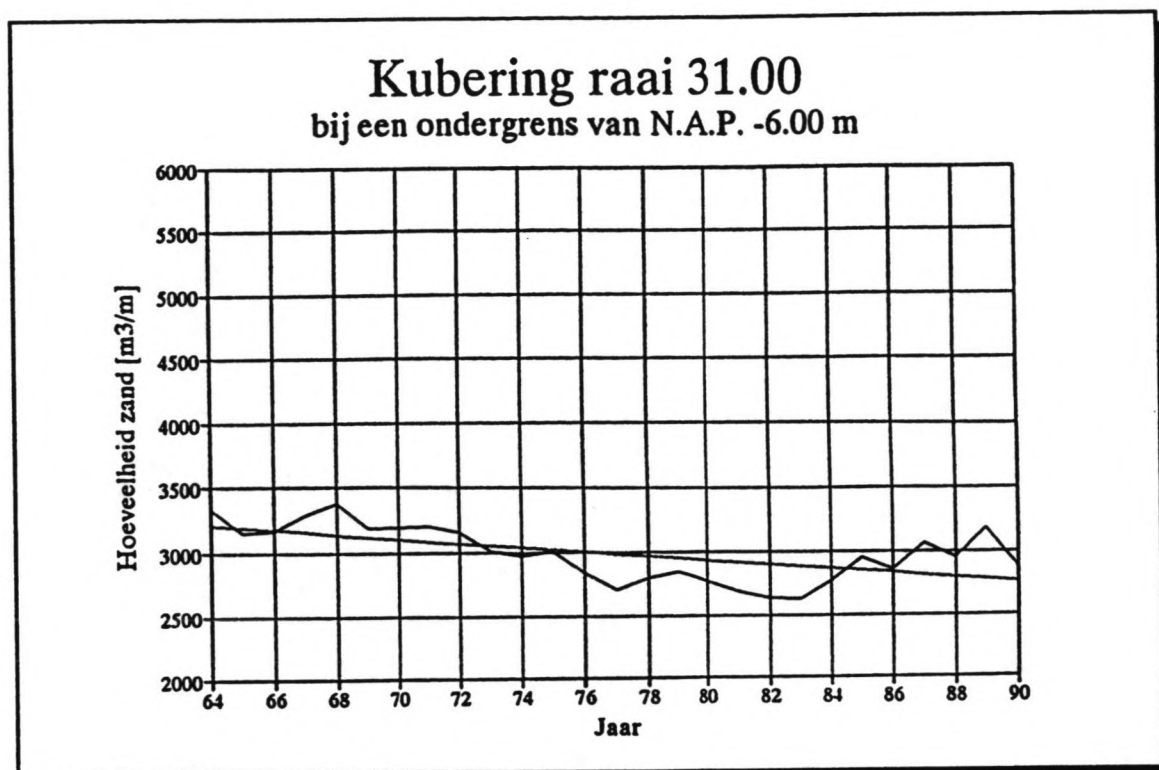
$$\chi^2(m, H_0) = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{H_j - H_0 - m \cdot t_j}{\sigma_j} \right\}^2 \quad (2.2)$$

In deze vergelijking stelt N het aantal meetpunten voor, j geeft aan welk meetpunt wordt gebruikt en σ_j de meetfout van dat meetpunt. Van de kuberingen zijn weliswaar de meetfouten niet bekend. Dit is op zich niet erg, omdat in dit geval de waarde van σ_j bij verdere uitwerking wordt weggedeeld. De grootheden m en H_0 zijn dezelfde als in vergelijking (2.1).

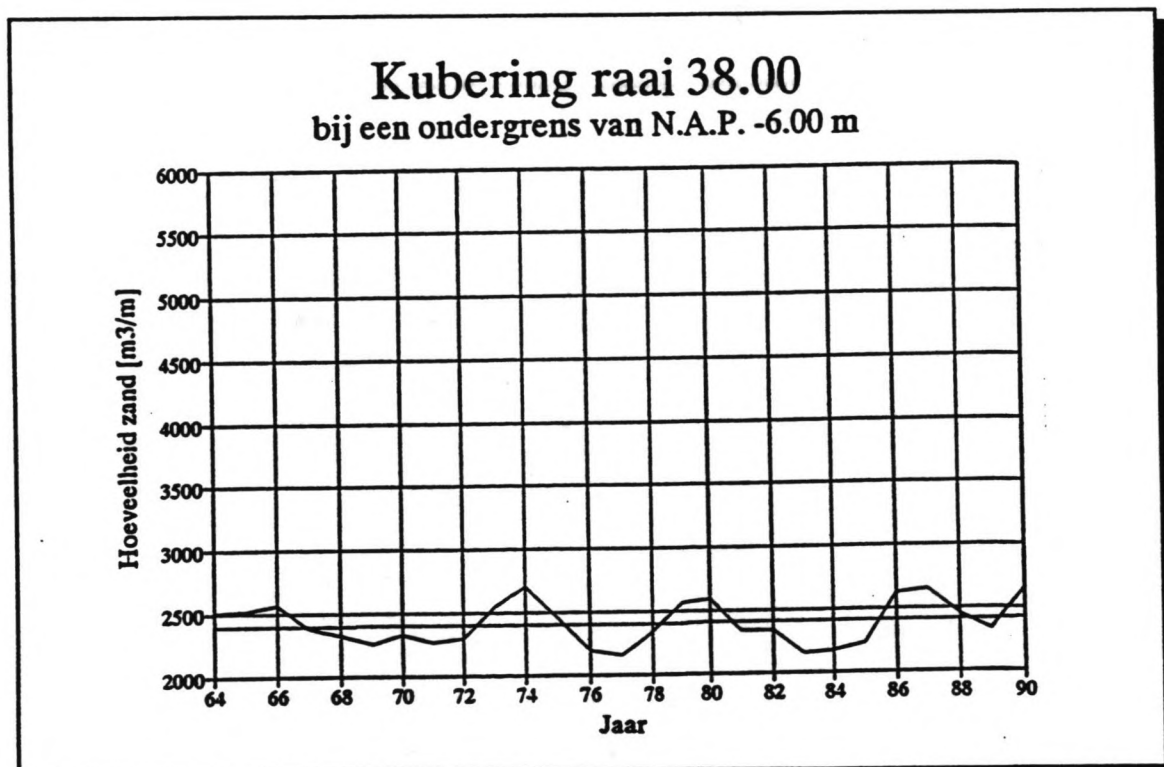
Om nu χ^2 te minimaliseren worden de afgeleiden van χ^2 naar de coëfficiënten gelijk aan nul gesteld. Dit levert de volgende twee vergelijkingen:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial H_0} = -2 \sum_{j=1}^N \frac{H_j - H_0 - m \cdot t_j}{\sigma_j^2} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial m} = -2 \cdot \sum_{j=1}^N \frac{t_j \cdot (H_j - H_0 - m \cdot t_j)}{\sigma_j^2} = 0 \quad (2.4)$$



Figuur 8 Kubering (eroderende) raai 31.00



Figuur 9 Kubering (stabiele) raai 38.00

Vergelijkingen (2.3) en (2.4) kunnen herschreven worden met de volgende substituties:

$$\begin{aligned} S &\equiv \sum_{j=1}^N \frac{1}{\sigma_j^2}, & S_t &\equiv \sum_{j=1}^N \frac{t_j}{\sigma_j^2}, & S_H &\equiv \sum_{j=1}^N \frac{H_j}{\sigma_j^2}, \\ S_{tt} &\equiv \sum_{j=1}^N \frac{t_j^2}{\sigma_j^2}, & S_{tH} &\equiv \sum_{j=1}^N \frac{t_j \cdot H_j}{\sigma_j^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

De vergelijkingen (2.3) en (2.4) worden na deling door een factor 2:

$$H_0 \cdot S + m \cdot S_t = S_H \quad (2.6)$$

$$H_0 \cdot S_t + m \cdot S_{tt} = S_{tH} \quad (2.7)$$

De oplossingen van deze vergelijkingen zijn dan te berekenen volgens:

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{S_{tt} \cdot S_H - S_t \cdot S_{tH}}{\Delta} \\ m &= \frac{S \cdot S_{tH} - S_t \cdot S_H}{\Delta} \end{aligned} \quad (2.8)$$

waarin $\Delta \equiv S \cdot S_{tt} - (S_t)^2$

De hoek m die de regressielijn met de horizontale as maakt, wordt de trend van een raai genoemd met als eenheid $\text{m}^3/\text{m}/\text{j}$.

Op deze manier zijn voor alle 64 raaien van raai 30.25 tot en met raai 46.00 de hoeveelheden zand bepaald voor de jaren 1964 tot en met 1990.

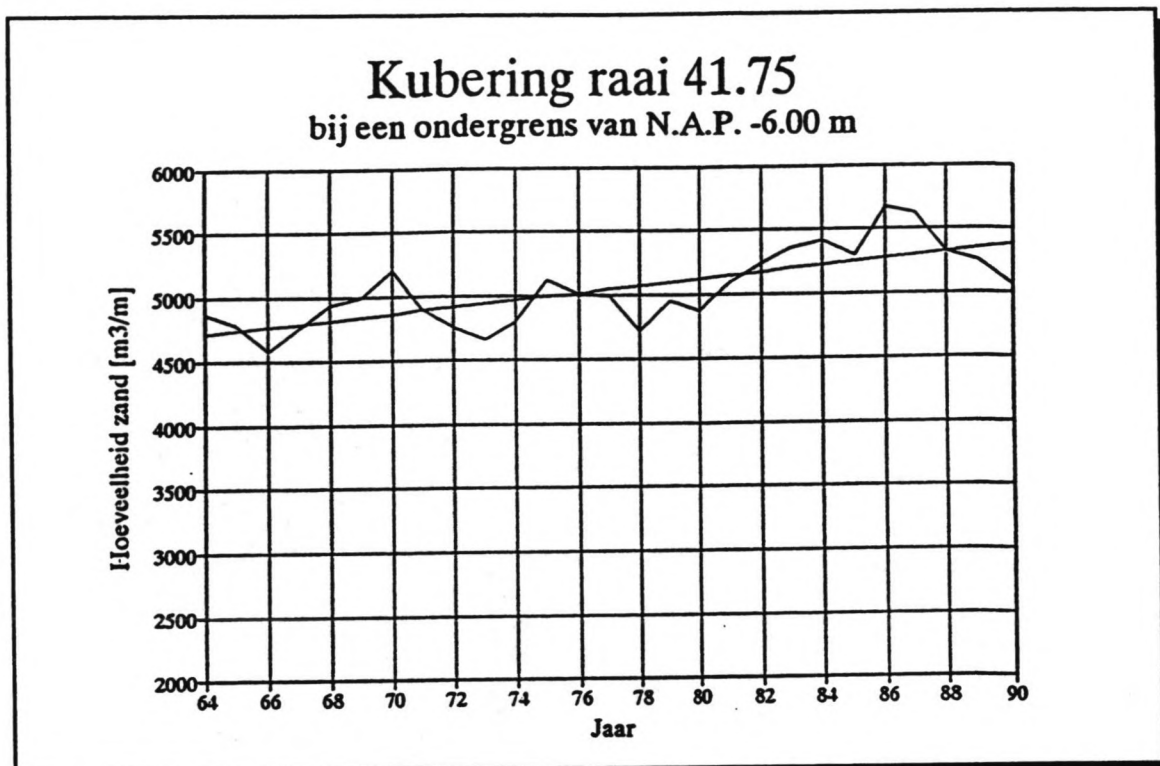
De gegevens zoals die zijn aangeleverd door Rijkswaterstaat bevatten naast de genoemde jaren ook de profielgegevens over 1991. Echter de gegevens zijn verkregen, nadat er twee zand-suppleties hebben plaatsgevonden bij *Egmond aan Zee* en *Bergen aan Zee*. In totaal is er ongeveer $1\frac{1}{2}$ miljoen m^3 zand aangebracht.

Wanneer het jaar 1991 wordt meegenomen in de berekeningen dan zouden de gevonden volumina zand zodanig afwijken dat een irreële trend zou worden gevonden.

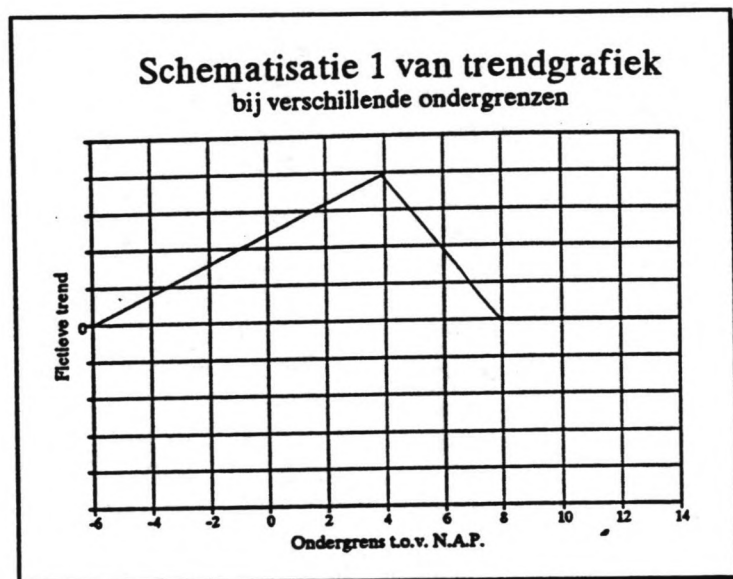
Naast het uitzonderen van het jaar 1991 zijn voor het jaar 1990 de JARKUS-gegevens voor de raaien 37.25 tot en met 38.50 in eerste instantie niet meegenomen, omdat er in elk van deze raaien over een afstand van zo'n 400 meter niet is gemeten.

Over deze afstand bestaan er dus geen meetgegevens waardoor er door JARKUB als het ware lineair wordt geïnterpoleerd over deze afstand. Het blijkt dat er ongeveer 10% teveel zand wordt berekend voor die raaien in 1990. Ook in deze gevallen zou de berekende trend niet representatief zijn.

Het blijkt echter dat voor elk van de zes raaien steeds vrijwel constante hoeveelheden zand worden gevonden. Om alle berekeningen op dezelfde manier te kunnen doen, is er voor



Figuur 10 Kubering (aanzandende) raai 41.75



Figuur 11 Grafiek van schematisatie 1

gekozen om een fictieve hoeveelheid zand te bepalen voor de bovengenoemde raaien voor het jaar 1990. Deze hoeveelheid is bepaald door te extrapoleren via de regressielijn die is berekend voor de jaren 1964 tot en met 1989.

Voor alle raaien zijn de kuberingsresultaten verwerkt in grafieken en in *bijlage 1* opgenomen. In *figuur 8 tot en met 10* zijn voor drie raaien dergelijke grafieken afgebeeld waarin voor alle 27 jaren de kuberingsresultaten zijn uitgezet. De grafieken en vooral de regressielijnen laten goed zien wat voor gedrag de raaien in de loop van de jaren vertonen. Het blijkt dat de volumina zand voor de 64 raaien variëren van 1900 tot 6000 m³/m.

Het feit dat een raai veel zand heeft impliceert niet noodzakelijk dat er bijvoorbeeld hoge duinen aanwezig zijn. De hoeveelheden zand die hier zijn bepaald, zijn namelijk afhankelijk van de gekozen land- en zeegrens, die voor elke raai verschillen. De ondergrens is wel voor alle raaien gelijk en de bovengrens wordt bepaald door het hoogste punt van het profiel. Vooral de landgrens (het stabiele punt) verschilt van raai tot raai, omdat deze zoals gezegd visueel is bepaald.

In *hoofdstuk 6* wordt een meer objectieve maat gegeven voor de hoeveelheden zand langs de kust namelijk met behulp van karakteristieke kustlijnen.

In de figuren zijn de regressielijnen getekend die iets zeggen over het gedrag van een raai in de tijd. In de volgende paragraaf wordt nagegaan in welke mate de kubering en de trend hoogte-afhankelijk zijn.

§2.4 De afhankelijkheid van de zandhoeveelheden en de trend van de ondergrens

In deze paragraaf wordt onderzocht in hoeverre de volumina en de berekende trends afhankelijk zijn van de gekozen ondergrens. Met andere woorden: zijn er in een profiel zones aan te wijzen die een groter verloop van de zandhoeveelheden te zien geven dan andere.

Een uitspraak over het al dan niet aanwezig zijn van deze zones wordt gedaan met behulp van de afgeleide van de trend m naar de diepte y van de ondergrens ten opzichte van N.A.P., namelijk de grootte $\partial m / \partial y$.

Is $\partial m / \partial y$ constant over de hoogte van het profiel of over een gedeelte daarvan dan gaat dat (deel van dat) profiel evenwijdig voor- of achteruit, afhankelijk van het feit of m positief respectievelijk negatief is. Wanneer $\partial m / \partial y$ gelijk is aan nul over een gedeelte van het profiel of over het gehele profiel dan treedt er geen verplaatsing van dat deel of dat profiel op in de tijd.

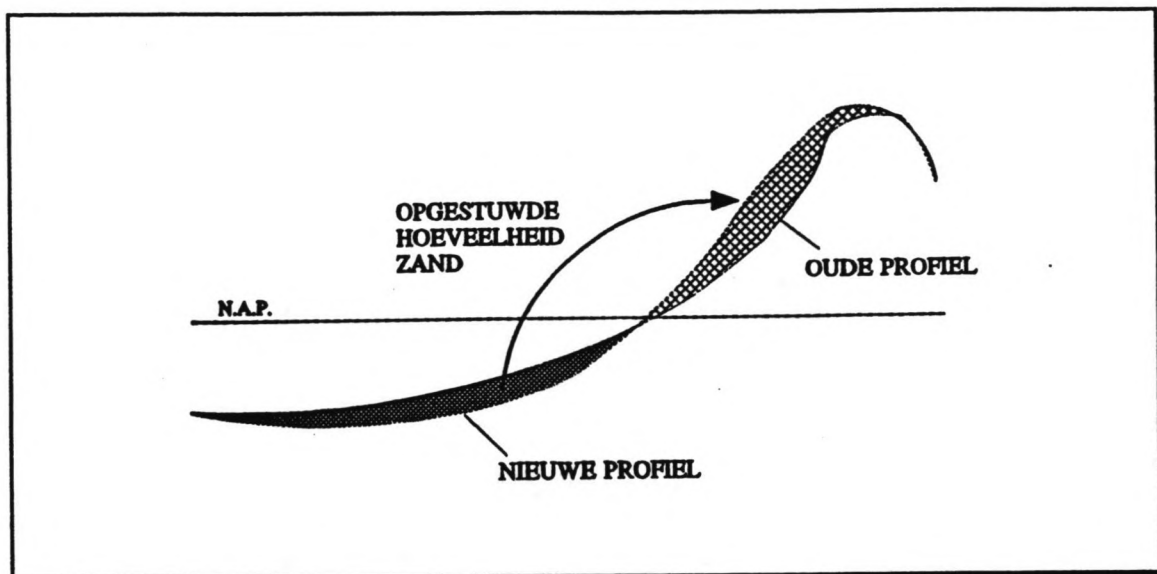
In het programma JARKUB is een optie ingebouwd die het mogelijk maakt om de ondergrens waarbij wordt gekubeerd systematisch te laten variëren.

Om te onderzoeken of deze afhankelijk bestaat, zijn kuberings- en trendberekeningen uitgevoerd waarbij de ondergrens telkens hoger in het profiel wordt gekozen. In dit onderzoek is gestart bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m, omdat dit de meest diepgelegen dieptelijn is die in alle raaien in alle jaren voorkomt. Er zijn kuberingsberekeningen uitgevoerd voor ondergrenzen oplopend met telkens 1 m totdat de waarde N.A.P. +14.00 m werd bereikt. Bij deze waarde blijkt de trend in de meeste gevallen nul te zijn, omdat er boven N.A.P. +14.00 m vaak geen zand meer aanwezig is in de profielen.

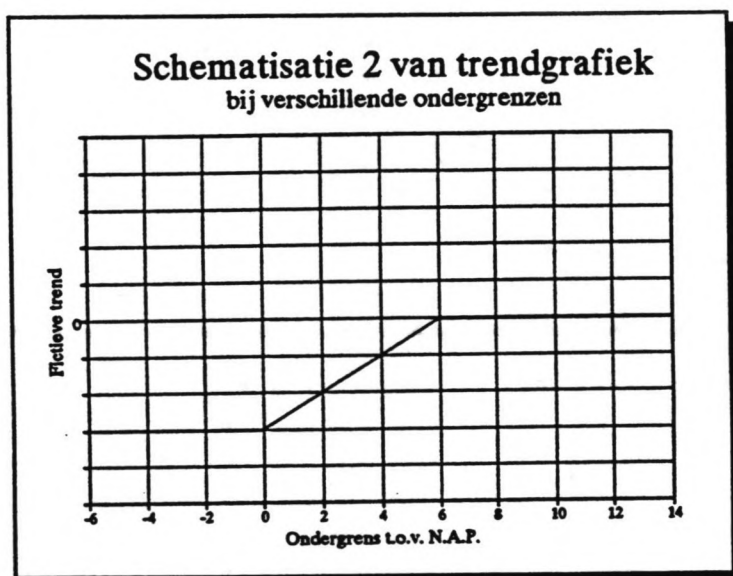
Om de resultaten aanspreekbaar te maken zijn deze verwerkt in grafieken die opgenomen zijn in *bijlage 2*.

Opvallend is dat er een aantal vormen van grafieken is te onderscheiden die behoren bij verschillende raaien. In totaal zijn er een zestal grafieken die typerend zijn voor een aantal raaien.

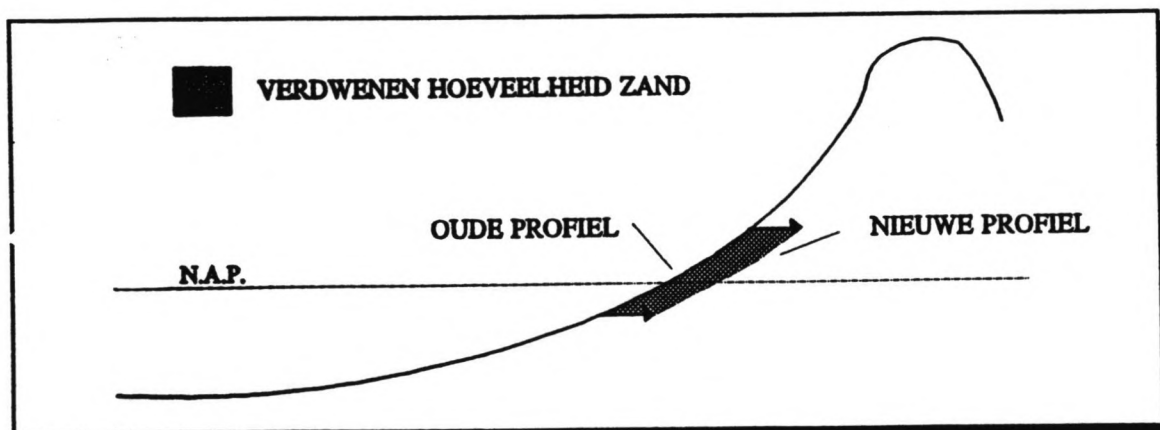
De zes voorkomende grafiekvormen zijn geschematiseerd. Aan de hand van deze schematisaties wordt uitgelegd wat de invloed van het geschematiseerde trendverloop is op het profiel.



Figuur 12 Versteiling van het profiel door opstuwing van zand



Figuur 13 Grafiek van schematisatie 2



Figuur 14 Schets van het landwaarts verplaatsen van het strand

Schematisatie 1:

Het eerste geval wordt geschematiseerd tot de vorm van *figuur 11*. De trend bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m is in deze schematisatie gelijk aan nul. Als de waarde van de trend bij N.A.P. -6.00 m wordt vermenigvuldigd met het aantal jaar waarover is gekubeerd, wordt de hoeveelheid zand gevonden die is verdwenen of toegevoegd in die periode.

Uit de grafiek blijkt dat er tussen een ondergrens van N.A.P. +8.00 m en een ondergrens van N.A.P. +4.00 m zand is bijgekomen, namelijk het product van de waarde bij N.A.P. +4.00 m en de lengte van de kuberingsperiode. Aangezien er bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m een sluitende zandbalans is, lijkt, bij een zuivere twee-dimensionale beschouwing, het zand dat wordt toegevoegd tussen N.A.P. +4.00 m en N.A.P. +8.00 m afkomstig te zijn uit die onderste zone van het profiel. Er vindt zo te bezien als het ware een opstuwing van zand van onder uit het profiel plaats, dat leidt tot een versteiling van het profiel. In *figuur 12* is dit weergegeven. Bij de raaien die dit beeld vertonen is $\partial m / \partial y$ niet constant over het gehele profiel. Er zijn dus gedeelten in deze profielen die meer of minder voor- of achteruitgaan dan andere.

Van de 64 onderzochte profielen kennen 8 raaien (= 12.5 %) een dergelijke trendgrafiek. Deze 8 raaien komen vooral aan het begin en aan het eind van het studiegebied voor.

In *bijlage 2* zijn de grafieken die bij deze schematisatie horen, opgenomen.

Schematisatie 2:

Deze schematisatie van de trendgrafieken, die is weergegeven in *figuur 13*, is eenvoudiger te interpreteren. Bij de profielen die deze trendgrafiek vertonen, is het duidelijk dat er zand verloren gaat in de beschouwde tijd.

De hoeveelheid zand die verdwenen is, is gelijk aan de waarde van de trend die gevonden wordt bij N.A.P. -6.00 meter vermenigvuldigd met de lengte van de bekeken periode, in dit geval 27 jaar. Als voorbeeld kan de trendgrafiek dienen van *raai 30.75* (zie *bijlage 2*). De waarde van de trend bij N.A.P. -6.00 m in de grafiek van *raai 30.75* is circa -12 m³/m/j. De hoeveelheid zand, die in de kuberingsperiode is verdwenen, is:

$$27 \text{ jaar} \cdot -12 \text{ m}^3/\text{m/j} = -324 \text{ m}^3/\text{m}$$

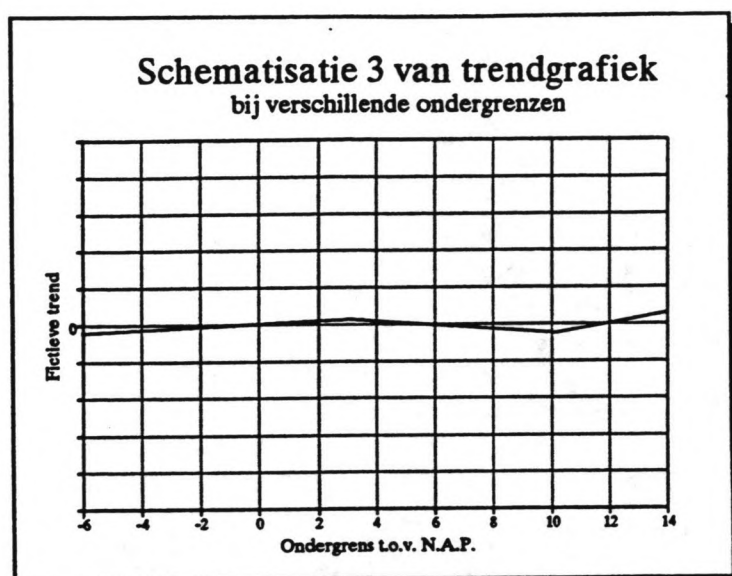
De grootte $\partial m / \partial y$ is vrijwel gelijk aan nul (de trend is dus constant) tussen N.A.P. -6.00 m en N.A.P. -2.00 m en boven de ondergrens van N.A.P. +6.00 meter.

In het gedeelte daartussen is $\partial m / \partial y$ constant en ongelijk aan nul. Over de hoogte van deze zone is m negatief, zodat hier gesproken kan worden van een evenwijdige achteruitgang van deze zone in het profiel. Het *strandgedeelte* in de profielen, die deze grafiek laten zien, verplaatst zich landwaarts. In *figuur 14* is dit geïllustreerd.

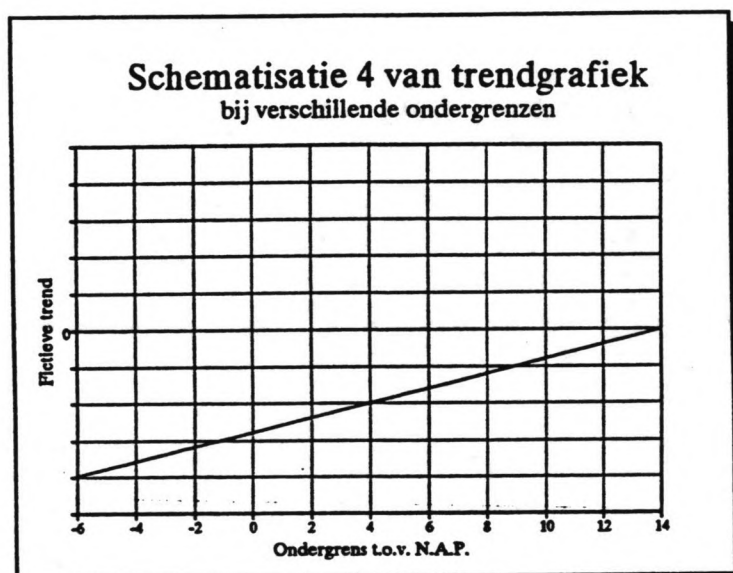
Het blijkt dat deze vorm van de trendgrafiek in slechts 4 van de 64 gevallen voorkomt, wat overeenkomt met ongeveer 6%. De raaien die dit trendverloop over de hoogte hebben, komen vooral voor in het begin van het studiegebied, namelijk rond *raai 31.00*. Ook van deze schematisatie zijn in *bijlage 2* de berekende trendgrafieken gegeven.

Schematisatie 3:

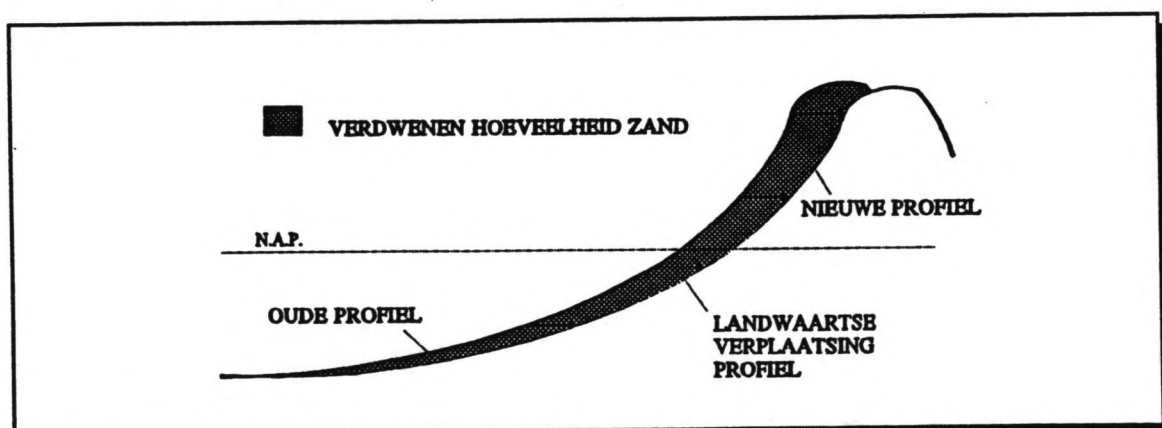
De derde voorkomende grafiek is een voorbeeld van een stabiele raai. Zie *figuur 15*. Doordat de trendlijn met een kleine uitwijking schommelt rond de horizontale as, kan



Figuur 15 Grafiek van schematisatie 3



Figuur 16 Grafiek van schematisatie 4



Figuur 17 Schematische weergave evenwijdige verschuiving van het profiel landwaarts

worden gezegd dat $\partial m / \partial y$ overal min of meer gelijk is aan nul. In dit geval is het dus zo dat het *gehele* profiel zich nauwelijks verplaatst.

Het blijkt zo te zijn dat 27% van alle raaien dit beeld als trendgrafiek te zien geeft. Deze raaien komen hoofdzakelijk voor tussen 36.50 en 38.50 en tussen 42.00 en 44.50.

Schematisatie 4:

Schematisatie 4 in *figuur 16* geeft duidelijk aan dat de raaien met deze trendgrafiek eroderen. De trendlijn bevindt zich in het geheel onder de horizontale as. Daarbij komt nog dat $\partial m / \partial y$ overal constant is en niet gelijk aan nul zodat gezegd kan worden dat de bijbehorende profielen in de tijd kennelijk evenwijdig landwaarts verschuiven. In *figuur 17* wordt dit schematisch toegelicht. Bij deze raaien kan, evenals bij *schematisatie 3*, worden gezegd dat $\partial m / \partial y$ niet hoogte-afhankelijk is. Ook in deze profielen is er geen zone aan te wijzen, die een groter trendverloop te zien geeft in de beschouwde 27 jaar dan andere zones.

In 28% van de raaien wordt een dergelijke trendgrafiek gevonden. Vooral tussen de raaien 32.00 en 37.00 wordt deze trendgrafiek aangetroffen.

