

Het Enkele Steen Model

Een verificatie op basis van modelproeven

Maart 1999

P.J.G. van Gelderen

Het Enkele Steen Model

Een verificatie op basis van modelproeven

P.J.G. van Gelderen

Utrecht, maart 1999

Afstudeercommissie

Prof. drs. ir. J.K. Vrijling

Dr. ir. H. Fontijn

Ir. W.H. Tutuarima

Ir. W. Meermans

Technische Universiteit Delft

Faculteit Civiele Techniek

Vakgroep Waterbouwkunde

Sectie Waterbouwkunde

Voorwoord

Dit afstudeerverslag, getiteld 'Het Enkele Steen Model', vormt de afronding van mijn doctoraalstudie aan de Faculteit der Civiele Techniek van de Technische Universiteit Delft.

In dit onderzoek is een model dat de spreiding van stenen in water beschrijft, het Enkele Steen Model, geverifieerd. Hiertoe zijn, naar aanleiding van een vooronderzoek waarin verschillende modelproeven ter bepaling van de spreiding van stortsteen zijn geanalyseerd, modelproeven uitgevoerd met twee breuksteensorteringen in het Laboratorium van Vloeistofmechanica van de Technische Universiteit Delft. Het resultaat van dit onderzoek wordt beschreven in het voor u liggende verslag.

Dankzij de hulp van een aantal mensen heeft dit afstudeerwerk vorm en inhoud gekregen. Deze mensen wil ik graag bedanken.

In de eerste plaats wil ik de leden van mijn afstudeercommissie bedanken; Prof. Drs. Ir. J.K. Vrijling, Dr. Ir. H. Fontijn, Ir. W.H. Tutuarima en Ir. W. Meermans. Bijzonder erkentelijk ben ik de heer Meermans voor zijn dagelijkse bezoeken gedurende de vierenhalve maand dat ik in het Laboratorium van Vloeistofmechanica ben bezig geweest en de snelheid alsmede het kritisch oog waarmee hij de verschillende tussenverslagen heeft bekeken.

Ook een woord van dank gaat uit naar de medewerkers van het Laboratorium van Vloeistofmechanica; Fred, Jaap, Karel en Kadir. Hun hulp bij het uitvoeren van de modelproeven was onmisbaar.

Tenslotte dank ik een ieder die op welke wijze dan ook een bijdrage aan dit afstudeerproject heeft geleverd.

Peter van Gelderen
Utrecht, maart 1999

Inhoudsopgave

Voorwoord	
Samenvatting	vii
Lijst van Symbolen	ix
Lijst van Figuren	xiii
Lijst van Tabellen	xv
1. Inleiding	1
1.1 achtergrond van het afstudeeronderzoek	1
1.2 aanpak	1
1.3 opbouw van het verslag	2
Deel A: Vooronderzoek	
1. Inleiding	3
2. De beschouwde modellen	5
2.1 Het Enkele Steen Model	5
2.1.1 De stadia in het stortproces	5
2.1.2 Het Random Walk Model	5
2.1.3 Het driehoeksprofiel	6
2.1.4 Verband tussen de traagheidsstraal en de waterdiepte	6
2.1.5 Wiskundige modellering van het Enkele Steen Model	7
2.1.5.1 Algemeen	7
2.1.5.2 Modelproeven	10
2.1.6 Berekeningsmethode ter verificatie van het Enkele Steen Model	13
2.2 Het Zinkcon Model	14
3. Inventarisatie van de uitgevoerde modelproeven	17
3.1 Inleiding	17
3.2 Overzicht van de door Weustink uitgevoerde modelproeven	17
3.3 Overzicht van de door Van Oord uitgevoerde modelproeven	20

3.4 Overzicht van de door Zinkcon uitgevoerde modelproeven	22
3.5 Overzicht van de door het WL uitgevoerde modelproeven (Q673)	25
4. Grafieken van de modelproefresultaten	33
5. Analyse van de modelproefresultaten	37
5.1 Analyse van de modelproefresultaten van Weustink	37
5.2 Analyse van de modelproefresultaten van Van Oord	41
5.3 Analyse van de modelproefresultaten van Zinkcon	42
5.4 Analyse van de modelproefresultaten van het WL (Q673)	44
5.5 Vergelijking tussen de vier onderzoeken	45
5.6 Kansdichtheidsfuncties van c	49
5.7 Verband tussen c_{gem} en D_{50}	50
6. Samenvatting en conclusies	53
6.1 Samenvatting van de analyse van de modelproefresultaten	53
6.2 Conclusies	55
7. (Experimenteel) vervolg onderzoek	57
 Deel B: Eindverslag	
1. Probleemanalyse	61
1.1 Probleembeschrijving	61
1.2 Probleemstelling	62
1.3 Doelstelling	62

2. Het valproces van voorwerpen/stenen in water	63
2.1 Inleiding	63
2.2 Deelprocessen in het stortproces	63
2.3 Het valproces	64
2.3.1 Eerste en tweede fase	64
2.3.2 Krachten op een vrij vallende steen in stilstaand water	65
2.4 De tweede fase in het valproces	67
2.4.1 Het diffusieproces	67
2.4.2 Het proces dat wordt beheerst door het Magnus-effect	68
2.4.3 Het deelproces dat wordt bepaald door het asymmetrisch loslaten van de grenslaag	69
2.5 De valbeweging en valbaan van basisvormen	70
2.5.1 De bol	71
2.5.2 De kubus	71
2.5.3 De cylinder	73
2.5.4 De ronde schijf	74
2.6 De valbeweging en valbaan van stortsteen	76
3. De experimenten	79
3.1 Inleiding	79
3.2 Schaalregels	79
3.3 Uitvoering van de modelproeven	82
3.3.1 De modelproefopstelling	82
3.3.2 De gebruikte materialen	82
3.3.2.1 De steensorteringen	82
3.3.2.2 Het water	85
3.3.3 Wijze van uitvoeren van de modelproeven	85
3.3.4 Overzicht van de uitgevoerde experimenten	87
3.4 Resultaten van de modelproeven	87
3.4.1 De Reynoldsgetallen	87
3.4.2 Stortresultaten en verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking	89
3.4.3 Het verband tussen de parameter c en de waterdiepte	90
3.4.4 De invloed van de vorm van de steen	92
4. Analyse van de modelproefresultaten	97
4.1 Inleiding	97
4.2 De verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking	97
4.2.1 De Kolmogorov-Smirnov toets	97

4.2.2 De parameters c_{data} en c_{Ray}	99
4.2.3 De momentenschatter voor de parameter σ_R	101
4.2.4 Aangepaste Maximum Likelihood schatter voor de parameter σ_R	102
4.2.5 Conclusies	104
4.3 Verificatie van de evenredigheid tussen de spreiding en de wortel uit de waterdiepte	105
4.3.1 Lineaire-regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten methode	106
4.3.2 Student t-toets	110
4.3.3 Conclusies	111
4.4 Verificatie evenredigheid tussen de spreiding en de wortel uit de steendiameter	111
4.4.1 Sortering A en B	112
4.4.1.1 Lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode	112
4.4.1.2 De Student t-toets	113
4.4.1.3 De studentized bootstrap	114
4.4.1.4 Conclusies	115
4.4.2 Verificatie aan de hand van eerder uitgevoerde onderzoeken	115
4.4.2.1 Lineaire regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode	115
4.4.2.2 De Student t-toets	117
4.4.2.3 Conclusies	118
4.4.3 Conclusies	118
4.5 Verband tussen de spreiding en het product van de waterdiepte en de nominale steendiameter	119
4.6 Vergelijking tussen het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model	121
4.7 Valbeweging en valbaan van de stenen	124
4.7.1 De verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking voor $h/D_{50} > 45$	124
4.7.2 De typen valbewegingen en valbanen	126
4.7.3 Invloed van de valbeweging en valbaan op de verdelingsfunctie van r	128
4.7.4 Conclusies	129
5. Terugkoppeling naar de probleemanalyse	131
5.1 Verband tussen c en h	131
5.2 Kansdichtheidsfuncties van c' voor breuksteen	133
5.3 Prototype situaties	135
6. Conclusies en aanbevelingen	137
6.1 Conclusies	137
6.2 Aanbevelingen	138
Literatuurlijst	141

Bijlagen

- A: Het Enkele Steen Model
- B: Het driehoeksprofiel
- C: Methode van Maximum Likelihood
- D: Kolmogorov-Smirnov Test
- E-1: Grafieken σ -h en σ -D₅₀ van de breuksteensorteringen
- E-2: Grafieken σ -h en σ -D₅₀ van de grindsorteringen
- E-3: Grafieken 'berekende vs. waargenomen spreiding'
- F: Grafieken c-h
- G: Kansdichtheidsfuncties van de parameter c
- H: Grafieken c_{gem}-D₅₀
- I: Kenmerken van de stenen
- J: Karakteristieke krommen
- K-1: Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering A
- K-2: Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering B
- L: De horizontale uitwijking (r) van de stenen
- M: Valbeweging en valbaan van de stenen
- N: Matrices van de verschillende combinaties van valbeweging en valbaan
- O: Lineaire-regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
- P: De Student t-toets
- Q: De studentized bootstrap

Samenvatting

Naar de spreiding van stortsteen in water is in de afgelopen jaren op de Technische Universiteit Delft een aantal modelonderzoeken uitgevoerd. Aanleiding hiertoe was het door [Vrijling, Manni en De Wilde, 1995] ontwikkelde Enkele Steen Model (ESM). Het ESM veronderstelt dat individueel vallende stenen in water zijdelingse verplaatsingen ondergaan als gevolg van het, tijdens de valbeweging, willekeurig loslaten van wervels van het oppervlak van de steen.

In het ESM wordt verondersteld dat bij het storten van een grote hoeveelheid stenen de opbouw van het stortprofiel in twee stadia is te onderscheiden. In het eerste stadium zal een dwarsdoorsnede over de as van het stort een Gaussprofiel vertonen. Het stortprofiel wordt bij toenemende storthoeveelheid opgebouwd volgens een Gaussprofiel, totdat het talud van het stortprofiel de maximale hellingshoek van het stortmateriaal overschrijdt. Hierna zal, als gevolg van afschuiving van het talud van de berg gestorte stenen, het stortprofiel overgaan in een driehoeksprofiel.

De spreiding van de stenen wordt in het ESM in het eerste stadium van het stortproces evenredig verondersteld met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting. In het tweede stadium wordt de spreiding verondersteld evenredig te zijn met de hoeveelheid gestorte stenen en de maximale hellingshoek van het stortmateriaal; de spreiding is onafhankelijk van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting.

Dit onderzoek vormt een studie naar de juistheid omtrent de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen in het eerste stadium van het stortproces.

Dit onderzoek is van start gegaan met een analyse van eerder uitgevoerde modelonderzoeken naar de spreiding van stenen in water. Hieruit is naar voren gekomen dat de vorm van de stenen, het stadium in het stortproces (eerste of tweede stadium), de fase in het valproces (eerste of tweede fase) en het bij de modelproeven geldende Reynoldsgetal factoren zijn, die de spreiding van de stenen beïnvloeden. De fase in het valproces heeft betrekking op de (gemiddeld) constante valbeweging en valbaan van de stenen. De hiervoor genoemde vier factoren veroorzaken afwijkingen van de met het ESM berekende spreiding van de stenen.

Indien de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting een juiste modellering is, dan zou de evenredigheidsconstante c in het ESM (per steensortering) constant moeten zijn. Op basis van grafieken van de parameter c tegen de waterdiepte voor de beschouwde modelproeven is dit in twijfel te trekken. De parameter c lijkt bij kleine waterdiepten lineair afhankelijk van de waterdiepte, bij middelgrote waterdiepten onafhankelijk van de waterdiepte en bij relatief grote waterdiepten gemiddeld constant, maar met een met de waterdiepte toenemende standaardafwijking op dit gemiddelde.

Naar aanleiding van het uit de analyse van eerder uitgevoerde modelonderzoeken gevonden verband tussen de evenredigheidsconstante c en de waterdiepte worden modelproeven uitgevoerd. Het doel hiervan is te onderzoeken of het in het ESM veronderstelde constant zijn van de parameter c een juiste modellering is. Op basis van het uit de modelproeven volgende verband tussen de parameter c en de waterdiepte is vervolgens te verifiëren of de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting een juiste modellering is.

In de modelproeven is gebruik gemaakt van twee verschillende breuksteensorteringen. Met elke sortering zijn bij zeven waterdiepten modelproeven uitgevoerd, met op elke waterdiepte twee herhalingsproeven. De stenen zijn individueel gestort. Uit de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen van de in een modelproef gestorte stenen is de evenredigheidsconstante c bepaald.

Uit de modelproeven volgde dat de parameter c van beide sorteringen onafhankelijk is van de waterdiepte. Het uit de analyse van eerder uitgevoerde onderzoeken gebleken verband tussen de parameter c en de waterdiepte kon niet worden aangetoond. Met andere woorden, het constant veronderstellen van de parameter c in het ESM lijkt een gerechtvaardigde aanname.

Vervolgens zijn de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte en de evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de karakteristieke steenafmeting geverifieerd. Uit deze verificatie is gebleken dat de in het ESM veronderstelde evenredigheden een in de praktijk bruikbare modellering zijn. De evenredigheidsconstante (parameter c) is voor breuksteensorteringen gelijk aan 0,685.

Naast het ESM, kan ook een berekening van de spreiding van de stenen in het eerste stadium van het stortproces worden gemaakt met het Zinkcon Model (ZM), opgesteld door Zinkcon B.V. Dit model bevat dezelfde grootheden als het ESM. Echter, in afwijking van het ESM, wordt in het ZM verondersteld dat de spreiding van de stenen evenredig is met de waterdiepte tot de macht α en met de karakteristieke steenafmeting tot de macht $(1-\alpha)$. Naast de parameter α bevat het ZM een tweede evenredigheidsconstante, namelijk de constante c .

Op grond van de modelproefresultaten van de in dit onderzoek gebruikte breuksteensorteringen blijkt de macht α gelijk te zijn aan 0,5, zodat de spreiding van de stenen evenredig is met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting. Hiermee wordt het ZM identiek aan het ESM. Vanwege de eenvoud gaat de voorkeur uit naar het gebruik van het ESM voor de berekening van de spreiding van stenen.

Tenslotte is onderzocht, wat de invloed is van de vorm en de valbeweging en valbaan van een steen op de horizontale uitwijking van een steen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt. Gebleken is dat er geen duidelijk verband bestaat tussen de vorm van een steen, vastgelegd door de L/d -verhouding van de steen, en zijn horizontale uitwijking. De vorm van de steen bleek wel van invloed op de valbeweging die de steen uitoefende en de valbaan die de steen daarbij volgde. Er zijn grote overeenkomsten tussen de valbeweging en valbaan van de verschillende stenen en die van basisvormen (kubus, bol, cylinder en schijf). Afhankelijk van de valbeweging en de valbaan die een steen uitoefent, ondergaat de steen een grotere dan wel kleinere horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt. Op basis van de in de modelproeven waargenomen valbewegingen en valbanen van de stenen is te veronderstellen dat naast het in het ESM veronderstelde valproces (een Random Walk van de stenen over het valtraject) ook nog andere valprocessen optreden. Dit leidt echter niet tot onnauwkeurige berekeningen van de spreiding van de stenen met het ESM.

Op grond van dit onderzoek is te concluderen dat het ESM een in de praktijk bruikbare modellering is waarmee de spreiding van stenen kan worden berekend.

Lijst van symbolen

Symbol	Dimensie	Omschrijving
a	-	coëfficiënt
$a_{\leftarrow}$	m/s^2	versnelling in de richting van de liftkracht
A	m^2	oppervlakte / aangestroomd oppervlak
$B_{1,5 \cdot D}$	m	breedte van een stortprofiel op $1,5 \cdot D$ boven de bodem
c	-	parameter in het ESM
c of c_{ZM}	-	constante in het Zinkcon Model
c'	-	aangepaste parameter in het ESM ($= c \cdot (\rho_w / \rho_s)$)
c_{data}	-	parameter c in het ESM volgend uit de modelproeven
c_{gem}	-	gemiddelde waarde van de parameter c in het ESM
c'_{gem}	-	gemiddelde waarde van de parameter c' in het ESM
c_{Ray}	-	parameter c in het ESM volgend uit de (gefitte) Rayleighverdeling
C_d	-	dragcoëfficiënt
C_L	-	liftcoëfficiënt
$\overline{C}_n$	-	gemiddelde van de stochasten C_i
d	m	minimale afstand tussen twee evenwijdige rechten, waartussen een steen nog juist kan passeren
d_A	m	diameter van een bol met hetzelfde oppervlak als een steen
d_n	m	diameter van een bol met hetzelfde volume als een steen
D	-	toetsingsgrootte in K.S.-toets
D	m	karacteristieke steenafmeting
D_N	m	nominale diameter
D_{nx}	m	nomianele steendiameter berekend uit de steenmassa
D_x	m	zeefmaat van een steen
D_{50}	m	zeefmaat van een steensortering; maat van een zeef met vierkante openingen, waar 50% van de stenen uit een sortering doorheen gaat
D_{n50}	m	nominale steendiameter berekend uit de steenmassa, die door 50% van de stenen uit een sortering wordt onderschreden
$D_{n50,A}$	m	nominale steendiameter van sortering A
$D_{n50,B}$	m	nominale steendiameter van sortering B
D_{15}	m	maat van een zeef met vierkante openingen, waar 15% van de steenstukken doorheen gaat
D_{85}	m	maat van een zeef met vierkante openingen, waar 85% van de steenstukken doorheen gaat
Eu	-	kental van Euler
f	m/s^2	versnelling als gevolg van een externe kracht
f	-	kansdichtheidsfunctie
F	-	verdelingsfunctie
Fr	-	kental van Froude
$F_{\uparrow}$	N	weerstandskracht tegen de valrichting in gericht
$F_{\downarrow}$	N	resulterende kracht in de valrichting
$F_{\leftarrow}$	N	liftkracht, kracht loodrecht op de bewegingsrichting
g	m/s^2	zwaartekrachtsversnelling

Symbool	Dimensie	Omschrijving
h	m	waterdiepte
H_0	-	nulhypothese
H_1	-	alternatieve hypothese
I^*	-	dimensieloos massatraagheidsmoment
k_1	-	linker kritieke waarde in de Student t-toets
k_2	-	rechter kritieke waarde in de Student t-toets
L	m	grootste afstand tussen twee punten van een steenstuk
M_i	kg	massa van i
M_{50}	kg	massa van een steenstuk, die door 50% van de stenen in een sortering wordt onderschreden
n, N	-	aantal
n_i	-	schaalfactor
n_l	-	schaalfactor voor de lengte
n_m	-	schaalfactor voor de massa
n_t	-	schaalfactor voor de tijd
n_u	-	schaalfactor voor de snelheid
p	N/m^2	waterdruk
r	m	horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt
r_{gem}	m	gemiddelde horizontale uitwijking van de stenen
r_i	m	horizontale uitwijking van een steen
$r_{39,35\%}$	m	horizontale uitwijking van een steen die door 39,35% van de gemeten horizontale uitwijkingen wordt onderschreden
$r_{39,35\%,A}$	m	horizontale uitwijking van een steen in sortering A die door 39,35% van de gemeten horizontale uitwijkingen in de betreffende modelproef wordt onderschreden
$r_{39,35\%,B}$	m	horizontale uitwijking van een steen in sortering B die door 39,35% van de gemeten horizontale uitwijkingen in de betreffende modelproef wordt onderschreden
$\bar{R}_n$	-	gemiddelde van de stochasten R_i
Re	-	kental van Reynolds
s_B	-	schatting voor de standaardafwijking van de parameter B
$s_{\leftarrow}$	m	horizontale afstand die in de tijd tussen twee horizontale versnellingsrichtingswisselingen wordt afgelegd
$s_{\downarrow}$	m	verticale afstand die in de tijd tussen twee veranderingen van de richting van de versnelling in de richting van de liftkracht wordt afgelegd
S.F.	-	Corey Shape Factor
S_n	-	standaardafwijking van de in de Student t-toets beschouwde stochastische variabele
St	-	kental van Strouhall
t	m	dikte
t	s	tijd
T	s	periode voor het afschudden van wervels
T	-	toetsingsgrootte in de Student t-toets
v	m/s	momentane valsnelheid van een steen
v_e	m/s	evenwichtsvalsnelheid van een steen
V	m^3	volume

Symbol	Dimensie	Omschrijving
w	m/s	(evenwichts)valsnelheid van een steen
W_{50}	kg	mediane massa; massa van een steen die door 50% van de stenen wordt onderschreden
x, X	m	x-coördinaat, afstand in x-richting
$x_{0.16}$	m	x-coördinaat die door 16% van de stenen wordt onderschreden
$x_{0.84}$	m	x-coördinaat die door 84% van de stenen wordt onderschreden
y, Y	m	y-coördinaat, afstand in y-richting
y	m	totale breedte van het stortprofiel in [CUR/RWS, 1995]
z	m	z-coördinaat, afstand in z-richting
α	°	hoek
α	-	constante in het Zinkcon Model
α	%	percentage
α	-	onbetrouwbaarheid, significantie niveau
β	-	coëfficiënt
γ	-	constante
γ'	-	constante
γ''	-	constante
Δ	-	relatieve dichtheid
$\Delta_{K.S.-toets}$	-	kritieke waarde in de Kolmogorv-Smirnov toets
ζ	-	coëfficiënt
η	Ns/m ²	dynamische viscositeit
ϕ	°	evenwichtshellingshoek
φ	°	hellingshoek
ψ	-	vormfactor
μ	-	gemiddelde
μ_0	-	bekend veronderstelde gemiddelde van een populatie
μ_c	-	gemiddelde van de parameter c
$\mu_{c'}$	-	gemiddelde van de parameter c'
μ_r	m	gemiddelde van de r-coördinaat
μ_x	m	gemiddelde van de x-coördinaat
μ_y	m	gemiddelde van de y-coördinaat
ν	m ² /s	kinematische viscositeit
ν	-	aantal vrijheidsgraden
ν	-	vormfactor
ρ_f	kg/m ³	massadichtheid van een vloeistof
ρ_s	kg/m ³	massadichtheid van de steen
ρ_w	kg/m ³	massadichtheid van het water
$\rho_{x,y}$	-	correlatiecoëfficiënt
σ	m	standaardafwijking
σ	m	maat voor de spreiding van de stenen
σ_c	-	standaardafwijking van c
$\sigma_{c'}$	-	standaardafwijking van c'
σ_G	m	traagheidsstraal, standaardafwijking van de totale horizontale afgelegde afstand van de stenen

Symbol	Dimensie	Omschrijving
$\sigma_{G,ML}$	m	Maximum Likelihood schatter voor σ_G
$\sigma_{\sigma_{G,ML}}$	m	standaardafwijking van $\sigma_{G,ML}$
$\hat{\sigma}_{m2}$	-	Momentenschatter van de parameter σ_R
$\hat{\sigma}_{ML}$	-	Maximum Likelihood schatter voor de parameter σ_R
$\hat{\sigma}_{ML}^*$	-	aangepaste Maximum Likelihood schatter voor de parameter σ_R
σ_r	m	standaardafwijking van r
σ_R	-	parameter in de Rayleighverdeling
σ_Δ	m	traagheidsstraal in het driehoeksprofiel
v	m/s	momentane snelheid van een steen
ξ	-	vormfactor
ω	rad/s	radiaalfrequentie, hoeksnelheid

Lijst van figuren

Deel A: Vooronderzoek

- Figuur 2.1 Eerste stadium en tweede stadium in het stortproces [Meermans, 1998]
 Figuur 2.2 Verband tussen de traagheidsstraal en de waterdiepte volgens het ESM [Vrijling e.a., 1995]
 Figuur 2.3 Assenstelsel bij een 3-D beschouwing [Cregten, 1995]
 Figuur 2.4 Gauss-profiel [Meermans, 1998]
 Figuur 2.5 Gezamenlijke kansdichtheidsfunctie en de traagheidsstraal σ_G
 Figuur 2.6 Kansdichtheidsring, waarop $\underline{X}$ en $\underline{Y}$ juist sommeren tot $\underline{r}$ [Van Oord, 1995]
 Figuur 2.7 De Rayleigh verdelingsfunctie en de Rayleigh kansdichtheidsfunctie (met $\sigma_G=1$)
 Figuur 2.8 Aantal stenen per eenheid van oppervlak bij ongestapelde en gestapelde stenen
 Figuur 2.9 Bepaling standaardafwijking in het Zinkcon Model [Zinkcon, 1985]

 Figuur 3.1 Dwarsprofiel van proef 4 [Manni en Vrijling, 1995]
 Figuur 3.2 Grafische voorstelling van de drie berekende Gausskrommen [Manni en Vrijling, 1995]
 Figuur 3.3 Driehoeksprofiel door meetpunten dwarsprofiel proef 4 [Manni en Vrijling, 1995]
 Figuur 3.4 Driehoeks-, Overgangs- en Gaussprofiel voor meetseries 1 en 2 [Manni en Vrijling, 1995]

 Figuur 4.1 σ_G -h voor de breuksteensorteringen van Weustink
 Figuur 4.2 σ_G - D_{50} voor de breuksteensorteringen van Weustink
 Figuur 4.3 Berekende vs. waargenomen spreiding voor de breuksteensorteringen van Weustink

 Figuur 5.1 Verband tussen c en h voor sortering V van Weustink
 Figuur 5.2 σ_G -h voor sortering III en de subsorteringen van Weustink op $h=1,90$ [m]
 Figuur 5.3 Verband tussen c en h voor de breuksteensorteringen van Van Oord
 Figuur 5.4 Verband tussen c en h voor de kifsorteringen van Zinkcon
 Figuur 5.5 Verband tussen c en h voor meetserie 3 van het WL
 Figuur 5.6 Kansdichtheidsfuncties van c voor de breuksteensorteringen
 Figuur 5.7 c_{gem} - D_{50} voor de breuksteensorteringen

 Figuur 7.1 Veronderstelde verband tussen c en h
 Figuur 7.2 Veronderstelde verband tussen c_{gem} en D_{50} en de twee gebieden waar aanvullende data is gewenst

Deel B: Eindverslag

- Figuur 1.1 Veronderstelde verband tussen c en h [Van Gelderen, 1999, deel A]

 Figuur 2.1 Sleepkracht en liftkracht bij niet-symmetrische vorm [Prasuhn, 1980] en een overzicht van de krachten op een vallende steen in water
 Figuur 2.2 Schematische weergave van het Random Walk model [Cregten, 1995]
 Figuur 2.3 Wervelloslating (vortex shedding) achter een gefixeerde prismatische staaf [Nakayama, 1988]
 Figuur 2.4 Liftkracht als gevolg van het Magnus-effect [Meermans, 1998]
 Figuur 2.5 Baan van een kubus [Stückrath et al., 1996]
 Figuur 2.6 Stroming langs een gefixeerde, niet roterende cricketbal [Mehta, 1985]

Figuur 2.7	Waargenomen spreidingen en kansdichtheidsfuncties van gestorte kubussen [Stückrath et al., 1996]
Figuur 2.8	De drie valbewegingen van cilindres volgens Stringham et al.
Figuur 2.9	Valbeweging en -baan van een cilinder [Marchildon et al., 1964]
Figuur 2.10	Typen valbewegingen van een cilinder als functie van de L/d-verhouding [Isaacs en Thodos, 1967]
Figuur 2.11	Vier valbewegingen van een schijf [Field et al., 1997]
Figuur 2.12	Fasediagram [Field et al., 1997]
Figuur 3.1	Weerstandscoefficiënt C_d voor 3-D voorwerpen als functie van het Reynoldsgetal [White, 1994]
Figuur 3.2	De modelproefopstelling
Figuur 3.3	De weegopstelling
Figuur 3.4	Bovenaanzicht van het stortresultaat van proefnummer 001 ($h=1,90$ meter)
Figuur 3.5	Verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor proefnummer 001
Figuur 3.6	Verband tussen c en h voor sortering A
Figuur 3.7	Verband tussen c en h voor sortering B
Figuur 3.8	L/d-verhouding uitgezet tegen r voor proefnummer 001
Figuur 3.9	De vijf typen valbanen
Figuur 4.1	c_{data}/c_{Ray} - h voor sortering A
Figuur 4.2	c_{data}/c_{Ray} - h voor sortering B
Figuur 4.3	c_{Ray} - h voor sortering A
Figuur 4.4	c_{Ray} - h voor sortering B
Figuur 4.5	Verdeling van r op grote waterdiepte (sortering B, $h = 1,90$ meter)
Figuur 4.6	Verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking en Rayleigh (gefit) o.b.v. ML en m_2
Figuur 4.7	Verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking en de (gefitte) Rayleighverdeling met de parameter σ_R geschat met $\hat{\sigma}_{ML}$
Figuur 4.8	$r_{39,35\%}$ - h voor sortering A
Figuur 4.9	$r_{39,35\%}$ - h voor sortering B
Figuur 4.10	Lineaire regressieberekening voor sortering A
Figuur 4.11	Lineaire regressieberekening voor sortering B
Figuur 4.12	σ - h voor sortering A
Figuur 4.13	σ - h voor sortering B
Figuur 4.14	Grafische weergave lineaire regressieberekening t.b.v. evenredigheid wortel D
Figuur 4.15	Grafische weergave regressielijn
Figuur 4.16	Verband tussen $\sigma \cdot h \cdot D_{n50}$ voor de breuksteensorteringen A, B, Weustink en Van Oord
Figuur 4.17	Bepaling c_{ZM} , α (sortering A)
Figuur 4.18	Bepaling c_{ZM} , α (sortering B)
Figuur 4.19	Verband tussen σ en h volgens het ESM en het ZM voor sortering A
Figuur 4.20	Verband tussen σ en h volgens het ESM en het ZM voor sortering B
Figuur 4.21	Typisch verloop van de verdelingsfunctie van r voor $h/D_{50} > 45$
Figuur 4.22	Stortresultaat aluminium kubussen [Van Oord, 1996]
Figuur 4.23	Kansdichtheid bij zowel Random Walk als valproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect [Meermans, 1998]
Figuur 5.1	Verondersteld verband tussen c en h
Figuur 5.2	c - h voor sortering A
Figuur 5.3	c - h voor sortering B
Figuur 5.4	Kansdichtheidsfuncties van de parameter c' voor de breuksteensorteringen
Figuur 5.5	Flexible Fallpipe Vessel [CUR/RWS, 1995]

Lijst van tabellen

Deel A: Vooronderzoek

Tabel 3.1	Gebruikte sorteringen door Weustink
Tabel 3.2	Resultaten experimenten Weustink
Tabel 3.3	Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Weustink
Tabel 3.4	Gebruikte sorteringen door Van Oord
Tabel 3.5	Resultaten experimenten Van Oord
Tabel 3.6	Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Van Oord
Tabel 3.7	Gebruikte sorteringen door Zinkcon
Tabel 3.8	Resultaten experimenten Zinkcon
Tabel 3.9	Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Zinkcon
Tabel 3.10	Gebruikte stortmengsels door WL
Tabel 3.11	Vergelijking c en c, α (grind)
Tabel 3.12	Vergelijking c en c, α (stortsteen)
Tabel 3.13	Waarden voor μ_c en σ_c per meetserie van het WL
Tabel 3.14	Resultaten experimenten meetserie 1 WL Q673
Tabel 3.15	Resultaten experimenten meetserie 2 WL Q673
Tabel 3.16	Resultaten experimenten meetserie 3 WL Q673
Tabel 3.17	Resultaten experimenten meetserie 4 WL Q673
Tabel 5.1	Schatting Re proeven WL
Tabel 5.2	Overzicht van de constanten voor de breuksteensorteringen
Tabel 5.3	Overzicht van de constanten voor de grindsorteringen

Deel B: Eindverslag

Tabel 3.1	Overzicht van de in de modelproeven gebruikte steensorteringen
Tabel 3.2	Overzicht experimenten sortering A
Tabel 3.3	Overzicht experimenten sortering B
Tabel 3.4	Valtijden stenen uit sortering A
Tabel 3.5	Valtijden stenen uit sortering B
Tabel 3.6	Reynoldsgetallen voor sortering A en B
Tabel 3.7	$r_{39,35\%}$ en waarden van c voor sortering A
Tabel 3.8	$r_{39,35\%}$ en waarden van c voor sortering B
Tabel 3.9	Voorbeeld bijlage M
Tabel 3.10	Matrix voor combinaties van basisvalbewegingen en valbanen voor sortering A
Tabel 3.11	Matrix voor combinaties van gecombineerde valbewegingen en valbanen voor sortering A
Tabel 4.1	K.S.-toets voor sortering A
Tabel 4.2	K.S.-toets voor sortering B
Tabel 4.3	K.S.-toets voor sortering A (aangepast)
Tabel 4.4	K.S.-toets voor sortering B (aangepast)
Tabel 4.5	Resultaten lineaire regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
Tabel 4.6	$r_{39,35\%}$ en waarden van c' voor sortering A
Tabel 4.7	$r_{39,35\%}$ en waarden van c' voor sortering B
Tabel 4.8	Resultaten lineaire regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
Tabel 4.9	Bepaling T voor sortering A en B

Tabel 4.10	Resultaten lineaire regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
Tabel 4.11	Waarden van de stochasten R_i
Tabel 4.12	Bepaling T
Tabel 4.13	Waarden van c' voor de sorteringen A, B, Weustink (I, III, IV, V) en Van Oord voor $h = 1,90$ [m]
Tabel 4.14	Resultaten lineaire regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
Tabel 4.15	Bepaling T
Tabel 4.16	Overzicht van het door Weustink gestorte aantal stenen per experiment
Tabel 4.17	Matrix voor combinaties van valbewegingen en valbanen voor sortering A
Tabel 4.18	Matrix voor combinaties van valbewegingen en valbanen voor sortering B
Tabel 5.1	Waarden van $\mu_{c'}$ en $\sigma_{c'}$ voor de verschillende breuksteensorteringen

1. Inleiding

1.1 Achtergrond van het afstudeeronderzoek

In de praktijk worden jaarlijks grote hoeveelheden steen gestort. Het doel van deze steenstortingen is verschillend. Er worden stenen gestort ten behoeve van de bescherming van een waterbouwkundig kunstwerk, zoals de Oosterschelde stormvloedkering, maar ook ter voorkoming van erosie van de bodem van een rivier.

Om vooraf een berekening van de spreiding van de stenen in water te kunnen maken, zijn verschillende modellen ontwikkeld. Te noemen zijn het mathematische model STORTSIM van Rijkswaterstaat [Rijkswaterstaat 1991], het Zinkcon Model van Zinkcon B.V. [Zinkcon, 1985] en het Enkele Steen Model (ESM) van Vrijling [Vrijling, Manni en De Wilde, 1995].

Op de Technische Universiteit Delft is naar de juistheid omtrent de veronderstelde verbanden in het Enkele Steen Model ten aanzien van de spreiding van de stenen en de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting veelvuldig onderzoek verricht. De eerste modelproeven ter verificatie van het Enkele Steen Model zijn uitgevoerd door Van Oord [Van Oord, 1996]. Zijn modelproeven waren gericht op de verificatie van het in het ESM veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte. Naast breuksteen en grind als stortmateriaal, gebruikte Van Oord ook verschillende basisvormen zoals kubussen, bollen en schijven/plaatjes. Vervolgens zijn door Weustink [Weustink, 1998] een reeks modelproeven uitgevoerd, waarin alleen verschillende breuksteen- en grindsorteringen werden gebruikt. Ten behoeve van de bepaling van de vlakheid van een steenbestorting, het doel van zijn afstudeerwerk, heeft hij eerst geverifieerd of in het door hem gebruikte rekenmodel voor de spreiding van de stenen (het Enkele Steen Model) het verband tussen de spreiding van de stenen en de waterdiepte op de juiste manier werd gemodelleerd.

In het onderzoeksrapport van Van Oord wordt geconcludeerd dat het ESM een goede voorspelling geeft van de spreiding van stenen in water, zolang de stenen tijdens de val niet in een continue rotatie komen. Weustink ondervindt hetzelfde, maar concludeert daar uit dat de in het ESM gemaakte veronderstellingen niet juist zijn. Deze elkaar min of meer tegensprekende conclusies zijn de aanleiding geweest tot dit afstudeeronderzoek.

1.2 Aanpak

Aangezien in de praktijk doorgaans met stenen wordt gestort en niet met basisvormen, richt dit afstudeeronderzoek zich uitsluitend op de spreiding van breuksteen en grind. De onderzoeken van Van Oord en Weustink zijn onafhankelijk van elkaar uitgevoerd. Weustink vergelijkt zijn modelproefresultaten wel enigszins met die van Van Oord, maar heeft ze niet betrokken in de bepaling van zijn experimentenprogramma.

In dit afstudeeronderzoek is daarom begonnen met een inventarisatie van enkele tot op heden uitgevoerde modelproeven ter bepaling van de spreiding van stortsteen in water. Naast de modelproeven van Van Oord en Weustink, zijn bij deze inventarisatie ook modelproeven betrokken die zijn uitgevoerd door Zinkcon [Zinkcon, 1985] en het Waterloopkundig Laboratorium [WL Q673, 1989]. Aangezien Weustink in zijn afstudeeronderzoek concludeert dat het Zinkcon Model in veel gevallen een betere voorspelling geeft van de spreiding van de stenen dan het Enkele Steen Model, worden de resultaten ten aanzien van de spreiding van de stenen in de verschillende modelproeven vergeleken met de berekende spreiding volgens het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model. Tevens wordt onderzocht welke factoren van invloed zijn geweest op de (van de berekende spreiding afwijkende) spreiding van de stenen in de modelproeven. Dit alles staat gerapporteerd in deel A van dit afstudeeronderzoek: 'Het Vooronderzoek'.

Naar aanleiding van de conclusies uit dit vooronderzoek wordt een experimentenprogramma opgesteld, waarmee de bevindingen in het vooronderzoek kunnen worden geverifieerd. Dit experimentele onderzoek zal zich richten op de verificatie van het Enkele Steen Model. Niet alleen het in het ESM veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte zal worden geverifieerd, maar ook het veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de karakteristieke steenafmeting. Aangezien in het vooronderzoek wordt geconcludeerd dat de vorm van een steen van invloed is op de spreiding van de stenen, wordt tevens aandacht besteed aan de vorm van een steen en zijn valbeweging en valbaan en de invloed daarvan op de spreiding van de stenen. Dit alles staat gerapporteerd in deel B van dit afstudeerverslag, getiteld: 'Het eindverslag'.

1.3 Opbouw van het verslag

Vanwege het tweeledige karakter van dit afstudeeronderzoek is dit verslag in twee delen gesplitst. In deel A, 'het vooronderzoek', worden verschillende modelproefonderzoeken met elkaar vergeleken en in deel B, 'het eindverslag', wordt het experimentele gedeelte van dit afstudeeronderzoek dat volgde uit deel A behandeld. Hieronder zal de opbouw van beide delen worden gegeven.

Deel A: het vooronderzoek

Na de inleiding in hoofdstuk 1 zullen de in het vooronderzoek beschouwde modellen, het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model, worden beschreven in hoofdstuk 2. De vier gebruikte modelonderzoeken (Weustink, Van Oord, Zinkcon en het WL) worden besproken in hoofdstuk 3. In dit hoofdstuk staan tevens in tabelvorm de resultaten ten aanzien van de spreiding van de stenen in een bepaalde modelproef. Een grafische weergave van de resultaten wordt gegeven in hoofdstuk 4. Op basis van de tabellen in hoofdstuk 3 en de grafieken in hoofdstuk 4 van de verschillende modelproefresultaten wordt in hoofdstuk 5 een analyse uitgevoerd, waarin de uit de modelproeven resulterende spreidingen worden vergeleken met de berekende spreiding volgens het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model. Tevens worden verklaringen gegeven voor de afwijkingen tussen de uit de modelproeven volgende spreidingen en de berekende spreidingen met één van de modellen. In hoofdstuk 6 worden de conclusies gegeven die uit de analyse zijn te trekken. Tenslotte wordt in hoofdstuk 7 het beoogde experimentele vervolgonderzoek gepresenteerd.

Deel B: het eindverslag

De doelstelling van het experimentele gedeelte van dit afstudeeronderzoek wordt gegeven in de probleemanalyse in hoofdstuk 1. Het valproces van voorwerpen/stenen in water wordt behandeld in hoofdstuk 2. Hierin komen onder meer de verschillende fasen in het valproces aan de orde en de verschillende processen in deze fasen. Ook wordt aandacht besteedt aan de valbewegingen en valbanen van verschillende basisvormen, aangezien in deel A wordt verondersteld dat de vorm van een steen van invloed is op de spreiding van een steen. Het voor de experimenten gebruikte materieel en materiaal wordt beschreven in hoofdstuk 3. Tevens worden de resultaten van de modelproeven gepresenteerd. In hoofdstuk 4 wordt de analyse van deze modelproefresultaten uitgevoerd. Allereerst wordt geverifieerd of de gebruikte wiskundige modellering voor de horizontale uitwijking van de stenen juist is. Vervolgens zullen de in het ESM veronderstelde verbanden tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte en de spreiding van de stenen en de wortel uit de karakteristieke steenafmeting worden geverifieerd. Ook zal een vergelijking worden gemaakt tussen het ESM en het Zinkcon Model. Hoofdstuk 4 eindigt met een analyse van de verschillende valbewegingen en valbanen van de stenen en de invloed daarvan op de horizontale uitwijking. In hoofdstuk 5 wordt vervolgens een terugkoppeling gemaakt naar de probleemanalyse in hoofdstuk 1. De resultaten van de modelproeven worden vergeleken met de voorspelling op basis van het vooronderzoek. Ten slotte zullen in hoofdstuk 6 de relevante conclusies uit dit afstudeeronderzoek worden gegeven, alsmede enige aanbevelingen voor vervolgonderzoek.

Deel A

Vooronderzoek

1. Inleiding

In de afgelopen jaren heeft op de TU Delft modelonderzoek plaatsgevonden naar de valbeweging en horizontale spreiding van stortsteen in water. Aanleiding hiertoe was het door Vrijling ontwikkelde Enkele Steen Model (ESM), waarmee de horizontale verplaatsing van (individueel vallende) stenen kan worden voorspeld.

Door G. van Oord is een reeks experimenten uitgevoerd, waarbij gebruik werd gemaakt van breuksteen, grind, kubussen, bollen, schijfjes (rond) en plaatjes (vierkant). Zijn conclusie is dat het ESM een redelijke voorspelling geeft van de plaats waar de steen (het voorwerp) op de bodem terecht komt, zolang de stenen (voorwerpen) niet gaan roteren [Van Oord, 1996, p.115].

Door Weustink is eveneens een reeks experimenten uitgevoerd. In tegenstelling tot Van Oord heeft Weustink zich alleen gericht op stortsteen, dus op breuksteen- en grindsorteringen. De conclusie van Weustink is dat de spreiding van stortsteen onvoldoende nauwkeurig kan worden voorspeld met het ESM [Weustink, 1998, p.99]. Naast verificatie van het ESM heeft Weustink zijn proefresultaten ook getoetst met een door Zinkcon ontwikkeld model, het Zinkcon Model (ZM) genoemd. De spreiding volgens dit model is afhankelijk van dezelfde grootheden als in het ESM, namelijk de steendiameter, waterdiepte, massadichtheid van het water en de massadichtheid van de steen. Deze grootheden worden echter op een andere wijze toegepast. Volgens Weustink geeft dit Zinkcon Model een betere voorspelling van de spreiding van breuksteen en grind dan het ESM [Weustink, 1998, p.99].

Naar aanleiding van de twee elkaar tegensprekende conclusies van Van Oord en Weustink met betrekking tot de nauwkeurigheid van het ESM, wordt in het kader van dit afstudeerproject een vooronderzoek uitgevoerd. In dit vooronderzoek zal een kwalitatieve vergelijking worden gemaakt tussen het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model aan de hand van verschillende modelproefonderzoeken. Het doel hiervan is te onderzoeken met welk model een betere aansluiting wordt verkregen van de modelproefresultaten ten aanzien van de spreiding van de stenen in een modelproef op de berekende spreiding volgens één van de modellen. Tevens zal worden onderzocht of, en zo ja wat voor, experimenteel vervolg onderzoek nodig is. In dit vooronderzoek zijn naast de modelproeven van Weustink en Van Oord tevens modelproeven beschouwd die zijn uitgevoerd door Zinkcon en het Waterloopkundig Laboratorium (Q673).

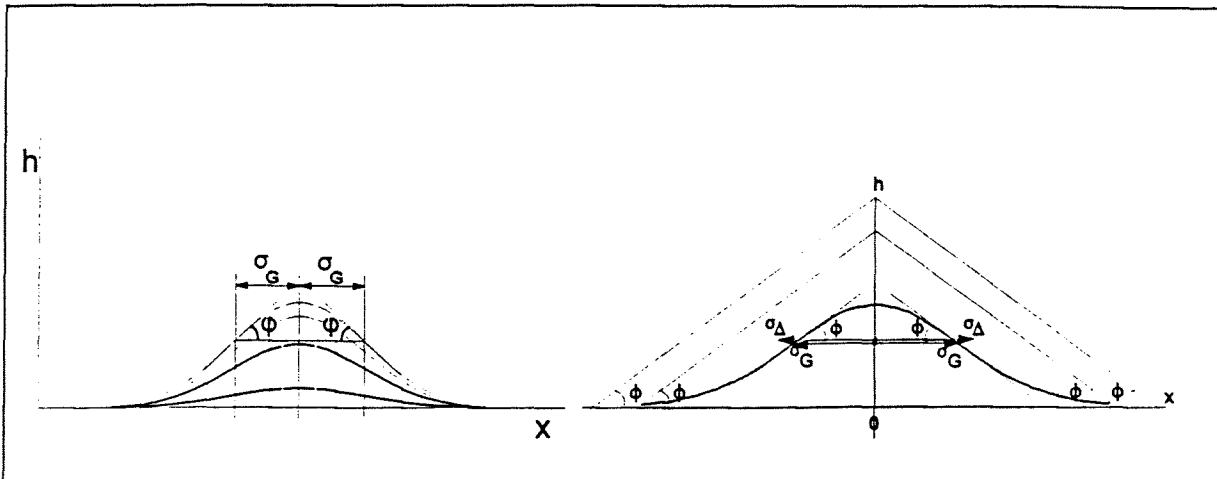
In hoofdstuk 2 zal achtereenvolgens een beschrijving worden gegeven van het Enkele Steen Model en van het Zinkcon Model. Hoofdstuk 3 geeft een inventarisatie van de door Weustink, Van Oord, Zinkcon en het WL uitgevoerde modelproeven. De resultaten van de beschouwde modelproeven worden in dit hoofdstuk in tabellen gepresenteerd. In hoofdstuk 4 worden de resultaten van deze modelproeven in grafieken gepresenteerd. Deze grafieken, alsmede de tabellen van de resultaten uit hoofdstuk 3 worden geanalyseerd in hoofdstuk 5. In hoofdstuk 6 worden de conclusies gegeven die uit dit vooronderzoek getrokken kunnen worden. Tenslotte wordt in hoofdstuk 7 het experimenteel vervolgonderzoek beschreven.

2. De beschouwde modellen

2.1 Het Enkele Steen Model

2.1.1 De stadia in het stortproces

In het stortproces zijn voor wat betreft de ontwikkeling van het stortprofiel twee stadia (althans in theorie) duidelijk te onderscheiden.



Figuur 2.1: Eerste stadium (links) en tweede stadium (rechts) in het stortproces [Meermans, 1998]

In het eerste stadium van het stortproces verloopt de opbouw van het stort in verticale zin zonder dat de breedte van het stort toeneemt. De traagheidsstraal, σ_G , is een maat voor de spreiding van de stenen rond de gemiddelde bodempositie. De traagheidsstraal blijft in het eerste stadium van het stortproces constant, mits hetzelfde stortmateriaal wordt gebruikt en de waterdiepte niet verandert.

Het eerste stadium van het stortproces eindigt als op een willekeurig punt van het stortprofiel de evenwichtshelling, ϕ , wordt bereikt. Dan begint een overgangsstadium, waarin de evenwichtshelling over een steeds groter wordend gedeelte van het stortprofiel wordt bereikt.

Het tweede stadium van het stortproces vangt aan als op elk punt van het stortprofiel de evenwichtshelling is bereikt. Het profiel is dan een gelijkbenige driehoek. Bij continuering van het stortproces zal het driehoeksprofiel aangroeien met een constante laag over de driehoek, de hellingshoek blijft daarbij constant. [Cregten, 1995] besteedde aandacht aan de overgang tussen het eerste en het tweede stadium van het stortproces. De invloed van het overgangsstadium bleek gering.

2.1.2 Het Random Walk Model

Het Random Walk Model wordt uitvoerig beschreven in een publicatie met de titel 'Prediction of the deposition-mound of dumped rubble' [Vrijling, Manni en De Wilde, 1995]. Het Random Walk Model is een statistische beschrijving van de valbeweging van een enkele steen. Deze valbeweging wordt in feite gekarakteriseerd door een diffusieproces. Het rekenmodel dat wordt gebruikt voor de bepaling van de positie van de steen aan het eind van zijn valproces, is het Enkele Steen Model, zo genoemd door Cregten [Cregten, 1995].

Voor een volledige beschrijving van de afleiding van dit model wordt verwezen naar Bijlage A. Hier zal worden volstaan met het eindresultaat van de afleiding. De opstelling van het rekenmodel is mogelijk gemaakt doordat in de fysische afleiding drie belangrijke veronderstellingen zijn geformuleerd, namelijk:

1. De verandering van de richting van de versnelling van de stenen in de richting loodrecht op de bewegingsrichting wordt bepaald door drukveranderingen die worden veroorzaakt door het altemerend loslaten van wervels;
2. Het Strouhal-getal is ook toepasbaar bij een 3-dimensionale stroming;
3. Ten gevolge van de onregelmatige vorm van de steen en de rotatie van de steen tijdens zijn valbeweging, zal het loslaten van wervels aan het oppervlak van de steen random zijn. Op basis hiervan wordt verondersteld dat de richting en grootte van de uitwijking in een volgende stap onafhankelijk is van die in de voorgaande stap.

Het eindresultaat van de afleiding is:

$$\sigma_G = \frac{\gamma''}{\sqrt{St^3}} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot c_L \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (1)$$

Waarin:	σ_G	standaardafwijking van de totale horizontaal afgelegde afstand
	γ''	een constante
	St	het Strouhal-getal
	ρ_w	de massadichtheid van het water
	ρ_s	de massadichtheid van de steen
	c_L	de liftcoëfficiënt
	h	waterdiepte
	D	een karakteristieke steenaafmeting

2.1.3 Het driehoeksprofiel

Indien bij het storten van stenen zolang wordt doorgegaan dat het tweede stadium wordt bereikt, dan zal de doorsnede van het stortprofiel de vorm van een gelijkbenige driehoek bezitten. De traagheidsstraal van deze gelijkbenige driehoek is onafhankelijk van de waterdiepte. In dit stadium hangt de traagheidsstraal alleen af van de hoeveelheid gestorte stenen.

De afleiding van de traagheidsstraal van een gelijkbenige driehoek is gegeven in Bijlage B. Deze afleiding is eveneens afkomstig uit [Vrijling, Manni en De Wilde, 1995]. Hier wordt wederom volstaan met het eindresultaat:

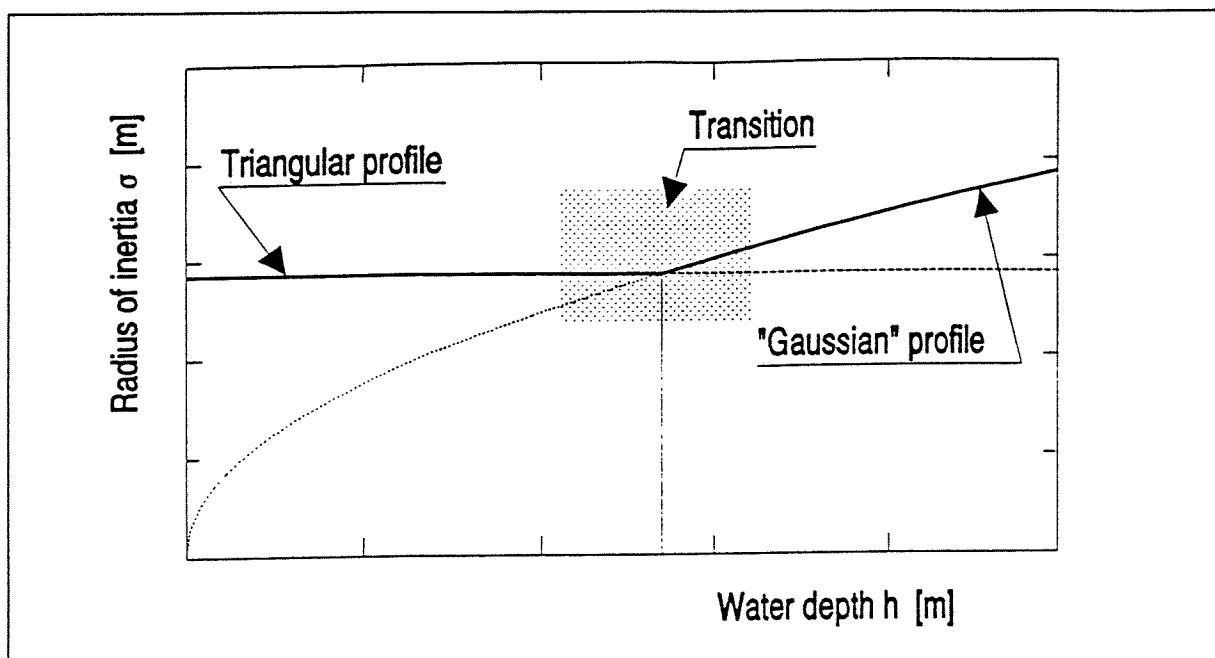
$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{A}{6 \cdot \tan(\varphi)}} \quad (2)$$

Waarin:	σ_Δ	traagheidsstraal driehoeksprofiel
	A	oppervlak van de gelijkbenige driehoek
	φ	evenwichtshellingshoek

2.1.4 Verband tussen de traagheidsstraal en de waterdiepte

Indien de hiervoor gegeven theorie juist is, dan sluiten modelproefresultaten aan bij de getrokken lijnen in figuur 2.2. In deze figuur is te zien dat de traagheidsstraal van het driehoeksprofiel onafhankelijk is van de waterdiepte (rechte horizontale lijn) en dat de traagheidsstraal van het Gaussprofiel evenredig is met de wortel uit de waterdiepte (kromme lijn). Een scherpe overgang tussen beide lijnen zoals getekend in deze figuur zal in werkelijkheid niet optreden, aangezien er

sprake is van een overgangsgebied waarin het overgangsprofiel ontstaat. Dit overgangsgebied zal echter niet al te groot zijn [Cregten, 1995].



Figuur 2.2: Verband tussen traagheidsstraal en de waterdiepte volgens het ESM [Vrijling e.a., 1995]

2.1.5 Wiskundige modellering van het Enkele Steen Model

2.1.5.1 Algemeen

Bij de fysische afleiding van het ESM is verondersteld, dat de richting van de verplaatsing loodrecht op de valrichting in een volgende tijdstap onafhankelijk in richting en grootte is van de verplaatsing in de beschouwde tijdstap. Er kan worden gesproken van een 'Random Walk' van de stenen over het valtraject.

Het Random Walk Model is een statistische beschrijving van een diffusieproces, waarmee de valbeweging van een enkele steen in water kan worden beschreven. De Centrale Limietstelling stelt dat wanneer een groot aantal onafhankelijke stochastische variabelen, waarvan geen enkele domineert, bij elkaar worden opgeteld, een normale verdeling ontstaat, ongeacht de uitgangsverdelingen van de variabelen. Op basis hiervan wordt geconcludeerd dat de kansdichtheidsfunctie van de bodempositie (de horizontale verplaatsing over de waterdiepte (na N tijdstappen)) van een enkele in water vallende steen wordt beschreven door de normale verdeling.

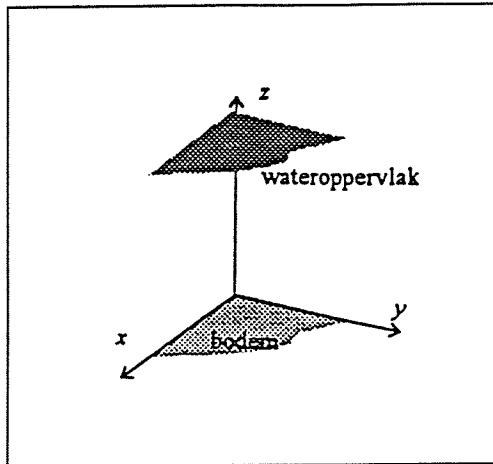
De valbeweging van een steen in water is driedimensionaal. Een vereenvoudiging ten opzichte van deze driedimensionale beweging kan worden aangebracht door de beweging van de steen niet drie-, maar tweedimensionaal te veronderstellen. In weze ligt deze rekenwijze ten grondslag aan die voor het Enkele Steen Model. Dit is fysisch voor te stellen door te veronderstellen dat de steen tussen twee parallelle platen valt [Meermans, 1998].

De dwarsdoorsnede van een stort zal in het eerste stadium van het stortproces de vorm hebben van een Gaussische kansdichtheid (zie bijlage A). Stel dat het Gaussisch profiel wordt gegeven door:

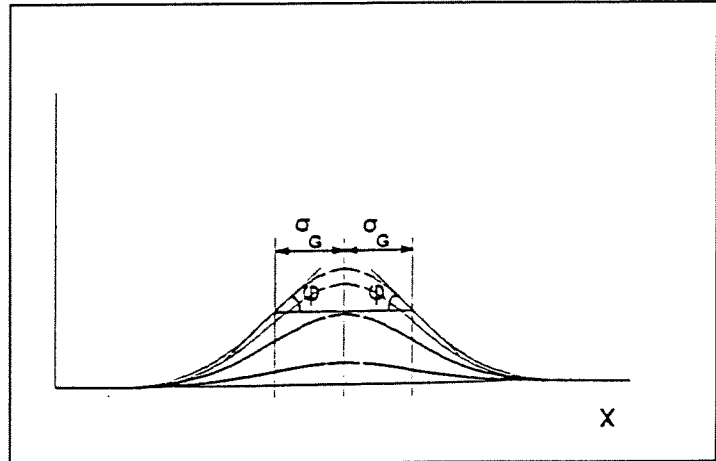
$$p(x) = \frac{A}{\sigma_G \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_G^2}} \quad (3)$$

Waarin:	$p(x)$	Gaussisch stortprofiel
	A	oppervlakte onder het Gaussisch stortprofiel
	x	abscis van het stort
	σ_G	traagheidsstraal van de dwarsdoorsnede (zie vergelijking (1))

Het Gaussprofiel staat gegeven in figuur 2.4.



Figuur 2.3: Assenstelsel bij een 3-D beschouwing [Cregten, 1995]



Figuur 2.4: Gauss-profiel [Meermans, 1998]

De kansdichtheid van de abscis, x , kan uit het Gaussprofiel, vergelijking (3), worden afgeleid door te delen door het oppervlak onder het tweedimensionale stortprofiel:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_G} \right)^2} \quad (4)$$

Waarin:	$\underline{X}$	stochastische horizontale verplaatsing in x-richting
	x	lopende variabele in x-richting
	σ_G	standaardafwijking van de som van in N tijdstappen onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden in x-richting (vergelijking (1))
	μ_x	gemiddelde van de stochast $\underline{X}$ dat gelijk is aan het vertrekpunt van de steen aan het wateroppervlak

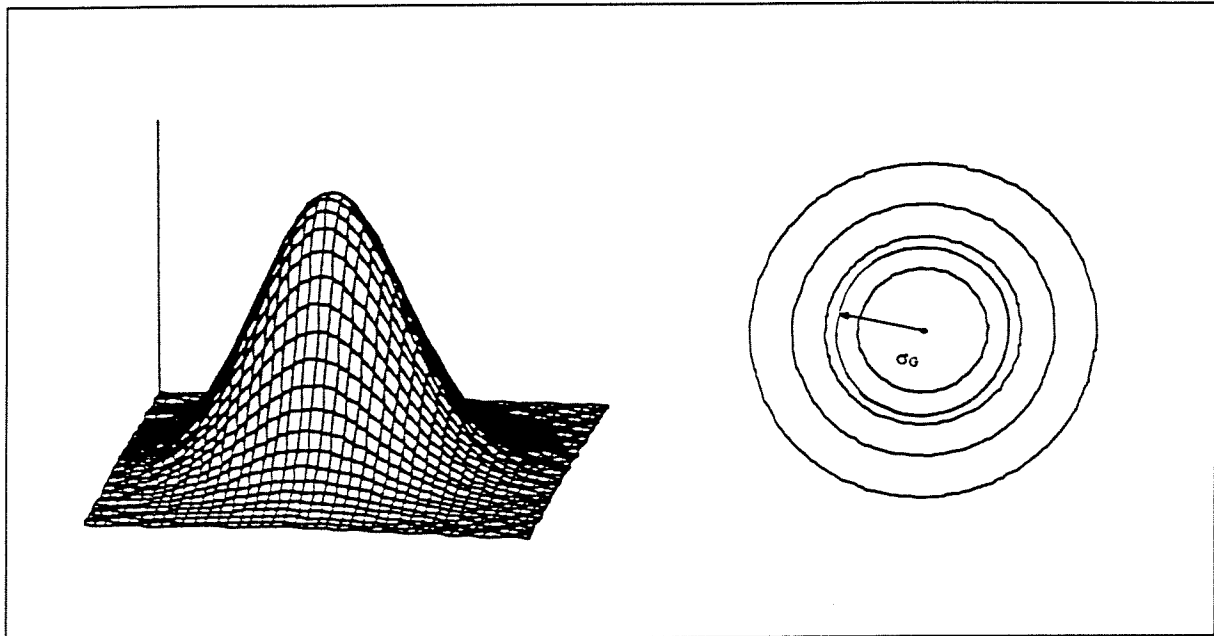
In de praktijk wordt niet tussen twee parallelle platen gestort. De beweging van een stortsteen is driedimensionaal, waarbij het assenstelsel is gedefinieerd als in figuur 2.3. De tweedimensionale beschouwing volgens het ESM kan echter dienen als een basis voor een driedimensionale beschrijving. Er wordt dan verondersteld, dat de bewegingen van de steen in onderling loodrechte horizontale richtingen onafhankelijk en even waarschijnlijk zijn. De richting van de baan van de vallende steen, geprojecteerd op het horizontale vlak, wordt uniform over alle richtingen verdeeld verondersteld. Hieruit volgt een rotatiesymmetrisch stort (zie figuur 2.5).

De vorm van het stort in deze driedimensionale beschouwing kan, naar analogie van de tweedimensionale beschouwing, worden geschreven als:

$$p(x, y) = \frac{V}{2\pi \cdot \sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{(x - \mu_x)^2 + (y - \mu_y)^2}{2 \cdot \sigma_G^2}} \quad (5)$$

Waarin:	$p(x, y)$	driedimensionaal Gaussisch stortprofiel
---------	-----------	---

V	het volume van het stort
μ_x	gemiddelde van x, dat gelijk is aan het vertrekpunt van de steen aan het wateroppervlak
μ_y	gemiddelde van y, dat gelijk is aan het vertrekpunt van de steen aan het wateroppervlak
σ_G	standaardafwijking van de som van in N tijdstappen onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden, geprojecteerd op een verticaal vlak door de as van het stort. Een iets andere formulering luidt: σ_G is de traagheidsstraal van de verticale doorsnede over de as van het stort.
x, y	abscis van het stort



Figuur 2.5: Gezamenlijke kansdichtheidsfunctie en de traagheidsstraal σ_G

De gezamenlijke kansdichtheid van de abscis x en y volgt door vergelijking (5) te delen door het volume van het stort:

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu_x)^2 + (y-\mu_y)^2}{\sigma_G^2}} \quad (6)$$

Met vergelijking (6) wordt de kans bepaald dat een steen terecht komt in een gebied dx·dy met coördinaat (x,y) (zie ook figuur 2.6)

De traagheidsstraal, σ_G , is bepaald in Bijlage A, en wordt hier nogmaals gegeven:

$$\sigma_G = \frac{\gamma''}{\sqrt{St^3}} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot c_L \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (1)$$

[Manni en Vrijling, 1995] veronderstelden dat vergelijking (1) kon worden vereenvoudigd tot vergelijking (7), waarin zij voor de karakteristieke steenafmeting D de D_{n50} van de steensortering hebben genomen. [Van Oord, 1996, p.34] heeft dit voor zijn afstudeeronderzoek overgenomen.

$$\sigma_G = c \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (7)$$

Waarin: c constante
 D_{n50} nominale steendiameter

Hiermee wordt de invloed van vijf parameters (St , ρ_w , ρ_s , γ'' en c_L) uit vergelijking (1) in één constante (c) ondergebracht, terwijl de massadichtheden van het water (ρ_w) en de steen (ρ_s) veelal bekend zijn.

[Weustink, 1998, p.39] heeft in zijn onderzoek de massadichtheden ρ_w en ρ_s wel expliciet in de vergelijking voor de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing meegenomen. Tevens nam hij de zeefmaat van de steensortering als karakteristieke steenafmeting, in plaats van de nominale steendiameter. Weustink vereenvoudigde vergelijking (1) tot:

$$\sigma_G = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D_{50}} \quad (8)$$

Waarin: D_{50} de zeefmaat van de steensortering

Spreading:

In de praktijk wordt het begrip 'spreading' veelvuldig gebruikt. Wat met dit begrip wordt bedoeld, staat niet eenduidig vast. Vaak wordt gesproken over 'de spreading van stortsteen', bijvoorbeeld bij het storten met een zijstortor [Van Oord, 1996] of met een kraan. Inherent aan deze wijzen van storten is het ontstaan van een stortprofiel (een berg stenen). Omdat een eerste indruk van de grootte van de traagheidsstraal, σ_G , van de dwarsdoorsnede over de as van het op de bodem gevormde stort op basis van een visuele beschouwing kan worden verkregen, wordt het begrip 'spreading' in dit afstudeerwerk voor de traagheidsstraal σ_G gebruikt.

Het begrip 'spreading' heeft dus betrekking op de totale horizontale verplaatsing van de stenen (na N tijdstappen) en is visueel waarneembaar in het gevormde stortprofiel in een x-y assenstelsel (x en y lopend van $-\infty$ tot $+\infty$). Benadrukt wordt dat er een stortprofiel (berg stenen) op de bodem moet zijn ontstaan om een visuele schatting te kunnen maken van de spreading.

2.1.5.2 Modelproeven

In de modelproeven die op de TU zijn uitgevoerd, wordt onderzoek gedaan naar individueel vallende stenen en wordt onderzocht of een individuele steen valt volgens het ESM. Daarom wordt niet gestort totdat er een stortprofiel ontstaat, maar worden stenen individueel gestort zolang de individuele horizontale posities van de stenen nog duidelijk te onderscheiden zijn. Er kan dus geen directe uitspraak worden gedaan over de 'spreading' van de stortsteen, omdat er geen stortprofiel ontstaat, waaruit σ_G volgt. Op basis van de uitwijking van de stenen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt moet een uitspraak worden gedaan over de mate waarin de individuele stenen vallen volgens het ESM. Daartoe wordt gebruik gemaakt van poolcoördinaten (r , α). Er wordt gesteld dat het geprojecteerde loslaatpunt van de stenen op de bodem overeenkomt met de oorsprong van het assenstelsel. Dan geldt in vergelijking (6): $\mu_x = \mu_y = 0$. In tegenstelling tot de x- en y-coördinaten, die lopen van $-\infty$ tot $+\infty$, kan de uitwijking van de stenen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, r , nooit negatief zijn; r loopt van 0 tot $+\infty$.

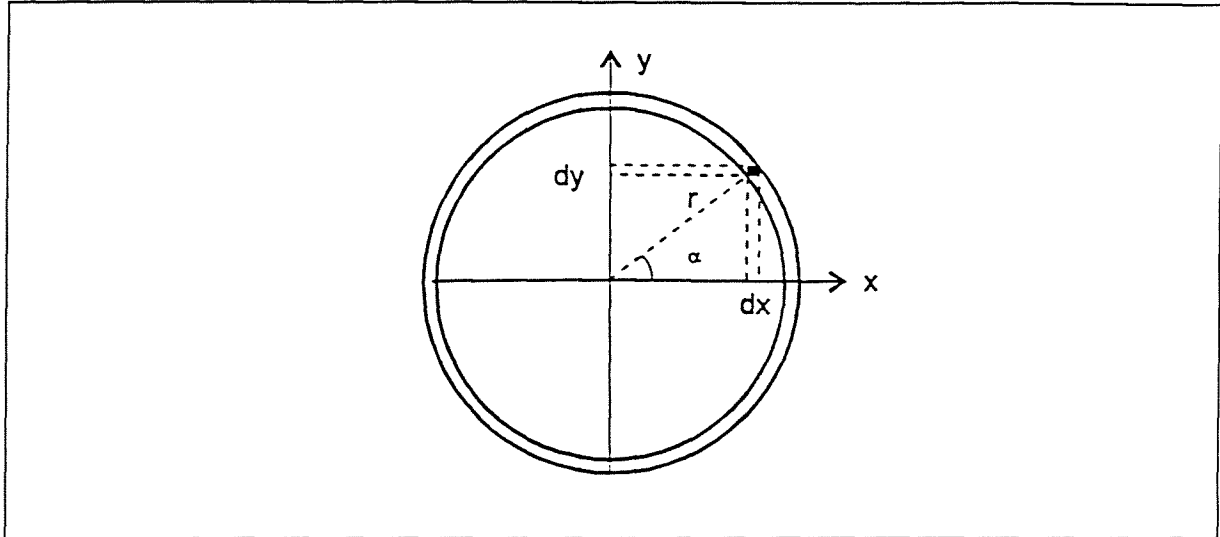
$$\text{Er geldt: } \underline{r} = \sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2}$$

De verdelingsfunctie van $\underline{r}$ is gelijk aan:

$$F_{\underline{r}}(r) = \text{kans}[\underline{r} < r] = \text{kans}[\sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2} < r]$$

Dit is de kans dat de resultante ($\sqrt{X^2 + Y^2}$) kleiner is dan een bepaalde lengte (r). Deze kans is de sommatie van de kansen binnen de ring die in figuur 2.6 is weergegeven.

De kans [$\sqrt{X^2 + Y^2} < r$] stelt het volume onder een driedimensionaal Gaussprofiel (zie figuur 2.5) voor, dat wordt begrensd door de cilinder met straal r .



Figuur 2.6: Kansdichtheidsring, waarop $\underline{X}$ en $\underline{Y}$ juist sommeren tot $\underline{r}$ [Van Oord, 1995]

Er wordt nu overgegaan op poolcoördinaten:

$$x = r \cdot \cos(\alpha) \text{ en}$$

$$y = r \cdot \sin(\alpha)$$

Met $dx \cdot dy = r \cdot dr \cdot d\alpha$ volgt:

$$F_r(r) = \text{kans}[\sqrt{X^2 + Y^2} < r] = \iint_{X^2 + Y^2 < r^2} f_{XY}(x, y) dx dy$$

$$F_r(r) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^r \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2 \cdot \sigma_G^2}} \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha$$

Aangezien we hier niet geïnteresseerd zijn in de richting van de uitwijking van de steen (α) wordt deze uitgeïntegreerd en wordt de verdelingsfunctie van $\underline{r}$:

$$F_r(r) = \int_0^r \frac{r}{\sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2 \cdot \sigma_G^2}} \cdot dr$$

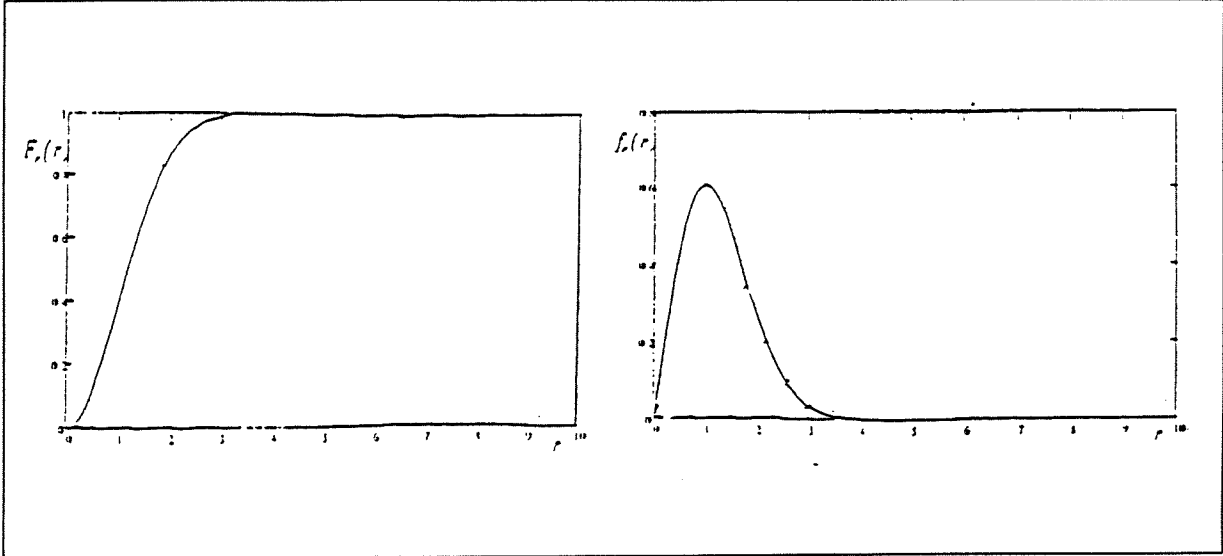
Oplossen van de integraal in bovenstaande vergelijking geeft voor de verdelingsfunctie van $\underline{r}$ de Rayleigh-verdeling:

$$F_r(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2 \cdot \sigma_G^2}} \quad (9)$$

De uitwijkingen van de gestorte stenen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt zijn dus Rayleighverdeeld. De kansdichtheidsfunctie van $\underline{r}$ is te bepalen door vergelijking (9) één maal te differentiëren.

$$f_r(r) = \frac{r}{\sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma_G^2}} \quad (r \geq 0) \quad (10)$$

De Rayleigh verdelingsfunctie en de Rayleigh kansdichtheidsfunctie van r , respectievelijk $F_r(r)$ en $f_r(r)$, staan geschetst in figuur 2.7.



Figuur 2.7: De Rayleigh verdelingsfunctie en de Rayleigh kansdichtheidsfunctie (met $\sigma_G = 1$)

Aangezien r loopt van 0 tot $+\infty$, zal de gemiddelde uitwijking van de gestorte stenen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, μ_r , groter zijn dan nul. Dit in tegenstelling tot de gemiddelde totale horizontale verplaatsingen van de stenen volgens de normale verdeling in het x-y assenstelsel (x , y van $-\infty$ tot $+\infty$), welke gelijk zijn aan nul ($\mu_x = \mu_y = 0$). De berekeningen ter bepaling van het gemiddelde en de standaardafwijking van de Rayleigh-verdeling van de uitwijking r volgen uit de definities. Het gemiddelde μ_r (het 1^{ste} moment, M_1) is gelijk aan:

$$M_1 = \mu_r \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} r \cdot f_r(r) \cdot dr = \int_0^{+\infty} \frac{r^2}{\sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma_G^2}} \cdot dr = \sigma_G \cdot \sqrt{2} \cdot \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_G \quad (11)$$

$$\approx 1.2533 \cdot \sigma_G$$

De standaardafwijking van de Rayleigh-verdeling van de uitwijking r , σ_r , is gelijk aan:

$$\sigma_r = \sqrt{\text{VAR}}$$

$$\text{met: } \text{VAR} = \sigma_r^2 = M_2 - M_1^2 \quad (M_2 = 2^{\text{de}} \text{ moment})$$

$$\text{waarin: } M_2 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \cdot f_r(r) \cdot dr = \int_0^{+\infty} \frac{r^3}{\sigma_G^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma_G^2}} \cdot dr = 2 \cdot \sigma_G^2 \cdot \Gamma(2) = 2 \cdot \sigma_G^2$$

$$\Rightarrow \text{VAR} = \sigma_r^2 = 2 \cdot \sigma_G^2 - \left(\frac{1}{2} \sqrt{2\pi} \cdot \sigma_G\right)^2 = 2 \cdot \sigma_G^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma_r = \sqrt{2 \cdot \sigma_G^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)} \approx 0.6551 \cdot \sigma_G \quad (12)$$

Het begrip 'uitwijking' is gedefinieerd als de individuele horizontale verplaatsing van een steen ten opzichte van het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt. De uitwijking wordt volgens het ESM gemodelleerd met een Rayleigh-verdeling met een gemiddelde μ_r en een standaardafwijking σ_r .

2.1.6 Berekeningsmethode ter verificatie van het Enkele Steen Model

Verificatie van het ESM in de modelproeven kan plaatsvinden door te controleren of de uitwijking r uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt van elke gestorte steen voldoet aan de Rayleigh-verdeling. Indien de uitwijking r van de in de modelproeven gestorte stenen voldoet aan de Rayleigh-verdeling, dan is de totale horizontale verplaatsing van de gestorte stenen te modelleren met de normale verdeling volgens het Enkele Steen Model.

Als de verdeling van de uitwijkingen van de in een modelproef gestorte stenen voldoet aan de Rayleigh-verdeling, dan kunnen de in vergelijkingen (7) en (8) gegeven verbanden voor de standaardafwijking van de totale horizontaal afgelegde afstand (σ_G) volgend uit de fysische afleiding van het ESM worden geverifieerd, door in vergelijking (9) de waarde van de uitwijking r gelijk te stellen aan de traagheidsstraal σ_G van het stortprofiel. Het resultaat wordt gegeven in onderstaande vergelijking.

$$F_r(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma_G^2}} = 1 - e^{-\frac{\sigma_G^2}{2\sigma_G^2}} = 1 - e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,393 \quad (13)$$

Onder de voorwaarde dat de stenen vallen volgens het ESM, dus dat de verdeling van de uitwijking voldoet aan de Rayleigh-verdeling, volgt hieruit dat de uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, r , die in de Rayleigh-verdeling door 39,35% van de uitwijkingen van de in de modelproef gestorte stenen wordt onderschreden, gelijk is aan de traagheidsstraal, σ_G , van het Gaussprofiel van een dwarsdoorsnede. Dus $\sigma_G = r_{39,35\%}$.

Bepaling van de parameter σ_G in de Rayleigh-verdeling kan met behulp van een Maximum Likelihood schatter. De methode van Maximum Likelihood wordt besproken in Bijlage C. Voor de parameter σ_G in de Rayleighverdeling volgt:

$$\sigma_{G,ML} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{2 \cdot n}} \quad (14)$$

Waarin:

$\sigma_{G,ML}$	maximum likelihood schatter van de parameter σ_G in de Rayleighverdeling
r_i	de uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt van de gestorte steen
n	aantal in de modelproef gestorte stenen

Hieruit volgt voor de verdelingsfunctie van de uitwijkingen:

$$F_r(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma_{G,ML}^2}} \quad (15)$$

De maximum likelihood schatter in vergelijking (14) kan worden verondersteld normaal verdeeld te zijn. De standaardafwijking van deze schatter wordt gegeven door:

$$\sigma_{\sigma_{G,ML}} = \frac{1}{2\sqrt{n}} \sigma_{G,ML} \quad (16)$$

Als boven- en ondergrens van het betrouwbaarheidsinterval voor de maximum likelihood schatter wordt een afwijking van de schatter ($\sigma_{G,ML}$) van 2,6 maal de standaardafwijking ($\sigma_{\sigma_{G,ML}}$) aangenomen. Dit geeft een betrouwbaarheidsband van 99 procent [Zijp, 1974].

$$\text{Bovengrens van de betrouwbaarheidsband: } F_I^b(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2(\sigma_{G,ML} - 2.6 \cdot \sigma_{\sigma_{G,ML}})^2}} \quad (17)$$

$$\text{Ondergrens van de betrouwbaarheidsband: } F_I^o(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2(\sigma_{G,ML} + 2.6 \cdot \sigma_{\sigma_{G,ML}})^2}} \quad (18)$$

Om te bepalen of er sprake is van gelijkheid tussen de waargenomen verdelingsfunctie en de met behulp van de maximum likelihood schatting gefitte Rayleigh-verdeling, wordt de toets van Kolmogorov-Smirnov (de K.S.-toets) gebruikt. De K.S.-toets wordt besproken in Bijlage D. Uitgaande van een betrouwbaarheidsdrempel van 1 procent geldt dat er sprake is van gelijkheid wanneer het maximale verschil tussen de verdelingen kleiner is dan het maximale verschil ($\Delta_{KS\text{-toets}}$) volgens [Vrijling, 1996]:

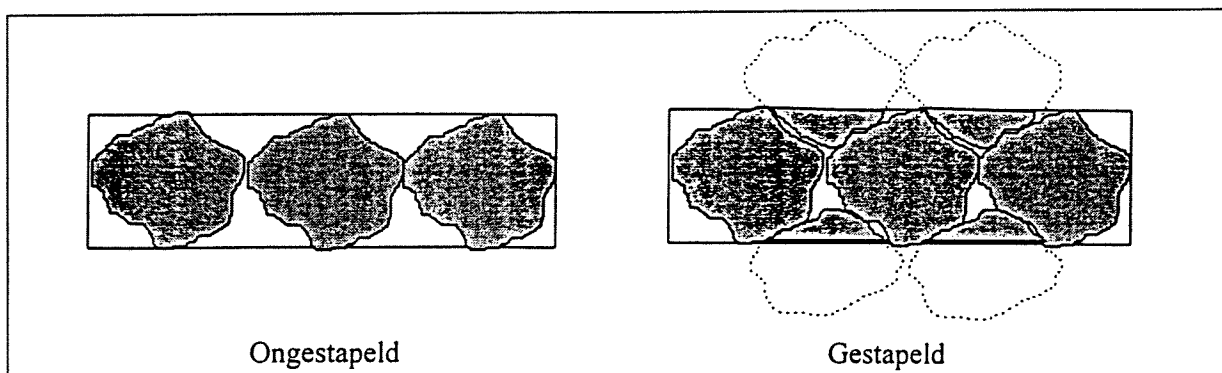
$$\Delta_{KS\text{-toets}} = \frac{1,63}{\sqrt{n}} \quad (19)$$

Waarin: n het aantal waargenomen uitwijkingen per proef

2.2 Het Zinkcon Model

Naar de horizontale verplaatsing van stortsteen bij het vallen in water is door Zinkcon onderzoek gedaan. Bij het opzetten van een fysisch model voor dit onderzoek is ervan uitgegaan, dat de tijdsduur dat de steen onderweg is, de steenvorm en het Reynoldsgetal, belangrijke parameters zijn [Zinkcon, 1985, p.5]. Verder wordt verondersteld dat de dwarsdoorsnede over het gestorte profiel Gaussisch is, dat wil zeggen dat de horizontale verplaatsing van de stortstenen een normale verdeling heeft [Zinkcon, 1985, p.9]. Als maat voor de horizontale spreiding wordt de standaardafwijking σ genomen. Deze wordt als volgt bepaald [Zinkcon, 1985, p.9]:

uit de geregistreerde dwarsdoorsnede van het gestorte profiel (zie figuur 2.9) wordt de totale oppervlakte van de dwarsdoorsnede berekend. Aangezien het gestorte profiel Gaussisch is verondersteld, en dus rotatiesymmetrisch is, kan worden aangenomen dat de oppervlakteverdeling van de dwarsdoorsnede gelijk is aan de verhouding in aantallen stenen. Dat wil zeggen dat als bijvoorbeeld in totaal 1000 stenen zijn gestort, 25% van het totale oppervlak van de dwarsdoorsnede wordt ingenomen door 250 stenen (immers $(250/1000) \cdot 100\% = 25\%$).



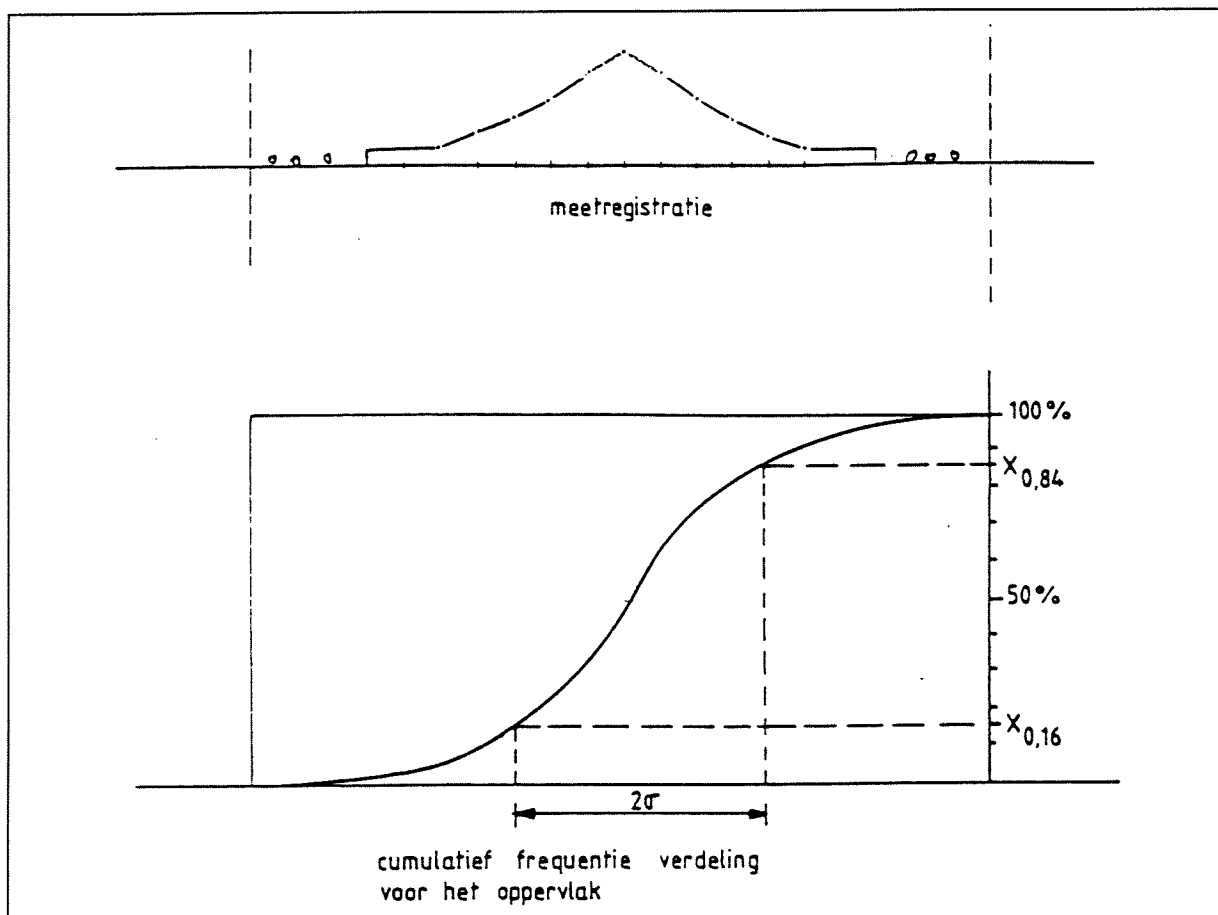
Figuur 2.8: Aantal stenen per eenheid van oppervlak bij ongestapelde en gestapelde stenen

Omdat bij stapeling van stenen het aantal stenen per eenheid van oppervlak toeneemt (zie figuur 2.8), is met behulp van aparte proeven voor elk stortmateriaal een correctiefactor bepaald. Door het aantal los verspreide stenen te tellen en het aantal stenen per deel van het totale oppervlak van de dwarsdoorsnede te berekenen (inclusief correctiefactor) is de cumulatieve frequentieverdeling van de gestorte stenen te bepalen.

Hieruit kan vervolgens de standaardafwijking (σ) worden berekend.

$$\sigma = \frac{x_{0,84} - x_{0,16}}{2} \quad (20)$$

waarin $x_{0,84}$ en $x_{0,16}$ waarden zijn, waartussen $(84-16=)$ 68% van de gestorte stenen ligt. Eén en ander is verduidelijkt in figuur 2.9.



Figuur 2.9: Bepaling standaardafwijking in het Zinkcon Model [Zinkcon, 1985]

Op basis van de veronderstelling dat de spreiding wordt beïnvloed door de relatieve dichtheid (Δ), de waterdiepte (h) en de zeefmaat (D_{50}), wordt het volgende dimensieloze verband aangenomen [Zinkcon, 1985, p.10]:

$$\frac{\sigma}{D} = c \cdot \left(\frac{h}{\Delta \cdot D} \right)^\alpha \quad (21)$$

Waarin:	σ	spreiding
	D	karakteristieke steenafmeting
	α	constante
	c	constante
	h	waterdiepte

$$\Delta \quad \text{relatieve dichtheid} (= \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w})$$

De waarden van de constanten c en α zijn per sortering te bepalen door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. Deze methode is beschreven in bijlage O. Bij deze methode wordt uitgegaan van het lineaire verband: $y = \alpha \cdot t + \beta$. Aangezien vergelijking (21) niet een lineair verband weergeeft, dient deze vergelijking te worden getransformeerd.

Transformeren van vergelijking (21) geeft het gewenste lineaire verband:

$$\log\left(\frac{\sigma}{D}\right) = \alpha \cdot \log\left(\frac{h}{\Delta \cdot D}\right) + \log(c) \quad (22)$$

Uitgaande van het lineaire verband: $y = \alpha \cdot t + \beta$, is:

$$y = \log(\sigma/D)$$

$$t = \log(h/\Delta D)$$

$$\beta = \log(c), \text{ zodat } c = 10^\beta$$

De coëfficiënt α is een maat voor de toename van de spreiding bij een vergroting van de waterdiepte. Uit het onderzoek van Zinkcon blijkt dat de waarde van α toeneemt bij toename van de factor $\Delta \cdot D$. Dit resulteert in een sterkere toename van de spreiding (σ) met de waterdiepte, ondanks het feit dat de (evenwichts)valsnelheid van de steen is toegenomen, waardoor de steen sneller op de bodem aankomt en minder tijd heeft om van zijn verticale baan af te wijken.

Ook het Enkele Steen Model heeft een dergelijke positieve correlatie van de standaardafwijking van de totale horizontaal afgelegde afstand (σ_G) met de waterdiepte en een karakteristieke steenafmeting ($\sigma_G \propto \sqrt{h \cdot D}$).

Vergelijking (21) is ook te schrijven als:

$$\sigma = c \cdot \Delta^{-\alpha} \cdot h^\alpha \cdot D^{-\alpha} \cdot D^\alpha = \frac{c}{\Delta^\alpha} \cdot (h \cdot D)^\alpha$$

Indien de waarde van de constante α gelijk is aan 0,5, dan is de spreiding σ volgens het Zinkcon Model evenredig met de wortel uit het product van de waterdiepte (h) en de karakteristieke steenafmeting (D). Het Zinkcon Model is dan gelijk aan het Enkele Steen Model (zie vergelijking (7)):

- Zinkcon Model (voor $\alpha = 0,5$): $\sigma = \frac{c}{\sqrt{\Delta}} \cdot \sqrt{h \cdot D}$
- Enkele Steen Model: $\sigma = c \cdot \sqrt{h \cdot D}$

Aangezien bij de opstelling van het Zinkcon Model is verondersteld dat de dwarsdoorsnede over het gestorte profiel Gaussisch is, kan worden aangenomen dat het Zinkcon Model alleen voor het eerste stadium in het stortproces (zie §2.1.1 en §2.1.3) toepasbaar is. Voor het tweede stadium in het stortproces, er is dan een driehoeksprofiel ontstaan, is het Zinkcon Model niet bruikbaar.

De spreiding die wordt berekend met het Zinkcon Model, is gelijk aan de standaardafwijking van het Gaussprofiel (σ_G), dus gelijk aan de uitwijking $r_{39,35\%}$ van de Rayleigh-verdeling volgens de wiskundige modellering van het Enkele Steen Model. Het is dan ook geoorloofd het begrip 'spreiding' met betrekking tot het Zinkcon Model te gebruiken. De uitkomsten van beide modellen kunnen daarom met elkaar worden vergeleken.

3. Inventarisatie van de uitgevoerde modelproeven

3.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt een inventarisatie gemaakt van de door [Van Oord, 1996], [Weustink, 1998], [Zinkcon, 1985] en het Waterloopkundig Laboratorium [WL Q673, 1989] uitgevoerde modelproeven. De inventarisatie beperkt zich tot modelproeven die zijn uitgevoerd met breuksteen- en grindsorteringen.

Om een goede vergelijking te kunnen maken tussen de verschillende onderzoeken is het noodzakelijk dat de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgend uit het Enkele Steen Model voor de verschillende onderzoeken op gelijke wijze wordt gedefinieerd. Om twee redenen wordt gekozen voor de manier waarop Weustink dat heeft gedaan (zie vergelijking (8)), namelijk:

1. Weustink gebruikt als karakteristieke steenafmeting de zeefmaat (D_{50}) van de steen. Door Zinkcon wordt gebruik gemaakt van de D_N (nominale diameter), die qua grootte voor de betreffende sorteringen van Zinkcon nagenoeg gelijk is aan de zeefmaat (D_{50}).
2. Weustink neemt de invloed van de massadichtheden ρ_s en ρ_w van respectievelijk de steen en het water expliciet mee in de vergelijking ter bepaling van σ_G , zodat bij het analyseren van de proefresultaten de invloed van de massadichtheden eenvoudig is te bepalen. Daarbij komt dat in het Zinkcon Model de massadichtheden ρ_s en ρ_w verwerkt zijn in de relatieve dichtheid (Δ).

Beide modellen bevatten dezelfde parameters. Vergelijking van de beide modellen is dus geoorloofd. In de paragrafen 3.2 tot en met 3.5 zal een overzicht worden gegeven van achtereenvolgens de door Weustink, Van Oord, Zinkcon en het Waterloopkundig Laboratorium (WL) uitgevoerde modelproeven. Tevens zullen de resultaten van de verschillende modelproeven in tabellen worden gepresenteerd.

3.2 Overzicht van de door Weustink uitgevoerde modelproeven

Weustink heeft zijn experimenten uitgevoerd in een bakconstructie die al eerder door Van Oord was gebruikt, met de afmetingen $l \times b \times h = 2,5 \times 2,5 \times 2,0 \text{ m}^3$. Om de invloed van de massadichtheid, de steendiameter, de scherpheid van de randen en de hoeken en de vorm van de steen op de spreiding te kunnen bepalen, heeft Weustink vijf steensorteringen gekozen. De steenafmetingen en massadichtheden van de vijf sorteringen zijn gebaseerd op in de praktijk gebruikte standaardsorteringen. Om de invloed van de vorm goed te kunnen bepalen, heeft hij vier subsorteringen gemaakt. Deze subsorteringen worden onderscheiden op basis van een lengte-dikte-verhouding (L/d) en een niet te kwantificeren visuele beschouwing. De vier subsorteringen hebben dezelfde massadichtheid als sortering III. In tabel 3.1 wordt een overzicht gegeven van de door Weustink gebruikte (sub-) sorteringen en enkele kenmerken van de sorteringen.

Met deze sorteringen heeft Weustink een reeks experimenten uitgevoerd. De beschouwing beperkt zich hier tot de experimenten waarin de stenen individueel zijn gestort. De resultaten van zijn experimenten staan vermeld in tabel 3.2. Voor de overzichtelijkheid zijn de experimenten gesorteerd op sortering. Na tabel 3.2 volgt een uitleg over de verschillende grootheden in de betreffende tabel.

sortering	D_{n50} [mm]	D_{85}/D_{15} [-]	ρ_s [kg/m ³]	L/d [-]	omschrijving
I	16.5	1.23	2166		natuursteen, onregelmatig en hoekig
II A	12.3	1.72	1642		grind, onregelmatig en afgerond
II B	19.1	1.63	2237		gebroken grind, onregelmatig en afgerond
III	19.3	1.23	2485		natuursteen, onregelmatig en hoekig
III, kubus	19.0	1.19	2485	1.4 - 2.0	idem
III, zuil	21.0	1.26	2485	2.5 - 3.5	idem
III, plaat	16.2	1.31	2485	3 - 4	idem
III, plaat	15.8	1.27	2485	> 4	idem
IV	18.5	1.24	2384		natuursteen, onregelmatig en hoekig
V	27.6	1.26	2525		breuksteen, onregelmatig en hoekig

Tabel 3.1: Gebruikte sorteringen door Weustink

proef-nr.	sortering	D_{n50} [mm]	D_{50} [mm]	diepte [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	c [-]	r_{gem} [mm]	σ_r [mm]	$r_{39,35\%}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
009	I	16.5	19.6	1.90	126.0	1.418	176.8	110.2	126.0	121.1	142.0
018	I	16.5	19.6	1.13	124.0	1.810	162.6	90.9	124.0	93.3	93.8
013	II A	12.3	14.6	1.90	93.0	0.920	141.8	105.3	93.0	105.2	80.8
020	II A	12.3	14.6	1.13	63.0	0.808	93.2	60.6	63.0	81.1	74.6
010	II B	19.1	22.7	1.90	98.0	1.059	171.3	140.7	98.0	96.2	106.0
019	II B	19.1	22.7	1.13	109.0	1.527	167.0	113.1	109.0	74.2	97.9
014	III	19.3	23.0	1.90	102.0	1.216	176.6	125.7	102.0	114.3	121.0
001	III	19.3	23.0	1.79	112.0	1.376	171.8	119.0	112.0	110.9	115.3
017	III	19.3	23.0	1.13	99.0	1.531	135.1	89.7	99.0	88.1	79.9
003	III;kubus	19.0	22.6	1.90	149.0	1.792	207.4	126.8	149.0	130.0	120.5
004	III;zuil	21.0	25.0	1.90	157.0	1.795	195.9	114.9	157.0	136.7	123.0
005	III;plaat ($l/d > 4$)	15.8	18.8	1.90	102.0	1.345	163.4	10.5	102.0	118.5	116.1
006	III;plaat ($3 < l/d < 4$)	16.2	19.3	1.90	104.0	1.354	173.3	133.6	104.0	120.1	116.7
007	III;kubus	19.0	22.6	1.90	141.0	1.696	211.7	137.5	141.0	130.0	120.5
012	IV	18.5	22.0	1.90	110.0	1.287	164.5	123.0	110.0	116.5	126.8
016	IV	18.5	22.0	1.13	74.0	1.122	107.7	71.4	74.0	89.9	83.8
070	IV	18.5	22.0	0.5	36.0	0.821	48.4	24.8	36.0	59.8	43.7
008	V	27.6	32.9	1.90	155.0	1.570	230.1	161.7	155.0	134.5	127.3
015	V	27.6	32.9	1.13	101.0	1.327	139.7	85.9	101.0	103.7	84.1
069	V	27.6	32.9	0.5	40.0	0.790	49.4	19.9	40.0	69.0	43.9

Tabel 3.2: Resultaten experimenten Weustink

proefnummer

Een door Weustink toegekend nummer ter onderscheiding van de verschillende proeven.

sortering

De Romeinse cijfers in deze kolom verwijzen naar de sorteringen in tabel 3.1.

 D_{n50}

Dit is de nominale steendiameter, die door 50 massaprocent van de stenen uit de sortering wordt onderschreden. In feite is het de lengte van de ribbe van een kubus met gelijke massa en volume als de steen. De nominale diameter is als volgt gedefinieerd:

$$D_{n50} = \sqrt[3]{\frac{M_{50}}{\rho_s}} \quad (23)$$

Waarin: M_{50} mediaan van de massa van de stenen
 ρ_s massadichtheid van de steen

D_{50}

Dit is de zeefmaat van een theoretische zeef met vierkante openingen, waar 50% van de steenstukken van de betreffende sortering doorheen gaat. De zeefmaat is een aan het materiaal zelf te meten grootte. In de praktijk geldt: $\frac{D_{n50}}{D_{50}} \approx 0,84$ [Laan, 1982].

diepte

De waterdiepte waarop de betreffende proef is uitgevoerd. Weustink heeft proeven uitgevoerd op vier verschillende waterdiepten, te weten: $h=0,50[m]$, $h=1,13[m]$, $h=1,79[m]$ en $h=1,90[m]$.

$r_{39,35\%}$

Dit is de waargenomen horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt die door 39,35% van de stenen uit het betreffende experiment wordt onderschreden. Indien de verdeling van de uitwijking van de gestorte stenen voldoet aan de Rayleigh-verdeling, dan komt de waarde van $r_{39,35\%}$ overeen met de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgens het ESM (zie ook §2.1.5).

c

Dit is de constante die volgt uit de vergelijking voor de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgens het ESM. Deze is per experiment bepaald met de volgende vergelijking:

$$c = \frac{r_{39,35\%}}{\sqrt{h \cdot D_{50}}} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (24)$$

r_{gem}

Dit is de gemiddelde uitwijking van de gestorte stenen uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt. Deze wordt als volgt bepaald:

$$r_{gem} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} \quad (25)$$

Waarin: r_i de uitwijking van een steen
 n aantal stenen

σ_r

In deze kolom staan de standaardafwijkingen behorende bij de gemiddelde uitwijkingen, r_{gem} .

ESM

Dit is de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) van de gestorte stenen volgens het ESM, berekend volgens vergelijking (8). De waarde van de constante c is bepaald door lineaire regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. Hierbij is onderscheid gemaakt tussen een waarde c voor grind en een waarde c voor breuksteen. De waarde van c voor breuksteen is bepaald zonder de vier subsorteringen (kubus- en zuilvormige stenen en twee typen plaatvormige stenen). Deze subsorteringen zijn namelijk geen representatieve steensorteringen zoals alle andere

sorteringen, maar bestaan uit stenen met selectief gekozen vormen en afmetingen. De berekende waarden zijn:

breuksteen: $c = 1,361$

grind: $c = 1,039$

Met de waarde van c voor breuksteen is voor de subsorteringen wel een berekening gemaakt van de spreiding volgens het ESM. Omdat de resultaten van de experimenten met de subsorteringen niet van invloed zijn geweest op de waarde van c , zijn in tabel 3.2 deze waarden cursief gedrukt. Op basis van een vergelijking tussen de $r_{39,35\%}$ en de waarde in de kolom 'ESM' kan een indruk worden verkregen van de invloed van de vorm op de spreiding. Deze vorminvloed wordt besproken in paragraaf 5.1.

ZM

De spreiding volgens het Zinkcon Model (σ) is berekend met vergelijking (21). De waarden van de constanten c en α zijn bepaald door lineaire regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. Ook hier is onderscheid gemaakt tussen breuksteen en grind. Met betrekking tot de waarden van c en α van de breuksteen alsmede de berekende spreiding volgens het ZM, geldt hetzelfde als onder 'ESM'. De gevonden waarden zijn:

breuksteen: $c = 0,214$
 $\alpha = 0,797$

grind: $c = 2,435$
 $\alpha = 0,154$

Uit de afleiding van het ESM volgt dat de constante c voornamelijk afhankelijk is van de vorm van de steen, de hoek waaronder de stroming op de steen aanstroomt en de mate van afronding van de steen. De constante c is dus kenmerkend voor een sortering. Per sortering wordt de gemiddelde waarde van de constante c bepaald (μ_c) alsmede de standaardafwijking van de constante c (σ_c). Beide zijn gegeven in tabel 3.3. Hiermee kan een vergelijking worden gemaakt met de waarden van μ_c en σ_c voor de sorteringen van [Van Oord, 1996], [Zinkcon, 1985] en het WL [WL Q673, 1989]. Dit zal plaatsvinden in hoofdstuk 5. In dezelfde tabel zijn de waarden van μ_c en σ_c gegeven van alle breuksteensorteringen (zonder de subsorteringen) en de twee grindsorteringen achter respectievelijk 'breuksteen' en 'grind'.

sortering	μ_c	σ_c
I	1.614	0.277
II A	0.864	0.079
II B	1.293	0.331
III	1.374	0.157
III; kubus	1.744	0.068
III; zuil	1.795	-
III; plaat ($3 < l/d < 4$)	1.354	-
III; plaat ($l/d < 4$)	1.345	-
IV	1.077	0.236
V	1.229	0.399
breuksteen	1.296	0.306
grind	1.077	0.316

Tabel 3.3: Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Weustink

3.3 Overzicht van de door Van Oord uitgevoerde modelproeven

Van Oord heeft zijn experimenten uitgevoerd in de bakconstructie waarvan in de vorige paragraaf al de afmetingen zijn gegeven. In de door Van Oord [Van Oord, 1996] uitgevoerde modelproeven zijn stenen met een karakteristieke afmeting D gestort in een modelproefopstelling met waterdiepte h . De

verhouding h/D vormt hierbij, uitgaande van overeenkomstige overige variabelen (massadichtheid, vorm- en oppervlakteruwheid), een factor waarmee de modelproefresultaten kunnen worden omgerekend tot een benadering van de situatie in het prototype. Ook kunnen de modelproefresultaten worden toegepast op andere waterdiepten, zolang de verhouding h/D onveranderd blijft.

Op basis van de fysica achter het ESM en de daaruit afgeleide vergelijking (7) volgt Van Oord de veronderstelling die in [Manni en Vrijling, 1995] wordt gemaakt, dat de constante c onafhankelijk is van de waterdiepte h en de karakteristieke steenaafmeting D_{n50} , zodat het verband kan worden bepaald door modelproeven uit te voeren voor een aantal verschillende waterdiepten en steenaafmetingen. Van Oord doet proeven op vier waterdiepten ($h=0,70[m]$, $h=1,10[m]$, $h=1,50[m]$ en $h=1,90[m]$) met twee steensoorten (breuksteen en grind). In tabel 3.4 worden enkele kenmerken van de twee steensoorten gegeven. De massadichtheid ρ_s van de stenen is door Van Oord afgerond op veelvouden van $100 [kg/m^3]$.

steensoort	D_{n50} [mm]	D_{85}/D_{15} [-]	ρ_s [kg/m ³]	omschrijving
breuksteen	10.4	1.36	3000	onregelmatige, hoekige vormen
grind	12.7	1.57	2500	onregelmatige, afgeronde vormen

Tabel 3.4: Gebruikte sorteringen door Van Oord

Om de verschillende modelonderzoeken met elkaar te kunnen vergelijken, moeten de resultaten op dezelfde manier worden verwerkt. Zoals in de inleiding van dit hoofdstuk al is vermeld, wordt daarvoor de manier van Weustink gebruikt. Er wordt dus gerekend met de zeefmaat (D_{50}) als karakteristieke steenaafmeting en om de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgens het ESM te bepalen wordt vergelijking (8) gebruikt. Dit houdt in dat de resultaten zoals die door Van Oord zijn gepresenteerd in zijn onderzoeksrapport, moeten worden herberekend met de D_{50} in plaats van de D_{n50} en met vergelijking (8) in plaats van vergelijking (7).

De herberekende resultaten van de door Van Oord uitgevoerde modelproefexperimenten staan vermeld in tabel 3.5. Voor een uitleg van de verschillende grootheden in de tabel wordt verwezen naar de vorige paragraaf. Na tabel 3.5 worden de waarden gegeven van de constante c en de constanten c , α van respectievelijk het ESM en het ZM.

proef-nr.	steen-soort	D_{n50} [mm]	D_{50} [mm]	diepte [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	c [-]	r_{gem} [mm]	σ_r [mm]	$r_{39,35\%}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
1	breuksteen	10.4	12.4	0.70	67.0	2.157	91.0	57.0	67.0	59.6	67.3
1bis	breuksteen	10.4	12.4	0.70	74.0	2.383	86.0	45.0	74.0	59.6	67.3
2	breuksteen	10.4	12.4	1.10	67.0	1.721	101.0	67.0	67.0	74.7	77.6
3	breuksteen	10.4	12.4	1.50	83.0	1.826	124.0	91.0	83.0	87.3	85.5
4	breuksteen	10.4	12.4	1.90	99.0	1.935	139.0	90.0	99.0	98.2	92.1
4bis	breuksteen	10.4	12.4	1.90	94.0	1.837	144.0	102.0	94.0	98.2	92.1
9	grind	12.7	15.1	1.90	94.0	1.387	142.0	92.0	94.0	92.5	-
9bis	grind	12.7	15.1	1.90	91.0	1.343	142.0	102.0	91.0	92.5	-

Tabel 3.5: Resultaten experimenten Van Oord

ESM

De waarde van constante c voor breuksteen en de waarde van constante c voor grind, die nodig zijn voor de berekening van de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) van de gestorte stenen volgens het Enkele Steen Model, zijn bepaald door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. De berekende waarden zijn:

breuksteen: $c = 1,920$

grind: $c = 1,365$

ZM

De constanten c en α die nodig zijn in de berekening van de spreiding volgens het Zinkcon Model zijn bepaald door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. Omdat Van Oord slechts twee modelproefexperimenten met grind heeft uitgevoerd, kunnen de waarden c en α voor de grindsortering niet door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode worden bepaald. De gevonden waarden voor breuksteen zijn:

$$\text{breuksteen: } c = 1,902 ; \alpha = 0,314$$

In tabel 3.6 staan het gemiddelde en de standaardafwijking van de constante c volgens het ESM per steensoort vermeld:

sortering	μ_c	σ_c
breuksteen	1.977	0.248
grind	1.365	0.031

Tabel 3.6: Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Van Oord

3.4 Overzicht van de door Zinkcon uitgevoerde modelproeven

Bij de door Zinkcon [Zinkcon, 1985] uitgevoerde modelproeven is gebruik gemaakt van een metalen bak van $l \times b \times h = 1,5 \times 2,0 \times 1,0 \text{ m}^3$, welke aan beide lange zijden was voorzien van een venster ter grootte van $0,75 \times 0,40 \text{ m}^2$. In tegenstelling tot de proeven van [Weustink, 1998] en [Van Oord, 1996], waarbij de stenen vanaf het wateroppervlak werden gestort, zijn bij de proeven van Zinkcon de stenen vanaf een bepaalde hoogte boven het wateroppervlak (de storthoogte) gestort.

Door Zinkcon zijn drie verschillende grindsorteringen gebruikt bij de modelproefexperimenten, te weten: kif, gebroken grind en willekeurig grind. Deze drie sorteringen zijn gestort op verschillende waterdiepten, van $h=0,20[\text{m}]$ tot $h=0,90[\text{m}]$ in stappen van $0,10[\text{m}]$.

In tabel 3.7 wordt een overzicht gegeven van de door Zinkcon gebruikte sorteringen en enkele kenmerken van de sorteringen.

sortering	D_{zeef} [mm]	D_N [mm]	ρ_s [kg/m ³]
kif	4 - 6	5	2650
gebroken grind	4 - 6	4.7	2650
willekeurig grind	8 - 11.2	9.2	2650

Tabel 3.7: Gebruikte sorteringen door Zinkcon

In de uitvoering van de proeven is een lijnstort gemaakt. De stortlengte is 15 centimeter. Bij een $D_N = 5 [\text{mm}]$ komt dit overeen met een lengte van 30 maal de D_N . Vertaald naar prototype omstandigheden betekent dit bij stortsteen met een D_N van 300 millimeter een stortlengte van 9 meter.

Voor de bepaling van het aantal stenen in de drie grindsorteringen is uitgegaan van een scheepslading van 400 ton in prototype met een stortlengte van 40 meter. Bij stortsteen van gemiddeld 40 kilogram (in prototype) betekent dit dat per strekkende meter 250 stenen worden gestort (ervan uitgaande dat de stenen gelijkmatig over het dek zijn verdeeld). Een stortlengte van 9 meter bevat dus 2250 stenen. In het model is uitgegaan van 3000 grindkorrels per experiment.

In de uitvoering van de proeven is steeds gestort tot een hoogte van ongeveer 3 centimeter (ongeveer 6 maal de D_N). Dit komt overeen met de gebruikelijke praktijksituaties.

In tegenstelling tot Van Oord en Weustink wordt door Zinkcon gebruik gemaakt van de nominale diameter (D_N) voor de berekening van de horizontale verplaatsing (σ). Aangezien de nominale diameter voor alle drie sorteringen tussen de grenzen van de zeefmaat ($D_{\text{zeef}} = D_{50}$) valt, wordt

verondersteld dat de verschillen tussen het gebruik van de D_{50} door Van Oord en Weustink in de berekening van de horizontale verplaatsing van de stenen en het gebruik van de D_N door Zinkcon daarvoor, minimaal zijn.

Onder de nominale diameter, D_N , wordt in [Zinkcon, 1985] verstaan de diameter van een bol met hetzelfde volume als de beschouwde stortsteen. Dit in tegenstelling tot de nominale diameter, D_{n50} , zoals oorspronkelijk door [Van Oord, 1996] gebruikt. De D_{n50} is namelijk de lengte van de ribbe van een kubus met equivalente massa en volume als de steen met mediane massa (W_{50}) en is als volgt gedefinieerd [CUR/RWS, 1995]:

$$D_{n50} = \sqrt[3]{\frac{W_{50}}{\rho_s}} \quad (26)$$

De D_N kan worden bepaald met de volgende vergelijking:

$$D_N = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot M}{\pi \cdot n \cdot \rho_s}} \quad (27)$$

Waarin: n aantal korrels
 M totale massa van de korrels

Een ander verschil met de experimenten van Weustink en Van Oord is dat de spreiding (σ) van de stenen niet uit de individuele uitwijkingen van de gestorte stenen is bepaald, maar uit het stortprofiel (zie §2.2). Daarom wordt de uit de modelproeven volgende spreiding van de stenen in de experimenten van Zinkcon aangeduid met σ in plaats van met $r_{39,35\%}$ (die gelijk wordt verondersteld aan σ_G).

In tabel 3.8 staan de resultaten van de experimenten vermeld. Voor een uitleg van de grootheden in de tabel wordt verwezen naar §3.2. Een toelichting bij de nieuwe grootheden in de tabel 3.8 wordt voor de betreffende tabel gegeven, evenals de waarden van de constante c en de constanten c , α van respectievelijk het ESM en het ZM.

$$\frac{h}{\Delta \cdot D_N}$$

Dit is een dimensieloze parameter voor de waterdiepte.

$$\frac{\sigma}{D_N}$$

Dit is een dimensieloze parameter voor de spreiding.

c

Dit is de constante die volgt uit de vergelijking voor de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgens het ESM. Deze is per experiment bepaald met de volgende vergelijking:

$$c = \frac{\sigma}{\sqrt{h \cdot D_N}} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (28)$$

σ

In deze kolom staat de waargenomen spreiding in het betreffende experiment, bepaald op de in §2.2 gegeven manier. Deze spreiding is te vergelijken met de standaardafwijking van de totale horizontale verplaatsing (σ_G) volgens het ESM en daarom met de $r_{39,35\%}$ (zie §2.1.5).

ESM

Dit is de spreiding die is berekend uit het ESM volgens: $\sigma_G = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D_N}$.

De waarde van c is per sortering bepaald door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. De gevonden waarden zijn:

kif:	$c = 2.15$
gebroken grind:	$c = 1.95$
willekeurig grind:	$c = 2.23$

ZM

Dit is de spreiding die volgt uit berekening met het door Zinkcon afgeleide model (zie vergelijking (21)). De coëfficiënten c en α zijn per sortering bepaald door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. De gevonden waarden zijn:

kif:	$c = 1.36$	$\alpha = 0.44$
gebroken grind:	$c = 0.84$	$\alpha = 0.53$
willekeurig grind:	$c = 1.03$	$\alpha = 0.51$

proef-nr.	sortering	D_N [mm]	D_{zeef} [mm]	diepte [m]	$\frac{h}{\Delta \cdot D_N}$	$\frac{\sigma}{D_N}$	c [-]	σ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
01	kif	5	4-6	0.90	107.9	10.5	2.05	52	54.5	53.0
02	kif	5	4-6	0.80	97.0	10.1	2.14	51	51.4	50.4
03	kif	5	4-6	0.70	84.9	10.1	2.24	50	48.0	47.5
04	kif	5	4-6	0.60	72.7	9.0	2.18	45	44.5	44.4
05	kif	5	4-6	0.50	60.6	8.1	2.12	40	40.6	41.0
06	kif	5	4-6	0.40	48.5	7.1	2.13	36	36.3	37.2
07	kif	5	4-6	0.30	36.4	6.2	2.12	31	31.4	32.8
08	kif	5	4-6	0.20	24.2	5.8	2.43	29	25.7	27.5
09	gebr. grind	4.7	4-6	0.90	114.8	9.4	1.79	44	47.9	48.5
10	gebr. grind	4.7	4-6	0.80	103.2	10.0	2.03	47	45.1	45.5
11	gebr. grind	4.7	4-6	0.70	90.3	9.2	1.99	43	42.2	42.5
12	gebr. grind	4.7	4-6	0.60	77.4	8.6	2.05	41	39.1	39.1
13	gebr. grind	4.7	4-6	0.50	64.5	7.9	2.02	37	35.7	35.6
14	gebr. grind	4.7	4-6	0.40	51.6	6.6	1.89	31	31.9	31.6
15	gebr. grind	4.7	4-6	0.30	38.9	6.0	1.98	28	27.6	27.2
16	gebr. grind	4.7	4-6	0.20	25.8	4.5	1.82	21	22.6	21.9
17	willek. grind	9.2	8-11.2	0.90	58.6	8.6	2.30	79	76.6	76.7
18	willek. grind	9.2	8-11.2	0.70	46.1	7.3	2.21	67	67.6	67.5
19	willek. grind	9.2	8-11.2	0.50	32.9	5.8	2.11	54	57.1	56.8
20	willek. grind	9.2	8-11.2	0.30	19.8	4.9	2.27	45	44.2	43.7

Tabel 3.8: Resultaten experimenten Zinkcon

In de tabel 3.9 staan het gemiddelde (μ_c) en de standaardafwijking (σ_c) van de constante c volgens het ESM per sortering vermeld:

sortering	μ_c	σ_c
kif	2.177	0.115
gebroken grind	1.946	0.099
willekeurig grind	2.223	0.084

Tabel 3.9: Waarden voor μ_c en σ_c voor de sorteringen van Zinkcon

3.5 Overzicht van de door het WL uitgevoerde modelproeven (Q673)

Het Waterloopkundig Laboratorium (WL) 'De Voorst' heeft in augustus van 1989 in opdracht van Rijkswaterstaat, Directie Sluizen en Stuwen, Hoofdafdeling Waterbouw, onderzoek verricht naar het stortresultaat van een steenstort. Variabele parameters in dat onderzoek waren de waterdiepte en het soort stortmateriaal.

In het verrichte onderzoek is gebruik gemaakt van twee modelschalen. Dit om het valgedrag van de overboord geschoven stenen bij een zo groot mogelijke waterdiepte te kunnen onderzoeken. Voor de kleinere waterdiepten (tot 30 meter in prototype) is gebruik gemaakt van een schaal 1:12.5. Voor dat deel van het onderzoek waarbij het valgedrag op een grotere waterdiepte werd onderzocht (tot 60 meter in prototype), is gebruik gemaakt van een schaal 1:25.

De proeven zijn uitgevoerd in de stroomgoot van het WL. Deze goot is 3 meter breed. De maximaal in te stellen waterdiepte is 2,70 meter. Alle proeven zijn uitgevoerd bij stilstaand water. Van de steenstort werd alleen het laaddek aan één zijde van het schip op modelschaal gereproduceerd. De maximale lading op het laaddek is 500 ton (in prototype).

Het onderzoek werd uitgevoerd met twee soorten stortmateriaal, namelijk grind en stortsteen. Omdat in één model met twee schaalfactoren en twee steensoorten wordt gewerkt, moeten vier stortmengsels worden samengesteld. In tabel 3.10 wordt een overzicht gegeven van de vier gebruikte stortmengsels en enkele kenmerken van deze mengsels.

meetserie	steensoort	D_{n50} [mm]	D_{50} [mm]	D_{85}/D_{15} [-]	ρ_s [kg/m ³]	modelschaal
1	grind	6.56	7.81	1.51	2590	1:12.5
2	stortsteen	14.16	16.86	1.48	2680	1:12.5
3	grind	3.16	3.76	1.57	2590	1:25
4	stortsteen	9.80	11.67	1.62	2680	1:25

Tabel 3.10: Gebruikte stortmengsels door WL

Overeenkomstig de experimenten van [Zinkcon, 1985] is het op de bodem ontstane stort na uitvoering van een proef een 'lijnstort' (lengteafmeting groot ten opzichte van de dwarsdoorsnede). Per strekkende meter lengte wordt (ongeveer) evenveel materiaal gestort. De totale hoeveelheid materiaal is bij alle experimenten gelijk aan de maximale lading van 500 ton (in prototype). Van de door het WL gerapporteerde meetresultaten zijn voor dit vooronderzoek slechts de meetresultaten met betrekking tot de dwarsdoorsneden van belang. Omdat de lengteafmeting begrensd is, treden 'kopeffecten' op. De dwarsdoorsneden zijn steeds zo gekozen, dat de 'kopeffecten' geen invloed hebben.

Met betrekking tot de dwarsdoorsnede zijn twee begrippen te onderscheiden:

- dwarsprofiel
Het dwarsprofiel is bepaald door op verschillende punten op onderling gelijke afstand de hoogte van het stort te meten. Als deze gemeten hoogten in een figuur tegen de meetposities worden uitgezet bij gelijke horizontale en verticale schalen, dan kan een indruk worden verkregen van hoe de dwarsdoorsnede eruit ziet.
- zijdelingse spreiding
Dit is de totale breedte van de dwarsdoorsnede op 1,5 maal de nominale steendiameter (D_{n50}) boven de bodem.

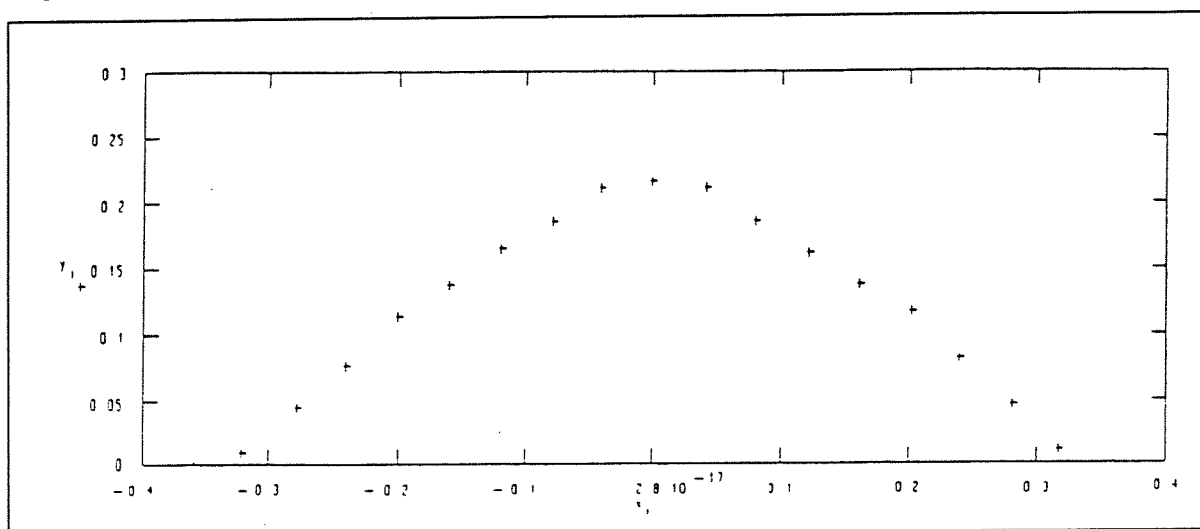
In [Manni en Vrijling, 1995] worden de van belang zijnde meetresultaten uit [WL Q673, 1989] geanalyseerd. De hierna volgende beschouwing is uit het eerstgenoemde werk afkomstig.

Een voorbeeld van een dwarsprofiel is in figuur 3.1 gegeven. Hierin is y_i de hoogte van het stort en x_i de breedte van het stort, beide met de eenheid in meters. De data zijn afkomstig uit proef nummer 4.

Zoals in hoofdstuk 2 al is vermeld, zal de dwarsdoorsnede van een stort in het eerste stadium van het stortproces de vorm van een Gaussprofiel hebben. Door de coördinaten van de dwarsdoorsnede in figuur 3.1 kan een 'Gausskromme' worden gefit met vergelijking:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{\text{Opp.}}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (29)$$

De oppervlakte van de dwarsdoorsnede (Opp.) wordt uit de coördinaten berekend met behulp van de trapeziumregel.



Figuur 3.1: Dwarsprofiel van proef 4 [Manni en Vrijling, 1995]

In [Manni en Vrijling, 1995] wordt op drie manieren de parameter σ (de spreiding) bepaald, te weten:

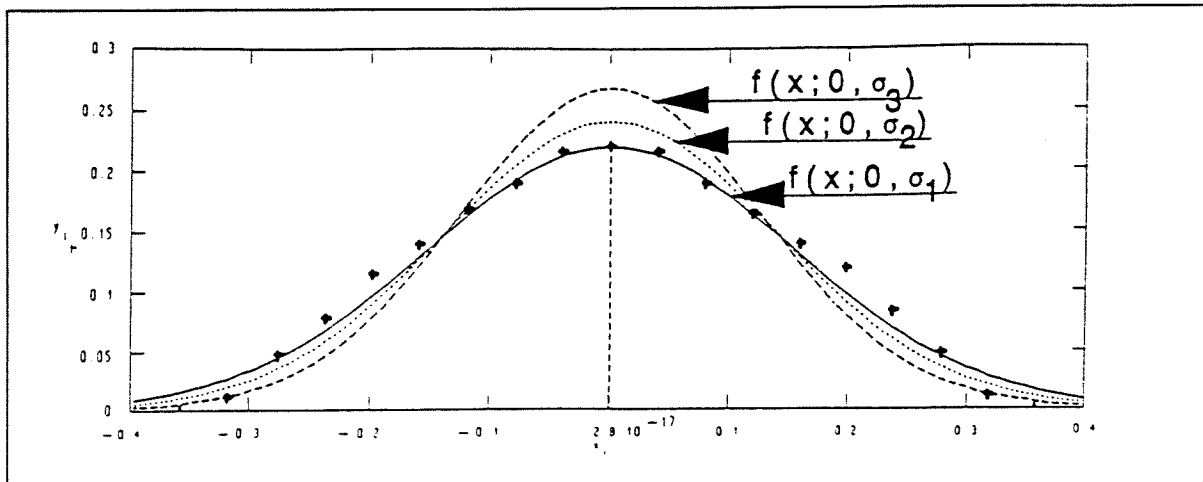
1. met een fit-procedure waarvoor de Levenberg-Marquardt methode wordt gebruikt. De Levenberg-Marquardt methode is een niet-lineaire kleinste kwadratenmethode. De berekende spreiding wordt σ_1 genoemd, of
2. uit het tweede moment van de dwarsdoorsnede. Deze berekende spreiding wordt σ_2 genoemd, of
3. uit de breedte op 1,5 maal een karakteristieke steendiameter boven de bodem. Gegeven een Gaussprofiel, moet gelden:

$$\frac{\text{Opp.}}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(0,5 \cdot B_{1,5,D})^2}{2\sigma^2}} = 1,5 \cdot D$$

De hiermee berekende spreiding wordt σ_3 genoemd.

Met de drie berekende spreidingen kunnen de bij de betreffende spreidingen horende Gausskrommen worden getekend. Dit is gedaan in figuur 3.2.

In [Manni, Vrijling, 1995] wordt geconstateerd dat de volgens de Levenberg-Marquardt methode bepaalde spreiding (σ_1), gezien de aansluiting bij de meetpunten, het best voldoet.



Figuur 3.2: Grafische voorstelling van de drie berekende Gausskrommen [Manni en Vrijling, 1995]

Voor de berekening van de spreiding met de Levenberg-Marquardt methode (σ_1) en met het tweede moment van de dwarsdoorsnede (σ_2) is het noodzakelijk dat het dwarsprofiel is bepaald. Dit is niet voor elke proef gebeurd. Wel is voor elke proef de zijdelingse spreiding bepaald op 1,5 maal de steendiameter boven de bodem. Vandaar dat in de hierna volgende tabellen in de kolommen $\sigma_{1,LM}$ en $\sigma_{2,2eM}$ niet bij elke proef een waarde staat.

Voor die proeven waar alleen de spreiding is bepaald op 1,5 maal de steendiameter boven de bodem, is in [Manni en Vrijling, 1995] de berekende spreiding σ_3 met een gemiddelde correctiefactor omgerekend naar een spreiding die zou volgen uit de Levenberg-Marquardt methode. De kolom $\sigma_{3,1.5D}$ is in tweeën gedeeld. In de linkerkolom staat de gecorrigeerde spreiding en in de rechterkolom de berekende spreiding σ_3 (ongecorrigeerd).

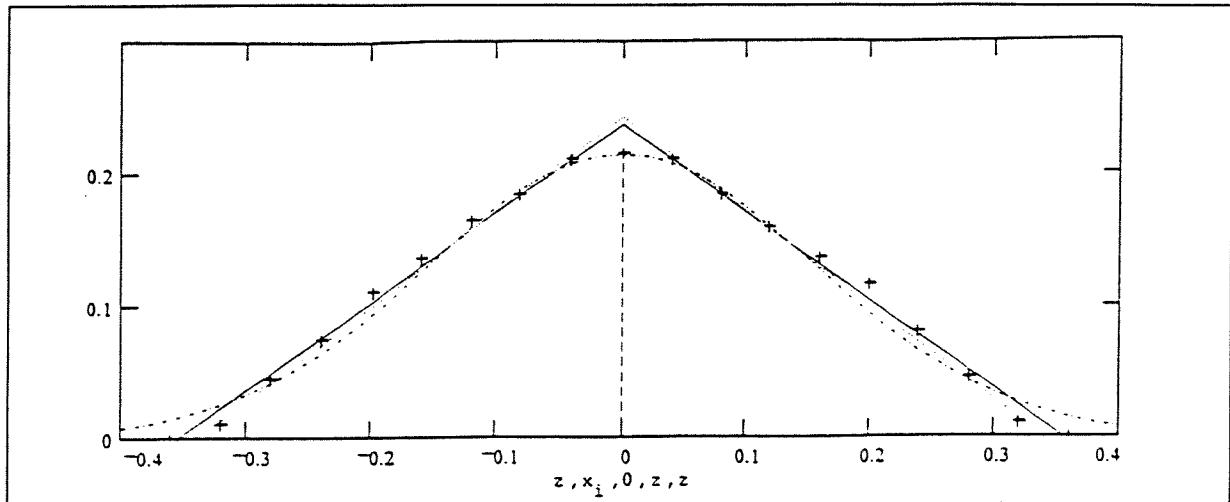
Omdat de spreiding bepaald uit de breedte op $1,5 \cdot D_{n50}$ boven de bodem, gegeven het Gaussprofiel, (σ_3) het meest overeenkomt met de manier waarop in het onderzoeksrapport van Zinkcon de σ is bepaald, wordt de σ_3 beschouwd als de waargenomen spreiding in de modelproef.

In het onderzoek van het WL en in [Manni en Vrijling, 1995] is echter gerekend met de nominale steendiameter (D_{n50}). In dit vooronderzoek wordt daarentegen gerekend met de zeefmaat van de stenen (D_{50}). Daarom zijn de berekeningen van σ_1 , σ_2 en σ_3 opnieuw uitgevoerd met de D_{50} in plaats van de D_{n50} .

De resultaten van de uitgevoerde berekeningen van σ_1 , σ_2 en σ_3 voor de experimenten uit de meetseries 1 tot en met 4 staan respectievelijk in tabel 3.14, 3.15, 3.16 en 3.17. Voor een uitleg van de in deze paragraaf nog niet genoemde overige grootheden in de tabellen, wordt verwezen naar §3.2.

In [Manni en Vrijling, 1995] wordt voor elke proef bekeken of het ontstane stortprofiel beter wordt beschreven door een Gausskromme of door een driehoeksprofiel. Zoals in hoofdstuk 2 beschreven houdt het driehoeksprofiel in dat het stortproces zich in het tweede stadium bevindt en dat de traagheidsstraal van het stortprofiel niet meer afhankelijk is van de waterdiepte, maar slechts van de hoeveelheid gestorte steen. In die gevallen dat het stortprofiel beter door een gelijkbenige driehoek wordt benaderd, kan de hier behandelde vergelijking voor σ_G uit het eerste stadium van het stortproces niet meer worden gebruikt. Deze experimenten mogen dan ook niet worden meegenomen in de hier gegeven beschouwing.

