

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek
Hoofdvak Materiaalkunde voor de Werktuigbouwkunde

Faculteit der Scheikundige Technologie en der Materiaalkunde
Vakgroep Toepassingen van Materialen in Constructies
Sectie: Breukverschijnselen en Lange-duurgedrag van Materialen

**Simulatie van taaie breuk in een
gladde één-assige trekstaaf en
in een vierpuntsbuigbalk**

Afstudeerverslag S.M. Roggeband



Errata bij het afstudeerverstg "Simulatie van taaie breuk in een gladde één-assige trekstaaf en in een vierpuntsbuigbalk" door S.M. Roggeband.

Bladzijde v, vierde regel van boven: Het woord "schadepararameters" moet worden vervangen door "schadeparameters".

Bladzijde v, vijfde regel van boven: De zinsnede "dat de beste overeenkomsten experimenten en de eindige elementensimulaties worden gekregen" moet worden vervangen door "dat de beste overeenkomsten tussen experimenten en de eindige elementensimulaties worden gekregen"

Bladzijde 60, literatuurverwijzing 38 "Krom, A.H.M., Koers, R.W., en Bakker, A., "Prediction of Cleavage Fracture in the Brittle to Ductile Transition Region of a Ferritic Steel", *Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1244*, Bewerkt door: Kirk, M. en Bakker, A., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1994." moet worden vervangen door: "Koers, R.W.J., Krom, A.H.M. en Bakker, A., "Prediction of Cleavage Fracture in the Brittle to Ductile Transition Region of a Ferritic Steel", *Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1244*, Bewerkt door: Kirk, M. en Bakker, A., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1994"

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek
Hoofdvak Materiaalkunde voor de Werktuigbouwkunde

Faculteit der Scheikundige Technologie en der Materiaalkunde
Vakgroep Toepassingen van Materialen in Constructies
Sectie: Breukverschijnselen en Lange-duurgedrag van Materialen

**Simulatie van taaie breuk in een
gladde één-assige trekstaaf
en in een vierpuntsbuigbalk**

Afstudeerverslag S.M. Roggeband

Begeleiding: Ir. A.H.M. Krom
Prof. Dr. Ir. A. Bakker

Delft, augustus 1994

Voorwoord

Dit afstudeerverslag is geschreven in het kader van de studie Werktuigbouwkunde aan de Technische Universiteit Delft (TUD). Het afstudeerwerk is uitgevoerd aan de Faculteit der Scheikundige Technologie en der Materiaalkunde bij de sectie Breukverschijnselen en Lange-duurgedrag van Materialen (TMC-II), die een onderdeel vormt van de vakgroep Toepassingen van Materialen in Constructies.

Tijdens het afstuderen is taaie breuk en scheurgroei in een tweetal proefstukken uit de breukmechanica gesimuleerd. Voor de simulaties is het commercieel verkrijgbare eindige elementenpakket MARC gebruikt. Dit pakket bezit standaard het model van Gurson om taaie breuk te kunnen simuleren. De gladde één-assige trekstaaf en de vierpuntsbuigbalk met een initiële scheur, zijn als proefstukken genomen.

Scheurgroei simulaties, waarin reële proefstukken worden gemodelleerd, zijn nieuw voor de sectie. Een deel van het verslag is daarom als leidraad opgezet hoe dergelijke simulaties uit te voeren. Daarnaast is een alternatief criterium voor taaie breuk opgezet. Hiervoor zijn in principe minder materiaalgegevens nodig dan in de algemeen gebruikte criteria.

Ik dank alle medewerkers en studenten van de sectie TMC-II voor hun hulp en de gezellige tijd tijdens de afstudeerfase. Met name Alfons Krom en Professor Bakker wil ik bedanken voor de begeleiding.

Serge Roggeband

Inhoudsopgave

Voorwoord.....	i
Inhoudsopgave	ii
Samenvatting.....	iii
Summary	iv
Lijst van symbolen en afkortingen.....	v
1 Inleiding.....	1
1.1 Vormen van materiaalschade en breuk	1
1.2 Doel van het afstudeerwerk.....	2
1.3 Opbouw van het rapport.....	3
2 Theorie.....	4
2.1 Mechanisme van taaie schade en breuk in metalen.....	4
2.2 De J-integraal	5
2.3 Achtergrond van de eindige elementenmethode	7
2.4 Het continuüm schademodel van Gurson	9
2.4.1 Vloeicriterium.....	9
2.4.2 Vloeigedrag en eigenschappen voor consistentie	10
2.4.3 Meshafhankelijkheid, karakteristieke lengte en niet-lokale formulering.....	12
2.4.4 Bepaling van de schadeparameters	13
2.5 Het "plastic limit load"-model voor taaie breuk.....	14
3 Opzet van de eindige elementenberekeningen	17
3.1 Programma's en computers	17
3.2 Mechanische karakterisering van de berekeningen.....	17
3.3 Convergentie en optimalisering van een elementenverdeling.....	18
3.4 Implementatie van het gewijzigde model van Gurson	19
4 Schadeparameterbepaling met de één-assige trekproef.....	20
4.1 Doel en kader van de berekeningen	20
4.2 Gekregen materiaal-, schade- en experimentele gegevens.....	20
4.3 Het EEM-model	21
4.3.1 Definities van geometrie.....	21
4.3.2 Gebruikte element.....	22
4.3.3 Eisen voor de elementenverdeling.....	22
4.3.4 Randvoorwaarden	23
4.3.5 Materiaalgedrag, schade, iteratieprocedure en nauwkeurigheid.....	24
4.4 Traject naar een geconvergeerde mesh	25
4.4.1 Eerste oriënterende berekening met schade.....	25
4.4.2 Invloed van meshverfijningen (zonder schade)	26
4.4.3 Invloed van vormafwijkingen (zonder schade)	27
4.4.4 Invloed van schade op de mesh	28
4.4.5 Laatste uitkristallisatie van de mesh	29

4.5 Bepaling van de schadeparameter f_c	29
4.5.1 Achtergrond voor de parameterbepaling	29
4.5.2 Bruikbaarheid van experimentele gegevens voor de parameterbepaling	30
4.5.3 Schadeberekeningen voor de parameterbepaling	30
5 Verbeteringen van de breuksimulatie in een trekstaaf	33
5.1 Doel en kader van aanvullende berekeningen	33
5.2 Referentieberekening	34
5.3 Gedrag bij kleine staafverlengingen en rekken	34
5.3.1 Analyse van de verstevigingsgegevens	35
5.3.2 Wijziging van de verstevigingsgegevens	38
5.4 Gedrag bij grote staafverlengingen en rekken	38
5.4.1 Initiatie van het insnoeringsgebied	38
5.4.2 Bepaling van het verstevigingsgedrag uit de één-assige trekproef	40
5.4.3 Wijziging van de verstevigingsgegevens	41
5.5 Bepaling van de schadeparameter bij gewijzigd verstevigingsgedrag	42
6 Breuksimulatie met het "plastic limit load"-model	43
6.1 Doel van het uitwerken van het model	43
6.2 Motivatie voor het gebruik van het model voor een trekstaaf	43
6.3 Afleiding van uitdrukkingen voor de geometrieparameters in het model	43
6.4 Opzet van de breuksimulatie met het "plastic limit load"- model	46
6.4.1 Globale opzet	46
6.4.2 Uitgevoerde eindige elementenberekening	47
6.4.3 Programma voor toepassing van het "plastic limit load"-model	47
6.5 Resultaten van breuksimulatie	48
7 Invloed van variaties in schadeparameters op scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk	51
7.1 Doel van de berekeningen	51
7.2 Gebruikte eindige elementenmodel	51
7.3 Uitgevoerde parametervariaties	52
7.4 Resultaten	53
7.4.1 Convergentie rond de initiatie van scheurgroei	53
7.4.2 Invloed van de stapgrootte en pad voor de J-integraal	54
7.4.3 Bepaling van de scheurlengte	55
7.4.4 Gebruikte grootheden voor analyse van de parameterafhankelijkheid ..	55
7.4.5 Invloed van parametervariaties op de scheurgroeisnelheid	55
7.4.6 Invloed van parametervariaties op de scheurweerstand	56

8 Conclusies.....	57
Literatuur.....	58
Bijlagen	
1: Invoer voor het eindige elementenpakket MARC voor de berekeningen.....	61
B1.1 Benodigde kennis van de gebruiker	61
B1.2 Manieren van generatie van invoer	61
B1.3 Structuur van de invoer	61
B1.4 Gebruikte opties	62
2: Foutenanalyse voor de rekbepaling in een één-assige spanningstoestand.....	65
3: Bepaling van de maximale trekkracht in een één-assige spanningstoestand.....	67
4: Bepaling van de afrondingsstraal van het insnoeringsgebied van een trekstaaf	70
5: Interpolatie van verstevigingsgedrag	73



Samenvatting

In metalen wordt taaie breuk veroorzaakt door een beschadigingsproces waarbij in de matrix holten ontstaan, uitgroeien en samenvloeien. In het gewijzigde model van Gurson wordt de invloed van de holten op het vervormings- en breukgedrag verrekend. Dit model bevat een aantal schadeparameters. Sommige hiervan worden bepaald door de betreffende parameter zo te kiezen dat de beste overeenkomsten experimenten en de eindige elementensimulaties worden gekregen. Er is breuk in een gladde één-assige trekstaaf gesimuleerd om een schadeparameter te bepalen. Ook is de scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk gesimuleerd. Hierbij is gekeken welke invloed enige schadeparameters op het verloop van de scheuruitbreiding (Δa) en op scheurweerstand (het verloop van de J-integraal tegen Δa) hebben. Daarnaast is het "plastic limit load"-model uitgewerkt om de initiatie van breuk in een trekstaaf te voorspellen. Volgens dit model vloeien de holten samen bij het bereiken van een kritieke hoofdspanning die afhangt van de versteviging en de vorm, grootte en onderlinge afstand van de holten. Hiermee is onderzocht of taaie breuk met minder parameters dan in het model van Gurson kan worden beschreven.

Bij de simulatie van een trekproef aan een gladde één-assige trekstaaf ontstaat er een knik in de trekkromme waarvan de ligging wordt beïnvloed door de kritieke volumefractie holten uit het model van Gurson. De kritieke volumefractie holten is bepaald door de knik met het laatste experimentele punt te laten samenvallen. Deze werkwijze bleek alleen het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname goed bruikbaar. Bij het gebruik van de staafverlenging treden grote afwijkingen op wanneer het punt van insnoeringsinitiatie niet goed wordt beschreven.

In een vierpuntsbuigbalk neemt de scheuruitbreiding (Δa) lineair met de opgelegde verplaatsing (Δu) toe. Ook het verloop van de scheurweerstand is lineair. Bij een lagere helling K van de schadefunctie f^* wordt de initiatie van scheurgroei tot iets grotere opgelegde verplaatsing uitgesteld. Er is nagenoeg geen invloed van K op de helling van het verloop van de scheurlengte tegen de opgelegde verplaatsing en op de helling van de scheurweerstand. Alleen bij lage waarden voor zowel K als de kritieke volumefractie holten heeft K een invloed op de hoogte van de scheurweerstand. Verhogingen van de kritieke volumefractie holten en verlagingen van de initiële volumefractie holten hebben een zelfde kwalitatieve invloed. De scheurgroei initieert later en neemt minder snel met de opgelegde verplaatsing toe. Ook de hoogte en de helling van de scheurweerstand worden verhoogd.

Het "plastic limit load"-model voorspelt een grotere rek voor breukinitiatie in een trekstaaf dan de experimentele breukrek. De initiële volumefractie holten heeft als enige schadeparameter in het model hierop een kleine invloed. Het hierbij gebruikte model van Rice en Tracey voorspelt een sterkere vervorming dan groei van de holten in het midden van trekstaaf.

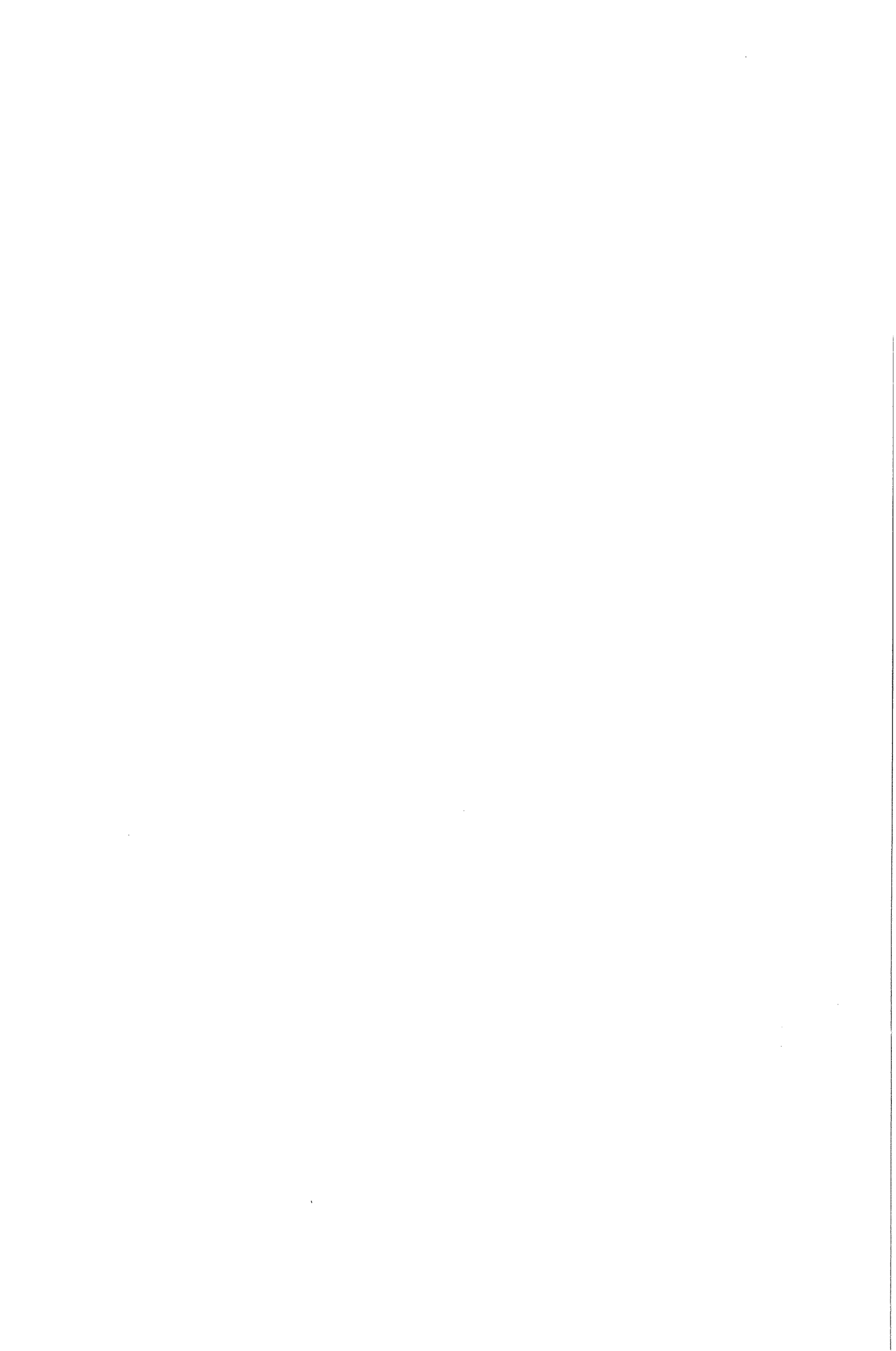
Summary

In metals ductile fracture is caused by mechanisms of microvoid nucleation, growth and coalescence in the matrix. In the modified Gurson model the influence of the microvoids on the deformation and fracture behaviour of the material is taken into account. Some of the parameters in the model are determined by fitting the results of finite element simulations to those of the experiments. Fracture was simulated in a smooth tensile bar in order to determine one of the parameters. A four-point bending specimen was used in order to investigate the dependence of the crack growth resistance on variations in some of the parameters. The plastic limit load model was also used to predict the point of the fracture initiation in a tensile bar. According to this model fracture occurs when a maximum principal stress is reached. This stress depends on the void geometry and the strain hardening in the matrix. The model was developed in order to investigate whether it is possible to describe the ductile fracture process with fewer parameters than in the Gurson model.

At a certain point during the simulation of a uniaxial tension test, a steep reduction in the tensile force occurs. The critical void volume fraction was determined by setting this point at the last experimental point. For this method only the tensile force v. reduction of diameter curve is suitable. In the the tensile force v. elongation curve considerable differences occur if the initiation of necking is not described correctly.

In a four-point bending specimen the crack extension increases linearly with the prescribed displacement. The crack growth resistance curve is also a straight line. A lower slope K of the function f^* postpones the point of crack growth initiation slightly to a larger prescribed displacement. The crack growth rate as a function of the prescribed displacement is practically independent of K . The slope of the crack growth resistance curve is not influenced by K and only low values of K raise the level of the curve. An increase in the critical void volume fraction and a reduction in the initial void volume fraction have the same qualitative influence. Crack growth is postponed until a larger prescribed displacement. The crack growth rate as a function of the prescribed displacement is less. Both the level and the slope of the crack growth resistance curve are increased.

The plastic limit load model predicts a larger strain for fracture initiation in a tensile bar than the experimental fracture strain. The initial void volume fraction, which is the only damage parameter in the model, has only a slight influence on this. Use of the Rice and Tracey model predicts larger microvoid deformation than growth in a tensile bar.



Lijst van symbolen en afkortingen

Latijnse symbolen

a	scheurlengte
a_0	lengte van de beginscheur
A	oppervlak
A_m	effectief belastingen dragend oppervlak
da	scheurgroei toename
E	elasticiteitsmodulus
d	staafdiameter
d_0	initiële staafdiameter
f	volumefractie holten
f_0	initiële volumefractie holten
f_c	kritieke volumefractie holten
f_f	volumefractie holten bij breuk
f_{Ne}	gevormde volumefractie holten voor rekgecontroleerde nucleatie
$f_{N\sigma}$	gevormde volumefractie holten voor spanningsgecontroleerde nucleatie
f^*	schadefunctie
f_u^*	volumefractie holten, waarbij het materiaal het vermogen verliest spanningen te dragen
F	trekkracht
J	J-integraal
K	helling van de schadefunctie f^*
l	meetlengte in vervormde toestand
l_c	kritieke elementgrootte
l_0	lengte in onvervormde toestand
l_i	lengte in de vervormde toestand in de richting van de i^e -hoofdrek
n	verstevigingscoëfficiënt
R_i	straal van een holte in de richting van de i^e -hoofdrek
R_m	gemiddelde holtestraal
P	drukkracht
Q	totale lengte van een vierpuntsbuigbalk
s_{ij}	tensor van deviatorspanningen
s_e	standaard deviatie in de nucleatierek
s_σ	standaard deviatie in de nucleatierek
S	afstand tussen de oplegpunten van een vierpuntsbuigbalk
U_t	totaal toegevoerde energie
V	volume
V_0	volume in onvervormde toestand
w	rekenergie dichtheid
W	hoogte van een vierpuntsbuigbalk
Z	afstand tussen de drukpunten van een vierpuntsbuigbalk

Griekse symbolen

δ_{ij}	Kronecker delta
Δd	diameterafname
Δl	verlenging
ΔV	volumeverandering

ε	rek
ε_{ij}	rektensor
ε^e	elastische component van de rek
ε_f	rek op het einde van het vloeiplateau
ε_{kk}	volumerek
ε_m	gemiddelde rek in het matrixmateriaal
ε_N	gemiddelde nucleatierek
ε^p	plastische component van de rek
ε_y	rek op de initiële vloeigrens
Φ	vloeicriterium
ν	dwarscontractiecoëfficiënt (constante van Poisson)
σ	spanning
σ_{ij}	spanningstensor
σ_{eq}	equivalente von Misesspanning
σ_h	hydrostatische spanning
σ_m	gemiddelde vloeispanning in het matrixmateriaal
σ_n	gemiddelde spanning in het materiaal tussen de holten
σ_N	gemiddelde nucleatiespanning
σ_y	initiële vloeigrens
σ_1^c	kritieke maximale hoofdspanning

Afkortingen

ASTM	American Society for Testing and Materials
CDM	continuum damage mechanics
EEM	eindige elementenmethode
ESIS	European Structural Integrity Society
SENB	single edge notched bend
TC8	Technical Committee 8
TUD	Technische Universiteit Delft



1 Inleiding

Onder invloed van belastings- en omgevingscondities kan de microstructuur van een materiaal veranderen. Hierbij neemt dan meestal de stijfheid en / of de sterkte van het materiaal af. Dit wordt algemeen met het begrip materiaalschade aangeduid. Taaie materiaalschade is hiervan één specifieke vorm. Een gevolg hiervan is dat het constitutieve gedrag van een materiaal niet alleen van de spanningen en rekken maar ook van de opgehoopte schade afhankelijk is.

In de continuum damage mechanics (CDM) wordt geprobeerd de invloed van microscopische schade- en breukprocessen via een macroscopische schadevariabele te verrekennen in het macroscopische constitutieve gedrag. De combinatie van materiaaleigenschappen, belastings- en omgevingscondities bepaalt welke mechanismen er op microscopische schaal optreden en wat de fysische achtergrond van de schadeparameter is, waarmee deze processen in de CDM worden verrekend.

In paragraaf 1.2 wordt aangegeven welke plaats taaie materiaalschade en taaie breuk innemen tussen een aantal andere vormen van materiaalschade en breuk. Paragraaf 1.3 geeft een beschrijving van het doel van het uitgevoerde afstudeerwerk. In paragraaf 1.4 wordt de opbouw van het verslag gegeven.

1.1 Vormen van materiaalschade en breuk

Het begrip materiaalschade is tot nu toe abstract gebleven. Het hangt van het totaal van opgelegde belastingen, tijd, omgevingscondities en materiaaleigenschappen af in welke vorm de schade optreedt. Vier concrete voorbeelden van materiaalschade [1] zijn:

1 Kruipschade

Bij hoge temperaturen ontstaan en groeien microholten in korrels van het materiaal onder invloed van spanningen (taaie transgranulaire kruip). Gelijktijdig kunnen microscheuren ontstaan en uitgroeien langs de korrelgrenzen (intergranulaire kruip).

2 Taaie plastische schade

Ook hier ontstaan en groeien holten, maar nu onder invloed van grote plastische rekken.

3 Verbrossingsschade

Onder invloed van straling verandert de structuur van het staal, waardoor de vervormbaarheid afneemt. Ook de atomaire oplossing van waterstof in het rooster van het staal leidt tot een verbrossing.

4 Chemo-mechanische schade:

Onder invloed van een trekspanning (vooral een cyclische veranderende) kunnen metalen worden aangetast door een agressieve omgeving (spanningscorrosie of chemische reacties).

Bij een toenemende belasting of schade zal een constructie op een gegeven moment bezwijken. Eén mogelijke bezwijkvorm is het optreden van een breuk. (Twee andere mogelijke bezwijkvormen zijn het uitknikken of het overschrijden van het grensdragvermogen. Bij de laatste vorm nemen de vervormingen onbepaald toe.) In metalen en metaallegeringen zijn vijf verschillende breukvormen [2] waar te nemen:

1 Afschuivingsbreuk (Ductile rupture)

Hierbij gaat de binding tussen twee delen verloren door een continu afschuivingsproces. Het afschuivingsvlak komt overeen met een kristallografisch vlak in een éénkristal en met een vlak van maximale schuifspanning in een polykristallijn materiaal.

2 Taaie breuk (Ductile fracture)

Door de groei van inwendige holten in het materiaal tijdens plastische vervorming neemt het effectieve oppervlak dat de belasting draagt af. Hierdoor wordt bij een toenemende belasting op een gegeven moment een instabiliteitspunt overschreden.

3 Spleetbreuk

Hierbij breidt een scheur zich met grote snelheid uit langs de dichtstgepakte kristallografische vlakken. Hoewel het uiteindelijke mechanisme van de breuk bros is, kan het proces voorafgegaan zijn door een aanzienlijke hoeveelheid plastische vervorming en taaie scheurgroei. Het pad van de breuk is transgranulair.

4 Korrelgrensbreuk

Hierbij vormen de korrelgrenzen het pad van de breuk. De meeste metalen zullen niet op deze manier breken. Onder speciale combinaties van omstandigheden kunnen scheuren aan de korrelgrenzen initiëren en uitgroeien. Voorbeelden hiervan zijn de precipitatie van een brose fase aan de korrelgrens, waterstof- en vloeibaar metaalverbrossing en intergranulaire corrosie.

5 Vermoeiingsbreuk

Een scheur initieert en groeit uit onder invloed van een wisselende belasting. Het niveau van één enkele belastingswisseling is te laag om in het statische geval tot scheurgroei te leiden.

1.2 Doel van het afstudeerwerk

Hoofddoel

Het hoofddoel van het afstudeerwerk is taaie breuk en taaie scheurgroei in een tweetal proefstukken uit de breukmechanica te simuleren met behulp het gewijzigde model van Gurson. De proefstukken zijn de gladde één-assige trekstaaf en de vierpuntsbuigbalk met een initiële scheur (SENB-proefstuk).

Subdoelen

De subdoelen die zijn afgeleid, zijn:

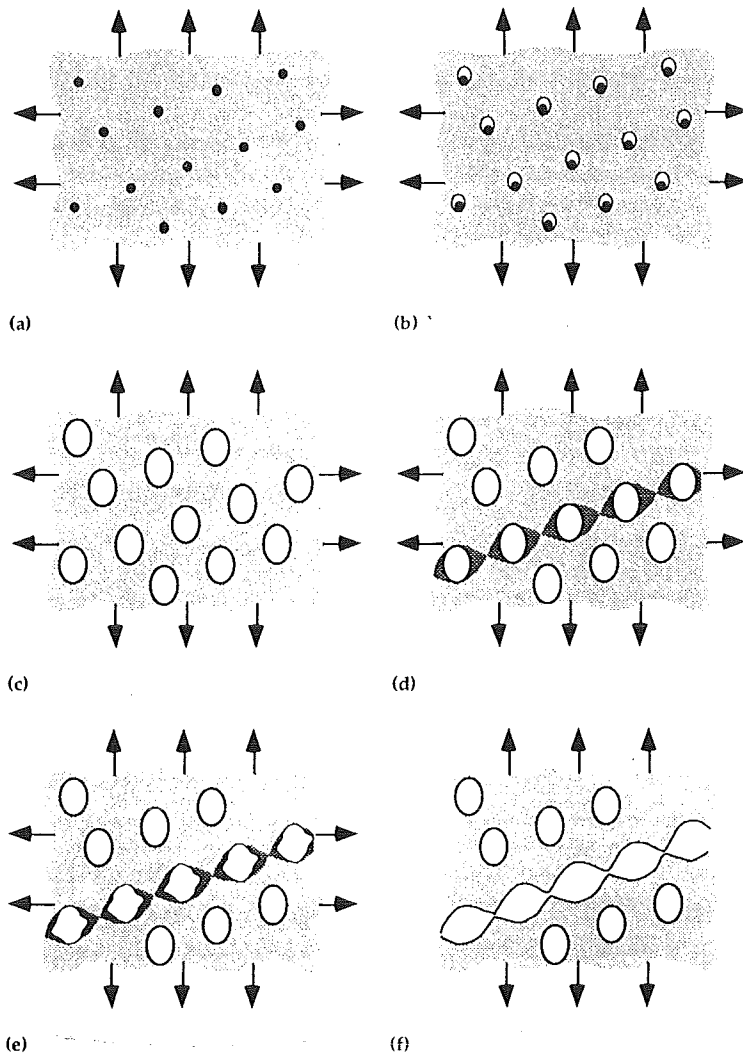
- 1 - Aangeven hoe dergelijke simulaties moeten worden opgezet en uitgevoerd en wat de specifieke aandachtspunten hierbij zijn.
- 2 - Onderzoeken welke invloed de parameters uit het gewijzigde model van Gurson op het verloop van dergelijke simulaties hebben.
- 3 - De bruikbaarheid van een alternatief breukcriterium onderzoeken dat minder parameters bevat dan dat in het gewijzigde model van Gurson.

Motivatie van de subdoelen

- ad 1: In het voorwoord kwan al ter sprake dat dit soort simulaties van scheurgroei in reële geometriën nog niet eerder in de sectie zijn uitgevoerd. Het is dus gewenst het verslag als een soort van leidraad binnen de sectie te kunnen gebruiken.
- ad 2: Een algemeen zicht op de invloed van het model van Gurson op de simulatie van scheurgroei in een gladde één-assige trekstaaf is bekend uit de literatuur. De berekeningen aan de trekstaven dienen dan ook hoofdzakelijk om een parameter uit het model als materiaalparameter te bepalen. Voor de scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk is de afhankelijkheid van de verschillende modelparameters minder bekend. Daarom is voor dit proefstuk een parameterstudie uitgevoerd.
- ad 3 Tijdens het uitvoeren van de inleidende literatuurscriptie [3] werd een alternatief criterium voor taaie breuk gevonden dat minder materiaalgegevens dan het model van Gurson nodig heeft. Het is dus de moeite waard dit criterium uit te werken en te kijken of het bruikbaar is.

1.3 Opbouw van het rapport

Hoofdstuk 2 behandelt de theorie achter taaie materiaalschade en taaie breuk. Er wordt besproken welke micromechanische processen er tijdens de vervorming van een taaie brekend materiaal optreden en hoe deze in een continuüm schademodel zijn verrekend. In hoofdstuk 2 wordt de opzet van de berekeningen besproken. Hoofdstuk 4 behandelt de EEM-berekeningen waarbij taaie breuk in een één-assige trekproef is gesimuleerd. Door vergelijking met de resultaten uit experimentele trekproeven wordt een parameter uit het gewijzigde model van Gurson bepaald. Deze berekeningen zijn uitgevoerd in het kader van een Europees samenwerkingsverband. In hoofdstuk 5 worden aanvullingen op deze berekeningen besproken. Hiermee worden betere overeenkomsten tussen experimenten en berekeningen gekregen. Hoofdstuk 6 behandelt de uitwerking van een alternatief criterium voor taaie breuk, dat voor een één-assige trekstaaf is gebruikt. In hoofdstuk 7 wordt de invloed van de modelparameters op van taaie scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk bestudeerd. In hoofdstuk 8 worden de conclusies van het afstudeerwerk gegeven.



Figuur 2.1: Het ontstaansproces van taaie schade en breuk (Anderson [2]).

2 Theorie

De J-integraal is een globaal breukcriterium en wordt veel gebruikt om het taaie breukproces te beschrijven. Experimenten tonen echter aan dat een enkele breukparameter als de J-integraal niet in staat is het taaie breukproces volledig te beschrijven. De afmetingen en de vorm van de proefstukken hebben namelijk een grote invloed op de scheurweerstand. Een andere aanpak om taaie breuk te beschrijven, is het gebruik van de continuum damage mechanics. Hierin wordt geprobeerd de invloed van de micromechanische processen via een macroscopische schadevariabele in het constitutieve gedrag te verrekenen.

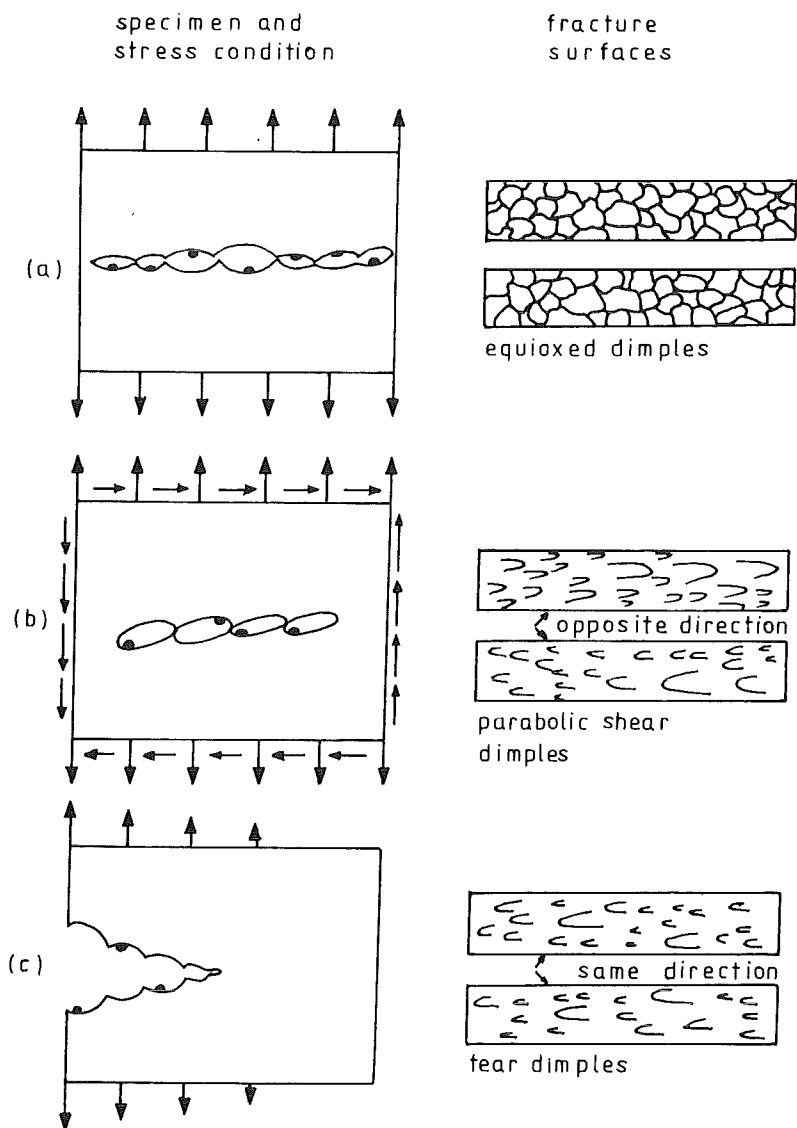
Paragraaf 2.1 beschrijft het mechanisme waaruit taaie materiaalschade en taaie breuk in metalen ontstaat. De J-integraal die in de conventionele elastisch-plastische breukmechanica wordt gebruikt om taaie breuk te beschrijven, wordt in paragraaf 2.2 behandeld. Het gebruikte continuum schademodel wordt in paragraaf 2.3 besproken. In paragraaf 2.4 wordt kort op de achtergrond van de eindige elementenmethode ingegaan.

2.1 Mechanisme van taaie schade en breuk in metalen

Plastische vervorming in metalen is een gevolg van de beweging van dislocaties over vlakken in de kristallijne matrix. Bij toenemende plastische vervorming in polykristallijne metalen neemt de dislocatiedichtheid snel toe. Naast de onderlinge wisselwerkingen oefenen dislocaties ook krachten uit op inhomogeniteiten in de matrix zoals insluitels, tweede fase bestanddelen of korrelgrenzen. De opgelegde belasting voor een verdere vervorming stijgt ten gevolge van een toename in de wisselwerkingen (versteving). De uiteindelijke breuk zal dus afhankelijk zijn van het verloop van alle wisselwerkingen tijdens de voorafgaande vervorming en het kritieke mechanisme hierin.

Een breuk wordt in het spraakgebruik vaak taai genoemd, wanneer de macroscopische vervormingen op het moment van breuk groot zijn. Een algemener kenmerk van taaie breuk, dat ook op microscopische schaal opgaat, is het optreden van een instabiliteit in het vervormingsveld. Zuivere metalen kunnen alleen op macroscopische schaal taai breken. In de één-assige trekproef treedt deze instabiliteit in het insnoeringsgebied op. Er is een steeds kleinere kracht nodig omdat de toename van de sterkte door de versteving ondergeschikt wordt aan de sterktevermindering door een afnemend effectief oppervlak, dat de belasting draagt. Bij zuivere metalen kunnen in het insnoeringsgebied zeer grote plastische rekken optreden. Praktische metalen bezwijken bij veel lagere rekken. Het instabiele punt in de vervorming wordt lokaal bereikt, omdat hierbij de taaie materiaalbeschadiging in de vorm van holten in het materiaal een rol speelt.

Figuur 2.1 geeft schematisch het proces van het ontstaan van taaie materiaalschade tot het optreden van taaie breuk. In een plastische vervormend metaal (Figuur 2.1a) bevinden zich deeltjes van microscopische grootte (insluitels of tweede fase bestanddelen). Stijve deeltjes verhinderen de deformatie, terwijl slappere deeltjes zich als een holte gedragen. Er ontstaan spanningsconcentraties in of rond de deeltjes. Hierdoor kunnen de deeltjes breken (deeltjesbreuk), of de binding tussen het grensvlak en de matrix verbreekt (deeltjesdecohesie) (Figuur 2.1b). Hiermee is de taaie schade in de vorm van holten in het materiaal gevormd (genucleërd). De holten vervormen en groeien bij verdere plastische deformatie uit (Figuur 2.1c).



Figuur 2.2: Schematische samenhang tussen de belastingsrichting en de vorm van de kuilen op het oppervlak van een taai breuk (Dodd [5]).

Bij kleine holten ten opzichte van hun onderlinge afstanden groeien de holten min of meer in alle richtingen uit ten gevolge van de heersende spanningen. Het vervormingsveld is op een macroscopische schaal min of meer isotroop. Macroscopisch slaat hier op een niveau waarop de holten niet gezien worden. Bij grotere holten gaan de spanningsconcentraties rond naburige holten elkaar beïnvloeden en de holten zullen sneller gaan groeien.

Op een gegeven moment verandert het vervormingsveld, omdat alle nog volgende plastische rek zich in een nauwe band tussen naburige holten concentreert (Figuur 2.1d). Het materiaal tussen de holten gedraagt zich als een lokaal insnoeringsgebied. Wanneer in deze lokale insnoeringsband het effect van materiaalversteving ondergeschikt wordt aan de afname van het effectieve oppervlak vloeien de holten samen (Figuur 2.1e) en ontstaan microscheuren (Figuur 2.1f). Kenmerkend van insnoeringsprocessen is dat verdergaande insnoering een lagere kracht vereist. Het materiaal net buiten de insnoeringsband zal alleen nog elastisch ontlasten. Volgens Thomason [4] komt dit op een macroscopische schaal met een sterk anisotroop materiaalgedrag overeen, omdat er nog maar in één macroscopische richting vervormingen optreden. Met macroscopische wordt het niveau bedoeld waarop de holten en de insnoeringsband niet worden gezien.

Het oppervlak van een taaie breuk wordt gekenmerkt door kuilen. De ordening van de kuilen op het breukoppervlak komt overeen met die van de deeltjes die zich in de matrix bevinden. Vaak zijn in de kuilen ook (de resten van) insluitsels of tweede fase deeltjes te vinden. De vorm van de kuilen op het breukoppervlak hangt volgens Dodd en Bai [5] samen met de richting van de opgelegde belasting. Dit is schematisch in figuur 2.2 gegeven.

Het mechanisme waardoor de holten worden gevormd (decohesie of deeltjesbreuk), hangt sterk af van het moment in het fabricageproces waarop de deeltjes zijn gevormd. De deeltjes die voor sterk vervormende behandelingen gevormd zijn, zullen uitgerekt of beschadigd zijn. Deze deeltjes zullen eerder een holte vormen door deeltjesbreuk, dan door decohesie. Deeltjes die ontstaan zijn tijdens een laatste warmtebehandeling zijn onbeschadigd en meestal goed aan de matrix gebonden. Deze deeltjes zullen eerder een holte vormen door decohesie. Of een deeltje een tweede fase deeltje of een insluitsel is of wat de chemische samenstelling heeft een kleinere invloed op het mechanisme.

2.2 De J-integraal

De J-integraal kan als breukparameter worden gebruikt onder omstandigheden waarbij plasticiteit aan een schreurtip niet verwaarloosbaar is. De J-integraal is een twee-dimensionale lijnintegraal rond een scheur, gedefinieerd door:

$$J = \int_{\Gamma} w dy - \int_{\Gamma} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds. \quad (2.1)$$

Hierin zijn:

- Γ een willekeurige contour rond een scheur,
- w de rekenergie-dichtheid, gegeven door:

$$w = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}, \quad (2.2)$$

- T de op de contour naar buiten gerichte tractie,
 u de verplaatsingen op de contour,
 s de booglengte langs de contour.

De x-richting ligt hierbij in het scheurvlak en de oorsprong ligt aan de scheurtip. De J-integraal van een gesloten integratiepad in een homogeen materiaal zonder scheuren is gelijk aan nul. Een belangrijke eigenschap van de J-integraal rond een scheur is dat de waarde onafhankelijk is van de gekozen contour. Hierdoor kan informatie over de vervormingstoestand aan de scheurtip worden gekregen door de J-integraal te bepalen langs een pad ver weg van de scheur. De J-integraal is daarom een globale breukparameter.

De J-integraal is geschikt als breukparameter omdat voor elastische materialen op basis van een energiebalans geldt:

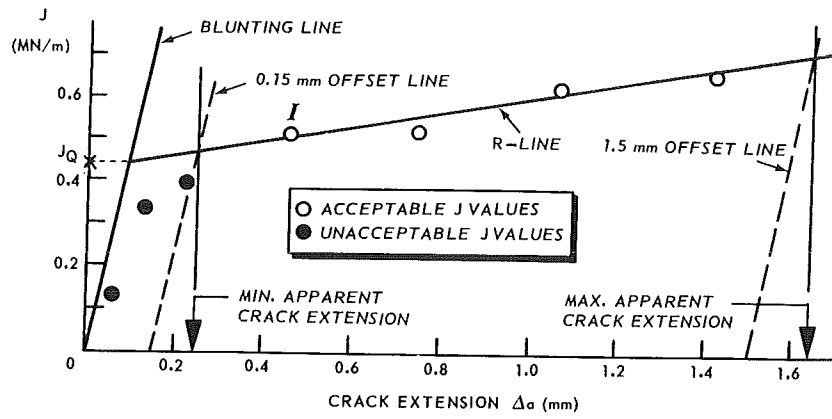
$$J = -\frac{dU_p}{da}. \quad (2.3)$$

Hierin zijn:

- U_p de potentiële energie van het onderdeel,
 a de scheurlengte.

Voor elastisch materiaalgedrag komt de J-integraal dus overeen met de beschikbare energie per eenheid van scheuruitbreiding. Omdat de potentiële energie is een scalaire grootte is, kan de J-integraal ook voor niet-lineair elastisch materiaalgedrag worden gebruikt. In het geval van plasticiteit wordt een deel van de toegevoegde arbeid gedissipeerd. Plastisch materiaalgedrag kan echter als een speciale vorm van niet-lineair elastisch materiaalgedrag worden beschouwd zolang er maar geen ontlasten optreedt. Tijdens scheuruitbreiding worden de nieuw gevormde scheurflanken ontlast. Daarom is bij plasticiteit de J-integraal in principe alleen toepasbaar tot het moment van scheurinitiatie.

Volgens Hutchinson [6] en Rice en Rosengren [7] wordt het spannings- en rekverloop aan een scheurtip toch door de J-integraal beschreven, wanneer er in het geval van plasticiteit aan een scheurtip een 1/r-singulariteit in de vervormingsenergie wordt aangenomen. Met het verstevigingsgedrag gegeven door de Ramberg-Osgood relatie:



Figuur 2.3: Constructie voor bepaling van de J_c voor de initiatie van scheurgroei (Ewalds [8]).

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n, \quad (2.4)$$

voldoet het spannings- en rekverloop aan de scheurtip aan:

$$\sigma_{ij} = \sigma_y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_y^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \bar{\sigma}_{ij}(\theta, n), \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha \sigma_y}{E} \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_y^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \bar{\varepsilon}_{ij}(\theta, n). \quad (2.6)$$

Hierin zijn:

- ε_y de rek op de initiële vloeigrens,
- σ_y de initiële vloeigrens,
- n de verstevingsexponent,
- r en θ de polaire coördinaten met de scheurtip als oorsprong,
- $I_n(n)$, $\bar{\sigma}_{ij}(\theta, n)$ en $\bar{\varepsilon}_{ij}(\theta, n)$ zijn bekende functies van θ en n .

In figuur 2.3 is schematisch de grafische constructie gegeven waarmee de kritieke waarde J_c van de J -integraal voor de initiatie van scheurgroei wordt bepaald. Voor een gedetailleerde beschrijving en de aanvullende voorwaarden voor een geldige J_c -bepaling wordt verwezen naar de norm van de ASTM [9] of de richtlijnen opgesteld door de ESIS [10]. Het verloop van J wordt tegen de scheurgroei uitgezet. Er wordt vervolgens een "blunting"-lijn uitgezet om te corrigeren voor de schijnbare scheurgroei door "crack tip blunting". (Dit is de afronding van de scheurtip door plastische vervormingen.) Evenwijdig aan de "blunting" worden twee "offset"-lijnen getrokken. Het verloop van de experimentele punten tussen de "offset"-lijnen wordt benaderd. Het snijpunt van de benadering en de linker "offset"-lijn bepaalt de kritieke waarde van J_c voor scheuruitbreiding. In een numerieke simulatie van scheurgroei zijn we dus volledig in staat J_c te bepalen wanneer de lijn door de punten van scheuruitbreiding bekend is.

2.3 Achtergrond van de eindige elementenmethode

De eindige elementenmethode (EEM) is een algemene techniek uit de wiskunde waarmee randwaarde- of minimaliseringsproblemen kunnen worden opgelost. Formeel kunnen met de EEM alleen minimaliseringsproblemen worden opgelost. Een randwaardeprobleem kan echter met gebruik van wiskundige technieken in een minimaliseringsprobleem worden omgezet. In mechanische berekeningen wil men het verplaatsingenverloop oplossen en daarom wordt nu van de algemeenheid van de EEM afgeweken. Voor het minimaliseringsprobleem wordt dan het principe van virtuele arbeid gebruikt. In het statische

geval in afwezigheid van massakrachten wordt dit principe gegeven door de scalaire vergelijking:

$$\int_V \delta \epsilon \sigma dV - \int_S \delta u f dS = 0. \quad (2.7)$$

Hierin zijn:

- V het volume van het lichaam,
- $\delta \epsilon$ een virtuele verandering in de rekken,
- σ de spanningen in het lichaam,
- S het oppervlak van het lichaam,
- δu de virtuele verplaatsingen aan het oppervlak,
- f de verdeelde belasting over het oppervlak.

Het principe van virtuele arbeid is dus een energiebalans. De virtuele arbeid geleverd door de opgelegde krachten f aan het oppervlak S van een lichaam moet gelijk zijn aan de virtuele verandering van de opgeslagen en / of gedissipeerde vervormingsenergie over het volume V van het lichaam.

In de EEM worden elementen, knooppunten en integratiepunten gebruikt. De werkelijke geometrie (het continuum) wordt benaderd door een opdeling in elementen (mesh). De knooppunten worden gebruikt om het verplaatsingsveld te benaderen. Meestal bevinden de knooppunten zich in de hoekpunten van de elementen. Er zijn soorten elementen, die ook knooppunten op het midden van een zijde of in het inwendige van een element hebben. De integratiepunten worden gebruikt om de integralen uit het principe van virtuele arbeid te benaderen met behulp van een integratieregule.

De knooppunten nemen rekentechnisch een centrale plaats in de EEM in. De onbekenden die in de EEM worden opgelost zijn de verplaatsingen in de knooppunten. Hiervoor worden alle continue grootheden worden omgezet naar equivalente grootheden in de knooppunten. Op een element wordt het werkelijke verplaatsingsverloop benaderd door een eenvoudige interpolatiefunctie (b.v. een polynoom), die lineair in de nog onbekende knooppuntsverplaatsingen is. Op deze manier kan het verplaatsingsverloop van de hele geometrie in een discreet aantal nog onbekende knooppuntsverplaatsingen worden uitgedrukt. De rekken worden bepaald door de afgeleiden van het (geïnterpoleerde) verplaatsingsverloop en zijn dus ook in de nog onbekende knooppuntsverplaatsingen uit te drukken. Analoog hieraan zijn ook de variaties in de rekken in variaties in de knooppuntsverplaatsingen uit te drukken. Bij gebruik van het constitutieve gedrag zijn dan ook de spanningen (formeel de spanningsincrementen) in de knooppuntsverplaatsingen uit te drukken. Met gebruik van de interpolatiefuncties worden ook alle (verdeeld) opgelegde krachten naar krachten in de knooppunten omgezet.

Met gebruik van de variatierekening wordt de scalaire vergelijking van het principe van virtuele arbeid in een stelsel vergelijkingen omgezet. De onbekenden zijn hierin de knooppuntsverplaatsingen en het aantal hiervan is gelijk aan het aantal vergelijkingen. De integralen zijn numeriek of analytisch te bepalen. De knooppuntsverplaatsingen worden met behulp van de matrixrekening opgelost. Uit de opgeloste verplaatsingen volgen dan weer de rekken en hieruit weer de spanningen.

2.4 Het continuum schademodel van Gurson

In het model van Gurson [11] wordt de invloed van holten op het plastische vervormingsgedrag verrekend. De holten zelf worden niet gemodelleerd, maar via een continue schadevariabele verrekend. Hiernaast bevat het model ook extra schadeparameters, die als materiaalparameters kunnen worden beschouwd. Het model van Gurson is vanuit de continuummechanica afgeleid. Er zijn ook andere schademodellen waarmee de invloed van de holten op het vervormingsgedrag wordt verrekend. Rousselier [18] leidt een schademodel vanuit de thermodynamica af, dat veel op dat van Gurson lijkt. Ook het schademodel van Lemaitre [12,13] wordt vanuit de thermodynamica afgeleid.

Paragraaf 2.4.1 geeft hoe de invloed van de holten op het vloeicriterium is verrekend. In paragraaf 2.4.2 behandelt het vloeigedrag in het model van Gurson. In paragraaf 2.4.3 wordt de afhankelijkheid van de elementgrootte besproken die optreedt bij gebruik van het model. Ook word een recente verbetering besproken. In paragraaf 2.4.4 wordt op de bepaling van de schadeparameters ingegaan.

2.4.1 Vloeicriterium

Het model van Gurson [11] is afgeleid voor een geïdealiseerde matrix, die één enkele holte bevat. Het matrixmateriaal is een niet versterkend plastisch materiaal. De aangenomen holte is cilindervormig, waaromheen het vervormingsveld axisymmetrisch is. De macroscopische volumefractie holten is als schadevariabele genomen, wordt de invloed op het vervormingsgedrag verrekend. Het vloeicriterium van het materiaal, waarin zich de holte bevindt, wordt gegeven door:

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_m} \right)^2 + 2f \cosh\left(\frac{3\sigma_h}{2\sigma_m} \right) - (1 + f^2) = 0. \quad (2.8)$$

Hierin zijn:

σ_{eq} de macroscopische equivalente von Misesspanning, gegeven door:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}, \quad (2.9)$$

s_{ij} de macroscopische spanningsdeviator gegeven door:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}, \quad (2.10)$$

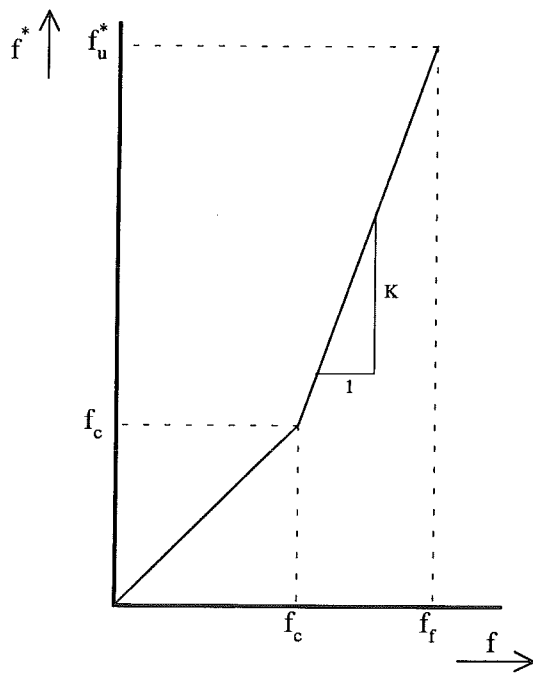
δ_{ij} de Kronecker delta,

σ_h de macroscopische hydrostatische spanning, gegeven door:

$$\sigma_h = \frac{1}{3} \sigma_{kk}, \quad (2.11)$$

σ_m de gemiddelde vloeispanning in het matrixmateriaal,

f de volumefractie holten in het materiaal.



Figuur 2.4: Het verloop van de schadefunctie $f^*(f)$ in het gewijzigde model van Gurson.

Wanneer de volumefractie holten gelijk aan nul is, dan gaat het vloeicriterium over in die van het von Mises criterium. Er wordt geen invloed van de holten op het elastische materiaalgedrag verondersteld. Een matrix van een plastisch onsamendrukbaar materiaal met daarin holten wordt door het gebruik van het vloeicriterium vervangen door continue materiaal(-model) met hetzelfde plastische gedrag. In dit continue materiaalmodel zijn dus in elk punt de toestandvariabelen gedefinieerd. Naast de spanningen en de rekken wordt ook de volumefractie holten als continue toestandsvariabele gebruikt. In de lokale formulering van het model van Gurson hangt de volumefractie holten in een punt alleen van andere toestandsgrootheden in datzelfde punt af.

Tvergaard en Needleman [14,15] wijzigen het model van Gurson. Het gewijzigde vloeicriterium wordt gegeven door:

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_m} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left(q_2 \frac{3\sigma_h}{2\sigma_m} \right) - \left(1 - (q_1 f^*)^2 \right) = 0. \quad (2.12)$$

Hierin zijn q_1 en q_2 modelparameters die zijn ingevoerd, omdat het ongewijzigde model zich bij lage volumefracties holten te stijf gedraagt. De schadefunctie $f^*(f)$ is ingevoerd om een versnelde sterkte-afname te kunnen modelleren. In de praktijk treedt deze op wanneer de spannings- en rekvelden rond naburige holten elkaar gaan beïnvloeden of wanneer de holten beginnen samen te vloeien. De schadefunctie f^* wordt gegeven door:

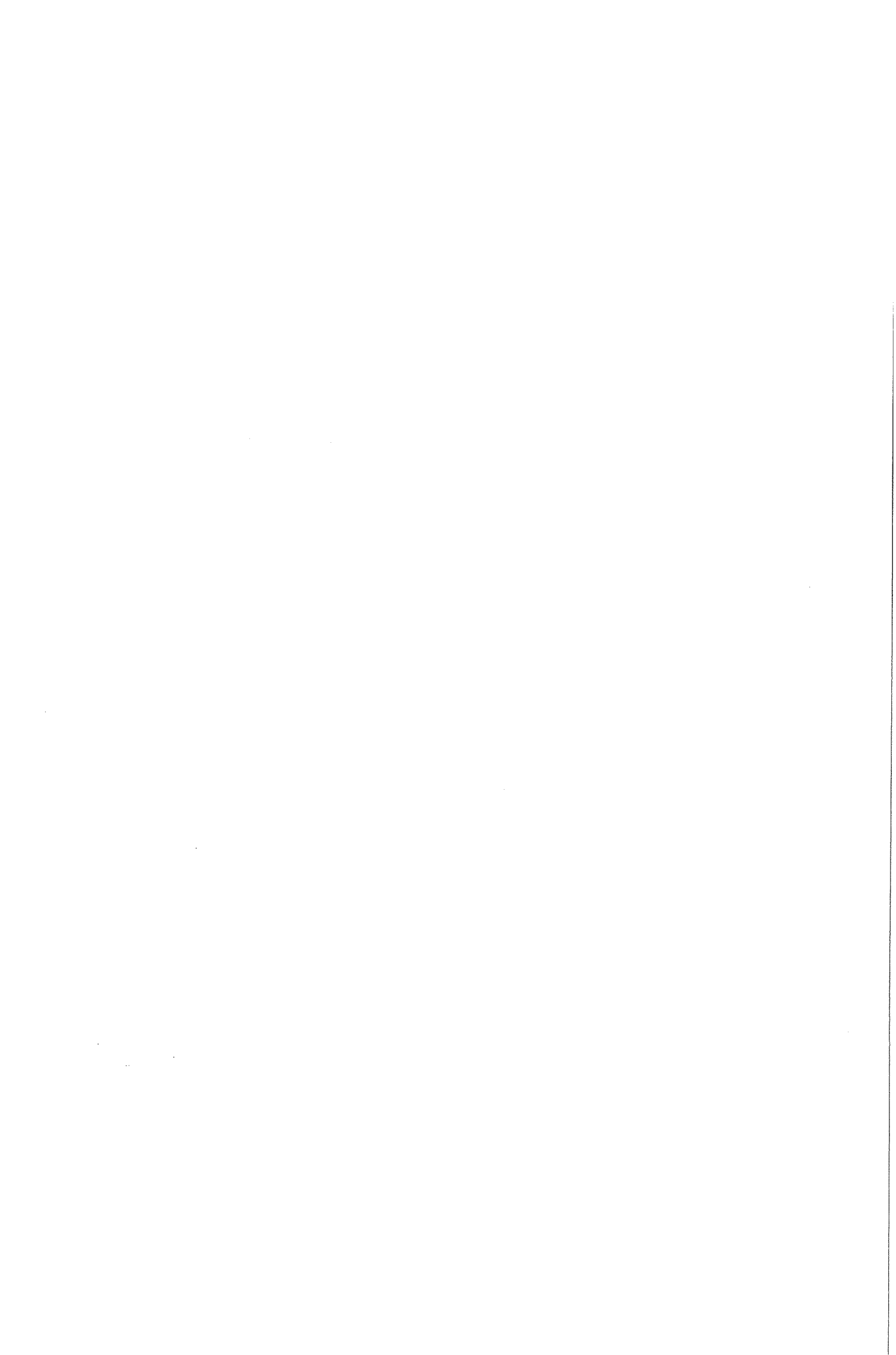
$$f^*(f) = \begin{cases} f & : f \leq f_c \\ f_c + K(f - f_c) & : f > f_c \end{cases}, \quad \text{met} \quad K = \frac{f_u^* - f_c}{f_f - f_c}. \quad (2.13)$$

Het verloop van deze functie is in figuur 2.4 gegeven. In de schadefunctie f^* zit feitelijk ook het breukcriterium van het model. Boven de volumefractie holten f_c wordt de holtgroeï en dus de sterkte-afname versneld. Tijdens vervorming komt dit overeen met het punt waarop de holten in het materiaal elkaar gaan beïnvloeden. Bij $f = f_f$ is het materiaal niet meer in staat spanningen op te nemen. Bij $f^* = f_u^*$ is het materiaal niet meer in staat belastingen op te nemen. Wanneer in formule 2.12 alle spanningen gelijk aan nul worden, dan moet gelden: $f_u^* = 1/q_1$. De huidige spanningstoestand heeft in het gewijzigde model van Gurson geen sterke invloed op het moment van optreden van breuk. Dit moment wordt verondersteld alleen afhankelijk van de volumefractie holten te zijn. De volumefractie holten zelf is een meer integrale grootheid die volgt uit de spannings- en vervormingsgeschiedenis.

2.4.2 Vloeigedrag en eigenschappen voor consistentie

Vloeigedrag

Omdat het (gewijzigde) schademodel van Gurson in de vorm van een vloeiooppervlak is gegeven, kan in principe de conventionele continuum mechanica bedreven worden. Als vloeiregel wordt de geassocieerde plastische vloeiregel gebruikt. Hierin worden de plastische rekken gegeven door:



$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.14)$$

Hierin is $\dot{\lambda}$ een evenredigheidsconstante, die onder andere afhangt van het verstevigingsgedrag van het matrixmateriaal en van de volumefractie holten.

Eigenschappen voor consistentie

Om het constitutief gedrag op te lossen, wordt de voorwaarde voor consistentie gebruikt. Hierin komen de afgeleide van de volumefractie holten en de afgeleide van de gemiddelde vloeispanning in het materiaal tussen de holten in voor. Deze moeten in de macroscopische spanningen en rekken worden uitgedrukt.

