

---

ontwikkeling van een statistisch model  
en toepassing ervan op enkele water-  
kwaliteitsparameters uit het Hollands  
Diep en Haringvliet

figuren en tabellen

verslag onderzoek

---

R1176

april 1979

Lijst van figuren en tabellen

FIGUREN:

- 1.1 : De bemonsteringsstations in het Hollands Diep en Haringvliet.  
2.1 : De gemiddelde concentraties in het Hollands Diep-Haringvliet.  
2.2 : Afvoer op diverse plaatsen in het onderzoekgebied als functie van de afvoer bij Lobith.  
2.3 : De afvoer bij Lobith in de periode augustus 1971 - december 1973.  
2.4 : Geschematiseerd verloop van de relatieve stroomsnelheid.  
2.5/ : De gemiddelde concentraties in het Hollands Diep-Haringvliet na  
2.16 splitsing in 4 afvoerklassen.  
2.17 : Het aantal bemonsteringstijdstippen per afvoerklasse.  
2.18; : Het chloridegehalte van station H10 respectievelijk H12 als functie  
2.19 van het chloridegehalte van station H11 (Deltadienst).  
2.20; : Het chloridegehalte van station HV19 respectievelijk SP20 als  
2.21 functie van het chloridegehalte van station H10 (Deltadienst).  
4.1 : De gemeten en de met het algemene model gerekonstrueerde totaalfosfaatconcentratie in het Hollands Diep als functie van de tijd.  
4.2 : De gemeten en de met het uitgebreide model gerekonstrueerde totaalfosfaatconcentratie in het Hollands Diep als functie van de tijd.  
5.1/ : De plaatsfunctie  $\hat{\beta}$  in het Hollands Diep-Haringvliet van chloride,  
5.16 totaalfosfaat, orthofosfaat en zwevende stof voor de periode '72<sup>x</sup>, '73 en '72<sup>x</sup> + '73 (algemene model).  
5.17/ : De tijdfunctie  $\hat{\gamma}$  van 4 stoffen voor de periode '72<sup>x</sup> + '73 (algemene  
5.20 model)  
5.21/ : De plaatsfunctie  $\hat{\beta}$  in het Hollands Diep-Haringvliet van 4 stoffen  
5.36 voor de periode '72<sup>x</sup>, '73 en '72<sup>x</sup> + '73 (uitgebreide model).  
5.37/ : De tijdfunctie  $\hat{\alpha}$  voor 4 stoffen voor de periode '72<sup>x</sup> + '73 (uitgebreide  
5.40 breide model).  
5.41/ : De tijdfunctie  $\hat{\gamma}$  voor 4 stoffen voor de periode '72<sup>x</sup> + '73 (uitgebreide  
5.44 breide model).  
5.45 : De reciproke waarde van  $\hat{\gamma}$  (algemene model) als functie van de tijd (chloride).  
5.46 : De korrelatiecoëfficiënt van  $\hat{\gamma}^{-1}$  en de afvoer bij Lobith als functie van de looptijd (algemene model).  
5.47/ : De plaatsfunctie  $\hat{\beta}$  van het algemene model als functie van  $\hat{\beta}$  van het  
5.50 uitgebreide model voor 4 stoffen (periode '72<sup>x</sup> + '73).

FIGUREN (vervolg):

- 5.51/ : De tijdfunctie  $\hat{\gamma}$  van het algemene model als functie van de tijd-  
5.54     functie  $\hat{\alpha}$  van het uitgebreide model voor 4 stoffen (periode '72<sup>x</sup> + 73).  
5.55 : De tijdfunctie  $\hat{\alpha}$  van totaalfosfaat als functie van  $\hat{\alpha}$  van orthofos-  
faat (uitgebreide model, periode '72<sup>x</sup> + '73).  
5.56 : De plaatsfunctie  $\hat{\beta}$  van totaalfosfaat als functie van de plaatsfunk-  
tie  $\hat{\beta}$  van orthofosfaat (algemene model, periode '72<sup>x</sup> + '73).

