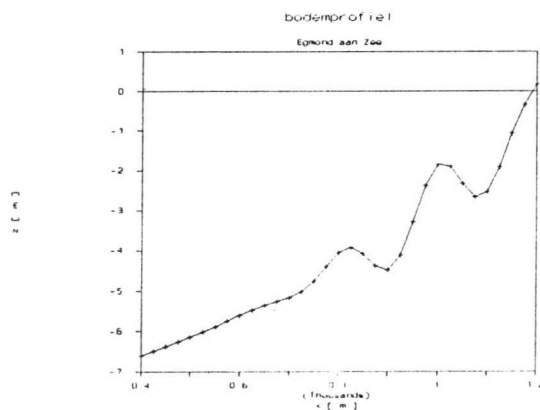
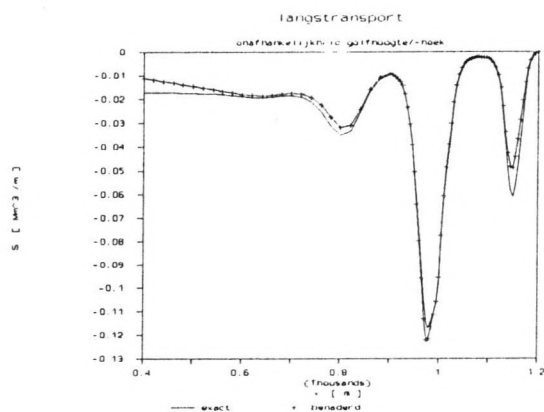


Een model voor de benadering van het jaarlijks langstransport

Augustus 1993

A.J. van 't Wout



VOORWOORD

Via de colleges van Prof. d'Angremond (Kustwaterbouwkunde) en Dr. Ir. Jan van de Graaff (Morfologie van kusten en estuaria) raakte ik geïnteresseerd in de Kustwaterbouwkunde. Voor mijn afstudeeronderwerp ging ik dan ook op zoek naar een toepassing van computermodellen in de kustwaterbouwkunde.

Van Jan van de Graaff en Dano Roelvink hoorde ik dat er belangstelling was voor een (computer-)model waarmee het sedimenttransport bij sterk variërende randvoorwaarden redelijk nauwkeurig en snel kan worden bepaald.

Dit afstudeerverslag geeft een beschrijving van het werk dat verricht is om een dergelijk model op te zetten.

Mijn dank gaat uit naar Dano Roelvink voor zijn goede (bijna wekelijkse) begeleiding en het inzicht dat hij mij gaf in de processen die zich vlak bij de kust afspelen.

Tenslotte wilde ik Jan van de Graaff bedanken voor de aanwijzingen die hij gaf bij het schrijven van het afstudeerrapport.

INHOUD

1 Inleiding	5
1.1 Inleiding	5
1.2 Enige definities	6
1.3 Sedimenttransportformule	8
2 De ontwikkeling van een gemiddeld transport model	9
2.1 Inleiding	9
2.2 Eerste orde mean value benadering (1MV)	10
2.3 Tweede orde mean value benadering (2MV)	11
2.4 Vergelijking van 1MV en 2MV als benadering van de exacte oplossing	14
2.4.1 Inleiding	14
2.4.2 Exacte oplossing	14
2.4.3 Benadering m.b.v. eerste orde mean value	15
2.4.4 Benadering m.b.v. tweede orde mean value	15
2.4.5 Benadering m.b.v. 2MV met benaderde afgeleiden	16
2.4.6 Conclusies	17
2.5 UNIBEST (UNIform BEach Sediment Transport)	18
2.5.1 Inleiding	18
2.5.2 De bepaling van de coëfficiënten A en B	19
2.5.3 "Exacte" oplossing	21
2.5.4 Benadering m.b.v. 1MV	22
2.5.5 Benadering m.b.v. 2MV	22
2.5.6 Benadering m.b.v. 2MV met benaderde afgeleiden	23
2.5.7 Conclusies	24
2.6 Toepassing op reëel golfklimaat	25
2.7 3e Orde mean value benadering	26
2.8 Splitsing van het golfklimaat	27
2.9 Een totaal andere benadering	29
2.9.1 Inleiding	29
2.9.2 Het model van de nieuwe benadering	30
2.9.3 Toepassing op de CERC-formule	32
2.9.4 Toepassing op UNIBEST	34

3 De verdeling van het sedimenttransport over een raai loodrecht op de kust	36
3.1 Inleiding	36
3.2 De Bijkerformule	36
3.3 Exacte oplossing	38
3.4 Benadering met het ontwikkelde model	39
3.4.1 Inleiding	39
3.4.2 Verschuiving van het ontwerppunt	40
3.4.3 Overdrachtsfuncties	41
3.4.4 Resultaten	43
3.5 Samenvatting	46
4 Toepassing van het model op een reëel bodemprofiel	49
4.1 Inleiding	49
4.2 Bodem profiel	49
4.3 Resultaten en conclusies	51
5 Vergelijking van het model met een model dat tot op heden veel wordt gebruikt	54
5.1 Inleiding	54
5.2 Een benadering die tot op heden vaak wordt gebruikt	54
5.3 Het model geschikt gemaakt voor gevallen waarin de golfhoogte en golfhoek afhankelijk zijn	56
5.4 Vergelijking van de twee benaderingen en de exacte oplossing	57
6 Conclusies en aanbevelingen	60
6.1 Inleiding	60
6.2 Conclusies	60
6.3 Aanbevelingen	61
Literatuur	62

BIJLAGEN

A Trap.pas 63

B Golfklimaat LEG 65

C Afhankelijkheid van de golfhoogte en golfhoek 70

1 Inleiding

1.1 Inleiding

Bij het doen van voorspellingen op lange termijn met morfologische modellen heeft men te maken met sterk variërende randvoorwaarden (b.v. golfhoogte, getijstroming). Als men bijvoorbeeld het jaarlijkse sedimenttransport in een gebied langs de kust wil bepalen moeten eigenlijk al deze variaties van de randvoorwaarden, in de berekeningen worden meegenomen. Dit geeft echter een zeer aanzienlijke hoeveelheid rekenwerk en daarmee ook rekentijd. Om het aantal berekeningen te beperken wordt daarom vaak gezocht naar geschikte vereenvoudigingen van het klimaat van randvoorwaarden. Geprobeerd wordt om de randvoorwaarden zodanig te middelen dat het jaarlijks transport, berekend met deze gemiddelde randvoorwaarden, een goede benadering geeft van het transport dat zou worden berekend, wanneer al de variaties van de randvoorwaarden zouden worden meegenomen. Dit wordt echter bemoeilijkt door het feit, dat verschillende deelgebieden en processen in een model verschillend reageren op de randvoorwaarden.

In deze studie wordt een andere aanpak gekozen: voor ieder punt in het gebied dat door het model wordt beschreven, wordt een directe, vereenvoudigde relatie gelegd met de randvoorwaarden, op basis van een beperkt aantal berekeningen met het volledige model. Uit de kansverdeling van de randvoorwaarden en de benaderende overdrachtsfuncties kunnen dan in alle punten kansverdelingen en gemiddelden van bijvoorbeeld het sedimenttransport [m^3/s] worden bepaald.

In deze studie wordt alleen gekeken naar het sedimenttransport evenwijdig aan de kust, dat optreedt ten gevolge van windgolven. Het sedimenttransport dwars op de kust en het sedimenttransport tengevolge van getij worden dus buiten beschouwing gelaten.

In de eerste 4 hoofdstukken van dit verslag wordt aangenomen dat de golfhoogte en de golfrichting onafhankelijk zijn (om de hoeveelheid rekenwerk te beperken). In hoofdstuk 5 wordt de afhankelijkheid tussen golfhoogte en -richting wel in de berekeningen meegenomen.

In paragraaf 1.2 worden enige definities gegeven en in paragraaf 1.3 wordt de sedimenttransportformule behandeld die wordt gebruikt bij het opzetten van een model, waarbij op basis van een beperkt aantal sommen een directe, vereenvoudigde relatie wordt gelegd

tussen de randvoorwaarden en het jaarlijks sedimenttransport.

In hoofdstuk 2 wordt behandeld hoe dit model is ontwikkeld.

In hoofdstuk 3 wordt het model toegepast om de verdeling van het sedimenttransport over een raai te bepalen.

In hoofdstuk 4 wordt het model toegepast op een kustprofiel dat lijkt op het profiel zoals dat voor de kust van Egmond aan Zee wordt gevonden.

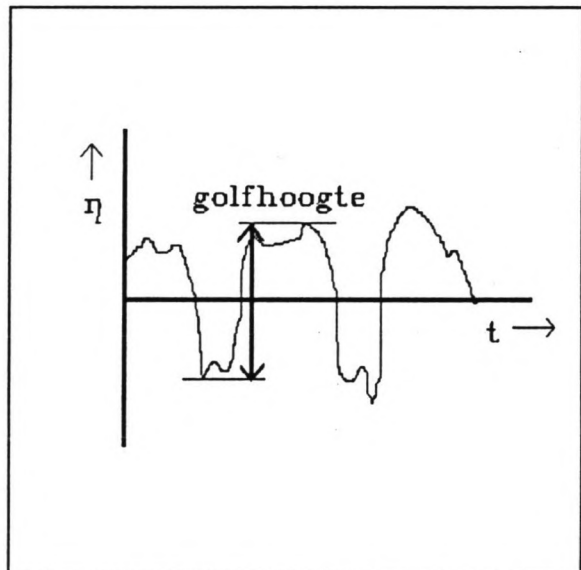
In hoofdstuk 5 wordt het model vergeleken met modellen die tot nu toe worden gebruikt en gebruik maken van middeling van de randvoorwaarden.

Tenslotte worden in hoofdstuk 6 enige conclusies en aanbevelingen gegeven.

1.2 Enige definities

Golfhoogte

De golfhoogte H is gedefinieerd als het verschil tussen het minimum en maximum water niveau tussen twee neergaande nul-doorgangen. Zie figuur 1.1 en collegehand-leiding Windgolven.



Figuur 1.1 definitie golfhoogte

Golfhoek

De golfhoek is de hoek die de golfkammen maken met een referentielijn, gemeten op diep water.

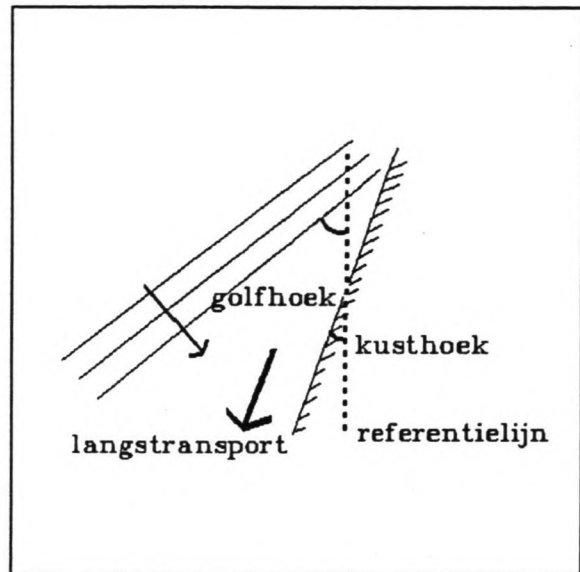
Kusthoek

De kusthoek is de hoek die de kust maakt met een referentielijn.

Zie figuur 1.2.

Langstransport

Het sedimenttransport is gedefinieerd als de integraal van de snelheid van de sedimentdeeltjes (b.v. zandkorrels) vermenigvuldigd met de concentratie van sedimentdeeltjes, over de diepte. Het langstransport S is het totale sedimenttransport dat plaatsvindt evenwijdig aan de kust (geïntegreerd van de kust tot daar waar er geen transport meer plaatsvindt). Wanneer verder in deze studie gesproken wordt over sedimenttransport, dan wordt hiermee het langstransport bedoeld. Zie figuur 1.2 en collegehandleiding Coastal Engineering (f7).



Figuur 1.2 golfhoek, kusthoek, langstransport

Verwachtingswaarde

De verwachtingswaarde of het gemiddelde van de grootte x is als volgt gedefinieerd:

$$E[x] = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (1.1)$$

waarin:

$p(x)$: de kansdichtheidsfunctie van x

1.3 Sedimenttransportformule

Het sedimenttransport door een raai loodrecht op de kust ten gevolge van windgolven kan heel eenvoudig worden berekend m.b.v. de CERC-formule (Coastal Engineering Research Centre, Shore Protection Manual [1984]).

Deze formule geeft het totale langstransport in de brandingszone. De sedimentconcentratie en de sedimentsnelheid worden buiten beschouwing gelaten. Het sedimenttransport wordt gerelateerd aan de beschikbare energie. De CERC-formule geeft geen informatie over de verdeling van het sedimenttransport over de brandingszone. De CERC-formule kent vele verschijningsvormen, één van deze verschijningsvormen is:

$$S = A H_{rms}^{2.5} \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (1.2)$$

waarin:

A : een coëfficiënt dimensie $m^{0.5}/s$

$$H_{rms} : \text{root mean square golfhoogte} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n H_i^2}{n}}$$

φ : hoek die de golfkammen maken met een referentielijn

φ_k : kusthoek (hoek tussen kustlijn en referentielijn)

Volgens deze formule blijkt het sedimenttransport slechts afhankelijk te zijn van de hoogte van de golven en de hoek die zij maken met de kust. Andere parameters (korrelgrootte, getijstroming, bodemruwheid enz.) worden buiten beschouwing gelaten.

2 De ontwikkeling van een gemiddeld transport model

2.1 Inleiding

Van een lange termijn golfklimaat wordt aangenomen dat de golfhoogte kan worden beschreven door een verdeling met gemiddelde μ_H en standaardafwijking σ_H . Ook de hoek waarmee de golven op de kust invallen kan worden beschreven door een verdeling met gemiddelde μ_φ en standaardafwijking σ_φ .

Het gemiddelde sedimenttransport kan dan worden bepaald door de verwachtingswaarde $E(S)$, te berekenen.

Stel dat de golfhoogte en de golfhoek onafhankelijk zijn en normaal verdeeld (of deze aannames redelijk zijn wordt beschreven in bijlagen B en C) dan geldt:

$$\mu_S = E[S] = E[A H_{rms}^{2.5} \sin(2(\varphi - \varphi_k))] \quad (2.1)$$

$$= A E[H_{rms}^{2.5}] E[\sin(2(\varphi - \varphi_k))] \quad (2.2)$$

$$= A \int H_{rms}^{2.5} p(H_{rms}) dH_{rms} \int \sin(2(\varphi - \varphi_k)) p(\varphi) d\varphi \quad (2.3)$$

Waarin p de kansdichtheid is.

Omdat aangenomen wordt dat golfhoogte en golfhoek normaal verdeeld zijn, geldt:

$$\mu_S = A \int H_{rms}^{2.5} \frac{1}{\sigma_H \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(H_{rms} - \mu_H)^2}{2\sigma_H^2}} dH_{rms} \int \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \frac{1}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varphi - \mu_\varphi)^2}{2\sigma_\varphi^2}} d\varphi \quad (2.4)$$

Dit is de exacte oplossing van het gemiddelde sedimenttransport. In de paragrafen 2.2 en 2.3 zullen benaderingen van deze exacte oplossing worden besproken. Deze benaderingen geven een directe relatie tussen de randvoorwaarden ($\mu_H, \sigma_H, \mu_\varphi, \sigma_\varphi$) en het gemiddelde sedimenttransport (μ_S). In paragraaf 2.4 worden de benaderingen vergeleken met de exacte oplossing. In paragraaf 2.5 wordt een model, dat gebruik maakt van deze benaderingen, toegepast op het computermodel UNIBEST van het Waterloopkundig Laboratorium. In paragraaf 2.6 wordt dit model toegepast op een reëel golfklimaat, gemeten bij Lichteiland Goeree. In de paragrafen 2.7 en 2.8 worden enige mogelijkheden beschouwd

om de nauwkeurigheid van het model te verbeteren. Tenslotte wordt in paragraaf 2.9 een geheel andere benadering gekozen, omdat bleek dat het meenemen van kennis over de overdrachtsrelaties tussen de randvoorwaarden en het sedimenttransport een significante verbetering gaf van de nauwkeurigheid.

2.2 Eerste orde mean value benadering (1MV)

In deze paragraaf wordt geprobeert een relatie te leggen tussen de randvoorwaarden en het jaarlijks gemiddelde sedimenttransport. Het gemiddelde of de verwachtingswaarde van het sedimenttransport kan worden benaderd m.b.v. een eerste orde mean value benadering (Vrouwenvelder, Vrijling, 1982). Hierin wordt het gekromde vlak van S als functie van H en φ benaderd door een plat vlak dat door het punt $S(\mu_H, \mu_\varphi)$ gaat en dat raakt aan het gekromde vlak.

Het verloop van S als functie van H en φ wordt dus benaderd door een lineaire functie volgens:

$$S(H, \varphi) \approx S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{\partial S}{\partial H_{rms}} (H_{rms} - \mu_H) + \frac{\partial S}{\partial \varphi} (\varphi - \mu_\varphi) \quad (2.5)$$

Waarin:

$$S(H, \varphi) = A H_{rms}^{2.5} \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (2.6)$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k))$$

$$\frac{\partial S}{\partial H_{rms}} = 2.5 A \mu_H^{1.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = 2 A \mu_H^{2.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.8)$$

Hieruit volgt:

$$S \approx A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) + 2.5 A \mu_H^{1.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (H_{rms} - \mu_H) + 2 A \mu_H^{2.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (\varphi - \mu_\varphi) \quad (2.9)$$

De verwachtingswaarde van het transport wordt gevonden door het vlak van de benaderende functie te vermenigvuldigen met de kansdichtheid van H en φ en vervolgens de

inhoud onder het ontstane vlak te bepalen.

De verwachtingswaarde (de integraal van de benaderende functie over de kansdichtheidsfunctie) van S wordt dan:

$$\begin{aligned}\mu_S = E[S] = & E[A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k))] \\ & + E[2.5 A \mu_H^{1.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k)) (H_{rms} - \mu_H)] \\ & + E[2 A \mu_H^{2.5} \cos(2(\mu_\phi - \phi_k)) (\phi - \mu_\phi)]\end{aligned}\quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}= & A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k)) \\ & + 2.5 A \mu_H^{1.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k)) E[H_{rms} - \mu_H] \\ & + 2 A \mu_H^{2.5} \cos(2(\mu_\phi - \phi_k)) E[\phi - \mu_\phi]\end{aligned}\quad (2.11)$$

met:

$$E[H_{rms} - \mu_H] = E[H_{rms}] - \mu_H = \mu_H - \mu_H = 0 \quad (2.12)$$

$$E[\phi - \mu_\phi] = E[\phi] - \mu_\phi = \mu_\phi - \mu_\phi = 0 \quad (2.13)$$

volgt:

$$\mu_S = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k)) \quad (2.14)$$

Formule (2.14) zal in de rest van het verslag worden aangeduid als **1MV**.

Met de eerste orde mean value benadering wordt de verwachtingswaarde van het langstransport bepaald door in de CERC-formule de gemiddelden van zowel golfhoogte als golfhoek in te vullen.

2.3 Tweede orde mean value benadering (2MV)

Evenals in paragraaf 2.2 wordt in deze paragraaf geprobeerd om een directe relatie te leggen tussen de randvoorwaarden en het gemiddelde sedimenttransport.

De verwachtingswaarde van het sedimenttransport kan ook worden benaderd m.b.v. een tweede orde mean value benadering.

De methode is analoog aan de eerste orde mean value benadering. Het verschil is dat het vlak van S in de H - ϕ ruimte nu wordt benaderd door een parabolisch vlak.

Het sedimenttransport wordt nu als volgt benaderd:

$$\begin{aligned}
S(H, \varphi) \approx & S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{\partial S}{\partial H_{rms}} (H_{rms} - \mu_H) + \frac{\partial S}{\partial \varphi} (\varphi - \mu_\varphi) \\
& + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms}^2} (H_{rms} - \mu_H)^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms} \partial \varphi} (H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} (\varphi - \mu_\varphi)^2
\end{aligned} \quad (2.15)$$

waarin:

$$S(H, \varphi) = A H_{rms}^{2.5} \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (2.16)$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial S}{\partial H_{rms}} = 2.5 A \mu_H^{1.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \varphi} = 2 A \mu_H^{2.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms}^2} = 3.75 A \mu_H^{0.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms} \partial \varphi} = 5 A \mu_H^{1.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} = -4 A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \quad (2.22)$$

Hieruit volgt:

$$\begin{aligned}
S \approx & 1MV + 1.875 A \mu_H^{0.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (H_{rms} - \mu_H)^2 \\
& + 5 A \mu_H^{1.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi) \\
& - 2 A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (\varphi - \mu_\varphi)^2
\end{aligned} \quad (2.23)$$

Vervolgens wordt weer de verwachtingswaarde bepaald door te vermenigvuldigen met de kansdichtheid en de inhoud onder het benaderende vlak te berekenen.

De verwachtingswaarde van S wordt dan:

$$\begin{aligned}
\mu_S = E[S] = & E[1MV] + E[1.875 A \mu_H^{0.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (H_{rms} - \mu_H)^2] \\
& + E[5 A \mu_H^{1.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi)] \\
& + E[-2 A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (\varphi - \mu_\varphi)^2]
\end{aligned} \quad (2.24)$$

Verder uitwerken geeft:

$$\begin{aligned}
 E[S] = & A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \\
 & + 1.875 A \mu_H^{0.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) E[(H_{rms} - \mu_H)^2] \\
 & + 5 A \mu_H^{1.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) E[(H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi)] \\
 & - 2 A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) E[(\varphi - \mu_\varphi)^2]
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

met:

$$E[(H_{rms} - \mu_H)^2] = \sigma_H^2 \tag{2.26}$$

$$E[(\varphi - \mu_\varphi)^2] = \sigma_\varphi^2 \tag{2.27}$$

$$E[(H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi)] = Cov(H_{rms}, \varphi) \tag{2.28}$$

volgt:

$$\begin{aligned}
 \mu_s = & A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \left(1 + 1.875 \frac{\sigma_H^2}{\mu_H^2} - 2\sigma_\varphi^2\right) \\
 & + 5 A \mu_H^{1.5} \cos(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) Cov(H_{rms}, \varphi)
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Aangenomen wordt weer dat H_{rms} en φ onafhankelijk zijn.