Schematisatie 5:

In schematisatie 5 uit *figuur 18* is vanaf N.A.P. een soortgelijk beeld te zien als in schematisatie 3. Boven deze ondergrens is weinig tot geen verandering van de zandhoeveelheid te onderkennen. Onder deze ondergrens blijkt er een aanwas van het profiel plaats te vinden, omdat de trend in die zone positief is. Aangezien $\partial m / \partial y$ constant is over deze zone, is hier sprake van een evenwijdig verplaatsing van de onderwateroever in zeewaartse richting. In *figuur 19* is deze profielverandering geschetst.

Hier is dus wel een bepaalde hoogte-afhankelijkheid van de trendverandering te zien.

Dit type trendgrafiek wordt bij de 64 bekeken raaien 4 maal aangetroffen wat neerkomt op ongeveer 6%. Er is geen plaats aan te geven in het studiegebied waar dit type trendgrafiek domineert.

Schematisatie 6:

De zesde en tevens laatste schematisatie heeft de vorm zoals te zien is in *figuur 20*. De interpretatie is analoog aan de interpretatie van *schematisatie 4* met dat verschil, dat de grafiek is gespiegeld ten opzichte van de horizontale as. In plaats van het evenwijdig verschuiven van het profiel in landwaartse richting treedt er nu een zeewaartse verplaatsing op: het profiel gaat vooruit. In *figuur 21* is deze evenwijdige verschuiving schematisch weergegeven.

In de gevallen dat deze trendgrafiek zich voordoet kan worden gezegd dat $\partial m / \partial y$ niet hoogte-afhankelijk is: overal in het profiel treedt eenzelfde verandering van het profiel op.

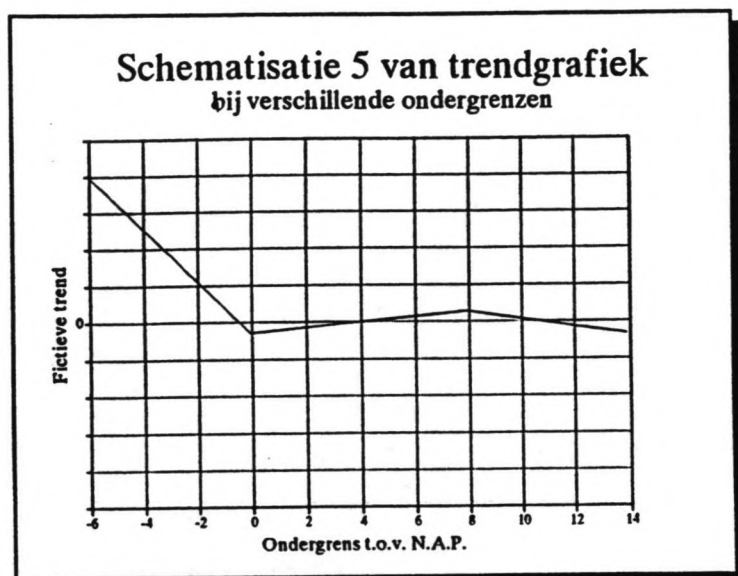
Ongeveer 20% van de raaien vertonen een dergelijk trendverloop. Dit type trendgrafiek komt vooral voor tussen de raaien 38.00 en 41.00.

Conclusies:

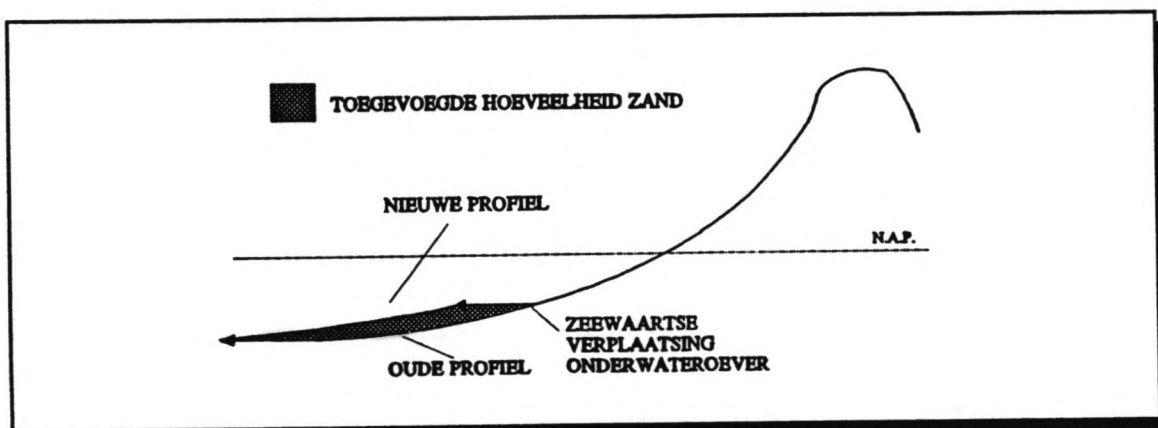
De kuberingen langs de gehele kust blijken dus hoogte-afhankelijk te zijn. Dat is op zich triviaal. Hoe hoger in het profiel gekeken wordt, hoe minder zand er zich bevindt.

Hetzelfde geldt voor de trend. Het blijkt dus zo te zijn dat naarmate hoger in het profiel gekeken wordt, de trend afneemt.

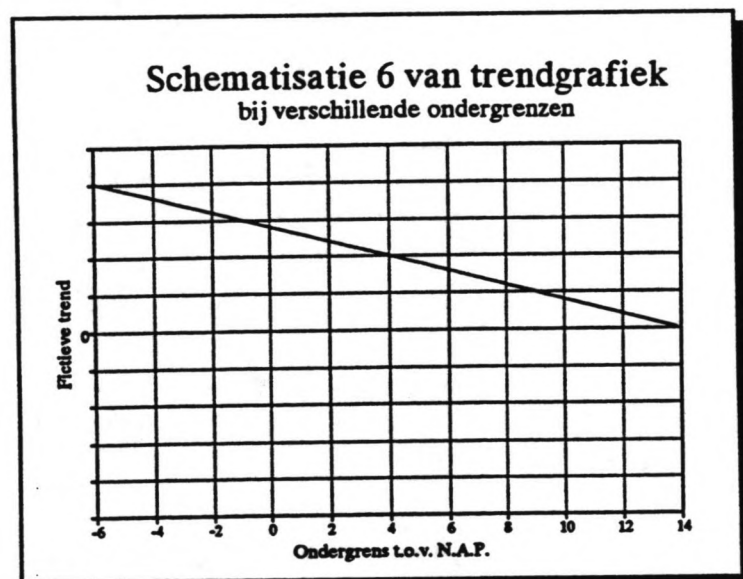
Tevens lijkt het zo te zijn dat het 'Boschloo-patroon' ook aanwezig is wanneer de ondergrens bij het kuberen hoger in het profiel wordt gelegd. De absolute waarde van de



Figuur 18 Grafiek van schematisatie 5



Figuur 19 Schets van de evenwijdige verplaatsing van de onderwateroever zeewaarts



Figuur 20 Grafiek van schematisatie 6

trend neemt dan wel af, in het algemeen tot nul bij N.A.P. +14.00 m, omdat er in de meeste raai zich geen zand meer boven deze grens bevindt. Dat de trend hoogte-afhankelijk is, geldt niet voor de raaien die een trendgrafiek vertonen volgens *schematisatie 3*: de stabiele raaien waarbij de vorm en de plaats van de profielen kennelijk constant zijn.

De vraag of er zones aan te wijzen zijn in een profiel die een groter verloop te zien geven van de zandvolumina kan worden beantwoord met behulp van de trendverandering over de hoogte van het profiel.

Is $\partial m / \partial y$ constant over de hoogte, wat het geval is in de *schematisaties 3, 4 en 6*, dan is het profiel vormvast en zijn er geen zones in het profiel aan te wijzen die een grotere verandering van de zandhoeveelheid vertonen dan andere. In het geval van de *schematisaties 4 en 6* verplaatst het profiel wel; deze verplaatsing is een evenwijdig verschuiving.

Is daarentegen $\partial m / \partial y$ niet constant, zoals het geval is in de drie overige *schematisaties 1, 2 en 5*, dan zijn dergelijke zones wel aanwezig en behoudt het profiel in de bestudeerde jaren dus niet dezelfde vorm.

Concluderend kan worden gezegd dat er geen eenduidige uitspraak te doen is over de hoogte-afhankelijkheid van $\partial m / \partial y$. Zie de 2^e subdoelstelling van het onderzoek op *bladzijde 15*.

In 75% van de raaien is er sprake van een constante $\partial m / \partial y$. In deze gevallen is dus de afhankelijkheid van het erosie-sedimentatie-patroon met de hoogtezones wel aangetoond; de absolute grootte van het patroon verandert echter. De vorm van de profielen is min of meer constant.

Ook in de overige 25% is de afhankelijkheid van het patroon met de hoogtezones aangetoond.

Het is op voorhand niet te zeggen of het 'Boschloo-patroon' ook wordt gevonden wanneer de trend wordt bepaald in het bovenste gedeelte van de profielen. Waar de veranderingen in de zandhoeveelheden zich voordoen is daarvoor een bepalende factor. Als de trend wordt bepaald bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m dan geven de raaien waarbij de onderwater-oever vooruit gaat (*schematisatie 5*) duidelijk blijk van een verandering van de hoeveelheid zand. Wordt datzelfde gedaan bijvoorbeeld bij een ondergrens van N.A.P. +5.00 m dan is de trend verdwenen.

Resumerend is in *figuur 22* de mate van voorkomen van de verschillende trendgrafieken procentueel uitgezet. Daarbij is vermeld hoe de profielen (eventueel) veranderen.

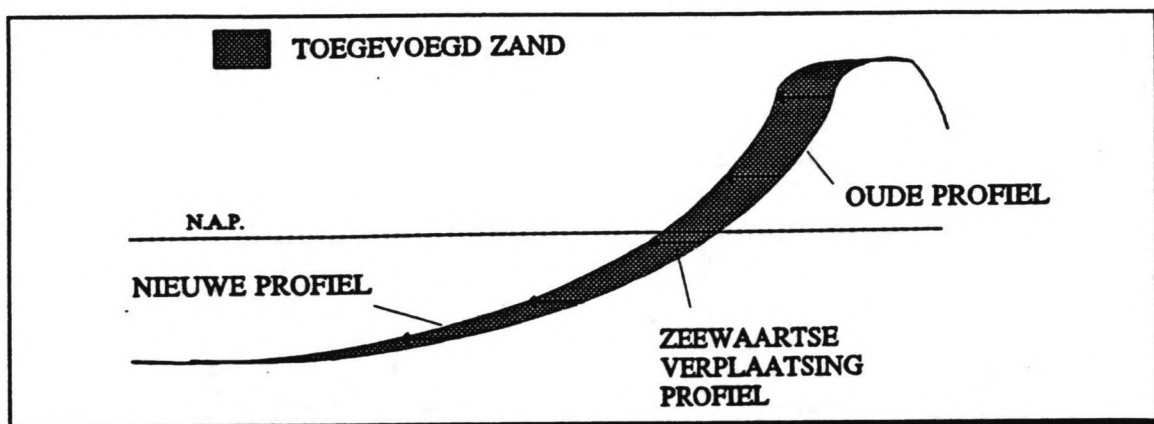
Daarnaast is in *figuur 23* aangegeven waar welke trendgrafiek voorkomt. Heeft een raai in deze figuur bijvoorbeeld de waarde 1 gekregen dan betekent dit dat bij die raai *schematisatie 1* van toepassing is.

Uit *figuur 23* kan worden geconcludeerd dat er twee gebieden zijn die enige uniformiteit vertonen. In het gebied tussen de raaien 32.50 en 38.50 is de kust òf stabiel òf gaat achteruit. Tevens kan van het gebied tussen de raaien 42.00 en 44.50 gezegd worden dat het in de afgelopen 27 jaar vrij stabiel is geweest, omdat hier *schematisatie 3* nogal eens voorkomt.

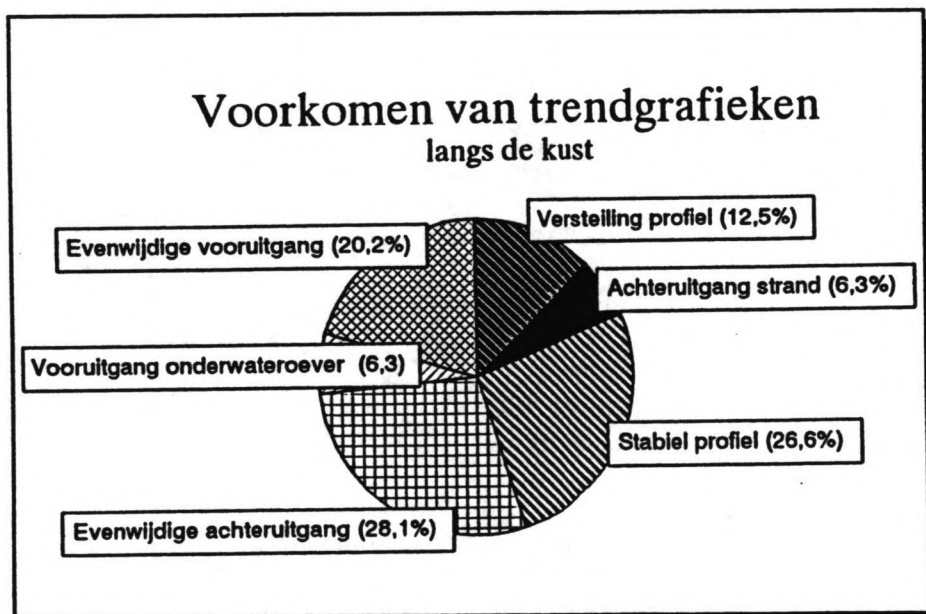
In de overige delen binnen het studiegebied wisselen de trendgrafieken elkaar onregelmatig af; er is geen systeem te ontdekken in het patroon van voorkomen van de verschillende grafieken.

§2.5 De afhankelijkheid van de trend van de kuberingslengte

Op een soortgelijke manier als in de vorige paragraaf wordt nu onderzocht of de lengte van het kuberingsinterval bepalend is voor de waarde van de trend die wordt gevonden. Daartoe



Figuur 21 Geschetste situatie van een evenwijdige verschuiving van het profiel zeewaarts



Figuur 22 Het voorkomen van de trendgrafieken in percentages

zijn kuberings- en trendberekeningen uitgevoerd voor perioden met verschillende lengte. Eerst zijn de zandhoeveelheden en trends voor alle raaien berekend voor een periode van 4 jaar, namelijk voor de jaren 1964 tot en met 1967. Nog kortere perioden geven een zeer onbetrouwbare trend en zijn irrelevant. De regressielijn zou dan worden bepaald door slechts drie kuberingspunten.

Het berekenen van de trend is wederom gedaan met behulp van de χ^2 -methode.

De volgende stap in de rekenprocedure is om de trendberekening te herhalen voor een periode die met één jaar is verlengd. Er is nu gekubeerd over de jaren 1964 tot en met 1968.

De procedure is herhaald totdat uiteindelijk de kuberings- en de trend zijn bepaald over een periode van 27 jaar, namelijk van 1964 tot en met 1990.

Deze berekeningen zijn voor alle 64 raaien uitgevoerd en het resultaat hiervan is in grafiekvorm opgenomen in *bijlage 3*. Op de horizontale as in deze grafieken is het eindjaar van de berekening uitgezet en in principe dus de lengte van de kuberingsperiode. Als van het eindjaar van de berekening het beginjaar wordt afgetrokken (1964) wordt de lengte van de rekenperiode verkregen. Bij alle grafieken uit deze bijlage is dezelfde schaal gebruikt. De waarden op de verticale as variëren van $+80 \text{ m}^3/\text{m/j}$ tot $-80 \text{ m}^3/\text{m/j}$. Op de horizontale as is begonnen met het eindjaar 1973, omdat wanneer er kortere kuberingsperiode worden geplot, de schaal onnodig wordt vertrokken.

Net als in de beschouwing met variërende ondergrenzen is er ook in dit onderzoek een aantal standaardgrafieken te onderkennen in de grafieken van *bijlage 3*.

Er is in deze grafieken een drietal grafiekvormen typerend voor een aantal raaien.

Grafiek 1:

De eerste grafiek is de figuur die onder andere wordt gevonden bij de trendberekening voor *raai 30.25*. Zie hiervoor *figuur 24*.

Het gedeelte 'links van *eindjaar 1976*' van de grafiek geeft een sterk variërende trend te zien. Dit is te verklaren doordat hoe minder jaren er meegenomen worden in de trendberekening hoe groter de invloed van een enkel jaar is dat wordt toegevoegd. Wanneer er over een groot aantal jaren wordt gekubeerd, en dus over een groot aantal jaren de trend wordt bepaald, dan is de invloed van een enkel toegevoegd jaar veel kleiner dan in het geval dat er over weinig jaren wordt gekubeerd. Op het moment dat in het geval van *figuur 24* de kuberingsperiode de lengte van 17 jaar bereikt, lijkt de trend te convergeren naar een constante waarde. Op het moment dat er over 17 jaar wordt gekubeerd maakt het niet veel verschil meer of er een jaar extra meegenomen wordt in de berekening.

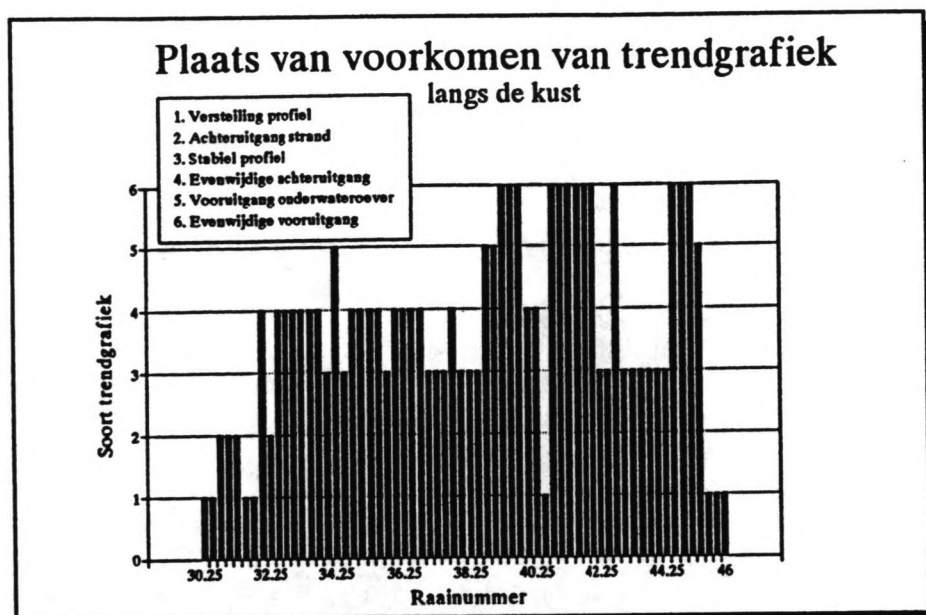
Wanneer het inderdaad zo blijkt te zijn dat de trend die constante waarde blijft volgen, wordt het 'Boschloo-patroon', of in stand gehouden, wat in principe fysisch niet mogelijk lijkt te zijn of verandert heel langzaam. Zo langzaam dat het niet tot uiting komt in de JARKUS-periode van 27 jaar.

Het blijkt, dat 77% van de raaien een dergelijke grafiek te zien geeft. Deze grafiek houdt in dat de trend *niet* afhankelijk lijkt te zijn van de lengte van de kuberingsperiode, wanneer de kuberingsperiode langer is dan 17 jaar.

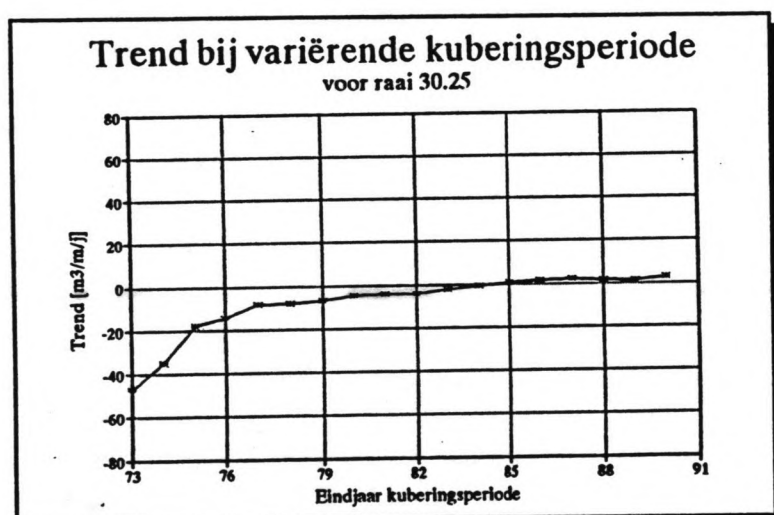
Deze grafieken komen verspreid voor over het studiegebied. Zie *figuur 27*.

Grafiek 2:

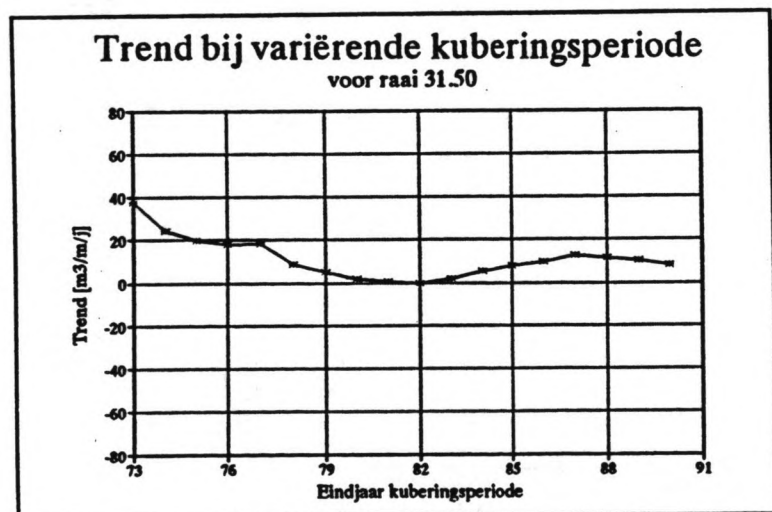
Een andere grafiekvorm die in dit onderzoek wordt gevonden geeft het patroon uit *figuur 25* te zien. De grafiek van *raai 31.50* is hier een goed voorbeeld van. In dit geval volgt de trend geen horizontale lijn maar varieert om een horizontale lijn bij een kuberingsperiode die



Figuur 23 Plaats van voorkomen van de trendgrafieken



Figuur 24 Trends bij variërende kuberingsperiode voor raai 30.25



Figuur 25 Trends bij variërende kuberingsperiode voor raai 31.50

langer is dan 15 jaar. In *die* gevallen kan gezegd worden, dat de trend *wel* afhankelijk is van de kuberingslengte. Het blijkt wel degelijk uit te maken of er een jaar meer of minder wordt meegenomen.

Bij 9 van de 64 raaien wordt een grafiek als van *raai 31.50* gevonden. Dit is 14% van het aantal raaien. Ook bij deze grafieksoort is er geen bepaald deel van het studiegebied aan te wijzen waar deze grafiekvorm meer frequent voorkomt dan in andere delen.

Grafiek 3:

Het derde geval, zie *figuur 26*, laat zien dat na het kuberen over een periode van 27 jaar nog steeds geen constante waarde wordt bereikt of een waarde waaromheen de trend varieert. Telkens als er een jaar wordt toegevoegd blijkt de trend nog aan een verandering onderhevig te zijn.

Ook in de gevallen dat deze grafiek van toepassing is, wordt de trend bepaald door de lengte waarover wordt gekubeerd.

Deze vorm van de grafiek komt het minst voor, namelijk slechts bij 6 raaien en dus in ongeveer 9% van de gevallen.

In *figuur 27* is aangegeven waar deze grafiekvorm langs de kust voorkomt. In deze figuur is op dezelfde manier als in *figuur 23* aangegeven welke grafiekvorm waar voorkomt.

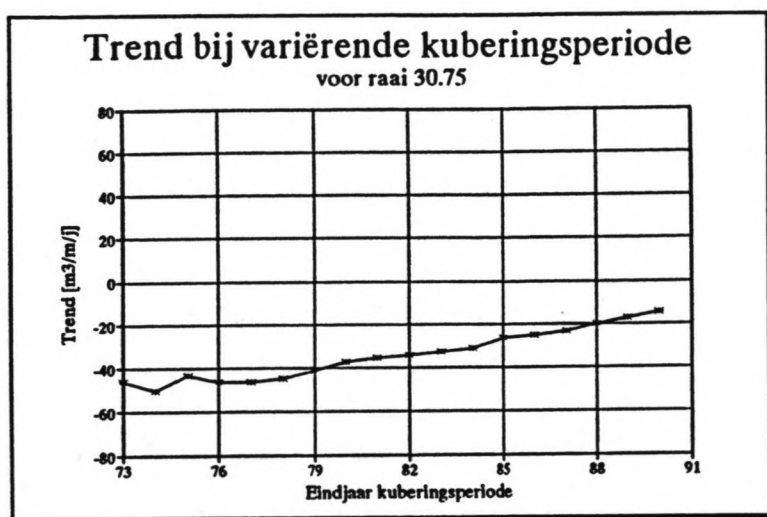
De trend van de raaien die met een waarde 1 gekenmerkt zijn, lijkt te convergeren naar een constante waarde. De trend van de raaien met waarde 2 varieert rond een constante waarde en bij raaien met een waarde 3 bereikt de trend in de beschouwde 27 jaar geen 'eindwaarde'.

Concluderend kan gezegd worden, dat er in 77% van de raaien *geen* sprake is van een bepaalde afhankelijkheid van de trend met de kuberingslengte. Het feit dat de trend constant *zou zijn* houdt in dat het 'Boschloo-patroon' gehandhaafd blijft. Fysisch is dit niet mogelijk vanwege de voortschrijdende hoekverdraaiing van de kust. De verwachting is dan ook dat ook in die 77% van de raaien de trend wel degelijk afhankelijk is van de kuberingslengte. Het zou logisch zijn, dat ook in deze gevallen de trend varieert rond een horizontale lijn. De tijdschaal waarop de variatie plaatsvindt is blijkbaar dermate groot dat deze niet in de JAR-KUS-periode is terug te vinden. Er kan slechts dan onderzoek naar deze tijdschaal gedaan worden wanneer er over meer jaren JARKUS-gegevens beschikbaar zijn.

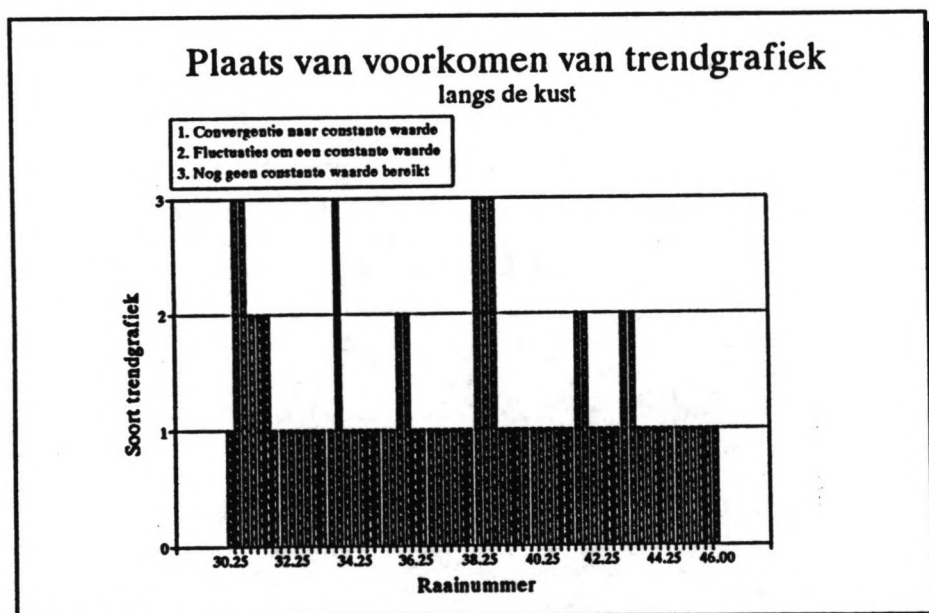
In de gevallen 2 en 3 mag duidelijk zijn dat er wel sprake is van een afhankelijkheid van de trend met de kuberingslengte. In geval 2 is nog wel iets te zeggen over de tijdschaal waarop de trend varieert, maar in geval 3 kan dat niet gedaan worden. Niet duidelijk is in geval 3 waar de waarde van de trend zal eindigen. Hierover kan pas een uitspraak worden gedaan over een aantal jaren wanneer er meer JARKUS-gegevens zijn.

Wat wel uit dit deel van het onderzoek volgt is dat wanneer over een bepaalde periode de trend wordt bekeken, waarbij de trend gedefinieerd is als de helling van de regressielijn in de kuberingsgrafieken, de lengte van die periode niet korter moet zijn dan 17 jaar, omdat anders de trend te veel afhankelijk is van de periode waarover deze is berekend. Dit is een direct gevolg van de gebruikte methode om de trend te bepalen.

In *hoofdstuk 3* wordt gebruikt gemaakt van zogenaamde 'windows': intervallen met een vaste lengte. De lengte van deze 'windows' moet niet kleiner zijn dan 17 jaar vanwege de betrouwbaarheid van de trend.



Figuur 26 Trends bij variërende kuberingsperiode voor raai 30.75



Figuur 27 Voorkomen van grafieken langs de kust

HOOFDSTUK 3

CORRELATIE

§3.1 Inleiding

Uit de vorige hoofdstukken is gebleken dat het 'Boschloo-patroon' niet in stand gehouden kan worden in verband met de voortdurende hoekverdraaiingen van de kust.

Het idee in deze studie is dat dit patroon een golfpatroon is dat zich verplaatst langs de kust. Het komt er in dat geval op neer dat zich in een raai in een bepaald jaar een top van het 'Boschloo-patroon' bevindt, terwijl in diezelfde raai een aantal jaren later een dal zit. De eerdere vooruitgang van die raai wordt dan gevolgd door een achteruitgang.

In dit hoofdstuk wordt een methode uiteengezet waarmee wordt bestudeerd of het patroon zich daadwerkelijk langs de kust verplaatst en als dat het geval is met welke snelheid dit gebeurt. Daarnaast worden ook de resultaten gegeven en geanalyseerd die uit dit onderzoek volgen.

De methode die in dit hoofdstuk aan de orde komt, is gebaseerd op het vergelijken van patronen met behulp van de correlatie tussen die patronen.

Correlatie is een genormeerde waarde voor de mate van samenhang tussen twee stochastische variabelen. Deze mate van samenhang wordt ook wel covariantie genoemd.

In dit geval wordt met behulp van correlatie de samenhang beschreven tussen twee 'Boschloo-patronen'. Elke van deze patronen is berekend over een andere periode.

In de vorige hoofdstukken is steeds gesproken van *het* 'Boschloo-patroon'. Hiermee werd het trendpatroon langs de kust bedoeld zoals dat gevonden werd bij het kubereren over de periode 1964-1985. In dit hoofdstuk wordt gesproken over meerdere 'Boschloo-patronen'. Dit zijn eenzelfde soort patronen als in het voorgaande werd bedoeld, echter betrokken op andere kuberingsperioden.

Opgemerkt wordt nog dat in dit deel van het onderzoek in eerste instantie gebruik is gemaakt van de trends die zijn gevonden bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m. Aan het eind van het hoofdstuk volgt nog een beschrijving van het zelfde soort onderzoek dat gedaan is voor de trends die zijn gevonden bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m.

§3.2 Berekeningsmethode

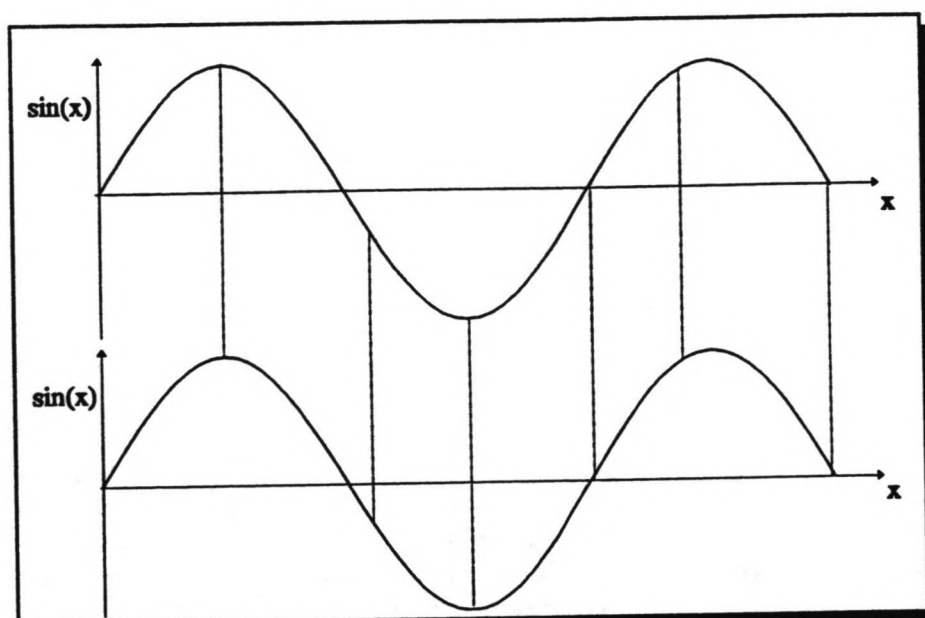
In deze paragraaf wordt beschreven hoe, gegeven twee ruimtelijke patronen, door middel van de correlatiefunctie kan worden onderzocht, wat de karakteristieke golflengten in de patronen zijn en hoe de patronen ten opzichte van elkaar verschuiven.