TABELLEN:

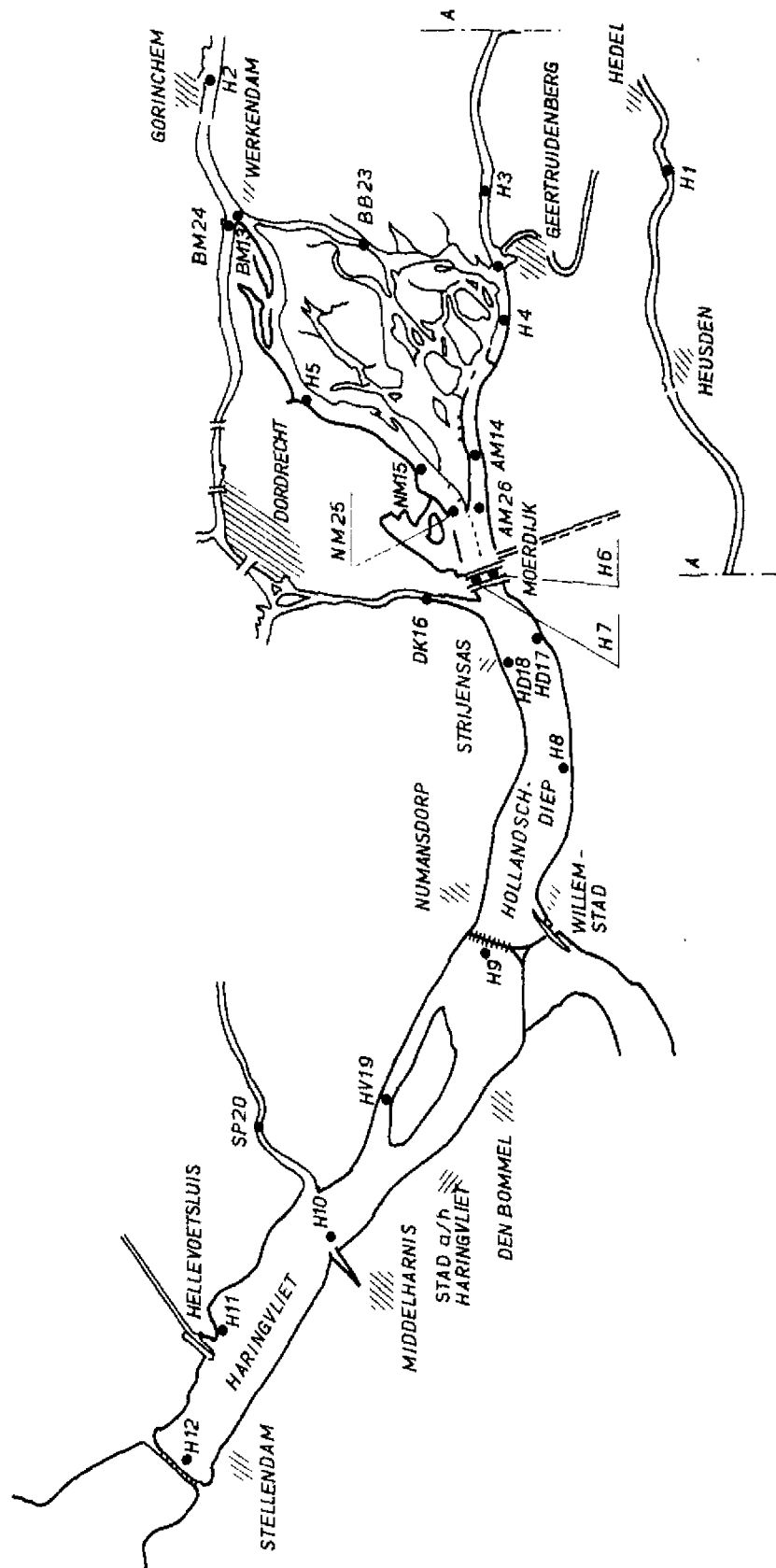
- 4.1 : Het algemene en uitgebreide model toegepast op drie testsituaties.  
5.1 : Het aantal waarnemingen per stof, periode en bemonsteringsstation.  
5.2 : De plaatsfunctie  $\hat{\beta}$ , bepaald met het algemene model.  
5.3 : De tijdfunctie  $\hat{\gamma}$ , bepaald met het algemene model.  
5.4 : De plaatsfunctie  $\hat{\alpha}$ , bepaald met het uitgebreide model.  
5.5 : De tijdfuncties  $\hat{\alpha}$  en  $\hat{\gamma}$ , bepaald met het uitgebreide model.  
5.6 : Waarden van  $\hat{\lambda}_0$  en de daaruit berekende concentratie (algemene model).  
5.7 : Toets van Spearman: linker en rechter kritieke waarden van de toets-  
singsgroottheid  $d^2$  bij variabele onbetrouwbaarheidsdrempel  $\alpha$ .  
5.8 : Toets van Spearman toegepast op de met het algemene model berekende  
plaatsfunctie van 4 stoffen.  
5.9 : Toets van Spearman: bepaling van de rangkorrelatie tussen  $x_i$  en  
 $y_i = \hat{\beta}_i - p_0 x_i$ , waarin  $p_0 = \frac{2}{3} p_1$  (algemene model).  
5.10 : Toets van Spearman: bepaling van de rangkorrelatie tussen  $x_i$  en  $\hat{\beta}_i$   
(uitgebreide model).  
5.11 : Toets van Spearman: bepaling van de rangkorrelatie tussen  $x_i$  en  
 $y_i = \hat{\beta}_i - p_0 x_i$ , waarin  $p_0 = \frac{2}{3} p_1$  (uitgebreide model).

