Lange golven in Leidingen

oefeningen en opgaven

maart 1975

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK

VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

COLLEGE b73A OEFENING I

De eerste oefening is bedoeld als een kennismaking met "lange golven". Beschouwd wordt een open leiding waarin zich een getijgolf kan voortplanten. Voor een probleem dat zich in de natuur voordoet kan men, door meer of minder te schematiseren, een mathematisch model opstellen. Het doel van deze oefening is óók een bepaald fysisch probleem stap voor stap wat nauwkeuriger te benaderen.

Gegevens:

Het beschouwde bekken is het bekken Jaarsveld · Hagestein

In een benedenrivier bevindt zich een stuwcomplex (bijv. Hagestein), waardoor de rivier is afgesloten en het debiet (resp. de stroomsnelheid) voor alle waarden van t gelijk nul kan worden gesteld.
Op een plaats 12000 m stroomafwaarts van de stuw (zie: fig. 1) wordt voor deze opgave aangenomen dat het vertikaal getij h 1 (t) is gegeven (zie: bijlage 1). De periode van deze periodieke funktie T = 12 uur en 25 minuten = 44700 sec.
Van het tussen de stuw (punt 2) en het punt 1 gelegen bekken zijn ook alle andere noodzakelijke gegevens door meting bekend. De afmetingen van het dwarsprofiel zullen uiteraard variëren met de plaats. Voor het gehele bekken is echter een representatief dwarsprofiel vastgesteld, zodat men hiermee mag uitgaan van een prismatische open leiding van 12000 m lengte (zie: fig. 1 en 2).
Afhankelijk van de vorm van dit dwarsprofiel variëren

- het doorstromingsprofiel A en
- de bergende breedte b

nog met de hoogte van de waterstand en dus met de tijd.

Zoals op het college is afgeleid kan de voortplanting van een lange golf in een open leiding worden beschreven met twee partiële differentiaalvergelijkingen. Onder bepaalde vooronderstellingen (zie dictaat) luiden deze vergelijkingen uitgedrukt in h en Q als volgt:

bewegingsvergelijking $$\frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{1}{C^2A^2R}\,Q\,Q + \frac{2b}{gA^2}\,Q\,\frac{\partial h}{\partial t}$$

continuïteitsvergelijking $$\frac{\partial Q}{\partial s} = -\,b\,\frac{\partial h}{\partial t}$$

Zoals ook later nog zal blijken zijn voor het oplossen van deze D.V. twee randvoorwaarden nodig. Voor het beschouwde probleem zijn gegeven h1(t), en Q2(t) = 0, voor alle waarden van t.
In de colleges Vloeistofmechanica b73 worden voor deze en andere "lange-golf-problemen" verschillende oplossingsmethoden behandeld. In het volgende wordt voor het bovenbedoelde probleem gevraagd een aantal opgaven achtereenvolgens uit te werken.

Opgaven Oefening I eerste gedeelte:

a. Welke namen hebben de 3 termen in het rechterlid van de bew. verg. èn waarom heten ze zo? Welke dimensie hebben ze?

b. De bovenstaande differentiaal-vergelijkingen worden nader beschouwd. Geef zeer kort drie vooronderstellingen weer, die voor deze vergelijkingen nà de algemene afleiding reeds zijn gedaan.

c. Als gegeven is dat de gemiddelde waterdiepte a_o = 3,60 m, wordt gevraagd de voortplantingssnelheid c van een verstoring in het bekken te benaderen. Hierbij mag worden aangenomen dat de bergende breedte b gelijk is aan de konstante stroomvoerende breedte b_s.

d. Hoe groot wordt bij de onder a berekende voortplantingssnelheid de golflengte voor de beschouwde getijgolf?

e. Op het college wordt gesteld, dat in gevallen, waarin de verhouding λ/L voldoende groot is, een eenvoudige benadering van het lange-golfprobleem mogelijk is, door te stellen: $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$
Hoe groot is in dit geval de verhouding λ/L?
We nemen nu verder aan, dat deze verhouding groot genoeg is en stellen dus $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$. Een en ander betekent, dat de waterspiegel in het bekken als een horizontaal vlak op en neer gaat in de tijd.
Ga voor uzelf na dat als $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$ de continuïteitsvergelijking geschreven kan worden als: $\frac{\partial Q}{\partial s} = -\,b\,\frac{dh}{dt}$.
Als s = 0 bij de stuw (punt 2) wordt gekozen wordt gevraagd, door deze vergelijking partieel naar s te integreren, een uitdrukking op te stellen voor het debiet op een plaats s = x meter stroomafwaarts van de stuw.

f. Indien voor x de bekkenlengte L wordt genomen, wat wordt dan de uitdrukking voor het debiet in punt 1?

g. De bergende breedte b varieert met de waterstand h zoals is gegeven op bijlage 2.
Aangenomen mag worden dat de waterspiegel in het gehele bekken overeenkomt met de gegeven randvoorwaarde h 1 (t) (zie bijlage 1).
Gevraagd wordt voor slechts 4 verschillende tijdstippen de waarde Q 1 (t) te benaderen, waarbij de variatie van b verdisconteerd moet worden (zie: tabel antwoordformulier). Deze waarden kunnen worden uitgezet op bijlage 1.

h. In het tweede gedeelte van deze oefening I zullen de termen van de bewegingsvergelijking nader worden beschouwd. In deze termen komen de volgende faktoren voor:

$$\frac{1}{gA}\ ,\ \frac{1}{C^2A^2R}\ \text{ en }\ \frac{2b}{gA^2}\ .$$

Gegeven is de stroomvoerende breedte b_s = constant = 160 m,
de hydraulische straal R = de diepte a,
de coëfficiënt van de Chézy C = 50 $m^{\frac{1}{2}}$ sec^{-1},
de gemiddelde diepte = a_o = N.A.P. -3.60 m.

Gevraagd wordt voor twee verschillende waterstanden de waarden van de drie faktoren te berekenen:

h = + 1.00 m resp. - 1.00 m t.o.v. N.A.P.

1e b73A-oefening

a. traagheidsterm $\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}$

bernoulliterm $\frac{2b}{gA^2} Q \frac{\partial h}{\partial t}$. Deze zijn allen dimensiloos

weerstandsterm $1/C^2A^2R\,(Q^2)$

b. 1. Er is geen zijdelingse toe- en afvoer ??
2. b_s is constant
3. Het is een één-dimensionale stroming

$I_b = 0$
Er is klein. x

c. $a_0 = 3{,}6\ m$ $\quad c = \sqrt{g a_0} = \sqrt{9{,}8 * 3{,}6} = 6{,}05\ m/s$?

d. $\lambda = cT = 6{,}05 * 44{,}7 * 10^3 = 270 * 10^3\ m = 270\ km$?

de. $\lambda/L = \frac{270 * 10^3}{12 * 10^3} = 22{,}5$. ?

h is normaal een functie van s en t. Als het opp horizontaal is geldt: $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$.
dus $\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial s} = -b\frac{dh}{dt}$

en

$$\int \frac{\partial Q}{\partial s} ds = -b \int \frac{dh}{dt} ds$$

$$Q = -b \cdot s \frac{dh}{dt}$$

op x meter: $Q_x = -bx\frac{dh}{dt}$?

f. $x = L \Rightarrow Q_L = -bL\frac{dh}{dt}$?

g)

t	h1	$\frac{dh}{dt}$	b	Q	
5	0,80	$\frac{8{,}0}{6{,}3} = 1{,}27$	227	$3460 * 10^3\ m^3/h =$	$962\ m^3/s$
6	1,10	$\frac{11{,}1}{16{,}3} = 0{,}67$	237		$539\ m^3/s$
7	1,14	$\frac{8{,}4}{16{,}1} = 0{,}52$	238		$416\ m^3/s$
8	0,91	$\frac{9{,}1}{9{,}3} = 0{,}98$	231		$756\ m^3/s$

h) $A^+ = 4{,}6 * 160 = 735\ m^2$ $\quad A^- = 2{,}6 * 160 = 426\ m^2$

$1/gA^+ = 1/9{,}8 * 735 = 0{,}1382 * 10^{-3}$ $\quad 1/gA^- = 1/9{,}8 * 426 = 0{,}238 * 10^{-3}$

$1/C^2A^2R^+ = 1/2500 * 735^2 * 170 = 1/69 * 10^{-10} = 0{,}145 * 10^{-11}$

$1/C^2A^2R^- = 1/2500 * 426^2 * 165 = 1/7{,}2 * 10^{-10} = 0{,}139 * 10^{-10}$

$+\ 2b/gA^2 = 466/9{,}8 \times 735^2 = 8{,}8 * 10^{-5}$

$-\ 2b/gA^2 = 380/9{,}8 \times 426^2 = 2{,}13 * 10^{-4}$

COLLEGE b 73 A OEFENING 1

FIGUREN

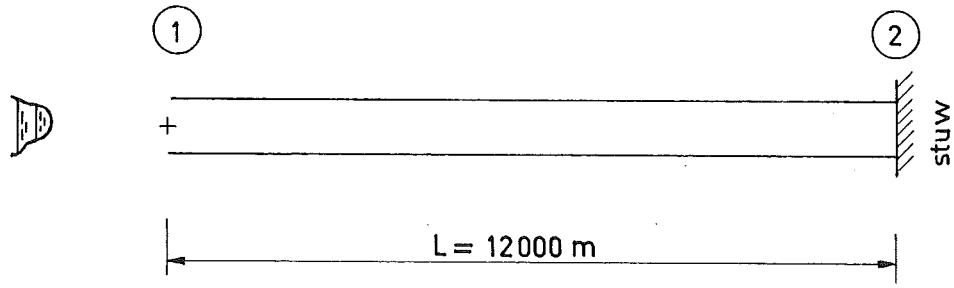
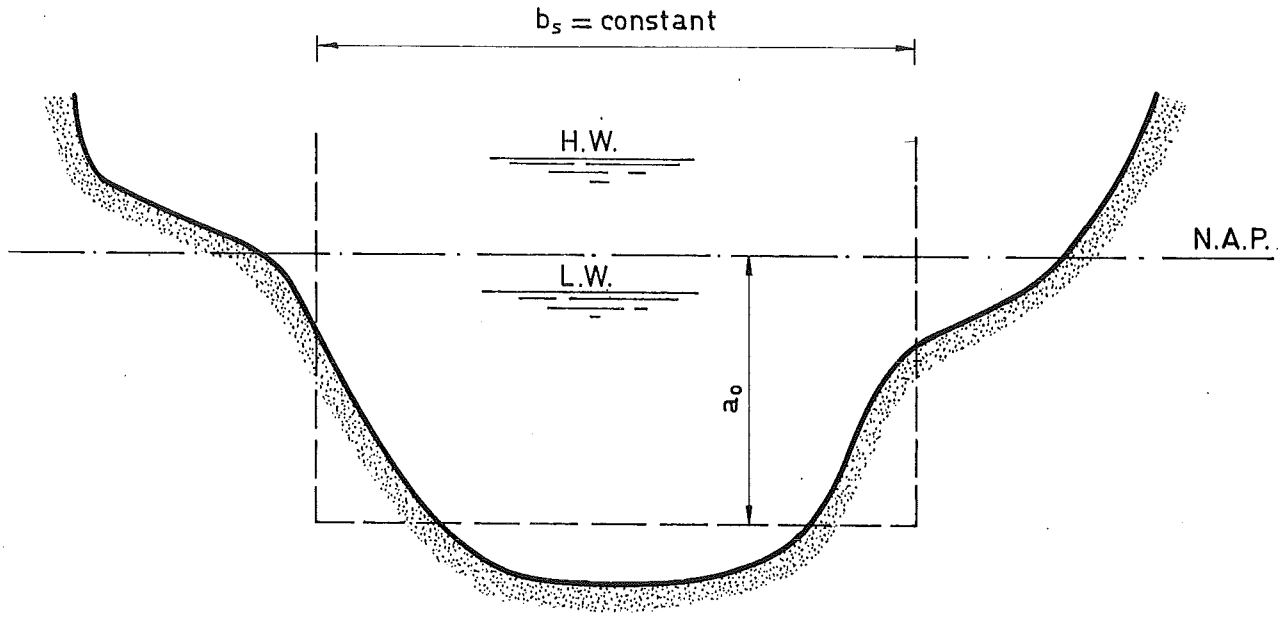


Fig. 1

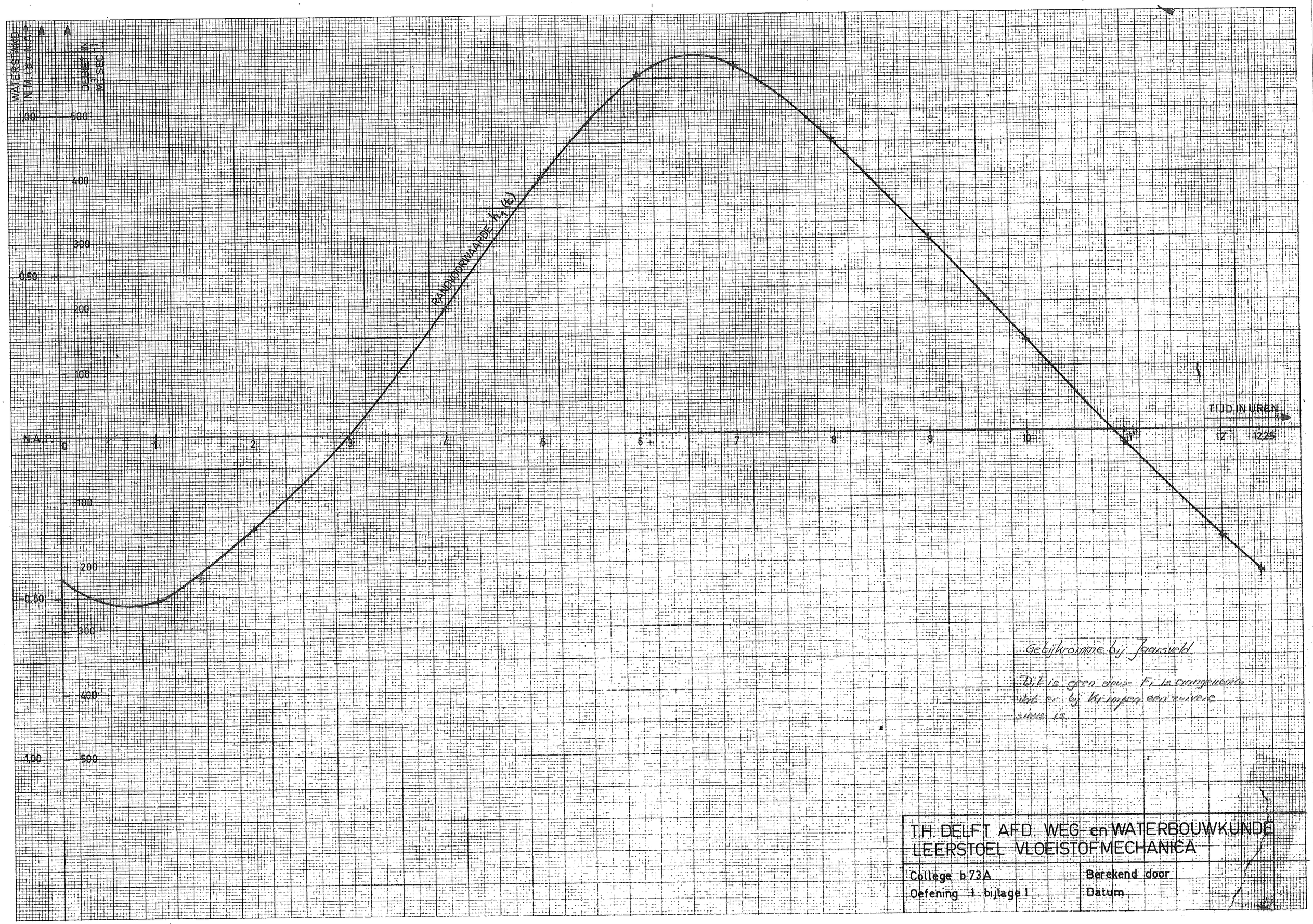


REPRESENTATIEF DWARSPROFIEL

$A = b_s a \longrightarrow A(h)$ dus $A(t)$

De bergende breedte $b(h)$ dus $b(t)$

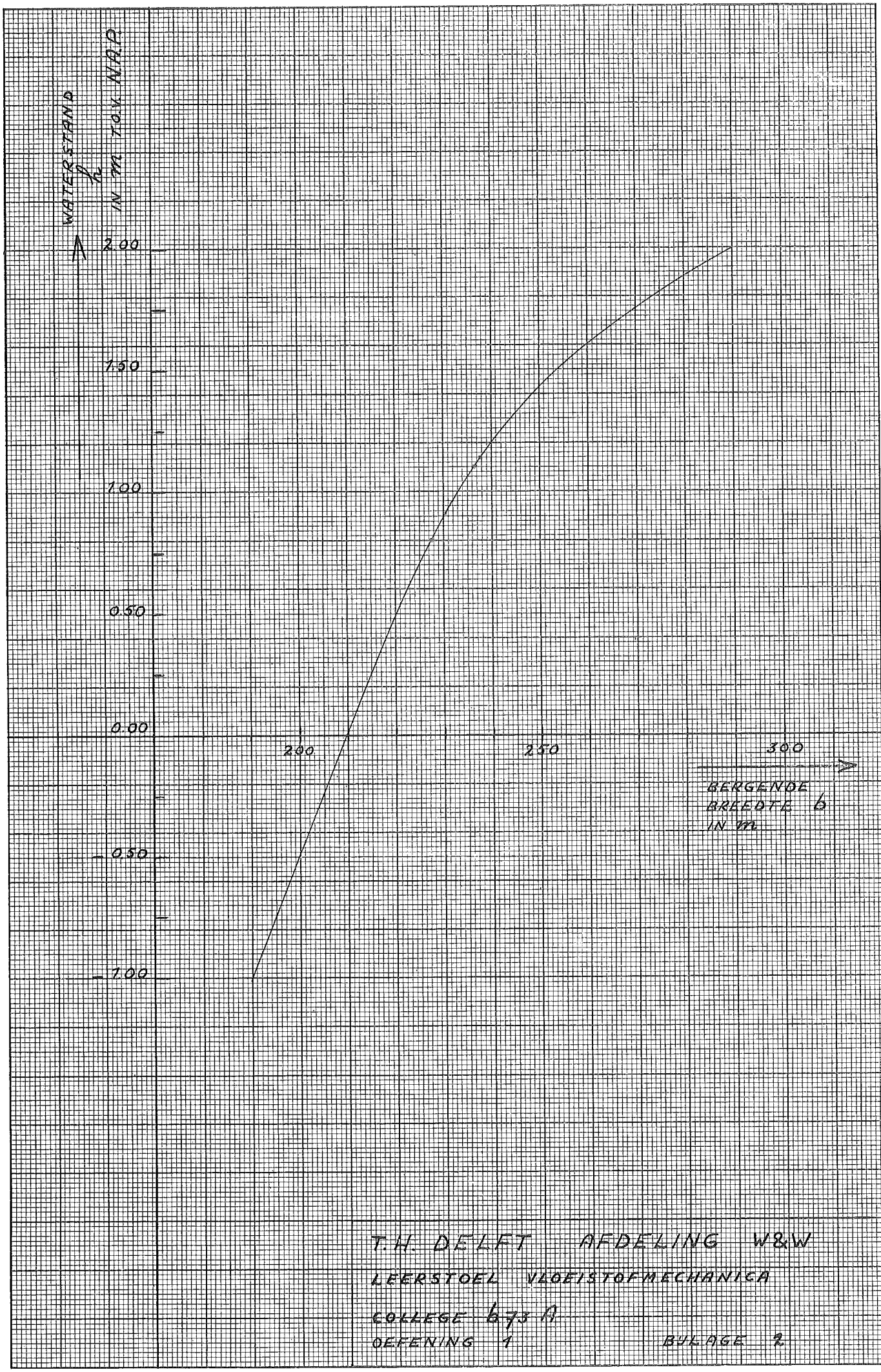
Fig. 2



TH. DELFT AFD. WEG- en WATERBOUWKUNDE
LEERSTOEL VLOEISTOFMECHANICA

College b 73A	Berekend door
Oefening 1 bijlage 1	Datum

711507


WATERSTAND h IN m TOV NAP
2.00
1.50
1.00
0.50
0.00
-0.50
-1.00
200
250
300
BERGENDE BREEDTE b IN m
T.H. DELFT AFDELING W&W
LEERSTOEL VLOEISTOFMECHANICA
COLLEGE 673 A
OEFENING 1
BIJLAGE 2

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK

VLOEISTOFMECHANICA

College b73A

Opgaven oefening I tweede gedeelte

De opgaven van dit gedeelte liggen geheel in het verlengde van die van het eerste gedeelte van oefening I, die u reeds uitgewerkt heeft.

Zoals blijkt uit vraag e van het eerste gedeelte, werd aangenomen, dat de verhouding λ/L groot genoeg was om te stellen: $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$, waardoor een zogenaamde kombergingsbeschouwing mogelijk werd. Nu kan nagegaan worden, of deze veronderstelling wel gerechtvaardigd was. Daartoe moeten de termen uit de bewegingsvergelijking berekend worden. Deze berekeningen kunnen worden uitgevoerd met behulp van rekenformulier bijlage 6.
Aangezien de "faktoren" van de termen ondermeer van s afhangen, dienen voor een bepaald vak gemiddelde waarden voor de verschillende grootheden te worden bepaald.
Voor $\bar{Q}$ nemen we $\frac{Q(1)}{2}$ en voor h_g nemen we h(1) aan de mond, omdat betere benaderingen vooralsnog ontbreken. Deze schattingen komen dus eigenlijk uit een kombergingsbeschouwing met $s = \frac{1}{2}L$ in $Q_2 - Q_1 = - bs \frac{\partial h}{\partial t}$, zoals u in het eerste gedeelte van deze oefening gezien heeft.
De bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking zijn vervangen door differentie-vergelijkingen (zie bijlage 6).
Hiermee is het verhang over het bekken te berekenen. Uit dit verhang is het verval over het bekken te bepalen en daarmee het verloop van de waterhoogte bij de stuw. Met behulp van deze schatting voor h_2 wordt een nieuwe h_g bepaald. De berekening kan zolang herhaald worden totdat $Q_2 = Q_1 - \Delta Q = 0$.

Van u wordt echter alleen de uitvoering van de éérste stap van dit iteratieproces gevraagd.

Opm. Als u uw ingeleverde antwoordformulier terugontvangt, is hierbij een uitwerking gevoegd, waarop het iteratieproces enkele stappen verder is uitgevoerd. Er zullen dan ook verschillen te zien zijn tussen uw uitkomsten en die van de bijgevoegde uitwerking.

a. Op bijlage 3 zijn de funkties h1(t) en Q1(t) uitgezet. Voor de volgende opgaven wordt aangenomen dat de geschatte funktie $\frac{Q1(t)}{2}$ een goede benadering is voor de "gemiddelde stroom" in het gehele bekken $\bar{Q}$. Verder wordt aangenomen dat h1(t) overeenkomt met de gemiddelde h van het bekken h_g.

Gevraagd wordt nu voor drie termen van de bewegingsvergelijking:

de traagheidsterm

de weerstandsterm

de Bernoulli-term

op enkele verschillende tijdstippen concrete waarden te berekenen. Dit kan door alle in deze termen voorkomende grootheden zo goed mogelijk te benaderen. Hierbij kan gebruik worden gemaakt van de gegevens op de bijlagen 3, 4 en 5. De berekeningen moeten worden uitgevoerd op het rekenformulier (zie bijlage 6) voor 4 verschillende tijdstippen:
3.00 u., 6.00 u., 8.00 u. en 12.00 u.

b. De gemiddelde waarden voor de drie termen uit de bewegingsvergelijking vormen elk een bijdrage tot het gemiddelde verhang in het bekken. Gevraagd wordt voor de onder a genoemde tijdstippen te berekenen welke bijdrage de drie termen leveren aan het verval over het gehele bekken. Deze berekeningen moeten eveneens worden uitgevoerd op de bijlage 6.

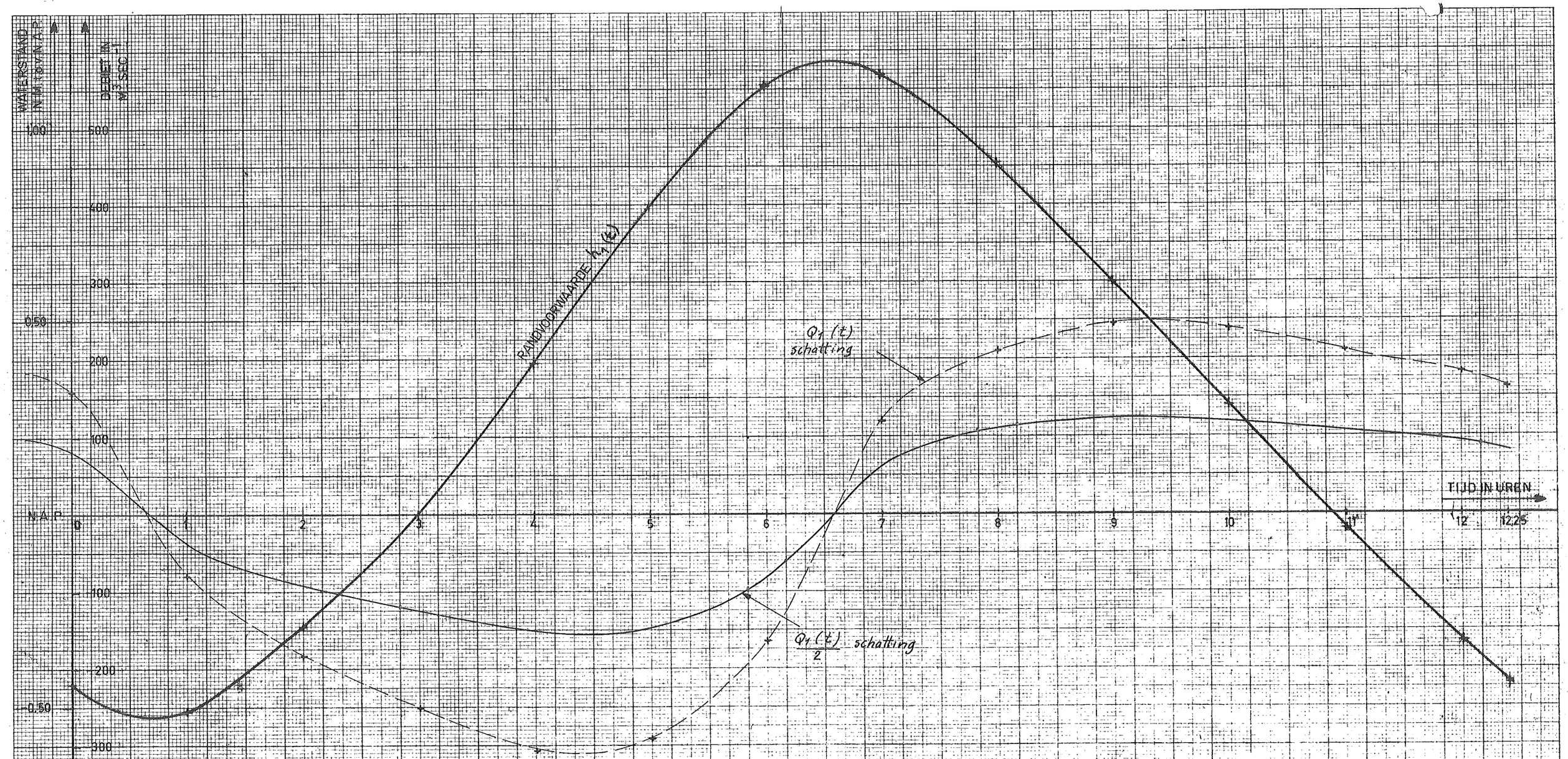
c. Beschouw de onder a en b gevonden uitkomsten kritisch.
Ga bijvoorbeeld voor uzelf na waarom op het tijdstip 6.00 u. de waterspiegel in punt 2 hoger is dan in punt 1 terwijl het debiet negatief is (vloedstroom).

d. Teken een eenvoudig lengteprofiel van het bekken en geef daarin het verloop aan van de waterspiegel voor de vier verschillende tijdstippen:
de rechte lijnen tussen de punten 1 en 2 zijn een benadering van de "momentane verhanglijnen".

e. De faktor $\alpha = \dfrac{1}{1 - \dfrac{v^2}{gh}}$ is gelijk aan 1 gesteld.

Bereken de waarde van de faktor voor de twee tijdstippen 6.00 u. en 12.00 u.

Het antwoordformulier bijlage 6 moet in de week, waarin het 5e college wordt gegeven, worden ingeleverd.



TIJD U. MIN.	h_1 IN m. t.o.v. N.A.P.	Δh over 1200 sec. IN m.	$\frac{\Delta h}{\Delta t}$ IN 10^{-3} m sec.$^{-1}$	b IN m.	b l IN 10^4 m^2	$Q_1 = -bl\frac{\Delta h}{\Delta t}$ IN m^3 sec.$^{-1}$
0 00	− 0.44	− 0,08	− 0,067	201	241	+ 162
1 00	− 0.51	+ 0.04	+ 0,033	199	239	− 79
2 00	− 0,29	+ 0,09	+ 0,075	204	245	− 184
3 00	0.00	+ 0,12	+ 0,100	210	252	− 252
4 00	+ 0.39	+ 0.14	+ 0,117	218	262	− 306
5 00	+ 0.80	+ 0,13	+ 0.108	227	272	− 294
6 00	+ 1.11	+ 0,07	+ 0,058	237	284	− 165
7 00	+ 1.14	− 0,05	− 0,042	238	286	+ 120
8 00	+ 0,91	− 0,09	− 0,075	231	277	+ 208
9 00	+ 0.60	− 0,11	− 0,092	223	268	+ 246
10 00	+ 0.28	− 0,11	− 0,092	216	259	+ 238
11 00	− 0.04	− 0,10	− 0,083	209	251	+ 208
12 00	− 0.33	− 0,09	− 0,075	203	243	+ 183
12.25	− 0.44	− 0,08	− 0,067	201	241	+ 162

TH. DELFT AFD. WEG- en WATERBOUWKUNDE
LEERSTOEL VLOEISTOFMECHANICA

College b 73A
Oefening 1 bijlage 3

711507

GEGEVENS

waterstand h in m t.o.v. N.A.P.	gem. diepte a in m	gem. bergende breedte b in m	gem. stroomvoerend profiel $A = b_s \cdot a$ in 10^2 M^2	FACTOREN $m = \frac{1}{gA}$ in $10^{-4} M^3 SEC^2$	$\omega = \frac{1}{C^2 A^2 R}$ in $10^{-10} M^{-6} SEC^2$	$b_e = \frac{2b}{g A^2}$ in $10^{-4} M^{-4} SEC^2$
2,00	5,60	290	8,96	1,14	0,89	0,74
1,75	5,35	270	8,56	1,19	1,02	0,75
1,50	5,10	255	8,16	1,25	1,18	0,78
1,25	4,85	240	7,76	1,31	1,37	0,81
1,00	4,60	235	7,32	1,39	1,61	0,88
0,75	4,35	225	6,96	1,46	1,90	0,95
0,50	4,10	220	6,56	1,55	2,27	1,04
0,25	3,85	215	6,16	1,66	2,74	1,16
0,00	3,60	210	5,76	1,77	3,35	1,29
-0,25	3,35	205	5,36	1,90	4,16	1,45
-0,50	3,10	200	4,96	2,05	5,24	1,66
-0,75	2,85	195	4,56	2,24	6,75	1,91
-1,00	2,60	190	4,16	2,45	8,89	2,24

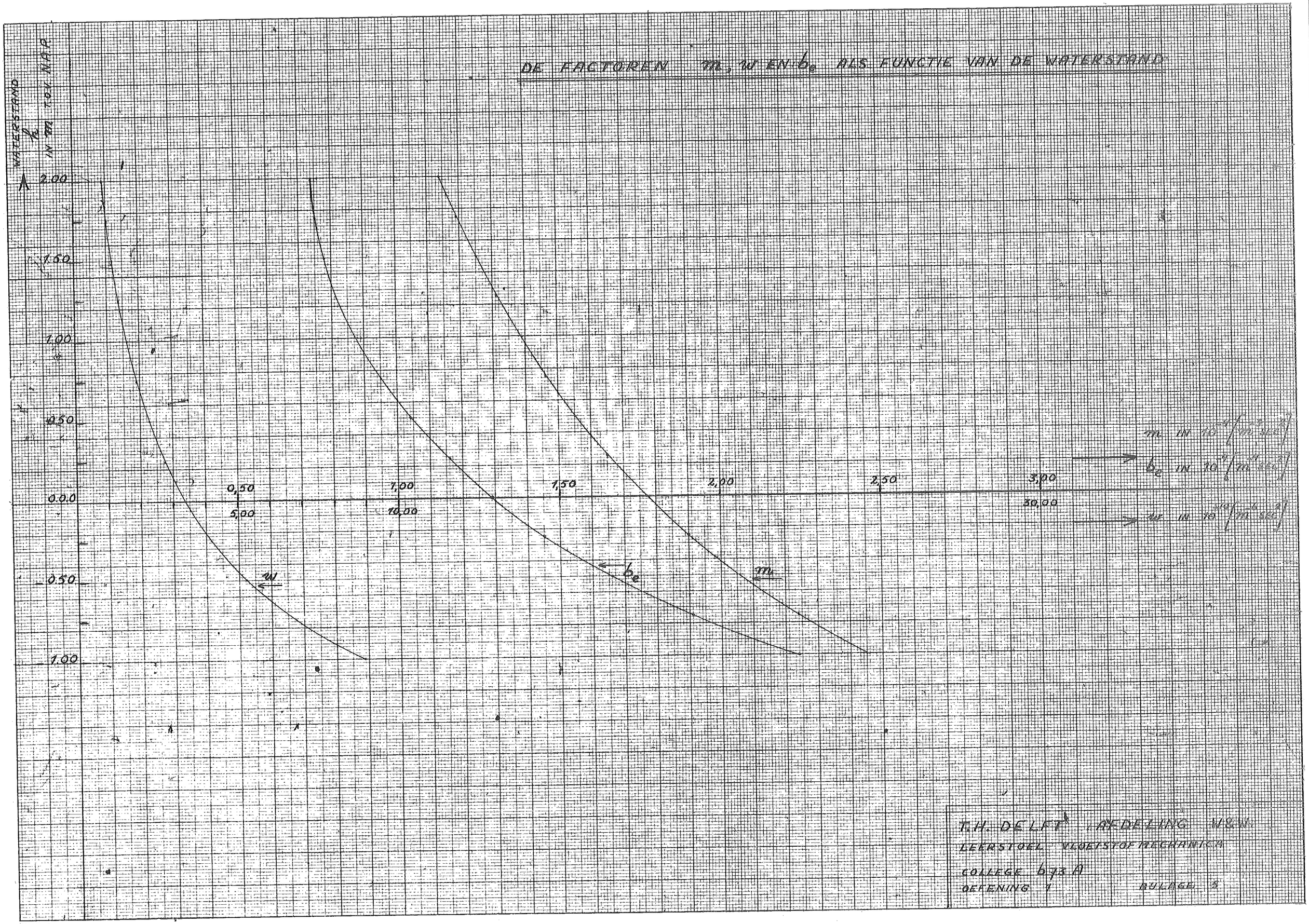
lengte van het bekken $l = 12000$ m

gem. stroomvoerende breedte $b_s = 160$ m

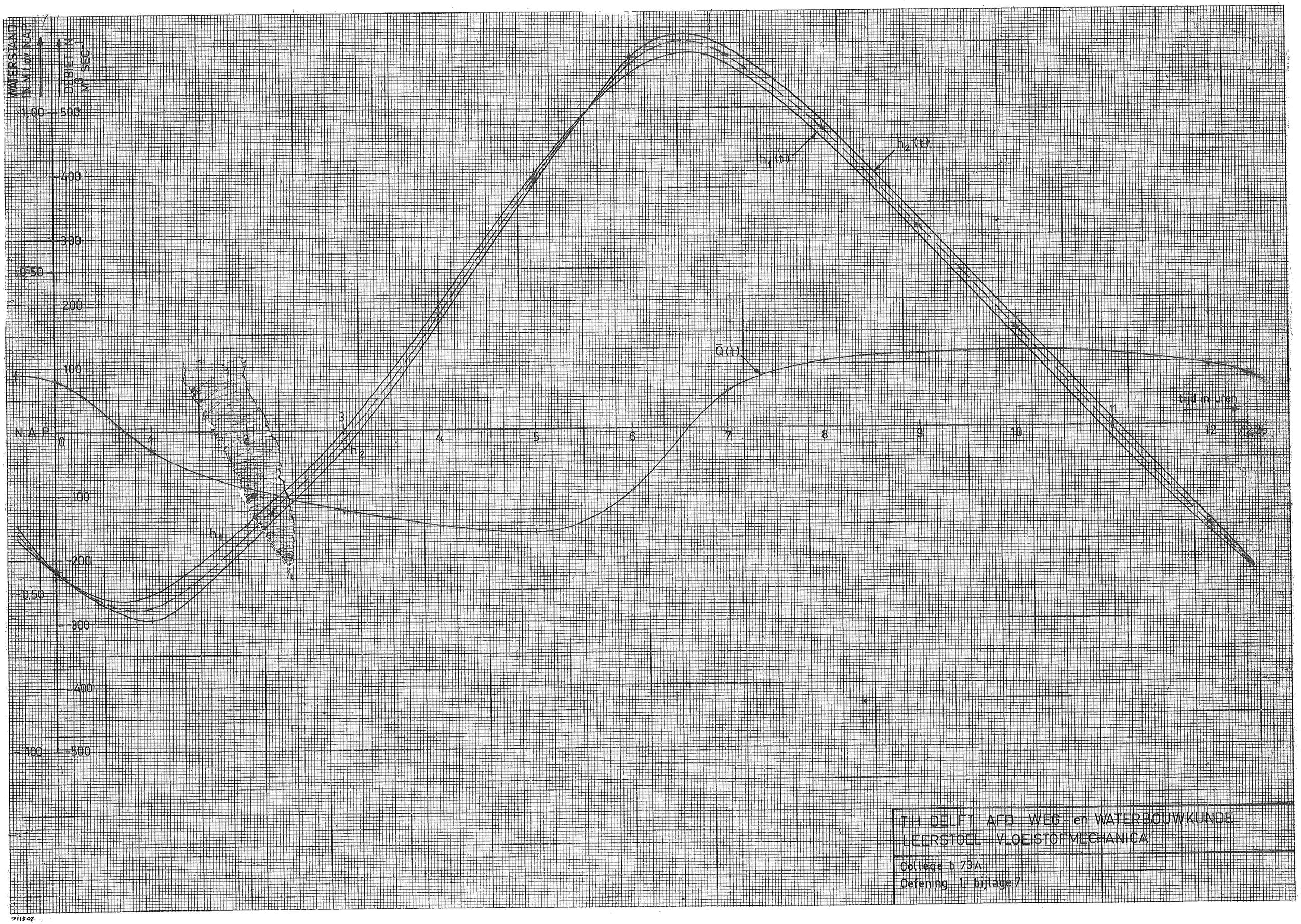
hydraulische straal $R = a$ m

coëff. van de Chézy $C = 50\ M^{1/2} SEC^{-1}$

gesteld mag worden $\alpha = 1$ (later te controleren).