Wanneer H_{rms} en φ onafhankelijk zijn is $Cov(H_{rms}, \varphi) = 0$ en wordt dit:

$$\mu_s = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \left(1 + 1.875 \frac{\sigma_H^2}{\mu_H^2} - 2\sigma_\varphi^2\right) \tag{2.30}$$

Formule (2.30) zal in de rest van dit verslag worden aangeduid als **2MV**.

De verwachtingswaarde van het sedimenttransport m.b.v. de tweede orde mean value benadering wordt bepaald door in de CERC-formule de gemiddelden van zowel golfhoogte als golfhoek in te vullen. Daarna wordt vermenigvuldigd met een factor waarin het gemiddelde en de standaardafwijking van de golfhoogte en de standaardafwijking van de golfhoek voorkomen.

2.4 Vergelijking van 1MV en 2MV als benadering van de exacte oplossing

2.4.1 Inleiding

Om de nauwkeurigheid van de verschillende benaderingen van de CERC-formule te bekijken, werd voor een bepaald golfklimaat eerst de exacte oplossing bepaald. Hierna werd de oplossing bepaald met de benaderingen 1MV en 2MV. Tenslotte werd nogmaals de oplossing bepaald met de 2MV benadering, deze keer echter met benaderde afgeleiden. In plaats van gebruik te maken van de exacte partiële afgeleiden van S naar H en φ in het punt (μ_H, μ_φ) wordt gebruik gemaakt van gedeelde differenties m.b.v. de punten (μ_H, μ_φ) , $(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H - \Delta H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi)$ en $(\mu_H, \mu_\varphi - \Delta \varphi)$.

Voor zowel de golfhoogte als de golfhoek werd een normale verdeling aangenomen.

Golfhoogte (root mean square) $\mu_H = 2.0 \text{ m}$ $\sigma_H = 0.3 \text{ m}$

Golfhoek $\mu_\varphi = 20^\circ$ $\sigma_\varphi = 30^\circ$

(Dit is een fictief golfklimaat. De waarden komen ongeveer overeen met het golfklimaat in India tijdens de Zuid-West moesson. Dit golfklimaat is alleen gebruikt om te testen of de benaderingen, zoals afgeleid in de paragrafen 2.2 en 2.3, zinnige waarden opleveren. Achteraf bleek dat dit golfklimaat een vrij ongelukkige keuze te zijn door de kleine waarde van σ_H .)

De coëfficiënt $A = 0.05 \text{ m}^{0.5}/\text{s}$

De kusthoek $\varphi_k = 0^\circ$

2.4.2 Exacte oplossing

De exacte oplossing (waarbij dus de gehele kansverdeling van de randvoorwaarden in de berekening wordt meegenomen) van de verwachtingswaarde van S wordt bepaald met het programma TRAP (zie bijlage A). Dit programma berekent de dubbele integraal (formule (2.4)) met behulp van de trapeziumregel.

Als ondergrens voor de golfhoogte wordt 0 aangehouden.

Voor de bovengrens van de golfhoogte wordt 5.8 m aangehouden, omdat bij een hogere bovengrens floating point errors optreden. De overschrijdingskans van deze golfhoogte is echter zodanig laag dat de uitkomst van de integraal niet merkbaar verandert wanneer de bovengrens nog groter zou worden gekozen. Voor de verwachtingswaarde van S wordt

berekend:

$$\mu_s = 0.109 \text{ m}^3/\text{s} (=3.438 \text{ Mm}^3/\text{jaar})$$

2.4.3 Benadering m.b.v. eerste orde mean value

Voor de verwachtingswaarde van S met de eerste orde mean value benadering wordt gevonden:

$$\mu_s = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi_k)) \quad (1MV)$$

Invullen geeft:

$$\mu_s = 0.182 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde sedimenttransport wordt met de eerste orde mean value benadering sterk overschat.

2.4.4 Benadering m.b.v. tweede orde mean value

Voor de verwachtingswaarde van S met de tweede orde mean value benadering wordt gevonden:

$$\mu_s = A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\phi - \phi)) \left(1 + 1.875 \frac{\sigma_H^2}{\mu_H^2} - 2\sigma_\phi^2\right) \quad (2MV)$$

Invullen geeft:

$$\mu_s = 0.090 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde sedimenttransport wordt met de tweede orde mean value benadering onderschat.

2.4.5 Benadering m.b.v. 2MV met benaderde afgeleiden

De tweede orde mean value benadering maakt gebruik van de volgende relatie (zie paragraaf 2.3):

$$S(H, \varphi) \approx S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{\partial S}{\partial H_{rms}}(H_{rms} - \mu_H) + \frac{\partial S}{\partial \varphi}(\varphi - \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms}^2}(H_{rms} - \mu_H)^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial H_{rms} \partial \varphi}(H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2}(\varphi - \mu_\varphi)^2 \quad (2.15)$$

Wanneer de verwachtingswaarde van het transport wordt bepaald geldt:

$$E[H_{rms} - \mu_H] = E[\varphi - \mu_\varphi] = E[(H_{rms} - \mu_H)(\varphi - \mu_\varphi)] = 0 \quad (2.31)$$

en

$$E[(H_{rms} - \mu_H)^2] = \sigma_H^2 \quad E[(\varphi - \mu_\varphi)^2] = \sigma_\varphi^2 \quad (2.32)$$

Het gemiddelde langtransport kan dan worden geschreven als:

$$\mu_S = S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} \sigma_H^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2 \quad (2.33)$$

In paragraaf 2.3 werden de exacte waarden voor de partiële afgeleiden genomen. Door over te gaan op gedeelde differenties kunnen de partiële afgeleiden van S in het punt (μ_H, μ_φ) als volgt worden benaderd:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial H^2} = \frac{(S_{\mu_H + \Delta H} - 2S_{\mu_H} + S_{\mu_H - \Delta H})}{(\Delta H)^2} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} = \frac{(S_{\mu_\varphi + \Delta \varphi} - 2S_{\mu_\varphi} + S_{\mu_\varphi - \Delta \varphi})}{(\Delta \varphi)^2} \quad (2.35)$$

Door voor ΔH de waarde van σ_H en voor $\Delta \varphi$ de waarde van σ_φ te gebruiken (dit is een tamelijk arbitraire keuze) wordt het gemiddelde transport:

$$\mu_S = S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} (S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi) - 2S(\mu_H, \mu_\varphi) + S(\mu_H - \sigma_H, \mu_\varphi)) + \frac{1}{2} (S(\mu_H, \mu_\varphi + \sigma_\varphi) - 2S(\mu_H, \mu_\varphi) + S(\mu_H, \mu_\varphi - \sigma_\varphi)) \quad (2.36)$$

Door S te bepalen in de punten (μ_H, μ_φ) , $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H - \sigma_H, \mu_\varphi)$,

($\mu_H \mu_\phi + \sigma_\phi$) en ($\mu_H \mu_\phi - \sigma_\phi$) kan de verwachtingswaarde van S worden bepaald. Het resultaat is:

$$\mu_s = 0.099 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde sedimenttransport wordt licht onderschat.

2.4.6 Conclusies

In tabel 2.1 worden de resultaten met elkaar vergeleken.

	$\mu_s \text{ [m}^3/\text{s]}$	afwijking [%]
EXACT	0.109	-
MV1	0.182	+ 66
MV2	0.090	- 18
MV2 ben. afgel.	0.099	- 10

tabel 2.1 nauwkeurigheid van de verschillende benaderingen.

De eerste orde mean value benadering geeft een slechte benadering van de verwachtingswaarde van het sedimenttransport. De tweede orde benadering met de exacte afgeleiden is al een stuk nauwkeuriger. Nog nauwkeuriger is in dit geval de tweede orde benadering waarbij de partiële afgeleiden van S worden benaderd volgens de formules (2.34) en (2.35), waarbij voor ΔH en $\Delta \phi$ de waarden σ_H resp. σ_ϕ worden gebruikt. De onnauwkeurigheid van deze methode ligt in de orde van 10%. Voorlopig wordt dit als voldoende nauwkeurig beschouwd. (Doordat de keuze voor ΔH en $\Delta \phi$ nogal arbitrair is zal bij een andere keuze dan σ_H en σ_ϕ de nauwkeurigheid van de benadering anders zijn. Je zou kunnen optimaliseren bij welke waarden van ΔH en $\Delta \phi$ de nauwkeurigheid het grootst is. Deze optimalisatie zou echter bij ieder nieuw probleem (met een ander golfklimaat en dus andere waarden van μ_H , σ_H , μ_ϕ en σ_ϕ) moeten worden uitgevoerd. Om het te ontwikkelen model zo eenvoudig mogelijk te houden is gekozen om voor ΔH altijd σ_H en voor $\Delta \phi$ altijd σ_ϕ te gebruiken en de variaties in de nauwkeurigheid voor

lief te nemen.)

In de volgende paragraaf wordt deze methode toegepast op een door het Waterloopkundig Laboratorium ontwikkeld computermodel.

2.5 UNIBEST (UNIform BEach Sediment Transport)

2.5.1 Inleiding

De benaderingen uit de vorige paragrafen (1MV, 2MV en 2MV met benaderde afgeleiden) zijn toegepast op het morfologisch computermodel UNIBEST van het Waterloopkundig Laboratorium. Dit programma bevat o.a. de mogelijkheid om het sedimenttransport te berekenen op basis van de CERC-formule. De door UNIBEST gebruikte vorm van de CERC-formule wijkt echter wel iets af van de formule, gebruikt in de vorige paragrafen. UNIBEST gebruikt als CERC-formule:

$$S = A c_g(x_b) H_{rms}(x_b)^2 2 \sin(2 \varphi(x_b)) \quad (2.37)$$

met A : een dimensieloze coëfficiënt (geadviseerd wordt om deze tussen 0.014 en 0.025 te nemen); gekozen is $A = 0.025$.

x_b : het punt waar de golven breken

c_g : voortplantingssnelheid v.d. golfenergie

H_{rms} : de root mean square golfhoogte

$\varphi(x_b)$: de hoek die de golfkammen maken met de kust daar waar de golven breken.

Allereerst wordt nagegaan welke waarden de coëfficiënten A en B zouden krijgen wanneer de door UNIBEST gebruikte formule zou worden geschreven in de vorm:

$$S = A H_s^B \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (2.38)$$

met: H_s : de significante golfhoogte; zie voor definitie collegehandleiding windgolven.

(Door de CERC-formule in deze vorm te schrijven kunnen de partiële afgeleiden

gemakkelijk worden bepaald. Deze partiële afgeleiden zijn nodig bij de **2MV** benadering.) Daarna wordt het sedimenttransport bepaald van een fictief golfklimaat waarbij zowel de golfhoogte als de golfhoek normaal verdeeld zijn. Tenslotte wordt de benadering van dit sedimenttransport op basis van 1MV en 2MV berekend.

2.5.2 De bepaling van de coëfficiënten A en B

Het programma UNIBEST maakt gebruik van een andere vorm van de CERC-formule dan de formule gebruikt in de vorige paragrafen.

Om de partiële afgeleiden die nodig zijn bij de **2MV** benadering gemakkelijk te kunnen bepalen, is deze formule geschreven in de vorm:

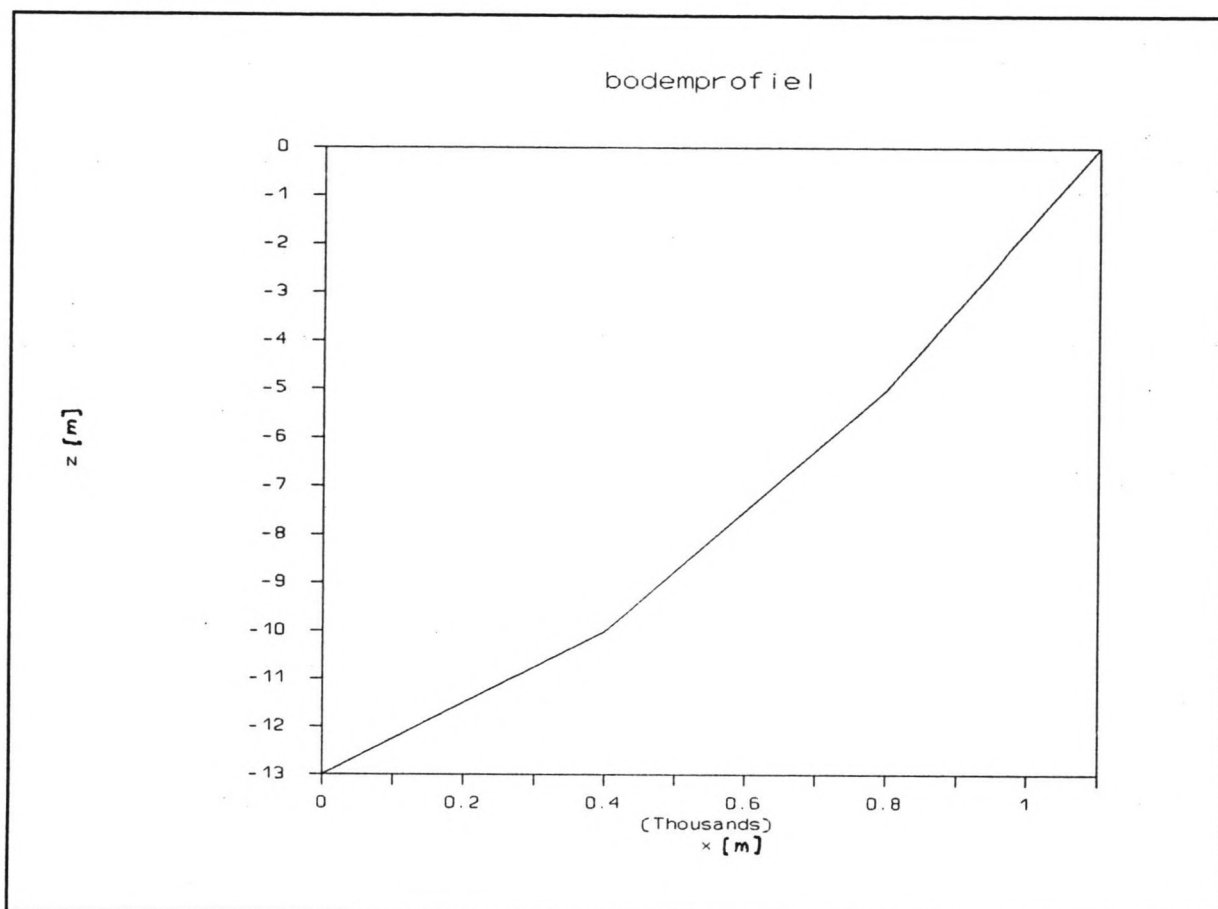
$$S = A H_s^B \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (2.38)$$

Door de coëfficiënten A en B te bepalen wordt een goede benadering gekregen van de door UNIBEST gebruikte formule. Omdat UNIBEST de significante golfhoogte als invoer vraagt, wordt hier de significante golfhoogte gebruikt i.p.v. de root mean square golfhoogte. ($H_s^2 \approx 2 H_{rms}^2$)

Om A en B te bepalen wordt met UNIBEST het sedimenttransport bij 2 verschillende golfhoogten berekend. Gekozen is om dit te doen bij $H = \mu_H$ en $H = \mu_H - \sigma_H$. Voor het verband tussen de golfhoogte en golfperiode wordt gebruik gemaakt van de volgende relatie: $T_{peak} = 5.88 H_s^{0.31}$ (Hokke en Roskam, 1986).

Voor de kushoek φ_k wordt 0° aangehouden. Het gebruikte kustprofiel is gepresenteerd in figuur 2.1. Dit profiel heeft redelijke waarden voor de steilheid en globaal een parabolische vorm. Bovendien is het profiel zeer gemakkelijk in te voeren in UNIBEST.

De resultaten van de berekeningen zijn gepresenteerd in tabel 2.2.



Figuur 2.1 Kustprofiel voor berekeningen met UNIBEST

	golfhoogte H_s	golfperiode T	golfhoek φ	transport S (100 dagen)
--	------------------	-----------------	--------------------	---------------------------

1*	1.7 m	6.93 s	20°	1.624 Mm ³
----	-------	--------	-----	-----------------------

2*	2.0 m	7.29 s	20°	2.481 Mm ³
----	-------	--------	-----	-----------------------

tabel 2.2 berekening transport met UNIBEST

Het transport is berekend over 100 dagen en moet, om daaruit de coëfficiënten A en B te bepalen, worden omgerekend tot m³/s.

Uit 1* en 2* volgt:

A = 0.073

$$B = 2.608$$

Conclusie A $\approx$ 0.073 en B $\approx$ 2.6

A = 0.073 terwijl in formule (2.37) A = 0.025 werd gekozen. Het verschil is als volgt te verklaren.

De oorspronkelijke formule is:

$$S = 0.025 c_g(x_b) H_{rms}(x_b)^2 2 \sin(2 \varphi(x_b)) \quad (2.37)$$

Door i.p.v. de root mean square golfhoogte de significante golfhoogte te nemen wordt dit:

$$S = 0.025 c_g(x_b) H_s(x_b)^2 \sin(2 \varphi(x_b)) \quad (2.39)$$

c_g kan bij de brekerlijn als volgt worden benaderd: $c_g \approx \sqrt{g \frac{H}{\gamma}} \approx 3.5 H^{0.5}$
met $\gamma = 0.8$

De formule kan dan als volgt worden geschreven:

$$S = 0.0875 H_s(x_b)^{2.5} \sin(2 \varphi(x_b)) \quad (2.40)$$

Het resterende kleine verschil is te verklaren uit het feit dat in formule (2.40) de golfhoogte en golfhoek bij de brekerlijn worden gebruikt terwijl in formule (2.38) de golfhoogte en golfhoek op diep water worden ingevuld.

2.5.3 "Exacte" oplossing

Met UNIBEST is een sedimenttransportberekening gemaakt van een golfklimaat waarbij zowel de golfhoogte als de golfhoek een normale verdeling hebben (hetzelfde golfklimaat als dat wat gebruikt is in paragraaf 2.4).

Golfhoogte (significante golfhoogte) : $\mu_H = 2.0 \text{ m}$ $\sigma_H = 0.3 \text{ m}$

Golfhoek : $\mu_\varphi = 20^\circ$ $\sigma_\varphi = 30^\circ$

Kusthoek : $\varphi_k = 0^\circ$

De verdelingsfunctie van de golfhoogte is benaderd door de verdelingsfunctie in te delen in 10 klassen. Per klasse wordt de kans van voorkomen bepaald en deze waarde wordt

toegekend aan het klassemidden. Door de kans van voorkomen te vermenigvuldigen met het totale aantal dagen waarover de berekening wordt uitgevoerd, is het aantal dagen dat een klasse voorkomt, te berekenen. De verdelingsfunctie is dus benaderd door 10 punten. Voor de golfhoek werd dezelfde procedure uitgevoerd.

Omdat de golfhoogte en de golfhoek onafhankelijk zijn, mogen de kansen van voorkomen van golfhoogte en golfhoek met elkaar worden vermenigvuldigd. Per klasse van de golfhoogte zijn er 10 klassen van de golfhoek. De 2-dimensionale verdeling van golfhoogte en golfhoek wordt dus beschreven door $10 \times 10 = 100$ punten. Het resultaat van de berekening is de verwachtingswaarde van het sedimenttransport bij het beschouwde golfklimaat.

$$\mu_s = 0.1822 \text{ m}^3/\text{s}$$

2.5.4 Benadering m.b.v. 1MV

De verwachtingswaarde van het sedimenttransport is volgens paragraaf 2.2 te benaderen met behulp van de eerste orde mean value benadering. De verwachtingswaarde van het jaarlijks langstransport wordt bepaald door het transport te berekenen bij de gemiddelde golfhoogte en de gemiddelde golfhoek:

$$E[S] = S(\mu_H, \mu_\phi)$$

Bepaling van het sedimenttransport in het punt (μ_H, μ_ϕ) met UNIBEST geeft:

$$\mu_s = 0.2872 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde transport wordt met de eerste orde mean value benadering sterk overschat.

2.5.5 Benadering m.b.v. 2MV

Uit paragraaf 2.5.2 volgt dat de formule voor het langstransport als volgt kan worden geschreven:

$$S = 0.073 H_s^{2.6} \sin(2(\varphi)) \quad (2.41)$$

Door de tweede afgeleiden naar H en φ te bepalen aan de hand van deze formule kan een tweede orde benadering worden bepaald op basis van slechts 3 sommen met UNIBEST.

De tweede afgeleiden naar H en φ zijn dan:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial H^2} = 0.304 H^{0.6} \sin(2 \varphi) \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} = -0.292 H_s^{2.6} \sin(2 \varphi) \quad (2.43)$$

Invullen van μ_H en μ_φ in (2.42) en (2.43) en deze waarden invullen in formule (2.33) geeft voor de verwachtingswaarde van het langstransport:

$$\mu_S = 0.1445 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde transport wordt met de tweede orde mean value benadering onderschat.