Om nu te onderzoeken in hoeverre beide patronen 'op elkaar lijken' wordt de covariantie berekend. Deze is als volgt gedefinieerd:

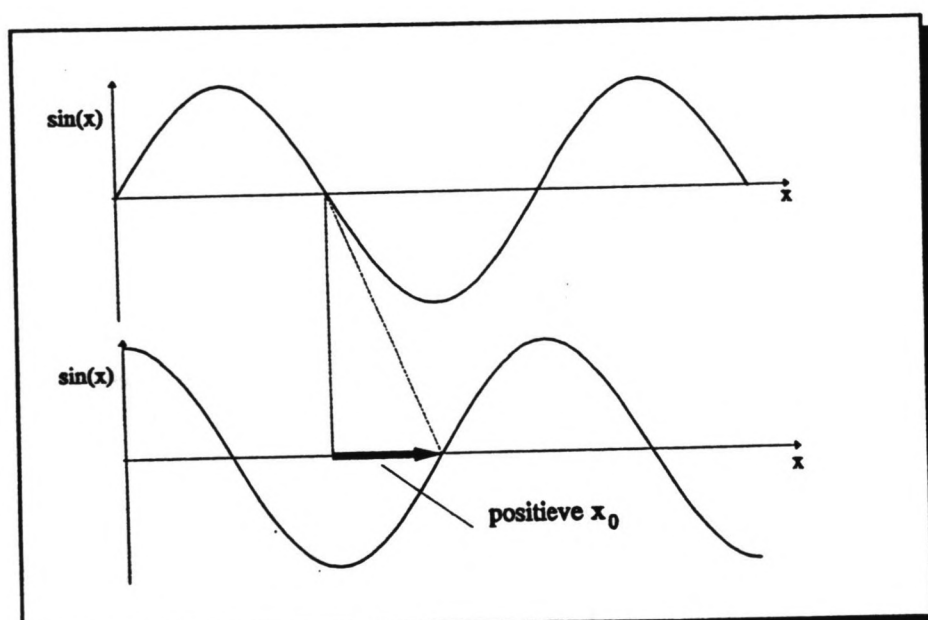
$$\text{cov}\{\phi(x), \psi(x-x_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\phi(x) - \bar{\phi}) \cdot (\psi(x-x_0) - \bar{\psi}) \cdot dx \quad (3.1)$$

met $-\infty < x_0 < +\infty$

In deze formule zijn $\Phi(x)$ en $\Psi(x)$ de signalen die met elkaar vergeleken worden, zijn de overstreepsten van Φ en Ψ de gemiddelde waarden van de patronen voor $-\infty < x < +\infty$ en is x_0 een verschuiving van de patronen ten opzichte van elkaar.



Figuur 28 Voorbeeld van een sinusoid die met zichzelf vergeleken wordt



Figuur 29 De sinusoid ten opzichte van zichzelf verschoven

De covariantie tussen twee patronen is dus het product van de afwijkingen van de patronen van hun gemiddelden geïntegreerd over het interval $-\infty < x < +\infty$. Dit getal geeft aan in hoeverre de variatie van het ene patroon wordt 'verklaard' door de variatie in het andere patroon.

De covariantie is dimensieloos te maken door deze te delen door het product van de standaardafwijkingen van beide patronen. Deze genormeerde waarde wordt correlatiecoëfficiënt genoemd, gedefinieerd als:

$$\text{corr}(\phi(x), \psi(x-x_0)) = \frac{\text{cov}(\phi(x), \psi(x-x_0))}{\sigma_{\phi(x)} \cdot \sigma_{\psi(x-x_0)}} = \frac{\text{cov}(\phi(x), \psi(x-x_0))}{\sqrt{\text{var}(\phi(x)) \cdot \text{var}(\psi(x-x_0))}} \quad (3.2)$$

Dit getal zal altijd tussen 1.0 en -1.0 liggen. Ligt de correlatiecoëfficiënt in de buurt van 1.0 dan zijn de patronen sterk gecorreleerd: 'lijken ze erg op elkaar'.

Is de waarde van de correlatiecoëfficiënt gelijk aan -1.0 dan zijn beide patronen in tegenfase met elkaar: 'zijn ze elkaars spiegelbeeld ten opzichte van de horizontale as'.

Het is ook mogelijk om een patroon met *zichzelf* te vergelijken door middel van correlatiecoëfficiënten. Op die manier wordt de auto-correlatie berekend. Dit is in principe niets anders dan de berekening van de correlatie tussen twee identieke patronen.

Door een patroon met zichzelf te correleren kan een indruk worden gekregen van de dominante golflengten die zich in het patroon kunnen bevinden. Dit is als volgt in te zien.

Wanneer een patroon in zijn oorspronkelijke toestand met zichzelf wordt vergeleken, zal voor de correlatiecoëfficiënt de waarde 1.0 gevonden worden. Als voorbeeld wordt een sinusoïde met zichzelf gecorreleerd. Zie *figuur 28*.

Daarna wordt het patroon iets ten opzichte van zichzelf verschoven, zeg met een waarde x_0 , en met het oorspronkelijke patroon vergeleken. Zie *figuur 29*. De verschuiving x_0 die in dit voorbeeld wordt opgelegd, is een verschuiving in 'positieve' richting. In $y = \sin(x-x_0)$ is x_0 positief.

Als nu de correlatiecoëfficiënt wordt berekend dan wordt een waarde gevonden die iets kleiner is dan 1.0. Daarna wordt het patroon weer met een waarde x_0 opgeschoven en wordt opnieuw de correlatiecoëfficiënt bepaald.

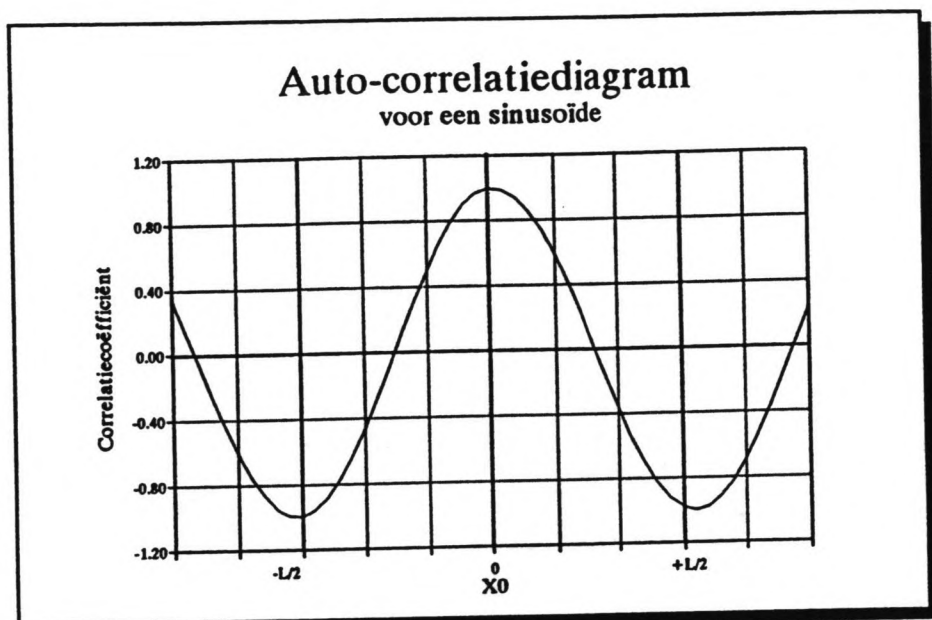
Op het moment dat de sinusoïde een halve golflengte met zichzelf is verschoven wordt voor de correlatiecoëfficiënt de waarde -1.0 gevonden. Wanneer de sinusoïde een hele golflengte is verschoven ten opzichte van zichzelf dan wordt weer de waarde 1.0 voor de correlatiecoëfficiënt gevonden, omdat de sinusoïde 'zichzelf' weer is.

Er kan een diagram gemaakt worden van de correlatiecoëfficiënten als functie van de verschuiving x_0 van het patroon ten opzichte van zichzelf. Voor de auto-correlatie van een sinusoïde is het resultaat weergegeven in *figuur 30*. Het is duidelijk dat het diagram een sinusoïde weergeeft.

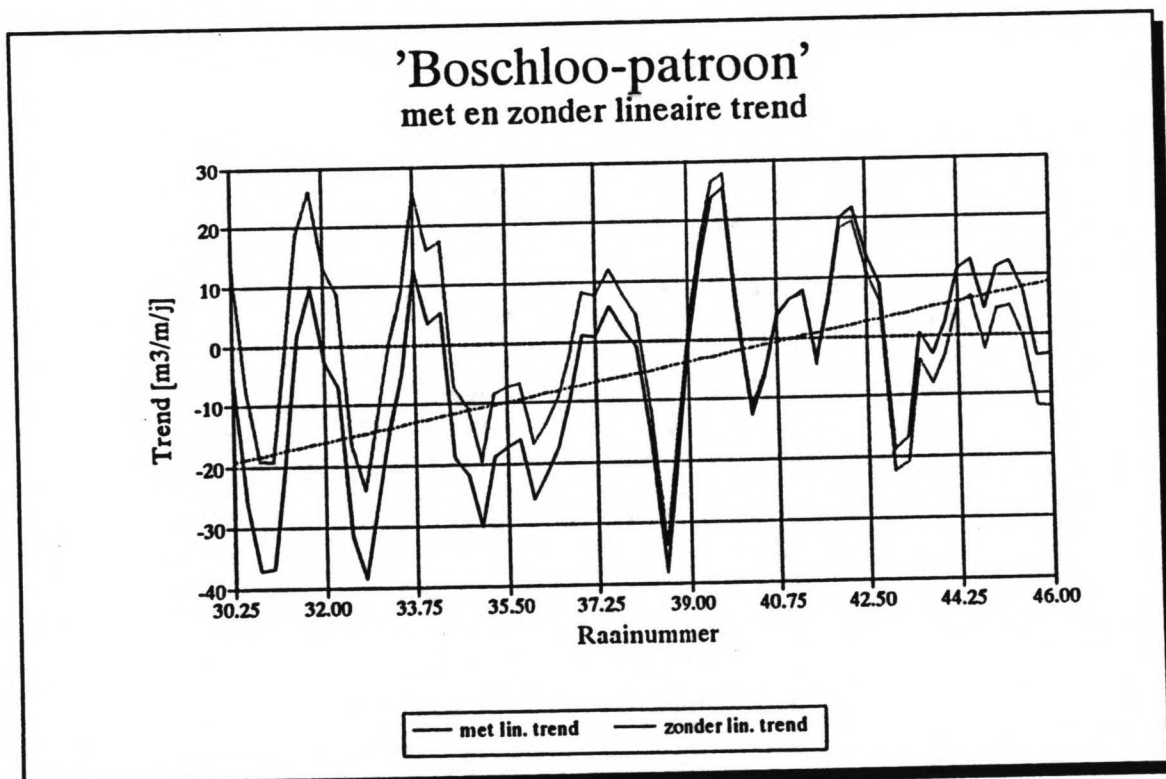
Uit dit diagram kan nu een waarde voor de golflengte van de bestudeerde sinusoïde worden afgelezen. De golflengte is namelijk de afstand tussen twee toppen in het diagram.

§3.3 De correlatieberekening toegepast op het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. -6.00 m

De bovenstaande (auto-)correlatieberekening kan voor willekeurige patronen worden gedaan. In dit onderzoek is deze berekening betrokken op het 'Boschloo-patroon' om een indruk te



Figuur 30 Het auto-correlatiediagram van een sinusoid



Figuur 31 Het 'Boschloo-patroon' met en zonder aftrekking van lineaire trend bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m en over de periode 1964-1980

krijgen of het 'Boschloo-patroon' daadwerkelijk verplaatst en als dat inderdaad het geval is, met welke snelheid dat gebeurt.

Om iets te kunnen zeggen over de verplaatsing en de snelheid van verplaatsen is de berekening van de auto-correlatie alleen niet voldoende. In dit onderzoek zijn voor verschillende perioden met vaste lengte ('windows') de bijbehorende 'Boschloo-patronen' berekend en met elkaar vergeleken.

In eerste instantie is de trend langs de kust (c.q. het 'Boschloo-patroon') berekend over de periode 1964 tot en met 1980 bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m. Gekozen is voor een 'window' van 17 jaar, ten eerste omdat uit *hoofdstuk 2* volgde dat bij een kuberingsperiode met een lengte van 17 jaar, een representatieve trend gevonden wordt en ten tweede omdat dit 'window' een aantal malen verschoven kan worden binnen de JARKUS-periode van 27 jaar.

Vervolgens is het 'Boschloo-patroon' berekend voor de periode 1965-1981, voor de periode 1966-1982, enzovoorts totdat het patroon is berekend voor de periode 1974-1990.

Om op de 'Boschloo-patronen' de correlatieberekeningen toe te passen is de lineaire trend die in deze patronen zit van de patronen afgetrokken. Normaliter varieert de trend in een 'Boschloo-patroon' om een trendlijn. Na het aftrekken van de lineaire trend varieert de trend om de horizontale as. Zie *figuur 31*.

Om te onderzoeken welke (dominante) golflengte zich bevindt in de 'Boschloo-patronen' is op de eerste plaats een auto-correlatieberekening uitgevoerd voor alle 'windows'. Voor het 'window' 1964-1980 is het resultaat afgebeeld in *figuur 32*. De overige auto-correlatiediagrammen zijn opgenomen in *bijlage 6*. In deze diagrammen is op de horizontale as de verschuiving van het patroon met zichzelf uitgezet (x_0) en op de verticale as de bijbehorende correlatiecoëfficiënt. In de volgende paragraaf worden deze resultaten geanalyseerd.

Na deze auto-correlatieberekening zijn alle 'windows' vergeleken met het 'window' 1964-1980 door middel van correlatieberekeningen. Het resultaat hiervan is opgenomen in de *figuren 33 en 34*, die op dezelfde manier zijn opgebouwd als *figuur 32*. Beide figuren overlappen elkaar één 'window'. Voor de duidelijkheid is het 'window' 1970-1986 in beide figuren opgenomen.

De resultaten van de correlatieberekeningen zijn in *bijlage 6* in tabelvorm opgenomen.

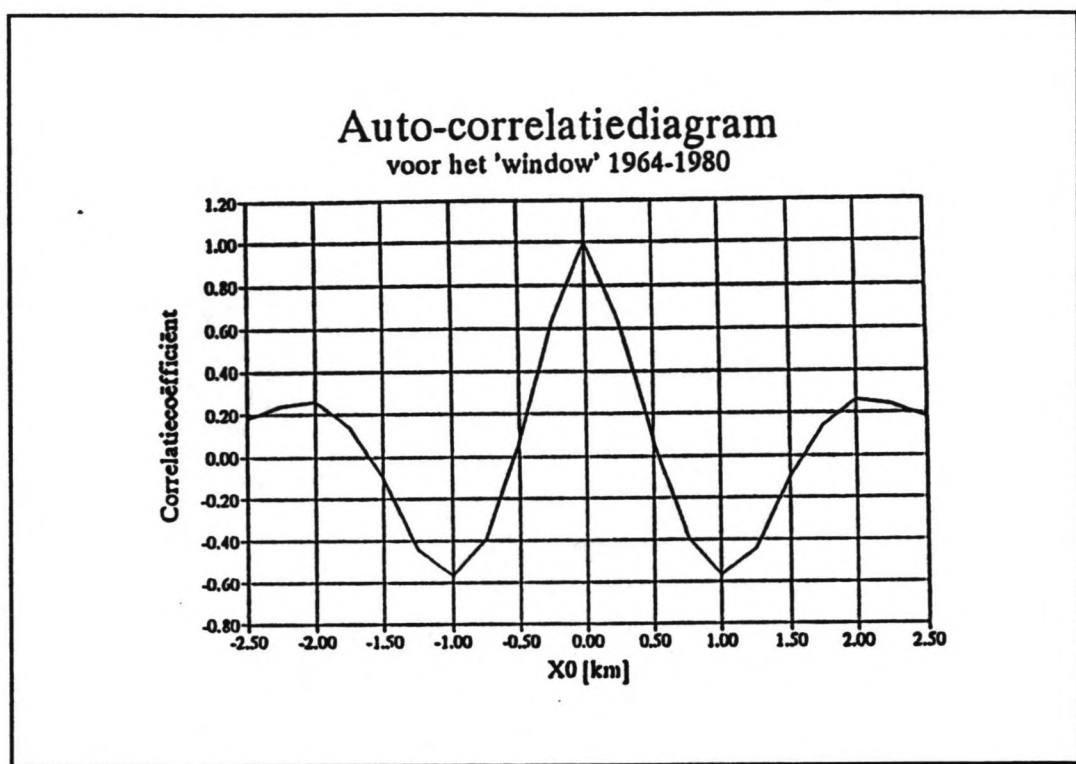
§3.4 Analyse correlatieberekeningen voor het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. -6.00 m

Wanneer in eerste instantie *figuur 32* wordt bestudeerd valt het op dat de correlatie snel uitdempt. Bij een waarde van x_0 van 2 km is de correlatie ongeveer nog maar $\frac{1}{4}$ van de waarde bij $x_0 = 0$ km.

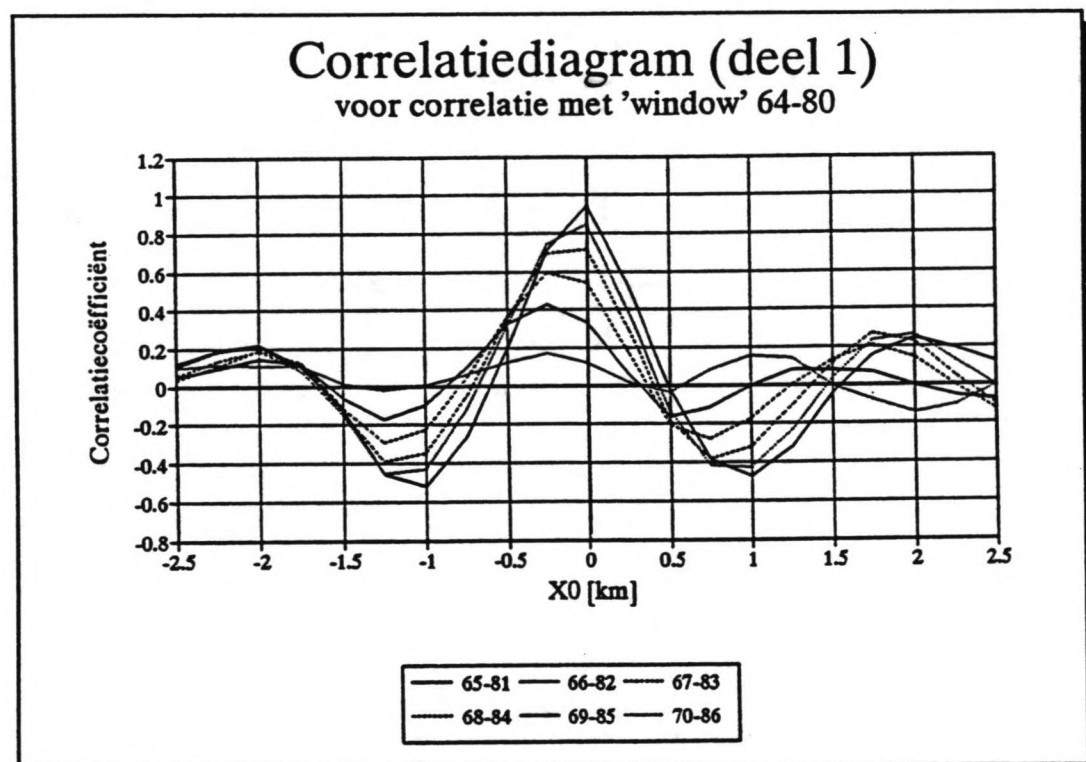
Desondanks valt er toch iets te zeggen over de golflengte die in de 'Boschloo-patronen' te zien is.

In het auto-correlatiediagram van *figuur 32* is te zien dat de afstand tussen twee maxima ongeveer 2 km bedraagt: de golflengte die gevonden wordt in het patroon over 1964-1980.

Uit de auto-correlatiediagrammen in *bijlage 6* blijkt dat in alle 'windows' die golflengte van ongeveer 2 km terug te vinden is. Hoe verder het 'window' wordt verschoven in de JARKUS-periode, hoe kleiner de golflengte lijkt te worden die uit het auto-correlatiediagram kan worden bepaald. De golflengte is ± 1750 m bij het laatste 'window' 1974-1990. Hierbij moet wel worden opgemerkt dat bij de laatste 'windows' de correlatie wel heel erg klein wordt bij de x_0 -waarden de naaste pieken, namelijk kleiner dan 0.15.



Figuur 32 Auto-correlatiediagram voor het 'window' 1964-1980



Figuur 33 Eerste deel correlatiediagram ('windows' 1964-1980 t/m 1970-1986) bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m

De gevonden golflengte is dus een bevestiging van wat al werd geconcludeerd na het onderzoek van Boschloo. Namelijk dat er op het eerste gezicht in het trendpatroon over 1964-1985 een golflengte te ontdekken is van circa 2 km.

Aan de hand van de *figuren 33 en 34* is iets te zeggen over het al dan niet verplaatsen van het 'Boschloo-patroon' en de snelheid waarmee dit gebeurt.

In *figuur 33* is goed te zien dat de maximum correlatiecoëfficiënt zich in de loop der jaren (de 'windows' worden verschoven in de tijd) in negatieve richting verplaatst. Dit betekent dus dat het 'Boschloo-patroon' zich lijkt te verplaatsen langs de kust.

De maximum correlatiecoëfficiënt voor het 'window' 1965-1981 ligt (nog) bij een x_0 -waarde van 0 km. De maximum correlatiecoëfficiënt voor het laatste 'window' in deze figuur (1970-1986) ligt bij een x_0 -waarde van -0.25 km.

Het 'hoekige' karakter van het diagram wordt veroorzaakt doordat bij deze berekeningen slechts kan worden gerekend met een oplossend vermogen van 0.25 km, omdat de raaien waarvoor de trends zijn berekend op 250 m van elkaar liggen.

Het is dus kennelijk zo dat de positie met de maximum correlatie in 6 jaar tijd (het verschil tussen het eerste en het laatste 'window') zo'n 250 m is verplaatst. Het lijkt er dus op dat op basis van deze beschouwing het 'Boschloo-patroon' zich verplaatst met een snelheid van:

$$c_p = \frac{250 \text{ m}}{6 \text{ j}} = 42 \frac{\text{m}}{\text{j}}$$

De snelheid waarmee het patroon zich lijkt te verplaatsen wordt in het vervolg van de studie c_p (= c_{patroon}) genoemd.

Het beeld van het verplaatsen van de maximum correlatie wordt niet gevonden in *figuur 34*. Het lijkt er dus op dat het 'Boschloo-patroon' zich inderdaad verplaatst langs de kust, *echter alleen in het begin van de JARKUS-periode!*

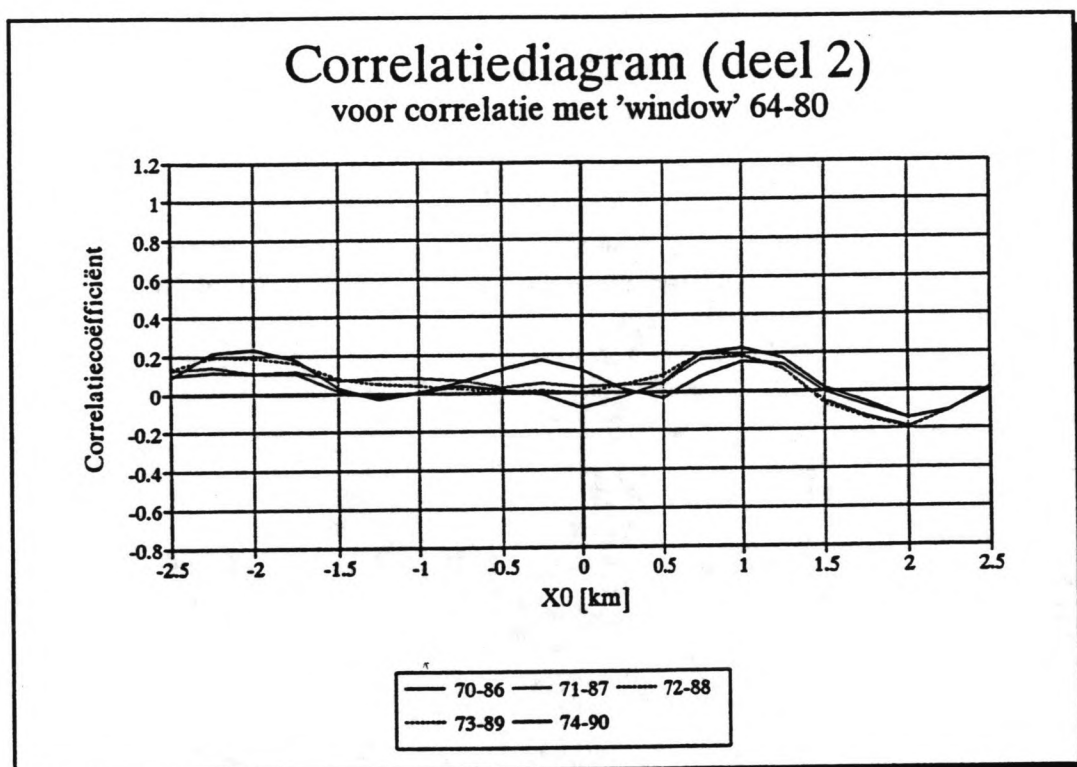
Opgemerkt dient wel te worden dat de verplaatsing die hier gevonden wordt een netto verplaatsing van het gehele patroon is. Er wordt namelijk in de vergelijking voor de covariantie (*vergelijking 3.1*) geïntegreerd over de gehele lengte waarover het 'Boschloo-patroon' is bepaald (ongeveer 16 km).

Aan de hand van de correlatieberekening kan géén uitspraak gedaan worden over hoe het 'Boschloo-patroon' zich verplaatst in afzonderlijke delen van het bestudeerde kustvak. Het gaat hier over een totaalbeeld van het kustvak. Hierop wordt in *hoofdstuk 7* bij de aanbevelingen nog teruggekomen.

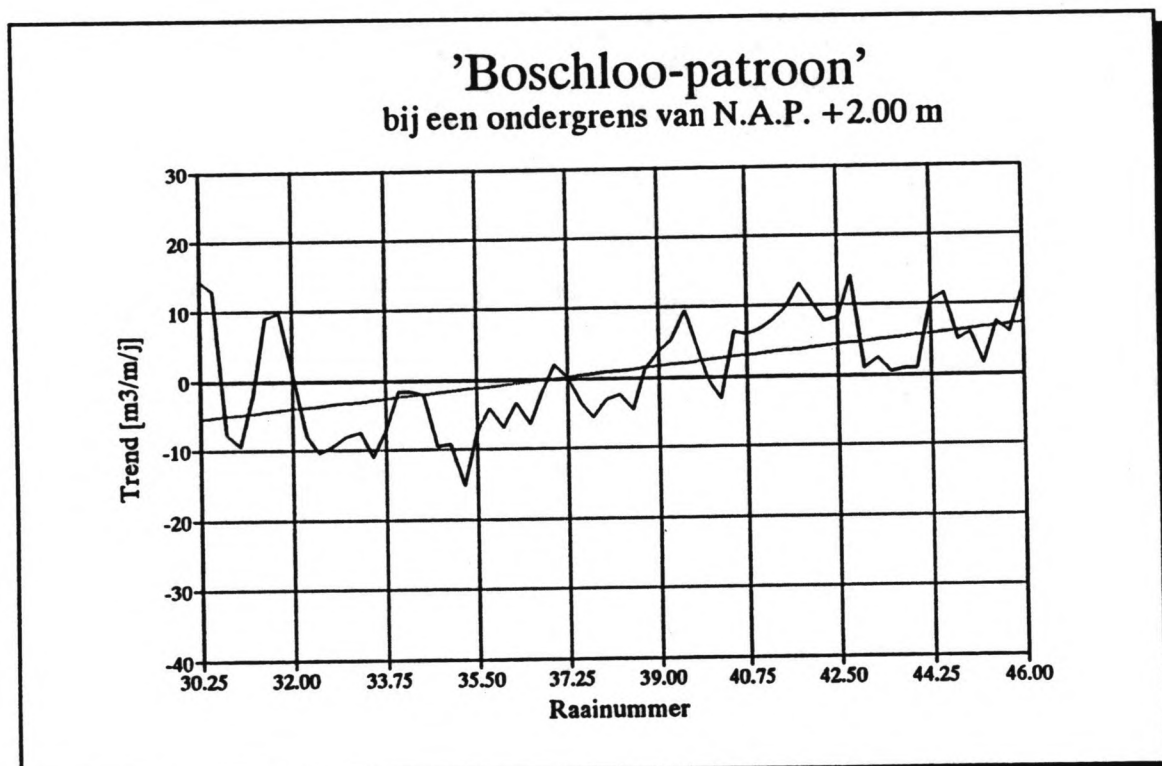
De richting van het verplaatsen van het patroon kan ook uit *figuur 33* worden bepaald. Zoals reeds gezegd lijkt het maximum zich te verplaatsen in negatieve x_0 -richting. De verschuiving in *figuur 29* is een verschuiving in positieve x_0 -richting. Dat patroon verplaatst zich van links naar rechts. De verschuiving die gevonden wordt bij het 'Boschloo-patroon' is negatief. Dat betekent dat de patronen zich verplaatsen van raaien met een 'laag nummer' naar raaien met een 'hoog nummer'. Met andere woorden de patronen lijken zich van noord naar zuid te verplaatsen!

§3.5 De correlatieberekening toegepast op het 'Boschloo-patroon' bij N.A.P. +2.00 m

Een zelfde onderzoek als in de vorige paragrafen is gedaan voor het 'Boschloo-patroon' dat wordt gevonden wanneer wordt gekubeerd bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m. Deze ondergrens valt ongeveer samen met de duinvoet.



Figuur 34 Tweede deel correlatiediagram ('windows' 1970-1986 t/m 1974-1990) voor een ondergrens van N.A.P. -6.00 m



Figuur 35 Het 'Boschloo-patroon' voor het 'window' 1964-1980 bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m

Op dezelfde manier als in *paragraaf 3.3* zijn de trends langs de kust per jaar berekend, nu bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m. In *figuur 35* is een voorbeeld gegeven van een trendpatroon bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m. Duidelijk is te zien dat ook bij deze ondergrens het 'Boschloo-patroon' is te onderkennen.

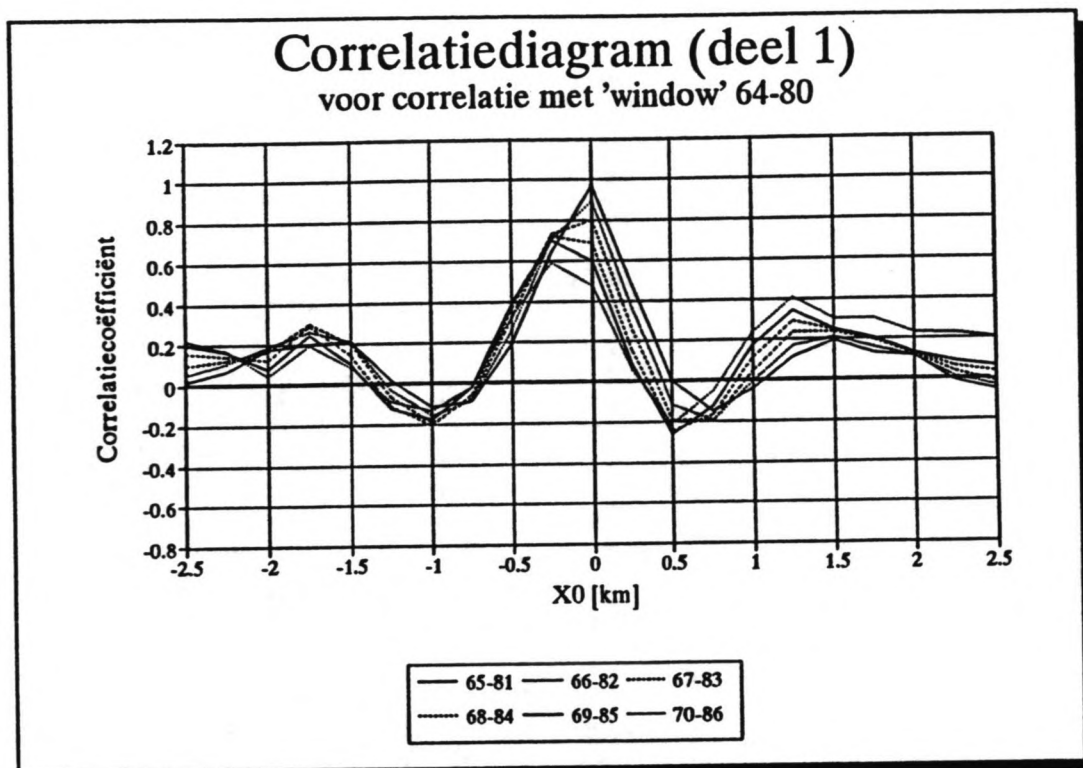
Ook nu wordt de correlatieberekening uitgevoerd op het patroon waarvan de lineaire trend langs de kust is afgetrokken. Evenals in de vorige paragraaf zijn de uitkomsten van deze berekeningen opgenomen in *bijlage 6*. In de *figuren 36 en 37* zijn deze resultaten grafisch weergegeven.

