

VAKGROEP
WATERBOUWKUNDE
Afd. Civiele Techniek
TH Delft

Woelbakken.

ir. W. Meermans.

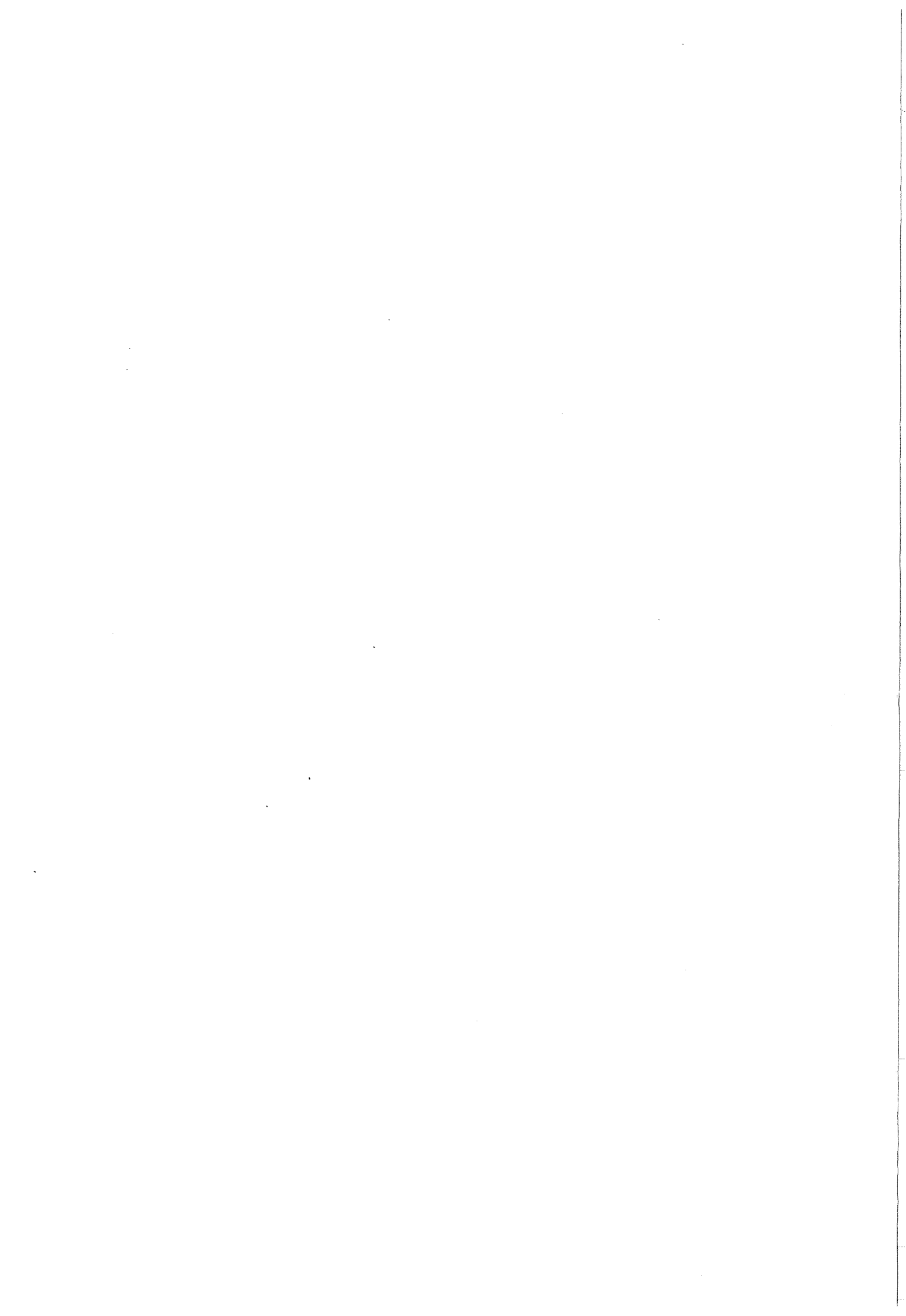
oktober '74.

nr. 137401.

Bibliotheek

intern

Delft, Oktober 1974.



WOELBAKKEN

BIJ PERMANENTE STROMING
IN RECHTHOEKIGE PRISMATISCHE OPEN LEIDINGEN
MET HORIZONTALE BODEM

oktober 1974
compilatie 1
W. Meermans

I. INLEIDING

Uitputting van kinetische energie benedenstrooms van dammen, hellende goten, overlaten, schuiven en andere kunstwerken waarin grote stroomsnelheden voorkomen, maakt bijzondere voorzieningen noodzakelijk om a a n t a s t i n g v a n b o d e m e n t a l u d s op de voor de stabiliteit van een kunstwerk gevaarlijke plaatsen t e v e r m i j d e n.

In alle constructies voor energieuitputting wordt ernaar gestreefd, de uitputting in turbulentie te doen plaatsvinden in een zo klein mogelijke ruimte.

Het merendeel van de woelbakken komt neer op het scheppen van omstandigheden waarin een w a a t e r s p r o n g kan ontstaan als een zeer doelmatige vorm van uitputting van kinetische energie door turbulentie. Deze compilatie beperkt zich tot woelbakken waarin kinetische energie wordt uitgeput in een watersprong. Ook ruimten, waarin energie wordt uitgeput bij stroming uit twee tegenover elkaar gelegen riolen, en andere dergelijke constructies worden wel woelbakken genoemd. Deze blijven hier buiten beschouwing.

Er kunnen verschillende typen watersprongen ontstaan. Welk type er ontstaat, hangt af van verschillende criteria. Om deze te kunnen onderzoeken zijn onder II enige mathematische afleidingen gegeven.

Onder III worden eenvoudige watersprongen behandeld (scheve watersprongen b. v. blijven buiten beschouwing) alsmede criteria voor de plaats, de lengte, de stabiliteit, de condities voor de benedenwaterstand, enige karakteristieke grootheden en de verdronken watersprong.

In IV wordt de beheersing van de plaats van de watersprong door plotselinge bodemverdieping besproken.

Onder V tenslotte worden enige beschouwingen gegeven met betrekking tot de constructie van de woelbak.

Voor de eerste dimensionering van een woelbak moet de theorie van de watersprong of de wet van behoud van impuls of een dergelijke theorie worden toegepast, zoals bij alle overgangsconstructies.

II. AFLEIDING VAN ENIGE HULPFUNCTIES

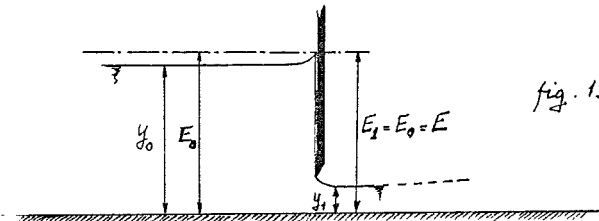
II.1. Derdegraadsfuncties

II.1.1. De vergelijking van Bernoulli

Jitgegaan wordt van de vergelijking van Bernoulli:

$$(i=0,1) \quad y_i + \frac{\alpha q^2}{2gy_i^2} = E_i \quad \text{-----(1)}$$

Voor verklaring van de symbolen zie fig.1.



Uit (1) kan worden afgeleid:

$$\left(\frac{y_i}{E_i}\right)^3 - \left(\frac{y_i}{E_i}\right)^2 + \frac{\alpha q^2}{2gE_i} = 0 \quad \text{-----(2)}$$

Hierin is:

q = debiet (afvoer per eenheid van breedte) in m^2/sec
 α = correctiefactor voor onregelmatige snelheidsverdeling (meestal = 1 gesteld).

Substitueert men $z = \frac{y_i}{E_i}$ en $c = \frac{\alpha q^2}{2gE_i}$ in (2), dan volgt:

$$z^3 - z^2 + c = 0 \quad \text{-----(3)}$$

Via de substituties $z = x + \frac{1}{3}$, $p = (\frac{1}{3})^2$ en $r = (\frac{1}{3})^3 - \frac{c}{2}$ gaat (3) over in:

$$x^3 - 3px - 2r = 0 \quad \text{-----(4)}$$

De wortels van deze vergelijking blijken te zijn:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 2p^{1/2} \cos\left(\frac{b}{3}\right) \dots \\ x_2 &= -2p^{1/2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{b}{3}\right) \\ x_3 &= -2p^{1/2} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{b}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad \cos b = \frac{r}{p^{3/2}} \quad (= 1 - \frac{3^3}{2} c)$$

hetgeen eenvoudig kan worden gecontroleerd door substitutie.

De wortels zijn alle drie reëel, dus is ook $z = x + \frac{1}{3}$ reëel.