## Lijst van symbolen en eenheden

A	Oppervlakte van de dwarsdoorsnede van een rivier	(m <sup>2</sup> )
b	Breedte van de rivier ter plaatse van het wateroppervlak	(m)
c	Koncentratie	(kg/m <sup>3</sup> )
<u>C</u>	Stochastische matrix	(-)
<u>d</u>	Toetsingsgrootte van Spearman	(-)
e <sub>ij</sub>	Residu	(-)
<u>E</u>	Stochastische matrix	(-)
f	Plaatsfunctie	(-)
g	Tijdfunctie	(-)
h	Waterdiepte	(m)
H <sub>0</sub>	De nulhypothese	(-)
H <sub>1</sub>	De alternatieve hypothese	(-)
i	Positie of rangnummer van een bemonsteringsstation	(-)
k	Reaktiekonstante (1 <sup>e</sup> orde proces)	(s <sup>-1</sup> )
K	Afvoerklasse	(-)
L	Lengteschaal	(m)
m	Aantal bemonsteringsstations	(-)
M	Maat voor overeenkomst modelresultaten en metingen	(-)
n	Aantal bemonsteringstijdstippen	(-)
<u>p</u>	Eigenvektor	(-)
p <sub>ij</sub>	Geeft aan of een bemonstering c <sub>ij</sub> al dan niet is uitgevoerd	(-)
p <sub>1</sub> , p <sub>0</sub>	Afname van de plaatsfunctie per lengte-eenheid	(-)
p <sub>1</sub> , p <sub>2</sub>	Bron- of putterm	(kg/m <sup>3</sup> s)
q	Lozing of onttrekking per lengte-eenheid	(m <sup>2</sup> /s)
<u>q</u>	Eigenvektor	(-)
Q	Afvoer	(m <sup>3</sup> /s)
r	Korrelatiecoëfficiënt	(-)
<u>r<sub>s</sub></u>	Toetsingsgrootte van Spearman	(-)
R	Reaktieterm	(kg/m <sup>3</sup> s)
S	Som van de gekwadrateerde residuen	(-)
<u>s<sup>2</sup></u>	Schatter voor de variantie	(-)
s <sub>i</sub>	Rangnummer van een element van de plaatsfunctie β	(-)
s(β <sub>i</sub> )	Maat voor de spreiding in de plaatsfunctie β	(-)
s(γ <sub>j</sub> )	Maat voor de spreiding in de tijdfunctie γ	(-)

Lijst van symbolen en eenheden (vervolg):