2.5.6 Benadering m.b.v. 2MV met benaderde afgeleiden

Volgens de tweede orde mean value benadering geldt:

$$E[S] = S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \sigma_H^2 \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} + \frac{1}{2} \sigma_\varphi^2 \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} \quad (2.33)$$

De partiële afgeleiden kunnen op dezelfde manier worden benaderd als in paragraaf 2.4.5. Door S te bepalen in de punten (μ_H, μ_φ) , $(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H - \Delta H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi)$ en $(\mu_H, \mu_\varphi - \Delta \varphi)$ kan de verwachtingswaarde van S worden bepaald volgens:

$$\begin{aligned} \mu_S = & S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} (S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi) - 2S(\mu_H, \mu_\varphi) + S(\mu_H - \Delta H, \mu_\varphi)) \\ & + \frac{1}{2} (S(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) - 2S(\mu_H, \mu_\varphi) + S(\mu_H, \mu_\varphi - \Delta \varphi)) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Met UNIBEST werd het sedimenttransport in de bovengenoemde punten berekend:

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = 0.2872 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi) = 0.4155 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H - \Delta H, \mu_\varphi) = 0.1880 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) = 0.4112 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi - \Delta \varphi) = -0.1527 \text{ m}^3/\text{s}$$

De verwachtingswaarde van het sedimenttransport wordt dan:

$$\mu_s = 0.1439 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het gemiddelde transport berekend met de tweede orde mean value benadering met benaderde afgeleiden geeft ook een onderschatting van ongeveer 20 %.

2.5.7 Conclusies

In tabel 2.3 zijn de resultaten met elkaar vergeleken.

	μ_s [m ³ /s]	afwijking [%]
"EXACT"	$1.822 \cdot 10^{-1}$	-
MV1	$2.872 \cdot 10^{-1}$	+ 58
MV2	$1.445 \cdot 10^{-1}$	- 21
MV2 met ben. afgel.	$1.439 \cdot 10^{-1}$	- 21

tabel 2.3 nauwkeurigheid van de verschillende benaderingen.

De eerste orde mean value benadering geeft een slechte benadering. Met de tweede orde mean value benadering ligt de onnauwkeurigheid in de orde van 20%.

De tweede orde benadering, waarbij de verwachtingswaarde van het sedimenttransport bij een bepaald golfklimaat wordt geschat aan de hand van 5 sommen met UNIBEST, wordt voorlopig als voldoende nauwkeurig beschouwd. In de volgende paragraaf zal deze

benadering worden toegepast op een reëel golfklimaat.

2.6 Toepassing op reëel golfklimaat

Na de bereikte resultaten in de vorige paragrafen werd de tweede orde mean value benadering toegepast op een bestaand golfklimaat in Nederland. Hiervoor werd gebruik gemaakt van concept-notitie GWAO-86 van Rijkswaterstaat (Hokke en Roskam, 1986). Hierin wordt het golfklimaat gepresenteerd van Lichteiland Goeree (LEG), dat berekend is uit metingen in de periode 1978-1984. (Zie bijlage B). De kansverdelingen van golfhoogte en golfhoek blijken niet goed te kunnen worden beschreven door een normale verdeling. Ook blijkt dat golfhoogte en golfrichting niet onafhankelijk zijn. Om het aantal berekeningen beperkt te houden wordt hier toch aangenomen dat de golfhoogte en golfhoek onafhankelijk zijn. In hoofdstuk 5 wordt van deze aanname afgeweken. Voor de kansverdelingen van golfhoogte en golfhoek worden de marginale kansverdelingen gebruikt. (Zie bijlage B).

Voor de 2MV benadering moeten het gemiddelde en de standaardafwijking van de golfhoogte en golfhoek bekend zijn.

Uit de gegevens van LEG werd gevonden dat het golfklimaat kon worden beschreven met de volgende waarden (geen normale verdeling):

$$\mu_H = 1.11 \text{ m}$$

$$\sigma_H = 0.72 \text{ m}$$

$$\mu_\phi = -7.5^\circ$$

$$\sigma_\phi = 51.1^\circ$$

$$\phi_k = 0^\circ$$

Met het programma UNIBEST werd het sedimenttransport bij dit golfklimaat bepaald op basis van de CERC-formule.

Berekend werd: $S = -16.86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Vervolgens werd de benadering van dit sedimenttransport bepaald m.b.v. de tweede orde mean value benadering met benaderde afgeleiden.

$$\mu_s = S(\mu_H, \mu_\phi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} \sigma_H^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial \phi^2} \sigma_\phi^2 \quad (2.33)$$

$$= S(\mu_H, \mu_\phi) + \frac{1}{2} (S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\phi) - 2S(\mu_H, \mu_\phi) + S(\mu_H - \sigma_H, \mu_\phi)) \\ + \frac{1}{2} (S(\mu_H, \mu_\phi + \sigma_\phi) - 2S(\mu_H, \mu_\phi) + S(\mu_H, \mu_\phi - \sigma_\phi)) \quad (2.36)$$

met:

$$S(\mu_H, \mu_\phi) = -24.42 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\phi) = -92.59 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H - \sigma_H, \mu_\phi) = -1.39 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H, \mu_\phi + \sigma_\phi) = 88.08 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$S(\mu_H, \mu_\phi - \sigma_\phi) = -71.18 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Dus } S = -14.12 * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Het verschil tussen de waarde van het sedimenttransport berekend met UNIBEST en de benadering is ongeveer 16 %.

In de volgende paragrafen wordt bekeken of de nauwkeurigheid van de benadering verder kan worden verbeterd, door toepassing van een derde orde mean-value benadering of splitsing van het golfklimaat.

Vervolgens wordt in paragraaf 2.9 nog een totaal andere benadering geïntroduceerd, die een betere nauwkeurigheid heeft.

2.7 3e Orde mean value benadering

Om de nauwkeurigheid van de benaderende oplossing te verbeteren is nagegaan of de derde orde mean value benadering een nauwkeuriger oplossing geeft. Deze methode is analoog aan de tweede orde mean value benadering (paragraaf 2.3). Het verschil is dat het vlak van S in de H - ϕ ruimte niet door een parabolisch, maar door een derdegraads vlak wordt benaderd.

Een functie van n variabelen x_1, x_N kan in het punt (μ_{x1}, μ_{x2}) worden benaderd door een M^e orde Taylor-ontwikkeling:

$$f(x_1, x_N) = f(\mu_{x1}, \mu_{xN}) + \sum_{v=1}^M \frac{1}{v!} \left(\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_{xi}) \frac{\partial}{\partial x_i} \right)^v f(\mu_{x1}, \mu_{xN}) \quad (2.44)$$

De derde orde mean value benadering voor twee variabelen wordt dan:

$$\begin{aligned} S = & S(\mu_H, \mu_\varphi) + (H - \mu_H) \frac{\partial S}{\partial H} + (\varphi - \mu_\varphi) \frac{\partial S}{\partial \varphi} \\ & + \frac{1}{2!} \left((H - \mu_H) \frac{\partial}{\partial H} + (\varphi - \mu_\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)^2 S(\mu_H, \mu_\varphi) \\ & + \frac{1}{3!} \left((H - \mu_H) \frac{\partial}{\partial H} + (\varphi - \mu_\varphi) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)^3 S(\mu_H, \mu_\varphi) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Na enig herleiden volgt voor de verwachtingswaarde van S:

$$\begin{aligned} E[S] = & S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} \sigma_H^2 + \frac{\partial^2 S}{\partial H \partial \varphi} \text{Cov}(H, \varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2 \\ & + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 S}{\partial H^3} \sqrt{\beta_{1H}} \sigma_H^3 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 S}{\partial H^2 \partial \varphi} E[(H - \mu_H)^2 (\varphi - \mu_\varphi)] \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 S}{\partial H \partial \varphi^2} E[(H - \mu_H) (\varphi - \mu_\varphi)^2] + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 S}{\partial \varphi^3} \sqrt{\beta_{1\varphi}} \sigma_\varphi^3 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Wanneer de golfhoogte en de golfhoek normaal verdeeld zijn geldt: $\sqrt{\beta_{1H}} = \sqrt{\beta_{1\varphi}} = 0$. Wanneer ook nog wordt aangenomen dat de golfhoogte en de golfhoek onafhankelijk zijn dan geldt ook dat: $\text{Cov}(H, \varphi) = 0$ en $E[(H - \mu_H)^2 (\varphi - \mu_\varphi)] = 0$.

De derde orde mean value benadering geeft dan dezelfde oplossing als de tweede orde mean value benadering.

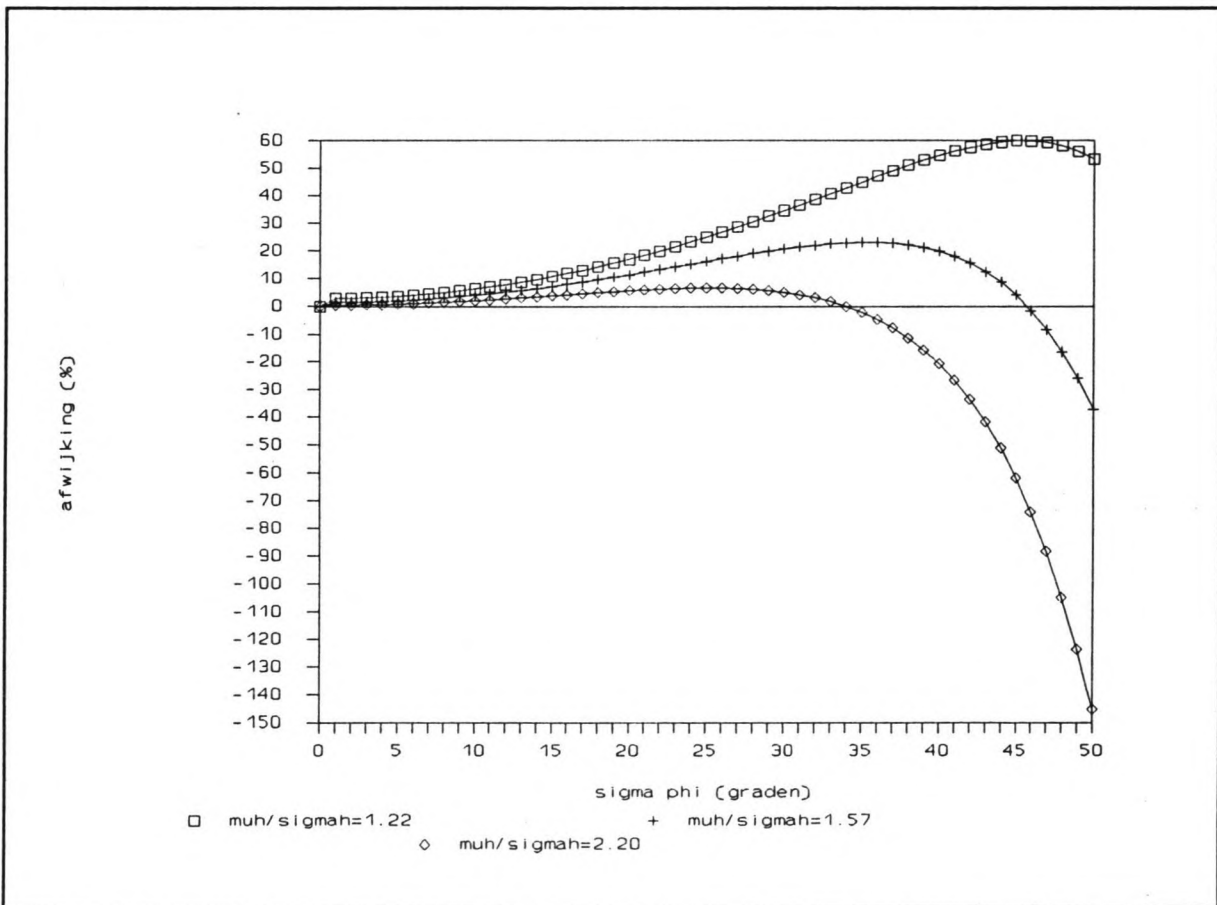
De nauwkeurigheid van de benaderende oplossing verandert dus niet door over te gaan op een derde orde mean value benadering.

2.8 Splitsing van het golfklimaat

Omdat de oplossing m.b.v. de derde orde mean value benadering niet nauwkeuriger is

t.o.v. de tweede orde benadering is nagegaan wat de invloed van μ_H , σ_H , μ_ϕ , σ_ϕ op de nauwkeurigheid van de benaderende oplossing is.

Wanneer de golfhoogte en de golfhoek normaal verdeeld zijn is de afwijking van de tweede orde benadering t.o.v. de exacte oplossing in procenten slechts afhankelijk van σ_ϕ en de verhouding μ_H/σ_H . In figuur 2.2 is te zien dat wanneer σ_ϕ kleiner is dan 30° de afwijking in procenten voor de verschillende waarden van μ_H/σ_H kleiner blijft dan ongeveer 30%.



Figuur 2.2 de invloed van sigma phi op de afwijking

De afwijking van de benaderende oplossing in paragraaf 2.6 is slechts 16%. Uit figuur 2.2 zou volgen dat bij $\sigma_\phi = 50^\circ$ en $\mu_H/\sigma_H = 1.57$, de afwijking tussen de 30% en 40% zou moeten liggen. Het verschil heeft 2 oorzaken:

1. De verdeling die gebruikt is in paragraaf 2.6 is geen normale verdeling.
 De verdeling die gebruikt is om figuur 2.2 te bepalen is wel een normale

verdeling.

2. Bij de tweede orde benadering in paragraaf 2.6 is gebruik gemaakt van benaderende afgeleiden. Voor de berekening van figuur 2.2 is gebruik gemaakt van exacte afgeleiden.

Uit figuur 2.2 is wel af te leiden dat de afwijking in procenten beperkt blijft bij kleinere waarden voor de standaardafwijking van de golfhoek.

Er werd daarom besloten om na te gaan of de nauwkeurigheid van de benaderende oplossing verbeterd kon worden door de kansverdeling van de golfhoek in twee delen te splitsen. Door de splitsing van de kansverdeling van de golfhoek wordt σ_ϕ kleiner en valt te verwachten dat de benaderende oplossing nauwkeuriger is (zie figuur 2.2).

De kansverdeling van de golfhoek werd verdeeld in een interval van $[-90,0]$ en een interval van $[0,90]$.

Van beide intervallen afzonderlijk werd het gemiddelde en de standaardafwijking bepaald. De exacte oplossing van het sedimenttransport per interval werd bepaald door integratie m.b.v. de trapeziumregel. De benadering van het transport werd bepaald door in de, in paragraaf 2.3 afgeleide formule (2MV), de nieuwe waarde van de standaardafwijking en het gemiddelde van de golfhoek in te vullen. Deze methode gaf een kleine verbetering van de nauwkeurigheid maar een aanzienlijk grotere hoeveelheid rekenwerk ten opzichte van de tweede orde mean value benadering, waarbij het golfklimaat niet gesplitst werd.

Gekozen is om verder te zoeken naar een andere methode om de nauwkeurigheid te verbeteren.

2.9 Een totaal andere benadering

2.9.1 Inleiding

Om twee redenen is geprobeerd om toch nog een andere benadering te vinden.

De eerste reden is dat het splitsen van de kansdichtheidsfunctie van de golfhoek veel extra rekenwerk met zich mee brengt waardoor de rekentijd wordt vergroot, terwijl de bedoeling van deze studie is om een model te ontwikkelen met een korte rekentijd.

De tweede reden is dat gebleken is dat het produkt van de benaderingen van $H^{2.5}$ (bij een constante φ) en $\sin(2\varphi)$ (bij een constante H) een beter resultaat gaf dan de benadering van $H^{2.5}\sin(2\varphi)$:

$$A \mu_H^{2.5} \left(1 + 1.875 \frac{\sigma_H^2}{\mu_H^2}\right) * \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) (1 - 2\sigma_\varphi^2) \text{ is nauwkeuriger dan}$$

$$A \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi - \varphi_k)) \left(1 + 1.875 \frac{\sigma_H^2}{\mu_H^2} - 2\sigma_\varphi^2\right).$$

Hierdoor ontstond het idee om het transport te schrijven als het produkt van een functie waarin alleen de golfhoogte voorkomt en een functie waarin alleen de golfhoek voorkomt. Deze functies kunnen worden beschouwd als de overdrachtsrelaties voor het transport van de betreffende parameter (golfhoogte, golfhoek).

2.9.2 Het model van de nieuwe benadering

Stel dat het sedimenttransport een functie is van H en φ . De functie van het sedimenttransport S kan dan in de praktijk redelijk worden benaderd door het produkt van een functie waarin alleen de golfhoogte voorkomt en een functie waarin alleen de golfhoek voorkomt. Het principe van deze benadering verandert niet wanneer wordt gedeeld of vermenigvuldigd met een constante zoals $S(\mu_H, \mu_\varphi)$. In formulevorm:

$$S(H, \varphi) = S_H(H) S_\varphi(\varphi) = S(\mu_H, \mu_\varphi) \dot{S}_H(H) \dot{S}_\varphi(\varphi) \quad (2.47)$$

met:

$$\dot{S}_H(H) = \frac{S(H, \mu_\varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} \quad (2.48)$$

$$\dot{S}_\varphi(\varphi) = \frac{S(\mu_H, \varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} \quad (2.49)$$

dus:

$$\dot{S}_H(\mu_H) = 1 \quad (2.50)$$

waarde voor het sedimenttransport worden geschreven als:

Wanneer verondersteld wordt dat H en ϕ onafhankelijk zijn kan de verwachtings-

$$(2.54) \quad \begin{aligned} S(H, \phi) = & S(\mu^H, \mu^\phi) \frac{\partial H}{\partial S(H, \mu^\phi)} + S(\mu^H, \mu^\phi) \frac{\partial H}{\partial S(\mu^H, \phi)} + \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{H^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial H \partial \mu^\phi} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{H}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \mu^{\phi 2}} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{\phi^2}{2} \\ & + \frac{\partial^2 S}{\partial H \partial \mu^\phi} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{H}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \mu^H \partial \mu^\phi} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{\phi}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{H^2}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial H \partial \mu^\phi} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{H}{2} + \frac{\partial^2 S}{\partial \mu^{\phi 2}} (\mu^H, \mu^\phi) \frac{\phi^2}{2} \end{aligned}$$

Hieruit volgt dat het sedimenttransport als volgt kan worden benaderd:

Analoog voor ϕ .

$$(2.53) \quad S^H(H) = 1 + \frac{\partial S(H, \mu^\phi)}{\partial S(H, \mu^\phi)} \frac{H}{S(\mu^H, \mu^\phi)} + \frac{\partial^2 S(H, \mu^\phi)}{\partial S(H, \mu^\phi)^2} \frac{H^2}{2} + \frac{\partial^2 S(H, \mu^\phi)}{\partial S(\mu^H, \mu^\phi)^2} \frac{H^2}{2}$$

Dus de benadering voor $S^H(H)$ wordt:

$$(2.52) \quad S^H(H) \approx S^H(\mu^H) + \frac{\partial S^H}{\partial \mu^H} (\mu^H) \frac{H}{2} + \frac{\partial^2 S^H}{\partial \mu^H^2} (\mu^H) \frac{H^2}{2}$$

methode kunnen worden benaderd. $S^H(H)$ en $S^\phi(\phi)$ worden benaderd volgens:

De verwachtingswaarde van het transport zou nu weer m.b.v. de tweede orde mean value

de golfhoogte en de golfhoek.

De functies $S^H(H)$ en $S^\phi(\phi)$ zijn de overdrachtsfuncties voor het sedimenttransport van

$$(2.51) \quad S^\phi(\mu^\phi) = 1$$

$$\begin{aligned}
E[S(H, \varphi)] = & S(\mu_H, \mu_\varphi) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(H, \mu_\varphi)}{\partial H^2} \sigma_H^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S(\mu_H, \varphi)}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2 \\
& + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 S(H, \mu_\varphi)}{\partial H^2} \sigma_H^2 \frac{\partial^2 S(\mu_H, \varphi)}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Deze benadering geeft een iets nauwkeuriger oplossing dan de benadering van paragraaf 2.4.5.

Het verschil is de gemengde term: $\frac{1}{4} \frac{\partial^2 S(H, \mu_\varphi)}{\partial H^2} \sigma_H^2 \frac{\partial^2 S(\mu_H, \varphi)}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2$.

Wanneer de functies $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ echter niet worden benaderd m.b.v. de tweede orde mean value methode, maar geschikte functies voor $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ worden gekozen, dan kan een zeer nauwkeurige oplossing worden bepaald. De exacte oplossing van de verwachtingswaarde van S, waarbij voor $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ geschikte benaderende functies zijn gekozen, is:

$$E[S(H, \varphi)] = S(\mu_H, \mu_\varphi) \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \tag{2.56}$$

met:

$p(H)$ en $p(\varphi)$ de kansdichtheidsfuncties van H resp. φ .

Doordat de exacte kansverdelingen worden gebruikt, zijn afwijkingen van de exacte oplossing van de verwachtingswaarde van het sedimenttransport slechts het gevolg van het niet exact zijn van de overdrachtsfuncties. Wanneer de overdrachtsfuncties wel exact zijn dan geeft deze methode de exacte oplossing. In paragraaf 2.9.3 wordt dit gedemonstreerd aan de hand van de CERC-formule.

