Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde, k. 2.91
Stevinweg 1
2628 CN DELFT

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK
VAKGROEP WATERBOUWKUNDE

RIVIERCROSSINGS

afstudeerrapport: J.H.Vroon
oktober 1984

afstudeerdocent:

prof. ir. J.F.Agema

begeleiding:

ir. J.Bouwmeester

ir. J.Stuip

INHOUD

I INLEIDING

I.1 ACHTERGROND EN DOEL VAN HET ONDERZOEK

Een rivier bestaat uit bochten,overgangsvakken en tegenbochten. In vergelijking tot een bocht is de bodemligging t.p.v. een overgangsvak meer gelijkmatig verdeeld over de breedte van de rivier, zodat bij lage afvoer de waterstand daar ter plaatse maatgevend zal zijn voor de scheepvaart.Om inzicht te krijgen in de bevaarbaarheid van een rivier en de eventueel te treffen maatregelen (baggeren,reguleringswerken),is het van belang de bodemligging t.p.v. de overgang bocht-tegenbocht (de riviercrossing),te kunnen voorspellen.Het opstellen van een morfologisch rekenmodel is echter niet eenvoudig,vanwege het drie-dimensionale karakter van de waterbeweging (naijlen bochtstroming).

Daarom is in het eerste gedeelte van het onderzoek gekeken naar crossings in de natuur,met als doel:

1.aangeven van aspekten waarmee bij het opzetten van een schematisatie voor een model rekening dient te worden gehouden.

2.een beschrijving te geven van het morfologisch gedrag van de crossing.

In het tweede gedeelte van het onderzoek is een meer theoretische benadering toegepast.Als een eerste aanzet tot een model is de invloed van het verloop van de bochtstraal en-breedte op de bodemligging t.p.v. de crossing onderzocht.

Een rivier waar crossings problemen opleveren voor de scheepvaart en waaraan ook studies zijn gewijd,is de Niger.Bij dit onderzoek is gebruik gemaakt van enkele van deze studies en heeft derhalve grotendeels betrekking op de rivier de Niger.

I.2 SAMENVATTING EN RESULTATEN

Algemene beschouwingen (hoofdstuk II)

In hoofdstuk II worden zaken besproken,waarvan in het kader van de bestudering van de riviercrossing,kennis noodzakelijk is.De besproken onderwerpen zijn:
-mogelijke verschijningsvormen van een rivier.Naast de gebruikelijke drie-indeling (meanderend,zandbanken en vlechtende rivier) wordt ook een meer gedetailleerde indeling gegeven
-de water-en sedimentbeweging in een rivierbocht
-de afstand waarover de spiralende waterbeweging zijn invloed na de bocht doet gelden.Er worden een tweetal formules gegeven,waarmee de naijlingslengte kan worden berekend.
Daarnaast wordt in hoofdstuk II ook een definitie gegeven van de riviercrossing.Deze definitie sluit aan bij de in de literatuur gebruikelijke omschrijving van het begrip crossing en wordt als uitgangspunt genomen bij de bestudering van de riviercrossing in de natuur.

Crossings in de natuur (hoofdstuk IIIen IV.)

Op het trajekt,waarover in de Niger crossings optreden,kunnen ruwweg twee verschijningsvormen worden onderscheiden: de zandbanken en de meanderende rivier.De voor de scheepvaart hinderlijke crossings treden voornamelijk op in het trajekt waar de Niger zich als zandbankenrivier manifesteert.De relatie tussen de crossing en de verschijningsvorm van de rivier wordt nader uitgewerkt in hoofdstuk III.Hieruit blijkt dat de crossing in een meanderende rivier overeenkomt met de in hoofdstuk II gegeven schematisatie.Bij de zandbankenrivier ligt dit gecompliceerder,onderscheid tussen de laag-en hoogwaterperiode is essentieel.Een uitgebreidere samenvatting is gegeven in par.III.4.
In hoofdstuk IV worden de meest kenmerkende bodemwijzigingen en veranderingen in de waterdiepte t.p.v. de crossing beschreven, alsmede de aspekten welke hierop van invloed zijn:

1)Er treedt aanzanding op tijdens hoogwater en uitschuring tijdens laagwater.Doordat deze processen niet precies omgekeerd in de tijd verlopen,zal een hysteresus-lus ontstaan als de waterdiepte wordt uitgezet tegen het debiet.Dit hysteresus effekt wordt versterkt, doordat bodemveranderingen naijlen t.o.v. veranderingen in de waterbeweging;hierdoor zal de uitschuring van de crossing niet direkt aanvangen als het water gaat vallen ('retarded scour').
2)Het ondiepste punt in de overgang van bocht naar tegenbocht blijkt niet samen te vallen met het punt waar de kromming gelijk nul is. Voor verschillende meanderende rivieren bestaan empirische formules voor dit faseverschil.

Modelaanzet (hoofdstuk V en VI)

In hoofdstuk V en VI tenslotte wordt getracht als aanzet tot een model een formule af te leiden,waarmee de invloed van het verloop van de bochtstraal en -breedte op de bodemligging t.p.v. de crossing kan worden onderzocht.Hiertoe worden in hoofdstuk V een aantal formules voor het verloop van de waterdiepte in radiale richting besproken en vergeleken.
In hoofdstukVI wordt de formule,welke het waterdiepteverloop in radiale richting het beste blijkt te beschrijven,gekombineerd met een formule voor het bochtstraalverloop.Met deze formule kan nu de relatieve bodemligging in de bocht,mits deze in het geldigheidsgebied van de formule ligt,in radiale en tangentiële richting worden bepaald.Vervolgens kan de invloed van het verloop van de straal en de breedte hierop,worden onderzocht.
Uitspraken m.b.t. de bodemligging t.p.v. de crossing kunnen echter niet worden gedaan.Hiertoe dient het bodemverloop in absolute zin te worden bepaald,waarvoor een extra formule noodzakelijk is.

II ALGEMENE BESCHOUWINGEN

II.1 VERSCHIJNINGSVORMEN VAN DE RIVIER

Rivieren worden met betrekking tot hun verschijningsvorm veelal onderverdeeld in:

1.de meanderende rivier

2.de zandbankenrivier

3.de vlechtende rivier

Als kritiek op deze indeling kan worden aangevoerd de inkonsekwentheid die er in schuilt: meanderen heeft betrekking op de richting,zandbanken op de beddingvorm (in het engels wordt meestal de aanduiding 'straight river' gebruikt,een term welke ook betrekking heeft op de richting) en de vlechtende rivier heeft betrekking op de aanwezigheid van meerdere stroomgeulen.Logischer had daarom misschien een indeling in enkel-of meervoudige geulen geweest.Een nadeel is dat deze indeling nog minder gedetailleerd is dan de eerst genoemde.

Een ander punt van kritiek betreft het niet eenduidig zijn van de gebruikte termen: meanderen bijvoorbeeld is een breed begrip;een rivier kan op vele manieren meanderen.Bovendien kan de verschijningsvorm debietsafhankelijk zijn,doordat banken overspoeld worden bij hoog water en het aangezicht van de rivier wijzigt.

Een meer gedetailleerde en eenduidige indeling is een beschrijving aan de hand van de volgende drie klassen (lit. 6):

1.de loop van de rivier-as

2.eilanden

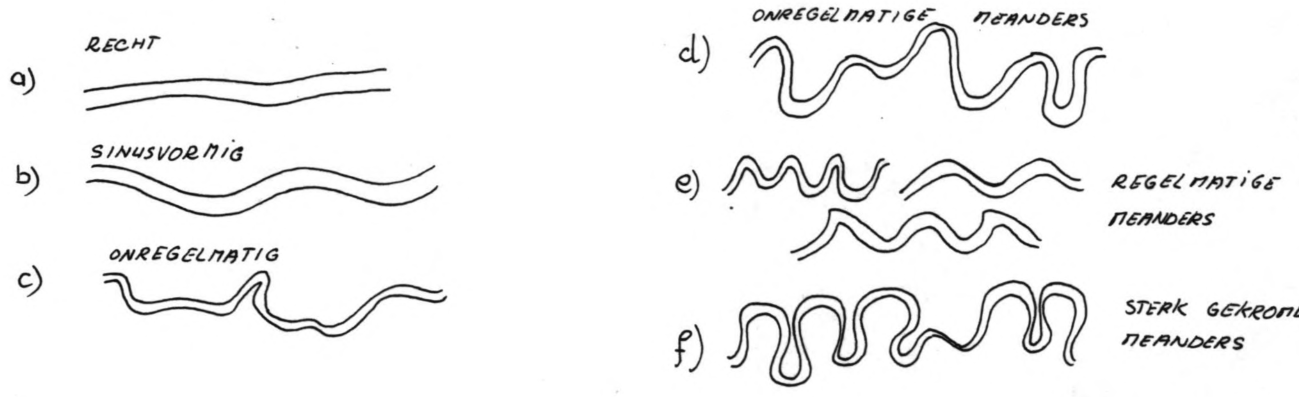
3.banken en grootschalige beddingvormen

ad.1 Loop van de rivieras (zie fig.II.1.1a)

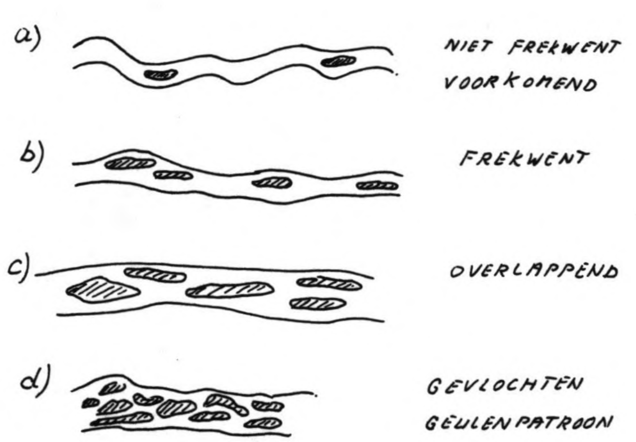
Deze kan zijn:

a)recht: treedt vaak op bij vlechtende en genormaliseerde rivieren

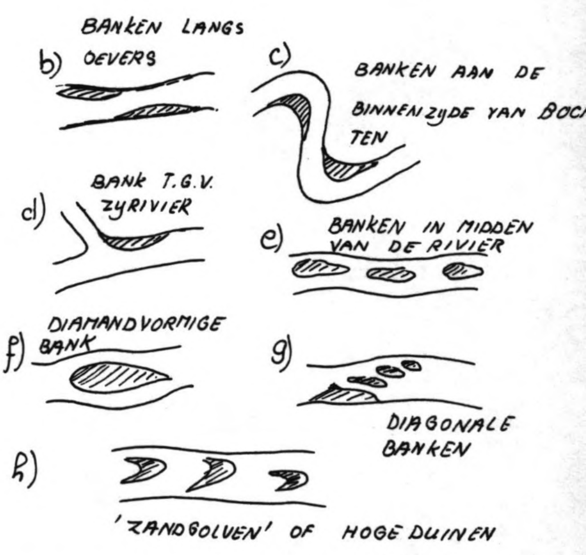
b)sinusvormig: lichte kromming,uitwijking kleiner dan tweemaal de breedte



LOOP VAN DE RIVIERAS
- fig. II. 1.1a -



EILANDEN
- fig. II.1.1b -



BANKEN EN GROOTSCHALIGE BEDDINGVORMEN
- fig. II. 1.1c -

c)onregelmatig

d)onregelmatige meanders

e)regelmatige meanders:de hoek tussen de rivier-as en de richting waarin de rivier zich verplaatst is kleiner dan 90°

fig. II.1.2.

f)sterk gekromde meanders:de hoek tussen de rivieras en de voortplantingsrichting is nu veelal groter dan 90°

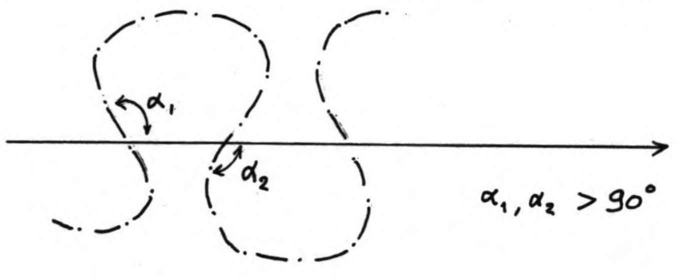


fig. II.1.3

ad.2 Eilanden (fig.II.1.1b)

a)komen niet frekwent voor (of helemaal afwezig): de afstand tussen de eilanden in de rivier bedraagt,in lengterichting,tien of meer maal de rivierbreedte

b)komen frekwent voor:de eilandafstand is minder dan tien maal de rivierbreedte;zo nu en dan overlappen twee eilanden elkaar

c)de eilanden overlappen elkaar frekwent;het aantal geulen bedraagt meestal 3 of 3

d)gevlochten geulenpatroon

ad.3 Banken en grootschalige beddingvormen (fig.II.1.1c)

a)zijn niet aanwezig: dit kan optreden indien de rivier door klei of ander,sterk erosiebestendig materiaal stroomt

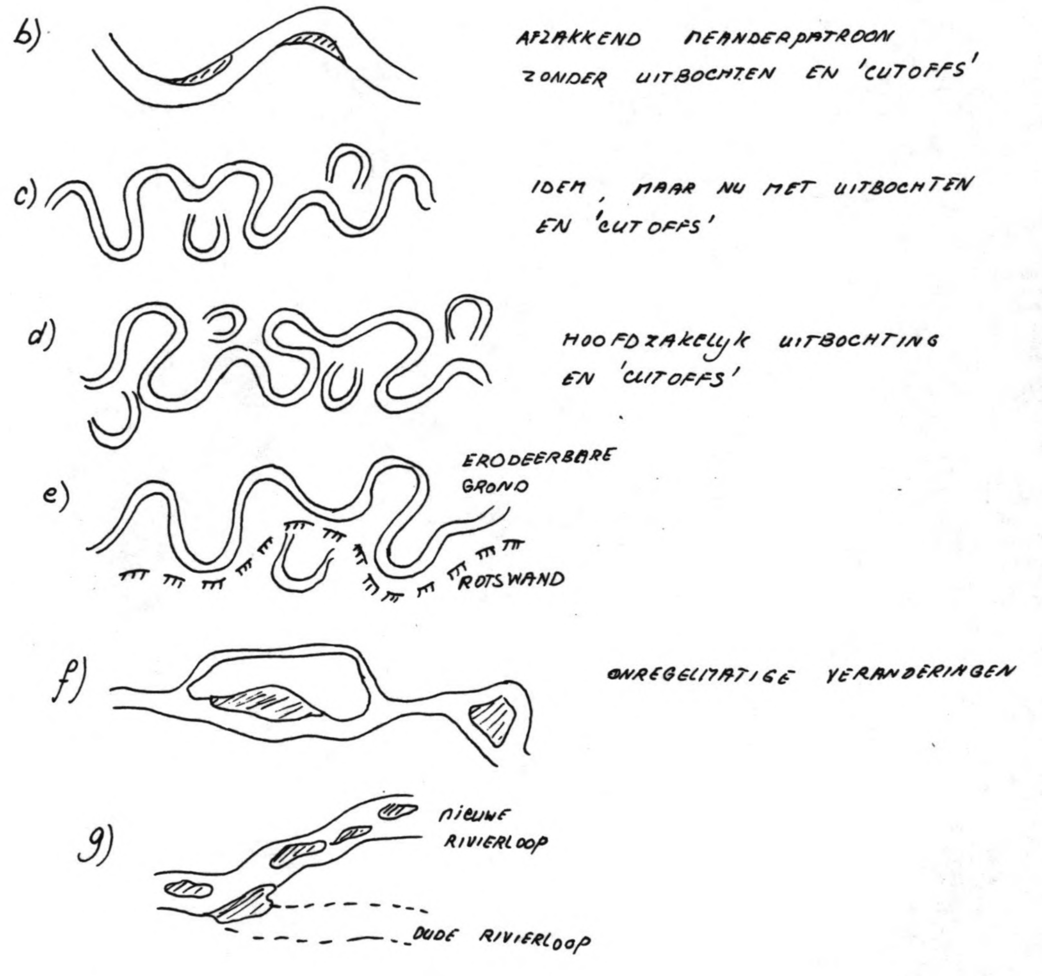
b)banken langs de oevers:komen vaak voor in rechte of sinusvormige rivieren

c)banken aan de binnenzijde van bochten

d)bank t.g.v. zijrivier: vaak ontstaat direct benedenstrooms van de plaats waar de zijrivier zich bij de hoofdrivier voegt een bank.

De oorzaak hiervan is de toelevering van sediment door de zijrivier
e)banken in het midden van de rivier
f)diamandvormige banken
g)diagonale banken
h)'zandgolven' of hoge duinen

Een rivier kan nu dus ,bijvoorbeeld m.b.v. luchtfoto's,worden beschreven.Dit levert echter een statisch beeld,van belang zijn ook de veranderingen in de tijd.Daarom wordt ook een indeling gegeven waarin deze tijdsafhankelijke processen kunnen worden ondergebracht (zie fig.II.1.4):
a)geen waarneembare veranderingen in de tijd
b)hoofdzakelijk een verandering in benedenstroomse richting:een afzakkend meander patroon zonder uitbochten en 'cutoffs'
c)weer een verandering in benedenstroomse richting,maar nu wel gepaard gaande met uitbochten en 'cutoffs'
d)hoofdzakelijk uitbochting en 'cutoffs'
e)verplaatsing van het gehele rivier patroon in benedenstroomse en dwarse richting t.g.v. gemakkelijk te eroderen grond
f)onregelmatige veranderingen
g)de rivier breekt uit zijn loop en gaat een nieuwe richting volgen



VERANDERINGEN IN DE TIJD
- fig. II. 1.4 -

II.2 DE WATERBEWEGING IN EEN RIVIER BOCHT

II.2.1 Inleiding

Door naijling oefent de spiralende waterbeweging in de rivierbocht, invloed uit op de bodemligging t.p.v. de crossing.In deze paragraaf wordt de waterbeweging in de bocht nader bekeken;in de volgende paragraaf zal dieper worden ingegaan op de sedimentbeweging.

II.2.2 Een eerste benadering van de waterbeweging m.b.v. potentiaalstroming

De elementaire bewegingsvergelijking voor het water is de vergelijking van Navier-Stokes:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} \qquad \text{(II.2.1)}$$

met:

$\frac{D\vec{v}}{Dt}$	:totale versnelling van het waterdeeltje
$\vec{g}$	:versnelling t.g.v. de zwaartekracht
$\frac{1}{\rho}\nabla p$	:versnelling t.g.v. de vloeistofdruk
$\nu\nabla^2\vec{v}$	:versnelling t.g.v. de viscositeit

Verwaarlozing van de viscositeitsterm leidt tot de vergelijking van Euler.Er geldt verder:

$$\vec{v} = (u, v, w)$$

$$\vec{g} = (0, 0, g)$$

$$\frac{1}{\rho}\nabla p = 1/\rho\left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}\right)$$

zodat uitschrijven leidt tot:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{(II.2.1a)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad \text{(II.2.1b)}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g \qquad \text{(II.2.1c)}$$

Dit vergelijkingsstelsel kan worden vereenvoudigd door over te stappen op het natuurlijke stelsel (stelsel volgens Huygens). Dit betekent dat de x,y en z-coördinaten worden vervangen door de lokale coördinaten s (langs de stroomlijn), n (langs de normaal) en b (langs de bi-normaal). De snelheid heeft nu dus alleen een component $\vec{u_s}$ langs de stroomlijn:

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} \qquad \text{(II.2.1d)}$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_n}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n} \qquad \text{(II.2.1e)}$$

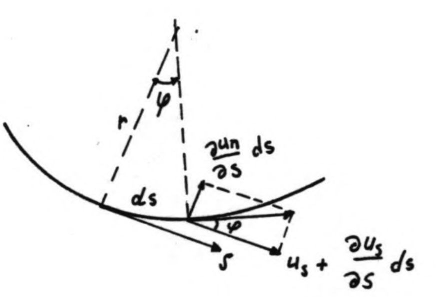
$$\frac{\partial u_b}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_b}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b} + g \qquad \text{(II.2.1f)}$$

Er geldt $\frac{\partial u_b}{\partial s} = 0$ en $\frac{\partial u_n}{\partial s} = \frac{u_s}{r}$ (zie fig.II.2.1), m.a.w.

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} \qquad \text{(II.2.1g)}$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{u_s^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n} \qquad \text{(II.2.1h)}$$

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b} + g \qquad \text{(II.2.1i)}$$



$$\varphi = \frac{ds}{r} = \frac{\frac{\partial u_n}{\partial s} ds}{u_s + \frac{\partial u_s}{\partial s} ds}$$

$$\Rightarrow \frac{u_s}{r} + \frac{\partial u_s}{\partial s}\frac{ds}{r} = \frac{\partial u_n}{\partial s} ds$$

$$ds \to 0 \; : \; \frac{\partial u_n}{\partial s} = \frac{u_s}{r}$$

Fig.II.2.1

Wordt een stationaire stroming beschouwd, dan geldt:

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \qquad \text{(II.2.1i)}$$

$$\frac{u_s^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \qquad \text{(II.2.1k)}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial b} + g \qquad \text{(II.2.1l)}$$

Uit vergelijking (II.2.1l) volgt (bij een evenwijdige, rechte stroomlijnen) een hydrostatische drukverdeling: $p = \rho \cdot g \cdot h$

In geval van een horizontale bodem volgt uit (II.2.1j):

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{2} u_s^2 + \frac{1}{\rho} p \right) = 0 \qquad \text{(II.2.2)}$$

met $p = \rho \cdot g \cdot h$ wordt dit:

$$\frac{u_s^2}{2g} + h \quad \text{=constant langs een stroomlijn} \qquad \text{(II.2.3)}$$

De eenvoudigste benadering is nu een <u>potentiaalbenadering</u> voor de gehele bocht:

$$\frac{u_s^2}{2g} + h \quad \text{=constant over de bocht} \qquad \text{(II.2.4)}$$

Dit betekent:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{u_s^2}{2g} + h \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{g} u_s \frac{du_s}{dr} = -\frac{dh}{dr} \qquad \text{(II.2.5)}$$

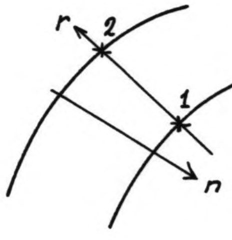
Uit (II.2.1k) volgt:

$$\frac{u_s^2}{gr} = -\frac{dh}{dn} = +\frac{dh}{dr} \qquad \text{(II.2.6)}$$

(II.2.5)+(II.2.6):

$$\frac{u_s}{r} = -\frac{du_s}{dr} \Leftrightarrow \quad r \cdot u_s \quad \text{=constant}$$

T.a.v. het verloop van de waterdiepte over de breedte van de bocht, Kan het volgende worden opgemerkt:



$$\frac{dh}{dr} = -\frac{dh}{dn} \qquad \frac{u_s^2}{r} = g\,\frac{dh}{dr} \;\Rightarrow\; dh = \frac{u_s^2}{gr}\,dr$$

Er geldt $r \cdot u_s$ =constant=C

Dit betekent:

$$dh = \frac{C^2}{g}\,\frac{1}{r^3}\,dr$$

$$\int_{h_1}^{h_2} dh = \frac{C^2}{g}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^3}\,dr = \frac{C^2}{2g}\left[-\frac{1}{r^2}\right]_{r_1}^{r_2}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{C^2}{2g}\left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right] > 0$$

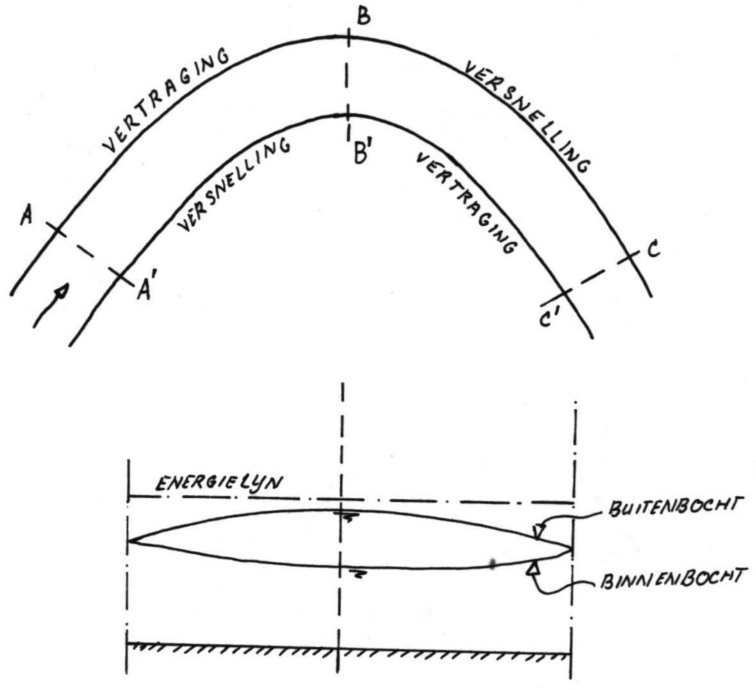
Immers $r_2 > r_1$ dus $r_2^2 > r_1^2$ en $\frac{1}{r_2^2} < \frac{1}{r_1^2}$

Het resultaat van de potentiaalbenadering is uitgewerkt in fig.II. 2.2,blz.13.

II.2.3 Invloed van de wrijving

In werkelijkheid treedt geen potentiaalstroming op;door de bodemwrijving varieert de snelheid over de diepte.Dit betekent dat in het dwarsprofiel van de bocht,de konstante kracht t.g.v.het dwarsverhang,niet langer evenwicht maakt met de kracht t.g.v. de centrifugale versnelling: $\frac{u_s^2}{gr} \neq \frac{dh}{dr}$

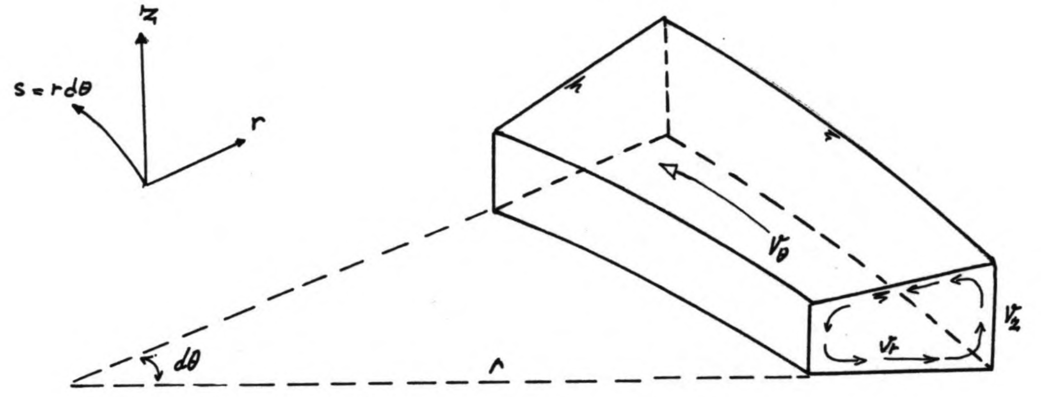
Dit evenwicht kan alleen worden ingesteld door schuifspanningen, ofwel t.g.v. snelheidsverschillen.Er ontstaat dus een stroming dwars op de hoofdstroom.



RESULTAAT TOEPASSEN POTENTIAALBENADERING OP DE WATERBEWEGING IN EEN RIVIERBOCHT

fig. II. 2.2.

Nabij het wateroppervlak is de werkelijke snelheid groter dan de gemiddelde, zodat de centrifugale versnelling overheerst. De water-deeltjes bewegen zich dus tegen het dwarsverhang in, d.w.z. van de binnen-naar de buitenbocht. Nabij de bodem geldt het omgekeerde: het water verplaatst zich van de buiten-naar de binnenbocht.
De combinatie van de hoofdstroom (primaire stroming) met de dwars-stroom (secundaire stroming) levert de bekende spiraalstroom.



-spiraalstroming-
fig. II.2.3.

Onder aanname dat:

- de bocht voldoende lang is,
- de breedte-diepte verhouding groter dan $\pm$ 10 is,
- de straal en de breedte dan dezelfde orde van grootte zijn,
- de overheersende turbulente schuifspanningen hetzelfde zijn op-gebouwd als de (ondergeschikte) visceuze schuifspanningen, zodat i.p.v. de kinematische viscositeitscoëfficiënt een turbulente viscositeitscoëfficiënt ε het verband tussen schuifspanning en snelheidsgradiënt aangeeft,

kunnen voor een tijdsafhankelijke waterbeweging in een bocht de vol-gende vergelijkingen worden opgesteld (lit. 1):

bewegingsvergelijking in radiale richting.

$$-\frac{\bar{V}_\theta^{\,2}}{r} = -g\,\frac{\partial z_b}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\,\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z}\right) \qquad (II.2.7)$$

bewegingsvergelijking in tangentiële richting

$$\overline{V_r}\,\frac{\partial \overline{V_\theta}}{\partial r} + \overline{V_z}\,\frac{\partial \overline{V_\theta}}{\partial z} + \frac{\overline{V_r}\,\overline{V_\theta}}{r} = -g\,\frac{\partial z_b}{r\,d\theta} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\,\frac{\partial \overline{V_\theta}}{\partial z}\right) \qquad (II.2.8)$$

continuïteitsvergelijking

$$\frac{\partial \overline{V_\theta}}{\partial r} + \frac{\overline{V_\theta}}{r} + \frac{\partial \overline{V_z}}{\partial z} = 0 \qquad (II.2.9)$$

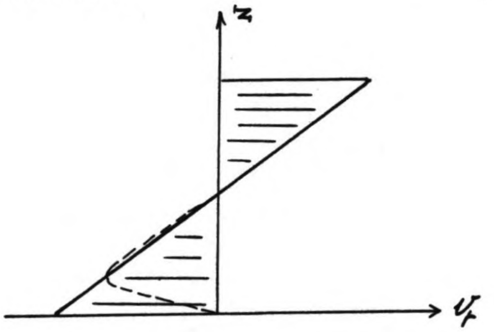
Uitgaande van een logaritmische snelheidsverdeling voor de tangentiële component en onder aanname dat $V_\theta \sim V_s$, kunnen de volgende snelheidsverdelingen worden afgeleid:

a) radiale snelheidsverdeling

$$V_r = \xi\,h\,\left(2\,\frac{z}{h} - 1\right)\frac{\overline{V_s}}{r} \qquad (II.2.10)$$

met, volgens Apmann (lit. 1), $\xi = \frac{3}{2\chi^2} \simeq 9 \qquad (\chi = 0{,}4)$

In de formule staat $\overline{V_s}$ voor de over de diepte gemiddelde tangentiële snelheid.



Nabij de bodem geldt het gegeven snelheidsverloop niet. De gestippelde lijn geeft het werkelijke verloop aan; de snelheid op de bodem wordt uiteraard nul.

-radiale snelheidsverdeling-
fig. II.2.4

b) verticale snelheidsverdeling

$$V_z = -\,\xi\left[\frac{z}{h} - \left(\frac{z}{h}\right)^2\right]\left(\frac{h}{r}\right)^2\overline{V_s} \qquad (II.2.11)$$

Voor de vertikale snelheid geldt:

$$V_z :: \left(\frac{h}{r}\right)^2\overline{V_s}$$

Voor de radiale snelheid geldt:

$$V_r :: \left(\frac{h}{r}\right)\overline{V_s}$$

In het algemeen is de vertikale snelheid verwaarloosbaar t.g.v. de tangentiële snelheid.

II.2.4 Dwarsverhang van de waterspiegel

Een snelle benadering van de dwarsverhang kan worden verkregen door uit te gaan van een gemiddelde snelheid en straal :

$$dh = \frac{u_s^2}{g r}\, dr \quad \Rightarrow \quad \Delta h = \frac{\bar{u}_s^2}{g \bar{r}}\, B$$

In werkelijkheid geldt:

$$i_r = \frac{\partial z_w}{\partial r} = \alpha \frac{\bar{v}_s^2}{g \bar{r}} \quad met \quad \alpha = 1 + 3\left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C}\right)^3 \qquad \text{(lit. 5)}$$

Voor $\kappa = 0{,}4$ geldt :

C	30	40	50	60	70	80
α	1,15	1,10	1,07	1,05	1,04	1,03

II.3 DE SEDIMENTBEWEGING IN EEN RIVIERBOCHT

II.3.1 Inleiding

Uit de spiralende waterbeweging volgt dat het sediment zich zal bewegen van de buiten-naar de binnenbocht.
Om de richting en grootte van het transport nauwkeuriger te kunnen aangeven,dienen de krachten,welke werken op een sedimentdeeltje in tangentiële en radiale richting,in beschouwing te worden genomen.
Allereerst zal worden gekeken naar de schuifspanningen.

II.3.2 Schuifspanningen

De uitdrukkingen voor de schuifspanningen zijn:

tangentiële schuifspanning: $\tau_{sb} = \rho . g . h . i_s = \rho g \frac{V_s^2}{C^2}$ (II.3.1)

radiale schuifspanning : $\tau_{rb} = -2 \rho . g . h \left[\left(\frac{\sqrt{g}}{kC} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{g}}{kC} \right)^3 \right] \frac{V_s^2}{gr}$ (II.3.2)

$$= \gamma \cdot \frac{h}{r} \cdot \rho g \frac{V_s^2}{C^2} \quad \text{met } \gamma = -\frac{2}{k^2} \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{kC} \right)$$

Voor $k = 0{,}4$ geldt,afhankelijk van de C-waarde,dat γ varieert tussen ongeveer 9 en 12.Wordt voor C=50 $m^{1/2}/s$ aangehouden,dan geldt $\gamma \simeq 10$
Zodat voor τ_{rb} geldt:

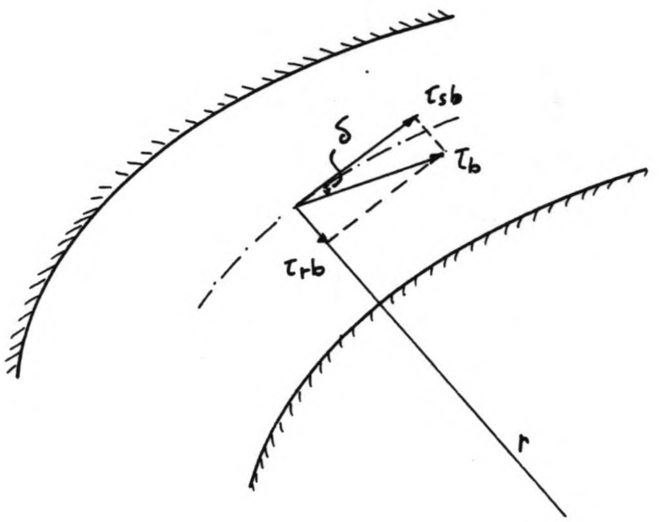
$$\tau_{rb} \simeq 10 \rho g \cdot \frac{V_s^2}{C^2} \cdot \frac{h}{r} = 10 \rho . g . h . i_s \frac{h}{r} \qquad \text{(II.3.3)}$$

Samenstelling van τ_{sb} en τ_{rb} levert de grootte en richting van de schuifspanning:

$$\tau_b = \sqrt{\tau_{sb}^2 + \tau_{rb}^2} = \rho . g \cdot \frac{1}{C^2} V_s^2 \sqrt{1 + \frac{4}{k^2} \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{kC} \right)^2}$$

$$= \rho . g . h . i_s \sqrt{1 + \left(\gamma \frac{h}{r} \right)^2} \qquad \text{(II.3.4)}$$

$$\tan \delta = \frac{\tau_{rb}}{\tau_{sb}} = \gamma \cdot \frac{h}{r} \simeq 10 \frac{h}{r} \qquad \text{(II.3.5)}$$



schuifspanning in
een bocht
-fig.II.3.1-

II.3.3 Krachten op een sedimentdeeltje

Door het transport van sediment van de buiten naar de binnenbocht zal de bodem gaan kantelen.Door dit bodemdwarsverhang gaat de zwaartekracht een rol spelen in het krachtenspel.De ontbondene van de zwaartekracht werkt,t.g.v. de radiale schuifspanning tegen,zodat de richting van het sedimenttransport ($\tan\alpha$) niet gelijk zal zijn aan de schuifspanningsrichting ($\tan\delta$).Er zal gelden:

$\tan\alpha < \tan\delta$

De hoek α kan worden bepaald door de krachten te beschouwen,welke werken op een sedimentdeeltje:

1) een stromingskracht overgedracht door een schuifspanning τ_b
2) een stromingskracht t.g.v. het krommen van de stroomlijnen,de zgn. liftkracht.Deze kracht heeft geen invloed op de richting van het transport.
3) centrifugale kracht bij een gekromde bewegingsbaan.Door de relatief geringe verplaatsingssnelheid is deze kracht verwaarloosbaar.
4) kracht t.g.v. de zwaartekrachtversnelling.