T	Tijdschaal	(s)
T <sub>0</sub>	Tijdschaal waarop de afvoer bij Lobith een bepaald percentage of faktor varieert	(s)
T <sub>v</sub>	De verblijftijd	(s)
t	Tijd of bemonsteringstijdstip	(s)
$\underline{t}$	Toetsingsgrootheid van student	(-)
u	Stroomsnelheid	(m/s)
$\underline{v}$	Plaatsvektor	(-)
$\underline{w}$	Tijdvektor	(-)
x	Plaats/positie	(m)
y <sub>i</sub>	Residu	(-)
y <sub>ij</sub>	Logarithme van de concentratie c <sub>ij</sub>	(-)
z <sub>ij</sub>	Grootheid die wordt afgeleid van de concentratie	(-)
$\alpha$	Onbetrouwbaarheidsdrempel	(-)
$\underline{\alpha}$	Koëfficiëntenvektor	(-)
$\alpha_j$	Tijdfunctie	(-)
$\beta$	Plaatsfunctie	(-)
$\beta_i$	i <sup>e</sup> komponent van $\beta$	(-)
$\hat{\beta}$	Geschatte plaatsfunctie	(-)
$\hat{\beta}_i$	i <sup>e</sup> komponent van $\hat{\beta}$	(-)
$\beta^I$	Plaatsfunctie (algemene model)	(-)
$\beta^{II}$	Plaatsfunctie (uitgebreide model)	(-)
$\gamma$	Tijdfunctie	(-)
$\gamma_j$	j <sup>e</sup> komponent van $\gamma$	(-)
$\hat{\gamma}$	Geschatte tijdfunctie	(-)
$\hat{\gamma}_j$	j <sup>e</sup> komponent van $\hat{\gamma}$	(-)
$\gamma^I$	Tijdfunctie (algemene model)	(-)
$\gamma^{II}$	Tijdfunctie (uitgebreide model)	(-)
$\delta_{1,2,3,4}$	Konstanten	(-)
$\underline{\epsilon}_{ij}$	Stochastische variabele	(-)
$\lambda_0$	Konstante	(-)
$\underline{u}_{max}$	Maximale eigenwaarde	(-)
$\underline{v}_{max}$	Maximale eigenwaarde	(-)
$\underline{\xi}$	Orthogonale eigenvektor	(-)
$\rho$	Toetsingsgrootheid van Spearman	(-)
$\sigma$	Standaarddeviatie	(-)
$\sigma^2$	Variantie	(-)