DE FACTOREN m, w EN b_e ALS FUNCTIE VAN DE WATERSTAND
WATERSTAND h IN m t.o.v. N.A.P.
2.00
1.50
1.00
0.50
0.0.0
0.50
1.00
0,50
1,00
1,50
2,00
2,50
3,00
5,00
10,00
30,00
m IN 10^{-4} [m sec]
b_e IN 10^{-9} [m sec]
w IN 10^{-10} [m sec]
w
b_e
m
T.H. DELFT AFDELING W&W
LEERSTOEL VLOEISTOFMECHANICA
COLLEGE 673 A
OEFENING 1
BULLEGE 2

711507



TH DELFT AFD WEG- en WATERBOUWKUNDE
LEERSTOEL VLOEISTOFMECHANICA

College b 73A
Oefening 1 bijlage 7

711507

t	h_1	h_2	h_g	Δh_g over Δt = 1200 sec	$\frac{\Delta h_g}{1200}$ in 10^{-3} m sec^{-1}	Q_1	Q_2	$\bar{Q}$	$\Delta\bar{Q}$ over Δt = 1200 sec	$\frac{\Delta\bar{Q}}{1200}$ in m^3 sec^{-2}	FACTOREN (ZIE BIJL.) m in 10^{-4} m sec^2	w in 10^{-10} m^{-6} sec^2	b_e in 10^{-4} m sec^2	b in m	TERMEN BEW. VERG. $m \frac{\Delta\bar{Q}}{1200}$ in 10^{-4}	$w \bar{Q} / \bar{Q} /$ in 10^{-4}	$b_e \bar{Q} \frac{\Delta hg}{1200}$ in 10^{-4}	BEREKENING VERVAL IN m traagh.-term $-\Delta X$ (16)	weerst.-term $-\Delta X$ (17)	Bern.-term $+\Delta X$ (18)	TOTAAL $\Delta h = h_1 - h_2$	controle $h_2 = h_1 - \Delta h$	CONT. VERG. $b \frac{\Delta hg}{1200}$	$\Delta Q = -\Delta X$ (24) in m^3 sec^{-1}	controle $Q_2 = Q_1 - \Delta Q$
U. MIN.	in m t.o.v. N.A.P.					in m^3 sec^{-1}																			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)
0.00	-0,44	-0,43	-0,435	-0,09	-0,075	+160	0	80	-20	-0,017	2,01	4,90	1,60	201	-0,034	+0,031	-0,010	+0,041	-0,037	-0,012	-0,008	-0,432	-0,015	+180	
1.00	-0,51	-0,59	-0,55	+0,03	+0,025	-60	0	-30	-35	-0,029	2,09	5,50	1,70	199	-0,061	-0,006	-0,001	+0,073	+0,006	-0,001	+0,078	-0,588	+0,005	-60	
2.00	-0,29	-0,35	-0,32	+0,09	+0,075	-180	0	-90	-15	-0,013	1,94	4,40	1,50	203	-0,025	-0,036	-0,010	+0,030	+0,043	-0,012	+0,061	-0,351	+0,015	-180	
3.00	0,00	-0,06	-0,03	+0,11	+0,092	-250	0	-125	-10	-0,008	1,78	3,45	1,31	209	-0,014	-0,054	-0,015	+0,017	+0,065	-0,018	+0,064	-0,064	+0,019	-228	
4.00	+0,39	+0,34	+0,365	+0,14	+0,117	-300	0	-150	-5	-0,004	1,60	2,60	1,10	218	-0,006	-0,059	-0,019	+0,007	+0,071	-0,023	+0,055	+0,335	+0,026	-312	
5.00	+0,80	+0,77	+0,785	+0,14	+0,117	-320	0	-160	0	0	1,45	1,85	0,94	227	0	-0,047	-0,018	0	+0,056	-0,022	+0,034	+0,766	+0,027	-324	
6.00	+1,11	+1,16	+1,135	+0,08	+0,067	-190	0	-95	+45	+0,038	1,35	1,45	0,84	238	+0,051	-0,013	-0,005	-0,061	+0,016	-0,006	-0,051	+1,161	+0,016	-192	
7.00	+1,14	+1,19	+1,165	-0,055	-0,046	+120	0	+60	+30	+0,025	1,34	1,45	0,83	239	+0,034	+0,005	-0,002	-0,041	-0,006	-0,002	-0,049	+1,189	-0,011	+132	
8.00	+0,91	+0,96	+0,935	-0,09	-0,075	+210	0	+105	+10	+0,008	1,41	1,70	0,89	231	+0,011	+0,019	-0,007	-0,013	-0,023	-0,008	-0,044	+0,954	-0,017	+204	
9.00	+0,60	+0,65	+0,625	-0,10	-0,083	+230	0	+115	+5	+0,004	1,51	2,10	0,99	223	+0,006	+0,028	-0,009	-0,007	-0,034	-0,011	-0,052	+0,652	-0,019	+228	
10.00	+0,28	+0,34	+0,31	-0,105	-0,088	+240	0	+120	0	0	1,63	2,65	1,13	216	0	+0,038	-0,012	0	-0,046	-0,014	-0,060	+0,340	-0,019	+228	
11.00	-0,04	+0,02	-0,01	-0,11	-0,092	+230	0	+115	-5	-0,004	1,78	3,40	1,29	210	-0,007	+0,045	-0,014	+0,008	-0,054	-0,017	-0,063	+0,023	-0,019	+228	
12.00	-0,33	-0,29	-0,31	-0,10	-0,083	+190	0	+95	-10	-0,008	1,93	4,40	1,49	204	-0,015	+0,040	-0,012	+0,018	-0,048	-0,014	-0,044	-0,286	-0,017	+207	
12.25	-0,44	-0,43	-0,435	-0,09	-0,075	+160	0	+80	-20	-0,017	2,01	4,90	1,60	201	-0,034	+0,031	-0,010	+0,041	-0,037	-0,012	-0,008	-0,432	-0,01	+180	

DE BEWEGINGSVERG. : $\frac{h_1 - h_2}{\Delta X} = -m \frac{\Delta\bar{Q}}{\Delta t} - w \bar{Q} / \bar{Q} / + b_e \bar{Q} \frac{\Delta hg}{\Delta t}$

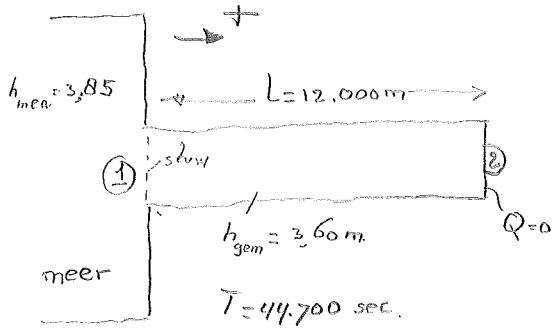
DE CONTINUITEITS VERG. : $\frac{Q_1 - Q_2}{\Delta X} = -b \frac{\Delta hg}{\Delta t}$

WAARIN: $m = \frac{1}{gA}$, $w = \frac{1}{C^2 A^2 R}$, $b_e = \frac{2b}{gA^2}$ EN b GEMIDDELDEN ZIJN OVER ΔX.

T.H. DELFT AFDELING W & W
LEERSTOEL VLOEISTOF MECHANICA

COLLEGE b73A
OEFENING 1 BIJLAGE 8

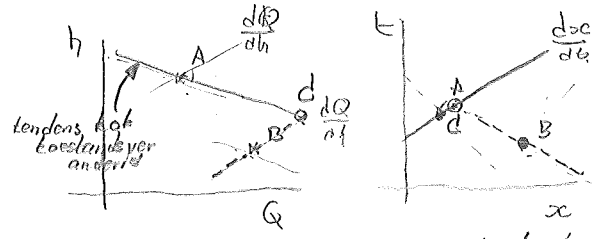
711507



Bij plotseling openen van de stuw gaat er een translatiegolf lopen.

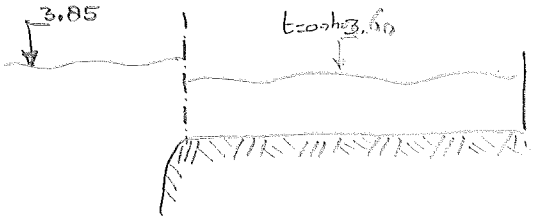
Gebruik diff. vgl in Q en h op blz 5-75

$B = B_s$ bodemhelling = 0, weerstand = 0, $\alpha = 0$



dus $\frac{dx}{dt} = \pm c$, $\frac{dQ}{dh} = \pm bc$

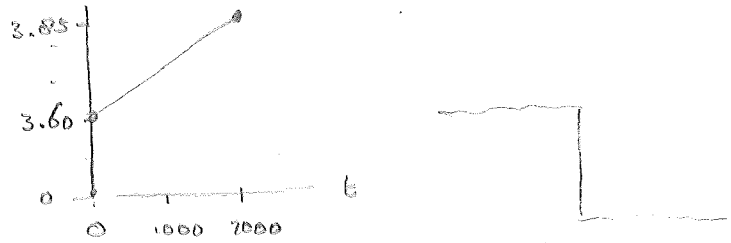
De karakteristiek richting is altijd te tekenen, er komen dan 2 karakteristieken (pos- en negatief)



$\frac{dx}{dt} = \pm 6$ m/s. $\frac{dQ}{dh} = \pm 1000$ m²/s

op $t_1 = 0$: $h = 3.60$ op $x_2 = L$: $Q = 0$
$v = 0$

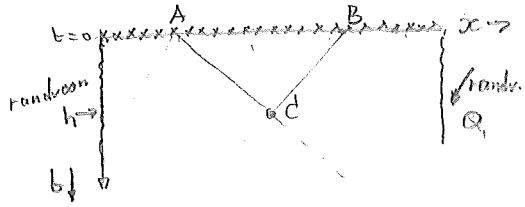
Gegeven is h als functie van de tijd. (in pnt 1)

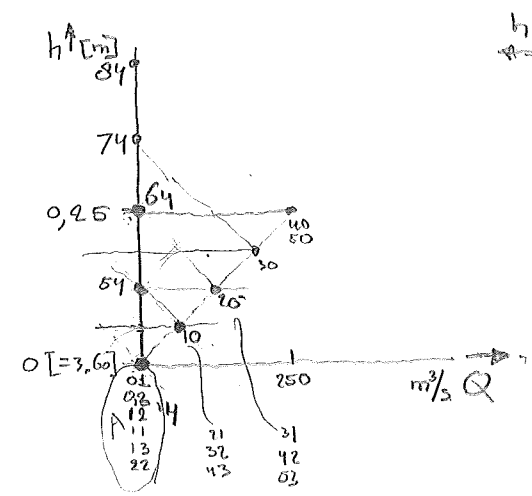


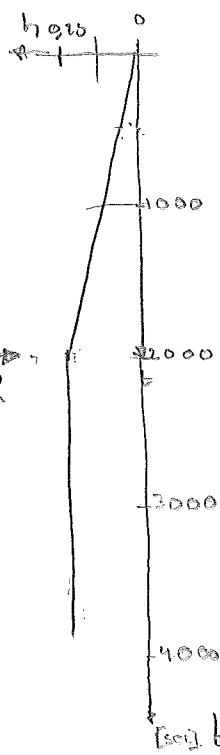
$\sqrt{gh} = \sqrt{36} = 6$

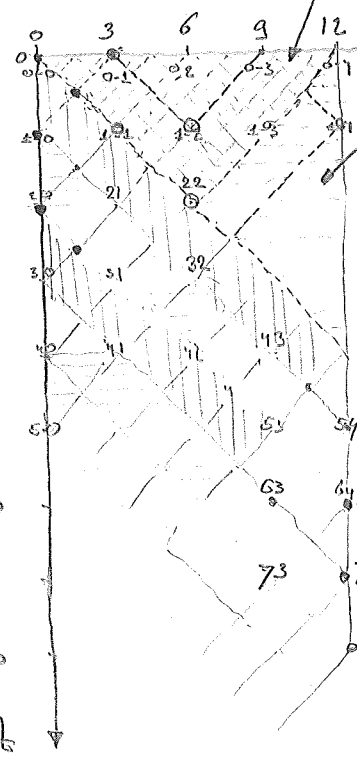
$b = 167$ m.

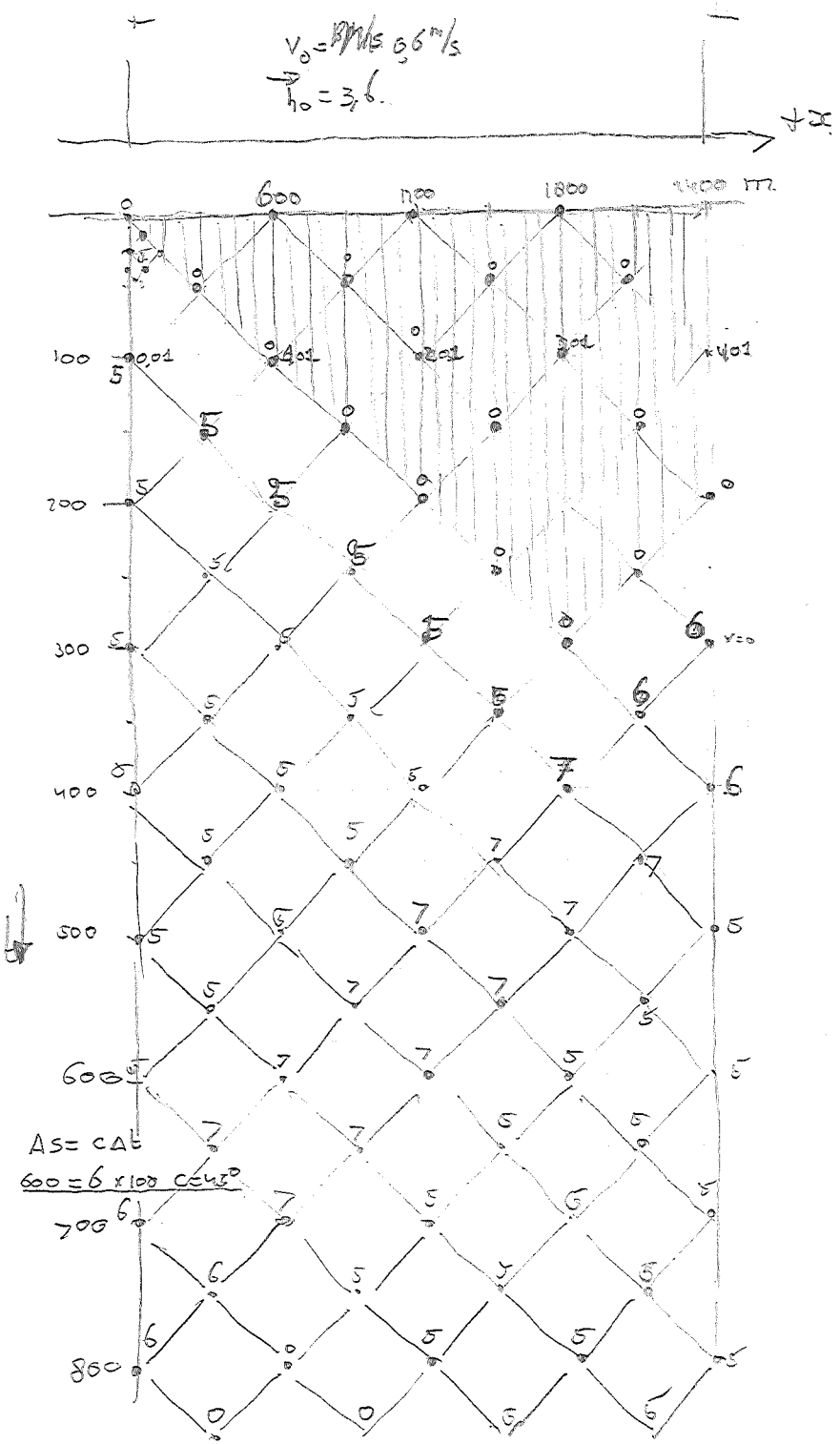
$\Rightarrow b\sqrt{gh} = 6 * 167 = 1000$





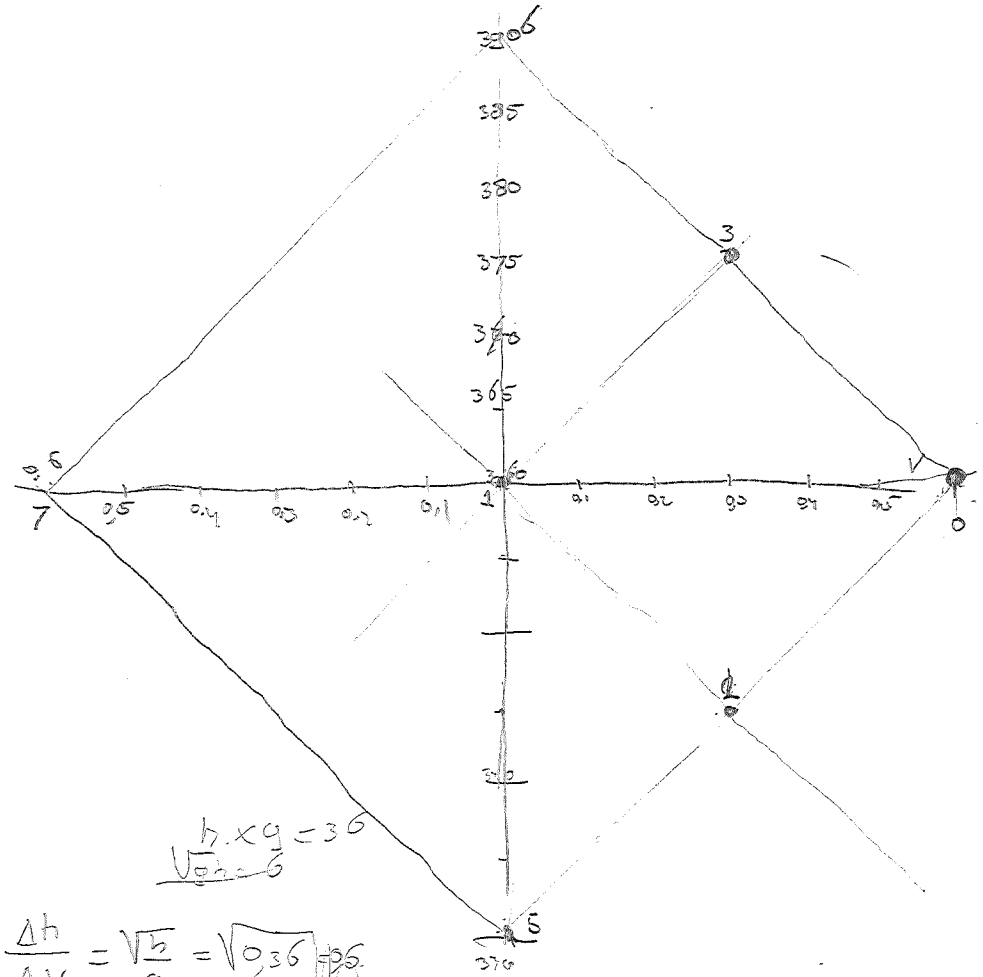






$\Delta s = c\Delta t$

$600 = 6 \times 100 \quad c = 45°$



$h \times g = 36$

$\sqrt{gh} = 6$

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = \sqrt{\frac{h}{g}} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$$

$$\frac{3{,}6}{10} = \sqrt{0{,}36}$$

$$= 0{,}6$$

$$\Delta h = 0{,}6\,\Delta V$$

$$0{,}1$$

$$\Delta h = 0{,}6 \times 0{,}1 = 0{,}06$$

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK

VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

Kollege b73A

Oefening II eerste gedeelte

Deze oefening is bedoeld, om de methode der karakteristieken, die in het kollege uitgebreide aandacht krijgt, te leren toepassen.
Beschouwd wordt de voortplanting van een bepaalde verstoring in een open leiding.
De partiële differentiaalvergelijking (bijv. in v en h), die de voortplanting van zo'n verstoring beschrijven, kunnen langs karakteristieken geïntegreerd worden (zie diktaat).
De karakteristieke vergelijkingen zijn (zie kollegediktaat): blz 5.22

indien $$\frac{ds}{dt} = v \pm \sqrt{\frac{b_s}{b} gh + v^2\left(1 - \frac{b_s}{b}\right)} = \pm c$$

dan $$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{h}\frac{b}{b_s}\left\{c - v\left(2 - \frac{b_s}{b}\right)\right\}\frac{dh}{dt} = - gI_b - g\frac{v/v/}{C^2R}$$

Voor deze oefening wordt verondersteld, dat

- de bodemhelling $I_b = 0$
- de stroomvoerende breedte b_s gelijk is aan de bergende breedte b, dus $b_s = b$.
- de gemiddelde snelheid v klein is t.o.v. $\sqrt{gh}$

Als ook nog de weerstand wordt verwaarloosd, dan worden voor de karakteristieke vergelijkingen de volgende vergelijkingen gevonden:

indien $$\frac{ds}{dt} = \pm\sqrt{gh} = \pm c$$

dan $$\frac{dh}{dv} = \mp\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Gegevens. De berekening kan worden uitgevoerd met behulp van de bijlage. De hierop vermelde gegevens worden hierna omschreven.
Beschouwd wordt de voortplanting van een translatiegolf in een kanaal, dat uitmondt in een zeer breed, zeer diep meer, waarvan de waterstand konstant is. In dit kanaal zijn twee stuwen geplaatst op een onderlinge afstand van 2400 m. Stuw II bevindt zich in de mond van het kanaal.

De bergende breedte is gelijk aan de stroomvoerende breedte $b = b_s = 100$ m. De hoogte van de waterspiegel t.o.v. de kanaalbodem is h, in meters. In het kanaal is er eerst sprake van een stationaire toestand met $v = 0{,}60$ m/s en $h = 3{,}60$ m (de evenwichtsdiepte). Verondersteld wordt, dat de invloed van de weerstand geheel mag worden verwaarloosd. Dan is $I_b = \frac{dh}{ds} = 0$. Het gevolg hiervan is dat de s-as horizontaal ligt en samenvalt met de x-as.
Bij de uitwerking van de opgave op het rekenformulier, mag voor de eenvoud worden aangenomen, dat de variaties van h verwaarloosbaar klein zijn t.o.v. de diepte h_o. Daardoor mag gesteld worden, dat de grootheid $c = \sqrt{gh}$, voor de gehele opgave konstant is: $c = \sqrt{gh_o} = 6$ m/s.
De positieve richting van de x-as wordt gekozen van stuw I naar het meer.
Op t = 0 wordt in een verwaarloosbaar korte tijd, de schuif van stuw I gesloten. Deze schuif blijft in het vervolg van dit vraagstuk dicht. De schuif van stuw II blijft nog 200 sec. openstaan en wordt dan eveneens in een verwaarloosbaar korte tijd gesloten, dus op het tijdstip t = 200 sec.
De bedoeling is, om met de gegeven beginvoorwaarden en randvoorwaarden de voortplanting van de translatiegolf in het kanaalpand, ontstaan door het plotseling sluiten van achtereenvolgens stuw I en stuw II te benaderen.
U wordt verzocht, om na bestudering van het kollegediktaat, de volgende opgaven uit te werken.

a. Maak voor uzelf op een niet te kleine schaal een lengteprofiel van het bekken en teken daar direkt onder een s/t-diagram met de tijdas naar beneden gericht. Gebruik dit eigen s/t-diagram tijdelijk samen met het v/h-diagram van het rekenformulier. Met behulp van de karakteristieke vergelijkingen is het mogelijk, om uitgaande van twee verschillende punten met een bekende toestand (bekende waarden voor h en v), de toestand te bepalen in een ander punt van het s/t-diagram.
Vat de karakteristieke vergelijkingen op als differentievergelijkingen:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \pm c \qquad \text{resp.} \qquad \frac{\Delta h}{\Delta v} = \mp\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Om de berekeningsmethode te kunnen starten, zijn beginvoorwaarden noodzakelijk:

- op t = 0 is voor alle waarden van s de toestand bekend:

  $h(s,0) = 3{,}60$ m.

  $v(s,0) = 0{,}60$ m/s.

Voer de oplossingsmethode nu zover als mogelijk is uit, wanneer alléén deze beginvoorwaarden worden gebruikt. (U moet in het s/t-diagram als resultaat een (groot) aantal punten binnen een gelijkbenige driehoek met de top naar beneden krijgen.)

b. Om verder te kunnen rekenen zijn weer verschillende punten met bekende toestand nodig. Enerzijds zijn dit de punten op de karakteristieken, die bovenbedoelde driehoek vormen, anderzijds staat slechts informatie ter beschikking in punten aan de randen van het door ons beschouwde kanaalpand. De randvoorwaarden blijken dus essentieel voor het voortzetten van de berekening!

Deze randvoorwaarden kunnen de volgende gedaanten hebben:

- h(t) gegeven
- v(t) gegeven
- een of ander verband tussen v en h gegeven.

Voor het voortzetten van de berekening, naar stuw I toe, is een randvoorwaarde I nodig:

- de randvoorwaarde bij stuw I is, dat voor s = 0 en voor t > 0
  v(t) = 0.

Voor het voortzetten van de berekening, naar stuw II toe, is randvoorwaarde II nodig:

- de randvoorwaarde bij stuw II is, dat voor x = 2400 en voor 0 < t ≤ 200 sec:
  h(t) = 3,60 m. (konstante waterspiegel in het meer).
  Voor t > 200 sec. is de randvoorwaarde bij stuw II (schuif dicht)
  v(t) = 0

Voer de berekening met niet al te grote stappen uit op het eigen formulier tot t = 200 sec.

c. Is de gang van zaken duidelijk, dan is het de bedoeling, dat u de berekening uitvoert op het bijgevoegde rekenformulier tot bijv. t = 700 sec.

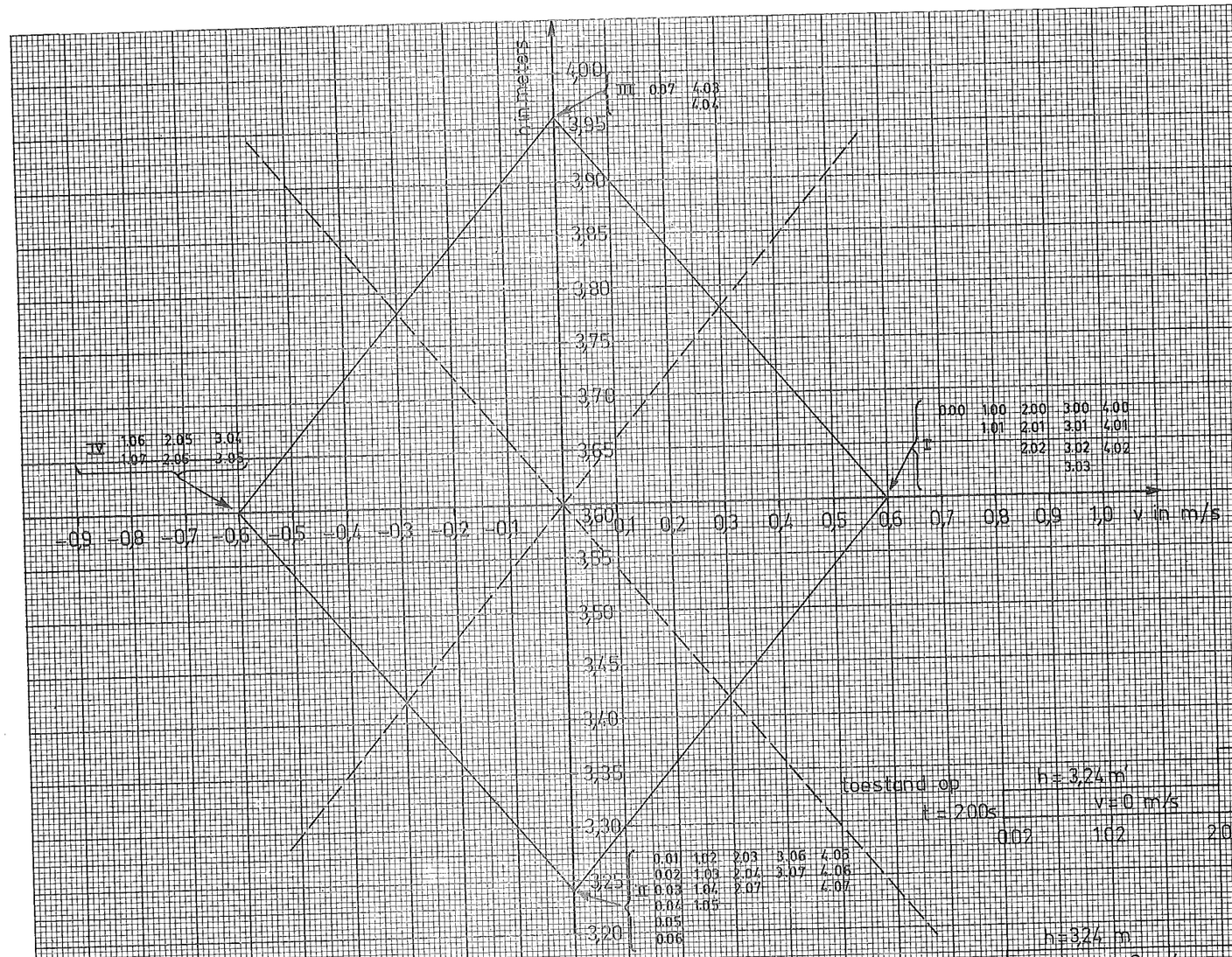
Realiseert u zich, dat in een netwerkpunt dat op de rand ligt op een tijdstip dat de randvoorwaarde wijzigt, nog juist de "oude toestand" heerst, d.w.z. op t = 0 geldt de beginvoorwaarde op s = 0; onmiddellijk na t = 0 geldt hier randvoorwaarde I v = 0. Zo ook in de raai s = 2400:
Op t = 200 sec. geldt nog h = 3,60 (horizontale lijn in v/h-diagram); onmiddellijk na t = 200 geldt v = 0 (verticale lijn in v/h-diagram).

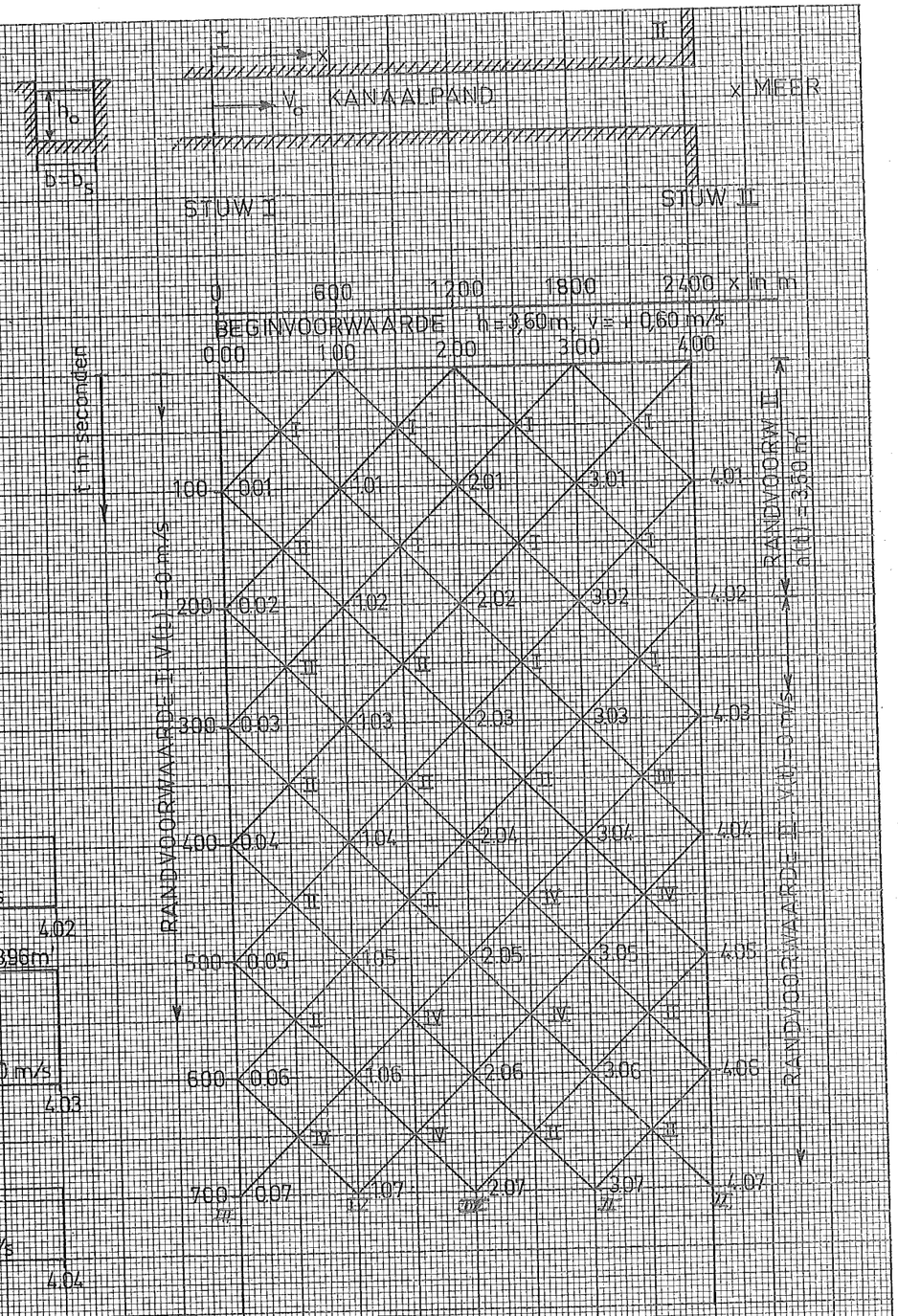
d. Wat is de toestand in het punt x = 1800 m, t = 300 sec.?
Wat is de toestand onmiddellijk links van dit punt (bijv. x = 1780, t = 300)?
Wat is de toestand onmiddellijk rechts van dit punt?
Wat is de toestand in s = 1800 m enkele seconden later (bijv. t = 305 sec)?

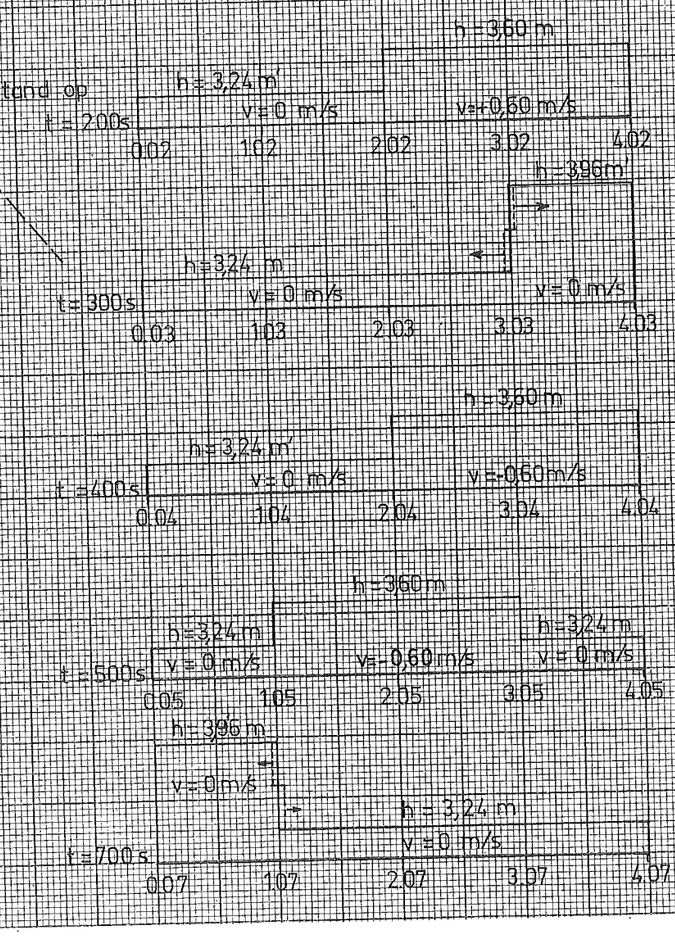
e. Wat is de toestand in punt s = 0, t = 650 sec.?

f. Geef nu het verloop van h en het verloop van v in het kanaalpand voor resp. de tijdstippen t = 200, 300, 400 en 500 seconden.

g. Wat zal er in de uitvoering van de methode veranderen als men de positieve x-as in omgekeerde richting kiest, met handhaving van het reeds gebruikte v/h-diagram?







$\frac{dx}{dt} = \pm c$ m/s

$\frac{dh}{dv} = \pm \sqrt{\frac{h_o}{g}}$ s

WRUVING WORDT VERWAARLOOSD

$c \equiv$ CONSTANT $= \sqrt{g h_o} = 6$ m/s

$\sqrt{\frac{h_o}{g}} = 0{,}60$ s

BODEMHELLING $\tan\alpha = 0$

LENGTE KANAALPAND $L = 2400$ m

$b = b_s = 100$ m

$h_o = 3{,}60$ m

T. H. DELFT AFD. WEG- EN WATERBOUWKUNDE
Vakgroep Vloeistofmechanica
College h 73A

Antwoordformulier oef. II eerste gedeelte

UITGEWERKTE OPGAVE

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

AFDELING DER WEG- EN WATERBOUWKUNDE

VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

Kollege b73A Oefening II tweede gedeelte

Het tweede gedeelte van deze oefening II sluit geheel aan op het eerste gedeelte. Om dit tweede gedeelte met succes te kunnen uitvoeren is het absoluut noodzakelijk eerst het eerste gedeelte te hebben uitgewerkt.
De in het eerste gedeelte gebruikte gegevens, worden hier slechts kort gememoreerd. Beschouwd wordt de voortplanting van een verstoring in een kanaalpand, lang 2400 m en aan beide zijden voorzien van een stuw. Het kanaal mondt uit in een zeer breed en zeer diep meer. De gemiddelde waterstand in het kanaal h_o = 3,60 m.

