

ENKELE BESCHOUWINGEN OVER DE VEILIGHEID IN CONSTRUCTIES

In dit artikel van Ir. J. Kuipers van het Stevin-Laboratorium van de T.H. te Delft worden enkele beschouwingen gegeven ten aanzien van het probleem van de veiligheid in constructies, een probleem dat in vele publikaties wordt behandeld, doch waarvan de oplossing op zeer grote moeilijkheden stuit. Dit is vooral een gevolg van het ontbreken van voldoende gegevens over de grootheden die in dit vraagstuk een rol spelen. Om deze reden kunnen de toelaatbare spanningen en belastingen voor verschillende materialen slechts worden bepaald op een wijze waarvan de nauwkeurigheid niet is te vergelijken met die, waarop gegevens over de sterkte worden verzameld.

De erkenning van het feit, dat ook bij de gebruikelijke veiligheden de kans op een ongewenste toestand (breuk, te grote vervorming e.d.) niet uitgesloten is, leidt tot een statistische aanpak van het vraagstuk, waarbij deze kans als maat voor de veiligheid wordt beschouwd.

Daar voldoende gegevens over de grootheden die bij de veiligheid een rol spelen ontbreken, kan een volledige oplossing voorlopig niet worden gegeven. Het blijkt echter mogelijk om de gebruikelijke veiligheden bij verschillende constructiematerialen te vergelijken.

De te beschrijven werkwijze is o.a. toegepast op de onderzochte ringdeuvelverbindingen ¹⁾ waarvoor een veiligheidsformule wordt voorgesteld, die dezelfde veiligheid biedt als met de gebruikelijke toelaatbare spanningen in het hout wordt verkregen.

Bij het opstellen en uitwerken van de gegeven beschouwingen heeft Ir. H. W. Loof een belangrijk aandeel gehad.

1 Het verband tussen enkele belangrijke factoren die de veiligheid in constructies bepalen

1.0 Inleiding

Bij het ontwerpen en vervaardigen van dragende constructies kan men van te voren niet exact de grootte voorspellen van de te verwachten belastingen, noch die van de belastingen waarbij de constructie onbruikbaar wordt. De werkelijk optredende belastingen en de aanwezige sterkte wijken derhalve in het algemeen af van de daarvoor aangenomen of berekende waarden. Enerzijds kan dit een zekere onveiligheid tot gevolg hebben, anderzijds een verspilling van materiaal.

In het veiligheidsprobleem moeten de gevolgen van het ontstaan van een ongewenste toestand worden afgewogen tegen de maatregelen die de kans daarop beperken. Door het vastleggen van de grootte van de in rekening te brengen belastingen en van toelaatbare spanningen e.d., wordt er bij de sterkteberekening van constructies een zekere reserve gehouden, zodanig dat de genoemde onzekerheden ten aanzien van belastingen en sterkte in het algemeen geen onbruikbaarheid zullen veroorzaken. Door deze marge wordt derhalve de

¹⁾ Men zie: KUIPERS, J., Onderzoek naar het draagvermogen van ringdeuvelverbindingen, IBC-mededelingen 6 (1958) no. 3/4.

veiligheid gediend, echter zonder dat daarbij de mate van veiligheid in kwantitatieve zin een rol speelt. Hierop wordt nog nader teruggekomen. Voor het begrip veiligheid, dat zelf geen numerieke waarde kan aannemen, wordt een maat gevonden in de „kans op onbruikbaarheid” (zie par. 1.2). Naarmate deze kans groter is, zal de veiligheid geringer zijn.

De kansberekening als zodanig is bij de bepaling van de huidige toelaatbare spanningen e.d. nog slechts zelden toegepast. In dit artikel wordt getracht om met behulp van de kansrekening achteraf de kans op onbruikbaarheid te bepalen, die voor verschillende materialen in de daarvoor geldende voorschriften blijkbaar wordt aanvaard. Het blijkt dat een aantal factoren een rol spelen, die in kwantitatieve zin nog niet voldoende bekend zijn. De werkelijke kans op onbruikbaarheid is daardoor niet te bepalen; een globale vergelijking tussen de verschillende materialen wordt echter wel mogelijk wanneer de waarde van enkele variabelen wordt geschat. Een dergelijke vergelijking is van belang bij de materiaalkeuze: is de kans op onbruikbaarheid bij de verschillende materialen even groot, of loopt men in het ene geval een veel grotere kans dan in het andere ofschoon steeds aan de voorschriften is voldaan?

Door het verzamelen van meer gegevens zal het wellicht mogelijk worden om met grotere nauwkeurigheid de werkelijke kans op onbruikbaarheid in de verschillende gevallen te bepalen. Dan wordt het misschien zinvol voor de regelende instanties – b.v. voor de diensten van bouwtoezicht – om een minimum-eis aan de veiligheid te stellen. Deze eis kan dan voor verschillende soor-

Notaties

- \bar{G} = gemiddelde permanente belasting ¹⁾
- \bar{P} = gemiddelde nuttige belasting ¹⁾
- \bar{Q} = gemiddelde totale belasting ¹⁾
- \bar{S} = gemiddelde sterkte ¹⁾
- $V = S - Q$
- s_g = standaardafwijking van G
- s_p = standaardafwijking van P
- s_q = standaardafwijking van Q
- s_s = standaardafwijking van S
- s_v = standaardafwijking van V
- $v_g = \frac{s_g}{\bar{G}}$
- $v_p = \frac{s_p}{\bar{P}} \quad v_s = \frac{s_s}{\bar{S}}$
- $v_q = \frac{s_q}{\bar{Q}} \quad v_v = \frac{s_v}{\bar{V}}$
- \bar{V}
- $f_{st} = \frac{s_v}{\bar{V}} =$ statistische index
- t_g = tijdfactor voor G
- t_p = tijdfactor voor P
- $n_g = \frac{\bar{S}}{t_g \bar{G}}$
- k = correctiefactor in de algemene veiligheidsformule:
- $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$
- ¹⁾ zie definities op blz. 10.

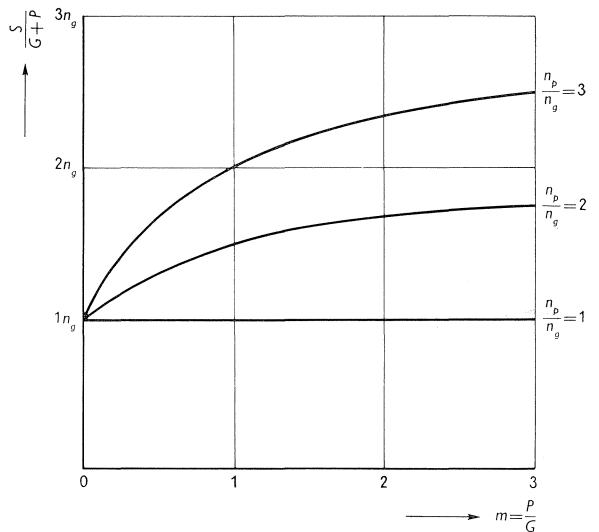


Fig. 1. Bij de formule $S = n_g G + n_p P$ varieert de waarde van $\frac{S}{G+P}$ met de verhoudingen n_p/n_g en $m = P/G$.

ten constructies wellicht verschillen, maar zal voor alle in aanmerking komende materialen dezelfde zijn. Het zal dan mogelijk zijn om meer veiligheid te verkrijgen dan het vereiste minimum, hetgeen bij de verschillende materialen gepaard kan gaan met verschillende kosten. Het afwegen van deze extra kosten tegen het verminderde risico zal de materiaalkeuze verder kunnen beïnvloeden.

In het onderhavige artikel komt in hoofdzaak slechts de vraag aan de orde: wat is bij de huidige stand van zaken de veiligheid, en is deze bij de verschillende materialen gelijk?

1.1 De veiligheidscoëfficiënt als maat voor de veiligheid

Als maat voor de veiligheid van een constructie wordt veelal de veiligheidscoëfficiënt gebruikt. Deze veiligheidscoëfficiënt kan op verschillende manieren worden gedefinieerd. Zo is:

- a. de „stress-factor-of-safety” de factor waarmee de in een bepaald onderdeel of punt optredende maatgevende spanning (soms ook kracht, moment o.i.d.) vermenigvuldigd moet worden om een als ontoelaatbaar beschouwde grens te bereiken, en
- b. de „load-factor-of-safety” de factor waarmee de maatgevende belasting moet worden vermenigvuldigd om de ongewenste toestand te bereiken.

Bij een lineair verband tussen de belasting op, en de krachten en spanningen in een constructie, zijn deze beide coëfficiënten aan elkaar gelijk. Voor soortgelijke, in hetzelfde materiaal uitgevoerde en voor hetzelfde doel bestemde, constructies is deze veiligheidscoëfficiënt inderdaad een maat voor de veiligheid. Indien echter niet aan deze laatste voorwaarde is voldaan, behoeft een grotere waarde van de veiligheidscoëfficiënt niet een grotere mate van veiligheid te betekenen.

Bij een combinatie van belastingen zal de ene component, b.v. het eigen gewicht, veel nauwkeuriger bekend zijn dan de andere, b.v. de nuttige belasting. Deze overweging leidt er toe om aan deze componenten bepaalde gewichten toe te kennen. Indien onbruikbaarheid ontstaat bij een belasting of spanning S , terwijl in de optredende belasting of spanning het aandeel van het eigen gewicht G is en het aandeel van een bijkomende belasting gelijk aan P , dan moet nu niet meer gelden:

$$S = n(G+P) \quad \text{maar:} \quad S = n_g G + n_p P,$$

waarbij dan in het algemeen $n_p > n_g$ zal zijn.

Formules in deze vorm worden reeds in verschillende gevallen gebruikt. Deze differentiatie betekent een vooruitgang ten opzichte van de methode waarbij met één veiligheidscoëfficiënt wordt gewerkt. Bij toepassing van deze formule is de verhouding $\frac{S}{G+P}$ afhankelijk van de verhouding $m = \frac{P}{G}$ en van de verhouding $\frac{n_p}{n_g}$. Bij dezelfde waarde van $\frac{n_p}{n_g}$ neemt $\frac{S}{G+P}$ toe met toenemende waarden van m (zie fig. 1).

Op de gegeven wijze kan het verschillende karakter van de belastingcomponenten tot uiting komen door een juiste keuze van de factoren n_g en n_p . Bij dezelfde waarden van n_g , n_p en m is echter de veiligheid van twee constructies, uitgevoerd in verschillende materialen, niet dezelfde, omdat in het ene geval de spreiding in materiaaleigenschappen groter zal zijn dan in het andere. Naarmate deze spreiding groter is, zal in overigens dezelfde omstandigheden de veiligheid geringer zijn.

Het blijkt dus dat de grootte van de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënten zonder meer geen indruk geven van de mate van veiligheid, dus van de kans op onbruikbaarheid. Later zal blijken dat de toekenning van verschillende coëfficiënten aan verschillende belastingcomponenten wel goed past in het systeem, waarin de kansberekening wordt betrokken.

Om met voldoende veiligheid te construeren heeft men de veiligheidscoëfficiënten een zekere waarde gegeven. Op het gevoel en door de ervaring gesteund, zijn in deze gebruikelijke veiligheidscoëfficiënten een groot aantal van belang zijnde invloeden ondergebracht. Een objectieve maatstaf voor de bepaling van deze grootte is echter niet aanwezig. Daar ook de overwegingen die tot bepaalde voorschriften en rekenwijzen hebben geleid veelal niet of niet geheel meer bekend zijn, wordt een overgang naar buitengewone gevallen of naar nieuwe constructiematerialen en constructievormen echter zeer moeilijk. Samenvattend kan worden gesteld:

- a.* er bestaat in het algemeen een verschil tussen de stress-factor-of-safety en de load-factor-of-safety;
- β.* door toepassing van verschillende factoren voor de verschillende belastingcomponenten kan de nauwkeurigheid waarmee deze bekend zijn tot uiting worden gebracht;
- γ.* de mate van veiligheid bij bepaalde waarden van de stress- of load-factors hangt mede af van de materiaaleigenschappen, zodat deze factoren in het algemeen niet een maat zijn voor de veiligheid; binnen zekere grenzen bieden zij wel een basis voor vergelijking;
- δ.* door de onduidelijke wijze waarop de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënten zijn ontstaan, is een overgang naar nieuwe gevallen objectief niet mogelijk.