Als voorbeeld van een driehoeksprofiel in de experimenten van het WL is in figuur 3.3 een driehoeksprofiel getekend door de meetpunten van het dwarsprofiel van proef 4.

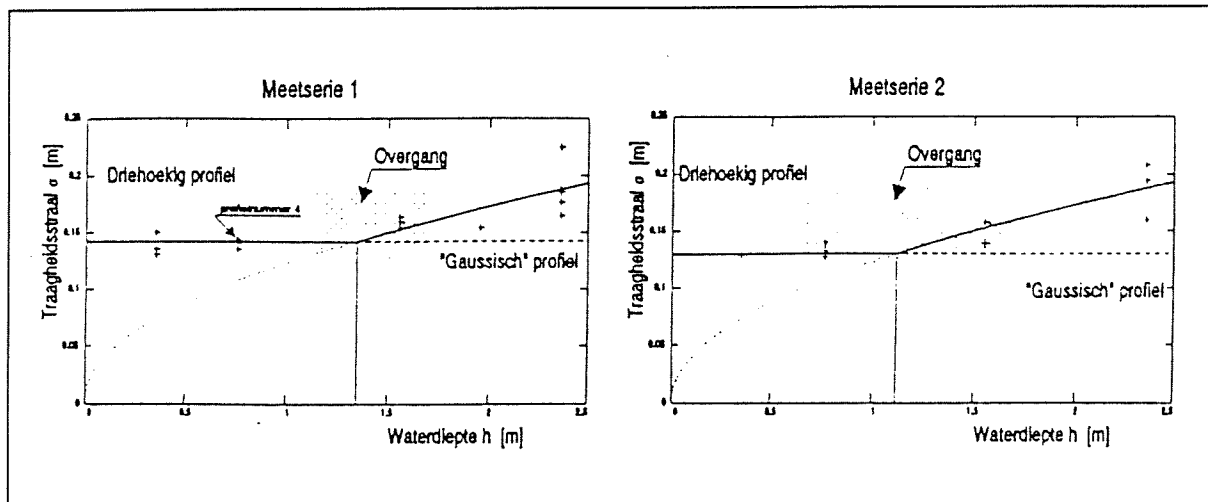


Figuur 3.3: Driehoeksprofiel door meetpunten dwarsprofiel proef 4 [Manni en Vrijling, 1995]

In figuur 3.4 zijn de σ 's van de verschillende experimenten uit meetserie 1 en meetserie 2 uitgezet tegen de waterdiepte. Dit geeft een beeld overeenkomstig het veronderstelde verband in figuur 2.2 uit hoofdstuk 2. Voor de meetseries 3 en 4 vertonen de grafieken van σ -h een soortgelijk verband als in figuur 3.4.

De volgende experimenten moeten op grond van de analyse in [Manni en Vrijling, 1995] in dit afstudeerwerk worden weggelaten:

- Meetserie 1: proefnummers 1, 2, 3 ($h = 0.35$ [m]) en 4, 5, 6 ($h = 0.76$ [m])
- Meetserie 2: proefnummers 24, 25 ($h = 0.35$ [m]) en 26, 27, 28 ($h = 0.76$ [m])
- Meetserie 3: geen (allemaal Gaussprofielen)
- Meetserie 4: proefnummers 55, 56, 57 ($h = 1.16$ [m]) en 58, 59, 60 ($h = 1.56$ [m]) en 61, 62, 64, ($h = 1.96$ [m])



Figuur 3.4: Driehoeks-, Overgangs- en Gaussprofiel voor meetseries 1 en 2 [Manni en Vrijling, 1995]

Op basis van de overgebleven experimenten kunnen de constante c en de constanten c , α van respectievelijk het ESM en het ZM per meetserie worden bepaald door lineaire regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode. Een overzicht van de berekende waarden van deze constanten voor grind staat gegeven in tabel 3.11 en voor stortsteen in tabel 3.12.

grind			
meetserie	ESM	ZM	
	c	c	α
1	3.402	1.727	0.491
3	4.669	2.786	0.464

Tabel 3.11: Vergelijking c en c, α (grind)

stortsteen			
meetserie	ESM	ZM	
	c	c	α
2	2.800	0.830	0.615
4	2.904	1.610	0.462

Tabel 3.12: Vergelijking c en c, α (stortsteen)

Met deze constanten kunnen vervolgens de spreiding volgens het ESM en de spreiding volgens het ZM worden bepaald volgens vergelijking (8) respectievelijk vergelijking (21). De uitkomsten van deze berekeningen zijn eveneens te zien in de tabellen 3.14 tot en met 3.17. Voor die experimenten waarin een driehoeksprofiel is ontstaan, is in de kolommen 'ESM' en 'ZM' een '-' gezet, wat inhoudt dat voor die experimenten niet met de hier beschouwde vergelijkingen een voorspelling van de spreiding kan worden gemaakt.

Per experiment is de constante c uit het ESM bepaald met vergelijking (24), waarin voor $r_{39,35\%}$ de variabele σ_3 is genomen. Het gemiddelde en de standaardafwijking van deze constante c zijn per meetserie bepaald op basis van de overgebleven experimenten en vermeld in tabel 3.13.

meetserie	μ_c	σ_c
1	3.402	0.304
2	2.786	0.106
3	4.683	0.573
4	2.901	0.973

Tabel 3.13: Waarden voor μ_c en σ_c per meetserie van het WL

MEETSERIE 1

proef nr.	diepte [m]	$\sigma_{1,LM}$ [mm]	$\sigma_{2,2eM}$ [mm]	$\sigma_{3,1.5D}$ [mm]	c [-]	$\sigma_{3,1.5D}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
op basis van de D_{n50}					o.b.v. D_{50}			
1	0.35	163.9	150.9	132.3	6.777	136.8	-	-
2	0.35			135.9	6.118	123.5	-	-
3	0.35			143.7	6.475	130.7	-	-
4	0.76	155.2	141.6	127.0	4.411	131.2	-	-
5	0.76			143.9	4.401	130.9	-	-
6	0.76			149.3	4.565	135.8	-	-
7	1.56	158.0	148.8	151.5	3.689	157.2	145.0	144.8
8	1.56			159.9	3.414	145.5	145.0	144.8
9	1.56			154.7	3.301	140.7	145.0	144.8
10	1.96	154.4	141.6	137.2	2.977	142.2	162.5	162.0
11	2.36			184.9	3.218	168.7	178.3	177.4
12	2.36	165.2	152.1	156.1	3.091	162.0	178.3	177.4
13	2.36			225.4	3.936	206.3	178.3	177.4
14	2.36			193.3	3.367	176.5	178.3	177.4
15	2.36			207.8	3.623	189.9	178.3	177.4

Tabel 3.14: Resultaten experimenten meetserie 1 WL Q673

MEETSERIE 2

proef nr.	diepte [m]	$\sigma_{1;LM}$ [mm]	$\sigma_{2;2eM}$ [mm]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	c [-]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
op basis van de D_{n50}					o.b.v. D_{50}			
24	0.35	138.0	129.9		4.434	127.1	-	-
25	0.35			131.9	4.846	138.9	-	-
26	0.76	137.0	126.6		3.348	141.4	-	-
27	0.76			140.3	3.504	148.0	-	-
28	0.76			131.9	3.289	138.9	-	-
29	1.56	146.8	139.3		2.629	159.1	169.4	165.1
30	1.56			158.0	2.763	167.2	169.4	165.1
31	1.56			157.8	2.758	166.9	169.4	165.1
32	1.56			158.0	2.763	167.2	169.4	165.1
33	2.36	169.1	159.4		2.811	209.2	208.4	213.0
34	2.36			194.9	2.789	207.6	208.4	213.0
35	2.36			208.1	2.988	222.4	208.4	213.0

Tabel 3.15: Resultaten experimenten meetserie 2 WL Q673

MEETSERIE 3

proef nr.	diepte [m]	$\sigma_{1;LM}$ [mm]	$\sigma_{2;2eM}$ [mm]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	c [-]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]
op basis van de D_{n50}					o.b.v. D_{50}			
41	1.16	118.0	121.5		5.373	137.0	119.0	120.4
42	1.16	84.8	81.4		4.388	111.9	119.0	120.4
43	1.16	101.6	96.0		4.392	112.0	119.0	120.4
44	1.16	92.3	87.8		4.588	117.0	119.0	120.4
45	1.56	104.6	108.8		5.103	150.9	138.1	138.1
46	1.56	101.3	97.6		4.200	124.2	138.1	138.1
47	1.96	166.4	160.1		6.004	199.0	154.7	153.5
48	1.96	122.8	123.0		4.474	148.3	154.7	153.5
49	1.96			143.9	4.568	151.4	154.7	153.5
50	2.36	136.3	130.7		4.138	150.5	169.8	167.3
51	2.36	132.3	128.2		3.789	137.8	169.8	167.3
52	2.36	131.4	131.8		4.482	163.0	169.8	167.3
53	2.36			170.1	4.941	179.7	169.8	167.3
54	2.36			176.0	5.120	186.2	169.8	167.3

Tabel 3.16: Resultaten experimenten meetserie 3 WL Q673

MEETSERIE 4

proef nr.	diepte [m]	$\sigma_{1;LM}$ [mm]	$\sigma_{2;2eM}$ [mm]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	c [-]	$\sigma_{3;1.5D}$ [mm]	ESM [mm]	ZM [mm]	
		op basis van de D_{n50}				o.b.v. D_{50}			
55	1.16	101.0	96.3	128.3	123.3	3.070	133.3	-	-
56	1.16	93.6	91.6		126.5	3.193	138.6	-	-
57	1.16	98.5	94.6		122.1	3.036	131.8	-	-
58	1.56	103.6	100.1		158.7	3.617	182.1	-	-
59	1.56	108.6	107.4		157.9	3.549	178.7	-	-
60	1.56	99.2	93.4		147.2	3.289	165.6	-	-
61	1.96	124.8	128.7		182.3	3.741	211.1	-	-
62	1.96	117.7	124.3		182.3	3.844	216.9	-	-
63	1.96	115.8	110.6		141.8	2.789	157.4	163.9	157.4
64	1.96				164.3	3.339	188.4	-	-
65	2.36	140.5	132.8		200.6	3.906	241.9	179.8	171.5
66	2.36	120.7	117.6		280.0	4.525	280.2	179.8	171.5
67	2.36	123.2	120.4		107.1	1.868	115.7	179.8	171.5
68	2.36	125.6	121.2		116.3	2.064	127.8	179.8	171.5
69	2.36	137.8	130.6		135.9	2.434	150.7	179.8	171.5
70	2.36	119.9	127.1		147.5	2.719	168.4	179.8	171.5

Tabel 3.17: Resultaten experimenten meetserie 4 WL Q673

4. Grafieken van de modelproefresultaten

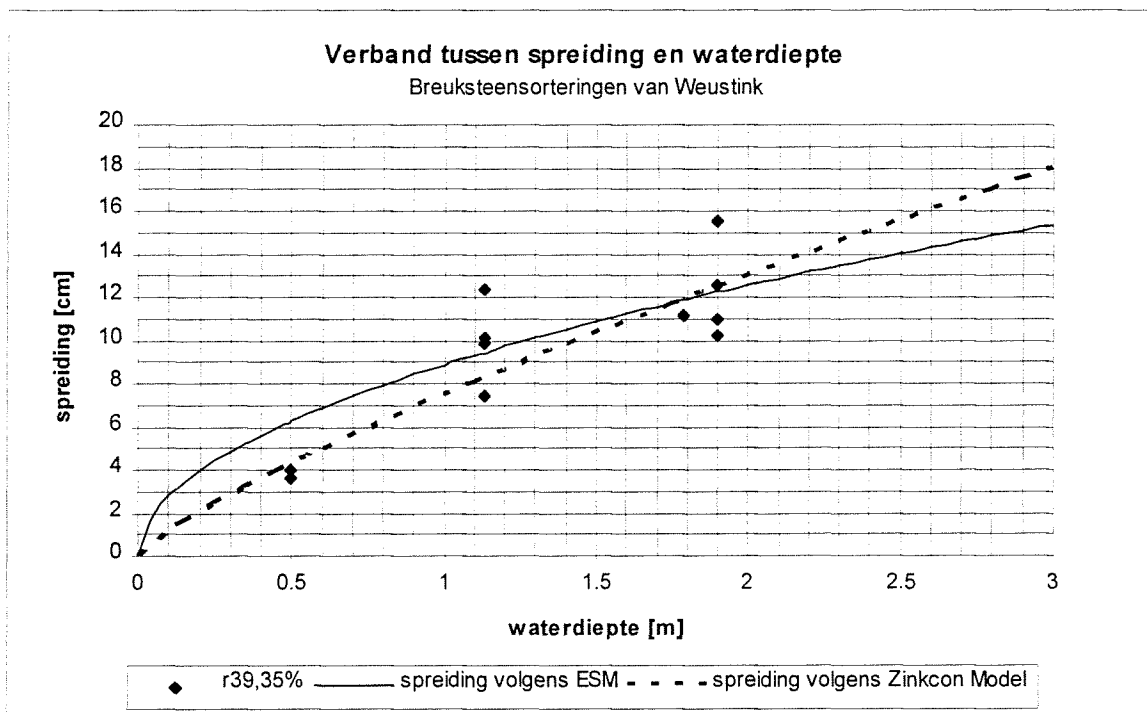
In dit hoofdstuk zullen de modelproefresultaten van Weustink, Van Oord, Zinkcon en het Waterloopkundig Laboratorium (Q673) in grafieken worden gepresenteerd. Op basis van de vergelijkingen ter bepaling van de horizontale verplaatsing van de stortstenen en de in de modelproeven gevarieerde grootheden, worden drie typen grafieken gecreëerd. Deze drie typen zijn:

1. spreiding vs. waterdiepte
2. spreiding vs. zeefmaat
3. berekende spreiding vs. waargenomen spreiding

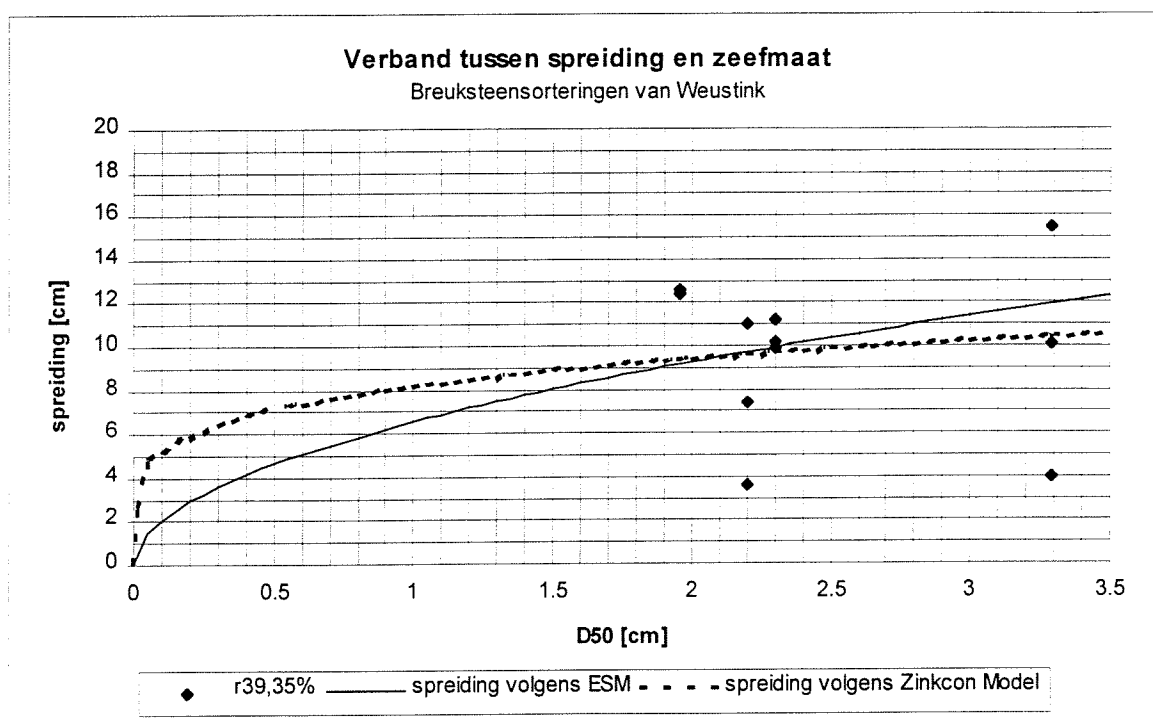
In de grafieken van het type 1 en 2 zijn de lijnen voor de 'spreiding volgens ESM' en de 'spreiding volgens Zinkcon-model' bepaald met respectievelijk de waterdiepte en de zeefmaat als variabele grootheid en de overige parameters in de vergelijkingen als gemiddelde van de in de betreffende grafiek geplote experimenten. De waarden voor de constanten c van het Enkele Steen Model en c , α van het Zinkcon Model in de vergelijkingen voor de twee lijnen volgden uit berekeningen door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode (zie hoofdstuk 3).

Omdat de invloeden van de waterdiepte, de massadichtheden van de steen en het water en de zeefmaat van de steen in de twee gebruikte modellen ter bepaling van de horizontale verplaatsing van de stenen in water op verschillende wijze worden verwerkt, zal de spreiding volgens de twee modellen ook van elkaar verschillen. Om een beeld te krijgen van het verschil tussen de berekende spreiding volgens de twee modellen en de waargenomen spreiding, worden voor de verschillende modelproeven grafieken van het type 3 gegeven.

In Bijlage E-1 worden de resultaten van de door Weustink, Van Oord en het WL uitgevoerde modelproeven met breuksteen in grafieken van het type 1 en 2 gepresenteerd. Als voorbeeld is in figuur 4.1 de grafiek van σ_G -h (type 1) voor de breuksteensorteringen van Weustink en in figuur 4.2 de grafiek van σ_G -D₅₀ (type 2) voor de breuksteensorteringen van Weustink gegeven.



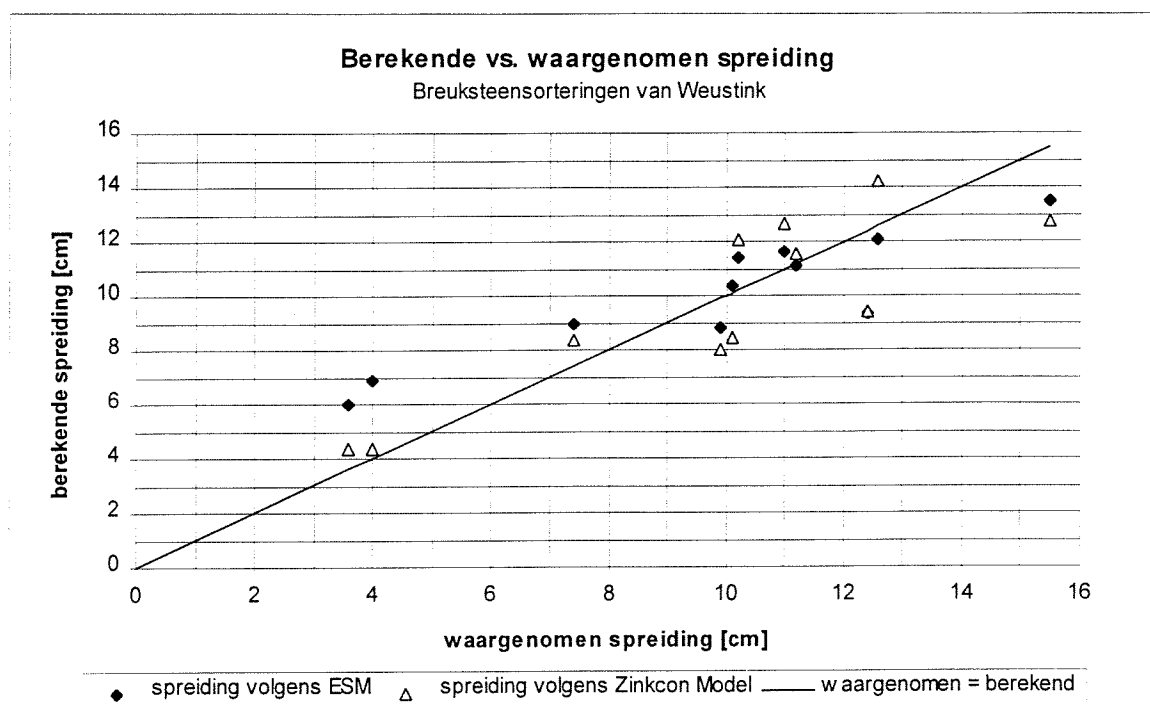
Figuur 4.1: σ_G -h voor de breuksteensorteringen van Weustink



Figuur 4.2: σ_G - D_{50} voor de breuksteensorteringen van Weustink

Vervolgens worden soortgelijke grafieken voor de grindsorteringen van Weustink, Zinkcon en het WL gegeven in Bijlage E-2. Bij de presentatie van de grafieken voor grind van Zinkcon is onderscheid gemaakt in de drie door Zinkcon gebruikte grindsorteringen, namelijk kif, gebroken grind en willekeurig grind. Bij de presentatie van de grafieken van het WL is onderscheid gemaakt in de vier meetseries. Omdat door Van Oord slechts twee experimenten met grind zijn uitgevoerd, was het niet mogelijk daarmee een lineaire-regressie berekening met behulp van de kleinste kwadraten methode uit te voeren ter bepaling van de coëfficiënten c en α voor het Zinkcon Model. Om deze reden zijn er geen grafieken van het type 1 en 2 gemaakt voor de grindproeven van Van Oord.

In Bijlage E-3 worden de grafieken van het type 3 gegeven. Hierbij is onderscheid gemaakt in experimenten met breuksteen en experimenten met grind. Als voorbeeld is in figuur 4.3 de grafiek van 'berekende spreiding vs. waargenomen spreiding' voor de breuksteensorteringen van Weustink gegeven. In deze grafiek zijn de experimenten met de subsorteringen weggelaten, omdat de waarden van de coëfficiënten in het ESM en het ZM zijn bepaald zonder de resultaten van de experimenten met deze subsorteringen.



Figuur 4.3: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de breuksteensorteringen van Weustink

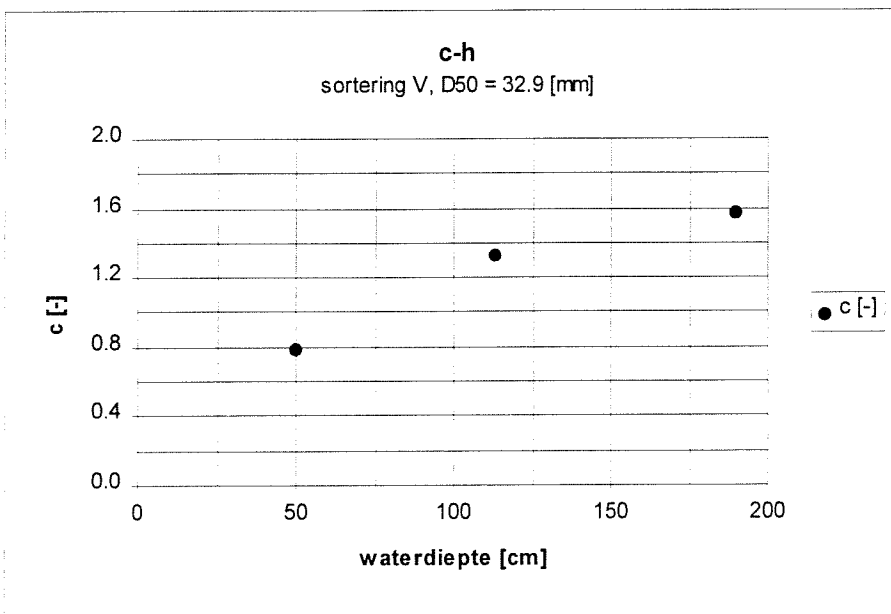
5. Analyse van de modelproefresultaten

In dit hoofdstuk zullen de modelproefresultaten van Weustink, Van Oord, Zinkcon en het WL worden geanalyseerd. De analyse heeft betrekking op het Enkele Steen Model en vindt plaats aan de hand van grafieken c-h, de parameter c uitgezet tegen de waterdiepte.

Op basis van de theoretische afleiding van het ESM wordt verondersteld dat de waarde van parameter c (per sortering) constant is, dat wil zeggen onafhankelijk van de waterdiepte en de steenafmeting (zie hoofdstuk 2). Indien deze veronderstelling juist is, zouden de punten in de grafieken c-h nagenoeg op een rechte horizontale lijn moeten liggen. De grafieken van c-h voor de sorteringen van de vier onderzoekers zijn gegeven in Bijlage F. Hierbij is onderscheid gemaakt in breuksteensorteringen en in grindsorteringen.

5.1 Analyse van de modelproefresultaten van Weustink

De grafieken van c-h voor de sorteringen I tot en met V staan gegeven in Bijlage F. Als voorbeeld is de grafiek van c-h voor sortering V gegeven in figuur 5.1.



Figuur 5.1: Verband tussen c en h voor sortering V van Weustink

In de zes grafieken van c-h van de sorteringen van Weustink in bijlage F (vier voor breuksteen en twee voor grind) is te zien dat de waarde van de parameter c niet als een constante kan worden beschouwd, aangezien de waarden van c voor een sortering niet op een horizontale rechte lijn liggen. Hierbij dient wel in ogenschouw te worden genomen dat er per sortering slechts twee of drie datapunten beschikbaar zijn.

Opvallend is verder dat de waarde van c voor de experimenten met sorteringen IV en V op een waterdiepte van 0,50 meter (proefnummer 070 respectievelijk 069) veel kleiner is dan de waarden op de overige waterdiepten met de betreffende sorteringen. Dit houdt in dat de waargenomen spreiding in de experimenten 070 en 069 op $h=0,50$ [m] veel kleiner is dan op grond van het ESM (met een constante c) zou zijn verwacht, zoals ook is te zien in tabel 3.2. Een mogelijke verklaring hiervoor is dat op deze relatief kleine waterdiepte de stenen nog te maken hebben met 'inspeelverschijnselen'. Hierover het volgende:

In het valproces van voorwerpen in water kunnen (mits de waterdiepte voldoende groot is) twee fasen worden onderscheiden: een fase waarin de beweging nog niet (gemiddeld) dezelfde is (de eerste fase)

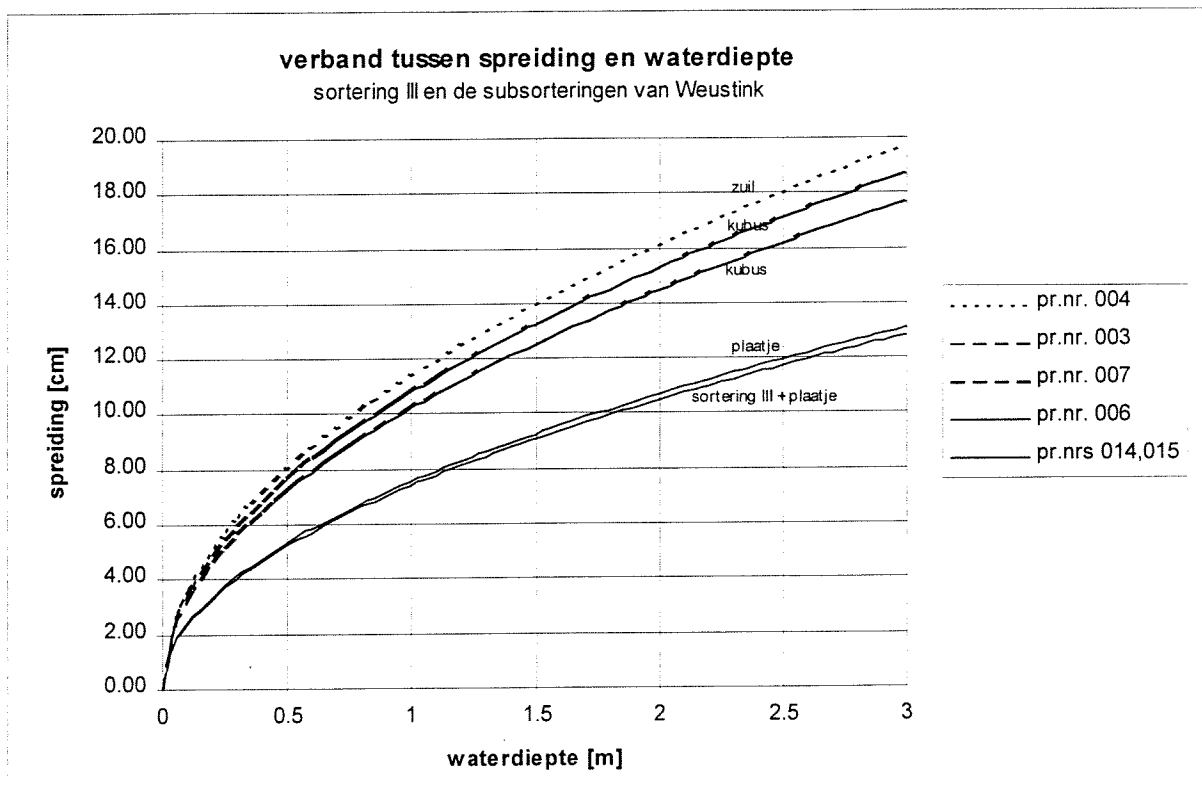
en een fase waarin dit geacht wordt wel het geval te zijn (de tweede fase). Het bereiken van de (gemiddelde en verticale) evenwichtsvalsnelheid is niet het einde van de eerste fase in het valproces. Dit is pas bereikt als ook de (gemiddelde) beweging van het voorwerp is ingetreden. Uit gegevensverwerking in [Meermans, 1998] van de proefresultaten van Van Oord blijkt dat de invloed van de eerste fase van de valbeweging op het eindresultaat groter wordt, naarmate de massa van het vallend voorwerp toeneemt. Aanneembaar is dat dit ook voor stenen geldt.

Als naar de gemiddelde waarden van de parameter c van elke sortering wordt gekeken, is opvallend dat deze van elkaar verschillen (zie ook tabel 3.3). De waarde van μ_c van sortering I is groter dan die van sortering V. Uit tabel 3.2 blijkt dat dit het gevolg is van de relatief grote waargenomen spreiding in de experimenten met sortering I. Op basis van het ESM zou echter mogen worden verwacht dat de spreiding van de stenen uit sortering V groter is, vanwege de evenredigheid van σ met de wortel uit de steendiameter. Hieronder wordt puntsgewijs onderzocht of bepaalde eigenschappen van de stenen of steensorteringen van invloed kunnen zijn geweest op de (te) grote spreiding van de stenen in sortering I danwel de (te) kleine spreiding van de stenen in sortering V. Te noemen zijn:

- De vorm van de stenen van sortering V verschillen dermate van de vorm van de stenen van sortering I, dat de invloed van de vorm van de stenen op de horizontale verplaatsing de grotere spreiding van de stenen uit sortering I tot gevolg had. De parameter c in het ESM is voornamelijk vormafhankelijk (aangestroomd oppervlak), zodat de relatief hoge waarde van μ_c van sortering I hierdoor verklaard zou kunnen worden. Over de vorm van de stenen uit de sorteringen I en V zijn echter geen gegevens beschikbaar.
- Vanwege de bijna twee keer grotere D_{50} van de stenen uit sortering V ten opzichte van de D_{50} van de stenen uit sortering I verschillen de waargenomen Reynoldsgetallen bij de experimenten met beide sorteringen erg van elkaar [Weustink, 1998, p.72].
Voor sortering I werd een Reynoldsgetal bepaald uit metingen van de valsnelheid van ongeveer 8000 en voor sortering V van 15000. Echter, beide getallen van Reynolds bevinden zich in het interval $10^3 < Re < 10^5$, zodat de waarde van de dragcoëfficiënt in beide gevallen constant kan worden verondersteld. De grotere spreiding van de stenen uit sortering I kan dus niet op basis van het verschil in Reynoldsgetal worden verklaard.
- Indien de wijdte van de zeefkrommen van de twee sorteringen erg van elkaar verschillen, dan is het theoretisch mogelijk dat sortering I een bredere zeefkromme heeft dan sortering V, waardoor de variatie in spreiding binnen sortering I groter is dan binnen sortering V.
Echter, uit de bijlagen van Weustink blijkt dat beide sorteringen een wijdte hebben van ongeveer 1,25 (wijdte = D_{85}/D_{15}). Op basis van een eventueel verschil in zeefkromme is de grotere spreiding van de stenen uit sortering I niet te verklaren.
- Ook een verschil in oppervlakteruwheid en/of hoekigheid van de stenen uit de sorteringen I en V kan geen oorzaak zijn van de grotere spreiding van de stenen uit sortering I, aangezien Weustink de stenen uit beide sorteringen omschrijft als 'onregelmatig en hoekig' (zie tabel 3.1).
- De grotere spreiding van de stenen uit sortering I zou verklaard kunnen worden door de inspeelverschijnselen bij de stenen uit sortering V. De zwaardere stenen uit sortering V zouden hun uiteindelijke (evenwichts) valbeweging en valbaan bij het bereiken van de bodem nog niet hebben aangenomen, zodat hun uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt gering is geweest.

Om de invloed van de vorm van een steen op de horizontale verplaatsing van die steen in water te kunnen bepalen, worden sortering III en de 4 subsorteringen apart beschouwd. Van de experimenten met sortering III wordt alleen proefnummer 014 beschouwd, omdat die net als de experimenten met de subsorteringen op een waterdiepte van 1,90 meter is uitgevoerd. Voor de bepaling van de invloed

van de vorm op de spreiding is per experiment de lijn bepaald van σ_G -h volgens het Enkele Steen Model met de uit de resultaten van het betreffende experiment bepaalde constante c. Het resultaat staat gegeven in figuur 5.2.



Figuur 5.2: σ_G -h voor sortering III en de subsorteringen van Weustink op $h = 1,90$ meter

De verschillende subsorteringen en sortering III zijn als volgt samengesteld. Uit een berg stenen van één sortering, met $\rho_s = 2485 \text{ [kg/m}^3\text{]}$, heeft Weustink willekeurig 100 stenen gepakt en die groep stenen sortering III genoemd. Vervolgens heeft hij uit de berg stenen selectief vier groepen stenen (subsorteringen) gecreëerd met binnen een groep ongeveer gelijke vorm. De door Weustink gecreëerde subsorteringen zijn:

- kubus:	$1.4 < L/d < 2.0$	117 stenen
- zuil:	$2.5 < L/d < 3.5$	96 stenen
- plaat:	$3.0 < L/d < 4.0$	78 stenen
- plaat:	$L/d > 4.0$	60 stenen

De L en d zijn respectievelijk de grootste en de kleinste afmetingen van de steen langs onderling loodrechte assen.

Aangezien de subsorteringen niet uit sortering III zijn gekozen, maar selectief uit de berg stenen, is jammer genoeg niets te zeggen over de procentuele verdeling van de verschillende vormen binnen sortering III. Als dit wel het geval was geweest, dan had een uitspraak gedaan kunnen worden over de mate waarin de procentuele aantallen van een bepaalde vorm van invloed zijn op de spreiding van de stenen uit sortering III.

Met betrekking tot figuur 5.2 zijn een aantal opmerkingen te maken:

- De bovengrens van de spreidingen in figuur 5.2 wordt bepaald door de lijn σ_G -h volgens het ESM voor de zuilen, en de ondergrens door de lijn σ_G -h volgens het ESM voor de plaatjes.

Dit is geheel in overeenkomst met de bevindingen uit het onderzoek van Van Oord, waarin de plaatjes een relatief kleine spreiding vertonen en voldoen aan het ESM en de kubussen een relatief grote spreiding vertonen en in een rechte lijn vallen onder een helling 1:5 met de vertikaal.

- De twee experimenten met plaatjes (proefnummers 006 en 005) liggen dicht bij elkaar dan de twee experimenten met kubussen (proefnummers 003 en 007).
Dit is opvallend, omdat de twee experimenten met kubussen zijn uitgevoerd met dezelfde subsortering, terwijl de experimenten met plaatjes zijn uitgevoerd met twee verschillende subsorteringen met elk een eigen L/d-verhouding. Op basis daarvan zou mogen worden verwacht dat het verschil tussen de spreiding van de twee experimenten met kubussen kleiner is dan tussen de twee experimenten met plaatjes.
- De spreiding van de zuilen is groter dan de spreiding van de kubussen (vergelijk experiment 004 met 003 en 007).
Uit waarnemingen van [Weustink, 1998, p.68] blijkt dat beide vormen korte tijd na het vallen in water gaan roteren. Waarschijnlijk heeft de zuil vanwege zijn langwerpige vorm slechts één as waarover de rotatie plaats kan vinden (de lange as van de steen). De kubus daarentegen heeft vanwege zijn vorm drie assen waarover de rotatie plaats kan vinden. Aannemelijk is dat een zuil bij het vallen in water sneller een (min of meer) vaste oriëntatie heeft aangenomen dan een kubus, daardoor ook sneller zijn uiteindelijke (roterende) beweging zal gaan uitoefenen (eerste fase van het valproces korter) en daardoor een grotere horizontale verplaatsing ondergaat (ervan uitgaande dat beide vormen in de tweede fase van het valproces vallen in een rechte lijn onder hoek α met de vertikaal).

De stenen in de verschillende subsorteringen van Weustink zijn zuil-, kubus- en plaatvormig. Het zijn dus geen 'echte' zuilen, kubussen of plaatjes. Toch is het interessant om de resultaten van de experimenten met de subsorteringen van Weustink te vergelijken met de proefresultaten van de experimenten met aluminium en betonnen kubussen en van de experimenten met verschillende platte vormen van [Van Oord, 1996]. Hierdoor is namelijk inzicht te verschaffen in de mate waarin de te verwachten horizontale verplaatsing van stenen te voorspellen is aan de hand van basisvormen.

Kubussen en zuilen

Van Oord heeft zowel aluminium als betonnen kubussen individueel gestort op vier verschillende waterdiepten. Het door hem gevonden verband tussen de spreiding en de waterdiepte was voor beide soorten kubussen lineair.

Met betrekking tot de kubus- en zuilvormige stenen van Weustink moet worden vermeld dat de σ_G -h lijnen in figuur 5.2 zijn bepaald per experiment, dat wil zeggen dat een lijn is bepaald op basis van één datapunt. De spreiding is daardoor evenredig met de wortel uit de waterdiepte volgens vergelijking (8).

Op een waterdiepte van 1,90 meter vertonen de kubussen (aluminium en beton) van Van Oord een spreiding van ongeveer 400 millimeter, terwijl de kubusvormige stenen van Weustink slechts een spreiding vertonen van ongeveer 140 millimeter.

Weustink heeft één experiment met aluminium zuilen uitgevoerd. Deze zuilen hadden een l:b:d-verhouding gelijk aan 2:1:1. Deze aluminium zuilen vertoonden op een waterdiepte van 1,90 meter een spreiding van 490 millimeter [Weustink, 1998, p.84]. Deze spreiding is groter dan de spreiding van de aluminium kubussen van Van Oord (zowel de aluminium zuilen van Weustink als de aluminium kubussen van Van Oord hadden afmetingen $b \times d = 25 \times 25$ mm). Dit is overeenkomstig de eerder gegeven verklaring dat zuilen als gevolg van slechts één voorkomende rotatie-as een kortere eerste fase kennen dan kubussen en daardoor een grotere horizontale verplaatsing ondergaan. De spreiding van de zuilvormige stenen van Weustink (proefnummer 004) is 157 millimeter. Dit is veel kleiner dan de spreiding van de aluminium zuilen.

Een verklaring voor de veel kleinere spreiding van de kubus- en zuilvormige stenen van Weustink dan de spreiding van de kubussen van Van Oord en de zuilen van Weustink kan worden gezocht in de stroming om het voorwerp. Bij de echte kubussen en zuilen wordt de grenslaagstroming ter plaatse van de ribben van de kubus/zuil gedwongen los te laten. Bij de kubus- en zuilvormige stenen van Weustink gebeurt dit loslaten van de grenslaagstroming als gevolg van de 'grilligheid' van de steen verdeeld over het oppervlak van de steen. Een gevolg van dit minder gefixeerd loslaten van de grenslaagstroming bij de kubus- en zuilvormige stenen is een kleiner drukverschil over weerszijden van de steen. Dit kleinere drukverschil heeft een kleinere resulterende horizontale kracht tot gevolg, waardoor de steen een kleinere horizontale verplaatsing ondergaat.

Plaatjes

Met betrekking tot de plaatjes kan worden opgemerkt dat de regelmatige vierkante plaatjes van Van Oord een ruim twee keer zo kleine spreiding ($27 < \sigma_G < 41$ [mm]) vertonen als de plaatvormige stenen van Weustink ($102 < \sigma_G < 104$ [mm]). Bij beide onderzoekers was gestort op een waterdiepte van 1,90 meter.

Een mogelijke verklaring wordt gevonden als wordt gekeken naar de L/d -verhouding van de twee sorteringen. De vierkante plaatjes van Van Oord hebben afmetingen van $l \cdot b \cdot d = 25 \cdot 25 \cdot 5$ mm. Dit komt neer op een L/d -verhouding van 7,14. De twee subsorteringen van Weustink met de plaatvormige stenen hebben een L/d -verhouding die varieert van 3 tot iets groter dan 4. De plaatvormige subsorteringen liggen qua vorm tussen de plaatjes van Van Oord en de kubus in ($(L/d)_{\text{kubus}} = 1,73$). Het is dus logisch dat de spreiding van de plaatjesvormige stenen van Weustink op basis van de vorm groter is dan de spreiding van de plaatjes van Van Oord, omdat de plaatjesvormige stenen van Weustink meer overeenkomsten vertonen met een kubus en daardoor een grotere bij de kubus horende spreiding vertonen.

De spreiding van basisvormige stenen is niet te voorspellen aan de hand van echte basisvormen. Uit bovenstaande blijkt dat de kubus- en zuilvormige stenen een beduidend kleinere spreiding vertonen dan de echte kubussen en zuilen. Dit in tegenstelling tot de plaatvormige stenen, die een twee keer zo grote spreiding als de echte plaatjes vertonen. Op basis hiervan kan worden geconcludeerd dat de valbeweging en valbaan van stortsteen en de daaruit resulterende spreiding niet aan de hand van basisvormen kan worden voorspeld.

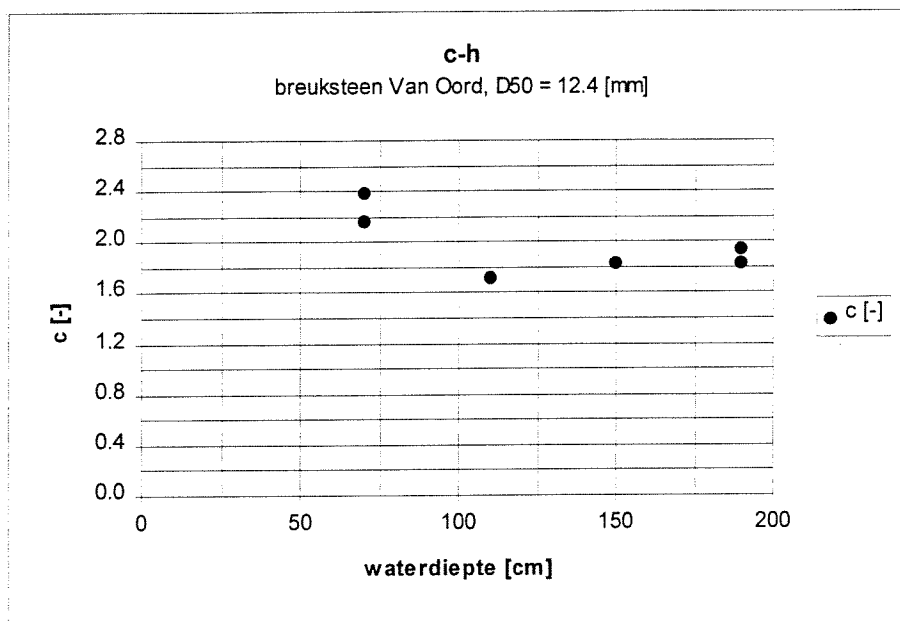
5.2 Analyse van de modelproefresultaten van Van Oord

De grafiek van c - h voor de breuksteensortering van Van Oord staat gegeven in Bijlage F en in figuur 5.3. Voor de grindsortering van Van Oord is geen grafiek van c - h gemaakt, omdat met de betreffende sortering slechts twee experimenten op gelijke waterdiepte zijn uitgevoerd. Hierdoor kan geen verband tussen c en h worden bepaald.

Opvallend in figuur 5.3 is dat de waarden van c voor de experimenten op een waterdiepte van 1,10, 1,50 en 1,90 [m] nagenoeg op een rechte horizontale lijn liggen. De twee experimenten op een waterdiepte van 0,50 [m] vertonen echter een grotere waarde van c . Dit in tegenstelling tot de experimenten met sortering IV en V van Weustink op 0,50 [m], waar de waarde van c op de betreffende waterdiepte kleiner is (zie bijvoorbeeld figuur 5.1 voor sortering V).

De afwijkende waarden van c op 0,50 [m] kunnen niet worden verklaard door inspeelverschijnselen, aangezien in dat geval de waarde van c kleiner dan 'het gemiddelde' zou moeten zijn. Een mogelijke verklaring is dat Van Oord in de betreffende experimenten net die stenen heeft gestort die op basis van hun vorm een grotere uitwijking tot gevolg hadden. Van Oord heeft namelijk niet in elk experiment een gelijk aantal stenen gestort, maar per experiment zoveel stenen dat de individuele uitwijking van elke steen nog duidelijk te onderscheiden was. Dit kan verklaren dat de spreiding van

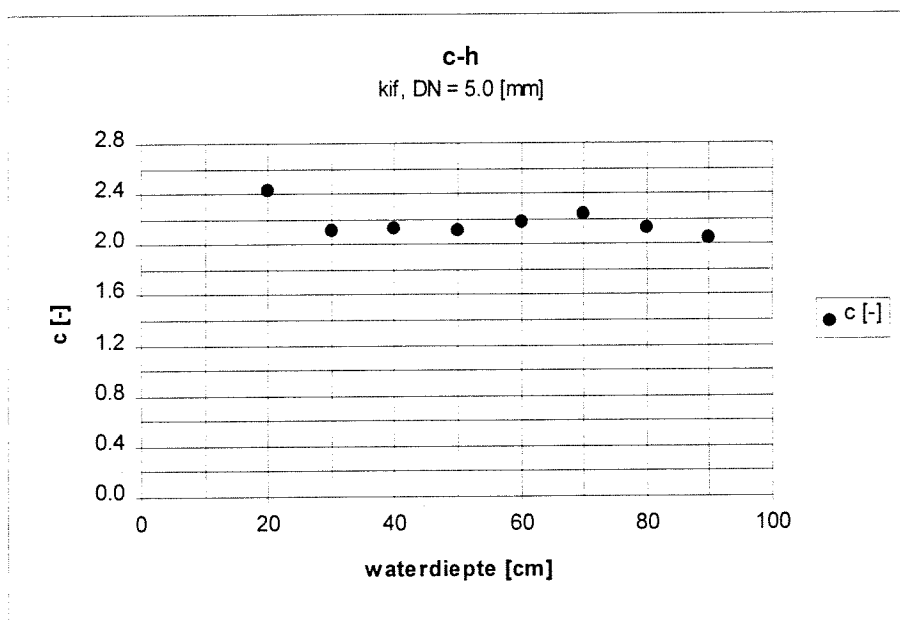
de stenen in de twee experimenten op een waterdiepte van 0,50 [m], waarin relatief weinig stenen zijn gestort, groter is geweest dan op basis van het ESM, met een constante c , zou mogen worden verwacht.



Figuur 5.3: Verband tussen c en h voor de breuksteensortering van Van Oord

5.3 Analyse van de modelproefresultaten van Zinkcon

De grafieken van c - h voor de grindsorteringen van Zinkcon staan gegeven in Bijlage F. Als voorbeeld is in figuur 5.4 de grafiek van c - h voor de kifsortering gegeven.



Figuur 5.4: Verband tussen c en h voor de kifsortering van Zinkcon

Op basis van de drie grafieken van c - h in bijlage F kan worden gesteld, dat voor alle drie de grindsorteringen de waarden van c om een denkbeeldige horizontale lijn liggen. Alleen de waarde van c voor het experiment met de kifsortering op 0,20 [m] ligt verhoudingsgewijs iets hoger (zie figuur 5.4).

Dit wordt toegeschreven aan het feit dat er in elk experiment een groot aantal (3000) stenen is gestort. Op de kleine waterdiepte van 0,20 [m] zullen de stenen volgens het ESM een kleinere spreiding vertonen dan op de grotere waterdiepten en zal er een smaller stortprofiel ontstaan (σ_G kleiner). Omdat echter wordt doorgestort tot er een laagdikte van ongeveer 6 maal de D_N ligt (zie §3.4), zullen er stenen van het stortprofiel afrollen. Op een waterdiepte van 0,20 [m] zal dit verschijnsel sterker aanwezig zijn dan op grotere waterdiepte. Omdat de spreiding in de door Zinkcon uitgevoerde experimenten is bepaald uit het stortprofiel (zie §2.2) kan de breedte van het stortprofiel op 0,20 [m] vanwege de afgerolde stenen breder zijn dan op grotere waterdiepten. Dit geeft een verklaring voor de grotere waarde van c op een waterdiepte van 0,20 [m] voor de kifsortering.

De drie door Zinkcon gebruikte grindsorteringen hebben dezelfde massadichtheid ($\rho_s=2650$ [kg/m³]). De massadichtheid van het water was in alle experimenten gelijk aan 1000 [kg/m³]. De kif- en gebroken grindsorteringen hebben tevens een gelijke zeefmaat en ongeveer gelijke nominale diameter (D_N). Op grond hiervan en van vergelijking (8) zou verwacht mogen worden dat de spreiding van de twee sorteringen op gelijke waterdiepten even groot is. Echter, gemiddeld over de 8 verschillende waterdiepten vertoont de kifsortering een 19% grotere waargenomen spreiding dan de gebroken grind sortering.

De verklaring hiervoor is dat de vorm van het kif verschilt van de vorm van het gebroken grind. In [Zinkcon, 1985, p.11] wordt de vorm van een steen gekwantificeerd aan de hand van de Corey Shape Factor (S.F.). Deze is als volgt gedefinieerd:

$$S.F. = \frac{c}{\sqrt{a \cdot b}} \quad (30)$$

waarin a , b en c respectievelijk de grootste, middelste en kleinste afmetingen van de steen zijn langs drie onderling loodrechte assen. De S.F. voor de drie grindsorteringen zijn:

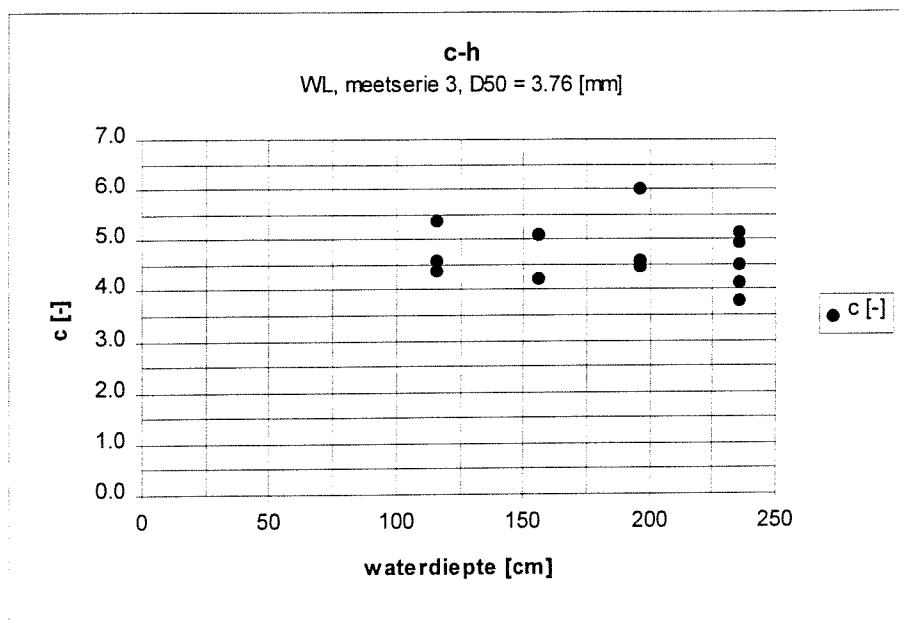
kif:	S.F. = 0.7 - 1
gebroken grind:	S.F. = 0.5
willekeurig grind:	S.F. = 0.7

Het kif heeft een duidelijk grotere S.F. dan het gebroken grind. Een S.F. van 1 komt overeen met een bol (alle drie de afmetingen zijn dan gelijk). Het kif is ronder van vorm dan het gebroken grind. Hieruit blijkt dat de spreiding van stenen in water vormafhankelijk is. Deze vormafhankelijkheid kan enerzijds tot uiting komen in de valbeweging en valbaan en daardoor op de spreiding en anderzijds in het afrollen van de stenen van het stortprofiel.

De sortering van willekeurig grind heeft een zeefmaat en nominale diameter die bijna twee keer zo groot zijn als de zeefmaat en nominale diameter van de kif- en gebroken grindsorteringen. Met de overige parameters gelijk zou volgens het ESM op grond van de evenredigheid van σ_G met de wortel uit de diameter mogen worden verwacht, dat de waargenomen spreiding (σ) voor de willekeurige grindsortering een factor $\sqrt{2}$ (=1,41) groter is dan voor de kif- en gebroken grindsortering. De waargenomen spreiding is echter een factor 1,8 groter op een waterdiepte van 0,90 meter en een factor 1,6 op een waterdiepte van 0,30 meter. Aangezien ρ_s , ρ_w en de waterdiepten bij de experimenten met de drie sorteringen gelijk zijn, zal de 'te grote' waargenomen spreiding zijn veroorzaakt door vorminvloeden. Zoals vermeld, neemt op kleinere waterdiepte de factor af van 1,8 tot 1,6. Dit zou er op kunnen duiden dat bij de experimenten met de willekeurige grindsorteringen, als gevolg van de grotere nominale diameter van de stenen in deze sortering, sprake is geweest van 'inspeelverschijnselen'.

5.4 Analyse van de modelproefresultaten van het WL (Q673)

De grafieken van c-h voor de meetseries 1 tot en met 4 staan gegeven in Bijlage F. Als voorbeeld is in figuur 5.5 de grafiek van c-h voor meetserie 3 gegeven.



Figuur 5.5: Verband tussen c en h voor meetserie 3 van het WL

Uit de vier grafieken van c-h in bijlage F (twee voor breuksteen en twee voor grind) is niet zonder meer een uitspraak te doen omtrent het wel of niet constant zijn van de waarde van c. Met enige voorzichtigheid zou kunnen worden verondersteld dat er een gemiddelde waarde van c bestaat met een zekere (grote) spreiding om dat gemiddelde. Het duidelijkst blijkt dat uit de grafiek van c-h voor meetserie 3 (figuur 5.5). Opvallend is echter dat de grafieken van c-h voor de sorteringen van de andere onderzoekers niet een soortgelijke grote spreiding om een gemiddelde vertonen.

Een mogelijke verklaring voor de grote spreiding in de waarde van c in de experimenten van het WL wordt gevonden als wordt gekeken naar de h/D_{50} verhouding voor de betreffende experimenten. Met uitzondering van de experimenten in meetserie 2 is de verhouding $h/D_{50} \geq 200$. Dat wil zeggen dat in prototype met een steen van bijvoorbeeld $D_{50} = 0,50$ [m] zou worden gestort op een waterdiepte van groter of gelijk aan 100 meter. Op deze waterdiepte kan worden aangenomen dat de stenen al over een groot gedeelte van het valtraject hun uiteindelijke valbeweging en valbaan hebben kunnen uitoefenen (tweede fase in het valproces). Vanwege de variatie in vorm en grootte van de stenen in een sortering, komt een verscheidenheid aan valbewegingen en valbanen voor in een sortering, met daaruitvolgende verschillende grootten van uitwijkingen van de stenen. Bij herhaling van een experiment op een waterdiepte is een andere spreiding mogelijk, afhankelijk van hoe de stenen over het laaddek zijn verdeeld (qua grootte en vorm) en het moment waarop een steen zijn voorkeursvalrichting aanneemt. Voor deze verklaring geldt dat extra data of aanvullend onderzoek is vereist om de gegeven verklaring te onderbouwen.

Uit vergelijking van de waarde van $\sigma_{1,LM}$ (die het meest overeenkomt met het stortprofiel, zie §3.5) voor grind met die van stortsteen in de tabellen 3.14 tot en met 3.17 blijkt dat de spreiding van grind gemiddeld gezien groter is dan de spreiding van stortsteen op overeenkomstige waterdiepten (vergelijk meetserie 1 met meetserie 2 en meetserie 3 met meetserie 4).

De stortsteen heeft op beide modelschalen een D_{50} die 2,5 à 3,0 keer groter is dan de D_{50} van het grind. Op grond van de in het Enkele Steen Model veronderstelde evenredigheid van de spreiding met

de wortel uit de zeefmaat, werd verwacht dat de stortsteen op overeenkomstige waterdiepten een $\sqrt{2,5}$ à $\sqrt{3,0}$ maal grotere spreiding zou vertonen dan het grind.

De onverwachte grotere spreiding van het grind wordt verklaard door de vorm van het grind. Er zijn geen gegevens omtrent de vormen van de door het WL gebruikte stortmateriaal, maar in het algemeen heeft grind een rondere, gladdere vorm dan stortsteen. Als daar in dit geval ook van wordt uitgegaan, dan is aannemelijk dat het grind gemakkelijker van de gestorte berg stenen afrolt dan stortsteen en daardoor een grotere spreiding vertoont.

Opvallend is verder dat de waarden van c uit de verschillende experimenten een factor 1.5 tot 4 groter zijn dan de waarden van c voor de experimenten van de andere onderzoekers. Hierop wordt in §5.5 teruggekomen.

5.5 Vergelijking tussen de vier onderzoeken

Zeefmaten

De zeefmaten van de door de vier onderzoekers gebruikte stortmaterialen blijken erg uiteen te lopen:

WL:	$D_{50} = 3,76 - 16,86$	[mm]
Zinkcon:	$D_{50} = 5,0$ en $9,6$	[mm]
Van Oord:	$D_{50} = 12,4$	[mm]
Weustink:	$D_{50} = 19,6 - 32,9$	[mm]

Voor de kleinste D_{50} 's van Zinkcon komt de waargenomen spreiding nagenoeg exact overeen met de berekende spreiding, zowel voor het Enkele Steen Model als voor het Zinkcon Model (grafiek E.25). Voor de al bijna 2,5 keer grotere D_{50} van Van Oord is de overeenkomst nog redelijk te noemen (grafiek E.22), doch al minder dan bij de kleinere D_{50} van Zinkcon. Als dan uiteindelijk wordt gekeken naar grafiek E.21, de berekende vs. waargenomen spreiding voor de breuksteensorteringen van Weustink, dan blijkt voor de relatief grote D_{50} 's de mate van overeenkomst tussen de berekende en waargenomen spreiding erg gering. Voor de relatief kleine tot middelgrote D_{50} 's van het WL, komt in de grafieken E.23 en E.26 een deel van de waargenomen spreiding in de experimenten goed overeen met de berekende spreiding en een deel van de waargenomen spreidingen komt slecht overeen met de berekende spreiding.

Een mogelijke verklaring voor deze verschillen zou gezocht kunnen worden in de aanname dat de dragcoëfficiënt, C_D , tijdens de valbeweging van de steen constant mag worden verondersteld. Deze veronderstelling gaat alleen op als het getal van Reynolds ligt in het interval: $10^3 < Re < 10^5$. Indien het Reynoldsgetal kleiner is dan 1000, is de stroming om de steen niet turbulent maar laminair, zodat het krachterspel op de steen anders is. Zodoende zouden de experimenten waarvoor dit het geval is niet representatief zijn voor een prototype situatie.

Om het Reynoldsgetal te bepalen waarbij de proeven zijn uitgevoerd, zijn gegevens nodig omtrent de valsnelheid of valtijd van de stenen in een experiment. Door het WL zijn in tegenstelling tot Weustink, Van Oord en Zinkcon, bij de uitvoering van de experimenten niet zulke metingen verricht. Om toch een indruk te krijgen van het Reynoldsgetal waarbij de experimenten van het WL in een bepaalde meetserie zijn uitgevoerd, wordt de volgende schatting gemaakt:

Het Reynoldsgetal wordt bepaald met de volgende vergelijking: $Re = \frac{w \cdot D_{50}}{\nu}$

De (evenwichts)valsnelheid (w) wordt bepaald door: $w = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot \frac{g \cdot V}{C_D \cdot A}}$

In [CUR/RWS, 1995] wordt gesteld dat in de praktijk voor stortsteen geldt: $0,5 < C_D < 1,5$. [Weustink, 1998, p.72] concludeert dat die waarden voornamelijk worden gevonden bij gebruik van

de zeefmaat (D_{50}) van de stenen. Door nu het gemiddelde van de C_D -waarde te nemen (1,0) en te veronderstellen dat $(V/A)=D_{50}$ (er wordt dan dus eigenlijk uitgegaan van een kubus) is een schatting te maken van de (evenwichts)valsnelheid van de stenen en daarmee van het Reynoldsgetal. De geschatte waarden voor w en Re staan in tabel 5.1. De waarden van Re zijn afgerond op veelvoud van 100.

Meetserie	w [m/s]	Re [-]
1	0.49	2900
2	0.73	9200
3	0.34	1000
4	0.60	5300

Tabel 5.1: Schatting Re proeven WL

De berekende Reynoldsgetallen bij de vier onderzoekers zijn:

WL:	1000	$< Re <$	9200
Zinkcon:	1034	$< Re <$	3312
Van Oord:	3284 (breuksteen)	$< Re <$	4965 (grind)
Weustink:	3302 (grind)	$< Re <$	14823 (breuksteen)

De waarden van Re voor de experimenten van Zinkcon, Van Oord en Weustink zijn afkomstig uit de rapporten van de betreffende onderzoekers. Hieruit blijkt dat de experimenten van Zinkcon met gebroken grind ($Re = 1034$) zich op de grens van de geldigheid van de aanname van constante C_d bevinden, evenals de experimenten van het WL in meetserie 3 ($Re \approx 1000$). Dit zou er op kunnen duiden dat de stroming van water om de steen tijdens zijn valbeweging in de betreffende proeven bij Zinkcon en het WL anders is geweest dan in de proeven bij Van Oord, Weustink en de overige proeven van Zinkcon en het WL. Een goede verklaring voor de verschillen tussen de 'waargenomen spreiding' en de 'berekende spreiding' geeft het echter niet.

Massadichtheden

Met betrekking tot de massadichtheden van de door de vier onderzoekers gebruikte breuksteen- en grindsorteringen kan het volgende worden vermeld:

Weustink:	breuksteen: $\rho_{s,gem} = 2390$ [kg/m ³]	grind: $\rho_{s,gem} = 1940$ [kg/m ³]
Van Oord:	breuksteen: $\rho_s = 3000$ [kg/m ³]	grind: $\rho_s = 2500$ [kg/m ³]
Zinkcon:		grind: $\rho_s = 2650$ [kg/m ³]
WL:	stortsteen: $\rho_s = 2680$ [kg/m ³]	grind: $\rho_s = 2590$ [kg/m ³]

De invloed van de massadichtheid van de stenen komt tot uiting in de factor (ρ_w/ρ_s) (zie vergelijking (8)). De massadichtheid van het water, ρ_w , was in alle vier de onderzoeken ongeveer 1000 [kg/m³]. Weustink heeft een relatief lage gemiddelde steenmassadichtheid. Dit geeft een grotere (ρ_w/ρ_s) dan met de steenmassadichtheden van Van Oord, Zinkcon en het WL en dus een grotere berekende spreiding (indien de waarde van c gelijk blijft).

Een groot verschil in de door de vier onderzoekers gebruikte sorteringen is dat Weustink, in tegenstelling tot Van Oord, Zinkcon en het WL, breuksteen- en grindsorteringen heeft gebruikt met verschillende massadichtheden. De 'spreiding volgens ESM' en 'spreiding volgens Zinkcon-model' in de grafieken E.21 en E.24 zijn berekend op basis van de gemiddelde massadichtheid van de stenen. Dit zou kunnen verklaren waarom de berekende spreiding niet goed overeenkomt met de waargenomen spreiding.

Voorkeur modellen

Het enige waarin het Zinkcon Model afwijkt van het Enkele Steen Model is de beschrijving van de parameter σ in de gezamenlijke kansdichtheidsfunctie van $\underline{X}$ en $\underline{Y}$ (of van de uitwijking r). Beide modellen gaan uit van een Random Walk van de stenen over het valtraject, oftewel een diffusiemodel. Indien in het Zinkcon Model de coëfficiënt α gelijk aan $\frac{1}{2}$ wordt genomen, blijkt de beschrijving van σ met het ZM op een constante na identiek aan het ESM.

Op basis van de grafieken E.21 tot en met E.26, waarin de waargenomen spreidingen tegen de berekende spreidingen zijn uitgezet, kan geen voorkeur worden uitgesproken voor één van de gebruikte modellen. Zowel voor de breuksteensorteringen als de grindsorteringen geven het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model een gelijke mate van afwijking tussen de berekende en de waargenomen spreiding. Omdat het Enkele Steen Model slechts één constante (c) bevat en het Zinkcon Model twee (c , α), gaat de voorkeur wegens de eenvoud uit naar het gebruik van het Enkele Steen Model.

Vergelijking van de constanten

Hieronder volgt een vergelijking van de aan de hand van de verschillende modelproeven bepaalde constanten. In tabel 5.2 en tabel 5.3 staan de constanten uit de tabellen in de paragrafen 5.1 tot en met 5.4 voor respectievelijk breuksteen en grind.

BREUKSTEEN	D ₅₀ [mm]	μ_c [-]	σ_c [-]	ESM	Zinkcon Model	
				c	c	α
<i>WEUSTINK</i>						
I	19.6	1.613	0.277			
III	23.0	1.373	0.157			
IV	22.0	1.075	0.236			
V	32.9	1.228	0.399			
I+III+IV+V (zonder sub)		1.296	0.306	1.361	0.214	0.797
<i>VAN OORD</i>		1.978	0.248	1.922	1.905	0.314
<i>WL</i>						
meetserie 2		2.786	0.106	2.800	0.830	0.615
meetserie 4		2.901	0.973	2.904	1.610	0.462

Tabel 5.2: Overzicht van de constanten voor de breuksteensorteringen

GRIND	D ₅₀ [mm]	μ_c [-]	σ_c [-]	ESM	Zinkcon Model	
				c	c	α
<i>WEUSTINK</i>						
II A	14.6	0.863	0.079			
II B	22.7	1.292	0.331			
II A + II B		1.077	0.316	1.039	2.431	0.155
<i>ZINKCON</i>						
kif	5.0	2.177	0.115	2.152	1.361	0.438
gebroken grind	4.7	1.946	0.099	1.950	0.843	0.527
willekeurig grind	9.2	2.223	0.084	2.231	1.032	0.512
<i>VAN OORD</i>	15.1	1.365	0.031	1.365	-	-
<i>WL</i>						
meetserie 1	7.81	3.402	0.304	3.402	1.727	0.491
meetserie 3	3.76	4.683	0.573	4.669	2.786	0.464

Tabel 5.3: Overzicht van de constanten voor de grindsorteringen

Allereerst worden de per sortering bepaalde constanten μ_c met elkaar vergeleken. Zoals uit de tabellen blijkt, komen de gevonden waarden voor de constante μ_c per steensoort slecht overeen. Zowel voor breuksteen als voor grind vindt Weustink relatief lage waarden voor μ_c en het WL juist relatief hoge. Om de oorzaak hiervoor te vinden, moet worden teruggegaan naar de afleiding van het Enkele Steen Model. Het eindresultaat van die afleiding is al gegeven in vergelijking (1), namelijk:

$$\sigma_G = \frac{\gamma''}{\sqrt{St^3}} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot c_L \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (1)$$

Dit is vereenvoudigd tot vergelijking (8), te weten:

$$\sigma_G = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D_{50}} \quad (8)$$

Hieruit volgt dat de constante c wordt gegeven door:

$$c = \frac{\gamma''}{\sqrt{St^3}} \cdot c_L \quad (31)$$

De factor γ'' is in feite een soort vormfactor. In de vergelijkingen voor de verschillende op de steen werkende krachten komt het aangestroomde oppervlak voor. Dit aangestroomde oppervlak wordt gegeven door een vormfactor maal een kenmerkende afmeting van de steen in het kwadraat. De verschillende factoren met betrekking tot het oppervlak van de steen zijn verwerkt in deze factor γ'' . Zoals al eerder vermeld bij de behandeling van de resultaten van de experimenten van Weustink, is de vorm van de steen erg van invloed op de uiteindelijke horizontale verplaatsing. Aangezien er geen gegevens omtrent de vormen van de door Van Oord en Weustink gebruikte stenen voorhanden waren (afgezien van de subsorteringen van Weustink), wordt verondersteld dat deze dermate van elkaar verschillen dat de nauwelijks overeenkomende waarden van μ_c per steensoort op basis daarvan kunnen worden verklaard.

De relatief erg grote waarden van μ_c voor de sorteringen van het WL, worden verklaard door het grote aantal stenen dat per experiment is gestort. De stortprofielen van de in dit afstudeerwerk beschouwde experimenten van het WL zijn volgens [Manni en Vrijling, 1995] allemaal Gaussisch. Het afrollen van stenen, dat optreedt bij een driehoeksprofiel, kan dan ook niet de oorzaak zijn van de grotere spreidingen van de stenen en de daaruit resulterende grotere waarden van de constante c. Indien echter wordt verondersteld dat tijdens het stortproces een driehoeksprofiel ontstaat, waarvan een gedeelte is afgeschoven, dan kan bij het 'op het oog' bepalen van de vorm van het stortprofiel in [Manni en Vrijling, 1995] voor bepaalde experimenten zijn bepaald dat het stortprofiel Gaussisch is, terwijl het eigenlijk een afgeschoven driehoeksprofiel is. Op basis van deze veronderstelling kunnen de grote spreidingen en grote waarden van c voor de experimenten van het WL worden verklaard. Benadrukt wordt dat het een veronderstelling is en dat nader onderzoek is vereist om dit met zekerheid te kunnen vaststellen.

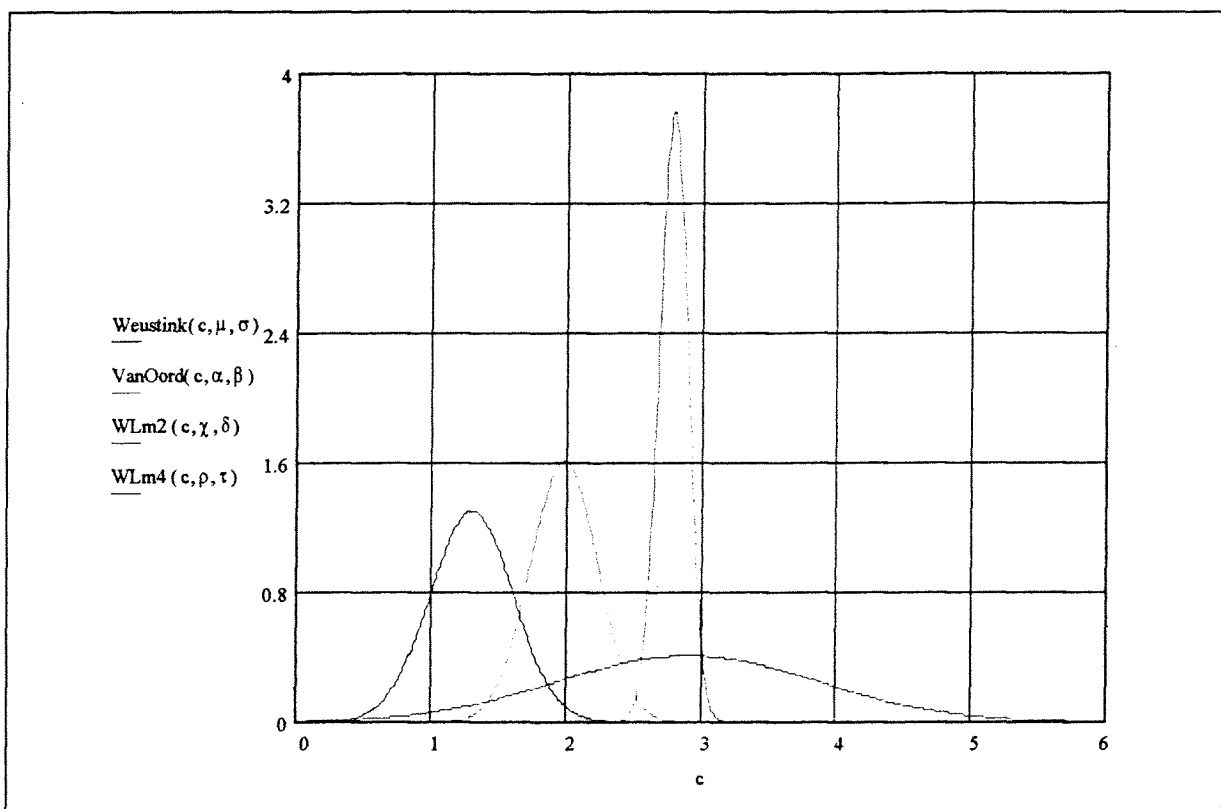
Als tweede worden de constante c van het ESM en de constanten c en α van het Zinkcon Model, zoals bepaald door lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode, met elkaar vergeleken.

Ook hier valt op dat de verschillende waarden van c (ESM) en c, α (ZM) van de vier onderzoekers onderling sterk van elkaar verschillen. Hiervoor wordt een zelfde verklaring gegeven als bij de verschillen tussen μ_c , namelijk enerzijds de verschillen in vorm van de in de verschillende sorteringen gebruikte stenen en anderzijds de verschillen in uitvoering van de experimenten (Weustink en Van Oord individueel gestorte stenen in een enkele laag, Zinkcon en het WL lijnstorten waar stenen van het gestorte profiel kunnen afrollen).

5.6 Kansdichtheidsfuncties van c

Met de waarden van μ_c en σ_c in de tabellen 5.2 en 5.3 is de kansdichtheidsfunctie van de constante c per sortering te bepalen. Aangenomen wordt dat de constante c normaal verdeeld is. In Bijlage G zijn de kansdichtheidsfuncties gegeven. Onderscheid is wederom gemaakt in breuksteensorteringen en grindsorteringen. Omdat Weustink vier breuksteensorteringen heeft gebruikt en twee grindsorteringen, zijn de verdelingen van deze sorteringen ook in aparte grafieken weergegeven. Als voorbeeld zijn in figuur 5.6 de kansdichtheidsfuncties van de breuksteensorteringen gegeven.

Opvallend bij de verdelingen van de constanten c van de breuksteensorteringen van Weustink is, dat ondanks de verschillen in zeefmaat (D_{50}) van de vier sorteringen de kansdichtheidsfuncties elkaar voor het grootste deel overlappen. De kansdichtheidsfunctie voor de vier breuksteensorteringen tezamen ('alles') kan worden beschouwd als de kansdichtheidsfunctie van de constante c voor de breuksteensorteringen van Weustink.



Figuur 5.6: Kansdichtheidsfuncties van c voor de breuksteensorteringen

Echter, als wordt gekeken naar de grafiek van de kansdichtheidsfuncties voor de breuksteensorteringen van de vier onderzoekers (figuur 5.6), dan blijkt dat er niet één vaste kansdichtheidsfunctie voor breuksteen is. De kansdichtheidsfunctie voor het door Weustink gebruikte breuksteen geeft een gemiddelde waarde van c (μ_c) van ongeveer 1,3, terwijl bij Van Oord geldt $\mu_c \approx 2$ en voor het breuksteen van het WL kan worden gesteld $\mu_c \approx 3$.

Een verklaring hiervoor zou gezocht kunnen worden in een afhankelijkheid van de constante c van de D_{50} . Hier wordt later op teruggekomen, bij de beschouwing van de grafieken van $c_{gem}-D_{50}$ (§5.7).

Een zelfde beschouwing kan ook worden gegeven voor de kansdichtheidsfuncties van de grindsorteringen. De kansdichtheidsfunctie van de twee grindsorteringen van Weustink samen ('alles') kan worden gezien als de kansdichtheidsfunctie voor het grind van Weustink. Indien echter ook hier naar de kansdichtheidsfuncties van alle grindsorteringen van de vier onderzoekers wordt gekeken, blijkt er niet één bepaalde kansdichtheidsfunctie voor grind in het algemeen te zijn. Wel valt op dat

de drie kansdichtheidsfuncties voor de grindsorteringen van Zinkcon elkaar grotendeels overlappen. Hiervoor zou dus één gezamenlijke kansdichtheidsfunctie kunnen worden gemaakt. Aangezien de kansdichtheidsfunctie van het grind van Van Oord slechts is gebaseerd op twee proeven, zou deze qua ligging bij die van Weustink kunnen worden getrokken. Er blijven dan in principe vier kansdichtheidsfuncties over; Weustink en Van Oord ($\mu_c \approx 1,2$), Zinkcon ($\mu_c \approx 2,1$) en twee keer het WL (meetserie 1 ($\mu_c \approx 3,4$) en meetserie 3 ($\mu_c \approx 4,7$)).

Ook hier kan een verklaring worden gezocht in een afhankelijkheid van de constante c van de D_{50} (§5.7).

Op basis van de grafieken in Bijlage G kan worden geconcludeerd dat er niet één bepaalde waarde van c voor breuksteen en één bepaalde waarde van c voor grind is. Opvallend is echter wel dat de kansdichtheidsfuncties van c voor de sorteringen van Weustink en Van Oord elkaar min of meer overlappen en dat de kansdichtheidsfuncties van de sorteringen van Zinkcon en het WL meer naar rechts liggen (μ_c is groter). Tussen de kansdichtheidsfuncties van Zinkcon en het WL zit eveneens een groot verschil. Dit is goed te zien in grafiek F.4, de kansdichtheidsfuncties van c voor alle grindsorteringen. Op grond hiervan ontstaat de gedachte dat de manier van uitvoeren van de experimenten mede van invloed kan zijn op de waarde van c (en dus op de spreiding). Weustink en van Oord hebben namelijk beide individuele stenen gestort (relatief kleine μ_c) en Zinkcon en het WL hebben beide een schuifstortor gemodelleerd (lijnstort) (relatief grote μ_c). Het verschil tussen Zinkcon en het WL in uitvoeren is geweest dat Zinkcon slechts stortte tot een hoogte van 6 maal de D_N en dat het WL een vaste hoeveelheid stenen stortte, waardoor er een groter stortprofiel is ontstaan en de stenen dus makkelijker en verder konden afrollen (grotere μ_c dan Zinkcon).

5.7 Verband tussen c_{gem} en D_{50}

Om te onderzoeken of er een verband bestaat tussen de waarde van c_{gem} ($= \mu_c$) en de zeefmaat van de steensortering (D_{50}), zijn grafieken gemaakt waarin c_{gem} tegen D_{50} is uitgezet. De grafieken zijn gegeven in Bijlage H.

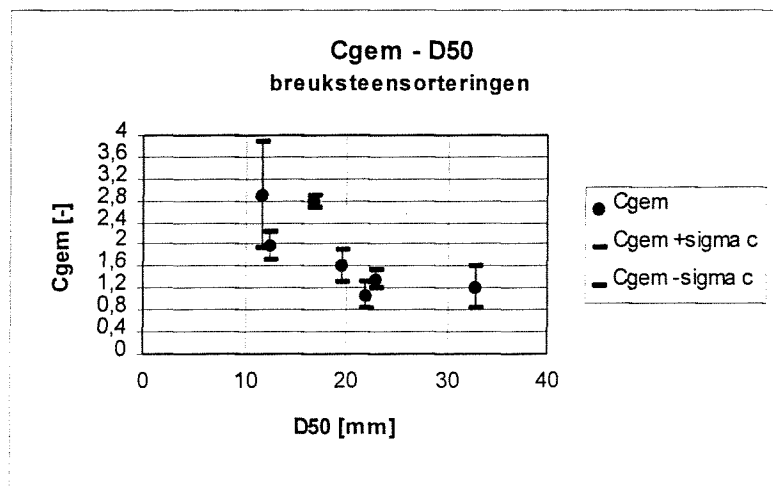
Opvallend in de grafieken voor breuksteen is dat vanaf een D_{50} van ongeveer 20 millimeter de waarde van c_{gem} bij benadering constant is te veronderstellen. Voor waarden van $D_{50} < 20$ [mm] neemt de waarde van c_{gem} toe met afnemende D_{50} .

Voor de grindsorteringen is een soortgelijk verband waar te nemen, met dat verschil dat de overgang bij ongeveer een D_{50} van 15 millimeter zit. Dus voor $D_{50} > 15$ [mm] is de waarde van c_{gem} constant te veronderstellen en voor $D_{50} < 15$ [mm] neemt de waarde van c_{gem} toe met afnemende D_{50} .

Voor de veronderstellingen op basis van deze grafieken geldt dat ze niet hard gemaakt kunnen worden en dat aanvullende data of een aanvullend onderzoek is vereist om de veronderstellingen te onderbouwen.

Als voorbeeld van het bovengenoemde veronderstelde verband is in figuur 5.7 de grafiek van c_{gem} - D_{50} voor breuksteen weergegeven met daarin de horizontale en schuine lijn geschetst.

Opvallend in grafiek H.2 in bijlage H is dat de c_{gem} van meetserie 3 van het WL en de c_{gem} van de gebroken grind sortering van Zinkcon in de schuine tak zitten. Voor deze experimenten was het Reynoldsgetal ongeveer gelijk aan 1000, wat betekent dat voor die experimenten nog net met een constante C_d -waarde mocht worden gerekend. Wellicht is het feit dat er een schuine tak in de grafieken van c_{gem} - D_{50} zit het gevolg van schaaleffecten, doordat voor te kleine stortmaterialen het Reynoldsgetal niet groot genoeg is en het krachtenspel op de steen significant verschilt van een prototypesituatie.

Figuur 5.7: c_{gem} - D_{50} voor de breuksteensorteringen

6. Samenvatting en conclusies

6.1 Samenvatting van de analyse van de modelproefresultaten

In de analyse van de uitgevoerde experimenten van de vier behandelde onderzoekers zijn verschillende verklaringen gegeven voor de (on)verwachte waargenomen spreidingen van de stenen in bepaalde experimenten. De verklaringen die werden gegeven, blijken verdeeld te kunnen worden in een viertal klassen, te weten:

- a) inspeelverschijnselen (eerste fase in het valproces), of
- b) de (specifieke) vorm van de stenen, of
- c) de vorm van het stortprofiel (eerste of tweede stadium in het stortproces), of
- d) een Reynoldsgetal rond de 1000.

Hieronder worden de verschillende klassen toegelicht.

Klasse a: inspeelverschijnselen

Zoals in §5.1 al is vermeld, zijn in het valproces van een steen in water twee fasen te onderscheiden. De lengte van de eerste fase wordt bepaald door de tijd die de steen nodig heeft om zijn evenwichtsvalsnelheid en zijn gemiddelde valbeweging en valbaan te bereiken. Deze eerste fase wordt gekenmerkt door inspeelverschijnselen.

Uit [Meermans, 1998] blijkt dat voornamelijk de massa, de afmetingen en de vorm van een steen van invloed zijn op de lengte (duur) van de eerste fase. Uit $M=\rho \cdot V$ volgt dat een kleine steen met grote massadichtheid dus een even lange eerste fase kan hebben als een grote steen met kleine massadichtheid. Op grond van die grafieken van c-h waarin de waarde van c op kleine waterdiepten kleiner is dan op grote waterdiepten, lijken de inspeelverschijnselen van invloed te zijn op de spreiding van de stenen op de relatief kleine waterdiepten.

Klasse b: (specifieke) vorm van de stenen

De invloed van een specifieke vorm van een steen op de spreiding in een experiment is te bepalen uit de experimenten van Weustink met de kubusvormige, zuilvormige en plaatvormige stenen uit de verschillende subsorteringen.

Ook uit vergelijking van de spreiding van de stenen in de experimenten met kif met die van gebroken grind van Zinkcon, waarin D_{50} , h en ρ_s (bij benadering) gelijk zijn, lijkt, op basis van het verschil in de waarde van de Corey Shape Factor (S.F.) voor beide sorteringen, de vorm van de stenen van invloed te zijn geweest op de spreiding van de stenen in de betreffende experimenten.

Klasse c: de vorm van het stortprofiel

Uit het woord 'stortprofiel' blijkt al dat het hier experimenten betreft waarin de gestorte stenen een berg vormen. Dit is alleen het geval geweest in de onderzoeken van Zinkcon en het WL.

Bij het storten van voldoende stenen in een lijnstort zal de dwarsdoorsnede over het stort de vorm hebben van een Gaussische kansdichtheidsfunctie, het zogenaamde Gaussprofiel. Zolang dit het geval is, spreekt men van het eerste stadium in het stortproces. Dit eerste stadium eindigt als er zoveel steen is gestort, dat op enig punt van het stortprofiel de evenwichtshelling (het 'natuurlijk talud') ϕ wordt bereikt.

Er treedt vervolgens een overgangsfase in het stortproces op, waarin de evenwichtshelling ϕ over een steeds groter deel van het stortprofiel van de dwarsdoorsnede wordt bereikt. Dit type stortprofielen worden Overgangsprofielen genoemd.

Als met het storten van stenen wordt doorgedaan, is op een gegeven ogenblik overal in het stortprofiel de evenwichtshelling bereikt. Op dat moment vangt het tweede stadium in het stortproces aan. Het profiel van de dwarsdoorsnede is dan een gelijkbenige driehoek, waarvan het oppervlak door toevoegen van stortsteen geometrisch gelijkvormig wordt vergroot. Dit profiel wordt het Driehoeksprofiel genoemd. De spreiding in het Driehoeksprofiel, σ_{Δ} , is in dit stadium onafhankelijk van de waterdiepte.

Het Enkele Steen Model alsmede het Zinkcon Model zijn afgeleid in de veronderstelling dat de spreiding van de stenen normaal verdeeld is. Indien een stortprofiel op de bodem ontstaat, zoals in de experimenten van Zinkcon en het WL, dan is het slechts verantwoord een voorspelling van de spreiding van de stenen in een experiment te maken met het ESM of het ZM, indien er een Gaussprofiel is ontstaan. In het geval een Overgangs- of een Driehoeksprofiel is ontstaan, kan de spreiding niet met deze modellen worden voorspeld.

Zoals in §3.4 is beschreven, is in de experimenten van Zinkcon gestort tot het op de bodem ontstane profiel een hoogte had van ongeveer 3 centimeter. Aangezien de spreiding, σ , toeneemt met toenemende waterdiepte (zie tabel 3.8) en de hoogte van het stortprofiel in ieder experiment bij benadering gelijk is, houdt dit in dat met toenemende waterdiepte het oppervlak van de dwarsdoorsnede, A , ook toeneemt en er op grotere waterdiepte dus meer stenen zijn gestort.

Zolang de helling van het stortprofiel bij blijven doorstorten van stenen nog niet gelijk wordt aan de evenwichtshelling ϕ , zal de vorm van het stortprofiel Gaussisch blijven. Uit andere dan de in dit werk beschouwde experimenten van Zinkcon [Zinkcon, 1985], maar wel met hetzelfde stortmateriaal blijkt, dat op een waterdiepte van 0,9 meter pas na 8 keer storten van een lading van 1500 stenen de evenwichtshelling ϕ wordt bereikt. Op een waterdiepte van 0,3 meter wordt de evenwichtshelling bereikt na 5 tot 6 storten van ladingen van elk 1500 stenen. De evenwichtshelling is ongeveer 38° .

Aangezien de maximale lading in de in dit werk beschouwde experimenten van Zinkcon 3000 stenen bedroeg, kan worden geconcludeerd dat alle stortprofielen in de hier beschouwde experimenten van Zinkcon Gaussprofielen zijn.

In tegenstelling tot de experimenten van Zinkcon, is bij de uitvoering van de experimenten van het WL wel bij ieder experiment de volledige deklading van 500 ton (in prototype) gestort. In [Manni en Vrijling, 1995] zijn de experimenten van het WL [WL Q673, 1989] geanalyseerd. Voor elke proef waarvoor het dwarsprofiel was gemeten, is op het oog bepaald of het Gaussprofiel danwel het Driehoeksprofiel de beste benadering bij de meetpunten van het betreffende stortprofiel gaf. Indien daaromtrent geen keuze kon worden gemaakt, is tot een Overgangsprofiel besloten.

Die experimenten waarin volgens Manni en Vrijling een Driehoeksprofiel is ontstaan, zijn in dit afstudeerverslag niet in de analyse van de modelproefresultaten van de experimenten van het WL meegenomen.

Klasse d: het Reynoldsgetal

In de afleiding van het Enkele Steen Model wordt de dragcoëfficiënt, C_D , verwerkt in de constante γ'' (zie vergelijking (1)), constant verondersteld. Dit is slechts bij benadering het geval als het Reynoldsgetal tussen 10^3 en 10^5 ligt. Bij een te laag Reynoldsgetal (<1000) zullen de stroming om en de krachten op een steen anders zijn, zodat de valbeweging en valbaan van een steen door een ander proces worden bepaald. Dit moet bij de analyse van de modelproefresultaten van de experimenten van Zinkcon met de gebroken grind sortering ($Re = 1034$) en de experimenten van het WL in meetserie 3 ($Re \approx 1000$) in ogenschouw worden genomen.

6.2 Conclusies

Uit het vooronderzoek zijn de volgende conclusies getrokken:

- Op grond van de tabellen en de grafieken van de modelproefresultaten van de door Weustink, Van Oord, Zinkcon en het WL uitgevoerde experimenten, is geen voorkeur uit te spreken voor het gebruik van het Enkele Steen Model danwel het Zinkcon Model voor de voorspelling van de horizontale verplaatsing van een steen in water.
Beide modellen hebben dezelfde fysische achtergrond, namelijk de random walk van de stenen over het valtraject, oftewel een diffusiemodel. Het enige waarin het Zinkcon Model afwijkt van het Enkele Steen Model is de beschrijving van de parameter σ in de gezamenlijke kansdichtheidsfunctie van X en Y . Indien de coëfficiënt α gelijk aan $\frac{1}{2}$ wordt genomen, geldt in beide modellen $\sigma \propto \sqrt{h \cdot D}$.
Omdat het Enkele Steen Model slechts één constante (c) bevat en het Zinkcon Model twee (c , α), gaat de voorkeur uit naar het gebruik van het Enkele Steen Model.
- Uit vergelijking van de constanten c (of μ_c) in het Enkele Steen Model en c , α in het Zinkcon Model voor de breuksteen- en grindsorteringen van de vier onderzoekers, blijkt dat deze constanten niet kenmerkend zijn voor een bepaalde steensoort. De onderling sterk van elkaar verschillende waarden van de constanten kunnen worden verklaard door enerzijds het verschil in vorm van de gebruikte steensorteringen (de constante c is voornamelijk afhankelijk van de vorm van de stenen) en anderzijds door de verschillen in uitvoering van de experimenten (individueel gestorte stenen in een enkele laag of een berg stenen in de vorm van een lijnstort).
- De evenredigheid volgens het Enkele Steen Model van de standaardafwijking van de totale horizontaal afgelegde afstand (σ_G) met de wortel uit de waterdiepte (h), ceteris paribus, is sterk in twijfel te trekken.
Dit blijkt uit de grafieken van c - h , waarin er (per sortering) niet een constante (gemiddelde) waarde van c bestaat, maar waarin de waarde van c varieert met de waterdiepte. Indien de evenredigheid van σ_G met de wortel uit de waterdiepte zou gelden, zou de waarde van c (gemiddeld) constant moeten zijn.
- De vorm van de steen heeft een duidelijke invloed op de grootte van de horizontale verplaatsing van de steen in water. Dit blijkt uit figuur 5.2 van de proefresultaten van de experimenten met de subsorteringen van Weustink en uit tabel 3.8 van de proefresultaten van Zinkcon.
- Kubus- en zuilvormige stenen vertonen een beduidend grotere spreiding dan plaatvormige stenen. Zowel het ESM als het ZM geeft voor kubus- en zuilvormige stenen een te kleine voorspelling van de spreiding en voor plaatvormige stenen een te grote voorspelling van de spreiding.
- De kubusvormige stenen vertonen een beduidend kleinere spreiding dan de echte kubussen. Dit in tegenstelling tot de plaatvormige stenen, die een twee keer zo grote spreiding als de echte plaatjes vertonen. Op basis hiervan kan worden geconcludeerd dat de valbeweging en valbaan van stortsteen en de daaruit resulterende spreiding niet aan de hand van basisvormen kan worden voorspeld.
- Experimenten die bedoeld zijn om het ESM danwel het ZM te verifiëren, dienen bij voorkeur te worden uitgevoerd met individueel vallende stenen die in een enkele laag op de bodem terecht komen en niet met punt- of lijnstorten waarbij een stortprofiel ontstaat. Bij deze laatste twee methoden van storten gaan de individuele (grote of kleine) horizontale verplaatsingen van de stenen (als gevolg van hun vorm) op in het stortprofiel of worden niet tot het stortprofiel gerekend, terwijl ze juist iets zeggen over de valbaan van een bepaalde steenvorm. Tevens bestaat het gevaar

dat bij het storten van te veel stenen een driehoeksprofiel ontstaat, zodat de vergelijkingen (7), (8) en (21) niet meer geldig zijn.

- De aanname in het Enkele Steen Model dat de wervels aan het oppervlak van de steen random loslaten, geldt bij benadering voor het Reynoldsgebied van 10^3 tot 10^5 . Als geldt dat $Re < 10^3$, dan is de stroming om en zijn daardoor de krachten op de steen anders.
Bij nieuwe modelproeven dient vooraf een redelijke schatting te worden gemaakt van het bij de experimenten optredende Reynoldsgetal. De diameter en massadichtheid van de steen dienen dusdanig te worden gekozen, dat het getal van Reynolds groter is dan 1000.

7. (Experimenteel) vervolg onderzoek

Uit dit vooronderzoek is gebleken dat de mate van nauwkeurigheid van de voorspellingen voor de spreiding van stenen in water met het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model nagenoeg gelijk is. Omdat het Enkele Steen Model slechts één constante (c) bevat en het Zinkcon Model twee (c , α), gaat de voorkeur uit naar het gebruik van het Enkele Steen Model. Het vervolg onderzoek zal dan ook van dit laatste model uitgaan.

Het Enkele Steen Model veronderstelt dat de spreiding van de stenen (σ_G) evenredig is met de wortel uit de waterdiepte (h) en de wortel uit een karakteristieke steenafmeting (D). Indien deze veronderstellingen juist zijn, dan zou de parameter c in vergelijking (8) (per sortering) constant moeten zijn.

Uit de in dit vooronderzoek geplote verbanden tussen c en de waterdiepte (h) en tussen c en de zeefmaat (D_{50}) is de juistheid van de veronderstelling in het ESM dat de parameter c constant is, in twijfel te trekken.

Uit de analyse van de gemiddelde waarden van de parameter c (c_{gem} of μ_c) voor de verschillende steensorteringen in paragraaf 5.5 is gebleken, dat deze waarde tussen de verschillende steensorteringen erg kan verschillen. Dit wordt toegewezen aan de vorm van de stenen en de stortmethode. Verder is gebleken dat in principe drie typen verbanden tussen de parameter c en de waterdiepte (h) voorkomen:

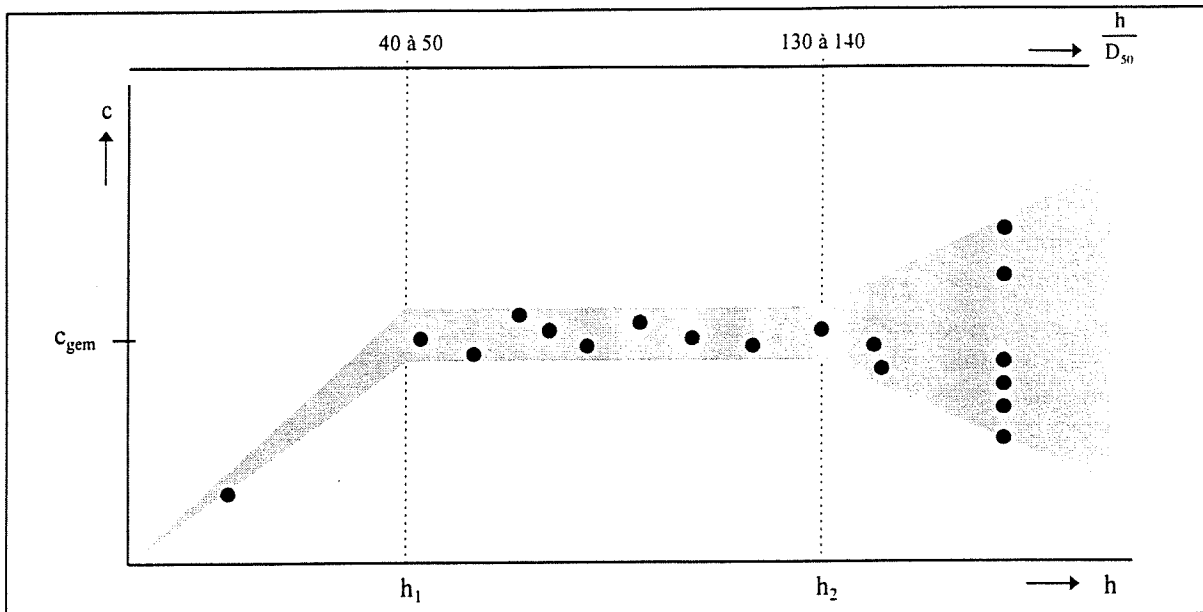
1. Een type waarin de waarden van c op relatief kleine waterdiepte erg afwijkt van de (min of meer) gemiddelde waarde op relatief grotere waterdiepte. (zie bijvoorbeeld figuur 5.1 voor sortering V van Weustink)
2. Een type waarin de waarden van de parameter c op verschillende waterdiepten om een denkbeeldige horizontale lijn liggen; met andere woorden, dat de waarde van de parameter c constant is. (zie bijvoorbeeld grafiek F.11 voor de gebroken grind sortering van Zinkcon)
3. Een type waarin de waarden van c om een zeker gemiddelde liggen, maar met een zeer grote spreiding om dit gemiddelde. (zie bijvoorbeeld grafiek F.7 voor de stortsteensortering van het WL in meetserie 4)

Een mogelijke verklaring voor het voorkomen van deze drie typen verbanden tussen de parameter c en de waterdiepte wordt gevonden, indien wordt gekeken naar de h/D_{50} -verhoudingen die bij de experimenten met een bepaalde steensortering op een bepaalde waterdiepte horen. Op basis van de genoemde voorbeelden bij de drie typen verbanden tussen c en h kan worden verondersteld dat de drie typen verbanden voorkomen bij:

1. $15 < h/D_{50} < 60$ (Weustink, sortering V)
2. $40 < h/D_{50} < 180$ (Zinkcon, gebroken grind)
3. $160 < h/D_{50} < 200$ (WL, stortsteen, meetserie 4)

Stel nu, dat niet met verschillende steensorteringen, maar met één steensortering een reeks van experimenten wordt uitgevoerd op een waterdiepte-interval waarvoor voor de betreffende steensortering geldt: $15 < h/D_{50} < 200$. Er zijn dan niet, zoals hierboven, drie verschillende waarden van c_{gem} , maar er zal slechts één gemiddelde waarde van de parameter c zijn voor de betreffende steensortering. De drie hiervoor genoemde grafieken van c - h kunnen dan in één grafiek van c - h worden geplot, dusdanig dat de 'gemiddelde waarden' van de parameter c in de drie genoemde grafieken op elkaar aansluiten. De overgangen van de verschillende typen verbanden tussen c en h zijn te bepalen op basis van de h/D_{50} -verhoudingen voor de betreffende experimenten.

In figuur 7.1 staat het hierboven bedoelde veronderstelde verband tussen de parameter c en de waterdiepte geschild, als ware met één steensortering gestort over een waterdiepte-interval waarvoor voor de betreffende steensortering geldt: $15 < h/D_{50} < 200$. Deze figuur is gebaseerd op de grafieken van c - h van de hiervoor genoemde drie steensorteringen.



Figuur 7.1: Veronderstelde verband tussen c en h

De grafiek in figuur 7.1 is in drie delen te splitsen:

Een deel dat loopt van $h = 0$ tot h_1 , waarin c toeneemt van een kleine waarde tot c_{gem} . Dit deel wordt gekarakteriseerd door 'inspeelverschijnselen'. Aangezien de c lineair afhankelijk wordt verondersteld van de waterdiepte (h), zou de spreiding (σ) te bepalen moeten zijn volgens: $\sigma = a \cdot h \cdot \sqrt{h \cdot D}$

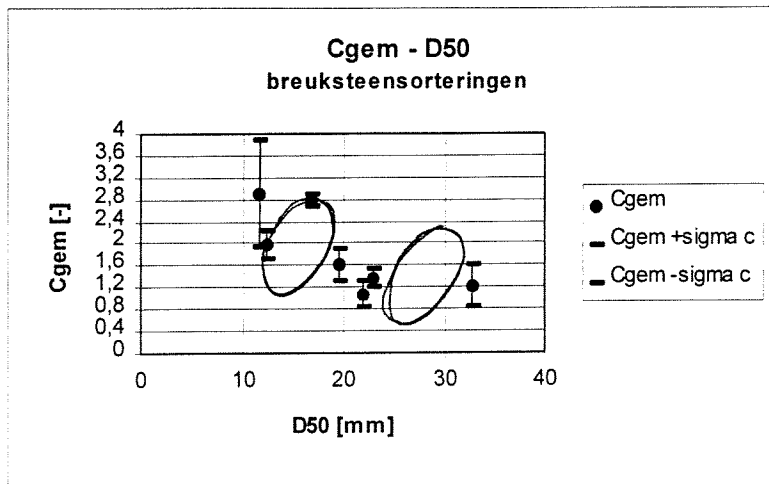
Een deel, van h_1 tot h_2 , waarin de waarde van parameter c min of meer constant is te veronderstellen (c_{gem}). De parameter c is onafhankelijk van de waterdiepte. De spreiding van de stenen (σ) zou met het Enkele Steen Model te bepalen moeten zijn: $\sigma = c \cdot \sqrt{h \cdot D}$

Een deel, voor $h > h_2$, waar het gemiddelde van c gelijk is aan c_{gem} , maar de spreiding rond dit gemiddelde erg groot is. Voor de berekening van de spreiding van de stenen kan het Enkele Steen Model worden gebruikt, met $c = c_{gem}$. Er moet dan echter wel rekening worden gehouden met eventuele grote afwijkingen op de berekende spreiding.

De twee overgangen bij h_1 en h_2 lijken op grond van dit vooronderzoek te liggen bij h/D_{50} -verhoudingen van respectievelijk 40 à 50 en 130 à 140. Op grond van het in figuur 7.1 veronderstelde verband tussen c en h is de juistheid van het ESM ten aanzien van de evenredigheid van σ_G met de wortel uit de waterdiepte in twijfel te trekken.

Om te onderzoeken of het bovengenoemde veronderstelde verband juist is, worden met twee steensorteringen op diverse waterdiepten variërend van 'kleine' tot 'grote' waterdiepte proeven uitgevoerd. Elke proef wordt twee keer herhaald. Van elke steensortering wordt een grafiek van c - h gemaakt, waarna getoetst kan worden of het veronderstelde verband juist is.

Door de D_{50} van het te gebruiken stortmateriaal vooraf te selecteren, kan het veronderstelde verband in de grafieken van c_{gem} - D_{50} (zie figuur 7.2 voor breuksteen) worden geverifieerd. Indien gebruik gemaakt wordt van breuksteen als stortmateriaal, dan zou de D_{50} van één van de sorteringen tussen 25 en 30 [mm] moeten liggen en de D_{50} van de andere sortering rond de 15 [mm], zodat extra data wordt verkregen op de in figuur 7.2 'kale' gebieden. De twee gebieden zijn in figuur 7.2 omcirkeld.



Figuur 7.2: Veronderstelde verband tussen c_{gem} en D_{50} en de twee gebieden waar aanvullende data is gewenst

Door het verband tussen c en h per sortering te bepalen over een groot waterdieptebereik in kleine stappen kan de door het ESM veronderstelde evenredigheid van σ_G met de wortel uit de waterdiepte worden geverifieerd. Door de karakteristieke steenafmetingen van de te gebruiken steensorteringen dusdanig te kiezen dat ze redelijk van elkaar verschillen, kan eveneens de door het ESM veronderstelde evenredigheid van σ_G met de wortel uit de steendiameter worden geverifieerd.

Deel B

Eindverslag

1. Probleemanalyse

1.1 Probleembeschrijving

Van de spreiding van stortsteen in water kan vooraf een voorspelling worden gemaakt met het Enkele Steen Model. In dit model wordt het stortproces verdeeld in twee stadia; in het eerste stadium van het stortproces heeft het stortprofiel van de gestorte stenen de vorm van een Gausskromme en in het tweede stadium is de helling van het stortprofiel gelijk aan de evenwichtshelling van het stortmateriaal en heeft het stortprofiel de vorm van een gelijkbenige driehoek.

In het Vooronderzoek (deel A) is onder andere een kwalitatief onderzoek uitgevoerd naar de nauwkeurigheid van de voorspellingen met het ESM voor de spreiding van stortsteen in water voor het eerste stadium in het stortproces.

Uit dit onderzoek is gebleken dat in die gevallen dat de voorspelde spreiding afweek van de werkelijke spreiding, de spreiding van de stenen was beïnvloed door één of meer van de volgende vier factoren:

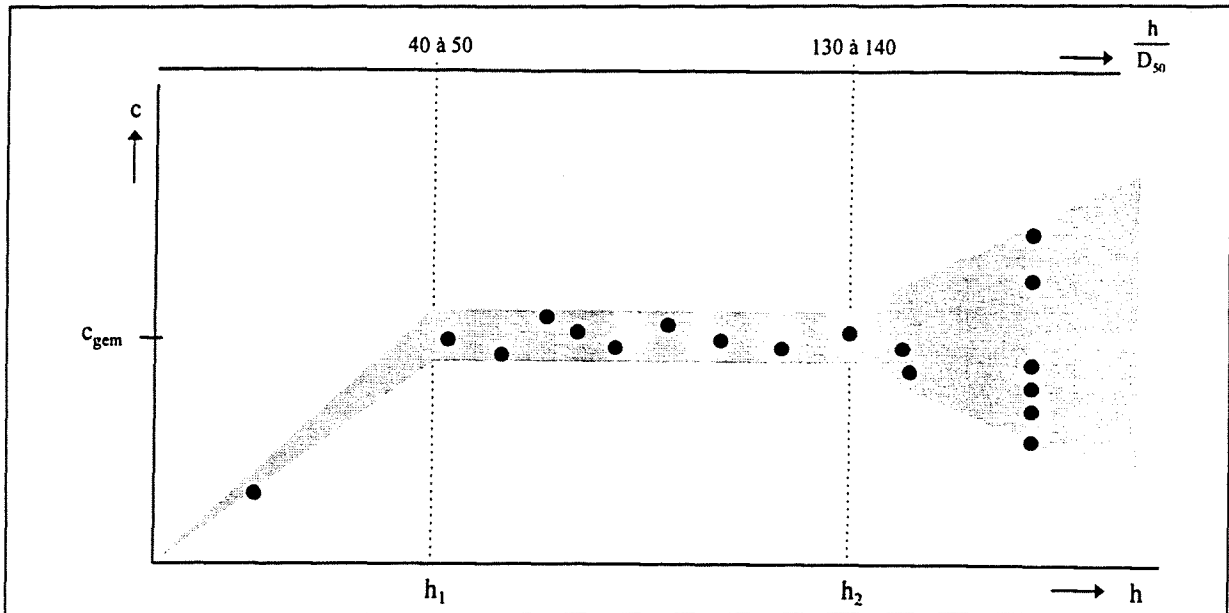
- | | |
|------------------------------|--|
| 1. inspeelverschijnselen | (1 ^{ste} en 2 ^{de} fase in het valproces) |
| 2. vorm van de stenen | (die van invloed is op de valbeweging en valbaan van de stenen) |
| 3. vorm van het stortprofiel | (1 ^{ste} of 2 ^{de} stadium in het stortproces) |
| 4. het Reynoldsgetal | (laminaire of turbulente stroming om de steen) |

Van deze vier factoren zijn de vorm van het stortprofiel (3) en het Reynoldsgetal (4) controleerbaar door respectievelijk niet te veel stenen te storten en vooraf een schatting te maken van het bij de gekozen steensortering horende Reynoldsgetal. De inspeelverschijnselen (1) zijn afhankelijk van de massa en de vorm van de stenen. De vorm van de stenen (2) is van invloed op de valbeweging en valbaan van de stenen en daarmee op de spreiding van de stenen. In het ESM wordt uitgegaan van een stationair proces, terwijl de inspeelverschijnselen per definitie kenmerken zijn van een niet-stationair proces. Ook wordt in het ESM de invloed van de variatie in steenvormen binnen een steensortering op de spreiding niet in ogenschouw genomen, doordat in het ESM wordt verondersteld dat er slechts één steenvorm is die representatief is voor de steensortering. Dit blijkt uit het feit dat de parameter c in het ESM constant wordt verondersteld.

Op grond van de theoretische afleiding van het ESM wordt verondersteld dat de waarde van parameter c (per steensortering) constant is. Indien dit het geval is, dan volgt uit het ESM dat de spreiding van de stenen evenredig is met zowel de wortel uit de waterdiepte als met de wortel uit de steendiameter.

In het vooronderzoek is het verband tussen de parameter c en de waterdiepte (h) onderzocht voor verschillende steensorteringen. Op grond van de voor de verschillende steensorteringen geplotte grafieken van c tegen h , is de bovengenoemde veronderstelling in twijfel te trekken. Indien namelijk grafieken van c - h voor verschillende sorteringen worden samengevoegd in één grafiek, waarin de waterdiepte dimensieloos is gemaakt door te delen door de zeefmaat van de betreffende steensortering, blijkt een verband tussen c en h te ontstaan als geschetst in figuur 1.1.

De grafiek is in drie delen te splitsen. Een deel dat loopt van $h=0$ tot h_1 , waarin c toeneemt van een kleine waarde tot c_{gem} . Een deel waarin de waarde van parameter c min of meer constant is te veronderstellen (c_{gem}) en een deel waar het gemiddelde van c gelijk is aan c_{gem} , maar de spreiding rond dit gemiddelde erg groot is. De twee overgangen bij h_1 en h_2 lijken op grond van het vooronderzoek te liggen bij (h/D_{50}) -verhoudingen van respectievelijk 40 à 50 en 130 à 140. Op grond van het in figuur 1.1 veronderstelde verband is de juistheid van het ESM met betrekking tot het constant veronderstellen van de parameter c in twijfel te trekken. Daarom kan ook worden getwijfeld aan de veronderstelde evenredigheid van de spreiding met de wortel uit de waterdiepte en de steendiameter.



Figuur 1.1: Veronderstelde verband tussen c en h [Van Gelderen, 1999, deel A]

1.2 Probleemstelling

Ten aanzien van het ESM zijn na het uitvoeren van een vooronderzoek een aantal vragen naar boven gekomen die de juistheid van het ESM in twijfel trekken. De vorm van een steen blijkt van invloed te zijn op zijn horizontale uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt. Binnen een steensortering komt een verscheidenheid aan steenvormen voor. Het ESM beschouwt echter de vorm van de stenen in een steensortering als een constante, alsof er maar één steenvorm in een steensortering voorkomt. Om een nauwkeuriger voorspelling met het ESM van de spreiding van stenen mogelijk te maken, zou onderzocht moeten worden hoe de vormverdeling binnen een steensortering is en hoe de steenvorm van invloed is op de valbeweging en valbaan van de steen en daarmee op zijn uitwijking.

De veronderstelling in het ESM dat er maar één steenvorm in een steensortering aanwezig is en dat het valproces in water een stationair proces is, leidt tot een constante waarde van de parameter c voor een steensortering. Dit lijkt echter niet juist te zijn (zie figuur 1.1). Om met meer zekerheid te kunnen zeggen dat er een verband tussen c en h bestaat als geschetst in figuur 1.1, dient aanvullend onderzoek te worden uitgevoerd.

Hiermee is het probleem als volgt te definiëren:

'Is de parameter c in het ESM constant te veronderstellen en is de vorm van de stenen, en zo ja in welke mate, van invloed op de valbeweging en de valbaan van de stenen en daarmee op de horizontale uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt?'

1.3 Doelstelling

Het doel van dit afstudeeronderzoek is, door middel van een reeks experimenten:

- te onderzoeken wat het verband is tussen de parameter c en de waterdiepte, zodat de veronderstelde evenredigheid in het ESM tussen de spreiding en de wortel uit de waterdiepte en de steendiameter kan worden geverifieerd.
- te onderzoeken of er een relatie is, en zo ja welke, tussen de vorm van een steen en zijn valbeweging, valbaan en horizontale uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt.

2. Het valproces van voorwerpen/stenen in water

2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt een beeld geschetst van het valproces van voorwerpen/stenen in water. Onderzoek naar de tweede fase in het valproces (§2.4) is gedaan door [Meermans, 1998]. Naar het valgedrag van verschillende basisvormen (§2.5) is uitgebreid literatuuronderzoek verricht door [Weustink, 1998]. Aangezien dit hoofdstuk is bedoeld om een zo volledig mogelijk beeld te geven van het valproces van voorwerpen/stenen in water, zal van beide hiervoor genoemde onderzoeksrapporten gebruik worden gemaakt.

2.2 Deelprocessen in het stortproces

Bij het aanbrengen van stenen op de bodem van een waterloop, bijvoorbeeld als bodemverdediging, worden vaak eisen gesteld ten aanzien van een minimale dikte en een voorgeschreven vlakheid van de steenbestorting. Aan deze eisen kan, afhankelijk van het gebruikte materieel (kraan met polyp, zijstorter, splijtbak), op betere of minder goede wijze worden voldaan.

Afhankelijk van de werkwijze bij het aanbrengen van de stenen kunnen in het stortproces verschillende deelprocessen worden onderscheiden. Te noemen vallen:

1. Positioneren van het materieel.
2. Dosering en horizontale snelheid van het stortmateriaal bij het verlaten van het materieel.
3. Het valproces.
4. Wegspringen en/of afrollen.

De bovengenoemde vier deelprocessen worden uitvoerig beschreven in 'Handboek uitvoering bodemverdedigingsconstructies van losgestorte granulaire materialen' [Bouwdienst RWS, 1991], [Van Oord, 1996] en [Meermans, 1998]. Hier wordt kort op elk deelproces ingegaan.

Ad 1. Positioneren van het materieel.

Het stortproces begint met het op de plaats brengen van het stuk materieel waarmee de stortsteen wordt gestort. De nauwkeurigheid waarmee dit positioneren plaats vindt en de mate waarin het stuk materieel kan worden bijgestuurd wanneer dit afwijkt van de gewenste positie (als gevolg van bijvoorbeeld stroming en golven), is van grote invloed op de uiteindelijke ligging van een stort.

Ad 2. Dosering en horizontale snelheid van het stortmateriaal bij het verlaten van het materieel.

De dosering en horizontale snelheid van de stortsteen zijn afhankelijk van het gebruikte materieel. Het gebruikte materieel is bepalend voor de mate waarin de dosering kan worden beheerst. De beheersing betreft de hoeveelheid materiaal (de concentratie van stenen) die in een bepaald tijdsbestek wordt gestort.

Bij het storten met een splijtbak wordt een 'wolk' van stortsteen in het water gebracht. De massa van de stenen blijft geconcentreerd in de wolk, met het gevolg dat de wolk stenen inclusief het tussen de stenen aanwezige water met een snelheid die groter is dan de evenwichtsvalsnelheid van een individuele steen naar de bodem valt. De wolk komt op de bodem terecht met een snelheid die twee tot drie keer groter is dan de evenwichtsvalsnelheid van een individuele steen [CUR/RWS, 1995].

Bij het storten met een zijstorter wordt de stortsteen met hydraulische schuiven overboord geschoven. Hierbij treedt het verschijnsel 'bressen' op (het onregelmatig zijn van de hoeveelheid materiaal die, per tijdseenheid en per gedeelte van het laaddek, gedurende het stortproces over boord wordt gezet). Als gevolg van de snelheid van de schuiven zal ook de stortsteen een zekere (horizontale) snelheid krijgen. Ook kan de steen bij het overboord kantelen een rotatie krijgen. Dit zal van invloed zijn op de

valbeweging van de steen in het water. Door beide oorzaken kan het stort een zekere 'offset' krijgen. De offset is de afstand tussen het punt waarop de steen aan de vrije val begint en de gemiddelde positie aan het eind van het valtraject.

Met een kraan kan zo nodig steen voor steen worden gestort.

Ad 3. Het valproces.

In het valproces van voorwerpen/stenen in water kunnen twee fasen worden onderscheiden: een fase waarin het vallende voorwerp versnelt of vertraagt (afhankelijk van zijn beginsnelheid bij intreden in water) en waarin het zijn bewegingsvorm (translatie en/of rotatie) aanneemt (de eerste fase) en een fase waarin de eenmaal aangenomen bewegingsvorm behouden blijft (de tweede fase). Van invloed op het valgedrag (beweging en gevolgde baan) zijn de vorm, de massadichtheid en de afmetingen van het voorwerp.

Ad 4. Wegspringen en/of afrollen

Bij studies van de opbouw van een stort wordt er impliciet van uitgegaan dat een steen die op de bodem of het tot dan toe gerealiseerde stort terecht komt, ook op die positie blijft liggen. Dit is echter vaak niet het geval. De steen kan wegspringen na een min of meer elastische botsing of afrollen van een van nature aanwezige of opzettelijk aangebrachte helling. Afrollen treedt op als de component van de zwaartekracht groter is dan de wrijvingskracht die de steen ondervindt.

Voor dit afstudeeronderzoek is alleen het derde deelproces (het valproces) van belang. Op dit deelproces zal in de volgende paragrafen nader worden ingegaan.

2.3 Het valproces

2.3.1 Eerste en tweede fase

Het valproces betreft de vrije val van de stortsteen door het water vanaf het moment waarop de stortsteen het stuk materieel waarmee hij is gestort, heeft verlaten tot aan het moment dat hij de bodem of het reeds gerealiseerde stort heeft bereikt. In het valproces kunnen (mits de waterdiepte voldoende groot is) twee fasen worden onderscheiden: een fase waarin de beweging nog niet (gemiddeld) dezelfde is (de eerste fase) en een fase waarin dit geacht wordt wel het geval te zijn (de tweede fase).

Nadat de stortsteen het schip op de grijper heeft verlaten, versnelt of vertraagt hij, totdat in het water de (gemiddelde) evenwichtsvalsnelheid wordt bereikt. Er wordt verondersteld dat de waterdiepte voldoende groot is om de (gemiddelde) evenwichtsvalsnelheid te bereiken.

In [Mazijk, 1982] wordt op basis van de op een steen werkende krachten bij het vallen in water een formule afgeleid waarmee de waterdiepte kan worden berekend, waarop de steen een bepaald deel (α) van zijn evenwichtsvalsnelheid heeft bereikt. Daarbij gaat hij er van uit dat de steen zich op het moment van loslaten juist onder water bevindt. De beginsnelheid op het moment van loslaten is dus nul. De formule van Mazijk is:

$$x = -\frac{1}{\beta} \cdot \ln(1 - \alpha^2), \quad \text{met } \beta = 1.5 \cdot \frac{C_d}{D} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \quad (2.1)$$

Waarin:	x	'valdiepte', waarop de steen een bepaald deel α van zijn evenwichtsvalsnelheid heeft bereikt
	α	deel van de evenwichtsvalsnelheid
	C_d	dragcoëfficiënt

- D karakteristieke steenafmeting
 ρ_w, ρ_s massadichtheid van respectievelijk het water en de steen

De valdiepte is uit te drukken in een aantal maal de karakteristieke steenafmeting. Uit formule (2.1) is te bepalen dat 90% van de evenwichtsvalsnelheid wordt bereikt na 3 à 4 maal de D_{50} van de stortsteen en 99% van de evenwichtsvalsnelheid na 7 à 8 maal de D_{50} .

In [WL M995, 1971] is het snelheidsverloop van vallende betonblokken bepaald. In tegenstelling tot Mazijk, werden de betonblokken vanaf een variabele hoogte boven het wateroppervlak losgelaten, waardoor deze bij het intreden in water een zekere beginsnelheid hadden. De gebruikte betonblokken hadden een diameter van 0,108 meter en een massadichtheid van 2400 [kg/m³]. De valhoogte is in stappen van 0,05 meter gevarieerd van 0,10 tot en met 0,30 meter. De valhoogte is gedefinieerd als de afstand tussen het zwaartepunt van de kubus en het wateroppervlak. Uit het betreffende onderzoek volgde dat de evenwichtsvalsnelheid werd bereikt na een valdiepte van 7 à 8 maal de diameter van de kubus, onafhankelijk van de valhoogte en de oriëntatie van de kubus. Dit is geheel overeenkomstig met de formule van Mazijk.

De (gemiddelde) evenwichtsvalsnelheid wordt dus na een valdiepte van enkele steendiameters bereikt. Het bereiken van de (gemiddelde en verticale) evenwichtsvalsnelheid is echter niet het einde van de eerste fase in het valproces. Dit is pas bereikt als ook de (gemiddelde) beweging van de steen is ingetreden. [Meermans, 1998] heeft dit aangetoond aan de hand van videobeelden, gemaakt door [Van Oord, 1995], van een vallende kubus. De betreffende kubus had na een valdiepte van 8 à 9 maal de lengte van zijn ribbe (D) zijn (gemiddelde) evenwichtsvalsnelheid bereikt. Rotatie van de kubus (en dat is de permanente beweging, wat in §2.5.2 wordt behandeld) trad echter pas in na een valdiepte van 14 à 15 maal de lengte van zijn ribbe en was constant (eenparige rotatie) na 20 maal de lengte van zijn ribbe. De tweede fase begint op het moment dat de rotatie van de kubus (gemiddeld) eenparig is.

De tweede fase van het valproces is de 'permanente beweging', dat is de eenparig veronderstelde beweging van het zwaartepunt van het vallende lichaam, die inzet na het einde van de eerste fase. De tweede fase eindigt als de steen de bodem of het reeds gerealiseerde stort bereikt.

2.3.2 Krachten op een vrij vallende steen in stilstaand water

Op een vrij vallende steen in stilstaand water werken krachten die te verdelen zijn in 2 categorieën:

1. Krachten die een aanzet geven tot de valbeweging, en
2. Krachten die een weerstand bieden tegen de valbeweging.

De kracht die ten grondslag ligt aan de valbeweging is de zwaartekracht. In water zal echter ook een opwaartse kracht (Wet van Archimedes) aanwezig zijn. Beide krachten werken in verticale richting, zowel op een stilstaande als op een vallende steen. De resulterende kracht is:

$$F_{\downarrow} = (\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot V \quad (2.2)$$

Waarin: ρ_s, ρ_w massadichtheid van respectievelijk de steen en het water
 g versnelling als gevolg van de zwaartekracht
 V het volume van de steen

Indien er sprake is van een vallende steen, dan ondervindt de steen tijdens het vallen een weerstandskracht ($F_{\uparrow}$) welke tegen de valrichting in is gericht. De weerstandskracht is afhankelijk van de stroming om de steen (laminaire of turbulente grenslaagstroming die al dan niet loslaat van de steen), die op zijn beurt weer afhankelijk is van het getal van Reynolds. Op de verschillende

grenslaagstromingen wordt uitgebreid ingegaan in [Van Oord, 1996] en [Weustink, 1998]. Hier wordt volstaan met het geven van de uitdrukking voor de weerstandskracht (ook wel sleepkracht of dragforce genoemd) die voor de hier beschouwde valprocessen van stortsteen in water wordt gehanteerd:

$$F_T = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot A \quad (2.3)$$

Waarin:

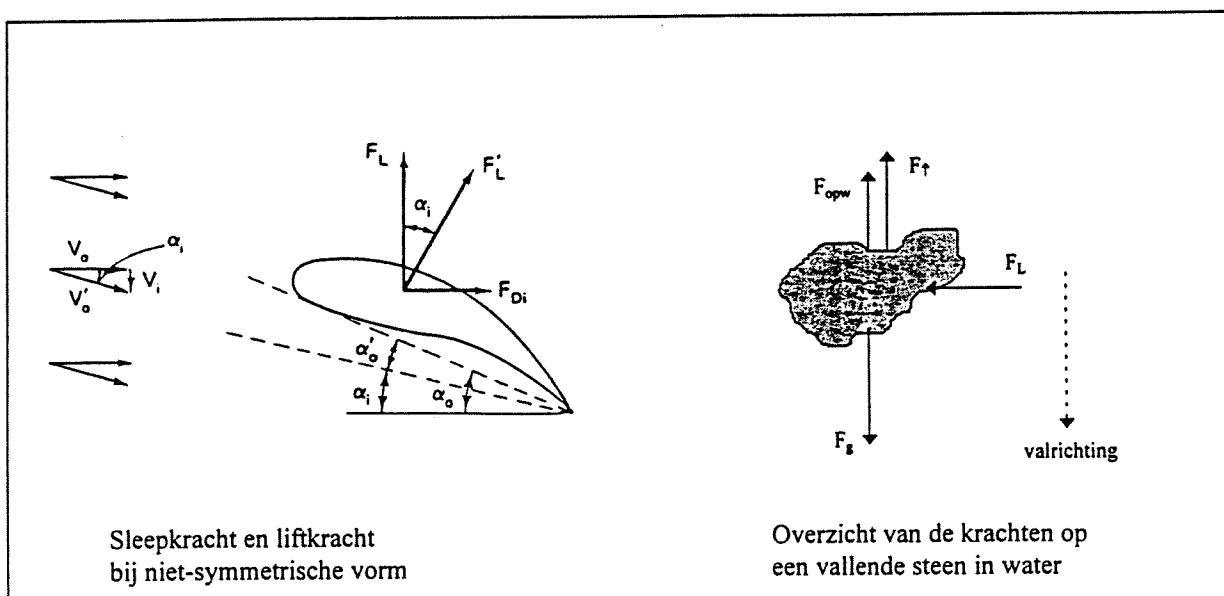
C_d	weerstandscoefficiënt voor de kracht in de stromingsrichting, dragcoëfficiënt
ρ_w	massadichtheid van het water
v	momentane snelheid van de steen
A	aangestroomde oppervlak

Korte tijd na het begin van vallen van de steen in water is de valsnelheid (min of meer) constant (zie §2.3.1). De krachten in de richting van de valbeweging zijn dan in evenwicht. Door vergelijking (2.2) en (2.3) aan elkaar gelijk te stellen, is de evenwichtsvalsnelheid van de steen (v_e) af te leiden:

$$v_e = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot \frac{g}{C_d} \cdot \frac{V}{A}} \quad (2.4)$$

Waarin: Δ de relatieve dichtheid, $\frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$

Indien de steen volkomen symmetrisch zou zijn en met zijn symmetrie-as evenwijdig aan de valrichting zou vallen, dan zou de weerstandskracht in de valrichting de enige weerstandskracht zijn. Indien de steen niet volkomen symmetrisch is, wat aannemelijk is, of als hij niet met zijn symmetrie-as in de valrichting ligt, dan wordt de totale weerstandskracht gesplitst in twee componenten [Prasuhn, 1980]; een sleepkracht (F_D), en een liftkracht (F_L). De sleepkracht werkt in de stromingsrichting en de liftkracht werkt loodrecht op de stromingsrichting. Dit is ter verduidelijking getekend in de linker figuur in figuur 2.1.



Figuur 2.1: Links: sleepkracht en liftkracht bij niet-symmetrische vorm [Prasuhn, 1980].

Rechts: overzicht van de krachten op een vallende steen in water

De sleepkracht is gedefinieerd als in vergelijking (2.3). De liftkracht wordt naar analogie hiervan gegeven door:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot A \quad (2.5)$$

Waarin: C_L weerstandscoefficiënt voor de kracht loodrecht op de stromingsrichting, liftcoëfficiënt

Een overzicht van de krachten die werken op een steen die valt in stilstaand water, is gegeven in de rechter figuur in figuur 2.1.

2.4 De tweede fase in het valproces

In de tweede fase van het valproces zijn de richting en de grootte van de valsnelheid per tijdstap gemiddeld constant. Hierdoor is ook de afgelegde afstand per tijdstap gemiddeld constant.

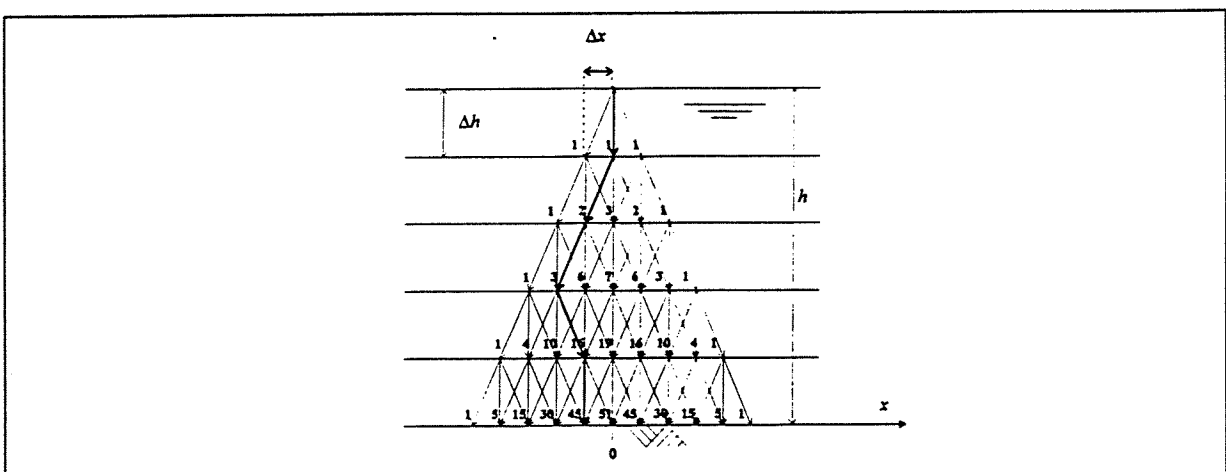
In de tweede fase van het valproces kunnen drie (afzonderlijke) deelprocessen worden onderscheiden. Afhankelijk van onder meer de vorm van het vallend voorwerp zal één van deze deelprocessen optreden. Tevens is het mogelijk dat het ene deelproces overgaat in een ander deelproces. De drie te onderscheiden deelprocessen zijn [Meermans, 1998]:

1. Een (semi-) diffusieproces,
2. Een proces dat wordt beheerst door het Magnus-effect,
3. Een proces dat wordt bepaald door het asymmetrisch loslaten van de grenslaag.

In de volgende subparagrafen zullen de drie deelprocessen in het kort worden besproken. Voor een meer uitgebreide beschrijving van de drie deelprocessen wordt verwezen naar [Meermans, 1998] en de in dat werk genoemde literatuurverwijzingen.

