

Ministerie van Verkeer en Waterstaat

Directoraat – Generaal Rijkswaterstaat

RIZA Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer en Afvalwaterbehandeling

Probabilistisch model hydraulische randvoorwaarden IJssel- en Vechtdelta

RIZA - werkdocument 2003.129x



Ministerie van Verkeer en Waterstaat

Directoraat – Generaal Rijkswaterstaat

RIZA Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer en Afvalwaterbehandeling

Probabilistisch model hydraulische randvoorwaarden IJssel- en Vechtdelta

RIZA - werkdocument 2003.129x

Auteur: C.P.M. Geerse

RIZA, afdeling WSH

Lelystad, 29 september 2003

Foto voorblad Hans van Twuiver:

Kampen, hoogwater februari 2002

Inhoudopgave

Samenvatting 7

Symbolenlijst 9

1 Inleiding 11

- 1.1 Algemeen 11
- 1.2 Achtergronden 11
- 1.3 Een nieuw probabilistisch model 11
- 1.4 Aard van het rapport 12
- 1.5 Inhoud van de hoofdstukken 12

2 Overzicht van het model 15

- 2.1 Overschrijdingsfrequentie en gebruikte stochasten 15
- 2.2 Modellerings afvoer en meerpeil door trapezia 16
- 2.3 Modellerings wind 20
- 2.4 De balgstuw te Ramspol 21
- 2.5 Aard van de overschrijdingsfrequentie 21

3 Modellerings afvoer en meerpeil 23

- 3.1 Modellerings van de afvoer 23
- 3.2 Modellerings van het meerpeil 25
- 3.3 Faseverschuiving tussen de afvoer en het meerpeil 25

4 Gezamenlijke kansdichtheid voor de piekwaarden van de afvoer en het meerpeil 27

- 4.1 Het correlatiemodel 27
- 4.2 Formules voor het correlatiemodel 28

5 Kansdichtheid in de blokduur en conditionele onafhankelijkheid van de windblokken 29

- 5.1 Correlatiestructuur in de blokduur 29
- 5.2 De gezamenlijke momentane kansdichtheid van afvoer en meerpeil 30
- 5.3 De kansdichtheid van de windsnelheid, gegeven de windrichting 32
- 5.4 De conditionele kans op de richting, gegeven het meerpeil 33
- 5.5 Conditionele onafhankelijkheid van de windblokken 36

6 Ramspolkering, waterstandssommen, faalmechanismes en hydraulische belastingen 39

- 6.1 De Balgstuw te Ramspol 39
- 6.2 Waterstandssommen 40
- 6.3 Faalmechanismes en hydraulische belastingen 41

7 Blokkansen, trapeziumkansen en de overschrijdingsfrequentie per jaar 43

- 7.1 Blokkansen voor de blokduur b 43
- 7.2 Trapeziumkansen 44
- 7.3 De overschrijdingsfrequentie 44

8 Nadere beschouwingen over de balgstuw 47

- 8.1 Het verwerken van de balgstuw in het probabilistisch model 47
- 8.2 De sluitfrequentie van de balgstuw 48

9 Uitsplitsingen van de overschrijdingsfrequentie 51

- 9.1 Welke omstandigheden treden op tijdens falen? 51
- 9.2 Continue versie van het probabilistisch model 52
- 9.3 Uitsplitsing trapeziumkans naar afvoer- en meerpeilniveaus 54
- 9.4 Opsplitsing van de blokkans 56
- 9.5 Diverse uitsplitsingen van de trapeziumkans $P_B(h)$ 57
- 9.6 Uitsplitsingen van de overschrijdingsfrequentie 58
- 9.7 Opmerking ten behoeve van de implementatie 59

10 Samenvatting van het model 61

Appendix: Locaties waar wind een primaire bedreiging vormt 63

Referenties 67

Samenvatting

In de Wet op de Waterkering staat aangegeven dat de minister van Verkeer en Waterstaat elke vijf jaar hydraulische randvoorwaarden publiceert ten behoeve van het toetsen van de veiligheid van de primaire waterkeringen in Nederland. De meest recente hydraulische randvoorwaarden zijn vastgesteld in 2001 en gepubliceerd in een boekwerk dat vaak kortweg wordt aangeduid als het 'Randvoorwaardenboek'. Twee van de watersystemen waarvoor randvoorwaarden zijn bepaald zijn de IJsseldelta en de Vechtdelta. In 2006 dient een volgend Randvoorwaardenboek te verschijnen. Voor deze gebieden dienen dan, op probabilistische wijze, met geactualiseerde gegevens opnieuw randvoorwaarden te zijn bepaald. Daartoe is een nieuw probabilistisch model ontwikkeld, dat in dit rapport wordt beschreven. Het model is toepasbaar op de faalmechanismes overloop (ten behoeve van waterstandsberekeningen), 2%-golfoploop en golfoverslag. De inhoud van dit rapport dient als basis voor de implementatie van het nieuwe model door middel van een uitbesteding die binnenkort wordt gestart. Het model is ontwikkeld voor de IJssel- en Vechtdelta, maar kan in principe, mits voorzien van de juiste invoergegevens, worden toegepast van Lobith tot op het gehele IJsselmeer.

Symbolenlijst

Hieronder worden de meest voorkomende symbolen beschreven. Symbolen die slechts in één of enkele paragrafen voorkomen ontbreken. Stochasten zullen gewoonlijk worden aangeduid met hoofdletters en uitkomsten daarvan met de overeenkomstige kleine letters. Bijvoorbeeld U is de stochast windsnelheid; een uitkomst van bijvoorbeeld 15 m/s wordt dan aangeduid met de kleine letter u .

Waar over trapezia wordt gesproken kunnen ook geknikte trapezia worden bedoeld. Veel van de symbolen in de lijst zijn voorzien van de index i , om aan te geven dat ze afhangen van het rangnummer i van het trapezium. Elders in het rapport is die index niet altijd, of voor sommige grootheden zelfs helemaal niet, weergegeven.

Stochasten

C of $C(u)$ of $C(u,q,m,r,d)$	Criteriumvariabele als functie van de windsnelheid u , afvoer q , meerpeil m , windrichting r en stormduur d . C is 1 indien u,q,m,r,d zodanig zijn dat het sluitcriterium van de Ramspolkering wordt gehaald en 0 indien dat niet het geval is.	[-]
D	De stormduur; er worden drie stormduren beschouwd, een smalle storm, een gemiddelde storm en een brede storm, respectievelijk genummerd $d = 1, 2$ en 3 .	[-]
H of $H(q,m,u,r,d,\omega)$	Hydraulische belasting, namelijk een waterstand of hydraulisch belastingniveau voor een van de faalmechanismes 2%-golfoploop of golfoverslag bij opgegeven debiet. H is een functie van afvoer q , meerpeil m , windsnelheid u , windrichting r , stormduur d en keringssituatie ω .	$m + \text{NAP}$
M	Momentaan IJsselmeerpeil (op te vatten als over het hele meer gemiddelde peil).	$m + \text{NAP}$
Q	Afhankelijk van de context de momentane Vecht- of IJsselafvoer.	m^3/s
R	Gemiddelde windrichting in de blokduur b_i . Beschouwd worden de 16 richtingen NNO, NO,..., N, genummerd $r = 1, 2, \dots, 16$.	[-]
U	Windsnelheid in de blokduur b_i .	m/s
Ω	Keringstoestand van de Ramspolkering. Deze is open of gesloten ($\omega = O$ van open $\omega = D$ van dicht).	[-]

Overige symbolen

$a_{\text{hor},i}$	Insnoeringsfactor die betrekking heeft op de horizontale breedte van het i -de trapezium.	[-]
$a_{\text{ver},i}$	Factor die betrekking heeft op de hoogte waarop het i -de trapezium wordt ingesnoerd.	[-]
b_i	Blokduur wind in het i -de trapezium.	uur
$b_i(k)$	Topduur van het i -de afvoertrapezium met piekwaarde k .	uur
$b_i(s)$	Topduur van het i -de meerpeiltapezium met piekwaarde s .	uur
B_i	Basisduur van het i -de trapezium.	uur
$f_i(k)$	De kansdichtheid van de piekwaarde k van het i -de trapezium.	s/m^3
$f_i(s)$	De kansdichtheid van de piekwaarde s van het i -de trapezium.	$1/\text{m}$
$f_i(k,s)$	De gezamenlijke kansdichtheid van afvoer- en meerpeilpiekwaarde van de i -de trapezia.	s/m^4
$g_i(q,m,u,r,d,\omega)$	Momentane kansdichtheid in de blokduur b_i van de afvoer q , meerpeil m , windsnelheid u , windrichting r , stormduur d en keringssituatie ω .	s^2/m^5
K	Aantal trapezia in het jaar.	[-]
k	Piekwaarde van het afvoertrapezium.	m^3/s
$L_i(q,k)$	Overschrijdingsduur van niveau q in het i -de trapezium met piekwaarde k .	uur
$L_i(m,s)$	Overschrijdingsduur van niveau m in het i -de trapezium met piekwaarde s .	uur

$m_{0,i}$	Het minimale meerpeil dat in het i-de trapezium kan voorkomen.	m+NAP
$m(j)$	Het gemiddelde meerpeil in het j-de windblok, met dien verstande dat in geval $b_i(s) < b_i$ tenminste één van de windblokken een hoogte gelijk aan de piekwaarde s heeft.	m+NAP
$n(B_i)$	Aantal windblokken in duur B_i , dus $n(B_i) = B_i/b_i$.	[-]
$P_i(d)$	Kans op stormduur d.	[-]
$P_i(r)$	Kans op windrichting r.	[-]
$P_i(r m)$	Kans op windrichting r, gegeven meerpeil m in blokduur b_i .	[-]
$P_i(H>h q,m,r,d)$	Kans dat de hydraulische belasting niveau h overschrijdt gedurende de blokduur b_i , gegeven q, m, r, d in de blokduur b_i .	[-]
$P_i(H>h q,m)$	Kans dat de hydraulische belasting niveau h overschrijdt gedurende de blokduur b_i , gegeven q, m in de blokduur b_i .	[-]
$P_{B_i}(F k,s)$	Kans dat bij gegeven afvoer- en meerpeiltrapezia in duur B_i met piekwaarden k en s voor minstens 1 blokje falen optreedt.	[-]
$P_{B_i}(h)$	Kans dat in duur B_i voor minstens 1 blokje falen optreedt, oftewel de kans dat in duur B_i een faalgebeurtenis voor niveau h optreedt.	[-]
s	Piekwaarde van het meerpeiltrapezium.	m+NAP
$q_{0,i}$	De minimale afvoer die in het i-de trapezium kan voorkomen.	m^3/s
$q(j)$	De gemiddelde afvoer in het j-de windblok, met dien verstande dat in geval $b_i(k) < b_i$ tenminste één van de windblokken een hoogte gelijk aan de piekwaarde k heeft.	m^3/s
α	Faalkans van de Ramspolkering.	per vraag
δ_i	Tijdsduur (faseverschuiving) waarover het i-de meerpeiltrapezium wordt verschoven ten opzichte van het i-de afvoertrapezium; $\delta_i > 0$ betekent een naar rechts verschoven meerpeiltrapezium.	uur
$\Psi_H(h)$	Overschrijdingsfrequentie van het hydraulisch belastingniveau h.	1/jaar
σ_i	Standaarddeviatie van de normale verdeling in de getransformeerde ruimte.	m

1 Inleiding

1.1 Algemeen

In de Wet op de Waterkering staat aangegeven dat de minister van Verkeer en Waterstaat elke vijf jaar hydraulische randvoorwaarden publiceert ten behoeve van het toetsen van de veiligheid van de primaire waterkeringen in Nederland. De meest recente hydraulische randvoorwaarden zijn vastgesteld in 2001 en gepubliceerd in een boekwerk dat vaak kortweg wordt aangeduid als het 'Randvoorwaardenboek', zie [HR 2001]. Twee van de watersystemen waarvoor randvoorwaarden zijn bepaald zijn de IJsseldelta en de Vechtdelta. Deze gebieden bestaan uit de benedenstroomse delen van de IJssel (km 974 tot km 1002) en de Vecht (km 45.30 bij Dalfsen tot aan de balgstuw te Ramspol). In 2006 dient een volgend Randvoorwaardenboek te verschijnen. Voor de IJssel- en Vechtdelta dienen dan, op probabilistische wijze, met geactualiseerde gegevens opnieuw randvoorwaarden te zijn bepaald. Daartoe is een nieuw probabilistisch model ontwikkeld, dat in dit rapport wordt beschreven. Dit model, of in ieder geval het grootste deel daarvan, moet de komende tijd door middel van een uitbesteding worden geïmplementeerd.

1.2 Achtergronden

De IJsseldelta is het benedenstroomse gedeelte van de IJssel dat de schakel vormt tussen het bovenrivierengebied en het IJsselmeer. Het loopt van kilometerraai km 974 (nabij Hattem) tot km 1002 (Keteldiep). De toetspeilen (vroeger maatgevende hoogwaterstanden genoemd) corresponderen met een terugkeertijd $T = 2000$ jaar. Ze zijn ten behoeve van het Randvoorwaardenboek 2001 [HR 2001] bepaald met een nogal simpele belastinggevallenmethode, de zogenaamde 'verhanglijnen methode'. Een verhanglijn geeft het verloop van de waterstanden langs de rivier. Er zijn twee verhanglijnen bepaald, één met een extreme afvoer met $T = 2000$ jaar en één met een extreme windsnelheid met $T = 2000$ jaar. In het overgangsgebied, ter plaatse van Kampen, kruisen de lijnen elkaar. Door deze lijnen op een bepaalde manier te combineren resulteren de toetspeilen uit [HR 2001] voor de IJsseldelta.

De Vechtdelta bestaat uit het benedenstroomse deel van de Overijsselse Vecht, het Zwarte Water (inclusief het Zwolle-IJsselkanaal) en het Zwarte Meer (inclusief het Ganzendiep en de Goot); het begint bij Dalfsen (km 45.30) en loopt tot aan de balgstuw te Ramspol. Voor de Vechtdelta corresponderen de toetspeilen met terugkeertijden van 1250 tot 4000 jaar. De hydraulische randvoorwaarden voor het Zwarte Meer en het Zwarte Water zijn in het begin van de jaren 90 van de vorige eeuw op probabilistische wijze berekend naar aanleiding van de studie naar de aanleg van de keersluis te Ramspol. De hydraulische randvoorwaarden voor het Randvoorwaardenboek 1996 [HR 1996] zijn gebaseerd op (een variant uit) deze studie. In [HR 2001] zijn de randvoorwaarden uit 1996 ongewijzigd overgenomen. Voor de toetspeilen langs de Overijsselse Vecht is het waterbewegingsmodel Sobek gebruikt, uitgaande van een maatgevende afvoer van $470 \text{ m}^3/\text{s}$, zie [HR 2001] en de daarin genoemde referenties.

1.3 Een nieuw probabilistisch model

De niet-probabilistische verhanglijnenmethode voor de IJsseldelta dient te worden vervangen door een probabilistische rekenmethode. Verder dient de in het verleden gebruikte probabilistische rekenmethode voor de Vechtdelta te worden verbeterd. Het in dit rapport beschreven nieuwe probabilistische model is zo opgezet dat de formules voor beide delta's precies hetzelfde zijn. Slechts de gebruikte databestanden met waterstandssommen en de invoerbestanden met statistische gegevens verschillen. Dat de formules voor beide gebieden overeenstemmen vormt een groot voordeel met het oog op beheer en onderhoud van het model. Een korte omschrijving van het model is als volgt:

Met het nieuwe probabilistische model voor de Vecht- en IJsseldelta kunnen voor een groot aantal locaties in het gebied waterstanden worden berekend en daarnaast hydraulische belastingniveaus voor de faalmechanismes 2%-golfploop en golfoverslag. Het model is (in ieder geval) toepasbaar voor terugkeertijden $T \geq 0.5$ jaar. De berekeningen vinden plaats op dijkvakniveau en niet op dijkkringniveau, waarbij uitsluitend belastingaspecten probabilistisch worden behandeld maar niet de sterkteaspecten.

Bij het opstellen van het model hebben de volgende uitgangspunten als leidraad gediend:

1. De formulering van het model dient zo veel mogelijk aan te sluiten bij:
 - het model Hydra-B voor de Benedenrivieren, zie [Geerse, 2003a]
 - de in het programma PC-Ring veel gebruikte zogenaamde FBC-modellen, zie onder andere [Vrouwenvelder et al 2002; Geerse, 2002a]
 - het model Hydra-M voor het IJsselmeer voor wat betreft de correlatie tussen meerpeil en windrichting
2. Het model moet zo flexibel zijn dat eenvoudig met andere invoergegevens gerekend kan worden. Op die manier kunnen zonder veel inspanning allerlei gevoeligheidsanalyses worden verricht, bijvoorbeeld ten behoeve van klimaatscenario's. Denk bij andere invoergegevens aan:
 - andere overschrijdingsfrequenties (werklijnen) van de afvoer en het meerpeil
 - andere windstatistiek
 - bredere of smallere afvoer en/of meerpeilgolven
 - andere correlatie tussen afvoer en meerpeil
 - al of niet verwaarlozen van de correlatie tussen meerpeil en windrichting
 - deel van het winterhalfjaar andere statistische gegevens, bijvoorbeeld een ander streefpeil voor het IJsselmeer in de maand maart

Het model is ontwikkeld voor de IJssel- en Vechtdelta, maar kan in principe, mits voorzien van de juiste invoergegevens, worden toegepast van Lobith tot op het IJsselmeer. Bovenstrooms van de IJsseldelta, waar voor de kruinhoogten naast de waterstanden ook de windgolven van enig belang zijn, wordt tot nu deterministisch in plaats van probabilistisch gerekend. Op termijn valt te overwegen voor de bovenrivieren over te stappen op een probabilistische berekening. Verder kan worden overwogen, eveneens op termijn, voor het IJsselmeer (en het Markermeer) over te stappen van Hydra-M op het probabilistisch model zoals in dit rapport beschreven. De in Hydra-M toegepaste probabilistische rekenmethode (Van der Made) is namelijk iets minder nauwkeurig dan de nieuwe rekenmethode. Het nieuwe model kan overigens niet worden toegepast voor de Benedenrivieren, omdat onder meer in het nieuwe model geen stormvloedten worden beschouwd.

We merken nog op dat bij RIZA/WSH al eerder, namelijk in het jaar 2000, een probabilistisch model voor de IJsseldelta is ontwikkeld, zie [Geerse, 2003b]. In dat model werd de correlatie tussen IJsselafoer en IJsselmeerpeil nogal pragmatisch behandeld. Het oude model zou daardoor voor situaties waarin het meerpeil een belangrijke stochast wordt – denk aan klimaatscenario's – onjuiste resultaten geven. Voor de Vechtdelta zou een (aangepaste) versie van het model waarschijnlijk onjuiste resultaten geven, omdat het effect van de Ramspolkering met het oude model naar het zich laat aanzien niet nauwkeurig genoeg kan worden berekend.

1.4 Aard van het rapport

Dit rapport is bedoeld als basis voor de implementatie, in de vorm van een computerprogramma, van het model. Het is een 'technisch' document, waarin veel nadruk ligt op gedetailleerde wiskundige formules. Allerlei keuzes voor invoergegevens liggen nu nog niet vast. Voor de implementatie is dat geen probleem, omdat die zo algemeen wordt uitgevoerd dat de invoergegevens eenvoudig kunnen worden gewijzigd. Soms worden om concreet te zijn in dit rapport al vermoedelijke parameterkeuzes gegeven. Een enkele maal worden in de tekst wat opmerkingen gemaakt die specifiek op de implementatie van toepassing zijn.

1.5 Inhoud van de hoofdstukken

Hoofdstuk 2 geeft een overzicht van het probabilistisch model voor de IJssel- Vechtdelta. De nadruk ligt daarbij op de modellering van de gebruikte stochasten en hun kansverdelingen, en niet op deterministische berekeningen van waterstanden en golven. Zo wordt uitgelegd en gemotiveerd dat het tijdsverloop van de afvoer en van het meerpeil adequaat door trapezia kan worden weergegeven. Ook wordt kort ingegaan op de windmodellering en op de problematiek van de balgstuw te Ramspol. Hoofdstuk 3 geeft de details, inclusief een nette wiskundige notatie, van de trapeziamodellering van afvoer en meerpeil. Hoofdstuk 4 beschrijft de formules waarmee de correlatie tussen de piekwaarden van de afvoer- en meerpeiltrapezia wordt beschreven. De kleinste tijdseenheid in het model is de zogenaamde *blokduur*. In het probabilistisch model wordt het tijdsverloop van afvoer en meerpeil, zoals dat volgt uit de trapezia, gediscrèteerd in stappen gelijk aan deze blokduur. Hoofdstuk 5 beschrijft de aan de blokduur gerelateerde momentane kansdichtheid voor de afvoer, het meerpeil, de windsnelheid, de windrichting, de stormduur en de keringssituatie. Paragraaf 5.1 gaat over de correlatiestructuur

van deze kansdichtheid. Paragraaf 5.2 gaat in op de gezamenlijke momentane kansdichtheid voor de afvoer en het meerpeil. In paragraaf 5.3 wordt de conditionele kansdichtheid voor de windsnelheid, gegeven de windrichting, behandeld. Paragraaf 5.4 gaat over de conditionele kans op de windrichting, gegeven het meerpeil, die wordt afgeleid uit de Hydra-M statistiek. Paragraaf 5.5 gaat over de statistische relatie tussen opeenvolgende windblokken, die op een bepaalde manier onafhankelijk van elkaar worden verondersteld. Hoofdstuk 6 gaat hoofdzakelijk over niet-probabilistische gegevens die nodig zijn als invoer voor het probabilistisch model. Zo komen aan de orde: de balgstuw te Ramspol, de in het model benodigde waterstandssommen, en de precieze definities van de faalmechanismen en de hydraulische belasting. Hoofdstuk 7 geeft de eigenlijke formules (paragraaf 7.3) waaruit het probabilistisch model bestaat. In paragraaf 7.1 en 7.2 worden als voorbereiding eerst aan de blokduur en aan de trapezia gerelateerde kansen behandeld. Hoofdstuk 8 geeft een nadere wiskundige onderbouwing van de manier waarop in hoofdstuk 7 de balgstuw in de formules is opgenomen. Tevens wordt daar de formule voor de sluitfrequentie van de balgstuw gegeven.

Hoofdstuk 9 staat enigszins apart van het eigenlijke probabilistische model. Dat hoofdstuk gaat over het zogenaamde *uitsplitsen* van de overschrijdingsfrequentie van het hydraulisch belastingniveau. Die uitsplitsing geeft informatie over de kansen waarmee afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en keringssituaties voorkomen tijdens een overschrijding. In de berekening van het hydraulisch belastingniveau dat hoort bij een bepaalde terugkeertijd worden de formules voor de uitsplitsing nergens gebruikt. De uitsplitsingen geven uitsluitend *aanvullende* informatie bij de berekening van het hydraulisch belastingniveau. Paragraaf 9.1 omschrijft van de manier van uitsplitsen en wijst erop dat het uitsplitsen noodzakelijkerwijs (bijna) altijd een pragmatisch karakter heeft. In paragraaf 9.2 wordt de zogenaamde continue versie van het probabilistisch model gegeven; daarbij wordt een discreet produkt (van een eindig aantal termen) vervangen door een continue integraal over de tijd. In termen van deze continue versie worden de formules voor de uitsplitsingen gegeven. In paragraaf 9.3 wordt om didactische redenen eerst de uitsplitsing naar alléén de afvoer en alléén het meerpeil gegeven. De paragrafen 9.4 t/m 9.6 geven de afleidingen en formules voor de algemene uitsplitsingen. Paragraaf 9.7 gaat in op een implementatie-technisch punt, namelijk hoe de (kleine) discrepantie tussen de continue en de discrete versie van het model ten behoeve van de uitsplitsingen moet worden opgelost.

Hoofdstuk 10 geeft een puntsgewijze samenvatting van het probabilistisch model.

De appendix gaat over locaties waar zonder stormen geen bedreigende situatie kan optreden. Er wordt gedemonstreerd dat voor deze locaties de overschrijdingsfrequenties en het precieze tijdsverloop van afvoeren en meerpeilen niet relevant zijn, maar dat slechts de momentane gezamenlijke kansdichtheid van afvoer en meerpeil relevant zijn.

2 Overzicht van het model

Dit hoofdstuk geeft een overzicht van het probabilistisch model voor de IJssel- Vechtdelta. Niet alle onderdelen van het model komen daarbij aan de orde; de nadruk ligt op de modellering van de gebruikte stochasten en hun kansverdelingen. Deterministische zaken zoals golven en waterstanden komen in hoofdstuk 6 aan de orde. De in paragraaf 2.1 t/m 2.5 genoemde onderdelen van het model worden in de hoofdstukken 3, 4, 5, 7 en 8 uitgebreider behandeld.

Paragraaf 2.1 gaat in op de gebruikte stochasten en maakt duidelijk dat het model primair in staat moet zijn om voor een gegeven hydraulisch belastingniveau de overschrijdingsfrequentie uit te rekenen. Paragraaf 2.2 beschrijft hoe de afvoer en het meerpeil met trapezia worden gemodelleerd en geeft een beknopte motivering daarvoor. Paragraaf 2.3 behandelt de wind. In paragraaf 2.4 komt de Ramspolkering aan de orde en paragraaf 2.5 gaat in op de precieze definitie van de overschrijdingsfrequentie.

2.1 Overschrijdingsfrequentie en gebruikte stochasten

De formules voor de probabilistische modellen voor de IJssel- en Vechtdelta stemmen overeen, vandaar dat meestal gesproken wordt over ‘het probabilistisch model’. De gebruikte invoergegevens voor beide gebieden verschillen echter. Indien het model specifiek betrekking heeft op de IJsseldelta wordt het in dit rapport soms aangegeven met Hydra-IJ en indien het specifiek betrekking heeft op de Vechtdelta wordt het soms aangegeven met Hydra-V. De namen Hydra-IJ en Hydra-V worden alleen in dit rapport gebruikt om zo concreet mogelijk te zijn. Op termijn zal één naam voor het probabilistisch model worden gekozen, welk model dan zowel de IJssel- als de Vechtdelta omvat¹.

Zowel in Hydra-IJ als Hydra-V komt slechts één rivierafvoer voor, namelijk de IJsselafvoer te Olst (met statistiek van Olst) in Hydra-IJ en de Vechtafvoer te Dalfsen (met statistiek van Dalfsen) in Hydra-V. In Hydra-IJ wordt de IJsselafvoer statistisch verwerkt, terwijl de Vechtafvoer op de een of andere manier, die nu nog niet is vastgelegd, deterministisch wordt meegenomen, bijvoorbeeld door bij een beschouwde IJsselafvoer de mediane waarde van de Vechtafvoer te kiezen (de mediaan van de mogelijke Vechtafvoeren die bij de beschouwde IJsselafvoer kunnen optreden). In het laatste geval spreekt men wel van de 50%-lijn van de Vecht; zie voor een nadere uitleg van het begrip 50%-lijn bijvoorbeeld [Geerse, 2003a]. Omgekeerd kan in Hydra-V de Vechtafvoer dan statistisch worden verwerkt met de 50%-lijn van IJsselafvoer. In plaats van met 50%-lijnen kan in het model ook worden gewerkt met de zogenaamde 1 - 1 lijn (de ‘1 op 1 lijn’), die de maximale correlatie tussen Vecht- en IJsselafvoer weergeeft². Deze lijn geeft in principe een overschatting van de correlatie tussen beide rivieren. Omdat de berekeningen op dijkvakniveau en niet op dijkkringniveau plaatsvinden, maakt de keuze om de Vecht en de IJssel aan elkaar te koppelen weinig uit, zie ook het slot van paragraaf 2.2.