1.2 De kans op onbruikbaarheid

In het voorgaande is de betrekkelijke waarde van het begrip veiligheid en de minder juiste wijze waarop de veiligheidscoëfficiënt in de praktijk wordt gehanteerd naar voren gebracht. Een juister uitgangspunt voor de beschouwingen over de veiligheid is de *kans op onbruikbaarheid*. Daarin worden slechts die factoren betrokken, die hun oorzaak vinden in de belastingen en in de constructiematerialen of -onderdelen. Grote fouten in het ontwerp of in de uitvoering, ingrijpende wijzigingen in de taak van de constructie en daardoor veranderende belastingen en eisen e.d., lenen zich niet voor een mathematische behandeling en worden niet in de beschouwingen betrokken.

Voor elke constructie – of soort constructie – moet worden vastgesteld wanneer deze onbruikbaar wordt. Als gevolg van een belasting kan dit het geval zijn óf omdat breuk optreedt, dan wel omdat de vervormingen op ontoelaatbare wijze toenemen. Een „veilige” constructie is een constructie waarbij het onwaarschijnlijk geacht moet worden, dat de belastingen een zodanige grootte bereiken dat de constructie onbruikbaar wordt. Er blijft echter een kans bestaan dat deze ongewenste toestand wordt bereikt; naarmate deze kans kleiner is, zal de veiligheid groter zijn.

Door bovengenoemde beperkingen wordt de kans op onbruikbaarheid geacht te ontstaan door variaties in de sterkte en in de belastingen. In de statistiek houdt men zich met dergelijke variabele grootheden bezig. Karakteristiek daarvoor zijn frequentieverdelingen, waaruit de kans dat een bepaalde waarde van de variabele wordt bereikt kan worden afgelezen. Veelal worden de werkelijke frequentieverdelingen benaderd door theoretische; de meest bekende frequentieverdeling is de zgn. normale verdeling of kromme van Gauss. Bepalend voor de kans op een zekere waarde van de variabele grootheid zijn – naast de vorm van de verdeling – de gemiddelde waarde en de standaardafwijking.

1.3 Enkele eigenschappen uit de statistiek

Van twee variabele grootheden x en y zijn de gemiddelde waarden resp. \bar{x} en \bar{y} en de standaardafwijkingen s_x en s_y . De gemiddelde waarde van een grootheid $q = x + y$ is dan $\bar{q} = \bar{x} + \bar{y}$. De standaardafwijking s_q van q is afhankelijk van de mate waarin x en y zijn gecorreleerd. Bij volkomen correlatie tussen x en y (bij elke x behoort dan slechts één bepaalde waarde van y) geldt:

$$s_q = s_x + s_y.$$

Zijn x en y niet gecorreleerd (de ene grootheid kan geheel onafhankelijk van de andere een waarde aannemen) dan is:

$$s_q = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

Voor het verschil $q' = x - y$ geldt $\bar{q}' = \bar{x} - \bar{y}$. Bij volkomen correlatie is:

$$s_{q'} = s_x - s_y$$

terwijl bij afwezigheid van correlatie is:

$$s_{q'} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}.$$

Voor een grootheid $r = cx$ geldt voor de gemiddelde waarde $\bar{r} = c\bar{x}$. Indien de termen x onderling volkomen gecorreleerd zijn dan is:

$$s_r = cs_x$$

terwijl in het geval dat de termen x onderling niet gecorreleerd zijn geldt:

$$s_r^2 = cs_x^2$$

De gemiddelde waarde en de standaardafwijking samen zijn bij een bepaalde

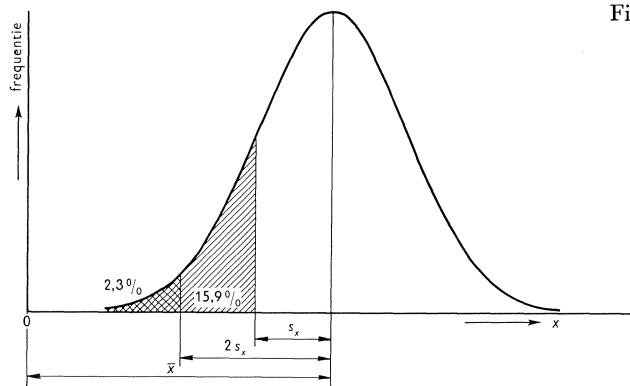


Fig. 2. Bij een normale verdeling is 2,3% der waarden kleiner dan $\bar{x} - 2s_x$, en 15,9% kleiner dan $\bar{x} - s_x$.

frequentieverdeling een maat voor de kans op het optreden van bepaalde waarden. Zo is bij een normale verdeling van de grootheid x de kans op het optreden van een waarde x kleiner dan $\bar{x} - s_x$ ongeveer 15,9%, terwijl de kans op een waarde kleiner dan $\bar{x} - 2s_x$ ongeveer 2,3% bedraagt (zie fig. 2). In het hiernavolgende wordt veelal naast de gemiddelde waarde \bar{x} en de standaardafwijking s_x gebruikt de variatiecoëfficiënt $v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$.

1.4 Definities en symbolen

In het voorgaande is reeds gesproken over sterkte en belasting; een nadere definitie van deze begrippen is nodig. Ten gevolge van uitwendige krachten op een constructie ontstaat in een element daarvan een krachtswerking die in het vervolg wordt aangeduid als „de belasting Q ”. Bij een bepaalde waarde van Q ontstaat in het element een kritieke situatie (breuk, vloeien o.i.d.). Deze waarde is „de sterkte S ”. (Of met het bereiken van een kritieke situatie in één element ook de gehele constructie onbruikbaar wordt, hangt af van het aantal elementen, van de wijze waarop deze zijn samengevoegd en van de materiaaleigenschappen. Hierop wordt niet nader ingegaan). De sterkte S varieert voor een aantal overeenkomstige elementen; overeenkomstige elementen zijn elementen die hetzij ogenschijnlijk identiek zijn, hetzij slechts zo weinig verschillen dat dit niet in de berekeningswijze tot uitdrukking wordt gebracht.

De sterkte kan worden bepaald uit de beproevingsresultaten van een aantal elementen of door berekening. Daarbij wordt verondersteld dat de uit deze proeven en/of berekeningen verkregen waarden voor de sterkte representatief zijn voor de gevallen die zich in een werkelijke constructie voordoen. Bij proeven moet het gebruikte materiaal, de wijze van be- en verwerken, enz. dus met de werkelijkheid zo goed mogelijk overeenkomen, terwijl een berekening de werkelijke sterkte zo goed mogelijk moet benaderen.

In bepaalde gevallen kan de sterkte tijdens de levensduur b.v. door corrosie e.d. veranderen. Een dergelijke sterktevermindering zal in de berekeningen ter bepaling van de veiligheid tot uiting moeten komen; in het onderhavige

artikel wordt deze complicatie echter buiten beschouwing gelaten. Aangenomen wordt dat de frequentieverdeling van de sterkte bij een bepaalde ouderdom van de constructie als basis voor de berekening van de kans op onbruikbaarheid kan worden gebruikt.¹⁾

De belasting Q op het constructie-element is een gevolg van de uitwendige krachten op de constructie. Bij een bepaalde verdeling daarvan kan de grootte van Q meer of minder nauwkeurig worden berekend. Deze krachten kunnen voor een bepaalde constructie variëren met de tijd, maar behoeven bovendien voor overeenkomstige constructies niet gelijk te zijn. Ook voor overeenkomstige elementen van overeenkomstige constructies kan Q derhalve verschillende waarden aannemen.

Interessant zijn de maximale waarden van Q die in een bepaalde periode bij een aantal overeenkomstige elementen optreden. Deze maxima kunnen tezamen worden uitgezet in een frequentiediagram, waaruit een gemiddelde waarde en een standaardafwijking volgen (zie fig. 3). Waar in het vervolg wordt

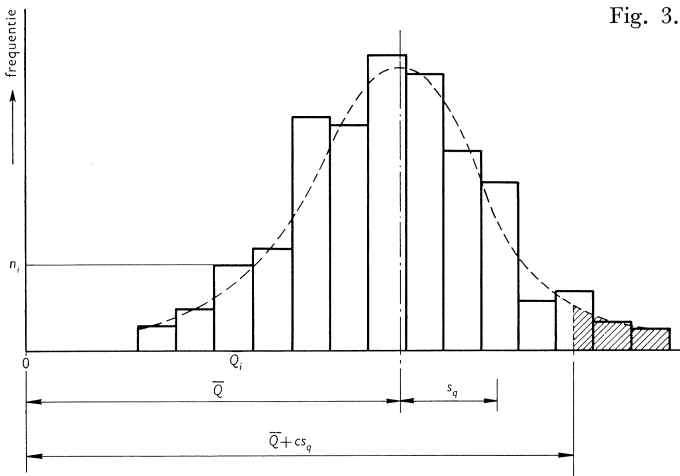


Fig. 3. In de figuur is uitgezet de frequentie van de maximale waarde van een belasting Q tijdens een bepaalde periode op een aantal overeenkomstige constructie-elementen. Zo is bij een aantal n_i van deze elementen dit maximum gelegen in het interval Q_i . Gemiddeld is de grootste te verwachten waarde van Q dus \bar{Q} ; uit de frequentieverdeling volgt de kans op het optreden van een maximale belasting in de beschouwde periode groter dan $\bar{Q} + c s_q$ uit de grootte van c .

gesproken over „de belasting” wordt bedoeld de maximale belasting op een constructie-element gedurende de levensduur van de constructie. Zo is b.v. de gemiddelde waarde \bar{P}_{sn} als gevolg van de sneeuwbelasting de waarde van P_{sn} , veroorzaakt door de over soortgelijke constructies gemiddelde waarde van de maximale sneeuwbelasting gedurende de gekozen levensduur. Hierbij wordt nog opgemerkt dat de frequentieverdeling van de belasting afhankelijk is van

¹⁾ Indien b.v. de sterkte tijdens de levensduur rechtlijnig met de tijd afneemt tot de helft van de oorspronkelijke, dan blijkt – met de onderstelling van een normale verdeling en onder overigens dezelfde omstandigheden als bij de later te behandelen voorbeelden – dat de sterkte ten tijde van $3/4$ van de levensduur een goed uitgangspunt biedt voor de bepaling van de kans op bezwijken.

de levensduur. De kans dat een bepaalde hoge sneeuwbelasting één keer in een periode van 20 jaar voorkomt, is b.v. groter dan de kans dat deze belasting één keer in 10 jaar voorkomt.

Samenvattend worden de gemiddelde waarden van de variabele grootheden S en Q als volgt gedefinieerd:

\bar{S} = de gemiddelde sterkte van een aantal overeenkomstige constructie-elementen, zoals die bepaald kan worden door de beproeving van een aantal daartoe geschikte elementen;

\bar{Q} = de gemiddelde waarde van de belasting op een constructie-element, als gevolg van de – over soortgelijke constructies gemiddelde – maximum-waarde van de belasting op de constructie gedurende de levensduur van deze constructie.