Bijzondere gevallen:

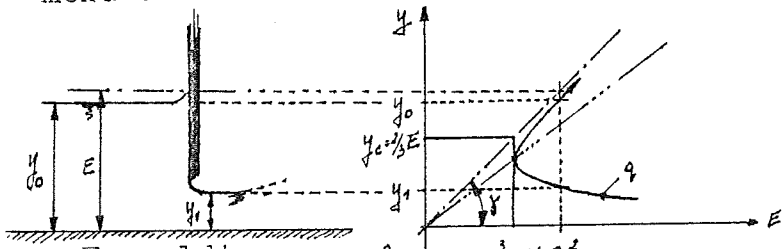
a) Voor $b = k \cdot 2\pi$ ($k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) zijn steeds twee waarden van z gelijk aan nul en één waarde van z is gelijk aan 1.

$$\cos b = 1 \Rightarrow \frac{r}{p^{3/2}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{27} - \frac{1}{2} \frac{\alpha q^2}{2gE_i^2} = \frac{1}{27} \Rightarrow q = 0 \quad \text{bij gegeven } E, \text{ d. w. z. geen stroming.}$$

$$z = 0 \Rightarrow \frac{y_i}{E_i} = 0 \Rightarrow y_i = 0 \quad \text{bij gegeven } E, \text{ d. w. z. geen waterdiepte.}$$

Dit is dus een triviale oplossing.

b) $b \neq 2\pi k$. Dan zijn er twee waarden van z positief en één negatief. De negatieve z -waarde heeft geen fysische betekenis ($y_i < 0$), de twee positieve z -waarden geven bij gegeven E en q twee mogelijke hoogtes van de waterspiegel (y_i) boven de bodem en wel één bij subcritische en één bij supercritische stroming (stromend en schietend water). (Zie fig. 2.)



$\gamma = 45^\circ$ bij horizontale bodem.

fig. 2.

Er geldt:
$$\cos b = 1 - \frac{3^3}{2} \frac{\alpha q^2}{2gE}$$

Differentiëren geeft:
$$-\sin b = -\frac{3^3}{2} \frac{\alpha q}{gE}$$
 mogelijk maximum van q voor $b = \pi + k\pi$

Nogmaals differentiëren geeft:
$$-\cos b = -\frac{3^3}{2} \frac{\alpha}{gE} \Rightarrow \cos b > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < b < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$b = \pi + 2k\pi$ geeft maximale q .

Dan is:
$$z_1 = \frac{1}{3} + 2 * \frac{1}{3} \cos \frac{\pi + 2k\pi}{3} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$
 , de negatieve wortel zonder betekenis.

$$\left. \begin{aligned} z_2 &= \frac{1}{3} - 2 * \frac{1}{3} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi * 2k\pi}{3} \right) = \frac{2}{3} \\ z_3 &= \frac{1}{3} - 2 * \frac{1}{3} \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi * 2k\pi}{3} \right) = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \text{ de twee positieve wortels.}$$

De twee positieve wortels blijken samen te vallen. Stromend water gaat over in schietend water of omgekeerd. De stroming is kritisch bij volkomen afvoer. $z = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y_i}{E} = \frac{2}{3} \Rightarrow y_i = \frac{2}{3} E = y_c$

Opmerking:

Daar de wortels positief zijn met als uitersten het triviale geval van geen afvoer en de maximum afvoer bij gegeven diepte, kan worden volstaan met de waarden van b te variëren van 0 tot π . Dan variëert z_1 van 1 tot $\frac{2}{3}$ en z_3 van 0 tot $\frac{2}{3}$. De in het interval van b negatieve wortel z_2 blijft buiten beschouwing.

II.1.2. Bernoullivergelijking uitgedrukt in een Froudegetal

De vergelijking van Bernoulli (1) luidde:

$$y_i + \frac{\alpha g^2}{2g y_i^2} = E \quad \text{-----(1)}$$

Definiëren we nu als Froudegetal:

$$F_i = \frac{v_i}{\sqrt{g y_i}} = \frac{q}{\sqrt{g y_i^3}} \quad \text{-----(5)}$$

en substituëren we dit in (1), dan volgt:

$$y_i + \frac{\alpha F_i^2 y_i}{2} = E \quad \text{-----(6)}$$

of

$$y_0 + \frac{\alpha F_0^2 y_0}{2} = y_1 + \frac{\alpha F_1^2 y_1}{2} = E \quad \text{-----(6a)}$$

Uit (5):

$$F_0 \sqrt{g y_0^3} = F_1 \sqrt{g y_1^3} \quad \text{-----(5a)}$$

of

$$F_0 = F_1 \sqrt{\frac{y_1^3}{y_0^3}} \quad \text{-----(5b)}$$

(5b) gesubstitueerd in (6a) geeft:

$$y_0 \left(1 + \frac{\alpha F_1^2 y_1^3}{2 y_0^3} \right) = y_1 \left(1 + \frac{\alpha F_1^2}{2} \right)$$

of

$$y_0 + \frac{\alpha y_1^3 F_1^2}{2 y_0^2} = y_1 + \frac{\alpha F_1^2 y_1}{2}$$

of

$$y_1^3 \left(\frac{\alpha F_1^2}{2 y_0^2} \right) - y_1 \left(1 + \frac{\alpha F_1^2}{2} \right) + y_0 = 0 \quad \text{-----(7)}$$

Dit is een zelfde type vergelijking als (4).
 Als α , F_1 en y_0 bekend zijn, dan is y_1 op te lossen, of, indien α , y_0 en y_1 bekend zijn, dan is F_1 te berekenen.

II.2. Critieke diepte bij gegeven afvoer.

De hoogte E van de energielijn, de waterdiepte y_i en het debiet q voldoen aan de vergelijking van Bernoulli (wrijving verwaarloosd!)

$$E_i = E = y_i + \frac{\alpha q^2}{2g y_i^3} \text{-----(1)}$$

als definitie van de energiehogte E boven een (horizontaal) vergelijkingsvlak. (E is de energie per gewichtseenheid).

Bij g e g e v e n debiet q wordt de critieke diepte (y_c) of grensdiepte gedefiniëerd door:

$$\frac{dE}{dy_i} = 0 \text{-----(3)}$$

Daar $\frac{d^2E}{dy_i^2}$ positief is, is dit een minimum.

$$\frac{dE}{dy_i} = 0 = 1 - \frac{\alpha q^2}{g y_i^3} + \frac{q^2}{2g y_i^3} \frac{d\alpha}{dy_i} \text{-----(9)}$$

of

$$\frac{q^2}{g} = \frac{y_c^3}{\alpha (1 - \frac{y_c}{2\alpha} \frac{d\alpha}{dy_i})} \text{-----(10)}$$

waaruit y_c volgt.

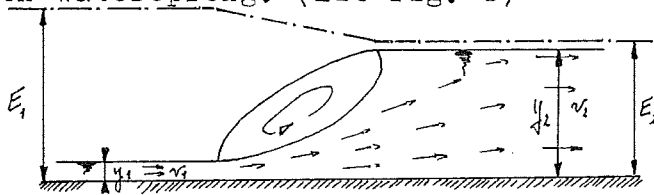
Een analoge beschouwing is te houden m. b. t. de impuls. Daarop wordt hier verder niet ingegaan. In principe moet een andere coëfficiënt voor de ongelijkmatige snelheidsverdeling worden ingevoerd, zodat ook een andere y_c wordt gevonden. In de praktijk stelt men echter beide coëfficiënten gelijk aan 1, althans in eerste benadering.

N. B. Ook voor niet-rechthoekige doorsnede zijn berekeningen uit te voeren. Zie b. v. R. Silber: Etude et tracé des écoulements permanents en canaux et rivières; Dunod, Paris, 2^{me} ed., 1968.

III. EENVOUDIGE WATERSPRONGEN

III.1. Afleiding van de watersprongvergelijking.

Onder II. werd de overgang van subcritische via kritische naar supercritische stroming behandeld. De overgang van supercritische naar subcritische stroming vindt plotseling plaats, n. l. via een watersprong. (Zie fig. 3)



Voor een prismatische open leiding met rechthoekige doorsnede en onder verwaarlozing van de invloeden van ongelijkmatige snelheidsverdeling, geeft het impulsevenwicht:

$$\frac{1}{2} \rho g y_1^2 + \rho v_1^2 y_1 = \frac{1}{2} \rho g y_2^2 + \rho v_2^2 y_2 \quad \text{-----(11)}$$

en de continuïteit:

$$q = v_1 y_1 = v_2 y_2 \quad \text{-----(12)}$$

(12) gesubstituëerd in (11) geeft:

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{2q^2 (y_1 - y_2)}{g y_1 y_2} \quad \text{-----(13)}$$

of:

$$y_1 + y_2 = \frac{2q^2}{g y_1 y_2} \quad \text{-----(14)}$$

en de triviale oplossing:

$$y_1 = y_2 \quad \text{-----(15)}$$

zodat:

$$y_1^2 y_2 + y_1 y_2^2 - 2 \frac{q^2}{g} = 0 \quad \text{-----(16)}$$

hetgeen ook te schrijven is als:

$$\frac{y_1 + y_2}{2} q = v_1 v_2 \quad \text{-----(17)}$$

(16) is de gebruikelijke watersprongvergelijking.

(16) kan ook geschreven worden als:

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{y_2}\right) - 2 \frac{q^2}{g y_2^3} = 0 \quad \text{-----(18)}$$

Er geldt:

$$\frac{q^2}{g y_2^3} = \frac{v_2^2}{g y_2} = F_2^2 \quad \text{-----(5)}$$

als definitie van het Froudegetal.

Indien (5) gesubstituëerd wordt in (18) wordt als oplossing gevonden:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8F_2^2} \right) \quad \text{-----(19)}$$

Daar y_1 en y_2 geheel symmetrisch in (18) voorkomen, is ook:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_1^2} - 1) \quad \text{-----(20)}$$

Een grafische voorstelling van (20) is gegeven in fig.4.