Beginvoorwaarden: $h = 3{,}60$ m, $v = 0{,}60$ m/s.

Randvoorwaarde I: $v(t) = 0$ voor $t > 0$

Randvoorwaarde II: $h(t) = 3{,}60$ m $0 < t \leq 200$ sec.

$v(t) = 0 \quad t > 200$ sec.

In het eerste gedeelte van deze oefening werd gevraagd, om met behulp van de methode der karakteristieken de toestand in het pand te bepalen op verschillende tijdstippen, tot t = 700 sec. toe.
Vanaf t = 700 sec. wordt de randvoorwaarde aan het meer, dus randvoorwaarde II, gewijzigd. Op dat tijdstip wordt namelijk de schuif van stuw II een stuk omhooggehaald. Dit betekent, dat er vanaf dat moment weer water in of uit het kanaalpand kan stromen. De uitstroomopening blijft relatief klein, zodat ter plaatse van deze schuif vertragingsverliezen zullen optreden. Het teken (plus of min) van deze verliezen wordt bepaald door de richting waarin het water stroomt, dus door het teken van de snelheid. (N.B. Denk aan de tekenafspraak tussen +v en +s).

$$\Delta h_{vertr.} = \xi \frac{v/v/}{2g}$$

Ook de weerstand zal nu in het probleem betrokken worden. Zoals bekend, wordt de weerstand weergegeven door $\Delta h_{wr.} = \frac{v/v/}{C^2R}$ per strekkende meter. Voor het gehele pand is dus het verlies aan piëzometrisch niveau $\Delta h_{wr} = \frac{v/v/}{C^2R} L$. Dit weerstandsverval kan geconcentreerd worden gedacht bij stuw II. Eigenlijk wordt daar dan een denkbeeldige vernauwing aangebracht, die een vertragingsverlies geeft, dat even groot is als het wrijvingsverlies over het gehele kanaalpand. Het "totale verlies" bij de stuw II wordt dan $\Delta h_{II} = \frac{v/v/}{C^2R} L + \xi \frac{v/v/}{2g}$

Hierdoor wordt de waterhoogte bij stuw II: $h_{II} = h_{meer} + \frac{v/v/}{C^2R} L + \xi\frac{v/v/}{2g} =$

$$= \frac{v/v/}{2g}\left\{\frac{2gL}{C^2R} + \xi\right\}$$

(Opm. Let op het teken van v!)

<u>Gegevens</u>. C = 49 zodat $C^2 = 2500\ m/s^2$.

$R = 3{,}60$ m.

$g = 10\ m/s^2$

$\xi = 1$

$L = 2400$ m.

$h_{meer} = 3{,}60$ m.

Dan wordt $h_{II} = 3{,}60 + 0{,}33\ v/v/$ m.

Dit verband tussen h(2400,t) en v(2400,t) is de nieuwe randvoorwaarde II voor t > 700 sec. In het v/h-diagram wordt deze relatie tussen h en v weergegeven door twee paraboolhelften door het punt (h = 3,60, v = 0).

Voor de opgaven zie de volgende bladzijde.

Opgaven

a. De toestand in het kanaalpand is op t = 700 sec. bekend (zie uitwerking oef. 2 eerste gedeelte). Zet de toestand in de punten 0.07, 1.07, 2.07, 3.07 en 4.07 uit in het v/h-diagram. De toestanden in deze punten zijn de beginvoorwaarden voor (de verdere uitwerking van) deze opgave. Voer nu de methode der karakteristieken zover uit als mogelijk, met alleen deze beginvoorwaarde èn de niet gewijzigde randvoorwaarde v(t) = 0 op s = 0.
Realiseert u zich, dat uw resultaten ook zouden worden gevonden bij een verdere uitvoering van oefening 2 eerste gedeelte.

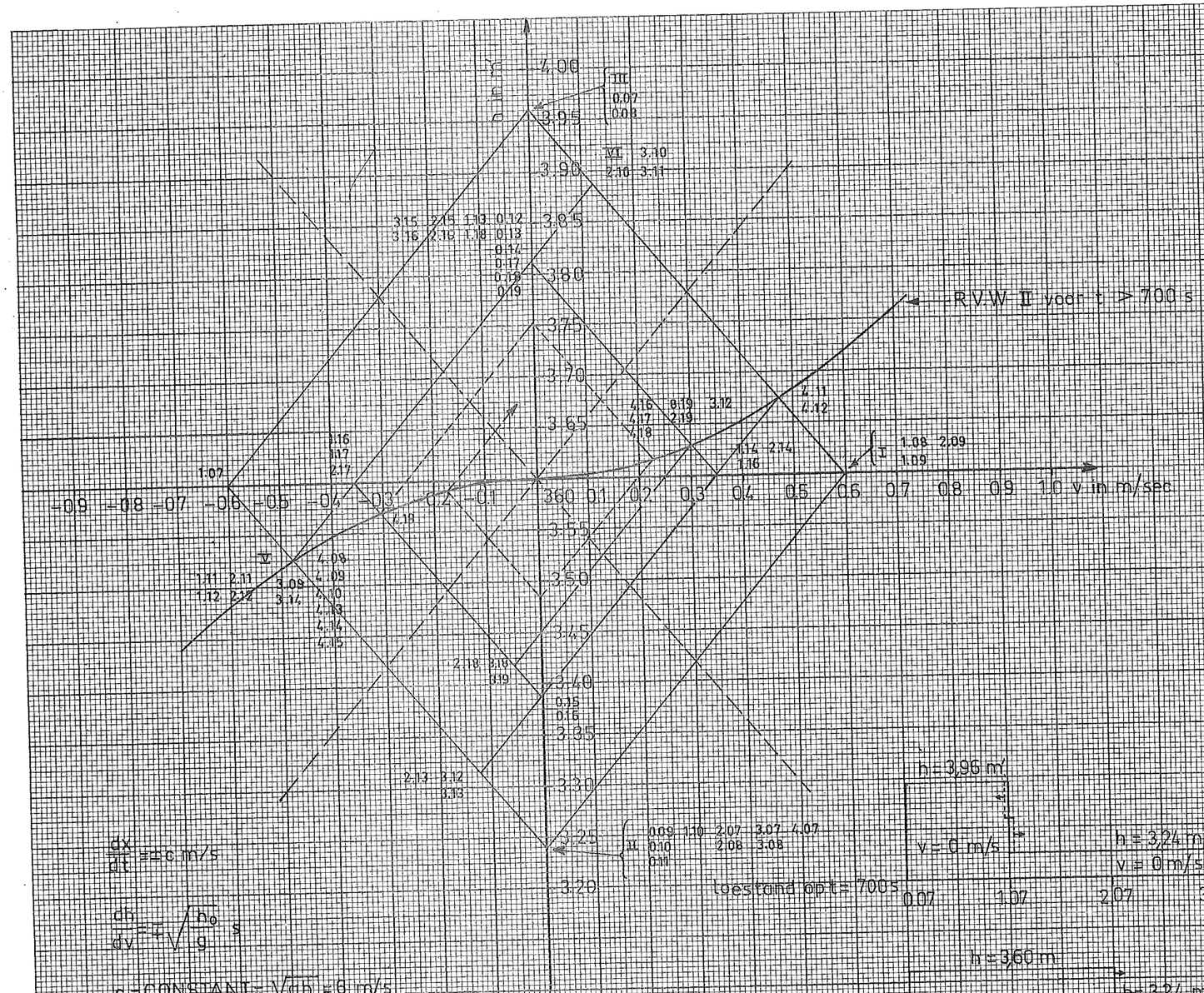
b. Teken in het v/h-vlak de funktie h(2400,t) = 3,60 + 0,33 v/v/.
Dit is de nieuwe randvoorwaarde II, dus op s = 2400 m voor t > 700 sec.

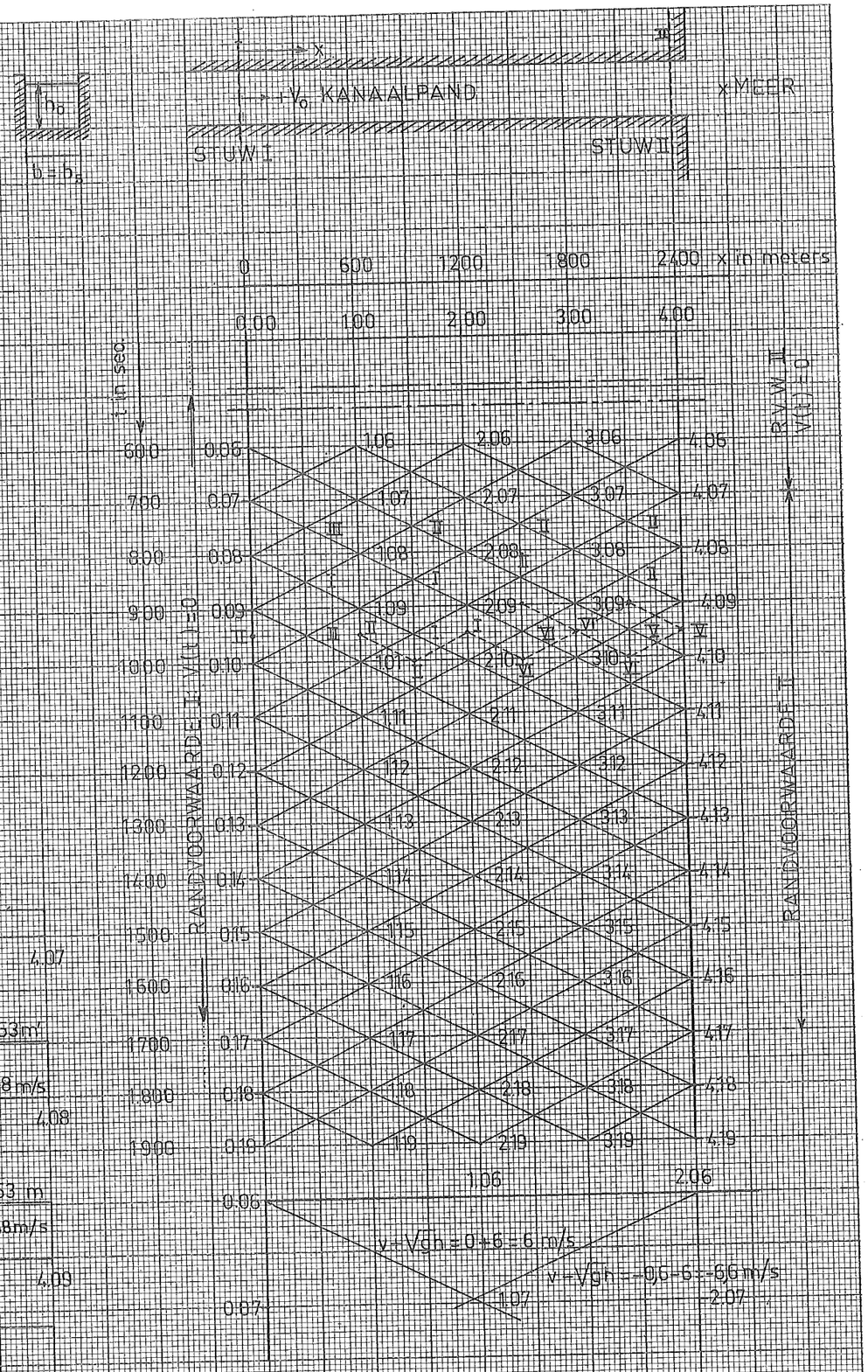
c. Voer de methode nu uit tot het tijdstip t = 1000 sec.

d. Wat is de toestand in s = 600 m, t = 1000 sec.?
Wat is de toestand onmiddellijk links van dit punt (bijv. s = 590 m, t = 1000 sec)?
Wat is de toestand onmiddellijk rechts van dit punt (bijv. s = 610 m, t = 1000 sec)?

e. Geef in vier grafieken de toestand in het kanaalpand op de tijdstippen t = 700, 800, 900 en 1000 seconden.

f. Als gesteld wordt dat v niet is te verwaarlozen t.o.v. $c = \sqrt{gh}$, wat zouden dan de karakteristieke richtingen $\frac{ds}{dt}$ in het s/t-diagram worden in bijv. de punten (s = 0, t = 600 sec.) en (s = 1200 m, t = 600 sec.)?
Welk punt wordt dan gevonden in plaats van het punt (s = 600 m, t = 700 sec)?





$\frac{dx}{dt} = \pm c$ m/s

$\frac{dh}{dv} = \pm\sqrt{\frac{h_0}{g}}$ s

c = CONSTANT = $\sqrt{g h_0}$ = 6 m/s

$\sqrt{\frac{h_0}{g}}$ = CONSTANT = 0,60 s

BODEMHELLING I_0 = 0

LENGTE KANAALPAND L = 2400 m

$b = b_s$ = 100 m

h_0 = 3,60 m = R

$C = 49\ m^{\frac{1}{2}} s^{-1} \rightarrow C^2 = 2400$ m/s

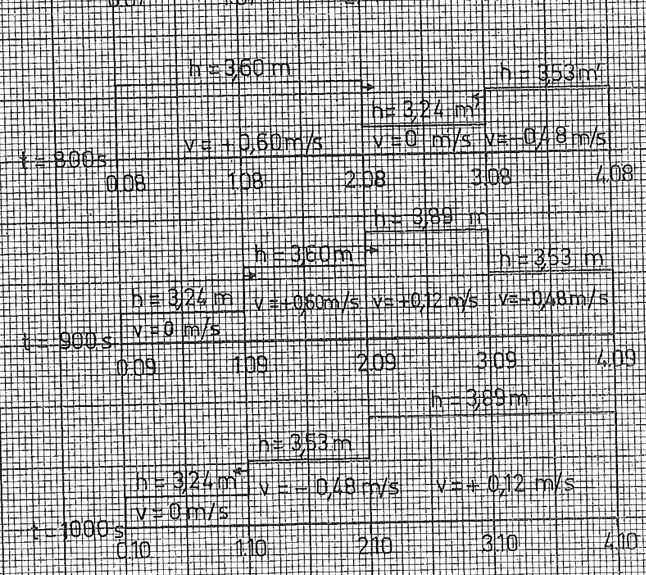
h meer = 3,60 m

$W = \Delta h_{wr} = \frac{V|V|}{C^2 R} L = \frac{1}{3{,}6} V|V|$

$W = \Delta h_{vertr.} = \frac{V|V|}{2g} = \frac{1}{20} V|V|$

$\Delta h_{tot} = 0{,}33\ V|V|$

$h_{II} = 3{,}60 + 0{,}33\ V|V|$ (v in m/s)



TH. DELFT AFD. WEG- EN WATERBOUWKUNDE
Vakgroep Vloeistofmechanica College b 73A

Antwoordformulier pef II tweede gedeelte
UITGEWERKTE OPGAVE

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der
WEG- en WATERBOUWKUNDE

VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

College b 73 A OEFENING 4

Inleiding

Na de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" wordt in het laatste gedeelte van het college b 73 A de Harmonische Methode behandeld. Omdat hier sprake is van een ANALYTISCHE oplossingsmethode mag men een belangrijke bijdrage t.b.v. het inzicht verwachten.
Gebleken is dat deze methode bij velen als moeilijk wordt ervaren, niet in de laatste plaats om het feit dat gewerkt wordt met complexe funkties. Besloten is om de mogelijkheden voor zelfstudie uit te breiden door het beschikbaar stellen van deze oefening 4. Door een aantal gerichte vragen wordt a.h.w. gedemonstreerd hoe men bij de methode te werk gaat en welke mogelijkheden men heeft.
Voor de theorie van de Harmonische Methode kan worden verwezen naar het betreffende gedeelte van het dictaat. De beschrijving van de hierna volgende opgaven sluit daar zeer nauw bij aan.

Voorgestelde gang van zaken:
De opgaven zijn gesplitst in twee gedeelten.
Gedeelte 4 A bevat een paar eenvoudige vragen, die het best kunnen worden beantwoord in aansluiting op de behandeling van de Harmonische Methode op het college.
Deze vragen hebben betrekking op de theorie en op het rekenen met complexe funkties.
In gedeelte 4B zijn enkele opgaven onder gebracht, die betrekking hebben op het lange golf-probleem dat reeds in oefening 1 is beschreven. De uitwerking van deze laatste opgaven zal ook niet méér dan enkele uren vergen.
Deze oefening 4 in zijn geheel is een introductie tot de berekeningsmethode. Geadviseerd wordt om t.z.t. (bij de definitieve zelfstudie als voorbereiding voor het tentamen) aansluitend op het gedeelte 4B óók enkele tentamen-opgaven betreffende dit onderwerp zelfstandig uit te werken. Indien daarna de uitwerkingen van deze tentamen opgaven worden geraadpleegd moet men er rekening mee houden dat deze "in telegramstijl" zijn gesteld, waarbij ervan is uitgegaan dat de benodigde informatie in het college-dictaat is te vinden.

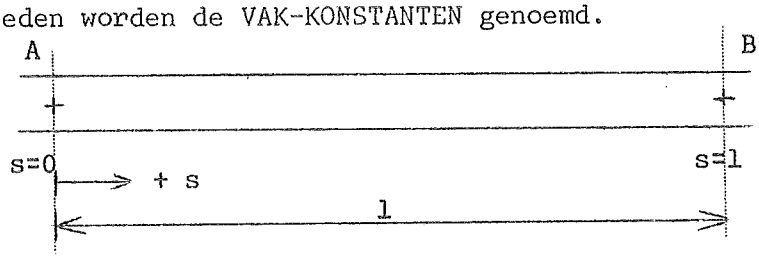
Voor deze oefening 4 behoeft géén antwoord-formulier te worden ingeleverd.
Omdat de opgaven volledig aansluiten op het bestaande college-dictaat, is ook géén bespreking nodig.

4 A Beschouwd wordt een riviergedeelte met een lengte l, dat als één vak mag worden opgevat. Zoals bekend wordt bij de Harmonische Methode verondersteld dat de golfbeweging PERIODIEK is (volledig ingespeeld) en zijn de D.V.n vooraf gelineariseerd. De voortplanting van een SINUSVORMIGE periodieke golf kan worden berekend m.b.v. de "vierpool-vergelijkingen". In een eenvoudige gedaante kunnen deze vergelijkingen alsvolgt worden geschreven:

(I) $$h_c(l) = L_v \; h_c(0) + M_v Q_c(0)$$

(II) $$Q_c(l) = N_v \; h_c(0) + O_v Q_c(0)$$

In de nu ingevoerde grootheden L_v, M_v, N_v en O_v komen vooral de eigenschappen van het tussen het punt A en het punt B gelegen vak tot uitdrukking. Deze grootheden worden de VAK-KONSTANTEN genoemd.



1. Hoe ziet de uitdrukking voor elk van de grootheden L_v, M_v, N_v en O_v eruit?
2. De <u>voortplantingskonstante r</u> is in het algemeen een complexe grootheid bestaande uit een reëel deel p en een imaginair deel q.

   Geef voor de beide delen p en q een definitie.

3. Op welke wijze komt de <u>weerstand</u> resp. de <u>traagheid</u> in de voortplantingskonstante r tot uiting?
   Indien de weerstand volledig wordt verwaarloosd wat worden dan de uitdrukkingen voor p en q ?

Bovengenoemde vierpool-vergelijkingen leggen een verband tussen de funkties $h_c(0)$ en $Q_c(0)$ aan de éne zijde van een vak en de funkties $h_c(l)$ en $Q_c(l)$ aan de andere zijde van het beschouwde vak.
De funkties $h_c(0)$, $Q_c(0)$, $h_c(l)$ en $Q_c(l)$ zijn <u>complexe grootheden</u>.
Om dat te onderstrepen zijn deze funkties met een index c onderscheiden.

Het is van belang dat de <u>RELATIE</u> tussen de <u>reële grootheden</u>, waarin we geïnteresseerd zijn, en de <u>complexe grootheden</u>, waarmee gerekend wordt, DUIDELIJK vast wordt gelegd.

Deze relatie is een afspraak, die men een maal moet maken en waaraan men zich daarna moet houden.

Als voorbeeld wordt een funktie h(A,t) beschouwd, die alsvolgt kan worden beschreven:

$$\text{(III)} \qquad h(A,t) = h_0(A) + \hat{h}_1(A) \cos \{\omega t + \kappa_1(A)\}$$

Bij de Enkelvoudige Harmonische Methode zonder bovenafvoer gaat het alleen om de tweede term van het rechter lid.
De complexe funktie, die voor h(A,t) in de berekeningen wordt ingevoerd, kan nu als volgt worden gedefinieerd:

$$h_c(A) = \hat{h}_1(A) \left\{ \cos \kappa_1(A) + i \sin \kappa_1(A) \right\}$$

Stellen we nu $h_c(A) = a + i\, b$ dan is : $a = \hat{h}(A) \cos \kappa_1(A)$ en
$b = \hat{h}(A) \sin \kappa_1(A)$

Volgt nu bv. uit een berekening dat de complexe funktie $h_c(B) = c + i\, d$, dan kunnen we daaruit de reële funktie h(B,t) afleiden. Men is daarbij natuurlijk aan de gemaakte afspraak gebonden.

$$h(B,t) = \hat{h}_1(B) \cos \left\{ \omega t + \kappa_1(B) \right\}$$

Hierin is dan $\hat{h}_1(B) = \sqrt{c^2 + d^2}$ en $\kappa_1(B) = \operatorname{arctg} \frac{d}{c}$.

<u>Opm.</u>: Uit het bovenstaande blijkt direkt de zin van de complexe rekenwijze.
Een complexe funktie bevat een dubbele informatie:
n.l. betreffende de AMPLITUDE èn de FASE van de reële funktie.

Stel nu dat h(A,t) door (III) is gegeven, waarbij

$h_0(A) = 0{,}33$ m	(het niveau v.d. middenstand t.o.v. een referentie-vlak)
$\hat{h}_1(A) = 0{,}75$ m	(de amplitude v.d. sinusvormige variatie)
$\kappa_1(A) = -200^\circ$	[de fasehoek (voor t = 0)] .

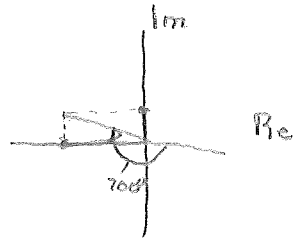
4. Bepaal het reële deel a en het imaginaire deel b van de complexe funktie $h_c(A)$, die in een berekening zullen worden ingevoerd bij de hierboven gemaakte afspraken.
5. Kontroleer de gevonden waarden, door uit a en b de amplitude $\hat{h}_1(A)$ en de fasehoek $\kappa_1(A)$ weer te bepalen.

opgave 4,5, $\hat{h} = 0{,}75\,m$

$r = 200°$

$a + rb \Rightarrow a = 0{,}75(\cos -200°)$

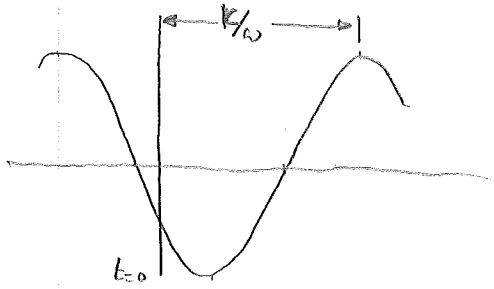
$b = 0{,}75(\sin -200°)$



$a = 0{,}75(-0{,}940) = -0{,}705$

$b = 0{,}75(+0{,}342) = +0{,}257$

$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{0{,}5 + 0{,}07} = 0{,}75$



uitwerking

1) $L_v = \cosh rL$

2) $M_v = -\frac{r}{b\omega i} \sinh rL$

$N_v = -\frac{b\omega i}{r} \sinh rL$

$O_v = \cosh rL$

variabelen L, r, b, ω

2) $p = \omega\sqrt{mb}\,\sqrt{1/2}\,\sqrt{-1+\sqrt{1+\frac{k}{\omega m}}}$ $\qquad r = p + iq$

$q = \quad " \quad , \sqrt{+1+\sqrt{\ }}$

3) k is de weerstandsconstante

m is de beging ; als $k=0$ dan: $p=0$, $q = \omega\sqrt{mb}$

dus: $r = i\omega\sqrt{mb}$

6. $h_c(B) = L\,h_c(A) + M\,Q_c(A)$

$Q_c(B) = N\,h_c(A) + O\,Q_c(A)$

$h_c(B) = L(-0{,}705 + 0{,}257i) + M\,Q_c(A)$

$0 = N(-0{,}705 + 0{,}257i) + O\,Q_c(A)$

7 $h_c(A) = L\,h_c(B)$

$Q_c(A) = N\,h_c(B)$

8 $h_c(B) = \frac{1}{0{,}48 + 0{,}57i}(-0{,}705 + 0{,}257i) = \frac{-0{,}705 + 0{,}257i}{0{,}48 + 0{,}57i} = -0{,}3456 + 0{,}9458i$

9 $\hat{h}_B = 1{,}007 \qquad \omega = 250°$

6. Veronderstellen we vervolgens dat in het punt B (s = 1) de rivier is afgesloten, dan volgt daaruit de randvoorwaarde:

$$Q\ (B,t) = 0 \quad \text{voor alle waarden van } t.$$

Wat krijgt men in dat geval voor de vergelijkingen (I) en (II)?

7. Indien men de positieve s- as kiest van B naar A dan geven de vierpoolvergelijkingen in het onder 6. veronderstelde geval ($Q_c(B) = 0$) eenvoudige relaties.
Welke zijn dat?

8. Uit één van de onder 7. bedoelde relaties volgt direkt:

$$h_c(B) = \frac{1}{L_v}\ h_c(A)$$

Stel dat bij een bepaalde berekening blijkt dat L_v gelijk is aan:

$$L_v = 0{,}48 + 0{,}57\ i$$

wat wordt dan $h_c(B)$ als voor $h_c(A)$ het onder 4. gevonden complexe getal wordt aangehouden?

9. Bepaal de amplitude en de fase voor het gevonden complexe getal $h_c(B)$.

Na de onder 9 gevonden resultaten lijkt het interessant om voor het relatief korte bekken, dat in de oefening 1 is beschouwd, een waarde voor de grootheid L te bepalen.
We keren in gedeelte 4 B terug naar een probleem, waarvan we reeds veel weten.

4B Een toepassing van de enkelvoudige Harmonische Methode voor het probleem van oefening 1.

Voor alle benodigde gegevens wordt verwezen naar de tekst en de bijlagen van de oefening 1 (eerste en tweede gedeelte).
Door de vakgroep Vloeistofmechanica is een berekening uitgevoerd, die nu eerst vrij uitvoerig zal worden besproken.

Het bekken met een lengte van 12.000 m werd verdeeld in twee vakken. Voor deze twee vakken is de Harmonische Methode toegepast. De daarbij gebruikte grootheden zijn allen vermeld op de bijlage 1 van deze oefening 4. De randvoorwaarde h(1,t) is weergegeven op bijlage 3 van oefening 1.
Deze funktie is periodiek in de tijd.
We moeten deze funktie nu door een enkelvoudige sinusvormige funktie vervangen. Men kan de funktie ontwikkelen in een reeks volgens Fourier. Doet men dit dan vindt men,

als $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en T = 12 uur 25 min. = 44700 seconden :

$$h(1,t) = h_0 + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + A_2 \cos 2\omega t + B_2 \sin 2\omega t + \ldots\ldots$$

De componenten met een hogere frekwentie 3ω , 4ω etc. blijken kleiner dan b.v. 0,04 m te zijn, zodat deze verder buiten beschouwing blijven.

Bij de Enkelvoudige Harmonische Methode wordt alléén de eerste harmonische component in de berekening betrokken. Dit betekent dat de funktie wordt vervangen door:

$$h(1,t) = h_0 + A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t$$

Afgerond blijken h_0, A_1 en B_1 resp.:

h_0 = 0,31 m,
A_1 = - 0,75 m en
B_1 = - 0,25 m te zijn.

De laatste uitdrukking is ook te schrijven als:

(IV) $$\boxed{h(1,t) = h_0 + \hat{h}_1 \cos (\omega t - \kappa_1)}$$

Hierbij is $\hat{h}_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ en $\kappa_1 = \text{arctg} \frac{B_1}{A_1}$.

We vinden uit de reeksontwikkeling dan ook dat:

$\hat{h}_1$ = 0,79 m en $\kappa_1 = 198^\circ$

10. Zet de nu gevonden funktie (IV) uit tegen de tijd door de periode van 12 uur 25 minuten = 44700 s in <u>12 gelijke delen</u> te verdelen.
Deze delen worden "maanuren" genoemd. Kies voor de tijdschaal:

1 uur = 30 millimeter (millimeter-papier A3-formaat) dan is
1 maanuur = 31 millimeter

Kies voor de hoogte-schaal 1 m = 0.10 m.

<u>Het verdisconteren van de weerstand:</u>

De weerstandsterm in de bewegingsvergelijking kan worden gelineariseerd volgens Lorentz (zie college-dictaat). De term wordt daarbij vervangen door de term:

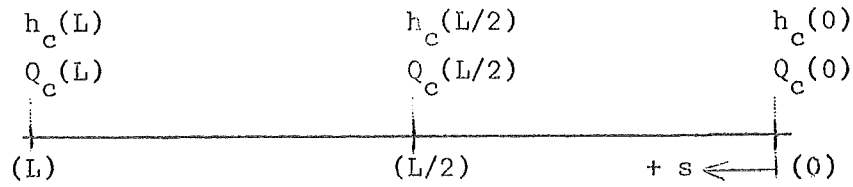
$\boxed{k\,Q}$, waarin $k = \left(\frac{1}{C^2 A^2 R}\right)_{gem} \frac{8}{3\pi} \hat{Q}$

Het gevolg van een en ander is dat men voor de grootheid $\hat{Q}$ een <u>goede schatting</u> moet maken. Dit impliceert het uitvoeren van een ITERATIEPROCES.
Het bekken is verdeeld in twee vakken dat betekent dat voor elk vak een schatting voor $\hat{Q}$ is gemaakt:

- eerst m.b.v. een kombergingsbeschouwing (zie oef. 1 eerste gedeelte)
- daarna door rekening te houden met de uit <u>een eerste berekening</u> verkregen uitkomsten.

De gegevens op de bijlage hebben betrekking op de tweede berekening.
Voor dit korte bekken is deze tweede berekening reeds voldoende nauwkeurig, omdat de weerstand een geringe invloed heeft.

Voor elk vak zijn de vakkonstanten berekend. De vierpoolvergelijkingen geven voor de beide vakken 2 maal 2 dus in <u>totaal 4 vergelijkingen</u>.



Als we er rekening mee houden dat uit de splitsingspunt-voorwaarden in dit geval volgt dat voor de beide vakken in het punt (L/2) de funkties h_c en Q_c dezelfde zijn, dan zijn er in totaal <u>6 onbekende funkties</u>.
Er zijn dus <u>twee randvoorwaarden</u> nodig.

Gegeven zijn: $h_c(L)$ en $Q_c(0)$

Door het oplossen van 4 vergelijkingen met 4 onbekenden kunnen de overige complexe funkties worden bepaald (zie blz. 2 van de bijlage van deze oefening 4).

De resultaten van de uitgevoerde berekeningen, die zijn vermeld op blz. 3 van de bijlage kunnen worden gebruikt bij de volgende <u>opgaven</u>.

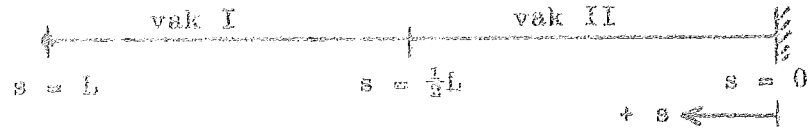
→ Gevraagd wordt het gehele bekken als <u>één vak</u> te beschouwen:

Na de bovenomschreven berekening komen de volgende berekeningen neer op <u>controle-berekeningen</u>, waarbij voor het benaderen van de invloed van de weerstand het debiet in het midden van het beschouwde vak bekend is: Q(L/2,t).

11. Bepaal een waarde voor de faktor k voor het beschouwde vak s = 0 tot s = L.
12. Bereken waarden voor de grootheden p en q.
13. Bereken de vakkonstanten voor het beschouwde vak.
14. Omdat gegeven is $Q_c(0) = 0$ kan men de verhouding $\frac{h_c(L)}{h_c(0)}$ eenvoudig bepalen.
    Als gegeven is $h_c(L) = -0{,}75 + 0{,}25\,i$, bereken dan $h_c(0)$.
15. Wat worden de amplitude en de fase-hoek van de funktie h(0,t)?
16. Bepaal tevens de amplitude en de fase-hoek van de funktie Q(L,t)
17. Vergelijk de onder 15 en 16. verkregen resultaten met de resultaten van de <u>oefening 1</u> (zie de <u>bijlage 7 en 3 van oefening 1</u>).

Uiteraard blijkt ook nu dat er geen grote verschillen zijn tussen de funktie h(0,t) en de funktie h(L,t). Het fase-verschil tussen de funkties Q(L,t) en h(L,t) bedraagt nog ongeveer $\frac{\pi}{2}$ of 90°, omdat het bekken relatief kort is.

Gegevens :



	vak I	vak II
vaklengte	6000 m	6000 m
stroomvoerende breedte	160 m	160 m
bergende breedte	215 m	215 m
coëff. van de Chézy	50 $m^{\frac{1}{2}}s^{-1}$	50 $m^{\frac{1}{2}}s^{-1}$
geschatte $\hat{Q}_{gem.}$	220 m^3s^{-1}	80 m^3s^{-1}
gem. diepte	3,90 m	3,90 m
$r = p + i\,q$	$(0,2177+0,3416i)10^{-4}$	$(0,0967+0,2804i)10^{-4}$
$rl = pl + i\,ql$	0,13061+0,20496i	0,05801+0,16827i
vakkonstanten :		
L_v	0,98743 +0,02666i	0,98753 +0,00972i
M_v	$(-0,2930-0,1397i)10^{-3}$	$(-0,1068-0,1374i)10^{-3}$
N_v	$1,6280 - 0,1812\ 10^3 i$	$0,5900 - 0,1805\ 10^3 i$
O_v	0,98743 +0,02666i	0,98753 +0,00972i

RANDVOORWAARDEN : $Q(0,t) = 0$ voor alle waarden van t , dus

$$\boxed{Q_c(0) = 0}$$

$h(L,t) = 0,31 + \hat{h}(L)\cos\{\omega t - K(L)\}$, waarin

$\omega = 1,405\ 10^{-4}$ rad./s , terwijl $\hat{h}(L) = 0,79$ m.

en $K(L) = 198^o$.

Voor $h_c(L)$ kan worden ingevoerd :

$$\boxed{h_c(L) = -0,7500 + 0,2500\ i}$$

Voor elk vak gelden twee vierpool-vergelijkingen , waarmee vier onbekende funkties kunnen worden opgelost. De berekeningen zijn verzameld op de volgende bladzijde van deze bijlage.

Vak II :

$$L_v\, h_c(0) = (0{,}98753 + 0{,}00972i)\, h_c(0)$$
$$M_v\, Q_c(0) = 0 \quad +$$
$$h_c(\tfrac{1}{2}L) = (0{,}98753 + 0{,}00972i)\, h_c(0) \qquad (a)$$

$$N_v\, h_c(0) = (0{,}59000 - 0{,}18049 \cdot 10^3 i)\, h_c(0)$$
$$O_v\, Q_c(0) = 0 \quad +$$
$$Q_c(\tfrac{1}{2}L) = (0{,}59000 - 0{,}18049\ 10^3 i)\, h_c(0) \qquad (b)$$

Vak I :

$$L_v\, h_c(\tfrac{1}{2}L) = (+0{,}97486 + 0{,}03593i)\, h_c(0)$$
$$M_v\, Q_c(\tfrac{1}{2}L) = (-0{,}02538 + 0{,}05279i)\, h_c(0) \quad +$$
$$h_c(L) = (+0{,}94948 + 0{,}08872i)\, h_c(0) \qquad (c)$$

$$N_v\, h_c(\tfrac{1}{2}L) = (0{,}00336 - 0{,}17895i)\, 10^3\, h_c(0)$$
$$O_v\, Q_c(\tfrac{1}{2}L) = (0{,}00539 - 0{,}17826i)\, 10^3\, h_c(0) \quad +$$
$$Q_c(L) = (0{,}00875 - 0{,}35715i)\, 10^3\, h_c(0) \qquad (d)$$

Als de tweede randvoorwaarde wordt verdisconteerd :

$$h_c(L) = (-0{,}7500 + 0{,}2500\ i)$$

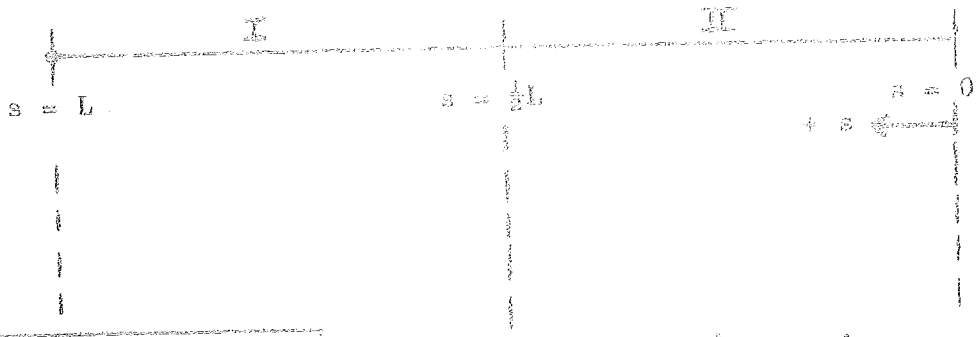
dan volgt uit (c) : $h_c(0) = \dfrac{-0{,}7500 + 0{,}2500i}{0{,}94948 + 0{,}08872i} = \underline{\underline{-0{,}75868 + 0{,}33419i}}$

Hieruit volgt weer dat $\underline{\underline{\hat{h}(0) = 0{,}83\ m}}$ en $\underline{\underline{K(0) = 203^\circ\ 46'}}$

Daarna volgt uit (a) , (b) en (d) achtereenvolgens :

$h_c(\tfrac{1}{2}L) = -0{,}75247 + 0{,}32265i$	$\longrightarrow$	$\hat{h}(\tfrac{1}{2}L) = 0{,}818\ m \quad K(L) = 203^\circ\ 13'$
$Q_c(\tfrac{1}{2}L) = +0{,}05987 + 0{,}13713i$	$\longrightarrow$	$\hat{Q}(\tfrac{1}{2}L) = 150\ m^3/s \quad \varphi(L) = 293^\circ\ 35'$
$Q_c(L) = +0{,}11272 + 0{,}27388i$	$\longrightarrow$	$\hat{Q}(L) = 296\ m^3/s \quad \varphi(L) = 292^\circ\ 22'$

Overzicht resultaten uitgevoerde berekeningen



$h(L,t) = \hat{h}(L)\cos\{\omega t - \measuredangle(L)\}$

$\hat{h}(L) = 0{,}79$ m $\quad \measuredangle(L) = 198^0$

$\hat{Q}(L) = 296\ m^3/s$

$\varphi(L) = 292^0 22'$

$\hat{h}(\frac{1}{2}L) = 0{,}82$ m

$\measuredangle(\frac{1}{2}L) = 203^0 13'$

$\hat{Q}(\frac{1}{2}L) = 150\ m^3/s$

$\varphi(\frac{1}{2}L) = 293^0 35'$

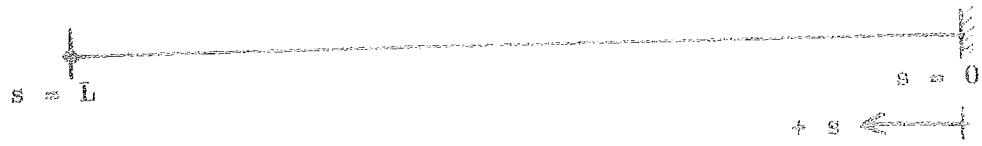
$\hat{h}(0) = 0{,}83$ m

$\measuredangle(0) = 203^0 46'$

$Q(0,t) = \hat{Q}(0)\cos\{\omega t - \varphi(0)\}$

$= 0$

Bij de opgaven 11. t/m 17. rijn dezelfde randvoorwaarden gegeven en mag het bekken als EEN enkel VAK worden opgevat.