Veelal is de totale belasting Q een gevolg van een aantal belastingcomponenten, die op soortgelijke wijze als Q gedefinieerd kunnen worden. Zo is in het vervolg b.v.:

\bar{G} = de gemiddelde waarde van de belasting op een constructie-element, als gevolg van de – over soortgelijke constructies gemiddelde – permanente belasting op de constructie.

Evenzo is:

\bar{P} = de gemiddelde waarde van de belasting op een constructie-element, als gevolg van de – over soortgelijke constructies gemiddelde – maximum-waarde van de nuttige belasting op de constructie gedurende de levensduur van deze constructie.

De notatie P wordt later ook wel voor andere, met de permanente belasting te combineren, belastingen gebruikt.

1.5 De belastingfactor t

Een geheel andere grootheid is de belastingfactor t . In het voorgaande is stilzwijgend verondersteld, dat de sterkte en de belasting onafhankelijk van elkaar bestaande grootheden zijn. In bepaalde gevallen kan echter tussen die twee een bepaalde wisselwerking bestaan.

Zo is van hout en beton bekend dat een lang durende belasting gevaarlijker is dan een even hoge, maar korter durende belasting. Evenzo is bij staal een wisselbelasting gevaarlijker dan een statische. Hoewel in de eerste plaats de gevoeligheid van het materiaal voor dergelijke invloeden van belang is, treedt deze eigenschap pas op als een direct gevolg van de belastingen. Het gevaar dat door een bepaalde soort belasting wordt veroorzaakt, moet in het veiligheidsprobleem tot uiting komen. In het vervolg wordt verondersteld dat dit kan gebeuren door invoering van een belastingfactor t . In plaats van de belastingcomponenten G , P enz., moet dan worden gewerkt met $t_g G$, $t_p P$ enz.

De standaardafwijking van $t_g G$ is $t_g s_g$; de variatiecoëfficiënt van $t_g G$ is $\frac{t_g s_g}{t_g \bar{G}} = \frac{s_g}{\bar{G}} = v_g$, dus gelijk aan die van G . Op dezelfde wijze is de variatiecoëfficiënt van $t_p P$ gelijk aan die van P , dus v_p .

1.6 Toepassing van de kansberekening

Volgens de gegeven definities treedt onbruikbaarheid van een constructie-element op als de belasting daarop groter wordt dan de sterkte, dus als $Q > S$. Het kritieke punt is bereikt als $Q = S$, dus als $V = S - Q = 0$. De frequentieverdelingen van Q en van S samen bepalen de frequentieverdeling van V . Nu is $\bar{V} = \bar{S} - \bar{Q}$ en

$$s_v = \sqrt{s_s^2 + s_q^2}$$

(S en Q gelden beide voor gelijksoortige constructie-elementen; zij zijn niet gecorreleerd).

Bij een bepaalde vorm van de frequentieverdeling van V is de kans op het optreden van een zekere waarde van V weer afhankelijk van de gemiddelde waarde \bar{V} en van de standaardafwijking s_v . De kans op een waarde van $V < 0$ wordt bepaald door de verhouding (zie fig. 4):

$$f_{st} = \frac{\bar{V}}{s_v} = \frac{\bar{S} - \bar{Q}}{\sqrt{s_s^2 + s_q^2}} \dots \dots \dots (1)$$

(De „statistische index” f_{st} is dus het omgekeerde van de variatiecoëfficiënt van V .) Voor verschillende waarden van f_{st} , dus voor verschillende grootten van de kans op onbruikbaarheid, kan de verhouding $n = \frac{\bar{S}}{\bar{Q}}$ worden berekend.

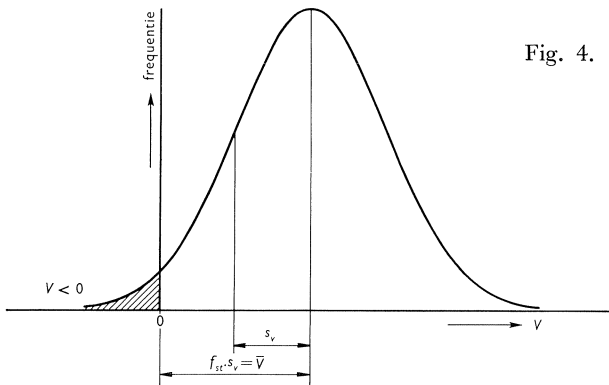


Fig. 4. Frequentieverdeling van $V = S - Q$. De grootte van $f_{st} = \frac{\bar{V}}{s_v}$ is bij een bepaalde vorm van de frequentieverdeling een maat voor de kans op een waarde van $V < 0$.

Deze verhouding is, behalve van deze kans, ook afhankelijk van de grootheden s_s en s_q . Daar, zoals reeds is opgemerkt, Q in vele gevallen is samengesteld, is ook s_q een samengestelde grootte. Voorlopig wordt gesteld dat:

$$Q = t_g G + t_p P,$$

zodat s_q afhankelijk is van s_g , s_p en van de verhouding $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$.

Uit de vermelde formule voor f_{st} kan de verhouding $n = \frac{\bar{S}}{Q}$ direct worden opgelost; deze verhouding is dan een vrij ingewikkelde functie van de diverse variabelen.

Boven een veiligheidsformule van de vorm $\bar{S} = n\bar{Q}$ wordt daarom de voorkeur gegeven aan de volgende schrijfwijze:

$$\bar{S} = n_g(t_g\bar{G} + kt_p\bar{P}) \dots \dots \dots (2)$$

Deze vorm komt overeen met de in sommige gevallen reeds gebruikelijke formules zoals die in 1.1 zijn vermeld. Voor $\bar{P} = 0$ volgt hieruit $n_g = \frac{\bar{S}}{t_g\bar{G}}$, zodat de factor n_g de veiligheidscoëfficiënt is als alleen het eigen gewicht werkt. Bij een bepaalde kans op onbruikbaarheid, aangeduid door de statistische index f_{st} , kan de waarde van n_g worden berekend uit:

$$f_{st} = \frac{\bar{S} - t_g\bar{G}}{\sqrt{v_s^2 + t_g^2 v_g^2}},$$

of na deling van teller en noemer door $t_g\bar{G}$ uit:

$$f_{st} = \frac{n_g - 1}{\sqrt{v_s^2 n_g^2 + v_g^2}} \dots \dots \dots (3)$$

In fig. 5 (blz. 14) is het verband tussen n_g , v_s en v_g aangegeven voor verschillende waarden van f_{st} . Duidelijk blijkt uit deze figuur, dat de waarde van n_g zeer snel toeneemt met toenemende waarden van de variatiecoëfficiënt van de sterkte. Dit komt doordat n_g nadert tot $n_g = \infty$ wanneer v_s nadert tot $v_s = \frac{1}{f_{st}}$. Dit betekent dat een kans op onbruikbaarheid, behorende bij een zekere waarde van f_{st} , niet kan worden bereikt bij toepassing van materialen met een variatiecoëfficiënt van de sterkte $v_s \geq \frac{1}{f_{st}}$. (materialen met $v_s = 0,25$ kunnen b.v. slechts worden toegepast, indien $f_{st} < 4$). De waarde van $v_g -$ de

Tabel I. Waarden van k voor $v_g = 0,10$ en $v_p = 0,40$, bij verschillende waarden v

$f_{st} \rightarrow$		4				3,5			
		1	2	3	4	1	2	3	4
v_s	$m = \frac{t_p\bar{P}}{t_g\bar{G}} \rightarrow$								
	0,05	1,62	1,66	1,70	1,72	1,50	1,60	1,64	1,66
	0,10	1,41	1,50	1,55	1,57	1,38	1,48	1,51	1,53
	0,15	1,25	1,32	1,36	1,38	1,25	1,33	1,36	1,38
	0,20	1,12	1,16	1,18	1,19	1,15	1,19	1,22	1,23
0,25					1,07	1,08	1,09	1,09	

variatiecoëfficiënt van het eigen gewicht – speelt een meer ondergeschikte rol.

De factor k in formule (2) is een correctiefactor, die nodig is door de aanwezigheid van een niet met G gecorreleerde en mogelijk anders gekarakteriseerde

P . Deze factor k is een functie van alle variabelen f_{st}, v_s, v_g, v_p en van $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$.

Ook deze functie is niet erg overzichtelijk. Daarom zal k voor een aantal gevallen worden berekend, nadat de waarde van enkele variabelen is geschat.

1.7 Schatting van de grootte van enkele variabelen

Wegens het ontbreken van voldoende gegevens moeten enkele grootheden worden geschat. Deze schatting heeft vooral betrekking op de grootte van de spreiding, als maat waarvoor de variatiecoëfficiënt v wordt gekozen. De spreiding in het eigen gewicht wordt veroorzaakt door spreiding in het soortelijk gewicht van het materiaal en door verschillen tussen de werkelijke en de in het ontwerp voorkomende maten. Uit metingen, door JOHNSON¹⁾ verricht aan betonplaten volgt dat de variatiecoëfficiënt van de dikte gemiddeld 0,057 bedraagt. In het vervolg wordt gerekend met een variatiecoëfficiënt $v_g = 0,10$; deze waarde is zeker aan de veilige kant. Opgemerkt wordt nog dat uit bovengenoemde metingen blijkt dat de werkelijke plaatdikte veelal iets groter is dan de nominale dikte volgens de tekening.

Voor de andere belastingscomponenten zoals wind, sneeuw, nuttige belasting enz., is de spreiding waarschijnlijk groter. Gerekend wordt met een variatiecoëfficiënt $v_p = 0,40$. Dit betekent bij een normale verdeling van P , dat nog in ongeveer 33% van de gevallen waarden optreden buiten de grenzen $0,6 \bar{P}$ en $1,4 \bar{P}$. (Globaal zal dan bij 16 van de 100 daken die op een sneeuwbelasting van 50 kg/m² zijn berekend nooit meer dan 30 kg/m² voorkomen, terwijl bij 16 andere de maximale sneeuwbelasting boven 70 kg/m² komt).

Met de onderstellingen $v_g = 0,10$ en $v_p = 0,40$ is de grootte van k berekend voor enkele waarden van de variabelen f_{st}, m en v_s . De uitkomsten zijn verzameld in tabel I. Voor een bepaald soort constructie-element kan nu de

¹⁾ Men zie: JOHNSON, ARNE I., Strength, safety and economical dimensions of structures, Stockholm 1953.

, m , en v_s .

3				2,5				2			
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1,45	1,54	1,58	1,60	1,39	1,47	1,50	1,51	1,32	1,39	1,41	1,43
1,35	1,44	1,47	1,49	1,31	1,39	1,42	1,44	1,27	1,33	1,36	1,37
1,25	1,32	1,35	1,37	1,23	1,30	1,32	1,34	1,21	1,26	1,29	1,30
1,16	1,21	1,24	1,25	1,16	1,22	1,24	1,25	1,15	1,20	1,22	1,24
1,09	1,12	1,14	1,15	1,11	1,14	1,16	1,17	1,11	1,15	1,17	1,18

veiligheidsformule $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + kt_g \bar{P})$ worden opgeschreven, als bekend is de grootte van de factoren f_{st} , m en v_s . Uit fig. 5 kan n_g worden opgezocht en uit tabel I volgt de waarde van k .

