



**laboratorium voor grondmechanica delft**  
**delft soil mechanics laboratory**

**Literatuurstudie**

*Stabiliteit van taluds  
op slappe ondergrond.*

**deel I**

laboratorium voor grondmechanica

stichting waterbouwkundig laboratorium



postbus 69, 2600 AB delft  
stieltjesweg 2, delft  
telefoon 015-569223  
telex: 38234 soil nl  
postgiro: 234342  
bank: mees en hope nv delft  
rek.nr. 25.92.35.911  
(giro: 6400)  
k.v.k. S 145040 delft

LITERATUURSTUDIE

STABILITEIT VAN TALUDS OP SLAPPE ONDERGROND

DEEL 1

E.J. den Haan

CO-416731/13

februari 1986

<u>INHOUD</u>	<u>Blz.</u>
1.0 Doelstelling	1
2.0 Methoden ter bepaling van de stabiliteit van taluds	3
2.0 Inleiding	3
2.1 Bezwijkanalyse	4
2.1.1 Aannamen van de bezwijkanalyse	4
2.1.2 Theorema's	4
2.2 Glijlijnpatronen	7
2.3 Grensevenwicht (limit equilibrium)	9
2.4 Voorbeelden	10
2.4.1 Ondergrensmethode	10
2.4.2 Bovengrensmethode	10
2.4.3 Bovengrensuplossing, mechanisme van Prandtl	12
2.4.4 Bovengrensuplossing, mechanisme van Hill	12
2.4.5 Limit equilibrium methoden	13
2.5 Elastoplastische grondmodellen	13
2.6 Toepassing van de calculus of variations op limit equilibrium problemen	15
2.6.1 Benadering van Baker en Garber	15
2.6.2 "Variational fallacy"	16
2.6.3 Differentiaal vergelijking van het glijvlak	18
2.6.4 Driedimensionale toepassing van de calculus of variations	19
2.6.5 Bruikbaarheid van de optimalizatie methoden	22

3.0	Principes van glijvlakberekeningsmethoden	25
3.1	Wrijvings-cirkel methode	26
3.2	Morgenstern-Price	28
3.3	Vergelijking van enige bekende glijvlakberekeningsmethoden	30
3.3.1	Fellenius	31
3.3.2	Bishop	32
3.3.3	Spencer	33
3.3.4	Nadere vergelijking van enige glijvlakberekeningsmethoden	33
3.4	De spanningstoestand in het glijvlak	35
3.5	Gedraineerde glijvlakanalyse	43
3.6	Tavenas over gedraineerde glijvlak analyse	44
4.0	De SHANSEP methode	46
4.1	Normalized Soil Parameter concept	46
4.2	Notaties	47
4.3	Monsterverstoring	47
4.4	SHANSEP procedure	48
4.5	Keuze van type schuifproef	49
4.6	Conclusies	50
5.0	Ongedraineerde deformatie van plastische en organische klei	51
5.1	Ongedraineerde zettingen, $\rho_i$	51
5.2	Correctiefactor van Skempton en Bjerrum voor consolidatie-zetting, $\rho_c$	52
5.3	Ongedraineerde kruipdeformatie, $\rho_{cr}$	54
5.4	Globale berekening van initiële zetting	55
5.5	Beperking van $\rho_i$ en $\rho_{cr}$	57
5.6	Conclusies	57

6.0	Overzicht van het gedrag van klei	58
6.1	Behandelde onderwerpen	58
6.2	Consolidatiegedrag	58
6.2.1	Componenten van zetting	58
6.2.2	Preconsolidatie spanning-vloeigrens	59
6.2.2.1	Inleiding	59
6.2.2.2	Preconsolidatiespanning	60
6.2.3	Seculair effect	61
6.2.4	Effecten van seculaire samendrukking	62
6.2.5	Effect van LIR	64
6.2.6	Consolidatie coëfficiënt	67
6.2.7	Niet-lineaire consolidatie	67
6.2.8	Neutrale korrelspanningscoëfficiënt $K_0$	68
6.3	Basis principes van sterkte en spannings-rek gedrag	69
6.3.1	Normaal geconsolideerde Simple Clay, CID proef	70
6.3.2	Normaal geconsolideerde Simple Clay, CIU proef	70
6.3.3	Betekenis van principe 2	71
6.3.4	Hvorslev parameters	71
6.3.5	Overgeconsolideerde Simple Clay, CID proef	74
6.3.6	Overgeconsolideerde Simple Clay, CIU proef	75
7.0	Critical State Soil Mechanics en Camclay	76
7.1	Algemene begrippen	76
7.2	De relatie $v - p'$	77
7.3	De relatie $v - p - q$	78
7.4	Normaal geconsolideerde klei, CIU proef	80
7.5	Normaal geconsolideerde klei, CID proef	80
7.6	De vorm van de Roscoe surface	81
7.7	Overgeconsolideerde klei. De Hvorslev surface	82
7.8	Stijfheid en sterkte in de ongedraineerde situatie	84
7.9	De yield surface	87
7.10	Geassocieerde vloeiregel	88
7.11	Camclay	88
7.12	Modified Camclay	90
7.13	Toepassingen van Modified Camclay	91
7.14	Anisotroop vloeiooppervlak	92

8.0 Conclusies

94

Literatuurlijst

Appendix

Het weergeven van spanningspaden in de p - q ruimte

## 1.0 Doelstelling

Deze literatuurstudie richt zich op de stabiliteit en de deformaties van taluds op slappe ondergrond.

Slappe ondergrond is er in Nederland in overvloed, en taluds die op deze ondergrond worden gemaakt zijn er ook vele, in de vorm van kaden, rivier- en zeedijken, aardebanen van wegen, enz. Dat een studie van de stabiliteit en deformaties van deze taluds nodig is mag blijken uit het optreden van enige onverwachte afschuivingen in de laatste jaren. Bekende voorbeelden zijn de Markiezaatskade, de Nieuwe Wolpherensedijk en Streefkerk. In al deze gevallen is vooraf, met gebruikmaking van gevestigde beproevings- en rekentech- niken, het ontwerp en/of de uitvoeringsfasering beoordeeld. Dat het toch fout ging, wijst erop dat de huidige hulpmiddelen en de in de loop der jaren ermee opgebouwde ervaring niet in alle gevallen de garantie geven van een veilig ontwerp.

Hoewel van geen enkele methode, hoe ingewikkeld en doordacht ook, kan worden verwacht dat onder alle omstandigheden een veilig doch niet overgedimensio- neerd ontwerp wordt verkregen, is het toch als nodig ervaren om nog eens kritisch de huidige ontwerpmethoden door te lichten, en mogelijke verbeter- ringen aan te geven. Dit vormt de doelstelling van deze literatuurstudie.

In dit eerste deel wordt eerst aandacht besteed aan de diverse methoden die ter beschikking staan om bezwijktoestanden op te sporen, waarbij de plasti- citeitsleer, de karakteristiekenmethode en de methode voor het grenseven- wicht nader toegelicht worden. De glijvlakberekenningsmethoden, die alle vallen in de klasse van grensevenwicht methoden, worden vervolgens diepgaand behandeld. Daarna worden twee door Ladd ontwikkelde methoden behandeld: SHANSEP en de bepaling van ongedraineerde deformaties van plastische en or- ganische klei. De SHANSEP methode is van belang omdat het een beter inzicht geeft in het gedrag van klei, en bovendien is verwerkt in een later te be- handelen methode van Ladd om via zgn. ongedraineerde berekeningen, de stabi- liteit van taluds op slappe klei te bepalen. De methode om ongedraineerde deformaties van plastische en organische klei te bepalen is van belang omdat dergelijke klei veel in de laaggelegen gebieden van Nederland voorkomt.

Traditioneel wordt in Nederland weinig aandacht besteed aan ongedraineerde deformaties, maar Foott en Ladd tonen door middel van 3 case studies aan, dat deze deformaties soms niet te verwaarlozen zijn, en zoals gezegd geven zij een methode om deze deformaties te berekenen.

De 2 laatste hoofdstukken behandelen het fundamentele grondmechanisch gedrag van zachte klei, resp. aan de hand van de inzichten van Ladd, en door middel van het Camclay model.

In een volgende deel zal nog aandacht worden besteed aan o.a. invloed anisotropie en 3e hoofdspinning - kruipgedrag - veen (classificatie, grondmechanische gedrag inclusief kruip) - mogelijkheden voor toepassing grondmechanische centrifuge op stabiliteit van taluds op veen/zachte klei ondergrond.



## 2.0 Methoden ter bepaling van de stabiliteit van taluds

### 2.0 Inleiding

De stabiliteit van taluds wordt veelal beoordeeld met behulp van een van de vele glijvlakberekenningsmethoden. Er zijn echter ook andere technieken beschikbaar, die bovendien toepasbaar zijn voor andere problemen als bijvoorbeeld het draagvermogen van funderingen op staal, en de gronddrukken tegen een keermuur. Een indeling in 3 typen is mogelijk:

- bezwijkanalyse (Engels: limit analysis) met behulp van de zgn. onder- en bovengrenstheorema's
- karakteristiekenmethode ofwel glijlijnpatronen (Engels: slipline analysis)
- de methode van het grensevenwicht (Engels: limit equilibrium), waaronder alle conventionele glijvlakberekenningsmethoden vallen

Alle te behandelen methoden hebben gemeen dat zij zoeken naar de bezwijkcondities van de constructie, en meestal geen informatie leveren over de bijbehorende deformaties. Dit onderscheid is gebruikelijk in de grondmechanica: bezwijkcondities worden, veelal met behulp van de plasticiteitstheorie, opgespoord onafhankelijk van de bijbehorende deformaties, en een "veiligheidscoëfficiënt" wordt gevonden, anderzijds worden deformaties ten gevolge van de gebruiksbelasting bepaald, veelal met behulp van de elasticiteitstheorie.

De toepassing van elastoplastische materiaalmodellen in combinatie met de eindige elementenmethode, vormt hierop een uitzondering. Deze techniek levert zowel deformaties, ook in het bezwijkstadium, als de bezwijklast, c.q. bezwijkhoogte van een ophoging. Door de complexiteit van deze techniek zullen echter de traditionele berekeningstechnieken hun populariteit voorlopig wel behouden.

De laatste paragraaf in dit hoofdstuk behandelt de toepassing van de zogenaamde "calculus of variations" op glijvlakberekenningsmethoden. Hoewel omstreden (o.a. prof. de Josselin de Jong wijst de methode af) lijkt het een bruikbare methode om het meest ongunstige glijvlak van willekeurige vorm op te sporen.

## 2.1 Bezwijkanalyse

Bij de ontwikkeling van de moderne bezwijkanalyse of plasticiteitsleer (limit analysis), lag de nadruk aanvankelijk op het plastische gedrag van metalen. Toepassingen voor stalen raamwerken en betonconstructies zijn ver ontwikkeld, terwijl de toepassing op grondgedrag nog in ontwikkeling is.

Chen (1975) noemt enige voordelen op van de bezwijkanalyse:

- voor elk probleem is, ongeacht de mate van ingewikkeldheid van de geometrie en/of belastingssysteem, een reële waarde van de bezwijklast te vinden.
- het is eenvoudig toe te passen
- het geeft inzicht in het bezwijkmechanisme van de constructie.

De methode is veel toegepast voor het bepalen van het draagvermogen van funderingen op staal, horizontale gronddrukken tegen keermuren en de stabiliteit van taluds.

### 2.1.1 Aannamen van de bezwijkanalyse

1. Het spannings-rek gedrag is elastisch-ideaal plastisch, dat wil zeggen het materiaal gedraagt zich elastisch tot de vloeispanning is bereikt, waarna vloeï optreedt bij constante spanning. Onder vloeï wordt verstaan doorgaande plastische vervorming.  
Wanneer, zoals hier verondersteld, dit optreedt bij constante spanning, is er sprake van een ideaal plastisch (perfectly plastic) materiaal.
2. De overgang van elastisch naar volmaakt plastisch gedrag wordt bepaald door een vloeïcriterium, bijvoorbeeld het Coulomb vloeï criterium. Dit houdt in dat vloeï optreedt zodra op enig vlak van een grondelementje, de schuifspanning  $\tau$  gelijk wordt aan

$$\tau = c' + \sigma' \text{tg } \phi'$$

waarin

$c'$  = cohesie

$\phi'$  = inwendige wrijvingshoek

$\sigma'$  = normaalspanning op het vlakje.

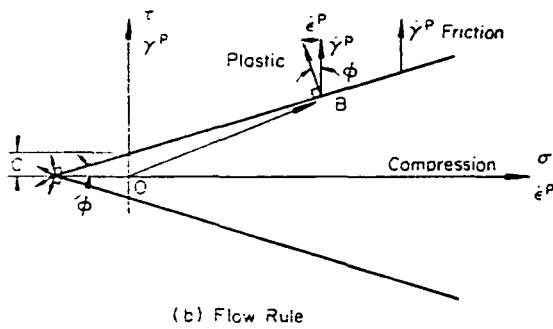
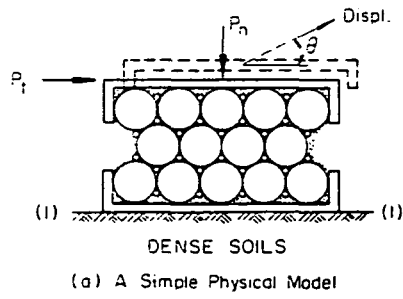


Fig. 2.8. Plastic strain rate is normal to yield curve for perfectly plastic theory, but parallel to  $\sigma$ -axis for frictional theory.

Figuur 2.1.a

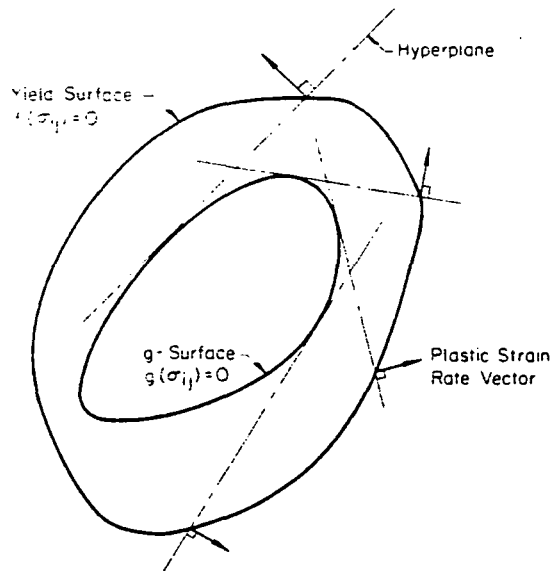


Fig. 2.14. Construction of  $g$ -surface.

Figuur 2.1.b

Dit vloeicriterium is natuurlijk de bekende bezwijkomhullende die met bijvoorbeeld celproeven of triaxiaalproeven verkregen wordt. In de drie-dimensionale hoofdspanningsruimte ontstaat de bekende onregelmatige hexagonale pyramide, die aangeduid wordt met de term vloeiooppervlak.

Spanningstoestanden buiten het vloeiooppervlak zijn onmogelijk. Binnen het vloeiooppervlak is het gedrag elastisch; op het vloeiooppervlak treedt plastische vloeï op.

Andere bekende vloeicriteria zijn die van Tresca (hexagonale prisma), von Mises (cylinder), extended Tresca (regelmatige hexagonale pyramide) en extended von Mises (kegel).

3. De vloeï die optreedt bij spanningen op het vloeiooppervlak, is geassocieerd; er is sprake van een geassocieerde vloeïregel, vaak kortweg aangegeven met de term normaliteit. De termen "geassocieerd" en "normaliteit" worden nu toegelicht.

Als in de meer-dimensionale ruimte opgespannen door de spanningen die op een elementje werken, het vloeiooppervlak wordt geconstrueerd, en op de assen een tweede assenstelsel wordt gesuperponeerd van de plastische rekincrementen in de aan de spanningen corresponderende richtingen, dan staat de vector die de plastische rekincrement voorstelt, loodrecht op het vloeiooppervlak in het punt dat de actuele spanning voorstelt.

Bij niet-geassocieerde vloeï is er sprake van een tweede oppervlak in de meer-dimensionale spanningsruimte, de zogenaamde plastische potentiaal. Dit oppervlak bepaalt dan de richting van de plastische rekincrement vector, en meestal is deze dan niet meer loodrecht op het vloeiooppervlak: niet-normaliteit.

In een  $\tau$ - $\sigma$  diagram ontstaat het beeld van fig. 2.1. Er ontstaat kennelijk volume-expansie bij vloeï, want de plastische vervormingsvector wijst naar links. Dit houdt een sterke dilatantie in, terwijl grond bij grote deformaties vaak de neiging vertoont om bij gelijkblijvend volume, onbeperkt te deformereren (schuifrek). Daarom wordt wel een plastisch potentiaal genomen die gelijkvormig is aan het vloeiooppervlak, maar minder steil is. Het vloeiooppervlak wordt gekarakteriseerd met  $c'$  en  $\phi'$ ; de plastische potentiaal met de hoek  $\psi$ , de zogenaamde dilatantiehoek.

Bij  $\psi = 0$  ontardt de plastische potentiaal tot een lijn langs de normaalspanningsas, en de plastische rekincrement vector staat dan verticaal

(zie in de figuur de "friction" vector). Bij toenemende  $\psi$  is er meer plastische volume expansie (dilatantie). Bij  $\psi = \phi$  zijn we terug bij de geassocieerde vloeiregel.

In de bezwijkanalyse zijn theorema's ontwikkeld die alleen opgaan voor geassocieerde vloeit. Dit is dan ook de beperking van de bezwijkanalyse voor toepassing op grondmechanische problemen - het grondgedrag wordt niet reëel gemodelleerd. Wel zijn 2 theorema's opgesteld die een relatie geven tussen het bezwijkgedrag van geassocieerd en niet-geassocieerd materiaal, maar deze zijn niet altijd even bruikbaar.

### 2.1.2 Theorema's

De belangrijkste theorema's van de bezwijkanalyse zijn de ondergrens en de bovengrens theorema's.

Ondergrens theorema: Als in het gehele (grond)lichaam een verdeling van de spanningen kan worden bepaald die overal aan de evenwichtsvergelijkingen voldoet, en die dus ook evenwicht maakt met alle volume-krachten en interne en externe krachten, en deze spanningen nergens het vloeicriterium overschrijden, dan zal ten gevolge van de op het lichaam werkende krachten het lichaam niet bezwijken.

Zo'n spanningsverdeling wordt vaak aangeduid met "statisch toelaatbaar".

Bovengrens theorema: De krachten die bepaald worden uit de gelijkstelling van het increment van arbeid door externe krachten met het interne increment van dissipatie van arbeid in een aangenomen vervormings- of snelheidsveld dat voldoet aan de randvoorwaarden ten aanzien van snelheid, en de compatibiliteit van rekken en vervormingen waarborgt, zijn groter dan of gelijk aan de krachten nodig voor bezwijken.

Een snelheidsveld dat hieraan voldoet heet kinematisch toelaatbaar.

Het is nu zaak om door een goede keuze van spanningsveld en snelheidsveld, de ware bezwijklast binnen voldoende kleine grenzen in te sluiten.

Twee theorema's zijn nog van belang bij niet-normaliteit.

Bovengrenstheorema bij niet-normaliteit: Een krachtsysteem dat bezwijken veroorzaakt in een materiaal met geassocieerde vloeï, zal ook bezwijken veroorzaken in een materiaal met niet-geassocieerde vloeï.

Dat wil zeggen, bij niet-normaliteit treedt eerder bezwijken op.

Ondergrenstheorema bij niet-normaliteit: In figuur 2.1.b is een vloeïoppervlak  $f = 0$  getekend waarop niet-geassocieerde vloeï plaatsvindt, getuige de plastische rek vectoren die niet normaal op  $f = 0$  staan. Construeer door elk punt van  $f = 0$  een hypervlak loodrecht op de elastische rekvector. Als alle hypervlakken samen een omhullende vormen van een oppervlak  $g = 0$  die geheel binnen  $f = 0$  valt, dan gaat de eerder vermelde ondergrenstheorema op voor niet-normaliteit als overall de spanningen beneden  $g$  blijven (bij normaliteit: beneden  $f$ ;  $f$  en  $g$  vallen daar samen).

In figuur 2.1.a is  $g$  de kegel met tophoek  $\psi$ , en de top van  $f = 0$  en  $g = 0$  samenvallen. Als er echter bij vloeï geen volume expansie mag optreden (grond met lage inwendige wrijvingshoek; Vermeer geeft als vuistregel  $\psi = \phi - 30^\circ$ ) dan is  $\psi = 0$ , en ontaardt het oppervlak  $g$  in figuur 2.1.b tot een rechte waarop alle schuifspanningen nul zijn, zodat deze stelling dan zonder betekenis is.

Het oppervlak  $g = 0$  heet "plastische potentiaal".

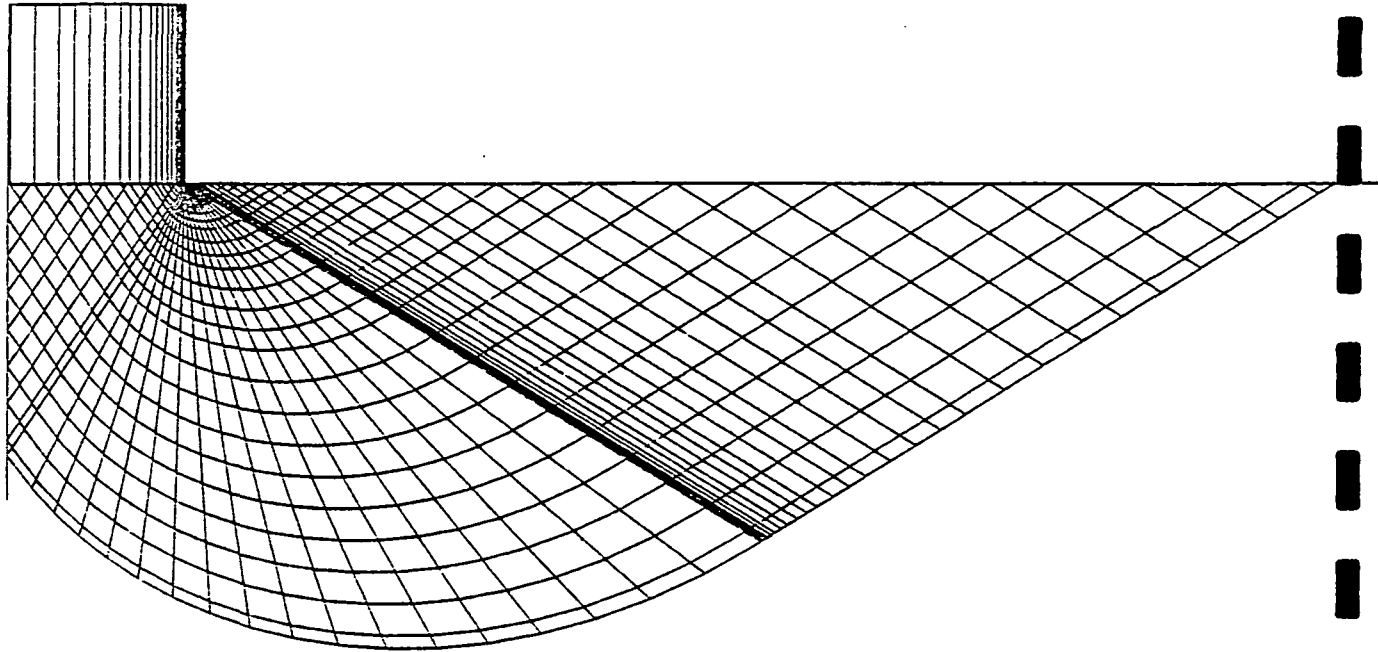
Deze 2 laatste theorema's vergroten de afstand van de benadering en de juiste oplossing bij niet-normaliteit. Helaas zijn er geen theorema's die een betere insluiting van de echte bezwijklast mogelijk maken.

De onder- en bovengrenstheorema bij normaliteit, gaan op voor ongedraineerd belasten van klei, omdat er dan geen volumeverandering mogelijk is. Door  $\phi = 0$  te kiezen, staat de plastische rekvector dan normaal op het vloeïoppervlak, en de schuifweerstand wordt geleverd door de  $c_u$  waarde, dat is de "undrained cohesion".

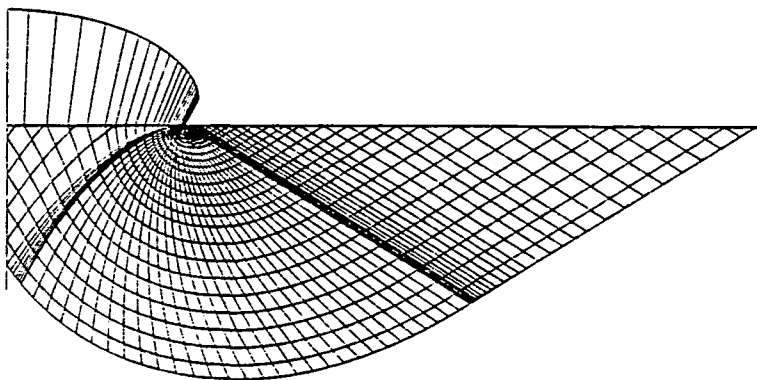
In een volgend hoofdstuk zullen eenvoudige toepassingen van de theorema's worden gepresenteerd.

## 2.2 Glijlijnpatronen

Deze methode heet ook wel de karakteristiekenmethode. In het Engels heet het slipline analysis. Het past de karakteristieken vergelijkingen van Kötter



Figuur 2.2.a : Glijlijnpatroon met KARAK voor  
stripbelasting grond met  $c, \phi$ ;  $\gamma = 0$



Figuur 2.2.b : Glijlijnpatroon met KARAK voor  
stripbelasting grond met  $c, \phi, \gamma$

(1903) toe voor vlakke vervormingstoestanden. Deze vergelijkingen zijn 2 differentiaalvergelijkingen waarin het evenwicht in het vlak van vervorming, en het Coulomb bezwijkcriterium zijn verwerkt. Deze vergelijkingen kunnen langs zogenaamde karakteristieke richtingen worden opgelost, en de methode levert een veld van deze karakteristieken: de glijlijnen. De bijbehorende bezwijkbelasting wordt eveneens gevonden.

Prandtl (1920) vond als eerste een analytische oplossing van deze vergelijkingen - voor het geval van een strip fundering op gewichtsloze grond. Het meenemen van het gewicht van grond maakt analytische oplossingen onmogelijk. Sokolovskii's handboek (1965) geeft vele numerieke oplossingen gebaseerd op de eindige differentie benadering, en het L.G.M. computerprogramma KARAK is op zijn werk gebaseerd. Figuur 2.2 laat 2 uitvoeren van KARAK zien, voor een strip op respectievelijk gewichtsloze en niet-gewichtsloze grond.

De Josselin de Jong (1957) behandelt een grafische methode waarin grondgewicht wordt meegenomen.

De karakteristiekoplossing geeft niet zonder meer de werkelijke bezwijkbelastingen. Binnen het gebied van de glijlijnen wordt weliswaar voldaan aan de door de ondergrenstheorema geëiste statische toelaatbaarheid van het spanningsveld - er wordt immers voldaan aan evenwicht, en de spanningen overschrijden nergens het vloeicriterium (Coulomb bezwijkcriterium in dit geval) - maar buiten het gebied van de glijlijnpatronen moet daar ook aan voldaan worden wil de oplossing een ondergrens zijn. De karakteristiekenmethode levert dus een partieel spanningsveld (Engels: partial stress field), dat uitgebreid moet worden over het hele gebied (extended stress field). Dit is niet altijd mogelijk.

Ook is de karakteristieken oplossing niet zonder meer een bovengrens. Door een spannings-tek relatie voor het materiaal te introduceren kan uit de gevonden spanningen een rekveld worden afgeleid. Als kan worden aangetoond dat dit veld voldoet aan de eisen van de bovengrenstheorema, dan is de oplossing een bovengrens.

Als zowel een extended stress field als een kinematisch toelaatbaar snelheidsveld is aan te geven, is de gevonden bezwijklast zowel een onder- als een bovengrens, en is dus tevens de werkelijke oplossing gevonden. Het bijbehorende bezwijkmechanisme hoeft dan echter nog niet het werkelijke bezwijkmechanisme te zijn.



In het algemeen is dus van een glijlijnoplossing niet zonder meer duidelijk of het een ondergrens dan wel bovengrens levert.

Als de oplossing aangetoond kan worden een bovengrens te zijn, dan geldt dit voor materiaal dat normaliteit vertoont. In grond met niet-normaliteit, is de werkelijke bezwijklast minder dan bij normaliteit, zodat de gevonden bovengrens voor normaliteit dat ook is voor niet-normaliteit. Hoewel dit niet echt bevredigend is, is tenminste duidelijk aan welke kant van de werkelijke oplossing het resultaat ligt.

### 2.3 Grensevenwicht (limit equilibrium)

Deze methode (Engels: limit equilibrium method) vertoont het duidelijkst de kenmerken van een zogenaamde ingenieursmethode, in die zin dat voldoende vereenvoudigingen en aannamen worden ingevoerd om het probleem toegankelijk te maken voor eenvoudige analyse, terwijl de uitkomst in vele gevallen toch redelijk bruikbaar zal zijn. De theoretische grondslagen zijn door de sterke simplificatie meestal echter overhoop gehaald.

De glijvlakmethoden (Fellenius, Bishop, Morgenstern en Price) behoren tot deze categorie, maar er zijn ook toepassingen mogelijk voor bijvoorbeeld het draagvermogen van strip funderingen.

Een glijvlak vorm wordt aangenomen - vaak recht, cirkelvormig of volgens een logaritmische spiraal - en de maatgevende ligging van het glijvlak wordt gezocht. Hierbij moeten aannamen gedaan worden over de spanningsverdeling langs de glijvoeg of aannamen die deze spanningsverdeling vastleggen. Bij Fellenius bijvoorbeeld resulteren enige aannamen erin dat de normaalspanning in de glijvoeg gelijk is aan  $\sigma'_v \cos^2 \alpha$ , waarin  $\sigma'_v$  de effectieve verticale spanning is ten gevolge van de boven het punt liggende grond (dus spanningsverdeling wordt niet in rekening gebracht) en  $\alpha$  is de helling van het glijvlak met de horizontaal.

Met de getroffen aannamen is het probleem uit te rekenen met de statische evenwichtsvoorwaarden. Buiten het glijvlak echter is niets bekend van de spanningsverdeling, dus de methode voldoet niet aan de ondergrens criteria. Hoewel er sprake is van een aangenomen bezwijkmechanisme, en er gezocht wordt naar het maatgevende mechanisme, is de methode ook niet een bovengrens benadering, omdat niet wordt onderzocht of aan de voorwaarden van de bovengrenstheorema wordt voldaan.

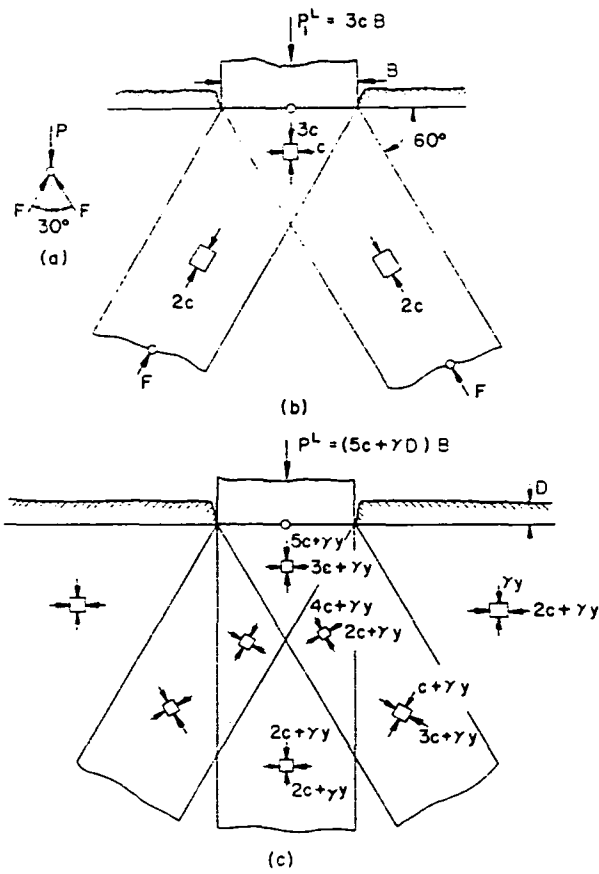


Fig. 6.4. Limit analysis lower bounds. Stress field (c) is the result of adding the stress fields in (b) and in Fig. 6.3(b).

Figur 2.3

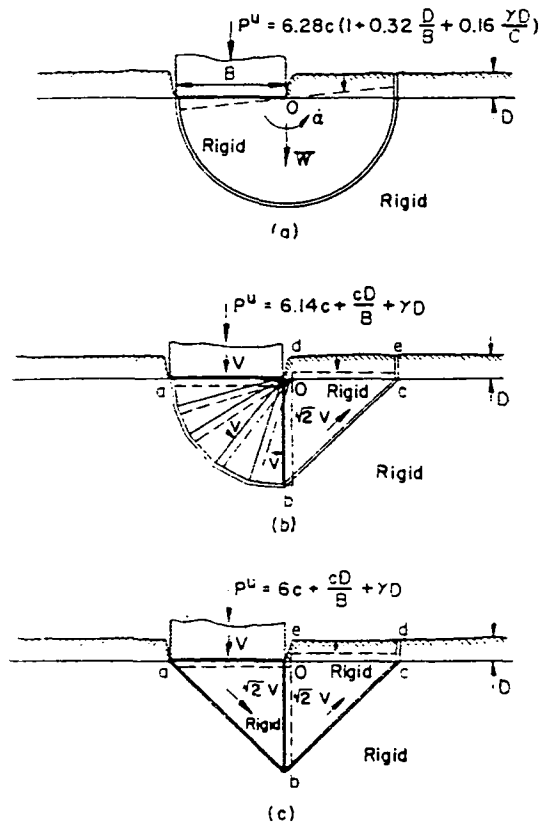


Fig. 6.2. Limit analysis upper bounds on the bearing capacity of soils.  $\varphi = 0$ .

Figur 2.4

De methode die Baker en Garber (1978) en Leshchinsky, Baker en Silver (1985) gebruiken om het maatgevende mechanisme te vinden (via de zogenaamde calculus of variations) lijkt echter wel een bovengrens op te leveren voor materiaal dat aan de normaliteitsvoorwaarde voldoet. Over de juistheid of onjuistheid van deze methode wordt echter nog gediscussieerd, zie 2.8.

## 2.4 Voorbeelden

De toepassing van de boven beschreven methoden zal nu worden toegelicht aan de hand van een aantal voorbeelden, die alle het draagvermogen van een stripfundering betreffen.

### 2.4.1 Ondergrensmethode

Bij de ondergrensmethode moet een statisch toelaatbaar spanningsveld worden gevonden met een zo groot mogelijke bijbehorende belasting. Figuur 2.3 laat 2 aangenomen spanningsvelden zien voor een op diepte D ingebedde gladde strip bij een  $\phi = 0$  materiaal. Overal wordt aan evenwicht voldaan, en nergens wordt het vloeicriterium overschreden, omdat het grootste verschil van de hoofdspanningen overal kleiner dan of gelijk is aan  $2c$  (diameter Cirkel van Mohr  $\leq 2c$ ).

De beste (de tweede) benadering is

$$p_u \geq (5c + \gamma D)$$

### 2.4.2 Bovengrensmethoden

Figuur 2.4 laat een paar bovengrensbenaderingen zien voor de ingebedde strip in  $\phi = 0$  materiaal. In elk figuurtje is een ander bezwijkmechanisme aangenomen, en zijn de aangenomen snelheden aangegeven. De door de uitwendige last verrichte arbeid wordt gelijkgesteld aan de arbeid die intern wordt gedissipeerd. Als 2 onvervormbare blokken langs elkaar schuiven met een snelheidsverschil van  $V$ , wordt per lengte-eenheid langs het scheidingsvlak aan increment van arbeid gedissipeerd:  $cV$ .

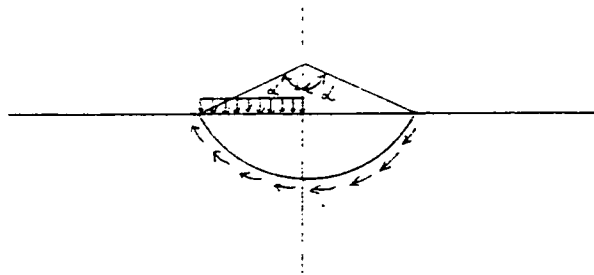


fig. 38.7. Mechanisme

Figuur 2.5

## 2.6 Toepassing van de calculus of variations op limit equilibrium problemen.

De "calculus of variations" is een wiskundige methode om de vorm te vinden van een kromme die de waarde van een integraal langs die kromme maximaliseert of minimaliseert. De methode is in het verleden toegepast om de vorm van een glijvlak zodanig vast te leggen dat de bijbehorende stabiliteitsfactor  $F$  minimaal is. Omdat dit het doel van elke glijvlakberekening is, lijkt de calculus of variations van groot belang.

De toepassingen van de methode op het glijvlakprobleem zijn echter door de Josselin de Jong (1981) bekritiseerd: hij zegt dat een minimum niet is te vinden door de manier waarop het glijvlakprobleem geformuleerd wordt.

Ondanks deze kritiek, gaat men door met het toepassen van de methode om het maatgevende glijvlak en de bijbehorende waarde van  $F$  te vinden. De nieuwste publicaties lijken toch voor de praktisch bruikbare methoden op te leveren, en daarom wordt in het volgende ingegaan op de ontwikkeling van de methode, en de huidige stand van zaken.

### 2.6.1 De benadering van Baker en Garber

Baker en Garber (1978) beschreven de toepassing van de calculus of variations op de berekening van taludstabiliteit in vlakke vervorming met de limit equilibrium methode. Zij definiëren 2 functies:

$y(x)$  : deze functie beschrijft het glijvlak t.o.v. een x-y assenstelsel, en wordt de kinematische functie genoemd.

$\sigma(x)$  : deze functie beschrijft de (effectieve) normaal spanning langs het glijvlak, en wordt de spanningsfunctie genoemd.

De normaal- en schuifspanningen geïntegreerd langs het glijvlak moeten evenwicht maken met de volumekrachten (eigen gewicht van de afschuivende moot) en eventuele uitwendige lasten. Dit levert 3 evenwichtsvergelijkingen. Bovendien geldt in het glijvlak het bezwijkcriterium van Coulomb:

$$\tau = \frac{c}{F} + \sigma \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}$$

Omdat één en dezelfde oplossing nu zowel boven- als ondergrens is, is dat tevens de exacte oplossing. Overigens is dan niet bekend of het aangenomen bezwijkmechanisme de werkelijke is; zowel het Prandtl mechanisme als het Hill mechanisme bijv. geven de werkelijke bezwijklast.

#### 2.4.5 Limit equilibrium methoden

Keren we nu terug naar het probleem van de ingebedde strip op een  $\phi = 0$  materiaal.

Figuur 2.8 laat enige limit equilibrium oplossingen zien voor dit probleem. Glijvlakken worden aangenomen, evenals de verdeling van de normaalspanning langs deze glijvlakken. Een waarde voor de bezwijklast volgt nu uit het momentenevenwicht.

De eerste benadering in figuur 2.8 komt overeen met de eerste bovengrensbenadering in figuur 2.4. De 2e benadering geeft een oplossing tussen de eerder gevonden beste onder- en bovengrens oplossingen in; de 3e benadering is lager dan de beste ondergrens benadering.

Van geen van deze benaderingen is zonder meer te zeggen of het een boven- of ondergrensoplossing is. Als  $D = 0$ , vinden we oplossingen die zowel groter zijn dan, gelijk zijn aan, en kleiner zijn dan de werkelijke oplossing.

#### 2.5 Elastoplastische grondmodellen

De hiervoor behandelde methoden zijn alle gebaseerd op ideaal-plastisch grondgedrag, dat wil zeggen deformaties zijn afwezig bij spanningen beneden het vloeicriterium, en plastische vloeitreedt op als het vloeicriterium wordt bereikt.

De grondmodellen die uitgaan van elasto-plasticiteit nemen elastisch gedrag in aanmerking beneden de vloeigrens, en geven dus ook de mogelijkheid om het last-verplaatsingsgedrag van de constructie te bepalen.

Vele eindige elementen computerprogramma's die uitgaan van een elasto-plastisch grondmodel zijn beschikbaar: bijvoorbeeld PLAXIS (T.H. Delft), CONSOL (DIV), DIEKA, PLUTO en SATURN (LGM). Veelal kunnen zowel  $c - \phi$  als  $\phi = 0$  materialen worden gesimuleerd, met of zonder normaliteit, en soms ook kan strain hardening worden meegenomen. Deze programma's zijn bruikbaar om de bezwijklast van een constructie of de bezwijkhoogte of -steilte van een talud te bepalen.

De vraag rijst hoe de oplossingen van dergelijke programma's zich verhouden tot de onder- en bovengrens theorema's. Vermeer (1984) zegt:

"Er kan bewezen worden dat de resultaten van de elementen berekeningen naar de exacte oplossing convergeren; glijvlakberekeningen doen dat niet."

Convergentie treedt op bij steeds fijnere elementennetwerken. De elementenberekening lijkt dus in zekere zin een bovengrensbenadering te zijn. Dit is omdat de grond alleen in de knopen de vrijheid krijgt te deformeren, terwijl in principe de grond oneindig veel vrijheidsgraden heeft. Bij een fijner netwerk neemt nu het aantal ingevoerde vrijheidsgraden toe, en zal de oplossing minder het karakter van een bovengrensbenadering hebben.

Gezien de problemen die optreden bij de oplossing en interpretatie van de oplossing van de in de vorige hoofdstukken behandelde methoden die gebaseerd zijn op ideaal plastisch grondgedrag, is toepassing van elastoplastische eindige elementen programma's aantrekkelijk, temeer daar deze programma's steeds verder verbeterd worden. Ook voor stabiliteitsberekeningen van taluds bieden zij duidelijke voordelen, en het verdient aanbeveling ze vaker toe te passen en de uitkomst te vergelijken met de gevestigde glijvlakmethoden.

Een ander soort eindige elementen programma is die waarmee ondergrensbenaderingen verkregen worden (Pastor 1978). Deze zijn echter alleen bruikbaar bij  $\phi = 0$ .

### 2.4.3 Bovengrensooplossing, mechanisme van Prandtl

De oplossing van Prandtl (1921) voor het draagvermogen van een strip op een gewichtsluoz  $c-\phi$  materiaal werd destijds verkregen door het analytisch oplossen van de Kötter vergelijkingen, en is dus een karakteristieke oplossing. Het gevonden glijpatroon was als in figuur 2.6. Als dit patroon vervolgens als bezwijkmechanisme wordt opgevat, is een bovengrens van de bezwijklast te vinden. Men vindt dan:

$$p_u \leq c \cotg\phi [e^{\pi \tg\phi} \tg^2(\pi/4 - \phi/2) - 1]$$

hetzelfde resultaat als Prandtl vond via de karakteristieke methode.

De strip mag hierbij zowel glad als ruw zijn. Voor  $\phi = 0$  wordt als limietoplossing de bekende oplossing gevonden:

$$p_u \leq (\pi + 2)c.$$

### 2.4.4 Bovengrensooplossing, mechanisme van Hill

Hill (1950) loste eveneens de Kötter vergelijkingen op, met iets andere uitgangspunten, en vond voor gewichtsluoz  $c - \phi$  materiaal, hetzelfde resultaat als met het Prandtl mechanisme. Hierbij moet wel de strip glad zijn.

Hills mechanisme, in figuur 2.7, in combinatie met de bovengrensmethode levert hetzelfde antwoord.

Voor dit probleem hebben we dus 2 karakteristieke oplossingen en 2 bovengrensooplossingen die hetzelfde resultaat leveren. Shields (1954) heeft kans gezien om het spanningsveld binnen de glijlijnen (partial stress field) van de Prandtl karakteristieke oplossing uit te breiden over het hele gebied (extended stress field), zonder ergens het vloeicriterium te overschrijden. Hiermee werd dus voldaan aan de voorwaarden van de ondergrenstheorema.



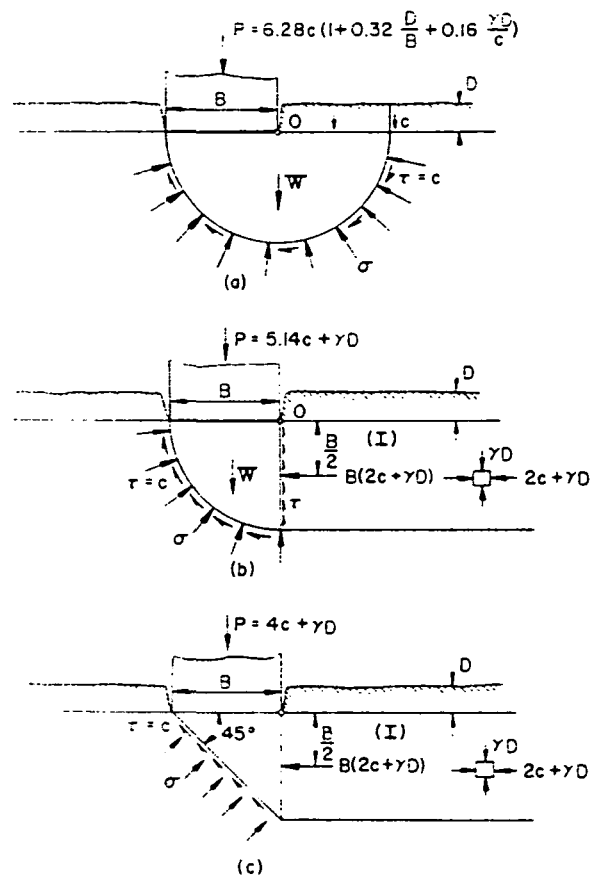


Fig. 6.1. Limit equilibrium modes of failure,  $\varphi = 0$ .

Figuur 2.8

In het derde figuurtje bijvoorbeeld is langs ab het snelheidsverschil  $\sqrt{2}V$ , langs bc ook  $\sqrt{2}V$ , langs be  $2V$  (blok abO beweegt met snelheid  $V$  omlaag, blok bcO met snelheid  $V$  omhoog), en langs dc is het snelheidsverschil  $V$ . Er wordt dus totaal gedissipeerd:

$$c \cdot \sqrt{2}V \cdot B/2 + c \cdot \sqrt{2}V \cdot B/2 + c \cdot 2V \cdot B + c \cdot V \cdot D.$$

De externe arbeid wordt geleverd door de last  $P_u$  (positief), door het zakken van abO en oplichten van bcO (heft elkaar op), en door het oplichten van Oedc (negatief).

$$p_u B \cdot V - \gamma B D \cdot V$$

Gelijkstelling levert

$$p_u \leq 6c + cD/B + \gamma D.$$

Deze benadering is de beste van de drie. In het 2e figuurtje wordt in de kwartcirkel ook intern arbeid gedissipeerd omdat het geen stijf blok is. Verruyt (1982) heeft, zie figuur 2.5, voor een ander mechanisme gevonden:

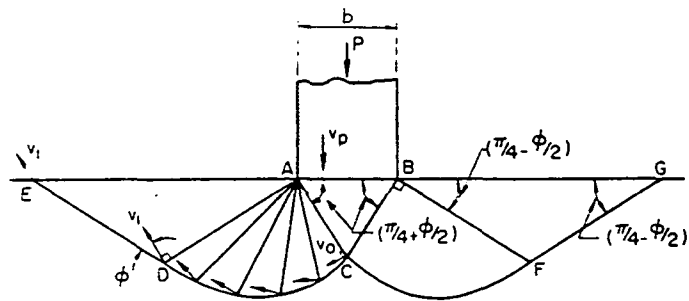
$$p_u \leq 6,28c$$

maar hij nam de inbedding niet mee.

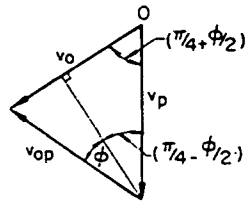
De bovenvermelde bovengrenso oplossingen zijn geldig voor zowel een gladde als een "ruwe" strip, omdat niets is aangenomen over de relatieve beweging tussen de strip en de bewegende grond.

We weten nu dus dat voor de gladde ingebedde strip geldt:

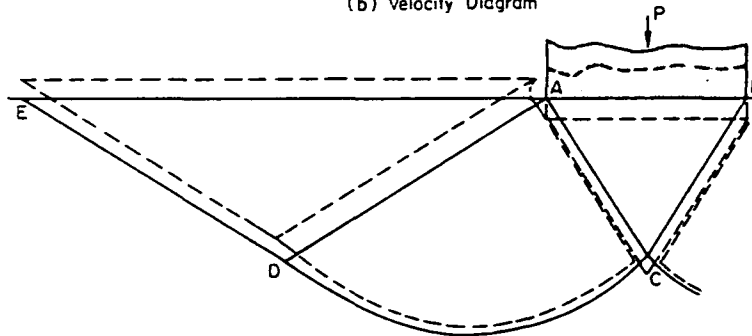
$$(5c + \gamma D) \leq p_u \leq (6c + cD/B + \gamma D)$$



(a) Prandtl Mechanism



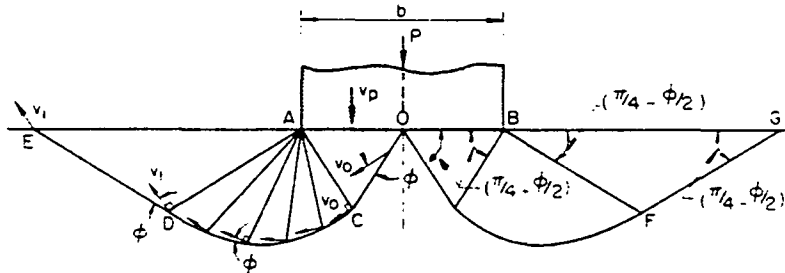
(b) Velocity Diagram



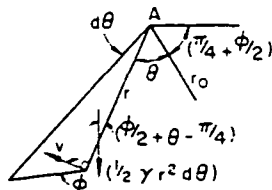
(c) Resulting Deformation Pattern

Fig. 3.21. Bearing capacity calculation based on Prandtl mechanism.

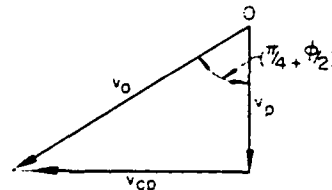
Figure 2.6



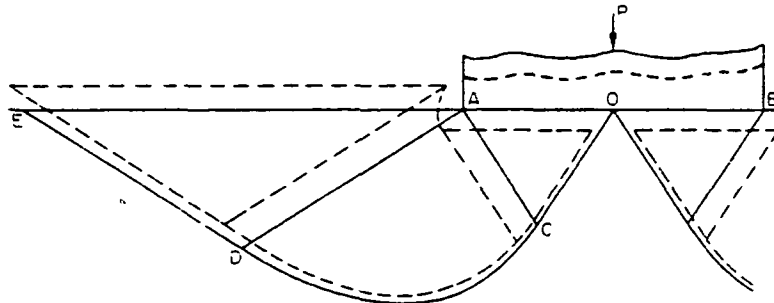
(a) Hill Mechanism



(c) Differential Element



(b) Velocity Diagram



(d) Resulting Deformation Pattern

Fig. 3.22. Bearing capacity calculation based on Hill mechanism.