SCHEMA

C. Verspuy
februari 1973

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der
WEG- en WATERBOUWKUNDE

Vloeistofmechanica

Schriftelijk tentamen b 73A "Lange Golven A"

7 juni 1973 van 14.00 tot 17.00 uur

De uit te werken vraagstukken 1, 2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer even veel tijd te besteden.
Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

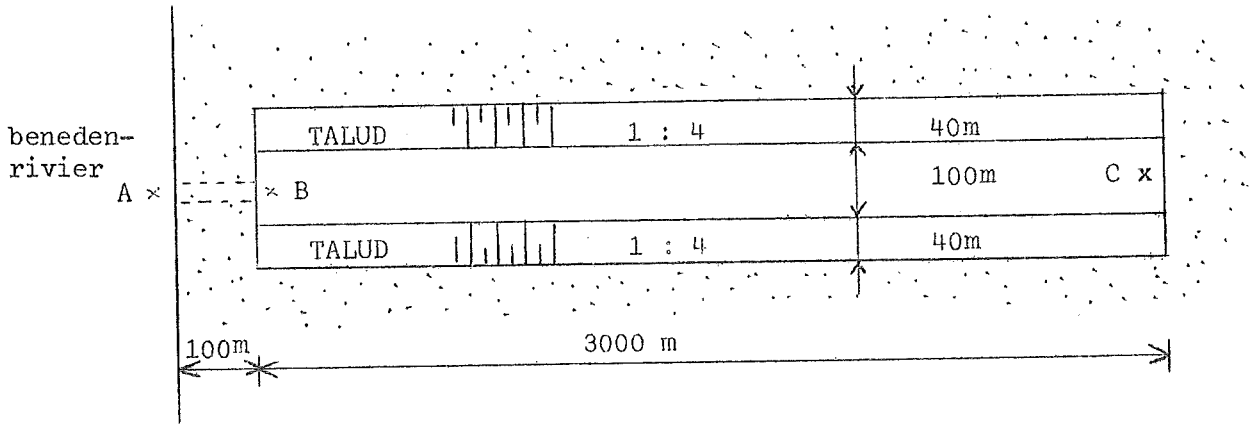
Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidelijk aan waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formule-blad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

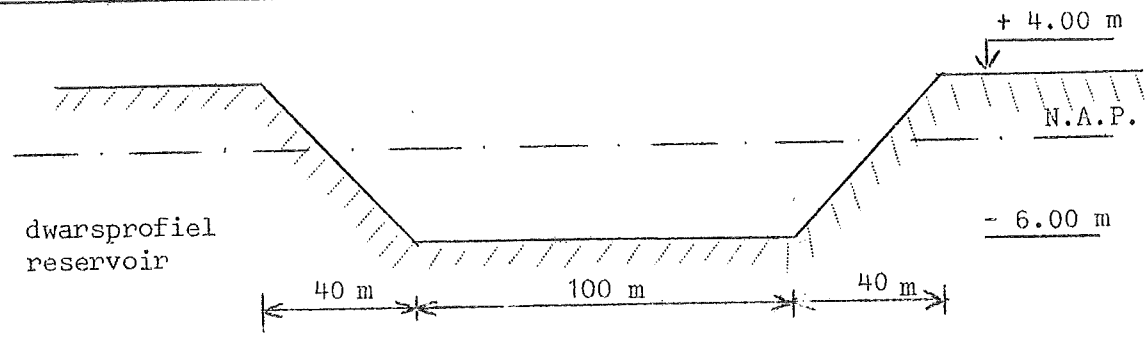
N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en stamnummer.

Vraagstuk 1

1A Een langgerekt reservoir voor het opslaan van zoet water staat d.m.v. een inlaat-werk in verbinding met een benedenrivier.



De lengte van het prismatische reservoir is 3000 m, terwijl het dwarsprofiel de vorm heeft van een trapezium (zie onderstaande figuur).
N.B. De figuren zijn niet op schaal getekend.



De bodem van het reservoir is horizontaal en ligt op een niveau N.A.P. - 6.00 m.
Het inlaat-werk bestaat uit een afsluitbare leiding met een lengte van 100 m en een rechthoekig dwarsprofiel (koker) van 10 x 4 = 40 m^2.
In het volgende wordt er van uit gegaan dat het inlaat-werk geheel is geopend en dat de leiding steeds onder water ligt.

Door de dubbeldaagse getij-beweging in de benedenrivier zal zich in het systeem inlaatwerk-reservoir een lange-golfverschijnsel voordoen.

1.a. Gegeven is dat de voortplantingssnelheid van een (eventuele) drukgolf in de leiding-koker gelijk is aan c = 1000 m/s.
Is het volgens U geoorloofd om de leiding bij de beschouwde getij-beweging "STAR" te veronderstellen ?
Motiveer uw antwoord.

1.b. Leidt uit de continuiteits-vergelijking voor het reservoir een uitdrukking voor Q(s,t) af, waarin naast de onafhankelijk variabelen s en t alleen het niveau van de waterspiegel t.o.v. de bodem h voorkomt.

1.c. Leidt een uitdrukking af voor het debiet bij B : $Q_B(t)$.

Het verloop van de waterspiegel in punt C is door meting bekend en is weergegeven op de bijlage: $h_C(t)$, uitgezet t.o.v. N.A.P. !

1.d. Bereken voor het tijdstip t = 5 uur het verval $h_A - h_B$, dat zich voordoet over het inlaatwerk, indien:

- de intree-verliezen en de uittree-verliezen tesamen gelijk zijn aan

$$1{,}2 \frac{Q^2}{2g\ A^2}$$

- de weerstandsterm zowel als de traagheidsterm wordt berekend. Voor de coëff. van de Chézy kan 50 $m^{\frac{1}{2}}/s$ worden aangehouden.

1.e. Geef met in achtname van de onder a t/m d. gevonden resultaten een differentiaal-vergelijking, waarmee de voortplanting van de getijgolf in het beschouwde systeem in voldoende mate kan worden geschreven.

1B De laatste vraag van dit vraagstuk 1 staat geheel op zichzelf.

Z.g. HOOGWATER-GOLVEN planten zich voort in bovenrivieren, hetgeen aanleiding geeft tot speciale lange-golfproblemen.
Welke van de onderstaande veronderstellingen (is) zijn bij dat bijzondere type lange golven toelaatbaar ?

N.B. Geef de verantwoorde veronderstelling (-en) aan door deze letterlijk over te nemen (t.b.v. het corrigeren).

.... de stroomvoerende breedte is gelijk aan de bergende breedte;

.... de versnellings-termen in de s-richting zijn verwaarloosbaar;

.... de weerstandsterm is verwaarloosbaar klein;

.... de bodemhelling I_b is ongeveer nul;

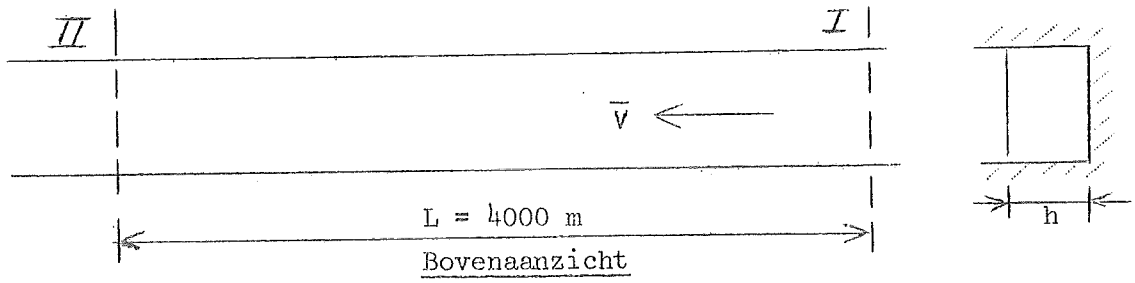
.... de vertikale versnellingen in een vlak loodrecht op de s-richting mogen worden verwaarloosd;

.... de berging mag worden verwaarloosd.

Vraagstuk 2

In een brede open leiding (bakprofiel, zie figuur) stroomt water met een gemiddelde snelheid $\bar{v}$ = 0,60 m/s in de aangegeven richting.

Op een onderling afstand L = 4000 m bevinden zich twee stuwen, die onafhankelijk van elkaar kunnen worden geopend en gesloten.



De waterdiepte t.p.v. stuw II is h = 10.00 m.

2.1. Gevraagd wordt eerst globaal te bepalen wat bij permanente stroming het verval t.g.v. van de weerstand zal zijn, indien voor de coëff. van de Ch ézy C = 63 $m^{\frac{1}{2}}/s$ wordt aangehouden.

De invloed van de weerstand mag verder in dit vraagstuk geheel buiten beschouwing blijven en de bodem kan horizontaal worden verondersteld.
Voor het volgende wordt eerst verondersteld: $\bar{v} \ll \sqrt{g\,h}$ hoewel dit niet geheel overeenstemt met de werkelijkheid.

Gevraagd wordt de onderdelen 2.2 en 2.3 te beantwoorden door de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" in detail toe te passen. Daartoe wordt een dubbel vel millimeterpapier uitgereikt.
Geadviseerd worden de volgende schalen:

tijd: 100 s = 1 cm; snelheden 1 m/s = 5 cm; lengte 1000m = 2 cm;
hoogte: 0.10 m = 1 cm.

Op een bepaald tijdstip $t = t_o$ wordt de stuw in het punt I PLOTSELING volledig gesloten.

2.2. Geef over het vak I - II het verloop van de waterstand en van de snelheid op het tijdstip

$$t = t_o + 200 \text{ seconden.}$$

Op het onder 2.2. genoemde tijdstip $t = t_o + 200$ s wordt óók de stuw bij II in een verwaarloosbaar korte tijd volledig gesloten.

2.3. Geef het verloop van de waterstand en van de snelheid over het vak I - II op de volgende tijdstippen:

$$t = t_o + 300 \text{ seconden en}$$

$$t = t_o + 500 \text{ seconden}$$

2.4. Geef in enkele korte zinnen aan wat er zal veranderen indien niet gesteld wordt $\bar{v} \ll \sqrt{g\,h}$.

Vraagstuk 3.

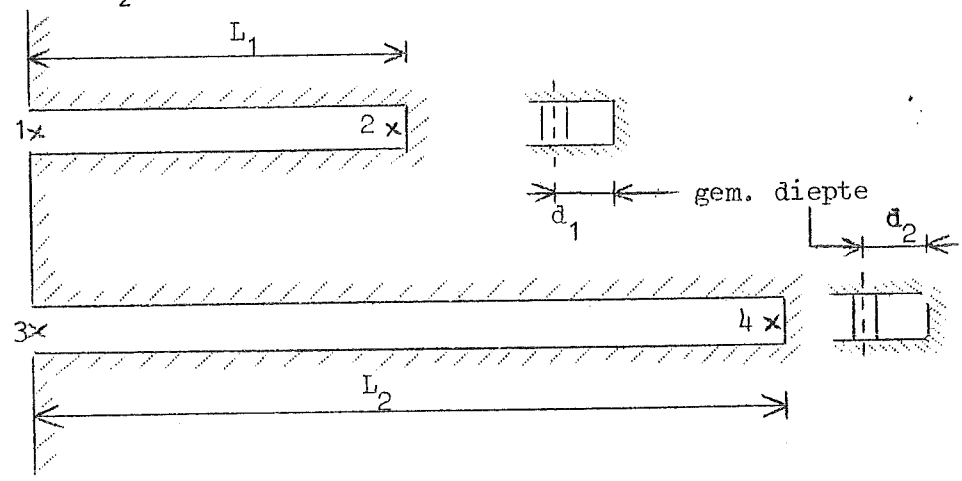
Twee havens staan in open verbinding met een diepe zee, waarvan de diepte $d = 40.00$ m.
De beide afgesloten bekkens hebben een prismatisch dwarsprofiel met vertikale wanden ($b = b_s$), terwijl verder gegeven is:

$L_1 = 2000$ m $d_1 = 14.40$ m $b_1 = b_2 = 400$ m (zie figuur)

$L_2 = 4000$ m $d_2 = 10.00$ m

zee

$d = 40.00$ m



In dit vraagstuk mag steeds verondersteld worden dat de waterstanden in de punten (1) en (3) op ieder tijdstip gelijk zijn aan elkaar.

Op de zee doen zich verschillende variaties van de waterstand voor, waarvan in dit vraagstuk slechts één bepaalde PERIODIEKE variatie met een frekwentie van :

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{2000}}$$ (radialen per seconde)

wordt beschouwd.

De randvoorwaarde is de punten (1) en (3) is;

$$h_1(t) = h_3(t) = \hat{h}_z \cos \omega t, \text{waarin } \hat{h}_z = 0.10 \text{ m}$$
$$\text{terwijl } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (zie boven).}$$

In de beide havens wordt achterin t.p.v. resp. punt (2) en punt (4) de waterstand kontinu geregistreerd.
Uit de registraties blijkt dat de variaties van de waterspiegel in het punt (4) sterker is dan die in het punt (2) !

A. Voor een globale analyse van de registraties zou men in eerste instantie de invloed van de weerstand geheel buiten beschouwing kunnen laten

3.1. Bepaal uitgaande van de veronderstelling Weerstand = NUL de amplitude van de funkties

$h_2(t)$ en $h_4(t)$.

3.2. Bepaal vervolgens de verhouding tussen de onder 3.1. genoemde amplituden en geef het fase-verschil tussen $h_2(t)$ en $h_4(t)$ aan.

3.3. Geef een korte verklaring voor de onder 3.2. gevonden numerieke waarden.

B. Indien de invloed van de weerstand NIET (geheel) buiten beschouwing blijft, krijgt men met minder eenvoudige uitdrukkingen te maken.

3.4. Geef een analytische uitdrukking, waaruit in het onder B bedoelde geval de verhouding tussen de amplituden van de funkties $h_2(t)$ en $h_4(t)$ direkt kan worden bepaald.

3.5. Geef in enkele korte zinnen aan op welke wijze de invloed van de weerstand kan worden verdisconteerd.

3.6. Vat het bekken tussen de punten (3) en (4) op als één vak en geef een eerste benadering voor de faktor k in de weerstandsterm.

3.7. Toon aan dat het verdisconteren van de weerstand tot gevolg heeft dat de periodieke golf gedempt wordt.

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFD. W&W
Vakgroep Vloeistofmechanica

Uitwerking tentamen b 73A van 7-6-'73

(in telegramstijl)

Vraagstuk 1

1A 1.a. Geoorloofd, omdat de looptijd $\tau = \frac{100}{1000} = 0{,}1$ s zéér klein is t.o.v. de periode T= 44700 s van de beschouwde golf.

1.b. $\frac{\partial Q}{\partial s} = - b \frac{\partial h}{\partial t}$; $b = 100 + 8\,h$; $\frac{\partial Q}{\partial s} = - (100 + 8h) \frac{\partial h}{\partial t}$;

$Q(s,t) = \int_0^s -(100 + 8h) \frac{\partial h}{\partial t}\, ds$. Kies s=0 in C.

Stel $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$, omdat de verhouding $\frac{\lambda}{L} \approx 120$. (Achteraf te kontr.)

Omdat dan h konstant is in de s-richting, vindt men :

$$\boxed{Q(s,t) = -(b_0 + 8h) \frac{dh}{dt}\, s}$$

1.c. Uit het voorgaande volgt direkt voor s= L :

$$Q_B(t) = - (100 + 8h) \frac{dh}{dt}\, L .$$

1.d. Voor b.v. de tijdstippen t= 4 uur , t= 5 uur en t= 6 uur kunnen de waarden van $Q_B(t)$ worden bepaald :

	h in meters t.o.v. de bodem	$\frac{dh}{dt}$ m/s	b in m	Q m^3/s
t = 4 uur	7.14	-0,15/3600	157	+ 19,3
t = 5 uur	6,91	-0,28/3600	155	+ 36,2
t = 6 uur	6,60	-0,31/3600	153	+ 39,5

De gevonden waarden voor Q_B kunnen worden uitgezet op de bijlage van de opgaven.

Uit het verloop van $Q_B(t)$ kan op het tijdstip t = 5 uur een waarde voor $\frac{\partial Q}{\partial t}$ worden geschat.

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{t=5\text{ uur}} \approx \frac{39{,}5 - 19{,}3}{7200} \approx + 2{,}8\ 10^{-3}\ m^3/s^2 .$$

De lengte van de koker is l = 100 m.

De bijdrage van de traagheidsterm aan het verval is :

$$- \frac{1}{g\,A} \frac{\partial Q}{\partial t}\, l \approx \frac{1}{10\ \ 40}\ \ 2{,}8\ 10^{-3}\ \ 100 \approx \underline{- 0{,}7\ \ 10^{-3}\ \ m}$$

Intree- en uittree-verliezen : $- \frac{1{,}2}{20} \left(\frac{36{,}2}{40}\right)^2 \approx \underline{- 0{,}05\ \ m.}$

De weerstandsterm geeft een bijdrage : $\left(R = \frac{40}{28} = 1{,}43\ m \right)$

$$- \frac{Q\,|Q|}{C^2\,A^2\,R}\, l \approx - 4.10^{-4} \left(\frac{36{,}2}{40}\right)^2 \frac{100}{1{,}43} \approx \underline{- 0{,}023\ m}$$

Het totale verval in de positieve s-richting van B naar A is dus :

$h_A - h_B = -0{,}073$ m ongeveer.

1.e. Uit de berekeningen ad. 1.d. blijkt dat (rond t=5 uur) de traagheidsterm niet een belangrijke rol speelt. Als we deze term verwaarlozen t.o.v. de andere dan zijn de volgende vergelijkingen op te stellen :

bewegingsvergelijking :

$$h_A(t) - h_B(t) = -\left\{ \frac{1{,}2}{2\,g} + \frac{1}{C^2\,R} \right\} \frac{Q_B(t)\,|Q_B(t)|}{A^2}$$

In deze vergelijking kan wórden gesubstitueerd :

$$Q_B(t) = -(b_0 + 8\,h)\,\frac{dh_B(t)}{dt}\,L.$$

hetgeen één differentiaal-vergelijking oplevert.

1.B. De verantwoorde veronderstellingen zijn :

- de versnellingstermen in de s-richting zijn verwaarloosbaar ; en natuurlijk ook (lange golf) ;
- de vertikale versnellingen in een vlak loodrecht op de s-richting mogen worden verwaarloosd.

Vraagstuk 2. $\bar{v} = 0{,}60$ m/s

2.1. Verval t.g.v. de weerstand : $\frac{v\,|v|}{C^2\,R}\,L = \frac{0{,}36}{4000}\,\frac{4000}{10} = 0{,}036$ m

2.2.
$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = v \pm \sqrt{g\,h} = v \pm 10 \text{ m/s} \\ \frac{dv}{dh} = \mp \sqrt{\frac{g}{h}} = \mp 1 \text{ 1/s.} \end{cases}$$

Als $v \ll \sqrt{g\,h}$ dan $\boxed{\frac{ds}{dt} = \pm 10 \text{ m/s}}$ (konstant)

2.2. en 2.3. Zie verder bijlage.

2.4. Als met de waarde $v = \pm 0{,}60$ m/s wordt rekening gehouden, dan zullen de karakteristieken in het s/t-diagram wat andere hellingen krijgen. De snijpunten komen op andere plaatsen. De gevraagde resultaten kunnen worden verkregen door interpolatie.

Vraagstuk 3. Harmonische Methode ; Vierpoolvergelijkingen; één vak; $Q_{c2} = 0$; $Q_{c4} = 0$.

A. 3.1. Weerstand = nul ;

$h_{c1} = \cosh r_1 L_1 \; h_{c2}$ resp. $h_{c3} = \cosh r_2 L_2 \; h_{c4}$.

$h_{c1} = h_{c3}$; $q_1 L_1 = w\sqrt{m_1 b_1}\,L_1 = \frac{2\pi}{2000}\,\frac{2000}{12} = \frac{\pi}{6}$

$q_2 L_2 = w\sqrt{m_2 b_2}\,L_2 = \frac{2\pi}{2000}\,\frac{4000}{10} = \frac{\pi}{2{,}5}$

$$\hat{h}_2 = \frac{\hat{h}_1}{|\cos q_1 L_1|} = \frac{\hat{h}_1}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{\hat{h}_z}{\cos 0{,}524} = 1{,}15 \ \hat{h}_z = \underline{0{,}115 \text{ m}}$$

$$\hat{h}_4 = \frac{\hat{h}_3}{|\cos q_2 L_2|} = \frac{\hat{h}_1}{\cos \frac{\pi}{2{,}5}} = \frac{\hat{h}_z}{\cos 1{,}26} = 3{,}26 \ \hat{h}_z = \underline{0{,}326 \text{ m}}$$

3.2. De verhouding $\hat{h}_4 : \hat{h}_2 = 3{,}26 : 1{,}15 = \underline{2{,}82}$. <u>Fase-verschil = NUL.</u>

3.3. Het fase-verschil is NUL omdat de BEIDE funkties $h_4(t)$ en $h_2(t)$ IN FASE zijn met $h_1(t) = h_3(t) = h_z(t)$ (STAANDE GOLF).

Uit het voorgaande volgt in het algemeen :

$$\hat{h}_{\text{achter}} = \frac{1}{\cos w \cdot \frac{L}{c}} \hat{h}_z$$

Voor bekken 2 geldt : $L_2 = 2 L_1$ en bovendien is :
$c_1 = 1{,}2 \ c_2$

Dus $\hat{h}_4 > \hat{h}_2$ omdat voor beide bekkens $\frac{w L}{c} < \frac{\pi}{2}$

B

3.4. Met weerstand in het algemeen : $h_{c4} : h_{c2} = \cosh r_1 L_1 : \cosh r_2 L_2$.

3.5. De weerstandsterm lineariseren ; k volgens Lorentz $k = \frac{8}{3\pi}\left(\frac{\hat{Q}}{C^2 A^2 R}\right)_{gem}$
$k \neq 0 \rightarrow p \neq 0$; $r = p + i\,q$ bepalen;
noodzakelijk schatting voor $\hat{Q}$ voor ieder vak.

3.6. Een schatting is mogelijk door <u>bij de onder A gemaakte veronderstelling</u> $\hat{Q}_3$ te bepalen:

$$Q_{c3} = -\frac{i\ w_2 b_2}{r_2} \sinh r_2 L_2 \ h_{c4} \quad ; \quad \boxed{r = i\,q_2 L_2}$$

$$= -\frac{i\ w_2 b_2}{i\ q_2} \frac{i \sin q_2 L_2}{\cos q_2 L_2} h_{c3} = -i\ b_2 c_2 \operatorname{tg} q_2 L_2 \ h_{c3}$$

$$\hat{Q}_3 = b_2 c_2 \operatorname{tg} 1{,}26 \ \hat{h}_3 = 400 \ 10 \ 3{,}19 \ 0{,}10 = 1280 \ m^3/s.$$

<u>Eerste schatting</u> $\hat{Q}_{gem.} = \underline{600 \ m^3/s.}$ Neem voor $C = 60 \ m^{\frac{1}{2}}/s.$
de faktor k is dan $k = \frac{8}{3\pi} \frac{600}{3600 \ 16 \ 10^6 \ 10} \approx \underline{\underline{0{,}9 \ 10^{-9}}}$

de dimensie van k is : s / m^3.

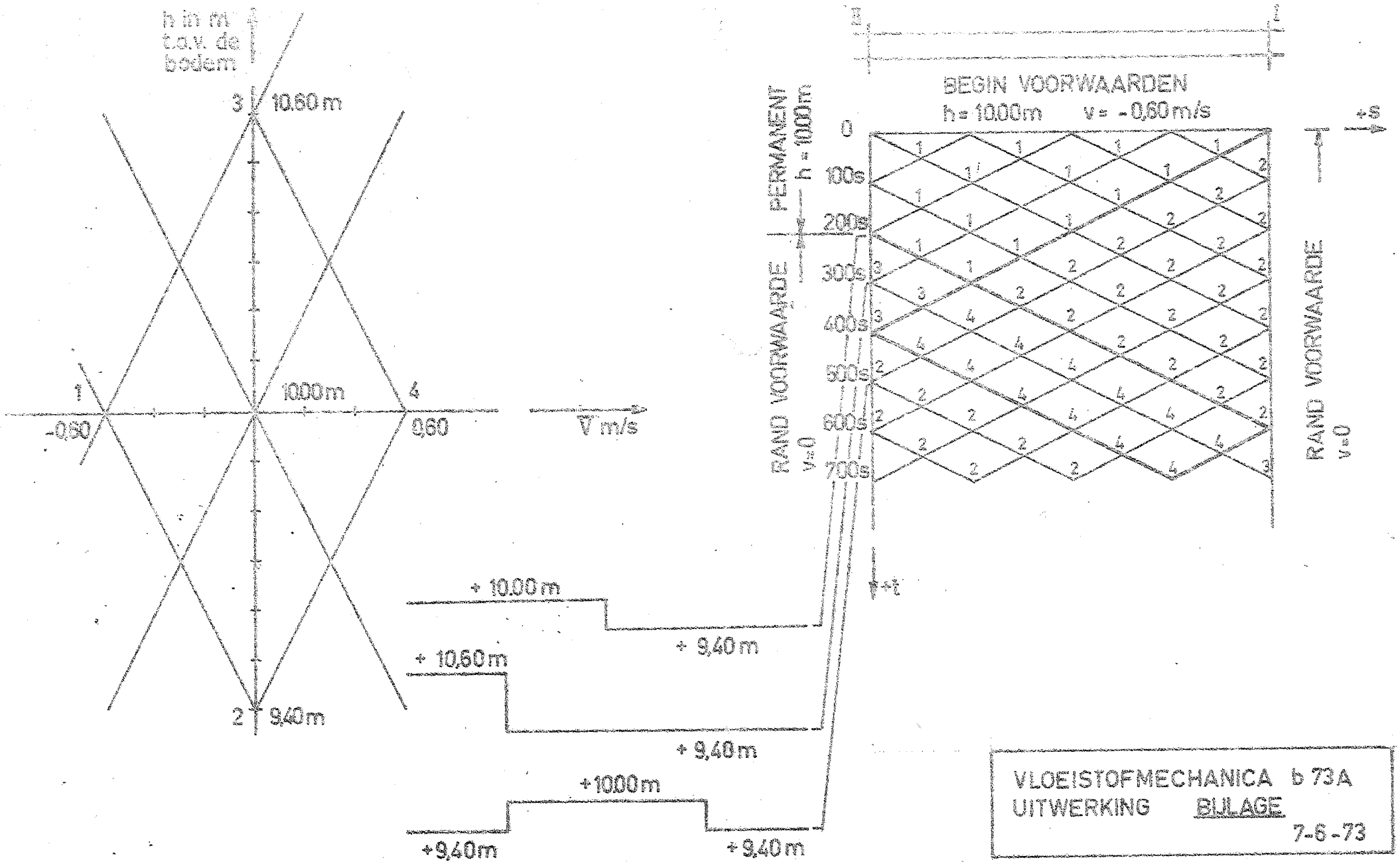
3.7. $$\frac{\hat{h}_{c3}}{\hat{h}_{c4}} = |\cosh r_2 L_2| = |\cosh p_2 L_2 \cos q_2 L_2 + i \sinh p_2 L_2 \sin q_2 L_2|$$

$$= \sqrt{(\cosh p_2 L_2 \cos q_2 L_2)^2 + (\sinh p_2 L_2 \sin q_2 L_2)^2}$$

Uit deze uitdrukking volgt dat de weerstand steeds een dempende invloed heeft :

$p > 0 \qquad \cosh^2 pL > 1 \qquad$ en $\sinh pL > 0$.

C.V. 30-5-73.



VLOEISTOFMECHANICA b 73A
UITWERKING BIJLAGE
7-6-73

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

Afdeling der

WEG- en WATERBOUWKUNDE

Vloeistofmechanica

Schriftelijk tentamen b 73A "Lange Golven A"

25 september 1973 van 9.00 tot 12.00 uur

De uit te werken vraagstukken 1,2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer even veel tijd te besteden.

Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan, dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidelijk aan, waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formule-blad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en STAMNUMMER.

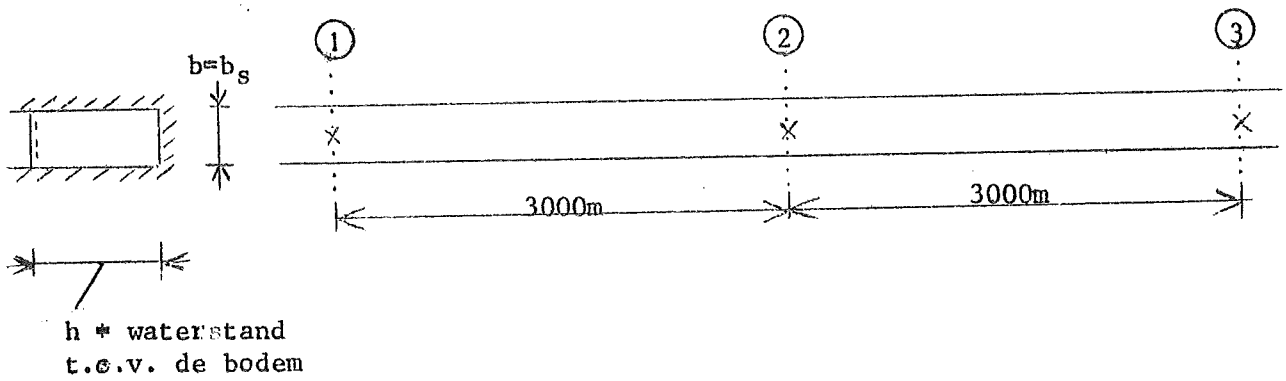
VRAAGSTUK 1.

A De continuïteitsvergelijking voor de beschrijving van een lange golf in een open leiding kan worden geschreven als:

$$\frac{\partial Q}{\partial S} = - b \frac{\partial h}{\partial t}$$

1.1. Geef m.b.v. een duidelijke schets een afleiding voor deze partiële differentiaal-vergelijking.

B In een prismatische open leiding met horizontale bodem en met vertikale wanden doet zich een lange - golfverschijnsel voor.
In deze leiding worden de plaatsen (1), (2) en (3) onderscheiden met tussenafstanden van 3000 m(zie figuur). De breedte van de leiding is $b = b_s = 180$ m.



In de punten (1), (2) en (3) is over een beperkte periode het verloop van de waterstanden gegeven, terwijl over dezelfde periode het debiet in punt (1) bekend is (zie bijlage).

1.2. Kies de positieve s - as van punt (1) naar punt (3) en geef daarna duidelijk aan welke tekenafspraak wordt aangehouden.

1.3. Bepaal achtereenvolgens drie waarden voor het debiet Q in het punt (3) voor de volgende tijdstippen:

$t = 7$ uur, $t = 8$ uur en $t = 9$ uur.

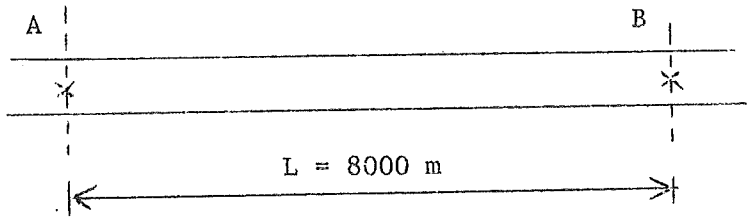
1.4. Zet de onder 1.3. gevraagde waarden uit in de figuur op de bijlage en schets het verloop van $Q_3(t)$ over het beschouwde tijdsinterval.

1.5. Bereken op het tijdstip $t = 8$ uur en in het punt (2) een waarde voor de belangrijkste termen van de bewegingsvergelijking, als nog gegeven is $c^2 = 4000$ m/s^2 en $g = 10$ N/kg (m/s^2).

245

VRAAGSTUK 2.

In een open leiding plant zich een periodieke lange golf voort, die kan worden beschreven met enkelvoudige sinusvormige funkties.
Van de leiding wordt een gedeelte beschouwd als één vak tussen de vakgrenzen A en B (zie figuur). De vaklengte is L = 8000 m.



Het dwarsprofiel van de leiding tussen A en B is konstant. De belangrijkste gegevens van de dwarsprofiel zijn:

de gem. diepte	h_{gem}	= 5 m
de stroomvoerende breedte	b_s	= 210 m
de bergende breedte	b	= 280 m
de coëff. van de Chézy	C	= 50 $m^{1/2}/s$

Verder is gegeven:

$$h_A(t) = h_{gem} + \hat{h}_A \cos(\omega t - K_A)$$

$$Q_A(t) = \hat{Q}_A \cos(\omega t - \phi_A)$$

$$Q_B(t) = \hat{Q}_B \cos(\omega t - \phi_B)$$

waarin: $\hat{h}_A = 0{,}80$ m , $K_A = 160^\circ$ ($\approx$ 2,80 radialen);

$\hat{Q}_A = 800\ m^3/s$, $\phi_A = 100^\circ$ ($\approx$ 1,75 ");

Geschat is:

$\hat{Q}_B = 600\ m^3/s$, $\phi_B = 110^\circ$ ($\approx$ 1,90 ");

terwijl: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en T = 44706 seconden.

Bij de enkelvoudige harmonische methode wordt een oplossing gevonden voor de gelineariseerde differentiaal - vergelijkingen.

2.1. De weerstandsterm uit de bewegingsvergelijking

$$\frac{1}{C^2A^2R} Q|Q|$$

kan volgens Lorentz worden vervangen door een lineaire term kQ.

(zie verder blz. 3)

(vervolg vraagstuk 2)

Bereken voor het beschouwde vak A - B een waarde voor de faktor k.

2.2. De z.g. vierpoolvergelijkingen (zie formule - blad) kunnen worden afgeleid uit de algemene oplossing voor h(s,t) en Q(s,t).
Geef in hoogstens twee zinnen aan hoe dat geschiedt (De afleiding zèlf wordt niet gevraagd).

2.3. Geef voor h_A en voor Q_A de complexe funkties, die in de vierpoolvergelijkingen kunnen worden ingevoerd.

Uit berekeningen blijkt dat voor het beschouwde vak A - B de volgende grootheden kunnen worden gevonden:
de voortplantingskonstante $r = p + iq = (0{,}257 + 0{,}345\ i).10^{-6}$,
$\cosh r L = \cosh (pL + i\ q\ L) = 0{,}961 + 0{,}070\ i$

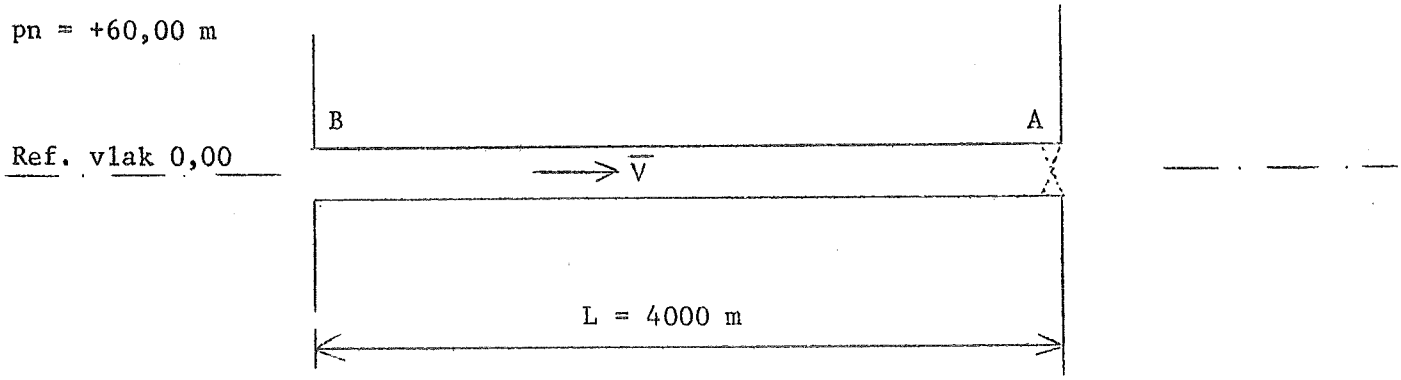
$\sinh r L = \sinh (pL + i\ q\ L) = 0{,}195 + 0{,}346\ i$

2.4. Gevraagd wordt de amplitude en de fasehoek van de funktie $h_B(t)$ te berekenen.

(zie verder blz. 4)

VRAAGSTUK 3.