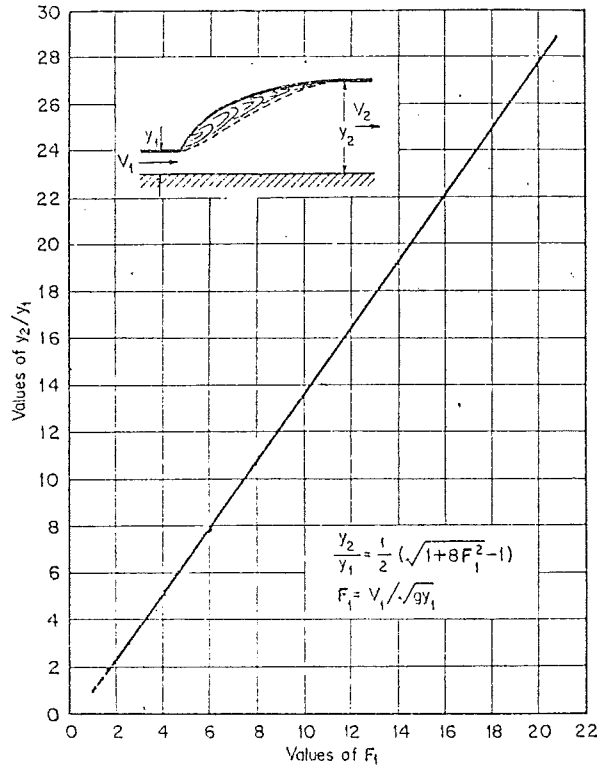


fig. 4

Fig. 4. Relation between F_1 and y_2/y_1 for a hydraulic jump in a horizontal rectangular channel.

III.2. Typen watersprongen

Op een horizontale bodem kunnen watersprongen van verschillende duidelijk te onderscheiden typen ontstaan. Laboratoriumproeven van het U. S. Bureau of Reclamation hebben uitgewezen, dat de verschillende typen watersprong redelijk geassocieerd kunnen worden met behulp van het Froudegetal van de stroom vóór de watersprong. (Zie fig. 3.)

Voor $F_1 = 1$ is de stroming kritisch. Er ontstaat dan dus geen watersprong.

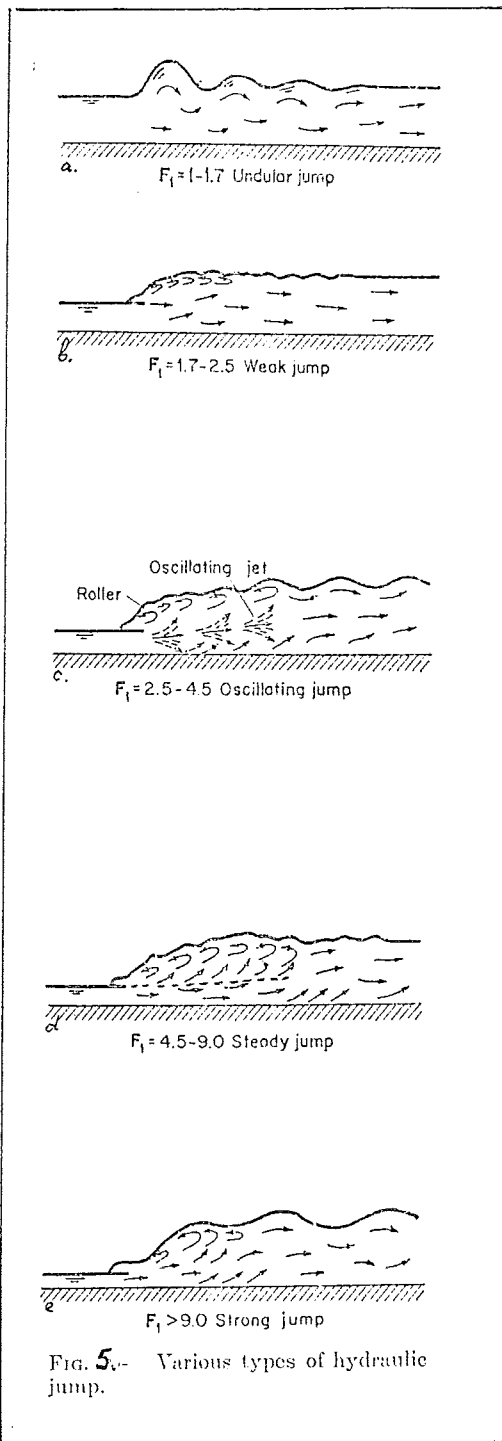
Voor $F_1 > 1$ tot ca. 1,7 vertoont het oppervlak golvingen. (zie fig. 5a.)

Voor $F_1 = ca. 1,7$ tot ca. 2,5 ontwikkelen zich een serie kleine wervels met horizontale as ter plaatse van de watersprong maar het oppervlak benedenstrooms blijft rustig. De snelheidsverschillen vóór en ná de watersprong zijn klein en het energieverlies is gering. (Zie fig. 5b.)

Voor $F_1 = ca. 2,5$ tot ca. 4,5 komt een niet-periodiek oscillerende straal in de watersprong die afwisselend naar het oppervlak en naar de bodem gericht is. Elke oscillatie veroorzaakt een vrij grote golf met onregelmatige periode die zich kilometers ver kan voortzetten en schade kan veroorzaken aan oevers en bodemverdedigingen. (zie fig. 5c.)

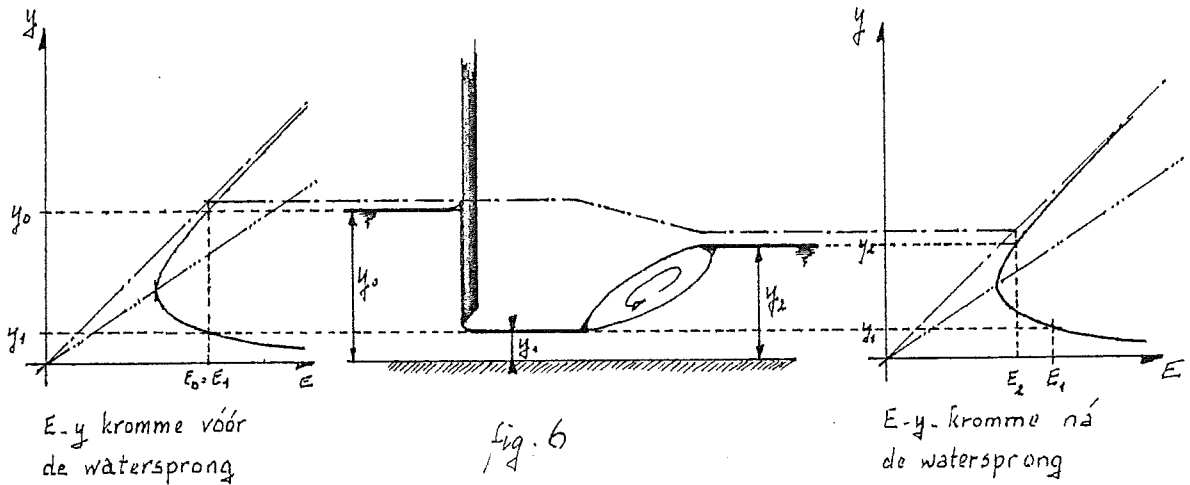
Voor $F_1 = ca. 4,5$ tot ca. 9,0 treedt een watersprong op waarbij de intredende schietende straal praktisch onder het benedenstroomse einde van de dekneer overgaat in stromend water. De plaats waarop de watersprong optreedt, is voor dit type het minst gevoelig voor variatie van de benedenwaterstand. Het energieverlies kan 45 tot 70% bedragen. (Zie fig. 5d.)

Voor $F_1 = ca. 9,0$ en groter neemt de in de watersprong binnentredende schietende straal af en toe hoeveelheden water die van de voorzijde van de dekneer rollen mee, wat golven benedenstrooms tot gevolg heeft. De energiedissipatie kan tot 85% bedragen. (Zie fig. 5e.)



III.3. Plaats van de watersprong

Een watersprong treedt op bij een supercritische stroming als de waterdiepte vóór de sprong plotseling overgaat in de toegevoegde diepte, behorende bij de subcritische stroming. (Zie fig.6.)



Theoretisch gezien zal de watersprong optreden als de diepten vóór en ná de watersprong en het bijbehorende Froudegetal voldoen aan:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) \quad \text{-----} (20)$$

Indien wrijving in rekening wordt gebracht, kan de plaats van de watersprong berekend worden met verhanglijnberekeningen, eventueel uitgevoerd voor verschillende debieten. Voor een betere schatting kan ook de lengte van de watersprong in beschouwing worden genomen.

III.4. Lengte van de watersprong

De lengte van een watersprong kan gedefiniëerd worden als de afstand, gemeten tussen het voorfront van de dekneer en een punt op de oppervlakte onmiddellijk ná de dekneer (zie fig. 7.) Deze lengte kan niet eenvoudig uit de theorie worden afgeleid, maar is door velen experimenteel onderzocht. Enige resultaten zijn weergegeven in fig. 7. Deze resultaten gelden voor een rechthoekige dwarsdoorsnede.