2.9.3 Toepassing op de CERC-formule

Om de geldigheid van de in paragraaf 2.9.2 gepresenteerde methode te controleren, is deze methode toegepast op de CERC-formule waarbij $\varphi_k = 0$:

$$S = 0.05 H^{2.5} \sin(2\varphi) \tag{2.57}$$

Het golfklimaat wordt beschreven met de volgende parameters:

$$\mu_H, \sigma_H, \mu_\varphi \text{ en } \sigma_\varphi$$

Dus:

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = 0.05 \mu_H^{2.5} \sin(2 \mu_\varphi)$$

$$S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi) = 0.05 (\mu_H + \Delta H)^{2.5} \sin(2 \mu_\varphi)$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) = 0.05 \mu_H^{2.5} \sin(2(\mu_\varphi + \Delta \varphi))$$

Voor $\dot{S}_H(H)$ wordt nu een geschikte functie gekozen.

$$\text{Stel } \dot{S}_H(H) = A H^B \quad (2.58)$$

$$\text{dan is } \dot{S}_H(\mu_H) = \frac{S(\mu_H, \mu_\varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} = 1 = A (\mu_H)^B$$

$$\text{en } \dot{S}_H(\mu_H + \Delta H) = \frac{S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} = \frac{(\mu_H + \Delta H)^{2.5}}{\mu_H^{2.5}} = A (\mu_H + \Delta H)^B$$

Hieruit volgen A en B :

$$A = \frac{1}{\mu_H^{2.5}}$$

$$B = 2.5$$

Voor $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ wordt ook weer een geschikte functie gekozen.

$$\text{Stel } \dot{S}_\varphi(\varphi) = C \sin(D \varphi) \quad (2.59)$$

$$\text{dan is } \dot{S}_\varphi(\mu_\varphi) = \frac{S(\mu_H, \mu_\varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} = 1 = C \sin(D \mu_\varphi)$$

$$\text{en } \dot{S}_\varphi(\mu_\varphi + \Delta \varphi) = \frac{S(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi)}{S(\mu_H, \mu_\varphi)} = \frac{\sin(2(\mu_\varphi + \Delta \varphi))}{\sin(2 \mu_\varphi)} = C \sin(D (\mu_\varphi + \Delta \varphi))$$

Hieruit volgen C en D :

$$C = \frac{1}{\sin(2 \mu_\varphi)}$$

$$D = 2$$

Dus geldt voor het sedimenttransport:

$$S = S(\mu_H, \mu_\varphi) \dot{S}_H(H) \dot{S}_\varphi(\varphi) \quad (2.47)$$

$$S = 0.05 \mu_H^{2.5} \sin(2 \mu_\varphi) A H^B C \sin(D \varphi)$$

$$S = 0.05 H^{2.5} \sin(2 \varphi) \quad (\text{klopt})$$

De geldigheid van de methode is hiermee geïllustreerd. De bovenstaande exercitie is triviaal omdat de CERC-formule wordt benaderd door de CERC-formule. Doordat voor $\dot{S}_H$ en $\dot{S}_\varphi$ de exacte functies zijn gekozen is de oplossing voor het sedimenttransport ook exact.

2.9.4 Toepassing op UNIBEST

Op dezelfde wijze als in paragraaf 2.9.3 is de benadering toegepast op enkele sommen gemaakt met UNIBEST. Evenals in paragraaf 2.5 is weer gebruik gemaakt van het bodemprofiel van figuur 2.1 en werd het langstransport berekend op basis van de CERC-formule. De gebruikte kansdichtheidsfuncties zijn de marginale kansdichtheidsfuncties van de golfhoogte en golfhoek bij Lichteiland Goeree met $\mu_H = 1.11$ m, $\sigma_H = 0.72$ m, $\mu_\varphi = -7.5^\circ$ en $\sigma_\varphi = 51.1^\circ$ (zie bijlage B).

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = -0.211 \text{ Mm}^3 \text{ (integraal over 100 dagen)}$$

$$S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi) = -0.800 \text{ Mm}^3$$

$$S(\mu_H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) = 0.761 \text{ Mm}^3$$

$$S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) = 2.905 \text{ Mm}^3 \text{ (controlewaarde)}$$

Er worden weer geschikte overdrachtsfuncties gezocht voor de golfhoogte en golfhoek.

Stel $\dot{S}_H(H) = A H^B$ (2.58) en $\dot{S}_\varphi(\varphi) = C \sin(D \varphi)$ (2.59) dan volgt hieruit:

$$A = 0.7571$$

$$B = 2.666$$

$$C = -3.613$$

$$D = 2.142$$

Dus geldt voor het sedimenttransport:

$$S = 0.5772 H^{2.666} \sin(2.142 \varphi)$$

Invullen geeft voor de controlewaarde:

$$S(\mu_H + \Delta H, \mu_\varphi + \Delta \varphi) = 2.885 \text{ Mm}^3 \quad (\text{afwijking } 0.67\%)$$

Het gemiddelde transport is te benaderen volgens:

$$S(\mu_H, \mu_\varphi) = \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (2.56)$$

Nu wordt een zeer goede benadering verkregen.

$$E[S(H, \varphi)] = -0.1370 \text{ Mm}^3 \quad (\text{afwijking } 6 \%)$$

Dat deze benadering zo nauwkeurig is, kon van te voren worden voorspeld. De door UNIBEST gebruikte vorm van de CERC-formule wordt benaderd door de CERC-formule in de vorm van (2.38). In paragraaf 2.5.2 is al geïllustreerd dat de door UNIBEST gebruikte vorm van de CERC-formule goed te benaderen is door (2.38).

Door de vrij grote nauwkeurigheid van dit model wordt deze benadering gekozen. In het model worden eerst drie sommen gemaakt met UNIBEST: het transport wordt berekend in de punten (μ_H, μ_φ) , $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H, \mu_\varphi + \sigma_\varphi)$. Vervolgens worden de functies $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ bepaald. Hierna kan de verwachtingswaarde van het transport worden bepaald volgens (2.56).

De integralen kunnen worden berekend m.b.v. de trapeziumregel.

In het volgende hoofdstuk zal het model worden toegepast op de afzonderlijke punten van een raai loodrecht op de kust.

3 De verdeling van het sedimenttransport over een raai loodrecht op de kust

3.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk is een model afgeleid voor het bepalen van het sedimenttransport door een raai loodrecht op de kust.

Aan de hand van 3 sommen met UNIBEST werden $S(\mu_H, \mu_\varphi)$, $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ bepaald. Door de laatste 2 functies te integreren over de kansdichtheidsfuncties van H en φ kon de verwachtingswaarde van het sedimenttransport redelijk nauwkeurig worden benaderd.

In dit hoofdstuk zal worden besproken hoe dit model gebruikt kan worden om de verdeling van het sedimenttransport over een raai te bepalen.

In paragraaf 3.2 wordt de sedimenttransportformule gegeven waarmee in het model wordt gewerkt. In paragraaf 3.3 wordt de exacte oplossing van het sedimenttransport bij het golfklimaat van Lichteiland Goeree bepaald m.b.v. UNIBEST. In paragraaf 3.4 wordt beschreven hoe het model deze exacte oplossing benadert. Paragraaf 3.5 geeft een korte samenvatting van het model.

3.2 De Bijkerformule

In het voorgaande hoofdstuk werd de CERC-formule gebruikt om het totale sedimenttransport door een raai te bepalen. De CERC-formule geeft de integraal (in x-richting) van het sedimenttransport door een raai en is niet geschikt om te bepalen hoe het sedimenttransport over de raai is verdeeld. Om deze verdeling te bepalen moet worden overgegaan op een andere transportformule. Gekozen is om hiervoor de Bijkerformule (Bijker 1971) te gebruiken.

Deze formule geeft een gedetailleerde voorspelling van het sedimenttransport door de sedimentconcentratie en de sedimentsnelheid te bepalen. Met deze formule kan de verdeling van het transport over de raai worden bepaald.

Om de Bijkerformule toe te kunnen passen moet eerst de afname van de golfhoogte van diep water naar ondiep water worden berekend. De basisvergelijkingen die de afname van de golfhoogte beschrijven, rekening houdend met refractie en golfopzet, zijn:

$$\frac{d}{dx} [E c_g \cos(\varphi)] = -D \quad (\text{energieverlies=dissipatie}) \quad (3.1)$$

waarin:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad : \text{de golfenergie per m}^2$$

en:

$$\frac{d}{dx} S_{xx} + \rho g (z_0 + \bar{\eta}) \frac{d\bar{\eta}}{dx} = 0 \quad \text{evenwicht tussen afname golfspanning en golfopzet} \quad (3.2)$$

waarin:

$$S_{xx} = E \left(n (1 + \cos^2 \varphi) - \frac{1}{2} \right) \quad : \text{de component van de golfspanning loodrecht op de kust}$$

z_0 :de bodemdiepte

$\bar{\eta}$:de gemiddelde waterstand

De golfhoek wordt berekend volgens de wet van Snel:

$$k \sin(\varphi) = \text{constant} \quad (3.3)$$

waarin:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{het golfgetal}$$

Voor de berekening van het sedimenttransport wordt de Bijker formule gebruikt.

Volgens deze formule is het sedimenttransport een functie van de volgende parameters:

$$S = f (D, \rho_s, v, u_b) \quad (3.4)$$

waarin:

D :de korreldiameter van het sediment

ρ_s :de soortelijke massa van het sediment

v :de snelheid van de door golven aangedreven kuststroom

u_b :de waterdeeltjessnelheid bij de bodem door golven

v en u_b kunnen weer worden geschreven als functies van de volgende parameters:

$$v = f (H_{rms}, T_p, \varphi, z, r) \quad (3.5)$$

waarin:

z :de waterdiepte

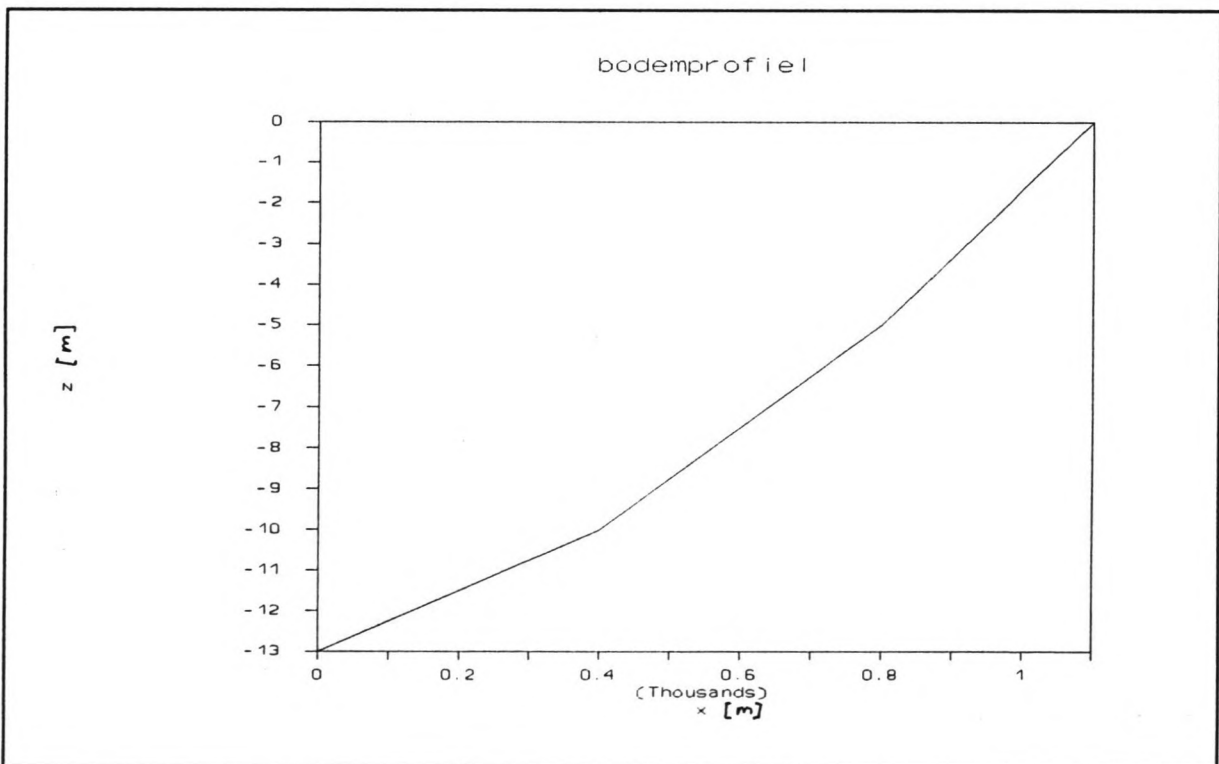
r : de bodemruwheid

$$u_b = f (H_{rms}, T_p, z) \quad (3.6)$$

Wanneer wordt aangenomen dat de golfperiode een functie is van de golfhoogte (zie paragraaf 2.5.2), blijkt dat het sedimenttransport een functie is van de dichtheid en diameter van het sediment, de golfhoek, de golfhoogte en de ruwheid van de bodem.

3.3 Exacte oplossing

Met UNIBEST kan m.b.v. de Bijkerformule de verdeling van het transport over een raai worden berekend. Voor de berekening werd opnieuw gebruik gemaakt van de marginale kansdichtheidsfuncties van het golfklimaat bij Lichteiland Goeree (zie bijlage B). Het gebruikte bodemprofiel is gegeven in figuur 3.1.

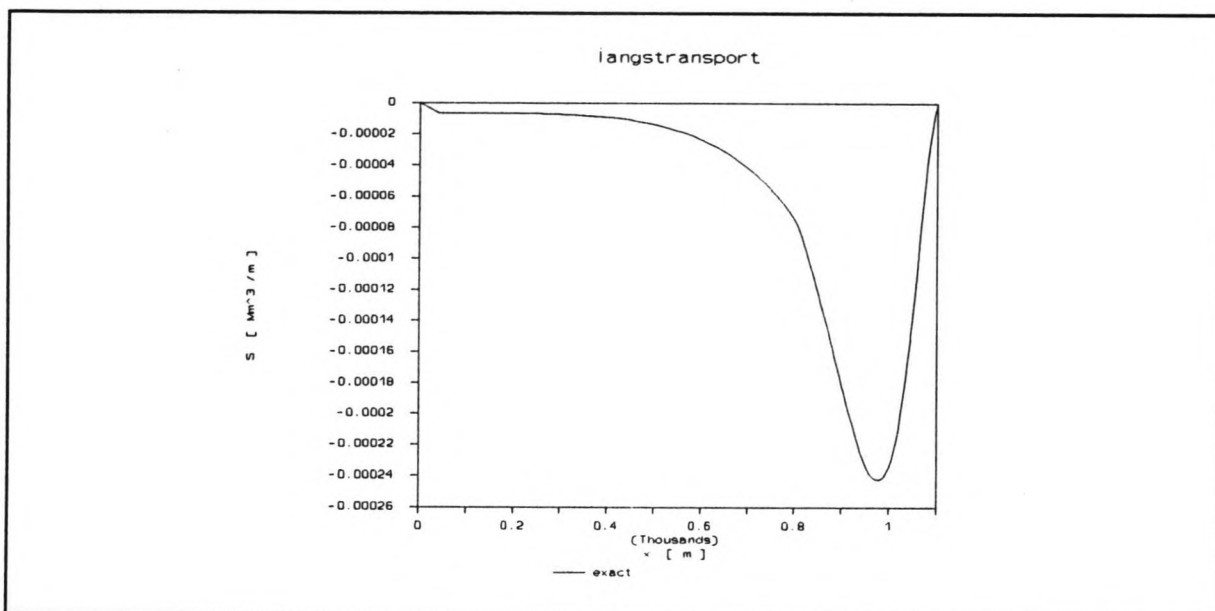


Figuur 3.1

Dit profiel is vrij willekeurig gekozen, heeft globaal een parabolische vorm en niet al te extreme bodemhellingen. Bovendien is het profiel eenvoudig in te voeren in UNIBEST.

Het resultaat van de berekening van het sedimenttransport is gepresenteerd in figuur 3.2 waarbij $x=1100$ de kustlijn voorstelt.

De figuur geeft de verdeling van het langtransport over de doorsnede na 5000 dagen (hierdoor konden de kansdichtheden van het golfklimaat redelijk worden ingevoerd). Om het jaarlijks transport te verkrijgen moet dus nog met een factor $365/5000$ worden vermenigvuldigd.



Figuur 3.2 verdeling transport over doorsnede

3.4 Benadering met het ontwikkelde model

3.4.1 Inleiding

Met het model uit het vorige hoofdstuk wordt geprobeerd om een benadering te maken van de verdeling van het transport over een raai zoals gepresenteerd in figuur 3.2. Hiervoor worden in ieder punt in de doorsnede eerst $S(\mu_H, \mu_\varphi)$ en $\dot{S}_H(H)$ en $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ bepaald uit 3 UNIBEST sommen. Hierna wordt in ieder punt in de doorsnede de verwachtingswaarde voor S bepaald uit:

$$E[S] = S(\mu_H, \mu_\varphi) \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (2.44)$$

3.4.2 Verschuiving van het ontwerp punt

Het blijkt dat $S(\mu_H, \mu_\varphi)$ over een groot deel van de doorsnede de waarde 0 heeft. Buiten de brandingszone dragen golven met een golfhoogte μ_H bij een golfhoek van μ_φ niet bij aan het sedimenttransport. Een nadeel van het gebruikte model is dat wanneer $S(\mu_H, \mu_\varphi) = 0$, de verwachtingswaarde van S ook gelijk wordt aan 0. Dit probleem wordt vooral groot wanneer μ_φ gelijk is aan 0. Het is echter mogelijk om i.p.v.

(μ_H, μ_φ) een ander punt te kiezen en hetzelfde model te gebruiken. Gekozen is voor het punt $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi)$ zodat:

$$E[S] = S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi) \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (3.7)$$

(Een eenvoudige beschouwing toont aan dat de verwachtingswaarde van S niet bij μ_H wordt bereikt maar bij een golfhoogte die groter is: de tweede orde benadering geeft:

$$E[S] = S(\mu_H) + \frac{1}{2} \sigma_H^2 \frac{\partial^2 S}{\partial H^2} \quad (3.8)$$

met $\frac{\partial^2 S}{\partial H^2} > 0$ dus: $E[S] = S(\mu_H + \delta H)$

Het is daarom beter $S(\mu_H)$ te vervangen door $S(\mu_H + \sigma_H)$.

De benadering wordt dan dus als volgt:

$$E[S] = S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi) \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (3.7)$$

met:

$S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi)$: het sedimenttransport bij de gemiddelde golfhoek en een golfhoogte ter grootte van het gemiddelde plus standaardafwijking

$\dot{S}_H(H)$: de overdrachtsfunctie van de golfhoogte

$\dot{S}_\varphi(\varphi)$: de overdrachtsfunctie van de golfhoek

$p(H)$: de kansdichtheidsfunctie van de golfhoogte

$p(\varphi)$: de kansdichtheidsfunctie van de golfhoek

3.4.3 Overdrachtsfuncties

Voor $\dot{S}_\varphi(\varphi)$ kan dezelfde functie worden gebruikt als in het vorige hoofdstuk nl:

$$\dot{S}_\varphi(\varphi) = C \sin(2(\varphi - \varphi_k)) \quad (2.59)$$

met als onbekenden:

C = een constante

φ_k = de kushoek

Voor $\dot{S}_H(H)$ kan niet dezelfde functie worden gebruikt als die in het vorige hoofdstuk werd toegepast. Voor het geïntegreerde transport (geïntegreerd over de raai in x-richting) geldt dat bij een grotere golfhoogte ook een groter transport optreedt. Er kon daarom in het vorige hoofdstuk gebruik worden gemaakt van een eenvoudige machtsfunctie:

$$\dot{S}_H(H) = A H^B \quad (2.58)$$

Voor een punt van de raai geldt niet altijd dat een veel grotere golfhoogte op diep water leidt tot een veel groter transport. Door het breken van de golven op ondieper water zal de maximale golfhoogte in een bepaald punt van de raai beperkt zijn. Een grotere golfhoogte op diep water geeft dan geen grotere golfhoogte in het punt van de raai en ook het transport zal niet sterk toenemen. Zie figuur 3.3.

Door het sedimenttransport in een bepaald punt van de raai te bepalen bij verschillende golfhoogten kan de vorm van $\dot{S}_H(H)$ worden bepaald en een geschikte functie worden gezocht. Zie figuur 3.4.