DE BEMONSTERINGSSTATIONS IN HET  
HOLLANDS DIEP EN HARINGVLIET

JM

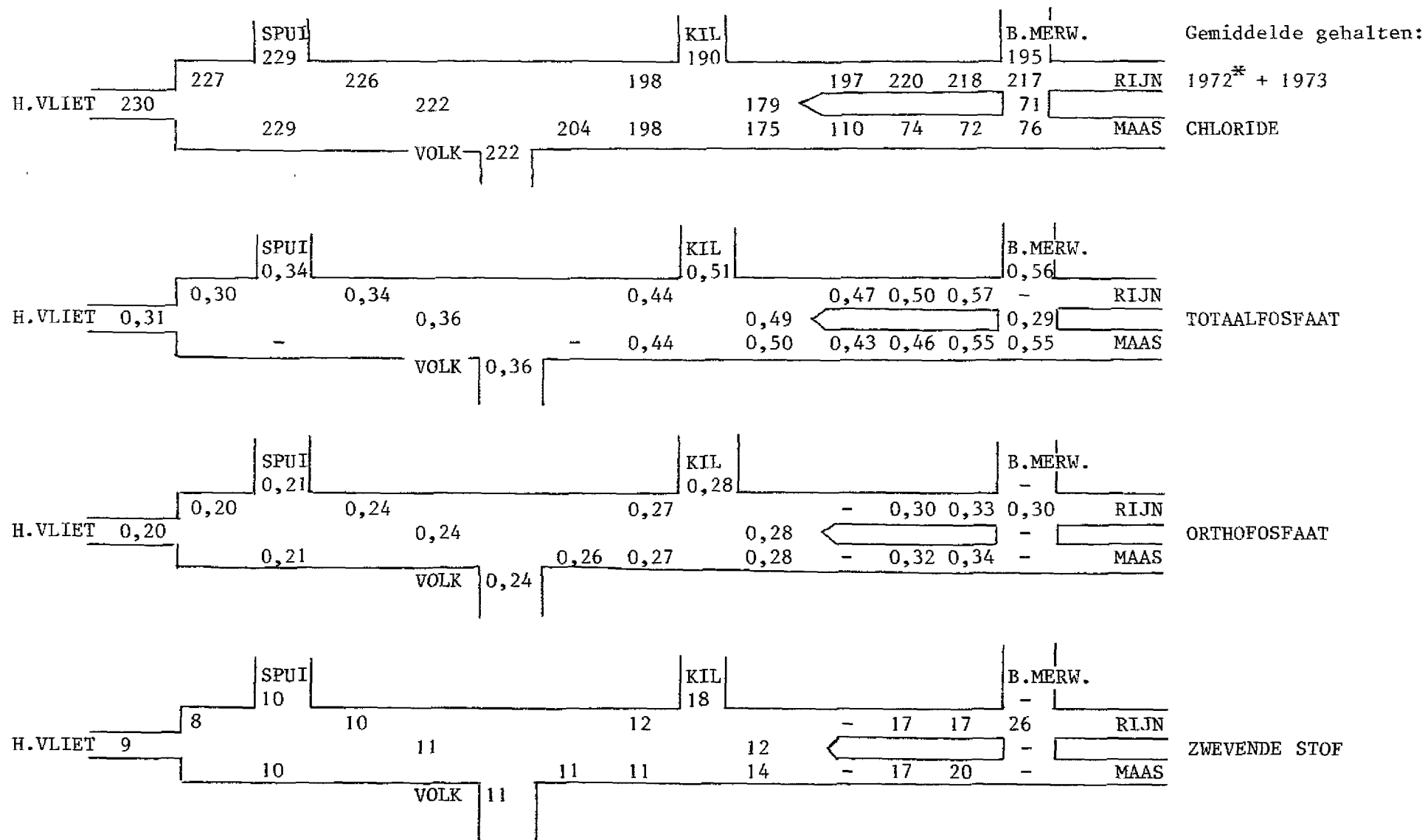
A4

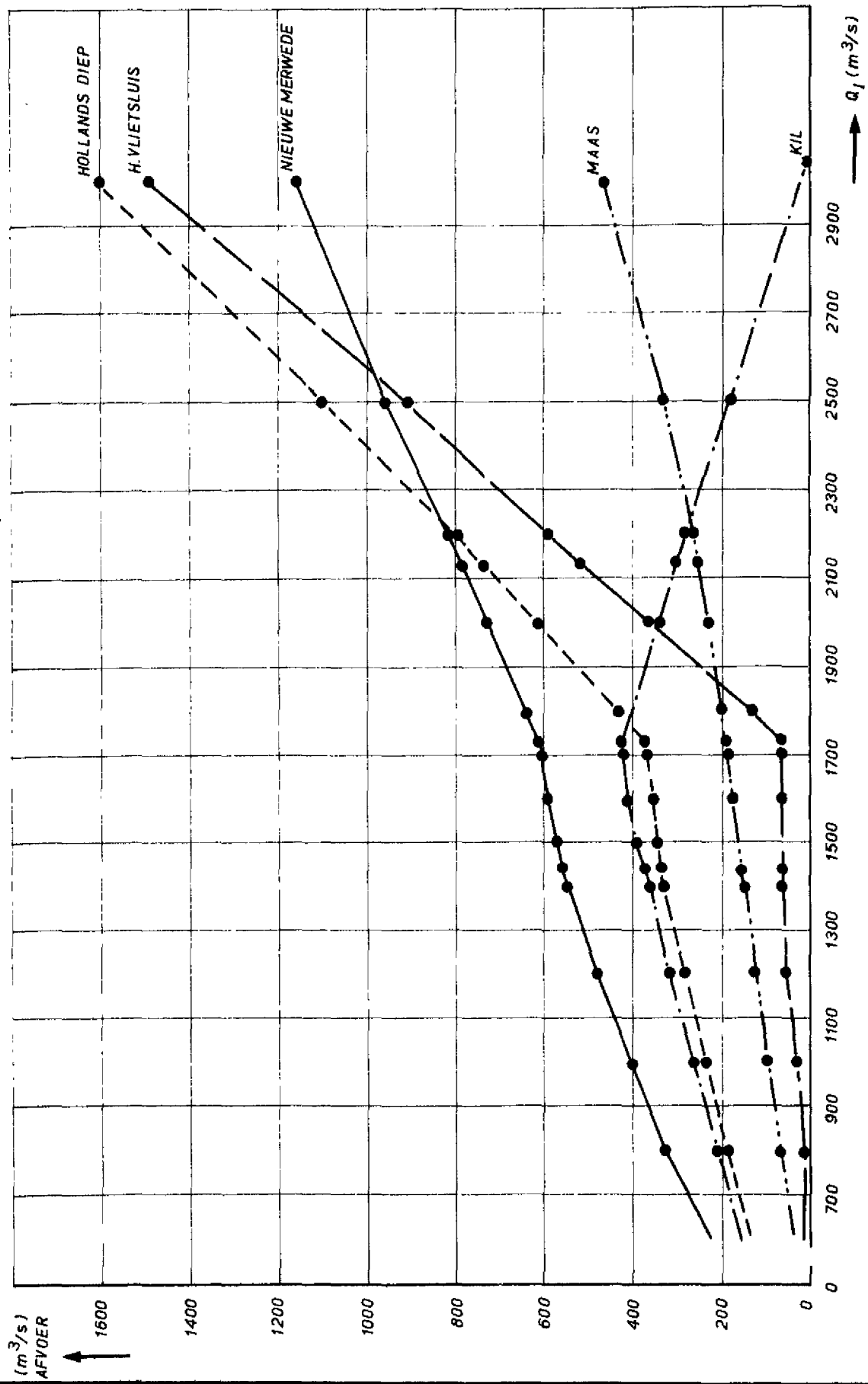
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 -1001