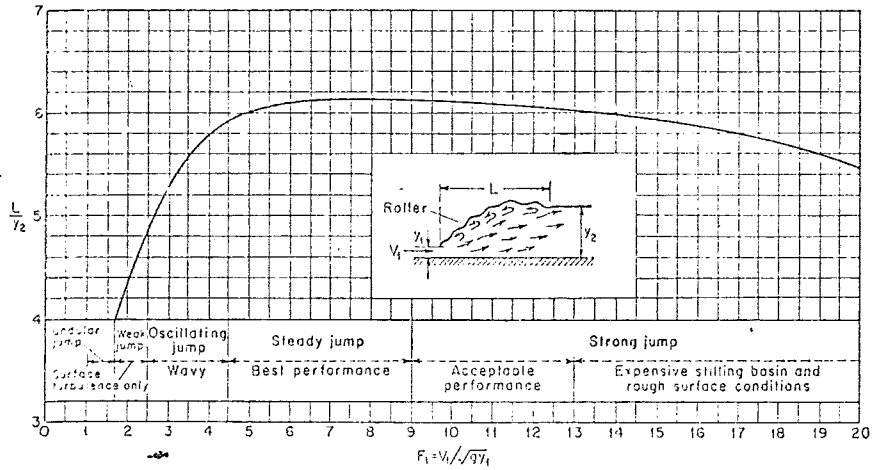
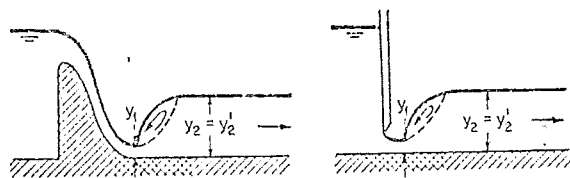


fig. 7

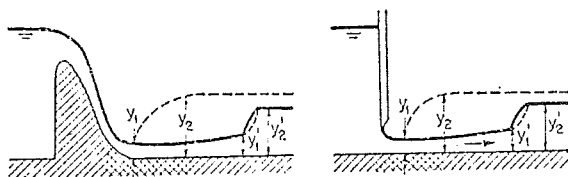
Length in terms of sequent depth y_2 of jumps in horizontal channels. (Based on data and recommendations of U.S. Bureau of Reclamation [34].)

III.5. Stabiliteit van de positie van de watersprong.

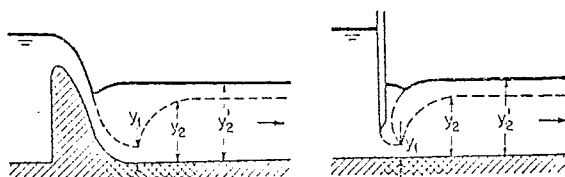
Er kunnen drie gevallen optreden bij het ontstaan van een watersprong benedenstrooms van een constructie. (Zie fig. 8.)



Case 1: $y_2' = y_2$



Case 2: $y_2' < y_2$



Case 3: $y_2' > y_2$

fig. 8

Fig. 8. Effect of tailwater depth on the formation of a hydraulic jump below a weir or sluice.

Geval 1 treedt op indien de benedenwaterstand gelijk is aan de waterstand die voldoet aan (20):

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) \quad \text{-----(20)}$$

De watersprong zal dan onmiddellijk na de constructie (schuif of overlaat) optreden.

Geval 2 treedt op indien de benedenwaterstand kleiner is dan de waterstand die voldoet aan (20). Dit betekent, dat t. o. v. geval 1 de benedenwaterstand wordt verlaagd. Dit heeft tot gevolg, dat de watersprong stroomaf zal verplaatsen tot het punt, waarop weer aan (20) wordt voldaan. Zoals in III.3. werd gesteld, komt dit neer op een verhanglijnenberekening.

Geval 3 treedt op als de benedenwaterstand groter is dan de waterstand die voldoet aan (20), wat neerkomt op een vergroting van de waterstand t. o. v. geval 1. Als gevolg daarvan wordt de watersprong stroomopwaarts gedwongen en wordt een verdronken watersprong juist achter de constructie.

III.6. Condities voor de benedenwaterstand.

Om te voorzien, welke van de drie gevallen, genoemd onder III.5., zullen optreden dienen de afvoer- waterdieptekrommen van de open leiding en van de watersprong te worden beschouwd. Er wordt hier alleen onderafvoer beschouwd, i. o. afvoer onder een schuif met scherpe rand.

De afvoer is afhankelijk van de schuifopening, de contractiecoëfficiënt en van de waterdiepte vóór de schuif, indien wrijvingsverliezen en in- en uitstroomverliezen worden verwaarloosd t. o. v. de energieverliezen die in de watersprong optreden.

We gaan er eerst van uit, dat een vrije watersprong ontstaat achter de schuif. (Zie fig. 9.)

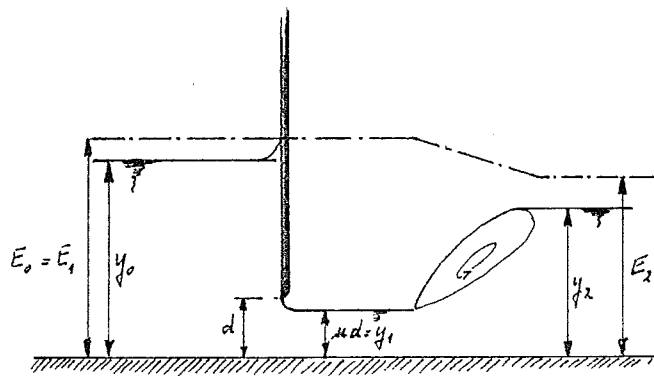


fig. 9

Dan geldt (20):

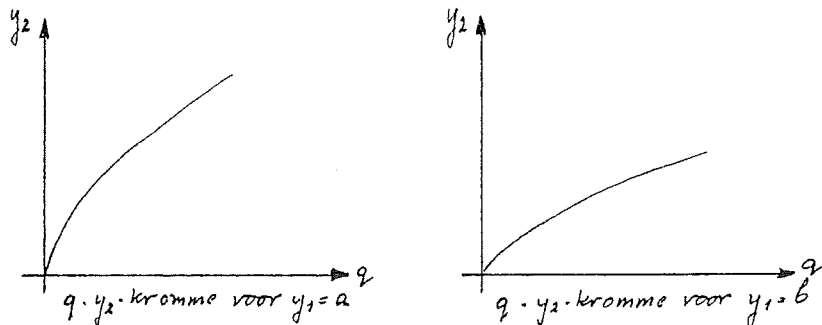
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) \text{ ----- (20)}$$

of:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 \frac{q^2}{g y_1^3}} - 1) \text{ ----- (21)}$$

Voor elke y_1 (afhankelijk van de contractiecoëfficiënt μ , die op zich weer afhankelijk is van $\frac{d}{y_0}$, zie tabel 1), en voor elke q is nu y_2 te berekenen met (21). Dit geeft $q - y_2$ krommen voor verschillende waarden van y_1 (zie fig. 10.)

tabel 1)	$\frac{d}{y_0}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
	μ	0.611	0.615	0.62	0.63	0.65	0.68	0.72	0.76	0.82	0.9	1.0



etc.

fig. 10

Van de open leiding is eveneens een $q - y_2'$ -kromme te bepalen, d. i. de waterdiepte als functie van de afvoer, i. c. bij een prismatische open leiding met rechthoekige doorsnede de waterdiepte als functie van het debiet. (Zie fig. 11a.)

Indien de prismatische open leiding met rechthoekige doorsnede plotseling verbreedt (uitkomt op open zee b. v.) en er wordt afgezien van vertragingen verliezen (hetgeen een grove benadering inhoudt), dan is de benedenwaterstand onafhankelijk van de afvoer. (Zie fig. 11b.)

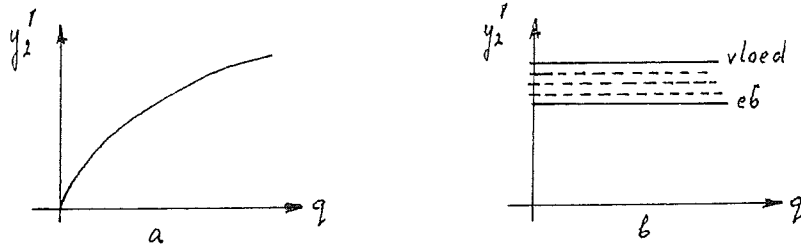


fig. 11

De krommen voor y_2 en y_2' als functie van de afvoer kunnen nu met elkaar vergeleken worden. Volgens Leliavski ("Irrigation and Hydraulic Design", Chapman & Hall, Ltd., London, 1955, vol. 1.) kunnen op grond van de relatieve posities van de $q - y_2$ en $q - y_2'$ curves vijf klassen van condities worden onderscheiden. (Zie fig. 12)

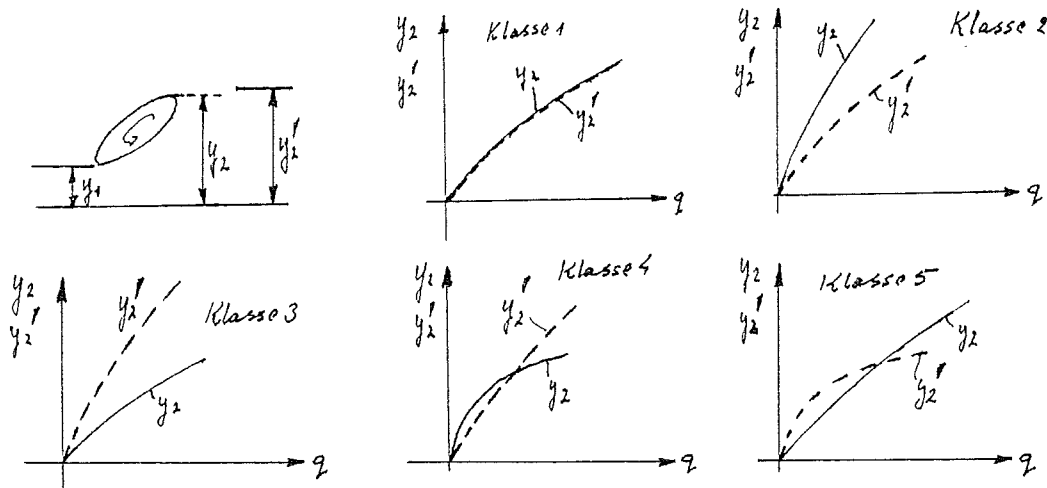


fig. 12

Klasse 1 stelt het ideale geval voor waarbij de $q - y_2$ -en de $q - y_2'$ curven steeds samenvallen. Dit betekent, dat geval 1 van fig. 8 onder alle omstandigheden voorkomt en dat de watersprong steeds juist achter de constructie zal optreden, ongeacht de afvoer. Dit komt in de natuur zelden voor.