5) wrijvingskracht door de wrijving tussen het deeltje en de bodem. Deze kracht is tegengesteld aan de richting van de resulterende kracht en zal dus geen invloed hebben op de bewegingsrichting.

ad.1 de stromingskracht.

de grootte van de stromingskracht bedraagt:

$$\mu k_b = \mu \cdot \tfrac{1}{4}\pi . d^2 . \tau_b . f$$

Hierbij is μ de ribbelfaktor, waarmee wordt aangegeven welk deel van de verbruikte energie ten goede komt aan het sedimenttransport.

f is een coëfficient afhankelijk van de vorm.

d is de diameter.

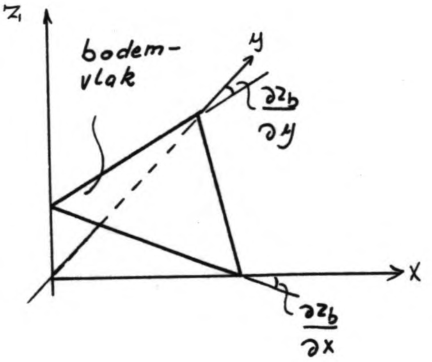
ad.3 kracht t.g.v. zwaartekrachtversnelling.

het gewicht van een deeltje onder water bedraagt:

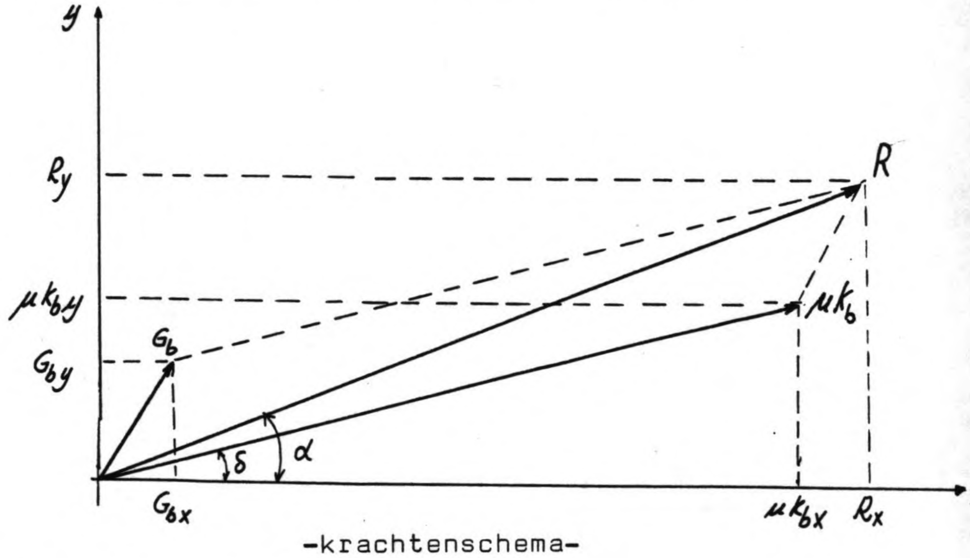
$$G = 1/6\ \pi\ d^3\ (\rho_s - \rho_w)\ g\ e$$

Hierbij is e weer een vormfaktor.

Samenstellen van de krachten geeft de richting van het transport:



-definitieschets-



-krachtenschema-

fig II.3.2.1

In bovenstaand krachtenfiguur is aangenomen dat $\frac{\partial z_b}{\partial y}$ en $\frac{\partial z_b}{\partial x}$ dermate klein zijn, dat de vectoren en hoeken in het vlak van de bodem, gelijk zijn aan hun projecten in het x,y vlak. In het algemeen zal dit het geval zijn.

G_b is de component van G in het bodemvlak.

In onderstaande figuren worden de krachten nogmaals weergegeven:

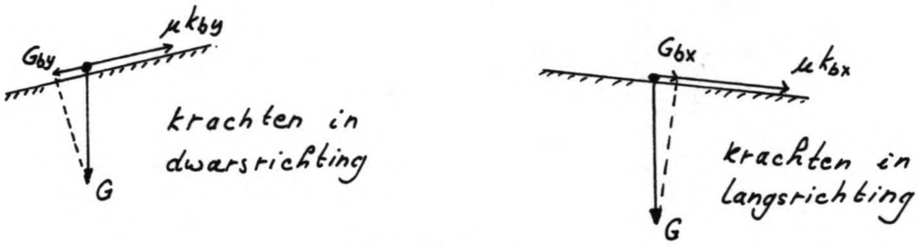


fig II.3.3

Voor de richting van het transport geldt:

$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\mu k_{by} + G_{by}}{\mu k_{bx} + G_{bx}} = \frac{\mu k_b \sin\delta - G\,\frac{\partial z_b}{\partial y}}{\mu k_b \cos\delta + G\left(-\frac{\partial z_b}{\partial x}\right)} \qquad \text{(II.3.6)}$$

$\frac{\partial z_b}{\partial x}$ is in het algemeen verwaarloosbaar klein, d.w.z. $G\frac{\partial z_b}{\partial x} << \mu k_b \cos\delta$

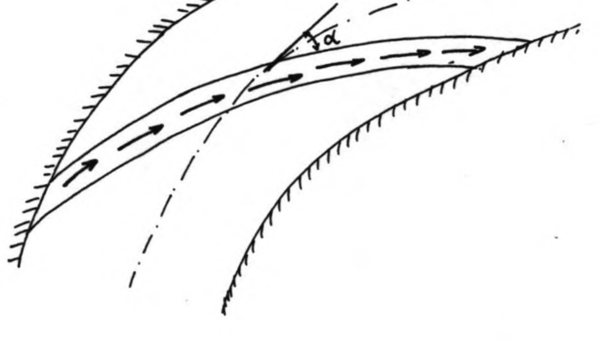
M.a.w.:

$$\tan\alpha = \tan\delta - \frac{G_b}{\mu k_b \cos\delta}\frac{\partial z_b}{\partial y} \qquad \text{(II.3.7)} \qquad \text{met } \frac{G_b}{\mu k_b \cos\delta} = \frac{\frac{1}{6}\pi d^3(\rho_s-\rho_w)g\cdot e}{\mu\frac{1}{4}\pi d^2 f\,\tau_{bs}} = \frac{2}{3}\frac{\Delta C^2 d}{\mu V_s^2}$$

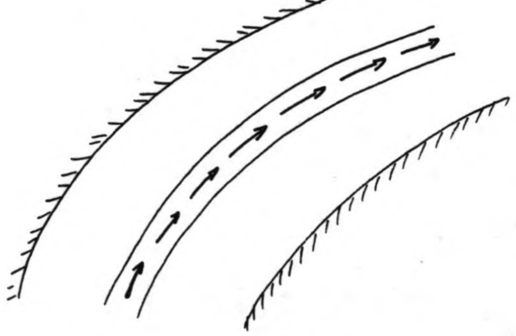
$$\left(\frac{e}{f}=1,\ \tau_b\cos\delta = \tau_{bs} = \rho g\cdot\frac{V_s^2}{C^2}\right)$$

II.3.4 <u>Bodemdwarsverhang bij evenwicht</u>

Door de kanteling van de bodem in dwarsrichting zal uiteindelijk α nul worden. Bij deze evenwichtsligging treedt alleen nog langstransport op. Zie fig. II.3.4



-transport in het geval er geen evenwicht is-



-evenwichtssituatie-

-fig II.3.4-

Die betekent dat in radiale richting de gemiddelde schuifkracht evenwicht maakt met de zwaartekrachtkomponent:

$$G \frac{\partial z_b}{\partial r} = \mu k_b \sin \delta$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial r} = \frac{\mu k_b \sin\delta}{G} = \frac{3}{2} \mu f \frac{V_s^2}{\Delta d C^2} \frac{h}{r} \qquad \text{(II.3.8)}$$

$\left(\frac{f}{c} \text{ is } 1 \text{ genomen}\right)$

Dit levert een gekompliceerde berekening op (v_s en h zijn afhankelijk van z_b).

Vereenvoudiging is mogelijk door het bodemdwarsverhang te schematiseren tot een rechte lijn met helling i_b. Dit betekent:

$$G \sin i_b = \mu k_b \sin \delta$$

zodat,

$$\sin i_b = \frac{3}{2} \mu f \frac{V_s^2}{C^2 \Delta d} \frac{h}{r} = \frac{3}{2} \mu f \frac{h \, i_s}{\Delta d} \frac{h}{r} \quad \text{met } h, i = f(r)$$

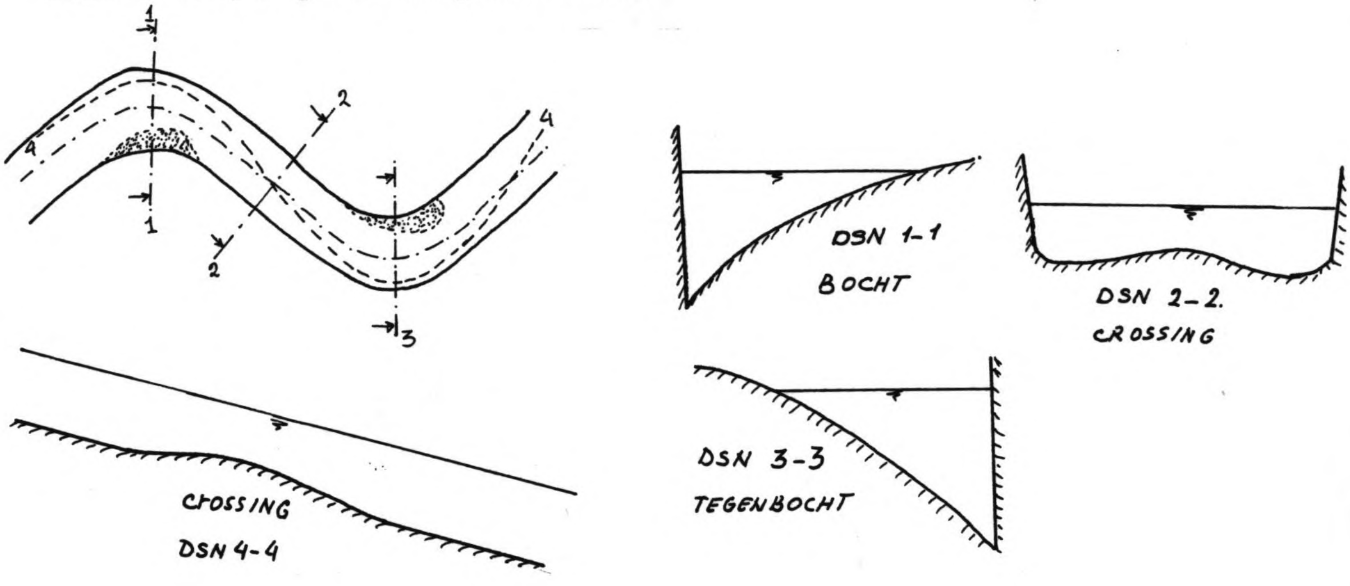
Van Bendegom geeft als formule:

$$\sin i_b \simeq 20 \; \frac{h \, i_s}{\Delta d} \; \frac{h}{r}. \qquad \text{(II.3.9)}$$

OP de formule voor het bodemdwarsverhang wordt in hoofdstuk V nog uitgebreid teruggekomen.

II.4 DEFINIERING VAN DE CROSSING

In aansluiting op de in de literatuur gebruikte omschrijving van de crossing,wordt in het verslag deze gedefinieerd als een verondieping in de overgang van bocht naar tegenbocht,welke tijdens laag water hinder oplevert voor de scheepsvaart.Geschematiseerd levert deze omschrijving het volgende beeld:



-fig.II.4.1-

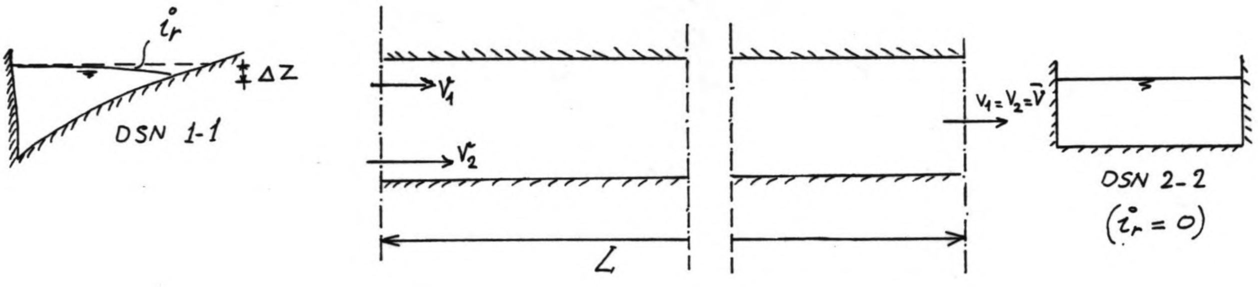
Kenmerkend voor bovenstaande schematisatie:

- de meanderende, 'sinusvormige' rivier
- de binnenbocht banken ('point bars')
- de overlappende buitenbochtgeulen (drie-dimensionale stroming t.p.v. de crossing)

In werkelijkheid zal de crossing zich vaak op een minder gestileerde manier manifesteren.Het lijkt derhalve zinvol,alvorens het gedrag aan de hand van bovenstaande schematisatie te bestuderen,allereerst de verschijningsvorm van de rivier in beschouwing te nemen.Dit gebeurt in hoofdstuk III.

II.5 NAIJLEN BOCHTSTROMING

Shen (lit 16) stelt dat de spiraalstroming eindigt op de plaats, waar het waterspiegeldwarsverhang nul wordt.Dit levert de volgende schematisatie:



-fig II.5.1-

Hieruit leidt Shen de volgende formule voor de naijlingslengte L af:

$$L = \frac{C^2 h}{g} \left[\frac{2g \, \Delta Z}{V_2^2 - V_1^2} - 1 \right] \qquad (II.5.1)$$

Indien geldt:

$$\left.\begin{aligned} \mathring{i}_r &= \frac{V^2}{rg} \\ \Delta Z &= \mathring{i}_r \cdot B \end{aligned}\right\} \qquad \Delta Z = \frac{B \cdot V^2}{rg}$$

$$V_1^2 = V^2 \left(\frac{r}{r + \frac{B}{2}} \right) \quad , \quad V_2^2 = V^2 \left(\frac{r}{r - \frac{B}{2}} \right)$$

met V :gemiddelde snelheid

kan de formule worden gescheven als:

$$L = \frac{C^2 h}{g} \left\{ 2 \left[1 - \left(\frac{B}{2r} \right)^2 \right] - 1 \right\} \qquad (II.5.1a)$$

De theoretische waarde volgens bovenstaande formule verschilt met de gemeten waarde.Ter correctie wordt de co ëfficient n ingevoerd :

$$L = n\,\frac{c^2 h}{g}\,\gamma \qquad \text{met} \qquad \gamma = 2\left[1-\left(\frac{B}{2r}\right)^2\right]-1 \qquad (II.5.1b)$$

Uit metingen in de natuur blijkt n in ieder geval een funktie te zijnvan de stabiliteitscoëfficiënt $\frac{dW}{D^2 S}$ met

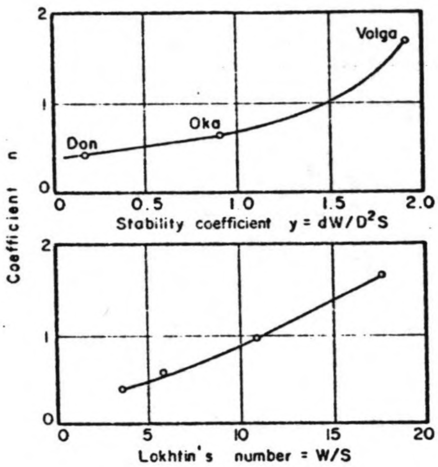
d: korreldiameter

W: breedte

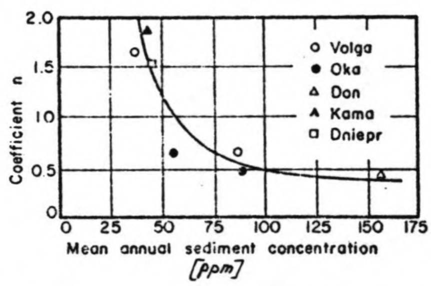
D: diepte

S: energieverhang,

alsmede van de verhouding tussen breedte en energieverhang ($\frac{W}{S}$) en van de over het jaar gemiddelde sedimentconcentratie,zie fig.II.5.2 (lit.16)



Relation of coefficient n to the stability coefficient and to lokhtin's number. After Rzhanitsyn (1960).



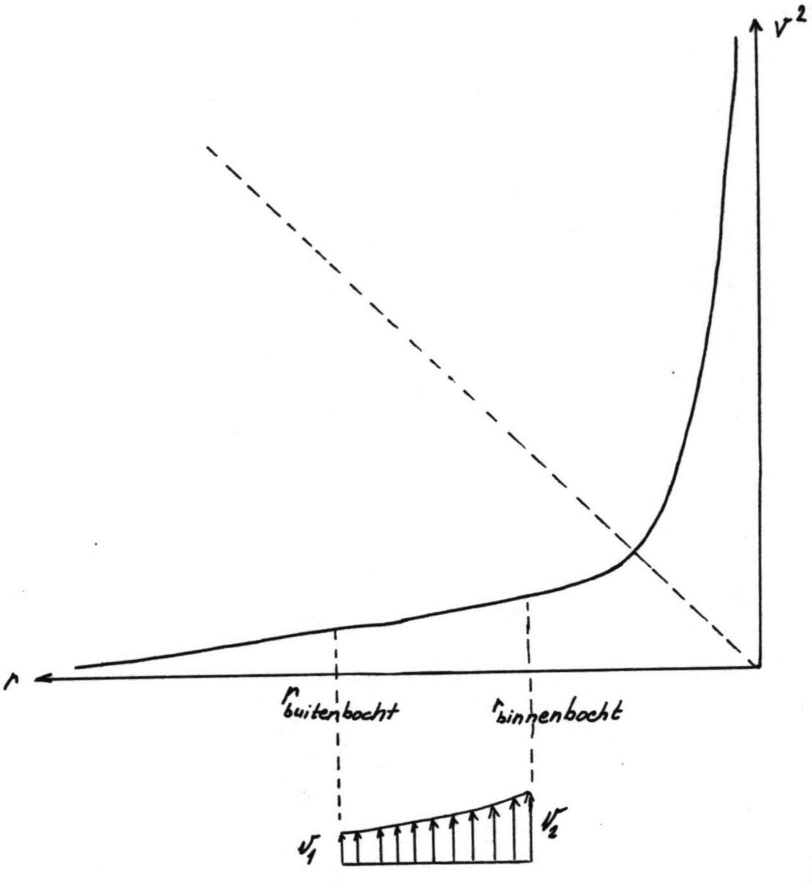
Relation of coefficient n to mean annual sediment concentration, after Rzhanitsyn (1960).

-fig.II.5.2-

In de benadering van Shen wordt de snelheidsverdeling over de breedte van de bocht blijkbaar aangenomen als:

$v^2 \cdot r$ =constant

Dit verloop is uitgezet in fig.II.5.3



-fig II.5.3-

Bij dit snelheidsverloop kan de volgende kanttekening worden geplaatst:
de snelheid in de binnenbocht is groter dan die in de buitenbocht. Deze snelheidsverdeling sluit aan bij het verloop afgeleid uit de potentiaalbenadering (par II.2.2).Deze gold evenwel voor een vlakke bodem;bij ontstaan van de buitenbochtgeul zal het snelheidsverloop over de breedte veranderen en het is de vraag of dan inderdaad bovenstaande betrekking gaat gelden.
Nouh en Townsend (lit14) leiden eveneens een formule af voor de naijlingslengte.Uitgaande van de waterbewegingsvergelijking na de bocht (dus zonder centrifugale kracht) leiden zij voor de verandering van de radiale snelheid in x-richting ,de volgende betrekking af:

$$\frac{\partial v_{rs}}{\partial x} = -2 \frac{v_{rs}\, k \sqrt{g}}{C h} c(\eta) \qquad \text{(II. 5.2)}$$

hierbij is:

v_{rs} = radiale snelheidscomponent aan het wateroppervlak.

k = constante van von Karman

$\eta = \frac{z}{h}$:relatieve diepte

$c(\eta)$= functie in η ,afkomstig van de aangenomen logaritmische snelheidsverdeling volgens Prandtl voor de snelheid in tangentiële richting.

Integratie geeft

$$\ln v_r = -\frac{2 k \sqrt{g} \cdot c(\eta)}{C h} x + C_0$$

$$v_r = v_{ro} \exp\left[\frac{-2{,}6\, k \sqrt{g}}{C h} x\right] \qquad \text{(II. 5.3)}$$

met v_{ro} :radiale snelheid t.p.v. bochteinde .

$C(\eta) = 1{,}3$, $C(\eta)$ neemt deze waarde aan voor $\eta = 0{,}1$ (nabij de bodem)

Indien de nalingslengte als beëindigd wordt beschouwd,als de radiale snelheidscomponent bij het wateroppervlak tot 10% is afgenomen ($v_r = 0{,}1\, v_{ro}$),dan levert dit als naijlingslengte:

$$\frac{-2{,}6\, k \cdot \sqrt{g}}{C h} x = -2{,}3 \Rightarrow L = 2{,}2 \frac{C h}{\sqrt{g}} \quad (k = 0{,}4) \qquad \text{(II.5.4)}$$

Ook bij de formule van Nouh en Townsend kan een kanttekening worden, geplaatst:het ontbreken van de bochtstraal en -breedte,ofwel het ontbreken van de dimensieloze term $\frac{B}{r}$.

III DE CROSSING EN DE VERSCHIJNINGSVORM VAN DE RIVIER

III.1 Inleiding

In de Niger komen van de delta tot aan Lokoja een groot aantal crossings voor,die moeilijkheden voor de scheepvaart opleveren,zie bijlage 1.

Op dit traject kunnen ruwweg twee verschijningsvormen worden onderscheiden:

1- de zandbankenrivier bovenstroom van Aboh

2- de meanderende rivier benedenstroom van Aboh

Karakteristieke dwarsdoorsneden en bovenaanzichten van deze twee verschijningsvormen zijn gegeven in bijlage 1

De voor de scheepvaart hinderlijkecrossings treden voornamelijk op in het traject waar de Niger zich als zandbankenrivier manifesteert.Beide genoemde verschijningsvormen worden nu achtereenvolgens besproken en vergeleken met de in par. II.4 gegeven schematisatie.

III.2 CROSSINGS IN EEN MEANDERENDE RIVIER

III.2.1 Inleiding

Het is duidelijk dat de meanderende rivier geen sinusvorm zal bezitten, de meanders kunnen onder meer asymmetrisch van vorm zijn (zie par.II.1). Bovendien gaat in de schematisatie in het algemeen de bocht direkt over in een tegenbocht, zodat de crossing zich op het buigpunt van de sinus bevindt, de plaats waar de straal naar oneindig gaat. In werkelijkheid zal zich tussen de bocht en tegenbocht een overgangsvak bevinden. Door naijling zal de drie-dimensionale waterbeweging uit de bocht zich voort zetten in het overgangsvak. Wanneer de lengte van het overgangsvak klein is ten opzichte van de naijlingslengte zal de waterbeweging in de rivier dus een drie-dimensionaal karakter bezitten. In de volgende paragraaf wordt hierop nader ingegaan.

III.2.2 Naijling spiraalstroming

In par.II.5 zijn twee formules voor de naijlingslengte afgeleid:

a) volgens Shen,

$L_{SHEN} = \dfrac{n \gamma C^2}{g} h$ met $\gamma = 2\left[1 - \left(\dfrac{B}{2r}\right)^2\right]^{-1}$

en $n = f\left(\dfrac{dW}{D^2 S}, \dfrac{W}{S}\right)$ zie blz. 24

b) volgens Nouh en Townsend,

$$L_{NT} = \frac{2{,}2\, C h}{\sqrt{g}}$$

Indien voor C de waarde $50 m^{\frac{1}{2}}/s$ wordt genomen (een voor de Niger redelijke waarde, zie lit. 12), geldt:

$$L_{SHEN} = 250\, n \cdot \gamma \cdot h$$

$$L_{NT} = 35\, h$$

Voor $\frac{B}{r} < 0{,}35$ ($\frac{r}{B} > 3$) geldt $\gamma > 0{,}95$

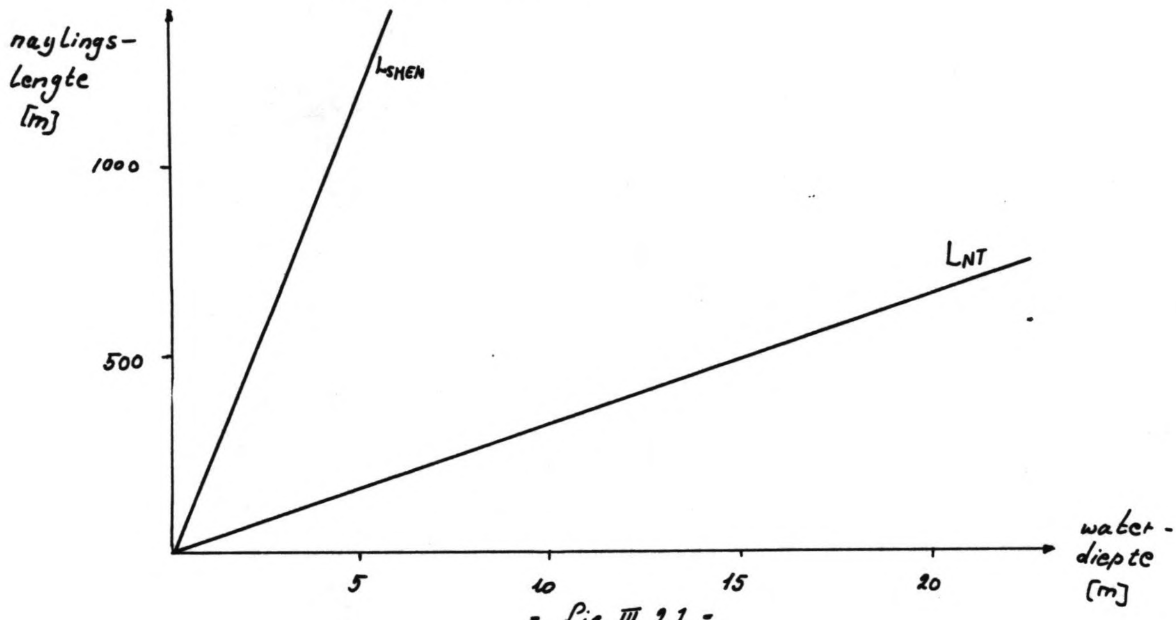
Dit betekent dat voor B=500 à 750m zal moeten gelden $r > 2000$m. De slingerende laagwatergeul op het zandbankentrajekt van de Niger

voldoet hieraan: in par.V.3,blz.67 wordt afgeleid dat $\bar{r}_{min} = 2600$m.
Indien voor het meanderende traject ook wordt aangenomen dat $\frac{B}{r} < 0{,}35$ is,
dan geldt dus dat $f \approx 1$ is.Wordt,bij gebrek aan beter,voor n de waarde 1 genomen dan geldt:

$$L_{SHEN} = 250\,h$$

$$L_{NT} = 35\,h$$

Uit dit verschil (faktor 7) komt duidelijk de onnauwkeurigheid in de berekening van de naijlingslengte volgens de beide formules naar voren,zoals ook al is aangegeven in par.II.5.
In fig.III.2.1 is het lineaire verloop van de naijlingslengte als funktie van de waterdiepte gegeven.

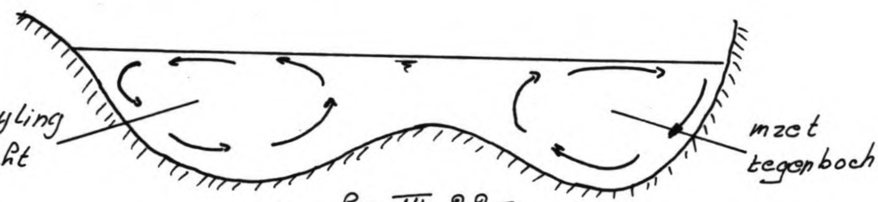


- fig. III.2.1. -

De waterdiepte h is,overigens net als de straal r niet konstant over een bocht.Indien wordt uitgegaan van een waterdiepte van 5 à 10m. ,dan is in dit geval de naijlingslengte minimaal enkele honderden meters.

III.2.3 Rivierbreedte ter plaatse van de crossing

Door de spiralende waterbeweging wordt in de bocht zand getransporteerd van de binnen- naar de buitenbocht.Dit heeft kanteling van de bodem en de vorming van de zandbank in de binnenbocht tot gevolg Tevens zal erosie van de buitenbocht plaats vinden.Deze erosie speelt een belangrijke rol bij het uitbochten van de meanderende rivier en is,naast de stromingsomstandigheden,afhankelijk van de erosiegevoeligheid van het oevermateriaal.Deze wordt bepaald door materiaaleigenschappen als:korreldiameter en-vorm,soortelijk gewicht,valsnelheid, chemische eigenschappen en stapeling.Bij de Niger is gebleken dat in de bochten bij kleioevers jaarlijks een teruggang van 4 tot 10m optreedt;bij zandige oevers bedraagt deze teruggang 40 tot 100m.
T.p.v. het overgangsvak zullen in geval van drie-dimensionale stroming,op de plaats waar de beide buitenbochtgeulen elkaar overlappen beide oevers worden aangevallen,zie fig.III.2.2.



- fig. III.2.2 -

Om hieruit te konkluderen dat de breedte t.p.v. de crossing groter zal zijn dan in de bocht voert echter te ver.Vele andere faktoren spelen nog een rol,zoals:

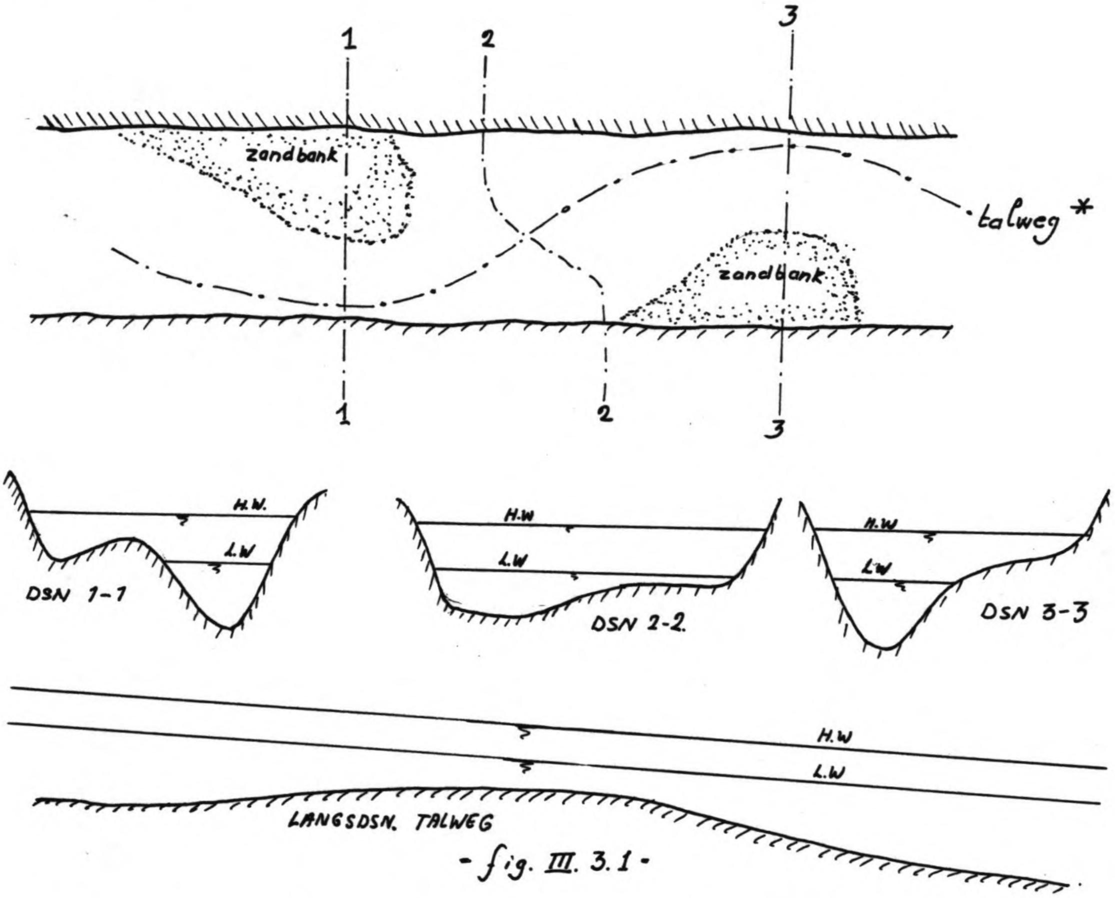
- plaatselijke erodeerbaarheid van de oevers
- sedimenteigenschappen
- debietvariaties in de tijd
- erosiemechanisme
- de erosie beïnvloed de verschijningsvorm:uitbochten,vorming van zandbanken

Er kan dus voorlopig alleen uitspraak worden gedaan aan de hand van waarnemingen.Hieruit blijkt inderdaad dat de rivier in het algemeen de neiging bezit t.p.v. de crossing een grotere breedte aan te nemen(lit.16).