De veranderingen in vloeispanning van het matrixmateriaal worden aan de macroscopische spannings- en vervormingstoestand gekoppeld op basis van het plastisch gedissipeerd vermogen via:

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p = (1-f) \sigma_m \dot{\epsilon}_m^p \quad (2.15)$$

Hierin zijn:

- ϵ_{ij}^p de tensor van macroscopische plastische rekken,
- ϵ_m^p de gemiddelde plastische rek in het matrixmateriaal.

De verandering in de volumefractie holten bestaat uit twee invloeden:

$$\dot{f} = \dot{f}_{groei} + \dot{f}_{nucleatie} \quad (2.16)$$

Hierin zijn:

- \dot{f}_{groei} de verandering in volumefractie holten door groei van al aanwezige holten,
- $\dot{f}_{nucleatie}$ de verandering in volumefractie holten door nucleatie van nieuwe holten.

Vanwege de onsamendrukbaarheid van het matrixmateriaal moet voor de verandering van de volumefractie holten door groei van de al aanwezige holten gelden:

$$\dot{f}_{groei} = (1-f) \epsilon_{kk}^p$$

Hierin is ϵ_{kk}^p de macroscopische plastische volumerek.

Er zijn verschillende mechanismen mogelijk, waarop nieuwe holten kunnen worden genucleëerd. Het nucleatiecriterium, dat aangeeft bij welke spannings- of vervormingstoestand in de matrix of in het deeltje een holte wordt genucleëerd, kan daarom verschillende gedaanten hebben ([3]). Chu en Needleman [16] gebruiken twee nucleatiecriteria, die vaak in de literatuur worden gebruikt. Voor de spanningsgecontroleerde nucleatie wordt de verandering in de volumefractie holten gegeven door:



$$\dot{f}_{nucleatie} = \frac{f_{N\sigma}}{s_{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\left(\sigma_m + \frac{\sigma_{kk}}{3}\right) - \sigma_n}{s_{\sigma}} \right\}^2\right] \left(\dot{\sigma}_m + \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{3}\right). \quad (2.17)$$

Hierin zijn:

- $f_{N\sigma}$ de volumefractie holten die wordt genucleëerd,
- σ_N de gemiddelde nucleatiespanning,
- s_{σ} de standaarddeviatie in de nucleatiespanning.

Voor de rekgecontroleerde nucleatie wordt de verandering van de volumefractie holten gegeven door:

$$\dot{f}_{nucleatie} = \frac{f_{N\epsilon}}{s_{\epsilon}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\epsilon_M^p - \epsilon_n}{s_{\epsilon}} \right\}^2\right] \dot{\epsilon}_m^p. \quad (2.18)$$

Hierin zijn:

- $f_{N\epsilon}$ de volumefractie holten die wordt genucleëerd,
- ϵ_N de gemiddelde nucleatierek,
- s_{ϵ} de standaarddeviatie in de nucleatierek

Door het gebruik van de normale verdelingsfuncties kunnen de statistische invloeden rond nucleatie worden verrekend, zoals de spreiding in de deeltjesgrootte en -vorm, in onderlinge afstand tussen de deeltjes of spreiding in de beschadiging van deeltjes.

2.4.3 Meshafhankelijkheid, karakteristieke lengte en niet-lokale formulering

Een vervelende eigenschap van het gewijzigde model van Gurson is de afhankelijkheid van de elementgrootte. Het gebruik van kleinere elementen in gebieden met sterke spannings- of rekgradiënten versnelt de scheurinitiatie en -groei. Dit treedt ook op in een mesh die zonder gebruik van het model van Gurson al geconvergeerd is. De oorzaak hiervan is dat in het model van Gurson de sterketoeename door versteviging op een gegeven moment ondergeschikt wordt aan sterkte-afname door een toenemende schade. Dit is als een speciale vorm van "strain softening" op te vatten. Volgens De Borst [17] is eenafhankelijkheid van elementgrootte dan onvermijdelijk.

Voor de samenvloeiing van holten aan een scheurtip moet ook nog met een karakteristieke lengte rekening worden gehouden. Deze kan aan de gemiddelde onderlinge afstand tussen de insluitsels of tweede fase deeltjes worden gekoppeld. Dit is omdat taaie scheurgroei een discontinu proces is. De lengte van elke microscopische stap in de scheurgroei beïnvloedt ook de stap in de scheurweerstand. Hieruit volgt dat voor scheuruitbreiding een criterium niet alleen in één punt moet worden overschreden, maar dat een minimaal volume aan materiaal moet worden betrokken.



Een eerste methode om een karakteristieke lengte in rekening te brengen is door deze gelijk te nemen aan de elementgrootte (Rousselier [18]). deze methode vereist vooral in driedimensionale berekeningen een groot aantal elementen. Deze methode kan daarom alleen goed worden toegepast bij materialen waarbij het scheurgroei gedrag wordt gekenmerkt door de samenvloeiing van holten die aan grote wijd verspreide deeltjes zijn gevormd.

Een tweede methode om een karakteristieke lengte in rekening te brengen is via een niet-lokale formulering van het model van Gurson. De basisgedachte hierachter dat de volumefractie holten in een punt van het materiaal niet alleen van de toestandsvariabelen in dat punt afhangt maar ook van die in de directe omgeving van dat punt. De karakteristieke lengte bepaalt in dat geval de grootte van de omgeving waarover wordt gemiddeld (gewogen). Sun en Hönl [19] konden door het gebruik van een niet-lokale formulering de invloed van de elementgrootte op de groei van de volumefractie in afschuivingsbanden, in insnoeringsgebieden en achter scheurtippen elimineren. De samenhang tussen de karakteristieke lengte in de niet-lokale formulering van het model van Gurson en de microstructurele karakteristieke lengte is echter nog niet geheel duidelijk.

2.4.4 Bepaling van de schadeparameters

Het gebruik van het gewijzigde model van Gurson brengt vele extra parameters met zich mee ten opzichte van elastische / plastische gedrag zonder invloed van holten. De modelparameters uit continuum schademodelen zijn volgens Sun [20] en Rousselier [18] door een combinatie van microscopisch en numeriek onderzoek te bepalen.

De ideale situatie is dat de waarde van een modelparameter direct aan een meetbare grootte kan worden gekoppeld. Sun [20] stelt de volumefractie aan insluitsels gelijk aan de initiële volumefractie holten f_0 . Dit zal alleen zinvol zijn wanneer alle insluitsels al bij lage rekken een holte vormen. De volumefractie aan insluitsels moet met behulp van kwantitatieve microscopie bepaald worden. Hierbij treden moeilijkheden op omdat de insluitsels ruimtelijk verdeeld zijn en een variërende vorm en grootte hebben. De volumefractie holten bij breuk f_f wordt door Sun [20] met behulp van kwantitatieve microscopie bepaald uit proefstaven die vlak voor macroscopische breuk werden ontlast en vervolgens zijn doorgezaagd. Ook hier zitten haken en ogen aan. Het taai breukproces treedt over het algemeen snel op en men weet van te voren niet wanneer de breuk precies zal optreden. Ook speelt de kwaliteit van de trekbank een grote rol. De breuk treedt op onder een afnemende belasting. De vrijkomende elastische energie van een slappe trekbank wordt aan de breukzone toegevoerd. Hierdoor zal een eenmaal geïnitieerde scheur in een trekstaaf niet meer te stoppen zijn.

De bepaling van de schadeparameters, die gebruikt worden om holtenucleatie te verrekenen, geeft nog meer complicaties. Door middel van microscopisch onderzoek moet worden bepaald wat de ruimtelijke verdeling van de deeltjes is, die een holte hebben gevormd (Argon [21, 22], Beremin [23]). Uit een aanvullende mechanische berekening is dan te bepalen onder welke mechanische omstandigheden de nucleatie optreedt.

Voor de parameters q_1 en q_2 kan op basis van wiskundige modellen worden afgegaan. Rice en Tracey [24] hebben een analytisch model opgesteld, dat de verplaatsingenveld rond een bolvormige holten geeft. Met $q_1 = 1,5$ en $q_2 = 1,0$ komt het gewijzigde model van Gurson hiermee overeen. Koplik en Needleman [25] kregen echter voor $q_1 = 1,25$ betere

overeenkomsten tussen het Gursonmodel en cel-berekeningen. Hierin is een enkele holte in het materiaal gemodelleerd en met behulp van eindige elementenmethode doorgerekend.

Voor de bepaling van de overige schadeparameters, die niet door middel van microscopisch onderzoek kunnen worden bepaald, moeten experimenten door middel van eindige elementenberekeningen worden gesimuleerd. De waarde van de schadeparameter(s) wordt in de berekeningen gevarieerd. De beste overeenkomst met het experiment bepaalt de waarde van de schadeparameter(s). Wanneer wordt aangenomen dat de schadeparameters materiaaleigenschappen zijn, dan zijn zij in principe van de ene op de andere geometrie overdraagbaar. Voor de parameterbepaling kunnen dan eenvoudige proefstukken worden gebruikt. Bij gebruik van dikke of axisymmetrische proefstukken kan het rekenwerk beperkt worden omdat dan alleen twee-dimensionale berekeningen moet uitvoeren.

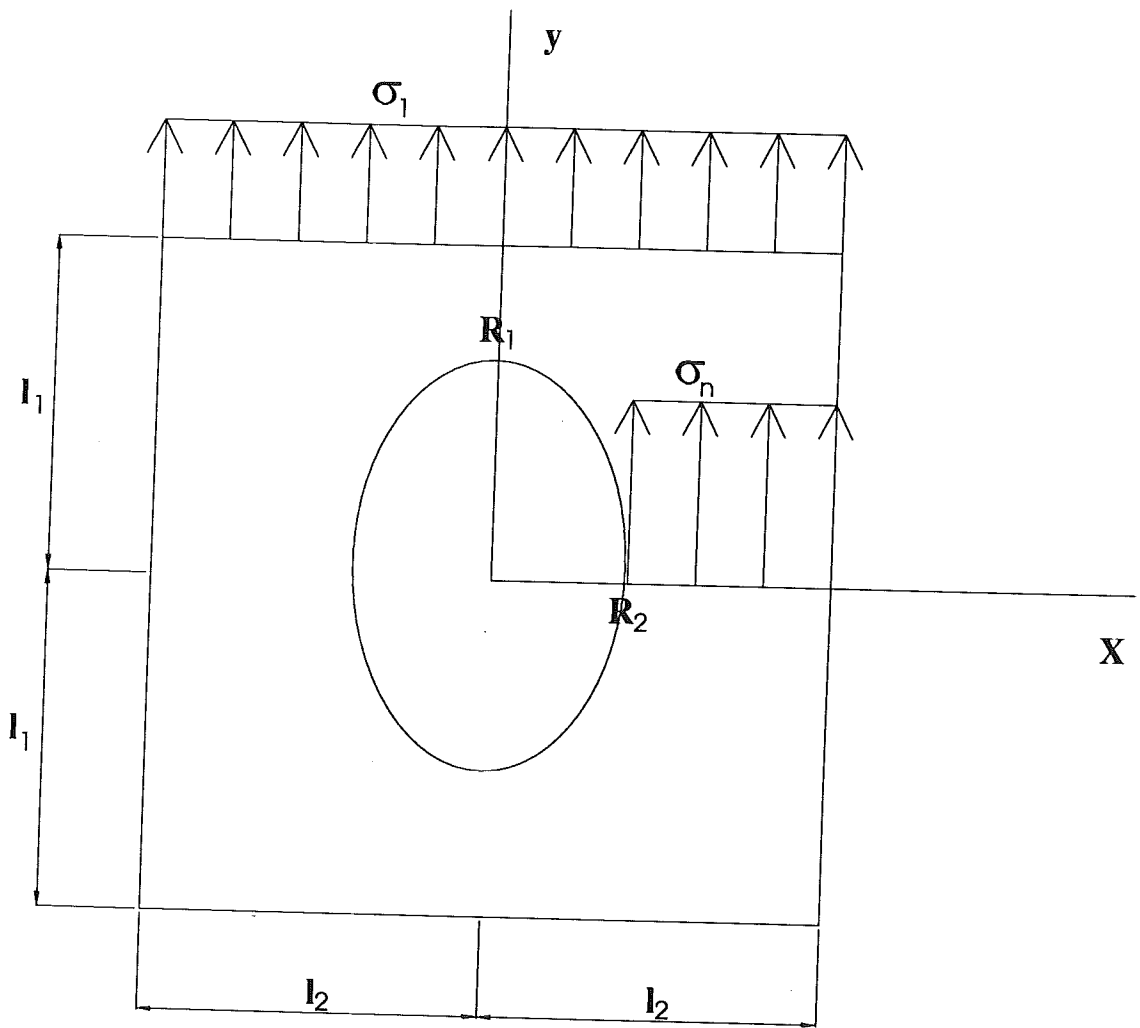
2.5 Het "plastic limit load"-model voor taaie breuk

In paragraaf 2.1 kwam al naar voren dat er bij een taaie brekend materiaal twee stadia in het vervormingsgedrag zijn te onderscheiden. In het beginstadium van plastische vervorming is het vervormingsveld min of meer isotroop en de holten groeien in alle richtingen in het materiaal uit. In het eindstadium van vervorming, wanneer taaie breuk initieert, begint het materiaal in een nauwe insnoeringsband tussen de naburige holten samen te vloeien. Het materiaal buiten het insnoeringsgebied vervormt dan niet meer plastisch. Bij het initiëren van de insnoeringsband wordt het vervormingsveld op macroscopische schaal sterk anisotroop. Met macroscopisch wordt een niveau bedoeld waarop de holten niet worden gezien.

Het "plastic limit load"-model, dat door Thomason [4] is afgeleid, geeft een criterium voor de initiatie van de insnoeringsband tussen naburige holten. Het breukcriterium is in termen van een kritieke macroscopische maximale hoofdspanning gegeven. De grootste hoofdspanning op macroscopisch niveau moet dus een kritieke waarde bereiken. De waarde van de kritieke hoofdspanning hangt af van de materiaalversteving, de vorm en grootte van de holten en de onderlinge afstanden tussen de holten. Omdat het hele breukproces zich in een nauwe band afspeelt, zullen de grote lokale vervormingen in de band nauwelijks een bijdrage leveren aan de macroscopische rek. De rek waarop de insnoeringsband initieert zal daarom vrijwel gelijk zijn aan de breukrek.

Het "plastic limit load"-model verschilt wezenlijk van de manier, waarop taaie breuk in het gewijzigde model van Gurson [11.14,15] wordt gesimuleerd. Hierin wordt door het gebruik van de schadefunctie f^* de holtegroei versneld, maar het vervormingsgedrag blijft hetzelfde. De vector van plastische reksnelheden blijft loodrecht op het vloeiooppervlak. De snelheden van de drie de hoofdrekenen zullen hierdoor in het algemeen ongelijk aan nul zijn. In het "plastic limit load"-model wordt op het moment van breuk een vervormingsveld verondersteld dat alleen een reksnelheid in de richting van de maximale hoofdspanning heeft.

De holten in het materiaal zijn het sterkst in de richting van de maximale macroscopische hoofdspanning uitgegroeid. Er wordt aangenomen dat de insnoeringsband loodrecht op de maximale macroscopische hoofdspanning staat, hoewel dit voor de te leveren arbeid weinig uitmaakt (Thomason [4]).



Figuur 2.5: Schematische twee-dimensionale weergave van een ellipsvormige holte in een vervormd materiaal.

Tijdens het insnoering van het materiaal tussen de holten moet aan het krachterevenwicht blijven worden voldaan. De kritieke macroscopische maximale hoofdspanning nodig voor insnoeringsinitiatie moet voldoen aan:

$$\sigma_1^c = \frac{A_m}{A} \sigma_n. \quad (2.19)$$

Hierin zijn:

- σ_1^c de kritieke macroscopische maximale hoofdspanning,
- σ_n de gemiddelde spanning in de richting van de maximale macroscopische hoofdspanning in het materiaal tussen de holten ,
- A het macroscopische oppervlak,
- A_m het effectieve oppervlak tussen de holten, dat de belastingen draagt.

Door de aanwezigheid van holten is de macroscopische vloeispanning lager dan de gemiddelde vloeispanning in de matrix. Op basis van een wet van mengsels kan worden gesteld:

$$\sigma_{eq} = (1-f)\sigma_m. \quad (2.20)$$

Hierin zijn:

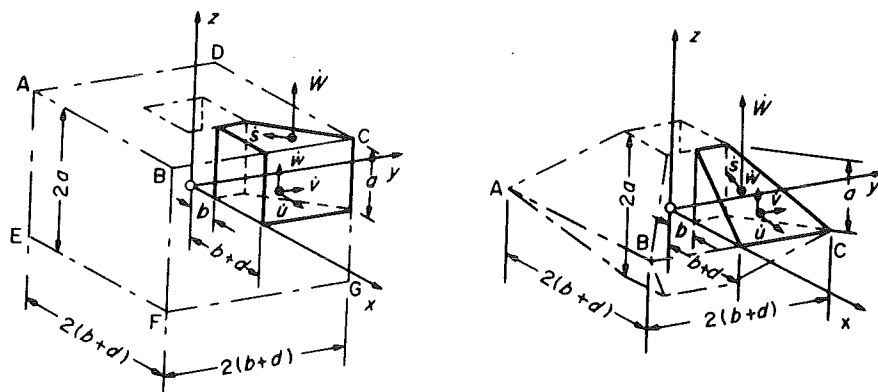
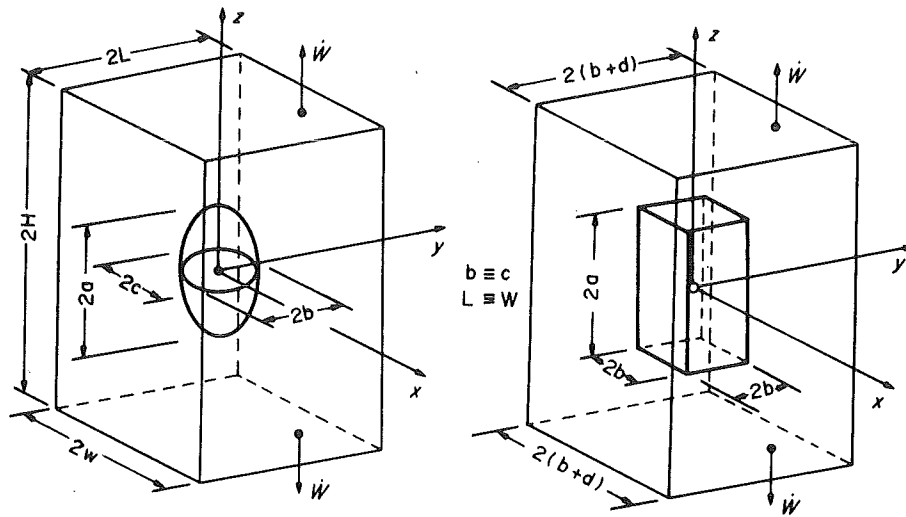
- σ_{eq} de macroscopische vloeispanning,
- σ_m de gemiddelde vloeispanning in het matrixmateriaal,
- f de volumefractie holten.

Tot de initiatie van de insnoeringsband zal deze aanname redelijk zijn omdat het vervormingsveld dan nog redelijk homogeen is. Bij de sterke vervormingslocalisatie zal deze wet van mengsels de vloeispanning in het materiaal tussen de holten onderschatten. Wanneer het verstevigingsgedrag in formule 2.19 wordt gebracht, krijgt men voor de kritieke macroscopische maximale hoofdspanning, die nodig is om de insnoeringsband te initiëren:

$$\sigma_1^c = \frac{\sigma_{eq}}{(1-f)} \frac{A_m}{A} \frac{\sigma_n}{\sigma_m}. \quad (2.21)$$

De verhoudingen A_m/A en σ_n/σ_m hangen af van de grootte, vorm en onderlinge afstand van de holten. De verhouding A_m/A is de oppervlaktefractie van het belastingendragend materiaal. De "plastic constraint factor" σ_n/σ_m geeft aan welke gemiddelde spanning in het ligament nodig is om de insnoeringsband te initiëren bij een bepaalde vloeispanning in het ligament. Er initieert geen insnoeringsband wanneer de werkelijke macroscopische maximale hoofdspanning lager is dan σ_1^c .

De oppervlaktefractie A_m/A van het materiaal dat de belastingen draagt, volgt eenvoudig uit de afmetingen van de holten en de onderlinge afstand tussen de holten. Er worden holten aangenomen die regelmatig zijn verspreid. In de onvervormde toestand zijn de holten bolvormig met een straal R_0 en de onderlinge afstand tussen de middelpunten van de holten is $2l_0$. Figuur 2.5 geeft schematisch (en twee-dimensionaal) de geometrie van de holte in de vervormde toestand. De vervormde holte wordt ellipsvormig verondersteld met hoofdstralen



(a) the parallel velocity field,

$$\dot{u} = \frac{\dot{W}}{2ax} [(b+d)^2 - x^2]$$

$$\dot{v} = \frac{\dot{W}y}{2ax^2} [(b+d)^2 - x^2]$$

$$\dot{w} = \frac{\dot{W}z}{a}$$

$$\dot{s} = \sqrt{\dot{u}^2 + \dot{v}^2};$$

(b) the triangular velocity field,

$$\dot{u} = \frac{\dot{W}d}{2ax} [(b+d) + x]$$

$$\dot{v} = \frac{\dot{W}yd}{2ax^2} [(b+d) + x]$$

$$\dot{w} = -\frac{\dot{W}zd}{2ax}$$

$$\dot{s} = \frac{\dot{W}}{2x} [(b+d) + x] \left[1 + \left(\frac{d}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{x} \cdot \frac{d}{a}\right)^2 \right]^{1/2};$$

Figuur 2.6: Aangenomen geometrie en vervormingsvelden rond holten in het "plastic limit load"-model (Thomason [4]).

R_1 , R_2 en R_3 ($R_1 \geq R_2 \geq R_3$). In de richting van de maximale hoofdrek is afstand tussen de middelpunten van de naburige holten $2l_1$ en in de richtingen loodrecht daarop $2l_2$ en $2l_3$. De oppervlaktefractie van het belastingendragend materiaal A_m/A wordt in een doorsnede loodrecht op de richting van de maximale hoofdspanning gegeven door:

$$\frac{A_m}{A} = 1 - \frac{\pi R_2 R_3}{4 l_2 l_3}. \quad (2.22)$$

De "plastic constraint factor" σ_n/σ_m wordt door Thomason [4] voor een holte met twee gelijke hoofdstralen ($R_2 = R_3$) opgelost met behulp van een bovengrensooplossing. De aangenomen geometrie en de twee vervormingsvelden worden in figuur 2.6 gegeven. De bovengrensooplossingen voor de "plastic constraint factor", die hieruit volgen, worden volgens Thomason goed benaderd door:

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_m} = 0,1 \left(\frac{l_2}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} \right)^2 + 1,2 \left(\frac{l_2}{R_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.23)$$

Hierin komen zowel de stralen van de ellipsvormige holten voor als de onderlinge afstand tussen de holten. De verhoudingen l_2/R_2 , l_2/R_1 en R_2/R_1 zijn geometrieparameters rond de holten. De geometrieparameters moeten worden bepaald uit het verloop van de spanningen en rekken tijdens vervorming. De stralen kunnen bijvoorbeeld met het model van Rice en Tracey [24] worden berekend en de onderlinge afstanden tussen de holten volgen uit de maroscopische rekken.

3 Opzet van de eindige elementenberekeningen

Met de eindige elementenmethode (EEM) is taaie breuk en taaie scheurgroei gesimuleerd. In paragraaf 3.1 is aangegeven welke programma's en computer daarbij zijn gebruikt. In paragraaf 3.2 worden de berekeningen mechanisch gekarakteriseerd zodat bepaald kan worden welke eisen er aan de EEM-formulering gesteld moeten worden. Het model dat men in de EEM van een werkelijke constructie maakt moet nauwkeurig genoeg zijn. Paragraaf 3.3 bespreekt de methode om te bepalen of het gemaakte model nauwkeurig genoeg is. Er zaten fouten in de implementatie van het gewijzigde model van Gurson in het gebruikte EEM-pakket. In paragraaf 3.4 wordt besproken welke berekeningen met de foute implementatie zijn uitgevoerd. In bijlage 1 wordt besproken hoe de invoer voor de berekeningen wordt gegenereerd en welke opties van het EEM-pakket MARC zijn gebruikt.

3.1 Programma's en computers

Eindige elementenpakket

De eindige elementenberekeningen zijn met het commercieel verkrijgbare pakket MARC [26] uitgevoerd. Dit is een "general purpose" EEM-pakket. De gebruikte versie is K5.2.

Pre- en postprocessors

De pre- en postprocessor MENTAT II die bij MARC hoort is gebruikt voor de meshgeneratie en de analyse van de resultaten van de berekeningen. De gebruikte versie van het programma is 1.2. De postprocessor HISTORY [27] is gebruikt om het verloop als functie van de tijd van een bepaalde grootte uit uitvoerbestand van het EEM-pakket te kunnen halen. Het programma SECTION [28] is gebruikt om een bepaalde grootte langs een pad door de elementenverdeling uit het uitvoerbestand te halen. De postprocessor VCE [29] is gebruikt om de J-integraal in de scheuruitbreidingsberekeningen te bepalen. Het programma is op de virtuele scheuruitbreidingsmethode van DeLorenzi gebaseerd. Het programma CRACKEXT3 is zelf geschreven. Hiermee kunnen de momenten van scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk worden bepaald. Hiervoor wordt de uitvoer van de programma's HISTORY en VCE gebruikt. Het programma berekent op die momenten een aantal mechanische grootheden en geeft de J-integraal. Het programma LIMLOAD is zelf geschreven om de toepasbaarheid van een alternatief criterium voor de initiatie van taaie breuk in het insnoeringsgebied van trekstaaf te kunnen bepalen. Ook dit programma gebruikt de uitvoer van het programma HISTORY.

Computer

Alle berekeningen zijn op een Digital "Alpha" 3000/400 werkstation uitgevoerd. Hierop draait het "operating system" is OSF1 versie 1.3.

3.2 Mechanische karakterisering van de berekeningen

Deze paragraaf behandelt welke eisen er aan de EEM-formulering moeten worden gesteld om taaie breuk te simuleren. Bijlage 1 geeft welke opties van het EEM-pakket MARC zijn gebruikt om hieraan te voldoen.

In de berekeningen wordt taaie breuk en taaie scheurgroei in de gladde één-assige trekstaaf en de vierpuntsbuigbalk gesimuleerd. Dit zijn continue geometrieën waarvan alle afmetingen dezelfde orde van grootte hebben. Dit in tegenstelling tot bijvoorbeeld een

vakwerkstaaf. De mechanische grootheden moeten in alle richtingen nauwkeurig worden beschreven. Hierdoor is een beschrijving met behulp van continuumelementen nodig.

Het optreden van taaie breuk is in principe een dynamisch proces. Het kan echter als een statisch proces worden opgevat wanneer de belastingen zo langzaam worden aangebracht dat de massacrachten en de reksnelheidsgevoeligheid een ondergeschikte invloed hebben.

Taaie breuk treedt op bij grote (lokale) plastische vervormingen. De gebruikte EEM-formulering moet de grote geometrieveranderingen dus nauwkeurig kunnen beschrijven. Hiervoor moeten de verplaatsingsfuncties op de elementen aan de vervormde geometrie worden aangepast. Bij grote vervormingen zijn de kwadratische termen in de verplaatsingsafgeleiden in de rekformuleringen niet meer verwaarloosbaar. Er is dus een formulering voor eindige rekken nodig. Hierdoor krijgt men in de berekeningen met geometrische niet-lineairiteiten te maken. Doordat het materiaal tijdens plastische vervorming verstevigt en het model van Gurson wordt gebruikt, heeft men in de berekeningen ook met fysische niet-lineairiteiten te maken.

Door de niet-lineairiteiten kan in de berekeningen alleen een iteratieve methode worden gebruikt om de vergelijkingen op te lossen. Verder wil men het gedrag van een constructie bestuderen onder een toenemende verplaatsing of belasting. Voor elke verplaatsings- of belastingsstap moet dan het stelsel vergelijkingen worden opgelost. In verband met de mogelijkheid om naar een oplossing te convergeren mogen de verplaatsings- of belastingsstappen niet te groot worden genomen.

3.3 Convergentie en optimalisering van een elementenverdeling

De elementenverdeling (mesh) is in feite een modellering van de werkelijke geometrie. De mesh moet de geometrie met de veranderingen / discontinuïteiten erin nauwkeurig genoeg beschrijven om zo het verplaatsingen verloop goed te kunnen benaderen. Ook niet-geometrische aspecten leggen vaak een meshverfijning op. Er zal bijvoorbeeld ondanks een continue geometrie toch een meshverfijning moeten worden toegepast, wanneer er geconcentreerde krachten aangrijpen. Er moet dus naar de totale combinatie van geometrie, belastingstoestand, variaties in materiaaleigenschappen enz. gekeken worden, waar de grootste gradiënten te verwachten zijn en dus de fijnste mesh nodig is.

Met een geconvergeerde mesh wordt een mesh bedoeld, die het werkelijke verplaatsingsveld nauwkeurig genoeg, beschrijft. In verband met de geldigheid van de resultaten is het dus noodzakelijk dat de mesh geconvergeerd is. Een verdere verfijning van een geconvergeerde mesh geeft geen zinvolle verhoging van de nauwkeurigheid in de resultaten, maar resulteert alleen in een verhoging van de benodigde rekentijd.

Bij het onderzoeken van de convergentie moet worden opgelet hoe men deze test. In dit stadium van de EEM-berekeningen draait het om de invoer en de uitvoer van het EEM-model dat men heeft opgesteld. Bij dezelfde invoer mag een verdere verfijning van de geconvergeerde mesh geen verandering in alle uitvoer geven. Bij berekeningen aan bijvoorbeeld een trekstaaf wordt een verplaatsing in een vlak opgelegd (invoer). Hieruit volgt dan een hele serie uitvoer als de trekkracht, de diameterafname, spannings- en rekverdeling. Wanneer bijvoorbeeld een trekkromme (kracht tegen diameterafname) voor de toetsing van de convergentie van de mesh gebruikt wordt, dan worden twee uitvoervariabelen van het

model gebruikt. Men loopt dan het risico dat een mesh toch geconvergeerd kan lijken door een toevallige uitmiddeling van fouten in beide uitvoervariabelen.

3.4 Implementatie van het gewijzigde model van Gurson

Het gewijzigde model van Gurson is een standaard optie in de gebruikte versie van het eindige elementenpakket MARC. Voor de simulaties van taaie breuk hoeft dus in principe niet zelf te worden geprogrammeerd. In het pakket is de lokale formulering van het model geïmplementeerd.

Het gewijzigde model van Gurson bleek niet goed in de versie K5.2 van MARC te zijn geïmplementeerd. Dit bleek uit berekeningen aan een enkel element die zijn uitgevoerd in samenwerking met Shell Research te Arnhem. Ten eerste traden er afwijkingen op ten opzichte van de resultaten in de literatuur [30] van identieke berekeningen. Ten tweede waren er afwijkingen ten opzichte van een op het laboratorium geschreven routine waarin de constitutieve vergelijkingen van het gewijzigde model van Gurson worden geïntegreerd. Deze routine is geschreven door Prof. A. Bakker. MARC heeft in overleg met Shell Research te Arnhem (Ir. W.J. Koers, afdeling Material Characterisation III) en de TUD (Prof. A. Bakker en Ir. A.H.M. Krom, Laboratorium voor Materiaalkunde) de implementatie van het model van Gurson verbeterd. De verbeterde implementatie van het model van Gurson staat op het moment in de vorm van een "user subroutine" ter beschikking.

Een gevolg hiervan is dat in een deel van de uitgevoerde berekeningen fouten zitten. De berekeningen aan de gladde één-assige trekstaven zijn grotendeels met de foute implementatie uitgevoerd. Vooruitlopend op het betreffende hoofdstuk heeft deze fout gelukkig weinig invloed het globale gedrag van de staven. Voor deze berekeningen speelt het lokale gedrag een kleinere rol. De berekeningen aan de vierpuntsbuigbalken zijn alle met de nieuwe implementatie uitgevoerd.

4 Schadeparameterbepaling met de één-assige trekproef

Om continuum schademodelen te kunnen gebruiken voor de voorspelling van breuk, moeten er waarden voor de modelparameters bekend zijn. In dit hoofdstuk wordt de initiatie van taaie breuk in het insnoeringsgebied van een trekstaaf gesimuleerd om zo een parameter uit het gewijzigde model van Gurson te kunnen bepalen. Deze berekeningen zijn in het kader van een Europees onderzoek uitgevoerd.

Het doel en kader deze berekeningen wordt in paragraaf 4.1 beschreven. De voorgeschreven waarden voor de invoergegevens voor het onderzoek zijn beschreven in paragraaf 4.2. De vertaling hiervan naar een eindige elementenmodellering en de keuze van niet-voorgeschreven invoergegevens worden in paragraaf 4.3 gegeven. Paragraaf 4.4 behandelt het convergentieonderzoek van het eindige elementenmodel. In paragraaf 4.5 kan tenslotte aan het gestelde doel van de Round Robin worden voldaan.

4.1 Doel en kader van de berekeningen

Doel

Het doel van de berekeningen is te onderzoeken bij welke waarde van de kritieke volumefractie holten f_c uit het gewijzigde schademodel van Gurson er de beste overeenkomsten tussen experimentele één-assige trekproeven en de eindige elementen simulaties hiervan worden gekregen. De waarden van de overige parameters in het schademodel zijn voorgeschreven.

De breuksimulaties in dit hoofdstuk zijn uitgevoerd met een implementatie van het model van Gurson waarin fouten zaten. Achteraf kwam een verbeterde implementatie ter beschikking. Er moet dus worden nagegaan of de bepaalde kritieke volumefractie holten van de fouten in de implementatie afhankelijk is.

Kader

Het is belangrijk dat de onderzoeksresultaten van verschillende instellingen of onderzoekers vergelijkbaar zijn. Bij een Round Robin wordt hetzelfde onderzoek op meerdere plaatsen gelijktijdig uitgevoerd. Hiermee kan worden gekeken of er in het onderzoek van de deelnemers fouten zitten. De berekeningen aan gladde één-assige trekstaven in dit hoofdstuk zijn uitgevoerd in het kader van een Round Robin. Deze Round Robin is door het Technical Committee 8 van de European Structural Integrity Society (ESIS) uitgevaardigd. Deze onderzoekt de toepasbaarheid van micromechanische modellen voor het beschrijven van zowel taaie scheurgroei als slijtbreuk. Deze berekeningen vormen een eerste fase. Voor latere fasen staan berekeningen aan gescheurde proefstukken gepland.

4.2 Gekregen materiaal-, schade- en experimentele gegevens

In het kader van de Round Robin zijn één-assige trekproeven aan gladde trekstaven uitgevoerd. De staven zijn van een ferritische staalsoort gemaakt, die door de Duitse materiaalaanduiding 22 NiMoCr 3 7 gekenmerkt wordt. In de documentatie bij de Round Robin [31] worden de volgende materiaal- en experimentele gegevens verstrekt:

Tabel 4.1: Verstevigingsgegevens voor de Round Robin

σ [MPa]	ϵ [-]
451	0,002148
454	0,004
501	0,011
545	0,026
594	0,048
631	0,079
659	0,108
695	0,163
737	0,234
765	0,291
805	0,408
830	0,491
850	0,581
868	0,646
882	0,717
893	0,786
904	0,862
915	0,940
924	1,005
933	1,076
943	1,163

Tabel 4.2: Voorgeschreven waarden voor de schadeparameters.

q_1	1,5
q_2	1,0
f_0	0,002
K	4

Elasticiteitsconstanten

Voor de elasticiteitsmodulus E en de dwarscontractiecoëfficiënt ν worden opgegeven:

$E = 210 \text{ GPa}$ en $\nu = 0,3$.

Verstevigingsgegevens

De gekregen verstevigingsgegevens bestaan uit een serie waarden voor de spanningen en de daarbij behorende rekken. In tabel 4.1 zijn de gekregen verstevigingsgegevens gegeven. Voor de elasticiteitsgrens wordt gegeven: $\sigma_y = 451 \text{ MPa}$. Voor hogere spanningen moet worden geëxtrapoleerd met het verband:

$$\ln(\sigma) = 0,139 \ln(\epsilon) + 6,828. \quad (4.1)$$

Hierin moet σ in MPa worden uitgedrukt.

Schadeparameters

De berekeningen moeten worden uitgevoerd met voorgeschreven waarden voor de schadeparameters (behalve juist f_c). In tabel 4.2 worden de voorgeschreven waarden gegeven.

Geometrie van de trekstaven

In de Round Robin zijn één-assige trekproeven aan gladde ronde trekstaven uitgevoerd. Het slanke deel van de staven gaat via een afronding over in een verdikt inklemmingsgebied. In figuur 4.1 zijn de afmetingen van een kwart van de trekstaaf gegeven. In experimentele trekstaven wordt vaak een initiële diameterafwijking in het midden van de staaf aangebracht, om zeker te zijn dat het insnoeringsgebied dan daar initieert. In de handleiding van de Round Robin [31] wordt over een initiële relatieve diameterafwijking gesproken van $(\Delta d/d)_0 = 0.005$. Uit het contact via e-mail met de penvoerende instelling van de Round Robin volgde dat proefstuk 33.19 een initiële diameter van 5,98 mm had en proefstuk 33.20 een diameter van 5.97 mm had. Het is onbekend wat de lengte van de afwijkingen langs het staafoppervlak is.

Experimentele gegevens

Van de trekproeven met de aanduidingen 33.19 en 33.20 wordt het verloop van de trekkracht, de diameterafname en de verlenging over een initiële meetlengte van 30 mm gegeven. In de tabellen 4.3 en 4.4 zijn van deze grootheden de waarden gegeven.

4.3 Het EEM-model

Met de eindige elementenmethode rekent men model door dat men van een werkelijke constructie gemaakt heeft. De geometrie wordt bijvoorbeeld door een elementenverdeling (mesh) benaderd. Deze paragraaf behandelt de specifieke aandachtspunten om de gekregen geometrie, verstevigingsgegevens en schadeparameters voor de trekstaven om te zetten naar een invoer voor het EEM-pakket MARC. Voor de meer algemene invoer voor de berekeningen wordt verwezen naar de handleiding van MARC [39].

4.3.1 Definities van geometrie

Vanwege axisymmetrie rond de hartlijn en symmetrie over het middenvlak (zie onder) van de trekstaaf hoeft maar een kwart van de staaf gemodelleerd te worden. Voor de contour van dit kwart deel zijn de afmetingen uit figuur 4.2 gebruikt. Voor verder gebruik worden aan de

hand van figuur 4.3 de volgende zeven definities voor belangrijke vlakken, elementen of knooppunten gegeven:

1 Hartlijn

De trekstaaf is axisymmetrisch om deze lijn.

2 Middenvlak

Dit is het symmetrievlak van de trekstaaf.

3 Bovenvlak

In dit vlak worden de knooppuntsverplaatsingen opgelegd, die ongelijk aan nul zijn.

4 Vrije oppervlak

Het buitenoppervlak van de staaf. Hier worden geen krachten of verplaatsingen opgelegd.

5 Centre-element

Dit is het element aan zowel het middenvlak als de hartlijn van de staaf.

6 Notch-knooppunt

Dit is het knooppunt aan het vrije oppervlak op het middenvlak. Van dit punt zijn in experimentele trekproeven de radiale verplaatsingen gemeten.

7 Gauge-knooppunt

Dit is het knooppunt op het vrije oppervlak, dat in de onvervormde toestand op 15 mm van het middenvlak ligt. Van dit punt zijn in experimentele trekproeven de axiale verplaatsingen gemeten.

In de EEM-berekeningen moet de invloed van het aanbrengen van deze diameterafwijking worden onderzocht.

4.3.2 Gebruikte element

In de berekeningen is een axisymmetrisch 4-knooppunts isoparametrisch element gebruikt. In het EEM-pakket MARC is dit het element met nummer 10. In de documentatie voor de Round Robin [31] wordt een voorkeur aan een axisymmetrisch 8-knooppunts isoparametrisch element met gereduceerde integratie gegeven. In het EEM-pakket MARC is dit het element met nummer 55. Er worden dan minimaal 8 elementen over de straal van de staaf geëist. Als voorbeeld wordt een mesh met 8 vierkante elementen langs het middenvlak gegeven.

In het eerste opzicht lijkt de keuze voor het 4-knooppunts element ongunstiger dan het aanbevolen element. Het 8-knooppunts element is met een kwadratisch verplaatsingenverloop weliswaar nauwkeuriger dan het 4-knooppunts element maar geeft ook meer op te lossen vergelijkingen. Een deel van deze extra nauwkeurigheid gaat echter verloren door de gereduceerde integratie. Door een fijnere mesh met 4-knooppunts elementen te gebruiken kan dus in principe dezelfde nauwkeurigheid bereikt worden. Verder is het gedrag van een 4-knooppunts element bij grote plastische rekken beter (Nachtegaal [32]).

4.3.3 Eisen voor de elementenverdeling

Met de elementen verdeling (mesh) moet een gladde trekstaaf gemodelleerd worden. In experimentele trekproeven ontstaat er in de staaf een insnoeringsgebied. Het materiaal zal

hier in axiale richting sterk worden uitgerekt, terwijl het in radiale richting wordt samengedrukt. De vormveranderingen van de elementen zullen in het insnoeringsgebied dus veel groter zijn dan in het gebied er buiten. Alle aandacht gaat dus uit naar het insnoeringsgebied en vanuit deze gegevens worden de volgende twee eisen voor de mesh gegeven:

- 1 - Het verloop van de spanningen in radiale richting moet voldoende nauwkeurig worden beschreven. Aan het oppervlak zullen alle radiale en schuifspanningen naar nul moeten gaan. In de shadeberekeningen moet juist het verloop van de volumefractie holten aan de hartlijn nauwkeurig worden beschreven in verband met de simulatie van taai scheurgroei. De elementgrootte in radiale richting moet daarom voldoende fijn zijn.
- 2 - De contour van het insnoeringsgebied moet ondanks de sterke vervorming van de elementen goed beschreven kunnen worden. Vergelijkbaar met de Bridgman-correctie [33] heeft deze contour een sterke invloed op het spanningsverloop over de staafdoorsnede. Dit stelt vooral eisen aan de elementgrootte in axiale richting.

De twee eisen komen dus neer op een meshverfijning in het insnoeringsgebied in zowel radiale (eis 1) als axiale (eis 2) richting. De tweede eis is echter veel zwaarder. Door de radiale samendrukking van de elementen in het insnoeringsgebied treedt als het ware automatisch een meshverfijning op. Deze automatische meshverfijning impliceert echter nog geen verbetering van de nauwkeurigheid, omdat bij verder insnoeren ook de spanningsgradiënten groter kunnen worden. De contour van het insnoeringsgebied heeft nu juist een sterke invloed op het spanningsverloop en dus op de spanningsgradiënten. De grote axiale verlenging van de elementen (als een automatische meshvergroving op te vatten) zorgt echter voor een verslechtering van de beschrijving van de contour van het insnoeringsgebied.

De elementen moeten daarom in de onvervormde toestand in axiale richting worden afgeplat, zodat later bij grote vervormingen de contour van het insnoeringsgebied nog goed beschreven kan worden. De grootte en de vorm, die voor de elementen nodig is, zal uit een convergentieonderzoek moeten volgen.

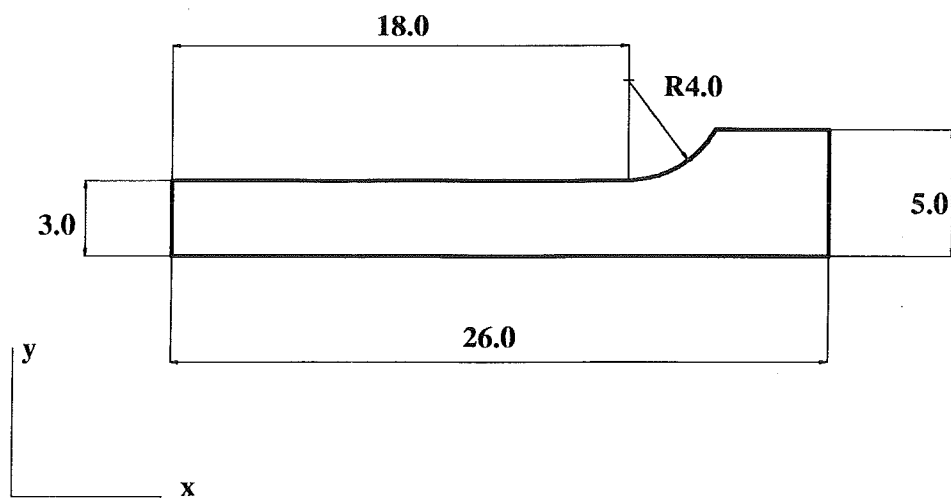
4.3.4 Randvoorwaarden

In principe kunnen twee soorten randvoorwaarden in een statische, mechanische EEM-berekening worden opgelegd. Ten eerste kunnen de krachten in één of andere vorm (bijvoorbeeld puntkrachten, verdeelde belastingen) op een bepaalde zijde van de trekstaaf worden voorgeschreven maar deze aanpak is in dit geval fundamenteel ongeschikt. Bij de experimentele trekproeven neemt de trekkracht na het bereiken van een maximum weer af. Wanneer in een EEM-berekening de opgelegde kracht afneemt zal dit alleen in een ongewilde elastische ontlasting van het model resulteren.

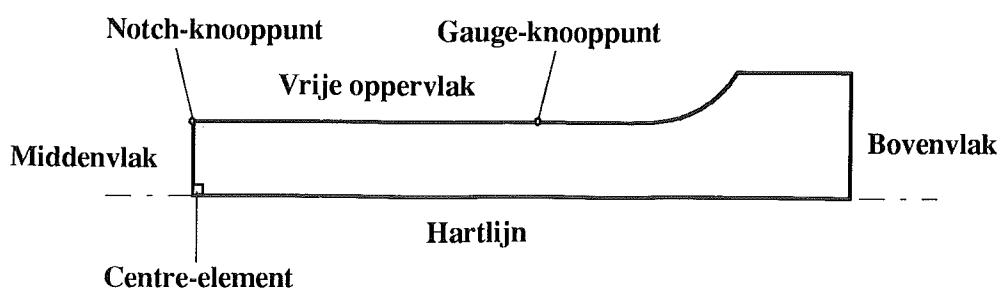
De tweede manier om randvoorwaarden op te leggen is het voorschrijven van de verplaatsingen op een zijde van de staaf. Deze aanpak sluit beter aan op de EEM en is wel in staat om voor een toenemende deformatie in de staaf te zorgen. Een opgelegde verplaatsing langs een zijde wordt ingevoerd door alle knooppunten op die zijde de betreffende voorgeschreven verplaatsing te geven. In de structuur van de EEM zit namelijk dat het verplaatsingsverloop op één zijde van het element alleen afhangt van de

Tabel 4.3: Experimentele gegevens van proef 33.19		
Verlenging	Diameter-afname	Trekkracht
Δl [mm]	Δd [mm]	F [kN]
0,27	0,04	13
0,48	0,05	13,75
0,81	0,1	15
1,45	0,17	16,25
1,62	0,19	16,5
1,95	0,22	16,75
2,25	0,28	17
2,4	0,3	17
2,74	0,39	17,063
3,68	0,52	17
3,73	0,53	17
4,17	0,69	16,75
4,5	0,82	16,5
4,68	0,94	16,25
5,1	1,15	15,75
5,4	1,33	15,25
5,65	1,5	14,75
5,87	1,65	14,25
6,05	1,78	13,75
6,25	1,89	13,25
6,44	2,02	12,75
6,58	2,13	12,25
6,7	2,22	11,75
6,85	2,3	11,25
7	2,38	10,75
7,03	2,38	10,75
7,05	2,4	10,5
7,14	2,43	10,25
7,14	2,44	10
Breuk	2,55	0

Verlenging	Diameter-afname	Trekkracht
Δl [mm]	Δd [mm]	F[kN]
0,33	0,01	12,8
0,56	0,03	14
0,89	0,08	15
1,43	0,14	16
2	0,23	16,5
3,05	0,32	16,73
3,8	0,47	16,7
4,05	0,66	16,5
4,5	0,81	16,2
4,95	1,11	15,5
5,23	1,31	15
5,45	1,51	14,5
5,66	1,66	14
5,89	1,81	13,5
6,05	1,95	13
6,23	2,1	12,5
6,38	2,25	12
6,53	2,37	11,5
6,65	2,5	11
6,8	2,65	10,4
Breuk	2,81	0



Figuur 4.2: Afmetingen van de door te rekenen trekstaaf



Figuur 4.3: Vlakken aan de door te rekenen trekstaaf.

knooppuntsverplaatsingen op die zijde. Bij gebruik van de symmetrie-eigenschappen moeten drie series randvoorwaarden in het EEM-pakket worden opgegeven:

1 Middenvlak

Alle knooppuntsverplaatsingen in axiale richting zijn nul.

2 Hartlijn

Alle knooppuntsverplaatsingen in radiale richting zijn nul.

3 Bovenvlak

Aan alle knooppunten wordt een gelijke verplaatsing in axiale richting opgelegd. De waarde van de verplaatsing neemt toe in de tijd.

Formeel kan er nog een 4^e serie worden opgegeven, namelijk dat de overige knooppuntsverplaatsingen vrij zijn en dat de daar voorgeschreven knooppuntskrachten gelijk aan nul zijn. Het EEM-pakket MARC gaat er echter van uit dat hiervan sprake is, wanneer er niets wordt opgegeven.

4.3.5 Materiaalgedrag, schade, iteratieprocedure en nauwkeurigheid

Elastisch gedrag

De elastische materiaaleigenschappen en de initiële vloeigrens worden aan het EEM-programma doorgegeven via de ISOTROPIC-kaart.

Plastisch gedrag

De gekregen verstevigingsgegevens uit de experimentele één-assige trekproeven kunnen niet direct in het EEM-pakket MARC gebruikt worden. In de WORK HARD DATA-kaart moet namelijk de ware spanning als functie van de plastische rek worden ingevoerd. De plastische component van de rek in een punt op de trekkromme wordt berekend met:

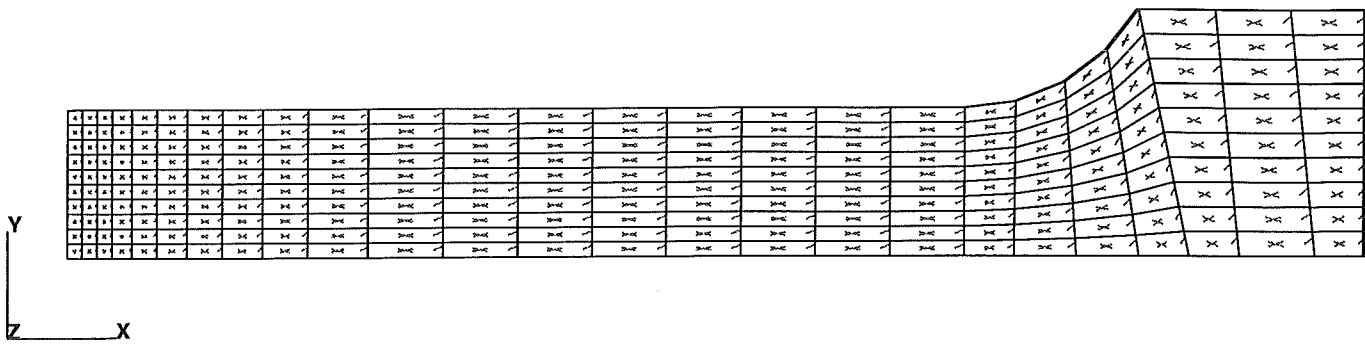
$$\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E}. \quad (4.2)$$

Hierin zijn:

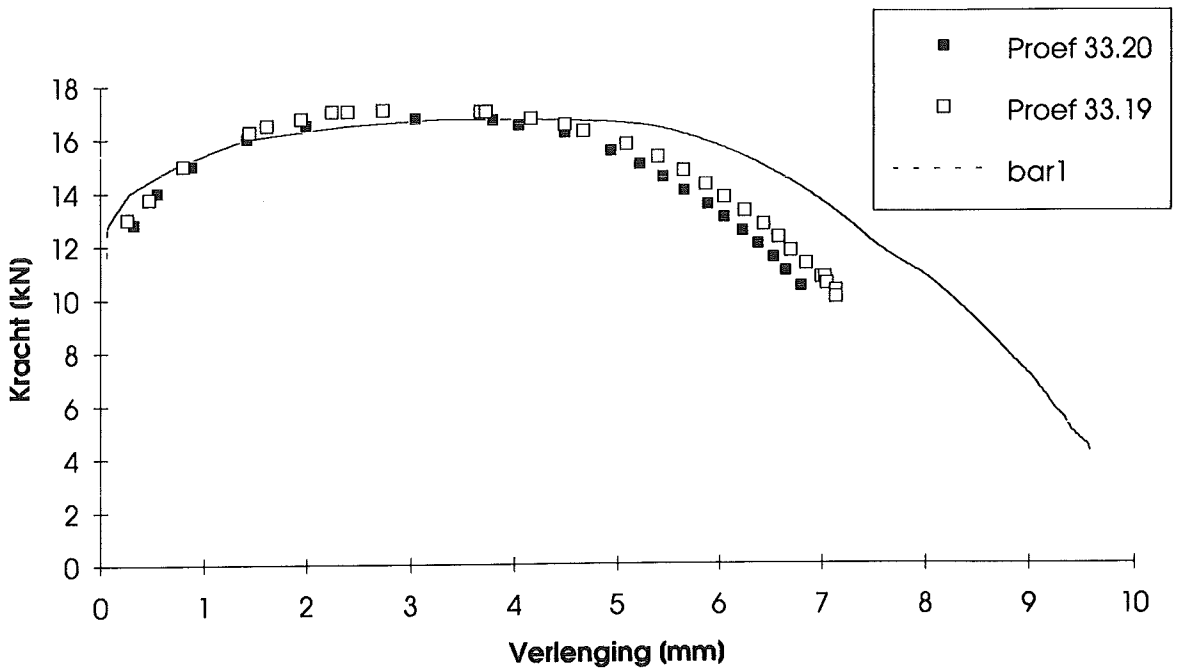
- ε de totale rek,
- ε^p de plastische component van de rek.
- σ de ware spanning,
- E de elasticiteitsmodulus.

Schade

Het gewijzigde model van Gurson wordt in de berekeningen gebruikt door de DAMAGE-kaart op te geven. In de DAMAGE-kaart moeten waarden voor de parameters f_c en f_f uit het gewijzigde schademodel van Gurson worden opgegeven. Bij de Round Robin wordt de helling K van de functie f^* voorgeschreven. Bij een gegeven kritieke volumefractie f_c en helling K wordt de volumefractie f_f bij breuk gegeven door de formule:



Figuur 4.4: Mesh van de eerste oriënterende berekening.



Figuur 4.5: Vergelijking van de eerste oriënterende berekening en experimenten voor het verloop van de trekkracht tegen de staafverlenging.

$$f_f = \left(1 - \frac{1}{K}\right) f_c + \frac{1}{q_1 K}. \quad (4.3)$$

In deze formule zit verwerkt dat $f_0^* = 1/q_1$.

Iteratieprocedure en nauwkeurigheid

De berekeningen zijn uitgevoerd met de volledige Newton-Raphson iteratieprocedure. Dit houdt in dat de stijfheidsmatrix elke iteratie wordt opgesteld. Voor de nauwkeurigheid van de berekeningen is een maximale relatieve residuele fout van 0,001 in de reactiekrachten gebruikt.

4.4 Traject naar een geconvergeerde mesh

In paragraaf 4.3.3 werden de te verwachten plaats en richting voor een meshverfijning beredeneerd aan de hand van twee eisen. De gekozen initiële elementgrootte en -vorm bepalen de mate waarin aan deze beide eisen tijdens vervorming voldaan blijft worden. Ook zal in dit stadium onderzocht moeten worden welke invloed het aanbrengen van een diameterafwijking heeft.

De bepaling van de (optimale) geconvergeerde mesh is daarom een iteratief proces. Om tot de optimale geconvergeerde mesh te komen, is het volgende traject doorlopen:

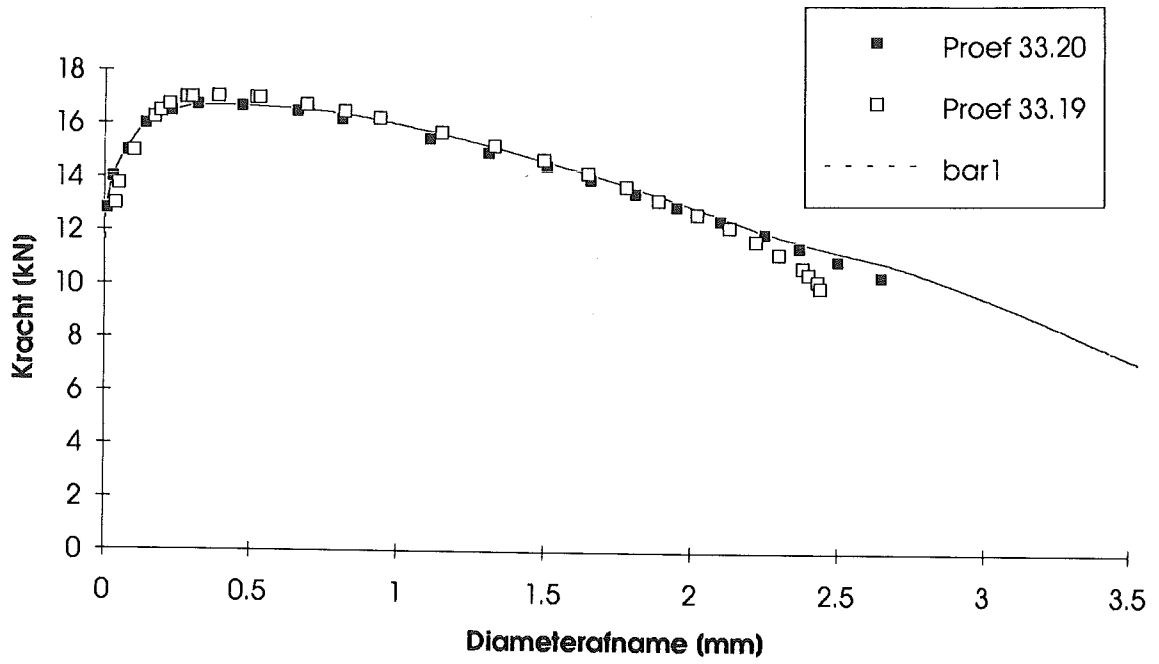
- 1- Het uitvoeren van een eerste oriënterende berekening met schade.
- 2- Het verfijnen van de mesh (zonder schade)
- 3- De invloed van vormafwijkingen achterhalen (zonder schade)
- 4- De invloed van schade op de meshveranderingen achterhalen
- 5- Het uitvoeren van een laatste uitkristallisatie van de mesh

Elke stap (uitgezonderd de eerste) stelt op zich een iteratief proces voor, dat herhaald moet worden zolang er nog geen convergentie bereikt is. In de volgende paragrafen worden de 5 stappen toegelicht en hoe zij zijn uitgevoerd.