Wanneer de afstand tussen twee toppen in *figuur 36* wordt nagegaan, blijkt dat de golflengte die in het 'Boschloo-patroon' bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m lijkt te zitten iets kleiner is dan bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m. De afstand tussen twee toppen bedraagt ongeveer 1750 m. Opvallend daarbij is dat ook nu de correlatie zeer sterk uitdempt. Op een afstand van ± 1750 m bedraagt de correlatie nog maar $\frac{1}{4}$ van de waarde bij $x_0 = 0$ km. In het geval dat de correlatieberekeningen werden uitgevoerd bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m werd een vergelijkbare uitdemping van de correlatie geconstateerd.

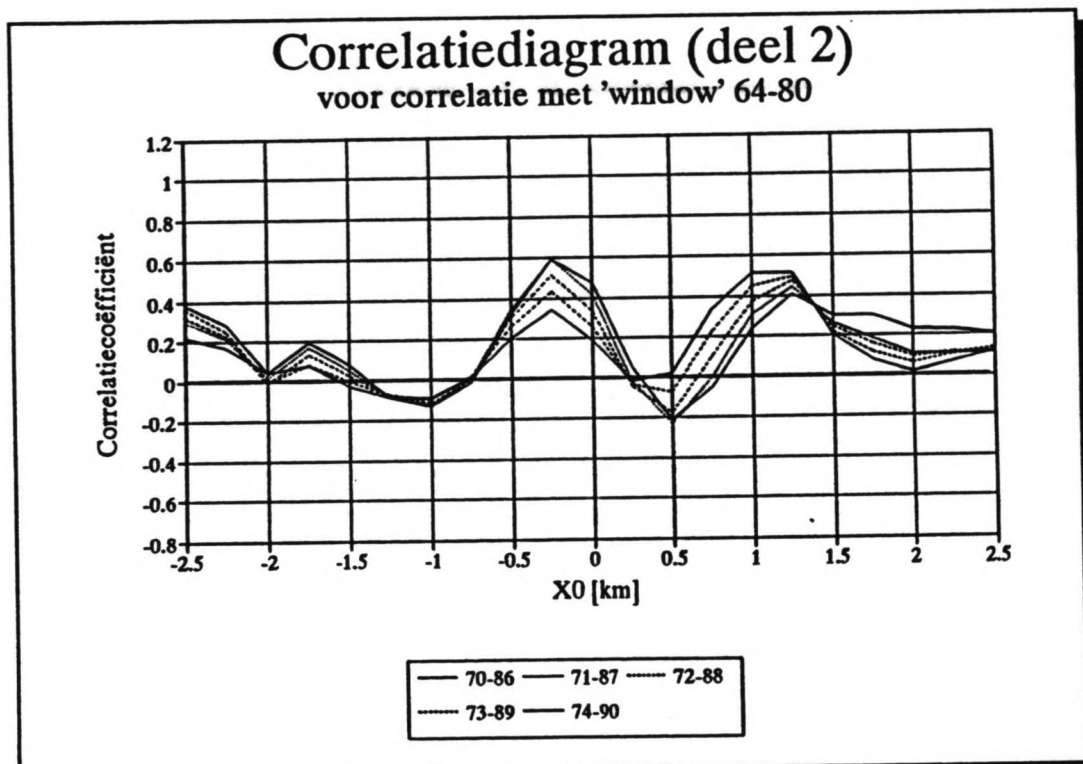
In de situatie bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m is de waarde van de minimum correlatie aanzienlijk beter, namelijk -0.5, dan in het geval dat de ondergrens ligt bij N.A.P. +2.00 m. Daar is de waarde van de minimum correlatie namelijk slechts ongeveer -0.2.

Een verplaatsing van het 'Boschloo-patroon' wordt ook bij deze ondergrens gevonden. Uit *figuur 36* blijkt dat bij deze ondergrens de verplaatsing in 6 jaar ook ongeveer 250 m bedraagt in zuidelijke richting. De stagnatie in het zich verplaatsen van het patroon na de periode 1970-1986 is bij deze ondergrens duidelijker te zien dan in het geval waarbij de ondergrens ligt op N.A.P. -6.00 m. Dat het beter te zien is, komt doordat de correlatie over 'het tweede deel' van de JARKUS-periode hoger is in het geval dat de ondergrens ligt bij N.A.P. +2.00 m. Over deze periode blijkt dat de voor- en achteruitgang van het gedeelte boven N.A.P. +2.00 m wat meer samenhang te vertonen dan voor het geval met een ondergrens van N.A.P. -6.00 m.

Ook de richting van verplaatsen van de patronen is dezelfde als werd gevonden bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m: van noord naar zuid.



Figuur 36 Eerste deel correlatiediagram ('windows' 1964-1980 t/m 1970-1986) voor de ondergrens N.A.P. +2.00 m



Figuur 37 Tweede deel correlatiediagram ('windows' 1970-1986 t/m 1974-1990) voor de ondergrens N.A.P. +2.00 m

HOOFDSTUK 4

SINUSFITTING

§4.1 Inleiding

Uit het vorige hoofdstuk is gebleken dat er zich in het 'Boschloo-patroon' een karakteristieke golflengte bevindt van ongeveer 2 km. Daarnaast werd gevonden dat het er op lijkt dat het 'Boschloo-patroon' zich verplaatst langs de kust. De snelheid waarmee dat gebeurt, lijkt van de grootte-orde 40 m/j.

Tevens is gebleken dat de gebruikte methode in *hoofdstuk 3* niet helemaal bevredigend was: de correlatie bleek erg snel uit te dempen.

In dit hoofdstuk wordt geprobeerd om op met behulp van een andere methode eveneens tot een schatting te komen van de golflengte en de voortplantingssnelheid.

Deze methode bestaat er uit een functie te zoeken die zo goed mogelijk aansluit bij de berekende waarden uit het 'Boschloo-patroon'. Dit passen van een functie in berekende waarden wordt fitting genoemd.

Gezien het patroon (zie *figuur 4*, blz. 14) is er voor gekozen om voor de functie die 'gefit' moet worden een sinusfunctie te nemen. Voor het uitvoeren van de sinusfitting is gebruikgemaakt van (een deel van) *SIRENE* van Boschloo.

Boschloo heeft in zijn studie [Boschloo, 1990] ook een sinusfitting toegepast. Boschloo heeft geprobeerd om door de kuberingswaarden per raai een sinusoïde te fitten om te onderzoeken of er bepaalde sinusoïden zijn die het verloop van de zandhoeveelheden in de tijd beter beschrijven dan een lineaire regressielijn. Boschloo heeft als het ware een sinusfitting in de tijd toegepast.

In deze studie wordt een sinusfitting in de ruimte toegepast. Er wordt geprobeerd om een sinusoïde te vinden die een analytische beschrijving van het trendpatroon langs de kust mogelijk maakt.

Wanneer er een sinusoïde gevonden is, kunnen waarden worden toegekend aan de golflengte, de loopsnelheid van de sinusgolf en de periode van het golfpatroon.

De benadering van de golflengte van het patroon (λ_p) is gelijk aan de golflengte van de gefitte sinusoïde. De loopsnelheid van het golfpatroon (c_p) en de periode (T_p) kunnen worden bepaald uit het faseverschil tussen verschillende sinusoïden. Deze verschillende sinusoïden worden bepaald door voor verschillende perioden de sinusfitting uit te voeren.

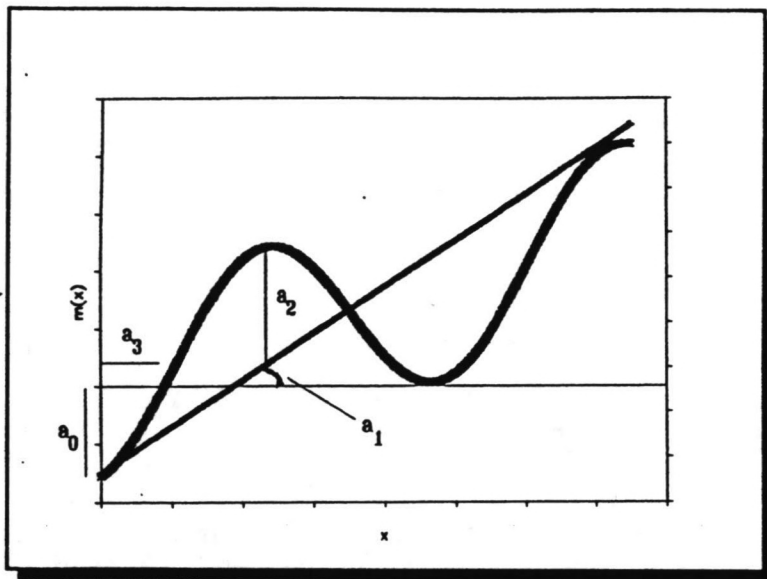
Er is gekozen om drie perioden te onderzoeken met verschillende lengten. Het blijkt dat als dit gedaan wordt er iets gezegd kan worden over het afnemen van de amplitude bij verlenging van de kuberingsperiode.

Er wordt een sinusoïde gefit door het 'Boschloo-patroon' over de 17-jarige periode 1964-1980, door het 'Boschloo-patroon' over de 22-jarige periode 1964-1985 en door het patroon dat is bepaald voor de 27-jarige periode 1964-1990.

De patronen zoals hier worden bestudeerd zijn de patronen die gevonden worden bij het kubereren bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m.

§4.2 Berekeningsmethode

De berekening van de 'best fit' wordt gedaan door een sinusoïde door het patroon te leggen die wordt beschreven aan de hand van vier variabelen. Deze variabelen worden met behulp van de methode der kleinste kwadraten bepaald.



Figuur 38 Definitietieschets van a_0 t/m a_3 in vergelijking (4.1)

De sinusoidale die moet worden bepaald heeft de volgende vorm:

$$m(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot \sin(k \cdot x - a_3) \quad (4.1)$$

$$\text{met } k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_p}$$

In deze formule is a_0 het snijpunt van de lijn waaromheen de sinusoidale varieert met de verticale as. Deze waarde wordt de interceptie genoemd. De waarde die aan a_1 wordt toegekend is de helling van de lijn waaromheen de sinusoidale varieert. Deze waarde zou de lineaire trend kunnen worden genoemd. Opgemerkt wordt dat deze lineaire trend niet dezelfde is als de lineaire trend zoals die werd genoemd in hoofdstuk 2. In dat hoofdstuk is de lineaire trend de helling van de lijn door de kuberingswaarden. In dit gedeelte van het onderzoek is de lineaire trend als het ware de helling van de regressielijn door de verschillende trendwaarden langs de kust.

De amplitude van de opgelegde sinusoidale wordt weergegeven door a_2 en de waarde van a_3 is de fase die bij de opgelegde sinusoidale behoort. In *figuur 38* is grafisch weergegeven wat a_0 tot en met a_3 voorstellen.

Om de variabelen in vergelijking (4.1) te bepalen wordt voor elk meetpunt, in dit geval elke raai, het verschil berekend tussen de berekende trend in die raai en de benadering van die trend door vergelijking (4.1):

$$\varepsilon(x) = m(x) - g(x) \quad (4.2)$$

In deze vergelijking is $m(x)$ de waarde van de benadering van de trend door middel van vergelijking (4.1) en $g(x)$ de gemeten waarde van de trend. De grootheid $\varepsilon(x)$ is de afwijking tussen de beide grootheden $m(x)$ en $g(x)$.

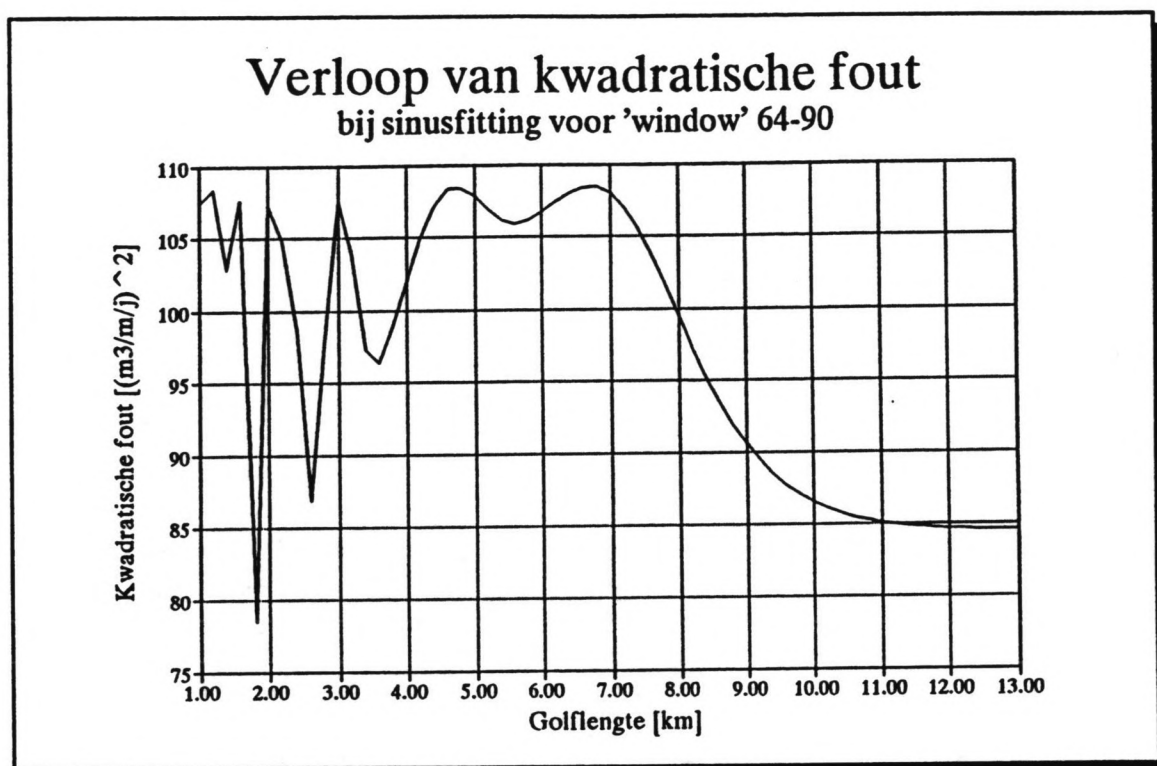
De methode der kleinste kwadraten bepaalt de waarden van de onbekenden in vergelijking (4.1) door de geïntegreerde kwadratische fout te minimaliseren. De geïntegreerde kwadratische fout wordt als volgt beschreven:

$$F(a_0, a_1, a_2, a_3) = \int \varepsilon^2(x) \cdot dx = \int \{m(x) - g(x)\}^2 \cdot dx \quad (4.3)$$

Een noodzakelijke voorwaarde voor het bestaan van een minimum van deze geïntegreerde kwadratische fout is dat de partiële afgeleiden van F naar de variabelen a_0 tot en met a_3 gelijk aan nul worden. Er moet dus gelden dat:

$$\frac{\partial F}{\partial a_0} = \frac{\partial F}{\partial a_1} = \frac{\partial F}{\partial a_2} = \frac{\partial F}{\partial a_3} = 0 \quad (4.4)$$

Deze voorwaarde levert een stelsel van vier vergelijkingen met evenveel onbekenden, zodat de onbekende a_0 tot en met a_3 kunnen worden opgelost.



Figuur 39 Verloop van de geïntegreerde kwadratische fout als functie van de opgelegde golflengte voor de periode 1964-1990

Voor dit onderzoek is een PASCAL-programma geschreven dat de best passende sinusoiden berekent door het 'Boschloo-patroon'. In dit programma is het gedeelte opgenomen uit *SIRENE* dat de kleinste kwadraten methode toepast.

In dit programma wordt een begin-golflengte middels k opgelegd aan een sinusoiden en met behulp van de methode der kleinste kwadraten worden dan voor de sinusoiden met die golflengte de onbekenden a_0 tot en met a_3 berekend. Tevens wordt de uiteindelijke geïntegreerde kwadratische fout berekend.

Vervolgens wordt die begin-golflengte met een waarde $\Delta\lambda$ vergroot en worden opnieuw de bijbehorende a_0 tot en met a_3 en de bijbehorende F berekend. Dit proces wordt zo vaak herhaald als is gewenst.

Vervolgens wordt bekeken welke van de berekende sinusoiden de kleinste geïntegreerde kwadratische fout heeft. Die sinusoiden is dan de sinusoiden die het best bij het bestudeerde patroon past.

§4.3 Resultaten van de sinusfitting

Zoals reeds gezegd is de sinusfitting gedaan voor drie verschillende patronen. In eerste instantie is een grote $\Delta\lambda$ gekozen om grof te bepalen hoe groot de λ_p moet zijn van de beste sinusoiden. Het is duidelijk dat de grootte van λ_p ligt in de buurt van de 2 km. Dit blijkt ook uit *figuur 39* waarin voor de periode 1964-1990 de geïntegreerde kwadratische fout uitgezet is tegen de opgelegde golflengte λ_p . Daarna wordt $\Delta\lambda$ verkleind om een meer nauwkeurige benadering van de golflengte te krijgen.

In *bijlage 4* is de uitvoer opgenomen van zowel de grove als de meer verfijnde benadering van de patronen met behulp van sinusfitting.

In *tabel 2* zijn de uiteindelijke 'beste' resultaten weergegeven voor de sinusfitting voor de drie genoemde perioden.

Kuberingsperiode	1964 t/m 1980	1964 t/m 1985	1964 t/m 1990
Golflengte [m]	1870	1850	1820
Interceptie [$m^3/m/j$]	-19.55	-14.18	-11.58
Trend* [$m^2/m/j$]	1.79	1.54	1.44
Amplitude [$m^3/m/j$]	8.92	8.73	7.88
Fase [rad]	-1.56	-1.30	-0.63
Fout [$(m^3/m/j)^2$]	148.55	83.48	77.16

Tabel 2 Resultaten sinusfitting voor de berekening van de 'best fit'

Om een mate van nauwkeurigheid aan te geven van de gevonden sinusoiden wordt de geïntegreerde kwadratische fout vergeleken met de geïntegreerde kwadratische fout zoals als die gevonden wordt bij het benaderen van het 'Boschloo-patroon' door middel van een lineaire regressie. Wanneer het 'Boschloo-patroon' bij kubereren over de periode 1964-1980 zou worden benaderd met een regressielijn dan zou een fout worden gevonden van ongeveer 188 ($m^3/m/j$)².

* Deze trend is de helling van de lijn waaromheen de sinusoiden varieert en niet de helling van de regressielijn door de kuberingspunten zoals bijvoorbeeld in *figuur 8* die ook de trend werd genoemd.

De benadering van dit patroon door middel een sinus levert dus een vermindering van de fout met een factor 1.3 op. Dit is niet spectaculair, maar het is beter.

De vergelijking van de geïntegreerde kwadratische fouten voor de periode 1964-1985 levert een gunstiger resultaat op. De benadering met een regressielijn heeft een geïntegreerde kwadratische fout van $\pm 120 \text{ (m}^3/\text{m/j)}^2$ terwijl de sinusfitting een fout laat zien van ongeveer $83 \text{ (m}^3/\text{m/j)}^2$, een verbetering met een factor 1.5.

De benadering van het 'Boschloo-patroon' met een regressielijn bij de laatste periode, namelijk 1964-1990, heeft een geïntegreerde kwadratische fout van $\pm 120 \text{ (m}^3/\text{m/j)}^2$. Deze fout is dus bijna even groot als de fout voor de periode 1964-1985. De benadering over de periode 1964-1990 met behulp van de sinusfitting levert een geïntegreerde kwadratische fout van $\pm 77 \text{ (m}^3/\text{m/j)}^2$, zodat bij deze periode de benadering door een sinus nog iets beter is dan over de periode 1964-1985.

Het feit dat de eerste periode (1964-1980) een aanzienlijk grotere fout te zien geeft, komt wellicht doordat blijkbaar bij de 17-jarige kuberingsperiode de trends nog niet 'geheel stabiel' zijn. In *hoofdstuk 2* werd geconcludeerd dat dit wel het geval zou zijn. Het 'Boschloo-patroon' over de 17-jarige kuberingsperiode vertoont een meer 'piekig' karakter. Zie hiervoor *figuur 40* waarin het 'Boschloo-patroon' over deze periode is afgebeeld.

§4.4 Analyse van de resultaten sinusfitting

Ook met deze methode blijkt de dominante golflengte in het 'Boschloo-patroon' ongeveer 2 km te zijn. Een bevestiging van wat al eerder is geconstateerd.

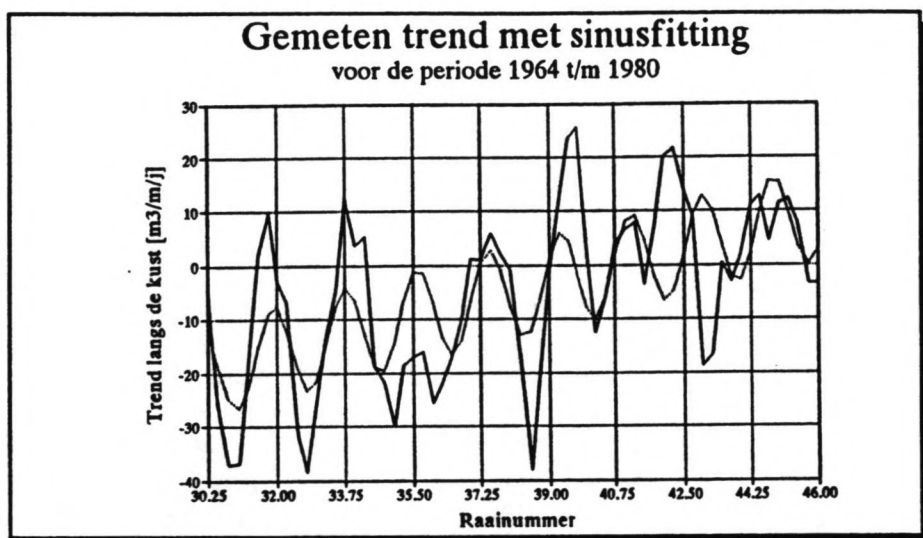
Met behulp van de faseverschuiving tussen de sinusoiden voor verschillende perioden kan een grootte-orde worden geschat van de verplaatsing en de verplaatsingssnelheid van het 'Boschloo-patroon'. Om een correcte vergelijking te maken moeten voor de verschillende perioden sinusoiden met dezelfde golflengte met elkaar worden vergeleken. Uit de sinusfitting is gebleken dat in het geval dat er wordt gekubeerd over de periode 1964-1980 de optimale golflengte 1870 m is. Voor de kuberingsperiode 1964-1985 is deze golflengte 1850 m en voor de laatste periode 1964-1990 is de optimale golflengte 1820 m.

Om uit de faseverschuiving de verplaatsingssnelheid van het patroon te berekenen wordt door de patronen voor alle drie de periode een sinusoïde gelegd met een λ_p van 1850 m.

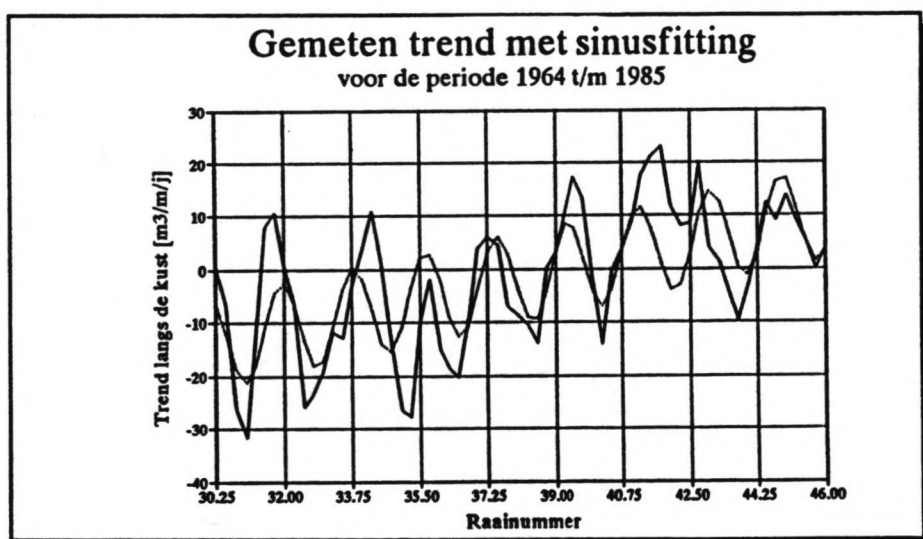
Uit *tabel 3* blijkt dat bij het opleggen van deze golflengte de fout niet wezenlijk verandert ten opzichte van de fout voor de sinusoïde met de optimale golflengte. In deze tabel zijn de grootheden weergegeven zoals die zijn berekend bij de opgelegde sinusoïde.

Kuberingsperiode	1964 t/m 1980	1964 t/m 1985	1964 t/m 1990
Golflengte [m]	1850	1850	1850
Interceptie [$\text{m}^3/\text{m/j}$]	-19.72	-14.18	-11.26
Trend [$\text{m}^2/\text{m/j}$]	1.82	1.54	1.41
Amplitude [$\text{m}^3/\text{m/j}$]	8.87	8.73	7.69
Fase [rad]	-1.40	-1.30	-1.10
Fout [$(\text{m}^3/\text{m/j})^2$]	149.06	83.48	78.67

Tabel 3 Resultaten sinusfitting bij gelijke golflengte



Figuur 40 'Boschloo-patroon' met sinusfitting voor de periode 1964-1980



Figuur 41 'Boschloo-patroon' met sinusfitting voor de periode 1964-1985

In de figuren 40, 41 en 42 zijn voor de drie perioden de 'Boschloo-patronen' weergegeven met daarin de benadering van deze patronen door sinusoiden met een golflengte van 1850 m. Alle drie de sinusoiden blijken een andere fase te hebben. Dit betekent dat de sinusoiden ten opzichte van elkaar zijn verschoven en dus dat het 'Boschloo-patroon' zich lijkt te verplaatsen.

Met behulp van het faseverschil tussen de sinusoiden voor verschillende perioden kan de verplaatsing van het patroon en de bijbehorende verplaatsingssnelheid worden berekend. Op grond van het feit dat een faseverschuiving van $2 \cdot \pi$ een verplaatsing van precies één golflengte inhoudt, kan het faseverschil tussen twee opgelegde sinusoiden uitgedrukt worden in een verplaatsing.

Wanneer deze verplaatsing wordt gedeeld door de tijd waarin die verplaatsing is opgetreden (dit is het verschil in lengte van de kuberingsperioden) dan wordt de verplaatsingssnelheid berekend.

Als de eerste twee perioden, namelijk 1964-1980 en 1964-1985, met elkaar vergeleken worden, levert dit de onderstaande berekening op. In deze berekening wordt voor het faseverschil het symbool $\Delta\psi$ gehanteerd en geeft de index aan op welke van de drie perioden de grootheid van toepassing is. De grootheid Δx is de verplaatsing die opgetreden is en is c de bijbehorende verplaatsingssnelheid.

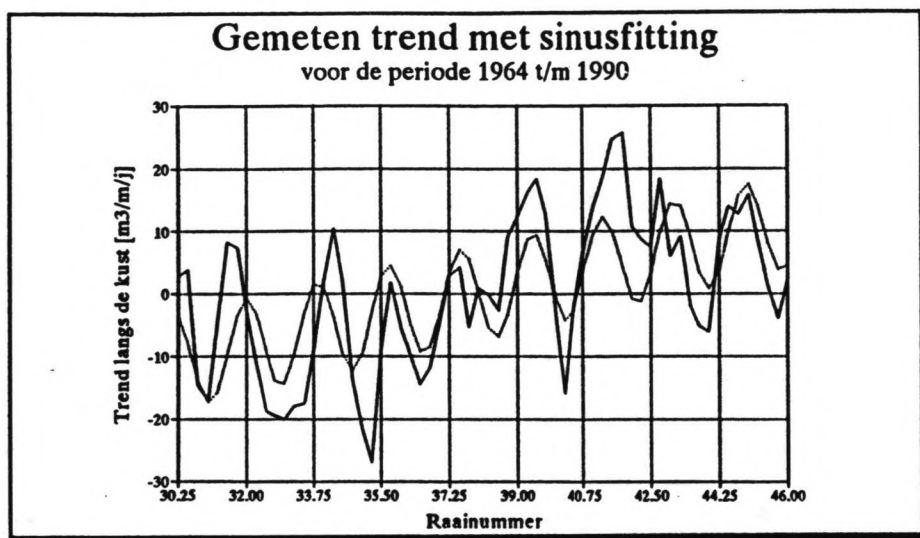
$$\begin{aligned}\Delta\psi_1 &= (-1.40 \text{ rad}) - (-1.30 \text{ rad}) = -0.10 \text{ rad} \\ \Delta x_1 &= \frac{-0.10 \text{ rad}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} \cdot 1850 \text{ m} \approx -30 \text{ m} \\ c_1 &= \frac{-30 \text{ m}}{5 \text{ j}} = -6 \frac{\text{m}}{\text{j}}\end{aligned}\tag{4.5}$$

De vergelijking van de 1^e en de 3^e periode levert de volgende verplaatsing en verplaatsingssnelheid op:

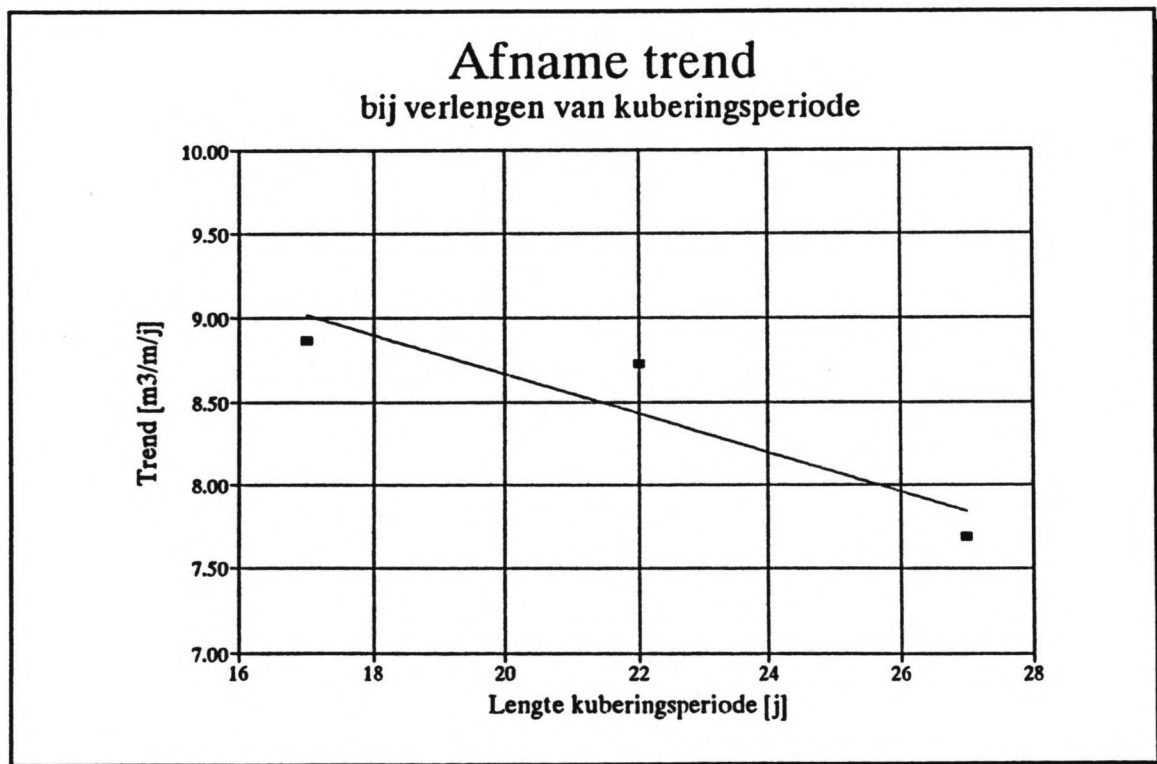
$$\begin{aligned}\Delta\psi_2 &= (-1.40 \text{ rad}) - (-1.10 \text{ rad}) = -0.30 \text{ rad} \\ \Delta x_2 &= \frac{-0.30 \text{ rad}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} \cdot 1850 \text{ m} \approx -90 \text{ m} \\ c_2 &= \frac{-90 \text{ m}}{10 \text{ j}} = -9 \frac{\text{m}}{\text{j}}\end{aligned}\tag{4.6}$$

Dezelfde berekening kan worden uitgevoerd voor de vergelijking van de 2^e en de 3^e periode:

$$\begin{aligned}\Delta\psi_3 &= (-1.30 \text{ rad}) - (-1.10 \text{ rad}) = -0.20 \text{ rad} \\ \Delta x_3 &= \frac{-0.20 \text{ rad}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} \cdot 1850 \text{ m} \approx -60 \text{ m} \\ c_3 &= \frac{-60 \text{ m}}{5 \text{ j}} = -12 \frac{\text{m}}{\text{j}}\end{aligned}\tag{4.7}$$



Figuur 42 'Boschloo-patroon' met sinusfitting voor de periode 1964-1990



Figuur 43 Het afnemen van de trend door het verlengen van de kuberingsperiode

Concluderend kan dus gezegd worden dat het er in dit onderzoek op lijkt dat het 'Boschloo-patroon' zich verplaatst met een snelheid van de grootte-orde -9 m/j . Dit is een factor 5 kleiner dan de in het vorige hoofdstuk gevonden waarde voor c_p . Overigens zijn de 'windows' in beide methoden verschillend.