III.3 CROSSINGS IN EEN ZANDBANKENRIVIER

III.3.1 Inleiding

Tijdens de laagwaterperiode vertoont de slingerende laagwatergeul van de zandbankenrivier sterke overeenkomst met de meanderende rivier (fig.III.3.1).



- fig. III. 3.1 -

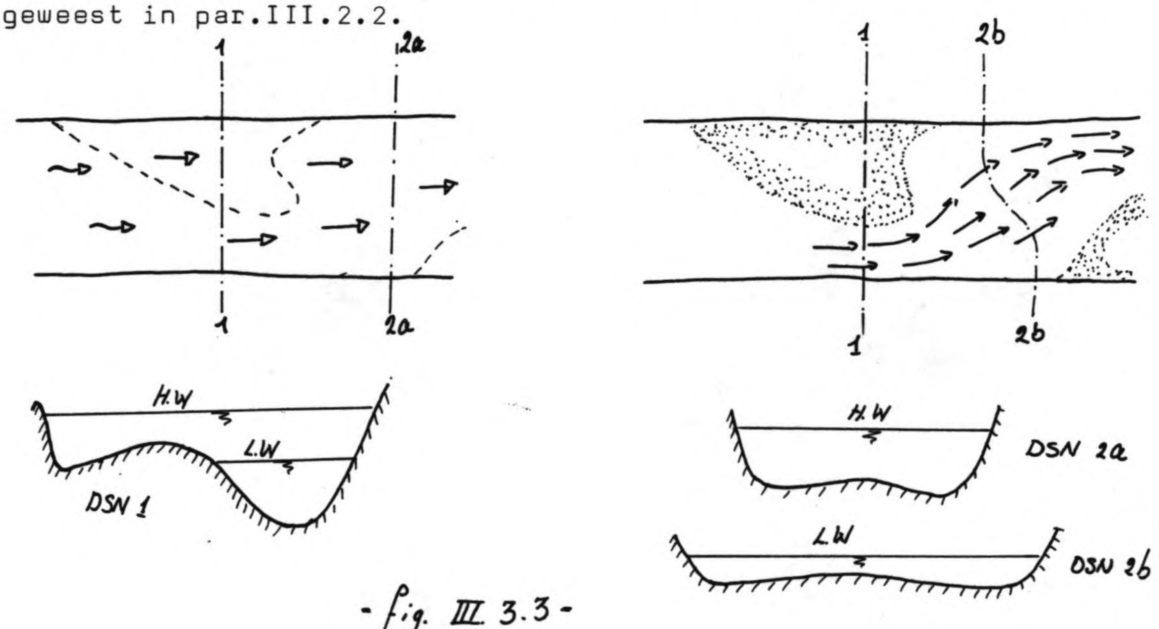
In de hoogwaterperiode echter nemen de zandbanken deel aan het sedimenttransport en zullen zich verplaatsen.Dit betekent dat na elk hoogwater een andere laagwatergeul te voorschijn zal komen.Beide afvoerperioden zullen nu nader worden bekeken.

*In fig.III.3.1 wordt de talweg genoemd;dit is een denkbeeldige lijn in de lengterichting van de rivier,die de maximum diepten in de opeen volgende dwarsdoorsneden met elkaar verbindt.De talweg

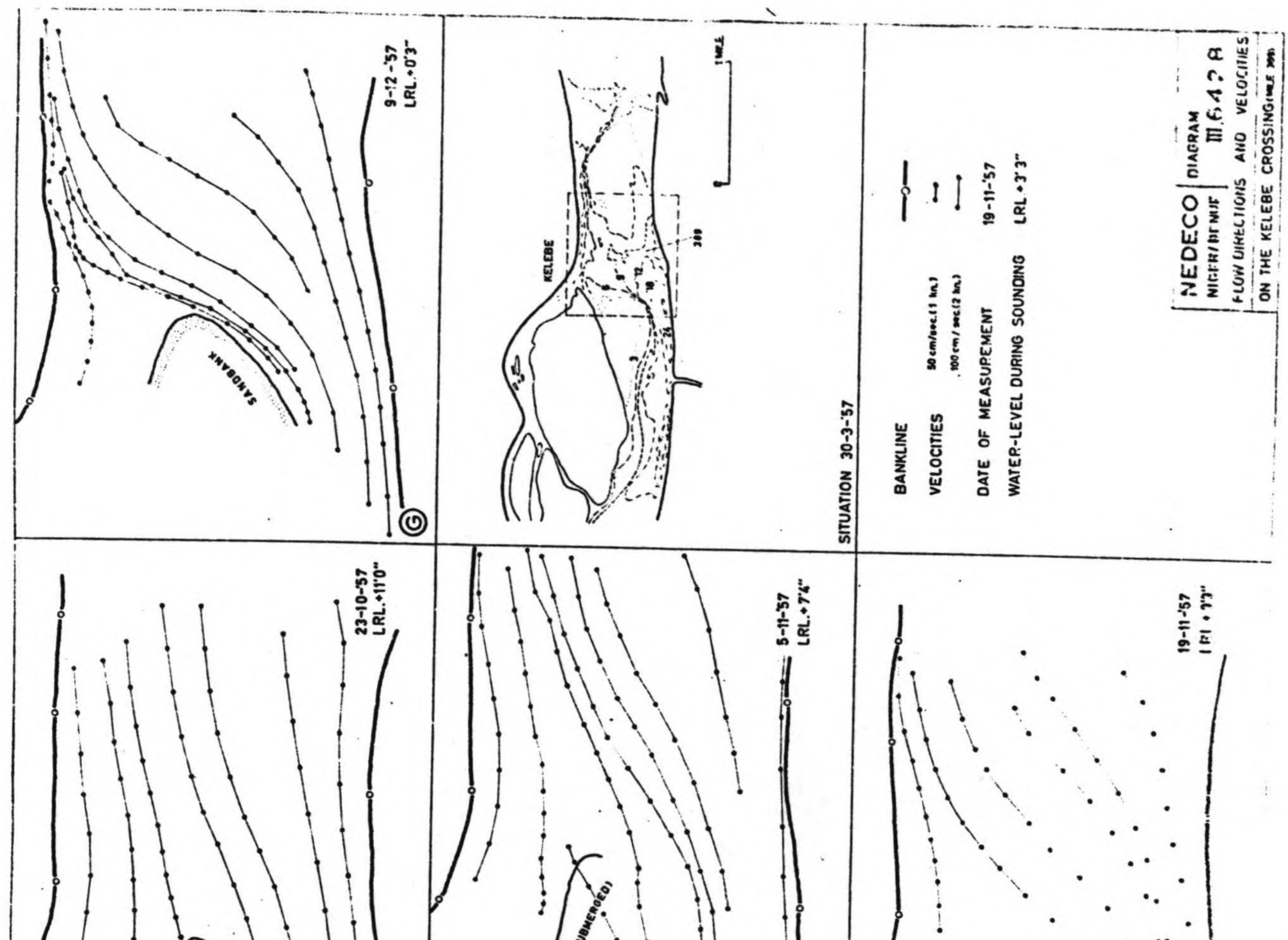
geeft de scheepvaart nuttige informatie m.b.t.:
-bepalen van de vaarroute bij geringe afvoeren
-de ondiepste plaatsen in een trajekt en de verdeling hiervan (crossings)
-minimum waterdiepte (L.A.D.:least available depth).Een kriterium voor de belading van schepen.

III.3.2 De laagwaterperiode

In de laagwaterperiode kan de stromingsrichting vaak 40^{0} verschillen met de richting tijdens de hoogwaterperiode.Dit kan duidelijk worden geïllustreerd aan de hand van metingen ter plaatse van de Kelebe crossing,zie fig.III.3.2.
De variatie in stromingsrichting heeft een belangrijk gevolg: de breedte ter plaatse van de crossing zal toenemen ten opzichte van de breedte bij hoogwater;vergelijk dsn 2b met 2a in fig.III.3.3.In de bocht heeft het tegenovergestelde plaats gevonden,hier is de rivierbreedte sterk afgenomen,zie dsn.1 in fig.III.3.3.
De breedteveranderingen ter plaatse van de bocht en crossing hebben tot gevolg dat in de laagwaterperiode een sterke breedtetoename optreedt bij de overgang van bocht naar crossing.In bijlage 2 is voor verschillende crossings deze 'breedtesprong' bij laagwater gegeven.
Voor de meanderende laagwatergeul geldt verder hetgeen aan de orde is geweest in par.III.2.2.



-fig. III 3.3-



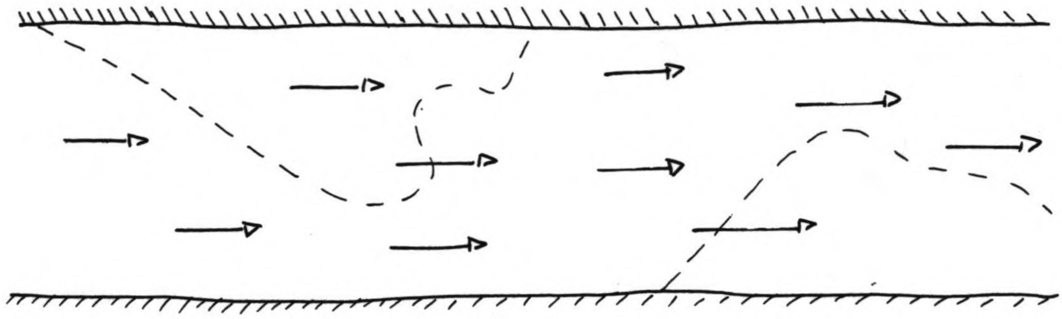
A
26-5-'57
LRL.-4'8"
MUD BANK
SANDBANK
B
22-6-'57
LRL.-2'6"
C
9-10-'57
D
23-10-'57
LRL.+11'0"
SANDBANK (SUBMERGED)
E
5-11-'57
LRL.+7'4"
F
19-11-'57
G
9-12-'57
LRL.+0'3"
KELEBE
SITUATION 30-3-'57
BANKLINE
VELOCITIES
50 cm/sec (1 kn.)
100 cm/sec (2 kn.)
DATE OF MEASUREMENT
19-11-'57
WATER-LEVEL DURING SOUNDING
LRL.+3'3"
NEDECO
NIGER/BENUE
DIAGRAM
III.6.4.2 A
FLOW DIRECTIONS AND VELOCITIES
ON THE KELEBE CROSSING

-fig. III.3.2-

III.3.3 De hoogwaterperiode

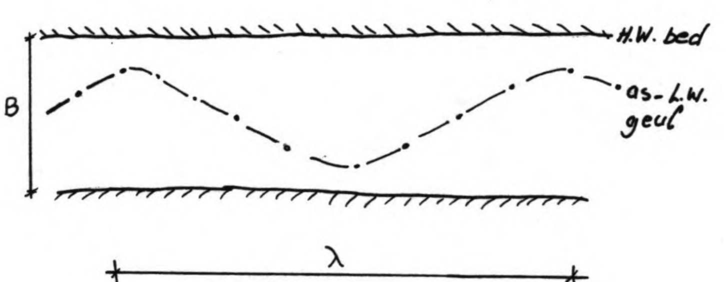
III.3.3.1 Inleiding

In de hoogwaterperiode krijgt de waterbeweging een één-dimensionaal karakter:



- fig. III.3.4 -

Op het trajekt Lokoja-Aboh (met uitzondering van de zogenaamde 'rocky section')neemt tijdens hoogwater de stroomvoerende breedte aanzienlijk toe,veelal met een faktor 2 à 3 (fig. 9 ,bijlage 1). Zoals bijv. blijkt uit de dwarsdoorsnede t.p.v. Illushi en Onitsha (fig. 6 ,bijlage 1),wordt de laagwatergeul van ondergeschikt belang voor het water-en sedimenttransport.Behalve het debiet zal tijdens hoogwater ook het sedimenttransport toenemen t.o.v. het het transport bij laagwater.Immers $S=B.s$ met $s=f(u)$ en stel $u=C\sqrt{hi}$. Hierbij neemt h toe,alsmede i:



- fig. III.3.5 -

H.W.: $i = \frac{\Delta}{\lambda}$

L.W.: $i \simeq \frac{\Delta}{\sqrt{B^2+(\frac{1}{2}\lambda)^2}}$

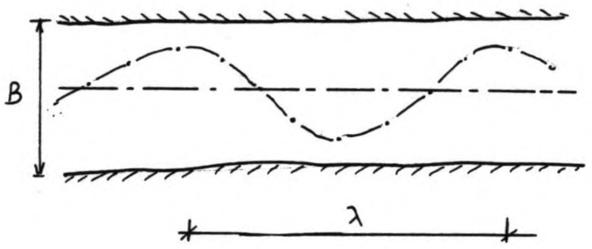
$$\Rightarrow \frac{i_{H.W}}{i_{L.W}} \simeq \sqrt{1+\left(2\frac{B}{\lambda}\right)^2}$$

De C-waarde wijzigt zich ook bij veranderende hydraulische omstandig-

heden.Deze verandering hangt mede af van het vertragingsverlies ten gevolge van de beddingvorm en ijlt na bij de hydraulische omstandigheden (op dit laatste wordt,m.b.t. de crossing, in hoofdstuk IV teruggekomen).
Het zandtransport als functie van het debiet is gegeven in fig. 11, bijlage 1.

III.3.3.2 Afzakken van de zandbanken

Bij een één-dimensionale schematisatie kan de laagwatergeul worden gezien als een regelmatig terugkerende verdieping in het hoogwaterbed.Uit tabel 2 ,bijlage 1,blijkt dat de meandercoëfficiënt op het trajekt Lokoja-Aboh ongeveer 1,1 bedraagt.Uitgaande van een sinusvormige laagwatergeul betekent dit voor de golflengte λ :



- fig. III.3.6 -

$$\text{meandercoëff.} = \frac{\text{werkelijke lengte}}{\text{golflengte}}$$

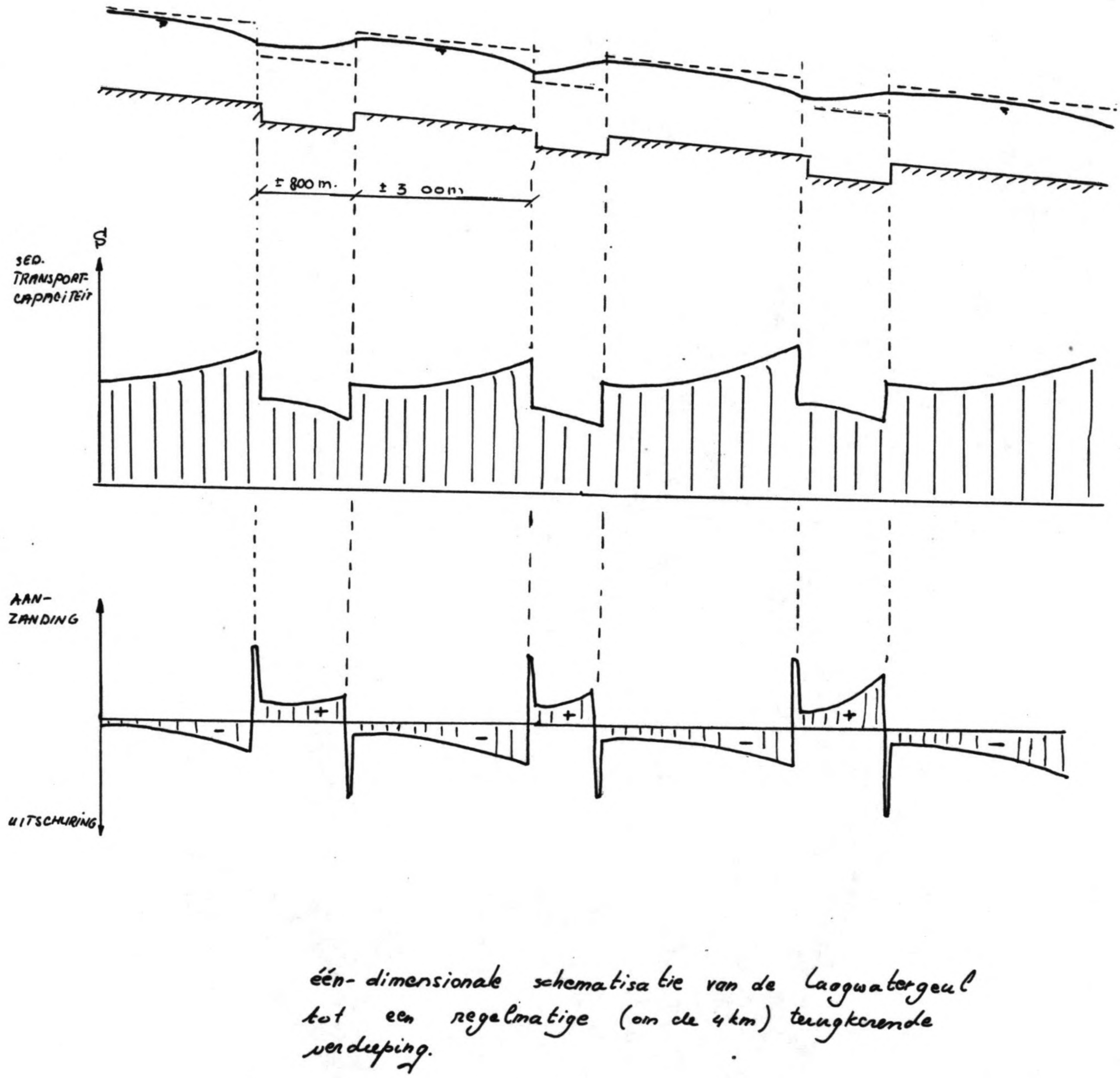
$$= 1,1 \simeq \sqrt{1 + \left(2\frac{B}{\lambda}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \lambda \simeq 8\ km \quad (B \simeq 2000m)$$

Uit de waterverhanglijn kan de verhanglijn voor het sedimenttransport worden bepaald,waaruit bodemveranderingen kunnen worden berekend.Er geldt:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \qquad \text{per eenheid van breedte}$$

Door deze berekening te herhalen,kan de vervorming van de verdieping in de tijd worden berekend.De eerste stap is schetsmatig weergegeven in fig.III.3.7 op blz.36.Hieruit blijkt onder meer dat de geul gaat aanzanden.
Door de geldende vergelijkingen voor het water en sediment te kombineren,kan de vervorming van de verdieping eveneens kwalitatief



één- dimensionale schematisatie van de laagwatergeul tot een regelmatige (om de 4km) terugkerende verdieping.

- fig. III. 3. 7 -

worden beschouwd.De geldende vergelijkingen per eenheid van breedte zijn:

water
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z_b}{\partial x} = R \qquad , \quad R = -g\,\frac{u|u|}{C^2 a}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + u\frac{\partial a}{\partial x} + a\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

sediment
$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = 0$$

$$s = f(u, \ldots\ldots)$$

In de vergelijkingen voor de waterbeweging kunnen in het geval van een hoogwatergolf de tijdsafhankelijke termen worden verwaarloosd, zodat voor het water overblijft:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial a}{\partial x} + g\frac{\partial z_b}{\partial x} = R$$

$$\frac{\partial (u\,a)}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \longrightarrow \quad q = q(t)$$

Worden deze twee vergelijkingen met de vergelijkingen voor het sediment gekombineerd,dan ontstaat de 'simple wave' vergelijking.Deze vergelijking is een ruwe benadering voor de voortplanting van een bodemverstoring,in dit geval de verdieping.

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{ds}{du}\frac{\partial u}{\partial x} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{ds}{du}\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial a}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q}{u}\right) = -\frac{q}{u^2}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{u}\frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{q}{u^2}\frac{\partial u}{\partial x} \Longrightarrow \left[u - \frac{gq}{u^2}\right]\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial z_b}{\partial x} = R$$

Combinatie levert:
$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + c\,\frac{\partial z}{\partial x} = \alpha$$

met
$$c = \frac{g\;{}^{ds}/_{du}}{\frac{gq}{u^2} - u} = u\cdot\frac{\psi}{1-F_r^2} = u\cdot\phi_3$$

waarbij

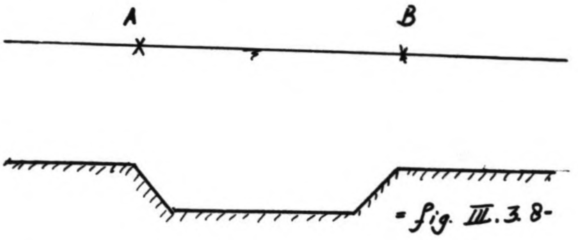
ϕ_3 : relatieve voortplantingssnelheid van een bodemverstoring

$\psi = \dfrac{ds/du}{a}$: dimensieloze transportparameter

$F_r = \dfrac{u}{\sqrt{ga}}$: Froude-getal

$\alpha = R\,\dfrac{c}{g}$, dempingsfaktor

In geval van de verdieping mag,gezien de relatief geringe afstand waarover de verstoring zich uitstrekt,veelal de wrijving worden verwaarloosd.Dit betekent:

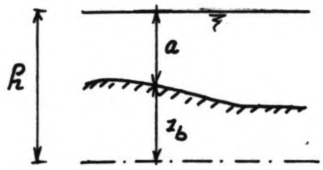


-fig. III.3.8-

$h_A - h_B \simeq 0$

('rigid-lid' benadering)

Dit betekent ook :



$h = a + z_b$=constant,zodat $\frac{dh}{dx} = \frac{da}{dx} + \frac{dz_b}{dy} = 0$

De vergelijking wordt nu: $\frac{\partial a}{\partial t} + c\,\frac{\partial a}{\partial x} = 0$

Voor kleine Froude getallen geldt voor c: $c = u\,\frac{\psi}{1-F_r^2} \simeq u \cdot \psi = u\,\frac{df/du}{a}$

Met q=u.a=q(t): $c = u\,\frac{df/du}{q/u}$ ofwel $c = c(u) = c(a)$

De uiteindelijke vergelijking wordt nu:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + c(a)\,\frac{\partial a}{\partial x} = 0$$

Met behulp **van** deze vergelijking valt eenvoudig in te zien op welke wijze de ver dieping zich vervormt,zie fig.III.3.9.Ter plaatse van A en B zal de voortplantingssnelheid groter zijn dan ter plaatse C en D.

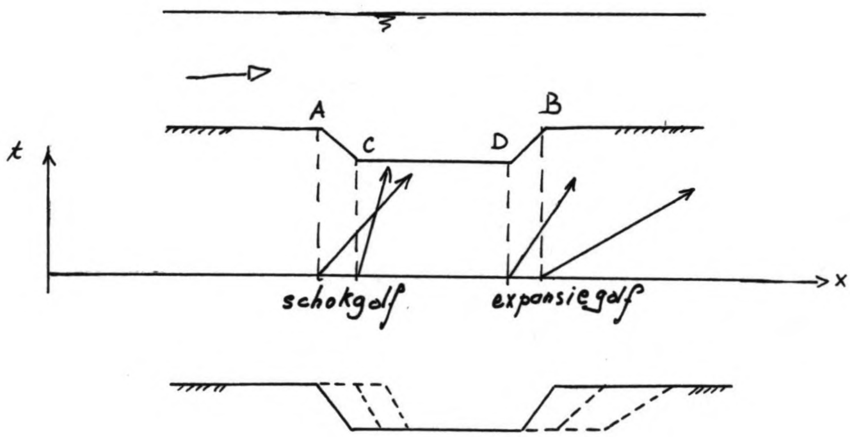
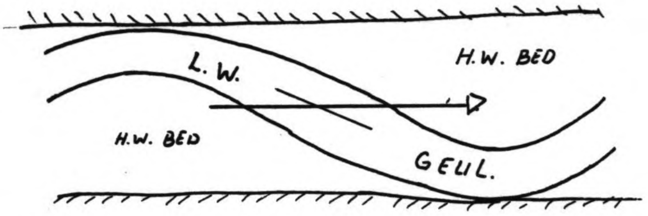


fig. III.3.9

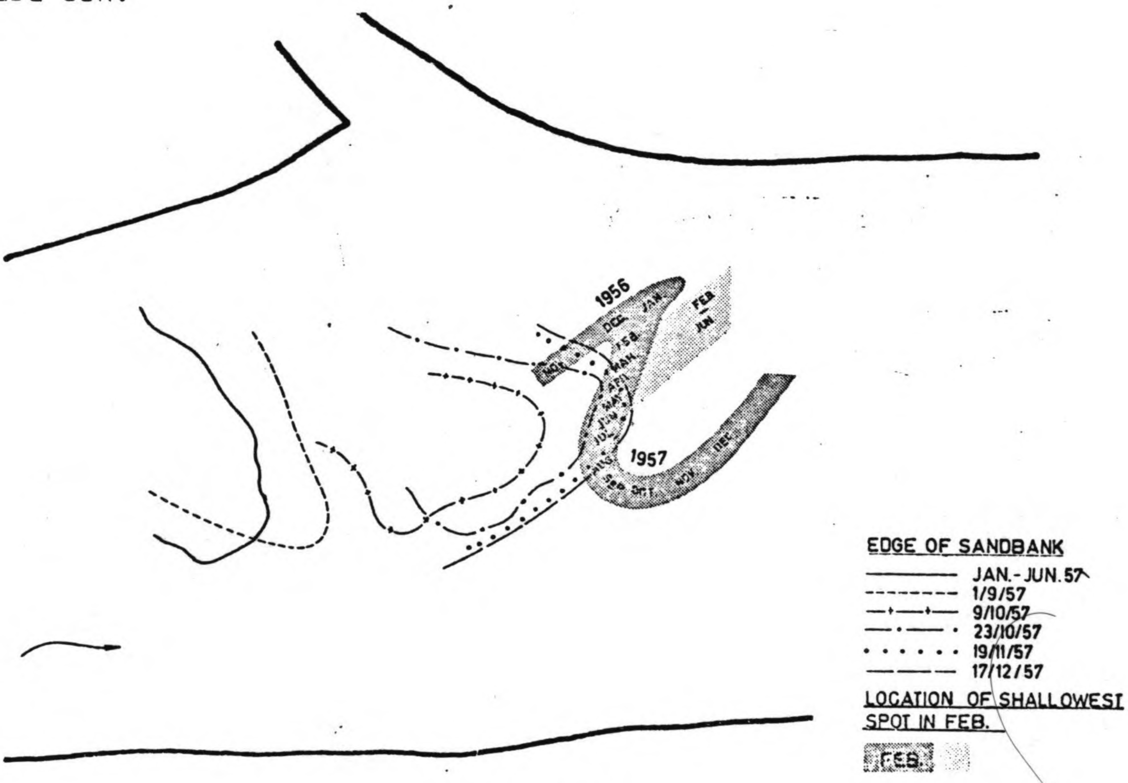
In theorie gaat aan de bovenstroomse zijde van het gat de golf 'over de kop' (schokgolf).Fysisch is dit uiteraard onmogelijk, de bovenstroomse rand van de verdieping zal onder het natuurlijke talud gaan staan.

Bovenstaande schematisatie is één-dimensionaal (. fig. III.3.7)In werkelijkheid echter is de stroming niet loodrecht op de verdieping,maar schuin:

-fig. III.3.10-



Er zullen dus ook vervormingen en verplaatsingen in breedterichting optreden.
Het afzakken van de banken is voor de Kelebe-crossing in beeld in fig.III.3.11.In deze figuur is tevens voor de verschillende peildata de ondiepste plaats aangegeven.Deze verplaatst zich uiteraard ook.

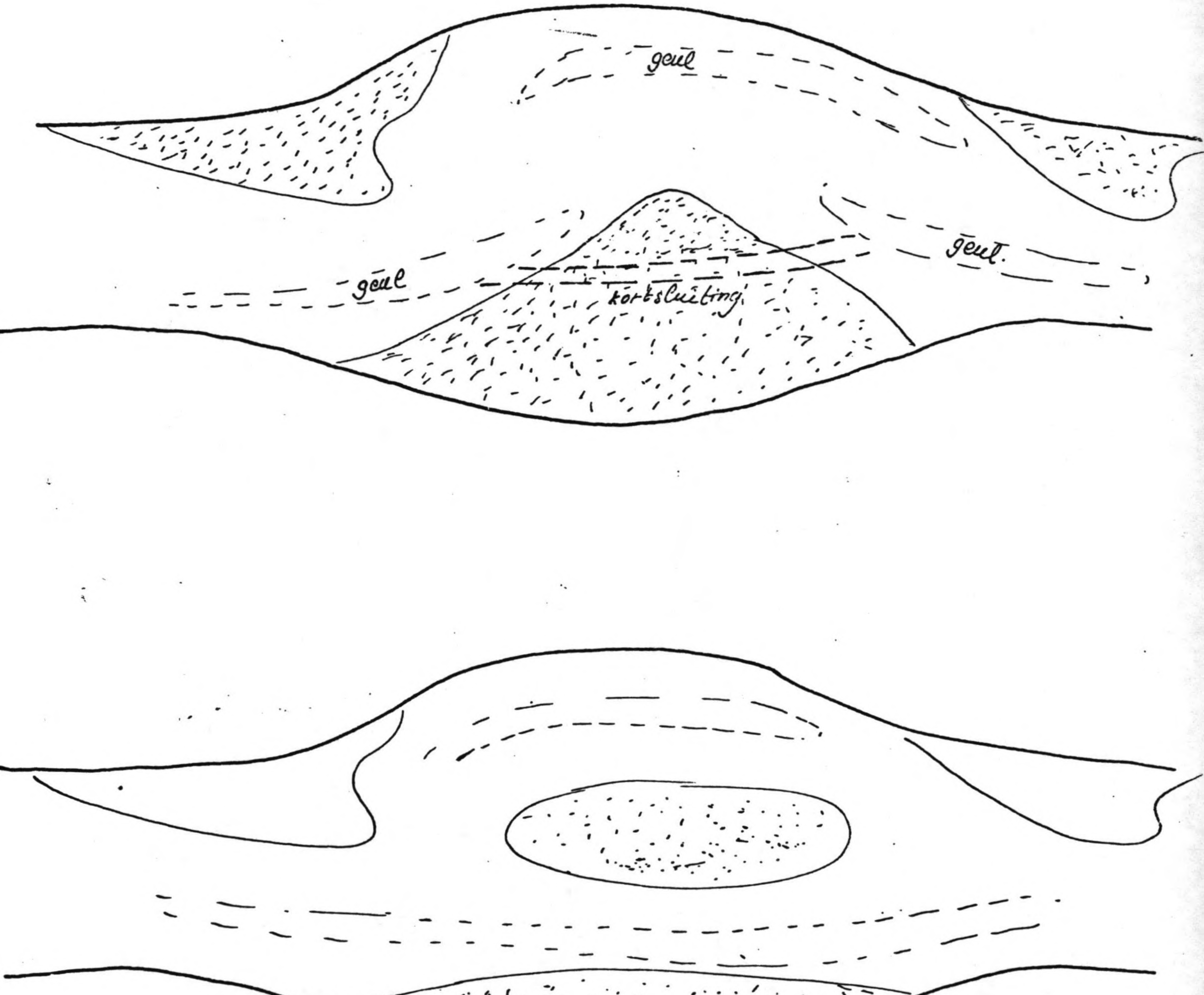


-fig.III.3.11-

Horizontal movement of marked bed formation on Kelebe crossing (Mile 389)

III.3.3.3 Oevererosie

Ter plaatse van erosiegevoelige oevers zal tijdens de hoogwaterperiode verbreding optreden.Het langsstromende water zorgt in de Niger bij zandige oevers voor een teruggang van 20 tot 50m per jaar (bij kleioevers bedraagt dit 2 tot 5m).Uitgaande van een algemeen gehanteerde aanname dat een alluviale rivier steeds verzadigd is,zal dit sediment zich afzetten: de rivier wordt breder én ondieper.
Dit proces kan uiteraard niet blijven voortgaan.Bij de Niger,die over lange trajekten zandige en dus erodeerbare oevers bezit,blijkt dan ook dit proces van verbreding na enige tijd te stoppen.In plaats van verdere verbreding treedt er kortsluiting op tussen de opeenvolgende buitenbochtgeulen langs dezelfde oever,en manifesteert zich in het midden van de rivier een zandbank.Door vegetatie en aanslibbing kan deze zandbank een permanent karakter krijgen in de vorm van een eiland (zie fig.III.3.12).Ook dit is nadelig voor de scheepvaart,want een vertakte rivier is minder goed bevaarbaar, dan een rivier met een enkele geul.
Doordat de Niger grotendeels het karakter van een zandbankenrivier bezit,zou uit bovenstaande kunnen worden gekonkludeerd,dat het beschreven proces een eigenschap is van de zandbankenrivier. Vermoedelijk is dit juist omgekeerd:het proces van verbreding betekent toevoeging van zoveel sediment,dat de zandbankenrivier wordt gevormd.Met zijn relatief groot zandtransport en grote breedte-diepte verhouding,kan de vlechtende rivier worden gezien als een extreme vorm van de zandbankenrivier.De meanderende rivier daarentegen, wordt gekenmerkt door een relatief gering transport van sediment.
De invloed van de oevererosie op de verschijningsvorm wordt bij de Niger bevestigd.Stroomopwaarts van Aboh,waar de oevers uit zandig materiaal bestaan,manifesteert de Niger zich als zandbankenrivier. Stroomafwaarts van Aboh echter,is de oevererosie t.g.v. de aanwezigheid van vaste klei aanzienlijk minder en verandert de Niger in een meanderende rivier.
Deze verandering in verschijningsvorm heeft invloed op de bevaarbaarheid.Benedenstrooms van Aboh komt oponthoud voor schepen t.g.v.