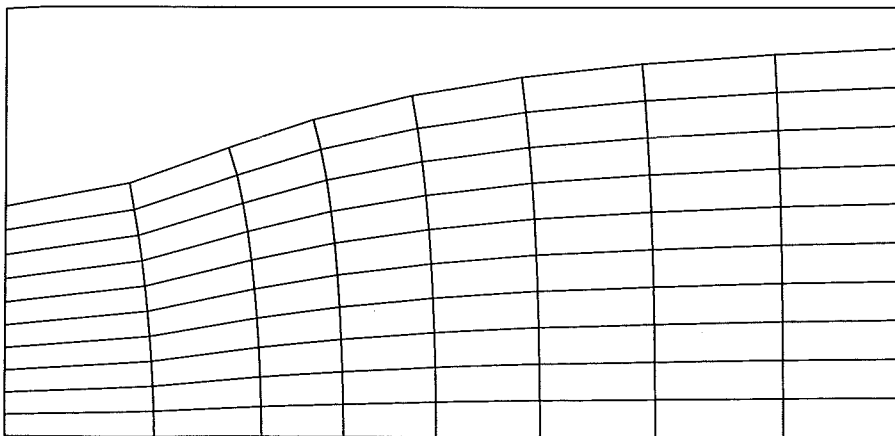
4.4.1 Eerste oriënterende berekening met schade

Op dit punt heeft men nog geen vergelijkingsmateriaal uit andere berekeningen. Voor het vinden van reële waarden voor de invoergegevens, kan op waarden in de literatuur worden afgegaan. Analoog aan het voorbeeld voor een mesh in de documentatie voor de Round Robin [31] zijn in de eerste EEM-berekening vierkante elementen gebruikt. Langs het middenvlak zijn 10 elementen (elementgrootte: 0,3 mm) genomen. Ook is gelijk het schademodel gebruikt. Op basis van de celstudies van Koplik en Needleman [25] is genomen: $f_c = 0,03$. In figuur 4.4 is de onvervormde mesh gegeven.

Omdat dit een eerste berekening is kunnen de resultaten alleen met de experimentele resultaten worden vergeleken. Figuur 4.5 geeft het verloop van de trekkracht tegen de verlenging over een initiële meetlengte van 30 mm. De overeenkomsten zijn slecht. In figuur 4.6 wordt het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname gegeven, dat voor een eerste berekening goede overeenkomsten met het experimentele verloop geeft.



Figuur 4.6: Vergelijking van de eerste oriënterende berekening en experimenten voor het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname.



Figuur 4.7: Vervormde mesh in het insnoeringsgebied van de eerste oriënterende berekening bij de staafverlenging, waarop de experimentele trekstaven gebroken zijn.

Figuur 4.7 geeft de mesh in het insnoeringsgebied bij de verlenging, waarop de experimentele trekstaven net gebroken zijn. De kritieke volumefractie holten f_c is op dat moment nog nergens bereikt. Omdat de elementenverdeling de contour van het insnoeringsgebied niet goed beschrijft kan niet geconcludeerd worden, dat de gekozen $f_c = 0,03$ te laag is.

4.4.2 Invloed van meshverfijningen (zonder schade)

Uit de eerste oriënterende berekening bleek dat de mesh nog te grof was. De elementen zijn in het insnoeringsgebied te sterk vervormd om de contour van het insnoeringsgebied goed te beschrijven. Op dit moment gaat de interesse nog niet zo uit naar de invloed van de schade. Het is makkelijker om later te kijken of een mesh, die zonder schade geconvergeerd is, dit ook nog met schade is. In tabel 4.5 staat welke meshverfijningen zijn toegepast voor de elementen rond het middenvlak.

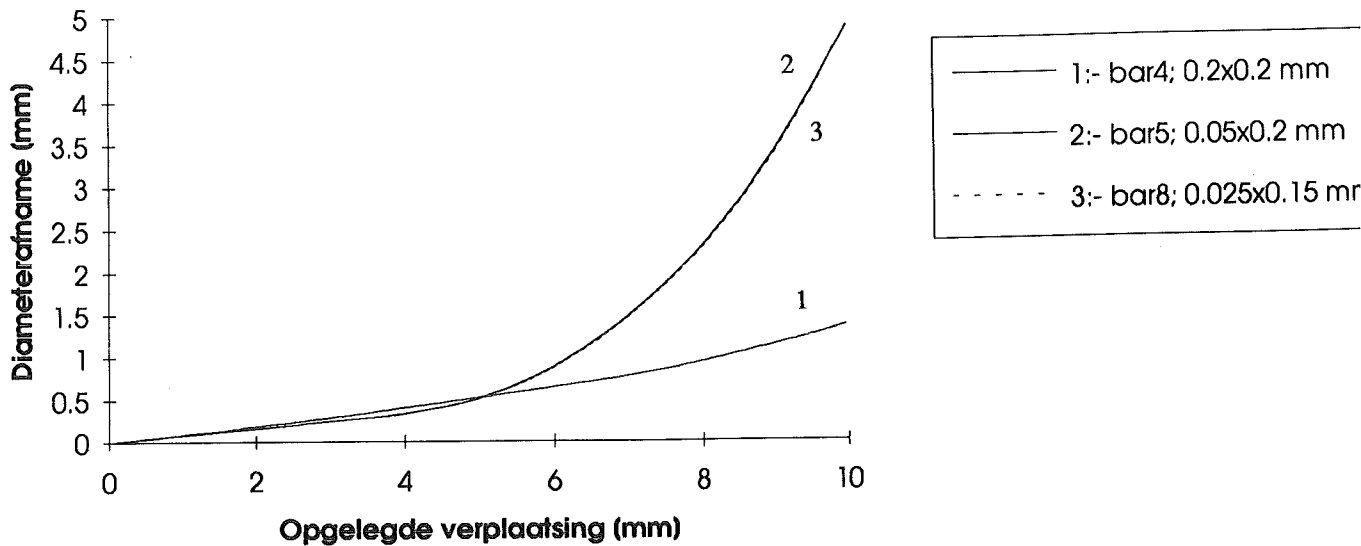
Bij het aanbrengen van deze meshverfijningen zijn feitelijk meerdere invoergegevens gelijktijdig veranderd. In al deze berekeningen is de initiële diameterafwijking ($\Delta d/d)_0 = 0,005$ aangebracht door alleen het notch-knooppunt de hiermee overeenkomende radiale verplaatsing te geven. Hierdoor wordt bij een verschillende elementgrootte in feite ook de vorm van de afwijking veranderd.

Het enige verschil tussen de berekeningen bar4 en bar6 is dat bij bar6 de verplaatsingen aan het bovenzvlak via de AUTO INCREMENT-optie van MARC zijn opgelegd. Bij het gebruik van deze optie hoeft alleen een eindwaarde van een verplaatsing te worden opgegeven. Het programma bepaalt dan op basis van de convergentiemogelijkheden de maximale grootte van de te nemen stappen en voert deze uit. In de overige berekeningen zijn blokken van identieke verplaatsingsveranderingen opgelegd via de DISP CHANGE optie. Er ontstaan geen verschillen bij gebruik van de twee opties en daarom wordt de berekening bar6 verder buiten beschouwing gelaten. De DISP CHANGE-optie is ondanks het grotere aantal incrementen gebruikt. De resultaten uit de verschillende berekeningen kunnen dan bij eenzelfde opgelegde verplaatsing (invoer) worden vergeleken.

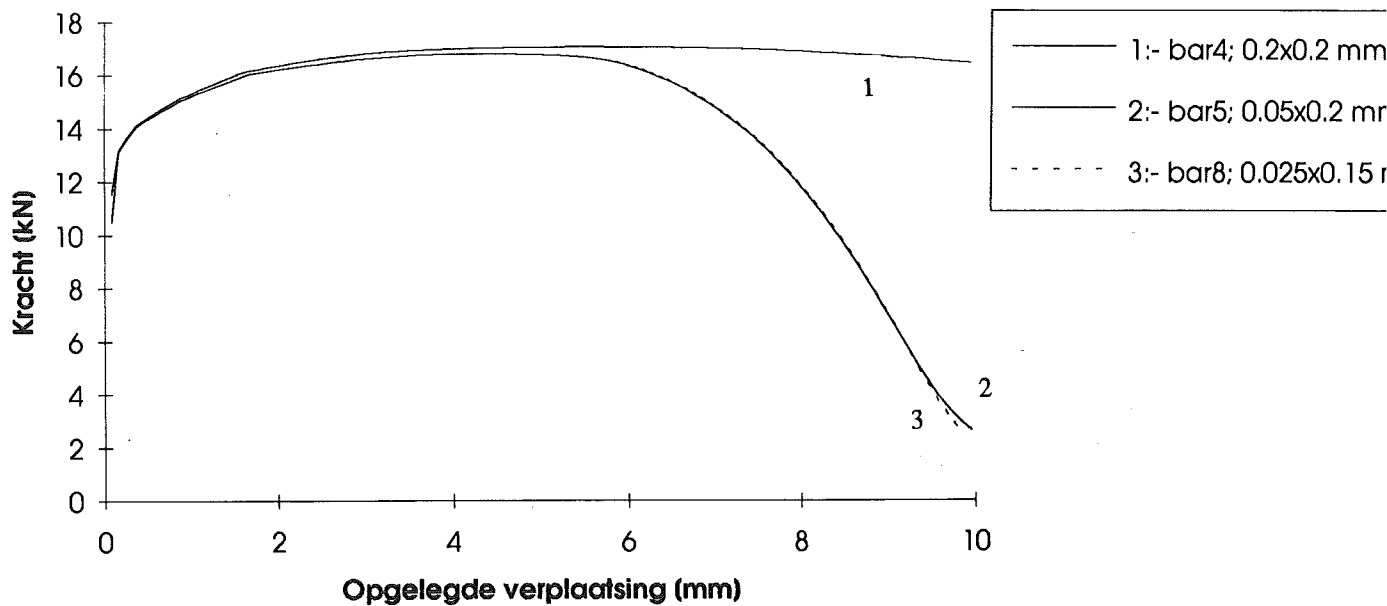
In de figuren 4.8 en 4.9 is het verloop van respectievelijk de trekkracht en de diameterafname uitgezet als functie van de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf. Opvallend is dat de diameterveranderingen vrijwel niet van de elementgrootte hangen, terwijl dit bij de verlengingen wel zo is. De meshverfijning van bar5 naar bar8 uit zich alleen in het laatste stuk van de trekkromme. Hoewel dit niet in een grafiek is aangegeven geeft de meshverfijning van bar5 naar bar8 geen verandering van de verplaatsing van het gauge-knooppunt tegen de opgelegde verplaatsing. Hieruit volgt dat het inklemmingsgebied nauwkeurig genoeg gemodelleerd is. In de volgende onderdelen van het convergentieonderzoek zal hier dan ook niet meer naar worden gekeken.

In de berekeningen zonder schade kan geen breuk worden gesimuleerd. Bij een toenemende opgelegde verplaatsing zal de diameter in het insnoeringsgebied als maar verder afnemen. Ongeacht de initiële grootte en vorm worden de elementen op een gegeven moment te sterk uitgerekt om de contour van het gebied nog goed te beschrijven. In de proef 33.20 wordt een maximale diameterafname van 2,7 mm bereikt. Als veilige bovengrens wordt in de EEM-berekeningen voor de maximaal nauwkeurig te beschrijven diameterafname genomen:

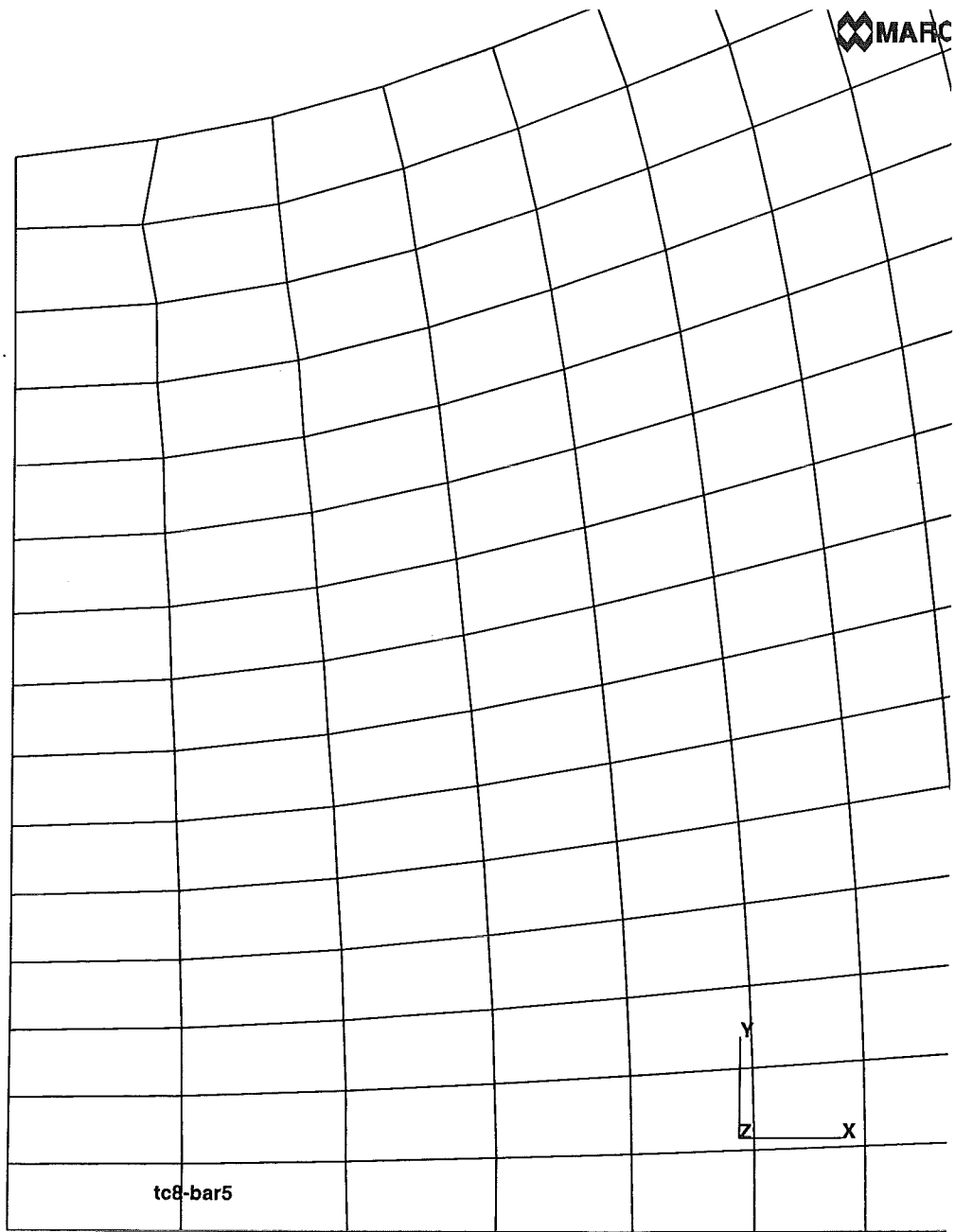
Tabel 4.5: Elementgrootten in berekeningen zonder schade.		
Berekening	Elementgrootte aan het middenvlak [mm]	
	axiaal	radiaal
bar4	0,2	0,2
bar6	0,2	0,2
bar5	0,05	0,2
bar8	0,025	0,15



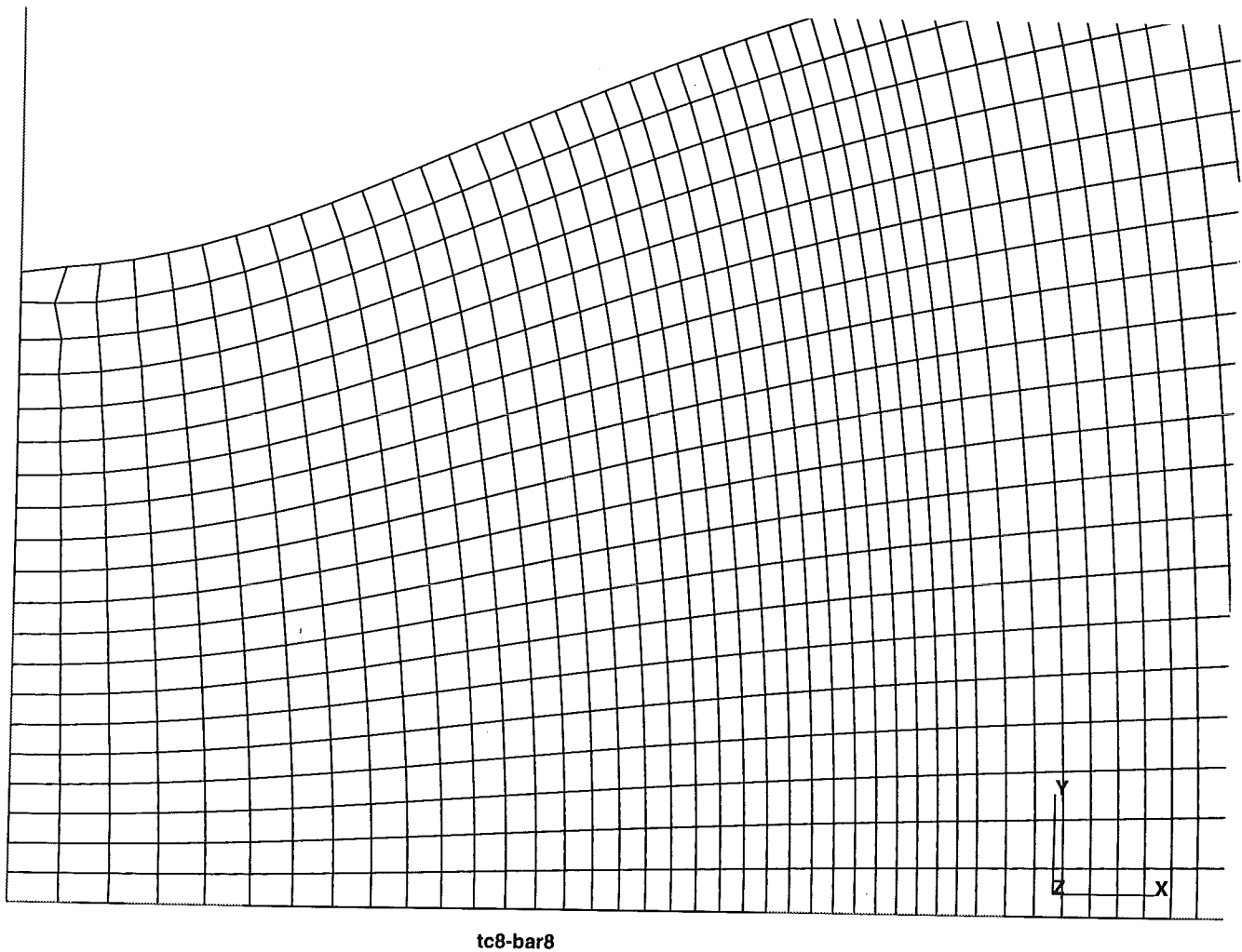
Figuur 4.8: Verloop van de trekkracht tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenvlak van de staaf bij verschillende elementgrootten.



Figuur 4.9: Verloop van de diameterafname tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenvlak van de staaf bij verschillende elementgrootten.



Figuur 4.10: Mesh in het insnoeringsgebied bij een diameterafname van 3 mm bij initiële elementafmetingen: 0.2 mm x 0.05 mm (radiaal x axiaal).

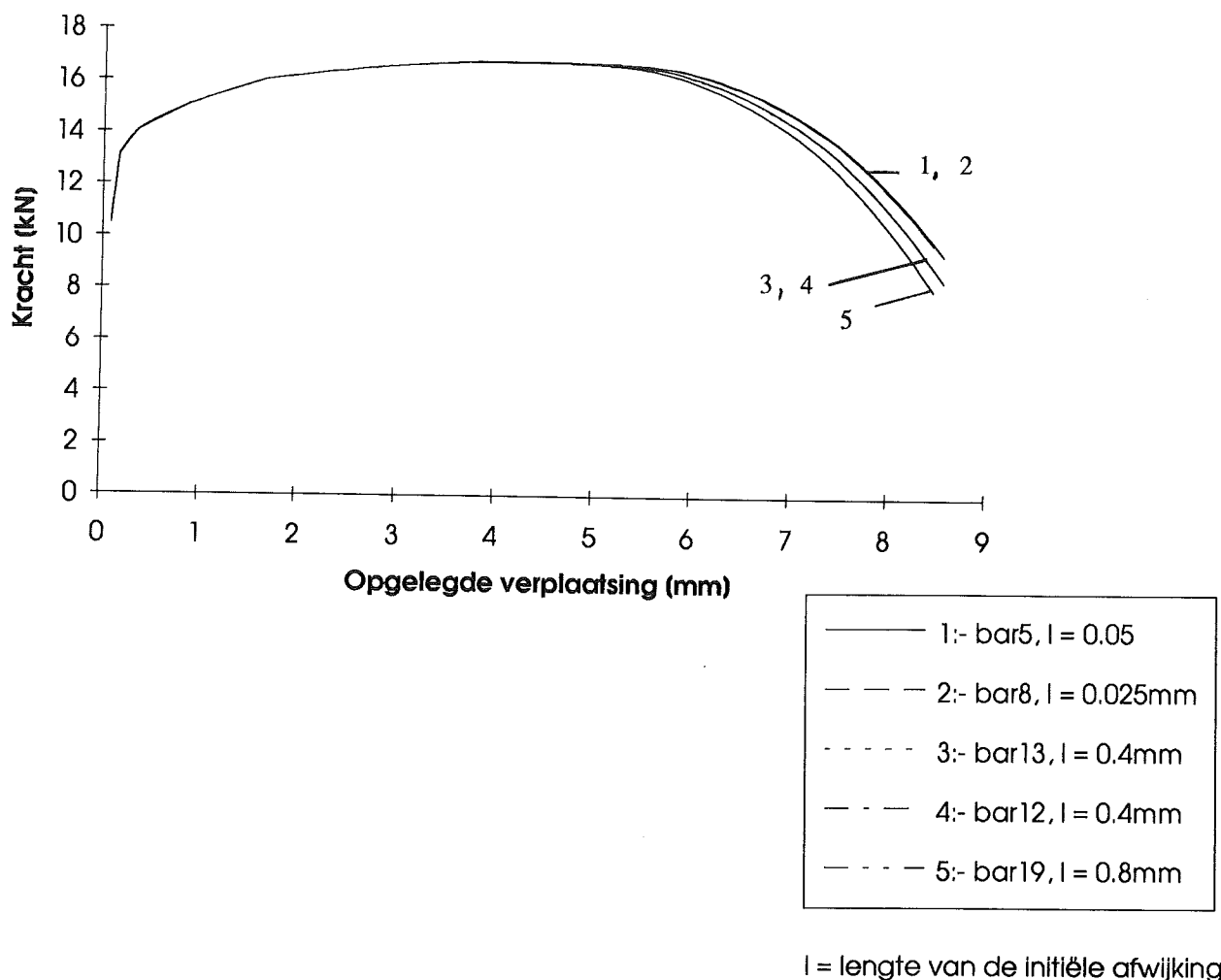


Figuur 4.11: Mesh in het insnoeringsgebied bij een diameterafname van 3 mm bij initiële elementafmetingen: 0.15 mm x 0.025 mm (radiaal x axiaal).

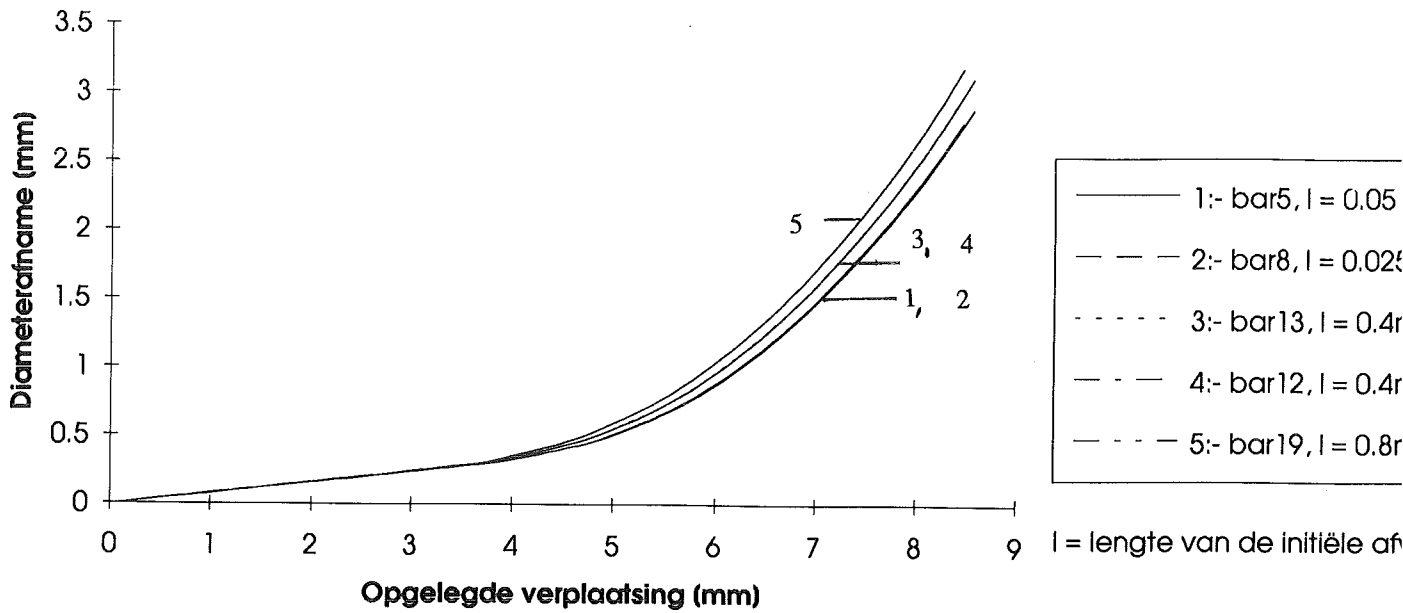
Tabel 4.6: Aangebrachte diepte en lengte voor de initiële diameterafwijking in de EEM-berekeningen

Berekening	Diepte afwijking ($\Delta d_0/2$) [mm]	Lengte afwijking [mm]
bar5 ¹	0,015	0,05
bar11 ¹	0,015	0,2
bar13 ¹	0,015	0,4
bar8 ²	0,015	0,025
bar12 ²	0,015	0,4
bar19 ²	0,015	0,8
bar21 ³	0,015	0,025
bar20 ²	0,003	0,025
bar22 ²	0	niet van toepassing

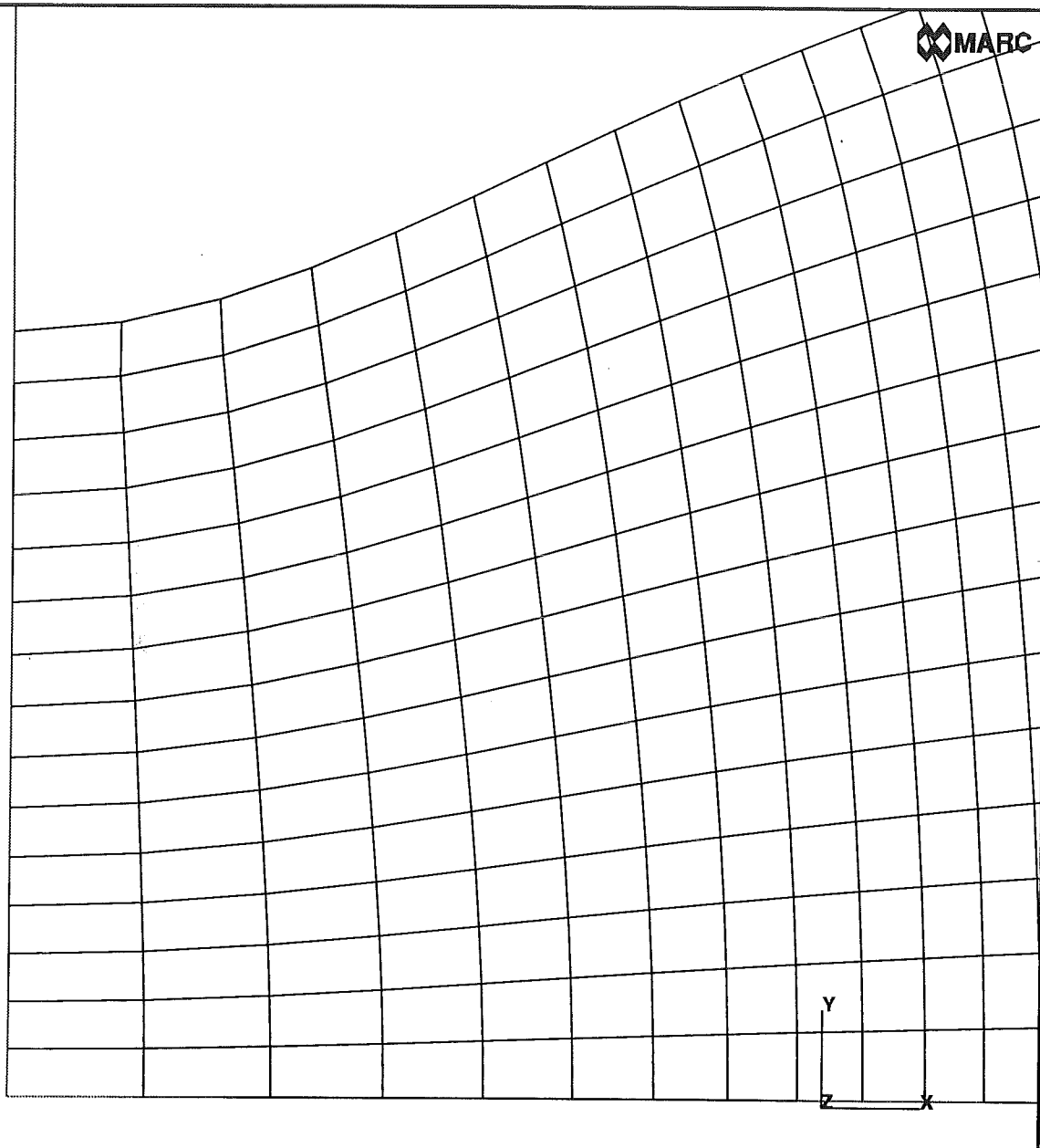
- 1 : elementgrootte 0,05 mm x 0,2 mm (axial x radiaal)
 2 : elementgrootte 0,025 mm x 0,15 mm (axial x radiaal)
 3 : elementgrootte 0,025 mm x 0,15 mm (axial x radiaal); de initiële diameterafwijking is geleidelijk over de eerste rij kooppunaten langs het middenvlak verdeeld.



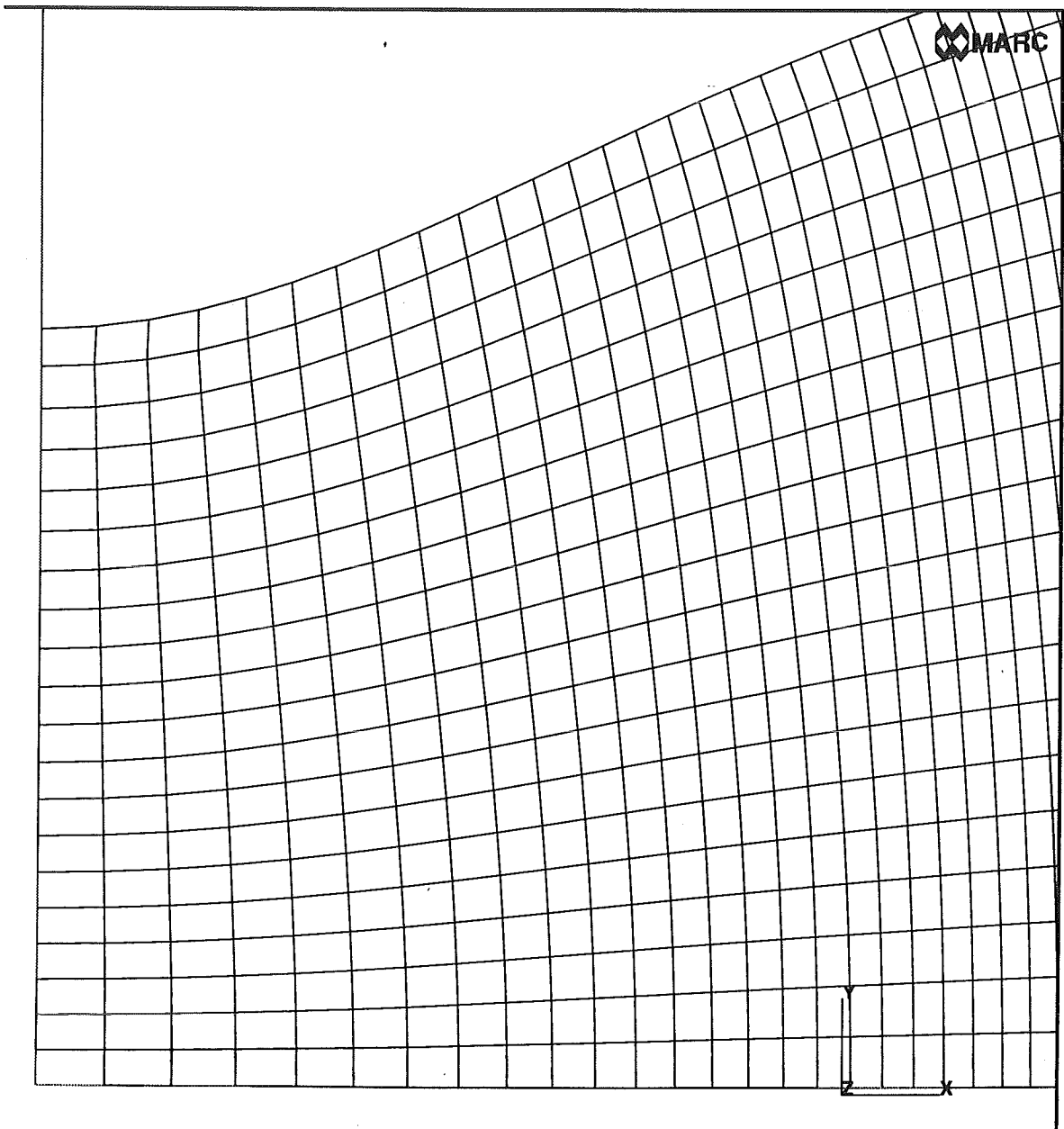
Figuur 4.12: Het verloop van de trekkracht tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf, wanneer de initiële diameterafwijking over een verschillende lengte langs het staafoppervlak wordt aangebracht.



Figuur 4.13: Het verloop van de diameterafname tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf, wanneer de initiële diameterafwijking over een verschillende lengte langs het staafoppervlak wordt aangebracht.



Figuur 4.14: Mesh in het insnoeringsgebied bij een diameterafname van 3 mm met initiële elementafmetingen 0.05 mm x 0.2 mm (axiaal x radiaal) en de initiële diameterafwijking over 0.4 mm langs het staafoppervlak aangebracht.



Figuur 4.15: Mesh in het insnoeringsgebied bij een diameterafname van 3 mm met initiële elementafmetingen 0.025 mm x 0.2 mm (axiaal x radiaal) en de initiële diameterafwijking over 0.4 mm langs het staafoppervlak aangebracht.

$\Delta d = 3,0$ mm. Dit punt komt in de berekeningen overeen met increment 430 en een opgelegde verplaatsing van 4.33 mm aan het bovenzvlak.

De meshverfijning van bar5 naar bar8 tot geeft tot $\Delta d = 3,0$ mm geen extra verbetering in het verloop van de trekkracht en de diameterafname. De figuren 4.10 en 4.11 geven echter voor dit punt de mesh in het insnoeringsgebied voor respectievelijk bar5 en bar8. De elementenrij aan het middenvlak is verstoord (loopt via een zigzag), terwijl een monotoon verplaatsingsveld verwacht wordt. Omdat de periode van de zigzag gelijk is aan de elementgrootte volgt uit beide berekeningen dus een verschillende oplossing voor het verplaatsingsveld. De mesh is dus nog niet geconvergeerd. Dit is een gevolg van de manier, waarop de initiële diameterafwijking is aangebracht.

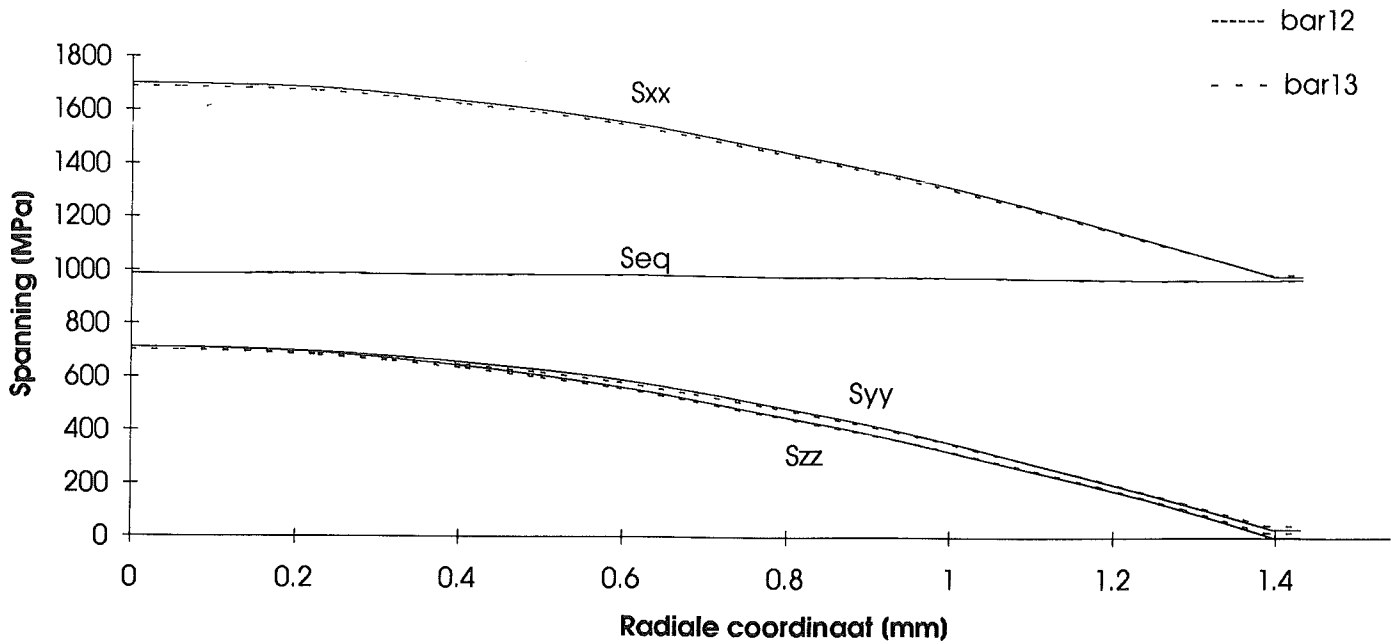
4.4.3 Invloed van vormafwijkingen (zonder schade)

De aangebrachte initiële afwijking kan invloed op het verloop van de trekproef hebben. Hierbij is te denken aan een snellere initiatie van het insnoeringsgebied door spanningsconcentraties rond de vormafwijking. Hierbij speelt de vorm van de afwijking een grote rol, maar deze is niet bekend. In het vorige onderdeel kwam al ter sprake, dat er fouten in de EEM-berekening werden gebracht, wanneer de afwijking over één element werd aangebracht. Er moet dus eerst worden onderzocht hoe nauwkeurig de afwijking in de EEM-berekeningen gemodelleerd moet worden. Hierna kan pas de invloed van de grootte en de vorm van de initiële afwijking op het verloop van de trekproef bepaald worden.

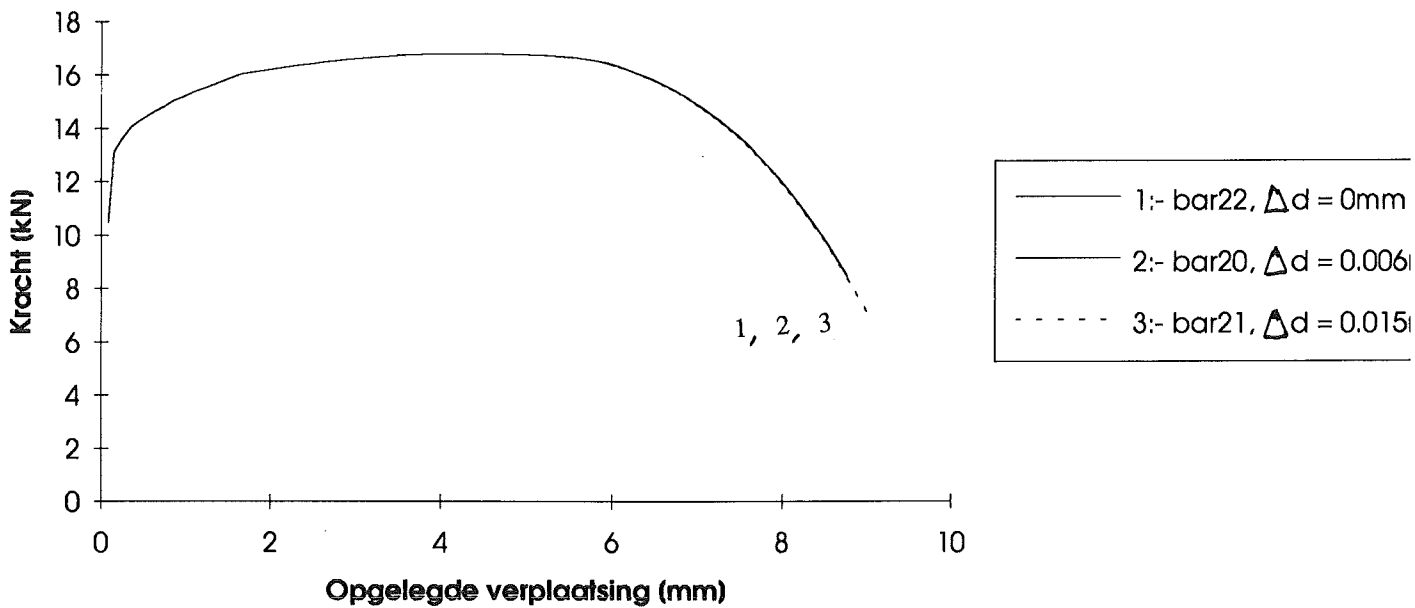
De berekeningen hiervoor zijn in twee richtingen uitgevoerd. Ten eerste is in twee series berekeningen (bar5 → bar11 → bar13 en bar8 → bar12 → bar19) gekeken over welke lengte langs het vrije oppervlak de afwijking moet worden aangebracht, zodat de mesh niet meer verstoord wordt. In deze berekeningen is de afwijking (lineair verlopend) over meerdere elementen aangebracht. Ten tweede is een serie berekeningen (bar8 → bar20 → bar22) gekeken naar de invloed van de diepte van de initiële afwijking, wanneer deze over de lengte van één element wordt aangebracht. Tabel 4.6 geeft de diepte en de afstand langs het vrije oppervlak van de afwijking in de berekeningen.

De figuren 4.12 en 4.13 tonen de invloed van de toenemende lengte van de afwijking op het verloop van de trekkracht en de diameterafname. Het gedrag van de staaf wordt slapper bij een toenemende lengte van de afwijking. Een verklaring hiervoor kan zijn, bij een grotere lengte in feite een slankere staaf gemodelleerd wordt. Op dit punt kan dus geen convergentie verwacht worden. Bij een bepaalde elementgrootte en diepte van de afwijking moet er dus een minimale lengte van de afwijking gevonden worden, zodat deze fout geminimaliseerd wordt en de mesh niet net verstoord wordt.

De meshverfijning van bar13 naar bar12 heeft bij een gelijke lengte van de afwijking van 0.4 mm geen invloed op het verloop van de trekkracht, verlenging en diameterafname. De figuren 4.14 en 4.15 geven voor beide berekeningen de mesh bij een diameterafname van 3 mm. De contour van het insnoeringsgebied is voor de beide meshes hetzelfde, wanneer zij over elkaar worden gelegd. De lengte waarover de afwijking is aangebracht is dus lang genoeg om een verstoring van de mesh te voorkomen. De verschillen tussen de beide berekeningen liggen nu dus alleen nog in de verschillende elementgrootte. Hoewel de gevonden contour van het insnoeringsgebied bij beide berekeningen hetzelfde is (visueel), is



Figuur 7.16: Spanningsverdelingen langs het middenvlak van de staaf.



Figuur 4.17: Het verloop van de trekkracht tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf, wanneer de diepte van de initiële diameterafwijking wordt gevarieerd.

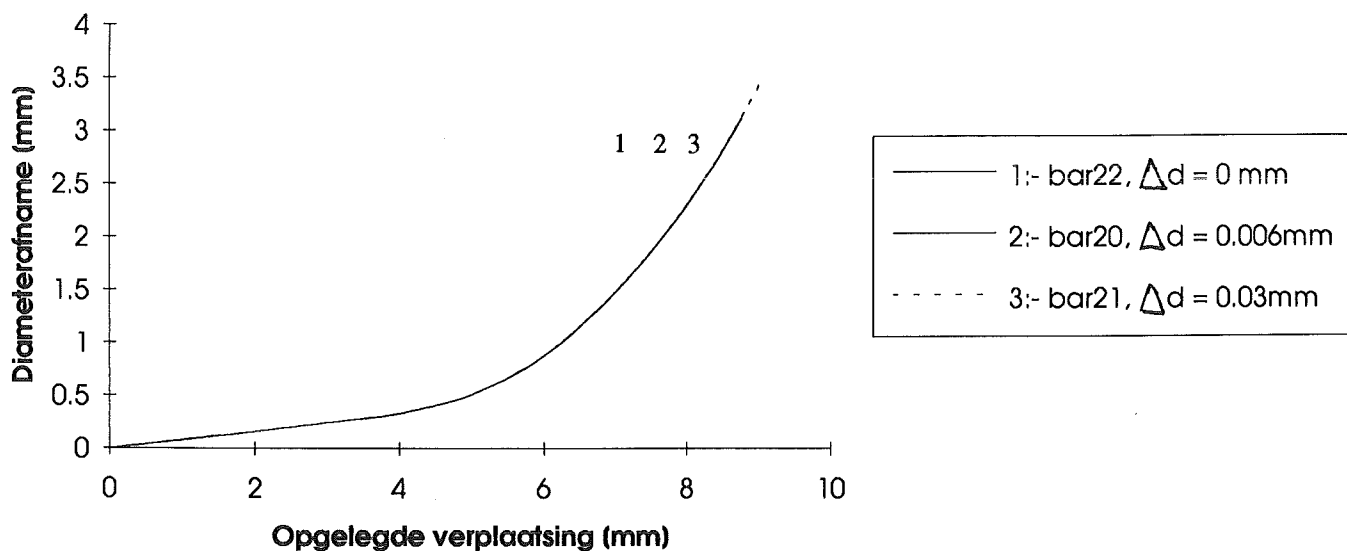
de oplossing van bar12 toch nauwkeuriger omdat de mesh fijner is. In bar13 is het verloop van de axiale afmeting van elementen groot. In figuur 4.16 zijn de spanningsverdelingen langs het middenvlak gegeven. De verschillen tussen beide berekeningen zijn klein. De verschillen in de spanningen aan het oppervlak liggen waarschijnlijk aan de extrapolatie vanuit de integratiepunten. Toch wordt voor verdere berekeningen de mesh met de initiële afmetingen van 0,025 mm x 0,15 mm (gebruikt in de berekeningen bar8, bar12 en bar19) genomen. Dit met oog op het schademodel dat later wordt ingevoerd en waarin een nauwkeurige beschrijving van de hydrostatische spanningstoestand nodig is.

In de serie berekeningen bar8 → bar20 → bar22 is de diepte van de initiële diameterafwijking verkleind. De afwijking is in deze berekeningen over de lengte van één element langs het vrije oppervlak aangebracht. In de berekening bar20 is de relatieve afwijking: $(\Delta d/d)_0 = 0,001$ en in bar22 is geen initiële afwijking aangebracht. In de figuren 4.17 en 4.18 is het verloop van de trekkracht en de diameterafname gegeven als functie van de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak. Er zijn geen verschillen te zien, zodat het voor deze EEM-berekeningen niet noodzakelijk is een diameterafwijking aan te brengen om insnoering te initiëren. Zoals te verwachten is de mesh van de berekening zonder initiële diameterafwijking (bar22, niet in een figuur aangegeven) niet verstoord. Er is ook een berekening (bar21) uitgevoerd waarbij de initiële diameterafwijking geleidelijk over de knooppunten van de eerste elementenrij langs het middenvlak van de staaf is aangebracht. Dit gaf echter geen verbetering.

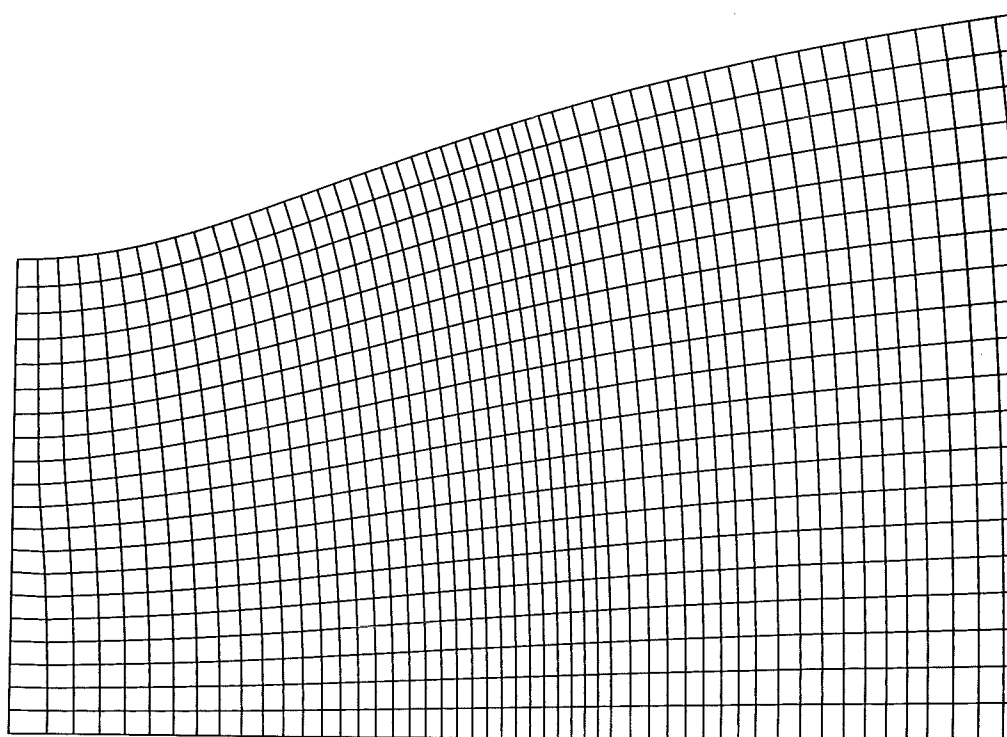
Dat de berekening zonder initiële afwijking hetzelfde insnoeringsgedrag vertoont als die met een afwijking is waarschijnlijk te wijten aan de inklemmingsgebieden van de staaf. Deze gebieden zijn veel stijver, dan het slanke staafdeel. Zonder modellering van de inklemmingsgebieden blijft het vervormingsveld in het slanke staafdeel homogeen en zal er geen insnoering optreden. Een insnoering kan dan alleen worden geforceerd door een inhomogeniteit in de vorm van een initiële diameterafwijking aan te brengen. De stijve inklemmingsgebieden veroorzaken dus veel grotere inhomogeniteit in het vervormingsveld, dan een initiële diameterafwijking.

4.4.4 Invloed van schade op de mesh

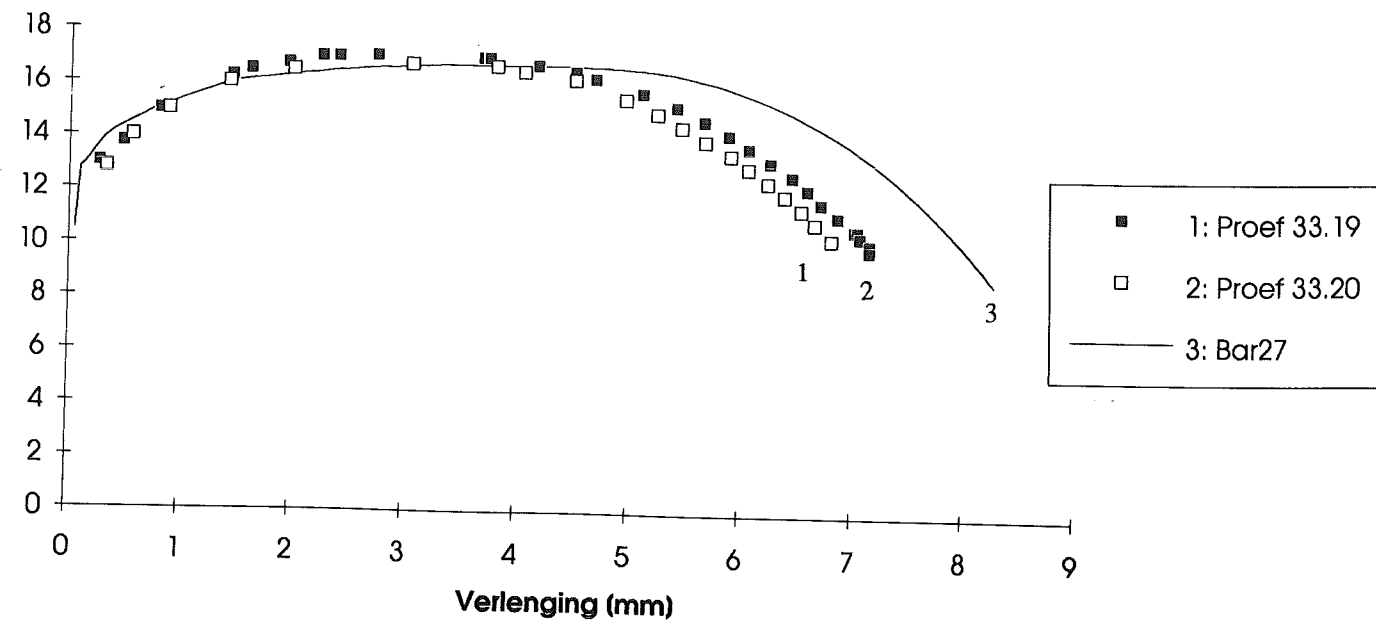
Wanneer het schademodel van Gurson in de EEM-berekeningen wordt gebracht, zal dit ook veranderingen in de vervorming van de mesh veroorzaken. Globaal zal het plastische gedrag minder stijf zijn en zal het volume van de elementen toenemen. Op basis van het schademodel zijn grote volumeveranderingen mogelijk. Met gebruik van $K = 4$ voor de helling van de functie f^* wordt in de EEM-berekeningen een bovengrens gevonden van $f_f \approx 0,04$. Dit komt grofweg overeen met een relatieve volumeverandering van een element van $(\Delta V/V_0) \approx 0,25$. Deze volumeverandering zal echter maar zeer lokaal zijn. In figuur 4.19 is voor de berekening bar25 ($f_c = 0,04$) de mesh gegeven, wanneer er al 7 elementen zijn bezweken. Er zijn geen overdreven vervormde elementen te zien. De waarde $f_c = 0,04$ is de hoogste die in de berekeningen is gebruikt, zodat hier de grootste volumeveranderingen te verwachten zijn.



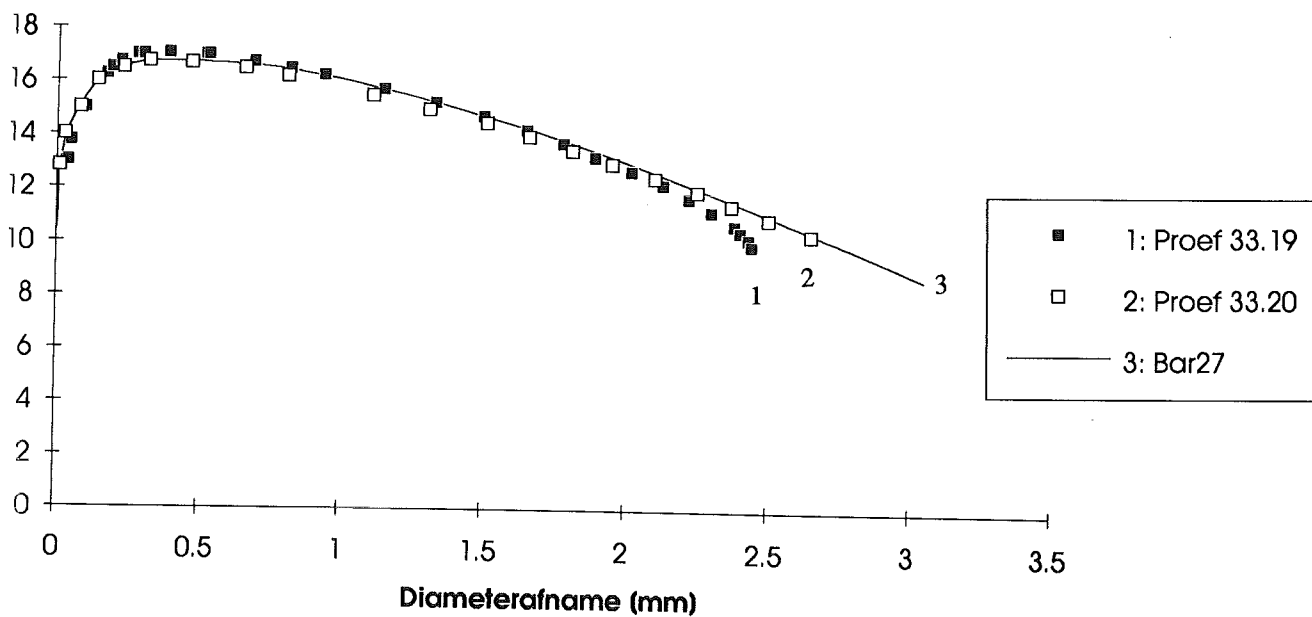
Figuur 4.18: Het verloop van de diameterafname tegen de opgelegde verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf, wanneer de diepte van de initële diameterafwijking wordt gevarieerd.



Figuur 4.19: Mesh in het insnoeringsgebied van een shadeberekening, wanneer er al 7 elementen zijn bezwaken.



figuur 4.20: Vergelijking van het experimentele verloop van de trekkkracht tegen de verlenging met de resultaten van een berekening zonder schade.



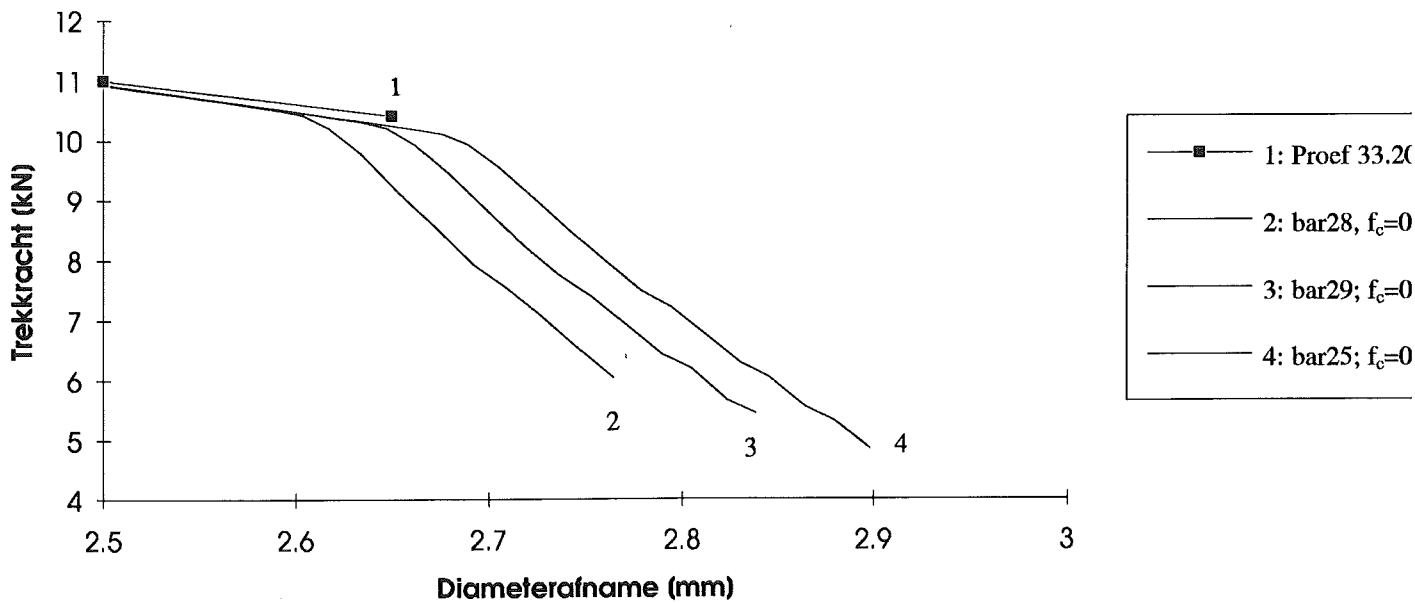
figuur 4.21: Vergelijking van het experimentele verloop van de trekkkracht tegen de diameterafname met de resultaten van een berekening zonder schade.