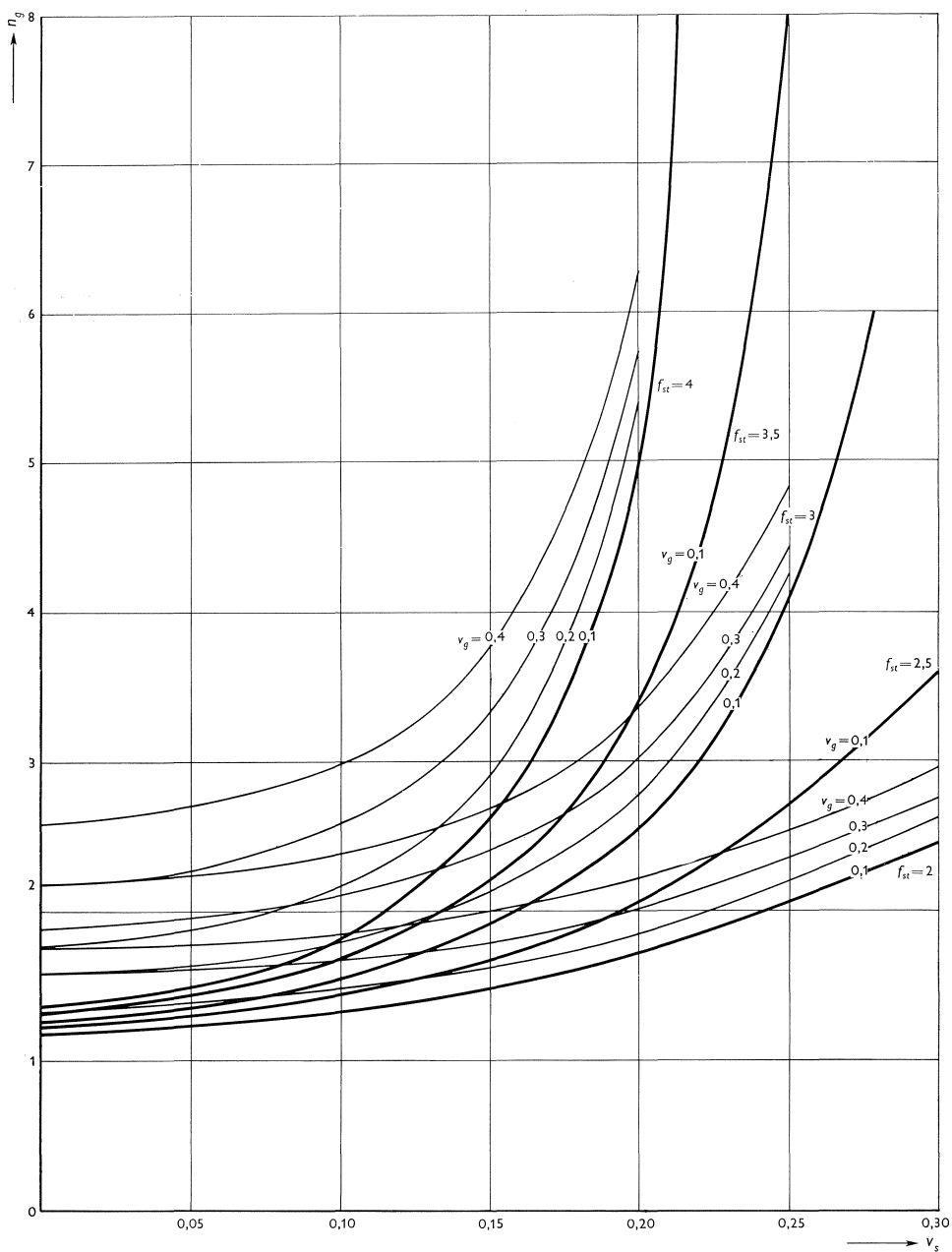


Fig. 5. De waarde van n_g als functie van v_s , v_g en f_{st} . In het vervolg is aangenomen $v_g = 0,10$.

2 Benadering van f_{st} voor verschillende constructiematerialen

2.0 Inleiding

Zoals reeds in hoofdstuk 1 is opgemerkt zal worden getracht voor enkele materialen de kans op onbruikbaarheid te bepalen. Reeds is een onderstelling gedaan voor de grootte van v_g en v_p in verband met de berekening van k . De hierbij ingevoerde waarden zijn echter onafhankelijk van het materiaal en blijven in het volgende voortdurend gehandhaafd.

In het voorafgaande is reeds opgemerkt, dat bij een zekere waarde van f_{st} uit formule (1) slechts dán de grootte van de kans op onbruikbaarheid kan worden bepaald als de vorm van de verdeling van $V = S - Q$ bekend is. Deze vorm wordt bepaald door de frequentieverdelingen van S , G en P en behoeft daarom in verschillende gevallen niet steeds dezelfde te zijn. Dit heeft tot gevolg dat ook niet noodzakelijk bij een zekere waarde van f_{st} steeds dezelfde kans behoort. Zolang de onderlinge verschillen in de frequentieverdelingen van V voor verschillende soorten overeenkomstige constructie-elementen niet te groot worden, kan echter f_{st} wel als een redelijke basis voor vergelijking worden beschouwd. Deze onderlinge verschillen nu zijn niet gemakkelijk aan te tonen, hetgeen b.v. blijkt uit fig. 6. Statistisch is derhalve zeer moeilijk na te gaan of de ene theoretische verdeling bij een aantal gevonden waarden beter aansluit dan een andere, die van de eerste toch aanzienlijk kan verschillen.

Daar voldoende gegevens over de werkelijke frequentieverdelingen ontbreken, vooral ten aanzien van de belastingen, wordt in het volgende geen

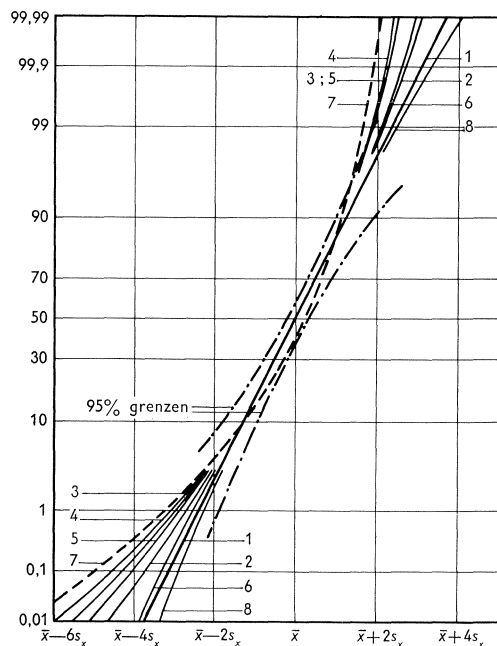


Fig. 6. Verschillende verdelingskrommen met dezelfde gemiddelde waarde (100) en met dezelfde standaardafwijking (5). De 95%-begrenzing heeft betrekking op de normale verdeling (Overgenomen uit JOHNSON A. I., Strength, safety and economical dimension of structures).

- 1 Normale verdeling.
- 2 Verdeling van de kleinste waarde van een steekproef van 10 waarnemingen. Deze steekproef zelf is genomen uit een normaal verdeelde populatie.
- 3 Verdeling van de kleinste waarde van een steekproef van 1000 waarnemingen. Deze steekproef zelf is genomen uit een normaal verdeelde populatie.
- 4, 5, 6 en 7 Verdelingen van extreme waarden van verschillende typen volgens JOHNSON l.c.
- 8 Logaritmisch-normale verdeling.

onderstelling gedaan over de vorm van de frequentieverdelingen van V , zodat de kans op onbruikbaarheid ook niet kwantitatief wordt bepaald. Slechts wordt aangenomen dat f_{st} als een vergelijkingsgetal mag worden beschouwd.

Op deze wijze kan globaal worden nagegaan welke waarden van f_{st} een veiligheid geven die overeenkomt met de thans geëiste door middel van de verschillende voorschriften. Dit biedt de mogelijkheid om de verschillende materialen in dit opzicht met elkaar te vergelijken en tevens om voor nieuwe materialen en constructies, op een meer objectieve wijze dan tot dusverre, toelaatbare spanningen e.d. te bepalen. Achtereenvolgens komen de materialen hout, staal, voorgespannen beton en gewapend beton aan de orde, terwijl tenslotte een formule voor de ringdeuvelverbindingen wordt afgeleid.

2.1 *Verschillende materialen*

2.1.1 Hout

Reeds eerder is opgemerkt dat bij hout moet worden gerekend met een tijdeffect van de belastingen; kort durende belastingen kunnen nl. beter worden opgenomen dan lang durende. Het gevaar van de lang durende belastingen wordt in rekening gebracht door de tijdfactor t ; de grootte van t neemt toe naarmate de belasting op de constructie een meer permanent karakter heeft. De grootte van de tijdfactor wordt bepaald in overeenstemming met de Amerikaanse voorschriften, waarin de toelaatbare belastingen afhankelijk worden gesteld van de belastingduur. Uit deze belastingpercentages volgen waarden voor de tijdfactor, die voor permanente belasting is gesteld op $t = 2$. In tabel II zijn de verschillende waarden vermeld.

Tabel II. Tijdfactor t afgeleid uit de Amerikaanse voorschriften voor hout en houtconstructies

belastingduur	toelaatbare belasting in % (Amerika)	tijdfactor t $t = 2 \times \frac{90}{\text{Am.}\%}$	afgerond t
permanent	90	2,00	2,0
10 jaren	100	1,80	1,8
2 maanden (voor sneeuwbelasting)	115	1,57	1,6
7 dagen	125	1,44	1,5
wind	133	1,35	1,4
standaardproef	16/9 \rightarrow 178	1,01	1,0
botsing	200	0,90	0,9

Opgemerkt wordt dat het in de bedoeling ligt om in het Stevin-Laboratorium een onderzoek te wijden aan het vraagstuk van de lang durende belastingen.

Bij de vergelijking tussen verschillende voorschriften, en bij de bepaling van de daarbij aanwezige waarde van f_{st} , wordt in het vervolg aansluiting gezocht bij een veel voorkomend belastinggeval, nl. eigen gewicht + sneeuw. Daarvoor wordt dus aangehouden: $t_g = 2$ en $t_p = 1,6$.

In rapport CVH 58-99 inzake de klassering van naaldhout, getiteld: „Voorstel tot wijziging van de T.G.B.’’, worden enkele sterktecijfers van vurehout vermeld die als uitgangspunt voor het volgende zijn genomen. Deze cijfers zijn vermeld in tabel III. De toelaatbare spanningen gelden voor alle belastingcombinaties en zijn onafhankelijk van de belastingduur. Daar in de formule $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$ in dit opzicht wel verschil wordt gemaakt, kan vanzelfsprekend een volledige overeenstemming niet worden bereikt.

Tabel III. Sterktecijfers van vurehout volgens rapport CVH 58-99.

	constructiehout		standaardbouwhout	
	buiging	druk	buiging	druk
gemiddelde sterkte \bar{S} (kg/cm ²)	400	280	328	240
standaardafwijking s_s (kg/cm ²)	85	50	80	50
variatiecoëfficiënt $v_s = \frac{s_s}{\bar{S}}$	0,21	0,18	0,24	0,21
toelaatbare spanning \bar{Q} (kg/cm ²)	110	1)	70	60
gebruikelijke veiligheidscoëfficiënt $\frac{\bar{S}}{\bar{Q}}$	3,64	1)	4,70	4,00

1) Hiervoor is nog geen beslissing omtrent de toelaatbare spanning genomen.

Bij op buiging belast constructiehout is de variatiecoëfficiënt $v_s = 0,21$. In fig. 5 zijn de bijbehorende waarden van n_g voor verschillende waarden van f_{st} te bepalen. Voor $f_{st} = 3$ wordt $n_g = 2,8$ zodat dan moet gelden (voor $t_g = 2$ en $t_p = 1,6$):

$$\bar{S} = 2,8(2\bar{G} + k 1,6 \bar{P}).$$

In tabel I worden de waarden van k gegeven.

De verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ die overeenkomt met de gewone veiligheidscoëfficiënt kan worden berekend voor verschillende waarden van $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}} = 0,8 \frac{\bar{P}}{\bar{G}}$, hetgeen is weergegeven in fig. 7a. Hetzelfde is gebeurd voor $f_{st} = 2,5$ en voor $f_{st} = 2$, terwijl in dezelfde figuur de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënt 3,64 is getekend (onafhankelijk van m).