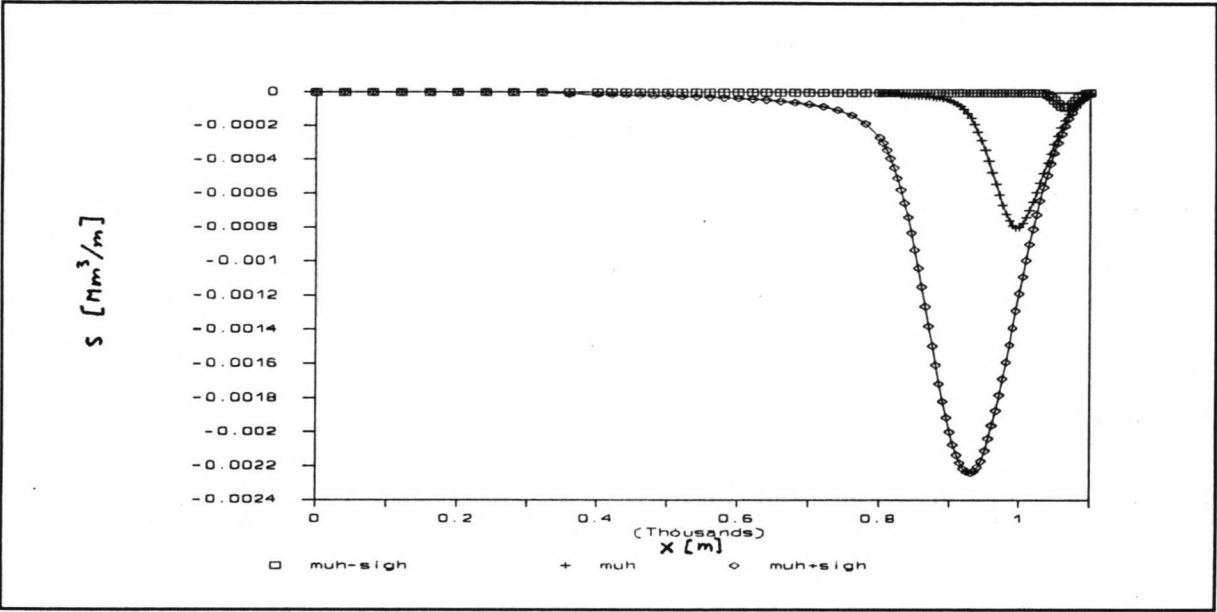
Geprobeerd werd om $\dot{S}_H(H)$ te beschrijven met de volgende functie:

$$\dot{S}_H(H) = A [1 - \exp(-(B H)^n)] \quad (3.6)$$

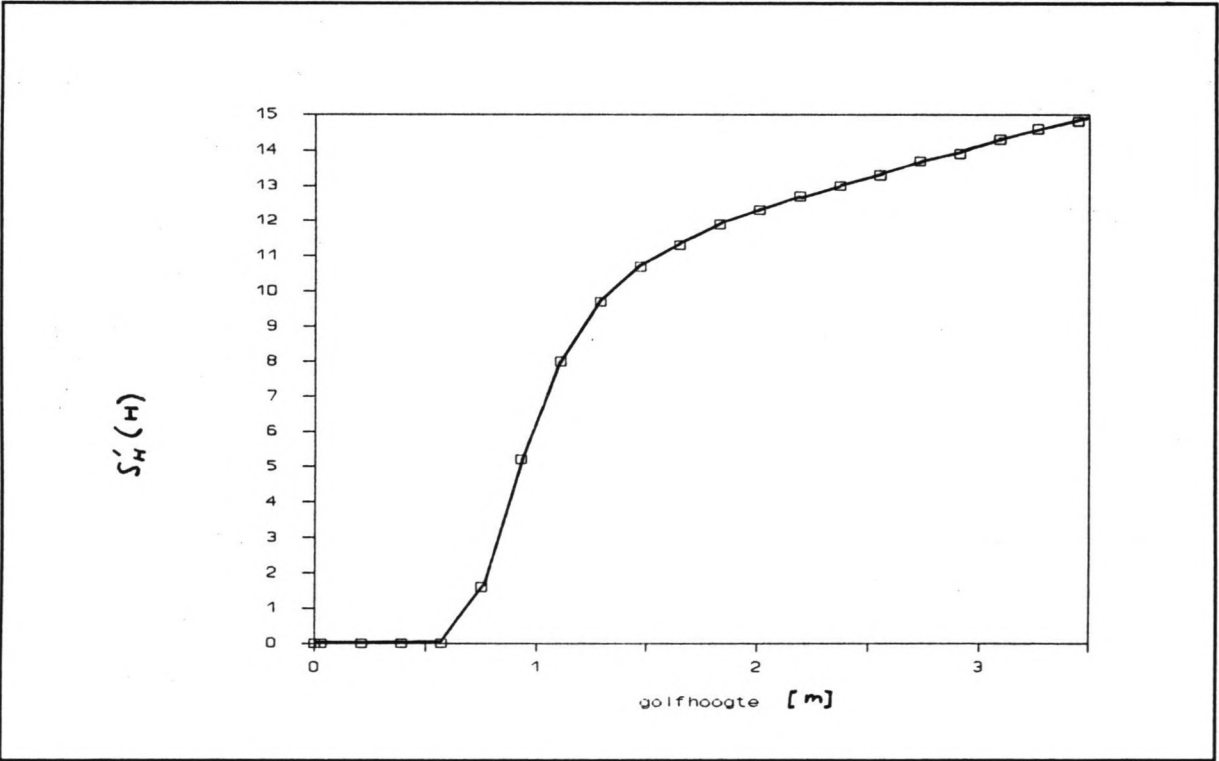
met als onbekenden:

A en B

n werd constant genomen en in eerste instantie werd gesteld: $n=2$



Figuur 3.3 verdeling van het transport bij verschillende golfhoogten



Figuur 3.4 de vorm van de overdrachtsfunctie v.d. golfhoogte bij x = 1000

3.4.4 Resultaten

Allereerst werd geprobeerd om de coëfficiënten van de overdrachtsfunctie van de golfhoogte rechtstreeks te bepalen m.b.v. de punten $(\mu_H + \sigma_H, S(\mu_H + \sigma_H))$ en

$(\mu_H + 2\sigma_H, S(\mu_H + 2\sigma_H))$. Het bleek echter dat $n=2$ geen functie opleverde die precies in ieder punt van de raai door de punten $(\mu_H + \sigma_H, S(\mu_H + \sigma_H))$ en $(\mu_H + 2\sigma_H, S(\mu_H + 2\sigma_H))$ gaat. Ook bij grotere waarden van n werd geen oplossing gevonden die over de gehele doorsnede van de raai precies door de bovengenoemde punten liep. Wanneer $S(\mu_H + \sigma_H)$ veel kleiner is dan $S(\mu_H + 2\sigma_H)$ ontstaat een strijdig stelsel vergelijkingen. De functie blijkt niet in staat om een zodanige bocht te maken dat hij door beide punten gaat. Door over te gaan op de kleinste kwadratenmethode hoeft de functie niet meer exact door de beide punten te gaan, een klein verschil is echter al voldoende om het stelsel niet meer strijdig te laten zijn. De waarde van B bleek over de gehele raai (waar het stelsel niet strijdig was) een redelijk constante waarde te hebben. Er is toen geprobeerd om n en B constant te houden en A te berekenen m.b.v. de kleinste kwadraten methode (m.b.v. de punten $(\mu_H + \sigma_H, S(\mu_H + \sigma_H))$ en $(\mu_H + 2\sigma_H, S(\mu_H + 2\sigma_H))$). Door dit te doen bij verschillende waarden van n en B kon worden bepaald bij welke combinatie van n en B de beste oplossing werd gevonden. Zie figuur 3.5.

2	33.6	32.4	33.8	32.4	31.9	31.4
3	28.1	26.7	24.6	21.6	20.4	20.9
4	25.6	22.7	19.7	19.3	19.8	19.9
n 5	22.3	20.1	19.0	18.8	19.6	19.7
6	24.6	21.3	19.7	18.7	18.4	19.1
7	28.8	26.2	21.2	20.1	18.8	19.0
8	31.2	28.3	23.7	20.5	19.3	19.7
	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75
	b					

Figuur 3.5 bepaling combinatie van n en B op basis van 2 punten.

De beste oplossing werd gevonden bij n=6 en B=0.7.

De nauwkeurigheid van het model werd beschreven op de volgende manier:

$$P = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{r^2}{m}}}{S_{piek}} * 100\% \quad (3.9)$$

met:

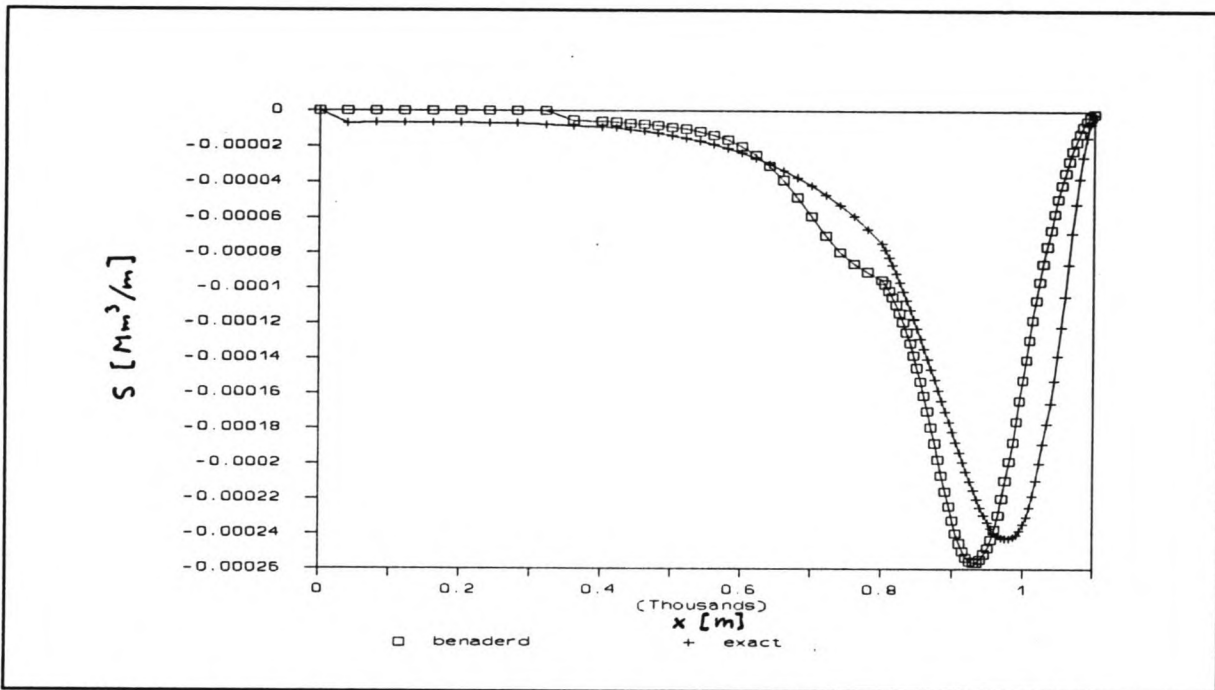
P :gemiddelde procentuele afwijking

r :het verschil tussen het exacte en het benaderde transport in een punt

m :het aantal punten in de raai

S_{piek} :de grootste waarde van het transport van een punt in de raai

Bij de kleinste kwadraten methode m.b.v. de punten $(\mu_H + \sigma_H, S(\mu_H + \sigma_H))$ en $(\mu_H + 2\sigma_H, S(\mu_H + 2\sigma_H))$ met $n=6$ en $B=0.7$ werd gevonden $P=18\%$.



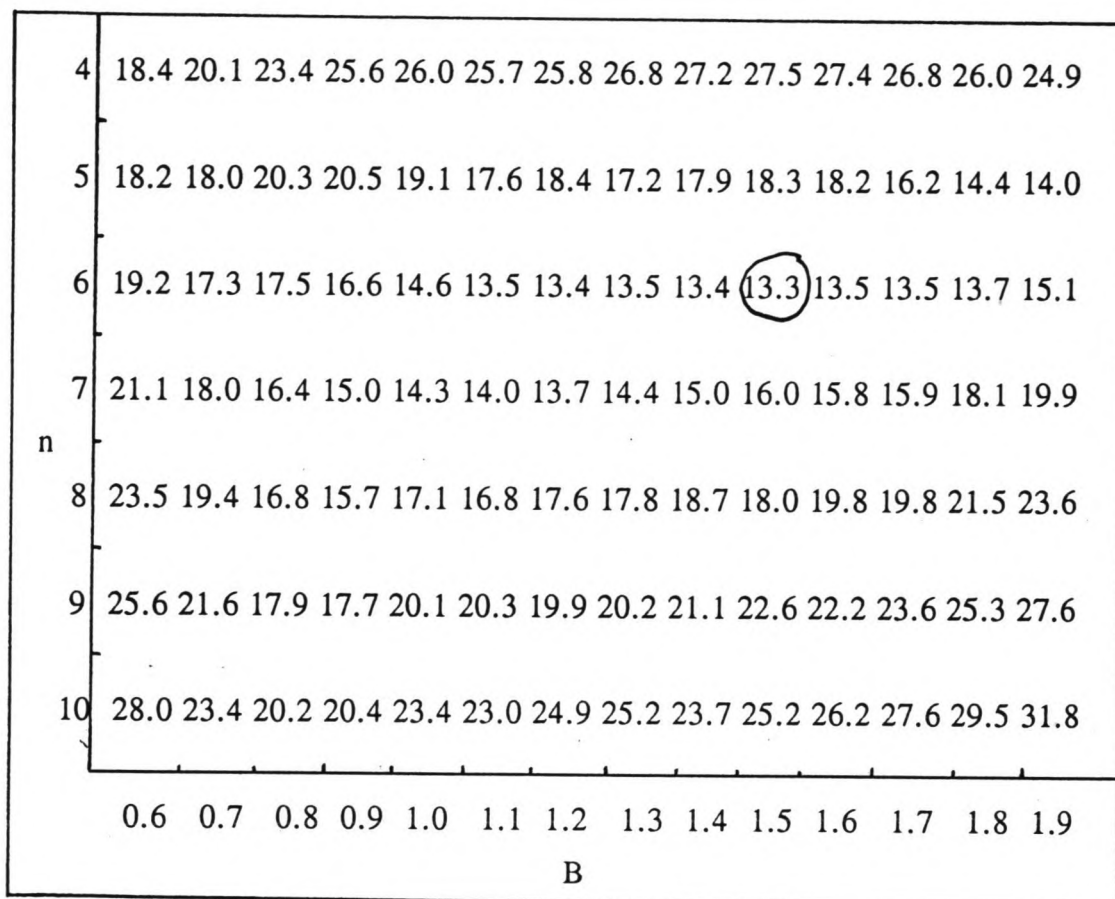
Figuur 3.6 verdeling van het transport over de raai op basis van 2 punten. $n=6$ $B=0.7$

Omdat de benaderde vorm toch nog wat afwijkt van de werkelijke vorm (zie figuur 3.6) werd geprobeerd om A te berekenen m.b.v. de kleinste kwadraten methode m.b.v. de punten $(\mu_H, S(\mu_H))$, $(\mu_H + \sigma_H, S(\mu_H + \sigma_H))$ en $(\mu_H + 2\sigma_H, S(\mu_H + 2\sigma_H))$. Zie figuren 3.7 en 3.8. De beste benadering werd gevonden voor $n=6$ $B=1.5$, namelijk $P=13.3\%$.

Nu voor n en B constante waarden worden genomen is de benaderende overdrachtsfunctie van de golfhoogte alleen afhankelijk van A . In figuur 3.9 wordt de waarde die A aanneemt over de doorsnede gepresenteerd. Hieruit kan voor ieder punt in de raai de benaderende overdrachtsfunctie kunnen worden bepaald. In de figuren 3.10 tot en met 3.13 worden de benaderende overdrachtsfuncties van enige punten gepresenteerd en vergeleken met de werkelijke overdrachtsfuncties.

Het blijkt dat de overdrachtsfuncties erg slecht worden benaderd. Het is echter niet gemakkelijk om een eenvoudige functie (met een beperkt aantal parameters) te vinden die het gedrag van de overdrachtsfunctie beter beschrijft. Aangezien de overdrachtsfuncties geïntegreerd over de kansdichtheid toch redelijke waarden geven voor de verwachtings-

waarde van het sedimenttransport, wordt de methode om de overdrachtsfuncties te bepalen in deze studie niet meer gewijzigd. Wanneer de overdrachtsfunctie van de golfhoogte in een punt beter zou moeten worden benaderd zou de parameter B bijvoorbeeld afhankelijk kunnen worden gemaakt van de waterdiepte in het punt.



Figuur 3.7 bepaling van n en B op basis van 3 punten

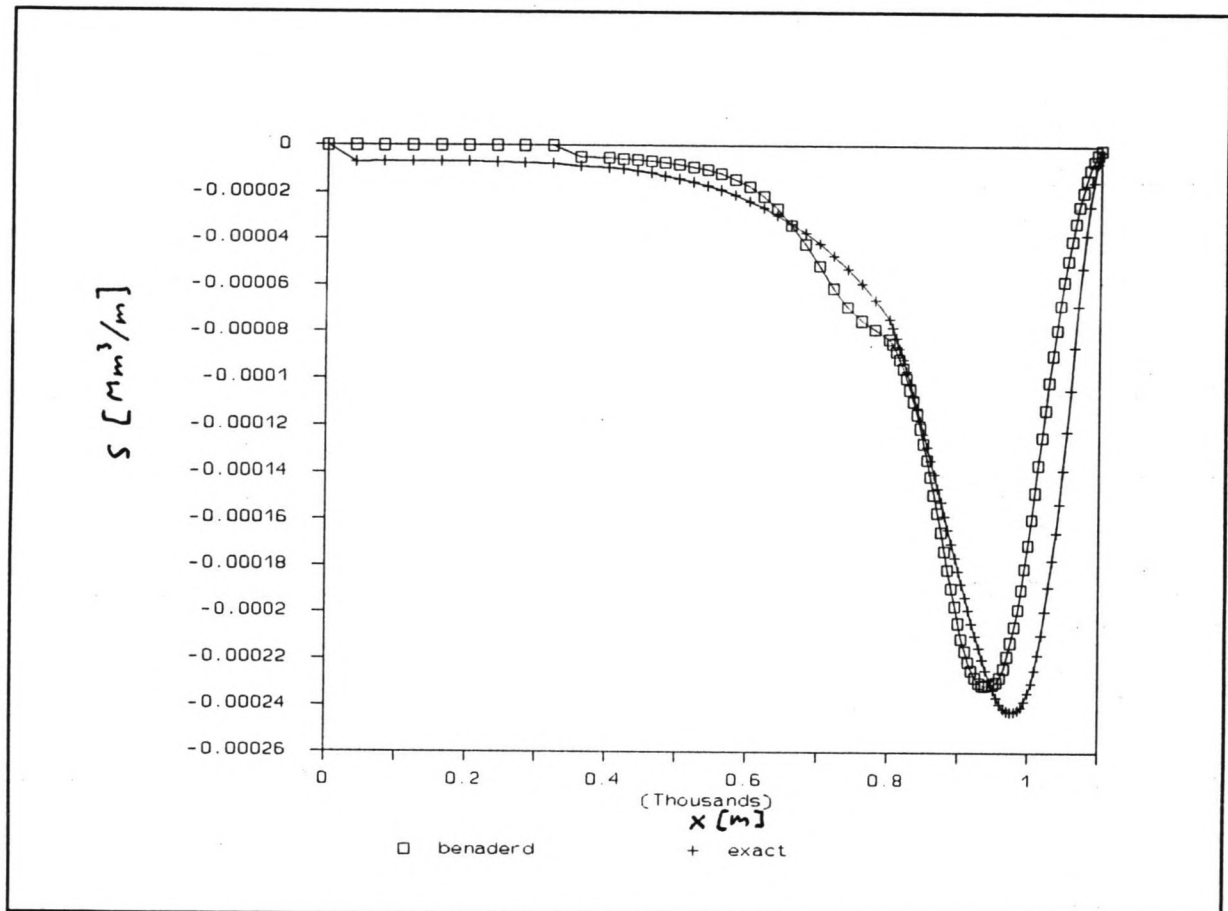
3.5 Samenvatting

Het model dat werd ontwikkeld in hoofdstuk 2 kan, na enige aanpassingen, ook redelijk goed worden toegepast om de verdeling van het sedimenttransport over een raai te bepalen. Eerst wordt, in ieder punt van de raai, van vier punten (μ_H, μ_φ) , $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi)$, $(\mu_H + 2\sigma_H, \mu_\varphi)$ en $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi + \sigma_\varphi)$ met UNIBEST (Bijker-formule) het sedimenttransport bepaald.

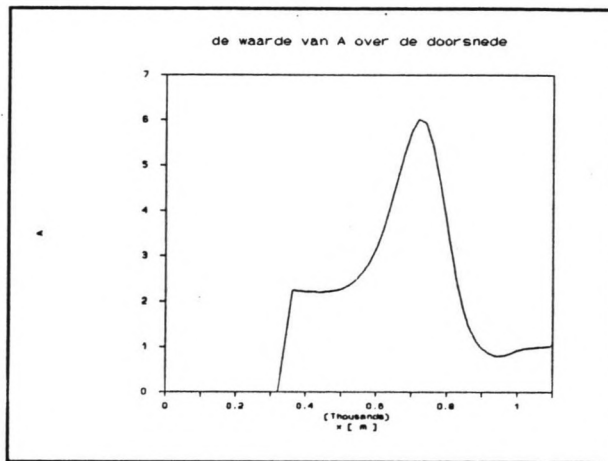
Hieruit worden de overdrachtsfuncties van golfhoogte en golfhoek bepaald. Door de

kansdichtheidsfuncties van golfhoek en golfhoogte te vermenigvuldigen met de overdrachtsfuncties, vervolgens te integreren en te vermenigvuldigen met het sedimenttransport in het punt $(\mu_H + \sigma_H \mu_\phi)$ wordt de verwachtingswaarde van het sedimenttransport in alle punten van de raai bepaald.

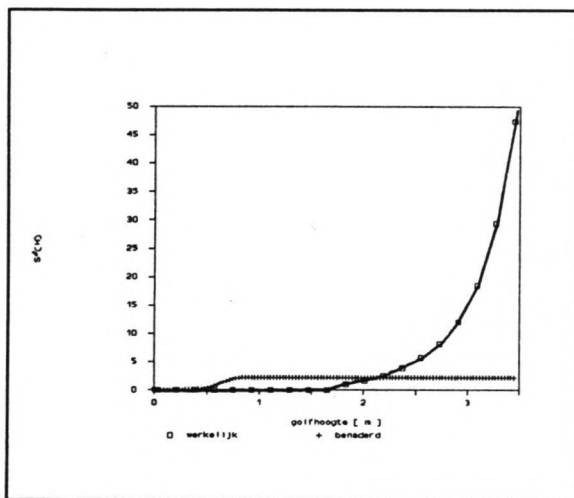
De nauwkeurigheid die met dit model wordt bereikt ligt in de orde van 15%.