Tabel 4.7: Genomen waarden voor de kritieke volumefractie f_c in de schadeberekeningen.

Berekening	f_c
bar23	0,02
bar28	0,03
bar29	0,035
bar25	0,04

Tabel 4.8: Blokken waarin de verplaatsingsincrementen aan het bovenzvlak worden opgelegd.

Bloknummer	Aantal incrementen per blok [-]	Verplaatsing per increment [mm]	Verplaatsingsstap tussen wegschrijven [mm]	Verplaatsing aan het einde van het blok [mm]
1	1	0,04000	0,04	0,04
2	20	0,00300	0,06	0,10
3	280	0,00500	0,10	1,50
4	800	0,00250	0,05	3,50
5	500	0,00100	0,02	4,00
6	2000	0,00025	0,0050	4,50



Figuur 4.23: Uitvergroting van het laatste deel van de trekkromme.

4.4.5 Laatste uitkristallisatie van de mesh

De tot nu toe gevonden mesh is geconvergeerd en bevat 2260 elementen en 2394 knooppunten. Een berekening zonder schade duurt ongeveer 8 uur, maar een berekening met schade duurt ongeveer 2 dagen. Dit is erg lang en komt vooral omdat er met schade kleinere verplaatsingsstappen kunnen worden opgegeven. Dit komt waarschijnlijk door het gecompliceerde constitutieve gedrag waardoor de iteraties minder snel convergeren. De benodigde rekentijd kan worden teruggebracht door het aantal elementen en knooppunten te verminderen.

Er zijn echter geen pogingen ondernomen om de mesh verder te optimaliseren. De meeste elementen zitten in het gebied waar het insnoeringsgebied ontstaat en het is noodzakelijk hier een fijne mesh te hebben. Uit het slanke gedeelte van de staaf buiten het insnoeringsgebied en uit het inklemmingsgebied is nog een winst te behalen. In het slanke staafdeel is het vervormingsveld slechts bij benadering homogeen. In de vorige paragraaf werd duidelijk dat de grote stijfheid van de inklemmingsgebieden via het slanke deel moet worden "doorgevoerd", om zo de insnoering te initiëren. Het uitvoeren van een serie berekeningen om te kijken tot hoe ver het aantal elementen in dit gebied kan worden teruggebracht kost waarschijnlijk meer tijd, dan de benodigde extra rekentijd in een paar berekeningen door de niet-optimale mesh.

4.5 Bepaling van de schadeparameter f_c

De kritieke volumefractie f_c uit het gewijzigde model van Gurson moet worden bepaald door de resultaten uit de EEM-berekeningen te vergelijken met experimentele resultaten voor één-assige trekproeven. In paragraaf 4.5.1 wordt op de achtergrond voor een dergelijke parameterbepaling ingegaan. De bruikbaarheid van de experimentele resultaten voor parameterbepaling wordt in paragraaf 4.5.2 onderzocht. In paragraaf 4.5.3 wordt de kritieke volumefractie f_c bepaald.

4.5.1 Achtergrond voor de parameterbepaling

De één-assige trekproef is volgens Sun [20] erg geschikt voor de bepaling van de kritieke volumefractie f_c . In de trekkromme, die met de EEM berekend is, treedt namelijk een abrupte afname van de trekkracht op, waarvan de ligging door f_c kan worden beïnvloed. Het sterk afvallende gedeelte van de van de trekkromme wordt door Rousselier [18] ook wel de post-initiatierichte van de trekkromme genoemd. Het is moeilijk een dergelijke knik in de trekkromme experimenteel te bepalen omdat een zeer stijve trekbank nodig is. Bij experimenten die in het eigen laboratorium zijn uitgevoerd (Van Dam [34]), kon de knik niet worden bepaald omdat het breukproces te snel optrad. Rousselier [18] maakt melding van een knik in de trekkromme voor een staaf die een initiële groef bezit. Bluhm en Morrissey [35] hebben de knik experimenteel voor gladde trekstaven aangetoond.

Ondanks dat de volumefractie f_c een lokale (microscopische) schadeparameter is, heeft men volgens Sun in de één-assige trekproef toch een sterke invloed op het globale (macroscopische) gedrag. Taaie breuk initieert in het midden van het insnoeringsgebied, omdat daar de hydrostatische spanning het hoogst is en de f_c dus het sterkst uitgegroeid

zijn. De spanningsgradiënten en dus ook de gradiënten in de volumefractie holten zijn in het midden van de staaf klein vanwege de symmetrie. De kritieke volumefractie f_c wordt hierdoor als het ware bijna gelijktijdig over een groot gedeelte van de doorsnede bereikt, hetgeen volgens Sun een abrupte afname van de trekkracht veroorzaakt. Vanwege de kleine gradiënten hoeft er ook geen rekening met een kritieke elementlengte l_c worden gehouden, zodat de bepaalde f_c weinig van de elementgrootte afhangt.

4.5.2 Bruikbaarheid van experimentele gegevens voor de parameterbepaling

Om de experimentele resultaten met de resultaten uit de EEM-berekeningen te vergelijken is het verloop van de trekkracht (F), de diameterafname (Δd) en de verlenging (Δl) over een initiële lengte van 30 mm gekregen. Hieruit zijn twee soorten trekkrommen (F - Δd en F - Δl) te construeren. In figuur 4.20 is van de berekening bar27 zonder schade het verloop van de trekkracht tegen de verlenging gegeven. De overeenkomst tussen de experimenten en de EEM-berekeningen is slecht. In het begin van de trekkromme ligt het numerieke verband boven het experimentele. Na het overschrijden van de maximale trekkracht vallen de experimentele trekkrommen veel sneller af dan die uit de EEM. Waarschijnlijk zijn deze twee afwijkingen een gevolg van fouten in de verstevigingsgegevens. Het gebruik van het schademodel zal de benadering het laatste deel van de trekkromme (F versus Δl) alleen maar verslechteren. Het materiaalgedrag zal door de schade minder stijf worden en de berekende verlengingen worden dus nog groter. Met de gekregen verstevigingsgegevens is het dus niet mogelijk de trekkromme op basis van de verlengingen te gebruiken voor de bepaling van de schadeparameter.

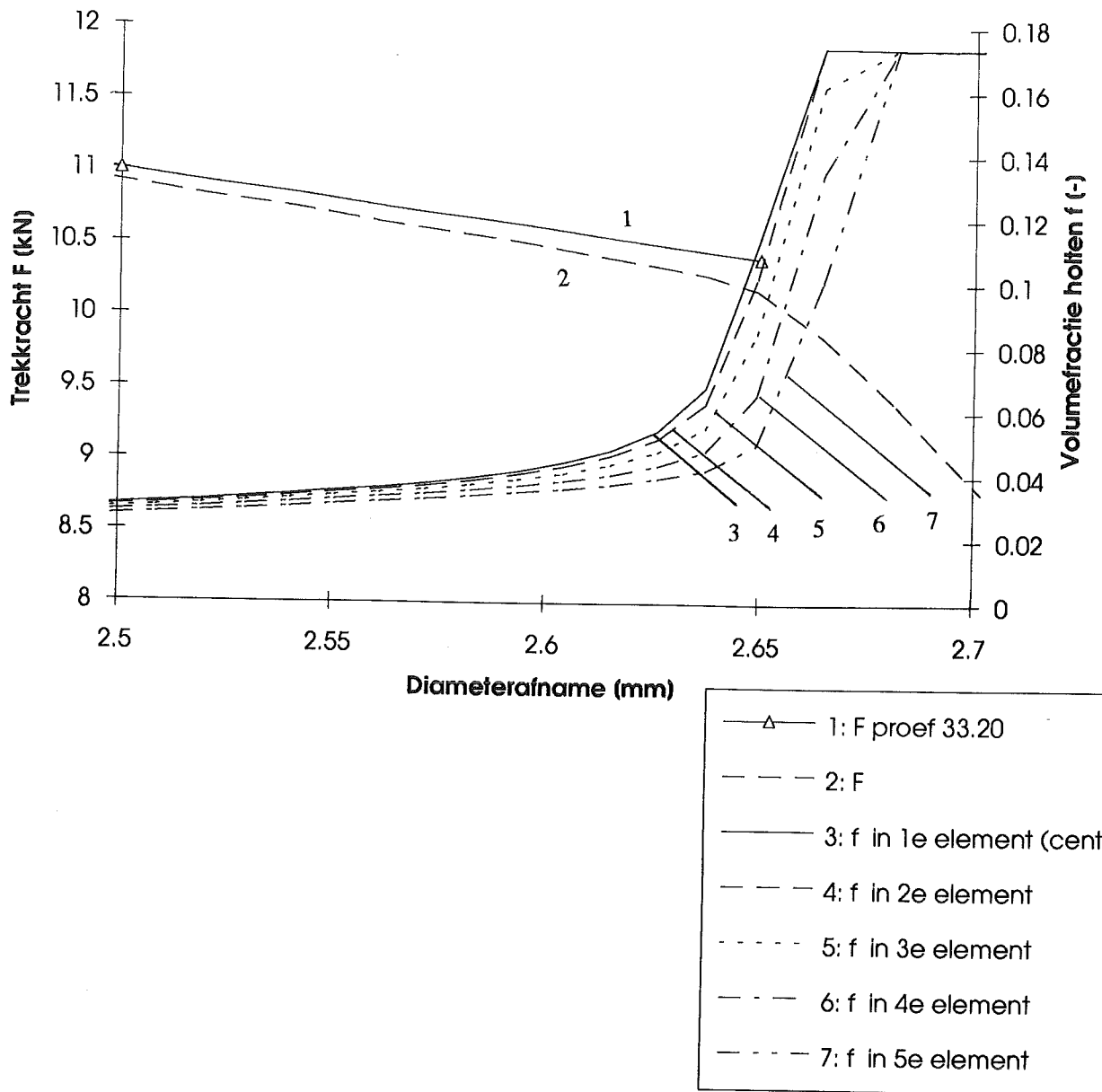
Figuur 4.21 geeft de trekkracht als functie van de diameterafname voor de berekening zonder schade. Het verloop dat uit de EEM-berekening volgt is iets stijver dan dat van het experiment. Dit verschil kan echter wel door invoering van het schademodel overbrugd worden. De diameterafname kan dus wel worden gebruikt om de schadeparameter te bepalen.

4.5.3 Schadeberekeningen voor de parameterbepaling

Op basis van de celstudies van Koplik en Needleman [25] zijn de berekeningen begonnen met waarden voor f_c in de orde grootte van enige honderdsten. In tabel 4.7 staat welke waarde voor f_c in welke berekening is gebruikt. Deze schadeberekeningen leggen 3 extra eisen op aan verplaatsingsincrementen aan het bovenzvlak, ten op zichte van de berekeningen zonder schade:

- 1 - Vooral wanneer er sterke holtegroei optreedt kunnen maar kleine stappen gebruikt worden, omdat het EEM-pakket anders niet kan convergeren. De stapgrootte moet dus tijdens de belastingsgeschiedenis gevarieerd worden.
- 2 - In verband met de ruimte op de harde schijf wil men niet na elk increment de uitvoergegevens wegschrijven.
- 3 - Er moet uitvoer worden gegeven op een aantal expliciet voorgeschreven waarden van de verplaatsing aan het bovenzvlak van de staaf.

Op basis van "trial and error" is het totaal aantal verplaatsingsincrementen in 6 blokken opgedeeld. Er is gekozen om de uitvoer om de 20 incrementen weg te schrijven. De stapgrootten en andere belangrijke gegevens over deze blokken staan in tabel 4.8. Het aantal



Figuur 4.24: Verloop van de volumefractie holten in de elementen aan het middenvlak van de trekstaaf.

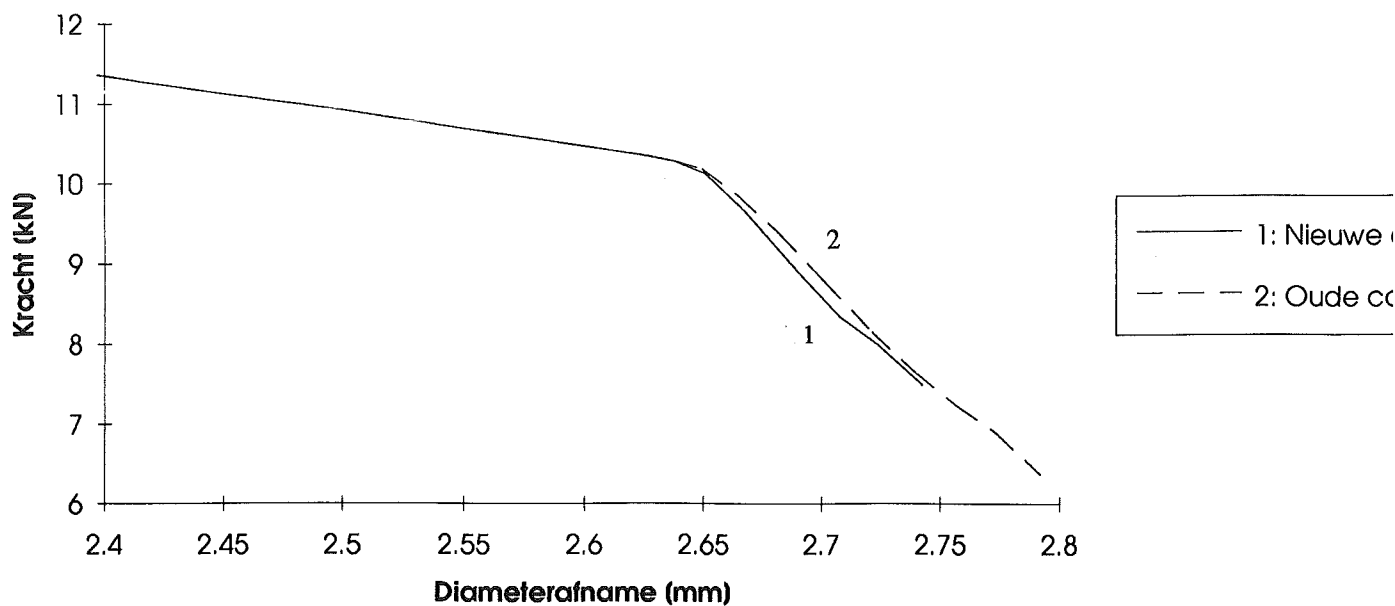
incrementen is weliswaar groot, maar dit maakt in gebieden met grote sterkte veranderingen naar verwachting in rekentijd niet veel uit. Als iteratieprocedure wordt namelijk de volledige Newton-Raphson-iteratie gebruikt. De mogelijkheid om nog te kunnen convergeren bepaalt de maximaal toegestane grootte van de verplaatsingsincrementen. Het maakt niet uit of men een increment voorschrijft, waarin dan twee iteratieslagen ("recycles") moeten plaatsvinden, of men schrijft twee incrementen voor, die half zo groot zijn maar elk in één iteratieslag kunnen worden opgelost. Althans als de stap niet te groot is. Wanneer geen convergentie bereikt wordt stopt de berekening en is de computer een nacht werkeloos. Dit kost meer dan het uitvoeren van een iets groter aantal incrementen.

In figuur 4.22 is voor de uitgevoerde berekeningen het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname gegeven. De ligging van de knik in de trekkromme is sterk van f_c afhankelijk. De benadering van het laatste experimentele punt met de EEM-berekeningen is het best voor $f_c = 0,035$. De berekeningen zijn uitgevoerd met relatief grote stappen in f_c van 0,005. Het is niet zinvol de f_c nog nauwkeuriger te willen bepalen. Drie argumenten hiervoor zijn:

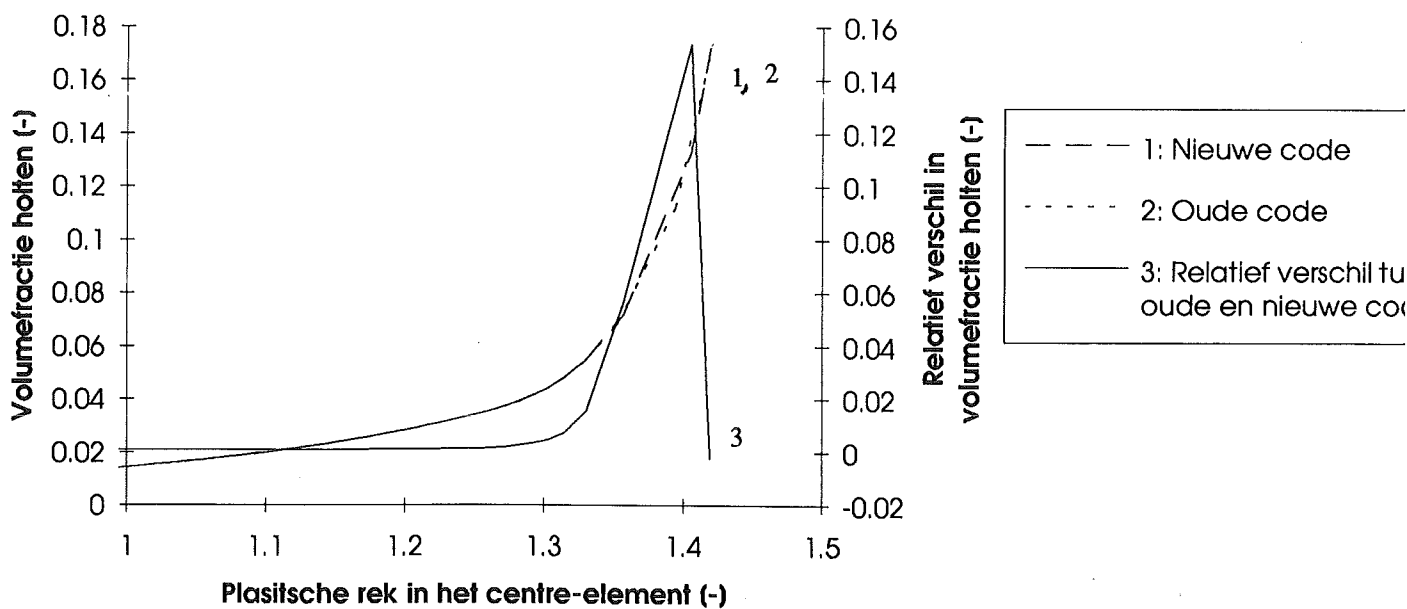
- 1 - De nauwkeurigheid van het laatste experimentele punt is niet bekend. Het aantal significante cijfers geeft nog wel enige indruk. Het daadwerkelijke breukproces in een één-assige trekproef duurt kort. Vaak is dit een instabiel proces, omdat er energie aan de breukzone wordt toegevoerd, die ontstaat uit de elastische ontlasting van de trekbank en de rest van de trekstaaf. Het is niet bekend of het laatste gekregen experimentele punt in een toestand van stabiele plastische vervorming is gemeten, of tijdens instabiel proces van breken.
- 2 - Er ontstaat geen scherpe knik in de trekkromme in de uitvergroting van het laatste deel van de trekkromme in figuur 4.23. Hiermee komt men op het punt wat het juiste criterium voor de parameterbepaling is? In figuur 4.23 buigt het verloop van de trekkracht van bar29 ($f_c = 0,035$) geleidelijk af van het verloop van bar29 ($f_c = 0,04$), waar op dat moment f_c nog niet is overschreden. De waarde van f_c zou bepaald kunnen worden door het punt, waar het verloop van de trekkracht globaal begint af te buigen, te laten samenvallen met het laatste experimentele punt. De afbuiging in de numerieke trekkromme mag in ieder geval niet groter zijn dan de fout in het laatste experimentele punt. Ook kan aan een criterium worden gedacht, waarin de extrapolatie van de post-initiatie-rechte door het laatste experimentele punt moet gaan.
- 3 - Het verloop van de trekkracht in de berekening bar29 met $f_c = 0,040$ gaat al net onder het laatste experimentele punt door. Er zit dus al een fout in de benadering, die niet door f_c bij te sturen is, maar in de keuze van de overige modelparameters ligt.

In figuur 4.24 is van de berekening bar31 ($f_c = 0,035$) het verloop van het laatste deel van de trekkromme uitvergroet gegeven. Ook is hierin het verloop van de volumefractie holten in de eerste 5 elementen aan de hartlijn gegeven. In het centre-element (en bijna gelijktijdig in het element ernaast) wordt f_c al ver voor het laatste experimentele punt bereikt. De sterkte van de staaf neemt niet abrupt af omdat het verloop van f continu is. De versnelde sterkte-afname in een paar elementen heeft dus maar een kleine invloed op de sterkte van de hele insnoeringsgebied. Het geleidelijk afvallen van de sterkte in het laatste deel van de trekkromme kan hiermee verklaard worden. Er zijn al meerdere elementen bezwaken, voordat de post-initiatie-rechte van de trekkromme is bereikt.

De kritieke volumefractie holten f_c wordt al in een deel van de doorsnede overschreden voordat het laatste experimentele punt bereikt is. Het vloeigedrag van het materiaal in het



Figuur 4.25: Invloed van de verbetering in de implementatie van het model van Gurson op het verloop van het laatste deel van de trekcurve.



Figuur 4.26: Invloed van de verbetering in de implementatie van het model van Gurson op het verloop van de volumefractie holten in het centre-element.

gewijzigde model van Gurson hangt via de functie f^* af van K . Hierdoor wordt de sterkteafname van de trekstaaf niet alleen door f_c , maar ook door f_f of K bepaald. Sun [20] gaat er van uit, dat f_f een materiaalparameter is. K is niet direct aan een fysisch proces te koppelen. Voor de Round Robin wordt $K = 4$ voorgeschreven maar de reden hiervoor is onbekend. Wanneer een grotere waarde voor K wordt aangenomen dan zal de waarde die voor f_c bepaald wordt ook groter zijn.

Invloed van de versie van de gebruikte implementie van het Gurson model

De berekeningen voor de bepaling van f_c zijn uitgevoerd met een implementatie van het model van Gurson waarin fouten zaten. Achteraf kwam een verbeterde implementatie ter beschikking waarmee een controleberekening is uitgevoerd. In figuur 4.25 is de invloed van verbeteringen in de implementatie op het laatste deel van de trekkromme gegeven bij $f_c = 0,035$. De verschillen in het macroscopische gedrag van de trekstaaf zijn klein. Hierdoor hoeft de bepaalde waarde voor kritieke volumefractie niet te worden aangepast. In figuur 4.26 de invloed van de verbetering op het verloop van de volumefractie holten in het centrelement gegeven. Rond het bereiken van de volumefractie holten bij breuk loopt het relatieve verschil op tot 0,16. Er moet echter worden opgemerkt dat in het steil verlopende deel slechts weinig punten beschikbaar zijn.

5 Verbeteringen van de breuksimulatie in een trekstaaf

In het vorige hoofdstuk werd beschreven hoe de berekeningen voor de Round Robin zijn uitgevoerd. Alleen die zaken werden behandeld, die nodig waren om de kritieke volumefractie f_c uit het gewijzigde model van Gurson te kunnen bepalen en dus direct aan het gestelde doel te voldoen. Omdat er maar één modelparameter mocht worden gevarieerd, waren we niet in staat sommige afwijkingen tussen de experimentele trekproeven en de EEM-simulaties ervan te ondervangen.

In paragraaf 5.1 wordt ingegaan op de afwijkingen die optraden tussen de experimenten en de EEM-berekeningen en waarom aanvullende berekeningen nodig zijn. Om alle formules, die worden gebruikt om het verstevigingsgedrag te bepalen, op fouten te kunnen controleren is een referentieberekening uitgevoerd. Hierop wordt in paragraaf 5.2 ingegaan. In paragraaf 5.3 worden de afwijkingen tussen de experimenten en de EEM-berekeningen bij kleine staafverlengingen en rekken verklaard en er worden verbeteringen aangebracht. De afwijkingen bij grote staafverlengingen en rekken worden in paragraaf 5.4 verklaard en verbeterd. In paragraaf 5.5 wordt nagegaan of de aangebrachte wijzigingen in het verstevigingsgedrag een invloed hebben op de bepaling van de kritieke volumefractie holten, waarvoor de beste overeenkomsten tussen de experimentele en numerieke trekkrommen wordt gekregen.

5.1 Doel en kader van aanvullende berekeningen

Het doel van de aanvullende berekeningen is te onderzoeken of de afwijkingen tussen de experimentele resultaten en resultaten van de berekeningen, die zijn uit uitgevoerd in het kader van de Round Robin, kunnen worden verklaard en verbeterd en of de verbeteringen een invloed hebben op de bepaalde waarde voor kritieke volumefractie holten f_c .

In de berekeningen, die werden uitgevoerd in het kader van de Round Robin, was in het algemeen de overeenkomst tussen het experiment en de EEM goed voor het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname. In het verloop van de trekkracht tegen de staafverlenging kwamen twee belangrijke verschillen tussen de experimenten en de EEM-berekeningen naar voren:

- 1 - Bij kleine verlengingen net in het plastische gebied ligt de EEM-trekkromme boven de experimentele (zie figuur 4.20).
- 2 - Het punt van maximale trekkracht ligt in de EEM-berekening bij een grotere verlenging (zie figuur 4.20). Hierdoor ligt ook het gebied van de sterkte-afname, tijdens de ontwikkeling van het insnoeringsgebied, in een groter bereik van de verlenging dan in de experimentele trekproeven.

Deze afwijkingen traden zowel met als zonder gebruik van het schademodel van Gurson [11] op, zodat de oorzaak waarschijnlijk in de gekregen verstevigingsgegevens ligt. Plastische vervorming is in het algemeen "padafhankelijk". Een afwijking, die eenmaal ontstaan is (in de trekkromme), zou daarom in het verdere verloop van de berekening kunnen doorwerken. De groei van de volumefractie holten tijdens vervorming hangt van het verstevigingsgedrag af. Wanneer er wijzigingen in het verstevigingsgedrag worden aangebracht, werkt dit dus door in de groei van de holten. Dit kan dus een invloed hebben op de waarde van de kritieke volumefractie holten f_c waarvoor de beste overeenkomst met de experimenten wordt gekregen.

5.2 Referentieberekening

Er is een referentieberekening (bar26) uitgevoerd, waarin een eenvoudig continu verstevigingsgedrag wordt gebruikt. Met deze berekening worden de formules gecontroleerd, die gebruikt worden om de gekregen experimentele- en verstevigingsgegevens te analyseren en te vergelijken. Hierbij is te denken aan de formules, waarmee men het verstevigingsgedrag bepaalt uit het verloop van trekkracht, verlenging en diameterafname tijdens experimentele trekproeven.

In de referentieberekening wordt voor het verstevigingsgedrag een machtswet (power law) gebruikt. De spanning wordt gegeven door:

$$\sigma = \sigma_y \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_y} \right)^n \quad (5.1)$$

Hierin zijn:

- ϵ de rek,
- ϵ_y de initiële vloeigrens ($\epsilon_y = \sigma_y/E$),
- n de hardingsexponent,
- σ de spanning,
- σ_y de initiële vloeispanning.

Voor de parameters is genomen: $\sigma_y = 420$ MPa, $E = 210$ GPa en $n = 0,2$.

5.3 Gedrag bij kleine staafverlengingen en rekken

De maximale trekkracht wordt in een gladde trekstaaf bereikt op het moment dat het insnoeringsgebied ontstaat. Tot dit moment wordt een homogeen rekverloop in de slanke deel van de trekstaaf verwacht. De relatie tussen het lokale verstevigingsgedrag en macroscopische grootheden als het verloop van de trekkracht, staafverlenging en diameterafname is dan eenvoudig.

Er wordt in paragraaf 5.3.1 eerst gekeken of het gekregen verstevigingsgedrag uit de gekregen experimentele gegevens kan worden berekend voor het gebied voordat de maximale trekkracht in de staaf wordt bereikt. Op basis van de gevonden afwijkingen zal in paragraaf 5.3.2 een alternatief verstevigingsgedrag worden gebruikt om de experimentele trekkromme bij kleine staafverlengingen beter te kunnen benaderen.

5.3.1 Analyse van de verstevigingsgegevens

Met een homogeen vervormingsveld in het slanke deel van de trekstaaf worden de axiale rekken bepaald door:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right). \quad (5.2)$$

Hierin zijn:

- ε de rek,
- l_0 de initiële meetlengte,
- Δl de lengteverandering over initiële meetlengte.

Volgens de documentatie van de Round Robin [31] zijn de gekregen verstevigingsgegevens echter bepaald aan de hand van de diameterverandering in het midden de trekstaaf. Ook is er een constant volume van de trekstaaf verondersteld. De rekken zijn bepaald met:

$$\varepsilon = 2 \ln\left(\frac{d_0}{d_0 - \Delta d}\right). \quad (5.3)$$

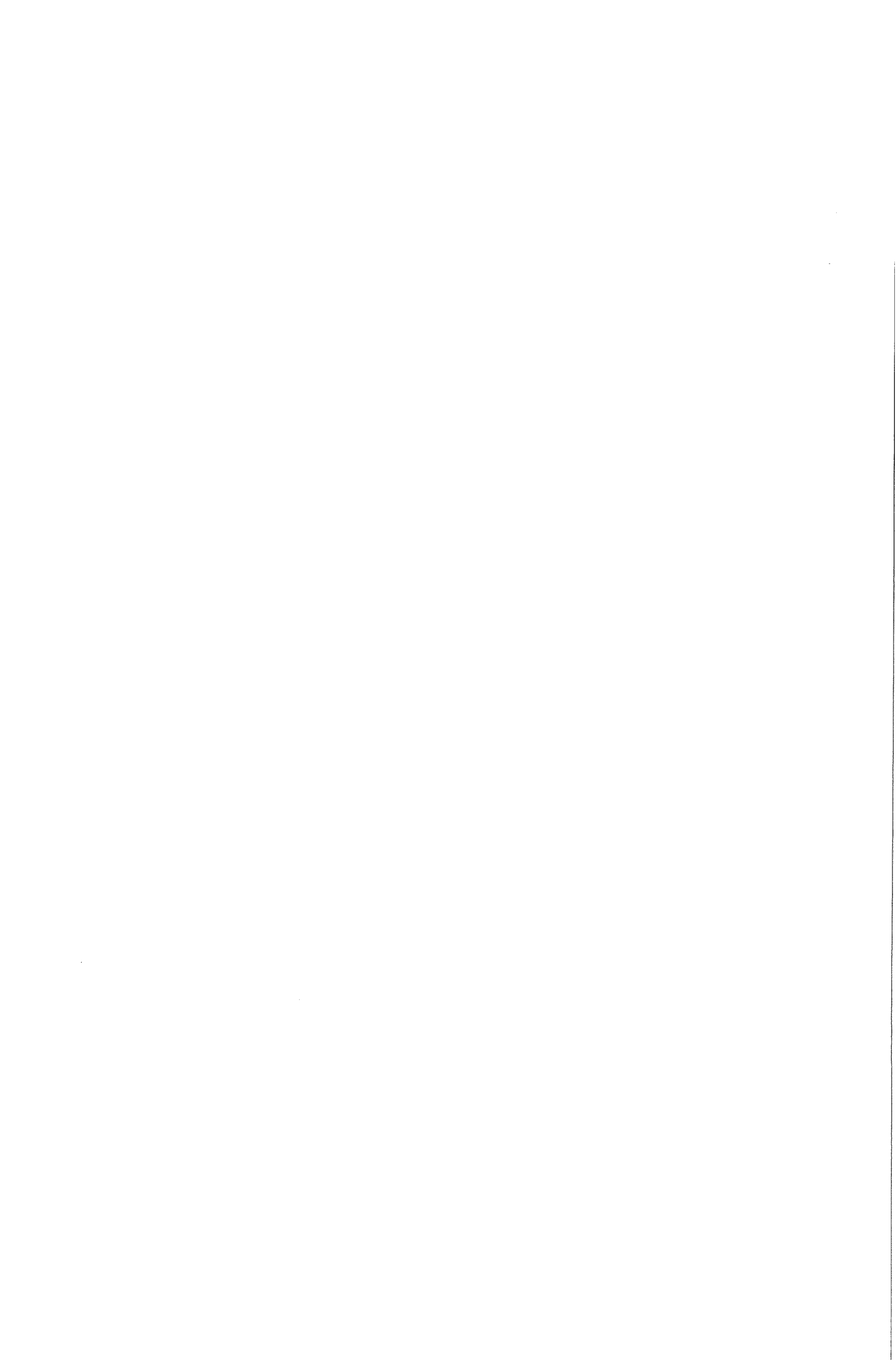
Hierin zijn:

- ε de rek,
- d_0 de initiële staafdiameter,
- Δd de diameterafname.

Voordat de maximale trekkracht is bereikt en dus geen insnoeringsgebied aanwezig is, zal de bepaling van de axiale rekken uit de diameterveranderingen onnauwkeuriger zijn, dan de bepaling uit de staafverleningen. Twee argumenten hiervoor zijn:

- 1 - Bij een kleine totale rek is de elastische component nog relatief groot. Per definitie wordt de dwarscontractiecoëfficiënt ν bepaald door de verhouding van de dwarsrek en de rek in belastingsrichting in een elastische één-assige belastingstoestand. In het elastische gebied slechts $\nu = 0,3$. De gebruikte rekformulering op basis de diameterveranderingen gaat echter uit van een constant volume en dus $\nu = 0,5$. Pas bij grotere plastische rekken, wanneer de elastische rekcomponenten verwaarloosbaar zijn, komen de beide rekformuleringen overeen.
- 2 - De diameterveranderingen worden maar op één specifiek punt op het oppervlak van de staaf gemeten en zijn ook moeilijker nauwkeurig te meten. De lengteveranderingen zijn daarentegen een directe maat voor de axiale rek. Vanwege het grotere meetgebied zijn zij van een hogere orde grootte en daarom is de rek hieruit nauwkeuriger te bepalen.

In bijlage 2 wordt voor beide rekformuleringen een foutenanalyse uitgevoerd. Hieruit blijkt, dat een gelijke absolute meetfout in Δl en Δd een tien maal grotere absolute fout in de rek oplevert, wanneer Δd voor de rekformulering gebruikt wordt.



De rekken, die uit de diameterveranderingen bepaald worden, kunnen voor de elastische component worden gecorrigeerd in het gebied, voordat de maximale trekkracht bereikt is. Er heerst dan dus nog een één-assige spanningstoestand. Wanneer alleen elastische volumeveranderingen worden verondersteld, dan wordt het volume van een deel van de één-assig belaste staaf gegeven door:

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 l = V_0 (1 + \varepsilon_1^e)(1 + \varepsilon_2^e)(1 + \varepsilon_3^e) = \frac{\pi}{4} d_0^2 l_0 (1 + \varepsilon^e)(1 - \nu \varepsilon^e)^2. \quad (5.4)$$

Hierin zijn:

- d_0 de staafdiameter in de onbelaste toestand,
- d de staafdiameter in de belaste toestand,
- l_0 de meetlengte in de onbelaste toestand,
- l de meetlengte in de belaste toestand,
- ε^e de elastische component van de rek ($\varepsilon^e = \sigma/E$),
- ε_i^e de elastische component van de i -de hoofdrek ($i = 1, 2, 3$)
- ν de constante van Poisson.

De axiale rek wordt nu gegeven door:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\left(\frac{d_0}{d_0 - \Delta d}\right)^2 \left(1 + \frac{\sigma}{E}\right) \left(1 - \nu \frac{\sigma}{E}\right)^2\right). \quad (5.5)$$

Hierin zijn:

- ε de rek,
- Δd de diameterafname van de staaf,
- σ de vloeispanning.

Wanneer er zich nog geen insnoeringsgebied heeft ontwikkeld, zal de Bridgman-correctie geen invloed hebben. De vloeispanning in de staaf is dan gelijk aan de gemiddelde axiale spanning, gegeven door:

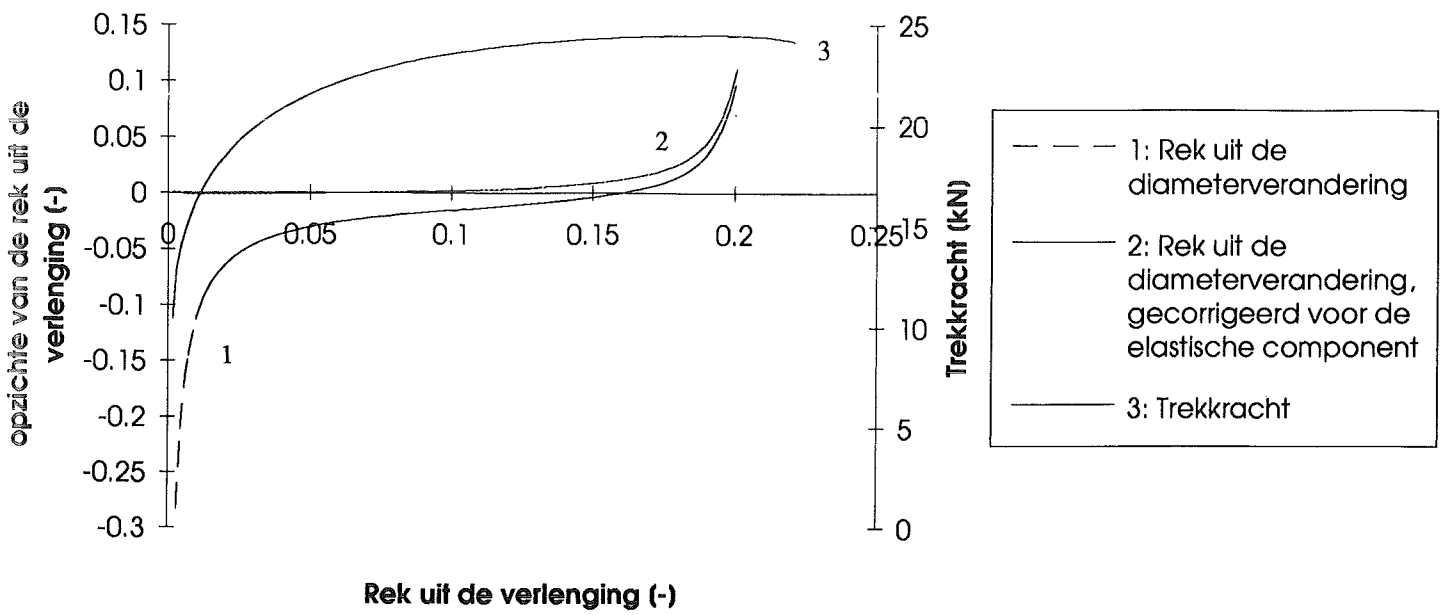
$$\sigma = \sigma_{ax} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} (d_0 - \Delta d)^2}. \quad (5.6)$$

Hierin zijn:

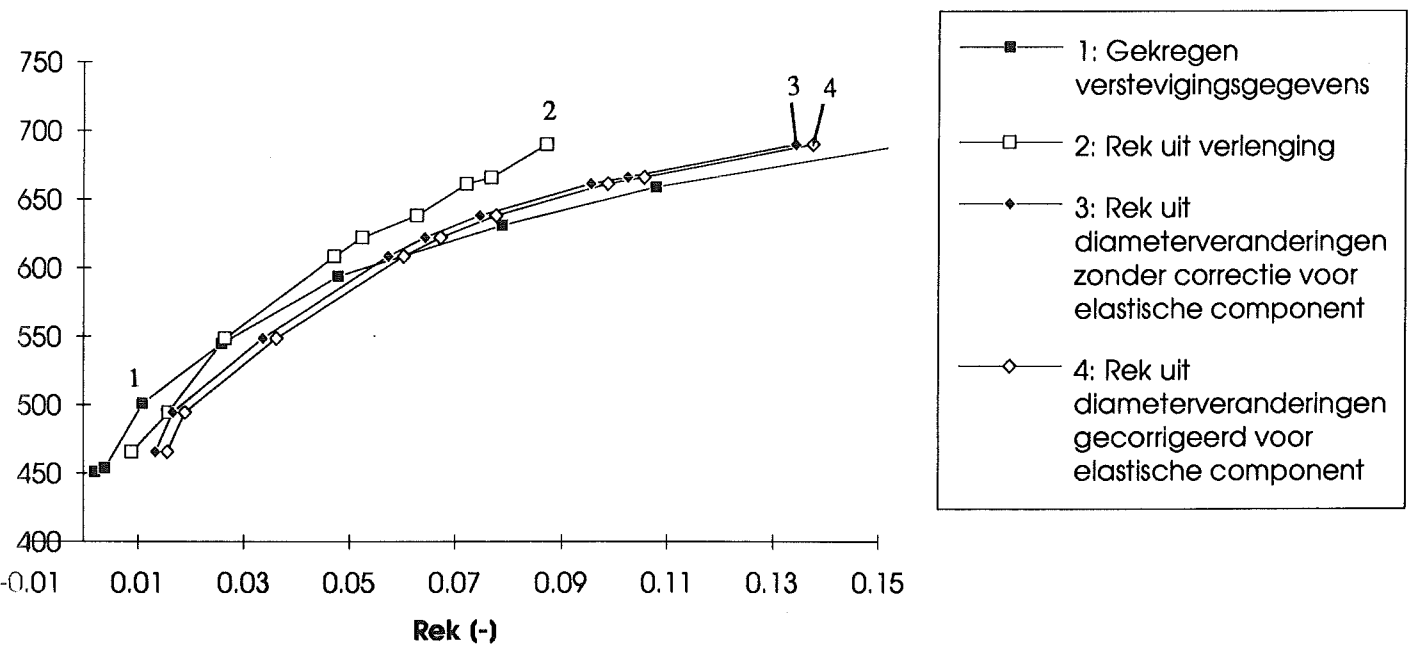
- σ_{ax} de ware axiale spanning,
- F de trekkracht.

Er staan nu drie verschillende formules tot de beschikking om de rekken te bepalen. Het versterigingsgedrag kan met deze drie verschillende rekformuleringen uit de experimentele resultaten (F , Δl en Δd) worden bepaald voor het gebied dat de maximale trekkracht nog niet bereikt is. Naar verwachting moet de formulering op basis van de verlengingen hetzelfde

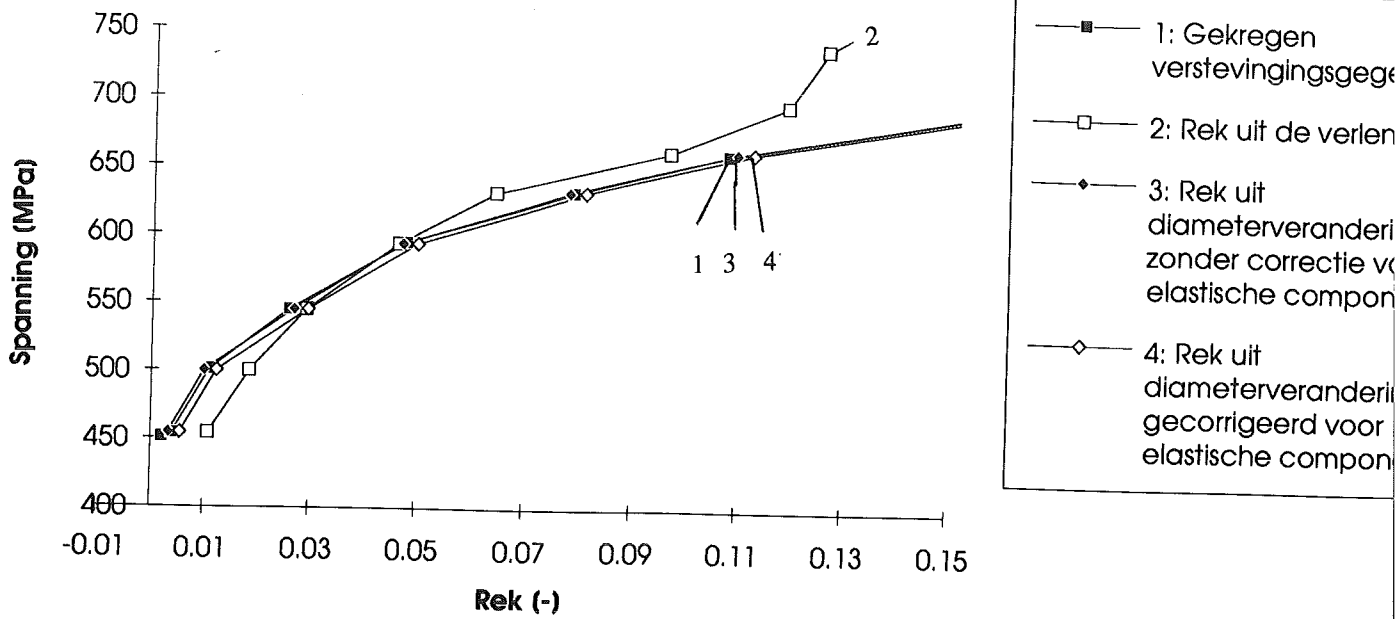




Figuur 5.1: Relatieve verschillen tussen de bepaling van de axiale rekken uit diameterveranderingen en de bepaling uit de staafverlengingen voor de referentie berekening.



Figuur 5.2: Gebruik van verschillende rekformuleringen voor proef 33.19.



Figuur 5.3: Gebruik van verschillende rekformuleringen voor proef 33.20.

Tabel 5.1: Gebruik van verschillende rekformuleringen voor proef 33.19

Δl [mm]	Δd [mm]	F [kN]	σ [MPa]	$\epsilon(\Delta l)$ [-]	$\epsilon(\Delta d)$ [-]	$\epsilon(\Delta d)_{cor.}$ [-]
0,27	0,04	13,0	465	0,00896	0,0134	0,0156
0,48	0,05	13,75	494	0,0159	0,0167	0,0191
0,81	0,10	15,0	548	0,0266	0,0336	0,0362
1,45	0,17	16,25	608	0,0472	0,0574	0,0604
1,62	0,19	16,5	622	0,0526	0,0643	0,0673
1,95	0,22	16,75	638	0,0630	0,0747	0,0778

$\epsilon(\Delta l)$: rek berekend uit de staafverlengingen, $\epsilon(\Delta d)$: rek berekend uit de diameterveranderingen, zonder correctie voor de elastische component in de diameterverandering, $\epsilon(\Delta d)_{cor.}$: rek berekend uit de diameterveranderingen, gecorrigeerd voor de elastische component in de diameterverandering.

Tabel 5.2: Gebruik van verschillende rekformuleringen voor proef 33.20

Δl [mm]	Δd [mm]	F [kN]	σ [MPa]	$\epsilon(\Delta l)$ [-]	$\epsilon(\Delta d)$ [-]	$\epsilon(\Delta d)_{cor.}$ [-]
0,33	0,01	12,8	454	0,01094	0,00335	0,00550
0,56	0,03	14,0	500	0,0185	0,0100	0,0124
0,89	0,08	15,0	544	0,0292	0,0268	0,0294
1,43	0,14	16,0	593	0,0466	0,0472	0,0500
2,00	0,23	16,5	631	0,0645	0,0782	0,0812
3,05	0,32	16,73	660	0,0968	0,110	0,113

$\epsilon(\Delta l)$: rek berekend uit de staafverlengingen, $\epsilon(\Delta d)$: rek berekend uit de diameterveranderingen, zonder correctie voor de elastische component in de diameterverandering, $\epsilon(\Delta d)_{cor.}$: rek berekend uit de diameterveranderingen, gecorrigeerd voor de elastische component in de diameterverandering.

verstevigingsgedrag opleveren als de formulering op basis van diameterveranderingen (voor de elastische component gecorrigeerd). Dit gedrag moet ook weer hetzelfde zijn als het ingevoerde verstevigingsgedrag.

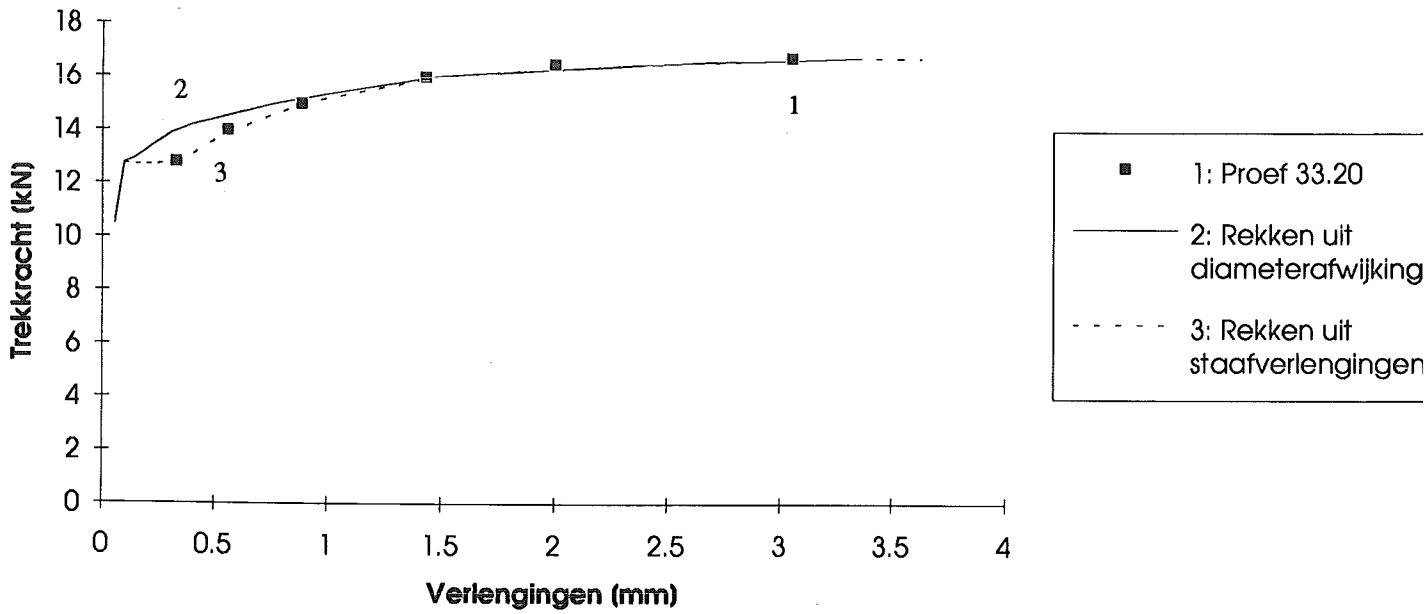
Om de juistheid en toepasbaarheid van de afgeleide formules te achterhalen, zijn zij toegepast op de resultaten uit de referentieberekening bar26. In figuur 5.1 zijn de relatieve verschillen tussen de rekken uit de diameterveranderingen en die uit de verlengingen gegeven. Ook is het verloop van de trekkracht gegeven. Voor kleine rekken is de overeenkomst tussen de rekformulering op basis van de verlengingen en die op basis van de voor de elastische component gecorrigeerde diameterveranderingen zeer goed. Het achterwege laten van een correctie voor de elastische component in de diameterafname geeft net buiten het elastische gebied ($\epsilon > 0,002$) een grote relatieve fout van 25 % in de bepaalde rek.

Theoretisch moet het vervormingsveld voor de referentieberekening tot een rek $\epsilon = 0,2$ één-assig zijn, omdat dan de maximale trekkracht verwacht wordt (zie paragraaf 5.4). Bij $\epsilon = 0,14$ geven de beide rekformuleringen op basis van de diameterveranderingen een gelijke afwijking (1,0 %) in absolute waarde ten opzichte van de rek, die uit de verlenging bepaald is. Bij grotere rekken neemt het verschil tussen de beide rekformuleringen op basis van de diameterveranderingen af en de elastische rekcomponenten worden dan dus ondergeschikt aan de plastische. Het verschil tussen het gebruik van de diameterveranderingen of de staafverlenging neemt wel sterkt toe. Al voordat de maximale trekkracht wordt bereikt, is het vervormingsveld in de trekstaaf dus al niet meer homogeen. De verdikte inklemmingsgebieden van de trekstaaf hebben dus een sterke invloed op het vervormingsveld in het slanke staafdeel. Dit bevestigt ook dat er geen initiële diameterafwijking in de staaf moest worden aangebracht om het insnoeringsgebied in het midden van de staaf te laten initiëren.

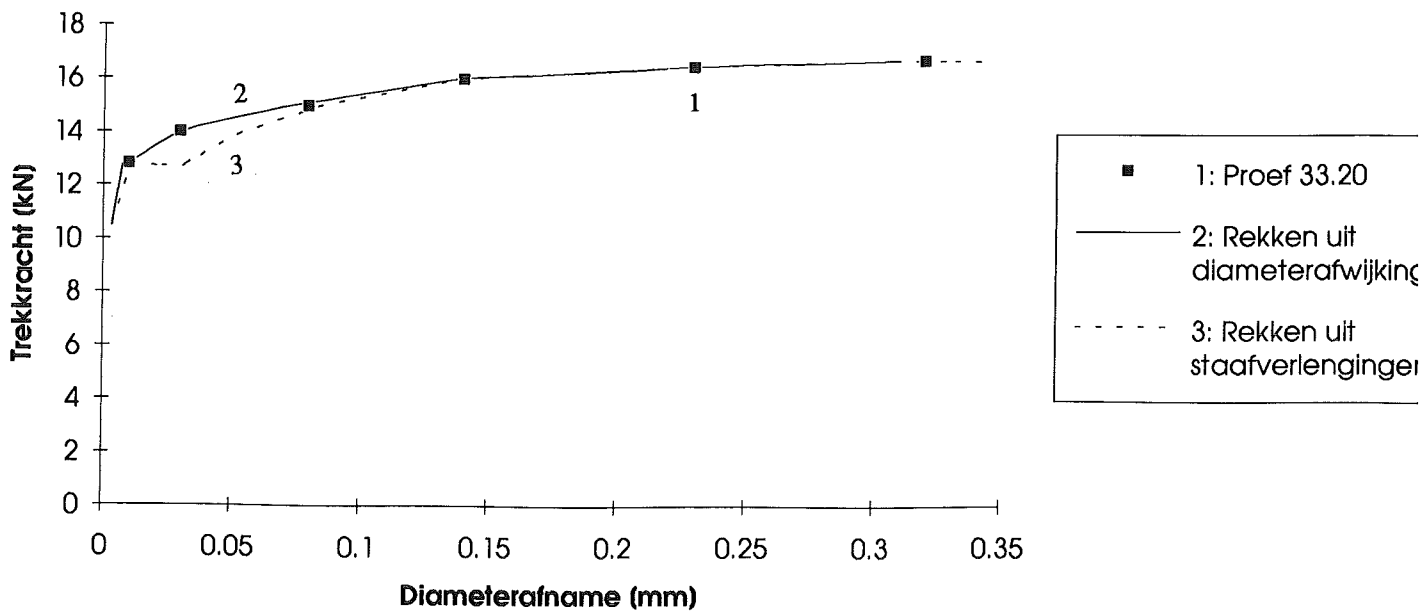
In figuren 5.2 en 5.3 is voor respectievelijk de proeven 33.19 en 33.20 het verloop van de gemiddelde axiale spanning bij de drie verschillende rekformuleringen gegeven. Ook de gekregen verstevigingsgegevens zijn uitgezet. In de tabellen 5.1 en 5.2 zijn de bijbehorende waarden gegeven. Zowel het gebruik van een verschillende rekformulering als het gebruik van experimentele waarden uit verschillende proeven geeft een ander verstevigingsgedrag. De verlenging in proef 33.19 geeft een grotere rek dan de diameterafname. Voor de eerste punten in proef 33.20 is dat juist omgekeerd. De gekregen verstevigingsgegevens zijn vrijwel gelijk aan die van proef 33.20, met gebruik rekformulering op basis van de diameterveranderingen zonder correctie voor de elastische component. De geleverde verstevigingsgegevens zijn dus waarschijnlijk gebaseerd op de proef 33.20.

De opgegeven elasticiteitsgrens $\sigma_y = 451$ MPa komt met de elasticiteitsmodulus $E = 210$ GPa overeen met een rek $\epsilon_y = 0,002148$. Dit punt is het eerste punt van de gekregen verstevigingsgegevens in figuur 5.3. Het eerste verstevigingspunt, dat uit de staafverlengingen bepaald is, ligt op een rek $\epsilon = 0,01094$ en een spanning $\sigma = 454$ MPa. Hieruit blijkt dus een vloeiplateau, dat niet uit de rekformulering op basis van de diameterveranderingen en dus de gekregen verstevigingsgegevens blijkt.

Het verschillende verstevigingsgedrag dat uit de proeven 33.19 en 33.20 volgt, kan in een natuurlijke spreiding van materiaaleigenschappen liggen. Het gebruik van verschillende rekformuleringen voor hetzelfde experiment, die theoretisch hetzelfde resultaat moeten



Figuur 5.4: Invloed van de bepaling van de rekken uit de experimentele staafverlengingen of uit de diameterveranderingen op het begin van de berekende trekkromme (Kracht tegen verlenging).



Figuur 5.5: Invloed van de bepaling van de rekken uit de experimentele staafverlengingen of uit de diameterveranderingen op het begin van de berekende trekkromme (Kracht tegen diameterafname).

geven, levert echter grote verschillen in de bepaalde rekken. Waarschijnlijk is dit een gevolg van de grote afhankelijkheid van meetfouten in de diameterafname op de bepaalde rek.

5.3.2 Wijziging van de verstevigingsgegevens

Om te kijken of de trekkromme bij kleine verlengingen wel nauwkeurig door het EEM-pakket kan worden beschreven, zijn de ingevoerde verstevigingsgegevens gewijzigd. De rekken voor de eerste drie verstevigingspunten zijn uit de staafverlengingen van proef 33.20 berekend (Zie tabel 5.2). Voor de overige punten zijn de gekregen verstevigingsgegevens gebruikt.

In de figuren 5.4 en 5.5 zijn de twee trekkrommes gegeven voor zowel de originele als de gewijzigde verstevigingsgegevens. Voor kleine verlengingen is het verloop van trekkracht tegen de verlenging goed, terwijl nu voor de diameterafname de overeenkomsten slecht zijn. Hieruit blijkt dus weer dat de gemeten diameterveranderingen niet overeenkomen met de gemeten staafverlengingen. Uit het verloop van de trekkracht tegen de verlenging volgt, dat de wijziging in het verstevigingsgedrag bij kleine rekken alleen doorwerkt in het begin van de trekkromme. Het moment waarop de maximale trekkracht bereikt wordt, wordt niet beïnvloed.