Door een horizontale buisleiding stroomt permanent water met een gemiddelde snelheid $\bar{V}$ = 0,80 m/s.
De totale lengte van de leiding is L = 4000 m.



Het water stroomt van B naar A.
In de leiding kan zich een eventuele drukgolf voortplanten met een voortplantingssnelheid c = 800 m/s.

In het punt A wordt op een bepaald tijdstip t_o een afsluiter dichtgedraaid. Daarbij wordt een sluitingsprocedure gevolgd, die kan worden weergegeven door 4 punten van een funktie $\bar{V}_A(t)$:

$t = t_o$	→	$\bar{V}_A$ = 0,80 m/s (100%)
$t = t_o$ + 2 seconden	→	$\bar{V}_A$ = 0,60 m/s (75%)
$t = t_o$ + 3 "	→	$\bar{V}_A$ = 0,40 m/s (50%)
$t \geq t_o$ + 4 "	→	$\bar{V}_A \approx 0$

Verondersteld mag worden dat de funktie tussen deze punten lineair verloopt.
Gegeven is dat het piëzometrisch niveau in de leiding bij B konstant is en gelijk is aan 60,00 m t.o.v. de as van de leiding (referentie - vlak).
De invloed van de weerstand mag in het vraagstuk geheel buiten beschouwing blijven.

3.1. Stel voor het probleem vast met welke beginvoorwaarden rekening wordt gehouden.
Geef een kort kommentaar.

3.2. Gevraagd wordt de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" in detail toe te passen tot en met het tijdstip $t = t_o$ + 7 seconden.

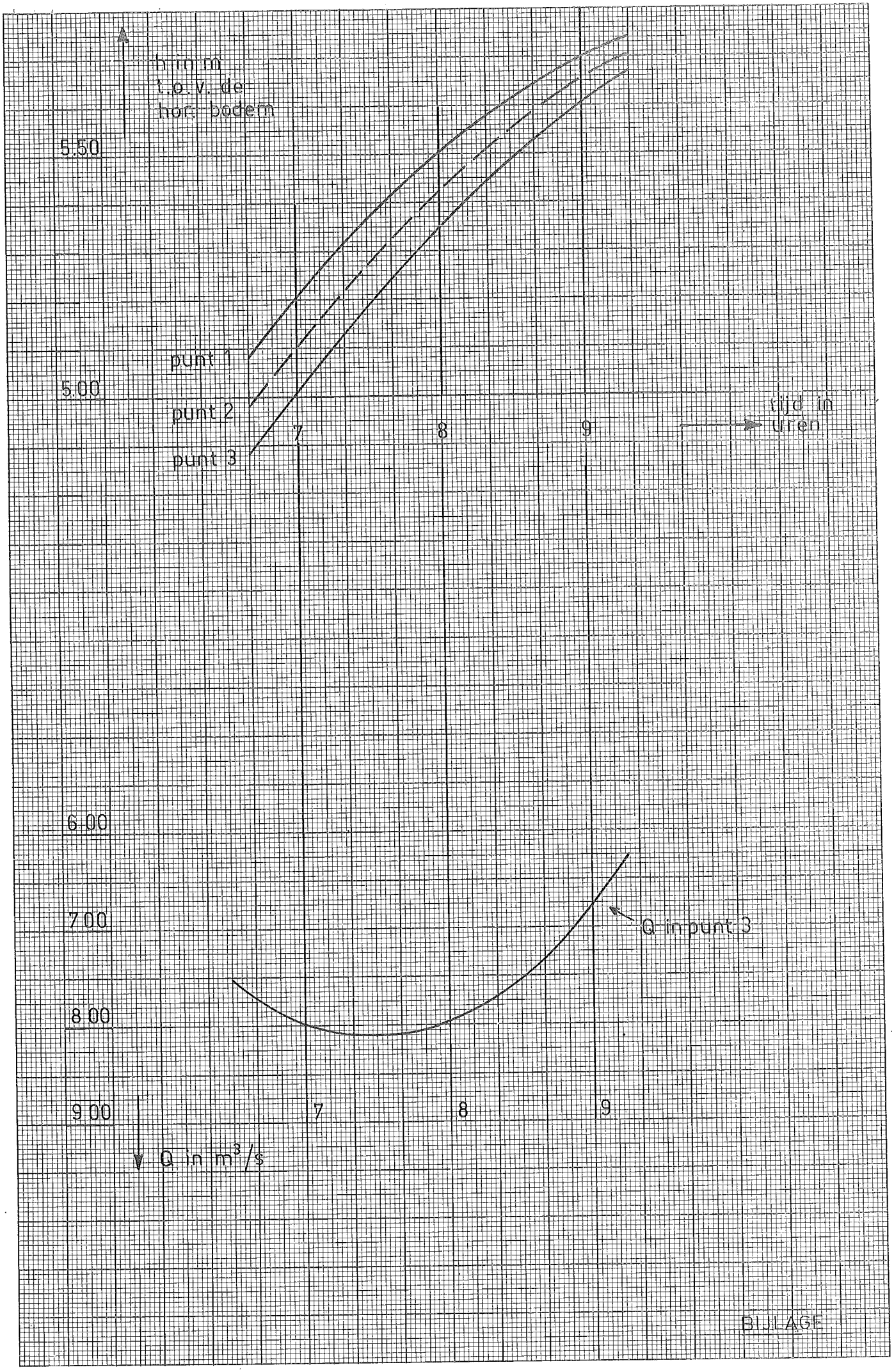
(zie verder blz. 5)

(vervolg vraagstuk 3)

3.3. Geef voor de gehele leiding het verloop van het piëzometrisch niveau en van de gem. snelheid voor achtereenvolgens de volgende tijdstippen:

a. $t = t_o + 3$ seconden
b. $t = t_o + 4$ seconden
c. $t = t_o + 7$ seconden

3.4. Op welke wijze kan men de maximale veranderingen van het piëzometrisch niveau in de leiding als gevolg van het sluiten van de afsluiter in A beperken?
Geef een kort kommentaar.


h in m
t.o.v. de
hor. bodem
5.50
5.00
punt 1
punt 2
punt 3
7
8
9
tijd in
uren
6.00
7.00
8.00
9.00
Q in punt 3
Q in m³/s
BIJLAGE

Uitwerking tentamen b73A van 25 september 1973 (Telegramstijl)

Vraagstuk 1

1.1. Zie kollegediktaat.

1.2. Q is positief in de positieve s-richting.

1.3. Integratie van de cont. verg. over het gehele vak geeft:

$$Q_3 - Q_1 = -\ 180 \times 6000 \times \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{gem}.$$

In punt 2 is $\frac{\partial h}{\partial t}$ resp. voor

7 uur : $+\ 0{,}11 : 1200 = 0{,}92\ 10^{-4}$ m/s ;

8 uur : $+\ 0{,}09 : 1200 = 0{,}75\ 10^{-4}$ m/s ;

9 uur : $+\ 0{,}06 : 1200 = 0{,}50\ 10^{-4}$ m/s .

Gevonden wordt:

7 uur : $Q_3 - Q_1 = -\ 1{,}08\ 10^6 \times 0{,}92\ 10^{-4} = 100\ m^3/s$

8 uur : $Q_3 - Q_1 = -\ 1{,}08\ 10^6 \times 0{,}75\ 10^{-4} = 81\ m^3/s$

9 uur : $Q_3 - Q_1 = -\ 1{,}08\ 10^6 \times 0{,}50\ 10^{-4} = 54\ m^3/s$

1.4. Zie bijlage 1.

1.5. Weerstandsterm:

$$-\frac{Q/Q/}{C^2A^2R} = -\frac{(745)^2}{4000\ (180\ 5{,}42)^2\ 5{,}42} = -\frac{5{,}55\ 10^5}{2{,}07\ 10^{10}} = \underline{\underline{-\ 2{,}68\ 10^{-5}.}}$$

Traagheidsterm:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{-35}{2400} = -\ 1{,}46\ 10^{-2}\ m^3/s^2$$

$$-\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{-1{,}46\ 10^{-2}}{10\ 975} = \underline{\underline{+\ 1{,}5\ 10^{-6}}}$$

Vraagstuk 2

2.1. $k = \frac{8}{3\pi}\left(\frac{1}{C^2A^2R}\right)_{gem}\hat{Q}_{gem}$

$$k = 0{,}85\ \frac{700}{2500\ (210 \times 5)^2\ 5} = 4{,}3\ 10^{-8}\ s/m^3$$

2.2. In de alg. opl. komen integratie-konstanten voor; deze worden bepaald door op een vakgrens de h en de Q in te voeren (zie kollegediktaat).

2.3. $h_cA = 0{,}80\ \{\cos(-160^\circ) + i \sin(-160^\circ)\} = -\ 0{,}752 - 0{,}273\ i$

$Q_cA = 800\ \{\cos(-100^\circ) + i \sin(-100^\circ)\} = -\ 139 - 790\ i$

2.4. $h_cB = L.h_cA + M.Q_cA = (0{,}961 + 0{,}070\ i)\ (-\ 0{,}752 - 0{,}273\ i) +$

$$-\frac{(0{,}257 + 0{,}345\ i)10^{-4}}{1{,}405\ 10^{-4} \times 280\ i}\ (0{,}195 + 0{,}346\ i)\ (139 - 790\ i)$$

$= (-0{,}702 - 0{,}312\ i) - (0{,}083 - 0{,}336\ i) = -\ 0{,}785 + 0{,}024\ i$

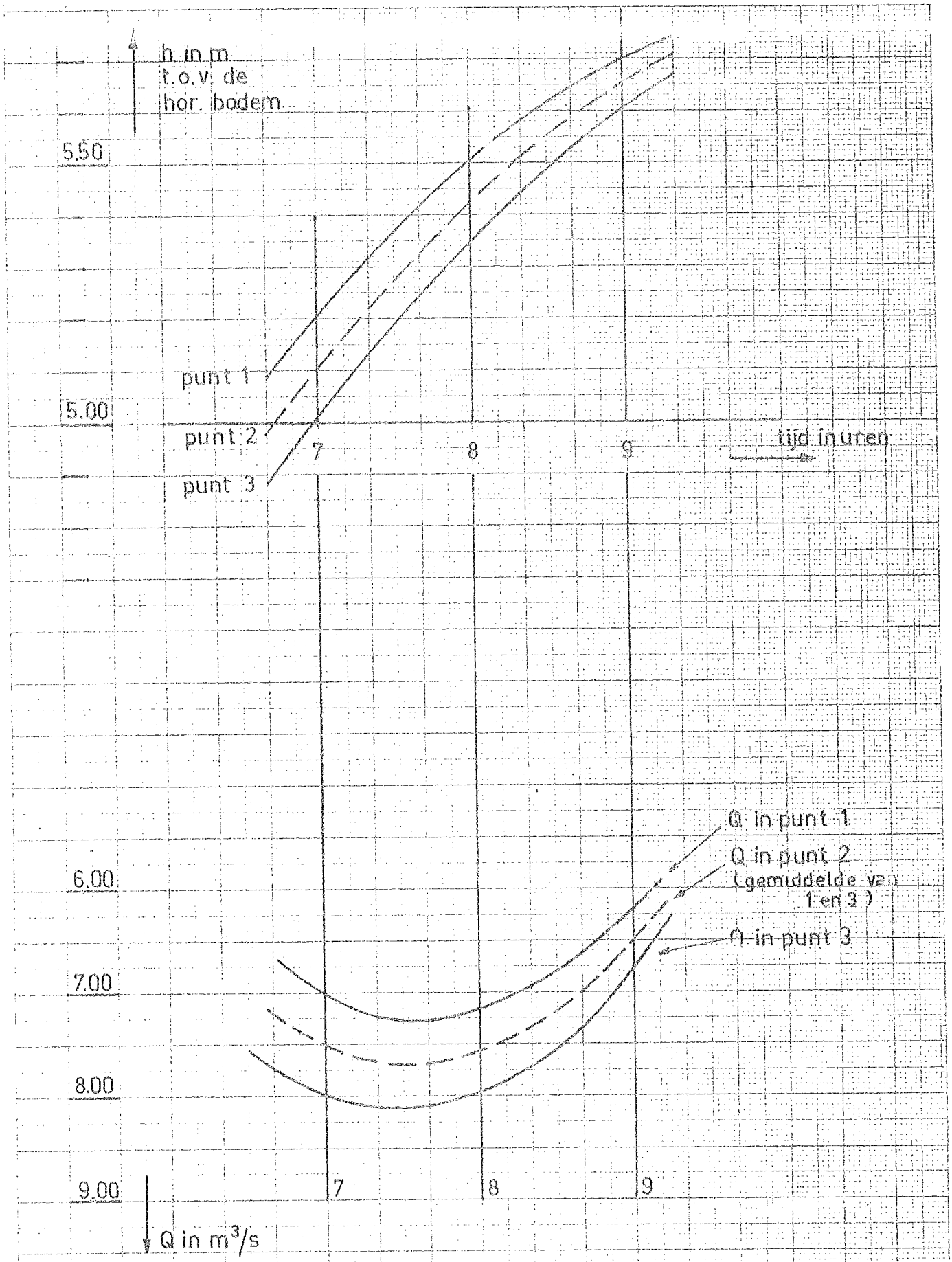
Hieruit volgt: $\hat{h}_B = 0{,}79$ m en $K_B \approx 182^\circ$

Vraagstuk 3

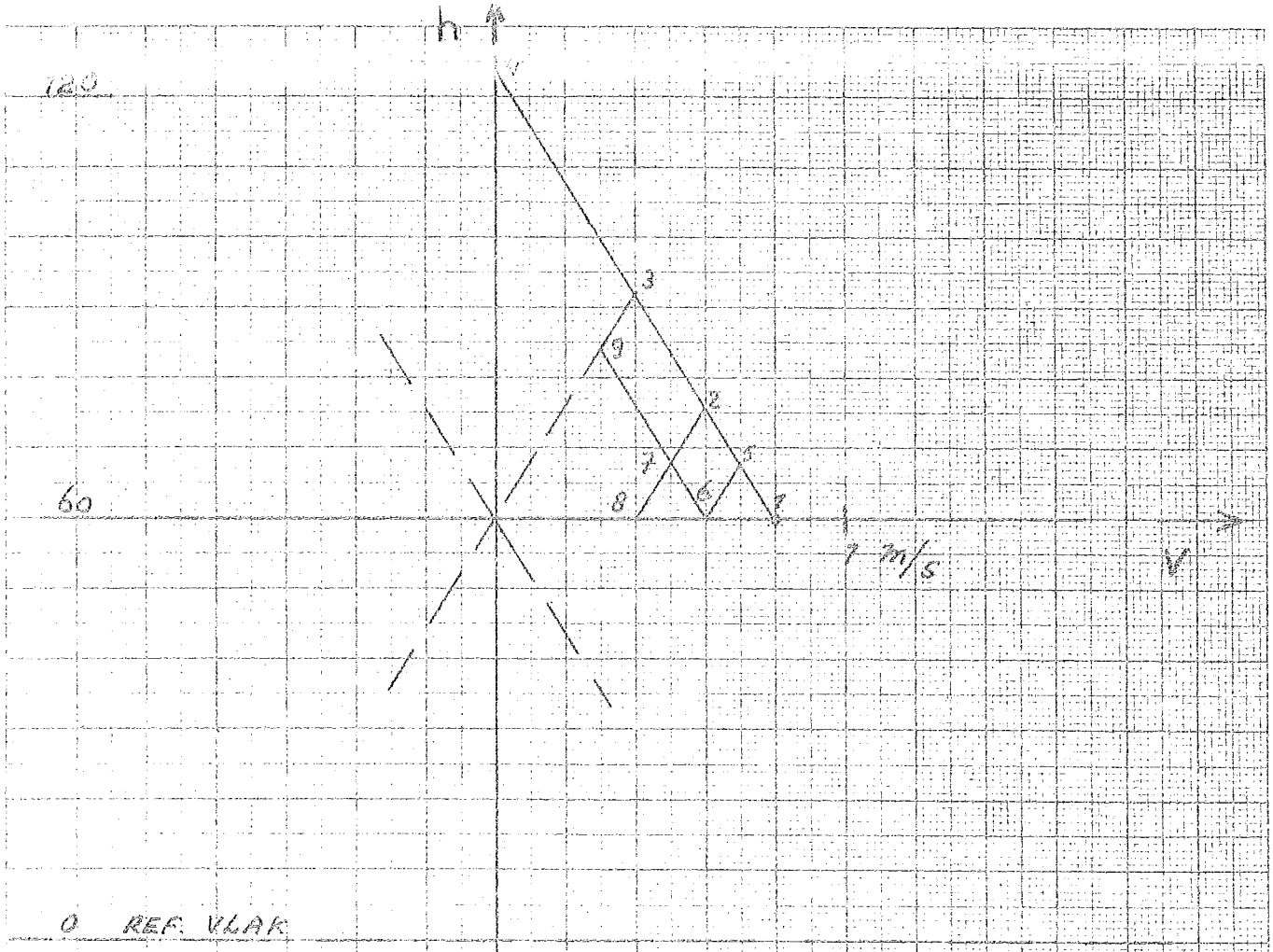
3.1. Alle verliezen zijn verwaarloosd; beginvoorwaarden:
voor alle waarden van s is op $t = t_o$
het piëzometrisch niveau pn = + 60,00 m en $\bar{V}$= 0,80 m/s.

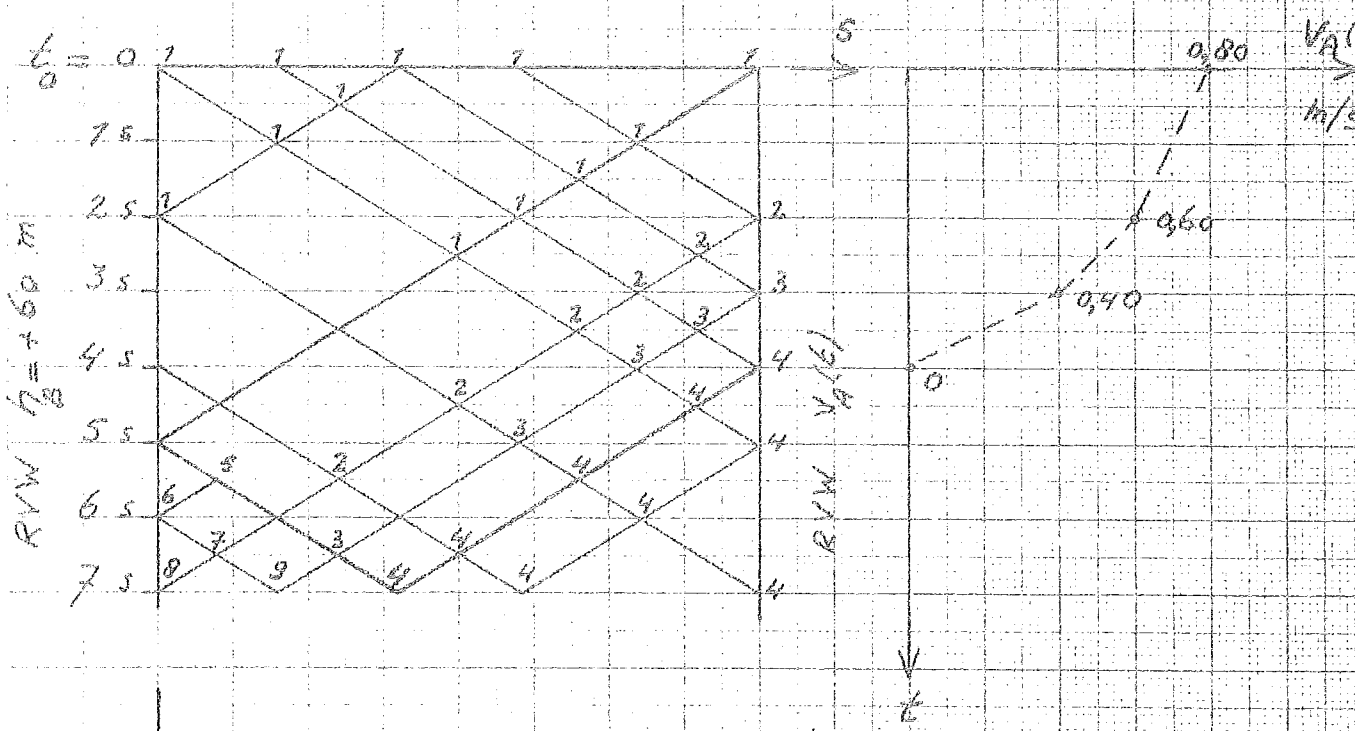
3.2. en 3.3. Zie bijlagen 2 en 3.

3.4. a. Afsluitprogramma wijzigen ($T_s > 2\tau$)
b. Bufferschacht of windketel toepassen.

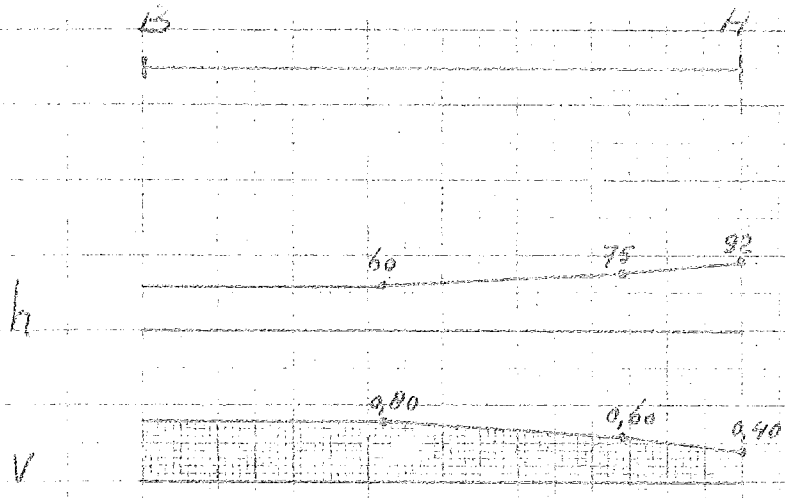


VLOEISTOFMECHANICA b73A
Tentamen 25-9-'73
UITWERKING Bijlage 1

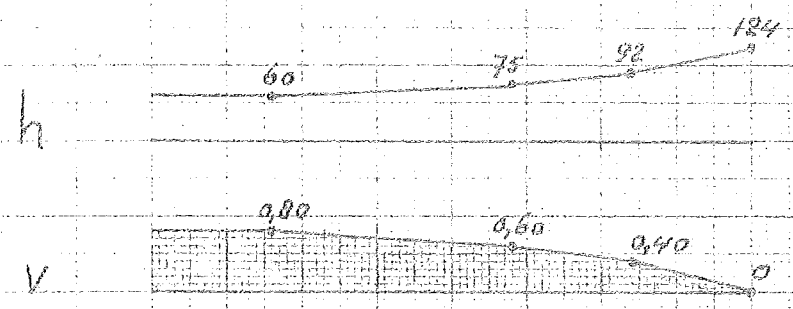




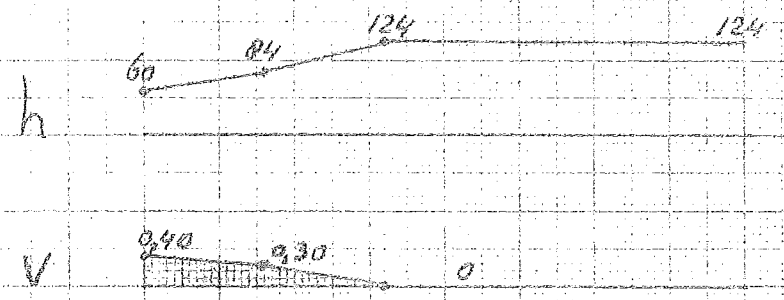
VLOEISTOFMECHANICA 673.4
TENTAMEN 25-9-'73
UITWERKING
BIJLAGE 2



t_0 + 3 SECONDEN



t_0 + 4 "



t_0 + 7 "

VLOEISTOFMECHANICA B 73A
TENTAMEN 25 9 '73
UITWERKING
BIJLAGE 3

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der
WEG- en WATERBOUWKUNDE

Vloeistofmechanica

Schriftelijk tentamen b 73A "Lange Golven A"
23 januari 1974 van 14.00 tot 17.00 uur

De uit te werken vraagstukken 1,2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer even veel tijd te besteden.

Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan, dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidelijk aan, waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formuleblad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en STAMNUMMER.

Vak	Δx	b_s	a t.o.v. NAP	h_m	h_{gem}	a	A	a_r	C	$b\Delta x$	Q_m	Q_m+Q_{m-1}	Q_m-Q_{m-1}	$\frac{\Delta x}{2\Delta t\, gA}$	$\frac{\Delta x\lvert Q_m+Q_{m-1}\rvert}{4C^2A^2a_r}$	$\frac{Q_m-Q_{m-1}}{gA^2}$
				1,12							0,69063					
1	0,8965	0,277	5,07		1,09470	6,16470	1,70762	5,90198	0,50	0,324		1,35116	-0,03010	0,44597	0,07038	-0,00195
				1,06940							0,66053					
2	0,8075	0,215	4,68		1,01447	5,69447	1,22431	5,40797	0,50	0,253		1,22083	-0,10023	0,56027	0,12161	-0,00682
				0,95954							0,56030					
3	1,0995	0,187	4,07		0,86974	4,93974	0,92373	4,69184	0,50	0,290		0,89394	-0,22666	1,01112	0,24551	-0,02708
				0,77993							0,33364					
4	1,0395	0,167	3,48		0,74670	4,22670	0,70586	4,02314	0,50	0,237		0,41529	-0,25199	1,25099	0,21536	-0,05156
				0,71346							0,08165					
5	0,3220	0,160	2,56		0,71371	3,27371	0,52379	3,14494	0,50	0,072		0,08165	-0,08165	0,52221	0,03042	-0,03034
				0,71395							0					

Vak	α_m	β_m	γ_m	δ_m	p_m	q_m	a_m	b_m	X_m	Y_m	r_m	c_m	d_m
1	0,51530	0,60258	2,7	5,91138	-1,94062	-1	1,94062	1,16938	4,64062	1	-0,43097	-0,16364	1,52582
2	0,67506	0,68399	2,10833	4,27768	-0,90413	-0,61034	-0,14795	1,99796	3,83397	1,90863	-0,56467	0,01633	1,27130
3	1,22955	0,90388	2,415	4,20082	-0,55735	-0,68529	0,00910	1,21234	3,73240	2,36368	-0,70191	-0,00480	1,09068
4	1,41479	0,51952	1,975	2,94945	-0,47243	-0,66839	-0,00227	0,75126	3,10234	2,38627	-0,83645	0,00133	0,84696
5	0,52234	0,04264	0,59667	0,85169	-0,73595	-0,38442	0,00096	0,65470	1,69908	1,49908	-0,92727	0,00039	0,78109

h_m	Q_m	
1,11	0,61432	Krimpen
1,07924	0,61475	Streefkerk
0,98855	0,53283	Schoonhoven
0,83660	0,32590	Jaarsveld
0,78099	0,08061	Vreeswijk
0,78152	0	Hagestein

Δx = sectielengte — eenheid 10.000 m
b_s = stroomvoerende breedte — " 1000 m
a = diepte beneden waterspiegel — " 1 m
h = waterstand t.o.v. N.A.P. — " 1 m
A = stroomvoerend profiel — " 1000 m^2
a_r = hydraulische straal — " 1 m
C = weerstandscoefficiënt — " 100 $m^{\frac{1}{2}}$/sec
b = bergende breedte — " 1000 m
g = versnelling t.g.v. de zwaartekracht — " 1 m/sec^2
Q = stroom — " 1000 m^3/sec
t = tijd — " 10.000 sec

ebstroom ⟶ negatief
vloedstroom ⟶ positief

zie blz. 12, 13.

m = 1, 2, 3, 4 en 5

$$\alpha_m = \frac{\Delta x}{2\Delta t}\frac{1}{gA} + \frac{\Delta x}{4C^2A^2a_r}\left|Q_{m-1}+Q_m\right| + \frac{1}{gA^2}(Q_m-Q_{m-1})$$

$$\beta_m = \frac{\Delta x}{2\Delta t}\frac{1}{gA}(Q_m-Q_{m-1})$$

$$\gamma_m = \frac{b\Delta x}{2\Delta t}$$

$$\delta_m = \gamma_m(h_{m-1}+h_m)$$

zie blz. 14 t/m 20

$$Q'_{m-1} = p_m h'_m + q_m Q'_m + a_m h'_o + b_m \quad (1)$$

$$h'_m = r_m Q'_m + c_m h'_o + d_m \quad (2)$$

$$p_m = \frac{1}{\alpha_m - r_{m-1}}$$

$$q_m = \alpha_m p_m$$

$$a_m = -c_{m-1} p_m$$

$$b_m = -(d_{m-1} + \beta_m) p_m$$

zie (1)

$$X_m = \gamma_m(1+p_m r_{m-1}) - p_m$$

$$Y_m = 1 - \gamma_m r_{m-1}$$

$$r_m = \frac{Y_m q_m - 1}{X_m}$$

$$c_m = \frac{Y_m a_m - \gamma_m c_{m-1}}{X_m}$$

$$d_m = \frac{Y_m b_m - \gamma_m d_{m-1} + \delta_m}{X_m}$$

zie (2)

startwaarden:

$r_o = 0$
$c_o = 1$
$d_o = 0$

Sectie-afmetingen

	Δx m	b_s m	a NAP m-NAP	C $m^{\frac{1}{2}}$/sec
Vak 1 (Krimpen-Streefkerk)	8965	277	5,07	50
Vak 2 (Streefkerk-Schoonh.)	8075	215	4,68	50
Vak 3 (Schoonh.-Jaarsveld)	10995	187	4,07	50
Vak 4 (Jaarsveld-Vreeswijk)	10395	167	3,48	50
Vak 5	3220	160	2,56	50

Getijberekening volgens de impliciete methode

rivier: Lek

tijdstap 5 u-5 u 10

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afd. Weg- en Waterbouwkunde
VLOEISTOFMECHANICA

COLLEGE 673

Kombergingsbreedten

h	Krimpen-Streefkerk Vak 1 m	Streefkerk-Schoonhoven Vak 2 m	Schoonhoven-Haastrecht Vak 3 m	Haastrecht-Vreeswijk Vak 4 m	Vreeswijk-Nieuwegein Vak 5 m
- 1,00	307	258	219	186	193
- 0,75	312	262	225	192	199
- 0,50	317	267	230	197	204
- 0,25	322	272	236	203	208
NAP	328	278	242	209	211
0,25	334	285	248	215	215
0,50	341	292	254	221	218
0,75	349	302	260	228	224
1,00	358	313	267	235	230
1,25	368	327	275	243	238
1,50	381	347	285	254	249
1,75	398	377	297	271	264
2,00	429	421	323	308	285

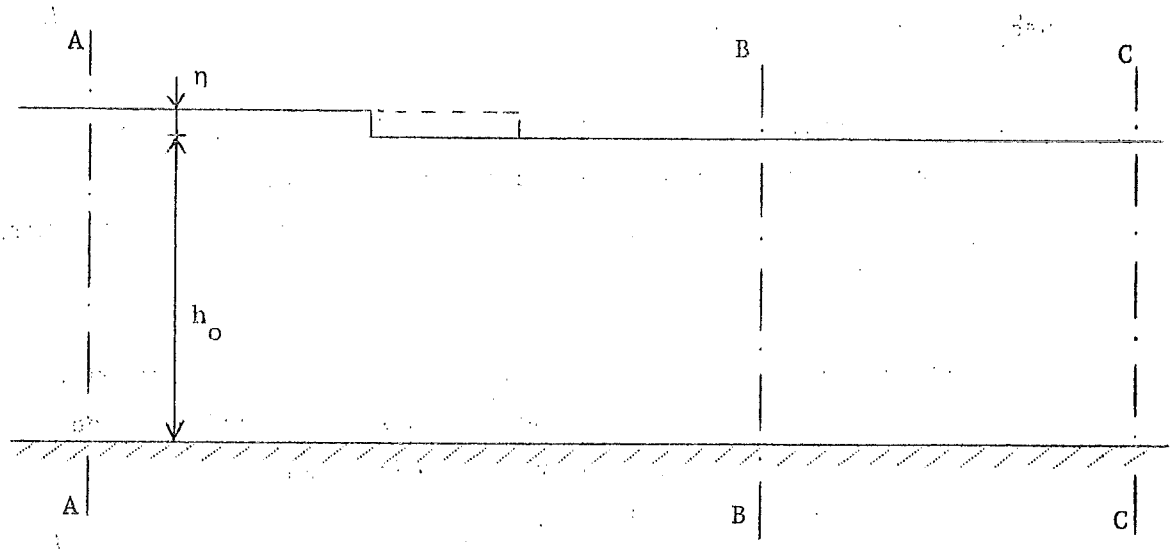
TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afd. Weg- en Waterbouwkunde
VLOEISTOFMECHANICA COLLEGE 573

Vraagstuk 1.

In dit vraagstuk wordt een prismatisch kanaal beschouwd met vertikale wanden en een horizontale bodem.
Door een handeling bij een kunstwerk links van A is een z.g. translatie-golf opgewekt, waarvan verondersteld wordt dat deze zich onvervormd voortplant met een snelheid c m/s in de richting C (zie figuur).

De hoogte van de verstoring η is klein t.o.v. de diepte van het kanaal h_o.

Het front van de golf is steil en kan voor de eenvoud vertikaal worden getekend.



Vóór het passeren van het golffront heerst in het kanaal een rusttoestand $h = h_o$, $\bar{v} = o$.

Ná het passeren van het golffront wordt de gemiddelde snelheid $\bar{v} = v$ en de waterstand blijft $h_o + \eta$ boven de bodem.

Gevraagd:

1.1. Leidt door het opstellen van een impulsbalans de volgende betrekking af:

$$g\,\eta\,(h_o + \frac{\eta}{2}) + (h_o + \eta)\,v\,(v - c) = 0$$

1.2. Geef vervolgens een continuïteits vergelijking, die voor dit golfverschijnsel van belang is. Leidt hieruit een verband af tussen:

a. het debiet Q en de golfhoogte η,

b. de gem. snelheid v en de voortplantingssnelheid c van de verstoring.

Gegeven is verder nog dat h_o = 10,00 m en η = 0,20 m terwijl $b=b_s$=200 m.

1.3. Welke uitdrukking voor de voortplantingssnelheid c acht U gezien bovenstaande gegevens een goede benadering?
Geef de belangrijkste voorwaarden aan waarop deze uitdrukking gebaseerd is.

1.4. Op een bepaald tijdstip $t = t_o$ bereikt het golffront punt B. Rechts van B bevindt zich punt C waar het kanaal in open verbinding staat met een breed en diep meer.
De afstand B-C is 1000 meter.

Geef het verloop van de waterspiegel en het verloop van de gem. snelheid v aan over het trajekt A-C voor het tijdstip

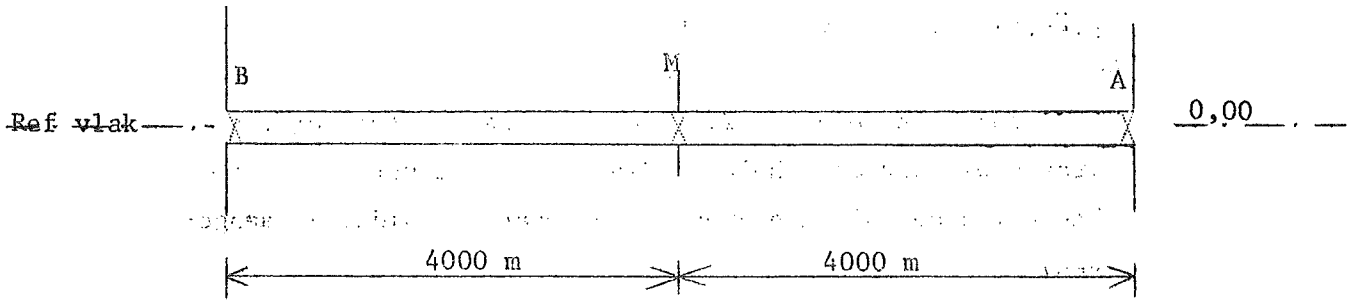
$$\boxed{t = t_o + 150 \text{ seconden}}$$

Geef een <u>kort</u> doch duidelijk kommentaar en 2 duidelijke schetsen waarin de waarden zijn aangegeven.

Vraagstuk 2

Een horizontale leiding dient voor het transport van olie van A naar B. In de leiding bevinden zich drie afsluiters in A , in B en in M. Punt M ligt midden tussen A en B.
De afstanden zijn gegeven (zie figuur).

In de leiding kan zich een drukgolf voortplanten wat een voortplantingssnelheid c = 1000 m/s.



Als referentie - vlak wordt de as van de leiding gekozen.

Achtereenvolgens wordt verondersteld:

- de gem. snelheid $\bar{v}$ = 0,50 m/s in de gehele leiding;
- wrijvingsverliezen en vertragingsverliezen mogen worden verwaarloosd;
- de snelheidshoogte is verwaarloosbaar klein;
- in de permanente toestand is het piëzometrisch niveau in de gehele leiding gelijk aan +50,00 m t.o.v. het ref. vlak;
- het piez. niveau in de leiding bij A is konstant in de tijd.

Op een bepaald tijdstip $t = t_o$ wordt bevel gegeven om de twee afsluiters in B en M te sluiten. Het gevolg is dat:

- op het tijdstip $t = t_o + 2$ seconden de afsluiter in B wordt gesloten,
- op het tijdstip $t = t_o + 10$ seconden de afsluiter in M wordt gesloten;

het sluiten vindt tijdloos plaats.