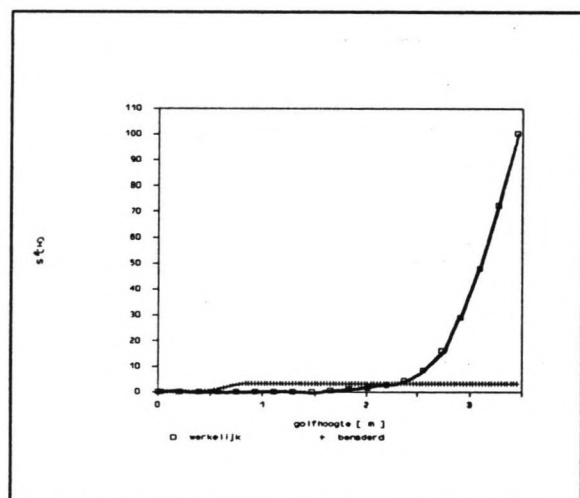
Figuur 3.8 verdeling van het transport op basis van 3 punten



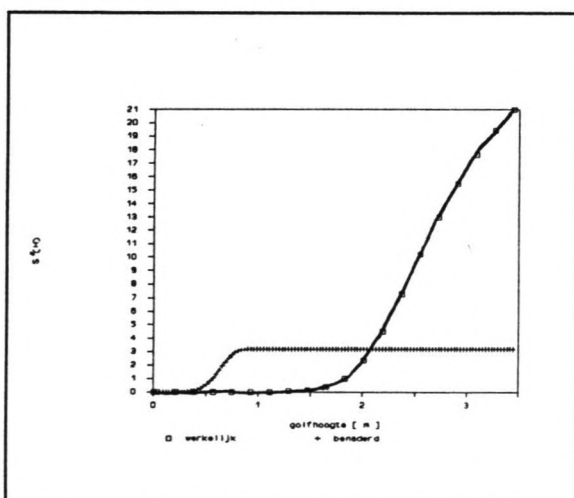
Figuur 3.9



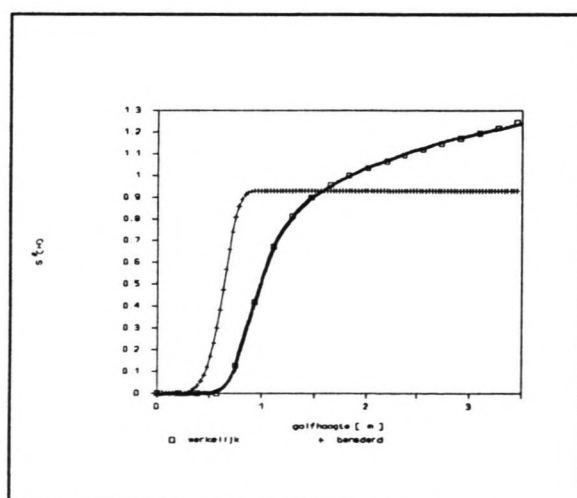
Figuur 3.10 $x=400$



Figuur 3.11 $x=600$



Figuur 3.12 $x=800$



Figuur 3.13 $x=1000$

4 Toepassing van het model op een reëel bodemprofiel

4.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk werd gebruik gemaakt van een zeer eenvoudig en regelmatig verlopend bodemprofiel (zie figuur 3.1). Om na te gaan of het model ook bruikbaar is bij meer onregelmatige profielen met zandbanken werd een berekening gemaakt met een onregelmatig profiel zoals dat bij benadering wordt gevonden voor de kust van Egmond aan Zee. In paragraaf 4.2 wordt beschreven welk profiel gebruikt is om de verdeling van het langstransport over dit profiel te berekenen. In paragraaf 4.3 worden de resultaten gegeven en blijkt dat het model ook voor onregelmatige profielen geschikt is.

4.2 Bodem profiel

Voor de meeste zandige kusten wordt een redelijke beschrijving van het gemiddelde bodemprofiel gegeven door (Dean, 1977):

$$z_{b,gem} - z_r = -A(x_r - x)^b \quad (4.1)$$

waarin:

$z_{b,gem}$: de hoogte van het gemiddelde profiel boven de gemiddelde waterspiegel

z_r : een referentiehoogte

x : de horizontale coördinaat positief in richting naar de kust

x_r : een referentie lokatie

b : een exponent

A : een constante

Voor Nederlandse kustprofielen stelt Bakker de volgende waarden voor:

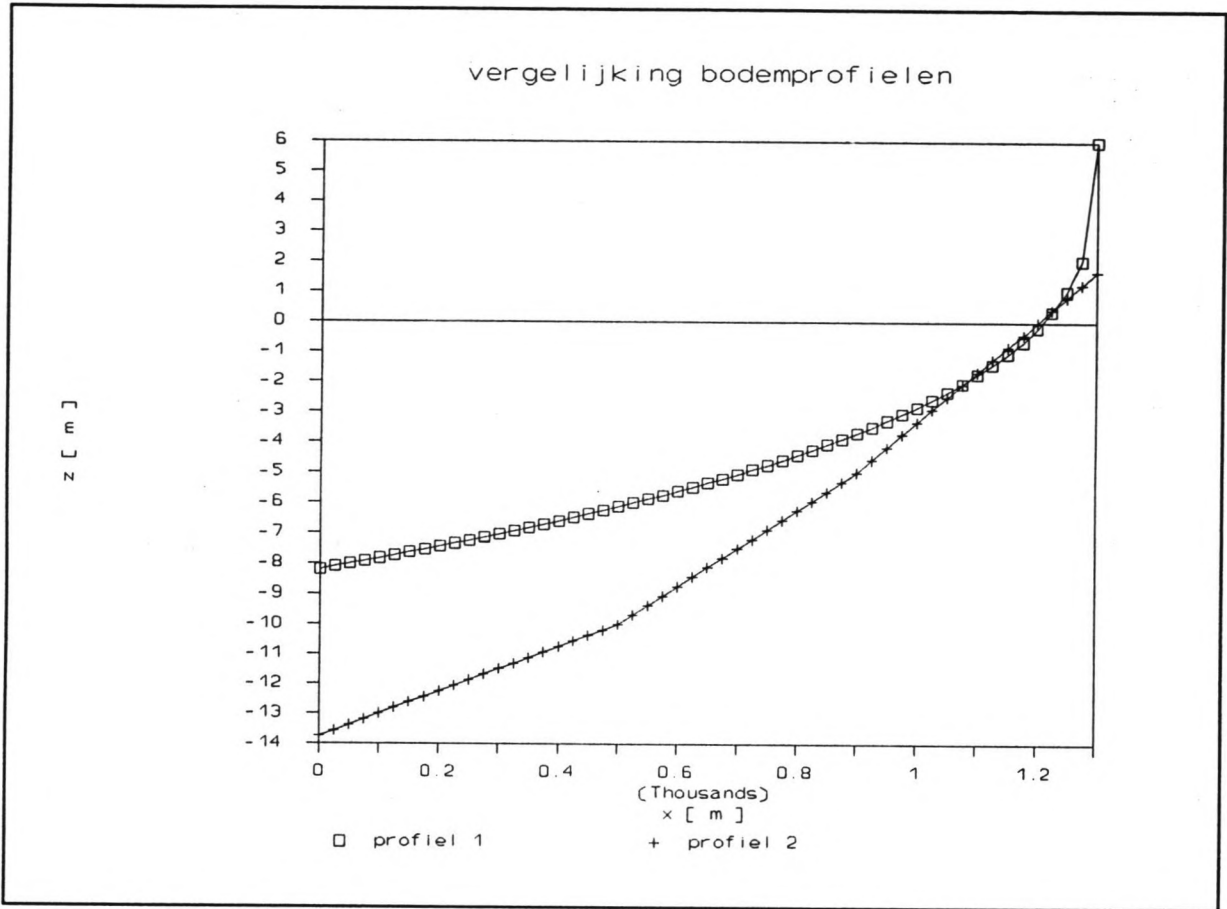
$$z_r = 6 \text{ m}$$

$$b = 0.323$$

$$A = 1.4 \text{ m}^{1-b}$$

In figuur 4.1 wordt dit gemiddelde profiel (met $x_b = 1300$) vergeleken met het gebruikte

profiel uit het vorige hoofdstuk. Opvallend is dat het profiel (profiel 1) veel flauwer is dan het tot nu toe gebruikte profiel (profiel 2).



Figuur 4.1

Het gedrag van de zandbanken op de Nederlandse profielen wordt door Bakker en De Vroeg (1988) kwalitatief beschreven door:

$$z_b = z_{b,gem} - A_b e^{\left(\frac{x_r - x_b - x}{R_b}\right)^2} \cos\left(2\pi \frac{x_r - x_b - x}{L_b} - \phi_b\right) \tag{4.2}$$

waarin:

- A_b : de maximale amplitude van de zandbanken
- x_b : de afstand van de maximale amplitude t.o.v. de referentielokatie
- R_b : de breedte van het deel van 't profiel waarin zandbanken voorkomen
- L_b : afstand tussen de zandbanken
- ϕ_b : de fase van het systeem van zandbanken

Voor de berekening van het langtransport is een profiel gekozen wat veel lijkt op de profielen die voor de kust van Egmond aan Zee zijn gevonden.

In tabel 4.1 worden de profiel parameters gepresenteerd.

parameter	symbool	waarde	eenheid
maximale amplitude v.d. zandbanken	A_b	1.00	m
afstand tussen de zandbanken	L_b	200	m
breedte van zandbankengebied	R_b	200	m
lokatie van maximale amplitude	x_b	300	m
fase van bank bij maximale amplitude	ϕ_b	180	°

Tabel 4.1 profielparameters

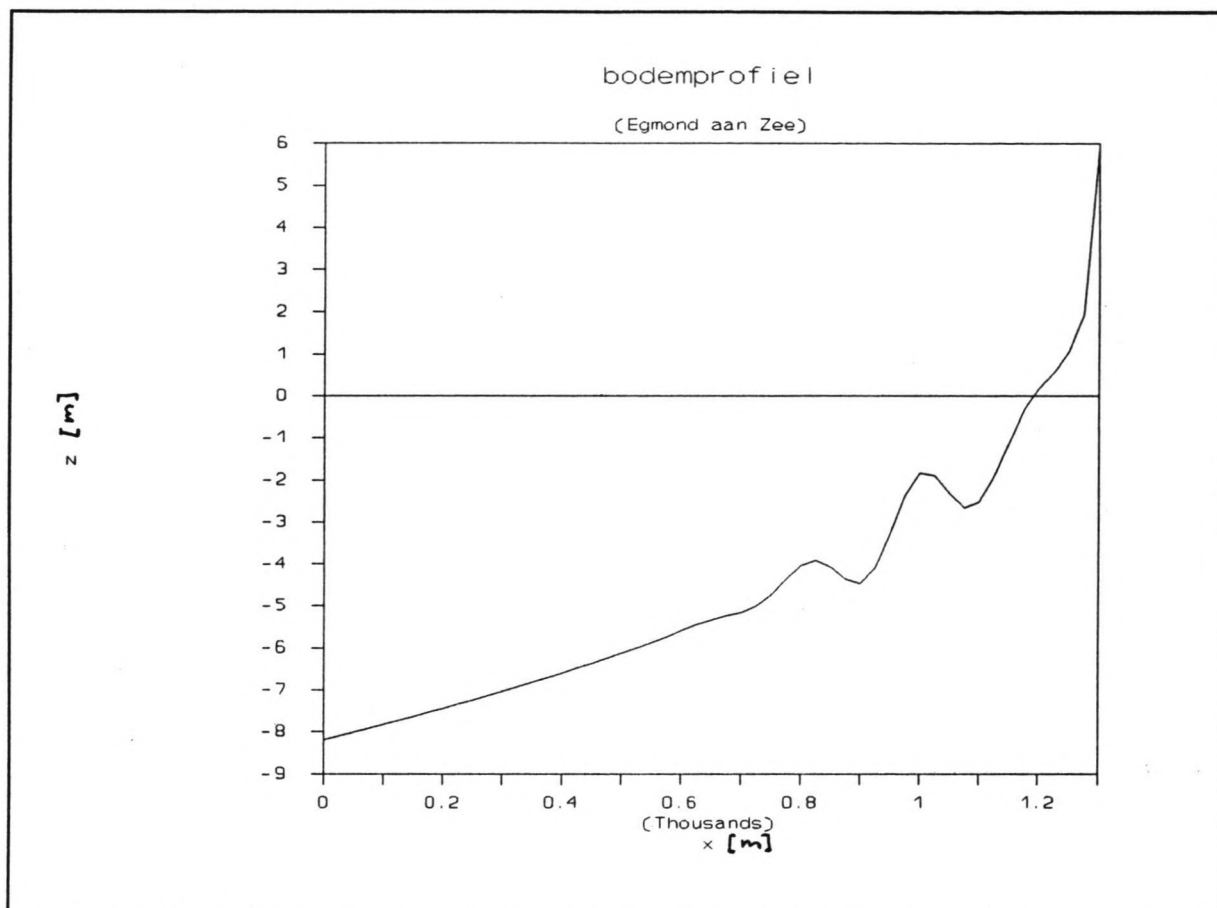
Het resulterende bodemprofiel is te zien in figuur 4.2.

4.3 Resultaten en conclusies

Op dezelfde manier als in paragraaf 3.3 is eerst de exacte oplossing voor de verwachtingswaarde van het langtransport bepaald. Wederom is hiervoor gebruik gemaakt van het golfklimaat bij Lichteiland Goeree (Bijlage B). Hierna is een benadering gemaakt met het model dat wordt beschreven in paragraaf 3.5. In figuur 4.3 wordt de benadering vergeleken met de exacte oplossing.

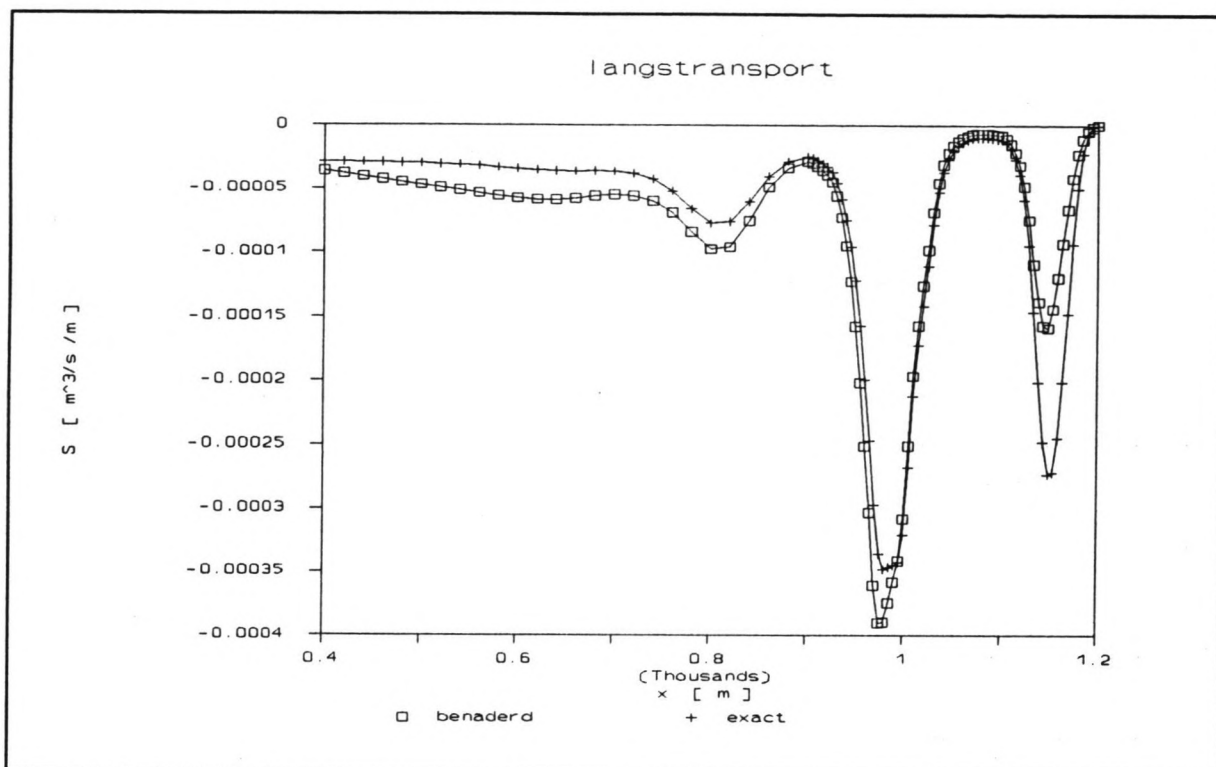
Het langtransport wordt over grote delen van de raai redelijk weergegeven. De twee meest zeewaarts gelegen pieken worden een weinig overschat. De piek die het dichtst bij de kust optreedt wordt onderschat. Het onderschatten van deze piek is waarschijnlijk het gevolg van de slechte benadering die de functie $\dot{S}_H(H) = A[1 - \exp(-(B H)^n)]$ (3.6) geeft in de punten vlak bij de kust; zie figuur 4.4.

De integraal van het langtransport over de dwarsdoorsnede wordt goed benaderd.

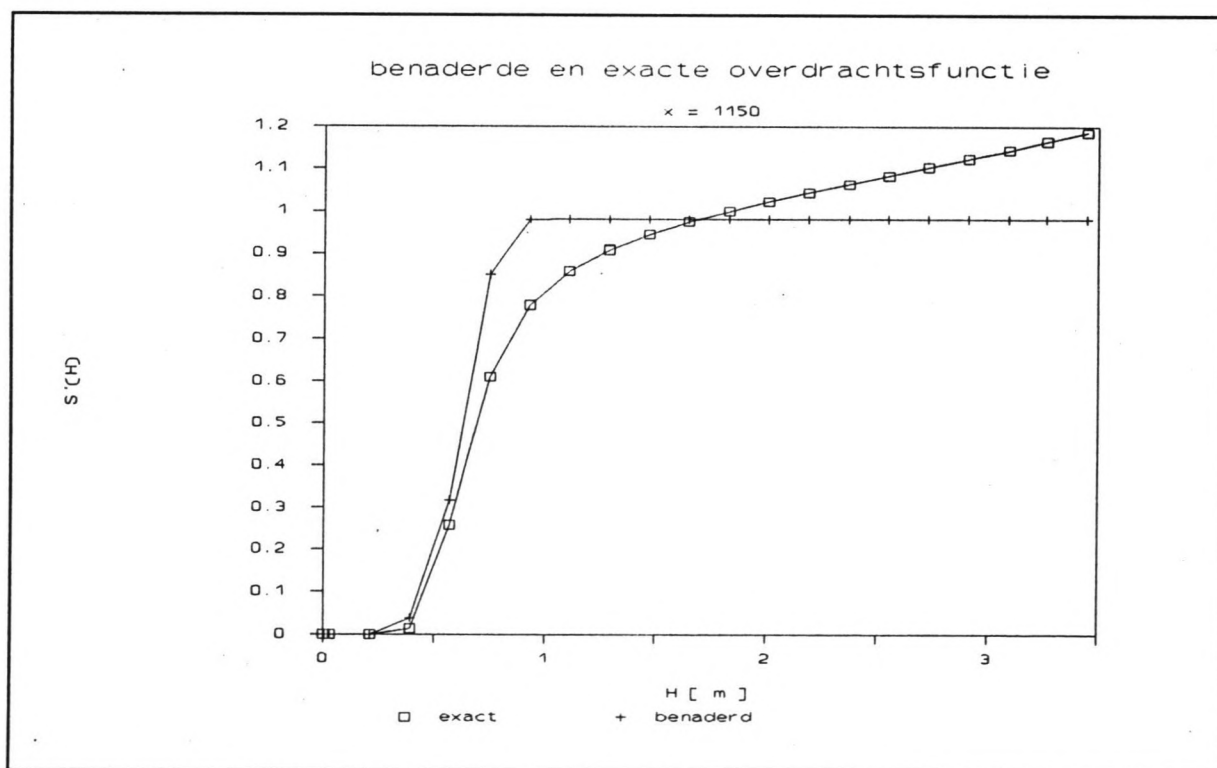


Figuur 4.2 bodemprofiel voor invoer in UNIBEST

Het model van paragraaf 3.5 geeft ook bij onregelmatige profielen een redelijk goede benadering voor de verwachtingswaarde van het langstransport. In het volgende hoofdstuk wordt nagegaan of deze benadering beter is dan benaderingen volgens methoden die tot nu toe worden gebruikt.



Figuur 4.3 vergelijking exacte oplossing met de benadering



Figuur 4.4 de vorm van de overdrachtsfunctie van de golfhoopte vlak bij de kust

5 Vergelijking van het model met een model dat tot op heden veel wordt gebruikt

5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt het model dat in deze studie is ontwikkeld, vergeleken met een methode die tot nu toe veel gebruikt wordt om het jaarlijks langstransport bij een bepaald golfklimaat te benaderen. In de vorige hoofdstukken werd er steeds vanuitgegaan dat de golfhoogte en golfrichting onafhankelijk zijn. Uit Bijlage C blijkt echter dat deze aanname een vrij slechte aanname is. In de methoden die tot nu toe worden gebruikt om een benadering te maken van het jaarlijks langstransport wordt wel rekening gehouden met het feit dat de golfhoogte en -richting afhankelijk zijn. Om het model dat in deze studie is ontwikkeld goed te kunnen vergelijken met zo'n "oude" methode zal het model zo moeten worden aangepast, dat ook bij afhankelijkheid van de golfhoogte en golfhoek een goede benadering wordt gekregen van het jaarlijks langstransport.

In paragraaf 5.2 wordt een benadering van het jaarlijks langstransport gepresenteerd die tot nu toe veel wordt gebruikt. In paragraaf 5.3 wordt het model dat in deze studie is ontwikkeld zodanig herschreven dat het geschikt wordt voor een golfklimaat waarin de golfhoogte en golfrichting afhankelijk zijn. In paragraaf 5.4 worden de beide methoden vergeleken met elkaar en met de exacte oplossing, waarbij wordt gekeken naar rekentijd en nauwkeurigheid.

5.2 Een benadering die tot op heden vaak wordt gebruikt

Om het gemiddelde langstransport bij een bepaald golfklimaat te benaderen wordt vaak de volgende methode toegepast (Roelvink, mondeling).