5.4 Gedrag bij grote staafverlengingen en rekken

De afwijking tussen de experimentele en de numerieke trekkromme ongeveer in het gebied vanaf het bereiken van de maximale trekkracht kan twee oorzaken hebben:

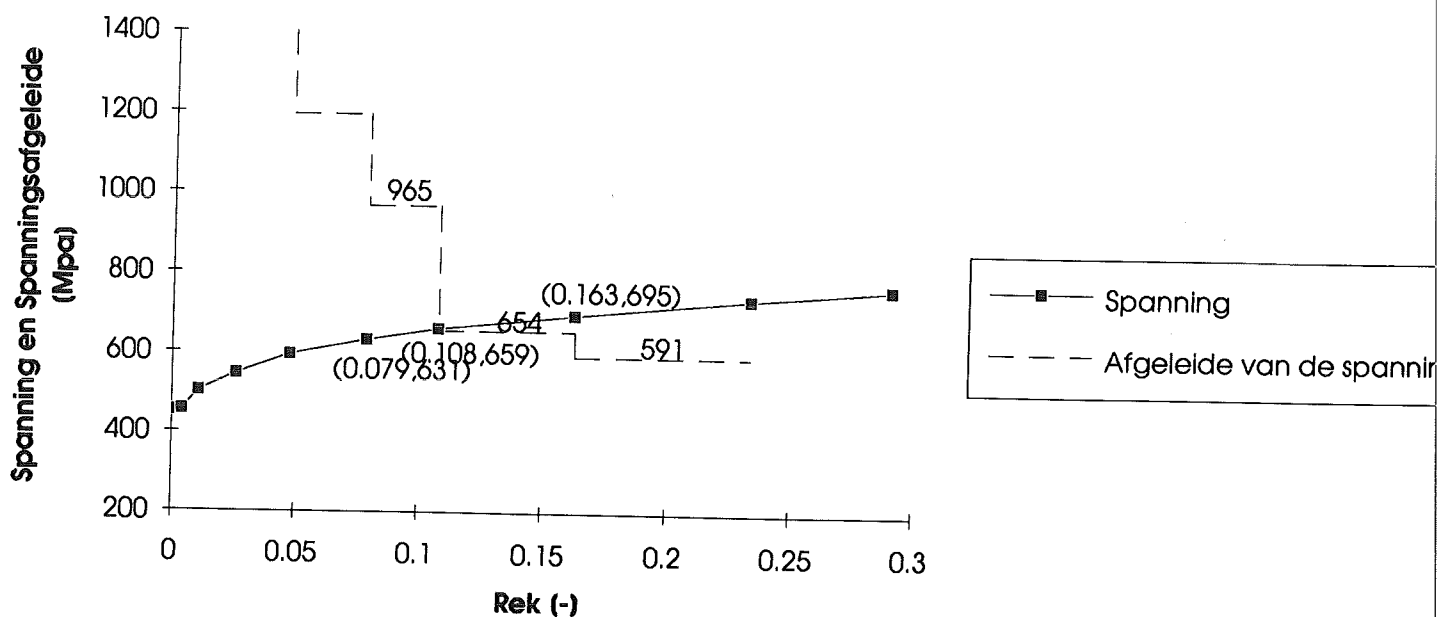
- 1 De initiatie van het insnoeringsgebied kan numeriek niet goed worden ingezet. Wanneer het vervormingsveld een klein rekinterval langer homogeen blijft, zal dit over een grote lengte van de staaf worden uitgesmeerd. Dit zal een translatie van de trekkromme langs de as van de verlengingen geven.
- 2 Bij bepaling van het verstevigingsgedrag uit de experimentele trekproeven kunnen fouten gemaakt zijn. Te denken is aan een overschatting van de versteviging, waardoor de trekkromme minder steil afvalt.

In paragraaf 5.4.1 wordt gekeken, waardoor het punt van de maximale trekkracht in een gladde één-assige trekstaaf wordt bepaald. Het punt van maximale trekkracht, dat uit een eenvoudig model volgt, wordt vergeleken met dat wat uit de EEM-berekeningen volgt. Paragraaf 5.4.2 behandelt methode voor de bepaling van het verstevigingsgedrag uit de één-assige trekproef. Een alternatieve methode hiervoor zal in paragraaf 5.4.3 worden gebruikt om betere overeenkomsten met de experimentele trekkrommen te krijgen.

5.4.1 Initiatie van het insnoeringsgebied

Wanneer er geen invloed van de inklemningsgebieden wordt verondersteld, komt het vervormingsveld in het slanke deel van de trekstaaf overeen met dat van een één-assig belast ideaal plastisch materiaal. De trekkracht in een model met een ideaal plastisch materiaal, dat één-assig belast wordt en in de belastingsrichting homogeen vervormt, neemt volgens de constructie van Considère (Zie Wachters [36]) toe zolang geldt:

Tabel 5.3: Gegevens op het moment van het bereken van het moment van de maximale trekkracht in de referentieberekening.			
	EEM (bar26)	Model	Relatief verschil
F_{max} [kN]	24,47	24,42	$8,38 \cdot 10^{-5}$
Δl [mm]	6,37	6,64	$4,22 \cdot 10^{-2}$
Δd [mm]	0,573	0,571	$3,78 \cdot 10^{-3}$



Figuur 5.6: Verloop van de spanning en de afgeleide van de spanning naar de rek voor de gekregen versterkingsgegevens.

Tabel 5.4: Gegevens op het moment van het bereiken van de maximale trekkracht.				
	Proef 33.20	EEM (bar27)	Model ¹	Rel. verschil proef 33.20 en bar 27
F_{max} [kN]	16,73	16,746	16,726	$9,56 \cdot 10^{-4}$
Δl [mm]	3,05	3,55	3,07	$1,64 \cdot 10^{-1}$
Δd [mm]	0,32	0,334	0,315	$4,38 \cdot 10^{-2}$

¹: In het model is er vanuit gegaan, dat de spanningstoestand één-assig is.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} - \sigma > 0. \quad (5.7)$$

Op het moment dat bovenstaande vergelijking gelijk wordt aan nul, wordt de maximale draagkracht bereikt.

Het gebruikte materiaal is niet ideaal plastisch, maar er treden elastische volumeveranderingen op. Door de aanname van een constant volume wordt de afname van het belastingen dragend oppervlak overschat. Wanneer de elastische volumeveranderingen worden verrekend, wordt de maximale trekkracht bereikt indien geldt:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} + \sigma \left((1 - 2\nu) \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} - 1 \right) = 0. \quad (5.8)$$

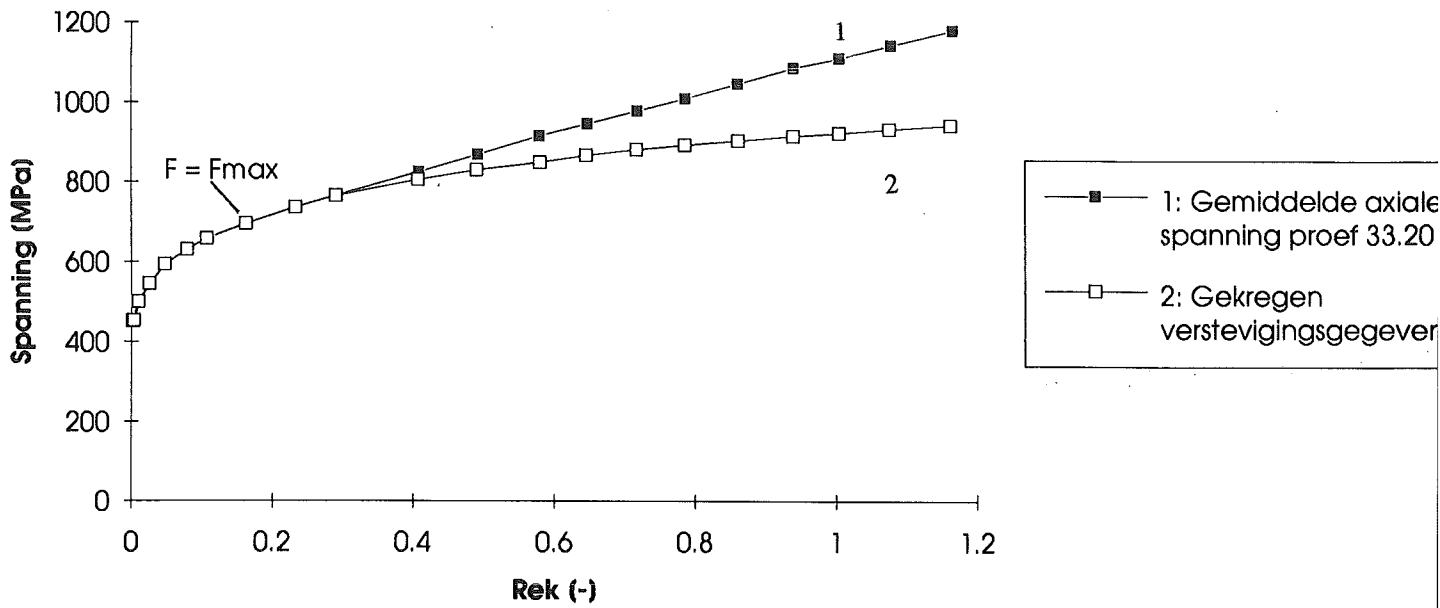
Dit verband wordt in bijlage 3 afgeleid. Het in rekening brengen van de elastische volumeveranderingen heeft echter weinig invloed, door de orde grootte van de elasticiteitsmodulus. In de vorige paragraaf werd gevonden, dat het vervormingsveld in de staaf al niet meer homogeen is, voordat de maximale trekkracht bereikt wordt. Dit heeft een veel grotere invloed. Vanwege de eenvoud zal daarom alleen formule 5.7 als een eerste benadering worden gebruikt, hoewel de formule vanwege het meer-assige vervormingsveld niet strikt geldig is.

Om te kijken of het EEM-pakket het moment van insnoering goed kan beschrijven, is het model toegepast op de referentieberekening. De maximale trekkracht wordt op basis van formule 5.7 verwacht bij de rek $\varepsilon = 0,2$. In tabel 5.3 worden de resultaten uit het model en de referentieberekening met elkaar vergeleken. De trekkracht en de diameterafname komen goed overeen. De verlenging wordt echter door het model overschat. Dit wordt juist verwacht, omdat de staaf al een lichte kromming heeft voordat de maximale trekkracht bereikt wordt.

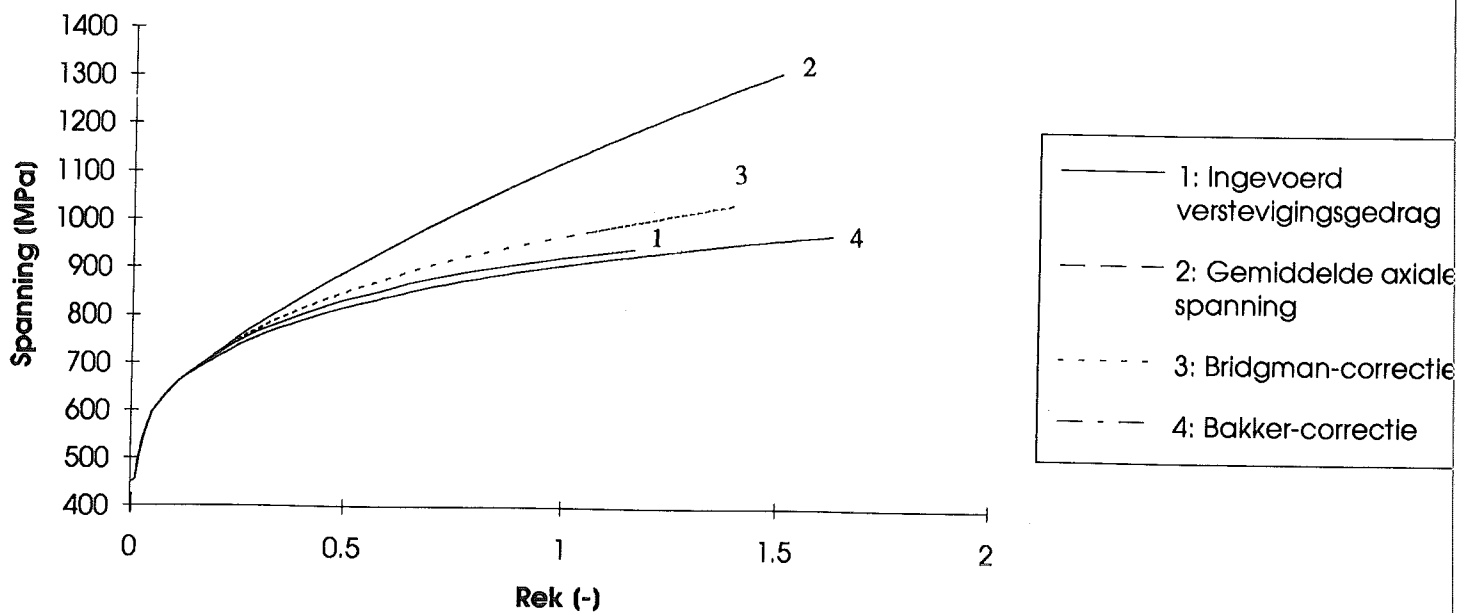
De gekregen verstevigingsgegevens zijn in een discreet aantal punten gegeven. In het EEM-pakket wordt het verstevigingsgedrag lineair tussen deze punten geïnterpoleerd. De afgeleide van het spanningsverloop is op elk interval constant en op de grens tussen twee intervallen discontinu. Fysisch zal de afgeleide echter continu zijn, afgezien van eventuele stapvormige overgangen door het doorlopen van het vloeiplateau of invloeden van reksnelheden.

In figuur 5.6 is het verloop van de spanning en de afgeleide ervan uitgezet. Bij $\sigma = 659$ MPa en $\varepsilon = 0,108$ wordt aan de voorwaarde voor de maximale trekkracht voldaan, vanwege de stap in het verloop van spanningsafgeleide. In tabel 5.4 staat gegeven welke trekkracht, diameterafname en staafverlenging bij deze rek bereikt worden. Hierin zijn de experimentele waarden, de waarden uit de EEM-berekening en de waarden op basis van de spannings- en vervormingstoestand voor het model voor het bepalen van de maximale trekspanning gegeven.

De overeenkomsten tussen proef 33.20 en het model zijn goed. Dit is ook weer een sterke indicatie dat de verstevigingsgegevens uit proef 33.20 bepaald zijn. De EEM-berekening bar27 overschat de verlenging en de diameterafname uit proef 33.20. Bij de invoer van een



Figuur 5.7: Verloop van de gemiddelde axiale spanning voor proef 33.20 en de gekregen versterkingsgegevens.



Figuur 5.8: Toepassing van de Bridgman- [34] en de Bakker-correctie [38] op de resultaten van de EEM-berekening, waarin de gekregen versterkingsgegevens zijn ingevoerd.

continu versterkingsgedrag van de referentieberekening was het EEM-pakket wel goed in staat de verlenging op het moment van maximale trekkracht te beschrijven.

5.4.2 Bepaling van het versterkingsgedrag uit de één-assige trekproef

De versterkingsgegevens zijn uit de diameterveranderingen in experimentele trekproeven bepaald met gebruik van de Bridgman-correctie [33]. Hierin wordt het verband tussen de gemiddelde axiale spanning en de vloeispanning gegeven door:

$$\sigma = \frac{1}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \sigma_{ax} = C \sigma_{ax}. \quad (5.9)$$

Hierin zijn:

- σ de vloeispanning,
- σ_{ax} de gemiddelde axiale spanning,
- C een correctiefactor,
- a de straal van de staaf in het insnoeringsgebied,
- R de afrondingsstraal van het insnoeringsgebied.

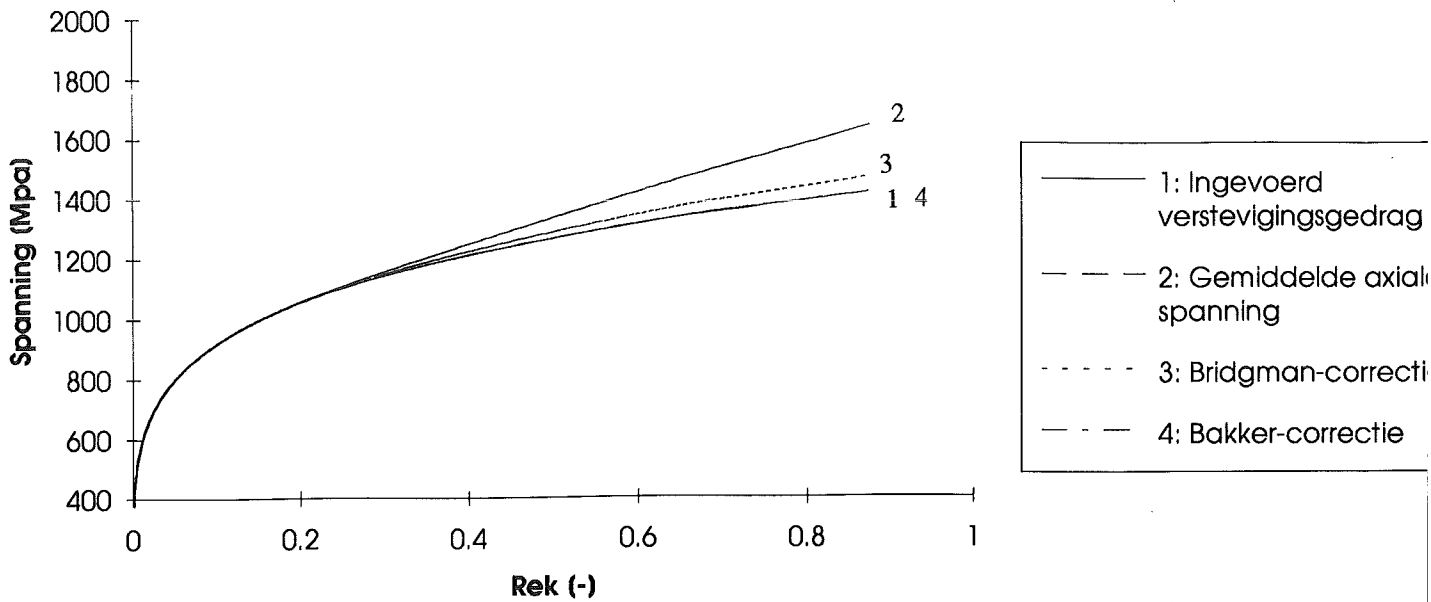
Zowel a als R veranderen tijdens toenemende vervorming van de staaf. Volgens Bakker [37] worden de experimentele gegevens van Bridgman empirisch benaderd door:

$$\frac{a}{R} = -0.10573 + 0.95778\varepsilon^p - 0.11107(\varepsilon^p)^2 + 0.0023977(\varepsilon^p)^3. \quad (5.10)$$

Het is niet bekend of voor de bepaling van de gekregen versterkingsgegevens de verhouding a/R experimenteel bepaald is of dat een empirisch verband zoals het bovenstaande gebruikt is. Uit numerieke berekeningen van Bakker [37] volgt, dat de verhouding a/R bij een plastische rek ook van het versterkingsgedrag van een materiaal afhangt. Bakker [37] heeft op basis van EEM-berekeningen een alternatieve correctiemethode uitgewerkt, die met deze beide invloeden rekening houdt.

Figuur 5.7 geeft het verloop van de gemiddelde axiale spanning in proef 33.20 en de gekregen versterkingsgegevens. Ook is het punt aangegeven waarop de maximale trekkracht bereikt wordt. De Bridgman-correctie wordt niet direct na het bereiken van de maximale trekkracht ingezet. Er moet dan toch al een insnoeringsgebied en dus een afwijking tussen de axiale en vloeispanning ontstaan. Het gekregen versterkingsgedrag overschat dus het werkelijke versterkingsgedrag licht net na het bereiken van de maximale trekkracht.

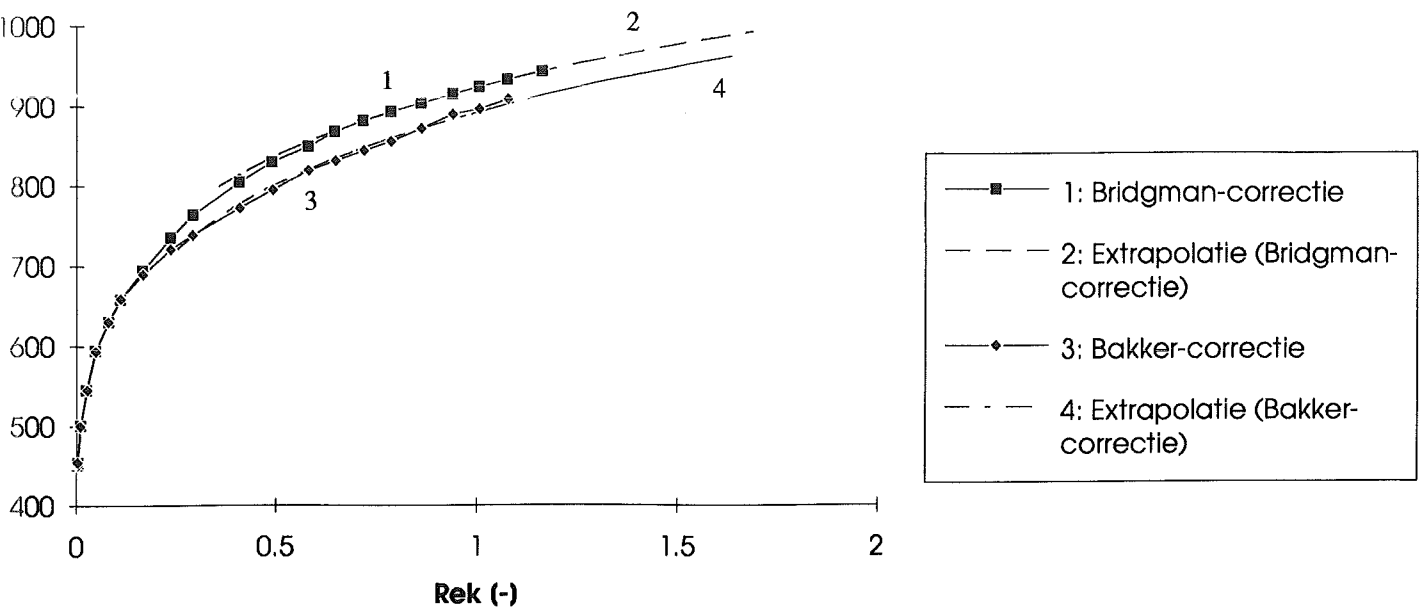
De Bridgman- en de Bakker-correctie zijn op de resultaten van de EEM-berekeningen toegepast, om de toepasbaarheid van de correcties te achterhalen. Het in het programma ingevoerde versterkingsgedrag moet dan ook weer uit de correctie volgen. Het verloop van a/R , dat voor de Bridgman-correctie nodig is, wordt uit de knooppuntsverplaatsingen berekend. In bijlage 4 zijn hiervoor twee berekeningswijzen uitgewerkt, die geen significante onderlinge verschillen opleveren. In figuur 5.8 zijn de Bridgman- en de Bakker-correctie



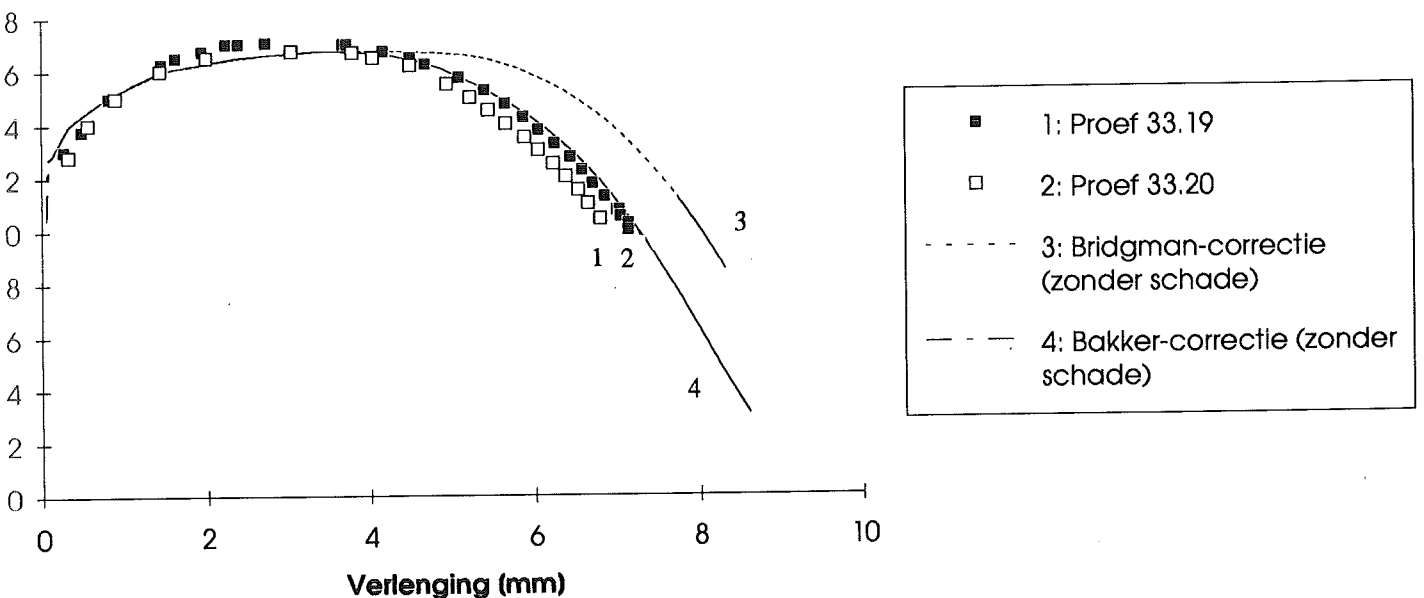
Figuur 5.9 : Toepassing van de Bridgman- [34] en de Bakker-correctie [38] op de resultaten van de referentieberekening.

Tabel 5.5:
Verstevigingsgegevens uit de
Bakker-correctie toegepast op
proef 33.20

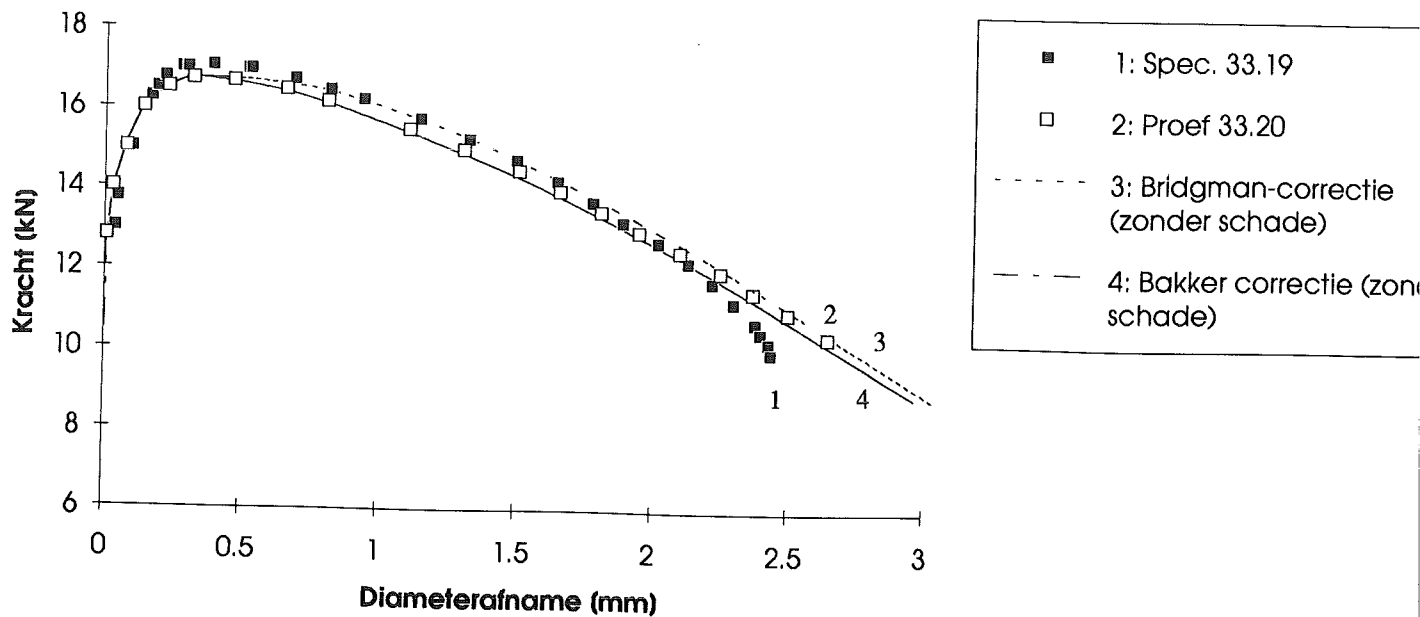
σ [MPa]	ϵ [-]
451	0,00215;
454	0,0110
501	0,0185
545	0,0292
593	0,0472
631	0,0782
660	0,110
690	0,163
722	0,233
740	0,290
773	0,409
795	0,493
820	0,580
832	0,648
845	0,718
856	0,786
872	0,862
890	0,940
897	1,01
909	1,08



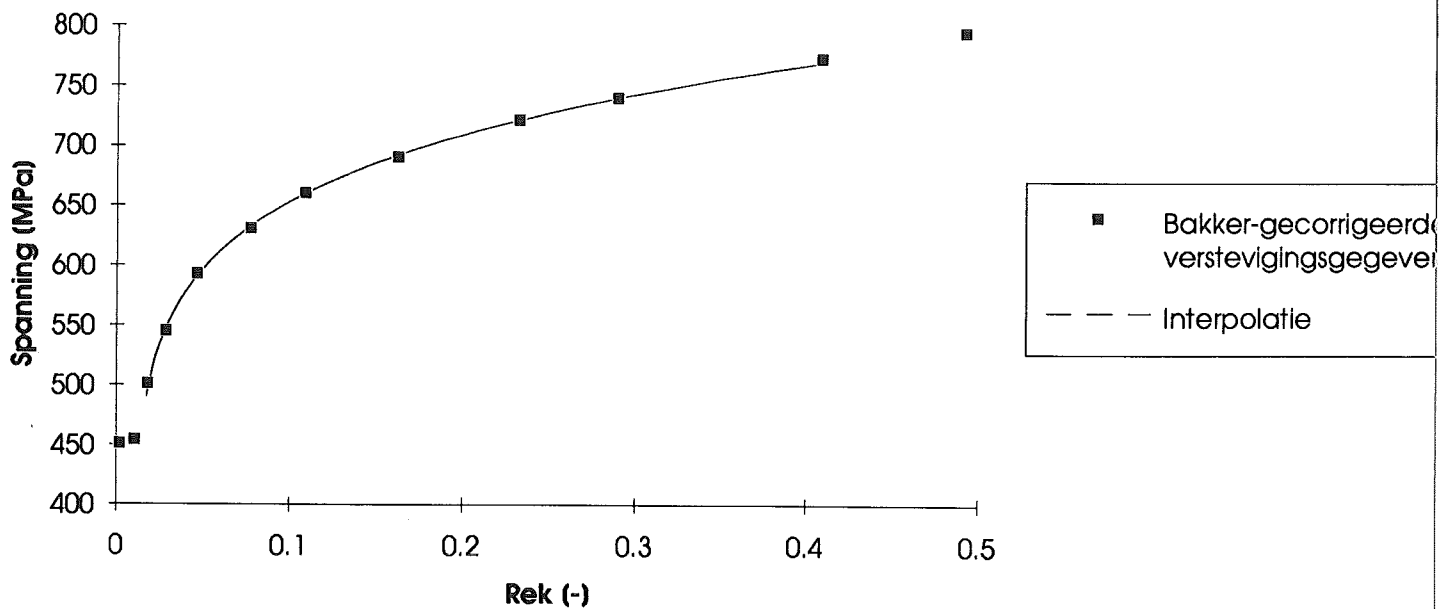
Figuur 5.10: Toepassing van de Bridgman- [34] en de Bakker-correctie [38] op de resultaten van de experimentele trekproef 33.20.



Figuur 5.11: Verloop van de trekkracht tegen de staafverlenging voor de gekregen Bridgman-gecorrigeerde [34] versterkingsgegevens en de Bakker-gecorrigeerde [38] versterkingsgegevens.



Figuur 5.12: Verloop van de trekkracht tegen de diameterafname voor de gekregen Bridgman-gecorrigeerde [34] versterkingsgegevens en de Bakker-gecorrigeerde [38] versterkingsgegevens.



Figuur 5.13: Continue benadering van de versterkingsgegevens uit de Bakker-correctie [38] in het gebied waar de maximale trekkracht wordt bereikt.

toegepast op de resultaten van de berekening, waarin de gekregen versterkingsgegevens (bar24) zijn ingevoerd. Figuur 5.9 geeft het resultaat van de correcties voor de referentieberekening (bar26). De Bridgman-correctie overschat de versterking voor beide berekeningen. De Bakker-correctie overschat het gekregen versterkingsgedrag licht, maar levert voor de referentieberekening precies het ingevoerde gedrag op. Waarschijnlijk is dit omdat de Bakker-correctie op EEM-berekeningen met dit soort versterkingsgedrag gebaseerd is.

5.4.3 Wijziging van de versterkingsgegevens

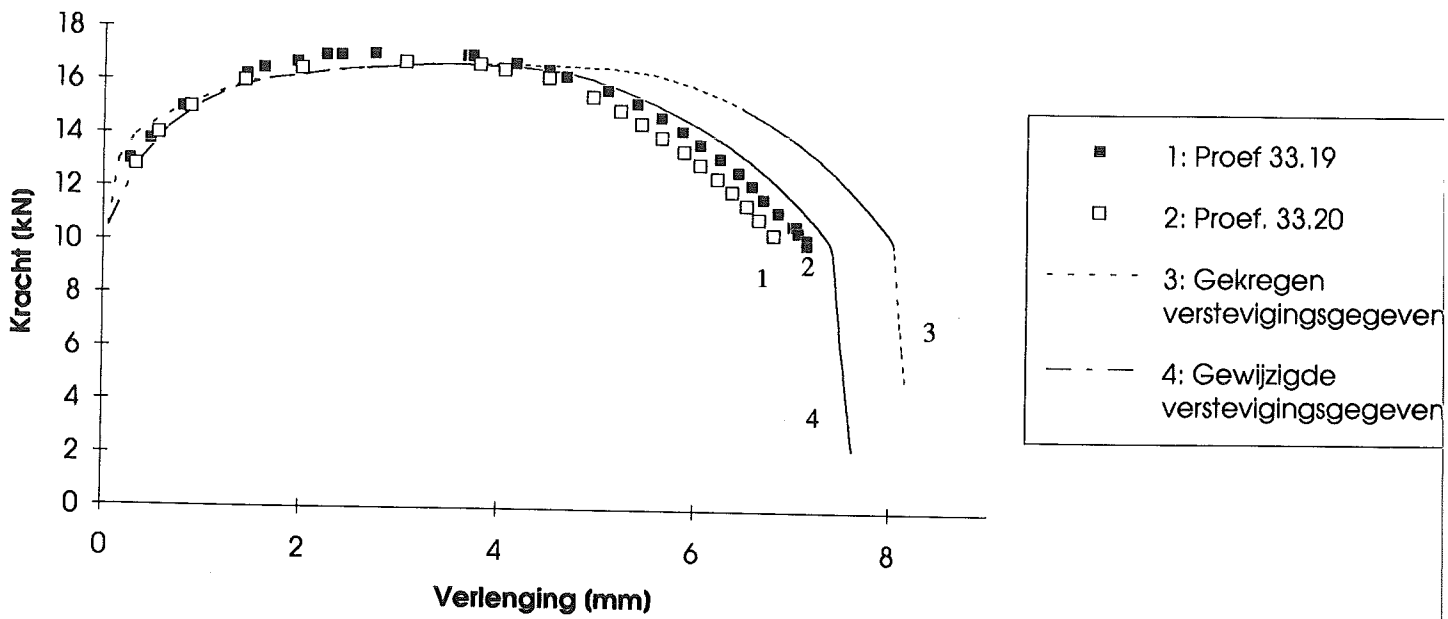
Op de experimentele gegevens van proef 33.20 is de Bakker-correctie uitgevoerd. De versterkingsgegevens die hieruit volgen zijn in tabel 5.5 gegeven. In totaal zijn er 20 experimentele punten van proef 33.20 beschikbaar. Het 20^e punt kon echter niet met de gebruikte versie van het programma berekend worden. Voor extrapolatie met een power law worden de parameters gevonden: $n = 0,153$ en $M = 893$. In figuur 5.10 zijn de gekregen versterkingsgegevens en de Bakker-gecorrigeerde gegevens uitgezet. Ook zijn de extrapolaties uitgezet. Uit de Bakker-correctie volgt een minder grote versterking.

De Bakker-gecorrigeerde versterkingsgegevens zijn in het EEM-pakket ingevoerd. Er treedt een aanzienlijke verbetering in de benadering van de trekkromme ($F-\Delta l$) op, die in figuur 5.11 gegeven is. De verlenging op het punt van de maximale trekkracht in proef 33.20 wordt nog steeds licht onderschat. In het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname in figuur 5.12 treden kleine afwijkingen op bij gebruik van de Bakker-correctie.

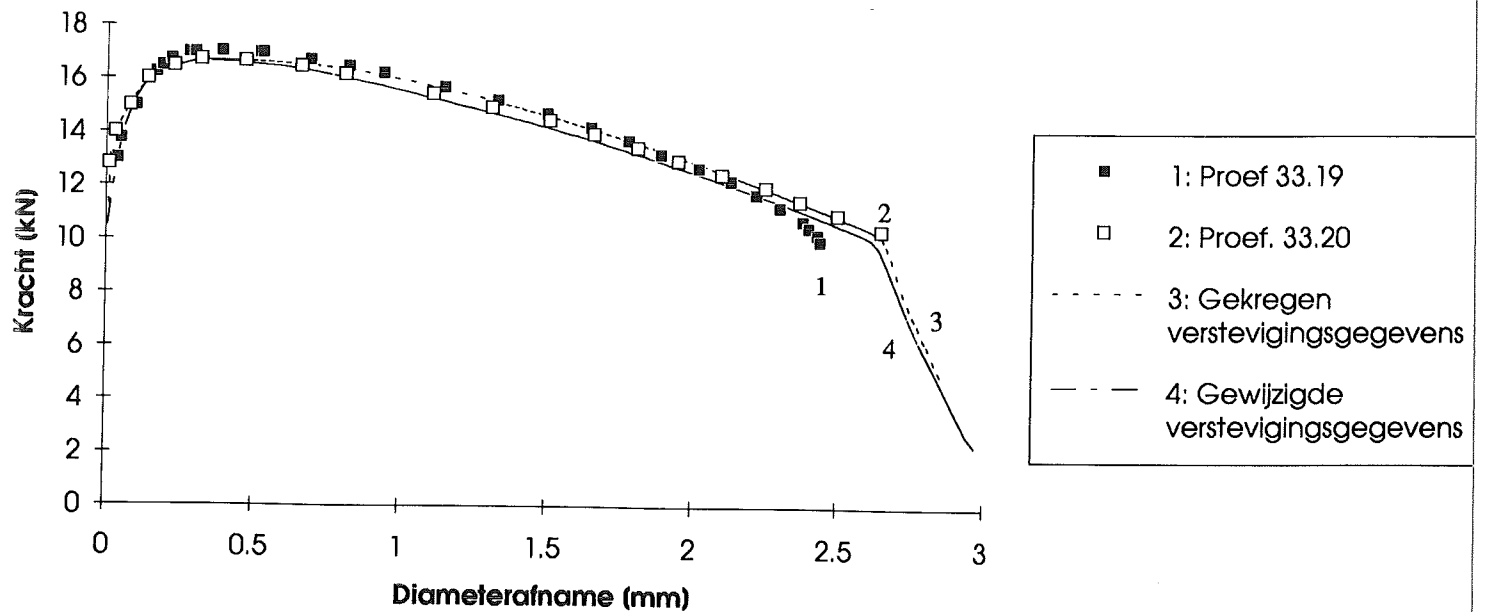
Net als in de berekeningen met de gekregen versterkingsgegevens wordt het moment, van maximale trekkracht geforceerd, doordat de versterkingsgegevens puntsgewijs in het EEM-pakket worden ingevoerd. Door een stap in het verloop van $d\sigma/de$ bij $\sigma = 660$ MPa en $\epsilon = 0,101$ wordt de maximale kracht bereikt. Om het moment, waarop de maximale trekkracht bereikt wordt, nauwkeuriger te beschrijven moeten de stappen $d\sigma/de$ voorkomen worden. Om aan een continu differentieerbaar verband te komen worden de Bakker-gecorrigeerde versterkingsgegevens geïnterpoleerd in het gebied waar de maximale trekkracht zal optreden. De versterkingsgegevens zijn gebruikt, waarin voor de eerste 3 punten de staafverlengingen gebruikt zijn. Het versterkingsgedrag wordt benaderd met een power-law, die licht is aangepast om het vloeiplateau te verrekenen. De functie die gebruikt is wordt gegeven door:

$$\sigma = M(\epsilon - \epsilon_f)^n. \quad (5.11)$$

Hierin is ϵ_f de rek op het einde van het vloeiplateau, waarvoor is aangenomen $\epsilon_f = 0,01094$. In het programma MATLAB zijn de parameters M en n met behulp van de kleinste kwadraten methode uitgerekend. Het programma wordt in bijlage 5 gegeven. Bij een interpolatie over het gebied $0,0185 < \epsilon < 0,409$ wordt gevonden: $n = 0,1098$ en $M = 851,5$ MPa. In figuur 5.13 is het geïnterpoleerde spanningsverloop tussen de punten gegeven. Bij gebruik van deze waarden wordt over het interpolatiegebied een maximale relatieve fout van 0,69% tussen de berekende en de experimentele spanningen bereikt. In het gebied waar de maximale trekkracht verwacht wordt is de relatieve fout ongeveer 0,33%.



Figuur 5.14: Verloop van de trekkracht tegen de staafverlenging in schadeberekeningen met de gekregen en de gewijzigde verstevigingsgegevens.



Figuur 5.15: Verloop van de trekkracht tegen de diameterafname in schadeberekeningen met de gekregen en de gewijzigde verstevigingsgegevens.

Bij het gebruik van de vorm, waarmee het verstevigingsgedrag wordt geïnterpoleerd, wordt de maximale trekkracht verwacht bij een rek: $\varepsilon = n + \varepsilon_f = 0,1098 + 0,01094 = 0,12074$. Dit is bij een grotere waarde van de rek, dan voor de puntsgewijs ingevoerde Bakker-gecorrigeerde verstevigingsgegevens werd gevonden. Het invoeren van de geïnterpoleerde verstevigingsgedrag in het EEM-pakket verslechtert in dit geval dus alleen maar de benadering van de trekkromme. De verbetering in de benadering van de experimentele trekkromme door het gebruik van de Bakker-gecorrigeerde verstevigingsgegevens (puntsgewijs) wordt dus voor een deel veroorzaakt doordat de stap in de afgeleide van de spanning toevallig bij een lage rek optreedt.

5.5 Bepaling van de schadeparameter bij gewijzigd verstevigingsgedrag

In de paragrafen 5.3.3 en 5.4.3 zijn wijzigingen in het verstevigingsgedrag aangebracht om betere overeenkomsten tussen de experimentele trekproeven en resultaten uit de berekeningen zonder schade te krijgen. De groei van de volumefractie holten hangt van het ingevoerde verstevigingsgedrag af. In de schadeberekeningen met de gewijzigde verstevigingsgegevens is voor de kritieke volumefractie holten genomen: $f_c = 0,035$. In de gewijzigde verstevigingsgegevens zijn voor de rekken van de eerste drie punten de staafverlengingen van proef 33.20 genomen (Zie tabel 5.2). Voor het gebied vanaf het bereiken van de maximale trekkracht zijn de Bakker-gecorrigeerde resultaten van proef 33.20 genomen.

In figuur 5.14 is het verloop van de kracht tegen de verlenging voor het gekregen en het gewijzigde verstevigingsgedrag gegeven. In figuur 5.15 is dit gedaan voor het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname. De ligging van de knik in de trekkromme wordt niet significant door de wijziging van het verstevigingsgedrag beïnvloed.



6 Breuksimulatie met het "plastic limit load"-model

In paragraaf 2.5 werd het "plastic limit load"-model besproken dat door Thomason [4] is afgeleid. In dit model wordt verondersteld dat taaie breuk initieert wanneer een kritieke hoofdspansing wordt bereikt. De waarde hiervan hangt af van de vorm van de holten, de onderlinge afstand tussen de holten en de versteviging in het materiaal. In dit hoofdstuk wordt een eerste opzet van het "plastic limit load"-model uitgewerkt. Hiermee wordt geprobeerd de initiatie van taaie breuk in een gladde één-assige trekstaaf te voorspellen.

Paragraaf 6.1 geeft waarom dit model is uitgewerkt. Waarom hiervoor een gladde één-assige trekstaaf is gebruikt wordt in paragraaf 6.2 gegeven. In paragraaf 6.3 worden uitdrukkingen uitgewerkt om enkele in het model gebruikte geometrieparameters rond de holten uit te kunnen rekenen. Paragraaf 6.4 bespreekt hoe deze parameters zijn uitgerekend en hoe met het model van Gurson kan worden vergeleken. In paragraaf 6.5 worden de resultaten van de simulatie gegeven en besproken.

6.1 Doel van het uitwerken van het model

Het hoofddoel is te onderzoeken of het mogelijk is de initiatie van taaie breuk in een gladde één-assige trekstaaf met behulp van het "plastic limit load"-model te voorspellen. Twee hieruit af te leiden subdoelen zijn:

- 1 - Onderzoeken of het model reële waarden voor het initiatiepunt oplevert en wat de oorzaken van eventuele afwijkingen zijn.
- 2 - Onderzoeken of er minder invoerparameters nodig zijn dan in het gewijzigde model van Gurson en hoe sterk het initiatiepunt hiervan afhangt.

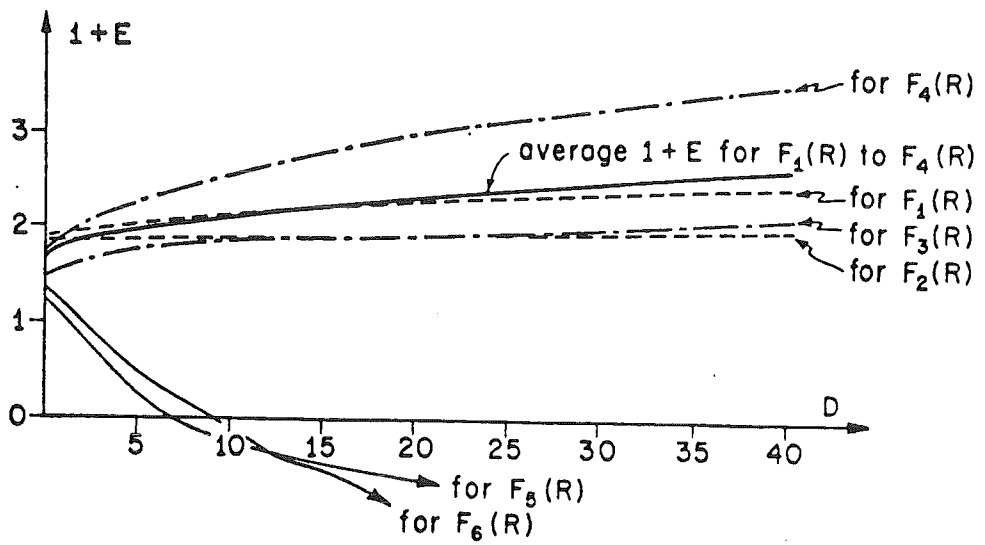
6.2 Motivatie voor het gebruik van het model voor een trekstaaf

Er is voor om drie redenen voor het uitwerken van het "plastic limit load"-model voor breukinitiatie in een gladde één-assige trekstaaf gekozen:

- 1 - Bij de uitwerking "plastic limit load"-model is alleen uitgegaan van een hoofdspansingstoestand. In het midden van het insnoeringsgebied van de trekstaaf blijft gedurende vervorming de oriëntatie van de hoofdassen ongewijzigd.
- 2 - Het "plastic limit load"-model is niet in een eindige elementenpakket geïmplementeerd, zodat geen scheurgroei kan worden gesimuleerd. Er kan dus alleen worden berekend of in een bepaald punt aan het criterium voor scheurinitiatie wordt voldaan. Vanwege het axisymmetrische vervormingsveld in een één-assige trekstaaf is het spannings- en rekverloop in het midden van het insnoeringsgebied vlak. Hierdoor wordt in een groot gebied bijna gelijktijdig het criterium voor breukinitiatie overschreden. Hierdoor ligt het punt van breukinitiatie dicht bij het punt van totale breuk.
- 3 - In het kader van de deelname aan een Europees onderzoek zijn zowel experimentele als EEM-resultaten van een één-assige trekproef bekend.

6.3 Afleiding van uitdrukkingen voor de geometrieparameters in het model

In het "plastic limit load"-model moeten tijdens vervorming waarden voor de geometrieparameters l_2/R_2 , l_2/R_1 en R_2/l_2 worden berekend. l_2 is de halve onderlinge afstand



Figuur 6.1: Het verloop van de vormveranderingsfactor ($1+E$) als functie van de volumeveranderingsfactor D in het model van Rice en Tracey [24].

tussen de middelpunten van de holten in de richting van de tweede hoofdrek. R_1 is de straal van de holten in de richting van de maximale hoofdspanning en R_2 is de straal van de holten in de richting van de tweede hoofdspanning.

Rice en Tracey [24] hebben een model opgesteld voor de veranderingen van de vorm en de grootte van de bolvormige holten in een plastisch onsamendrukbare matrix. Op grote afstand van de holte is het vervormingsveld homogeen. Er worden geen wisselwerkingen tussen naburige holten verondersteld. In de richtingen van de hoofdreken van het vervormingsveld groeit de holte volgens:

$$\frac{\dot{R}_i}{R_i} = (1+E)\dot{\epsilon}_i + D\dot{\epsilon}_{eq}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6.1)$$

Hierin zijn:

- R_i de straal van een holte in de richting van de i^e -hoofdrek,
- ϵ_i de i^e -hoofdrek,
- ϵ_{eq} de equivalente plastische rek,
- $(1+E)$ een vormveranderingsfactor,
- D een volumeveranderingsfactor.

De term $(1+E)$ resulteert in een verandering van de vorm van de holte, zonder dat het volume verandert. De term D resulteert in een verandering van het volume van de holte zonder dat de vorm verandert. De volumeveranderingsfactor van de holte hangt sterk van de hydrostatische spanning af volgens:

$$D = 0,558 \sinh\left(\frac{3\sigma_h}{2\sigma_{eq}}\right) + 0,004\nu \cosh\left(\frac{3\sigma_h}{2\sigma_{eq}}\right). \quad (6.2)$$

Hierin zijn:

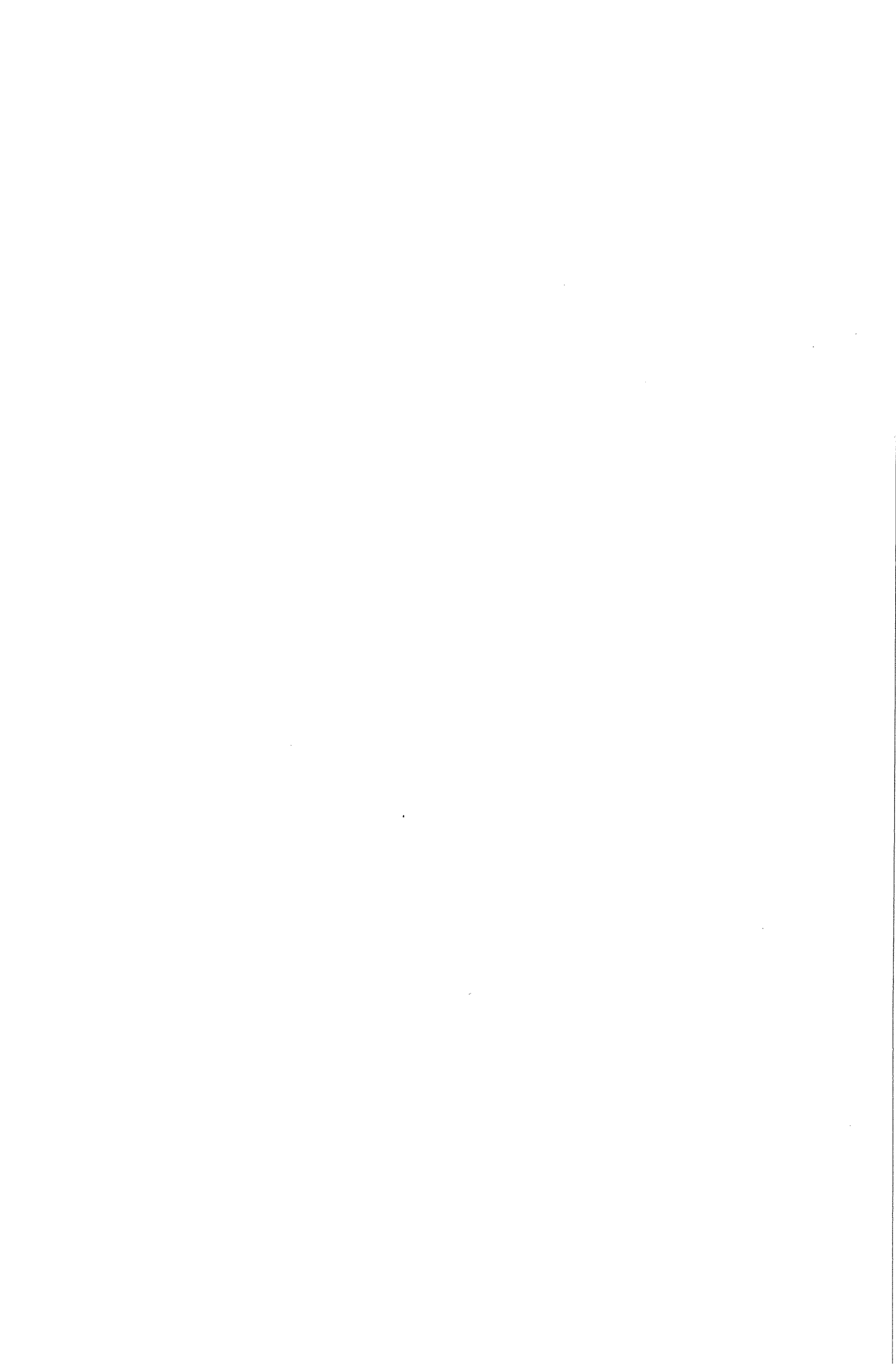
- σ_h de hydrostatische spanning,
- ν de Lode-variabele van het vervormingsveld, gegeven door:

$$\nu = -\frac{3\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3}. \quad (6.3)$$

Eén assige trek komt overeen met $\nu = +1$, zuivere afschuiving met $\nu = 0$ en twee-assige trek met $\nu = -1$. De vet gedrukte lijn in figuur 6.1 geeft het gemiddelde verloop van de vormveranderingsfactor $(1+E)$ als functie van de volumeveranderingsfactor D . Door punten uit deze figuur op te meten, is het verloop van de vormveranderingsfactor benaderd door:

$$(1+E) = 1,73 + 3,31 \cdot 10^{-2} D - 5,31 \cdot 10^{-4} D^2 + 5,34 \cdot 10^{-6} D^3 + 1,76 \cdot 10^{-1} \frac{\sqrt{D}}{1+\sqrt{D}}. \quad (6.4)$$

De term met de wortels is gebruikt om de buiging in het verloop bij lage D goed te kunnen beschrijven.



Om de waarden van de drie geometrieparameters uit formule 2.30 op te lossen, moeten er uitdrukkingen worden gevormd voor de snelheden waarin de parameters veranderen. Dit is omdat het model van Rice en Tracey in termen van reksnelheden is gegeven. De veranderingen in de drie geometrieparameters worden gegeven door:

$$\left(\frac{l_2}{R_2}\right)' = \frac{\dot{l}_2}{R_2} - \frac{l_2 \dot{R}_2}{R_2^2}, \quad (6.5)$$

$$\left(\frac{l_2}{R_1}\right)' = \frac{\dot{l}_2}{R_1} - \frac{l_2 \dot{R}_1}{R_1^2}, \quad (6.6)$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)' = \frac{\dot{R}_2}{R_1} - \frac{R_2 \dot{R}_1}{R_1^2}. \quad (6.7)$$

De verandering van de onderlinge afstand tussen de middelpunten van de holten wordt bepaald door:

$$\dot{l}_2 = l_2 \dot{\epsilon}_2 \quad \text{en} \quad \dot{l}_3 = l_3 \dot{\epsilon}_3. \quad (6.8)$$

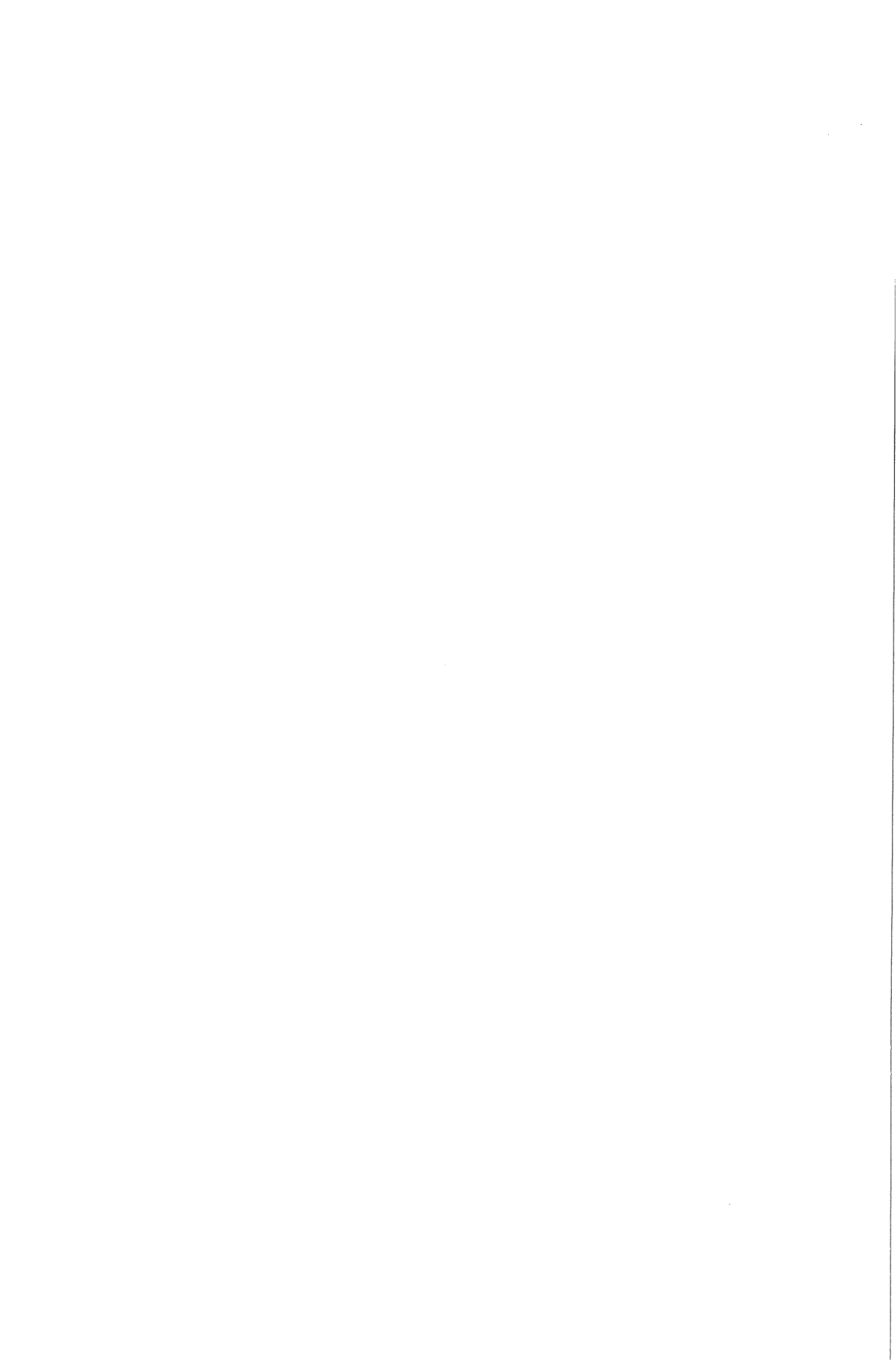
Met behulp van de formule 6.1 volgt dus in principe voor de veranderingen van de geometrieparameters:

$$\left(\frac{l_2}{R_2}\right)' = -\frac{l_2}{R_2} (E \dot{\epsilon}_2 + D \dot{\epsilon}_{eq}), \quad (6.9)$$

$$\left(\frac{l_2}{R_1}\right)' = \frac{l_2}{R_1} (\dot{\epsilon}_2 - (1+E) \dot{\epsilon}_1 - D \dot{\epsilon}_{eq}), \quad (6.10)$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)' = \frac{R_2}{R_1} (1+E) (\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_1). \quad (6.11)$$

Deze uitdrukkingen geven wel inzicht in de richting van veranderingen in de drie geometrieparameters maar kunnen niet zonder meer worden geïntegreerd. De oorzaak hiervan ligt in het model van Rice en Tracey dat alleen voor bolvormige holten is afgeleid. Volgens Thomason [4] en Anderson [2] moeten de veranderingen in de hoofdstralen worden berekend op basis van een bolvormige holte en dus de gemiddelde staal van de vervormde holte. De hoofdstralen van de vervormde holte worden dan gegeven door:



$$\begin{aligned}\dot{R}_i &= R_m \left((1 + E)\dot{\epsilon}_i + D\dot{\epsilon}_{eq} \right), i = 1, 2, 3 \\ R_m &= \frac{1}{3} (R_1 + R_2 + R_3)\end{aligned}\tag{6.12}$$

Deze wijziging is wel in de formules 6.9 tot 6.11 voor de veranderingen van de geometrieparameters door te voeren maar de "mooie" structuur van de formules gaat verloren. Het is dus makkelijker de stralen en onderlinge afstanden apart uit te rekenen en hieruit door deling de geometrieparameters te bepalen. De initiële waarden van de stralen en de initiële onderlinge afstand moeten door middel van microscopisch onderzoek worden bepaald.