In klasse 2 is de $q - y_2'$ -steeds lager dan de $q - y_2$ kromme. Dit betekent, dat het geval 2 van fig. 8 altijd optreedt. De watersprong zal ver benedenstrooms ontstaan.

Bij klasse 3 is de $q - y_2'$ -steeds hoger dan de $q - y_2$ kromme. Geval 3 van fig. 8 treedt nu altijd op. De watersprong zal stroomopwaarts bewegen en waarschijnlijk een verdronken watersprong worden. (Zie III.7.)

Klasse 4 geeft de condities weer, waarbij de $q - y_2'$ kromme op lager niveau ligt dan de $q - y_2$ kromme bij lage afvoer en op een hoger niveau bij hoge afvoer.

Klasse 5 geeft de omstandigheden weer, waarbij de $q - y_2'$ kromme op hoger niveau ligt dan de $q - y_2$ kromme bij lage afvoer en op lager niveau bij hoge afvoer.

III.7. Enige karakteristieke grootheden bij "vrije" watersprong

Met behulp van de vergelijking van Bernoulli en de impulsvergelijking kunnen verschillende karakteristieke grootheden van de watersprong berekend worden, bijvoorbeeld:

a) het energieverlies

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad \text{-----} (22)$$

b) het relatieve energieverlies

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3}{2 + F_1^2} \quad \text{-----} (23)$$

c) de efficiëntie

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) + 4F_1^2}{(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1)^2 (2 + F_1^2)} \quad \text{-----} (24)$$

ook te schrijven als:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(\delta F_1^2 + 1)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{\delta F_1^2 (2 + F_1^2)} \quad \text{-----} (24a)$$

d) de relatieve hoogte van de watersprong

$$\frac{h_j}{E_1} = \frac{y_2 - y_1}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3}{2 + F_1^2} \quad \text{-----} (25)$$

e) de relatieve diepte vóór de watersprong

$$\frac{y_1}{E_1} = \frac{2}{2 + F_1^2} \quad \text{-----} (26)$$

f) de relatieve diepte ná de watersprong

$$\frac{y_2}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1}{2 + F_1^2} \quad \text{-----} (27)$$

Eén en ander is in beeld gebracht in fig. 13. Hierin vallen de volgende markante punten op:

- 1) Als $F_1 = 1$, is de stroming kritisch en $y_1 = y_2 = \frac{2}{3} E$
- 2) De maximum relatieve hoogte $\frac{h_j}{E_1} = 0,507$, wat optreedt bij $F_1 = 2,77$
- 3) De maximum relatieve diepte $\frac{y_2}{E_1} = 0,8$, wat optreedt bij $\frac{y_1}{E_1} = 0,8$ en $F_1 = 1,73$

Proeven hebben aangetoond, dat de overgang van een "undular jump" naar een "weak jump" (zie fig. 5) ongeveer op dit punt optreedt.

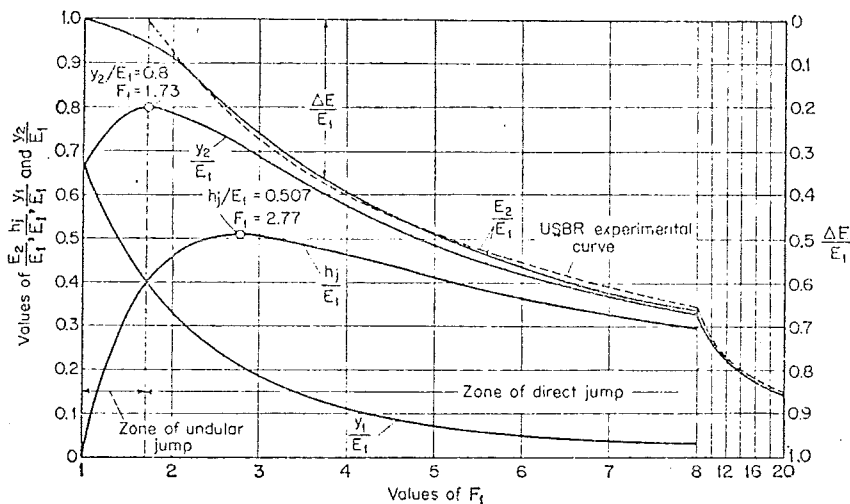


fig. 13

3.3 Characteristic curves of hydraulic jumps in horizontal rectangular channels.

III.8. Enige aantekeningen bij de verdronken watersprong

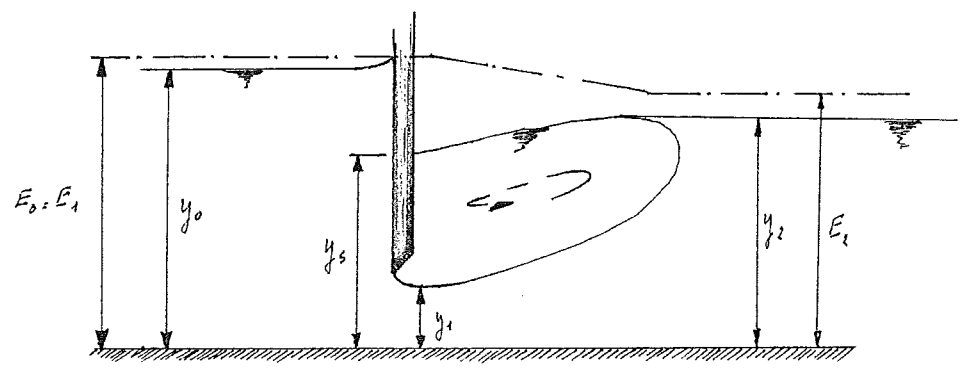


fig. 14

Passen we de impulsvergelijking en de continuïteit toe op de watermassa tussen de secties "1" en "2" (deel rechts van de keeldoorsnede), dan vinden we:

Impulsvergelijking: $\frac{1}{2} g (y_3^2 - y_2^2) = v_2^2 y_2 - v_1^2 y_1$ -----(28)

Continuïteit: $q = v_1 y_1 = v_2 y_2$ -----(29)

Per definitie is het Froudegetal:

$$Fr_i = \frac{v_i}{\sqrt{g y_i}} = \frac{q}{\sqrt{g y_i^3}} \text{ -----(5)}$$

zodat:

$$y_3^2 - y_2^2 = \frac{2q^2}{g y_2} - \frac{2q^2}{g y_1}$$

of:

$$\frac{y_3^2}{y_2^2} = 2 \frac{q^2}{g y_2^3} - 2 \frac{q^2 y_2}{g y_1^3 y_1} + 1$$

of:

$$\frac{y_3}{y_2} = \sqrt{1 + 2 Fr_2^2 - 2 Fr_2^2 \frac{y_2}{y_1}}$$

of:

$$\frac{y_3}{y_2} = \sqrt{1 + 2 Fr_2^2 \left(1 - \frac{y_2}{y_1}\right)} \text{ -----(30)}$$

hetgeen ook geschreven kan worden als:

$$\frac{y_3}{y_2} = \sqrt{1 + 2 Fr_1^2 \left(\frac{y_1^3}{y_2^3} - \frac{y_1^2}{y_2^2}\right)} \text{ -----(31)}$$

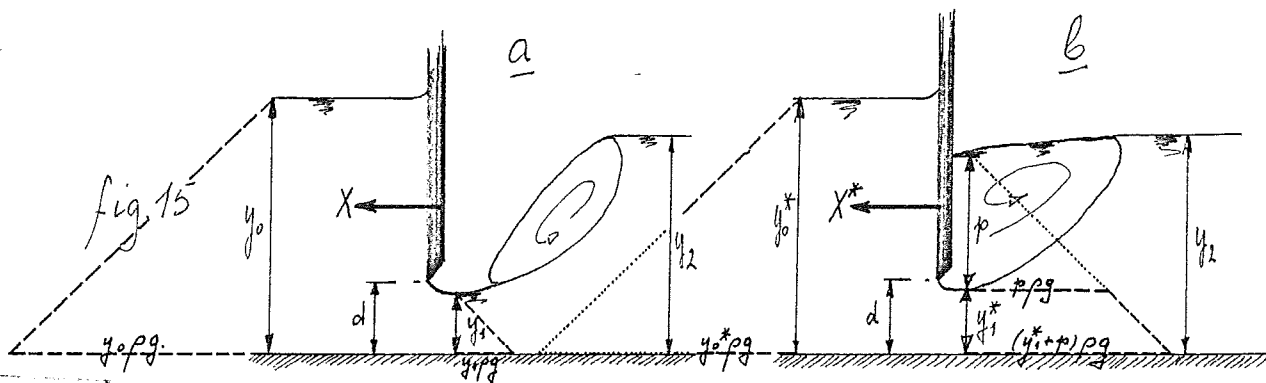
Op analoge wijze kan worden afgeleid:

$$\frac{y_3}{y_1} = \sqrt{\frac{y_2^2}{y_1^2} + 2 Fr_1^2 \left(\frac{y_1}{y_2} - 1\right)} \text{ -----(32)}$$