EILANDVORMING

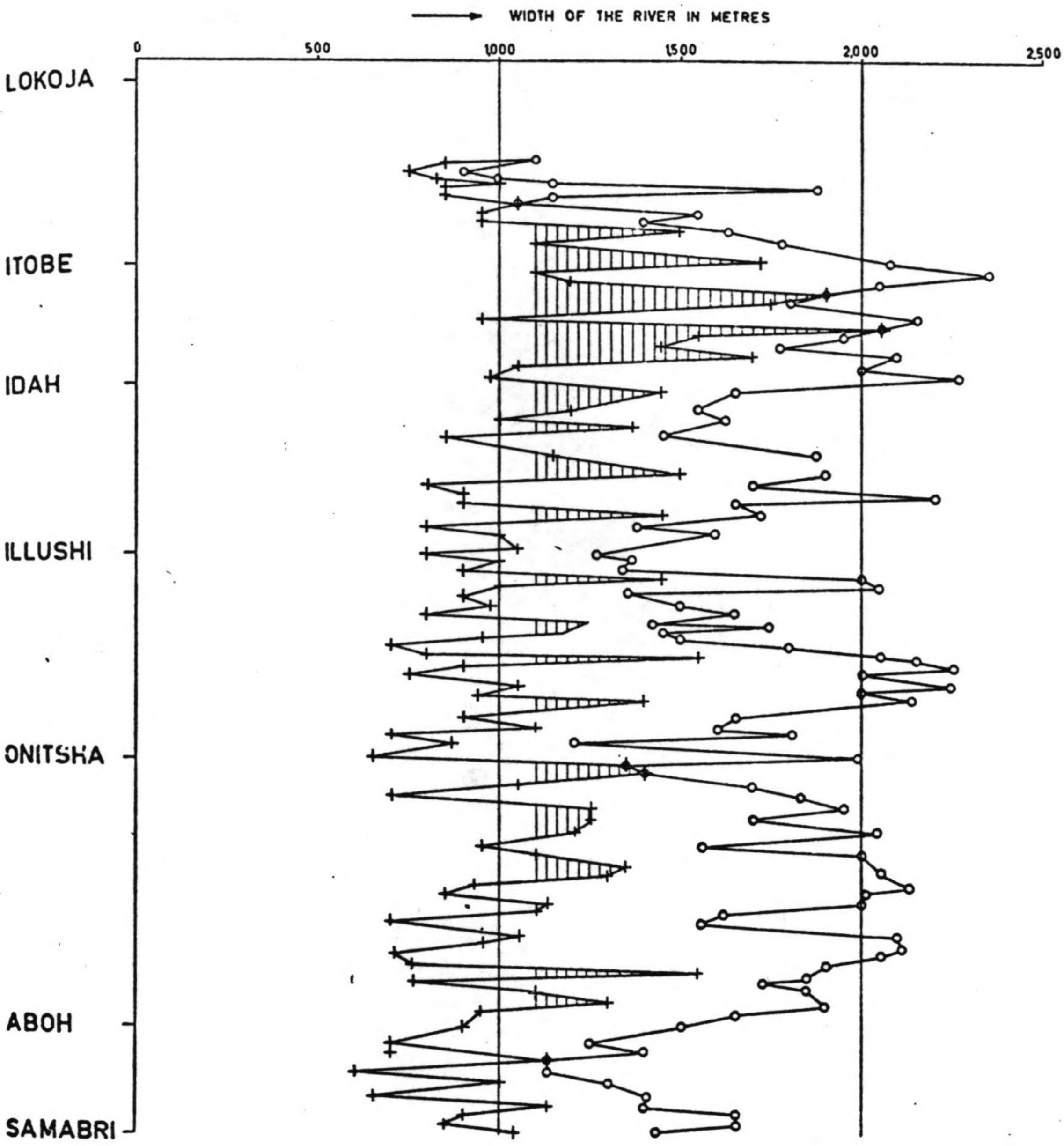
-fig. III. 3. 12.-

onvoldoende vaardiepte niet meer voor.Stroomopwaarts van Aboh treden hinderlijke crossings op waar de rivierbreedte de 1100m overschrijdt (Zie fig.III.3.13)

Volledigheidshalve dient te worden opgemerkt dat voorzichtigheid geboden is met het trekken van konklusies.Behalve de erodeerbaarheid van de oevers,spelen ook andere parameters een rol met betrekking tot de verschijningsvorm: verhang,debiet,sedimentsamenstelling. Een fysische verklaring is nog niet gevonden en in de empirische formules ontbreekt vaak zelfs nog één van de genoemde parameters. Onderzoek is nog steeds gaande (bijv. lit. 4).
Uit bovenstaande blijkt tevens dat de verschijningsvorm tijdens laag water vaak een grilliger aanzicht vertoont,dan beschreven in par. III.3.2 en aangenomen in par.III.3.3.2.

III.3.4 Plaatsgebondenheid van de crossings

De <u>ondiepste</u> crossings op het zandbankentrajekt zijn,binnen een marge van enkele honderden meters plaatsgebonden.Dit kan verschillende oorzaken hebben:
a)verbreding van het hoogwaterbed.Tijdens hoogwater zal dit riviervak extra aanzanden.Dit is eenvoudig in te zien,zie fig.III.3.14 op blz. 44 .
b)uitmonding van een zijrivier in de Niger.Bedacht moet worden dat behalve aanvoer van sediment,door stuwkrommevorming ook de sedimenttransportkapaciteit bovenstrooms van de uitmonding verandert. Een belangrijke rol hierbij speelt het verschil in het debietverloop in de tijd tussen de beide rivieren
c)opstuwing



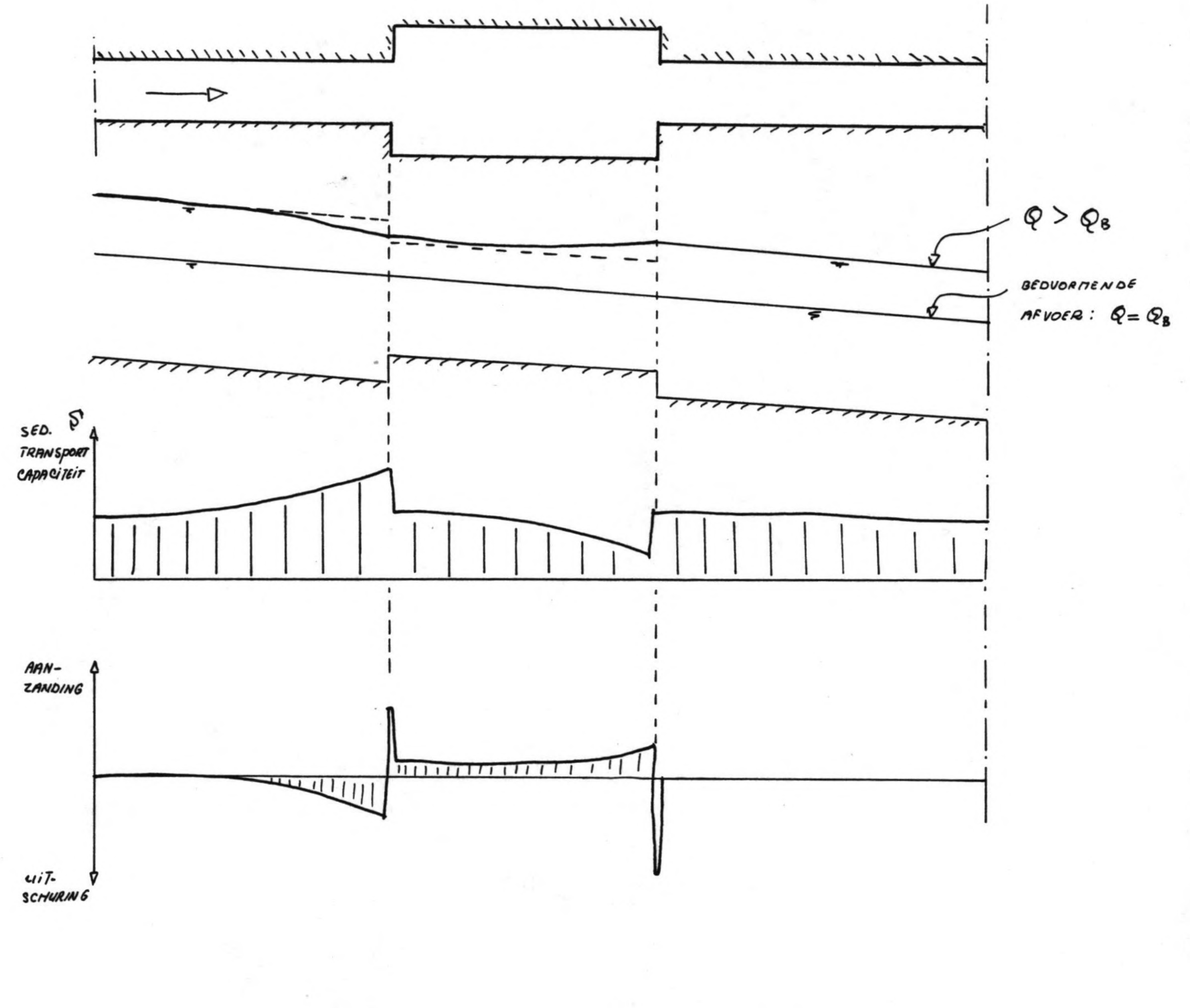
o : BREEDTE GEMETEN BIJ HOOGWATER

+ : IDEM BIJ LAAGWATER

GEARCEERDE OPPERVLAK : BREEDTE GROTER DAN 1100 m TIJDENS LAAGWATER. OP DEZE TRAJECTEN TREDEN DE MEEST HINDERLIJKE CROSSINGS OP VOOR DE SCHEEPVAART

= fig. III. 3.13 =

GEMETEN BREEDTEVARIATIES OP DE NIGER (1956)



aanzanding bij H.W. op de plaats waar het H.W.-bed verbreed. Op deze plaats zal de crossing extra maatgevend zijn (plaatsgebondenheid van de crossing)

- fig III. 3. 14 -

III.4 SAMENVATTING

De riviercrossing in een meanderende rivier komt overeen met de in par.II.4 gegeven schematisatie.Indien de lengte van het overgangsvak niet groter is dan ongeveer enige honderden meters,zal de bodemligging in dit gebied zeker worden beheerst door de naijlende spiraalstroom.
Door de overlappende buitenbochtgeulen bestaat de mogelijkheid,dat de rivierbreedte t.p.v. de crossing zal toenemen.

Bij de zandbankenrivier is,in tegenstelling tot de meanderende rivier,onderscheid tussen de laag-en hoogwaterperiode essentieel. In de laagwaterperiode vertoont de slingerende laagwatergeul sterke overeenkomst met de meanderende rivier.Kenmerkend is de grote breedtetoename bij de overgang van de bocht naar de crossing.Dit aspekt dient bij een schematisatie in ogenschouw te worden genomen. In de hoogwaterperiode echter zal het aangezicht van de rivier sterk veranderen en de optredende processen,zoals het afzakken van de banken,oevererosie en eilandvorming,zullen grote invloed hebben op de bodemligging t.p.v. de crossing.Bij het opzetten van een model uitgaande van de in dit verslag gegeven,gebruikelijke schematisatie,dient hiermee rekening te worden gehouden.

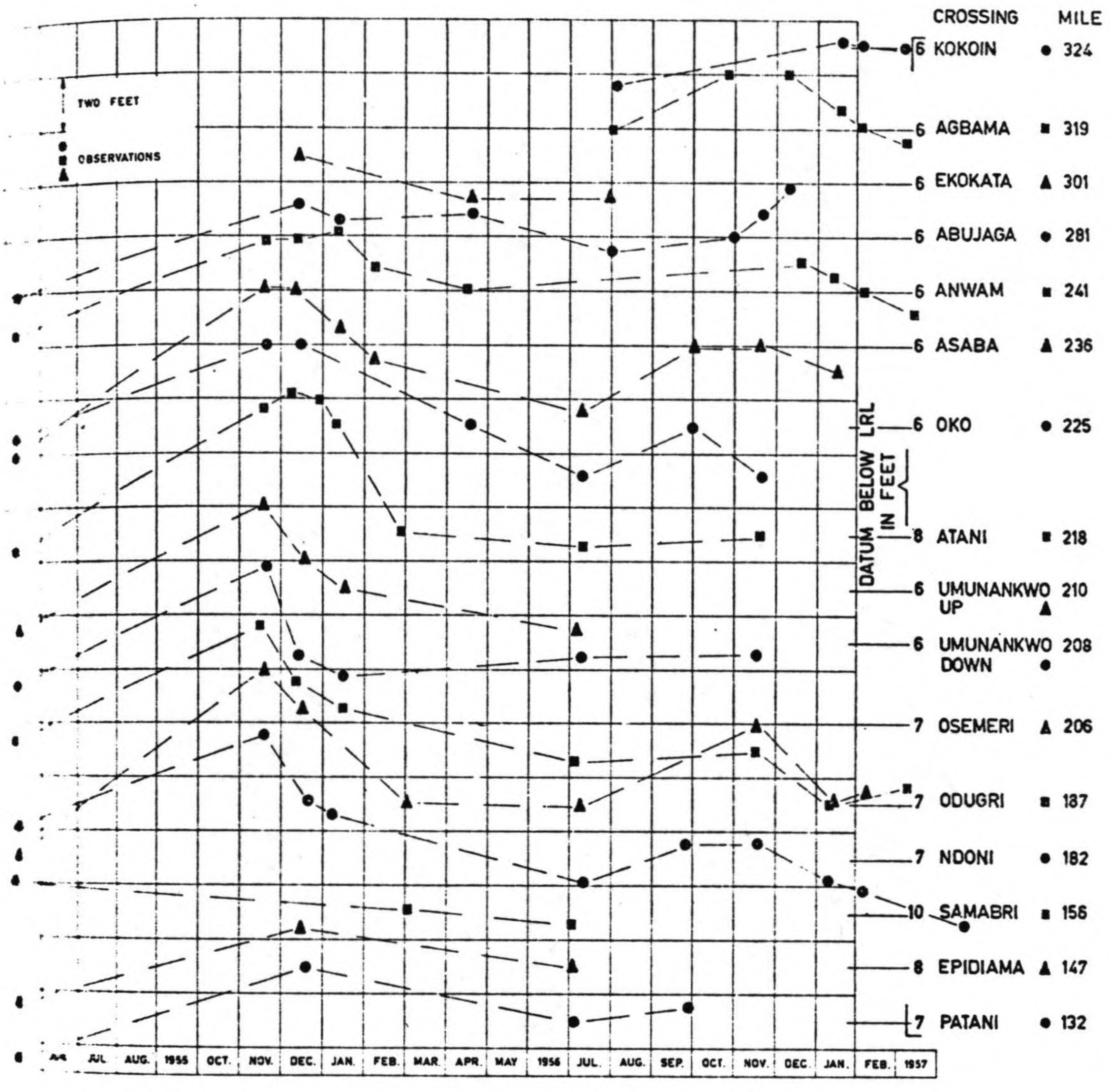
IV DE WATERDIEPTE TER PLAATSE VAN DE CROSSING

IV.1 Inleiding

De bodemligging en waterstand t.p.v. de crossing variëren in de tijd. In dit hoofdstuk worden de meest kenmerkende bodemwijzigingen en veranderingen in de waterdiepte beschreven, alsmede de aspekten welke hierop van invloed zijn.

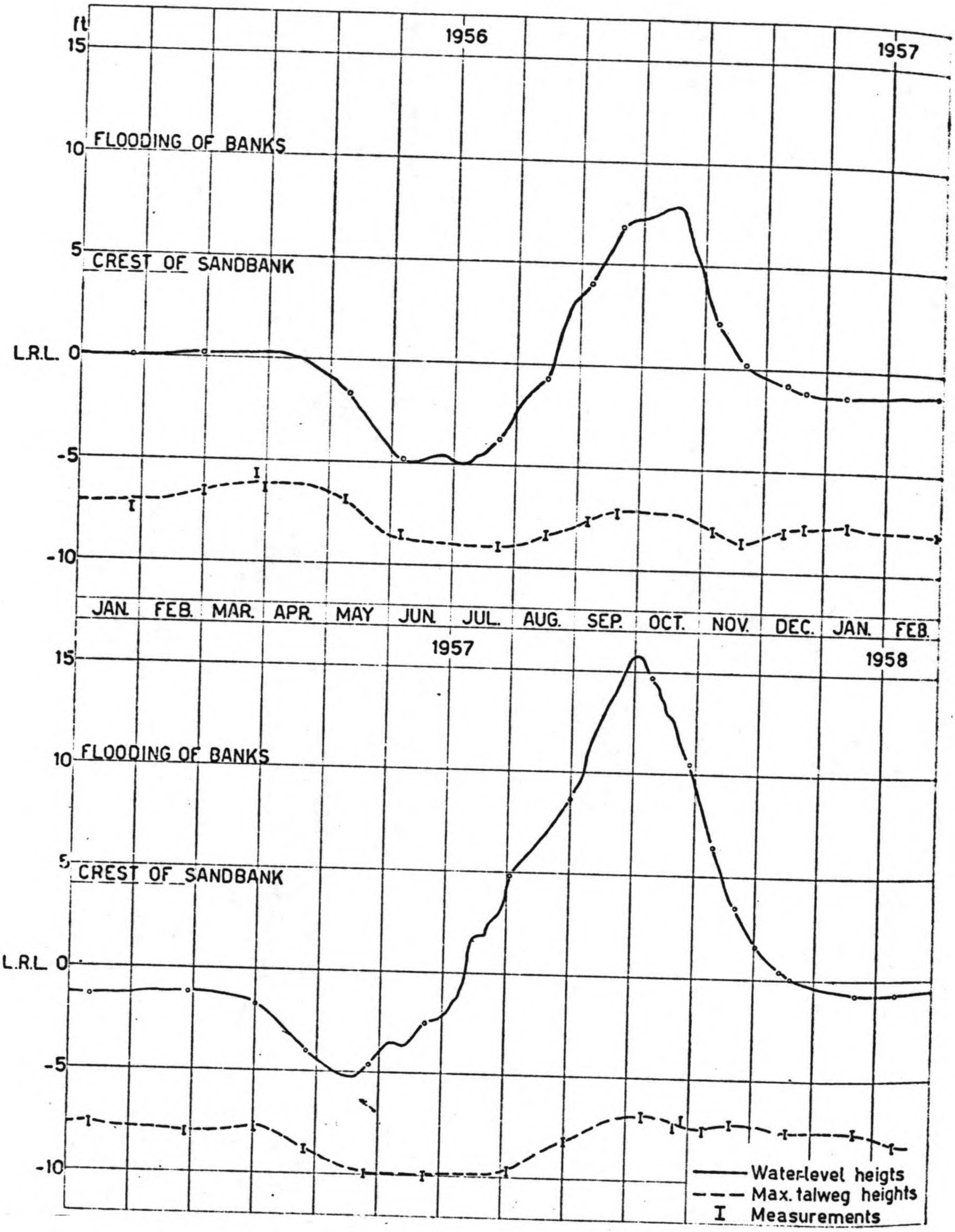
IV.2 Het ademen van de crossing

In fig. IV.2.1 is voor een groot aantal lokaties, waar tijdens laag water de crossings optreden, de bodemverandering in de tijd gegeven. De gegeven bodemligging heeft betrekking op de talweg (voor een omschrijving van dit begrip, zie blz 31), zodat de op verschillende tijdstippen gegeven bodemhoogten betrekking kunnen hebben op verschillende plaatsen binnen de lokatie. In de figuur komt zeer duidelijk het zogenaamde 'ademen' van de bodem naar voren.
In figuur IV.2.2 is voor de Kelebe-crossing, behalve de maximale bodemhoogten op de talweg, ook het bijbehorende verloop van de waterstand gegeven. Hieruit blijkt dat de bodem de waterstand (het debiet) volgt. Tijdens hoog water treedt aanzanding op, terwijl gedurende de laagwaterperiode de crossing uitschuurt.



MINIMUM TALWEG-DIEPTEN T.O.V. CROSSINGS OP DE NIGER.

- fig. IV.2.1 -

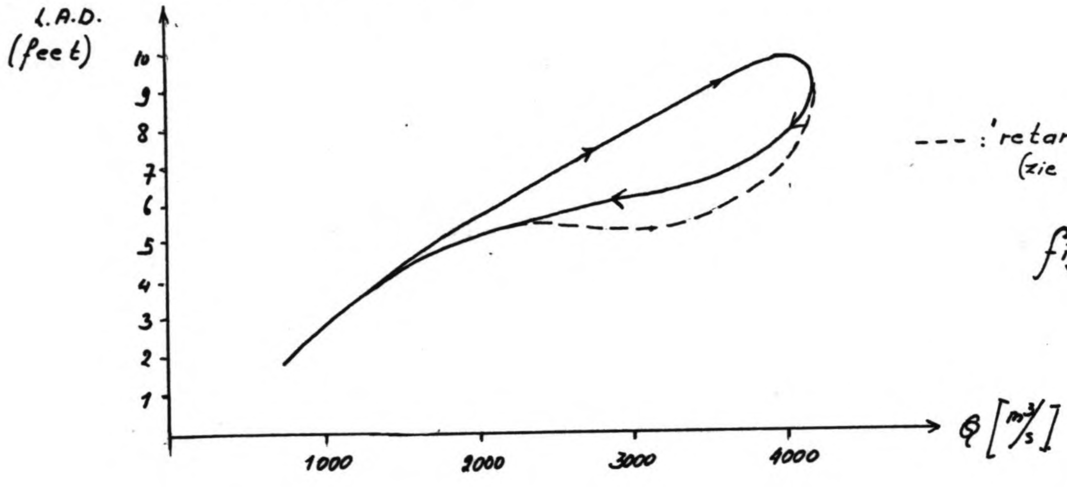


WATERSTANDEN EN TALWEG DIEPTEN OP DE KELEBE - CROSSING (MILE 389)

- fig. IV. 2.2. -

IV.3 <u>HYSTERESUS EFFECT</u>

Van belang voor de scheepvaart is het verloop van de waterdiepte in de tijd t.p.v. de crossing.Als maatgevende diepte wordt de zogenaamde 'least available depth' (L.A.D.) genomen,d.w.z. de kleinste talwegdiepte op een gegeven trajekt.Wordt deze L.A.D.-waarde uitgezet tegen de waterstand,dan ontstaat het beeld weergegeven in fig.IV.3.1 op blz.50.Hieruit blijkt dat bij eenzelfde waterstand twee L.A.D.-waarden kunnen worden afgelezen.In fig.IV.3.2 valt dit hysteresus effect weer waar te nemen.Hieronder is de figuur nogmaals weergegeven:



--- : 'retarded scour' effect (zie blz.)

fig. IV.3.3

Opvallend is de looprichting van de lus.Deze is tegengesteld aan de richting welke volgt uit de bewegingsvergelijking voor het water.Deze luidt:

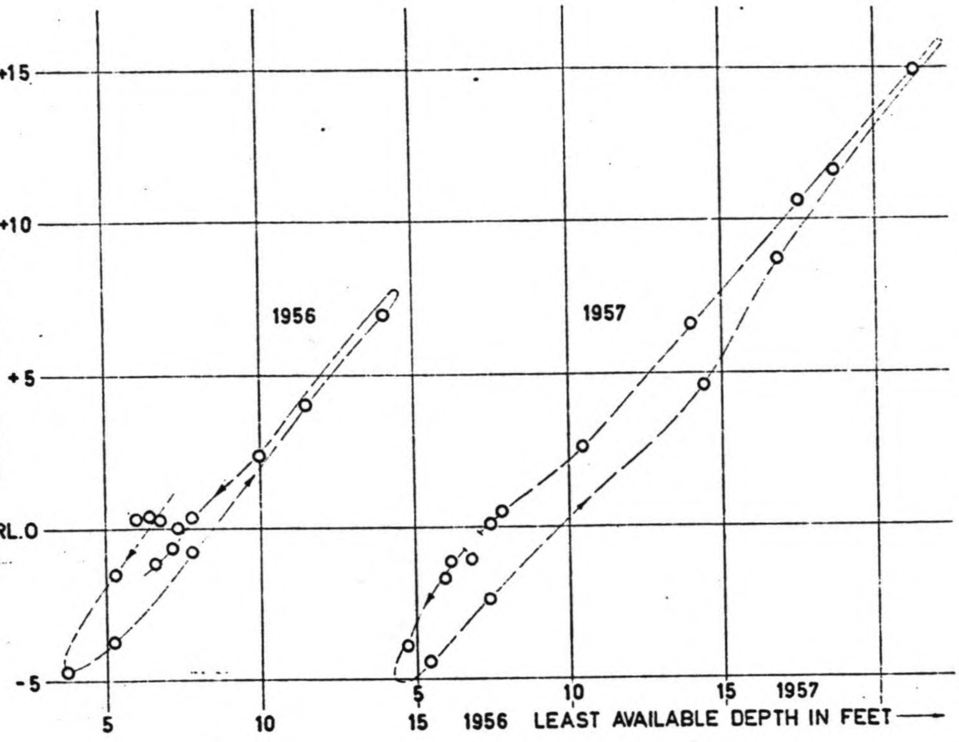
$$\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{1} + \underbrace{u\frac{\partial u}{\partial x}}_{2} \underbrace{-gi}_{3} + \underbrace{\frac{g\,u|u|}{C^2 a}}_{4} = 0$$

Term 1 is,gezien de relatief lange tijdsduur waarover bij hoogwatergolven de debietswijzigingen zich voltrekken,meestal verwaarloosbaar.

Door term 2 te schrijven als $g\frac{\partial}{\partial x}(\frac{u^2}{2g})$ kan deze term worden afgeschat door de verandering in snelheidshoogte te bepalen.Deze zal in het algemeen verwaarloosbaar zijn t.o.v. de waterdiepte.

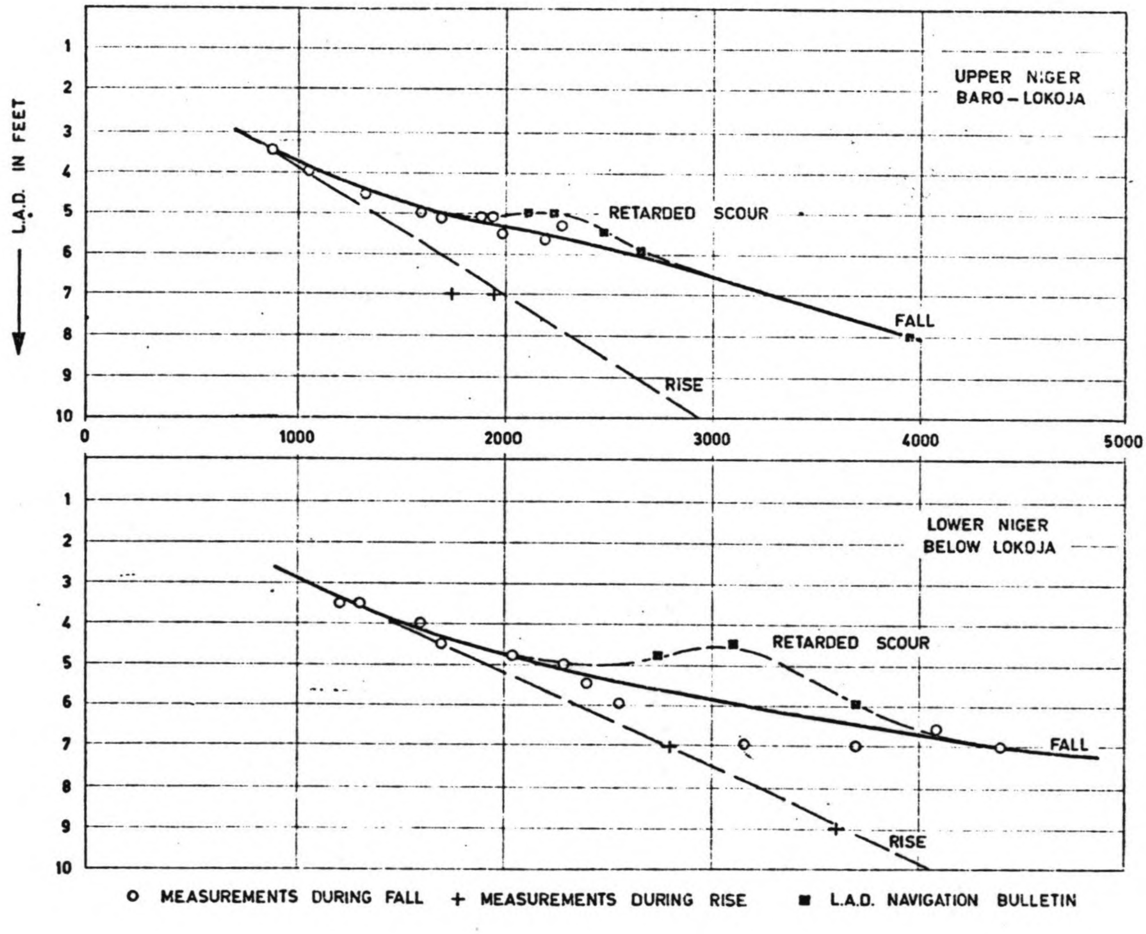
De hoogwatergolf kan dus worden beschreven door:

$$-gi + g\frac{u^2}{C^2 a} = 0$$



HYSTERESUS CURVE

-fig. IV. 3. 1.-

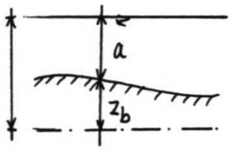


HYSTERESUS CURVE EN INVLOED

RETARDED SCOUR

-fig IV. 3.2-

Voor i geldt:



$$i = -\frac{\partial h}{\partial x} = -\left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x}\right) = -\frac{\partial a}{\partial x} + i_b$$

zodat ,

$$g\frac{\partial a}{\partial x} - g\,i_b + g\frac{u^2}{C^2 a} = 0$$

Deze benadering staat bekend als de diffusie-analogie.

Omschrijven levert:

$$Q = B_s \cdot C \cdot a^{3/2}\sqrt{i_b - \frac{\partial a}{\partial x}}$$

Voor de voorkant van de golf geldt $\frac{\partial a}{\partial x} < 0$,zodat $\quad i_b - \frac{\partial a}{\partial x} > i_b$

Voor de achterkant van de golf geldt $\frac{\partial a}{\partial x} > 0$,zodat $\quad i_b - \frac{\partial a}{\partial x} < i_b$

Dit betekent dat voor dezelfde Q aan de achterzijde van de hoogwatergolf een grotere diepte optreedt,zodat de volgende Q-a kromme ontstaat:

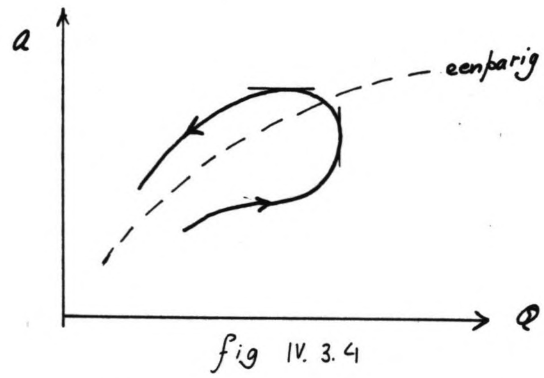


fig IV. 3. 4

De afwijking van de éénparige stroming kan ook in de volgende formule worden uitgedrukt (formule van Jones):

$$Q_{golf} = B_s\, C\, a^{3/2}\sqrt{i_b - \frac{\partial a}{\partial x}} = \underbrace{B_s \cdot C\, a^{3/2}\, i_b^{1/2}}_{Q_{éénp.}}\sqrt{1 + \frac{\partial a}{\partial x}/i_b}$$

$$\frac{Q_{golf}}{Q_{eenp.}} = \left(1 - \frac{\partial a/\partial x}{i_b}\right)^{1/2}$$

Daar de term $\frac{\partial a}{\partial x}$ lastig te meten is wordt lokaal vaak de kinematische golfbenadering toegepast.

Kinematische golfbenadering:

$$Q = B_s\, C\, a^{3/2}\, i_b^{1/2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{3}{2}\, C\, B_s\, i_b^{1/2}\, a^{1/2}\, \frac{\partial a}{\partial x}$$

Gecombineerd met de kontinuïteitsvergelijking $B \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ levert dit

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{3}{2}\, C\, \frac{B_s}{B}\, i_b^{1/2}\, a^{1/2}\, \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial a}{\partial x} = -\frac{1}{c}\,\frac{\partial a}{\partial t}$$

De formule van Jones wordt nu:

$$\frac{Q_{golf}}{Q_{eenp}} = \sqrt{\left(1 + \frac{\frac{\partial a}{\partial t}\,\frac{1}{c}}{i_b}\right)}$$

De term $\frac{\partial a}{\partial t}$ is eenvoudiger te meten dan $\frac{\partial a}{\partial x}$.

In bovenstaande beschouwing zijn B_s en C konstant genomen, in werkelijkheid zullen deze uiteraard ook veranderen en een bijdrage leveren aan de hysteresuslus.

In tabel IV.3.1 zijn voor de Niger een aantal extreme waarden voor $\frac{Q_{golf}}{Q_{eenp}}$ gegeven. Hieruit blijkt dat bij eenzelfde waterniveau het debiet bij rijzend water max. ongeveer 5 à 6% verschilt van het debiet bij vallend water. T.g.v. verandering in het waterspiegelverhang valt dus nauwelijks een hysteresuslus te verwachten.

TABEL IV.3.1.

$\frac{da}{dt}$ [ft/day]	c_{golf} [ft/sec]	i_b $\times 10^{-4}$	$\frac{Q_{golf}}{Q_{eenp}}$
3,3	3,3	2,4	1,025
1,0	1,6	1,5	1,023
7,0	3,3	4,0	1,030

Aangezien de reden voor het afwijkende gedrag dus niet in de waterbeweging kan worden gezocht,zal deze waarschijnlijk liggen in de bodemveranderingen: t.p.v. de crossing verloopt de uitschuring bij vallend water niet precies omgekeerd aan de aanzanding bij hoog water.Ook moet worden bedacht dat het niet de waterdiepte op één plaats betreft,maar de L.A.D.-waarde voor het crossingsgebied. Verder blijkt uit fig.IV.3.3 dat het 'retarded scour' verschijnsel het verloop versterkt.Dit valt eenvoudig te verklaren : bodemveranderingen voltrekken zich langzamer dan veranderingen in de waterbeweging.Deze vertraging zorgt ervoor dat bij gelijk waterniveau,bij rijzend water de waterdiepte groter is dan bij vallend water.Immers, tijdens laagwater schuurt de bodem uit t.p.v de crossing,terwijl tijdens hoog water de crossingslokatie aanzandt (zie fig.IV.3.5). De vertraagde uitschuring na hoog water speelt een belangrijke rol bij de bepaling van het tydstip waarop eventueel dient te worden aangevangen met baggeren.

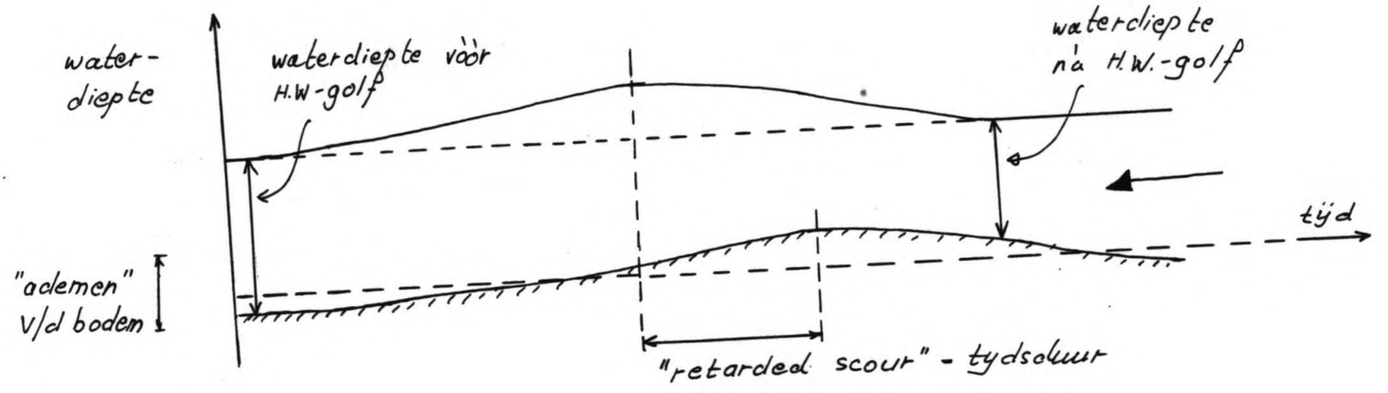


fig. IV.3 5

waterdiepteverloop in de tijd t.p.v. de crossing bij het passeren van een H.W-golf.