Uit de fasen van de sinusoiden is ook de richting van verplaatsen van het 'Boschloo-patroon' af te leiden. Het blijkt zo te zijn dat hoe verder in de JARKUS-periode wordt gekeken hoe groter de fase wordt.

Aangezien de fase een maat is voor de afstand van de 'meest linkse nul-opgang' tot de verticale as, betekent dit dus dat de opgelegde sinusoiden zich in de JARKUS-periode van 27 jaar verplaatst van deze verticale as af, oftewel van raaien met een 'laag nummer' naar raaien met een 'hoog nummer'. In werkelijkheid zou dit betekenen dat het 'Boschloo-patroon' zich verplaatst van *noord naar zuid*!

Nu grootte-orden bekend zijn voor de golflengte van het patroon (λ_p) en de verplaatsings-snelheid (c_p) kan iets gezegd worden over de periode van het 'Boschloo-patroon'. De periode kan berekend worden volgens:

$$\lambda_p = c_p \cdot T_p \quad \Leftrightarrow \quad T_p = \frac{\lambda_p}{c_p} \quad (4.8)$$

Wanneer voor c_p en λ_p gemiddelde waarden worden aangehouden dan wordt voor de periode de volgende waarde gevonden:

$$T_p = \frac{1850 \text{ m}}{9 \frac{\text{m}}{\text{j}}} \approx 200 \text{ j}$$

Dit zou betekenen dat het ongeveer 100 jaar duurt voordat het 'Boschloo-patroon' geneutraliseerd is. Anders gezegd: het duurt 100 jaar alvorens een dal in het 'Boschloo-patroon' (kustachteruitgang) vervangen is door een top (kustvoortuitgang).

Dit is een tijdschaal die onmogelijk in de JARKUS-periode van 27 jaar is terug te vinden!

Tot slot kan nog iets gezegd worden over de amplituden van de gevonden sinusoiden. Het blijkt zo te zijn dat hoe langer de kuberingsperiode wordt hoe kleiner de amplitude van de sinusoiden is die wordt gevonden. De amplitude lijkt uit te dempen.

Op zich is dat niet zo verwonderlijk. De amplitude van de opgelegde sinusgolf wordt bepaald door de trends langs de kust in het 'Boschloo-patroon'. Deze trends zijn in principe de hellingen van de regressielijnen in de kuberingsgrafieken.

Als nu aangenomen wordt dat het 'Boschloo-patroon' een golfpatroon is dat zich verplaatst dan zullen ook de kuberingsgrafieken van elke raai een golfpatroon moeten vertonen.

Als dat inderdaad zo blijkt te zijn dan betekent dat dat over hoe meer jaren de regressielijn wordt bepaald des te vlakker deze lijn gaat lopen en dus hoe kleiner de trends in het 'Boschloo-patroon' worden en dus de amplituden bij de sinusfitting.

In *figuur 43* is geïllustreerd dat bij een langere kuberingsperiode de amplitude van de opgelegde sinus kleiner wordt.

Met de resultaten uit het onderzoek met sinusfitting wordt in *hoofdstuk 5* een model opgezet waarmee het 'Boschloo-patroon' en het verplaatsen daarvan kan worden beschreven.

HOOFDSTUK 5

ZANDGOLFMODEL

§5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt beschreven hoe een model is opgezet dat het ontstaan en het veranderen van het 'Boschloo-patroon' beschrijft.

In dit model wordt aangenomen dat het 'Boschloo-patroon' veroorzaakt wordt door een bepaalde hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst en daarmee op de ene plaats kustvooruitgang veroorzaakt en op een andere plaats kustachteruitgang.

Het doel van het opzetten van dit model is een beter inzicht te krijgen in de grootheden die het 'Boschloo-patroon' beschrijven en het gedrag van deze grootheden in ruimte en tijd.

In dit model wordt aangenomen dat de hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst een sinusvormig verloop vertoont. Er wordt als het ware een sinusvormige hoeveelheid zand gesuperponeerd op de kust. Zie hiervoor *figuur 44*. In deze figuur is het verloop van de hoeveelheid zand langs de kust uitgezet.

Van deze sinusvormige zandgolf wordt aangenomen dat deze zich in zuidwaartse richting verplaatst langs de kust. Na een bepaalde tijd zal de zandgolf dus van plaats zijn veranderd. Zie *figuur 45*.

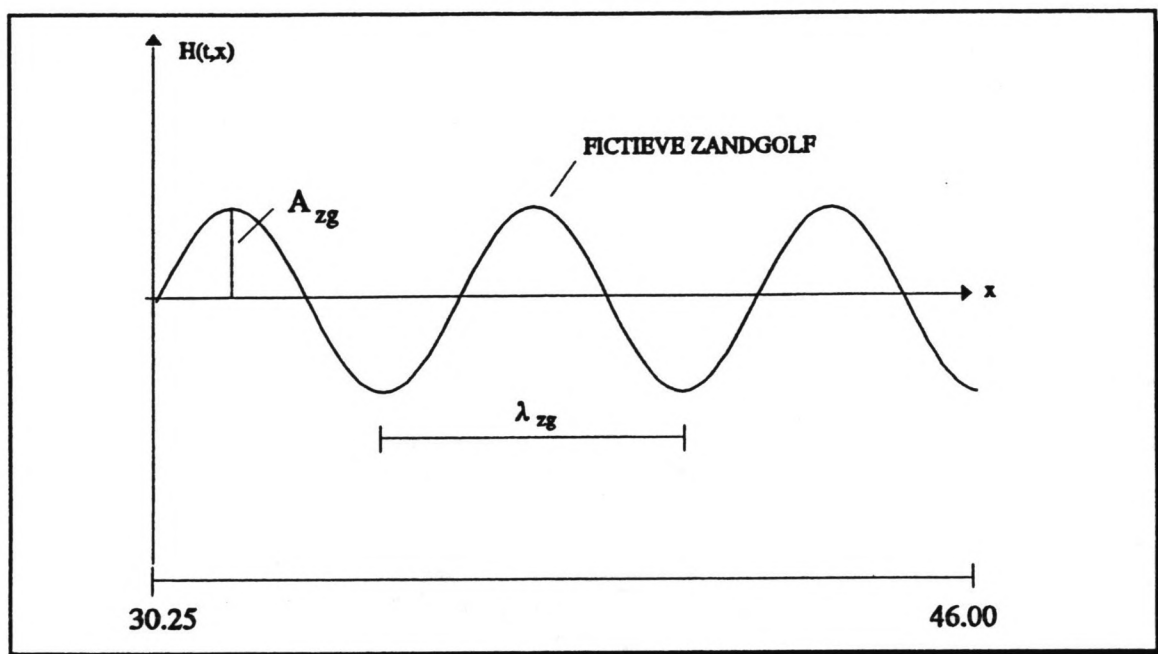
Wanneer naar het verloop van de hoeveelheid zand per raai wordt gekeken dan blijkt dat de kubering een harmonisch verloop in de tijd vertoont. Per raai is dus het verloop van de hoeveelheid zand als functie van de tijd een sinusoïde of een gedeelte daarvan, al naar gelang de lengte van de periode waarover wordt gekubeerd. Zie *figuur 46* waarin voor de drie raaien A, B en C uit *figuur 45* één periode van de fictieve zandgolf is weergegeven. In deze figuur is een kuberingsperiode aangegeven met een bepaalde lengte T_{kub} . Duidelijk is te zien dat het verloop van de zandhoeveelheid als functie van de tijd in alle gevallen *eenzelfde sinusoïde* is: er treedt alleen een faseverschuiving op. De afstand tussen de raaien bepaalt het faseverschil. Hierdoor wordt voor dezelfde kuberingsperiode in de raaien een ander deel van de sinusoïde bestreken.

Voor elke raai langs de kust kan nu een deel van *de* sinusoïde als kuberingsgrafiek worden gebruikt. Door nu voor elke raai de regressielijn te bepalen door het, gegeven de lengte van de kuberingsperiode, relevante deel van de sinusoïde kan een trendpatroon langs de kust worden berekend als gevolg van deze fictieve zandgolf.

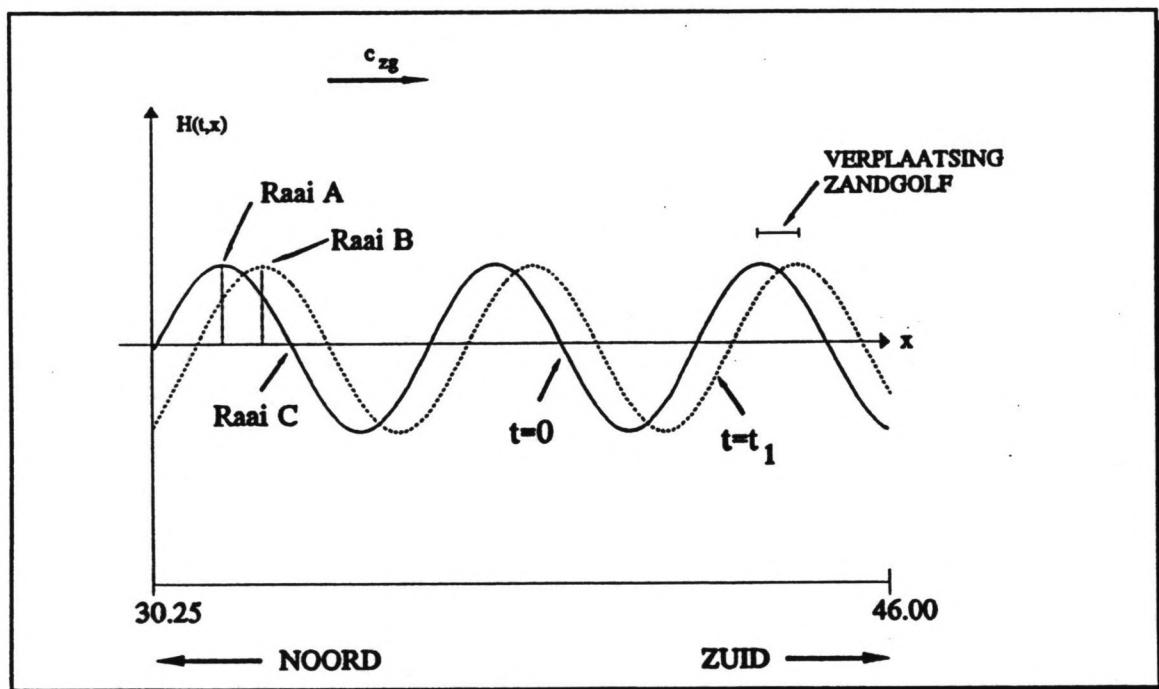
In werkelijkheid wordt er per raai geen sinusvormig verloop van de zandhoeveelheid gevonden. Dat is duidelijk geworden in *hoofdstuk 2*. Daarom wordt er gesproken van een *fictieve zandgolf*, een zandgolf die analytisch is te beschrijven aan de hand van een aantal parameters. In *figuur 53* wordt een vergelijking gemaakt tussen een 'werkelijke' kubering en een 'fictieve' kubering om te bezien in hoeverre de fictieve zandgolf de werkelijkheid benadert.

Uit *figuur 4* op bladzijde 14 blijkt dat het 'Boschloo-patroon' opgebouwd is uit een lineaire trend en fluctuaties rondom die trend. Een andere aanname die in dit gedeelte van het onderzoek wordt gedaan, is dat de lineaire trend niet wordt meegenomen in het model.

In dit hoofdstuk wordt nagegaan in hoeverre het model het 'Boschloo-patroon' uit *figuur 4*, waaruit de lineaire trend is geëlimineerd, benadert.



Figuur 44 Fictieve zandgolf gesuperponeerd op de kust



Figuur 45 Verplaatsing van de fictieve zandgolf langs de kust

§5.2 Het karakter van het model

Wanneer het verloop van de hoeveelheid zand langs de kust sinusvormig wordt aangenomen dan wordt dit verloop beschreven met behulp van vergelijking (5.1):

$$H_{zg}(t,x) = A_{zg} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) \quad (5.1)$$

$$\text{met } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T_{zg}} \quad \text{en} \quad k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_{zg}}$$

In deze vergelijking is $H_{zg}(t,x)$ de hoeveelheid zand die wordt gesuperponeerd op de kust, A_{zg} de amplitude van de zandgolf, T_{zg} de periode van de zandgolf, λ_{zg} de golflengte van de zandgolf, x de plaats langs de kust waar de waarde voor H_{zg} wordt berekend en t het tijdstip waarop dit gebeurt.

Vergelijking (5.1) beschrijft het verloop van een zandgolf die loopt van raaien met een 'laag nummer' naar raaien met een 'hoog nummer', ofwel een zandgolf die loop van *noord naar zuid* langs de kust. Zie *figuur 45*. Deze richting is aangenomen vanwege het feit dat deze richting ook bij de sinusfitting werd gevonden: de methode aan de hand waarvan de modelparameters worden bepaald.

Opgemerkt wordt dat bij deze parameters een andere index, namelijk zg (= zandgolf), wordt gebruikt dan bij de parameters die betrekking hebben op het 'Boschloo-patroon'. Voor deze laatste parameters wordt de index p (= patroon) gebruikt.

In vergelijking (5.1) geldt nog dat de golflengte van de zandgolf λ_{zg} en de periode van de zandgolf zijn gekoppeld volgens:

$$\lambda_{zg} = c_{zg} \cdot T_{zg} \quad (5.2)$$

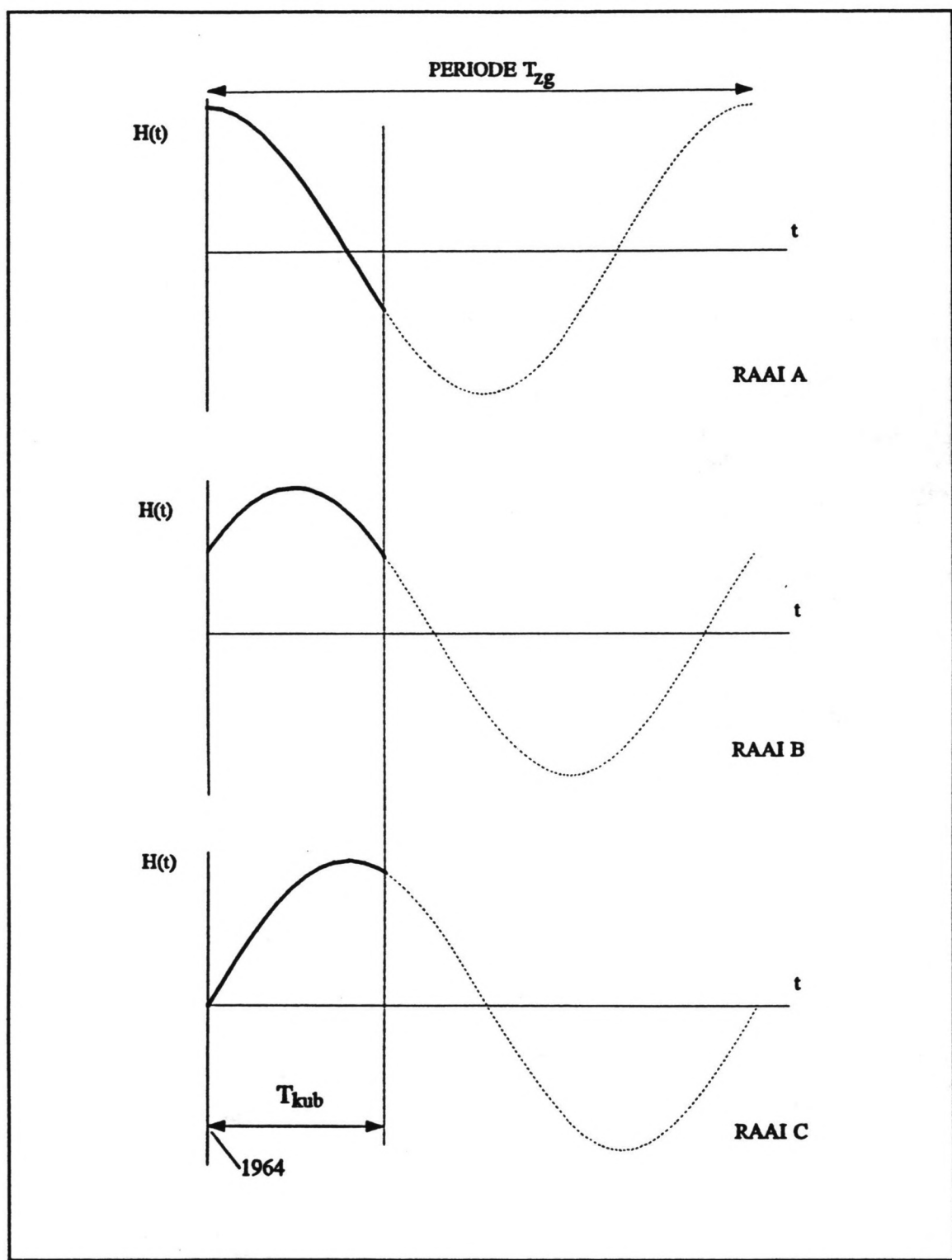
In deze vergelijking is c_{zg} de verplaatsingssnelheid van de zandgolf.

Allereerst zal het karakter van het model besproken worden door de invloed van de drie vrijheidsgraden A_{zg} , T_{zg} en λ_{zg} te belichten. Daarna worden aan deze vrijheidsgraden concrete waarden toegekend.

Het blijkt zo te zijn dat als voor de hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst een sinusvormig verloop wordt aangenomen, ook het fictieve 'Boschloo-patroon' een sinusvormig verloop te zien geeft als het aantal jaren van de kuberingsperiode (veel) kleiner is dan de golfperiode van de zandgolf.

De golflengte λ_{zg} : Wat gebeurt er als bij gegeven amplitude A_{zg} en periode T_{zg} de golflengte λ_{zg} varieert?

Stel dat de golflengte λ_{zg} groot is ten opzichte van de afstand van twee naast elkaar gelegen raaien. Uit *figuur 45* blijkt dan dat twee naast elkaar gelegen raaien vrijwel dezelfde kuberingsgrafiek hebben. Hieruit volgt dat beide raaien ook vrijwel dezelfde regressielijn door de kuberingsgrafiek vertonen en dus beide vrijwel dezelfde trend te zien geven.



Figuur 46 De fictieve kuberingen voor de raaien A, B en C

Het gevolg van het opleggen van een zandgolf met een grote golflengte is dat het fictieve 'Boschloo-patroon' ook een grote golflengte zal vertonen. Naarmate de opgelegde golflengte λ_{zg} kleiner is zullen de fictieve kuberingsgrafieken van twee naast elkaar gelegen grafieken meer verschillen en dus ook de trends die deze raaien vertonen.

Het blijkt zelfs zo te zijn dat de opgelegde golflengte van de fictieve zandgolf λ_{zg} één op één wordt doorgegeven aan het fictieve 'Boschloo-patroon'.

In de figuren 47 en 48 zijn twee voorbeelden gegeven van fictieve 'Boschloo-patronen' die zijn te berekenen na het opleggen van een golflengte. In beide gevallen zijn voor de amplitude A_{zg} en T_{zg} respectievelijk de waarden 200 m³/m en 150 j aangenomen. *Figuur 47* laat het fictieve 'Boschloo-patroon' zien met een opgelegde golflengte λ_{zg} van 1000 m en *figuur 48* het fictieve 'Boschloo-patroon' als gevolg van een zandgolf met een λ_{zg} van 8000 m. De kuberingsperiode is in beide gevallen 22 jaar. In beide figuren is duidelijk te zien dat de golflengte in het trendpatroon gelijk is aan de golflengte van de fictieve zandgolf.

De golfperiode T_{zg} :

Wat is de relatie tussen de kuberingsperiode waarvoor het fictieve 'Boschloo-patroon' wordt bepaald en het opleggen van een periode T_{zg} van de fictieve zandgolf?

Zoals eerder gememoreerd vertonen verschillende raaien verschillende delen van dezelfde sinusoïde als kuberingsgrafiek. Stel nu dat de raaien A, B en C uit *figuur 45* de kuberingsgrafieken vertonen als in *figuur 46*. In deze fictieve kuberings is een kuberingsperiode T_{kub} aangegeven met een lengte van een aantal jaren beginnend in het jaar 1964.

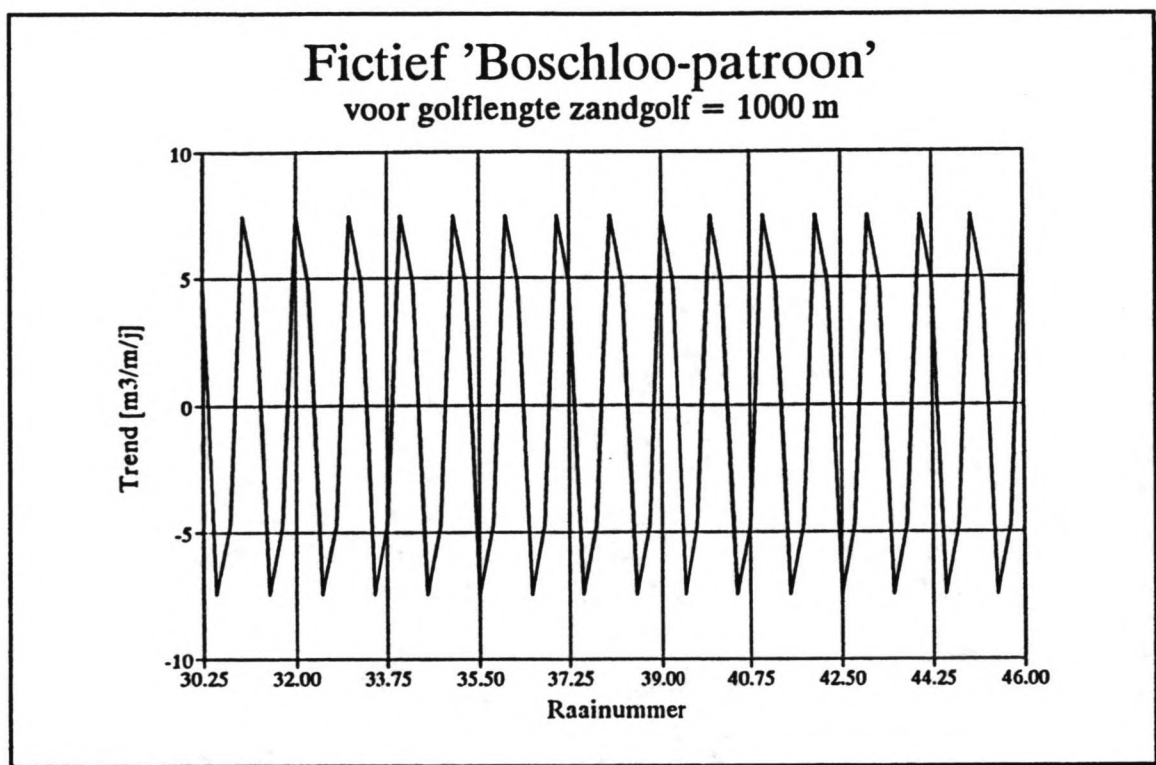
Het is nu in principe mogelijk om in één figuur aan te geven hoe de verschillende kuberingsperiodes liggen ten opzichte van de *gezamenlijk zandgolfsinusoïde*. Dit is gedaan in *figuur 49*. In deze figuur is precies één periode T_{zg} van de zandgolf aangegeven. Elk van de drie raaien A, B en C heeft op deze sinusoïde zijn eigen beginpunt.

Om iets te zeggen over het verband tussen de lengte van de kuberingsperiode en de periode van de fictieve zandgolf T_{zg} wordt gekeken naar een raai die op een bepaald moment de maximale trend vertoont.

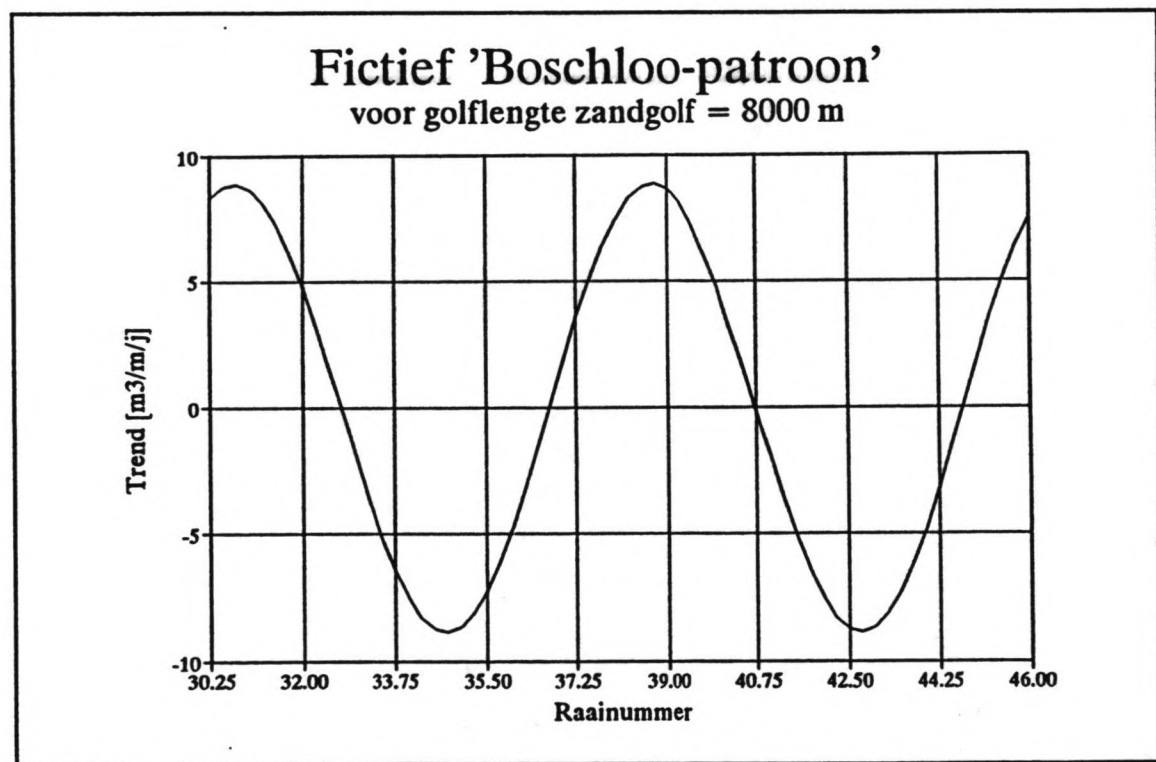
In *figuur 50* is nogmaals een deel van de zandgolfsinusoïde weergegeven. Stel dat een kuberingsperiode van 17 jaar wordt genomen (1964-1980). In het fictieve 'Boschloo-patroon' wordt dan de maximale trend gevonden in punt D. Voor punt D geldt dat het begintijdstip van de kuberingsperiode precies 8.5 jaar vóór de nuldoorgang van de zandgolfsinusoïde moet liggen.

Zou een kuberingsperiode van 27 jaar worden gekozen dan wordt de grootste trend gevonden voor punt E, een punt waarvoor geldt dat het begintijdstip van de kuberingsperiode 13.5 jaar vóór de nuldoorgang ligt.

Afhankelijk van de gekozen lengte van de kuberingsperiode vertoont het fictieve 'Boschloo-patroon' dus een maximum trend op een bepaalde positie langs de kust. Voor andere trendkenmerken zoals



Figuur 47 Fictief 'Boschloo-patroon' als gevolg van een zandgolf met $\lambda_z = 1000$ m



Figuur 48 Fictief 'Boschloo-patroon' als gevolg van een zandgolf met $\lambda_z = 8000$ m

een minimale trend en een nulpunt in het trendpatroon geldt eenzelfde beschouwing.

Stel nu dat voor de verplaatsingssnelheid van de fictieve zandgolf c_{zg} 20 m/j wordt aangenomen. In de bovenstaande beschouwing zijn twee kuberingsperioden bekeken, namelijk een 17-jarige en een 27-jarige periode. Bij de aangenomen verplaatsingssnelheid c_{zg} is de zandgolf in 10 jaar verplaatst en wel:

$$(27 \text{ j} - 17 \text{ j}) \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{j}} = 200 \text{ m}$$

Door een 10 jaar langere kuberingsperiode aan te nemen zijn ook de posities waar een maximum in het fictieve 'Boschloo-patroon' wordt gevonden, veranderd. De verplaatsing van de maximum trend (en dus van het fictieve 'Boschloo-patroon') is namelijk gelijk aan de 'afstand' die de punten D en E uit elkaar liggen:

$$(13.5 \text{ j} - 8.5 \text{ j}) \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{j}} = 100 \text{ m}$$

Dit betekent dus dat door de het aannemen van een langere kuberingsperiode het fictieve 'Boschloo-patroon' een half zo kleine verplaatsing heeft ondergaan als de fictieve zandgolf en dus is ook de verplaatsingssnelheid van het patroon half zo klein als de verplaatsingssnelheid van de fictieve zandgolf.