(30), (31) of (32) zijn andere vormen dan de reeds eerder gevonden watersprongvergelijking:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 Fr_1^2} - 1) \text{ -----(20)}$$

III.9. Vergelijking van de "verdrongen" met de "vrije" watersprong



$$\frac{1}{2}(y_0^2 - y_1^2) - \frac{X}{\rho g} = \frac{v_1^2 y_1^2}{g y_1} - \frac{v_0^2 y_0^2}{g y_0}$$

$$\bullet \frac{1}{2}(y_0^{*2} - 2p y_1^* - y_1^{*2}) - \frac{X^*}{\rho g} = \frac{v_1^{*2} y_1^{*2}}{g y_1^*} - \frac{v_0^{*2} y_0^{*2}}{g y_0^*}$$

$$\frac{1}{2}(y_0^2 - y_1^2) - \frac{X}{\rho g} = F_1^2 y_1^2 - F_0^2 y_0^2$$

$$\bullet \frac{1}{2}(y_0^{*2} - 2p y_1^* - y_1^{*2}) - \frac{X^*}{\rho g} = F_1^{*2} y_1^{*2} - F_0^{*2} y_0^{*2}$$

$$F_1^2 = \frac{q^2}{g y_1^3}, \quad F_0^2 = \frac{q^2}{g y_0^3}, \quad F_0^2 = F_1^2 \frac{y_1^3}{y_0^3}$$

$$\bullet F_1^{*2} = \frac{q^{*2}}{g y_1^{*3}}, \quad F_0^{*2} = \frac{q^{*2}}{g y_0^{*3}}, \quad F_0^{*2} = F_1^{*2} \frac{y_1^{*3}}{y_0^{*3}}$$

$$\frac{1}{2}(y_0^2 - y_1^2) - \frac{X}{\rho g} = F_1^2 y_1^2 - F_1^2 \frac{y_1^3}{y_0}$$

$$\bullet \frac{1}{2}(y_0^{*2} - 2p y_1^* - y_1^{*2}) - \frac{X^*}{\rho g} = F_1^{*2} y_1^{*2} - F_1^{*2} \frac{y_1^{*3}}{y_0^*}$$

$$\frac{y_0}{2}(y_0^2 - y_1^2) - \frac{X}{\rho g} = (y_0 y_1^2 - y_1^3) F_1^2$$

$$\bullet \frac{y_0^*}{2}(y_0^{*2} - 2p y_1^* - y_1^{*2}) - \frac{X^*}{\rho g} = (y_0^* y_1^{*2} - y_1^{*3}) F_1^{*2}$$

Stel $y_0 = y_0^*$ (bovenwaterstand wordt constant gehouden).
 Dan geldt: $y_1 = y_1^*$ (contractiecoëfficiënt alleen afhankelijk van de bovenwaterstand en de relatieve schuifopening, zie tabel 1)
 Het stroombeeld vóór de schuif blijft dan identiek, en dus geldt: $X = X^*$.

$$\frac{y_0}{2} \left(\frac{y_0^2 - y_1^2}{y_0 y_1^2 - y_0^3} \right) - \frac{X}{\rho g (y_0 y_1^2 - y_1^3)} = F_1^2$$

$$\bullet \frac{y_0}{2} \left(\frac{y_0^2 - 2p y_1 - y_1^2}{y_0 y_1^2 - y_1^3} \right) - \frac{X^*}{\rho g (y_0 y_1^2 - y_1^3)} = F_1^{*2}$$

Hieruit blijkt:

$$F_1^2 > F_1^{*2}$$

$$\frac{q^2}{g y_1^3} > \frac{q^{*2}}{g y_1^3}$$

$$q > q^*$$

Als de watersprong verdrinkt, neemt het debiet (en dus de afvoer) af. Omgekeerd zal, indien het debiet constant is, de bovenwaterstand toenemen als de watersprong verdrinkt.

IV. BEHEERSING VAN DE PLAATS VAN DE WATERSPRONG DOOR PLOTSELINGE BODEMVERDIEPING

Als de waterstand benedenstrooms kleiner is dan de waterdiepte berekend volgens

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1+8F_1^2} - 1) \quad \text{-----(20)}$$

kan een bodemverdieping toegepast worden om de plaats van de watersprong vast te leggen.

Bij een gegeven Froudegetal bovenstrooms van de watersprong kan de diepte na de bodemverdieping in één van de vijf gebieden als aangegeven in fig. 16a vallen. De ondergrens van gebied 1 is de diepte waarop de watersprong stroomopwaarts begint te bewegen. De bovengrens van gebied 5 is de diepte, waarop de watersprong stroomafwaarts begint te bewegen. Een bodemverdieping beheerst in genoemde gebieden de plaats van de watersprong niet. De watersprong is stabiel in de gebieden 2 en 4. Het tussengelegen gebied 3 geeft de toestand van fig. 5a weer.

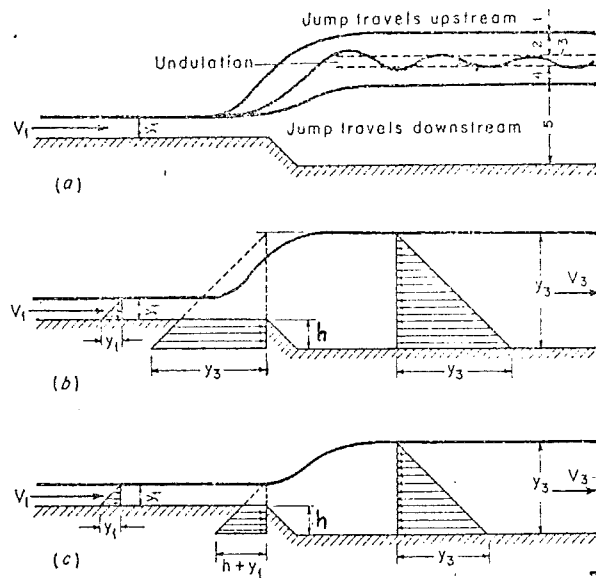
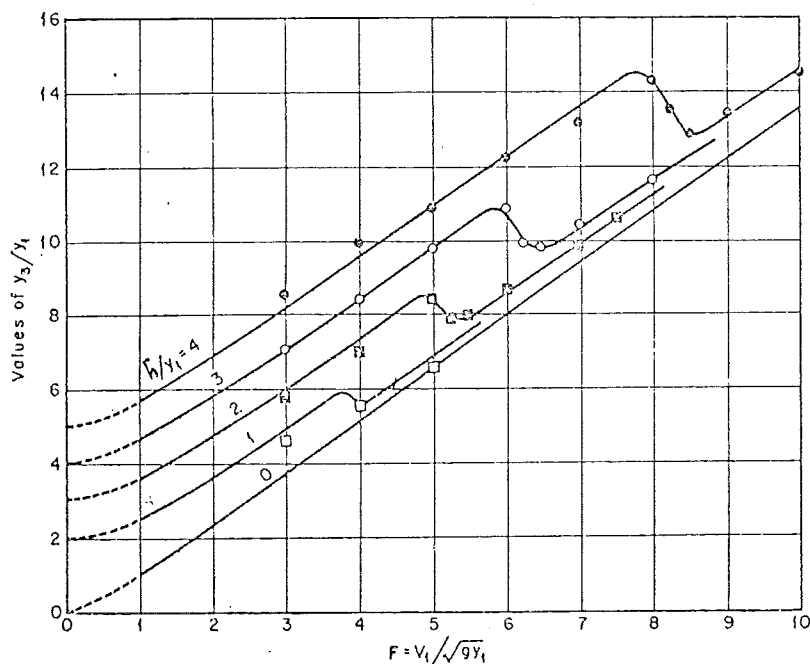


fig. 16



Experimental and analytical relations among F , y_3/y_1 , and h/y_1 for an abrupt drop. (After E. Y. Hsu [47].)

In fig. 16 heeft iedere h/y_1 - curve twee ongeveer rechte takken die verbonden worden door een kort recht deel ongeveer in het midden. Het linkerdeel geeft de toestand weer die geldt voor gebied 2 en het rechterdeel die voor gebied 4.

Door de continuïteit en de impulsvergelijking te beschouwen kan aangetoond worden, dat:

$$F_1^2 = \frac{1}{2} \frac{y_3}{y_1} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{y_3}{y_1} - \frac{h}{y_1} \right)^2}{1 - \frac{y_3}{y_1}} \right\} \text{-----} (33)$$

geldt voor gebied 2, en dat

$$F_1^2 = \frac{1}{2} \frac{y_3}{y_1} \left\{ \frac{\left(\frac{h}{y_1} + 1 \right)^2 - \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2}{1 - \frac{y_3}{y_1}} \right\} \text{-----} (34)$$

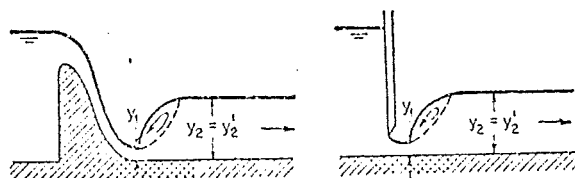
geldt voor gebied 4.