Figure 2.7

De stabiliteitsfactor  $F$  wordt hier op dezelfde wijze gedefinieerd als in de methoden van Fellenius, Bishop e.a..

De waarde van  $F$  waarbij een toestand van grensevenwicht wordt bereikt, hangt af van de functies  $y(x)$  en  $\sigma(x)$ .

$F$  is dus een functionaal van twee functies (een functionaal is een bewerking van een aantal functies die een reëel getal oplevert, in dit geval  $F$ ), en wordt geschreven als

$$F\{y(x); \sigma(x)\}$$

De calculus of variations bepaalt nu  $y(x)$  en  $\sigma(x)$  zodanig dat de waarde van  $F$  een minimum,  $F_s$ , aanneemt:

$$F_s = \min F\{y(x); \sigma(x)\}$$

Baker en Garber vinden als resultaat dat er twee klassen van potentiële glijvlakken zijn. Bij de ene klasse is er sprake van translatie van de afschuivende massa, bij de andere is er sprake van rotatie. Voor homogeen, isotroop materiaal komen zij op respectievelijk rechte glijvlakken en logaritmische spiralen.

Vele andere onderzoekers kwamen (voor hen) ook tot deze bezwijkvormen, wat het vertrouwen gaf dat de nieuwe aanpak goed was. Niettemin heeft de Josselin de Jong de methode afgewezen.

#### 2.6.2 "Variational fallacy"

Onder deze titel publiceerde de Josselin de Jong (1981) een artikel waarin hij aantoonde dat enige toepassingen van de calculus of variations op het glijvlakprobleem onjuist waren. De onjuistheid illustreerde hij aan de hand van Baker en Garber's uitwerking. De calculus of variations stelt enige eisen aan de hoedanigheid van de te optimaliseren functionaal, en hun functionaal voldoet hier niet aan: het is een ontaarde functionaal. Bijgevolg heeft de functionaal geen minimum, en vervalt dus de theoretische onderbouwing van Baker en Garber's werk.

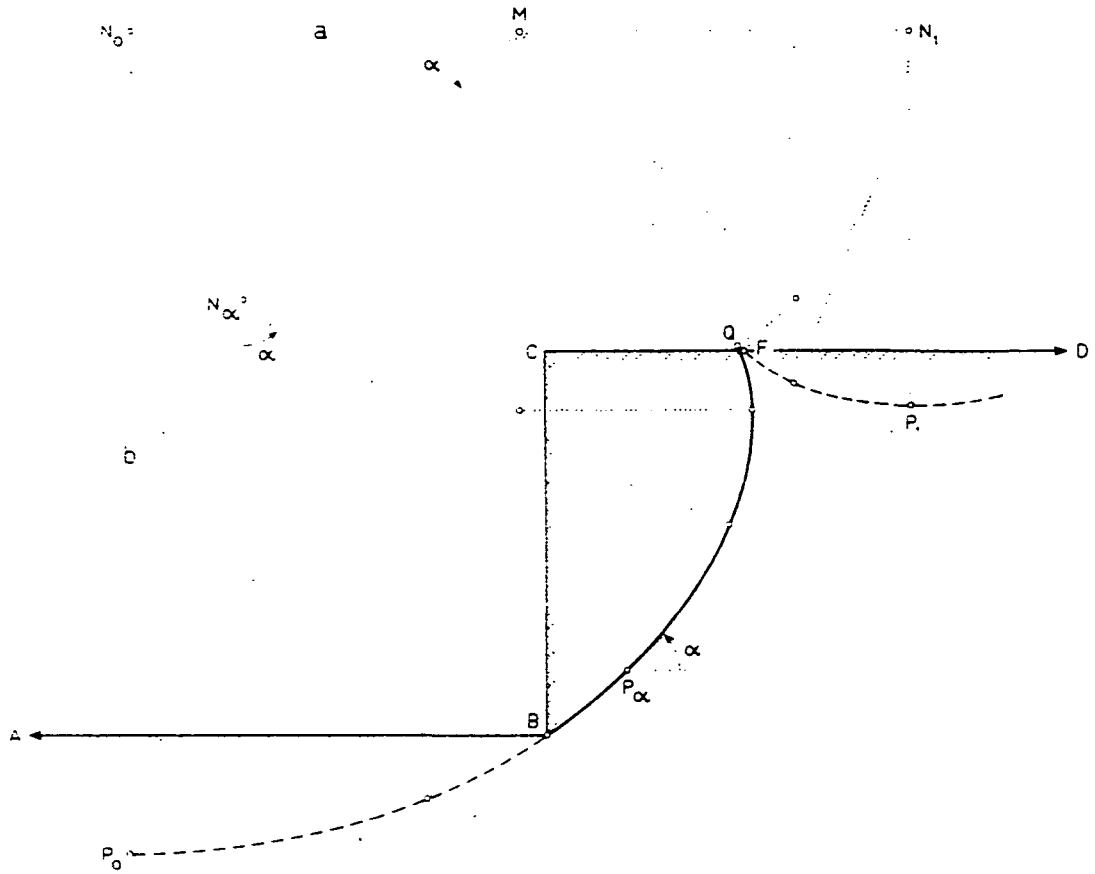


Fig. 3. Extremal BP<sub>α</sub>QF, satisfying boundary conditions and constraints. The line P<sub>0</sub>P<sub>α</sub>QP<sub>1</sub> is an involute with circle N<sub>0</sub>N<sub>1</sub>QN<sub>0</sub> as evolute

Figuur 2.9

De Josselin de Jong had al eerder (vóór Baker en Garber) onderzoek gedaan naar de potenties van de calculus of variations, en ontdekt dat het fout ging. Een resultaat van dit onderzoek publiceerde hij niettemin om aan te tonen dat het werk van Baker en Garber niet zinvol blijkt te zijn als het goed wordt uitgewerkt. In dit artikel (de Josselin de Jong, 1980) behandelt hij het klassieke probleem van een verticale ingraving (vertical cut-off) in zuiver cohesieve grond

( $c \neq 0$ ,  $\phi = 0$ ,  $\gamma \neq 0$ ).

Evenals bij Baker en Garber stelt hij de 3 evenwichtsvergelijkingen op voor de afschuivende massa. Maar waar Baker en Garber de limit equilibrium aanname deden ten aanzien van de schuifspanning in het glijvlak

( $\tau = \frac{c}{F} + \sigma_n \frac{\text{tg}\phi}{F}$ ), eist de Josselin de Jong dat in het glijvlak wordt voldaan aan Kötters vergelijkingen. Dat wil zeggen in het glijvlak wordt voldaan aan lokaal evenwicht, en raken de cirkels van Mohr aan de Coulomb omhullende. De calculus of variations levert dan een "extremal" op als in figuur 2.9 aangegeven ( $P_0BP_\alpha QFP$ ). Het is een involuut, met een cirkel als evoluuut. Het is het pad gevolgd door het uiteinde P van een touwtje met lengte  $N_0P_0 = b$ , vastgemaakt in  $N_0$ , en die gewikkeld wordt rond de cirkel met straal  $N_0M = a$ . Voorbij Q wordt het touwtje vastgemaakt gedacht in  $N_1$  en wordt vervolgens ontwikkeld. Bij Q is sprake van een "cusp" (topje).

Bij verdere uitwerking, worden de parameters van de involuut vastgelegd, en de bezwijkhoogte bepaald:

$$h = 3,783 c/\gamma.$$

Dit ligt tussen de thans bekende onder- en bovengrenzen van de bezwijkhoogte in:

$$3,64 c/\gamma \leq h < 3,83 c/\gamma$$

en op zich ziet de oplossing er dus redelijk uit. Gehoopt zou kunnen worden dat de exacte oplossing is gevonden. De bijbehorende "extremal" is in figuur 2.9 getekend ( $BP_\alpha QF$ ) en aangetoond werd dat Q boven de rand ligt op 0.0134 h. De gevonden glijlijn kan dus niet de werkelijke glijlijn zijn.

Het vertegenwoordigt of een bovengrens, of een ondergrens, afhankelijk of het extremum een maximum danwel een minimum is.

Dit wordt vervolgens uitgewerkt, en het blijkt dat er sprake is van een zwak maximum, terwijl als de oplossing de cusp Q bevat, zoals in het geval van de verticale ingraving, er geen extremum bestaat.

De Josselin de Jong concludeert dat de calculus of variations niet in staat is de werkelijke glijlijn bij bezwijken op te sporen. Als er al een optimum gevonden wordt, (dus cusp Q valt buiten de oplossing) betreft het een zwak minimum, dus onveilig resultaat. Hij vraagt zich af of er wel één enkele glijlijn bestaat bij bezwijken, omdat door slechts langs deze lijn te voldoen aan evenwicht en het bezwijkcriterium, het niet bekend is of de spanningen in alle andere punten van het massief binnen aanvaardbare grenzen blijven.

### 2.6.3 De differentiaal vergelijking van het glijvlak

Ijas (1984) stelde de differentiaal vergelijking van het glijvlak op door uit te gaan van de 2 lokale evenwichtsvergelijkingen, en de eis dat de cirkel van Mohr raakt aan de omhullende van Coulomb ( $c, \phi$ ). Vervolgens probeert hij (of zij) de vergelijkingen van een rechte, een cirkel en een logaritmische spiraal hierin te substitueren, maar ontdekt dat dit niet kan. Deze glijvlak-vormen zijn dus niet de juiste. Er wordt gewezen op Baker en Garber's werk, die wél een rechte en logaritmische spiraal vonden, en gesteld wordt dat dit komt doordat zij weliswaar het totale evenwicht beschouwen, maar niet voldoen aan lokaal evenwicht.

Inderdaad kijken Baker en Garber hier niet naar, en bovendien eisen zij niet dat de cirkel van Mohr in het glijvlak raakt aan de Coulomb omhullende. Er wordt slechts geëist dat de combinatie van  $\tau$  en  $\sigma_n$ , op de omhullende ligt, maar door dit punt kunnen oneindig veel cirkels van Mohr worden geconstrueerd, waarvan er maar één raakt aan de omhullende. Ditzelfde verschil is er tussen Baker en Garber, en de Josselin de Jong, die ook kijkt naar lokaal evenwicht en eist dat de cirkel van Mohr aan de omhullende raakt (samen levert dit de Kötter vergelijkingen op). Ook neemt hij het totaal evenwicht in ogenschouw.

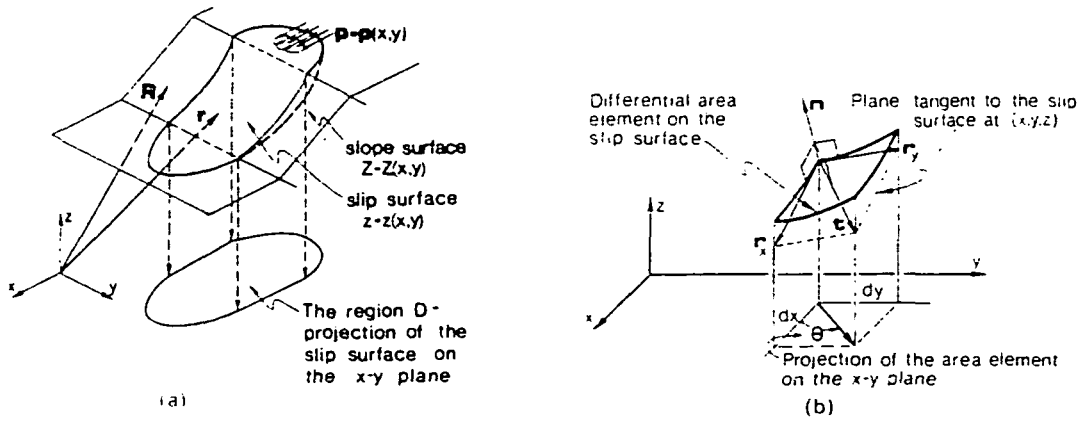


Figure 1 Basic conventions and definitions for the three dimensional analysis: (a) the vectors  $r$  and  $R$ ; (b) the direction  $\theta$  of the elementary shear force

Figuur 2.10

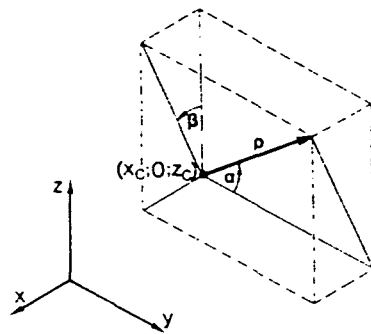


Figure 2. The spherical co-ordinate system as related to the Cartesian co-ordinate system

Figuur 2.11.a

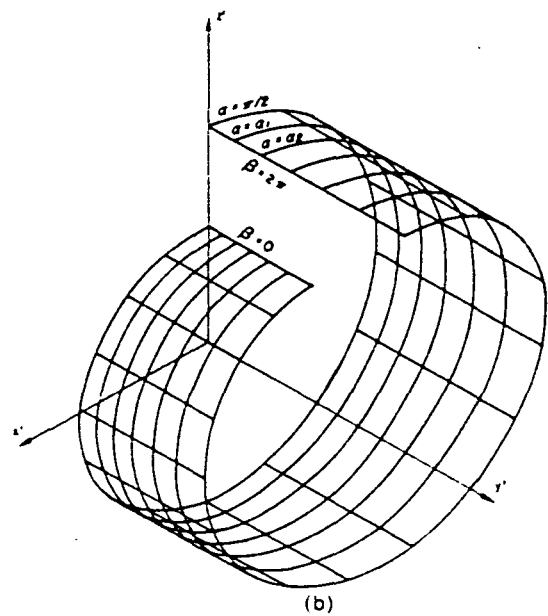
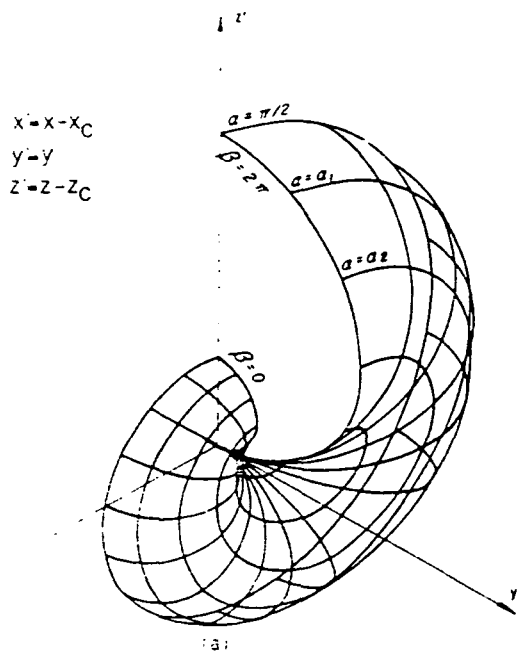


Figure 4 Fundamental modes of failure: (a) graphical representation of equation (45a); (b) graphical representation of equation (45b)

Figuur 2.11.b



#### 2.6.4 Driedimensionale toepassing van de calculus of variations

Ongehinderd door de kritiek van de Josselin de Jong, is Baker verder gaan werken aan het bepalen van het maatgevende driedimensionale glijvlak met behulp van de calculus of variations (Leshchinsky, Baker and Silver, 1985).

In hun inleiding stellen zij:

"It should be pointed out, however, that the variational formulation of limit-equilibrium problems has been the subject of intense controversy.\* This controversy is centered around the question of existence of a minimum in variational limit equilibrium problems. Although this question is not settled yet, it appears that application of this type of analysis to 3-D slope stability can be justified on the ground that it is equivalent to a rigorous upper bound in the sense of plasticity."

Bij de \* wordt verwezen naar o.a. de twee hierboven besproken artikelen van de Josselin de Jong.

Het is duidelijk dat Baker nog steeds in zijn methode gelooft, maar de betekenis van de uitkomst relativeert. Niet de werkelijke stabiliteitsfactor  $F$  wordt verkregen, maar een bovengrens hiervan. Bovendien moet de normaliteitsvoorwaarde opgaan. In grond met  $\phi \neq 0$  wordt doorgaans echter niet aan normaliteit voldaan, wat betekent dat de afstand tussen de oplossing en de werkelijke  $F$  toeneemt.

Dat er inderdaad sprake is van een bovengrensooplossing, bewijzen zij in een appendix voor het 3-D geval, terwijl voor het 2-D geval zoals hiervoor behandeld, dit bewijs ook is geleverd.

Leshchinsky et al gaan weer uit van de limit equilibrium vergelijking

$$\tau = \frac{c}{F} + (\sigma_n - u) \frac{\text{tg}\phi}{F}$$

en voeren functies van  $x$  en  $y$  (horizontale en verticale assen) in die beschrijven:

- de vorm van het glijvlak  $z(x,y)$
- de normaalspanning op het glijvlak  $\sigma(x,y)$
- de richting van de schuifspanning in het glijvlak  $\theta(x,y)$ .

Zie figuur 2.10.

Via de calculus of variations optimaliseren zij deze functies om  $F$  zo klein mogelijk te maken. Voor het geval van homogene grond met constante  $\phi$ , komen zij uit op 2 mogelijke bezwijkmechanismen,

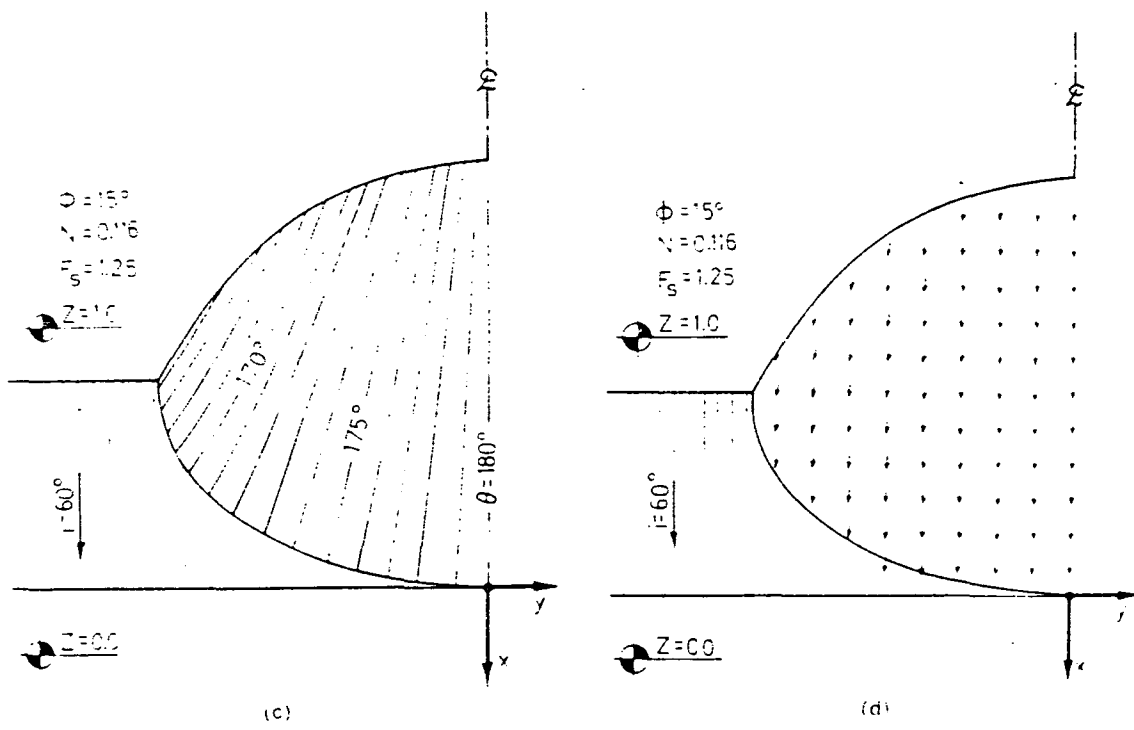
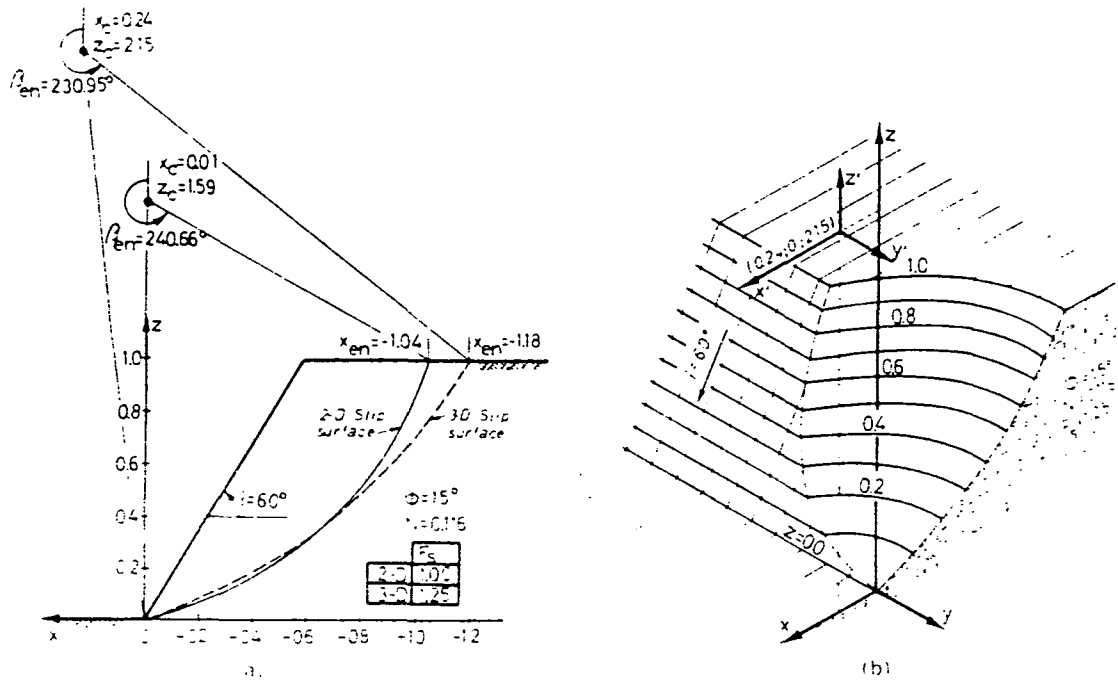


Figure 5. The 3-D slope stability case of  $i = 60^\circ$ ,  $\phi = 15^\circ$  and  $N = 0.116$ : (a) the trace of the critical slip surface on the plane of symmetry; (b) three-dimensional view of half the 3-D slip surface; (c) plan view of 3-D lines of equal  $\theta$ ; (d) plan view of the potential 3-D slide movement direction

Figur 2.12

zie figuur 2.11. Links geldt:

$$\rho = A e^{-\psi_m \beta} \sin \alpha$$

met

$$\psi_m = \frac{\text{tg} \phi}{F}, \quad \phi_m = \text{arc tg } \psi_m$$

en voor  $3\pi/4 \geq \alpha \geq \pi/4$

$$(3\pi/2) - \phi_m \geq \beta \geq \pi/2$$

treden geen overhangende taluds op.

Rechts geldt:

$$\rho = A e^{-\psi_m \beta} / \sin \alpha$$

Beide oplossingen leveren logaritmische spiralen op bij constante  $\alpha$ , maar rechts is sprake van een 2 - D ontaarding van de oplossing.

Ook combinaties van beide oplossingen zijn mogelijk, maar dit werd niet onderzocht.

Voor lange homogene taluds zal het nodig zijn beide oplossingen te onderzoeken. De 3-D vorm zal maatgevend zijn bij lokale uitwendige belasting, anders zal de 2-D vorm maatgevend zijn, maar in de praktijk wordt meestal toch een 3-D glijvlak waargenomen, wat een gevolg is van lokale variaties in de grondeigenschappen. Maar dit vereist een probabilistische aanpak.

In figuur 2.12 zijn voor een bepaald geval, de 2-D en 3-D oplossingen vergeleken. De keuze van de invoerparameters was zodanig dat de 2-D oplossing,  $F = 1$  opleverde. Zoals verwacht geeft de 3-D oplossing een hogere  $F$  van 1,25.

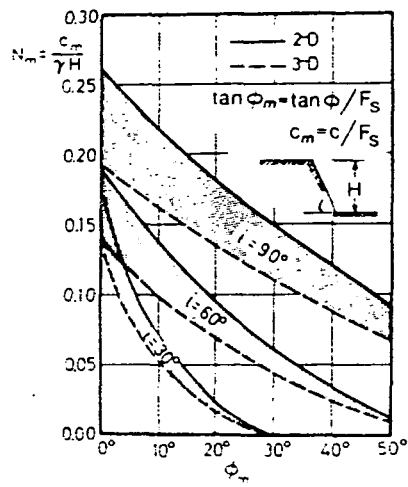


Figure 7. Stability chart for three-dimensional failure surfaces

Figuur 2.13

Figuur 2.13 is een bruikbaar overzicht van de resultaten van meerdere sommen. Hiermee kan bijvoorbeeld de bijdrage van de 2 zijvlakken bij een aangenomen lengte van een afschuiving worden afgetast. Bij het voorbeeld van figuur 2.12 bijvoorbeeld, geldt:

$$F_{2-D} = 1,0 \quad N = 0,116 \quad \phi_m = \phi = 15^\circ$$

$$F_{3-D} = 1,25 \text{ dus } N = 0,116/1,25 = 0,093,$$

$$\text{tg } \phi_m = \frac{\text{tg} \phi}{1,25} \rightarrow \phi_m = 12,1^\circ$$

Beide combinaties van  $N_m$  en  $\phi_m$  liggen op de relevante curven voor  $i = 60^\circ$ . ( $i =$  taludhelling)

Bij gegeven  $i$ ,  $c$ ,  $\phi$ ,  $H$  en  $\gamma$  kan door iteratie, de waarde van  $F_{2-D}$  en  $F_{3-D}$  worden bepaald. Bij een lange aangenomen afschuiving geldt  $F_{2-D}$ ; de maximale  $F$  benadert  $F_{3-D}$  voor korte afschuivingen.

Bij kleine  $\phi_m$ , zoals vaak in klei, en flauwe taluds ( $i = 30^\circ$  komt overeen met 1:1,7, wat nog behoorlijk steil is), kan het verschil significant zijn.

Neem bijvoorbeeld:

$$c = 5 \text{ kPa}, \gamma = 10 \text{ kN/m}^3 \quad H = 10 \text{ m} \quad \phi = 14,1^\circ$$

Dan volgt voor 2-D:  $F = 1,0$  ( $N_m = 0,05$ ,  $\phi_m = 14,1^\circ$ )

en voor 3-D:  $F = 1,15$  ( $N_m = 0,043$ ,  $\phi_m = 12,3^\circ$ )

Bij nog lagere  $\phi$  of lagere  $i$  neemt het verschil verder toe.

### 2.6.5 Bruikbaarheid van de optimalisatie methoden

De 2-D en 3-D optimalisatie methoden zoals hier behandeld, zijn m.i. bruikbaar als daarmee de vorm van het glijvlak is te optimaliseren. In die gevallen waar men vermoedt dat de Bishop of Spencer oplossing niet het maatgevende mechanisme is, en met de optimalisatie methode een glijvlak van willekeurige vorm kan worden gevonden met lagere (zo laag mogelijk zelfs)  $F$ , dan is die methode zeker zinvol. Van de aldus verkregen  $F$  moet dan wel bedacht worden dat het een bovengrens (dus onveilig) is, en dat door de niet-normaliteit van grond met interne wrijving, de onveiligheid alleen maar toeneemt. Maar de aldus verkregen  $F$  is in elk geval dichter bij de werkelijkheid dan de aanvankelijke Bishop of Spencer oplossing.

In het volgende worden computerprogramma's genoemd die zo'n optimalisatie uitvoeren.

Het programma SSOPT (slip surface optimisation) beschreven door Baker (1979) zoekt een vorm van het glijvlak waarbij de stabiliteitsfactor zo laag mogelijk is.

De kenmerken van SSOPT zijn:

- gebruikt de Spencer procedure, dus er wordt voldaan aan totaal evenwicht. Zowel  $\phi = 0$  als  $c, \phi$  analyses mogelijk,
- willekeurige vorm bovenbegrenzing, laagopbouw, uitwendige lasten
- poriënwater spanning is meegenomen
- vindt maatgevend glijvlak en bijbehorende stabiliteitsfactor  $F$ . Enige beperking is dat glijvlak convex (geen tekensprongen in tweede afgeleide) moet zijn.

Talesnick en Baker (1984) beschrijven de toepassing van SSOPT op 4 bekende geïnstrumenteerde proef afschuivingen: St. Alban (Quebec 1972), Lanester (Frankrijk 1969), Cubzac les Ponts (nabij Bordeaux, 1971) en Narbonne (Frankrijk, 1968). Deze afschuivingen zijn reeds nagerekend met zowel  $\phi = 0$  ( $c_u$ ) berekeningen als met effectieve spannings berekeningen ( $c', \phi'; \sigma'_{vert}$  bekend doordat waterspanningen gemeten in voldoende punten).

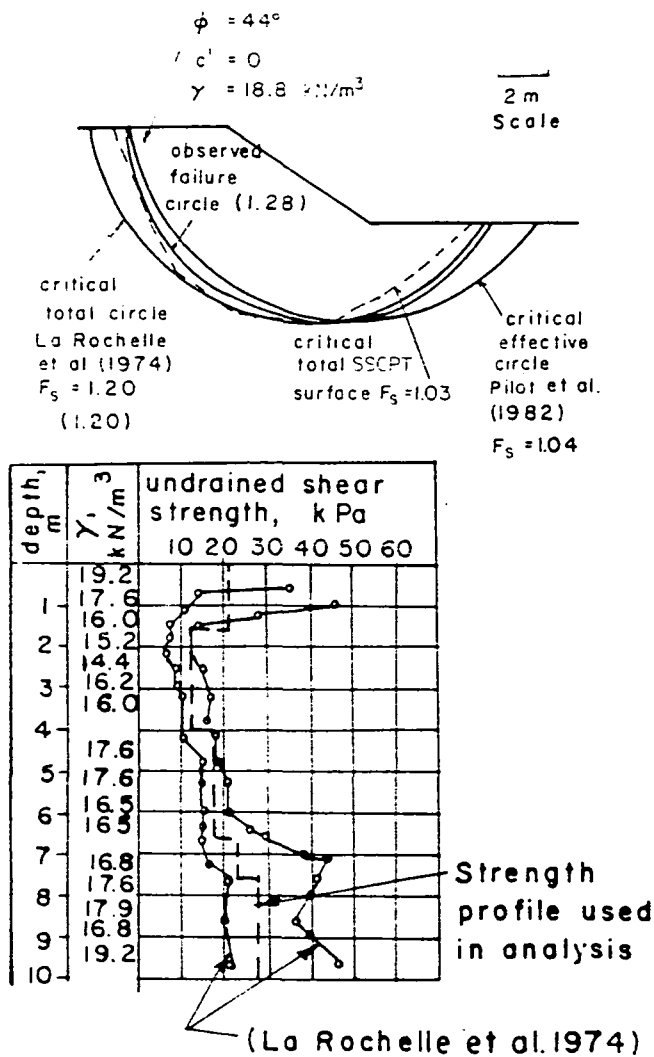


FIG. 1. Subsurface conditions and failure paths for the St. Alban embankment.

Figur 2.14

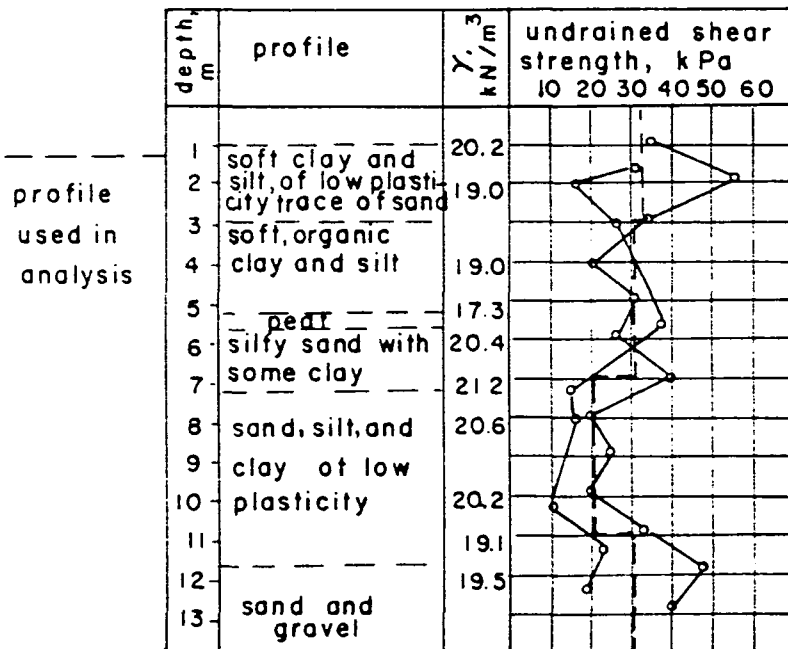
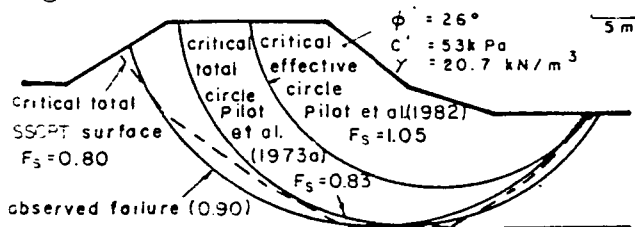


FIG. 6. Subsurface conditions and failure paths at Narbonne.

Figur 2.15

Talesnick en Baker vergelijken de SSOPT oplossing ( $c_u$  benadering) met deze eerder gepubliceerde berekeningen. Figuur 2.14 bijvoorbeeld is de vergelijking voor St. Alban. Daar meende men de ligging van het glijvlak goed te hebben vastgelegd, en SSOPT volgt dit glijvlak erg goed, met  $F = 1,03$ . De effectieve Bishop analyse gaf  $F = 1,04$ , maar de ligging van het glijvlak week af van de waargenomen ligging. De ongedraineerde Bishop analyse gaf een te hoge  $F$  van 1,20, maar het glijvlak lag dicht bij de waargenomen ligging. Deze tendenzen werden ook bij andere proefafschuivingen geconstateerd.

Bij Narbonne, spoorde SSOPT de scheidingslijn op tussen de zachte bovenlaag en een stijve ondergrond, terwijl de Bishop cirkels erboven bleven. Zie figuur 2.15. Het waargenomen glijvlak raakte eraan, althans als de waarneming correct is.

Arai en Tagyo (1985) beschrijven ook een toepassing van de calculus of variations om de maatgevende vorm en ligging van het glijvlak te vinden. Zij gaan echter uit van Janbu's glijvlakmethode, die m.i. beter niet gebruikt kan worden omdat niet naar momentenevenwicht wordt gekeken. Janbu levert echter uitgaande van totaal horizontaal evenwicht, een expliciete uitdrukking voor  $F$ , wat een kortere rekentijd oplevert.

Figuren 2.16 en 2.17 illustreren hun methode, die is geprogrammeerd. Intree en uittreepunt moeten opgegeven worden, en langs tussengelegen verticalen wordt in opeenvolgende iteraties de diepte van het glijvlak aangepast om steeds lagere  $F$  te krijgen. Het optimale glijvlak blijkt zowel qua ligging als stabiliteit nogal af te wijken van de Bishop oplossing, maar dit kan een gevolg zijn van de keuze van Janbu's methode. De minimale  $F$  gevonden met Bishop's methode is 1,451, terwijl met het zoekprogramma 1,357 gevonden wordt (1,265 in eerste instantie, maar een correctie factor wordt gebruikt om het verwaarlozen van de interlamel-krachten goed te maken).



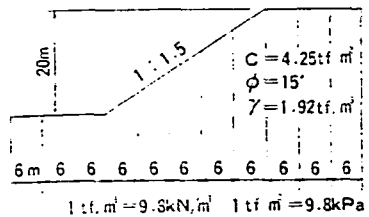


Fig. 5. Problem in Example 1

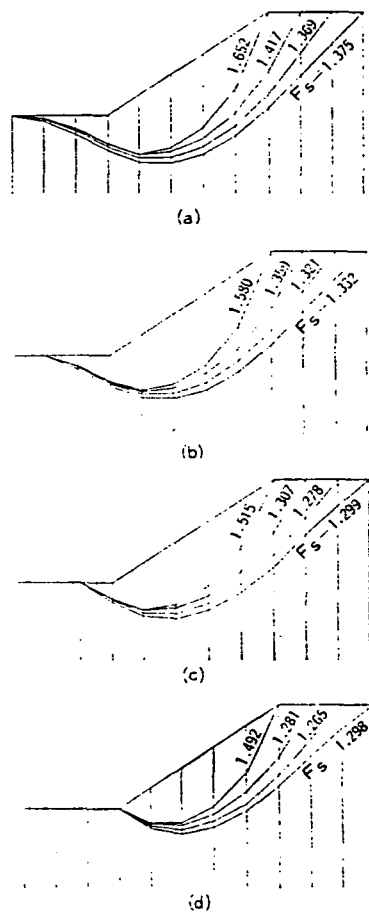


Fig. 6. Proposed critical slip surfaces in Example 1

Figuur 2.16

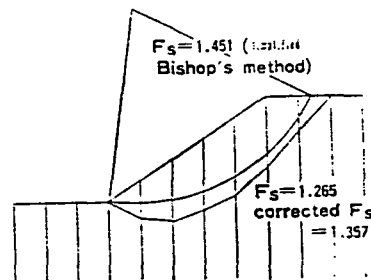
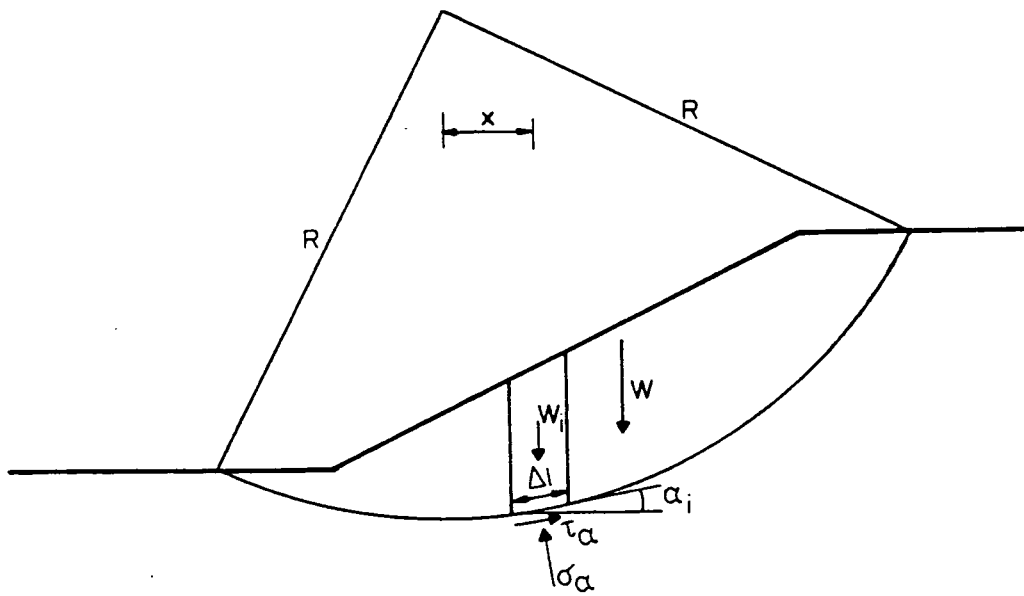


Fig. 7. Critical slip surfaces obtained by the present procedure and by the simplified Bishop's method in Example 1

Figuur 2.17

Het is opmerkelijk dat zowel Talesnick en Baker als Arai en Tagyo antwoorden vinden die ongunstiger zijn dan de Bishop methode. M.i. zouden dergelijke methoden zinvol zijn in die gevallen waar men vermoedt dat de Bishop (of Spencer) oplossing (cirkelvormig glijvlak) te gunstig is, en dat er een niet-cirkelvormig glijvlak bestaat met lagere F. De met Bishop gevonden cirkel zou als beginvorm aangeboden kunnen worden aan het optimalisatie programma.

Zoals eerder is uiteengezet, meent Baker dat zo'n oplossing een bovengrens is van de werkelijke oplossing, dus de uitkomst is nóg onveilig.



Figuur 3.1

### 3.0 Principes van glijvlak berekeningsmethoden

Er zal niet in detail op alle berekeningsmethoden worden ingegaan. Er zal slechts getracht worden grote lijnen aan te geven van de meest gangbare methoden, en vooral het verschil en het gemeenschappelijke van deze methoden aan te geven.

Alle methoden gebruiken evenwichtsvergelijkingen, en de aanwezige grondsterkte wordt gedeeld door de stabiliteitsfactor  $F$  om te komen tot grensevenwicht met de externe krachten of momenten (meestal alleen t.g.v. eigen gewicht van de afschuivende grondmoot). Meest gebruikelijk is  $F$  te bepalen uit het momentenevenwicht van de gehele moot.

$$F = F_m = \frac{M_r}{M_a} = \frac{\text{weerstandbiedend moment}}{\text{aandrijvend moment}}$$

De momenten worden genomen t.o.v. het middenpunt van de glijcirkel.  
(zie figuur 3.1)

$$\begin{aligned} M_r &= R \cdot \sum \tau_\alpha \Delta l \\ M_a &= W \cdot x \end{aligned}$$

$\tau_\alpha$  wordt vaak bepaald door de grondmoot op te delen in een groot aantal lamellen en onder elk lamel geldt:

$$\tau_\alpha = c + \sigma_\alpha \operatorname{tg} \phi$$

Elk lamel draagt  $W_i \cdot R \sin \alpha_i$  bij aan  $M_a$ .

Dus:

$$F = \frac{R \left\{ \sum_{i=1}^n c_i \Delta l_i + \sum_{i=1}^n \sigma_{\alpha,i} \operatorname{tg} \phi_i \Delta l_i \right\}}{R \sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i}$$

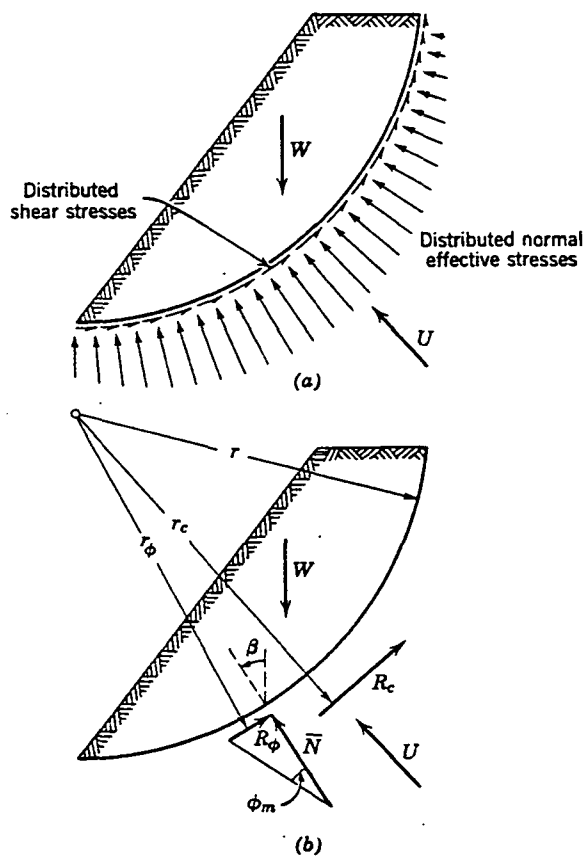


Fig. 24.9 Forces acting on free body with circular failure arc. (a) Distributed shear and normal stress. (b) Resultant forces.

Figuur 3.2

Deze formule is erg algemeen. Aannamen zijn nodig om het nader uit te werken, met name om  $\sigma_\alpha$  vast te leggen. De simpelste vorm ontstaat als  $\phi = 0$ ; er is dan geen kennis nodig van  $\sigma_\alpha$ . Problematisch wordt het als er t.g.v. drainage, een sterkte-toename in een talud ontstaat.

Het is dan nodig de waterspanningen te weten, om de effectieve normaalspanning  $\sigma_\alpha$  te bepalen. Het begrip aanpassing wordt hierbij vaak gebruikt, dat is de mate waarin de korrelspanningen in een laag de belasting t.g.v. een hogere laag reeds dragen. Is de aanpassing bekend, dan is  $\sigma_\alpha$  bekend, en dan is  $F$  te bepalen, afhankelijk van  $c$  en  $\phi$ . Dit type berekeningen heet "effective stress analysis", en wordt in Nederland algemeen toegepast. Toch zal blijken dat men in het buitenland grote reserves heeft t.a.v. deze analyse. Hoewel een effectieve spannings analyse theoretisch gezien de voorkeur verdient - de sterkte van grond wordt immers bepaald door de effectieve spanningsparameters  $c'$  en  $\phi'$  - is de state of the art nog niet zover dat ze betrouwbaar gebruikt kunnen worden. (Hierop wordt ingegaan in hoofdstuk 3.5). Men geeft de voorkeur aan  $\phi = 0$  methoden, waarbij de sterktetoename t.g.v. drainage wordt ingebouwd door een hogere  $c_u$  te nemen.

### 3.1 De wrijvings-cirkel methode

Dit is een uit gebruik geraakte grafische methode, die niettemin vermelding verdient vanwege zijn eenvoud.

Zie figuur 3.2. Het evenwicht van de totale grondmoot boven het cirkelvormige glijvlak wordt beschouwd. De werkzame krachten zijn het gewicht  $W$ , de waterdruk op het glijvlak  $U$ , de resultante van de cohesiekrachten in het glijvlak  $R_c$ , de normaalkrachten  $\bar{N}$  en de hieraan geassocieerde wrijvingskracht  $R_\phi$ . De werklijn van  $R_c$  is evenwijdig aan de koorde van de cirkelboog, en ligt op  $r_c = L_a/L$  vanaf het draaipunt.

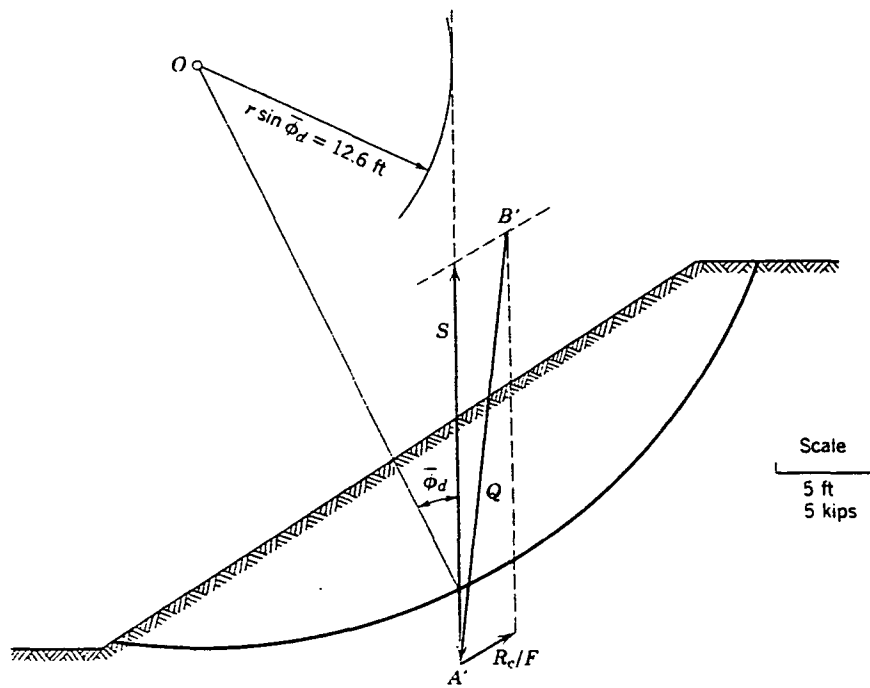


Fig. E24.3-4 Force equilibrium.

Figuur 3.3

De krachten  $W$ ,  $R_c$  en  $U$  kunnen worden samengesteld, en  $Q$ , de resultante van  $\bar{N}$  en  $R_\phi$  moet gaan door het snijpunt van  $W$ ,  $R_c$  en  $U$ . De grootte en richting van  $Q$  volgt nu uit een krachtenveelhoek. Omdat  $Q$  een hoek  $\phi$  maakt met de normaal op de cirkel, is in te zien dat  $Q$  moet raken aan een cirkel met straal  $r \sin \phi$  rond het draaipunt (de friction circle). De stabiliteitsfactor  $F$  wordt nu iteratief gekozen om te bereiken dat de richting van  $Q$  zoals bepaald door de krachtenveelhoek resp. de wrijvingscirkel dezelfde is, zie figuur 3.3.

De wrijvingscirkel heeft een straal  $r \sin \phi$  alleen dan als aangenomen wordt dat  $R_\phi$  op het glijvlak ligt. Dit is alleen het geval als alle krachten in het glijvlak aangrijpen in één punt. In het algemeen echter is  $r_\phi > r$ , en door de aanname  $r_\phi = r$  wordt een ondergrens gevonden voor de stabiliteitsfactor.

Frölich splitst de reactiekrachten  $\bar{N}$  en  $R_\phi$  in 2 bijdragen die aangrijpen aan de uiteinden van het glijvlak. Er is aan te tonen dat dit een bovengrens van de stabiliteitsfactor oplevert. (N.B. De begrippen ondergrens en bovengrens worden hier bedoeld voor het resultaat van de glijvlakberekening van één gegeven glijvlak op zich, en moeten niet verward worden met ondergrens- en bovengrenstheorema's.)

Een exacte stabiliteitsfactor is niet te bepalen, daar er slechts 3 evenwichtsvergelijkingen zijn, met als onbekenden  $F$ ,  $N$ ,  $\beta$  en  $r_\phi$ .

Taylor nam een 1/2-sinus-vormige verdeling van de normaalkrachten aan om dit probleem op te lossen. Hij toonde aan dat door  $r_\phi = r$  te kiezen, een veilige oplossing wordt verkregen.

De kracht van de wrijvingscirkel methode is dat het simpel is, en zowel een bovengrens als ondergrens van de stabiliteitsfactor levert. Dit geldt alleen in homogene grond.



In gelaagde grond kan de methode toegepast worden door de afschuivende massa in lamellen te verdelen. Doordat er dan onbekende krachten tussen de moten moeten worden beschouwd, is het nodig de verdeling van normaalkrachten in het glijvlak aan te nemen. Doordat hiermee een subjectief element wordt geïntroduceerd, is de methode niet populair geworden voor berekeningen in gelaagde grond.

Voor researchwerk naar de geldigheid van glijvlakmethoden, lijkt het zinvol steeds de boven- en ondergrens van de wrijvingscirkel methode te vermelden, als het gaat om homogene grond.

### 3.2 Morgenstern-Price methode

De wrijvingscirkel methode beschouwt het algehele momentenevenwicht van de afschuivende grondmoot. De methoden die thans algemeen op computers draaien, beginnen bij het evenwicht van een lamel. Omdat er aannamen nodig zijn om het probleem statisch bepaald te maken (en dus toegankelijk voor berekening zonder vervormingseigenschappen van de grond in ogenschouw te nemen), zijn er vele methoden ontstaan, elk gebaseerd op een andere aanname.

De methode van Morgenstern & Price (1965) is aantrekkelijk vanwege de flexibiliteit die het de gebruiker laat om zelf een aanname te doen. Bovendien wordt voldaan aan alle 3 de evenwichtsvoorwaarden - sommige methoden doen aannamen die tot gevolg hebben dat aan bijv. het horizontaal evenwicht niet meer wordt voldaan - en het gaat ook op voor niet-cirkelvormige glijvlakken. De methode wordt hier enigszins uitgebreid behandeld omdat bestaande veel gebruikte methoden er gemakkelijk van af te leiden zijn.