In formulevorm:

$$c_p = \frac{1}{2} \cdot c_{zg} \quad (5.3)$$

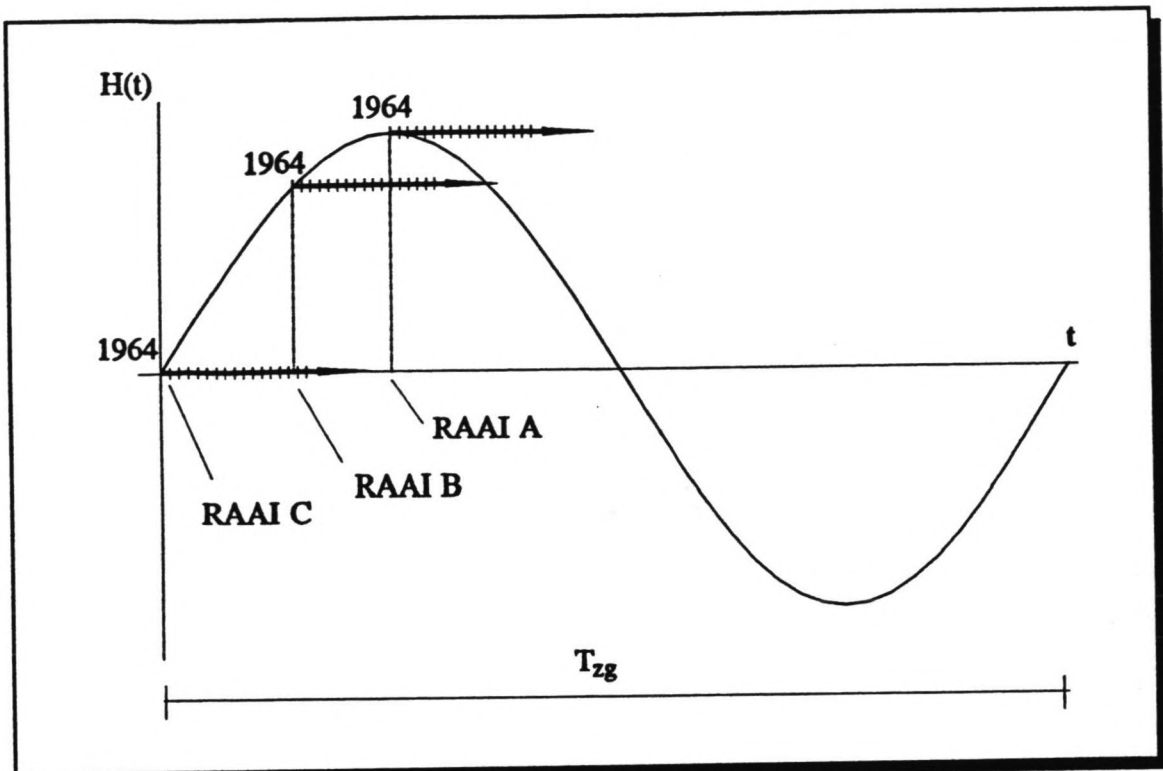
De amplitude A_{zg} :

Wanneer vergelijking (5.1) het verloop van de hoeveelheid zand langs de kust weergeeft dan kan per raai een vergelijking voor de fictieve kubering worden opgesteld. De kubering H_{zg} is dan nog slechts een functie van de tijd:

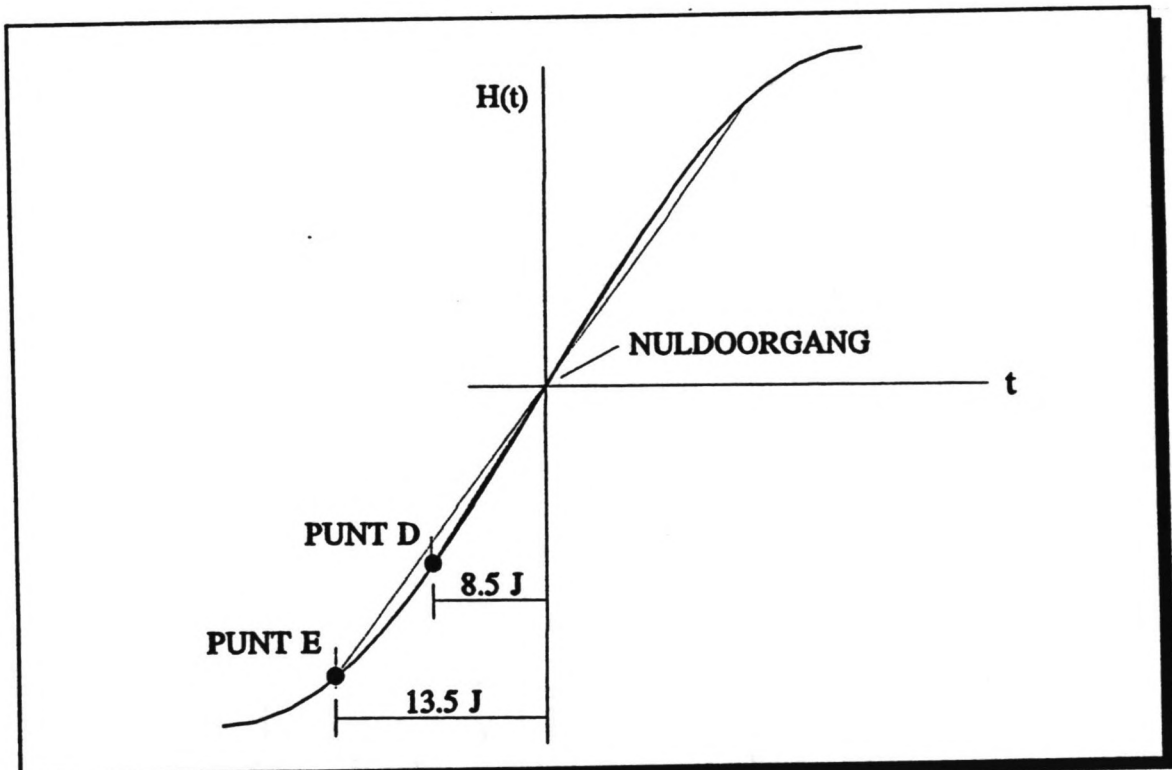
$$H_{zg}(t) = A_{zg} \cdot \sin(\omega_{zg} \cdot t) \quad (5.4)$$

$$\text{met } \omega_{zg} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{zg}}$$

Het is duidelijk wat de invloed van A_{zg} is op de fictieve kubering per raai. Hoe groter de amplitude van de fictieve zandgolf A_{zg} wordt hoe groter de kubering per raai. *Maar wat is de invloed van A_{zg} op de trend per raai en het verloop van de trend langs de kust?*



Figuur 49 De zandgolfsinusoiden met de verschillende kuberingsperioden voor de raaien A, B en C



Figuur 50 De ligging van de punten D en E t.o.v. de nuldoorgang

Enig inzicht wordt verkregen door te stellen dat de trend een soort afgeleide grootheid van de kubering naar de tijd is. Met nadruk wordt erop gewezen dat de trend niet *de* afgeleide van de kubering $H(t)$ naar de tijd is, omdat er altijd sprake is van een kuberingsinterval met een bepaalde lengte en niet van een interval met een oneindig kleine lengte! Zou dit wel het geval zijn dan kan lokaal de afgeleide worden bepaald als maat voor de trend.

Toch verschaft de afgeleide van $H(t)$ naar de tijd enig inzicht in de invloed van A_{zg} op het trendpatroon langs de kust:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_{zg}(t)}{\partial t} &= A_{zg} \cdot \omega_{zg} \cdot \cos(\omega_{zg} \cdot t) \quad \Leftarrow \\ \frac{\partial H_{zg}(t)}{\partial t} &= \frac{2 \cdot \pi \cdot A_{zg}}{T_{zg}} \cdot \cos(\omega_{zg} \cdot t)\end{aligned}\tag{5.5}$$

Er blijkt een relatie te bestaan tussen de afgeleide van de zandhoeveelheid naar de tijd en de periode van de fictieve zandgolf en de amplitude van de fictieve zandgolf. Bij een gegeven periode T_{zg} wordt de trend groter naarmate de amplitude A_{zg} groter wordt. Hetzelfde geldt natuurlijk voor de maximale trend ofwel de amplitude A_p van het fictieve 'Boschloo-patroon'.

Naast de amplitude A_{zg} is de amplitude A_p ook nog afhankelijk van de lengte van de kuberingsperiode. De *figuur 51* laat zien dat naarmate de kuberingsperiode langer wordt de trend afneemt. Daarnaast blijkt het zo te zijn dat *de amplitude A_p lineair afhangt van de amplitude A_{zg}* . Wordt A_{zg} tweemaal zo groot dan wordt ook A_p met twee vermenigvuldigd.

§5.3 Bepaling van de grootte-orde van de modelparameters

Nu het karakter van het zandgolfmodel bekend is en er inzicht bestaat in de invloed van de verschillende vrijheidsgraden, kunnen de grootte-orden van de parameters worden vastgesteld.

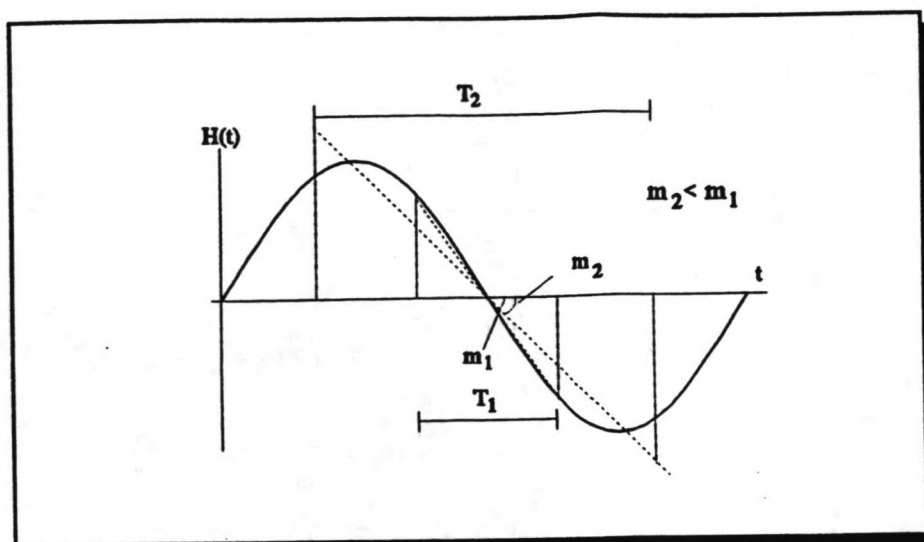
Het is niet mogelijk om de parameters zó te kiezen dat het echte 'Boschloo-patroon' uit *figuur 4* wordt gevonden met de eenvoudige aanname van de sinusfunctie voor het verloop van de fictieve zandgolf. Daarvoor is het 'Boschloo-patroon' te grillig.

In *hoofdstuk 4* is het 'Boschloo-patroon' min of meer geschematiseerd tot een enkele sinusoïde. Het opgestelde model wordt nu zo afgeregeld dat het fictieve 'Boschloo-patroon' zo goed mogelijk aansluit bij de sinusoïde zoals die gevonden werd bij de sinusfitting voor het 17-jarige 'window' 1964-1980.

Daarna wordt gezien of het model ook de sinusoïden benadert die gevonden zijn bij het 22-jarige 'window' 1964-1985 en het 27-jarige 'window' 1964-1990.

De golflengte λ_{zg} :

In paragraaf 5.2 werd gevonden dat de golflengte van de fictieve zandgolf één op één wordt doorgegeven aan het fictieve 'Boschloo-patroon'. In *hoofdstuk 4* werd als 'best fit' van het 'Boschloo-patroon' een sinusoïde gevonden met een golflengte van 1850 m.



Figuur 51 Afname van de trend bij verlenging van de kuberingsperiode

		Zandgolffmodel	Sinusfitting
17 jaar	maximale trend	8.84 m ³ /m/j	8.87 m ³ /m/j
22 jaar	maximale trend	8.68 m ³ /m/j	8.73 m ³ /m/j
	relatieve plaats nuldoorgang	45 m	30 m
27 jaar	maximale trend	8.47 m ³ /m/j	7.69 m ³ /m/j
	relatieve plaats nuldoorgang	90 m	90 m

Tabel 4 Vergelijking van resultaten van het zandgolffmodel en de sinusfitting

Dit houdt dus in dat voor de golflengte van de fictieve zandgolf een waarde opgelegd moet worden van 1850 m om deze 'best fit' te benaderen.

De golfperiode T_{zg} : Uit de faseverschilberekening gedaan *hoofdstuk 4* volgt dat de gemiddelde verplaatsingssnelheid van de sinusoiden door het patroon -9 m/j bedraagt en dat de zandgolf zich verplaatst van noord naar zuid. Aangezien in dit hoofdstuk gevonden is dat de verplaatsingssnelheid van het fictieve 'Boschloo-patroon' de helft is van de verplaatsingssnelheid van de fictieve zandgolf moet dus aan de verplaatsingssnelheid c_{zg} een waarde van 18 m/j worden toegekend om op de juiste verplaatsingssnelheid c_p van 9 m/j uit te komen. Uit vergelijking (5.2) volgt dan dat de periode van de fictieve zandgolf T_{zg} 103 jaar bedraagt. Voor de rest van de simulatie wordt voor T_{zg} 100 jaar aangehouden, omdat het hier gaat om een grootte-orde.

De amplitude A_{zg} : De amplitude die aan de fictieve zandgolf moet worden opgelegd moet volgens *hoofdstuk 4* resulteren in een amplitude van het fictieve 'Boschloo-patroon' van 8.87 m³/m/j. Zie *tabel 3*. Wanneer voor de amplitude A_{zg} van de fictieve zandgolf 145 m³/m wordt genomen volgt daaruit dat de maximale trend bij een 17-jarige kuberingsperiode 8.84 m³/m/j wordt.

§5.4 Evaluatie grootte-orde modelparameters

In de vorige paragraaf zijn de grootte-orden van de vrijheidsgraden van het zandgolfmodel bepaald door het model af te regelen op de 'best fit' voor een 17-jarige kuberingsperiode uit *hoofdstuk 4* en het inzicht in de verplaatsingssnelheid van het 'Boschloo-patroon'.

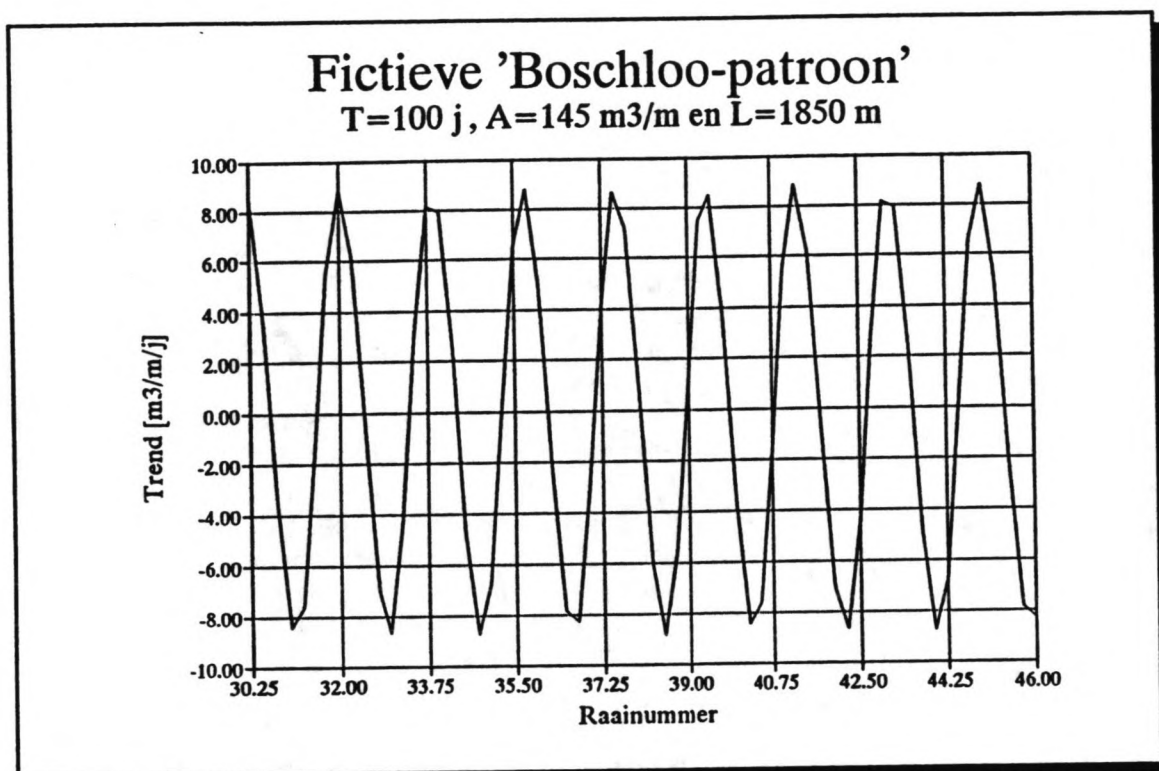
Om te bestuderen in hoeverre de grootte van vrijheidsgraden van het zandgolfmodel correct zijn, worden de uitkomsten van het zandgolfmodel voor de kuberingsperiodes 1964-1985 en 1964-1990 vergeleken met de sinusoiden die gevonden in *hoofdstuk 4* voor dezelfde periodes.

Het gaat daarbij dan vooral om de maximale trend A_p en de verplaatsingssnelheid van het fictieve 'Boschloo-patroon' c_p .

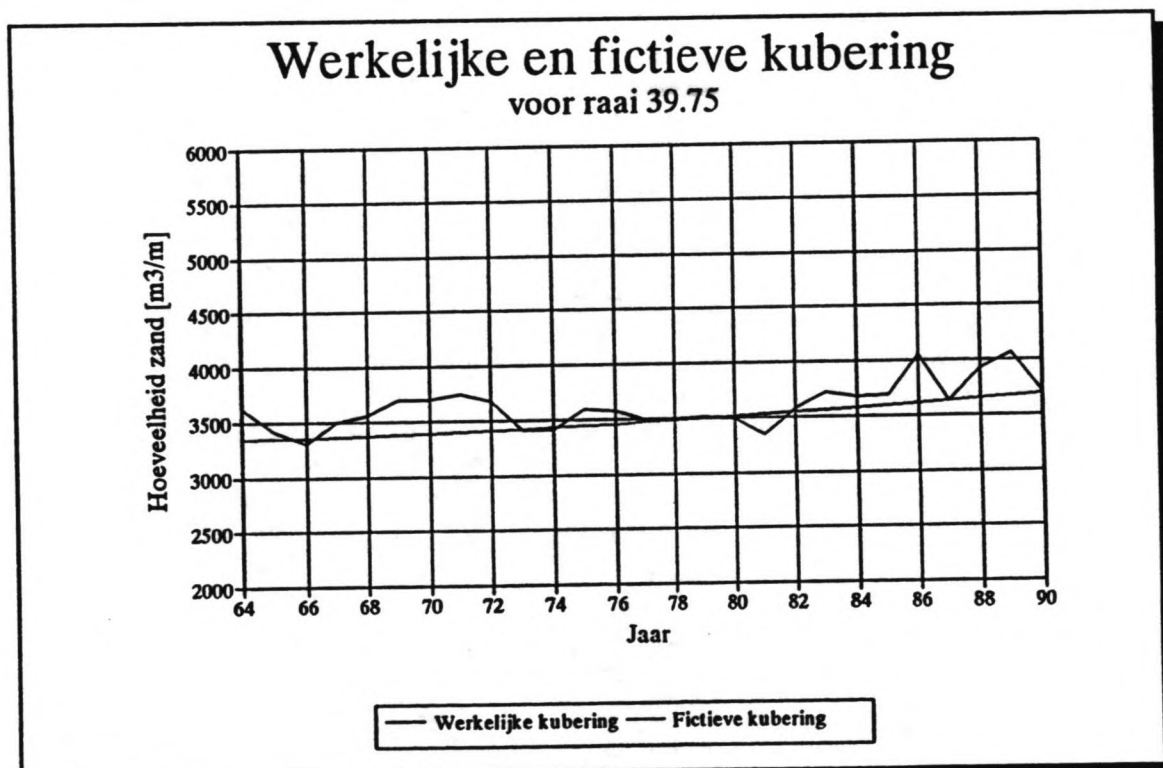
In de *tabel 4* is voor de 17-, 22- en 27-jarige kuberingsperiode de grootte van de maximale trend gegeven zoals die gevonden wordt voor zowel het fictieve zandgolfmodel als de sinusfitting uit *hoofdstuk 4*. Daarnaast worden voor de kuberingsperiodes 1964-1985 en 1964-1990 de plaats van een nuldoorgang ten opzichte van de plaats van dezelfde nuldoorgang voor de kuberingsperiode 1964-1980 gegeven. Dit wordt gedaan voor beide berekeningsmethoden. Deze grootte is een maat voor de verplaatsing van het 'Boschloo-patroon'. Uit de tabel blijkt dat de plaats van de nuldoorgang bij de het zandgolfmodel niet precies overeenkomt met die van de sinusfitting. De relatieve verplaatsing van het patroon gedeeld door het verschil in de lengte van de kuberingsperiode geeft de verplaatsingssnelheid van het fictieve 'Boschloo-patroon' aan.

Dat de plaats van de nuldoorgang niet exact overeenkomt, komt doordat in het zandgolfmodel de gemiddelde verplaatsingssnelheid uit de sinusfitting gebruikt is: de gemiddelde verplaatsingssnelheid over de drie bekeken periodes. Wanneer naar het gemiddelde van de verplaatsingssnelheid wordt gekeken, blijkt het zandgolfmodel goed te voldoen.

Iets anders ligt het met de maximale trend. De gemiddelde afname van de trend door het verlengen van de kuberingsperiode uit de sinusfitting is iets groter dan de afname die met



Figuur 52 Het fictieve 'Boschloo-patroon' voor een 17-jarig 'window'



Figuur 53 Berekende kubering vergeleken met een fictieve kubering

het zandgolfmodel wordt gevonden. Maar uit het model blijkt dat de afnamen toch zeer klein zijn bij verlenging van de kuberingsperiode van 17 naar 27 jaar.

Zoals uit vergelijking (5.5) blijkt, zijn de amplitude A_{zg} en de periode T_{zg} gekoppeld. Wanneer de amplitude van de fictieve zandgolf vergroot zou worden om de gemiddelde afname van de maximale trend kloppend te maken, zou de periode van de fictieve zandgolf ook vergroot moeten worden om de maximale trend voor de 17-jarige kuberingsperiode weer kloppend te maken. Wordt deze periode daadwerkelijk vergroot dan heeft dit tot gevolg dat, bij gelijkblijvende golflengte van 1850 m, de verplaatsingssnelheid van de fictieve zandgolf te klein wordt.

Er is gekozen om de verplaatsingssnelheid correct te houden. Dit ten koste van de gemiddelde afname van de maximale trend.

Uiteindelijk is de gemiddelde afname van de trend bepaald voor slechts drie perioden. Het model is kwalitatief wel te vergelijken met de sinusfitting. Bij verlenging van de kuberingsperiode gaat de maximale trend wel degelijk omlaag.

Ter illustratie zijn de figuren 52, 53 en 54 opgenomen. In *figuur 52* is het fictieve 'Boschloo-patroon' weergegeven zoals dat is berekend voor de 17-jarige kuberingsperiode 1964-1980. *Figuur 53* laat een grafiek van een berekende kubering zien met daarin een fictieve kubering om de grootte-orde van de fictieve zandgolf te verifiëren. De werkelijke ligging van de meetpunten kan in dit geval goed door een deel van een sinusoïde worden weergegeven. In *figuur 54* is weergegeven wat het verloop van de maximale trend in het fictieve 'Boschloo-patroon' is als functie van de lengte van de kuberingsperiode. Duidelijk is de afname te onderkennen van de maximale trend wanneer de lengte van de kuberingsperiode toeneemt.

Op het moment dat de kromme in deze grafiek de horizontale as bereikt is het 'Boschloo-patroon' totaal verdwenen. De verwachting is echter dat de grafiek van *figuur 54* asymptotisch naar nul zal naderen, omdat de helling van de regressielijn van een aantal sinusoïden (meerdere perioden van de fictieve zandgolf) pas horizontaal zal worden bij een zeer lange kuberingsperiode.

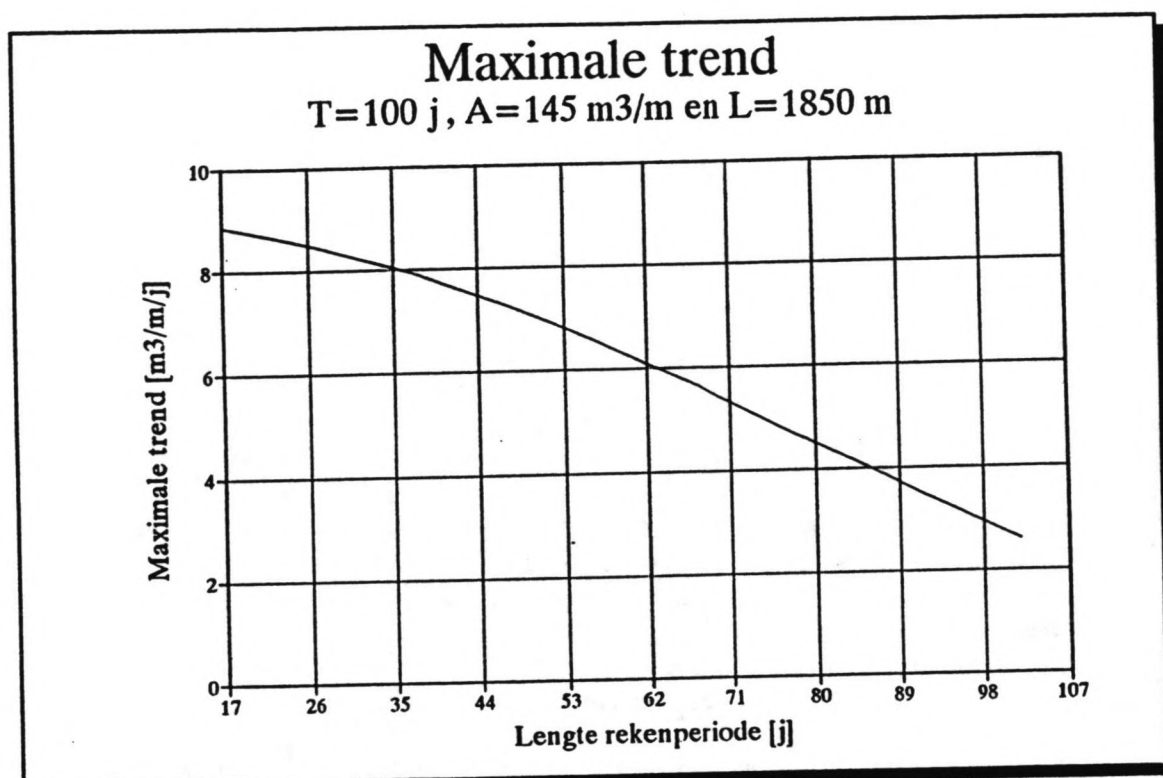
Resumerend zijn de modelparameters in de *tabel 5* samengevat.

Fictieve zandgolf	Fictieve 'Boschloo-patroon'
$\lambda_{zg} = 1850 \text{ m}$	$\lambda_p = 1850 \text{ m}$
$T_{zg} \approx 100 \text{ j}$	$T_p \approx 200 \text{ j}$
$c_{zg} \approx 18 \text{ m/j}$	$c_p \approx 9 \text{ m/j}$
$A_{zg} \approx 145 \text{ m}^3/\text{m}$	

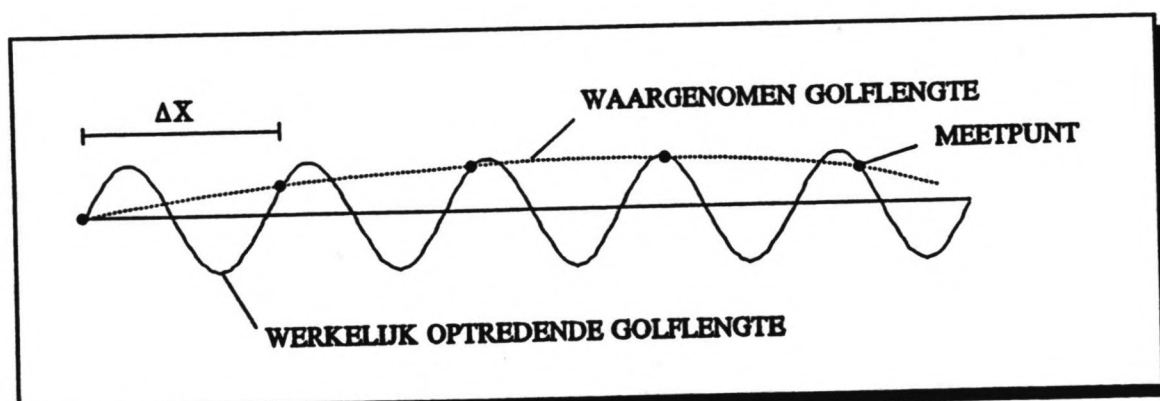
Tabel 5 Samenvatting grootheden modelparameters

In de tweede kolom is geen waarde voor A_p ingevuld omdat deze waarde nog afhankelijk is van de lengte van de kuberingsperiode. Voor het verloop van de grootheid A_p wordt verwezen naar *figuur 54*.

In de tweede kolom is een zekere waarde T_p opgenomen. Deze grootheid kan de periode van het fictieve 'Boschloo-patroon' genoemd worden. De fysische interpretatie van deze grootheid is de tijd die 'nodig is' om het 'Boschloo-patroon' te neutraliseren. Of met andere woorden de tijd die verstrijkt voordat het 'Boschloo-patroon' verdwenen is.



Figuur 54 Verloop van de maximale trend A_p als functie van de lengte van de kuberingsperiode



Figuur 55 Schematische weergave van het aliasing-effect

§5.5 Aliasing

Sinds het begin van het onderzoek is er sprake van een golflengte in het 'Boschloo-patroon' van de grootte-orde 2 km. Het lijkt vast te staan dat deze waargenomen golflengte ook daadwerkelijk de golflengte is die zich bevindt in het sedimentatie-erosie-patroon langs de kust.

Er bestaat echter een fenomeen dat er voor zorgt dat de werkelijke golflengte anders kan worden waargenomen doordat er slechts op bepaalde afstanden wordt gemeten: *aliasing*.

In het concrete geval van deze studie komt het er op neer dat doordat er op afstanden van 250 m wordt gemeten ten behoeve van het JARKUS-bestand, de 2 km golflengte die waargenomen wordt in werkelijkheid kleiner zou kunnen zijn. In *figuur 55* is het aliasing-effect schematisch weergegeven. In deze figuur wordt een sinusoïde met een grotere golflengte gevonden doordat er slechts op een afstand Δx wordt gemeten (gesampled), terwijl in werkelijkheid de sinusoïde met de kleinere golflengte optreedt.

Het kan dus zo zijn dat het 'Boschloo-patroon' niet wordt gekenmerkt door een golflengte van ongeveer 2 km, maar door een patroon met een kleinere golflengte. Een analyse kan dit aantonen.

Van het waargenomen 'Boschloo-patroon' wordt aangenomen dat dit beschreven wordt door een continue functie $B(x)$ met als parameters de golflengte λ en de amplitude a :

$$B(x) = a \cdot \sin(k \cdot x) \quad (5.6)$$

$$\text{met } k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$$

In werkelijkheid is de functie niet continu, omdat er slechts op afstanden van 250 m wordt gesampled. De discrete functie is te beschrijven met behulp van vergelijking (5.7):

$$B_j = a \cdot \sin(k \cdot j \cdot \Delta x) \quad (5.7)$$

In deze vergelijking stelt j een teller voor die aangeeft om welk meetpunt het gaat en is Δx de lengte van het sample-interval, dat in dit geval 250 m is.

Het principe van aliasing berust erop dat de functiewaarde zoals die wordt gevonden uit vergelijking (5.7) hetzelfde is als wordt gevonden uit vergelijking (5.6) alleen met het verschil dat het meetpunt $2 \cdot \pi$ of een veelvoud daarvan verschoven is. Zie hiervoor *figuur 55*.

Er kan dus gesteld worden dat:

$$a \cdot \sin(k \cdot j \cdot \Delta x) = a \cdot \sin(k \cdot j \cdot \Delta x - 2 \cdot j \cdot \pi \cdot n) \quad (5.8)$$

$$\text{met } n \in \mathbb{N}^+$$

Deze vergelijking is te herschrijven als:

$$a \cdot \sin(k \cdot j \cdot \Delta x) = a \cdot \sin \left\{ \left(k - \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\Delta x} \right) \cdot j \cdot \Delta x \right\} \quad (5.9)$$

Wanneer de volgende substitutie wordt toegepast:

$$k' = \left(k - \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\Delta x} \right) \quad (5.10)$$

Vergelijking (5.9) wordt dan:

$$a \cdot \sin(k \cdot j \cdot \Delta x) = a \cdot \sin(k' \cdot j \cdot \Delta x) \quad (5.11)$$

Het golfgetal k heeft betrekking op het werkelijk optredende golfpatroon en het golfgetal k' slaat op het waargenomen golfpatroon.

Met behulp van vergelijking (5.10) wordt aangetoond dat geldt:

$$k = k' + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\Delta x} \quad (5.12)$$

Met de definitie voor het golfgetal k uit vergelijking (5.6) kunnen nu waarden voor de golflengte gevonden worden die hetzelfde 'Boschloo-patroon' van ongeveer 2 km geven als er wordt gesampled op afstanden van 250 m.

$$\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda'} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\Delta x} \quad (5.13)$$

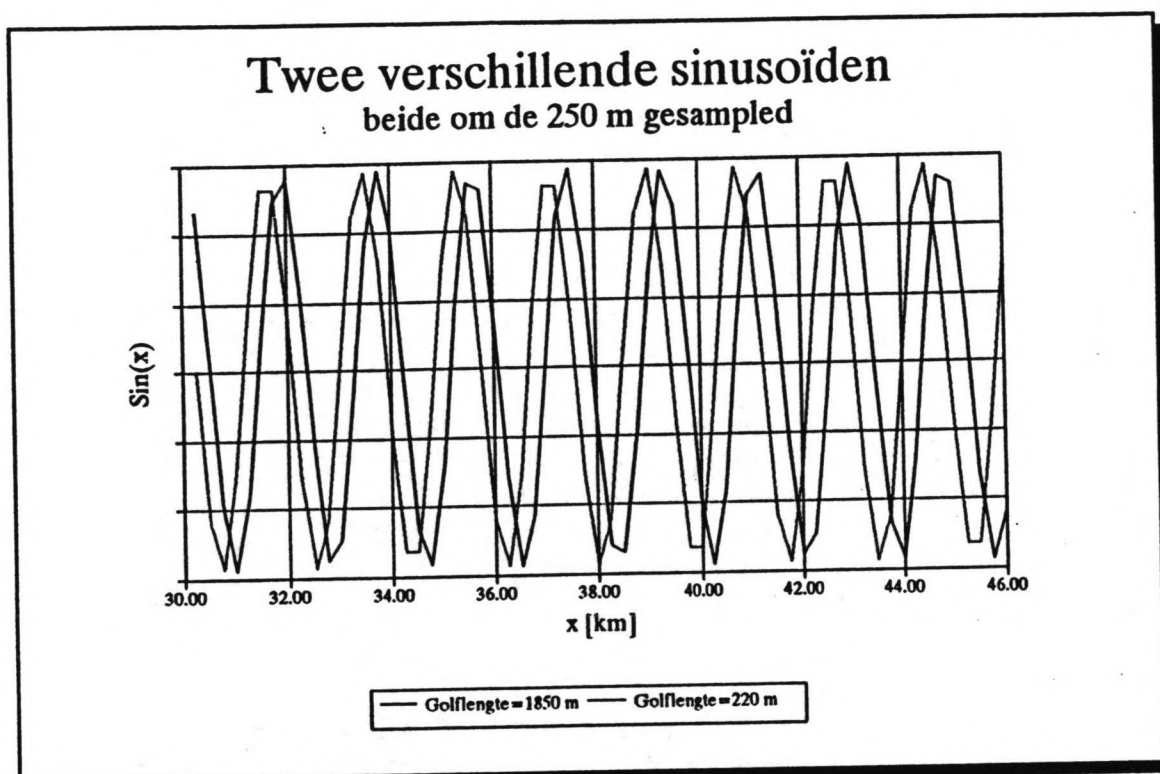
Herschreven levert dit:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{2 \cdot \pi}{\lambda'} + \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\Delta x}} \quad (5.14)$$

Zodat tenslotte voor de 'werkelijk optredende' golflengte de volgende uitdrukking wordt gevonden:

$$\lambda = \frac{1}{\frac{1}{\lambda'} + \frac{n}{\Delta x}} \quad (5.15)$$

Opgemerkt wordt dat deze golflengte nog afhankelijk is van het natuurlijke getal n . De waarde van n kan lopen van nul tot oneindig. Wanneer voor n nul wordt ingevuld wordt de waargenomen golflengte verkregen. In tabel 6 zijn een aantal waarden voor λ berekend bij



Figuur 56 Weergave van sinusoiden met golflengte 1850 en 220 m met een sample-interval van 250 m

n	λ [m]
0	1850
1	220
2	117
3	80

Tabel 6 Berekening van golflengte bij verschillende n

verschillende waarden voor n . Voor λ' is 1850 m genomen en voor Δx is 250 m ingevuld. Deze analyse laat dus zien dat het patroon met een golflengte van 1850 m niet de werkelijke behoeft te zijn. Het zou ook zo kunnen zijn dat het gaat om patronen met een (veel) kleinere golflengte.