2.4.1 Het diffusieproces

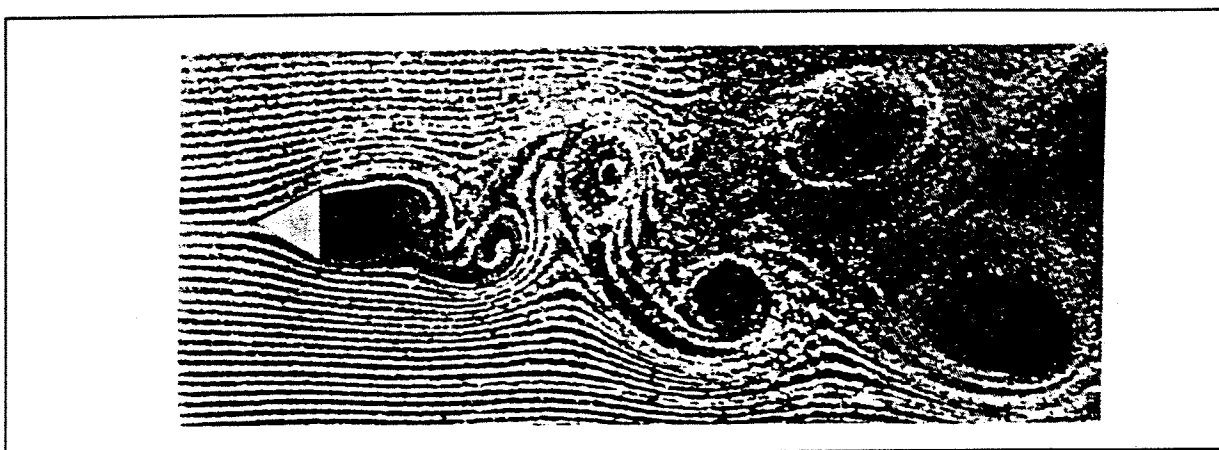
Bij een diffusieproces wordt de verticale snelheid van het vallend voorwerp constant verondersteld. Tevens wordt aangenomen dat de snelheid van het vallend voorwerp in horizontale richting wordt bepaald door een kracht die per tijdstap willekeurig en onafhankelijk in richting en grootte is. Hierdoor is de projectie van de baan van het lichaam op een verticaal vlak (van het wateroppervlak tot aan de bodem) te modelleren als een 'random walk', waarin elke horizontale uitwijking van het voorwerp in elke tijdstap volledig onafhankelijk is van die in de vorige tijdstap. Aan het eind van de tweede fase van het valproces zal de uitwijking van het vallende voorwerp daardoor evenredig zijn met de wortel uit de waterdiepte. Een schematische weergave van de 'random walk' van een voorwerp over het valtraject is gegeven in figuur 2.2.



Figuur 2.2: Schematische weergave van het Random Walk model [Cregten, 1995]

Het rekenmodel dat volgens de veronderstellingen bij het diffusieproces wordt gebruikt voor de bepaling van de positie van het voorwerp aan het eind van de tweede fase van het valproces, is het Enkele Steen Model. Een afleiding van dit model is reeds gegeven in Bijlage A.

In het Enkele Steen Model wordt verondersteld dat de richtingswisseling van de versnelling in horizontale richting (en dus ook de richting van de horizontale kracht) wordt gedictieerd door vortex shedding. Van het afschuden van wervels is een indruk gegeven in figuur 2.3. Deze figuur betreft een gefixeerde driehoekige prismatische staaf. Tijdens het groeien van een wervel is de drukverdeling achter de driehoekige staaf asymmetrisch. Ten opzichte van de horizontaal is de richting van het zog omhoog gericht. Dit geeft aan dat er een krachtscomponent op de staaf werkt in de richting van boven naar beneden. Bij het afschudden van de grootste in het zog optredende wervel verandert de vorm van het zog en ontstaat er een onderdrukverdeling die (praktisch) symmetrisch is met de in figuur 2.3 geschetste. De uit de onderdrukken resulterende kracht (de resultante van de liftkracht en de sleepkracht) behoeft niet noodzakelijkerwijs door het zwaartepunt van de dwarsdoorsnede van het prisma te gaan. De fixatie van de staaf verhindert dat deze transleert of roteert.



Figuur 2.3: Wervelloslating (vortex shedding) achter een gefixeerde prismatische staaf. De stroming is van links naar rechts. [Nakayama, 1988]

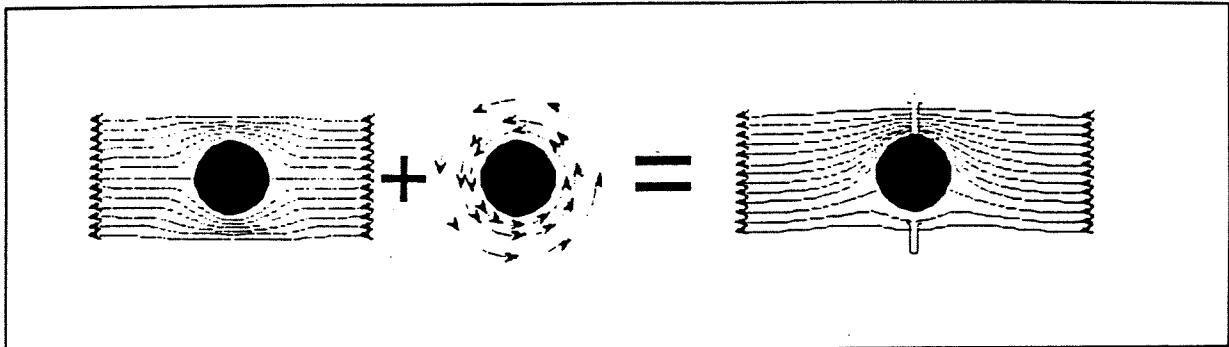
Bij een vrij vallend voorwerp in water kan de oriëntatie van het voorwerp ten opzichte van de (gemiddelde) valrichting wel wijzigen. De grootte van de horizontale kracht is afhankelijk van de aanstromingsrichting [Prasuhn, 1980] (zie ook figuur 2.1). Omdat bij een vrij vallend voorwerp de aanstromingsrichting niet constant is, zal de grootte van de horizontale kracht ook niet constant zijn. Als de uit de onderdrukken resulterende kracht niet door het zwaartepunt van het voorwerp gaat, dan is het mogelijk dat het voorwerp gaat roteren. Daarmee komt het voorwerp in het deelproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect.

2.4.2 Het proces dat wordt beheerst door het Magnus-effect

In §2.3.1 is vermeld dat aan het eind van de eerste fase van het valproces het voorwerp (de kubus) in een roterende beweging is gekomen met een (gemiddelde) constante rotatiesnelheid. Door de rotatie wordt op de kubus een horizontale kracht uitgeoefend als gevolg van het Magnus-effect.

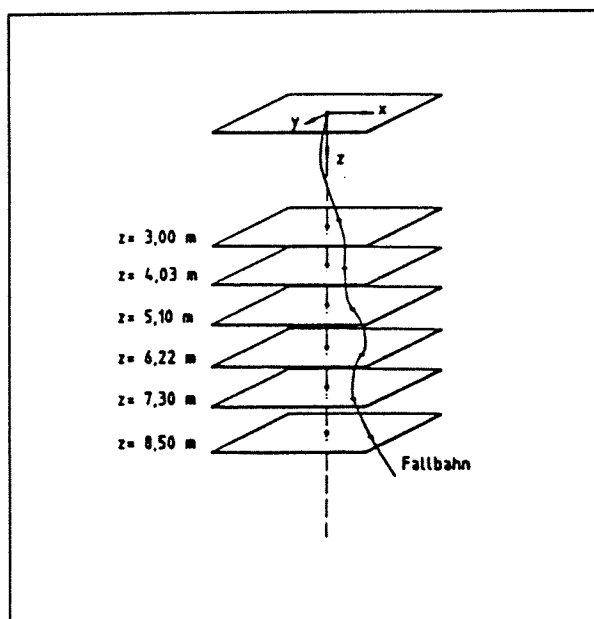
In figuur 2.4 is een (sterk vereenvoudigde) verklaring gegeven van de oorzaak van de horizontale kracht op het voorwerp (in dit geval een bol). Ten gevolge van de wrijving tussen de bol en de omgeving zal de omringende lucht mee willen bewegen in de richting van de rotatie. Aan de ene zijde van de bol zal de snelheid van de omringende lucht ten opzichte van de omgeving toenemen, terwijl aan de andere zijde van de bol de snelheid van de omringende lucht ten opzichte van de omgeving zal afnemen. Op basis van de potentiaaltheorie kan met behulp van de vergelijking van Bernoulli de

richting van de kracht op het voorwerp worden bepaald. In dit geval (stroming van rechts naar links en rotatie van de bol linksom) is de resulterende kracht van onder naar boven gericht.



Figuur 2.4: Liftkracht als gevolg van het Magnus-effect [Meermans, 1998]

In elke volgende tijdstap is de horizontale uitwijking in richting en grootte volledig afhankelijk van de uitwijking in de beschouwde tijdstap. Omdat de krachten in opvolgende tijdstappen niet wisselen, kan de gehele val van het voorwerp gedacht worden op te treden in één tijdstap. Aan het eind van de tweede fase van het valproces zal de uitwijking van het vallende voorwerp evenredig zijn met de waterdiepte.



Figuur 2.5: Baan van een kubus [Stückrath et al., 1996]

Door de rotatie van het voorwerp wordt een gyroscopisch moment veroorzaakt dat een (veel tragere) rotatie loodrecht op de eerste roterende beweging tot gevolg heeft. Als gevolg van de zwaartekracht, beide rotaties en de daardoor opgewekte krachten en momenten zal het vallend voorwerp een spiraalvormige baan gaan beschrijven, die een (gemiddeld) constante hoek met de verticaal maakt. In [Stückrath et al., 1996] is dit onderzocht voor betonnen kubussen. Zij registreerden de baan van de kubus met videocamera's. Een schets van de geregistreerde baan is gegeven in figuur 2.5.

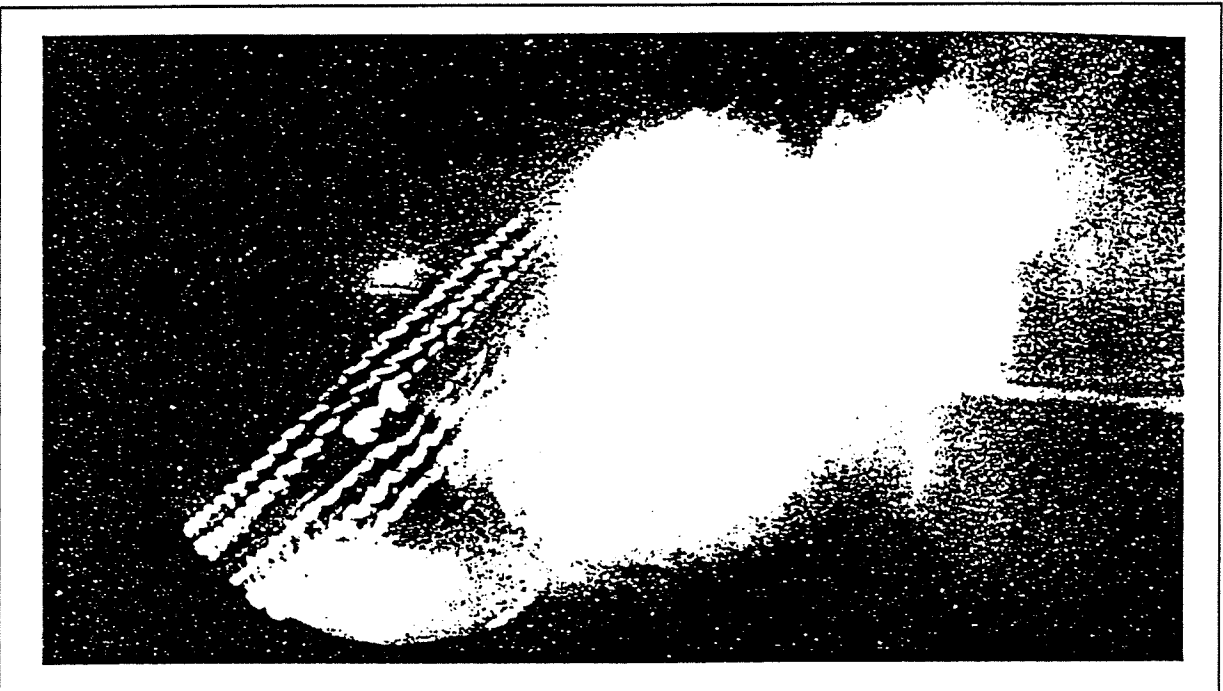
2.4.3 Het deelproces dat wordt bepaald door het asymmetrisch loslaten van de grenslaag

Met betrekking tot het asymmetrisch loslaten van de grenslaag is het meeste onderzoek verricht bij bolvormige lichamen en Joukowski-profielen (o.a. vliegtuigvleugels). Zie bijvoorbeeld [Mehta, 1985] en [Roberson and Crowe, 1993]. Bij het loslaten van de grenslaag gaat de laminaire stroming langs het voorwerp over in een turbulente stroming. In deze turbulente stroming komen wervels tot ontwikkeling waarin de druk lager is dan in de laminaire stroming aan de andere kant van het voorwerp. Een beschrijving van het loslaten van de grenslaag bij een bol is onder andere gegeven in [Stückrath et al., 1996].

Door oneffenheden op het oppervlak van het vallende voorwerp zal de plaats waar wervels loslaten min of meer gefixeerd zijn. Dit kan resulteren in een grenslaag die asymmetrisch van het vallende voorwerp loslaat.

Bij verschillende balspellen wordt gebruik gemaakt van een stiknaad in de bekleding van de bal. Als de bal zonder rotatie wordt geworpen met de naad onder een bepaalde hoek met de werprichting, dan zal de grenslaagstroming om de bal, als gevolg van de stiknaad, asymmetrisch loslaten. Dit resulteert in een asymmetrische drukverdeling om de bal. In [Mehta, 1985] is daar onderzoek naar gedaan. De asymmetrische drukverdeling heeft een liftkracht tot gevolg die de bal, omdat deze vrij kan bewegen, doet verplaatsen in een richting loodrecht op de bewegingsrichting. Wanneer de liftkracht niet door het zwaartepunt van de bal gaat, dan kan de bal in rotatie komen, waarmee wordt overgegaan op het deelproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect (§2.4.2).

In figuur 2.6 is een voorbeeld gegeven van het asymmetrisch loslaten van de grenslaag als gevolg van aanwezigheid van een stiknaad op een cricketbal [Mehta, 1985]. De cricketbal is gefixeerd en de luchtstroming is van links naar rechts. De asymmetrische loslating van de grenslaag resulteert in een opwaartse afwijking van het zog achter de bal (afwijking ten opzichte van de stromingsrichting). De bal ondervindt daardoor een naar beneden gerichte kracht.



Figuur 2.6: Stroming langs een gefixeerde, niet roterende cricketbal [Mehta, 1985]

2.5 De valbeweging en valbaan van basisvormen

In §2.4 is vermeld dat de vorm van een voorwerp van grote invloed is op het valgedrag (valbeweging en valbaan) van het voorwerp in de tweede fase van het valproces. Dit volgt ook uit het vooronderzoek, waar op basis van de experimenten van Weustink met verschillende subsorteringen (kubus-, zuil- en plaatvormige stenen) is bepaald dat de vorm van de stenen van invloed is op de spreiding van de stenen in een experiment.

De vorm van stortsteen is echter niet eenduidig te bepalen. Bij sedimentologen wordt als vergelijkingsvorm van een steen vaak de bol gekozen [Stringham et al. 1969]. Waterbouwkundigen daarentegen kiezen veelal een kubus als vergelijkingsvorm van een steen [CUR/RWS, 1995]. Om een duidelijk beeld te krijgen van het valgedrag van de verschillende basisvormen, worden in de volgende subparagrafen achtereenvolgens besproken de bol (§2.5.1), de kubus (§2.5.2), de cylinder (§2.5.3) en de ronde schijf (§2.5.4). Aangezien in [Weustink, 1998] een uitgebreid literatuuronderzoek met

betrekking tot dit onderwerp is uitgevoerd, wordt hier volstaan met een korte samenvatting van de in dat onderzoeksrapport getrokken conclusies, alsmede enkele van belang geachte aanvullingen.

2.5.1 De bol

Ten aanzien van de valbaan van een bol worden tegenstrijdige conclusies gevonden in de literatuur. Volgens [Stringham, Simons and Guy, 1969] valt de bol in het algemeen in een rechte, verticale lijn. Met uitzondering worden afwijkingen van de verticaal waargenomen. In [Viets and Lee, 1971] en in [Stückrath et al., 1996] worden echter wel afwijkingen van de verticaal waargenomen.

De afwijking van de verticaal, het zwerfgedrag van de bol, die in het onderzoek van Viets and Lee wordt waargenomen, ging altijd gepaard met het schommelen (oscilleren) van de bollen. De schommel-beweging wordt veroorzaakt doordat het massacentrum van de bol niet geheel samenvalt met het geometrisch centrum van de bol. Volgens Viets and Lee is het zwerfgedrag van de bol te verklaren door het schommelen van de bol te koppelen aan de zijdelingse verplaatsing. Zij veronderstellen namelijk dat door het schommelen (kleine rotaties), net als bij continue rotatie van een voorwerp, een horizontale liftkracht op de bol werkt, die de bol een zijdelingse verplaatsing geeft. In [Stückrath et al., 1996] wordt concludeerd dat de zijdelingse uitwijking van de bollen niet kon worden verklaard door het Magnus-effect, aangezien de bollen nagenoeg rotatievrij naar beneden vielen. Uit het 'nagenoeg' rotatievrij blijkt, dat de verklaring die Viets and Lee geven ook op de experimenten van Stückrath et al. van toepassing kan zijn.

Van Oord [Van Oord, 1996] heeft modelproeven uitgevoerd met glazen bollen. De bollen vertoonden aan het eind van het valtraject een horizontale uitwijking (ten opzichte van het geprojecteerde loslaatpunt). Dit komt overeen met de resultaten van Viets and Lee en Stückrath et al. Van Oord heeft als gevolg van de beperkingen van de door hem gebruikte videocamera, geen waarnemingen kunnen doen omtrent de valbeweging die de bollen tijdens het vallen uitvoerden. Uit zijn proefresultaten is gebleken dat de spreiding van de gestorte bollen evenredig is met de waterdiepte. Dit kan enerzijds het gevolg zijn van een eventuele rotatie van de bollen (Magnus-effect) zoals vermeld in §2.4.2, en/of anderzijds van het asymmetrisch loslaten van de grenslaag zoals vermeld in §2.4.3.

Geconcludeerd kan worden dat bollen in het algemeen een valbaan volgen die afwijkt van de verticaal door het loslaatpunt. Uit die onderzoeken waar de valbeweging van bollen is onderzocht, valt te concluderen dat de te verwachten valbeweging een schommelende beweging is, die als gevolg van een liftkracht resulteert in een horizontale verplaatsing.

2.5.2 De kubus

Ten behoeve van de realisatie van de Deltawerken is door het Waterloopkundig Laboratorium 'De Voorst' veelvuldig onderzoek gedaan naar de opbouw van blokkendammen, waarvoor betonkubussen werden gebruikt. In de rapporten met de titels 'Valproeven met een betonkubus, M856' [Van Oorschot, 1972] en 'Blokkendam, stortproeven bij varend bedrijf, M995' [Heerde, 1973], worden de volgende conclusies getrokken:

1. De stand van de kubus bij het loslaten (zodanig dat de kubus met een vlak, een ribbe of een punt met de waterspiegel in aanraking kwam) heeft vrijwel geen invloed op het snelheidsverloop van de kubus.
2. Bij proeven waarbij de kubus bij intreden in water reeds een rotatie had meegekregen, kan hetzelfde snelheidsverloop worden aangehouden als bij niet-roterende kubussen.

3. Het slingeren of kantelen van de blokken begint in het algemeen op een waterdiepte van ongeveer 5 à 8 maal de ribbe van de blokken vanaf de waterspiegel.

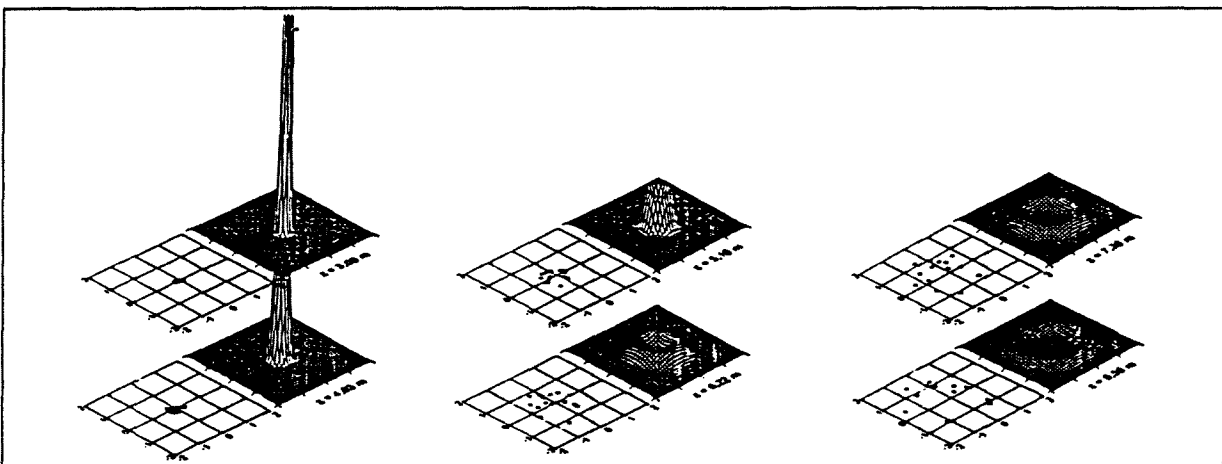
Ten aanzien van de valbeweging en de valbaan van kubussen is onderzoek verricht in [Stückrath et al., 1996]. In hun onderzoeksrapport beschrijven zij zes waarnemingen:

1. De kubussen roteren met een constante rotatiesnelheid, met als gevolg een zijwaartse beweging.
2. De inspeelperiode is kort.
3. De evenwichtsvalsnelheid van gelijke kubussen varieert nauwelijks. De momentane valsnelheid oscilleert om de gemiddelde waarde.
4. De kubussen wijken tijdens de val af van de verticaal.
5. De richting van de afwijking van de verticaal is toevallig
6. De valbanen zijn rechtlijnig, spiraalvormig of willekeurig (veelvuldig van richting veranderend).

Het roteren van kubussen bij het vallen in water is ook door Van Oord [Van Oord, 1996] waargenomen. Van Oord gebruikte aluminium en betonnen kubussen. De afstand die de kubussen in de experimenten van Van Oord hadden afgelegd alvorens zij gingen roteren, is groter dan de afstand die in [Van Oorschot, 1972] wordt beschreven. Van Oord neemt pas een roterende beweging waar op een waterdiepte van 8 à 15 maal de ribbe van de kubus.

Bij spreidingsproeven met betonkubussen door Zinkcon [Zinkcon, 1985] is geconcludeerd dat de betonkubussen sterk afwijkend spreidingsgedrag vertonen ten opzichte van de spreidingsproeven met diverse grindsorteringen. Dit werd veroorzaakt door rotatie van de kubussen, wat aanving na een waterdiepte van 0,30 meter. De kubussen hadden een ribbe van 15 millimeter, zodat rotatie aanving op een waterdiepte van 20 keer de ribbe van de kubus.

Zowel in [Stückrath, 1996] als in [Van Oord, 1995] wordt geconstateerd dat de valbaan van de kubus, vanaf het moment dat de rotatie begint, een (min of meer) constante hoek van 1:5 (11°) maakt met de verticaal. Gevolg van deze valbaan is, dat de kubussen, bij voldoende grote waterdiepte, in een soort ring om het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt terechtkomen. Bij kleiner wordende waterdiepte zal de diameter van de ring afnemen, totdat de waterdiepte uiteindelijk zo klein is geworden dat de kubussen nog niet in rotatie zijn gekomen, en het stortprofiel overgaat in een Gaussprofiel. Een overzicht van het stortprofiel van kubussen op verschillende waterdiepten is gegeven in figuur 2.7.



Figuur 2.7: Waargenomen spreidingen en kansdichtheidsfuncties van gestorte kubussen
[Stückrath et al., 1996]

Geconcludeerd kan worden dat kubussen in het algemeen een roterende valbeweging uitvoeren. Deze roterende valbeweging vangt aan na een waterdiepte van een aantal maal de ribbe van de kubus. Over

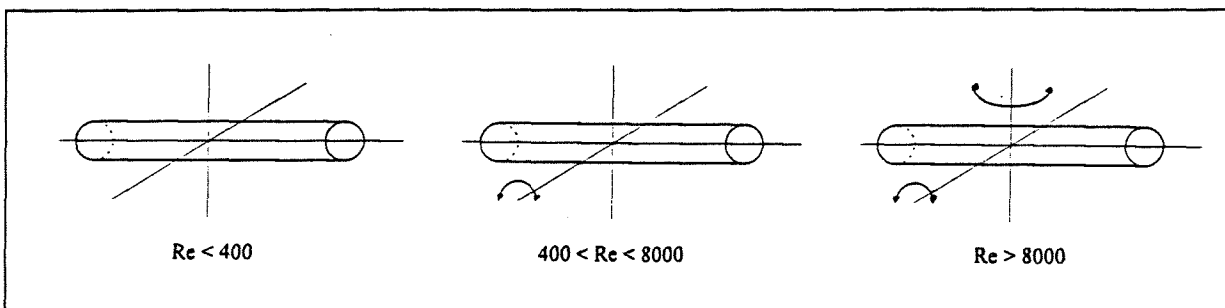
de precieze grootte is geen eenduidig antwoord te geven, aangezien deze varieert van 5 tot 20 maal de ribbe van de kubus.

Het gevolg van de rotatie van de kubus is dat de kubus onder een constante helling van 1:5 afwijkt van de verticaal. Dit kan worden verklaard op basis van het Magnus-effect (§2.4.2). De gevolgde baan is een rechte lijn, spiraalvormige (gyroscopisch effect) of een willekeurige. Het stortprofiel dat ontstaat bij het storten van een groot aantal kubussen is afhankelijk van de waterdiepte waarop wordt gestort. Bij voldoende grote waterdiepte zullen de kubussen in een ring om het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt terechtkomen.

2.5.3 De cylinder

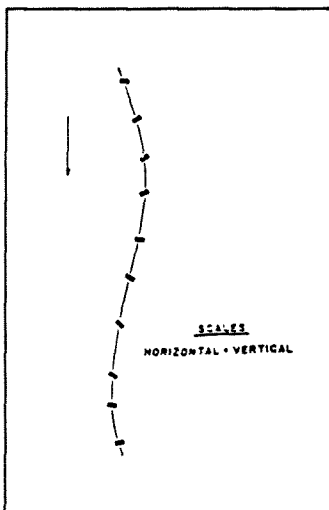
In [Stringham, Simons and Guy, 1969] wordt de valbeweging van cylinders kort beschreven. Alle door hun gebruikte cylinders hadden een lengte (L)/dikte (d)-verhouding van 4. De valbeweging die een bepaalde cylinder bij het vallen in water uitoefent, is afhankelijk van het Reynoldsgetal.

Zij concludeerden dat de cylinders voor Reynoldsgetallen kleiner dan 400 met het maximaal aangestroomde oppervlak loodrecht op de bewegingsrichting vielen. Voor Reynoldsgetallen tussen 400 en 8000 oscilleerden de cylinders in een verticaal vlak om een horizontale as loodrecht op de lange as van de cylinder. Voor Reynoldsgetallen groter dan 8000, vond naast de hiervoor genoemde oscillatie nog een oscillatie plaats, namelijk een oscillatie in een horizontaal vlak om een verticale as. De drie valbewegingen staan geschets in figuur 2.8.



Figuur 2.8: De drie valbewegingen van cylinders volgens Stringham et al.

In [Marchildon, Clamen and Gauvin, 1964] is ook al onderzoek gedaan naar het valgedrag van cylinders. Zij onderzochten echter slechts het Reynoldsgebied tussen 70 en 2400. De cylinders varieerden in L/d -verhoudingen tussen 1,5 en 35. Zij bevonden eveneens dat de valbeweging van cylinders afhankelijk is van het Reynoldsgetal.



Figuur 2.9: Valbeweging en valbaan van een cylinder [Marchildon et al., 1964]

Voor Re kleiner dan 80 vond nooit oscillatie van de cylinders plaats. Deze behielden een vaste oriëntatie met de lange as evenwijdig aan de horizontaal. Voor Re groter dan 300 vond altijd oscillatie plaats. De gemiddelde positie van de lange as bleef evenwijdig aan de horizontaal, maar de cylinders oscilleerden in een verticaal vlak om een as door het middelpunt van de cylinder loodrecht op de lange as. Dit komt geheel overeen met de bevindingen in [Stringham et al., 1969].

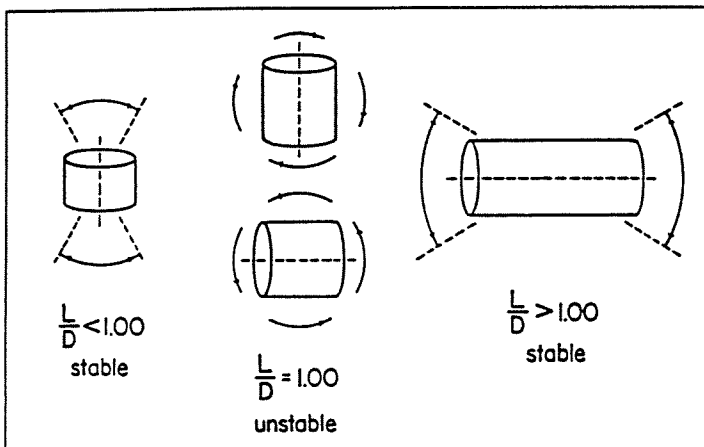
In figuur 2.9 zijn de opeenvolgende posities en oriëntaties van een typisch oscillerende cylinder gegeven. Hieruit blijkt dat er, in combinatie met de oscillatie, een duidelijke periodieke zijdelingse beweging optreedt. Dit heeft geen invloed op de verticale snelheid van de cylinder. In [Marchildon et al., 1964] wordt verondersteld dat de oscillatie van de cylinders in verband moet worden gebracht met het loslaten van wervels achter de cylinder (vortex shedding).

In [Isaacs and Thodos, 1967] wordt de valbeweging van cylinders voor verschillende L/d -verhoudingen onderzocht. Het Reynoldsgetal bij de experimenten varieerde van 1000 tot 60000.

Voor cylinders met een L/d -verhouding groter dan 1,0 oscilleerden de cylinders in een verticaal vlak om een horizontale as loodrecht op de lange as door het middelpunt van de cylinder. Naarmate de lengte van de cylinder toeneemt, neemt de grootte van de hoek tussen de maximale uitwijking en de horizontaal af. Voor de zwaardere cylinders (groter Reynoldsgetal) werd eveneens een rotatie om een verticale as door het zwaartepunt van de cylinder waargenomen.

Naarmate de L/d -verhouding naar 1,0 nadert, neemt de oscillerende beweging toe, totdat de L/d -verhouding gelijk is aan 1,0. In dit geval gaat de oscillerende beweging over in een continue rotatie van de cylinder (de cylinder lijkt nu op een kubus, wat blijkt uit de continue rotatie (zie §2.5.2)).

Voor een L/d -verhouding die kleiner is dan 1,0 oscilleert en roteert de cylinder (de vorm is nu beter te beschrijven als een schijf, zie §2.5.4) om een verticale as door het middelpunt van de cylinder.



De drie hierboven beschreven valbewegingen als functie van de L/d -verhouding staan geschetst in figuur 2.10. Ook Isaacs and Thodos veronderstellen dat de oscillerende bewegingen van de cylinder het gevolg is van het loslaten van wervels achter de vallende cylinder.

Figuur 2.10: Typen valbewegingen van een cylinder als functie van de L/d -verhouding [Isaacs and Thodos, 1967]

Geconcludeerd kan worden dat cylinders voor Reynoldsgetalen groter dan 400 een oscillerende valbeweging uitoefenen. Het type oscillatie is afhankelijk van het Reynoldsgetal en de L/d -verhouding van de cylinder. Bij het oscilleren wijkt de cylinder af van de verticaal door zijn loslaatpunt.

2.5.4 De ronde schijf

In [Willmarth, Hawk and Harvey, 1964] is onderzoek gedaan naar de valbeweging van (ronde) schijven. Zij stelden dat de valbeweging die een schijf zou uitoefenen afhankelijk is van het Reynoldsgetal (Re) en een dimensieloos massa-traagheidsmoment (I^*). In [Stringham et al., 1969] wordt voortgeborduurd op de bevindingen in het onderzoeksrapport van Willmarth et al. In het meest recente onderzoek naar de valbeweging van schijven, [Field, Klaus, Moore and Nori, 1997], wordt gebruik gemaakt van het onderzoeksrapport van Stringham et al. Aangezien de drie genoemde onderzoeken sterk aan elkaar zijn gerelateerd, worden slechts de bevindingen van de laatstgenoemde, Field et al., besproken.

Field et al. onderscheiden op basis van een combinatie tussen het Reynoldsgetal en een dimensieloos massa-traagheidsmoment vier typen valbewegingen voor schijven. Het dimensieloos massa-traagheidsmoment (I^*) is de verhouding tussen de massa-traagheid van de vallende schijf en ($\rho_f D^5$).

$$I^* = \frac{I_{\text{schijf}}}{\rho_f \cdot D^5} = \frac{\frac{1}{64} \cdot \pi \cdot D^4 \cdot \rho \cdot t}{\rho_f \cdot D^5} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot t}{64 \cdot \rho_f \cdot D} \quad (2.6)$$

Waarin:	D	de diameter van de schijf en de bol
	ρ	de massadichtheid van de schijf
	ρ_f	de massadichtheid van het medium waarin de schijf valt
	t	de dikte van de schijf

De term $(\rho_f D^5)$ kan worden gezien als het massa-traagheidsmoment van de vloeistof met de vorm van het omwentelingslichaam van de vallende schijf (een bol), waarin een constante term $\frac{\pi}{60}$ is weggelaten:

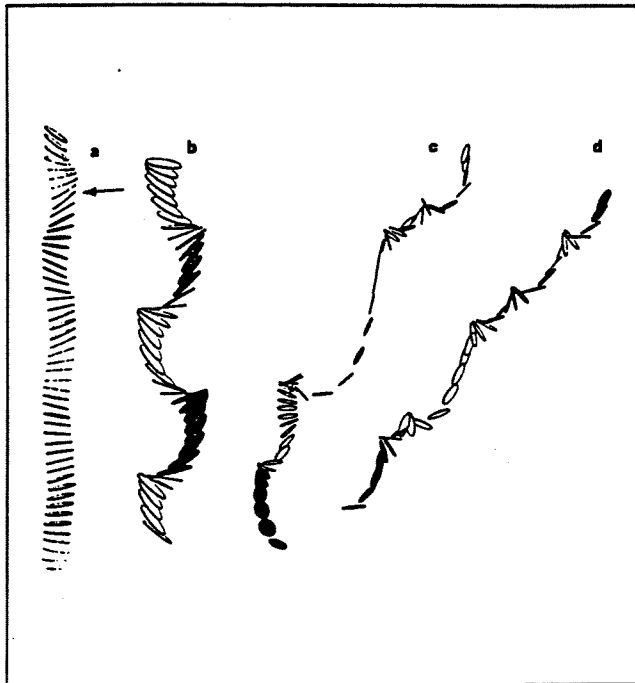
$$I_{\text{bol, vloeistof}} = \frac{\pi}{60} \cdot \rho_f D^5$$

Op basis van het dimensieloos massatraagheidsmoment I^* en het getal van Reynolds zijn vier valbewegingen van schijven te onderscheiden. Deze zullen hieronder worden besproken. In figuur 2.11 staan de vier typen valbewegingen getekend en in figuur 2.12 is een fasediagram gegeven, waaruit op basis van het Reynoldsgetal en het dimensieloos massatraagheidsmoment kan worden afgelezen welk type valbeweging op zal treden.

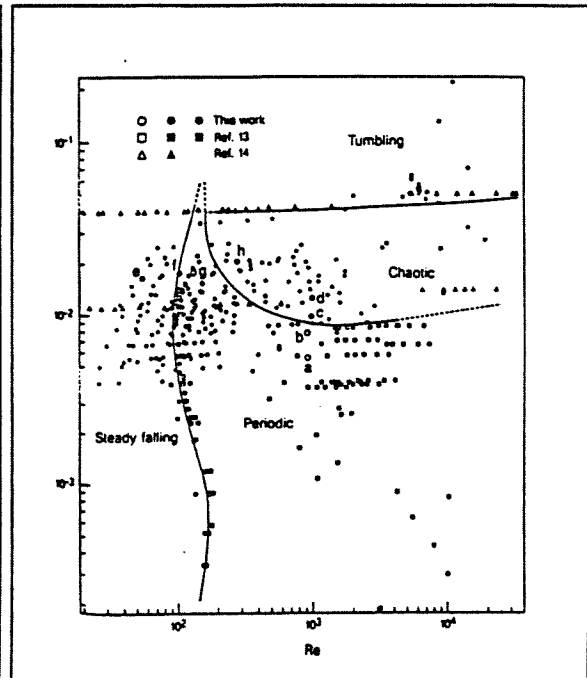
De proefresultaten in [Stringham et al., 1969] en [Field et al., 1997] zijn als volgt samen te vatten:

- Eenparige valbeweging (steady falling movement volgens Field et al.), die alleen bij lage Reynoldsgetallen wordt waargenomen ($Re < 200$). Een schijf met een willekeurige aanvangsoriëntatie komt zeer snel in een dergelijke schommelende beweging, met het maximaal aangestroomde oppervlak nagenoeg loodrecht op de bewegingsrichting, terecht.
- Regelmatische of periodieke slingerende beweging (periodic movement volgens Field et al.), die bij hogere Reynoldsgetallen en kleine dimensieloze massatraagheidsmomenten optreedt (globaal: $200 < Re < 2 \cdot 10^4$, $I^* < 0,01$). Na het verlopen van een inspeelperiode heeft de beweging een regelmatige oscillatieperiode.
- Glij- en tuimelbeweging (chaotic movement volgens Field et al.), die gevonden wordt als het Reynoldsgetal en het dimensieloos massatraagheidsmoment matig groot zijn (globaal: $200 < Re < 2 \cdot 10^4$, $0,01 < I^* < 0,04$). Typerend voor deze valbeweging is, dat de oscillaties groter en groter worden totdat de hoek met het horizontale vlak zo groot is, dat de schijf 'over de kop' gaat. Dit doet het dan verscheidene malen en valt dan plotseling weer terug in de oscillerende beweging. Het aantal malen dat de schijf over de kop gaat en de tijd tussen twee opeenvolgende aantal malen 'over de kop gaan' lijken volstrekt willekeurig te zijn. De richting waarin de schijf beweegt kan eveneens plotseling veranderen.
- Tuimelbeweging (tumbling movement volgens Field et al.), die wordt waargenomen bij grote waarden van het dimensieloos massatraagheidsmoment ($I^* > 0,04$). Deze valbeweging wordt gekenmerkt door rotatie van de schijf over 360° bij een vrijwel constante valsnelheid. De schijf beweegt zich daarbij in een willekeurige richting in het horizontale vlak.

Ten aanzien van de valbeweging en valbaan van (ronde) schijven kan worden geconcludeerd dat er afhankelijk van het Reynoldsgetal en het dimensieloos massatraagheidsmoment vier typen valbewegingen zijn te onderscheiden. Met uitzondering van de eenparige valbeweging, zullen de plaatjes een kleinere of grotere (afhankelijk van het type valbeweging) uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt vertonen.



Figuur 2.11: Vier typen valbewegingen van een schijf [Field et al., 1997]



Figuur 2.12: Fasediagram [Field et al., 1997]

2.6 De valbeweging en valbaan van stortsteen

Over de valbeweging en valbaan van stortsteen in water is in de literatuur weinig gepubliceerd. In het algemeen handelen de verschillende onderzoeken naar het vallen van stortsteen in water over het bepalen van de evenichtsvalsnelheid en de weerstandscoefficiënt (zie bijvoorbeeld [Knieß, 1981]) of de opbouw en de breedte van het stortprofiel dat ontstaat na het storten van een bepaalde hoeveelheid stenen (zie bijvoorbeeld [Zinkcon, 1985] en [WL Q673, 1989]).

In [Alger and Simons, 1968] is bij het onderzoek naar de valsnelheid van stenen in water eveneens een beschrijving gegeven van de valbeweging die de verschillende stenen uitvoerden. De vorm van een steen definieerden zij met een gemodificeerde Corey Shape Factor (SF) (zie §5.3 in deel A). De in [Alger and Simons, 1968] gedefinieerde vormfactor is:

$$(SF) \cdot \frac{d_A}{d_n} \quad (2.7)$$

Waarin:	SF	Corey Shape Factor ($\frac{c}{\sqrt{a \cdot b}}$)
	d_A	de diameter van een bol met hetzelfde oppervlak als de steen
	d_n	de diameter van een bol met hetzelfde volume als de steen (nominale diameter)

Voor Reynoldsgetallen kleiner dan 100 vielen de stenen met een relatief stabiele oriëntatie min of meer rechthoekig naar beneden. Voor Reynoldsgetallen groter dan 2000 vertoonden de stenen een volledig ontwikkelde glij- en tuimelbeweging (tipping-sliding motion volgens Alger and Simons), die overeenkomt met de glij- en tuimelbeweging, zoals die gedefinieerd is in [Field et al., 1997] voor schijven (§2.5.4). Voor Reynoldsgetallen tussen 100 en 2000 trad een overgangsfase in de valbeweging van de stenen op.

Eveneens wordt in [Alger and Simons, 1968] geconcludeerd dat bij toenemende waarde van de door hen gedefinieerde vormfactor (vergelijking (2.7)), een afname in de glij- en tuimelbeweging merkbaar is, maar een toename van de rotatie van de steen. Een waarde 1,0 van de vormfactor komt overeen met een bol. Bij toenemende waarde van de vormfactor, dus tot 1,0 naderend, bereikt de steen de kubusvorm. Volgens §2.5.2 roteren de kubussen bij het vallen in water. Een kleine waarde van de vormfactor komt overeen met een plattere vorm van de steen (plaatjesvorm of schijven). Volgens §2.5.4 kunnen schijven, afhankelijk van het dimensieloos massa-traagheidsmoment en het getal van Reynolds, een glij- en tuimelbeweging vertonen. De waarnemingen in [Alger and Simons, 1968] zijn dus geheel in overeenstemming met de valbewegingen van de basisvormen. Een nadeel van de vormfactor volgens Alger and Simons is, dat de waarde van d_A slechts in een laboratorium kan worden bepaald: de steen dient eerst te worden voorzien van een dunne laag kleurstof en vervolgens in een beker met een bekend verondersteld volume water te worden gewassen. Uit de concentratie kleurstof in de beker water kan vervolgens het oppervlak van de steen worden berekend en daaruit weer de waarde van d_A .

In [Weustink, 1998] is een poging gedaan om het valgedrag (valbeweging en valbaan) van stortsteen in te delen in categorieën overeenkomstig de manier in [Field et al., 1997], namelijk op basis van het getal van Reynolds en het dimensieloos massa-traagheidsmoment I^* . Het bleek echter niet goed mogelijk het dimensieloos massa-traagheidsmoment voor een stortsteen te bepalen. Voor een geometrisch symmetrische vorm is de vorm het omwentelingslichaam redelijk eenvoudig te bepalen. Voor een steen daarentegen, met een zeer grillige, niet eenduidige vorm, lijkt dit ondoenlijk.

In [Weustink, 1998] wordt ter vereenvoudiging een kubus als vergelijkingsvorm voor een steen gekozen. Het omwentelingslichaam van een kubus wordt verondersteld een bol te zijn. Indien op basis van deze vereenvoudigingen de berekende waarden van I^* voor bepaalde stenen worden uitgezet tegen de getallen van Reynolds voor de betreffende stenen, dan blijken de datapunten van de stenen niet te passen in het fasediagram volgens [Field et al., 1997] (figuur 2.12). Een voorspelling van de valbeweging en de valbaan van een steen op basis van een dimensieloos massa-traagheidsmoment wordt dan ook niet zinvol geacht.

Op basis van de bevinding in [Alger and Simons, 1968] dat de valbewegingen van de verschillende stenen in de experimenten grote overeenkomsten vertonen met die van basisvormen, wordt geconcludeerd dat de valbeweging van stenen, als gevolg van het niet eenduidig te definiëren zijn van de vorm van een steen en de grote verscheidenheid in vorm van stenen in een steensortering, een combinatie is van de verschillende typen valbewegingen van een bol, kubus, cylinder en een schijf.

3. De experimenten

3.1 Inleiding

Modelproeven bieden de mogelijkheid om op relatief eenvoudige en goedkope wijze de werkelijkheid (het prototype) in het schaalmodel na te bootsen. Dit laatste is echter ook het kritieke probleem bij het uitvoeren van proeven op schaal; worden de processen en omstandigheden die zich in werkelijkheid afspelen op de juiste wijze in het schaalmodel weergegeven, oftewel is er sprake van gelijkvormigheid van de bestudeerde verschijnselen in model en prototype? Op dit vraagstuk wordt ingegaan in §3.2.

Vervolgens wordt in §3.3 de opzet van de modelproeven besproken. Achtereenvolgens komen aan de orde de modelproefopstelling, de gebruikte materialen, de wijze waarop de experimenten worden uitgevoerd en een overzicht van de uitgevoerde modelproeven.

Ten slotte zullen in §3.4 in grafieken en tabellen de verschillende modelproefresultaten worden gepresenteerd. Besproken worden achtereenvolgens de bij de valproeven optredende Reynoldsgetallen, de stortresultaten en verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking voor de verschillende experimenten, de grafieken c-h en de invloed van de vorm van de stenen.

3.2 Schaalregels

Voor de beschrijving van de vloeistofstroming om een vallende steen kunnen de vergelijkingen van Navier-Stokes worden gebruikt. Rotatie alsmede de oorzaken die leiden tot snelheids- en drukveranderingen van en in de vloeistof, zowel in plaats als in tijd, blijven buiten beschouwing. In het geval van gestorte steen betekent dit, dat de kenmerken van de steen (massadichtheid, vorm en afmetingen) buiten beschouwing blijven. De Navier-Stokes vergelijking voor drie onderling loodrechte richtingen wordt gegeven in vergelijking (3.1).

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) + \rho \bar{u} (\nabla \bar{u}) = -\nabla p + \rho \bar{f} + \eta \nabla^2 \bar{u} \quad (3.1)$$

Waarin:	ρ	massadichtheid van het water
	η	dynamische viscositeit van het water
	p	waterdruk
	$\bar{f}$	versnelling ten gevolge van de externe kracht
	$\bar{u}$	snelheid van het water ten opzichte van de steen

Na het invoeren van de normerende grootheden: U voor de snelheid, L voor de lengte, T voor de tijd en P_0 voor de druk en onder de veronderstelling dat de zwaartekracht (g) de enige externe kracht is, kunnen de volgende dimensieloze grootheden worden geformuleerd:

$$\bar{u}_d = \frac{\bar{u}}{U}, \quad t_d = \frac{t}{T}, \quad p_d = \frac{p}{P_0}, \quad \bar{g}_d = \frac{\bar{g}}{g}, \quad \nabla_d = L \cdot \nabla, \quad \nabla_d^2 = L^2 \cdot \nabla^2$$

Deze dimensieloze grootheden ingevuld in vergelijking (3.1) geeft:

$$\left(\frac{\rho U}{T} \right) \cdot \frac{\partial \bar{u}_d}{\partial t_d} + \left(\frac{\rho U^2}{L} \right) \cdot \bar{u}_d (\nabla_d \bar{u}_d) = - \left(\frac{P_0}{L} \right) \cdot \nabla_d p_d + \bar{g}_d \rho g + \left(\frac{\eta U}{L^2} \right) \cdot \nabla_d^2 \bar{u}_d \quad (3.2)$$

Deling van vergelijking (3.2) door $\rho U^2 L^{-1}$ levert:

$$\left(\frac{L}{UT}\right) \cdot \frac{\partial \bar{u}_d}{\partial t} + \bar{u}_d (\nabla_d \bar{u}_d) = - \left(\frac{P_0}{\rho U^2}\right) \cdot \nabla_d P_d + \left(\frac{gL}{U^2}\right) \cdot \bar{g}_d + \left(\frac{\eta}{\rho UL}\right) \cdot \nabla_d^2 \bar{u}_d \quad (3.3)$$

In deze laatste uitdrukking zijn vier dimensieloze kentallen te onderscheiden:

$Fr^{-1} = \frac{gL}{U^2}$ de reciproque van het Froudegetal. Het getal van Froude geeft de verhouding tussen de zwaartekracht ($\rho g L^3$) en de stationaire traagheidskracht ($\rho U^2 L^2$). Het speelt een rol bij stroming met een vrije waterspiegel. De val van stortsteen in water wordt geacht zich in een oneindige watermassa af te spelen, zodat er geen invloed van de vrije waterspiegel zal zijn. De stationaire traagheidskrachten kunnen in de tweede fase van het valproces van stortsteen worden verwaarloosd.

$Eu^{-1} = \frac{P_0}{\rho U^2}$ de reciproque van het getal van Euler. Het getal van Euler geeft de verhouding tussen de drukkracht ($P_0 L^2$) en de stationaire traagheidskracht ($\rho U^2 L^2$). De druk in de vloeistof zal niet veel invloed hebben op de valbeweging van stortsteen in de tweede fase van het valproces.

$Re^{-1} = \frac{\eta}{\rho UL}$ de reciproque van het getal van Reynolds. Het Reynoldsgetal geeft de verhouding tussen de viskeuze kracht ($\eta UL/\rho$) en de stationaire traagheidskracht ($\rho U^2 L^2$). De viscositeit van de vloeistof speelt bij de valbeweging van stortsteen een belangrijke rol.

$St^{-1} = \frac{L}{UT}$ de reciproque van het getal van Strouhal. Het Strouhalgetal geeft de verhouding tussen de stationaire traagheidskracht ($\rho U^2 L^2$) en de instationaire traagheidskracht ($\rho UL^3/T$). Het getal van Strouhal is een maat voor het afschudden van wervels (vortex shedding).

De val van stortsteen in water wordt geacht zich in een oneindige watermassa af te spelen, zodat er geen invloed is van de vrije waterspiegel. Het getal van Froude speelt dan ook geen rol in het schaalmodel. De viscositeit van de vloeistof waarin de steen valt, speelt daarentegen wel een belangrijke rol, omdat deze van invloed is op de stroming rond de steen. De viscositeit komt tot uiting in het getal van Reynolds. Aangezien het afschudden van wervels (vortex shedding) in het ESM verantwoordelijk wordt gesteld voor de horizontale verplaatsingen van een steen, is het getal van Strouhal ook van belang in het schaalmodel van vallende stenen in water.

De gebruikte schaalregels worden gebaseerd op een voor model en prototype gelijke waarde van de van belang zijnde kentallen (Reynolds en Strouhal). De schaalfactor n bij een bepaalde grootte i is per definitie [De Vries, 1977]:

$$n_i = \frac{i_{\text{prototype}}}{i_{\text{model}}}$$

De schaafeffecten met betrekking tot de twee van belang zijnde dimensieloze kentallen bij het vallen van een steen in water (het getal van Reynolds en het getal van Strouhal) zullen hierna worden besproken.

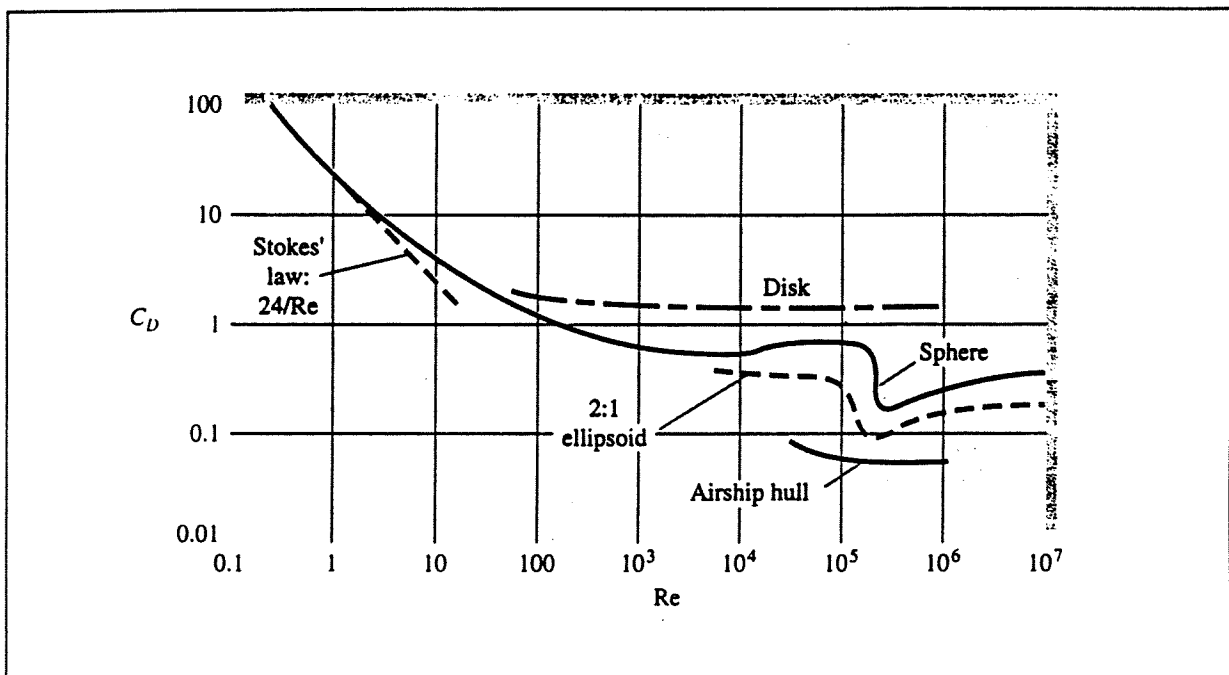
Het Getal van Reynolds

Het Reynoldsgetal staat in aangepaste vorm gegeven in vergelijking (3.4).

$$Re = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad (3.4)$$

Waarin: u momentane valsnelheid van de steen
 D karakteristieke steenafmeting
 ν kinematische viscositeit van het water

Schaaleffecten in de modelproeven met betrekking tot het getal van Reynolds treden niet op indien het getal van Reynolds geen invloed heeft op de weerstandscoefficiënt C_d . Op basis van figuur 3.1 en voorgaande onderzoeken wordt aangenomen dat dit het geval is voor een waarde van het Reynoldsgetal groter dan 1000.



Figuur 3.1: Weerstandscoefficiënt C_d voor 3-D voorwerpen als functie van het Reynoldsgetal [White, 1994]

De toelaatbare kleinste afmeting van de gebruikte stortsteen in het schaalmodel kan worden bepaald door het substitueren van vergelijking (3.4) in de vergelijking voor de evenichtsvalsnelheid van een voorwerp/steen (vergelijking (2.4)) en daarbij voor het getal van Reynolds (Re) een waarde van 1000 aan te nemen. In [Van Oord, 1996] en [Weustink, 1998] is een toelaatbare kleinste karakteristieke steenafmeting berekend van ongeveer 4,0 millimeter (met de massadichtheid van de steen, ρ_s , ongeveer gelijk aan 2600 kg/m^3).

Het getal van Strouhal

Het Strouhalgetal staat in aangepaste vorm in vergelijking (3.5).

$$St = \frac{\omega \cdot D}{v} = \frac{2\pi \cdot D}{T \cdot v} \quad (3.5)$$

Waarin: ω de radiaalfrequentie, $\frac{2\pi}{T}$
 D karakteristieke steenafmeting

- U momentane snelheid van de steen
- T periode van het afschudden van wervels (vortex shedding)

Het getal van Strouhal is een dimensieloze maat voor het afschudden van wervels voor een tweedimensionaal stroombeeld. De vorm- en oppervlakteruwheid in combinatie met het zeer grillige karakter van de aanstromingsoriëntatie van de gestorte stenen dragen bij aan de onregelmatigheid van het loslaten van wervels van de steen tijdens de valbeweging naar de bodem. De variabele liftkracht heeft een grillige valbaan van elke steen in water tot gevolg. Er van uitgaande dat het getal van Strouhal ook voor een driedimensionaal stroombeeld toepasbaar is, is er sprake van gelijkvormigheid in model en prototype indien in de modelproeven de wervels, tijdens de valbeweging, op vergelijkbare onregelmatige wijze loslaten. Aangezien de modelproeven worden uitgevoerd met stortstenen, wordt aangenomen dat de massadichtheid, vorm- en oppervlakteruwheid van het gebruikte stortmateriaal overeenkomstig is met in prototype gehanteerde steensorteringen, zodat geen schaaleffecten met betrekking tot het Strouhalgetal worden verwacht.

3.3 Uitvoering van de modelproeven

3.3.1 De modelproefopstelling

Voor de uitvoering van de modelproeven in het kader van het voorliggende afstudeerwerk is gebruik gemaakt van een rechthoekige bakconstructie, die aanwezig was in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek in Delft. Deze bakconstructie is speciaal voor de experimenten van Van Oord [Van Oord, 1996] in opdracht van de Bouwdienst van Rijkswaterstaat gebouwd. De bakconstructie bestond uit een vierkante bodemplaat van $2,5 \times 2,5 \text{ m}^2$, waarop vier 2,0 meter hoge aan elkaar grenzende opstaande wanden waren bevestigd. Twee van deze wanden waren stalen platen en de andere twee waren glasplaten met een dikte van 60 millimeter.

In de bakconstructie was een extra, losliggende, aluminium bodemplaat geplaatst. Deze extra bodemplaat kon op hoogte worden ingesteld door het opstapelen van tegels of blokken op de vaste bodemplaat. Hiervoor diende de losse bodemplaat tijdelijk te worden verwijderd. Dit gebeurde met een verrijdbare kraan.

De stalen wanden en de losse bodemplaat waren wit geschilderd om het contrast ten opzichte van de donkergekleurde stenen zo groot mogelijk te maken. Op de witte losse bodemplaat zijn concentrische cirkels aangebracht, zodat in één oogopslag een indruk van de spreiding van de individueel gestorte stenen wordt verkregen.

Om de stenen vanaf de bovenkant van de bakconstructie te kunnen storten werd gebruik gemaakt van een houten loopplank. In het midden van deze plank was een gat aangebracht, waarin een trechter kon worden geplaatst. Deze trechter diende om het begin van de valbaan van elke steen zo goed mogelijk gelijk te doen zijn. Door verschuiven van de loopplank en de trechter kon met behulp van een peillood het midden van de trechter bij elk experiment precies boven het centrum van de concentrische cirkels worden geplaatst.

Een illustratie van de modelproefopstelling is gegeven in figuur 3.2

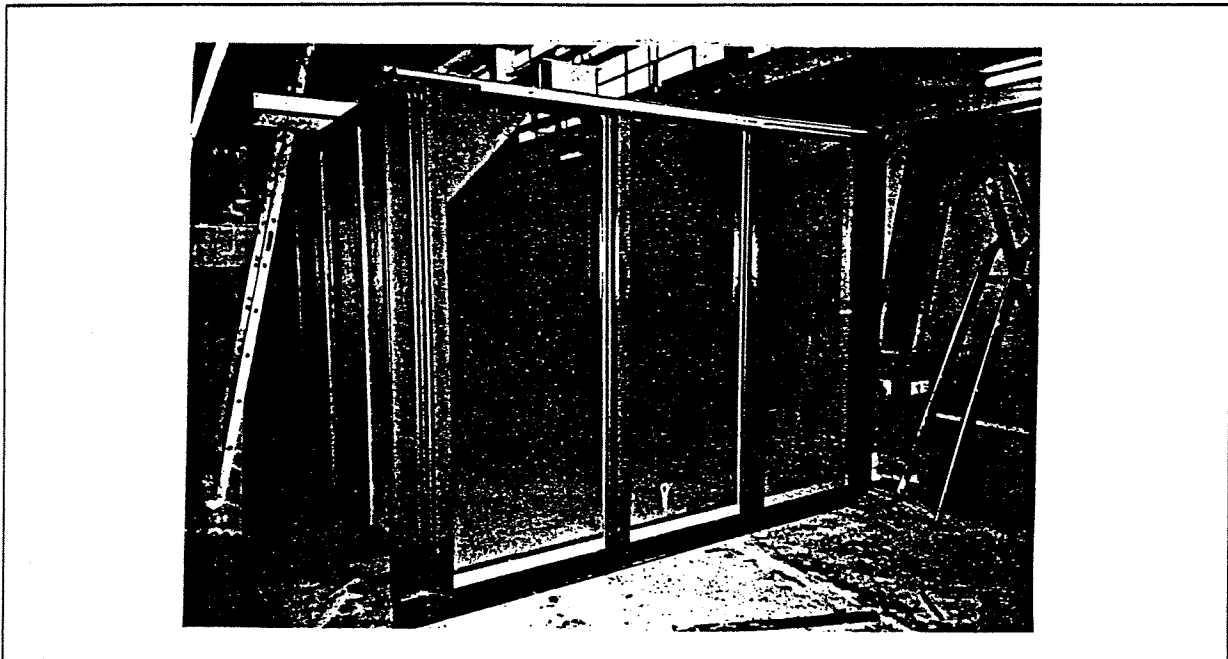
3.3.2 De gebruikte materialen

3.3.2.1 De steensorteringen

Met het oog op de beschikbare tijd en het aantal uit te voeren experimenten is gekozen voor twee steensorteringen. Omdat slechts twee sorteringen zijn gekozen, bestonden beide sorteringen uit breuksteen (en niet bijvoorbeeld één grind- en één breuksteensortering), zodat de oppervlakteruwheid van het stortmateriaal niet van invloed was op de valbeweging, valbaan en spreiding van de stenen.

Om het verband tussen de spreiding van de stenen en de karakteristieke steendiameter te verifiëren, zijn de steensorteringen dusdanig gekozen dat tussen de twee karakteristieke steendiameters ongeveer een factor 2 verschil zit. De stenen zijn afkomstig uit de opslagplaats van het Laboratorium van Vloeistofmechanica.

Op basis van figuur 7.2 uit deel A is gekozen voor een steensortering met een zeefmaat (D_{50}) van ongeveer 15 millimeter en een steensortering met een zeefmaat van ongeveer 30 millimeter. Uit de voorhanden zijnde stenen zijn de gewichten bepaald waarvoor de stenen de hiervoor genoemde zeefmaten hadden. Omdat in het Enkele Steen Model van één (vaste) karakteristieke steenaafmeting wordt uitgegaan, zijn na het vaststellen van de juiste gewichten voor de gewenste zeefmaten, stenen gezocht met ongeveer hetzelfde gewicht. Hierdoor hadden de zeefkrommen een zeer steil verloop, zodat er binnen de steensorteringen geen grote variatie in spreiding werd verwacht op basis van variatie in de steenaafmetingen.



Figuur 3.2: De modelproefopstelling

Voor het bepalen van de massadichtheid en de nominale diameter van de stenen is gebruik gemaakt van een weegopstelling in het Laboratorium van Vloeistofmechanica. Een illustratie van de weegopstelling is gegeven in figuur 3.3.

De massadichtheid en de nominale diameter van een steen zijn als volgt bepaald:

1. Wegen van de droge steen
2. Wegen van de steen onder water
3. Bepalen massa van het verplaatste water
4. Bepalen van het volume van de steen
5. Bepalen massadichtheid van de steen
6. Bepalen nominale diameter van de steen
7. Bepalen van de zeefmaat van de steen

$$M_{\text{steen, droog}}$$

$$M_{\text{steen, onder water}}$$

$$M_{\text{verpl. water}} = M_{\text{steen, droog}} - M_{\text{steen, onder water}}$$

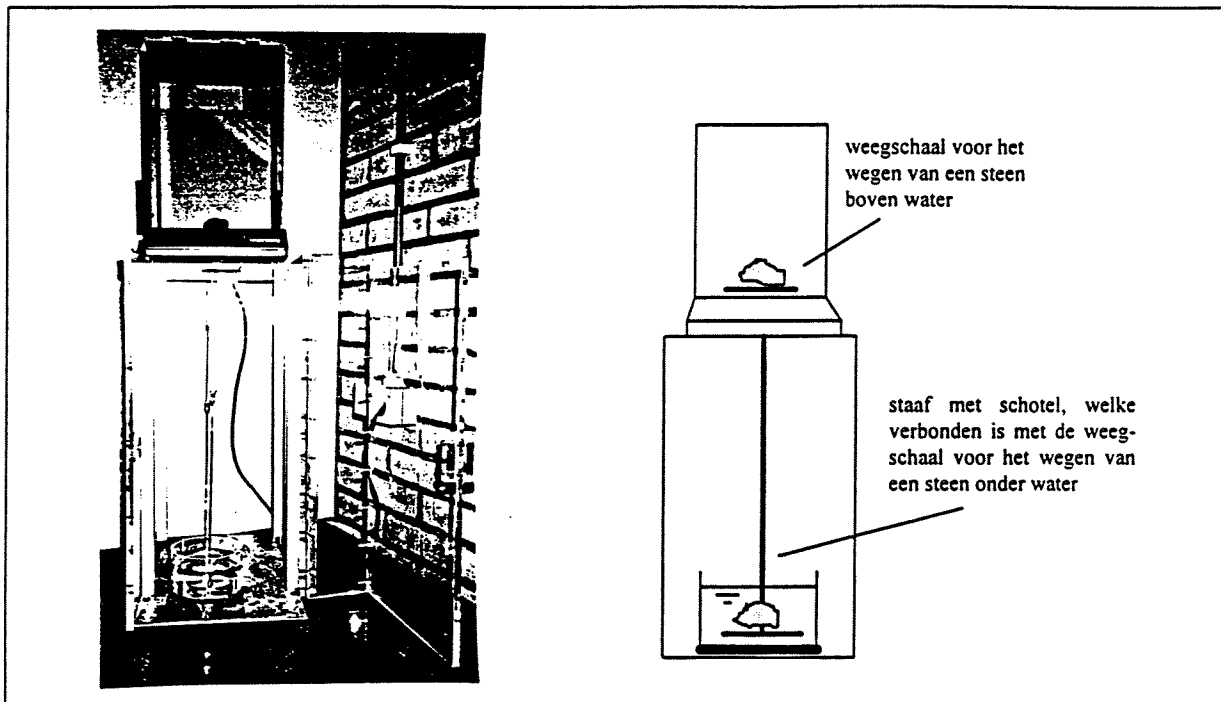
$$V_{\text{steen}} = V_{\text{verpl. water}} = \frac{M_{\text{verpl. water}}}{\rho_w}$$

$$\rho_s = \frac{M_{\text{steen, droog}}}{V_{\text{steen}}}$$

$$D_{n,x} = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{steen, droog}}}{\rho_s}}$$

$$D_x = \frac{D_{n,x}}{0.84}$$

De massadichtheid van het water waarin de stenen werden gewogen bedroeg 993.5 kg/m^3 . De temperatuur van het water was 23°C . Op bovengenoemde wijze zijn 2 keer 220 stenen geselecteerd, die voldeden aan de gestelde eis met betrekking tot de nominale diameters.



Figuur 3.3: De weegopstelling

Aangezien ook onderzoek is gedaan naar de invloed van de vorm van een steen op zijn valbeweging en valbaan en daarmee op zijn uiteindelijke horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, zijn de vormen van de verschillende stenen bepaald. Dit is gebeurd op basis van de L/d -verhouding. De lengte (L) en de dikte (d) van de steenstukken zijn gedefinieerd volgens NEN 5183. De lengte van een steenstuk is de grootste afstand tussen twee punten van het steenstuk. De dikte van een steenstuk is de minimale afstand tussen twee evenwijdige rechten, waartussen het steenstuk nog juist kan passeren. De lengte en de dikte van de steenstukken zijn bepaald met behulp van een schuifmaat.

Volgens [Weustink, 1998] is nog een derde maat nodig om de vorm van de steen eenduidig vast te leggen. Een L/d -verhouding van bijvoorbeeld 3,5 geldt voor zowel een zuil- als een plaatvormige steen. Het onderscheid kan worden gemaakt door een visuele beoordeling van de vorm. Deze visuele beoordeling is in eerste instantie in dit onderzoek achterwege gelaten, omdat er twijfel bestond omtrent de mate waarin er op basis van de L/d -verhouding een uitspraak kon worden gedaan over de invloed van de vorm van een steen op de horizontale uitwijking. Indien er toch enig verband tussen de L/d -verhouding en de horizontale uitwijking van de steen is te ontdekken, dan kan alsnog de visuele beoordeling van de vorm van de steen worden gemaakt om een betere uitspraak omtrent de vorminvloed op de spreiding te kunnen doen.

Volgens [CUR/RWS, 1995] worden in de praktijk eisen gesteld ten aanzien van de L/d -verhouding van de stenen in een sortering. Er wordt gesteld dat het percentage stenen met een L/d -verhouding groter dan 3 ongeveer 3 à 5 procent mag bedragen. Uit de twee keer 220 stenen zijn twee keer 200 stenen gekozen met een L/d -verhouding kleiner dan 3.

De twee selectief samengestelde steensorteringen van elk 200 steenstukken zijn Sortering A en Sortering B genoemd. Alle stenen in beide sorteringen zijn met een watervaste stift voorzien van een nummer. Hierdoor is het mogelijk bij het uitvoeren van een experiment voor elke steen de valbeweging en valbaan te noteren. Na het uitvoeren van een experiment kan dan ook voor elke steen de horizontale uitwijking worden genoteerd. Zodoende is het mogelijk de (verschillende) door een

bepaalde steen uitgevoerde valbewegingen en valbanen via zijn vorm te koppelen aan de uitwijkingen van de betreffende steen. In bijlage I zijn van beide sorteringen de kenmerken van elke steen genoteerd.

Met de tabellen in bijlage I zijn de karakteristieke krommen van sortering A en sortering B te maken. In bijlage J zijn voor respectievelijk sortering A en sortering B de massaverdelingskromme, de nominale diameter verdeling, de zeefkromme, de massadichtheidskromme en de L/d-kromme gegeven. In tabel 3.1 staan de kenmerken van beide sorteringen.

Sortering	ρ_s [kg/m ³]	D_{n50} [mm]	D_{50} [mm]	D_{85}/D_{15} [-]
A	3000	11.2	13.3	1.12
B	2681	21.5	25.5	1.05

Tabel 3.1: Overzicht van de in de modelproeven gebruikte steensorteringen

3.3.2.2 Het water

De in de vorige paragraaf beschreven steensorteringen zijn gestort in water. Het vullen van de bakconstructie (§3.3.1) met water vond plaats met een pompen-leidingen-systeem dat aanwezig was in het Laboratorium van Vloeistofmechanica. Voor de maximaal in te stellen waterdiepte van 1,90 meter bedroeg de vultijd 45 minuten. Het legen van de bakconstructie vond plaats door het opendraaien van een kraan. Het water kon daardoor wegstromen door een gat in de vaste bodemplaat. Dit leeglopen vergde bij de maximale waterdiepte van 1,90 meter 60 minuten.

Uit weging van 100 cm³ water is de massadichtheid van het water bepaald. Deze bedroeg 998 kg/m³. Het water had een temperatuur van 21,1°C.

3.3.3 Wijze van uitvoeren van de modelproeven

Om het hoofddoel van dit afstudeeronderzoek te verwezenlijken dient het verband tussen de parameter c uit het ESM en de waterdiepte h te worden bepaald. In het ESM wordt namelijk verondersteld dat de spreiding van de stenen evenredig is met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting volgens vergelijking (8) uit deel A. Dit geldt alleen als de parameter c als een constante mag worden beschouwd (onafhankelijk van de waterdiepte).

$$\sigma = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (8)$$

Om het verband tussen c en h te bepalen, worden op verschillende waterdiepten experimenten uitgevoerd, ten einde de waarde van c te bepalen. Begonnen wordt op de maximaal instelbare waterdiepte van 1,90 meter (de losse bodemplaat ligt op de vaste bodemplaat). Elk experiment wordt twee keer herhaald om een zo betrouwbaar mogelijk resultaat te krijgen. Om een zo nauwkeurig mogelijk beeld te verkrijgen van het verloop van de parameter c met de waterdiepte is de stapgrootte in de waterdiepte aanvankelijk gesteld op 15 centimeter. Na tussentijdse uitwerking van de proefresultaten is op basis van het voorspelde verloop, de tussentijdse uitwerking en de resterende beschikbare tijd besloten de stapgrootte te vergroten. Uiteindelijk zijn voor zowel sortering A als sortering B op zeven verschillende waterdiepten experimenten uitgevoerd:

sortering A: $h =$ 1,90 m, 1,75 m, 1,60 m, 1,10 m, 0,60 m, 0,40 m en 0,20 m
 sortering B: $h =$ 1,90 m, 1,75 m, 1,60 m, 1,20 m, 0,85 m, 0,60 m en 0,40 m

Om het neven doel van dit afstudeerwerk te verwezenlijken dient bij de uitvoering van de experimenten te worden bijgehouden hoe elke steen valt (valbeweging en valbaan) en waar de betreffende steen op de bodem terechtkomt. Daartoe is bij de uitvoering van de experimenten op een waterdiepte van 1,90 meter een inventarisatie gemaakt van de typen valbewegingen en valbanen die bij de stenen uit de twee steensorteringen optraden. Vervolgens is op de waterdiepten van 1,75 meter en 1,60 meter bijgehouden hoe elke steen viel. Voor de waterdiepten kleiner dan 1,60 meter was het bijhouden van de valbewegingen en valbanen niet meer mogelijk, omdat er simpelweg te weinig tijd was om van bovenaf de bakconstructie de valbeweging en -baan van een steen te beoordelen.

Hieronder wordt stapsgewijs de uitvoering van een experiment besproken. De beschrijving is voor de experimenten op de drie grootste waterdiepten. Voor de experimenten op een waterdiepte kleiner dan 1,60 meter moeten in het onderstaande de gedeelten met betrekking tot het bijhouden van valbeweging, valbaan en horizontale uitwijking van elke steen worden weggelaten. Er is vanuit gegaan dat de losse bodemplaat door het stapelen van tegels/blokken reeds op de gewenste hoogte is gebracht.

1. De bakconstructie wordt gevuld met water tot de gewenste waterdiepte.
2. De trechter waardoor de stenen één voor één worden losgelaten, wordt boven het midden van de concentrische cirkels op de losse bodemplaat geplaatst. De precieze plaatsing geschiedt door middel van een peillood.
3. De stenen worden één voor één door de trechter vanaf het wateroppervlak losgelaten. Voordat een steen wordt losgelaten is het nummer van de steen op een uitwerkvel opgeschreven. Na het loslaten van een steen wordt van bovenaf gekeken wat voor valbeweging de steen maakt en welke valbaan de steen daarbij volgt. Dit wordt ook op het uitwerkvel genoteerd.
4. De bakconstructie wordt geleegd. Tijdens het leeglopen worden op een uitwerkvel, waarop de losse bodemplaat met de concentrische cirkels is getekend, de stenen ingetekend, zoals ze op de losse bodemplaat liggen.
5. Ten behoeve van de maatreferentie worden twee latten van elk één meter loodrecht ten opzichte van elkaar op de losse bodemplaat gelegd. Tevens wordt een blaadje met daarop het proefnummer, de waterdiepte en de betreffende steensortering neergelegd. Vervolgens wordt van bovenaf een opname gemaakt met een digitale camera van het stortresultaat, alsmede een foto.
6. De stenen worden één voor één opgepakt en het nummer van een opgepakte steen wordt genoteerd bij de ingetekende steen op het uitwerkvel.
7. De digitale opname wordt afgespeeld op een digitale videorecorder. Van de opname van het stortresultaat wordt één beeldje gekozen dat verder wordt bewerkt, zodat dat beeldje kan worden ingelezen in het programma 'Scanplus versie 1.0'. Scanplus is een AdHoc programma om punten op een gedigitaliseerd videobeeld vast te leggen in een ASCII bestand en is in 1996 ontwikkeld in het Laboratorium van Vloeistofmechanica door A.M. den Toom.
8. De posities van de stenen worden bepaald door in het programma Scanplus de 'foto' van het stortresultaat in te lezen en de stenen aan te klikken (in hun massazwaartepunt). Het programma nummert van 0 tot N en geeft aan het nummer (een met de muis aangeklikt punt, in dit geval dus een zwaartepunt van een steen) een x- en een y-waarde in aantal pixels. Door het aanklikken van het centrum van de concentrische cirkels en het begin en het eind van beide maatlatten, kan in het spreadsheet programma Excel de x-y-positie van een steen in het Scanplus-assenstelsel worden omgerekend naar een x-y-assenstelsel in centimeters ten opzichte van het geprojecteerde loslaatpunt. Door bij het aanklikken van een steen in Scanplus op een uitwerkvel achter het door Scanplus toegekende volgnummer (van 0 tot N) het nummer van de betreffende steen te zetten dat af te lezen is van het uitwerkvel met de ingetekende stenen en steennummers, is bij de uitwerking van de modelproefresultaten met Excel te bepalen welke steen wat voor horizontale uitwijking heeft gehad.

Omdat de posities van de stenen op de losse bodemplaat nog duidelijk te onderscheiden moeten zijn op de digitale 'foto' ten behoeve van het aanklikken van het zwaartepunt van de stenen ter bepaling

van de horizontale uitwijking, konden niet alle 200 stenen per sortering in één keer worden gestort, omdat de stenen dan te veel over elkaar heen vielen. Daarom is per experiment in delen gestort. Afhankelijk van de ingestelde waterdiepte en de sortering, varieerde het aantal delen waarin een experiment werd uitgevoerd van 2 tot 8. Bij de uitwerking van de resultaten van de verschillende experimenten zijn het aantal delen waarin één experiment is uitgevoerd, samengevoegd. Zodoende wordt verkregen dat in alle experimenten 200 stenen zijn gestort.

Om het optredende Reynoldsgetal bij de valproeven met de stenen uit sortering A en B te bepalen, zijn van 20 stenen uit elke sortering de valtijden gemeten. De 20 stenen uit beide sorteringen zijn zo gekozen dat de nominale diameter van de stenen nagenoeg gelijk is aan de D_{n50} van de betreffende steensortering. De stenen werden vanaf het wateroppervlak losgelaten. De waterdiepte bedroeg 1.90 meter, omdat de invloed van het versnellen van de steen over een valdiepte van ongeveer 8 maal zijn karakteristieke afmeting dan het kleinst is. Voor elke steen is drie keer de valtijd bepaald. De valtijd werd gemeten met een stopwatch.

3.3.4 Overzicht van de uitgevoerde experimenten

In deze paragraaf zal in tabelvorm een overzicht worden gegeven van de uitgevoerde modelproeven. Daarbij worden de dealexperimenten van een bepaald experiment niet genoemd. In de hier genoemde experimenten zijn dus elke keer 200 stenen gestort. In totaal zijn (inclusief dealexperimenten) 179 experimenten uitgevoerd in een tijdsbestek van 3 maanden. Inclusief het uitzoeken van de stenen van de twee steensorteringen en het prepareren van de bakconstructie besloeg het experimentele gedeelte van dit afstudeeronderzoek 4 maanden.

Sortering A				
h [m]	proefnr		h [m]	proefnr
1.90	003		0.60	028
	005			029
	006			030
1.75	007		0.40	034
	008			035
	009			036
1.60	016		0.20	040
	017			041
	018			042
1.10	022			
	023			
	024			

Tabel 3.2: Overzicht van de uitgevoerde experimenten met sortering A

Sortering B				
h [m]	proefnr		h [m]	proefnr
1.90	001		0.85	025
	002			026
	004			027
1.75	010		0.60	031
	011			032
	012			033
1.60	013		0.40	037
	014			038
	015			039
1.20	019			
	020			
	021			

Tabel 3.3: Overzicht van de uitgevoerde experimenten met sortering B

3.4 Resultaten van de modelproeven

3.4.1 De Reynoldsgetallen

In paragraaf 3.2 alsmede in het vooronderzoek (deel A) is een eis gesteld ten aanzien van het bij de modelproeven geldende Reynoldsgetal. Schaafeffecten als gevolg van het getal van Reynolds worden

uitgesloten indien geldt: $10^3 < Re < 10^5$. Op basis van de ondergrens ($Re = 1000$) is afgeleid dat de minimale karakteristieke steenafmeting van het in de modelproeven gebruikte stortmateriaal ongeveer gelijk is aan 4,0 millimeter. Op basis van de nominale diameter verdelingen in bijlage J wordt voor de gekozen steensorteringen A en B niet verwacht dat schaafeffecten met betrekking tot het getal van Reynolds optreden.

Het Reynoldsgetal voor de stenen uit een sortering is bepaald door:

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu}, \quad \text{met } w = \frac{h}{t_{\text{gem,totaal}}} \quad (3.6)$$

Waarin: w gemiddelde valsnelheid van de stenen
 D karakteristieke steenafmeting
 ν kinematische viscositeit van het water ($= 1,33 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$)
 h waterdiepte
 $t_{\text{gem,totaal}}$ gemiddelde valtijd van de stenen uit een sortering

In tabel 3.4 en 3.5 staan respectievelijk de gemeten valtijden voor de stenen uit sortering A en sortering B.

Sortering A				
steen nr.	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_{gem} [s]
11	3.23	3.13	4.02	3.46
15	3.13	3.13	3.45	3.24
32	3.77	3.77	3.26	3.60
41	3.83	3.63	3.75	3.74
47	3.84	4.05	3.70	3.86
50	4.03	3.81	3.84	3.89
62	3.20	3.60	3.13	3.31
63	4.06	4.02	4.06	4.05
93	3.93	3.97	3.80	3.90
103	3.78	3.70	3.61	3.70
105	3.80	3.84	3.67	3.77
110	4.07	4.02	3.81	3.97
111	3.83	3.70	3.74	3.76
126	4.13	3.60	4.11	3.95
128	3.63	3.88	3.84	3.78
135	3.87	3.72	3.64	3.74
141	3.65	3.75	3.72	3.71
144	3.70	3.98	3.81	3.83
176	3.77	3.71	3.73	3.74
192	3.72	3.89	3.89	3.83
$t_{\text{gem,totaal}} =$				3.74

Tabel 3.4: Valtijden stenen uit sortering A

Sortering B				
steen nr.	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_{gem} [s]
6	2.70	2.63	2.57	2.63
8	2.75	2.84	2.72	2.77
32	2.66	2.73	2.90	2.76
36	3.23	3.13	3.15	3.17
37	3.06	3.01	2.91	2.99
39	2.49	2.91	2.80	2.73
59	2.91	3.15	3.03	3.03
62	3.13	3.10	3.19	3.14
72	2.64	2.63	2.86	2.71
82	3.00	3.05	2.95	3.00
112	2.83	2.69	2.69	2.74
114	3.05	3.01	3.13	3.06
130	2.98	2.91	2.74	2.88
131	3.02	2.96	3.06	3.01
142	2.74	2.68	2.75	2.72
158	3.07	3.02	3.01	3.03
165	3.13	3.00	3.16	3.10
167	2.72	2.77	2.71	2.73
174	3.09	3.08	2.88	3.02
225	2.78	2.70	2.97	2.82
$t_{\text{gem,totaal}} =$				2.90

Tabel 3.5: Valtijden stenen uit sortering B

Met vergelijking (3.6) zijn nu de Reynoldsgetalen te bepalen die optreden bij de valproeven met de stenen uit sortering A en sortering B. Voor de karakteristieke steenafmeting kan de zeefmaat (D_{50}) of de nominale diameter (D_{n50}) van een steensortering worden genomen. Voor beide is het getal van Reynolds bepaald. Een resultaat is gegeven in tabel 3.6.

Sortering	ρ_s [kg/m ³]	D_{n50} [mm]	D_{50} [mm]	Re_{Dn50} [-]	Re_{D50} [-]
A	3000	11.2	13.3	4278	5080
B	2681	21.5	25.5	10591	12562

Tabel 3.6: Reynoldsgetallen voor sortering A en B

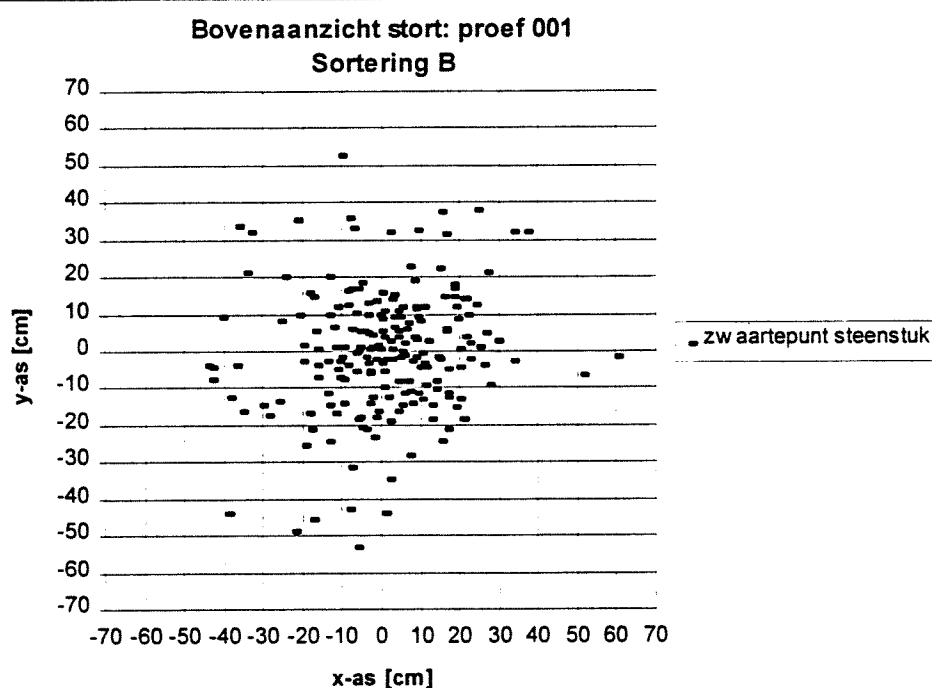
3.4.2 Stortresultaten en verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking

In deze paragraaf zullen de stortresultaten van de uitgevoerde modelproeven alsmede de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijkingen van de stenen in een modelproef worden gepresenteerd. De analyse van de modelproefresultaten vindt plaats in het hoofdstuk 4.

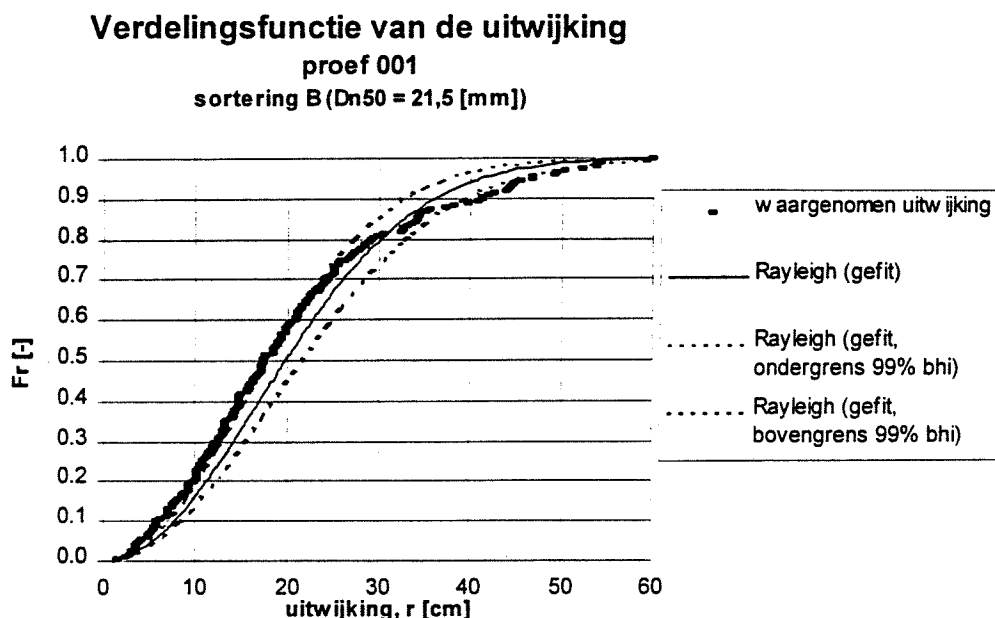
In het spreadsheet programma Excel zijn de verschillende ASCII bestanden zoals aangemaakt door het programma 'Scanplus' verder uitgewerkt. Er zijn een tweetal grafieken per modelproef gemaakt, te weten een bovenaanzicht van het stortresultaat en een verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen van de stenen. De resultaten van de verschillende deelproeven per experiment zijn samengevoegd. Als voorbeeld wordt hier de uitwerking van proefnummer 001 besproken (sortering B, $h = 1,90$ [m]). De grafieken van de resultaten van de overige experimenten staan in bijlage K.

Ten eerste is een grafiek gemaakt waarin de posities van de stenen op de bodemplaat zijn af te lezen. Deze grafiek komt dus overeen met het stortresultaat aan het eind van een experiment, als waren alle 200 stenen in één experiment gestort.

De horizontale uitwijking van de stenen, r , wordt wiskundig gemodelleerd door een Rayleighverdeling. Hierbij is verondersteld dat de gemiddelde x- en y-waarde van de posities van de stenen gelijk zijn aan nul (zie §2.1.5.2 in deel A). In de uitgevoerde modelproeven is dit laatste echter niet het geval. Er is sprake van een zekere offset van de stenen. De offset lag in de uitgevoerde modelproeven tussen orde grootte 0 tot 20 millimeter. De grafieken van het stortresultaat van de verschillende modelproeven zijn gecorrigeerd voor de offset. In figuur 3.4 staat het stortresultaat van proefnummer 001

Figuur 3.4: Bovenaanzicht van het stortresultaat van proefnummer 001 ($h = 1,90$ meter)

Ten tweede zijn de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt bepaald. Deze verdelingsfuncties zouden theoretisch gelijk moeten zijn aan de Rayleigh-verdelingsfunctie. Ten behoeve van de analyse van de betreffende verdelingsfuncties in hoofdstuk 4 zijn de (gefitte) Rayleighverdeling, alsmede het 99% betrouwbaarheidsinterval volgens de Rayleigh-verdeling ook in de betreffende grafieken geplot. De verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor proefnummer 001 staat gegeven in figuur 3.5. Zoals reeds gezegd, vindt de analyse van deze grafieken plaats in hoofdstuk 4.



Figuur 3.5: Verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor proefnummer 001

3.4.3 Het verband tussen de parameter c en de waterdiepte

In hoofdstuk 1 is als doel van dit afstudeeronderzoek gesteld, het bepalen van het verband tussen de parameter c en de waterdiepte. De waarde van parameter c is per experiment bepaald met vergelijking (3.7):

$$c = \frac{r_{39,35\%}}{\sqrt{h \cdot D}} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (3.7)$$

Waarin:

- $r_{39,35\%}$ horizontale uitwijking van een steen, die door 39,35% van de stenen in de betreffende modelproef wordt onderschreden
- h waterdiepte
- D karakteristieke steenafmeting
- ρ_s, ρ_w massadichtheid van respectievelijk de steen en het water

De $r_{39,35\%}$ volgt voor elke proef uit de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor de betreffende proef (zie bijvoorbeeld figuur 3.5 voor proef 001; $r_{39,35\%} = 14,3$ [cm]). Als karakteristieke steenafmeting kan zowel de nominale diameter (D_{n50}) als de zeefmaat (D_{50}) van de steensortering worden genomen. De waarden van de parameter c voor de verschillende experimenten zijn op basis van beide berekend.

De resultaten van de modelproeven ten aanzien van de $r_{39,35\%}$ en de waarde van c voor een experiment staan voor sortering A en sortering B respectievelijk in tabel 3.7 en 3.8.

In figuur 3.6 wordt de grafiek van het verband tussen c en h voor sortering A gegeven en in figuur 3.7 voor sortering B. In deze grafieken zijn de waarden van c op basis van de nominale diameter (D_{n50}) geplot. Omdat in het vooronderzoek (deel A) een verondersteld verband tussen c en h is gegeven, waarvan het verloop is bepaald op grond van de dimensieloze grootheid h/D_{50} (zie figuur 1.1), zijn de waarden van h/D_{50} voor de uitgevoerde modelproeven er boven gezet.

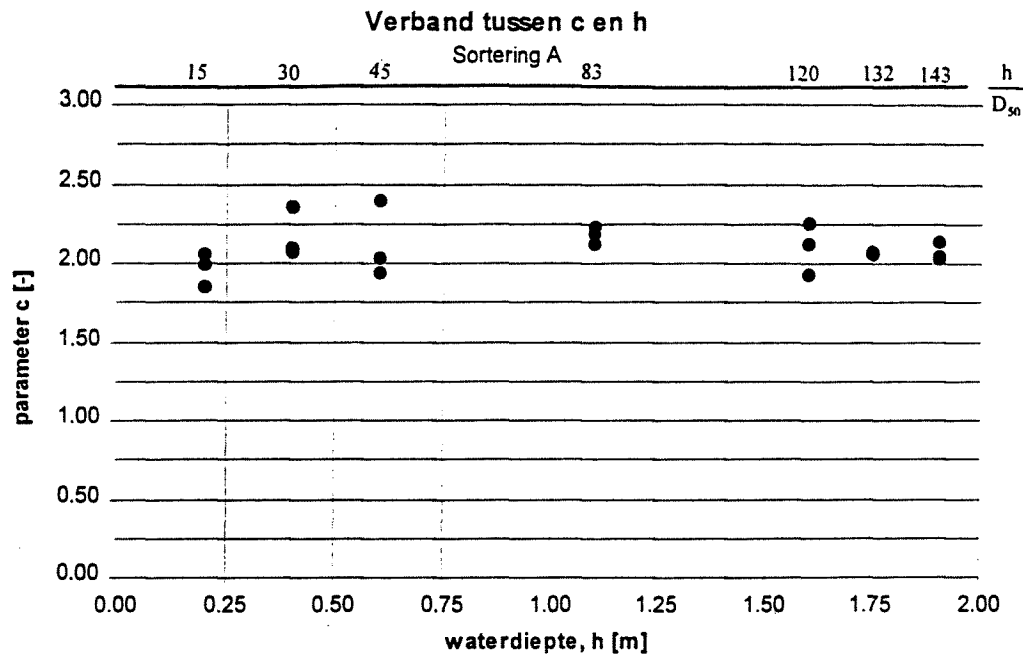
Op basis van de tabellen 3.7 en 3.8 alsmede de figuren 3.6 en 3.7 is de evenredigheid van de spreiding van de stenen (σ) met de wortel uit de waterdiepte (h) en de karakteristieke steenafmeting (D) te verifiëren. Dit zal plaatsvinden in hoofdstuk 4.

Sortering A				
proefnr	h [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	Waarde van c [-]	
			o.b.v. D_{n50}	o.b.v. D_{50}
003	1.90	104.3	2.15	1.97
005	1.90	99.7	2.05	1.89
006	1.90	99.0	2.04	1.87
007	1.75	96.8	2.08	1.91
008	1.75	96.3	2.07	1.90
009	1.75	96.7	2.08	1.91
016	1.60	94.6	2.12	1.95
017	1.60	86.1	1.93	1.77
018	1.60	100.5	2.26	2.07
022	1.10	82.5	2.23	2.05
023	1.10	78.8	2.13	1.96
024	1.10	81.2	2.20	2.02
028	0.60	53.0	1.94	1.78
029	0.60	55.5	2.04	1.87
030	0.60	65.4	2.40	2.20
034	0.40	52.6	2.36	2.17
035	0.40	46.9	2.11	1.93
036	0.40	46.3	2.08	1.91
040	0.20	29.2	1.85	1.70
041	0.20	31.4	1.99	1.83
042	0.20	32.5	2.06	1.89

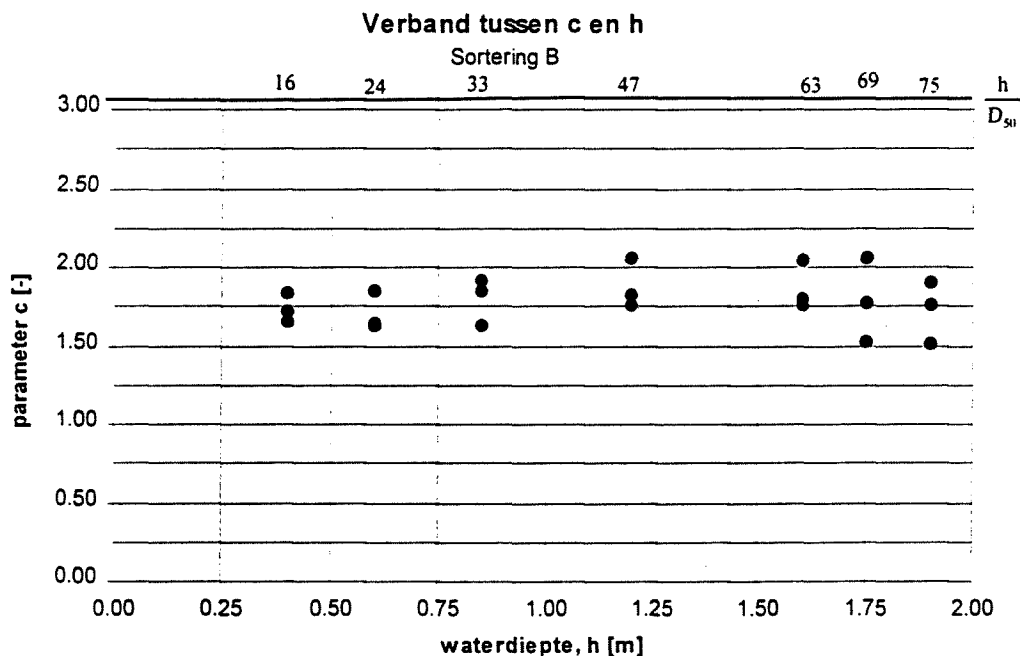
Tabel 3.7: $r_{39,35\%}$ en waarden van c voor sort. A

Sortering B				
proefnr	h [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	Waarde van c [-]	
			o.b.v. D_{n50}	o.b.v. D_{50}
001	1.90	143.3	1.90	1.75
002	1.90	114.6	1.52	1.40
004	1.90	133.1	1.77	1.62
010	1.75	110.2	1.53	1.40
011	1.75	149.5	2.07	1.90
012	1.75	128.9	1.79	1.64
013	1.60	141.6	2.05	1.88
014	1.60	122.1	1.77	1.62
015	1.60	125.0	1.81	1.66
019	1.20	123.6	2.07	1.90
020	1.20	105.6	1.77	1.62
021	1.20	109.8	1.84	1.69
025	0.85	82.3	1.64	1.50
026	0.85	96.4	1.92	1.76
027	0.85	93.4	1.86	1.70
031	0.60	70.0	1.66	1.52
032	0.60	69.0	1.63	1.50
033	0.60	78.7	1.86	1.71
037	0.40	63.7	1.85	1.69
038	0.40	59.7	1.73	1.59
039	0.40	57.4	1.66	1.53

Tabel 3.8: $r_{39,35\%}$ en waarden van c voor sort. B



Figuur 3.6: Verband tussen c en h voor sortering A



Figuur 3.7: Verband tussen c en h voor sortering B

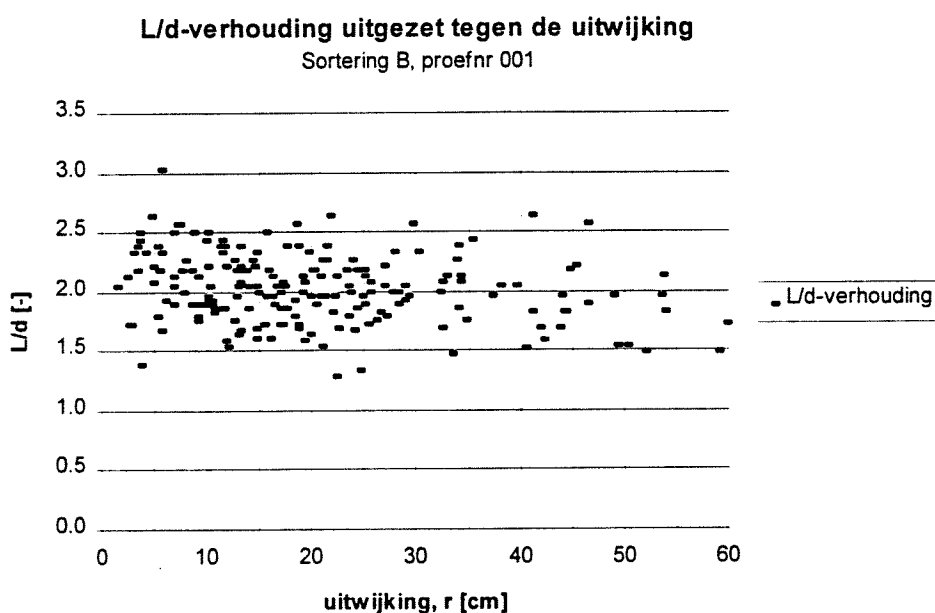
3.4.4 De invloed van de vorm van de steen

Ten behoeve van het tweede doel van dit afstudeerwerk, het bepalen van de invloed van de vorm van een steen op zijn valbeweging en valbaan en daarmee op zijn horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, zijn grafieken gemaakt waarin de L/d-verhouding van een steen is uitgezet tegen de horizontale uitwijking van de betreffende steen. Het idee hierachter is dat bepaalde L/d-verhoudingen gepaard zouden gaan met kleine danwel grote uitwijkingen.

Om de hiervoor genoemde grafieken te kunnen maken, zijn op de waterdiepten 1,90 [m], 1,75 [m] en 1,60 [m] de horizontale uitwijking (r) van elke steen genoteerd. In bijlage L zijn de horizontale uitwijkingen van elke steen uit sortering A en B voor de genoemde waterdiepten gegeven. Tevens is in deze bijlage het gemiddelde (μ_r) en de bijbehorende standaardafwijking (σ_r) van de uitwijking van een steen op een bepaalde waterdiepte gegeven. Met de L/d -verhoudingen uit bijlage I zijn de grafieken van L/d tegen r te maken. Als voorbeeld is in figuur 3.8 de grafiek van L/d - r van proefnummer 001 gegeven.

Aangezien de grafieken van dit type voor de overige experimenten op de waterdiepten van 1,90 [m], 1,75 [m] en 1,60 [m] een overeenkomstig beeld geven als in figuur 3.8 voor proefnummer 001, kan worden gesteld, dat er geen duidelijk verband bestaat tussen de L/d -verhouding en de uitwijking (r) van een steen. De overige grafieken van L/d - r zijn niet opgenomen in dit verslag.

Zoals in §3.3.3 is vermeld, zijn op de waterdiepten van 1,75 [m] en 1,60 [m] de valbewegingen en valbanen van de stenen genoteerd. Hiertoe is op de waterdiepte van 1,90 [m] eerst een inventarisatie gemaakt van de valbewegingen en valbanen die optraden voor de verschillende stenen uit de sorteringen A en B. Uit deze inventarisatie volgde dat er 7 typen valbewegingen en 5 typen valbanen konden worden onderscheiden.



Figuur 3.8: L/d -verhouding uitgezet tegen r voor proefnummer 001

Het waarnemen van de valbeweging en valbaan gebeurde 'op het oog', door vanaf de stortpositie van de stenen (bovenop de bakconstructie) te kijken hoe de stenen vielen. Aanvankelijk was getracht om met behulp van een videocamera vanaf de zijkant van de bakconstructie de valbeweging en valbaan van de stenen te filmen, waarna deze later met een videorecorder konden worden geanalyseerd. Omdat het gehele valtraject van de steen diende te worden gefilmd, moest de videocamera op een dermate grote afstand van de bakconstructie worden geplaatst, dat de valbeweging van een steen niet meer kon worden onderscheiden. Tevens werd met de videocamera slechts een tweedimensionaal beeld van de valbaan verkregen, zodat niet kon worden waargenomen of een steen een spiraalbeweging (3-D) of een beweging bestaande uit rechte lijnen in een plat vlak (2-D) uitvoerde. Vandaar dat is besloten om vanaf de bovenkant van de bakconstructie (de stortpositie van de stenen) visuele waarnemingen te verrichten, omdat op deze manier wel een duidelijk beeld van de valbeweging en valbaan van een steen werd verkregen.

De verschillende typen valbewegingen en valbanen worden hierna gegeven:

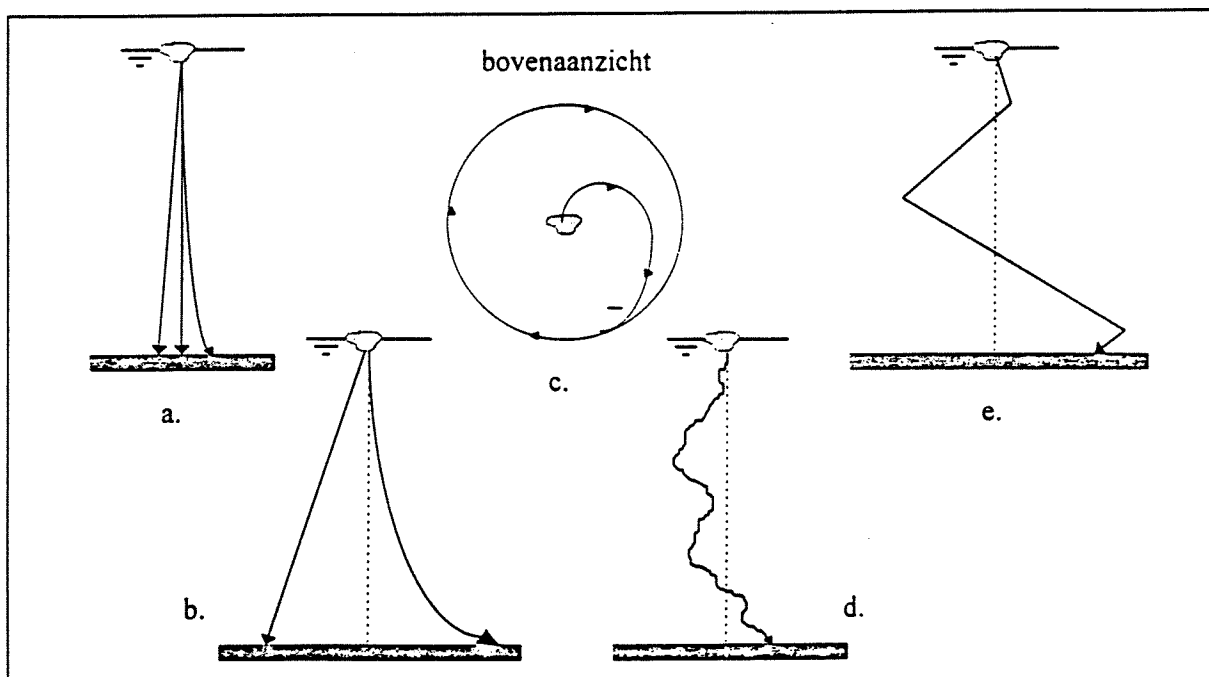
Valbewegingen

1. Volledig stilliggend (zwevend)
2. Schommelende beweging zonder rotatie aan het eind van een schommelbeweging
3. Schommelende beweging met af en toe een rotatie aan het eind van een schommelbeweging
4. Roterende beweging om een horizontale as (één kant op roterend)
5. Roterende beweging om een horizontale as (wisselend van rotatierichting)
6. Roterende beweging om een verticale as
7. Chaotische beweging

Valbanen

- a. (Min of meer) verticaal naar beneden
- b. Rechte schuine lijn
- c. Spiraalbeweging
- d. Zeer hoekige/chaotische valbaan
- e. Een aantal rechte schuine lijnen

Ter verduidelijking zijn in figuur 3.9 de vijf typen valbanen geschetst.



Figuur 3.9: De vijf typen valbanen

Het bijhouden van de valbewegingen en valbanen voor de verschillende stenen gebeurde door op een gemaakt standaarduitwerkvel, met de typen valbewegingen en valbanen erop, achter het nummer van de steen aan te kruisen welke valbeweging en valbaan de steen uitoefende. Een overzicht van de door de verschillende stenen uitgeoefende valbeweging en valbaan is gegeven in bijlage M. Als voorbeeld staat in tabel 3.9 een stukje van de tabel van sortering B uit bijlage M.

Steennummer 8, als voorbeeld, maakte in proefnummer 011 een roterende valbeweging om een horizontale as (één kant op roterend) en volgde daarbij een spiraalvormige valbaan. Dit is dus genoteerd als '4-c'. In een aantal gevallen traden combinaties op van de typen valbewegingen en valbanen. Een steen voerde bijvoorbeeld eerst een 'volledig stilliggende (zwevende)' valbeweging uit en viel daarbij '(min of meer) verticaal naar beneden', waarna de steen overging in een 'schommelende beweging zonder rotatie aan het eind van een schommelbeweging' en daarbij een 'rechte schuine lijn' beschreef. Dit wordt genoteerd als '1/2-a/b'. In sommige gevallen wisselden de valbewegingen en/of -banen elkaar af of vonden de valbewegingen tegelijkertijd plaats. Een voorbeeld van dit laatste is

steennummer 7 in proefnummer 010 (zie tabel 3.9). Deze steen roteerde om zijn verticale as en maakte daarbij tevens een schommelende beweging, terwijl hij (min of meer) verticaal naar beneden viel (2/6-a).

steennummer	h = 1,75 [m]			h = 1,60 [m]		
	proefnummer			proefnummer		
	010	011	012	013	014	015
1	4-b	2-b	4-b	1/5-b	4-b	4-b
2	3/4-a/b	3-d	2-b	3-e	3-b	2-b
3	3-b	1-b	3-e	1-b	2-b	1-b
4	4/2-a-b	3-d	2-b	1-b	3-d	2-a
5	2/4-b	4-c	4-c	6-a	1/2-b	5-b
6	2-a	4-b	2-a	4-b	2-a	3-d
7	2/6-a	6-a	6-a	2/6-a	2/6-b	6-a
8	7-b	4-c	1/6-b	7-c	7-b	2-a
9	1-c	2-a	1-b	5-e	2-b	4-b
10	1/6-a	1-b	2/4-c/b	4-c	6-a	4-c

Tabel 3.9: Voorbeeld bijlage M

Om een overzichtelijk beeld te krijgen van de verschillende optredende combinaties van valbewegingen en valbanen, zijn matrices gemaakt. Dit is gedaan voor zowel elke proef afzonderlijk als voor alle proeven met sortering A en B. Deze matrices zijn te vinden in bijlage N. In de betreffende matrices is geen onderscheid gemaakt tussen de volgorde waarin de verschillende typen valbewegingen en valbanen optraden. De combinatie '4/2-b/a' bijvoorbeeld, is hetzelfde als de combinatie '2/4-a/b'. Dit is gedaan om de overzichtelijkheid van de matrices te verbeteren.

Als voorbeeld staat in tabel 3.10 de matrix voor de combinaties van basisvalbewegingen (1-7) en basisvalbanen (a-e) van sortering A en in tabel 3.11 de matrix voor de combinaties van de gecombineerde valbewegingen en valbanen van sortering A.

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	16	78	18			65	12
b	15	88	83	58	2	10	35
c	57	15	7	137	4	2	4
d	9	25	29	3	6		48
e	2	7	12	10	58		7

Sortering A, alle proeven

Tabel 3.10: Matrix voor combinaties van basisvalbewegingen en valbanen voor sortering A

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																		
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6
a	5					8				24				1				
a/b	3	1	4				7		2		2		3					
a/c	14	5	1	3			11									2		1
b	16	2	2	1	6		12		9			2		1		1		
b/c	2	4	1	3	1		5	16	1		3		2			24		10
b/e									1								2	
c	2		2				5		1		1	1		1		5		2
d	7	1			2	1	2	2					1	1		1		
e	2				2		4	4						1				

Sortering A, alle proeven

Tabel 3.11: Matrix voor combinaties van gecombineerde valbewegingen en valbanen voor sortering A

Met betrekking tot het tweede doel van dit afstudeeronderzoek, onderzoeken of er een relatie is tussen de vorm van een steen en zijn valbeweging, valbaan en zijn horizontale uitwijking uit het op de bodem geprojecteerde loslaatpunt, wordt geconcludeerd dat er geen duidelijk verband is vast te stellen tussen de L/d -verhouding van een steen (de vorm) en zijn horizontale uitwijking. Ten aanzien van de valbewegingen en valbanen van de stenen (en een eventuele invloed daarvan op de horizontale uitwijking) zal in hoofdstuk 4 een nadere analyse plaatsvinden.

4. Analyse van de modelproefresultaten

4.1 Inleiding

Alvorens in respectievelijk de paragrafen 4.3 en 4.4 de in het Enkele Steen Model veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte en de steendiameter wordt geverifieerd, moet eerst worden vastgesteld of de wiskundige modellering van de horizontale uitwijking van de stenen in de modelproeven juist is. Met andere woorden, er moet worden geverifieerd of de verdeling van de horizontale uitwijking (r) van de stenen in een modelproef overeenkomt met een Rayleighverdeling. Dit zal plaatsvinden in paragraaf 4.2. Indien er een goede overeenkomst tussen beide verdelingsfuncties bestaat, dan is het gerechtvaardigd om de hiervoor genoemde verificaties in de paragrafen 4.3 en 4.4 uit te voeren.

In paragraaf 4.5 zal op basis van de resultaten uit 4.3 en 4.4 het verband tussen de spreiding van de stenen en het product van de waterdiepte en de karakteristieke steenafmeting worden geverifieerd aan de hand van zowel de breuksteensorteringen A en B, als de breuksteensorteringen van Van Oord en Weustink.

Aangezien in het vooronderzoek ook het Zinkcon Model is beschouwd, wordt in paragraaf 4.6 een vergelijking gemaakt tussen het Zinkcon Model en het Enkele Steen Model.

Tenslotte zal in paragraaf 4.7 een analyse worden gemaakt van de valbewegingen en valbanen van de stenen en de invloed daarvan op de horizontale uitwijking.

4.2 De verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking

4.2.1 De Kolmogorov-Smirnov toets

Het onderzoeken van het significant zijn van het verschil tussen de verdeling van de horizontale uitwijking van de stenen en de gefitte Rayleighverdeling, gebeurt door middel van de Kolmogorov-Smirnov toets. De methode van deze toets is beschreven in bijlage D. De toetsing vindt plaats op basis van de data, die zijn gebruikt voor het maken van de grafieken van de 'verdelingsfuncties van de uitwijking' in bijlage K.

Als nulhypothese is gesteld, dat de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking correspondeert met de (gefite) Rayleighverdeling. Indien geldt dat de toetsingsgrootheid D , de maximale afstand tussen de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking en de Rayleighverdeling, groter is dan de kritieke waarde, dan wordt de nulhypothese verworpen. Met andere woorden, het wordt dan onaannemelijk geacht dat de twee verdelingsfuncties overeenkomen.

De kritieke waarde ($\Delta_{K.S.-toets}$) is afhankelijk van het aantal in een experiment gestorte stenen (N) en de onbetrouwbaarheid (α) van de uitspraak in de nulhypothese. Uit de tabel in bijlage D is voor een bepaalde onbetrouwbaarheid een waarde voor de constante γ te bepalen, waarmee de kritieke waarde als volgt is te bepalen:

$$\Delta_{K.S.-toets} = \frac{\gamma}{\sqrt{N}}$$

Waarin: γ constante
 N aantal waarnemingen (= aantal gestorte stenen in een experiment)

De onbetrouwbaarheid is in dit afstudeeronderzoek gesteld op 1%. Hiervoor geldt een waarde van de constante γ van 1,63 (zie de tabel in bijlage D). Het aantal gestorte stenen is voor alle modelproeven

gelijk, namelijk 200. Dit geeft voor de modelproeven met zowel sortering A als sortering B een kritieke waarde van:

$$\Delta_{K.S.-toets} = \frac{\gamma}{\sqrt{N}} = \frac{1.63}{\sqrt{200}} = 0.115$$

In de tabellen 4.1 en 4.2 is voor elk experiment met sortering A respectievelijk sortering B de waarde van $\Delta_{K.S.-toets}$ en D gegeven. In die gevallen dat $D > \Delta_{K.S.-toets}$ zijn de waarden van D vet gedrukt. In de tabellen is tevens vermeld hoeveel procent van de horizontale uitwijkingen in een modelproef buiten het 99% betrouwbaarheidsinterval (bhi) van de Rayleighverdeling valt.

Sortering A				
proefnr.	h [m]	$\Delta_{K.S.-toets}$	D	% buiten bhi
003	1.90	0.115	0.163	81
005	1.90	0.115	0.155	73
006	1.90	0.115	0.149	86.5
007	1.75	0.115	0.135	77.5
008	1.75	0.115	0.166	68
009	1.75	0.115	0.152	54.5
016	1.60	0.115	0.139	80.5
017	1.60	0.115	0.145	61
018	1.60	0.115	0.089	58
022	1.10	0.115	0.118	60.5
023	1.10	0.115	0.129	91.5
024	1.10	0.115	0.111	58.5
028	0.60	0.115	0.125	70.5
029	0.60	0.115	0.087	54
030	0.60	0.115	0.043	20
034	0.40	0.115	0.056	8.5
035	0.40	0.115	0.049	4.5
036	0.40	0.115	0.065	5.5
040	0.20	0.115	0.068	5.5
041	0.20	0.115	0.056	8
042	0.20	0.115	0.060	10.5

Tabel 4.1: K.S.-toets voor sortering A

Sortering B				
proefnr.	h [m]	$\Delta_{K.S.-toets}$	D	% buiten bhi
001	1.90	0.115	0.108	77.5
002	1.90	0.115	0.192	72
004	1.90	0.115	0.116	74
010	1.75	0.115	0.154	61.5
011	1.75	0.115	0.095	57.5
012	1.75	0.115	0.144	89.5
013	1.60	0.115	0.088	43.5
014	1.60	0.115	0.129	87.5
015	1.60	0.115	0.113	54.5
019	1.20	0.115	0.066	34
020	1.20	0.115	0.098	49
021	1.20	0.115	0.100	56
025	0.85	0.115	0.123	60.5
026	0.85	0.115	0.054	5.5
027	0.85	0.115	0.078	44.5
031	0.60	0.115	0.049	17.5
032	0.60	0.115	0.050	20
033	0.60	0.115	0.043	6.5
037	0.40	0.115	0.051	23
038	0.40	0.115	0.028	2.5
039	0.40	0.115	0.041	3

Tabel 4.2: K.S.-toets voor sortering B

Uitgaande van de nulhypothese dat de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking gelijk is aan de Rayleighverdelingsfunctie, moet op basis van de berekeningen in de voorgaande twee tabellen worden geconcludeerd dat:

- voor sortering A voor 11 van de 21 experimenten (52,4%) de nulhypothese moet worden verworpen, met andere woorden dat het in 52,4% van de onderzochte gevallen onwaarschijnlijk wordt geacht dat de data met een Rayleighverdeling kan worden beschreven;
- voor sortering B voor 6 van de 21 experimenten (28,6%) de nulhypothese moet worden verworpen.

Uit de tabellen 4.1 en 4.2 blijkt dat naarmate de waterdiepte waarbij de experimenten zijn uitgevoerd, kleiner wordt, de gelijkheid tussen de twee verdelingsfuncties beter wordt. Dit blijkt enerzijds de waarden van D ($< \Delta_{K.S.-toets}$) en anderzijds uit het percentage van de uitwijking dat buiten het 99% betrouwbaarheidsinterval valt. Indien de waterdiepte wordt geschaald op basis van de D_{50} van de steensortering, dan blijkt de nulhypothese te gelden voor waterdiepten kleiner of gelijk aan:

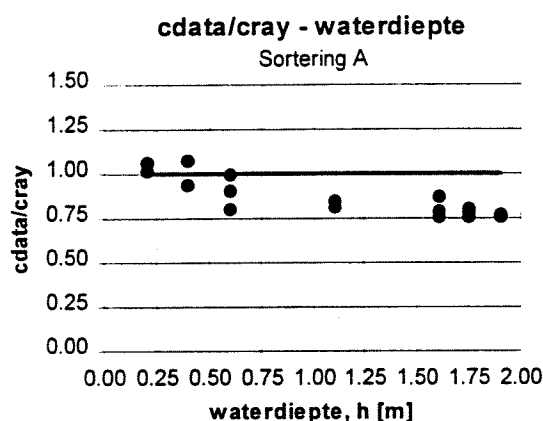
- sortering A: $h = 0,60$ [m] $\Rightarrow h/D_{50} \approx 45$
- sortering B: $h = 1,20$ [m] $\Rightarrow h/D_{50} \approx 47$

Voor deze proevenreeks kan worden geconcludeerd dat de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking overeenkomen met de Rayleighverdelingsfuncties voor h/D_{50} -verhoudingen kleiner dan of gelijk aan 45.

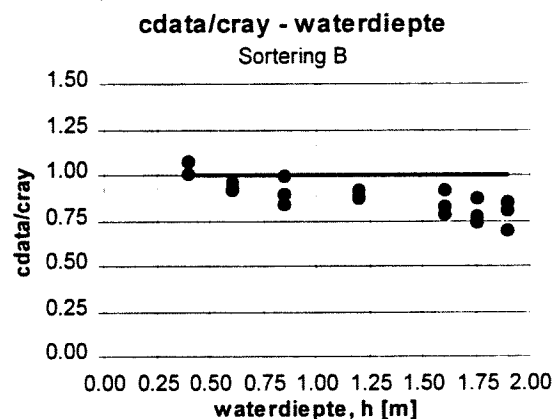
4.2.2 De parameters c_{data} en c_{Ray}

In het geval dat een verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking overeenkomt met een Rayleighverdeling, zou de waarde van de parameter c op basis van de uitwijkingen van de stenen (c_{data}) gelijk moeten zijn aan de waarde van de parameter c volgens uit de gefitte Rayleighverdeling (c_{Ray}). In beide gevallen is de waarde van parameter c te bepalen met vergelijking (3.7)

Dit kan in een grafiek worden gecontroleerd door de verhouding tussen c_{data} en c_{Ray} van elke proef uit te zetten tegen de waterdiepte. Theoretisch zou dit een horizontale, rechte lijn moeten geven met de waarde: $\frac{c_{data}}{c_{Ray}} = 1$. Voor zowel sortering A als sortering B is echter een dalend verloop van de verhouding tussen c_{data} en c_{Ray} met toenemende waterdiepte waar te nemen. Dit is geïllustreerd in de figuren 4.1 en 4.2.



Figuur 4.1: c_{data}/c_{Ray} - h voor sortering A

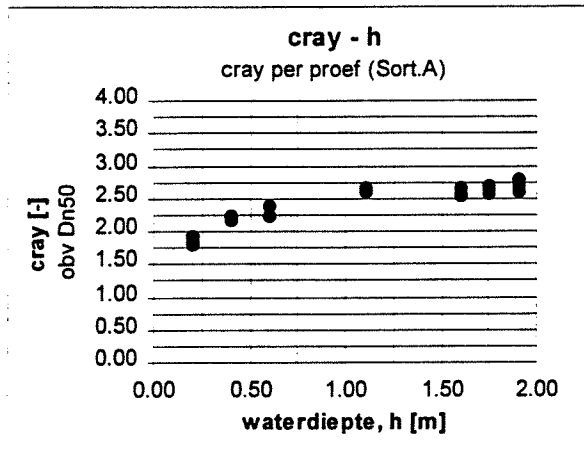
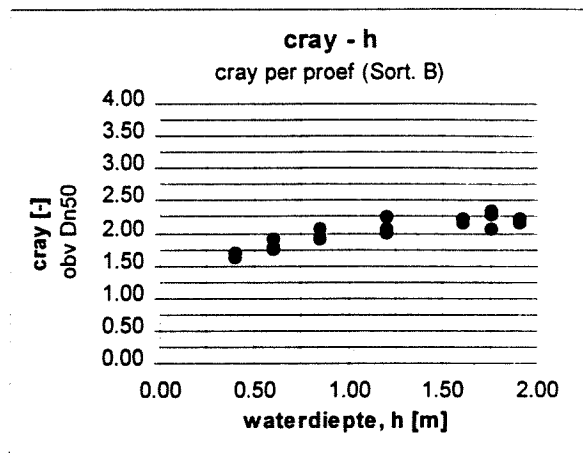


Figuur 4.2: c_{data}/c_{Ray} - h voor sortering B

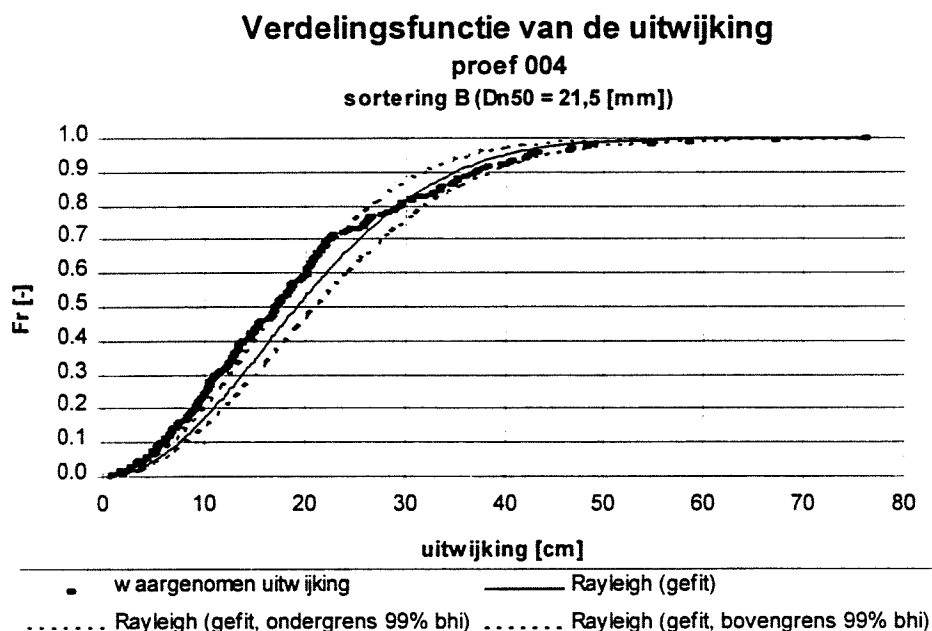
Uit de figuren 3.6 en 3.7 is te bepalen dat c_{data} min of meer als een constante kan worden beschouwd (dat dit aannemelijk is, zal worden getoond in §4.3). Het dalende verloop in de figuren 4.1 en 4.2 moet dan ook worden verklaard uit het toenemen van de waarde van c_{Ray} met toenemende waterdiepte. In de figuren 4.3 en 4.4 is voor respectievelijk sortering A en sortering B het verloop van c_{Ray} met de waterdiepte gegeven. Hieruit blijkt inderdaad dat de waarde van c_{Ray} toeneemt met toenemende waterdiepte.

Een mogelijke verklaring voor het feit dat de waarde van c_{Ray} toeneemt met toenemende waterdiepte is het volgende.

Op grotere waterdiepten zijn er naar verhouding meer stenen die (als gevolg van hun valbeweging en valbaan) een relatief grotere horizontale uitwijking (r) hebben. Dit blijkt uit de langgerekte staart aan de bovenkant van de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking. In het algemeen ziet de verdelingsfunctie van r op grotere waterdiepte er uit als in figuur 4.5 (sortering B, proefnummer 004, $h = 1,90$ meter).

Figuur 4.3: c_{Ray} - h voor sortering AFiguur 4.4: c_{Ray} - h voor sortering B

Voor de bovenste 20 à 30% loopt de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking schuin naar rechts weg. De grootste horizontale uitwijkingen (in dit geval van 50 - 75 centimeter) worden slechts door 4 van de 200 stenen (2%) bereikt.

Figuur 4.5: Verdeling van r op grote waterdiepte (sortering B, $h = 1,90$ meter)

De Rayleighverdelingsfunctie is gebaseerd op een schatting van de waarde van de parameter σ_R , zoals is behandeld in §2.1.6 in deel A. In dit afstudeeronderzoek is σ_R geschat met de Maximum Likelihood Methode. De Rayleighverdeling en de Maximum Likelihood schatter van σ_R staan in vergelijking (4.1).

$$F_R = 1 - e^{-\frac{1}{2} \frac{r^2}{\sigma_R^2}}, \quad \text{met } \sigma_R = \hat{\sigma}_{ML} = \sqrt{\frac{\sum r_i^2}{2 \cdot N}} \quad (4.1)$$

Uit de vergelijking voor de Maximum Likelihood Schatter voor σ_R blijkt dat juist die stenen met een relatief grote horizontale uitwijking een grote invloed uitoefenen op het verloop van de (gefitte) Rayleighverdeling. De waarde van σ_R is namelijk afhankelijk van de wortel van het kwadraat van de horizontale uitwijkingen (r). De waarde van σ_R zal als gevolg van de 'uitbijters' aan de hoge kant zijn. Dit resulteert in een Rayleighverdelingsfunctie die relatief 'ver naar rechts' ligt. Hierdoor zal de spreiding volgens de Rayleighverdeling (de waarde van r die hoort bij $F(r) = 0,3935$) groter zijn dan de spreiding die volgt uit de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen ($r_{39,35\%}$). Vanzelfsprekend is dan ook de waarde van c_{Ray} groter dan die van c_{data} (volgt direct uit vergelijking 3.7)).

Op kleinere waterdiepten zijn er relatief minder (zo niet geen) 'uitbijters' in de horizontale uitwijkingen (niet of niet volledig ontwikkelde valbewegingen en valbanen), waardoor de waarde van de parameter σ_R op basis van een Maximum Likelihood schatting relatief kleiner wordt en de spreiding volgens de (gefitte) Rayleighverdeling en de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking elkaar beter benaderen. Dit volgt direct uit de figuren 4.1 en 4.2 en het resultaat van de K.S.-toets (tabellen 3.1 en 3.2).

4.2.3 De Momentenschatter voor de parameter σ_R

Aangezien de 'uitbijters' op grotere waterdiepten een grote invloed uitoefenen op de waarde van de parameter σ_R ($= \hat{\sigma}_{ML}$) in de Rayleighverdeling en daardoor op het verloop van deze Rayleighverdeling, wordt onderzocht of een betere aansluiting van de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen op de Rayleighverdeling wordt verkregen, indien een andere schattingsmethode wordt gebruikt voor de waarde van de parameter σ_R . Omdat de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen over de onderste 70 à 80% in het algemeen kleiner is dan de Rayleighverdeling, zou een schatter die een kleinere σ_R oplevert beter moeten voldoen, aangezien dan over het grootste gedeelte van de verdelingskrommen een goede aansluiting zou worden verkregen. Een schatter die aan deze eis voldoet, is de Momentenschatter. Een schatting van de parameter σ_R kan worden verkregen met het tweede moment:

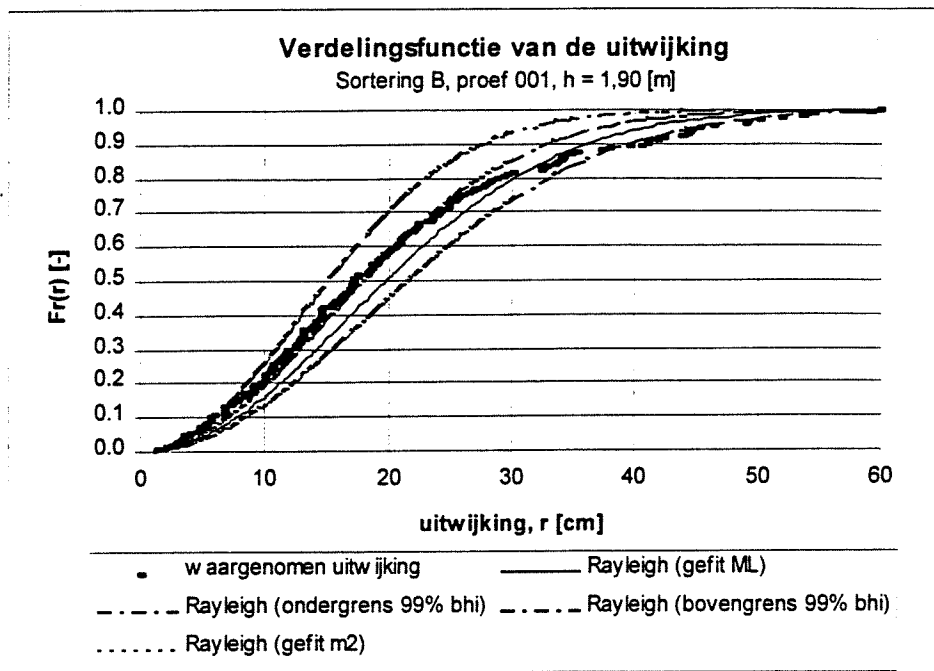
$$\sigma_R = \hat{\sigma}_{m2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum (r_i - \bar{r})^2} \quad (4.2)$$

Voor alle experimenten in dit afstudeeronderzoek geldt: $\hat{\sigma}_{m2} < \hat{\sigma}_{ML}$. Echter, de waarde van $\hat{\sigma}_{m2}$ is dermate laag, dat de Rayleighverdeling ver links ligt van de verdeling van de horizontale uitwijkingen. Er is nauwelijks meer sprake van overeenkomst. Als voorbeeld is in figuur 4.6 de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking met de Rayleighverdeling op basis van de Momentenschatting van σ_R gegeven (sortering B, $h = 1,90$ [m], proefnummer 001).