Bij een gegeven terugkeertijd moet met het probabilistisch model het bijbehorende hydraulisch belastingniveau kunnen worden bepaald. In feite is het voldoende, zoals nu wordt uitgelegd, als met het probabilistisch model voor een gegeven hydraulisch niveau h de overschrijdingsfrequentie kan worden bepaald. De hydraulische belasting vormt een stochast die door de letter H zal worden aangegeven. Voor niveau h , in $m + \text{NAP}$, wordt de overschrijdingsfrequentie daarvan aangegeven met

$$\Psi_H(h) = \text{overschrijdingsfrequentie, in keren per jaar, waarmee het hydraulisch belastingniveau } h \text{ wordt overschreden.} \quad (2.1)$$

De terugkeertijd van niveau h is dan $T(h) = 1 / \Psi_H(h)$. Door nu voor een aantal niveaus h de terugkeertijden $T(h)$ te bepalen, kan door interpolatie voor een gegeven T het bijbehorende niveau h worden bepaald. Het probabilistisch model, zoals beschreven in dit rapport, bestaat uit een stelsel van formules waarmee (2.1) kan worden berekend. In deze formules komen de kansverdelingen van de gebruikte stochasten voor. Stochasten

¹ Deze handelwijze is analoog aan die voor Hydra-B en Hydra-M. Het model Hydra-B voor de benedenrivieren bestaat in feite uit een ‘Maasdelta’ met Maasdominante locaties en een ‘Rijndelta’ met Rijndominante locaties; Hydra-M bestaat uit het IJsselmeer en het Markermeer.

² De 1 - 1 lijn kan naar keuze de maximale correlatie tussen dagafvoeren op tussen piekafvoeren weergeven. Bij een keuze voor piekafvoeren worden Vecht- en IJsselafvoeren met eenzelfde overschrijdingsfrequentie gekoppeld; bij een keuze voor dagafvoeren worden Vecht- en IJsselafvoeren met eenzelfde momentane overschrijdingskans gekoppeld.

worden aangeduid met hoofdletters en hun uitkomsten met de overeenkomstige kleine letters. Bijvoorbeeld U is de stochast windsnelheid, en een uitkomst van daarvan, zeg 15 m/s, wordt dan aangegeven als $u = 15$ m/s. De gebruikte stochasten worden in het vervolg van dit hoofdstuk kort behandeld; in hoofdstuk 3 t/m 6 volgt nadere informatie daarover. In de hoofdstukken 7 en 8 blijkt hoe de kansverdelingen van de stochasten in het probabilistisch model zijn opgenomen. Nu volgt een lijst met de gebruikte stochasten:

Q	Afhankelijk van de context de momentane Vecht- of IJsselafvoer. Vechtafvoer heeft statistiek Dalfsen en IJssel heeft statistiek van Olst.	m^3/s
U	Windsnelheid.	m/s
R	Windrichting. Beschouwd worden de 16 richtingen NNO, NO,..., N, genummerd $r = 1, 2, \dots, 16$.	[-]
M	Momentaan IJsselmeerpeil (op te vatten als over het hele meer gemiddelde peil).	$m + \text{NAP}$
Ω	Keringstoestand van de Ramspolkering. Deze is open of gesloten ($\omega = O$ van open $\omega = D$ van dicht).	[-]
D	De stormduur; er worden drie stormduren beschouwd, een smalle storm, een gemiddelde storm en een brede storm, respectievelijk genummerd $d = 1, 2$ en 3 .	[-]
H of $H(q,u,m,r,\omega)$	Hydraulische belasting, namelijk een waterstand of hydraulisch belastingniveau voor een van de faalmechanismes 2%-golfoploop of golfoverslag bij opgegeven debiet.	$m + \text{NAP}$

2.2 Modelleren afvoer en meerpeil door trapezia

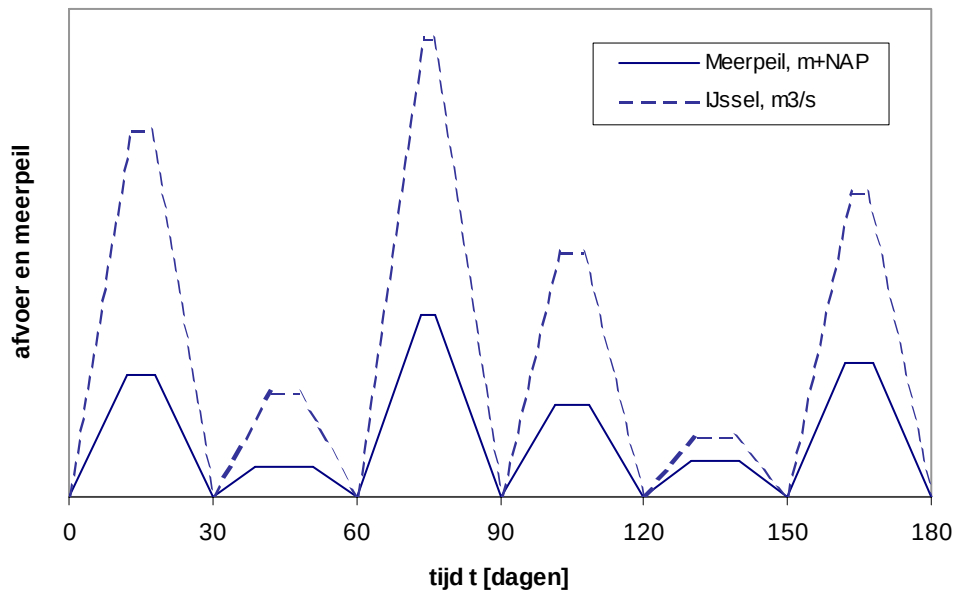
Het tijdsverloop van de afvoer en van het meerpeil wordt gemodelleerd door middel van trapezia, zie figuur 2.1. De bases van de trapezia zijn hier gelijk gekozen aan $B = 30$ dagen. Het model zal wat algemener worden opgezet, met basisduren die per trapezium verschillend mogen zijn, maar voor de uiteindelijke berekeningen voor de hydraulische randvoorwaarden zullen vermoedelijk de 6 wintermaanden oktober t/m maart worden gekozen, met elk een duur van $B = 30$ dagen³. In dat geval is sprake van één ‘afvoergolf’ per wintermaand en tevens van één ‘meerpeilgolf’ per wintermaand, beiden gemodelleerd door trapezia. De *piekwaarden* van deze trapezia worden, in elke beschouwde basisduur B , beschreven door een gezamenlijke kansverdeling $f(k,s)$ waarbij k de piekwaarde van het afvoertrapezium aangeeft en s de piekwaarde van het meerpeiltapezium. De marginale verdelingen $f(k)$ en $f(s)$ hiervan geven de kansdichtheden van de piekwaarden van de afvoer en het meerpeil. De opeenvolgende trapezia worden in het model statistisch onafhankelijk genomen.

In [Geerse, 2002a] werd gemotiveerd dat de modellering met trapezia een zeer praktisch en geschikt model vormt om hydraulische randvoorwaarden mee te berekenen. Zonder daarop hier uitgebreid in te gaan geven we hieronder kort de twee belangrijkste redenen. In de uitleg speelt het begrip *momentane kans* op een afvoer- of meerpeilwaarde een rol. Deze geeft (ruwweg) de kans dat een *op een gegeven moment* beschouwde afvoer- of meerpeilwaarde optreedt⁴; in onder andere [Geerse, 2003a] wordt het begrip momentane kans (voor de afvoer) nader toegelicht. De momentane kansverdeling $g(m)$ voor het meerpeil is bekend uit Hydra-M [Blaakman et al, 1999]; deze verdeling zal echter enigszins worden aangepast, om redenen vermeld in paragraaf 5.4. De momentane verdeling $g(q)$ van de afvoer te Olst is ook bekend uit [Kalk et al, 2001]; die voor de Vecht dient nog te worden bepaald⁵. Voor een goed begrip van het probabilistisch model uit dit rapport is het van belang te weten dat de momentane verdelingen $g(q)$ en $g(m)$ *geen invoer* vormen van het model. Deze verdelingen volgen namelijk uit de in het model gebruikte trapezia en de kansdichtheden $f(k)$ en $f(s)$ voor de piekwaarden van de trapezia (zie paragraaf 5.2 voor de relevante formules).

³ Aan het feit dat niet iedere maand precies 30 dagen heeft wordt hier voorbijgegaan.

⁴ In feite dient gespecificeerd te worden welk soort momentane waarde eigenlijk wordt bedoeld. Betreft het bijvoorbeeld een gemiddelde over een dag, of het maximum van 24 uurwaarden over een dag of weer wat anders. In de afleiding van de afvoer- en meerpeilstatistiek lopen de interpretaties vaak door elkaar heen, zie bijvoorbeeld [Geerse, 2001] voor opmerkingen over de afvoerstatistiek. Voor de momentane waarden van afvoeren en meerpeilen kan men in de context van dit rapport denken aan een 12 uren-gemiddelde waarde.

⁵ Het is mogelijk dat de hier genoemde verdelingen de komende jaren opnieuw worden bepaald.



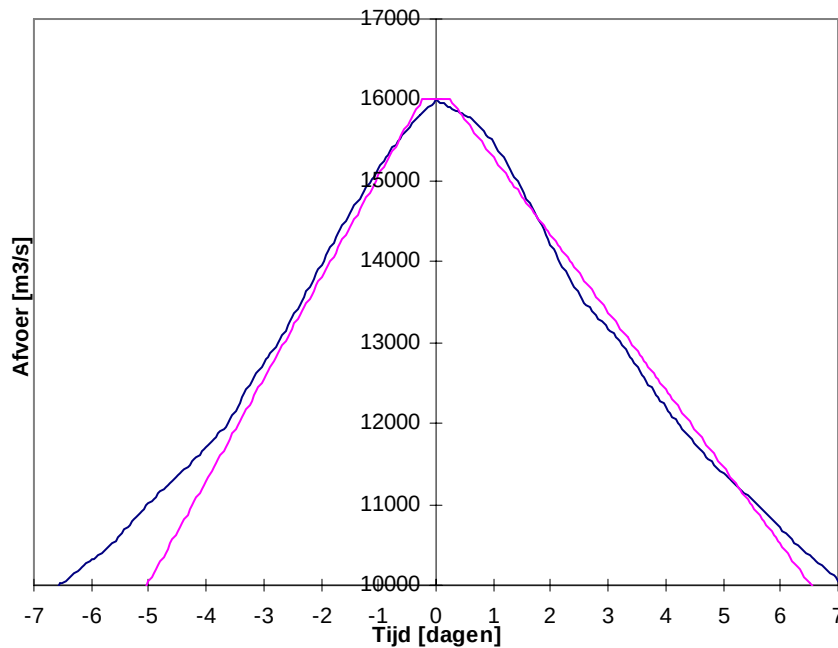
Figuur 2.1 Afvoer- en meerpeilverloop door middel van trapezia.

De twee redenen dat het model met trapezia een geschikt model vormt om hydraulische randvoorwaarden mee uit te rekenen zijn

1. Het gemiddelde tijdsverloop van *hoge afvoer- en meerpeilgolven* (met $T > 1$ jaar) kan goed worden beschreven door trapezia met een basisduur van ongeveer 30 dagen en geschikt gekozen topduren.
2. Voor de *lage afvoeren en meerpeilen* kunnen niet zinnig ‘nette’ golven worden onderscheiden, omdat het verloop van deze grootheden te grillig is om door afzonderlijke golven te kunnen worden weergegeven. In een probabilistisch model als hier beschouwd blijkt voor de lage afvoeren en meerpeilen uitsluitend van belang dat de momentane kansdichtheden $g(q)$ van de afvoeren en $g(m)$ van de meerpeilen in het model overeenstemmen met de reeds bekende kansverdelingen. De topduren van de trapezia kunnen volgens [Geerse, 2002a] zodanig gekozen worden dat de momentane kansen inderdaad (in goede benadering) overeenstemmen met de bekende kansverdelingen.

Als toelichting op (1) melden we dat het gemiddelde tijdsverloop van afvoergolven voor de Rijn, Maas, IJssel en Vecht kan worden weergegeven door zogenaamde standaardafvoergolven. Figuur 2.2 geeft als voorbeeld de maatgevende afvoergolf voor de Rijn; in de figuur is een trapezium aangegeven met een basisduur van 30 dagen (basis op niveau $0 \text{ m}^3/\text{s}$) en een topduur van een halve dag. Het trapezium blijkt het relevantste hoogste deel van de golf prima te beschrijven⁶. Voor de Rijn, Maas en de IJssel zijn de standaardafvoergolven bekend en is duidelijk dat deze door trapezia kunnen worden beschreven, zie [Geerse, 2002a] en [Kalk et al, 2001]. Voor de Vecht zijn de standaardgolfvormen nog niet bekend, maar wel is oriënterend onderzoek uitgevoerd waaruit blijkt dat ook deze afvoergolven adequaat door trapezia kunnen worden beschreven. Oriënterend onderzoek laat verder zien dat ook meerpeilgolven goed door trapezia kunnen worden beschreven. Dat laatste lijkt in strijd met [Vrouwenvelder et al, 1997]; zie paragraaf 5.4 voor commentaar daarop. Binnenkort zullen standaardgolven voor de Vecht en het IJsselmeer, met corresponderende trapezia, worden afgeleid.

⁶ De exacte vorm van de afvoergolf is voor een probabilistisch model als hier beschouwd van minder belang dan voor de uitkomsten van waterstandsberekeningen met Sobek of Waqua. Wil men verschijnselen als topvervlakking berekenen, dan kan beter worden uitgegaan van de ‘officiële’ standaardafvoergolf.



Figuur 2.2 Maatgevende afvoergolf voor de Rijn met trapezium.

Punt (2) werd toegelicht, tenminste voor het Benedenrivierengebied, in [Geerse, 2002ac], zie ook [Vrouwenvelder et al, 2002] en zie [Duits, 2002] voor een verificatie/aanvulling van formules en berekeningen uit [Geerse, 2002a]. Het Benedenrivierengebied verschilt van de IJssel- en Vechtdelta op een aantal punten. Relevant is hier vooral dat in het model voor de benedenrivieren geen meerpeilgolven (langzame stochast) voorkomen maar stormvloeden (snelle stochast). De essentie van de toelichting in de genoemde referenties blijft echter hetzelfde. We geven een beknopte toelichting, hier toegespitst op de situatie met het meerpeilen in plaats van stormvloeden. Ga om het concreet te houden, en om concrete locaties als voorbeelden te kunnen geven⁷, uit van toetspeilberekeningen (deze betreffen dus waterstanden exclusief golven). Stel verder dat het toetspeil wordt overschreden bij een *lage afvoer*. Ruwweg kunnen voor deze afvoeren dan de volgende situaties ‘kansmatig’ het meest relevant zijn:

- a. Hoge windsnelheid u (bijvoorbeeld oostkant IJsselmeer en nabij de IJsselmonding, zoals Rotterdamse Hoek en Kattendiep).
- b. Hoog meerpeil m en hoge windsnelheid u (bijvoorbeeld de IJsselmonding in een klimaatscenario met sterk verhoogde meerpeilen).
- c. Hoog meerpeil m met eventueel enige wind (bijvoorbeeld westkant IJsselmeer, zoals Enkhuizen).

Voor situaties (a) en (b) is voor de overschrijding van het toetspeil een storm nodig. Een storm duurt maar kort, zeg dat hoge waterstanden tengevolge van de storm orde 12 uur (of minder) aanhouden. Gedurende deze korte duur veranderen het meerpeil en de afvoer nauwelijks. De storm treft als het ware één afvoer- en één meerpeilwaarde. In het probabilistisch model zijn dan de kansen op de momentane waarden van de afvoer en het meerpeil nodig, welke kansen volgen uit de momentane kansdichtheden $g(q)$ en $g(m)$. Deze kansdichtheden dienen dus correct in het model te zijn opgenomen. Met andere woorden, de afvoer- en meerpeiltrapezia dienen in samenhang met de kansdichtheid van de piekwaarden van de afvoer- en meerpeiltrapezia de voorgeschreven $g(q)$ en $g(m)$ op te leveren. We kunnen het voorgaande ook omschrijven door te stellen dat voor de storm waarbij het toetspeil wordt overschreden het niet van belang is welke afvoeren en meerpeilen voorafgaand en volgend op de storm optreden; slechts dié afvoer en dát meerpeil zijn van belang die tijdens de storm optreden. Het tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil kan dus op willekeurige wijze gemodelleerd worden, zolang $g(q)$ en $g(m)$ maar correct in het model zijn verwerkt. De appendix geeft hiervan, voor de wiskundig onderlegde lezer, een gedetailleerde onderbouwing. Terzijde kan nog worden opgemerkt dat indien wind en eventueel meerpeil de belangrijkste stochast(en) vormen, de afvoer van weinig invloed zal zijn op de waterstand. Men kan zich dan een redelijk grote fout permitteren in de mate waarin $g(q)$ door het model goed wordt weergegeven, zolang de gemiddelde afvoer maar niet al te veel afwijkt van de werkelijke gemiddelde waarde. De fout die gemaakt

⁷ Het model uit dit rapport is ook toepasbaar op het IJsselmeer, waar sommige van de voorbeelden betrekking op hebben.

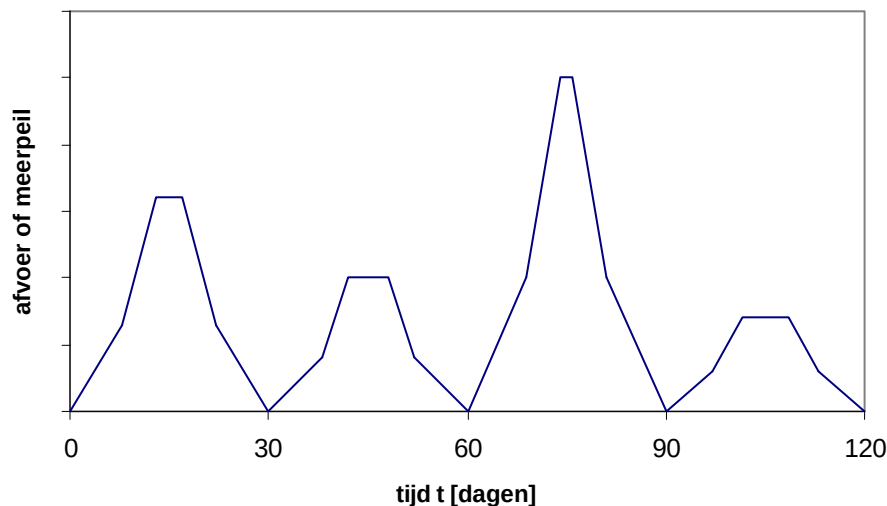
wordt bij een niet geheel juiste $g(q)$ kan overigens met een gevoeligheidsonderzoek worden gekwantificeerd, zie hieronder.

In situatie (c) zal de afvoer van betrekkelijk weinig invloed zijn (of helemaal geen invloed hebben) op de waterstanden. De preciese modellering van de afvoer in de tijd is dan van ondergeschikt belang. Als $g(q)$, net als hiervoor besproken, in redelijke benadering door het model wordt weergegeven, zal de fout in de berekende toetspeilen klein zijn.

Voor lage afvoeren tijdens toetspeilverschijdingen kan het model met trapezia dus goed gemotiveerd worden. Voor lage meerpeilen kan het model op soortgelijke wijze gemotiveerd worden. Die motivatie wordt niet opnieuw gegeven; wel geven we het analogon van (a), (b) en (c) met voorbeelden. Stel dat het toetspeil wordt overschreden bij een *laag meerpeil*. Dan kunnen we onderscheiden:

- d. Hoge windsnelheid u (bijvoorbeeld oostkant IJsselmeer en nabij de IJsselmonding, zoals Rotterdamse Hoek en Kattendiep).
- e. Hoge afvoer q en hoge windsnelheid u (bijvoorbeeld nabij Kampen).
- f. Hoge afvoer q met eventueel enige windopzet (bijvoorbeeld bovenstrooms Zwolle).

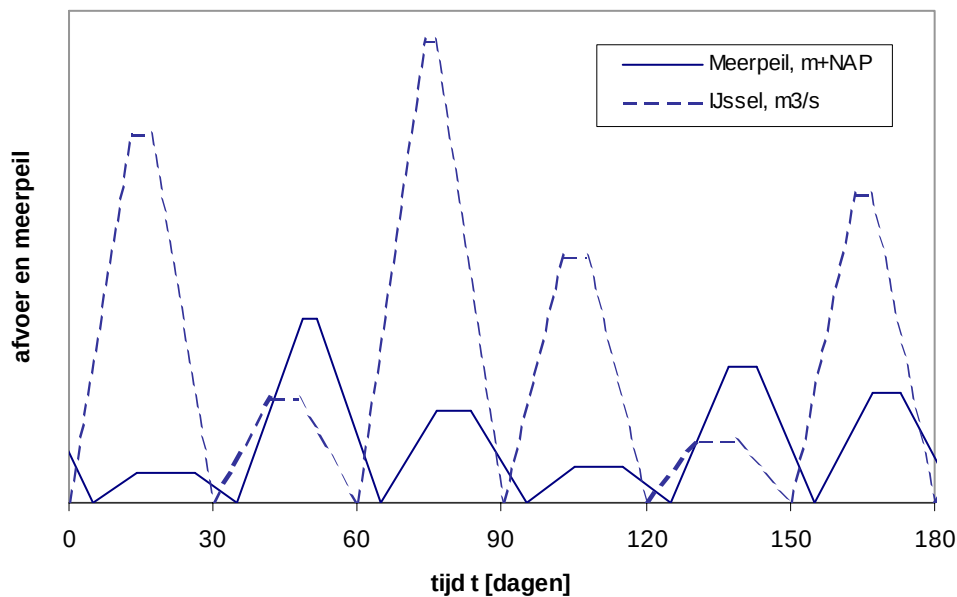
De voorgaande uitleg betreft toetspeilen, oftewel waterstanden. Indien hydraulische belastingen inclusief golven worden beschouwd, voor willekeurige terugkeertijden, blijven de redeneringen gelden. De voorbeelden van locaties wijzigen dan wel. Tot zover de toelichting op punt (2).



Figuur 2.3 Geknikte afvoer of meerpeiltrapezia.

Het tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil zal iets algemener worden geïmplementeerd in het probabilistisch model dan volgens de trapezia in figuur 2.1, namelijk door ook geknikte trapezia toe te laten als in figuur 2.3. De reden is onder meer dat dan eenvoudig gevoeligheidsanalyses kunnen worden gedaan. Die kunnen bijvoorbeeld dienen, zoals even tevoren besproken, om de gevoeligheid van de uitkomsten te onderzoeken voor de fout die in het model wordt gemaakt van het niet exact reproduceren van de vooraf gegeven $g(q)$ en $g(m)$. Het idee bestaat dat het model, ten behoeve van de berekening van hydraulische randvoorwaarden, de gegeven kansdichtheden voldoende nauwkeurig benadert. Door geknikte trapezia toe te laten kan een onder- zowel als bovengrensberekening worden gemaakt om dat idee te verifiëren. Verder is er nog een probleem, zoals wordt toegelicht in paragraaf 5.4, dat de meerpeilstatistiek uit Hydra-M [Blaakman et al, 1999] voor hoge meerpeilen tot te smalle meerpeilgolven leidt. Deze statistiek zal daarom worden aangepast. Vermoedelijk maakt het voor berekeningsresultaten voor hydraulische belastingniveaus voor de IJssel- en Vechtdelta weinig uit of al of niet met de aangepaste statistiek wordt gewerkt. Met de geknikte trapezia kan onderzocht worden of dat juist is.

De afvoer en het meerpeil zijn positief gecorreleerd, wat wil zeggen dat hoge afvoeren de neiging hebben om samen te gaan met hoge meerpeilen, zoals in figuur 2.1 ook wordt gesuggereerd. Deze correlatie zal worden beschreven, zoals al werd opgemerkt, door een gezamenlijke kansverdeling voor de *piekwaarden* van de trapezia. De algemene formule voor deze kansdichtheid wordt gegeven in hoofdstuk 4; de parameters uit deze formule dienen nog te worden bepaald.



Figuur 2.4 Afvoer en meerpeiltrapezia met een faseverschuiving.

In het model zal ook een *faseverschuiving* tussen afvoer- en meerpeiltrapezia worden beschouwd, zoals aangegeven in figuur 2.4. Vermoedelijk zal de preciese waarde van deze faseverschuiving weinig invloed hebben op de resultaten. De juiste waarde van de faseverschuiving dient nog te worden bepaald.

In paragraaf 2.1 werd gezegd dat in Hydra-V de Vechtafvoer statistisch wordt verwerkt met de IJsselaafvoer deterministisch gekoppeld aan de Vechtafvoer, terwijl omgekeerd in Hydra-IJ de IJsselaafvoer statistisch wordt verwerkt met de Vechtafvoer deterministisch gekoppeld aan de IJsselaafvoer. Een meer correcte manier zou zijn beide rivieren als stochasten in het model op te nemen. De manier om dat te doen is evident; in figuur 2.4 kan een tweede reeks afvoertrapezia worden toegevoegd, al of niet met een faseverschuiving ten opzichte van de eerste reeks afvoertrapezia. De piekwaarden van beide afvoeren en van het meerpeil dienen dan te worden beschreven door een driedimensionale gezamenlijke kansdichtheid. In dat geval zouden wel, afhankelijk van de gewenste nauwkeurigheid, 5 á 10 keer zoveel waterstandssommen moeten worden gemaakt met Waqua of Sobek; dan dienen immers allerlei combinaties van afvoeren te worden doorgerekend. Dit aantal sommen stuit gezien de huidige computercapaciteit op praktische problemen. Indien slechts berekeningen op dijkvakniveau, en niet op dijkkringniveau, worden gemaakt, wat het geval is ten behoeve van de hydraulische randvoorwaarden, is de aanpak van één rivier stochastisch met de andere deterministisch daaraan gekoppeld zeer nauwkeurig. Het is namelijk bekend, omdat de enige verbinding tussen de rivieren via het ‘ver af gelegen’ Ketelmeer plaatsvindt, dat een dijkvak in de Vecht- of IJsseldelta ófwel bijna alleen bedreigd wordt door de IJssel (dijkvakken van Olst tot Keteldiep), ófwel bijna alleen door de Vecht (dijkvakken van Dalfsen tot aan de Ramspolkering).