FIG.1.1

Figuur 2.1: Het verloop van de gemiddelde concentraties in het Hollands Diep - Haringvliet



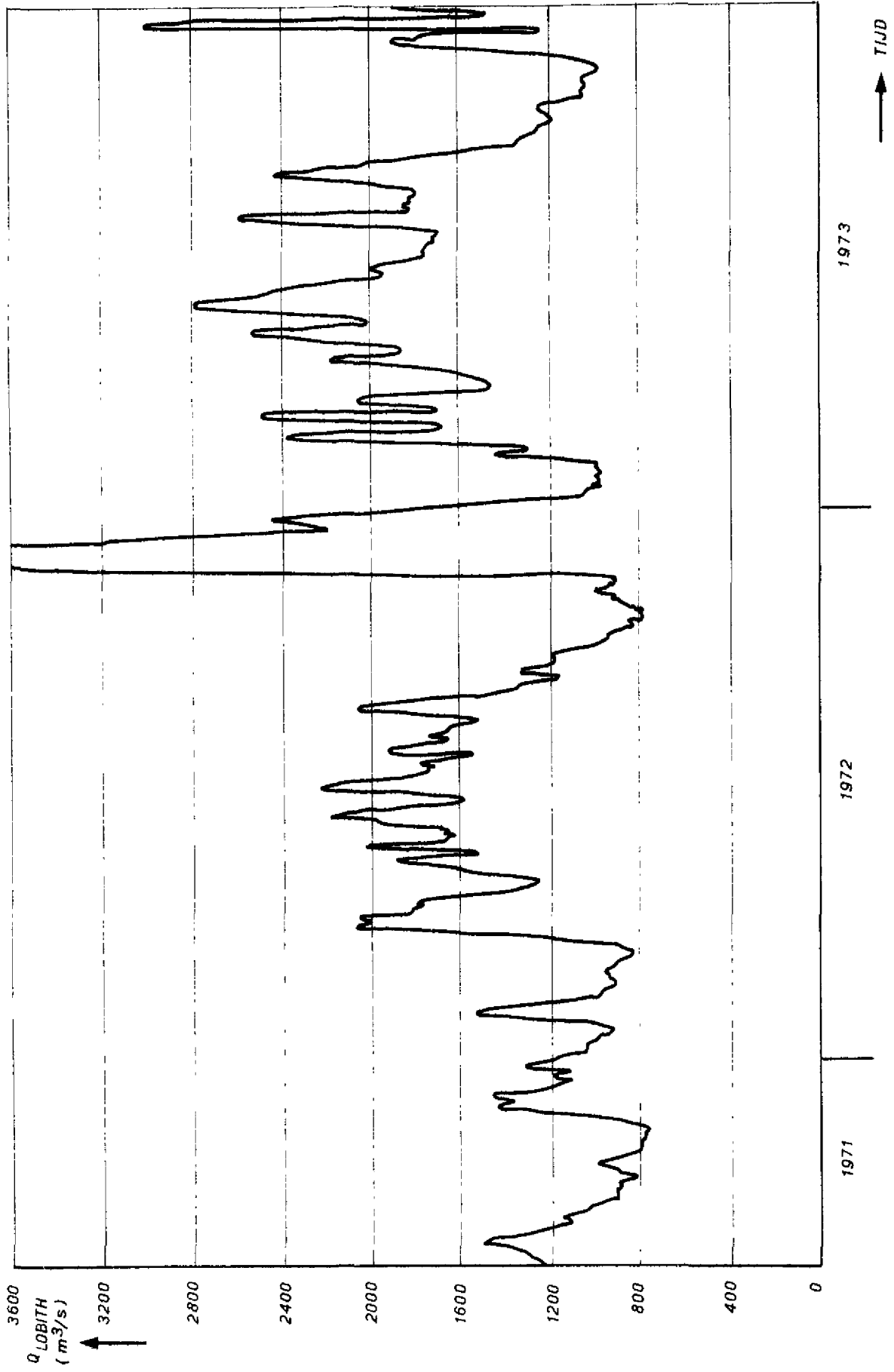