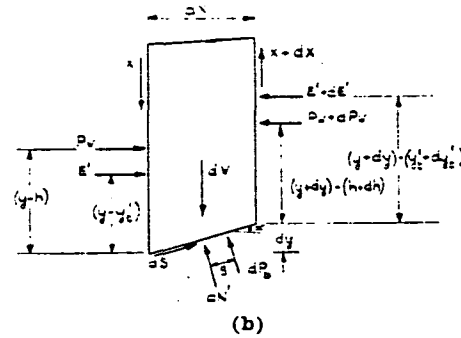
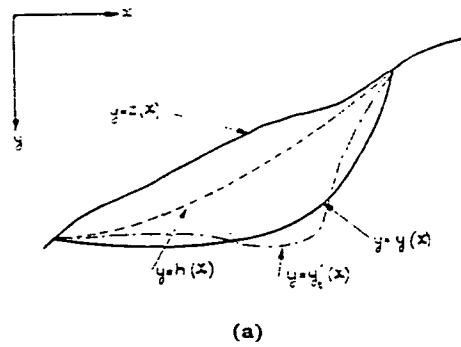


Fig. 3. (a) Potential sliding mass; (b) Forces acting on an infinitesimal slice

Figuur 3.4

De methode

Zie figuur 3.4.

1.  $\Sigma M = 0$  in een lamel t.o.v. midden van de onderkant:

$$Xdx = E'dy'_t - (y-y'_t)dE' + P_w dh - (y-h)dP_w$$

De momenten t.g.v.  $dX$  en de excentriciteit van  $dN'$  en  $dP_b$  op de onderkant, zijn 2e orde effecten.

2.  $\Sigma F = 0$  in de richting van de helling van de onderkant.
3.  $\Sigma F = 0$  loodrecht hierop.
4. Mohr Coulomb voorwaarde  $dS = \frac{1}{F} [c'dx/\cos\alpha + dN'tg\phi]$
5. Door in de vergelijkingen van 2., 3. en 4.,  $dS$  en  $dN'$  te elimineren, ontstaat

$$\frac{dW}{dx} \left[ \frac{tg\phi}{F} - tg\alpha \right] - \frac{dX}{dx} \left[ \frac{tg\phi}{F} - tg\alpha \right] - \frac{dE}{dx} \left[ 1 + \frac{tg\phi}{F} tg\alpha \right] - \frac{dP_w}{dx} \left[ 1 + \frac{tg\phi}{F} tg\alpha \right] - \frac{dP_b}{dx} \frac{tg\phi}{F} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{c'}{F\cos^2\alpha} = 0$$

6. 1. en 5. zijn 2 differentiaal vergelijkingen met als onbekenden  $E'$ ,  $X$  en  $y'_t$ . De vergelijking van het glijvlak,  $y$ , wordt als bekend aangenomen, en mag ook niet-cirkelvormig zijn.

De waterspanningen  $P_w$  en  $P_b$  moeten bekend zijn uit andere overwegingen, bijvoorbeeld vierkanten-net of consolidatie proces. Het probleem heeft dus meer onbekenden dan vergelijkingen; een gevolg van de onbekendheid van de spanningsverdeling in de grond.

Het is nodig een aanname te doen om het probleem statisch bepaald te maken. Morgenstern en Price hebben hiervoor een elegante oplossing gevonden - zij doen een aanname voor de richting van de inter-lamel krachten:

7.  $\frac{X}{E} = \lambda f(x)$

$f(x)$  wordt gedefinieerd; bijv.:

$f(x) = \text{constant}$ , halve sinus, willekeurig.

$\lambda$ , op te vatten als een schaalfactor voor  $f(x)$ , volgt uit het systeem van vergelijkingen.

8. 7. wordt gebruikt om  $X$  in 5. te elimineren, en, gebruikmakend van een aantal slimme trucs, (te moeilijk om hier op in te gaan) wordt 5. van links naar rechts geïntegreerd voor gekozen waarden van  $\lambda$  en  $F$ . Links wordt begonnen met de randvoorwaarde  $E_1 = 0$ , en er zou uit moeten komen dat  $E_r = 0$ .

9. Nu zijn  $X(x)$  en  $E(x)$  bekend, en nu wordt hiermee via 1. nagegaan of de momentensom van alle lamellen tezamen nul is.

10. Opeenvolgende iteraties, met steeds betere schattingen van  $\lambda$  en  $F$ , vinden plaats, totdat zowel  $E_r$  als het totale moment, nul zijn.

### 3.3 Vergelijking van enige bekende glijvlakberekenningsmethoden

Veel gebruikte berekeningsmethoden zijn die van Fellenius ("ordinary method of slices" of "Swedish slip circle method"), simplified Bishop en Spencer. De twee methoden van Janbu zijn in Nederland minder bekend en m.i. minder goed, omdat niet naar momentenevenwicht maar naar krachtenevenwicht wordt gekeken.

### 3.3.1 Fellenius

De aanname die Fellenius deed was dat de resultante van de interlamelkrachten, die links en rechts op een lamel werken, evenwijdig loopt aan de onderkant (hoek  $\alpha$ ) van de lamel. Morgenstern en Price integreren hun vergelijking van links naar rechts over alle lamellen. Per lamel wordt in deze vergelijking voldaan aan lokaal krachtenevenwicht en momentenevenwicht. Bepalen we ons tot de bijdrage van de interlamelkrachten, dan gaat het om de resultante van deze beide krachten; voor krachtenevenwicht om de richting en grootte, voor momentenevenwicht bovendien om de ligging van de werklijn. Dus hoewel Morgenstern en Price  $X$  en  $E$  gebruiken - de absolute grootte van de componenten van de interlamelkrachten, wordt ook bij hen voor het lokale evenwicht (evenwicht van één lamel) gebruik gemaakt van de resultante van  $X$  en  $E$  links en rechts.

Fellenius nu doet alleen een aanname voor de richting van de resultante. Als in Morgenstern en Price genomen wordt

$$\frac{X}{E}(x) = \operatorname{tg}\alpha(x)$$

dan zal automatisch ook de resultante van de interlamelkrachten werkend op een lamel, evenwijdig zijn aan de onderkant. De gevonden stabiliteitsfactor zal dan die van Fellenius zijn.

Maar Fellenius neemt te veel aan omdat hij de factor  $\lambda$  niet door het reken-schema laat bepalen. Morgenstern en Price immers stellen

$$\frac{X}{E}(x) = \lambda f(x)$$

en  $f(x)$  mag door de gebruiker gedefinieerd worden, maar  $\lambda$  wordt gevarieerd (en  $F$  ook) om aan alle evenwichtsvergelijkingen, zowel lokaal als totaal, te voldoen.

Het zelf specificeren van  $\lambda$ , wat Fellenius in feite doet, heeft tot gevolg dat niet aan alle evenwichtsvergelijkingen wordt voldaan.

Het evenwicht per lamel (lokaal evenwicht) is nog wel te vinden. In de richting loodrecht op het glijvlak is het evenwicht al verzekerd omdat de methode hiervan uitgaat, met de aanname dat de richting van de resultante van de interlamelkrachten evenwijdig is aan het glijvlak, en dus niet in deze evenwichtsvergelijking voorkomt. Hoewel de methode hier geen aandacht aan besteedt, kan in een lamel aan de 2 overige evenwichtseisen, nl. krachteenevenwicht evenwijdig aan het glijvlak en momentenevenwicht, voldaan worden, door geschikte keuzen van de grootte en de ligging van de werklijn van de resultante van de 2 interlamelkrachten.

Het totale evenwicht van de afschuivende grondmassa is echter niet verzekerd (in het algemeen) omdat de aldus bepaalde verzameling van resultanten van interlamelkrachten onderling geen evenwicht maken.

Conclusie: Fellenius is als bijzonder geval van de Morgenstern-Price methode op te vatten, waarbij niet aan alle evenwichtsvoorwaarden wordt voldaan.

Gebleken is dat  $F$  meestal lager uitvalt dan de ondergrensoplossing (zie wrijvingscirkel methode) die wel aan evenwicht voldoet. Vermeer (T.H. Delft) ziet, naast de eenvoud, een voordeel in de methode - er treden elkaar gedeeltelijk compenserende fouten op tussen de te lage  $F$  van deze specifieke methode, en de vermoedelijk te hoge  $F$  van glijvlakmethoden in het algemeen. Overigens werd de methode als eerste ontwikkeld, en al in 1918 toegepast.

### 3.3.2 Bishop

Bishop stelde al in 1954 vergelijkingen op om cirkelvormige glijvlakken exact door te rekenen, waarbij zijn aanname neerkwam op het kiezen van het verloop van  $dX$  als functie van  $x$ . Deze methode wordt "Bishop rigorous" genoemd, terwijl "Bishop simplified" wil zeggen dat  $dX = 0$  genomen wordt voor alle  $x$ . Deze laatste aanname doet ook weer het systeem van vergelijkingen geweld aan waardoor niet aan horizontaal evenwicht voldaan wordt.

Ook Bishop simplified is op te vatten als een bijzonder geval van Morgenstern-Price; het komt neer op het stellen van  $\lambda = 0$  in  $\frac{X}{E} = \lambda f(x)$ .

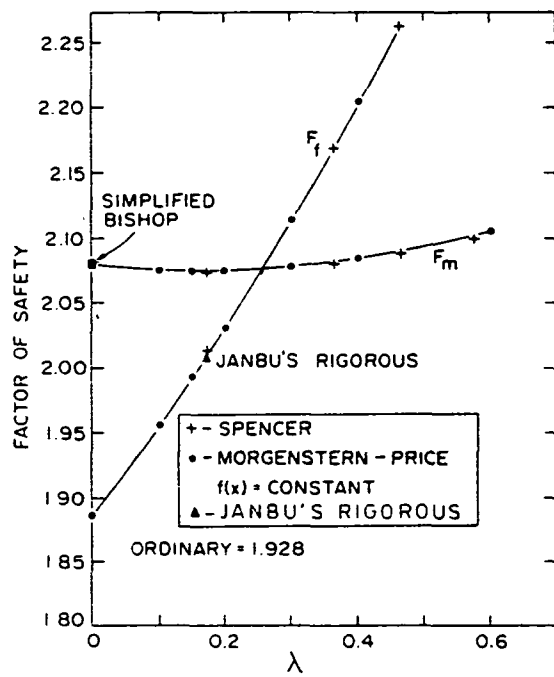


FIG. 9. Comparison of factors of safety for case I.

Figuur 3.5

De methode Bishop gaat fout bij steil uittredende glijvlakken - er worden dan irreële getallen voor  $\tau_\alpha$  berekend, die absurd hoog kunnen zijn of, bij zeer steile hellingen van het glijvlak, zelfs negatief zijn. Om dit te voorkomen past LGM een afsnuiting toe van berekende  $\tau_\alpha$ -waarden voor  $\alpha > 45 + \phi/2$  (passieve zijde).

### 3.3.3 Spencer

De methode Spencer bracht t.o.v. de toen reeds bestaande Morgenstern en Price methode weinig nieuws. Spencer neemt een constante helling aan voor de interlamel krachten, en laat het systeem van vergelijkingen deze helling kiezen, zodanig dat aan alle evenwichtsvoorwaarden is voldaan. Dus in feite kiest hij  $f(x) = 1$  in:  $\frac{X}{E} = \lambda f(x)$

Wel verhoogde Spencer het inzicht in de berekening door onderscheid te maken in een stabiliteitsfactor voor krachtevenwicht ( $F_f$ ), en een stabiliteitsfactor voor momentenevenwicht ( $F_m$ ). Voor elke keuze van  $\lambda$  (door hem aangeduid als  $\tan\theta$ ) bepaalt hij  $F_f$  en  $F_m$ , en itereert met nieuwe schattingen van  $\lambda$ , totdat  $F_f = F_m$ .

Samenvattend kan worden gesteld dat de behandelde lamelmethoden van Fellenius, Bishop en Spencer allen aannamen doen t.a.v. de richting van de interlamel krachten, en daarom op te vatten zijn als bijzondere gevallen van de Morgenstern en Price methode, die de gebruiker een mate van flexibiliteit laat in het kiezen van deze richting.

### 3.3.4 Nadere vergelijking van glijvlak berekeningsmethoden

Fredlund en Krahn (1977) hebben een lezenswaardige studie gepubliceerd waarin 6 gangbare "slice methods" met elkaar worden vergeleken. Naast de 4 hierboven beschreven methoden, laten zij ook 2 door Janbu ontwikkelde methoden los op een aantal taluds, en vergelijken de verkregen stabiliteitsfactoren. Hiertoe wordt de Morgenstern en Price methode iets anders opgelost, om evenals Spencer, een  $F_m$  en een  $F_f$  te leveren.

In figuur 3.5 is het resultaat gepresenteerd voor een talud 1:2, 12 m hoog,  $\phi' = 20^\circ$ ,  $c' = 29$  kPa. Deze presentatievorm is van Spencer afkomstig. Het laat zien dat:

- Fellenius (ordinary) laag uitkomt.



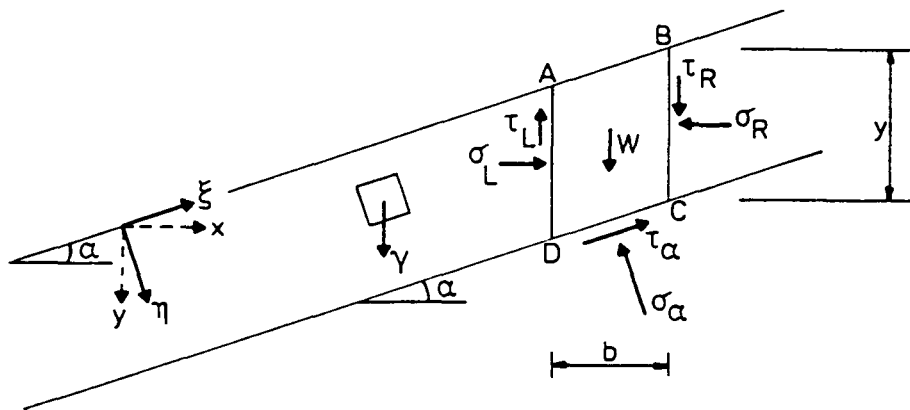
- Simplified Bishop (bij  $\lambda = 0$ ) alleen een  $F_m$  levert en dus niet aan krachterevenwicht voldoet.
- Spencer en Morgenstern en Price hier identiek zijn, omdat hier  $f(x)$  constant is genomen voor de Morgenstern en Price methode.
- $F_m$  is ongevoelig voor variaties in  $\lambda$ , de helling van de interlamelkrachten. Met veel moeite zorgen Spencer en Morgenstern en Price ervoor dat  $F_m = F_f$ , maar uiteindelijk is  $F$  nauwelijks verschillend van  $F_m$  bij  $\lambda = 0$ , de Bishop oplossing.  
Deze constatering is voor vele andere gevallen steeds weer waar gebleken. Het is hierom dat Bishop een uiterst bruikbare en snelle methode is, en is toepassing van de meer rigoreuze methoden niet nodig.
- Janbu voldoet alleen aan krachterevenwicht en is hier ingetekend op de  $F_f$  kromme van Spencer en Morgenstern en Price.

Fredlund en Krahn hebben ook gespeeld met de  $f(x)$  functie in Morgenstern en Price. Zij namen voor  $f(x)$ : constant, halve sinus en "clipped sine", d.i. een schuin afgesneden sinus. Ook nu bleek dat  $F_m$  niet sterk afhankelijk is van  $\lambda$ , en het snijpunt  $F = F_m = F_f$  week heel weinig af van  $F_m$  bij  $\lambda = 0$ , de Bishop oplossing.

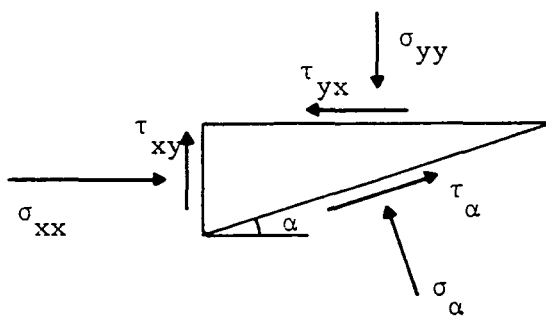
Zij gaven nog aan dat Bishop zesmaal sneller rekent dan Spencer of Morgenstern en Price, die beide ongeveer even snel (traag) zijn.

Concluderend:

Morgenstern en Price bieden de meest elegante oplossingsmethode omdat zij de mogelijkheid vrij laten de richting van de interlamel krachten zelf te kiezen. Bovendien is de methode geschikt voor glijvlakken van willekeurige vorm. De alternatieve oplossingsmethode van Fredlund en Krahn is inzichtverhogend omdat het verband tussen de getroffen aanname en  $F_m$  resp.  $F_f$  duidelijk wordt.



Figuur 3.6. Oneindig lang talud.



Figuur 3.7. Spanningen werkend op een elementair driehoekje.

Wie een Morgenstern en Price programma tot zijn beschikking heeft, kan er zonder moeite Bishop, Spencer en niet-cirkelvormige glijvlakken mee draaien. Aparte programma's zijn dan overbodig. Ook nemen Morgenstern en Price willekeurige externe belastingen mee in hun oplossing.

### 3.4 De spanningstoestand in het glijvlak

Hoewel in het voorgaande al veel aandacht is gegeven aan de spanningen die werkzaam zijn in het glijvlak, zal hier expliciet worden nagegaan of de spanningstoestand in het glijvlak te bepalen is uit de gebruikelijke glijvlakberekenningsmethoden.

De volledige spanningstoestand in een punt is weer te geven in een cirkel van Mohr, dus de vraagstelling van dit hoofdstuk kan als volgt geformuleerd worden:

Geven de glijvlakberekenningsmethoden inzicht in het verloop van de cirkels van Mohr langs het glijvlak?

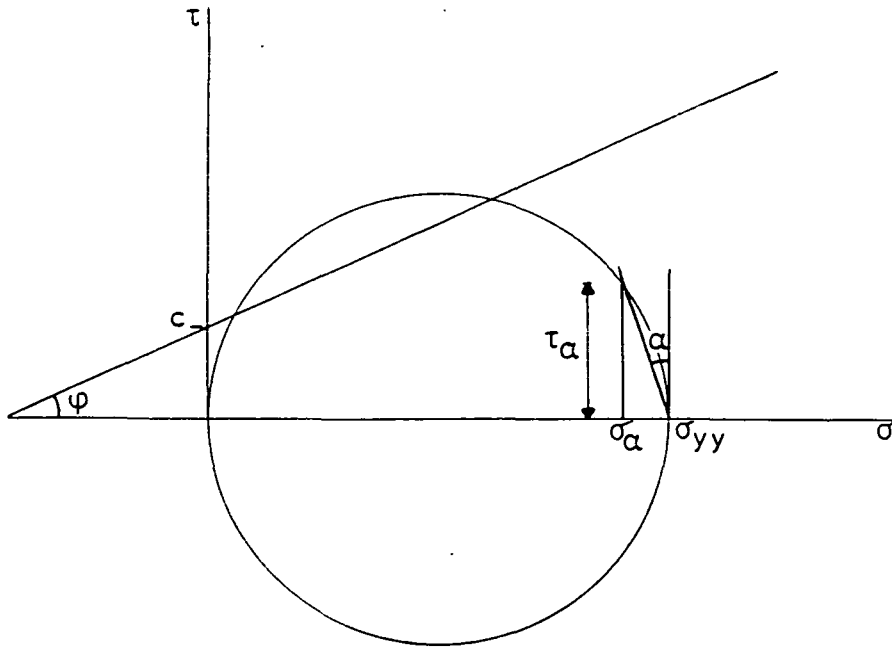
Intuïtief zal men verwachten dat langs het gehele glijvlak, de cirkels van Mohr raken aan de omhullende of liever de door de stabiliteitsfactor F gereduceerde omhullende. Is dit inderdaad zo?

### Oneindig lang talud

Glijvlakken treden in het algemeen op in taluds van beperkte lengte, waarbij de kruin en de teen invloed uitoefenen op de spanningstoestand. We zullen ons eerst beperken tot een beschouwing van een oneindig lang talud, waar deze randeffecten afwezig zijn.

Als in figuur 3.6 de spanningstoestand onafhankelijk van de  $\xi$  coördinaat wordt verondersteld (dit lijkt een redelijke aanname, maar is niet noodzakelijk juist) dan geldt voor de spanningen werkend op de interlamelgrenzen van lamel ABCD:

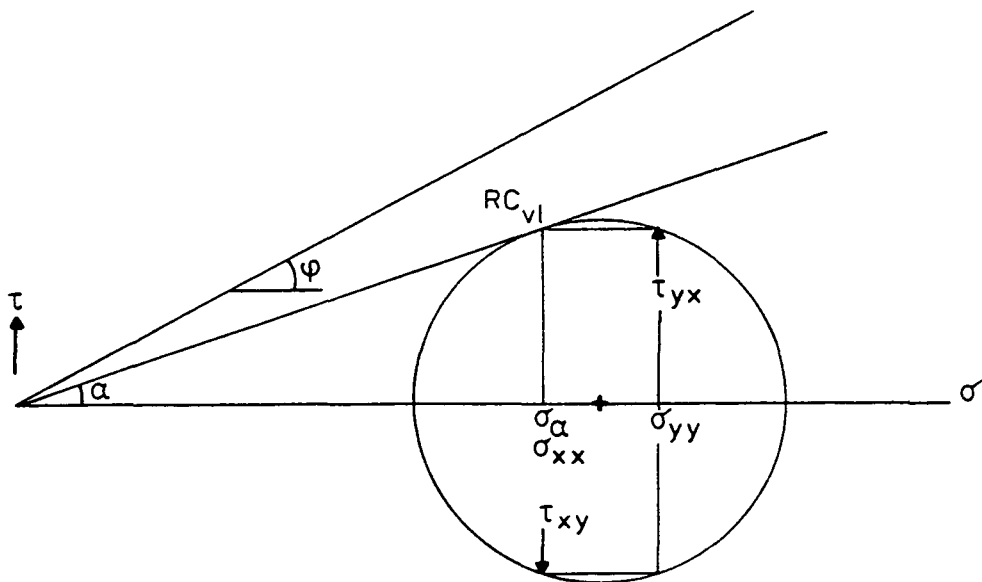
$$\begin{aligned}\sigma_L &= \sigma_R \\ \tau_L &= \tau_R\end{aligned}$$



$$\sigma_{yy} = \gamma_y$$

$$\sigma_{xx} = \tau_{yx} = 0$$

Figuur 3.8 : Cirkel van Mohr als aangenomen wordt dat  $\sigma_{yy} = \gamma_y$



Figuur 3.9 : Cirkel van Mohr raakt aan " $\alpha$ -omhullende"

De interlamel krachten heffen elkaar op, en W, het gewicht van de lamel, wordt dus uitsluitend opgenomen door de krachten op DC.

Dit geeft:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= \gamma y \cos^2 \alpha \\ \tau_{\alpha} &= \gamma y \sin \alpha \cos \alpha\end{aligned}$$

Hoe is nu de spanningstoestand voor punten op CD? We weten nu de grootte van  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\tau_{\alpha}$  en de richting van het vlak waarop zij werken,  $\alpha$ . In de bekende elementaire driehoek, figuur 3.7, weten we echter  $\sigma_{xx}$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$  en  $\sigma_{yy}$  nog niet.

Nu zou, zoals Vermeer (1983) dat veronderstelt bij zijn presentatie van de methoden van Fellenius en Bishop, verondersteld kunnen worden

$$\sigma_{yy} = \gamma y$$

Maar we hebben zojuist gezien dat  $\sigma_{\alpha}$  en  $\tau_{\alpha}$  evenwicht maken met  $\gamma y$  en in de elementaire driehoek heffen dan de krachten tgv  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{\alpha}$  en  $\tau_{\alpha}$  elkaar op. Er resteert dan  $\sigma_{xx}$ ,  $\tau_{xy}$  en  $\tau_{yx}$ , die dan nul moeten zijn. Dit geeft als cirkel van Mohr figuur 3.8, wat in grond alleen kan bij grote cohesie. De veronderstelling  $\sigma_{yy} = \gamma y$  is daarom niet gerechtvaardigd. Fellenius en Bishop hebben deze veronderstelling ook niet gemaakt; hun aannamen leggen alleen een verband tussen  $\sigma_{\alpha}$  en  $\gamma y$  (Fellenius) resp.  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\tau_{\alpha}$  en  $\gamma y$  (Bishop), terwijl de spanningstoestand in het midden wordt gelaten.

Een op intuïtie gebaseerde aanname is dat de cirkel van Mohr zal raken aan de omhullende onder hoek  $\alpha$  in het punt  $(\sigma_{\alpha}, \tau_{\alpha})$  voor de cirkel van Mohr, zie figuur 3.9. Dan is het potentiële glijvlak evenwijdig aan het talud, en in het glijvlak zou de cirkel van Mohr raken aan de omhullende. Daadwerkelijk stabiliteitsverlies zou pas optreden bij  $\alpha = \phi$ .

Het richtingencentrum voor vlakken  $RC_{v1}$  valt samen met het raakpunt van cirkel en omhullende, en er volgt

$$\sigma_{xx} = \sigma_{\alpha} \quad \tau_{yx} = \tau_{xy} = \tau_{\alpha} \quad \sigma_{yy} = \sigma_{\alpha}(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

en we hadden al

$$\sigma_{\alpha} = \gamma y \cos^2 \alpha \quad \tau_{\alpha} = \gamma y \sin \alpha \cos \alpha$$

Maar bij horizontaal maaiveld  $\alpha = 0$  en geen cohesie,  $c = 0$ , ontstaat een puntcirkel..  $\alpha = 0$ ,  $c \neq 0$  geeft

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{\alpha} \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{\alpha} = c$$

Beide situaties zijn in grond irreëel, en de aanname dat de cirkel van Mohr aan de  $\alpha$  omhullende raakt is dus onjuist. Of misschien moeten we zeggen dat de gevonden spanningstoestand ontaardt bij flauwe taluds.

Bij horizontaal maaiveld,  $\alpha = 0$ , in elastisch materiaal met eigen gewicht  $\gamma$ , weten we dat

$$\sigma_{yy} = \gamma y \quad \sigma_{xx} = \frac{\nu}{1 - \nu} \gamma y \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$$

De spanningstoestand is dus van  $\nu$  afhankelijk. In grond is  $\sigma_{xx}/\sigma_{yy}$  ( $K_0$ ) van vele factoren afhankelijk, o.a.  $\phi$  en belastingsgeschiedenis, en de cirkel van Mohr is dan ook niet zomaar aan te geven.

Bij een hellend maaiveld wordt het ook in elastisch materiaal moeilijk de spanningsverdeling t.g.v. het eigen gewicht te bepalen. Koning (1980) geeft een oplossing voor een half-oneindig lang talud, begrensd aan de bovenzijde door een horizontale kruin maar zonder teen. Hij vindt een simpele oplossing voor taludhellingen steiler dan  $56^{\circ}18'32''$ , maar bij flauwere taluds treden complicaties op. Misschien kan hierin een analogie worden gezien met het spaak lopen bij horizontaal maaiveld van de oplossing met cirkels van Mohr die aan de  $\alpha$  omhullende raken.

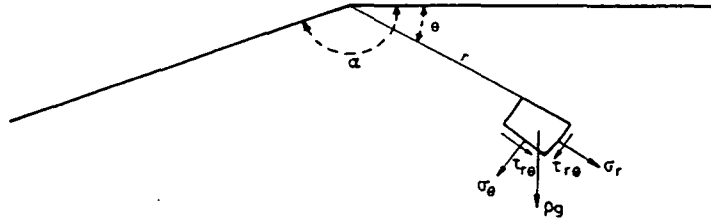


Fig. 1 Soil geometry and stress components in polar coordinates.

### Figuur 3.10.a

Hence the stress components are:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{qgr \cos \alpha}{\sin \alpha} \cos \theta (1 - 3 \sin^2 \theta) + \frac{qgr (1 - 3 \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} \sin \theta \cos^2 \theta - qgr \sin \theta \\ \sigma_\theta &= \frac{qgr \cos \alpha}{\sin \alpha} 3 \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{qgr (1 - 3 \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \theta - qgr \sin \theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{qgr \cos \alpha}{\sin \alpha} \sin \theta (1 - 3 \cos^2 \theta) - \frac{qgr (1 - 3 \cos^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} \sin^2 \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (13)$$

We see that the stresses increase linearly with the distance to the origin.

Simpler formulae are obtained when rectangular coordinates are introduced (Fig. 2).

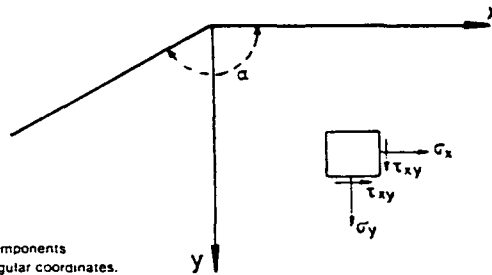


Fig. 2 Stress components in rectangular coordinates.

The relations between the stress components in polar coordinates and those in rectangular coordinates are:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \sigma_y &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \tau_{xy} &= \tau_{r\theta} \cos 2\theta - \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (14)$$

Substituting equations (13) in equations (14) we find:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= qg x \cot \alpha - 2qgy \cot^2 \alpha \\ \sigma_y &= -qgy \\ \tau_{xy} &= -qgy \cot \alpha \end{aligned} \quad (15)$$

### Figuur 3.10.b

Overigens geeft Koning's oplossing, zie figuur 3.10, wel een andere spanningsverdeling dan hier aangenomen. Hij vindt spanningen die lineair toenemen met de afstand tot de oorsprong, en bij een grote afstand tot de oorsprong, waar van een oneindig lang talud kan worden gesproken, zouden alle spanningen zeer groot cq oneindig groot zijn.

In grond zullen zich meer problemen voordoen om de spanningstoestand vast te leggen in een talud. De simpele glijvlakberekenningsmethoden van Fellenius en Bishop trachten dit dan ook niet te doen, maar beperken zich tot de aanname:

$$\tau_{\alpha} = \frac{c}{F} + \sigma_{\alpha} \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}$$

en een aanname die een verband legt tussen  $\gamma_y$  en  $\sigma_{\alpha}$  en/of  $\tau_{\alpha}$ .

Voor een oneindig lang talud definieert Verruyt (1983) nog

$$F = \operatorname{tg}\phi / \operatorname{tg}\alpha \quad (\text{voor } c = 0)$$

en het talud zou dus stabiel zijn voor

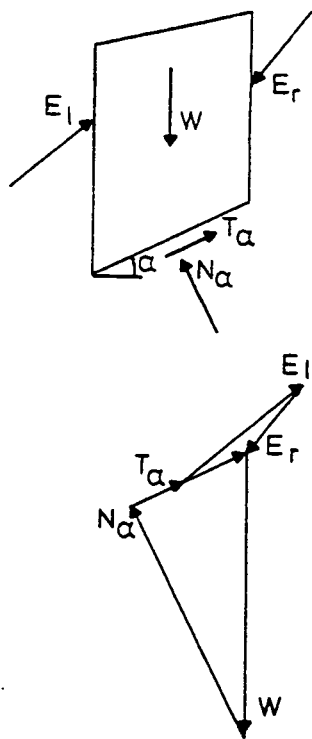
$$F > 1 \quad \text{of} \quad \phi > \alpha$$

Omdat we echter alleen  $\sigma_{\alpha}$  en  $\tau_{\alpha}$  weten, is het niet uitgesloten dat de cirkel van Mohr door  $(\sigma_{\alpha}, \tau_{\alpha})$  de  $\phi$  omhullende raakt bij  $\phi > \alpha$ , en dat er dus bij  $F > 1$  al lokaal bezwijken optreedt. Weliswaar op een vlakje niet evenwijdig aan  $\alpha$ . Een lokale, gebogen schuifvlak behoort dus tot de mogelijkheden bij  $\alpha < \phi$ .

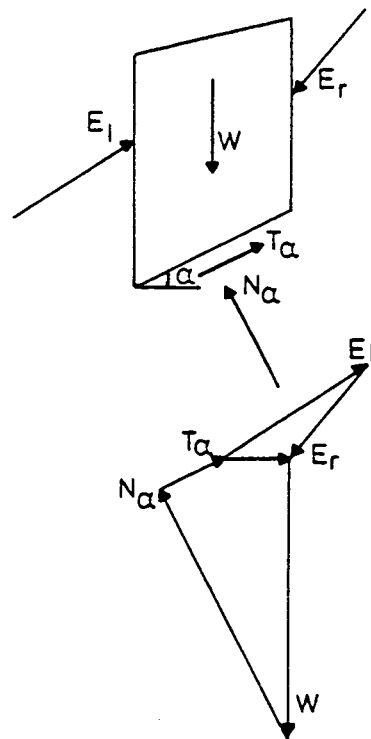
#### Fellenius

We hebben al aangegeven dat noch Fellenius, noch Bishop iets proberen te zeggen over de cirkel van Mohr in het glijvlak. We zullen nu een grafische

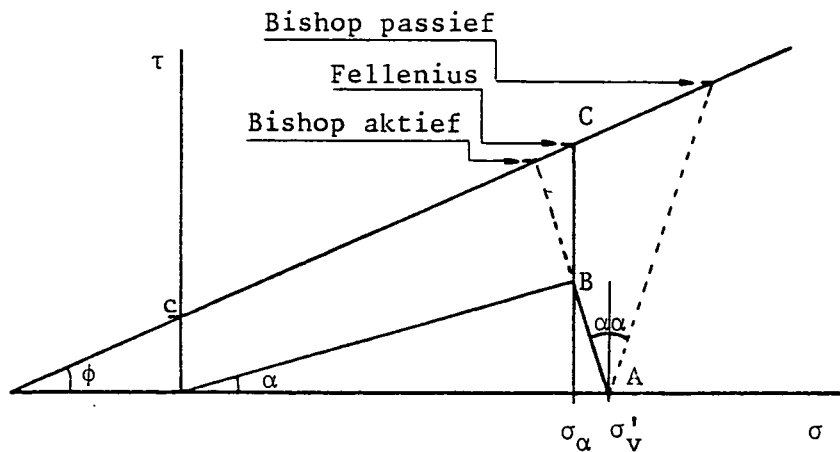




Figuur 3.11 : Krachtenfiguur van een lamel.  
Methode Fellenius



Figuur 3.13 : Krachtenfiguur van een lamel.  
Methode Bishop



Figuur 3.12 : Schuifspanning  $\tau_\alpha$  als functie van  $\sigma'_V$ ,  $\alpha$  en  $\phi$  bij Bishop en Hoogenboom

constructie behandelen die de bepaling van  $\tau_\alpha$  en  $\sigma_\alpha$  uit  $\gamma y$  mogelijk maakt.  $\gamma y$  is het gewicht van de recht boven een punt van het glijvlak gelegen grond; en wordt verder  $\sigma_v$  genoemd.

In het algemeen is:

$$\sigma_v = \sum_{i=1}^n \gamma_i \Delta y_i$$

met  $i$  = laagnummer  
 $n$  = aantal lagen  
 $\gamma$  = volume gewicht  
 $\Delta y$  = laag dikte

De spanningen zijn effectief - de invloed van grondwater wordt niet beschouwd.

Fellenius nu bepaalt  $\sigma_\alpha$  uit  $\sigma_v$  door aan te nemen dat de resultante van de 2 krachten die links en rechts op de lamelgrenzen werken, de interlamelkrachten, evenwijdig is aan de helling  $\alpha$  van het glijvlak t.p.v. de lamel. Hij schakelt met een nogal botte aanname, deze interlamelkrachten dus uit. Zie figuur 3.11

Er volgt dan uit het evenwicht in de richting van  $\sigma_\alpha$ :

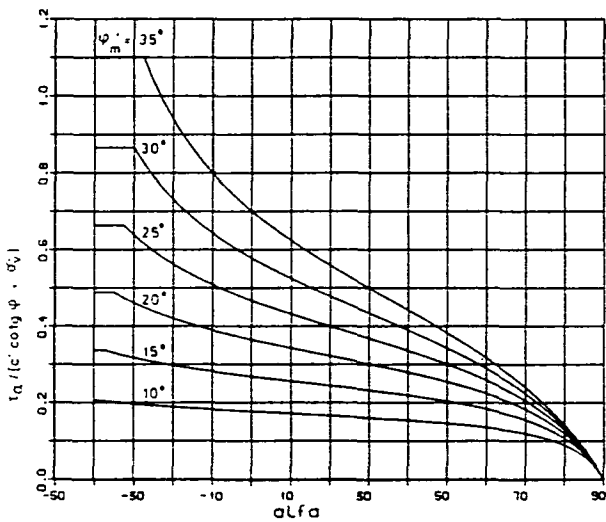
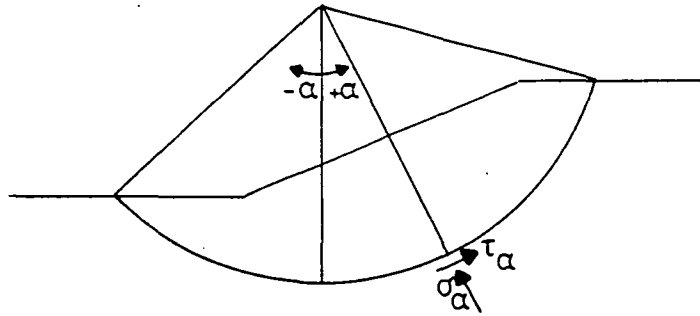
$$\sigma_\alpha = \sigma_v \cos^2 \alpha$$

en

$$\tau_\alpha = \frac{c}{F} + \sigma_\alpha \frac{\operatorname{tg} \phi}{F}$$

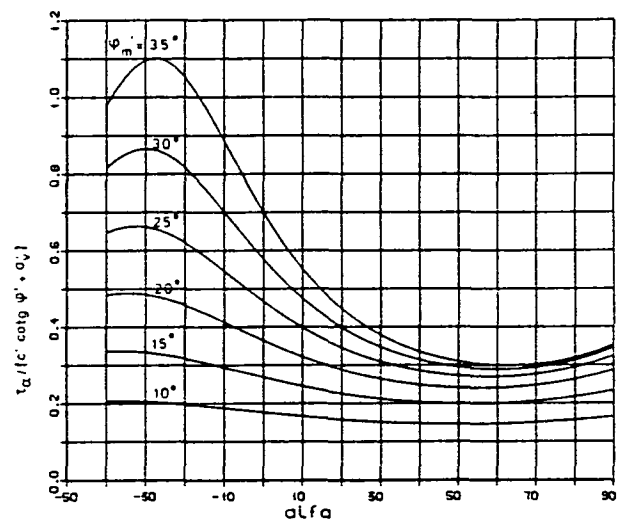
De grafische relatie tussen  $\sigma_v$ ,  $\sigma_\alpha$  en  $\tau_\alpha$  is aangegeven in figuur 3.12, waarin ook de straks met Bishop te bepalen relatie is getekend.

Het is onjuist te stellen dat de cirkel door OAB de cirkel van Mohr in het beschouwde punt van het glijvlak zou zijn. We weten alleen dat punt C met



Figuur 3.14 : Methode Bishop:  
Schuifspanning in het glijvlak  
als functie van de glijvlakhelling

$$\frac{\tau_{\alpha}}{c' \cot \phi' + \sigma'_v} = \frac{1}{\frac{1}{\tan \phi'_m} + \tan \alpha}$$



Figuur 3.16 : Methode Hoogenboom:  
Schuifspanning in het glijvlak  
als functie van de glijvlakhelling

$$\frac{\tau_{\alpha}}{c' \cot \phi' + \sigma'_v} = \frac{\sin \phi'_m \cos \phi'_m}{1 - \sin \phi'_m \sin(\phi'_m - 2\alpha)}$$

$\alpha$  = helling glijvlak t.o.v. horizontaal

$\phi'_m$  = gemobiliseerde wrijvingshoek

$$\tan \phi'_m = \frac{\tan \phi'}{F}$$

coördinaten ( $\sigma_\alpha$ ,  $\tau_\alpha$ ) op de cirkel van Mohr ligt, en onder hoek  $\alpha$  ligt t.o.v. het  $RC_{v1}$ . Het is denkbaar dat de cirkel van Mohr door dit punt de omhullende snijdt.

### Bishop

Bishop bepaalt  $\sigma_\alpha$  uit  $\sigma_v$  door aan te nemen dat de resultante van de 2 interlamelkrachten, horizontaal is gericht. Vervolgens beschouwt hij alleen het verticale evenwicht van een lamel, waaruit volgt, zie figuur 3.13:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_v - \frac{c}{F} \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}}$$

en

$$\tau_\alpha = \frac{c + \sigma_v \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}}{1 + \operatorname{tg}\alpha \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}}$$

In figuur 3.12 is de grafische relatie tussen  $\sigma_v$ ,  $\sigma_\alpha$  en  $\tau_\alpha$  weergegeven.

Bij  $\alpha = 0$  is  $\tau_\alpha = c + \sigma_v \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}$  en  $\sigma_\alpha = \sigma_v$

Bij  $\alpha > 0$  spreken we van de actieve zijde van de glijcirkel, en we zien dat  $\tau_{\text{actief}}$  afneemt bij grotere hoek  $\alpha$ .

Bij  $\alpha < 0$  spreken we van de passieve zijde van de glijcirkel, en we zien een sterke toename van  $\tau_{\text{passief}}$  met kleiner wordende hoek  $\alpha$  (steiler aan passieve zijde).

Een en ander wordt ook zichtbaar gemaakt in figuur 3.14, waar

$$\frac{\tau_\alpha}{c \cot\phi + \sigma_v} = \frac{1}{\frac{F}{\operatorname{tg}\phi} + \operatorname{tg}\alpha}$$

is uitgezet tegen  $\alpha$ , de hellingshoek van het glijvlak.

Veelal wordt  $\tau_{\text{passief}}$  afgesnoten bij grotere passieve helling om irreëel grote waarden te voorkomen. Het LGM neemt hiervoor de hoek  $45^\circ + \phi/2$ ; boven deze passieve hoek wordt  $\tau_{\text{passief}}$  constant gehouden.

Ook bij Bishop is het onjuist om in het  $\tau - \sigma$  diagram een cirkel van Mohr te willen aangeven. Bishop doet slechts een aanname om  $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$  in het glijvlak vast te leggen, en dit ene punt plus kennis van de richting van het vlakje waarop  $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$  werkt, nl.  $\alpha$ , is onvoldoende om de cirkel van Mohr vast te leggen. De gelijkstelling  $\sigma_{yy} = \sigma_v$  is onjuist. Het horizontale krachten-evenwicht en momentenevenwicht per lamel is te verzekeren door de grootte en de ligging van de werklijn van de resultante van de interlamelkrachten aan te passen. Maar de aldus bepaalde verzameling resultanten maken onderling geen evenwicht en verstoren dus het totale evenwicht van de afschuivende grondmoot.

#### Hoogenboom/IJsseldijk

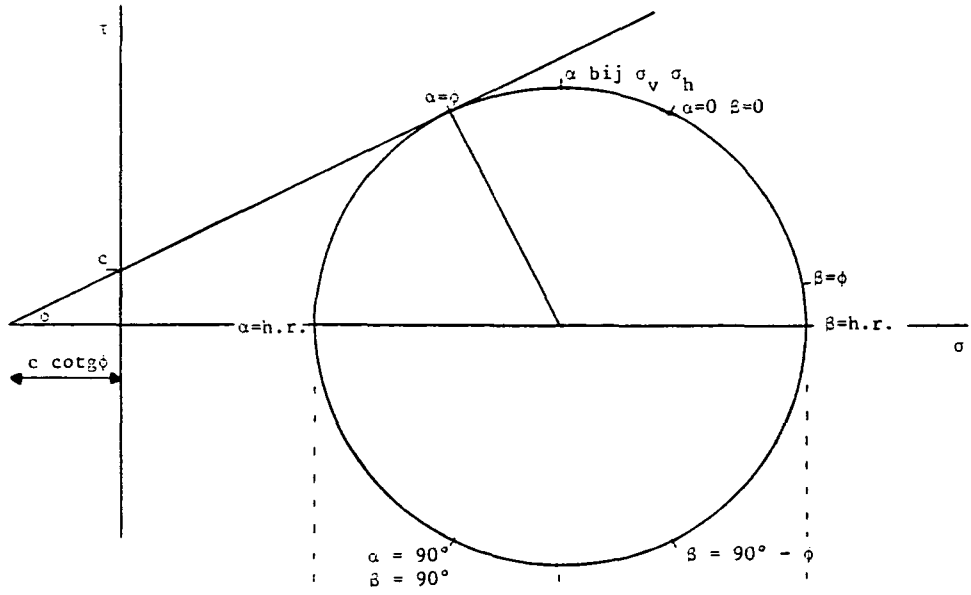
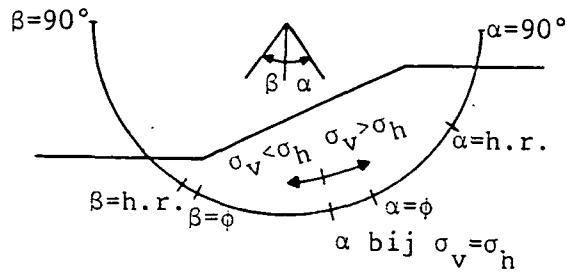
Deze 2 LGM-medewerkers begrepen dat Fellenius geen cirkels van Mohr oplevert, laat staan raken aan de omhullende. Zij ontwikkelden daarom rond 1954-1955 een methode waarbij hiervan werd uitgegaan. Niettemin voldoet ook hun methode niet aan alle evenwichtseisen. Meestal wordt een lagere stabiliteitsfactor gevonden dan met Bishop. De methode heeft het verloren tegen die van Bishop simplified en Spencer (beide zijn later ontwikkeld), maar is toch een verdienstelijke poging geweest wat rationeler te zijn qua uitgangspunten.

Hun aannamen zijn:

$$- \sigma_{yy} \text{ in glijcirkel} = \sigma_v = \sum_{i=1}^n \gamma_i \Delta h_i$$

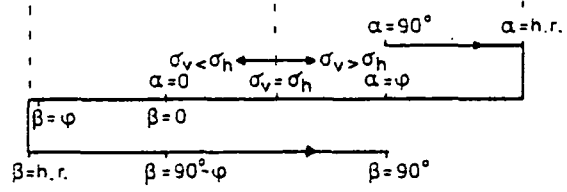
- cirkel van Mohr moet raken aan omhullende

- in het raakpunt ligt  $(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$  onder hoek  $\alpha$  vanuit het  $RC_{v1}$ .



Lokatie  $RC_{v1}$  op omtrek Cirkel van Mohr voor markante hellingen van het glijvlak

- h.r. = hoofdrichting
- $\alpha = \text{h.r.} : \alpha = 45^\circ + \phi/2$
- $\beta = \text{h.r.} : \beta = 45^\circ - \phi/2$



Ligging van  $\sigma'_v$  als functie van de helling van het glijvlak (op omtrek Cirkel van Mohr horizontaal tegenover  $RC_{v1}$ )

Figuur 3.15 Enige kenmerken van de methode Hoogenboom

Met deze aannamen is de volledige spanningstoestand te bepalen. Figuur 3.15 visualiseert het verloop van de spanningstoestand langs de glijcirkel. Er is af te leiden:

$$\frac{a}{b} = \frac{\tau_{\alpha}}{c \cotg\phi \sigma_v} = \frac{\sin\phi_m \cos\phi_m}{1 - \sin\phi_m \sin(\phi_m - 2\alpha)}$$

met  $\operatorname{tg}\phi_m = \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}$

Bestudering van figuur 3.15 laat zien dat:

$$\frac{a}{b} \text{ minimaal als } \alpha = \text{hoofdrichting} = 45^{\circ} - \phi_m/2$$

$$\frac{a}{b} \text{ maximaal als } \beta = \text{hoofdrichting} = 45^{\circ} + \phi_m/2$$

$$\frac{a}{b} \text{ gelijk voor } \alpha = 90^{\circ}, \beta = 90^{\circ}, \alpha = \phi_m$$

Een en ander wordt ook teruggevonden in figuur 3.16, het verloop van

$$\frac{a}{b} = \frac{\tau_{\alpha}}{c \cotg\phi + \sigma_v} \text{ met de helling van het glijvlak } \alpha.$$

Deze figuur is reëler dan de overeenkomstige figuur van Bishop (figuur 3.14), die ontaardt bij steile passieve glijvlakhelling. Hoogenboom en Bishop leveren dezelfde waarde voor  $\tau_{\alpha}$  bij  $\alpha = 45^{\circ} + \phi/2$ , bij  $\alpha = -45^{\circ} + \phi/2$  en bij  $\alpha = 0$ .

Hoogenboom kijkt dus niet naar het evenwicht van een lamel. Het totale horizontale evenwicht van de afschuivende grondmassa is niet verzekerd. De aanname dat  $\sigma_{yy} = \sigma_v$  is de bron van de narigheid bij Hoogenboom. Hij zou het systeem van evenwichtsvergelijkingen meer vrijheid moeten laten om zelf een verdeling van  $\sigma_{yy}$  te vinden, zodanig dat aan alle evenwichtseisen wordt voldaan. Zijn overige 2 aannamen zijn natuurlijk juist.

De LGM ervaring met de methode is dat geen betrouwbare uitkomsten worden verkregen. Lange tijd werd een verbeterde versie gebruikt die wel aan alle

evenwichtseisen voldeed, maar de verdeling van  $\sigma_{yy}$  hierbij bleek soms erg onwaarschijnlijk te zijn. Tenslotte is de methode verdrongen door die van Bishop en die van Spencer, waarbij de ervaring ontstond dat een berekende  $F = 1$  inderdaad op een labiel talud wijst. Kennelijk werken de grotere simplificaties in deze methode op een gunstige wijze tegen elkaar in. Het blijft jammer dat de gedachte van Hoogenboom, om uit te gaan van een cirkel van Mohr in het glijvlak, overboord is gezet.

Het is zinvol nog eens erop te wijzen dat de poging van Hoogenboom om de cirkel van Mohr in de glijcirkel zodanig vast te leggen dat zij raakt aan de omhullende, afwijkt van alle andere glijvlakberekeningsmethoden, die uitgaan van:

$$\tau_{\alpha} = \frac{c}{F} + \sigma_{\alpha} \frac{\operatorname{tg}\phi}{F}$$

zonder verdere eisen aan de cirkel van Mohr te stellen.

De Josselin de Jong (1980), zoals al eerder gezegd, gaat er ook van uit dat de cirkel van Mohr aan de omhullende moet raken, maar zijn benadering is die van de karakteristiekenmethode.

### 3.5 Gedraineerde glijvlakanalyse

Ongedraineerde glijvlak analyse, waarbij  $\phi = 0$  gesteld wordt en de grondsterkte in  $c_u$  uitgedrukt wordt, is toepasbaar bij snelle ophoging op slecht doorlatende klei. Er treedt dan n.l. geen dissipatie of drainage op, waardoor de korrelspanning niet toeneemt en de wrijvingscomponent van de schuifsterkte neemt dus eveneens niet toe. Deze methode is erg populair geworden in het buitenland - in Nederland zijn we vooral verder gegaan met gedraineerde Bishop analyses.