2.1. Gevraagd wordt de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" in detail toe te passen voor het tijdinterval:

van $t = t_o$ t/m $t = t_o + 14$ seconden

Voor de uitwerking wordt millimeter-papier beschikbaar gesteld. Geadviseerd worden de volgende schalen:

tijd	1 cm ≙	2	seconde	;
lengte	1 cm ≙	1000	m	;
stroomsnelheid	1 cm ≙	0,1	m/s	;
piëz.niveau	1 cm ≙	10	m	;

Uitgaande van de onder 2.1. gevonden resultaten wordt gevraagd om voor de gehele leiding A-B-C het verloop te tekenen van de volgende grootheden (waarden duidelijk aangeven):

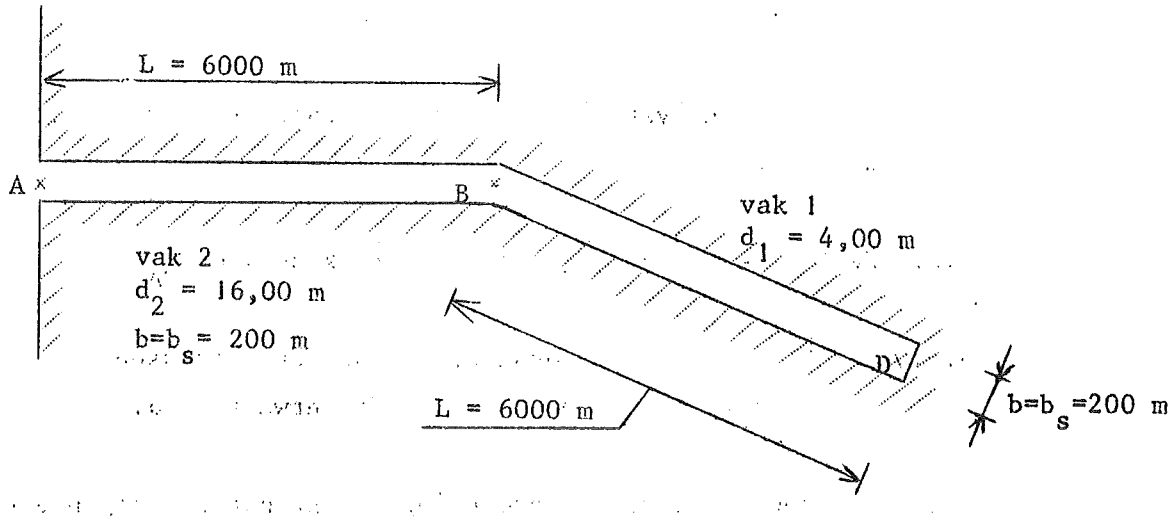
2.2. het piëz. niveau op het tijdstip $t = t_o + 8$ seconden
" " " " " " $t = t_o + 12$ "
" " " " " " $t = t_o + 14$ "

2.3. de gem. snelheid op het tijdstip $t = t_o + 8$ seconden
" " " " " " $t = t_o + 12$ "
" " " " " " $t = t_o + 14$ "

Vraagstuk 3

In een open leiding plant zich een getijgolf voort, waarbij alle funkties h en Q kunnen worden beschreven als enkelvoudige sinusvormige funkties.

De leiding kan worden geschematiseerd tot 2 vakken met een gelijke lengte $L = 6000$ m en een gelijke breedte $b=b_s = 200$ m (zie figuur).



De bodem wordt overal horizontaal verondersteld.
De gem. diepte van vak 2 (A-B) is 16,00 m (zeeschepen).
De gem. diepte van vak 1 (B-D) is 4,00 m.

In punt A is het verloop van de waterstand gegeven:

$$h_A(t) = \hat{h}_A \cos(\omega t - \kappa_A)$$

waarin $\hat{h}_A$ = 0,80 m en κ_A = 0 terwijl T = 44700 s, zodat

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ rad./s .}$$

De randvoorwaarden in punt D is $Q_D(t) = 0$ voor alle waarden van t.

Voor vak 1 zijn de vakkonstanten uit de z.g. vierpoolvergelijkingen (enkelvoudige harmonische methode, zie event. formule-blad) berekend:

$L_1 =$	$\cosh rL$	$= 0{,}988 + 0{,}010\ i$
$M_1 =$	$-\frac{r}{b\ \omega\ i} \sin hrL$	$= (-0{,}107 - 0{,}137i)10^{-3}$
$N_1 =$	$-\frac{b\ \omega\ i}{r} \sin rL$	$= 0{,}590 - 0{,}181.10^{3}.i$
$O_1 =$	$\cosh rL$	$= 0{,}988 + 0{,}010\ i$

Gevraagd:

3.1. Geef een analystische uitdrukking waarmee h_A wordt uitgedrukt in h_D.

3.2. Geef tevens een dergelijke uitdrukking voor Q_A.

3.3. Bereken de z.g. vakkonstanten voor vak 2 (tussen A en B) als in dat vak de weerstand wordt verwaarloosd.

3.4. Uit een uitgevoerde berekening blijkt dat de volgende betrekking kan worden gevonden:

$$h_A = (0{,}980 + 0{,}010\ i)\ h_D\ .$$

Bepaal de amplitude en de fasehoek van de funktie

$$h_D(t) = \hat{h}_D \cos(\omega t - \kappa_D)$$

3.5. Geef geheel zonder rekenen duidelijk aan hoe de funktie $Q_A(t)$ kan worden bepaald.

3.6. Durft U een schatting te geven voor de amplitude $\hat{Q}_A$ en de fasehoek φ_A van de funktie $Q_A(t)$? Zo ja, motiveer deze schatting kort.

3.7. In hoeverre is het verwaarlozen van de weerstand volgens U verantwoordt?

vak 1 wel/niet
vak 2 wel/niet

Motiveer kort Uw mening.

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der
CIVIELE TECHNIEK
VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

Uitwerking tentamen b73A van 23-1-'74

(telegramstijl)

Vraagstuk 1

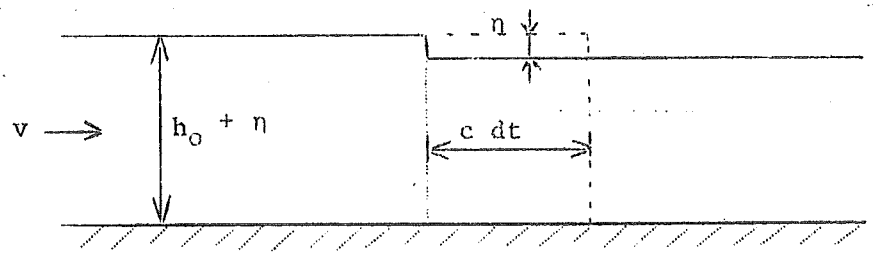
1.1. Een impulsiebalans in de s-richting geeft (zie collegediktaat):

$$\tfrac{1}{2}\rho g\left[(h_o+\eta)^2 - h_o^2\right]b_s\ dt = 0 - \rho v dt(h_o+\eta)(+v)b_s + \rho c dt(h_o+\eta)(+v)b_s$$

Hieruit volgt de vergelijking:

$$g\ \eta\ (h_o+\tfrac{\eta}{2}) = (c-v)\ v\ (h_o+\eta)$$

1.2.



Een continuïteitsbeschouwing geeft (zie figuur):

$v\ b_s\ (h_o+\eta)\ dt = b\ c dt\ \eta$

Hieruit volgt $\boxed{Q = bc\ \eta}$ en $v = \frac{b}{b_s}\frac{\eta}{h_o+\eta}c$ of omdat $b=b_s$ $\boxed{v = \frac{\eta}{h_o+\eta}c}$

1.3 Omdat de golf niet vervormt, $\eta \ll h_o$ en $b=b_s$ is (indien $v_o = 0$) een goede benadering voor c : $\underline{\underline{c = \sqrt{gh_o}}}$

Vraagstuk 2

2.1. De karakteristieke vergelijkingen voor drukgolven in vloeistoffen die stromen door gesloten leidingen luiden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= \pm c \\ \frac{dh}{dv} &= \mp \frac{c}{g} \end{aligned}\right\} \text{weerstand verwaarloosd}$$

Voor de uitwerking wordt verwezen naar de bijlage.
Door het sluiten van de afsluiter in M verandert in het tijdsinterval van $t_o + 10$ s tot $t_o + 14$ s niets in de toestand aan weerzijden van deze afsluiter: toestand III = toestand II.

2.2. en 2.3. Zie figuren op de bijlage.

Vraagstuk 3

3.1. vak 1:

$$\left.\begin{aligned} h_B &= L_1\, h_D \\ Q_B &= N_1\, h_D \end{aligned}\right\} \quad \text{I}$$

vak 2:

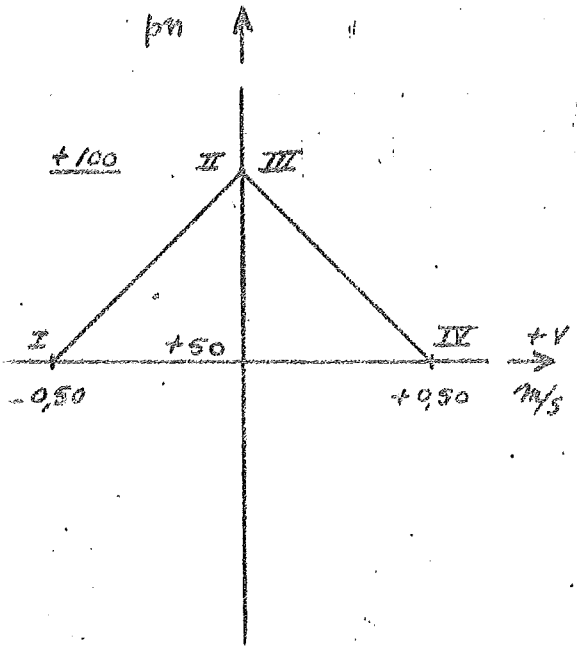
$$\left.\begin{aligned} h_A &= L_2 h_B + M_2 Q_B \\ Q_A &= N_2 h_B + O_2 Q_B \end{aligned}\right\} \quad \text{II}$$

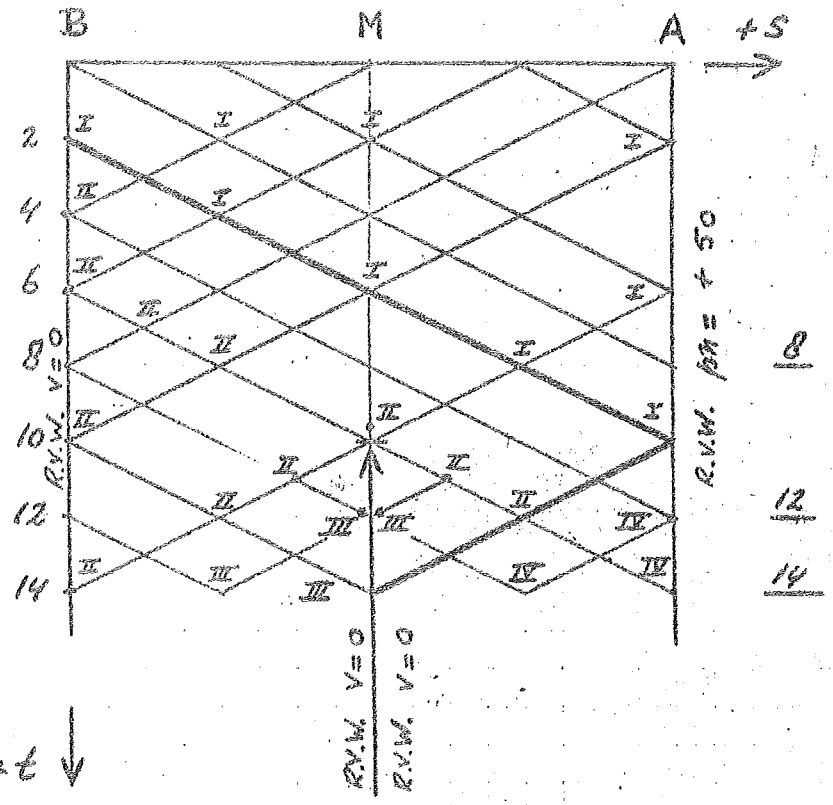
I in II geeft:

$$h_A = h_D \left\{ L_2 L_1 + M_2 N_1 \right\} \quad \text{III}$$

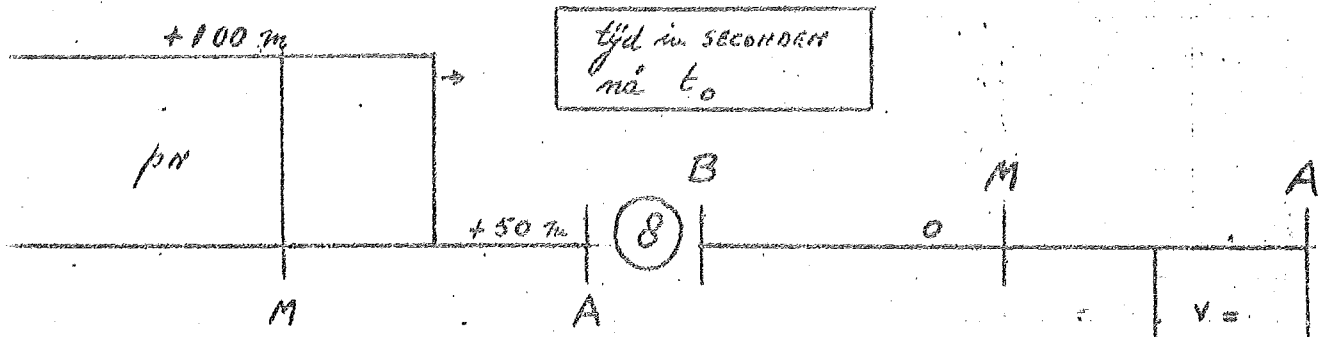
3.2. en

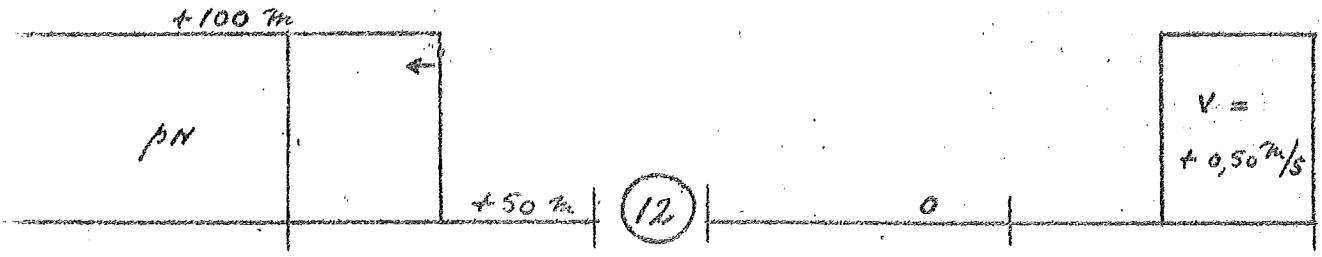
$$Q_A = h_D \left\{ N_2 L_1 + O_2 N_1 \right\} \quad \text{IV}$$

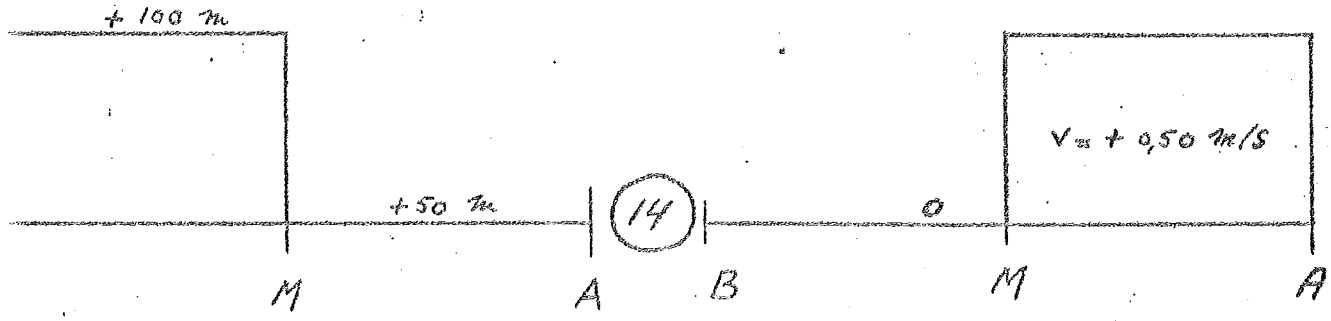




tijd in SECONDEN na t_0







UITWERKING 23-1-74

VRAAGSTUK 2

BIJLAGE

TH DELFT
AFD W&W
VLOEISTOFMECHANICA

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

Afdeling der

WEG- en WATERBOUWKUNDE

Vloeistofmechanica

Schriftelijk tentamen b 73^{A} "Lange Golven A"

6 juni 1974 van 9.00 tot 12.00 uur

De uit te werken vraagstukken 1, 2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer evenveel tijd te besteden. Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan, dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidelijk aan, waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formuleblad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en STAMNUMMER.

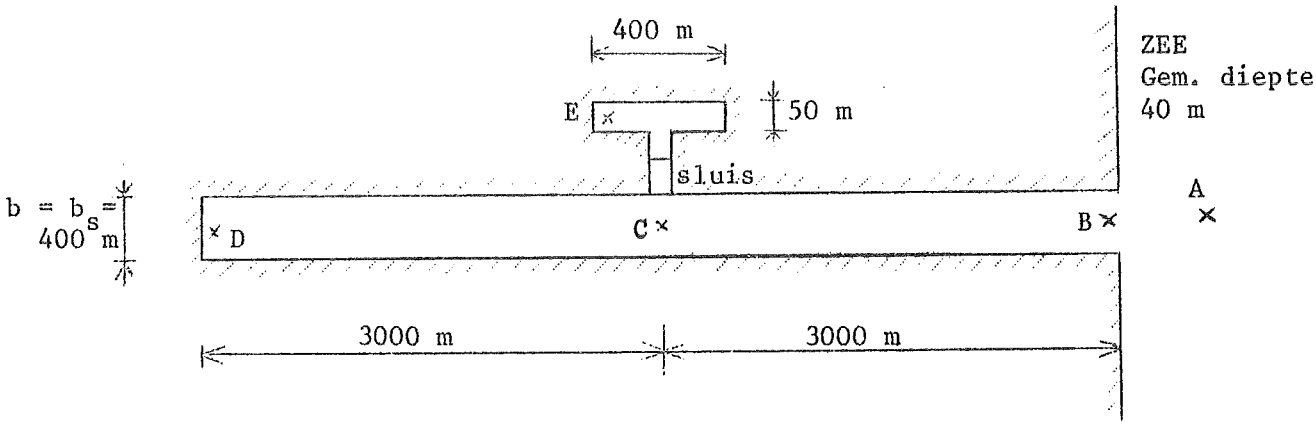
Vraagstuk 1

Halverwege een aan één zijde afgesloten zeearm bevindt zich een jachthaven, die d.m.v. een kleine sluis in verbinding staat met de zeearm. Zoals uit onderstaande situatie blijkt, is de afstand tussen drie punten B, C en D bekend:
$L_{B-C} = L_{C-D} = 3000$ m.
Alle wanden zijn vertikaal, de bodem is overal horizontaal en bevindt zich op een niveau

N.A.P. - 6,40 m.

De breedte van de zeearm mag konstant worden gesteld : $b = b_s = 400$ m.
Van de jachthaven is gegeven: breedte = 50 m
lengte = 400m (zie figuur).

Tekening niet op schaal.



Vanuit de relatief diepe zee plant het getij zich in de zeearm voort. In punt A is het verloop van de waterstand gegeven in de vorm:

$$h(A,t) = \text{N.A.P.} + \hat{h}(A) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right), \text{ waarin } \hat{h}(A) = 0{,}60 \text{ m}$$

$$\text{en } \omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ terwijl } T = 44700 \text{ seconden.}$$

Verondersteld wordt dat "berekeningen" zijn uitgevoerd en dat op grond van de resultaten daarvan "konklusies" worden getrokken.

Gevraagd wordt eerst de onder [A] omschreven beweringen op hun juistheid te beoordelen.
Antwoord bij elk punt met "juist" of "onjuist" en geef kort aan waarop U dat antwoord baseert.

[A] De sluis bij punt C is dicht.

1.1. Bij de voortplanting van een getijgolf in een dergelijke zeearm spelen de weerstandsterm en de traagheidsterm uit de bewegingsvergelijking een even grote rol.

1.2. De onder 1.1. genoemde termen bereiken in punt C op dezelfde tijdstippen een extreme waarde.

1.3. In punt D is $\frac{\partial Q}{\partial s}$ op ieder tijdstip gelijk aan NUL.

(vervolg vraagstuk 1)

[B] Voor het onder [A] beschouwde geval, waarin de sluis ter hoogte van punt C dicht is, is de z.g. enkelvoudige harmonische methode toegepast.
Gevraagd wordt de volgende twee vragen betreffende deze analytische oplossingsmethode te beantwoorden.

1.4. De randvoorwaarde in punt A wordt in een berekening ingevoerd als een complexe funktie

$$h_c(A) = 0{,}300 - 0{,}520\ i$$

Uit een berekening (al of niet juist uitgevoerd) blijkt dat voor punt C zou gelden:

$$h_c(C) = 0{,}540 - 0{,}935\ i$$

Bepaal de fasehoek K(C) en de amplitude $\hat{h}(C)$ en geef aan of dit resultaat bij benadering juist is of geheel onjuist is.

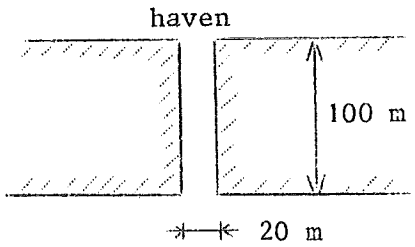
1.5. Bij een z.g. staande golf in een zeearm zoals hier beschouwd zijn de fase-verschillen tussen de funkties h in alle punten gelijk aan NUL. Dit is alleen het geval als men de invloed van de weerstand geheel buiten beschouwing laat.
Toon dit aan voor de punten B en D.

[C] De sluis bij punt C is reeds gedurende enkele dagen volledig geopend.

De afmetingen van de sluis met toegangen mogen alsvolgt worden gesteld op:

lengte 100 m

breedte 20 m

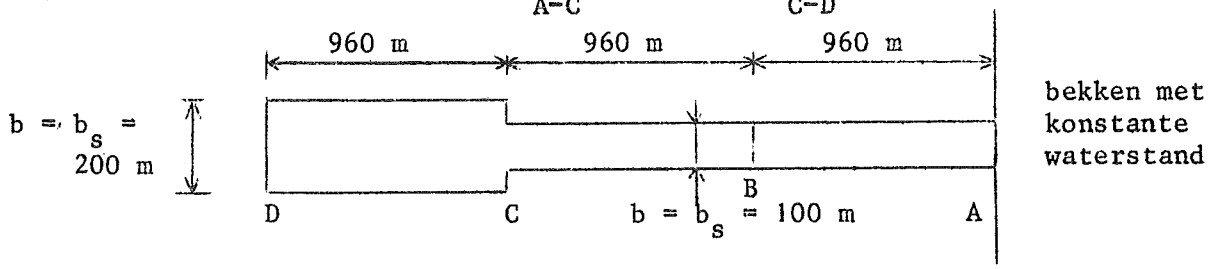


1.6. Geef aan in welke mate het debiet in punt B maximaal zal veranderen vergeleken met het onder [A] beschouwde geval van een gesloten sluis.

1.7. Geef een goede benadering voor de maximale absolute waarde van de weerstandsterm en van de traagheidsterm uit de bewegingsvergelijking voor een punt midden tussen B en C.

Vraagstuk 2

Een kanaal bestaat uit drie korte panden A-B, B-C en C-D, die elk een lengte hebben van 960 meter. De bodem tussen A en D vormt een horizontaal vlak en alle wanden zijn vertikaal.
De beweegbare afsluit-konstrukties in de punten D, B en A zijn gesloten.
Het punt C dient te worden opgevat als een "splitsingspunt" tussen twee panden met een verschillende breedte : b_{A-C} = 100 m en b_{C-D} = 200 m.



In het kanaal heerst een rusttoestand:
- de snelheid v is overal gelijk aan NUL;
- het niveau van de waterspiegel ligt 6,40 m boven het vlak van de bodem (h_o = + 6,40 m).

Op een bepaald tijdstip t = t_0 worden de beweegbare afsluit-konstrukties bij de punten B en A beide in een verwaarloosbaar korte tijd geopend. Na dat tijdstip t = t_0 mag worden verondersteld dat bij punt A de waterstand wordt gehandhaafd op een niveau + 6,70 m t.o.v. de kanaalbodem.

Gevraagd wordt om bij dit vraagstuk de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" in detail toe te passen en daarbij duidelijk aan te geven welke begin- en randvoorwaarden in de berekening worden ingevoerd (zie aanwijzingen).

3.1. Voer de berekening uit tot het tijdstip t_0 + 240 seconden, en geef het verloop van de waterstand op de tijdstippen:

t = t_0 + 2 minuten èn t = t_0 + 4 minuten.

3.2. Voer de berekening verder uit tot het tijdstip t_0 + 480 seconden, en geef het verloop van de waterstand op de tijdstippen:

t = t_0 + 6 minuten èn t = t_0 + 8 minuten.

3.3. Geef in max. 5 regels een korte interpretatie van het belangrijkste aspekt van de verkregen resultaten.

Aanwijzingen:

Om de uitwerking van deze tentamen-opgave te vereenvoudigen wordt verondersteld dat:
- de snelheidshoogte $v^2/2g$ mag worden verwaarloosd;
- de snelheid v klein is t.o.v. $\sqrt{g\ h_o}$;
- de weerstand mag worden verwaarloosd.

Na deze veronderstellingen wordt nog geadviseerd te werken met de eenvoudigste karakteristieke vergelijkingen in h en Q.

Bij de uitvoering kan het uitgereikte millimeter-papier worden gebruikt. Verder wordt geadviseerd om de volgende schalen te gebruiken:

lengte	: 1 cm	→	240 meter
tijd	: 1 cm	→	60 seconden
hoogte	: 1 cm	→	0,10 meter
debiet	: 1 cm	→	80 m^3/s

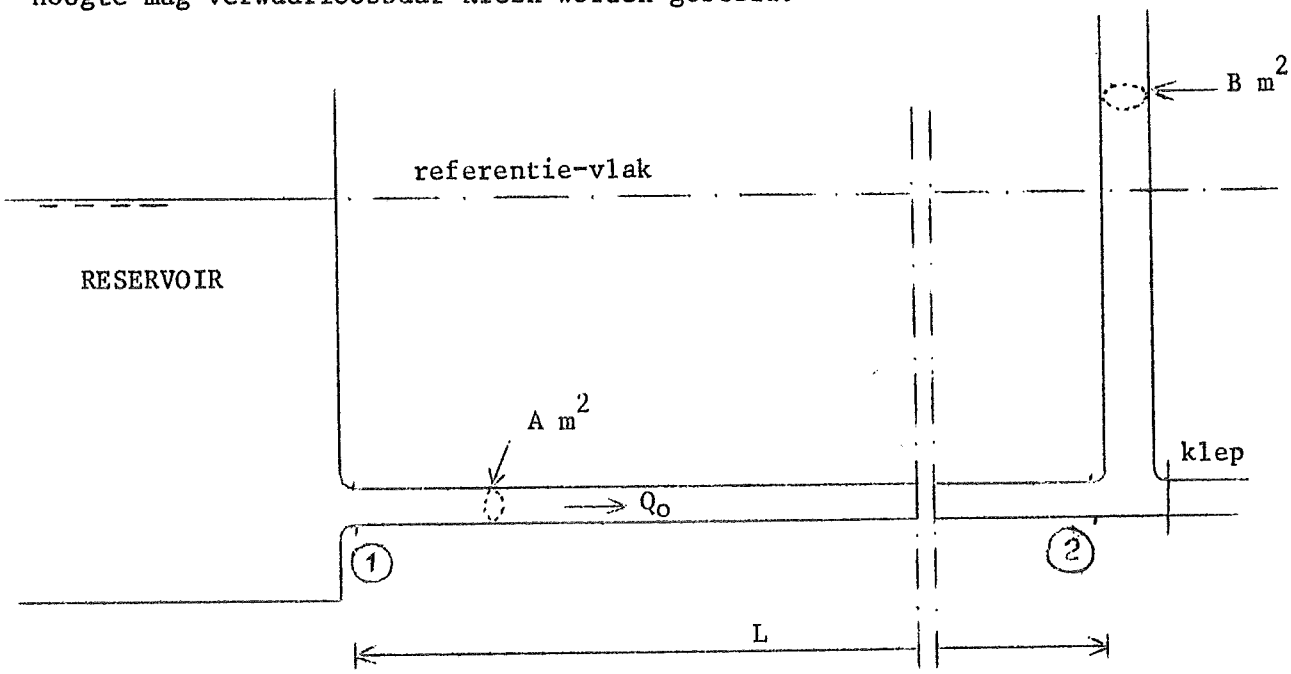
(zie verder blz. 4)

Vraagstuk 3

Door een horizontale leiding met een lengte L en een doorstroomprofiel groot A m^2 stroomt permanent water met een gemiddelde snelheid

$$v_o = \frac{Q_o}{A} \text{ m/s}$$

De oppervlakte van het reservoir links van punt 1 (zie figuur) mag zeer groot worden verondersteld, zodat het niveau van de waterstand daarin konstant gesteld kan worden. Dit niveau wordt als referentie-vlak gekozen. De snelheidshoogte mag verwaarloosbaar klein worden gesteld.



Aan het andere einde van de leiding bij punt 2 bevindt zich een schacht met een oppervlakte B m^2.
Onmiddellijk rechts van de schacht bij 2 bevindt zich een afsluitklep.

Op een bepaald tijdstip $t = t_o$ slaat deze klep plotseling dicht, waardoor een lange-golfverschijnsel wordt veroorzaakt.
De eventuele "berging" in de leiding tussen 1 en 2, ten gevolge van drukvariaties, mag worden verwaarloosd ("star"). Als gevolg daarvan behoeft geen z.g. waterslag-verschijnsel te worden beschouwd.

Het piëz.niveau in de gehele schacht mag steeds gelijk worden gesteld aan het piëz.niveau in de leiding bij punt 2 :

$h_{schacht} = h\ (2)$ voor alle waarden van t.

3.1. Voor het bovenomschreven probleem kan een bewegingsvergelijking worden opgesteld voor het gedeelte 1 tot 2 van de leiding. Leid hieruit een uitdrukking af voor het verval over de leiding h (2) - h (1).

3.2. Geef de vergelijking, die men kan opstellen om de invloed van de bufferschacht op het verschijnsel te verdiskonteren.

3.3. Indien de weerstand in de leiding mag worden verwaarloosd, wordt de onder 3.1. gevonden vergelijking eenvoudiger.
Geef in dat geval een analytische oplossing voor het golfverschijnsel, dat zich vanaf het tijdstip $t_o = 0$ seconden zal voordoen.

3.4. Wat zal in het onder 3.3. bedoelde geval de hoogste waterstand in de schacht (h (2) gemeten t.o.v. het gekozen referentievlak) worden, als wordt uitgegaan van de volgende grootheden:

$v_o = 1$ m/s, $A = 0{,}5\ m^2$, $B = 2\ m^2$ en $L = 160$ m?

Uitwerking tentamen b 73A van 6 juni 1974 (telegramstijl)

Vraagstuk 1

De golflengte is te bepalen : $\lambda = c\ T = 8 \times 44700 \approx 360.000$ m.
De verhouding golflengte:bekkenlengte is ongeveer 60 : 1.
Een kombergingsbeschouwing is verantwoord.

1.1. Juist. Een getijgolf is een lange golf met gemengd karakter.
1.2. Onjuist. Zie college-diktaat.
1.3. Onjuist. " " "
1.4. Uit de relatie tussen h(A,t) en $h_c(A)$ volgt dat uit $h_c(C)$ de fase en de amplitude kunnen worden bepaald alsvolgt:

$$\measuredangle(C) = \text{arctg}\ \frac{-0{,}935}{0{,}540} = \text{arctg}\ -1{,}74 = -\ 60^{\circ}\ (\tfrac{\pi}{3}).$$

$$\hat{h}(C) = \sqrt{(0{,}540)^2 + (0{,}935)^2} = 1{,}08 \text{ m}.$$

Een opslinger-faktor van 1,08 : 0,60 = 1,80 is voor het rel. korte bekken zeker niet juist.

1.5. Uit de vierpoolvergelijkingen volgt met $Q_c(D) = 0$:

$$h_c(B) = h_c(D) \cosh rL$$

Uit deze uitdrukking volgt dat h(D) alléén in fase is met h(B) als de term cosh rL REEEL is, dus als p = 0 want dan is cosh rL = cosh iqL = cos qL → reëel getal.

1.6. De kombergingsoppervlakte van de sluis èn de haven is 22.10^3 m^2. Dit is ongeveer 1% van de kombergingsoppervlakte van het bekken B-C-D.
Het debiet in B zal dan ook slechts weinig beïnvloed worden door het al of niet open zijn van de sluis ter hoogte van C.

1.7. Uit een kombergingsbeschouwing volgt dat het debiet voor een punt midden tussen B en C ongeveer gelijk is aan:

$$Q = B\ \frac{dh(A)}{dt} \qquad \text{Hieruit volgt:} \quad \hat{Q} = 18\ 10^5\ 1{,}4\ 10^{-4}\ 0{,}60$$

$$\hat{Q} = 152 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Benadering extreme waarden:

traagheidsterm : $\frac{1}{g\ A}\ \omega\hat{Q} = \frac{1}{10\ 400\ 6{,}40}\ \omega\hat{Q} \approx$

$$= 3{,}9\ 10^{-5}\ .\ 1{,}4\ 10^{-4}\ .\ 152 = \underline{\underline{8{,}3\ 10^{-7}}}\ .$$

weerstandsterm : stel $C = 50\ m^{\frac{1}{2}}\ s^{-1}$

$$\frac{\hat{Q}^2}{C^2\ A^2\ R} = \frac{(152)^2}{2500\ (2560)^2\ 6{,}40} \approx$$

$$= \frac{2{,}3\ 10^4}{16{,}4\ 10^9\ 6{,}40} = \underline{\underline{2{,}2\ 10^{-7}}}$$

Vraagstuk 2

De eenvoudigste karakteristieke vergelijkingen in Q en h luiden:

als: $\frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{g\ h_o} = \underline{\underline{\pm\ 8 \text{ m/s}}}$

dan: $\frac{dQ}{dh} = \mp\ bc \begin{cases} \text{A-C} & 800 \text{ m}^2/\text{s} \\ \text{C-D} & 1600 \text{ m}^2/\text{s} \end{cases}$

Zie voor uitwerking en interpretatie verder de bijlagen 1 en 2.

Vraagstuk 3

In de gesloten leiding is $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0$, dus Q is konstant langs de s-as, die van 1 naar 2 positief wordt gekozen.

3.1. Bew. Verg.: $\frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q/Q/}{C^2A^2R}$, waarin h=h(s,t) en Q=Q(t).

Als naar s wordt geïntegreerd over de leiding, wordt voor een bepaald tijdstip t gevonden:

$$h(2)-h(1) = \int_{s_1}^{s_2} -\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}\,ds - \int_{s_1}^{s_2} \frac{Q/Q/}{C^2A^2R}\,ds = -\frac{L}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} - L\frac{Q/Q/}{C^2A^2R}$$

Deze vergelijking kan ook direkt worden afgeleid.

3.2. De cont. verg. voor de schacht bij 2 geeft: $t > t_o$

$Q(2,t) = +B\frac{d\,h(2,t)}{dt}$; $Q(2,t) = Q(t)$ in de leiding, dus

$$\boxed{Q(t) = +B\frac{dh(2,t)}{dt}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{I}$$

3.3. Weerstand verwaarloosd, bew. verg.: $\boxed{h(2,t)-h(1,t) = -\frac{L}{gA}\frac{d\,Q(t)}{dt}}$ II

h(1,t) = konstant = 0.00 (referentie-vlak). Uit (II) volgt dan:

$$\frac{dh(2,t)}{dt} = -\frac{L}{gA}\frac{d^2Q(t)}{dt^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{III}$$

Substitueren van III in I geeft: $\boxed{Q(t) = -\frac{BL}{gA}\frac{d^2Q(t)}{dt^2}}$

OPL.: stel $Q(t) = C\,e^{\alpha t}$ dan $\alpha^2 = -\frac{gA}{BL} \rightarrow \alpha = \pm i\left(\frac{gA}{BL}\right)^{\frac{1}{2}}$

Stelt men $\alpha = \pm i\omega_o$ dan $\omega_o = \sqrt{\frac{gA}{BL}}$

Alg. Opl. $Q = C_1\,e^{i\omega_o t} + C_2\,e^{-i\omega_o t}$

Uit II volgt:

$$h(2,t) = -\frac{L}{gA}\,i\omega_o\left\{C_1\,e^{i\omega_o t} - C_2\,e^{-i\omega_o t}\right\}.$$

Beginvoorwaarden : t=0, $Q = Q_o = v_oA$ en h(2) = 0.