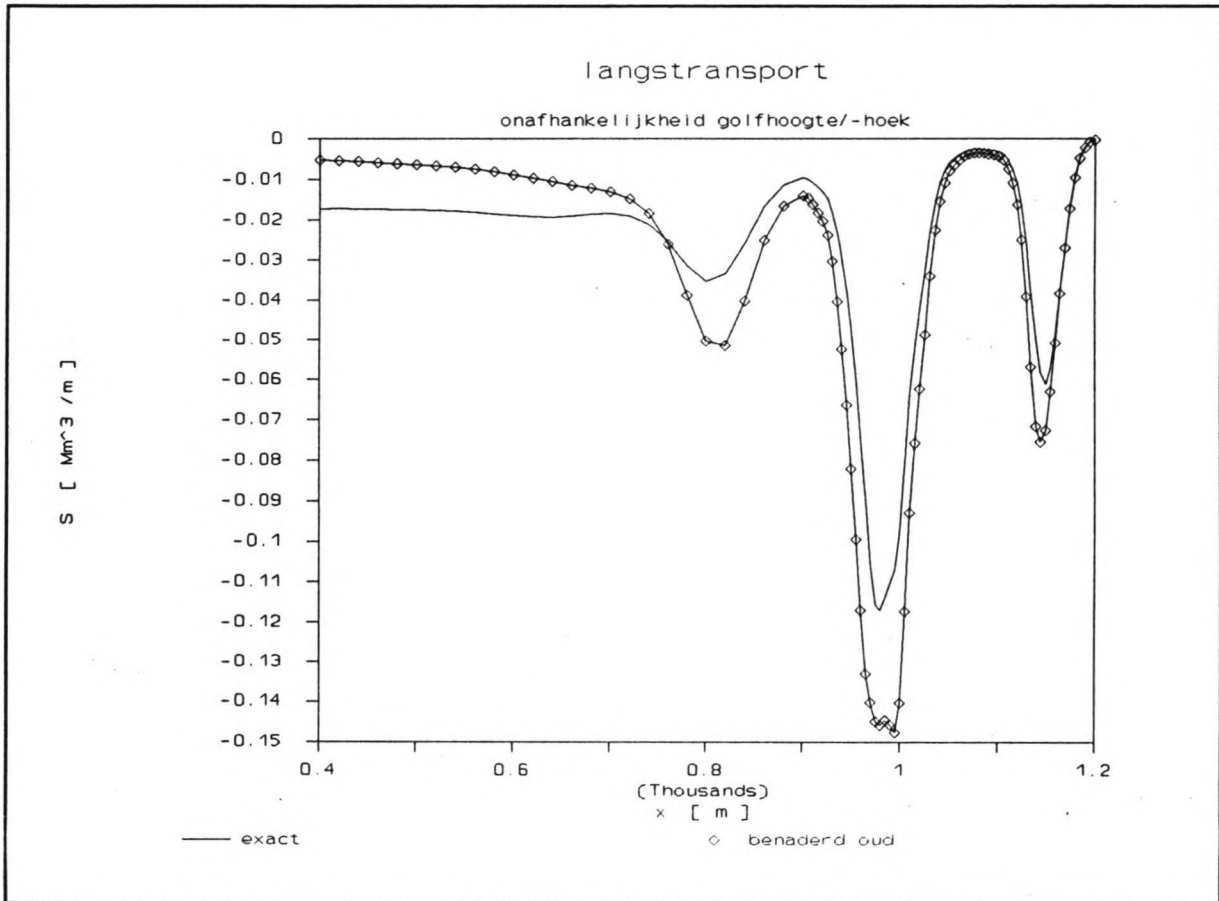
Per richtingsklasse wordt een representatieve golfhoogte bepaald volgens:

$$H_{s,rep,i} = \left(\frac{\sum p(H_s)_i H_s^{2.5}}{\sum p(H_s)_i} \right)^{0.4} \quad (5.1)$$

Per richtingsklasse wordt vervolgens het transport berekend. Het totale jaarlijks transport wordt vervolgens bepaald door het gewogen gemiddelde te nemen van de transporten over de richtingsklassen.

Met behulp van de kansdichtheidsfuncties van de golfhoogte bij de verschillende golfrichtingssectoren bij Lichteiland Goeree (zie bijlage C) is het gemiddelde langtransport volgens bovenstaande methode berekend. Het gebruikte bodemprofiel is weer het bodemprofiel zoals dat wordt gevonden voor de kust van Egmond aan Zee.

De resultaten worden gepresenteerd en vergeleken met de exacte oplossing in figuur 5.1.



Figuur 5.1 benadering m.b.v. "oude" methode

Deze figuur geeft de transporten na 10000 dagen (om de kansdichtheidsfunctie goed in UNIBEST te kunnen invoeren). Voor het jaarlijks transport moeten deze waarden nog worden vermenigvuldigd met een factor 365/10000.

De gemiddelde procentuele afwijking P (zie paragraaf 3.4.4) met deze methode:

$$P = 14.5 \%$$

5.3 Het model geschikt gemaakt voor gevallen waarin de golfhoogte en golfhoek afhankelijk zijn

Het model zoals dit beschreven is in paragraaf 3.4, waarbij werd aangenomen dat golfhoogte en golfhoek onafhankelijk zijn, kan eenvoudig geschikt worden gemaakt voor gevallen waarin golfhoogte en golfrichting wel afhankelijk zijn.

Het model uit paragraaf 3.4 was:

$$E[S] = S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi) \int_0^{H_{\max}} \dot{S}_H(H) p(H) dH \int_{-\pi}^{\pi} \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (3.7)$$

Hierbij is van de veronderstelling uitgegaan dat:

$$\iint \dot{S}_H(H) \dot{S}_\varphi(\varphi) p(H, \varphi) dH d\varphi = \int \dot{S}_H(H) p(H) dH \int \dot{S}_\varphi(\varphi) p(\varphi) d\varphi \quad (5.2)$$

Dit geldt wanneer H en φ onafhankelijk zijn.

Door het model weer te schrijven als:

$$E[S] = S(\mu_H + \sigma_H, \mu_\varphi) \iint \dot{S}_H(H) \dot{S}_\varphi(\varphi) p(H, \varphi) dH d\varphi \quad (5.3)$$

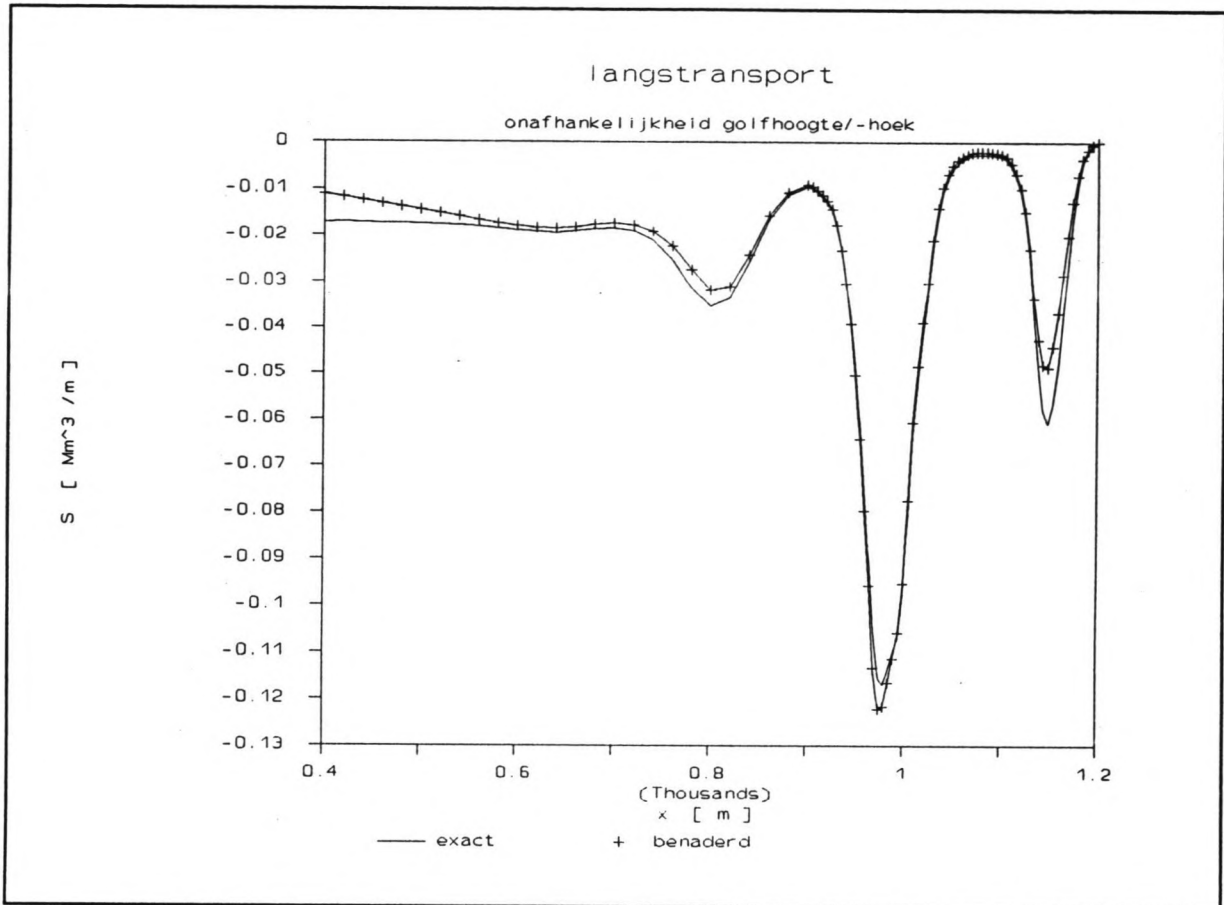
kunnen ook gevallen worden behandeld waarin de golfhoogte en de golfhoek niet onafhankelijk zijn. Behalve de manier van integreren verandert er t.o.v. het model van paragraaf 3.4 niets.

Het langstransport berekend met dit model bij hetzelfde golfklimaat als in paragraaf 5.2 is gepresenteerd in figuur 5.2.

De gemiddelde procentuele afwijking met deze methode is:

$$P = 3.3 \%$$

Dit is onwaarschijnlijk nauwkeurig wanneer in beschouwing wordt genomen hoe slecht de overdrachtsfuncties van de golfhoogte worden benaderd.

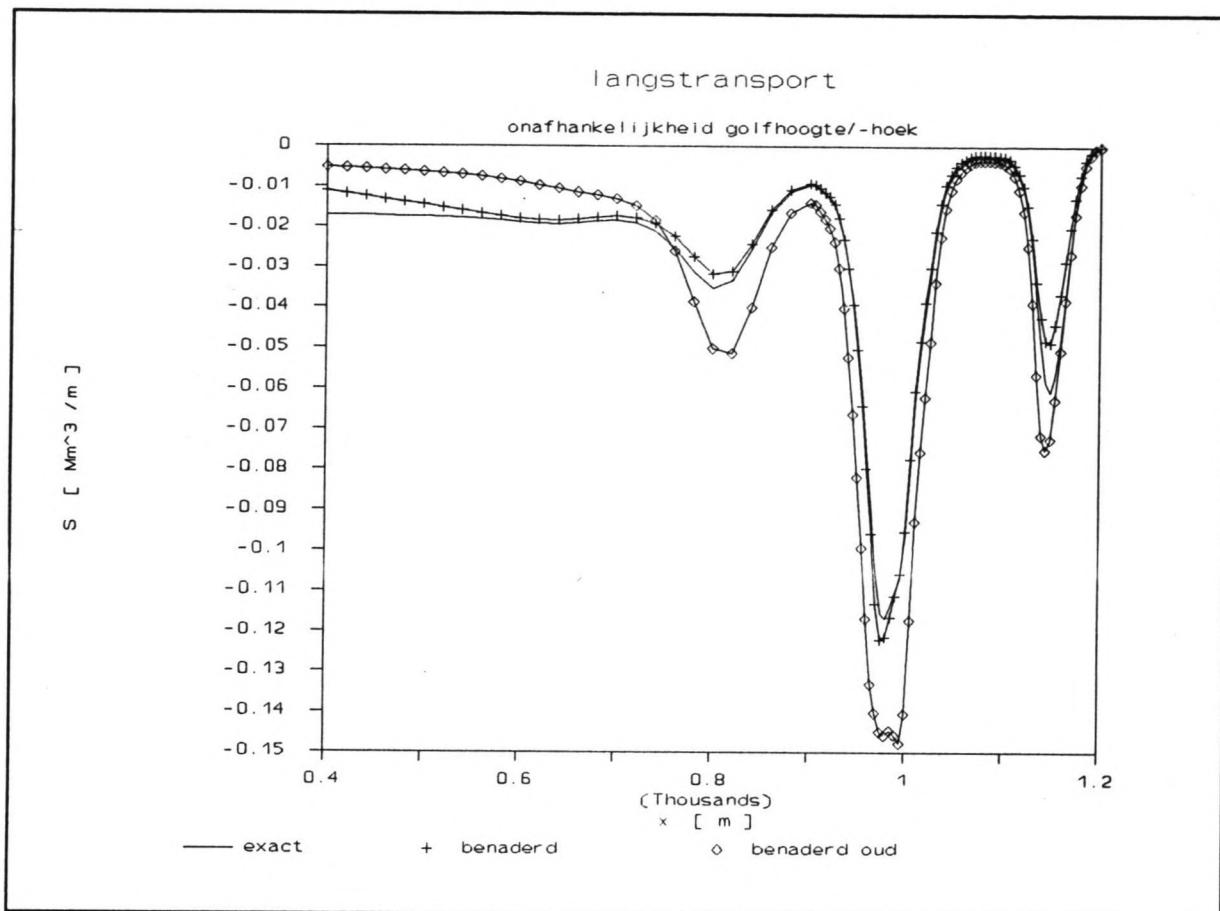


Figuur 5.2 Langstransport berekend met "nieuwe" methode en vergeleken met de exacte oplossing

5.4 Vergelijking van de twee benaderingen en de exacte oplossing

In figuur 5.3 zijn de verschillende benaderingen samen met de exacte oplossing gepresenteerd. De benadering van het langstransport met het model dat in deze studie is ontwikkeld is duidelijk beter dan de benadering van paragraaf 5.2. Vooral op de plaatsen waar het langstransport groot is geeft de nieuwe benadering een hoge nauwkeurigheid, terwijl de oude benadering het transport behoorlijk overschat.

De rekentijd en de nauwkeurigheid van de verschillende methoden worden vergeleken in tabel 5.1.



Figuur 5.3 Vergelijking van de benaderingen met de exacte oplossing

	gem. afwijking [%]	rekeningtijd [min]
exacte oplossing	0	312
benadering "oud"	14.5	16
benadering "nieuw"	3.3	18.5

Tabel 5.1 vergelijking methoden om langstransport te berekenen

De rekeningtijd is gemeten op een 386SX/16Mhz computer. Voor 1 volledige som met

UNIBEST gebruikt de computer ruim 4 minuten. Voor de exacte oplossing met het volledige golfklimaat zijn 78 UNIBEST-sommen nodig. De rekentijd hiervoor bedraagt ruim 5 uur. Voor de benadering volgens paragraaf 5.2 zijn 4 UNIBEST-sommen nodig. Het aantal sommen is met deze methode altijd gelijk aan het aantal richtingssectoren. Wanneer het aantal richtingssectoren groter wordt neemt de rekentijd dus ongeveer 4 minuten toe. Voor de benadering volgens paragraaf 5.3 zijn 4 UNIBEST sommen nodig. Daarnaast heeft de computer nog 2.5 minuut nodig om de overdrachtsfuncties te bepalen en deze te integreren over de kansdichtheidsfunctie. Deze 2.5 minuut extra t.o.v. de benadering volgens paragraaf 5.2 zorgt echter voor een grote verbetering van de nauwkeurigheid (vooral in het gebied waar de transporten groot zijn). Wanneer het aantal richtingssectoren groter is dan 4 dan wordt de nieuwe benadering ook sneller dan de oude, omdat het aantal sommen met UNIBEST altijd 4 blijft. Tegenover het nadeel van het kleine verlies aan nauwkeurigheid ten opzichte van de exacte oplossing staat het voordeel van de zeer veel kortere rekentijd.

6 Conclusies en aanbevelingen

6.1 Inleiding

Het doel van deze studie was om een model te ontwikkelen dat, op basis van een beperkt aantal sommen met het volledige transportmodel (UNIBEST), een goede benadering geeft van het jaarlijks langstransport bij een bepaald golfklimaat. Deze methode zou dan kunnen worden toegepast in een morfologisch model waarin in ieder punt telkens opnieuw het transport moet worden berekend om de bodemveranderingen te bepalen. Met deze veranderde bodem wordt dan weer het transport bepaald. Omdat het erg veel rekeninspanning vraagt wanneer het transport iedere keer moet worden bepaald op basis van het volledige golfklimaat met het volledige transportmodel, is er veel interesse in een methode waarbij het transport op een snelle manier goed kan worden benaderd.

6.2 Conclusies

In deze studie is een methode ontwikkeld die op basis van 4 sommen met UNIBEST een goede benadering geeft van het jaarlijks langstransport ten gevolge van het golfklimaat.

De methode geeft een verkorting van de rekentijd met een factor 17 t.o.v. de berekeningen met het volledige golfklimaat met behulp van het volledige model.

De gemiddelde procentuele afwijking ligt, bij toepassing van het bodemprofiel zoals dat voorkomt voor de kust van Egmond aan Zee, in de orde van slechts 5 %.

Doordat het model rekent met de exacte kansdichtheden is het model zowel geschikt in gevallen waarin de golfhoogte en golfhoek onafhankelijk zijn, als in gevallen waarin sprake is van afhankelijkheid tussen golfhoogte en golfrichting.

Het model geeft ten opzichte van methoden die tot nu toe worden gebruikt om het langstransport te benaderen een duidelijke verbetering van de nauwkeurigheid, vooral in gebieden waarin het langstransport groot is. De toename van de rekentijd is t.o.v. deze methoden vrij beperkt. Wanneer het aantal richtingssectoren waarmee het golfklimaat wordt beschreven groter is dan 4, dan is het model dat in deze studie is ontwikkeld zelfs sneller.

De methode lijkt zeer geschikt om te worden toegepast in morfologische modellen waarin

snel een vrij nauwkeurige benadering voor het langstransport moet worden bepaald in een groot aantal punten.

6.3 Aanbevelingen

Bij het ontwikkelen van het model voor de benadering van het jaarlijks langstransport is niet gekeken naar het transport dat optreedt als gevolg van het getij. Omdat het transport t.g.v. het getij in de praktijk niet kan worden verwaarloosd zal een manier gevonden moeten worden om het getij in het model mee te nemen.

Verder zou de nauwkeurigheid van het model misschien verbeterd kunnen worden door optimalisatie van het ontwerp punt en een andere keuze van de vorm van de overdrachtsfunctie van de golfhoogte.

De keuze van $(\mu_H + \sigma_H, \mu_\phi)$ als ontwerp punt is gebaseerd op het feit dat het gemiddelde transport bij een golfhoogte groter dan μ_H wordt bereikt. Er is niet nagegaan of dit punt ook het meest geschikte ontwerp punt is.

Voor de overdrachtsfunctie van de golfhoogte is gekozen:

$$\dot{S}_H(H) = A [1 - \exp(-(B H)^n)] \quad (3.6)$$

Vooraf ver van de kust wijkt de vorm van de overdrachtsfunctie van de golfhoogte af van de vorm die door formule 3.6 wordt beschreven.

Literatuur

Bakker, W.T. en de Vroeg, J.H. (1988): Is de kust veilig? Analyse van het gedrag van de Hollandse kust in de laatste 20 jaar. Notitie GWAO-88.017, Dienst Getijdewateren, Rijkswaterstaat, Den Haag.

Battjes, J.A. (1984): Windgolven (b78): collegehandleiding Faculteit der Civiele Techniek T.U.Delft.

Bijker, E.W. (1971): Longshore Transport Computations: Journal of Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, American Society of Civil Engineers, Volume 97, WW4, pp 687-701.

Dean, R.G. (1977): Equilibrium beach profiles: US Atlantic and Gulf Coasts. Newark (Delaware), Univ. of Delaware, Dept. of Civil Engineering, Ocean Engineering report No. 12.

Hokke, A.W. en Roskam, A.P. (1986): Concept-notitie GWAO-86, Dienst Getijdewateren, Rijkswaterstaat, Den Haag.

Shore Protection Manual (1984): Coastal Engineering Research Centre, Department of the Army, Vicksburg, Mississippi.

Velden, E.T.J.M. van der (1989): Coastal Engineering (f7): collegehandleiding Faculteit der Civiele Techniek T.U.Delft.

Vrouwenvelder, A.C.W.M. en Vrijling, J.K. (1982): Probabilistisch Ontwerpen (b3): collegehandleiding Faculteit der Civiele Techniek T.U.Delft.

Bijlage A Trap.pas

```
program trap(input,uitvoer);
uses crt;
const a=0.05;
      b=2.5;
      phik=0;
      maxh=5.8;
      n=720;
var   muh,muphi,sigh,sigphi           :real;
      y1,y2,h1,h2,z1,z2,phi1,phi2     :real;
      s,sben                           :real;
      deltah,deltaphi,afw              :real;
      trapezium,somtraph,smtraphi,sigmah :real;
      i                                :integer;

function pdf(mu,sig,x:real):real;
begin
  if (sqr(x-mu)/(2*sqr(sig))) > 80 then pdf:=0
  else
    pdf:= (1/(sig*sqrt(2*pi)))*(exp(-(sqr(x-mu)/(2*sqr(sig)))));
  end;

begin
  deltah:=0.05;
  h1:=deltah;
  h2:=deltah*2;
  muh:=2;
  sigh:=0.3;
  somtraph:=0;
  while h1 < maxh do
  begin
    trapezium:=0;
```

```

y1:=pdf(muh,sigh,h1)*(exp(b*ln(h1)));
y2:=pdf(muh,sigh,h2)*(exp(b*ln(h2)));
trapezium:=0.5*deltah*(y1+y2);
somtraph:=somtraph+trapezium;
h1:=h1+deltah;
h2:=h2+deltah;
end;
deltaphi:=(pi)/n;
phi1:=-pi/2;
phi2:=-pi/2 + deltaphi;
muphi:=20*2*pi/360;
sigphi:=30*2*pi/360;
smtraphi:=0;
for i:=1 to n do
begin
    trapezium:=0;
    z1:=(pdf(muphi,sigphi,phi1))*(sin(2*(phi1-phik)));
    z2:=(pdf(muphi,sigphi,phi2))*(sin(2*(phi2-phik)));
    trapezium:=0.5*deltaphi*(z1+z2);
    smtraphi:=smtraphi+trapezium;
    phi1:=phi1+deltaphi;
    phi2:=phi2+deltaphi;
end;
s:=a*somtraph*smtraphi;
writeln(s);
end.