2.3 Modelleren wind

Het tijdsverloop van de wind zal worden gediscretiseerd in stappen van b uur. Vermoedelijk zal $b = 12$ uur worden gekozen. In de terminologie van de zogeheten Ferry-Borges Castanheta modellen (FBC modellen), zie bijvoorbeeld [Vrouwenvelder et al, 1997], spreekt men dan van ‘windblokken’ met een blokduur $b = 12$ uur. De keuze $b = 12$ uur is één van de meest gebruikte keuzes in de literatuur over het UBW-onderzoek, zie bijvoorbeeld [Duits et al, 1998], [Vrouwenvelder et al, 1997, 1999]; in het model Hydra-B, ten behoeve van de hydraulische randvoorwaarden voor het Benedenrivierengebied [Geerse, 2003a], wordt b gelijk genomen aan een getijperiode, die ook ongeveer 12 uur bedraagt. Gedurende de blokduur b wordt één windsnelheid u aangenomen, één windrichting r en één stormduur d . De windblokken worden op een bepaalde manier statistisch onafhankelijk van elkaar gesteld. De preciese formulering wordt gegeven in paragraaf 5.5; losjes gezegd geldt de onafhankelijkheid conditioneel op het opgetreden tijdsverloop van het meerpeil.

De windsnelheid u in het windblok stelt de *maximale windsnelheid* voor over de b uurwaarden in de blokduur. De windrichting r in het windblok stelt de (vectorieel) *gemiddelde windrichting* voor over de b uurwaarden in de

blokduur. De stormduur heeft één van de waarden $d = 1, 2$ en 3 , die respectievelijk staan voor een smalle storm, een gemiddelde storm en een brede storm. De windsnelheid en windrichting zijn sterk gecorreleerd. Deze correlatie wordt meegenomen. Voor de wind (betreft altijd de potentiële wind) zal de statistiek van Schiphol worden gebruikt. In het model wordt ook de correlatie tussen de windrichting en het meerpeil beschouwd; voor deze correlatie wordt aangesloten bij de handelwijze in het model Hydra-M voor het IJsselmeer.

2.4 De balgstuw te Ramspol

Bij Ramspol is recent een balgstuw aangelegd. Die bevindt zich in de Ramsgeul, die het Ketelmeer verbindt met het Zwarte Meer. Tijdens wester- en vooral noordwesterstormen kunnen door opwaaiing van het IJsselmeer hoge waterstanden op het Ketelmeer ontstaan. De balgstuw is bedoeld om in die situaties het Zwarte Meer van het Ketelmeer af te sluiten, waardoor de bedreiging in de Vechtdelta door stormen sterk wordt gereduceerd. De balgstuw sluit volautomatisch indien de locale waterstand bij de kering het niveau $0.50 \text{ m} + \text{NAP}$ overschrijdt en tevens sprake is van instroming van het Ketelmeer naar het Zwarte Meer. De kering heeft een faalkans α die (vermoedelijk) gelijk zal worden genomen aan $3.5 \cdot 10^{-3}$ per vraag. (Indien het sluitcriterium wordt gehaald, is er een kans α dat de kering niet naar behoren functioneert.) De faalkans van de kering dient op de juiste manier in het probabilistisch model te worden opgenomen; de preciese formules worden in hoofdstuk 7 en 8 gegeven. Daar wordt ook een formule gegeven voor de sluitfrequentie van de balgstuw.

Het beheer van de kering dient behalve in het probabilistisch model ook op de juiste manier te worden opgenomen in de met Sobek en/of Waqua gemaakte waterstandssommen. De balgstuw heeft een licht verhogend effect op de waterstanden in de IJsselmonding; water dat bij open kering van het Ketelmeer naar het Zwarte Meer kan stromen, wordt nu gedeeltelijk naar de monding van de IJssel afgeleid. Vermoedelijk is het effect van de kering op de hydraulische randvoorwaarden voor de IJsseldelta gering, zodat misschien voor de IJsseldelta altijd met een gesloten kering zal worden gerekend. Hoofdstuk 6 gaat nader in op de benodigde waterstandssommen.

2.5 Aard van de overschrijdingsfrequentie

We besluiten dit hoofdstuk met het zorgvuldig omschrijven van de aard van de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ uit (2.1). Stel dat op een gegeven locatie belastingsniveau h wordt overschreden. Afhankelijk van het type belasting en afhankelijk van de beschouwde locatie, kan de overschrijding langer of korter duren. Als H bijvoorbeeld de locale waterstand voorstelt te Olst zal de duur van de overschrijding worden bepaald door de duur dat de afvoergolf tot waterstanden hoger dan h leidt. De waterstanden aan de IJsselmonding worden bepaald door stormen op het IJsselmeer. Omdat afvoergolven langer duren dan stormen, zal bij Olst (met grote waarschijnlijkheid) de overschrijding van niveau h langer duren dan bij de IJsselmonding. Ter illustratie, er kan worden berekend dat bij Olst een overschrijding van het toetspeil *gemiddeld* ongeveer drie dagen duurt; voor de IJsselmonding zal dat gemiddeld in de orde van een uur of vier zijn. Het kan ook voorkomen dat een overschrijding van niveau h kort daarop wordt gevolgd door nog een of meerdere overschrijdingen. Denk aan het faalmechanisme overslag, waarvoor windgolven van belang zijn; het kan dan voorkomen dat tijdens een zeer hoge afvoer kort na elkaar enkele (niet al te harde) stormen optreden die in combinatie met de hoge afvoer niveau h enkele malen doen overschrijden.

In het probabilistisch model zijn we niet geïnteresseerd in de duur van overschrijdingen; de vraag is slechts of niveau h wel of niet overschreden wordt. Verder worden in het model meerdere overschrijdingen die gedurende één afvoer- en meerpeilgolf optreden als slechts één overschrijding geteld. Deze aanpak stemt overeen met die uit de modellen Hydra-B [Geerse, 2003a], Dijkkring [Volker, 1989; Den Heijer, 1994] en Hydra-M [Blaakman et al, 1999b]. Gemakshalve zullen we de frase ‘overschrijden van niveau h ’ in het vervolg vaak aanduiden als *falen*, omdat laatstgenoemd begrip in de uitleg aanzienlijk handiger is dan het iedere keer volledig uitschrijven van de genoemde frase. Wanneer het relevant is het niveau h expliciet te noemen zal worden gesproken over ‘falen voor niveau h ’. Indien in een trapeziumduur B tijdens een afvoer- en meerpeiltrapezium één of meer keer niveau h wordt overschreden, zullen we spreken van een *faalgebeurtenis*. Indien slechts overschrijdingen in het winterhalfjaar kunnen plaatsvinden, en het model bestaat uit één trapezium per wintermaand, kunnen maximaal 6 faalgebeurtenissen per jaar optreden, zodat dus $0 \leq \Psi_H(h) \leq 6$ per jaar.

In plaats van het beschouwen van de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ zou ook de overschrijdingskans $P(H_{\max} > h)$ kunnen worden beschouwd dat in het winterhalfjaar minstens één overschrijding van niveau h plaatsvindt. In dat geval wordt gedurende het winterhalfjaar nooit meer dan één faalgebeurtenis geteld. Zoals in paragraaf 7.3 wordt toegelicht maakt het voor hoge terugkeertijden voor de berekening van hydraulische belastingniveaus nauwelijks uit of $\Psi_H(h)$ of $P(H_{\max} > h)$ wordt gebruikt. Vanaf terugkeertijden $T > 10$ jaar zijn de verschillen hooguit 2 centimeter en voor $T > 1250$ jaar zelfs niet meer dan 2 millimeter.

3 Modelling afvoer en meerpeil

Dit hoofdstuk geeft de details van de modellering van afvoer en meerpeil met trapezia, waarbij ook de gebruikte notatie wordt gegeven. Paragraaf 3.1 behandelt de afvoer, paragraaf 3.2 het meerpeil en paragraaf 3.3 de faseverschuiving tussen afvoer- en meerpeiltrapezia.

3.1 Modelling van de afvoer

In het volgende wordt de modellering van het tijdsverloop van de afvoer behandeld. Deze afvoer is de Vechtafvoer te Dalfsen in het model Hydra-V en de IJsselaafvoer te Olst in het model Hydra-IJ. In elk van deze modellen komt voor wat de probabilistische formules betreft slechts één afvoer voor, zodat we slechts het tijdsverloop van één afvoer hoeven te beschouwen en niet het gecombineerde tijdsverloop van beide rivieren.

De afvoer wordt gemodelleerd door middel van trapezia als in hoofdstuk 2 besproken. Ieder jaar wordt geheel of gedeeltelijk met een vast aantal van K trapezia gevuld. We gebruiken de volgende notatie, die naderhand in de tekst in meer detail wordt uitgelegd.

$a_{hor,i}$	Insnoeringsfactor die betrekking heeft op de horizontale breedte van het i -de trapezium.	[-]
$a_{ver,i}$	Factor die betrekking heeft op de hoogte waarop het i -de trapezium wordt ingesnoerd.	[-]
K	Aantal trapezia in het jaar.	[-]
B_i	Basisduur van het i -de trapezium.	dagen
$b_i(k)$	Topduur van het al of niet geknikte i -de afvoertrapezium met piekwaarde k , zie figuur 3.1 ter illustratie.	uur
$q_{0,i}$	De minimale afvoer die in het i -de trapezium kan voorkomen.	m^3/s
$f_i(k)$	De kansdichtheid van de piekwaarde k van het i -de trapezium.	s/m^3

Indien geen misverstand kan ontstaan, zal de index i vaak worden weggelaten. De getallen B_i zijn geen stochasten, maar vaste getallen die in elk jaar hetzelfde zijn. Een mogelijke keuze is het beschouwen van het winterhalfjaar, kortweg whjaar, met $K = 6$ en $B_i = 30$ dagen. In dat geval is sprake van één trapezium per wintermaand. De piekwaarde in het i -de trapezium is wel een stochastische grootte, beschreven door een kansdichtheid $f_i(k)$. Het hier beschreven model is model 5 uit [Geerse, 2002a]. In deze referentie wordt beschreven hoe $f_i(k)$ berekend kan worden uit de overschrijdingsfrequentie (werklijn) van de afvoer. De trapezia zullen altijd *symmetrisch in de tijd* worden genomen. In dat geval kunnen de trapezia, behalve als functie van de tijd, ook worden gekarakteriseerd door $L_i(q,k)$ gegeven door (zie figuur 3.1 als toelichting):

$L_i(q,k)$ Overschrijdingsduur van niveau q in het i -de trapezium met piekwaarde k . uur

In principe worden meerpeil- en afvoergolven in het model gemodelleerd met trapezia als in deze figuur. In hoofdstuk 2 werd al opgemerkt dat een iets algemener model wenselijk is, waarin ook ‘geknikte’ trapezia kunnen voorkomen. Er wordt daarom een zogenaamde insnoering aangebracht op de relatieve hoogte a_{ver} , dus op het absolute niveau $q_0 + a_{ver}(k - q_0)$, zie figuur 3.2. De insnoering is een percentage van de overschrijdingsduur minus de topduur; deze duur wordt gegeven door, met $L(q,k)$ hier het niet-ingesnoerde trapezium,

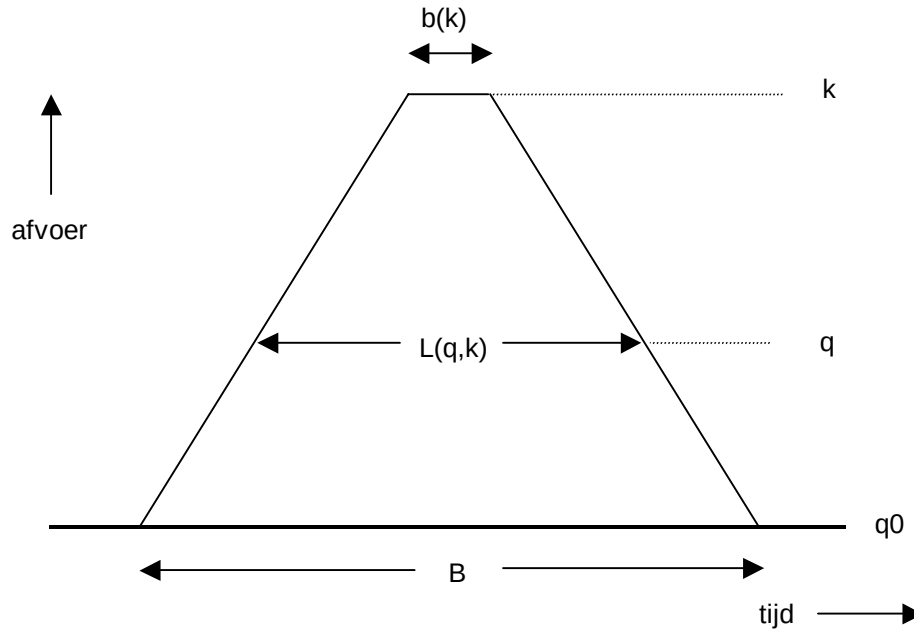
$$\text{duur van het niveau } q_0 + a_{ver}(k - q_0) \text{ na insnoering} = b(k) + a_{hor} [L(q_0 + a_{ver}(k - q_0), k) - b(k)] \quad (3.1)$$

We beschouwen de situatie $0 \leq a_{ver} \leq 1$ en $a_{hor} \geq 0$. Voor $a_{hor} = 1$ resulteert het originele trapezium. Voor $a_{hor} < 1$ is sprake van een smaller trapezium dan het origineel; voor $a_{hor} > 1$ is sprake van een breder trapezium. (Het geknikte trapezium zal in het vervolg gemakshalve eveneens worden aangeduid als een trapezium). De factor a_{hor} kan niet te groot worden gekozen, omdat (3.1) de waarde B niet mag overschrijden. Merk op dat de maximale waarde van a_{hor} afhangt van de keuze van a_{ver} ; het is eenvoudig te verifiëren dat

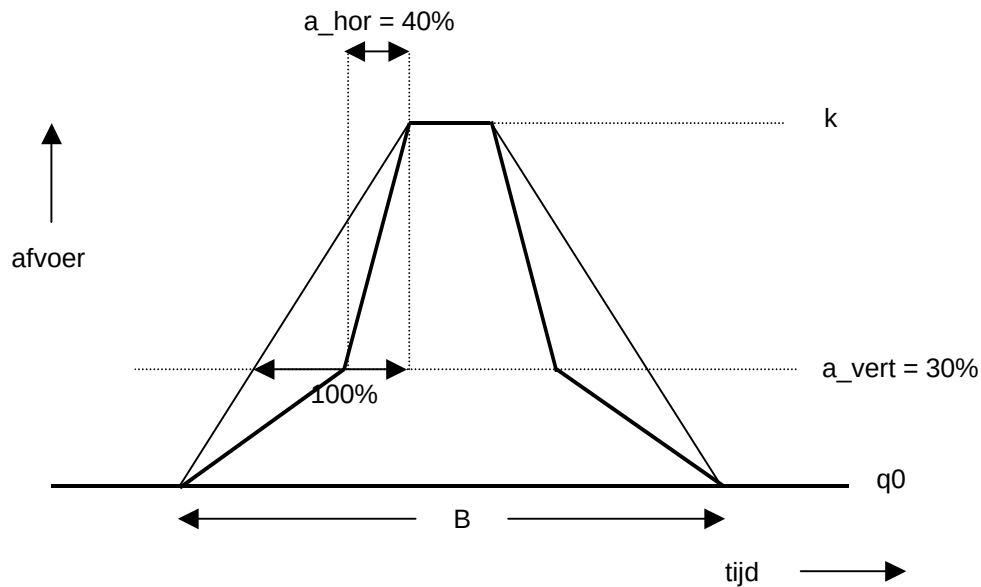
$$a_{hor} \leq 1 / (1 - a_{ver}) \quad (3.2)$$

Merk verder op dat voor $a_{ver} = 1$ het originele trapezium resulteert en dat voor $a_{ver} = 0$ het (geknikte) trapezium begint en eindigt met een horizontaal gedeelte op het niveau q_0 .

De horizontale en verticale insnoeringfactoren a_{hor} en a_{vert} kunnen voor de opeenvolgende trapezia verschillend worden gekozen, zodat we feitelijk zouden moeten schrijven $a_{i,\text{hor}}$ en $a_{i,\text{vert}}$. De overschrijdingsduur van niveau q in het geknikte trapezium zal in het vervolg opnieuw worden aangegeven met $L_i(q,k)$, of met $L(q,k)$ indien de index i wordt weggelaten; waar verderop de grootheid $L_i(q,k)$ of $L(q,k)$ wordt aangetroffen kan dus sprake zijn een ‘net’ trapezium of van een geknikt trapezium.



Figuur 3.1 Notatie voor het trapezium (index i is hier weggelaten).



Figuur 3.2 Notatie voor het ingesnoerde trapezium.

3.2 Modelling van het meerpeil

De modellering van het meerpeil is geheel analoog aan die van de afvoer. Slechts de parameters van de trapezia verschillen (uiteraard) van die voor de afvoer. Wat wel hetzelfde moet zijn voor het meerpeil en de afvoer zijn de basisduren B_i , waarbij de meerpeil- en afvoertrapezia in de tijd gezamenlijk optreden als in figuur 2.1. We gebruiken de volgende notatie.

$b_i(s)$	Topduur van het i-de meerpeiltrapezium met piekwaarde s .	uur
$f_i(s)$	De kansdichtheid van de piekwaarde s van het i-de trapezium.	1/m
$L_i(m,s)$	Overschrijdingsduur van niveau m in het i-de trapezium met piekwaarde s .	uur
$m_{0,i}$	Het minimale meerpeil dat in het i-de trapezium kan voorkomen.	$m+NAP$
s	Piekwaarde van het meerpeiltrapezium.	$m+NAP$

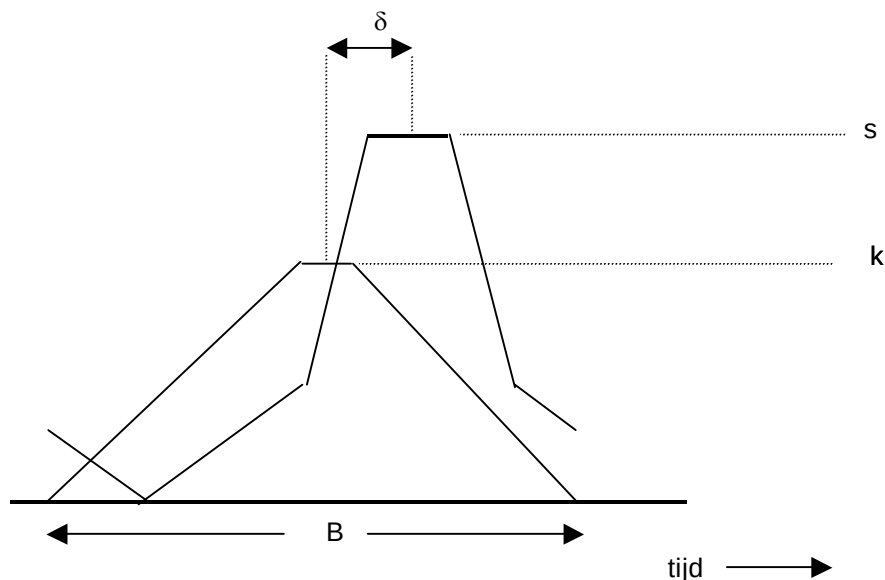
De grootheden $a_{i,hor}$ en $a_{i,vert}$ zijn voor het meerpeil analoog gedefinieerd als voor de afvoer. In principe zouden we aan deze twee grootheden, en tevens aan de meeste zojuist genoemde grootheden, een index moeten toevoegen die duidelijk maakt dat de grootheid gerelateerd is aan het meerpeil. We zouden bijvoorbeeld kunnen schrijven $a_{i,hor,M}$ en $f_{i,M}(s)$ en voor de overeenkomstige aan de afvoer gerelateerde grootheden $a_{i,hor,Q}$ en $f_{i,Q}(k)$. Er wordt echter de voorkeur gegeven aan een iets beknoptere formulering omdat uit de context altijd duidelijk zal zijn of de betreffende grootheid gerelateerd is aan de afvoer of aan het meerpeil.

3.3 Faseverschuiving tussen de afvoer en het meerpeil

In werkelijkheid vallen afvoer- en meerpeilgolven veelal (wat hun toppen betreft) niet samen in de tijd. Het is daarom logisch een faseverschuiving δ te hanteren, die als volgt is gedefinieerd; zie figuur 2.4 en 3.3 ter illustratie.

δ_i	Tijdsduur waarover het i-de meerpeiltrapezium wordt verschoven ten opzichte van het i-de afvoertrapezium; $\delta_i > 0$ betekent een naar rechts verschoven meerpeiltrapezium.	uur
------------	---	-----

Bij deze verschuiving worden zogenaamde ‘periodieke randvoorwaarden’ toegepast, wat inhoudt dat het deel van het meerpeiltrapezium dat rechts ‘uit beeld verdwijnt’ links ‘weer binnenkomt’.



Figuur 3.3 Verschuiving van het meerpeiltrapezium ten opzichte van het afvoertrapezium over de afstand δ .

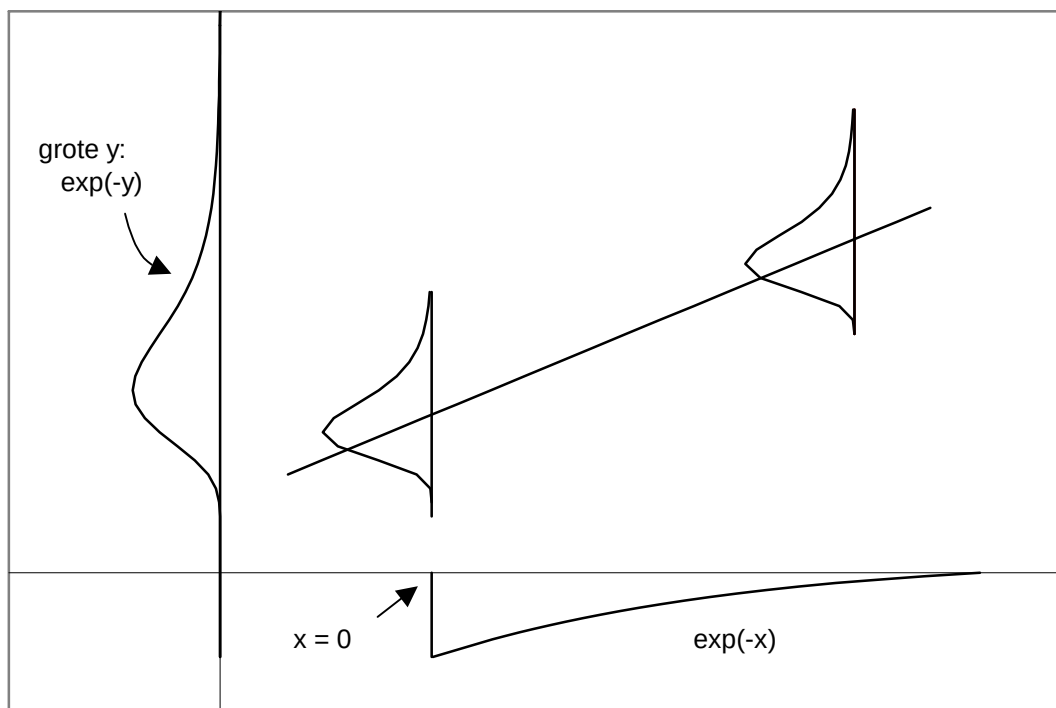
In principe zou δ_i afhankelijk kunnen worden genomen van k en s vanuit bijvoorbeeld de gedachte dat hoge afvoer- en meerpeilgolven een andere faseafhankelijkheid hebben dan lagere. De grootte δ_i zou zelfs als stochast kunnen worden opgevat. Dergelijke verfijningen lijken nogal overbodig, zeker gezien het feit dat werkelijke afvoergolven en met name meerpeilgolven, veel grilliger zijn dan de ‘netjes verlopende’ trapezia. Daarom zal in het model slechts (per trapeziumduur) één keuze van δ_i mogelijk zijn.

4 Gezamenlijke kansdichtheid voor de piekwaarden van de afvoer en het meerpeil

In dit hoofdstuk wordt de correlatie tussen de piekwaarden van de afvoer- en meerpeiltrapezia beschreven. Paragraaf 4.1 geeft een korte omschrijving van het correlatiemodel, waarna in paragraaf 4.2 de gedetailleerde formules volgen.

4.1 Het correlatiemodel

We beschouwen het i -de trapezium, met bekend veronderstelde kansdichtheden $f_i(k)$ en $f_i(s)$ voor de piekwaarden van de afvoer en het meerpeil. Deze piekwaarden zijn gecorreleerd en worden beschreven door een gezamenlijke kansdichtheid $f_i(k,s)$ met als marginales de gegeven $f_i(k)$ en $f_i(s)$. In [Geerse, 2002b] wordt een correlatiemodel beschreven waarmee een adequate formule voor $f_i(k,s)$ kan worden gevonden. Dit correlatiemodel is zodanig dat de afvoer na een zekere transformatie $x = J_i(k)$ een standaardexponentiële verdeling volgt en het meerpeil na een zekere transformatie $y = K_{i,\sigma_i}(s)$ asymptotisch een standaardexponentiële verdeling volgt. De conditionele verdeling (in de getransformeerde ruimte) van y , gegeven x , is daarbij op een verschuiving na gelijk aan een vaste kansdichtheid $\lambda(y)$ met een standaarddeviatie σ_i . Zie figuur 4.1 voor een illustratie van het model. Voor deze kansdichtheid zal in het vervolg een normale verdeling worden genomen.



Figuur 4.1 Het correlatiemodel in de getransformeerde ruimte. De conditionele verdelingen van y gegeven x zijn op een verschuiving langs de rechte lijn na gelijk aan elkaar. In de figuur zijn twee van deze conditionele verdelingen aangegeven, namelijk voor $x = 0$ en een andere waarde van x .

Twee punten kunnen over het gebruikte correlatiemodel worden genoemd:

1. Het correlatiemodel kan als een *uitbreiding* van het in [Vrouwenfelder et al, 1999] gebruikte correlatiemodel worden beschouwd in de zin dat ook andere dan normale verdelingen $\lambda(y)$ kunnen worden beschouwd.
2. Het correlatiemodel vormt een *verbetering* van het model uit [Vrouwenfelder et al, 1999] in de zin dat de marginale verdelingen van $f_i(k,s)$ *exact* gelijk zijn aan de reeds bekende $f_i(k)$ en $f_i(s)$, terwijl dat voor het model uit de genoemde referentie voor $f_i(s)$ niet geldt voor lage waarden van s .