Naarmate de waterdiepte kleiner wordt, wordt de afstand tussen de Rayleighverdeling (gefit op basis van tweede moment) en de verdeling van de waargenomen horizontale uitwijkingen steeds groter. Met andere woorden, de overeenkomst tussen beide verdelingen wordt steeds slechter. De overeenkomst tussen de Rayleighverdeling (gefit op basis van een Maximum Likelihood schatter) en de verdeling van de horizontale uitwijking wordt voor kleiner wordende waterdiepten daarentegen steeds beter.

Er kan worden geconstateerd dat een schatting van de parameter σ_R in de Rayleighverdeling met de Momentenmethode geen beter resultaat oplevert dan een schatting van σ_R met de Maximum

Likelihood methode. Deze laatste methode wordt dan ook in dit afstudeerwerk verder gebruikt voor het schatten van de waarde van de parameter σ_R .



Figuur 4.6: Verdelingsfunctie van de hor. uitw. en Rayleigh (gefit) o.b.v. ML en m_2

4.2.4 Aangepaste Maximum Likelihood schatter voor de parameter σ_R

Omdat de stenen met een relatief grote horizontale uitwijking (de uitbijters) een grote invloed op de waarde van $\hat{\sigma}_{ML}$ ($= \sigma_R$) hebben, maar slechts de bovenste paar procent van de verdelingsfunctie beslaan, is onderzocht of een betere aansluiting van de verdeling van de horizontale uitwijking op de Rayleighverdeling wordt verkregen indien deze uitbijters niet worden meegenomen in de bepaling van σ_R .

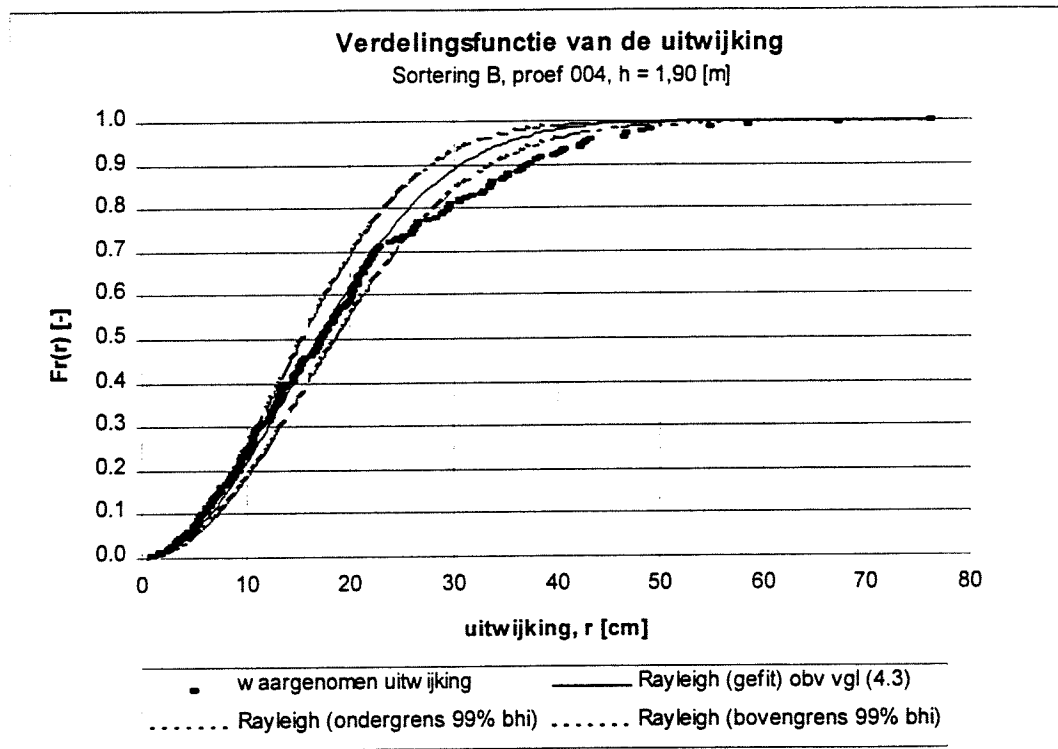
Hiertoe is per experiment de waarde van σ_R geschat met een aangepaste Maximum Likelihood schatter. In plaats van de schatting uit te voeren op basis van alle 200 stenen, wordt de schatting gemaakt op basis van de kleinste 95% van de horizontale uitwijkingen. Deze aangepaste Maximum Likelihood schatter wordt $\hat{\sigma}_{ML}^*$ genoemd.

$$\hat{\sigma}_{ML}^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{190} r_i^2}{2 \cdot N}} \quad (4.3)$$

De grootste 10 horizontale uitwijkingen (5%), de uitbijters, worden dus niet meegenomen in de bepaling van σ_R . Vervolgens zijn de Rayleighverdelingen bepaald met de σ_R gelijk aan $\hat{\sigma}_{ML}^*$ op basis van alle 200 stenen. Als voorbeeld is in figuur 4.7 de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking gegeven voor proefnummer 004 (sortering B, $h = 1,90$ [m]). In deze figuur is de (gefitte) Rayleigh verdeling bepaald met de parameter σ_R geschat volgens vergelijking (4.3). Voor de overige experimenten zijn dit soort grafieken niet in dit afstudeerverslag opgenomen.

Uit vergelijking van figuur 4.7 met figuur 4.5 blijkt dat de (gefitte) Rayleighverdeling met σ_R geschat met $\hat{\sigma}_{ML}^*$ (figuur 4.7) naar links is verschoven ten opzichte van de (gefitte) Rayleighverdeling in figuur 4.5.

Op grond van de verdeling van de horizontale uitwijkingen en de nieuwe Rayleighverdelingen is voor elk experiment wederom de Kolmogorov-Smirnov Toets uitgevoerd. De resultaten hiervan staan voor sortering A in tabel 4.3 en voor sortering B in tabel 4.4.



Figuur 4.7: Verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking en de (gefitte) Rayleighverdeling met de parameter σ_R geschat met $\hat{\sigma}_{ML}^*$

Uit de tabellen 4.3 en 4.4 blijkt dat nu de nulhypothese, dat de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking gelijk is aan de Rayleighverdeling, voor:

- sortering A voor 2 van de 21 experimenten (9,5%) en
- sortering B voor 1 van de 21 experimenten (4,8%),

moet worden verworpen.

Geconcludeerd kan worden dat de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking voldoen aan de (gefitte) Rayleighverdelingen, indien de parameter σ_R in de Rayleighverdeling wordt geschat met een Maximum Likelihood schatter waarvoor de grootste 5% uitwijkingen, de uitbijters, worden weggelaten ($\hat{\sigma}_{ML}^*$).

Uit vergelijking van tabel 4.3 met tabel 4.1 blijkt dat voor sortering A het resultaat van de K.S.-toets minder gunstig wordt met de $\hat{\sigma}_{ML}^*$ -methode voor waterdiepten kleiner dan of gelijk aan 0,60 meter. Voor sortering B blijkt dit, uit vergelijking van tabel 4.4 met tabel 4.2, te gelden voor waterdiepten kleiner dan of gelijk aan 1,20 meter. Dit zijn dezelfde grenzen als waarvoor volgens de $\hat{\sigma}_{ML}$ -methode (tabellen 4.1 en 4.2) de nulhypothese van de K.S.-toets niet meer werd verworpen, met andere woorden waarvoor er gelijkheid bestond tussen de verdeling van de horizontale uitwijking en de Rayleighverdeling.

Sortering A				
proefnr.	h [m]	$\Delta_{K.S.-toets}$	D	% bui- ten bhi
003	1.90	0.115	0.100	60
005	1.90	0.115	0.102	59
006	1.90	0.115	0.086	54.5
007	1.75	0.115	0.074	48
008	1.75	0.115	0.120	27.5
009	1.75	0.115	0.113	57.5
016	1.60	0.115	0.067	52.5
017	1.60	0.115	0.098	57.5
018	1.60	0.115	0.093	55
022	1.10	0.115	0.097	67
023	1.10	0.115	0.062	20
024	1.10	0.115	0.080	56.5
028	0.60	0.115	0.092	65
029	0.60	0.115	0.079	45
030	0.60	0.115	0.067	31.5
034	0.40	0.115	0.100	53
035	0.40	0.115	0.087	28.5
036	0.40	0.115	0.083	36.5
040	0.20	0.115	0.116	49.5
041	0.20	0.115	0.107	76
042	0.20	0.115	0.106	59.5

Tabel 4.3: K.S.-toets sortering A (aangepast)

Sortering B				
proefnr.	h [m]	$\Delta_{K.S.-toets}$	D	% bui- ten bhi
001	1.90	0.115	0.078	34
002	1.90	0.115	0.140	83.5
004	1.90	0.115	0.088	45.5
010	1.75	0.115	0.106	79
011	1.75	0.115	0.074	45
012	1.75	0.115	0.082	38
013	1.60	0.115	0.073	43
014	1.60	0.115	0.079	50.5
015	1.60	0.115	0.084	23
019	1.20	0.115	0.080	43.5
020	1.20	0.115	0.091	73
021	1.20	0.115	0.071	23.5
025	0.85	0.115	0.079	35.5
026	0.85	0.115	0.112	45
027	0.85	0.115	0.084	46.5
031	0.60	0.115	0.070	28
032	0.60	0.115	0.073	24.5
033	0.60	0.115	0.087	29
037	0.40	0.115	0.095	69.5
038	0.40	0.115	0.080	33
039	0.40	0.115	0.080	29.5

Tabel 4.4: K.S.-toets sortering B (aangepast)

4.2.5 Conclusies

De verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking kan goed met de Rayleighverdeling worden beschreven. Dit geldt zonder meer voor h/D_{50} -verhoudingen die kleiner dan of gelijk zijn aan 45. Voor $h/D_{50} > 45$ zijn veelal uitbijters in de horizontale uitwijking aanwezig. Deze bedragen echter maar een paar procent van het totale aantal stenen. Vanwege hun grote invloed op de parameter σ_R in de Rayleighverdeling (geschat met een Maximum Likelihood schatter) leiden zij meestal tot het verwerpen van de nulhypothese in de K.S.-toets. Door deze uitbijters niet mee te nemen in de schatting van de waarde van σ_R , blijkt dat de K.S.-toets in (bijna) alle experimenten een positief resultaat geeft, met andere woorden dat de nulhypothese (dat de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking overeenkomt met de Rayleighverdeling) niet wordt verworpen.

Bij dit alles dient in overweging te worden genomen dat bij het uitvoeren van modelproeven met een steensortering nooit een perfecte Rayleighverdeling zal optreden. Immers, het Enkele Steen Model veronderstelt dat de gestorte stenen wat betreft afmeting, massadichtheid, oppervlakte- en vormruwheid alle identiek zijn. Dit is in werkelijkheid niet het geval.

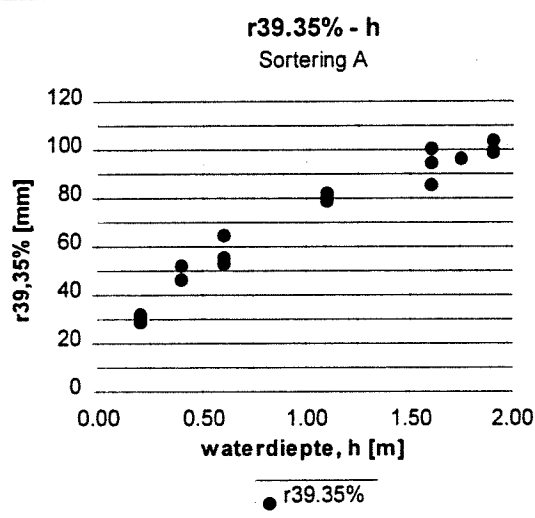
Om bovengenoemde veronderstelling in het ESM zijn de massaverdelingen van de sorteringen A en B alsmede de massadichtheidsverdelingen zo steil mogelijk gehouden.

Aangezien de wiskundige modellering van de horizontale uitwijking van de stenen een goede benadering van de modelproefresultaten geeft, kan de evenredigheid van de spreiding van de stenen

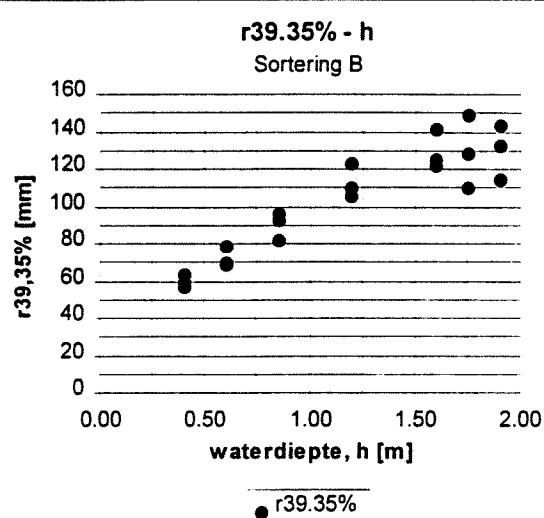
met de wortel uit de waterdiepte en de steendiameter worden geverifieerd. Dit zal respectievelijk plaatsvinden in paragraaf 4.3 en 4.4.

4.3 Verificatie van de evenredigheid tussen de spreiding en de wortel uit de waterdiepte

De resultaten van de experimenten met betrekking tot de spreiding van de stenen kunnen in grafieken tegen de waterdiepte worden uitgezet. In figuur 4.8 is het verband tussen $r_{39,35\%}$ en de waterdiepte gegeven voor de experimenten met sortering A. In figuur 4.9 is dit gedaan voor de experimenten met sortering B.



Figuur 4.8: $r_{39,35\%}$ - h voor sortering A



Figuur 4.9: $r_{39,35\%}$ - h voor sortering B

Als de veronderstelling in het Enkele Steen Model ten aanzien van de evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte juist is, dan zouden door de punten in de twee grafieken parabolen getrokken moeten kunnen worden.

In het vooronderzoek (deel A) zijn twee vergelijkingen gegeven waarmee de spreiding van de stenen kan worden voorspeld, te weten:

$$\sigma = c \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (4.4)$$

$$\sigma = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (4.5)$$

Waarin:

σ	spreiding van de stenen
h	waterdiepte
D	karakteristieke steenafmeting
ρ_w, ρ_s	massadichtheid van respectievelijk het water en de steen

Het verschil tussen beide vergelijkingen zit slechts in de factor ρ_w/ρ_s . Aangezien de massadichtheid van het water (998 kg/m^3) en de massadichtheden van de stenen in sortering A (3000 kg/m^3) en sortering B (2681 kg/m^3) in dit afstudeeronderzoek als constant worden beschouwd, leidt het onderscheid in de twee vergelijkingen slechts tot een verschil in de waarde van de parameter c . In het vooronderzoek is ten behoeve van de eenduidigheid gekozen voor het gebruik van vergelijking (4.5) voor het voorspellen van de spreiding van de stenen in een experiment. In deze paragraaf zal daarentegen het veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de

waterdiepte aan de hand van beide vergelijkingen worden geverifieerd. Zodoende kan worden bepaald met welke vergelijking een bevredigender resultaat wordt verkregen ten aanzien van de waarden van de parameter c voor beide sorteringen.

4.3.1 Lineaire-regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten methode

Verificatie evenredigheid spreiding met wortel h op basis van vergelijking (4.5)

Ten eerste wordt de veronderstelde evenredigheid in het ESM van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte geverifieerd op basis van vergelijking (4.5):

$$\sigma = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (4.5)$$

In deze vergelijking zijn de parameters ρ_w , ρ_s en D per sortering constant verondersteld en is de waterdiepte (h) de onafhankelijke variabele. Om de veronderstelde evenredigheid te verifiëren moet worden onderzocht of de parameter c voor een sortering constant is. Als c constant is, dan geldt de veronderstelde evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte.

Een eerste indruk van het wel of niet constant te veronderstellen zijn van de waarde van parameter c , kan worden verkregen uit de grafieken van de parameter c tegen de waterdiepte. Deze zijn voor sortering A en sortering B reeds gegeven in figuur 3.6 respectievelijk figuur 3.7. De waarden van de parameter c voor de verschillende experimenten zijn reeds gegeven in tabel 3.7 voor sortering A en in tabel 3.8 voor sortering B. Uit de figuren 3.6 en 3.7 blijkt dat de parameter c inderdaad min of meer als constant kan worden verondersteld (onafhankelijk van de waterdiepte).

Om te bepalen wat de waarde van de parameter c is voor beide sorteringen, wordt een lineaire-regressie berekening uitgevoerd met de Kleinste Kwadraten Methode. Deze methode is beschreven in bijlage O.

Hiertoe is vergelijking (4.5) herschreven in de vorm $y = A + B \cdot x$, waarbij de nominale diameter van een steensortering als karakteristieke steenafmeting is genomen:

$$\sigma = c \cdot \left(\frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \right)$$

De onafhankelijke variabele x is in dit geval de term tussen haakjes en de afhankelijke variabele is de spreiding σ . De parameter B komt overeen met de parameter c , waarvan de waarde dient te worden bepaald. Er is geen parameter A , deze is gelijk aan nul.

De van belang zijnde resultaten van de berekeningen staan in tabel 4.5. Een grafische weergave van de berekening is voor sortering A gegeven in figuur 4.10 en voor sortering B in figuur 4.11.

	Sortering A	Sortering B
B (= c)	2.106	1.803
s_B	0.0182	0.0150
$\rho_{x,y}$	0.994	0.915

Tabel 4.5: Resultaten lin.regr. m.b.v. de KKM

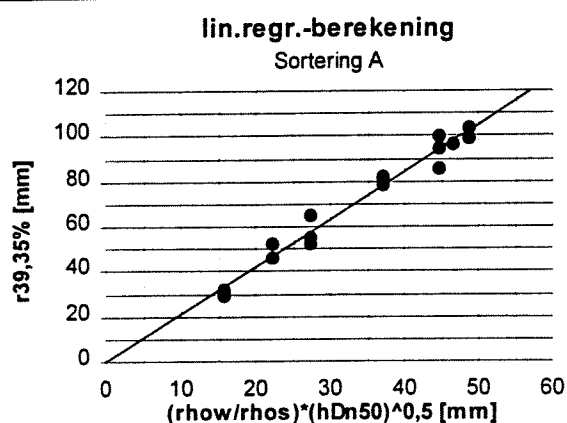
De waarden van de parameter c (=B) van de beide sorteringen moeten worden gezien als gemiddelde waarden. De standaardafwijking van dit gemiddelde, s_B (ook wel 'standard error' genoemd) wordt

verondersteld normaal verdeeld te zijn en is in beide gevallen zeer klein ten opzichte van het gemiddelde. De correlatiecoëfficiënt $\rho_{x,y}$ geeft aan welk deel van de variantie van de variabele y (bij lineaire afhankelijkheid) uit de variantie van de variabele x kan worden bepaald ($0 \leq \rho_{x,y} \leq 1$). Hoge waarden van $\rho_{x,y}$ betekenen dat de datapunten goed overeenkomen met het veronderstelde lineaire verband.

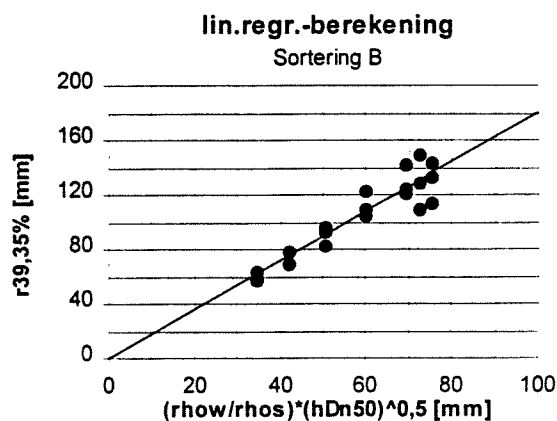
Op basis van de kleine waarden van s_B en het feit dat de waarde van $\rho_{x,y}$ voor beide sortering zeer hoog is (ongeveer gelijk aan 1), wordt geconcludeerd dat de veronderstelling dat de waarde van de parameter c per sortering constant is, juist is.

Hieruit volgt direct dat de veronderstelling in het ESM met betrekking tot de evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte een bruikbare modellering is. De spreiding volgens het ESM kan nu worden berekend met vergelijking (4.5), waarin de waarde van c voor sortering A gelijk moet worden genomen aan 2,10 en voor sortering B aan 1,80.

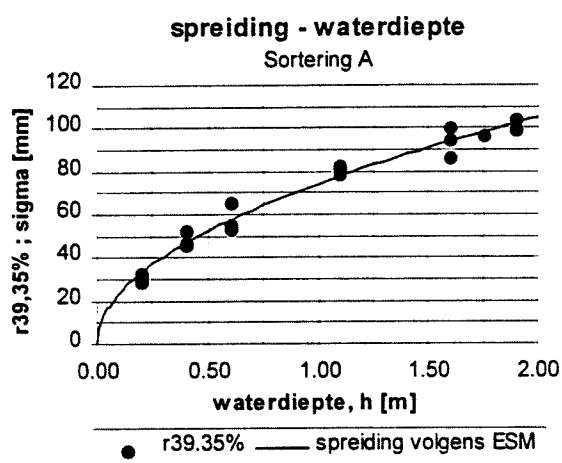
De spreiding volgens het ESM kan in de figuren 4.8 en 4.9 worden geplot. Het resultaat staat in figuur 4.12 voor sortering A en in figuur 4.13 voor sortering B.



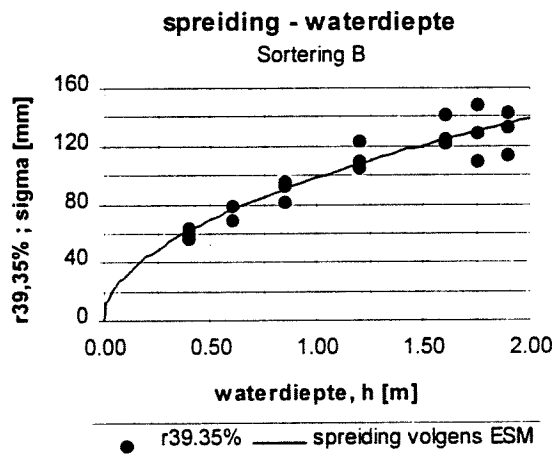
Figuur 4.10: Lineaire regressieberekening voor sort. A



Figuur 4.11: Lineaire regressieberekening voor sort. B



Figuur 4.12: σ -h voor sortering A



Figuur 4.13: σ -h voor sortering B

Uit de figuren 4.12 en 4.13 blijkt dat met de berekende waarden van c voor beide sorteringen een zeer goede aansluiting van de meetpunten op de lijn van de voorspelde spreiding volgens het ESM wordt verkregen.

Verificatie evenredigheid spreiding met wortel h op basis van vergelijking (4.4)

Vervolgens wordt de veronderstelde evenredigheid in het ESM van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte geverifieerd op basis van vergelijking (4.4). Ter onderscheiding van de parameter c in deze vergelijking van die in vergelijking (4.5), wordt de parameter c in vergelijking (4.4) aangeduid als c' . Wederom is de D_{n50} van de steensortering als karakteristieke steenafmeting gekozen:

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

De waarden van de parameter c' zijn per modelproef bepaald uit vergelijking (4.6). De parameter σ is daarbij gelijk genomen aan de waarde van $r_{39,35\%}$ in de betreffende modelproef. De resultaten staan voor sortering A in tabel 4.6 en voor sortering B in tabel 4.7.

Sortering A				
proefnr	h [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	Waarde van c' [-]	
			o.b.v. D_{n50}	o.b.v. D_{50}
003	1.90	104.3	0.71	0.66
005	1.90	99.7	0.68	0.63
006	1.90	99.0	0.68	0.62
007	1.75	96.8	0.69	0.63
008	1.75	96.3	0.69	0.63
009	1.75	96.7	0.69	0.63
016	1.60	94.6	0.71	0.65
017	1.60	86.1	0.64	0.59
018	1.60	100.5	0.75	0.69
022	1.10	82.5	0.74	0.68
023	1.10	78.8	0.71	0.65
024	1.10	81.2	0.73	0.67
028	0.60	53.0	0.65	0.59
029	0.60	55.5	0.68	0.62
030	0.60	65.4	0.80	0.73
034	0.40	52.6	0.79	0.72
035	0.40	46.9	0.70	0.64
036	0.40	46.3	0.69	0.63
040	0.20	29.2	0.62	0.57
041	0.20	31.4	0.66	0.61
042	0.20	32.5	0.69	0.63

Tabel 4.6: $r_{39,35\%}$ en waarden van c' voor sort. A

Sortering B				
proefnr	h [m]	$r_{39,35\%}$ [mm]	Waarde van c' [-]	
			o.b.v. D_{n50}	o.b.v. D_{50}
001	1.90	143.3	0.71	0.65
002	1.90	114.6	0.57	0.52
004	1.90	133.1	0.66	0.60
010	1.75	110.2	0.57	0.52
011	1.75	149.5	0.77	0.71
012	1.75	128.9	0.66	0.61
013	1.60	141.6	0.76	0.70
014	1.60	122.1	0.66	0.60
015	1.60	125.0	0.67	0.62
019	1.20	123.6	0.77	0.71
020	1.20	105.6	0.66	0.60
021	1.20	109.8	0.68	0.63
025	0.85	82.3	0.61	0.56
026	0.85	96.4	0.71	0.65
027	0.85	93.4	0.69	0.63
031	0.60	70.0	0.62	0.57
032	0.60	69.0	0.61	0.56
033	0.60	78.7	0.69	0.64
037	0.40	63.7	0.69	0.63
038	0.40	59.7	0.64	0.59
039	0.40	57.4	0.62	0.57

Tabel 4.7: $r_{39,35\%}$ en waarden van c' voor sort. B

Met de uit de modelproeven volgende spreidingen van de stenen ($r_{39,35\%}$) worden wederom lineaire-regressie berekeningen uitgevoerd met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode, teneinde de waarden van de parameter c' voor de sorteringen A en B te bepalen. Hiertoe is vergelijking (4.6) in de vorm $y = A + B \cdot x$ geschreven:

$$\sigma = c' \cdot (\sqrt{h \cdot D_{n50}}) \quad (4.7)$$

De onafhankelijke variabele x is de term tussen haakjes en de afhankelijke variabele y is ook hier de spreiding σ . De parameter B komt in dit geval overeen met de parameter c' , waarvan de waarde dient te worden bepaald. Ook in dit geval is de parameter A gelijk aan nul.

De van belang zijnde resultaten van de berekeningen staan in tabel 4.8. Een grafische weergave is achterwege gelaten, aangezien deze geheel overeenkomstig de figuren 4.10 en 4.11 is, met dit verschil dat daarin de waarden van x voor een bepaald experiment een factor ρ_s/ρ_w groter zijn.

	Sortering A	Sortering B
$B (= c')$	0.701	0.671
s_B	0.0061	0.0056
$\rho_{x,y}$	0.995	0.915

Tabel 4.8: Resultaten lin.regr. m.b.v. de KKM

De resultaten van de lineaire-regressie berekening in tabel 4.8 zijn geheel overeenkomstig de resultaten in tabel 4.5, met dit verschil dat de waarden van $B (=c')$ en s_B een factor (ρ_s/ρ_w) kleiner zijn. Voor de veronderstelde evenredigheid van de spreiding σ met de waterdiepte (h) volgens vergelijking (4.6) kunnen dan ook dezelfde conclusies worden getrokken als bij de beschouwing van vergelijking (4.5).

De spreiding volgens het ESM kan nu worden berekend met vergelijking (4.6), waarin de waarde van c' voor sortering A gelijk moet worden genomen aan 0,70 en voor sortering B aan 0,67. Aangezien het verschil met vergelijking (4.5) is dat de massadichtheidsfactor niet wordt meegenomen, maar de waarden van c' precies deze massadichtheidsfactor kleiner zijn dan de waarden van c in vergelijking (4.5) voor overeenkomstige sorteringen, leveren beide vergelijkingen hetzelfde resultaat ten aanzien van de grafieken van σ - h . Voor het verband tussen de spreiding volgens het ESM en de waterdiepte wordt dan ook verwezen naar de figuren 4.12 en 4.13.

Vergelijking tussen vergelijking (4.5) en vergelijking (4.6)

Uit vergelijking van de tabellen 4.5 en 4.8 valt te concluderen dat er geen verschil bestaat in de mate waarin aan lineariteit wordt voldaan. De factoren $\rho_{x,y}$ zijn voor beide vergelijkingen voor overeenkomstige sorteringen gelijk. Het verschil in de waarden van B en s_B wordt enkel en alleen veroorzaakt door het feit dat bij de berekening van de waarden in tabel 4.5 wel de massadichtheidsfactor ρ_w/ρ_s is meegenomen en bij de berekening van de waarden in tabel 4.8 niet. Het verschil is tussen overeenkomstige sorteringen gelijk aan de verhouding ρ_w/ρ_s van de betreffende sortering. Dit wordt veroorzaakt door het feit dat de massadichtheden van het water en de steen in dit afstudeerwerk als deterministisch worden beschouwd.

Wat echter wel opvallend is in de vergelijking van de tabellen 4.5 en 4.8, is dat de waarden van c' voor sortering A en sortering B (tabel 4.8) nagenoeg aan elkaar gelijk zijn en dat de waarden van c voor sortering A en sortering B (tabel 4.5) dat niet zijn.

In de praktijk wordt veelal gewerkt met coëfficiënten voor breuksteen of grind. In [CUR/RWS, 1995] wordt bijvoorbeeld een formule gegeven om de totale breedte van een stortprofiel te bepalen:

$$y = a\sqrt{h} \quad (4.8)$$

Waarin:

y	totale breedte van het stortprofiel
h	waterdiepte
a	coëfficiënt

Onafhankelijk van de massadichtheid van het materiaal wordt gesteld dat a gelijk is aan 1,9 voor gebroken materiaal (breuksteen) en dat a gelijk is aan 2,1 voor rond materiaal (grind).

Op basis hiervan wordt het zinvol geacht om ook voor de beide breuksteensorteringen in dit afstudeeronderzoek met één waarde voor de parameter c of c' te werken. Aangezien de waarden van c' voor de sortering A en B al nagenoeg aan elkaar gelijk zijn, wordt het gebruik van c' om statistische redenen verkozen boven dat van c en dus ook het gebruik van vergelijking (4.6) boven dat van vergelijking (4.5).

4.3.2 Student t-toets

De waarden van c' van sortering A en sortering B zijn nagenoeg aan elkaar gelijk (zie tabel 4.8):

- sortering A: $c' = 0,70$
- sortering B: $c' = 0,67$

Om met één waarde van de parameter c' voor beide sorteringen te kunnen rekenen, wordt onderzocht of het gemiddelde van de waarden van c' van sortering A en B ($c'_{\text{gem}} = 0,685$) als de waarde van c' kan worden beschouwd. Hiertoe wordt een Student t-toets uitgevoerd, waarmee wordt onderzocht of de waarde 0,70 van sortering A en de waarde 0,67 van sortering B gelijk zijn aan c'_{gem} ($= 0,685$). De Student t-toets wordt beschreven in bijlage P.

Voor zowel sortering A als sortering B wordt de nulhypothese getoetst:

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad , \quad \text{waarin } \mu_0 = c'_{\text{gem}} = 0,685$$

De toetsingsgrootte T is:

$$T = \frac{\bar{C}_n - \mu_0}{S_n / \sqrt{n}} \quad (4.9)$$

$$\text{met: } \bar{C}_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n C_i \quad \text{en} \quad S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (C_i - \bar{C}_n)^2}$$

De benodigde gegevens voor het berekenen van de toetsingsgrootte T voor sortering A en sortering B alsmede de waarden van T staan in tabel 4.9 en zijn bepaald op basis van de data in de tabellen 4.6 en 4.7.

	Sortering A	Sortering B
$\bar{C}_n$	0.70	0.67
μ_0	0.685	0.685
S_n	0.0441	0.0587
n	21	21
T	1.56	-1.17

Tabel 4.9: Bepaling T voor sortering A en B

De kritieke waarden k_1 en k_2 worden bepaald uit tabel P.1 in bijlage P. Daarbij is het significantieniveau α gelijk genomen aan 0,05. Het aantal vrijheidsgraden v is gelijk aan 20 ($n - 1$). Dit levert voor beide sorteringen kritieke waarden van:

$$k_1 = -2,85 \quad \text{en} \quad k_2 = 2,85$$

Hiermee is het kritieke gebied (KG) te definiëren als:

$$\text{KG: } (-\infty, -2,85] \cup [2,85, \infty)$$

Indien de toetsingsgrootte T in het kritieke gebied ligt, dient de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ te worden verworpen. Voor beide sorteringen is dit echter niet het geval. Op basis hiervan kan dan ook worden geconcludeerd dat er op grond van de data geen reden is om te veronderstellen dat de waarden van c' voor sortering A (0,70) en sortering B (0,67) niet gelijk zijn aan de waarde van c'_{gem} (0,685). Voor beide sorteringen kan met één waarde van c' worden gerekend en wel met $c' = 0,685$.

4.3.3 Conclusies

Uit lineaire-regressie berekeningen met behulp van de kleinste kwadraten methode blijkt dat de parameters c en c' als een constante kunnen worden beschouwd. Hieruit volgt direct dat het in het Enkele Steen Model veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen (σ) en de wortel uit de waterdiepte (h) een bruikbare modellering is.

Er blijkt geen significant verschil tussen de parameter c en de parameter c' . Omdat de waarden van c' van sortering A en B nagenoeg aan elkaar gelijk zijn, in tegenstelling tot de waarden van c van sortering A en B, wordt de voorkeur uitgesproken voor het gebruik van vergelijking (4.6), omdat in de praktijk veelal wordt gewerkt met één waarde van de constanten voor breuksteen en grind.

Met een Student t-toets is bepaald dat het gemiddelde van de waarden c' van sortering A (0,70) en sortering B (0,67), gezien kan worden als dé waarde van de parameter c' voor beide breuksteensorteringen: $c'_{\text{gem}} = 0,685$.

De spreiding van de stenen kan worden gemodelleerd als evenredig met de wortel uit de waterdiepte, met evenredigheidsconstante c' gelijk aan 0,685.

4.4 Verificatie evenredigheid tussen de spreiding en de wortel uit de steendiameter

In deze paragraaf zal de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen (σ) met de wortel uit de karakteristieke steenafmeting (D) worden geverifieerd. In paragraaf 4.4.1 zal dit gebeuren voor de in dit afstudeeronderzoek gebruikte steensorteringen A en B. Vervolgens zal in paragraaf 4.4.2 de veronderstelde evenredigheid worden geverifieerd voor de sorteringen A en B alsmede voor de breuksteensorteringen van Weustink en Van Oord die in het vooronderzoek zijn beschouwd.

4.4.1 Sortering A en B

4.4.1.1 Lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode

In deze paragraaf wordt onderzocht of de evenredigheid van de spreiding van de stenen kan worden gemodelleerd met de wortel uit de karakteristieke steenafmeting op basis van de spreidingen van de stenen in de verschillende modelproeven met de in dit afstudeeronderzoek gebruikte steensorteringen A en B. De daarvoor benodigde vergelijking is vergelijking (4.6).

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

De spreiding σ is hierbij gelijk aan de $r_{39,35\%}$ in een bepaalde modelproef. Aangezien c' voor beide sorteringen gelijk is gesteld ($c' = 0,685$; zie §4.3), kan deze uit vergelijking (4.6) worden weggelaten. Door nu de verificatie uit te voeren op overeenkomstige waterdiepten, is h in vergelijking (4.6) ook voor beide sorteringen gelijk en kan dus ook worden weggelaten. De verhouding tussen de spreiding van de stenen van sortering B en sortering A op overeenkomstige waterdiepte wordt dan gegeven door:

$$\frac{r_{39,35\%,B}}{r_{39,35\%,A}} = \sqrt{\frac{D_{n50,B}}{D_{n50,A}}} \quad (4.10)$$

Met de waarden van de D_{n50} van sortering A (11,2 [mm]) en de waarde van de D_{n50} van sortering B (21,5 [mm]) en herschrijven van vergelijking (4.10) is het theoretische, veronderstelde verband tussen de spreiding van de stenen van sortering B en sortering A op overeenkomstige waterdiepte:

$$r_{39,35\%,B} = 1,3855 \cdot r_{39,35\%,A} \quad (4.11)$$

Door vergelijking (4.11) te beschouwen als $y = A + B \cdot x$, waarin $r_{39,35\%,B}$ gelijk is aan y , $r_{39,35\%,A}$ gelijk is aan x en A gelijk aan 0 (nul), kan door een lineaire-regressie berekening met behulp van de kleinste kwadraten methode de waarde van parameter B worden bepaald. Indien deze waarde van B gelijk is aan 1,3855 (uit vergelijking (4.11)), dan kan worden geconcludeerd dat de in het ESM veronderstelde verband tussen de spreiding en de wortel uit de steendiameter een bruikbare modellering is. Voor een algemene beschrijving van de lineaire regressie-berekening met behulp van de kleinste kwadraten methode wordt verwezen naar bijlage O.

Met sortering A en sortering B zijn op vijf overeenkomstige waterdiepten experimenten uitgevoerd, te weten: $h = 1,90$ meter, $h = 1,75$ meter, $h = 1,60$ meter, $h = 0,60$ meter en $h = 0,40$ meter. In de berekeningen zijn de waarden van $r_{39,35\%,B}$ uitgezet tegen de waarden van $r_{39,35\%,A}$ voor experimenten bij overeenkomstige waterdiepte. De van belang zijnde resultaten van de lineaire-regressie berekening met behulp van de kleinste kwadraten methode staan in tabel 4.10. Een grafische weergave van deze berekening is gegeven in figuur 4.14.

	$r_{39,35\%,B} = B \cdot r_{39,35\%,A}$
B	1.3206
s_B	0.0117
$\rho_{x,y}$	0.890

Tabel 4.10: Resultaten lin.regr. m.b.v. de KKM

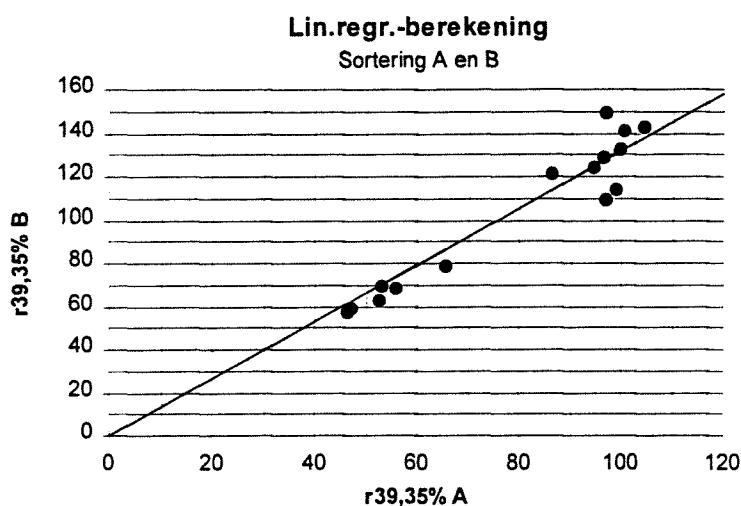
Uit de relatief kleine waarde van de standaardafwijking (s_B) op de gemiddelde waarde van B en de hoge waarde van $\rho_{x,y}$, kan worden geconcludeerd dat het veronderstelde lineaire verband tussen $r_{39,35\%,B}$ en $r_{39,35\%,A}$ een acceptabele modellering is. Echter, de waarde van B (1,3206) is niet gelijk

aan 1,3855. De veronderstelling dat de spreiding van de stenen (σ) evenredig is met de wortel uit de waterdiepte klopt niet.

Als de berekende (gemiddelde) waarde van B uit tabel 4.10 en de waarden van $D_{n50,A}$ en $D_{n50,B}$ worden ingevuld in vergelijking (4.12) en vervolgens de coëfficiënt β wordt berekend, volgt:

$$\frac{r_{39,35\%,B}}{r_{39,35\%,A}} = B = \left(\frac{D_{n50,B}}{D_{n50,A}} \right)^\beta \Rightarrow \beta = \frac{\ln(B)}{\ln\left(\frac{D_{n50,B}}{D_{n50,A}}\right)} = \frac{\ln(1.3206)}{\ln\left(\frac{21.5}{11.2}\right)} = 0.43 \quad (4.12)$$

Hiermee wordt de spreiding van de stenen (σ) evenredig met de nominale diameter van de steensortering (D_{n50}) tot de macht 0,43: $\sigma \propto (D_{n50})^{0.43}$.



Figuur 4.14: Grafische weergave lin.regr.ber. t.b.v evenredigheid wortel D

De in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de steendiameter kan voor de hier gebruikte steensorteringen A en B niet worden aangetoond. De veronderstelde evenredigheid is minder dan de wortel, namelijk 0,43.

4.4.1.2 De Student t-toets

Aangezien de factor $\beta = 0,43$ niet zo heel veel afwijkt van 0,5 (de vierkantswortel), rijst de vraag of de berekende 0,43 niet gelijk kan zijn aan 0,5. Om dit te onderzoeken wordt een Student t-toets uitgevoerd. De Student t-toets staat beschreven in bijlage P.

Hiertoe wordt de verzameling van waarden voor $\left(\frac{r_{39,35\%,B}}{r_{39,35\%,A}} \right)_i$ gezien als een realisatie van onafhankelijke stochasten $R_1, R_2, \dots, R_n$ met dezelfde (normale) kansverdeling. De waarden van de verschillende stochasten R_i staan in tabel 4.11.

In deze t-toets wordt de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ getoetst tegen de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq \mu_0$. De waarde van μ_0 is daarbij gelijk genomen aan 1.3855, de wortel uit de verhouding tussen de nominale diameter van sortering B en sortering A, zoals volgens het ESM zou moeten gelden (zie vergelijking (4.10) en (4.11)).

h = 1,90 [m]	h = 1,75 [m]	h = 1,60 [m]	h = 0,60 [m]	h = 0,40 [m]
1.3739	1.1396	1.4090	1.3208	1.2110
1.1576	1.5444	1.4181	1.2432	1.2729
1.3350	1.3385	1.3214	1.2034	1.2397

Tabel 4.11: Waarden van de stochasten R_i

De toetsingsgrootheid T is in dit geval:

$$T = \frac{\bar{R}_n - \mu_0}{S_n / \sqrt{n}} \quad (4.13)$$

$$\text{met: } \bar{R}_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n R_i \quad \text{en} \quad S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}_n)^2}$$

De benodigde gegevens voor het berekenen van de toetsingsgrootheid T alsmede de waarde van T staan in tabel 4.12 en zijn bepaald op basis van de data in tabel 4.11.

$\bar{R}_n$	1.3019
μ_0	1.3855
S_n	0.1087
n	15
T	-2.98

Tabel 4.12: Bepaling T

De kritieke waarden k_1 en k_2 worden bepaald uit tabel P.1 in bijlage P. Het significantieniveau α is daarbij gelijk genomen aan 0,05. Het aantal vrijheidsgraden v is gelijk aan 14 ($n-1$). Dit levert kritieke waarden op van:

$$k_1 = -2,15 \quad \text{en} \quad k_2 = 2,15$$

Hiermee is het kritieke gebied (KG) te definiëren als:

$$\text{KG: } (-\infty, -2.15] \cup [2.15, \infty)$$

De toetsingsgrootheid T ligt in het kritieke gebied. Daarom wordt de nulhypothese verworpen, zodat geconcludeerd kan worden dat de realisatie van onafhankelijke stochasten R_i niet voldoende is om te veronderstellen dat $\bar{R}_n = 1,3019$ gelijk is aan $\mu_0 = 1,3855$; met andere woorden dat de gevonden waarde van $\beta (= 0,43)$ op basis van de data niet gelijk kan worden verondersteld aan 0,5.

Op basis van een Student t-toets kan de veronderstelde evenredigheid in het ESM van de spreiding van de stenen met de wortel uit de steendiameter niet worden aangetoond.

4.4.1.3 De studentized bootstrap

Het feit dat de nulhypothese van evenredigheid in het ESM van de spreiding van de stenen met de wortel uit de steendiameter op basis van een Student t-toets diende te worden verworpen, is wellicht het gevolg van de beperkte dataset ($n = 15$). De dataset R_i kan worden vergroot door middel van een zogenaamde bootstrap. Hierbij wordt een groot aantal malen (bijvoorbeeld 1000 keer) een trekking met teruglegging gedaan uit de oorspronkelijke dataset. Zodoende wordt een gebootstrapte dataset verkregen met 1000 realisaties, als ware er geen 15 maar 1000 maal 15 experimenten uitgevoerd. Op

basis van deze bootstrap steekproeven kan weer een Student t-toets worden uitgevoerd. Deze methode wordt de 'studentized bootstrap' genoemd. Een beschrijving hiervan wordt gegeven in bijlage Q.

Het programma waarmee de studentized bootstrap is uitgevoerd, is geschreven in Mathcad 5.0 en staat eveneens gegeven in bijlage Q, met daarbij de berekende waarden van de verschillende grootheden.

De gebruikte (oorspronkelijke) dataset zijn de waarden van de stochasten R_i uit tabel 4.11. De nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ en de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq \mu_0$ zijn onveranderd ten opzichte van die in paragraaf 4.4.1.2, net als de toetsingsgrootheid T . Het enige verschil met de vorige paragraaf zijn de waarden van de kritieke grenzen k_1 en k_2 . Deze zijn bepaald in de uitgevoerde studentized bootstrap:

$$k_1 = -2,55 \quad \text{en} \quad k_2 = 1,99$$

Hiermee is het kritieke gebied te definiëren als:

$$KG: (-\infty, -2,55] \cup [1,99, \infty)$$

Aangezien $T = -2,98$, ligt deze in het kritieke gebied en moet de nulhypothese worden verworpen ten gunste van de alternatieve hypothese. Geconcludeerd moet dus worden, dat ook met een studentized bootstrap de veronderstelling in het ESM dat de spreiding van de stenen evenredig is met de wortel uit de steendiameter, op basis van de hier gebruikte data niet kan worden aangetoond.

4.4.1.4 Conclusies

Uit een lineaire-regressie berekening met behulp van de kleinste kwadraten methode blijkt dat, op basis van de experimenten met sortering A en B, de spreiding van de stenen niet evenredig is met de wortel uit de steendiameter, zoals in het ESM wordt verondersteld, maar dat de spreiding van de stenen (σ) evenredig is met $(D_{n50})^{0,43}$.

Aangezien het verschil tussen de waarde van de macht 0,43 en die van de wortel (0,50) niet zo groot is, is onderzocht of de waarde 0,43 niet gelijk kon zijn (bij een bepaald significantieniveau) aan 0,50. Daartoe is een Student t-toets uitgevoerd, alsmede een studentized bootstrap. In beide toetsingsmethoden moest de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ worden verworpen.

Met andere woorden, op basis van de hier gebruikte dataset van waarden van de verhouding tussen de spreiding van de stenen in de experimenten met sortering B en sortering A bij overeenkomstige waterdiepten, kan niet worden geconcludeerd dat de in het Enkele Steen Model veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de steendiameter, juist is.

4.4.2 Verificatie aan de hand van eerder uitgevoerde onderzoeken

4.4.2.1 Lineaire-regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode

In deze paragraaf wordt onderzocht of de evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de karakteristieke steenafmeting kan worden aangetoond op basis van eerder uitgevoerde modelonderzoeken. Daartoe worden de experimenten met breuksteen van de in het vooronderzoek (deel A) behandelde onderzoekers, te weten Weustink en Van Oord, samen met de breuksteensorteringen A en B uit dit afstudeeronderzoek beschouwd. De gebruikte vergelijking voor de spreiding van de stenen is vergelijking (4.6).

$$\sigma = c \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

De spreiding σ is hierbij gelijk aan de $r_{39,35\%}$ in een bepaalde modelproef. Door alleen de experimenten op een waterdiepte (h) van 1,90 meter te beschouwen, kan de waterdiepte als een constante worden beschouwd.

De keuze voor de waterdiepte van 1,90 meter komt voort uit het feit dat bij deze waterdiepte de meeste experimenten zijn uitgevoerd, zodat de dataset zo groot mogelijk is. De resultaten van de in het vooronderzoek beschouwde experimenten met breuksteen van het Waterloopkundig Laboratorium worden niet meegenomen in de in deze paragraaf gegeven beschouwing. Dit is enerzijds omdat er met de breuksteensorteringen van het WL geen experimenten op een waterdiepte van 1,90 meter zijn uitgevoerd, en anderzijds omdat de stortmethode van de stenen in een experiment afwijkt van de stortmethode bij de stenen uit de breuksteensorteringen van Weustink, Van Oord en de auteur.

Door het constant stellen van de waterdiepte is de nominale diameter (D_{n50}) de enige onafhankelijke variabele in vergelijking (4.6) en is de spreiding van de stenen (σ) de afhankelijke variabele. De verschillende waarden van c' volgens vergelijking (4.6) voor de hier beschouwde experimenten staan gegeven in tabel 4.13.

waterdiepte: $h = 1,90$ [m]			
Sortering	$r_{39,35\%}$ [mm]	D_{n50} [mm]	c' [-]
A	104.3	11.2	0.71
A	99.7	11.2	0.68
A	99	11.2	0.68
B	143.3	21.5	0.71
B	114.6	21.5	0.57
B	133.1	21.5	0.66
Weustink, I	126	16.5	0.71
Weustink, III	102	19.3	0.53
Weustink, IV	110	18.5	0.59
Weustink, V	155	27.6	0.68
Van Oord	99	10.4	0.70
Van Oord	94	10.4	0.67

Tabel 4.13: Waarden van c' voor de sorteringen A, B, Weustink (I,III,IV,V) en Van Oord voor $h = 1,90$ [m]

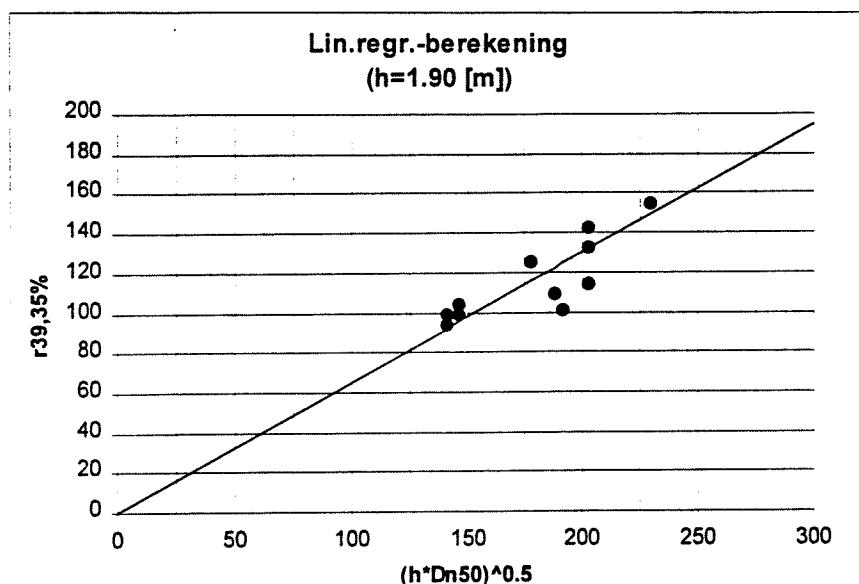
De spreiding van de stenen is evenredig met de wortel uit de nominale steendiameter, indien de waarde van de parameter c' in vergelijking (4.6) constant is. Om dit te onderzoeken, en in het geval dat het zo is de waarde van c' te bepalen, wordt een lineaire-regressie berekening met de kleinste kwadraten methode uitgevoerd. Deze methode is beschreven in bijlage O.

Hiertoe wordt vergelijking (4.6) herschreven in de vorm $y = A + B \cdot x$, zodanig dat de onafhankelijke variabele x gelijk is aan $\sqrt{h \cdot D_{n50}}$, de afhankelijke variabele y gelijk is aan σ en de parameter B aan c' . De parameter A is ook in dit geval gelijk aan nul.

De van belang zijnde resultaten van de berekening staan in tabel 4.14. Een grafische weergave van de regressielijn is gegeven in figuur 4.15.

	$y = B \cdot x$
$B (= c')$	0.651
s_B	0.0184
$\rho_{x,y}$	0.82

Tabel 4.14: Resultaten lin.regr. m.b.v. de KKM



Figuur 4.15: Grafische weergave regressielijn

Op basis van de relatief kleine waarde van de standaardafwijking s_B op het gemiddelde van B en de relatief hoge waarde van $\rho_{x,y}$ kan worden geconcludeerd, dat de aanname van lineariteit gerechtvaardigd is. Daaruit volgend wordt geconcludeerd dat de evenredigheid tussen de spreiding van de stenen in de hier beschouwde experimenten evenredig is met de wortel uit de nominale diameter. Het veronderstelde verband in het ESM blijkt een goede benadering, de evenredigheidsconstante c' is gelijk aan 0,651.

4.4.2.2 De Student t-toets

Opvallend is dat de in §4.4.2.1 berekende waarde van c' uit een lineaire-regressie berekening met de kleinste kwadraten methode nagenoeg gelijk is aan de waarde van c' die volgde uit een zelfde soort berekening bij de verificatie van de evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte.

- Verificatie $\sigma \propto \sqrt{h}$: $c' = 0,685$ (§4.3.2)
- Verificatie $\sigma \propto \sqrt{D_{n50}}$: $c' = 0,651$ (§4.4.2.1)

Interessant is nu om te onderzoeken of de waarde van $c' = 0,651$ gelijk mag worden beschouwd aan $c' = 0,685$. Daartoe wordt een Student t-toets uitgevoerd. De toetsingsmethode van de Student t-toets wordt beschreven in bijlage P.

De voor de toets gebruikte dataset zijn de waarde c' voor de experimenten met de breuksteensorteringen A en B en die van Weustink en Van Oord bij een waterdiepte van 1,90 meter. Deze waarden zijn reeds gegeven in tabel 4.13. De dataset is op te vatten als een realisatie van onafhankelijke stochasten C_i .

In deze toets wordt de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ getoetst tegen de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq \mu_0$. De waarde van μ_0 is daarbij gelijk genomen aan 0,685. De toetsingsgrootheid T is in dit geval:

$$T = \frac{\bar{C}_n - \mu_0}{S_n / \sqrt{n}}$$

$$\text{met: } \bar{C}_n = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n C_i \quad \text{en} \quad S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (C_i - \bar{C}_n)^2}$$

De benodigde gegevens voor het berekenen van de toetsingsgrootte T alsmede de waarde van T staan in tabel 4.15.

$\bar{C}_n$	0.658
μ_0	0.685
S_n	0.0605
n	12
T	-1.58

Tabel 4.15: Bepaling T

De kritieke waarden k_1 en k_2 worden bepaald uit tabel P.1 in bijlage P. Het significantieniveau α is daarbij gelijk genomen aan 0,05. Het aantal vrijheidsgraden v is gelijk aan 11 ($n-1$). Dit levert kritieke waarden op van:

$$k_1 = -2,20 \quad \text{en} \quad k_2 = 2,20$$

Hiermee is het kritieke gebied (KG) te definiëren als:

$$\text{KG: } (-\infty, -2.20] \cup [2.20, \infty)$$

De toetsingsgrootte T ligt niet in het kritieke gebied. De nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ wordt daarom niet verworpen. Geconcludeerd kan worden dat de waarde van c' voor de hier beschouwde experimenten gelijk kan worden genomen aan 0,685 (bij significantieniveau $\alpha = 0,05$).

4.4.2.3 Conclusies

Uit een lineaire-regressie berekening met de kleinste kwadraten methode blijkt dat, op basis van de experimenten met de breuksteensorteringen A, B, Weustink (I, III, IV, V) en Van Oord, de spreiding van de stenen (σ) evenredig is met de wortel uit de nominale steendiameter (D_{n50}). De evenredigheidsconstante (parameter c') is daarbij gelijk aan 0,651.

Met een Student t-toets is getoetst of deze $c' = 0,651$ niet gelijk zou kunnen zijn aan de waarde van c' die berekend is bij de verificatie van de evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte, namelijk $c' = 0,685$. Uit deze toets blijkt dat, bij een significantieniveau $\alpha = 0,05$, dit inderdaad het geval is.

4.4.3 Conclusies

Op basis van de berekeningen in §4.4.1 moet worden geconcludeerd, dat de in het ESM veronderstelde evenredigheid tussen de spreiding van de stenen (σ) en de wortel uit de karakteristieke steenafmeting (D) niet kan worden aangetoond voor de sorteringen A en B. De spreiding van de stenen blijkt evenredig te zijn met $(D_{n50})^{0.43}$.

Indien echter de in het ESM veronderstelde evenredigheid wordt geverifieerd aan de hand van eerder uitgevoerde onderzoeken bij een waterdiepte van 1,90 meter (§4.4.2), dan blijkt de veronderstelde

evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de nominale diameter wel te kunnen worden aangetoond.

Met een Student t-toets is aangetoond dat de evenredigheidsconstante (parameter c') gelijk is aan de parameter c' uit §4.3 (verificatie evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de waterdiepte), te weten $c' = 0,685$.

Gevolg is dat voor een breuksteensortering, op basis van de hier beschouwde experimenten, kan worden geconcludeerd dat de veronderstelling in het Enkele Steen Model ten aanzien van de evenredigheid van de spreiding van de stenen met zowel de wortel uit de waterdiepte als de wortel uit de karakteristieke steendiameter een bruikbare modellering is. De evenredigheidsconstante c' is daarbij gelijk aan 0,685.

4.5 Verband tussen de spreiding en het product van de waterdiepte en de nominale steendiameter

Op grond van de conclusie in paragraaf 4.4.3 kan worden gesteld dat voor breuksteen één constante waarde voor de parameter c' kan worden aangehouden, en wel:

$$c' = 0,685 [-]$$

De resultaten van de in de vorige paragraaf beschouwde experimenten met breuksteensorteringen kunnen nu in één grafiek van $\sigma - h \cdot D_{n50}$ worden geplot. Door in deze grafiek eveneens de voorspelde spreiding van de stenen met het Enkele Steen Model te plotten, wordt een indruk verkregen van de mate waarin de voorspelling met het ESM overeenkomt met de modelproefexperimenten. De gebruikte vergelijking voor de voorspelling van de spreiding van de stenen volgens het ESM is vergelijking (4.6):

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

Waarin:	σ	spreiding van de stenen volgens het ESM
	c'	constante (= 0,685)
	h	waterdiepte
	D_{n50}	nominale diameter van de steensortering

De genoemde grafiek staat in figuur 4.16.

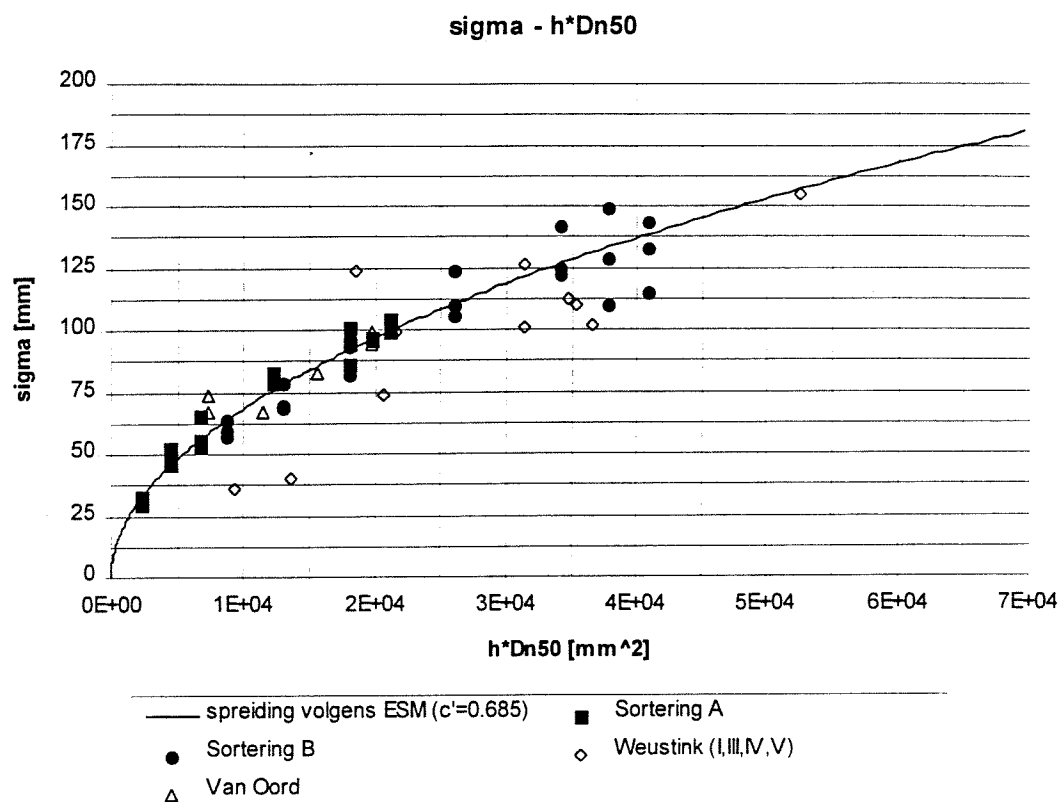
De modelproefresultaten met sortering A en B uit dit afstudeeronderzoek, alsmede de modelproefresultaten van Van Oord, lijken goed aan te sluiten op de berekende spreiding volgens het Enkele Steen Model. Slechts 4 à 5 proefresultaten (van de 21) met sortering B liggen relatief ver van de lijn volgens het ESM verwijderd.

De modelproefresultaten van Weustink daarentegen, sluiten slecht aan op de berekende spreiding met het ESM. Een mogelijke verklaring hiervoor is de volgende:

Weustink heeft de massaverdelingen en de nominale diameterverdelingen van zijn steensorteringen bepaald uit weging van ongeveer 100 stenen uit de betreffende steensortering. Het totale aantal stenen waaruit een bepaalde sortering bestond, was echter groter. Dit kan al resulteren in een afwijking tussen de berekende nominale diameter (D_{n50}) van een steensortering en de werkelijke nominale diameter.

Daarbij komt dat Weustink niet in elke modelproef met een bepaalde steensortering een gelijk aantal stenen heeft gestort. Omdat de stenen van een bepaalde sortering bij een experiment willekeurig uit een emmer zijn gepakt, is aannemelijk dat in de verschillende experimenten met een steensortering

ook niet steeds dezelfde stenen zijn gestort. Dit betekent in feite dat elke modelproef met een 'nieuwe' steensortering wordt uitgevoerd, elk met haar eigen massaverdeling en nominale-diameter verdeling. Ter verduidelijking is in tabel 4.16 een overzicht gegeven van het aantal door Weustink gestorte stenen in een experiment.



Figuur 4.16: Verband tussen σ - $h \cdot D_{n50}$ voor de breuksteensorteringen A, B, Weustink en Van Oord

Sortering	proefnummer	waterdiepte [m]	aantal gestorte stenen	$r_{39,35\%}$ [mm]
I	009	1.90	85	126
	018	1.13	50	124
III	014	1.90	52	102
	001	1.79	65	112
	017	1.13	62	99
IV	012	1.90	60	110
	016	1.13	50	74
	070	0.50	37	36
V	008	1.90	89	155
	015	1.13	50	101
	069	0.50	33	40

Tabel 4.16: Overzicht van het door Weustink gestorte aantal stenen per experiment

De door Weustink bepaalde waarden van $r_{39,35\%}$ uit de modelproeven met een bepaalde steensortering, zijn dus niet representatief voor de betreffende sortering. De grote verschillen tussen de waarden van $r_{39,35\%}$ voor de modelproefresultaten van Weustink en de berekende spreiding volgens het ESM in

figuur 4.16, zijn hoogst waarschijnlijk het gevolg van het feit dat in een bepaalde modelproef die stenen, die verantwoordelijk zijn voor een relatief grote danwel relatief kleine horizontale uitwijking, simpelweg niet zijn gestort.

Op basis van figuur 4.16 en de hiervoor gegeven verklaring voor de experimenten van Weustink, wordt geconcludeerd dat de berekende spreiding met het Enkele Steen Model een goede benadering geeft van de spreiding van de stenen in de beschouwde modelproeven. Met andere woorden, de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit het product van de waterdiepte en de nominale steendiameter is juist. De daarbij te gebruiken evenredigheidsconstante c' is voor breuksteensorteringen gelijk aan 0,685.

4.6 Vergelijking tussen het Enkele Steen Model en het Zinkcon Model

In het vooronderzoek (deel A) is naast het Enkele Steen Model ook het Zinkcon Model beschouwd. Voor een beschrijving van het Zinkcon Model wordt verwezen naar §2.2 uit deel A. Om te verifiëren of de in het vooronderzoek getrokken conclusie, dat er geen verschil zit in de mate van nauwkeurigheid tussen de voorspelling van de spreiding van de stenen met het ESM en het Zinkcon Model (ZM), juist is, wordt in deze paragraaf een vergelijking gemaakt tussen de berekende spreidingen met het ZM en het ESM voor de modelproefresultaten van de sorteringen A en B.

In het Zinkcon Model wordt een voorspelling van de spreiding van de stenen gemaakt met vergelijking (4.14):

$$\frac{\sigma}{D} = c \cdot \left(\frac{h}{\Delta \cdot D} \right)^\alpha \quad (4.14)$$

Waarin:	σ	spreiding van de stenen
	D	karacteristieke steenafmeting
	h	waterdiepte
	Δ	relatieve dichtheid ($= \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$)
	c, α	constanten

Als karakteristieke steenafmeting is wederom de nominale diameter van een steensortering genomen (D_{n50}). Ter onderscheiding van de parameter c' in het ESM, is de parameter c in het ZM in het vervolg voorzien van het subscript 'ZM', c_{ZM} .

De waarden van de constanten c_{ZM} en α zijn voor beide sorteringen te bepalen door lineaire-regressie met de kleinste kwadraten methode. Deze methode is beschreven in bijlage O. Daartoe dient vergelijking (4.14) te worden herschreven in de vorm: $y = A + B \cdot x$. Door transformeren van vergelijking (4.14) wordt het benodigde lineaire verband verkregen:

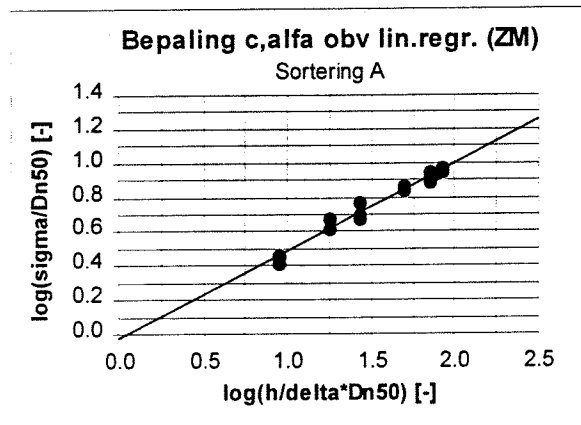
$$\log\left(\frac{\sigma}{D_{n50}}\right) = \alpha \cdot \log\left(\frac{h}{\Delta \cdot D_{n50}}\right) + \log(c_{ZM}) \quad (4.15)$$

Zodat:	$\log(\sigma/D_{n50})$	=	y	
	$\log(h/\Delta D_{n50})$	=	x	
	α	=	B	
	$\log(c_{ZM})$	=	A	$\Rightarrow c_{ZM} = (10)^A$

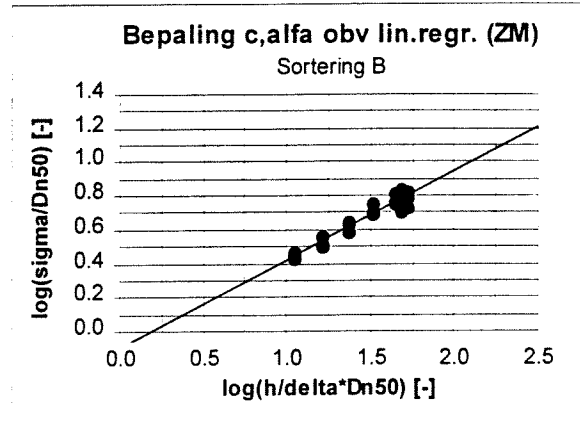
Een grafische weergave van de regressielijnen is voor sortering A gegeven in figuur 4.17 en voor sortering B in figuur 4.18. De van belang zijnde resultaten van de berekeningen zijn:

- sortering A: $\alpha = 0,51$ $c_{ZM} = 0,94$ $\rho_{x,y} = 0,989$
- sortering B: $\alpha = 0,52$ $c_{ZM} = 0,80$ $\rho_{x,y} = 0,959$

Uit de hoge waarde van $\rho_{x,y}$ voor zowel sortering A als sortering B, kan worden geconcludeerd dat het veronderstelde lineaire verband volgens vergelijking (4.15) gerechtvaardigd is. De waarden van de coëfficiënten α voor sortering A en sortering B, respectievelijk 0,51 en 0,52, zijn nagenoeg gelijk aan 0,5. Indien vergelijking (4.14) wordt herschreven met $\alpha = 0,5$ en de waarde van c_{ZM} niet nader wordt bepaald, dan resulteert:



Figuur 4.17: Bepaling c_{ZM} , α (sortering A)



Figuur 4.18: Bepaling c_{ZM} , α (sortering B)

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{D_{n50}} &= c_{ZM} \cdot \left(\frac{h}{\Delta \cdot D_{n50}} \right)^{0.5} \Rightarrow \sigma = D_{n50} \cdot c_{ZM} \cdot h^{0.5} \cdot \Delta^{-0.5} \cdot D_{n50}^{-0.5} \\ &\Rightarrow \sigma = \frac{c_{ZM}}{\sqrt{\Delta}} \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Indien vergelijking (4.16) wordt vergeleken met vergelijking (4.6), de spreiding volgens het ESM:

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

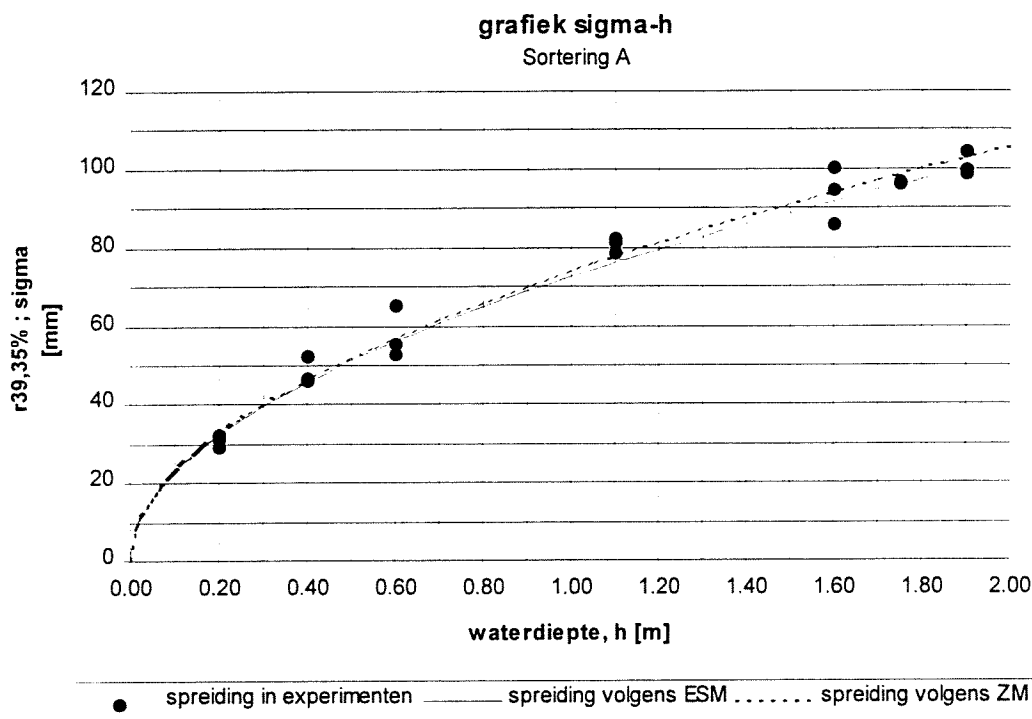
dan blijkt dat de spreiding volgens zowel het Enkele Steen Model als het Zinkcon Model evenredig is met $\sqrt{h \cdot D_{n50}}$. Het verschil zit in de evenredigheidsconstante:

- ESM: c'
- ZM: $\frac{c_{ZM}}{\sqrt{\Delta}}$

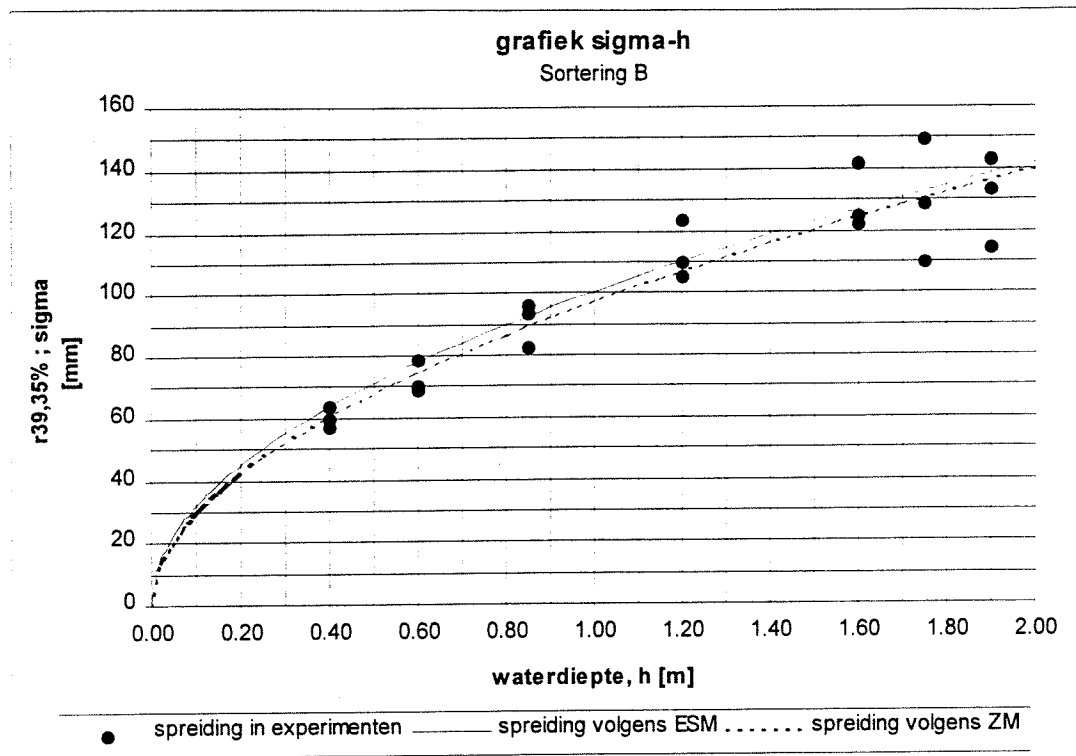
De relatieve dichtheid Δ bevat de massadichtheden van het water en de steen. Als wordt bedacht dat de verhouding van deze massadichtheden ook in de parameter c' zitten verdisconteerd, dan kan worden geconcludeerd dat beide modellen aan elkaar gelijk zijn. Dit blijkt ook uit de figuren 4.19 en 4.20, waarin voor respectievelijk sortering A en sortering B de spreiding volgens het ESM en het ZM is uitgezet tegen de waterdiepte. Hierbij zijn de waarden van α voor sortering A en B genomen die volgden uit de lineaire-regressie berekening (0,51 respectievelijk 0,52). Voor de spreiding volgens het ESM is de waarde van de parameter c' voor beide sorteringen gelijk genomen aan 0,685.

De lijnen voor 'spreiding volgens ESM' en 'spreiding volgens ZM' verlopen nagenoeg gelijk. De uit de modelproeven berekende spreidingen van de stenen ($r_{39,35\%}$'s) sluiten in beide grafieken goed aan op de berekende spreiding volgens het ESM en het ZM.

Op basis van de in deze paragraaf uitgevoerde berekeningen kan de conclusie uit het vooronderzoek, dat er geen verschil zit in mate van nauwkeurigheid tussen de berekening van de spreiding volgens het ESM en het ZM, worden onderbouwd. Beide modellen zijn in feite aan elkaar gelijk. Het ESM veronderstelt op voorhand al een evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit het product van de waterdiepte en de steendiameter. Het ZM daarentegen, veronderstelt dat de spreiding van de stenen evenredig is met h^α en $(D_{n50})^{1-\alpha}$. Voor zowel sortering A als sortering B blijkt α ongeveer gelijk te zijn aan 0,5, zodat ook in het ZM een evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit het product van de waterdiepte en de steendiameter resulteert.



Figuur 4.19: Verband tussen σ en h volgens het ESM en het ZM voor sortering A



Figuur 4.20: Verband tussen σ en h volgens het ESM en het ZM voor sortering B

4.7 Valbeweging en valbaan van de stenen

Ten behoeve van de tweede doelstelling van dit afstudeeronderzoek, het onderzoeken van de relatie tussen de vorm van een steen en zijn valbeweging, valbaan en uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt, zijn de horizontale uitwijkingen van de stenen van sortering A en B genoteerd voor de waterdiepten 1,90 meter, 1,75 meter en 1,60 meter. Met de L/d -waarden uit bijlage I zijn vervolgens grafieken gemaakt waarin de L/d -verhouding is uitgezet tegen de horizontale uitwijking (r). In §3.4.4 is reeds geconcludeerd, dat op basis van de genoemde grafieken geen verband is te ontdekken tussen de L/d -verhouding van een steen en zijn horizontale uitwijking (zie figuur 3.8 in §3.4.4).

Naast het bijhouden van de horizontale uitwijking van de stenen op de bovengenoemde waterdiepten, zijn voor de waterdiepten 1,75 meter en 1,60 meter tevens de door een steen uitgevoerde valbeweging en daarbij gevolgde valbaan genoteerd (zie §3.4.4). Het aantal verschillende combinaties van valbeweging en valbaan in een experiment zijn in matrices weergegeven in bijlage N.

In deze paragraaf zal worden onderzocht of op basis van de valbeweging en valbaan van een steen een verband kan worden gelegd met de horizontale uitwijking van de betreffende steen.

4.7.1 De verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking voor $h/D_{50} > 45$

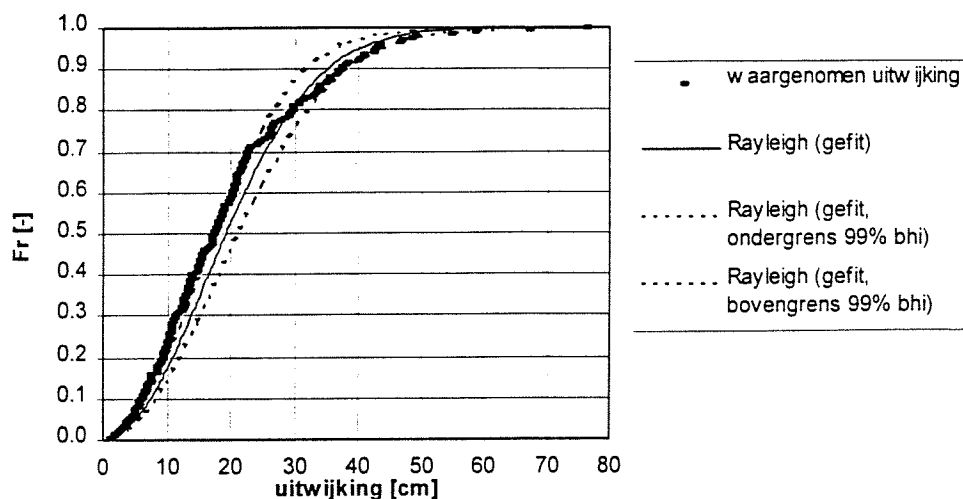
In §4.2 zijn de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking r geanalyseerd. Hierin werd geconcludeerd dat, voor h/D_{50} -verhoudingen groter dan 45, uitbijters in de horizontale uitwijking voorkomen. Deze uitbijters lijken het gevolg te zijn van de valbeweging en valbaan van de stenen.

De verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor experimenten waarvoor geldt $h/D_{50} > 45$, ziet er in het algemeen als volgt uit:

Verdelingsfunctie van de uitwijking

proef 004

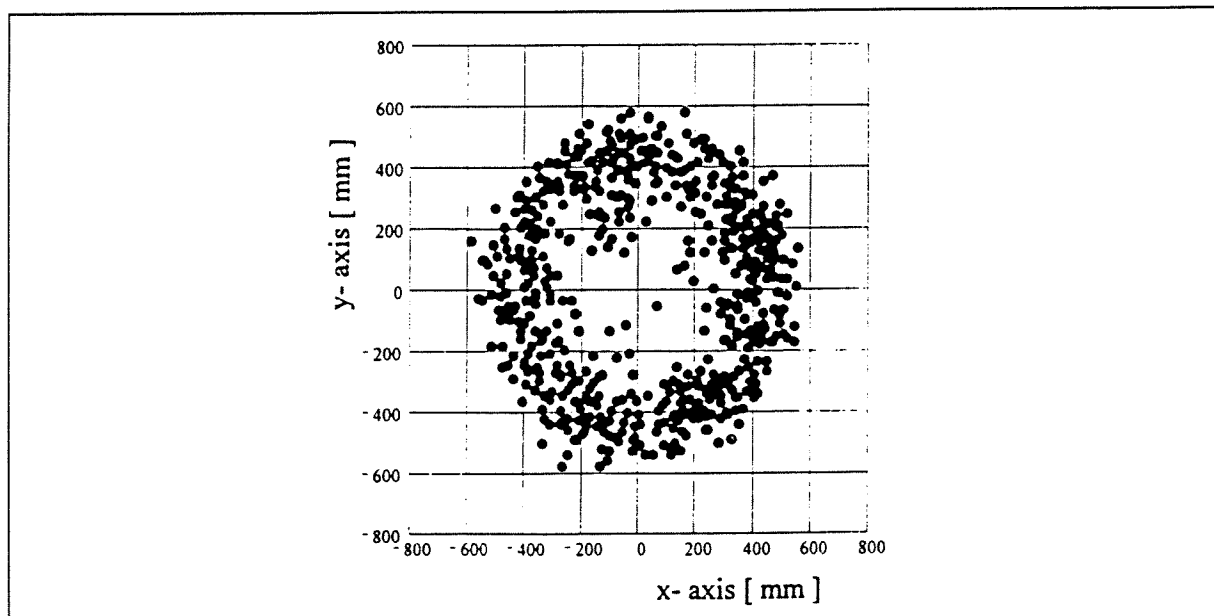
sortering B ($D_{n50} = 21,5$ [mm])



Figuur 4.21: Typisch verloop van de verdelingsfunctie van r voor $h/D_{50} > 45$

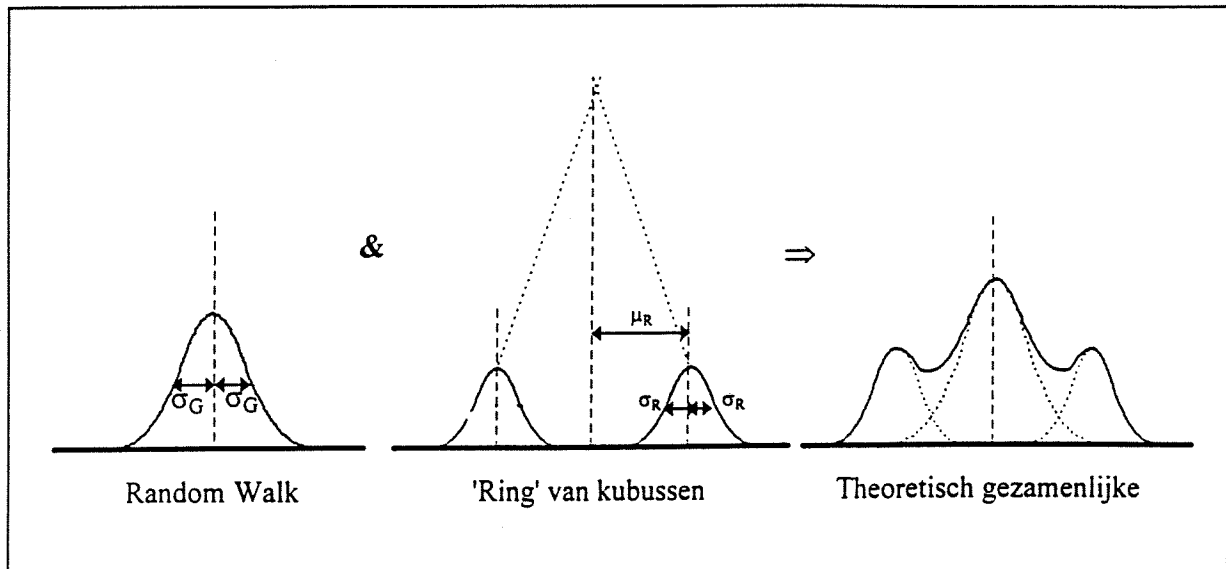
De onderste 70 à 80% verloopt doorgaans redelijk volgens de (gefitte) Rayleighverdeling. De bovenste 20 à 30% daarentegen, loopt schuin naar rechts weg. Dit kan er op duiden dat er meer valprocessen optreden, naast de veronderstelde Random Walk.

Een mogelijke verklaring voor het verloop van de verdelingsfunctie als gegeven in figuur 4.21, wordt gevonden als de valbeweging en valbaan van een kubus worden beschouwd. Zoals in §2.5.2 is beschreven, voeren kubussen in het algemeen een roterende valbeweging uit en wijken daarbij onder een constante helling van 1:5 af van de verticaal door het loslaatpunt. Dit valproces kan worden verklaard met het Magnus-effect (§2.4.2). Het gevolg hiervan is, dat bij het storten van een aantal kubussen het stortresultaat de vorm heeft van een ring. Als voorbeeld is in figuur 4.22 het stortresultaat gegeven van aluminium kubussen met een ribbe van 24,9 [mm] bij een waterdiepte van 1,90 meter. Het betreffende experiment is uitgevoerd door Van Oord [Van Oord, 1996].



Figuur 4.22: Stortresultaat aluminium kubussen [Van Oord, 1996]

De spreiding van de stenen in de ring wordt verondersteld normaal verdeeld te zijn met een gemiddelde μ_R ($\neq 0$) en een standaardafwijking σ_R . Indien nu wordt verondersteld dat zowel de Random Walk als het valproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect optreden bij de stenen uit sortering A en B voor $h/D_{50} > 45$, dan resulteert theoretisch een kansdichtheid als geschetst in figuur 4.23.



Figuur 4.23: Kansdichtheid bij zowel Random Walk als valproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect [Meermans, 1998]

Uit de gegeven totale kansdichtheid in figuur 4.23 is het verloop van de verdelingsfunctie in figuur 4.21 te verklaren. De onderste 70 à 80% wordt veroorzaakt door dat deel van de stenen dat een Random Walk uitvoert en de bovenste 20 à 30% wordt veroorzaakt door dat deel van de stenen dat een valproces uitvoert dat wordt beheerst door het Magnus-effect.

Door nu te onderzoeken of bij de stenen uit sortering A en B naast de Random Walk ook nog andere valprocessen optreden, kan een verklaring worden gegeven voor het feit dat de verdelingsfuncties van r voor h/D_{50} -verhoudingen groter dan 45 op de bovenste 20 à 30% een afwijking vertonen van de (gefite) Rayleighverdeling. Hiertoe worden de matrices in bijlage N nader geanalyseerd.

4.7.2 De typen valbewegingen en valbanen

De indeling in typen valbewegingen en valbanen zoals gegeven in §3.4.4 is erg gedetailleerd. Uit nadere analyse blijkt dat bepaalde valbewegingen en valbanen op basis van de drie beschreven valprocessen in §2.4 en de beschreven valbewegingen en valbanen van basisvormen in §2.5, als gelijk kunnen worden beschouwd. Daarom wordt een nieuwe indeling gemaakt in (grovere) categorieën valbewegingen en valbanen. Voor een schets van de valbanen a tot en met e wordt verwezen naar figuur 3.9 in §3.4.4.

Valbanen:

- a + b

Beide typen valbanen kunnen worden verklaard op basis van asymmetric flow separation (§2.4.3). Vanwege het asymmetrisch loslaten van de grenslaag, als gevolg van oneffenheden aan het oppervlak van de steen, ondervindt deze een (gemiddeld constante) horizontale kracht, waardoor de steen een eenparige versnelling ondervindt in een richting loodrecht op de valrichting. Hierdoor beschrijft de steen een rechte schuine lijn. De valbaan van het type a wordt hier ook toe gerekend, omdat wordt verondersteld dat de resulterende horizontale kracht bij dit type valbaan kleiner is

dan bij de valbaan van het type b, waardoor de gevolgde valbaan (min of meer) verticaal naar beneden is.

- d + e
Beide typen valbanen kunnen worden verklaard op basis van vortex shedding (§2.4.1). Door het willekeurig loslaten van wervels aan het oppervlak van de steen, ondervindt deze een horizontale kracht die steeds van richting wisselt. Hierdoor is de verplaatsing van de steen in een richting loodrecht op de valrichting willekeurig (random) in grootte en richting. Het verschil tussen de valbaan van het type d en e is dat bij type e de afstand waarover de steen valt alvorens de richting van de horizontale kracht wisselt, groter is.
- c
Bij dit type valbaan beschrijven de stenen een spiraalvormige baan. Indien de steen een continue rotatie om zijn horizontale as uitvoert, dan kan deze spiraalvormige baan worden verklaard met het gyroscopisch effect (zie ook §2.5.2). Echter, ook stenen die niet roteren kunnen dit type valbaan volgen. Een waterdichte verklaring hiervoor kan niet worden gegeven.

Valbewegingen

- 1 + 2 + 3
Deze drie typen valbeweging kunnen achtereenvolgens worden beschreven als 'steady falling', 'regelmatig oscillerend' en 'glij- en tuimelbeweging'. Deze drie typen bewegingen worden waargenomen bij cilindfers, bollen en plaatjes (zie §2.5). Welke van de drie typen bewegingen optreedt, is afhankelijk van het getal van Reynolds en de L/d-verhouding van de steen.
- 4 + 5 + 6
De stenen die één van deze drie typen valbeweging uitvoeren, voeren een continue rotatie uit om een horizontale (4 + 5) danwel een verticale as (6). Een continu roterende beweging om een horizontale as wordt waargenomen bij kubussen (§2.5.2). Voor relatief zware cilindfers en dus grote Reynoldsgetallen wordt een roterende beweging om een verticale as waargenomen (§2.5.3).
- 7
De valbeweging van het type 7 is een zeer chaotische valbeweging. Hierbij voert de steen een willekeurige combinatie uit van meer basistypen valbewegingen (1 tot en met 6) of een niet tot één van deze basistypen behorende valbeweging. Er is geen enkel patroon in de valbeweging te ontdekken. De uitgeoefende valbeweging is volkomen willekeurig.

Met de nieuwe (grovere) categorieën valbewegingen en valbanen kunnen de verschillende matrices uit bijlage N worden aangepast. Uit analyse van de matrices in bijlage N is gebleken dat bepaalde combinaties van valbeweging en valbaan in elke proef het meest voorkomen. De verhoudingen in aantal stenen tussen de verschillende combinaties is voor elk experiment min of meer gelijk. Daarom wordt verondersteld dat de matrices waarin het totale aantal stenen per combinatie voor alle experimenten met sortering A en B staan, representatief zijn voor de verdeling van optredende combinaties van valbeweging en valbaan voor elk experiment met sortering A respectievelijk sortering B. De gebruikte matrices voor de indeling in de nieuwe (grovere) categorieën staan voor sortering A op bladzijde N-5 en voor sortering B op bladzijde N-10.

De matrices waarin de aantallen van combinaties van basistypen valbewegingen en valbanen staan, kunnen zonder meer worden verwerkt in de nieuwe matrices. De matrices met de aantallen van combinaties van gecombineerde valbewegingen en valbanen vertonen gecombineerde valbewegingen en valbanen die niet kunnen worden ingedeeld volgens de bovengenoemde nieuwe categorieën. Daarom zijn de volgende veronderstellingen gemaakt:

- De gecombineerde valbewegingen die bestaan uit een combinatie van het type 1, 2 of 3 met het type 4, 5 of 6, worden gerekend tot de nieuwe categorie '4 + 5 + 6'. Dit omdat uit de waarnemingen van de valbewegingen en valbanen is gebleken dat een combinatie zoals hiervoor genoemd doorgaans plaatsvond als eerst 1, 2 of 3 en daarna 4, 5 of 6. Dit betekent, dat de stenen na een bepaald inspeeltraject een roterende beweging uitvoerden. Deze roterende beweging wordt dan ook gezien als de uiteindelijke valbeweging van de betreffende steen.
- De gecombineerde valbanen die bestaan uit een combinatie van het type a of b met het type c, worden gerekend tot het type c. Dit om dezelfde reden als hiervoor, dat de stenen doorgaans begonnen met een valbaan van het type a of b en, na een zeker inspeeltraject, over gingen in een valbeweging van het type c. Deze spiraalvormige valbaan wordt gezien als de uiteindelijke valbaan van de betreffende stenen.
- De gecombineerde valbaan b/e, die in sommige gevallen optrad, wordt gerekend tot de categorie 'd + e'. Aangezien valbaan b is gedefinieerd als een 'rechte, schuine lijn', kan deze worden gezien als een deel van valbaan e, 'een aantal rechte schuine lijnen'.

Op basis van de nieuwe (grovere) categorieën en de bovengenoemde veronderstellingen kunnen de nieuwe matrices voor de combinaties tussen de verschillende categorieën valbewegingen en valbanen voor de experimenten met sortering A en sortering B worden gemaakt. De matrices staan voor sortering A en sortering B in respectievelijk tabel 4.17 en 4.18. Hierin is naast het aantal stenen dat een bepaalde combinatie van valbeweging en valbaan uitvoerde tussen haakjes het percentage gezet van het totale aantal stenen dat de betreffende combinatie uitvoerde. Voor zowel sortering A als sortering B is het totaal aantal stenen gelijk aan 1200 (6 experimenten per sortering met in elk experiment 200 stenen).

valbeweging	valbaan		
	a + b	c	d + e
1 + 2 + 3	327 (27%)	117 (10%)	94 (8%)
4 + 5 + 6	218 (18%)	233 (19%)	101 (8%)
7	47 (4%)	8 (1%)	55 (5%)

Sortering A, alle experimenten

Tabel 4.17: Aantal malen dat bepaalde combinaties van valbewegingen en valbanen voorkwamen (sortering A)

valbeweging	valbaan		
	a + b	c	d + e
1 + 2 + 3	386 (32%)	95 (8%)	69 (6%)
4 + 5 + 6	269 (22%)	232 (19%)	89 (7%)
7	30 (3%)	6 (1%)	24 (2%)

Sortering B, alle experimenten

Tabel 4.18: Aantal malen dat bepaalde combinaties van valbewegingen en valbanen voorkwamen (sortering B)

4.7.3 Invloed van de valbeweging en valbaan op de verdelingsfunctie van r

Om nu te verifiëren of de veronderstelde verklaring voor het typische verloop van de verdelingsfunctie van de horizontale uitwijking voor $h/D_{50} > 45$ (figuur 4.21) juist is, moet worden bepaald hoeveel procent van de stenen een combinatie van valbeweging en valbaan uitvoert, waarvan kan worden gesteld dat het een Random Walk is.

In het Enkele Steen Model wordt verondersteld dat (zie ook §2.1.2 uit deel A):

- De verandering van de richting van de versnelling van de steen in de richting loodrecht op de valrichting wordt bepaald door drukveranderingen die worden veroorzaakt door het alternerend loslaten van wervels (vortex shedding).
- Ten gevolge van de onregelmatige vorm van de steen en de rotatie van de steen tijdens zijn valbeweging, het loslaten van de wervels aan het oppervlak van de steen random is.

Aangezien bij continue rotatie van een steen, een constante horizontale kracht op de steen wordt uitgeoefend als gevolg van het Magnus-effect, heeft de steen een zekere voorkeursvalrichting. Daardoor is de uitwijking in een volgende tijdstap niet meer onafhankelijk van de uitwijking in de beschouwde tijdstap, zoals in het ESM wordt verondersteld. De term 'rotatie' in de tweede veronderstelling in het ESM moet dan ook eerder gelezen worden als 'niet-continue rotatie' of als 'schommelbeweging'.

Dientengevolge worden die stenen die een valbeweging van de categorie '4 + 5 + 6' uitvoerden geacht niet volgens een Random Walk te vallen. De stenen met een valbeweging uit één van de overige twee categorieën '1 + 2 + 3' of '7' worden geacht dat wel te doen, ongeacht de gevolgde valbaan.

Het percentage stenen dat wordt geacht te vallen volgens de Random Walk is voor:

sortering A: 55 % en sortering B: 52 %

Deze percentages zijn kleiner dan het percentage waar in de beschouwing van figuur 4.21 van werd uitgegaan (70 à 80%). Hierbij moet echter worden bedacht dat de valdiepte waarna een steen gaat roteren erg variabel is, in tegenstelling tot de situatie in het geval van een kubus, die na een valdiepte van 5 tot 20 keer zijn diameter (lengte van een ribbe) in rotatie komt (§2.5.2). Een groot aantal stenen gaat pas roteren na eerst een tijdje een andere valbeweging te hebben uitgevoerd. Daardoor zal de horizontale uitwijking van deze stenen niet zo extreem zijn als bij een kubus en zal de grootte van de horizontale uitwijking overeenkomen met de horizontale uitwijkingen die worden bereikt door de stenen die vallen volgens een Random Walk. Op basis hiervan kan worden verklaard dat de onderste 70 à 80% in de verdelingsfunctie van r redelijk aansluit op de (gefitte) Rayleighverdeling. De afwijkende bovenste 20 à 30% wordt verklaard door die stenen, die al vrij kort na het vallen in water in rotatie komen en daardoor een relatief grote horizontale uitwijking ondergaan.

4.7.4 Conclusies

Uit de grafiek waarin de L/d -verhoudingen van de stenen is uitgezet tegen de horizontale uitwijkingen van de stenen (r) (figuur 3.8) moet worden geconcludeerd dat er geen aantoonbaar verband bestaat tussen de vorm van een steen (bepaald door de L/d -verhouding van de betreffende steen) en zijn horizontale uitwijking.

De vorm van de stenen lijkt wel van invloed te zijn op de valbeweging en valbaan van de steen. Dit blijkt uit vergelijking van de waargenomen valbewegingen en valbanen van de stenen uit sortering A en B met de valbeweging en valbaan van basisvormen (bol, kubus, cylinder en plaatje) uit §2.5. Overeenkomsten zijn de schommelbeweging en glij- en tuimelbeweging bij bollen, cylinders en plaatjes met de valbewegingen van het type '1 + 2 + 3' en de roterende beweging van kubussen en cylinders met de valbewegingen van het type '4 + 5 + 6'.

Uit analyse van de typen valbewegingen en valbanen en de combinaties daarvan valt te concluderen dat naast de Random Walk ook andere valprocessen een rol spelen bij het vallen van stenen in water. Direct volgend uit de waargenomen valbewegingen en valbanen is het valproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect (roterende valbeweging en rechte, schuine valbaan). Niet direct aantoonbaar

is het valproces dat wordt bepaald door het asymmetrisch loslaten van de grenslaag. Een voorbeeld hiervan zou de combinatie van 'volledig stilliggende' valbeweging en een 'rechte, schuine' valbaan kunnen zijn. In de in deze paragraaf gegeven analyse zijn echter alle combinaties van valbewegingen en valbanen die niet het type valbeweging '4 + 5 + 6' vertoonden, gerekend tot de Random Walk. Zodoende wordt verondersteld dat het valproces van stenen in water door twee processen wordt beschreven, namelijk een Random Walk (vortex shedding) en een proces dat wordt beheerst door het Magnus-effect.

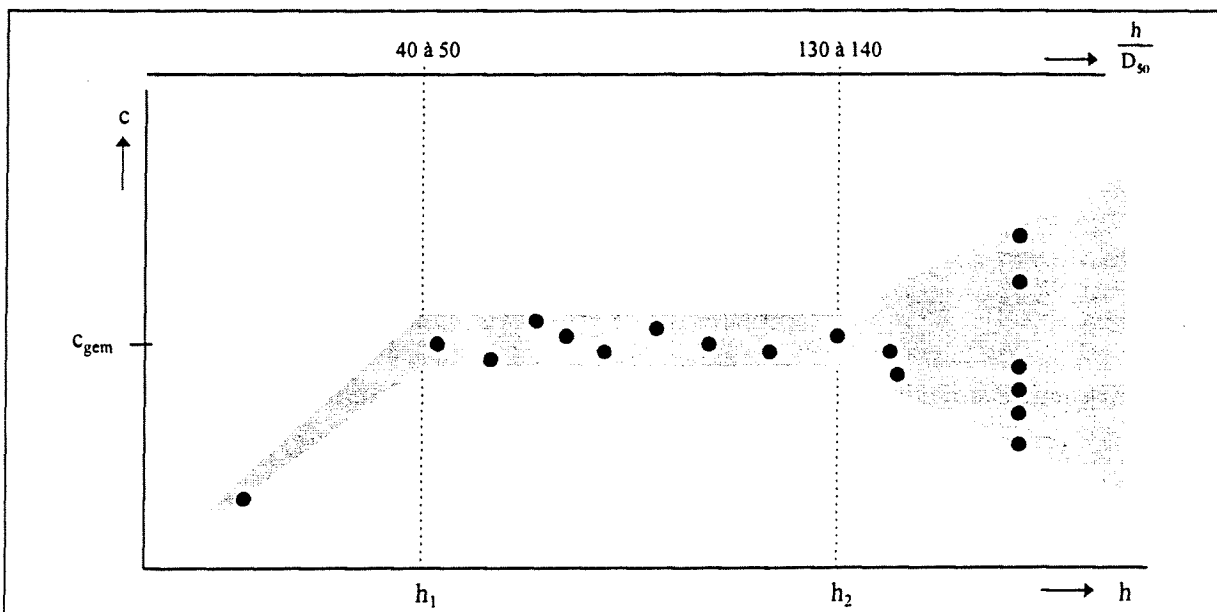
Op basis van de procentuele verdeling van de twee processen binnen een steensortering is het afwijkende verloop van de bovenste 20 à 30% van de verdelingsfuncties van de horizontale uitwijking (r) ten opzichte van de (gefitte) Rayleighverdeling te verklaren (voor $h/D_{50} > 45$). De onderste 70 à 80% van de horizontale uitwijkingen is toe te schrijven aan die stenen die vallen volgens een Random Walk en dat deel van de stenen die pas op grotere waterdiepte in rotatie komen; de bovenste 20 à 30% van de horizontale uitwijkingen wordt toegeschreven aan die stenen, die na korte tijd na het vallen in water in rotatie komen en diensengevolge een relatief grote horizontale uitwijking ondergaan.

5. Terugkoppeling naar de probleemanalyse

In dit hoofdstuk worden in paragraaf 5.1 de resultaten van de modelproeven met betrekking tot het verband tussen de parameter c en de waterdiepte (h) vergeleken met het veronderstelde verband tussen c en h in de probleemanalyse (hoofdstuk 1, deel B). Vervolgens zullen in paragraaf 5.2 de kansdichtheidsfuncties van de parameter c' voor de in dit afstudeerwerk beschouwde breuksteensorteringen met elkaar worden vergeleken. Tot slot wordt in paragraaf 5.3 een uitspraak gedaan over het gebruik van het Enkele Steen Model in prototype situaties.

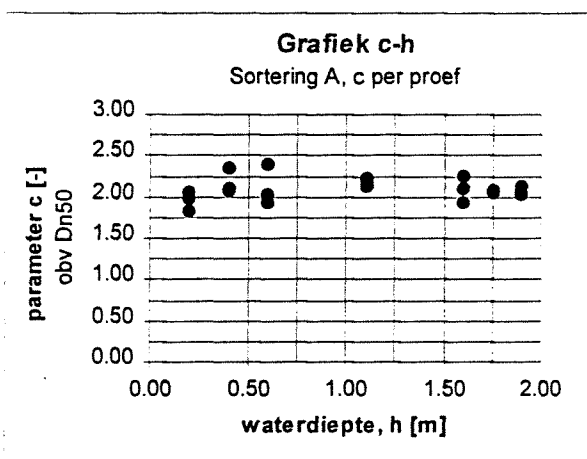
5.1 Verband tussen c en h

In de probleemanalyse is naar aanleiding van het vooronderzoek (deel A) een verband verondersteld tussen c en h (deel A, hoofdstuk 7, figuur 7.1). De betreffende figuur is hier overgenomen als figuur 5.1

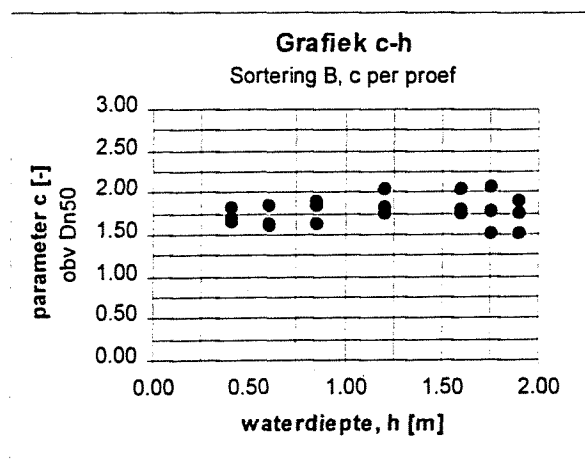


Figuur 5.1: Verondersteld verband tussen c en h

Uit de modelproeven met sortering A en sortering B resulteerde een verband tussen c en h (figuren 3.6 en 3.7, §3.4.3). Deze figuren zijn hier overgenomen als respectievelijk de figuren 5.2 en 5.3.



Figuur 5.2: c - h voor sortering A



Figuur 5.3: c - h voor sortering B

In figuur 5.1 wordt verondersteld dat de parameter c een functie is van de waterdiepte. Er zijn drie delen in de grafiek te onderscheiden:

- Het eerste gedeelte, waarin de waarde van de parameter c lineair toeneemt van nul tot een waarde c_{gem} . De waarde van de parameter c volgt uit vergelijking (3.7). Aangezien de $r_{39,35\%}$ afhankelijk is van de waterdiepte (h) en de karakteristieke steenafmeting (D), wordt de waterdiepte geschaald met de zeefmaat (D_{50}) van de steensortering. De genoemde overgang vindt dan plaats bij een h/D_{50} -verhouding van ongeveer 40 à 50.
- Het tweede gedeelte, waarin de waarde van de parameter c min of meer constant is en gelijk aan c_{gem} .
- Het derde gedeelte, waarin de waarde van de parameter c gemiddeld constant is (c_{gem}), met een met de waterdiepte toenemende standaardafwijking op dit gemiddelde. Dit geeft een steeds breder wordende band met toenemende waterdiepte. De overgang van het tweede naar het derde gebied ligt (volgend uit het vooronderzoek) bij een h/D_{50} -verhouding van ongeveer 130 à 140.

Uit de modelproeven is echter gebleken dat de waarde van de parameter c als een constante kan worden beschouwd (voor breuksteensorteringen). Met andere woorden, de parameter c is onafhankelijk van de waterdiepte. Het eerste en het derde gedeelte van de grafiek in figuur 5.1 kunnen niet uit de in dit afstudeerwerk uitgevoerde modelproeven worden aangetoond.

Het derde gedeelte in figuur 5.1

Op basis van de h/D_{50} -verhouding zou de overgang van het tweede naar het derde gedeelte in figuur 5.1 plaats vinden bij een h/D_{50} van ongeveer 130 à 140. Met de in dit afstudeeronderzoek gebruikte steensorteringen kon echter slechts worden geëxperimenteerd tot een h/D_{50} -verhouding van 142 (sortering A, $h = 1,90$ meter). Aangezien een restrictie was opgelegd ten aanzien van de minimale nominale diameter van de steen (vanwege het Reynoldsgetal) en de maximaal in te stellen waterdiepte in de modelproefopstelling gelijk was aan 1,90 meter, is de h/D_{50} -verhouding van 142 het maximaal haalbare in dit afstudeeronderzoek..

Uit figuur 5.2 blijkt dat op $h = 1,75$ meter ($h/D_{50} = 132$) en $h = 1,90$ meter ($h/D_{50} = 142$) de waarden van c nagenoeg aan elkaar gelijk zijn. Er is dus geen sprake van een met de waterdiepte toenemende standaardafwijking.

Het derde gedeelte in figuur 5.1 is dus niet aangetoond. Het derde gedeelte was op voorhand verklaard uit de voorkeursvalbewegingen en voorkeursvalbanen van de stenen. Verwacht was dat voor grotere h/D_{50} -verhoudingen relatief meer stenen in rotatie zouden komen en daardoor een grotere horizontale uitwijking zouden ondergaan. Indien de stenen een bocht/hoek zouden maken in de valbaan, zou de horizontale uitwijking ook relatief kleiner kunnen zijn, doordat de stenen weer min of meer onder het loslaatpunt terecht zouden komen. Dit zou resulteren in de grote variatie in de waarde van c als geschets in het derde gedeelte in figuur 5.1.

Op grotere waterdiepten, waarvoor geldt $h/D_{50} > 45$, is wel meer invloed van de valbeweging en de valbaan van stenen op de horizontale uitwijking van deze stenen (zie §4.7), wat blijkt uit de uitbijters in de horizontale uitwijkingen. Omdat het aantal uitbijters procentueel erg klein is ten opzichte van het totaal aantal stenen, resulteert dit niet in een grotere dan wel kleinere waarde van c dan c_{gem} .

Het eerste gedeelte in figuur 5.1

Het eerste gedeelte in figuur 5.1 werd wel voor een groot gedeelte bereikt. De overgang van het eerste naar het tweede gedeelte zou plaatsvinden bij een h/D_{50} -verhouding van ongeveer 40 à 50. Voor de experimenten met sortering A op de kleinste 3 waterdiepten en de experimenten met sortering B op de kleinste 4 waterdiepten geldt $h/D_{50} < 50$. Voor deze experimenten was dan ook verwacht dat het eerste gedeelte in figuur 5.1 kon worden aangetoond. Ook hier bleek de waarde van de parameter c voor zowel sortering A als sortering B als constant te kunnen worden beschouwd.

In het vooronderzoek is als verklaring voor het verloop van c met de waterdiepte in het eerste gedeelte van figuur 5.1 gegeven, dat er sprake is van inspeelverschijnselen. Op basis van de figuren 5.2 en 5.3 moet worden geconcludeerd dat er geen sprake is van deze inspeelverschijnselen,

aangezien de waarde van de parameter c constant is. Echter, uit analyse van de valbewegingen en valbanen van de stenen (§4.7) is gebleken dat er voor h/D_{50} -verhoudingen kleiner dan 45 wel degelijk sprake is van inspeelverschijnselen. Voor $h/D_{50} < 45$ ontbreken namelijk de uitbijters in de horizontale uitwijkingen, die het gevolg zijn van (volledig ontwikkelde) valbewegingen en valbanen. De inspeelverschijnselen blijken op grond van de uitgevoerde modelproeven echter niet van invloed op de waarde van de parameter c .

Geconcludeerd moet worden dat het in de probleemanalyse veronderstelde verband tussen de parameter c en de waterdiepte niet juist is. Van de veronderstelde inspeelverschijnselen, die aanleiding zouden geven tot het verloop van de parameter c met de waterdiepte in het eerste gedeelte van figuur 5.1, is uit de analyse van de valbewegingen en valbanen van de stenen wel iets merkbaar, maar dit resulteert niet in een afhankelijkheid van de waarde van de parameter c van de waterdiepte. Ook ten aanzien van de voorkeursvalbeweging en voorkeursvalbaan van de stenen als gevolg van het roteren van de stenen, dat aanleiding zou geven tot de grote variatie in de waarde van c in het derde gedeelte van figuur 5.1, is uit de analyse van de valbewegingen en valbanen van de stenen wel iets merkbaar, maar dit resulteert ook niet in het veronderstelde verloop van figuur 5.1. Op grond van de modelproefresultaten en de analyse daarvan kan worden geconcludeerd dat de parameter c onafhankelijk is van de waterdiepte. Met andere woorden, de parameter c is als een constante te beschouwen. De inspeelverschijnselen lijken niet relevant voor het hier beschouwde model.

5.2 Kansdichtheidsfuncties van c' voor breuksteen

In paragraaf 4.3 is geconcludeerd dat het gebruik van vergelijking (4.6)

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.6)$$

de voorkeur verdient boven het gebruik van vergelijking (4.5).

$$\sigma = c \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (4.5)$$

De massadichtheidsverhouding ρ_w/ρ_s wordt niet meegenomen in de voorspelling van de spreiding van de stenen met het ESM. Ter onderscheid van vergelijking (4.5) is de parameter c in vergelijking (4.6) c' genoemd.

Op basis van de analyse van de modelproefresultaten in hoofdstuk 4 is geconcludeerd dat de parameter c' voor de sorteringen A en B constant is te veronderstellen en gelijk is aan 0,685. Tevens is aangetoond dat voor de breuksteensorteringen van Weustink en Van Oord dezelfde waarde van c' kan worden gebruikt, al liggen de datapunten van Weustink verder van de lijn voor 'spreiding volgens het ESM' (zowel naar boven als naar beneden) verwijderd (zie figuur 4.16). De stortsteensorteringen van het WL zijn echter niet in de betreffende analyse betrokken, omdat de waterdiepten waarop de experimenten van het WL zijn uitgevoerd niet overeenkwamen met de waterdiepte van 1,90 meter waarop de analyse is uitgevoerd.

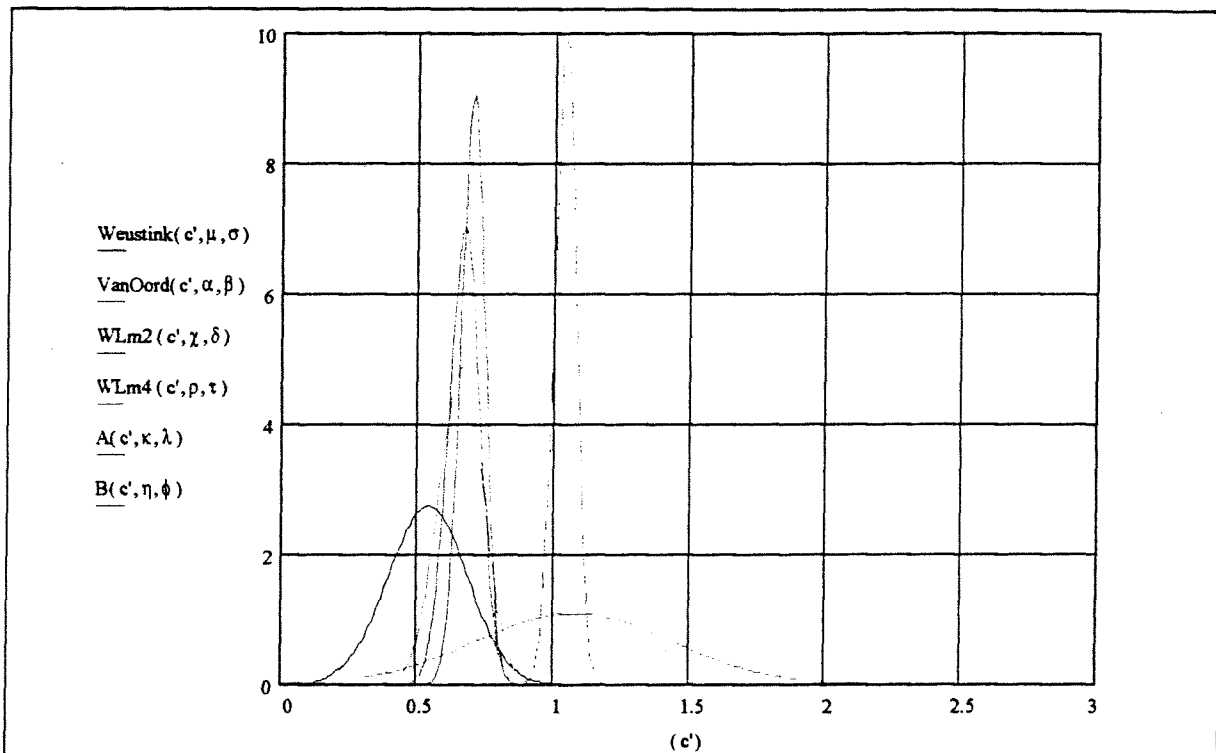
Om een indruk te krijgen van de waarden van de parameter c' voor de stortsteensorteringen van het WL ten opzichte van de waarden van c' van de breuksteensorteringen A en B en die van Weustink, zijn de kansdichtheidsfuncties van c' voor de verschillende sorteringen bepaald. Het resultaat is weergegeven in figuur 5.4.

Het gemiddelde $\mu_{c'}$ en de standaardafwijking $\sigma_{c'}$ staan voor de verschillende breuksteensorteringen in tabel 5.1. Hierbij is er vanuit gegaan dat de parameter c' normaal verdeeld is.

	Weustink	Van Oord	WL, m2	WL, m4	Sortering A	Sortering B
$\mu_{c'}$	0.54	0.66	1.04	1.08	0.70	0.67
$\sigma_{c'}$	0.145	0.082	0.040	0.363	0.044	0.057

Tabel 5.1: Waarden van $\mu_{c'}$ en $\sigma_{c'}$ voor de verschillende breuksteensorteringen

De waarden $\mu_{c'}$ en $\sigma_{c'}$ voor Weustink zijn het gemiddelde en de standaardafwijking van alle experimenten met de breuksteensorteringen I, III, IV en V. Dit is verantwoord aangezien de vier kansdichtheidsfuncties van de vier sorteringen elkaar grotendeels overlappen (zie ook bijlage G, waarin de kansdichtheidsfuncties voor de vier breuksteensorteringen van Weustink staan geplott met de parameter c in plaats van c').



Figuur 5.4: Kansdichtheidsfuncties van de parameter c' voor de breuksteensorteringen

In figuur 5.4 is te zien dat de kansdichtheidsfunctie van de parameter c' van de Sorteringen A en B nagenoeg aan elkaar gelijk zijn. Dit volgde ook al uit de analyse van de modelproefresultaten in hoofdstuk 4. De kansdichtheidsfunctie van de parameter c' van de breuksteensortering van Van Oord sluit zeer goed aan op de kansdichtheidsfuncties van de sorteringen A en B. Ook dit bleek al uit de analyse in hoofdstuk 4, aangezien de uit de modelproeven volgende spreidingen van Van Oord ($r_{39.35\%}$'s) zeer goed aansloten op de lijn 'spreiding volgens ESM' in figuur 4.15, waarvan de parameter c' gelijk is genomen aan 0,685.

De kansdichtheidsfunctie van de parameter c' van Weustink ligt iets links van de kansdichtheidsfuncties van Van Oord en de sorteringen A en B. Toch overlappen de kansdichtheidsfuncties elkaar voor een groot deel. Op basis van de verklaring voor de afwijkende resultaten in de modelproeven van Weustink, dat Weustink niet in elke proef evenveel stenen heeft gestort (zie §4.5), is te veronderstellen dat de kansdichtheidsfuncties van Weustink, Van Oord en de sorteringen A en B min of meer aan elkaar gelijk zijn. Met andere woorden, de gemiddelde waarde van de parameter c' is voor de genoemde vier breuksteensorteringen gelijk te beschouwen.

De kansdichtheidsfuncties van de stortsteensorteringen van het WL liggen relatief ver rechts van de overige kansdichtheidsfuncties. Hiervoor kunnen de volgende verklaringen worden gegeven:

- Bij het uitvoeren van de modelproeven van het WL is een andere stortmethode gebruikt dan bij de uitvoering van de modelproeven van Weustink, Van Oord en mijzelf. In plaats van het individueel storten van de stenen, had het WL een zijstorter gemodelleerd, waarmee de stenen van het laaddek werden geschoven. Gevolg hiervan is dat over de laaddek lengte meer stenen tegelijk in het water vallen. Hierdoor kunnen botsingen tussen de stenen optreden waardoor deze door elkaar kunnen worden weggestoten, met als gevolg een grotere horizontale uitwijking van de betreffende stenen. Deze grotere horizontale uitwijkingen kunnen resulteren in een grotere waarde van de parameter c' .
- In elke modelproef van het WL is een grote hoeveelheid stenen gestort (500 ton in prototype). Het gevolg van het storten van een grote hoeveelheid stenen is dat er op de bodem een stortprofiel ontstaat (berg stenen). Inherent aan het ontstaan van een berg stenen is dat stenen die op de helling van de reeds ontsane berg stenen vallen, kunnen wegspringen. Hierdoor zal het stortprofiel zich verbreden. De spreiding van de stenen, die bepaald wordt uit het stortprofiel (zie §3.5 in deel A), zal hierdoor groter zijn, waardoor ook de waarde van de parameter c' groter zal zijn.

Op basis van het bovenstaande is te verklaren dat de gemiddelde waarden van de parameter c' voor de stortsteensorteringen van het WL groter zijn dan die van Van Oord, Weustink en mijzelf. Aangezien in het Enkele Steen Model wordt verondersteld dat de stenen elkaar bij het vallen in water niet beïnvloeden, moeten de experimenten van het WL met enige voorzichtheid worden beschouwd; er kunnen andere verschijnselen een rol gespeeld hebben.

5.3 Prototype situaties

De kleinste h/D_{50} -verhouding die in de modelproeven is bereikt, is voor sortering A gelijk aan 15 en voor sortering B gelijk aan 16. Indien de modelproeven via de h/D_{50} verhouding worden vertaald naar een prototype situatie, waarin als voorbeeld de D_{50} van de stenen gelijk wordt genomen aan 0,30 meter, dan resulteert een prototype waterdiepte van 4,50 meter. Rekening houdend met de diepgang van een zijstorter kan worden gesteld dat deze 4,50 meter een minimale waterdiepte is waarop in de praktijk met een zijstorter kan worden gestort.

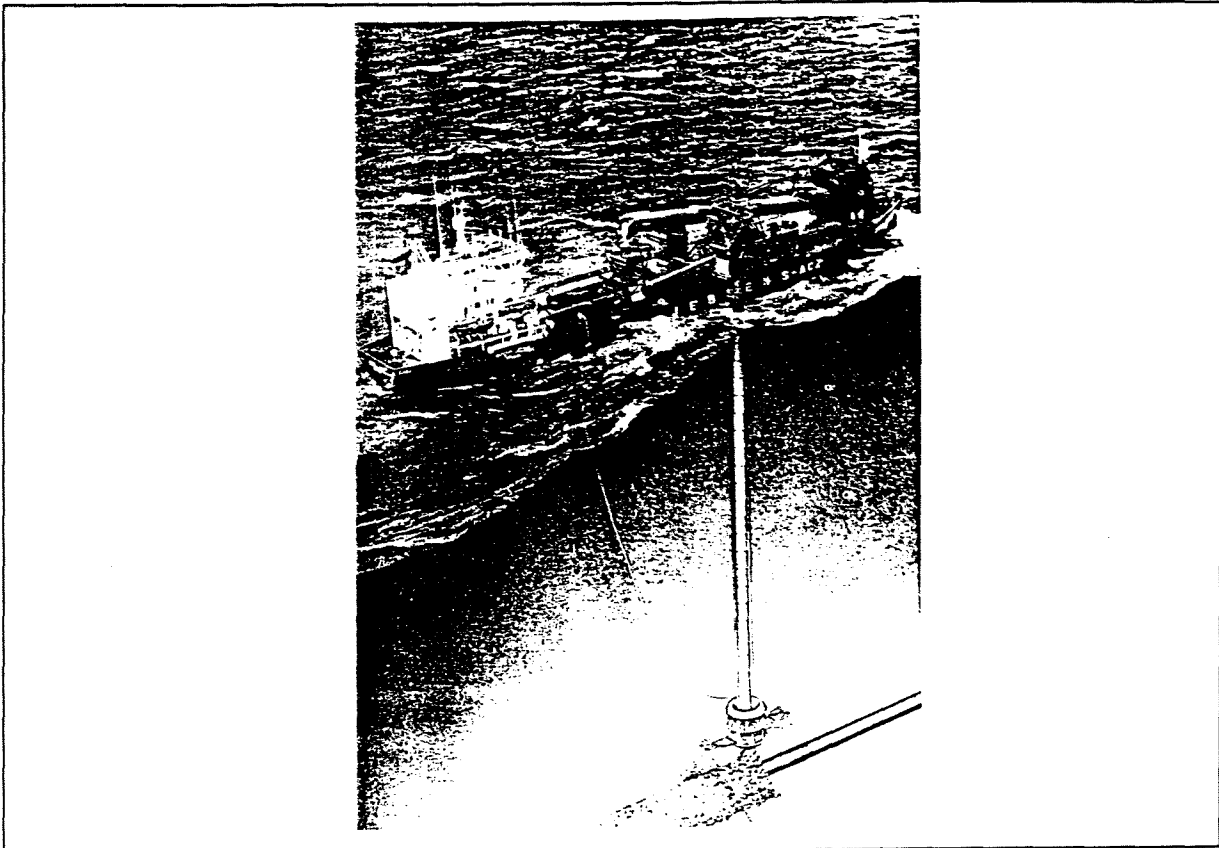
De grootste h/D_{50} -verhouding die in de modelproeven is bereikt is 143 (sortering A, $h = 1,90$ meter). Indien ook dit wordt vertaald naar een prototype situatie (met $D_{50} = 0,30$ meter), dan resulteert een prototype waterdiepte van 43 meter.

In [CUR/RWS, 1995] wordt gesteld dat op waterdiepten groter dan 50 meter doorgaans wordt gestort met een Flexible Fallpipe (flexibele valpijp). Een voorbeeld van deze stortmethode is gegeven in figuur 5.5. Bij deze manier van storten worden de stenen door een pijp gestort en vallen de stenen slechts over een klein gedeelte vrij in het water (vlak boven de bodem). De grote waterdiepte waarover spreiding van de stenen kan optreden (> 50 meter), wordt op deze manier kunstmatig verkleind. Daarom kan worden gesteld dat een waterdiepte van ongeveer 50 meter de maximale waterdiepte is waarop in de praktijk stenen worden gestort die over de volledige waterdiepte vrij in water vallen.

De in dit afstudeeronderzoek uitgevoerde modelproeven beslaan dus, op basis van het bovenstaande met een D_{50} in prototype van 0,30 meter, het volledige waterdiepte-interval waarvoor in de praktijk een berekening van de spreiding van de stenen is benodigd.

De L/d -verhoudingen van de stenen in dit afstudeeronderzoek zijn dusdanig gekozen, dat deze overeenkomen met de in de praktijk gestelde eisen [NEN 5183]. De massaverdelingen en de massadichtheidsverdelingen van sortering A en sortering B zijn ten behoeve van de verificatie van het Enkele Steen Model, waarin met een constante steenmassadichtheid ρ_s en een constante nominale steendiameter D_{n50} wordt gerekend, zo steil (smal) mogelijk gehouden. In werkelijkheid zullen de

beide verdeling breder zijn dan in dit afstudeeronderzoek. Daarom zal in prototype de waarde van de parameter c' minder constant zijn (grotere $\sigma_{c'}$) dan in dit afstudeeronderzoek.



Figuur 5.5: Flexible Fallpipe Vessel [CUR/RWS, 1995]

Indien er van wordt uitgegaan dat de modellering van het valproces van de stenen in de modelproeven juist is en de modelproeven via de h/D_{50} -verhouding kunnen worden 'vertaald' naar prototypesituaties, dan kan worden gesteld dat in prototypesituaties het Enkele Steen Model kan worden toegepast voor de berekening van de spreiding van stortsteen voor h/D_{50} -verhoudingen waarvoor geldt: $15 < h/D_{50} < 143$. De volgende vergelijking voor de spreiding van de stenen kan worden aangehouden, waarin de parameter c' gelijk dient te worden genomen aan 0,685 voor stortsteensorteringen.

$$\sigma = 0.685 \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}} \quad (5.1)$$

Hierbij dient te worden bedacht dat als gevolg van een bredere massaverdeling en massadichtheidsverdeling en, indien wordt gestort met een zijstortor, de interactie tussen de stenen, de werkelijke spreiding van de stenen groter zal zijn dan berekend met vergelijking (5.1).

6. Conclusies en aanbevelingen

6.1 Conclusies

In deze paragraaf worden de belangrijkste conclusies van dit afstudeeronderzoek samengevat. Tussen haakjes is aangegeven uit welke paragraaf van dit afstudeerverslag de betreffende conclusie afkomstig is.

- De wiskundige modellering van de horizontale uitwijking van de stenen in de modelproeven leidt tot in de praktijk bruikbare resultaten. De verdelingsfunctie van de horizontale uitwijkingen van de stenen is goed te benaderen met de Rayleigh verdeling. (§4.2)
- De parameter c in het Enkele Steen Model is per steensortering (met gemiddeld constante D_{n50}) als een constante te beschouwen; c is onafhankelijk van de waterdiepte. De in het ESM veronderstelde evenredigheid tussen de spreiding van de stenen (σ) en de wortel uit de waterdiepte (h) is een in de praktijk goede modellering van het valproces.
Uit een analyse is gebleken dat het niet meenemen van de massadichtheidsverhouding ρ_w/ρ_s in de berekening van de spreiding met het ESM, tot een bevredigender resultaat leidt met betrekking tot de waarden van de parameter c (in dit geval c' genoemd) van de verschillende steensorteringen. De waarden van de parameter c' van de verschillende steensorteringen blijken in dit geval aan elkaar gelijk te zijn, te weten: $c' = 0,685$. (§4.3)
- De in het Enkele Steen Model veronderstelde evenredigheid tussen de spreiding van de stenen (σ) en de wortel uit de karakteristieke steendiameter (in dit geval de D_{n50}) kan niet worden aangetoond op basis van de steensorteringen A en B. In plaats van $\sigma \propto \sqrt{D_{n50}}$ blijkt te gelden: $\sigma \propto (D_{n50})^{0,43}$. Het verschil in de exponenten blijkt significant.
Indien ook de resultaten van eerder uitgevoerde onderzoeken in de analyse worden betrokken, blijkt de in het ESM veronderstelde evenredigheid $\sigma \propto \sqrt{D_{n50}}$ wel een bruikbare modellering te zijn. De exponenten verschillen dan niet significant. De evenredigheidsconstante c' is ook in dit geval gelijk aan 0,685. (§4.4)
- Op basis van de in dit afstudeeronderzoek beschouwde breuksteensorteringen kan worden gesteld dat de spreiding van breuksteen met het Enkele Steen Model kan worden berekend volgens (§4.5 en §5.3):

$$\sigma = 0.685 \cdot \sqrt{h \cdot D_{n50}}$$

- Als in het Zinkcon Model de macht α gelijk wordt gekozen aan 0,5, is dit model identiek aan het Enkele Steen Model. Uit de uitgevoerde modelproeven bleek, dat de macht α niet significant van 0,5 verschilt (§4.6)
- Er is geen direct aantoonbaar verband tussen de vorm van de steen (vastgelegd door middel van de L/d -verhouding van de betreffende steen) en zijn horizontale uitwijking. De vorm van de steen lijkt echter wel van invloed op de valbeweging die de steen uitoefent en de valbaan die de steen daarbij volgt. Er bestaan grote overeenkomsten in typen valbewegingen en valbanen van de stenen met die van basisvormen (kubus, bol, cylinder en schijf). (§4.7)
- Uit analyse van de typen valbewegingen en valbanen is te bepalen dat naast de Random Walk van de stenen over het valtraject nog andere valprocessen een rol spelen. Direct aantoonbaar is het valproces dat wordt beheerst door het Magnus-effect. Dit volgt uit het grote percentage stenen dat bij het vallen in water roteert en die daardoor een zekere voorkeursvalrichting bezitten. De stenen

die dit laatste type valproces uitoefenen vertonen doorgaans een veel grotere horizontale uitwijking dan de stenen die vallen volgens de Random Walk.