```

Bijlage B Golfklimaat LEG.

In concept-notitie GWAO-86 werden de volgende gegevens van het golfklimaat van Lichteiland Goeree (LEG) gevonden.

Marginale kansdichtheidsfunctie van de golfhoek:

golfrichtingsklasse	frequentie v. voorkomen in %
225° tot 270°	30.94
270° tot 315°	26.18
315° tot 360°	21.43
0° tot 45°	21.43

De kusthoek is 315 °. Omdat in UNIBEST de ingevoerde golfhoek tussen de -90° en +90° moet zijn is de kusthoek van de bovenstaande waarden afgetrokken zodat de volgende verdeling ontstaat:

golfrichtingsklasse	frequentie v. voorkomen in %
---------------------	------------------------------

-90° tot -45°	30.94
---------------	-------

-45° tot 0°	26.18
-------------	-------

0° tot 45°	21.43
------------	-------

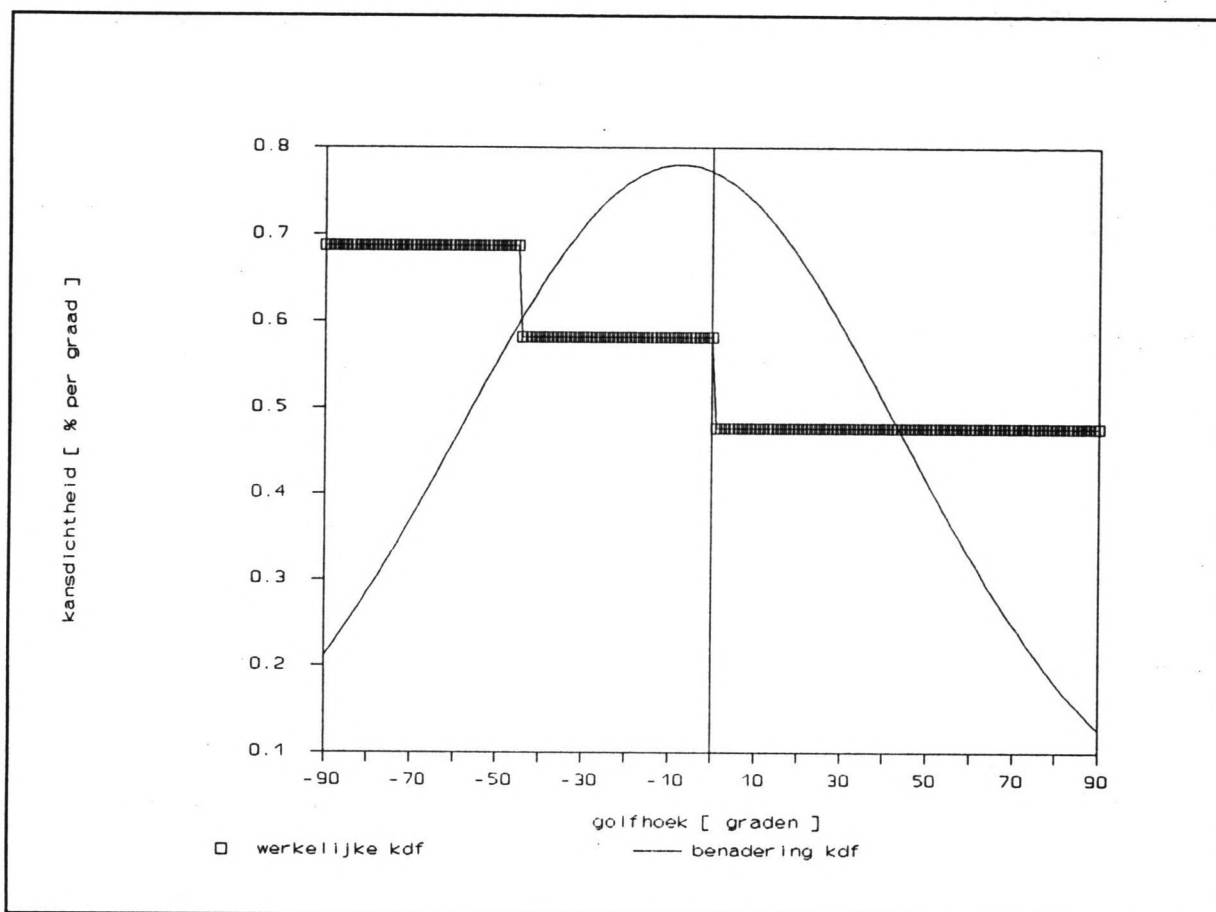
45° tot 90°	21.43
-------------	-------

De kusthoek is nu 0 °

Van deze verdeling zijn het gemiddelde en de standaardafwijking van de golfhoek bepaald.

$$\mu_{\varphi} = -7.5^{\circ} \quad \sigma_{\varphi} = 51.1^{\circ}$$

In figuur B.1 wordt de werkelijke kansdichtheidsfunctie (kdf) vergeleken met een normale verdeling met dezelfde waarden voor het gemiddelde en de standaardafwijking. Hieruit blijkt dat vorm van de kdf van de golfhoek slecht kan worden beschreven met een normale verdeling. Toch is in de paragrafen 2.1, 2.4 en 2.5 de normale verdeling gebruikt om een globale indruk te krijgen van de werking van het model. Vanaf paragraaf 2.6 is de exacte kansdichtheidsfunctie gebruikt. Wanneer men deze kansdichtheidsfunctie zou willen benaderen dan kan het best een uniforme verdeling worden gebruikt.



Figuur B.1 vergelijking van de werkelijke kdf van de golfhoek met een normale verdeling hetzelfde gemiddelde en dezelfde standaardafwijking

Marginale kansdichtheidsfunctie van de golfhoogte:
(alle richtingen)

Golfhoogteklasse in cm	frequentie van voorkomen in %
------------------------	-------------------------------

0 - 50	19.233
50 - 100	34.769
100 - 150	22.373
150 - 200	12.136
200 - 250	6.016
250 - 300	3.123
300 - 350	1.466
350 - 400	0.566
400 - 450	0.226
450 - 500	0.076
500 - 550	0.016
550 - 600	0.000
> 600	0.000

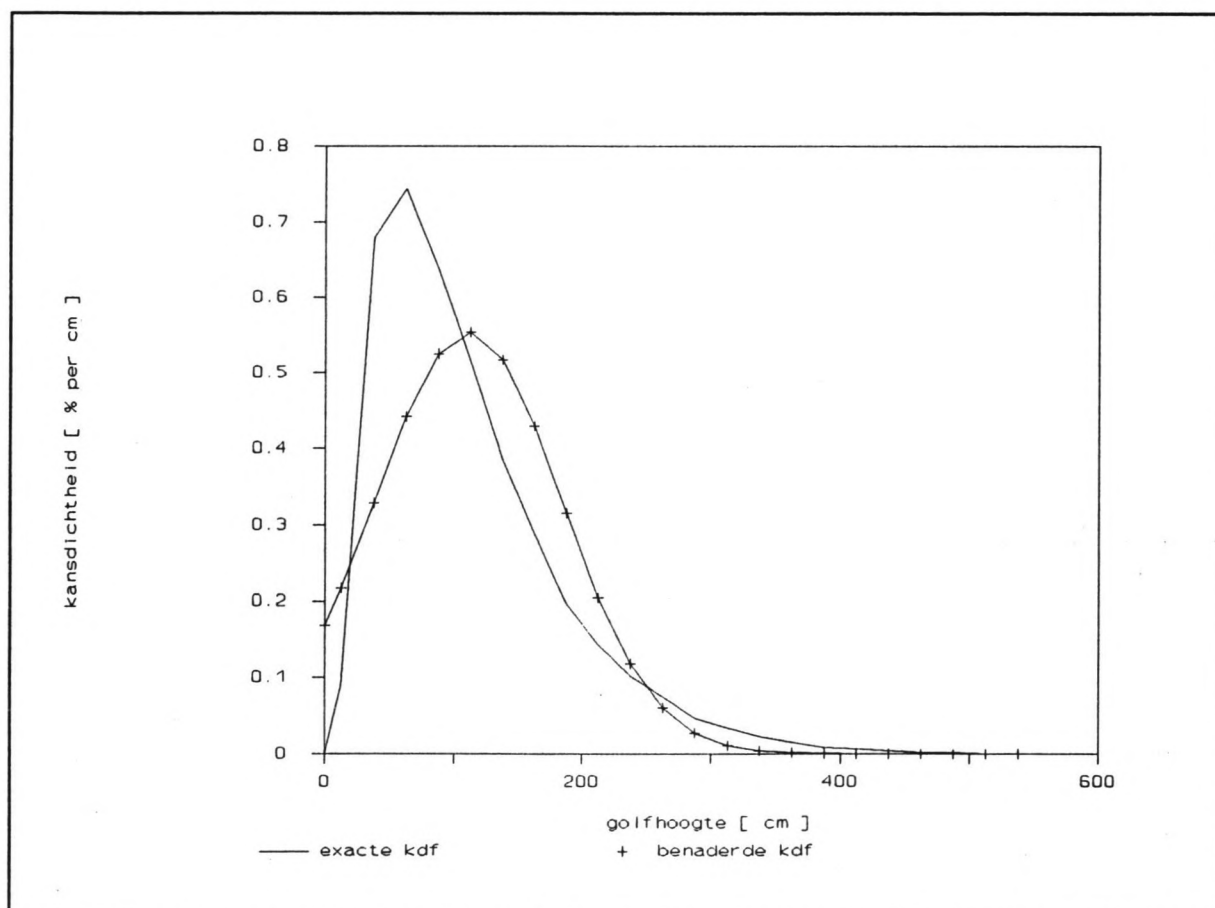
Van deze verdeling zijn het gemiddelde en de standaardafwijking bepaald:

$$\mu_H = 1.11 \text{ m} \quad \sigma_H = 0.72 \text{ m}$$

In de eerste paragrafen van hoofdstuk twee wordt aangenomen dat de golfhoogte normaal verdeeld is. In figuur B.2 wordt de werkelijke verdeling van de golfhoogte getoond samen met een normale verdeling met hetzelfde gemiddelde en dezelfde standaardafwijking als de werkelijke verdeling. De normale verdeling blijkt geen erg goede benadering te geven voor de verdeling van de golfhoogte. Dit komt vooral doordat de golfhoogte bij een normale verdeling negatief kan worden terwijl dit fysisch onmogelijk is. Doordat

$\int_0^{5.8} f(H)dH \neq 1$ moeten de kansdichtheden worden gedeeld door $\int_0^{5.8} f(H)dH$ om er

voor te zorgen dat de som van alle golfhoogteklassen weer 100% is. De normale verdeling is alleen in het begin van hoofdstuk 2 (paragraaf 2.1, 2.4 en 2.5) gebruikt om een globale indruk te krijgen van de werking van het model, en bij de bepaling van figuur 2.2 waar de berekening met de werkelijke verdeling te veel tijd zou hebben gekost. In de rest van het verslag is met de werkelijke verdeling gerekend.



Figuur B.2 De verdeling van de golfhoogte en een normale verdeling met hetzelfde gemiddelde en dezelfde standaardafwijking

Bijlage C Afhankelijkheid van de golfhoogte en golfhoek.

In figuur C.1 is voor verschillende golfrichtingen de kansdichtheidsfunctie van de golfhoogte geplot. Deze gegevens zijn afkomstig uit concept-notitie GWAO-86 waarin het golfklimaat van Lichteiland Goeree wordt gepresenteerd. Wanneer geldt dat de golfhoogte en de golfhoek onafhankelijk zijn dan zouden de kansdichtheidsfuncties van de golfhoogte bij verschillende golfrichtingen over elkaar heen moeten vallen. Aangezien dit niet het geval is (vooral de kansdichtheidsfunctie van richtingssector 0-45 wijkt sterk af) geldt dat de golfhoogte niet onafhankelijk is van de golfrichting. Om het model, waarmee het langstransport over langere termijn wordt bepaald, eenvoudig te houden wordt in eerste instantie uitgegaan van onafhankelijkheid tussen golfhoogte en golfhoek. Dit model zal alleen redelijke uitkomsten geven wanneer de afhankelijkheid niet te groot is. Wanneer dit model redelijk voldoet kan worden gezocht naar een manier waarop de afhankelijkheid tussen golfhoogte en golfhoek kan worden meegenomen, om het model geschikt te maken voor gevallen waarin er van een sterke afhankelijkheid sprake is.

Op de volgende pagina's wordt het golfklimaat van Lichteiland Goeree per richtingssector gepresenteerd (Bijlage 14A t/m 14D, Hokke en Roskam 1986).

RELATIEVE VERDELING

WINDRICHTINGSSECTOR : 225 - 270

H1/3 IN KLASSEN VAN 25 CM

H1/3	PERC.	CUM.
----	-----	-----
0 - 25	1.528	100.000
25 - 50	8.770	98.472
50 - 75	13.405	89.702
75 - 100	15.486	76.297
100 - 125	14.301	60.811
125 - 150	12.536	46.510
150 - 175	10.271	33.974
175 - 200	7.058	23.703
200 - 225	4.872	16.645
225 - 250	3.977	11.772
250 - 275	3.055	7.796
275 - 300	2.054	4.741
300 - 325	1.027	2.686
325 - 350	.500	1.659
350 - 375	.527	1.159
375 - 400	.316	.632
400 - 425	.132	.316
425 - 450	.105	.184
450 - 475	.026	.079
475 - 500	.053	.053
500 - 525	.000	.000
525 - 550	.000	.000
550 - 575	.000	.000
575 - 600	.000	.000
>600	.000	.000
ALLE	100.000	100.000

AANTAL WAARDEN IN DEZE SECTOR = 3797.

Bijlage 14 F

STATION : L.E. GOEREE 3-DOELIJKE REESEN 1-1-1973 t/m 31-12-1984
RELATIEVE VERDELING

WINDRICHTINGSSECTOR : 270 - 315

H1/3 IN KLASSEN VAN 25 CM

H1/3	PERC.	CUM.
----	-----	-----
0 - 25	.980	100.000
25 - 50	8.612	99.020
50 - 75	12.694	90.408
75 - 100	11.347	77.714
100 - 125	12.857	66.367
125 - 150	10.408	53.510
150 - 175	10.000	43.102
175 - 200	7.184	33.102
200 - 225	6.653	25.918
225 - 250	4.327	19.265
250 - 275	3.918	14.939
275 - 300	2.490	11.020
300 - 325	2.612	8.531
325 - 350	2.163	5.918
350 - 375	1.347	3.755
375 - 400	.653	2.408
400 - 425	.816	1.755
425 - 450	.449	.939
450 - 475	.286	.490
475 - 500	.122	.204
500 - 525	.041	.082
525 - 550	.041	.041
550 - 575	.000	.000
575 - 600	.000	.000
>600	.000	.000
ALLE	100.000	100.000

AANTAL WAARDEN IN DEZE SECTOR = 2450.

Bijlage 14 B

STATION : L.E. GOEREE 3-UURLIJKSE REEKSEN 1-1-1978 T/M 31-12-1984
RELATIEVE VERDELING

WINDRICHTINGSSECTOR : 315 - 360

H1/3 IN KLASSEN VAN 25 CM

H1/3	PERC.	CUM.
----	-----	-----
0 - 25	2.112	100.000
25 - 50	9.672	97.888
50 - 75	12.396	88.216
75 - 100	14.008	75.820
100 - 125	12.062	61.812
125 - 150	11.451	49.750
150 - 175	9.783	38.299
175 - 200	7.282	28.516
200 - 225	6.504	21.234
225 - 250	4.391	14.730
250 - 275	3.113	10.339
275 - 300	2.335	7.226
300 - 325	1.668	4.892
325 - 350	1.334	3.224
350 - 375	.556	1.890
375 - 400	.500	1.334
400 - 425	.389	.834
425 - 450	.389	.445
450 - 475	.056	.056
475 - 500	.000	.000
500 - 525	.000	.000
525 - 550	.000	.000
550 - 575	.000	.000
575 - 600	.000	.000
>600	.000	.000
ALLE	100.000	100.000

AANTAL WAARDEN IN DEZE SECTOR = 1799.

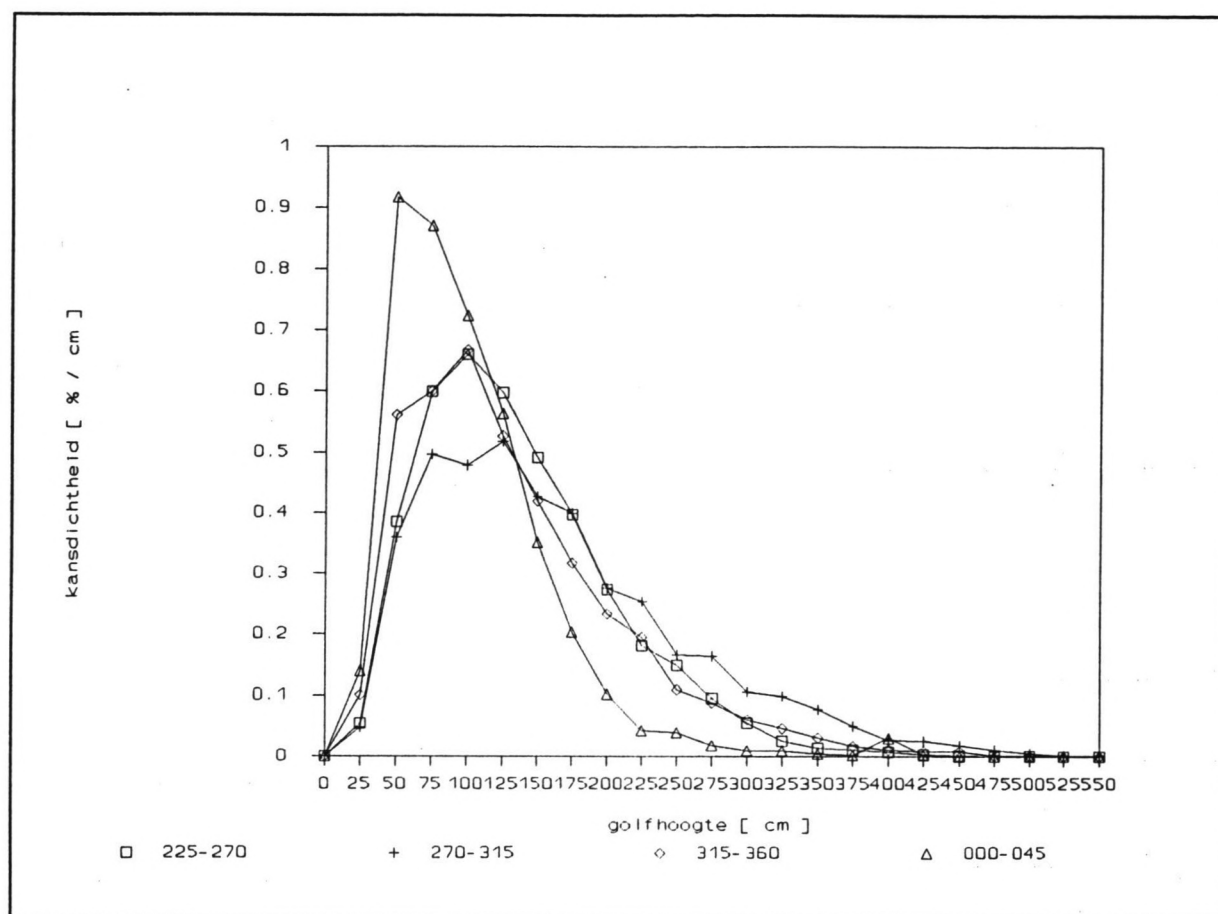
Bijlage 14 C

WINDRICHTINGSSECTOR : 000 - 045
H1/3 IN KLASSEN VAN 25 CM

H1/3	PERC.	CUM.
----	-----	-----
0 - 25	3.110	100.000
25 - 50	20.075	96.890
50 - 75	18.143	76.814
75 - 100	18.944	58.671
100 - 125	14.750	39.727
125 - 150	9.331	24.976
150 - 175	5.561	15.646
175 - 200	3.911	10.085
200 - 225	2.403	6.173
225 - 250	1.084	3.770
250 - 275	.990	2.686
275 - 300	.566	1.697
300 - 325	.518	1.131
325 - 350	.236	.613
350 - 375	.189	.377
375 - 400	.094	.189
400 - 425	.047	.094
425 - 450	.000	.047
450 - 475	.000	.047
475 - 500	.047	.047
500 - 525	.000	.000
525 - 550	.000	.000
550 - 575	.000	.000
575 - 600	.000	.000
>600	.000	.000
ALLE	100.000	100.000

AANTAL WAARDEN IN DEZE SECTOR = 2122.

Bijlage K D



Figuur C.1 Kansdichtheidsfuncties van de golfhoogte bij verschillende richtingssectoren.