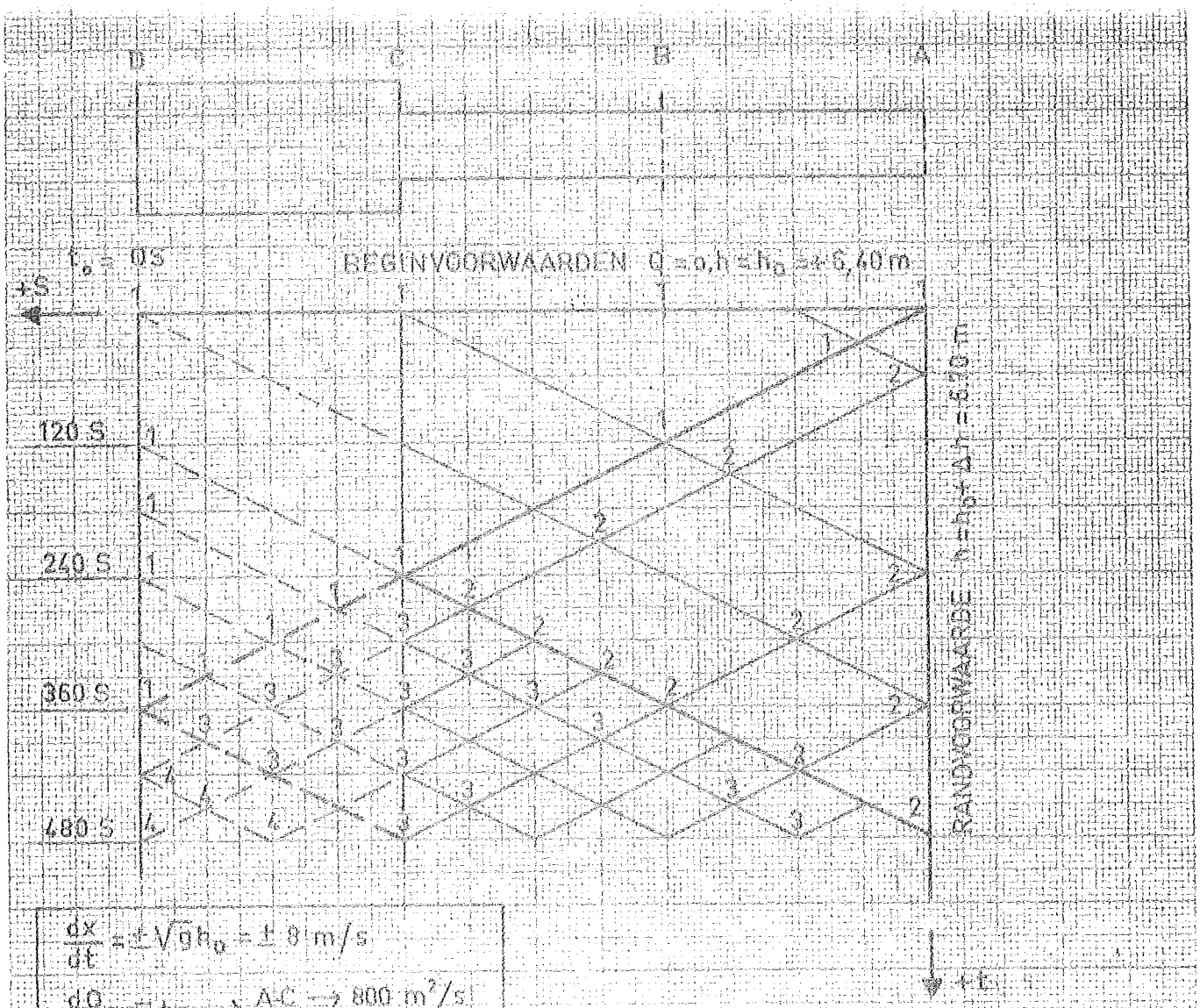
Dat geeft $\left.\begin{array}{l} C_1 + C_2 = Q_o \\ C_1 - C_2 = o \end{array}\right\} \rightarrow C_1 = C_2 = \frac{Q_o}{2}$

De alg. opl. gaat dan over in $Q = \frac{Q_o}{2}e^{i\omega_o t} + \frac{Q_o}{2}e^{-i\omega_o t} = Q_o\cos\omega_o t$.

en $h(2,t) = +\frac{L}{gA}\omega_o Q_o \sin\omega_o t = +\sqrt{\frac{L}{gBA}}\,Q_o\sin\omega_o t = +\sqrt{\frac{AL}{gB}}\,v_o\sin\omega_o t$.

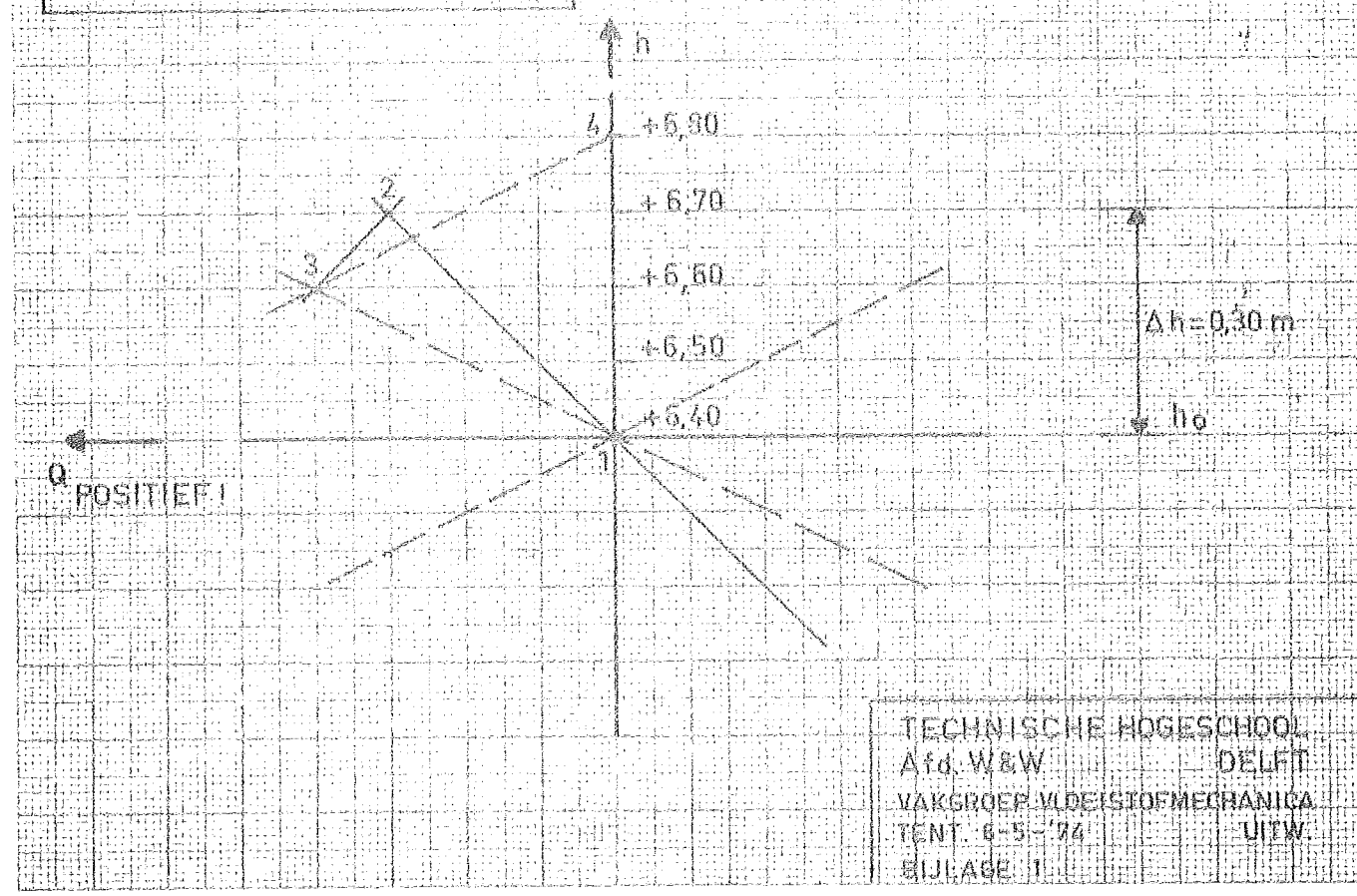
3.4. $A = 0{,}5\ m^2$, $B = 2\ m^2$ en $L = 160$ m, dan $h(2) = 2\,v_o\sin\omega_o t$;

de hoogste waterstand in de schacht wordt bij v = 1 m/s, dus gelijk aan + 2,00 m t.o.v. het referentie-vlak.

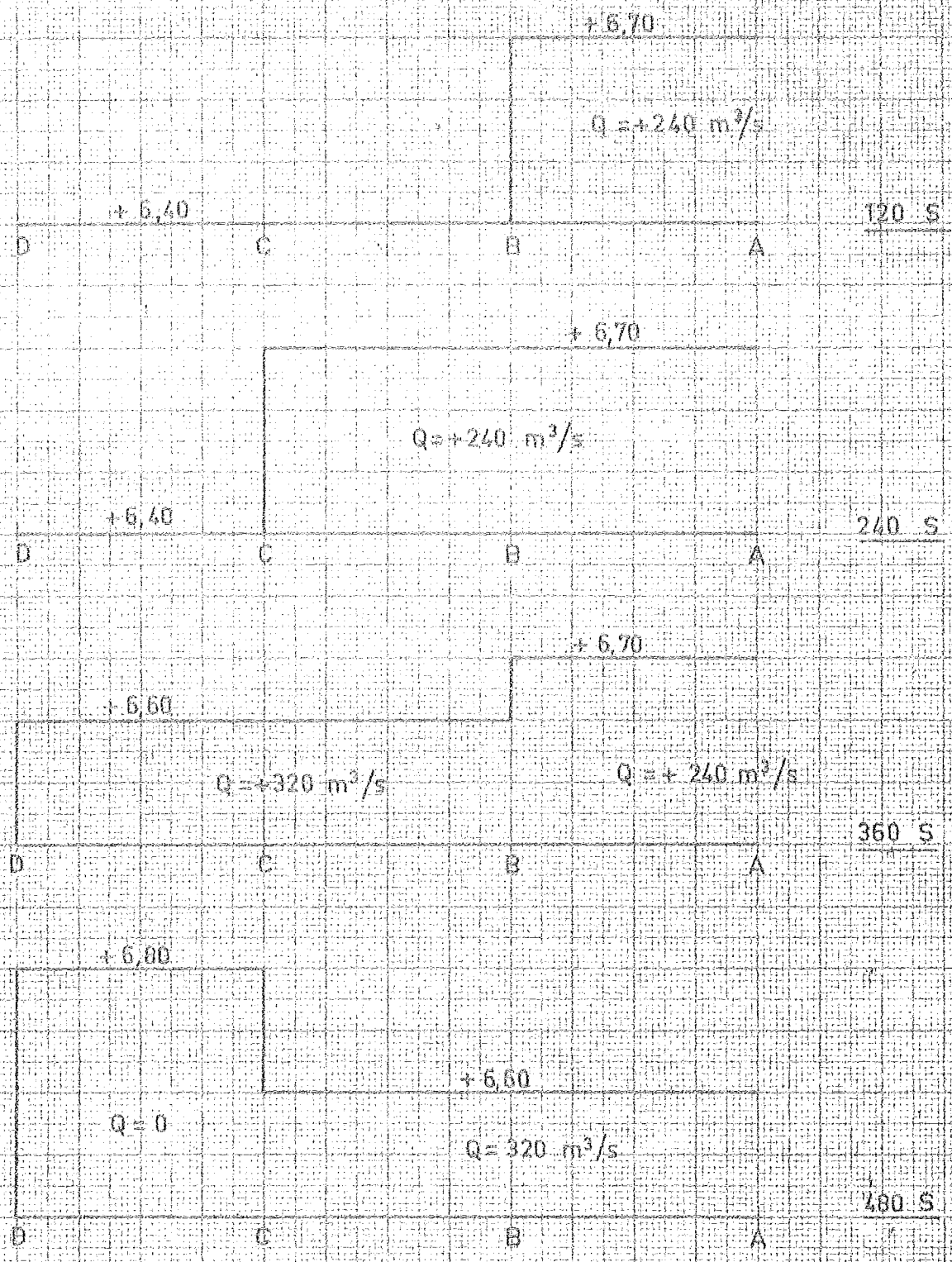


$$\frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{g h_0} = \pm 8 \text{ m/s}$$

$$\frac{dQ}{dh} = \pm bc \Rightarrow \begin{array}{l} A\text{-}C \rightarrow 800 \text{ m}^2/\text{s} \\ C\text{-}D \rightarrow 1600 \text{ m}^2/\text{s} \end{array}$$



TECHNISCHE HOGESCHOOL
Afd. W&W DELFT
VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA
TENT. 6-5-'74 UITW.
BIJLAGE 1



Interpretatie: Bij punt C vindt partiële reflektie plaats, waarbij de grootte van de doorlopende golf en van de gereflekteerde golf worden bepaald door de verhouding van de waarden $(bc)_{ABC}$ en $(bc)_{CD}$.

Bij punt D vindt volledige positieve reflektie plaats.

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFD. W&W
VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA
DENT. 6-6-'74 DHTW.
BIJLAGE 2

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der
WEG- EN WATERBOUWKUNDE
Vloeistofmechanica

Schriftelijk tentamen b 73^{A} "Lange Golven A"
24 september 1974 van 9.00 tot 12.00 uur

De uit te werken vraagstukken 1, 2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer evenveel tijd te besteden. Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

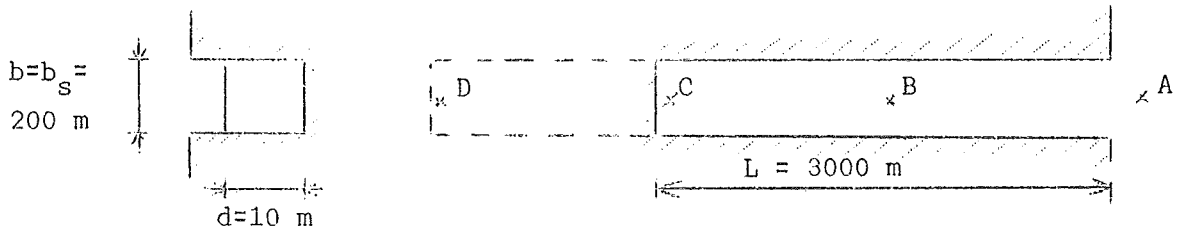
Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan, dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidelijk aan, waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formuleblad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en STAMNUMMER.

Vraagstuk 1

In een havenbekken met een breedte $b_s = b = 200$ m en een lengte van 3000 m (zie figuur) planten zich periodieke lange golven voort.
De horizontale bodem van de haven ligt op een niveau N.A.P. - 10,00 m.



In de mond van het havenbekken (punt A) is het verloop van de waterstanden gegeven:

$$h(A,t) = N.A.P. + \hat{h}(A) \cos \omega t$$

waarin $\omega = \frac{2\pi}{T}$, terwijl in dit vraagstuk verondersteld wordt dat de periodieke T kan varieren tussen T = 1200 s en T = 1800 s.

A Beschouwd wordt eerst een lange reeks van schommelingen, waarvan T = 1800 seconden en $\hat{h}$ (A) = 0,15 m.
Halverwege het havenbekken ligt punt B; het einde van de haven wordt aangeduid met C.

Uit metingen blijkt, dat de waterstanden in C sterker varieren dan de waterstanden in B, en dat deze op hun beurt weer sterker varieren dan de waterstanden in A.

1.1. Geef m.b.v. analytische uitdrukkingen een verklaring voor dit verschijnsel (de invloed van de weerstand kan geheel buiten beschouwing worden gelaten).

1.2. Geef een analytische uitdrukking voor het debiet Q in de mond van de haven bij A, voor het geval dat de invloed van de weerstand niet buiten beschouwing wordt gelaten.

1.3. Geef in maximaal twee regels aan wat de invloed van de weerstand zal zijn.

1.4. Er wordt voorgesteld om de lengte van het havenbekken te vergroten tot L = 4500 m (zie stippellijn in de figuur). Het einde van de haven wordt nu aangeduid met punt D.
Geef duidelijk aan wat daarvan de te verwachten invloed is. Toelichten.

B Vervolgens wordt een lage reeks schommelingen beschouwd, waarbij de periode 1800 s ≥ T ≥ 1200 s en de amplitude wederom $\hat{h}$ (A) = 0,15 m is.

1.5. Geef aan wat het effekt is van het varieren van de periode T binnen de genoemde grenzen voor de beide bekkenlengten. Licht Uw antwoord toe met een duidelijke schets.

Vraagstuk 2

In dit vraagstuk worden een aantal vragen gesteld, die alle betrekking hebben op de voortplanting van lange golven in een prismatische open leiding; De wanden van deze leiding worden vertikaal verondersteld, de breedte is gelijk aan 300 m.
Uitgegaan wordt van de algemene bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking met als onafhankelijk variabelen de waterdiepte h en de snelheid v.

A. Eerst wordt gekeken naar de voortplanting van een z.g. hoogwatergolf.

2.1. Op een bepaalde plaats worden tijdens het passeren van de hoogwatergolf drie waarden "bepaald" voor

$\frac{\partial h}{\partial t}$ te weten 10^{-5} m/s, 10^{-4} m/s en 10^{-3} m/s.

Welke van deze waarden acht U niet juist en waarom?

2.2. Noem de termen uit de algemene bewegingsvergelijking, die een zodanig onbelangrijke rol spelen dat ze in een benadering voor een hoogwatergolf verwaarloosd mogen worden. Motiveer Uw antwoord.

2.3. Geef vervolgens de differentiaal-vergelijkingen, waarmee het verschijnsel hoogwatergolf kan worden beschreven.

2.4. Geef een uitdrukking, die als een goede benadering wordt gebruikt, voor de voortplantingssnelheid van een hoogwatergolf in bovengenoemde leiding.

B. Hierna wordt in dit vraagstuk gekeken naar een getijgolf.
Verondersteld wordt dat de open leiding (in dit geval een benedenrivier) aan één zijde is afgesloten. De lengte vanaf de zee tot het afgesloten einde is 60.000 m. De diepte is gemiddeld 5,00 m. De bodem is horizontaal.

2.5. Noem de termen uit de algemene bewegingsvergelijking, die (voor een goede benadering) in dit geval verwaarloosd mogen worden.

2.6. Op een bepaalde plaats B is op een bepaald tijdstip t_0 het debiet bekend:

$Q_B\ (t_0) = 1200\ m^3/s \rightarrow\ v_B(t) \simeq 0{,}80$ m/s.

Verder zijn in B op het tijdstip t_0 de volgende grootheden bekend:

$\frac{\partial h}{\partial t} = -\ 1{,}5\ 10^{-4}$ m/s, $\frac{\partial h}{\partial s} = -\ 5\ 10^{-5}$, $\frac{\partial Q}{\partial t} = 7{,}5\ 10^{-2}\ m^3/s^2$ en

$\frac{\partial v}{\partial t} = 5.10^{-5}\ m/s^2$.

De positieve s-richting is gekozen van de afgesloten zijde naar de zee-zijde.

Gevraagd wordt op het tijdstip $t = t_0$ een benadering te geven voor het debiet Q op . . . . .

(zie verder blz. 3)

een plaats A, die 2000 m in positieve s-richting van B verwijderd is.

2.7. Hoe groot is de verhouding tussen $\frac{\partial v}{\partial t}$ en $v \frac{\partial v}{\partial x}$ op het tijdstip t_0 in punt B?

2.8. In de algemene bewegingsvergelijking in h en Q komt de z.g. Bernouilliterm voor:

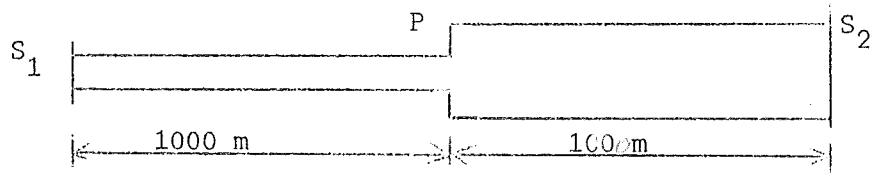
$$\frac{2\,b}{g\,A^2}\,Q\,\frac{\partial h}{\partial t}$$

Als de funkties Q en h (op een bepaalde plaats) beide een zuiver sinusvormig verloop hebben met een fase-verschil van $\frac{\pi}{2}$, toon dan aan dat deze term voor alle waarden van t hetzelfde teken heeft. Geef hierbij een eenvoudige schets.

(zie verder blz. 4)

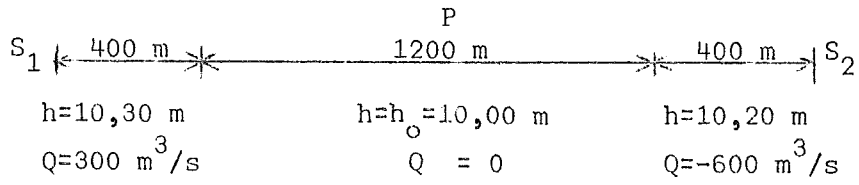
Vraagstuk 3

Een kanaalpand met een totale lengte van 2000 m wordt begrensd door sluizen S_1 en S_2 aan de beide zijden (zie figuur).



De bodem is horizontaal en alle wanden zijn vertikaal.
Precies in het midden bevindt zich een punt P.
De breedte tussen de punten S_1 en P is konstant en gelijk aan 100 m terwijl de breedte tussen de punten P en S_2 ook konstant is doch 300 m bedraagt.

Door het openen van de sluizen onafhankelijk van elkaar zijn twee translatie-golven opgewekt.
Vóór het openen van de sluizen is de waterstand overal $h = h_o = 10{,}00$ m gemeten t.o.v. het vlak van de bodem.
Op een bepaald tijdstip t_0 zijn over het gehele kanaalpand de waterstanden en de debieten bekend, zoals in onderstaande figuur is weergegeven.



Voor dit vraagstuk zijn voorts de volgende randvoorwaarden gegeven:

op de plaats S_2 is gegeven: $h = 10{,}20$ m voor alle waarden van t.

op de plaats S_1 is gegeven: $Q = 300\ m^3/s$ voor alle waarden van t.

Bij punt P is gegeven dat voor alle waarden van t de waterstanden en de debieten direkt links en direkt rechts gelijk zijn aan $h_p(t)$ resp. $Q_p(t)$.

3.1. Gevraagd wordt om van $t = t_o$ tot $t = t_o + 100$ seconden voor het kanaalpand $S_1 - S_2$ het verloop van de waterstanden en van de debieten vast te stellen door de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" in detail(!) toe te passen, waartoe de volgende aanwijzingen worden gegeven:

- veronderstel dat de snelheid van het water v steeds klein is t.o.v. $\sqrt{g\ h_0} = 10$ m/s en dat de weerstand mag worden verwaarloosd;

- werk bij deze tentamen-opgave met de eenvoudigste karakteristieke vergelijkingen in Q en h.
- gebruik het op het tentamen uitgereikte millimeter-papier en maak gebruik van de volgende schalen:

lengte	:	1 cm → 100 m	;
tijd	:	1 cm → 10 seconden	;
hoogte	:	1 cm → 0,10 m	;
debiet	:	1 cm → 100 m^3/s	.

3.2. Geef m.b.v. een duidelijke schets aan het verloop van de waterstand en van het debiet van S_1 tot S_2 voor het tijdstip $t = t_0 + 100$ s.

3.3. Indien een translatie-golf met een hoogte van 0,30 m zich onvervormd voortplant in het kanaal S_1 - P, dan is daar kennelijk een debiet van 300 m^3/s voor nodig.
Toon dit aan d.m.v. een continuïteitsbeschouwing.

Uitwerking tentamen b 73A van 24 september 1974

(Telegramstijl)

Vraagstuk 1

A 1.1. Enkelv. Harm. Methode; vierpoolverg. n.; $Q(C,t) = 0$;

Weerstand is nul;

$\hat{h}(A) : \hat{h}(C) = |\cos q L| : 1$

$\hat{h}(B) : \hat{h}(C) = |\cos q \frac{L}{2}| : 1$

$\hat{h}(A) : \hat{h}(B) = |\cos q L| : |\cos q \frac{L}{2}|$

Omdat $qL = \frac{\pi}{3}$ en dus $q \frac{L}{2} = \frac{\pi}{6}$ is verschijnsel verklaarbaar.

1.2. $Q_c(A) = - \frac{b \omega i}{r} \sin h\, r L\, h_c(C) = - \frac{b \omega i}{r} \operatorname{tgh} r L\, h_c(A)$.

1.3. Weerstand, demping, opslingeren wordt beperkt.

1.4. Als $L = 4500$ m

$\hat{h}(A) : \hat{h}(D) = |\cos q L| = |\cos \frac{\pi}{2}| = 0$

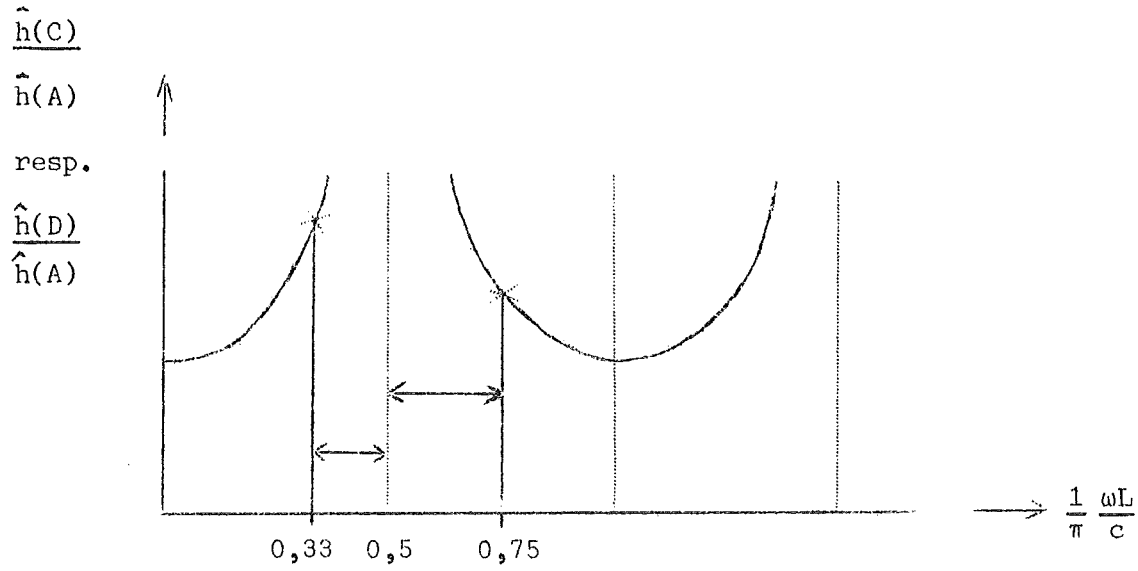
Geval van resonantie!

B 1.5. Bekkenlengte $L = 4500$ m:

$\frac{\omega L}{c}$ varieert van $0{,}5\,\pi$ tot $0{,}75\,\pi$ (zie figuur).

Bekkenlengte $L = 3000$ m:

$\frac{\omega L}{c}$ varieert van $0{,}33\,\pi$ tot $0{,}5\,\pi$ (zie figuur)



Vraagstuk 2

A. 2.1. $\frac{\partial h}{\partial t} = 10^{-3}$ m/s resp. 10^{-4} m/s zijn te groot.

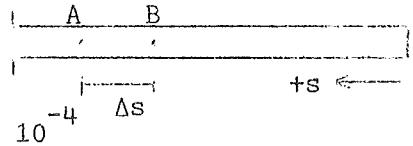
2.2. De traagheidsterm $\frac{\partial v}{\partial t}$ en $v \frac{\partial v}{\partial x}$
$b = b_s$

2.3. Bew.verg. $\frac{\partial h}{\partial s} = - I_h - \frac{Q|Q|}{C^2 A^2 R}$

Cont.verg. $\frac{\partial Q}{\partial S} = - b \frac{\partial h}{\partial t}$

2.4. $c = \frac{3}{2} \frac{Q}{A} = \frac{3}{2} \bar{v}$.

B. 2.5. $I_b = 0$, indien $\frac{v^2}{gh} << 1$ dan $\alpha = 1$, Bernouilli-term klein.
verder geen verwaarlozingen.



2.6. $Q_A(t) = Q_B(t) - b\Delta s \frac{\partial h}{\partial t}$

$Q_A(t_o) = Q_B(t_o) + 300 * 2000 * 1.5\ 10^{-4}$

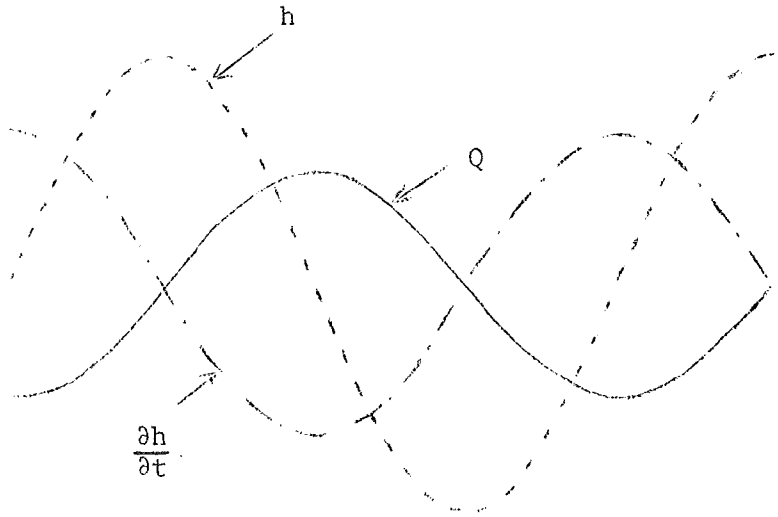
$Q_A(t_o) = 1200 + 90 = 1290\ m^3/s.$

2.7. $\frac{\partial v}{\partial t} = 5.10^{-5}\ m/s^2$, $\frac{\partial v}{\partial x} = 0{,}3.10^{-4}\ 1/s$

$\frac{\partial v}{\partial x} = 2{,}4\ 10^{-5}\ m/s^2$

De verhouding op het tijdstip t_o is ongeveer 2:1.
Opm.: De term $\frac{\partial v}{\partial t}$ heeft op het tijdstip t_o een rel. kleine waarde.

2.8. Omdat Q en h $\frac{\pi}{2}$ in fase verschillen, is het product van Q en $\frac{\partial h}{\partial t}$ steeds van hetzelfde teken (zie figuur).

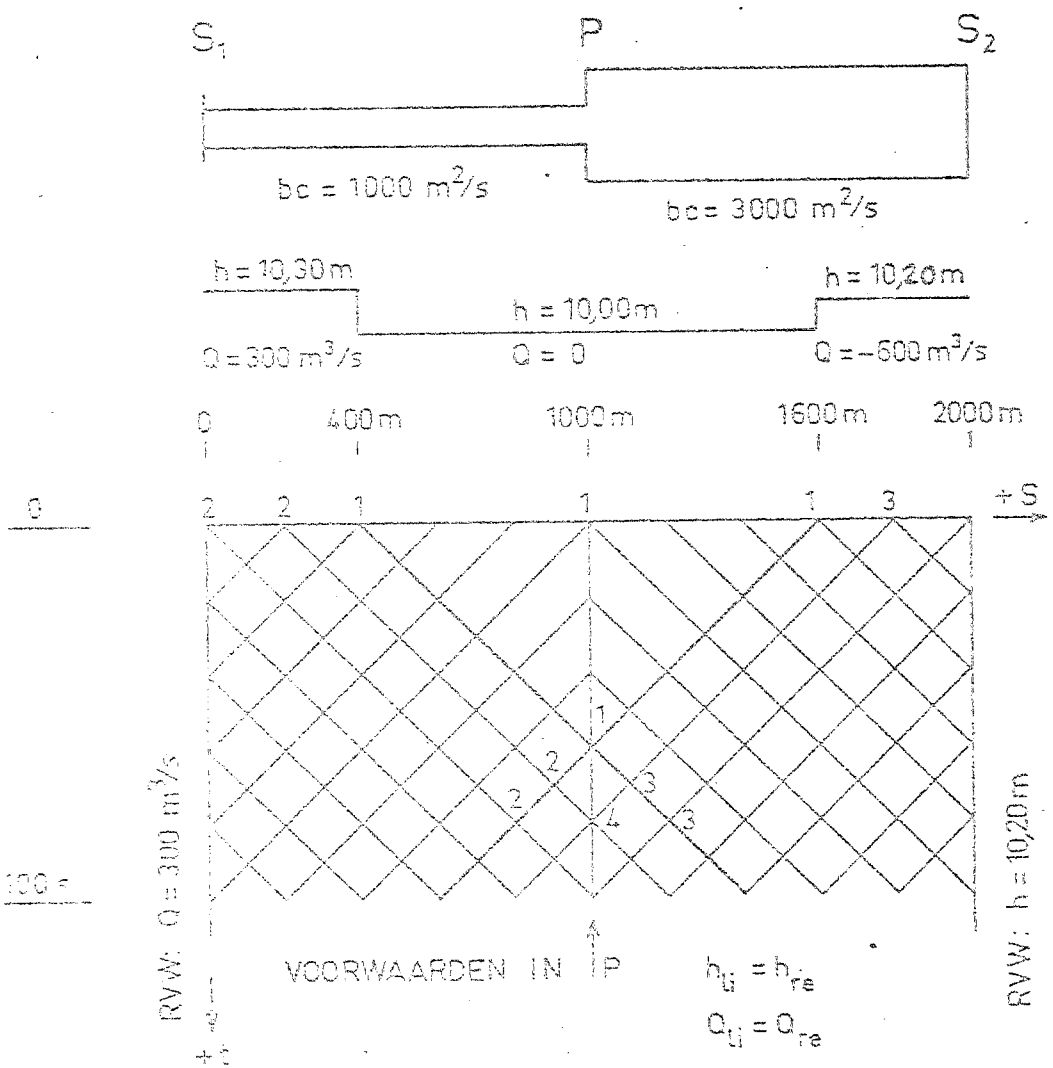


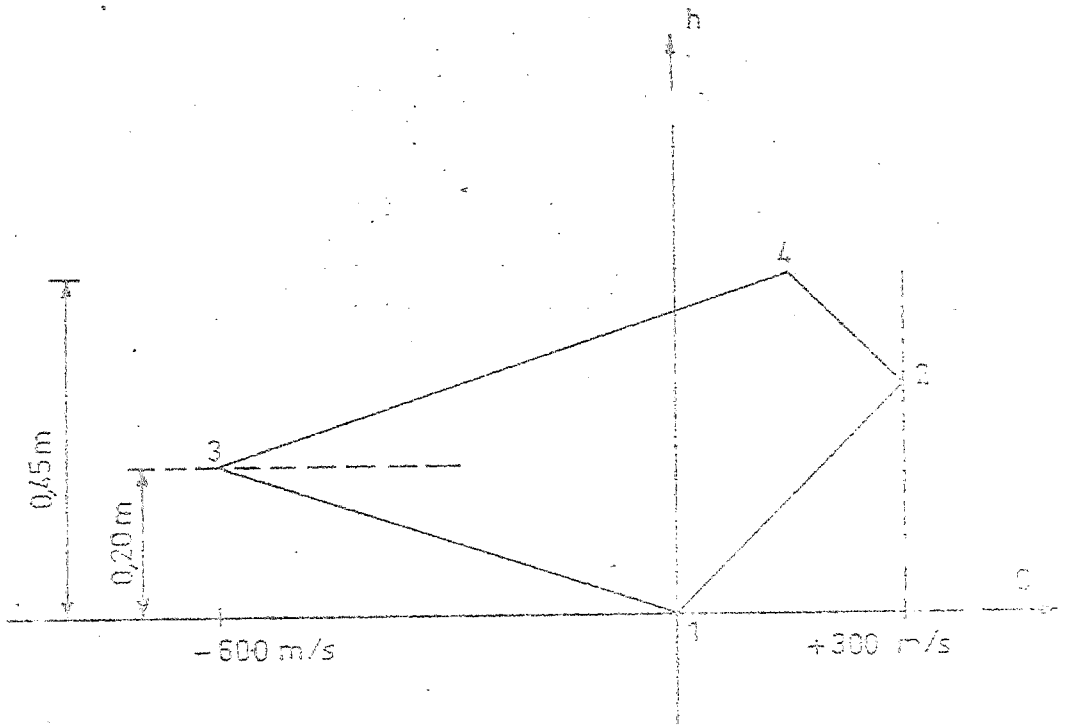
Vraagstuk 3

3.1. Voor uitwerking zie bijlage.

3.2. Zie bijlage

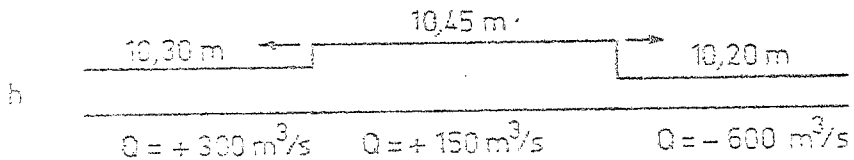
3.3. Uit een continuïteitsbeschouwing (zie dictaat) volgt: $Q = b\ c\ \eta \rightarrow 100 * 10 * 0{,}30 = 300\ m^3/s$.
Relatie met kar.verg.





$$\frac{ds}{dt} = \pm 10 \text{ m/s}$$

$$\frac{dQ}{dh} = \mp 3000 \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{resp. } \mp 1000 \text{ m}^2/\text{s}$$



TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFD. WEG- EN WATERBOUWKUNDE

VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

TENT. 24-9-74 UITW.

BIJLAGE 1

Technische Hogeschool Delft
Afdeling der
Weg- en Waterbouwkunde
Vloeistofmechanica/

Schriftelijk tentamen b 73A "Lange Golven A"
17 januari 1975 van 14.00 tot 17.00 uur

Deuit te werken vraagstukken 1, 2 en 3 hebben een gelijk "gewicht", zodat wordt aangeraden aan ieder vraagstuk ongeveer evenveel tijd te besteden. Bij de beoordeling zal worden gelet op een goede systematische aanpak en een overzichtelijke uitwerking van de vraagstukken.

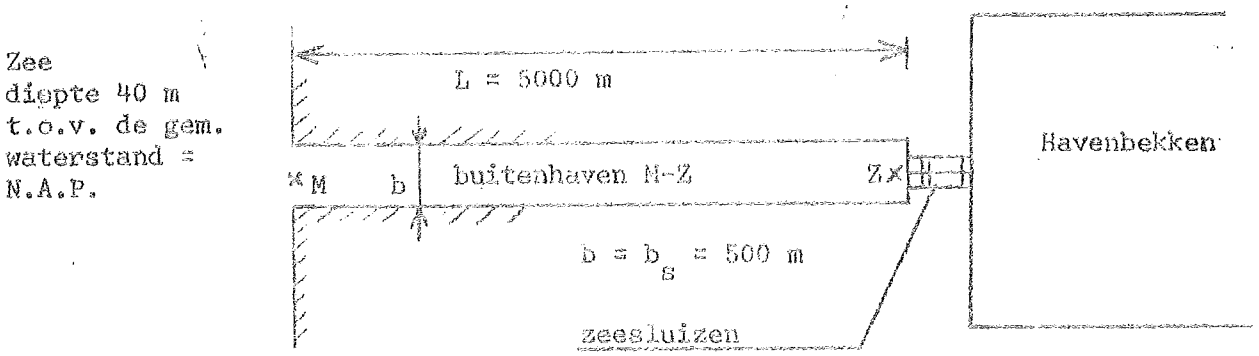
Indien bij de uitwerking bepaalde veronderstellingen worden gedaan, dan moeten deze duidelijk worden vermeld.
Geef waar nodig een beknopt kommentaar en geef duidlijk aan, waarom een bepaalde veronderstelling toelaatbaar is.

Tijdens het tentamen mag een vooraf beschikbaar gesteld formuleblad worden geraadpleegd, waarop ook eigen aantekeningen mogen voorkomen.

N.B. Voor ieder vraagstuk dient een APART dubbel vel papier te worden gebruikt, voorzien van NAAM en STAMNUMMER.

Vraagstuk 1

Achter een complex zeesluizen bevindt zich een groot havenbekken (zie figuur). De toegang naar een vrij diepe zee wordt gevormd door een buitenhaven met een lengte van 5000 m.