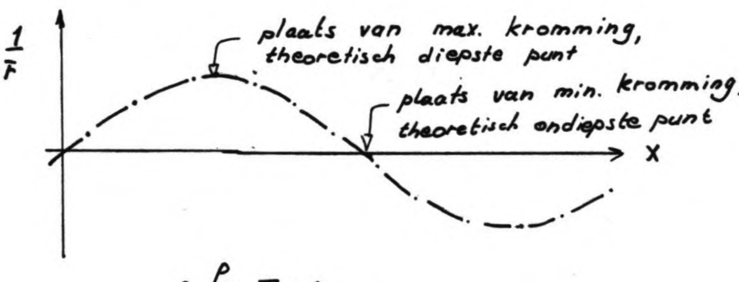
IV.4 PLAATS VAN DE GROOTSTE DIEPTE EN ONDIEPTE: FASEVERSCHIL

Door de spiralende waterbeweging wordt in de bocht sediment getransporteerd van de buiten- naar de binnenbocht.Dit heeft kanteling van de bodem tot gevolg.In par.II.3.4 is als een benadering voor het bodemdwarsverhang genoemd:

$$\sin \dot{i}_b = 20 \frac{h\, i}{\Delta D} \frac{h}{r}$$

Indien wordt aangenomen dat bij het doorlopen van de bocht in lengterichting,de verandering in de gemiddelde kromming $\frac{1}{\bar{r}}$ veel sterker is,dan de verandering in de andere (eveneens over de breedte) gemiddelde termen $\bar{h}$,$\bar{i}$ en $\bar{D}$,zal de bodemkanteling en de verandering in waterdiepte in radiale richtig afnemen bij toename van de straal en omgekeerd.

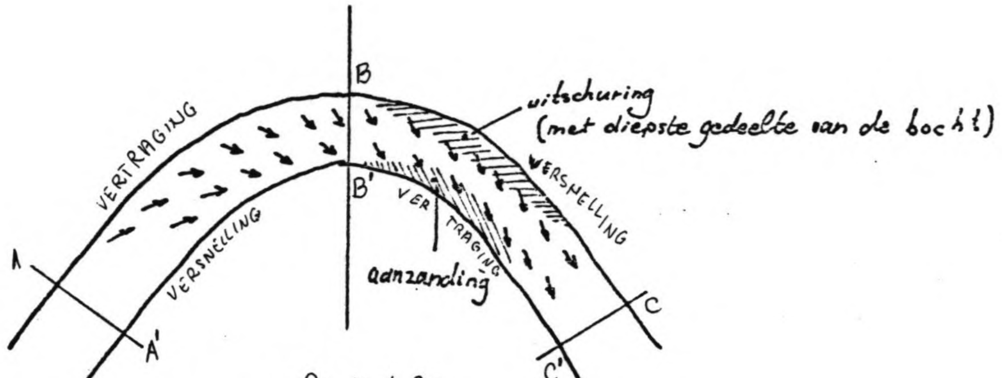
Voor een sinusvormige meanderende rivier betekent dit,dat de grootste diepte in het midden van de bocht optreedt en de kleinste diepte t.p.v. het buigpunt d.w.z. het overgangspunt van bocht naar tegenbocht,zie fig.IV.4.1



: fig. IV.4.1 :

M.b.t. de <u>verandering</u> in kromming (kan eveneens weergegeven worden in een sinuskromme) geldt dat deze maximaal is t.p.v. het buigpunt en minimaal in het midden van de bocht.

Uit metingen op verschillende rivieren is gebleken dat de grootste diepte optreedt nà het punt van de grootste kromming.Dit verschijnsel kan al enigszins aannemelijk worden gemaakt,door de resultaten van de potentiaalbenadering voor de waterbeweging in een bocht in beschouwing te nemen,zie fig.IV.4.2.



- fig. IV.4.2 -

Hieruit blijkt:

Bochtgedeelte AB: hier wordt door de vertraging van de waterbeweging sediment afgezet.Dit sediment wordt door de dwarsstroom meegevoerd naar de binnenbocht.

Bochtgedeelte A'B': door de versnelling van de waterbeweging zal de transportkapaciteit toenemen.Deze toename wordt opgevangen door de hierboven genoemde aanvoer van sediment.

Bochtgedeelte BC: hier neemt de transportkapaciteit ook toe,waardoor uitschuring zal optreden.

Bochtgedeelte B'C': afname transportkapaciteit,dus afzetting;deze afzetting wordt versterkt door de aanvoer van sediment uit de buitenbocht.Het resultaat voor een bocht in de Niger is gegeven in fig.IV.4.3;inhet bochtgedeelte corresponderend met B'C' manifesteert zich een zandbank.

Het uitschuringsproces treedt dus op in het tweede deel van de bocht, m.a.w. na het punt van de grootste kromming.Voor de kleinste diepte blijkt eenzelfde verschijnsel op te treden.Een en ander is weergegeven in fig.IV.4.4.

Voor verschillende rivieren is het faseverschil bepaald;empirische formules zijn opgesteld.In 1908 bijv. vondFargue voor de Seine een faseverschil gelijk een kwart van de totale bochtlengte.Voor de

Rijn heeft Lely in 1922 berekend dat het faseverschil ongeveer 1,5 maal de breedte bedraagt (lit. **10**).

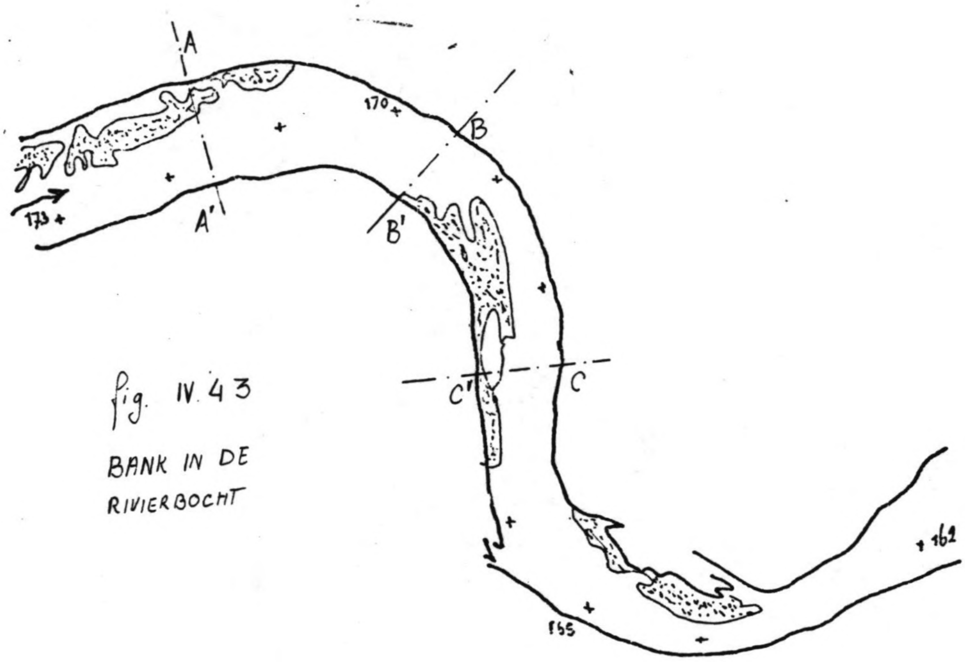


fig. IV.43

BANK IN DE RIVIERBOCHT

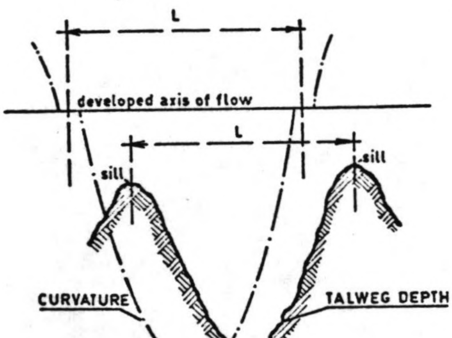


fig IV.4.4.

FASEVERSCHIL IN KROMMING EN DIEPTE

V DE BODEMLIGGING IN DE BOCHT IN RADIALE RICHTING

V.1 INLEIDING

In de hoofdstukken III en IV is de problematiek van de riviercrossing aan de hand van waarnemingen in de natuur,bestudeerd.In dit en het volgende hoofdstuk zal de bestudering op meer theoretische wijze gebeuren.Er wordt gekeken naar de invloed van het verloop van de straal en breedte over de bocht,op de bodemligging t.p.v. de crossing.Hiertoe zijn vereenvoudigingen noodzakelijk,zoals beperking tot de evenwichtssituatie en het buiten beschouwing laten van de erodeerbaarheid van de oevers.In het geval van een genormaliseerde rivier is dit laatste geoorloofd,maar bij een 'vrije' rivier,zoals de Niger,spelen erosieprocessen een belangrijke rol (zie par.III.3.3.3).

V.2 FORMULE VOOR HET BODEMDWARSVERHANG EN VERLOOP VAN DE WATERDIEPTE

V.2.1 Formule uit waarnemingen

In 1922 publiceerde Lely de resultaten van zijn onderzoek naar het verband tussen de bodemhelling en kromtestraal bij een aantal Nederlandse rivieren (lit. 10).In formulevorm luidt het resultaat:

$$i_b \simeq \frac{22}{r} \qquad \text{(V.2.1)}$$

Indien bij de beschouwing de gemiddelde waterdiepten worden betrokken,kan een volgend verband worden afgeleid:

$$i_b \simeq 7\,\frac{\bar{h}}{r} \qquad \text{(V.2.2)}$$

Dit verband is aan de hand van tabelV.2.1 uitgezet in fig.V.2.2

Bij verwaarlozing van het waterspiegeldwarsverhang,gaat de formule over in:

$$\frac{dh}{dr} = 7\,\frac{\bar{h}}{r} \qquad \text{(V.2.3)}$$

WAAL km $10\frac{1}{2}$ - 75

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
140	35	6,3	5,6
136	70	9,9	7,1
87	100	16,0	6,3
36	140	23,1	6,1
31	180	29,1	6,2
22	230	35,0	6,6

$\bar{n} = 6,3$

NEDERRYN km 22-69

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
43	40	5,7	7,0
74	60	14,3	4,2
40	30	20,1	6,5
26	180	28,8	6,3
39	280	38,1	7,3
21	330	35,8	9,2

$\bar{n} = 6,2$

NEDERRYN km 69-93

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
17	50	6,3	7,9
23	50	11,1	4,5
52	110	18,6	5,9
15	150	28,2	5,3
24	210	38,6	5,4

$\bar{n} = 5,7$

YSSEL km $21\frac{1}{2}$ - 89

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
61	70	7,6	9,2
138	90	12,2	7,4
128	130	16,9	7,7
64	150	22,9	6,6
110	220	28,9	7,6
111	280	36,5	7,7
191	380	47,1	8,1
76	520	61,9	8,4
32	750	98,0	7,7

$\bar{n} = 7,8$

YSSEL km 89-117

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
54	100	6,8	14,7
26	100	10,6	9,4
62	180	16,2	11,1
73	230	25,0	9,2
38	290	35,6	8,1
68	340	43,4	7,8
31	470	61,2	7,7

$\bar{n} = 9,9$

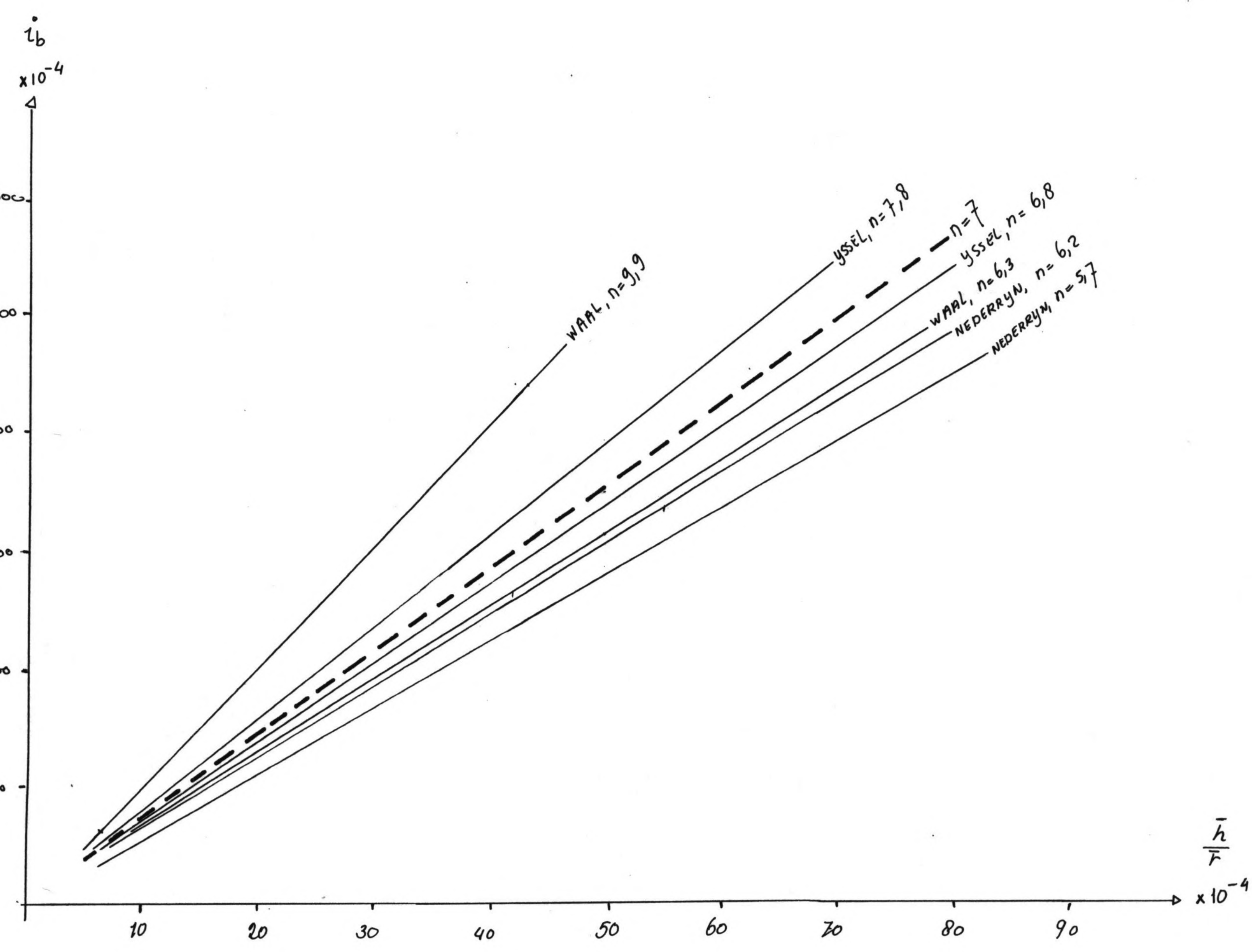
- TABELLEN -
V.2.1

YSSEL km 117-131

aantal waarne-mingen	$i_b \times 10^{-4}$	$\frac{h}{r} \times 10^{-4}$	n
37	60	8,1	7,4
25	80	11,2	7,1
85	110	17,1	6,4
37	190	29,5	6,4
23	300	49,8	6,1
15	610	84	7,3

$\bar{n} = 6,7$

ANALYSE MEETRESULTATEN VOOR
EEN AANTAL NED. RIVIEREN,
BRON: DR. LELY (1922), Lit. 10



VERBAND $\frac{\bar{h}}{F}$ en $\overset{\circ}{i}_b$ VOOR VERSCHILLEND NED. RIVIEREN

(ANALYSE MEETWAARDEN, Dr. LELY, 1922, Lit. 10).

fig. V. 2.2.

Integratie van V.2.3 geeft als waterdiepteverloop:

$$h_r = 7\,\frac{\bar{h}}{\bar{r}}\,r + \text{Constante}$$

Voor $r=\bar{r}$: $h=\bar{h}$ zodat $h_r = \left(7\,\frac{r}{\bar{r}} - 6\right)\bar{h}$ (V.2.4)

Met $\bar{r} = \frac{r_0 + r_i}{2}$ en $B = r_0 - r_i$, waarbij
r_0: buitenbochtstraal
r_i: binnenbochtstraal,
kan formule V.2.4 worden geschreven als

$$h_r = \left(\frac{14\,r}{r_0 + r_i} - 6\right)\bar{h} \qquad \text{(V.2.4a)}$$

Voor $r=r_0$ geldt $h=h_{max}=h_0$, zodat

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{14}{2 - \frac{B}{r_0}} - 6 \qquad \text{(V.2.4b)}$$

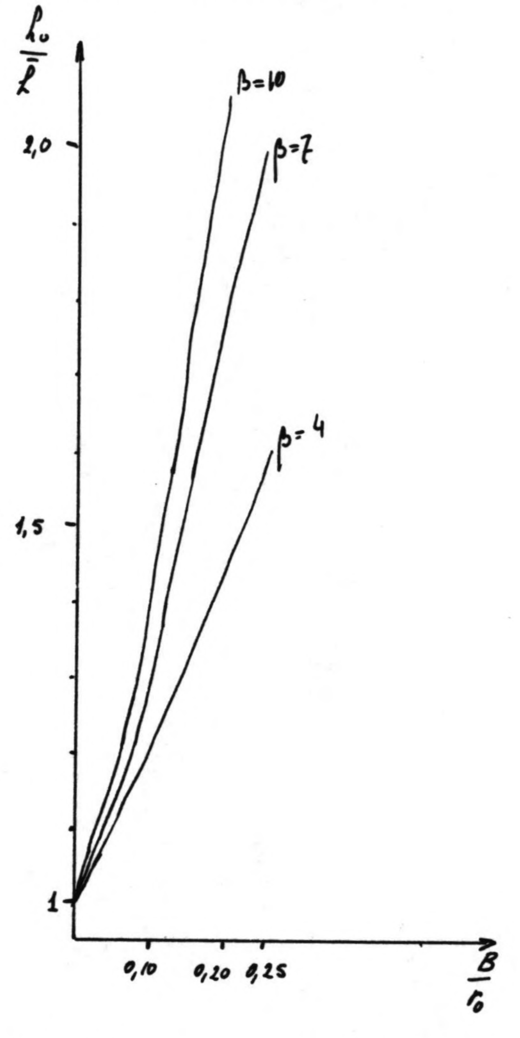
Er geldt: $\frac{B}{r_0} \rightarrow 0$ dan $\frac{h_0}{\bar{h}} \rightarrow 1$. Indit extreme geval wordt de bodem dus vlak.
$\frac{B}{r_0}$ mag verder maximaal 0,25 zijn;dan snijdt de waterlijn in de binnenbocht de bodem.Voor $\frac{B}{r_0} > 0{,}25$ gaat de formule negatieve waterdiepten voor de kleinere stralen geven.Deze grenswaarde valt eenvoudig af te leiden:
$h_i=0$ voor $r=\frac{6}{7}\bar{r}$,hetgeen betekent $\frac{r_i}{r_0} = \frac{3}{4}$ zodat $\frac{B}{r_0} = 1 - \frac{r_i}{r_0} = \frac{1}{4}$
Formules V.2.4 en V.2.4a,b zijn gebaseerd op $\frac{dh}{dr} = 7\,\frac{\bar{h}}{\bar{r}}$ .De faktor 7 is bepaald aan de hand van metingen op de Nederlandse rivieren.
Meer in het algemeen zou dan een verband $\frac{dh}{dr} = \beta\,\frac{\bar{h}}{\bar{r}}$ kunnen worden aangenomen,waarbij β afhankelijk is van de specifieke eigenschappen van de betreffende rivier.Hierbij moet ook worden bedacht, zoals in de inleiding al is aangegeven,dat de Nederlandse rivieren genormaliseerd zijn.Een rivier als bijv. de Niger is 'vrij',hetgeen de zaak,door de erodeerbaarheid van de oevers,aanzienlijk gekompliceerder maakt.
De algemene formule wordt nu

$$h_r = \left\{\beta\,\frac{r}{\bar{r}} - (\beta - 1)\right\}\bar{h} \qquad \text{(V.2.5)}$$

en

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{2\beta}{2 - \frac{B}{r_0}} - (\beta - 1) \qquad \text{(V.2.5a)}$$

De invloed van de breedte-straal verhouding, $\frac{B}{r_0}$, op de verhouding tussen maximum en gemiddelde waterdiepte is, voor verschillende β-waarden uitgezet in fig.V.2.3.



- fig V.2.3 -

V.2.2 Formules uit krachtenevenwicht

Uitgaande van een theoretische benadering, d.w.z. uitgaande van de krachten op een sedimentdeeltje, is voor het bodemdwarsverhang bij evenwicht in par.II.3.4 afgeleid:

$$\sin i_b = 20 \frac{h i}{\Delta D} \frac{h}{r}$$

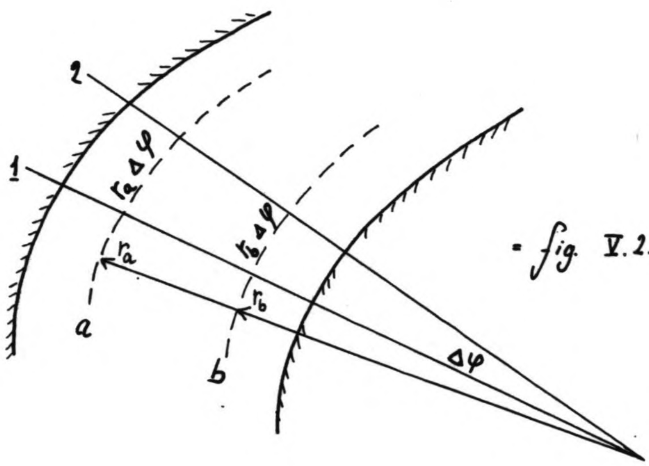
ofwel

$$\frac{\partial h}{\partial r} = 20 \frac{h i}{\Delta D} \frac{h}{r} \qquad (V.2.6)$$

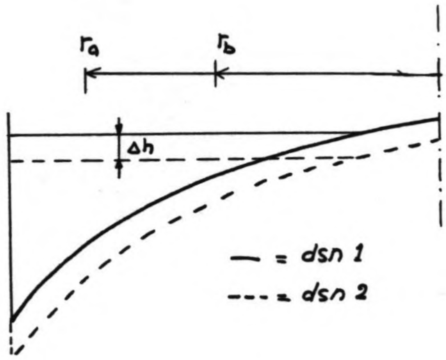
Om tot integratie te komen zijn een tweetal benaderingen mogelijk:

1. i.r=konstant over de breedte

Bij deze benadering wordt aangenomen dat voor een lange bocht in evenwicht elke dwarsdoorsnede gelijk is, zie fig.V.2.4 (dat dit een ruwe benadering is, valt direkt in te zien door het verloop van de waterspiegel in binnen- en buitenbocht in beschouwing te nemen).



- fig. V.2.4 -



Voor h geldt dus: $\Delta h = i_a \cdot r_a \cdot \Delta\varphi = i_b \cdot r_b \cdot \Delta\varphi$

ofwel er geldt voor de bocht: i.r=konstant

Wordt uitgegaan van de buitenbocht met i_0 en h_0, dan geldt

$$i \cdot r = i_0 \cdot r_0 \iff i = \frac{i_0 \, r_0}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dr} = 20 \, \frac{i_0 \, r_0}{\Delta D} \, \frac{h^2}{r^2} = C_1 \, \frac{h^2}{r^2} \qquad (D \neq f(r))$$

zodat $\quad \dfrac{dh}{h^2} = C_1 \dfrac{dr}{r^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{h} = C_1 \frac{1}{r} + C_2$$

Voor $r=r_0$: $h=h_0$ zodat $\left(\dfrac{1}{h} - \dfrac{1}{h_0}\right) = \dfrac{20 \, i_0 \, r_0}{\Delta D} \left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{r_0}\right)$ (V.2.7)

ofwel

$$h = \frac{h_0}{1 - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \frac{20 \, h_0 \, i_0}{\Delta D}} \qquad \text{(V.2.7a)}$$

Uit deze formule blijkt dat voor relatief grote stralen en niet te grote bochtbreedte,d.w.z. $\frac{r_o}{r} \rightarrow 1$,het bodemverloop flauwer zal worden,inhet extreme geval weer vlak.
Omgekeerd geldt voor relatief kleine stralen: $\frac{r_o}{r} > 1$,zodat het bodemverloop steiler zal zijn.

2. h.i=konstant over de bocht

Deze benadering leidt in geval van de formule van Chézy tot: $\frac{u^2}{C^2} = constant$
Voor de formule voor het bodemdwarsverhang geldt nu

$$\sin i_b = 20 \frac{h\, i}{\Delta D} \frac{h}{r} = n \frac{h}{r}$$

ofwel $$\frac{dh}{dr} = n \frac{h}{r} \qquad \text{met} \quad n = \frac{20\, h\, i}{\Delta D} \qquad \text{(V.2.8)}$$

De formule is dezelfde als gevonden uit de resultaten welke Lely gebruikte,zij het dat deze laatste betrekking had op gemiddelde waarden.
Ook in de literatuur komt formule V.2.8 vaker voor.Eveneens uitgaande van de krachten op een sedimentdeeltje leidt Engelund af (lit.3):

$$\frac{dh}{dr} = n \frac{h}{r} \quad met \quad n = \gamma \tan \phi \qquad \text{(V.2.9)}$$

waarbij
ϕ : inwendige wtijvingshoek
γ : coëfficiënt uit de formule voor de hoek δ ,welke de schuifspanning met de stromingsrichting maakt: $\tan \delta = \gamma \frac{h}{r}$ .Voor k=0,4 en $C \sim 50 m^{\frac{1}{2}}/s$ neemt γ ,volgens de in par.II.3.2 afgeleide formule de waarde 10 aan.Engelund geeft voor γ de waarde 7,zodat $n = 7 \tan \phi$
Yen (lit. 19) geeft als formule voor het waterdiepteverloop in de bocht:

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{-k \cdot V_{r_1 max}}{\sqrt{\frac{g\, d_s}{\rho_s/\rho_w - 1}}} = \frac{-k \cdot V_{r_1 max}}{\sqrt{\frac{g\, d_s}{\Delta}}} \qquad \text{(V.2.10)}$$

met
K: coëfficiënt afhankelijk van de liftkracht,de sleepkracht,wrijvings-

kracht tussen sedimentdeeltje en bodem (zie par.II.3.3),alsmede van de bodemhelling in langsrichting,de verhouding tussen $v_{r,max}$ en de werkelijke snelheid.

$v_{r,max}$: maximale waarde voor de snelheidskomponent in radiale richting.

Er geldt: $$V_{r,max} = \xi \, \overline{V_s} \, \frac{h}{r}$$ (blz)

De vergelijking kan dus worden geschreven als:

$$\frac{dh}{dr} = - \frac{k\,\xi}{\sqrt{g\,\frac{d_s}{\Delta}}}\,\overline{V_s}\,\frac{h}{r} = n\,\frac{h}{r} \qquad \text{(V.2.11)}$$

Alle drie de uitdrukkingen voor n,

Engelund: $n = 7 \tan\phi$

Yen: $n = -\frac{K\,\xi}{\sqrt{\frac{g\,d_s}{\Delta}}}\,\overline{V_s}$

van Bendegom: $n = 20\,\frac{h\,i}{\Delta D}$

geven deze als functie van de stromings-en sedimenteigenschappen. Het lijkt redelijk aan te nemen dat deze eigenschappen konstant zijn voor een riviervak,zodat de vergelijking $\frac{dh}{dr} = n\cdot\frac{h}{r}$ eenvoudig kan worden geïntegreerd en de invloed van de geometrie kan worden onderzocht.De coëfficiënt n is namelijk geen functie van de bochtgeometrie.

Integratie:

$$\frac{dh}{h} = n\,\frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \ln h = n\cdot\ln r + \ln a \quad , \quad \ln a: \text{ integratiekonstante}$$

$$\Rightarrow \ln h = \ln a\cdot r^n$$

$$\Rightarrow h = a\cdot r^n \qquad \text{(V.2.12)}$$

Voor $r=r_0$ geldt $h=h_0$ zodat $a = \frac{h_0}{r_0^n}$ .Formule V.2.12 gaat dus over in:

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^n \qquad \text{(V.2.12a)}$$

Indien verder wordt uitgegaan van

$$\bar{h} = \frac{1}{r_o - r_i} \int_{r_i}^{r_o} h(r)\, dr \qquad \text{met } (B = r_o - r_i)$$

kan een uitdrukking voor $\frac{h_o}{\bar{h}}$ als funktie van $\frac{B}{r_o}$ worden afgeleid:

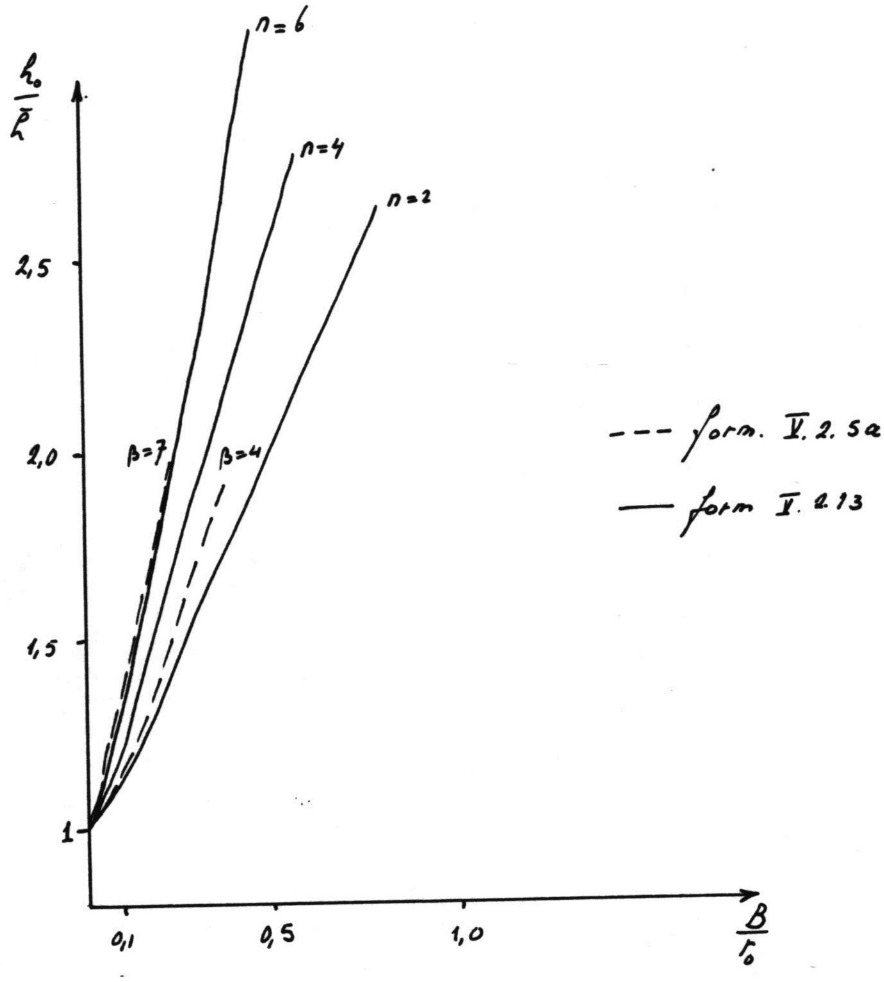
$$\bar{h} = \frac{1}{r_o - r_i} \frac{h_o}{r_o^n} \int_{r_i}^{r_o} r^n dr = \frac{h_o}{r_o^n (r_o - r_i)} \cdot \frac{1}{n+1} \left(r_o^{n+1} - r_i^{n+1} \right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h_o}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^{n+1}}$$

Met $B = r_o - r_i$ geldt $\frac{r_i}{r_o} = \frac{r_o - B}{r_o} = 1 - \frac{B}{r_o}$ zodat

$$\frac{h_o}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\frac{B}{r_o}}{1 - \left(1 - \frac{B}{r_o}\right)^{n+1}} \tag{V.2.13}$$

De invloed van de breedte-straal verhouding, $\frac{B}{r_o}$,is gegeven in fig.V.2.5.Bij ϕ =30° wordt n volgens Engelund ongeveer 4.In de figuur is het verloop voor n=2,4 en 6 uitgezet.Ter vergelijking is ook het verloop volgens form.V.2.5a opgenomen.



- fig. V.2.5. -

V.3 VERGELIJKING VAN DE FORMULES VOOR HET VERLOOP VAN DE WATERDIEPTE

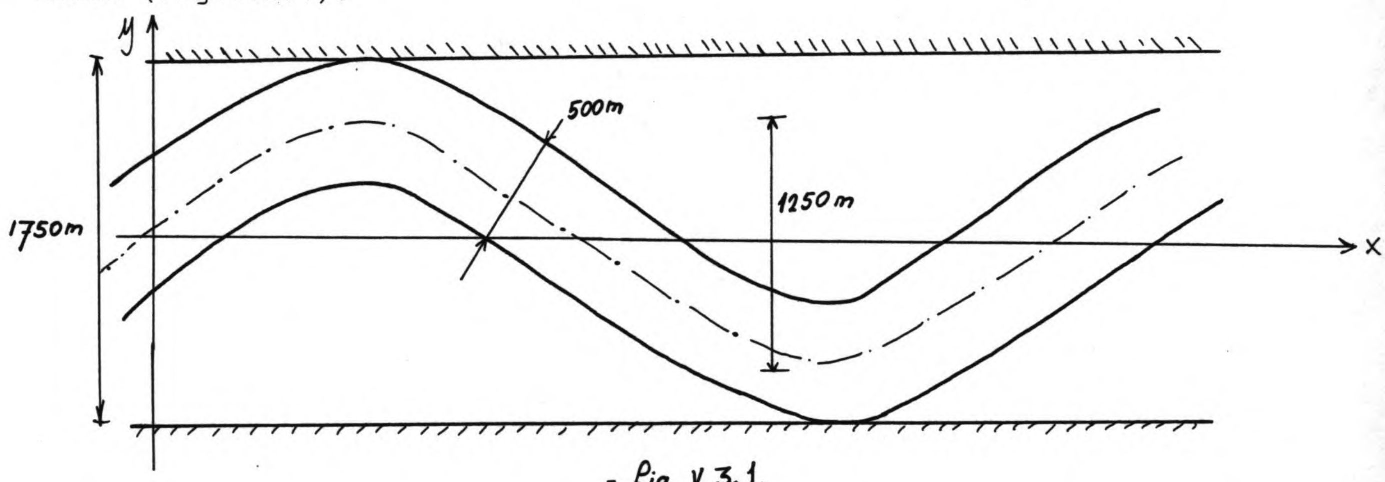
De belangrijkste vraag is met welke formule het bodemverloop in een geschematiseerde bocht in de Niger het beste wordt benaderd en,hiermee samenhangend,welke waarde voor de betreffende coëfficiënt dient te worden gekozen.Deze vraag kan alleen worden beantwoord,door een berekend profiel te vergelijken met een gemeten. M.b.t. de Niger zijn echter geen gegevens voorhanden.Daarom wordt in deze paragraaf volstaan met een vergelijkend onderzoek van de verschillende formules en zal voor de coëfficiënt n van de waarde 4 worden uitgegaan.