Soortgelijke beschouwingen kunnen worden opgezet voor andere constructies die de benedenwaterstand beïnvloeden.

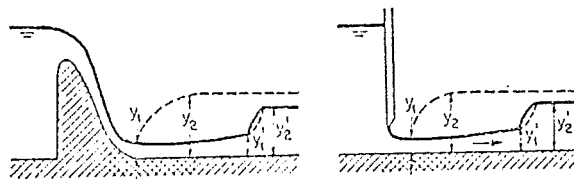
V. ENIGE BESCHOUWINGEN K. B. T. DE CONSTRUCTIE VAN DE WOELBAK

De watersprong, waarin energie gedissipeerd wordt, wordt gewoonlijk geheel of gedeeltelijk b e g r e n s d door een woelbak. De bodem van de woelbak is gewoonlijk verdedigd (er wordt ook "vrije woelbakvorming" toegepast) om aantasting van de bodem te voorkomen. In de praktijk wordt de lengte van de woelbak zelden zo groot gemaakt dat de totale lengte van de watersprong in de woelbak vervat is omdat zo' n bak te duur zou worden. Er zijn dan ook vaak constructies in de woelbak gebouwd om de watersprong onder controle te houden. Het voornaamste doel van deze controles is, de lengte van het gebied waarin de watersprong kan optreden, te beperken en aldus op de kosten voor de woelbak te besparen. De constructies hebben nog additionele voordelen want ze vergroten het dissiperend vermogen in de woelbak, stabiliseren de werking van de watersprong en in sommige gevallen verhogen ze de veiligheid.

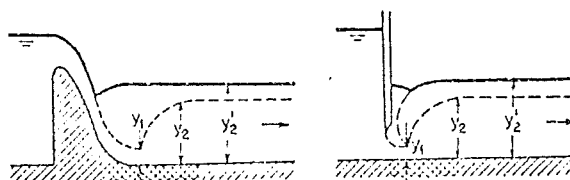
Bezien we nogmaals fig. 8.



Case 1: $y_2' = y_2$



Case 2: $y_2' < y_2$



Case 3: $y_2' > y_2$

fig. 8

Effect of tailwater depth on the formation of a hydraulic jump below a weir or sluice.

Geval 1 is het voor bodembeschermingsdoeleinden ideale geval. Een groot bezwaar is echter, dat een klein verschil tussen de veronderstelde en de werkelijk optredende waterstand, afvoer en andere in het geding zijnde grootheden, tot gevolg kunnen hebben, dat de watersprong zich stroomaf verplaatst. Er zijn dus altijd voorzieningen noodzakelijk om de watersprong onder controle te houden.

Geval 2 moet, indien mogelijk, bij het ontwerp vermeden worden, omdat de watersprong dan niet meer op de verdedigde bodem optreedt, maar verder benedenstrooms. Er kunnen dan hoge stroomsnelheden op een onverdedigde bodem optreden, wat grote ontgrondingen tot gevolg kan hebben. Een remedie is, een constructie op de bodem te maken die de benedenwaterstand doet toenemen (dat behoeft geen woelbak te zijn!) en die aldus de watersprong op de verdedigde bodem doet optreden.

Geval 3 is waarschijnlijk het veiligste geval bij het ontwerp, omdat de plaats van de verdronken watersprong geheel vastligt. On- gelukkigerwijs is dit ontwerp niet efficiënt, want er wordt maar weinig energie gedissipeerd.

Beschouwen we e. e. a. in verband met fig. 12.

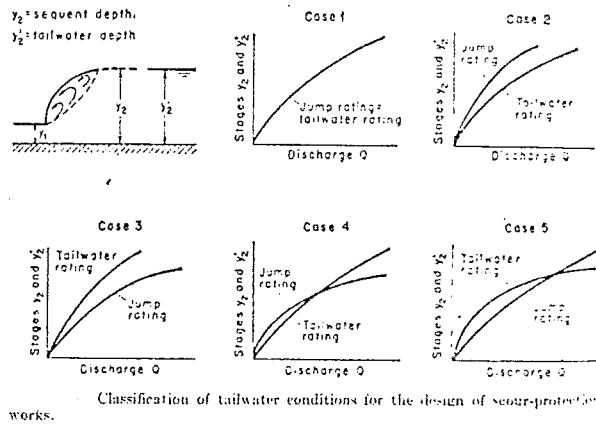


fig. 12

Klasse 1 komt overeen met geval 1 van fig. 8. Dit komt in de natuur zelden voor.

Klasse 2 komt overeen met geval 2 van fig. 8. Een goede methode om de watersprong vlak achter de constructie te doen optreden, is een woelbak.

Klasse 3 komt overeen met geval 3 van fig. 8. Onder "natuurlijke" omstandigheden is de watersprong altijd verdronken. Een methode om een "vrije" watersprong te creëren is, een verhoogde hellende bodem te maken vlak achter het kunstwerk.

Klasse 4 vormt een combinatie van de vorige gevallen. Een goede oplossing om een watersprong vlak achter de constructie te doen optreden, is dan ook een combinatie van de maatregelen onder 2 en 3 genoemd. Bij lage afvoeren is de woelbak effectief en bij hoge afvoeren de verhoogde hellende bodem.

Ook klasse 5 vormt een combinatie van de gevallen 2 en 3. Bij de hoge afvoeren kan een woelbak nu effectief zijn. De verdronken watersprong bij lage afvoeren zal vaak geaccepteerd moeten worden.

- N. B. 1. Bij de dimensionering van woelbakken volgens vorengaande richtlijnen wordt aanbevolen ter extra veiligheid een overdiepte van ca. 10 à 15% te nemen.
- N. B. 2. Verschillende schuifstanden zijn te vermijden in verband met trillingen. Hierop wordt hier verder niet ingegaan.
- N. B. 3. Froudegetallen kleiner dan 4,5 zijn bij het ontwerp te vermijden, daar weinig energie gedissipeerd wordt en mogelijk het benedenwateroppervlak erg onrustig is.

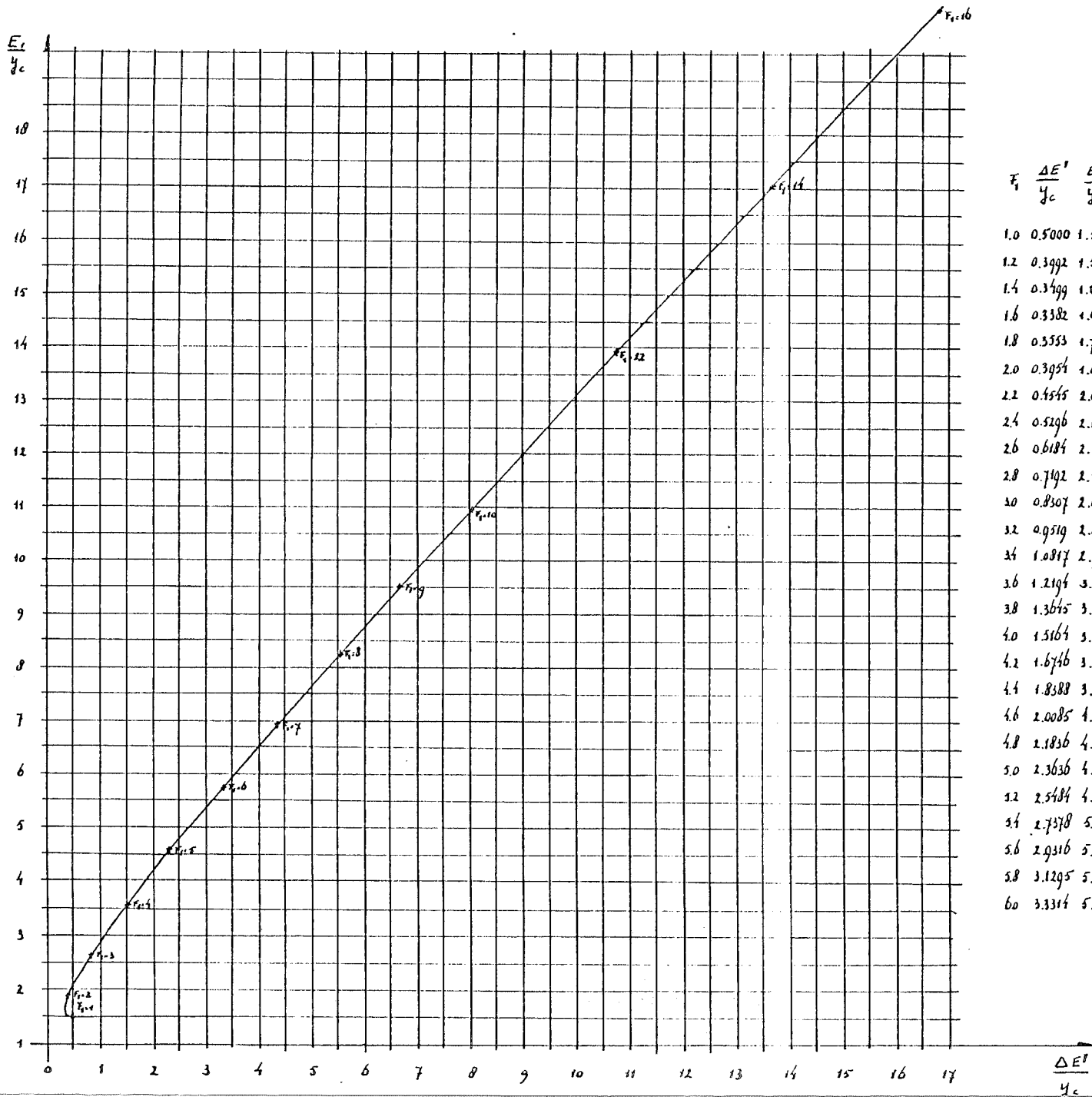
Geraadpleegde litteratuur:

Ven Te Chow : Open- channel hydraulics, McGraw- Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1959.