In situaties met slappe klei zal het al gauw nodig zijn om gefaseerd op te hogen, om de klei gelegenheid te geven via drainage steviger te worden voordat een nieuwe slag wordt opgebracht. Dan gaat de ongedraineerde analyse niet meer op, en moet een gedraineerde berekening worden gedaan.

Althans, dat is steeds de gedachtengang geweest van mensen als Bishop en Bjerrum. Het is ook een logische gedachte, omdat grondgedrag bepaald wordt



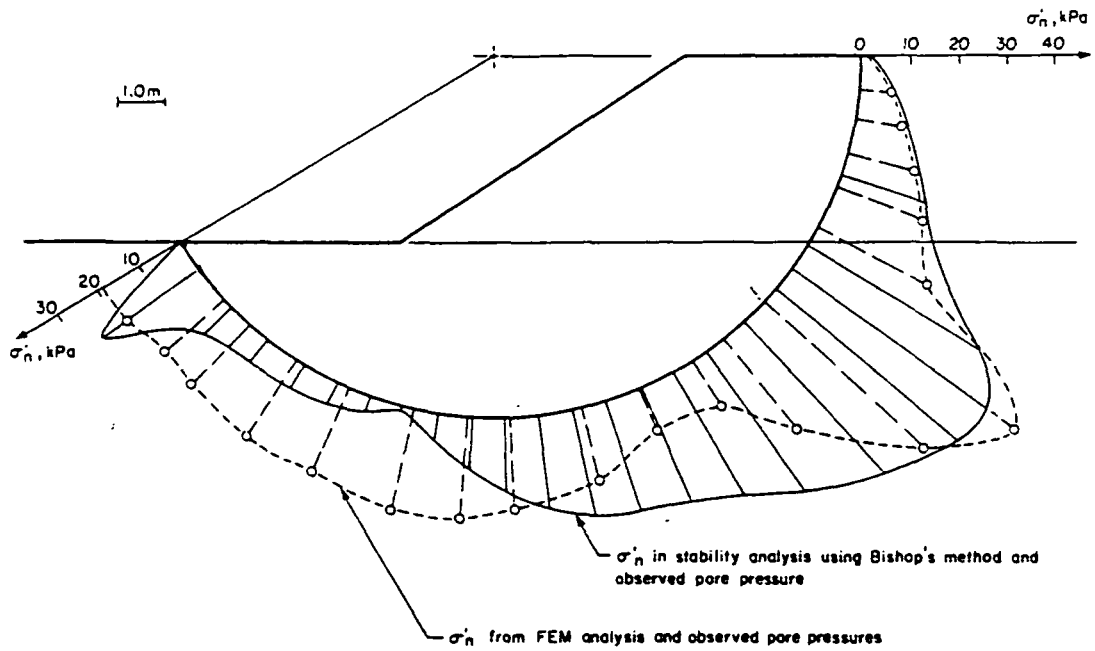


FIG. 5. Effective normal stresses under an embankment, in Bishop's stability analysis and from a nonlinear elastoplastic solution.

Figuur 3.17

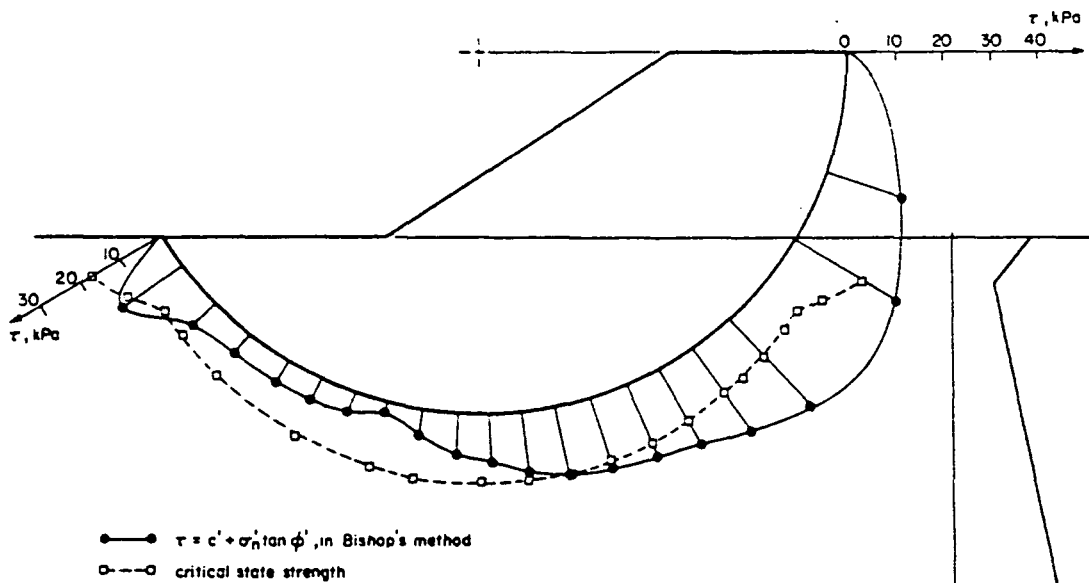


FIG. 6. Comparison of the strength computed in Bishop's stability analysis with the critical state strength in an embankment foundation.

Figuur 3.18

door korrelspanningen en niet door grondspanningen.

In de tijd van Bishop en Bjerrum echter werden nauwelijks effectieve sterkte parameters bepaald - men verrichtte bijna uitsluitend vane en U.U. proeven. Desondanks zijn autoriteiten als Tavenas en Ladd het erover eens dat gedraineerde glijvlak analyses op het ogenblik niet verantwoord zijn toe te passen, en veelal, vooral bij bouwen op slappe klei, onveilige uitkomsten geven. De volgende hoofdstukken zijn samenvattingen van de bedenkingen van Tavenas en de alternatieven die hij aandraagt.

### 3.6 Tavenas over gedraineerde glijvlakanalyse

Tavenas et al (1979) schreven een verhaal over de geldigheid van glijvlakmethoden, waarin vooral de "Effective Stress Analysis" (gedraineerde analyse) ruime aandacht krijgt. Dit hoofdstuk vat enige aspecten van dat verhaal samen.

Zij erkennen dat ESA een logische keuze lijkt voor stabiliteitsberekeningen, omdat het gedrag van klei bepaald wordt door korrelspanningen. Echter: ESA is alleen juist als de werkelijk gevolgde e.s.p.'en en optredende bezwijkmechanismen in de berekening worden betrokken. De huidige ESA methoden voldoen hier echter niet aan.

De figuren 3.17 en 3.18 vergelijken de verdeling van de effectieve normaalspanning en de schuifsterkte langs een glijvlak, berekend volgens de Bishop methode en een eindige elementen methode.

Duidelijk onderschat (althans hier) Bishop de weerstand in de passieve zone, en overschat het in de centrale zone. De gevolgde spanningspaden zullen in het algemeen sterk verschillen van wat gëmpliceerd wordt in E.S.A., zie figuur 3.19.

$T_f$  is het bezwijkpunt bij  $\sigma'$ , de normaalspanning op het bezwijkvlak.  $\sigma'$  verandert in E.S.A. niet, en F is de stabiliteitsfactor waarmee de bezwijkomhullende omlaaggebracht wordt om de gemobiliseerde sterkte in de grond te verkrijgen.

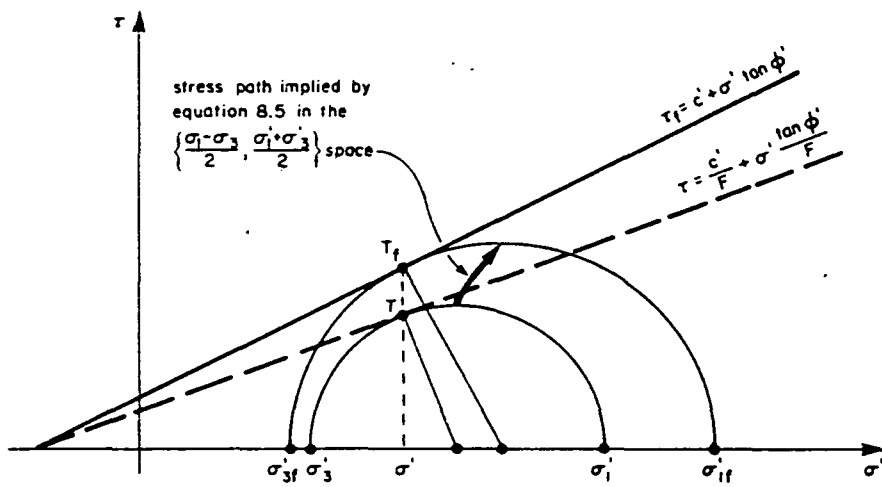


FIG. 7. Effective stress path up to failure, as implied in all methods of stability analysis.

Figur 3.19

In werkelijkheid verandert  $\sigma'$  sterk en kan zowel hoger als lager dan  $T_f$  uitkomen. Vaak lager, omdat waterspanningen worden opgewekt bij toenemende  $\tau$  (anti-dilatantie). Ook kan het bezwijkpunt, eenmaal op de omhullende, er langs afzakken door strain softening, hoewel dit verschijnsel naar mijn ervaring geen grote vormen aanneemt in Nederlandse zachte kleien.

Zij wijzen ook op een inconsequentie van het gelijkstellen van lokale en globale (algehele) stabiliteitsfactoren. Voor een horizontaal maaiveld is de globale  $F = \infty$ , maar dan geeft  $\tau = \frac{c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi}{F}$  een schuifspanning van nul, d.w.z., een puntcirkel van Mohr op de horizontale as. Echter, er heerst in werkelijkheid een  $K_o$  toestand, met, naar te bewijzen valt voor  $K_o = 1 - \sin \phi$ :

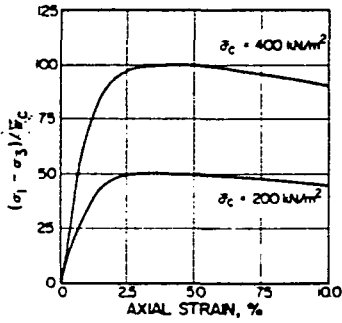
$$\tau_{\max} = \frac{0.5 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma'_v$$

waarin  $\tau_{\max}$  het toppunt van de Cirkel van Mohr voorstelt.

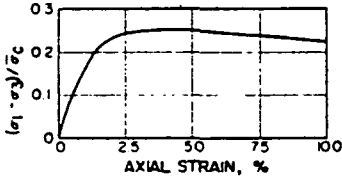
Hierbij geldt  $\tau/\tau_f \approx 1/1.7$  à  $1.8$ , wat nogal afwijkt van  $1/\infty$ .

Zij wijzen er op, dat het gebruiken van een Mohr Coulomb omhullende voorbij gaat aan zowel limit als critical states, die de sterkte van klei bepalen, afhankelijk van preconsolidatie en poriëngehalte. (Op deze "kreten" komen we terug in hoofdstuk 6 en 7.)

Zij bevelen aan om, althans voor snelle ophoging (dus niet gefaseerd) een aangepaste vorm van  $\phi = 0$  analyse toe te passen. De critical state is het eindpunt van alle effectieve spanningspaden en dit punt is een functie van het oorspronkelijke watergehalte, tenminste als er nauwelijks drainage plaatsvindt. Bij overconsolidatie moet men  $\sigma'_p$  kennen. De schuifsterkte in dit punt,  $\tau_{cs}$ , is een ondergrens van de schuifsterkte, en daarom wordt een veilige  $F$  gevonden. In strain softening klei (vermoedelijk niet in Nederland), wordt  $\tau_{cs}$  pas bereikt na de strain softening.



(a) TRIAXIAL COMPRESSION TEST DATA FOR  $\bar{\sigma}'_c = 200$  AND  $400 \text{ kN/m}^2$



(b) NORMALIZED PLOT OF TRIAXIAL TEST DATA

FIG. 2.—Example of Normalized Behavior Using Idealized Triaxial Compression Test Data for Homogeneous Clay

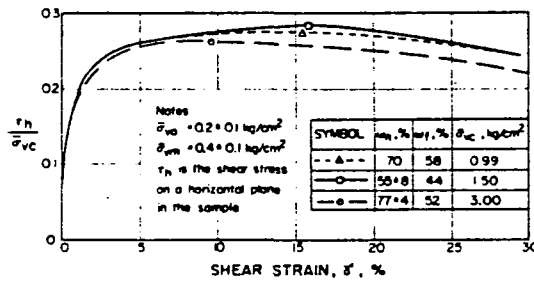


FIG. 3.—Normalized Direct-Simple Shear Test Data for Normally Consolidated Maine Organic Clay

Figur 4.1

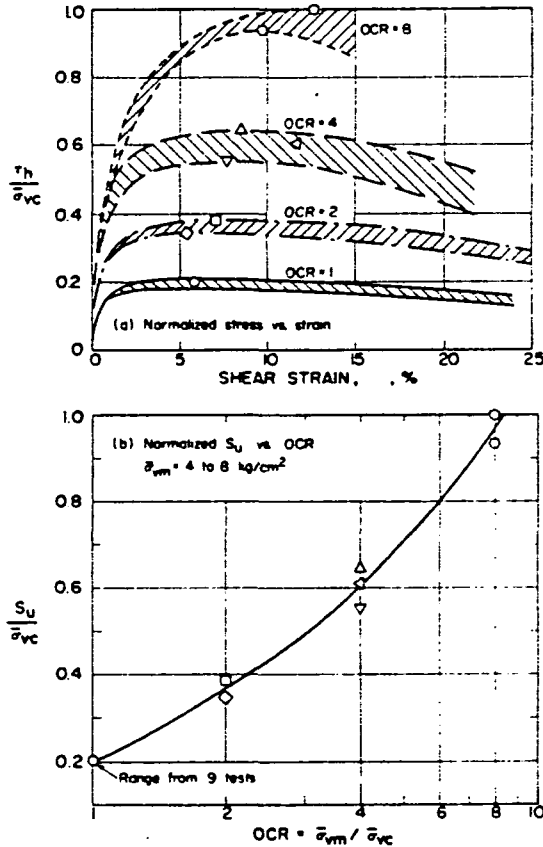


FIG. 4.—Normalized  $\overline{CK}_U$  Direct-Simple Shear Test Data for Overconsolidated Boston Blue Clay

Figur 4.2

#### 4.0 De SHANSEP methode

Deze methode is door Ladd en Foott (1974) gepubliceerd.

SHANSEP staat voor Stress History And Normalized Soil Engineering Parameters. De methode is bedoeld om grond parameters als  $c_u$ ,  $E_u$ ,  $K_o$  en Skempton's A parameter te bepalen voor zachte klei, waarbij de invloed van monsterverstoring zoveel mogelijk teniet is gedaan.

Dit is al reden genoeg om de methode hier te behandelen. Bovendien is SHANSEP een onderdeel geworden van Ladd's methode om de stabiliteit van taluds te berekenen, de Undrained Strength Analysis.

#### 4.1 Normalized Soil Parameter (NSP) concept

Het NSP concept is de basis van SHANSEP, en kan met figuur 4.1 worden toegelicht:

De figuur laat zien dat door een  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  v.  $\epsilon_a$  diagram te normaliseren met de consolidatiespanning  $\sigma'_c$ , gelijke krommen ontstaan.

Bovenstaande figuur is van normaal geconsolideerde klei - bij overgeconsolideerde klei wordt eveneens genormaliseerd gedrag waargenomen bij gelijke OCR, zie figuur 4.2.

Ladd en Foott merken op, dat het NSP concept niet opgaat in erg gevoelige of gecementeerde klei, zoals de Champlain of Leda klei van Quebec.

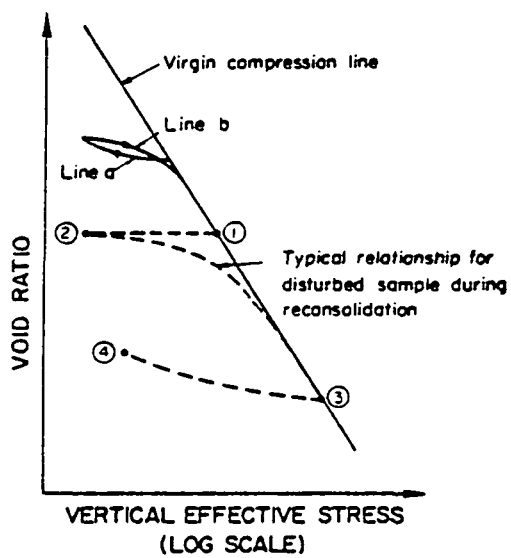


FIG. 6.—Idealized Plot Showing Effect of Sample Disturbance

Figuur 4.3

#### 4.2 Notatie

- $\bar{\sigma}_{vo}$  in situ effectieve (korrel) verticale spanning
- $\bar{\sigma}_{vm}$  hoogste effectieve verticale spanning die het monster ooit heeft onder-  
vonden, c.q. schijnbaar ondervonden. (Preconsolidation pressure =  
grensspanning).
- Maak onderscheid in  $\bar{\sigma}_{vm}$  in-situ, en  $\bar{\sigma}_{vm}$  van een monster, die voorbij de  
in-situ grensspanning is geconsolideerd.
- $\bar{\sigma}_{vc}$  effectieve verticale spanning waaronder een monster is geconsolideerd  
alvorens af te schuiven om  $s_u$  te bepalen.
- $s_u$  ongedraineerde schuifsterkte. In dit rapport wordt bij voorkeur  $c_u$   
gebruikt. In jongere publicaties gebruikt Ladd ook  $c_u$ .
- OCR = overconsolidatie ratio =  $\bar{\sigma}_{vm} / \bar{\sigma}_{vc}$ .

#### 4.3 Monsterverstoring

Figuur 4.3 laat schematisch zien wat er gebeurt bij monstername. De lijnen a en b geven het gedrag weer voor in-situ ontlasten en herbelasten. Stel nu dat de klei in situ normaal geconsolideerd is bij punt 1. Bij monstername neemt de effectieve spanning sterk af (volgens Ladd en Lambe (1963) tot  $20 \pm 20$  % van de waarde die zou ontstaan als volmaakt ongeroerd steken mogelijk was).

Er zal een geringe, in de figuur verwaarloosde zwel ontstaan, de zwel wordt nl. tegengewerkt door de capillaire spanningen die in het monster zorgen voor de effectieve spanning.

De toestand na monstername kan dus door punt 2 worden weergegeven.

Bij herbelasten in het laboratorium wordt pad 2-3 gevolgd. Als nu geconsolideerd wordt bij de terreinspanning (onder punt 1 op 2-3) dan is het watergehalte minder dan in-situ, en zal een te hoge stijfheid en sterkte gemeten worden.



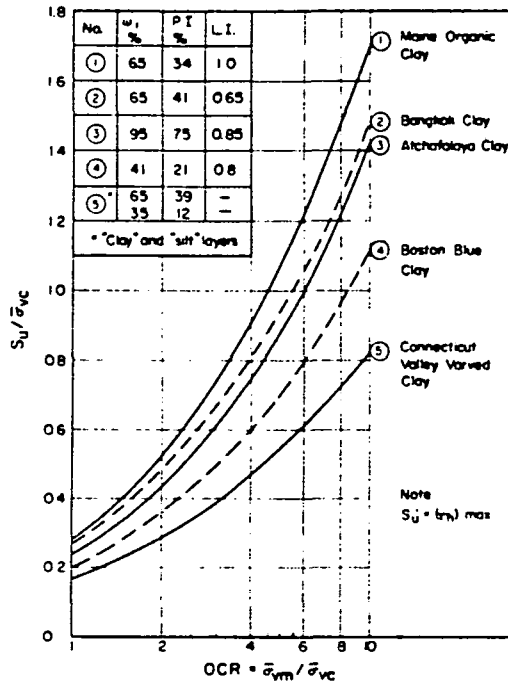


FIG. 5.—Variation of Normalized  $\overline{CK}_0 \overline{UDSS}$  Strength Parameter with OCR for Five Clays

Figuur 4.4

Op de lijn 2-3 is  $\bar{\sigma}_{vm}$  moeilijk te definiëren, zodat de OCR voor elk willekeurig punt op de lijn onbekend is. NSP waarden kunnen dan ook niet aan proeven vanaf een toestand op deze tak ontleend worden. Daarom is het beter om door te belasten tot de maagdelijke lijn, waar het zeker is dat OCR = 1. (Bijv. punt 3). NSP waarden bepaald uit proeven geconsolideerd naar punt 3 en hoger, zijn eenduidig voor OCR = 1.

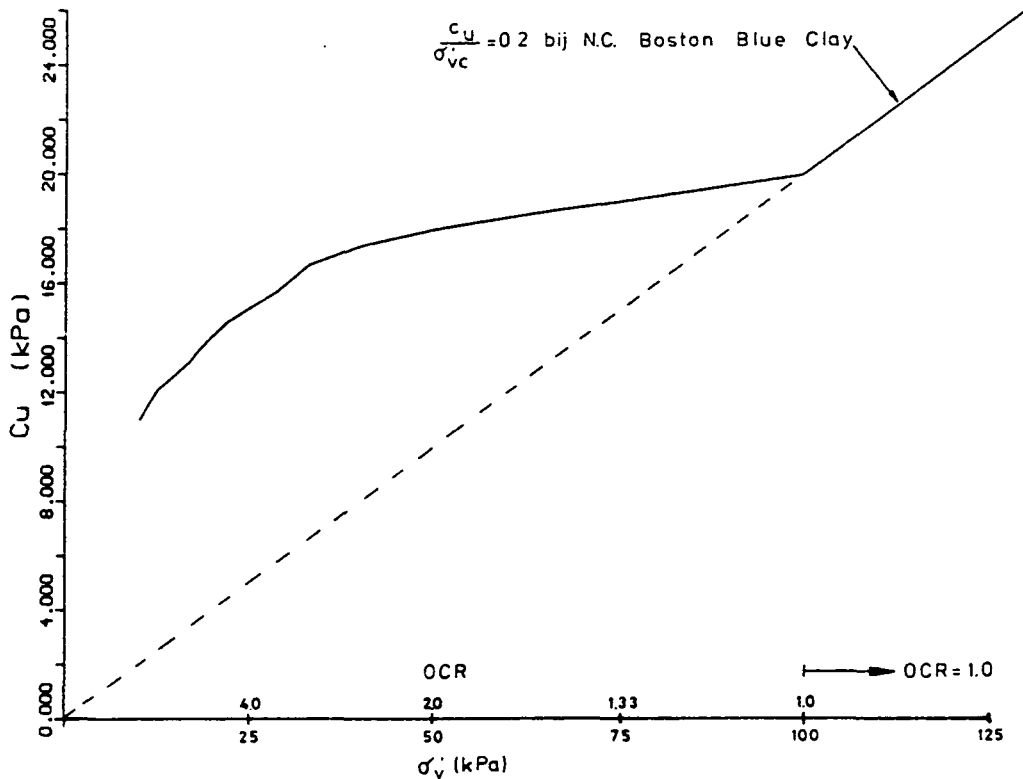
Als NSP waarden nodig zijn voor overgeconsolideerde monsters, kan dit bij bekende OCR plaatsvinden door vanaf 3 te ontlasten tot de gewenste OCR bereikt is.

Men moet een monster dus voorbij zijn in-situ  $\bar{\sigma}_{vm}$  belasten. Ladd beveelt 1.5 à 2 maal in-situ  $\bar{\sigma}_{vm}$  aan.

Ladd beveelt de volgende procedure aan:

#### 4.4 SHANSEP procedure

1. Consolideer monsters naar 1.5, 2.5 en 4 maal in-situ  $\bar{\sigma}_{vm}$  en bepaal  $c_u/\bar{\sigma}_{vc}$ . Als alle drie de monsters eenzelfde  $c_u/\bar{\sigma}_{vc}$  opleveren, gaat het NSP concept kennelijk op.
2. Neem de kleinste van bovenstaande consolidatiespanningen waarvoor het NSP concept opgaat, en verricht proeven bij OCR = 2, 4 en 6. Zet  $c_u/\bar{\sigma}_{vc}$  uit tegen OCR, zoals in figuur 4.4. (In onze Nederlandse zachte kleien zal met lagere OCR volstaan kunnen worden, bijv. OCR = 2, 3.)
3. Bepaal profielen van  $\bar{\sigma}_{vo}$  en  $\bar{\sigma}_{vm}$  en  $OCR = \bar{\sigma}_{vm}/\bar{\sigma}_{vo}$ . Tezamen vormen deze profielen de Stress History van de laag. Lees  $c_u/\bar{\sigma}_{vc}$  af uit de grafiek die in het vorige punt is behandeld. In-situ geldt  $\bar{\sigma}_{vo} = \bar{\sigma}_{vc}$ , dus kan nu een  $c_u$  profiel bepaald worden.



Figuur 4.5 :  $c_u$  als functie van OCR voor Boston Blue Clay bij een preconsolidatiespanning van  $\sigma'_{vc} = 100$  kPa

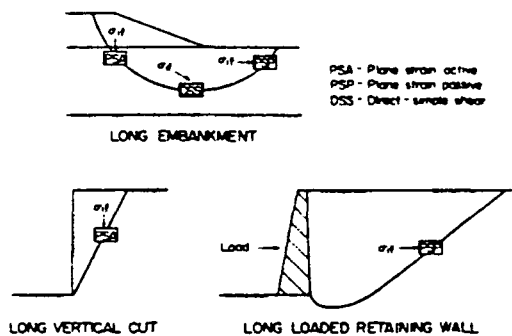


FIG. 1.—Stress Systems for Typical In Situ Modes of Failure

Figuur 4.6

Het is interessant na te gaan hoe  $c_u$  toeneemt in een overgeconsolideerde klei, waarin de consolidatiespanning door aanpassing toeneemt. Dit heb ik gedaan voor de Boston Blue Clay die in figuur 4.4 is weergegeven in een Shansep diagram, door aan te nemen  $\bar{\sigma}_{vm} = 100$  kPA, zie figuur 4.5.

$c_u$  neemt dus per saldo toe als  $\bar{\sigma}_{vc}$  toeneemt en OCR afneemt. Voor lage OCR is de toename gering, en kan globaal genomen worden:

$$c_u \approx 0.2 \bar{\sigma}_{vm}.$$

Als  $\bar{\sigma}_{vc}$  toeneemt tot waarden groter dan  $\bar{\sigma}_{vm}$ , dan wordt de klei normaal geconsolideerd en schuift  $\bar{\sigma}_{vm}$  mee met  $\bar{\sigma}_{vc}$ , zodat steeds  $OCR = 1$ . Dan geldt steeds  $c_u = 0.2 \bar{\sigma}_{vc}$ .

#### 4.5 Keuze van type schuifproef

De  $c_u$  die van een klei gemeten wordt, is niet alleen afhankelijk van zijn watergehalte, maar ook van de type proef die gebruikt wordt. Dit is een gevolg van de anisotropie van klei. (Hierop wordt in een ander hoofdstuk uitgebreid ingegaan.) Door deze anisotropie is het aan te bevelen de type proef zoveel mogelijk aan te passen aan het spannings-systeem en laag-oriëntatie in-situ. Bijvoorbeeld, het glijvlak in figuur 4.6 kan verdeeld worden gedacht in een actieve, een simple shear en een passieve zone, waarvoor idealiter respectievelijk  $c_u$  bepaald wordt met een Plain Strain Active, een Simple Shear en een Plain Strain Passive proef.

Dit houdt in dat per grondlaag er 3 Shansep proefseries gedaan moeten worden. Vaak is een Plain Strain apparaat niet beschikbaar (bij LGM overigens wel), en dan kan desnoods worden volstaan met Triaxial Compression en Triaxial Extension proeven. Gebleken is dat de Simple Shear proef  $c_u$  waarden oplevert die iets conservatiever zijn dan het gemiddelde van PSA, DSS en PSP, zodat eventueel kan worden volstaan met slechts een serie Simple Shear proeven. Voor kleinere projecten ziet Ladd zelfs weleens geheel van proeven af, en neemt:

$$c_u / \bar{\sigma}_{vc} = 0.23 \pm 0.04, \quad \text{normaal geconsolideerde klei}$$

$$c_u / \bar{\sigma}_{vc} = (0.23 \pm 0.04) (\text{OCR})^{0.8} \quad \text{overgeconsolideerde klei.}$$

Naast de Shansep proeven beveelt Ladd aan om veel fieldvane, boringen enz. te doen om de ruimtelijke variaties in het beeld vast te stellen.

#### 4.6 Conclusies

De Shansep methode is geschikt in niet al te gevoelige zachte klei, (zoals in Nederland overwegend aanwezig) om  $c_u$  profielen mee vast te stellen, waarbij de invloed van monsterverstoring zoveel mogelijk teniet wordt gedaan. Met een simple shear apparaat is de methode al toepasbaar, hoewel gebruik van triaxiaal of plane strain apparatuur ook wenselijk is.

Het lijkt wenselijk om de bruikbaarheid van de methode eens af te tasten door het naast de bestaande methoden toe te passen op een grote ophoging in Nederland.

## 5.0 Ongedraineerde deformatie van plastische en organische kleisoorten.

Foott en Ladd (1981) publiceerden een artikel over dit onderwerp, waarin gewezen werd op gevallen waar rekening gehouden moet worden met relatief grote ongedraineerde zettingen, bovenop de normale zettingen t.g.v. consolidatie en seculair effect. Omdat de door hun aangegeven omstandigheden relevant zijn voor de Nederlandse situatie, wordt hier uitgebreid aandacht aan het artikel besteed.

### 5.1 Ongedraineerde zettingen $\rho_i$

Als een opgebrachte belasting niet oneindig uitgestrekt is, worden er direct na opbrengen, schuifspanningen in de ondergrond opgewekt, die deformatie en dus zetting van het belaste gebied tot gevolg hebben.

Deze zettingen worden aangeduid met  $\rho_i$ , dat is initiële zetting. Omdat het onmiddellijk optreedt, is de bepalende grondparameter  $G_u$ , de ongedraineerde glijdingsmodulus. Niettemin werken Foott en Ladd met  $E_u$ , maar beide parameters zijn gekoppeld via  $G_u = \frac{E_u}{2(1+\nu)} = \frac{1}{3} E_u$  als  $\nu = 0.5$  (ongedraineerd).

Het bepalen van  $\rho_i$  is traditioneel weinig tot nooit gedaan in Nederland. Onmiddellijke zetting werd vaak toegeschreven aan lucht in de poriën, wat een duidelijk ander fenomeen is dan hierboven bedoeld.

Het verschil is ook als volgt te formuleren;  $\rho_i$  is een gevolg van schuifspanningen, zetting t.g.v. lucht in de poriën is een gevolg van isotrope spanningen. De grondparameter nodig om  $\rho_i$  te bepalen, wordt ook niet in een samendrukkingsproef bepaald, maar in een schuifproef, terwijl de samendrukking t.g.v. lucht in de poriën wel met een samendrukkingsproef globaal kan worden vastgesteld.

$\rho_i$  wordt meestal bepaald m.b.v. formules van de elasticiteitsleer, vaak aangeduid als "Boussinesq-achtige oplossingen".  $E_u$  wordt vaak indirect geschat via een aanname voor de verhouding  $E_u/c_u$ . Vroeger dacht men dat  $E_u/c_u$  in de orde 500-1500 lag; thans is duidelijk dat dit veel lager kan zijn bij plastische en organische klei.

D'Appolonia et al (1971) verbeterden de berekening van  $\rho_i$  door de extra zetting te bepalen voor het lokaal overbelasten van de klei nabij de randen van het belaste gebied. Dit verschijnsel wordt "contained plastic flow" genoemd (beperkte plastische vloeï) - er ontstaat een toename in de grootte van de zijdelingse spanning naast deze beperkte zone. Zij gaven grafieken voor de berekening van  $\rho_i$  inclusief dit effect, en een, nogmaals, verbeterde versie wordt gepresenteerd door Foott en Ladd.

Meestal is  $\rho_i$  klein t.o.v.  $\rho_c$ , de zetting t.g.v. consolidatie. Door de onzekerheden in de berekening van  $\rho_c$ , is het dan vaak niet zinvol om  $\rho_i$  te bepalen. Bovendien is de klei vaak iets overgeconsolideerd, zodat de stijfheid aanvankelijk vrij groot is, en de zettingen klein.

Een andere reden waarom  $\rho_i$  er vaak weinig toe doet vraagt wat meer aandacht:

## 5.2 De correctiefactor van Skempton en Bjerrum voor $\rho_c$

De conventionele manier om  $\rho_c$  te bepalen is als volgt:

$$\rho_c = \sum_{i=1}^n h_i \cdot m_{v,i} \cdot \Delta\sigma_{v,i} \quad (n \text{ lagen})$$

waar  $\Delta\sigma_{v,i}$  berekend wordt met de elasticiteitsleer, in de vertikaal midden onder de ophoging.

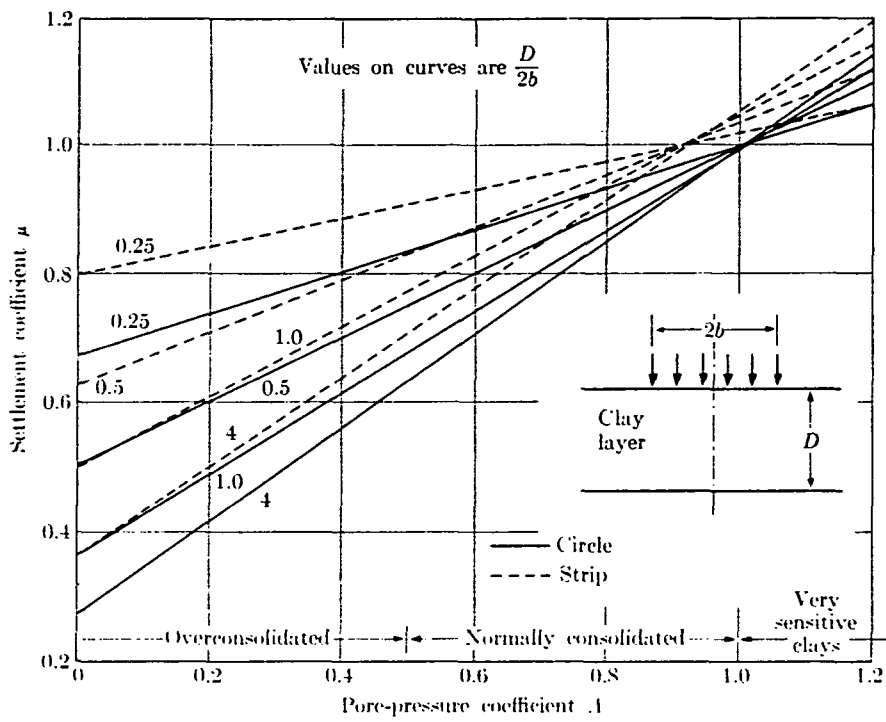


FIG. 6-15. Settlement coefficient versus pore-pressure coefficient for circular and strip footings.

Figuur 5.1



Hierin wordt dus inderdaad geen rekening gehouden met  $\rho_i$ .

Skempton en Bjerrum (1957) stelden een correctie voor, die later door Scott (1962) beter is uitgewerkt. Door de belasting worden schuifspanningen opgewekt in de ondergrond die in een ongedraineerde situatie wateroverspanningen opwekken. Afhankelijk van de soort klei (mate van overconsolidatie, sensitiviteit) is met Skempton's "pore pressure equation" te bepalen welke wateroverspanning ontstaat.

Nu blijkt dat deze  $\Delta u$  in de middenvertikaal minder is dan  $\Delta\sigma_{v,i}$  voor de meeste kleien. (Alleen in zeer slappe klei is dit niet het geval t.g.v. de sterke negatieve dilatantie.) Het afvloeien van deze  $\Delta u$  veroorzaakt de consolidatie zetting, en dan wordt dus  $\rho_c$  minder, en figuur 5.1 geeft waarden voor de correctiefactor  $\mu$ .

Nu moet echter wel netjes  $\rho_i$  bepaald worden, en er volgt

$$\rho = \rho_i + \mu \rho_c$$

$$\text{waarin } \rho_c = \sum_{i=1}^n h_i \cdot m_{v,i} \cdot \Delta\sigma_{v,i}$$

(Voor mensen die Scott erop na lezen; blz. 281-285. Let wel, waar ik  $\rho_c$  gebruik, neemt hij  $\rho'_c$  en mijn  $\mu\rho_c$  heet bij hem  $\rho_c$ ).

Vaak zal nu blijken dat het verschil  $\rho_c$  en  $\rho$  gering is, en valt in de onnauwkeurighedsband van beide waarden. Alleen bij zeer slappe klei kan  $\rho$  belangrijk groter zijn dan de conventionele  $\rho_c$ .

Overigens wordt nog opgemerkt, dat LGM  $\rho_c$  nog net iets slimmer berekent dan kennelijk in het Angelsaskische en Scandinavische taalgebied gebeurt. LGM neemt niet  $\Delta\sigma_v$  in de middel vertikaal, maar in de zogeheten diagonaal-vertikaal, waar de invloed van de stijfheid van de belastingsplaat op  $\Delta\sigma_v$  nauwelijks aanwezig is. Wellicht heeft het zin om Scott's correctie grafiek uit te werken voor deze diagonaal-vertikaal.

### 5.3 Ongedraineerde kruip deformatie $\rho_{cr}$

Deze  $\rho_{cr}$  ontstaat t.g.v. zijdelings uitbuiken van de grond t.g.v. opgewekte schuifspanningen. De overeenkomst met  $\rho_i$  is duidelijk, alleen kan  $\rho_{cr}$  voortduren tot lang na het aanbrengen van de belasting.  $\rho_{cr}$  is duidelijk anders dan het seculair effect, wat in dit verband aangeduid zou kunnen worden als gedraineerde kruip (Gedraineerde kruip gaat gepaard met volumevermindering.)  $\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  gaan dus samen. Foott en Ladd geven 3 praktijkvoorbeelden waarin  $\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  lastige proporties aannamen. Het ging steeds om plastische en organische klei. Klei kan als sterk plastisch worden aangemerkt als  $I_p > 40\%$  en als organisch bij humusgehalte groter dan 5%.

Zulke klei komt veel in Nederland voor, bijv.

Oesterdam klei (Calais formatie)  $I_p = 60\%$  humusgehalte 8%.

Oerijgeul Amsterdam.

Daarom lijkt het zinvol in het vervolg meer aandacht aan  $\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  te besteden in plastische en/of organische klei en veen.

Er zijn geen goede praktijkmethoden beschikbaar om  $\rho_{cr}$  te bepalen.  $\rho_{cr}$  wordt gauw minder als er consolidatie optreedt, waardoor het schuifspanningsniveau (t.o.v.  $c_u$ ) afneemt. Kwalitatief kan gesteld worden:

- $\rho_i$  klein, dan ook  $\rho_{cr}$  klein.
- $\rho_i$  groot en snelle consolidatie (bijv. door verticale drains kunstmatig versneld), dan  $\rho_{cr}$  vermoedelijk klein.
- $\rho_i$  groot en langzame consolidatie, dan  $\rho_{cr}$  vermoedelijk groot.

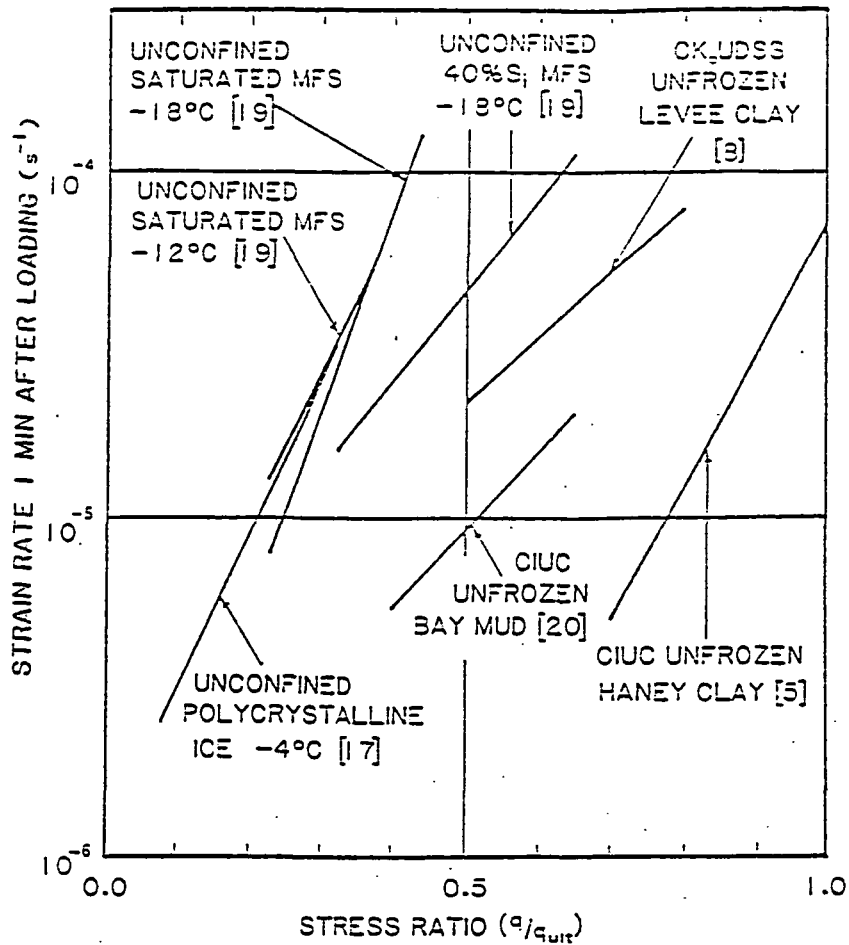
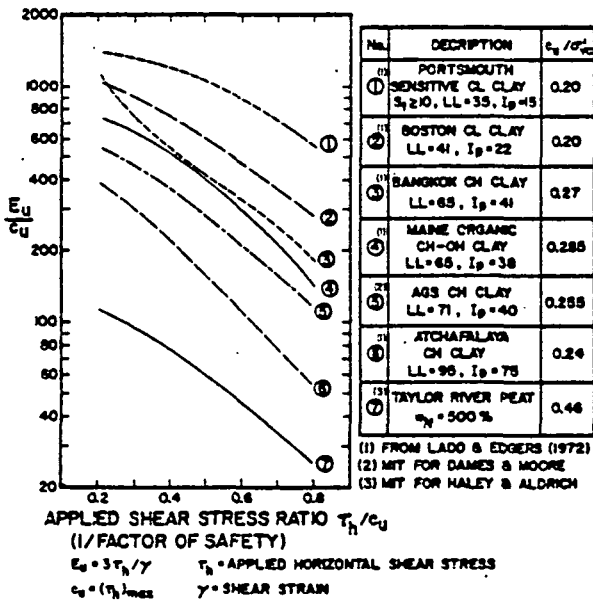
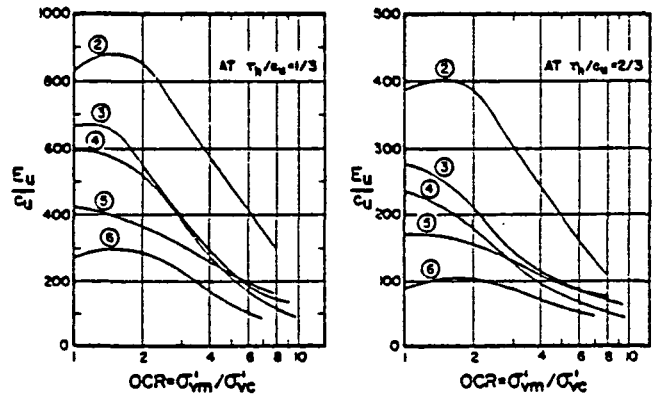


Figure 6-9 Strain Rate vs Applied Stress Ratio for Various Materials (Tietz et al, 1963)

Figure 5.2



(a) NORMALIZED SECANT MODULUS VS. STRESS LEVEL FOR NORMALLY CONSOLIDATED SOILS



(b) NORMALIZED SECANT MODULUS VS. OVERCONSOLIDATION RATIO

FIG. 5.—Normalized Modulus Data from  $K_u$ -Consolidated Undrained Direct Simple Shear Tests [from (14)]

Figure 5.3

Ladd geeft echter een grafiekje om de kruipgevoeligheid van een klei mee af te tasten: figuur 5.2. Vertikaal is uitgezet de deformatiesnelheid na 1 min. ongedraineerd belasten in een simple shear of triaxial compressie proef. Horizontaal is het opgelegde schuifspanningsniveau uitgezet. De ervaring met de ingetekende proefresultaten is dat als een klei rechtsonder in de grafiek terecht komt, er dan weinig problemen met ongedraineerde kruip te verwachten zijn.

Onderstaand wordt op de berekening van  $\rho_i$  ingegaan.

#### 5.4 Globale berekening van intiële zetting.

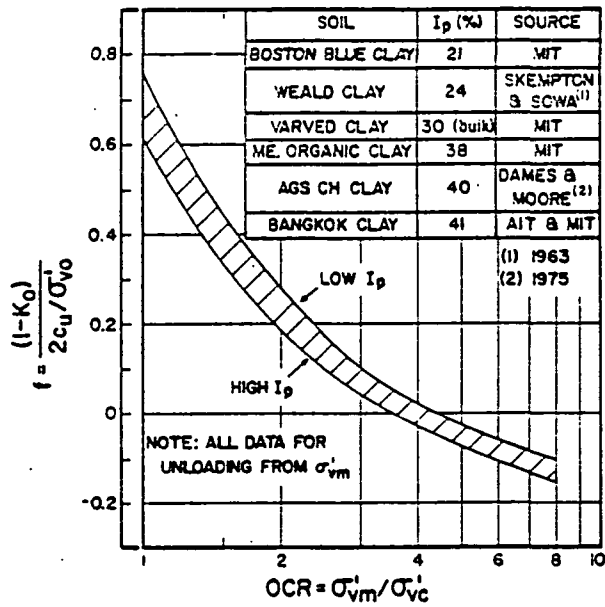
Foott en Ladd bevelen de volgende procedure aan om  $\rho_i$  te bepalen. De procedure past eigenlijk de methode van d'Applonia et al (1971) aan voor de later door Ladd en Foott (1974) ontwikkelde Shansep methode.

1. Bepaal  $E_u$  via de Shansep procedure, het liefst via simple shear proeven. Eventueel kan ook van de resultaten van figuur 5.3 gebruik worden gemaakt:

Hieruit is dus afhankelijk van kleisoort, OCR en gemobiliseerde wrijving, een  $E_u/c_u$  waarde te bepalen. Let wel,  $\tau_h/c_u = 0$  in het figuur, komt overeen met een  $K_0$  situatie, waarvoor dus kennelijk een "factor of safety" van  $\infty$  geldt.

Omdat we nu pas  $E_u/c_u$  kennen, zal ook  $c_u$  bepaald moeten worden, ook weer het liefst via de Shansep procedure.

Merk op dat  $E_u$  minder wordt als het schuifspanningsniveau toeneemt. In een concreet geval wordt via een stabiliteitsberekening (bijv. met de methode van Brinch Hansen) een waarde van de "factor of safety" berekend, en de reciprook hiervan wordt gelijkgesteld aan  $\tau_h/c_u$ .



NOTE:  $c_u = 0.5(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  FROM CK<sub>0</sub>U TRIAXIAL OR PLANE STRAIN TESTS.  $K_0$  FROM BROOKER AND IRELAND (1965) FOR ME. ORGANIC CLAY.

FIG. 7.—Initial Shear Stress Ratio Versus OCR [from (14)]

Figur 5.4

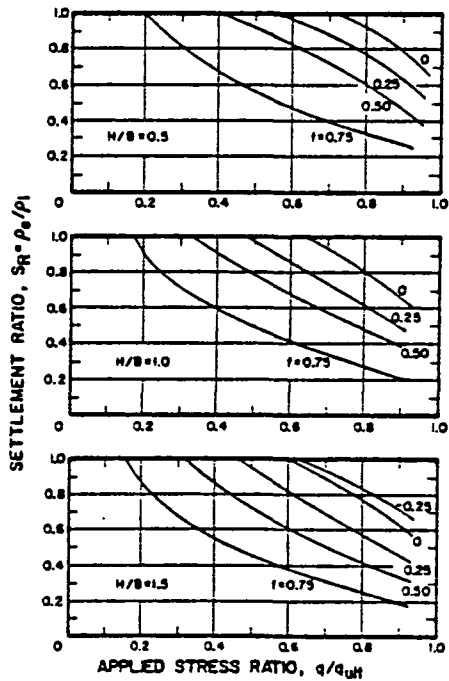


FIG. 8.—Settlement Ratio Versus Applied Stress Ratio for Strip Load on Isotropic Homogeneous Foundation [from (4)]

Figur 5.5

2. Gebruik de elasticiteitsleer (bijv. oplossingen als in Poulos en Davis (1974) om  $\rho_e$  (elastische zetting) te bepalen afhankelijk van  $E_u$ , belasting, geometrie van belastingsoppervlak, en randvoorwaarden van de samen-drukbare laag.
3. Bepaal nu de invloed van de "overstress" door eerst de "initial shear stress ratio"  $f$  te bepalen, als functie van OCR; (figuur 5.4)

$f$  is de in-situ verhouding van  $\tau_{\max}/c_u$ :

$$f = \frac{\tau_{\max}}{c_u} = \frac{\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)}{c_u} = \frac{\frac{1}{2} (\sigma'_{vo} - K_o \sigma'_{vo})}{c_u} = \frac{1 - K_o}{2 c_u / \sigma'_{vo}}$$

Brooker en Ireland (1965) geven relaties voor het verband tussen OCR,  $K_o$  en  $I_p$  en met deze relatie is de figuur 5.4 afgeleid. Let wel,  $f$  moet strikt gescheiden worden gehouden van  $q/q_{ult}$ , hoewel beide een verhouding weergeven van gemobiliseerde en maximaal mobiliseerbare schuifspanning.

4. Lees nu in de volgende figuur  $S_R = \rho_e / \rho_i$  af voor gegeven  $f$  en  $q/q_{ult} = \frac{1}{\text{factor of safety}}$

Zie figuur 5.5.

5. Dan volgt  $\rho_i = \rho_e / S_R$ .

Nogmaals wordt in het artikel benadrukt dat meestal  $\rho_i$  klein zal zal. Als  $E_u/c_u$  kleiner is dan 200 is het echter zinvol bovenstaande procedure af te werken. In onze slappe en organische Nederlandse kleien zal dit vaak het geval zijn.

### 5.5 Beperking van $\rho_i$ en $\rho_{cr}$

$\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  zijn te beperken door de belasting langzaam aan te brengen. bijv. gefaseerd aanbrengen van een ophoging.  $E_u$  wordt dan groter door consolidatie.  $\rho_{cr}$  is te beperken door voor een snelle consolidatie te zorgen, waardoor  $\frac{1}{F}$  snel afneemt. Vertikale drains kunnen dan dienstig zijn. Indien mogelijk zal voorbelasting helpen snel een hoge aanpassing en dus lage  $\frac{1}{F}$  te verkrijgen.

### 5.6 Conclusies.

Het zou nuttig zijn enige goed gedocumenteerde grote ophogingen in Nederland (Oesterdam, Oerijgeulen Amsterdam) op zachte, plastische organische klei te reëvalueren voor het verschijnsel initiële zetting en ongedraineerde kruip. Zo'n evaluatie zou inzicht geven in het belang van beide fenomenen voor de Nederlandse adviespraktijk. Op grond van Foott en Ladd's publicatie lijkt de vrees gegrond dat deze deformaties inderdaad van belang zijn.