4.2 Formules voor het correlatiemodel

We geven nu de gedetailleerde formules voor het correlatiemodel, waarbij we verwijzen naar [Geerse, 2002b] voor de achtergronden. De normale verdeling met gemiddelde 0 en standaarddeviatie σ_i wordt gegeven door

$$\lambda_{\sigma_i}(y) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (4.1)$$

De cumulatieve verdelingsfunctie hiervan wordt aangegeven met⁸

$$\Lambda_{\sigma_i}(y) = \int_{-\infty}^y \lambda_{\sigma_i}(t) dt \quad (4.2)$$

Onder de eerder genoemde transformatie gaat s over in y , met cumulatieve verdelingsfunctie

$$F_{Y,\sigma_i}(y) = \int_0^{\infty} e^{-x} \Lambda_{\sigma_i}(y - x - \delta(\sigma_i)) dx \quad (4.3)$$

waarin

$$\delta(\sigma_i) = -\frac{\sigma_i^2}{2} \quad (4.4)$$

We geven de cumulatieve verdelingsfuncties van k en s respectievelijk aan met $F_i(k)$ en $F_i(s)$. De transformatie van k naar x wordt dan gegeven door

$$x = J_i(k) = -\ln(1 - F_i(k)) \quad (4.5)$$

De transformatie van s naar y is wat ingewikkelder en hangt onder andere af van σ_i . Deze is van de vorm

$$y = K_{i,\sigma_i}(s) \quad (4.6)$$

waaruit het rechterlid kan worden bepaald door het (numeriek) oplossen van de vergelijking

$$F_{Y,\sigma_i}(K_{i,\sigma_i}(s)) = F(s) \quad (4.7)$$

De gezamenlijke kansdichtheid van k en s wordt dan gegeven door

$$f_i(k, s) = f_i(k) \lambda_{\sigma_i}(K_{i,\sigma_i}(s) - J_i(k) - \delta(\sigma_i)) \frac{dK_{i,\sigma_i}(s)}{ds} \quad (4.8)$$

In [Geerse, 2002b] wordt aangetoond dat de kansdichtheid de marginalen $f_i(k)$ en $f_i(s)$ heeft. Elders in dit rapport wordt de index i vaak gemakshalve weggelaten. Merk op dat het voor formule (4.8) eigenlijk irrelevant is te weten dat k en s zijn getransformeerd naar grootheden x en y . Het expliciet aangeven van de transformaties is gedaan om de herkomst van $f_i(k, s)$ iets duidelijker te maken.

⁸ De notatie is overeenkomstig [Geerse, 2002b]. Omdat in die referentie $\lambda(t)$ ook een andere dan de normale verdeling kan zijn, gebruiken we hier niet de voor de standaardnormale cumulatieve verdelingsfunctie gebruikelijke $\Phi(t)$ met een of andere index.

5 Kansdichtheid in de blokduur en conditionele onafhankelijkheid van de windblokken

In paragraaf 2.3 werd al kort uitgelegd dat de wind wordt gemodelleerd met zogenaamde *windblokken* met een blokduur b . Deze blokduur vormt in zekere zin de kleinste tijdsperiode die in het model wordt gebruikt. In dit hoofdstuk wordt de momentane kansdichtheid voor deze blokduur behandeld die betrekking heeft op de afvoer, het meerpeil, de windsnelheid, de windrichting, de stormduur en de keringssituatie. Paragraaf 5.1 gaat over de correlatiestructuur van deze kansdichtheid. Paragraaf 5.2 gaat in op de momentane kansdichtheid voor de afvoer en het meerpeil. In paragraaf 5.3 wordt de conditionele kansdichtheid voor de windsnelheid, gegeven de windrichting, behandeld. Paragraaf 5.4 gaat over de conditionele kans op de windrichting, gegeven het meerpeil, die wordt afgeleid uit de Hydra-M statistiek. Paragraaf 5.5 gaat over de statistische relatie tussen opeenvolgende windblokken, die op een bepaalde manier onafhankelijk van elkaar worden verondersteld.

De gegevens in dit hoofdstuk hebben steeds betrekking op één trapeziumduur B_i en kunnen, tenzij expliciet anders wordt vermeld, per duur B_i verschillend zijn. In principe zouden de meeste symbolen daarom van de index i moeten worden voorzien. Om de notatie niet onoverzichtelijk te maken is dat niet gedaan. Het is echter belangrijk te beseffen dat grootheden als de blokduur en grootheden als de momentane kansdichtheden $g(q)$ en $g(m)$ etcetera van i afhangen. In toepassingen zullen redelijk wat grootheden voor alle i hetzelfde worden genomen, maar de implementatie van het model zal algemeen worden gehouden. Indien nodig zal de trapeziumduur hieronder worden aangegeven met B_i , namelijk in toelichtingen waarin de rol van index i wordt behandeld, maar meestal zal deze korter worden aangeduid als B .

5.1 Correlatiestructuur in de blokduur

De keuze voor de blokduur b ligt nog niet vast. Voor iedere trapeziumduur B_i zal waarschijnlijk $b = 12$ uur worden genomen, welke keuze ook veel is gemaakt in het project ‘Uniformering Belastingen Waterkeringen’ (UBW), zie bijvoorbeeld [Duits et al, 1998]. In het probabilistisch model voor de Benedenrivieren [Geerse, 2003a] werd b gelijk genomen aan een getijperiode, die ook ongeveer 12 uur bedraagt. De reden voor een getijperiode in dat model is uiteraard dat de getijwerking een rol speelt in de waterbeweging in het Benedenrivierengebied; de getijperiode vormt dan een natuurlijke keuze voor de kleinste tijdsperiode.

In het probabilistisch model is de momentane kansdichtheid nodig voor de blokduur b van de stochasten Q , M , U , R en D . We brengen in herinnering dat 16 richtingen worden beschouwd, namelijk NNO , NO , ..., N , respectievelijk genummerd $r = 1, 2, \dots, 16$. De stochast D beschrijft de stormduur – in feite de nummering van de stormtypes – en kan in principe de waarden $d = 1, 2, 3, \dots$ aannemen. In de formules in dit rapport zullen we om het concreet te houden uitgaan van drie stormduren, een smalle storm ($d = 1$), een gemiddelde storm ($d = 2$) en een brede storm ($d = 3$). De implementatie van het model zal echter algemeen worden gehouden; de aanpassing van de formules uit dit rapport voor een willekeurig aantal stormduren is volstrekt vanzelfsprekend. In de implementatie van het model zal echter worden uitgegaan van *eenzelfde aantal stormduren in iedere duur* B_i . De stormduur vormt dus een van de weinige grootheden die niet per duur B_i verschilt. De kansen $P(d)$ op de stormduren, zie hieronder, mogen echter wel van i afhangen⁹.

Voor de momentane kansdichtheid in de blokduur b zal de volgende correlatiestructuur worden aangenomen.

$$g_b(q, m, u, r, d) = g_b(d)g_b(q, m, u, r) \quad (5.1)$$

met

$$g_b(q, m, u, r) = g_b(q, m)g_b(u | r)g_b(r | m) \quad (5.2)$$

⁹ Per stormduur dienen, zie hoofdstuk 6, waterstandssommen te worden gemaakt. Indien voor elke i andere stormduren worden beschouwd, dienen veel meer van deze sommen te worden gemaakt, hetgeen een grote inspanning vergt. Een andere keuze voor de kansen $P(d)$ vergt geen extra inspanning; de implementatie kan dus zo algemeen worden gehouden dat voor iedere i in principe andere keuzes van $P(d)$ mogelijk zijn.

Uit (5.1) blijkt dat we veronderstellen dat de stormduur statistisch onafhankelijk is van de overige vier stochasten. De kansen $g_b(d)$, $d = 1, 2, 3$, zullen voor iedere b hetzelfde worden genomen (indien beschouwd binnen één trapeziumduur B) en we zullen schrijven

$$\begin{aligned} g_b(d) &= g(d) = P(d) \\ &= \text{kans op stormduur van stormtype } d \end{aligned} \quad (5.3)$$

De reden om $P(d)$ te schrijven is simpelweg dat deze grootte in de formules wat makkelijker is te herkennen als een kans op een discrete uitkomst; voor de kans op richting r zal later analoog worden geschreven $P(r)$ in plaats van $g(r)$. Voor continue momentane grootheden zullen we de functie g_b (met uiteraard de relevante argumenten) gebruiken of g indien het niet nodig is de afhankelijkheid van b te benadrukken.

De momentane gezamenlijke kansdichtheid $g_b(q, m)$ blijkt niet van b af te hangen; deze zal worden behandeld in paragraaf 5.2. Uit (5.2) volgt eenvoudig

$$g_b(r | q, m) = g_b(r | m) \quad (5.4)$$

Hieruit blijkt dat we in (5.2) een benadering hebben gemaakt. De correlatie tussen de richting en de afvoer en het meerpeil is namelijk vereenvoudigd door alleen de correlatie tussen de richting en het meerpeil mee te nemen. In werkelijkheid geeft conditioneren op (q, m) een andere kans op r dan conditioneren op alleen m . Neem als voorbeeld een hoog meerpeil, zeg 0.30 m+NAP . Dergelijke meerpeilen maken het waarschijnlijk dat de wind uit de noordwesthoek waait. Indien echter daarnaast sprake is van een zeer lage afvoer, is het nog veel waarschijnlijker dat de wind uit de noordwesthoek waait. Omdat q en m positief gecorreleerd zijn, wordt het meenemen van slechts de correlatie tussen r en m voldoende nauwkeurig geacht. In paragraaf 5.4 wordt $g_b(r|m)$ afgeleid op basis van de gegevens voor het model Hydra-M voor het IJsselmeer [Blankman, 1999]. De keuze van b is overigens niet van invloed op $g_b(r|m)$. We zullen veelal deze grootte schrijven als

$$\begin{aligned} g_b(r | m) &= g(r | m) = P(r | m) \\ &= \text{kans op richting } r, \text{ gegeven meerpeil } m \end{aligned} \quad (5.5)$$

Uit (5.2) volgt verder eenvoudig

$$g_b(u | r, q, m) = g_b(u | r) \quad (5.6)$$

Hieruit blijkt dat binnen een gegeven richtingsector r de wind ongecorrleerd wordt geacht met de afvoer en het meerpeil. Deze aanname is overeenkomstig de aannames in het model Hydra-M, evenals overigens aanname (5.4). De grootte $g_b(u|r)$ hangt wel van b af. Deze grootte zal worden behandeld in paragraaf 5.3. Omdat de stormduur statistisch onafhankelijk is genomen van alle overige stochasten, geldt analoog aan (5.6)

$$g_b(u | r, q, m, d) = g_b(u | r) \quad (5.7)$$

5.2 De gezamenlijke momentane kansdichtheid van afvoer en meerpeil

De grootte $g_b(q, m)$ is de momentane kansdichtheid van de afvoer en het meerpeil welke net als $P(d)$ en $P(r|m)$ niet van b afhangt. We schrijven derhalve

$$g_b(q, m) = g(q, m) \quad (5.8)$$

De marginalen hiervan worden aangegeven met $g(q)$ en $g(m)$. Deze kunnen worden berekend met behulp van de marginale kansdichtheden van de piekwaarden en de trapeziumparameters. Voor de afvoer kan betrekkelijk eenvoudig worden ingezien dat de momentane overschrijdingskans wordt gegeven door

$$P(Q > q) = \frac{\int_q^{\infty} f(k)L(q, k)dk}{B} \quad (5.9)$$

De teller in het rechterlid geeft namelijk de gemiddelde tijdsduur in uren dat gedurende de periode van B uren het niveau q wordt overschreden. Na deling door het aantal uren B resulteert dan de tijdfractie dat niveau q wordt overschreden, hetgeen de momentane kans voorstelt; zie desgewenst hoofdstuk 4 uit [Geerse, 2002a] voor details. De kansdichtheid $g(q)$ volgt dan als

$$g(q) = -\frac{dP(Q > q)}{dq} \quad (5.10)$$

Evenzo geldt

$$P(M > m) = \frac{\int_m^{\infty} f(s)L(m,s)ds}{B} \quad (5.11)$$

$$g(m) = -\frac{dP(M > m)}{dm} \quad (5.12)$$

In principe dienen (5.9) t/m (5.12), zoals eerder uitgelegd in paragraaf 2.2, de voorgeschreven kansdichtheden $g(q)$ en $g(m)$ op te leveren, ten minste in voldoende goede benadering. Relevant is hier dat voor de hogere meerpeilen, zeg groter dan circa 0.30 m+NAP, bewust zal worden afgeweken van de kansdichtheid $g(m)$ volgens de Hydra-M gegevens. De $g(m)$ voor Hydra-M levert namelijk een flinke onderschatting van de kans op de hogere meerpeilen. Ter illustratie, volgens de Hydra-M gegevens duurt een overschrijding van 0.40 m+NAP gemiddeld ongeveer 12 uur (feitelijk een getijperiode), terwijl de overschrijding van dit niveau in 1998, tijdens de befaamde meerpeilgolf die een recordstand bereikte van 0.50 m+NAP, bijna 10 dagen bedroeg; zie de toelichting hieronder op de Hydra-M statistiek voor de herkomst van deze fout. Het vasthouden aan de ‘oude’ Hydra-M gegevens zou leiden tot meerpeilgolven (en corresponderende trapezia) die voor de zeer hoge golven een onrealistisch scherpe top zouden hebben. Dergelijke golven worden beschouwd in [Vrouwenvelder et al, 1997]. In die referentie is in eerste instantie uitgegaan van trapezia met een horizontale top, net als in dit rapport, met een basisduur van 30 dagen, maar later is een correctie daarop toegepast die resulteert in golven met een zeer spitse top. Achteraf kan worden gezegd dat deze correctie alleen nodig was om overeen te stemmen met de in feite onjuiste Hydra-M statistiek. Binnenkort worden door WSH de juiste meerpeilgolven bepaald, die gemodelleerd zullen worden door trapezia. Met (5.11) en (5.12) kan dan de nieuwe $g(m)$ worden berekend¹⁰.

Met het probabilistisch model uit dit rapport zijn eenvoudig gevoeligheidsanalyses uit te voeren om de resultaten volgens de oude $g(m)$ te vergelijken met die volgens de straks te gebruiken nieuwe $g(m)$. Men dient dan sterk ingesnoerde meerpeilgolven te gebruiken, met a_{hor} uit paragraaf 3.2 veel kleiner dan 1.

Toelichting op de Hydra-M statistiek

In [Blaakman et al, 1999] is simpelweg aangenomen dat de overschrijdingsduur voor de hogere meerpeilen limiteert naar de duur van een getijperiode, uitgaande van de gedachte dat onder ongunstige omstandigheden gedurende een hele getijperiode niet gespuid kan worden¹¹. Volgens deze gedachte zou de *topduur* van de meerpeilgolf (in onze situatie een trapezium) een getijperiode moeten duren. Daarbij wordt de denkfout gemaakt dat de gemiddelde *overschrijdingsduur* van een (hoog) meerpeilniveau m gelijk zou zijn aan deze topduur. De gemiddelde overschrijdingsduur van niveau m is echter altijd *langer dan de topduur*, omdat tijdens overschrijdingen van niveau m de piekwaarde s van de golf aanmerkelijk hoger kan zijn dan m , waarbij de duur dat m overschreden wordt langer is dan de topduur. Iets preciezer gezegd geldt het volgende. De gemiddelde overschrijdingsduur van niveau m is een weging over alle $s > m$ met betrekking tot $f(s)$ over de uren $L(m,s)$. Omdat $L(m,s) > b(s)$ is de gemiddelde overschrijdingsduur van niveau m groter dan $b(s)$ die voor grote s ongeveer een getijperiode bedraagt. Precieze analyses zijn op dit moment nog niet uitgevoerd, maar in plaats van aan een

¹⁰ De nieuwe $g(m)$ geeft de juiste momentane verdeling voor de hogere meerpeilen, zeg $m > 0.10$ m+NAP. Voor de lagere meerpeilen, en dan met name de allerlaagste meerpeilen, zal $g(m)$ niet precies overeenstemmen met de kansdichtheid die volgt door turven van de data. Volgens paragraaf 2.2 klopt immers de modellering met trapezia dan niet meer helemaal.

¹¹ Uit persoonlijke communicatie met de heer Roland Westphal blijkt dat in eerste instantie gedacht werd aan een overschrijdingsduur nul, maar dat op grond van meer fysische overwegingen, namelijk de wetenschap dat gedurende een hoogwater op de Waddenzee niet gespuid kan worden, niet is gekozen voor overschrijdingsduur nul.

getijperiode moet gedacht worden aan gemiddelde overschrijdingsduren voor de hogere meerpeilniveaus in de orde van 4 dagen. Het ziet er verder naar uit dat met een vrij grote kans aanmerkelijk kortere durren (circa 2 dagen) zowel als aanmerkelijk langere durren (circa 8 dagen) dan de gemiddelde duur kunnen voorkomen.

De kansdichtheden $g(q)$ en $g(m)$ komen niet expliciet voor in de formules van het probabilistisch model uit dit rapport. Indirect wordt $g(m)$ wel gebruikt in de in paragraaf 5.3 gegeven afleiding van $P(r|m)$. De gezamenlijke kansdichtheid $g(q,m)$ wordt, behalve in de appendix en terloops in paragraaf 9.2, verder in dit rapport niet meer gebruikt. Voor de volledigheid geven we echter toch een formule om deze te berekenen. We gebruiken de notatie

$L(q,k,m,s)$ Aantal uren (niet noodzakelijkerwijs aaneengesloten) dat tegelijkertijd uur
niveau q wordt overschreden in het trapezium met piekwaarde k en het
niveau m wordt overschreden in het trapezium met piekwaarde s .

Dan geldt voor de momentane kans dat de afvoer niveau q overschrijdt en het meerpeil niveau m

$$P(Q > q, M > m) = \frac{1}{B} \int_q^\infty \left(\int_m^\infty f(k,s) L(q,k,m,s) ds \right) dk \quad (5.13)$$

en

$$g(q,m) = \frac{\partial^2 P(Q > q, M > m)}{\partial q \partial m} \quad (5.14)$$

Wanneer bedacht wordt dat $L(q = -\infty, k, m, s) = L(m, s)$ en $L(q, k, m = -\infty, s) = L(q, k)$, volgt eenvoudig dat (5.9) en (5.11) speciale gevallen zijn van (5.13).

5.3 De kansdichtheid van de windsnelheid, gegeven de windrichting

Met de windsnelheid u in de blokduur b wordt in feite de *maximale* windsnelheid in de duur b bedoeld. Deze is afgeleid van uurwaarden, waarbij elke uurwaarde een potentiële windsnelheid betreft. Tijdens de duur van b uren kan de windrichting variëren. Wanneer wordt gesproken over de richting r in de blokduur b , wordt de vectorieel gemiddelde richting over de b uren in de periode bedoeld. Met deze handelwijze kan r worden gezien als een representatieve windrichting voor de blokduur b . Net als voor het model Hydra-M en Hydra-B, zullen we ons baseren op de statistiek voor Schiphol. In principe hangt de kans op het optreden van de (gemiddelde) richting r af van b . Voor b in de orde van 12 uur of korter blijkt dat de kans op r echter nagenoeg gelijk is aan de (momentane) kans op richting r ; vergelijk bijvoorbeeld bijlage E en F uit [Geerse et al, 2002]. Daarom wordt $g_b(r)$ gelijk genomen aan $P(r)$, waarbij de laatste kans de momentane kans is dat een uurwaarde richting r heeft. Deze keuze heeft als groot voordeel dat bij een andere keuze van b niet opnieuw $g_b(r)$ bepaald hoeft te worden.

Wanneer de overschrijdingskans van u in de blokduur b , gegeven richting r , wordt aangegeven met $P(U_b > u | r)$, geldt

$$g_b(u | r) = - \frac{dP(U_b > u | r)}{du} \quad (5.15)$$

Voor $b = 12$ uur is $P(U_b > u | r)$ afgeleid in [Geerse et al, 2002], zie bijlage G. Voor een andere periode b' wordt de volgende herschalingsformule gebruikt

$$P(U_{b'} > u | r) = 1 - (1 - P(U_b > u | r))^{b'/b} \quad (5.16)$$

waaruit op een minteken na dan $g_{b'}(u|r)$ volgt door differentiatie.

De formule betreft in feite een bij onder andere Rijkswaterstaat standaard gebruikte rekenregel waarvan de validiteit met name voor de lage windsnelheden niet is gegarandeerd; zie desgewenst hoofdstuk 4 uit [Geerse et

al, 2002] voor enig commentaar. Voor keuzes b' die niet te veel verschillen van 12 uur, zal (5.16) redelijk goede resultaten geven. Indien in het probabilistisch model de keuze $b = 12$ uur wordt gemaakt, hetgeen voorshands in de bedoeling ligt, hoeft (5.16) niet te worden gebruikt.

Uit bovenstaande blijkt dat $g_b(u|r)$ afhangt van de keuze van b . Elders in dit rapport zal, indien geen verwarring kan bestaan over de gehanteerde waarde van b , kortweg $g(u|r)$ geschreven worden.

5.4 De conditionele kans op de richting, gegeven het meerpeil

Het doel van deze paragraaf is $P(r|m)$ te bepalen op basis van de Hydra-M gegevens beschreven in [Blaakman et al, 1999]. Deze kans is gelijk aan $g(m,r)/g(m)$. Omdat $g(m)$ uit (5.11) en (5.12) volgt, kan $P(r|m)$ berekend worden zodra $g(m,r)$ bekend is. De formule voor de laatste kansdichtheid wordt gegeven in (5.26). Om deze formule uit te leggen beschrijven we eerst kort hoe de correlatie tussen richting en meerpeil in Hydra-M is gemodelleerd.

In de Hydra-M statistiek worden slechts twee hoofdrichtingsectoren beschouwd, die zijn gedefinieerd als (de index HM staat voor Hydra-M)

$$\begin{aligned} r_{\text{west},HM} &= \text{westsector in Hydra_m, die loopt van } 195^\circ - 45^\circ \\ r_{\text{oost},HM} &= \text{oostsector in Hydra_m, die loopt van } 45^\circ - 195^\circ \end{aligned} \quad (5.17)$$

Individuele richtingsectoren hebben in Hydra-M een breedte van 30° , in tegenstelling tot de in dit rapport gebruikte richtingsectoren van 22.5° breedte. In bijlage 9 van [Blaakman et al, 1999] worden voor beide hoofdsectoren de zogenaamde ‘dagenlijnen’ gegeven, voor $m \geq -0.40 \text{ m+NAP}$:

$$\begin{aligned} D_{\text{west},HM}(m) &= \text{gemiddeld aantal dagen per winterhalfjaar waarin } m \\ &\quad \text{wordt overschreden tijdens een windrichting uit de westsector} \\ D_{\text{oost},HM}(m) &= \text{gemiddeld aantal dagen per winterhalfjaar waarin } m \\ &\quad \text{wordt overschreden tijdens een windrichting uit de oostsector} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Voor $m = -0.40 \text{ m+NAP}$ geldt, afgerond op gehele getallen, $D_{\text{west},HM}(-0.40) = 132$ dagen en $D_{\text{oost},HM}(-0.40) = 50$ dagen, zodat de som uitkomt op 182 dagen die in totaal het winterhalfjaar vormen. (Meerpeilen lager dan -0.40 m+NAP worden in de statistiek geacht niet voor te komen¹²). Voor de kansen op de hoofdsectoren volgt dan

$$\begin{aligned} P(r_{\text{west},HM}) &= \frac{132}{182} = 0.73 \\ P(r_{\text{oost},HM}) &= \frac{50}{182} = 0.27 \end{aligned} \quad (5.19)$$

In feite kloppen deze kansen niet met de werkelijkheid. Turven van uurmetingen laat zien dat de kans op de oostsector ongeveer 40% zou moeten bedragen, wat duidelijk hoger is dan 27%. (Bijlage 9 uit [Blaakman et al, 1999] vormt een bewerking van de in bijlage 7-a gegeven gemeten meerpeilduren; in de laatste bijlage, dus vóór bewerking van de resultaten, resulteert nog wel een kans van 40%.) In het probabilistisch model voor de IJssel- en Vechtdelta zal worden uitgegaan van wel goede kansen op de richtingen. De correlatiestructuur uit Hydra-M zal echter zo veel mogelijk worden gehandhaafd. Het volledig handhaven daarvan is echter niet mogelijk. Ten eerste omdat als zojuist uitgelegd andere richtingskansen zullen worden gebruikt, met daarnaast nog de complicatie dat in het nieuwe model van 30° -sectoren wordt overgestapt op 22.5° -sectoren, en ten tweede omdat de nieuwe momentane kansdichtheid $g(m)$ niet volledig gelijk zal zijn aan de oude uit Hydra-M. Dat laatste punt werd reeds behandeld in paragraaf 5.2. Het streven is een formule voor $g(m,r)$ af te leiden die exact de correlatiestructuur van Hydra-M oplevert in geval de gegevens voor m en voor r overeenstemmen met de in Hydra-M gebruikte invoergegevens, terwijl deze correlatiestructuur slechts in benadering hoeft te resulteren indien de invoergegevens slechts in benadering gelijk zijn aan de Hydra-M gegevens. Deze afleiding blijkt

¹² In werkelijkheid komen echter nog vrij veel meerpeilen (dagwaarden) voor tussen -0.50 en -0.40 m+NAP .

mogelijk te zijn door gebruik te maken van een transformatie $A(m)$ die een zekere kansdichtheid gebaseerd op Hydra-M gegevens overvoert in de nieuwe kansdichtheid $g(m)$.

Om $g(m,r)$ af te leiden gaan we uit van de volgende gegevens:

1. De dagenlijnen $D_{\text{west, HM}}(m)$ en $D_{\text{oost, HM}}(m)$ uit bijlage 9 van [Blaakman et al, 1999]. Eventueel wordt in de implementatie van iets gewijzigde versies daarvan uitgegaan (zie het eind van deze paragraaf voor een toelichting).
2. Richtingskansen $P(r)$, $r = 1$ t/m 16, bijvoorbeeld die uit bijlage G van [Geerse et al, 2002].
3. De ‘nieuwe’ momentane kansdichtheid $g(m)$, zoals bepaald met formule (5.11) en (5.12).

Volgens de Hydra-M gegevens volgt voor de conditionele kans op het meerpeil, gegeven de hoofdsector, voor $m \geq -0.40 \text{ m+NAP}$,

$$\begin{aligned} g_{HM}(m | r_{\text{west, HM}}) &= -\frac{1}{132} \frac{dD_{\text{west, HM}}(m)}{dm} \\ g_{HM}(m | r_{\text{oost, HM}}) &= -\frac{1}{50} \frac{dD_{\text{oost, HM}}(m)}{dm} \end{aligned} \quad (5.20)$$

De kansdichtheid $g_{HM}(m)$ uit Hydra-M volgt dan als

$$g_{HM}(m) = P(r_{\text{west, HM}})g_{HM}(m | r_{\text{west, HM}}) + P(r_{\text{oost, HM}})g_{HM}(m | r_{\text{oost, HM}}) \quad (5.21)$$

De hoofdsectoren uit Hydra-M zijn niet precies samen te stellen uit de in de nieuwe opzet gebruikte 22.5°-sectoren. Als nieuwe hoofdsectoren zullen we nemen

$$\begin{aligned} r_{\text{west}} &= \text{westsector in nieuwe model, die loopt van } 191.25^\circ - 33.75^\circ \text{ (ZZW, ZW, ..., NNO)} \\ r_{\text{oost}} &= \text{oostsector in nieuwe model, die loopt van } 33.75^\circ - 191.25^\circ \text{ (NO, O, ..., Z)} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Terzijde, voor de nogal ruw gemodelleerde correlatie tussen r en m middels slechts twee hoofdsectoren, maakt de precieze breedte van deze hoofdsectoren weinig uit voor de uiteindelijke resultaten. Vandaar dat geen poging wordt gedaan een of andere interpolatie toe te passen bij de overgang van de oude naar de nieuwe hoofdsectoren. We definiëren nu de volgende kansdichtheden, die fungeren als hulpgrootheden.

$$\begin{aligned} \tilde{g}(m | r) &= g_{HM}(m | r_{\text{west, HM}}), & r \in r_{\text{west}} \\ \tilde{g}(m | r) &= g_{HM}(m | r_{\text{oost, HM}}), & r \in r_{\text{oost}} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Merk op dat r hier een 22.5°-sector voorstelt. We definiëren verder, met $P(r)$ voor $r = 1$ t/m 16 de nieuwe windkansen als in punt (2) hierboven,

$$\tilde{g}(m) = \sum_{r=1}^{16} P(r) \tilde{g}(m | r) \quad (5.24)$$

Geef de cumulatieve verdelingsfunctie van $\tilde{g}(m)$ aan met $\tilde{F}(m)$ en die van de in punt (3) genoemde $g(m)$ met $F(m)$. We definiëren nu $A(m)$ door de relatie

$$\tilde{F}(A(m)) = F(m) \quad (5.25)$$

De functie $A(m)$ moet numeriek worden bepaald door voor iedere m vergelijking (5.25) op te lossen; behoudens irreguliere situaties zijn $\tilde{F}(m)$ en $F(m)$ strikt stijgende functies, zodat $A(m)$ uniek te bepalen valt. De functie $A(m)$ is te interpreteren als een transformatie die $g(m)$ overvoert in $\tilde{g}(m)$.