AFVOER OP DIVERSE PLAATSEN IN HET ONDERZOEK -  
GEBIED ALS FUNKTIE VAN DE AFVOER BIJ LOBITH

JM

A4



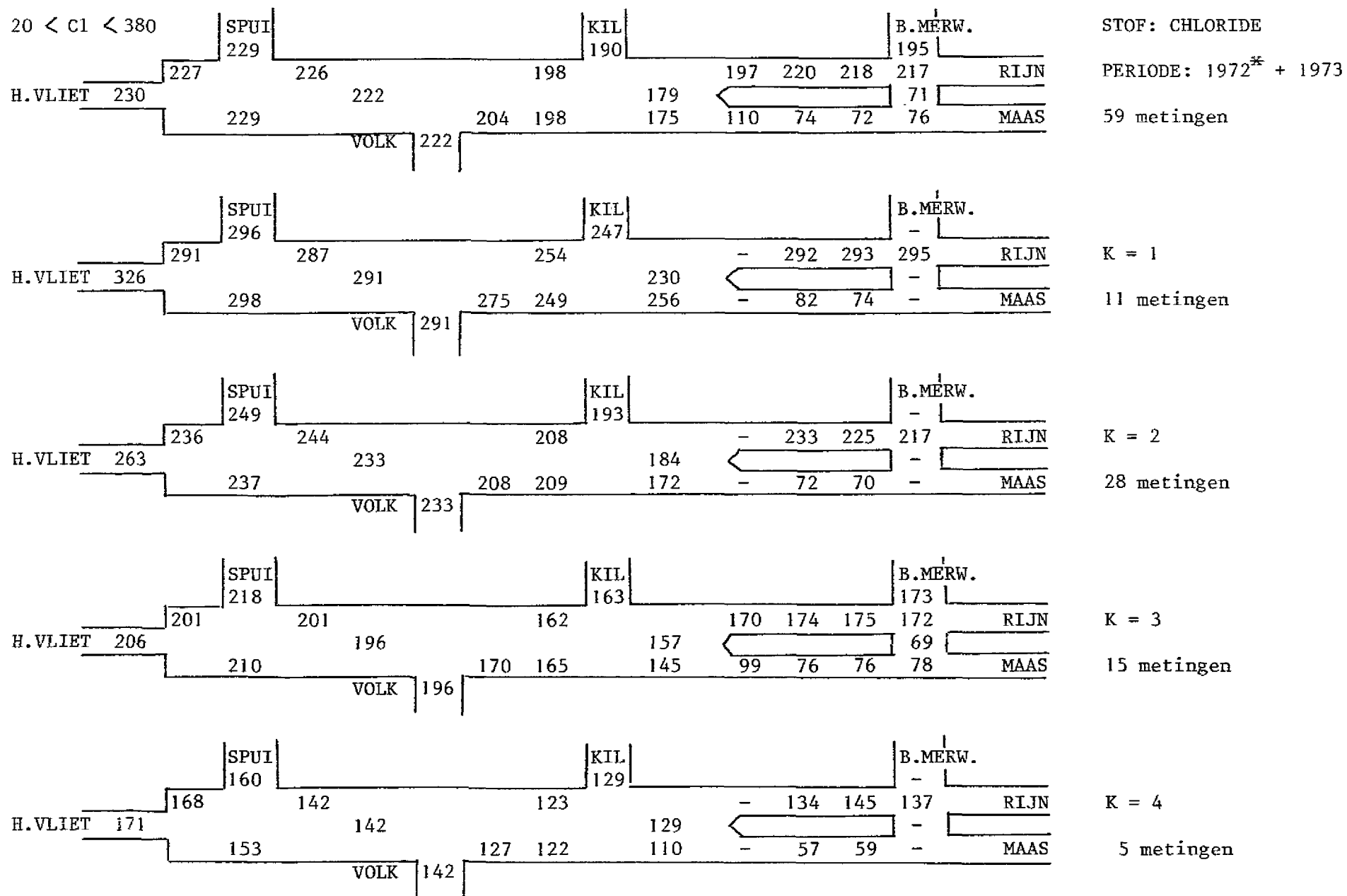