Op overeenkomstige wijze is gehandeld voor standaardbouwhout, belast op buiging (zie fig. 7b) en op druk (zie fig. 7c). Een waarde van $f_{st} = 2,5$ geeft in alle gevallen een grotere waarde van $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ dan de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënten. Deze laatste blijken in de drie gevallen wel een goede maat voor de kans op bezwijken te zijn, hetgeen verklaarbaar is omdat zij weliswaar langs andere weg, maar toch op statistische wijze zijn verkregen.¹⁾

In de verschillende gevallen varieert k nog met $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$; deze variatie is slechts gering, zodat voor een praktische formule met een constante waarde kan worden gerekend. Indien in de verschillende gevallen de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënt wordt benaderd door de formules behorende bij $f_{st} = 2,5$, dan luiden deze:

- a. voor constructiehout op buiging belast: $\bar{S} = 2,2 (t_g \bar{G} + 1,2 t_p \bar{P})$
- b. voor standaardbouwhout op buiging belast: $\bar{S} = 2,55 (t_g \bar{G} + 1,15 t_p \bar{P})$
- c. voor standaardbouwhout op druk belast: $\bar{S} = 2,2 (t_g \bar{G} + 1,2 t_p \bar{P})$

In de fig. 7 a, b en c zijn de daaruit volgende waarden voor de verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ nog eens uitgezet voor $t_g = 2$ en $t_p = 1,6$, nu dus met een constante waarde van k . Uit deze krommen blijkt dus wederom, dat de eis volgende uit $f_{st} = 2,5$ wat zwaarder is dan overeenkomt met de voorstellen omtrent de toelaatbare spanningen.

2.1.2 Staal

De toelaatbare staalspanningen zijn gekoppeld aan de vloeigrens. Voor de staalsoort Qm 37 wordt deze vloeigrens veelal gesteld op 2400 kg/cm²; de gemiddelde waarde ligt echter hoger. Deze werkelijke gemiddelde waarde is geschat op 2700 kg/cm², terwijl de variatiecoëfficiënt is aangenomen op $v_s = 0,08$. Bij een normale verdeling betekent dit dat in verreweg de meeste gevallen (95%) de vloeigrens ligt tussen de grenzen 2270 kg/cm² en 3130 kg/cm². Voor een toelaatbare spanning $\sigma_{toel.} = 1400$ kg/cm² is de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënt $\frac{2700}{1400} = 1,93$, terwijl bij $\sigma_{toel.} = 1600$ kg/cm² deze coëfficiënt gelijk is aan 1,69.

Bij de aangenomen waarde van $v_s = 0,08$ kan in fig. 5 de grootte van n_g worden opgezocht bij verschillende waarden van f_{st} . Met de bijbehorende waarden van k uit tabel I, geïnterpoleerd tussen die voor $v_s = 0,05$ en $v_s = 0,10$, kan de grootte van $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ worden berekend. In fig. 8 zijn deze waarden uitgezet als functie van $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$ waarin $t_g = t_p = 1$ is gesteld (geen

¹⁾ Men zie: IBC-mededelingen 6 (1958) no. 3/4.

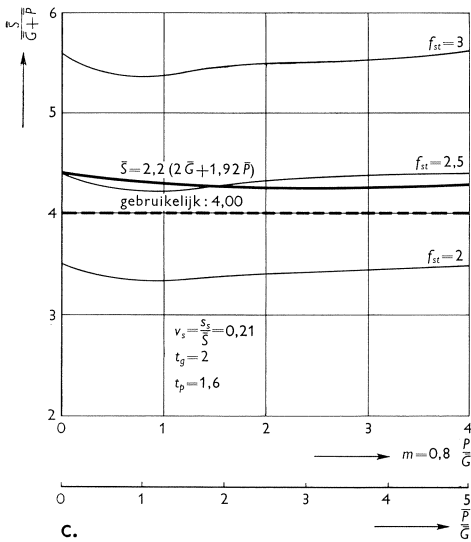
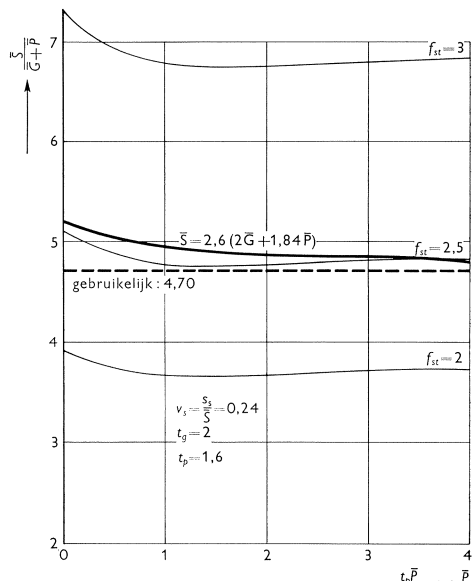
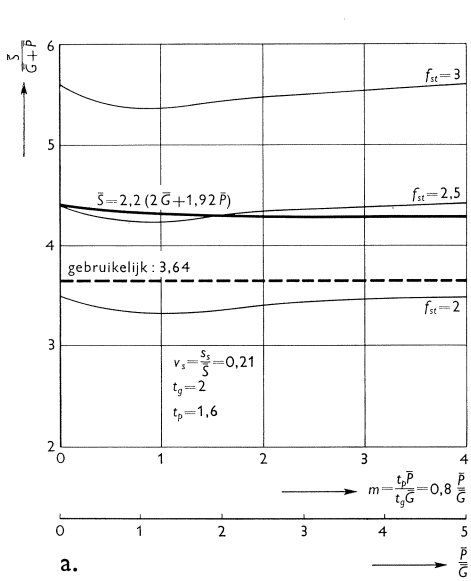


Fig. 7. Vergelijking van de gebruikelijke verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ bij hout met die volgende uit $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$, bij verschillende waarden van f_{st} .

- Constructiehout op buiging belast
- Standaardbouwhout op buiging-belast
- Standaardbouwhout op druk belast.

tijddeffect). Bij de gebruikelijke veiligheid blijkt een statistische index $f_{st} = 2$ à 3 te behoren. De veiligheidsformule wordt bij $f_{st} = 2,5$:

$$\bar{S} = 1,37(\bar{G} + k \bar{P}).$$

Uit tabel I kan de grootte van k worden afgelezen bij verschillende waarden van m ; hiervoor kan een constante waarde b.v. $k = 1,40$ worden ingevoerd. Na afronding is:

$$\bar{S} = 1,4(\bar{G} + 1,4 \bar{P})$$

De hierbij behorende lijn in fig. 8 wijkt slechts zeer weinig af van de lijn, die ontstaat wanneer de met m variërende waarden van k worden gebruikt.

2.1.3 Voorgespannen beton

Bij voorgespannen beton werkt men reeds met load-factors. Door de STUVO is het gebruik aanbevolen van de formule:

$$M_{br} \geq 2M_g + 2,5M_p^1).$$

Het breukmoment M_{br} mag aan de hand van proeven of wel door berekening worden bepaald, in welke berekening de breuksterkte van het voorspanstaal een rol speelt. Dit staal wordt geleverd in soorten met een treksterkte die opklimt met 5 kg/mm². In de voorlopige keuringsvoorschriften voor hoogwaardig staal voor voorgespannen beton²⁾ wordt de eis gesteld dat de treksterkte niet lager mag zijn dan de opgegeven waarde en niet hoger dan deze waarde vermeerderd met 20 kg/mm². De spreiding in de staalsterkte zal derhalve klein zijn, terwijl ook het verschil tussen werkelijke en opgegeven waarde niet groot is. De variatiecoëfficiënten van de sterkte van het voorgespannen beton wordt in het hiernavolgende aangenomen op $v_s = 0,10$; deze spreiding is waarschijnlijk enigszins groter dan die van het staal. Daar de betonkwaliteit, de afmetingen enz. mede een rol spelen, lijkt deze waarde van v_s wel aannemelijk.

Op het in 1958 te Berlijn gehouden congres van de Fédération Internationale de la Précontrainte (F.I.P) is voorgesteld een formule te gebruiken, luidende:

$$M_{br} \geq 1,9M_g + 2,6M_p$$

Het breukmoment M_{br} wordt wederom door berekening bepaald, maar daarbij worden voor de staal- en de betonsterkte waarden in rekening gebracht afkomstig uit proeven. Uit een serie van 20 desbetreffende proefresultaten wordt het gemiddelde van de 10 laagste waarden bij deze berekening ingevoerd. De werkelijke gemiddelde sterkte zal daarom hoger liggen; globaal komt dit overeen met 1,10 maal de in rekening gebracht waarde.

Voor $\bar{S} = M_{br}$, $\bar{G} = M_g$ en $\bar{P} = M_p$ leidt de formule van de STUVO tot:

$$\bar{S} \geq 2\bar{G} + 2,5\bar{P}$$

De formule van de F.I.P geeft met $\bar{S} = 1,10 M_{br}$, $\bar{G} = M_g$ en $\bar{P} = M_p$:

$$\bar{S} \geq 2,10\bar{G} + 2,85\bar{P}$$

De beide formules verschillen niet veel zoals ook in fig. 9 is te zien. Ter verge-

¹⁾ Men zie: Richtlijnen voor de toelaatbare spanningen en de veiligheidscoëfficiënt bij constructies in voorgespannen beton, STUVO, 1957.

²⁾ Men zie: Voorlopige keuringsvoorschriften voor hoogwaardig staal voor voorgespannen beton, Commissie Betonstaal, 1958.

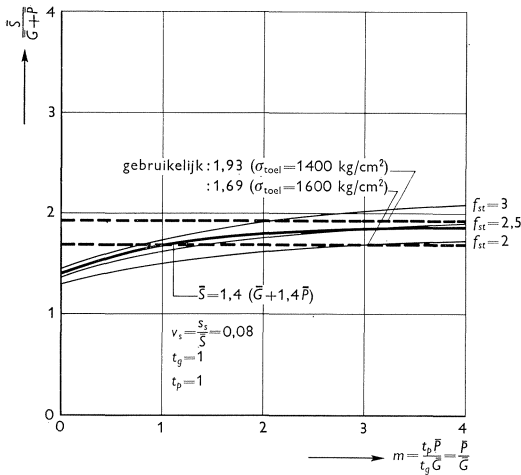


Fig. 8. Vergelijking van de gebruikelijke verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ bij staal Qm 37 met die volgende uit $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$, bij verschillende waarden van f_{st} .

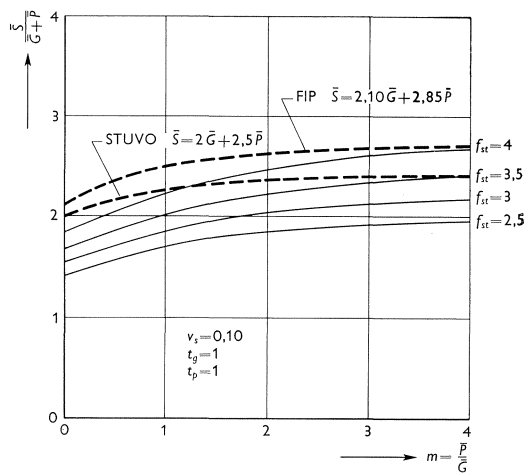


Fig. 9. Vergelijking van de gebruikelijke verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ bij voorgespannen beton met die volgende uit $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$, bij verschillende waarden f_{st} .

lijking zijn in fig. 9 weer enkele lijnen getekend voor verschillende waarden van f_{st} ; een waarde van $f_{st} = 3,5$ à 4 blijkt met de voorschriften van de STUVO en de F.I.P goede overeenstemming te geven.