De kansdichtheid $g(m,r)$ die in het probabilistisch model gebruikt zal worden, wordt nu gedefinieerd door

$$g(m,r) = P(r) \tilde{g}(A(m) | r) \frac{dA(m)}{dm} \quad (5.26)$$

Wil dit een goede definitie zijn, dan moet aan de volgende eigenschappen zijn voldaan:

1. De kansdichtheid $g(m,r)$ heeft de voorgeschreven $P(r)$ en $g(m)$ als marginale verdelingen.
2. In het geval dat voor de bepaling van $g(m,r)$ wordt uitgegaan van de Hydra-M gegevens, moet de correlatiestructuur volgens $g(m,r)$ overeenstemmen met de correlatiestructuur volgens Hydra-M.

Wat punt (1) betreft is eenvoudig aan te tonen dat $g(m,r)$ na uitintegreren van alle m de kansen $P(r)$ als marginale verdeling heeft; het bewijs wordt aan de lezer overgelaten. Dat de sommatie over alle r precies $g(m)$ oplevert is iets ingewikkelder aan te tonen. Het bewijs wordt nu gegeven. We schrijven

$$\hat{g}(m) = \sum_{r=1}^{16} g(m,r) \quad (5.27)$$

en dienen dan aan te tonen dat $g(m) = \hat{g}(m)$. Er geldt, met behulp van (5.27), (5.26), (5.24) en (5.25),

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^m \hat{g}(t) dt &= \sum_{r=1}^{16} P(r) \int_{-\infty}^m \tilde{g}(A(t) | r) \frac{dA(t)}{dt} dt \\ &= \sum_{r=1}^{16} P(r) \int_{-\infty}^{A(m)} \tilde{g}(y | r) dy \\ &= \int_{-\infty}^{A(m)} \tilde{g}(y) dy \\ &= \tilde{F}(A(m)) \\ &= F(m) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Differentiatie naar m levert dan $\hat{g}(m) = g(m)$ zoals te bewijzen viel.

Rest ten behoeve van punt (2) nog aan te tonen dat in geval wordt uitgegaan van de Hydra-M gegevens, de correlatiestructuur volgens de nieuw bepaalde $g(m,r)$ uit (5.26) overeenstemt met de correlatiestructuur in Hydra-M. Neem daartoe aan dat de $P(r)$, $r = 1$ t/m 16, zodanig zijn dat $P(r_{\text{west}}) = P(r_{\text{west, HM}})$ en $P(r_{\text{oost}}) = P(r_{\text{oost, HM}})$ en dat $g(m) = g_{\text{HM}}(m)$. Uit (5.21), (5.23) en (5.24) volgt dan dat $g(m) = \tilde{g}(m)$, zodat volgens (5.25) dan geldt dat de transformatie gelijk is aan de identieke transformatie $A(m) = m$. Uit (5.23) en (5.26) volgt dan

$$\begin{aligned} g(m | r) &= g_{\text{HM}}(r | r_{\text{west, HM}}), & r \in r_{\text{west}} \\ g(m | r) &= g_{\text{HM}}(r | r_{\text{oost, HM}}), & r \in r_{\text{oost}} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Op basis van de Hydra-M invoergegevens resulteert dus inderdaad de correlatiestructuur uit Hydra-M, waarmee punt (2) is aangetoond.

Wat punt (2) betreft kan als toelichting het volgende worden opgemerkt. Naarmate de invoergegevens meer en meer verschillen met die uit Hydra-M zal $A(m)$ meer en meer verschillen van de identieke transformatie. De conditionele verdelingen $g(m|r)$ zullen dan meer en meer verschillen van de Hydra-M verdelingen uit het rechterlid van (5.29). Indien de invoergegevens totaal verschillen van die uit Hydra-M, bijvoorbeeld in een klimaatscenario of bij een sterk gewijzigd streefpeil, valt te overwegen de correlatie tussen r en m opnieuw af te leiden; de nieuwe gegevens vertonen dan immers zo weinig overeenkomst meer met die uit Hydra-M, dat mogelijk sprake is van een heel andere correlatie tussen m en r . Alvorens die correlatie opnieuw af te leiden is het echter verstandig een gevoeligheidsanalyse te doen om in te schatten welk effect het meenemen van de correlatie heeft op berekenende toetspeilen en hydraulische belastingniveaus. Het volledig verwaarlozen daarvan komt neer op de keuze $g(m,r) = g(m) P(r)$ in plaats van (5.26), in welk geval geldt $P(r|m) = P(r)$.

In de formules uit het probabilistisch model is $P(r|m)$ nodig; die met behulp van (5.26) volgt als

$$P(r|m) = \frac{g(m,r)}{g(m)} = \frac{P(r)\tilde{g}(A(m)|r)\frac{dA(m)}{dm}}{g(m)} \quad (5.30)$$

Omdat uit differentiatie van (5.25) volgt

$$\frac{dA(m)}{dm} = \frac{g(m)}{\tilde{g}(A(m))} \quad (5.31)$$

kan (5.30) ook worden geschreven als

$$P(r|m) = P(r) \frac{\tilde{g}(A(m)|r)}{\tilde{g}(A(m))} = \tilde{g}(r|A(m)) \quad (5.32)$$

Voor het bepalen van $P(r|m)$ is het dus niet nodig de afgeleide van $A(m)$ te bepalen.

Opmerking over de dagenlijnen uit Hydra-M

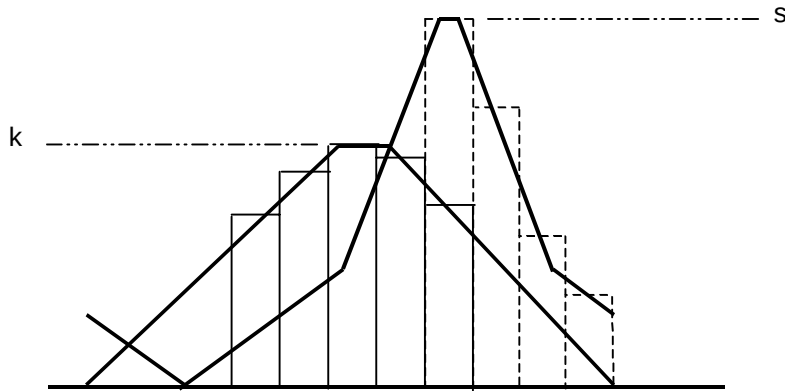
Eventueel zal voor de dagenlijnen $D_{\text{west, HM}}(m)$ en $D_{\text{oost, HM}}(m)$ ten behoeve van de implementatie van het model worden uitgegaan van iets gewijzigde ‘gladgestreken’ versies die mogelijk voor de lage meerpeilen ook nog eens zijn gewijzigd zodat de kansen op de hoofdrichtingssectoren kloppen. In plaats van de (aangepaste) dagenlijnen kan ook worden uitgegaan van $g_{\text{HM}}(m|r_{\text{west}})$ en $g_{\text{HM}}(m|r_{\text{oost}})$ of de cumulatieve versies daarvan. Met betrekking tot het gladstrijken merken we op dat bekend is dat $g_{\text{HM}}(m)$ ongewenste ‘hobbels’ vertoont die het gevolg zijn van het stuksgewijs fitten van $g_{\text{HM}}(m)$ aan de data. Deze hobbels kunnen met name lastig zijn indien illustratiepunten (ook wel ontwerpapunten genoemd) worden bepaald zonder dat deze hobbels door een transformatie (bijvoorbeeld Rosenblatt) worden weggewerkt. Vandaar dat het gladstrijken van de dagenlijnen aan te bevelen valt.

5.5 Conditionele onafhankelijkheid van de windblokken

In de voorgaande paragrafen kwamen kansen en kansdichtheden voor die gerelateerd zijn aan de blokduur b . In deze paragraaf geven we aan hoe opeenvolgende blokken met elkaar samenhangen. Daartoe merken we op dat in hoofdstuk 7 ten behoeve van het probabilistisch model de continu in de tijd verlopende afvoeren en meerpeilen, zoals gemodelleerd met trapezia, worden gediscrètiseerd in stappen van de blokduur b . De daarbij gebruikte notatie wordt nu gegeven, waarbij de index i gemakshalve wordt weggelaten¹³. Zie als toelichting figuur 5.1.

$n(B)$	Aantal windblokken in duur B , dus $n(B) = B/b$.	$[-]$
j	Nummering van de windblokken in duur B , $j = 1, 2, \dots, n(B)$.	$[-]$
$q(j)$	De gemiddelde afvoer in het j -de windblok, met dien verstande dat in geval $b(k) < b$ tenminste één van de windblokken een hoogte gelijk aan de piekwaarde k heeft.	m^3/s
$m(j)$	Het gemiddelde meerpeil in het j -de windblok, met dien verstande dat in geval $b(s) < b$ tenminste één van de windblokken een hoogte gelijk aan de piekwaarde s heeft.	$m + \text{NAP}$

¹³ Implementatie-technische zaken als niet gehele waarden $n(B)$ worden hier niet behandeld.



Figuur 5.1 Afvoer- en meerpeiltrapezia met piekwaarden k en s . De afvoerblokken zijn met doorgetrokken lijnen weergegeven en de meerpeilblokken met gestippelde (niet alle blokken zijn aangegeven). De grootheden $q(j)$ en $m(j)$ geven de gemiddelde afvoer en het gemiddelde meerpeil in blok j , met dien verstande dat altijd minstens één afvoerblok hoogte k heeft en één meerpeilblok hoogte s .

Hieronder wordt een formule gegeven waaruit blijkt hoe opeenvolgende blokken statistisch met elkaar samenhangen. Eerst geven we een globale uitleg. Beschouw de trapezia als in figuur 5.1. Het is evident dat opeenvolgende blokken voor wat betreft de afvoer en het meerpeil volledig gecorreleerd zijn. Opeenvolgende afvoer- en meerpeilwaarden volgen immers op deterministische wijze uit het tijdsverloop volgens de trapezia. Voor de probabilistische verwerking van de stormduur zullen we in ieder blok steeds een nieuwe trekking doen uit de kansverdeling $P(d)$ uit (5.3), onafhankelijk van de waarden q , m , u en r van de overige blokken. Voor de richting r zullen we in ieder blok een trekking doen uit $P(r|m)$ gegeven door (5.30), waarbij m het gemiddelde meerpeil vormt (of eventueel een piekwaarde) in het beschouwde blok. Deze trekking geschiedt onafhankelijk van de waarde d voor het beschouwde blok, zonder te letten op de waarden u , r en d van de overige blokken. Voor de windsnelheid u zullen we in ieder blok een trekking doen uit $g(u|r)$ gegeven door (5.15), waarbij r de richting is voor het beschouwde blok. De trekking geschiedt onafhankelijk van de waarde d voor het beschouwde blok, zonder te letten op de waarden u , r en d van de overige blokken.

De precieze formule voor dit 'trekkingsproces' luidt als volgt. Geef met (u_j, r_j, d_j) de windsnelheid, richting en stormduur aan in het j -de blok. De precieze aanname is dan dat de conditionele gezamenlijke kansdichtheid voor de $n(B)$ blokken, gegeven piekwaarden k en s , de volgende vorm heeft.

$$g(u_1, r_1, d_1, u_2, r_2, d_2, \dots, u_{n(B)}, r_{n(B)}, d_{n(B)} | k, s) = \prod_{j=1}^{n(B)} [P(d_j)P(r_j | m(j))g(u_j | r_j)] \quad (5.33)$$

Merk op dat de conditionering op k in deze formule even goed mag worden weggelaten. Losjes gezegd stelt formule (5.33) dat, conditioneel op het meerpeilverloop, de windgegevens van de verschillende blokken statistisch onafhankelijk van elkaar worden verondersteld. Deze situatie zullen we bondig omschrijven door te stellen dat, conditioneel op het meerpeil, de windblokken onafhankelijk van elkaar zijn. Terzijde merken we op dat zonder deze conditionering windblokken wél afhankelijk van elkaar zijn. Neem als voorbeeld de richting in blok j en $j + 1$. Stel dat blok j een westelijke richting vertoont (in sector r_{west}). Dat verhoogt de kans dat in blok j sprake is van een hoog meerpeil, wat dan weer, omdat de meerpeilen in opeenvolgende blokken niet veel verschillen, de kans verhoogt dat ook in blok $j + 1$ sprake is van een westelijke richting. Dus de informatie dat blok j een westelijke richting vertoont verhoogt de kans dat blok $j+1$ een westelijke richting vertoont, wat inhoudt dat de blokken statistisch afhankelijk zijn.

6 Ramspolkering, waterstandssommen, faalmechanismes en hydraulische belastingen

Dit hoofdstuk gaat hoofdzakelijk over niet-probabilistische gegevens die nodig zijn als invoer voor het probabilistisch model. Paragraaf 6.1 gaat over de balgstuw te Ramspol. Paragraaf 6.2 gaat over de in het model benodigde waterstandssommen en paragraaf 6.3 gaat over faalmechanismes en de precieze definitie van de hydraulische belasting.

6.1 De Balgstuw te Ramspol

Ter plaatse van Ramspol bevindt zich een balgstuw. Deze ligt in de Ramsgeul, die het Zwarte Meer verbindt met het Keteldiep. De balgstuw is bedoeld om de waterstanden in de Vechtdelta tijdens extreme stormen te verlagen. Tijdens wester- en noordwesterstormen kunnen namelijk door opwaaiing op het IJsselmeer nabij de Ketelbrug hoge waterstanden ontstaan, die eveneens hoge waterstanden op het Ketelmeer tot gevolg hebben. Een hoge waterstand op het Ketelmeer leidt tot hoge waterstanden op het Zwarte Meer en, zij het niet overal in dezelfde mate, in de rest van de Vechtdelta. Indien tijdens hoge waterstanden op het Ketelmeer de balgstuw gesloten wordt, reduceert dat de hoge waterstanden in de Vechtdelta. De balgstuw heeft ook een (gering) effect op de waterstanden in de IJsseldelta. Wanneer de balgstuw tijdens een storm wordt gesloten, waardoor het afvoeren van water naar het Zwarte Meer niet meer mogelijk is, levert dat extra opstuwing aan de monding van de IJssel. Op de IJssel ontstaan dus door de balgstuw iets hogere waterstanden.

De balgstuw is recent in werking gesteld. De faalkans en het sluitingsregime van de balgstuw dienen te worden verwerkt in het probabilistisch model en in de waterstandsberekeningen die daarvoor worden gemaakt. De bediening van de balgstuw gebeurt (afgezien van falende apparatuur en dergelijke) geheel automatisch, dus zonder menselijk ingrijpen. De sluit- en openingscriteria en faalkans zijn als volgt.

1. *Sluitcriterium.* De balgstuw sluit op het moment dat de locale waterstand het niveau 0.50 m+NAP overschrijdt en er tevens sprake is van instroming (stroomrichting van het Ketelmeer naar het Zwarte Meer). Zowel de waterstanden als stroomsnelheden worden ter plaatse van de balgstuw gemeten. Het gehele sluitingsproces, dat wil zeggen het volledig opblazen van de twee balgen waaruit de balgstuw bestaat, duurt maximaal 1 uur.
2. *Openingscriterium.* De balgstuw wordt geopend zodra de binnenwaterstand (Zwarte Meer zijde) hoger wordt dan de buitenwaterstand (Ketelmeer zijde). Beide waterstanden worden gemeten direct aan weerszijde van de keringen. Het gehele openingsproces, aan het eind waarvan de balgen in hun goten liggen opgevouwen, duurt 3 uur. Vanaf het moment van openen kan dit proces op geen enkele manier worden onderbroken, ook niet indien in deze 3 uur een nieuwe stormtop voor hogere waterstanden zorgt dan 0.50 m+NAP. Gedurende de 3 uur is dus sprake van een onomkeerbaar proces. Na deze 3 uur is weer een nieuwe sluiting mogelijk volgens de criteria in punt (1).
3. *Faalkans per vraag.* De faalkans per vraag, dat wil zeggen een sluitingsvraag in de situatie dat het sluitcriterium volgens punt (1) wordt gehaald, zal (vermoedelijk) gelijk worden genomen aan

$$\alpha = 3.5 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{285.7} \text{ per vraag} \quad (6.1)$$

Onder falen wordt hier verstaan dat de balgstuw niet op de juiste manier functioneert, bijvoorbeeld geheel niet, of niet op tijd sluit, of na sluiten bezwijkt.

Ten behoeve van de in de volgende paragraaf besproken waterstandsberekeningen (met Sobek of Waqua) dienen nadere details over het sluitings- en openingsproces van de balgen bekend te zijn. Zo dient bekend te zijn hoe de hoogte van een balg zich tijdens sluiten en openen als functie van de tijd gedraagt. Dergelijke gegevens zijn op dit moment nog niet bij WSH bekend, maar zullen door het Waterschap Groot Salland binnenkort worden aangeleverd.

6.2 Waterstandssommen

Voor het probabilistisch model dienen waterstandsberekeningen te worden gemaakt. Dat zal met Sobek en/of Waqua gebeuren, waarover verderop meer. Nu geven we globaal aan hoe deze sommen gemaakt moeten worden. In het probabilistisch model komen als stochasten voor de afvoer Q , windsnelheid U , windrichting R , het meerpeil M , stormduur D en de keringssituatie Ω . Voor zowel open als dichte kering worden met het gebruikte waterstandmodel een groot aantal combinaties (q,m,u,r,d,ω) doorgerekend. Welke combinaties precies zullen worden doorgerekend is op dit moment nog niet bekend. In ieder geval zullen voor elk van de richtingen ZW, WZW, ..., N een aantal afvoeren, meerpeilen, windsnelheden en stormduren worden doorgerekend. Omdat voor de overige 'oostelijke' richtingen (vermoedelijk) geen extreme waterstanden zullen ontstaan voor hoge windsnelheden en meerpeilen, kan men voor deze richtingen vermoedelijk volstaan met een kleiner aantal doorgerekende combinaties.

Beschouw een waterstandssom voor de combinatie (q,m,u,r,d,ω) van randvoorwaarden. De grootheden q en m zullen als *permanentie* in het model worden ingevoerd (dus als constant in de tijd worden genomen). De windsnelheid zal als een trapeziumvormig tijdsverloop worden gemodelleerd, waarbij u het maximum van het trapezium aangeeft. (Vermoedelijk wordt het model ingespeeld met een constante windsnelheid van 10 m/s). De verschillende stormduren corresponderen met smallere en bredere trapezia. De precieze modellering van het stormverloop zal te zijner tijd elders worden beschreven. Voor de keringssituatie worden de gevallen $\omega = O$ (open) en $\omega = D$ (dicht) doorgerekend. Indien voor $\omega = D$ de doorgerekende combinatie (q,m,u,r,d,D) zodanig is dat de kering daadwerkelijk sluit, zullen de berekende waterstanden uiteraard verschillen van die voor de situatie $\omega = O$. Het is echter belangrijk te beseffen dat voor $\omega = D$ en $\omega = O$ dezelfde waterstanden zullen ontstaan indien de combinatie (q,m,u,r,d,D) niet leidt tot een sluiting. Dus, een waterstandssom die behoort tot de 'dichte sommenset' kan dezelfde resultaten opleveren als die voor de corresponderende waterstandssom die behoort tot de 'open sommenset'.

Een waterstandssom voor de combinatie (q,m,u,r,d,ω) geeft op een groot aantal uitvoerpunten in het gebied het tijdsafhankelijke verloop van de waterstand. In het probabilistisch model zal slechts de *maximale* waterstand op het uitvoerpunt worden gebruikt. Indien met Sobek wordt gerekend bevat de maximale waterstand alleen de 'globale windopzet' die het gevolg is van de opwaaiing over het gehele gebied maar geen dwarsverhang. In het 1-dimensionale Sobek wordt een waterloop namelijk geschematiseerd met een of meerdere takken, waarbij geen waterstandsverhang dwars op de tak kan worden berekend. Analooq aan de situatie voor het Benedenrivierengebied, zie desgewenst [Geerse, 2003a] en de daarin genoemde referenties, zal het dwarsverhang als een nabewerking op de Sobekresultaten worden meegenomen. Indien met het 2-dimensionale Waqua wordt gerekend bevat de maximale waterstand 'automatisch' alle effecten van de wind op de waterstand, dus tevens het dwarsverhang. Waar elders in dit rapport zonder nader commentaar wordt gesproken over 'de waterstand' op een locatie wordt stilzwijgend de *locale maximale waterstand inclusief dwarsverhang* bedoeld.

Zoals gezegd is op dit moment nog geen keuze gemaakt voor welke gebieden met Sobek of Waqua zal worden gerekend. In de keuze voor een waterbewegingsmodel voor een bepaald gebied, of voor een deel van een gebied, spelen de volgende overwegingen een rol:

1. Is op het moment dat de sommen moeten worden gemaakt een goed afgeregeld Sobekmodel (dus inclusief schematisatie) beschikbaar?
2. Is op het moment dat de sommen moeten worden gemaakt een goed afgeregeld Waquamodel (dus inclusief schematisatie) beschikbaar?
3. Wat is de meerwaarde van het nauwkeurigere 2-dimensionale Waquamodel ten opzichte van het minder nauwkeurige 1-dimensionale Sobekmodel?
4. Hoeveel Waquasommen kunnen gezien de lange rekentijd van Waqua nog redelijkerwijs gemaakt worden en hoe verhoudt dat aantal zich tot het grotere aantal Sobeksommen dat gemaakt kan worden?
5. Hoeveel nauwkeuriger worden de berekende toetspeilen en hydraulische belastingen bij een groter aantal sommen?

De punten (3) t/m (5) maken duidelijk – indien Sobek en Waqua beiden voorhanden zijn – dat een afweging dient plaats te vinden tussen enerzijds een kleiner aantal Waquasommen waarbij een individuele som nauwkeuriger is dan de corresponderende Sobeksom en anderzijds een groter aantal Sobeksommen die door hun grotere aantal extra nauwkeurigheid bieden terwijl de individuele sommen minder nauwkeurig zijn. Mogelijk zal voor de IJsseldelta worden gerekend met een gesloten balgstuw en met de gemiddelde stormduur (factor 6 minder sommen), vanuit de gedachte dat de stormduur en de balgstuw voor de IJsseldelta niet zo'n grote rol spelen, al dient dat laatste nog nader onderzocht. Een gesloten balgstuw betekent hier dat de kering altijd op de

juiste manier sluit (faalkans $\alpha = 0$), maar niet dat in de waterstandsberekeningen de Ramsgeul permanent is afgesloten. De tamelijk snelle sluiting kan namelijk tot dynamische effecten leiden die bij een permanent afgesloten Ramsgeul niet optreden. Misschien zal toch, indien in het waterstandmodel de Ramsgeul en het Zwarte Meer niet zijn geschematiseerd en indien de nauwkeurigheid dat toelaat, met een permanent afgesloten Ramsgeul worden gerekend. De situatie van gesloten balgstuw en gemiddelde stormduur vormt een speciaal geval van de algemene formules; men hoeft slechts te nemen $\alpha = 0$, $P(d=1) = P(d=3) = 0$ en $P(d=2) = 1$.

Opmerkingen ten behoeve van de implementatie

1. In de implementatie van het model mag worden uitgegaan van de 7 richtingen ZW, WZW, ..., N en één *landwindsector* die de overige richtingen bevat. Voor de landwindsector en elk van de 7 richtingen worden met Sobek en/of Waqua waterstandssommen gemaakt voor een groot aantal combinaties (q, u, m, d, ω). Binnen de landwindsector wordt het effect van de richting op de waterstand dus verwaarloosd. In deze sector kan het aantal combinaties verschillen van die voor de overige richtingen; zo zullen voor deze sector (vermoedelijk) minder hoge windsnelheden worden doorgerekend, omdat volgens het Rijkooort-Weibull model voor de richtingen NNO, NO, ..., ZZW minder extreme windsnelheden voorkomen dan voor de richtingen ZW, WZW, ..., N. Mogelijk zal voor de landwindsector alleen de windsnelheid $u = 0$ m/s worden doorgerekend, omdat voor deze richtingen alleen afwaaiing (met lagere waterstanden dan voor $u > 0$) lijkt voor te komen. Merk op dat de gevolgde handelwijze iets verschilt van die in Hydra-B, zie paragraaf 4.3.6 uit [Geerse, 2003a]. In Hydra-B komt namelijk geen stormduur voor. Ook wordt daar voor de landwindsector het meerpeil (feitelijk daar de zeewaterstand) niet gevarieerd.
2. In Hydra-B worden waterstanden en hydraulische belastingen zoals dat heet *gerepareerd*. Na deze reparatie kunnen toenemende afvoeren, meerpeilen en windsnelheden, bij een gegeven combinatie (r, ω), nooit tot lagere waterstanden en belastingen leiden. Zie voor details en voor het algoritme waarmee deze reparatie plaatsvindt paragraaf 4.6 en bijlage 1 uit [Geerse, 2003a]. In het probabilistisch model voor de Vecht- en IJsseldelta zal eenzelfde reparatie moeten plaatsvinden, dan bij iedere gegeven combinatie (r, d, ω), met uiteraard hetzelfde algoritme. N.B.: Het gevolg van deze reparatie is dat wanneer bij een gegeven richting afwaaiing optreedt voor $u > 0$, met dus lagere waterstanden dan die voor $u = 0$, ná reparatie alle waterstanden corresponderen met die voor $u = 0$. De afwaaiing wordt als het ware 'weggerepareerd'.

6.3 Faalmechanismes en hydraulische belastingen

In het probabilistisch model kan worden gerekend met drie faalmechanismes, namelijk

1. *waterstandoverloop* of kortweg *overloop*
2. *2%-golfoploop*
3. *golfoverslag* (bij een door de gebruiker opgegeven debiet)

Het eerste faalmechanisme slaat op waterstandsberekeningen, het tweede en derde op de berekening van hydraulische belastingniveaus waarbij ook golfaanval wordt beschouwd. Voor de laatste twee faalmechanismes zijn onder meer de significante golfhoogte H_s en de piekperiode T_p nodig die zullen worden bepaald met Bretschneider (tezamen met de relatie $T_p = 1.08 \cdot T_s$, met T_s de significante golfperiode). De golfrichting wordt gelijk genomen aan de windrichting. Verder zijn voor de berekening van de hydraulische belasting nog allerlei andere gegevens nodig, zoals strijklengtes, bodemhoogtes, taludgegevens etcetera. Ook dient, afhankelijk van het type berekening, gebruik te worden gemaakt van onder meer een dammodule, voorlandmodule en dijkmodule, waarbij met de laatste module de 2%-golfoploop en de golfoverslaghoogte kan worden berekend. Voor de Vecht- en IJsseldelta zullen dezelfde modules worden gebruikt als in Hydra-M voor het IJsselmeer en Hydra-B voor het Benedenrivierengebied; zie voor een beschrijving van de modules [De Waal, 1999] en [Geerse, 2003a] en de daarin genoemde referenties.