Verder is uitgegaan van:

$d_{50}=0,5.10^{-3}$m

$d_{90}=3,0.10^{-3}$m (ontleend aan het Nedeco-rapport,lit. 13)

Een representatieve waarde van r_0 is niet bekend.Deze wordt berekend door de laagwatergeul sinusvormig voor te stellen,slingerend tussen de hoogwateroevers.Als breedte voor de laagwatergeul wordt 500m aangehouden,terwijl voor de hoogwaterbreedte 1750m wordt genomen (fig.V.3.1).



- fig. V.3.1.

Op blz. is berekend dat de golflengte ca. 8 km bedraagt.De vergelijking voor de laagwatergeul wordt nu

$$y = 625 \sin\left(\frac{2\pi}{8000}x\right)$$

Voor de straal r geldt dus

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = -625\left(\frac{2\pi}{8000}\right)^2 \sin\left(\frac{2\pi}{8000}x\right)$$

Dit betekent voor $x=\frac{1}{2}\pi \pm k\pi$,k=1,2,...: $|\bar{r}_{min}| \simeq 2600m$
en met B=500m:
straal binnenbocht r_i=2350m
straal buitenbocht r_0=2850m
Voor $\frac{B}{r_0}$ geldt $\frac{500}{2850} = 0,18$

De in beschouwing genomen formules zijn:
-form.V.2.12a en V.2.13

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^n \quad en \quad \frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\frac{B}{r_0}}{1-\left(1-\frac{B}{r_0}\right)^{n+1}} \qquad (n=4)$$

-form.V.2.5 en V.2.5a

$$h_r = \left\{\beta \frac{r}{\bar{r}} - (\beta-1)\right\}\bar{h} \quad en \quad \frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{2\beta}{2-\frac{B}{r_0}} - (\beta-1)$$

De coëfficiënt β wordt bepaald uitgaande van de waarde die $\frac{h_0}{\bar{h}}$ aanneemt volgens form.V.2.13:

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\frac{B}{r_0}}{1-\left(1-\frac{B}{r_0}\right)^{n+1}} = \frac{5 \cdot 0,18}{1-(1-0,18)^5} = 1,43$$

zodat $1,43 = \frac{2\beta}{2-\frac{B}{r_0}} - (\beta-1) = 1,1\beta - (\beta-1) \Rightarrow \beta \simeq 4$

-form.V.2.7a

$$\frac{h}{h_0} = \frac{1}{1-\left(1-\frac{1}{r/r_0}\right)m} \qquad met \quad m = \frac{20\, h_0 i_0}{\Delta D}$$

Om tot de bepaling van de coëfficiënt m te komen is een volledige bochtberekening uitgevoerd.Hiervoor zijn de volgende waarden aangehouden:
Q=9670m^3/s,ontleend aan het Nedeco-rapport,lit. 13 .Deze waarde zal inmiddels i.v.m. uitgevoerde werken zijn gewijzigd.Voor de berekening echter is dat niet van belang.
S=(0,88+1,3)$10^6 m^3$/jaar (70.$10^{-3} m^3$/s),jaartransport gemeten te Shintaku.
De bochtberekening staat in bijlage 3.Resultaat:

$$\left.\begin{array}{l} h_0=60m \\ i_0=8.10^{-5} \end{array}\right\} \quad m=113$$

In fig.V.3.2,blz.70 staan de bodemprofielen volgens de verschillende formules gegeven.Hieruit blijkt:

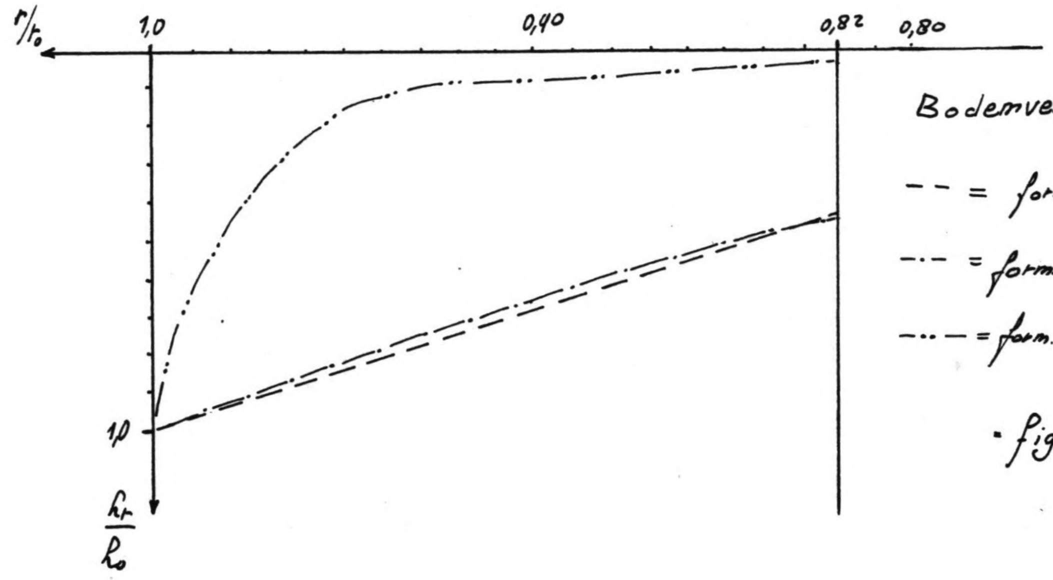
1.Het sterk afwijkende gedrag voor form.V.2.7a.Dit valt al direkt te voorspellen op grond van de hoge waarde voor h_0,volgend uit de bochtberekening.Nabij de buitenbocht doet het bodemverloop onrealistisch aan.De gebruikte formule is in feite ook niet meer korrekt nabij de buitenbocht,omdat de aanname tan $i_b \simeq i_b$ niet meer opgaat Immers:

$$\tan i_b = \frac{\Delta h}{\Delta r} = \frac{60-20}{50} = 0{,}8 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow i_b = 0{,}67 \text{ rad} \quad \text{zodat} \quad \tan i_b \neq i_b$$

2.form.V.2.12a en V.2.5 vertonen goede overeenkomst.De aanpassing van β op grond van het gegeven dat $\frac{h_0}{h}$ voor beide formules gelijk dient te zijn brengt het bodemverloop dichter bij elkaar.Ter illustratie is in fig.V.3.3 het bodemverloop voor β=7 getekend.

3.In fig.V.3.4 is de invloed van n gegeven.Tevens is het lineaire verloop gegeven waarbij β is aangepast.De aanpassing verloopt goed.



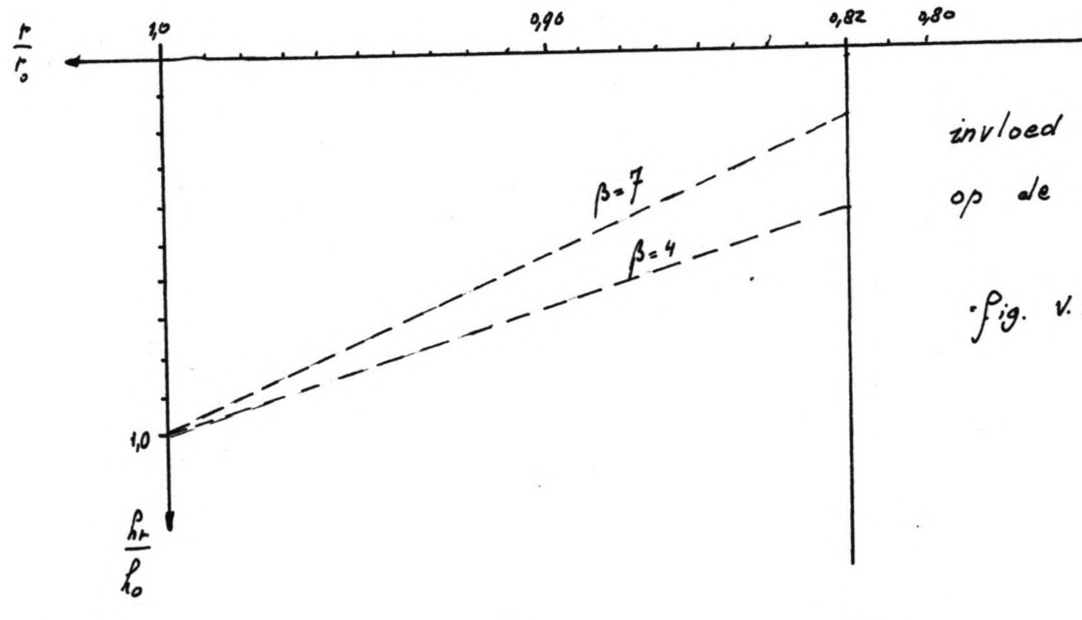
Bodemverloop volgens:

– – = form. V.2.5 met $\beta = 4$

–·– = form. V.2.12a met $n = 4$

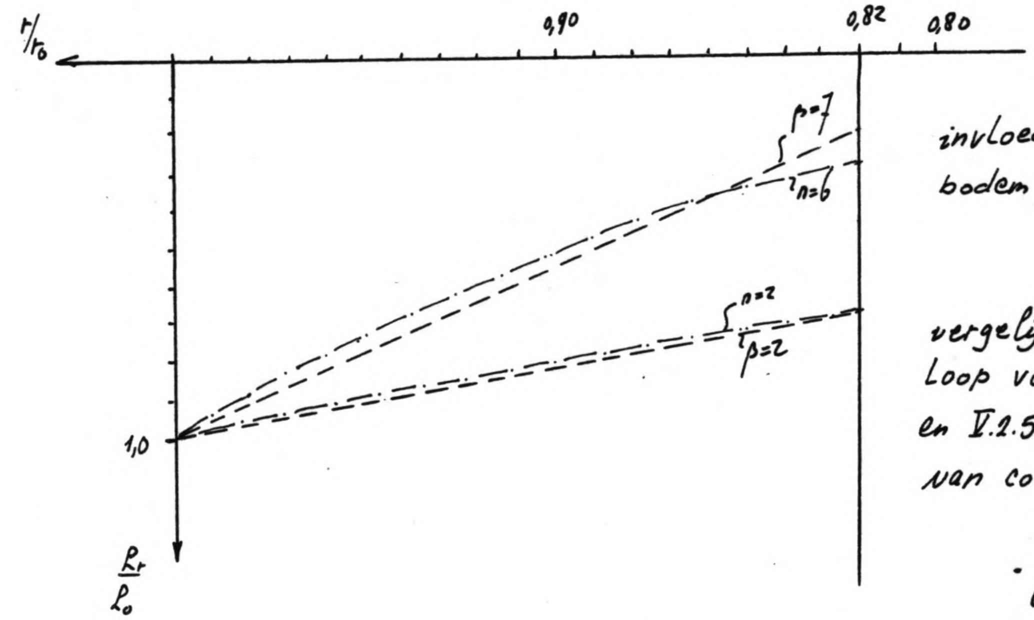
–··– = form. V.2.7a met $m = 11$

- fig V.3.2. -



invloed coëff. β op de bodemligging

- fig. V.3.3 -



invloed coëff n op de bodemligging

en

vergelijking bodemverloop volgens form V.2.12 en V.2.5 bij aanpassing van coëff. β.

- fig V.3.4 -

VI DE BODEMLIGGING IN DE BOCHT IN RADIALE EN TANGENTIELE RICHTING

VI.1 INLEIDING

De in het vorige hoofdstuk besproken formules beschrijven het bodemverloop in radiale richting. In de natuur zal de bocht niet cirkelvormig zijn, maar zal de straal in lengterichting verlopen.

VI.2 BOCHTSTRAALVERLOOP

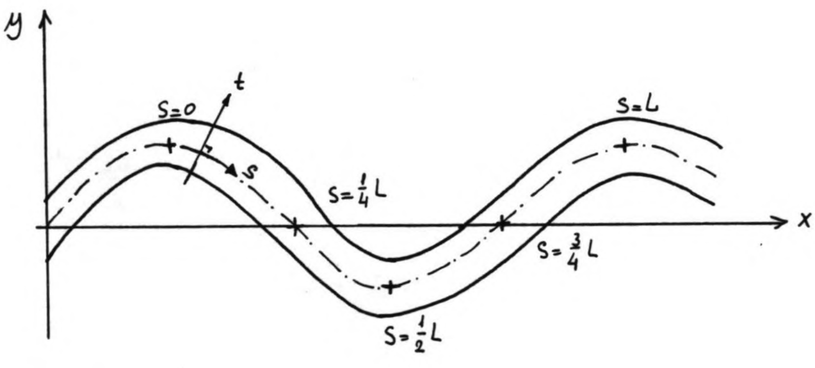
Voor het verloop van de straal kan een algemene benadering worden gekozen in de vorm van:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\bar{r}_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right) \qquad \text{(VI.2.1)}$$

s: coördinaat in tangentiële richting, gekozen langs de lengteas van de bocht, welke is gedefinieerd als de lijn die de opeenvolgende gemiddelde waterdiepten verbindt.

$\bar{r}_{min}$: de minimum gemiddelde straal

Voor kleine amplituden geldt $s \sim x$, zodat formule VI.2.1 overgaat in een sinus.



coördinaatassen

- fig VI. 2. 1. -

De richting loodrecht op s wordt aangegeven met de coördinaat t (zie fig. VI.2.1).

VI.3 FORMULE VOOR DE BODEMLIGGING IN TANGENTIELE RICHTING

Uit par.V.3 blijkt dat formule V.2.12a

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^n$$

een betere beschrijving van het waterdiepteverloop geeft dan formule V.2.7a

$$h = \frac{h_0}{1-\left(1-\frac{r_0}{r}\right)\frac{20 h_0 i_0 L_0}{\Delta D}}$$

zodat de eerst genoemde hier zal worden gebruikt.
Om te komen tot een beschrijving van het bodemverloop in tangentiële richting,kan formule VI.2.1 worden gebruikt:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\bar{r}_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)$$

Door te stellen $\quad r(s,t) = \bar{r}(s) + t = \dfrac{\bar{r}_{min}}{\cos\frac{2\pi s}{L}} + t$

met $\quad -\frac{1}{2}B < t < \frac{1}{2}B$

gaat formule V.2.12a over in:

$$\frac{h}{h_0} = \left(\frac{\bar{r}_{min} + \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right).t}{\bar{r}_{min} + \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right).\frac{1}{2}B}\right)^n \text{ met } -\frac{1}{2}B < t < \frac{1}{2}B \qquad \text{(VI.3.1)}$$

De breedte kan uiteraard ook verlopen,m.a.w. B=B(s).
Formule VI.3.1 krijgt een eenvoudiger aanzien door formule V.2.12a in de vorm

$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^n$$

toe te passen.In deze formule is bij de integratie van $h=a.r^n$ de voorwaarde $h=\bar{h}$ voor $r=\bar{r}$ gebruikt,i.p.v. $h=h_0$ voor $r=r_0$.De formule is dus in principe gelijk aan V.2.12a,maar het verloop van de straal is eenvoudiger in te passen:

$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(\frac{\bar{r}+t}{\bar{r}}\right)^n = \left(1 + \frac{t}{r_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)\right)^n \qquad \text{(VI.3.2)}$$

met $\quad -\frac{1}{2}B < t < \frac{1}{2}B$

Bij de toepassing van formule VI.3.2 (of VI.3.1) moet echter wel een kanttekening worden geplaatst.

Kanttekening

In de formules VI.3.1 en 2 is gesteld $r=\bar{r} + t$ met $-\frac{1}{2}B < t < \frac{1}{2}B$

In feite komt dit neer op de aanname $\bar{r} = \frac{r_o + r_i}{2}$

Dit is echter niet altijd korrekt als wordt aangenomen dat voor de gemiddelde waterdiepte over de bochtbreedte geldt:

$$\bar{h} = \frac{1}{r_o - r_i} \int_{r_i}^{r_o} h(r)\, dr$$

Immers

$$\bar{h} = \frac{1}{r_o - r_i} \int_{r_i}^{r_o} h(r)\, dr = \frac{1}{r_o - r_i} \int_{r_i}^{r_o} \left(\frac{r}{r_o}\right)^n h_o \, dr$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h_o}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^{n+1}} \qquad (b/z \quad)$$

Tevens geldt volgens formule V.2.12a:

$$\frac{\bar{h}}{h_o} = \left(\frac{\bar{r}}{r_o}\right)^n.$$

Gelijkstellen levert:

$$\left(\frac{r_o}{\bar{r}}\right)^n = \frac{(n+1)\left(1 - \left(\frac{r_o}{r_i}\right)\right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^{n+1}}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\bar{r}}{r_o}\right)^n = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_i}{r_o}\right)^{n+1}}{1 - \frac{r_i}{r_o}}$$

Voor een reeks $a + a.x + a.x^2 + \ldots\ldots\ldots + a.x^{n-1}$ van n-termen, geldt voor de som s_n:

$$S_n = a \frac{1-x^n}{1-x} \quad \text{voor } |x|<1$$

Dit betekent dus

$$\bar{r}^n = \frac{r_0^n}{n+1} \left\{ 1 + \left(\frac{r_i}{r_0}\right) + \left(\frac{r_i}{r_0}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(\frac{r_i}{r_0}\right)^n \right\}$$

Voor n=1 levert dit $\bar{r} = \frac{r_i + r_0}{2}$

Voor n >1 is $\bar{r} = \frac{r_i + r_0}{2}$ een benadering. Deze benadering is korrekter naarmate het bodemverloop meer het karakter van een rechte lijn heeft. Voor een lineair bodemverloop geldt immers exakt $\bar{r} = \frac{r_0 + r_i}{2}$

In fig.VI.3.1 is voor $\frac{h_0}{\bar{h}}$ een vergelijking gemaakt tussen de exakte oplossing voor :

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\frac{B}{r_0}}{1-\left(1-\frac{B}{r_0}\right)^{n+1}}$$

en de benaderde oplossing:

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \left(\frac{r_0}{\bar{r}}\right)^n = \left(\frac{2}{2-\frac{B}{r_0}}\right)^n \quad \text{met } \bar{r} = \frac{r_0 + r_i}{2.} \quad \text{en } B = r_0 - r_i$$

Zoals is aangetoond is het verloop voor n=1 gelijk, terwijl voor n >1 het verloop sterker gaat verschillen naarmate $\frac{B}{r_0}$ toeneemt.

Voor kleine waarden van $\frac{B}{r_0}$ (flauwere bochten) benaderd het bodemverloop blijkbaar meer een rechte lijn, want de waarden voor komen in dat gebied overeen.

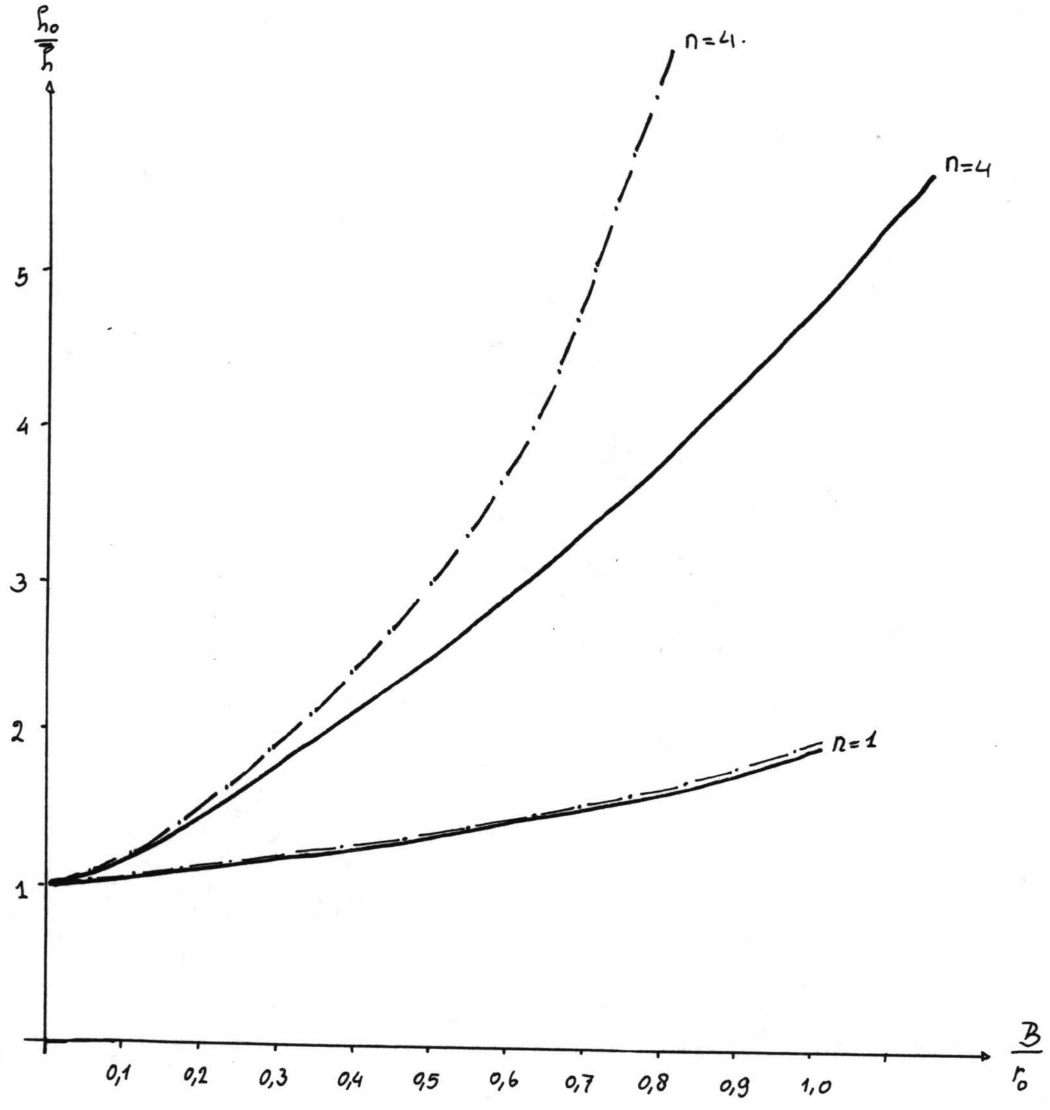
Voor n=4 kan als grens worden aangehouden $\frac{B}{r_0}$ =0,1 à 0,2 ofwel $\frac{r_0}{B}$ >5 à 10

Wordt dit resultaat voor $\frac{h_0}{\bar{h}}$ doorgetrokken naar $\frac{h}{\bar{h}}$ dan kan worden gekonkludeerd: indien $\frac{r_0}{B}$ >5 à 10 dan mag het bodemverloop worden benaderd door

$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^n \quad \text{met } \bar{r} = \frac{r_0 + r_i}{2} \quad \text{en } n \simeq 4$$

$$— : \quad \frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\ \frac{B}{r_0}}{1-\left(1-\frac{B}{r_0}\right)} \qquad \text{(EXACTE OPLOSSING)}$$

$$—\cdot—\cdot— : \quad \frac{h_0}{\bar{h}} = \left(\frac{2}{2-\frac{B}{r_0}}\right)^{n} \qquad \text{(BENADERDE OPLOSSING)}$$



VERLOOP $\frac{h_0}{\bar{h}}$ ALS FUNCTIE VAN $\frac{B}{r_0}$

VOOR $n=1$ IS DE BENADERDE OPLOSSING GELIJK AAN DE EXACTE

VOOR $n>1$ NEEMT HET VERSCHIL MET DE EXACTE OPLOSSING TOE, NAARMATE $\frac{B}{r_0}$ TOENEEMT

-fig. VI. 3.1-

Bij het doorlopen van de bocht (vanaf het midden) zal deze vergelijking steeds beter gaan voldoen,omdat de straal toeneemt.Voor dit straalverloop geldt:

$$\frac{1}{\bar{r}} = \frac{1}{\bar{r}_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)$$

zodat

$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(1 + \frac{t}{r_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)\right)^{n} \quad \text{met} \quad -\tfrac{1}{2}B < t < \tfrac{1}{2}B.$$

Voorbeeld

Ter illustratie is in fig.VI.3.2 het relatieve ($\frac{h}{\bar{h}}$) bodemverloop getekend,waarbij van de in par.V.3 afgeleide getalswaarden gebruik is gemaakt:

$B=500m$

$\bar{r}_{min}=2600m$

$r_0=2850m$, zodat $\frac{B}{r_0}=0,18$ (benaderingsformule toepasbaar)

$r_i=2350m$

$n=4$

De formule luidt dus:

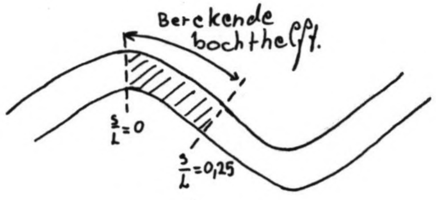
$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(1 + \frac{t}{2600} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)\right)^{4}$$

Tot slot kan worden opgemerkt,indien het bodemverloop zeer sterk een rechte lijn benaderd (dit is mede afhankelijk van de waarde van de coëfficiënt n),eventueel ook direkt van een lineair bodemverloop kan worden uitgegaan:

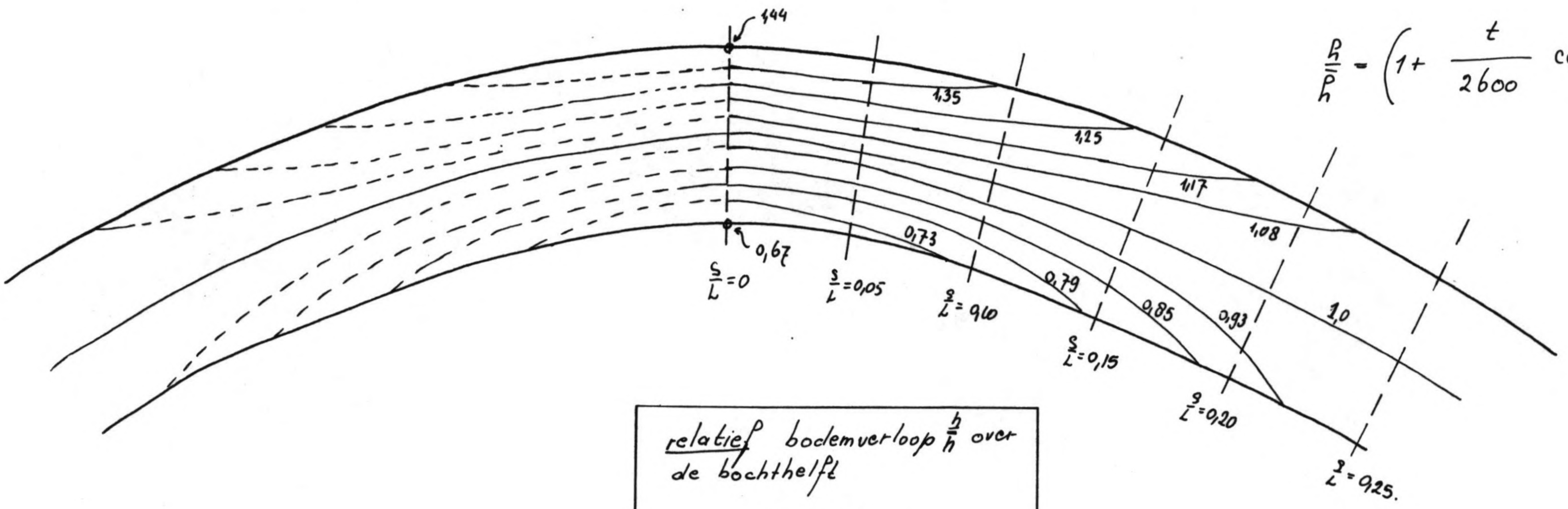
$$\frac{dh}{dr} = \beta \frac{\bar{h}}{\bar{r}} \qquad \text{(form.V.2.3,blz. 60)}$$

Na integratiegeldt $h_r = \left(\beta \frac{t}{\bar{r}} - (\beta - 1)\right) \bar{h}$ (form.V.2.5,blz. 60)

In par.V.3 is aangegeven op welke wijze de coëfficiënt kan worden bepaald (blz. 68)



$$\frac{h}{\bar{h}} = \left(1 + \frac{t}{2600} \cos \frac{2\pi s}{L}\right)^4$$



relatief bodemverloop $\frac{h}{\bar{h}}$ over de bochthelft

- fig. VI. 3.2 -

VI.4 BODEMLIGGING TER PLAATSE VAN DE CROSSING

Voor de crossing is het verloop van de gemiddelde bodemligging in tangentiële richting en de invloed van de breedte en straal hierop, van belang.

In fig.VI.4.1 is het verloop van $\frac{h_0}{\bar{h}}$ bij verschillende waarden van uitgezet, voor n=4 en konstante breedte. Hierbij is voor   5 à 10 gebruik gemaakt van:

$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \left(1 + \frac{\frac{1}{2}B}{\bar{r}_{min}} \cos\left(\frac{2\pi s}{L}\right)\right)^4$$

en voor kleinere waarden van   is gebruik gemaakt van:

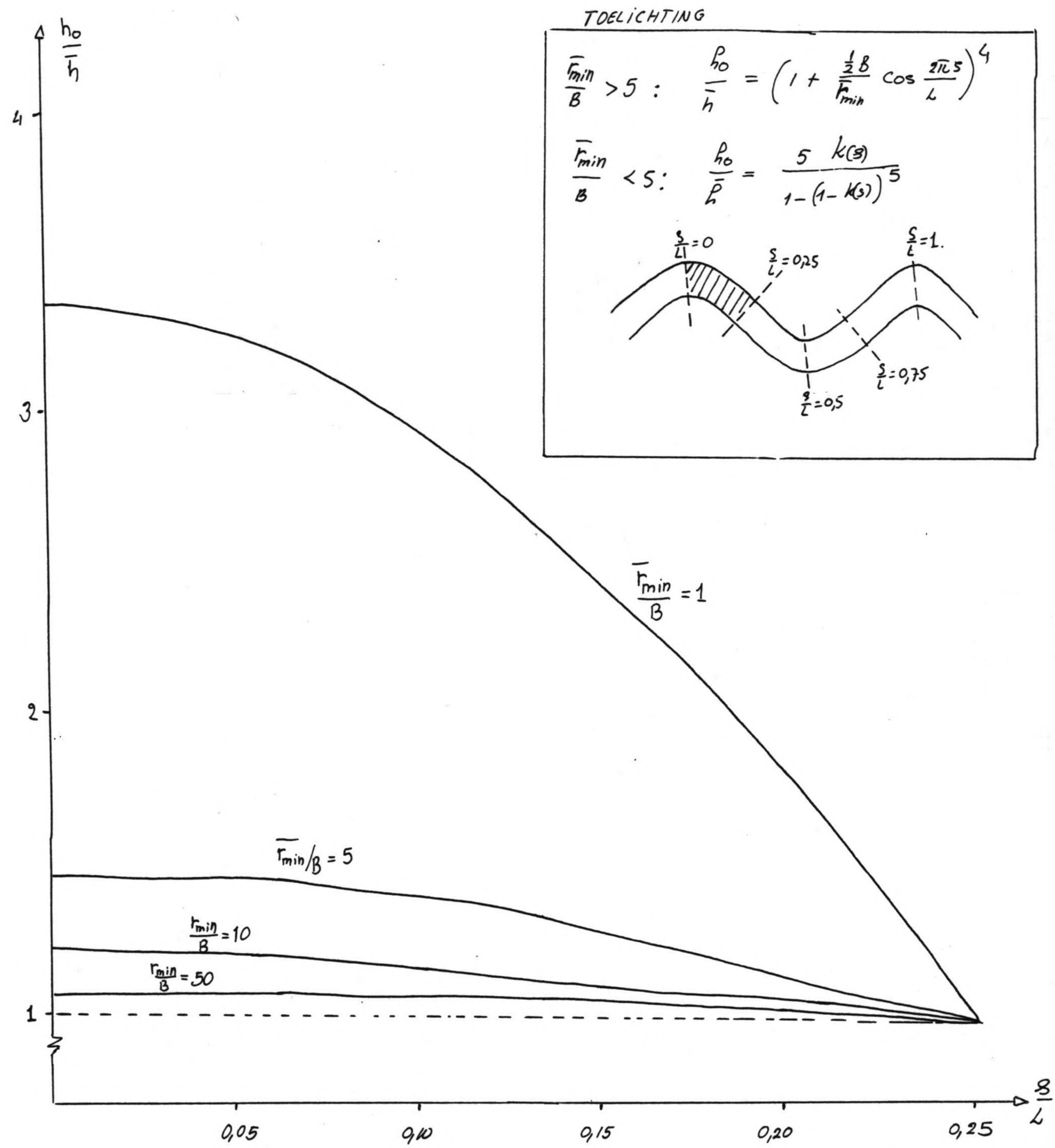
$$\frac{h_0}{\bar{h}} = \frac{(n+1)\frac{B}{r_0}}{1-\left(1-\frac{B}{r_0}\right)^{n+1}} = \frac{(n+1)\,k(s)}{1-\left(1-k(s)\right)^{n+1}} = \frac{5\cdot k(s)}{1-\left(1-k(s)\right)^{5}}$$

met $k(s) = \dfrac{B}{\dfrac{\bar{r}_{min}}{\cos\frac{2\pi s}{L}} + \frac{1}{2}B} = \dfrac{1}{\dfrac{\bar{r}_{min}}{B}\,\dfrac{1}{\cos\frac{2\pi s}{L}} + \frac{1}{2}}$ (ook een benadering dus)

Uit de figuur blijkt dat het verloop van $\frac{h_0}{\bar{h}}$ meer gelijkmatig is bij toename van $\frac{\bar{r}_{min}}{B}$

Wezenlijke informatie met betrekking tot de crossing kan hieruit echter niet worden gehaald, een extra vergelijking is hiervoor noodzakelijk. Deze dient de verhouding $\frac{h_0}{\bar{h}}$ in absolute waarden vast te leggen.

Immers: bij het doorlopen van de bocht vanaf het midden, neemt de relatieve waarde van $\frac{h_0}{\bar{h}}$ af. Er kan echter worden verondersteld dat h_0 eveneens zal afnemen, zodat niets met zekerheid over de verandering van $\bar{h}$ kan worden gezegd.



VERLOOP VAN $\frac{h_0}{\bar{h}}$ OVER DE BOCHT, VOOR $n = 4$ EN VERSCHILLENDE WAARDEN VAN $\frac{\bar{r}_{min}}{B}$.