Wanneer in de onvervormde toestand regelmatig verspreide bolvormige holten worden aangenomen, dan wordt het aantal materiaalparameters echter teruggebracht tot één! De initiële volumefractie holten f_0 bepaalt dan de initiële verhouding tussen de straal en de halve onderlinge afstand via:

$$f_0 = \frac{\pi}{6} \left(\frac{R_0}{l_0} \right)^3.\tag{6.13}$$

Hiermee kunnen de stralen uit het model van Rice en Tracey worden uitgerekend op een schalingsfactor n_a , die gelijk is aan de initiële onderlinge afstand l_0 . De onderlinge afstanden tussen de holten worden door de macroscopische hoofdrekken bepaald en kunnen dus ook op de factor l_0 na worden uitgerekend. Bij de berekening van de geometrieparameters valt de l_0 uit het quotiënt en is dus bij bolvormige holten maar één materiaalparameter nodig.

Er moet worden opgemerkt dat in de afleidingen niet geheel consequent met de reksnelheden is omgegaan. De reksnelheden in het model van Rice en Tracey worden aan elkaar gekoppeld door de voorwaarde van plastische onsamendrukbaarheid van het materiaal. De reksnelheden die gebruikt worden om de veranderingen in onderlinge afstand tussen de middelpunten van de holten te bepalen, zijn de macroscopische reksnelheden. Hierin zitten dus ook componenten ten gevolge van holtegroei.

6.4 Opzet van de breuksimulatie met het "plastic limit load"- model

6.4.1 Globale opzet

Er is een eindige elementenberekening uitgevoerd waarin hetzelfde materiaalgedrag als van experimentele trekstaven is ingevoerd. Het verloop van de spanningen en rekken in het midden van het insnoeringsgebied van de trekstaaf is met behulp van het programma HISTORY uit de uitvoer van de EEM-berekening gehaald. Deze spanningen en rekken worden in programma LIMLOAD gebruikt om alle grootheden uit het "plastic limit load"-model uit te rekenen en dus achteraf breukinitiatie te voorspellen.

Tabel 6.1: Gebruikte waarden voor de schadeparameters in de eindige elementenberekening voor het "plastic limit load"-model.

Schade parameter	Waarde [-]
f_0	0,002
f_c	0,1
f_r	0,2
q_1	1,5
q_2	1,0

6.4.2 Uitgevoerde eindige elementenberekening

Voor de EEM-berekening zijn de geometrie en de materiaaleigenschappen genomen die ook voor de berekeningen in het kader van de Round Robin zijn gebruikt. Voor details wordt naar hoofdstuk 4 verwezen. In de berekening is ook het model van Gurson gebruikt om de volumefractie holten die hieruit volgt te kunnen vergelijken met het model van Rice en Tracey. In tabel 6.1 zijn de gebruikte waarden voor de schadeparameters gegeven. Er is een grote waarde voor f_c opgegeven om geen versnelde sterkte-afname te krijgen.

6.4.3 Programma voor toepassing van het "plastic limit load"-model

Het programma LIMLOAD, waarin het "plastic limit load"-model wordt gebruikt om breukinitiatie in één-assige trekstaaf te voorspellen, is in FORTRAN geschreven. In het programma wordt het verloop van de spanningen, rekken en volumefractie holten in het element in het midden van het insnoeringsgebied gebruikt. De maximale hoofdspanning is de spanning in axiale richting. Dit is in de EEM-berekening de x-richting.

Gebruikte uitdrukkingen voor de holtestralen en onderlinge afstanden

De stralen van de holten is berekend op basis van:

$$\frac{\dot{R}_m}{l_0} = \frac{R_m}{l_0} D\dot{\epsilon}_{eq}^p \quad (6.14)$$

$$\frac{\dot{R}_1}{l_0} = \frac{R_m}{l_0} ((1+E)\dot{\epsilon}_{xx} + D\dot{\epsilon}_{eq}^p) \quad (6.15)$$

$$\frac{\dot{R}_2}{l_0} = \frac{R_m}{l_0} ((1+E)\dot{\epsilon}_{yy} + D\dot{\epsilon}_{eq}^p) \quad (6.16)$$

De initiële waarden van de geschaalde stralen worden uit de initiële volumefractie holten berekend.

De onderlinge afstand tussen de holten loodrecht op de richting van de maximale hoofdspanning wordt berekend met:

$$\frac{l_2}{l_0} = \exp(\epsilon_{yy}) \quad (6.17)$$

Integratiemethode

Voor de integratie van de differentiaalvergelijkingen voor de stralen van de holte is de methode van Euler (Trapeziumregel) gebruikt. Hiervan wordt het algoritme, om een beginwaardeprobleem van de vorm $\dot{y} = f(x, y)$ op te lossen, gegeven door:



$$\begin{aligned}
y_{i+1}^* &= y_i + (x_{i+1} - x_i)f(x_i, y_i) \\
y_{i+1} &= y_i + 0,5(x_{i+1} - x_i)(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^*))
\end{aligned}
\tag{6.18}$$

De predictor y^* hoeft alleen bij de berekening van R_m/l_0 te worden gebruikt, omdat de afgeleiden van R_1/l_0 en R_2/l_0 niet van R_1/l_0 en R_2/l_0 zelf afhangen.

Omdat het een statische berekening is, kan niet naar de tijd worden geïntegreerd. Hierom zijn de reksnelheden vervangen door de veranderingen in de rekken tussen twee incrementen uit de EEM-berekening. Tijdens integratie kan het gebied tussen twee incrementen in een willekeurig aantal stappen worden onderverdeeld. Hierbij wordt het verloop van de spanningen lineair geïnterpoleerd en de stappen in de rekken constant gehouden. Dit is gedaan omdat de methode van Euler een expliciete methode is. De stapgrootte kan dan altijd zo klein worden gemaakt dat altijd aan de stabiliteitsvoorwaarde van het integratieproces voldaan wordt. De grootte van de genomen incrementen in de EEM-berekening bepaalt dan volledig de (numerieke) nauwkeurigheid van de berekende stralen. Om de nauwkeurigheid van de integratie te onderzoeken, kan een aantal incrementen uit de EEM-berekening worden overgeslagen om grotere stappen in de ingevoerde de spanningen en rekken te krijgen.

Relatie met model van Gurson

Een alternatieve manier om de stralen, de onderlinge afstand en de geometrieparameters rond de holten te berekenen is de volumefractie holten uit het model van Gurson te gebruiken. Bij regelmatig verdeelde holten wordt de gemiddelde geschaalde straal van de holten bepaald door:

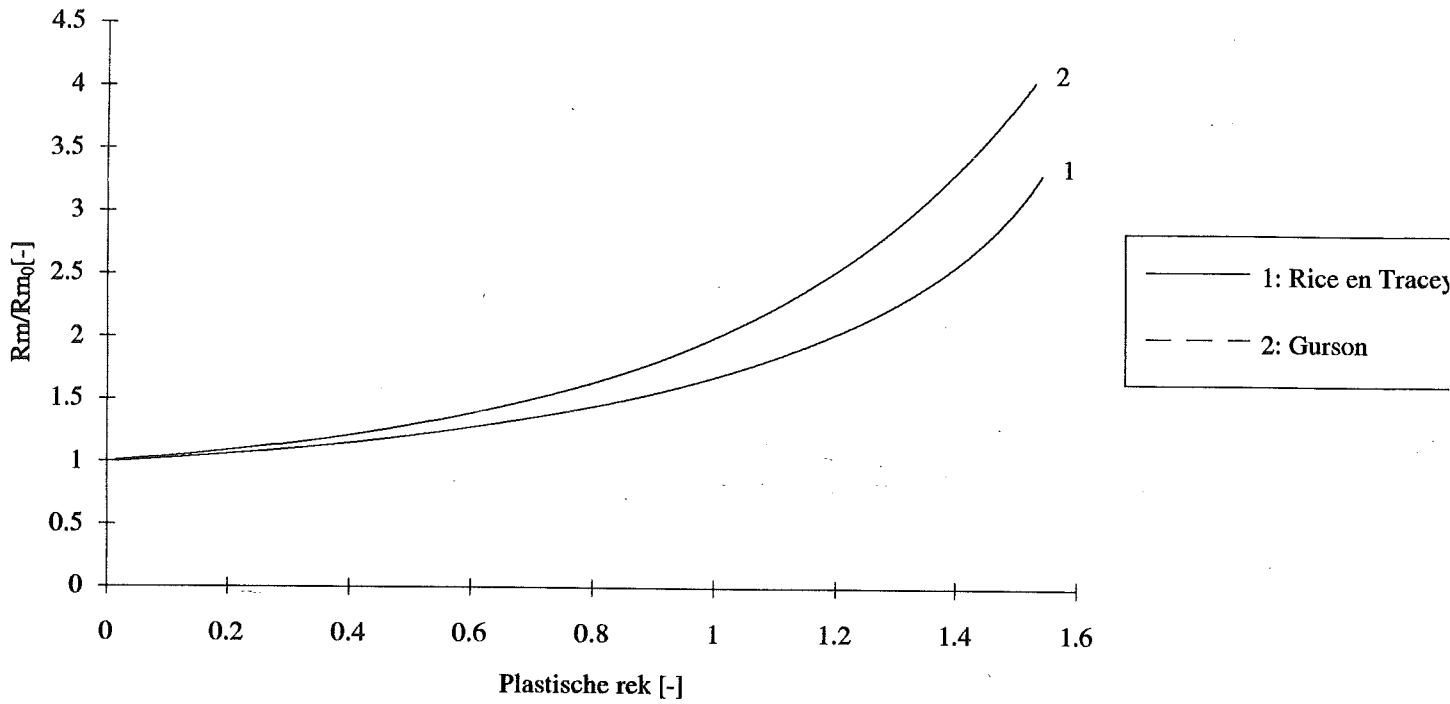
$$f = \frac{\pi}{6} \left(\frac{R_m^3}{l_1 l_2 l_3} \right) = \frac{\pi}{6} \left(\frac{R_m}{l_0} \right)^3 \frac{1}{\exp(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}
\tag{6.19}$$

Hierin zijn l_1 , l_2 en l_3 de halve onderlinge afstanden tussen de holten in de richtingen van de macroscopische hoofdrekken.

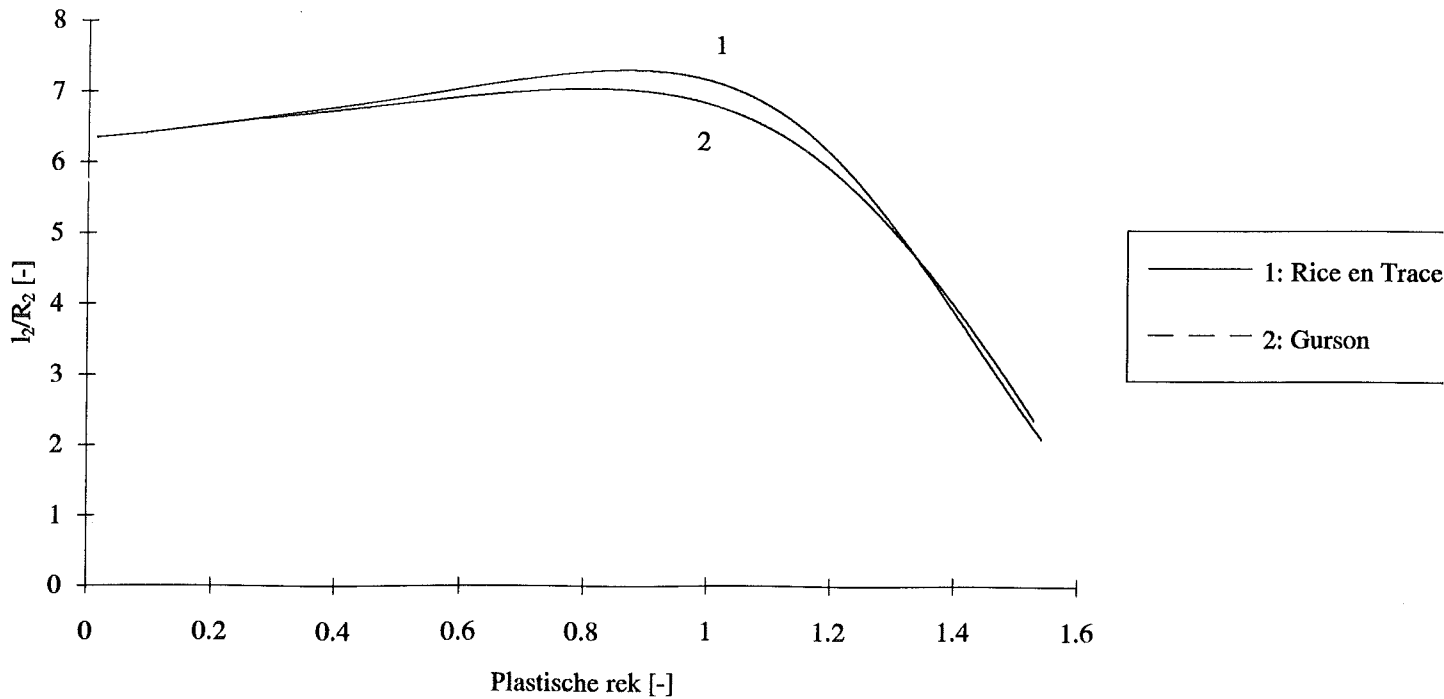
De formules 6.15 en 6.16 worden ook geïntegreerd bij het gebruik van de gemiddelde straal van de holten die uit de volumefractie uit het model van Gurson berekend is. Hiermee kan worden gekeken hoe sterk de geometrieparameters en het punt van breuk afhangen van afwijkingen in de gemiddelde holtestraal.

6.5 Resultaten van breuksimulatie

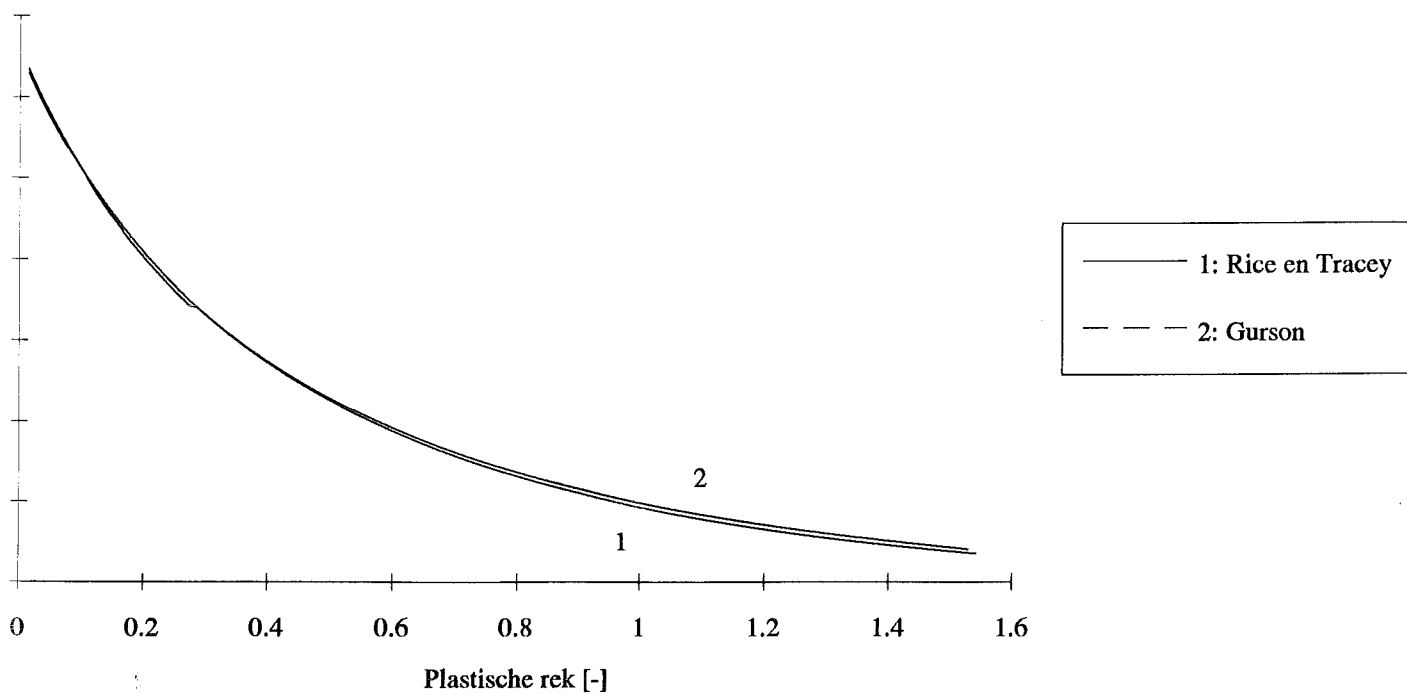
De integralen voor de stralen van de holten zijn opgelost bij een verschillend aantal integratiestappen tussen twee incrementen uit de EEM-berekening. Bij gebruik van elk increment gaf de opdeling in 10, 100 of 1000 integratiestappen geen veranderingen in de nauwkeurigheid of stabiliteit. Pas wanneer elk vierde increment werd gebruikt, (onderverdeeld in 10000 integratiestappen) traden er afwijkingen in de vierde decimaal van de eindwaarden op. De genomen incrementgrootte in de EEM-berekening is dus nauwkeurig genoeg.



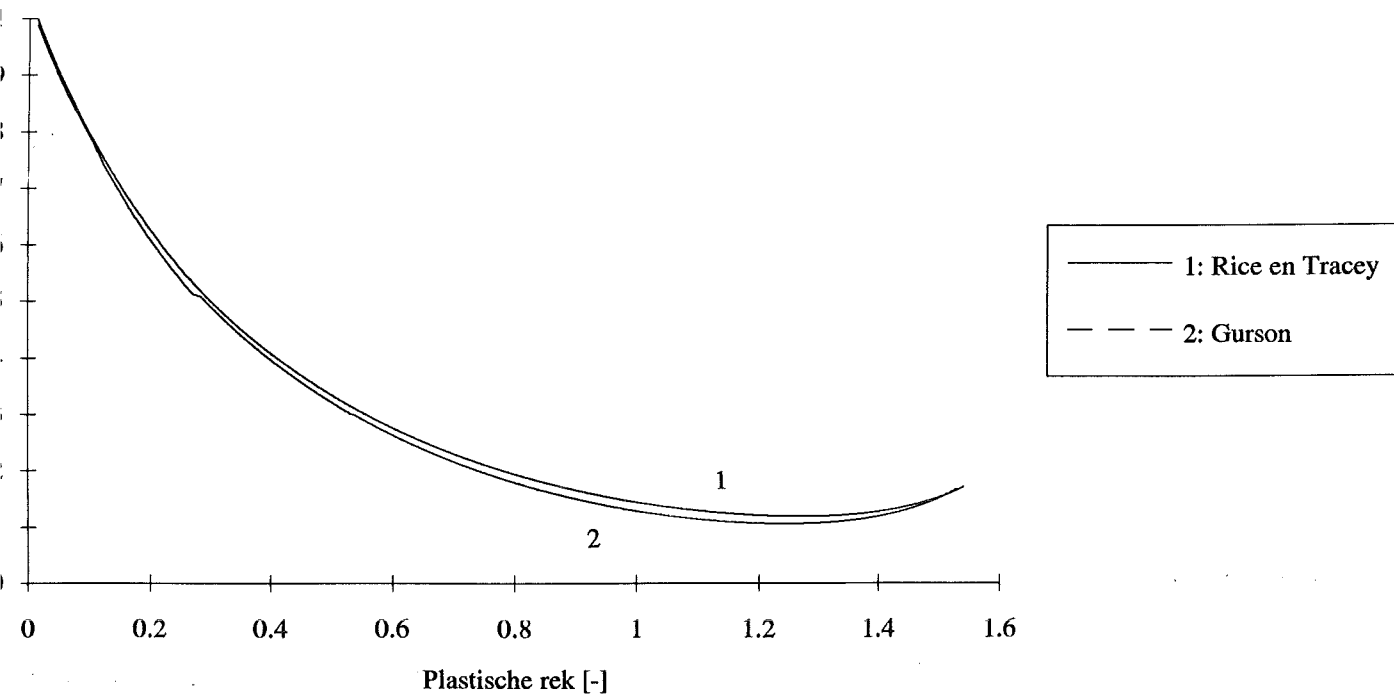
Figuur 6.2: Het verloop van de gemiddelde straal van de holten tijdens vervorming ten opzichte van de initiële straal.



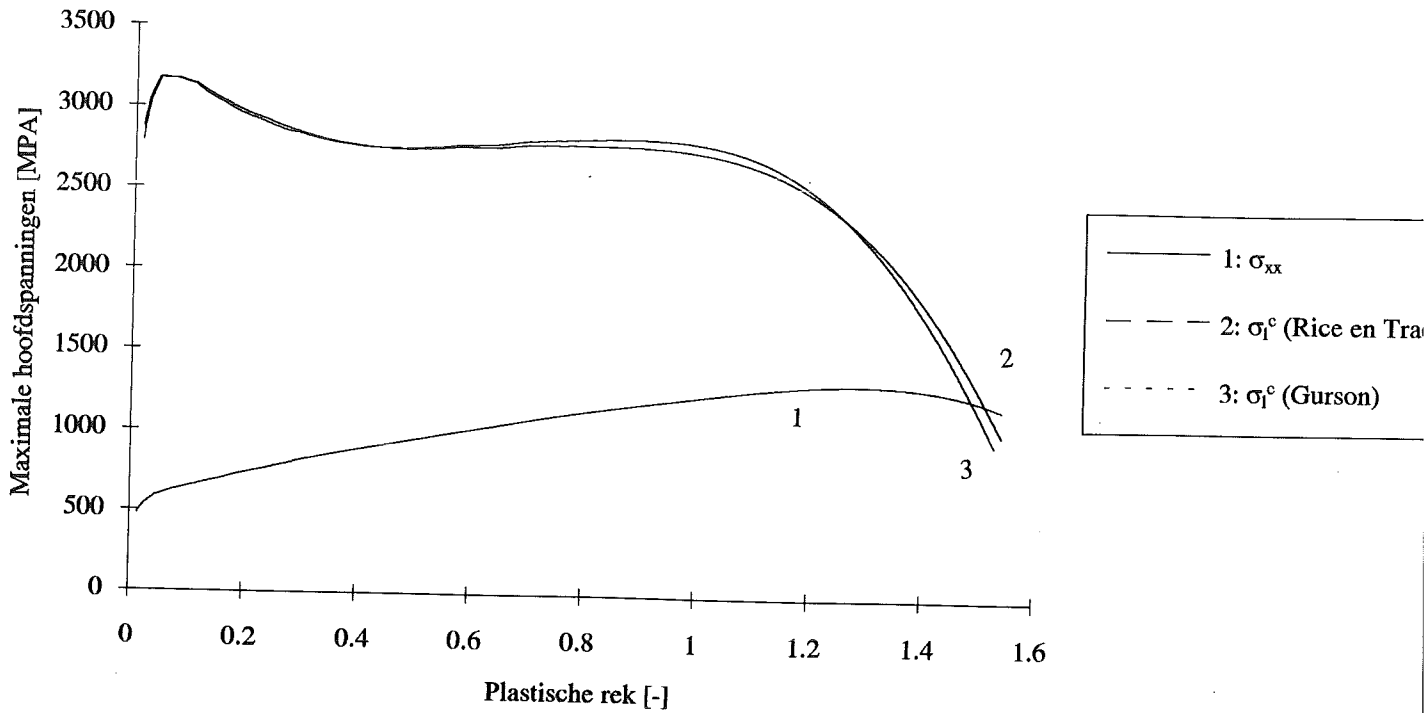
Figuur 6.3: Verloop van de geometrieparameter l_2/R_2 rond de holten als functie van de plastische rek.



figuur 6.4: Verloop van de geometrieparameter l_2/R_1 rond de holten als functie van de plastische rek.

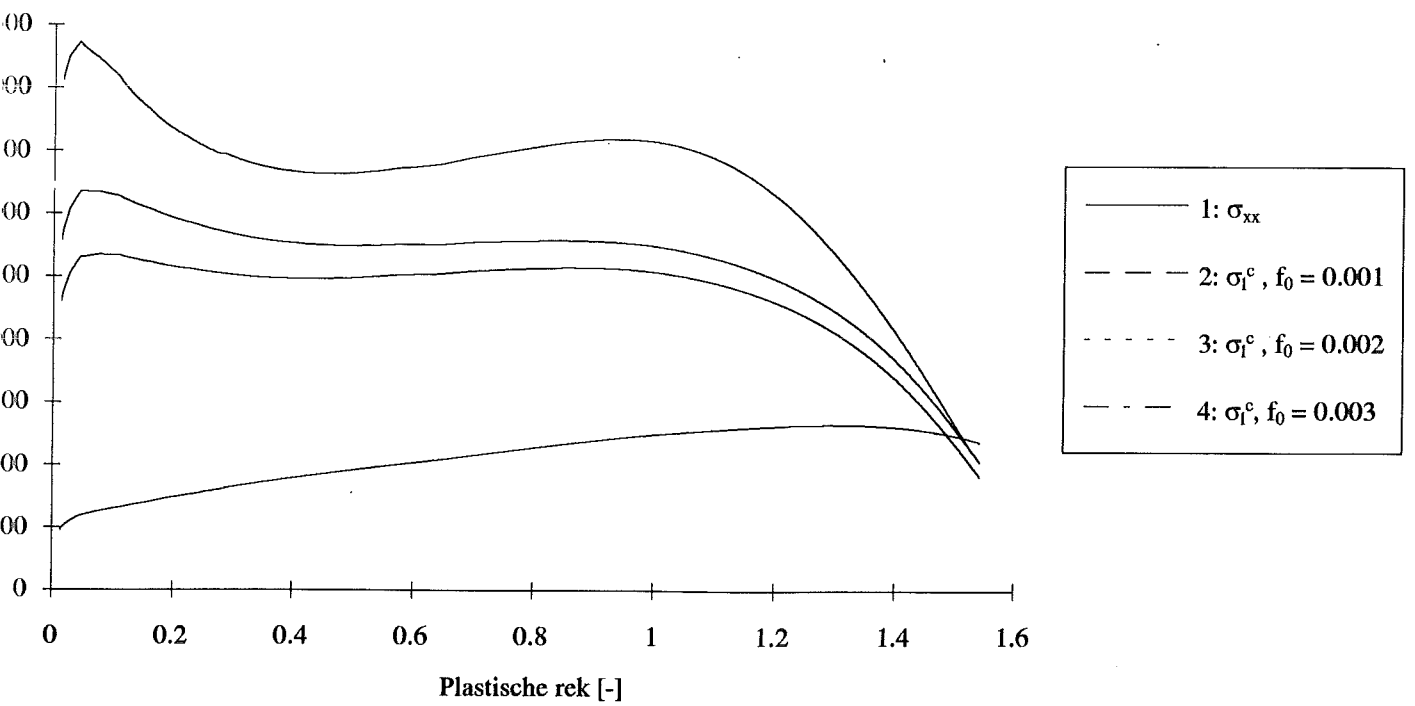


figuur 6.5: Verloop van de geometrieparameter R_2/R_1 rond de holten als functie van de plastische rek.

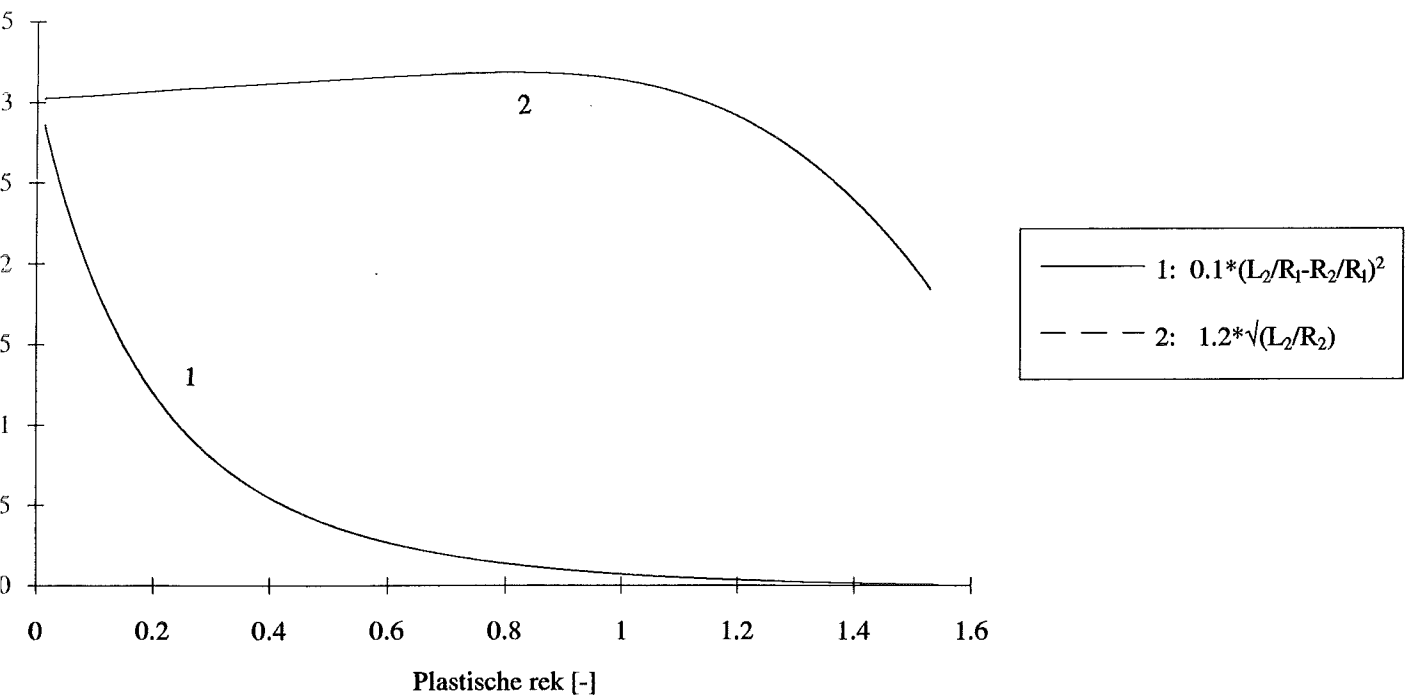


Figuur 6.6: Het verloop van de werkelijke maximale hoofdspansing σ_{xx} en de kritieke maximale hoofdspansing σ_1^c .

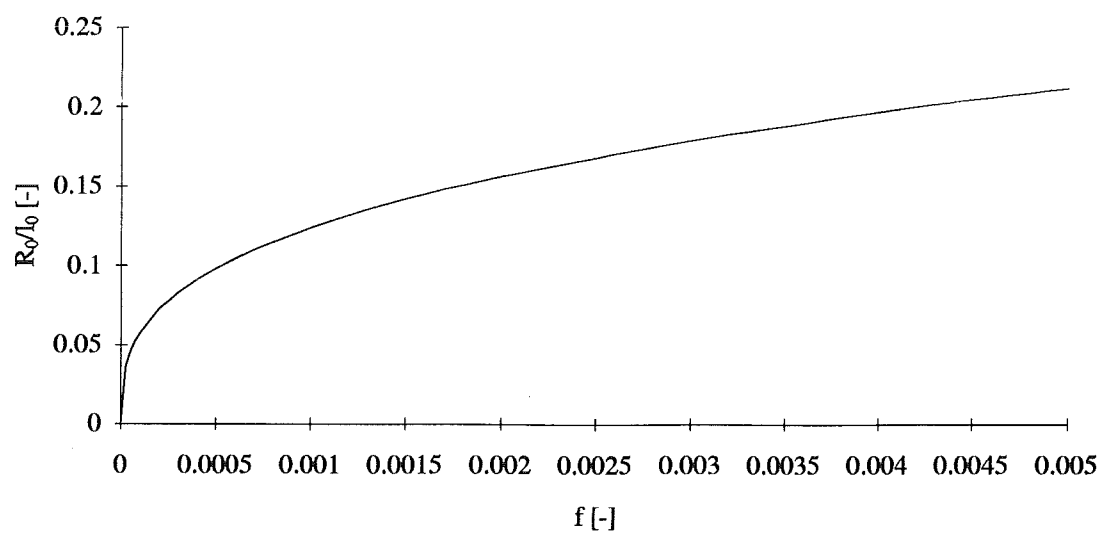
Tabel 6.2: Vergelijking van het experimentele en het gesimuleerde punt van breukinitiatie		
	Experiment	Simulatie
Trekkracht [kN]	10,4	9,25
Diameterafname van laatste waarneming [mm]	2,65	
Diameterafname voor initiatie van breuk [mm]		2,80
Diameterafname bij breuk [mm]	2,81	-
Rek [-]	1,16	1,51
Volumefractie holten [-]	-	0,103



Figuur 6.7: De invloed van de initiële volumefractie holten op het initiatiepunt van breuk.



Figuur 6.8: Het verloop van de twee termen waaruit de "plastic constraint factor" bestaat.



Figuur 6.9: Het verloop van de initiële straal van de holten als functie van de initiële volumefractie holten.

In figuur 6.2 is het verloop van de gemiddelde straal van de holten ten opzichte van de initiële straal gegeven. Hoewel er overeenkomsten tussen beide modellen zijn, groeien de holten bij gebruik van het model van Gurson sneller dan bij gebruik van het model van Rice en Tracey. De trend en orde grootte van beide oplossingen komen wel overeen. Een eerste mogelijke oorzaak voor de grotere holten in het model van Gurson kan zijn dat hierin door het gebruik van de parameter q_1 de holtegroei versneld wordt. Een andere mogelijke oorzaak kan zijn dat de rekken uit een schadeberekening zijn gebruikt waarin componenten ten gevolge van holtegroei zitten.

De gemiddelde straal van de holten die uit het model van Gurson volgt, is ook gebruikt om de hoofdstralen van de holten te integreren en geometrieparameters te berekenen. In de figuren 6.3, 6.4 en 6.5 is respectievelijk het verloop van l_2/R_2 , l_2/R_1 en R_2/R_1 als functie van de plastische rek gegeven. De overeenkomsten tussen het gebruik van het model van Gurson en dat van Rice en Tracey zijn goed. Figuur 6.6 geeft het verloop van de werkelijke maximale hoofdspansing σ_{xx} en de kritieke maximale hoofdspansing σ_1^c die uit het "plastic limit load"-model volgt. Het verschil in gebruik van het model van Gurson of dat van Rice en Tracey heeft weinig invloed op de rek van snijpunt. Er wordt verondersteld dat dit snijpunt overeenkomt met het punt van breukinitiatie.

In tabel 6.2 worden de experimentele en de gesimuleerde trekkracht, diameterafname en rek op het moment van breuk gegeven. De overeenkomsten in de diameterafname zijn goed, terwijl in de simulatie de rek van breukinitiatie wordt overschat. Dit verschil is te wijten aan de grote volumefractie holten. De rek berekend uit de diameterafname komt dan niet meer overeen met die van het centre-element. De grote volumefractie holten heeft ook een grote invloed op het verloop van de maximale hoofdspansing (σ_{xx}) in figuur 6.6. Wanneer het initiatiepunt wordt genaderd, vlakkt het verloop af en daalt op een gegeven moment zelfs. Er wordt echter een continu stijgend verloop van σ_{xx} verwacht omdat het materiaal verder verstevigt en de meer-assigheid van de spanningstoestand steeds verder toeneemt.

De initiële stijging in het verloop van l_2/R_2 in figuur 6.3 treedt op in een gebied met een lage hydrostatische spanning en dus weinig volumegroei van de holten. Omdat de factor $(1+E)$ in het model van Rice en Tracey groter dan één zal R_2 sterker afnemen dan l_2 . Dit gedrag is ook aan de hand van formule 6.9 in te zien. De abrupte daling in het verloop van l_2/R_2 kan worden verklaard uit de ontwikkeling van het insnoeringsgebied. De diameter neemt steeds sneller af in het insnoeringsgebied, zodat l_2 ook sterk afneemt. Hier komt de invloed bij dat door de stijgende hydrostatische spanning de groei van de holten groter wordt dan de vervorming. De monotone daling in l_2/R_1 wordt ook verwacht. Immers l_2 neemt continu af en R_1 neemt continue toe door zowel volume- als vormveranderingen. Uit het verloop van R_2/R_1 in figuur 6.5 volgt dat de holten tijdens vervorming sterk worden vervormd.

De uitgangsgedachte van het model was dat alleen de initiële volumefractie holten als parameter voor het model nodig is. In figuur 6.7 is de invloed van de initiële volumefractie holten op het initiatiepunt te zien. De invloed van de initiële volumefractie holten is dus klein. Er moet hierbij wel worden opgemerkt dat de resultaten van dezelfde EEM-berekening met $f_0 = 0,002$ zijn gebruikt. Om de invloed hiervan te achterhalen, geeft figuur 6.8 afzonderlijk de twee termen waaruit de "plastic constraint factor" bestaat. De "plastic constraint factor" is evenredig met de te bereiken kritieke hoofdspansing (Zie paragraaf 2.5). Door de sterke groei van de holte in de axiale richting wordt de term $(l_2 - R_2)/R_1$ klein en de invloed ervan



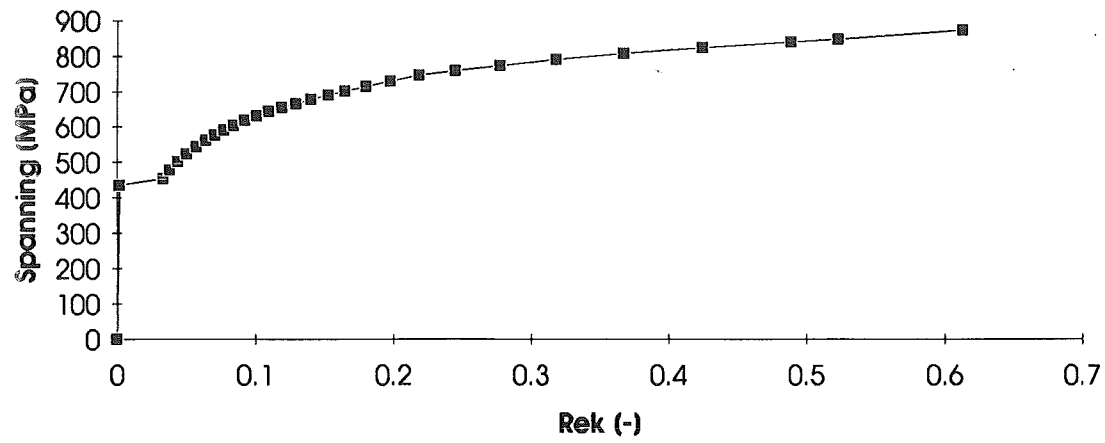
ondergeschikt. De waarde van $(l_2 - R_2)/R_1$ gaat zelfs het gebied te buiten waarbinnen de formule voor de "plastic constraint factor" is afgeleid! Bij de mate waarin de holten worden vervormd zijn, is het echter wel aannemelijk dat de initiatie van breuk dan vooral door het verloop van l_2/R_2 wordt bepaald. In figuur 6.9 is het verloop van de initiële straal van de holten als functie van de initiële volumefractie holten gegeven. Omdat het verloop vrij vlak is, geeft de verhoging van f_0 van 0,001 tot 0,003 slechts een kleine relatieve verandering van de initiële straal van de holten en dus ook van de beginwaarde van l_2/R_2 . Hiermee kan een deel van de slechte afhankelijkheid van de initiële volumefractie verklaard.

Op het initiatiepunt van breuk is de gemiddelde straal van de holten in figuur 6.2 grofweg een factor 2 toegenomen. Een initiële bolvormige holte is op dat moment volgens het gebruikte model ongeveer 9 maal langer dan breder. De holten vervormen dus veel sterker dan dat ze groeien. l_2/R_2 is dan ongeveer 3,5. Dit betekent dat het ligament tussen de holten dan gelijk is 3,5 maal de diameter van de holte. Dit impliceert dus dat er ook vlak voor breukinitiatie een soort streng-achtige structuur moet ontstaan. Hierin is dan de hoogte van de holten zelfs meer dan 2 maal groter dan de onderlinge afstand.

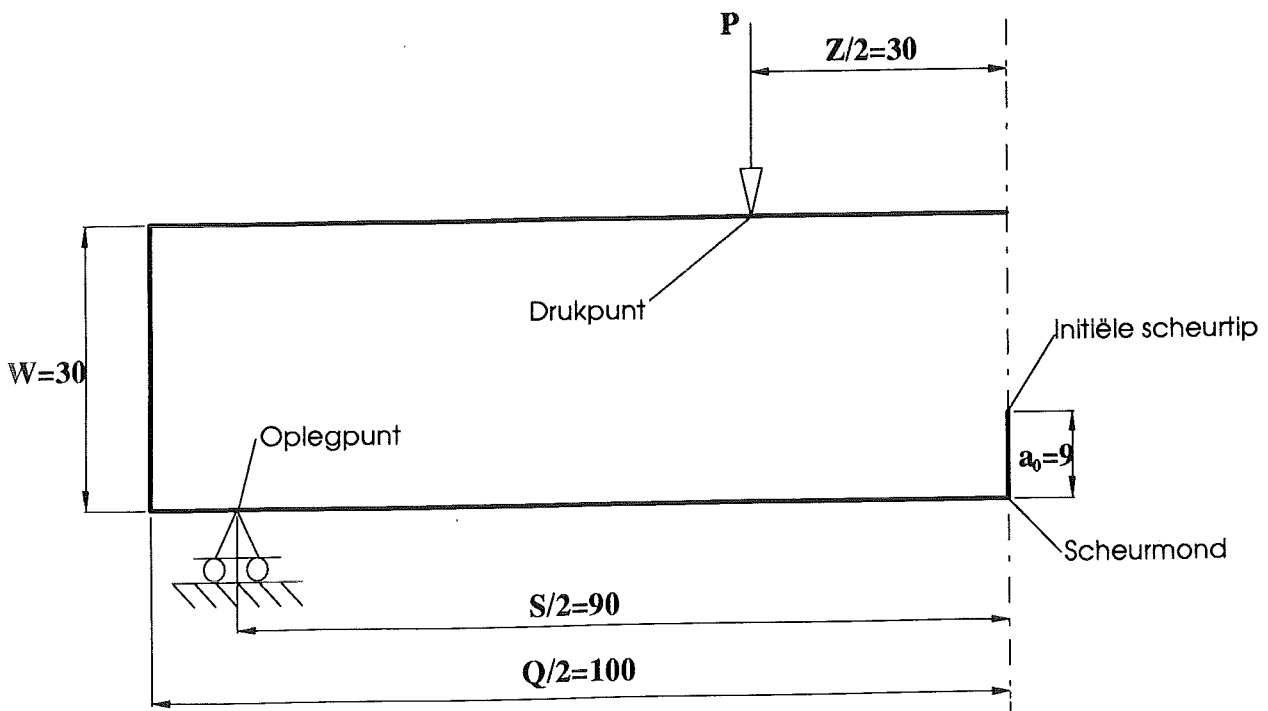
Werkelijke holten met een geometrie die uit de berekeningen volgt, zullen elkaar beïnvloeden. Een onderlinge beïnvloeding van de holten zal vooral de groei van R_2 versnellen. Dit geeft dan een snellere initiatie van breuk. Een dergelijke beïnvloeding zit niet in het model van Rice en Tracey. Hierdoor kan het "plastic limit load" model voorlopig niet worden gebruikt. Het groei- en vervormingsgedrag van holten in een drie-dimensionaal vervormingsveld zal eerst nader moeten worden onderzocht. Hierbij kan dan ook een beter inzicht in de toepasbaarheid van "plastic limit load"-model worden gekregen.

Tabel 7.1: Materiaalgegevens van Fe 510 Nb	
Elasticiteitsmodulus E	215 GPa
Dwarscontractiecoëfficiënt ν	0,3
Initiële vloeigrens σ_v	435 MPa

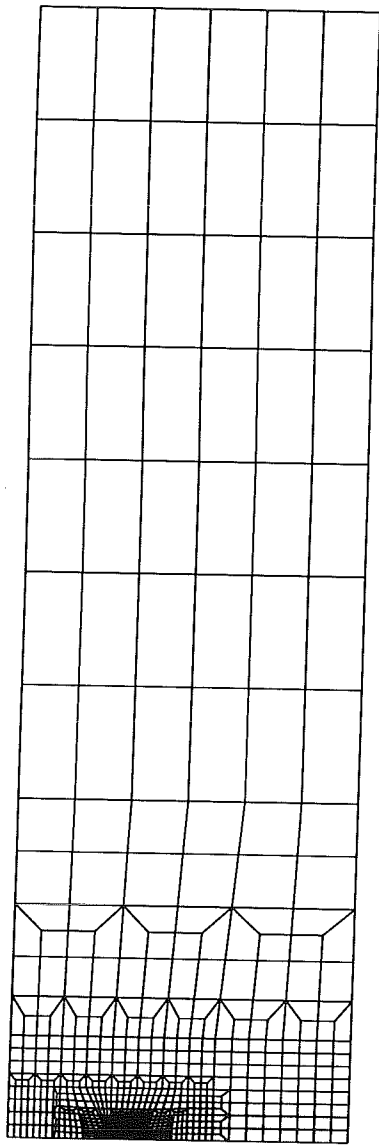
Tabel 7.2: Verstevigingsgedrag van Fe 510 Nb	
Rek [-]	Spanning [MPa]
0,002024	435,0922
0,034064	453,4884
0,038528	477,0419
0,044846	501,757
0,051185	523,0472
0,058074	543,1212
0,064986	560,606
0,071924	576,0252
0,078349	589,5461
0,085333	603,0071
0,09315	616,438
0,101542	629,2978
0,110514	641,7707
0,119799	653,8271
0,129953	665,5228
0,140713	677,0946
0,152922	689,2594
0,165485	700,948
0,180668	714,1301
0,198241	728,1112
0,219133	743,8271
0,245193	758,0724
0,27781	772,9191
0,318814	790,1909
0,368411	806,5795
0,425	823,1054
0,489157	838,9233
0,523697	846,306
0,613453	871,2687
1,190688	1030,517



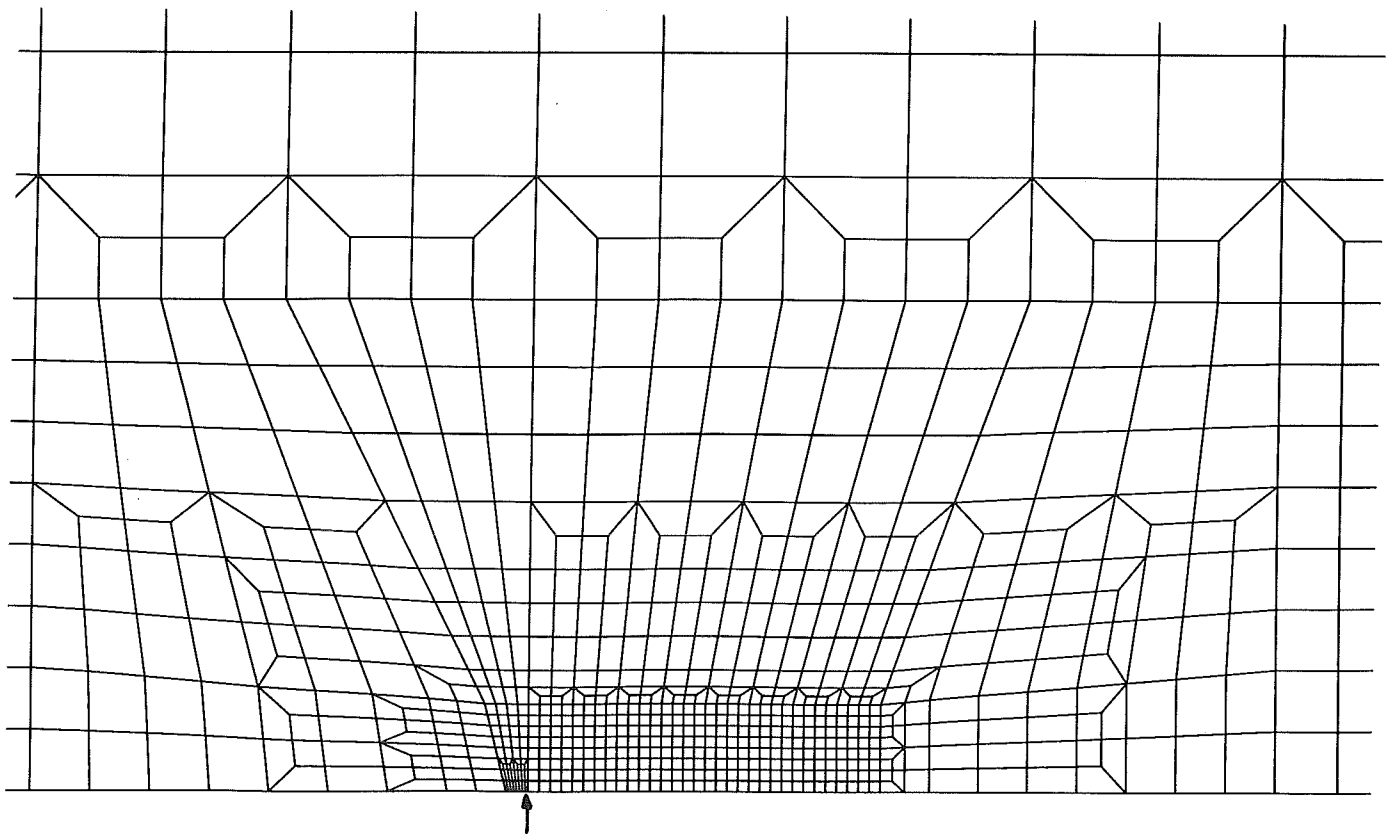
Figuur 7.1: Het versterigingsgedrag van Fe 510 Nb.



Figuur 7.2: Afmetingen van de helft van de vierpuntsbuigbalk.



Figuur 7.3: Onvervormde mesh voor een vierpuntsbuigbalk.



Figuur 7.4: Onvervormde mesh in het gebied aan de scheurtip in een vierpuntsbuigbalk. De pijl geeft de initiële scheurtip aan.

7 Invloed van variaties in schadeparameters op scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk

In het gewijzigde model van Gurson zitten een aantal schadeparameters waarvan de waarden moeten worden bepaald door de resultaten van experimenten te vergelijken met die van eindige elementensimulaties. Voor een efficiënte werkwijze hierbij is het noodzakelijk te weten welke invloed een schadeparameter heeft op de verschillende uitvoergrootheden in een simulatie.

In dit hoofdstuk wordt de invloed onderzocht van variaties in enige schadeparameters op de simulatie van scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk (SENB). In paragraaf 7.1 wordt het doel van de berekeningen gegeven. Paragraaf 7.2 behandelt het gebruikte EEM-model. In paragraaf 7.3 worden de richting van de variaties in de schadeparameters en de motivatie hiervoor besproken. Paragraaf 7.4 geeft de resultaten van berekeningen.

7.1 Doel van de berekeningen

Het doel van de berekeningen is de invloed van variaties in de schadeparameters f_0 , f_c en K uit het gewijzigde model van Gurson op het verloop van de simulatie van scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk te achterhalen.

7.2 Gebruikte eindige elementenmodel

Het eindige elementenmodel dat gebruikt is voor de simulatie van scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk is grotendeels overgenomen van Koers e.a. [38]. In het navolgende worden enige punten hiervan behandeld.

Materiaal

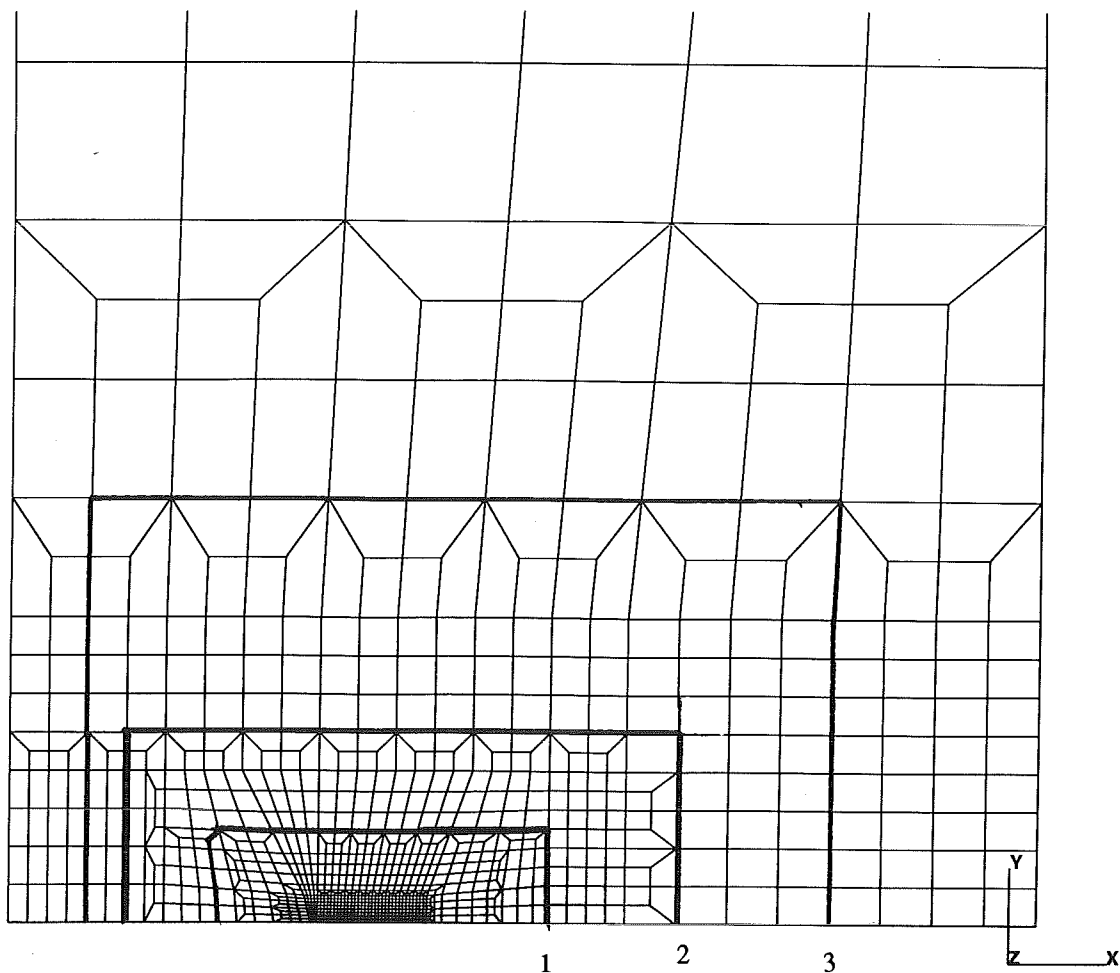
De materiaalgegevens voor de berekeningen komen overeen met die van de ferritische staalsoort Fe510 Nb. In tabel 7.1 zijn de elastische materiaaleigenschappen en de initiële vloeigrens gegeven. Het verstevigingsgedrag bevat een vloeiplateau. In tabel 7.2 zijn de verstevigingsgegevens voor dit materiaal gegeven die in figuur 7.1 zijn uitgezet.

Afmetingen van de buigbalk

In figuur 7.2 worden de afmetingen van de helft van de buigbalk gegeven. De hele balk wordt in twee oplegpunten ondersteund. Aan de bovenzijde worden in twee punten verplaatsingen opgelegd. De oriëntatie van de helft van de balk die is doorgerekend is 90° geroteerd ten opzichte van figuur 7.2.

Mesh

De mesh bestaat uit isoparametrische 4-knooppunten elementen waarvoor de vlakke vervormingstoestand ("plane strain") wordt aangenomen. In het EEM-pakket MARC is dit het element met typenummer 10. Figuur 7.3 geeft de gehele mesh voor de (halve) buigbalk. Een detail van het gebied rond de scheurtip is in figuur 7.4 gegeven. De initiële scheur is gemodelleerd door aan de knooppunten links van pijl geen randvoorwaarden op te leggen. De elementen achter de scheurtip (rechts van de pijl) hebben initiële afmetingen van 0,1 mm x 0,1 mm.



Figuur 7.5: Ligging van de drie paden die zijn gebruikt voor de berekening van de J-integraal.

Tabel 7.3: Overzicht van de uitgevoerde berekeningen bij variaties in de kritieke volumefractie holten f_c en de helling K van de schadefunctie f^* en een constante initiële volumefractie holten $f_0 = 0,001$.

	$K = 3$	$K = 4$	$K = 5$	$K = 6$
$f_c = 0,005$	senb20m	senb04m	senb10m	senb30m
$f_c = 0,01$	senb21m	senb01m	senb11m	senb31m
$f_c = 0,02$	senb22m	senb02m	senb12m	senb32m
$f_c = 0,04$	senb23m	senb03m	senb13m	senb33m

Tabel 7.4: Overzicht van de uitgevoerde berekeningen bij variaties in de kritieke volumefractie holten f_c en de initiële volumefractie holten f_0 en een constante helling van de schadefunctie f^* van $K = 4$.

	$f_0 = 0,0005$	$f_0 = 0,001$	$f_0 = 0,002$	$f_0 = 0,003$
$f_c = 0,005$	senb50m	senb04m	senb40m	senb60m
$f_c = 0,01$	senb51m	senb01m	senb41m	senb61m
$f_c = 0,02$	senb52m	senb02m	senb42m	senb62m
$f_c = 0,04$	senb53m	senb03m	senb43m	senb63m

Randvoorwaarden

In de berekeningen worden 3 series randvoorwaarden opgelegd.