2.1.4 Gewapend beton

In Paper no. 809 van de Proceedings of the Am. Soc. of Civil Engin. wordt een overzicht gegeven van de grondslagen waarop de in de U.S.A. ontwikkelde loadfactors zijn gebaseerd. Uit de beschreven beproevingsresultaten kan worden afgeleid dat bij de lage wapeningspercentages de variatiecoëfficiënt van de sterkte ongeveer $v_s = 0,10$ bedraagt. Verder blijkt dat de berekende sterkte goed overeenkomt met de gemiddelde sterkte; opgemerkt wordt dat bij deze berekeningen de werkelijke vloeigrens van het staal is ingevoerd. Wanneer in de praktijk met de gebruikelijke vloeigrens van 2400 kg/cm^2 wordt gerekend en als de gemiddelde vloeigrens 2800 kg/cm^2 is, dan is globaal de sterkte van het gewapende beton $\frac{2800}{2400} = 1,16$ maal zo hoog als is berekend. De sterkte U moet aan de volgende twee eisen voldoen:

$$\left. \begin{aligned} U &= 1,8 (B + L) \\ U &= 1,2 B + 2,4 L \end{aligned} \right\} \text{ (voor buiging)}$$

Wordt ingevuld $\bar{S} = 1,16 U$, $\bar{G} = B$ en $\bar{P} = L$ dan is:

$$\begin{aligned} \bar{S} &= 2,1 \bar{G} + 2,1 \bar{P} && \text{voor } m \leq 1 \\ \bar{S} &= 1,4 \bar{G} + 2,8 \bar{P} && \text{voor } m \geq 1 \end{aligned}$$

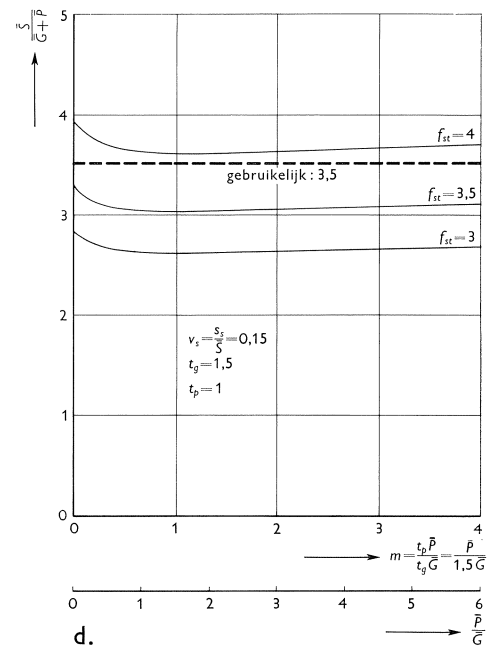
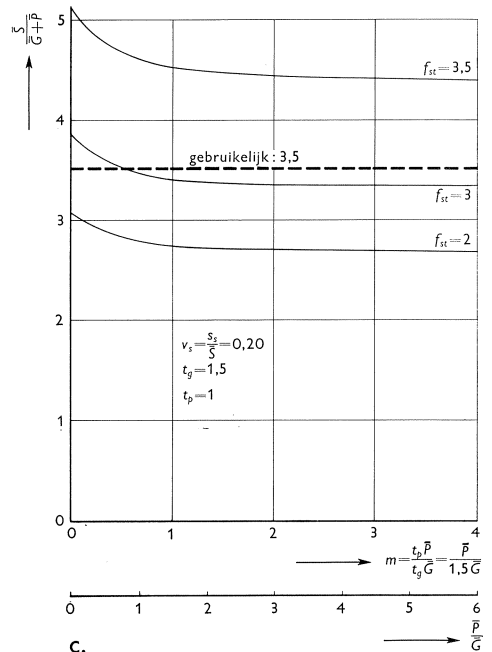
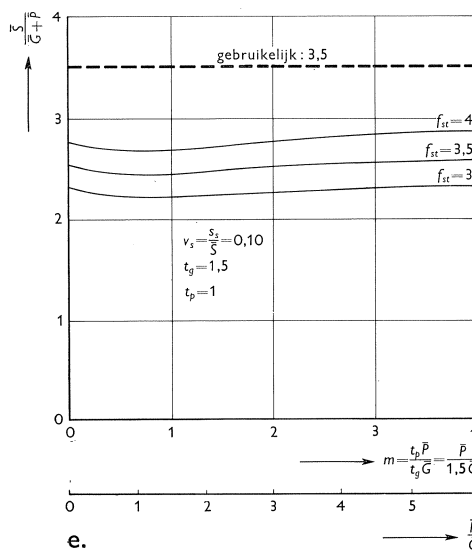
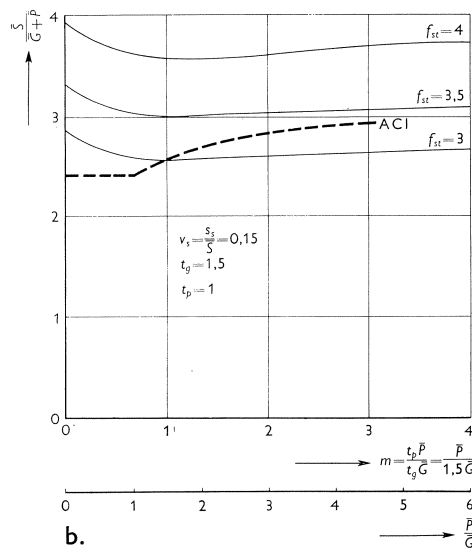
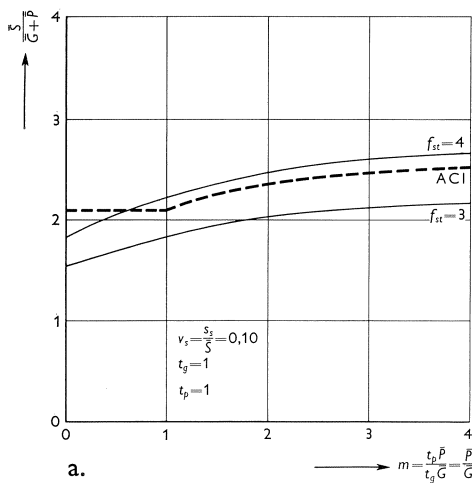


Fig. 10. Vergelijking van de gebruikelijke verhouding $\frac{S}{G+P}$ bij gewapend beton met die volgende uit $S = n_g(t_g \bar{G} + kt_p \bar{P})$, bij verschillende waarden van f_{st} .

- staal maatgevend
- beton maatgevend
- geen bouwcontrole
- wel bouwcontrole ($\sigma_k \geq 200 \text{ kg/cm}^2$)
- wel bouwcontrole ($\sigma_k \geq 250 \text{ kg/cm}^2$)

Deze formule kan wederom op dezelfde wijze als bij de andere materialen worden uitgezet (zie fig. 10a). In dezelfde figuur zijn ook de lijnen getekend die volgen uit de in dit artikel ontwikkelde veiligheidsformule, waarbij $v_s = 0,10$ is gesteld. Het blijkt dat een waarde van $f_{st} = 3,5$ à 4 goed aansluit bij de Amerikaanse formule.

Bij de hoge wapeningspercentages, dus waarbij het beton bepalend is voor de sterkte, is de overeenstemming tussen de berekende en de aanwezige sterkte minder goed, terwijl ook de spreiding groter is zoals eveneens uit het genoemde artikel volgt. De werkelijke sterkte ligt bijna steeds hoger dan de berekende. Wordt bij deze berekening in plaats van de werkelijke betonsterkte ook nog een bepaalde ondergrens daarvoor ingevuld, dan wordt het verschil nog groter. Gesteld wordt dat in het algemeen de werkelijke sterkte $\bar{S} = 4/3$ maal de berekende sterkte is. De Amerikaanse load-factor-formule wordt dan:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= 2,4 \bar{G} + 2,4 \bar{P} && \text{voor } m \leq 1 \\ \bar{S} &= 1,6 \bar{G} + 3,2 \bar{P} && \text{voor } m \geq 1\end{aligned}$$

Deze formule is getekend in fig. 10b, waarin ook weer enkele berekende lijnen zijn aangegeven voor verschillende waarden van f_{st} . Daarbij is gerekend met een variatiecoëfficiënt $v_s = 0,15$ in overeenstemming met de geconstateerde grotere spreiding in het beschouwde gebied. Voorts is in dit geval $t_g = 1,5$ gesteld in verband met het bij beton aanwezige tijdeffect. Overeenstemming met de A.C.I.-formule schijnt te bestaan bij $f_{st} = 2,5$ à $3,5$. Overigens kan dit geval niets als representatief voor gewapend beton worden beschouwd, daar het toepassen van een hoog wapeningspercentage volgens het voorschrift geen verhoging van het in rekening te brengen breukmoment met zich meebrengt. Gewapend beton met deze hoge wapeningspercentages zal derhalve slechts zelden voorkomen.

Een betere vergelijking voor dit geval kan wellicht worden verkregen op grond van de toelaatbare betonspanningen voor kolommen. Men onderscheidt drie gevallen nl.:

- a: geen bouwcontrole, waarbij wordt gesteld $\sigma_k \geq 160 \text{ kg/cm}^2$
en waarbij $\sigma_{toel.} = 40 \text{ kg/cm}^2$;
- b: wel bouwcontrole, waarbij wordt geëist $\sigma_k \geq 200 \text{ kg/cm}^2$
en waarbij $\sigma_{toel.} = 50 \text{ kg/cm}^2$;
- c: wel bouwcontrole, waarbij wordt geëist $\sigma_k \geq 250 \text{ kg/cm}^2$
en waarbij $\sigma_{toel.} = 60 \text{ kg/cm}^2$.

De geëiste kubussterkten zijn gegarandeerde sterkten; de werkelijk aanwezige gemiddelden zullen daarom hoger liggen. Verondersteld wordt, dat de gemiddelde sterkte in de verschillende gevallen gelijk is aan de gegarandeerde sterkte vermeerderd met de standaardafwijking. Voor de variatiecoëfficiënt wordt aangehouden:

geval a: $v_s = 0,20$; geval b: $v_s = 0,15$; geval c: $v_s = 0,10$.

Indien verder wordt gesteld dat de prismadruksterkte $0,75 \times$ de kubusdruksterkte is, dan is de gebruikelijke veiligheidscoëfficiënt achtereenvolgens:

$$\begin{aligned} \text{geval a: } & \frac{0,75 \times 1,20 \times 160}{40} = 3,60 & \text{geval b: } & \frac{0,75 \times 1,15 \times 200}{50} = 3,45 \\ \text{geval c: } & \frac{0,75 \times 1,10 \times 250}{60} = 3,43. \end{aligned}$$

Globaal kan derhalve de veiligheidscoëfficiënt in deze drie gevallen worden gesteld op 3,5. In fig. 10 c, d en e is deze waarde vergeleken met de waarden die voor verschillende waarden van f_{st} zijn berekend. Hieruit volgt, dat overeenstemming wordt bereikt bij de volgende waarden van f_{st} :

$$\begin{array}{l} \text{geval a: (geen bouwcontrole)} \\ \text{geval b: } \\ \text{geval c: } \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{wel bouwcontrole} \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} f_{st} \sim 3,1 \\ f_{st} \sim 3,9 \\ f_{st} > 5 \end{array}$$

2.2 Nadere beschouwingen

In het voorgaande is getracht om voor enkele materialen de waarde van f_{st} te bepalen, zoals die volgt uit de gebruikelijke voorschriften ten aanzien van toelaatbare spanningen e.d. Daarbij zijn een aantal onderstellingen gedaan die betrekking hebben op de spreiding in de sterkte, de tijdfactor, en op verschillen tussen de in rekening gebrachte en de werkelijke sterkte. De reeds eerder gemaakte veronderstellingen over de spreiding in de belastingen zijn voor alle materialen gehandhaafd. Deze spreiding is bij de belastingcomponent P groter dan bij G , hetgeen veroorzaakt dat de verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ toeneemt naarmate de verhouding $m = \frac{\bar{P}}{\bar{G}}$ toeneemt (zie b.v. fig. 8). Bij het toepassen van een tijdfactor, die dan voor G veelal groter is dan voor P , kan deze toeneming geheel verdwijnen, zodat zelfs $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ kan afnemen naarmate $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$ toeneemt. De gunstige factor van de kleine variatie in het eigen gewicht G wordt dan teniet gedaan door een ongunstiger factor, nl. het permanente karakter daarvan (zie b.v. fig. 10). Het karakter van de krommen wordt bepaald door de waarden van t_g en kt_p .