= fig VI.4.1 =

BIJLAGE 1

BIJLAGE 1

In bijlage 1 zijn gegevens over de Niger opgenomen,die van belang zijn voor dit rapport en waarnaar in de tekst wordt verwezen.
Bron: lit.13 en lit.8 (tabel 3)

Inhoud

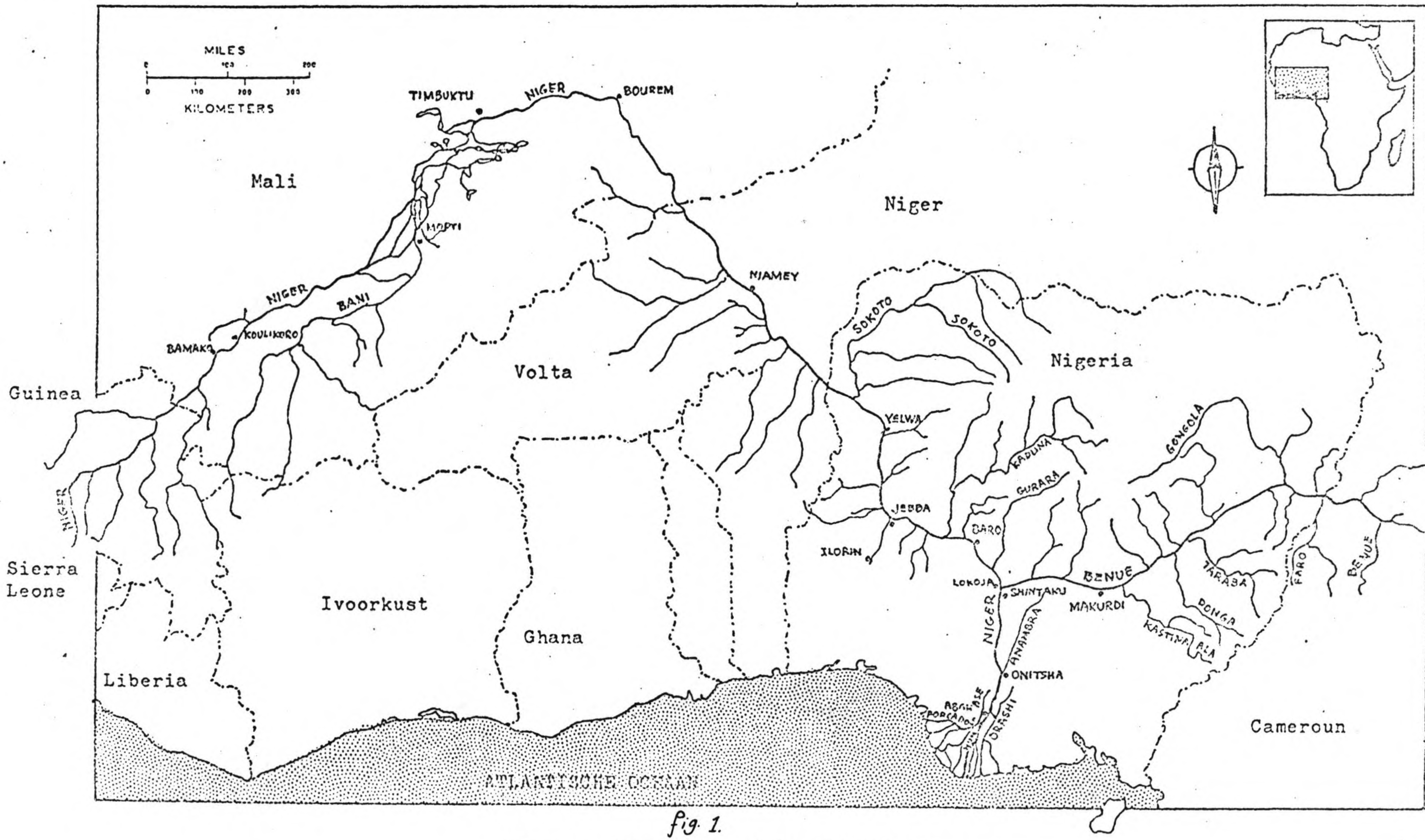


fig. 1.

Niger en haar belangrijke zijrivieren

TABEL 1

MILEAGE OF VARIOUS TOWNS ALONG THE NIGER AND ITS MAIN TRIBUTARIES

NIGER	2,550 miles	BANI	700 miles	FARO	235 miles
Escravos	0	Mopti	1,765	Confluence	926
Burutu	40	Douna	1,963	Beka	950
Warri	44	Source	2,465	Safai	983
Siama	88	SOKOTO	390 miles	Source	1,160
Patani	130				
Aboh	177	Confluence	753	GONGOLA	380 miles
Onitsha	232	Birnin Kebbi	860	Confluence	846
Illushi	272	Sokoto	884	Bare	855
Idah	310	Source	1,143	Shellem	877
Itobe	332			Dadinkowa	935
Lokoja	362	KADUNA	360 miles	Nafada	1,001
Budon	399	Confluence	485	Source	1,226
Baro	434	Zunguru	565		
Jebba	556	Kaduna	705		
Bussa	642	Source	845	TARABA	200 miles
Yelwa	688			Confluence	672
Frontier	790	BENUE	810 miles	Gassol	691
Malanville	811	Lokoja	362	Beli	753
Say	955	Umaisha	401	Source	872
Niamey	995	Bagana	434		
Tillabery	1,068	Loko	454		
Labbenzenga	1,149	Makurdi	510		
Ansongo	1,211	Abinsi	528	DONGA	210 miles
Gao	1,270	Ibi	614		
Tosay	1,341	Kwatta Nanido	712	Confluence	636
Timbuctu	1,528	Lau	778	Nyankwala	649
Diré	1,574	Gamadio	815	Donga	686
Mopti	1,765	Numan	846	Source	846
Sansanding	1,918	Yola	888		
Ségou	1,940	Wuro Boki	916	KATSINA ALA	215 miles
Koulikoro	2,041	Frontier	926		
Bamako	2,081	Garua	972	Confluence	536
Siguiri	2,209	Riao	1,008	Sevav	570
Kouroussa	2,307	Lagdo	1,011	Katsina Ala	610
Source	2,550	Source	1,172	Source	751

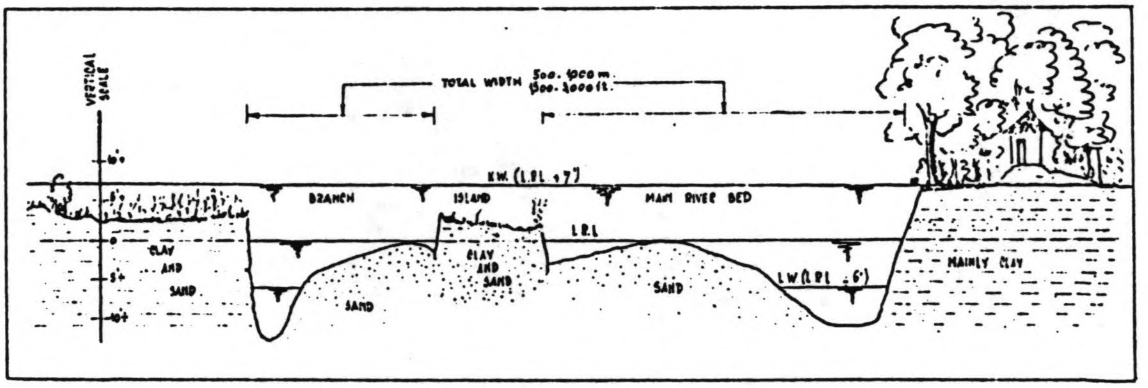


fig. 2.

The Niger between Jebba and Pategi

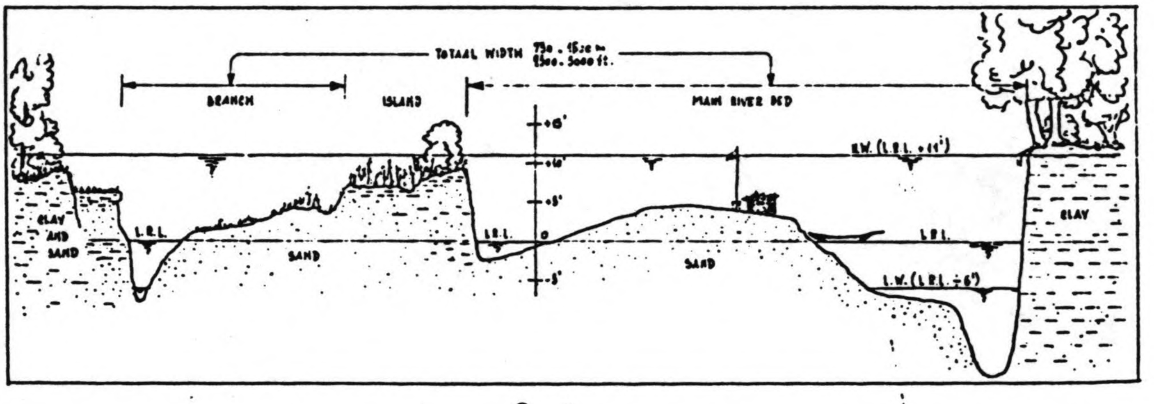


fig. 3

The Niger between Pategi and Lokoja

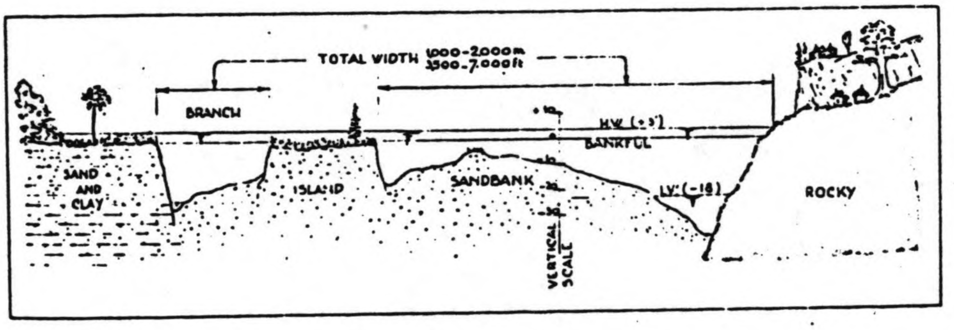


fig. 4

The Benue between Makurdi and Lokoja

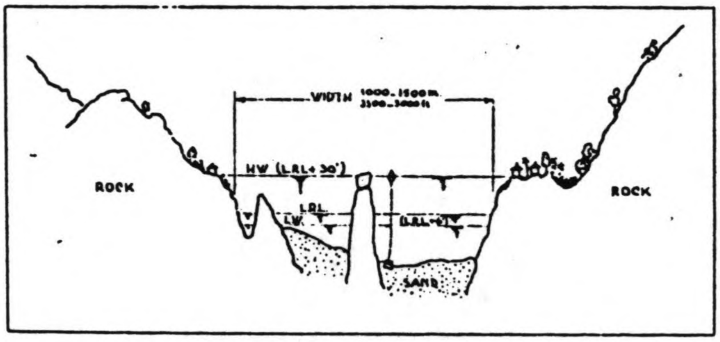


fig. 5

The Rocky Section of the Niger

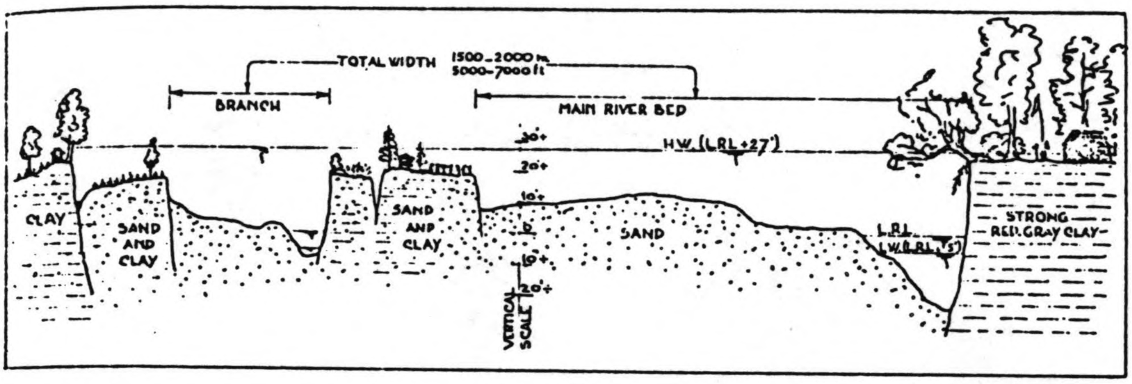


fig. 6

The Niger between Illushi and Onitsha

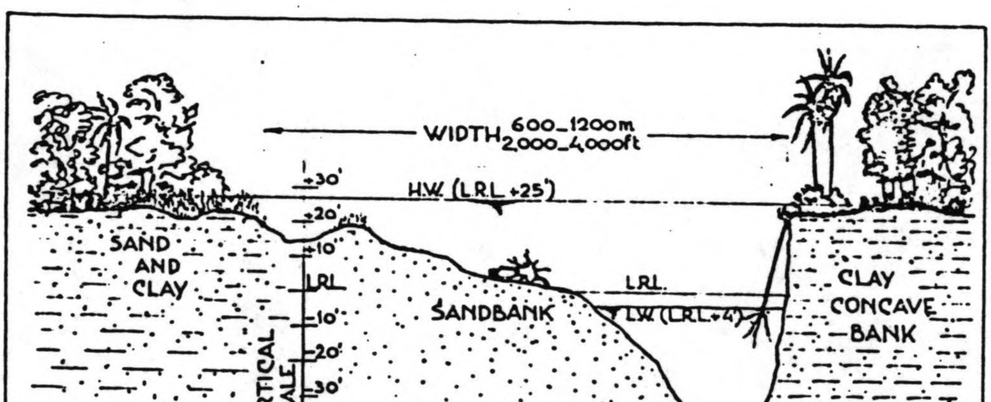


fig 7

The Niger below Aboh

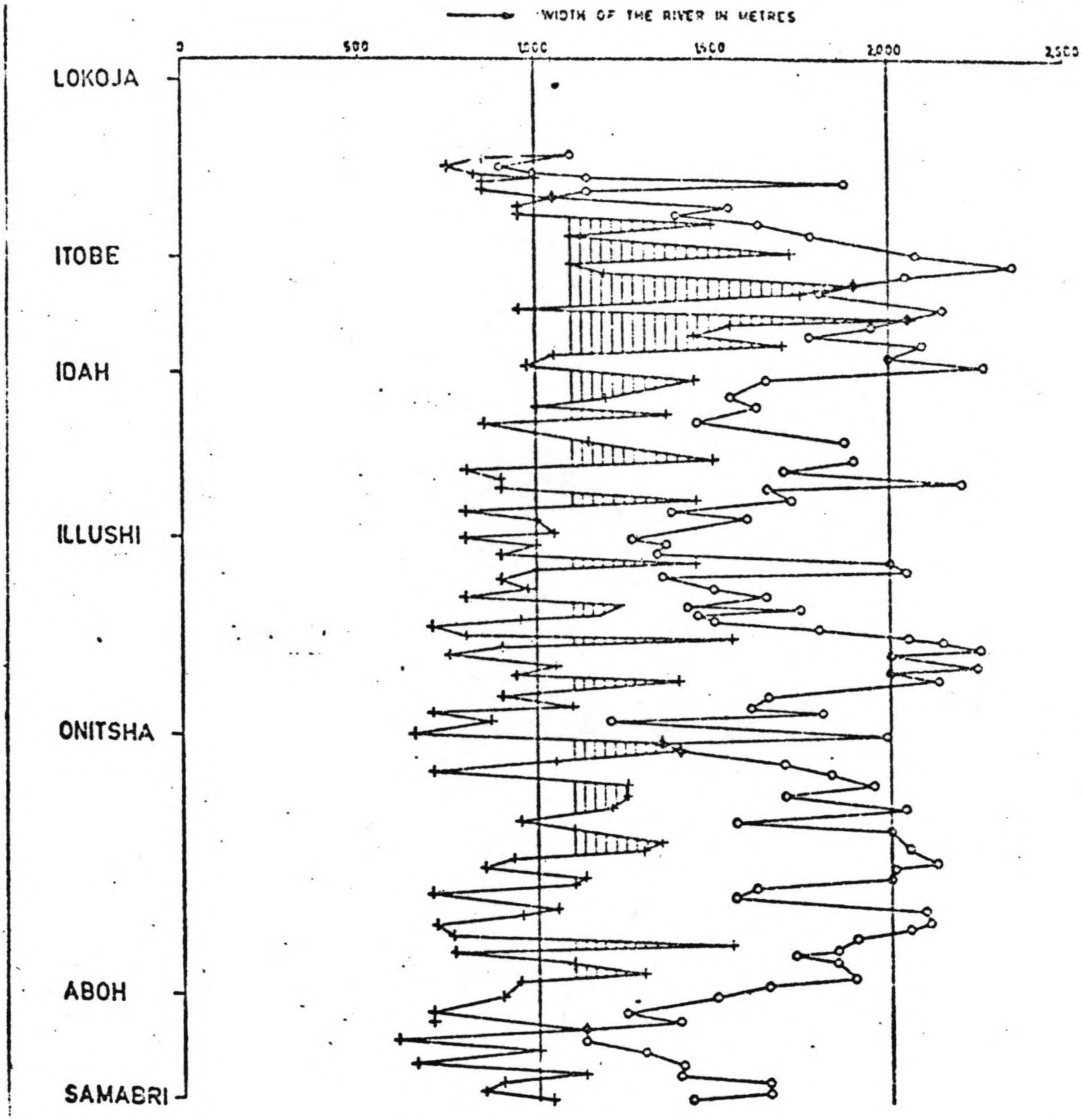


fig 8

Widths along the Niger

(zie ook b/z 43)

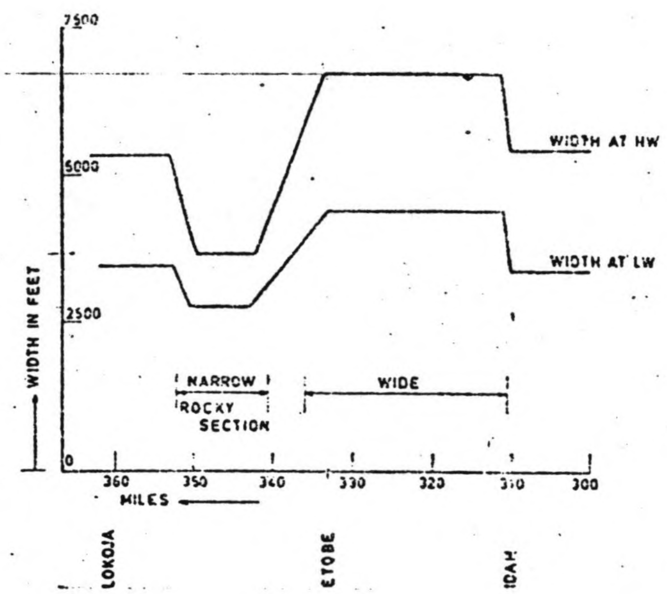
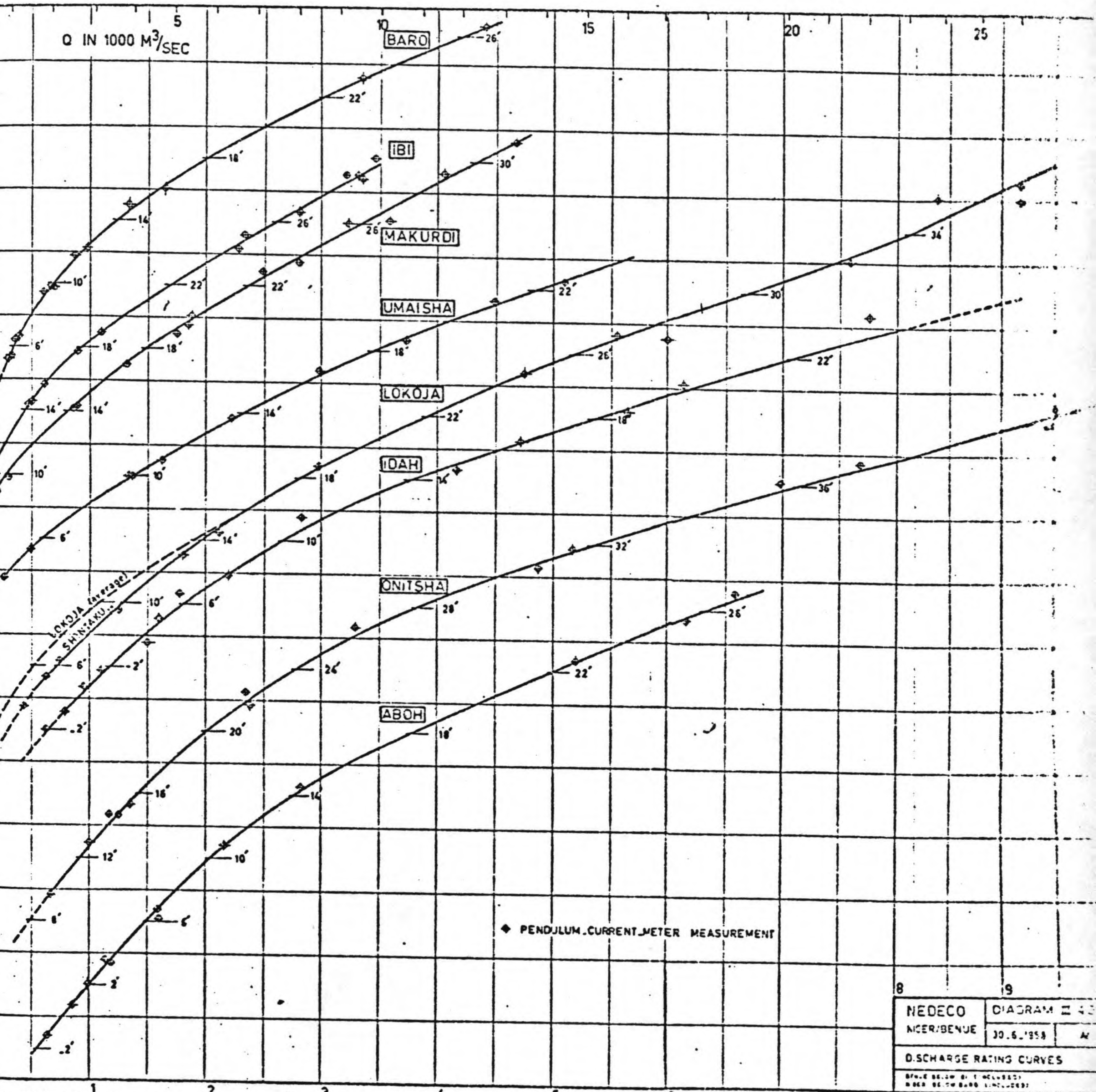


fig 9

Variation in width of the Niger below Lokoja



- fig. 10 -

Q-h krommen

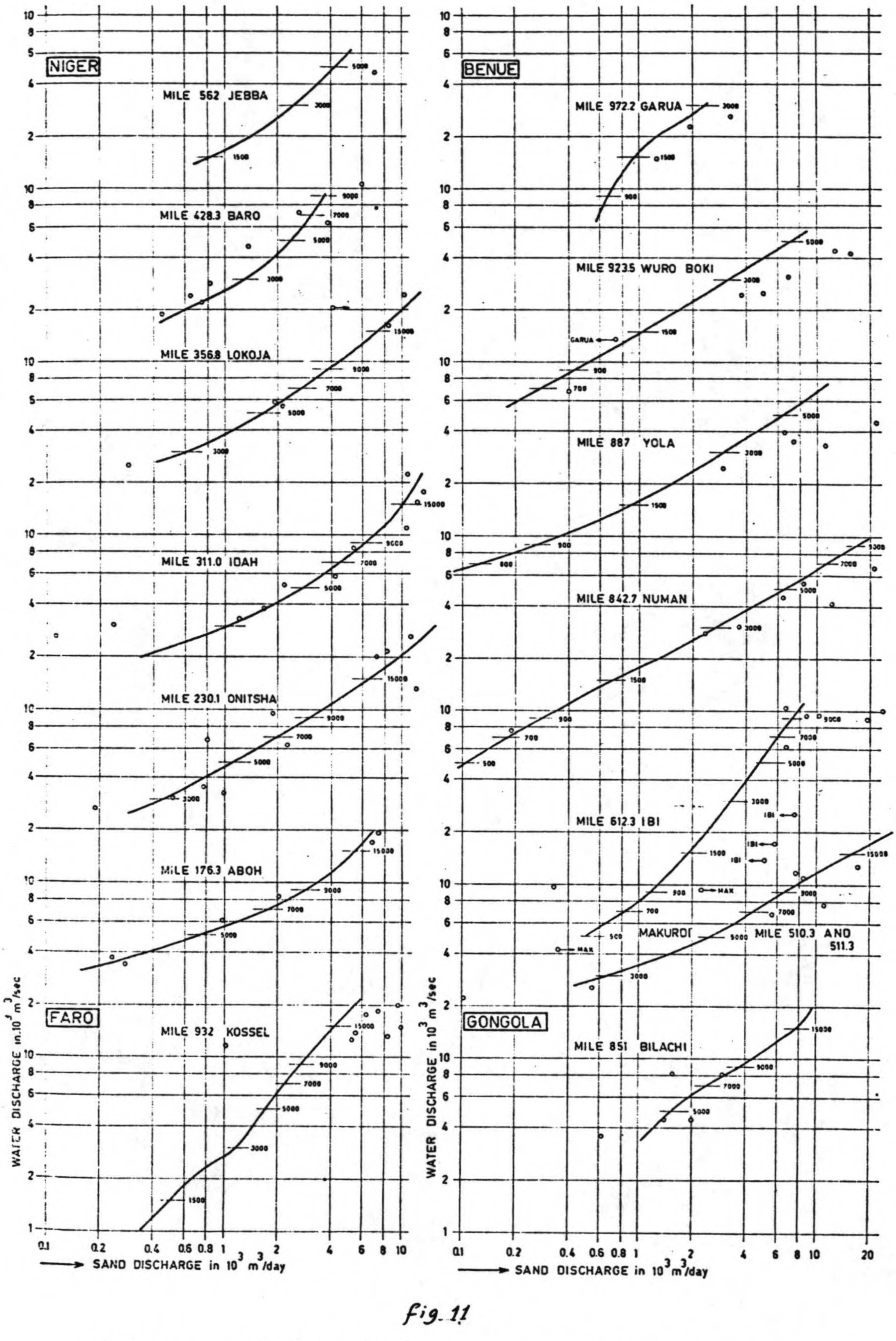


Fig. 11

Relation curves for discharges of water and sand on the Niger and Benue

TABEL 2.

CHANNEL SINUOSITY

section		MILES		meander coefficient L.W./H.W.	number of crossings	number of H.W. miles per crossing
		L.W. talweg	H.W. centreline			
NIGER						
Patani	— Onnya	22	20.2	1.09	14	1.4
Onnya	— Aboh	24	22.8	1.05	11	2.0
Aboh	— Umunankwo	32	28.5	1.12	15	1.9
Umunankwo	— Onitsha	22	19.5	1.13	10	1.9
Onitsha	— Illah	25	22.5	1.11	13	1.7
Illah	— Illushi	16	14.7	1.09	10	1.5
Illushi	— Idah	38	31.8	1.19	15	2.1
Idah	— Itobe	22	20.3	1.08	14	1.9
Itobe	— Lokoja	30	28.4	1.06	14	2.0
Lokoja	— Baro	72	64.2	1.12	41	1.6
	totals average	303	273	1.11	157	1,75
BENUE						
Lokoja	— Umaisha	39	34.8	1.12	14	2.5
Umaisha	— Bagana	33	27.8	1.19	15	1.8
Bagana	— Loko	20	17.7	1.13	7	2.5
Loko	— Makurdi	57	51.0	1.12	27	1.9
Makurdi	— Abinsi	17	15.8	1.08	9	1.8
Abinsi	— K'Ala Confl.	9	8.0	1.12	5	1.2
K'Ala Confl.	— Tunga	41	37.5	1.09	31	1.2
Tunga	— Ibi	36	35.4	1.02	21	1.7
Ibi	— Donga Confl.	20	17.2	1.16	8	2.1
Donga Confl.	— Taraba Confl.	38	34.2	1.11	21	1.6
Taraba Confl.	— Angwan Taru	10	9.2	1.09	5	1.8
Angwan Taru	— Kamberi	14	13.0	1.08	5	2.6
Kamberi	— Kw. M. Biu	23	21.0	1.09	17	1.2
Kw. M. Biu	— Kw. Muri	38	33.4	1.14	25	1.3
Kw. Muri	— Lau	20	18.5	1.08	16	1.2
Lau	— Jen	22	17.6	1.25	17	1.0
Jen	— Gamadio	16	14.4	1.11	12	1.2
Gamadio	— Numan	31	28.0	1.11	22	1.3
Numan	— Geren	22	19.4	1.13	18	1.1
Geren	— Yola	20	17.8	1.12	16	1.1
Yola	— Faro Confl.	38	36.6	1.04	29	1.3
Faro Confl.	— Garua	46	45.0	1.02	23	2.0
	totals average	610	524	1.14	340	1.55

TABEL 3

Overzicht van de ondieptes op het trajekt Delta-Lokoja

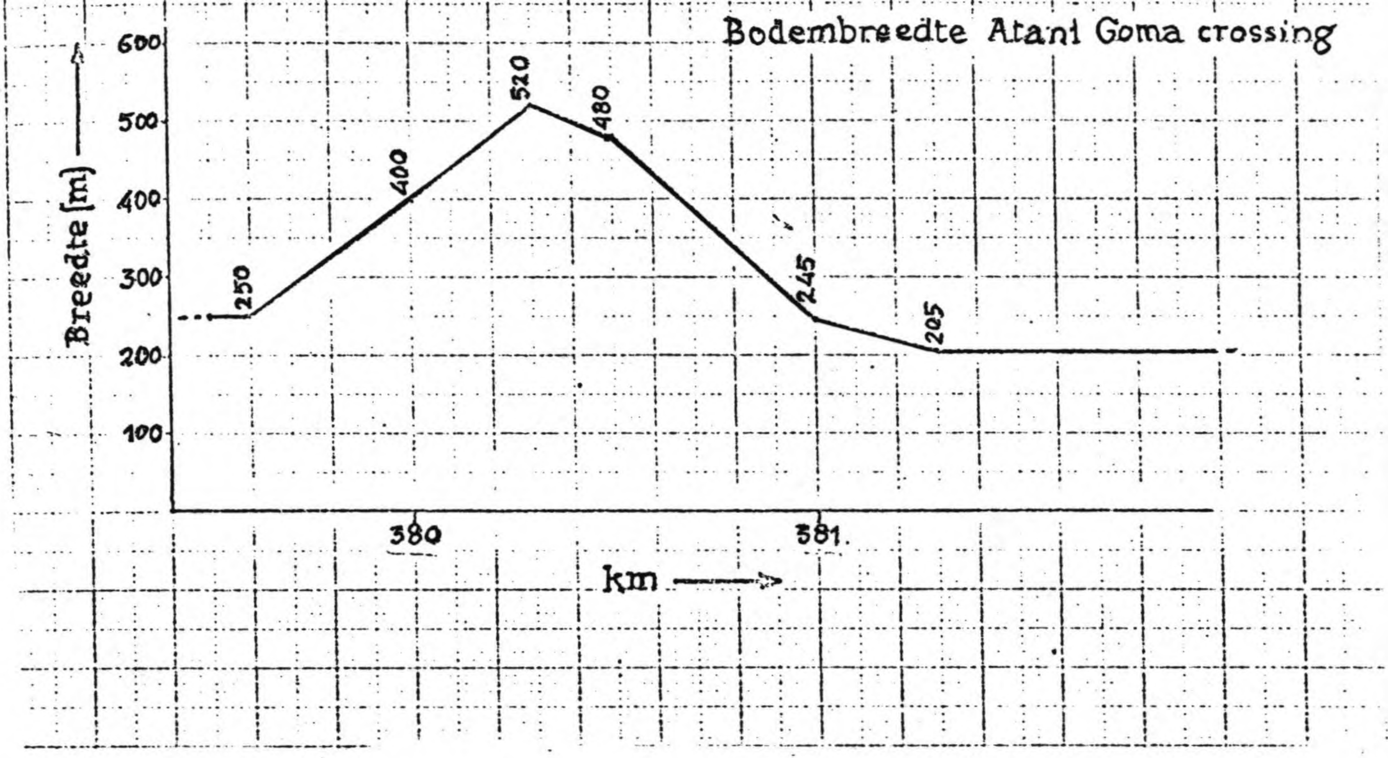
Lokatie	km	peildatum	L.A.D.*) in m bij Q = 1750 m^3/s
Sacrifice channel and Lokoja south	465	781108 781126	-0,10
Gbobe	460	781220	-1,10
Shintaku	457	781124	-1,10
Shintaku	456	781220	-1,10
Shuter isl.cros-sing upstreams	410	781031	-0,50
Shuter isl.cros.	410	781031	-0,50
Ofoye crossing	404	781119	-0,80
Ofoye crossing	404	781119	-1,00
Idah crossing	388	781121	-1,20
Illah crossing	313	781106	+0,80
Illah crossing	313	781106	+1,60
Illah crossing	310	781105	+2,50
West channel	295	781207	-0,50
Anam flats	286	781208	-0,60
Azagba crossing	204	780204	-0,85
Agwe crossing	204	781214	-0,90
Aboh	189	780131	-1,30
Epidiama	152	780311	-----
Ogbudasa crossing	139	781210	-1,20
Aruke crossing	134	781208	-0,60
Siama bend	60	781208	-0,40