- 1 - De knooppunten op het symmetrievlak in het ligament hebben in de y-richting een verplaatsing gelijk aan nul.
- 2 - De knooppuntsverplaatsing in het oplegpunt is nul in x-richting.
- 3 - In het drukkpunt wordt in de x-richting een in de tijd toenemende verplaatsing opgelegd.

Iteratieprocedure en nauwkeurigheid

De berekeningen zijn uitgevoerd met de volledige Newton-Raphson iteratieprocedure. Voor de nauwkeurigheid van de berekeningen is een maximale relatieve fout van 0,005 in de residuele reactiekrachten gebruikt. Deze waarde bleek achteraf voor dit soort berekeningen nog "relatief" groot te zijn. Hierop zal in paragraaf 7.4.1 worden ingegaan.

Simulatie van scheurgroei

Scheurgroei wordt gesimuleerd door een element te deactiveren ("element vanish") wanneer de volumefractie holten in één van de integratiepunten een waarde van 90% van de volumefractie holten bij breuk (f_f) bereikt. Bij de initiatie van scheurgroei moet ook het element achter de initiële scheurtip worden gedeactiveerd. Dit wordt bereikt door het gebruik van een subroutine. De reden hiervoor is dat het knooppunt van de initiële scheurtip ook tot het element achter de initiële scheurtip behoort er anders toch nog krachten kunnen worden doorgevoerd.

Berekening van de J-integraal

Om de scheurweerstand tijdens scheuruitbreiding te kunnen bepalen is de J-integraal voor drie paden rond de scheur bepaald. De ligging van de paden is in figuur 7.5 gegeven. De J-integralen zijn op basis van de virtuele scheuruitbreidings methode met het programma VCE [29] berekend.

Bepaling van de scheurlengte

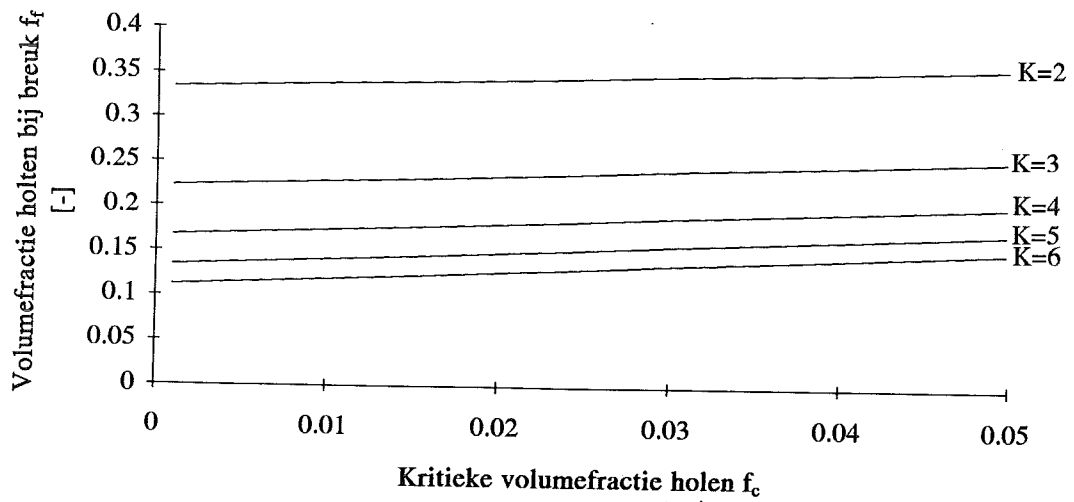
De scheurlengte en de scheurgroei zijn berekend uit de coördinaten van het knooppunt van de scheurmond en die van de actuele scheurtip (in de vervormde toestand).

7.3 Uitgevoerde parametervariaties

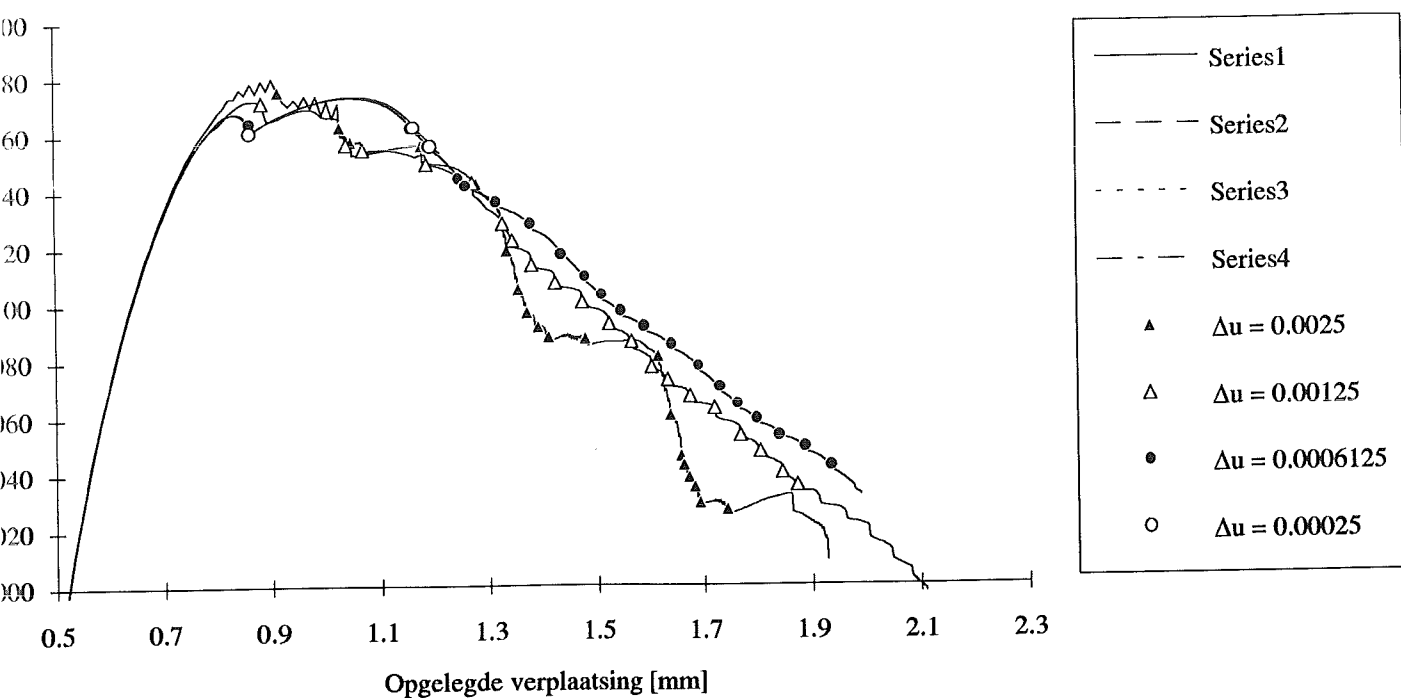
Het gewijzigde model van Gurson [11,14,15] bevat een groot aantal schadeparameters. Het ligt voor de hand bij een parameterstudie eenvoudig te beginnen. Daarom is in het geheel niet gekeken naar de invloed van de nucleatie van holten, van de elementgrootte en van de constanten q_1 en q_2 . De berekeningen zijn in twee richtingen uitgevoerd.

- 1 - De kritieke volumefractie holten f_c en de helling K van de schadefunctie f^* zijn gevarieerd bij een constante initiële volumefractie holten f_0 . In tabel 7.3 is aangegeven welke waarden in welke berekening zijn gebruikt.
- 2 - De initiële volumefractie holten f_0 en de kritieke volumefractie holten f_c zijn gevarieerd bij een constante helling K van de schadefunctie f^* . In tabel 7.4 is aangegeven welke waarden in welke berekening zijn gebruikt.

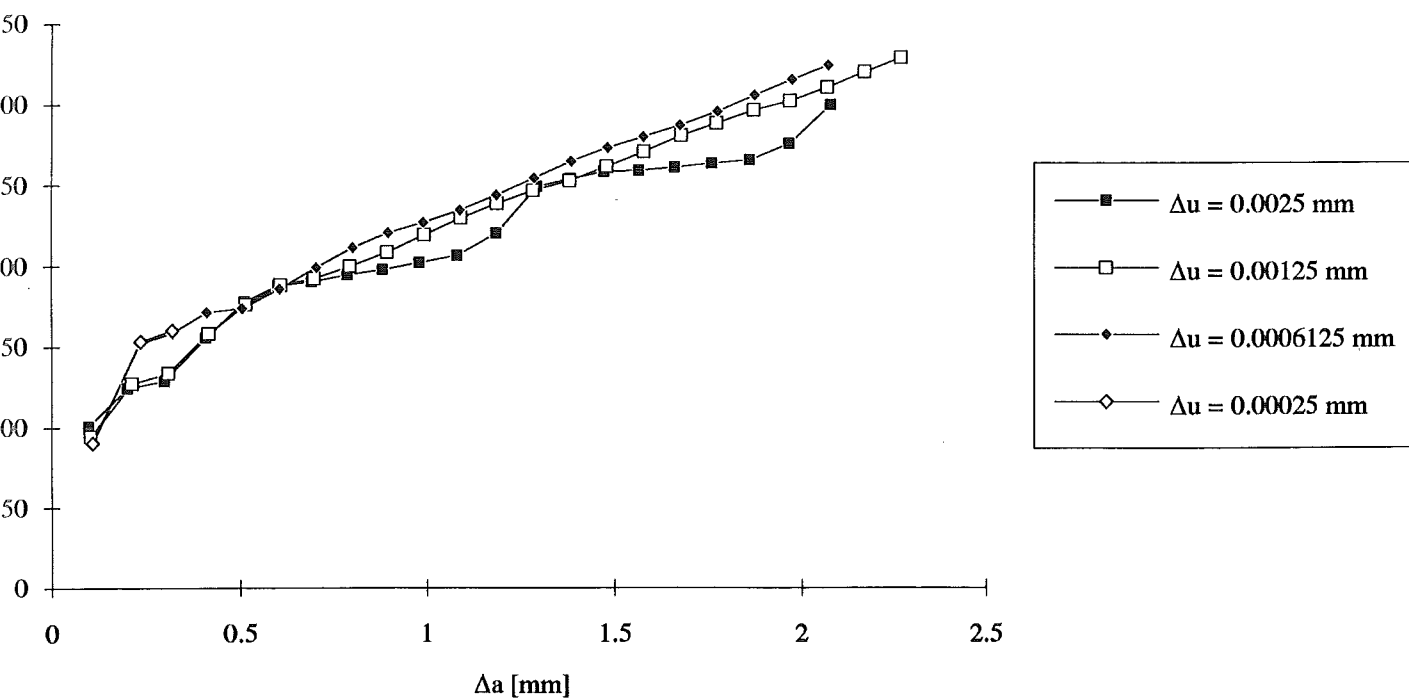
Men hoopt dat de verschillende schadeparameters in het model materiaaleigenschappen zijn. Voor de initiële volumefractie f_0 is deze aanname fysisch het meest redelijk. Het materiaal kan daadwerkelijk al holten bevatten. Ook kunnen er aan sommige soorten insluitels of



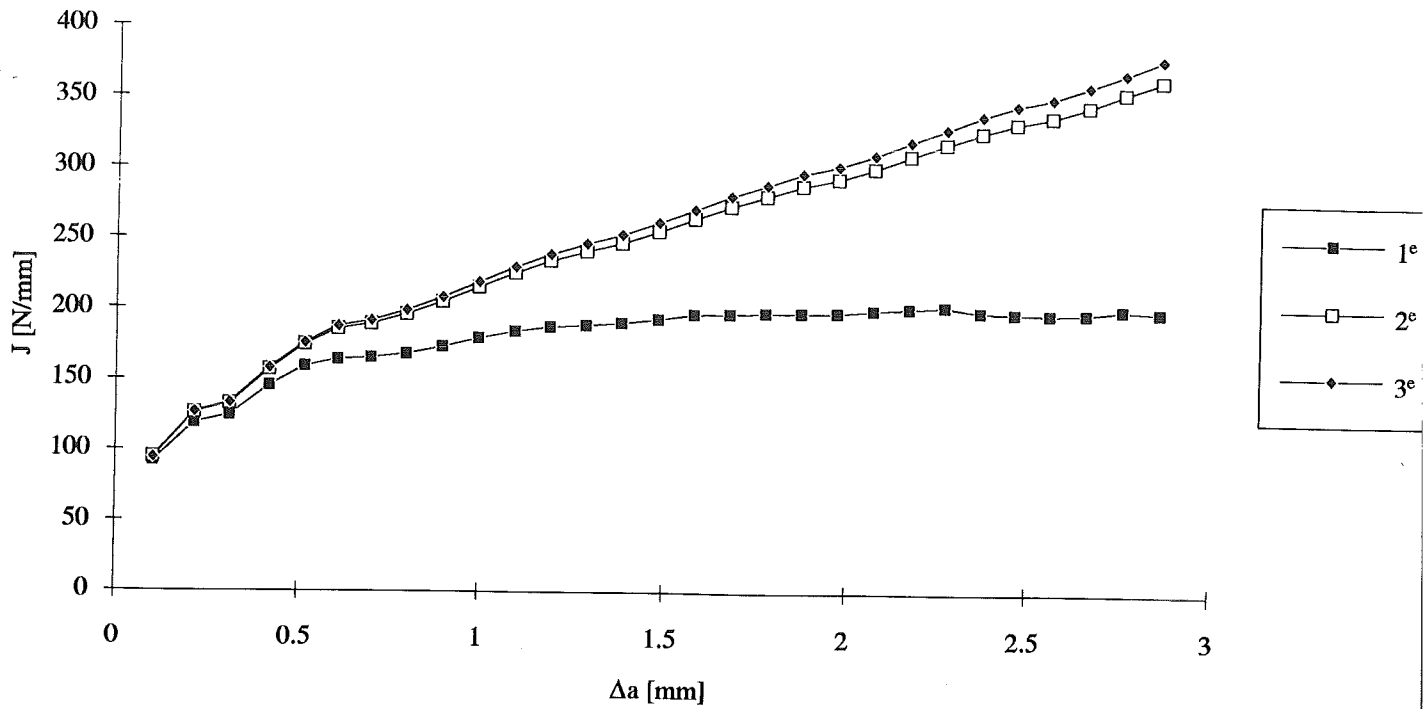
Figuur 7.6: Afhankelijkheid van de volumefractie holten bij breuk f_f van de kritieke volumefractie holten f_c en van de helling K van de schadefunctie f^* .



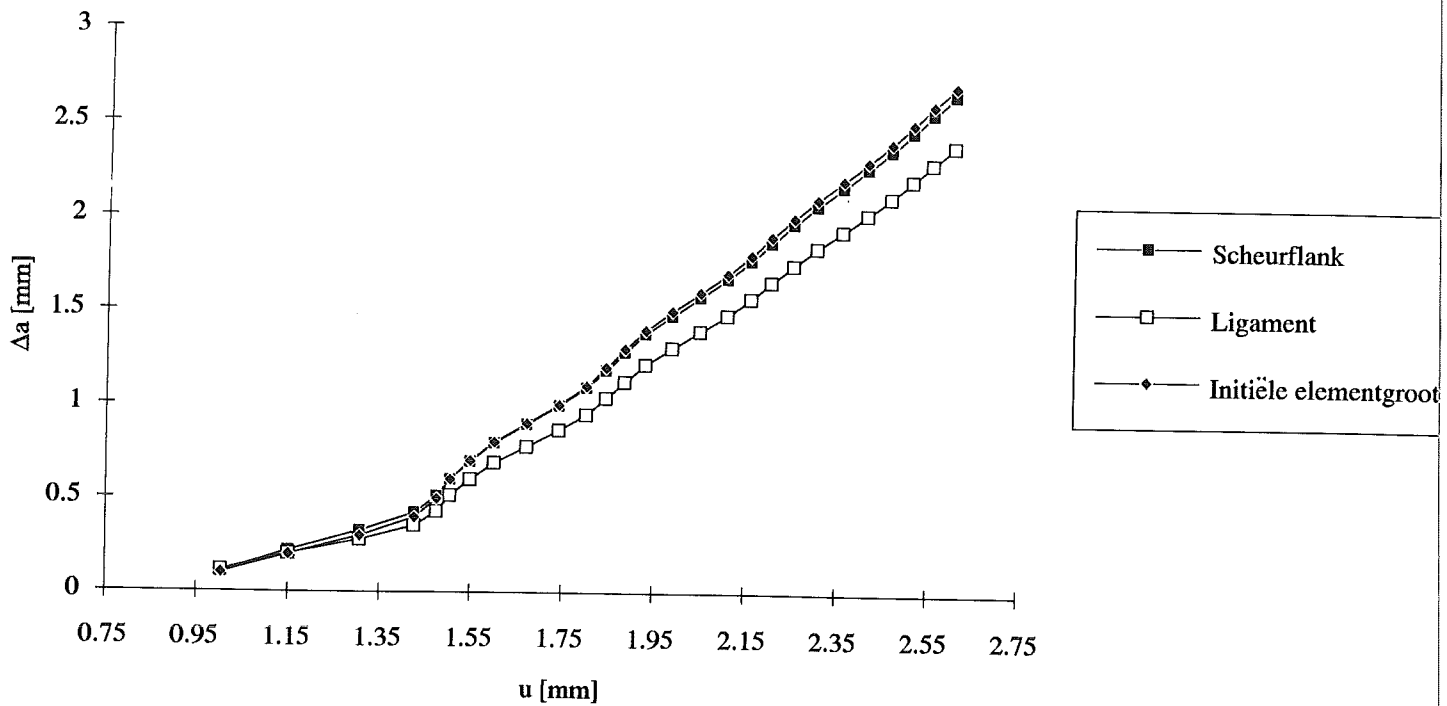
figuur 7.9: Invloed van de stapgrootte in de opgelegde verplaatsing op het verloop van drukkracht binnen een toegestane relatieve residuele reactiekracht van 0,005.



figuur 7.10: Invloed van de stapgrootte in de opgelegde verplaatsing op het verloop van de scheurweerstand bij een toegestane relatieve fout in de reactiekrachten van 5%.



Figuur 7.11: De scheurweerstand bij het gebruik van drie verschillende paden rond de scheur. De ligging van de paden is in figuur 7.5 gegeven.



Figuur 7.12: Het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing voor drie berekeningswijzen van de scheuruitbreiding.

tweede fase deeltjes al bij kleine plastische rekken holten worden gevormd. De kritieke volumefractie holten f_c kan intuïtief aan het moment worden gekoppeld waarop de holten elkaar beginnen te beïnvloeden en dus de sterkte versneld afneemt. De volumefractie holten bij breuk f_f is volgens Sun [20] met behulp van fractografie te bepalen. De helling K van de schadefunctie f^* is niet direct aan een fysische grootte te koppelen, terwijl de volumefractie holten bij breuk f_f dat wel is. Toch is er voor gekozen in de berekeningen K direct te variëren en dus indirect f_f . De reden hiervoor is dat de groeisnelheid van de holten in de constitutieve vergelijkingen directer door K wordt bepaald, dan door f_f . Het verschil tussen de aanname van een waarde voor K of f_f is overigens niet extreem groot. Het verband tussen beide parameters is:

$$f_f = \left(1 - \frac{1}{K}\right)f_c + \frac{1}{q_1 K}. \quad (7.1)$$

De volumefractie holten bij breuk hangt lineair van de kritieke volumefractie holten af. In figuur 7.6 is voor $q_1 = 1,5$ en verschillende waarden voor K het verloop van f_f tegen f_c gegeven. K heeft een veel grotere invloed op f_f dan f_c . De aanname van een waarde voor helling K komt dus nagenoeg overeen met de aanname van een waarde voor de kritieke volumefractie holten. Om reële waarden voor de volumefractie holten bij breuk te krijgen moet de waarde van K grofweg in het bereik van 3,5 tot 7 liggen.

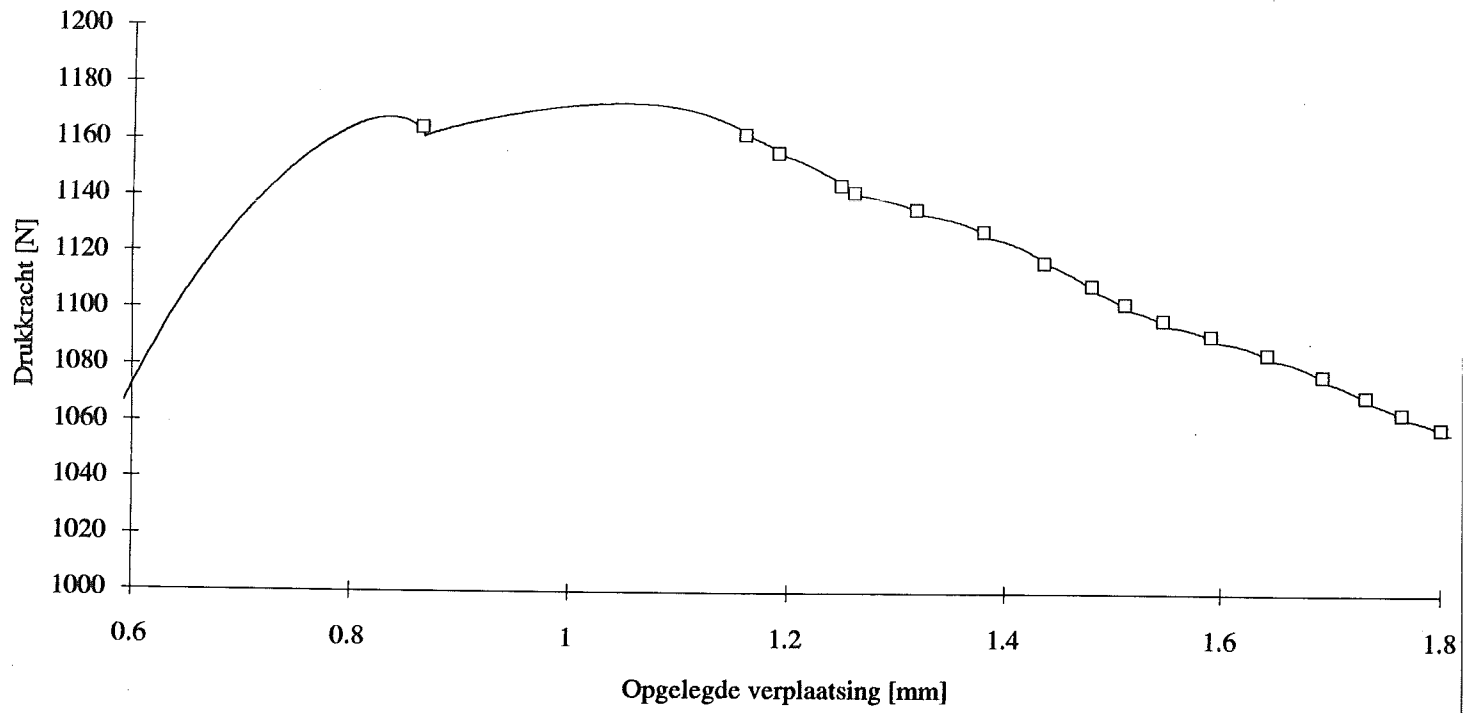
7.4 Resultaten

In paragraaf 7.4.1 wordt op de convergentieproblemen van de berekeningen rond het punt van scheurgroeiinitiatie ingegaan. In paragraaf 7.4.2 wordt de invloed van de opgelegde stapgrootte en het gekozen integratiepad besproken. Paragraaf 7.4.3 gaat in op de bepaling van de scheurlengte. In paragraaf 7.4.4 wordt afgeleid welke (mechanische) grootheden rond de vierpuntsbuigbalk geschikt zijn om de invloed van parametervariaties te analyseren. Paragraaf 7.4.5 geeft de invloed van de aangebrachte variaties in de schadeparameters op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing. Paragraaf 7.4.6 behandelt de invloed van de parametervariaties op de scheurweerstand.

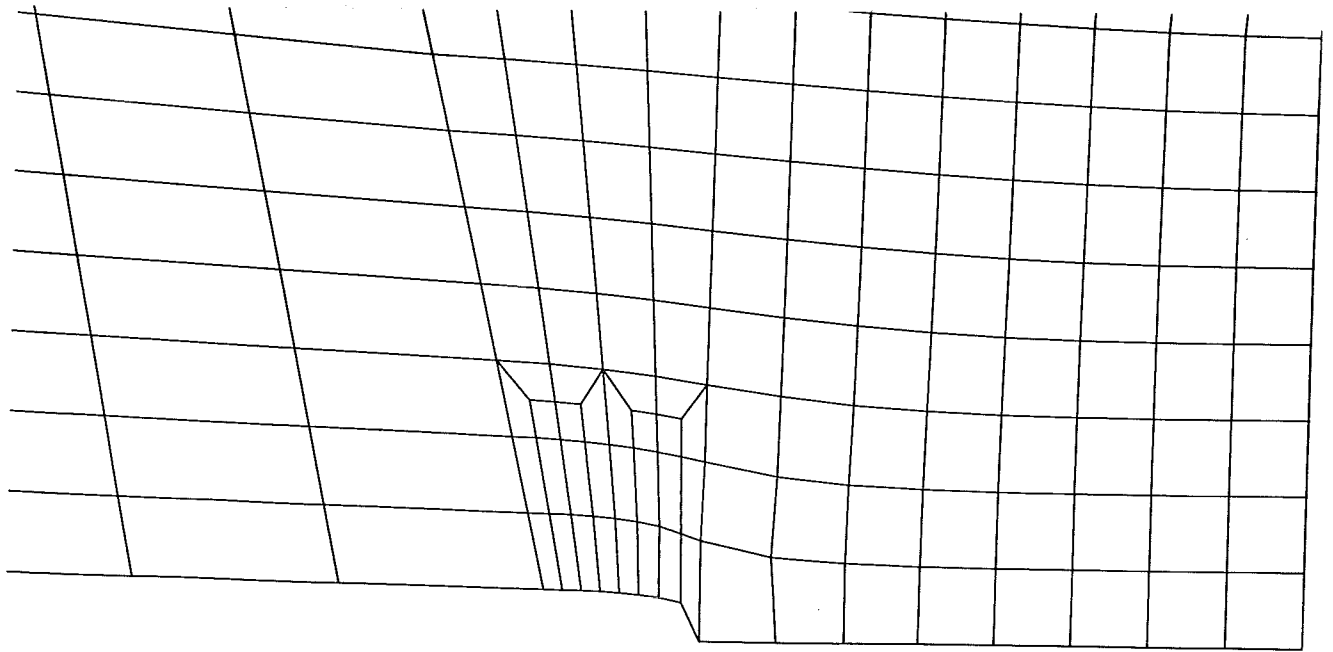
7.4.1 Convergentie rond de initiatie van scheurgroei

Er zijn berekeningen uitgevoerd met een strengere convergentie-eis (maximale relatieve fout in de residuele reactiekracht van 0,001) dan in de uitgevoerde berekeningen voor de parameterafhankelijkheid. Hierin werden convergentieproblemen ondervonden rond het punt waarop het eerste element bezweek. De berekeningen stopten omdat binnen de toegestane 25 iteraties geen convergentie werd bereikt, of omdat de systeemmatrix niet-positief definitief was geworden. In het laatste nog geconvergeerde increment was dan de volumefractie holten in het element niet ver van 90% van de kritieke volumefractie verwijderd. Als remedie hiertegen is de toegestane onnauwkeurigheid verhoogd tot de gebruikte waarde van 0,005.

In figuur 7.7 is het verloop van de drukkracht op de vierpuntsbuigbalk gegeven. De punten in de figuur geven de momenten van scheurgroei aan. Er is golvend verloop van de drukkracht te zien. De lokale minima hierin komen overeen met de momenten van



Figuur 7.7: Verloop van de drukkracht op de vierpuntsbuigbalk tegen de opgelegde verplaatsing. De punten geven de momenten van scheurgroei aan.



Figuur 7.8: Mesh rond de scheurtip op het moment dat het eerste element voor de scheurtip bezwijkt.

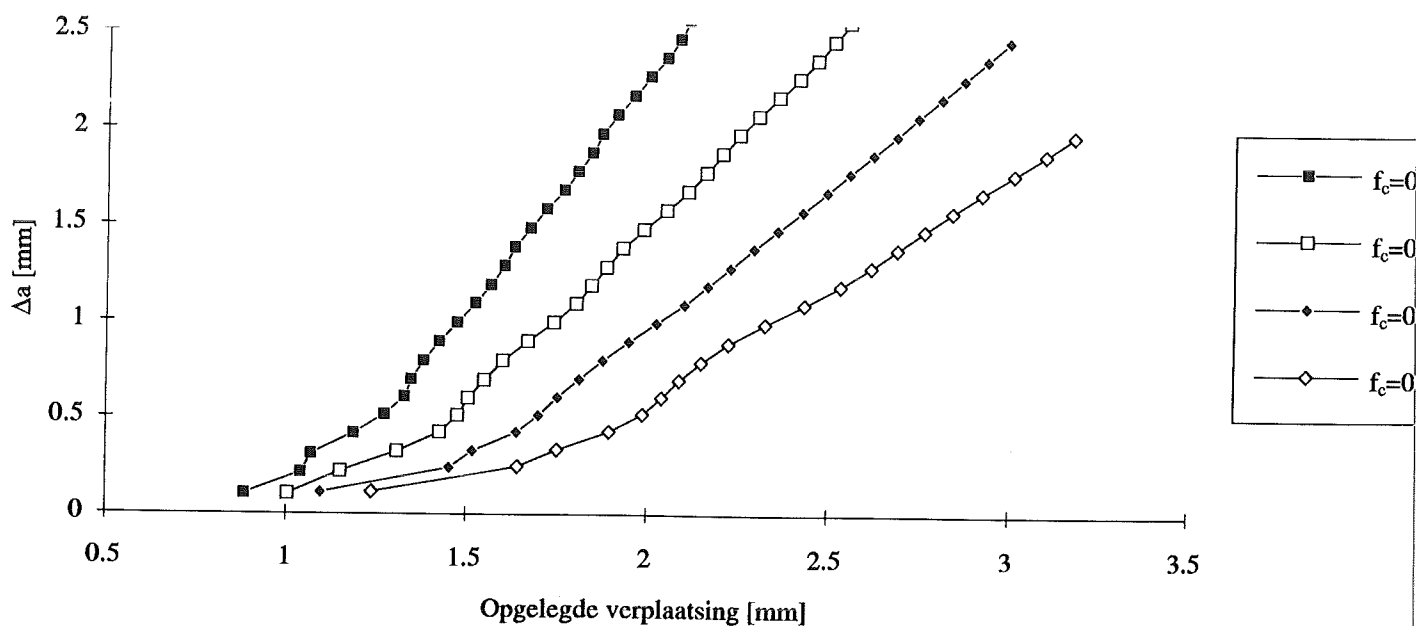
scheurgroei. Vooral bij het bezwijken van het eerste element treden grote veranderingen in drukkracht op. Een mogelijke verklaring hiervoor kan gelegen zijn in de manier waarop de initiële scheurtip is gemodelleerd (of eigenlijk niet is gemodelleerd). In de begintoestand is het materiaal onbeschadigd en de hele scheurflank is recht. Bij een toenemende opgelegde verplaatsing treedt een soort van "blunting" van de scheurtip op. In figuur 7.8 is de mesh gegeven op het punt dat het eerste element bezwijkt. De elementen zijn sterk vervormd en de contour van de scheur wordt niet goed beschreven. De rekken en spanningen in de elementen direct voor én achter de scheurtip zijn hierdoor groot. Bij een gegeven rek zullen de spanningen ook weer sterk afnemen omdat de volumefractie holten toeneemt. Omdat het knooppunt van de tip op de uiterste vezel ligt, heeft de knooppuntskracht ook een relatief grote invloed op het buigend moment en de drukkracht. Er moet wel worden opgemerkt dat een deel van de eerste "piek" in de kracht waarschijnlijk ook zal worden gebruikt voor de vorming van een beschadigde zone. Deze zal bij verdere scheurgroei met de actuele scheurtip meebewegen.

7.4.2 Invloed van de stapgrootte en pad voor de J-integraal

In paragraaf 7.4.1 kwam naar voren dat in de berekeningen een vrij grote waarde voor de toelaatbare relatieve residuele reactiekracht is gebruikt om voorbij het punt van scheurgroeiïnitiatie te komen. De nauwkeurigheid van de resultaten kan dan in principe nog worden verbeterd door gewoonweg kleine stappen in de opgelegde verplaatsing in het drukpunt te nemen. Hiervoor is in de berekeningen voor de parameteranalyse een waarde van 0,001 mm per increment genomen. In het gebied na scheurgroeiïnitiatie hoeven hierbij vrijwel geen iteraties meer plaats te vinden. Figuur 7.9 geeft voor 4 verschillende waarden van de verplaatsingsincrementen (Δu) het verloop van de drukkracht. Het betreft hier een berekening met een lage f_c van 0,005 waarbij de invloed van de stapgrootte relatief groot is. Bij steeds kleinere stappen convergeert het verloop van de drukkracht. Er is dus een afhankelijkheid van de stapgrootte binnen de toegestane relatieve fout van 0,005 van de residuele knooppuntskrachten. De punten in figuur 7.9 geven de momenten van scheurgroei aan. Deze hangen dus tot een bepaald punt van de stapgrootte af. In figuur 7.10 is te zien dat een kleinere stapgrootte een hogere scheurweerstand geeft. De berekening met de stapgrootte $\Delta u = 0,00025$ is met een relatieve onnauwkeurigheid van 0,001 in de knooppuntskrachten uitgevoerd. Deze berekening is maar tot en met 3 elementen scheurgroei uitgevoerd waarvoor 3300 incrementen nodig waren. Hieruit volgt dat de berekeningen toch onder hogere nauwkeurigheidseisen kunnen worden uitgevoerd. Er kunnen dan maar zeer kleine verplaatsingsincrementen worden opgelegd en de berekeningen zullen lang gaan duren.

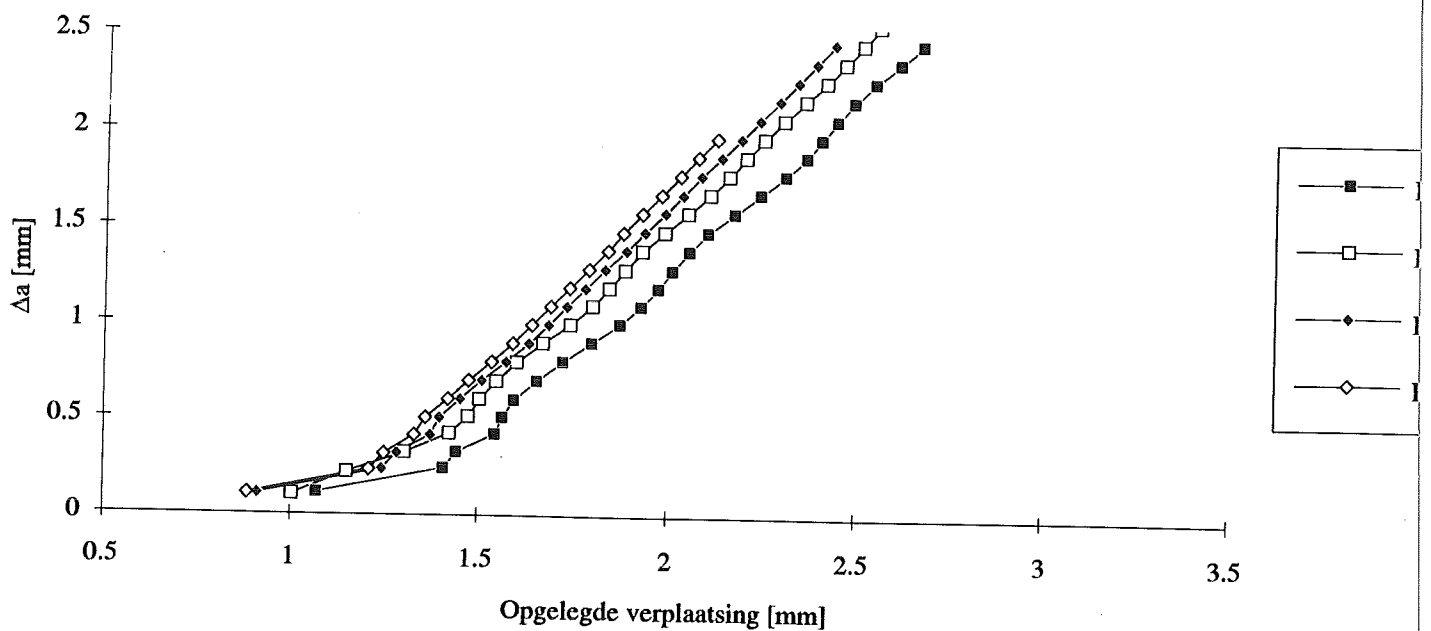
In figuur 7.11 is de scheurweerstand voor de drie verschillende paden voor de J-integraal gegeven. Het eerste pad is duidelijk te dicht rond de scheur gekozen. Het derde pad kan geconvergeerd zijn maar dit blijkt niet uit de figuur. Toch is er niet voor gekozen de J-integraal langs een nog pad te bepalen omdat dan zowat de hele doorsnede van de balk in de berekening van de J-integraal wordt betrokken. In de verdere analyses van de scheurweerstand wordt alleen het derde pad gebruikt dat het verst weg van de scheur ligt.

$f_0=0.001, K=4$



Figuur 7.13: De invloed van variaties in de kritieke volumefractie holten f_c op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing bij $K = 4$ en $f_0 = 0,001$.

$f_0=0.001, f_c=0.01$



Figuur 7.14: De invloed van variaties in K op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing voor $f_0 = 0,001$ en $f_c = 0,01$.

7.4.3 Bepaling van de scheurlengte

De scheurlengte tijdens scheurgroei is op drie verschillende wijzen berekend. Ten eerste is de scheuruitbreiding op basis van de initiële elementgrootte berekend. De scheuruitbreiding wordt dan gewoonweg bepaald door het produkt van de elementgrootte en het aantal bezwaken elementen. Bij de tweede en derde berekeningswijze zijn de knooppuntscoördinaten in de vervormde toestand gebruikt. Hierbij is op twee manieren naar de scheurtip toegerekend. Bij de tweede berekeningswijze wordt de scheurlengte uit de afstand tussen het knooppunt van de scheurmond en het knooppunt van de actuele scheurtip berekend, dus langs de scheurflank. Bij de derde methode wordt de scheurlengte uit de dikte van het ligament berekend.

In figuur 7.12 is het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing voor de drie berekeningswijzen gegeven. De scheurlengte berekend via de scheurflank komt goed overeen met die op basis van de initiële elementgrootte. De vervorming van de elementen in de richting van de scheur is dus klein. De scheuruitbreiding, die uit de afname van het ligament volgt, is kleiner. Dit wordt mogelijk veroorzaakt doordat een deel van het ligament onder druk wordt belast.

7.4.4 Gebruikte grootheden voor analyse van de parameterafhankelijkheid

De holtegroeitred treedt alleen in een klein gebied rond de scheurtip op. De scheuruitbreiding is klein ten opzichte van de afmetingen van het ligament. Hierdoor wordt het verloop van mechanische grootheden als het buigend moment en de drukkracht voornamelijk door de (plastische) vervormingen in het ligament bepaald. De veranderingen, die hierin door variaties in de schadeparameters zijn te behalen, zullen daardoor relatief klein zijn (slechte input / output-relatie). De grootste invloed van de variaties van de schadeparameters bestaat dus op grootheden in directe relatie tot scheurgroei. Er zal daarom voornamelijk naar de invloed van de parameter variaties op het verloop van de scheuruitbreiding en J-integraal worden gekeken.

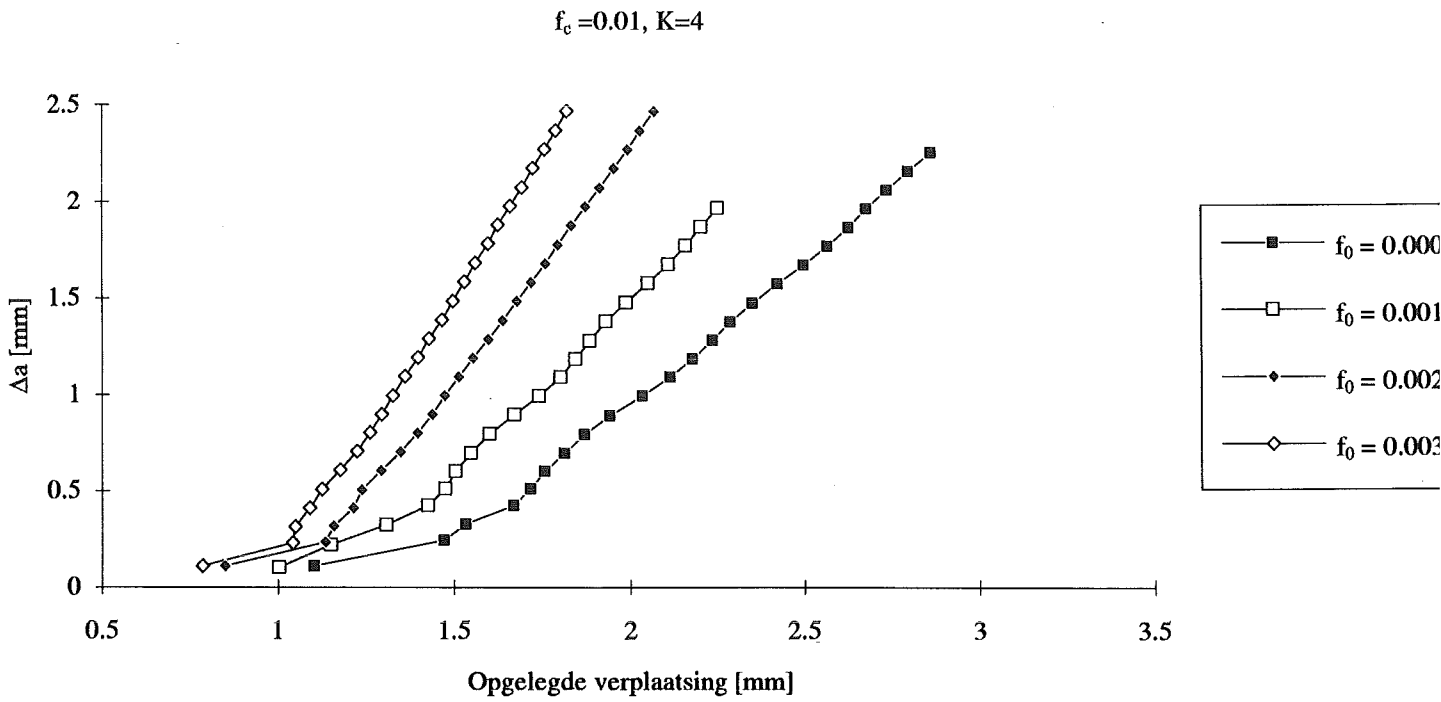
In paragraaf 7.4.2 bleek dat het punt waarop het eerste element bezwijkt bij de genomen nauwkeurigheid van de grootte van de verplaatsingsincrementen afhangt. (Dit probleem is echter oplosbaar door een kleinere stapgrootte te nemen dan in de uitgevoerde parameteranalyse gebruikt is.) Ook bleek de scheurgroeiinitiatie onder sterke variaties in de drukkracht op te treden. Dit is mogelijk een numeriek effect. Om deze redenen worden de eerste drie elementen scheurgroei buiten beschouwing gelaten in de analyses naar de parametersafhankelijkheid.

7.4.5 Invloed van parameter variaties op de scheurgroeisnelheid

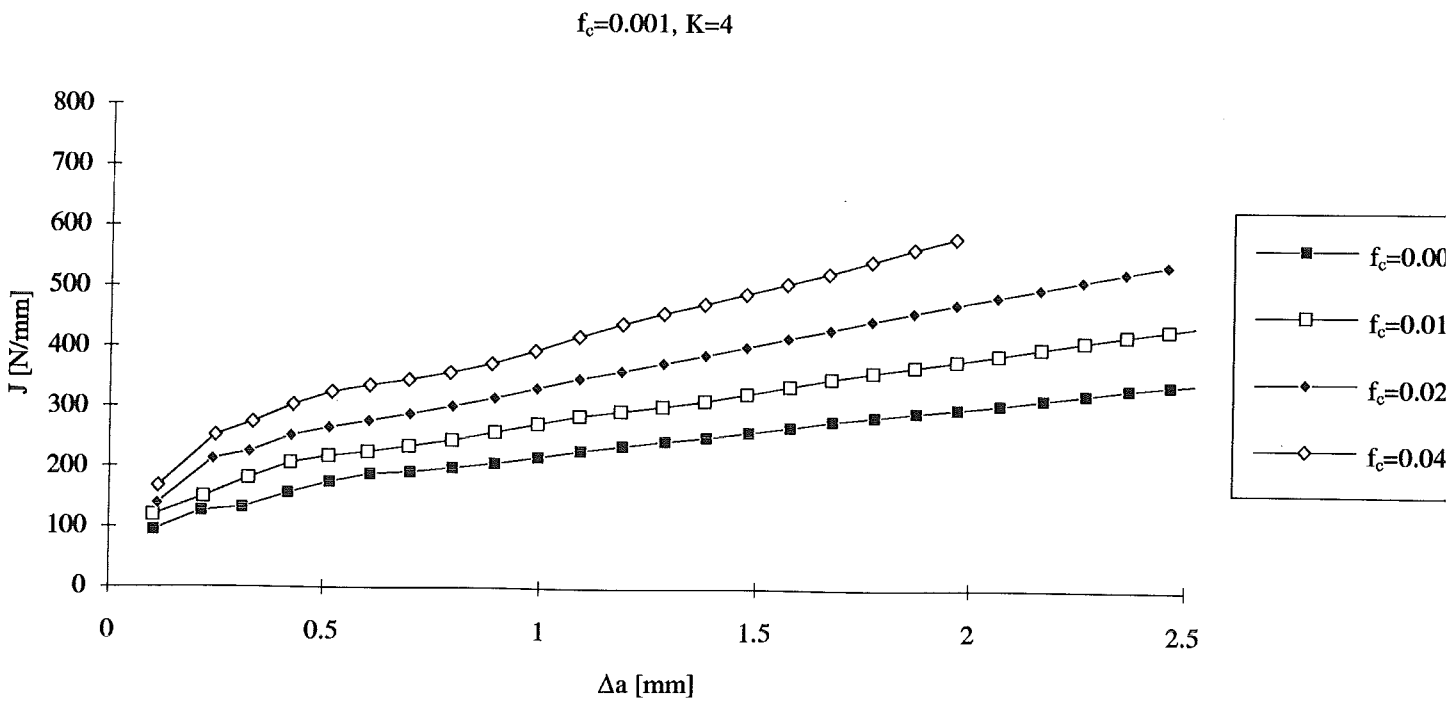
In deze paragraaf wordt ingegaan op de invloed van de parameter variaties op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing. De aangegeven invloeden gaan op voor het bereik waarin de parameters zijn veranderd. De ter illustratie gegeven figuren geven dus steeds ook de globale trends aan.

Invloed van variaties in f_c en K bij constante f_0

Figuur 7.13 geeft de invloed van variaties in de kritieke volumefractie holten op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing voor $K = 4$ en $f_0 = 0,001$. Na enige

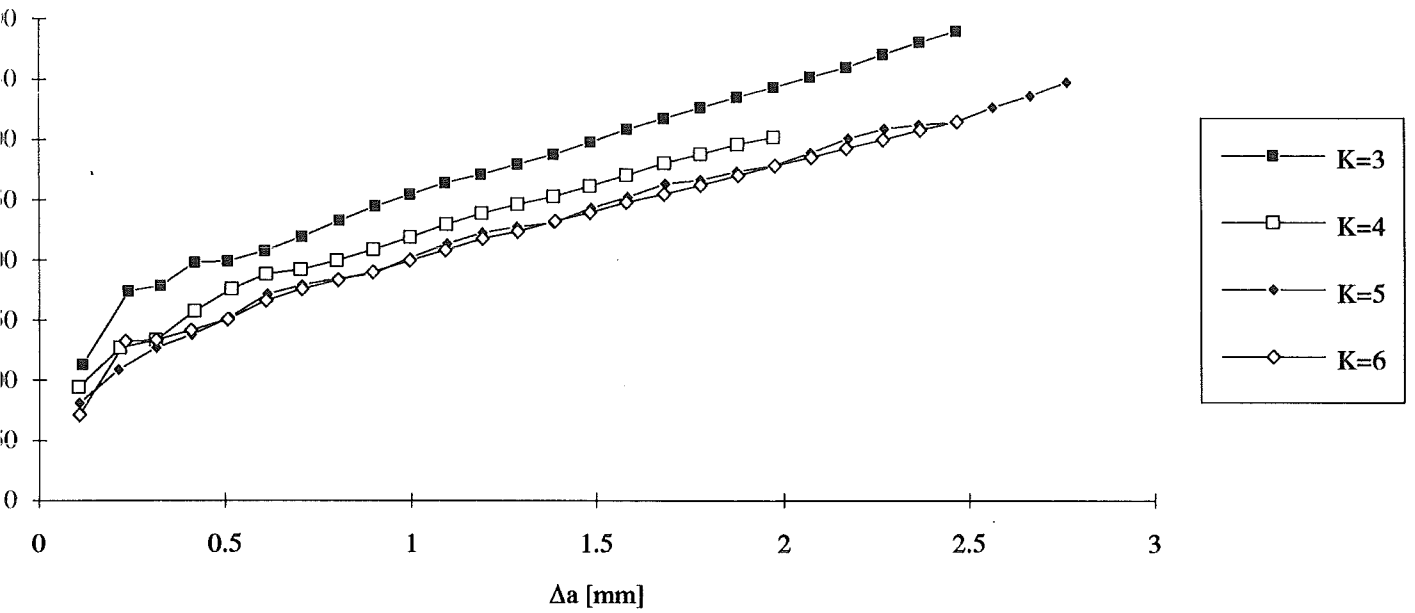


Figuur 7.15: De invloed van de initiële volumefractie holten op het verloop van de scheurgroei tegen de opgelegde verplaatsing voor $f_c = 0,01$ en $K = 4$.



Figuur 7.16: Het verloop van de scheurweerstand bij verschillende waarden van f_c en bij $f_0 = 0,001$ en $K = 4$.

$$f_0=0.001, f_c=0.005$$



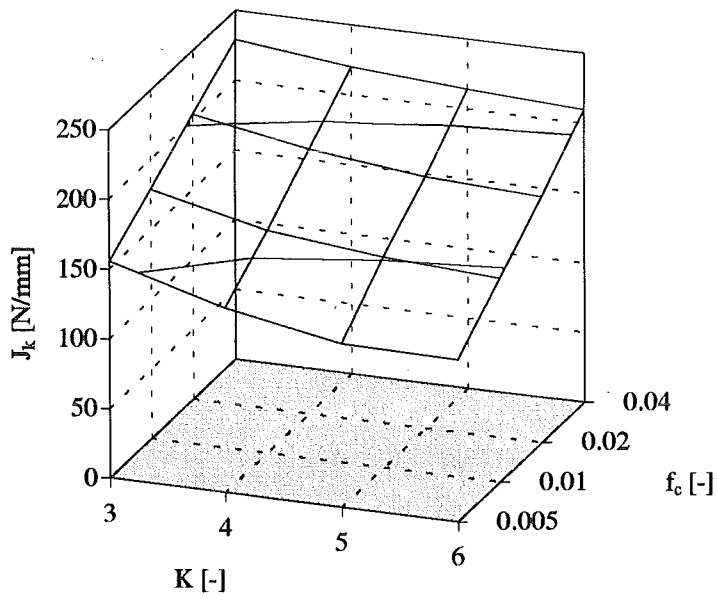
Figuur 7.17: Het verloop van de scheurweerstand bij verschillende waarden voor K en voor $f_0 = 0,001$ en $f_c = 0,005$.

Tabel 7.5: Het snijpunt J_k van de regressie door de scheurweerstand met als van de J-integraal bij variaties in f_c en K en bij constante initiële volumefractie holten van $f_0 = 0,001$.

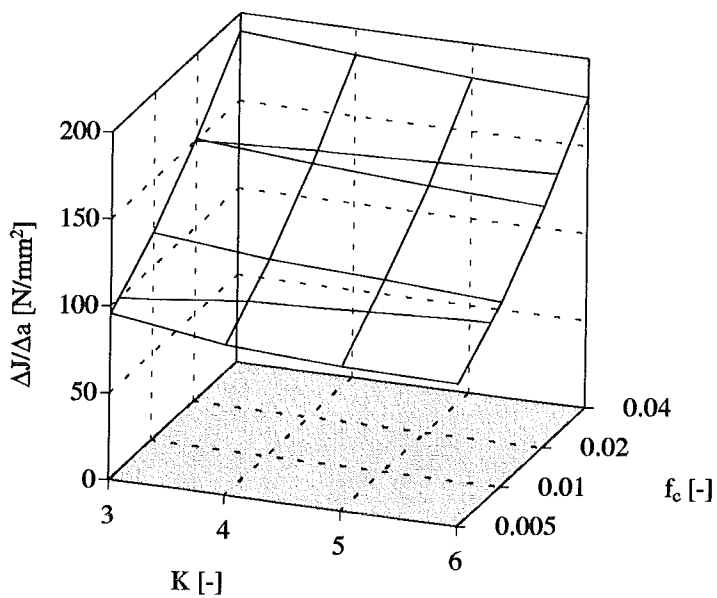
f_c	K = 3	K = 4	K = 5	K = 6
0.005	156	132	117	116
0.01	179	160	151	146
0.02	204	190	180	176
0.04	229	220	214	210

Tabel 7.6: De helling $\Delta J/\Delta a$ van de regressie door de scheurweerstand bij variaties in f_c en K en bij constante initiële volumefractie holten van $f_0 = 0,001$.

f_c	K = 3	K = 4	K = 5	K = 6
0.005	95	86	83	82
0.01	119	113	110	106
0.02	151	145	141	138
0.04	190	185	181	178



Figuur 7.18: De invloed van de variaties in f_c en K op de hoogte van het snijpunt van de regressie door de scheurweerstand met de as van de J-integraal bij $f_0 = 0,001$.



Figuur 7.19: De invloed van de variaties in f_c en K op de helling van de regressie door de scheurweerstand bij $f_0 = 0,001$.

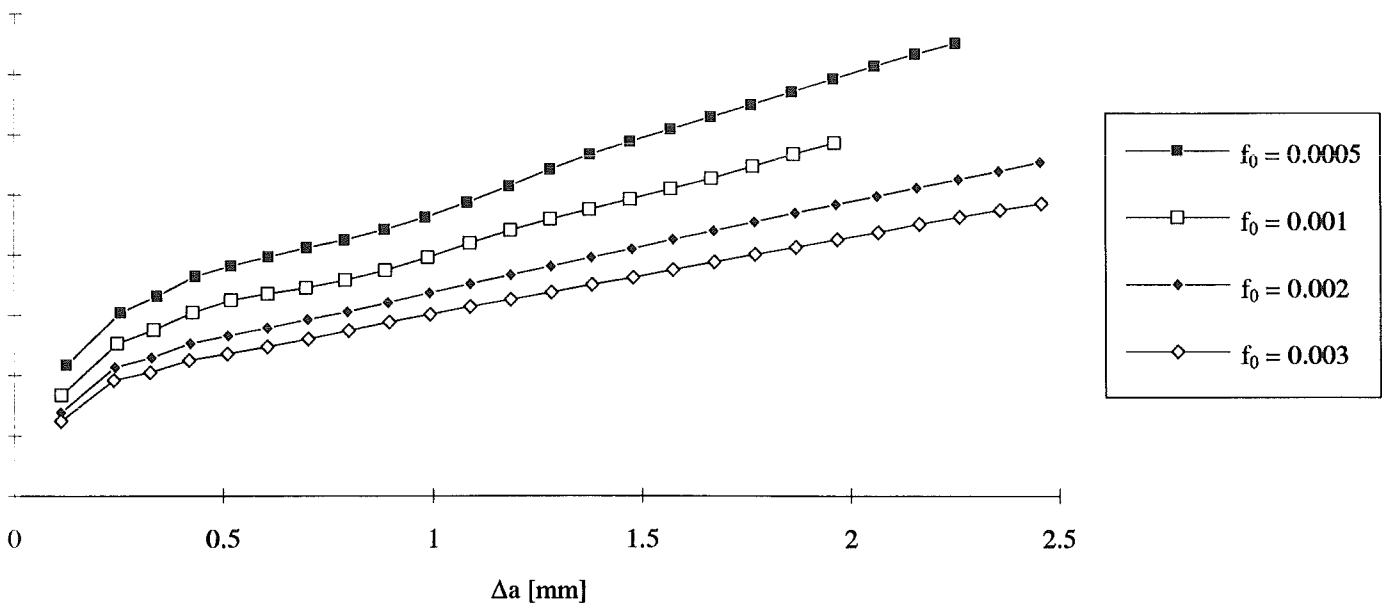


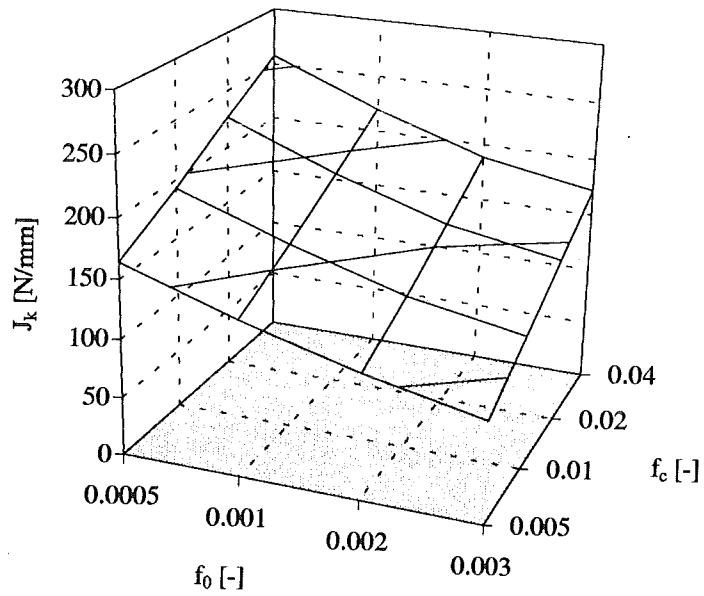
Fig. 7.20: Invloed van de initiële volumefractie holten op de scheurweerstand bij $K = 4$ en $f_c = 0,04$.

Tabel 7.7: Het snijpunt J_k van de regressie door de scheurweerstand met de as van de J-integraal bij variaties in f_0 en f_c en bij constante helling van de schadefunctie f^* van $K = 4$.

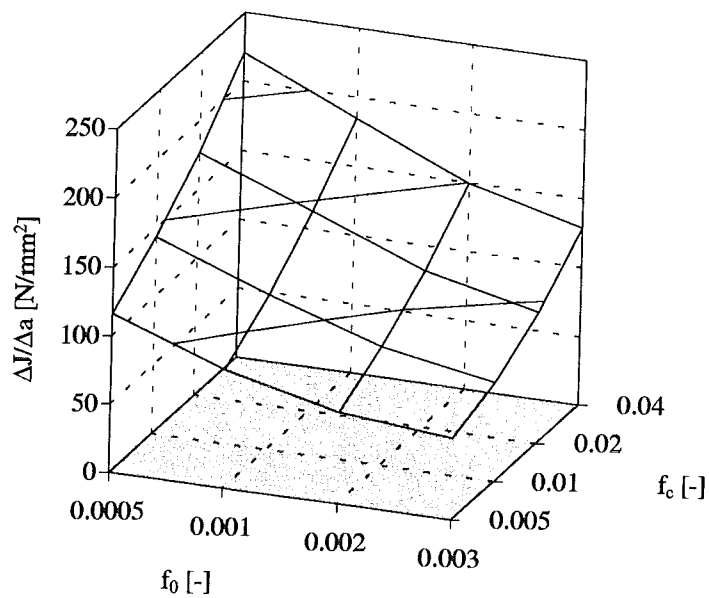
f_c	$f_0 = 0.0005$	$f_0 = 0.001$	$f_0 = 0.002$	$f_0 = 0.003$
0.005	164	132	106	86
0.01	193	160	131	115
0.02	227	190	159	143
0.04	258	220	189	172

Tabel 7.8: De helling $\Delta J/\Delta a$ van de regressie door de scheurweerstand bij variaties in f_0 en f_c en bij constante helling van de schadefunctie f^* van $K = 4$.

f_c	$f_0 = 0.0005$	$f_0 = 0.001$	$f_0 = 0.002$	$f_0 = 0.003$
0.005	116	86	67	60
0.01	146	113	87	72
0.02	177	145	114	96
0.04	221	185	150	129



Figuur 7.21: De invloed van de variaties in de initiële volumefractie holten op de hoogte van het snijpunt van de regressie door de scheurweerstand met de as van de J-integraal.