De correctieterm van Skempton en Bjerrum om  $\rho_c$  te bepalen afhankelijk van de dilatantiegevoeligheid van de klei, zou aangepast kunnen worden aan de LGM benadering om zettingen te bepalen via de spanningsverhoging in de diagonaal-vertikaal, terwijl Skempton en Bjerrum de middenvertikaal nemen.

## 6.0 Overzicht van het gedrag van klei.

Prof. C.C. Ladd van M.I.T. presenteerde een lezing "Overview of Clay Behaviour" tijdens een summer session (1985) te M.I.T. over "Recent developments in measurement of clay behaviour for foundation design". Deze lezing en het bijbehorende diktaat geven in vogelvlucht een goed overzicht van kleigedrag, en het lijkt zinvol om deze lezing samen te vatten, en waar nodig, aanbevelingen te doen voor toepassing van zijn inzichten in de Nederlandse situatie.

### 6.1 Behandelde onderwerpen.

1. Consolidatie gedrag (dus 1-dimensionaal).
2. Basis begrippen t.a.v. sterkte en spanningsrek gedrag. Toegelicht met het MIT Simple Clay model. Hvorslev parameters. Effect van  $\sigma_2$ .
3. Materiaalmodellen en vloeiooppervlakken.
4. Anisotropie
5. Tijdseffecten thixotropie, veroudering, reksnelheid, ongedraineerde kruip.
6. Monsterverstoring.

Deze hoofdstukken geven een zekere basiskennis van het gedrag van klei, die nader wordt uitgewerkt bij de theorie over gefaseerd aanbrengen van ophogingen. De onderwerpen 3 t/m 6 zullen in een latere fase van deze studie worden behandeld; hieronder worden 1 en 2 behandeld.

### 6.2 Consolidatie gedrag

#### 6.2.1 Componenten van zetting

Deze zijn initiële zetting  $\rho_i$ , consolidatie zetting  $\rho_c$  met eindwaarde  $\rho_{cf}$ , seculaire zetting  $\rho_s$  (gedraineerde kruip) en ongedraineerde kruip  $\rho_{cr}$ .

$\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  hangen sterk samen, zie ook het hoofdstuk "Ongedraineerde deformatie van plastische en organische kleisoorten".

Meestal domineert  $\rho_c$ .



$\rho_i$  is vaak laag, maar  $\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  kunnen van belang zijn in situaties met lage stabiliteitsfactor en diepe afzettingen van plastische en organische klei. Uiteraard treden  $\rho_i$  en  $\rho_{cr}$  niet op in 1-dimensionale omstandigheden.

$\rho_i$  kan van belang zijn bij organische klei en veen, en in gevallen waar  $\rho_c$  snel tot stand komt via verticale drains. Ladd stelt dat  $\rho_s$  pas optreedt na het bereiken van  $\rho_{cf}$ . Hier heb ik moeite mee - de snelheid van consolidatie wordt mede beheerst door het verhang in poriënwaterspanning. Deze wordt steeds kleiner en de snelheid van consolidatie ook. In Terzaghi's consolidatie theorie bijv. treedt 99,4% consolidatie op na twee keer zo lange tijd als nodig is om 93,1% consolidatie te bereiken.

Het einde van  $\rho_c$  is dus moeilijk aan te geven, zodat de aanvangstijd van  $\rho_s$  nogal arbitrair wordt. Bovendien, strikt genomen wacht de grond tot alle overspanning is verdwenen, voordat  $\rho_s$  begint, en omdat er heel lang nog zeer kleine overspanningen zijn, zou  $\rho_s$  nauwelijks een reëel probleem zijn!

Ladd's opmerking dat verticale drains zullen resulteren in grotere  $\rho_s$  moet vermoedelijk in dit licht worden gezien.

## 6.2.2 Preconsolidatie spanning-vloegrens

### 6.2.2.1 Inleiding

De preconsolidatie spanning (grensspanning) wordt aangeduid met  $\sigma'_p$  (soms  $\rho_c$ , ook  $\bar{\sigma}_{vm}$ ). Het is op te vatten als de vloegrens van de klei en ontstaat niet altijd t.g.v. erosie, maar ook t.g.v. veroudering, desiccatie (uitdrogen), verandering van samenstelling poriënvloeistof (ionen uitwisseling op kleihuidjes), cementatie.

Doorgaans wordt  $\sigma'_p$  gerelateerd aan de vertikale korrelspanning.

Ladd vindt  $\sigma'_p$  belangrijk, omdat

- het in belangrijke mate de eindzetting bepaalt. Dat is duidelijk zo als een laag wordt gekarakteriseerd door  $\sigma'_p$  en  $C_c$ , het compressiecoëfficiënt voor maagdelijke belasting.

Voor  $\sigma'_p$  treedt er weinig zetting op omdat dan  $C_r$  geldt, het recompressiecoëfficiënt.  $C_c$  is veel groter dan  $C_r$ .

Dat is ook zo als Koppejan's formule wordt gehanteerd zonder zich reken-schap te geven van de eindspanning t.o.v. de grensspanning. Bij juiste

toepassing van Koppejan is de waarde van  $\sigma'_p$  eigenlijk niet zo belangrijk, omdat bij de uitwerking van een samendrukkingsproef  $\sigma'_p$  en  $C_c$  ( $p_g$  en  $C'_p$  in Koppejans formule) elkaar beïnvloeden.

- $\sigma'_p$  een belangrijke parameter is in de Shansep methode, die vooral toegepast wordt voor ongedraineerde stabiliteitsberekeningen. Omdat het zinvol lijkt in Nederland meer aandacht te besteden aan de Shansep methode, is het tevens zinvol te luisteren naar wat Ladd zegt over de bepaling van  $\sigma'_p$ .

#### 6.2.2.2 Preconsolidatie spanning

Deze wordt doorgaans vastgesteld met samendrukkingsproeven.

Factoren van invloed op  $\sigma'_p$  zijn:

- monsterverstoring. Vermindert echte  $\sigma'_p$ .
- proefapparaat en procedure. Bijzondere apparaten als Controlled Gradient en Constant Rate of Strain raken uit de gratie, als ik goed geluisterd heb. De gebruikelijke procedure is een load increment ratio van 1.0 (ook in Nederland), vaak 0.5 rondom  $\sigma'_p$  om de kromming beter vast te leggen. Elke belasting wordt 24h aangehouden. Ladd stelt dat de optredende seculaire zetting,  $\sigma'_p$  vermindert met  $10 \pm 10\%$ . Hij beveelt aan om EOP = end of primary proeven te verrichten, waarbij elke belasting aangehouden wordt tot het einde van primaire fase. Omdat deze fase vaak minder is dan 1h voor een 2cm dik monster, kan in één dag een volledige proef worden gedaan!

Deze EOP kromme zou onafhankelijk zijn van monsterdikte cq. laagdikte. Dit zou betekenen dat seculaire zetting pas ontstaat na het beëindigen van de primaire fase, en Ladd stelt dit inderdaad.

- de temperatuur beïnvloedt  $\sigma'_p$  ook - sommige kleien geven al bij 10°C verhoging, een aanmerkelijk lagere  $\sigma'_p$ !
- de grafische techniek om  $\sigma'_p$  vast te stellen. Casagrande's methode is schaal-afhankelijk, zodat het nodig is de schaal te standaardiseren. Schmertmann's techniek wordt aanbevolen voor overgeconsolideerde klei met monsterverstoring.

Ladd stelt dat er een toenemende consensus is in de V.S. om EOP krommen te gebruiken.

Omdat er veel oorzaken zijn voor het ontstaan van  $\sigma'_p$  oordeelt hij het nuttig om field vane en CPT's te verrichten, omdat de sterkte met deze technieken gemeten, door  $\sigma'_p$  beïnvloed wordt. Zo kan de ruimtelijke variatie in  $\sigma'_p$  enigszins vastgesteld worden.

### 6.2.3 Seculair effect

Ladd gebruikt de term "secondary compression". De parameter hiervoor is:

$$C_{\alpha e} = \Delta e / \Delta \log t$$

en wordt in de Angelsaksische praktijk gemeten tussen het einde van primaire consolidatie en het einde van de 24h gedurende welke elke belasting gehandhaafd wordt. Bij de EOP methode wordt  $C_{\alpha e}$  gemeten bij de hoogste belasting alleen.

Onderzoek van Mesri en Choi (1979) wijst er op dat  $C_{\alpha e}$  en  $C_c$  sterk gekoppeld zijn; over de hele range van belasten van 7 natuurlijke kleien vond hij

$$C_{\alpha e} / C_c = 0.04 \pm 0.01 \text{ voor zachte, niet organische klei}$$

$$C_{\alpha e} / C_c = 0.05 \pm 0.01 \text{ voor plastische, organische klei.}$$

Hierbij is  $C_c = \Delta e / \Delta \log \sigma'_{vc}$ , dus de helling van de samendrukkingskromme op semilogaritmische schaal, en wel zowel voor als na  $\sigma'_p$  in dit geval.

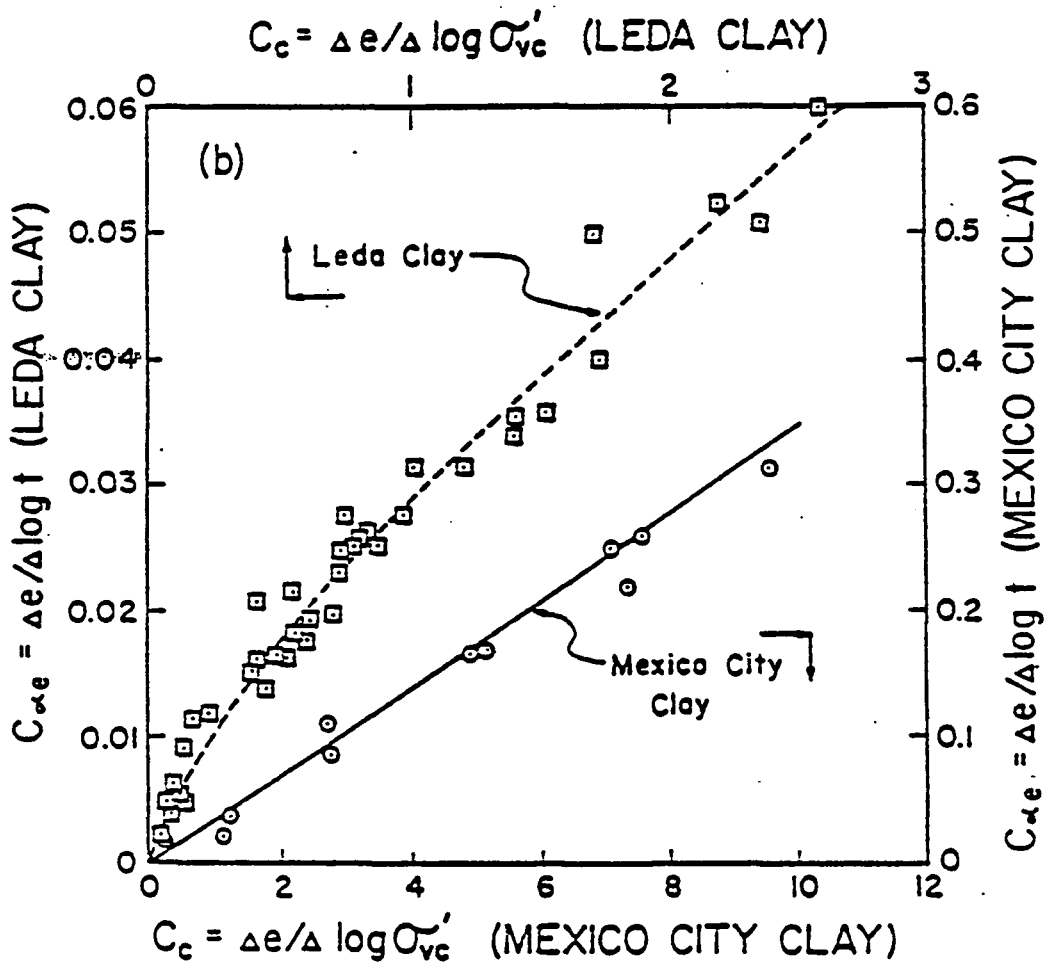
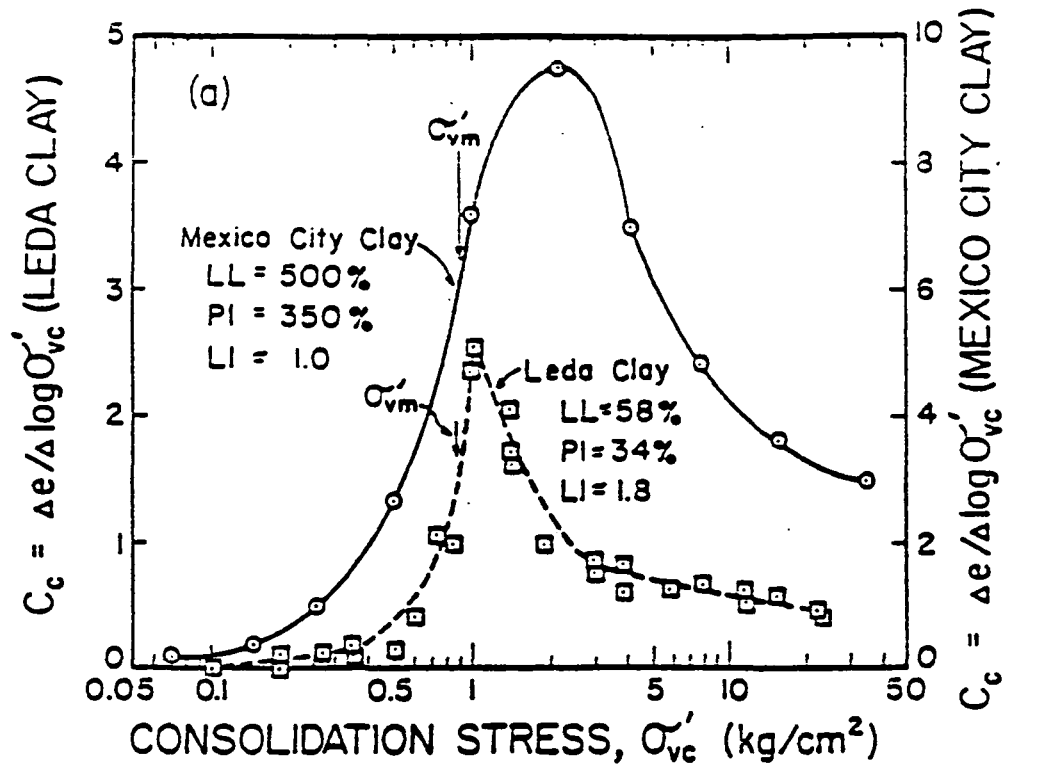


Figure 2-6 (a) Compression Index vs. Log Consolidation Stress

(b) Coef. of Secondary Compression vs. Compression Index (From Mesri and Godlewski, 1977)

Het lijkt uitermate zinvol om Nederlandse zachte kleien ook eens nauwkeurig te beproeven om deze verhouding over het hele belastingstraject vast te stellen. Wel is het zo dat het bestaan van een vaste verhouding tussen  $C_p$  en  $C_s$  en tussen  $C'_p$  en  $C'_s$  sinds jaar en dag onderkend wordt. Als het klopt, is deze vaste verhouding dan

$$C_p/C_s = C'_p/C'_s = 0,04 \text{ à } 0,05.$$

$$\text{want } C_c = (1 + e_o)/C_p \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} C_p \\ C_s \end{array} = \frac{C_{ae}}{C_c} = 0,04 \text{ à } 0,05 \text{ volgens Mesri en Choi}$$

$$C_{ae} = (1 + e_o)/C_s$$

Als inderdaad blijkt, dat de verhouding  $C_p/C_s$  vast is voor alle kleisoorten en over het gehele belastingstraject, dan zou voortaan een samendrukkingsproef zeer snel uitgevoerd kunnen worden, door eerst de EOP kromme vast te stellen (+ 5h werk) en daarna  $C'_s$  te bepalen over de rest van het etmaal om nog de verhouding te checken.

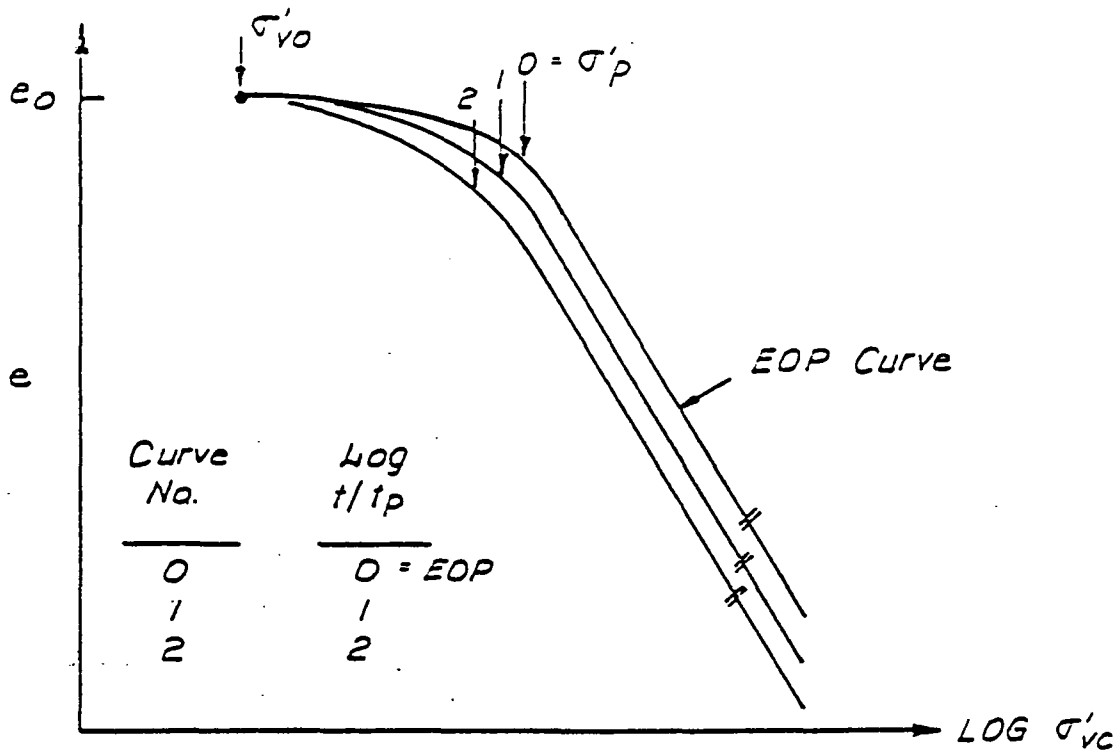
Figuur 6.1 illustreert e.e.a. voor 2 gevoelige (sensitive) kleien, Mexico City en Champlain of Leda klei uit Quebec.

Overigens vindt Ladd  $C_c$  en  $C_r$  meer geschikt voor research en  $C_p$ ,  $C_s$  beter voor de adviespraktijk omdat 1. gemakkelijker om proefresultaten in  $\epsilon$  te presenteren dan in  $e$ . 2.  $C_p$ ,  $C_s$  blijken minder variabel te zijn dan  $C_c$  en  $C_r$ . 3. er is geen kennis nodig van  $e_o$ .

#### 6.2.4 Effecten van seculaire samendrukking

Ingegaan wordt op de invloed op  $\sigma'_p$  van de duur van een belastingstap, veroudering en de invloed van de grootte van de belastingincrement t.o.v. de vorige belasting (L.I.R. = load increment ratio).

d) EFFECT OF LOG  $t/t_p$  ON COMPRESSION CURVES



b) EFFECT OF LOG  $t/t_p$  ON COMPRESSIBILITY OF "NORMALLY LOADED" CLAY

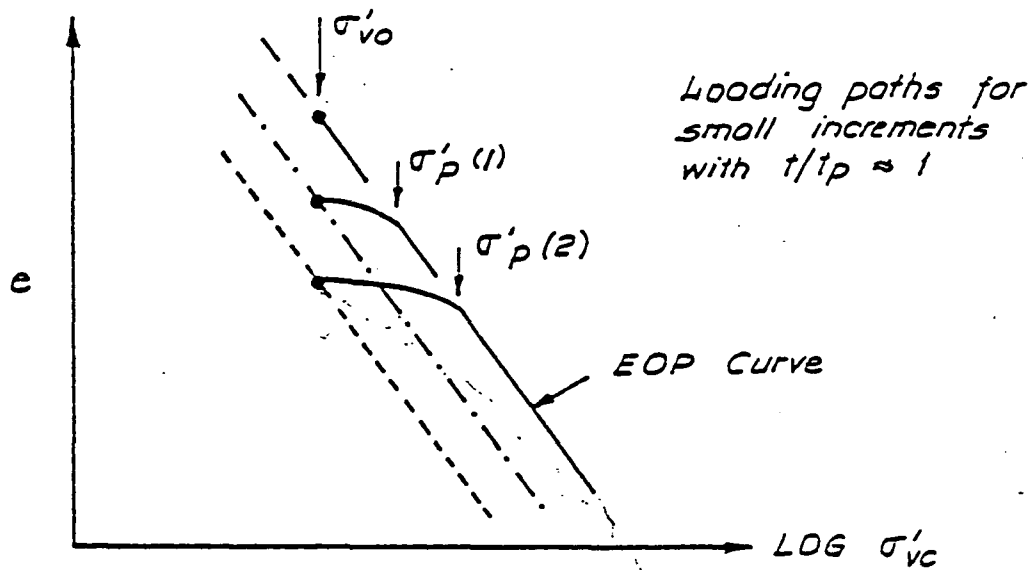


Figure 2-9 Effect of Secondary Compression on Compressibility

Fig. 6.2a laat het eerste effect zien; fig. 6.2b het tweede.

T.g.v. kruip, verschuiven de samendrukkingscurven omlaag als er per stap langer belast wordt dan  $t_p$ , de hydrodynamische periode. De maagdelijke krommen verschuiven evenwijdig omlaag over  $\Delta e = \frac{1}{C_s} \log \frac{t}{t_p}$ , en het gevolg is volgens Ladd dat  $\sigma'_p$  lager berekend wordt dan als de EOP lijn gebruikt wordt. In Constant Rate of Strain (C.R.S.) samendrukkingsapparaten wordt hetzelfde effect gemeten door verschillende proeven te doen bij verschillende zakkingsnelheden (constant in één proef). Bij lagere zakkingsnelheid ligt de gemeten  $e - \log \sigma'_v$  lijn lager, en is  $\sigma'_p$  ook minder.

Veroudering - ageing - is in fig. 6.2b weergegeven. Dit effect leidt tot hogere  $\sigma'_p$  naarmate er meer seculaire zetting plaatsvindt onder een gegeven belasting. Als  $C_r$  even heel klein wordt genomen, is in te zien dat

$$\log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}} = \frac{C_{ae}}{C_c} \log (t/t_p)$$

dus  $\sigma'_p$  neemt 10 % toe voor elke log-cyclus van de tijd waarover de belasting gehandhaafd wordt ( $C_{ae}/C_c = 0.04$ ).

Leonards and Altschaeffl (1964) en Bjerrum (1967) hebben uitgebreid aandacht aan dit fenomeen besteed: de eersten hebben het ook in laboratoriumproeven vastgesteld.

Ook dit gedrag is in C.R.S. proeven gevonden: bij het plotseling versnellen van de (gecontroleerde) zakkingsnelheid, ontstond een stijver last-zettingsgedrag tot de maagdelijke lijn behorende bij de nieuwe snelheid werd bereikt. Daarna werd deze maagdelijke lijn gevolgd.

Het eerste verschijnsel wordt, met succes, door Tavenas en Leroueil (1980) toegepast om het bezwijken van vaak oude ingravingen te verklaren.

$\sigma'_p$  wordt gekoppeld aan de grootte van het vloeiooppervlak.





Naarmate de tijd vordert neemt de vervormingssnelheid steeds verder af, waarbij het e.s.p. naar links opschuift omdat de negatieve poriënwater-spanning die ontstond door zwel na het ontgraven, langzaam dissipeert en weer overgaat naar de hydrostatische of steady flow waarde.

Tegelijkertijd krimpt het vloeiooppervlak (limit state) in, en als tenslotte beide lijnen raken, treedt er lokaal een strain softening op - het begin van bezwijken van het talud. Zie figuur 6.3.

In andere modellen wil men (modellen nog niet operationeel) het vloeiooppervlak laten expanderen als functie van de tijd waarover een belasting binnen het vloeiooppervlak aangehouden wordt - veroudering dus.

#### 6.2.5 Effect van LIR

LIR = Load Increment Ratio = belastingincrement/vorige belasting.

Figuur 6.4 laat samendrukkingslijnen zien voor een geval waarin  $C_c = 1.0$ ,  $C_{ae}/C_c = 0.05$ ,  $t_p = 0.01$  dag. De stippellijn in fig. 6.4a ontstaat dus door een gegeven belasting, gedurende 2 log-cycli van de tijd aan te houden.

Stel nu dat de eerste belasting 100 kPa is, en gedurende één dag gehandhaafd wordt. Dit geeft punt 1. Bij LIR = 1.0 wordt dan pad 1-2-4 gevolgd, waarna weer seculaire zetting optreedt. In fig. 6.4b levert dit een fraaie S-curve, maar bij LIR = 0.5, ontstaat 1-2-3-6, waar geen S in is te zien. Ladd verklaart dit als volgt:

De maximale helling van de Terzaghi consolidatiekromme in een e-logt diagram is te berekenen, en is

$$\left[ \frac{de}{d \log t} \right]_{\max} = 0.7 \Delta e_{cf}$$

$\Delta e_{cf}$  is de uiteindelijke afname in poriëngetal t.g.v. de belastingverhoging.

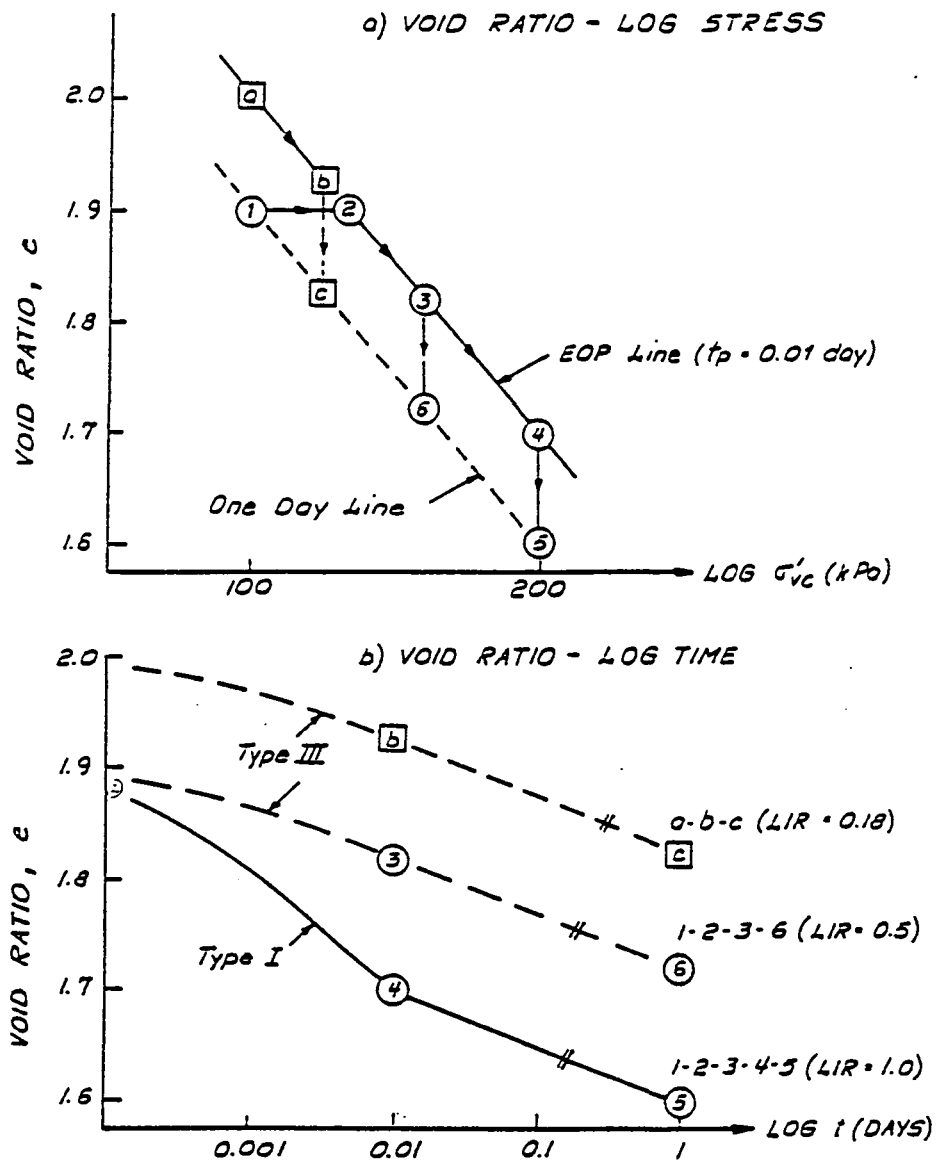


Figure 2-10 Effect of Load Increment Ratio on Stress and Time Compressibility

Figuur 6.4

Langs pad 1-2-3-6 is  $\Delta e$  over 1-2 te verwaarlozen, dus is

$$\Delta e_{cf} = C_c \log (\sigma'_{vf}/\sigma'_p)$$

en  $\sigma'_p = 126$  kPa in punt 2.

Als nu de aldus te berekenen maximale helling geringer is dan de helling van de aansluitende seculaire asymptoot  $C_{ae} = \Delta e / \Delta \log t$ , zal de "S" zich niet kunnen ontwikkelen. De LIR, waaronder dit opgaat, is als volgt te vinden:

$$\log (\sigma'_p/\sigma'_{vo}) = \frac{C_{ae}}{C_c} \log t/t_p$$

$\log \frac{t}{t_p} = 2$  in ons geval (2 log-cycli van de tijd)

$$\rightarrow \sigma'_p = \sigma'_{vo} 10^{2C_{ae}/C_c} = \sigma'_{vo} \cdot 10^{0.1} = 1.26 \sigma'_{vo}$$

dus

$$\sigma'_{vf}/\sigma'_p = \frac{\sigma'_{vf}}{1.26\sigma'_{vo}} = \frac{1 + LIR}{1.26}$$

dus

$$\left[ \frac{de}{d \log t} \right] = 0.7 \Delta e_{cf} = 0.7 C_c \cdot \log \frac{1 + LIR}{1.26}$$

Als nu

$$\left[ \frac{de}{d \log t} \right]_{\max} \leq C_{ae}$$

dan ontstaat de S niet.

Dan is

$$C_{ae} \geq 0.7 C_c \log \frac{1 + LIR}{1.26}$$

$$\underline{LIR \leq 0.484}$$

Op deze wijze is vooraf te schatten hoe groot LIR moet zijn om een S te krijgen. Algemener is af te leiden dat

$$LIR \leq -1 + 10^{C_{ae}/C_c [N + 1/0.7]}$$

waarin N het aantal log tijd-cycli is waarover seculaire zetting plaatsvindt na het einde van de hydrodynamische periode. ( $N = \log(t/t_p)$ ).

Naast N komt alleen  $C_{ae}/C_c$  voor in de formules, waarvoor 0.04 à 0.05 mag worden genomen.

De LGM standaard procedure is 5 belastingen van elk 7 dagen. Dan is bij  $t_p = 0.01$  dag,  $N = 2.85 \rightarrow LIR > 0.63$  bij  $C_{ae}/C_c = 0.05$  en  $LIR > 0.48$  bij  $C_{ae}/C_c = 0.04$ , wil de S ontstaan. LGM gebruikt meestal  $LIR = 1.0$ .

Bekend is dat de S nodig is wil de logt methode opgaan om  $c_v$  te berekenen.

Het bepalen van EOP krommen houdt in dat  $N = 0$ , en dan is

$$LIR \leq -1 + 10^{C_{ae}/C_c \cdot 0.7} = 0.14 - 0.18 \text{ voor } \frac{C_{ae}}{C_c} = 0.04 - 0.05. \text{ Een aan-}$$

merkelijk lagere LIR dus, zodat kleinere incrementen mogelijk zijn, en de kromming rondom  $\sigma'_p$  beter vastgesteld kan worden.

Als men inderdaad er toe over wil gaan EOP krommen te bepalen, zal het wenselijk zijn de samendrukkingsapparaten aan te passen, door de drainage mogelijkheid aan de onderkant van het monster weg te nemen, en hier een waterspanningsmeter of manometer te plaatsen. Hiermee is beter het EOP tijdstip vast te stellen dan uit de zakkingswaarnemingen.

(a) INPUT DATA FOR THE THEORETICAL ANALYSES

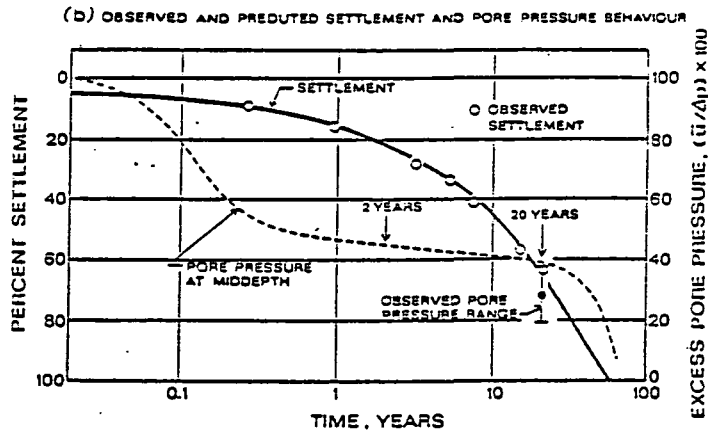
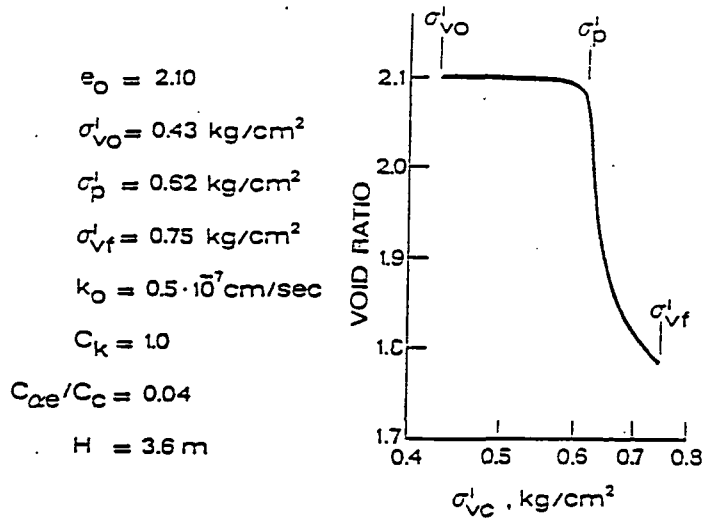


Figure 2-11 Consolidation Analysis of the Gloucester, Canada Test Fill (Mesri and Choi, 1979)

Figuur 6.5

### 6.2.6 Consolidatie-coëfficiënt $c_v$

Ladd voert een aardig bewijsje aan om aan te tonen dat  $c_v$  globaal constant moet zijn over het hele belastingstraject van een normaal geconsolideerde klei.

Tevens zegt hij dat de LIR = 1 curve in figuur 6.4b zal leiden tot een iets te hoge  $c_v$  als de logt methode wordt gebruikt.

Dit komt omdat er een recompressietak is (1-2), waardoor de consolidatie niet-lineair wordt. Ook hierom zijn EOP krommen te verkiezen.

### 6.2.7 Niet lineaire consolidatie

Terzaghi-consolidatie gaat uit van constante  $k$  en  $m_v$ . Echter, beide zijn spanningsafhankelijk. In het O.C. gebied is  $m_v$  laag (klei is stijf) en  $k$  hoog, wat leidt tot weinig zetting en snelle dissipatie van wateroverspanningen (zie fig. 6.5b) voor  $t = 0.01 - 0.2$ ). Daarna wordt de klei N.C., en wordt  $m_v$  aanmerkelijk hoger ( $k$  iets lager) waardoor nu de zetting groot is en de dissipatie langzaam.

Dit verklaart het uiteenlopen van de zetting en de aanpassing in fig. 6.5b. Terzaghi leert dat beide identiek zijn, wat dus niet reëel is.

Hoewel het voorbeeld geldt voor een "highly structured" klei met een enorme terugval in stijfheid na  $\sigma'_p$ , is het verschijnsel ook te verwachten in meer normale, bijv. Nederlandse kleien. Het hoog blijven van de waterspanningen terwijl de zetting wel optreedt, is een bekend verschijnsel bij tal van werken in Nederland.

Het fenomeen is als raadsel beschouwd waarvoor vele mogelijke oorzaken zijn aangedragen:

- kruip
- hoge  $\frac{\tau}{\tau_f}$ , dus lage  $F$
- collapse, ineenstorting korrelskelet, bijv. bij hoge  $\frac{\tau}{\tau_f}$ , eventueel gepaard gaande met kruip.

Het voorbeeld laat echter zien, dat het simpele mechanisme van niet-lineaire consolidatie ook een verklaring kan zijn.

Het LGM programma EDICO voor één-dimensionele Terzaghi consolidatie kan met variabele, dus niet-lineaire,  $k$  en  $m_v$  worden gebruikt. Verwacht mag worden dat EDICO hetzelfde beeld kan opleveren als het voorbeeld.

Het zou interessant zijn EDICO eens "los te laten" op een paar van de problemen ophogingen in Nederland van de laatste jaren. (bijv. Oerijgeul Amsterdam).

Overigens heeft Termaat al in 1980 gewezen op dit verschijnsel als één van de oorzaken voor het hoog blijven van de waterspanningen.

#### 6.2.8 Neutrale korrelspanningscoëfficiënt $K_o$

Ladd geeft aardige formules voor  $K_o$  in N.C. toestand, in O.C. toestand bij ontlasten, en in O.C. toestand bij herbelasten:

$$\text{N.C.} \quad : K_o = 1 - \sin \phi'$$

$$\text{O.C. ontlasten} \quad : K_o = (1 - \sin \phi') (\text{OCR})^{\sin \phi'}$$

$$\text{O.C. herbelasten} \quad : K_o = (1 - \sin \phi') \left[ \frac{\text{OCR}}{\text{OCR}_{\max} (1 - \sin \phi')} + 0.75 \left( \frac{1 - \text{OCR}}{\text{OCR}_{\max}} \right) \right]$$

Ladd doet weer een controversiële uitspraak door te beweren dat  $K_o$  niet verandert tijdens seculaire zetting. Toch vinden Kavazanjian en Mitchell (1984) (uit theorie en experiment) en den Haan (1985) (zuiver theoretisch) dat  $K_o$  toeneemt, hoewel zij aangeven dat het tempo van deze toename snel minder wordt.

### 6.3 Basis principes van sterkte en spannings-rek gedrag

Ladd ontwikkelde al in 1964 een model dat hij Simple Clay noemde. Hij gebruikte het als onderwijsmiddel om de belangrijkste gedragingen van klei te demonstreren. Het wijkt op enkele punten af van Cam Clay, en is minder elegant en minder algemeen. Toch wordt hier uitgebreid ingegaan op de Simple Clay, omdat inderdaad veel aspecten van kleigedrag er eenvoudig in verwerkt zijn.

Hier wordt uitgegaan van triaxiaalproeven. Dus de invloed van de middelste hoofdspansing wordt buiten beschouwing gelaten, en de hoofdspansingen worden geacht verticaal resp. horizontaal te zijn t.o.v. de laag richting.

Er zijn 3 basisprincipes voor de sterkte van klei:

1. Bij bezwijken bestaat een eenduidig verband tussen schuifsterkte en effectieve spanningen voor alle NC monsters, en voor alle OCR monsters met dezelfde voorbelasting  $\sigma'_{cm}$ .
2. Bij bezwijken is er een eenduidig verband tussen  $w-q-p'$  voor alle NC monsters, en alle OCR monsters met dezelfde  $\sigma'_{cm}$ . Dit geldt ook bij bezwijken.
3. Bij bezwijken geldt het eenduidig  $w-q_f-p'_f$  verband onafhankelijk van de stress history. Dit is te beschrijven met de Hvorslev parameters.

(De index f wijst op bezwijken "failure")

Deze principes gaan op ongeacht de soort proef, bijv. CU of CD, ongeacht de richting van het t.s.p. (bijv.  $\sigma_1$  neemt toe = L(oading) of  $\sigma_3$  neemt af = U(nloading)), en ongeacht de waarde van  $K_c = \frac{\sigma_{3c}}{\sigma_{1c}}$  bij consolidatie. Wel gaan de principes alleen op voor triaxiale compressie.

De principes worden nu uitgewerkt voor NC en OCR klei.



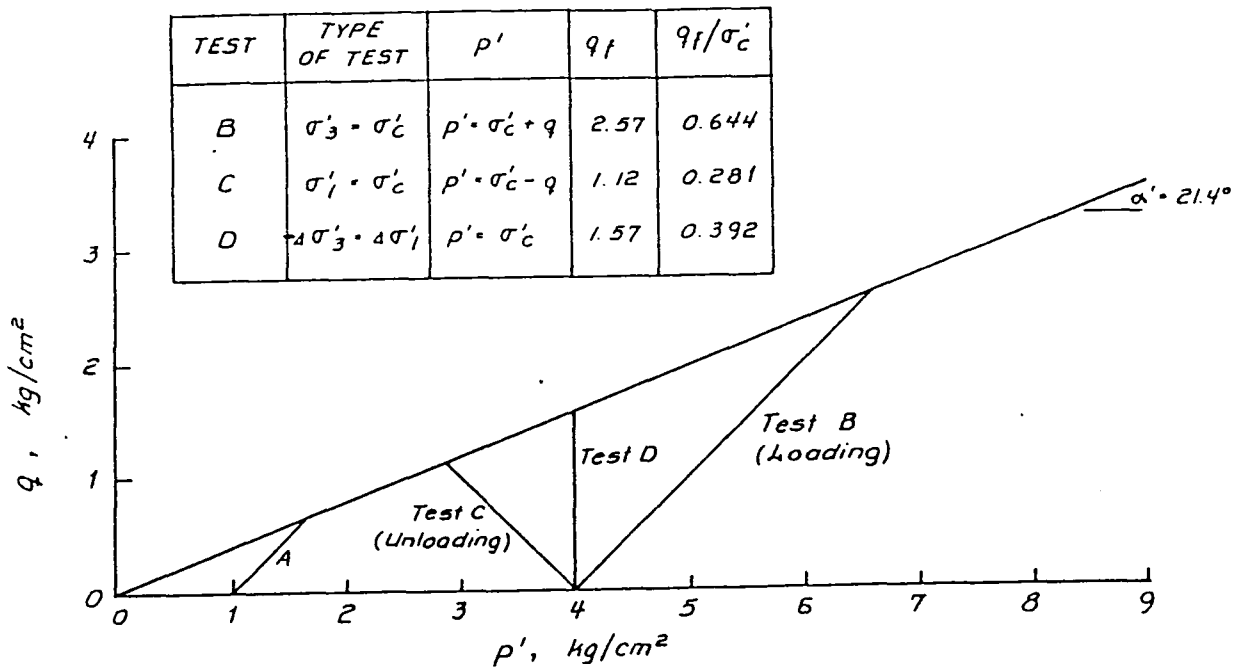


Figure 3-1 Effective Stress Path for CID Tests on NC Simple Clay

Figur 6.6

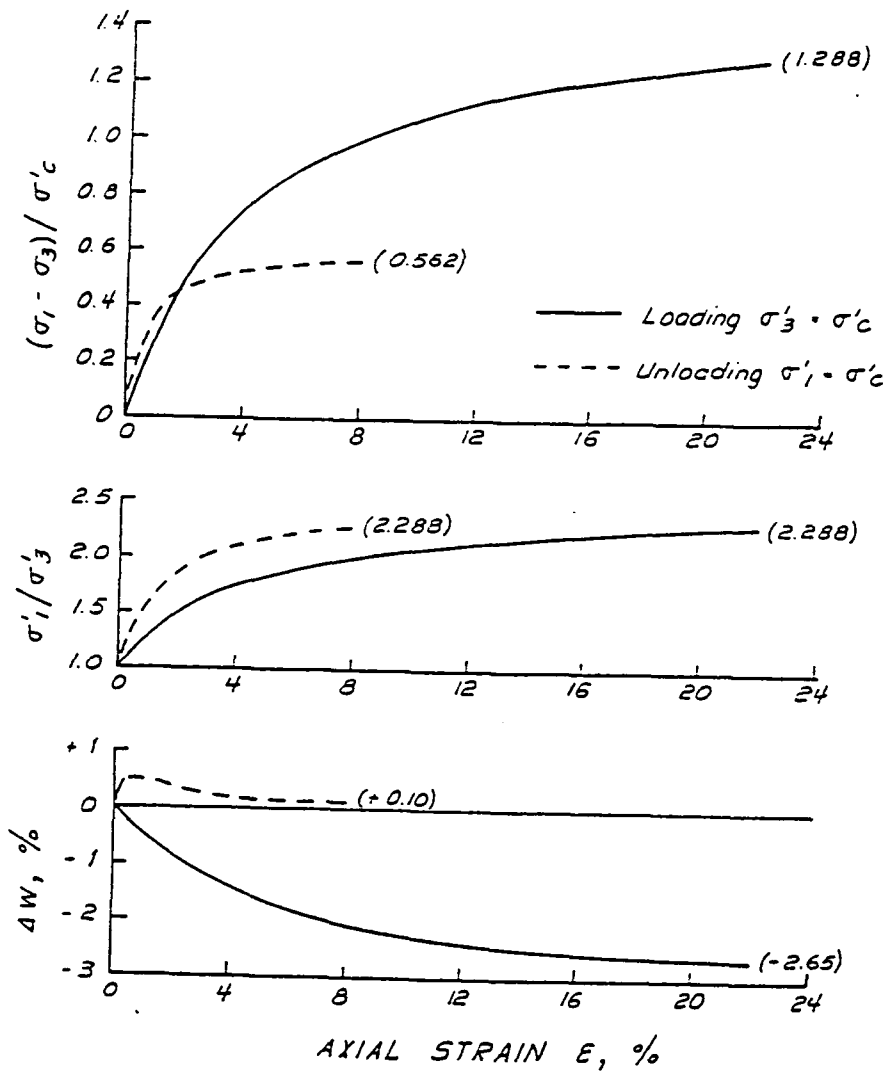


Figure 3-2 Normalized Stress-Strain, CID Tests, NC Simple Clay

Figur 6.7

### 6.3.1 Normaal geconsolideerde Simple Clay, CID proef

Zie figuren 6.6, 6.7 en 6.8.

In overeenstemming met principe 1 is de bezwijkomhullende dezelfde voor alle proeven.

fig. 6.7: voor eenzelfde richting van de t.s.p. = e.s.p., worden dezelfde genormaliseerde spannings-rek krommen gevonden.

fig. 6.8 illustreert principe 2: Het  $w_f - \log q_f - \log p_f$  is gelijk voor alle proeven. Bovendien zijn de lijnen evenwijdig aan de maagdelijke isotrope compressie lijn. Dit figuur is ook bekend van het Camclay model.

### 6.3.2 Normaal geconsolideerde Simple Clay, CIU proef

Zie figuur 6.9. Ook hier gaan principes 1 en 2 op: in fig. 6.9 is de bezwijkomhullende dezelfde als in fig. 6.6, en ook fig. 6.8 ( $w - \log q_f - \log p_f$ ) gaat op voor CIU proeven.

Het e.s.p. bij CIU proeven is onafhankelijk van het t.s.p. (wel moet het om triaxial compressie gaan), omdat elke verandering in  $\sigma_3$  opgenomen wordt door een even grote verandering in de poriënwaterspanning. Dus zowel voor L(oading) als U(nloading) is het e.s.p. dezelfde, en dus ook de bezwijksterkte  $c_u$  voor hetzelfde verstrekpunt  $\sigma'_c$ .

Ook zijn alle e.s.p.'s gelijkvormig.

Dit houdt ook in dat normalisatie van het q-p diagram naar  $q/\sigma'_c - p'/\sigma'_c$ , één genormaliseerde e.s.p. oplevert voor alle proeven, ongeacht  $\sigma'_c$  en t.s.p.

Ook nu weer is de genormaliseerde spannings-rek relatie dezelfde voor alle CIU proeven, maar wel anders dan voor een CID(L) of CID(U) proef.

Zie fig. 6.10.