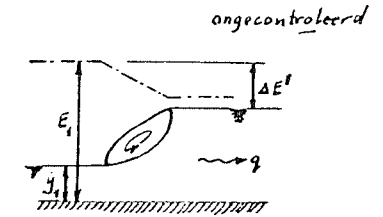
Schoemaker, H. J.; Woelbakken, T. H. Delft.

In beide werken worden verwijzingen gegeven naar verdere litteratuur.

Journal of Hydraulic Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Papers 1401 t/m 1406 , October 1957



F ₁	$\frac{\Delta E'}{y_c}$	$\frac{E_1}{y_c}$
1.0	0.5000	1.5000
1.2	0.3992	1.5231
1.4	0.3499	1.5821
1.6	0.3382	1.6667
1.8	0.3553	1.7706
2.0	0.3954	1.8399
2.2	0.4545	2.0218
2.4	0.5296	2.1645
2.6	0.6184	2.3165
2.8	0.7192	2.4766
3.0	0.8307	2.6441
3.2	0.9519	2.8183
3.4	1.0817	2.9985
3.6	1.2194	3.1844
3.8	1.3645	3.3756
4.0	1.5164	3.5717
4.2	1.6746	3.7723
4.4	1.8388	3.9774
4.6	2.0085	4.1867
4.8	2.1836	4.3999
5.0	2.3636	4.6169
5.2	2.5484	4.8376
5.4	2.7378	5.0618
5.6	2.9316	5.2894
5.8	3.1295	5.5202
6.0	3.3314	5.7542



F ₁	$\frac{\Delta E'}{y_c}$	$\frac{E_1}{y_c}$
6.2	3.5372	5.9913
6.4	3.7467	6.2313
6.6	3.9598	6.4743
6.8	4.1764	6.7200
7.0	4.3964	6.9685
7.2	4.6197	7.2197
7.4	4.8462	7.4735
7.6	5.0757	7.7299
7.8	5.3083	7.9887
8.0	5.5438	8.2500
8.2	5.7822	8.5137
8.4	6.0234	8.7797
8.6	6.2673	9.0481
8.8	6.5139	9.3187
9.0	6.7631	9.5915
9.2	7.0149	9.8666
9.4	7.2693	10.1436
9.6	7.5263	10.4224
9.8	7.7859	10.7031
10.0	8.0481	10.9856
10.2	8.3128	11.2699
10.4	8.5800	11.5569
10.6	8.8497	11.8466
10.8	9.1219	12.1390
11.0	9.3965	12.4341
11.2	9.6735	12.7319
11.4	9.9528	13.0324
11.6	10.2344	13.3356
11.8	10.5182	13.6415
12.0	10.8042	13.9501
12.2	11.0923	14.2614
12.4	11.3825	14.5754
12.6	11.6747	14.8921
12.8	11.9689	15.2115
13.0	12.2651	15.5336
13.2	12.5632	15.8583
13.4	12.8633	16.1856
13.6	13.1653	16.5154
13.8	13.4692	16.8478
14.0	13.7750	17.1827
14.2	14.0827	17.5201
14.4	14.3923	17.8600
14.6	14.7037	18.2024
14.8	15.0168	18.5473
15.0	15.3316	18.8947
15.2	15.6481	19.2445
15.4	15.9662	19.5968
15.6	16.2859	19.9515
15.8	16.6072	20.3087
16.0	16.9300	20.6683
16.2	17.2543	21.0304
16.4	17.5801	21.3950
16.6	17.9073	21.7621
16.8	18.2359	22.1317
17.0	18.5659	22.5038
17.2	18.8973	22.8774
17.4	19.2301	23.2535
17.6	19.5643	23.6321
17.8	19.9000	24.0132
18.0	20.2371	24.3968
18.2	20.5756	24.7829
18.4	20.9155	25.1715
18.6	21.2568	25.5626
18.8	21.5994	25.9562
19.0	21.9433	26.3523
19.2	22.2885	26.7509
19.4	22.6350	27.1520
19.6	22.9827	27.5556
19.8	23.3317	27.9617
20.0	23.6820	28.3703

$$F_1^2 = \frac{q^2}{g y_c^3}$$

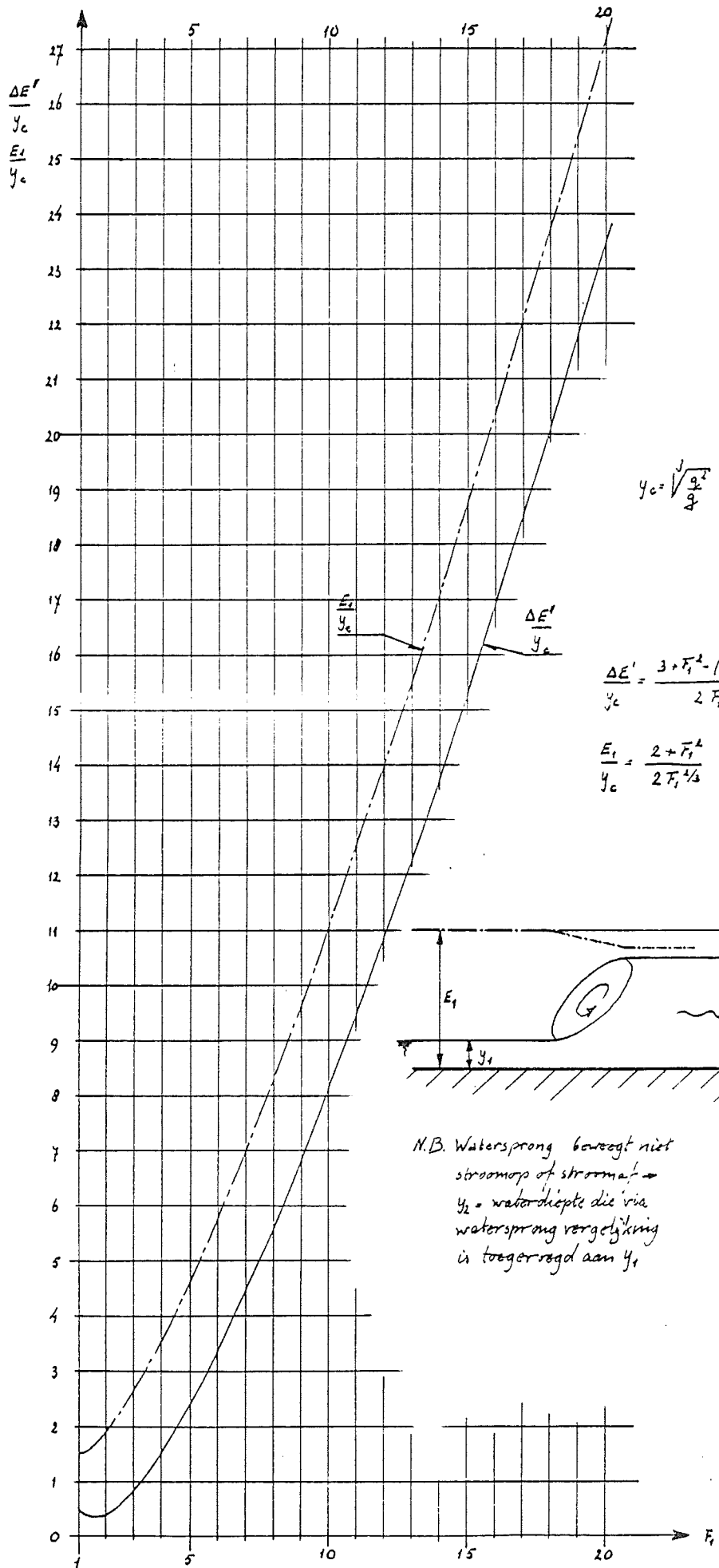
$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g F_1^2}}$$

$$\frac{E_1}{y_c} = \frac{2 + F_1^2}{2 F_1^{2/3}}$$

$$\frac{\Delta E'}{y_c} = \frac{3 + F_1^2 - \sqrt{1 + 8 F_1^2}}{2 F_1^{2/3}}$$

ongecontroleerd

ongecentreerd.
appendix 4



$$y_c = \sqrt{\frac{q^2}{g}} \quad F_1^2 = \frac{q^2}{g y_1^3}$$

$$\frac{\Delta E'}{y_c} = \frac{3 + F_1^2 - (1 + 8 F_1^2)^{1/2}}{2 F_1^{2/3}}$$

$$\frac{E_1}{y_c} = \frac{2 + F_1^2}{2 F_1^{1/3}}$$

N.B. Watersprong beweegt niet
stroomop of stroomaf →
 y_2 = waterdiepte die via
watersprong vergelijking
is toegevoegd aan y_1