Daar de spreiding in de sterkte – derhalve v_s – een grote rol speelt in het probleem, en de daarvoor aangehouden waarden betrekkelijk onzeker zijn, is in fig. 11 voor elk materiaal een gebied aangegeven, waarbinnen de waarde van f_{st} zal liggen wanneer niet met één waarde van v_s wordt gerekend doch met verschillende. Telkens is het meest waarschijnlijke gebied gearceerd.

Uit deze figuur zou kunnen blijken, dat de waarde van f_{st} bij de verschillende materialen ligt tussen de grenzen 2,5 en 4. Bij staal zijn deze waarden betrekkelijk laag (gerekend is met $\sigma_{toel.} = 1400 \text{ kg/cm}^2$). Dit kan een gevolg zijn

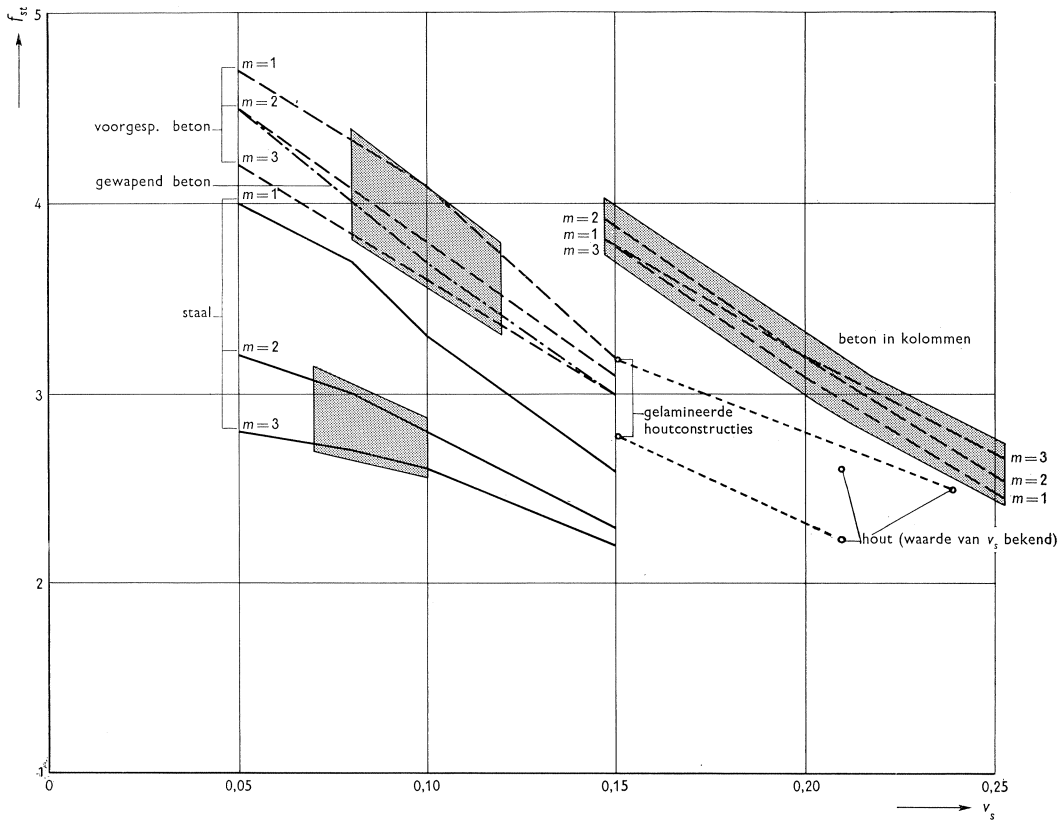


Fig. 11. Mogelijk verband tussen f_{st} en v_s voor enkele constructiematerialen. Voor enkele aangenomen waarden van v_s is de waarde van f_{st} bepaald, zoals die zou volgen uit de voor de diverse materialen geldende voorschriften. Deze waarden van f_{st} zijn in het algemeen mede afhankelijk van de waarde van $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$. Het gebied met de, het meest waarschijnlijk lijkende, waarden van m en v_s is voor elk materiaal aangegeven. Zo is dus b.v. voor staal aangehouden dat v_s tussen $v_s = 0,05$ en $v_s = 0,10$ zal liggen, terwijl $m = 2$ à 3 zal zijn. Als dit waar is, dan zal f_{st} gelegen zijn tussen 2,5 en 3.

van een afwijkende frequentieverdeling voor dit geval; bij staal komen n.l. waarden lager dan de gegarandeerde vloeigrens niet of uiterst zelden voor. De werkelijke kans op onbruikbaarheid is daardoor wellicht kleiner dan zou volgen uit de gevonden waarden van f_{st} . Bovendien wordt misschien opzettelijk een grotere kans op vloeien geaccepteerd dan op breuk.

Voorgespannen beton en gewapend beton (staal maatgevend) blijken ongeveer dezelfde waarden van f_{st} te geven, nl. 3,5 à 4,5. Bij het gewapende beton is het verband tussen f_{st} en v_s onafhankelijk van m omdat de A.C.I.-formule zich goed aanpast bij de krommen (zie b.v. fig. 10a). Beton in kolommen blijkt met de zo juist genoemde gevallen overeen te stemmen in waarden van f_{st} als bouwcontrole wordt toegepast. Bij grotere waarden van v_s neemt f_{st} snel af.

Zoals in het voorgaande is vermeld zijn voor hout enkele waarden van de variatiecoëfficiënt uit recente onderzoeken vrij nauwkeurig bekend. Bij de gebruikelijke toelaatbare spanningen bedraagt de waarde van de statistische index bij dit materiaal ca. 2,5. Hierbij wordt opgemerkt dat de spreiding in gunstige zin kan worden beïnvloed door het vervaardigen van gelamineerde constructies. Met het op deze wijze vervaardigde materiaal kan bij dezelfde toelaatbare spanningen derhalve een grotere veiligheid worden verkregen. Indien voor dit materiaal de variatiecoëfficiënt op $v_s = 0,15$ wordt gesteld, dan blijkt de waarde van f_{st} toe te nemen tot ongeveer 3, wat in fig. 11 is aangegeven.

Ook uit deze figuur blijkt duidelijk de grote betekenis van de variatie in de sterkte. Wanneer men voor een bepaald materiaal deze spreiding in de sterkte kan verlagen, dus een gelijkmatiger produkt kan verkrijgen, dan neemt bij dezelfde toelaatbare spanning de waarde van f_{st} snel toe. Dan ook kan er aanleiding zijn de gebruikelijke toelaatbare spanningen te verhogen.

Ook lijkt een zekere invloed van de economie een rol te spelen: de toepassing van beton zonder bouwcontrole – v_s geschat op 0,20 – geeft een kleine waarde van f_{st} . Deze slechte kwaliteit beton zal in het algemeen slechts bij ondergeschikte bouwwerken worden toegepast waarbij dan ook een grotere kans op onbruikbaarheid wordt aanvaard.

Ten overvloede wellicht wordt nogmaals opgemerkt dat de gevonden waarden van f_{st} niet als absolute getallen mogen worden opgevat. Voor een vergelijking tussen de materialen onderling kunnen zij slechts dienen, wanneer de veronderstelling juist is dat de frequentieverdelingen van V voor de verschillende materialen weinig of niet verschillen. Ook dan kan aan een bepaalde waarde van f_{st} nog niet direct een kans worden gekoppeld daar vooralsnog ook de werkelijke gemiddelde waarden van de belastingen onbekend zijn.

2.3 Conclusies

Uit het voorgaande blijkt dat op de aangegeven wijze met behulp van de kansberekening een veiligheidsformule is verkregen, waarmee op bevredigende en overzichtelijke wijze rekening kan worden gehouden met de sterkte van materialen en constructies en met de spreiding daarin, evenals met de belastingen en de daarin voorkomende spreidingen. Tevens kunnen tijdeffecten en wellicht ook enkele andere bijzondere invloeden op eenvoudige wijze tot uiting komen. De algemene formule is:

$$\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P}).$$

De waarde van de factor n_g wordt bepaald door f_{st} , v_s en v_g zoals in fig. 5 is aangegeven. De grootheden t_g en t_p zijn belastingfactoren; in het voorgaande is daarbij hoofdzakelijk gedacht aan tijdeffecten. Bij materialen zonder tijdeffect (b.v. staal) is $t_g = t_p = 1$, terwijl in andere gevallen de waarden van deze factoren groter kunnen zijn dan 1. De factor k is afhankelijk van alle variabelen;

voor enkele gevallen is de waarde van k gegeven in tabel I. De variatie in k met $m = \frac{t_p \bar{P}}{t_g \bar{G}}$ is betrekkelijk gering, zodat voor praktisch gebruik deze invloed wellicht te verwaarlozen is en gewerkt kan worden met een gemiddelde waarde.

Uit een vergelijking van enkele bestaande voorschriften met de ontwikkelde rekenmethode blijkt dat een goede overeenstemming wordt bereikt bij de volgende waarden van f_{st} :

voor hout	$f_{st} = 2 \text{ à } 2,5$
voor staal	$f_{st} = 2 \text{ à } 3$
voor voorgespannen beton	$f_{st} = 3,5 \text{ à } 4$
voor gewapend beton (staal maatgevend)	$f_{st} = 3,5 \text{ à } 4$
voor gewapend beton in kolommen	$f_{st} = 2,5 \text{ à } 4$ (afhankelijk van de toepassing van bouwcontrole)

Daarbij is $v_g = 0,10$ en $v_p = 0,40$ gesteld, terwijl in enkele gevallen een correctie op de bestaande voorschriften is toegepast, in verband met het verschil tussen de werkelijke sterkte en de daarvoor in rekening gebrachte waarde.

Voorlopig lijkt een dergelijke benadering voldoende nauwkeurig om in voorkomende gevallen een uitgangspunt te bieden voor nieuwe voorschriften. Voor het vaststellen van toelaatbare spanningen e.d. voor nieuwe constructiematerialen zal men het beste aansluiting kunnen zoeken bij bestaande materialen die een soortgelijke frequentieverdeling hebben en ook in de toepassing de meeste overeenkomst daarmede vertonen. Daar nog zeer veel gegevens ontbreken, zal op de aangegeven wijze zeker geen economischer materiaalverbruik verkregen kunnen worden dan tot nu toe.

De grootste onzekerheden bestaan bij de belastingen; een onderzoek naar de grootte en de spreiding daarvan zou bijzonder nuttig zijn. Daar P een grotere invloed heeft dan G , is de behoefte aan gegevens over de bijkomende belastingen (nuttige belasting, sneeuw e.d.) ook het grootst.

Bij het sterkte-onderzoek is het nuttig om voldoende aandacht te schenken aan de spreidingen en om eventuele proeven zo op te zetten dat de resultaten statistisch verwerkt kunnen worden. Eerst als over de frequentieverdelingen van S , G en P voldoende gegevens bekend zijn, kan het verband tussen f_{st} en de werkelijke kans op onbruikbaarheid worden gelegd. Tevens zal dan ook meer aandacht besteed moeten worden aan de opbouw van de gehele constructie en aan de belangrijkheid van de verschillende onderdelen daarin.