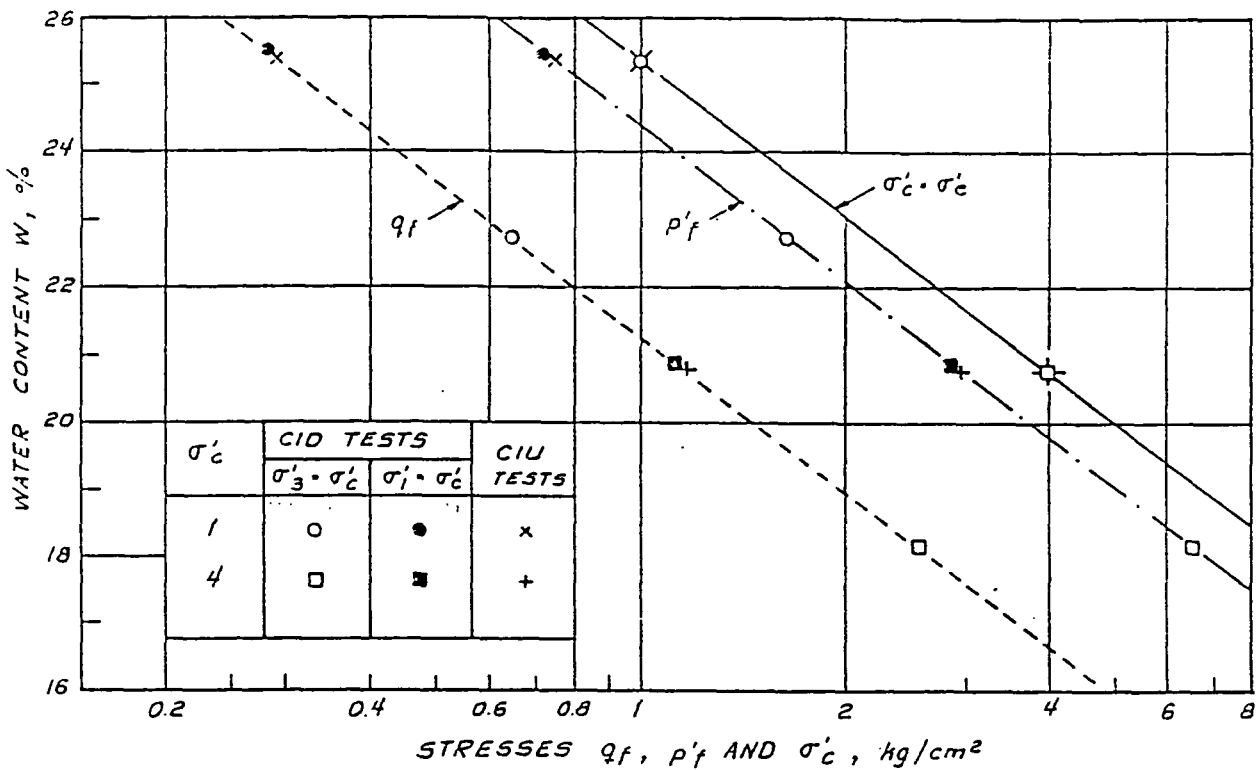


Figure 3-3 Water Content vs. Log Stress for NC Simple Clay

Figuur 6.8

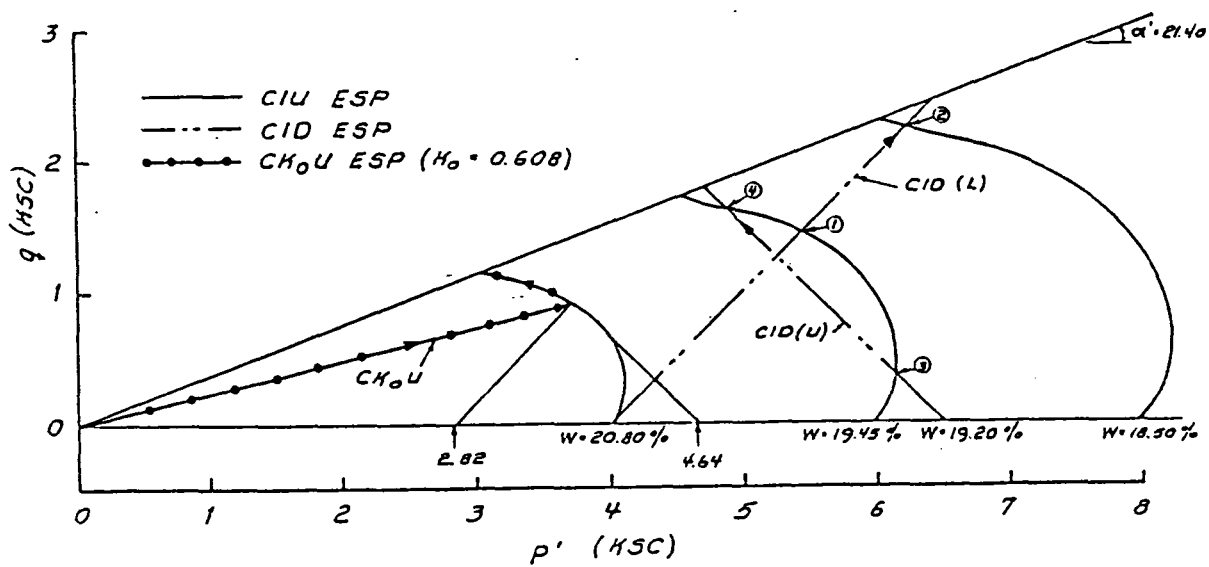


Figure 3-5 Effective Stress Paths Illustrating Principle II for NC Simple Clay

Figuur 6.9

### 6.3.3 Betekenis van principe 2

In fig. 6.9 zijn zowel CIU als CID e.s.p. paden getekend, die elkaar snijden. Volgens principe 2 zal in deze snijpunten  $w$  van beide proeven dezelfde zijn (uniek  $w$ - $q$ - $p'$  verband). Neem bijv. punt 1 met  $q = 1,45$ ,  $p = 5,45$ . De CIU proef door dit punt heeft  $w = 19,45\%$  (blijft constant, want ongedraaid). Als we nu in fig. 6.7 aflezen wat  $\Delta w$  is van de CID(L) proef vanaf de  $p'$ -as naar punt 1, vinden we:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma'_c = 2,145/4 = 0,725 \rightarrow 3,8\% \rightarrow \Delta w = -1,35\%.$$

Deze proef begon bij  $w = 20,8\%$  en heeft dus  $w = 20,8 - 1,35 = 19,45\%$  in punt 1, hetzelfde watergehalte als de CIU proef in punt 1, hetgeen te bewijzen was.

Dit principe maakt ook duidelijk dat bij een CID(U) proef, er eerst verhoging van  $\Delta w$  optreedt en later overgaat in verlaging van  $\Delta w$ . Zie fig. 6.7, stippellijn. In fig. 6.9 zien we dat door de gebogen vorm van de  $w = \text{constant}$  paden (de CIU e.s.p. paden), het CID(U) pad het genoemde gedrag vertoont.

### 6.3.4 Hvorslev parameters

Voordat de Simple Clay toegelicht wordt voor overgeconsolideerde toestanden, is het nodig het werk van Hvorslev toe te lichten. Hvorslev deed directe schuifproeven en vond dat de schuifsterkte afhankelijk is van twee componenten - het watergehalte en de normaalspanning. In termen van een triaxiaalproef is dit als volgt te schrijven:

$$q_f = f(w_f) + f(p_f).$$

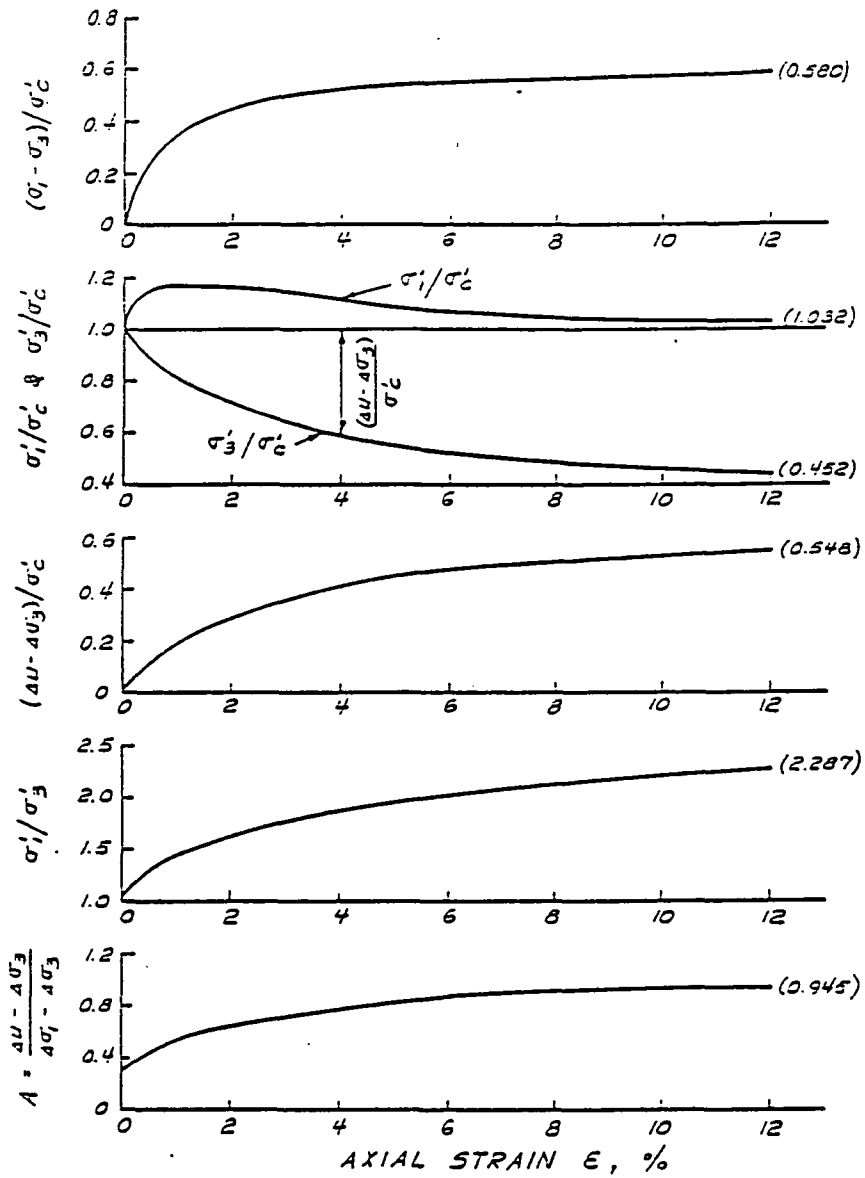
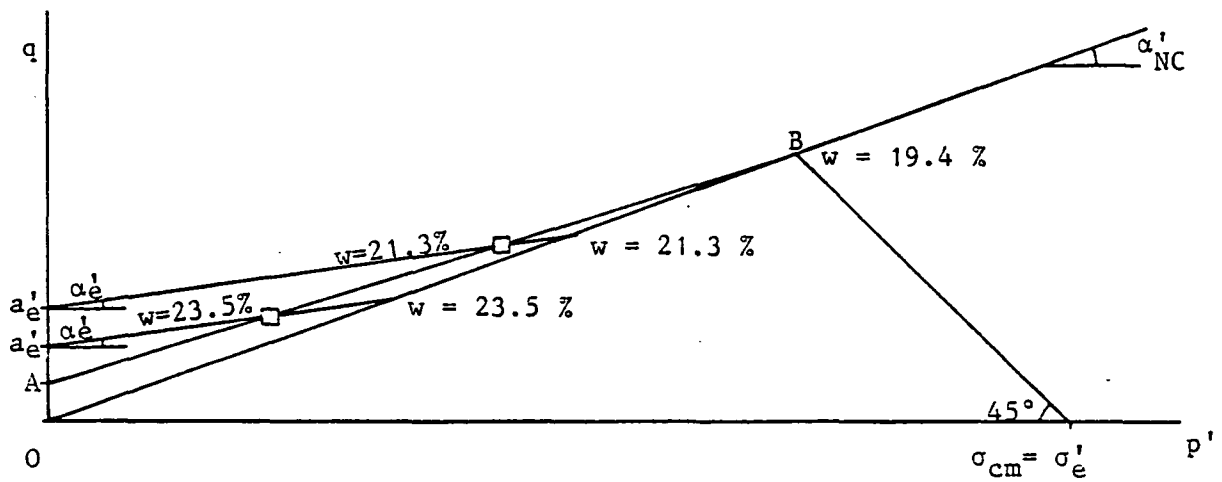


Figure 3-6 Normalized Stress-Strain, CIU Tests, NC Simple Clay

Figuur 6.10



OB bezwijkomhullende  $q_f - p'_f$  voor normaalgeconsolideerde (NC) klei  
 AB bezwijkomhullende voor alle monsters met dezelfde  
 voorbelasting  $\sigma'_{cm}$

Figuur 6.11 : Hvorslev sterkteparameters

Als  $w_f$  dezelfde waarde heeft (dus verschillende proeven die bezwijken bij dezelfde  $w_f$ ):

$$q_f = a'_e + p_f \operatorname{tg} \alpha'_e$$

met  $a'_e = c'_e \cdot \operatorname{tg} \alpha'_e / \operatorname{tg} \phi'_e$  :  $c'_e$  = true cohesion

$$\operatorname{tg} \alpha'_e = \sin \phi'_e \quad : \quad \phi'_e = \text{true friction angle.}$$

Zie figuur 6.11.

$c'_e$  (of  $\alpha'_e$ ) blijkt dus toe te nemen als  $w_f$  afneemt. Men heeft gevonden:

$$w_f = a_1 - a_2 \log c'_e$$

Ook, zie fig. 6.8, is:

$$w_f = a_3 - a_2 \log p'_f$$

en beide lijnen op semilog schaal zijn dus evenwijdig.

Ook de  $\sigma'_e$  lijn is hieraan evenwijdig.  $\sigma'_e$  is de spanning op de isotrope compressielijn bij een watergehalte  $w_f$ . Dus:

$$\log p'_f - \log \sigma'_e = \text{cst.}$$

Na enig rekenen ontstaat:

$$c'_e = a \cdot \sigma'_e \text{ met } a = 10^{(a_3 - a_2 \text{cst} - a_1) / a_2}$$

en

$$q_f = b \cdot \sigma'_e + p'_f \operatorname{tg} \alpha'_e$$

$\alpha'_e$  is constant,  $a'_e$  neemt toe als  $w_f$  afneemt. Normaal geconsolideerde klei bezwijkt op de NC envelop bij een bepaalde  $w_f$ ; deze  $w_f$  neemt af hoger op de NC envelop. Als de klei geen consolidatiespanning heeft, is zijn sterkte nul (meteen na afzetten). Na consolidatie wordt  $w$  lager, en als daarna ontlast wordt en pas dan belast te bezwijken, ligt het bezwijkpunt op een Hvorslev lijn, afhankelijk van  $w_f$  - het watergehalte bij bezwijken.

Bij één en dezelfde  $w_f$  geldt dus één bezwijklijn (Principe 2) voor bezwijken.

Bij één en dezelfde voorbelasting ontstaat een omhullende als AB. Alle monsters voorbelast tot bijv.  $\sigma'_{cm}$ , en daarna in verschillende mate ontlast, zullen bij bezwijken op AB liggen.

Later, in 7.7, bij de behandeling van Camclay, zal blijken dat AB de projectie is op het q-p' vlak van de doorsnijding van de elastische muur en het Hvorslev oppervlak. In Camclay sluit het Roscoe oppervlak aan op B. Ladd vindt dit irreëel - hij laat het Roscoe oppervlak iets hoger dan B uitkomen. Ook zal blijken dat de  $a'_e$ - $\alpha'_e$  lijnen de projectie zijn op het q-p' vlak van de  $w = \text{constant}$  doorsnijdingen van het Hvorslev oppervlak. Als een oneindig stijf ontlastings-herbelastings gedrag zou worden verondersteld, zou AB evenwijdig zijn aan deze lijnen.

Bij Camclay wordt e.e.a. uitgewerkt in de q-p'-w ruimte, wat verhelderend zal blijken te zijn. Een belangrijke conclusie uit dit alles is dat de NC omhullende geen cohesie heeft. Cohesie ontstaat door water uit te persen tijdens consolidatie. Meer uitpersing geeft meer cohesie, en de cohesie is alleen van belang na ontlasten, dus in OCR klei!

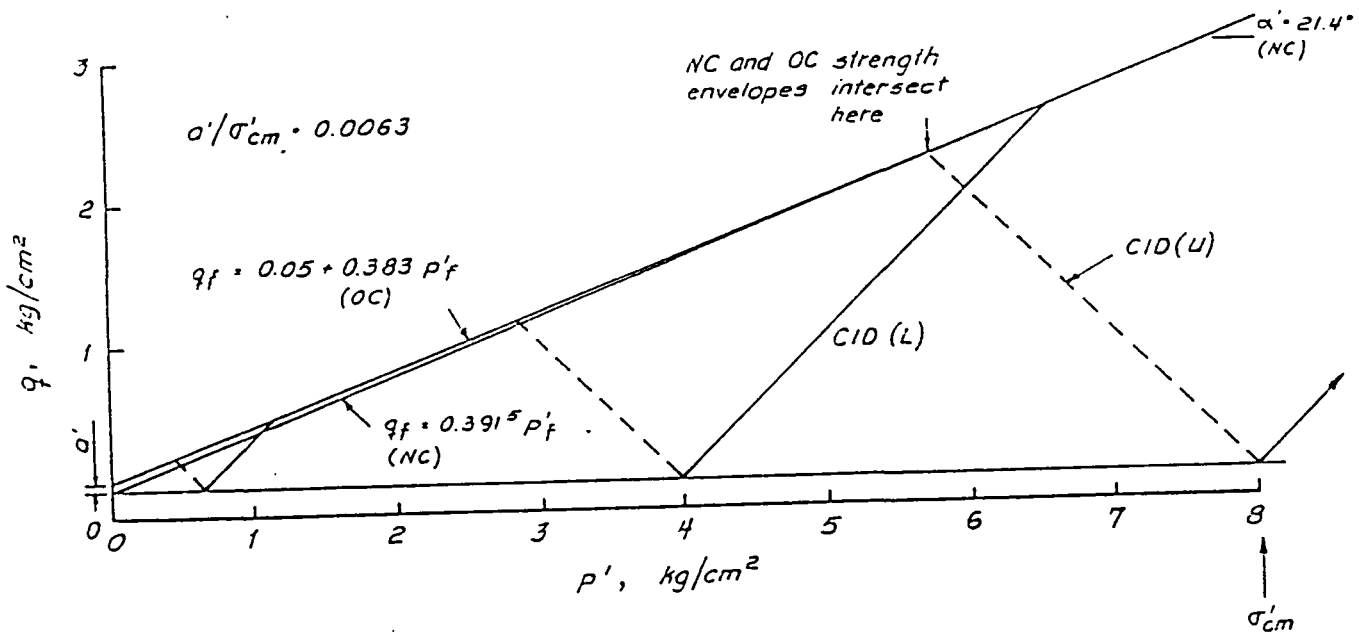


Figure 3-7 Effective Stress Paths for CID Tests on OC Simple Clay with  $\sigma'_{cm} = 8$

Figur 6.12

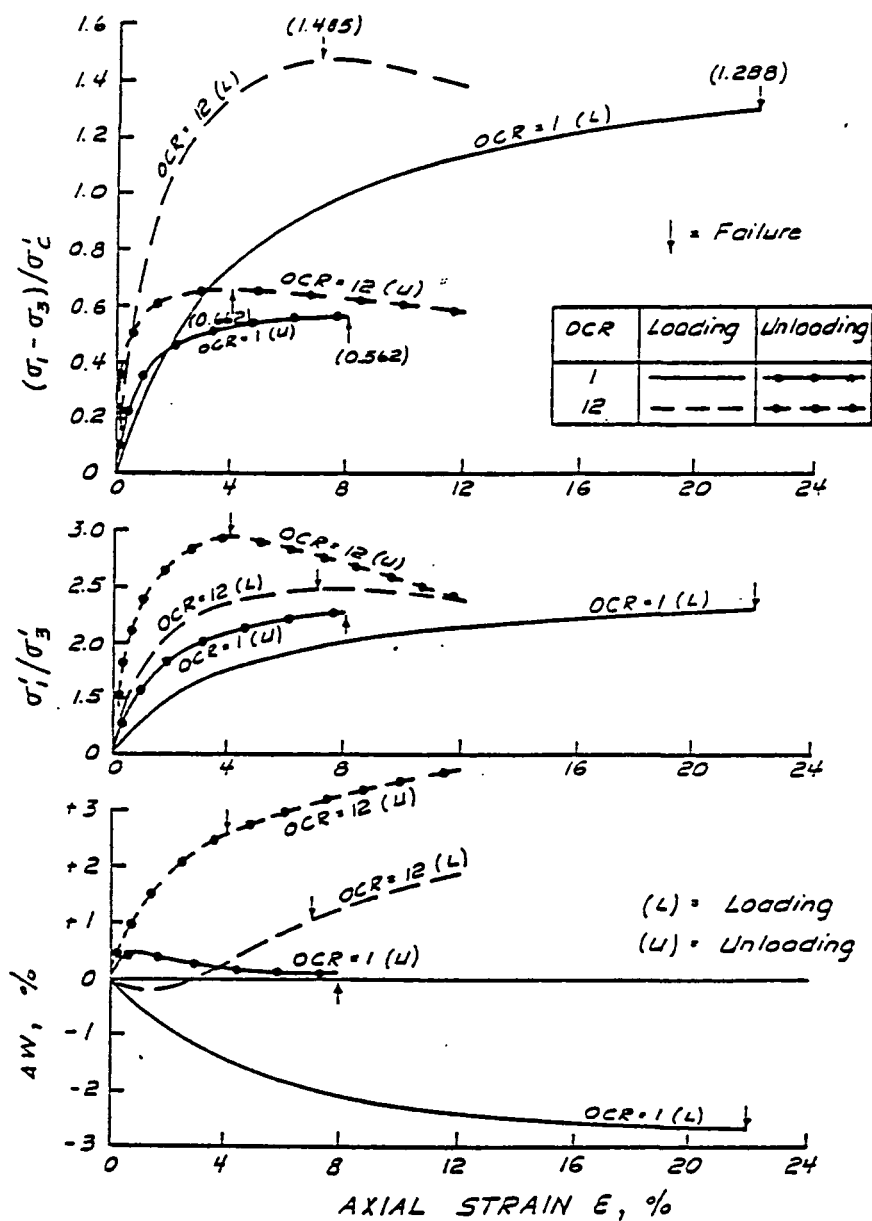


Figure 3-8 Effect of OCR on Stress-Strain Behavior for CID Tests on Simple Clay

Figur 6.13



### 6.3.5 Overgeconsolideerde Simple Clay, CID proef

Principe 1 wordt geïllustreerd in fig. 6.12.

Voor een en dezelfde  $\sigma'_{cm}$  bezwijken alle monsters op de lijn  $q_f = 0.05 + 0.383 p'_f$  (lijn AB in vorige paragraaf).  $a'/\sigma'_{cm}$  wordt constant verondersteld: voor alle  $\sigma'_{cm}$  ontstaat dus een gelijkvormig figuur. De enveloppen zijn evenwijdig.

Zie figuur 6.13. De  $\sigma$ - $\epsilon$  lijnen zijn weer te normaliseren. Dan ontstaan dezelfde lijnen voor één OCR waarde en één t.s.p. Naarmate OCR groter, is  $q_f/\sigma'_c$  iets groter door de marginaal hogere ligging van de OCR omhullende t.o.v. de NC omhullende.  $\epsilon_f$  neemt af met toenemende OCR, er treedt meer strain softening op bij hogere OCR (dat is terugval  $q$  naar NC waarde toe bij verplaatsingsgestuurde proeven), en er is meer dilatantie bij hogere OCR. Dilatantie is volumevergroting t.g.v. schuifspanning.

Figuur 6.14 geeft een essentiële afwijking weer van Simple Clay en Camclay. Bij ontlasten wijkt de bijbehorende  $p_f$  lijn steeds verder af van de NC  $p_f$  lijn. Nu is deze laatste in Camclay de Critical State Line, en Camclay laat de CSL het eindpunt zijn van alle proeven, ook OCR monsters. Ladd laat OCR monsters niet helemaal naderen tot de CSL en zegt dat dit reëler is dan Camclay. Maar het is bekend dat het nauwkeurig meten van de Critical State ondoenlijk is door het ontstaan van lokale zones van geconcentreerde rek - schuifvoegen - na het bereiken van de State Boundary.

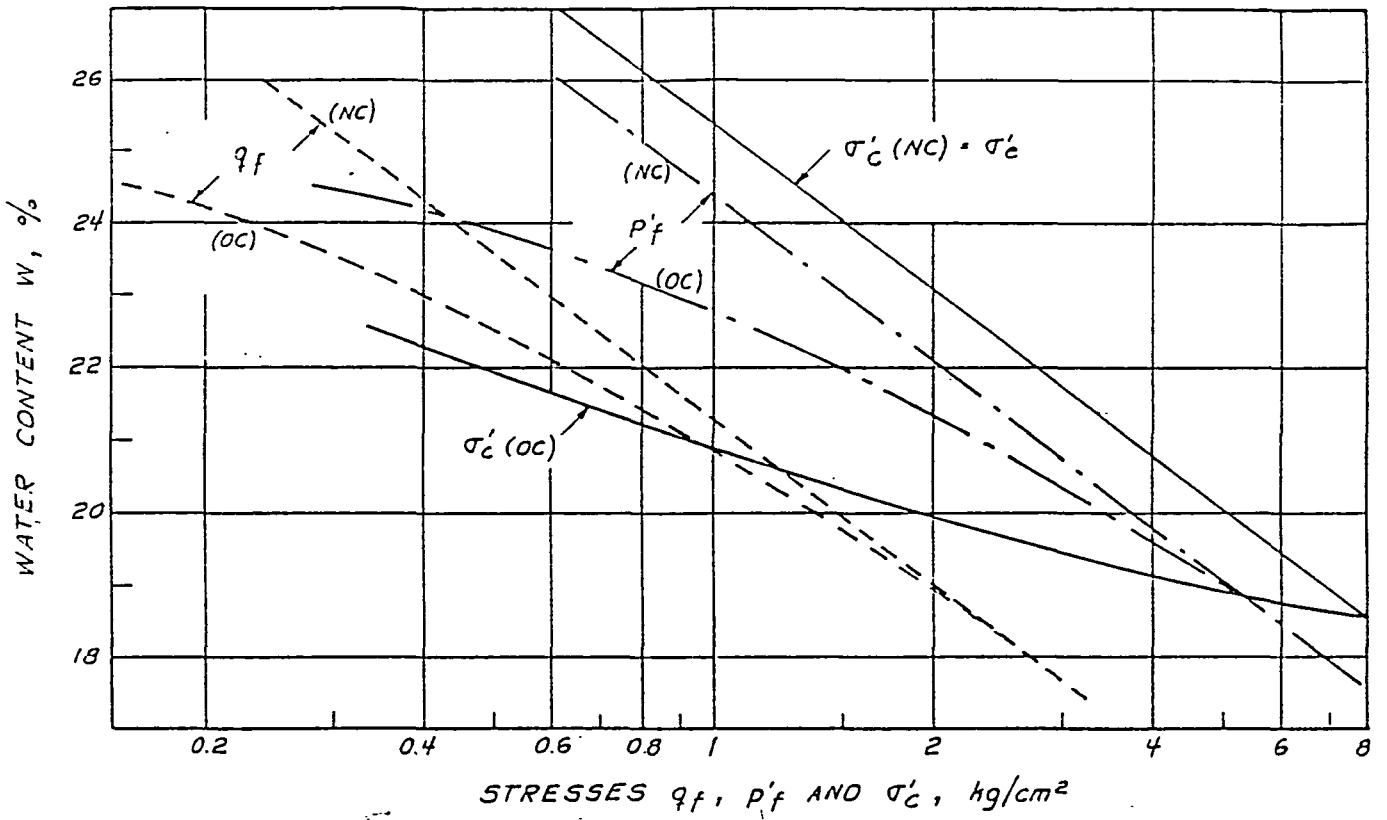


Figure 3-9 Water Content vs. Log Stress for CIU and CIU Tests on NC and OC Simple Clay ( $\sigma'_{cm} = 8$  for OC Clay)

Figur 6.14

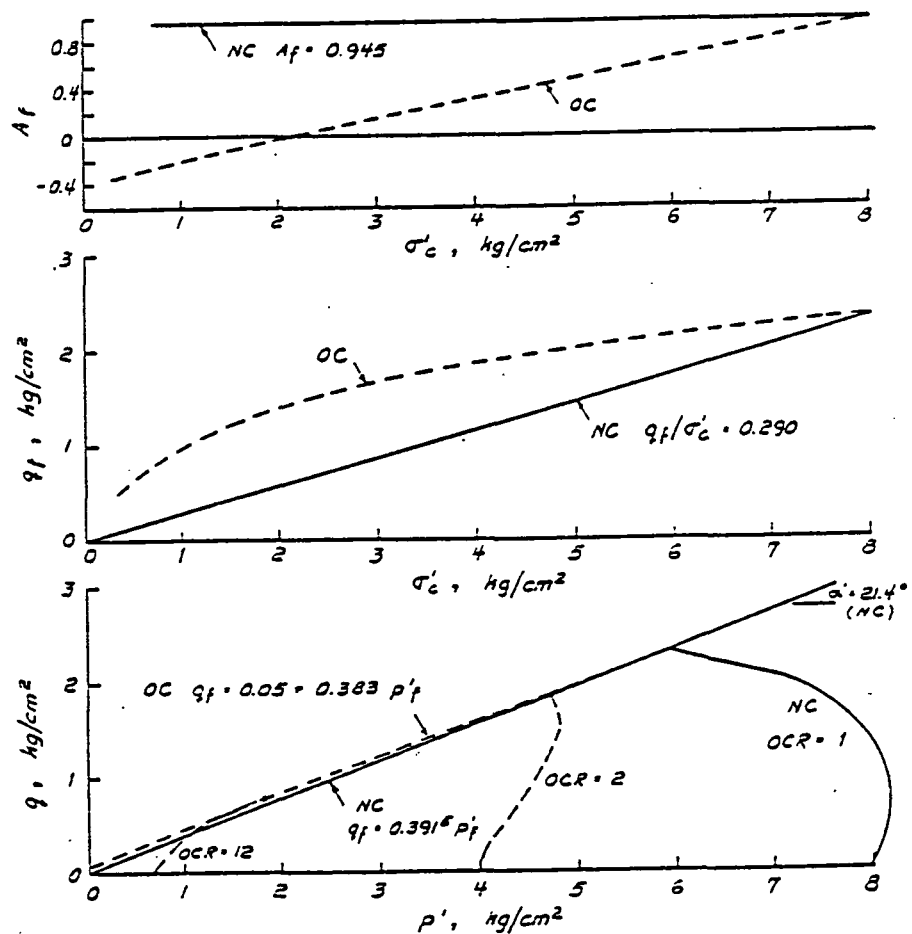


Figure 3-10 Strength Data From CIU Tests on NC and OC Simple Clay

Figur 6.15

### 6.3.6 Overgeconsolideerde Simple Clay, CIU proef

Zie figuren 6.15 en 6.16.

Principe 1 heeft weer een unieke bezwijkomhullende als resultaat, waar alle proeven met gelijke voorbelasting ( $8 \text{ kg/cm}^2$  in de figuur) op uitkomen. Ook Principe 2 geldt weer - met als resultaat dat de CIU e.s.p.'en contouren van watergehalte geven die ook opgaan voor CID paden die de contouren doorsnijden. Volgens de principe weliswaar alleen voor dezelfde voorbelasting. Bij dezelfde OCR, ontstaat in CIU proeven veel grotere  $q_f/\sigma'_c$  dan bij een CID proef. Dit zit hem in de dilatantie, waardoor het ongedraineerde monster wateronderspanning opbouwt, waardoor  $p'$  groter wordt.

Fig. 6.17 plot  $q_f/\sigma'_c$  tegen OCR voor de diverse soorten proeven. Het zal weinig moeite kosten dit als de bekende Shansep plot te herkennen, althans de CIUC lijn.

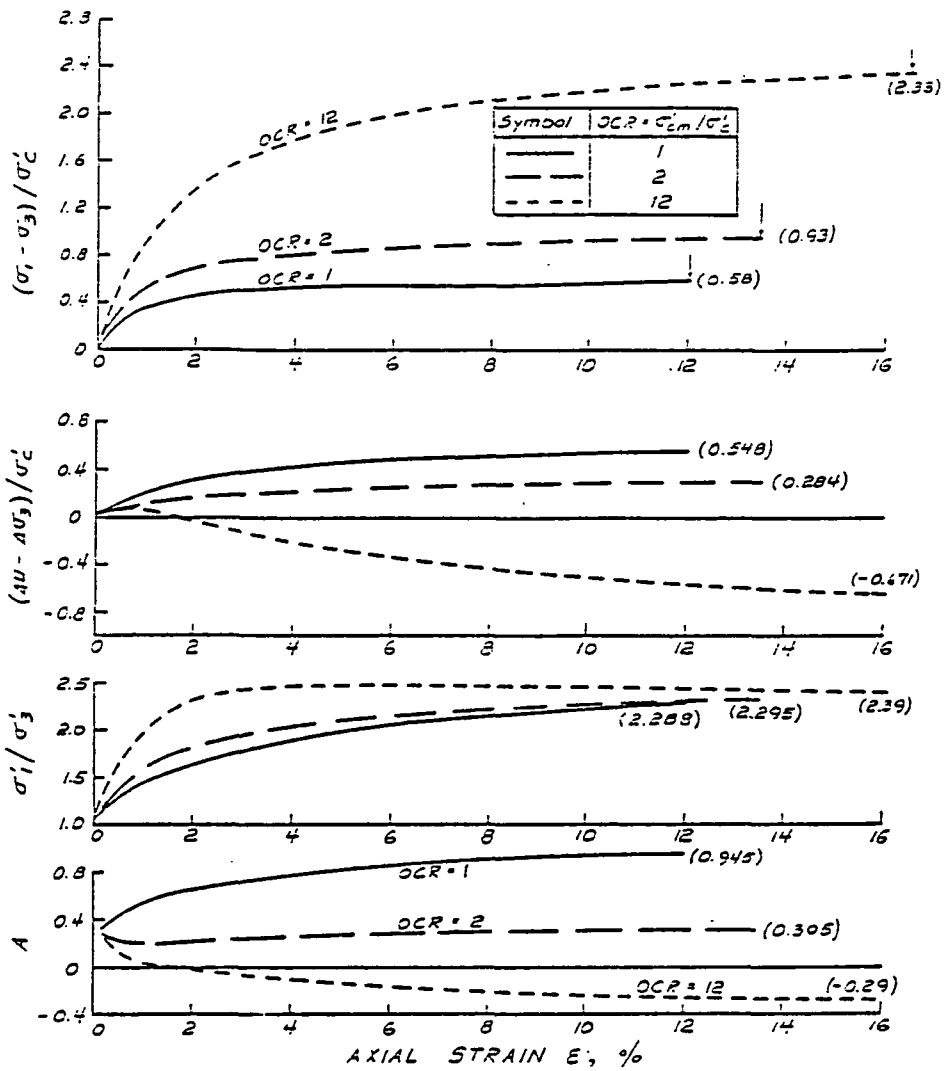


Figure 3-11 Effect of OCR on Stress-Strain Behavior for CIUC Tests on Simple Clay

Figur 6.16

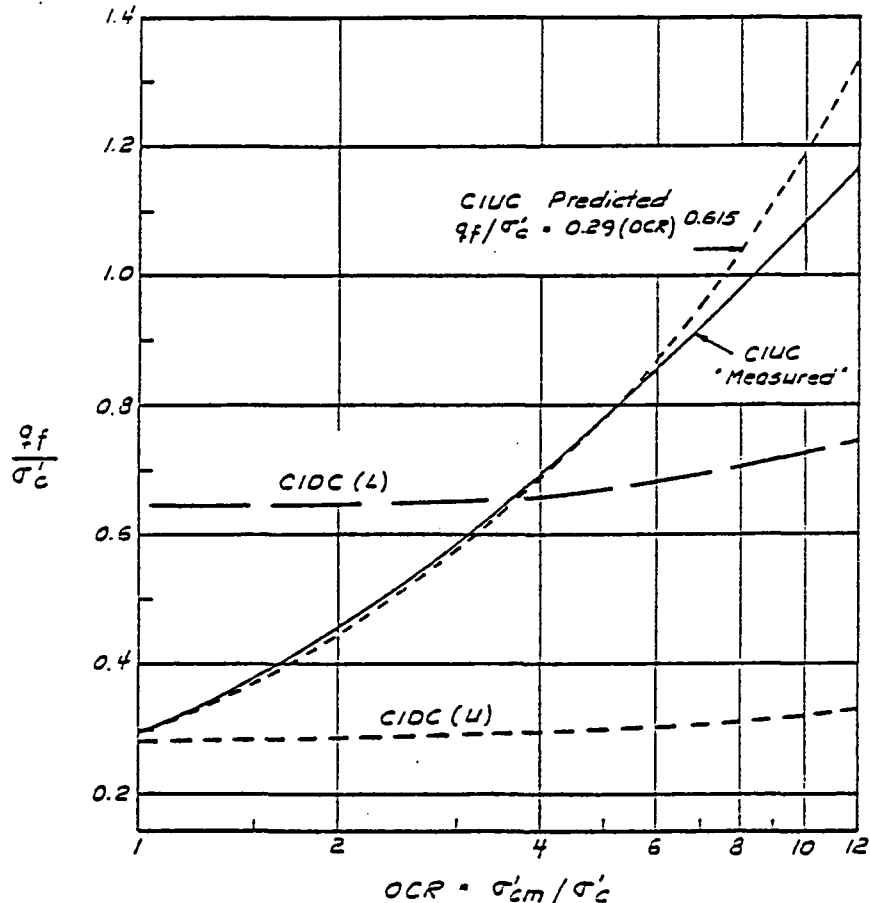


Figure 3-12 Effect of OCR on Drained and Undrained Strength Ratio of Simple Clay for Triaxial Compression

## 7.0 Critical State Soil Mechanics en Camclay

Camclay is een aan de Cambridge University ontwikkeld model om het gedrag van klei te beschrijven. Het model is in staat vrij veel aspecten van het gedrag van klei te beschrijven, en verdient daarom een nadere toelichting. Camclay heeft het nadeel dat het is ontwikkeld m.b.v. metingen aan verkneede klei en dus niet zonder meer het in-situ gedrag van klei goed beschrijft. Niettemin is Camclay ook voor natuurklei een goed vertrekpunt.

Een gedetailleerde beschrijving van het model is onmogelijk binnen het kader van deze inventarisatie. Getracht zal worden de belangrijkste aspecten aan te geven. Alle informatie en tekeningen komen uit "An Introduction to Critical State Soil Mechanics" van Atkinson en Bransby (1977) - een boek dat zeker aan te bevelen is voor nadere studie.

### 7.1 Algemene begrippen

$v$  = specific volume =  $1 + e$

$e$  = void ratio =  $n/1-n$

dus  $v$  is de totale volume gedeeld door het volume van de korrels.

$p'$  = isotrope spanning =  $\frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \frac{1}{3}(\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z)$

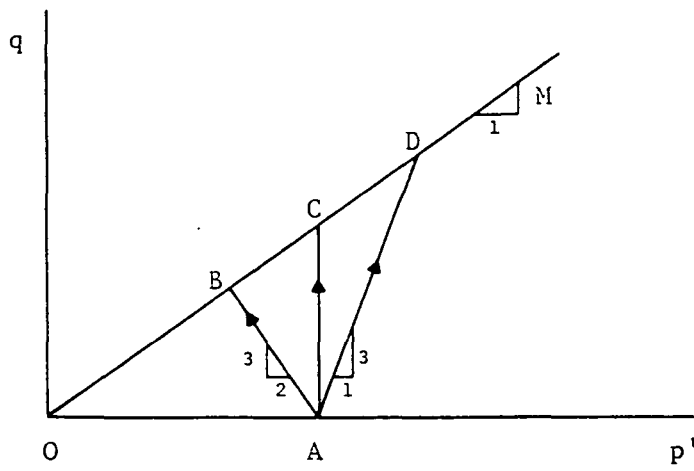
$q = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{Oct}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$

Voor axiaalsymmetrische gevallen, bijv. triaxiaal proef, is

$\sigma_2 = \sigma_3$  en  $\sigma'_2 = \sigma'_3$ . Dan is

$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)$

$q = (\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma'_1 - \sigma'_3$



OBCD Bezwijkomhullende

$$M = \frac{q_f}{p'_f} = \frac{6 \sin \phi'}{3 + \sin \phi'}$$

$$q = (\sigma'_1 - \sigma'_3)$$

$$p' = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$$

AB :  $\sigma'_1$  is constant

$\sigma'_2 = \sigma'_3$  neemt af

AC : constante isotrope spanning

AD :  $\sigma'_1$  neemt toe

$\sigma'_2 = \sigma'_3$  is constant

Figuur 7.1 : Cambridge spanningspad diagram  
voornaamste kenmerken

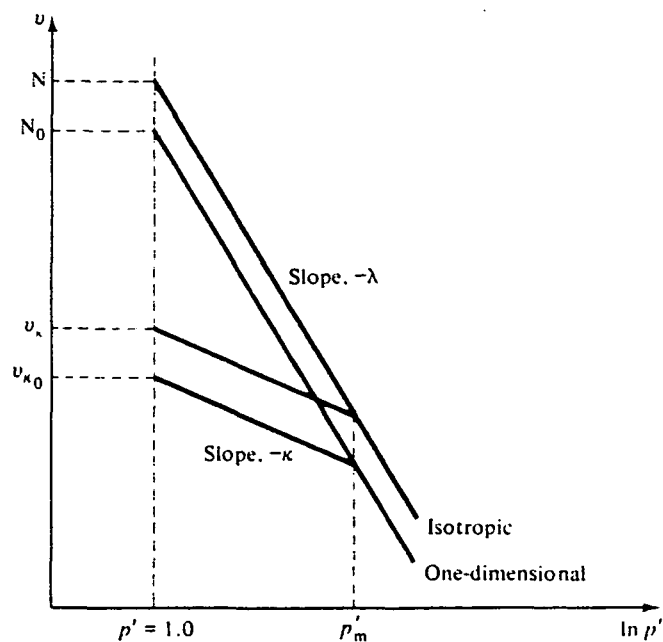


Figure 7-20 Isotropic and one-dimensional compression of soil

Figuur 7.2

De ietwat gezochte definitie van  $q = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{oct}}$  is dus alleen gedaan om een simpele definitie te krijgen voor triaxiale omstandigheden:  $q = \sigma_1' - \sigma_3'$

Let wel Ladd van MIT en vele anderen gebruiken p en q voor andere vormen van de alzijdige resp. schuifspanning. Dit kan tot verwarring leiden.

De Cambridge p-q spanningspad diagram heeft de volgende kenmerken:  
(zie figuur 7.1)

$M = \frac{q}{p'} = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'}$ , dus de helling  $\phi'$  in een  $\tau - \sigma$  diagram wordt M:1 in een Cambridge q - p' diagram. Bij extensieproeven is dan trouwens M kleiner:  
Extensie:  $M = \frac{q}{p'} = \frac{6 \sin \phi'}{3 + \sin \phi'}$ .

Dit komt doordat p' bij extensie voorbij het middelpunt van de Mohrcirkel ligt:  $p' = \frac{2\sigma_1' + \sigma_3}{\sigma_1' + 2\sigma_3'}$ , terwijl bij compressie, p' voor het middelpunt ligt:  $p' = \frac{\sigma_1' + 2\sigma_3'}{3}$ . Bij de extensieproef nl. is de grootste hoofdspanning de celspanning, die in "2 richtingen" op het monster werkt.

## 7.2 De relatie v-p'

De belangrijkste Camclay parameters zijn te halen uit een samendrukkingsproef. Eerst echter wordt de relatie v-p' beschouwd. Deze wordt verkregen door v te meten als functie van p', met  $q = 0$ . Isotrope compressie dus, hetgeen bijv. in een triaxiaalcel kan gebeuren door de plunjer niet in te zetten.

Figuur 7.2 toont v-p' voor zowel isotrope compressie als voor een samendrukkingsproef (one-dimensional). In het laatste geval zal  $\sigma_3'$  geschat of gemeten moeten worden.

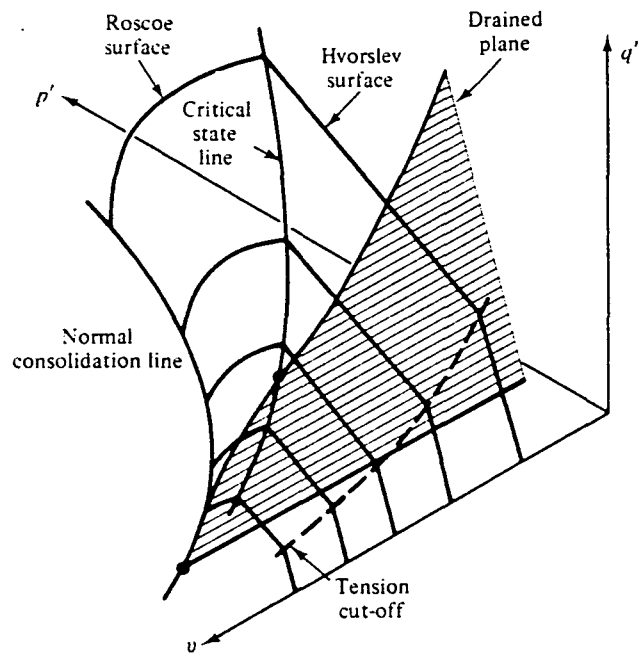


Figure 11-17 A drained plane in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.3



De proeven bevatten een ontlastings-herbelastingstak, die in Camclay met één enkele parameter, de helling  $\kappa$  wordt gekarakteriseerd. De maagdelijke samendrukking wordt met  $\lambda$  gekarakteriseerd. Om de positie van beide lijnen vast te leggen, zijn ook  $N$  en  $v_{\kappa}$  nodig: de waarde van  $v$  bij de eenheidsbelasting. Hierbij echter is  $v_{\kappa}$  afhankelijk van  $p'_m$ , de voorbelasting.

Op de ontlastings-herbelastingstak is de klei overgeconsolideerd.

Met  $R_p = \frac{p'_m}{p'}$  wordt de graad van overconsolidatie aangegeven. In Camclay dan, want veel gebruikelijker is de maat  $OCR = \sigma'_{vm} / \sigma'_v$ .

Merk op dat  $\lambda$  en  $\kappa$  dezelfde waarden hebben voor zowel isotrope compressie als een-dimensionale samendrukking. Vanzelfsprekend zijn daarom  $\lambda$  en  $\kappa$  gerelateerd aan  $C_c$  en  $C_s$  en aan onze eigen  $C_p$  en  $C'_p$ .

Deze relaties zijn

$$C_c = 2,3 \lambda$$

$$C_s = 2,3 \kappa$$

$$C_p = (1 + e) / 0.434 C_c = v / \lambda$$

$$C'_p = v / \kappa$$

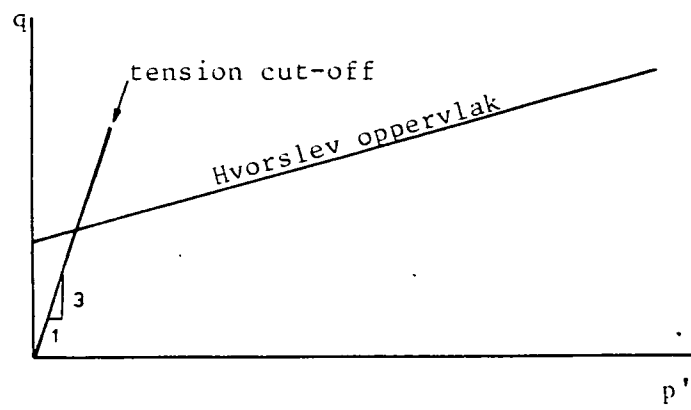
Dus 3 Camclay parameters:  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $N$ , zijn gemakkelijk te bepalen.

Ook  $M$  is makkelijk te vinden, zie de vorige paragraaf. Er zijn nog maar 2 nodig, nl. Poissons ratio  $\nu'$ , en een nader te omschrijven parameter  $\Gamma$ .

### 7.3 De relatie v-p-q

Ten opzichte van de vorige paragraaf, komt er nu dus een dimensie bij - die van de schuifspanning  $q$ . Om alle omslachtige inleidingen te kortsluiten, is het beter meteen de  $v_f$ - $p_f$ - $q_f$  relatie af te beelden in 3 dimensies, zie figuur 7.3.

Met enige moeite is hierin weer het  $p'$ - $q$  vlak (helaas gedraaid) en het  $v$ - $p'$  vlak (ook gedraaid) te zien. Het getekende 3-dimensionale oppervlak heet de State Boundary Surface (SBS) - door sommigen de Limit State genoemd. Deze surface bestaat uit een Roscoe Surface en een Hvorslev surface, gescheiden door de Critical State Line CSL. (De aanduiding Roscoe surface moet trouwens nog inburgeren.) Een monster kan niet bestaan bij  $v$ - $p$ - $q$  combinaties boven de SBS.



Figuur 7.4

De isotropic compression line uit de vorige paragraaf vinden we hier terug in het grondvlak - hier de normal consolidation line genoemd. De schaal van  $p'$  is hier echter lineair - in de vorige paragraaf logaritmisch.

Vanaf deze lijn naar de CSL bestaat dus de SBS uit de Roscoe surface, ook wel (vooral in de USA) de cap genoemd. De CSL in het eindstation voor alle proeven waarin de schuifspanning  $q$  toe blijft nemen. Op de CSL treedt er geen volume verandering meer op. Overigens kan  $q$  op de uiteindelijke positie op de CSL weleens lager zijn dan in een stadium daarvoor.

Dit is met name het geval bij zwaar overgeconsolideerde klei. Het monster gaat dan via de Hvorslev surface naar de CSL toe. De Hvorslev surface is de SBS voor zwaar overgeconsolideerde klei.

Verder zien we nog de tension cut-off. Als deze lijn en het vlak eronder (tussen cut-off en  $v$ -as) op het  $q$ - $p'$  vlak geprojecteerd wordt, ontstaat een rechte onder 3:1. Zie figuur 7.4.

Punten tussen de cut-off en de  $q$ -as hebben  $\sigma'_r < 0$ , waar  $\sigma'_r$  = radiale effectieve spanning. Het monster zou dan trek moeten kunnen opnemen (proeftechnisch is  $\sigma'_r < 0$  trouwens ook lastig.).

Gearceerd is de drained plane weergegeven. Een CID(L) proef, dus Isotroop geConsolideerd, geDraineerd afgeschoven door Loading, speelt zich af onder 3:1 (evenwijdig cut-off vlak). In de  $v$ - $p$ - $q$  ruimte zal dit dus in de aangegeven drained plane plaatsvinden.

Camclay stelt nu dat veranderingen in  $v$ - $p$ - $q$  combinaties onder de SBS gepaard gaan met uitsluitend elastische deformaties. Bij het bewegen over de SBS ontstaan elastische en plastische deformaties. De elastische deformaties zijn trouwens niet-lineair.

Het zal verduidelijkend zijn om enige standaard triaxiaalproeven weer te geven in de  $v$ - $p$ - $q$  ruimte.

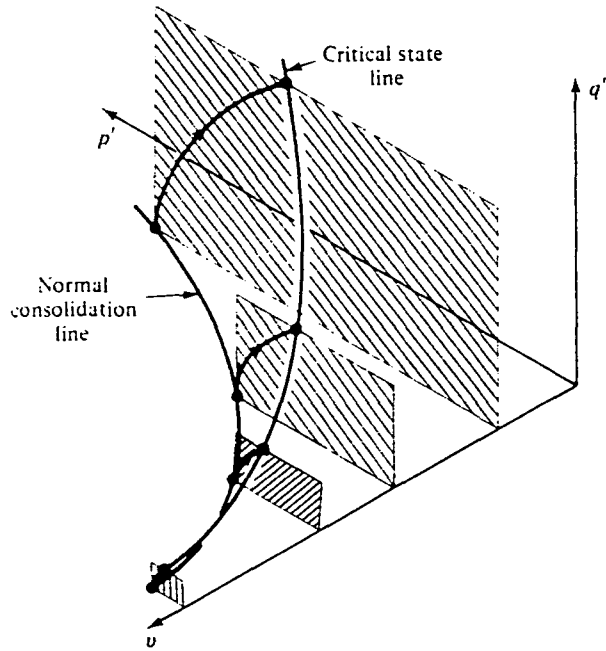


Figure 10-13 Four undrained planes in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.5

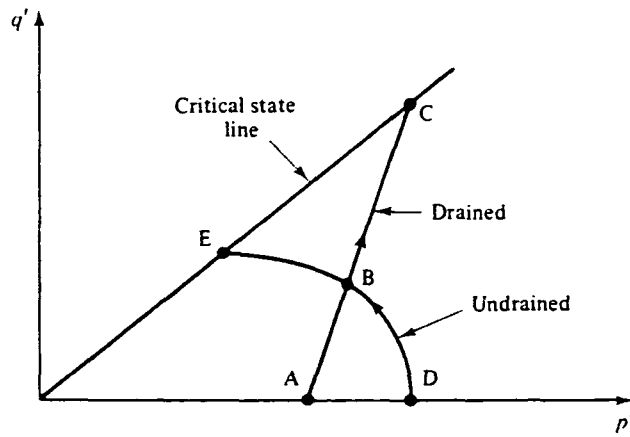


Figure 10-16 Drained and undrained paths in  $q' : p'$  space

Figuur 7.6

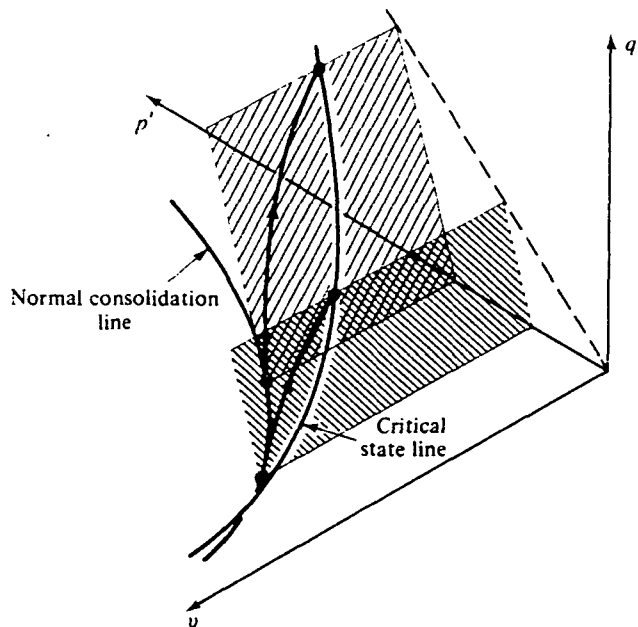


Figure 10-14 Two drained planes in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.7

#### 7.4 Normaal geconsolideerde klei, CIU proef

De CIU proef houdt in Isotrope Consolidatie, waarna Ungedraineerd afschuiven. Het t.s.p. doet er hier niet toe - er wordt altijd dezelfde e.s.p. gevonden.