Niet direct aantoonbaar is het valproces waarbij de grenslaag aan het oppervlak van de steen asymmetrisch loslaat. Op basis van de waargenomen valbewegingen en valbanen van de stenen wordt verondersteld dat dit type valproces ook voorkomt. (§4.7)

Slotconclusie

De fysische afleiding van het Enkele Steen Model geeft slechts voor een bepaald percentage (ruim 50%) van de stenen in een steensortering een juiste weergave van de werkelijkheid. Naast de veronderstelde Random Walk van de stenen komt in ieder geval ook nog het valproces voor dat wordt beheerst door het Magnus-effect.

Desondanks is de in het Enkele Steen Model veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit het product van de waterdiepte en de karakteristieke steendiameter een in de praktijk bruikbare modellering. Met het Enkele Steen Model kan een goede voorspelling worden gemaakt van de spreiding van breuksteen indien voor de evenredigheidsconstante (parameter c') de waarde 0,685 wordt genomen.

6.2 Aanbevelingen

Naar aanleiding van dit afstudeeronderzoek is een viertal aanbevelingen voor vervolg onderzoek te geven:

1. In dit afstudeeronderzoek is op basis van een beperkt aantal experimenten geconcludeerd dat de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de karakteristieke steendiameter een goede (bruikbare) modellering is. Aangezien de genoemde evenredigheid niet was aan te tonen tussen de sorteringen A en B, blijft er nog steeds enige onzekerheid omtrent de juistheid van de in het ESM veronderstelde evenredigheid. Aanbevolen wordt dan ook om meer experimenten uit te voeren met verschillende (bijvoorbeeld 5) steensorteringen met onderling (sterk) verschillende nominale diameters (D_{n50} 's). Aangezien uit dit afstudeerwerk volgt dat de in het ESM veronderstelde evenredigheid van de spreiding van de stenen met de wortel uit de waterdiepte een in de praktijk bruikbare modellering is, kunnen de bedoelde experimenten op één (vaste) waterdiepte worden uitgevoerd.
2. In dit afstudeeronderzoek is gesteld dat voor breuksteensorteringen geldt: $c' = 0,685$. Dit is gebaseerd op resultaten van modelproeven. Via de h/D_{50} -verhouding zouden de modelproefresultaten vertaald kunnen worden naar prototype situaties. De vraag is of dat ook echt zo is? Aanbevolen wordt om prototype gegevens te verzamelen van de spreiding van stortsteen in water of om in samenwerking met Rijkswaterstaat of een aannemer experimenten in prototype (ware grootte) uit te voeren en te verifiëren of de in dit afstudeerwerk berekende $c' = 0,685$ ook geldt voor prototypesituaties.
3. Dit afstudeeronderzoek heeft zich beperkt tot breuksteensorteringen. Naast breuksteen wordt in de praktijk ook grind gestort. In het algemeen heeft grind een rondere vorm dan breuksteen en vertoont het een grotere spreiding. Wat is nu de waarde van de parameter c (of c') voor grind en is deze voor alle grindsorteringen als gelijk te beschouwen? Zit er een (groot) verschil in de waarde van c (of c') van grind en die van de in dit afstudeeronderzoek berekende waarde van c en c' voor breuksteen? Aanbevolen wordt om eenzelfde proevenreeks als in dit afstudeeronderzoek uit te voeren, alleen dan met grindsorteringen in plaats van breuksteensorteringen. Eventueel kunnen de waarnemingen

en analyse van de valbewegingen en valbanen van de stenen achterwege worden gelaten. aangezien dit veel extra tijd kost.

4. In dit afstudeeronderzoek is van iedere gebruikte steen de L/d -verhouding bepaald. Tevens zijn van alle stenen in een zestal experimenten de valbeweging en valbaan van een steen bijgehouden en is genoteerd wat de horizontale uitwijking uit het geprojecteerde loslaatpunt van elke steen is geweest. Vanwege de beperkte tijd voor het afstuderen is geen uitgebreide koppeling tussen de drie hiervoor genoemde datasets gemaakt.

Door echter de L/d -verhouding van een bepaalde steen te koppelen aan de valbeweging en valbaan van de betreffende steen en ook nog eens aan de horizontale uitwijking van de steen, moet een verband te ontdekken zijn tussen de vorm van de steen (L/d) en de valbewegingen en valbaan van de steen en/of de horizontale uitwijking (r) van de steen. Op basis van de bevindingen van dit voorgestelde onderzoek zou meer inzicht zijn te verkrijgen in de verschillende valprocessen (Random Walk, Magnus-effect, asymmetric flow separation) van stenen in water. Voor dit aanbevolen onderzoek kunnen de datasets uit dit afstudeeronderzoek worden gebruikt.

Literatuurlijst

Alger, G.R en Simons, D.B., *Fall velocity of irregular shaped particles*, Colorado State University, Engineer Research, Fort Collins, Colorado, U.S.A, Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp.721-737, mei 1968

Cregten, H.J., *Het gebruik van probabilistische methoden bij het beoordelen van het stortresultaat van een zijstorter*, afstudeerverslag Vakgroep Waterbouwkunde, Technische Universiteit Delft, Augustus 1995

CUR/RWS, *Manual on the use of Rock in Hydraulic Engineering*, Gouda (the Netherlands): Centre for Civil Engineering Research and Codes (CUR), 1995

Field, S.B., Klaus, M., Moore, M.G en Nori, F., *Chaotic dynamics of falling disks*, Nature, Vol.388, pp.252-254, juli 1997

Groeneboom, P., Kraaikamp, C., Lopuhaä, H.P. en Weide, J.A.M. van der, *Kansrekening en statistiek voor de afdeling Civiele Techniek*, collegedictaat a106, Technische Universiteit Delft, Delft, 1994

Hald, A., *Statistical theory with Engineering Applications*, Wiley Publications in Statistics, Canada, 1952

Heerde, G. van, *Blokkendam stortproeven bij varend bedrijf*, verslag modelonderzoek M995 deel VIII, Waterloopkundig Laboratorium 'De Voorst', 1973

Isaacs, J.L. en Thodos, G., *The free-settling of solid cylindrical particles in the turbulent regime*, Northwestern University, Evanston, Illinois, U.S.A, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol.45, pp.150-155, juni 1967

Knieß, H.G., *Schütten von Steinen unter Wasser*, Mitt.-Bl.d.BAW, Nr.50, pp.41-57, 1981

Laan, G.J., *Kwaliteit en kwaliteitscontrole van breuksteen voor de waterbouw*, Delft: Rijkswaterstaat, Werkgroep I voor keuring van bouwstoffen voor de waterbouw (steenmaterialen, slakken en kunststoffilters), 1982

Madsen, H.O., Krenk, S. en Lind, N.C., *Methods of structural safety*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632, 1986

Manni, R.J., Vrijling, J.K., *Steenstorten. Voorspelling van de stort bij storten met een schuifstorter*, Technische Universiteit Delft, 1995

Marchildon, E.K., Clamen, A. en Gauvin, W.H., *Drag and oscillatory motion of freely falling cylindrical particles*, The Canadian Journal of Chemical Engineering, pp.178-182, Augustus 1964

Mazijk, A. van, *Ontwikkeling nieuwe werkmethode: bepaling valhoogte van een steen in water vanaf het moment van loslaten tot het moment, waarop de evenwichtsvalsnelheid wordt bereikt*, Deltadienst Rijkswaterstaat, Burgh-Haamstede, 1982

Meermans, W., *Dumping of stones; description of the resulting mound when dumping is performed from a fixed point*, Technische Universiteit Delft, Vakgroep Waterbouwkunde, September 1998 (nog niet gepubliceerd)

Mehta, R.D., *Aerodynamics of sports balls*, Annual Review Fluid Mechanics, 17, 1985, pp.151-189

Nakayama, Y., (Chairman of Editorial Committee), *Visualized Flow, Fluid motion in basic and engineering situations revealed by flow visualization*, Compiled by The Japan Society of Mechanical Engineers, Pergamon Press, Oxford, etc., 1988, ISBN 0-08-034065-2

Nederlands Normalisatie-instituut, *Breuksteen en vergelijkbare steenmaterialen: bepaling van het gehalte aan steenstukken met een verhouding tussen dikte en lengte kleiner dan 1:3*, NEN 5183, Delft 1990

Oord, G. van, *Spreiding van steen in het stortproces van schuifstorters. Modelproeven ter verificatie van het Enkel Steen Model*, afstudeerverslag Vakgroep Waterbouwkunde, Technische Universiteit Delft, december 1996

Oorschot, J.H. van, *Valproeven met een betonkubus*, rapport modelonderzoek M856, Waterloopkundig Laboratorium, 1972

Prasuhn, A.L., *Fundamentals of fluid mechanics*, New Jersey, South Dakota State University: Prentice-Hall Inc., 1980

Rijkswaterstaat, *Handboek uitvoering bodemverdedigingsconstructies van losgestorte granulaire materialen*, Bouwdienst Rijkswaterstaat, Utrecht, 1991

Roberson J.A. en Crowe, C.T., *Engineering Fluid Mechanics (5th edition)*, International Student Edition, Washington State University, Pullman, Houghton Mifflin Company, Boston, 1993

Stringham, G.E., Simons, D.B. en Guy, H.P., *The behavior of large particles falling in quiescent liquids: sediment transport in alluvial channels*, Geological survey professional paper, 562-C, U.S. Government Printing Office, Washington, 1969

Stückrath, T., Völker, G., Meng, J., *Untersuchungen zum Fallverhalten würfelförmiger Einzelkörper in Wasser*, Technische Universität Berlin, Berlin, 1996

Viets, H. en Lee, D.A., *Motion of freely falling spheres at moderate Reynolds numbers*, AIAA Journal, vol.9, no.10, pp.2038-2042, 1971

Vries, M. de, *Waterloopkundig onderzoek*, collegedictaat b80, Technische Universiteit Delft, Delft, 1977

Vrijling, J.K., *Probabilistisch ontwerpen in de waterbouwkunde*, collegedictaat f30, Vakgroep Waterbouwkunde, Technische Universiteit Delft, Delft, 1996

Vrijling, J.K., Manni, R.J., Wilde, D.P. de, *Prediction of the deposition mound of dumped rubble*, COPEDEC, Rio de Janeiro, 1995

Waterloopkundig Laboratorium, *Onderzoek naar het stortresultaat van een steenstortter*, verslag modelonderzoek Q673 deel I, Waterloopkundig Laboratorium, november 1989

Waterloopkundig Laboratorium, *Onderzoek naar het stortresultaat van een steenstortter*, verslag modelonderzoek Q673 deel II, Waterloopkundig Laboratorium, december 1989

Waterloopkundig Laboratorium, *Berekening snelheidsverloop vallende betonblokken*, verslag modelonderzoek M995, Waterloopkundig Laboratorium, januari 1971

Weustink, O.W.A., *De vlakheid van steenbestortingen*, afstudeerverslag Vakgroep Waterbouwkunde. Technische Universiteit Delft, februari 1998

White, F.M.M., *Fluid Mechanics*, third edition, University of Rhode Island, McGraw-Hill, Inc., 1994

Willmarth, W.W., Hawk, N.E. en Harvey, R.L., *Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks*, Department of Aeronautical and Astronautical Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, The Physics of Fluids, Vol.7, No.2, pp.197-208, februari 1964

Zijp, W.L., *Handleiding voor statistische toetsen*, Groningen, H.D. Tjeenk Willink bv, 1974

Zinkcon BV, *Modelonderzoek naar de spreiding en taludopbouw van gestorte materialen in water*. Zinkcon bv, Papendrecht, juli 1985

Het Enkele Steen Model

Een verificatie op basis van modelproeven

Maart 1999

P.J.G. van Gelderen

Bijlagen

Het Enkele Steen Model

Een verificatie op basis van modelproeven

Bijlagen

P.J.G. van Gelderen

Utrecht, maart 1999

Afstudeercommissie

Prof. drs. ir. J.K. Vrijling

Dr. ir. H. Fontijn

Ir. W.H. Tutuarima

Ir. W. Meermans

Technische Universiteit Delft

Faculteit Civiele Techniek

Vakgroep Waterbouwkunde

Sectie Waterbouwkunde

Inhoudsopgave

A:	Het Enkele Steen Model
B:	Het driehoeksprofiel
C:	Methode van Maximum Likelihood
D:	Kolmogorov-Smirnov Test
E-1:	Grafieken σ -h en σ - D_{50} van de breuksteensorteringen
E-2:	Grafieken σ -h en σ - D_{50} van de grindsorteringen
E-3:	Grafieken 'berekende vs. waargenomen spreiding'
F:	Grafieken c-h
G:	Kansdichtheidsfuncties van de parameter c
H:	Grafieken c_{gem} - D_{50}
I:	Kenmerken van de stenen
J:	Karakteristieke krommen
K-1:	Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering A
K-2:	Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering B
L:	De horizontale uitwijking (r) van de stenen
M:	Valbeweging en valbaan van de stenen
N:	Matrices van de verschillende combinaties van valbeweging en valbaan
O:	Lineaire-regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode
P:	De Student t-toets
Q:	De studentized bootstrap

Bijlage A: Het Enkele Steen Model

In de deze bijlage is een vertaling gegeven van de afleiding van het Enkele Steen Model, welke is overgenomen uit de publicatie 'Prediction of the deposition-mound of dumped rubble' van Vrijling, Manni en De Wilde [1995].

Wanneer een steen zonder beginsnelheid wordt gestort in stilstaand water, zal deze aanvankelijk een kracht ondervinden die een resultante is van de zwaartekracht en de 'opdriving' (Wet van Archimedes). De resulterende kracht zal zijn:

$$F_{\downarrow} = v \cdot (\rho_s - \rho_w) \cdot D^3 \cdot g \quad (A.1)$$

Waarin:	$F_{\downarrow}$	verticale kracht als gevolg van de zwaartekracht, gecombineerd met de opdriving
	v	vormfactor (voor een kubus: $v=1$, voor een bol: $v=\frac{1}{6} \cdot \pi$)
	ρ_s	massadichtheid van de steen
	ρ_w	massadichtheid van het water
	D	kenmerkende steenaafmeting (diameter van een bol, ribbe van een kubus etc.)
	g	versnelling als gevolg van de zwaartekracht

Tijdens de val ondervindt de steen een weerstandskracht welke tegen de valrichting in is gericht:

$$F_{\uparrow} = \xi \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot D^2 \cdot C_d \quad (A.2)$$

Waarin:	$F_{\uparrow}$	weerstandskracht in de valrichting
	ξ	vormfactor, overeenkomstig v , maar nu betrokken op het oppervlak van de dwarsdoorsnede loodrecht op de stromingsrichting (het 'aangestroomde oppervlak') (voor een kubus: $\xi=1$, voor een bol: $\xi=\frac{1}{4} \cdot \pi$)
	v	momentane snelheid van de steen
	C_d	weerstandscoefficiënt voor de kracht in de stromingsrichting

Korte tijd na het begin van vallen van de steen in water is de valsnelheid (min of meer) constant. De krachten in de richting van de valbeweging zijn dan gelijk. Uit (A.1) en (A.2) volgt:

$$v \cdot (\rho_s - \rho_w) \cdot D^3 \cdot g = \xi \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot D^2 \cdot C_d \quad (A.3)$$

Hieruit volgt de evenwichtsvalsnelheid:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{v}{\xi} \cdot D \cdot \Delta \cdot \frac{g}{C_d}} \quad (A.4)$$

Met: $\Delta = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$

v en ξ hangen beide af van de vorm van de steen. Hetzelfde geldt voor de weerstandscoefficiënt C_d . Het is algemeen gebruik om de weerstandscoefficiënt expliciet te vermelden. De twee andere vormafhankelijke factoren worden vervangen door één constante:

$$\gamma = \sqrt{2 \cdot \frac{v}{\xi}}$$

Waarin: γ constante

De evenwichtsvalsnelheid is daarmee te schrijven als:

$$v = \gamma \cdot \sqrt{\frac{D \cdot \Delta \cdot g}{C_d}} \quad (\text{A.5})$$

Tijdens het vallen van de steen werkt er een liftkracht op de steen loodrecht op de valrichting. De valrichting is bij benadering verticaal, zodat de liftkracht bij benadering in horizontale richting werkt. De grootte van de liftkracht wordt gelijk gesteld aan:

$$F_{\leftarrow} = \psi \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot D^2 \cdot C_L \quad (\text{A.6})$$

Waarin: $F_{\leftarrow}$ liftkracht (loodrecht op de valrichting)
 Ψ vormfactor. Deze factor is te splitsen in twee componenten, Ψ' en ζ . Ψ' komt overeen met ξ uit vergelijking (A.2), maar nu voor de richting van de liftkracht. Dit betekent dat $\frac{1}{2} \cdot \Psi$ kan worden verdisconteerd in de eerder genoemde constante γ .
 ζ is afhankelijk van de aanstromingsrichting en van de kantigheid van de steen. (Voor riviergrind, dat een min of meer afgeronde vorm heeft, zal ζ een andere waarde hebben dan voor stortsteen, die uit gesprongen rots bestaat.)
 C_L weerstandscoefficiënt voor de kracht loodrecht op de valrichting

Vergelijking (A.6) is hiermee te schrijven als:

$$F_{\leftarrow} = \zeta \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot D^2 \cdot C_L \quad (\text{A.7})$$

De massa van het lichaam (de steen) is:

$$M = v \cdot \rho_s \cdot D^3 \quad (\text{A.8})$$

Waarin: M massa van het lichaam (de steen)

Uit de liftkracht (A.7), de massa (A.8) (met v wederom in γ verwerkt) en de Tweede Wet van Newton ($F=M \cdot a$) volgt de versnelling in de richting van de liftkracht:

$$a_{\leftarrow} = \frac{\zeta \cdot \rho_w \cdot v^2 \cdot D^2 \cdot C_L}{\rho_s \cdot D^3} \quad (\text{A.9})$$

Waarin: $a_{\leftarrow}$ versnelling in de richting van de liftkracht
 ζ coëfficiënt die de liftkracht afhankelijk stelt van de aanstromingsrichting en van de vorm en kantigheid van de steen

Indien vergelijking (A.5) wordt gesubstitueerd in vergelijking (A.9), dan volgt:

$$a_{\leftarrow} = \zeta \cdot \gamma^2 \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \frac{C_L}{C_d} \cdot g \cdot \Delta \quad (\text{A.10})$$

Stel dat de richtingswisseling van de versnelling in de richting van de liftkracht wordt gedicteerd door vortex shedding zoals gesuggereerd door Madsen et al. [1986]. Het kental voor dit verschijnsel (bij 2-dimensionale stroming) is het Getal van Strouhal:

$$St = \frac{\omega \cdot D}{v} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \frac{D}{v} \quad (A.11)$$

Waarin: St Getal van Strouhal
 T periode van het afschudden van de wervels (vortex shedding), welke gelijk is aan de periode van de verandering in richting van de versnelling in de richting van de liftkracht
 ω de radiaalfrequentie: $\frac{2 \cdot \pi}{T}$

Stel dat er ook een Strouhalgetal is te definiëren voor een 3-dimensionale stroming. Bij constante valsnelheid (en verondersteld dat de overige parameters constant zijn) is het Getal van Strouhal constant. Vergelijking (A.11) kan dan worden geschreven als:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{St \cdot v} \quad (A.12)$$

De valsnelheid volgens vergelijking (A.5) hierin gesubstitueerd levert:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\gamma \cdot St \cdot \sqrt{\Delta \cdot \frac{g}{C_d}}} \cdot \sqrt{D} \quad (A.13)$$

Bij verwaarlozing van de weerstand in de richting van de liftkracht is de horizontale afstand die in de tijd tussen twee versnellingsrichtingswisselingen wordt afgelegd, gelijk aan:

$$s_{\leftarrow} = \frac{1}{2} \cdot a_{\leftarrow} \cdot T^2 \quad (A.14)$$

Waarin: $s_{\leftarrow}$ horizontale afstand die in de tijd tussen twee horizontale versnellingsrichtingswisselingen wordt afgelegd

Substitueren van vergelijking (A.10) en (A.13) in vergelijking (A.14), levert:

$$s_{\leftarrow} = \frac{\gamma'}{St^2} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot C_L \cdot D \quad (A.15)$$

Waarin: γ' constante

Volgens vergelijking (A.5) is de valsnelheid tijdens de val (bij benadering) constant. De verticale afstand die in de tijd tussen twee veranderingen van de richting van de versnelling in de richting van de liftkracht wordt afgelegd, wordt benaderd door:

$$s_{\downarrow} = v \cdot T \quad (A.16)$$

Waarin: $s_{\downarrow}$ verticale afstand, die in de tijd tussen twee veranderingen van de richting van de versnelling in de richting van de liftkracht wordt afgelegd

Vergelijking (A.5) en (A.13) hierin gesubsitueerd en vervolgens herschreven, levert:

$$s_{\downarrow} = \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{St} \quad (A.17)$$

Het aantal horizontale versnellingsrichtingswisselingen dat de steen ondergaat als hij valt over een afstand ter grootte van de waterdiepte, bedraagt bij benadering:

$$N \approx \frac{h}{s_{\downarrow}} \approx \frac{h \cdot St}{2 \cdot \pi \cdot D} \quad (A.18)$$

Waarin: N het aantal horizontale versnellingsrichtingswisselingen dat de steen ondergaat gedurende de val van de steen over de waterdiepte
 h waterdiepte

De horizontale afstand die de steen aflegt tussen twee horizontale versnellingsrichtingswisselingen is ongeveer (zie vergelijking (A.15)):

$$s_{\leftarrow} = \frac{\gamma'}{St^2} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot C_L \cdot D \quad (A.15)$$

Omdat de steen onregelmatig van vorm is en omdat tijdens de val de oriëntatie ten opzichte van de valrichting verandert, zal de vortex shedding willekeurig over het oppervlak van de steen plaatsvinden. Daardoor zal de richting van de verplaatsing loodrecht op de valrichting in een volgende tijdstap onafhankelijk zijn in richting en grootte van de verplaatsing in de beschouwde tijdstap. Dit verklaart het Random Walk Model, hetgeen een statistische beschrijving is van een diffusieproces. Hierdoor zal de som van N onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden gemiddeld nul zijn, met een standaardafwijking van:

$$\begin{aligned} \sigma_G &= s_{\leftarrow} \cdot \sqrt{N} \\ \sigma_G &= \frac{\gamma'}{St^2} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot C_L \cdot D \cdot \sqrt{\frac{h \cdot St}{2 \cdot \pi \cdot D}} \\ \sigma_G &= \frac{\gamma''}{\sqrt{St^3}} \cdot C_L \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \sqrt{h \cdot D} \end{aligned} \quad (A.19)$$

Waarin: σ_G standaardafwijking van de som van N onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden

Indien de veronderstelling met betrekking tot het Enkele Steen Model juist zijn, (met name dat de horizontale verplaatsingen in opvolgende tijdstappen onafhankelijk zijn) dan is de traagheidsstraal, σ_G , van de dwarsdoorsnede van het op de bodem gevormde stort evenredig met de wortel uit het product van de waterdiepte en de steenafmeting: $\sigma_G \propto \sqrt{h \cdot D}$

Bijlage B: Het driehoeksprofiel

In deze bijlage is een vertaling gegeven van de afleiding van de traagheidsstraal van het driehoeksprofiel. De afleiding is afkomstig uit de publicatie 'Prediction of the deposition-mound of dumped rubble' van Vrijling, Manni en De Wilde [1995].

In het tweede stadium van het stortproces heeft het stortprofiel de vorm van een gelijkbenige driehoek. De traagheidsstraal van deze gelijkbenige driehoek is onafhankelijk van de waterdiepte. In dit stadium hangt de traagheidsstraal alleen af van de hoeveelheid gestorte stenen.

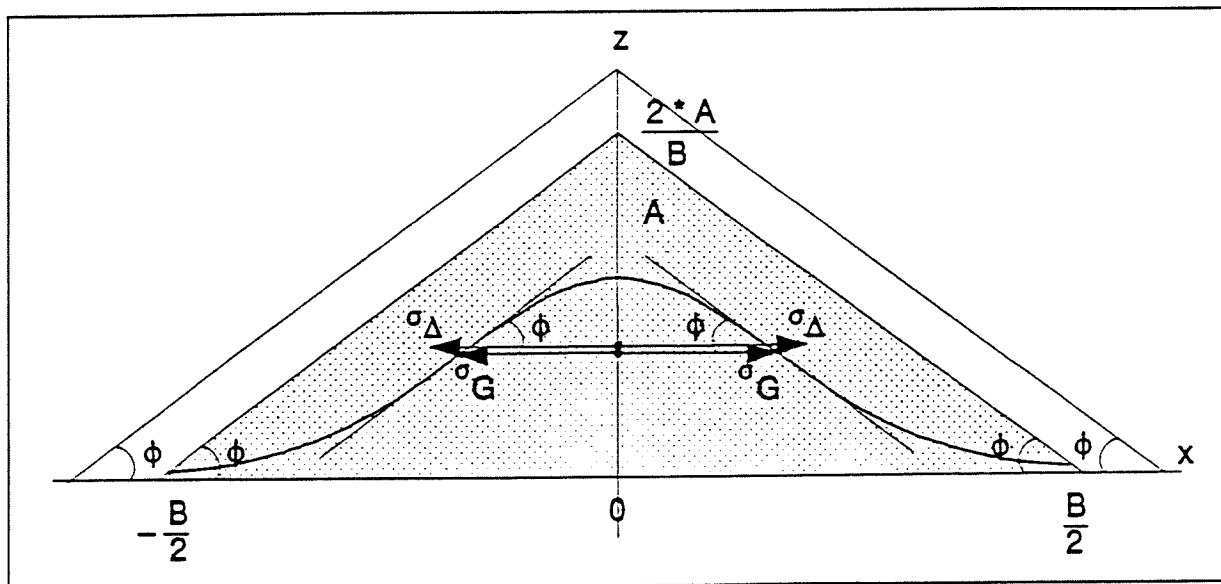
Per definitie is de traagheidsstraal:

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\frac{M_2}{A}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot dA}{A}} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot z(x) \cdot dx}{A}} \quad (\text{B.1})$$

Waarin:

σ_{Δ}	traagheidsstraal
M_2	traagheidsmoment om de (verticale) symmetrie-as
A	oppervlak van de gelijkbenige driehoek

De traagheidsstraal dient te worden berekend voor een gegeven oppervlak, A , en gegeven stortbreedte, B , van de dwarsdoorsnede over het stort. Eerst wordt het traagheidsmoment berekend van een gelijkbenige driehoek (gearceerd oppervlak ter grootte van A en met basis B in onderstaande figuur):



De coördinaten van de top van de gelijkbenige driehoek zijn: $\left(0, \frac{2 \cdot A}{B}\right)$

De vergelijking van de rechterflank (in bovenstaande figuur) van het talud, die gaat door de punten $\left(0, \frac{2 \cdot A}{B}\right)$ en $\left(\frac{B}{2}, 0\right)$ luidt:

$$z(x) = \frac{2 \cdot A}{B} - \frac{4 \cdot A}{B^2} \cdot x \quad (\text{B.2})$$

Het traagheidsmoment van de gehele gelijkbenige driehoek is nu te berekenen als:

$$M_2 = 2 \cdot \int_0^{\frac{B}{2}} x^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot A}{B} - \frac{4 \cdot A}{B^2} \cdot x \right) \cdot dx = \frac{4 \cdot A}{3 \cdot B} \cdot x^3 - \frac{8 \cdot A}{4 \cdot B^2} \cdot x^4 \Big|_0^{\frac{B}{2}} = \frac{1}{6} \cdot A \cdot B^2 - \frac{1}{8} \cdot A \cdot B^2$$

$$M_2 = \frac{1}{24} \cdot A \cdot B^2$$

De traagheidsstraal wordt daarmee:

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{1}{24} \cdot \frac{A \cdot B^2}{A}} \approx 0,2 \cdot B \quad (\text{B.3})$$

De traagheidsstraal kan ook in het stortoppervlak, A, en de 'evenwichtshellingshoek', ϕ , worden uitgedrukt:

$$\tan(\phi) = \frac{h}{\frac{B}{2}} \quad \Rightarrow \quad B = 2 \cdot \sqrt{\frac{A}{\tan(\phi)}} \quad (\text{B.4})$$

$$A = h \cdot \frac{B}{2}$$

Dit ingezet in de uitdrukking voor de traagheidsstraal geeft:

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\frac{1}{24} \cdot \frac{4 \cdot A}{\tan(\phi)}} = \sqrt{\frac{A}{6 \cdot \tan(\phi)}} \quad (\text{B.5})$$

Bijlage C: Methode van Maximum Likelihood

De in deze bijlage gegeven algemene beschouwing van de Methode van Maximum Likelihood is afkomstig uit het collegedictaat f30, 'Probabilistisch ontwerpen in de waterbouwkunde' [Vrijling, 1996].

Algemeen

De Methode van Maximum Likelihood maakt gebruik van de steekproef-likelihood functie. Op grond van (discrete) (steekproef)waarnemingen worden conclusies getrokken met betrekking tot de parameter(s) van een (bekend verondersteld type) verdeling van de populatie.

Veronderstel dat de (populatie)verdeling van een variabele x bekend is, dat deze slechts één parameter, θ , heeft en dat die parameter eveneens bekend is. De kans op realisering van één waarneming x_1 is dan te schrijven als:

$$P_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ x_1 - \frac{\Delta x_1}{2} < x_1 \leq x_1 + \frac{\Delta x_1}{2} \right\} = f_x(x_1) \cdot dx \quad (C.1)$$

Als er N onafhankelijke waarnemingen beschikbaar zijn, is de kans op realisering van zo'n steekproef:

$$\begin{aligned} P_{\Delta x_i \rightarrow 0} \left[\left\{ x_1 - \frac{\Delta x_1}{2} < x_1 \leq x_1 + \frac{\Delta x_1}{2} \right\} \cap \{ \dots \} \cap \left\{ x_N - \frac{\Delta x_N}{2} < x_N \leq x_N + \frac{\Delta x_N}{2} \right\} \right] = \\ = f_x(x_1, x_2, \dots, x_N | \theta) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot \dots \cdot dx_N = f_x(x_1 | \theta) \cdot dx \cdot f_x(x_2 | \theta) \cdot dx \cdot \dots \cdot f_x(x_N | \theta) \cdot dx = \quad (C.2) \\ = \prod_{i=1}^N f_x(x_i | \theta) \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$f_x(x_1, x_2, \dots, x_N | \theta) = \prod_{i=1}^N f_x(x_i | \theta) \quad (C.3)$$

Omgekeerd, als de waarnemingen $x_1, x_2, \dots, x_N$ een steekproef vormen uit een verdeling (van bekend type) waarvan de parameter θ niet bekend is, dan kan bovenstaande vergelijking worden beschouwd als een functie van θ alleen. De steekproef-likelihood functie wordt gedefinieerd door:

$$L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_x(x_i | \theta) \quad (C.4)$$

Deze vergelijking geeft van links naar rechts gelezen de (relatieve) waarschijnlijkheid van het vóórkomen van een bepaalde steekproef $x_1, x_2, \dots, x_N$ als functie van een (gegeven) parameter θ , of omgekeerd, (van rechts naar links gelezen) de (relatieve) waarschijnlijkheid van een waarde van θ , gegeven die bepaalde steekproef. Deze interpretatie is aantrekkelijk omdat hij suggereert dat de waarde van θ waarvoor de steekproef meer waarschijnlijk is, ook die waarde van θ is die meer waarschijnlijk is. Er dient dus te worden gezocht naar die waarde van de schatter van θ , waarvoor de likelihood functie maximaal is: de maximum likelihood schatter van θ is de waarde t waarvoor de likelihood functie $L(\theta)$ een maximum aanneemt. Dit maximum kan worden bepaald door de afgeleide van $L(\theta)$ naar t gelijk te stellen aan nul:

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad (C.5)$$

Voor het bepalen van het maximum van de likelihood functie is een veel gebruikte methode, als ten minste de likelihood functie monotoon is, het berekenen van het maximum van de logaritme.

Toepassing op de Rayleigh-verdeling

De kansdichtheidsfunctie van de Rayleighverdeling is:

$$f_r(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (C.6)$$

De steekproef-likelihood functie wordt hiermee:

$$L(\sigma | x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N \frac{r_i}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad (C.7)$$

Door het nemen van de logaritme volgt:

$$\log(L) = \sum_{i=1}^N (\log(r_i) - (2 \cdot N) \cdot \log(\sigma) - \frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^N r_i^2) \quad (C.8)$$

Differentiëren van vergelijking (C.8) naar σ en gelijkstellen aan nul geeft vergelijking (C.9):

$$\frac{\partial \log(L)}{\partial \sigma} = -\frac{2 \cdot N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{i=1}^N r_i^2 = 0 \quad (C.9)$$

Uitwerken van vergelijking (C.9) geeft de Maximum Likelihood schatter voor de parameter σ van de Rayleighverdeling:

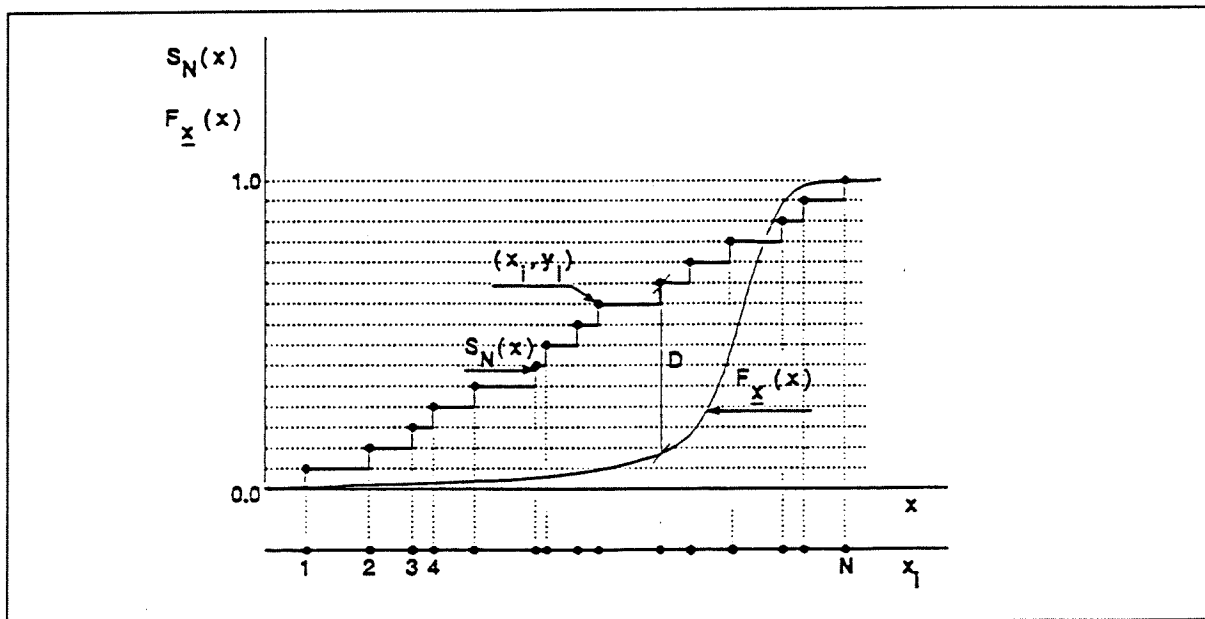
$$\sigma_{ML} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{2 \cdot N}} \quad (C.10)$$

Bijlage D: Kolmogorov-Smirnov Test

De in deze bijlage gegeven beschouwing van de Kolmogorov-Smirnov toets is afkomstig uit het collegedictaat f30, 'Probabilistisch ontwerpen in de waterbouwkunde', [Vrijling, 1996]

De Kolmogorov-Smirnov test (of K.S.-toets) doet onderzoek naar het significant zijn van het verschil tussen een populatieverdeling (geschat op basis van een steekproefverdelingsfunctie) en een gegeven populatieverdelingsfunctie. Dit gebeurt door het toetsen van de nulhypothese, dat de cumulatieve steekproefverdelingsfunctie, $S_N(x)$, correspondeert met de cumulatieve populatieverdelingsfunctie, $F_X(x)$.

Stel dat de N waarnemingen x_i ($i = 1, 2, \dots, N$) worden genoemd. Dan is $S_N(x)$ de functie die het deel geeft van de waarnemingen die kleiner zijn dan de gegeven waarde x . Deze functie is constant tussen opeenvolgende (op volgorde van grootte gesorteerde) x_i 's en hij heeft een constante toename van $\frac{1}{N}$ bij elke x_i (zie onderstaande figuur).



De afstand D is gedefinieerd als de absolute waarde van het verschil tussen $S_N(x)$ en $F_X(x)$. De toetsingsgrootte is de maximale waarde van D :

$$D = \max_{i=1}^N |S_N(x) - F_X(x)| = \max_{i=1}^N |y_i - F_X(x_i)| \quad \text{met } y_i = \frac{i}{N}$$

Als voor de steekproef de maximale waarde van D bekend is, kan er een significantietoets worden uitgevoerd. De tweezijdige K.S.-toets verloopt als volgt. De nulhypothese luidt dat $S_N(x)$ en $F_X(x)$ met elkaar corresponderen. Stel dat α de onbetrouwbaarheid voor tweezijdige toetsing is. Als nu de maximale waarde van D groter is dan de kritieke waarde, dan wordt de nulhypothese verworpen.

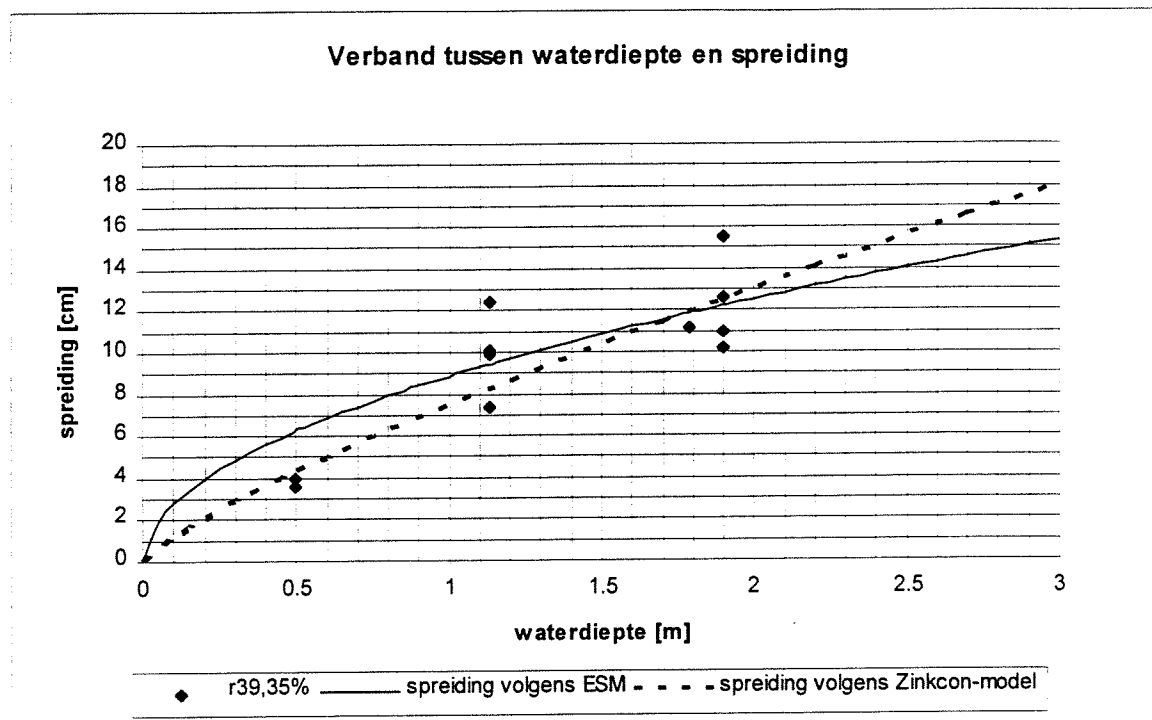
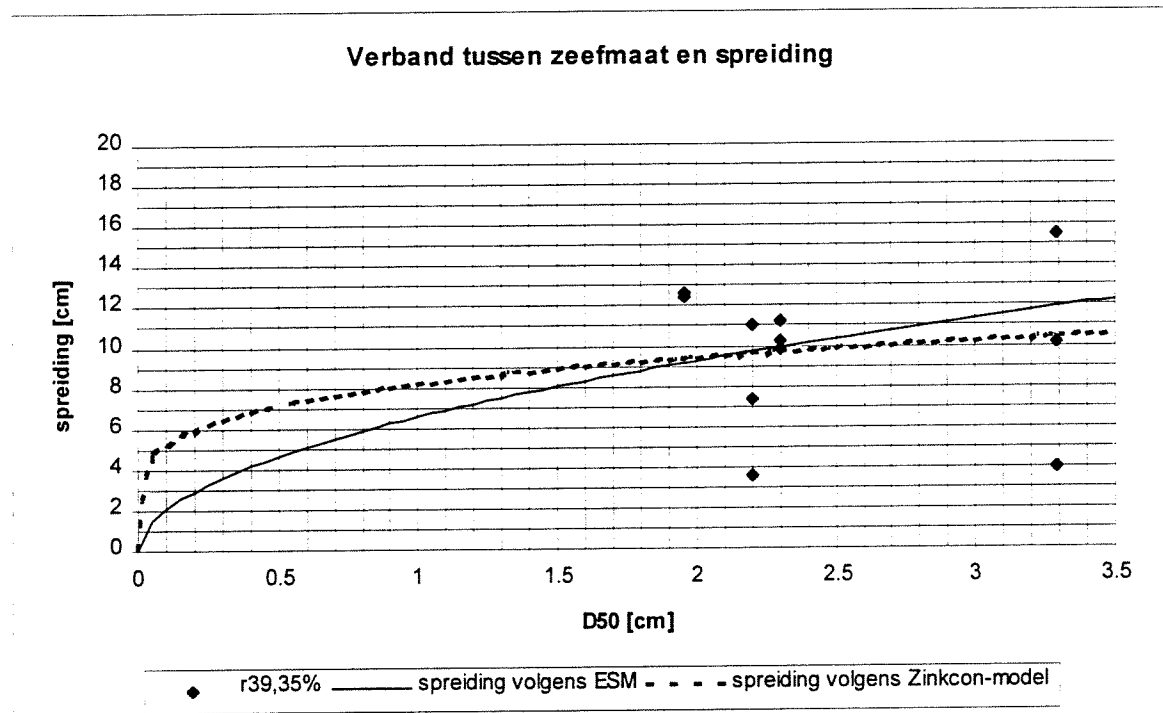
De kritieke waarde ($\Delta_{K.S.-toets}$) is afhankelijk van α en het aantal waarnemingen (N) en is te bepalen uit een tabel [Zijp, 1974]. Voor $N > 35$ kan de kritieke waarde als volgt worden bepaald:

$\Delta_{\text{K.S.-toets}} = \frac{\gamma}{\sqrt{N}}$,voor $N > 35$ en γ uit onderstaande tabel:

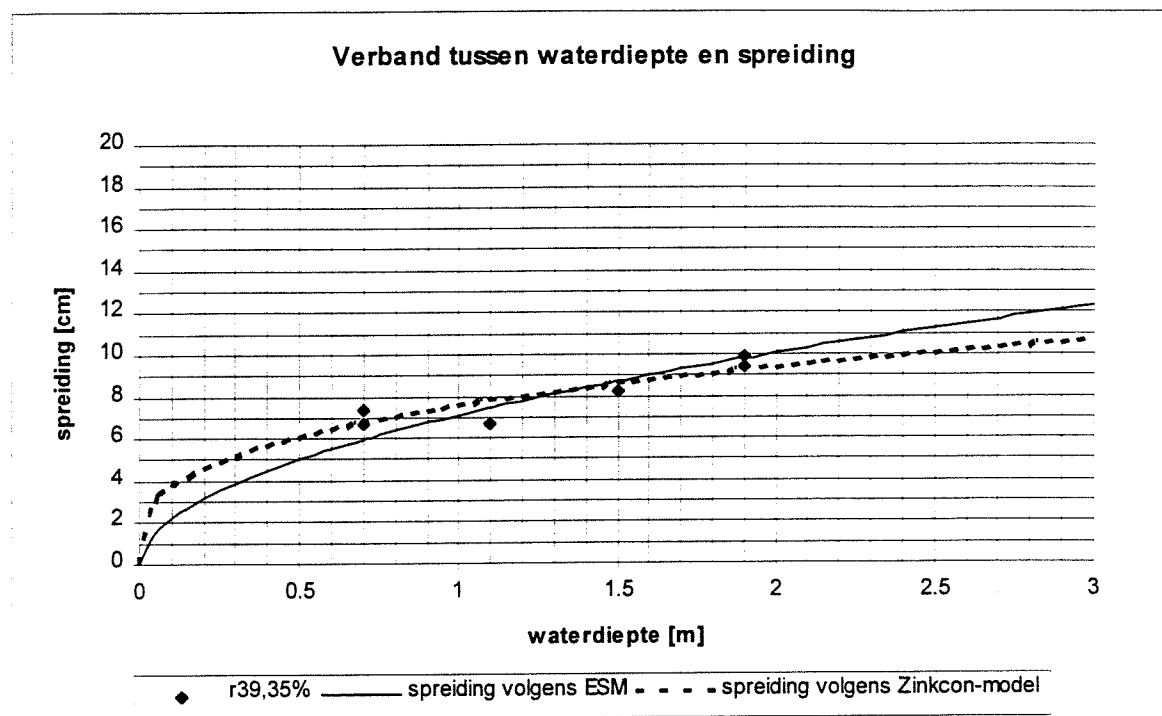
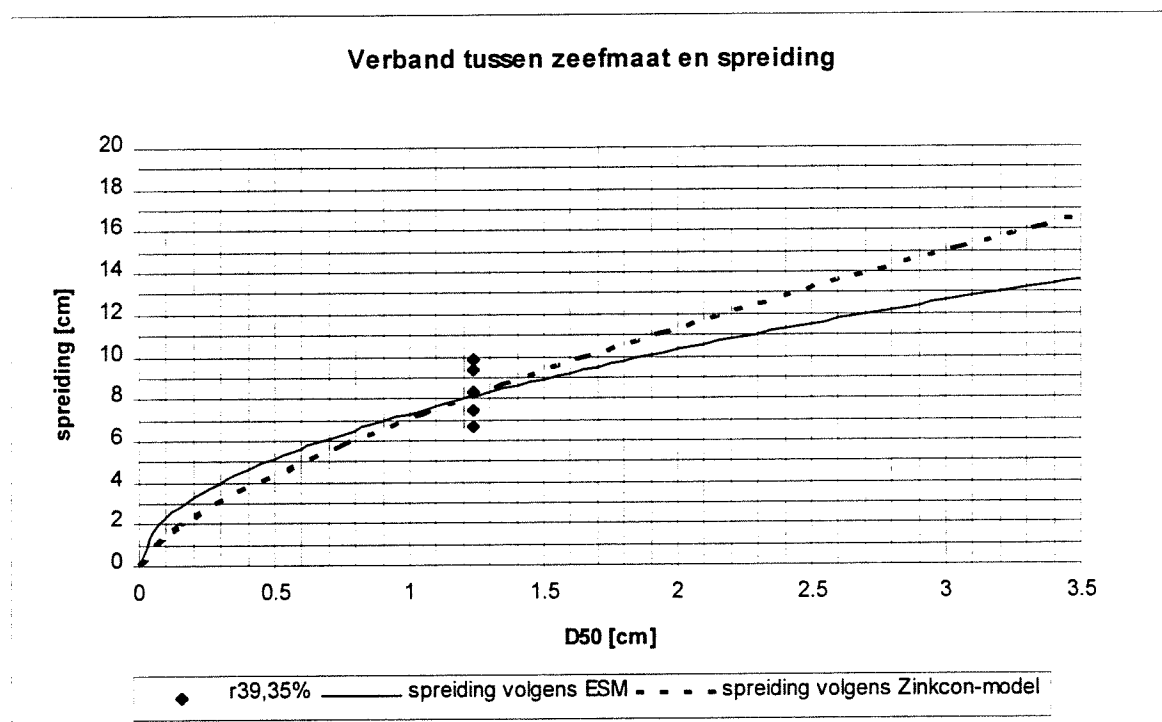
γ	α (onbetrouwbaarheid)
1,23	10 %
1,36	5%
1,63	1%

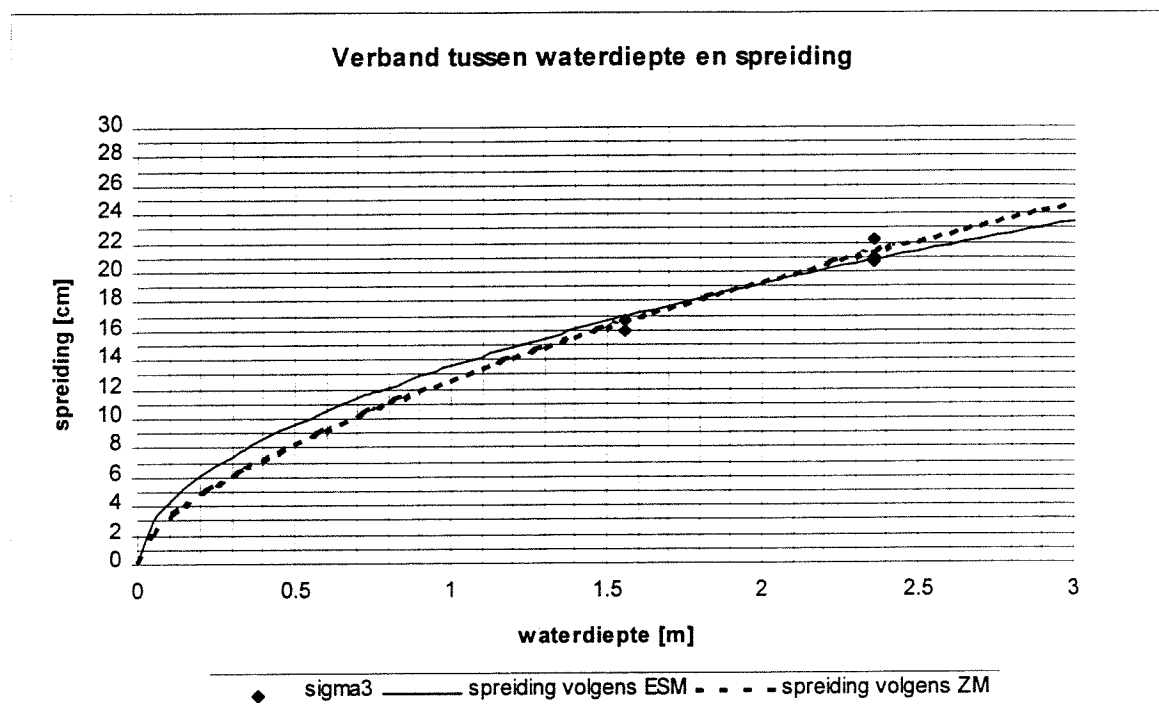
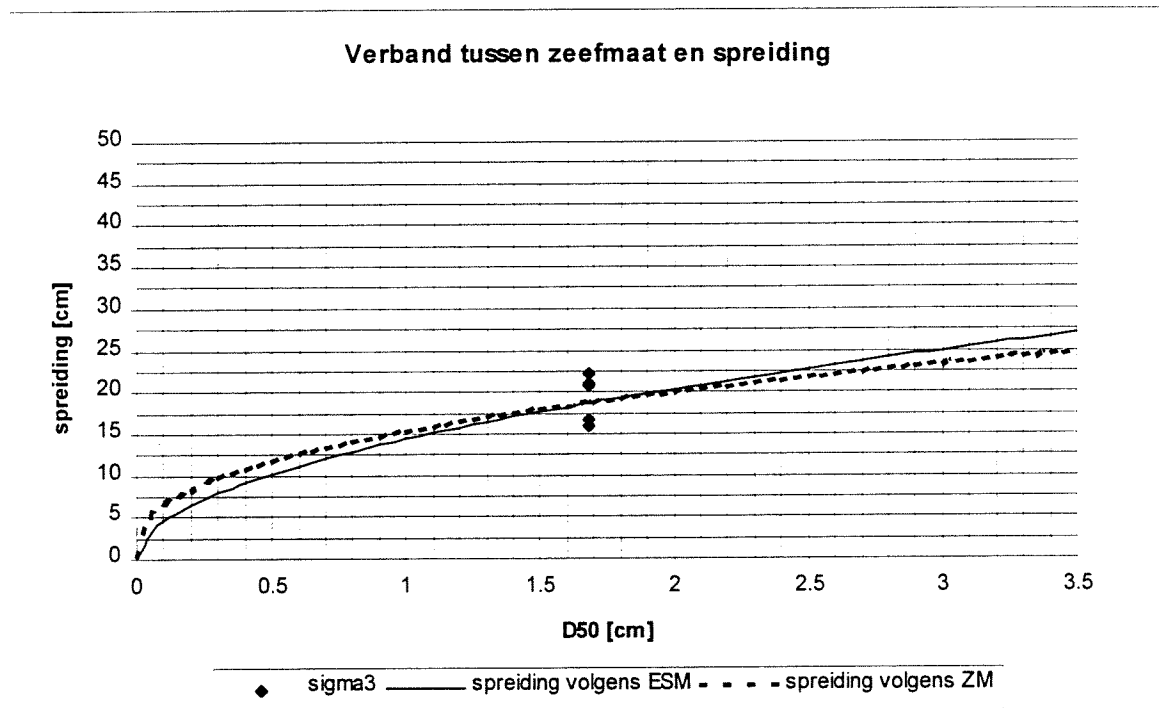
Bijlage E-1: Grafieken σ -h en σ -D₅₀ van de breuksteensorteringen

Weustinks breuksteensorteringen

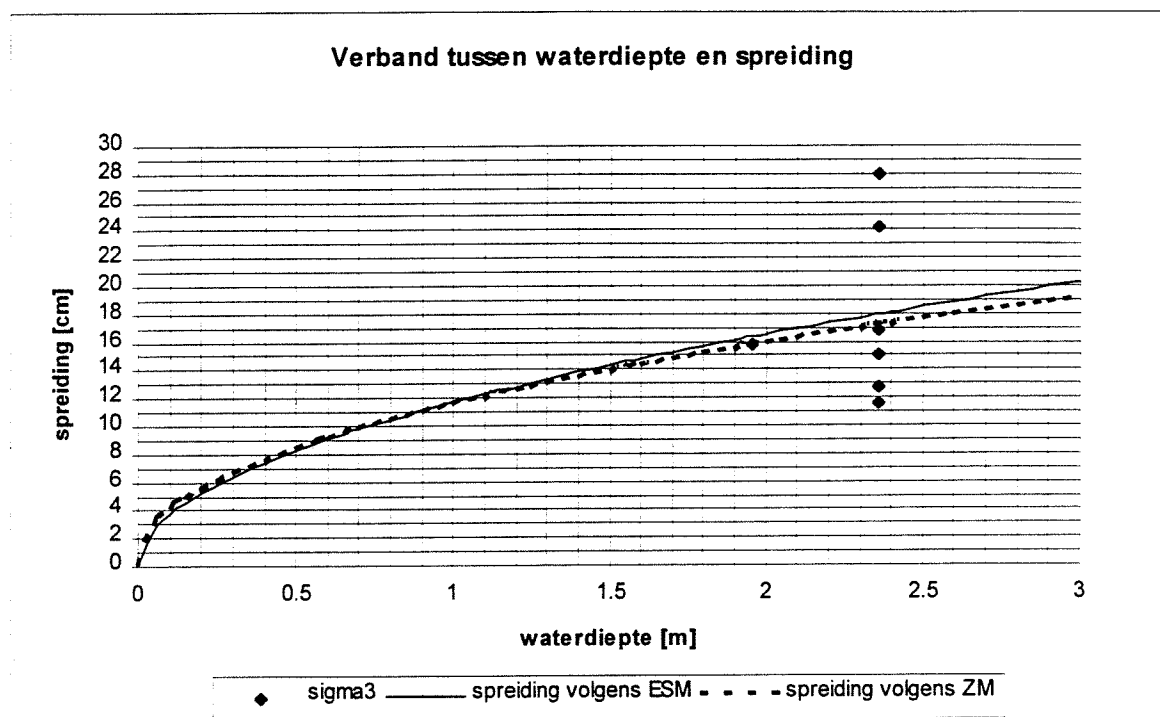
Grafiek E.1: σ _G-h voor de breuksteensorteringen van WeustinkGrafiek E.2: σ _G-D₅₀ voor de breuksteensorteringen van Weustink

Van Oords breuksteensortering

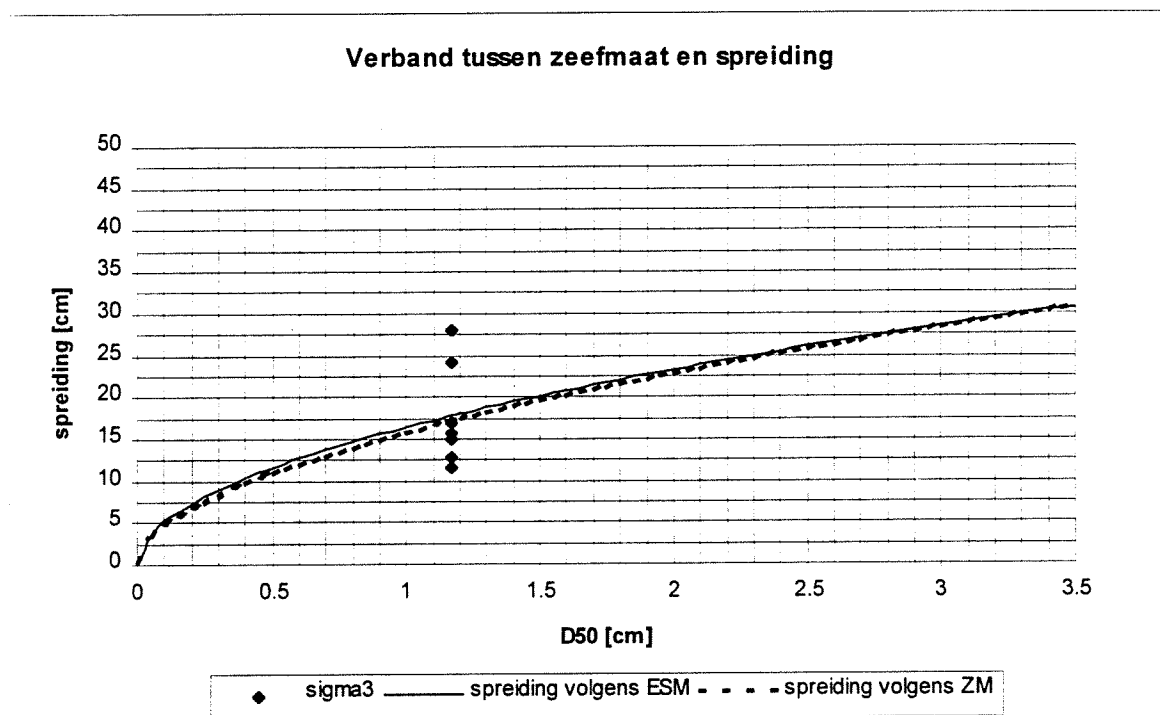
Grafiek E.3: σ -h voor de breuksteensortering van Van OordGrafiek E.4: σ -D₅₀ voor de breuksteensortering van Van Oord

WL's stortsteensorteringen*Meetserie 2 (schaal 1:12.5)*Grafiek E.5: σ_3 -h voor de stortsteensortering van het WL (schaal 1:12.5)Grafiek E.6: σ_3 - D_{50} voor de stortsteensortering van het WL (schaal 1:12.5)

Meetserie 4 (schaal 1:25)



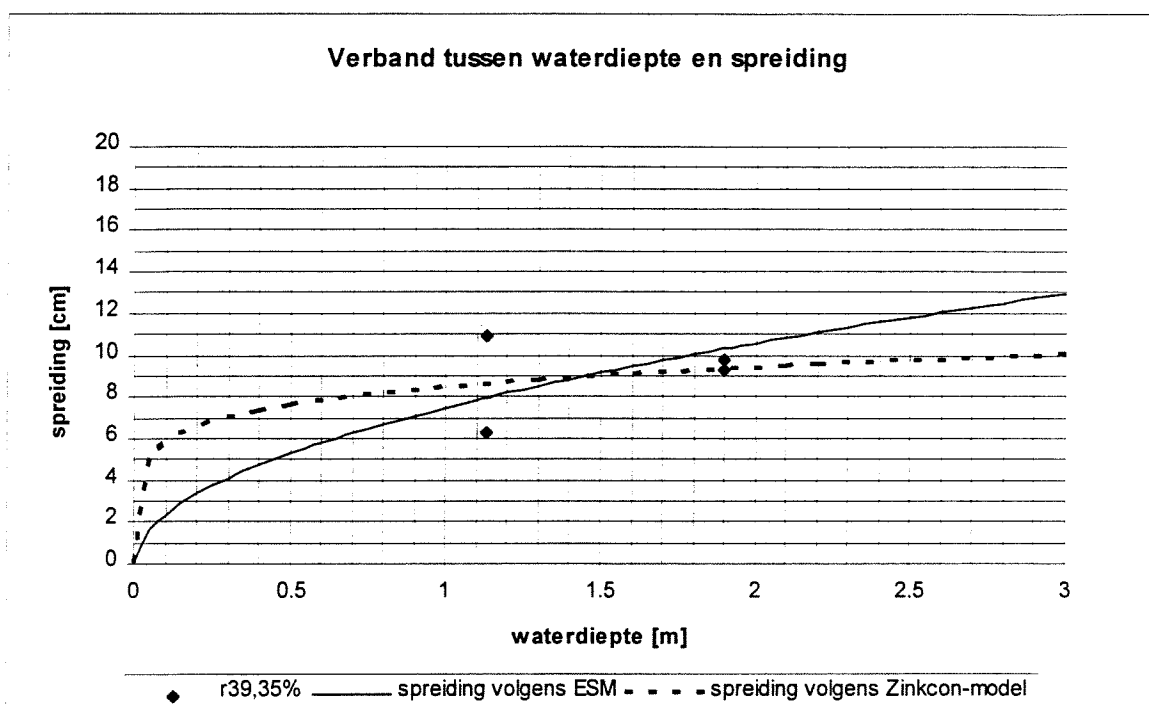
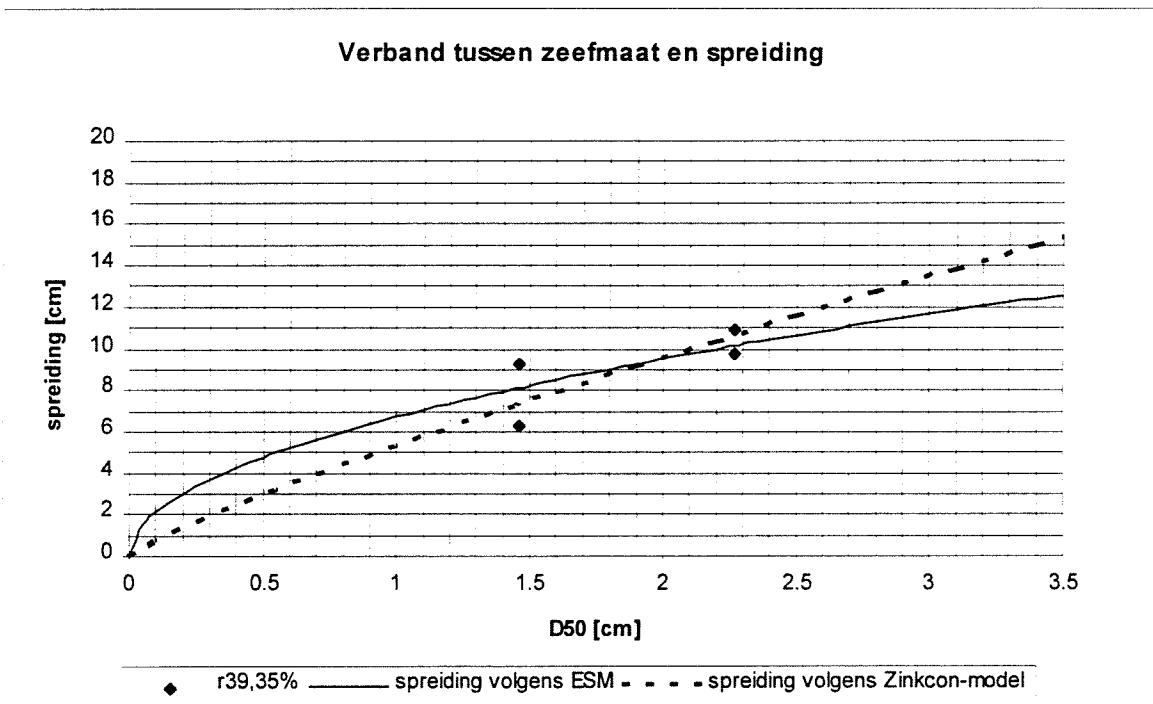
Grafiek E.7: σ_3 -h voor de stortsteensortering van het WL (schaal 1:25)



Grafiek E.8: σ_3 -D₅₀ voor de stortsteensortering van het WL (schaal 1:25)

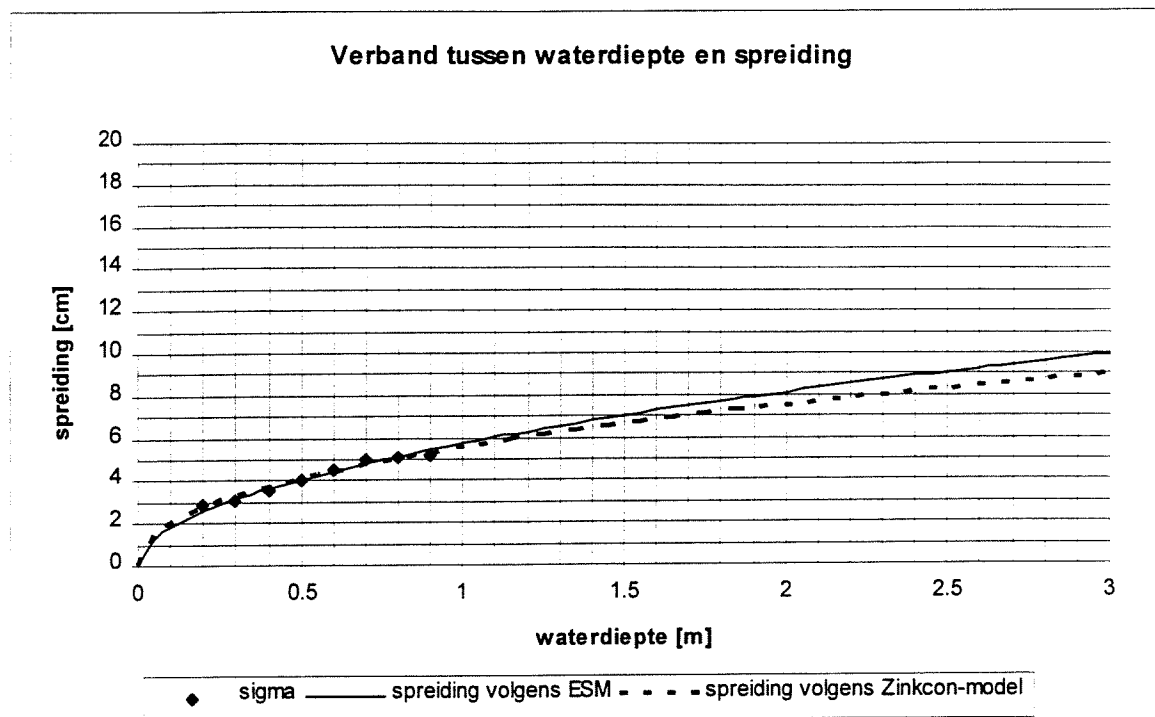
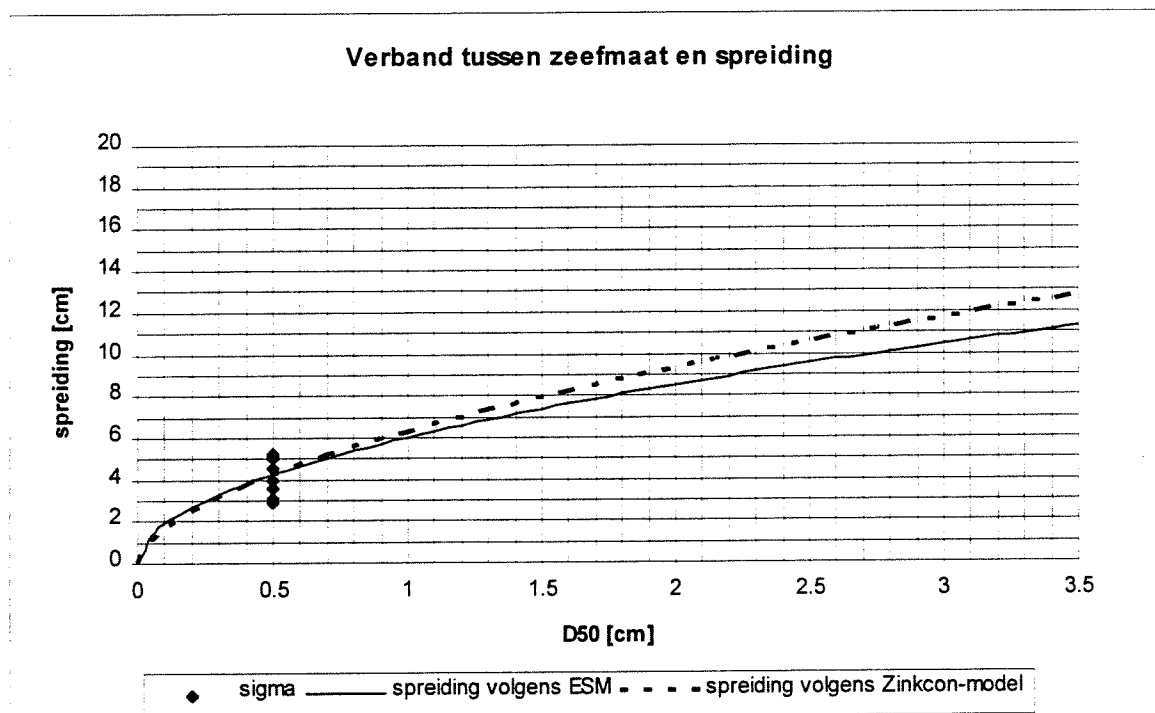
Bijlage E-2: Grafieken σ -h en σ -D₅₀ van de grindsorteringen

Weustinks grindsorteringen

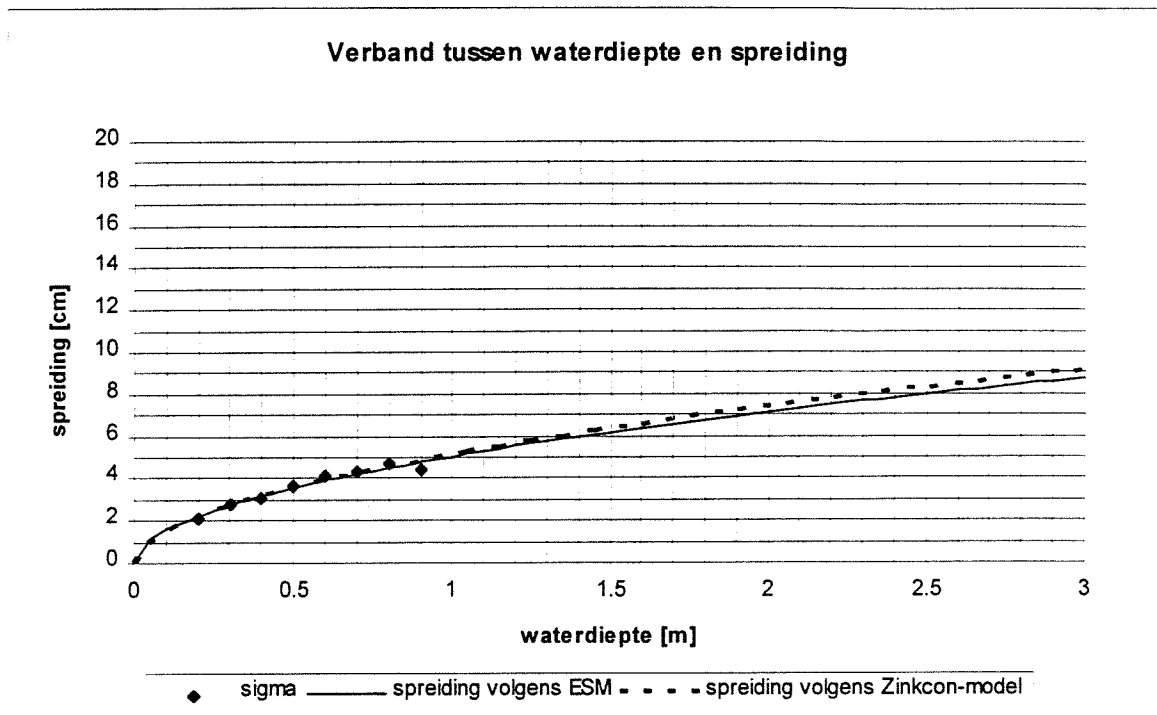
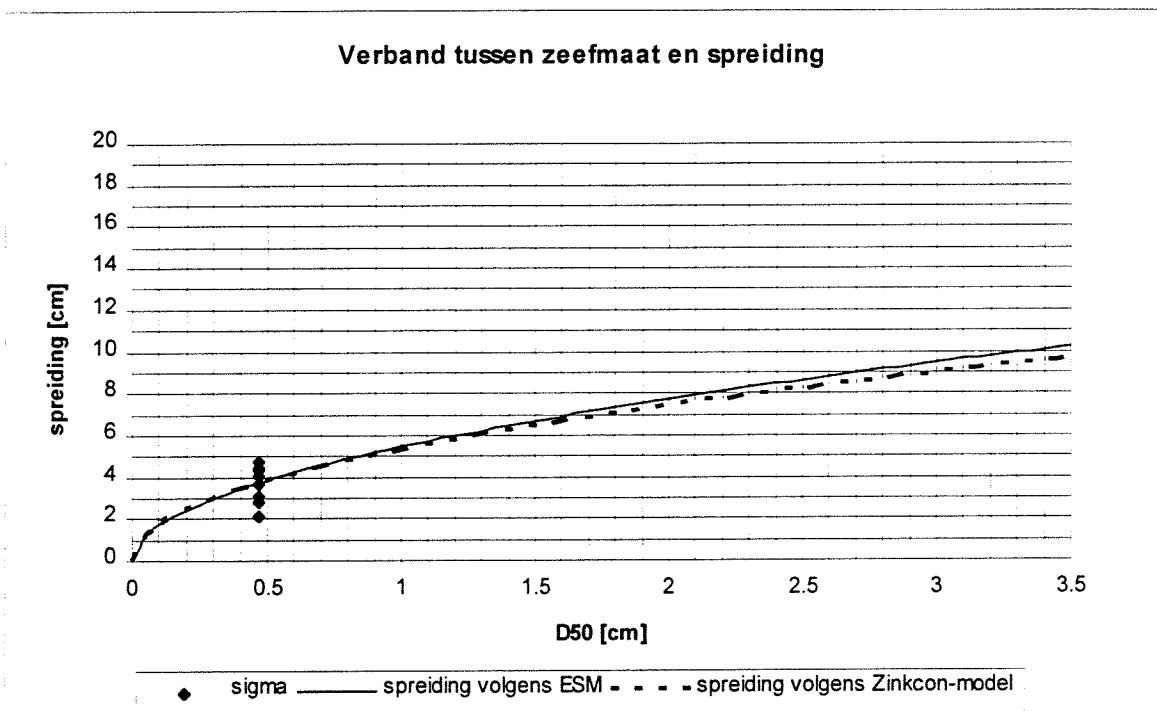
Grafiek E.9: σ -h voor de grindsorteringen van WeustinkGrafiek E.10: σ -D₅₀ voor de grindsorteringen van Weustink

Zinkcons grindsorteringen

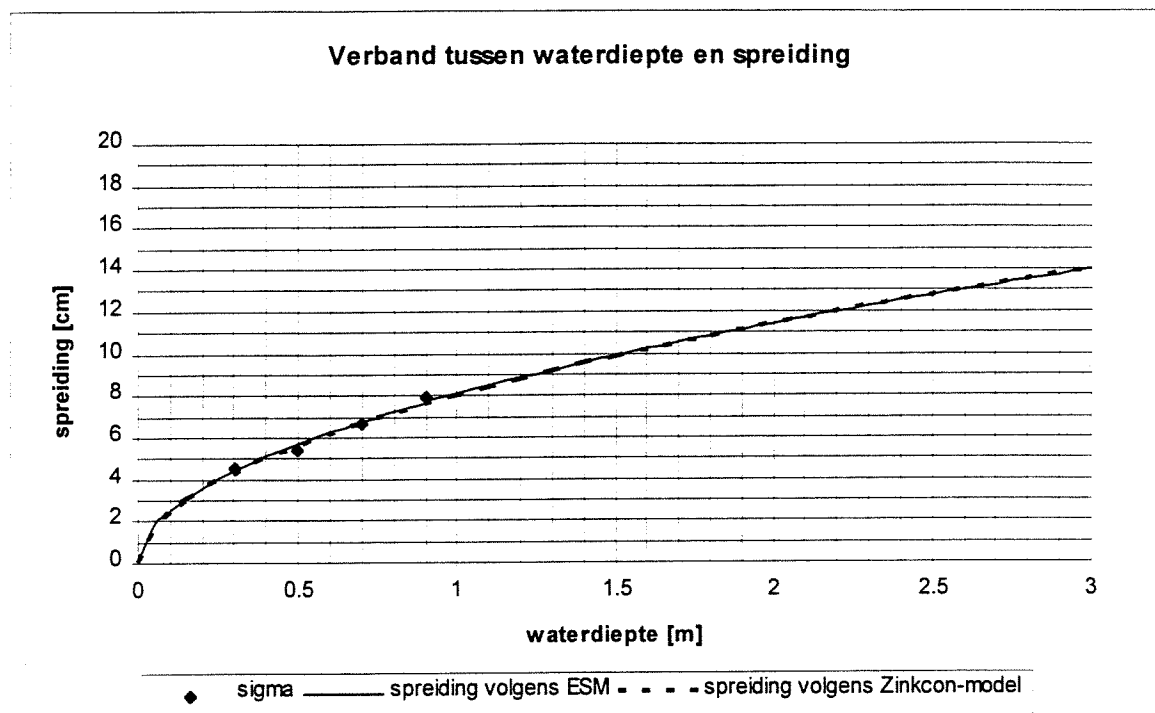
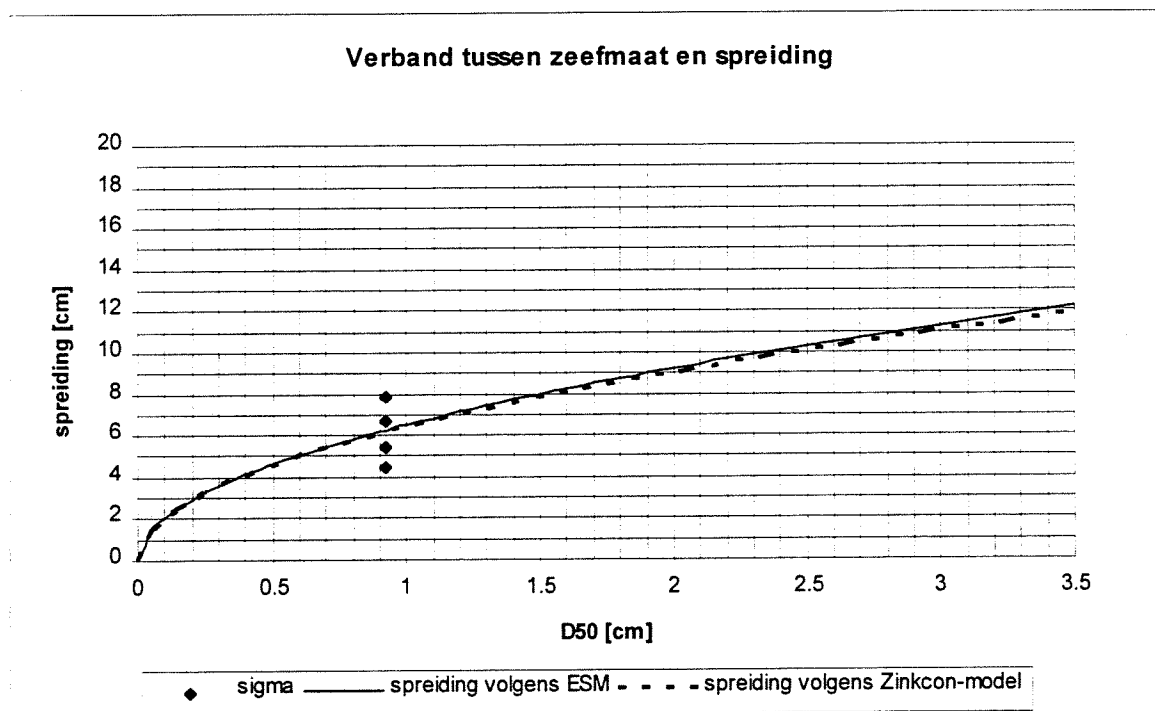
Kif

Grafiek E.11: σ -h voor de grindsortering (kif) van ZinkconGrafiek E.12: σ -D₅₀ voor de grindsortering (kif) van Zinkcon

Gebroken grind

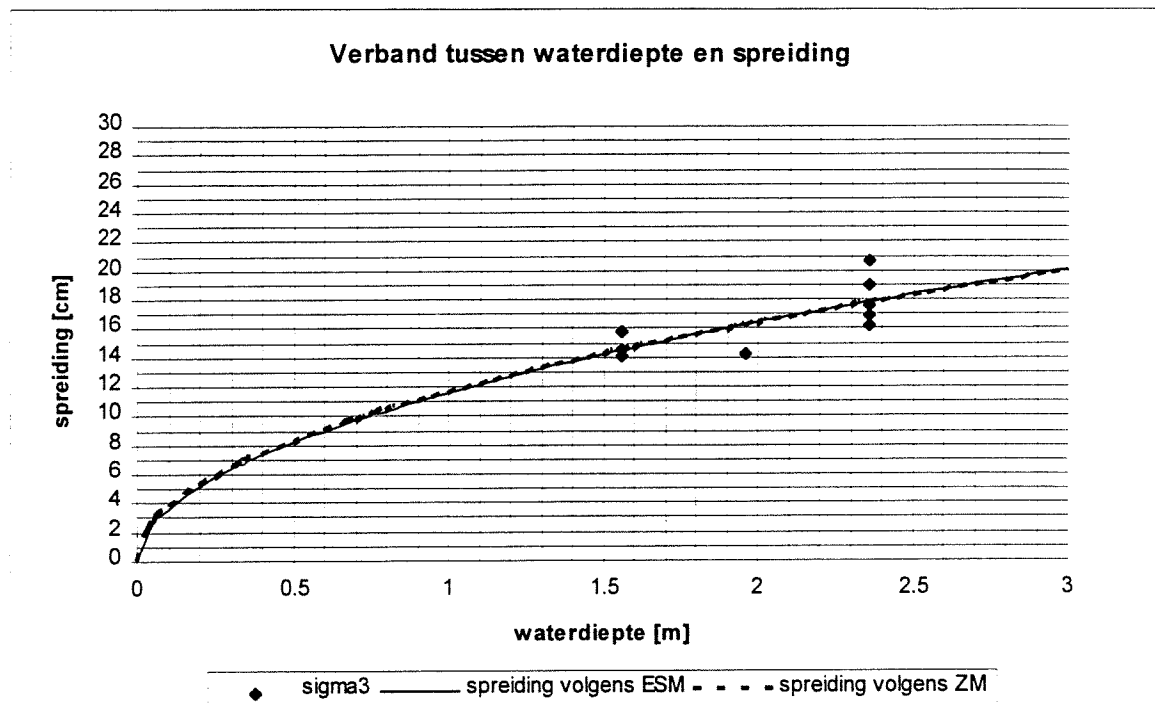
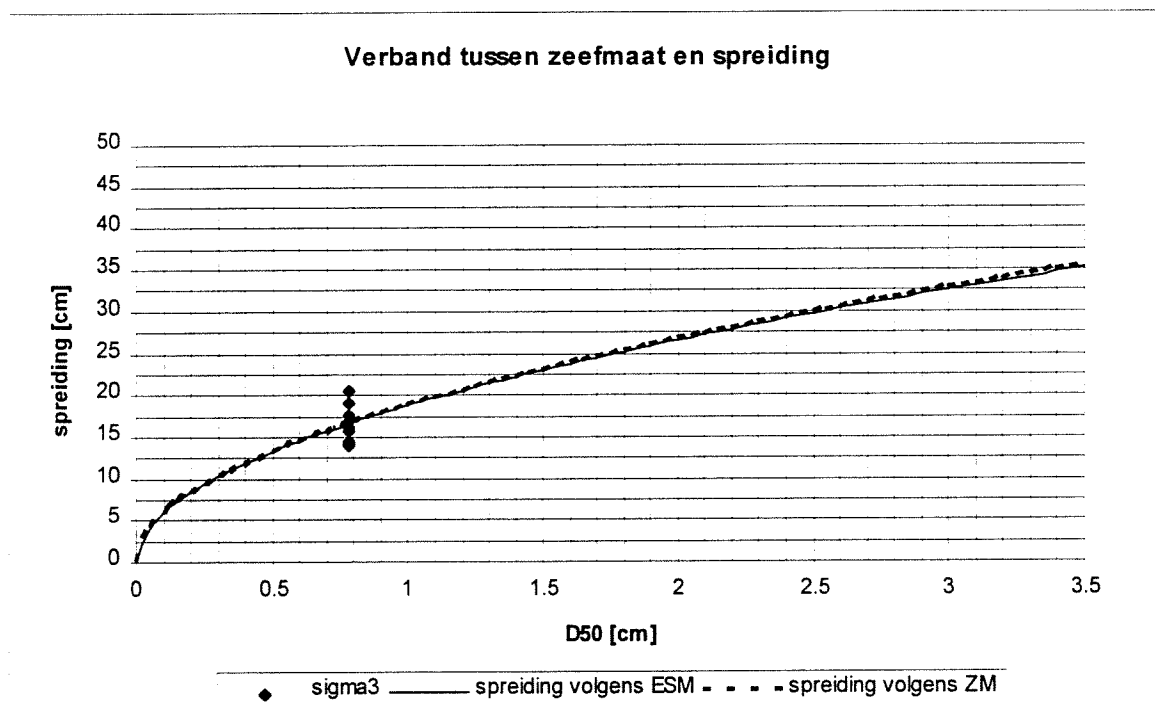
Grafiek E.13: σ -h voor de grindsortering (gebroken grind) van ZinkconGrafiek E.14: σ -D₅₀ voor de grindsortering (gebroken grind) van Zinkcon

Willekeurig grind

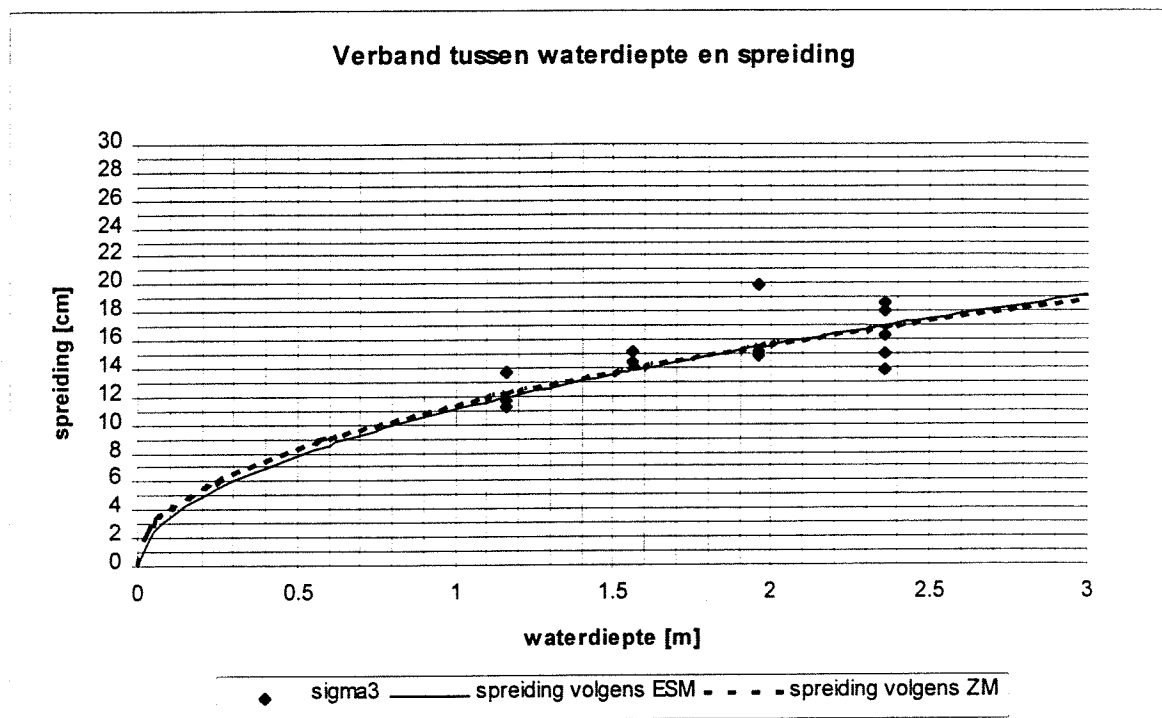
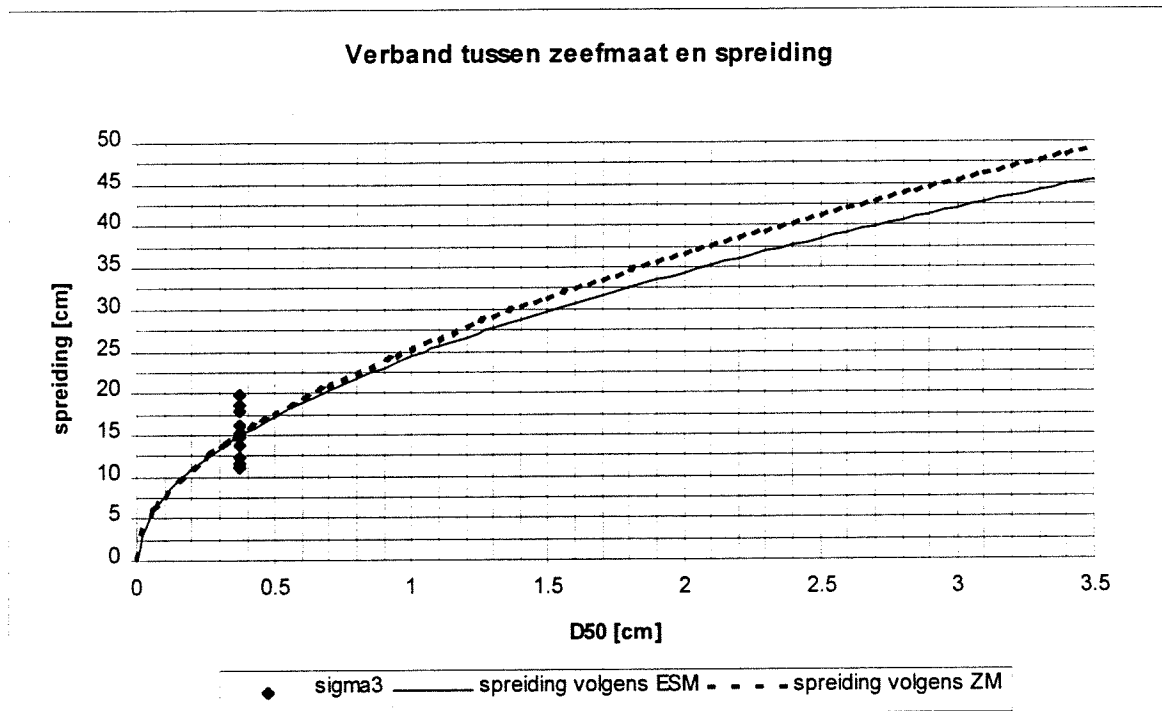
Grafiek E.15: σ -h voor de grindsortering (willekeurig grind) van ZinkconGrafiek E.16: σ -D₅₀ voor de grindsortering (willekeurig grind) van Zinkcon

WL's grindsorteringen

Meetserie 1 (schaal 1:12,5)

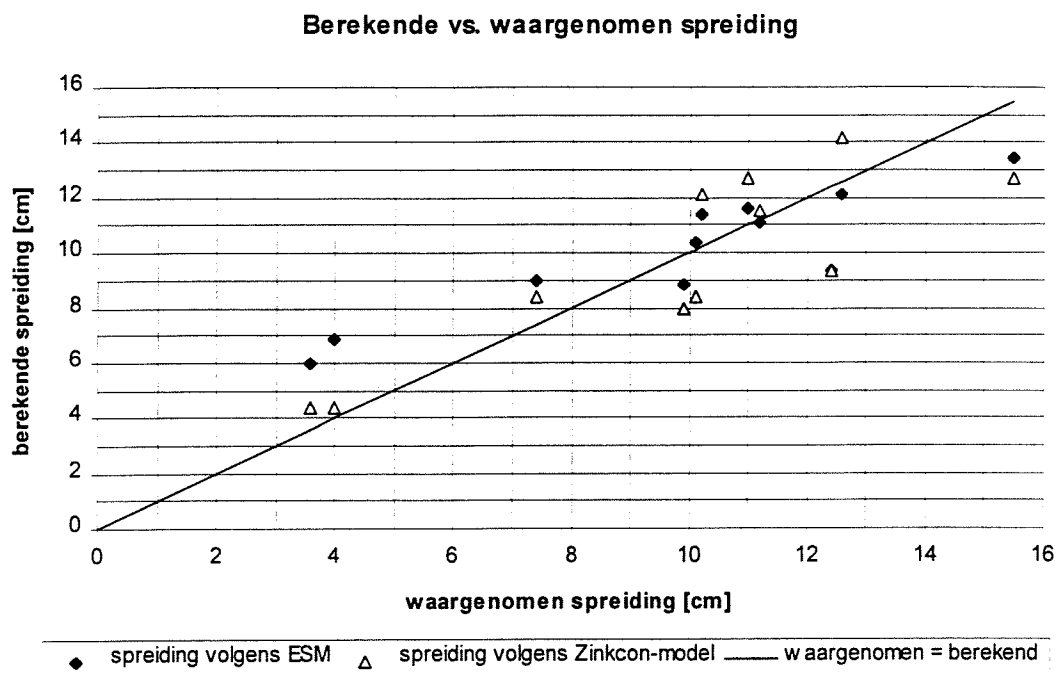
Grafiek E.17: σ_3 -h voor de grindsortering van het WL (schaal 1:12.5)Grafiek E.18: σ_3 -D₅₀ voor de grindsortering van het WL (schaal 1:12.5)

Meetserie 3 (schaal 1:25)

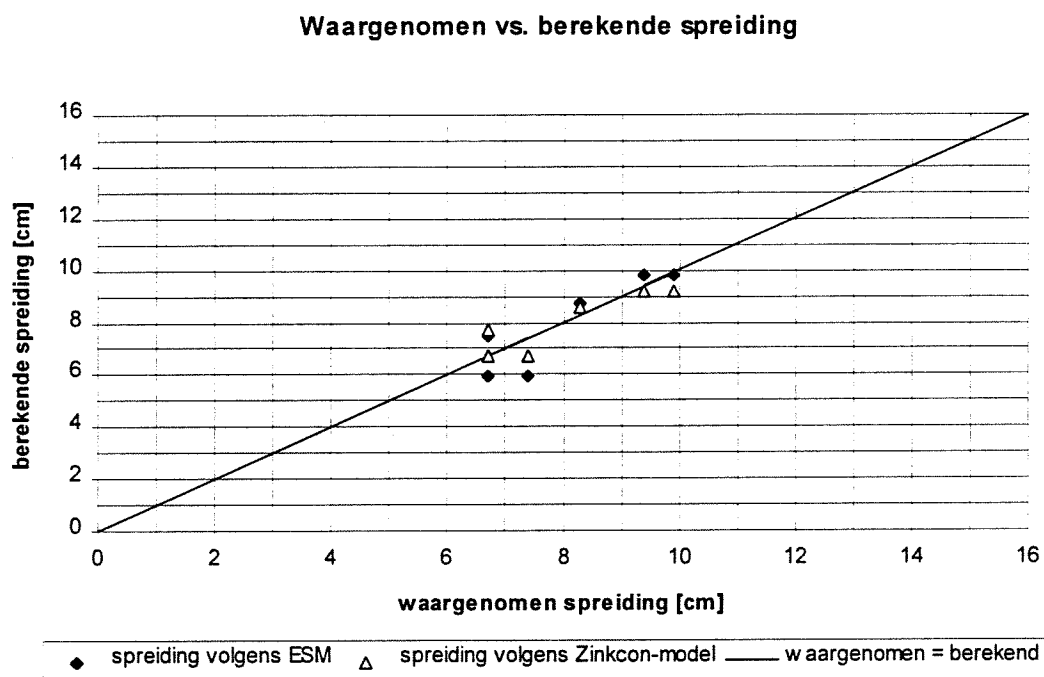
Grafiek E.19: σ_3 -h voor de grindsortering van het WL (schaal 1:25)Grafiek E.20: σ_3 - D_{50} voor de grindsortering van het WL (schaal 1:25)

Bijlage E-3: Grafieken 'berekende vs. waargenomen spreiding'

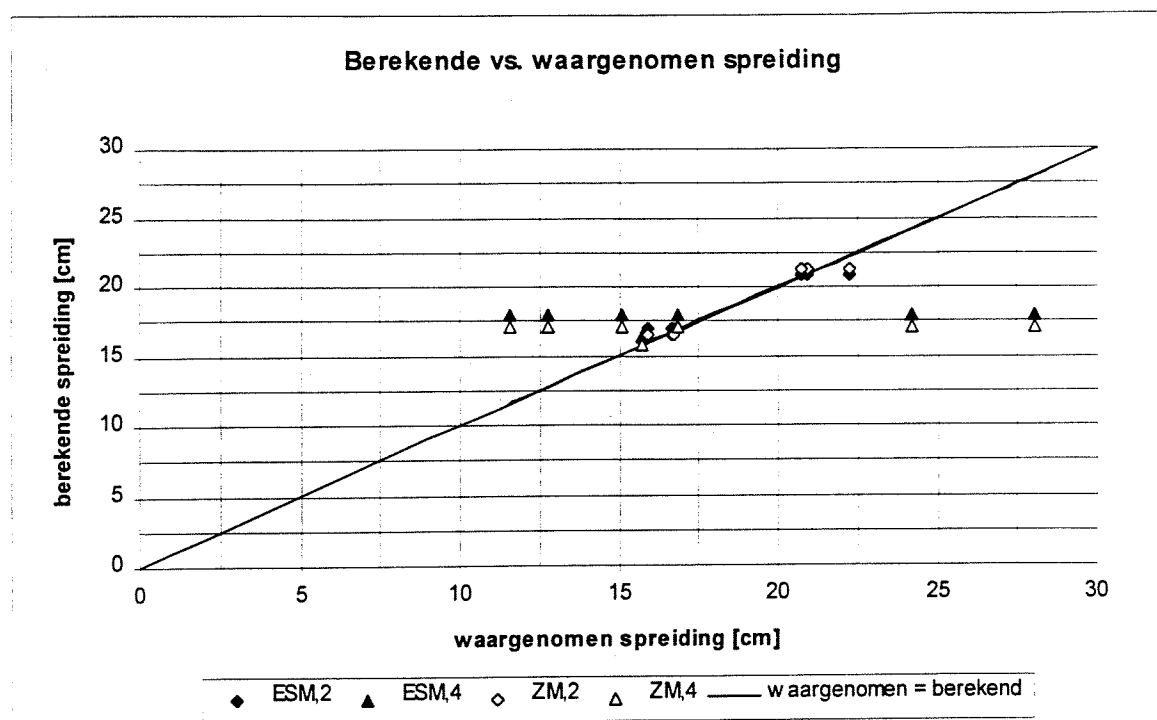
Breuksteensorteringen

Weustinks breuksteensorteringen

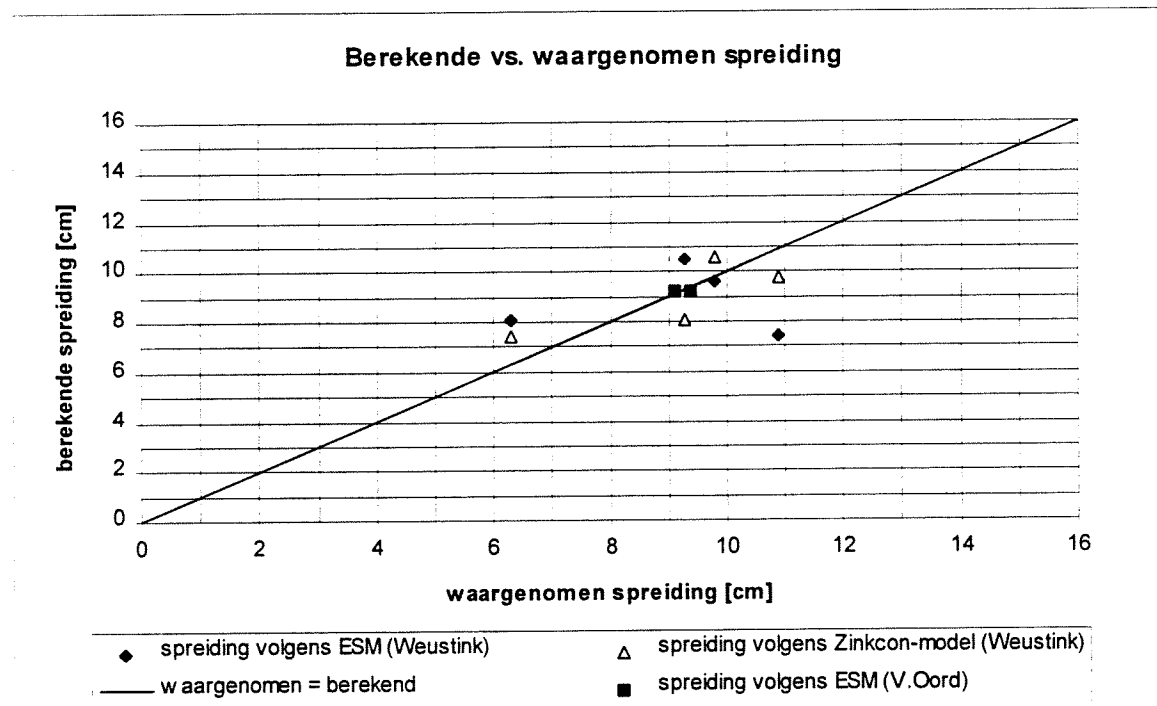
Grafiek E.21: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de breuksteensorteringen van Weustink

Van Oords breuksteensortering

Grafiek E.22: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de breuksteensortering van Van Oord

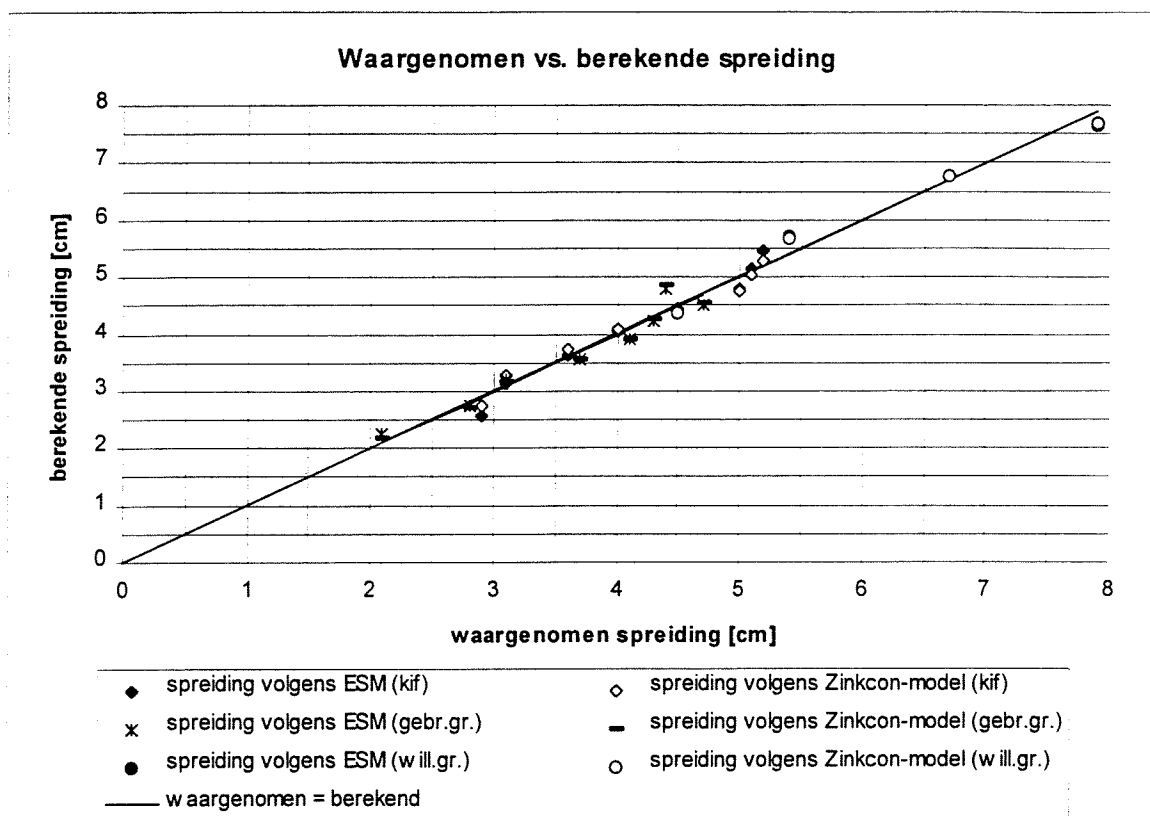
WL's stortsteensorteringen

Grafiek E.23: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de stortsteensorteringen van het WL

Grindsorteringen*Weustinks en Van Oords grindsorteringen*

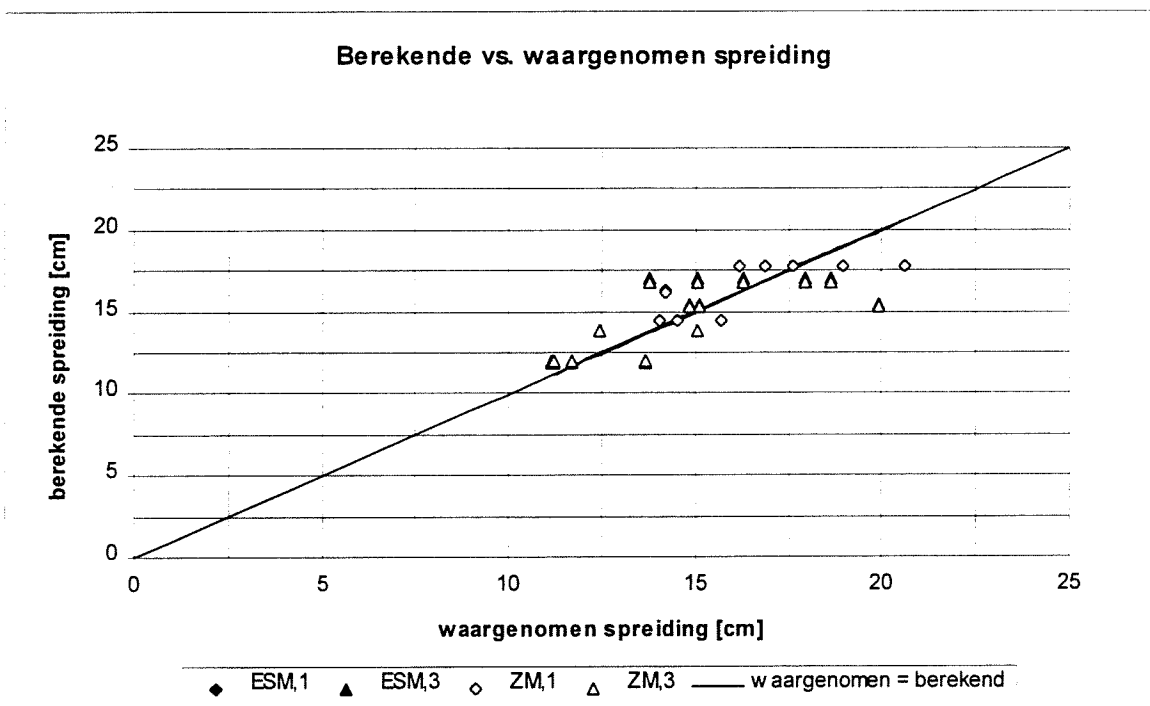
Grafiek E.24: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de grindsorteringen van Weustink en Van Oord

Zinckons grindsorteringen

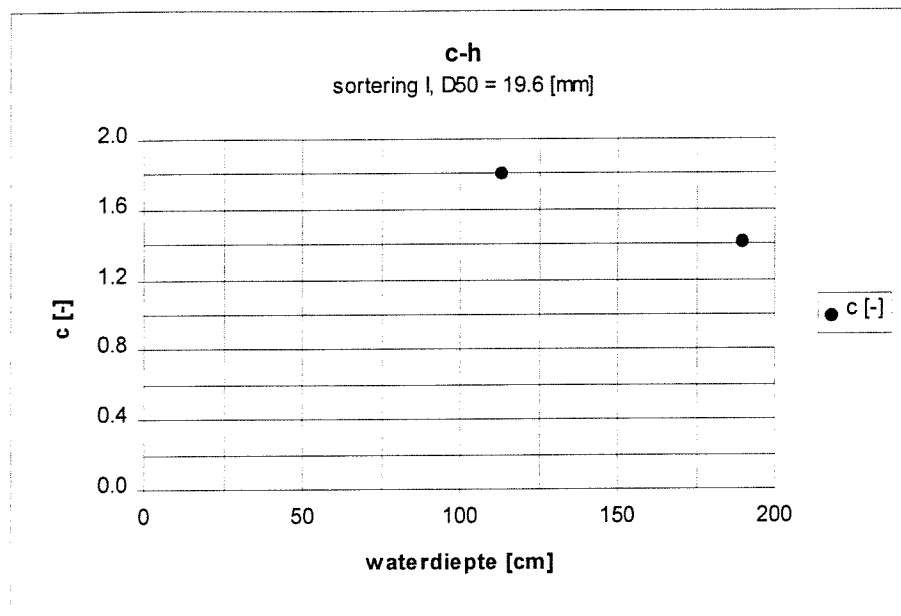


Grafiek E.25: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de grindsorteringen van Zinkcon

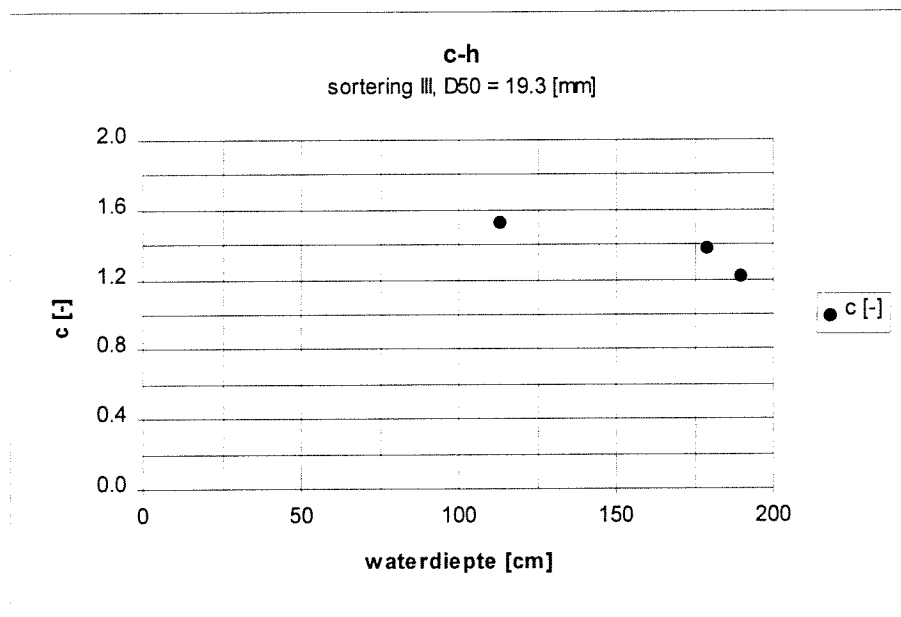
WL's grindsorteringen (meetseries 1 en 3)



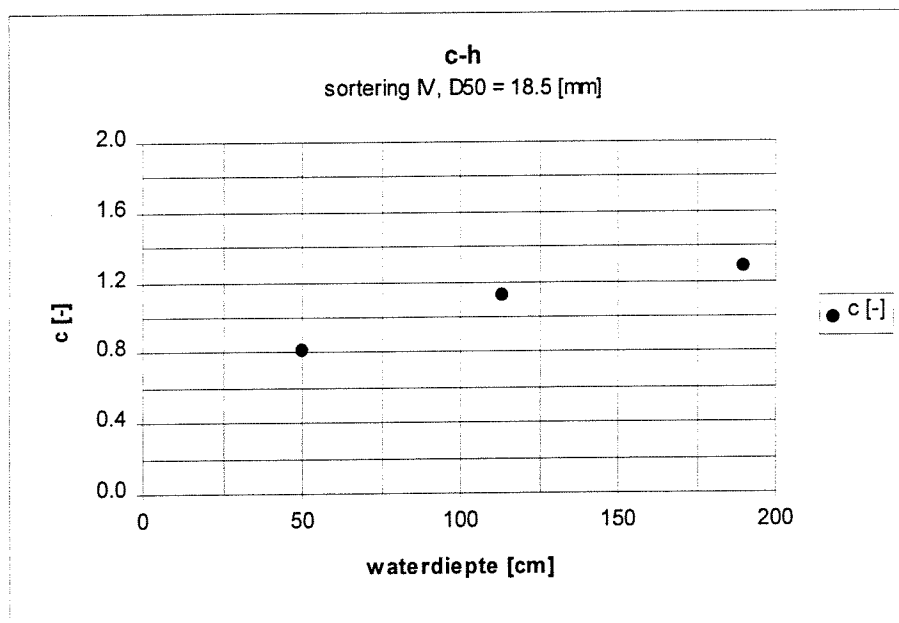
Grafiek E.26: Berekende vs. waargenomen spreiding voor de grindsorteringen van het WL

Bijlage F: Grafieken c-h**Breuksteensorteringen****Weustink***Sortering I*

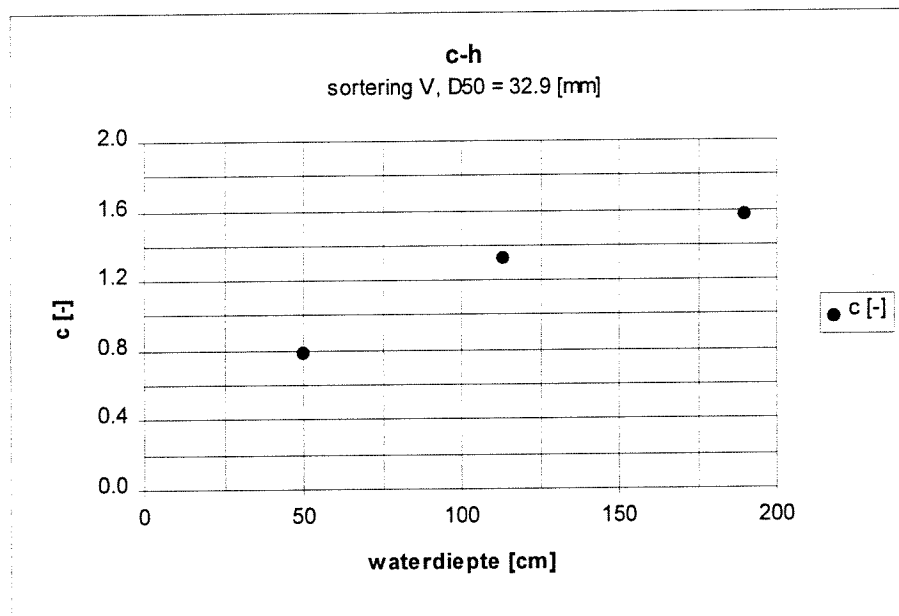
Grafiek F.1: Verband tussen c en h voor sortering I van Weustink

Sortering III

Grafiek F.2: Verband tussen c en h voor sortering III van Weustink

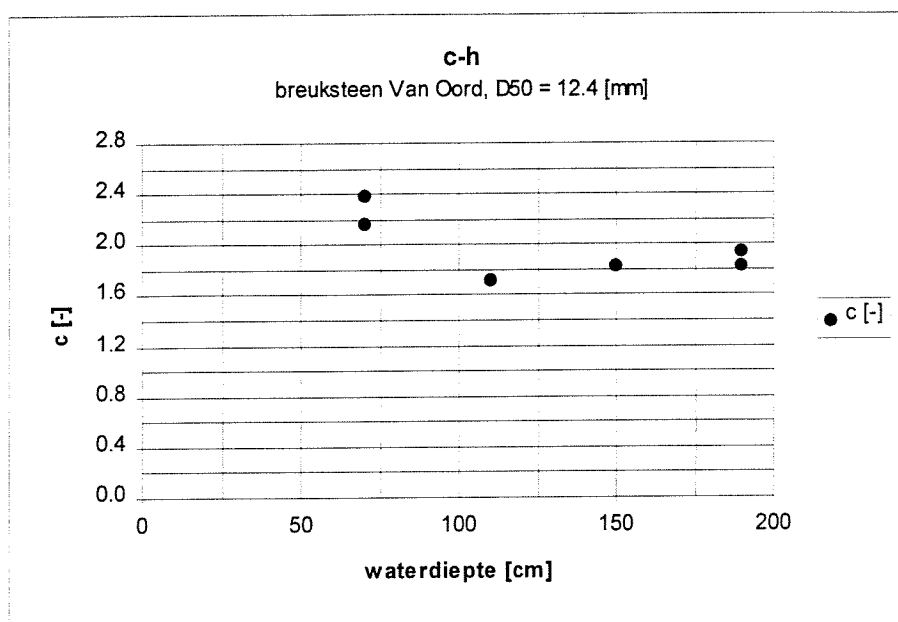
Sortering IV

Grafiek F.3: Verband tussen c en h voor sortering IV van Weustink

Sortering V

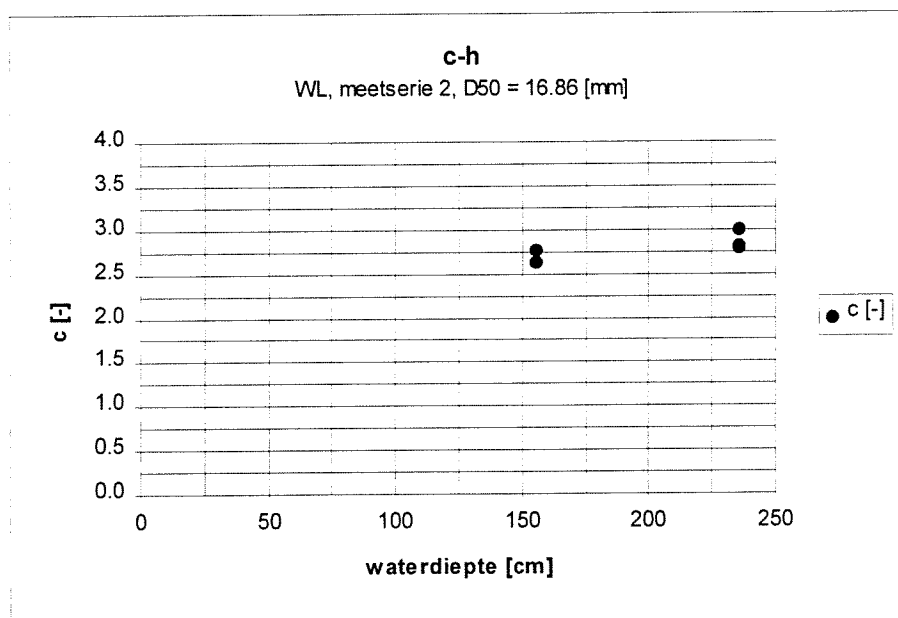
Grafiek F.4: Verband tussen c en h voor sortering V van Weustink

Van Oord

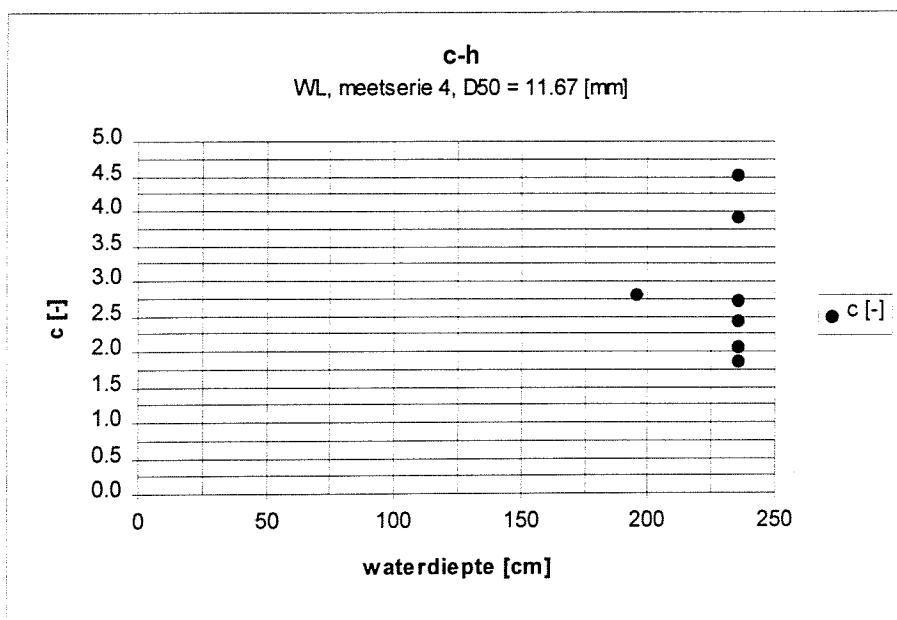


Grafiek F.5: Verband tussen c en h voor de breuksteensortering van Van Oord

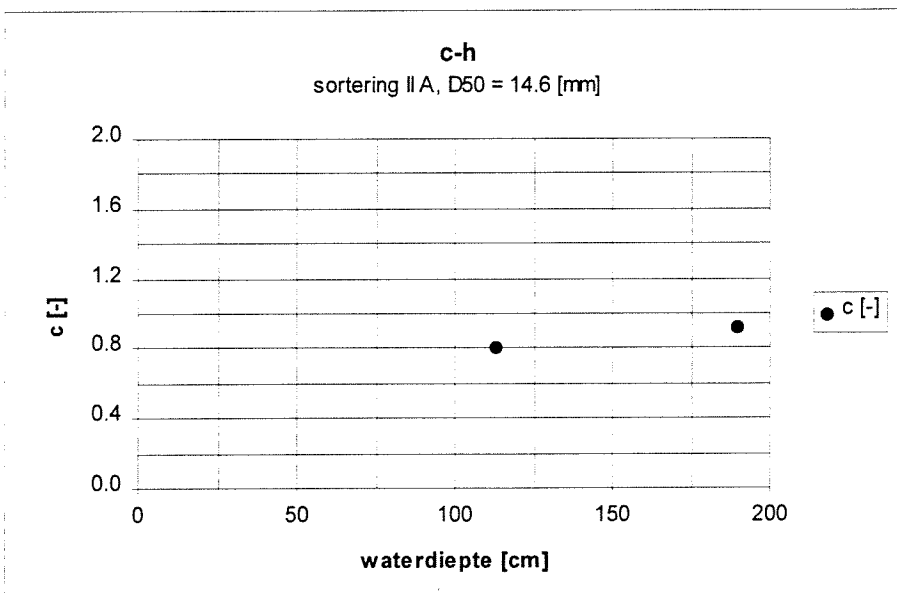
WL

Meetserie 2 (schaal 1:12,5)

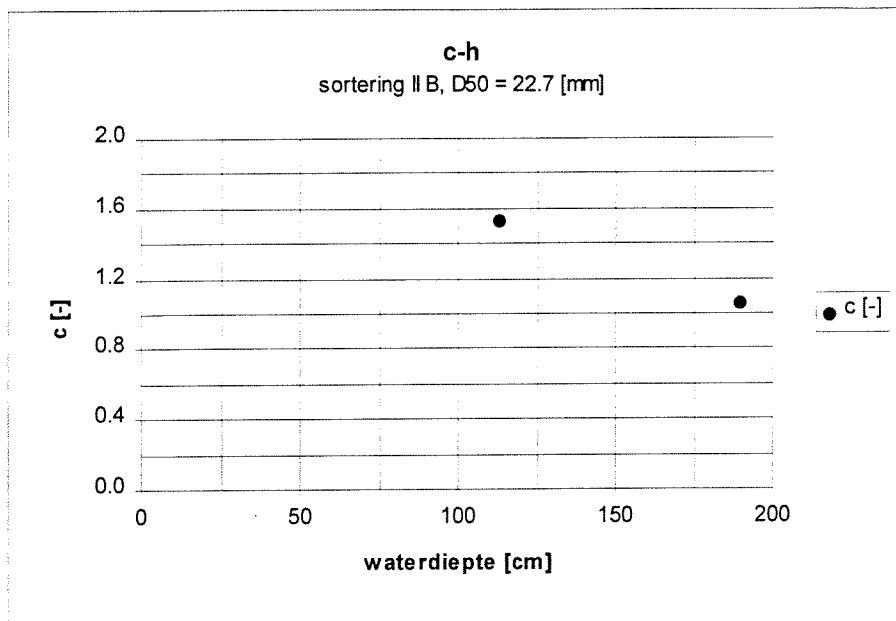
Grafiek F.6: Verband tussen c en h voor meetserie 2 van het WL

Meetserie 4 (schaal 1:25)

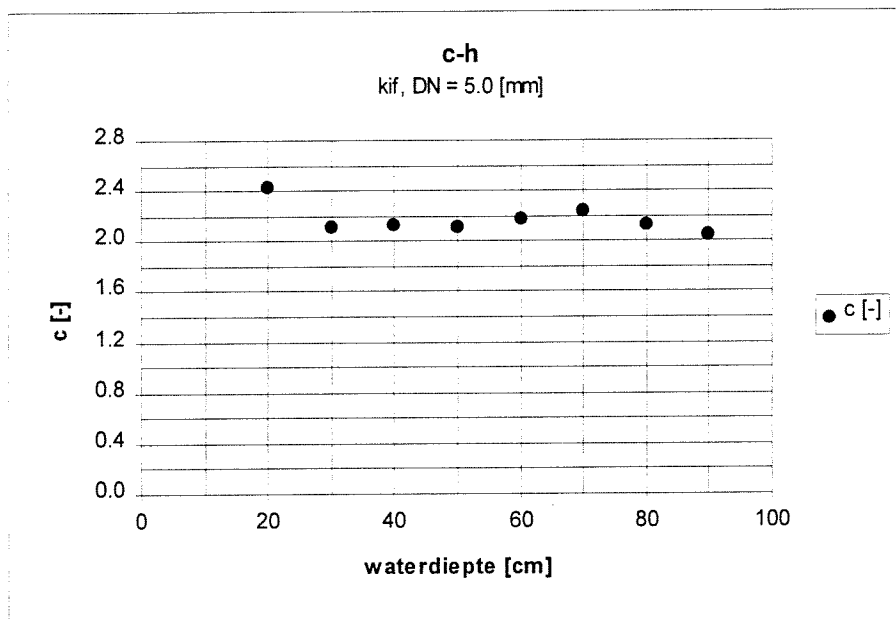
Grafiek F.7: Verband tussen c en h voor meetserie 4 van het WL

Grindsorteringen**Weustink***Sortering II A*

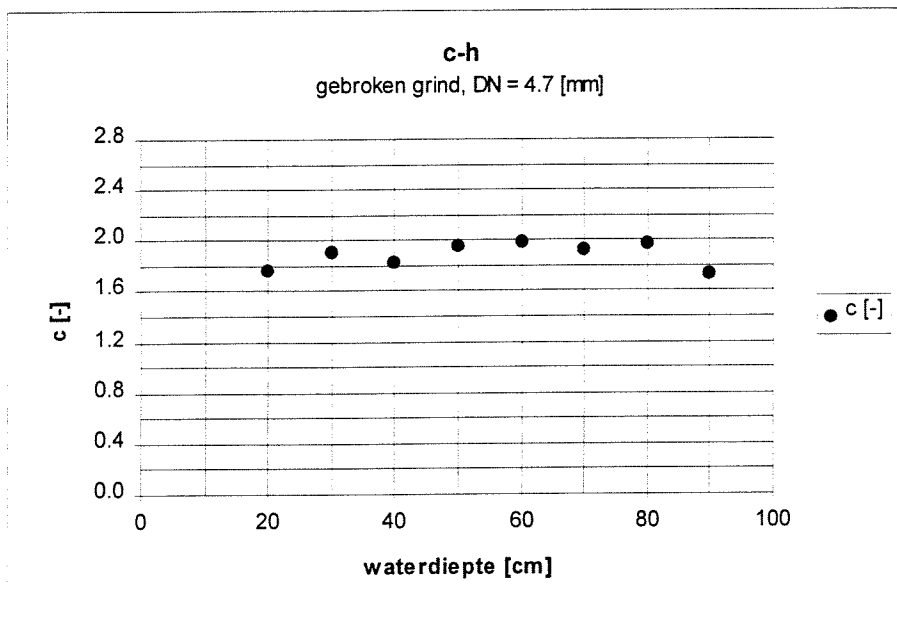
Grafiek F.8: Verband tussen c en h voor sortering II A van Weustink

Sortering II B

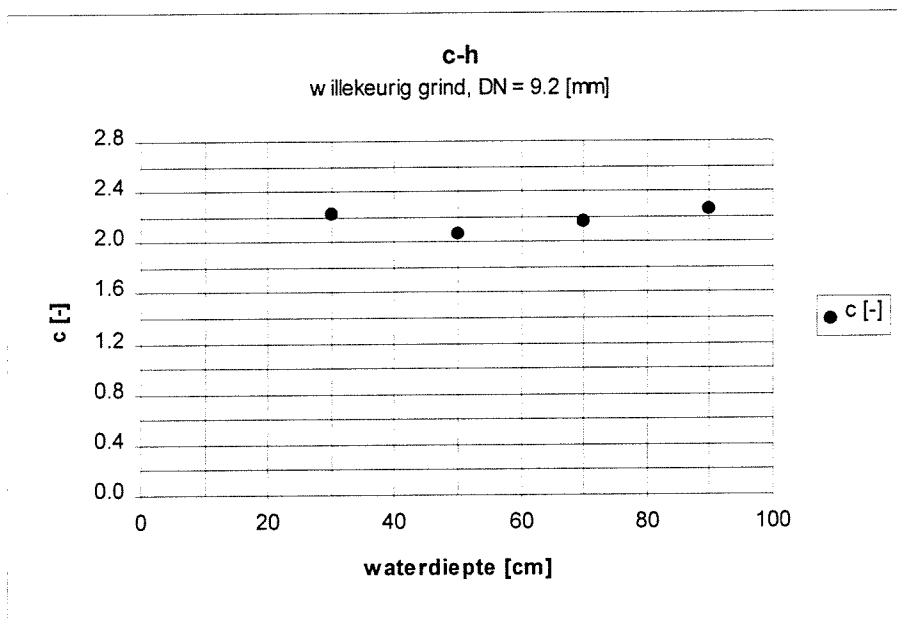
Grafiek F.9: Verband tussen c en h voor sortering II B van Weustink