Figuur 7.22: De invloed van de variaties in de initiële volumefractie holten op de helling van de regressie door de scheurweerstand.

elementen scheurgroei neemt de scheurgroei min of meer lineair met de opgelegde verplaatsing toe. Een lagere f_c geeft eerder en een snellere scheurgroei. Figuur 7.14 geeft de invloed van variaties in K op het verloop van de scheuruitbreiding tegen de opgelegde verplaatsing voor $f_0 = 0,001$ en $f_c = 0,01$. De invloed van K op de snelheid waarmee de scheur groeit is klein. De variaties in K komen globaal neer op een verschuiving langs de as van de opgelegde verplaatsing. De verschuiving in figuur 7.14 is hierbij relatief groot. Bij $f_c = 0,04$ hadden variaties in K vrijwel geen invloed. (Dit is niet in een figuur aangegeven.) De grootte van f_c in verhouding tot f_0 bepaalt dus waarschijnlijk of variaties in K een sterke invloed hebben. Hierbij moet worden opgemerkt dat de afhankelijkheid van f_f van K kleiner is bij grote waarden van K (zie figuur 7.6).

Invloed van variaties in f_0 en f_c bij constante K

Figuur 7.15 geeft de invloed van de initiële volumefractie holten op het verloop van de scheurgroei tegen de opgelegde verplaatsing voor $f_c = 0,01$ en $K = 4$. Een hogere f_0 geeft zoals te verwachten eerder en een snellere scheurgroei. Uit het bovenstaande bleek dat een lagere f_c een zelfde invloed heeft.

7.4.6 Invloed van parametervariaties op de scheurweerstand

Invloed van variaties in f_c en K bij constante f_0

In figuur 7.16 is het verloop van de scheurweerstand voor verschillende waarden van f_c gegeven voor $f_0 = 0,001$ en $K = 4$. Na enige elementen scheurgroei neemt de scheurweerstand min of meer lineair met de scheuruitbreiding toe. Zoals te verwachten geeft een hogere f_c een grotere scheurweerstand. Figuur 7.17 geeft het verloop van de scheurweerstand bij verschillende waarden voor K bij $f_0 = 0,001$ en $f_c = 0,005$. Een kleinere waarde voor K en dus een grotere waarde voor f_f verhoogt de scheurweerstand. Van het lineaire gedeelte van de scheurweerstandsgrafiek zijn de helling ($\Delta J/\Delta a$) en het snijpunt (J_k) met de as van de J -integraal berekend. In de tabellen 7.5 en 7.6 zijn de berekende waarden gegeven. In figuur 7.18 is de invloed van de variaties op de hoogte van het snijpunt met de as van de J -integraal gegeven. Bij grote waarden voor K wordt de hoogte van het snijpunt voornamelijk door f_c bepaald. Slechts bij lage f_c en lage K is er enige invloed van K . In figuur 7.19 is te zien dat de helling van de scheurweerstand bij $f_0 = 0,001$ voornamelijk door f_c wordt bepaald.

Invloed van variaties in f_0 en f_c bij constante K

In figuur 7.20 is voor $f_c = 0,04$ en $K = 4$ te zien dat een verlaging in de initiële volumefractie holten zowel de hoogte als de helling van de scheurweerstand vergroot. Een verhoging van de kritieke volumefractie holten heeft een zelfde invloed. Onder variatie van f_0 en f_c zijn weer van de regressie door scheurweerstand de helling en het snijpunt met de as van de J -integraal berekend. In de tabellen 7.7 en 7.8 zijn de berekende waarden gegeven. In figuur 7.21 is de invloed van de variaties op de hoogte van het snijpunt met de as van de J -integraal gegeven. Door variaties in f_0 en f_c zijn grote veranderingen in de hoogte van de scheurweerstand te bereiken. In figuur 7.22 is de invloed van de variaties op de helling van de scheurweerstand gegeven. Ook hierin zijn door variaties in f_0 en f_c grote veranderingen te bereiken.

8 Conclusies

Bij de bepaling van de kritieke volumefractie holten door de vergelijking van de experimentele trekcurve voor een gladde één-assige trekstaaf en de simulatie hiervan is alleen het verloop van de trekkracht tegen de diameterafname goed bruikbaar. In het numerieke verloop van de trekkracht tegen de staafverlenging kunnen grote afwijkingen optreden wanneer het punt van insnoeringsinitiatie niet goed wordt beschreven.

Voordat het insnoeringsgebied in een één-assige trekstaaf ontstaat, komt een punt op de trekcurve volledig overeen met een punt van de spannings- / rekrelatie. De vervormingsgeschiedenis heeft hierbij geen invloed.

De bepaling van kleine axiale rekken in een gladde één-assige trekstaaf uit de diameterverandering, onder de aanname van een constant volume, levert grote fouten in de bepaalde rek op. Een correctie voor de elastische volumeveranderingen maakt de bepaling van kleine rekken uit de diameterverandering in principe nauwkeurig. De afhankelijkheid van meetfouten in de diameterafwijking blijft groot.

Voor de staalsoort de met Duitse materiaalaanduiding 22 NiMoCr 3 7 worden de beste overeenkomsten tussen experimentele trekproeven en de numerieke simulaties hiervan gekregen bij een kritieke volumefractie holten van 0,035.

Wanneer de verdikte inklemmingsgebieden van een gladde één-assige trekstaaf worden gemodelleerd, hoeft geen initiële diameterafwijking te worden aangebracht om insnoering in het midden van de staaf te initiëren. Het vervormingsveld in het midden van de staaf is al meer-assig voordat de maximale trekkracht optreedt.

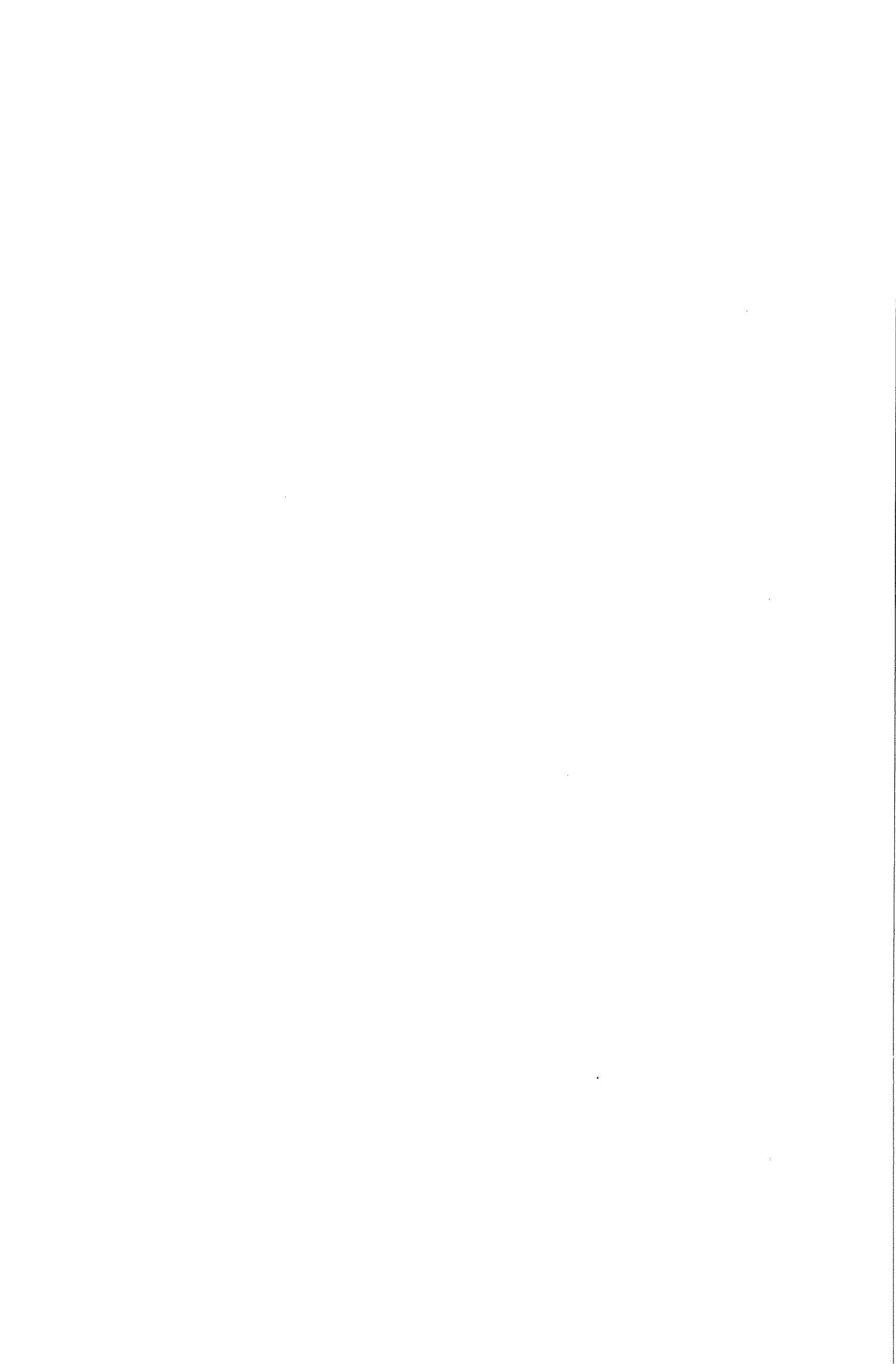
Het model van Rice en Tracey voorspelt een sterkere vervorming dan groei van de holten in het midden van het insnoeringsgebied van een gladde één-assige trekstaaf. Rond het punt van breuk geeft het model een geometrie rond de holten waarbij het waarschijnlijk is dat er interacties tussen naburige holten optreden.

Het "plastic limit load"-model, waarin het model van Rice en Tracey is gebruikt om de geometrieveranderingen van holten te beschrijven, voorspelt initiatie van taaie breuk in een gladde één-assige trekstaaf bij een grotere diameterafname dan waarop in experimenten breuk optreedt. De initiële volumefractie holten heeft een kleine invloed op het moment waarop volgens het "plastic limit load"-model taaie breuk in een één-assige trekstaaf initieert.

Na enige elementen scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk neemt de scheuruitbreiding evenredig met opgelegde verplaatsing toe. Ook het verloop van de scheurweerstand wordt na enige elementen scheurgroei lineair.

De helling K van de schadefunctie f^* heeft nagenoeg geen invloed op de helling van het verloop van de scheuruitbreiding in een vierpuntsbuigbalk tegen de opgelegde verplaatsing. Een lagere K stelt de scheurgroei tot een grotere opgelegde verplaatsing uit. De helling van de scheurweerstand wordt vrijwel niet door K beïnvloed. Alleen bij kleine waarden van K en lage kritieke volumefractie holten heeft K een invloed op de hoogte van de scheurweerstand.

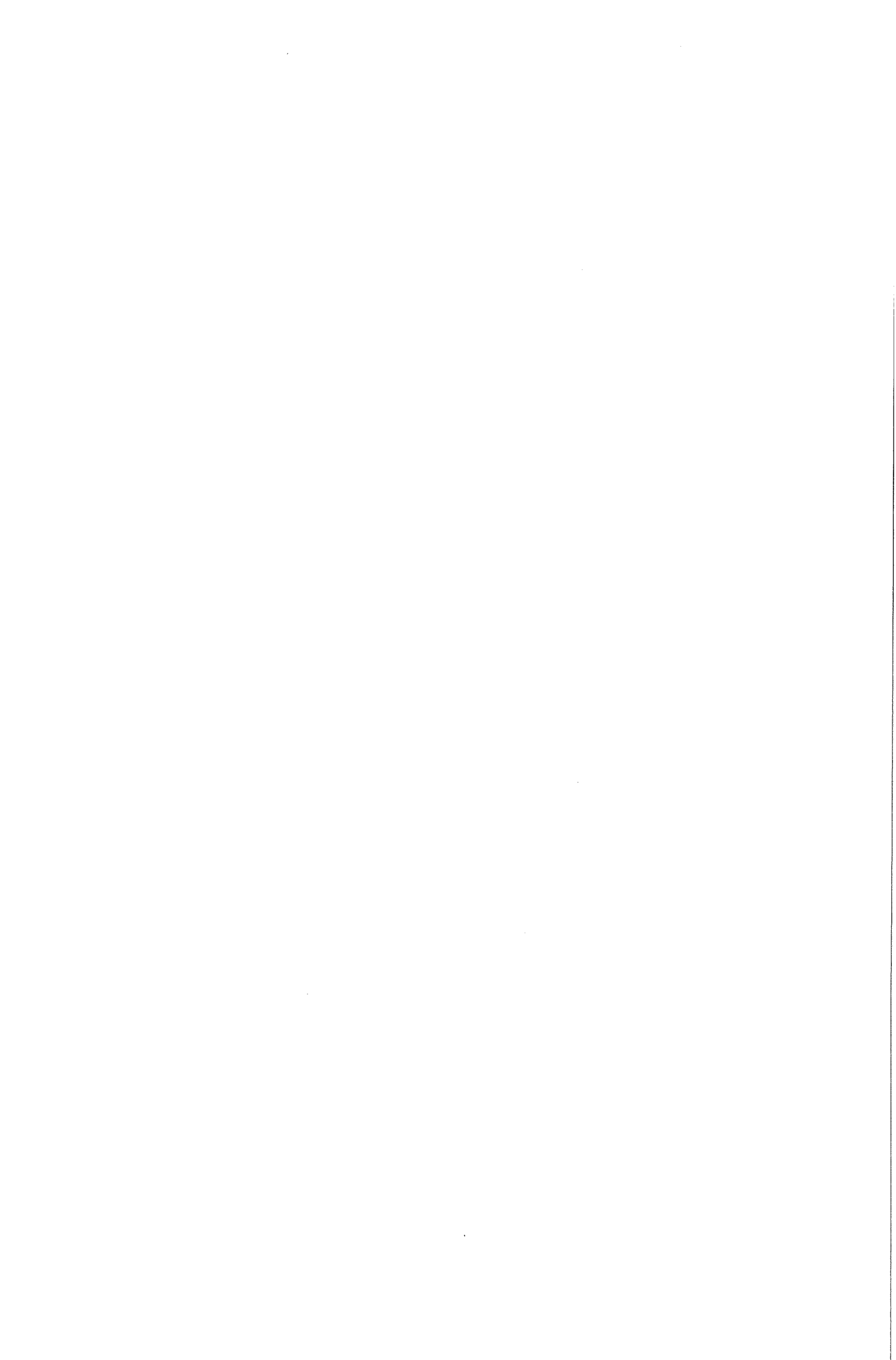
Verhogingen van de kritieke volumefractie holten en verlagingen van de initiële volumefractie holten hebben een zelfde invloed op de scheurgroei in een vierpuntsbuigbalk. De helling van de scheurgroei tegen de opgelegde verplaatsing wordt hierdoor verlaagd. De scheurgroei wordt hierdoor tot een grotere waarde van de opgelegde verplaatsing uitgesteld. De hoogte en de helling van de scheurweerstand worden hierdoor vergroot.



Literatuur

- 1 Braam, H. en Haverkate, B.R.W., *Continuum Damage Mechanics and the Finite Element Method*. Petten, 1992.
- 2 Anderson, T.L, *Fracture Mechanics; Fundamentals and Applications*. Boca Raton, 1991.
- 3 Roggeband, S.M., *Taaie Schade en Breuk; Literatuurscriptie*, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Scheikundige Technologie en der Materiaalkunde, 1994.
- 4 Thomason, P.F., *Ductile fracture of metals*. Oxford, 1990
- 5 Dodd, B. en Bai, Y., *Ductile fracture and ductility; With applications to metalworking*, London, 1987.
- 6 Hutchinson, J.W., "Plastic stress and strain fields at a crack tip", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1968, Vol. 16, Blz. 337-347.
- 7 Rice, J.R. en Rosegren, G.F. "Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material", *Journal of the Applied Physics of Solids*, 1968, Vol. 16, Blz. 1-12.
- 8 Ewalds, H.L. en Wanhill, R.J.H., *Fracture Mechanics*, 1989, Delft.
- 9 ASTM E813-89, "Standard Test Method for J_{Ic} , A Measure of Fracture Toughness", *Annual Book of ASTM Standards*, 1993, Vol. 03.01, Blz. 738-752.
- 10 *ESIS Recommendations for Determining the Fracture Resistance of Ductile Materials*, European Structural Integrity Society, Technische Universiteit Delft, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1992.
- 11 Gurson, A.L., "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth; Part I- Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media", *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1977, Vol. 99, Blz. 2-15.
- 12 Lemaitre, J., "A continuous damage mechanics model for ductile fracture", *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1985, Vol. 107, Blz. 83-89.
- 13 Lemaitre, J., *Mechanics of solid materials*, Cambridge, 1990.
- 14 Tvergaard, V., "Influence of shear band instabilities under plain strain conditions", *International Journal of Fracture*, 1981, Vol. 17, Blz. 389-407.
- 15 Tvergaard, V. en Needleman, A., "An Analysis of Ductile Rupture in Notched Bars", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1984, Vol. 32, Blz. 461-490
- 16 Chu, C.C. en Needleman, A. "Void nucleation effects in biaxially stretched sheets", *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1980, Vol. 102, Blz. 249-256.
- 17 De Borst, R. *Computational Methods in Non-linear Solid Mechanics*, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek, 1993.

- 18 Rousselier, G., Devaux, J.C., Mottet, G. en Deveas, G., "A Methodology for Ductile Fracture Analysis Based on Damage Mechanics; An Illustration of a Local Approach of Fracture", *Nonlinear Fracture Mechanics; Volume II- Elastic Plastic Fracture*, ASTP 995, Bewerkt door: Landes, J.D., Saxena, A. en Merkle, J.G., Philadelphia, 1989, Blz. 332-354.
- 19 Sun, D.-Z. en Höinig, A. "Significance of the Characteristic Length for Micromechanical Modelling of Ductile Fracture", *Localised Damage 94, Computer Aided Assessment and Control, Third International Conference*, congresverslag nog niet uitgegeven.
- 20 Sun, D.Z., Kienzler, K., Voss, B. en Schmitt, W., "Application of Micromechanical Models to the Prediction of Ductile Fracture", *Fracture Mechanics; Twenty-Second Symposium (Vol.II)*, ASTM STP 1131, Bewerkt door: Atluri, S.N., Newman, J.C., Raju, I.S. en Epstein, J.S., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992, Blz. 368-378.
- 21 Argon, A.S., Im, J. en Safoglu R., "Cavity formation from inclusions in ductile fracture", *Metallurgical Transactions*, 1975, Vol. 6a, Blz. 825-837.
- 22 Argon, A.S. en Im, J., "Separation of second phase particles in spheroidized 1045 steel, Cu-0.6pct Cr alloy and maraging steel in plastic straining", *Metallurgical Transactions*, 1975, Vol. 6a, Blz. 839-851.
- 23 Beremin, F.M., "Cavity Formation from Inclusions in Ductile Fracture of A508 Steel", *Metallurgical Transactions A*, 1979, Vol. 12A, blz. 723-731.
- 24 Rice, J.R. en Tracey, D.M., "On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields", *Journal of the Mechanics and Physics of solids*, 1969, Vol. 17, Blz. 201-217.
- 25 Koplik, J. en Needleman, A., "Void growth and coalescence in porous plastic solids", *International Journal of Solids and Structures*, 1988, Vol. 24, Blz. 835-853.
- 26 *The General Purpose Finite Element System MARC, Version K5.1*, MARC Analysis Research Corporation, Palo Alto, Verenigde Staten.
- 27 Bakker, A., *Finite Element History Reporter Input Description*, Handleiding versie 2.1, Technische Universiteit Delft, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1993.
- 28 Bakker, A., *Finite Element Mesh Section Reporter Input Description*, Handleiding versie 2.1, Technische Universiteit Delft, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1993.
- 29 Bakker, A., *The Virtual Crack Extension (VCE) Post Processor Input Description*, handleiding versie 2.3, Technische Universiteit Delft, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1993.
- 30 Tvergaard, V. en Hutchinson, J.W., "The Relation Between Crack Growth Resistance and Fracture Process Parameters in Elastic-Plastic Solids", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1992, Vol. 40, Blz. 1377-1397.
- 31 *Numerical Round Robin on Micromechanical Models*, European Structural Integrity Society, Technical Committee 8: Numerical Methods, contacten via: Brocks, W. Fraunhofer Institut für Werkstoffmechanik, Freiburg.



-
- 32 Nachtegaal, J.C., Parks, D.M. en Rice, J.R., "On Numerically Accurate Finite Element Solutions in the Fully Plastic Range", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974, Blz. 153-177.
- 33 Bridgman, P.W., *Studies in Large Plastic flow and Fracture*, McGraw Hill, 1952.
- 35 Bluhm, J.I. en Morrissey, R.J., "Fracture in a Tensile Specimen", *Proceedings of the First International Conference on Fracture*, Japanese Society for strength and fracture of materials, 1966, Blz. 1739-1780.
- 34 Van Dam, W.Th.A., *Trekproeven en vermoeïingsproeven aan gekerfde staven van staal*, Technische Universiteit Delft, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1994.
- 36 Wachters, A.R., *Plasticiteitsleer (Algemeen)*, Collegediktaat MK56P deel 1, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Scheikundige Technologie en der Materiaalkunde, Laboratorium voor Materiaalkunde, 1991.
- 37 Bakker, A., "Influence of Material Flow Curve Modelling on Fracture Mechanics Evaluations", *Numerical Methods in Fracture Mechanics*, Proceedings of the 5th International Conference, bewerkt door: Luxmoore, A.R. en Owen, D.R.J., 1990, Blz. 433-449.
- 38 Krom, A.H.M., Koers, W.J., en Bakker, A., "Prediction of Cleavage Fracture in the Brittle to Ductile Transition Region of a Ferritic Steel", *Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1244*, Bewerkt door: Kirk, M. en Bakker, A., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1994.
- 39 *MARC Reference Library, Version K5.2*, MARC Analysis Research Corporation, 1992.
- 40 Almering, J.H.L., *Analyse*, 5^e druk, Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft, 1988.



Bijlage 1: Invoer voor het eindige elementenpakket MARC voor de berekeningen

In deze paragraaf wordt besproken welke opties men van het eindige elementen pakket MARC nodig heeft om taaie breuk te simuleren. paragraaf B1.1 gaat kort in op de hiervoor benodigde kennis. De manieren waarop de gebruiker de invoer voor een EEM-berekening kan genereren en de gekozen manier worden in paragraaf B1.2 besproken. Paragraaf B1.3 geeft de structuur van de invoer voor het EEM-pakket. De opties van het EEM-pakket, die nodig zijn om taaie breuksimulaties uit te voeren, worden in paragraaf B1.4 gegeven.

B1.1 Benodigde kennis van de gebruiker

Voor het "standaard" gebruik van het eindige elementenpakket MARC is geen diepe kennis van de eindige elementenmethode nodig. De gebruiker beschikt over een groot aantal standaard opties (bouwstenen) en kan zijn specifieke probleem oplossen door de juiste bouwstenen te combineren. In de documentatie is een groot aantal problemen uitgewerkt. Door het eigen probleem hiermee te vergelijken vindt de gebruiker goede hulp over welke bouwstenen hij moet gebruiken.

De gebruiker heeft in MARC ook de mogelijkheid "niet-standaard" opties te gebruiken. Door het gebruik van zelf geschreven "user subroutines" (in FORTRAN) kan de gebruiker een groot aantal opties programmeren of wijzigen.

B1.2 Manieren van generatie van invoer

Het eindige elementenpakket MARC biedt twee mogelijkheden om een berekening uit te voeren. Ten eerste kan in de pre- en postprocessor MENTAT een volledig EEM-model (mesh, randvoorwaarden, materiaalgedrag, etc.) worden opgesteld. De berekening kan vervolgens vanuit MENTAT worden uitgevoerd en direct geanalyseerd. De tweede manier om een berekening uit te voeren is het programma vanaf de "prompt" van het "operating system" te starten. Hierbij moet de naam van een invoerbestand (tekstbestand) worden opgegeven. Het invoerbestand kan weer met MENTAT worden gegenereerd. Ook is het mogelijk het invoerbestand slechts gedeeltelijk met een preprocessor te genereren en de rest met een tekstverwerker toe te voegen.

Voor de uitgevoerde berekeningen is alleen de tweede manier gebruikt. Argumenten hiervoor waren: met deze methode bestond de meeste ervaring, de berekeningen duren minimaal uren zodat de behoefte interactief te werken klein was, er zijn meerdere nagenoeg identieke berekeningen uitgevoerd zodat een kleine wijziging sneller met een tekstverwerker is aangebracht.

B1.3 Structuur van de invoer

Het invoerbestand (tekstbestand) voor MARC bestaat uit drie hoofddeelten, die "decks" worden genoemd. Elke "deck" bestaat uit de "kaarten" die door de gebruiker worden opgegeven. De kaarten bestaan uit een regel met een uniek trefwoord en



eventuele volgende regels met aanvullende (numerieke) gegevens. De drie "decks" en de volgorde waarin zij voorkomen zijn:

1 - "Parameter deck"

De kaarten in dit deck wijzen de benodigde geheugenomvang toe voor het probleem en bepalen de instellingen voor het verloop van het programma door de gewenste analyse.

2 - "Model definition deck"

Door middel van de kaarten in dit deck wordt de initiële belasting, geometrie en materiaalgegevens en knooppuntsgegevens als randvoorwaarden van het model opgegeven. Ook wordt dit "deck" gebruikt om instellingen op te geven voor de nauwkeurigheid, oplosmethode, herstartmogelijkheden en het wegschrijven van uitvoer. De kaarten in dit "deck" geven het programma genoeg informatie voor een initiële elastische oplossing.

3 - "History definition deck"

De kaarten in dit "deck" leveren de veranderende opgelegde verplaatsingen, belastingen, temperaturen etc. na de initiële elastische oplossing.

B1.4 Gebruikte opties

In deze paragraaf worden alle gebruikte opties (kaarten) van het eindige elementenpakket MARC gegeven die zijn gebruikt voor de berekeningen. Dit is vanuit het oogpunt een volledig overzicht te hebben van wat men nodig heeft. In deze paragraaf wordt niet besproken welke elementenverdelingen, materiaaleigenschappen of convergentiecriteria in de berekeningen zijn gebruikt. Hiervoor wordt verwezen naar de aparte hoofdstukken over de desbetreffende berekeningen.

Naast de opties die volgen uit de mechanische karakterisering van de berekeningen voor de simulatie van taaie breuk in paragraaf B1.2 moeten ook nog een aantal meer algemene opties worden gebruikt. Van de gebruikte kaarten wordt slechts het trefwoord om de kaart aan te roepen en een korte beschrijving gegeven. Voor de volledige beschrijving van de bij de kaarten in te voeren gegevens wordt naar de handleiding van MARC verwezen ([39], deel C).

1 - Kaarten in het "Parameter deck"

TITLE

Met deze kaart wordt een naam aan de analyse meegegeven.

SIZING

Deze kaart reserveert het benodigde werkgeheugen.

ELEMENTS

Het te gebruiken soort element opgegeven wordt met deze kaart opgegeven. Niet alleen de vorm en het aantal knooppunten wordt opgegeven maar ook of het bijvoorbeeld een element voor mechanische of thermische analyses is.

ALL POINTS

Bij het gebruik van deze kaart worden de toestandsvariabelen voor elk integratiepunt van de elementen berekend.

UPDATE

Hiermee wordt ingesteld dat de verplaatsingsfuncties op de elementen aan de vervormde toestand worden aangepast via de "updated Lagrange"-methode.



LARGE DISP

Met deze kaart wordt geometrisch niet-lineair gedrag, dat bij grote verplaatsingen onstaat, in rekening gebracht.

FINITE

Hiermee roept men een rekformulering voor eindige rekken aan.

END

Deze kaart is verplicht en beëindigt het "parameter deck".

2 Kaarten in het "Model definition deck"**COORDINATES**

De initiële coördinaten van de knooppunten worden via deze kaart opgegeven.

CONNECTIVITY

In deze kaart wordt opgegeven welke knooppunten bij welk element horen.

FIXED DISP

Hiermee geeft men randvoorwaarden in de vorm van voorgeschreven verplaatsingen op.

RESTART

Door het gebruik van deze kaart kan men de berekingen achteraf vanaf een bepaald punt herstarten.

POST

In deze kaart bepaalt men hoe vaak en welke gegevens naar het uitvoerbestand, dat voor de postprocessing gebruikt wordt, worden geschreven. Ook het formaat (geformatteerd of binair) van het uitvoerbestand wordt ingesteld.

NO PRINT

Het gebruik van deze kaart onderdrukt het wegschrijven van de oplossingen van de toestandsgrootheden naar het uitvoerbestand dat niet voor de postprocessing wordt gebruikt.

ISOTROPIC

Met deze kaart geeft men een isotropisch vervormingsgedrag (elastisch en plastisch), de elastische materiaaleigenschappen en de initiële vloeigrens op.

GEOMETRY

Normaal gesproken dient deze kaart om een dikte van een element op te geven. Voor een aantal elementen (ook de gebruikte) kan via deze kaart de voorwaarde worden opgegeven dat plastische rekken geen volumeveranderingen mogen veroorzaken.

WORKHARD, DATA

Via deze kaart, in combinatie met de DATA-optie, kan het verstevigingsgedrag van het materiaal puntsgewijs worden opgegeven.

DAMAGE

Het gebruik van deze kaart brengt het gewijzigde model van Gurson in het vervormingsgedrag.

OPTIMIZE

Hiermee wordt het aantal verschillende interne nummeringen voor de knooppunten opgegeven dat moet worden geprobeerd om de bandbreedte van stijfheidsmatrix te verkleinen. Ook de methode hiervoor wordt opgegeven.

CONTROL

In deze kaart wordt opgegeven wat het totaal aantal belastingsstappen is, welke iteratieve methode gebruikt wordt, wat de nauwkeurigheid het voor convergentie moet zijn en hoeveel iteraties er maximaal mogen optreden.

END OPTION



Deze kaart is verplicht en beëindigt het "model definition deck".

3 - Kaarten in het "History definition deck"

AUTO LOAD

Met deze kaart geeft men het aantal malen dat de knooppuntsverplaatsingen, die in de DISP CHANGE-kaarten tot de eerst volgende CONTINUE-kaart staan, worden opgelegd.

DISP CHANGE

Met deze kaart geeft men een waarde voor een knooppuntsverplaatsing op die moet worden opgelegd.

CONTINUE

Deze kaart beëindigt een blok van kaarten waarin verplaatsingen worden opgelegd (De AUTO LOAD-kaart gevolgd door één of meerdere keren de DISP CHANGE-kaart).

Bijlage 2: Foutenanalyse voor de rekbe­paling in een één-assige spanningstoestand

In een gladde één-assige trekstaaf (een één-assige spanningstoestand) kan de axiale rek uit zowel de lengteverandering als uit de diameterafname berekend worden. Bij gebruik van de verlengingen wordt de rek gegeven door:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right). \quad (\text{B2.1})$$

Hierin zijn:

- ε de ware rek,
- l_0 de initiële meet­lengte,
- Δl de lengteverandering over initiële meet­lengte.

Onder de aanname dat het volume tijdens vervorming constant is, kan de axiale rek ook uit de diameter­verandering worden berekend met:

$$\varepsilon = 2 \ln\left(\frac{d_0}{d_0 - \Delta d}\right). \quad (\text{B2.2})$$

Hierin zijn:

- ε de rek,
- d_0 de initiële staaf­diameter,
- Δd de diameterafname.

Wanneer de absolute meetfout in de lengte­verandering $\Delta(\Delta l)$ is, dan veroorzaakt dit een fout in de rek van:

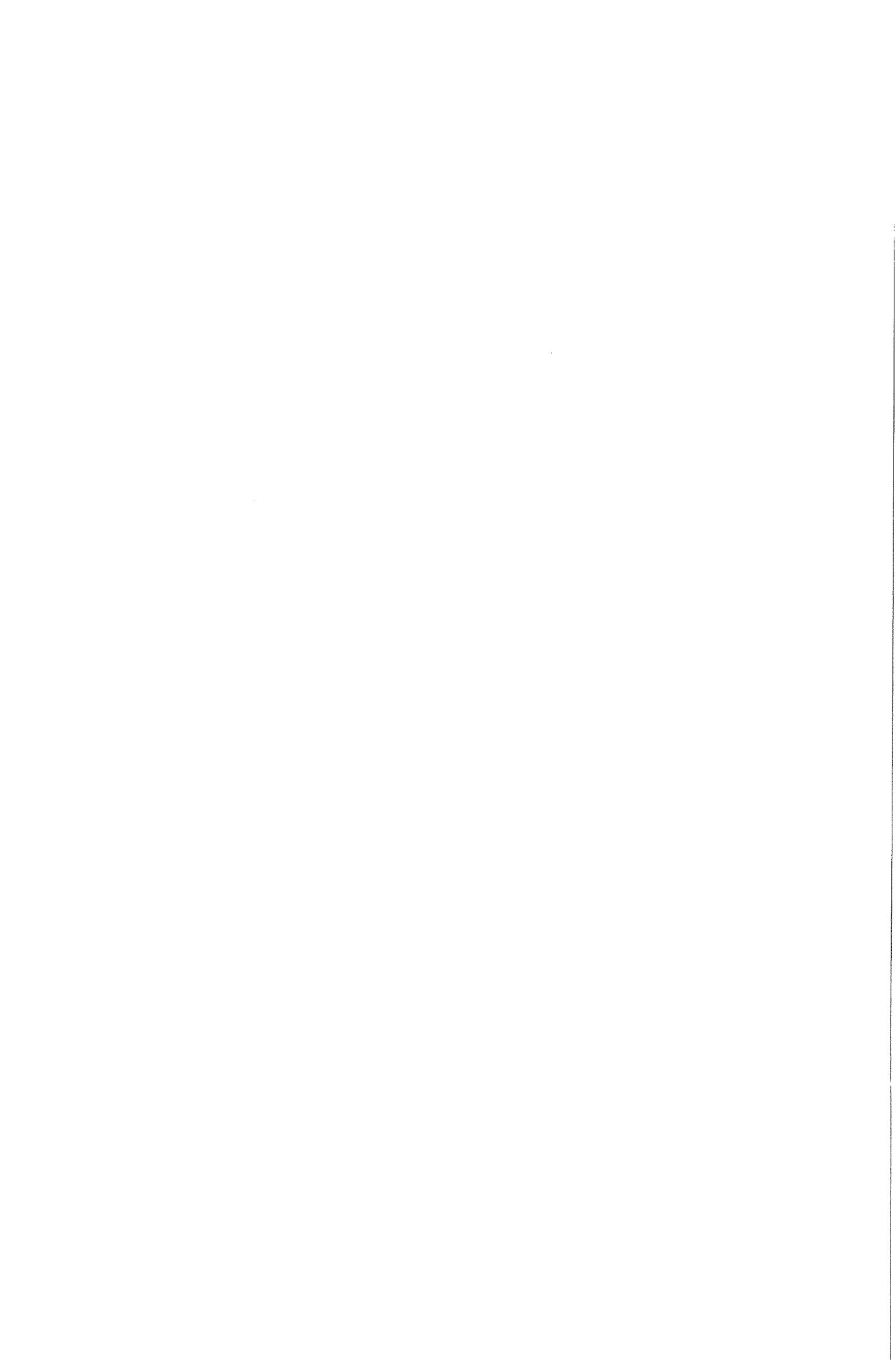
$$\Delta\varepsilon = \frac{1}{l_0 + \Delta l} \Delta(\Delta l). \quad (\text{B2.3})$$

Dit is gelijk aan de relatieve meetfout in de staaf­lengte.

Een absolute meetfout $\Delta(\Delta d)$ in de diameter­verandering veroorzaakt een fout in de rek van:

$$\Delta\varepsilon = \frac{2}{d_0 - \Delta d} \Delta(\Delta d). \quad (\text{B2.4})$$

Dit is gelijk aan twee maal de relatieve meetfout in de staaf­diameter.



Bij een kleine rek en dus $\Delta d \ll d_0$ en $\Delta l \ll l_0$ geldt bij benadering:

$$\Delta \varepsilon \approx \frac{2}{d_0} \Delta(\Delta d) \text{ en } \Delta \varepsilon \approx \frac{1}{l_0} \Delta(\Delta l). \quad (\text{B2.5})$$

Met de gebruikte staafafmetingen van $l_0 = 30$ mm en $d_0 = 6$ mm gaat dit over in:

$$\Delta \varepsilon \approx \frac{1}{3} \Delta(\Delta d) \text{ en } \Delta \varepsilon \approx \frac{1}{30} \Delta(\Delta l). \quad (\text{B2.6})$$

Een absolute meetfout in de gemeten diameterafname veroorzaakt dus een ongeveer 10 maal grotere, absolute fout in de bepaalde rek, dan dezelfde absolute meetfout in de gemeten staafverlenging.

De diameterveranderingen en de staafverlengingen worden op basis van hetzelfde meetprincipe bepaald, namelijk de bepaling van de verandering van een meetlengte met een verplaatsingsopnemer. Naar verwachting ligt de nauwkeurigheid van de beide opnemers dus in dezelfde orde van grootte (tenzij een opnemer voor diameterveranderingen veel duurder is), zodat de rekbepaling op basis van de staafverlengingen nauwkeuriger zal zijn.

Bijlage 3: Bepaling van de maximale trekkracht in een één-assige spanningstoestand

De trekkracht in een gladde één-assige trekstaaf wordt gegeven door:

$$F = \sigma A. \tag{B3.1}$$

Hierin zijn:

- F de trekkracht,
- σ de axiale spanning,
- A het doorsnedeoppervlak loodrecht op de belastingsrichting.

Voor een toenemende of gelijk blijvende trekkracht moet gelden:

$$\dot{F} = \dot{\sigma}A + \sigma\dot{A} \geq 0. \tag{B3.2}$$

De differentiatie hierin hoeft niet noodzakelijkerwijs naar de rek te zijn. Bij kruipproblemen kan ook aan de tijd worden gedacht. Uitwerken geeft:

$$\dot{\sigma} + \sigma \frac{\dot{A}}{A} \geq 0. \tag{B3.3}$$

Voor een materiaal met een constant volume tijdens vervorming gaat dit over in:

$$\dot{\sigma} - \sigma \dot{\epsilon} \geq 0. \tag{B3.4}$$

Wanneer de differentiaties naar de rek zijn uitgevoerd, dan geldt (weer voor een constant volume):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} - \sigma \geq 0. \tag{B3.5}$$

Dit is de bekende formule van Considère uit de literatuur (Zie Wachters [36]). Wanneer echter het volume tijdens vervorming verandert is bovenstaand resultaat niet geldig. Voor metalen voldoen de plastische rekken aan de voorwaarde van een constant volume. De elastische rekcomponenten geven wel een volumeverandering.

De invloed van de elastische vervormingen op het punt, waarop de maximale trekkracht bereikt wordt, wordt bekeken aan de hand van een volume-element in een trekstaaf. Het element wordt één-assige belast. Het volume van het volume-element wordt gegeven door:

$$V = Al \rightarrow \dot{V} = \dot{A}l + A\dot{l}. \tag{B3.6}$$

Hierin is l de lengte van het staafelement in de trekrichting



Het gebruik van formule B3.6 geeft voor de voorwaarde voor een toenemende of gelijk blijvende trekkracht:

$$\dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{\dot{V}}{V} - \frac{\dot{l}}{l} \right) \geq 0. \quad (\text{B3.7})$$

De axiale rek wordt per definitie gegeven door:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{l}}{l}. \quad (\text{B3.8})$$

In een één-assige belastingsgeval wordt het volume gegeven door:

$$V = V_0(1 + \epsilon_1^e)(1 + \epsilon_2^e)(1 + \epsilon_3^e) = V_0(1 + \epsilon^e)(1 - \nu\epsilon^e)^2. \quad (\text{B3.9})$$

Hierin zijn:

- V_0 het beginvolume van een staafelement,
- ν de dwarscontractiecoëfficiënt,
- ϵ_i^e de elastische componenten van de hoofdrekken ($i = 1, 2, 3$),
- ϵ^e de elastische component van de axiale rek.

Logaritmisch differentieren geeft:

$$\frac{\dot{V}}{V} = \left(\frac{1}{(1 + \epsilon^e)} - \frac{2\nu}{(1 - \nu\epsilon^e)} \right) \dot{\epsilon}^e. \quad (\text{B3.10})$$

Wanneer de reksnelheidsgevoeligheid van het materiaal buiten beschouwing wordt gelaten, dan geldt:

$$\dot{\epsilon}^e = \frac{\dot{\sigma}}{E} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \dot{\epsilon}. \quad (\text{B3.11})$$

Hiermee wordt de voorwaarde voor het toenemen of gelijk blijven van de trekkracht:

$$\dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{1}{E} \left(\frac{1}{(1 + \epsilon^e)} - \frac{2\nu}{(1 - \nu\epsilon^e)} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} - 1 \right) \dot{\epsilon} \geq 0. \quad (\text{B3.12})$$

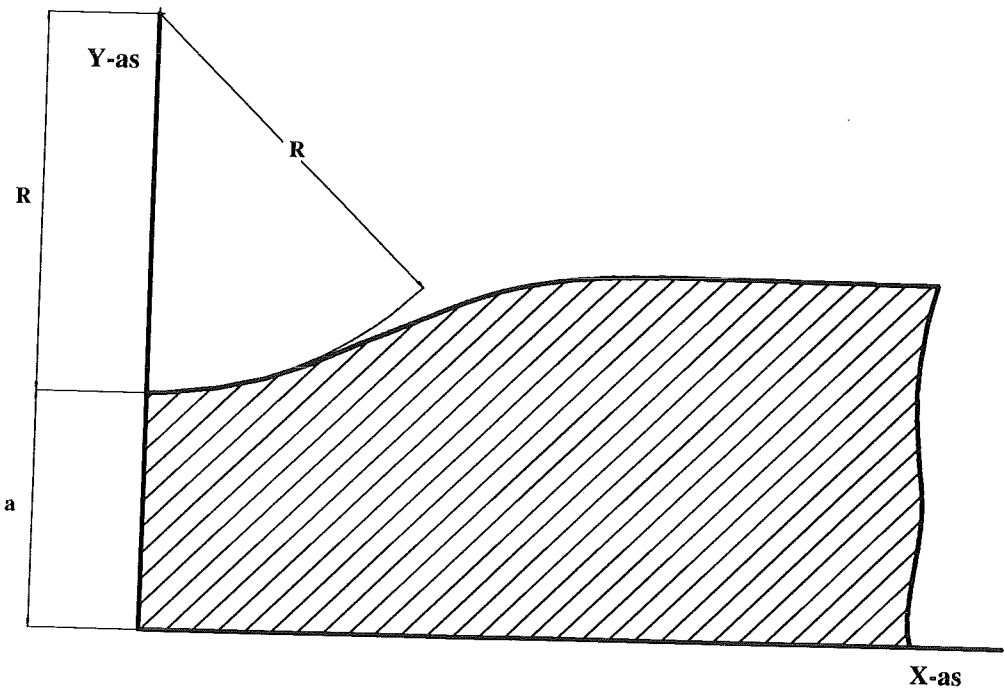
Wanneer de differentiaties naar de rek zijn uitgevoerd en de elastische rekken klein zijn, dan wordt de maximale trekkracht bereikt als geldt:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} + \sigma \left((1 - 2\nu) \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} - 1 \right) \geq 0. \quad (\text{B3.13})$$

In figuur 5.6: heeft de spanningsafgeleide in het gebied, waar de maximale trekkracht bereikt wordt, een waarde van rond de 10^3 . Vanwege de veel grotere waarde van de



elasticiteitsmodulus heeft de correctie voor de elastische vervormingen weinig invloed.



Figuur B4.1: Benadering van de contour van het insnoeringsgebied van een trekstaaf.

Bijlage 4: Bepaling van de afrondingsstraal van het insnoeringsgebied van een trekstaaf

Bridgman [33] heeft model afgeleid om het verstevigingsgedrag van een materiaal met behulp van de één-assige trekproef te bepalen. Wanneer er nog geen insnoeringsgebied is ontstaan, is de vloeispanning van het materiaal gelijk aan de (gemiddelde) axiale spanning over de staafdoorsnede. Bij het ontstaan van een insnoeringsgebied wordt de spanningsverdeling meerassig. De gemiddelde axiale spanning moet dan gecorrigeerd worden om vloeispanning te bepalen. De Bridgman-correctie wordt gegeven door:

$$\sigma = C\sigma_{ax.} = \frac{1}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \frac{F}{\pi a^2}. \quad (\text{B4.1})$$

Hierin zijn:

- σ de vloeispanning,
- $\sigma_{ax.}$ de gemiddelde axiale spanning over de staafdoorsnede,
- C een correctiefactor,
- F de trekkracht,
- a de straal van de staaf in het insnoeringsgebied,
- R de afrondingsstraal van het insnoeringsgebied.

Zowel a als R veranderen tijdens toenemende vervorming van de staaf.

In een EEM-berekening wordt een verstevigingsgedrag ingevoerd. Wanneer de Bridgman-correctie op de uitvoer van de EEM-berekening wordt uitgevoerd, dan moet dit weer het ingevoerde verstevigingsgedrag opleveren. Het verloop van a/R kan hierbij uit de knooppuntsverplaatsingen in het insnoeringsgebied worden berekend. Hiervoor zijn twee manieren gebruikt.

1 Benadering van de contour van het insnoeringsgebied door een cirkelboog

De contour van het insnoeringsgebied in het midden van de staaf kan benaderd door een cirkelboog. Dit is schematisch in figuur B4.1 aangegeven. Wanneer $x = 0$ overeenkomt met het middenvlak en $y = 0$ met de hartlijn van de staaf, moet de cirkelboog aan de vergelijking voldoen:

$$x^2 + (y - a - R)^2 = R^2. \quad (\text{B4.2})$$

Hierin zijn:

- a de straal van de staaf in het middenvlak,
- x de axiale coördinaat van een punt op de cirkel,
- y de radiale coördinaat van een punt op de cirkel,
- R de straal van de cirkelboog.

De straal van de cirkelboog wordt gegeven door:

$$R = \frac{1}{2(y-a)}(x^2 + (y-a)^2). \quad (\text{B4.3})$$

Hierin is te zien, dat de afrondingsstraal naar oneindig nadert, wanneer de radiale coördinaten van het knooppunt op het middenvlak van de staaf en eerst volgende punt in het insnoeringsgebied elkaar naderen.

2 Benadering van de contour van het insnoeringsgebied door een polynoom

Wanneer de contour van het insnoeringsgebied aan het middenvlak door een polynoom wordt benaderd, dan vervalt de lineaire term vanwege de symmetrie. De benadering met een 3^e-orde polynoom wordt gegeven door de parameterisering:

$$\underline{x}(s) = \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ a + c_1 s^2 + c_2 s^3 \end{bmatrix} \quad (\text{B4.4})$$

Hierin zijn:

- c_1, c_2 constanten,
- s de boogcoördinaat.

Aan het middenvlak geldt $s = 0$. De constanten c_1 en c_2 moeten uit de knooppuntscoördinaten in het insnoeringsgebied worden opgelost. Wanneer een directe oplosmethode wordt gebruikt (dus geen kleinste kwadraten benadering), dan worden de constanten bepaald door het stelsel vergelijkingen:

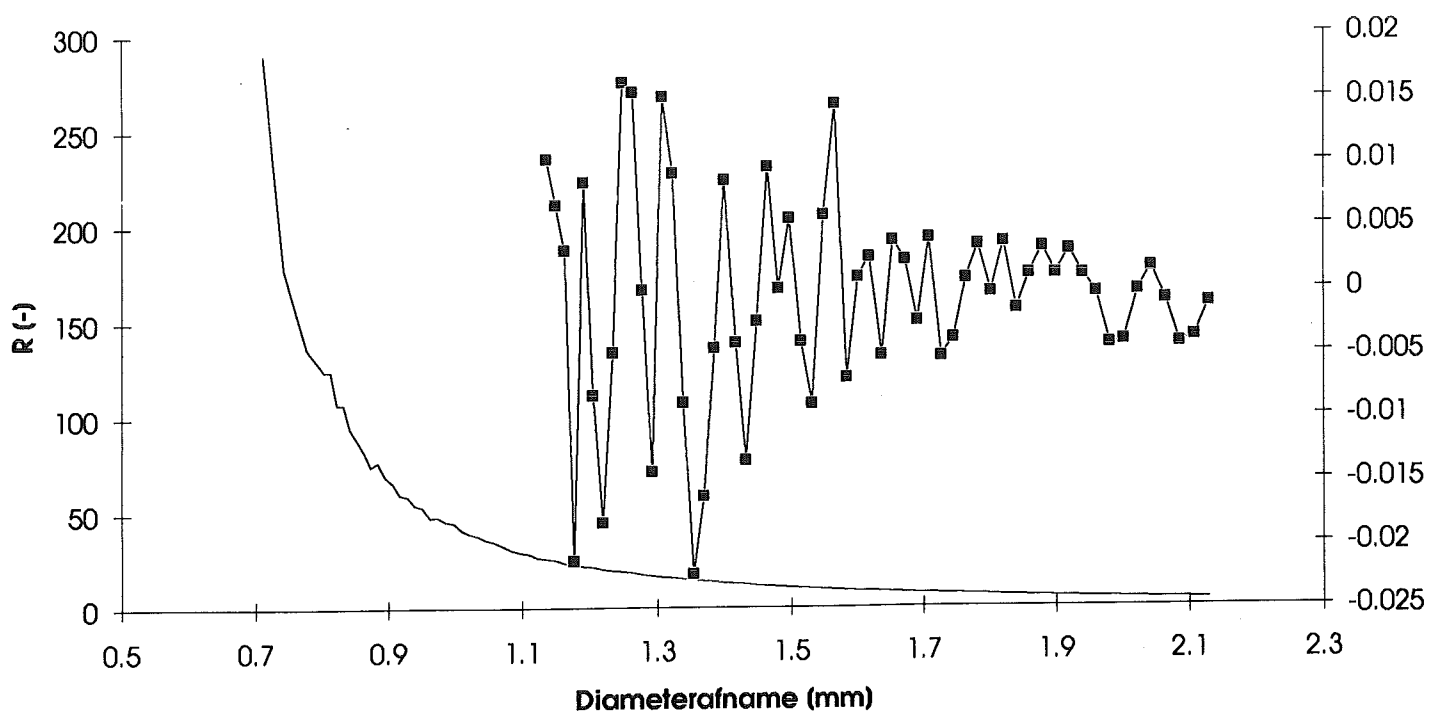
$$\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1^3 \\ x_2^2 & x_2^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_1 - a) \\ (y_2 - a) \end{bmatrix}. \quad (\text{B4.5})$$

Hierin zijn:

- a de radiale coördinaat van het knooppunt op het middenvlak,
- x_1 de axiale coördinaat van het eerste knooppunt vanaf het middenvlak,
- y_1 de radiale coördinaat van het eerste knooppunt vanaf het middenvlak,
- x_2 de axiale coördinaat van het tweede knooppunt vanaf het middenvlak,
- y_2 de radiale coördinaat van het tweede knooppunt vanaf het middenvlak.

Oplossen van het stelsel geeft:

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{x_1^2 x_2^3 - x_1^3 x_2^2} \begin{bmatrix} x_2^3 (y_1 - a) - x_1^3 (y_2 - a) \\ -x_1^2 (y_1 - a) - x_2^2 (y_2 - a) \end{bmatrix}. \quad (\text{B4.6})$$



Figuur B4.2: Verloop van de afrondingsstraal R van het insnoeringsgebied van een trekstaaf en het relatieve verschil tussen berekening van R op basis van een benadering van de contour van het gebied door een cirkelboog of door een derde orde polynoom.

Volgens Almering [40] wordt van een gladde kromme in \mathbb{R}^2 met parameterisering $\mathbf{x}: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}^2$, waarbij $\mathbf{x}(s) = (x(s), y(s))$ de kromming κ gegeven door:

$$\kappa(s) = \frac{x'y'' - y'x''}{\left((x')^2 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \quad (\text{B4.7})$$

De kromtestraal R wordt gegeven door:

$$R = \frac{1}{|\kappa|}. \quad (\text{B4.8})$$

Met $s = 0$, $x'(s) = 1$, $x''(s) = 0$, $y'(s) = 0$ en $y''(s) = 2c_1$ wordt de kromtestraal aan het middenvlak gegeven door:

$$R = \left| \frac{1}{2c_1} \right| = \left| \frac{x_1^2 x_2^3 - x_1^3 x_2^2}{2(x_2^3(y_1 - a) - x_1^3(y_2 - a))} \right|. \quad (\text{B4.9})$$

Toepassing van beide methoden

Beide methoden om de grootte van de afrondingsstraal te berekenen, zijn toegepast op de uitvoer van een referentieberekening, waarbij voor het verstevigingsgedrag een machtswet is ingevoerd. Figuur B4.2 geeft het verloop van de afrondingsstraal en het relatief verschil in de berekende afrondingsstralen volgens beide methoden. Bij grotere R worden de verschillen tussen beide methoden gering. De schommelingen in het verloop worden waarschijnlijk veroorzaakt, door het aftrekken van nagenoeg gelijke getallen. Hierdoor heeft het aantal significante cijfers een grote invloed.

Bijlage 5: Interpolatie van versterigingsgedrag

Het punt, waarop in de één-assige trekproef aan een gladde trekstaaf de maximale trekkracht wordt bereikt, wordt door het versterigingsgedrag van het materiaal bepaald. Voor de benadering van dit punt met behulp van de eindige elementenmethode is het daarom gewenst het versterigingsgedrag in zoveel mogelijk punten te kennen. Een continu verloop verdient daarom de voorkeur.

De versterigingsgegevens die met behulp van de Bakker-correctie [37] uit de resultaten van experimentele trekproef 33.20 zijn bepaald, worden door de continu differentieerbare functie benaderd:

$$\sigma = M(\varepsilon - \varepsilon_f)^n, \varepsilon \geq \varepsilon_f. \quad (\text{B5.1})$$

Hierin zijn:

- σ de ware spanning,
- ε de rek,
- ε_f de rek aan het einde van het vloeiplateau,
- M een constante,
- n de versterigingsexponent.

De functie komt neer op een gewone machtswet, die is aangepast voor een vloeiplateau. In principe moeten de drie parameters ε_f , M en n worden bepaald en dit geeft een niet-lineair stelsel vergelijkingen. Wanneer er echter een goede schatting voor ε_f bestaat (of wordt verondersteld), dan is de functie in de lineaire vergelijking om te zetten:

$$\begin{bmatrix} \ln(\varepsilon - \varepsilon_f) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ \ln(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(\sigma) \end{bmatrix}. \quad (\text{B5.2})$$

Wanneer er in n punten de vloeispanning σ_i en de rek ε_i ($i = 1, 2, \dots, n$) bekend zijn, dan krijgt men het stelsel vergelijkingen:

$$\begin{bmatrix} \ln(\varepsilon_1 - \varepsilon_f) & 1 \\ \ln(\varepsilon_2 - \varepsilon_f) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \ln(\varepsilon_n - \varepsilon_f) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ \ln(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(\sigma_1) \\ \ln(\sigma_2) \\ \vdots \\ \ln(\sigma_n) \end{bmatrix}. \quad (\text{B5.3})$$

Dit is een stelsel vergelijkingen in de vorm van $A \underline{x} = \underline{b}$, waarvan het aantal vergelijkingen groter is dan het aantal onbekenden. Volgens Van Kan [41] wordt de kleinste kwadraten-oplossing hiervan gegeven door: $\underline{x} = (A^T A)^{-1} A^T \underline{b}$. Het onderstaande programma lost deze vergelijking op voor de versterkingsgegevens die boven in het programma staan. Ook worden de fouten tussen de experimentele spanningen en de spanningen op basis van de machtswet berekend. Het programma is geschreven in MATLAB.

Op het gebied tussen het 3^e en het 11^e punt wordt gevonden: $M = 851$ MPa en $n = 0.1098$. De maximale relatieve fout tussen de experimentele en de benaderde spanning is 0.069.

Code van het Matlab-programma

```
% Stress strain data
data = [      451      0.002148;
        454      0.01094;
        501      0.018495;
        545      0.029235;
        593.2461  0.0472;
        631.019   0.0782;
        660.2515  0.109617;
        690.4455  0.163143;
        721.9171  0.233068;
        740.2167  0.290052;
        773.0441  0.409134;
        795.2012  0.492654;
        820.0274  0.579814;
        831.7792  0.64777;
        844.9401  0.718118;
        855.9016  0.786085;
        872.1984  0.861566;
        890.4578  0.940007;
        896.7744  1.005054;
        908.7729  1.077993;
        912      1.152372;
        917      1.194407;
        922      1.237735;
        927      1.282387;
        932      1.328397;
        937      1.375798;
        942      1.424625;
        947      1.474913;
        952      1.526696;
        957      1.580012;
        962      1.634897   ];

afm = size(data);
nrows = afm(1,1);
nkols = afm(1,2);
stresses = data(:,1);
strains = data(:,2);

disp('Het aantal data-punten is: ');
disp(nrows);
plot(strains,stresses,'+');
```



```

xlabel('Strain [-]');
ylabel('Stress [MPa]');
pause;
nfirst = input('Geef het nummer van het eerste te gebruiken data-punt: ');
nlast = input('Geef het nummer van het laatste te gebruiken data-punt: ');
nflow = input('Geef het nummer van het data-punt op het einde van het vloeiplateau: ');
a=[];
b=[];
for i = nfirst:1:nlast,
    a=[a; log(data(i,2)-data(nflow,2)) 1];
    b=[b; log(data(i,1))];
end;
opl=inv(a*a)*a*b;
n=opl(1)
K=exp(opl(2))

xlaw = [data(nfirst,2)];
ylaw = [K*(data(nfirst,2)-data(nflow,2))^n];
datax = [];
datay = [];
for i = nfirst:1:(nlast-1),
    datax = [datax; data(i,2)];
    datay = [datay; data(i,1)];
    step = (data(i+1,2)-data(i,2))/4;
    for j = 1:1:4,
        xlaw = [xlaw ; (data(i,2) + j*step)];
        ylaw = [ylaw ; (K*(data(i,2) + j*step- data(nflow,2))^n)];
    end;
end;
datax = [datax; data(nlast,2)];
datay = [datay; data(nlast,1)];

plot(datax,datay,'+',xlaw,ylaw,'-');
xlabel('Strain [-]');
ylabel('Stress [MPa]');
pause;

error = [];
for i=nfirst:1:nlast,
    lawval = K*(data(i,2)-data(nflow,2))^n;
    error = [error; ((lawval-data(i,1))/lawval)];
end;
maxerror = max(error);
plot(strains(nfirst:nlast),error,'+');
xlabel('Strain [-]');
ylabel('Relative error in stress [-]');
pause;
disp('End of program');

```