Ter illustratie is *figuur 56* opgenomen. Deze figuur laat een sinusoïde zien met een golflengte van 1850 m en een sinusoïde met een golflengte van 220 m beide om de 250 m gesampled. Duidelijk is dat de korte golflengte niet meer wordt herkend als zijnde een sinusoïde met een golflengte van 220 m maar overgaat in een sinusoïde met een golflengte van 1850 m.

De vraag is nu welke fysische betekenis er aan de zandgolven met de kleinere golflengten ($n=1,2,\dots,\infty$) gehecht moet worden.

Als het zo is dat de daadwerkelijk optredende golflengte 220 m is dan zou zich een fysisch vreemd fenomeen voordoen.

Het is namelijk zo dat de amplitude A_{zg} wel blijft gehandhaafd bij de kortere sinusoïde (zie *figuur 55*). In het rekenvoorbeeld in *hoofdstuk 1* (blz. 13-15) werd een buitengewoon grote hoekverdraaiing van de kust gevonden van 4.25° .

Bij een golflengte van 220 m en een amplitude van $145 \text{ m}^3/\text{m}$ zou deze nog groter zijn. Als namelijk deze zandhoeveelheid gelijkmatig over de hoogte van het profiel wordt verdeeld, dan houdt dit een voor- of achteruitgang van het profiel in van:

$$\frac{145 \text{ m}^3/\text{m}}{20 \text{ m}} \approx 70 \text{ m}$$

Dit zou een hoekverdraaiing van de kust in dit profiel geven die fysisch niet reëel is van:

$$\tan \phi = \frac{140 \text{ m}}{110 \text{ m}} \Rightarrow \phi = \arctan\left(\frac{140 \text{ m}}{110 \text{ m}}\right) \Rightarrow \phi \approx 52^\circ$$

Op grond van de (absurd) grote hoekverdraaiing mag worden gezegd dat fysisch gezien de golf met de kleine golflengte niet op kan treden.

De sinusoïde met de golflengte van 220 m wordt daarom ook niet meer meegenomen in het vervolg van deze studie.

HOOFDSTUK 6

KUSTLIJNEN

§6.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden twee onderwerpen die beide betrekking hebben op kustlijnen belicht. Ten eerste wordt een meer objectieve maat voor de ligging van de kust berekend: de karakteristieke kustlijnen. Deze methode is meer objectief dan de kuberingen zoals die zijn berekend in *hoofdstuk 2*.

Op de tweede plaats wordt in dit hoofdstuk de ligging van de kust bekeken aan de hand van de strandlijnen zoals die sinds 1843 zijn gemeten.

§6.2 Karakteristieke kustlijnen

In *hoofdstuk 2* is beschreven hoe de hoeveelheden zand langs de kust zijn bepaald. In *bijlage 1* zijn de resultaten hiervan opgenomen.

Op zich zijn deze hoeveelheden zand geen maat voor de plaats van de kust. Met andere woorden: de kuberingen zoals die zijn berekend in *hoofdstuk 2* geven niet aan of een raai met een hoge kubering veel zand bevat en een raai met een lage kubering weinig zand. De kubering per raai zoals die in dat deel van de studie is berekend, is afhankelijk van de gekozen landgrens van het kuberingsgebied. De keuze van de landgrens werd gemaakt op basis van het feit dat die grens een stabiel punt is in het profiel.

In dit hoofdstuk wordt beschreven hoe een meer objectieve maat voor de positie van de kust kan worden berekend. Dit gebeurt op een soortgelijke manier als in de nota van Rijkswaterstaat: '*De basiskustlijn, een technisch/morfologische uitwerking*' [Hillen et al, 1991] de momentane kustlijn wordt berekend.

De berekeningswijze van de positie van de kust per raai per jaar ten opzichte van de R.S.P.-lijn is als volgt:

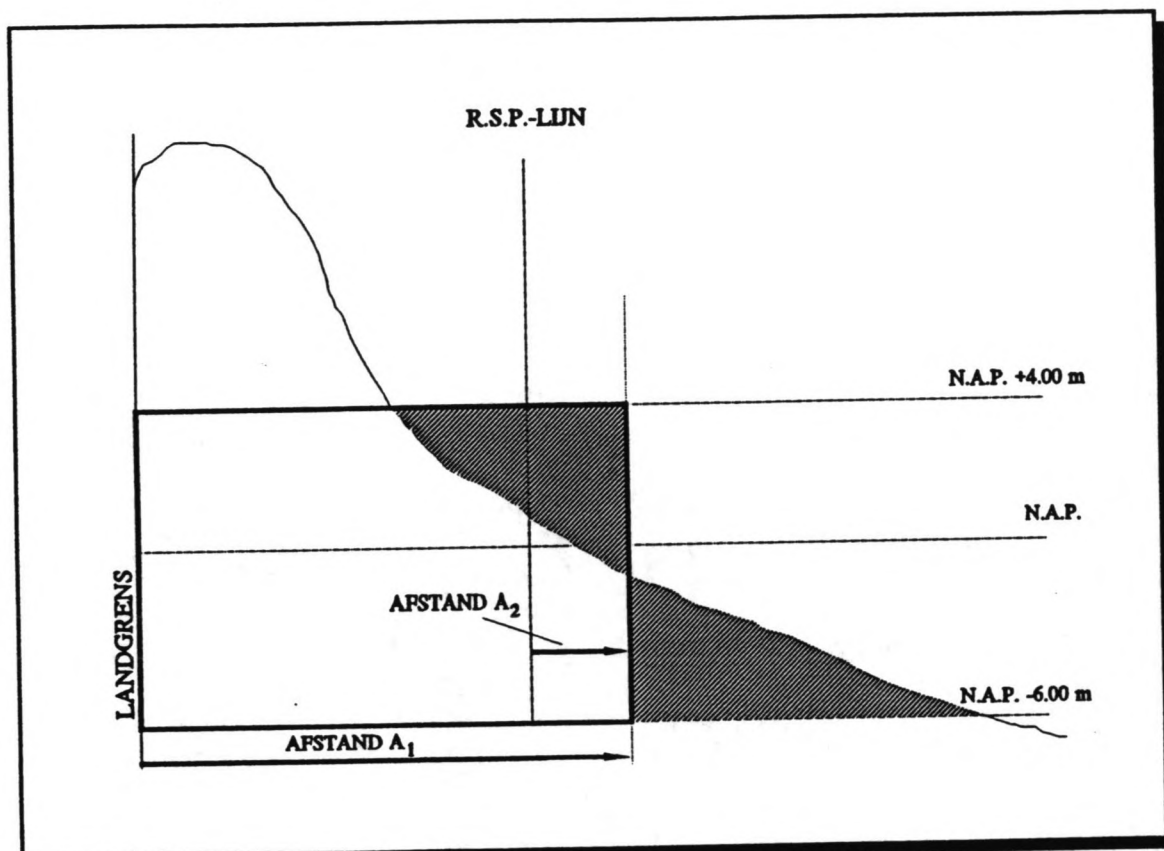
- Op de eerste plaats wordt er per raai per jaar bepaald hoeveel zand er zich bevindt tussen de onder- en bovengrens van respectievelijk N.A.P. -6.00 m en N.A.P. +4.00 m. Als landgrens wordt dezelfde grens aangehouden als in *hoofdstuk 2*, namelijk het stabiele punt in het profiel.

Getracht is om de ondergrens en de bovengrens zo ver mogelijk uit elkaar te leggen om een zo nauwkeurig mogelijke positie van de kust te verkrijgen. De ondergrens N.A.P. -6.00 m is de 'laagste' ondergrens die in alle raaien in alle jaren voorkomt. Dit is dezelfde reden waarom ook in *hoofdstuk 2* de ondergrens van N.A.P. -6.00 m is gekozen.

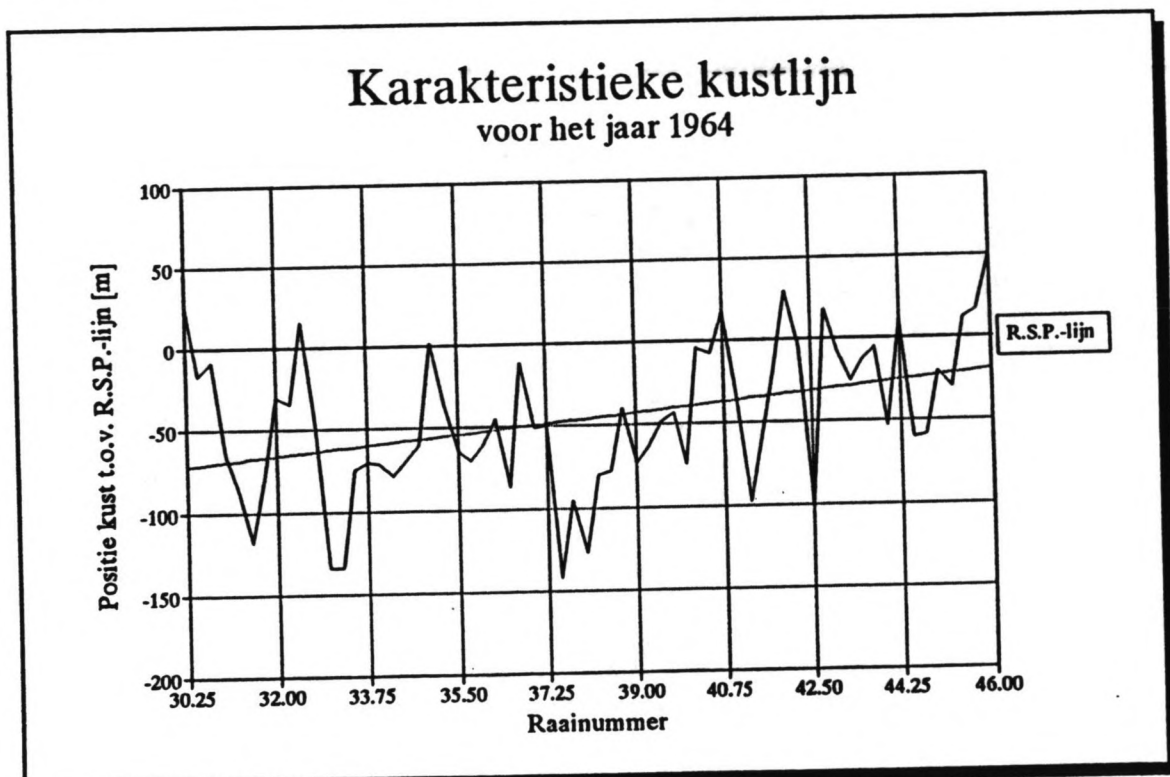
Een soortgelijke reden ligt ook aan de keuze van de bovengrens in dit deel van de studie ten grondslag. De bovengrens N.A.P. +4.00 m is een ruime bovengrens waarboven er in alle raaien in alle jaren nog zand voorkomt. Het feit dat er zand aanwezig is boven de gekozen bovengrens, is een noodzakelijke voorwaarde voor het berekenen van deze kustlijn.

- Ten tweede worden deze gevonden hoeveelheden gedeeld door de hoogte van de bestudeerde zone. In dit geval is de hoogte van deze zone 10 m.

Op deze manier wordt een denkbeeldig blok gedefinieerd waarbinnen de hoeveelheid zand gevat wordt die in de vorige stap is berekend. In *figuur 57* is een schematische weergave gegeven van dit denkbeeldige blok. Belangrijk bij deze berekening is om te onderkennen dat de beide gearceerde oppervlakten aan elkaar gelijk zijn. Het zand uit het 'meest rechtse' gearceerde oppervlak wordt als het ware verplaatst naar het



Figuur 57 Schematisatie van de berekening van de karakteristieke kustlijn



Figuur 58 Karakteristieke kustlijn voor 1964

'meest linkse' gearceerde oppervlak om het denkbeeldige blok op te bouwen.

- De afstand A_1 in *figuur 57* is in principe nu een maat voor de positie van de kust in die raai. Echter deze afstand is nog geen objectieve maat, omdat deze nog steeds afhankelijk is van de gekozen landgrens.

Om deze afhankelijkheid op te heffen wordt de afstand A_2 uit *figuur 57* berekend. Dit is de afstand van de zeewaartse zijde van het blok tot de R.S.P.-lijn en is een objectieve maat voor de positie van de kust in die raai in dat bepaalde jaar. De afstand A_2 is niet meer afhankelijk van de gekozen landgrens.

In *bijlage 5A* zijn de tabellen en grafieken opgenomen zoals die volgen uit de berekening van de karakteristieke kustlijnen. Bij de grafieken wordt nog opgemerkt dat een 'negatieve positie' correspondeert met een meetpunt aan de landzijde van de R.S.P.-lijn.

Ter illustratie zijn in de *figuren 58 en 59* voorbeelden opgenomen van de karakteristieke kustlijn berekend voor de jaren 1964 en 1990.

Uit de combinatie van figuren van *bijlage 5A* moet in principe het 'Boschloo-patroon' kunnen worden berekend, zij het dat er rekening mee moet worden gehouden dat het 'Boschloo-patroon' is berekend voor de zone in het profiel van N.A.P. -6.00 m tot N.A.P. +14.00 m en dat de figuren met de karakteristieke kustlijnen zijn berekend voor de zone N.A.P. -6.00 m tot N.A.P. +4.00 m.

Een getallenvoorbeeld kan aantonen, dat het inderdaad mogelijk is om uit de grafieken van de karakteristieke kustlijnen het 'Boschloo-patroon' te halen.

Er wordt bijvoorbeeld gekeken naar raai 32.50. Als voor deze raai door de berekende punten van de karakteristieke kustlijn voor elke jaar een regressielijn wordt getrokken kunnen voor 1964 en 1985 representatieve waarden worden gevonden voor de positie van de karakteristieke kustlijn.

In het jaar 1964 ligt de karakteristieke kustlijn op ongeveer 5 m zeewaarts van de R.S.P.-lijn. De positie van de karakteristieke kustlijn in het jaar 1985 is ongeveer 28 m landwaarts van de R.S.P.-lijn. Dit betekent dat de karakteristieke kustlijn in 22 jaar tijd ongeveer 33 m achteruit is gegaan.

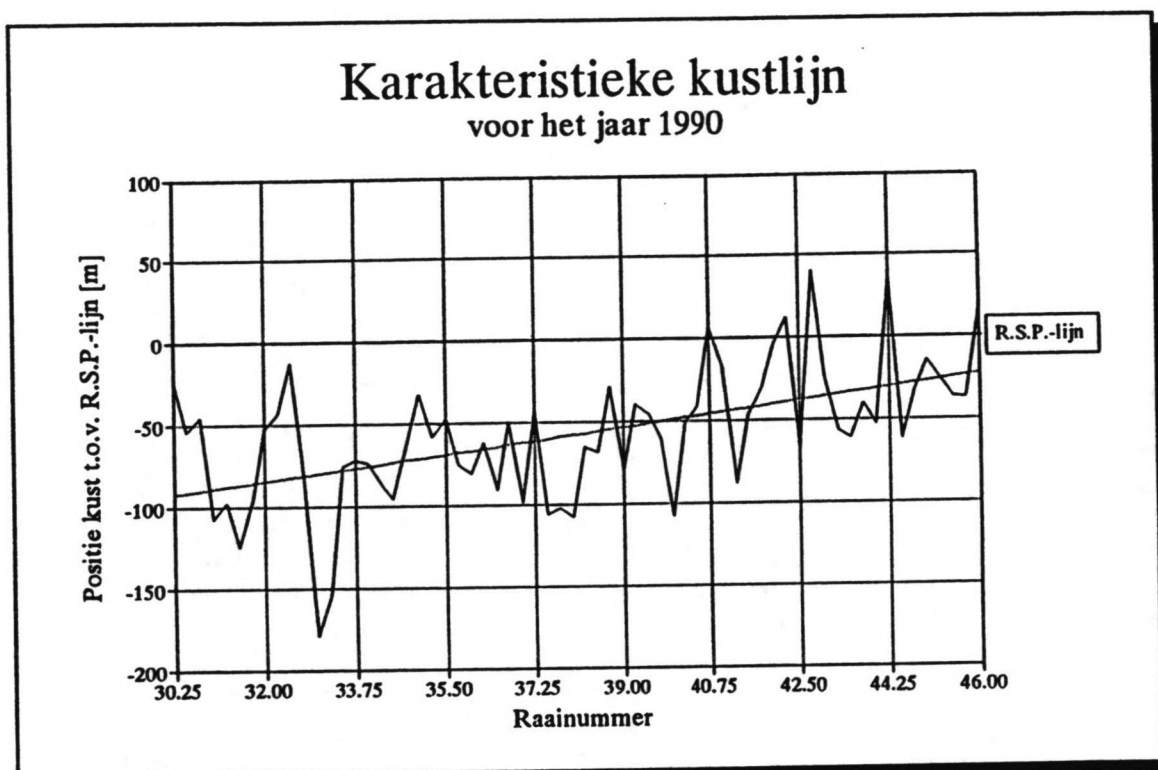
Deze achteruitgang kan worden vertaald naar een hoeveelheid zand die uit deze raai is verdwenen tussen N.A.P. -6.00 m en N.A.P. +4.00 m wanneer wordt aangenomen dat het profiel evenwijdig landwaarts verschuift. Deze aanname is voor raai 32.50 geoorloofd, omdat in *hoofdstuk 2* is gebleken dat deze raai evenwijdig achteruit gaat.

De hoeveelheid zand die is verdwenen in die 22 jaar is:

$$-33 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = -330 \text{ m}^3/\text{m}$$

De hoeveelheid zand die tussen de twee bovenstaande grenzen verdwenen is kan worden omgerekend naar de hoeveelheid zand die uit het gehele profiel is verdwenen in de periode 1964-1985. De hoogte van het profiel van raai 32.50 is ongeveer 19 m, van N.A.P. -6.00 m tot N.A.P. +13.00 m. Dit betekent dat de hoeveelheid zand die uit het gehele profiel verdwenen is ongeveer gelijk is aan:

$$\frac{19 \text{ m}}{10 \text{ m}} \cdot -330 \text{ m}^3/\text{m} = -627 \text{ m}^3/\text{m}$$



Figuur 59 Karakteristieke kustlijn voor 1990

Als nu gekeken wordt naar het 'Boschloo-patroon' voor de periode 1964-1985 kan ook worden berekend wat de verdwenen hoeveelheid zand is in die periode over het gehele profiel (zie *figuur 4*) door trend te vermenigvuldigen met de lengte van de kuberingsperiode:

$$-26 \text{ m}^3/\text{m}/\text{j} \cdot 22 \text{ j} = -572 \text{ m}^3/\text{m}$$

De resultaten van de beide berekeningsmethoden zijn niet gelijk. Echter er kan worden gezegd dat de grootte-orde van de verdwenen hoeveelheid zand redelijk klopt en dat inderdaad ook uit de beschouwing van de karakteristieke kustlijnen volgt dat raai 32.50 een eroderende raai is.

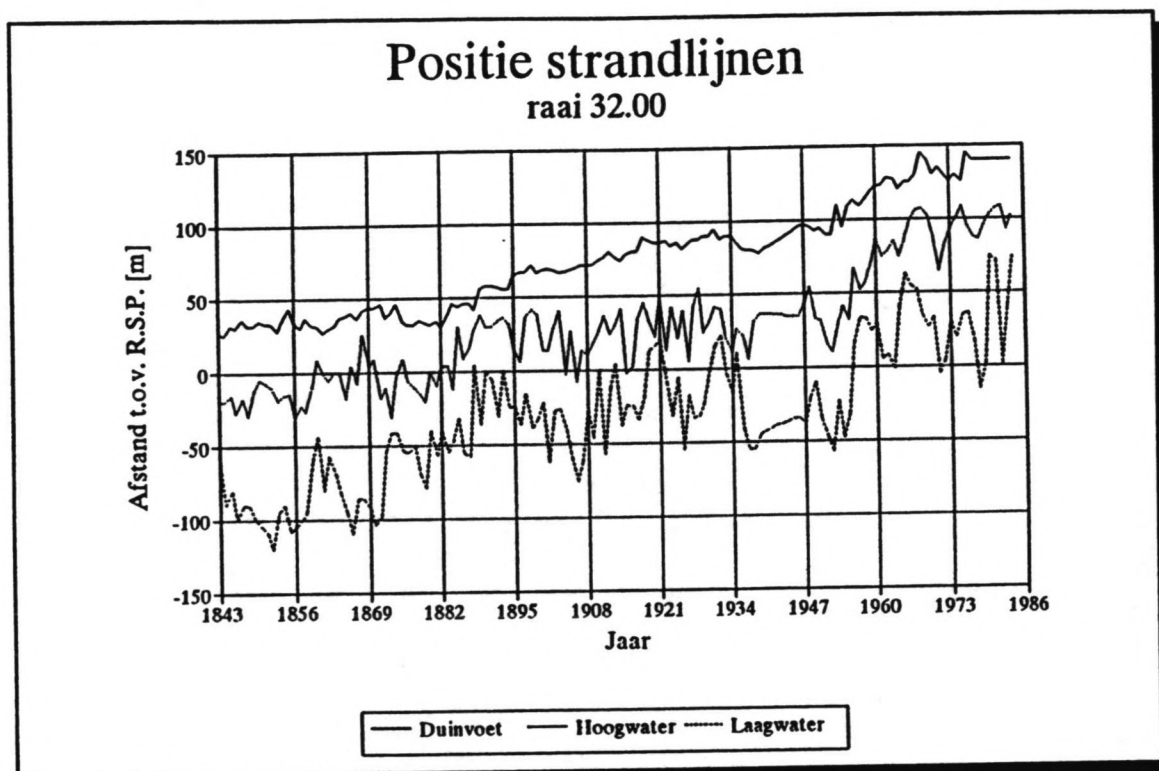
§6.3 Conclusies uit berekening karakteristieke kustlijnen

Uit de grafieken zoals die in de vorige paragraaf zijn berekend kan een aantal conclusies worden getrokken met betrekking tot de ligging van de kust rond Egmond aan Zee.

- De palen van de R.S.P.-lijn zijn rond 1850 geslagen min of meer op de positie van de gemiddelde hoogwaterlijn.
Wanneer naar de grafieken van de karakteristieke kustlijnen wordt gekeken, blijkt dat het nog maar zelden voorkomt dat de karakteristieke kustlijn aan de zeezijde van de R.S.P.-lijn ligt.
In de grafieken komt het zelfs slechts éénmaal voor dat de regressielijn in de grafieken (een gemiddelde maat voor de positie van de kust) de R.S.P.-lijn in het kustvak van raai 30.25 tot raai 46.00 snijdt. Dit gebeurt in 1986.
- De grafieken van de karakteristieke kustlijnen vertonen alle een bepaalde fluctuatie rondom de regressielijn. De fluctuaties zijn niet zo regelmatig als in het 'Boschloo-patroon' uit *figuur 4* met een karakteristieke golflengte van ongeveer 2 km. Toch is het opvallend dat er grote verschillen optreden tussen raaien die op relatief korte afstand van elkaar liggen.
In *paragraaf 1.4* is gezegd dat door het aanhouden van het 'Boschloo-patroon' de kust een 'zaagtandvorm' zou krijgen. Als naar de grafieken van de karakteristieke kustlijnen wordt gekeken, blijkt deze vorm van de kust in meer of mindere mate op te treden.
- De grafieken voor de karakteristieke kustlijnen laten een zekere fluctuatie langs de kust zien. Dat zou kunnen wijzen op een (lopende) zandgolf.
Echter de gemiddelde verplaatsing van een eventuele zandgolf per jaar (ongeveer 18 m) is op de schaal zoals de grafieken zijn getekend niet te onderkennen.

Concluderend kan worden gezegd dat de berekening van de karakteristieke kustlijnen een meer objectieve maat voor de positie van kust is en dat daaruit blijkt dat in de afgelopen decennia de kust ter hoogte van Egmond aan Zee aanzienlijk achteruit is gegaan.

Een nader onderzoek zou moeten worden gedaan om te bezien of de karakteristieken die in het 'Boschloo-patroon' voorkomen ook tot uitdrukking komen in de grafieken voor de karakteristieke kustlijnen.



Figuur 60 Voorbeeld van een grafiek van de strandlijnen voor kilometerraai 32.00

§6.4 Strandlijnen

Sinds 1843 zijn op verschillende plaatsen langs de gehele Nederlandse kust de posities van de duinvoet, de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn gemeten. In eerste instantie is het raaienstelsel opgezet met kilometerraaien en later verdicht tot afstanden van 200 à 250 m.

De metingen zoals die de afgelopen 150 jaar zijn verricht hebben dus alleen betrekking op de kilometerraaien. In deze studie worden de gegevens gebruikt van de kilometerraaien 30.00 tot en met 46.00, in totaal 17 raaien. Rijkswaterstaat heeft voor deze raaien de gegevens beschikbaar gesteld voor de jaren 1843 tot en met 1984.

Wanneer de meetpunten van deze posities voor naast elkaar gelegen kilometerraaien met elkaar worden verbonden ontstaat een soort beeld van de positie van de kust.

In *figuur 60* is een voorbeeld gegeven van de strandlijnen voor kilometerraai 32.00 sinds 1843. Duidelijk is te zien hoe grillig deze lijnen in de tijd verlopen en hoe de kust achteruit is gegaan.

De strandlijngegevens worden gebruikt om na te gaan of de karakteristieken die in *hoofdstuk 5* voor de fictieve zandgolf zijn bepaald, daarin zijn terug te vinden.

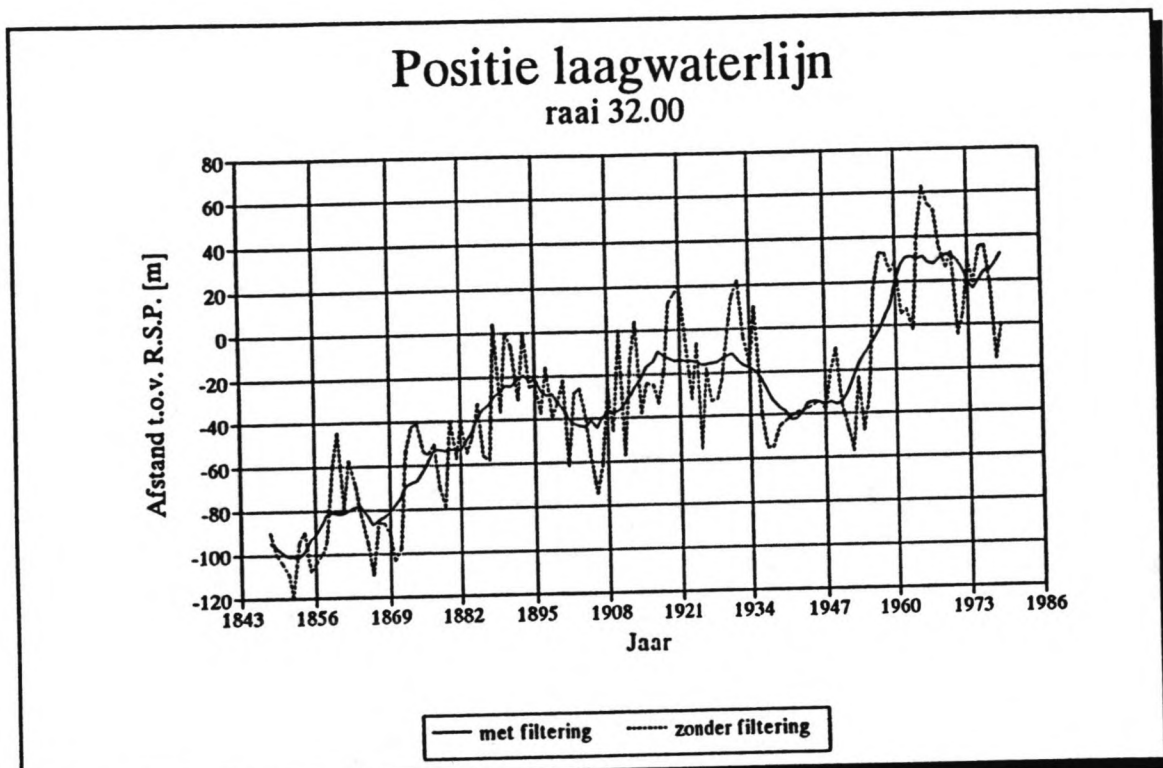
Om een analyse op deze strandlijngegevens te kunnen verrichten is vooraf een aantal bewerkingen van deze gegevens noodzakelijk:

- In een aantal jaren is er, om één of andere reden, niet gemeten. De oorlogsjaren 1940-1945 zijn daar een voorbeeld van. Om continue lijnen te creëren zijn er voor deze jaren fictieve waarden voor de posities van de duinvoet, de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn ingevuld. Deze fictieve waarden zijn bepaald door lineaire interpolatie tussen de jaren waarin wel gemeten is. In het geval van de jaren 1940-1945 bijvoorbeeld is er geïnterpoleerd tussen de jaren 1939 en 1946.
- In deze analyse wordt slechts één strandlijn bekeken. De duinvoet blijkt minder respons te vertonen op de processen zoals die langs de kust optreden dan de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn. Er is besloten om de analyse uit te voeren voor de gemiddelde positie van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn.
- Zoals uit *figuur 60* blijkt is het verloop van de verschillende strandlijnen nog al grillig en dit geldt dus ook voor het gemiddelde van de hoogwaterlijn en laagwaterlijn. Omdat in deze analyse wordt gekeken naar langjarige fluctuaties worden de gegevens van het gemiddelde van de hoogwaterlijn en laagwaterlijn gefilterd, zodat een meer continue strandlijn ontstaat. Bij *figuur 60* wordt opgemerkt dat de positieve verticale as de landzijde weergeeft.

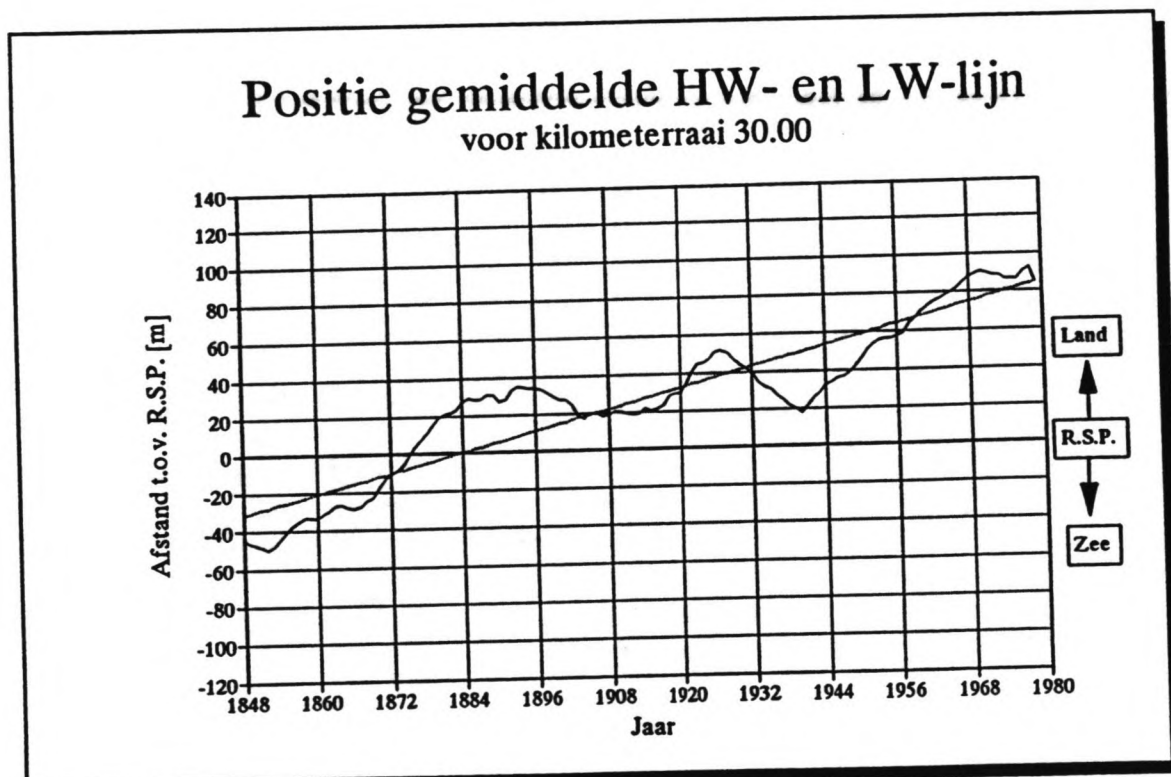
Er is in deze studie gekozen voor een eenvoudige filtermethode: een lopend gemiddelde. Dit houdt in dat voor elk jaar het gemiddelde wordt bepaald over een bepaalde periode Δt , waarbij $\frac{1}{2} \cdot \Delta t$ vóór het bewuste jaar ligt en $\frac{1}{2} \cdot \Delta t$ na het jaar waarvoor het lopende gemiddelde wordt bepaald. De lengte van Δt bepaalt enigszins hoe 'vlak' de grafiek verloopt.