In de formules van Bretschneider is onder meer de windsnelheid nodig om H_s en T_s te kunnen bepalen. Dat is de windsnelheid u_{10} op 10 meter hoogte boven open water. Omdat overal elders in het model met de potentiële windsnelheid u wordt gewerkt, moet deze windsnelheid voordat deze in de formules van Bretschneider wordt ingevoerd worden omgerekend naar u_{10} . Door WSH zal ten behoeve van de implementatie van het model een tabel worden aangeleverd waarmee deze omrekening kan gebeuren. De tabel bevat twee kolommen. De eerste

kolom bevat de potentiële windsnelheid u van 0 m/s tot 50 m/s, in stappen van 1 m/s (dus 0, 1, 2, ..., 50 m/s); de tweede kolom bevat de corresponderende snelheid u_{10} . Voor een willekeurige snelheid u kan de bijbehorende u_{10} door *lineaire interpolatie* worden bepaald.

Voor de probabilistische formules in het voorliggende rapport is het niet belangrijk hoe precies bij gegeven omstandigheden (op deterministische wijze) een hydraulische belasting wordt berekend. Er dient slechts beschikt te worden over een goed gedefinieerde hydraulische belasting H , die een functie is van de eerder genoemde grootheden q, m, u, r, d, ω , van de vorm

$$\begin{aligned} H &= H(q, m, u, r, d, \omega) \\ &= \text{hydraulische belasting in m+NAP} \end{aligned} \quad (6.2)$$

In [Geerse, 2003a] wordt precies omschreven (afgezien van de stormduur d) hoe de functie H is gedefinieerd. Hier geven we slechts kort commentaar. Voor faalmechanisme overloop stelt H simpelweg de lokale waterstand op de betreffende locatie voor. Voor faalmechanisme 2%-golfoploop is H gelijk aan de lokale waterstand vermeerderd met de 2%-golfoploophoogte. Ten behoeve van faalmechanisme golfoverslag dient een kritiek overslag debiet q_{crit} te worden beschouwd, in l/s/m. De grootte H is dan gelijk aan de dijkhoogte waarbij het optredende overslagdebiet q_{ov} bij gegeven q, m, u, r, d, ω juist gelijk is aan q_{crit} . Bij een hogere dijkhoogte zal gelden dat $q_{\text{ov}} < q_{\text{crit}}$ en bij een lagere $q_{\text{ov}} > q_{\text{crit}}$. (Bedenk hierbij dat in de berekening van q_{ov} bij elke hoogte van de dijk de profielgegevens van de dijk bekend moeten zijn.). De hydraulische belasting H voor golfoverslag kan worden gesplitst in de lokale waterstand en de zogenaamde golfoverslaghoogte, zodat H geschreven kan worden als de som van deze grootheden.

Merk op dat voor de hydraulische belasting geldt, analoog aan de in paragraaf 6.2 uitgelegde situatie voor waterstanden,

$$\begin{aligned} H(q, m, u, r, d, O) &= H(q, m, u, r, d, D) \\ &\text{voor combinaties } (q, m, u, r, d) \text{ waarvoor geen sluiting hoeft plaats te vinden} \end{aligned} \quad (6.3)$$

In de herschrijving van enkele formules uit hoofdstuk 8 en 9 zal hiervan gebruik worden gemaakt.

7 Blokkansen, trapeziumkansen en de overschrijdingsfrequentie per jaar

Met de formules uit het probabilistisch model kan voor elk hydraulisch belastingniveau h de overschrijdingsfrequentie per jaar worden bepaald, die gelijk is aan het gemiddeld aantal keren per jaar dat de hydraulische belasting H uit (6.2), die in feite een stochastische grootte is, het niveau h overschrijdt. We brengen in herinnering dat deze overschrijdingsfrequentie volgens (2.1) wordt aangeduid als $\Psi_H(h)$ ¹⁴.

Alvorens de formule voor $\Psi_H(h)$ te geven worden in paragraaf 7.1 eerst kansen gerelateerd aan de blokduur b gegeven. In paragraaf 7.2 worden aan de trapezia gerelateerde kansen behandeld, waarna in paragraaf 7.3 de formule voor $\Psi_H(h)$ wordt gegeven.

7.1 Blokkansen voor de blokduur b

In hoofdstuk 5 werd al opgemerkt dat de blokduur b de kleinste (relevante) tijdseenheid vormt in het probabilistisch model. Hieronder worden enkele kansen gegeven die gerelateerd zijn aan deze blokduur, welke in het vervolg worden aangeduid als *blokkansen*. Waar over een afvoer q of meerpeil m tijdens de blokduur wordt gesproken, wordt altijd een constante waarde bedoeld, die in het model in feite de gemiddelde afvoer of het gemiddelde meerpeil voorstelt (of incidenteel een piekwaarde); zie wat dit betreft paragraaf 5.5. en in het bijzonder figuur 5.1. We brengen in herinnering, zie paragraaf 5.3, dat u de maximale windsnelheid in de blokduur betreft en r de vectorieel gemiddelde windrichting.

Een belangrijke blokkans in het model is de kans dat h wordt overschreden, conditioneel op het optreden van q, m, r, d in duur b . De formule daarvoor luidt

$$\begin{aligned} P(H > h | q, m, r, d) &= \text{kans dat de hydraulische belasting niveau } h \text{ overschrijdt,} \\ &\quad \text{gegeven } q, m, r, d \text{ in de blokduur } b \\ &= \alpha \int_{u: H(q, m, u, r, d, O) > h} g(u | r) du + (1 - \alpha) \int_{u: H(q, m, u, r, d, D) > h} g(u | r) du \end{aligned} \quad (7.1)$$

Hierin is α de faalkans van de balgstuw, zie (6.1). We brengen in herinnering dat $g(u|r)$, zie paragraaf 5.3, in feite van b afhangt, hoewel dat niet in de notatie tot uitdrukking komt. Formule (7.1) oogt in eerste instantie plausibel. Er is een kans α dat de kering faalt en een kans $1 - \alpha$ dat de kering juist functioneert, in welke gevallen we respectievelijk uitgaan van de belastingen voor de open en dichte keringssituatie. De integraties worden uitgevoerd over die windsnelheden waarvoor H het niveau h overschrijdt. De factoren α en $1 - \alpha$ geven dan de juiste weging over de situaties van open en dichte keringen. In tweede instantie is (7.1) misschien minder plausibel. Er zijn namelijk situaties q, m, u, r, d waarin het sluitingscriterium niet wordt gehaald, in welk geval de faalkans α geen enkele rol speelt; deze situaties lijken niet voor te komen in (7.1). In hoofdstuk 8 wordt aangetoond dat de formule wel degelijk correct is, en de vorm van de formule het gevolg is van het feit dat voor situaties waarin het sluitcriterium niet wordt gehaald de belastingen voor de open en dichte situatie overeenstemmen, zie (6.3).

Uit (7.1) kan eenvoudig de blokkans worden bepaald dat h wordt overschreden, conditioneel op de afvoer en het meerpeil. Daartoe dient slechts te worden gewogen over de kansen op de richtingen en de stormduren, die werden besproken in paragraaf 5.1. Dan geldt

$$\begin{aligned} P(H > h | q, m) &= \text{kans dat de hydraulische belasting niveau } h \text{ overschrijdt,} \\ &\quad \text{gegeven } q, m \text{ in de blokduur } b \\ &= \sum_{r=1}^{16} \sum_{d=1}^3 (P(d)P(r | m)P(H > h | q, m, r, d)) \end{aligned} \quad (7.2)$$

¹⁴ Indien overschrijdingen in de zomer verwaarloosd worden, kan men $\Psi_H(h)$ evengoed de eenheid keren per winterhalfjaar geven.

7.2 Trapeziumkansen

Beschouw de duur B_i waarin het i -de afvoer- en meerpeiltrapezium valt. Het doel van deze paragraaf is de kans te bepalen dat niveau h wordt overschreden in minstens één van de windblokken in duur B_i . Deze kans zal worden aangeduid als een *trapeziumkans*. Om de notatie te vereenvoudigen wordt de index i in deze paragraaf weggelaten.

We veronderstellen nu, zoals omschreven in paragraaf 5.5, dat de windblokjes, gegeven het tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil, statistisch onafhankelijk van elkaar zijn. Vanwege (5.33) volgt dan, waarbij we voor de gebruikte notatie verwijzen naar paragraaf 5.5,

$$P(H < h \text{ in elk van de blokken}) = \prod_{j=1}^{n(B)} P(H < h | q(j), m(j)) \quad (7.3)$$

De kans op falen voor niveau h in duur B wordt dan gegeven door, waarbij F hier de beginletter van het woord 'Falen' vormt, de trapeziumkans

$$\begin{aligned} P_B(F | k, s) &= \text{kans dat bij gegeven afvoer- en meerpeiltrapezia met} \\ &\quad \text{piekwaarden } k \text{ en } s \text{ voor minstens 1 blokje falen optreedt} \\ &= 1 - P(H < h \text{ in elk van de blokken}) \\ &= 1 - \prod_{j=1}^{n(B)} [1 - P(H > h | q(j), m(j))] \end{aligned} \quad (7.4)$$

De trapeziumkans dat in duur B falen optreedt voor niveau h volgt hieruit door op de juiste manier te wegen met de kansen op de piekwaarden k en s . Dat dient te gebeuren met de gezamenlijke kansdichtheid $f(k, s)$ uit hoofdstuk 4, met als resultaat

$$\begin{aligned} P_B(h) &= \text{kans dat in duur } B \text{ voor minstens 1 blokje falen} \\ &\quad \text{optreedt voor niveau } h \\ &= \int f(k, s) P_B(F | k, s) dk ds \end{aligned} \quad (7.5)$$

7.3 De overschrijdingsfrequentie

Zoals in het begin van dit hoofdstuk vermeld is het doel van het probabilistisch model het bepalen van de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ in keren per jaar van het belastingniveau h . Deze frequentie wordt gegeven, zoals eenvoudig valt in te zien, door

$$\Psi_H(h) = \sum_{i=1}^K P_{B_i}(h) \quad (7.6)$$

waarbij we in herinnering brengen, zie paragraaf 3.1, dat het jaar is opgevuld met een aantal K trapezia, met duren $B_1, B_2, \dots, B_K$. Merk op dat $\Psi_H(h)$ maximaal gelijk kan worden aan K , welke situatie zich in de praktijk voor zal doen bij een zo laag belastingniveau, bijvoorbeeld $h = -0.50 \text{ m+NAP}$, dat iedere term in de sommatie in het rechterlid van (7.6) gelijk is aan 1.

Naast het bepalen van een frequentie per jaar zou men ook geïnteresseerd kunnen zijn in de kans dat het *jaarmaximum* van de hydraulische belasting niveau h overschrijdt. In dat geval is men niet geïnteresseerd in de vraag hoe vaak in een jaar niveau h wordt overschreden, maar in de vraag of minstens één maal per jaar óf wel óf niet niveau h wordt overschreden. Omdat (impliciet) in het probabilistisch model wordt verondersteld dat opeenvolgende trapezia statistisch onafhankelijk zijn, volgt eenvoudig dat het volgende geldt.

$$P(H_{\text{jaarmax}} > h) = \text{kans dat minstens 1 maal per jaar niveau } h \text{ wordt overschreden} \quad (7.7)$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^K (1 - P_{B_i}(h))$$

Formule (7.7) wordt in het probabilistisch model overigens nergens gebruikt en wordt slechts ter vergelijking met (7.6) gegeven. Waar in (7.6) het uitgangspunt wordt gehanteerd dat *per trapeziumduur* niet meer dan één keer falen wordt geteld, wordt in (7.7) het uitgangspunt gehanteerd dat *per jaar* niet meer dan één keer falen wordt geteld. Indien $P_{B_i}(h) \ll 1$ leveren (7.6) en (7.7) praktisch hetzelfde antwoord. Neem als voorbeeld $K = 6$ trapezia met $B_i = 30$ dagen voor $i = 1$ t/m 6 , met $P_{B_i}(h) = 1/60$. In dat geval levert (7.6) $\Psi_H(h) = 6 * 1/60 = 1/10$ per jaar terwijl (7.7) het antwoord 0.096 levert. Het relatieve verschil tussen deze uitkomsten is $0.004/0.1 = 0.04$, oftewel 4% . Omgerekend naar kruinhoogtes of waterstanden komt een verschil van 4% overeen met maximaal 0.015 meter. Voor hydraulische belastingniveaus corresponderend met terugkeertijden T groter dan 10 jaar kan worden gesteld dat de berekeningswijzen (feitelijk uitgangspunten) volgens (7.6) en (7.7) tot verschillen leiden van niet meer dan 1.5 cm. Voor meer relevante terugkeertijden $T \geq 1250$ jaar blijken deze verschillen niet groter te zijn dan slechts 0.002 meter. Praktisch gesproken kan worden gesteld dat (7.6) en (7.7) voor de meer relevante terugkeertijden $T \geq 1250$ jaar dezelfde hydraulische belastingniveaus opleveren. Indien terugkeertijden van ongeveer 1 jaar worden beschouwd leveren (7.6) en (7.7) echter aanzienlijke verschillen.

8 Nadere beschouwingen over de balgstuw

In paragraaf 8.1 wordt een wiskundige afleiding gegeven van formule (7.1), die aangeeft hoe de faalkans van de balgstuw in het probabilistisch model voorkomt. In paragraaf 8.2 wordt de formule voor de sluitfrequentie van de balgstuw gegeven.

8.1 Het verwerken van de balgstuw in het probabilistisch model

In deze paragraaf wordt formule Beschouw in het vervolg vaste waarden q, m, r en d . *Alle kansen in het vervolg gelden conditioneel op deze grootheden.* Om de notatie te bekorten zullen deze grootheden veelal niet expliciet worden vermeld. Zo zullen we korter schrijven

$$H(u, \omega) = H(q, m, u, r, d, \omega) \quad (8.1)$$

Het is nodig onderscheid te maken tussen windsnelheden waarbij het sluitcriterium wel, zie paragraaf 6.1, en windsnelheden waarbij het sluitcriterium niet wordt gehaald. We definiëren een stochastische ‘criterium variabele’ als volgt.

$$C(u) = C(u, q, m, r, d) = \begin{cases} 1, & \text{indien } u \text{ zodanig dat het sluitcriterium wordt gehaald} \\ 0, & \text{anders} \end{cases} \quad (8.2)$$

Dus $C(u) = 1$ voor windsnelheden die voor de beschouwde q, m, r, d tot een sluiting (zouden) moeten leiden (bij overschrijden van $0.50 \text{ m} + \text{NAP}$ met tevens instroming), terwijl voor windsnelheden die voor de beschouwde q, m, r, d niet tot een sluiting aanleiding geven geldt $C(u) = 0$. Merk op dat de faalkans geen enkele rol speelt in de definitie van $C(u)$; het gaat slechts om het in principe wel of niet moeten sluiten van de kering. Daarnaast definiëren we een stochastische variabele Y die te maken heeft met het functioneren van de balgstuw:

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{indien } C = 1 \text{ en de balgstuw faalt} \\ 1, & \text{indien } C = 1 \text{ en de balgstuw sluit correct} \\ 2, & \text{indien } C = 0 \text{ en de balgstuw blijft open} \end{cases} \quad (8.3)$$

In feite is Y een functie van q, m, u, r, d, ω , maar het is niet nodig deze argumenten expliciet aan te geven.

De kans dat $C = 1$ kan worden berekend door de kans te bepalen op die windsnelheden u waarvoor $C(u) = 1$. Dus

$$P(C = 1) = \int_{u: C(u)=1} g(u) du \quad (8.4)$$

We brengen in herinnering dat α de faalkans van de balgstuw aangeeft, zie (6.1). Voor de kansen op de uitkomsten van Y volgt dan

$$P(Y = 0) = P(\text{falen balgstuw} \mid C = 1)P(C = 1) = \alpha P(C = 1) \quad (8.5)$$

$$P(Y = 1) = P(\text{sluiten balgstuw} \mid C = 1)P(C = 1) = (1 - \alpha) P(C = 1) \quad (8.6)$$

$$P(Y = 2) = P(C = 0) = 1 - P(C = 1) \quad (8.7)$$

We merken op dat de situatie $C = 0$ en tóch sluiten van de balgstuw (bijvoorbeeld een proefsluiting) niet relevant wordt geacht en kans nul van voorkomen heeft gekregen. Merk op dat de kansen (8.5) t/m (8.7) optellen tot 1, zoals ook het geval moet zijn.

We zullen nu (7.1) afleiden, waarbij we hier $P(H > h \mid q, m, r, d)$ korter schrijven als $P(H > h)$. Er geldt, met behulp van (8.5) tot en met (8.7),

$$\begin{aligned}
P(H > h) &= P(Y=0)P(H > h | Y=0) + P(Y=1)P(H > h | Y=1) + P(Y=2)P(H > h | Y=2) \\
&= \alpha P(C=1) \int_{u: H(u,O) > h} g(u | C=1) du \\
&+ (1-\alpha) P(C=1) \int_{u: H(u,D) > h} g(u | C=1) du \\
&+ P(C=0) \int_{u: H(u,O) > h} g(u | C=0) du
\end{aligned} \tag{8.8}$$

Deze formule kan verder worden herschreven. Daartoe merken we op dat geldt

$$\begin{aligned}
g(u | C=1) &= \frac{g(u, C=1)}{P(C=1)} \\
&= \begin{cases} 0, & \text{voor } u \text{ met } C(u) = 0 \\ \frac{g(u)}{P(C=1)}, & \text{voor } u \text{ met } C(u) = 1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{8.9}$$

Met betrekking tot $C=0$ geldt een analoog resultaat voor $g(u | C=0)$. Dan kan (8.8) worden herschreven als

$$P(H > h) = \alpha \int_{u: H(u,O) > h, C(u)=1} g(u) du + (1-\alpha) \int_{u: H(u,D) > h, C(u)=1} g(u) du + \int_{u: H(u,O) > h, C(u)=0} g(u) du \tag{8.10}$$

In de laatste term mogen we, omdat het sluitcriterium niet wordt gehaald, volgens (6.3) in plaats van $H(u,O)$ ook $H(u,D)$ gebruiken. De laatste term kan dan gesplitst worden in een deel α waarin $H(u,O)$ wordt gebruikt en een deel $1 - \alpha$ waarin $H(u,D)$ wordt gebruikt. Omdat $C(u) = 0$ en $C(u) = 1$ tezamen het gehele integratie interval $u \geq 0$ uitmaken, volgt dan

$$P(H > h) = \alpha \int_{u: H(u,O) > h} g(u) du + (1-\alpha) \int_{u: H(u,D) > h} g(u) du \tag{8.11}$$

Bedenk dat (stilzwijgend) in deze formule overal geconditioneerd wordt op q,m,r,d . Vanwege (5.7) geldt echter $g(u|q,m,r,d) = g(u|r)$, maar dan is (8.11) gelijk aan formule (7.1) die te bewijzen viel.

We merken nog op dat bij het opnemen van de balgstuw in het model eigenlijk meer aannames worden gemaakt dan tot nog toe is becommentarieerd. Zo wordt in het model falen gekoppeld aan de waterstanden voor de open situatie. De werkelijkheid is diffuser. Het is bijvoorbeeld mogelijk dat de balgen, nadat ze enige tijd gesloten zijn, plotseling scheuren, in welk geval een soort vloedgolf het Zwarte Meer komt binnenrollen. De dan resulterende waterstanden worden noch door de open, noch door de dichte set waterstandssommen beschreven. Het is nu eenmaal eigen aan een (probabilistisch) model dat allerlei verschijnselen verwaarloosd moeten worden, omdat het onmogelijk is de ‘oneindige complexe’ werkelijkheid in een model te vatten. De hoop is vanzelfsprekend dat de belangrijkste verschijnselen voldoende nauwkeurig in het model zijn opgenomen.

8.2 De sluitfrequentie van de balgstuw

In deze paragraaf leiden we de formule af voor de sluitfrequentie van de balgstuw, waar onder wordt verstaan

$$\Psi_{\text{balgstuw}} = \text{frequentie dat het sluitcriterium wordt gehaald, in keren per jaar}$$

Merk op dat hier situaties waarin het sluitcriterium wordt gehaald, maar de kering faalt, worden meegeteld.

In formule (8.4) werd, conditioneel op q,m,r,d , de kans gegeven dat gedurende de blokduur b het sluitcriterium wordt gehaald. Wanneer de conditionering op de relevante grootheden expliciet wordt aangegeven geldt vanwege (5.7)

$$P(C = 1 | q, m, r, d) = \int_{u: C(u, q, m, r, d) = 1} g(u | r) du \quad (8.12)$$

Hieruit volgt door weging over r en d

$$\begin{aligned} P(C = 1 | q, m) &= \text{kans dat sluitcriterium in blokduur } b \text{ gehaald, gegeven } q, m \\ &= \sum_{r=1}^{16} \sum_{d=1}^3 (P(C = 1 | q, m, r, d) P(r | m) P(d)) \end{aligned} \quad (8.13)$$

Beschouw nu de afvoer- en meerpeiltrapezia in duur B_i , waarvan de piekwaarden worden beschreven door de kansdichtheid $f_i(k, s)$ uit (4.8). Dan volgt, zoals eenvoudig te beredeneren valt,

$$\begin{aligned} \Psi_{B_i, \text{balgstuw}} &= \text{gemiddeld aantal keren dat in duur } B_i \text{ het sluitcriterium wordt gehaald} \\ &= \int f_i(k, s) \sum_{j=1}^{n(B)} P(C = 1 | q(j), m(j)) dk ds \end{aligned} \quad (8.14)$$

waarbij we voor de notatie verwijzen naar paragraaf 5.5. Voor de K periodes $B_1, B_2, \dots, B_K$ volgt dan

$$\Psi_{\text{balgstuw}} = \sum_{i=1}^K \Psi_{B_i, \text{balgstuw}} \quad (8.15)$$

Vermoedelijk zullen voor de berekening van de hydraulische randvoorwaarden in het model $K = 6$ duren van elk 30 dagen worden beschouwd, die corresponderen met de maanden in het winterhalfjaar. In dat geval geeft (8.15) in feite de frequentie voor het winterhalfjaar. De (eventuele) sluitingen in het zomerhalfjaar worden dan niet meegeteld, hoewel de kans op dergelijke sluitingen niet geheel verwaarloosbaar lijkt. Wil men de sluitingen in het zomerhalfjaar meenemen, dan dienen ook statistische gegevens voor de zomer te worden ingevoerd (met dan $K = 12$ duren van elk 30 dagen).

9 Uitsplitsingen van de overschrijdingsfrequentie

Dit hoofdstuk gaat over het zogenaamde *uitsplitsen* van de overschrijdingsfrequentie van het hydraulisch belastingniveau. Die uitsplitsing geeft informatie over de kansen waarmee afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en keringssituaties voorkomen tijdens een overschrijding. Paragraaf 9.1 geeft een nadere omschrijving van deze uitsplitsing. In paragraaf 9.2 wordt de zogenaamde continue versie van het probabilistisch model gegeven, waarbij het discrete produkt over de windblokjes uit (7.4) wordt vervangen door een continue integraal over de tijd. In termen van deze continue versie worden de formules voor de uitsplitsingen gegeven. In paragraaf 9.3 wordt om didactische redenen eerst de uitsplitsing naar alléén de afvoer en alléén het meerpeil gegeven. Om ook naar de overige grootheden uit te kunnen splitsen dient eerst de blokkans $P(H > h | q, m)$ op een alternatieve manier te worden geschreven, wat gebeurt in paragraaf 9.4. In paragraaf 9.5 volgen dan de uitsplitsingen van de overige grootheden, die tot dat moment betrekking hebben op de trapeziumduur B. Paragraaf 9.6 geeft de eigenlijke uitsplitsingen van de overschrijdingsfrequentie, die volgen door over de bijdragen van de trapezia te sommeren. Paragraaf 9.7 gaat in op een implementatie-technisch punt, namelijk hoe de (kleine) discrepantie tussen de continue en de discrete versie van het model ten behoeve van de uitsplitsingen moet worden opgelost.

9.1 Welke omstandigheden treden op tijdens falen?

Met het probabilistisch model kan de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ van het hydraulisch belastingniveau h worden berekend. Vaak bestaat de behoefte aan extra informatie over de afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en keringssituaties die tijdens een eventuele overschrijding van niveau h van belang zijn. Men wil bijvoorbeeld weten in welke mate bij Kampen afvoeren en in welke mate daar windsnelheden van belang zijn tijdens overschrijden van het toetspeil. Indien voor een locatie met name afvoeren van belang zijn, is duidelijk dat bijvoorbeeld een klimaatverandering met extremere afvoeren voor deze locatie gevolgen heeft. Een ander voorbeeld: indien voor een locatie meerpeilen onbelangrijk zijn, zal een streefpeilverandering van het IJsselmeer, bijvoorbeeld in maart, voor de toetspeilen weinig gevolgen hebben. Informatie over de genoemde grootheden kan dus helpen om zonder verdere berekeningen inzicht te krijgen in de mate waarin per locatie veranderingen in streefpeil, rivierwerken of klimaatscenario's van belang zijn. Daarom is een manier bedacht om de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ zoals dat wordt genoemd *uit te splitsen* naar afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en keringssituaties. Deze uitsplitsing geeft dan informatie over de *kansen* waarmee deze grootheden voorkomen tijdens een faalgebeurtenis voor niveau h . De formules voor deze uitsplitsing worden in dit hoofdstuk behandeld.

De formules voor de uitsplitsing vormen een uitbreiding van de in Hydra-B gebruikte formules om de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ uit te splitsen naar de afvoeren, windrichtingen en keringssituaties. Daar wordt dus niet uitgesplitst naar windsnelheid en meerpeil (feitelijk zeewaterstand), en (vanzelfsprekend) ook niet naar de stormduur, omdat die grootheid in Hydra-B niet als stochast voorkomt. Op termijn zal in Hydra-B misschien ook worden uitgesplitst naar windsnelheid en zeewaterstand. Neem Dordrecht als voorbeeld. Dan blijkt uit de Hydra-B-berekening dat tijdens een faalgebeurtenis waarbij het toetspeil wordt overschreden de afvoer met een kans van 90% ligt tussen (afgerond) 7500 en 15500 m³/s. Tijdens zo'n faalgebeurtenis is er 71% kans op dichte keringen (in de Nieuwe Waterweg en het Hartelkanaal). De belangrijkste richtingen tijdens zo'n faalgebeurtenis zijn WNW en NW. Elk van deze richtingen heeft dan een kans van 32%, zodat tijdens falen de overige richtingen slechts met een kans van 36% voorkomen. Dergelijke getallen, en meer, kunnen met de formules uit dit hoofdstuk ook voor de Vecht- en IJsseldelta worden berekend.