De horizontale bodem van de buitenhaven bevindt zich op een niveau dat 22,50 m onder de gem. waterstand van de zee ligt. De bodem van de zee ligt 40 m onder de gem. waterstand = N.A.P.

In dit vraagstuk worden enkele lange-golfverschijnselen beschouwd, die zich om verschillende redenen in de buitenhaven kunnen voordoen.

A Van de getijbeweging is - in de monding - de amplitude van de dubbeldaagse component (M_2) gegeven:

$$h = 0{,}90 \text{ m.}$$

1.1 Geef een uitdrukking voor het debiet in M : $Q_M(t)$.

1.2 De waterstand in het havenbekken is konstant en komt overeen met het niveau N.A.P. - 0,40 m.
Geef een goede benadering voor het maximale verval dat zich - bij het genoemde getij - voordoet over de zeesluizen.

B In de buitenhaven M-Z doen zich regelmatig z.g. seiches voor.

1.3 Stel dat de invloed van de weerstand geheel buiten beschouwing blijft. Voor welke periode (n) van de voorkomende seiches is de "opslingerfaktor" dan maximaal?

1.4 Geef in het kort aan wat bij seiches met de onder 1.3. gevraagde periode(n) de invloed van de weerstand is.

1.5 Speelt de tijd gedurende welke de seiches ononderbroken voorkomen een rol bij het opslingerverschijnsel?

C Door het schutten van schepen worden z.g. translatiegolven opgewekt. Beschouwd wordt een positieve translatiegolf met een hoogte $\eta = 0{,}20$ m, die zich vanaf Z onvervormd voortplant in de richting van M.

1.6 Welk debiet is nodig om de translatiegolf op te wekken en enige tijd in stand te houden?

1.7 Wat zal er gebeuren direkt nadat (het front van) de golf het punt M heeft bereikt?

1.8 Is de diepte van de buitenhaven M-Z van invloed op het antwoord dat op 1.7.is gegeven?

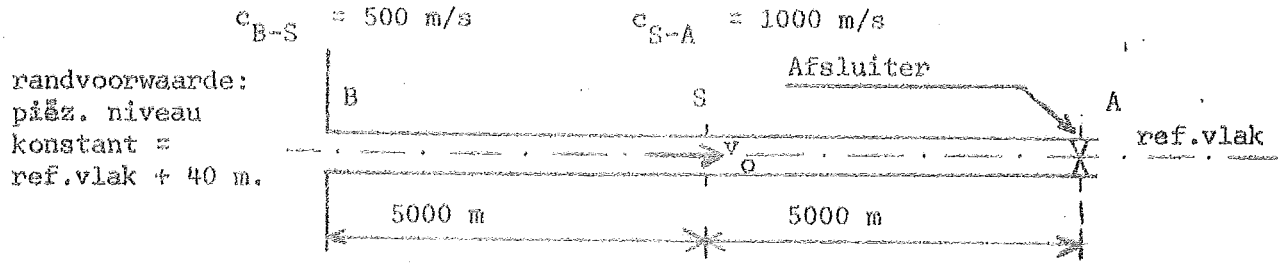
N.B. Geef bij elk van de vragen een duidelijk antwoord met een kort kommentaar

Zie verder blz. 3 .

Vraagstuk 2

Een horizontaal buisleiding B-S-A bestaat uit twee gedeelten, die in punt S met elkaar zijn verbonden. De inwendige diameters van de beide gedeelten zijn gelijk (D = 0,50 m), evenals de lengten (L = 5000 m).

Eventuele drukgolven, die zich in de leiding kunnen voordoen als gevolg van het sluiten van een afsluitklep bij A, planten zich in de beide leiding-gedeelten voort met een verschillende snelheid:



In de leiding stroomt water van B naar A met een gem. snelheid
v_0 = 0,50 m/s.

Op een bepaald tijdstip t_0 wordt de afsluiter bij A gesloten.

Het sluiten zal enige tijd (T_s seconden) vergen. Voor dit vraagstuk mag echter voorlopig worden aangenomen dat het sluiten in een verwaarloosbaar korte tijd plaatsvindt (T_s = nul).

A Gevraagd:

2.1 Noem de mogelijk oorzaken voor het feit dat de waarden c_{B-S} en c_{S-A} niet gelijk zijn; geef de wijze van beïnvloeding aan.

2.2 De voorwaarden in de leiding op het tijdstip $t = t_0$ worden uiteraarde mede beïnvloed door vertragingsverliezen en wrijvingsverliezen. Deze worden hier verder geheel buiten beschouwing gelaten.
Het piëz.niveau in de leiding bij B ligt op het tijdstip t_0 40 meter boven de as van de leiding en blijft daarna konstant.
Pas de oplossingsmethode "Integratie m.b.v. Karakteristieken" indetail toe voor het tijdsinterval t_0 tot t_0 + 15 seconden.
Daarvoor wordt millimeter-papier uitgereikt en worden de volgende schalen geadviseerd:

lengte	:	1 cm =	1000 m ,
hoogte	:	1 cm =	10 m ,
tijd	:	1 cm =	1 s ,
snelheid	:	1 cm =	0,1 m/s.

2.3 Bepaal uit de onder 2.2 gevraagde oplossing in detail het verloop van het piëz.niveau en het verloop van de snelheid in de leiding voor twee tijdstippen: $t = t_0$ + 10 s en $t = t_0$ + 15 s.

B Vervolgens wordt gevraagd wat de relatieve invloed is van enkele grootheden (c.q. gemaakte veronderstellingen). Verzocht wordt om een kort antwoord zonder rekenwerk.

2.4 Wat verandert aan de onder 2.2 gevraagde oplossing indien c_{S-A} = c_{B-S} = 500 m/s zou zijn?

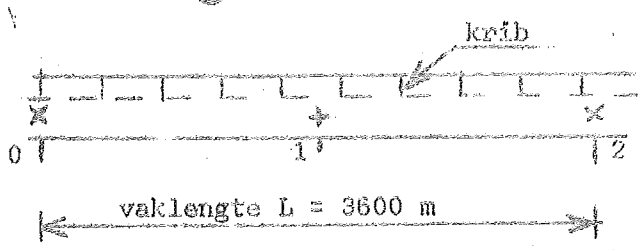
2.5 Men wil bereiken dat door het langzamer sluiten van de afsluiter bij A de drukvariaties worden beperkt. Welke voorwaarde moet men dan stellen in het onder 2.4 bedoelde geval van een leiding B-A met één konstante waarde voor de voortplantingssnelheid c ?

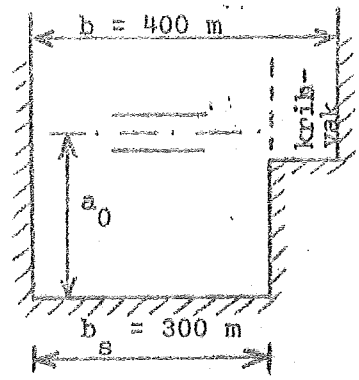
2.6 Noem een andere mogelijkheid om een beperking van de drukvariaties in de leiding te bewerkstelligen.

Zie verder blz. 5 .

Vraagstuk 3

Een kanaal vormt een open verbinding tussen twee zeearmen. In het kanaal dat beschouwd mag worden als één prismatisch vak met een horizontale bodem en vertikale wanden, plant zich het dubbeldaagse getij voort.
De beide grenzen van het vak zijn aangegeven met 0 en 2, terwijl het midden van het vak 1 is genoemd (zie figuur).





Stroomvoerende breedte	:	b_s =	300	m.
Bergende breedte	:	b^s =	400	m.
Gem.diepte	:	a_0 =	10.80	m.
Coëff. van Chézy	:	C =	50	$m^{1/2}s^{-1}$

Aangenomen mag worden dat op de beide vakgrenzen het verloop van de waterstanden bekend is en kan worden beschreven met de volgende funkties:

$h_0(t) = \hat{h}_0 \cos(\omega t - \kappa_0)$, en $h_2(t) = \hat{h}_2 \cos(\omega t - \kappa_2)$,

waarbij: $\hat{h}_0 = 0{,}60$ m , $\hat{h}_2 = 0{,}70$ m,
$\kappa_0 = 0{,}6$ rad. , $\kappa_2 = 0{,}7$ rad., en $\omega = \frac{2\pi}{T}$

(met T = 44700 seconden).

Er zijn in eerste instantie berekeningen uitgevoerd volgens de z.g. enkelvoudige harmonische methode.
Uit de resultaten van deze berekeningen is gebleken dat een redelijke schatting voor de amplitude van het debiet in het punt 1 is:

$$\hat{Q}_1 = 3000 \text{ m}^3/\text{s}.$$

De berekeningen kunnen worden herhaald met deze (nieuwe) schatting voor $\hat{Q}_1$.

Gevraagd:

3.1 Geef in enkele regels aan waarom het maken van een (zo goed mogelijke) schatting voor $\hat{Q}_1$ nodig is.

3.2 Geef de volledige uitdrukking voor de weerstandsterm zoals deze in de tweede berekening wordt opgenomen (uitwerken!).

3.3 Bij de enkelvoudige harmonische methode wordt niet zonder meer met de afgeleide differentiaal-vergelijkingen gerekend.
Wat is het daarmee beoogde voordeel?
Noem een belangrijk nadeel en beschrijf voor een algemeen geval de konsekwenties hiervan.

3.4 Berekend zijn de volgende vak-konstanten:

$\cosh rL = 0{,}998 + 0{,}0035\ i$

$-\frac{r}{b\,\omega\, i}\sinh rL = (-0{,}0347 - 0{,}0160\ i)\ 10^{-3}$

$-\frac{b\,\omega\, i}{r}\sinh rL = 0{,}240 - 0{,}202\ 10^{3}\ i$

Bereken van de funktie $Q_0(t)$ de amplitude $\hat{Q}_0$ en de fasehoek ϕ_0.

3.5 Geef in één ruwe schets het verloop in de tijd aan van de funkties $h_0'(t)$, $h_2(t)$ en $Q_0(t)$.

3.6 Geef aan hoe het verschil tussen de funkties $Q_2(t)$ en $Q_0(t)$ bepaald kan worden zonder de harmonische methode toe te passen.

Uitwerking tentamen b 73A van 17-1-'75

(Telegramstijl, voor meer informatie zie college-diktaat)

Vraagstuk 1

A 1.1 De verhouding (golflengte/bekkenlengte) is groter dan 100, dus kombergingsbeschouwing:

$$h_Z(t) = h_M(t),\ Q_M(t) = -\int_0^L b\,\frac{d\,h}{d\,t}\,dx = -\,bL\,\frac{d\,h}{d\,t}$$

$$Q_M(t) = \hat{Q}_M \sin\omega t, \text{ waarin } \hat{Q}_M = bL\omega\hat{h}_M = \underline{\underline{315\ m^3/s.}}$$

1.2 Het max. verval is 0,90 + 0,40 = 1,30 m.

B 1.3 Uit de vierpoolvergelijkingingen volgt voor $Q_Z = 0$ en indien de weerstand wordt verwaarloosd, de relatie:

$$h_Z = h_M \frac{1}{\cos\frac{\omega L}{c}}$$

Voorwaarde voor resonantie: $\cos\frac{\omega L}{c} = 0$, d.w.z.

$$\frac{\omega L}{c} = \frac{\pi}{2}(2n-1) \quad \text{of} \quad \frac{4L}{cT} = (2n-1) \quad \text{dus}$$

$$T = \frac{1}{(2n-1)}\,\frac{4L}{c}$$

$$T = \frac{1}{(2n-1)}\,\frac{4 \times 5000}{15} = \frac{1}{(2n-1)}\ 1333 \text{ seconden.}$$

1.4 In geval van resonantie $L = \frac{c\,T}{4}(2n-1)$ worden de snelheden groot, zodat de relatieve invloed van de weerstand groot wordt. Gevolg: de waterstandsvariaties worden beperkt; de extremawallen niet precies samen met de voorwaarden ad. 1.3
De weerstand mag niet worden verwaarloosd.

1.5 De max. waterstandvariaties zullen zich alleen voordoen als er gedurende een voldoend lange tijd (inspeeltijd naar een periodieke toestand) ononderbroken periodieke oscillaties voorkomen op de rand M.

C 1.6 Onvervormde voortplanting, continuïteitsvoorwaarde:

$\Delta Q = b\,c\,\Delta h \longrightarrow$ benodigd debiet:
$Q = 500 \times 15 \times 0{,}20 = \underline{1500\ m^3/s.}$

Als de waterstand van de zee (breed en diep) ter plaatse van M konstant gesteld wordt, is het antwoord op 1.7 en 1.8 zeer eenvoudig te geven.

1.7 Negatieve terugkaatsing omdat h_M = konstant; $(bc)_{zee} = \infty$!
Q_M wordt 2Q.

1.8 Na de gemaakte veronderstelling heeft de diepte van de buitenhaven geen invloed op het onder 1.7 gegeven antwoord.

Zie opm. op blz. 2* bovenaan.

Opm. Bij een splitsingspunt tussen takken, waarvan de breedte en de diepte minder sterk verschillen is de waarde b c van de beide takken van belang.

Vraagstuk 2

A 2.1 Een grotere elasticiteitsmodulus geeft een grotere c.
Een grotere verhouding tussen wanddikte en buisdiameter geeft evenzeens een grotere waarde voor de voortplantingssnelheid c.

2.2 Verliezen verwaarloosd, beginvoorwaarden:
piëz. niveau in de leiding overal + 40.00 m boven het ref.vlak.
Zie verder bijlage.

2.3 Nadat de oplossingsmethode in detail is uitgevoerd kan het verloop van het piëz. niveau en van de snelheden worden afgelezen (zie bijlage)9.

B 2.4 Als $c_{S-A} = c_{B-S} = 500$ m/s dan:

- géén partiële reflektie bij S!
- golf loopt in gedeelte S-A 2 maal zo langzaam.

2.5 De voorwaarde is: $T_s > 2 \dfrac{\text{de totale lengte B-S-A}}{c}$ of
de sluit-tijd groter dan 2 maal de looptijd.

2.6 Mogelijkheid b.v. een bufferschacht aanbrengen bij A.

Vraagstuk 3

3.1 Omdat de weerstandsterm is gelineariseerd $\dfrac{Q|Q|}{C^2A^2R} \rightarrow k\,Q$, waarbij volgens Lorentz

$$k = \frac{8}{3\pi}\,\hat{Q}\left(\frac{1}{C^2A^2R}\right)_{gem.}$$

mpet $\hat{Q}$ worden geschat om een berekening te kunnen uitvoeren.

3.2 Met de schatting $\hat{Q} = 3000$ m³/s en met de andere bekende grootheden kan voor k de konstante waarde worden berekend:

$$k = 0{,}85 \times 3000 \times \frac{1}{2500 \times 300^2 \times (10{,}80)^3} = \underline{0{,}9\ 10^{-8}\ s/m^3}$$

De weerstandsterm wordt dus $\longrightarrow$ $\underline{\underline{0{,}9\ 10^{-8}\ Q.}}$

3.3 De niet-lineaire termen in de D.V.n. worden gelineariseerd.
Voordeel : analytische oplossing wordt mogelijk.
Nadeel : alleen enkelv. sinusvormige funkties worden beschouwd.
Konsekwenties: hogere harmonischen blijven buiten beschouwing, vervormingen, die zich in de natuur voordoen, komen in de oplossing niet voor.

3.4 Uit de vierpoolvergelijkingen volgt: $h_c(2) = L_v\, h_c(0) + M_v\, Q_c(0)$.

$h_c(0) = 0{,}60\ (0{,}825 - 0{,}565\ i) = 0{,}495 - 0{,}339\ i$

$h_c(2) = 0{,}70\ (0{,}765 - 0{,}644\ i) = 0{,}534 - 0{,}451\ i$

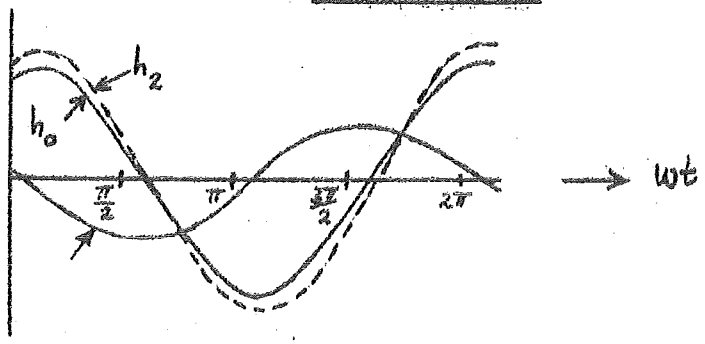
Dus $Q_c(0) = \left(h_c(2) - L_v\, h_c\,(0)\right) / M_v =$

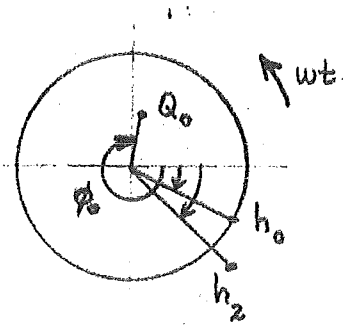
$$Q_c(0) = \frac{(0{,}534 - 0{,}451\ i) - (0{,}495 - 0{,}337\ i)}{(-0{,}0347 - 0{,}0160\ i)\ 10^{-3}} =$$

$$Q_c(0) = \frac{0{,}0388 - 0{,}114\ i}{(-0{,}0347 - 0{,}0160\ i)\ 10^{-3}} = (0{,}327 + 3{,}13\ i)\ 10^{3}$$

$\hat{Q}_0 = \underline{\underline{3150\ \ m^3/s}}$ $\quad \underline{\underline{\phi_0 = 4{,}8\ \ \text{rad.}}}$ (276^0).

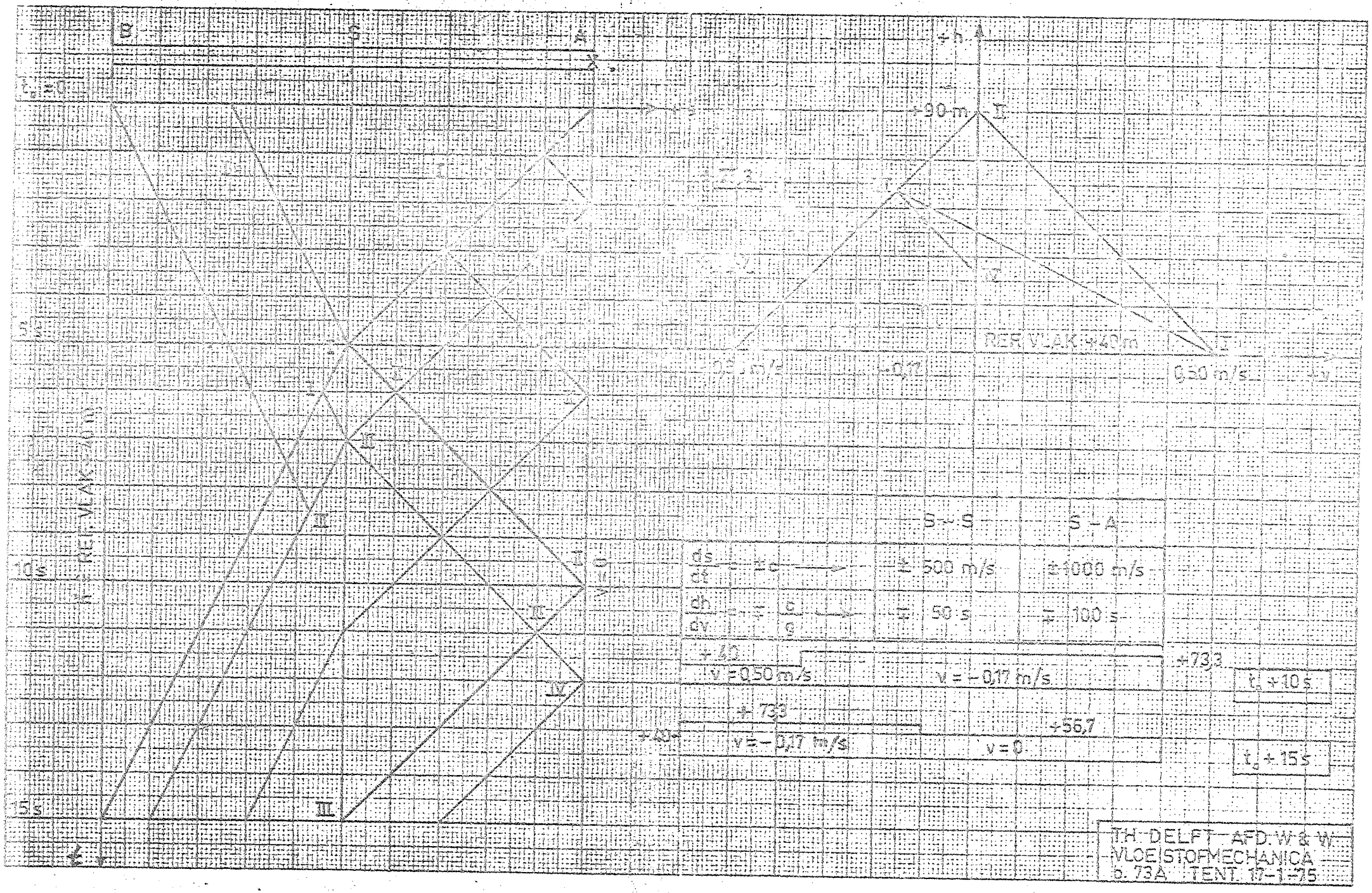
3.6



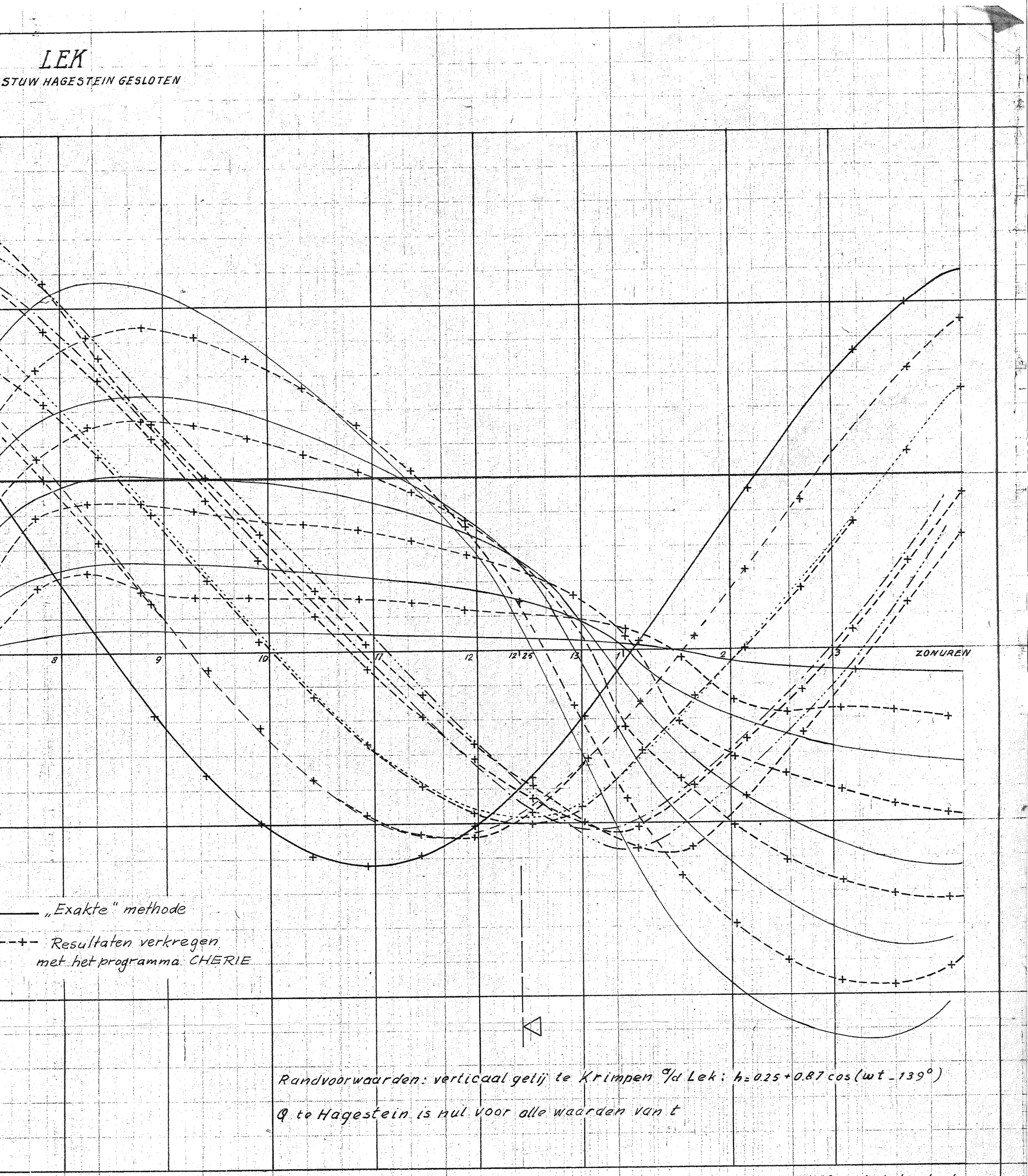


3.6 Integreren van de cont. verg. naar x van x_0 tot x_2 geeft:

$$Q_2 - Q_0 = \int_{x_0}^{x_2} B\, \frac{\delta h}{\delta t}\, dx = b \left[\frac{\delta h}{\delta t}\right]_{x=x_1} L = \underline{\underline{bL\, \frac{\delta h_1}{\delta t}}}$$


B
S
A
x
+h
+90 m
II
RER VLAK +40 m
0,50 m/s
-0,17
5 s
10 s
15 s
h = REF. VLAK +40 m
II
III
IV
S – S
S – A
± 500 m/s
± 1000 m/s
± 50 s
± 100 s
+40
v = 0,50 m/s
+73,3
v = -0,17 m/s
+73,3
v = -0,17 m/s
+40
+56,7
v = 0
t₀ + 10 s
t₀ + 15 s
TH DELFT AFD. W & W
VLOEISTOFMECHANICA
b. 73A TENT. 17-1-75

bijlage



Randvoorwaarden: verticaal getij te Krimpen a/d Lek: $h = 0.25 + 0.87 \cos(\omega t - 139^\circ)$

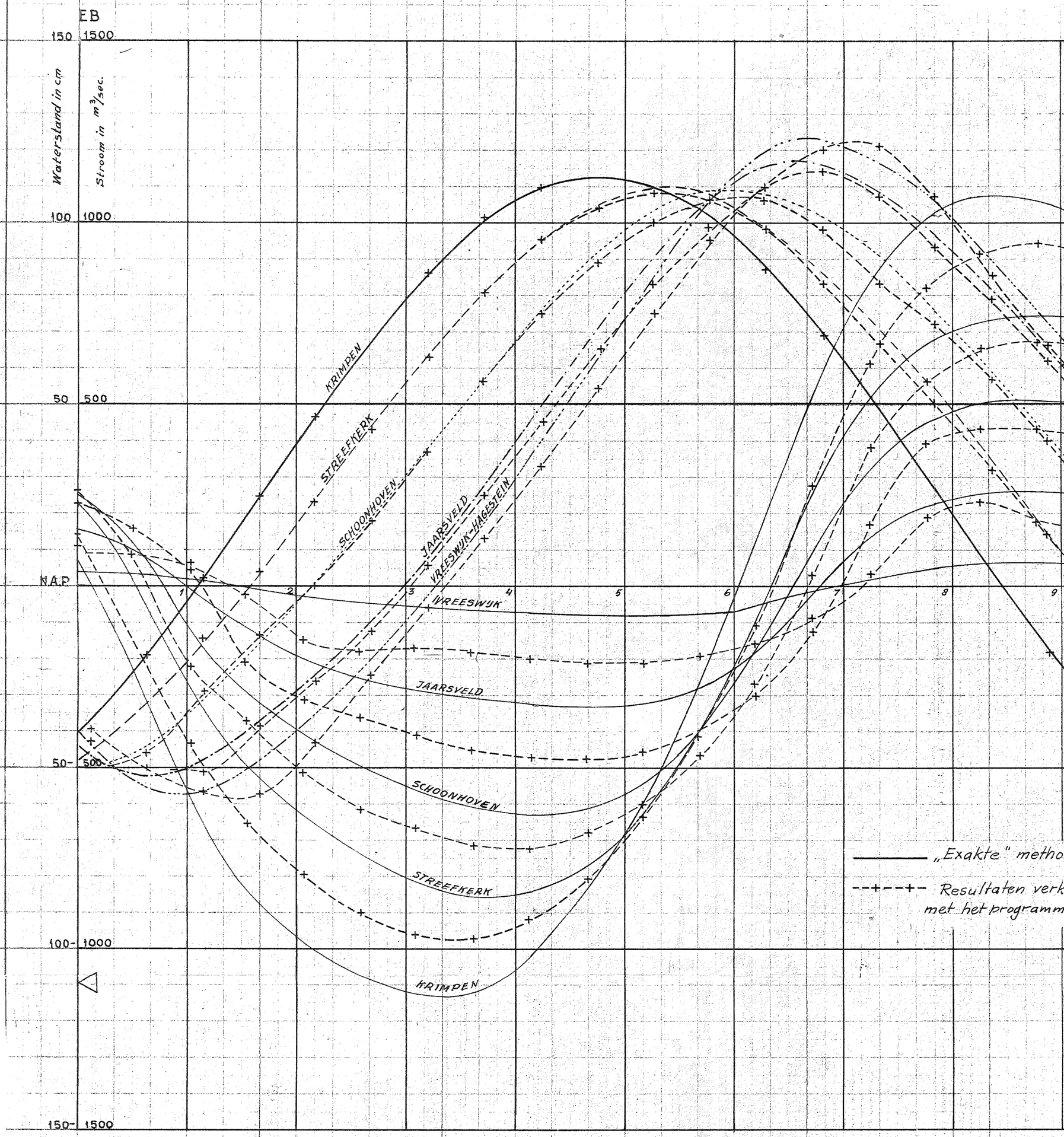
Q te Hagestein is nul voor alle waarden van t

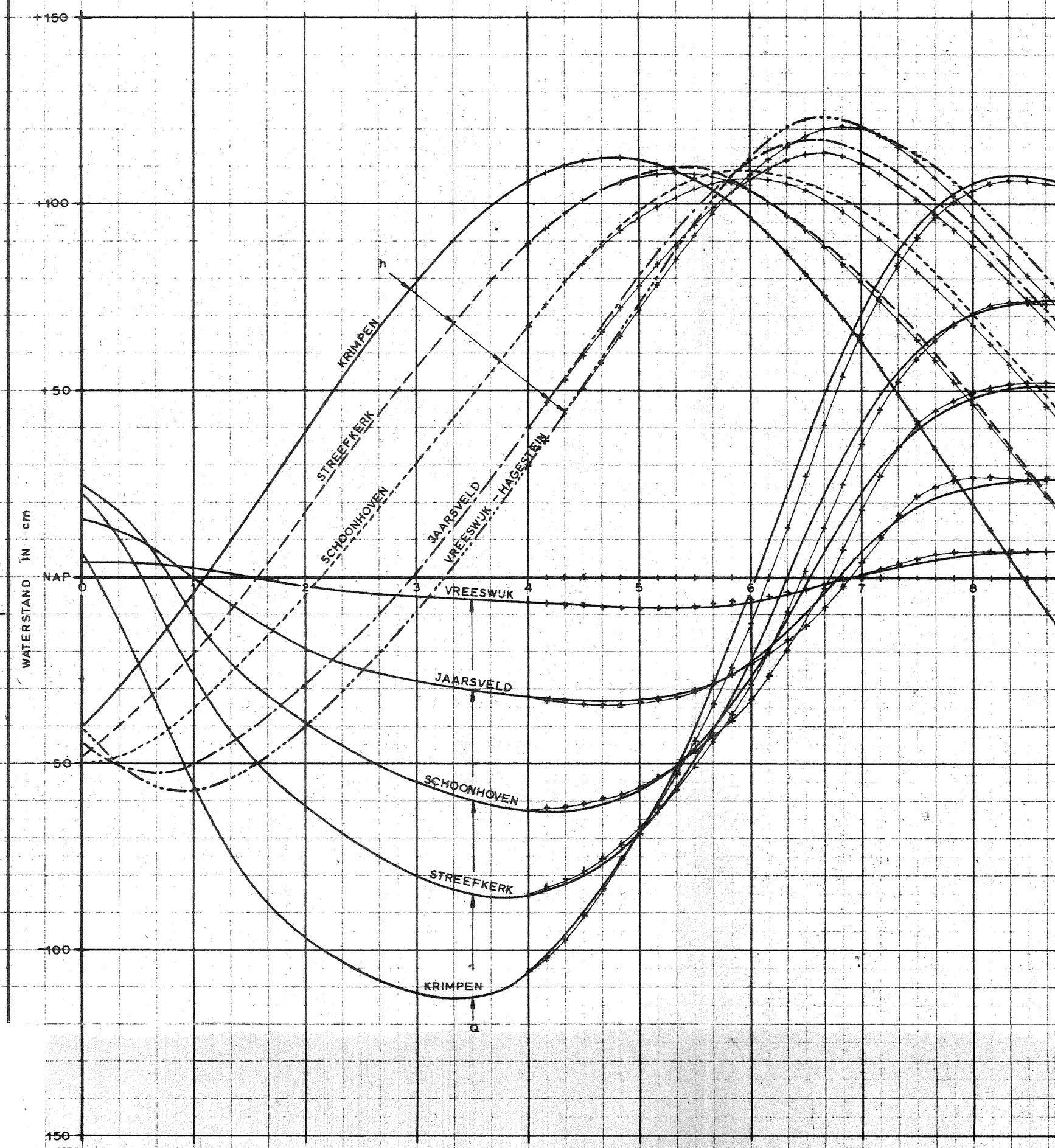
T.H. Weg- en Waterbouwkunde
DELFT „Vloeistof mech."
maart 1972

TOEPASSING EXPLICIETE DIFFERENTIEMETHODE
PROGRAMMA CHERIE

LEK

STUW HAGESTEIN GESLOT





TOELICHTING :

——— „EXACTE" METHODE (Reeks ontwikkeling naar X)

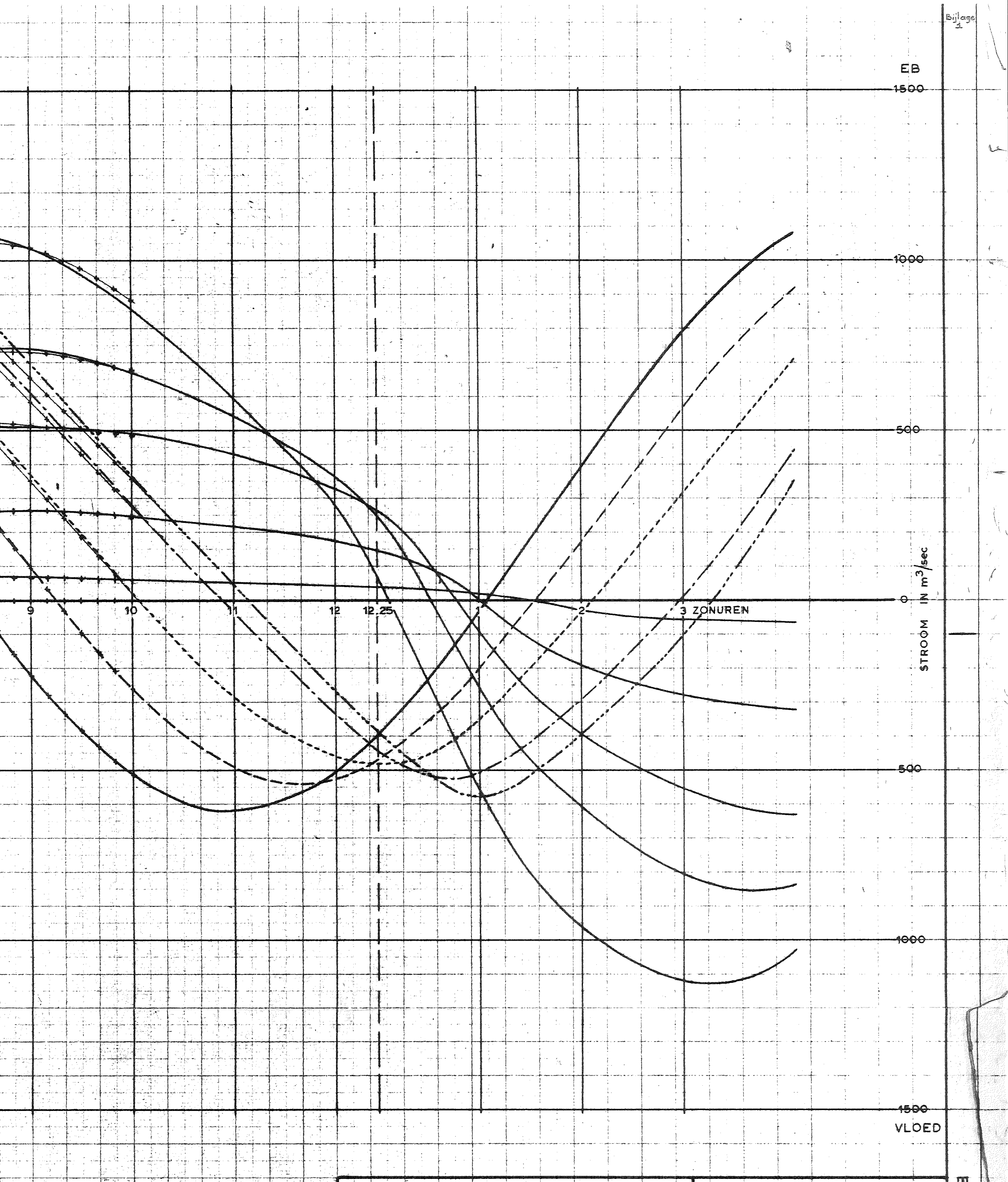
-+-+-+- IMPLICIETE VOORWAARTSE DIFFERENTIE METHODE (Methode 1)

h = WATERST

Q = STROOM

RANDVOORWAARDEN : Vert. getij te Krimpen a/d. Lek : $h = 0{,}25 + 0{,}87\ (wt - 139^{\circ})$

Q te Hagestein is nul voor alle waarden van t .



LEK

KRIMPEN a/d LEK — STUW HAGESTEIN

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT Afd. Weg- en Waterbouwkunde VLOEISTOFMECHANICA COLLEGE 673	get.	gec.	gez.	B 2	Nr. 70.380

Bijlage 1