Zinkcon*Kif*

Grafiek F.10: Verband tussen c en h voor de kif sortering van Zinkcon

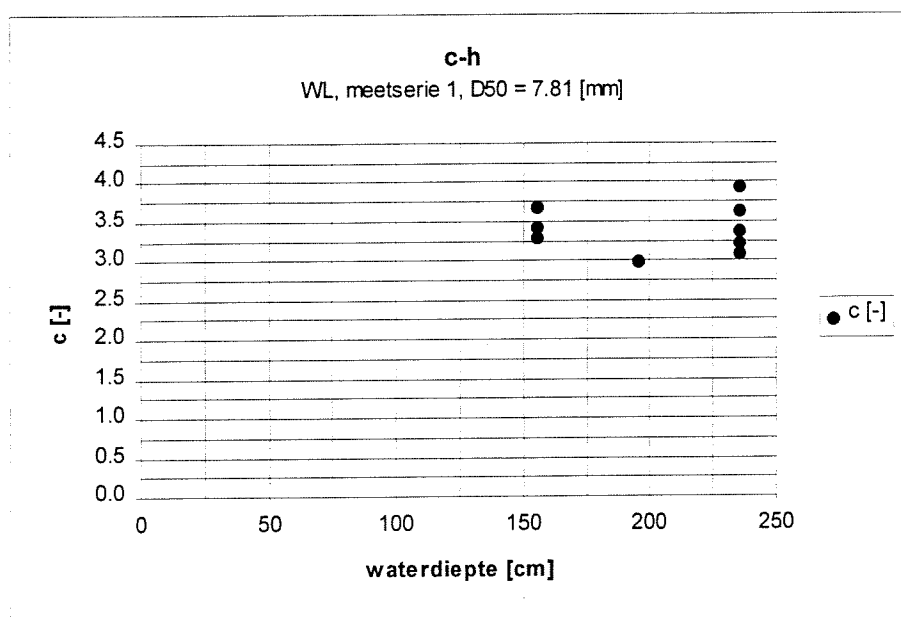
Gebroken grind

Grafiek F.11: Verband tussen c en h voor de gebroken grind sortering van Zinkcon

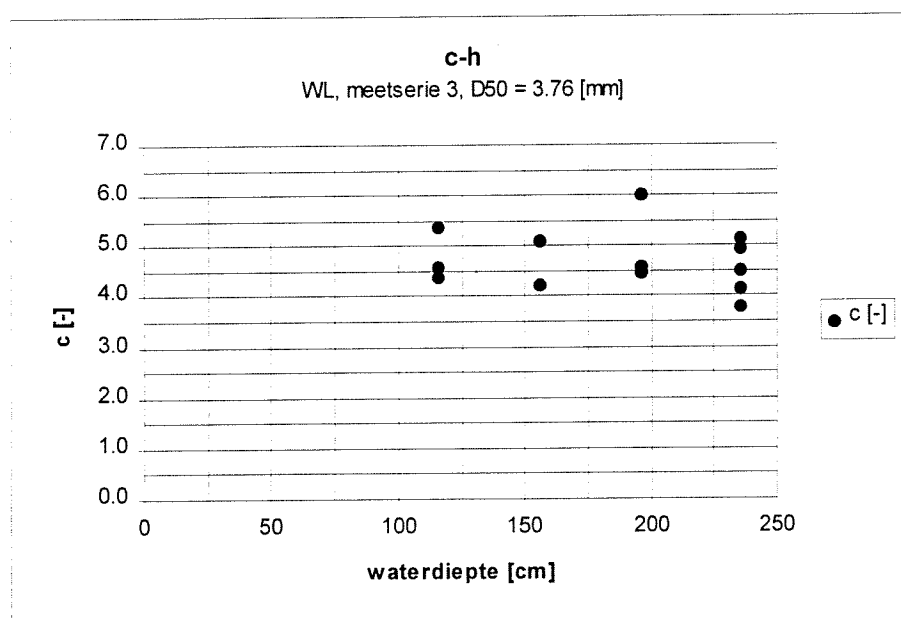
Willekeurig grind

Grafiek F.12: Verband tussen c en h voor willekeurig grind sortering van Zinkcon

WL

Meetserie 1 (schaal 1:12,5)

Grafiek F.13: Verband tussen c en h voor meetserie 1 van het WL

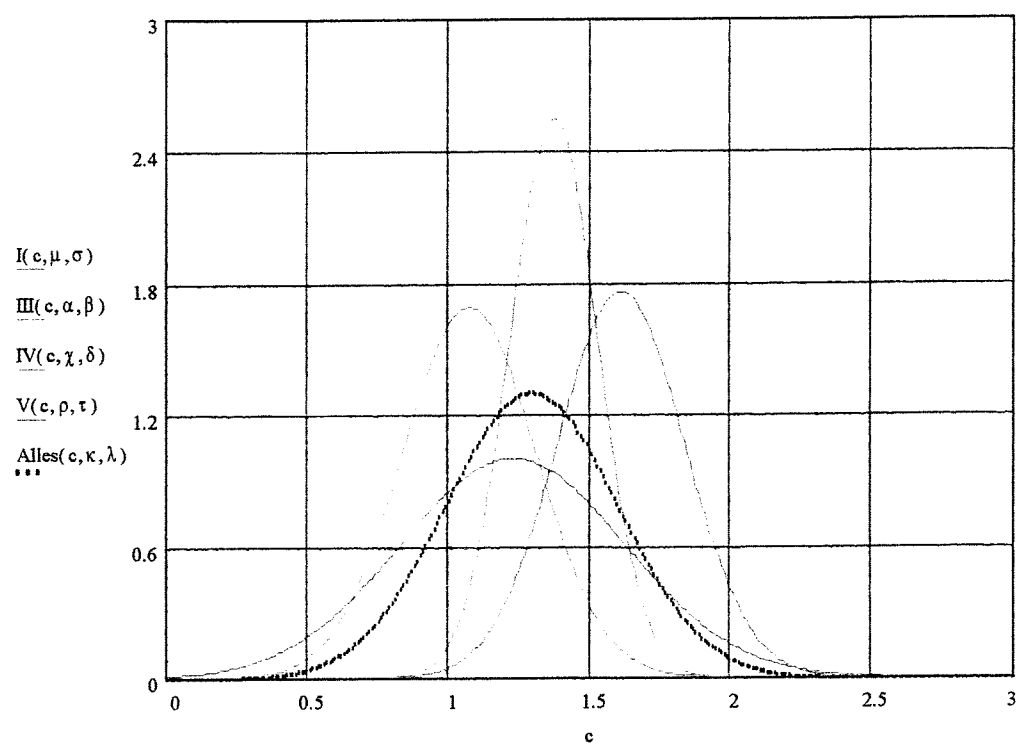
Meetserie 3 (schaal 1:25)

Grafiek F.14: Verband tussen c en h voor meetserie 3 van het WL

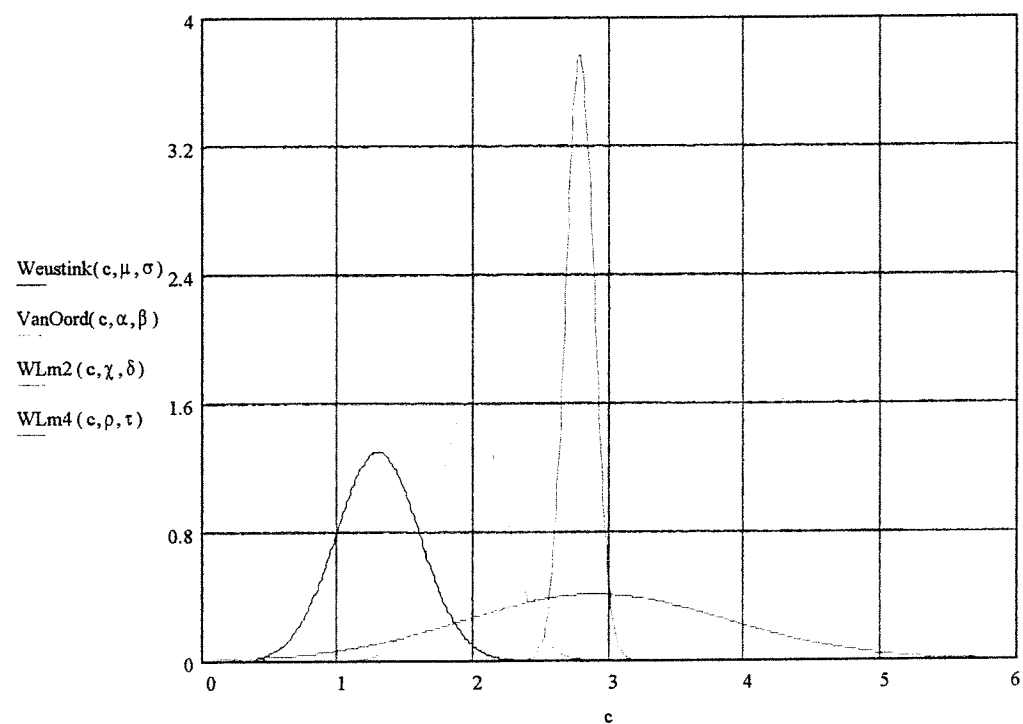
Bijlage G: Kansdichtheidsfuncties van de parameter c

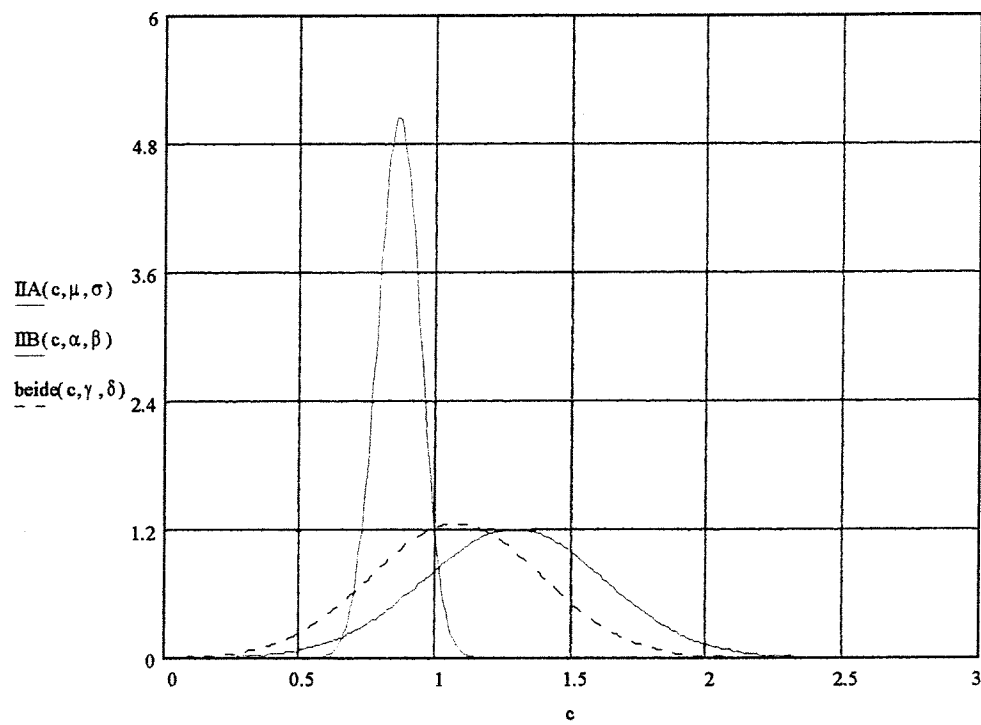
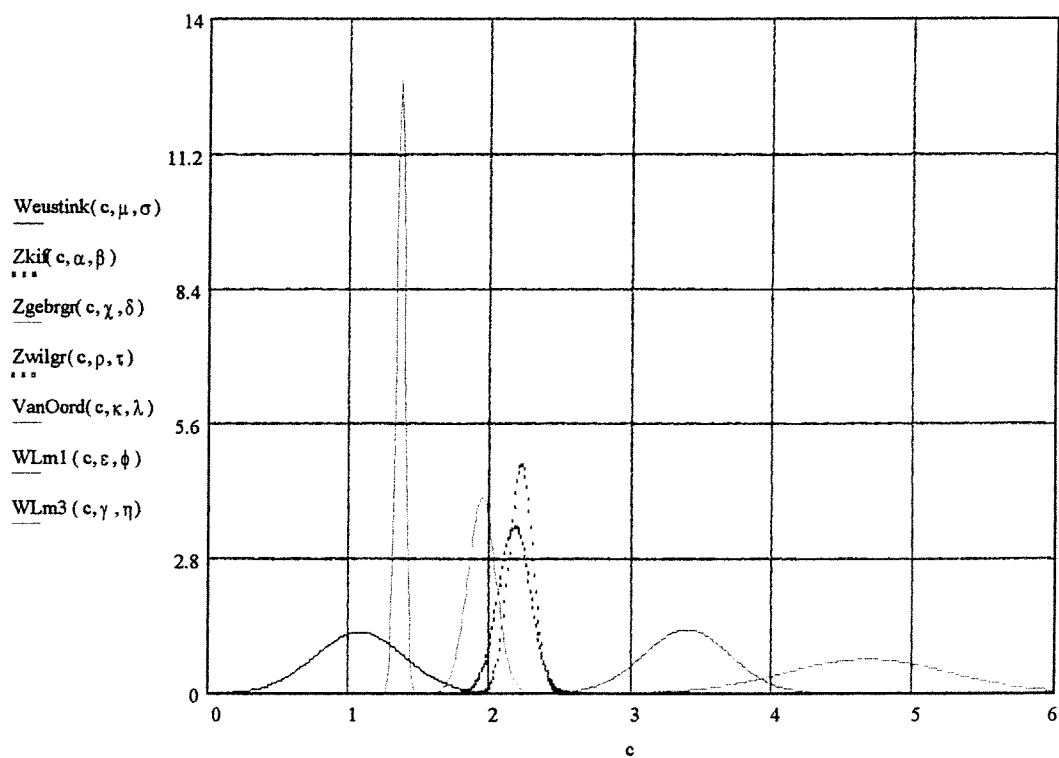
Breuksteensorteringen

Weustink's breuksteensorteringen



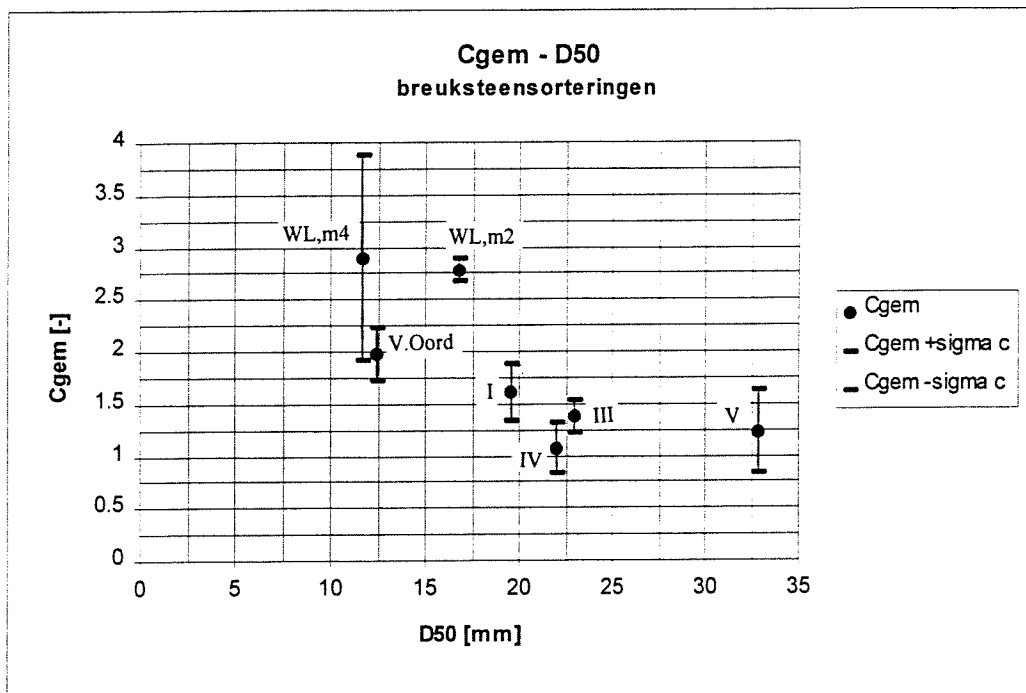
Alle breuksteensorteringen



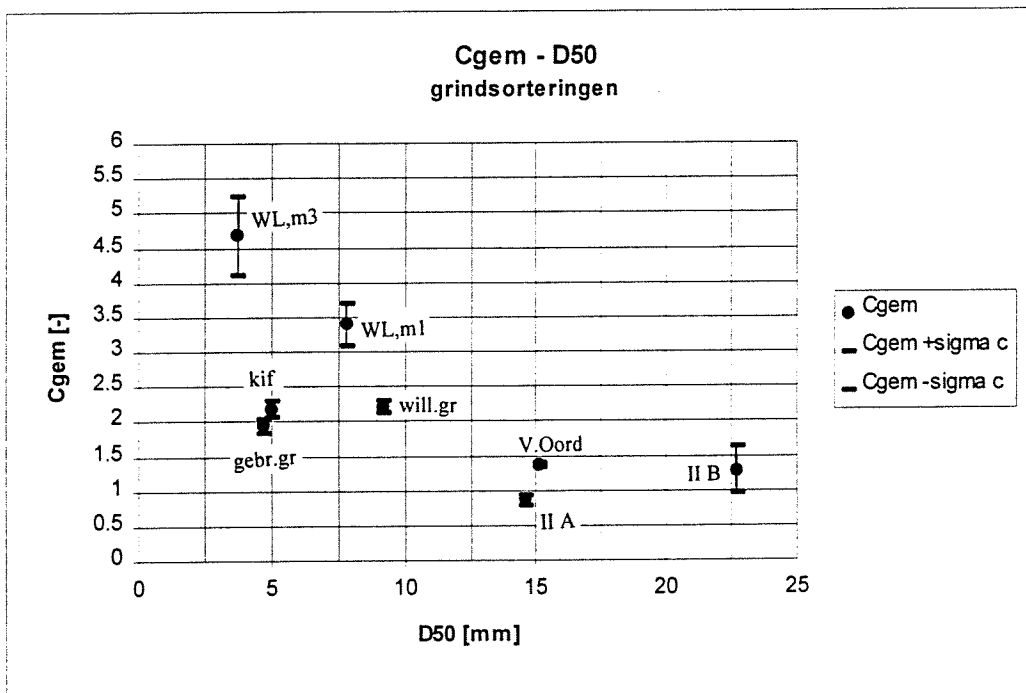
Grindsorteringen*Weustink's grindsorteringen**Alle grindsorteringen*

Bijlage H: Grafieken $c_{gem}-D_{50}$

Breuksteensorteringen

Grafiek H.1: Verband tussen c_{gem} en D_{50} voor de breuksteensorteringen

Grindsorteringen

Grafiek H.2: Verband tussen c_{gem} en D_{50} voor de grindsorteringen

Bijlage I: Kenmerken van de stenen

Sortering A

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]	L [mm]	d [mm]	L/d [-]
1	5.16	3.46	1.70	1.71	3.02	1.20	1.42	23	9	2.56
2	4.04	2.71	1.33	1.34	3.02	1.10	1.31	17	11	1.55
3	3.76	2.51	1.25	1.26	2.99	1.08	1.29	16	10	1.60
4	4.79	3.22	1.57	1.58	3.03	1.16	1.39	20	9	2.22
5	3.75	2.50	1.25	1.26	2.98	1.08	1.29	19	9	2.11
6	5.15	3.45	1.70	1.71	3.01	1.20	1.42	19	11	1.73
7	3.28	2.17	1.11	1.12	2.94	1.04	1.24	16	8	2.00
8	3.23	2.16	1.07	1.08	3.00	1.03	1.22	15.5	7.5	2.07
9	4.01	2.70	1.31	1.32	3.04	1.10	1.31	19	9.5	2.00
10	4.98	3.34	1.64	1.65	3.02	1.18	1.41	19	12	1.58
11	4.11	2.70	1.41	1.42	2.90	1.12	1.34	16.5	10	1.65
12	4.40	2.95	1.45	1.46	3.01	1.13	1.35	17	10	1.70
13	3.34	2.24	1.10	1.11	3.02	1.03	1.23	19	8	2.38
14	4.12	2.70	1.42	1.43	2.88	1.13	1.34	17	11	1.55
15	4.05	2.69	1.36	1.37	2.96	1.11	1.32	19	10	1.90
16	3.52	2.37	1.15	1.16	3.04	1.05	1.25	17.5	9.5	1.84
17	4.60	3.07	1.53	1.54	2.99	1.15	1.37	18	9.5	1.89
18	2.95	1.96	0.99	1.00	2.96	1.00	1.19	16	9	1.78
19	3.74	2.50	1.24	1.25	3.00	1.08	1.28	18	9	2.00
20	3.47	2.29	1.18	1.19	2.92	1.06	1.26	17	7	2.43
21	3.54	2.36	1.18	1.19	2.98	1.06	1.26	17.5	7.5	2.33
22	3.03	2.02	1.01	1.02	2.98	1.01	1.20	17.5	9	1.94
24	3.97	2.66	1.31	1.32	3.01	1.10	1.31	16	10	1.60
25	4.57	3.06	1.51	1.52	3.01	1.15	1.37	20	10	2.00
26	4.56	3.05	1.51	1.52	3.00	1.15	1.37	18	9	2.00
27	3.84	2.57	1.27	1.28	3.00	1.09	1.29	18.5	7	2.64
28	3.28	2.18	1.10	1.11	2.96	1.03	1.23	19	8	2.38
30	5.47	3.66	1.81	1.82	3.00	1.22	1.45	20	11	1.82
32	4.13	2.75	1.38	1.39	2.97	1.12	1.33	17	9	1.89
33	4.13	2.77	1.36	1.37	3.02	1.11	1.32	19.5	8	2.44
34	4.37	2.93	1.44	1.45	3.01	1.13	1.35	18	11	1.64
35	4.35	2.86	1.49	1.50	2.90	1.14	1.36	18.5	11	1.68
36	4.18	2.82	1.36	1.37	3.05	1.11	1.32	21	8	2.63
37	5.65	3.77	1.88	1.89	2.99	1.24	1.47	20	11	1.82
40	5.56	3.71	1.85	1.86	2.99	1.23	1.46	20	10	2.00
41	4.32	2.92	1.40	1.41	3.07	1.12	1.33	21	9	2.33
42	4.76	3.14	1.62	1.63	2.92	1.18	1.40	17.5	10.5	1.67
43	5.35	3.60	1.75	1.76	3.04	1.21	1.44	17	11	1.55
44	3.09	2.06	1.03	1.04	2.98	1.01	1.20	16	8	2.00
45	5.40	3.62	1.78	1.79	3.01	1.21	1.45	18.5	9	2.06
46	4.45	2.99	1.46	1.47	3.03	1.14	1.35	18.5	10	1.85
47	4.30	2.89	1.41	1.42	3.03	1.12	1.34	19	9	2.11
48	4.06	2.73	1.33	1.34	3.03	1.10	1.31	18	9	2.00
49	4.53	3.04	1.49	1.50	3.02	1.14	1.36	16.5	9	1.83
50	4.15	2.77	1.38	1.39	2.99	1.12	1.33	16	7.5	2.13
51	3.15	2.12	1.03	1.04	3.04	1.01	1.20	15.5	8	1.94
52	3.79	2.54	1.25	1.26	3.01	1.08	1.29	17.5	7.5	2.33
53	4.71	3.13	1.58	1.59	2.96	1.17	1.39	19	10	1.90
54	3.83	2.57	1.26	1.27	3.02	1.08	1.29	19	10	1.90

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
55	4.08	2.74	1.34	1.35	3.02	1.10	1.32		17	9	1.89
56	3.75	2.45	1.30	1.31	2.87	1.09	1.30		18.5	10	1.85
57	4.97	3.27	1.70	1.71	2.90	1.20	1.42		19.5	12	1.63
58	4.06	2.71	1.35	1.36	2.99	1.11	1.32		18.5	10	1.85
59	3.31	2.21	1.10	1.11	2.99	1.03	1.23		19	7	2.71
60	5.04	3.37	1.67	1.68	3.00	1.19	1.42		22	12	1.83
61	3.48	2.33	1.15	1.16	3.01	1.05	1.25		18	10	1.80
62	4.22	2.81	1.41	1.42	2.97	1.12	1.34		15	11	1.36
63	4.15	2.74	1.41	1.42	2.92	1.12	1.34		19.5	7	2.79
64	4.35	2.91	1.44	1.45	3.00	1.13	1.35		20	10	2.00
65	3.84	2.58	1.26	1.27	3.03	1.08	1.29		17	11	1.55
67	3.90	2.62	1.28	1.29	3.03	1.09	1.30		17	9	1.89
68	3.85	2.55	1.30	1.31	2.94	1.09	1.30		18	10	1.80
69	4.83	3.23	1.60	1.61	3.00	1.17	1.40		20	8	2.50
70	4.67	3.09	1.58	1.59	2.94	1.17	1.39		19.5	9.5	2.05
71	3.42	2.26	1.16	1.17	2.93	1.05	1.25		16.5	10.5	1.57
72	4.30	2.84	1.46	1.47	2.93	1.14	1.35		16	10	1.60
73	3.73	2.49	1.24	1.25	2.99	1.08	1.28		17.5	10	1.75
74	3.54	2.37	1.17	1.18	3.01	1.06	1.26		16.5	6.5	2.54
75	4.89	3.28	1.61	1.62	3.02	1.17	1.40		17	10	1.70
76	5.05	3.41	1.64	1.65	3.06	1.18	1.41		20	10	2.00
77	3.84	2.55	1.29	1.30	2.96	1.09	1.30		18	10	1.80
78	3.72	2.49	1.23	1.24	3.00	1.07	1.28		19	9	2.11
79	3.19	2.12	1.07	1.08	2.96	1.03	1.22		18.5	7	2.64
80	3.31	2.22	1.09	1.10	3.02	1.03	1.23		16.5	8	2.06
81	5.43	3.55	1.88	1.89	2.87	1.24	1.47		21	10	2.10
82	5.29	3.45	1.84	1.85	2.86	1.23	1.46		20.5	10	2.05
84	3.87	2.60	1.27	1.28	3.03	1.09	1.29		20.5	9	2.28
85	5.56	3.74	1.82	1.83	3.04	1.22	1.46		20.5	10	2.05
86	4.22	2.74	1.48	1.49	2.83	1.14	1.36		17	11.5	1.48
87	5.64	3.79	1.85	1.86	3.03	1.23	1.46		22	10.5	2.10
88	4.60	3.09	1.51	1.52	3.03	1.15	1.37		21	10	2.10
89	4.43	2.96	1.47	1.48	2.99	1.14	1.36		19	9	2.11
90	4.04	2.70	1.34	1.35	3.00	1.10	1.32		16	11	1.45
91	5.04	3.38	1.66	1.67	3.02	1.19	1.41		18	10	1.80
92	5.77	3.86	1.91	1.92	3.00	1.24	1.48		22	13	1.69
93	4.17	2.80	1.37	1.38	3.02	1.11	1.33		20	7.5	2.67
94	5.35	3.65	1.70	1.71	3.13	1.20	1.42		18	10	1.80
95	5.26	3.50	1.76	1.77	2.97	1.21	1.44		18.5	10	1.85
96	5.55	3.72	1.83	1.84	3.01	1.23	1.46		22	10	2.20
97	5.11	3.33	1.78	1.79	2.85	1.21	1.45		20.5	8.5	2.41
98	5.34	3.59	1.75	1.76	3.03	1.21	1.44		20	13	1.54
99	4.39	2.94	1.45	1.46	3.01	1.13	1.35		22	8	2.75
101	4.63	3.09	1.54	1.55	2.99	1.16	1.38		21	8.5	2.47
103	4.25	2.84	1.41	1.42	2.99	1.12	1.34		19	8.5	2.24
104	4.57	3.08	1.49	1.50	3.05	1.14	1.36		22.5	7.5	3.00
105	4.26	2.86	1.40	1.41	3.02	1.12	1.33		20	9	2.22
106	4.48	2.99	1.49	1.50	2.99	1.14	1.36		16	11	1.45
107	3.73	2.49	1.24	1.25	2.99	1.08	1.28		18	9.5	1.89
108	4.61	3.06	1.55	1.56	2.95	1.16	1.38		17	10.5	1.62
109	5.41	3.63	1.78	1.79	3.02	1.21	1.45		24	9.5	2.53
110	4.12	2.74	1.38	1.39	2.97	1.12	1.33		19	8.5	2.24
111	4.14	2.76	1.38	1.39	2.98	1.12	1.33		18	9	2.00

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
112	4.92	3.30	1.62	1.63	3.02	1.18	1.40		18	10	1.80
113	4.93	3.30	1.63	1.64	3.00	1.18	1.40		20	9	2.22
114	4.30	2.86	1.44	1.45	2.97	1.13	1.35		19	11	1.73
116	4.62	3.11	1.51	1.52	3.04	1.15	1.37		18	10.5	1.71
117	3.82	2.53	1.29	1.30	2.94	1.09	1.30		16	9	1.78
120	3.86	2.59	1.27	1.28	3.02	1.09	1.29		17	11	1.55
121	4.39	2.93	1.46	1.47	2.99	1.14	1.35		18	9	2.00
122	4.30	2.87	1.43	1.44	2.99	1.13	1.34		17.5	8.5	2.06
123	3.85	2.59	1.26	1.27	3.04	1.08	1.29		19	11	1.73
124	3.28	2.16	1.12	1.13	2.91	1.04	1.24		17	7.5	2.27
125	3.77	2.50	1.27	1.28	2.95	1.09	1.29		16	9	1.78
126	4.15	2.78	1.37	1.38	3.01	1.11	1.33		18	9	2.00
127	3.70	2.46	1.24	1.25	2.96	1.08	1.28		17	9.5	1.79
128	4.08	2.69	1.39	1.40	2.92	1.12	1.33		17	7	2.43
129	5.31	3.56	1.75	1.76	3.01	1.21	1.44		20	12	1.67
132	4.57	3.05	1.52	1.53	2.99	1.15	1.37		20	9.5	2.11
133	3.98	2.68	1.30	1.31	3.04	1.09	1.30		18	11	1.64
134	4.57	3.03	1.54	1.55	2.95	1.16	1.38		19	10	1.90
135	4.27	2.87	1.40	1.41	3.03	1.12	1.33		18	9	2.00
136	4.52	3.00	1.52	1.53	2.95	1.15	1.37		19	10	1.90
138	4.74	3.20	1.54	1.55	3.06	1.16	1.38		20	11	1.82
139	4.01	2.68	1.33	1.34	3.00	1.10	1.31		19	7	2.71
140	3.37	2.25	1.12	1.13	2.99	1.04	1.24		15.5	8	1.94
141	4.08	2.70	1.38	1.39	2.94	1.12	1.33		18	12	1.50
142	5.47	3.62	1.85	1.86	2.94	1.23	1.46		21	11	1.91
143	3.68	2.46	1.22	1.23	3.00	1.07	1.27		19	11	1.73
144	4.22	2.80	1.42	1.43	2.95	1.13	1.34		19	9.5	2.00
145	4.40	2.97	1.43	1.44	3.06	1.13	1.34		18	10	1.80
146	3.26	2.19	1.07	1.08	3.03	1.03	1.22		16	9	1.78
147	4.02	2.69	1.33	1.34	3.00	1.10	1.31		17	8	2.13
148	5.52	3.68	1.84	1.85	2.98	1.23	1.46		21.5	11	1.95
149	5.80	3.88	1.92	1.93	3.00	1.25	1.48		19	11	1.73
150	4.32	2.90	1.42	1.43	3.02	1.13	1.34		20	8	2.50
151	5.07	3.39	1.68	1.69	3.00	1.19	1.42		17.5	13	1.35
153	4.27	2.85	1.42	1.43	2.99	1.13	1.34		18	8	2.25
154	3.91	2.61	1.30	1.31	2.99	1.09	1.30		17.5	7.5	2.33
155	4.81	3.21	1.60	1.61	2.99	1.17	1.40		18.5	11	1.68
156	4.89	3.28	1.61	1.62	3.02	1.17	1.40		16.5	12	1.38
157	3.31	2.19	1.12	1.13	2.94	1.04	1.24		17.5	6.5	2.69
158	5.12	3.43	1.69	1.70	3.01	1.19	1.42		18.5	10.5	1.76
159	3.73	2.49	1.24	1.25	2.99	1.08	1.28		16	11	1.45
160	3.90	2.61	1.29	1.30	3.00	1.09	1.30		18	10.5	1.71
161	5.52	3.65	1.87	1.88	2.93	1.23	1.47		16.5	11	1.50
162	4.88	3.25	1.63	1.64	2.97	1.18	1.40		19	11	1.73
163	5.16	3.44	1.72	1.73	2.98	1.20	1.43		20	11	1.82
164	5.39	3.60	1.79	1.80	2.99	1.22	1.45		19	11	1.73
165	5.43	3.64	1.79	1.80	3.01	1.22	1.45		17	12	1.42
166	4.66	3.10	1.56	1.57	2.97	1.16	1.38		18	10	1.80
167	5.25	3.52	1.73	1.74	3.01	1.20	1.43		17.5	11.5	1.52
168	5.11	3.40	1.71	1.72	2.97	1.20	1.43		18.5	10	1.85
169	5.18	3.46	1.72	1.73	2.99	1.20	1.43		22	10	2.20
170	5.15	3.42	1.73	1.74	2.96	1.20	1.43		18	10	1.80
171	4.49	2.99	1.50	1.51	2.97	1.15	1.37		19	11	1.73

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
172	3.88	2.60	1.28	1.29	3.01	1.09	1.30		18	9	2.00
173	4.72	3.12	1.60	1.61	2.93	1.17	1.40		21.5	9.5	2.26
174	4.72	3.15	1.57	1.58	2.99	1.16	1.39		20.5	8	2.56
176	4.26	2.86	1.40	1.41	3.02	1.12	1.33		18	8	2.25
177	3.76	2.47	1.29	1.30	2.90	1.09	1.30		16	10.5	1.52
178	4.11	2.76	1.35	1.36	3.02	1.11	1.32		16	11	1.45
179	3.53	2.35	1.18	1.19	2.97	1.06	1.26		17.5	10	1.75
180	3.04	2.04	1.00	1.01	3.02	1.00	1.19		17	8	2.13
181	3.33	2.22	1.11	1.12	2.98	1.04	1.24		17.5	9	1.94
182	3.96	2.66	1.30	1.31	3.03	1.09	1.30		17	9	1.89
183	3.68	2.47	1.21	1.22	3.02	1.07	1.27		17	8.5	2.00
184	4.80	3.23	1.57	1.58	3.04	1.16	1.39		21	9	2.33
185	3.65	2.41	1.24	1.25	2.92	1.08	1.28		16	9	1.78
186	3.17	2.08	1.09	1.10	2.89	1.03	1.23		16.5	7.5	2.20
187	4.42	2.92	1.50	1.51	2.93	1.15	1.37		18	10	1.80
188	4.85	3.25	1.60	1.61	3.01	1.17	1.40		19.5	10.5	1.86
189	3.57	2.38	1.19	1.20	2.98	1.06	1.26		19	10	1.90
190	4.13	2.69	1.44	1.45	2.85	1.13	1.35		19	9.5	2.00
191	4.76	3.18	1.58	1.59	2.99	1.17	1.39		18.5	9	2.06
192	4.19	2.82	1.37	1.38	3.04	1.11	1.33		18	10	1.80
193	3.95	2.62	1.33	1.34	2.95	1.10	1.31		21.5	7	3.07
194	4.07	2.65	1.42	1.43	2.85	1.13	1.34		17	10	1.70
195	3.75	2.52	1.23	1.24	3.03	1.07	1.28		18	9.5	1.89
196	3.89	2.59	1.30	1.31	2.97	1.09	1.30		18.5	10	1.85
197	3.62	2.43	1.19	1.20	3.02	1.06	1.26		17	7	2.43
199	3.74	2.52	1.22	1.23	3.05	1.07	1.27		20	8	2.50
200	3.77	2.56	1.21	1.22	3.10	1.07	1.27		15.5	10	1.55
201	4.26	2.80	1.46	1.47	2.90	1.14	1.35		18	7.5	2.40
202	4.14	2.79	1.35	1.36	3.05	1.11	1.32		19	8	2.38
203	4.42	2.98	1.44	1.45	3.05	1.13	1.35		17	8	2.13
204	3.91	2.62	1.29	1.30	3.01	1.09	1.30		18	9	2.00
205	4.00	2.69	1.31	1.32	3.03	1.10	1.31		17	10	1.70
206	4.70	3.14	1.56	1.57	2.99	1.16	1.38		19	11	1.73
207	3.83	2.52	1.31	1.32	2.90	1.10	1.31		16	9	1.78
208	3.72	2.45	1.27	1.28	2.91	1.09	1.29		18	8	2.25
209	4.22	2.87	1.35	1.36	3.11	1.11	1.32		17	7	2.43
210	4.02	2.70	1.32	1.33	3.03	1.10	1.31		19.5	7	2.79
211	3.87	2.57	1.30	1.31	2.96	1.09	1.30		19	9.5	2.00
212	3.41	2.27	1.14	1.15	2.97	1.05	1.25		18	8	2.25
213	3.64	2.44	1.20	1.21	3.01	1.06	1.27		18	9	2.00
215	3.20	2.14	1.06	1.07	3.00	1.02	1.22		15	10	1.50
216	4.68	3.15	1.53	1.54	3.04	1.15	1.37		19	9	2.11
217	4.09	2.75	1.34	1.35	3.03	1.10	1.32		18	9.5	1.89
218	4.60	3.10	1.50	1.51	3.05	1.15	1.37		19	8.5	2.24
220	3.93	2.61	1.32	1.33	2.96	1.10	1.31		19	8.5	2.24

Sortering B

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
1	24.70	15.54	9.16	9.22	2.68	2.10	2.50		30	22.5	0.75
2	24.45	15.37	9.08	9.14	2.68	2.09	2.49		35	17.5	0.50
3	24.69	15.57	9.12	9.18	2.69	2.09	2.49		34.5	18	0.52
4	25.18	15.83	9.35	9.41	2.68	2.11	2.51		40	17	0.43
5	25.12	15.80	9.32	9.38	2.68	2.11	2.51		37	18	0.49
6	26.39	16.60	9.79	9.85	2.68	2.14	2.55		33.5	19	0.57
7	26.96	16.98	9.98	10.05	2.68	2.16	2.57		40	19	0.48
8	26.69	16.80	9.89	9.95	2.68	2.15	2.56		36	19.5	0.54
9	26.92	16.95	9.97	10.04	2.68	2.16	2.57		33	20	0.61
10	27.05	17.03	10.02	10.09	2.68	2.16	2.57		39	21.5	0.55
11	28.51	17.93	10.58	10.65	2.68	2.20	2.62		39	19	0.49
12	28.77	18.10	10.67	10.74	2.68	2.21	2.63		42	23	0.55
13	28.11	17.69	10.42	10.49	2.68	2.19	2.61		38	24	0.63
14	27.58	17.33	10.25	10.32	2.67	2.18	2.59		32	23	0.72
15	25.83	16.30	9.53	9.59	2.69	2.12	2.53		37	18.5	0.50
16	28.23	17.81	10.42	10.49	2.69	2.19	2.61		40	19	0.48
17	27.82	17.56	10.26	10.33	2.69	2.18	2.59		40	22.5	0.56
18	26.92	16.97	9.95	10.02	2.69	2.16	2.57		37	17	0.46
19	28.24	17.75	10.49	10.56	2.67	2.19	2.61		38	18.5	0.49
20	26.21	16.47	9.74	9.80	2.67	2.14	2.55		41	17	0.41
21	26.91	16.96	9.95	10.02	2.69	2.16	2.57		42	17	0.40
22	27.63	17.41	10.22	10.29	2.69	2.17	2.59		35	21	0.60
23	24.48	15.44	9.04	9.10	2.69	2.09	2.49		34	21	0.62
24	24.12	15.16	8.96	9.02	2.67	2.08	2.48		30	23.5	0.78
25	26.63	16.72	9.91	9.97	2.67	2.15	2.56		44	20.5	0.47
26	28.35	17.85	10.50	10.57	2.68	2.19	2.61		38	20.5	0.54
28	25.11	15.79	9.32	9.38	2.68	2.11	2.51		36.5	21	0.58
30	27.14	17.04	10.10	10.17	2.67	2.17	2.58		35	20.5	0.59
31	25.89	16.28	9.61	9.67	2.68	2.13	2.54		37	18	0.49
32	26.53	16.66	9.87	9.93	2.67	2.15	2.56		36	21.5	0.60
33	25.51	16.06	9.45	9.51	2.68	2.12	2.52		35	18	0.51
34	26.96	16.99	9.97	10.04	2.69	2.16	2.57		34.5	23	0.67
35	27.37	17.24	10.13	10.20	2.68	2.17	2.58		36.5	17	0.47
36	26.42	16.59	9.83	9.89	2.67	2.15	2.56		38	20	0.53
37	26.60	16.72	9.88	9.94	2.67	2.15	2.56		40	21	0.53
38	25.63	16.14	9.49	9.55	2.68	2.12	2.53		36	21	0.58
39	26.58	16.72	9.86	9.92	2.68	2.15	2.56		37	21	0.57
40	24.54	15.47	9.07	9.13	2.69	2.09	2.49		37	17.5	0.47
41	24.91	15.67	9.24	9.30	2.68	2.10	2.50		38	17	0.45
42	27.79	17.49	10.30	10.37	2.68	2.18	2.60		40.5	20	0.49
43	27.83	17.48	10.35	10.42	2.67	2.18	2.60		40	20	0.50
44	25.42	15.98	9.44	9.50	2.68	2.12	2.52		39	18	0.46
45	28.90	18.18	10.72	10.79	2.68	2.21	2.63		42	18	0.43
46	25.84	16.24	9.60	9.66	2.67	2.13	2.54		35.5	18	0.51
47	28.57	17.98	10.59	10.66	2.68	2.20	2.62		40	19	0.48
48	25.16	15.80	9.36	9.42	2.67	2.11	2.51		36	20.5	0.57
49	27.01	17.00	10.01	10.08	2.68	2.16	2.57		39	18	0.46
50	26.01	16.36	9.65	9.71	2.68	2.13	2.54		38	20	0.53
51	27.19	17.13	10.06	10.13	2.69	2.16	2.58		36	21	0.58

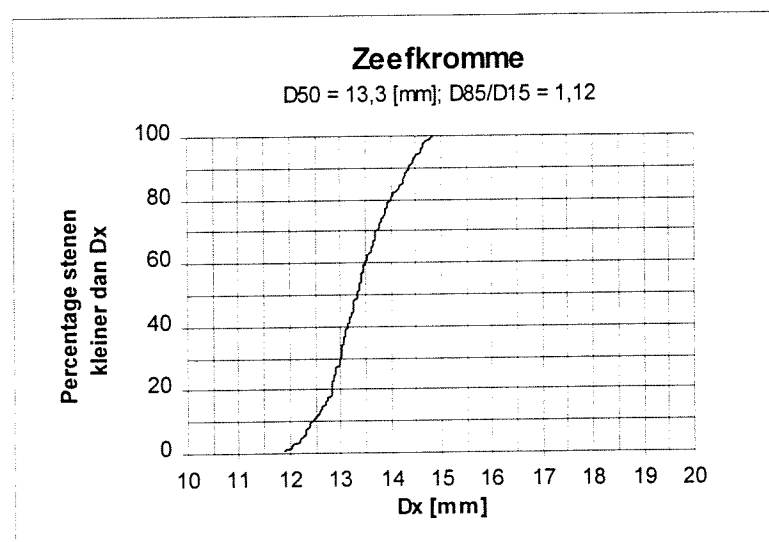
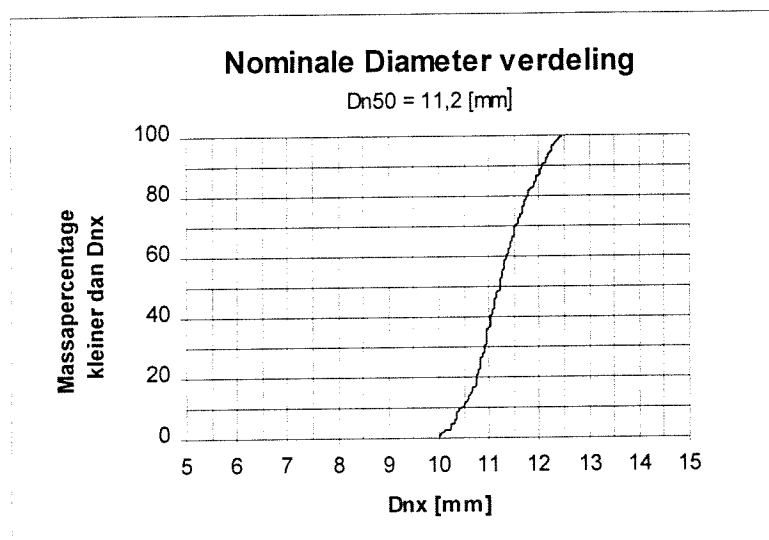
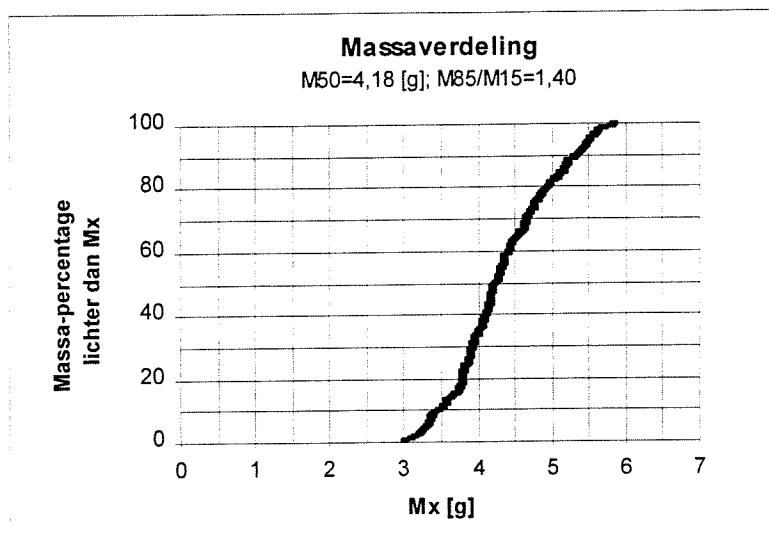
steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]	L [mm]	d [mm]	L/d [-]
52	25.61	16.15	9.46	9.52	2.69	2.12	2.52	40	15.5	0.39
53	28.70	18.10	10.60	10.67	2.69	2.20	2.62	34	23	0.68
54	26.92	16.93	9.99	10.06	2.68	2.16	2.57	38	22	0.58
55	25.40	16.02	9.38	9.44	2.69	2.11	2.52	42.5	18	0.42
56	27.34	17.17	10.17	10.24	2.67	2.17	2.58	36	22.5	0.63
57	25.25	15.89	9.36	9.42	2.68	2.11	2.51	40	18	0.45
58	27.45	17.26	10.19	10.26	2.68	2.17	2.59	42	22	0.52
59	26.18	16.47	9.71	9.77	2.68	2.14	2.55	37	17.5	0.47
60	24.12	15.18	8.94	9.00	2.68	2.08	2.48	40	16	0.40
61	24.11	15.16	8.95	9.01	2.68	2.08	2.48	38.5	16	0.42
62	26.68	16.77	9.91	9.97	2.67	2.15	2.56	38.5	19.5	0.51
63	27.18	17.10	10.08	10.15	2.68	2.16	2.58	36	19	0.53
64	24.99	15.73	9.26	9.32	2.68	2.10	2.51	34	20	0.59
66	27.22	17.11	10.11	10.18	2.67	2.17	2.58	38.5	17.5	0.45
69	24.99	15.72	9.27	9.33	2.68	2.11	2.51	38	19	0.50
70	26.48	16.65	9.83	9.89	2.68	2.15	2.56	39.5	18	0.46
72	26.66	16.79	9.87	9.93	2.68	2.15	2.56	35	23	0.66
73	28.84	18.12	10.72	10.79	2.67	2.21	2.63	34	22	0.65
74	25.17	15.86	9.31	9.37	2.69	2.11	2.51	40	19	0.48
76	25.67	16.16	9.51	9.57	2.68	2.12	2.53	33	22	0.67
77	25.12	15.82	9.30	9.36	2.68	2.11	2.51	32	20	0.63
79	26.00	16.34	9.66	9.72	2.67	2.13	2.54	42	17.5	0.42
80	28.54	17.96	10.58	10.65	2.68	2.20	2.62	37	22.5	0.61
81	25.93	16.35	9.58	9.64	2.69	2.13	2.53	38.5	19	0.49
82	26.23	16.51	9.72	9.78	2.68	2.14	2.55	38	20	0.53
83	26.01	16.37	9.64	9.70	2.68	2.13	2.54	37	20	0.54
84	28.00	17.60	10.40	10.47	2.67	2.19	2.60	35.5	18	0.51
85	27.87	17.57	10.30	10.37	2.69	2.18	2.60	40	17.5	0.44
86	28.08	17.70	10.38	10.45	2.69	2.19	2.60	41	19	0.46
87	24.17	15.20	8.97	9.03	2.68	2.08	2.48	34	22	0.65
88	24.17	15.24	8.93	8.99	2.69	2.08	2.48	33	18.5	0.56
90	24.29	15.26	9.03	9.09	2.67	2.09	2.48	35.5	18.5	0.52
92	24.44	15.39	9.05	9.11	2.68	2.09	2.49	33	21.5	0.65
93	28.76	18.09	10.67	10.74	2.68	2.21	2.63	39	19.5	0.50
94	27.76	17.48	10.28	10.35	2.68	2.18	2.59	38	18	0.47
96	27.39	17.28	10.11	10.18	2.69	2.17	2.58	38	16.5	0.43
97	27.33	17.19	10.14	10.21	2.68	2.17	2.58	44	20	0.45
98	27.36	17.20	10.16	10.23	2.68	2.17	2.58	38	19.5	0.51
99	25.51	16.05	9.46	9.52	2.68	2.12	2.52	40	17	0.43
100	26.93	16.92	10.01	10.08	2.67	2.16	2.57	37	21	0.57
104	27.61	17.37	10.24	10.31	2.68	2.18	2.59	38	18.5	0.49
105	25.27	15.91	9.36	9.42	2.68	2.11	2.51	37.5	18.5	0.49
106	24.10	15.16	8.94	9.00	2.68	2.08	2.48	42	20.5	0.49
107	28.84	18.17	10.67	10.74	2.69	2.21	2.63	44	20.5	0.47
108	25.48	16.02	9.46	9.52	2.68	2.12	2.52	41.5	17	0.41
109	24.21	15.24	8.97	9.03	2.68	2.08	2.48	37.5	19	0.51
110	24.68	15.51	9.17	9.23	2.67	2.10	2.50	43	14	0.33
112	26.87	16.94	9.93	9.99	2.69	2.15	2.56	38.5	19.5	0.51
113	27.20	17.14	10.06	10.13	2.69	2.16	2.58	37	17.5	0.47
114	26.57	16.75	9.82	9.88	2.69	2.15	2.55	41	20	0.49
115	28.64	18.03	10.61	10.68	2.68	2.20	2.62	39	21.5	0.55
117	25.57	16.12	9.45	9.51	2.69	2.12	2.52	41	17.5	0.43
118	24.52	15.42	9.10	9.16	2.68	2.09	2.49	37.5	20.5	0.55

steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
119	24.00	15.08	8.92	8.98	2.67	2.08	2.47		37	16	0.43
120	26.02	16.39	9.63	9.69	2.68	2.13	2.54		35	18.5	0.53
121	28.90	18.17	10.73	10.80	2.68	2.21	2.63		45	18	0.40
122	24.32	15.32	9.00	9.06	2.68	2.08	2.48		39	18	0.46
123	24.69	15.53	9.16	9.22	2.68	2.10	2.50		39	20	0.51
124	24.56	15.42	9.14	9.20	2.67	2.10	2.49		38.5	18	0.47
125	24.04	15.12	8.92	8.98	2.68	2.08	2.47		37	19	0.51
126	27.99	17.63	10.36	10.43	2.68	2.18	2.60		43	20	0.47
127	25.34	15.97	9.37	9.43	2.69	2.11	2.52		41	19.5	0.48
128	27.64	17.39	10.25	10.32	2.68	2.18	2.59		39	19	0.49
129	24.15	15.18	8.97	9.03	2.67	2.08	2.48		43	18	0.42
130	26.76	16.84	9.92	9.98	2.68	2.15	2.56		37	20	0.54
131	26.85	16.91	9.94	10.01	2.68	2.15	2.57		37.5	20	0.53
132	25.56	16.09	9.47	9.53	2.68	2.12	2.52		33	20.5	0.62
133	26.47	16.66	9.81	9.87	2.68	2.15	2.55		41	17	0.41
135	27.03	17.01	10.02	10.09	2.68	2.16	2.57		41	18	0.44
136	25.91	16.29	9.62	9.68	2.68	2.13	2.54		41.5	16	0.39
137	24.13	15.21	8.92	8.98	2.69	2.08	2.47		38.5	14.5	0.38
138	25.90	16.31	9.59	9.65	2.68	2.13	2.53		42	18	0.43
139	25.48	16.02	9.46	9.52	2.68	2.12	2.52		39	18.5	0.47
140	24.74	15.60	9.14	9.20	2.69	2.10	2.49		37	17	0.46
141	27.67	17.42	10.25	10.32	2.68	2.18	2.59		34	19	0.56
142	26.70	16.80	9.90	9.96	2.68	2.15	2.56		34.5	22.5	0.65
143	28.28	17.76	10.52	10.59	2.67	2.20	2.61		41	18	0.44
144	24.82	15.61	9.21	9.27	2.68	2.10	2.50		37.5	16.5	0.44
145	26.98	16.95	10.03	10.10	2.67	2.16	2.57		35	18.5	0.53
146	27.56	17.37	10.19	10.26	2.69	2.17	2.59		37	17	0.46
147	24.28	15.31	8.97	9.03	2.69	2.08	2.48		39.5	18	0.46
148	25.77	16.26	9.51	9.57	2.69	2.12	2.53		40	17	0.43
149	28.48	17.93	10.55	10.62	2.68	2.20	2.62		41.5	20.5	0.49
151	24.36	15.36	9.00	9.06	2.69	2.08	2.48		39	17	0.44
152	24.88	15.66	9.22	9.28	2.68	2.10	2.50		37	20	0.54
153	28.77	18.12	10.65	10.72	2.68	2.20	2.62		39	19.5	0.50
155	28.90	18.20	10.70	10.77	2.68	2.21	2.63		40	18.5	0.46
156	28.96	18.19	10.77	10.84	2.67	2.21	2.63		41.5	21	0.51
157	25.01	15.75	9.26	9.32	2.68	2.10	2.51		35.5	21	0.59
158	26.89	16.95	9.94	10.01	2.69	2.15	2.57		38.5	19.5	0.51
159	28.00	17.60	10.40	10.47	2.67	2.19	2.60		41.5	20.5	0.49
160	26.65	16.79	9.86	9.92	2.69	2.15	2.56		42.5	20	0.47
161	25.41	15.99	9.42	9.48	2.68	2.12	2.52		40	21	0.53
162	27.04	17.04	10.00	10.07	2.69	2.16	2.57		40.5	17	0.42
163	24.58	15.49	9.09	9.15	2.69	2.09	2.49		36.5	20	0.55
164	28.63	17.99	10.64	10.71	2.67	2.20	2.62		41	19	0.46
165	26.64	16.81	9.83	9.89	2.69	2.15	2.56		39.5	20	0.51
166	28.43	17.90	10.53	10.60	2.68	2.20	2.62		42	22	0.52
167	26.57	16.74	9.83	9.89	2.69	2.15	2.56		36	21	0.58
168	24.46	15.43	9.03	9.09	2.69	2.09	2.48		37	20	0.54
169	24.64	15.48	9.16	9.22	2.67	2.10	2.50		37	18	0.49
171	27.55	17.32	10.23	10.30	2.68	2.18	2.59		35.5	21	0.59
172	28.89	18.17	10.72	10.79	2.68	2.21	2.63		39	17	0.44
173	28.44	17.92	10.52	10.59	2.69	2.20	2.61		34	19	0.56
174	26.48	16.68	9.80	9.86	2.68	2.14	2.55		37	21.5	0.58
175	27.31	17.21	10.10	10.17	2.69	2.17	2.58		39	18	0.46

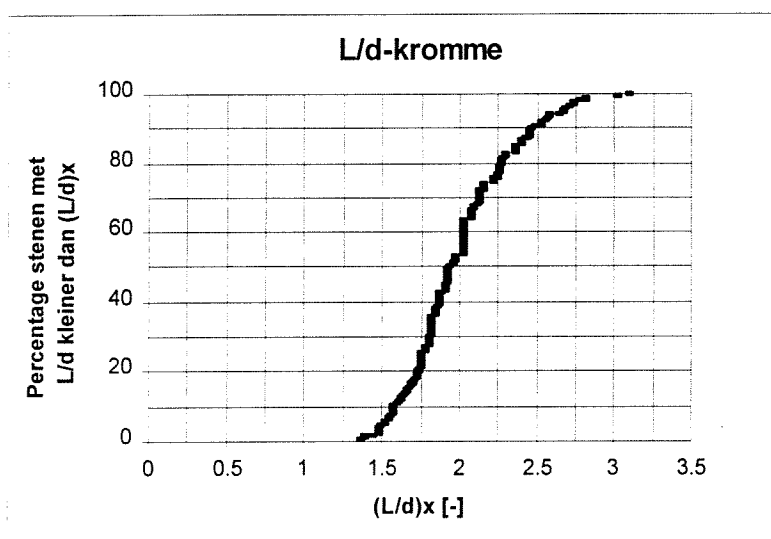
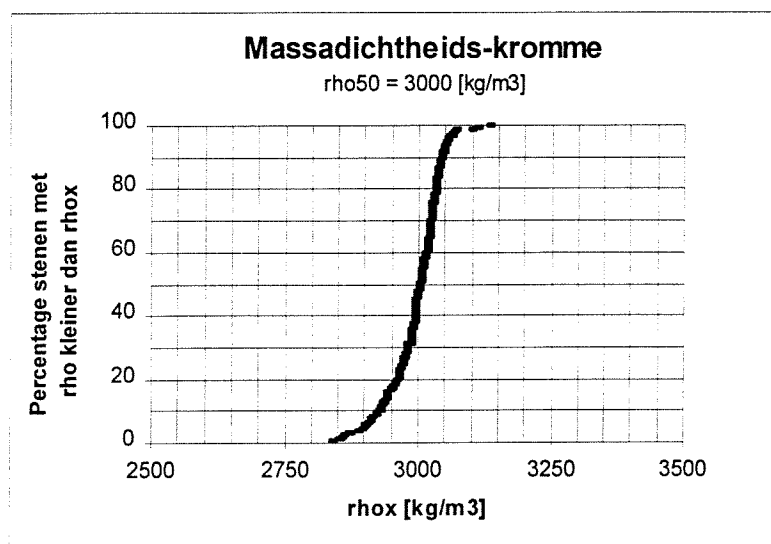
steen nr.	Msteen boven water [g]	Msteen onder water [g]	Mverpl.water [g]	Vverpl.water = Vsteen [cm ³]	rhos [g/cm ³]	Dn [cm]	D [cm]		L [mm]	d [mm]	L/d [-]
176	24.50	15.44	9.06	9.12	2.69	2.09	2.49		37.5	18	0.48
177	24.31	15.32	8.99	9.05	2.69	2.08	2.48		34	19	0.56
178	24.44	15.40	9.04	9.10	2.69	2.09	2.49		34.5	20	0.58
179	27.34	17.24	10.10	10.17	2.69	2.17	2.58		43	17	0.40
181	26.32	16.57	9.75	9.81	2.68	2.14	2.55		46	19.5	0.42
182	23.96	15.07	8.89	8.95	2.68	2.08	2.47		35	18.5	0.53
183	26.15	16.49	9.66	9.72	2.69	2.13	2.54		39	19	0.49
184	25.75	16.20	9.55	9.61	2.68	2.13	2.53		39.5	20	0.51
185	28.34	17.86	10.48	10.55	2.69	2.19	2.61		40.5	21	0.52
186	25.43	15.98	9.45	9.51	2.67	2.12	2.52		36	18	0.50
187	27.88	17.55	10.33	10.40	2.68	2.18	2.60		38	20.5	0.54
188	27.80	17.51	10.29	10.36	2.68	2.18	2.59		35	21	0.60
189	27.51	17.30	10.21	10.28	2.68	2.17	2.59		37	20	0.54
190	28.75	18.09	10.66	10.73	2.68	2.21	2.63		42.5	16	0.38
191	26.33	16.58	9.75	9.81	2.68	2.14	2.55		39	18	0.46
192	28.70	18.07	10.63	10.70	2.68	2.20	2.62		36.5	20	0.55
194	24.67	15.56	9.11	9.17	2.69	2.09	2.49		34	16	0.47
195	24.06	15.16	8.90	8.96	2.69	2.08	2.47		33.5	17	0.51
196	28.97	18.22	10.75	10.82	2.68	2.21	2.63		41.5	17.5	0.42
197	27.19	17.14	10.05	10.12	2.69	2.16	2.57		42	19	0.45
198	24.04	15.12	8.92	8.98	2.68	2.08	2.47		36	16	0.44
200	25.89	16.31	9.58	9.64	2.68	2.13	2.53		41	16	0.39
201	28.65	18.07	10.58	10.65	2.69	2.20	2.62		39.5	19.5	0.49
202	24.97	15.74	9.23	9.29	2.69	2.10	2.50		37	19	0.51
203	27.18	17.12	10.06	10.13	2.68	2.16	2.58		40	20	0.50
204	27.22	17.15	10.07	10.14	2.69	2.16	2.58		41	17	0.41
206	27.30	17.21	10.09	10.16	2.69	2.17	2.58		37	14	0.38
207	26.34	16.58	9.76	9.82	2.68	2.14	2.55		41	16.5	0.40
208	24.62	15.52	9.10	9.16	2.69	2.09	2.49		42	19	0.45
209	25.10	15.82	9.28	9.34	2.69	2.11	2.51		39	17.5	0.45
210	24.80	15.63	9.17	9.23	2.69	2.10	2.50		37.5	18	0.48
211	25.73	16.20	9.53	9.59	2.68	2.12	2.53		36.5	20	0.55
212	24.04	15.12	8.92	8.98	2.68	2.08	2.47		39	18	0.46
213	27.50	17.31	10.19	10.26	2.68	2.17	2.59		38	18.5	0.49
214	28.51	17.96	10.55	10.62	2.68	2.20	2.62		41	16	0.39
215	24.49	15.45	9.04	9.10	2.69	2.09	2.49		43	20	0.47
217	26.01	16.38	9.63	9.69	2.68	2.13	2.54		41	18	0.44
218	25.68	16.16	9.52	9.58	2.68	2.12	2.53		36	21	0.58
219	24.37	15.35	9.02	9.08	2.68	2.09	2.48		38	16	0.42
220	27.20	17.12	10.08	10.15	2.68	2.16	2.58		43	18	0.42
221	24.29	15.29	9.00	9.06	2.68	2.08	2.48		37	20	0.54
222	26.61	16.74	9.87	9.93	2.68	2.15	2.56		41	16	0.39
223	28.54	17.97	10.57	10.64	2.68	2.20	2.62		44	22	0.50
225	26.67	16.77	9.90	9.96	2.68	2.15	2.56		36.5	21.5	0.59
226	25.78	16.23	9.55	9.61	2.68	2.13	2.53		34	20	0.59

Bijlage J: karakteristieke krommen

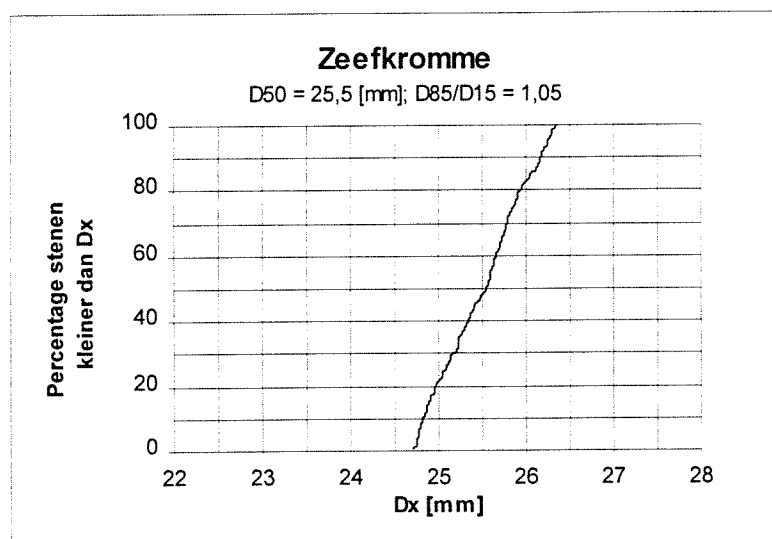
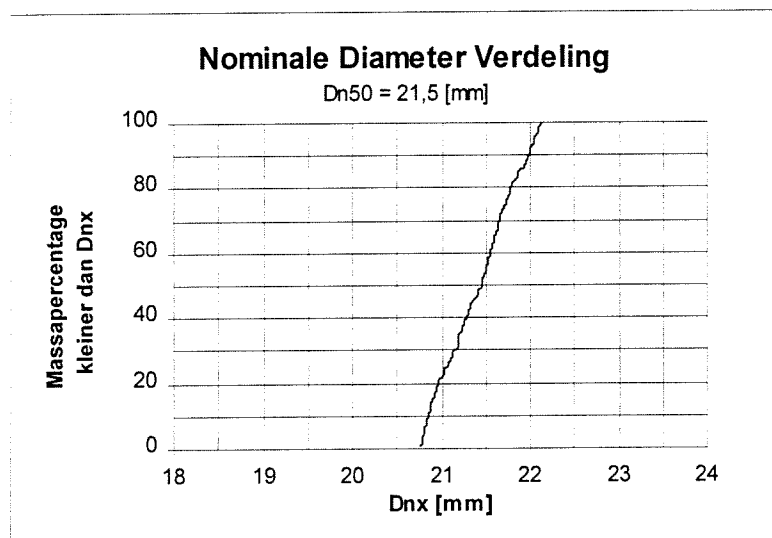
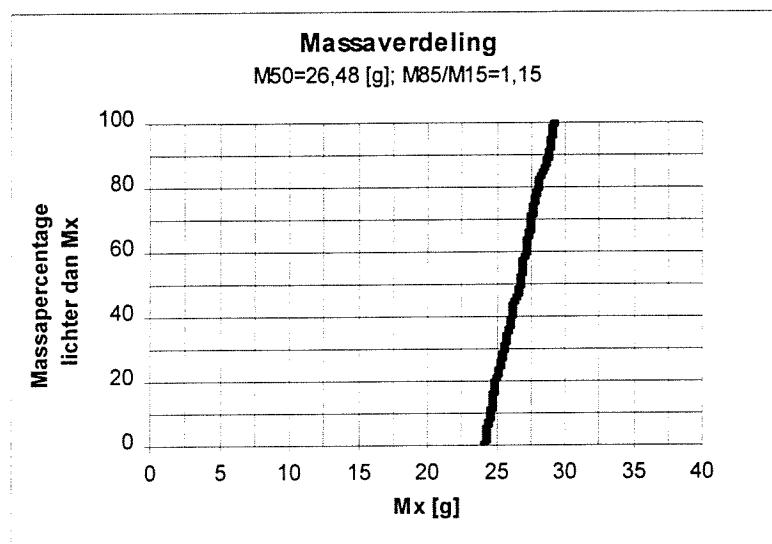
Sortering A



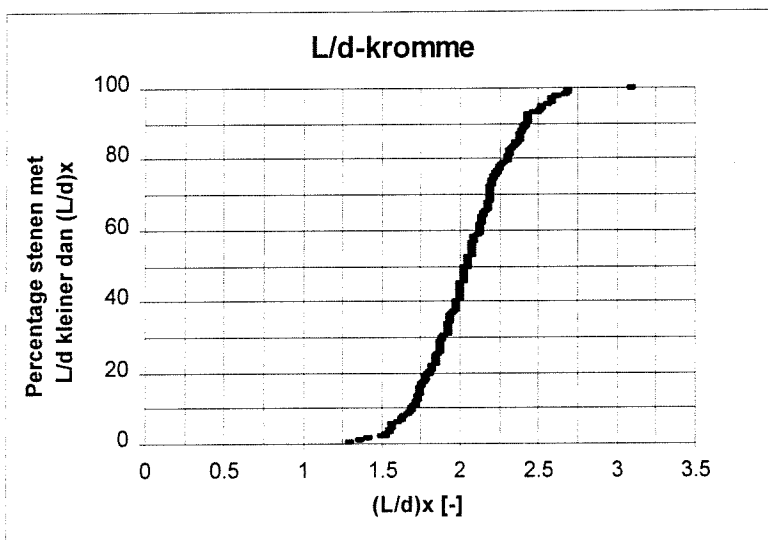
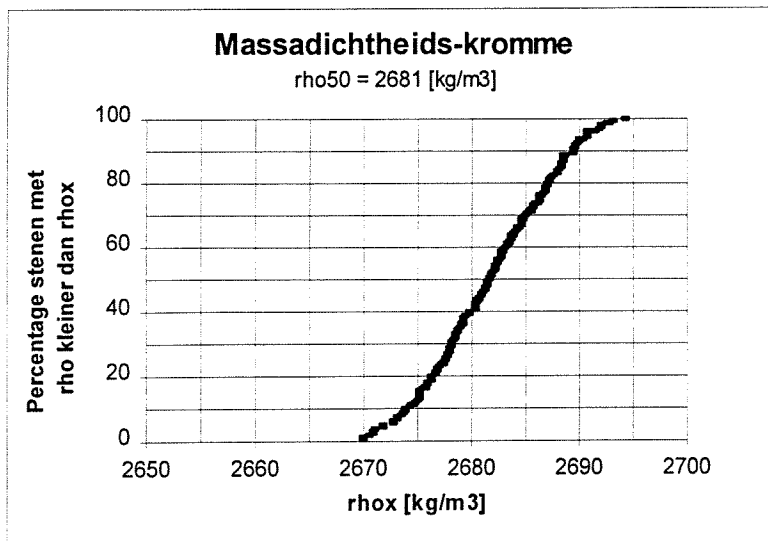
- vervolg sortering A -

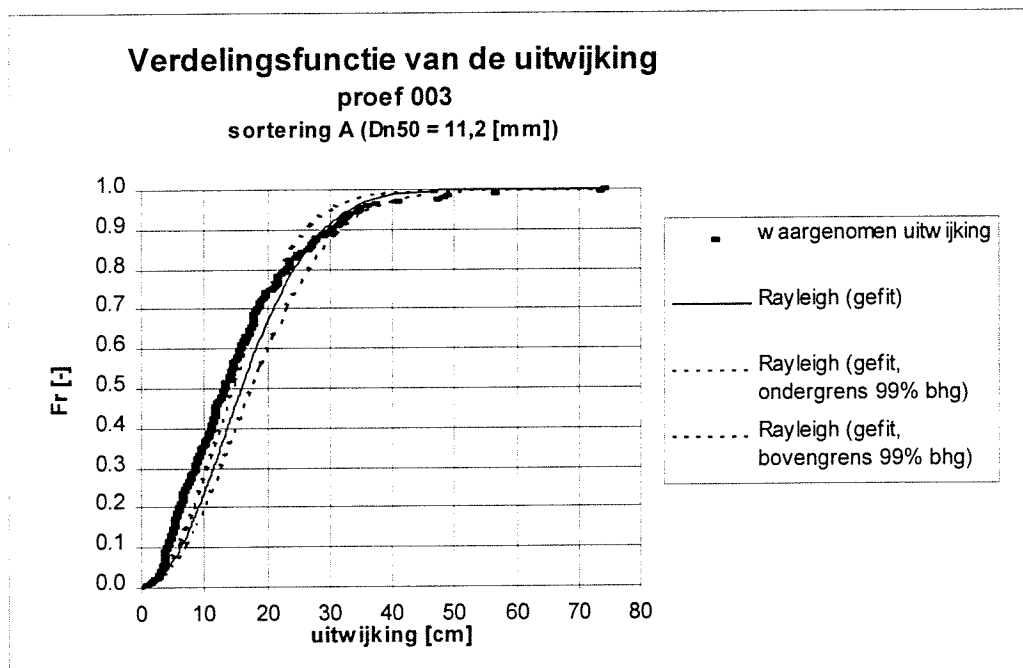
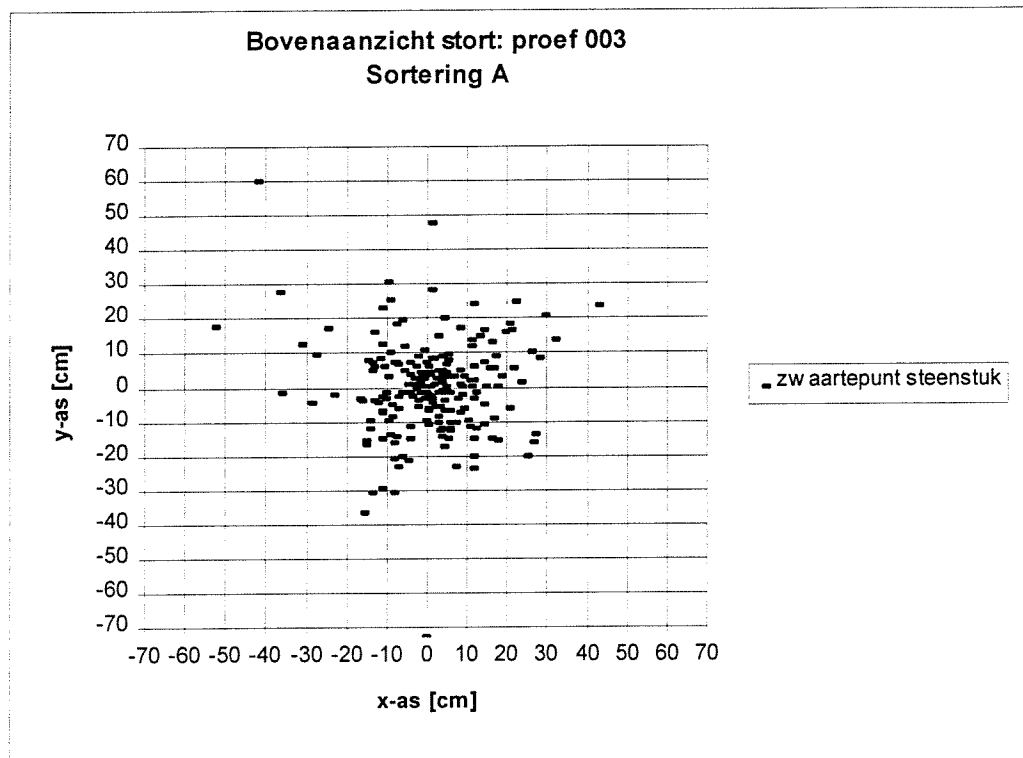


Sortering B

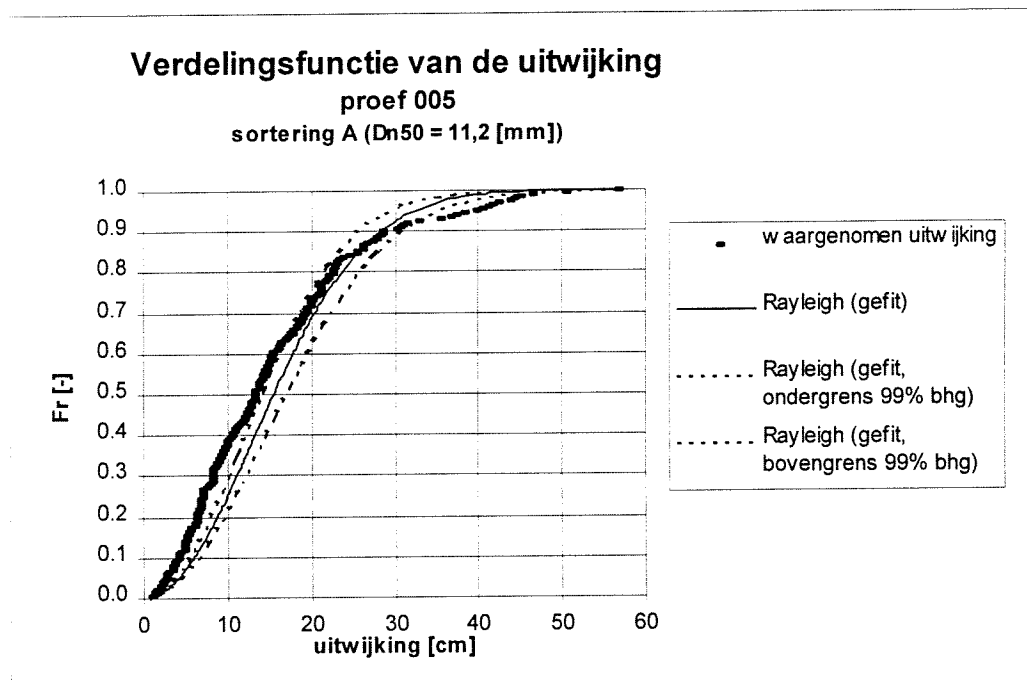
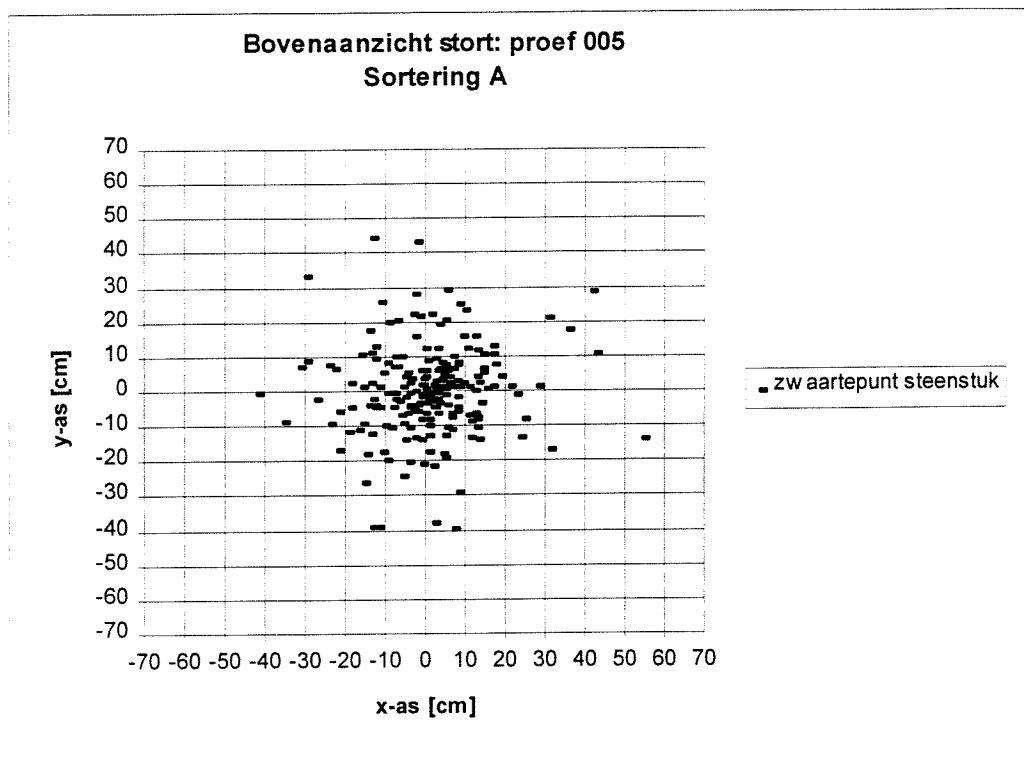


- vervolg sortering B -

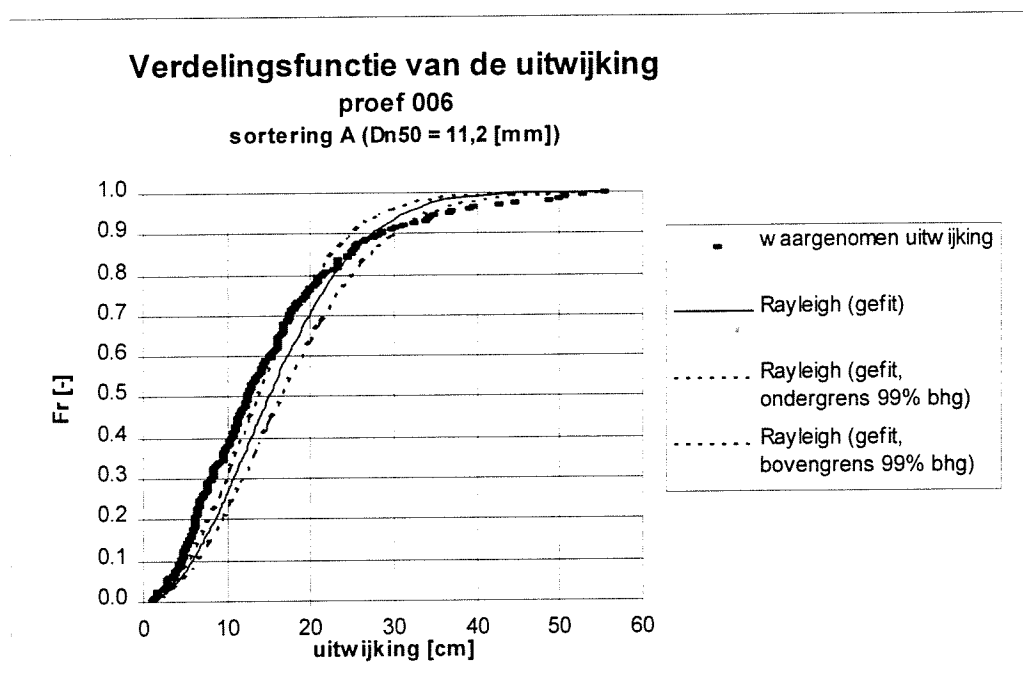
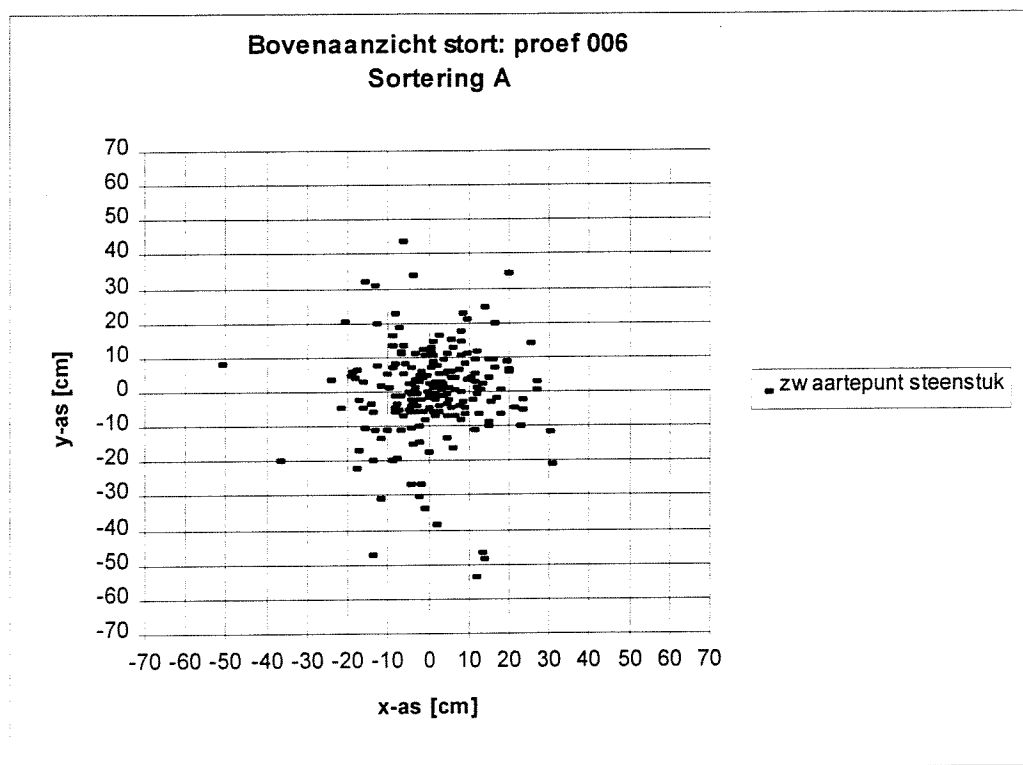


Bijlage K-1: Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering A*Proef 003, $h = 1,90$ [m]*

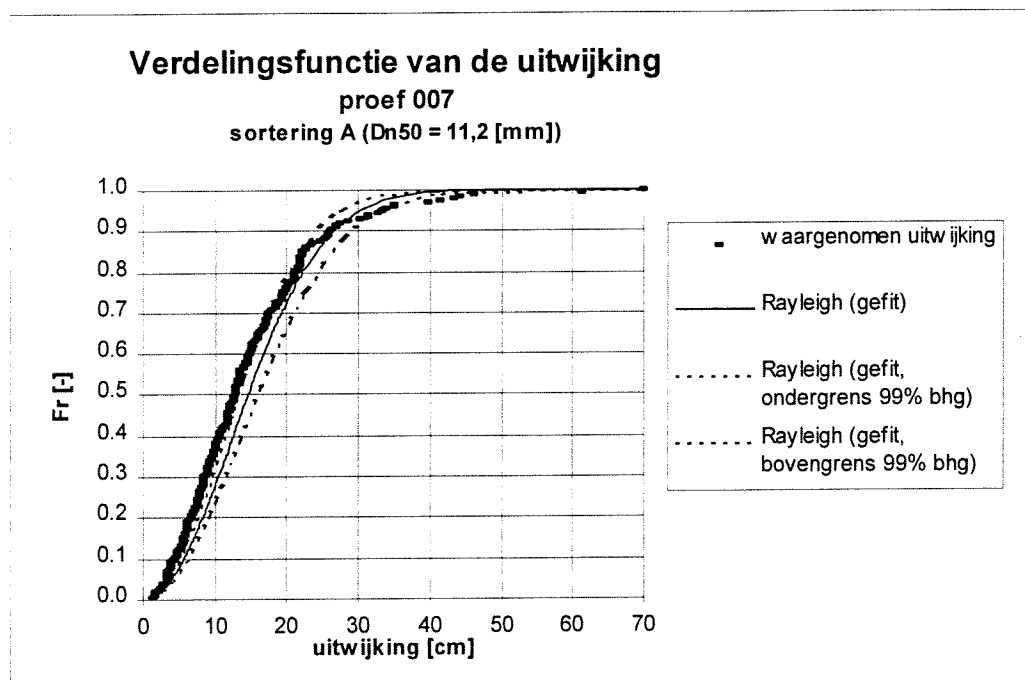
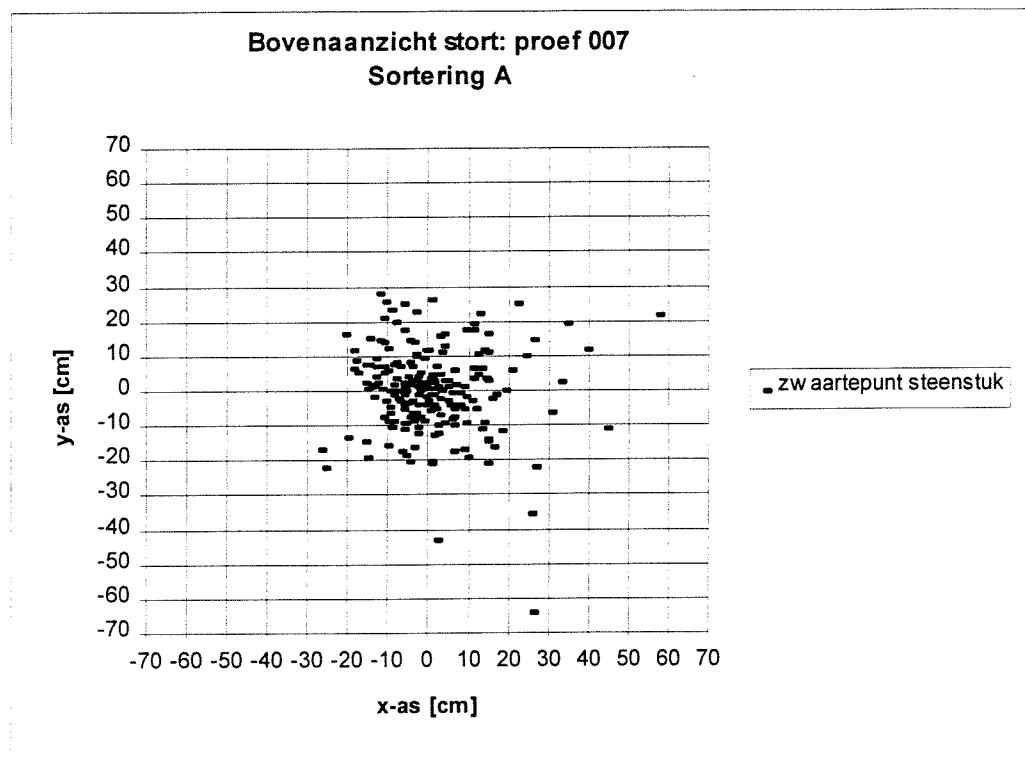
Proef 005, $h = 1,90$ [m]



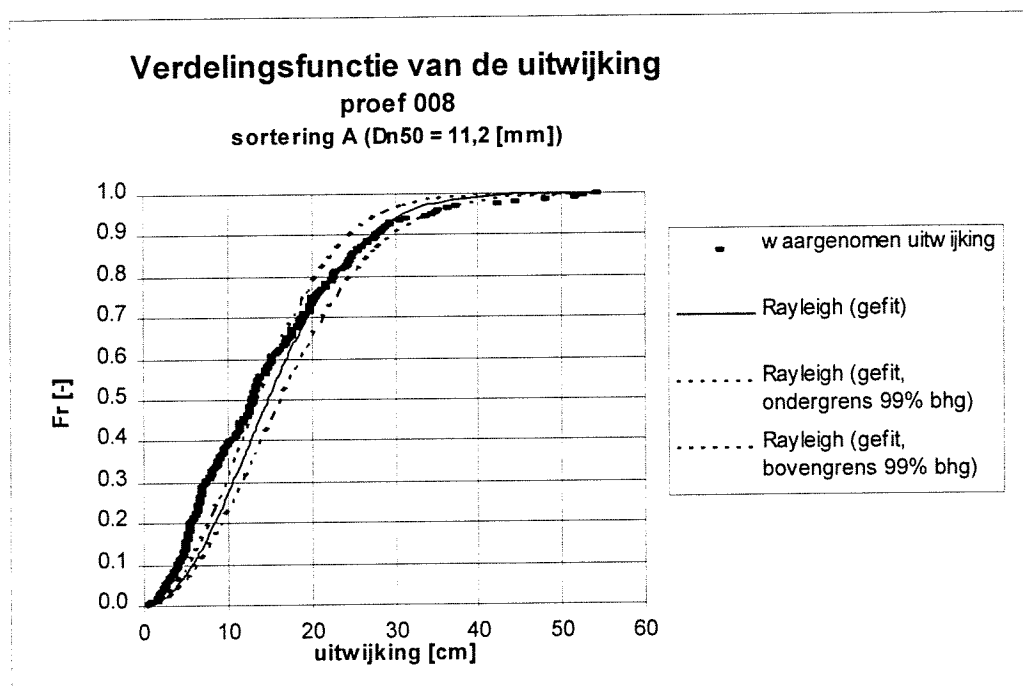
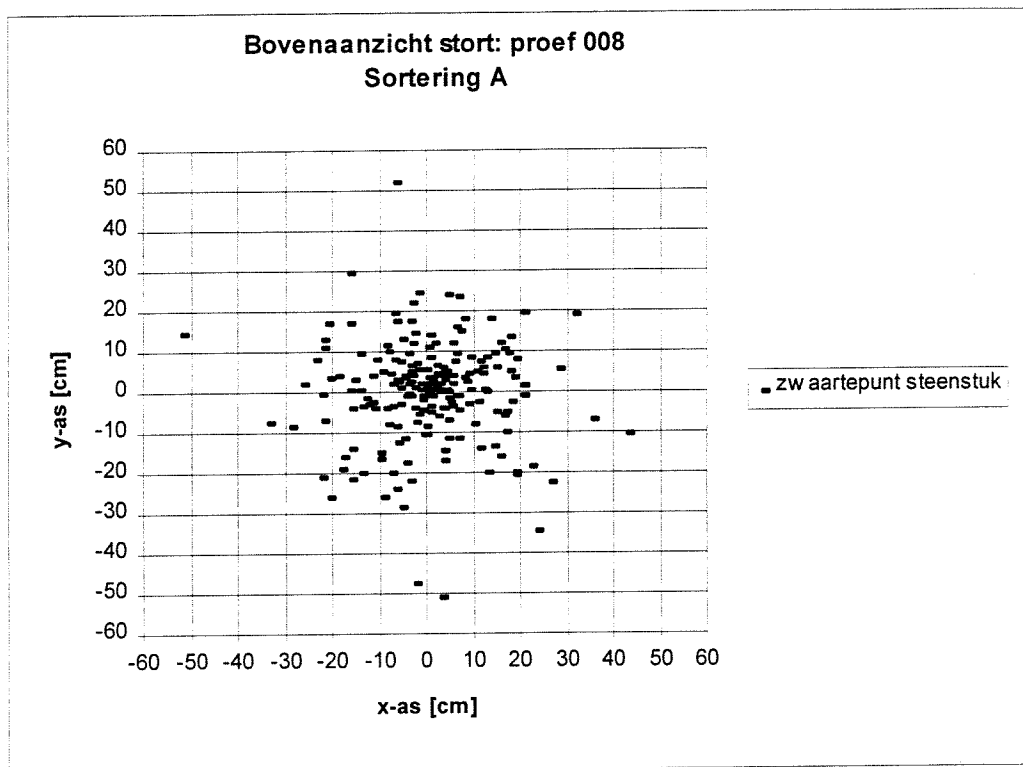
Proef 006, $h = 1,90$ [m]



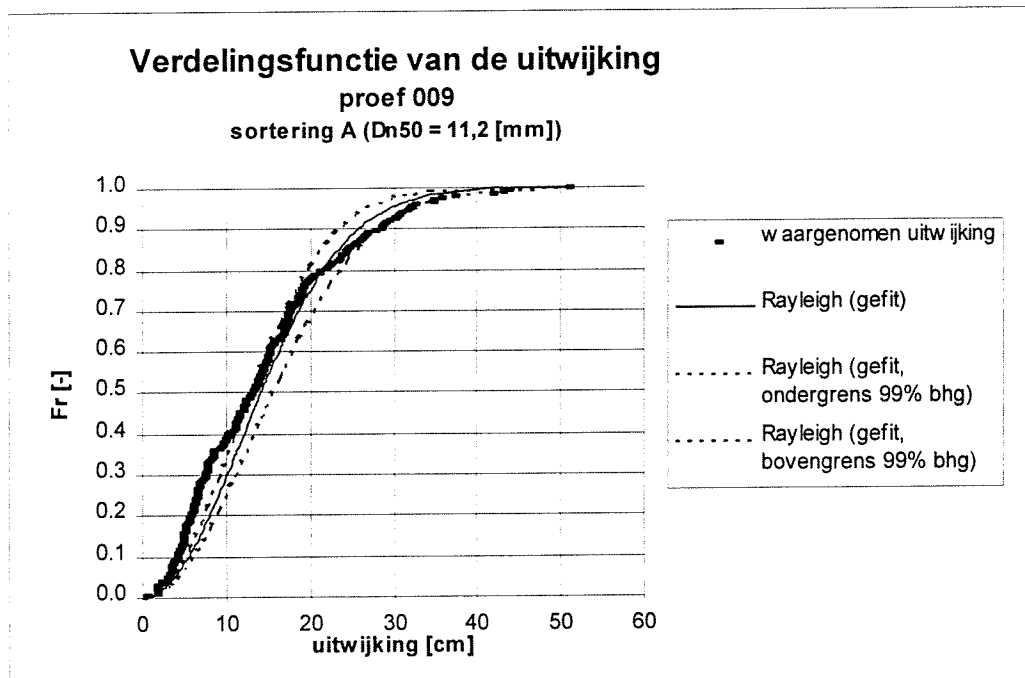
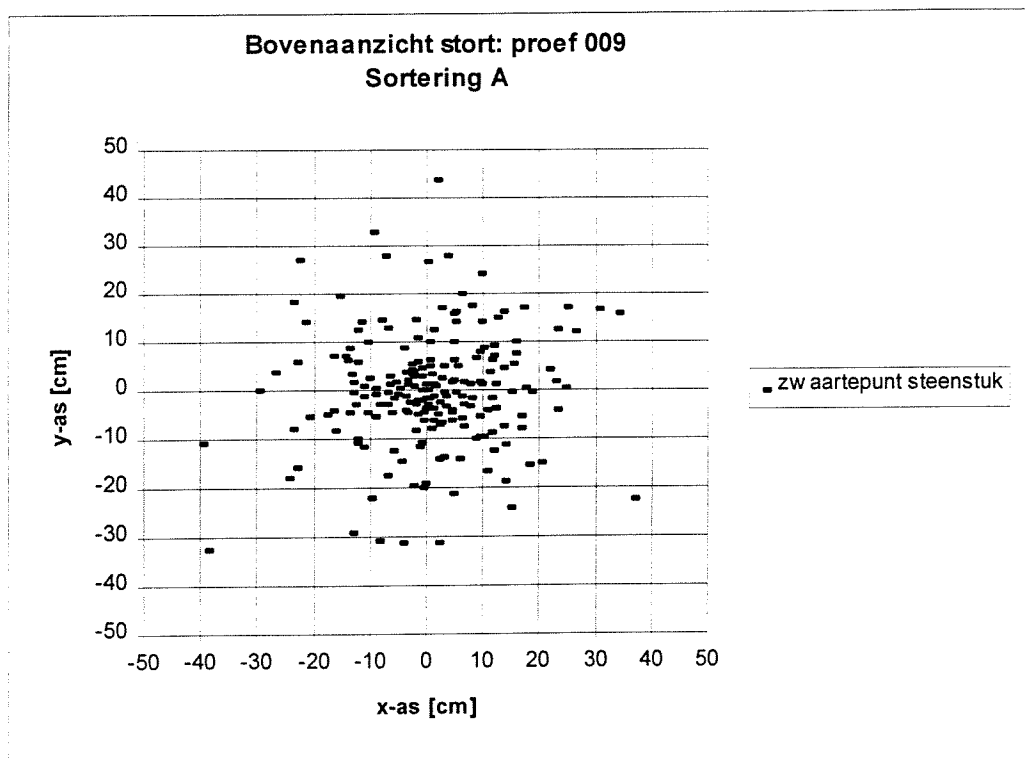
Proef 007, $h = 1,75$ [m]



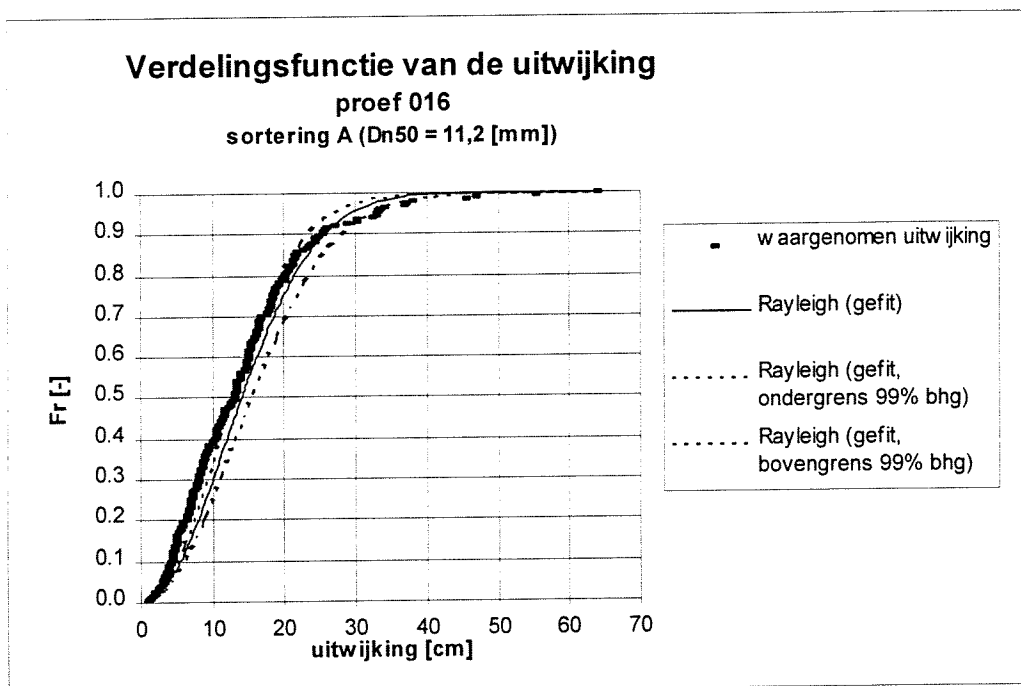
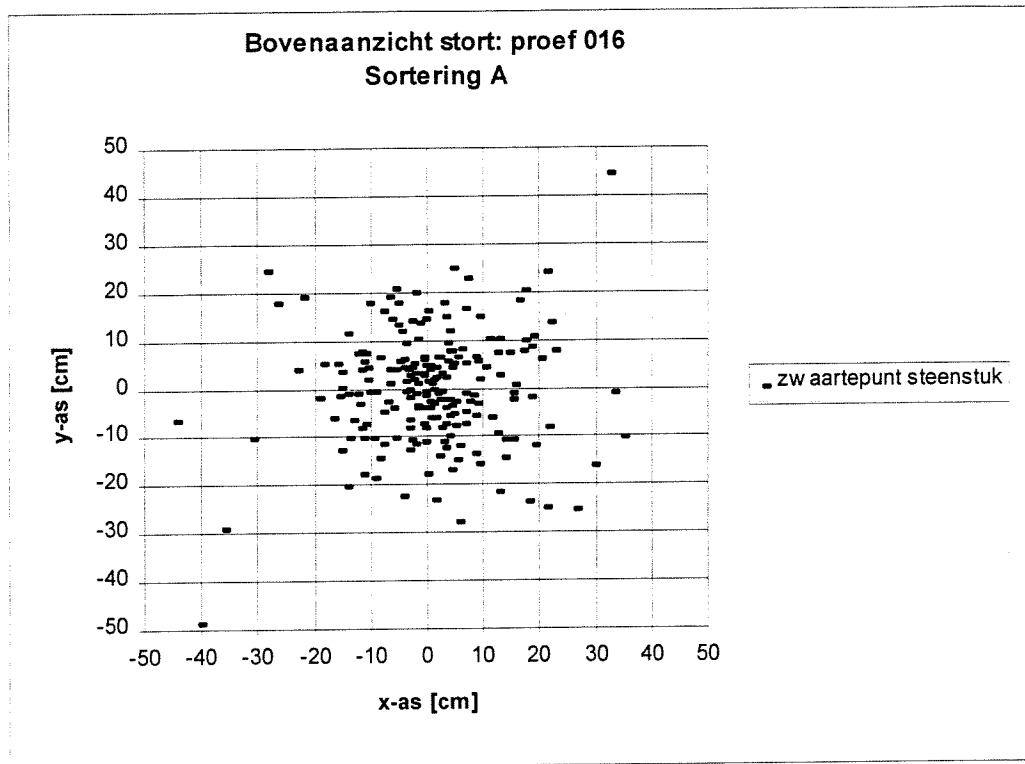
Proef 008, $h = 1,75$ [m]



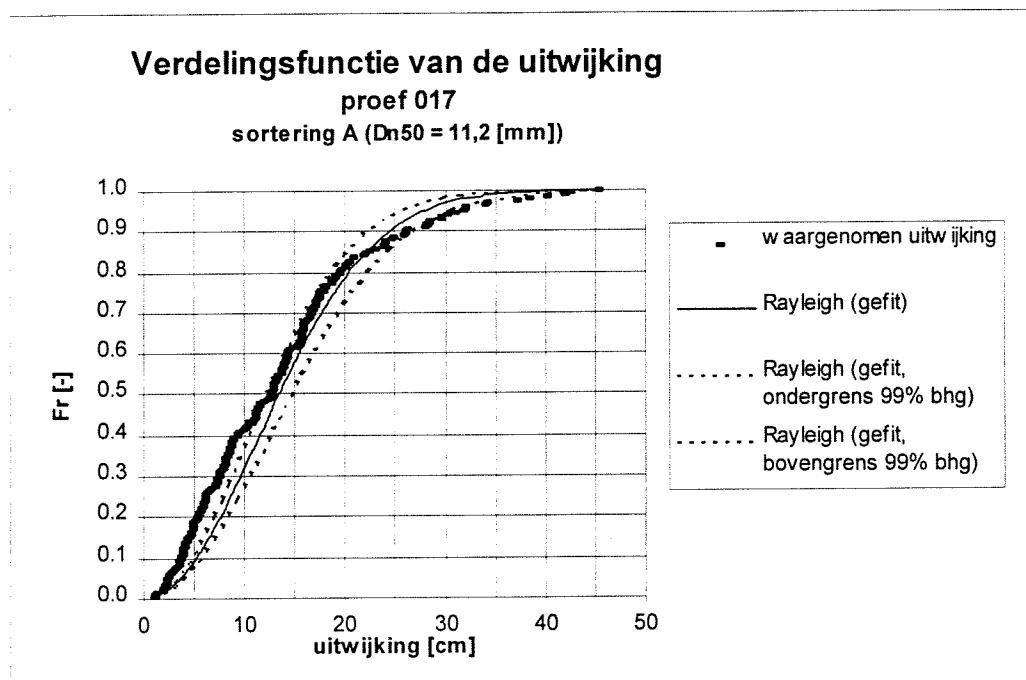
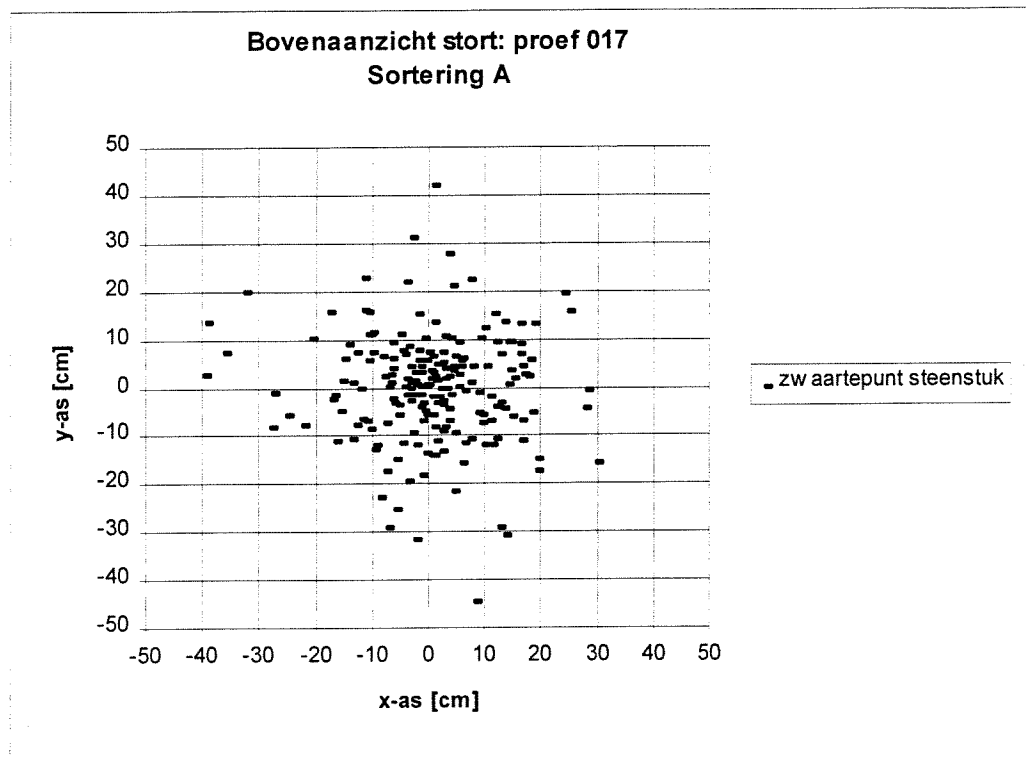
Proef 009, $h = 1,75$ [m]



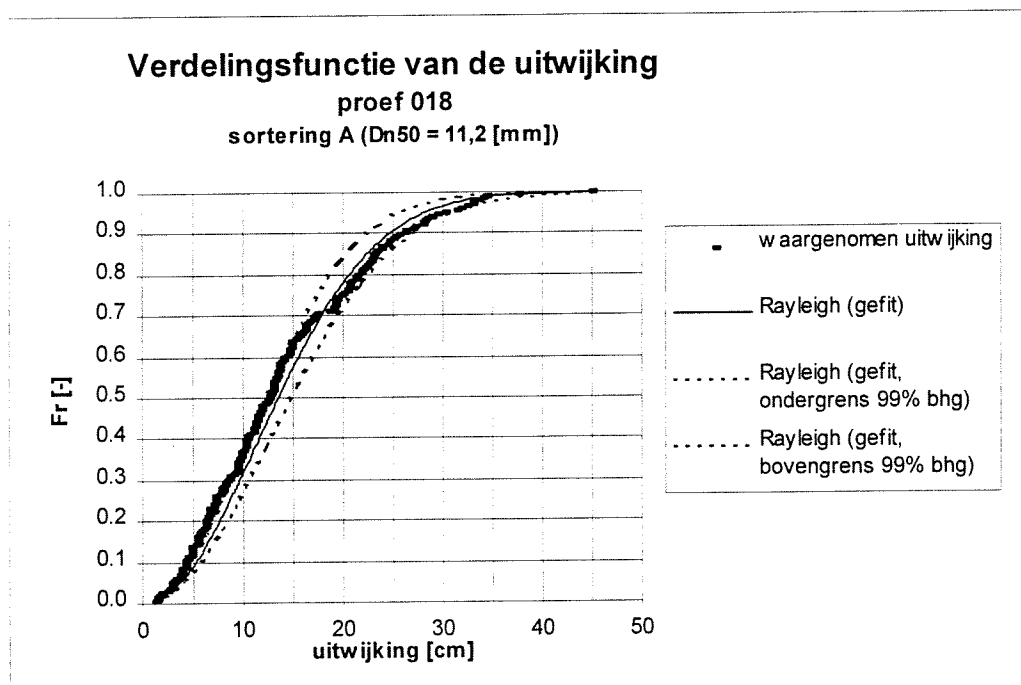
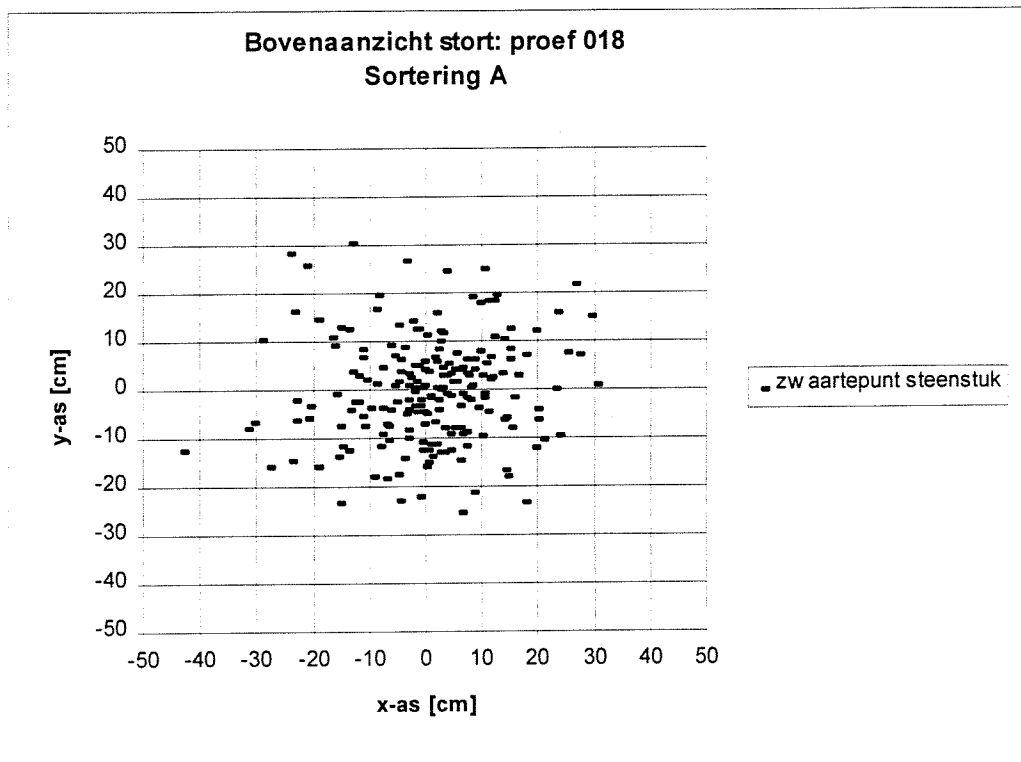
Proef 016, $h = 1,60$ [m]



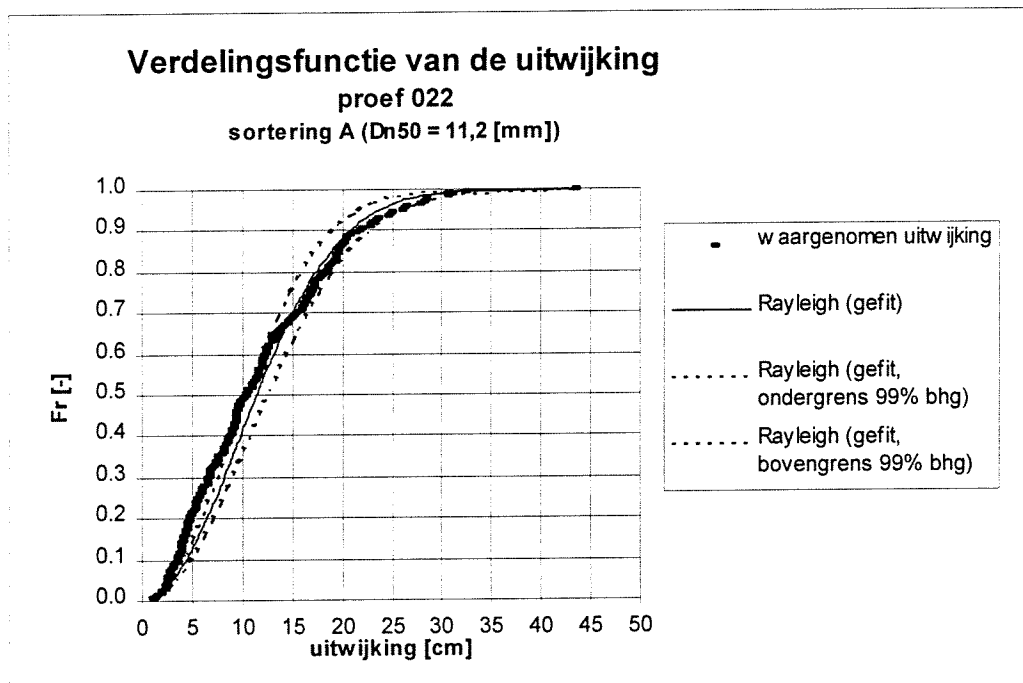
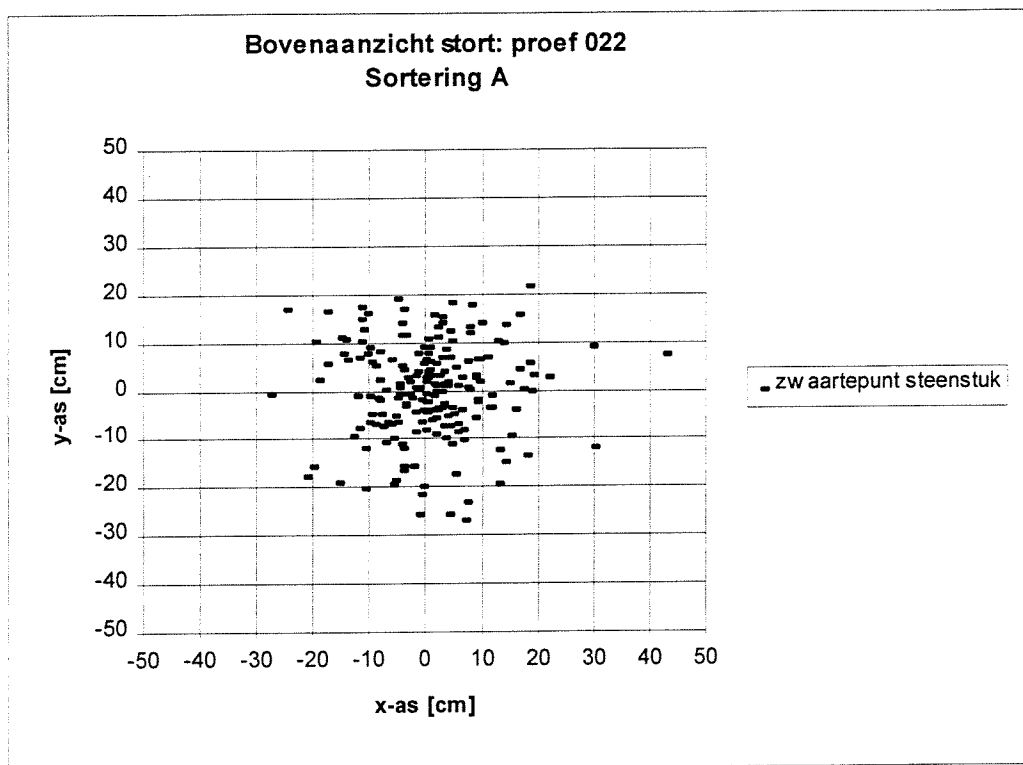
Proef 017, $h = 1,60$ [m]



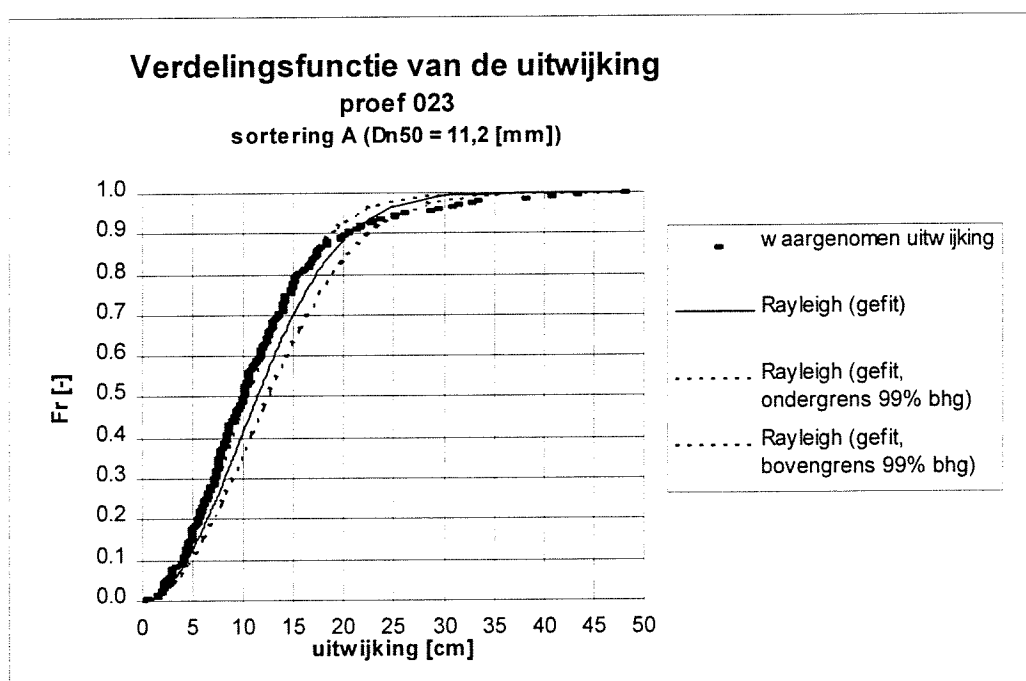
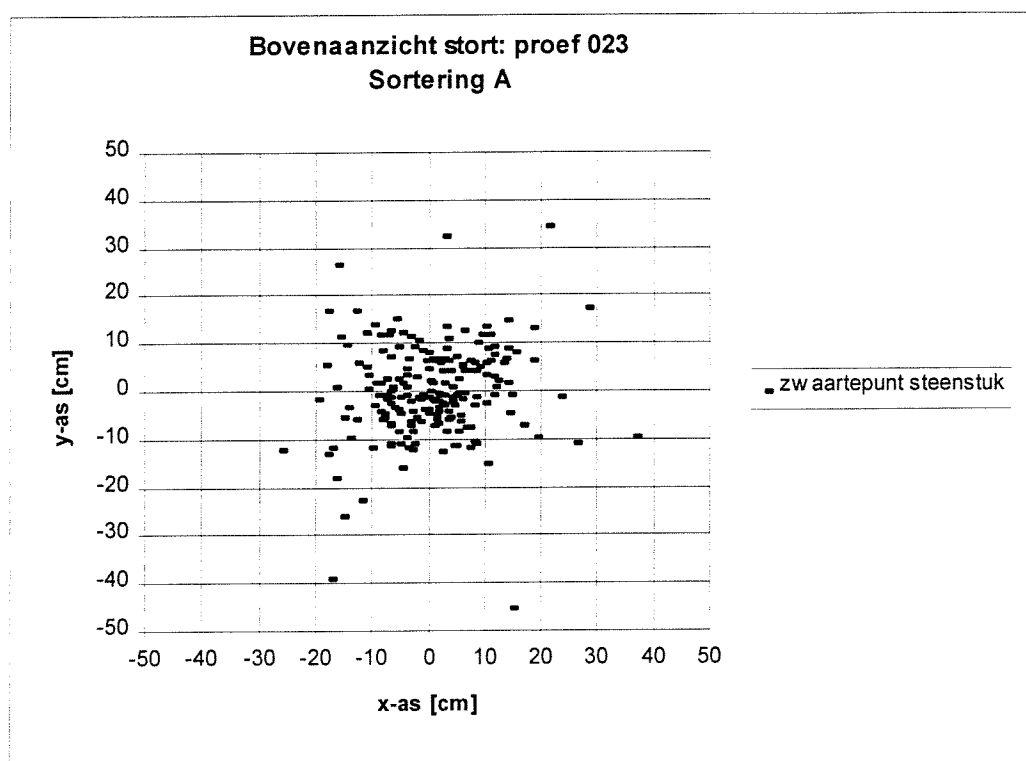
Proef 018, $h = 1,60$ [m]



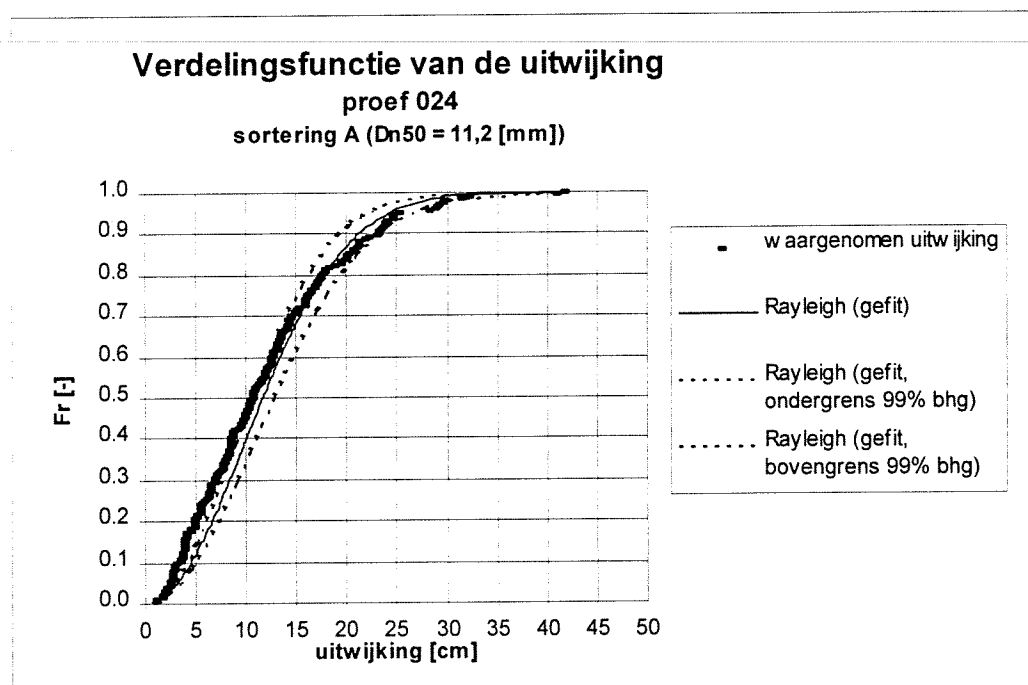
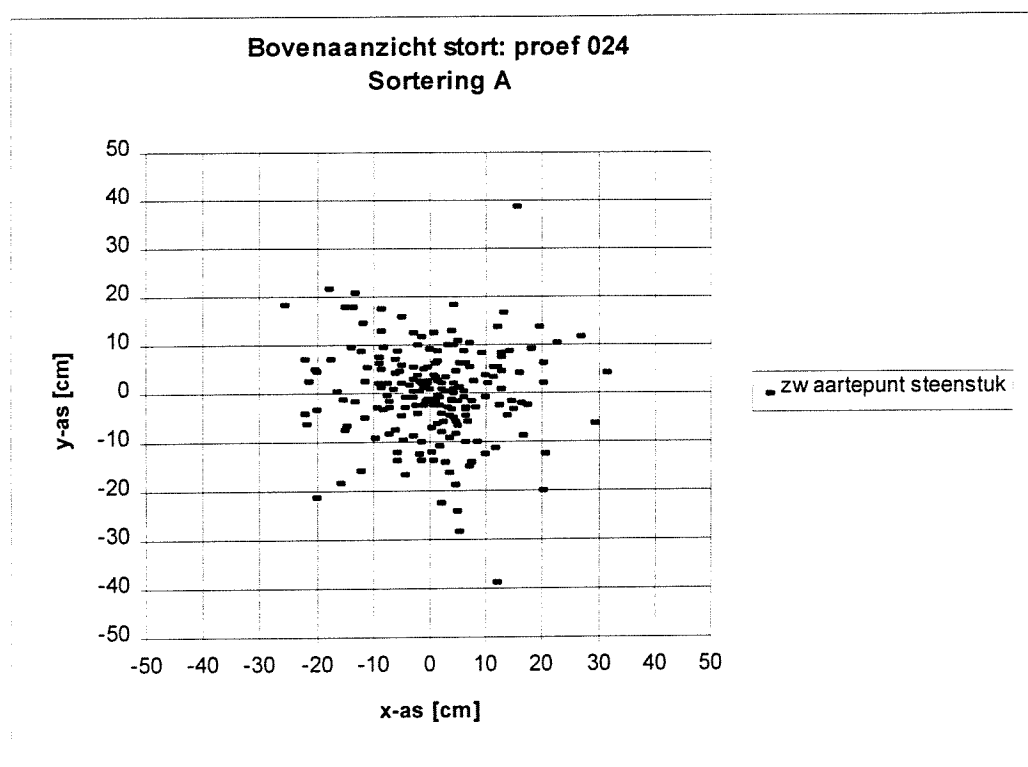
Proef 022, $h = 1,10$ [m]



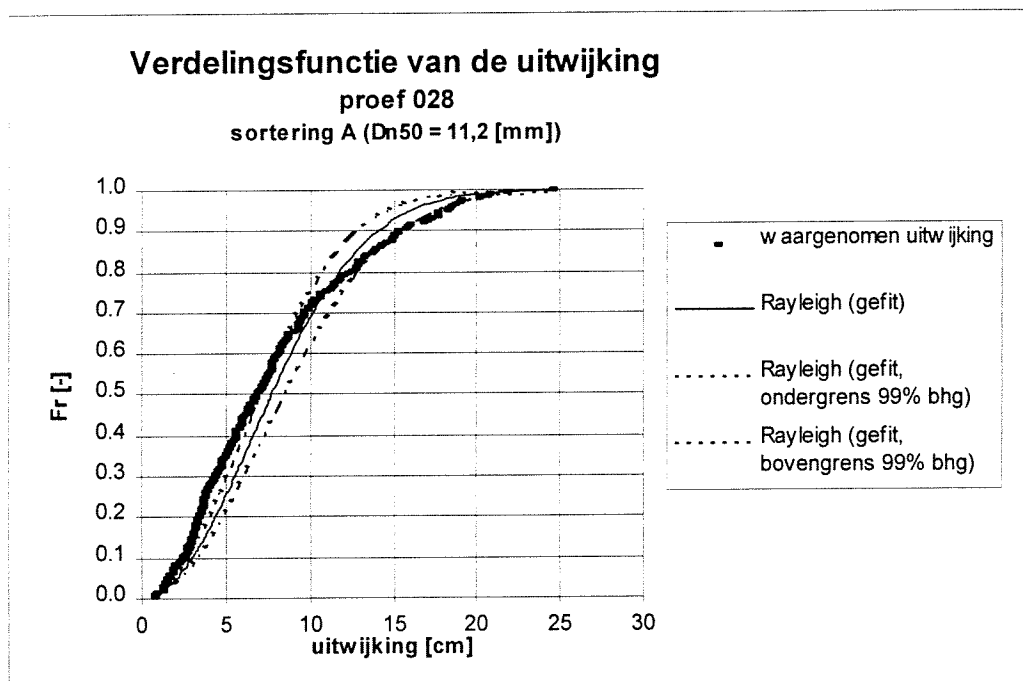
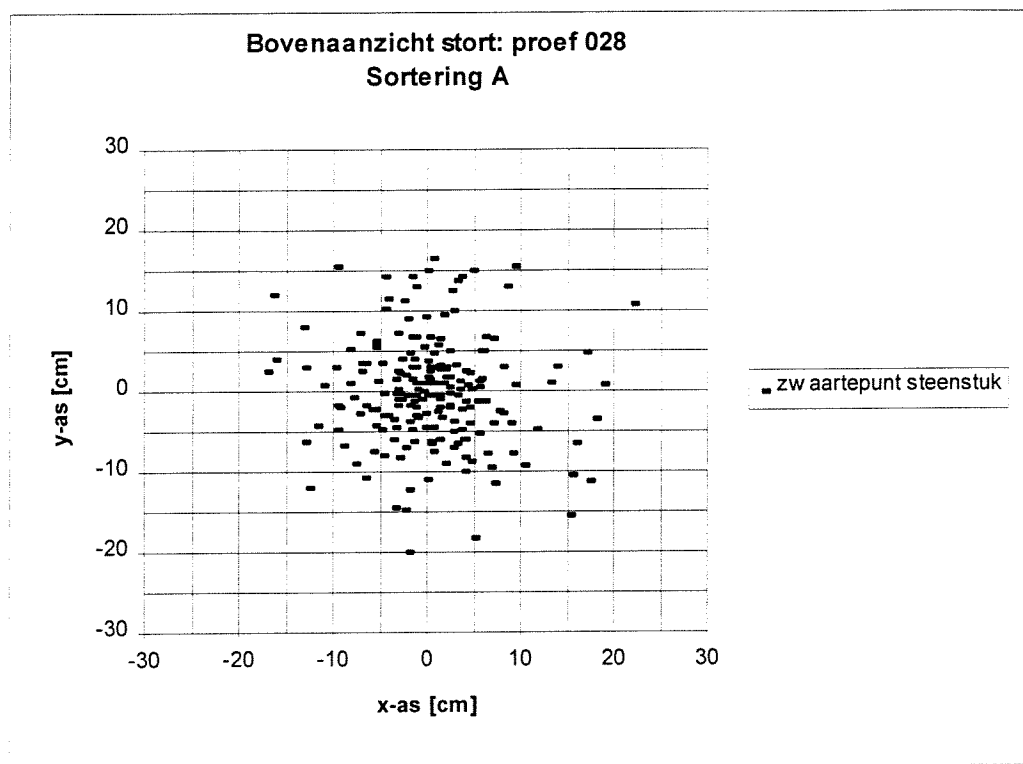
Proef 023, $h = 1,10$ [m]