Tenslotte wordt er op gewezen dat de te accepteren kans op bezwijken zo klein wordt, dat deze wordt bepaald door een zeer klein deel van de frequentieverdeling van V . Dit deel van V is juist het gebied waarover weinig gegevens bekend zijn. De kleine waarden van S en de hoge waarden van Q die samen de „staart” van V bepalen, komen uiteraard weinig voor en zullen dus ook bij onderzoeken slechts zelden optreden. Indien men de werkelijke kans op bezwijken nauwkeurig wil bepalen zal een zeer groot aantal proeven nodig zijn.

3 Toepassing op ringdeuvelverbindingen

3.1 Gebruikelijke veiligheidscoëfficiënten

Voor de bepaling van toelaatbare belastingen op ringdeuvelverbindingen werd in eerste instantie nagegaan welke veiligheidscoëfficiënt in verschillende landen wordt gebruikt. Voor deze en soortgelijke houtverbindingsmiddelen bestaan nl. in het buitenland reeds lang voorschriften.

In DIN 1052 art. 74 wordt de toelaatbare belasting voor houtverbindingen gesteld op de gemiddelde breukbelasting van een aantal trekproeven gedeeld door 2,75. Bij de toelaatbare belasting mag de verschuiving der verbonden delen ten opzichte van elkaar niet meer dan 1,5 mm bedragen, aan welke eis de ringdeuvelverbindingen zeker voldoen. Er geldt dus $P_{\text{toel.}} = \frac{\bar{S}}{2,75}$ als \bar{S} de gemiddelde sterkte is.

Volgens T.E.C.O. (Timber Engineering Company) is $P_{\text{toel.}} = \frac{1}{4}\bar{S}$. In zijn boekje „Timber connector joints” maakt JOHN. A. SCHOLTEN hierbij enkele opmerkingen. De toelaatbare belasting geldt voor een belastingduur van 10 jaar; daarom wordt de sterkte, bepaald uit de kort durende proeven, vermenigvuldigd met een factor $\frac{9}{16}$. Met de spreiding in de breuksterkte wordt rekening gehouden door vermenigvuldiging met een factor $\frac{3}{4}$. De „werkelijke veiligheidscoëfficiënt” bij een belastingsduur van 10 jaar is dan $1^{11}/_{16} \sim 1,75$

$$\left(\frac{\frac{9}{16} \times \frac{3}{4} \times \bar{S}}{1^{11}/_{16}} = \frac{\bar{S}}{4} \right).$$

Voor kort durende belastingen mogen de zo bepaalde toelaatbare krachten worden verhoogd (bij hout is de sterkte afhankelijk van de belastingduur; een lang durende belasting is gevaarlijker dan een kort durende).

Op een soortgelijke wijze wordt in Engeland (T.D.A.) vastgesteld:

$$P_{\text{toel.}} = \frac{\bar{S} - 1,96 s_s}{1^{1/3} \times 1^{7/9}} \quad 1)$$

Hierin is s_s de uit de proeven berekende standaardafwijking in de breuksterkte. De vermindering van \bar{S} met $1,96 s_s$ kan worden vergeleken met $\frac{1}{4}\bar{S}$ die door T.E.C.O. in rekening wordt gebracht. De „veiligheids-coëfficiënt”, die bij T.E.C.O. 1,75 bedraagt, is in dit geval dus slechts 1,33. De factor $1^{7/9}$ in de noemer is dezelfde als de tijdfactor $\frac{9}{16}$ bij T.E.C.O. Bij het door het Stevin-Laboratorium uitgevoerde onderzoek van ringdeuvelverbindingen is een standaardafwijking $s_s = 0,12 \bar{S}$ gevonden. Indien deze waarde in de Engelse formule wordt ingevuld dan wordt gevonden $P_{\text{toel.}} = \frac{\bar{S} - 0,24 \bar{S}}{1^{1/3} \times 1^{7/9}} = \frac{\bar{S}}{3,2}$.

In een Noorse publikatie over het onderzoek van enkele houtverbindingsmiddelen wordt de toelaatbare belasting bepaald door de sterktecijfers met

1) Men zie: Constructional Research Bulletin No. 6, Timber Development Ass., Londen).

een aantal reductiefactoren te vermenigvuldigen.¹⁾ Deze reductiefactoren zijn:

- a. voor de spreiding in de sterkte $k_1 = 0,70$
- b. voor het vochtgehalte: (het vochtgehalte tijdens de beproeving was ongeveer 14%, terwijl de toelaatbare belasting geldt voor een vochtgehalte van ongeveer 20%) $k_2 = 0,87$
- c. voor het tijdeffect: $k_3 = 0,84$
- d. voor fouten en onnauwkeurigheden in de uitvoering: $k_4 = 0,75$

De veiligheidscoëfficiënt is dan: $\frac{1}{0,70 \times 0,87 \times 0,84 \times 0,75} \sim 2,6$.

Voor kort durende belastingen mogen de zo berekende toelaatbare belastingen nog worden verhoogd met 5%, 15% en 25%, resp. voor de gevallen:

- e. belastingen veroorzaakt door mensen in kantoor- en vergaderruimten, op tribunes e.d., mobiele belastingen op bruggen en kraanbanen e.d.;
- f. winddruk e.d.;
- g. stoten en trillingen.

De vier genoemde veiligheidscoëfficiënten t.o.v. de gemiddelde sterkte nl. 2,6; 2,75; 3,2 en 4 verschillen zo veel dat aansluiting daarbij niet goed mogelijk is. Een reden voor de grote verschillen in deze factor is nog niet gevonden.

3.2 Toepassing van de statistische methode

Evenals voor de materialen hout, staal, voorgespannen- en gewapend beton, kan voor de ringdeuvelverbindingen een veiligheidsformule worden opgesteld. Daarvoor wordt aansluiting gezocht bij de toelaatbare spanningen in hout, in combinatie waarmee immers deze verbindingsmiddelen worden toegepast. Voor dit geval zijn zowel voor het hout als voor de verbindingen de variatiecoëfficiënten van de sterkte redelijk nauwkeurig bekend, hetgeen een gunstige omstandigheid is. Voorts is de onderstelling dat de frequentieverdelingen van V voor het hout en voor de verbindingen dezelfde vorm hebben niet al te gewaagd, zodat het gebruik van f_{st} als een vergelijkingsgetal zeker verantwoord wordt geacht. Tenslotte is het feit, dat bij de uitgevoerde berekeningen een waarde van $f_{st} = 2,5$ in alle drie gevallen (constructiehout op buiging belast, standaardbouwhout op buiging en op druk belast) een goede overeenkomst vertoont met de gebruikelijke toelaatbare spanningen, zeer bevredigend; deze waarde ligt aan de veilige kant.

Voor de ringdeuvelverbindingen wordt aangehouden $f_{st} = 2,5$. De variatiecoëfficiënt bij de beproevingen bleek, zoals vermeld, 0,12 te zijn. In verband met de te verwachten grotere spreiding in de praktijk wordt aangehouden $v_s = 0,15$. Uit tabel I blijkt dat k dan varieert tussen 1,23 en 1,34; voor deze

¹⁾ Men zie: ANDERSEN, AXEL, Forsøk med dobbelttanned Rox tømmerforbinder, Norges Tekniske Høgskole. Meddelelse No. 1, Trondheim 1958. In een andere Noorse publikatie wordt deze zelfde methode toegepast op kramplaten en Alligatorringen.

factor wordt aangehouden $k = 1,30$. In fig. 5 is af te lezen dat $n_g = 1,7$. De algemene voorwaarde voor ringdeuvelverbindingen wordt dan:

$$\bar{S} = 1,7 (t_g \bar{G} + 1,3 t_p \bar{P})$$

Voor permanente constructies kan $t_g = 2$ worden gesteld, zodat dan geldt:

$$\bar{S} = 1,7 (2 \bar{G} + 1,3 t_p \bar{P})$$

In fig. 12 is de verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ voor verschillende waarden van t_p uitgezet als functie van $m = \frac{\bar{P}}{\bar{G}}$. In dezelfde figuur zijn ook de verschillende buitenlandse

veiligheidscoëfficiënten aangegeven. Het beste komen de waarden overeen met die volgens de Amerikaanse voorschriften. In het gebruiksgebied, waarbij m tussen 1 en 4 zal variëren en voor waarden van $t_p > 1,6$, stellen de Amerikaanse voorschriften misschien iets hogere eisen. T.D.A. en DIN 1052 geven echter lagere waarden dan het voorstel, evenals de Noorse publikatie.

In het algemeen kan worden gezegd dat op de aangegeven wijze een goede aanpassing bij bestaande voorschriften en bij het materiaal hout is verkregen. Of in een voorschrift voor de ringdeuvelverbindingen de veiligheid inderdaad op de aangegeven wijze moet worden opgenomen of dat beter kan worden volstaan met het geven van toelaatbare belastingen die in bepaalde gevallen kunnen worden verhoogd, is een vraag die in dit artikel niet wordt behandeld.

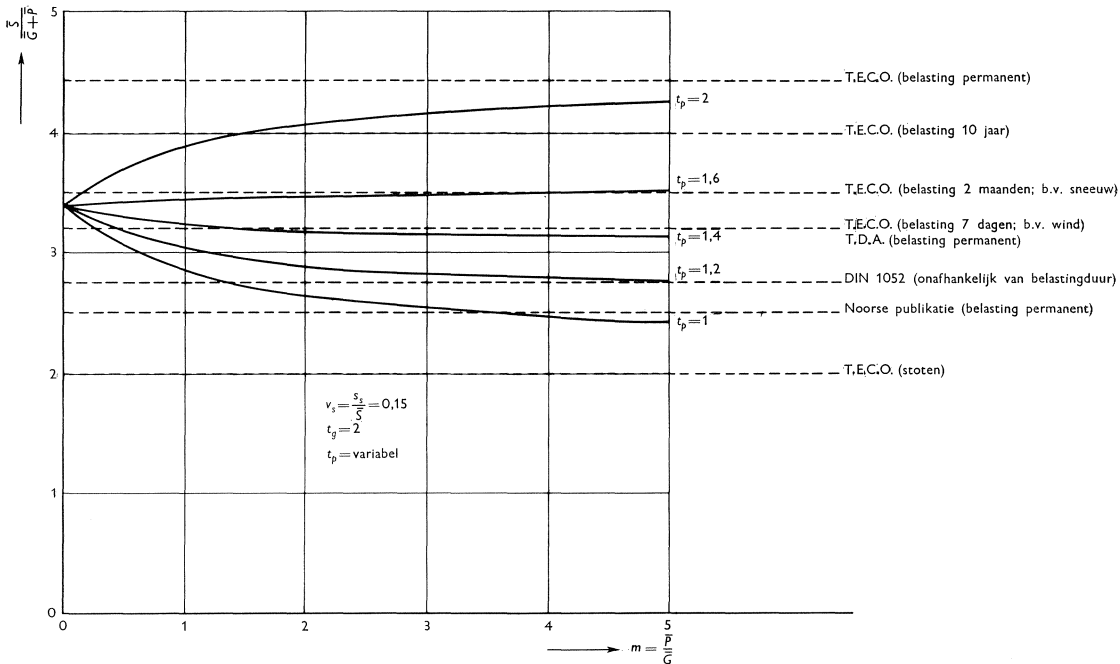


Fig. 12. De verhouding $\frac{\bar{S}}{\bar{G} + \bar{P}}$ voor de ringdeuvelverbindingen volgende uit de formule $\bar{S} = n_g(t_g \bar{G} + k t_p \bar{P})$. Vergelijking met buitenlandse voorschriften.