Alvorens de formules voor de uitsplitsing te geven dient eerst te worden gewezen op het feit dat strikt genomen tijdens een faalgebeurtenis helemaal niet kan worden gesproken over *dé* afvoer, *hét* meerpeil, *dé* windrichting, *dé* windsnelheid, *dé* stormduur en *dé* keringssituatie die dan optreden. We leggen dat nader uit voor de afvoer. Het is om twee redenen niet mogelijk om tijdens een faalgebeurtenis voor niveau h te spreken over de (ene) afvoer die dan optreedt:

1. Tijdens falen varieert de afvoer, zodat geen unieke afvoer aan het proces van falen kan worden toegekend. Uitsluitend in de situatie dat een redelijk extreme storm nodig is voor falen kan redelijkerwijs worden gesproken over één specifieke afvoer tijdens falen.
2. Indien meerdere overschrijdingen van niveau h plaatsvinden tijdens één en dezelfde afvoergolf worden deze overschrijdingen gezamenlijk toch gezien als niet meer dan één maal falen. Tijdens deze verschillende overschrijdingen kunnen (behoorlijk) verschillende afvoeren optreden.

Als toelichting op punt (1) het volgende. Stel dat ten gevolge van een storm een overschrijding optreedt tijdens de voor of achterflank van een afvoergolf. Deze storm leidt in de orde van 12 uur (of minder) tot de zeer hoge waterstanden waarbij niveau h wordt overschreden. In deze periode van 12 uur kan de afvoer dan gemakkelijk tot orde $80 \text{ m}^3/\text{s}$ (IJssel) of $15 \text{ m}^3/\text{s}$ (Vecht) variëren¹⁵; omgerekend naar waterstanden gaat het hier om een kleine decimeter. De faalgebeurtenis kan dus strikt genomen niet aan één specifieke afvoer worden toegekend. Indien de storm tijdens de top van de afvoergolf optreedt zal de afvoer tijdens de overschrijding overigens minder variëren dan de genoemde getallen. Merk wel op dat hoewel de afvoer tijdens de storm varieert deze variatie toch niet bijzonder groot is. Met enige goede wil kan hier zinnig worden gesproken over ‘de afvoer tijdens het falen’. Voor afvoergedomineerde locaties, zoals bijvoorbeeld Olst en Dalfsen, treedt falen op als de top van de afvoergolf boven de maatgevende afvoer komt. Gedurende enige tijd wordt dan de maatgevende afvoer overschreden. Volgens berekeningen kan dat al snel met een bedrag van $150 \text{ á } 300 \text{ m}^3/\text{s}$ zijn voor de IJssel en $30 \text{ á } 60 \text{ m}^3/\text{s}$ voor de Vecht; in termen van waterstanden gaat het om $1.5 \text{ á } 3$ decimeter. Dus voor afvoergedomineerde locaties kan aan de faalgebeurtenis geen unieke afvoerwaarde worden toegekend, terwijl de variatie van de afvoer tijdens falen zo groot is dat ook niet in benadering sprake zal zijn van één afvoerwaarde.

Punt (2) betreft een nog iets fundamenteeler probleem dan punt (1). Wanneer tijdens een afvoergolf meerdere overschrijdingen plaatsvinden kunnen deze overschrijdingen bij aanzienlijk verschillende afvoeren optreden. Bijvoorbeeld tijdens een IJsselafoergolf met piekwaarde $2200 \text{ m}^3/\text{s}$ treedt een storm op tijdens de top van de golf waardoor het toetspeil wordt overschreden terwijl tevens een dag of drie later een storm optreedt op de (neerwaartse) flank van de golf bij een afvoer van $1900 \text{ m}^3/\text{s}$ waarbij opnieuw het toetspeil wordt overschreden. Deze overschrijdingen worden als één maal falen gezien, terwijl ze bij duidelijk verschillende afvoeren plaatsvinden.

Voor meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduur en de keringssituatie geldt eveneens dat ze tijdens een faalgebeurtenis geen unieke waarde (hoeven te) hebben. Indien een faalgebeurtenis bestaat uit één enkele overschrijdingstop zullen deze grootheden overigens wel (redelijkerwijs) een unieke waarde hebben. De moraal van dit verhaal is dat het principieel gesproken niet mogelijk is een formule op te stellen die de kansen op de afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en de keringssituaties geeft tijdens een faalgebeurtenis. Het is echter wel duidelijk dat het op enigszins pragmatische wijze wel degelijk mogelijk moet zijn kansen toe te kennen aan deze grootheden tijdens een faalgebeurtenis. In Hydra-B is een zogenaamd *uitsplitsingsrecept* bedacht om deze uitsplitsing te maken¹⁶, zie hoofdstuk 9 en bijlage 3 uit [Geerse, 2003a]. Dat recept betreft de uitsplitsing naar afvoer, windrichting en keringssituatie. In het model uit het voorliggende rapport zal dit recept als uitgangspunt worden genomen, waarbij het wordt uitgebreid om ook te kunnen uitsplitsen naar het meerpeil, de windsnelheid en de stormduur. In [Geerse, 2003a] wordt een uitgebreide rechtvaardiging van het recept gegeven. Hoewel het recept uit deze referentie dient te worden aangepast voor de Vecht- en IJsseldelta, geldt deze rechtvaardiging in grote lijnen ook voor de aangepaste situatie. In de volgende paragrafen wordt het uitsplitsingsrecept voor de Vecht- en IJsseldelta beschreven, zonder dat opnieuw een uitgebreide rechtvaardiging als in [Geerse, 2003a] wordt gegeven.

9.2 Continue versie van het probabilistisch model

In (7.4) werd de formule voor de trapeziumkansen gegeven, die hier omwille van het overzicht wordt herhaald:

$$P_B(F | k, s) = 1 - \prod_{j=1}^{n(B)} [1 - P(H > h | q(j), m(j))] \quad (9.1)$$

Het is mogelijk een ‘continue versie’ van deze formule te geven, waarbij het discrete product in het rechterlid als het ware wordt vervangen door een ‘continue’ integratie over de tijd. Dergelijke continue versies zijn ook gegeven voor Hydra-B en het oude belastingmodel voor de IJssel, zie onder andere [Geerse, 2002c], [Geerse, 2003ab]. Deze continue versie maakt de formules voor de diverse uitsplitsingen die hierna aan de orde komen aanzienlijk transparanter. Reken daartoe de tijd t in eenheden van de blokduur b . Dit is een *dimensieloze*

¹⁵ Deze getallen gelden voor de standaardafvoergolven voor deze rivieren (voor de Vecht gaat het om voorlopige gegevens).

¹⁶ In [Geerse, 2003a] komen twee uitsplitsingsrecepten voor: een ‘oud’ recept dat voor een relatief klein deel van de locaties niet goed blijkt te voldoen en een verbeterd ‘nieuw’ recept dat altijd voldoet. In dit rapport wordt een aangepaste versie van het nieuwe recept behandeld.

grootheid. Wanneer t' de dimensiehebbende tijd in uren aangeeft, is t gedefinieerd als $t = t'/b$. We gebruiken de volgende notatie om het trapeziumvormig tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil aan te geven, waarbij de beschouwde trapeziumduur begint bij $t = 0$ en eindigt bij $t = n(B)$.

$\alpha(t,k)$	Afvoer op tijdstip t in het trapezium met piekwaarde k .	m^3/s
$\beta(t,s)$	Meerpeil op tijdstip t in het trapezium met piekwaarde s .	$m+NAP$

Dan kan worden geschreven

$$\begin{aligned} \ln[1 - P_B(F | k, s)] &= \sum_{j=1}^{n(B)} \ln[1 - P(H > h | q(j), m(j))] \\ &\cong \int_0^{n(B)} \ln[1 - P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s))] dt \end{aligned} \quad (9.2)$$

De benadering zal vrij goed zijn omdat de afvoer en het meerpeil niet al te zeer veranderen gedurende de blokduur b . In feite is het middelste lid niets anders dan de numerieke berekening van de integraal indien de tijd wordt gediscretiseerd in getijperiodes. We definiëren nu

$$G(k, s) = 1 - \exp \left\{ \int_0^{n(B)} \ln[1 - P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s))] dt \right\} \quad (9.3)$$

zodat volgens (9.2) geldt

$$G(k, s) \cong P_B(F | k, s) \quad (9.4)$$

Hoewel $G(k, s)$ van B afhangt, wordt dat niet in de notatie tot uitdrukking gebracht. Dan geldt vanwege (7.5) en (9.4)

$$P_B(h) = \int f(k, s) G(k, s) dk ds \quad (9.5)$$

Uiteraard is dit een benadering van de in (7.5) gegeven kans, omdat (9.4) een benadering betreft. Die laatste benadering is echter vrij nauwkeurig, zoals zojuist werd toegelicht, zodat ook (9.5) de kans $P_B(h)$ uit (7.5) goed zal benaderen.

Formule (9.5) zal in het vervolg worden aangeduid als de *continue versie van het probabilistisch model*. Deze continue versie kan dus als alternatief voor de ‘discrete versie’ (7.5) worden gebruikt en levert dan in goede benadering hetzelfde antwoord. Eigenlijk zou de continue versie de voorkeur verdienen boven de discrete, omdat in de continue versie het (eveneens continue) tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil het netste wordt verwerkt. In de integraal in (9.3) hoeft dat tijdsverloop immers niet te worden gediscretiseerd; zo’n discretisatie gaat altijd gepaard met onnauwkeurigheden. Welke versie in berekeningen wordt toegepast maakt weinig uit, zeker wanneer bedacht wordt dat de modellering van afvoer en meerpeil door trapezia een idealisatie van de werkelijkheid vormt. Omdat de discrete versie numeriek eenvoudiger is – en omdat zowieso in de numerieke berekening van de continue versie de tijd gediscretiseerd moet worden – wordt in het ‘officiële’ probabilistische model van de discrete versie uitgegaan.

We definiëren nu een hulpgrootheid, tezamen met de continue versie daarvan:

$$\tilde{P}_B(F | k, s) = \sum_{j=1}^{n(B)} P(H > h | q(j), m(j)) \quad (9.6)$$

$$\tilde{G}(k, s) = \int_0^{n(B)} P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s)) dt \quad (9.7)$$

In goede benadering geldt dan, op dezelfde manier te beredeneren als (9.2),

$$\tilde{G}(k, s) \cong \tilde{P}_B(F | k, s) \quad (9.8)$$

Het is verder handig de volgende hulpgrrootheid te definiëren

$$J(k, s) = \frac{G(k, s)}{\tilde{G}(k, s)} \quad (9.9)$$

Formule (9.5) kan in termen hiervan worden geschreven als

$$P_B(h) = \int f(k, s) J(k, s) \tilde{G}(k, s) dk ds \quad (9.10)$$

In de appendix wordt voor de liefhebber ingegaan op locaties waarvoor wind een primaire bedreiging vormt, dat wil zeggen locaties waar zonder hoge windsnelheden de kans op falen verwaarloosbaar is. Het is zeer plausibel te maken dat voor zulke locaties $J(k, s)$ in benadering gelijk aan 1 is. Ook wordt aangetoond dat $P_B(h)$ uit (9.10) in dat geval kan worden berekend zonder expliciet gebruik te maken van $f(k, s)$ en de afvoer- en meerpeiltrapezia, maar door gebruik te maken van de momentane kansdichtheid $g(q, m)$ uit paragraaf 5.2. Het precieze tijdsverloop van afvoer en meerpeil is dan blijkbaar niet meer relevant. Een faalgebeurtenis voor de hier beschouwde locaties kan worden omschreven als een extreme storm die in essentie één afvoerwaarde en één meerpeilwaarde treft, waarbij in de probabilistische berekening de kansen op deze afvoer- en meerpeilwaarden volgen uit de momentane kansdichtheid $g(q, m)$.

9.3 Uitsplitsing trapeziumkans naar afvoer- en meerpeilniveaus

In deze paragraaf worden uitsplitsingen van de trapeziumkans $P_B(h)$ naar afvoer- en meerpeilniveaus behandeld. In paragraaf 9.5 volgen nog meer uitsplitsingen hiervan. De reden om hier ons te beperken tot afvoeren en meerpeilen is puur didactisch. De volledige uitsplitsing in paragraaf 9.5 gebeurt op basis van een erg ondoorzichtige formule; de formule in deze paragraaf oogt eenvoudiger. In de rest van dit hoofdstuk wordt steeds van de continue versie van $P_B(h)$ uitgegaan.

De kans $P_B(h)$ dient te worden uitgesplitst, wat in feite een zinvolle toedeling van faalgebeurtenissen aan afvoeren en meerpeilen betreft. We schrijven

$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2]) = \text{bijdrage aan } P_B(h) \text{ van de afvoeren in } [q_1, q_2] \text{ en de meerpeilen in } [m_1, m_2] \quad (9.11)$$

Voor het totaal van de bijdragen zal moeten gelden, waarbij in herinnering wordt gebracht dat q_0 en m_0 de minimale afvoer en het minimale meerpeil aanduiden,

$$A([q_0, \infty), [m_0, \infty)) = P_B(h) \quad (9.12)$$

Om een formule voor (9.11) te geven splitsen we eerst $G(k, s)$ uit. We schrijven

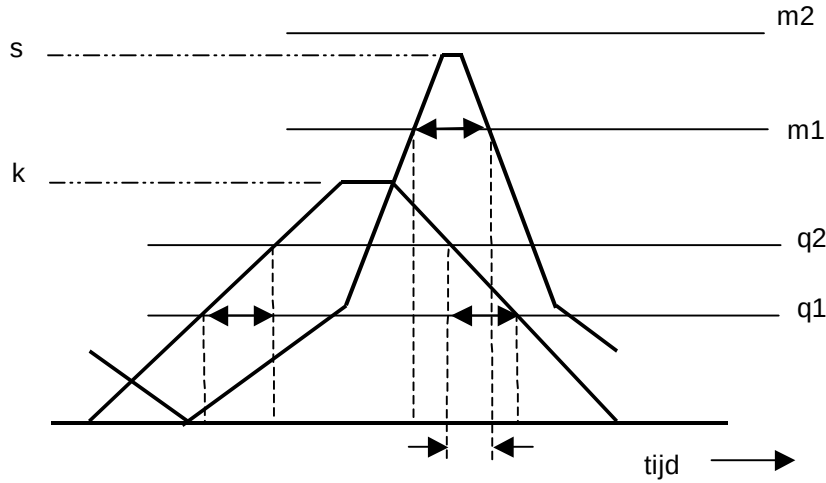
$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2] | k, s) = \text{bijdrage aan } G(k, s) \text{ van } [q_1, q_2] \text{ en } [m_1, m_2] \text{ binnen} \quad (9.13)$$

de afvoer- en meerpeiltrapezia met piekwaarden k en s

Zoals in paragraaf 9.1 uitgelegd is het principieel onmogelijk om een faalgebeurtenis eenduidig aan één afvoer- en één meerpeilwaarde toe te kennen, omdat tijdens de faalgebeurtenis *meerdere* afvoeren en meerpeilen kunnen voorkomen. Een zeer plausibel recept is het volgende

$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2] | k, s) = G(k, s) \frac{\int_{\substack{t: \alpha(t, k) \in [q_1, q_2], \\ \beta(t, s) \in [m_1, m_2]}} P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s)) dt}{\int_0^{n(B)} P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s)) dt} \quad (9.14)$$

De tijdstippen waarover in de integraal in de teller in het rechterlid wordt geïntegreerd zijn zodanig dat ze leiden tot een afvoer in $[q_1, q_2]$ en tévens tot een meerpeil in $[m_1, m_2]$, zie figuur 9.1 ter illustratie.



Figuur 9.1 Op de t -as is het interval aangegeven bestaande uit de tijdstippen waarvoor q in $[q_1, q_2]$ ligt en tevens m in $[m_1, m_2]$. N.B. het kan voorkomen dat dergelijke tijdstippen geen aaneengesloten interval vormen maar uit meerdere ‘geïsoleerde’ intervallen bestaan.

Het ‘gewicht’ dat afvoeren in $[q_1, q_2]$ en meerpeilen in $[m_1, m_2]$ volgens (9.14) krijgen toebedeeld is ten eerste evenredig met de tijdsduur waarmee deze afvoeren q en meerpeilen m voorkomen en ten tweede met de blokkansen $P(H > h \mid q, m)$ waarmee ze voorkomen. Voor het totaal van de mogelijke afvoeren en meerpeilen volgt uit (9.14)

$$A([q_0, \infty), [m_0, \infty) \mid k, s) = G(k, s) \quad (9.15)$$

Formule (9.14) kan dus inderdaad worden opgevat als een uitsplitsing van $G(k, s)$ naar afvoeren en meerpeilen. We merken op dat het idee achter (9.14) hetzelfde is als dat achter de in Hydra-B gebruikte uitsplitsing (dan zonder meerpeil) van de overeenkomstige grootheid $G(\beta, k)$; in hoofdstuk 9 en bijlage 3 van [Geerse, 2003a] wordt dat idee uitgebreid toegelicht en nader gemotiveerd. Merk verder op dat de integraal in de noemer van het rechterlid van (9.14) niets anders dan een normeringsconstante voorstelt zodanig dat (9.15) geldt.

Vanwege (9.7) en (9.9) kunnen we (9.14) beknopter schrijven als

$$\begin{aligned} & A([q_1, q_2], [m_1, m_2] \mid k, s) \\ &= J(k, s) \int_{\substack{t: \alpha(t, k) \in [q_1, q_2], \\ \beta(t, s) \in [m_1, m_2]}} P(H > h \mid \alpha(t, k), \beta(t, s)) dt \end{aligned} \quad (9.16)$$

De formule voor (9.11) volgt dan door de juiste ‘weging’ over k en s , namelijk

$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2]) = \int f(k, s) A([q_1, q_2], [m_1, m_2] \mid k, s) dk ds \quad (9.17)$$

Met (9.15) en (9.5) volgt hieruit dat inderdaad (9.12) geldt, zoals vereist is.

Formule (9.16) is lineair in de blokkans $P(H > h \mid \alpha(t, k), \beta(t, s))$. Dat maakt het in principe eenvoudig om verdere uitsplitsingen te maken, bijvoorbeeld naar windrichting en keringssituatie. De blokkans is namelijk te schrijven, zie (7.2), als een (gewogen) sommatie over de richtingen en de keringssituaties. Deze sommatie kan direct buiten de integraal in (9.16) worden gehaald, wat dan meteen de uitsplitsing naar richting en keringssituatie oplevert. In de volgende paragraaf wordt de blokkans als het ware opgesplitst in de stormduur, de richting, de keringstoestand en de windsnelheid. In paragraaf 9.5 wordt deze opsplitsing dan gebruikt om het volledige uitsplitsingsrecept naar alle relevante grootheden op te stellen, waarbij de expliciete formules worden gegeven.

9.4 Opsplitsing van de blokkans

In hoofdstuk 5 werd de kansdichtheid voor de blokduur behandeld, voor de grootheden q, m, u, r, d . Daaruit volgt direct de conditionele kansdichtheid $g(u, r, d | q, m)$. Om de blokkans $P(H > h | q, m)$ op te splitsen dient naast de grootheden u, r, d ook de keringstoestand ω in de conditionele kansdichtheid te worden opgenomen. Er geldt

$$g(u, r, d, \omega | q, m) = g(\omega | u, r, d, q, m)g(u, r, d | q, m) \quad (9.18)$$

Volgens (5.1) t/m (5.5) wordt de tweede term in het rechterlid gegeven door

$$g(u, r, d | q, m) = P(d)P(r | m)g(u | r) \quad (9.19)$$

Met behulp van (6.1) en (8.2) kan worden ingezien dat de eerste term in het rechterlid van (9.18) wordt gegeven door (met ‘zodanig dat’ afgekort als ‘zdd’)

$$g(\omega | u, r, d, q, m) = \begin{cases} \alpha & , \text{ voor } \omega = O \text{ en } u, r, d, q, m \text{ zdd } C(u, q, m, r, d) = 1 \\ 1 & , \text{ voor } \omega = O \text{ en } u, r, d, q, m \text{ zdd } C(u, q, m, r, d) = 0 \\ 1 - \alpha & , \text{ voor } \omega = D \text{ en } u, r, d, q, m \text{ zdd } C(u, q, m, r, d) = 1 \\ 0 & , \text{ voor } \omega = D \text{ en } u, r, d, q, m \text{ zdd } C(u, q, m, r, d) = 0 \end{cases} \quad (9.20)$$

Merk op dat, conditioneel op u, q, m, r, d , de som van de kansen op de open en dichte situatie 1 is, zoals ook het geval moet zijn. Dan volgt

$$P(H > h | q, m) = P(\{(u, r, d, \omega) | H(q, m, u, r, d, \omega) > h\} | q, m) \quad (9.21)$$

waarbij in het rechterlid expliciet is aangegeven uit welke punten (u, r, d, ω) de gebeurtenis $H > h$ onder de conditie (q, m) bestaat. Met (9.18) volgt dan

$$P(H > h | q, m) = \sum_{r, d, \omega} \int_{u: H(q, m, u, r, d, \omega) > h} g(u, r, d, \omega | q, m) du \quad (9.22)$$

hetgeen de gewenste opsplitsing van de blokkans vormt. Ogenschojnlijk lijkt u in (9.22) een andere rol te vervullen dan r, d en ω , in de zin dat slechts over een déél van de windsnelheden wordt geïntegreerd, terwijl over alle mogelijke r, d en ω wordt gesommeerd. Dat is maar schijn: formule (9.22) kan ook als een integraal over alle $u \geq 0$ worden geschreven, met dan de sommatie binnen de integraal, waarbij slechts die combinaties (r, d, ω) in de sommatie worden betrokken die voldoen aan $H(q, m, u, r, d, \omega) > h$. Merk verder op dat sommige combinaties (r, d, ω) in (9.22) een bijdrage gelijk aan nul kunnen hebben; dat is het geval indien voor deze combinaties voor geen enkele u wordt voldaan aan $H(q, m, u, r, d, \omega) > h$. In (7.2), zie ook (7.1), werd ook een formule voor $P(H > h | q, m)$ gegeven. Door de sommatie over ω in (9.22) uit te schrijven kan met behulp van (9.18) t/m (9.20) geverifieerd worden dat (7.2) en (9.22) overeenstemmen; daarbij dient men eveneens te gebruiken dat de belastingen voor open en dichte keringen overeenstemmen indien $C = 1$.

Tot slot van deze paragraaf melden we dat uit (9.18) t/m (9.20) kan worden afgeleid dat

$$P(\omega | c, q, m, r, d) = \begin{cases} \alpha & , \text{ als } \omega = O \text{ en } c = 1 \\ 1 & , \text{ als } \omega = O \text{ en } c = 0 \\ 1 - \alpha & , \text{ als } \omega = D \text{ en } c = 1 \\ 0 & , \text{ als } \omega = D \text{ en } c = 0 \end{cases} \quad (9.23)$$

en

$$g(u | c, \omega, q, m, r, d) = g(u | c, q, m, r, d) \quad (9.24)$$

Merk op dat (9.20) verschilt van (9.23) in de zin dat de conditionering op u in de eerste formule nu gebeurt op c . De bewijzen vergen enig schrijfwerk en worden hier niet gegeven. Bewering (9.23) is intuïtief duidelijk; in (8.5) t/m (8.7) werd daarvan overigens al gebruik gemaakt. Hier blijkt de bewering op basis van (9.18) t/m (9.20) dus

te bewijzen. Bewering (9.24) stelt onder meer dat indien een sluiting zou moeten plaatsvinden er in het door ons beschouwde model geen verband is tussen de kracht van de wind en het al of niet falen van de kering; bijvoorbeeld windkracht 13 levert geen hogere kans op scheurende balgen dan windkracht 11.

9.5 Diverse uitsplitsingen van de trapeziumkans $P_B(h)$

We geven nu in detail aan hoe de uitsplitsingen van $P_B(h)$ naar afvoer- en meerpeilniveaus en naar u, r, d, ω worden gemaakt. Op basis van (9.16) en (9.22) zijn de uitsplitsingen van $G(k, s)$ van de vorm

$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega | k, s) = J(k, s) \int_{\substack{t: \alpha(t, k) \in [q_1, q_2], \\ \beta(t, s) \in [m_1, m_2]}} \left\{ \int_{u \in [u_1, u_2]: H(q, m, u, r, d, \omega) > h} g(u, r, d, \omega | \alpha(t, k), \beta(t, s)) du \right\} dt \quad (9.25)$$

Uit (9.22) en (9.14) volgt dan, met $u_0 = 0$ m/s,

$$\sum_{r, d, \omega} A([q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega | k, s) = G(k, s) \quad (9.26)$$

Hieruit blijkt dat het ‘totaal’ van alle uitsplitsingen inderdaad $G(k, s)$ oplevert, zoals ook het geval moet zijn. De uitsplitsing van $P_B(h)$ is dan van de vorm, vergelijk (9.17),

$$A([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega) = \int f(k, s) A([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega | k, s) dk ds \quad (9.27)$$

waarbij volgens (9.5) en (9.26) inderdaad geldt

$$\sum_{r, d, \omega} A([q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) = P_B(h) \quad (9.28)$$

Formule (9.27) geeft de basisformule voor de uitsplitsing van $P_B(h)$, die een zeer ‘gedetailleerde’ uitsplitsing geeft, omdat de uitsplitsing geschiedt naar een veelheid aan grootheden. Indien een grootheid niet in de uitsplitsing hoeft te worden betrokken kan men daar over sommeren indien het een discrete grootheid betreft of ‘het maximale interval daarvoor nemen’ indien het een continue grootheid betreft. Voor de handeling van het sommeren dan wel het nemen van het maximale interval zullen we de term ‘aggregeren’ gebruiken. De aggregatiehandelingen voor de diverse grootheden zijn aangegeven in tabel 9.1.

	aggregeren van	berekening uit $A([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega)$ door:
1	afvoerniveaus	neem $[q_1, q_2] = [q_0, \infty)$
2	meerpeilniveaus	neem $[m_1, m_2] = [m_0, \infty)$
3	windsnelheid	neem $[u_1, u_2] = [u_0, \infty)$
4	windrichting	sommeer over $r = 1$ t/m 16
5	stormduur	sommeer over $d = 1, 2, 3$
6	keringssituatie	sommeer over $\omega = O, D$

Tabel 9.1 Aggregatiehandelingen voor de diverse grootheden.

We geven nu enkele voorbeelden. De uitsplitsing naar afvoerniveaus is van de vorm

$$A([q_1, q_2]) = \sum_{r, d, \omega} A([q_1, q_2], [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) \quad (9.29)$$

De uitsplitsing naar richting heeft de vorm

$$A(r) = \sum_{d, \omega} A([q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) \quad (9.30)$$

De uitsplitsing naar richting en stormduur wordt gegeven door

$$A(r, d) = \sum_{\omega} A([q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) \quad (9.31)$$

Eén van de meest relevante uitsplitsingen is die naar richting en windsnelheid, die wordt gegeven door

$$A([u_1, u_2], r) = \sum_{d, \omega} A([q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_1, u_2], r, d, \omega) \quad (9.32)$$

Deze voorbeelden maken voldoende duidelijk hoe tabel 9.1 gebruikt moet worden.