Zie figuur 7.5. We beginnen dus met de CI van CIU, dus we consolideren met een gekozen  $p'$  en  $q = 0$ . We zitten dan op de normal of isotropic consolidation line in het grondvlak.

Dan wordt ongedraineerd afgeschoven. Er kan nu geen poriënwater meer ontsnappen, cq. aangezogen worden in het monster, zodat er verder geen volumeverandering optreedt. Dus  $v = \text{cst}$ . Daarom zijn in de figuur doorsnijdingen met de SBS getekend van de  $v = \text{cst}$  vlakken door de  $v$ - $p'$  combinaties na consolidatie.

De snijlijn tussen de Roscoe surface en het  $v = \text{cst}$  vlak is het e.s.p. van de proef. Bij het bereiken van de CSL treedt bezwijken op.

Geprojecteerd op het  $p'$ - $q$  vlak ontstaan DBE, zie figuur 7.6.

#### 7.5 Normaal geconsolideerde klei, CID proef

Als na de isotrope consolidatie, gedraineerd wordt afgeschoven - dit moet voldoende langzaam gebeuren om geen opbouw van waterspanningen te krijgen, en dan is t.s.p. = e.s.p. - ligt het spanningspad in de drained plane. In figuur 7.7 zijn 2 doorsnijdingen van de drained plane met de Roscoe surface weergegeven, die dus vertrekken vanaf de normal isotropic consolidation line en uitkomen op de CSL. In figuur 7.6 is ABC de projectie op het  $p'$ - $q$  vlak van een zo'n proef.

In het snijpunt B van de ongedraineerde en de gedraineerde proef, hebben beide dezelfde watergehalte of waarde van  $v$ . De ongedraineerde e.s.p.'en zijn nl. tevens contouren van gelijk watergehalte, en als nu voldoende CIU proeven bij verschillende consolidatiespanning worden gedaan, is het mogelijk van een CID proef te voorspellen hoe het watergehalte tijdens de proef verandert, zie figuren 7.8 en 7.9.

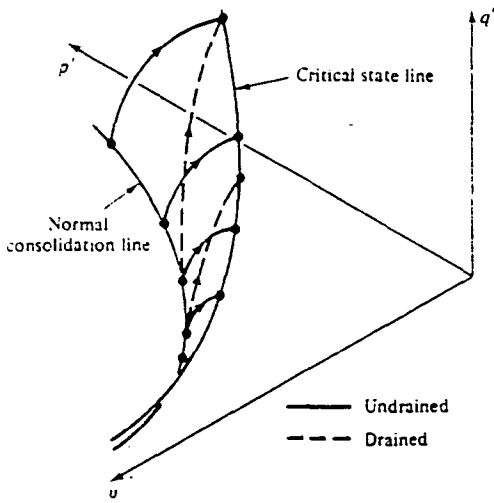


Figure 10-15 Families of drained and undrained tests in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.8

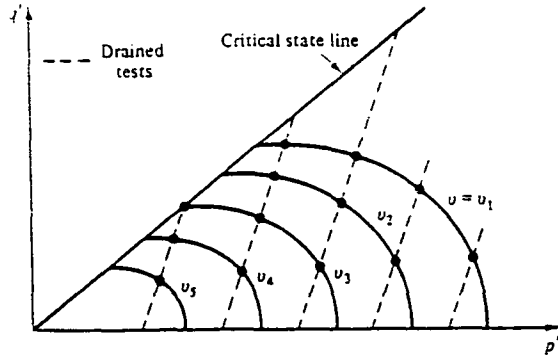


Figure 10-17 Contours of constant  $v$  from drained tests

Figuur 7.9

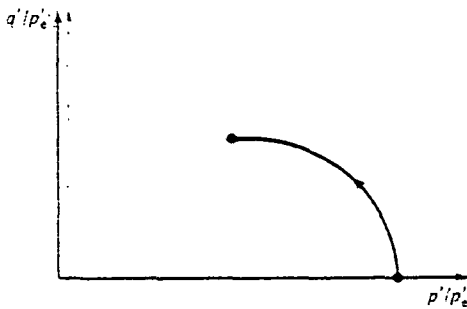


Figure 10-20 Path in  $q'/p'_e : p'/p'_e$  space for undrained tests

Figuur 7.10

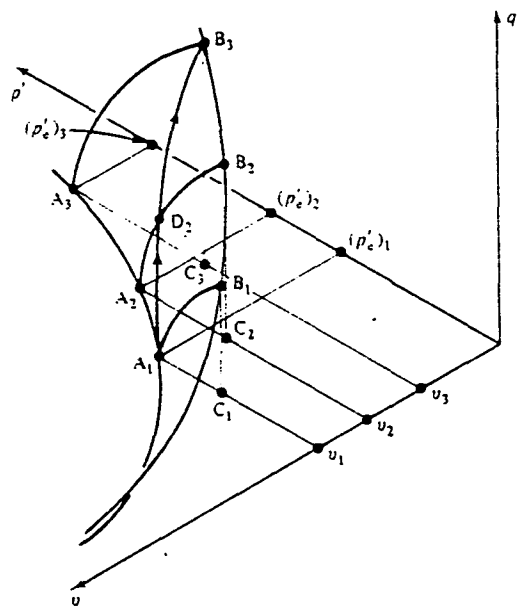


Figure 10-22 The path for a drained test in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.11

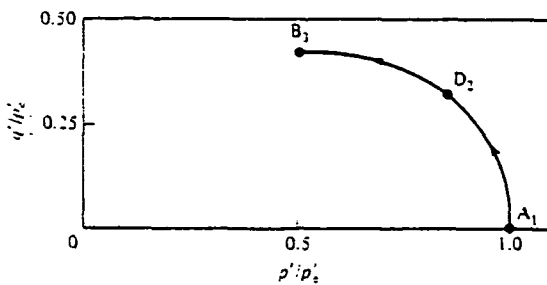


Figure 10-23 The path in  $q'/p'_e : p'/p'_e$  space for a drained test

Figuur 7.12

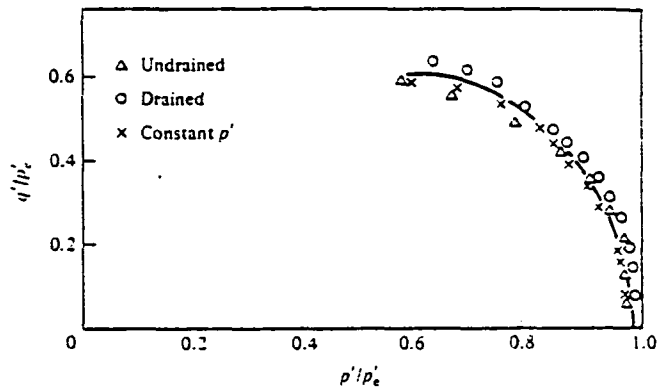


Figure 10-24 Test paths in  $q'/p'_e : p'/p'_e$  space for a drained test, an undrained test, and a test at constant  $p'$  on samples of normally consolidated kaolin clay (after Balasubramaniam, 1969)

Figuur 7.13

### 7.6 De vorm van de Roscoe surface

De CIU e.s.p.'en leggen de vorm vast van de Roscoe surface.

Aangenomen wordt dat deze e.s.p.'en gelijkvormig zijn voor alle waarden van de consolidatiespanning. Als dus het  $p'$ - $q$  vlak genormeerd wordt met  $p'_c =$  de consolidatiespanning, vallen alle e.s.p.'en samen.

Zie fig. 7.10. Nu kan worden gecheckt of deze Roscoe surface ook daadwerkelijk door CID paden gevolgd wordt. Projectie zonder meer op het  $p'$ - $q$  vlak levert de nietszeggende 3:1 pad op, fig. 7.6. Daarom wordt ook het CID pad met  $p'_e$  genormaliseerd, maar  $p'_e$  verandert nu van punt tot punt van het CID pad.  $p'_e$  wordt nl. gedefinieerd als de spanning op de normaal consolidatie lijn bij hetzelfde watergehalte als de monster op een gegeven moment heeft.

Zie figuur 7.11. Dus in  $D_2$  wordt  $p'_e$  gevonden door door  $D_2$  een  $v = \text{cst}$  vlak te trekken, het snijpunt met de normaal consolidatielijns  $A_2$  te vinden en  $p'_e$  in  $A_2$  af te lezen  $\rightarrow (p'_e)_2$ . Het spanningstoestand in  $D_2$ ,  $(q_2, p'_2)$  wordt nu genormaliseerd

$\left\{ \frac{q_2}{(p'_e)_2}, \frac{p'_2}{(p'_e)_2} \right\}$ , en uitgezet in figuur 7.12 en 7.13.

Evenzo geschiedt voor alle punten op  $A_1 D_2 B_3$  in fig. 7.11, en dit levert fig. 7.12 op. Fig. 7.13 wil aan de hand van proefresultaten aantonen dat inderdaad  $A_1 D_2 B_3$  van fig. 7.11 op de Roscoe surface ligt: het genormaliseerde ongedraineerde en het genormaliseerde gedraineerde e.s.p. vallen samen.

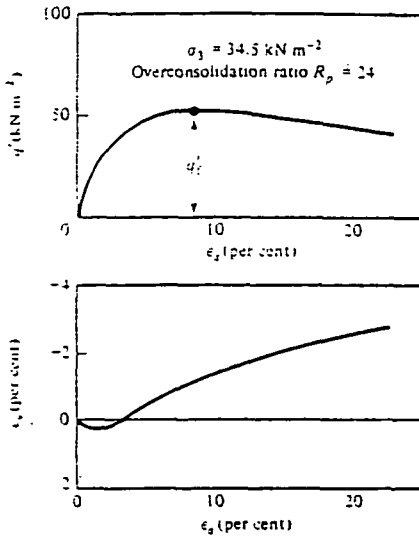


Figure 11-2 Test data from a drained test on an overconsolidated sample of Weald clay (after Bishop and Henkel, 1962, p. 123)

Figuur 7.14

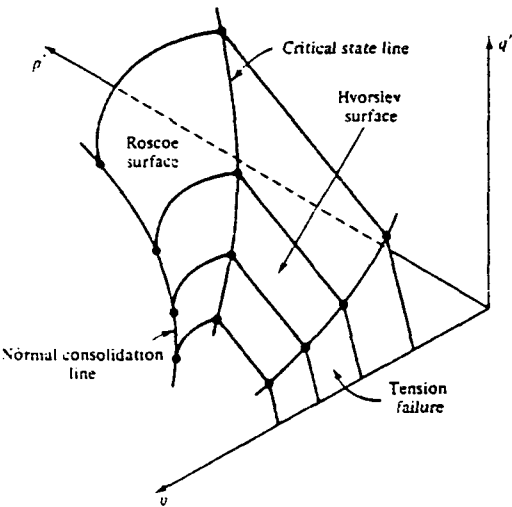


Figure 11-14 The complete state boundary surface in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.16

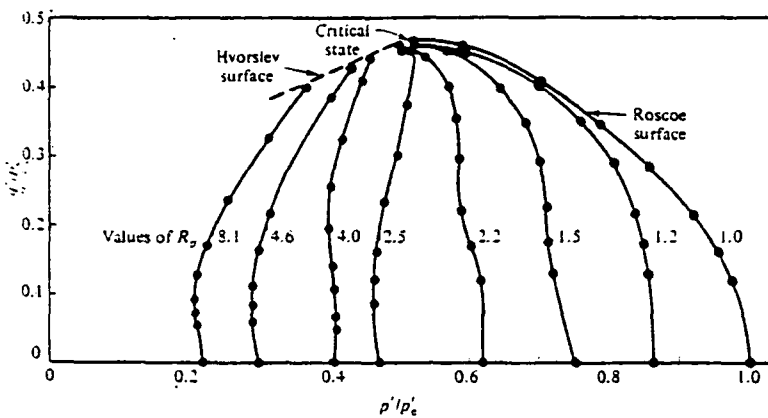


Figure 11-16 Normalized stress paths for undrained tests on overconsolidated samples of kaolin clay (after Loudon, 1967)

Figuur 7.18

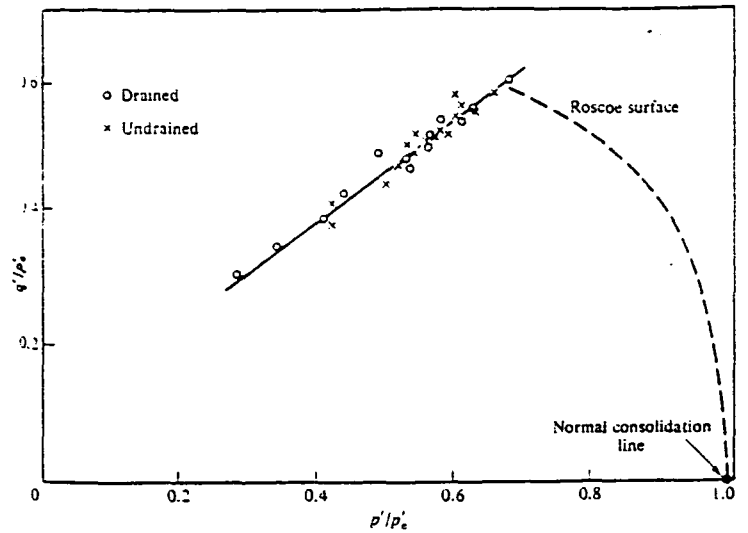


Figure 11-4 Failure states of drained and undrained tests on overconsolidated samples of Weald clay (data from Parry, 1960)

Figuur 7.15

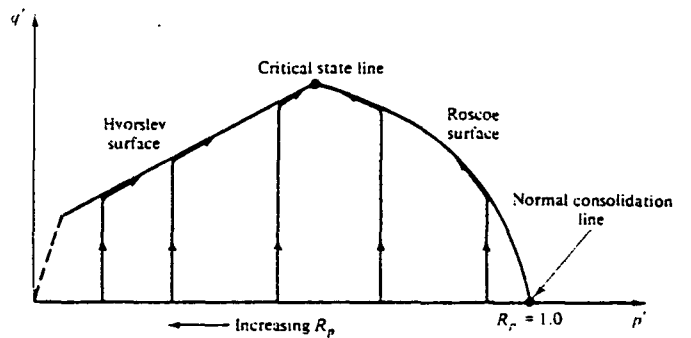


Figure 11-15 Expected undrained test paths for samples at different overconsolidation ratios

Figuur 7.17

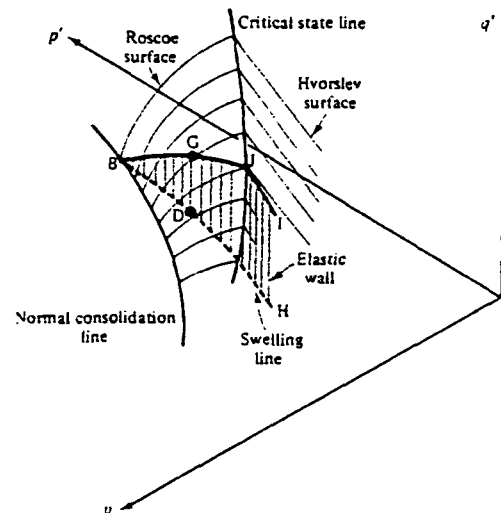


Figure 13-4 The elastic wall

Figuur 7.19



### 7.7 Overgeconsolideerde klei. De Hvorslev surface

Een kenmerkende  $q-\epsilon_a$  diagram ( $\epsilon_a$  = axiale rek) voor OC (CID proef) klei is figuur 7.14.

Er is een duidelijke piekwaarde van  $q$ ,  $q_f$ , waarna  $q$  afvalt naar een eindwaarde. Na een aanvankelijke volumeverkleining treedt er dilatantie op, en bij grote  $\epsilon_a$  rekken lijkt de volumeverandering weer naar nul te tenderen. Uitgezet in het  $p'-q$  vlak ontstaat weer een nietszeggende lijn onder 3:1. Daarom wordt ook nu genormaliseerd met  $p'_e$ , de spanning op de normaal consolidatielijns bij hetzelfde watergehalte als het monster op een bepaald moment in de proef heeft.

In figuur 7.15 zijn de  $p'_f-q_f$  waarden van zowel CID als CIU proeven op OC klei uitgezet. Kennelijk liggen alle punten op één lijn, en dit duidt erop dat er sprake is van een vlak in de  $v-p'-q$  ruimte waarop alle  $p'_f-q_f$  combinaties van OC klei liggen. Dit is de Hvorslev surface van fig. 7.16, de SBS voor zwaar OC klei.

Zie figuur 7.16. Merk op dat  $q_f$  niet het eindpunt is van de CID proef, noch van een CIU proef trouwens.

Figuur 7.17 en 7.18 laat CIU paden zien voor verschillende graden van overconsolidatie. Als het e.s.p. de SBS raakt, vervolgt het zijn weg langs de SBS naar de CSL, die, zoals eerder gezegd is, het eindpunt is voor alle proeven met toenemende  $q$ . Fig. 7.18 geeft ter vergelijking echte metingen te zien. Het is zinvol in gedachten fig. 7.17 in te passen in fig. 7.16. Het vertrekpunt van de CIU proeven op OC klei blijkt dan op het grondvlak te liggen.

Hoe nu komt dit vertrekpunt tot stand?. Door (isotroop) over te consolideren en langs de NCL naar een te kiezen voorbelasting en door te ontlasten naar  $p'$  met een gewenste graad van overconsolidatie  $R_p = \frac{p'_m}{p'}$ , zie figuur 7.19.

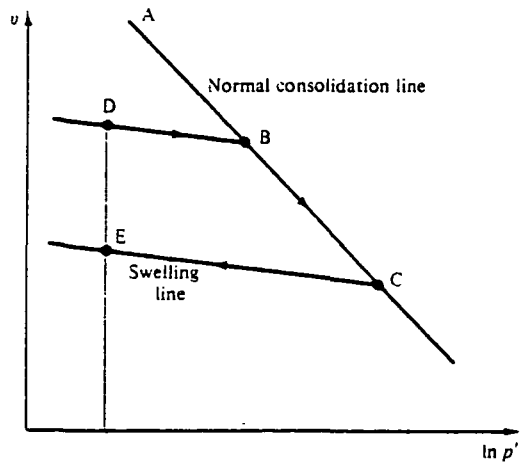


Figure 13-2 Elastic-plastic behaviour of clay in isotropic compression and swelling

Figuur 7.20

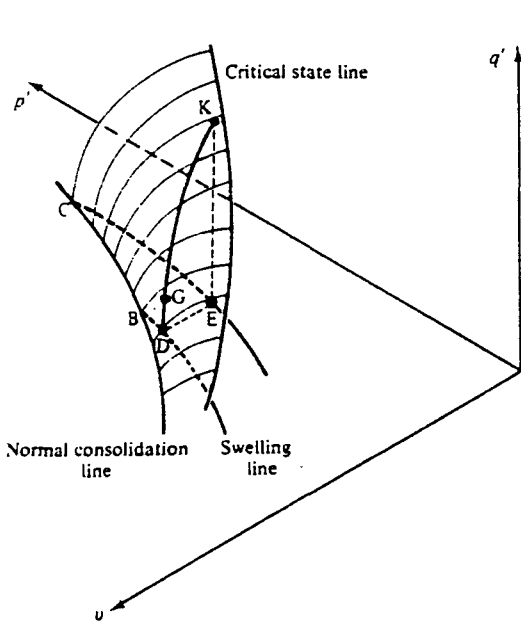


Figure 13-3 The test path from points D to E in  $q' : p' : v$  space

Figuur 7.21

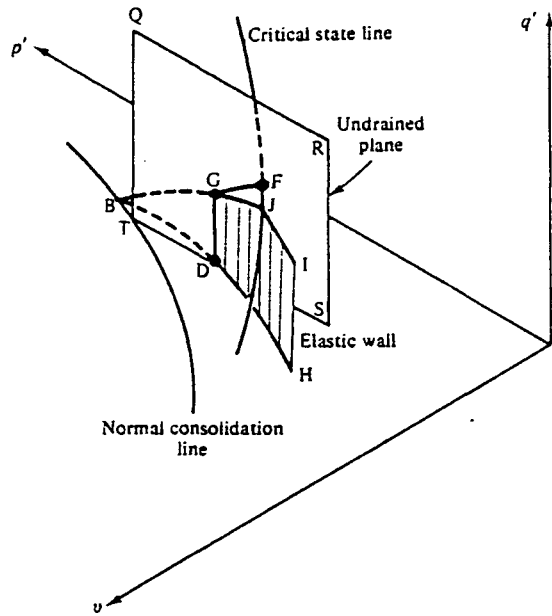


Figure 13-5 Intersection of an elastic wall and an undrained plane

Figuur 7.22

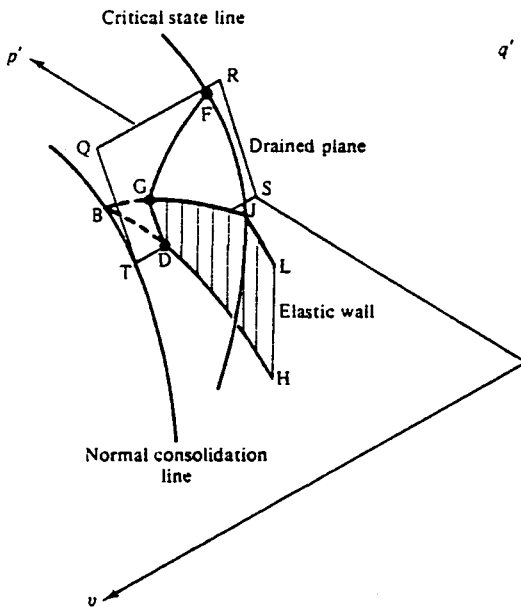


Figure 13-6 Intersection of an elastic wall and a drained plane

Figuur 7.23

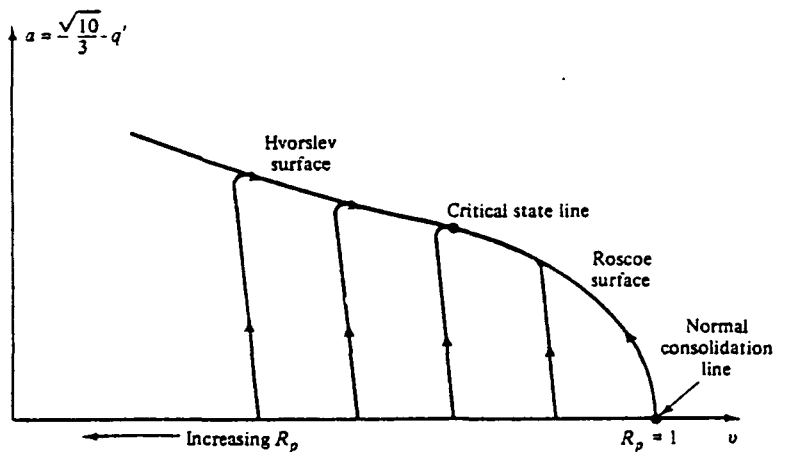


Figure 11-22 Paths followed by drained tests on samples at different overconsolidation ratios

Figuur 7.24

Zo ontstaan punten B en bij D of H. Bij H is  $R_p$  groter dan in D. Omdat D en H onder de SBS liggen, reageert het monster elastisch, tot  $v-p'-q$  op de SBS komt. Elastisch gedrag wil zeggen geen volumeverandering t.g.v.  $q$ , en zolang  $v-p'-q$  blijft op het verticaal gearceerde vlak, de elastic wall, zal er geen plastische deformatie optreden.

Daar komt nog iets bij. Elke swelling line (helling  $-\kappa$  in  $v - \ln p'$  vlak) heeft zijn eigen elastic wall, en het is onmogelijk om van een elastic wall naar een andere elastic wall te gaan anders dan via de SBS. Dat dit zo is, is in te zien door de projectie van 2 elastic walls op het  $v - \ln p'$  vlak te bekijken, zie figuur 7.20.

Op zowel DB als EC is het spannings- $\epsilon$  gedrag elastisch.

In E echter is  $v$  kleiner dan in D, elk bij dezelfde  $p'$ . Tussen toestand D en E is dus plastische rek ontstaan - het  $v-p'-q$  pad moet dus via de SBS zijn gegaan.

In fig. 7.20 zou dit kunnen met  $q = 0$  tijdens het gehele proces D-B-C-E, en het pad op de SBS is dan de NCL tussen B en C.

Maar in figuur 7.21 is een andere mogelijkheid weergegeven: pad DGKE, waarbij GK het deel van de pad op de SBS is waar de plastische rek optreedt.

Als enerzijds punten onder de SBS alleen elastisch gedrag vertonen, en anderzijds het bewegen van één elastische muur naar een andere elastische muur alleen via de SBS kan, volgt logischerwijze dat een punt onder de SBS op zijn elastische muur moet blijven, tot hij de SBS bereikt.

Figuren 7.22 en 7.23 laten de consequentie zien voor resp. een CIU proef en een CID proef op OC klei. Als DGF van fig. 7.22 op het  $p'-q$  vlak wordt projecteerd, ontstaan paden als aangegeven in fig. 7.17. Merk op dat bij grote  $R_p$ , het startpunt links van de CSL ligt. Men noemt dit "dry of critical" of "dry state". Ligt het startpunt rechts van de CSL, dan is het "wet of critical" of in een "wet state".

Fig. 7.24 laat fig. 7.23 in de drained plane zien. Ook hier zijn er dry states, globaal links van de CSL, en wet states globaal rechts ervan.

Globaal, omdat het onderscheid dry-wet gemaakt wordt voor de ligging van het punt in het v-p' vlak t.o.v. de projectie van de CSL op dat vlak, terwijl de doorsnijding GD in fig. 7.23 niet loodrecht het v-p' vlak zal zijn in het algemeen.

Merk op dat dry states in CID proeven de bekende strain softening te zien geven in fig. 7.24: afname van q na de piek. Merk ook op dat wet states (lichte overconsolidatie) dit gedrag niet hebben. Na het bereiken van de SBS neemt q toe tot de CSL wordt bereikt waar de volume niet meer verandert. De CIU proeven - fig. 7.17 - kennen geen strain softening.

Let wel op dit gedrag wijkt af van wat vaak wordt gevonden. Er is dan ook geen rekening gehouden met bijv. sensitive kleitypes.

### 7.8 Stijfheid en sterkte in de ongedraineerde situatie

In de ongedraineerde situatie is v constant. Voor elastische toestanden onder de SBS is ook p' constant,  $\Delta p' = 0$ , want anders zou er volumeverandering optreden. Met v en p' constant, kan het v-p'-q pad alleen verticaal zijn, zie fig. 7.22, DG. Op dit pad zijn de stijfheidsparameters ook constant, hetgeen nu aangetoond zal worden.

De vergelijking voor de zwelijn BH is:

$$v = v_{\kappa} - \kappa \ln p'$$

$$dv = -\kappa dp'/p'$$

Nu is de compressiemodulus  $K' = \frac{d\epsilon_{vol}}{dp'} = \frac{-dv}{vdp'}$ , dus  $K' = vp'/\kappa$ , en met v en p' constant, is dus K' ook constant.

Als nu v' ook constant is, zijn G' en E' dat ook.

De stijfheidsparameters in termen van ongedraineerd gedrag,  $E_u$ ,  $\nu_u$ ,  $K_u$ ,  $G_u$  blijken nu ook constant te zijn. Natuurlijk is  $G_u = G' = \text{constant}$ , en met  $\nu_u = 0.5 = \text{constant}$  zijn dan  $E_u$  en  $K_u$  ook constant.  
 $E_u = 2(1 + \nu_u) G_u = 3G_u = \text{constant}$ .  
 $K_u = \infty$ , want onsamendrukbaar.

De vervormingen blijken nu uitgedrukt te kunnen worden in totaalspanningen en ongedraineerde stijfheidsparameters, hoewel grondgedrag bepaald wordt door effectieve spanningen en gedraineerde stijfheidsparameters.

$$\Delta \epsilon_{\text{vol}} = \frac{1}{K_u} \Delta p = 0$$

$$\Delta \gamma = \frac{1}{G_u} \cdot \frac{\Delta q}{2}$$

Dus het is niet nodig ons bezig te houden met opgewekte waterspanningen tijdens het afschuiven, want de vervormingen kunnen worden bepaald uit de totaalspanningen.

Als  $\Delta p' = 0$ , is

$$\Delta p = \Delta(p' + u) = \Delta p' + \Delta u = \Delta u$$

en dit betekent, althans bij volledige verzadiging, dat elke verandering in de isotrope spanning, volledig opgenomen wordt door een evengrote verandering in de waterspanning, waarbij de korrelspanning gelijk blijft. Dit is waar voor elastisch gedrag onder de SBS.

Bij  $\nu = \text{constant}$  in de ongedraineerde fase van een CIU proef, is in een  $\nu$ - $p'$ - $q$  diagram duidelijk te zien dat uiteindelijk elk monster, ongeacht zijn begintoestand, uitkomt op hetzelfde punt op de CSL. Dit punt is gerelateerd aan de sterkte van het monster als volgt:

$$q_{\text{CSL}} = q_f = 2c_u.$$

De vergelijking van de projectie van de CSL in het v-p' vlak is

$$v = \Gamma - \lambda \ln p'$$

terwijl op de CSL geldt

$$q = M p' \text{ en } q = 2c_u.$$

$$\text{Dus } c_u = \frac{1}{2}M p' = \frac{1}{2}M \exp[(\Gamma - v)/\lambda].$$

M,  $\Gamma$  en  $\lambda$  zijn materiaalparameters, en kennelijk is  $c_u$  dus uitsluitend afhankelijk van v oftewel het watergehalte, en niet afhankelijk van bijv. graad van overconsolidatie. Ook de tijdens afschuiven opgewekte waterspanningen zijn niet van belang, en dus ook niet het gevolgde t.s.p. Het gevolgde e.s.p. is als in fig. 7.22 is aangegeven: recht omhoog op de elastic wall naar de SBS, en dan langs de SBS naar de CSL.

In werkelijkheid blijken deze ideeën echter tot een belangrijke overschatting van  $c_u$  te leiden, voor overgeconsolideerde klei. Ladd past de CSL dan ook aan in zijn Simple Clay Model om lagere  $c_u$  te krijgen. Wroth en Houlsby (1985) bevelen trouwens aan om in berekeningen van ongedraineerde draagvermogen, de sterkte op de Hvorslev surface te nemen, die in CIU proeven steeds lager is dan die bij de CSL.

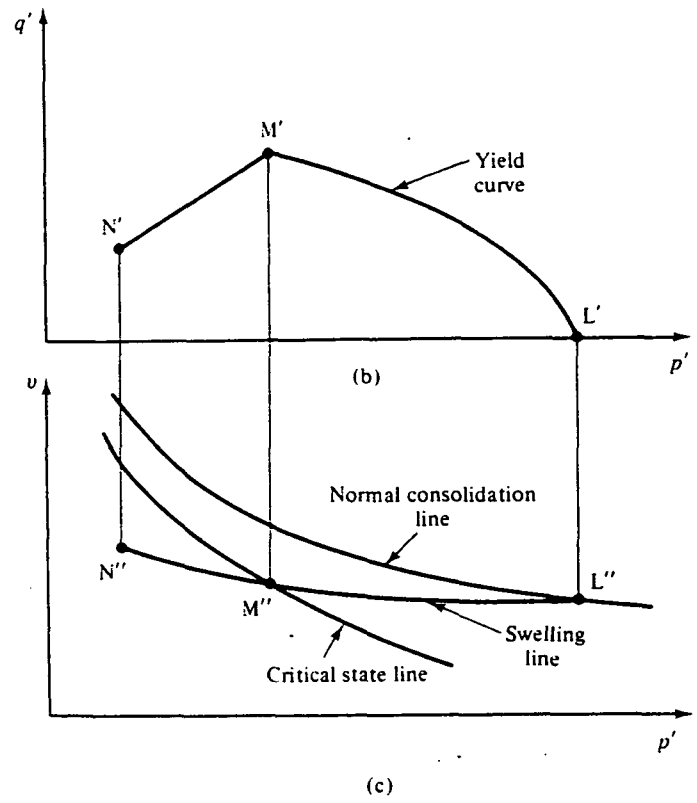
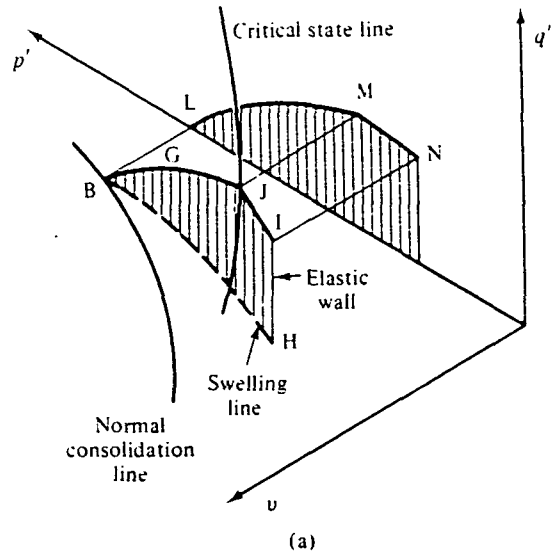


Figure 13-10 An elastic wall and the corresponding yield curve

Figur 7.25

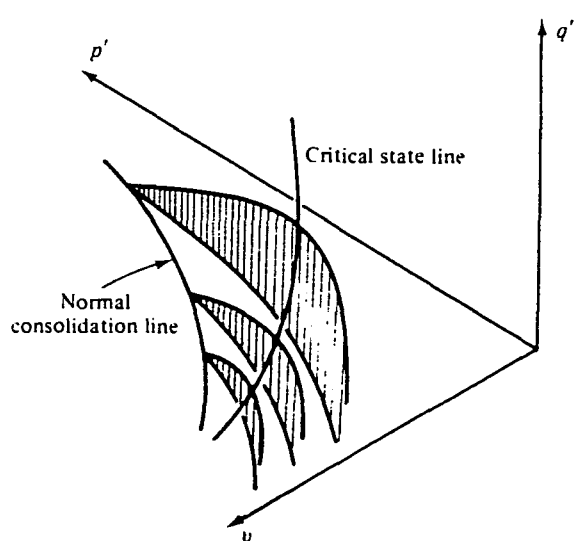


Figure 13-15 A family of Cam-clay yield curves

Figur 7.26

### 7.9 De yield surface

Zie figuur 7.25.

Gegeven een elastic wall BGJIH, is de projectie ervan op het  $p'$ - $q$  vlak, de yield surface. Als nl. het geprojecteerde punt LMN raakt, zit het op de SBS, en treedt er plastische rek op. We hebben al gezien dat hierbij steeds nieuwe elastische muren worden gecreëerd (figuur 7.26) en dit verschijnsel heet hardening of versterking.

De hoeveelheid opgetreden plastische volumerek is te berekenen als de vorm van de SBS bekend is. Als voor de SBS  $v$  expliciet kan worden geschreven als functie van  $q$  en  $p'$

$$v = f(p', q)$$

dan volgt door differentiëren

$$dv = \frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq$$

en voor bekende  $p'$ ,  $q$ ,  $dp'$ ,  $dq$  is dan  $dv$  te bepalen.

Deze  $dv$  bevat ook een elastische component, omdat op de SBS plastische en elastische rekken beide optreden. De elastische component is

$$dv^e = d\{-\kappa \ln \frac{p' + dp'}{p'}\} = -\kappa \frac{dp'}{p'}$$

en de overblijvende volumerek is

$$dv^p = dv - dv^e.$$

Als aldus  $dv^p$  berekend is, rijst de vraag welke plastische schuifrek is opgetreden. Hiervoor wordt een flow rule gedefinieerd, die het verband geeft tussen de incrementen van plastische volume rek en plastische schuifrek ( $\epsilon_s^p$ ).

Bijvoorbeeld, de originele Camclay model nam

$$\frac{d\epsilon_y^p}{d\epsilon_s^p} = M - \frac{q}{p'}$$



Met de flow rule is dus, na eerst  $d\epsilon_v^p$  berekend te hebben, ook  $d\epsilon_s^p$  bekend. Over blijft  $d\epsilon_s^e$ , de elastische component van de schuifrek, en in de originele Camclay, wordt dit nul genomen.

#### 7.10 Geassocieerde vloeiregel

In de plasticiteitstheorie definieert men de zgn. plastische potentiaal  $G$ , die een functie is van spanningen. Als  $G$  getekend wordt in een hoofdspanningsruimte, ontstaat een oppervlak. Als nu langs de assen, een tweede stel assen ligt die de overeenkomstige plastische rekincrementen aangeven (dus  $\Delta\epsilon_{11}$  langs  $\sigma_{11}$ , bijv.) dan is de vector die de plastische rekincrement voorstelt, loodrecht op  $G$  in het punt van de huidige spanningen.

In klei blijkt het nu een redelijke aanname om het vloeiooppervlak en de plastische potentiaal, gelijk te nemen, zodat de plastische rekincrement vector loodrecht staat op het vloeiooppervlak. Dit heet associativiteit - de plastische potentiaal wordt gelijk genomen aan het vloeiooppervlak. Vaak komt men hiervoor ook de term normaliteit tegen, maar dat is m.i. verwarrend. Normaliteit is er altijd - zo is nu eenmaal de plastische potentiaal  $G$  gedefinieerd, met plastische rekincrement vector loodrecht  $G$ . Maar associativiteit is er alleen als  $G$  en het vloeiooppervlak gelijkgenomen worden.

#### 7.11 Camclay

Hier wordt nader op de originele Camclay ingegaan, die wat simpeler is dan de meer gebruikte Modified Camclay.

Camclay neemt:

1. Normaliteit, d.w.z. plastische rekincrement vector loodrecht op het vloeiooppervlak.
2. De volgende vloeiregel:

$$\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_v^p} = M - \frac{q'}{p'}$$

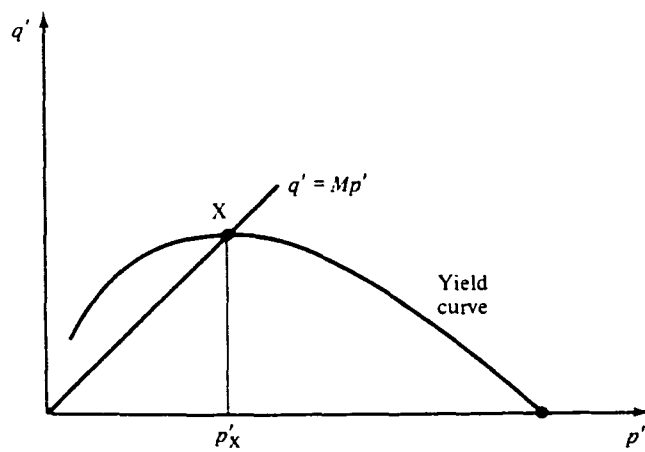


Figure 13-14 A yield curve as predicted from Cam-clay

Figuur 7.27

Het beeld van figuur 7.27 ontstaat in een gecombineerde  $p'$ - $q$  en  $d\varepsilon_V^P - d\varepsilon_S^P$  diagram.

Een consequentie van 1. en 2. is dat de vorm van het vloeiooppervlak vastligt. En omdat de SBS is opgebouwd uit naast elkaar gelegen vloeiooppervlakken, zie fig. 7.26, is ook de vergelijking voor de SBS bekend. Deze is:

$$q = \frac{Mp'}{\lambda - \kappa} (\Gamma + \lambda - \kappa - v - \lambda \ln p').$$

Door  $v$  hierin expliciet te schrijven, en naar  $p'$  en  $q$  te differentiëren, ontstaat:

$$dv = \frac{-\lambda dp'}{p'} - \frac{(\lambda - \kappa)dq}{Mp'} + \frac{(\lambda - \kappa)q dp'}{Mp'^2}$$

en na aftrekken van  $dv^e = \frac{-\kappa dp'}{p'}$  en delen door  $v$ , ontstaat:

$$d\varepsilon_V^P = \frac{-dv^P}{v} = \frac{\lambda - \kappa}{Mvp'} \left[ \left( M - \frac{q}{p'} \right) dp' + dq \right]$$

en de plastische schuifrek increment volgt nu uit de vloeiregel.

In een increment van een CIU proef op normaal geconsolideerde klei is  $\Delta v = 0$ . Stel dat  $v_0$  het specifieke volume is, en  $p'_0$  de bijbehorende spanning op de NCL, dan is

$$v_0 = N - \lambda \ln p'_0.$$

Dit ingevuld in de vergelijking van de SBS levert

$$\frac{q}{Mp'} + \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \ln \frac{p'}{p'_0} = 0$$

en dit is dus het e.s.p. in het  $p'$ - $q$  vlak van de afschuiffase van een normaal geconsolideerde CIU proef.

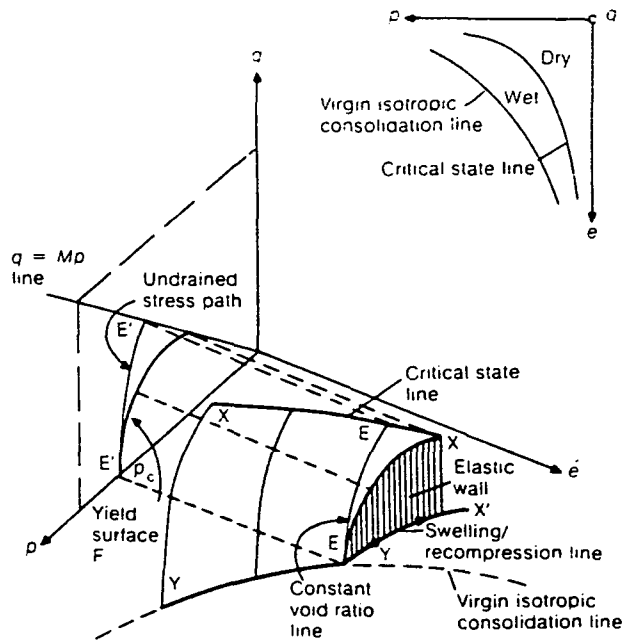


Fig. 3. State boundary surface

Figuur 7.28

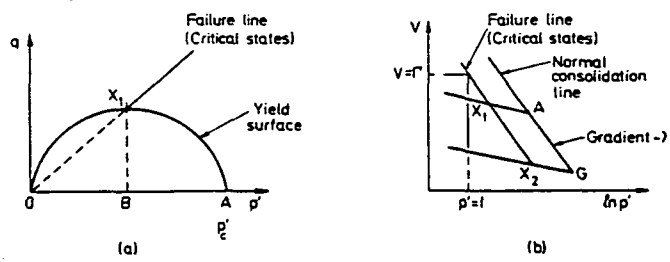


Fig.30 Details of yield surface for Modified Cam-Clay model

Figuur 7.29

Dit e.s.p. lijkt enigszins op het vloeiooppervlak, maar het e.s.p. is de projectie van de doorsnijding van een  $v = \text{cst}$  vlak met de SBS, terwijl het vloeiooppervlak de projectie is van de doorsnijding van een elastische muur met de SBS. Figuur 7.28 geeft het verschil goed weer.

Als de ontlast-herbelast modulus oneindig groot is ( $\kappa = 0$ ), dan vallen het ongedraineerde e.s.p. en het vloeiooppervlak dus samen.

Bij  $\kappa > 0$  echter verloopt het vloeiooppervlak flauwer dan het ongedraineerde e.s.p.

De SBS kan ook vastgelegd worden door dit ongedraineerde e.s.p. te meten. Als  $\kappa$  apart gemeten wordt, is dan ook het vloeiooppervlak te tekenen. Camclay en Modified Camclay echter leggen eerst het vloeiooppervlak vast - via een op theoretische grondslagen (nl. plastisch gedissipeerde arbeid in het monster) gebaseerde vloeiregel en de normaliteitsregel, en bepalen dan het ongedraineerde e.s.p.

Een vermeldenswaardig aspect van het vloeiooppervlak van Camclay is nog het volgende.

Het vloeiooppervlak  $\frac{q}{Mp'} + \ln \frac{p'}{p'_x} = 1$  in fig. 7.27 is horizontaal bij de CSL.

De plastische rekincrement vector  $\Delta \epsilon_V^P / \Delta \epsilon_S^P$  is daar dus verticaal, d.w.z.  $\Delta \epsilon_V^P = 0$  op de CSL. Er treedt op de CSL dus geen plastische volumeverandering meer op.

### 7.12 Modified Camclay

Dit model heeft de originele Camclay verdrongen. Het verschil is gelegen in de aangenomen vloeiregel, en het vloeiooppervlak ziet er dus anders uit, zie fig. 7.29.

met de vergelijking

$$q^2 = M^2 p' (p'_c - p').$$

Het is een ellips met  $OB = BA$ , d.w.z. ook nu is het vloeiooppervlak horizontaal bij de CSL.

Er wordt verder niet ingegaan op de vergelijking van de SBS en het ongedraaide e.s.p. Modified Camclay heeft als parameters nodig:

$\lambda$ ,  $k$ ,  $M$ ,  $\Gamma$  en  $\nu$  of  $G$ .

Merk op dat noch Camclay noch Modified Camclay zich bezig houden met de Hvorslev surface, maar uitsluitend met de Roscoe surface.

### 7.13 Toepassingen van Modified Camclay

MCC en CSSM zijn geïmplementeerd in eindige elementen programma's, soms inclusief bergingsvergelijkingen zodat consolidatie wordt berekend. Toepassingen voor het probleem van ophogingen zijn o.a. Wroth et al (1974) die een proefafschuiving van M.I.T. berekende, en Magnan e.a. (Magnan en Belkeziz (1982), Belkeziz en Magnan (1982)), die ook proefafschuivingen narekenden.

Wroth claimt dat hij waterspanningen en deformaties goed voorspelde (dat kan wel zijn - in de gang van M.I.T. hing een groot bord met voorspellingen van diverse predictors voor de hoogte waarbij bezwijken zou optreden van deze proefophoging. Er was niet één voorspelling redelijk in de buurt van de werkelijkheid). Magnan paste verschillende modellen toe op de Cubzac proefafschuiving, en vond dat Camclay de beste "post-dictie" opleverde voor laterale deformaties en wateroverspanningen, en de slechtste postdictie voor de zettingen.

Wroth zegt dat MCC i.h.a. slecht is in het berekenen van schuifvervormingen, en redelijk t.a.v. wateroverspanningen en de belangrijkste deformatiegedragingen van zachte klei. Pogingen van Prevost (1977) om de voorspelling van schuifvervorming te verbeteren leidde tot een model met een onhanteerbare hoeveelheid parameters. Dafalias en Hermann (1980) deden het wat beter via Bounding Surfaces.

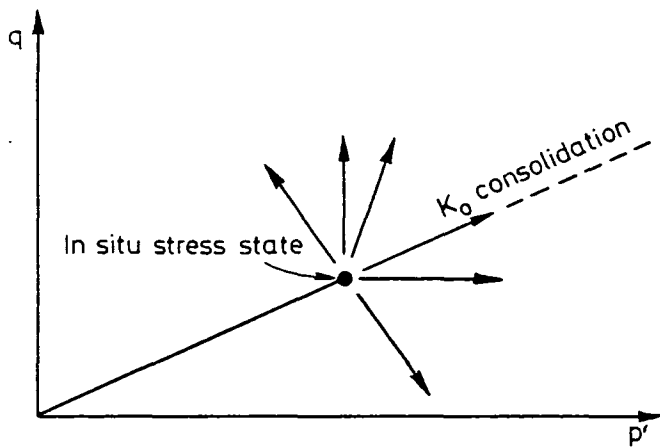


Fig. 24 Stress path test directions after initial  $K_0$  consolidation

Figur 7.30

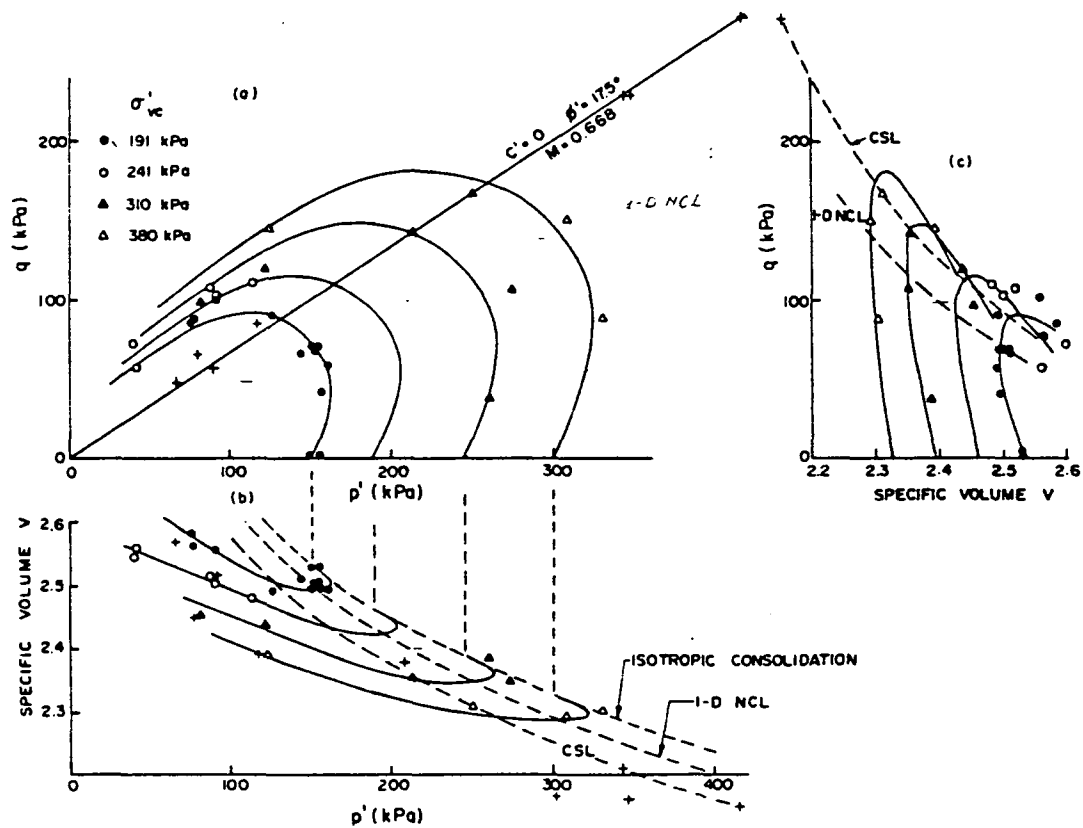


Fig. 26 Yield envelopes observed in triaxial tests on undisturbed Winnipeg clay (after Graham et al., 1983)

Figur 7.31

Men heeft wel geprobeerd MCC te generaliseren voor meer algemene spannings-systemen dan alleen triaxiale compressie. Men deed dit door simpelweg een cirkel aan te nemen in het  $\pi$ -vlak voor de Critical State, dus de waarde voor triaxiale compressie (bepaald door  $M$  of  $\phi$ ) werd ook voor alle andere spanningscombinaties aangenomen. Als men echter bedenkt hoe een Mohr-Coulomb criterium er uit ziet in het  $\pi$ -vlak, is het duidelijk dat aldus een te grote sterkte wordt ingevoerd voor de plane strain toestand en de triaxial extensie richting. Dit bleek dan ook.