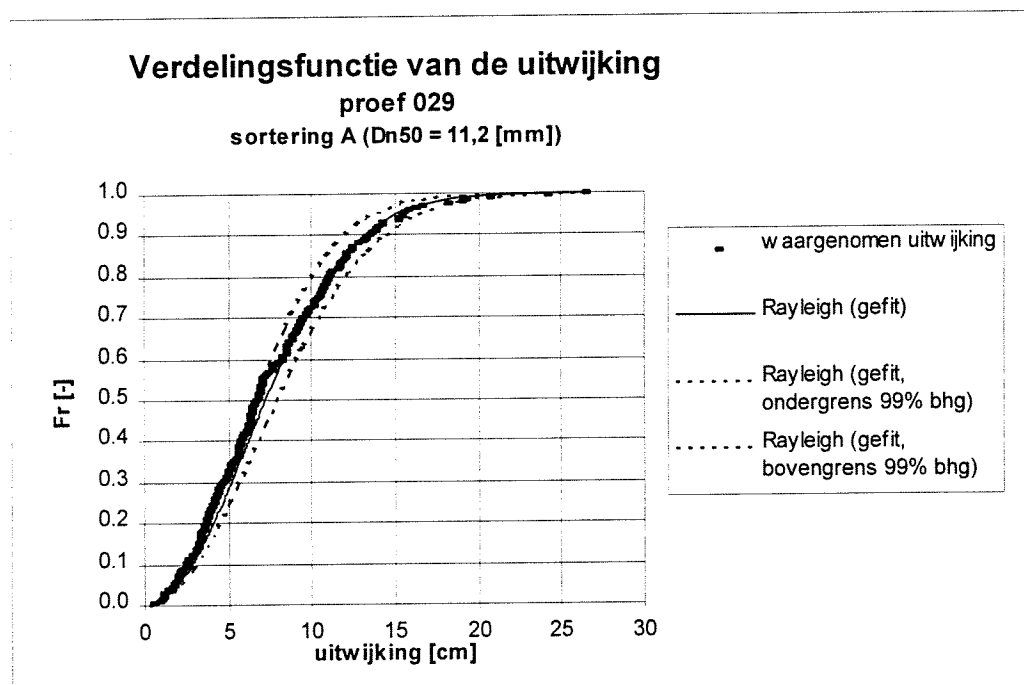
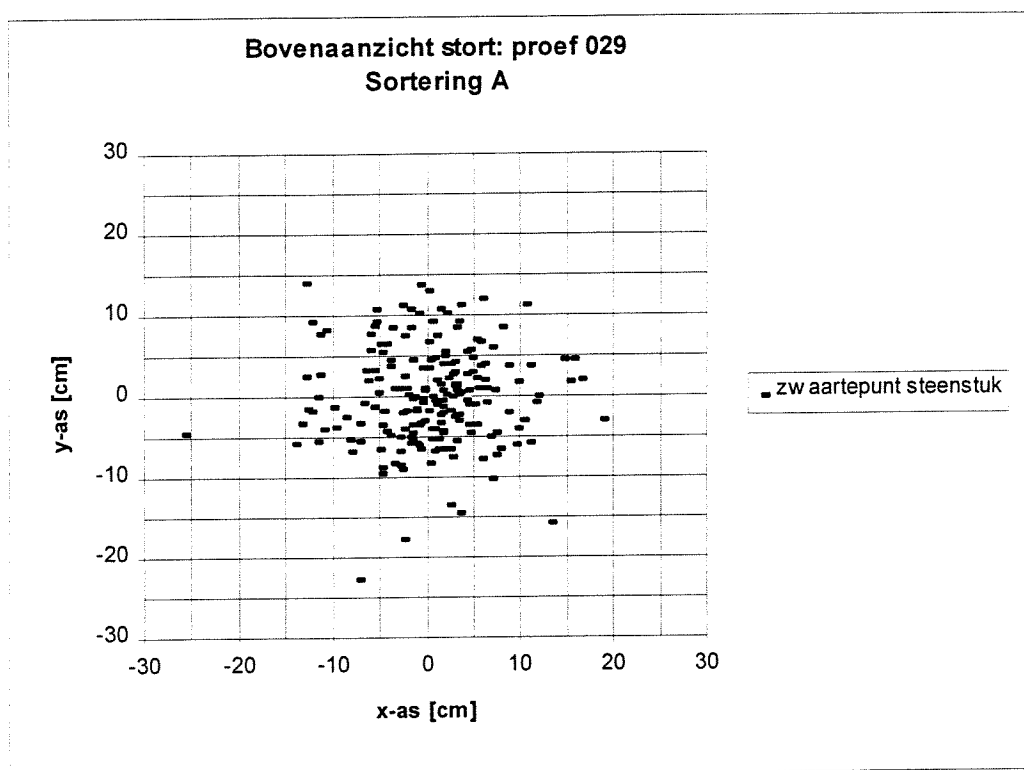
Proef 024, $h = 1,10$ [m]



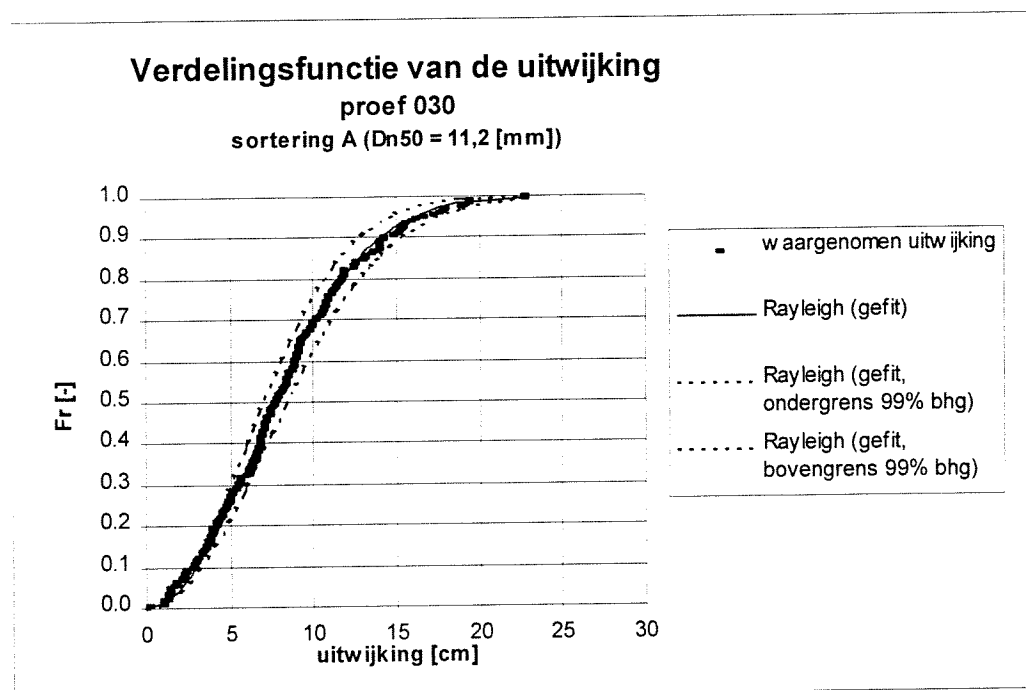
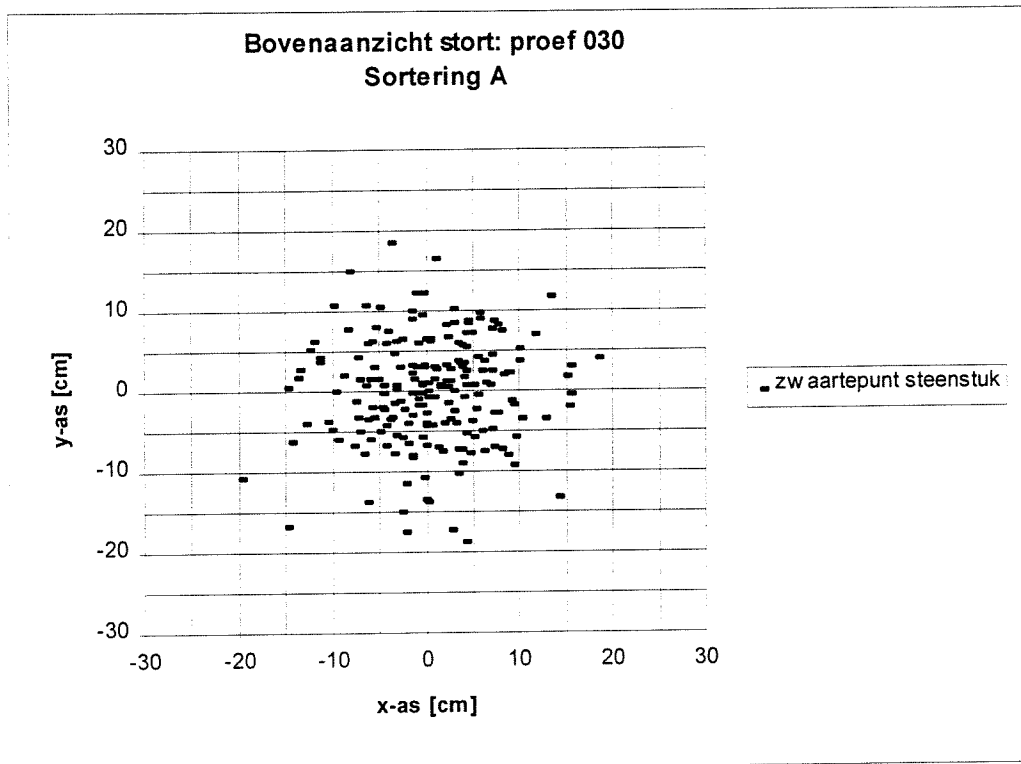
Proef 028, $h = 0,60$ [m]



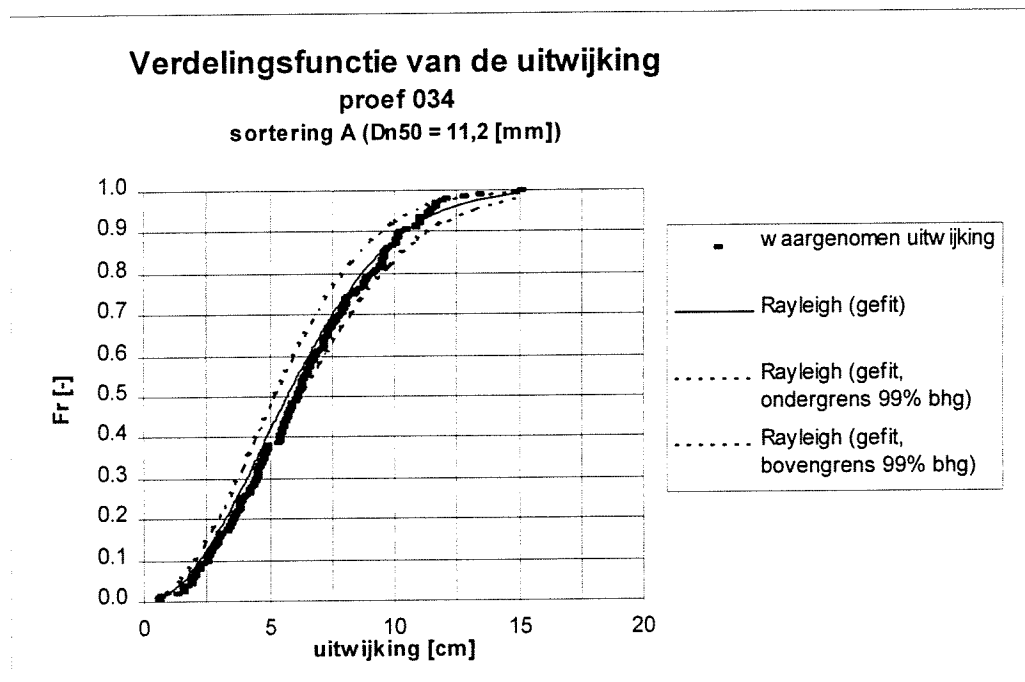
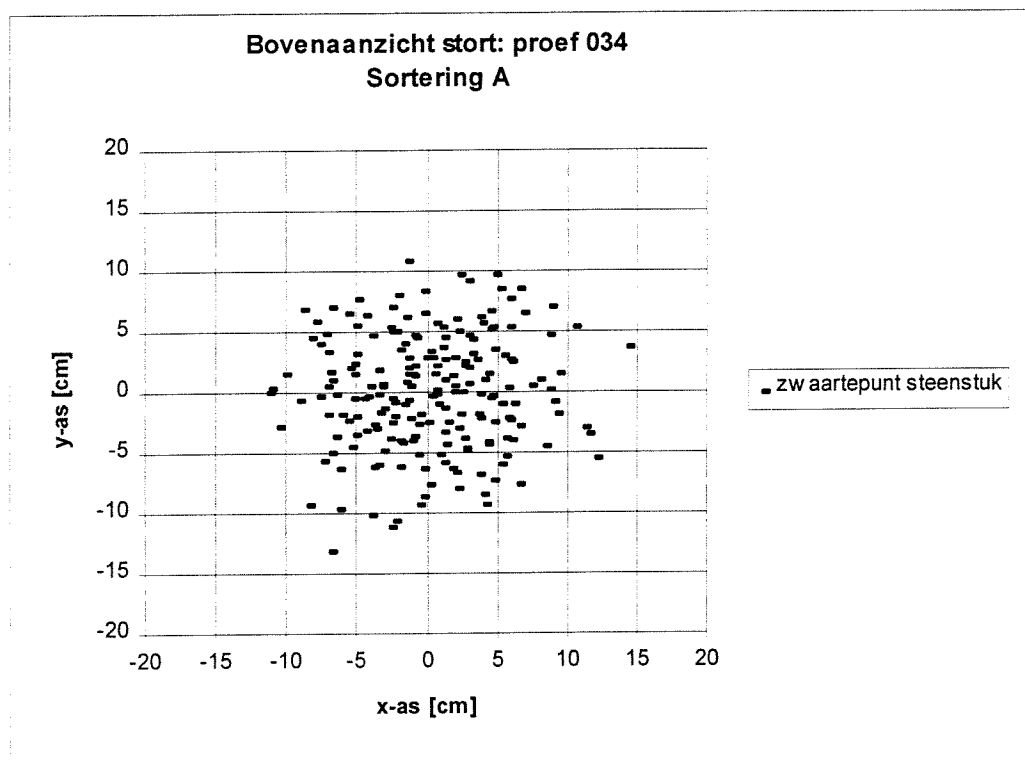
Proef 029, $h = 0,60$ [m]



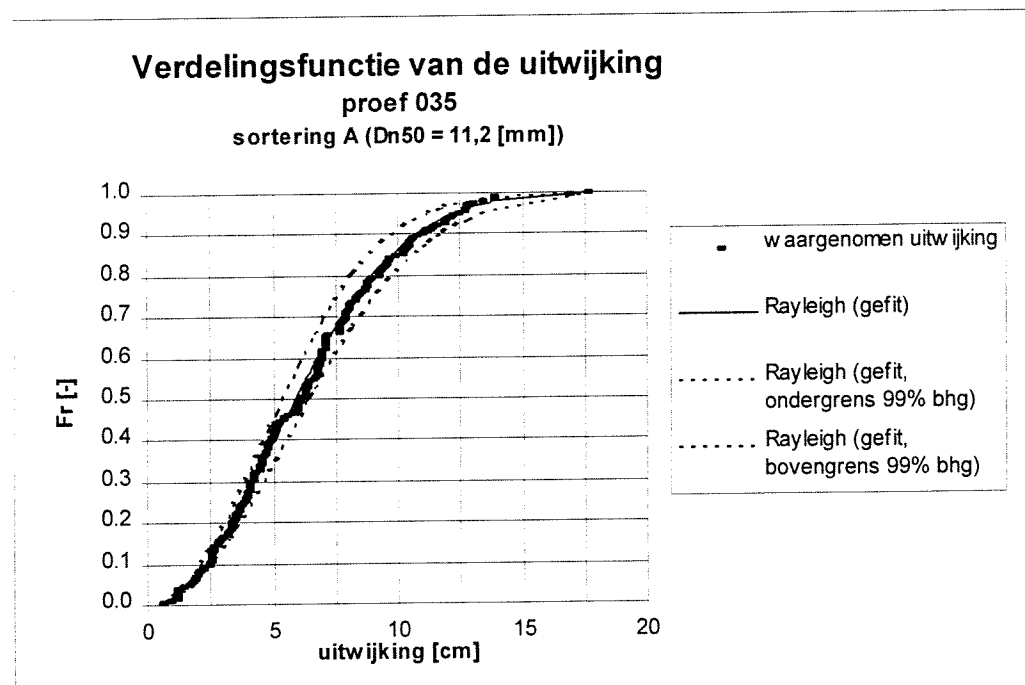
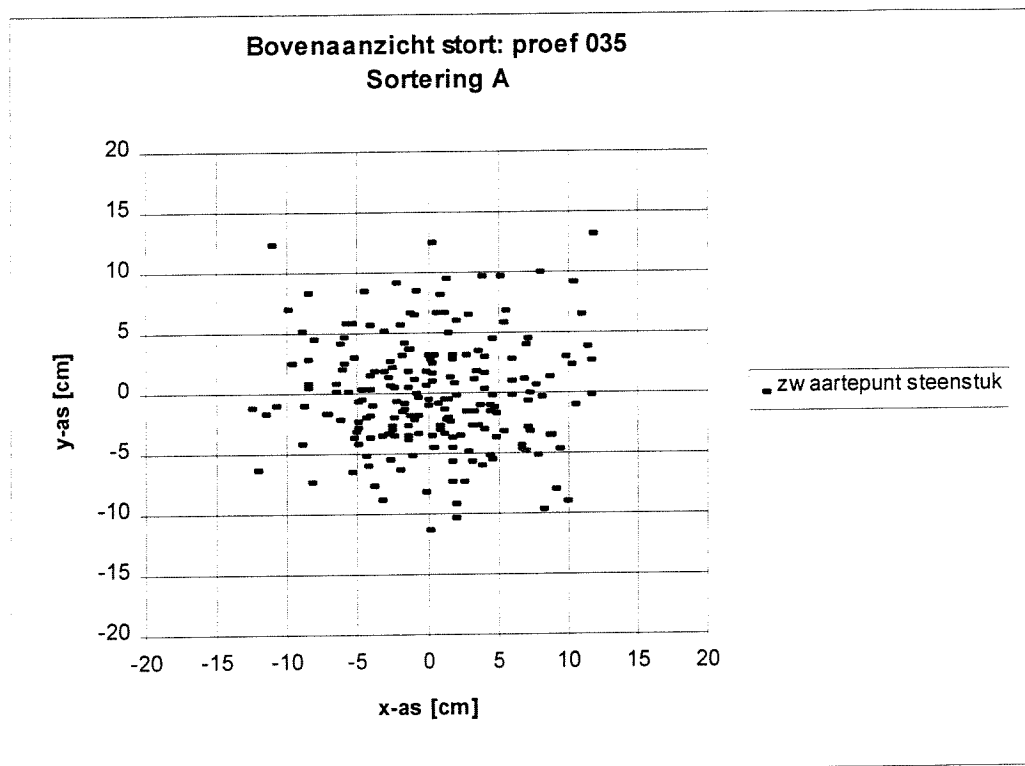
Proef 030, $h = 0,60$ [m]



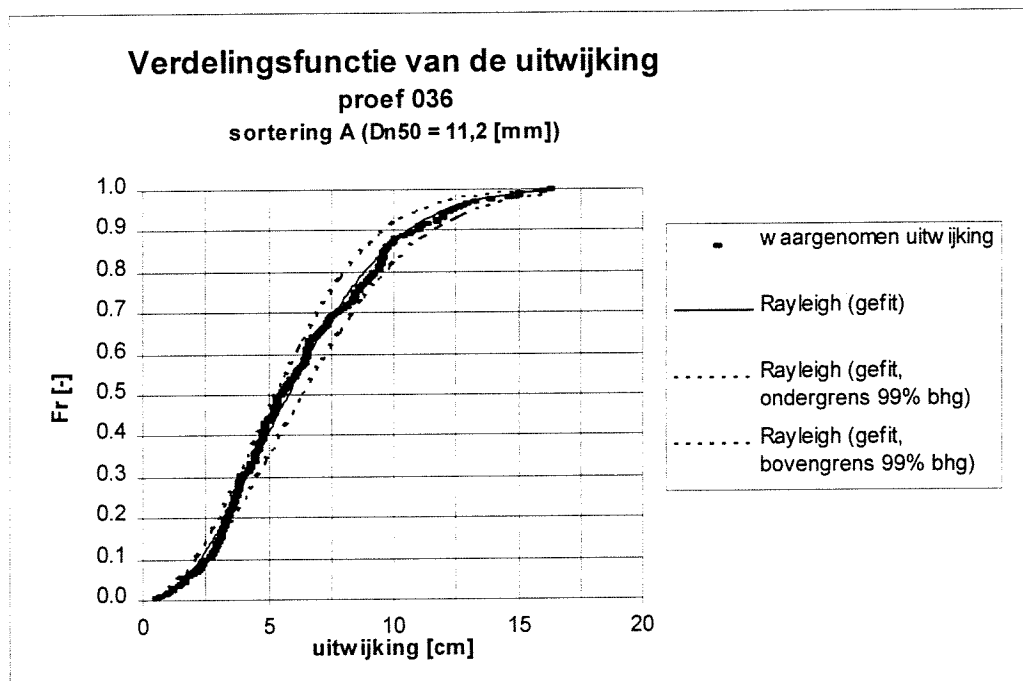
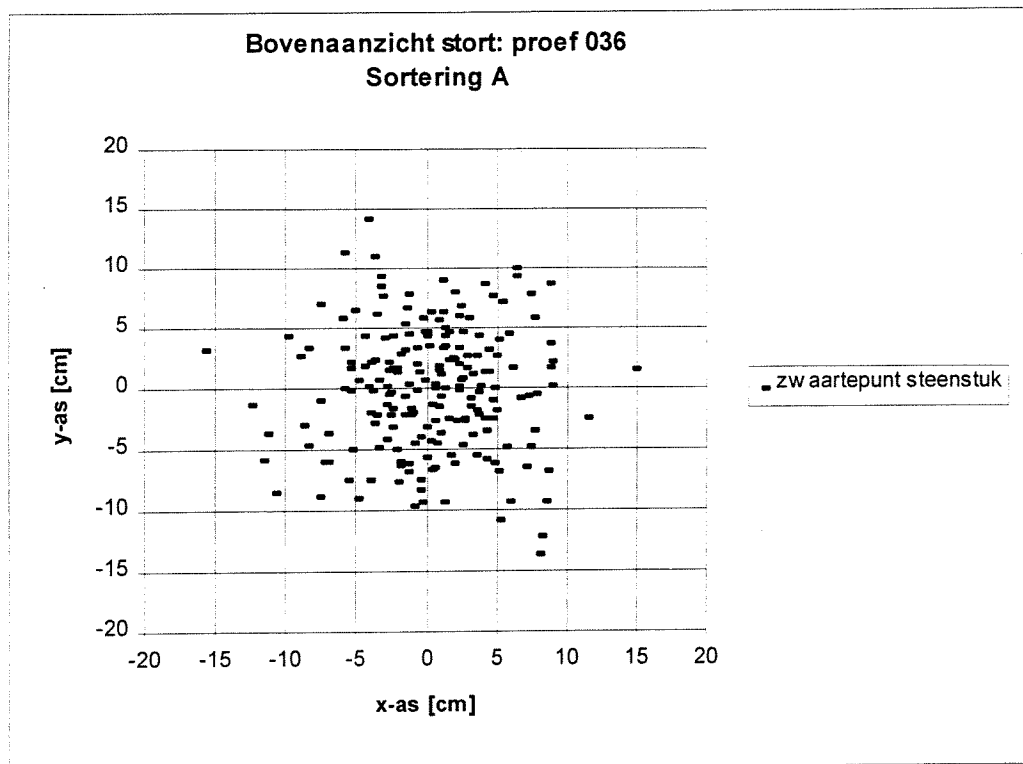
Proef 034, $h = 0,40$ [m]



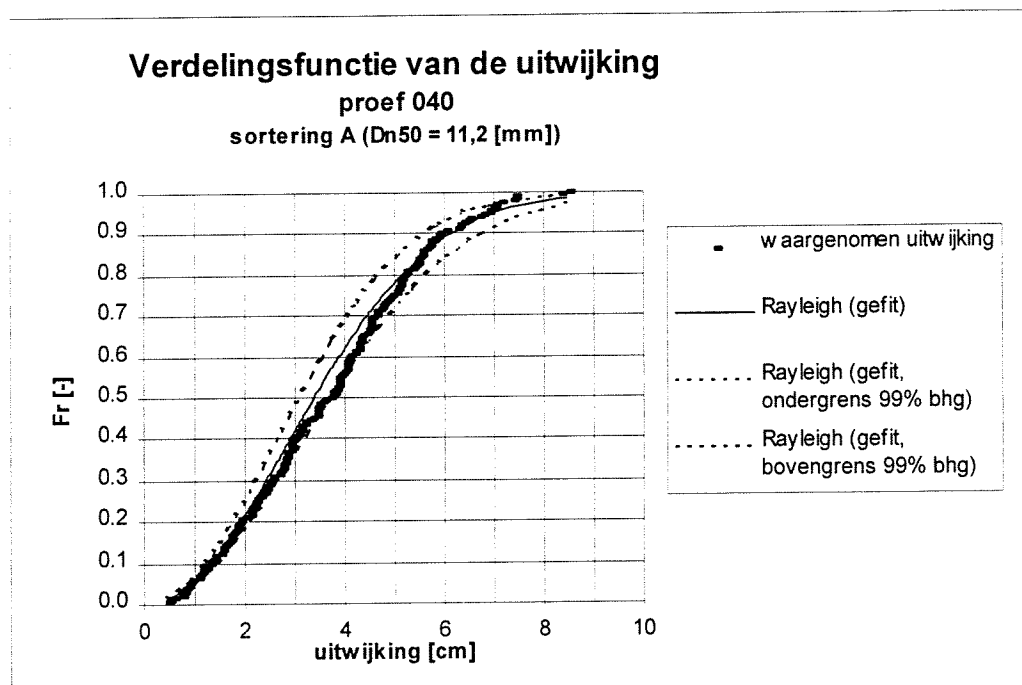
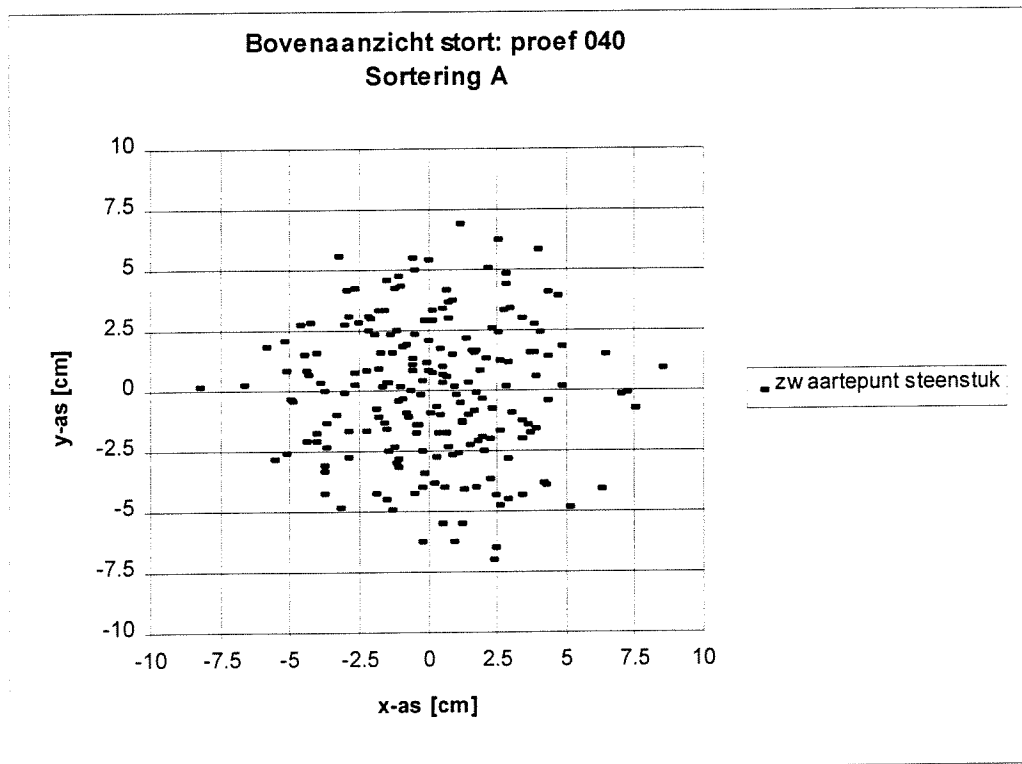
Proef 035, $h = 0,40$ [m]



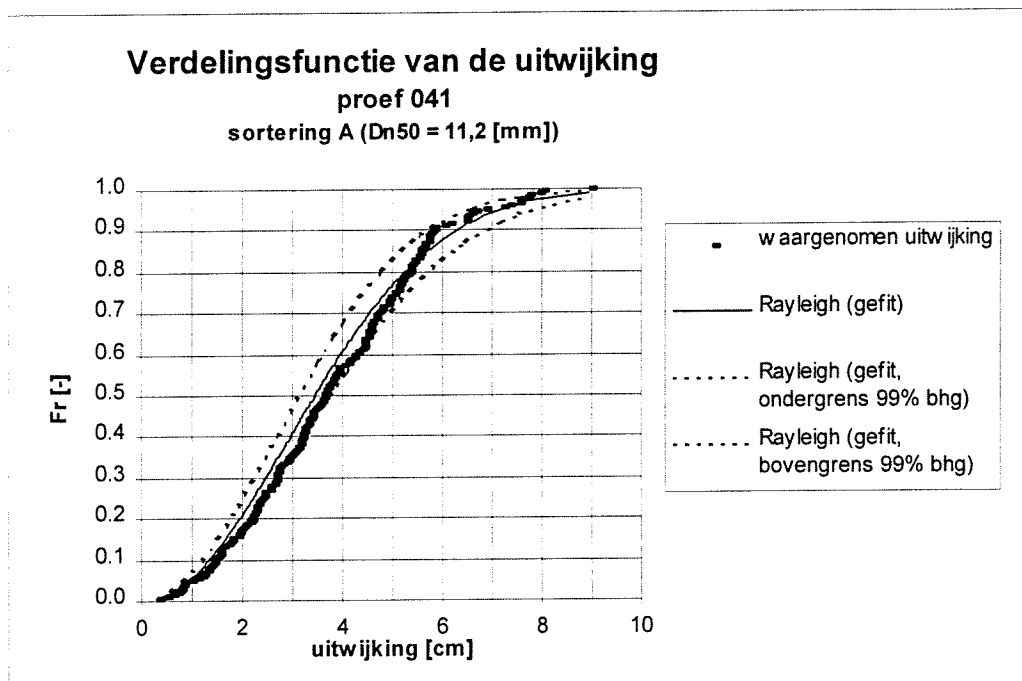
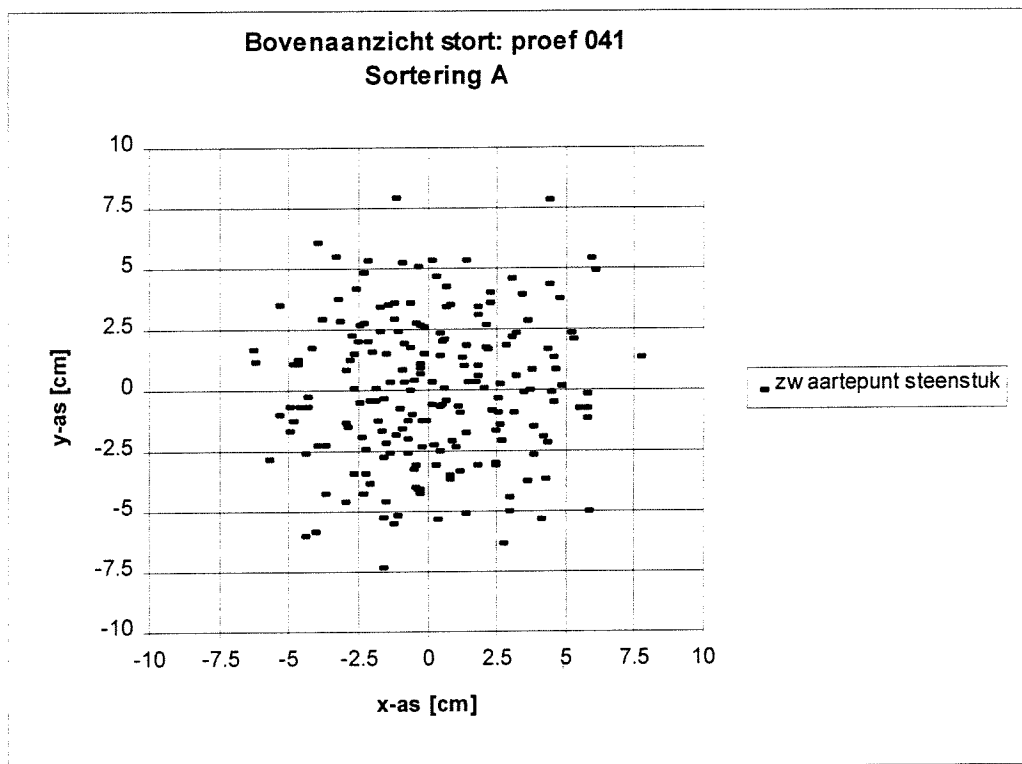
Proef 036, $h = 0,40$ [m]



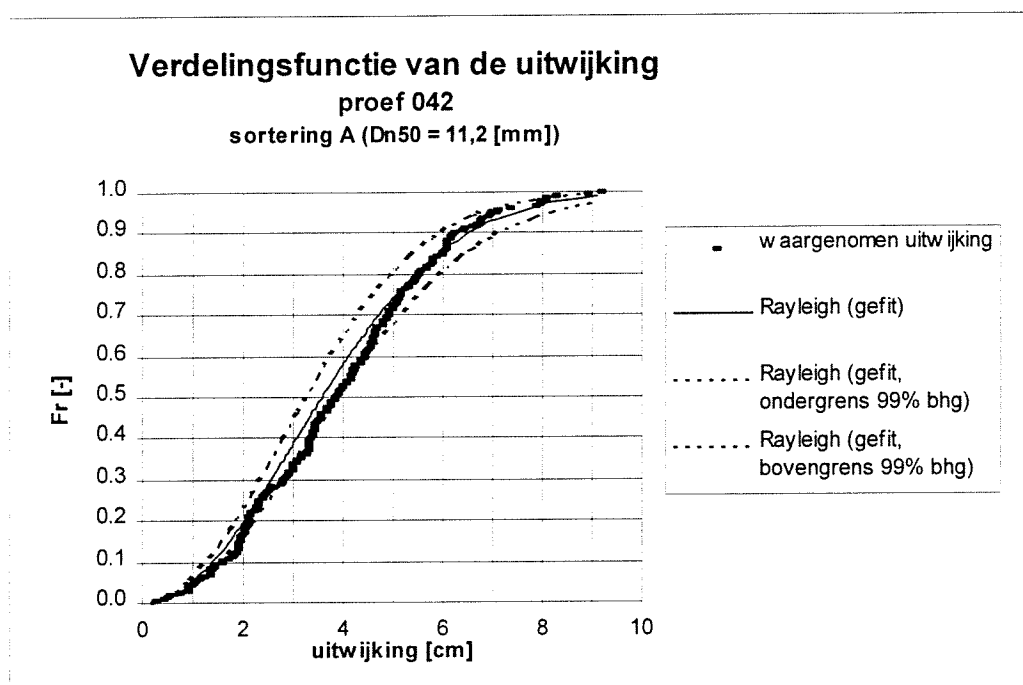
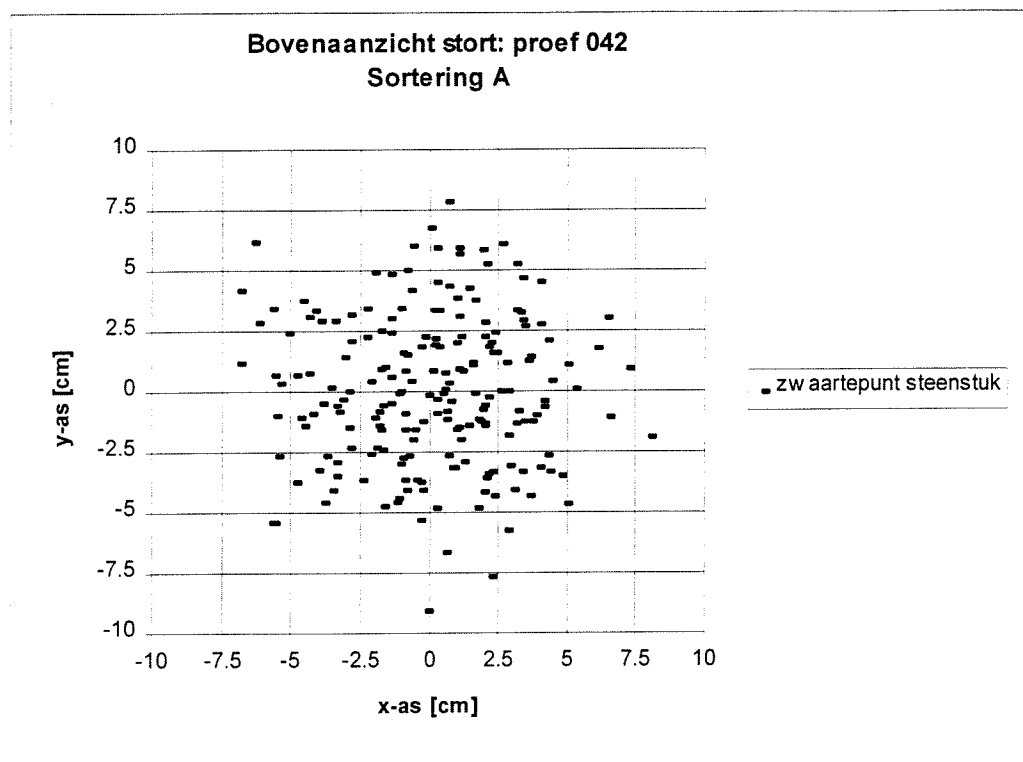
Proef 040, $h = 0,20$ [m]

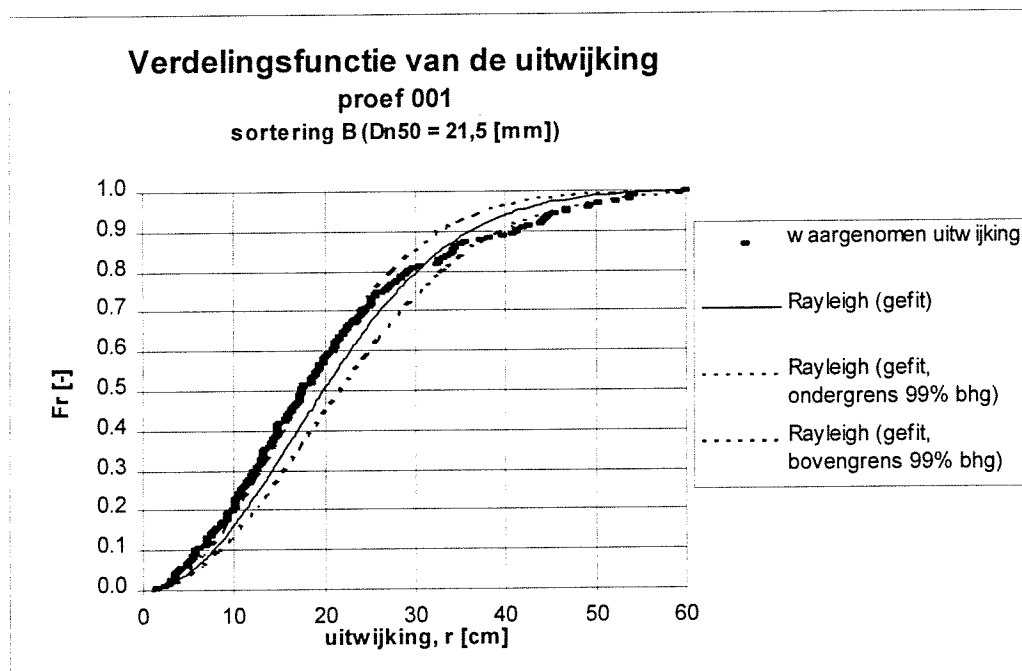
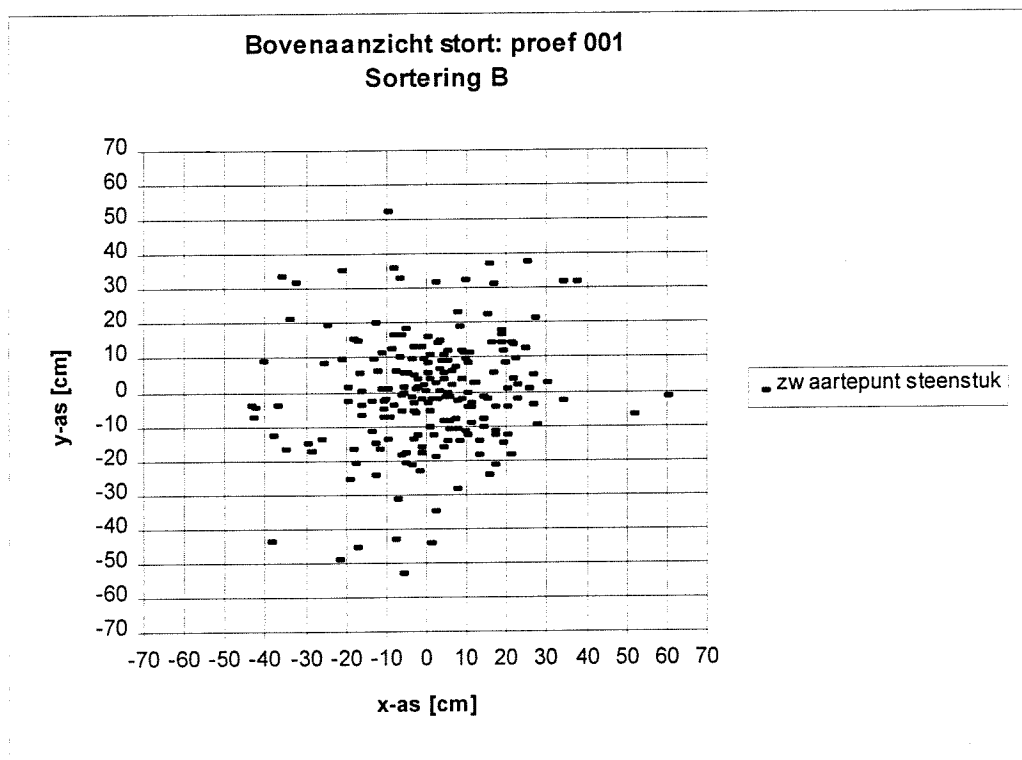


Proef 041, $h = 0,20$ [m]

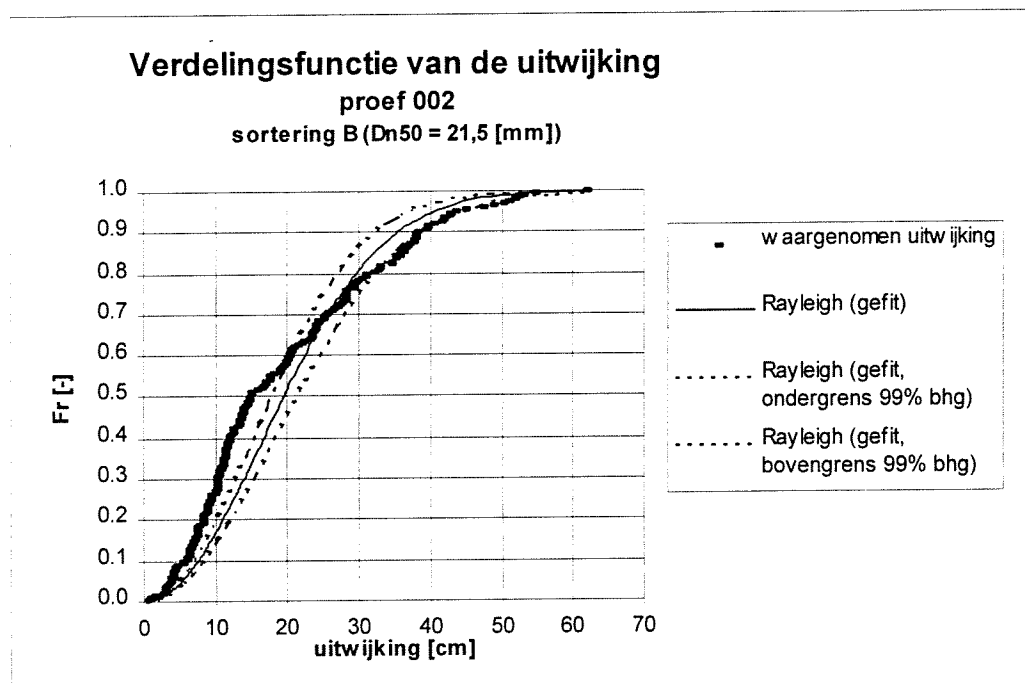
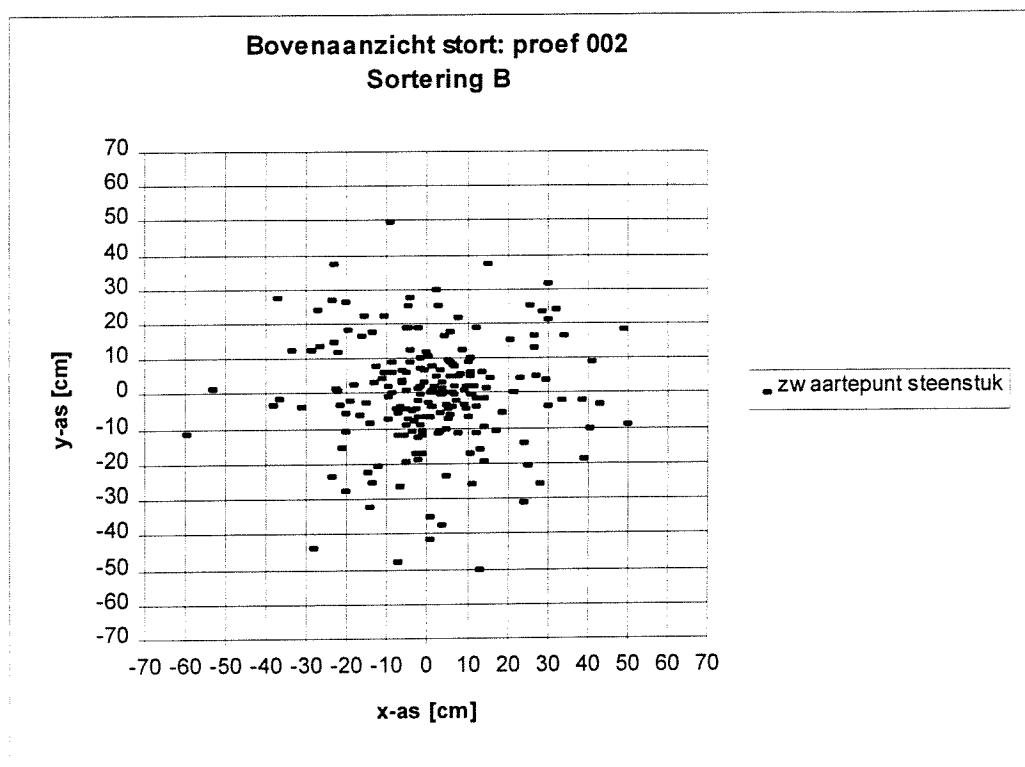


Proef 042, $h = 0,20$ [m]

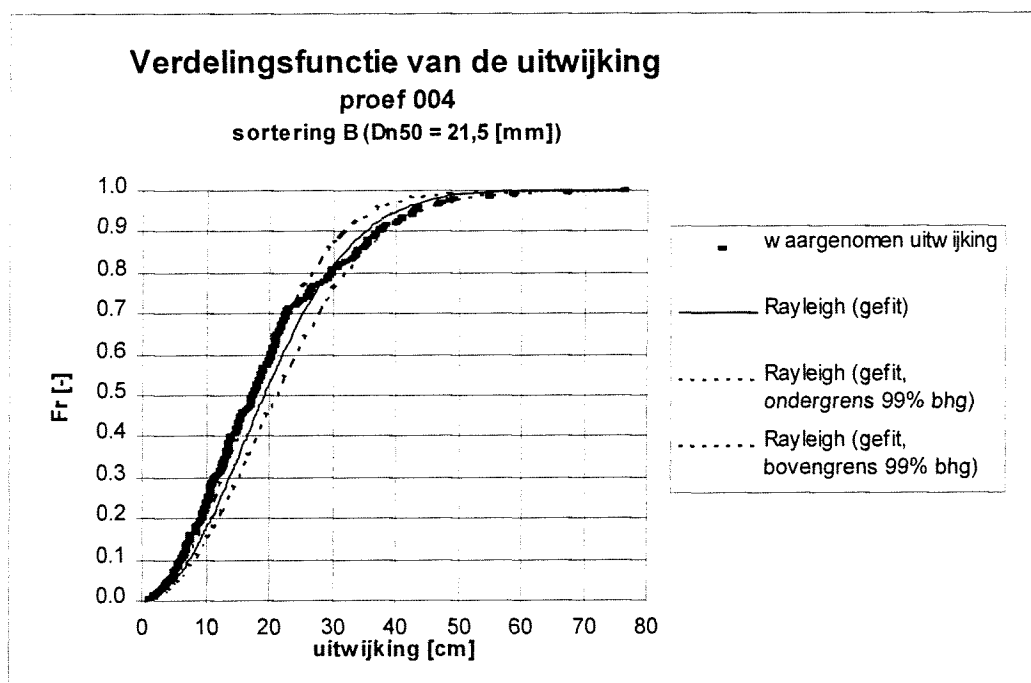
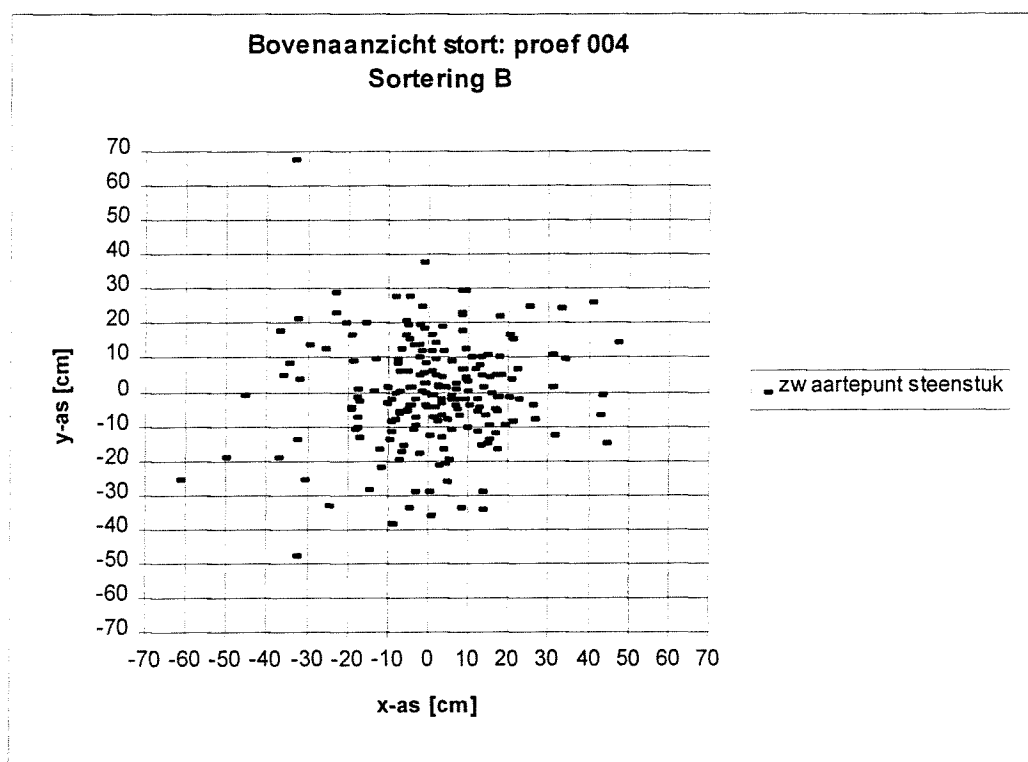


Bijlage K-2: Stortresultaten en verdelingsfuncties van de uitwijking voor sortering B*Proef 001, $h = 1,90$ [m]*

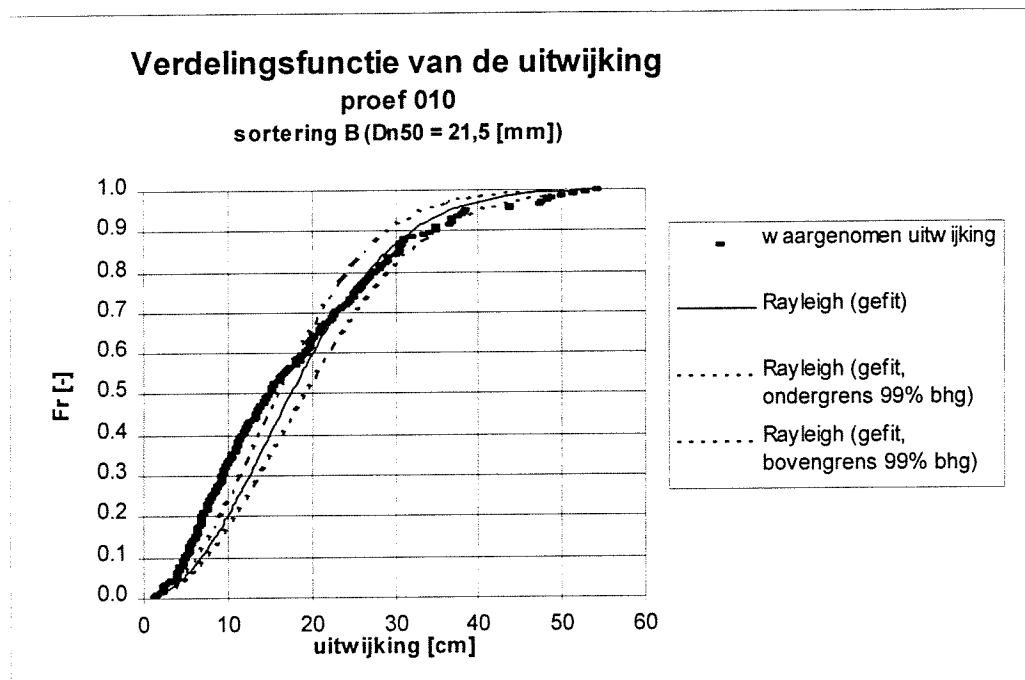
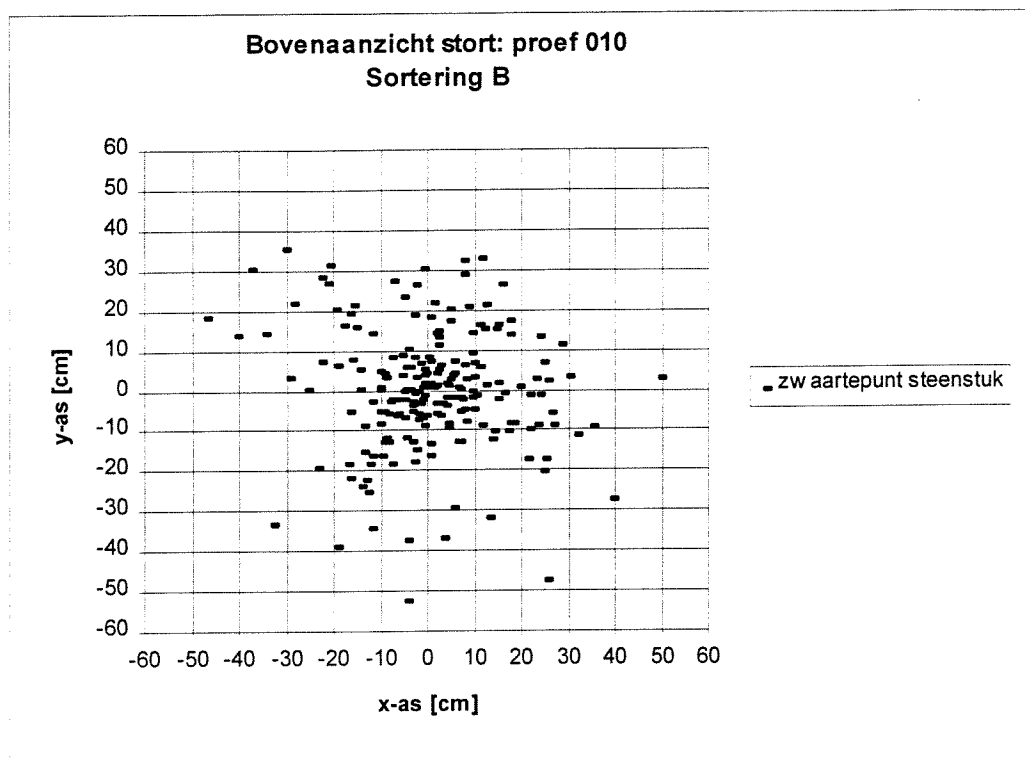
Proef 002, $h = 1,90$ [m]



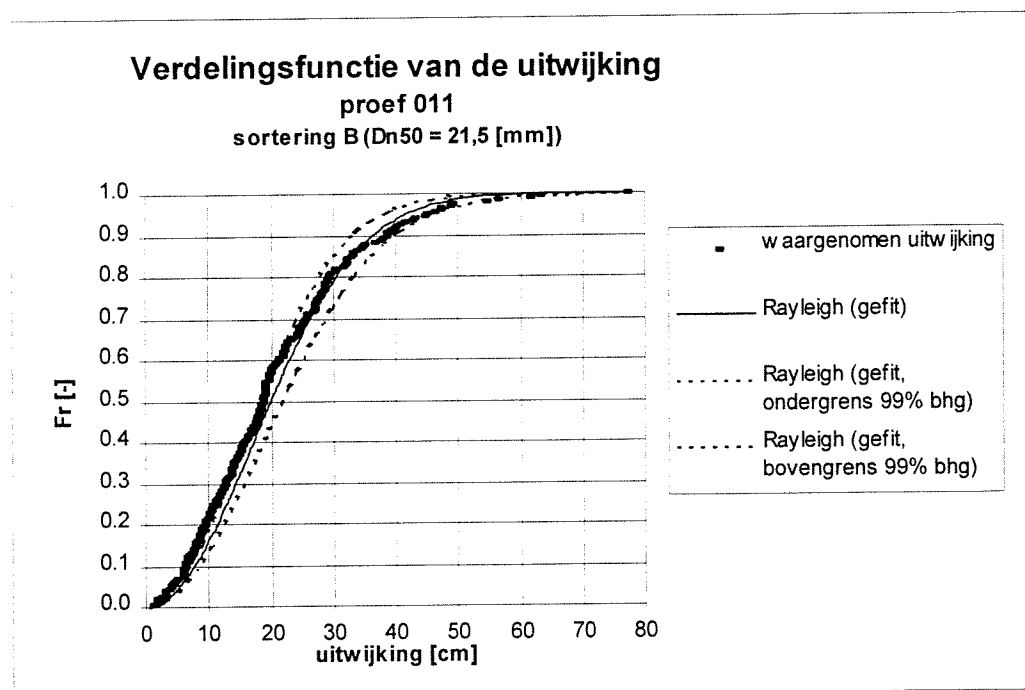
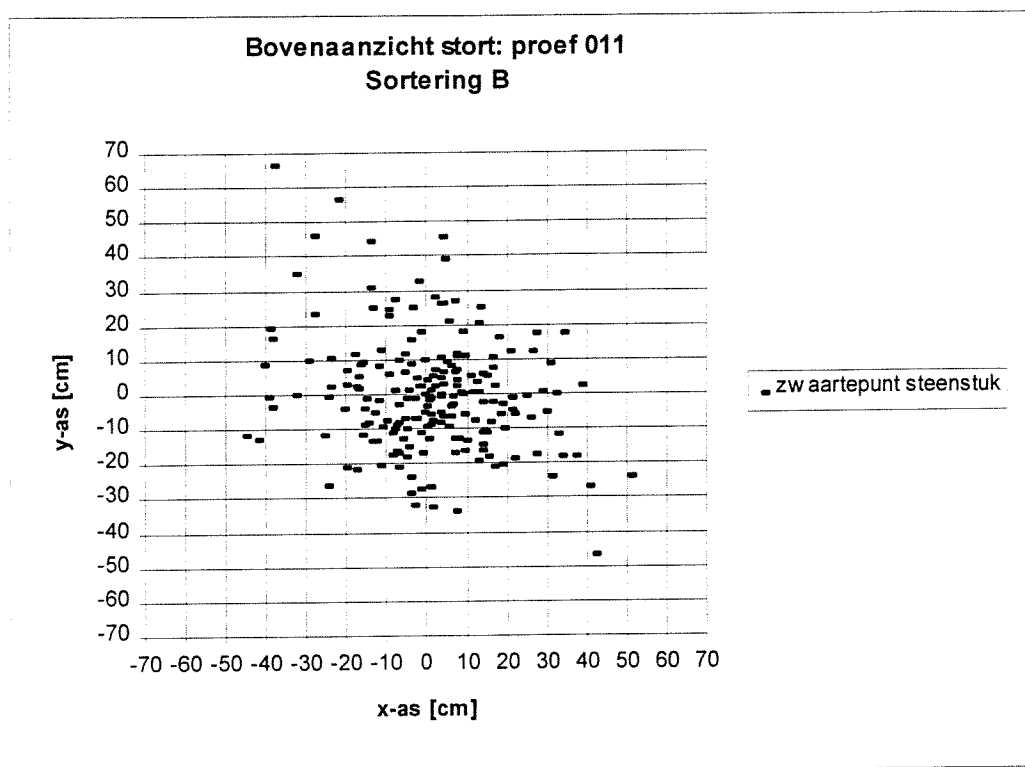
Proef 004, $h = 1,90$ [m]



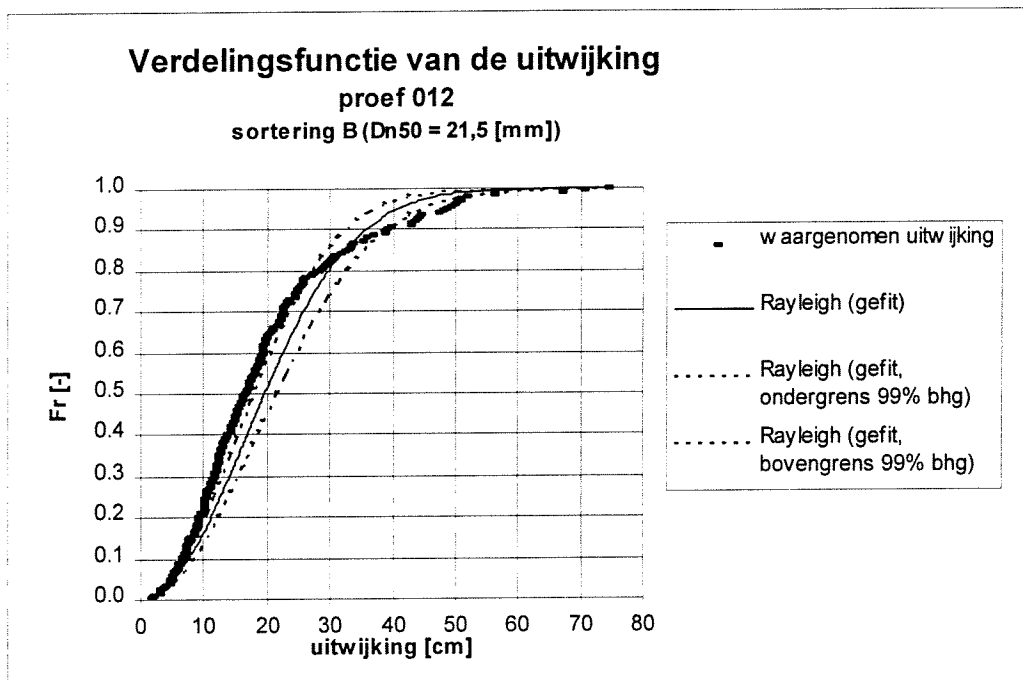
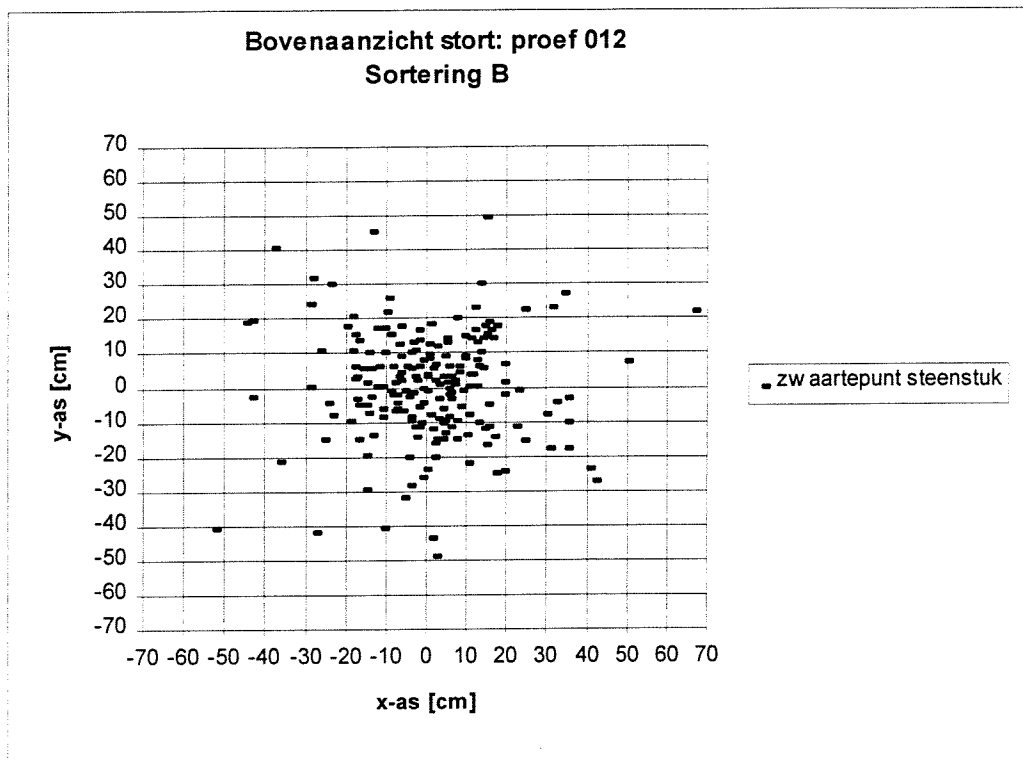
Proef 010, $h = 1,75$ [m]



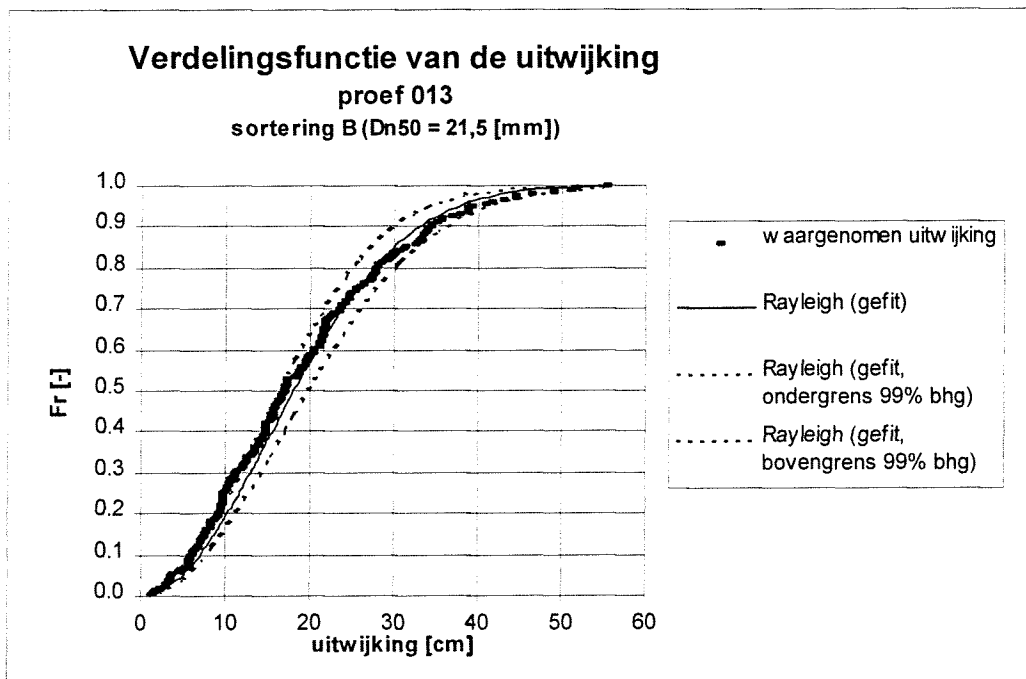
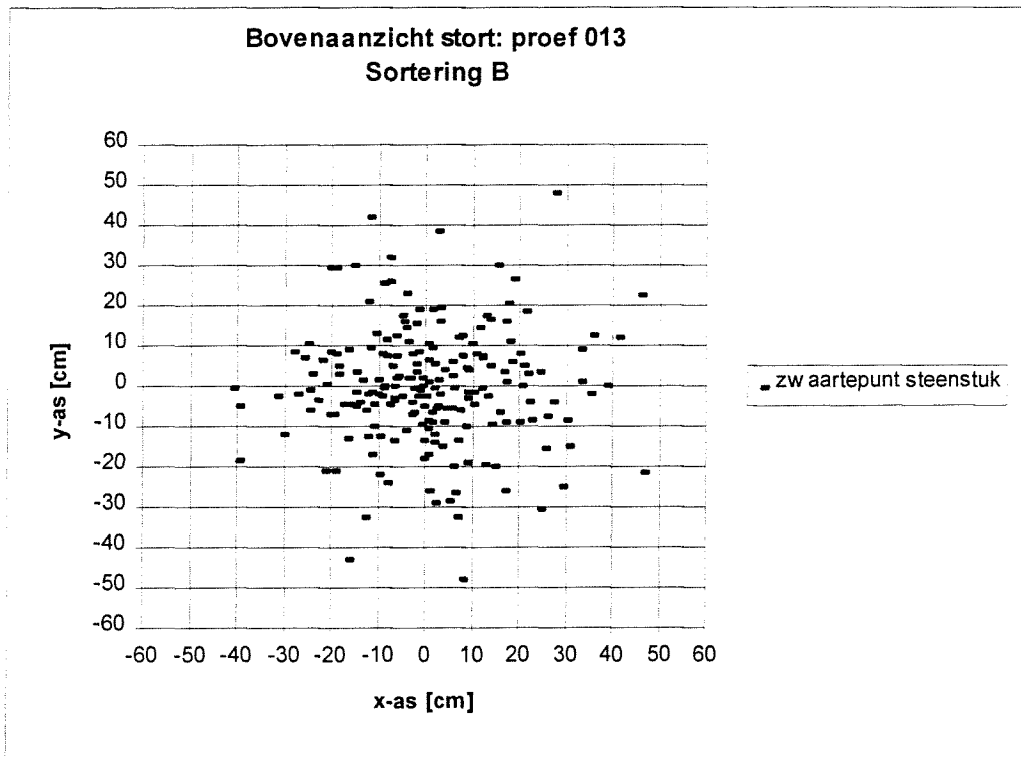
Proef 011, $h = 1,75$ [m]



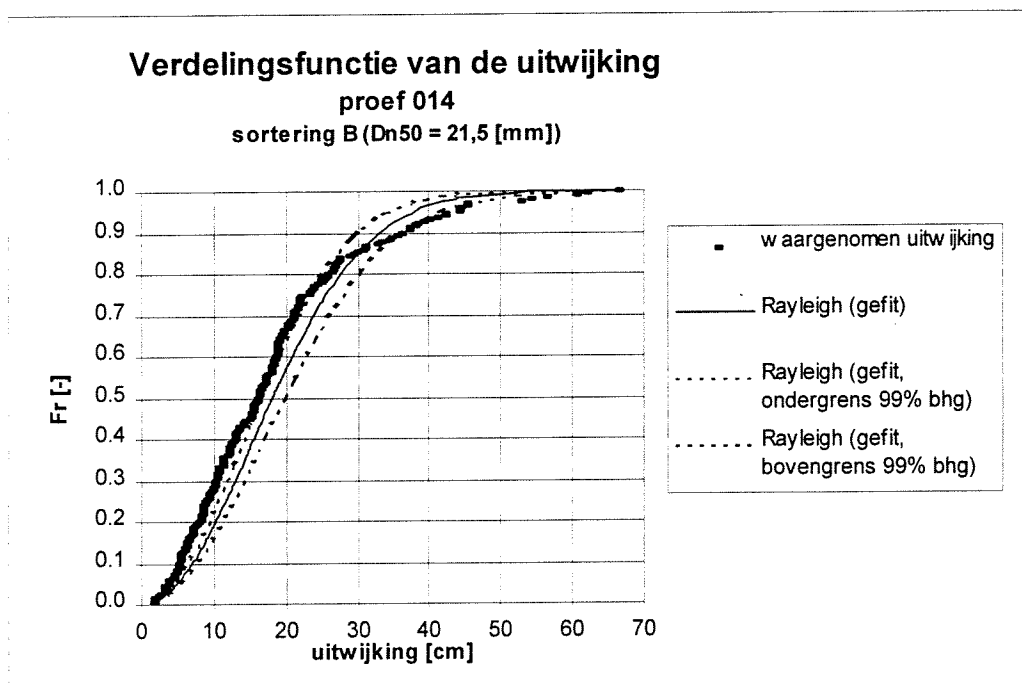
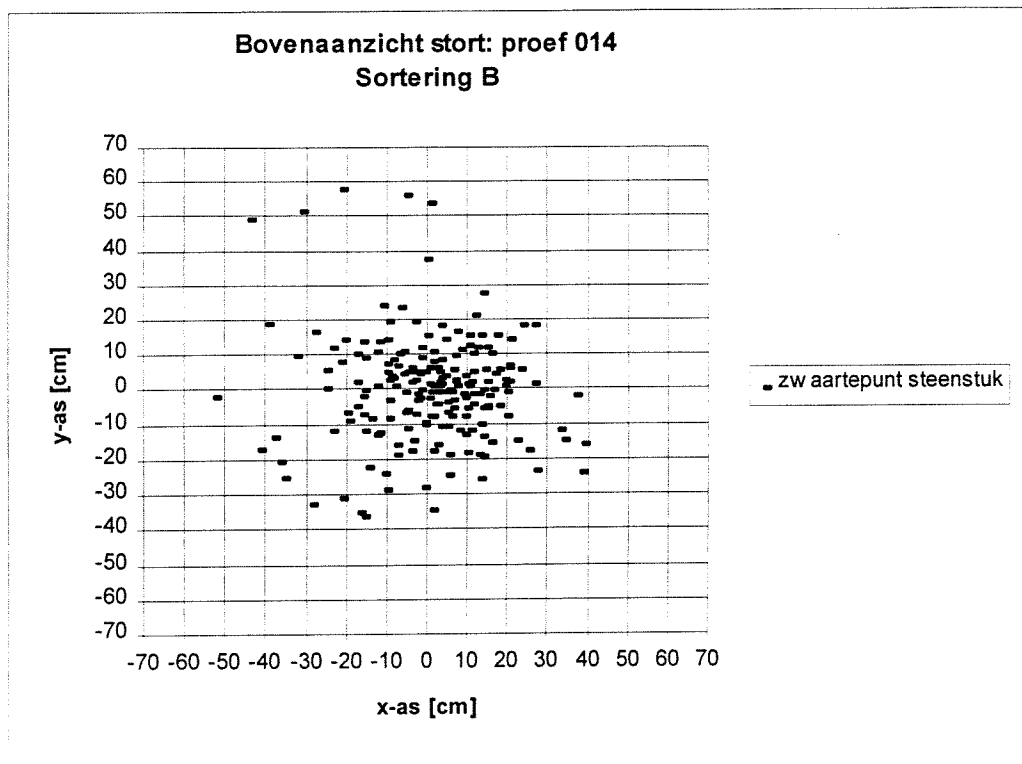
Proef 012, $h = 1,75$ [m]



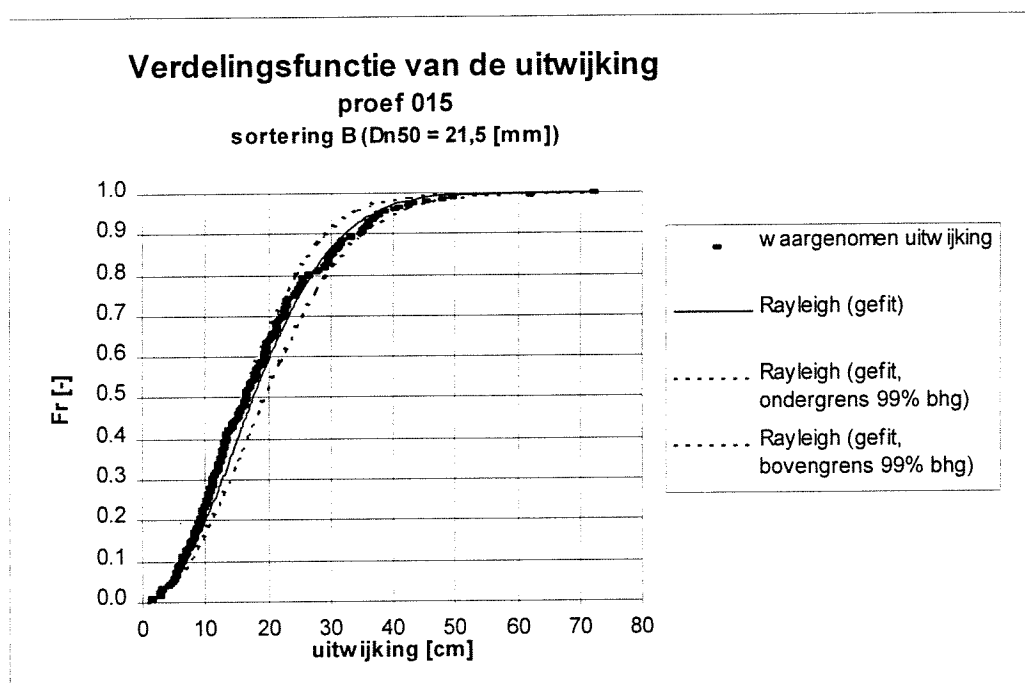
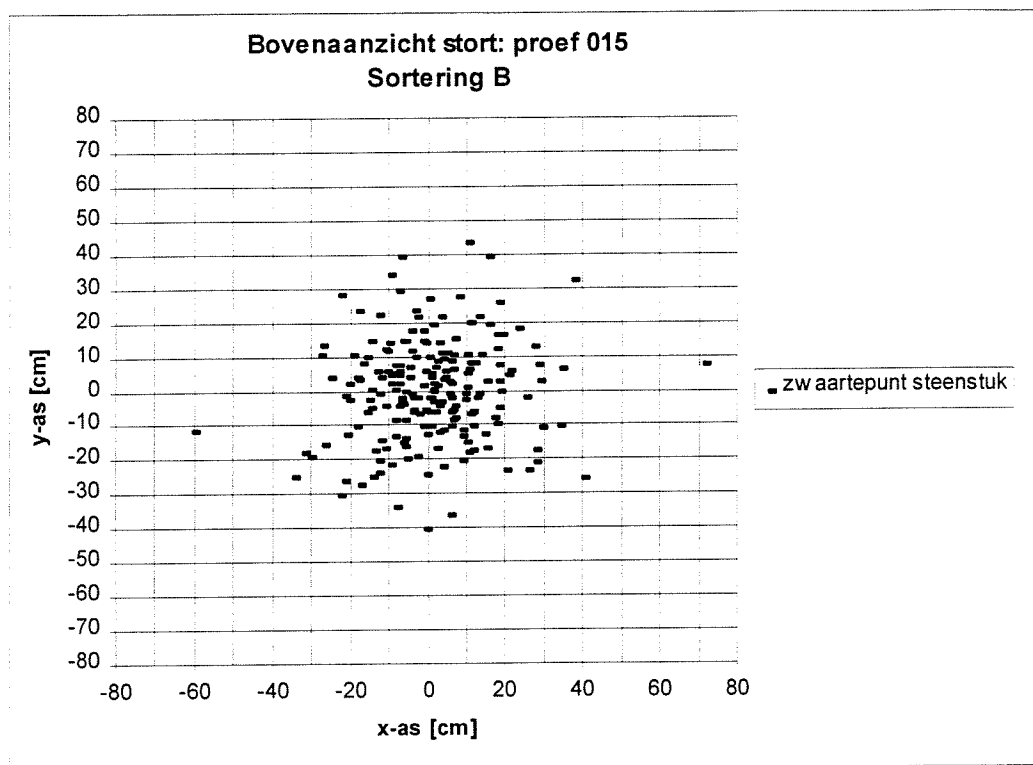
Proef 013, $h = 1,60$ [m]



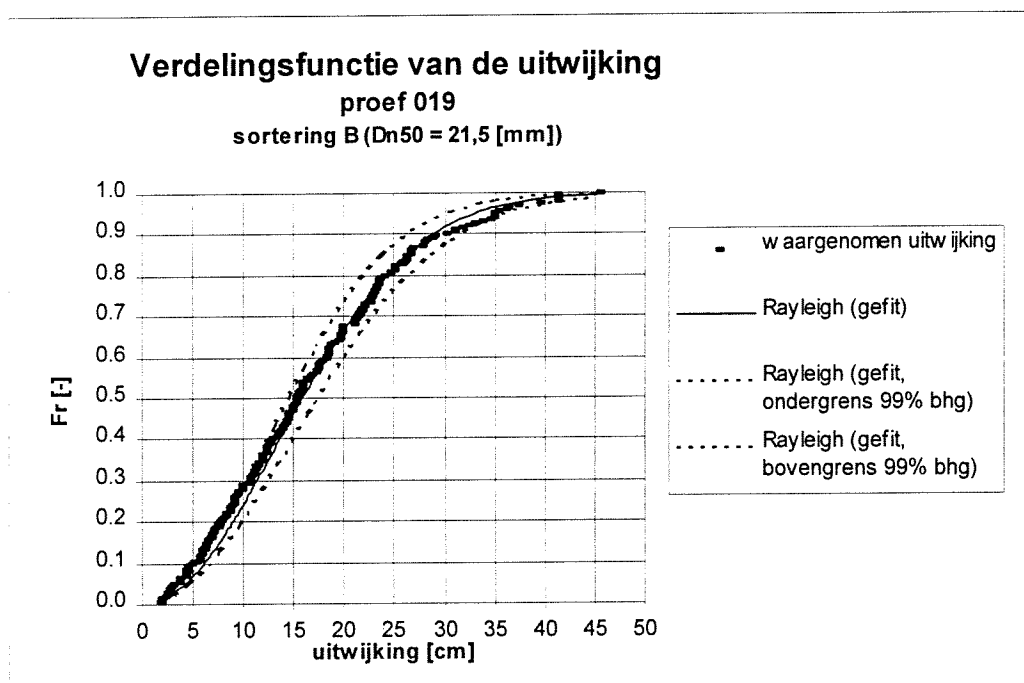
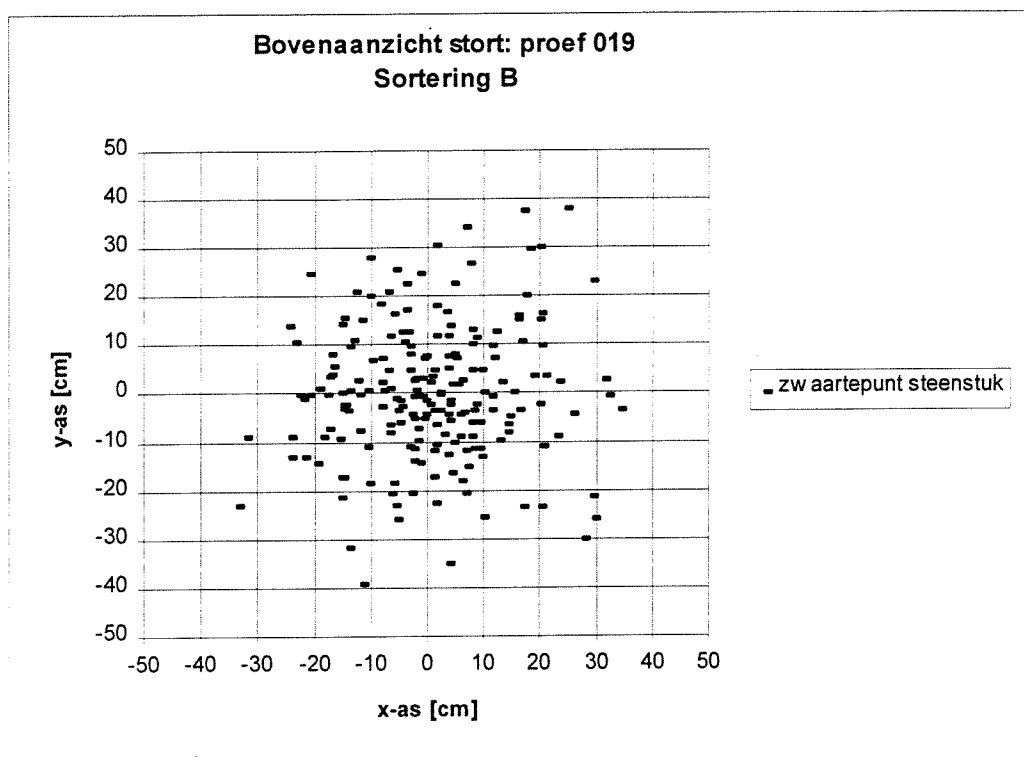
Proef 014, $h = 1,60$ [m]



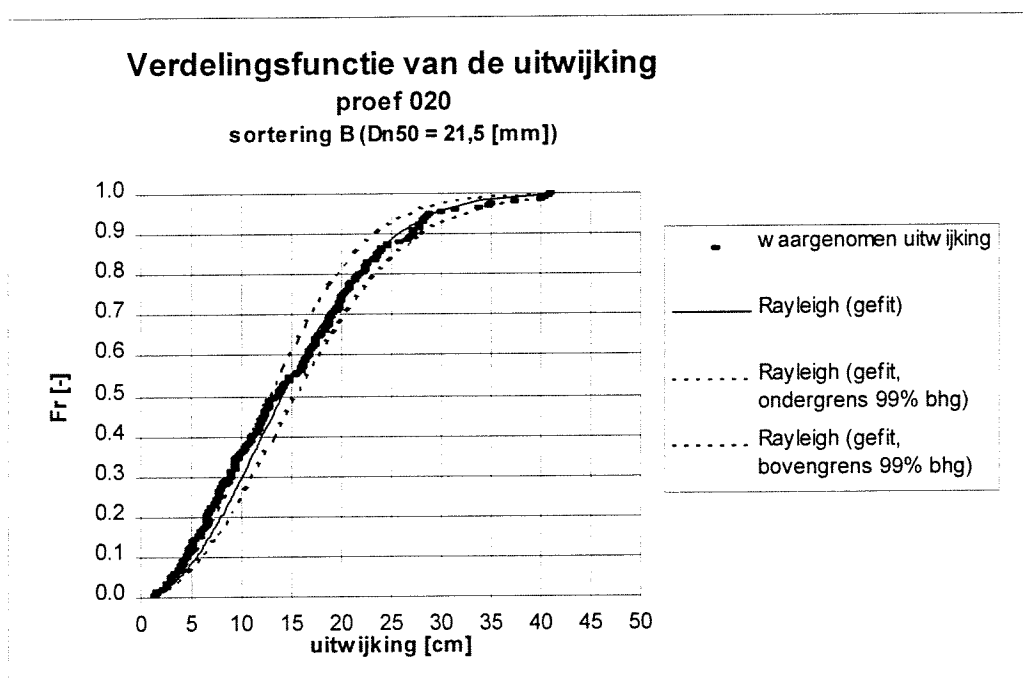
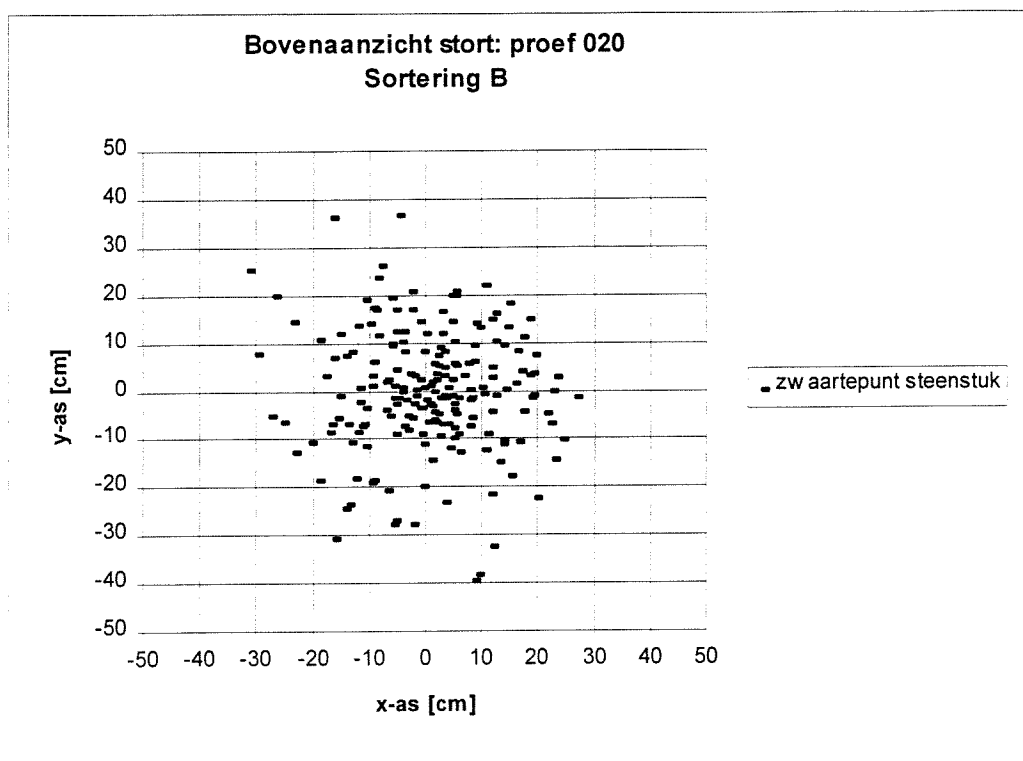
Proef 015, $h = 1,60$ [m]



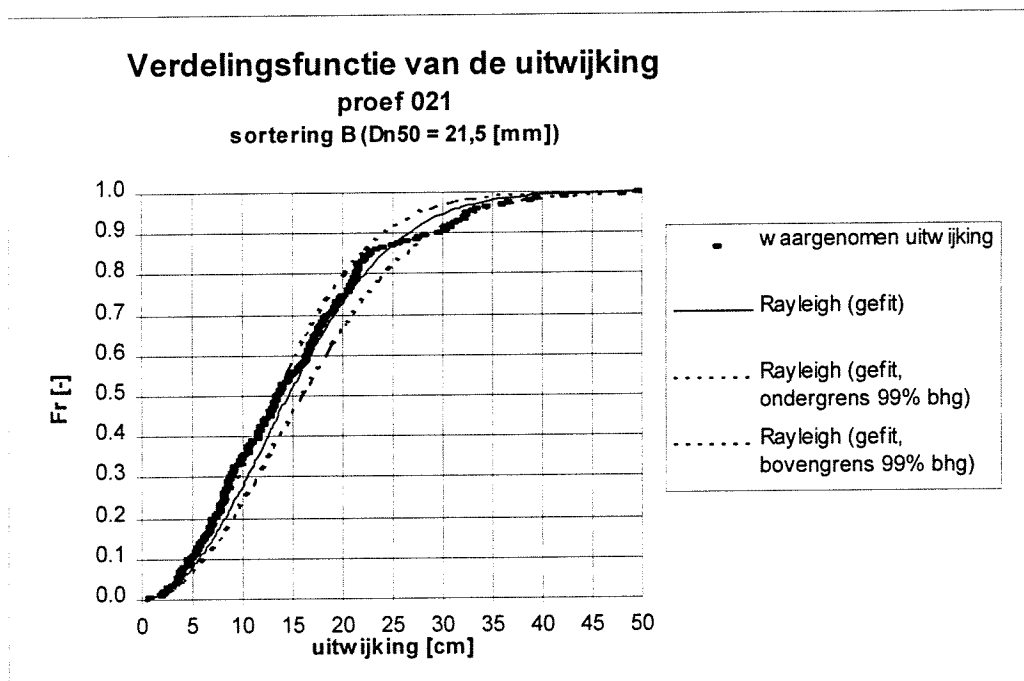
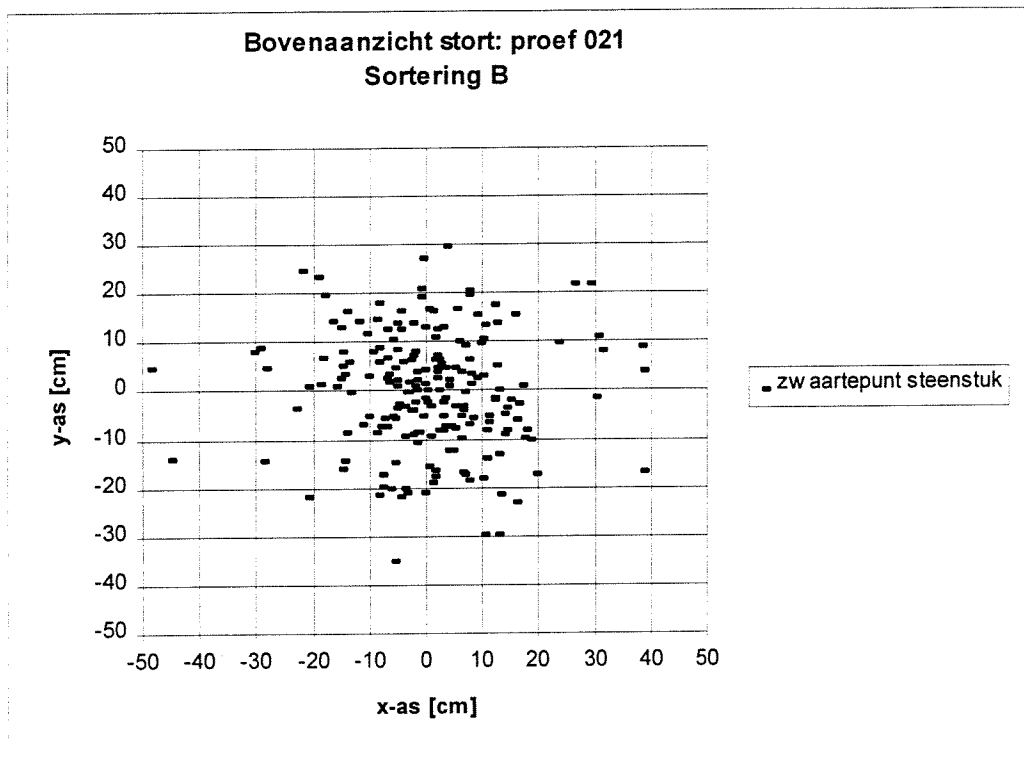
Proef 019, $h = 1,20$ [m]



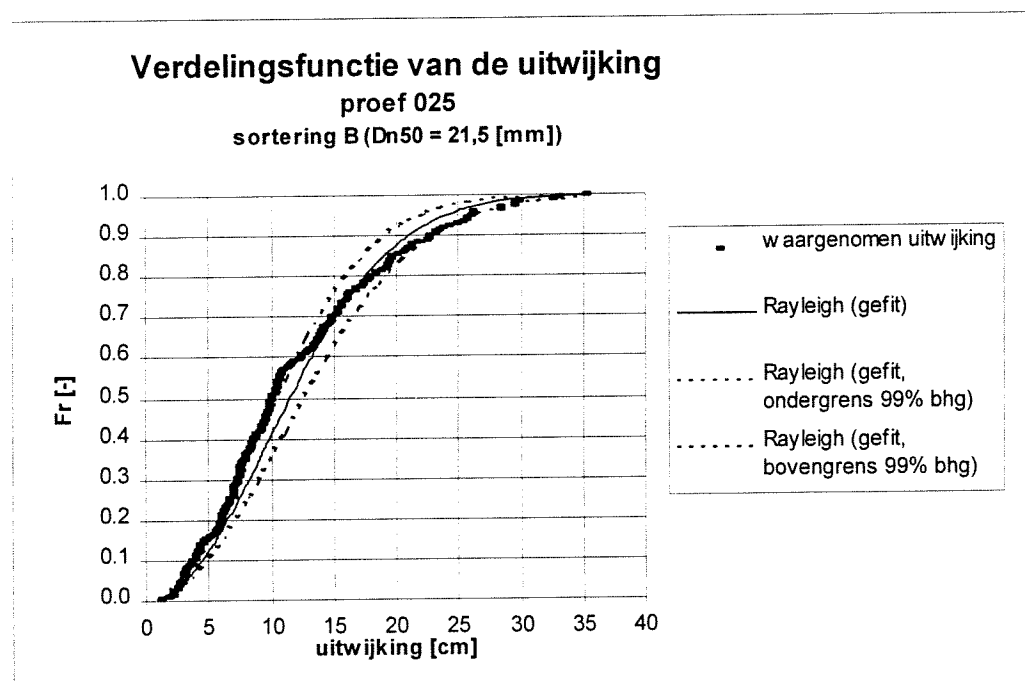
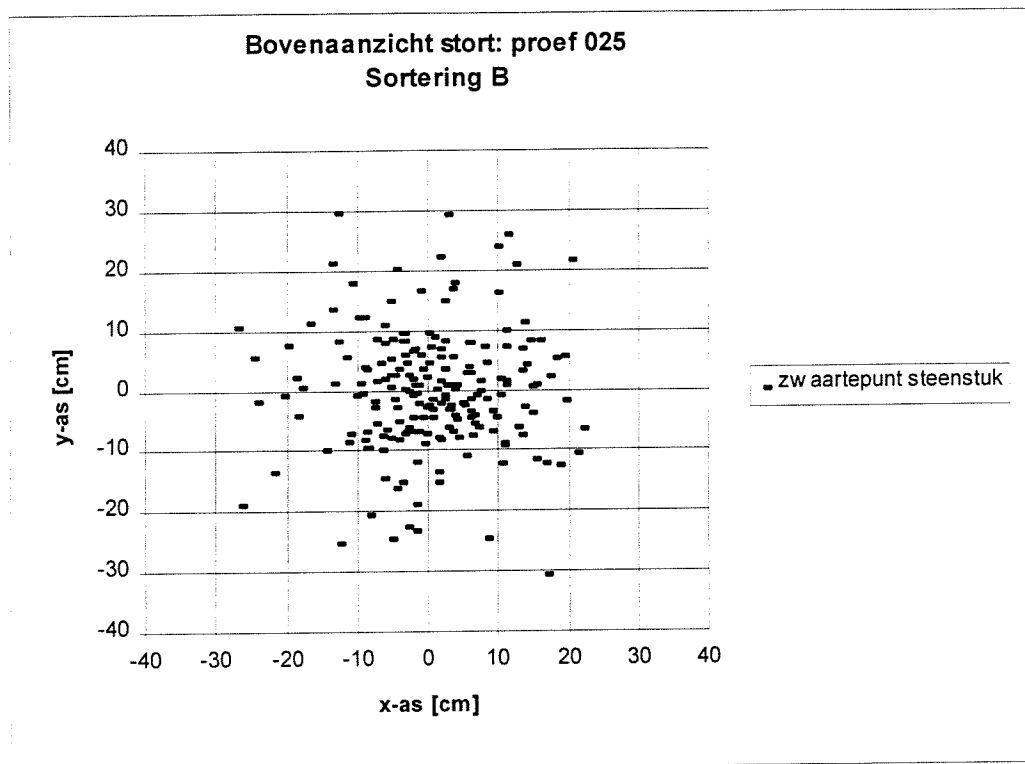
Proef 020, $h = 1,20$ [m]



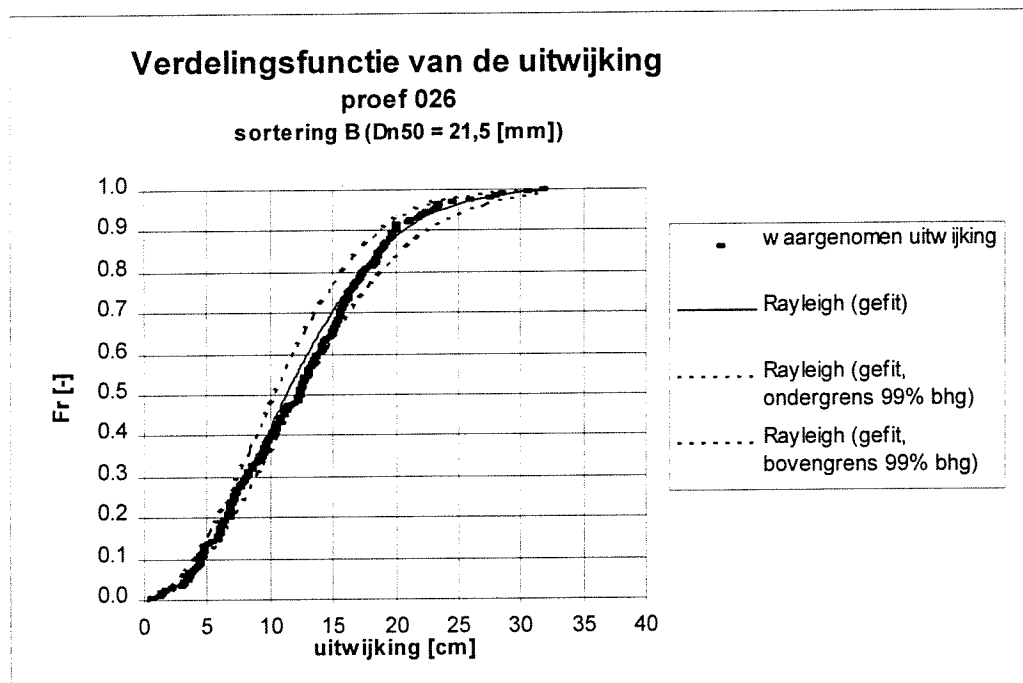
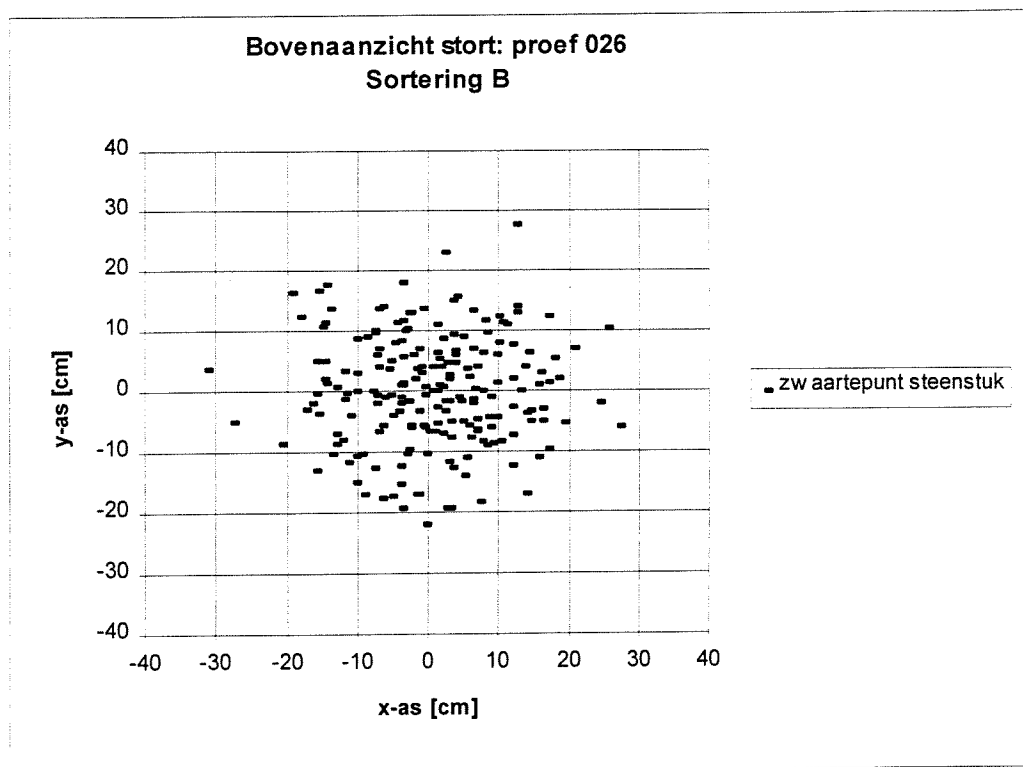
Proef 021, $h = 1,20$ [m]



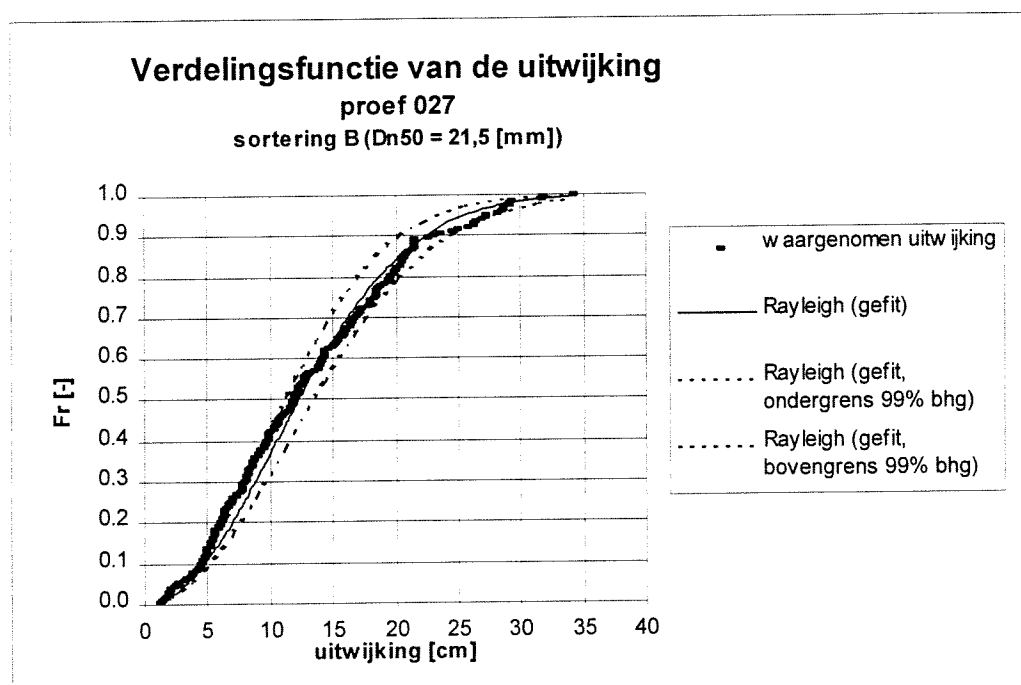
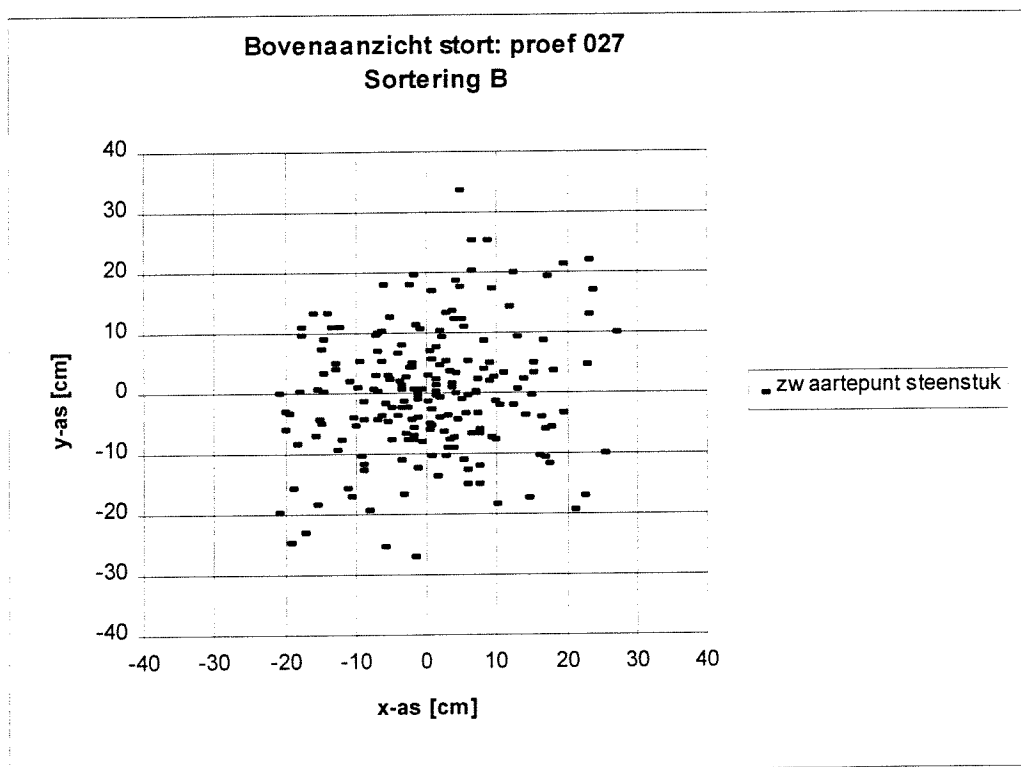
Proef 025, $h = 0,85$ [m]



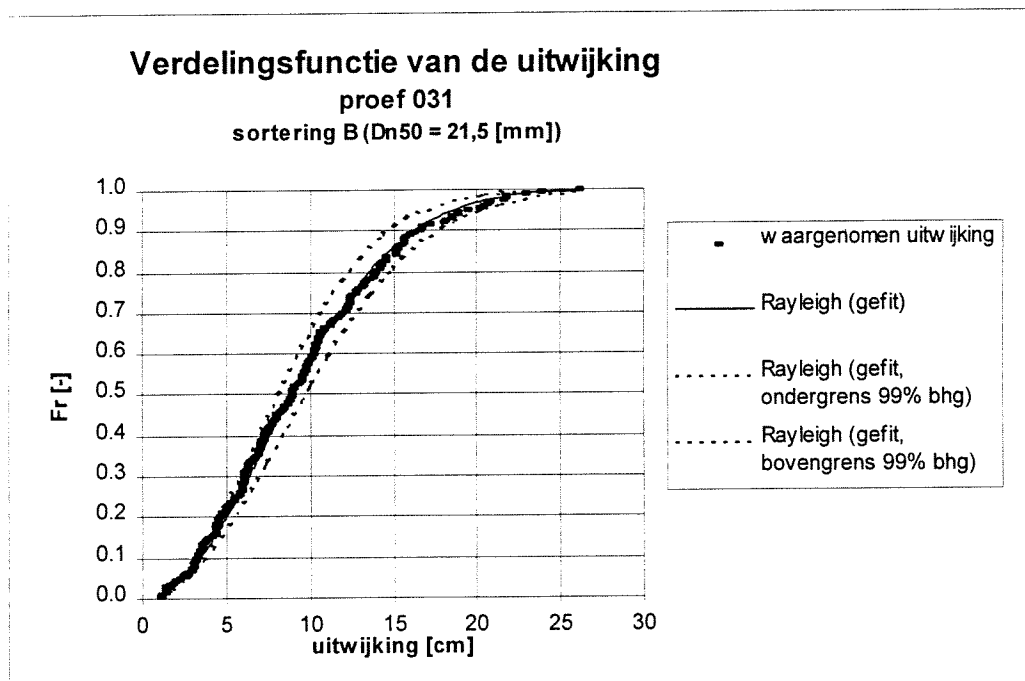
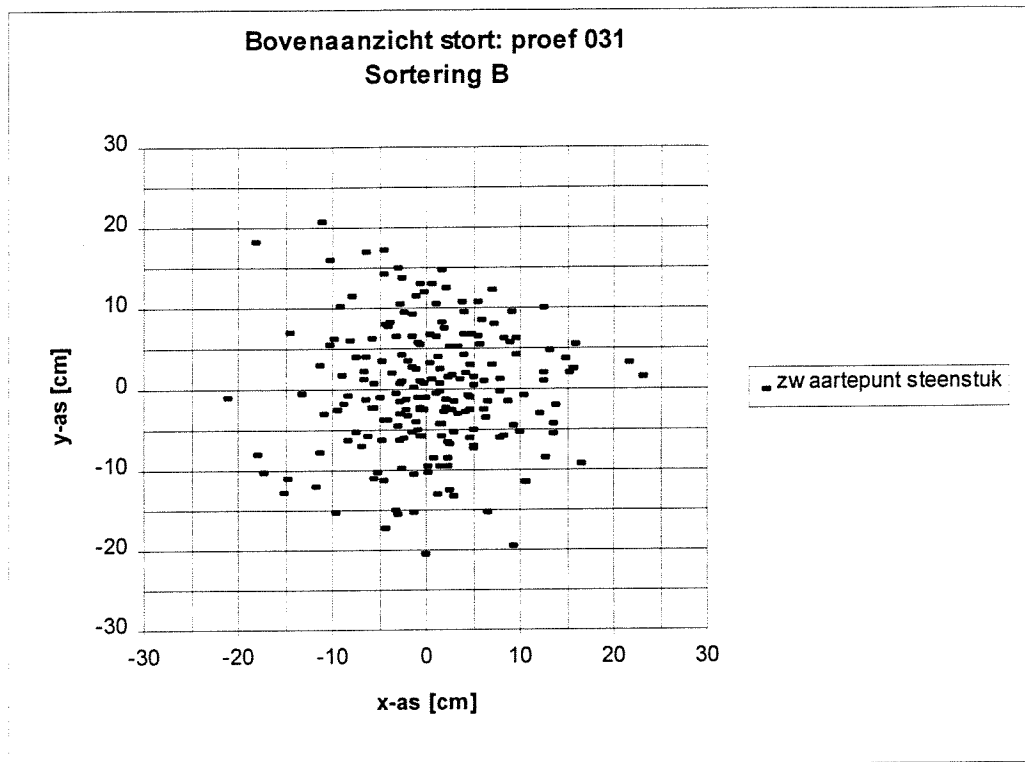
Proef 026, $h = 0,85$ [m]



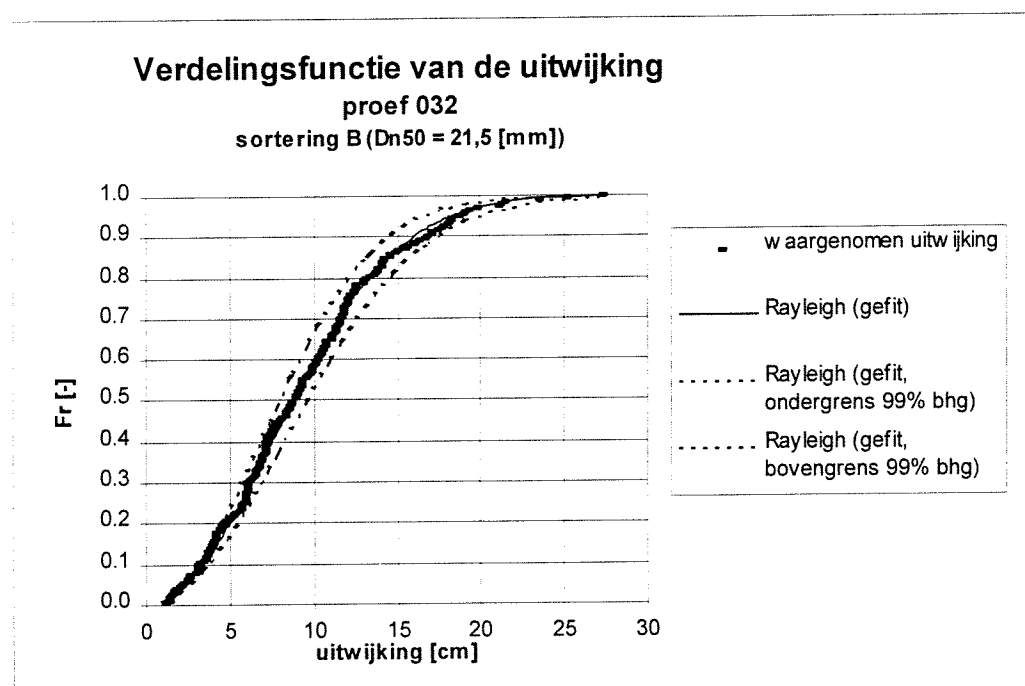
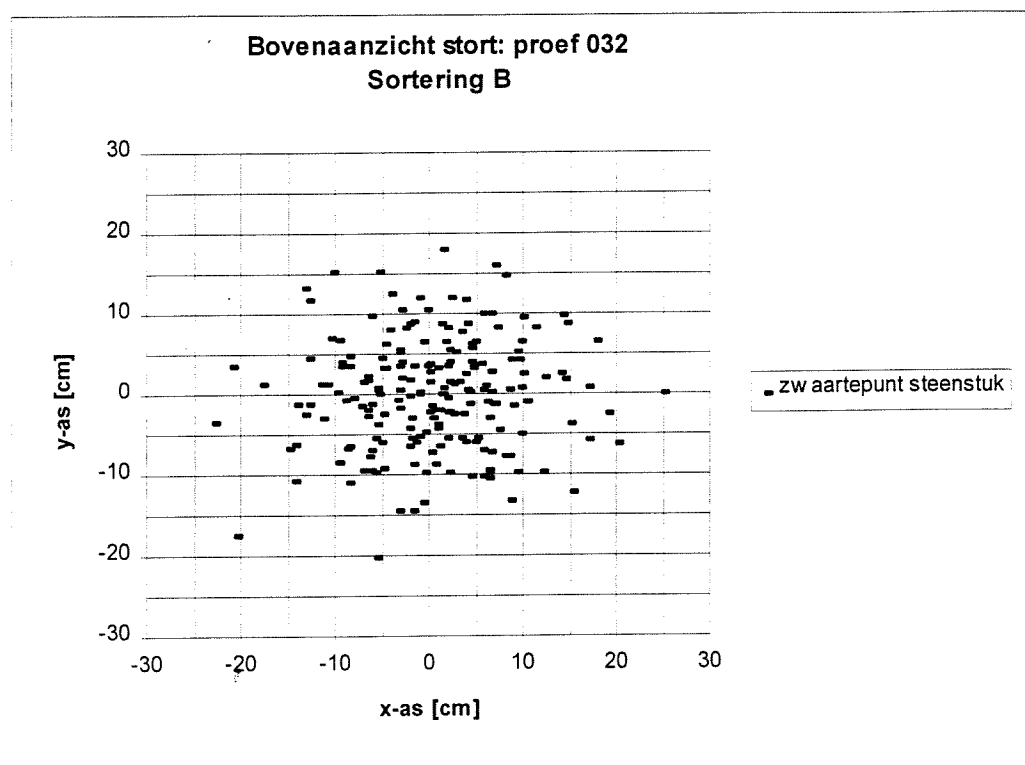
Proef 027, $h = 0,85$ [m]



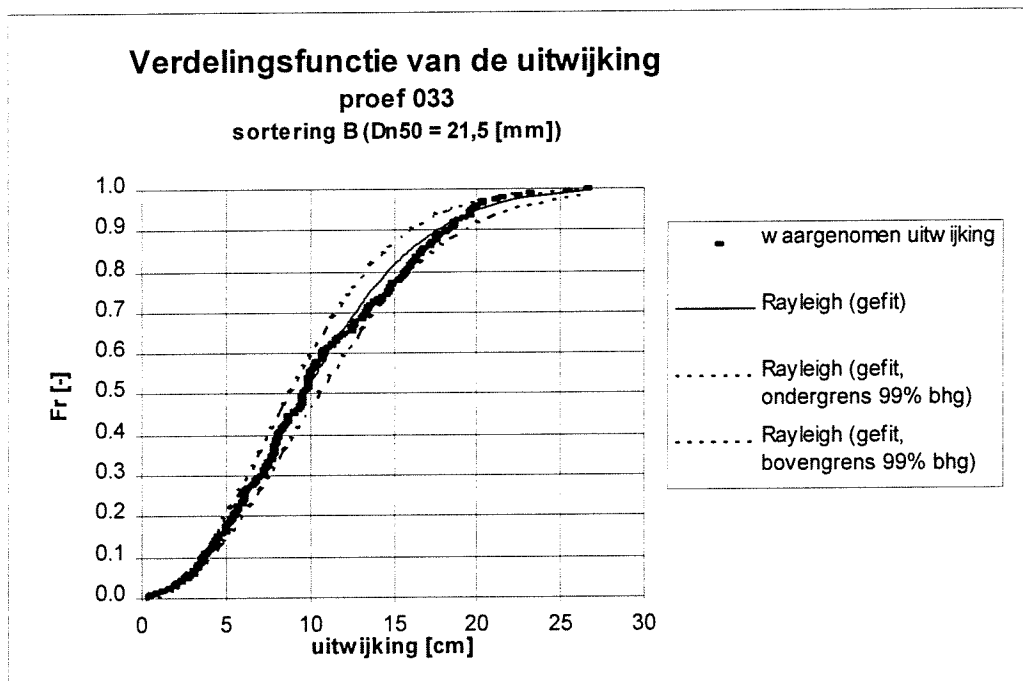
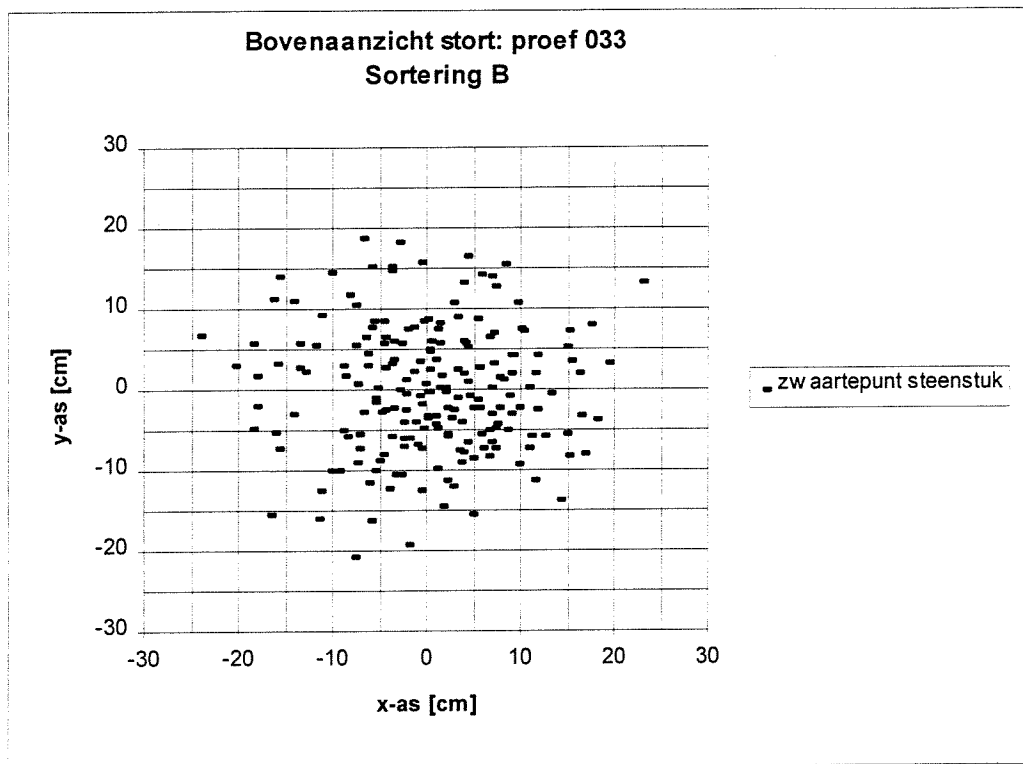
Proef 031, $h = 0,60$ [m]



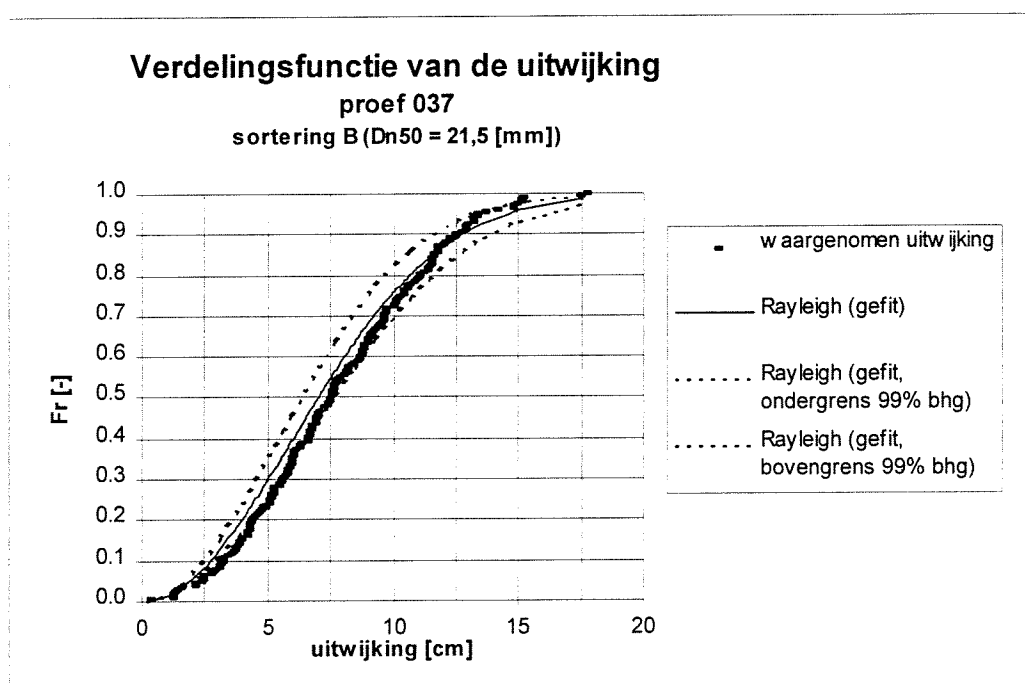
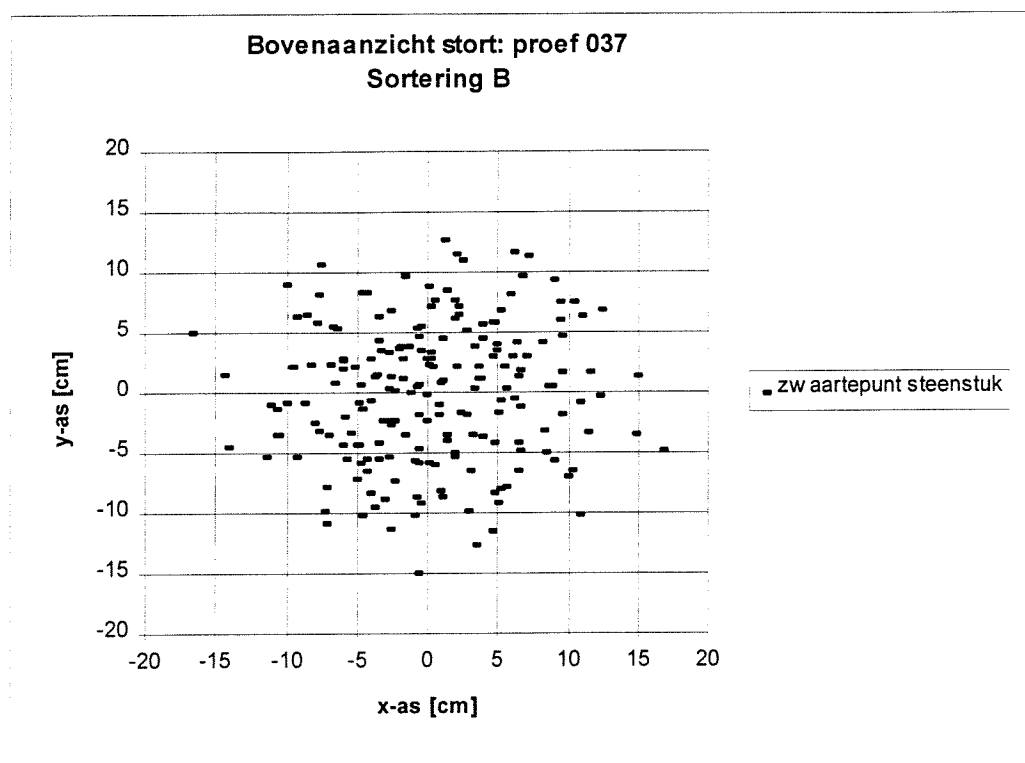
Proef 032, $h = 0,60$ [m]



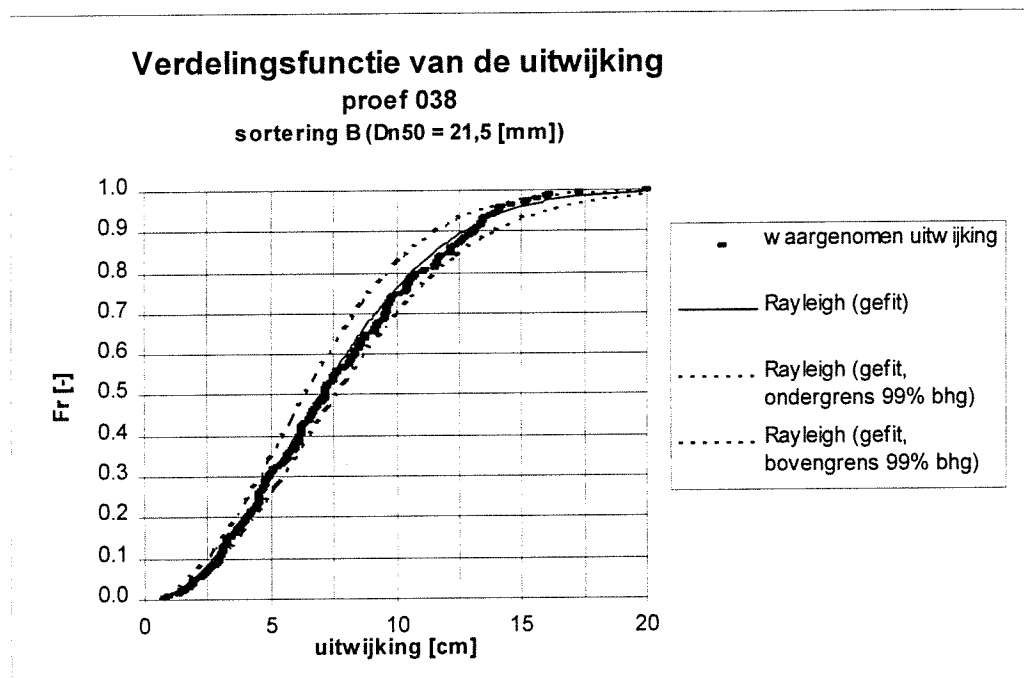
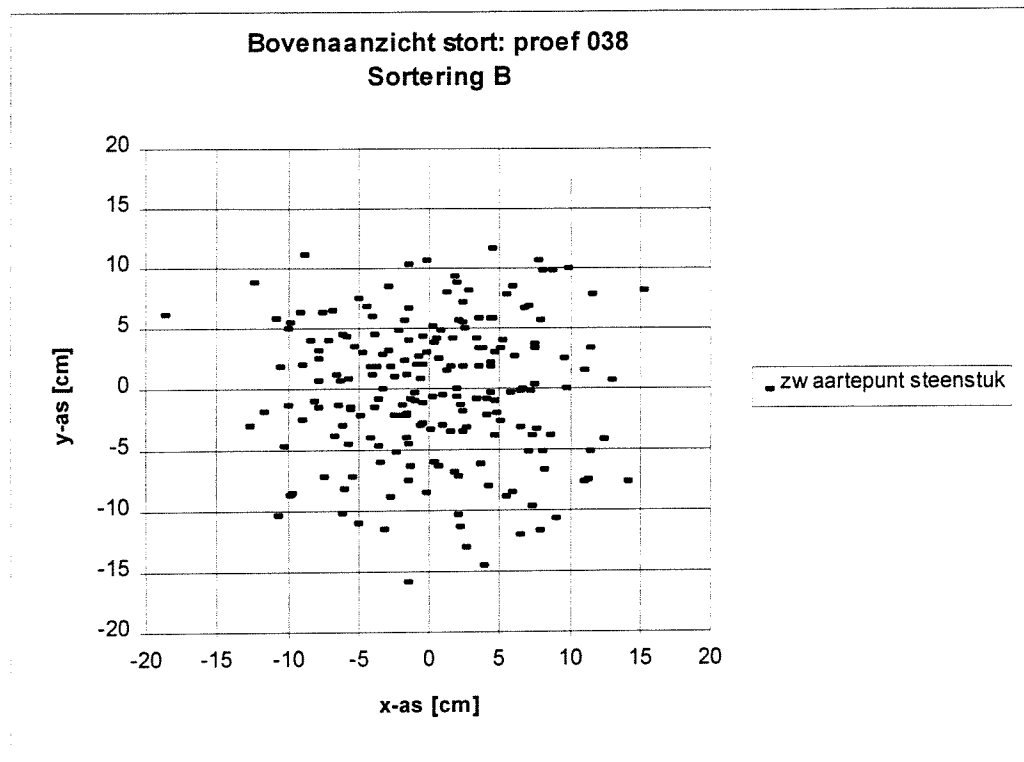
Proef 033, $h = 0,60$ [m]