De formules (9.29) t/m (9.32) bestaan uit bepaalde sommaties over de grootheid gegeven door (9.27). Voor sommige van die sommaties kan een eenvoudiger formule worden afgeleid, zonder dat de integralen in (9.25) en (9.27) hoeven te worden bepaald. Zo kan (9.29) bijvoorbeeld volgens (9.16) en (9.17) ook worden geschreven als

$$A([q_1, q_2]) = \int f(k, s) J(k, s) \left(\int_{t: \alpha(t, k) \in [q_1, q_2]} P(H > h | \alpha(t, k), \beta(t, s)) dt \right) dk ds \quad (9.33)$$

9.6 Uitsplitsingen van de overschrijdingsfrequentie

De voorgaande paragraaf gaf uitsplitsingen van de trapeziumkans $P_B(h)$, die betrekking hebben op het i -de trapezium. De overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ is volgens (7.6) gelijk aan de som van deze trapeziumkansen over de K trapezia waaruit het jaar bestaat. Naast de uitsplitsingen per trapeziumduur geven uiteraard de uitsplitsingen van $\Psi_H(h)$ relevante informatie. Die uitsplitsingen volgen simpelweg door sommatie over de uitsplitsingen voor de respectievelijke trapeziumduren, zoals nu expliciet wordt beschreven.

De grootheden die betrekking hebben op het i -de trapezium worden voorzien van de index i . Zo geven we de trapeziumkans voor duur B_i aan met $P_{B_i}(h)$, terwijl de ‘meest gedetailleerde’ uitsplitsing hiervan, zie (9.27), wordt geschreven als $A_i([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega)$. De meest gedetailleerde uitsplitsing van de overschrijdingsfrequentie is dan

$$\begin{aligned} \Psi_H(h; [q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega) \\ = \sum_{i=1}^K A_i([q_1, q_2], [m_1, m_2], [u_1, u_2], r, d, \omega) \end{aligned} \quad (9.34)$$

De manier van aggregeren is uiteraard weer als in tabel 9.1 beschreven. Bijvoorbeeld voor de uitsplitsing naar afvoerniveaus volgt

$$\Psi_H(h; [q_1, q_2]) = \sum_{r, d, \omega} \Psi_H(h; [q_1, q_2], [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) = \sum_{i=1}^K A_i([q_1, q_2]) \quad (9.35)$$

Evenzo geldt bijvoorbeeld

$$\Psi_H(h; [u_1, u_2], r) = \sum_{i=1}^K A_i([u_1, u_2], r) \quad (9.36)$$

Dat na toepassing van alle mogelijke aggregaties inderdaad de overschrijdingsfrequentie resulteert volgt uit (7.6) en (9.28), oftewel

$$\Psi_H(h) = \sum_{r,d,\omega} \Psi_H(h; [q_0, \infty), [m_0, \infty), [u_0, \infty), r, d, \omega) \quad (9.37)$$

We besluiten met een opmerking die te maken heeft met de (eventuele) verschillende gegevens in de respectievelijke trapeziumduren B_i . Stel als voorbeeld dat niet het hele jaar maar alleen het winterhalfjaar wordt opgevuld met $K = 6$ trapezia voor afvoer en meerpeil, die staan voor oktober, november, ..., maart. Als de gegevens voor oktober en november overeenstemmen (en verschillen van de gegevens voor de overige maanden) kan de uitsplitsing voor oktober en november gecombineerd worden. De bijdrage voor deze twee maanden is dan gelijk aan 2 maal de bijdrage voor één van die maanden. De uitsplitsing van $\Psi_H(h)$ kan dus worden onderverdeeld in deelsplitsingen waarbij binnen een deelsplitsing de duren B_i dezelfde gegevens bevatten.

9.7 Opmerking ten behoeve van de implementatie

De hiervoor beschreven formules zijn gebaseerd op de continue versie van het probabilistisch model. Het 'officiële' model gaat echter uit van de discrete versie, zie de formules (7.4) t/m (7.6). De volgens de continue versie berekende bijdragen zouden, indien gesommeerd over alle bijdragen als in paragraaf 9.5 en 9.6, de trapeziumkans $P_B(h)$ en de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ volgens de discrete versie moeten opleveren. Dat zal echter slechts in benadering het geval zijn. Daar zijn twee redenen voor:

1. De berekening op basis van de continue versie geeft (nogal evident) niet hetzelfde antwoord als de berekening op basis van de discrete versie.
2. Het berekenen van de diverse uitsplitsingen gaat (meestal) gepaard met numerieke onnauwkeurigheden.

Wat dat laatste punt betreft, het is bijvoorbeeld niet gezegd dat $A([q_0, \infty))$ exact gelijk is aan de sommatie van $A(r)$ over alle r , hoewel dat wel het geval zou moeten zijn; ze moeten beiden immers $P_B(h)$ opleveren. Het is overigens denkbaar dat de in het tweede punt genoemde onnauwkeurigheden helemaal niet optreden. Dat hangt af van de precieze details van de implementatie van de formules.

De met de continue versie berekende bijdragen zullen in de implementatie van het model herschaald moeten worden zodat ze *exact* uitkomen op het juiste antwoord volgens de discrete versie. Om dat uit te leggen wordt de grootheid berekend volgens (7.5) voor de duidelijkheid hier aangegeven met

$$P_{B, \text{discr}}(h) = \text{trapeziumkans zoals berekend met de discrete versie van het model} \quad (9.38)$$

Neem nu als voorbeeld de uitsplitsing $A(r,d)$ uit (9.31) en definieer

$$P_{B, \text{cont}; R, D}(h) = \sum_{r,d} A(r,d) \quad (9.39)$$

De herschaalde versie van $A(r,d)$ wordt dan gedefinieerd als

$$\bar{A}(r,d) = \frac{P_{B, \text{discr}}(h)}{P_{B, \text{cont}; R, D}(h)} A(r,d) \quad (9.40)$$

Het is evident dat de sommatie over r en d hiervan het gewenste antwoord (9.38) oplevert. Neem als tweede voorbeeld $A([q_1, q_2])$ uit (9.29). Definieer hiervoor

$$P_{B, \text{cont}; Q}(h) = A([q_0, \infty)) \quad (9.41)$$

en definieer de herschaalde versie van de betreffende grootheid door

$$\bar{A}([q_1, q_2]) = \frac{P_{B, \text{discr}}(h)}{P_{B, \text{cont}; Q}(h)} A([q_1, q_2]) \quad (9.42)$$

Afhankelijk van de manier waarop de implementatie is uitgevoerd zou het hierboven genoemde punt (2) kunnen komen te vervallen. Als dat zo is zullen $P_{B, \text{cont}; R, D}(h)$ en $P_{B, \text{cont}; Q}(h)$ aan elkaar gelijk zijn.

De formules (9.40) en (9.42) maken duidelijk hoe de herschaling van de grootheden in paragraaf 9.5 en 9.6 in de implementatie van het model moet worden uitgevoerd.

10 Samenvatting van het model

Hieronder volgt een lijst van punten waarin het model kernachtig wordt samengevat. Enkele grootheden zijn voorzien van de index i , om expliciet aan te geven dat deze van het 'rangnummer' van het trapezium afhangen. Geen enkele van de genoemde punten heeft een definitieve status. Voor de berekening van de hydraulische randvoorwaarden zijn namelijk nog geen definitieve keuzes gemaakt.

1. Met het probabilistisch model voor de IJssel- en Vechtdelta dienen per locatie waterstanden te kunnen worden berekend en hydraulische belastingniveaus voor de faalmechanismes 2%-golfoploop en (bij door gebruiker opgegeven overslagdebiet) golfoverslag.
2. De berekeningen vinden plaats op dijkvakniveau en niet op dijkkringniveau, waarbij uitsluitend belastingaspecten probabilistisch worden behandeld maar geen sterkteaspecten.
3. Het tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil wordt gemodelleerd met trapezia, die eventueel geknikt kunnen zijn. De opeenvolgende trapezia hebben basisduren B_i , voor $i = 1$ t/m K . In elke basisduur B_i is sprake van één afvoer- en één meerpeiltrapezium. De topduur $b_i(k)$ van het i -de afvoertrapezium is een functie van de piekwaarde k en de topduur $b_i(s)$ van het i -de meerpeiltrapezium is een functie van de piekwaarde s .
4. De afvoer en het meerpeil zijn in iedere basisduur B_i gecorreleerd via de piekwaarden k en s middels een gezamenlijke kansdichtheid $f_i(k,s)$.
5. Tussen de afvoer- en meerpeiltrapezia wordt een (niet-stochastische) faseverschuiving δ_i aangenomen.
6. De windsnelheid en –richting worden gemodelleerd met windblokken van duur b_i . De windsnelheid u van een blok is gelijk aan de maximale windsnelheid in het blok. De windrichting r in een blok is gelijk aan de gemiddelde windrichting in het blok (vectorieel gemiddeld over de b_i uurwaarden). Er wordt uitgegaan van de statistiek van Schiphol. De correlatie tussen windsnelheid en –richting wordt meegenomen. Vermoedelijk zal de keuze $b_i = 12$ uur worden gemaakt.
7. De stormduur wordt in principe als discrete stochast meegenomen, dus middels een discreet aantal stormduren $d = 1, 2, 3, \dots$ met respectievelijke kansen $P_i(d)$ op deze duren. De stormduur wordt statistisch onafhankelijk genomen van de overige stochasten. Vermoedelijk zullen voor de Vechtdelta 3 stormduren worden beschouwd en slechts 1 voor de IJsseldelta (voor de IJsseldelta dan dus geen stochastische stormduur).
8. De beheerssituatie (open of dicht) van de balgstuw te Ramspol wordt stochastisch meegenomen. In het model is de faalkans α hiervan opgenomen.
9. De statistiek van het meerpeil wordt in principe overgenomen uit Hydra-M. Wel wordt voor de hogere meerpeilen bewust afgeweken van de niet geheel juiste Hydra-M gegevens. De correlatie tussen windrichting en meerpeil wordt (zoveel mogelijk) overeenkomstig het model Hydra-M meegenomen.
10. Binnen de duur B_i worden de windblokken conditioneel op het meerpeilverloop (zie paragraaf 5.5) statistisch onafhankelijk genomen. De gegevens in basisduur B_i worden statistisch onafhankelijk genomen van die in basisduur B_j , voor $j \neq i$.
11. In het model wordt slechts één rivier stochastisch behandeld, met de andere rivier daaraan deterministisch gekoppeld met een 50%-lijn (mediane lijn) of met de 1 – 1 lijn van maximale correlatie.
12. De locale waterstanden (die de maximale waterstand inclusief dwarsopwaaiing betreffen) zullen met Waqua of Sobek worden berekend. De keuze voor een model ligt nog niet vast. Mogelijk wordt een deel van het gebied met Waqua en een deel met Sobek doorgerekend. Indien met Sobek wordt gerekend, is de dwarsopwaaiing als een nabewerking bij de Sobekresultaten opgeteld.
13. De dijkmodule (voor de berekening van de 2%-oploop en de golfoverslaghoogte), de dammodule en de voorlandmodule worden overgenomen uit de programma's Hydra-M en Hydra-B.

14. De significante golfperiode T_s en de significante golfhoogte H_s worden met Bretschneider bepaald. De piekperiode T_p volgt als $T_p = 1.08 \cdot T_s$. De potentiële windsnelheid wordt omgerekend naar de windsnelheid u_{10} (10 meter hoogte openwater wind) voordat deze in Bretschneider wordt ingevoerd. De golfrichting wordt (voordat de voorlandmodule wordt aangeroepen) gelijk genomen aan de windrichting.
15. Meerdere overschrijdingen tijdens de basisduur B_i worden als één faalgebeurtenis gezien. In de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ van hydraulisch belastingniveau h worden faalgebeurtenissen van verschillende duren B_i wel meegeteld.
16. In de formules voor het probabilistisch model uit dit rapport is de formule voor de sluitfrequentie van de balgstuw opgenomen.
17. In de formules voor het probabilistisch model uit dit rapport zijn formules opgenomen voor de uitsplitsing van de overschrijdingsfrequentie $\Psi_H(h)$ naar afvoeren, meerpeilen, windrichtingen, windsnelheden, stormduren en keringssituaties.

Appendix: Locaties waar wind een primaire bedreiging vormt

Deze appendix gaat over locaties waar zonder hoge windsnelheden de kans op falen verwaarloosbaar is. Anders gezegd, het gaat over *locaties waar wind een primaire bedreiging vormt*. De inhoud is bedoeld voor de (wiskundig onderlegde) geïnteresseerde lezer en de uitleg wordt vrij beknopt gehouden. De uiteenzetting heeft parallellen met die uit paragraaf 6.6.2 uit [Geerse, 2003a] en hoofdstuk 6 en paragraaf 8.4 uit bijlage 3 van deze referentie. De in paragraaf 9.2 ingevoerde grootheden en relaties daartussen worden hier bekend verondersteld.

Beschouw voor een locatie waar wind een primaire bedreiging vormt piekwaarden k en s van een afvoer- en meerpeiltrapezium. In de berekening van $P_B(F|k,s)$ komen volgens (7.4) kansen voor van de vorm $P(H>h | q(j),m(j))$. Bij gegeven afvoer $q(j)$ en een meerpeil $m(j)$ is voor deze locaties een hoge windsnelheid vereist wil falen voor niveau h optreden. Omdat hoge windsnelheden een kleine kans van voorkomen hebben, moet dan $P(H>h | q(j),m(j))$ erg klein zijn, en wel voor elke $j = 1 \text{ t/m } n(B)$. Dan volgt, door het uitschrijven van het product in (9.1) en het verwaarlozen van de 2-de en hogere orde termen,

$$\tilde{P}_B(F | k, s) \cong P_B(F | k, s), \quad \text{als wind een primaire bedreiging vormt} \quad (0.1)$$

Vanwege (9.4), (9.8) en (0.1) moet dus gelden

$$J(k, s) \cong 1, \quad \text{als wind een primaire bedreiging vormt} \quad (0.2)$$

In de rest van deze appendix zullen we uitgaan van locaties waarvoor bendering (0.2) mag worden aangenomen. Het is niet mogelijk zonder verdere berekeningen aan te geven welke locaties dat precies zijn. Voor de faalmechanismen overloop, golfploop en golfoverslag zal dat naar de persoonlijke *inschatting* van schrijver dezes onder andere benedenstrooms van Kampen (inclusief Kampen zelf) het geval zijn.

Vanwege (9.10) moet voor de beschouwde locaties gelden

$$P_B(h) \cong \int f(k, s) \bar{G}(k, s) dk ds \quad (0.3)$$

Het kan worden bewezen, tenminste met enige restricties aan de gebruikte trapezia, dat het rechterlid hiervan gelijk is aan

$$\int f(k, s) \bar{G}(k, s) dk ds = \frac{B}{b} \int g(q, m) P(H > h | q, m) dq dm \quad (0.4)$$

met $g(q, m)$ gegeven door (5.14) en $P(H>h|q, m)$ door (7.2). Hieronder wordt het bewijs gegeven, maar eerst volgt wat commentaar.

Uit (0.3) en (0.4) blijkt dat het gedetailleerde tijdsverloop van de afvoer en het meerpeil irrelevant zijn voor de berekening van $P_B(h)$. De kansdichtheid $g(q, m)$ hangt immers niet af van dit tijdsverloop. Ook de kansdichtheid $f(k, s)$ voor de piekafvoeren is niet nodig. De berekening van $P_B(h)$ bestaat er nu uit om bij gegeven afvoer q en meerpeil m in de blokduur de faalkans $P(H>h|q, m)$ te bepalen, en vervolgens te wegen met betrekking tot $g(q, m)$ over alle q en m . We merken op dat (0.4) analoog is aan de berekeningswijze die in [Geerse, 2003a] en elders wordt aangeduid als de *Deltamethode*, met het verschil dat de wind hier de rol speelt van de zeewaterstand en dat naast de afvoer hier ook het meerpeil (als trage stochast) een rol speelt.

Helaas is het niet gelukt (0.4) voor willekeurige (geknikte) trapezia te bewijzen. Het is uitermate waarschijnlijk dat de bewering geldt voor algemene trapezia, maar het hieronder gegeven bewijs veronderstelt dat aan de volgende voorwaarden is voldaan. Neem aan dat voor iedere t , q en m , waarvoor $q \geq q_0$, $m \geq m_0$ en $0 < t < n(B)$ maar $t \neq \delta/b$, geldt

$$\begin{aligned} \text{als } k_1 > k_0 \text{ dan } \alpha(t, k_1) > \alpha(t, k_0) \\ \text{als } s_1 > s_0 \text{ dan } \beta(t, s_1) > \beta(t, s_0) \end{aligned} \quad (0.5)$$

en

$$\begin{aligned} \text{de vergelijking } \alpha(t, k) = q & \text{ heeft een unieke oplossing } k = k_t(q) \\ \text{de vergelijking } \beta(t, s) = m & \text{ heeft een unieke oplossing } s = s_t(m) \end{aligned} \quad (0.6)$$

Het is eenvoudig te verifiëren dat hier in ieder geval aan voldaan is indien de gebruikte trapezia een constante topduur hebben, dus indien $b(k) = C_1$ en $b(s) = C_2$ voor constanten C_1 en C_2 en tevens geldt $0 < a_{\text{hor}} < 1/(1-a_{\text{vert}})$ en $a_{\text{vert}} > 0$. Bedenk dat, met δ de faseverschuiving van het meerpeiltrapezium, voor iedere s geldt $\beta(t=\delta/b, s) = 0$, zodat de tweede vergelijking in (0.6) dan zeker geen unieke oplossing heeft. Gemakshalve definiëren we voor t is 0, $n(B)$ en δ/b $k_t(q)$ de grootheden $k_t(q)$ en $s_t(m)$ gelijk aan 0, zodat deze functies voor alle t waarvoor $0 \leq t \leq n(B)$ gedefinieerd is (straks blijkt dat de precieze definitie er niet toe doet).

Het bewijs van (0.4) gaat als volgt. Neem aan dat de gebruikte trapezia voldoen aan (0.5) en (0.6). De kansdichtheid $g(q, m)$ wordt gegeven door (5.14). We zullen een alternatieve formule hiervoor afleiden. Merk op, zoals eenvoudig te verifiëren valt, dat $L(q, k, m, s)$ uit paragraaf 5.2 ook kan worden geschreven als

$$L(q, k, m, s) = b \int_0^{n(B)} \chi_{[q, \infty)}(\alpha(t, k)) \chi_{[m, \infty)}(\beta(t, s)) dt \quad (0.7)$$

waarbij $\chi_I(x)$ de karakteristieke functie van het interval I voorstelt, die 1 is voor x in I en 0 indien x buiten I ligt. Met (5.13) volgt dan, waarbij de integratievolgorde mag worden verwisseld,

$$\begin{aligned} P(Q > q, M > m) &= \frac{b}{B} \int_q^\infty \left(\int_m^\infty f(k, s) \left[\int_0^{n(B)} \chi_{[q, \infty)}(\alpha(t, k)) \chi_{[m, \infty)}(\beta(t, s)) dt \right] ds \right) dk \\ &= \frac{b}{B} \int_0^{n(B)} \left\{ \int_q^\infty \left(\int_m^\infty f(k, s) \chi_{[q, \infty)}(\alpha(t, k)) \chi_{[m, \infty)}(\beta(t, s)) ds \right) dk \right\} dt \end{aligned} \quad (0.8)$$

Voor t zodanig dat $0 < t < n(B)$ maar $t \neq \delta/b$ kan het volgende worden gesteld. Uit de definitie van $k_t(q)$ volgt dat $k_t(q) \geq q$. Als $k \geq k_t(q)$ volgt dan uit (0.5) en (0.6) dat $\alpha(t, k) \geq \alpha(t, k_t(q)) = q$. Ook volgt, als $k < k_t(q)$, dat $\alpha(t, k) < \alpha(t, k_t(q)) = q$. Dus

$$\chi_{[q, \infty)}(\alpha(t, k)) = \begin{cases} 1, & \text{voor } k \geq k_t(q) \geq q \\ 0, & \text{voor } k < k_t(q) \end{cases} \quad (0.9)$$

Een analoge bewering geldt voor $\chi_{[m, \infty)}(\beta(t, s))$. Voor (0.8) volgt dan

$$P(Q > q, M > m) = \frac{b}{B} \int_0^{n(B)} \left\{ \int_{k_t(q)}^\infty \left(\int_{s_t(m)}^\infty f(k, s) ds \right) dk \right\} dt \quad (0.10)$$

waarbij het niet erg is dat voor t gelijk aan 0, $n(B)$ of δ/b de herschrijving onder de integraal over t niet gemaakt kan worden, omdat de integrand voor een eindig aantal t -waarden altijd veranderd mag worden zonder de uitkomst van de integraal te beïnvloeden.

Uit (5.14) volgt dan

$$\begin{aligned} g(q, m) &= \frac{\partial^2 P(Q > q, M > m)}{\partial q \partial m} \\ &= \frac{\partial}{\partial q} \frac{b}{B} \int_0^{n(B)} \left\{ -\frac{ds_t(m)}{dm} \int_{k_t(q)}^\infty f(k, s_t(m)) dk \right\} dt \\ &= \frac{b}{B} \int_0^{n(B)} f(k_t(q), s_t(m)) \frac{dk_t(q)}{dq} \frac{ds_t(m)}{dm} dt \end{aligned} \quad (0.11)$$

Met behulp van (9.7) volgt dan voor het linkerlid van (0.4), waarbij met behulp van (0.6) de integratie over k en s wordt vervangen door een integratie over q en m ,

$$\begin{aligned}
& \int f(k, s) \bar{G}(k, s) dk ds \\
&= \int_0^{n(B)} \left\{ \int f(k, s) P(H > h \mid \alpha(t, k), \beta(t, s)) dk ds \right\} dt \\
&= \int_0^{n(B)} \left\{ \int f(k_t(q), s_t(m)) P(H > h \mid q, m) \frac{dk_t(q)}{dq} \frac{ds_t(m)}{dm} dq dm \right\} dt \\
&= \int P(H > h \mid q, m) \left\{ \int_0^{n(B)} f(k_t(q), s_t(m)) \frac{dk_t(q)}{dq} \frac{ds_t(m)}{dm} dt \right\} dq dm \\
&= \frac{B}{b} \int P(H > h \mid q, m) g(q, m) dq dm
\end{aligned} \tag{0.12}$$

waarmee (0.4) bewezen is.

Merk op dat (0.2) een aanname vormt waarvan niet zeker is of die geldt voor een bepaalde locatie, maar dat uitgaande van (0.5) en (0.6) relatie (0.4) een op zichzelf staande bewering is die netjes wiskundig bewezen kan worden.

Referenties

[Blaakman et al, 1999]

Achtergronden Hydraulische Belastingen Dijken IJsselmeergebied. Deelrapport 2: Meerpeilstatistiek. E.J. Blaakman, H.J. Buiteveld, H.C. van Twuiver, A. van Agthoven. RIZA rapport 99.039. RIZA Lelystad, 25 maart 1999.

[Duits et al, 1998]

Gevoeligheidsanalyse Probabilistische Belastingsmodellen en Rekentechnieken. Deelrapport 3: locatie Duursche Waarden, faalmechanisme overloop en golfoverslag. M.T. Duits, A.C.W.M. Vrouwenvelder, C.F. de Valk, J.M. van Noortwijk, M. Kok. TNO, Argoss, HKV, 1998. (Opdrachtgever: Rijkswaterstaat RIZA, RIKZ, DWW.)

[Duits, 2002]

Trapeziumvormige afvoergolven – Vooronderzoek. M.T. Duits. HKV Lijn in Water, november 2002. (Opdrachtgever: Rijkswaterstaat RIZA)

[Geerse, 2002a]

De grenswaarde in Hydra-B in relatie tot FBC-modellen. C.P.M. Geerse. RIZA-Werkdocument 2002.053x. RIZA, Lelystad, 20 februari 2002.

[Geerse, 2002b]

Bivariate correlatiemodellen met exponentiële en asymptotisch exponentiële marginale verdelingen. Concept. C.P.M. Geerse. RIZA – werkdocument 2002.104x. RIZA Lelystad, augustus 2002.

[Geerse, 2002c]

Invloed van de grenswaarde in het model Hydra-B voor het Benedenrivierengebied. C.P.M. Geerse. RIZA-Werkdocument 2002.054x. RIZA, Lelystad

[Geerse, 2003a]

Probabilistisch model voor het Benedenrivierengebied. Concept. C.P.M. Geerse. RIZA – werkdocument 2003.128x. RIZA Lelystad, augustus 2003. (Het betreft een sterk gewijzigde versie van het gelijknamige concept van 28 juni 2000.)

[Geerse, 2003b]

Probabilistisch model voor de IJsseldelta. C.P.M. Geerse. RIZA – werkdocument 2003.091x. RIZA Lelystad, mei 2003. (Het betreft een nauwelijks gewijzigde definitieve versie van het gelijknamige concept van 27 juni 2000.)

[Geerse et al, 2002]

Wind-waterstandstatistiek Hoek van Holland. , C.P.M. Geerse (RIZA), M.T. Duits (HKV), H.J. Kalk (HKV), I.B.M. Lammers, (HKV). RIZA/HKV rapport, Lelystad, juli 2002.

[Den Heijer, 1994]

Beheerdershandleiding van DIJKRING 4.0 (concept). F. den Heijer. DWW, 23 september 1994.

[HR 1996]

Hydraulische Randvoorwaarden voor primaire waterkeringen. Ministerie van Verkeer en Waterstaat, Delft, september 1996.

[HR 2001]

Hydraulische Randvoorwaarden 2001 voor het toetsen van primaire waterkeringen. Ministerie van Verkeer en Waterstaat. Delft, december 2001.

[Kalk et al, 2001]

Uitbreiding afvoerstatistiek – Borgharen, Lith, Lobith, Olst. H.J. Kalk, I.B.M. Lammers, C.P.M. Geerse. HKV Lijn in Water, Lelystad, december 2001.

[Volker, 1989]

Overbelasting van dijken tijdens hoge rivierafvoer. W.F. Volker. WBVO-N-89015. DWW, februari 1989.

[Vrouwenvelder et al, 1997]

Gevoeligheidsanalyse Probabilistische Belastingmodellen en Rekentechnieken. Deelrapport 1: locatie Rotterdamsche Hoek, faalmechanisme overloop en golfoverslag. PRO89, A.C.W.M. Vrouwenvelder, J.M. van Noortwijk, C.F. de Valk, M.T. Duits, M. Kok. TNO Bouw, ARGOSS, HKV, 1997.

[Vrouwenvelder et al, 1999]

Theoriehandleiding PC-Ring; deel B: Statistische modellen, 3e concept. A.C.W.M. Vrouwenvelder, H.M.G.M. Steenbergen, K.Slijkhuis. TNO-rapport 98-CON-R1431. TNO-Bouw, 31 januari 1999.

[Vrouwenvelder et al, 2002]

Belastingmodellen Benedenrivierengebied - fase 2/Concept met aanvullende berekeningen. A.C.W.M. Vrouwenvelder, H.M.G.M. Steenbergen, F.L.M. Diermanse. TNO-rapport 2001-CON-DYN-R8014. TNO-Bouw, september 2002.

[De Waal, 1999]

Achtergronden Hydraulische Belastingen Dijken IJsselmeergebied. Deelrapport 9: Modelleren dammen, voorlanden en golfoploop. J.P. de Waal. RIZA rapport 99.046. RIZA Lelystad, 25 maart 1999.