In deze analyse is gekozen voor een Δt van 11 jaar. Hierdoor behoudt de oorspronkelijke grafiek toch zijn karakteristieke vorm, terwijl de fluctuaties goed worden uitgefilterd.

Het toepassen van het lopende gemiddelde houdt wel in dat er enige informatie verloren gaat. In de eerste en de laatste vijf jaar van de metingen kan geen lopend gemiddelde worden bepaald, omdat daarvoor te weinig informatie aanwezig is. Dit



Figuur 61 Grafiek van de laagwaterlijn voor kilometerraai 32.00 na filtering



Figuur 62 Grafiek van het gemiddelde van het hoog- en het laagwater voor kilometerraai 30.00

wordt echter niet als bezwaarlijk ervaren, omdat er nog ongeveer 130 meetpunten overblijven.

In *figuur 60* is onder andere weergegeven hoe voor raai 32.00 de positie van de laagwaterlijn als functie van de tijd verloopt. In *figuur 61* is aangegeven hoe het verloop wordt na het filteren. Duidelijk is te zien dat de grafiek zijn karakteristieke vorm behoudt maar veel minder grillig is.

Op de bovenstaande manier zijn voor alle 17 raaien grafieken van de gemiddelde positie van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn gemaakt. De grafieken daarvan zijn opgenomen in *bijlage 5B*.

In deze grafieken zijn voor de jaren 1848 tot 1979 de lopende gemiddelden van de gemiddelde positie van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn aangegeven. In deze figuren correspondeert een 'negatieve afstand' met een afstand aan de zeezijde van de R.S.P.-lijn.

Ter illustratie zijn van twee raaien de grafieken afgebeeld in de *figuren 62 en 63*.

§6.5 Analyse strandlijngrafieken

Wanneer de grafieken met betrekking tot de strandlijn uit *bijlage 5B* worden bestudeerd, blijkt het beeld dat werd geschetst door de grafieken van de karakteristieke kustlijnen ook op te treden.

In de grafieken van de karakteristieke kustlijnen (*bijlage 5A*) is te zien dat ten noorden van Egmond aan Zee (raai 38.50) de kust blijkt te eroderen en ten zuiden van Egmond aan Zee de kust blijkt aan te zanden. Ditzelfde beeld wordt verkregen bij analyse van de grafieken voor de berekende strandlijn. Ten noorden van de raai 38.00 blijken alle raaien een negatieve trend te vertonen. De trend wordt meer negatief naarmate meer noordelijke raaien worden bekeken. De mate van achteruitgang van die raaien in de afgelopen 150 jaar ligt in de grootte-orde van 50 m.

Rond Egmond aan Zee (rond kilometerraai 38.00) zijn de raaien min of meer stabiel in de tijd.

Ten zuiden van Egmond aan Zee heeft in de afgelopen 150 jaar duidelijk aanwas van de kust plaatsgevonden. De aanwas van de kust wordt groter naarmate meer zuidelijk gelegen raaien worden beschouwd. De gemiddelde vooruitgang van de kust voor de meest zuidelijke raaien in de laatste 150 jaar bedraagt ongeveer 20 m.

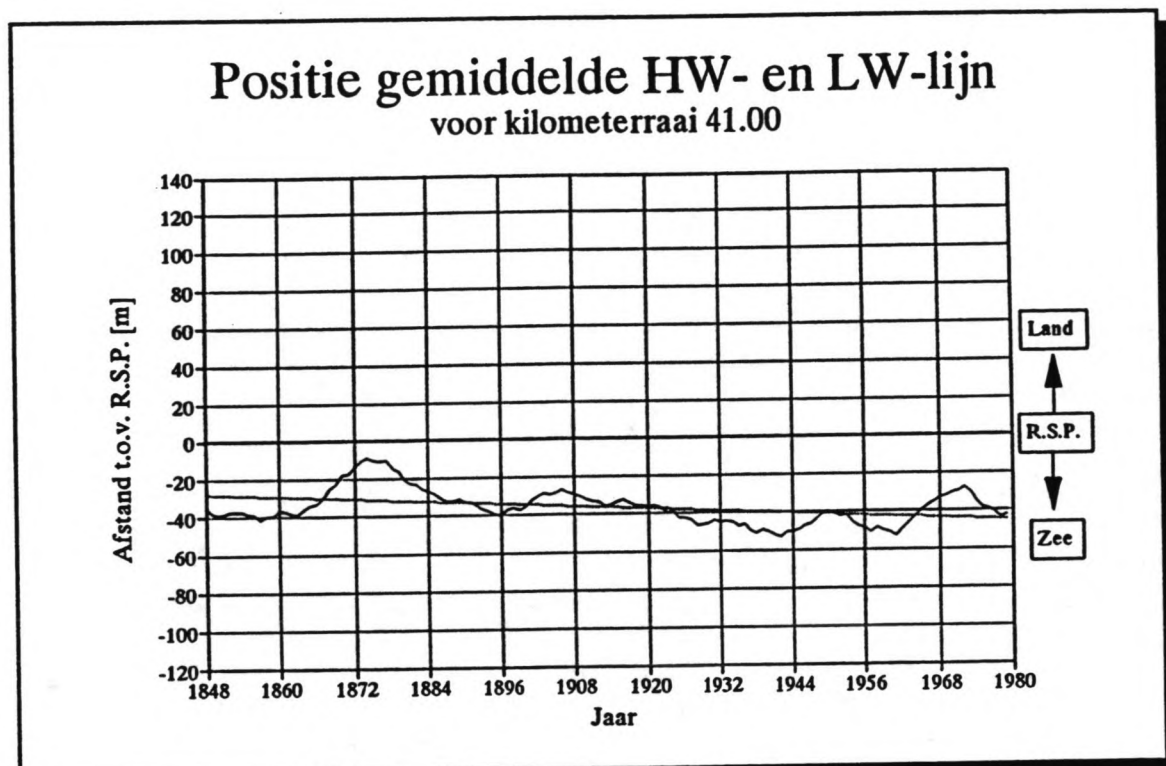
Naast een trend vertonen de grafieken van de strandlijn fluctuaties om die trend. Aan deze fluctuaties kan een grootte-orde worden toegekend door middel van de standaardafwijking σ . In *tabel 7* is weergegeven wat de standaardafwijking σ per raai is.

Als wordt aangenomen dat de fluctuaties van de berekende strandlijn wordt veroorzaakt door door een bepaalde hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst, dan kan met behulp van de standaardafwijking σ een schatting worden gemaakt van de grootte van die hoeveelheid.

Als wordt aangenomen dat de hoogte van een profiel gemiddeld 20 m is en dat de grootte-orde van de standaardafwijking σ 12 m bedraagt en wanneer wordt aangenomen dat de fluctuaties door het gehele profiel worden gevolgd (evenwijdige verplaatsingen van de profielen) dan zou

de hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst gelijk zijn aan:

$$\frac{12}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} m \cdot 20 m = 340 m^3/m$$



Figuur 63 Grafiek van het gemiddelde van het hoog- en het laagwater voor kilometerraai 41.00

raai	σ [m]	raai	σ [m]	raai	σ [m]
30.00	14.84	36.00	12.43	42.00	12.22
31.00	17.92	37.00	10.04	43.00	13.14
32.00	12.85	38.00	10.16	44.00	10.42
33.00	13.49	39.00	10.29	45.00	12.53
34.00	11.83	40.00	17.05	46.00	7.36
35.00	11.47	41.00	8.53		

Tabel 7 Standaardafwijking van positie van de gemiddelde van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn

De deling door $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ wordt uitgevoerd om de standaardafwijking om te rekenen naar een amplitude. Deze grootte van de hoeveelheid zand die zich langs de kust verplaatst zou qua grootte-orde redelijk overeenkomen met de hoeveelheid die in *hoofdstuk 5* aangenomen is. De amplitude van de fictieve zandgolf werd in dat hoofdstuk gesteld op 145 m³/m.

In de grafieken van *bijlage 5B* is te zien dat de fluctuaties rond de regressielijn een bepaalde periodiciteit hebben. Hoewel er geen eenduidig periodiciteit aan te geven is, kan wel een grootte-orde worden aangegeven waarmee de fluctuaties om de regressielijn 'slingeren'.

Uit de grafieken blijkt dat vooral in het begin van de meetperiode (1840-1900) bijna in alle raaien een sinusgolf te zien is. Deze sinusgolf heeft een periode tussen de 40 en de 60 jaar. Verder in de meetperiode blijkt uit de grafieken minder duidelijk dat er een bepaalde periode te onderkennen is in de verplaatsing van het gemiddelde van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn. Toch is ook in gedeelte van de meetperiode een zekere periode te ontdekken van de grootte-orde 50 jaar.

In *hoofdstuk 5* is in het model een periode van een eventuele horizontale zandgolf een periode van ongeveer 100 jaar gebruikt. Deze schatting blijkt ten opzichte van de hier gegeven waarde wat aan de hoge kant. Wanneer het gaat om een grootte-orde van de periodiciteiten dan blijken de periode van de fictieve zandgolf (= 100 j) redelijk overeen te komen met de periode die wordt gevonden in de strandlijnen (= 50 j).

Wat veel belangrijker is, is het feit dat er daadwerkelijk een periodiciteit kan worden onderkend. In *hoofdstuk 1* werd al de verwachting uitgesproken dat een periodiciteit moest bestaan. Met behulp van de meetgegevens van de afgelopen 150 jaar is nu aangetoond dat er een periodiciteit bestaat in het verloop van het gemiddelde van de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn en dus naar alle waarschijnlijkheid ook in de positie van de kust.

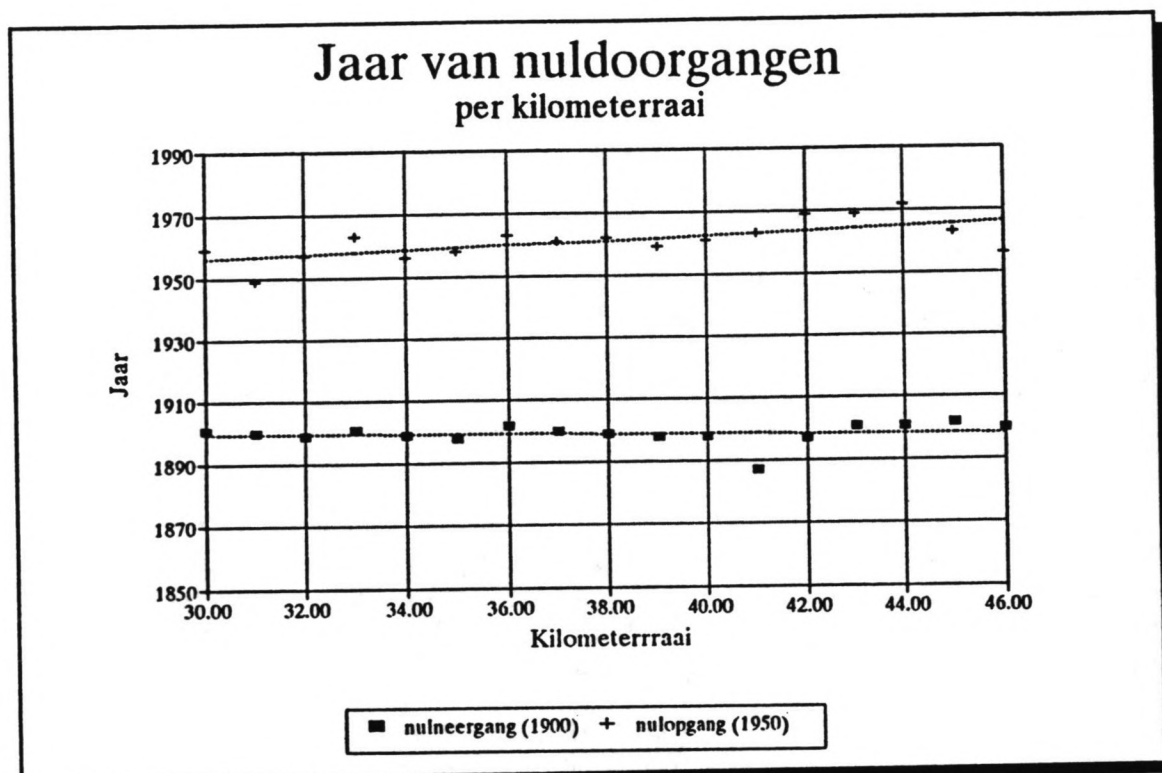
In het eerste gedeelte van dit hoofdstuk werd aangetoond dat ook uit de positie van de kust het 'Boschloo-patroon' kan worden afgeleid. De aanname dat de periodiciteit uit de grafieken voor de hoogwaterlijn en de laagwaterlijn (= positie van de kust) dan ook voorkomt in het 'Boschloo-patroon' blijkt dan gerechtvaardigd.

Stel dat het inderdaad zo is dat de periodiciteit van een zandgolf langs de kust van de grootte-orde 50 jaar is. De verplaatsingssnelheid van het 'Boschloo-patroon' zoals die aangenomen is in *hoofdstuk 5* ($c_p = 9$ m/j) zou, bij gelijkblijvende golflengte, moeten worden verdubbeld. Ook de verplaatsingssnelheid van de fictieve zandgolf c_{zg} zou dan ongeveer tweemaal zo groot worden tot ongeveer 35 m/j.

Het feit dat er een periodiciteit optreedt in het 'Boschloo-patroon' is min of meer volgens de verwachting. Zie *paragraaf 5.4* voor de fysische interpretatie van deze periodiciteit. Wat echter nog opvalt in de grafieken van *bijlage 5B* is de helling van de regressielijnen. Het 'Boschloo-patroon' mag dan een bepaalde periodiciteit te zien geven, maar *hoe zit het dan met de voortschrijdende achteruitgang van de noordelijke raaien en de voortschrijdende vooruitgang van de zuidelijke raaien?*

Is het dan zo dat ook deze regressielijnen deel uitmaken van een nog langjarigere periodieke fluctuatie van de positie van de kust? Is deze (eventuele) macro-periodiciteit dan zo lang dat deze niet eens gevat wordt door een meetcampagne van 150 jaar?

Tot slot is nog gekeken of er in de grafieken voor de strandlijnen te zien is dat een eventuele zandgolf zich verplaatst langs de kust. Dit is gedaan door te kijken naar de 'nulneergang'



Figuur 64 Tijdstippen van twee 'nuldooorgangen' voor elke raai

rond het einde van de vorige eeuw in de grafieken van *bijlage 5B* en naar de 'nulopgang' rond 1950.

Van beide 'nuldoorgangen' is het jaar van optreden per raai uitgezet in *figuur 64*. Uit deze figuur blijkt dat de 'nulneergang' zich nauwelijks lijkt te verplaatsen. Het jaar dat deze 'nuldoorgang' optreedt, varieert rond een horizontale lijn.

De 'nulopgang' blijkt zich wel in de tijd te verplaatsen. De hoek die de regressielijn maakt met de horizontale as is een omgekeerde maat voor de verplaatsingssnelheid. Voor de 'nulopgang' geldt dat deze hoek ongeveer 0.6 j/km is. Vertaald naar een verplaatsingssnelheid is dat ongeveer 1.5 km/j. Dit is aanzienlijk groter dan in voorgaande analyses werd gevonden.

Wanneer het zo is dat de eventuele zandgolf een golflengte van 2 km heeft, moet dit ook tot uitdrukking komen in de grafieken voor de strandlijnen uit *bijlage 5B*. Omdat deze grafieken zijn betrokken op kilometerraaien zou het zo moeten zijn dat als er in de ene raai in een bepaald jaar een dal zit, er in de naastgelegen raai in datzelfde jaar een top zit.

Dit blijkt uit de strandlijngrafieken niet goed tot uitdrukking te komen. Bij het maximum rond jaar 1925 blijkt dit nog redelijk te kloppen maar er is zeker geen sprake van dat dit systematisch wordt gevonden.

HOOFDSTUK 7

ONDERZOEKSVRAGEN, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

§7.1 Onderzoeksvragen

In het voorwoord werd een drietal onderwerpen genoemd die volgens Rijkswaterstaat een verklaring konden vormen voor het optreden van het erosie-sedimentatie-patroon of ermee samenhangen. Deze onderwerpen waren:

- Horizontale zandgolven
- Brandingsruggen
- Mui-zwin-systemen

In deze paragraaf wordt bekeken in hoeverre deze drie onderwerpen betrekking hebben op het erosie-sedimentatie-patroon.

Brandingsruggen

In een onderzoek naar de schematisatie van brandingsruggen [de Vroeg, 1986] werd geconcludeerd dat brandingsruggen zich in zeewaartse richting verplaatsen en dat er telkens nieuwe brandingsruggen worden gevormd bij de kust. Het zwaartepunt van de aanwezige brandingsruggen verplaatst zich op deze manier heen en weer.

De periodiciteit waarmee dit gebeurt ligt rond de 5 jaar. Deze tijdschaal lijkt niet overeen te komen met de tijdschaal die in deze studie is gevonden, zodat op grond hiervan kan worden gezegd dat het optreden van het erosie-sedimentatie-patroon *niet* wordt verklaard door de migratie van brandingsruggen alleen.

Een tweede argument voor deze stelling is dat als brandingsruggen het erosie-sedimentatie-patroon daadwerkelijk zouden verklaren, er een veel groter verloop van de zandhoeveelheden gevonden zou moeten worden in de lagere zones dan in de hogere zones van de profielen. In *hoofdstuk 2* werd gevonden dat in 75% van de profielen het verloop van de zandhoeveelheid over de *gehele* hoogte van het profiel werd gevonden.

Mui-zwin-systemen

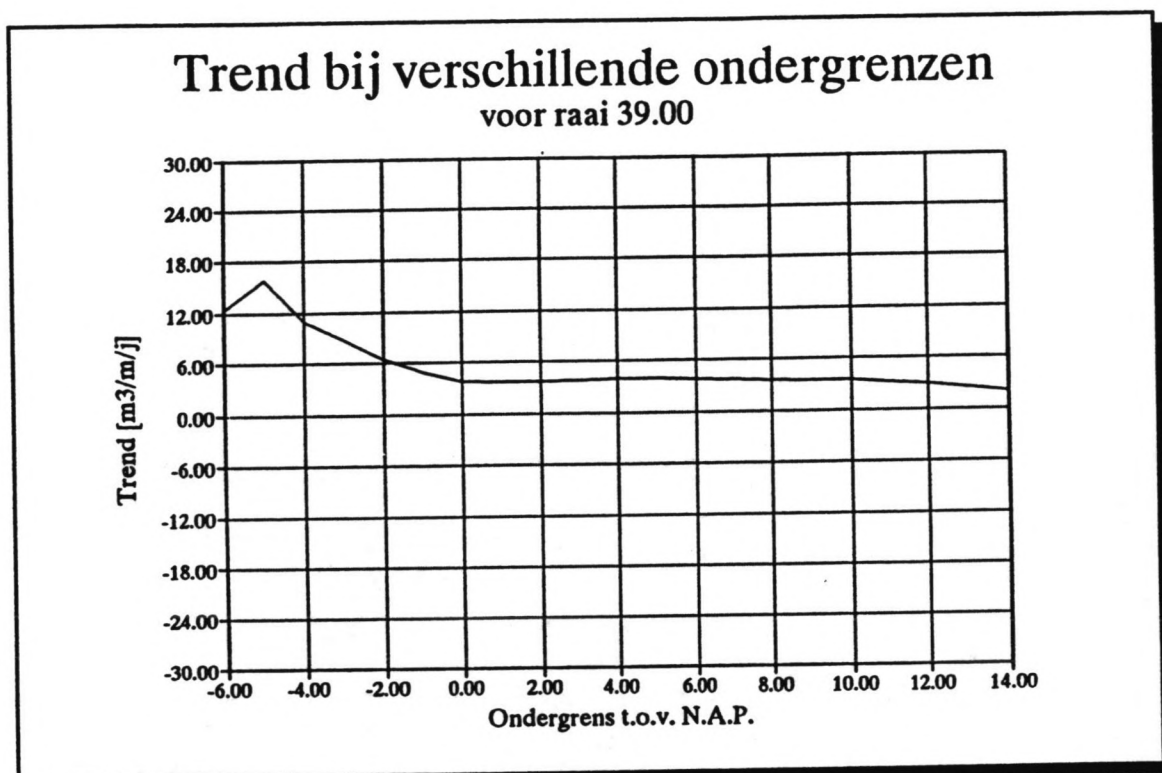
Uit een studie naar de morfodynamica van systemen langs de Nederlandse kust [Short, 1991] blijkt dat de golflengte in het patroon van de zandhoeveelheden die samenhangt met mui-zwin-systemen ligt tussen de 600 en 900 m.

Deze ruimteschaal lijkt niet overeen te stemmen met de ruimteschaal waarover in deze studie wordt gesproken.

Opgemerkt dient te worden dat het patroon in de zandhoeveelheden samenhangend met mui-zwin-systemen niet sinusvormig is zoals in het zandgolfmodel in *hoofdstuk 5* wordt aangenomen. Bij mui-zwin-systemen moet meer aan een soort cnoïdale golven worden gedacht: golven met 'langgerekte toppen' en 'smalle dalen' omdat de zwinnen over het algemeen meer langgerekt zijn dan de muien.

Aan de hand van luchtfoto's is vastgesteld dat een patroon dat samenhangt met mui-zwin-systemen niet is te herkennen.

Zo lijkt het geoorloofd om te stellen dat het erosie-sedimentatie-patroon gevonden door Boschloo *niet* alleen kan worden verklaard door het optreden van mui-zwin-systemen en de eventuele verplaatsing van zo'n systeem langs de kust.



Figuur 65 Grafiek van de trend bij verschillende ondergrenzen voor raai 39.00

Horizontale zandgolven

In een literatuurstudie over horizontale zandgolven [Hoozemans, 1991] wordt een aantal karakteristieke waarden genoemd die behoren bij horizontale zandgolven.

Voor de gesloten Hollandse kust werd in de literatuurstudie een kenmerkende golflengte van de zandgolven genoemd van ongeveer 5 km, een amplitude van maximaal 400 m en een verplaatsingssnelheid van ongeveer 100 m/j.

Wanneer het door Boschloo gevonden erosie-sedimentatie-patroon wordt verklaard door een horizontale zandgolf dan kan worden gezegd dat die optredende zandgolf kleinere karakteristieke waarden heeft. In tabel 8 worden beide zandgolven vergeleken.

		Literatuurstudie	Zandgolfmodel
Golflengte	[m]	5000	1850
Amplitude	[m]	maximaal 400**	7
Verplaatsingssnelheid	[m/j]	100	18
Periode	[j]	50	100

Tabel 8 Vergelijking van een 'reguliere' zandgolf met de zandgolf uit het fictieve zandgolfmodel

Ondanks het feit dat in het algemeen wordt aangenomen dat horizontale zandgolven grotere dimensies hebben dan in deze studie wordt gevonden zou het optreden van het erosie-sedimentatie-patroon bij Egmond aan Zee kunnen worden toegeschreven aan het langstrekken van een horizontale zandgolf met meerdere fronten.

§7.2 Conclusies

Aan de hand van het uitgevoerde onderzoek kan een aantal conclusies getrokken worden met betrekking tot het ontstaan en het veranderen van het 'Boschloo-patroon':

- Wanneer de trend, berekend bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m, per raai langs de kust bij Egmond aan Zee wordt uitgezet blijkt er een min of meer sinusvormig patroon op te treden met een golflengte van ongeveer 2 km. Dit patroon wordt niet alleen gezien bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m maar ook bij hoger gekozen ondergrenzen. In *figuur 35* is te zien dat het 'Boschloo-patroon' ook optreedt bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m, zij het met een kleinere uitwijking.
- De golflengte die in het 'Boschloo-patroon' is te zien, is ook de werkelijk optredende golflengte van een zandgolf die zich langs de kust verplaatst. Doordat er slechts om de 250 m wordt gemeten ten behoeve van het JARKUS-bestand zou het zo kunnen zijn dat door het aliasing-effect een ander patroon wordt waargenomen. Vooral op grond van de daardoor optredende onwerkelijk grote hoekverdraaiingen van de kust kan worden gezegd dat de patronen met kortere golflengten niet waar

** In de genoemde literatuurstudie wordt gezegd dat een zandgolf voor de gesloten Hollandse kust goed overeenkomt met een zandgolf in het Deltagebied. Echter de amplitude van een zandgolf voor de gesloten Hollandse kust is "beduidend" kleiner. Als amplitude voor een zandgolf voor het Deltagebied wordt maximaal 400 m aangehouden.

schijnlijk zijn.

- Het erosie-sedimentatie-patroon zoals dat werd gevonden door Boschloo blijkt zich (langzaam) langs de kust te verplaatsen. De snelheid waarmee dit gebeurt ligt rond de 9 m/j. Wanneer niet naar een 'Boschloo-patroon' bij een ondergrens van N.A.P. -6.00 m wordt gekeken maar bijvoorbeeld naar een 'Boschloo-patroon' bij een ondergrens van N.A.P. +2.00 m (duinvoet) dan blijkt de verplaatsing nog iets langzamer te gaan.
Opgemerkt wordt dat het hier gaat om een gemiddelde verplaatsing van het gehele patroon.
- In deze studie zijn voor de bepaling van de richting van verplaatsen van de zandgolf twee methoden gebruikt. Beide methoden laten zien dat het patroon zich verplaatst van noord naar zuid.
- Wanneer het optreden van het 'Boschloo-patroon' wordt verklaard door het verplaatsen van een bepaalde hoeveelheid zand langs de kust dan zou de grootte van die hoeveelheid zand liggen rond de 145 m³/m. Vertaald in meter verplaatsing van het profiel is dat ongeveer 7 m wanneer de hoeveelheid zand gelijkmatig over het profiel wordt verdeeld. Deze hoeveelheid zand moet zich met ongeveer 18 m/j verplaatsen langs de kust om de juiste verplaatsingssnelheid van het 'Boschloo-patroon' op te leveren.
- Aan de hand van golflengte en verplaatsingssnelheid van de zandgolf kan globaal worden bepaald hoe lang het duurt voordat het erosie-sedimentatie-patroon gevonden door Boschloo uitdempt. De tijdschaal waarop het 'Boschloo-patroon' uitdempt is in de orde van 200 jaar.

Tevens is er op basis van deze studie een aantal conclusies te trekken dat betrekking heeft op de kust op zich:

- Het blijkt dat het grootste gedeelte van de raaien in het bestudeerde gebied, ongeveer 75%, vormvaste profielen zijn. Deze gaan in de tijd òf in het geheel achteruit, òf in het geheel vooruit, òf zijn stabiel in de tijd.
De overige 25% van de raaien laten een achteruitgang van de strand zien, een vooruitgang van de onderwateroever of een versteiling van het gehele profiel.
- In *paragraaf 1.4* werd gezegd dat op basis van dit onderzoek een uitspraak zou worden gedaan over de representativiteit van de 'Egmond-raai' als studiegebied voor de Nederlandse kust.
Op basis van de beschouwing over de afhankelijkheid van het erosie-sedimentatie-patroon met de hoogtezones kan een uitspraak worden gedaan over de representativiteit van het kustvak rond Egmond aan Zee. Als voorbeeld kan raai 39.00 dienen.
Raai 39.00 blijkt niet vormvast te zijn. De raai vertoont een vooruitgang van de onderwateroever in de tijd. Zie *figuur 65* die weergeeft wat de trend is bij de verschillende ondergrenzen van het kuberingsgebied. Zo zijn er van de 64 raaien 16 aan te wijzen die eveneens *niet* vormvast zijn, één van de argumenten waarop de keuze van de 'Egmond-raai' als studiegebied is gebaseerd.
Daarnaast kan van het kustvak rond Egmond aan Zee worden gezegd dat het in de tijd niet stabiel is. Wanneer de JARKUS-periode in ogenschouw wordt genomen blijkt dat over relatief korte afstanden grote verschillen in gedrag van de kust blijken

voor te komen ('Boschloo-patronen').

Omdat de 'Egmond-raai' destijds op grond van vormvastheid en geometrie gekozen is als onderzoeksgebied kan nu worden gezegd dat de keuze niet terecht is geweest.

- In de afgelopen 150 jaar blijken de raaien ten noorden van Egmond aan Zee aanzienlijk achteruit gegaan te zijn en wel met gemiddeld ongeveer 50 m. De raaien ten zuiden van Egmond aan Zee zijn vooruit gegaan in de laatste 150 jaar, gemiddeld met ongeveer 20 m.

§7.3 Aanbevelingen

Naar aanleiding van het uitgevoerde onderzoek wordt een aantal aanbevelingen gedaan die zouden kunnen leiden tot een meer nauwkeurige bestudering van het erosie-sedimentatiepatroon zoals dat werd gevonden door Boschloo.

Tot nu toe konden alleen grootte-orden worden gegeven van bepaalde grootheden die samenhangen met het ontstaan en het veranderen van het 'Boschloo-patroon'.

De aanbevelingen die worden gedaan zijn de volgende:

- De verschillende delen van het onderzoek die betrekking hebben op de kuberingen zoals die hier zijn berekend, zouden nogmaals moeten worden uitgevoerd wanneer over (veel) meer jaren de nauwkeurige JARKUS-gegevens bekend zijn. Dit zou de bepaling van bijvoorbeeld de trend ten goede komen gezien de tijdschalen waarover in dit onderzoek wordt gesproken.
- De metingen ten behoeve van het JARKUS-bestand zouden verder in zee moeten worden doorgezet. Vooral in de periode 1964-1984 is zó ver gemeten dat slechts de dieptelijn N.A.P. -6.00 m in alle raaien voorkomt. In het algemeen wordt aangenomen dat bij de dieptelijn N.A.P. -8.00 m geen verandering van de zandhoeveelheden meer wordt gevonden. Het zou een meer objectieve beschouwing van de raaien ten goede komen wanneer in *alle* raaien een ondergrens wordt gevonden waarvoor geldt dat er geen veranderingen van de zandvolumina meer optreden.
- Omdat het bij de verplaatsing van het 'Boschloo-patroon' lijkt te gaan om afstanden van slechts enkele tientallen meters per jaar zou het goed zijn wanneer de ruimteschaal van het raaiensysteem rond Egmond aan Zee verdicht zou worden. Vooral op grond van het feit dat het dan weer een (groot) aantal jaren duurt alvorens er weer voldoende gegevens beschikbaar zijn, is dit niet te realiseren. Misschien is het mogelijk dat tijdens een volgend (grootschalige) onderzoek rond Egmond aan Zee aandacht kan worden besteed aan uitgebreider meetprogramma. Hierbij zou kunnen worden gedacht aan het verdichten van het raaiensysteem van een deel van het kustvak rond Egmond aan Zee tot ongeveer 50 m.
- Er zou een vervolgonderzoek plaats kunnen vinden naar het feit of het 'Boschloo-patroon' zich en bloc verplaatst of dat het zo is dat afzonderlijke delen van het patroon zich individueel verplaatsen met afzonderlijke snelheid en richting. En als dat zo is met welke verplaatsingssnelheden dit gepaard gaat en in welke richting.
- In dit onderzoek is niet systematisch bekeken of de grootheden zoals die zijn gevonden ook gelden voor profielen met een andere ondergrens. Het zou misschien

meer duidelijkheid verschaffen in de het ontstaan en het veranderen van het 'Bosch-loo-patroon' wanneer *alle* voorgaande beschouwingen ook werden betrokken op andere ondergrenzen dan N.A.P. -6.00 m.

LITERATUURLIJST

Tijdens het onderzoek zijn de volgende publicaties geraadpleegd:

Boschloo, E.R., 1990: 'Een onderzoek naar de periodiciteit in kuberingsreeksen', Technische Univeriteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek, 54 pp.

Hillen, R., de Ruig, J.H.M., Roelse, P. & Hallie, F.P., 1991: 'De basiskustlijn, een technisch/morfologische uitwerking', Rijkswaterstaat, Dienst Getijdewateren, 78 pp.

Hoozemans, F.M.J., 1991: 'Horizontale zandgolven, literatuurstudie', Waterloopkundig Laboratorium, H840, 100 pp.

Short, A.D., 1991: 'Beach morphodynamic systems of the central Netherlands coast, Den Helder to Hoek van Holland', Rijksuniversiteit Utrecht, Vakgroep Fysische Geografie, 103 pp.

Vroeg, J.H. de, 1986: 'Schematisering brandingsruggen met behulp van jaarlijkse kustmetingen', Technische Univeriteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek, 50 pp.