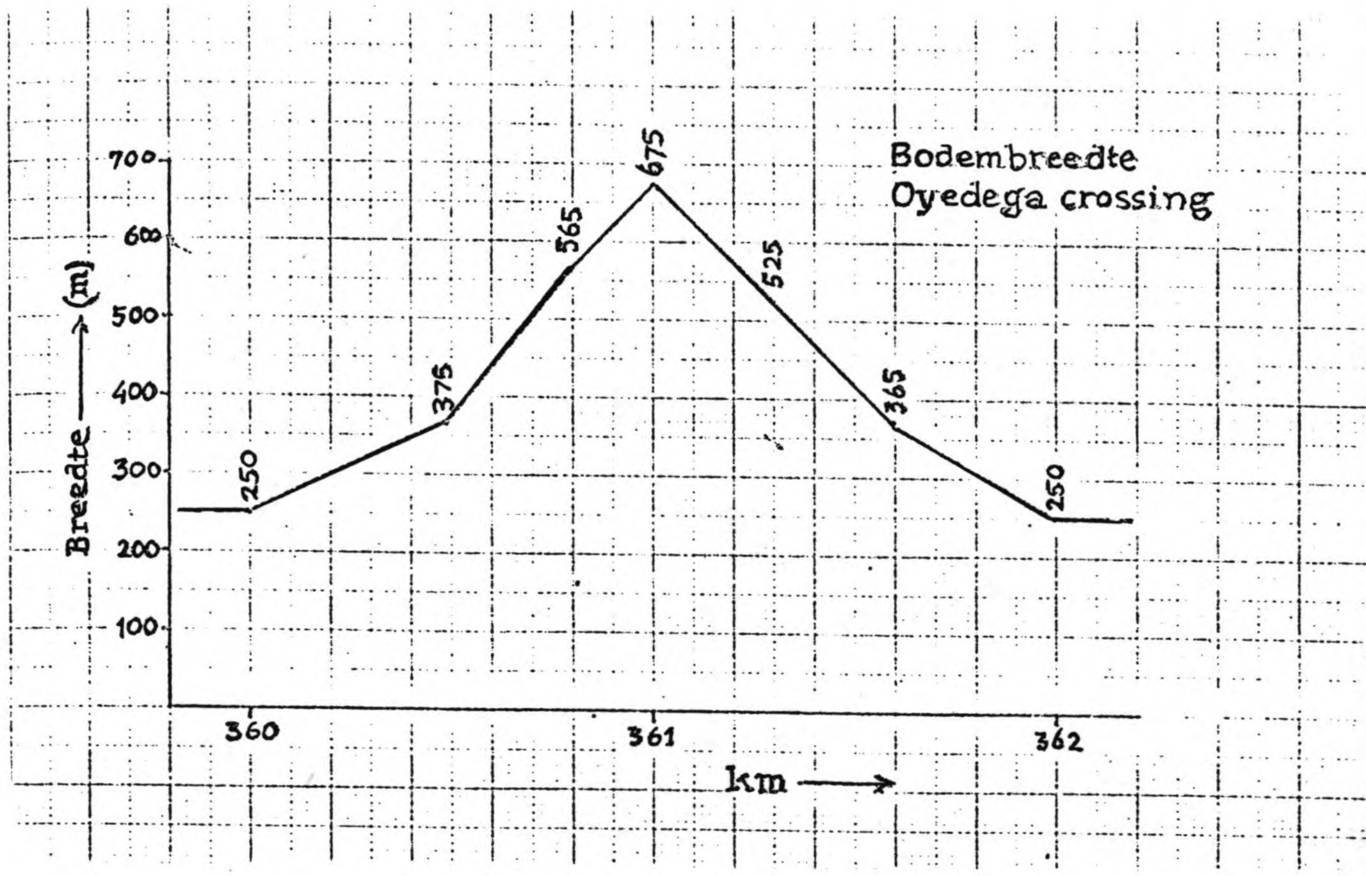
BIJLAGE 2

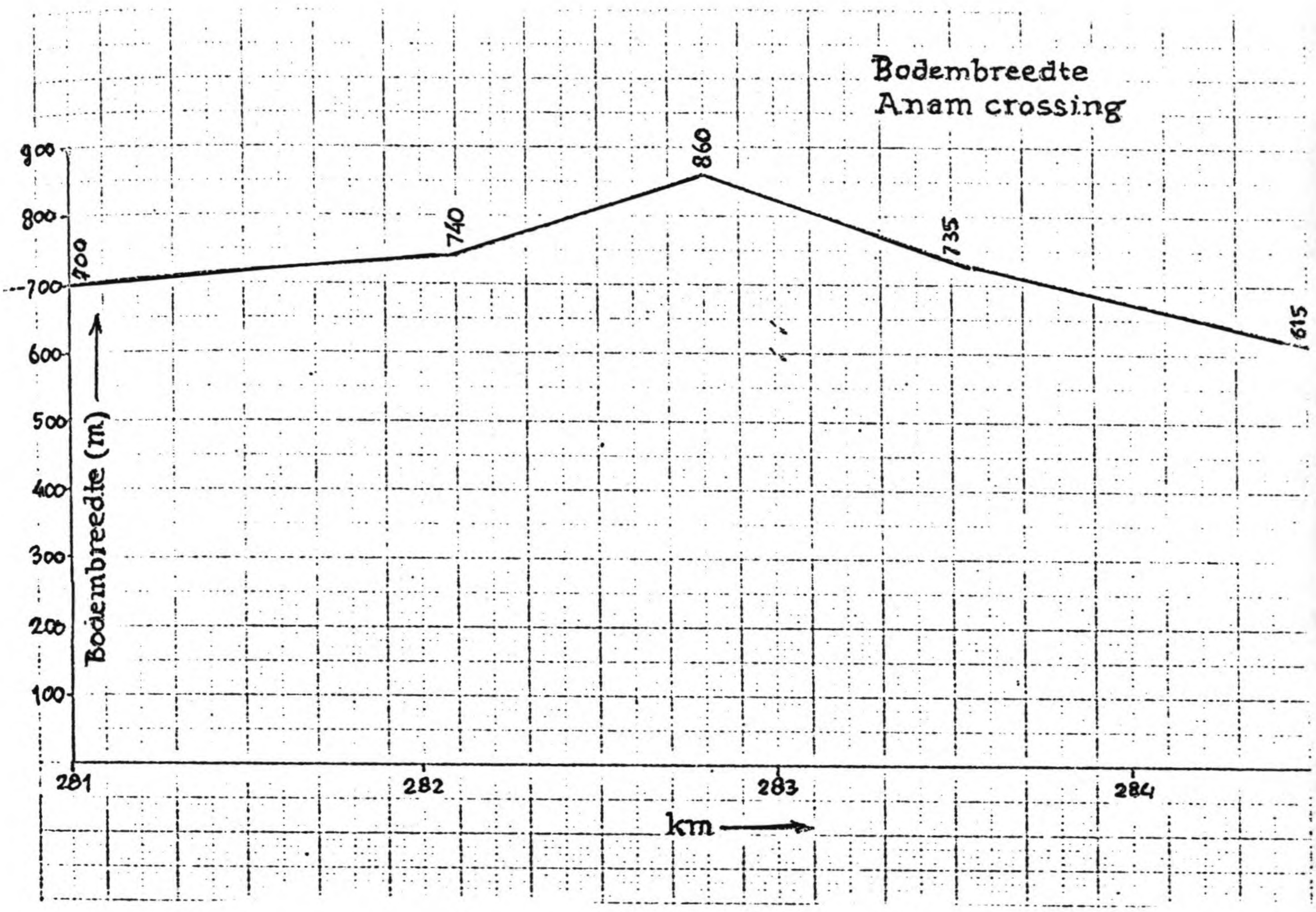
BIJLAGE 2

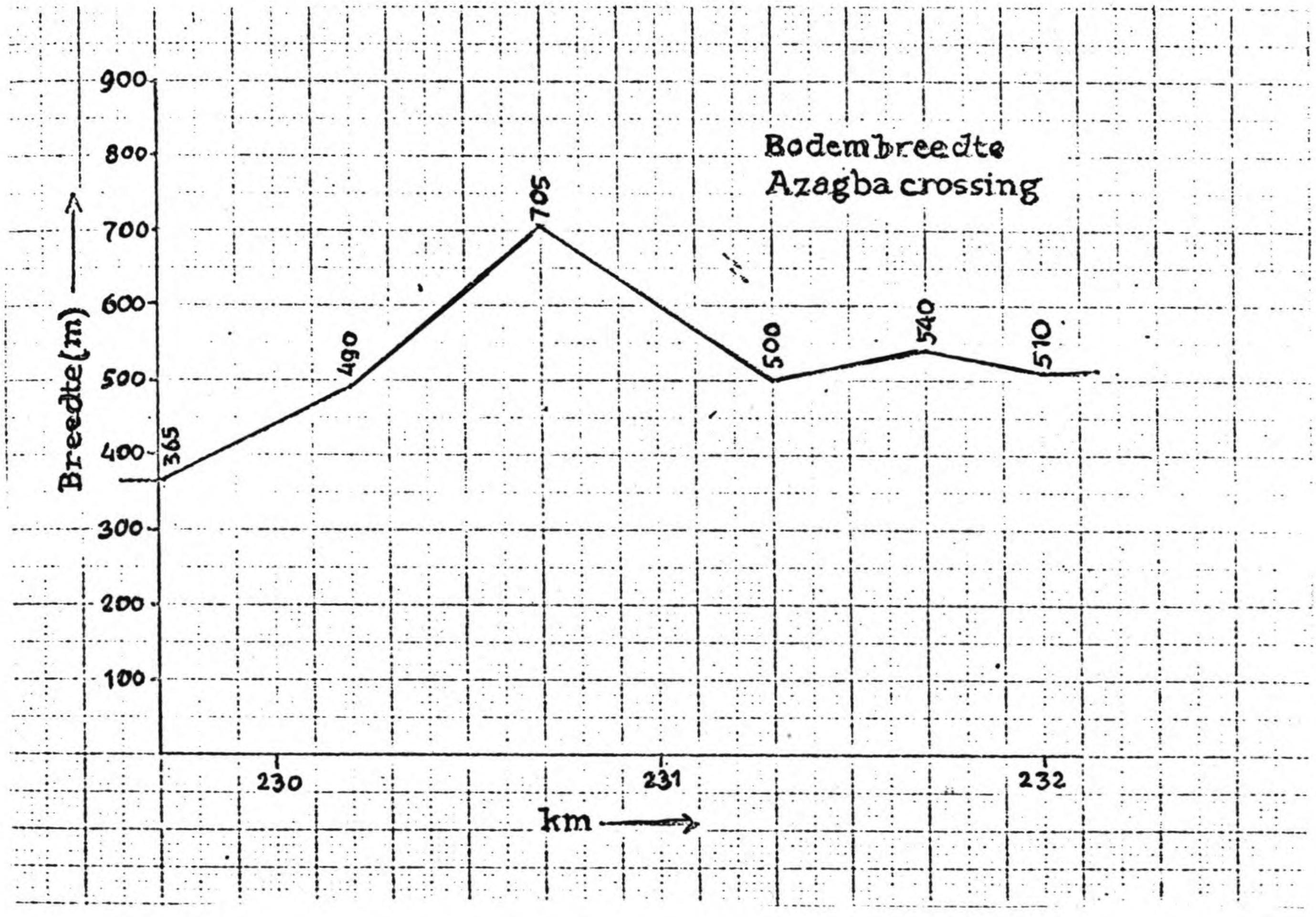
In deze bijlage is (in geschematiseerde vorm) de 'breedtesprong' bij de overgang van bocht naar crossing voor verschillende crossings gegeven.

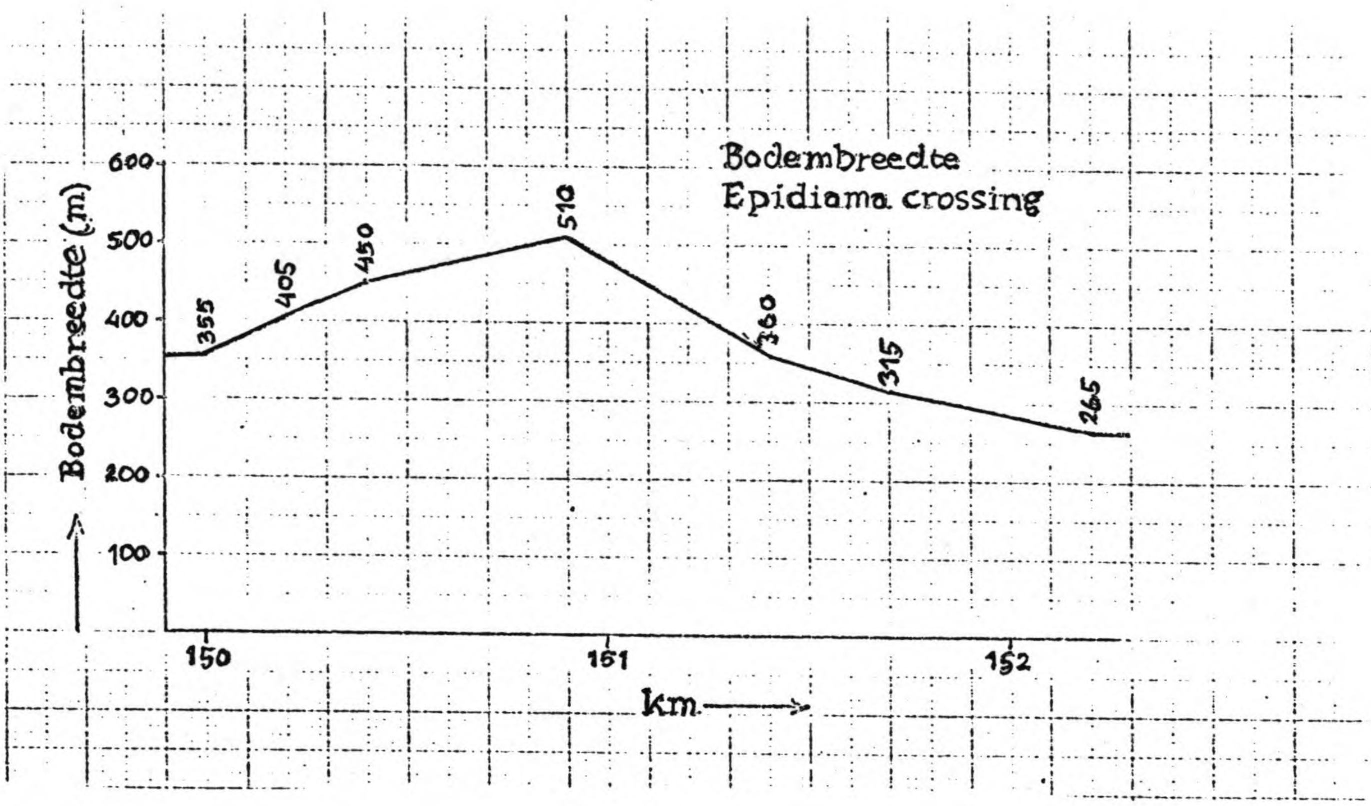
Bron: lit.8

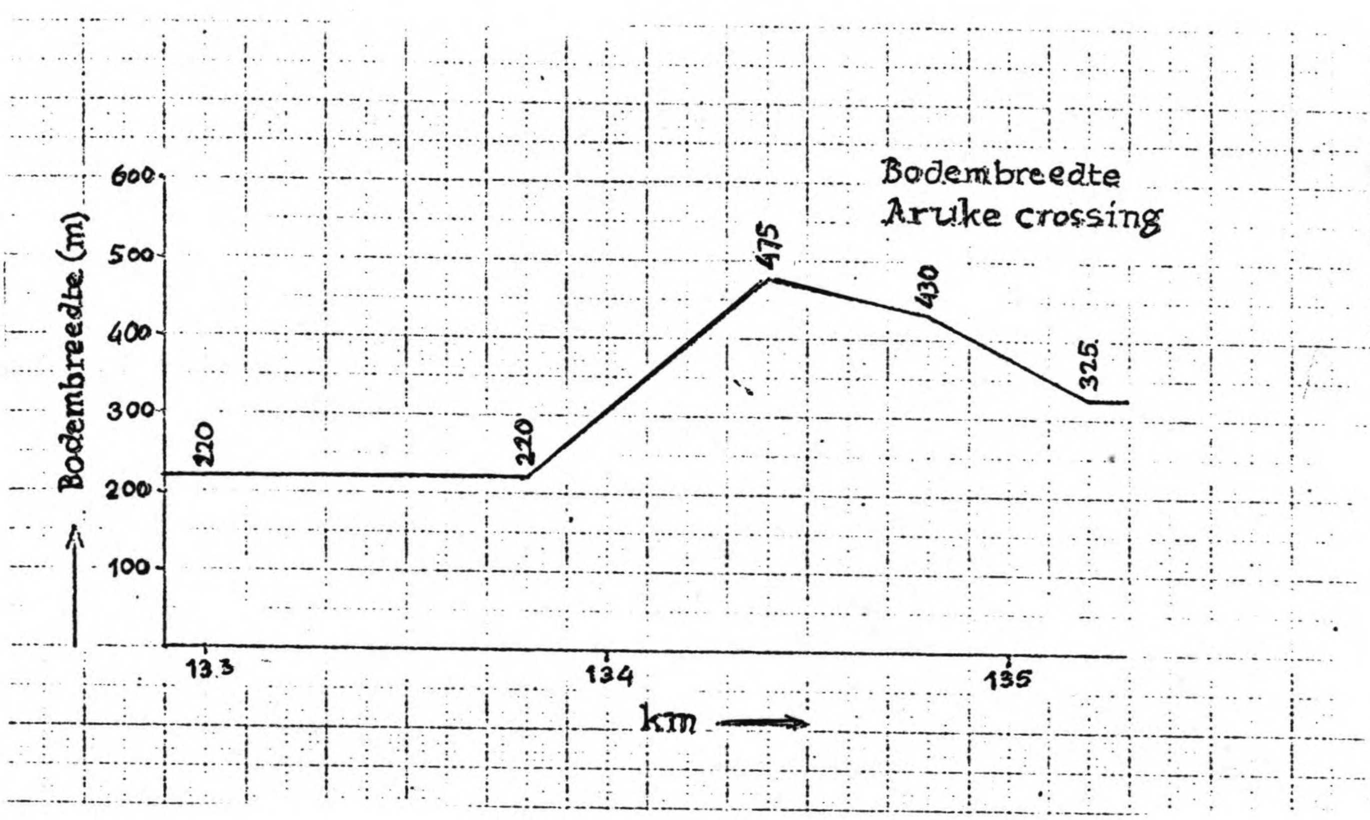

Bodembreedte Atani Goma crossing
Breedte [m]
600
500
400
300
200
100
250
400
520
480
245
205
380
381.
km


Bodembreedte
Oyedega crossing
Breedte (m)
700
600
500
400
300
200
100
250
375
565
675
525
365
250
360
361
362
km


Bodembreedte
Anam crossing
Bodembreedte (m)
900
800
700
600
500
400
300
200
100
700
740
860
735
615
281
282
283
284
km


Bodembreedte
Azagba crossing
Breedte (m)
900
800
700
600
500
400
300
200
100
365
490
705
500
540
510
230
231
232
km


Bodembreedte
Epidiama crossing
Bodembreedte (m)
600
500
400
300
200
100
355
405
450
510
360
315
265
150
151
152
km


Bodembreedte
Aruke crossing
Bodembreedte (m)
600
500
400
300
200
100
220
220
475
430
325
133
134
135
km

BIJLAGE 3

BOCHTBEREKENING

De vergelijkingen

Formule voor de waterbeweging

In evenwichtssituatie kan de formule van Chézy worden genomen:

$$v = C\sqrt{h\,i}$$

Formule voor het bodemdwarsverhang

Hiervoor wordt gekozen:

$$h_0 = \frac{h_0}{1 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)\frac{20\, i_0\, r_0\, h_0}{\Delta\, d_{50}}}$$

Formule voor het sedimenttransport

Als sedimenttransportformule wordt de formule van Meyer-Peter-Müller (MPM) gebruikt.Uit een vergelijking met andere formules blijkt deze voor de Niger het meest geschikt (lit.12,hst.2).

In de formule is de oorspronkelijke stroomparameter $\frac{\mu h i}{\Delta d_{50}}$ vervangen door:

$$\frac{v^{3/2}(k_s\, i)^{1/4}}{96\,\Delta\, d_{50}}$$

De reden hiervoor is tweevoudig:

1.de ribbelfaktor μ kan niet worden gemeten

2.het verhang i is moeilijk nauwkeurig te meten.Een meetfout werkt in de stroomparameter $\frac{v^{3/2}(k_s\, i)^{1/4}}{96\,\Delta\, d_{50}}$ minder sterk door dan in $\frac{\mu \cdot h \cdot i}{\Delta\, d_{50}}$.

De omwerking van de oorspronkelijke stroomparameter verloopt als volgt (lit.12,blz.61,62,63):

Chézy: $v = C\,R^{1/2}\,i^{1/2}$ (1) met R = hydraulische straal [m]

C = constante van Chézy $\left[\frac{m^{1/2}}{s}\right]$

Manning: $v = \frac{1}{n} R^{2/3}\, i^{1/2}$ (2) met R = hydr. straal [m]

n = constante v. Manning $\left[\frac{sec}{m^{1/2}}\right]$

Strickler: $\frac{1}{n} = \frac{E}{k_r^{1/6}}$ (3) E = constante $\left[\frac{m^{1/2}}{s}\right]$

K_r = Nikuradse ruwheid [m]

Voor de Niger blijkt te gelden $E \sim 21$ (lit.13,blz.392),zodat $\frac{1}{n} = 21\, k_r^{-1/6}$
Hieruit volgt meteen dat de omgewerkte formule geen algemene geldigheid bezit.

Uit (2) en (3) volgt: $v = 21 \left(\frac{R}{k_r}\right)^{1/6} R^{1/2}\, i^{1/2}$ (4)

Uit (1) en (4) volgt: $C = 21 \left(\frac{R}{k_r}\right)^{1/6}$.

De ribbelfaktor wordt gedefinieerd als:

$\mu = \left(\frac{C}{C'}\right)^{3/2}$ met C = coëff. v. Chézy t.g.v. totale ruwheid

C' = " " " " korrelruwheid

Er geldt dus: $C = 21 \left(\frac{R}{k_r}\right)^{1/6}$ k_r = totale ruwheid

$C' = 21 \left(\frac{R}{k_s}\right)^{1/6}$ $k_s = d_{90}$

Ditbetekent:

$$\mu = \left(\frac{k_s}{k_r}\right)^{1/4}.$$

Wordt de hydraulische straal R gelijk gesteld aan de waterdiepte h dan volgt uit (4):

$$h = v^{3/2}\, 21^{-3/2}\, k_r^{1/4}\, i^{-3/4}.$$

Invullen levert nu

$$\frac{\mu \cdot h \cdot i}{\Delta\, d_{50}} = \frac{v^{3/2}\,(k_s \cdot i)^{1/4}}{96\, \Delta\, d_{50}}$$

De transportformule wordt:

$$s = 13{,}3 \sqrt{\Delta g\, d_{50}^3} \left[\frac{v^{3/2}(k_s \cdot i)^{1/4}}{96\, \Delta\, d_{50}} - 0{,}047 \right]^{-3/2}.$$

s : sedimenttransport p.e.r. breedte $[m^2/s]$

ρ_s : dichtheid sediment $[kg/m^3]$

ρ_w : dichtheid water $[kg/m^3]$

$\Delta = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} \sim 1{,}68$ Door de Niger

g : versnelling zwaartekracht $[m^{1/2}/s]$

d_{50} : mediane korreldiameter (m)

v : gemiddelde stroomsnelheid $[m/s]$

$k_s = d_{90}$: korreldiameter, waarbij 90% van het mengsel kleiner is dan de betreffende afmeting $(m]$

i : verhang.

Samengevat luidt het vergelijkingenstelsel dus:

- $v = C h^{1/2} i^{1/2}$
- $s = 13{,}3 \sqrt{g \Delta d_{50}^3} \left\{ \frac{v^{3/2}(k_s \cdot i)^{1/4}}{96\, \Delta\, d_{50}} - 0{,}047 \right\}^{3/2}.$
- $h = \dfrac{h_0}{1 + \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{F_0}\right) \frac{20\, c_0\, i_0\, h_0}{\Delta\, d_{50}}}$

Bochtberekening

Er geldt:

$$S = \int_{r_i}^{r_0} s(r)\, dr = 13{,}3 \sqrt{g \,\Delta\, d_{50}^3} \int_{r_i}^{r_0} \left(\frac{v(r)^{3/2} \left(k_s \cdot i(r)\right)^{1/4}}{96\, \Delta\, d_{50}} - 0{,}047 \right)^{3/2} dr$$

$$\text{met} \quad v(r) = C\, h(r)^{1/2}\, i(r)^{1/2} = C \left\{ \frac{h_0}{1 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \frac{20\, i_0 \cdot r_0\, h_0}{\Delta\, d_{50}}} \right\}^{1/2} \cdot \left(\frac{i_0\, r_0}{r} \right)^{1/2}$$

$$Q = \int_{r_i}^{r_0} q(r)\, dr = \int_{r_i}^{r_0} v(r)\, h(r)\, dr = C \int_{r_i}^{r_0} h(r)^{3/2}\, i(r)^{1/2}\, dr$$

met voor $h(r)$ en $i(r)$ weer de volgende uitdrukkingen:

$$h(r) = \frac{h_0}{1 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \frac{20\, i_0\, r_0\, h_0}{\Delta\, d_{50}}}$$

$$i(r) = \frac{i_0 \cdot r_0}{r}$$

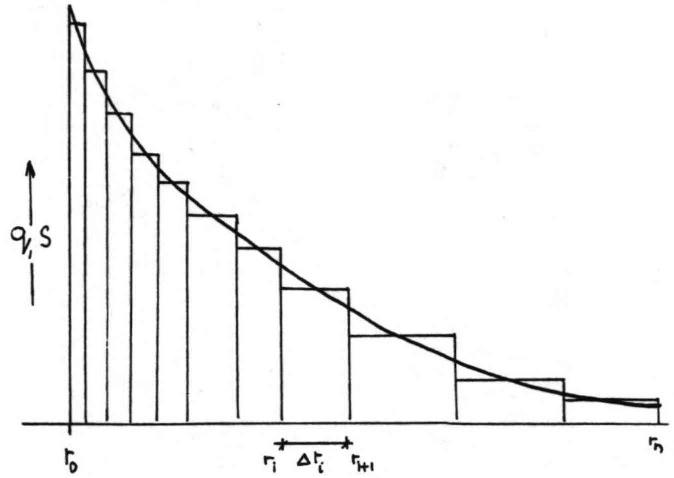
De integralen kunnen worden benaderd, bijv. door:

$$S' = \int_{r_0}^{r_N} s(r)\, dr = \sum_{i=0}^{N} \frac{s(r_i) + s(r_{i+1})}{2} \left(r_i - r_{i+1}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{N} \frac{s(r_i) + s(r_{i+1})}{2}\, \Delta r_i$$

$$Q = \int_{r_0}^{r_N} q(r)\, dr = \sum_{i=0}^{N} \frac{q(r_i) + q(r_{i+1})}{2}\, \Delta r_i$$

Het is zinvol de stapgrootte niet constant over de breedte te nemen, omdat de bijdrage aan het totale transport en debiet, sterk afneemt van de buiten naar de binnenbocht, zie onderstaand figuur.



Indien voor de bocht gegeven zijn Q, S, d_{50}, d_{90}, r_0, bochtbreedte en C kunnen h_0 en i_0 worden berekend. Dit is gebeurd, de resultaten staan op de volgende bladzijden.

Een nauwkeuriger resultaat kan worden bereikt door een verdere correctie van de schatting voor h_o en i_o en verkleining van de stapgroote.

$Q = 9670 \ m^3/s$

$S = 70 \cdot 10^{-3} \ m^3/s$

$d_{50} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \ m$

$d_{90} = 3{,}0 \cdot 10^{-3} \ m$

$r_0 = 2850 \ m$

$r_b = 2350 \ m$

$C = 50 \ m^{1/2}/s$ *

Schatting: $h_0 = 60 m$

$i_0 = 8 \cdot 10^{-5}$

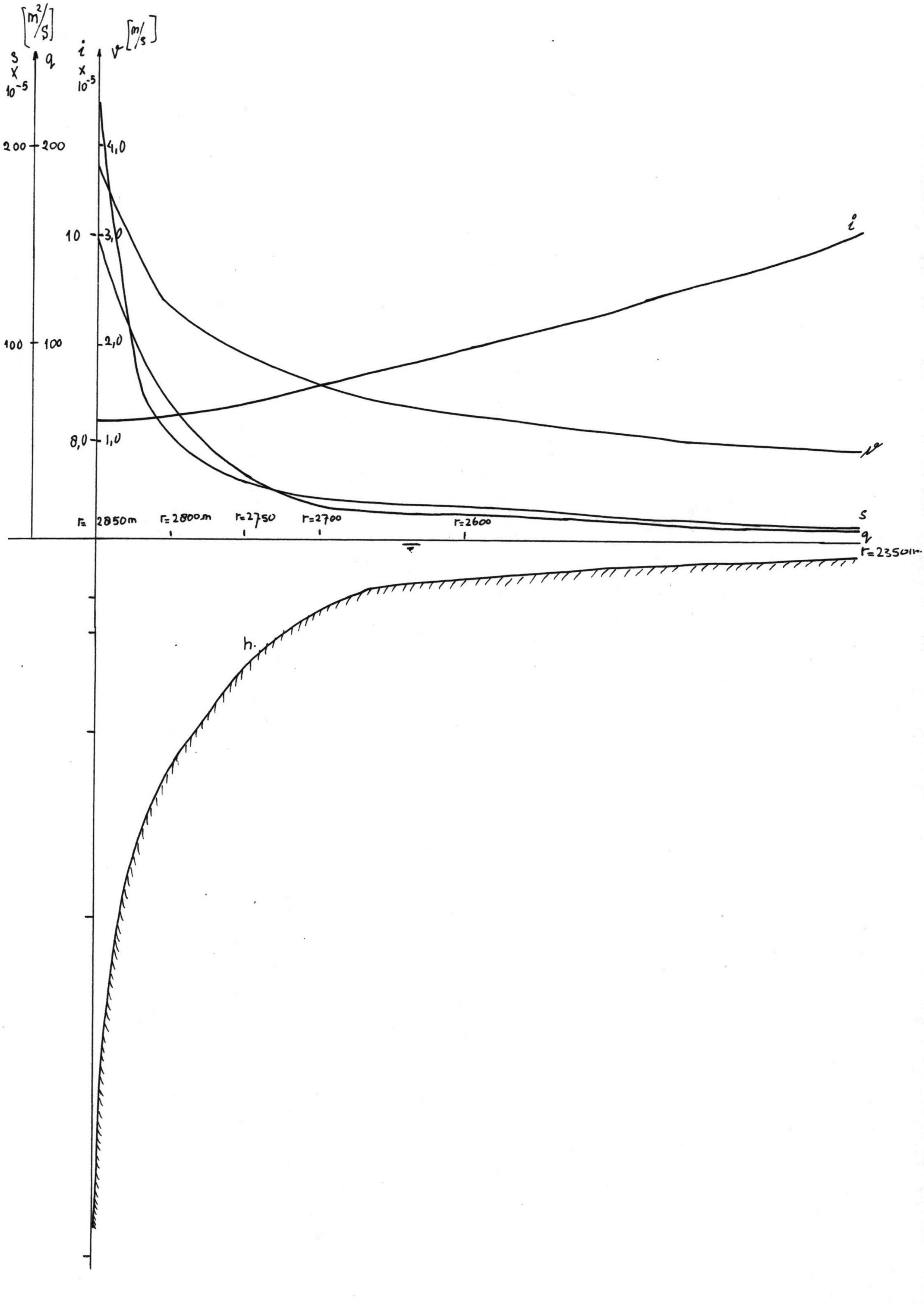
- $v = C\sqrt{hi}$
- $s = 13{,}3 \sqrt{\Delta g d_{50}^3} \left\{ \dfrac{d_{90}^{1/4} v^{3/2} i^{1/4}}{46 \Delta d_{50}} - 0{,}047 \right\}^{3/2}$
- $h = \dfrac{h_0}{1 + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) \dfrac{20 i_0 r_0 h_0}{\Delta d_{50}}}$

i	r_i	Δr_i	$i(r_i)$ $*10^{-5}$	$h(r_i)$	$v(r_i)$	$q(r_i)$	$Q(r_i)$	$s(r_i)$ $*10^{-3}$	$S(r_i)$ $*10^{-3}$
0	2850	50	8,0	60	3,5	207	6150	1,4	45
1	2800	50	8,1	19,7	2,0	39	1425	0,38	15
2	2750	50	8,3	11,6	1,6	18	725	0,22	9
3	2700	100	8,4	8,2	1,3	11	800	0,13	11
4	2600	250	8,8	5,0	1,1	5	875	0,09	16
5	2350		9,7	2,4	0,8	2		0,04	
							9975		$96 \cdot 10^{-3}$

fout in Q : 3 %

fout in S : 37 %

* $C = 50 \ m^{1/2}/s$ is een vrij realistische schatting voor de NIGER (lit 12, hst 2)



[m²/s]
s
x
10⁻⁵
q
i
x
10⁻⁵
v [m/s]
200
200
4,0
10
3,0
100
100
2,0
8,0
1,0
i
v
s
q
r= 2850m
r= 2800m
r=2750
r=2700
r=2600
r=2350m
h.

BELANGRIJKSTE SYMBOLEN

a : waterdiepte

B : breedte

C : Chézy-coëfficiënt

d : korreldiameter

d_{50} : mediane korreldiameter

d_{90} : korreldiameter met onderschrijdingskans van 90%

g : versnelling van de zwaartekracht

h : waterdiepte

$\bar{h}$: gemiddelde waterdiepte

h_0 : waterdiepte in de buitenbocht

i : verhang

i_0 : verhang buitenbocht

L : naijlingslengte

p : vloeistofdruk

Q : waterafvoer

q : waterafvoer p.e.v. breedte

r : bochtstraal
coördinaat in radiale richting

r_0 : buitenbochtstraal

r_i : binnenbochtstraal

S : sedimenttransport

s : sedimenttransport p.e.v. breedte
: coördinaatas

t : coördinaatas
tijd

u,v,w : stroomsnelheden

x,ij,z : coördinaatassen

z_b : bodemhoogte

z_w : waterstand

Δ : relatieve dichtheid van het sediment in water

κ : constante van Kármán

λ : golflengte

ρ_w : dichtheid water

ρ_s : dichtheid sediment

τ : schuifspanning

LITERATUUR

1) Apmann, Robert P
Flow processe in open channel bends
Journal of the hydraulic div., mei 1972

2) Blench, T (1969)
Mobile-bed fluviology

3) Engelund, F
Flow and bed topography in channel bends
Journal of the hydraulic div., vol.100, no HY11, nov 1974

4) Jaeggi, M.N.
Formation and effects of alternate bars
Journal of the hydraulic div., vol.110, no 2, febr.1984

5) Jansen e.a. (1979)
Principles of river engineering

6) Kellerhans, R., Church, M. and Bray, D.I.
Classification and analysis of river processe
Journal of the hydraulic div., vol.102, no HY7, 1976

7) Kolff, J. van der (1975)
Morfologische berekening voor brede zowel als smalle rivieren
Afstudeerrapport vakgroep Waterbouwkunde

8) Kongsangchai, J. (1980)
Crossings in de Niger
Afstudeerrapport vakgroep Waterbouwkunde

9) Leliavsky, S. (1954)
An introduction to fluvial hydraulics

10)Lely, C.W

Nota betreffende het verband tusschen bodemhelling en kromtestraal bij rivieren

Rapporten en mededeelingen van den Rijkswaterstaat no.21,1922

11)Leopold,L.B. and Wolman,M.G.

River channel pattern

12)Mierlo,M.C.L.M.,Vergeer,G.J.H. (1981)

Analyse van de voortplanting en de vervorming van gebaggerde gaten op de Niger

Afstudeerrapport vakgroepen Vloeistofmechanica/Waterbouwkunde

13)Nedeco (1959)

River studies and recommendations on improvement of the Niger and Benue

14)Nouh,M.A.,Townsend,R.D.

Shear-stress distribution in stable channel bends

Journal of the hydraulic division,vol.105,no HY10,okt 1979

15)R.W.S. dir. Bovenrivieren (1975)

The influence of the discharge regime on the cross-sectional bed profile in an alluvial river

16)Shen (1971)

River mechanics I,II

17)Shen (1979)

Modeling of rivers

18)W.L./T.O.W.-rivieren (1980)

Bed level computations for axisymmetric curved channels

19)Yen,Chin-Lien

Bed topography effect on flow in a meander

Journal of the hydraulics div.,vol.96,no HY1,jan. 1970