Wroth en Houlsby (1985) merken t.a.v. de elastoplastische modellen op, dat de voornaamste tekortkomingen zijn:

1. Het modelleren van anisotrope vloeiooppervlakken en hiermee verbonden de invloed van rotatie van hoofdspinningen (hier wordt later op ingegaan).
  2. Het generaliseren van MCC en andere elastoplastische modellen van triaxiale naar algemene spanningstoestanden.
  3. Ook stippen zij even rate effects aan. De grootte van het vloeiooppervlak neemt toe met de snelheid van vervormingen, zodanig dat de sterkte  $\pm 5 - 10\%$  toeneemt voor elke vertienvoudiging van de afschuifsnelheid. Omgekeerd krimpt het vloeiooppervlak in bij afnemende deformatiesnelheid, zoals bijv. in ingravingen.
- Ageing wordt ook genoemd - anderen geven aan dat het vloeiooppervlak groter wordt door ageing.

#### 7.14 Anisotrope vloeiooppervlak

Het ellipsvormige vloeiooppervlak van MCC lijkt goed te zijn voor isotroop geconsolideerde klei. In de natuur echter komt dit niet voor - bijna altijd is klei onder  $K_0$  omstandigheden (horizontale rek = 0) geconsolideerd. Tamelijk recent heeft men voor enkele kleien geprobeerd het vloeiooppervlak voor  $K_0$  geconsolideerde klei te bepalen. Het blijkt dat men globaal een ellips vindt die gericht is langs de  $K_0$  as. Een en ander is het best toe te lichten met de proeven van Graham, Noonan en Lew (1983) op natuurlijke klei van Winnipeg. Zij namen monsters naast elkaar op 4 verschillende diepten, en onderwierpen elke serie van gelijke diepte aan een reeks triaxiaalproeven met de effectieve spanningspadrichtingen van figuur 7.30.



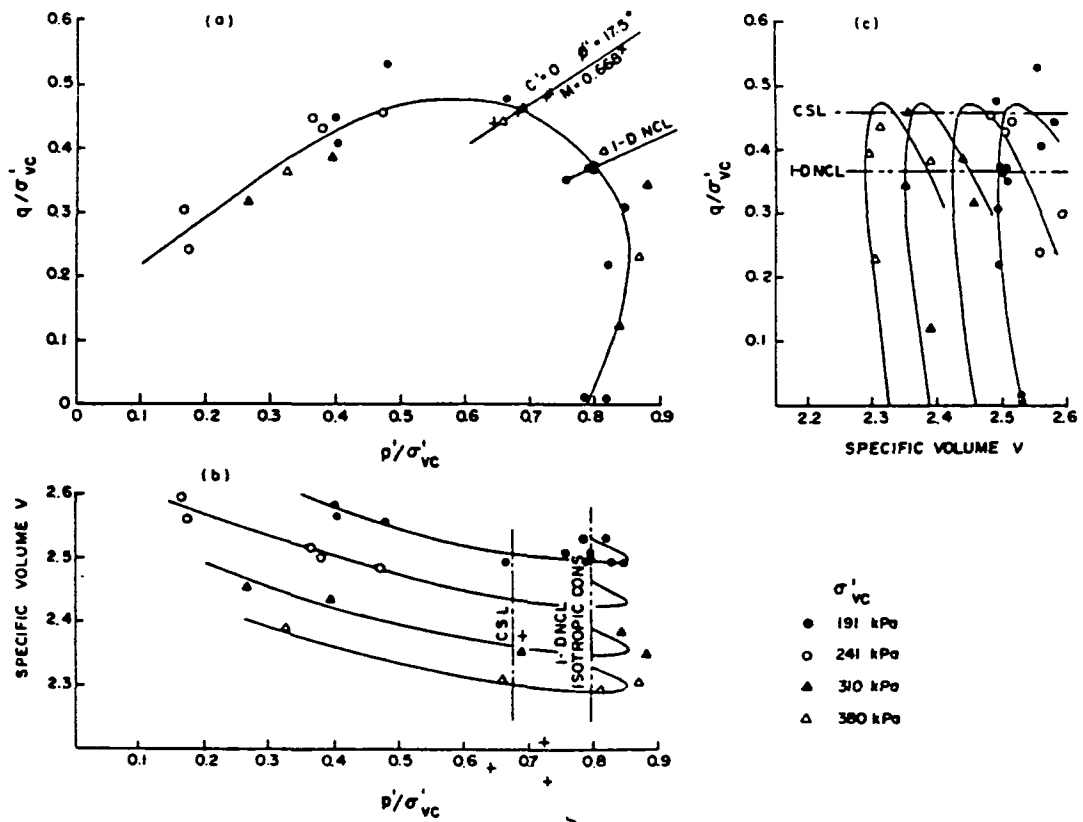


Fig.27 Normalised yield envelope for Winnipeg clay (after Graham et al., 1983)

Figur 7.32

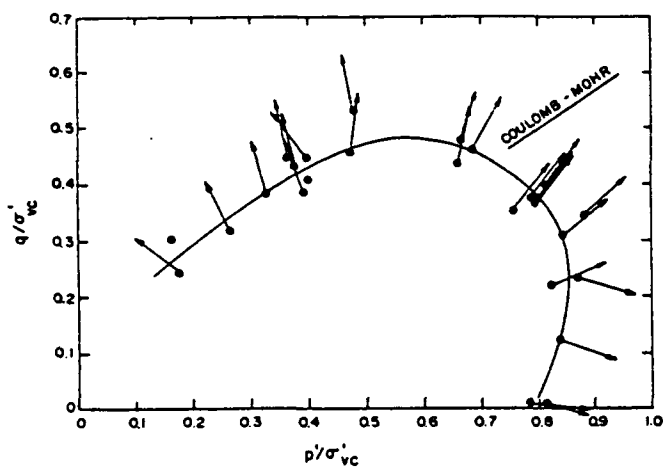


Fig.29 Normalised yield envelope and plastic strain increment directions (after Graham et al., 1983)

Figur 7.33

Elke proef vertrekt vanuit hetzelfde punt, nl. de in-situ spanningen (monsters dus anisotroop gereconsolideerd naar in-situ spanningen). Voor elke proef trachtte men de vloeigrens aan te geven waarbij plotseling de deformaties sterk toenamen. Het resultaat was figuur 7.31.

Als de spanningen genormaliseerd worden met  $\sigma'_{vc}$ , dat is de in-situ grensspanning op elk van de 4 diepten (resp. 191, 241, 310 en 380 kPa) dan ontstaat figuur 7.32, waarmee de gelijkvormigheid van het vloeiooppervlak is aangetoond.

Het vloeiooppervlak heeft iets weg van een ellips gericht langs de 1-D NCL of  $K_0$ -lijn.

Verder is nog de richting van de plastische rekincrement vectoren bepaald bij het bereiken van het vloeiooppervlak in elke proef.

In een genormaliseerde spanningspaddiagram met daarop gesuperponeerde assen voor  $\dot{\epsilon}_v^p$  en  $\dot{\gamma}^p$ , ontstaat figuur 7.33.

Kennelijk gaat normaliteit dus redelijk op, ook voor deze natuurklei. De grootte van  $\dot{\epsilon}_v^p$  is te vinden uit de opeenvolgende posities van het vloeiooppervlak, en de grootte van  $\dot{\gamma}^p$  volgt dan uit de normaliteitsregel.

Men deed de proeven nog eens na op verkneede Winnipeg klei, die anisotroop werd overgeconsolideerd. Hetzelfde gedrag werd weer gevonden, hetgeen erop wijst dat de scheve ligging van het vloeiooppervlak een gevolg is van de  $K_0$  consolidatie, en niet van onbegrepen geologische factoren.

Dergelijke proevenseries zijn zoals gezegd op enkele natuurlijke kleien verricht (Leda of Champlain klei, een zeer "sensitive" klei uit de zgn. Champlain Sea die, in het geologische verleden, een groot deel van Quebec bedekte). Het zou uiterst nuttig zijn, een dergelijke proevenserie te verrichten op Hollandse klei.

## 8. Conclusies

Dit deel 1 van een literatuurstudie naar de methoden om de stabiliteit van taluds op slappe ondergrond te bepalen, besteedt voornamelijk aandacht aan twee hoofdonderwerpen: de gebruikelijke glijvlakberekeningsmethoden en het fundamentele grondmechanische gedrag van klei. In een tweede deel zullen aan de orde komen:

- kruip, anisotropie en invloed tweede hoofdspinning op klei
- de classificatie en het grondmechanisch gedrag van veen
- de mogelijkheden om de grondmechanische centrifuge te gebruiken voor onderzoek naar talud-stabiliteit op zachte klei en veen.

Uit de behandeling van de glijvlakberekeningsmethoden is gebleken dat deze geen exacte uitkomsten kunnen leveren. Zij vereisen daarom ervaring in de toepassing (in de zin van terugkoppeling tussen waarnemingen in de praktijk naar vooraf voorspelde resultaat) en moeten tegen praktijksituaties geijkt worden. Door hun eenvoud zullen deze methoden nog lang gebruikt worden.

Van de diverse behandelde glijvlakmethoden, bleek die van Morgenstern en Price de meest elegante en algemeen toepasbare. Bishop, die veel simpeler is, geeft vaak resultaten die nauwelijks afwijken van Morgenstern en Price en zal daarom wel populair blijven. Het in onbruik raken van Hoogenboom is jammer, omdat de methode op een rationele wijze, als enige, probeert rekening te houden met de volledige spanningstensor in het glijvlak. Maar kennelijk werken zijn simplificaties op een ongelukkige wijze samen, zodat de berekende stabiliteitsfactor veelal te laag is.

De "calculus of variations" bleek een voor de praktijk bruikbare methode om het meest ongunstige glijvlak van willekeurige vorm op te sporen. Dit glijvlak moet gezien worden als behorende bij een bovengrens van de bezwijkbelasting: de werkelijkheid is dus ongunstiger dan berekend. Zolang de methode lagere stabiliteitsfactoren vindt dan alle andere glijvlakberekeningsmethoden zal deze lagere waarde dus geloofd moeten worden. Een nadere studie naar de implementatie van zo'n methode door het LGM, zal binnenkort beginnen.

De SHANSEP methode van Ladd is verweven in zijn Undrained Strength Analysis, een methode om taludstabiliteit te beoordelen op basis van de ongedraineerde schuifsterkte die maximaal gemobiliseerd kan worden op grond van de beschik-

bare effectieve spanningen. Deze U.S.A. is, tezamen met soortgelijke ideeën van Termaat en Vermeer, behandeld in het rapport "Een vergelijking van enige benaderingen van het glijvlak probleem", LGM nr. CO-416731, november 1985. Dit rapport wordt aanbevolen ter lezing naast de onderhavige - zij vullen elkaar goed aan.

Ladd's U.S.A. is een methode die veel meer aspecten van het gedrag van grond in beschouwing neemt dan in andere glijvlak methoden. De toepassing vereist echter veel triaxiaal- en simple shear proeven, waarop onze grondmechanische "infrastructuur" in Nederland niet is ingesteld. Dit maakt de toepassing duur, en de ideeën van Termaat/Vermeer, lijken in dit opzicht realistischer, daar zij kunnen volstaan met slechts celproeven. In de nabije toekomst zullen beide methoden nader onderzocht worden op hun bruikbaarheid, vooral ten aanzien van wat zij toevoegen t.o.v. thans veel gebruikte Bishop berekeningen.

Mede door het belang van de U.S.A. methode, is SHANSEP in dit rapport behandeld.

Het hoofdstuk over ongedraineerde deformaties in plastische en organische klei, heeft als direct resultaat opgeleverd dat onderzocht gaat worden in hoeverre dit fenomeen van belang is geweest bij recente ophogingen in Nederland.

De behandelde theorieën van Ladd over 1-dimensionale samendrukking vormen een stimulans om de huidige laboratoriumtechnieken nog eens kritisch te bezien. De mogelijkheid die Ladd schetst om de grensspanning eenduidig te bepalen afhankelijk van de zakkingsnelheid, kan een aanzet zijn tot de formulering van een beter kruipmodel dan dat van Buisman/Koppejan, en kan ook van belang zijn voor kruip onder taluds.

In de twee laatste hoofdstukken is uitgebreid stilgestaan bij het fundamentele grondmechanische gedrag van klei. Ladd's Simple Clay en de Cam Clay modellen worden beschreven. Proeven in het buitenland waarbij het vloeiooppervlak en de plastische potentiaal zijn vastgesteld, worden beschreven. Dergelijke proeven zullen binnenkort bij het LGM op komklei uit de Ablasserwaard worden uitgevoerd.

Literatuur.

1. D'Appolonia D.J., Poulos H.G., Ladd C.C. (1971).  
"Initial settlement of structures on clay."  
Geot.Journal ASCE, Vol. 97, Oct, SM10 pp. 1359-1377.
2. Arai K., Tagyo, K. (1985)  
"Determination of non-circular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability"  
Soils and Foundations, Vol. 25, Mar., pp. 43-51
3. Atkinson J.H., Bransby P.L. (1978)  
"An introduction to critical state soil mechanics"  
Univ. Series in Soil Mechanics, McGraw-Hill (U.K.)
4. Baker R., Garber M. (1978)  
"Theoretical analysis of the stability of slopes"  
Geotechnique, No. 4, pp. 395-411
5. Baker R. (1979)  
"Determination of the critical slip surface in slope stability calculations"  
Int. J. Num. and Anal. Meth. in Geomechanics, No. 4, pp. 333-359
6. Belkeziz A., Magnan J.P. (1982)  
"Consolidation d'un sol elastoplastique"  
Rev. Fr. de Geotechnique, No. 19, pp. 39-49
7. Bishop A.W. (1955)  
"The use of the slip circle in the stability analysis of earth slopes"  
Geotechnique, 5:1, pp. 7-17

8. Bjerrum L. (1967)  
"Engineering geology of Norwegian normally consolidated marine clays related to settlements of buildings"  
7th Rankine Lecture, Geotechnique, Vol. 107, No. 2, pp. 81-118
9. Chen W.F. (1975)  
"Limit analysis and soil plasticity"  
Elseviers, Amsterdam
10. Dafalias Y.F., Herrmann L.R. (1980)  
"A bounding surface soil plasticity model"  
Proc. Int. Symp. Soils under Cyclic and Transient Loading,  
Swansea, pp. 335-345
11. Foott R, and Ladd C.C. (1981)  
"Undrained settlement of plastic and organic clays."  
Geot.Journal ASCE, Vol. 107, No. GT8, pp. 1079-1094
12. Fredlund D.G., Krahn J. (1977)  
"Comparison of slope stability methods of analysis"  
Can. Geot. J., Vol. 14, No. 3, pp. 429-439
13. Graham J., Noonan M.L., Lew K.V. (1983)  
"Yield states and stress-strain relationships in a natural plastic clay"  
Can. Geot. J., Vol. 20, pp. 502-516
14. den Haan E.J. (1985)  
"Hanrahan's  $e_g e_k$  method applied to one-dimensional and plane strain deformation problems"  
Laboratorium voor Grondmechanica rapport CO-244881/4
15. den Haan E.J. (1985)  
"Een vergelijking van enige benaderingen van het glijvlakprobleem"  
Laboratorium voor Grondmechanica rapport CO-416730

16. Ijas G. (1984)  
"The differential equation of the slip surface"  
Proc. 6th Conf. S.M.F.E., Budapest, pp. 85-90
17. de Josselin de Jong G. (1957)  
"Grafische methode ter bepaling van glijlijnpatronen in grond met weinig  
samenhang"  
L.G.M.-mededelingen, Deel II, no. 2, okt.
18. de Josselin de Jong G. (1980)  
"Application of the calculus of variations to the vertical cut-off in  
cohesive frictionless soil"  
Geotechnique, Vol. 30, No. 1, pp. 1-16
19. de Josselin de Jong G. (1981)  
"A variational fallacy"  
Geotechnique, Vol. 31, No. 4, pp. 289-290
20. Kavazanjian E., Mitchell J.K. (1984)  
"Time dependence of lateral earth pressure"  
Geot. J. A.S.C.E., Vol. 110, No. SM4, pp. 530-533
21. Koning H.L. (1980)  
"The stress distribution in a semi infinite medium: a paradoxical case"  
L.G.M.-mededelingen, Part XXI, No. 2, pp. 147-152
22. Kötter F. (1903)  
"Die bestimmung des druckes an gekrümmten gleitflächen, eine aufgabe aus  
der lehre vom erddruck"  
Monatsber. Akad. Wiss. Berlin, pp. 229-233
23. Ladd C.C., Lambe T.W. (1963)  
"The strength of "undisturbed" clay determined from undrained tests"  
A.S.T.M., S.T.P. 361, pp. 342-371

24. Ladd C.C. and Foott R (1974)  
"New design procedure for stability of soft clays."  
Geot.Journal ASCE, Vol. 100, No. GT7, pp. 763-786.
25. Ladd C.C. (1985)  
"Overview of clay behavior. Lecture notes, Summer Session "Recent developments in measurement of and modeling of clay behavior for foundation design"  
M.I.T., aug., lecture no. 2
26. Leshchinsky D., Baker R., Silver M.L. (1985)  
"Three-dimensional analysis of slope stability"  
Int. J. Num. Anal. Meth. Geomechanics, Vol. 9, pp 199-223
27. Leonards G.A., Altschaeffl A.G. (1964)  
"Compressibility of clay"  
Geot. J. A.S.C.E., Vol. 90, No. SM5, pp. 133-156
28. Magnan J.P., Belkeziz A. (1982)  
"Analyse numerique de la consolidation bidimensionelle des sols elastoplastique"  
Rapport de recherche du L.P.C., No. 115, juli
29. Mesri G., Godlewski P.M. (1977)  
"Time and stress compressibility interrelationship"  
Geot. J. A.S.C.E., Vol. 105, No. GT5, pp. 417-430
30. Mesri G., Choi Y.K. (1979)  
"Excess pore pressure during consolidation"  
Proc. 6th Asian Reg. Conf. S.M.F.E., Singapore, Vol. 1, pp 151-154
31. Morgenstern N.R., Price V.E. (1965)  
"The analysis of the stability of general slip surfaces"  
Geotechnique, Vol. 15, No. 1, pp. 79-93



32. Pastor J. (1978)  
"Analyse limite: détermination numérique de solutions statiques complètes. Application au talud vertical"  
J. Mécanique Appliquée, Vol. 2, pp. 167-196
33. Poulos H.G. and Davis E.H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. Wiley New York.
34. Prandtl L. (1920)  
"Über die härte plastischer körper"  
Nachr. K. Ges. Wiss. Gött., Math.-Phys. Kl., pp. 74-85
35. Prevost J.  
"Anisotropic undrained stress strain behavior of clays"  
Geot. J. A.S.C.E., Vol. 104, No. GT8, pp. 1075-1090
36. Scott R.F. (1963)  
"Principles of Soil Mechanics."  
Addison-Wesley, Reading, Mass., p 284
37. Shields R.T. (1954)  
Plastic potential theory and the Prandtl bearing capacity solution"  
J. Appl. Mech., Vol. 21, No. 2, pp. 193-194
38. Skempton A.W., Bjerrum L. (1957)  
"Contribution to the settlement analysis of foundations on clay"  
Geotechnique 7, pp. 168 e.v.
39. Sokolovski V.V. (1965)  
"Statics of granular media"  
Pergamon Press, New York

40. Spencer E. (1957)  
"A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces"  
Geotechnique, Vol. 17, pp. 11-26
41. Talesnick M., Baker R. (1984)  
"Comparison of observed and calculated slip surface in slope stability calculations"  
Can. Geot. J., Vol. 21, pp. 713-719
42. Tavenas F., Trak B., Leroueil S. (1980)  
"Remarks on the validity of stability analyses"  
Can. Geot. J., Vol. 17, pp. 61-73
43. Tavenas F., Leroueil S. (1981)  
"Creep and failure of slopes in clays"  
Can. Geot. J., Vol. 18, pp. 106-120
44. Termaat R. (1984)  
"Analyse van de spanningstoestand tijdens bezwijken"  
Notitie DDWT 84.314, 4 mei
45. Vermeer P.A. (1983)  
"Materiaalmodellen in de grondmechanica"  
Collegedictaat T.H. Delft, blz. 27
46. Ernst R.J., van Dommelen A.E., Vermeer P.A. (1984)  
"Stabiliteitsberekeningen met de elementenmethode"  
Civiele en bouwkundige techniek, nr. 10, mrt, pp. 28-32  
  
de Josseling de Jong G.  
Discussie van voorgaand artikel  
Vermeer P.A.  
Antwoord.  
Civiele en bouwkundige techniek, nr. 11, juni 1984

47. Verruyt A. (1983)  
"Grondmechanica"  
Collegedictaat T.H. Delft, blz. 22 (deel 3)
  
48. Wroth C.P., Thompson S.A., Hughes J.M.O. (1974)  
"Predicted performance of the trial embankment by the Cambridge Soil  
Mechanics Group"  
Proc. Foundation Deformation Prediction Symposium,  
MIT report FHWA-RD-75-515, G-1 to F-18
  
49. Wroth C.P., Houlsby G.T. (1985)  
"Soil mechanics - Property characterization and analysis procedures"  
S.O.A. report, Xith ICSMFE San Francisco, Vol. 1, pp. 1-56

APPENDIX

Het weergeven van spanningspaden  
in de p - q ruimte

De q - p spanningsruimte

1. Enige afkortingen

- C.v.M. Cirkel van Mohr
- s.p. spanningspad
- e.s.p. effectieve spanningspad
- t.s.p. totaal spanningspad

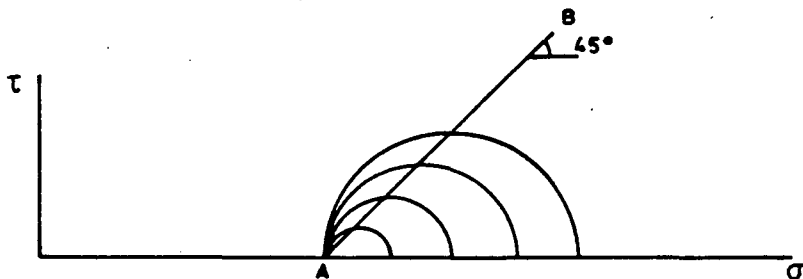
2. Inleiding

De normale praktijk in de Nederlandse adviespraktijk is om spanningstoestanden van een grondelement voor te stellen in een Cirkel van Mohr (C.v.M.) in een  $\tau - \sigma$  assenstelsel. De C.v.M. is een grafische voorstellingswijze van de volledige spanningstensor in een element.

Veranderen de spanningen in het element, dan ontstaat ook een nieuwe C.v.M., en bij sterke veranderingen moeten dan zoveel C.v.M.'s getekend worden dat een onoverzichtelijk geheel ontstaat.

Aan dit bezwaar is tegemoet te komen door niet steeds de halve C.v.M. te tekenen, maar alleen het toppunt van de C.v.M. Bij veranderingen van de spanningen wordt dan alleen de meetkundige plaats getekend van de achtereenvolgende locaties van dit toppunt.

Deze gang van zaken is in onderstaande figuur toegelicht voor een situatie waarbij eerst  $\sigma_3 = \sigma_1$ , en waarna  $\sigma_1$  opgevoerd wordt en  $\sigma_3$  constant gehouden wordt.



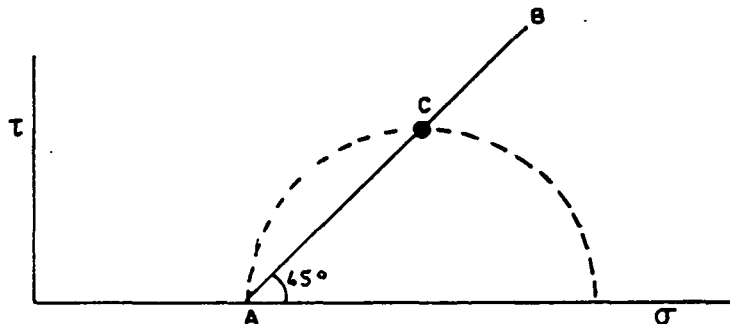
Hierin kan bij  $\sigma_3$  gedacht worden aan de celspanning in een triaxiaalapparaat, en  $\sigma_1$  als de verticale spanning.  $\sigma_1$  bestaat dan voor een deel uit  $\sigma_3$ , en voor de rest uit de spanning van de zuiger,  $\sigma_d$  (d voor deviator), dus  $\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_d$ .

waar  $\sigma_d = F_{\text{zuiger}} / A_{\text{monster}}$   
en  $\sigma_3 = \text{celspanning}$

In de figuur is duidelijk dat de vele C.v.M.'s een onoverzichtelijke presentatie vormen. Een C.v.M. is dan ook niet geschikt om spanningsveranderingen weer te geven, maar is bedoeld om een volledig beeld te geven van de spanningstoestand in een element.

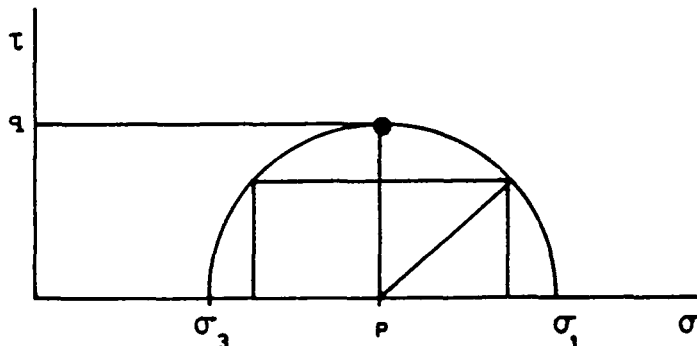
Duidelijk geeft de lijn AB door de toppen van de cirkels een veel compactere voorstelling van de spanningsveranderingen. De lijn AB wordt een spanningspad genoemd.

Een punt C op AB stelt dus het toppunt voor van de C.v.M. voor een bepaald moment.



De coördinaten van dit punt worden in de wereld verschillende symbolen gegeven. Het M.I.T. in de U.S.A., waar deze voorstellingswijze ontwikkeld werd, gebruiken p en q.

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



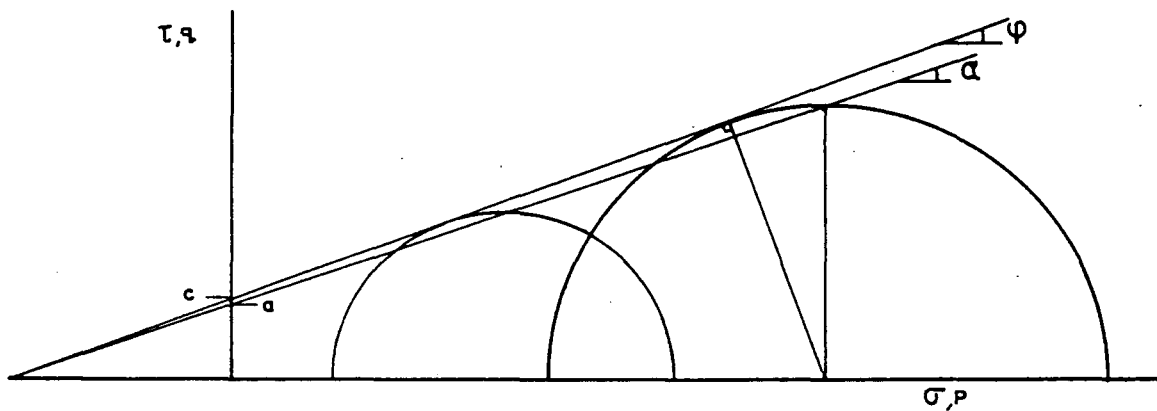
De  $(\sigma, \tau)$  assen van de C.v.M. worden vervangen door  $(p, q)$ . In Cambridge in de U.K., waar het Camclay model ontwikkeld werd, gebruikt men voor  $(p, q)$  liever  $(t, s)$ , en zij maken de verwarring compleet door  $p$  en  $q$  te gebruiken voor andere maten van de gemiddelde en schuifspanning. Daarom moet bij het lezen van buitenlandse literatuur hier op gelet worden.

### 3. c en $\phi$ in de $(p, q)$ ruimte.

c en  $\phi$  worden doorgaans bepaald door van een reeks bezwijk-C.v.M.'s, de omhullende te tekenen en deze omhullende te beschrijven met

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

In de  $(p, q)$  ruimte tekenen we de omhullende echter door de toppunten van de cirkels, waardoor deze omhullende flauwer is dan in de bekende  $\tau, \sigma$  figuur.



De parameters van de nieuwe omhullende worden a en  $\alpha$  genoemd, en tamelijk eenvoudig is in te zien dat

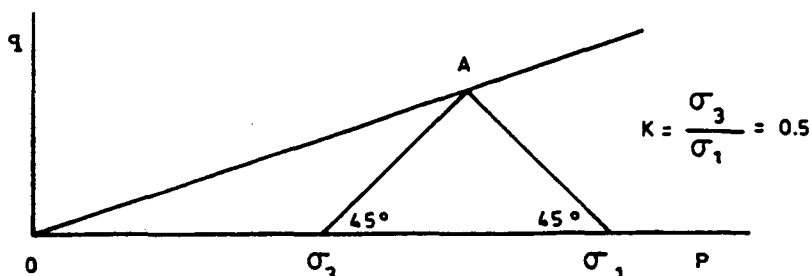
$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \phi$$

en

$$a = c \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \phi = c \cos \phi$$

### 4. K-waarden

K is de verhouding  $\sigma_3 / \sigma_1$ . De waarde van K voor een willekeurig punt in het  $p, q$  vlak is simpel te bepalen door vanuit het punt 2 lijnen onder  $45^\circ$  naar te laten op de x-as. De snijpunten geven  $\sigma_3$  en  $\sigma_1$  van het punt.

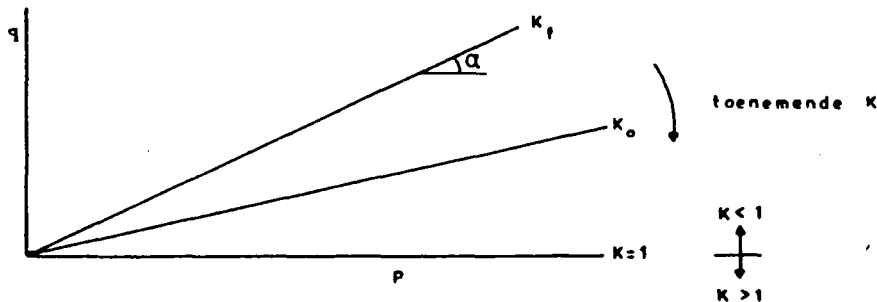


Vaak wordt verondersteld dat in de neutrale toestand, waarvoor de aanduiding  $K_0$  wordt gebruikt,

$$K_0 = 1 - \sin \phi$$

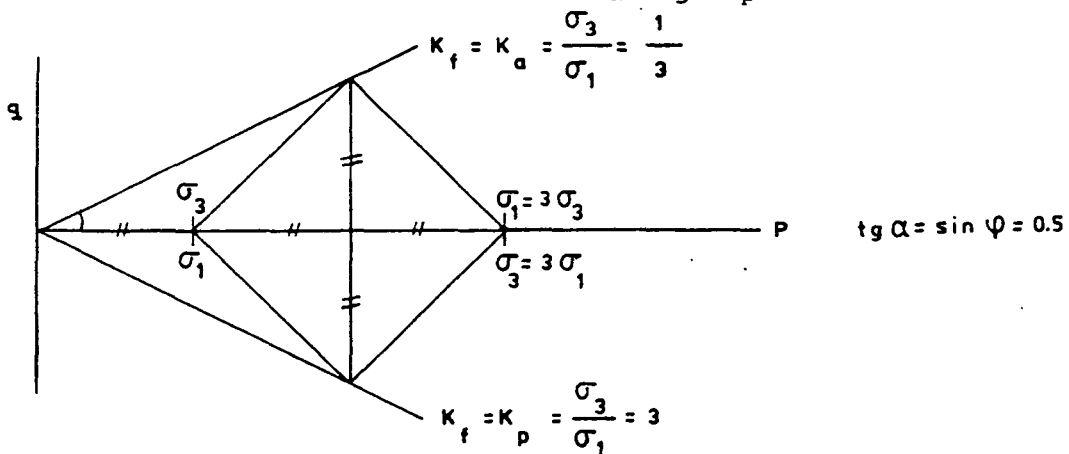
Voor  $\phi = 30^\circ$  is  $K_0 = 0,5$ . Als tijdens sedimentatie  $K_0$  steeds 0,5 is, is het gevolgde spanningspad simpel aan te geven: OA in de vorige figuur.

Op elk punt van de horizontale as in de figuur is  $K = 1$ , en duidelijk is dat elke rechte door de oorsprong een constante K-waarde heeft.



$K_f$  wordt gebruikt om de bezwijklijn aan te geven, waarbij wel  $c = 0$  moet zijn.

$K_a$  en  $K_p$ , de actieve en passieve gronddrukcoëfficiënten, liggen resp. boven en onder de  $K_0$  lijn. Voor  $\phi = 30^\circ$ , en  $K_a = \frac{1}{3}$ ,  $K_p = 3$ , krijgen we



en  $K_a$  en  $K_p$  geven dus de bezwijktoestanden weer aan de bovenkant resp. onderkant van de x-as.

### 5. Spanningspad in standaard triaxiaalproeven



Als eenmaal de principes van een p-q spanningspad doorgrond zijn, is het eenvoudig om daarmee weer te geven wat er tijdens triaxiaalproeven gebeurt. Er zijn 4 standaard spanningspaden voor triaxiaalproeven.

1. vrije prisma (Engels: unconfined compression, afgekort tot U.C.)
2. ongeconsolideerd, ongedraineerd (Engels: unconsolidated undrained, afgekort tot U.U.)
3. geconsolideerd, ongedraineerd (Engels: consolidated, undrained, afgekort tot C.U.)
4. geconsolideerd, gedraineerd (Engels: consolidated, drained, afgekort tot C.D.)

### 5.1. Vrije prismaproef.

Het monster wordt alleen verticaal belast; er wordt geen steundruk middels een cel aangebracht.

Zo'n proef op cohesieloos materiaal kan natuurlijk niet; het zou door gebrek aan steundruk ineensstorten. In cohesieve grond heerst een onderdruk in het porienwater t.g.v. zwel na het steken of na verwijderen uit de steekbus. Bij goed steken, en door te zorgen dat het monster geen water kan opnemen bij deze zwel, zal deze porienwateronderspanning vaak globaal overeenkomen met de in-situ isotrope spanning:  $u_0 = -(\sigma'_v + 2\sigma'_h)/3$

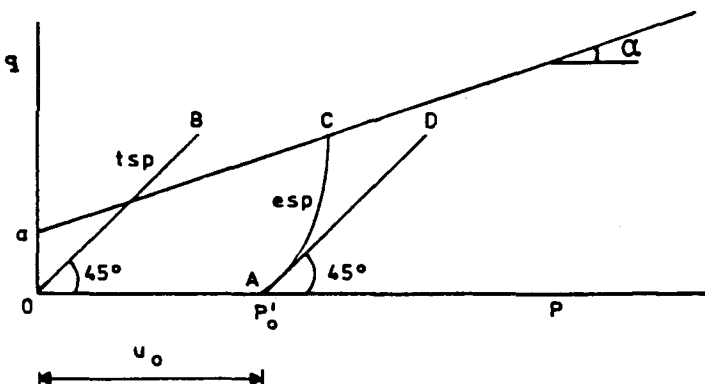
Het monster heeft dus een effectieve spanning van

$$p'_0 = p - u_0$$

Nu is  $p \approx 0$  in het kleine monster. Dus

$$p'_0 = -u_0 = (\sigma'_v + 2\sigma'_h)/3 \text{ in situ.}$$

Het monster wordt tot afschuiven gebracht door de verticale spanning op te voeren, en het spanningspad ziet er als volgt uit:



OB is het s.p. van de uitwendige spanningen ( $\sigma_3 = 0$ ,  $\sigma_1$  neemt toe vanaf 0):  
A is het eff. spanningspunt direct voor de proef. Tijdens het afschuiven wordt wellicht de onderspanning verminderd, waardoor niet AD wordt gevolgd, maar AC.

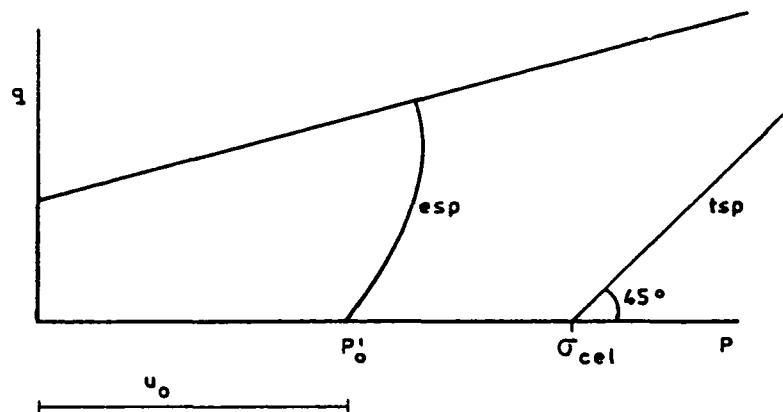
Bezwijken vindt plaats als het e.s.p. de omhullende bereikt bij C. De waterdruk in de poriën is dan:

$$\begin{array}{l} u_f = p_B - p_C \\ p_B < p_C \end{array} \quad \}} \rightarrow u_f < 0$$

### 5.2. Ongeconsolideerde, ongedraineerde proef.

De U.U. proef is een snelle triaxiaal proef, waarbij de afschuifperiode vaak binnen 10 min. valt. De eerste U beschrijft de eerste fase, de tweede U de tweede fase.

Dus het monster wordt niet geconsolideerd. Na het inzetten en aanbrengen van membraan plus cel, wordt een te kiezen celspanning  $\sigma_3$  aangebracht. Het monster mag hierbij niet kunnen draineren (consolideren). Na een korte tijd wordt afgeschoven door de zuigerkracht te vergroten. Ook hierbij mag het monster niet draineren. In het monster heerst aanvankelijk  $p'_0 = -u_0$ , net zoals bij de vrije prisma proef. De externe  $p_0$  is gelijk aan  $\sigma_{cel}$ , en wat er verder gebeurt kan in de getekende s.p. figuur worden nagegaan.



Het zal nu duidelijk zijn dat elk contact van het monster met water vermeden moet worden. Het e.s.p. zou nl. naar links opschuiven, omdat de poriën-waterunderspanning  $u_0$  minder wordt. Als resultaat zou een lagere schuifsterkte gevonden worden.

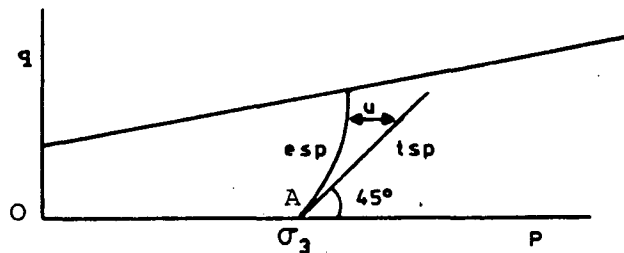
### 5.3. Geconsolideerde, ongedraineerde proef.

De C.U. proef houdt consolidatie in bij een te keizen celspanning. Omdat het monster nu in verbinding staat met een buret waar water in zit, verliest het nu zijn porienwateronderspanning, en zorgt de celspanning  $\sigma_3$  rechtstreeks voor een effectieve korrelspanning.

Dus na volledige aanpassing geldt:

$$p' = p - u = \sigma_3 - 0 = \sigma_3$$

Vervolgens wordt de buret afgesloten, en het monster ongedraineerd afgeschoven door de zuigerspanning te vergroten.



### 5.4. Geconsolideerde, gedraineerde proef.

De C.D. proef lijkt veel op de voorgaande. Nu echter wordt met open buret afgeschoven, en wel zo langzaam, dat alle opbouw van porienwaterspanning ruimschoots gelegenheid krijgt om richting buret te dissiperen. Dus  $u = 0$  in de hele afschuiffase, en daarom vallen e.s.p. en t.s.p. samen.

C.D. proeven duren erg lang in slecht doorlatende klei. Afschuif-perioden van soms een week komen voor. Ze hebben een tweede nadeel - er wordt geen informatie verkregen over de opbouw van wateroverspanning t.g.v. schuifspanningen. C.U. proeven geven dat wel. De C.D. proef is wel aan te bevelen als gedraineerde stijfheidsparameters bepaald moeten worden.

### 5.5. Slotopmerking

Het bekende collegedictaat "Grondmechanica - Deel I" van A. Langejan, behandelt het bovenstaande eveneens, doch daarin wordt de C.v.M. presentatie gebruikt. Een vergelijking van beide beschrijvingen valt m.i. duidelijk uit in het voordeel van de p-q presentatie.

6. Skempton's "pore pressure parameters".

Volgens de elasticiteitstheorie, worden volumeveranderingen teweeg gebracht door isotrope spanningen. Schuifspanningen brengen slechts distorsie voort, en geen volumeverandering. Dus

$$\epsilon_{vol} = \sigma'_i / K$$

$$\gamma = \tau / G$$

waarbij aan  $\gamma$  geen volumeverandering is geassocieerd.

In klei echter zal een schuifspanning wel volumeverandering veroorzaken. In zachte en normaal geconsolideerde klei ontstaat volumeverkleining. Tijdens de afschuiffase van een C.U. proef is echter de buret gesloten en kan er geen volumeverandering optreden. De neiging tot volumeverkleining t.g.v.  $\tau$  wordt nu omgezet in een toename van  $u$ , waardoor het korrelskelet weer expandeert.

D.w.z., er heerst volkomen evenwicht tussen de dilatante volume verkleining door  $\tau$ , en de volume-expansie door de afgenomen korrelspanning.

Skempton beschrijft dit gedrag met zijn pore pressure parameter  $A$ . Zijn formule luidt (zie ook dictaat Langejan, blz. 72 in uitgave 1972)

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

en geeft de verandering van  $u$  t.g.v. veranderingen in de uitwendige spanningen voor een ongedraineerd monster.

Eerst wordt hier de parameter  $B$  verklaard. Als de celspanning vergroot wordt met  $\Delta\sigma_{cel}$ , dan is zowel  $\Delta\sigma_3 = \Delta\sigma_{cel}$  als  $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{cel}$ . Dan:

$$\Delta u = B \Delta\sigma_3.$$

Voor een volledig verzadigd monster zal  $\Delta u = \Delta\sigma_3$  zijn, zodat  $B = 1$ .

Voor gedeeltelijke verzadiging is  $B < 1$ . (Overigens, als er sprake is van een zeer stijf korrelskelet, met een stijfheid van een grotere orde dan van het water, (bijv. gecementeerd zand of mudstone) zal  $B < 1$  kunnen zijn, ook bij volledige verzadiging).

B wordt gemeten door aan het einde van de consolidatiefase (OA in laatste figuur) de celspanning te verlagen (buret gesloten) en de afname in u te meten. Dan

$$B = \Delta u / \Delta \sigma_{cel}$$

Vervolgens wordt, ook weer ongedraineerd,  $\sigma_{cel}$  op de oorspronkelijke waarde terug gebracht. Hierbij kan weer B gemeten worden, maar beide B's zullen elkaar nauwelijks ontlopen.

De parameter A bepaalt de vorm van het e.s.p. in de afschuiffase. Er gold

$$\Delta u = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)]$$

maar in de afschuiffase is  $\Delta \sigma_3 = 0$ . Dan

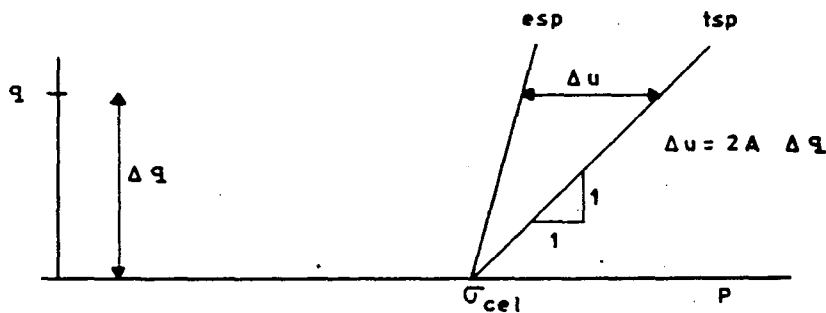
$$\Delta u = A B \Delta \sigma_1$$

$$\text{Nu is } \Delta \sigma_1 = 2 \cdot \Delta q \quad (\Delta q = (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) / 2 = \Delta \sigma_1 / 2)$$

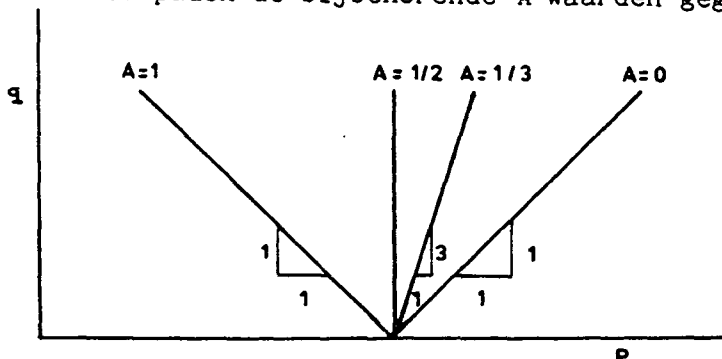
dus

$$\Delta u = 2 A B \Delta q$$

Als  $B = 1$ , ontstaat het volgende beeld:



Als  $A = \text{constant}$ , is het e.s.p. dus een rechte. In onderstaande plaatjes zijn voor diverse paden de bijbehorende A waarden gegeven.



Het gemeten gebogen verloop van het e.s.p. moet dus in het van belang zijnde gebied worden vervangen door een rechte.

Vaak wordt  $A_f$  gebruikt, die de helling geeft tussen  $\sigma_{cel}$  op de x-as en het bezwijkpunt. Hier volgt een lijstje met kenmerkende  $A_f$  waarden.

VALUES OF PARAMETER $A$		
Material ( $S = 100\%$ )	$A$ (at failure)	Reference
Very loose fine sand	2 to 3	Typical values given by Bjerrum
Sensitive clay	1.5 to 2.5	
Normally consolidated clay	0.7 to 1.3	
Lightly overconsolidated clay	0.3 to 0.7	
Heavily overconsolidated clay	-0.5 to 0	
$A$		
Material ( $S = 100\%$ )	(for foundation settlement)	Reference
Very sensitive soft clays	$> 1$	From Skempton and Bjerrum (1957)
Normally consolidated clays	$\frac{1}{2}$ to 1	
Overconsolidated clays	$\frac{1}{3}$ to $\frac{1}{2}$	
Heavily overconsolidated sandy clays	0 to $\frac{1}{3}$	

uit "Soil Mechanics" van T.W. Lambe en R.V. Whitman.

Is het materiaal werkelijk elastisch, dan ontstaat er alleen wateroverspanning doordat in de afschuiffase ook de isotrope spanning toeneemt. Voor  $B = 1$  verwachten we dus

$$\Delta u = \Delta \sigma_1 = (\Delta \sigma_1 + 2\Delta \sigma_3)/3 = \frac{1}{3} \Delta \sigma_1 \quad (\Delta \sigma_3 = 0)$$

Maar Skempton zegt:

$$\Delta u = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_3)]$$

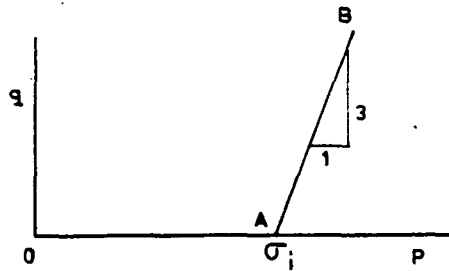
$$= A \Delta \sigma_1 \text{ als } B = 1 \text{ en } \Delta \sigma_3 = 0.$$

Kennelijk is  $A = \frac{1}{3}$  voor elastisch materiaal.

### 7. Het isotrope compressiepad.

De afschuiffase van een C.U. proef gaat dus gepaard met een toename van de isotrope spanning. Dit is op andere wijze ook eenvoudig in te zien: de isotrope spanning in een willekeurig punt van het p-q vlak wordt gevonden door een lijn onder 3 : 1 "links naar beneden" neer te laten op de x-as.

Dus zo'n lijn is het  $\sigma'_i = \text{constant}$  pad, oftewel het isotrope compressiepad:



Het bewijs dat  $\sigma_i = \text{constant}$  op deze lijn is eenvoudig te leveren.

Het pad OAB is trouwens wat gevolgd wordt in een droge kritieke dichtheidsproef. Eerst wordt OA aangebracht door de celspanning die waarde te geven, consolidatie vindt dan plaats (dit gaat snel in zand), en vervolgens wordt afgeschoven (AB) door de zuigerspanning  $\sigma_d$  te vergroten en tegelijk de celspanning  $\sigma_3$  te verlagen. Hierbij moet gelden

$$\sigma_i = \text{constant} = \frac{\sigma_1 + 2 \sigma_3}{3}$$

Nu is

$$\sigma_1 = \sigma_d + \sigma_3$$

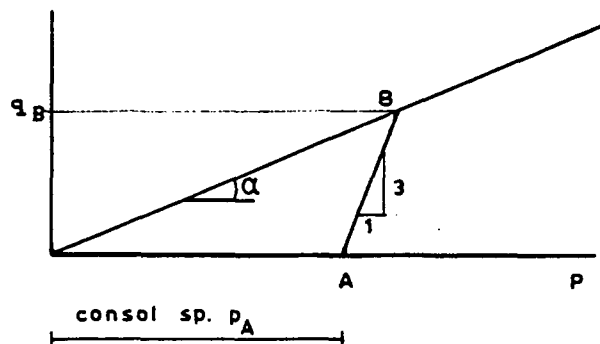
$$\text{dus } \sigma_d + \sigma_3 = \text{constant}$$

$$\text{of } \Delta \sigma_d + \Delta \sigma_3 = 0$$

$$\text{dus } \Delta \sigma_3 = -\frac{1}{3} \Delta \sigma_d$$

d.w.z. de sturing is zodanig ingesteld dat de celspanning afneemt met een derde van de toename van de zuigerspanning.

Het pad OAB is gedraineerd. Als bezwijken plaats vindt bij B, en we stellen dat er geen cohesie is (zand) dan kunnen we eenvoudig  $\phi$  berekenen:



$$p_B = p_A + \frac{1}{3} q_B$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sin \phi = q_B / p_B = \frac{q_B}{p_A + \frac{1}{3} q_B}$$

Een dergelijke simpele afleiding toont de kracht van de spanningspad voorstellingswijze boven die met Cirkels van Mohr.