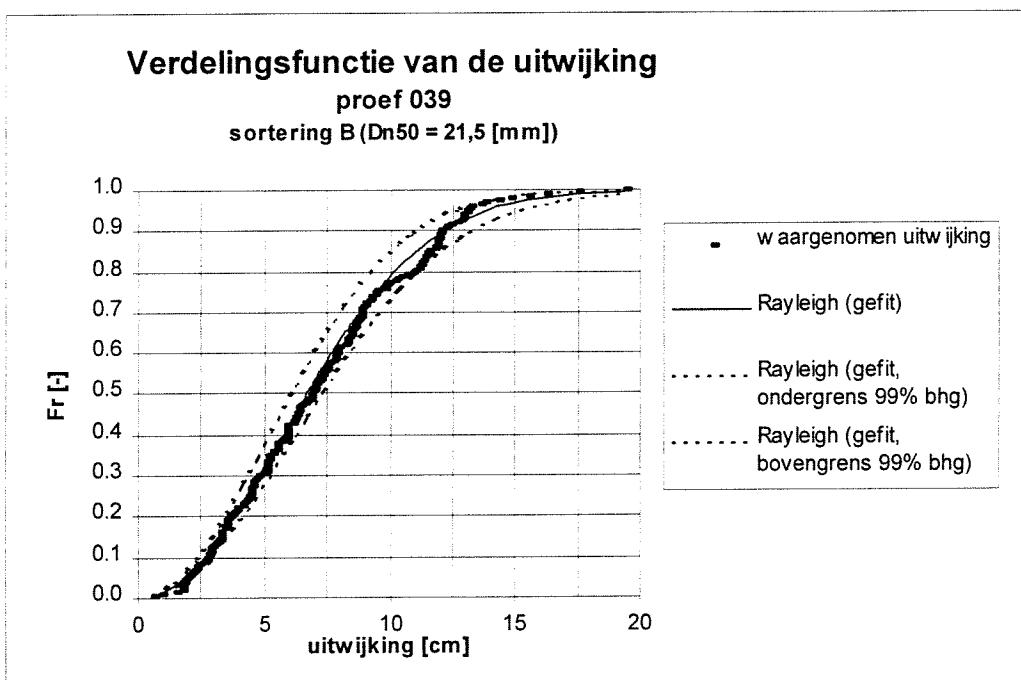
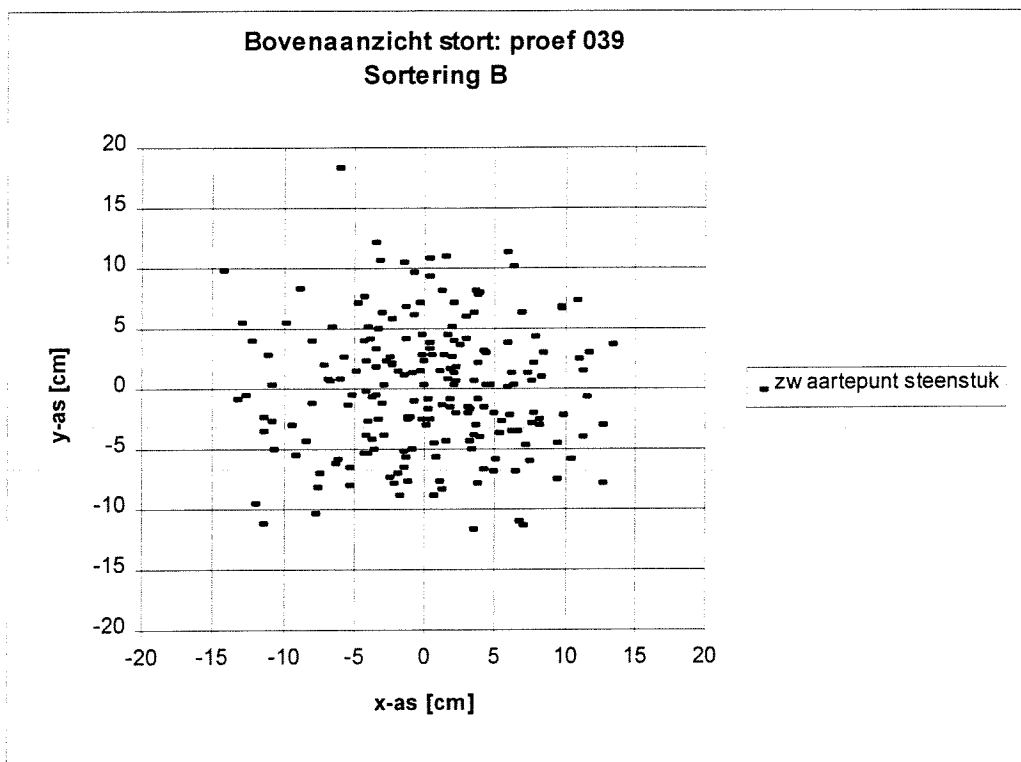
Proef 037, $h = 0,40$ [m]



Proef 038, $h = 0,40$ [m]



Proef 039, $h = 0,40$ [m]



Bijlage L: De horizontale uitwijking (r) van de stenen

Sortering A

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	003	005	006	007	008	009	016	017	018	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
1	14.18	28.08	25.06	19.49	36.87	30.24	22.15	22.17	19.19	22.44	7.31	28.87	8.77	21.17	1.71
2	6.73	44.72	22.41	29.70	5.74	14.92	8.75	42.05	24.13	24.62	19.09	16.79	12.09	24.98	16.66
3	11.11	6.75	10.77	40.93	9.83	14.24	7.69	19.79	21.81	9.54	2.43	21.67	16.82	16.43	7.63
4	6.35	4.73	5.65	12.61	26.30	6.61	10.17	15.33	14.37	5.58	0.81	15.17	10.09	13.29	2.74
5	19.95	11.78	10.78	18.87	19.51	1.53	17.24	17.68	16.37	14.17	5.03	13.30	10.20	17.10	0.67
6	26.13	4.65	20.11	9.42	12.58	15.35	4.68	13.44	9.47	16.96	11.08	12.45	2.97	9.20	4.39
7	6.68	3.80	11.22	15.97	19.58	13.20	3.11	10.19	10.05	7.23	3.74	16.25	3.20	7.79	4.05
8	18.05	25.86	15.51	26.85	16.60	14.18	5.79	5.81	18.97	19.81	5.39	19.21	6.72	10.19	7.60
9	26.89	39.48	12.01	26.28	18.08	8.13	13.32	16.74	23.22	26.13	13.75	17.49	9.09	17.76	5.03
10	10.93	19.24	12.75	34.38	27.93	12.69	32.43	18.78	20.48	14.31	4.37	25.00	11.14	23.89	7.44
11	3.78	15.05	2.55	5.62	12.77	29.14	2.69	19.88	15.42	7.13	6.89	15.84	12.06	12.66	8.92
12	15.56	8.39	33.68	14.07	17.99	19.76	7.81	7.72	7.03	19.21	13.03	17.27	2.91	7.52	0.42
13	4.76	2.04	2.36	10.68	5.12	9.36	8.74	3.37	3.66	3.05	1.49	8.39	2.91	5.26	3.02
14	19.10	29.78	38.75	14.75	28.98	25.99	36.69	9.54	19.05	29.21	9.84	23.24	7.50	21.76	13.78
15	2.83	8.00	11.07	26.18	9.68	13.44	6.00	5.06	12.39	7.30	4.16	16.43	8.65	7.81	3.99
16	3.15	2.39	15.29	34.37	1.50	4.83	45.12	4.82	2.12	6.94	7.24	13.57	18.09	17.35	24.09
17	14.11	17.94	1.31	14.06	24.19	16.80	6.77	1.80	22.42	11.12	8.71	18.35	5.24	10.33	10.76
18	11.60	19.14	21.30	18.30	12.28	14.67	10.49	4.66	20.20	17.35	5.09	15.08	3.03	11.78	7.85
19	24.08	14.76	8.30	7.92	5.88	5.83	8.05	1.01	13.55	15.71	7.93	6.54	1.19	7.54	6.29
20	9.49	5.23	18.60	8.58	5.85	17.31	20.75	6.21	9.12	11.11	6.83	10.58	5.99	12.03	7.69
21	5.63	6.09	6.28	12.47	10.60	14.71	11.02	3.89	2.90	6.00	0.33	12.59	2.06	5.94	4.43
22	17.30	18.35	30.62	18.66	7.36	18.59	24.92	12.57	44.86	22.09	7.41	14.87	6.50	27.45	16.29
24	3.04	13.01	18.98	21.33	4.41	23.90	24.36	45.12	16.15	11.68	8.05	16.55	10.59	28.54	14.93
25	14.02	6.71	7.92	20.61	24.47	26.18	20.10	29.28	13.45	9.55	3.92	23.75	2.85	20.94	7.95
26	3.66	22.33	7.13	14.19	14.37	13.41	5.37	25.78	19.56	11.04	9.93	13.99	0.51	16.90	10.46
27	23.10	4.81	5.66	2.21	13.15	9.77	2.44	14.08	2.57	11.19	10.32	8.38	5.60	6.36	6.68
28	11.04	40.13	6.61	15.48	5.04	18.62	6.68	8.18	21.22	19.26	18.21	13.05	7.11	12.03	8.00
30	48.35	37.06	11.69	23.96	12.44	16.98	33.09	15.30	34.24	32.37	18.78	17.79	5.80	27.55	10.62
32	9.73	10.55	33.94	6.93	5.89	1.83	14.69	6.78	11.64	18.07	13.75	4.88	2.69	11.04	3.99
33	34.31	23.35	49.33	16.28	18.56	25.47	3.99	16.73	11.99	35.66	13.04	20.10	4.79	10.90	6.44
34	34.09	21.78	19.50	43.59	8.66	23.34	14.55	8.12	16.93	25.12	7.85	25.20	17.53	13.20	4.56
35	31.76	25.86	20.80	12.23	33.22	25.11	36.33	10.76	20.40	26.14	5.49	23.52	10.59	22.49	12.91
36	5.31	1.77	5.85	12.92	2.81	13.44	19.67	1.85	8.41	4.31	2.22	9.72	6.00	9.98	9.01
37	14.13	25.09	20.31	18.18	13.21	3.22	8.03	6.72	16.01	19.84	5.49	11.54	7.62	10.26	5.03
40	10.47	12.04	7.72	11.55	9.53	7.14	7.87	7.20	6.28	10.08	2.19	9.41	2.21	7.12	0.80
41	17.32	4.71	24.38	2.69	6.07	4.46	15.69	1.95	6.33	15.47	9.96	4.41	1.69	7.99	7.02
42	8.13	25.87	11.32	7.77	16.74	3.86	13.00	2.08	9.18	15.11	9.46	9.46	6.60	8.09	5.54
43	35.55	26.30	9.07	12.91	23.69	8.85	33.70	33.86	32.21	23.64	13.44	15.15	7.67	33.26	0.91
44	5.04	7.38	6.78	13.43	13.31	15.26	18.03	23.75	10.73	6.40	1.22	14.00	1.09	17.50	6.53
45	14.82	5.85	16.42	2.82	8.17	9.42	11.87	12.84	3.99	12.36	5.70	6.81	3.51	9.57	4.85
46	2.20	6.18	14.71	7.14	6.36	11.83	13.53	6.96	10.96	7.70	6.39	8.44	2.96	10.48	3.31
47	10.50	13.01	16.87	13.01	14.16	11.66	6.51	20.05	7.94	13.46	3.21	12.94	1.25	11.50	7.44
48	19.19	22.85	24.61	9.99	5.24	16.63	7.94	5.53	6.95	22.22	2.76	10.62	5.72	6.81	1.21
49	12.22	16.55	5.75	6.69	4.88	3.29	15.99	5.08	5.91	11.51	5.44	4.96	1.70	9.00	6.08
50	27.33	12.87	12.36	9.17	14.50	6.99	6.58	7.39	10.04	17.52	8.50	10.22	3.87	8.00	1.81
51	21.10	4.59	18.85	12.19	24.22	29.78	14.00	7.02	25.39	14.85	8.95	22.06	8.99	15.47	9.27
52	12.83	36.37	50.05	7.94	6.19	18.88	4.29	27.73	10.42	33.08	18.83	11.00	6.88	14.14	12.15
53	15.37	17.98	9.78	7.27	13.13	6.07	12.46	5.59	3.62	14.38	4.19	8.83	3.78	7.22	4.64
54	22.34	18.34	1.15	16.41	11.95	8.23	7.67	15.33	10.25	13.94	11.26	12.19	4.10	11.08	3.90
55	17.65	22.23	13.70	16.54	4.80	28.23	20.09	12.68	26.02	17.86	4.27	16.52	11.72	19.59	6.68
56	11.27	5.29	16.21	9.46	3.74	5.21	6.60	16.57	3.49	10.92	5.47	6.14	2.97	8.89	6.83
57	3.22	3.95	4.85	4.17	6.33	3.13	8.95	20.58	7.58	4.01	0.82	4.54	1.63	12.37	7.14
58	17.69	14.25	21.18	18.77	14.04	31.88	15.86	16.21	18.91	17.71	3.47	21.57	9.24	16.99	1.67
59	8.36	1.91	10.61	5.46	51.09	2.93	2.14	2.09	5.18	6.96	4.52	19.83	27.10	3.13	1.77
60	17.35	6.06	15.51	8.63	26.31	19.50	54.80	31.60	4.65	12.97	6.06	18.15	8.92	30.35	25.10
61	14.99	8.00	10.97	12.39	24.53	19.10	17.54	24.42	4.69	11.32	3.51	18.67	6.08	15.55	10.02
62	3.23	5.77	7.19	10.37	4.52	15.84	12.86	7.20	11.28	5.40	2.01	10.24	5.66	10.45	2.92
63	12.78	0.79	1.16	3.99	3.28	1.38	5.02	4.52	5.74	4.91	6.82	2.88	1.35	5.09	0.61
64	6.16	30.49	34.22	39.15	11.96	26.62	25.58	10.79	27.04	23.62	15.24	25.91	13.61	21.14	8.99
65	6.95	15.53	5.88	8.37	17.14	11.02	11.30	1.64	33.41	9.45	5.29	12.18	4.50	15.45	16.29
67	5.92	28.21	28.16	20.87	20.37	24.09	14.24	23.64	12.55	20.76	12.85	21.78	2.02	16.81	5.97
68	21.13	5.95	4.33	5.09	8.98	16.57	16.13	5.51	8.39	10.47	9.27	10.21	5.84	10.01	5.49
69	28.67	3.80	25.21	5.52	28.98	3.08	1.11	36.81	37.34	19.23	13.47	12.52	14.30	25.09	20.76
70	18.34	28.12	7.66	6.98	10.88	5.40	12.88	16.18	13.44	18.04	10.23	7.75	2.82	14.17	1.77
71	13.83	21.49	14.91	8.83	22.29	7.06	20.85	28.06	31.15	16.74	4.15	12.73	8.33	26.69	5.29
72	13.89	5.92	4.56	21.43	19.59	28.57	18.21	19.81	15.91	8.12	5.04	23.20	4.75	17.98	1.96
73	1.71	19.82	17.04	9.14	7.61	23.21	23.21	10.63	16.80	12.86	9.75	13.32	8.60	16.88	6.29

- vervolg sortering A -

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	003	005	006	007	008	009	016	017	018	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
74	73.67	13.37	13.78	6.84	4.53	11.13	14.46	6.43	21.52	33.61	34.70	7.50	3.35	14.14	7.55
75	8.48	0.87	17.55	15.41	21.36	18.52	7.64	30.76	9.33	8.97	8.35	18.43	2.98	15.91	12.89
76	8.85	27.11	15.19	12.69	16.96	15.94	18.66	4.01	6.05	17.05	9.27	15.20	2.23	9.57	7.93
77	10.35	12.86	5.65	27.94	10.95	1.52	8.30	1.68	4.64	9.62	3.66	13.47	13.39	4.87	3.32
78	10.33	13.60	7.95	20.36	12.68	21.89	19.58	12.34	14.22	10.63	2.84	18.31	4.93	15.38	3.76
79	8.45	11.23	10.34	2.77	17.15	16.46	11.29	10.86	4.56	10.01	1.42	12.13	8.11	8.90	3.76
80	17.43	16.65	17.11	8.33	4.32	18.92	8.11	12.52	13.78	17.06	0.39	10.53	7.54	11.47	2.98
81	24.82	3.19	24.84	10.88	13.49	24.40	19.46	31.46	14.69	17.62	12.49	16.26	7.17	21.87	8.64
82	36.65	21.82	10.46	12.06	6.46	17.84	17.05	18.33	33.78	22.98	13.13	12.12	5.69	23.05	9.31
84	18.19	9.45	27.06	6.44	6.31	7.79	3.64	15.46	5.36	18.23	8.81	6.85	0.82	8.15	6.38
85	4.61	11.62	8.54	9.67	6.57	5.66	18.09	10.22	23.63	8.26	3.51	7.30	2.11	17.31	6.73
86	31.94	8.27	12.13	19.37	10.52	4.39	8.98	15.78	15.87	17.45	12.70	11.43	7.53	13.54	3.95
87	18.95	16.99	6.24	3.56	0.14	5.93	37.63	39.85	11.52	14.06	6.84	3.21	2.91	29.67	15.76
88	29.55	50.14	11.94	13.49	53.68	42.81	2.81	9.81	6.34	30.54	19.12	36.66	20.79	6.32	3.50
89	2.58	12.96	5.26	6.30	24.43	7.48	14.47	3.83	2.51	6.93	5.39	12.73	10.14	6.94	6.56
90	40.23	22.74	10.36	14.50	18.01	13.20	22.94	4.50	12.24	24.44	15.01	15.23	2.49	13.23	9.26
91	22.76	20.80	39.05	14.66	18.70	10.82	9.43	12.17	24.40	27.54	10.02	14.73	3.94	15.34	7.97
92	29.82	19.56	13.60	14.57	27.31	14.85	12.76	22.70	15.15	20.99	8.20	18.91	7.27	16.87	5.19
93	2.83	18.07	3.97	3.32	1.39	20.83	11.96	8.07	5.25	8.29	8.49	8.51	10.71	8.43	3.36
94	12.08	25.12	6.31	14.59	10.97	15.11	10.05	17.11	21.02	14.50	9.64	13.56	2.25	16.06	5.56
95	17.03	9.00	0.76	25.15	20.19	8.10	3.81	5.47	22.97	8.93	8.14	17.81	8.77	10.75	10.62
96	47.75	18.74	18.03	18.91	17.31	50.77	17.73	15.49	26.81	28.17	16.96	29.00	18.87	20.01	5.99
97	20.49	40.89	5.19	16.27	14.87	7.52	28.17	3.53	6.85	22.19	17.91	12.89	4.70	12.85	13.37
98	56.00	56.35	54.91	25.27	52.19	6.21	21.39	8.44	28.22	55.75	0.75	27.89	23.10	19.35	10.05
99	15.26	20.85	15.52	7.08	4.96	27.53	10.06	5.69	13.77	17.21	3.16	13.19	12.47	9.84	4.05
101	8.20	3.88	13.54	22.82	25.05	3.69	3.96	24.35	1.19	8.54	4.84	17.19	11.74	9.83	12.65
103	3.39	9.51	17.07	15.23	18.21	11.94	17.53	18.80	27.83	9.99	6.85	15.12	3.14	21.38	5.62
104	11.25	15.15	12.59	11.46	5.09	2.60	15.39	23.41	12.47	13.00	1.98	6.38	4.57	17.09	5.67
105	15.78	2.55	11.63	20.49	16.25	20.01	15.20	12.57	14.69	9.99	6.77	18.92	2.32	14.15	1.40
106	1.10	16.03	36.32	42.95	2.45	17.08	9.02	29.33	5.97	17.82	17.68	20.83	20.51	14.78	12.70
107	11.36	22.39	23.93	25.44	33.95	17.06	10.66	33.64	27.97	19.23	6.86	25.48	8.45	24.09	11.97
108	4.92	19.52	15.63	21.65	23.90	17.62	22.81	41.70	11.36	13.36	7.56	21.05	3.18	25.29	15.32
109	27.23	20.69	4.34	22.58	28.30	20.72	21.23	27.82	20.36	17.42	11.79	23.86	3.95	23.14	4.08
110	6.36	13.99	14.54	12.17	14.76	5.53	17.56	38.08	6.46	11.63	4.57	10.82	4.76	20.70	16.04
111	23.00	7.69	22.90	5.96	0.47	23.97	21.05	19.11	32.74	17.86	8.81	10.13	12.30	24.30	7.37
112	11.13	8.61	16.26	4.72	22.23	5.11	24.93	12.26	9.29	12.00	3.90	10.68	10.00	15.49	8.30
113	7.23	12.17	10.04	3.39	4.70	3.22	3.29	15.87	10.76	9.81	2.48	3.77	0.81	9.97	6.32
114	24.22	43.92	31.82	9.68	35.84	14.15	29.59	13.88	22.53	33.32	9.94	19.89	14.00	22.00	7.87
116	21.15	12.70	6.02	8.46	27.25	6.41	18.03	16.94	32.79	13.29	7.58	14.04	11.49	22.59	8.86
117	10.18	6.73	16.42	1.23	8.57	18.61	6.26	5.23	10.02	11.11	4.91	9.47	8.73	7.17	2.52
120	5.97	12.36	7.91	3.36	5.92	9.59	18.85	13.38	21.52	8.75	3.28	6.29	3.14	17.92	4.15
121	2.71	2.02	1.92	4.30	12.11	13.66	2.62	3.77	15.55	2.22	0.43	10.02	5.02	7.31	7.16
122	33.95	5.12	3.87	19.46	3.48	13.96	13.33	25.77	1.59	14.31	17.02	12.30	8.12	13.56	12.09
123	8.98	6.64	7.11	14.11	6.90	1.49	14.43	7.69	5.10	7.58	1.24	7.50	6.33	9.08	4.82
124	13.57	18.74	18.39	11.26	20.75	4.48	12.99	16.71	8.16	16.90	2.89	12.16	8.17	12.62	4.29
125	12.60	3.04	15.99	7.90	28.50	4.84	18.21	5.82	30.00	10.54	6.72	13.75	12.87	18.01	12.09
126	4.67	6.57	3.59	17.36	5.61	14.85	1.46	7.95	6.21	4.94	1.51	12.61	6.19	5.20	3.36
127	6.18	22.52	15.77	7.64	15.87	18.17	26.57	9.23	7.57	14.82	8.21	13.89	5.53	14.46	10.52
128	2.79	3.56	6.03	7.27	2.63	6.25	4.38	5.87	11.08	4.13	1.69	5.38	2.43	7.11	3.52
129	4.13	12.43	4.66	6.06	19.26	11.69	6.08	15.30	2.66	7.07	4.65	12.34	6.62	8.02	6.54
132	15.97	42.10	17.21	24.88	41.79	10.15	0.55	8.36	22.87	25.09	14.74	25.61	15.83	10.60	11.33
133	25.82	9.70	12.57	21.32	18.05	4.47	11.97	12.93	12.73	16.03	8.60	14.62	8.94	12.54	0.51
134	10.63	14.09	9.18	7.79	6.41	0.29	5.78	15.60	6.81	11.30	2.52	4.83	3.99	9.40	5.40
135	10.82	9.11	7.83	16.52	3.07	10.85	4.61	17.12	20.53	9.25	1.50	10.15	6.75	14.09	8.39
136	5.23	13.37	17.32	11.62	25.12	11.35	14.02	13.47	18.85	11.97	6.16	16.03	7.87	15.45	2.96
138	32.76	15.84	24.58	32.78	34.42	19.48	32.46	13.98	19.21	24.39	8.46	28.89	8.20	21.88	9.53
139	4.72	11.53	7.02	5.50	3.05	4.61	4.42	2.48	9.98	7.76	3.46	4.39	1.24	5.63	3.90
140	3.85	10.85	12.15	12.06	7.41	13.80	13.52	8.98	22.84	8.95	4.46	11.09	3.31	15.11	7.07
141	30.89	7.94	11.80	19.20	21.25	34.48	4.17	19.03	11.08	16.88	12.29	24.98	8.29	11.42	7.44
142	18.38	3.10	19.80	13.69	7.93	7.31	9.99	8.44	6.42	13.76	9.26	9.64	3.52	8.29	1.79
143	8.01	20.29	9.94	16.80	11.43	3.89	3.99	3.07	9.20	12.75	6.60	10.71	6.49	5.42	3.31
144	6.00	9.21	15.58	5.08	17.18	9.07	23.90	17.51	1.24	10.26	4.88	10.44	6.16	14.22	11.69
145	46.58	24.04	22.83	25.67	8.92	43.57	32.68	21.77	14.48	31.15	13.38	26.06	17.33	22.98	9.16
146	17.04	8.65	29.21	5.35	34.75	4.01	8.45	9.97	10.26	18.30	10.34	14.70	17.37	9.56	0.97
147	4.87	15.69	20.46	7.37	12.08	28.12	16.97	17.22	3.57	13.67	7.99	15.86	10.88	12.59	7.81
148	5.64	18.79	9.26	4.33	8.48	14.69	4.98	11.55	5.49	11.23	6.79	9.17	5.21	7.34	3.66
149	30.67	41.44	22.81	11.26	5.58	41.67	29.54	13.02	31.53	31.64	9.35	19.50	19.41	24.70	10.16

- vervolg sortering A -

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	003	005	006	007	008	009	016	017	018	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
150	6.31	8.81	16.25	13.82	2.62	7.76	4.39	3.49	9.64	10.46	5.17	8.07	5.61	5.84	3.32
151	29.82	31.05	3.87	11.38	24.00	17.28	15.78	31.70	15.93	21.58	15.35	17.55	6.31	21.14	9.15
153	4.34	7.99	14.22	2.09	27.76	4.50	8.02	3.27	1.06	8.85	5.00	11.45	14.18	4.12	3.55
154	13.90	14.81	10.74	2.79	4.60	1.47	15.30	17.47	12.73	13.15	2.14	2.95	1.57	15.17	2.38
155	28.59	37.91	42.33	10.48	20.57	31.44	3.05	18.46	25.09	36.28	7.01	20.83	10.49	15.53	11.31
156	5.29	7.98	24.05	13.00	14.28	11.87	19.94	7.53	17.13	12.44	10.14	13.05	1.20	14.87	6.51
157	3.08	7.84	3.24	0.99	1.31	4.20	12.67	4.39	6.98	4.72	2.70	2.17	1.77	8.01	4.24
158	0.47	2.38	4.87	0.87	8.39	14.41	6.58	2.22	9.52	2.57	2.21	7.89	6.79	6.11	3.67
159	12.89	30.35	12.92	19.08	22.35	30.60	20.90	15.15	14.95	18.72	10.07	24.01	5.94	17.00	3.38
160	10.67	13.50	36.55	30.68	23.21	35.37	19.61	15.61	23.54	20.24	14.20	29.75	6.13	19.59	3.97
161	32.35	43.40	48.18	10.03	30.83	21.77	46.54	8.58	20.92	41.31	8.12	20.88	10.43	25.34	19.36
162	7.35	14.58	2.24	15.38	12.93	12.35	5.32	16.48	12.80	8.06	6.20	13.55	1.61	11.53	5.68
163	12.43	13.97	2.51	17.92	18.32	6.11	7.01	13.52	9.60	9.64	6.22	14.12	6.94	10.04	3.28
164	11.14	14.30	5.59	18.03	4.63	3.98	14.82	7.17	4.10	10.34	4.41	8.88	7.93	8.70	5.52
165	3.24	27.51	10.52	24.59	22.57	13.59	14.37	3.85	22.27	13.76	12.45	20.25	5.85	13.50	9.25
166	10.88	20.77	16.88	45.72	12.50	2.70	10.31	25.54	13.14	16.18	4.98	20.31	22.55	16.33	8.10
167	15.05	7.90	13.85	14.30	22.09	10.67	10.84	16.42	13.23	12.27	3.83	15.69	5.83	13.49	2.80
168	1.34	46.18	7.19	5.54	30.14	2.79	9.76	15.42	18.48	18.24	24.38	12.82	15.06	14.55	4.42
169	4.08	8.92	9.18	11.43	1.82	21.57	17.99	28.00	5.53	7.39	2.87	11.61	9.87	17.17	11.26
170	20.83	6.52	13.10	2.72	21.33	5.73	1.53	4.44	11.54	13.48	7.16	9.93	9.99	5.84	5.15
171	16.07	5.08	4.20	9.63	16.52	16.37	17.25	15.05	4.96	8.45	6.61	14.18	3.94	12.42	6.56
172	23.05	10.09	14.11	4.97	9.16	7.35	2.50	10.95	4.20	15.75	6.63	7.16	2.10	5.88	4.47
173	13.35	1.68	17.82	33.43	19.50	32.20	12.60	8.62	29.25	10.95	8.33	28.38	7.72	16.82	10.94
174	12.79	7.17	5.82	12.91	14.77	11.64	15.97	6.98	21.99	8.59	3.70	13.11	1.57	14.98	7.55
176	16.69	10.55	2.43	8.95	4.75	7.15	8.47	3.49	13.28	9.89	7.15	6.95	2.11	8.41	4.89
177	14.33	3.42	19.23	21.40	5.10	6.38	6.66	18.24	8.04	12.33	8.09	10.96	9.06	10.98	6.33
178	3.68	3.44	8.16	15.78	14.09	18.16	12.98	15.01	14.49	5.09	2.66	16.01	2.05	14.16	1.05
179	22.94	6.45	3.32	2.19	2.23	5.66	16.05	5.29	3.37	10.90	10.54	3.36	1.99	8.24	6.84
180	9.10	8.12	15.66	20.89	12.91	16.15	14.80	2.58	1.37	10.96	4.10	16.65	4.01	6.25	7.43
181	31.31	32.40	9.45	22.23	10.99	12.37	31.96	23.57	11.34	24.39	12.95	15.20	6.13	22.29	10.37
182	5.33	11.02	6.02	11.12	6.74	14.12	23.76	13.79	6.02	7.46	3.11	10.66	3.71	14.52	8.89
183	17.25	13.48	3.96	7.15	12.40	30.18	11.26	7.89	2.75	11.56	6.85	16.58	12.07	7.30	4.29
184	18.70	0.87	29.65	21.29	3.54	25.91	14.20	3.18	27.81	16.41	14.53	16.91	11.81	15.06	12.34
185	72.88	12.51	52.29	69.31	47.58	9.71	63.43	13.39	19.80	45.89	30.69	42.20	30.16	32.20	27.23
186	19.15	19.08	6.51	60.85	7.70	31.24	7.52	2.82	13.30	14.91	7.28	33.27	26.63	7.88	5.25
187	20.20	10.30	12.92	22.01	6.88	14.66	4.26	13.51	14.51	14.47	5.13	14.52	7.57	10.76	5.65
188	11.73	14.81	17.72	9.36	1.82	7.33	15.68	14.75	22.52	14.75	3.00	6.17	3.90	17.65	4.24
189	26.48	22.74	2.30	32.09	19.47	24.96	18.36	7.49	28.60	17.17	13.02	25.51	6.33	18.15	10.56
190	7.28	13.83	33.34	11.21	7.74	8.11	9.46	10.81	9.22	18.15	13.56	9.02	1.90	9.83	0.86
191	21.18	1.17	7.89	8.47	15.59	16.46	5.36	11.89	10.84	10.08	10.18	13.51	4.38	9.36	3.50
192	8.09	11.85	28.00	16.79	4.49	22.25	10.57	10.75	12.68	15.98	10.58	14.51	9.10	11.34	1.17
193	7.63	9.51	13.95	0.98	4.15	6.01	7.28	7.77	7.37	10.36	3.25	3.71	2.54	7.47	0.26
194	7.84	4.55	9.01	10.10	10.34	10.50	16.14	11.10	18.80	7.13	2.31	10.31	0.20	15.35	3.91
195	9.68	13.87	10.89	9.50	12.40	34.43	2.06	4.53	12.96	11.48	2.16	18.78	13.63	6.52	5.71
196	15.46	14.62	19.52	11.08	26.90	12.90	14.83	9.06	24.83	16.53	2.62	16.96	8.65	16.24	7.98
197	4.05	2.46	6.23	3.03	1.28	6.30	3.94	0.80	4.21	4.25	1.89	3.54	2.55	2.98	1.90
199	16.74	35.21	9.16	16.78	44.09	37.12	12.66	14.03	12.19	20.37	13.40	32.67	14.19	12.96	0.96
200	4.59	4.46	5.07	20.10	2.05	18.28	14.27	5.07	5.27	4.71	0.32	13.48	9.94	8.20	5.26
201	3.28	16.12	27.57	3.34	6.50	3.34	4.35	13.88	13.46	15.66	12.15	4.39	1.83	10.57	5.38
202	21.66	6.07	3.91	8.22	3.57	16.78	9.97	3.46	11.27	10.55	9.68	9.52	6.70	8.24	4.19
203	5.13	19.91	5.41	7.47	22.09	1.93	11.30	19.29	2.47	10.15	8.45	10.50	10.41	11.02	8.41
204	22.25	27.48	22.90	12.43	10.88	6.38	14.95	29.86	16.76	24.21	2.85	9.90	3.14	20.52	8.14
205	9.25	17.45	4.25	17.05	12.09	3.78	6.33	7.68	4.01	10.32	6.66	10.98	6.71	6.00	1.86
206	26.49	20.53	26.02	4.54	19.26	23.04	3.41	17.73	9.84	24.35	3.31	15.62	9.77	10.33	7.17
207	6.94	21.27	11.96	11.30	25.49	11.16	20.31	11.07	6.93	13.39	7.27	15.98	8.23	12.77	6.85
208	24.38	6.44	5.05	8.79	6.26	17.39	6.19	3.17	12.78	11.96	10.78	10.81	5.84	7.38	4.91
209	14.87	6.56	1.02	6.29	14.91	5.25	7.29	4.19	7.59	7.48	6.97	8.82	5.30	6.36	1.88
210	12.35	17.42	26.19	20.34	12.87	28.34	25.20	25.81	4.05	18.65	7.00	20.52	7.74	18.35	12.39
211	13.40	6.12	44.19	5.07	19.42	4.46	3.64	3.54	12.79	21.24	20.21	9.65	8.47	6.66	5.31
212	17.28	19.53	9.80	2.68	8.41	10.83	6.55	16.33	25.98	15.54	5.09	7.31	4.18	16.29	9.71
213	21.07	9.40	10.29	20.53	15.27	6.11	1.84	13.68	11.25	13.59	6.50	13.97	7.30	8.92	6.25
215	2.14	17.40	3.13	1.57	1.76	5.28	0.95	5.90	20.17	7.56	8.54	2.87	2.09	9.01	9.98
216	9.84	10.16	20.50	4.89	11.41	4.69	23.71	2.23	7.89	13.50	6.06	7.00	3.83	11.28	11.13
217	15.11	4.59	7.31	21.50	9.23	9.57	3.41	21.42	12.98	9.00	5.46	13.43	6.98	12.60	9.01
218	8.71	12.23	11.81	5.28	10.97	16.88	15.88	12.53	9.06	10.92	1.92	11.04	5.80	12.49	3.41
220	16.79	22.32	9.51	30.86	3.91	11.11	7.41	0.84	8.89	16.21	6.42	15.29	13.95	5.71	4.29

Sortering B

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	001	002	004	010	011	012	013	014	015	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
1	24.44	43.06	3.28	22.26	16.23	26.82	15.87	39.70	37.11	23.59	19.90	21.77	5.31	30.89	13.08
2	28.01	26.60	20.58	13.18	14.04	24.07	18.31	14.88	18.77	25.06	3.95	17.10	6.06	17.32	2.12
3	18.10	44.40	30.27	19.00	44.54	16.46	48.60	18.03	42.67	30.92	13.16	26.67	15.53	36.43	16.21
4	27.57	10.70	16.64	33.62	24.64	17.23	22.17	15.37	6.35	18.30	8.56	25.16	8.21	14.63	7.94
5	14.30	11.58	4.59	37.44	9.20	19.47	10.96	16.66	14.25	10.16	5.01	22.04	14.30	13.95	2.86
6	12.21	23.81	47.90	6.36	31.69	3.62	37.46	6.20	11.47	27.97	18.21	13.89	15.48	18.37	16.73
7	4.52	21.84	7.14	4.23	0.67	3.14	5.78	12.63	0.84	11.17	9.34	2.68	1.82	6.42	5.92
8	10.38	27.64	19.91	8.50	9.75	10.70	19.90	30.75	10.39	19.31	8.65	9.65	1.11	20.34	10.19
9	19.52	2.86	17.14	11.34	11.40	14.56	19.38	10.18	30.36	13.17	9.01	12.43	1.84	19.97	10.11
10	10.35	10.32	6.27	11.60	13.39	38.19	19.00	1.27	25.89	8.98	2.35	21.06	14.86	15.39	12.70
11	13.67	25.96	21.33	25.79	24.29	7.13	15.42	26.39	8.24	20.32	6.21	19.07	10.36	16.68	9.14
12	43.95	35.93	42.81	52.43	3.69	49.25	32.16	12.66	8.28	40.90	4.34	35.12	27.27	17.70	12.72
13	11.59	2.18	36.31	28.61	62.61	11.02	16.74	52.45	10.21	16.69	17.63	34.08	26.22	26.47	22.73
14	3.54	37.80	7.94	25.57	17.75	17.48	10.63	7.73	34.38	16.43	18.64	20.26	4.60	17.58	14.62
15	32.05	23.09	12.95	12.24	28.10	12.92	9.33	6.92	17.41	22.70	9.56	17.75	8.96	11.22	5.49
16	18.94	13.94	16.74	22.04	14.39	24.49	9.22	19.76	22.40	16.54	2.51	20.31	5.27	17.13	6.98
17	23.22	23.01	19.28	10.41	21.29	20.36	17.02	30.43	30.75	21.84	2.22	17.35	6.03	26.07	7.84
18	44.40	23.23	14.21	3.69	17.96	4.04	55.10	4.91	7.87	27.28	15.50	8.56	8.14	22.63	28.16
19	23.25	28.81	30.31	28.62	21.84	2.59	9.20	8.08	22.00	27.46	3.72	17.68	13.50	13.10	7.73
20	3.18	7.87	8.54	9.45	6.12	4.43	15.28	5.80	11.33	6.53	2.92	6.67	2.55	10.81	4.76
21	3.24	14.54	22.16	37.00	1.32	73.89	24.39	12.26	12.13	13.31	9.52	37.40	36.29	16.26	7.04
22	12.93	49.89	7.10	10.04	20.52	21.89	9.28	21.41	5.16	23.31	23.21	17.48	6.48	11.95	8.45
23	15.77	13.04	9.99	19.90	8.21	8.16	8.83	21.19	4.72	12.93	2.89	12.09	6.77	11.58	8.57
24	22.13	51.42	54.38	33.05	44.07	10.45	34.11	4.76	36.22	42.64	17.83	29.19	17.14	25.03	17.59
25	24.71	5.69	20.00	34.44	31.50	15.23	30.81	45.00	22.23	16.80	9.91	27.06	10.35	32.68	11.50
26	11.38	5.82	11.72	7.12	12.81	12.84	14.29	5.75	24.81	9.64	3.31	10.92	3.29	14.95	9.55
28	59.62	9.69	5.82	30.50	38.18	28.49	16.70	35.70	5.03	25.04	30.01	32.39	5.12	19.14	15.48
30	43.47	17.00	11.76	20.45	19.72	8.17	16.64	14.96	29.14	24.08	17.00	16.11	6.89	20.25	7.75
31	14.34	11.53	17.93	5.21	14.66	21.64	5.21	22.86	23.90	14.60	3.21	13.84	8.24	17.32	10.50
32	23.79	10.66	10.17	26.53	10.76	31.95	10.55	15.51	9.84	14.87	7.73	23.08	11.01	11.97	3.09
33	21.90	10.20	14.22	12.94	28.93	16.90	33.22	6.81	27.54	15.44	5.94	19.59	8.33	22.52	13.90
34	51.75	24.93	58.12	13.27	13.71	66.53	9.87	12.48	16.84	44.93	17.61	31.17	30.62	13.06	3.52
35	22.07	2.59	34.25	14.94	29.18	32.70	34.87	2.91	12.77	19.64	15.97	25.61	9.41	16.85	16.36
36	9.64	48.48	29.11	4.49	27.03	12.68	43.97	2.80	44.74	29.08	19.42	14.74	11.41	30.50	23.99
37	24.67	19.38	18.31	4.44	5.39	15.49	24.22	37.51	24.42	20.79	3.41	8.44	6.12	28.72	7.62
38	2.55	38.81	33.10	25.42	21.94	15.62	9.10	23.04	31.01	24.82	19.50	21.00	4.97	21.05	11.09
39	34.60	8.81	18.06	20.63	39.55	17.97	32.73	16.16	30.78	20.49	13.07	26.05	11.77	26.56	9.06
40	8.78	3.76	17.53	23.63	7.46	9.52	5.21	24.62	2.44	10.02	6.97	13.54	8.80	10.76	12.08
41	12.89	19.52	8.91	14.88	18.41	14.88	21.54	9.10	4.41	13.77	5.36	16.06	2.03	11.68	8.86
42	16.66	10.12	11.93	22.50	8.49	11.91	21.27	20.24	2.20	12.90	3.38	14.30	7.30	14.57	10.73
43	14.55	8.52	12.99	9.93	13.13	33.05	10.62	17.15	13.74	12.02	3.13	18.70	12.53	13.84	3.26
44	15.51	20.11	19.10	11.55	17.85	4.09	21.14	20.13	25.77	18.24	2.42	11.16	6.89	22.35	3.00
45	11.09	12.06	14.96	49.42	8.83	7.93	25.90	3.38	22.35	12.70	2.01	22.06	23.70	17.21	12.11
46	20.65	30.06	6.56	22.23	22.19	28.87	26.07	15.90	16.78	19.09	11.83	24.43	3.84	19.58	5.63
47	32.27	36.53	9.49	10.63	27.52	17.45	15.62	7.42	23.68	26.10	14.54	18.54	8.49	15.57	8.13
48	25.84	9.82	12.41	24.67	27.84	16.52	17.92	28.42	19.48	16.02	8.60	23.01	5.84	21.94	5.66
49	19.95	54.32	15.98	16.03	34.34	34.87	9.55	5.67	14.96	30.08	21.08	28.41	10.73	10.06	4.67
50	6.60	19.18	17.98	26.00	15.67	13.12	21.31	14.59	15.79	14.59	6.94	18.26	6.82	17.23	3.58
51	16.76	1.06	19.81	7.90	6.93	22.94	6.48	16.37	9.00	12.54	10.06	12.59	8.98	10.62	5.14
52	6.98	6.12	17.33	16.84	24.10	14.05	15.09	23.92	31.26	10.14	6.24	18.33	5.19	23.42	8.10
53	33.19	29.32	42.28	14.19	40.83	55.66	27.56	53.72	49.03	34.93	6.65	36.89	21.01	43.44	13.95
54	18.42	32.42	9.02	18.41	33.17	16.32	42.62	21.34	35.47	19.95	11.78	22.63	9.18	33.14	10.83
55	21.07	13.84	9.48	23.25	19.62	13.76	6.63	32.84	8.91	14.80	5.85	18.88	4.79	16.13	14.52
56	19.04	9.59	13.34	36.37	31.79	21.52	7.47	6.24	18.99	13.99	4.76	29.89	7.60	10.90	7.03
57	11.52	35.18	3.96	6.64	10.39	9.72	3.14	10.27	20.98	16.89	16.29	8.92	2.00	11.46	8.98
58	28.61	16.39	28.71	1.83	34.47	1.50	29.53	20.58	12.51	24.57	7.08	12.60	18.94	20.88	8.51
59	8.82	3.52	2.06	6.45	8.10	2.55	14.21	4.81	8.73	4.80	3.56	5.70	2.85	9.25	4.72
60	15.39	9.71	5.89	27.64	17.22	12.36	12.73	4.98	21.92	10.33	4.78	19.08	7.81	13.21	8.48
61	5.01	61.56	3.63	5.98	2.54	9.43	12.99	4.33	10.67	23.40	33.05	5.98	3.44	9.33	4.48
62	15.24	19.86	14.32	17.73	28.27	24.02	6.08	10.17	12.26	16.47	2.97	23.34	5.30	9.50	3.14
63	10.20	9.67	12.50	5.07	2.54	7.14	6.84	9.51	10.40	10.79	1.50	4.92	2.30	8.91	1.85
64	32.13	6.38	6.44	10.56	4.04	9.58	8.33	20.87	16.35	14.98	14.85	8.06	3.52	15.18	6.35
66	14.19	28.92	13.23	15.70	16.53	8.35	17.02	26.28	24.93	18.78	8.79	13.53	4.50	22.74	5.00
69	23.33	7.97	17.83	26.33	18.55	38.56	23.06	20.51	12.76	16.38	7.78	27.81	10.09	18.78	5.36
70	5.10	12.92	2.93	4.36	8.07	24.34	12.05	17.67	5.60	6.98	5.25	12.26	10.63	11.77	6.04
72	40.28	23.74	24.17	17.08	38.20	24.75	38.32	3.36	22.24	29.40	9.43	26.68	10.69	21.31	17.50
73	49.95	27.62	28.53	48.28	7.08	18.74	18.19	41.75	19.15	35.37	12.64	24.70	21.24	26.36	13.34

- vervolg sortering B -

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	001	002	004	010	011	012	013	014	015	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
74	33.92	2.53	34.88	47.79	18.25	10.05	1.01	10.24	8.65	23.78	18.41	25.36	19.85	6.63	4.94
76	58.93	13.14	66.79	16.21	42.28	43.10	27.36	32.29	28.62	46.29	28.97	33.86	15.29	29.43	2.56
77	42.03	16.94	9.68	12.01	4.46	20.01	15.22	12.09	14.80	22.88	16.97	12.16	7.78	14.04	1.70
79	17.31	11.27	19.75	18.10	10.51	25.64	32.87	14.72	17.76	16.11	4.37	18.08	7.56	21.78	9.72
80	12.64	12.83	26.03	36.32	23.58	25.30	5.33	24.94	29.05	17.17	7.68	28.40	6.91	19.77	12.68
81	17.02	15.41	39.31	31.44	39.28	18.53	7.22	11.47	17.32	23.91	13.36	29.75	10.48	12.00	5.07
82	9.00	28.51	7.78	13.95	16.74	6.85	2.52	11.65	23.63	15.10	11.63	12.51	5.10	12.60	10.59
83	10.68	18.73	12.71	2.74	24.10	21.89	26.97	25.42	10.54	14.04	4.19	16.24	11.75	20.98	9.08
84	53.31	50.71	11.06	34.48	14.52	35.38	33.62	38.89	32.75	38.36	23.68	28.12	11.79	35.09	3.32
85	33.48	8.90	16.89	10.86	38.81	39.28	26.65	11.01	12.42	19.76	12.54	29.65	16.28	16.69	8.65
86	24.70	7.74	5.22	8.25	48.53	4.86	28.80	9.74	14.78	12.55	10.59	20.55	24.29	17.77	9.88
87	48.98	37.51	21.98	3.81	29.61	8.45	38.89	5.32	14.78	36.16	13.55	13.96	13.75	19.67	17.31
88	4.96	20.56	20.38	15.64	7.79	9.52	11.59	4.16	6.38	15.30	8.96	10.99	4.12	7.38	3.81
90	9.71	18.41	14.45	11.06	21.31	20.99	11.74	3.82	20.61	14.19	4.36	17.79	5.83	12.06	8.40
92	11.71	11.55	46.11	50.81	26.73	8.83	26.87	56.11	9.06	23.12	19.91	28.79	21.07	30.68	23.76
93	7.49	6.40	6.84	5.69	18.45	16.72	8.71	11.73	15.82	6.91	0.55	13.62	6.92	12.08	3.57
94	6.55	8.29	19.87	8.91	19.12	30.42	22.38	15.19	2.12	11.57	7.24	19.49	10.76	13.23	10.27
96	2.74	14.44	5.78	36.16	7.46	8.51	11.89	40.61	29.58	7.65	6.07	17.38	16.28	27.36	14.49
97	9.72	35.34	48.58	9.67	15.94	50.42	14.23	6.45	10.94	31.21	19.76	25.34	21.94	10.54	3.91
98	20.44	39.99	16.31	7.17	1.35	11.42	19.25	29.01	22.04	25.58	12.65	6.65	5.06	23.43	5.03
99	3.75	3.44	25.49	27.18	7.47	11.57	23.71	6.73	7.39	10.89	12.64	15.41	10.40	12.61	9.62
100	8.83	6.94	12.65	1.91	8.14	21.43	7.27	17.82	3.54	9.47	2.91	10.49	9.97	9.54	7.41
104	39.29	52.65	5.00	43.17	28.12	21.88	20.02	43.78	18.04	32.31	24.58	31.06	10.95	27.28	14.32
105	6.47	23.53	30.82	15.04	16.94	43.36	14.31	18.66	19.13	20.27	12.50	25.11	15.83	17.37	2.66
106	1.18	36.21	25.51	5.87	54.17	16.01	1.40	14.94	2.34	20.97	17.95	25.35	25.47	6.23	7.56
107	32.55	12.70	29.28	18.09	17.50	4.77	18.49	23.54	10.55	24.84	10.64	13.46	7.53	17.52	6.55
108	35.09	39.20	9.71	6.36	18.41	25.10	9.16	7.86	24.70	28.00	15.97	16.62	9.49	13.91	9.37
109	24.62	3.22	12.76	12.82	8.37	28.80	10.33	8.07	10.00	13.53	10.72	16.66	10.74	9.47	1.22
110	5.31	7.72	6.92	9.96	21.73	6.95	18.36	9.53	5.73	6.65	1.23	12.88	7.81	11.21	6.48
112	15.97	14.14	17.34	30.43	26.58	11.21	2.73	15.20	5.80	15.82	1.61	22.74	10.17	7.91	6.50
113	15.93	8.08	4.91	2.18	13.47	4.53	9.66	1.29	11.75	9.64	5.67	6.73	5.96	7.57	5.54
114	12.69	3.78	20.34	2.80	26.50	13.70	13.75	3.28	11.47	12.27	8.29	14.34	11.87	9.50	5.51
115	53.76	25.09	36.67	36.37	40.25	42.27	33.61	60.19	40.34	38.51	14.42	39.63	3.00	44.71	13.82
117	29.89	5.79	16.36	14.38	18.52	15.70	4.70	26.96	24.90	17.35	12.08	16.20	2.11	18.85	12.30
118	40.74	11.95	32.58	17.80	19.39	18.85	19.08	26.93	17.74	28.42	14.84	18.68	0.81	21.25	4.96
119	5.34	3.91	10.29	8.29	8.45	5.95	2.78	18.96	4.57	6.51	3.35	7.56	1.40	8.77	8.87
120	20.16	17.68	15.10	34.35	32.79	14.38	25.04	13.82	7.03	17.65	2.53	27.17	11.10	15.30	9.09
121	6.57	41.34	23.93	5.77	17.53	50.27	23.35	19.11	5.67	23.95	17.39	24.52	23.06	16.04	9.23
122	19.68	16.11	12.17	8.75	18.71	27.88	14.20	7.27	20.94	15.99	3.76	18.45	9.57	14.14	6.83
123	36.93	37.14	2.34	12.85	61.04	18.49	23.31	6.78	9.49	25.47	20.03	30.79	26.34	13.19	8.87
124	33.95	42.24	8.86	1.92	1.85	24.02	19.08	1.97	30.88	28.35	17.38	9.26	12.78	17.31	14.54
125	20.87	30.44	27.91	46.84	11.73	18.23	23.72	8.89	35.16	26.41	4.96	25.60	18.68	22.59	13.17
126	53.44	37.52	37.54	23.89	28.38	51.47	27.10	26.45	16.09	42.83	9.19	34.58	14.79	23.21	6.18
127	12.81	14.36	8.83	28.52	16.39	5.48	14.06	19.19	18.62	12.00	2.85	16.80	11.53	17.29	2.81
128	16.37	21.69	37.88	8.73	13.35	10.58	23.06	2.69	71.77	25.31	11.20	10.89	2.32	32.51	35.50
129	18.42	19.60	29.01	20.53	37.60	32.71	30.98	13.70	20.57	22.34	5.80	30.28	8.79	21.75	8.70
130	17.29	31.61	10.89	27.68	18.18	17.80	9.36	11.87	6.62	19.93	10.61	21.22	5.60	9.29	2.62
131	27.94	37.22	11.27	8.40	31.61	31.12	40.42	17.96	41.78	25.48	13.15	23.71	13.26	33.39	13.38
132	14.36	26.99	42.48	16.56	17.27	11.90	27.28	25.03	14.17	27.94	14.08	15.24	2.92	22.16	7.01
133	9.49	18.41	17.01	15.12	5.81	8.05	7.89	4.84	12.36	14.97	4.80	9.66	4.86	8.36	3.78
135	23.64	5.99	10.01	7.21	10.66	8.86	6.60	4.44	11.71	13.21	9.25	8.91	1.72	7.58	3.73
136	29.31	6.29	31.46	3.60	18.64	18.84	20.63	17.67	9.52	22.35	13.95	13.69	8.74	15.94	5.75
137	21.52	6.91	11.96	1.16	11.20	21.61	1.81	15.88	19.30	13.46	7.42	11.32	10.23	12.33	9.27
138	19.44	39.24	2.43	11.78	27.30	8.45	9.05	7.71	20.92	20.37	18.42	15.84	10.06	12.56	7.27
139	2.02	35.82	6.13	15.83	13.13	12.15	13.47	5.05	22.70	14.66	18.44	13.70	1.91	13.74	8.83
140	3.01	9.83	9.18	4.25	5.56	6.38	15.49	9.80	5.27	7.34	3.76	5.39	1.08	10.19	5.12
141	8.75	41.31	10.18	19.33	9.93	20.25	16.18	7.96	39.73	20.08	18.40	16.50	5.71	21.29	16.49
142	20.65	23.09	32.34	3.57	32.29	6.05	44.05	11.00	19.30	25.36	6.17	13.97	15.91	24.78	17.20
143	20.74	23.57	18.99	22.89	14.73	14.25	20.93	13.02	8.15	21.10	2.31	17.29	4.86	14.03	6.45
144	7.66	24.73	26.23	6.52	32.68	14.66	18.49	45.04	10.74	19.54	10.32	17.95	13.39	24.75	17.99
145	46.22	13.41	18.54	8.84	6.85	19.25	29.73	34.11	36.40	26.06	17.65	11.65	6.66	33.41	3.39
146	22.91	13.24	26.14	30.44	18.13	13.74	21.05	26.70	9.27	20.76	6.71	20.77	8.66	19.00	8.89
147	24.04	2.47	21.64	21.38	3.48	11.15	21.31	5.00	19.74	16.05	11.82	12.00	8.98	15.35	9.00
148	14.40	51.53	16.45	18.11	16.89	13.74	11.36	35.02	13.72	27.46	20.87	16.25	2.26	20.03	13.03
149	16.77	10.90	21.86	7.70	29.66	15.19	28.10	16.26	24.31	16.51	5.48	17.52	11.17	22.89	6.05
151	12.20	8.91	5.06	6.43	15.72	11.69	7.05	18.51	9.03	8.72	3.57	11.28	4.66	11.53	6.12
152	13.57	29.19	10.65	19.61	25.38	22.57	30.33	21.63	35.48	17.80	9.97	22.52	2.88	29.15	7.00

- vervolg sortering B -

st.nr.	h=1,90 [m]			h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			h=1,90 [m]		h=1,75 [m]		h=1,60 [m]	
	001	002	004	010	011	012	013	014	015	mu r	sigma r	mu r	sigma r	mu r	sigma r
153	18.71	3.41	27.20	30.62	26.65	5.41	20.72	17.83	34.67	16.44	12.06	20.89	13.56	24.40	9.00
155	8.15	10.90	10.23	3.79	13.25	12.54	13.96	6.57	18.71	9.76	1.43	9.86	5.27	13.08	6.12
156	28.99	25.70	16.39	1.04	20.25	11.78	9.96	26.00	47.45	23.69	6.54	11.02	9.63	27.80	18.81
157	41.56	20.27	34.47	47.10	34.06	47.40	4.14	19.05	15.16	32.10	10.84	42.85	7.62	12.78	7.73
158	43.68	3.08	22.33	6.09	14.67	6.14	27.74	13.03	17.51	23.03	20.31	8.96	4.94	19.43	7.54
159	10.03	12.93	8.03	6.71	76.82	5.49	5.48	34.37	21.69	10.33	2.46	29.67	40.83	20.51	14.48
160	18.88	42.33	25.74	43.36	24.84	36.36	9.93	10.81	18.17	28.98	12.06	34.85	9.35	12.97	4.53
161	8.16	27.03	4.07	1.58	21.90	23.94	29.05	18.35	9.59	13.09	12.25	15.81	12.37	19.00	9.74
162	11.26	3.57	20.38	14.12	23.61	9.83	35.21	12.46	12.75	11.74	8.42	15.85	7.05	20.14	13.05
163	26.27	27.66	22.46	20.83	19.05	29.46	3.03	36.75	20.32	25.46	2.69	23.11	5.57	20.03	16.86
164	12.60	9.73	12.72	24.62	26.48	8.67	25.58	9.06	9.16	11.68	1.69	19.92	9.79	14.60	9.51
165	19.46	0.20	12.03	19.31	11.44	29.76	16.11	18.27	22.38	10.56	9.71	20.17	9.19	18.92	3.18
166	10.15	19.88	40.30	22.11	5.32	22.59	21.11	20.53	15.79	23.44	15.39	16.67	9.84	19.15	2.92
167	16.92	34.19	1.32	26.50	17.27	9.67	8.61	9.86	12.98	17.48	16.44	17.81	8.43	10.48	2.25
168	16.59	4.98	21.21	10.75	26.31	18.17	13.02	8.41	4.09	14.26	8.36	18.41	7.78	8.51	4.46
169	14.38	13.90	33.32	19.90	27.43	6.66	35.29	18.27	19.14	20.53	11.08	18.00	10.51	24.23	9.59
171	22.18	37.43	36.94	4.71	42.58	17.66	46.06	16.69	29.65	32.18	8.67	21.65	19.25	30.80	14.72
172	21.16	10.77	12.98	8.05	18.04	2.46	19.46	1.37	12.12	14.97	5.47	9.52	7.90	10.99	9.10
173	26.85	36.56	33.33	27.03	28.09	25.11	9.20	30.57	28.57	32.25	4.94	26.74	1.51	22.78	11.80
174	25.19	9.57	4.60	5.44	3.51	16.11	13.55	21.10	20.73	13.12	10.74	8.35	6.79	18.46	4.26
175	13.45	6.91	8.49	7.39	2.64	1.25	7.81	16.67	16.79	9.62	3.41	3.76	3.22	13.76	5.15
176	16.92	6.84	21.43	9.02	20.93	18.91	21.64	13.64	15.22	15.06	7.47	16.29	6.37	16.83	4.23
177	18.05	10.13	14.64	25.69	15.27	9.72	17.01	18.31	6.90	14.27	3.97	16.89	8.11	14.07	6.25
178	2.32	13.43	10.54	5.12	19.61	11.45	21.26	26.22	16.04	8.76	5.76	12.06	7.26	21.17	5.09
179	9.74	17.16	20.39	24.51	45.70	14.71	29.19	2.89	4.87	15.76	5.46	28.31	15.84	12.32	14.64
181	12.85	13.47	21.75	14.74	5.42	6.34	14.69	9.98	24.61	16.02	4.97	8.83	5.14	16.43	7.47
182	16.13	8.51	0.62	3.65	9.75	7.31	14.25	5.46	10.55	8.42	7.76	6.90	3.07	10.08	4.41
183	26.56	32.27	25.82	21.80	22.99	29.87	50.79	44.05	61.48	28.22	3.53	24.88	4.36	52.10	8.79
184	48.76	27.83	24.83	18.89	5.71	22.13	27.44	12.78	4.80	33.81	13.04	15.58	8.70	15.01	11.48
185	5.77	47.04	20.33	6.20	20.74	43.88	10.31	8.19	13.69	24.38	20.93	23.61	19.00	10.73	2.77
186	16.76	16.03	3.10	7.31	22.79	18.11	33.06	11.82	11.47	11.96	7.68	16.07	7.94	18.78	12.37
187	10.41	4.14	16.57	3.84	19.33	6.61	7.87	18.16	11.46	10.37	6.22	9.93	8.26	12.50	5.22
188	5.30	27.49	20.87	13.97	12.20	11.71	38.22	10.42	17.64	17.89	11.39	12.62	1.19	22.09	14.42
189	23.95	11.92	40.19	9.21	5.49	19.07	41.31	61.77	10.59	25.35	14.19	11.26	7.02	37.89	25.76
190	4.43	7.09	5.41	9.04	6.35	22.22	3.29	10.82	6.42	5.64	1.35	12.54	8.50	6.84	3.78
191	12.44	27.59	29.27	19.27	3.09	27.99	12.12	8.28	2.43	23.10	9.27	16.78	12.63	7.61	4.88
192	21.68	11.04	15.22	30.21	28.89	26.37	16.80	15.55	15.92	15.98	5.36	28.49	1.95	16.09	0.64
194	6.51	5.85	1.41	12.57	10.39	9.91	4.28	2.22	0.96	4.59	2.77	10.96	1.42	2.49	1.67
195	12.55	32.51	20.89	9.22	14.11	49.63	19.91	11.83	36.96	21.98	10.02	24.32	22.06	22.90	12.83
196	3.12	0.69	34.79	25.21	9.04	13.93	5.87	37.83	7.70	12.87	19.03	16.06	8.29	17.14	17.95
197	4.63	11.05	19.78	9.08	25.24	10.38	20.61	8.14	32.77	11.82	7.60	14.90	8.98	20.51	12.32
198	13.92	9.85	13.36	11.96	11.83	12.13	12.87	22.75	19.00	12.38	2.21	11.97	0.15	18.21	4.99
200	18.19	8.58	19.49	30.04	12.63	32.51	15.16	8.53	11.69	15.42	5.96	25.06	10.84	11.79	3.32
201	28.52	11.31	23.40	53.67	28.33	18.78	34.13	21.52	28.89	21.08	8.84	33.60	18.03	28.18	6.33
202	9.75	9.08	4.56	19.28	48.33	43.52	5.51	15.98	12.98	7.80	2.82	37.04	15.57	11.49	5.39
203	25.22	41.04	46.34	29.87	46.69	19.58	15.31	43.66	16.14	37.53	10.99	32.05	13.69	25.04	16.14
204	11.07	30.63	9.08	37.86	10.06	5.15	9.16	10.99	12.07	16.93	11.91	17.69	17.64	10.74	1.47
206	40.84	5.09	21.23	30.08	36.30	9.46	24.63	41.82	7.79	22.39	17.90	25.28	14.05	24.74	17.01
207	8.35	16.46	8.20	7.54	19.25	16.58	12.25	4.15	8.18	11.00	4.73	14.46	6.13	8.19	4.05
208	45.05	11.82	41.89	10.77	8.80	46.87	7.79	29.52	34.76	32.92	18.34	22.15	21.43	24.02	14.30
209	26.74	20.89	6.37	9.80	31.13	14.30	13.09	25.41	12.95	18.00	10.49	18.41	11.24	17.15	7.15
210	25.39	34.79	39.63	24.10	12.25	9.68	24.89	18.38	16.53	33.27	7.24	15.34	7.69	19.94	4.39
211	44.15	11.00	35.77	7.12	11.08	12.16	2.76	17.58	21.43	30.31	17.24	10.12	2.66	13.93	9.86
212	7.21	34.18	18.21	19.19	24.65	16.78	1.29	19.78	19.00	19.87	13.56	20.21	4.03	13.36	10.45
213	37.70	22.55	36.21	4.99	24.10	48.74	38.22	17.63	38.03	32.15	8.35	25.94	21.93	31.29	11.83
214	46.22	24.72	75.77	24.07	46.86	70.17	51.09	65.99	27.08	48.90	25.63	47.03	23.05	48.05	19.63
215	20.51	19.02	14.78	11.46	37.06	10.69	16.42	36.89	34.51	18.10	2.97	19.74	15.00	29.27	11.19
217	13.91	11.18	14.10	20.76	1.30	11.52	21.41	5.96	3.92	13.06	1.63	11.19	9.74	10.43	9.56
218	15.23	10.60	18.34	29.65	15.04	19.92	16.19	14.90	20.85	14.72	3.89	21.53	7.44	17.31	3.13
219	10.85	5.48	9.85	13.39	6.16	47.98	5.78	18.57	9.99	8.73	2.86	22.51	22.35	11.45	6.52
220	33.79	8.35	41.78	5.36	56.08	4.18	21.98	18.46	6.89	27.97	17.46	21.87	29.63	15.78	7.89
221	33.73	23.55	14.95	37.91	21.33	42.49	24.38	21.57	20.96	24.08	9.40	33.91	11.13	22.31	1.83
222	7.10	6.76	8.04	13.45	9.59	7.96	4.89	9.05	12.46	7.30	0.66	10.33	2.82	8.80	3.79
223	27.34	7.91	33.11	27.85	15.06	38.33	36.36	23.33	5.82	22.79	13.20	27.08	11.66	21.83	15.33
225	18.35	10.36	10.42	10.92	6.23	15.09	15.35	19.76	7.63	13.04	4.60	10.75	4.43	14.25	6.14
226	14.41	7.29	14.66	4.96	13.06	21.32	32.30	16.65	29.76	12.12	4.18	13.11	8.18	26.24	8.40

Bijlage M: Valbeweging en valbaan van de stenen

Sortering A

st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]		
	007	008	009	016	017	018		007	008	009	016	017	018		007	008	009	016	017	018
1	4-c/b	3/1-b	1-c	1-c	2/6-b	1-c	74	2/6-b	6-a	3-b	3-b	2/6-a	4-e	150	2-b	2-b/c	2-a	3-a	2/1-a/c	2-b
2	4-b	5-e	4-c	7-d	4-b	2/4-b	75	1-b	2-b/c	1-b	1-a	4/1-b/a	1-c	151	2-c	2/4-b	7-b	4-c	7-b	2-c
3	2/4-b	1/5-d	5-e	5-e	4-b	4/2-b	76	5-e	2/4-a/c	4-c	4-b	2/4-c	4-e	153	6-a	5-e	6-a	2/6-a	6-a	6-a
4	1/6-a	1-b	3-a	2-b	2/1-b	1-b	77	4/1-b	2-b	6-a	1/6-a	6-a	6-a	154	6-a	6-a	6-a	4-c	3-d	4-c
5	5-e	1-c	5-e	7-d	3-b	2/4-b/c	78	5-e	3-d	4-c	4/3-c/b	4-b/c	7-d	155	4-c	7-a	3-e	4-c	4-b	4-b
6	4-c	3-b	5-d	1-a	5-d	3-b	79	5-e	2-b	2-b	3-a	2-b	2-a	156	6-b	7-d	5-e	1/2-b	4-d	7-b
7	3-b	3-b	1/2-a/b	2-d	2-b	2-a	80	4-c	4-c	2-b	4-c	4-b/c	2/4-b/c	157	2-a	6-a	2-a	2-b	2/6-a	2/6-a
8	7-d	3-d	7-d	7-d	2-a	3-b	81	5-d	4/2-e	4-c	4-b	5-b/e	1/4-c/b	158	6-a	2/4-c	6-b	3-a	6-a	2/6-a
9	5-e	5-d	1/2-d	4-c	2-b	7-d	82	7-d	3-d	1/2-b	2/4-a/b	4-b/c	3-b	159	2-b	7-b	7-b	7-b	7-e	7-b
10	7-b	4/3-c/b	2-e	7-b	7-d	4-c	84	5-e	1-c	2-a	3-d	5-b	3-b	160	4-b/c	2/4-b	7-b	4-b/c	4-b/c	4-b
11	4-c	1/6-a	3-b	2/6-a	4/5-d	4-c	85	1-c	2-c	1-c	3-d	1-c	3-b/c	161	4-b/c	4-c	6-b	4-b	2-a	5-b
12	3/1-b	2-b	2/1-a/c	1-a	1-c	7-d	86	5-e	7-c/b	3-a	7-a	5-e	4-b	162	2-e	3-b	1/6-b	1/5-d	1/3-b/c	7-b
13	2/6-a	7-a	2-a	2-a	2/6-a	2/6-a	87	6-b	6-a	6-a	2-b	1/2-b	2/6-a	163	4-b/c	4-c	2-b	1/2-a	7-d	4-c
14	5-e	5-e	7-d	4-c	7-c	4-b	88	1/6-b	4-c/b	3/4-b	2-a	7-b	2-a	164	1-b	4-c	3-b	4/2-c	2-a	1-d
15	2-b	2/1-b	2/1-b	1-b	1-a	2/1-b/c	89	2-b	3-b	3-a	3-b	3-a	2-a	165	1-c	7-d	5-e	1-b/c	1-c	1/2-a/b
16	7-e	6-a	4-c	4-b	1-a/c	1-a/c	90	5-c/b	7-d	1-d	4-b	4-c	1-d	166	1-b	2-b	1-c	2-d	2-b	3-b
17	1-e	4/2-b/a	4/2-c/a	3-b	1/2-d	5-e	91	5-e	3/5-e	3-b	2-a	1-d	4-c	167	7-b	3-d	3-b	7-b	2-b	2-b
18	3-b	2/6-b	4-b/c	7-d	1-a/c	2-b	92	2/4-b	3-c	4-b	3-b	3-e	3-b	168	6-a	4-b/c	6-a	4-c	7-b/c	7-d
19	7-d	3-a	2-a	2-b	2-a	2-b	93	2-b	2-a	2-b	2-b	2-a	2-a	169	1/2-c	6-a	2/4-b/c	4-c	4-c	2-a
20	7-b	3-b	1-c	1-a/c	1-c	1-c	94	5-e	3-e	3-d	3-b	4/2-c/b	2-b	170	6-a	3-c	3-d	1-b	1-c	2-c
21	4-c/b	3-b/c	3-b	1-a	7-a	1-c	95	5-e	4-c	1/2-e	3-e	5-e	1/2-b	171	2/4-e	3-b	3-b	2-b	3-b	2-a
22	4-c	4-c	4-c	4-c	4-c	4-c	96	4-c	7-d	4-b	4-d	4-c	2-b/c	172	2-b	3-b	3-a	2-a	2-b	2-a
24	5-e	1-c	5-e	1/2-b	4-b	2/1-b/c	97	3-b	3-b	4-c	4-b	5-e	2-c	173	6-c	4-b/c	4-b	5-e	4-c	2/4-b/c
25	5-d	5-c	7-d	4-c	3-b	4-b/c	98	3-e	4-b	5-e	2/5-b/e	3-e	3-b	174	7-d	3-b	2-b	2/4-c	2-d	3-b
26	7-b	3-b	4-c	4-c	4-c	2-b	99	2-b	2-b	3-b	1/2-d	2-a	3-b	176	2-a	2-a	2-a	2-d	6-a	2-b
27	2/6-a	4/2-c/a	4-c	2-a	3-b	4/2-c/a	101	3/4-a/b	1-d	6-a	2-a	2/5-e	1-a/c	177	4-c	4-c	2/4-a/c	2/4-a/c	2/4-d	2/4-b/c
28	7-d	6-a	3-b	6-a	2-d	1/2-b	103	4-c	4-c	2-b	2-b	4-c	2-b	178	5-e	4-b	7-d	7-b/c	3-b	3-b
30	4-c	4-c	5-e	4-b	2/4-a/c	5-e	104	5/6-c	3-d	2-c	4-c	2-b	4-c	179	1-c	1-c	7-a	2/1-a/c	1-c	1-c
32	3-b/c	2-a	1-a/c	1-b	4-c	3-b	105	7-d	7-d	5-e	3-b	4/3-d	7-b	180	6/2-a/b	1-b/c	5-e	1-a/c	1-a/c	3-d
33	5-c/b	3-c	2-b	2-a	4-c	2-b	106	5-c/b	1/4-a/c	4-c	4-c	4-b	1-e	181	1-b	1/4-a/b	1/4-c	4-b	4-e	5-c
34	4-b	4-c	4-e	4-c	2-a	4-c	107	4-b	2/4-b	4-e	4-c	4-b	4-c	182	4-c	4-c	4-c	4-b	4/2-c/a	4-c
35	7-d	4-b/c	2-b	4-c/b	2-e	1/2-d	108	1/4-a/b	2-b	7-b	4-b	4-b	4-b/c	183	5/1-c/b	4/1-b/c	7-b	2-b	2-a	2/6-a
36	6/4-a/c	2/6-a	4/2-c/b	2-d	2-a	3-d	109	2-b	2-b	2/6-b	1-b	6-b	1/6-b	184	2/5-e	2/6-a	2/4-a/b	2-d	2/6-a	2-b
37	1/5-b	3-e	6-a	3-a	1-a/c	4-b	110	1-c	2-d	6-a	2-b	2-b	3-d	185	4-b	4-c	4-c	4-b	4-c	4-c
40	1-c	3-a	3-a	3-b/a	3-d	2-b	111	3-b	2-a	2-b	3-b	2-b	1/2-b	186	4-b	4-e	3/5-d	2-a	7-a	5-e
41	1/6-a	1-c	1-c	1-b	1-a	1-a/c	112	4-c	4/6-c	4-c	4-b	4-e	7-e	187	4-c	3-b	3-d	7-d	2-b	3-b
42	1/6-a	2/4-b	3-e	4-c	6-a	1-d	113	6-a	6-a	6-a	6-a	4/6-c/a	2/6-b/a	188	1/6-b	6-b	2-a	1/6-b	5-e	7-d
43	3/4-a/b	1/4-a/b	5-e	4-c	4-b	4-b	114	5-e	5-e	5-e	5-e	3-b	1/5-e	189	5-e	7-e	7-e	5-b/c	7-d	4-b
44	4-c	4-c	4/2-b	2-b	7-b	4-c	116	5-e	5-e	5-e	5-e	2-e	4-b	190	7-d	1/2-c	4-c	2/4-b/c	4-c	4-c
45	2-a	2-a	1-c	3-b	1-c	2-a	117	2-a	2/5-d	2-b	1/2-a	2-a	2-a	191	2-b	2-c	3-b	4-e	2-d	3-b
46	7-d	3-d	7-d	5-e	2-a	2-d	120	4-c	2-d	3-b	4-b	2/4-a/c	2/6-c	192	7-d	5-e	7-b	7-d	2/5-e	7-b
47	4-c	3-b	4-c	2-a	2/4-b/c	4-c	121	4-c	1-c	1-c	2/6-a	1-c	1-c	193	2-a	2/6-a	2-a	2-a	2/6-a	2-a
48	2-b	1-d	2-b	2-a	3-d	2-b	122	1/2-d	2/5-d	1-c	2-d	4-b	2-a	194	5-e	7-d	1/6-a	7-b	2-d	7-b
49	2-a	2-a	2-a	2-d	6-a	2-a	123	7-b	1/6-b	7-d	3-b	7-a	7-a	195	3-b	3-a/b	1-c	2-a	2-a	3-d
50	3-b	1/2-b	2-b	3-d	2-a	2-b	124	1/4-b/c	2/4-b/c	1-c	1-b	4-b	2-d	196	1/6-d	7-b	2-c	2/6-b	4-c	6-b
51	3-b	2-b	2-b	3-d	3-a	2/4-b	125	2-c	2-b	2/4-b/c	4-c/b	7-a/c	1/4-b	197	2/6-b	1/2-a	6-a	6-a	2/6-a	1/2-a
52	7-d	2-c	3-b	1-c	1/2-b	1/2-e	126	7-c	3/6-b	3-b	6-a	2-a	6-a	199	5-b/c	4-b	4-c/b	7-d	4-c	4/6-c
53	7-e	2-c	4-c	7-d	4-c	2-a	127	3-c	4-e	4-c	1-d	4-c	2-c	200	5-e	1-c	7-d	1/3-d	6-a	1/6-a
54	5/6-c	4-c	2-d	1/4-a/c	4-c	2/4-e	128	3-d	1-a	2-a	1-a	1-a	2-d	201	6-a	6-a	6-a	2/6-a	2/4-b/c	2/4-d
55	7-e	1/3-a/b	3/4-b	3-b	6-b	2-d	129	3-b	7-d	4-c	2-a	1/2-b	1-a	202	2-e	2-b/c	2-b	2-b	2-a	2-b
56	4-c	4-c	6-a	4-c	4-c	2/4-b/c	132	4-c	4-c	4-c	4-c	4-c	4-b	203	2/4-b/c	2-c	3-e	5-c/b	4-c	4-c
57	6-a	6-a	6-a	6-a	3/6-a	6-a	133	4-c	7-b	4-c	4-c	4-c	4-c	204	5-c	4-c	7-d	2-b	4-b	4-c
58	5-c	4/2-c/b	3-b	4-c	2/4-b/c	3-b	134	6-a	1-a/c	6-a	6-a	2/1-a/c	1-a/c	205	7-b	5-e	6-a	3-a	2-d	6-a
59	6-a	4-b	6-a	2-a	6-a	2/6-a	135	3-b	3-e	5-e	4/2-c/a	2/4-a/b	2-b	206	1/2-d	2-b	4-c	2-a	1/2-b	1-a
60	4-c	4-c	4-c	4-b	4-e	4-c	136	3-c	7-d	4-c	4-b/c	3-b	3-b	207	1-c	5-e	2/1-a/c	3-b	2/1-b/c	1-c
61	7-d	4/6-c	4-c	7-c	3-d	4-b/c	138	2/5-b/c	4-b	3-c	3-b	4-b	4/2-c/a	208	1-c	1-c	1-c	1-c	1-c	1-c
62	1-c	1-c	3-d	5-b/e	1-c	2-e	139	2/1-b/a	6-a	6-b	6-a	2-a	2-d	209	1-c	2-d	1-a	1-b	2-a	1-a
63	1-c	2-a	2-a	2-a	2-a	2-a	140	7-c	3/2-c	2-c	1-a	4-c	1/4-c	210	2/4-b	6-b	4-d	2-b	1/2-d	6-a
64	7-b	5-e	3-b	5-d	2-b	4-b	141	1/5-e	5-e	3-d	3-d	2-b	3-d	211	3-d	5-e	3-b	1-a	3-a	3-b
65	6-c	1-c	1-c	1-c	1-d	2-b	142	2-c	4/6-c	2/6-a	1/2-b/c	4-c	4-c	212	3-a	3-d	5-e	3-a	3-b	5-b/c
67	4/3-c	7-d	7-d	3-b	2-b	2-b	143	5-e	3-e	6-a	6-a	2/6-a	2/6-b	213	2/4-e	2-d	3/1-a/c	1-a/c	3-b	2/4-c
68	7-a	4-c	3-b	4-b/c	4-c	4-c	144	2-a	3-e	3-b	2/4-b	3-b	2-d	215	7-a	4/6-c	7-a	7-d	7-a	7-b
69	2-a	7-b	1-c	1-a/c	3-b	3-b	145	4-c	7-d	4-b	4-b	4-b	1/2-b	216	2-d	2/6-b	6-a	4/2-b/a	6-a	2-c/b
70	2-b	2-b	1-c	2-d	2-b	2-b	146	4-c	7-b	2-b	1/4-a/c	2-a	3-b	217	4-c	3-d	3-b	4-c	4-b	2-e
71	5-b/c	2-b	4-c	2/6-b	3-b	2-b	147	3-c	5-e	4-b	2/4-a/b	4-c/b	5-c/b	218	6-a	2-a	4-c	2/4-a/b	4-c	4-c
72	4-c	5-e	2-b	4-b	4-b	2-b	148	6-a	2/6-a	2-b	1-c	2-b	3-a	220	4/6-b	6-a	3/6-c	1/6-a	2-a	1/2-a
73	7-b	2/5-e	4-c	7-b	5-b/c	7-b	149	3/4-a/b	1-a	4-b	4-b	1-b	1/2-b							

Sortering B

st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]			st.nr.	h=1,75 [m]			h=1,60 [m]		
	010	011	012	013	014	015		010	011	012	013	014	015		010	011	012	013	014	015
1	4-b	2-b	4-b	1/5-b	4-b	4-b	74	2/4-a/b	4-b/c	5-e	1-d	7-d	2/4-a/c	152	3-d	2-b	2-d	3/5-d	2/4-b	4/1-b/c
2	3/4-a/b	3-d	2-b	3-e	3-b	2-b	76	4-c	4-b	1-b	1-b	3-b	1-c	153	3/4-a/b	3/4-a/b	3-a	7-d	7-a	4-b
3	3-b	1-b	3-e	1-b	2-b	1-b	77	2-a	1/6-c	3-b	5-b	2-b	4-b	155	4-c	4-c	5-d	5-c	4/1-c/a	3-b
4	4/2-a/b	3-d	2-b	1-b	3-d	2-a	79	3-b	5-c/b	3-b	1-b	2-d	2-d	156	3-c	2/4-c	5-b	6/3-b/c	3-b	1/3-b
5	2/4-b	4-c	4-c	6-a	1/2-b	5-b	80	2/4-a/b	4-c	4-c	4-c	4-c	5-e	157	1-b	4-c	1-b	4-c	1-b/c	4-c
6	2-a	4-b	2-a	4-b	2-a	3-d	81	2/4-b	3/4-b	4-c	5-e	1-b/c	2/4-a/c	158	6-a	2/6-b	6-a	6-b	6-b	6-b
7	2/6-a	6-a	6-a	2/6-a	2/6-b	6-a	82	3-e	2-b	3-a	1-a/c	3-b	3-b	159	1-c	4-b	1-c	1-c	4-b	2-e
8	7-b	4-c	1/6-b	7-c	7-b	2-a	83	6-a	2/5-b	5-d	3/4-a/b	4-b	1-c	160	4-b	4-c	4-b	4-c	4-c	4-c
9	1-c	2-a	1-b	5-e	2-b	4-b	84	4-b	4-c	3/4-a/b	4-b	4-b	4-b	161	4-c	2/4-b/c	3/5-e	2/4-b	4-c	4-c
10	1/6-a	1-b	2/4-c/b	4-c	6-a	4-c	85	2/4-a/b	4-c	4-b	4-b	7-d	2/4-b	162	2-d	2-b	3-a	2-b	2-b	2-b
11	3-b	2-d	2-a	2-b	2-b	1-a	86	6-a	4-c	6-a	4-c	2-b	4-b/c	163	7-b/c	2-b	3-b	3-b	7-b	7-b
12	4-b	6-a	4-b	3/4-b	1/6-b	1-a	87	4-c	5-e	5-e	4-c	4-c	4-c	164	2-b	2/4-a/b	1-c	2-c	2-a	6-b
13	4-b	4-b	7-d	4-c	4-b	4-c	88	2-b	3-a	5-e	1-a	5-e	2/5-a/e	165	2-b	4-c	4-c	3-b	3-b	3-e
14	2/4-c/b	1-c	4-e	2-b	1-c	3-b	90	1-c	3-d	1/2-c	5-e	2-a	1/2-b	166	1/2-b	2-b	1-b/c	7-b	4-c	1-c
15	2-c	2/e	2-b	3-c	3-e	1-a/c	92	4-b	7-d	1/2-c	4-b	4-b	3-e	167	4/3-b	6-d	3-d	4-b	3-a	2-b
16	4-c	3-b	2/4-b/c	4-b	4-b	3-d	93	2-a	7-b	6-b	1-b/c	6-a	3-d	168	1-c	2-d	5-d	1-c	7-d	1-c
17	4-c	4-c	5-b/c	7-d	4-c	4-b	94	1-a	3-b	2/4-a/b	2-b	2-b	1-a	169	5-e	2/4-b	5-e	4-b	5-e	4-c
18	1-a	2-c	1-c	4-b	1-c	1-b/c	96	1-b	2-a	2-a	2-b	1-b	1/2-b	171	2/4-b/c	7-b	7-e	4-b	7-b	4-b
19	4-b	2/4-a/b	2-a	2-a	2-a	4/2-b	97	3/4-e	4-c	4-b	4-c	7-d	4-c	172	4-c	7-c	7-d	1-c	2-c	1/2-b
20	3-a	3-a	6-a	2-b	6-a	2/6-b	98	6-a	2-a	3-e	4-b/c	7-b	2/4-c/b	173	4-b	4-b	4-c	4-b	4-c	4-b/c
21	3/4-c	4-c	4-b/c	1-b/c	4-c	7-b	99	7-b	3-a	2-b	4/3-e	2-a	2-a	174	2-d	1-c	3-b	5-e	1/2-d	2-c
22	1-c	1-b	4-c	1-c	2-b	1-a	100	2/6-a	2-a	1/2-b	2-a	3-b	3-d	175	4-c	4-c	4-c	4-c	3-b	4-b/c
23	4/3-b	3/4-b/c	3-a	5-e	3/4-a/b	1-a	104	4-b	4-b	3-b	4-c	4-b	1-b	176	1-c	1/2-c	2/1-b/c	1-b/c	1-c	3-c
24	4-b	4-b	4-c	4-b	1/2-a	1-b	105	2-b	2-b	4-b	2-b	3-d	3-b	177	2/4-b	4-e	5-e	7-b	1-b/c	7-a
25	4-c	4-b	4-c	4-b	4-b	4-c	106	2/6-a	4-b	4-c	4/1-c	4-c/b	6-a	178	5-e	3-b	3-a	4/3-b/a	3-b	3-d
26	3-e	3-b	3-b	3-b	5-e	4-b	107	3-b	4-c	4-c	2/5-e	4-c	2/5-e	179	5-c	4-b	2-b	5-c/b	4-c	2-a
28	3-b	4/2-b	3-a/b	2/6-b/a	7-b/a	7-d	108	2-a	5-b	2-d	1-c	1/2-d	1-b	181	7-d	7-d	7-d	7-b	4-c	3-b
30	4-c	4-c	4-c	5-e	4-c	4-c	109	4-c	4-e	4-c	4-c	3-d	4-c	182	7-d	2-a	3-d	7-b	7-a	2-d
31	3-a	2-b	5-c	2-a	4-b	2-b	110	2-a	2-b	2-a	2-b	2-a	1/2-a	183	5-e	1/3-e	4/1-c/b	4/1-b	1-b	2-b
32	3-b	3-b	2-b	3-b	2/4-a/c	2-a	112	2/4-e	2/4-a/b	2-a	4/2-c	2-b	2-a	184	5-e	3-b	4-b	7-d	4-c	2/4-a/b
33	4-c	4-c	4-c	4-c	1-b	4-c	113	2-a	2-b	2-a	3-a	2-a	2-a	185	6-a	2/4-b	4-b	2/6-b/a	5-e	4/2-b/a
34	3/4-e	3-b	4-b	5-e	4-c	3-c	114	6-a	1-b	6-b	2-b	4/1-b/c	1/2-b	186	1-a	3-b	1/2-b	3-b	7-c/a	2/1-b
35	1-e	1-b	3-b	2/4-a/b	2-a	2-b	115	4-c	4-c	4-c	4-e	4-b	4-b	187	4-c	4-c	6-a	1/4-c	4-b/c	4-c
36	4-c	2/4-b	1-c	4-b	1/6-a	4-b	117	2-b	2-b	2-b	3-a	2-b	1/2-b	188	1/2-a/b	2-a/b	5-e	5-e	5-e	4/2-e
37	6-a	2-a	6-b	1/6-b	4/3-b	2-b	118	3-e	6/4-a/c	7-e	7-b	7-b	3-b/a	189	4-c	7-a	4-c	4-b	4-b	3-d
38	4/2-b/a	3-b	2/4-b/c	2/4-b/c	7-b	4-b/c	119	3-e	1-c	2-a	6-a	3-e	6-a	190	2-a	2-a	3-b	2-a	2-a	2-a
39	2/4-b/c	3/4-b	4-b	4-c	7-b	4-c	120	2-b	1-c	2-c	1-c	1-c	1/2-a	191	4-c	4-c	2-b	4-c	4-c	5-c
40	3-b/a	6-a	4/1-b	6-a	2/4-b	6-a	121	2-e	5-c	4-b	5-e	5-e	5-e	192	3-d	3-b	2/1-b	3-b	7-b	3-a/b
41	3-d	3-b	4/6-b	3-b	2-a	6-a	122	3-a	4/2-b	2-b	2-b	2-a	3-e	194	2-b	1-a	2-a	2-a	1/2-a	1-a
42	3-d	4-c	3-d	4-b	3-d	2-a	123	6-b	4-b	1-b/c	3-d	1-c	6-b	195	5-e	1-c	4-b	1-c	4/2-b/a	1-c
43	3-e	5-c	3-d	4-c	5-c/b	2-b	124	6-a	2/6-a	4-c	1-c	1-c	1-c	196	2/6-b/a	2/6-b/a	1-b	2/6-a	4-b	2/6-a
44	4/6-b	5-b	7-d	1-b	1-b	1-b	125	4-b	4-c	4-c	4-c	5-e	2/4-a/b	197	2-a	4-c	2/1-a/c	2-b	2/6-a	4-b
45	4-b	3-b	1/2-a	2-b	1-c	1-b	126	2-b	1/3-b	1/4-b	4/2-b/a	6-b	7-b/c	198	2/6-a	2/4-e	6-a	2-b	2/4-a/b	3-b
46	3/4-e	5-e	4-c	5-b	5-e	5-e	127	2-b	2/1-a/c	1-c	2-b	2-b	2-b	200	2-b	2-b	5-e	2-b	2-a	2-b
47	3-b	4-b	7-d	3-b	5-e	4-c/b	128	1-d	2/4-c/b	2-b	2-b	2/6-a	4-b	201	4-b	4-c	4-c	3-b	4-c	4-b/c
48	3-b	4-e	4-c	4-c	5-e	2-d	129	4-c	4/2-c/b	1-b	1/4-b/c	4/3-c/a	2-b	202	4-e	4-b	4-b	2-a	4-b/c	4-c
49	4-b/c	4-c	4-c	2-b	2-a	2-b	130	4-b	2-a/b	3-b	5-b	4-c	3-a	203	4-c	4-b	3-b	4-c	4-b	4-c
50	4-c	2/4-a/c	4-c	2/1-b	7-b	4-c	131	2-b	4-b	3/4-c/b	4-b	2-b	4-b	204	5-e	2/4-a/b	2-a	2-b	3-b	3-b
51	6-a	1-c	2/4-b	1-c	3-b	1-c	132	2-b	5-e	2-b	1-b	2-b	4/2-b	206	1-b	1-b	2-a	1-b	1-b	2-a
52	1/2-e	2-c	1-c	2-b	1/2-b	3-b	133	2-b	1-a	6-a	3-d	6-a	2/6-b/a	207	2-e	1-b	2-b	1-b	1-b	2-b
53	4-c	4-b	4-b	4-b/c	4-b	4-b	135	2-a	2-b	3-b/a	2-a	2-a	2-b	208	4-c	4-c	4-c	6-b	4-c	2/4-a/b
54	5-e	4-b	5-e	4-b	5-e	7-b	136	2/6-a	2-b	2/4-c	2-b	2/4-a/b	2-b	209	3-c	4-c	5-c/b	4-c	4-c	3-d
55	3/4-a/c	2-d	5-e	5-c	1-b	2/4-b/c	137	3-e	3-d	3-a/b	2-a	2-b	2/6-b	210	4-b	5-e	4-c	4-b	4/2-b/a	5-e
56	3-b	3-b	4-c	5-e	3-d	3-b	138	4-c	4-c	2-a	4-c	4-c	4/2-c/d	211	6-b	2-b	2/6-b	1-a/c	7-b	4/2-b
57	3-a	1-a	3-a	1-a	1-b	6-b	139	4-c	5-e	4-c	4-c	4-c	4/2-c	212	1-c	2-c/b	3-b	1-c	1-c	2-b
58	1-c	1/2-c	1-c	4-c	2/4-a/b	1-c	140	2-a	2/4-e	2-a	2-b	2-b	3-a	213	3-c	2/4-c	4-b	1-b/c	1-b	7-c
59	4/1-b/a	2/1-a	3-a	3-b	2/1-a	3-b	141	4-c	4-a/c	4-b/c	4-c	4-c	4-c	214	2/4-e	4-b	4-b	4-b	4-b	4-c
60	3-b	3-b	5/2-e/a	2-b	2-a	3-b	142	2/4-a/b	4-b	2-a	4-b	2-a	4-c	215	4-c	4-c	4-c	4-c	4-e	4-c/b
61	1-c	1-c	4-c	4-c	1-c	2-a	143	3-b	2-b	5/2-e	1/2-d	2-b	2-d	217	3-b	2-a	3-b	3-b	3-a	2-a/c
62	3-d	4-c	3-b	5/2-e/c	5-e	3-b	144	3-a	5-e	4-b	5-e	4-b	2-a	218	2/4-a/b	5-e	5-e	3-b	5-e	5-e
63	2/6-a	6-a	4-c	6-a	1/2-a	4-c	145	3-c	2/4-a/c	1-b	4-b	4-b	1-c/b	219	5-e	6-a	4-b	3-b	4/2-b	2-b
64	3-b	2-a	2-a	3-a	7-d	2-b	146	2-b	1-c	2-b	4-c	4-b	2-a	220	6-a	2/4-b	6-a	1-b	2-b	1-c
66	2-b	3-b	2-b	1/4-a/c	3-b	2-d	147	1-b	2/1-a	3-d	1/5-b	1-a	3-b	221	4-b	7-d	4-b	7-b	5-e	2/4-b
69	4-c	2-b	4-b	4-b/c	4-c	4-c	148	1-c	1-c	2-b	3-d	1-a	1-c	222	1-a	2-b	1-a	5-e	2-b	1-b
70	3-c	4/2-d	2/6-b/a	2-b	6-b	6-a	149	2/6-a	7-d	2-d	4-b/c	4-c	7-d	223	4-c	4-c	2/4-a/b	7-b	3/4-a/b	4-c
72	5-e	4-b	4-e	4-b	5-e	4-a/b	151	2-a	3-b	3-b	2-a	2-b	2/1-a	225	1-c	2-a	1-b	1-c	1-b	3-a
73	4-b	2-a	2-b	1-d	1/4-b/c	3-b								226	1-a	7-e	4-b	4-b	4-b	4-b

Bijlage N: Matrices van de verschillende combinaties van valbeweging en valbaan**Sortering A***Proef 007*

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a		8	1			12	2
b	4	11	9	5		2	8
c	10	3	3	24	2	2	2
d		1	2		2		12
e	1	2	1		19		3
Sortering A, proefnummer 007							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a						3				2												
a/b	1			1						1			3									
a/c																	1					
b			1	1	1	2		3		2							1					
b/c				1	1			1	1		1					5			5			
b/e																						
c	1											1							2			
d	2					1																
e					1			2	1													
Sortering A, proefnummer 007																						

Proef 008

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	2	8	2			12	2
b	1	12	12	5		2	5
c	10	5	3	19	1		
d	2	4	8		1		10
e			5	2	13		1
Sortering A, proefnummer 008							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																													
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7							
a	1					1	4																						
a/b							1					1																	
a/c	1							2																					
b	2					1	1					4					2		1										
b/c	1							1					3	2					1					4				1	
b/e																													
c	1										1					1					4								
d						1					2																		
e											1					1					1								
Sortering A, proefnummer 008																													

Proef 009

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	1	11	5			18	2
b	1	17	19	6		3	6
c	14	3	1	27			
d	1	1	5	1	1		9
e		1	3	2	14		1
Sortering A, proefnummer 009							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a						1				1												
a/b		1					1															
a/c	1	2	1				2															
b		2				1	1			1			2									
b/c							3									2						
b/e																						
c				1										1								
d		1											1									
e		1																				
Sortering A, proefnummer 009																						

Proef 016

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	7	16	6			8	1
b	7	13	13	17			5
c	5			22			1
d	1	8	5	1	1		9
e			1	1	5		
Sortering A, proefnummer 016							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																							
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7	
a	2					2	4																
a/b							4					1											
a/c	4	1	2				2																
b	2					1	1					2											
b/c	1	1					1					1					5			2			1
b/e							1													1			
c							2																
d	1		1	1																			
e																							
Sortering A, proefnummer 016																							

Proef 017

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	3	20	3			9	4
b	1	15	12	15	1	2	3
c	10			24			1
d	2	5	4	1	1		3
e		2	2	3	4		1
Sortering A, proefnummer 017							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																							
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7	
a							7				1												
a/b	1						1									1							
a/c	4	2					3									1						1	
b	5						1									5			1				
b/c	1		1					4									5			1			1
b/e																			1				
c							1																
d	2						1				1					1							
e							2																
Sortering A, proefnummer 017																							

Proef 018

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	3	15	1			6	1
b	1	20	18	10	1	1	8
c	8	4		21	1		
d	3	6	5				5
e	1	2		2	3		1
Sortering A, proefnummer 018							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a		2				1				6												
a/b		1								1												
a/c	4								2													
b		5		1		1			3	1												
b/c		2		1			2		5		1					3			2			
b/e																						
c				1					1	1							1					
d		1							1													
e		1				1			1													
Sortering A, proefnummer 018																						

Alle proeven met sortering A

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	16	78	18			65	12
b	15	88	83	58	2	10	35
c	57	15	7	137	4	2	4
d	9	25	29	3	6		48
e	2	7	12	10	58		7
Sortering A, alle proeven							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a		5				8				24					1							
a/b		3	1	4				7		2	2		3									
a/c	14	5	1	3				11									2					1
b		16	2	2	1	6		12		9			2		1			1				
b/c	2	4	1	3	1		5	16	1		3		2			24			10			3
b/e									1										2			
c		2		2				5		1		1	1		1		5		2			
d		7	1		2	1		2	2				1	1			1					
e		2			2			4	4					1								
Sortering A, alle proeven																						

Sortering B*Proef 010*

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	5	11	5			10	
b	4	15	13	17		2	2
c	11	1	5	28	1		
d	1	2	5				2
e	1	2	6	1	9		
Sortering B, proefnummer 010							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a						1				7												
a/b	1			1					7	1	1		2				1					
a/c													1									
b	1							3					2									
b/c								3								1						1
b/e																						
c													1									
d																						
e	1							2					3									
Sortering B, proefnummer 010																						

Proef 011

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	3	11	3			5	1
b	7	18	16	20	2		2
c	9	2		31	2		1
d		3	4			1	4
e				3	7		1
Sortering B, proefnummer 011							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																										
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7				
a	2						1				1															
a/b							2	4	1			1														
a/c	1						2									1	1									
b	1						6				1		1		2											
b/c							1	3				1					1			1						
b/e																										
c	2						1				2															
d							1																			
e	1						3																			
Sortering B, proefnummer 011																										

Proef 012

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	1	15	7			8	
b	7	16	14	21	1	3	
c	7	1		30	1		
d		3	5		3		5
e			2	2	10		2
Sortering B, proefnummer 012							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																						
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7
a	1																					
a/b							2		1			3		1								
a/c	1																					
b	3		2			1	1		1								1					
b/c	2	1	1									3		1			2		2			
b/e							1															
c	2						1															
d																						
e							1					1										
Sortering B, proefnummer 012																						

Proef 013

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	2	9	3			4	1
b	9	24	12	22	3	2	7
c	11		2	26	2		1
d	2		3				3
e			1	1	12		
Sortering B, proefnummer 013							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																								
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7		
a							2																	
a/b							2				2													
a/c	2	1																						
b	1		1		2	1	1				1					4			1					
b/c	4	1				1											4			1				
b/e																								
c	2						1																	
d	1												1											
e							2				1													
Sortering B, proefnummer 013																								

Proef 014

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	2	16	2			4	2
b	10	18	12	20		3	10
c	9	1		24			
d		1	5				5
e			2	1	15		
Sortering B, proefnummer 014							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																														
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7								
a	4						1					2																		
a/b							5					2													1					
a/c						1	1					1													1					
b	2						1					3					1					3					1			
b/c	3						2															3								
b/e																														
c																														
d	2																													
e																														
Sortering B, proefnummer 014																														

Proef 015

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	6	13	3			6	1
b	7	18	14	15	1	4	3
c	10	1	2	23	1		1
d		5	7				2
e		1	3		5		
Sortering B, proefnummer 015							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																													
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7							
a	3											1																	
a/b							4					1					2					1							
a/c	1						1	2																					
b	6						1					5					2												
b/c	2						1					2										7							1
b/e																													
c							2																						
d																													
e							1					2																	
Sortering B, proefnummer 015																													

Alle proeven met sortering B

valbaan	valbeweging						
	1	2	3	4	5	6	7
a	19	75	23			37	5
b	44	109	81	115	7	14	24
c	57	6	9	162	7		3
d	3	14	29		3	1	21
e	1	3	14	8	58		3
Sortering B, alle proeven							

combinaties van valbewegingen (horizontaal) en valbanen (verticaal)																								
	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	2	2/4	2/5	2/6	3	3/2	3/4	3/5	3/6	4	4/5	4/6	5	5/6	6	7		
a	10					2	13																	
a/b	1						2	24		6	6	8						1	1				1	
a/c	3	2	2				1	5			2					1			1				1	
b	13		2	3	2	3	19		1	5	6					1								
b/c	11	1	5				1	12			2					18			5				2	
b/e							1																	
c	4		2			1	6					1												
d	3											1												
e	1	1					6		5	4						1								
Sortering B, alle proeven																								

Bijlage O: Lineaire regressie met behulp van de Kleinste Kwadraten Methode

De in deze bijlage gegeven algemene beschouwingen van de regressieanalyse, lineaire regressie voor twee variabelen en de correlatieanalyse zijn afkomstig uit het dictaat f30, 'Probabilistisch ontwerpen in de waterbouwkunde' [Vrijling, 1996].

Regressieanalyse

De kern van de regressieanalyse is, dat de afwijkingen tussen het (veronderstelde) model en de meetpunten wordt geminimaliseerd door een 'optimale' keuze van de parameters. Het is daarbij gebruikelijk de som van de kwadraten van de afwijkingen tussen de waarnemingen en het veronderstelde model te minimaliseren:

$$\text{var}(\underline{\varepsilon}) = \chi^2 = \min_{\bar{\theta} \rightarrow \bar{\theta}} \sum_{i=1}^N \left\{ y_i - g(\bar{x}, \bar{\theta}) \right\}^2 \quad (\text{O.1})$$

Het resultaat is een optimale schatting van de parameters $\bar{\theta}$. Hiermee wordt een uitdrukking voor de empirische regressielijn gevonden.

Bij regressieanalyse voor twee variabelen wordt slechts één onafhankelijke variabele x beschouwd naast de afhankelijke variabele y . Het veronderstelde verband is weer te geven door:

$$\underline{y} = g(\underline{x}, \bar{\theta}) + \underline{\varepsilon} \quad (\text{O.2})$$

Waarin: $\underline{\varepsilon}$ de stochastische strooiing rond het veronderstelde wiskundige verband. Deze strooiing wordt veroorzaakt door onvolkomenheden in het model en meetfouten. De strooiing is voor het wiskundig verband verder onbelangrijk.

In regressieanalyse is de aard: stochastische of deterministische x en, in het geval $\underline{x}$ een stochast is, het type verdeling van $\underline{x}$, onbelangrijk.

Het gemiddelde van $\underline{\varepsilon}$ wordt gelijk gesteld aan 0 (nul), zodat $\underline{\varepsilon}$ niet bijdraagt aan de verwachtingswaarde van $\underline{y}$. De gekozen schrijfwijze geeft een expliciet onderscheid aan tussen het 'verlopende gemiddelde' $\mu_{y|x} = g(\underline{x}, \bar{\theta})$ en de strooiing $\underline{\varepsilon}$.

Bij regressieanalyse voor twee variabelen (stel x en y) wordt x als onafhankelijke variabele en y als (van x) afhankelijke variabele beschouwd. De keuze, welke variabele als onafhankelijke en welke als afhankelijke variabele wordt beschouwd, is niet zonder belang. Er worden andere parameters voor de regressielijn gevonden, afhankelijk van de beschouwing.

De volgende hypothesen liggen ten grondslag aan regressieanalyse voor twee variabelen:

1. Voor iedere waarde van x is $\underline{\varepsilon}$ (en dus $\underline{y}$) normaal verdeeld.
2. De verwachtingswaarde (d.i. het gemiddelde) van $\underline{y}$ is een bekende functie van x , $\mu_{y|x} = g(\underline{x}, \bar{\theta})$, waarin de onbekende parameters $\bar{\theta}$ voorkomen. De functie $\mu_{y|x} = g(\underline{x}, \bar{\theta})$ wordt de theoretische regressielijn genoemd, in tegenstelling tot de uit de waarnemingen bepaalde $y = h(x; A, B, \dots)$: de empirische regressielijn.
3. De variantie van $\underline{\varepsilon}$, $\text{var}(\underline{\varepsilon}|x)$, is constant.
4. De waarnemingen zijn stochastisch onafhankelijk.

Lineaire regressie voor twee variabelen

Gegeven zijn de waarnemingen: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \dots, \{x_n, y_n\}$.

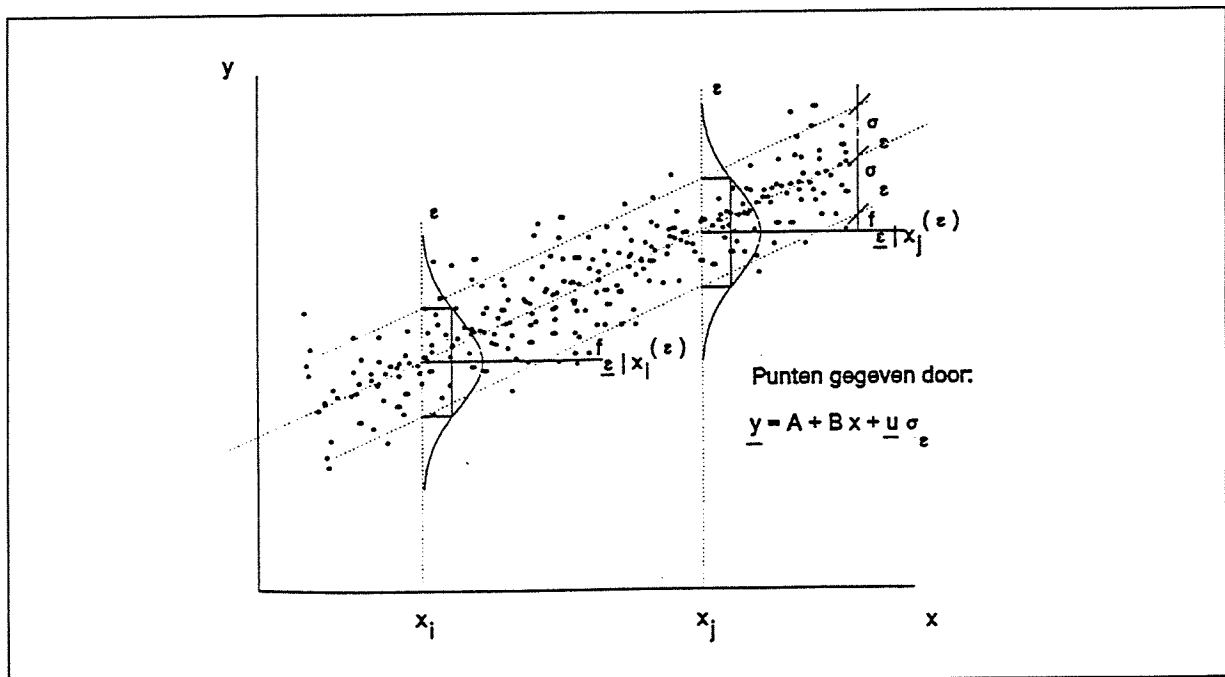
Uitgaande van het wiskundige verband $\underline{y} = g(x, \bar{\theta})$, waaraan de strooiing $\underline{\varepsilon}$ is toegevoegd:

$$\underline{y} = g(x, \bar{\theta}) + \underline{\varepsilon}$$

kunnen we schrijven: $\underline{\varepsilon} = \underline{y} - g(x, \bar{\theta})$

Als de veronderstelde regressielijn een rechte is, dan is het resulterend vergelijkingenstelsel algebraïsch oplosbaar. Veronderstel het lineaire verband: $\mu_{y|x} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x$, zodat:

$$\varepsilon_i = y_i - (\alpha_0 + \alpha_1 \cdot x_i)$$



Figuur O.1: Grafische weergave van de regressielijn

Gevraagd wordt schatters A en B van α_0 en α_1 en de schatters s^2 van $\text{var}(\underline{\varepsilon}|x_i)$ te vinden, zo dat:

$$\text{Var}(\underline{\varepsilon}) = \chi^2 = \min_{\bar{\theta} \rightarrow \theta} \sum_{i=1}^N \{y_i - (A + B \cdot x_i)\}^2 \quad (\text{O.3})$$

Met andere woorden, minimaliseer de som van de kwadraten van de verwachtingswaarden voor de parameters A en B (de Kleinste Kwadraten Methode). Voor een minimum moet gelden:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial B} = 0$$

Dit levert twee vergelijkingen met twee onbekenden. Nul stellen van de afgeleiden geeft:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 0 = 2 \cdot \sum_{i=1}^N \{(y_i - A - B \cdot x_i) \cdot (-1)\} \quad \text{en} \quad \frac{\partial \chi^2}{\partial B} = 0 = 2 \cdot \sum_{i=1}^N \{(y_i - A - B \cdot x_i) \cdot (-x_i)\}$$

A en B hieruit opgelost levert:

$$A = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N y_i - \frac{B}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{en} \quad B = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (O.4)/(O.5)$$

De spreiding van de waarnemingen rond de empirische regressielijn wordt gegeven door de schatter van de variantie van ε :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \{y_i - (A + B \cdot x_i)\}^2}{N - 2} \quad (O.6)$$

De schatters van de parameters zijn op deze wijze 'zo goed mogelijk' (best fit) in die zin, dat ze normaal verdeeld zijn, met de gevraagde parameters A en B als verwachtingswaarden en met de kleinst mogelijke varianties.

De schatters s_A^2 en s_B^2 van de varianties σ_A^2 en σ_B^2 van $\underline{A}$ respectievelijk $\underline{B}$ zijn:

$$s_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad \text{en} \quad s_B^2 = \frac{N}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (O.7)/(O.8)$$

Correlatieanalyse

Bij correlatieanalyse voor twee variabelen (stel $\underline{x}$ en $\underline{y}$) worden beide variabelen als stochasten beschouwd. Het verband tussen de variabelen kan worden beschreven door een gezamenlijke kansdichtheidsfunctie van $\underline{x}$ en $\underline{y}$. Zie als voorbeeld figuur O.2.

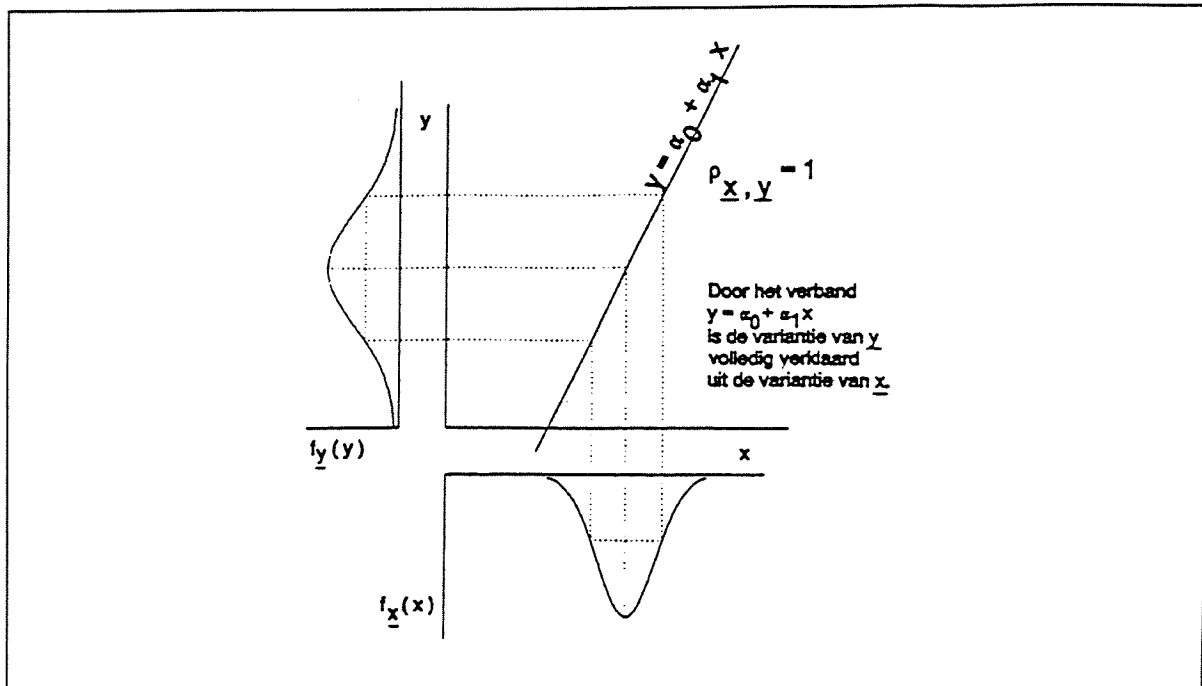
Doel van de correlatieanalyse is het vinden van de stochastische afhankelijkheid (correlatie, de mate waarin de variantie van de éne variabele uit de variantie van de andere variabele kan worden verklaard) tussen de variabelen. Correlatie tussen twee stochastische variabelen is gedefinieerd als:

$$\rho_{\underline{x}, \underline{y}} = \frac{\text{Cov}(\underline{x}, \underline{y})}{\sigma_{\underline{x}} \cdot \sigma_{\underline{y}}} = \frac{\text{Cov}(\underline{x}, \underline{y})}{\sqrt{\text{var}(\underline{x}) \cdot \text{var}(\underline{y})}} \quad (O.9)$$

Hierin zijn $\underline{x}$ en $\underline{y}$ verwisselbaar. Het doet er dus niet toe welke variabele als afhankelijk van de andere wordt verondersteld.

De parameter α_1 uit figuur O.2 kan ook worden geschreven als: $\alpha_1 = \frac{\text{Cov}(\underline{x}, \underline{y})}{\text{var}(\underline{x})}$

Alleen als er een lineair verband tussen $\underline{x}$ en $\underline{y}$ bestaat, kan α_1 (en de schatter B daarvan) worden geïnterpreteerd als de richtingscoëfficiënt van de regressielijn.

Figuur O.2: Correlatie tussen twee variabelen $\underline{x}$ en $\underline{y}$

Met de correlatiecoëfficiënt $\rho_{\underline{x},\underline{y}}$ gedefinieerd als in vergelijking (O.9) kan α_1 ook worden geschreven als:

$$\alpha_1 = \rho_{\underline{x},\underline{y}} \cdot \sqrt{\frac{\text{var}(\underline{y})}{\text{var}(\underline{x})}} = \rho_{\underline{x},\underline{y}} \cdot \frac{\sigma_{\underline{y}}}{\sigma_{\underline{x}}}$$

$$\text{Hieruit volgt: } \alpha_1^2 = \rho_{\underline{x},\underline{y}}^2 \cdot \frac{\text{var}(\underline{y})}{\text{var}(\underline{x})} \quad (\text{O.10})$$

De totale variantie van $\underline{y}$ kan worden verdeeld in (uit $\underline{x}$) verklaarbare variantie en de zogenaamde autonome variantie.

Voorbeeld: Vergelijking: $\underline{y} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \underline{x} + \underline{\varepsilon}$

$$\text{var}(\underline{y}) = \alpha_1^2 \cdot \text{var}(\underline{x}) + \text{var}(\underline{\varepsilon})$$

verklaard + autonoom

$$\text{of: } 1 = \frac{\alpha_1^2 \cdot \text{var}(\underline{x})}{\text{var}(\underline{y})} + \frac{\text{var}(\underline{\varepsilon})}{\text{var}(\underline{y})}$$

$$\text{of: } 1 = \rho_{\underline{x},\underline{y}}^2 + (1 - \rho_{\underline{x},\underline{y}}^2) \quad (\text{O.11})$$

$\rho_{\underline{x},\underline{y}}^2$ is dus het deel van de variantie van $\underline{y}$ dat (bij lineaire afhankelijkheid) uit de variantie van $\underline{x}$ kan worden verklaard.

Toepassing in dit afstudeeronderzoek

In dit afstudeeronderzoek zijn de wiskundige verbanden tussen de variabelen x en y eveneens lineair. Het wiskundige lineaire verband waarvan in het voorgaande is uitgegaan, geldt dan ook in de hier beschouwde gevallen:

$$\mu_{y|x} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x$$

Het enige verschil is, dat de parameter α_0 in alle gevallen gelijk is aan nul, zodat voorgaande vergelijking is te schrijven als:

$$\mu_{y|x} = \alpha_1 \cdot x \quad (O.12)$$

Hieruit volgt dat: $\varepsilon_i = y_i - (\alpha_1 \cdot x_i)$ en $\text{Var}(\varepsilon) = \chi^2 = \min_{\hat{\theta} \rightarrow \theta} \sum_{i=1}^N \{y_i - (B \cdot x_i)\}^2$

Door vergelijking (O.4) in vergelijking (O.5) te substitueren en daarbij $A = 0$ te nemen, volgt de uitdrukking voor de parameter B :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (\text{met } A = 0) \quad (O.13)$$

De schatter s_B^2 van de variantie σ_B^2 van $\underline{B}$ is [Hald, 1952, p.538]:

$$V\{b\} = \frac{\sigma^2}{\sum n_i \cdot x_i^2} \quad (O.14)$$

Het blijkt erg moeilijk te zijn om dit om te schrijven naar de in deze bijlage gebruikte schrijfwijze. Verschillende mensen hebben dit getracht. Eén van mijn afstudeerbegeleiders, ir. W. Meermans, heeft de volgende uitdrukking kunnen afleiden. Benadrukt wordt dat niet met zekerheid valt te zeggen of deze uitdrukking de juiste is!

$$s_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - B \cdot x_i)^2}{(N - 2) \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (O.15)$$

Bijlage P: De Student t-toets

De in deze bijlage gegeven algemene beschouwing van de Student t-toets is afkomstig uit het dictaat A106, 'Kansrekening en Statistiek' [Groeneboom e.a., 1994].

Stel dat de dataset $x_1, x_2, \dots, x_n$, is op te vatten als een realisatie van onafhankelijke stochasten $X_1, X_2, \dots, X_n$ met dezelfde kansverdeling. Stel dat dit een normale verdeling is met dichtheid:

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad (\text{P.1})$$

Hierin worden de parameters μ en σ niet nader gespecificeerd.

De (één steekproef) Student t-toets is een toets voor de nulhypothese dat de parameter μ van de normale verdeling gelijk is aan (of kleiner dan respectievelijk groter dan) een vooraf gegeven waarde, zeg μ_0 . Een mogelijke nulhypothese is bijvoorbeeld:

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad (\text{P.2})$$

De toetsingsgrootheid voor deze nulhypothese is:

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n / \sqrt{n}} \quad (\text{P.3})$$

$$\text{Waarin:} \quad \bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{en} \quad S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2} \quad (\text{P.4})/(\text{P.5})$$

De stochast T in vergelijking (P.3) geeft een indicatie over het al dan niet juist zijn van de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$. Immers, omdat elke X_i normaal verdeeld is met parameters μ en σ , is μ gelijk aan de verwachting van elke X_i en is dus ook gelijk aan de verwachting van $\bar{X}_n$. Grofweg gezegd, zal de waarde van $\bar{X}_n$ in de buurt liggen van μ , dat wil zeggen het verschil $\bar{X}_n - \mu \approx 0$. Wanneer $H_0: \mu = \mu_0$ juist is, betekent dit dat het verschil $\bar{X}_n - \mu_0 \approx 0$, en dus dat $T \approx 0$. Met andere woorden, waarden van T in de buurt van 0 duiden op juistheid van $H_0: \mu = \mu_0$; waarden van T ver weg van 0 duiden op onjuistheid van $H_0: \mu = \mu_0$.

Stel dat de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ wordt getoetst tegen de alternatieve hypothese $H_1: \mu \neq \mu_0$ bij een bepaald significantieniveau α . Waarden van T ver weg van 0 duiden op onjuistheid van $H_0: \mu = \mu_0$, zodat $H_0: \mu = \mu_0$ wordt verworpen als:

$$T \leq k_1 \quad \text{en als} \quad T \geq k_2$$

voor bepaalde getallen k_1 en k_2 . De getallen k_1 en k_2 worden de linker respectievelijk rechter kritieke waarde genoemd.

Bij een significantieniveau α van bijvoorbeeld 0,05 dienen k_1 en k_2 zo gekozen te worden dat nog net geldt:

$$P(T \leq k_1) + P(T \geq k_2) \leq 0,05 \quad , \quad \text{voor } \mu = \mu_0$$

Het getal k_1 wordt zodanig gekozen dat nog net geldt:

$$P(T \leq k_1) \leq 0,025 \quad , \quad \text{voor } \mu = \mu_0$$

en het getal k_2 wordt zo gekozen dat nog net geldt:

$$P(T \geq k_2) \leq 0,025 \quad , \quad \text{voor } \mu = \mu_0$$

Om de getallen k_1 en k_2 te kunnen bepalen, moet de kansverdeling van de stochast T bekend zijn in het geval dat $\mu = \mu_0$. Met behulp van wiskundige technieken kan worden afgeleid dat, als geldt dat $X_1, X_2, \dots, X_n$ een normale verdeling hebben met parameters μ en σ , en als geldt dat $\mu = \mu_0$, de dichtheid van T wordt gegeven door:

$$f_T(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}(n-1)\right)\sqrt{\pi(n-1)}} \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{1}{2}n}, \quad -\infty < t < \infty \quad (\text{P.6})$$

Waarin $\Gamma(x)$ de 'gamma functie' is, gedefinieerd door:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy \quad , \quad x > 0$$

De kansverdeling in vergelijking (P.6) wordt de '(centrale) Student verdeling met $n-1$ vrijheidsgraden' genoemd.

De getallen k_1 en k_2 kunnen worden bepaald door op te lossen:

$$P(T \leq k_1) = 0,025 \quad \text{en} \quad P(T \geq k_2) = 0,025$$

omdat de verdeling van T continu is. Verder is de dichtheid van f_T symmetrisch om 0 (nul), zodat:

$$k_1 = -k_2.$$

Met andere woorden, het is voldoende een getal k_2 te vinden zodat

$$P(T \geq k_2) = 0,025$$

of te wel

$$\int_{k_2}^{\infty} f_T(t) dt = 0,025$$

Het oplossen van de rechter kritieke waarde k_2 uit een dergelijke vergelijking gebeurt doorgaans met een computerprogramma; de linker kritieke waarde is vervolgens gelijk aan $k_1 = -k_2$. Voor niet al te grote waarden van n zijn de kritieke waarden k_1 en k_2 bij verschillende significantieniveaus α ook getabelleerd. In tabel P.1 staat een deel van de tabel waaruit de kritieke waarden k_1 en k_2 kunnen worden bepaald uit Zijp [1974]. Hierin is v het aantal vrijheidsgraden.

tweezijdige toetsing: eenzijdige toetsing:	onbetrouwbaarheid α						
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
v							
1	3.08	6.31	12.7	31.8	63.7	318	637
2	1.89	2.92	4.30	6.97	9.93	22.3	31.6
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.2	12.9
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.37	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.42	1.90	2.37	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.03	4.44
14	1.36	1.76	2.15	2.62	2.98	3.79	4.14
20	1.33	1.73	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
200	1.29	1.65	1.97	2.35	2.60	3.13	3.34
∞	1.28	1.65	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Tabel P.1: Kritieke waarden voor de t-verdeling van Student [Zijp, 1974]

Bijlage Q: De studentized bootstrap

De in deze bijlage gegeven algemene beschouwing van de studentized bootstrap is afkomstig uit het dictaat A106, 'Kansrekening en Statistiek' [Groeneboom e.a., 1994].

Algemeen

De studentized bootstrap vertoont grote overeenkomsten met de Student t-toets in bijlage P. Er wordt dan ook aangeraden om eerst bijlage P door te lezen alvorens hier verder te gaan.

Het verschil tussen de studentized bootstrap en de Student t-toets is dat niet langer wordt aangenomen dat de stochasten $X_1, X_2, \dots, X_n$ een normale verdeling hebben, maar dat elke X_i een dichtheid heeft van het type:

$$f_{\mu, \sigma} = \frac{1}{\sigma} h\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (Q.1)$$

Hierin zijn μ , σ en h niet nader gespecificeerd. De dichtheden $f_{\mu, \sigma}$ hoeven niet meer symmetrisch te zijn.

Een gevolg van het feit dat de aanname van normaliteit wordt losgelaten, is dat de kansverdeling van de toetsingsgrootte T onder de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ niet langer een Student verdeling is, zodat niet meer gebruik kan worden gemaakt van tabel P.1 om de kritieke waarden k_1 en k_2 van de toets te bepalen.

Bij de studentized bootstrap wordt een groot aantal malen, bijvoorbeeld 1000 keer, een bootstrap steekproef

$$x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$$

uit de oorspronkelijke dataset $x_1, x_2, \dots, x_n$ getrokken en wordt voor elke bootstrap steekproef de gebootstrapte waarde van T bepaald:

$$t^* = \frac{\bar{x}_n^* - \bar{x}_n}{s_n^* / \sqrt{n}} \quad (Q.2)$$

Waarin:	$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	gemiddelde van de oorspronkelijke dataset
	$\bar{x}_n^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^*$	gemiddelde van de bootstrap steekproef
	$s_n^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i^* - \bar{x}_n^*)^2}$	steekproefvariantie van een bootstrap steekproef

Op deze manier worden 1000 gebootstrapte t-waarden gevonden. Het is in veel gevallen zo dat de kansverdeling van de (gebootstrapte) stochast

$$\frac{\bar{x}_n^* - \bar{x}_n}{s_n^* / \sqrt{n}}$$

de kansverdeling weerspiegelt van de stochast

$$\frac{\bar{X}_n - \mu}{S_n / \sqrt{n}}$$

voor alle mogelijke waarden van de parameter μ . Nu geldt onder de nulhypothese dat $\mu = \mu_0$, zodat de kansverdeling van de gebootstrapte toetsingsgrootte is:

$$T^* = \frac{\bar{X}_n^* - \bar{x}_n}{S_n^* / \sqrt{n}} \quad (Q.3)$$

de kansverdeling onder de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ weerspiegelt van de echte toetsingsgrootte

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{S_n / \sqrt{n}} \quad (Q.4)$$

Een kernschatting van de 1000 gebootstrapte t-waarden geeft daarom een benadering van de werkelijke kansdichtheid onder de nulhypothese $H_0: \mu = \mu_0$ van de toetsingsgrootte T.

Voor het bepalen van de linker en de rechter kritieke waarden, k_1 en k_2 , moeten de 1000 gebootstrapte t-waarden in volgorde naar grootte worden genoteerd:

$$t_{(1)}^*, t_{(2)}^*, \dots, t_{(1000)}^*$$

Kies vervolgens het significantieniveau α , bijvoorbeeld 0,05. In plaats van de gebruikelijke rechter kritieke waarde k_2 , die voldoet aan $P(T \geq k_2) = 0,025$, op te zoeken in tabel P.1 van de Student verdeling, wordt nu als rechter (bootstrap) kritieke waarde genomen:

$$k_2^* = t_{(976)}^*$$

Immers, voor de gebootstrapte toetsingsgrootte T^* geldt dat:

$$P(T^* \geq t_{(976)}^*) \approx \frac{\text{aantal}(t_{(i)}^* \text{'s}) \geq t_{(976)}^*}{1000} = \frac{25}{1000} = 0.025$$

Evenzo wordt in plaats de gebruikelijke linker kritieke waarde $k_1 = -k_2$, die voldoet aan $P(T \leq k_1) = 0,025$, de linker (bootstrap) kritieke waarde genomen:

$$k_1^* = t_{(25)}^*$$

Immers, voor de gebootstrapte toetsingsgrootte T^* geldt dat:

$$P(T^* \leq t_{(25)}^*) \approx \frac{\text{aantal}(t_{(i)}^* \text{'s}) \leq t_{(25)}^*}{1000} = \frac{25}{1000} = 0.025$$

Op grond van de resultaten van de studentized bootstrap is de beslissingsregel: verwerp $H_0: \mu = \mu_0$ ten gunste van $H_1: \mu \neq \mu_0$, als de waarde van de toetsingsgrootte T (vergelijking (Q.4)) $\geq t_{(976)}^*$ en als $T \leq t_{(25)}^*$.

Het kritieke gebied op grond van de bootstrap resultaten is nu de verzameling $(-\infty, t_{(25)}^*) \cup [t_{(976)}^*, \infty)$.

Toepassing in dit afstudeeronderzoek

Ten behoeve van de studentized bootstrap berekeningen voor de verificatie van de in het ESM veronderstelde evenredigheid tussen de spreiding van de stenen en de wortel uit de steendiameter, is in Mathcad 5.0 een programma geschreven. Deze staat hieronder weergegeven:

De Studentized Bootstrap voor de waarden van r_B/r_A

ORIGIN:=1

De datafile bevat waarden van r_B/r_A .

$$\begin{array}{l} \text{Datafile1} = \begin{bmatrix} 1.3739 \\ 1.1576 \\ 1.335 \\ 1.1396 \\ 1.5444 \end{bmatrix} \quad \text{Datafile2} = \begin{bmatrix} 1.3385 \\ 1.409 \\ 1.4181 \\ 1.3214 \\ 1.3208 \end{bmatrix} \quad \text{Datafile3} = \begin{bmatrix} 1.2432 \\ 1.2034 \\ 1.211 \\ 1.2729 \\ 1.2397 \end{bmatrix} \\ \text{Datafile} = \text{stack}(\text{Datafile1}, \text{Datafile2}) \\ \text{Datafile} = \text{stack}(\text{Datafile}, \text{Datafile3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N = \text{length}(\text{Datafile}) \quad i = 1..N \quad N = 15 \\ \mu_{\text{Datafile}} = \text{mean}(\text{Datafile}) \quad \mu_{\text{Datafile}} = 1.302 \quad \mu_0 = 1.3855 \end{array}$$

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\text{Datafile}_i - \mu_{\text{Datafile}})^2} \quad S_n = 0.109$$

$$T = \frac{\mu_{\text{Datafile}} - \mu_0}{\frac{S_n}{\sqrt{N}}} \quad T = -2.979$$

1000 bootstrap samples maken:

$$J = 1000 \quad j = 1..J$$

$$\text{Boot}_{n_{i,j}} = \text{Datafile}_{\text{floor}(\text{rnd}(N) + 1)}$$

$$c_{\text{boot}_{n_j}} = \text{mean}(\text{Boot}_{n_j})$$

$$s_{\text{boot}_{n_j}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\text{Boot}_{n_{i,j}} - c_{\text{boot}_{n_j}})^2} \quad t_{\text{boot}_{n_j}} = \frac{c_{\text{boot}_{n_j}} - \mu_{\text{Datafile}}}{\frac{s_{\text{boot}_{n_j}}}{\sqrt{N}}}$$

$$\text{Sort}_t = \text{sort}(t_{\text{boot}_n})$$

$\alpha = 0.05$ (Significantieniveau)

$$\begin{array}{l} k_2 = \text{Sort}_{t_{976}} \quad k_2 = \text{Sort}_{t_{976}} \quad k_2 = 1.889 \\ k_1 = \text{Sort}_{t_{25}} \quad k_1 = \text{Sort}_{t_{25}} \quad k_1 = -2.383 \end{array}$$