DE AFVOER BIJ LOBITH IN DE PERIODE  
 AUGUSTUS 1971 - DECEMBER 1973

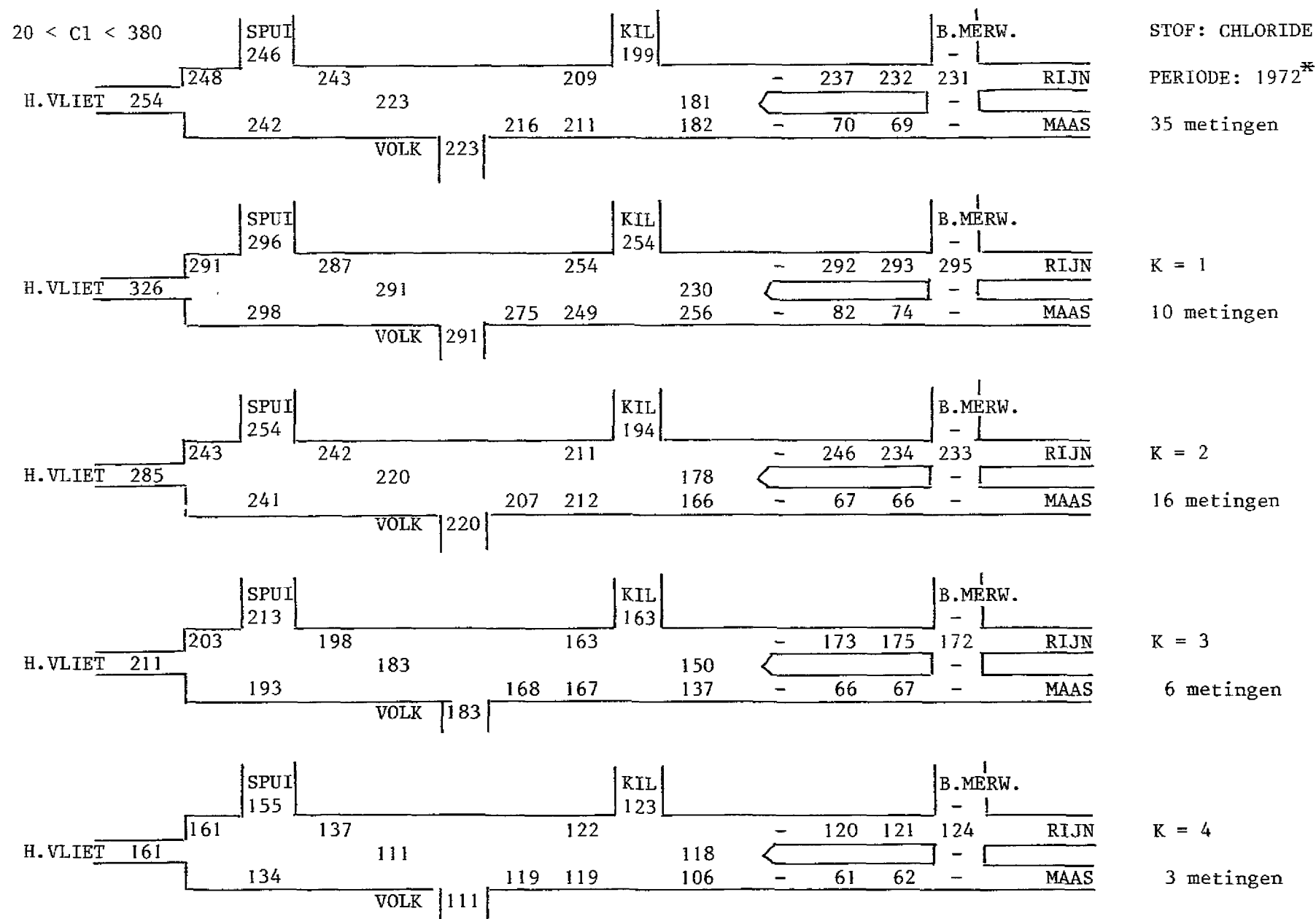
JM

A4

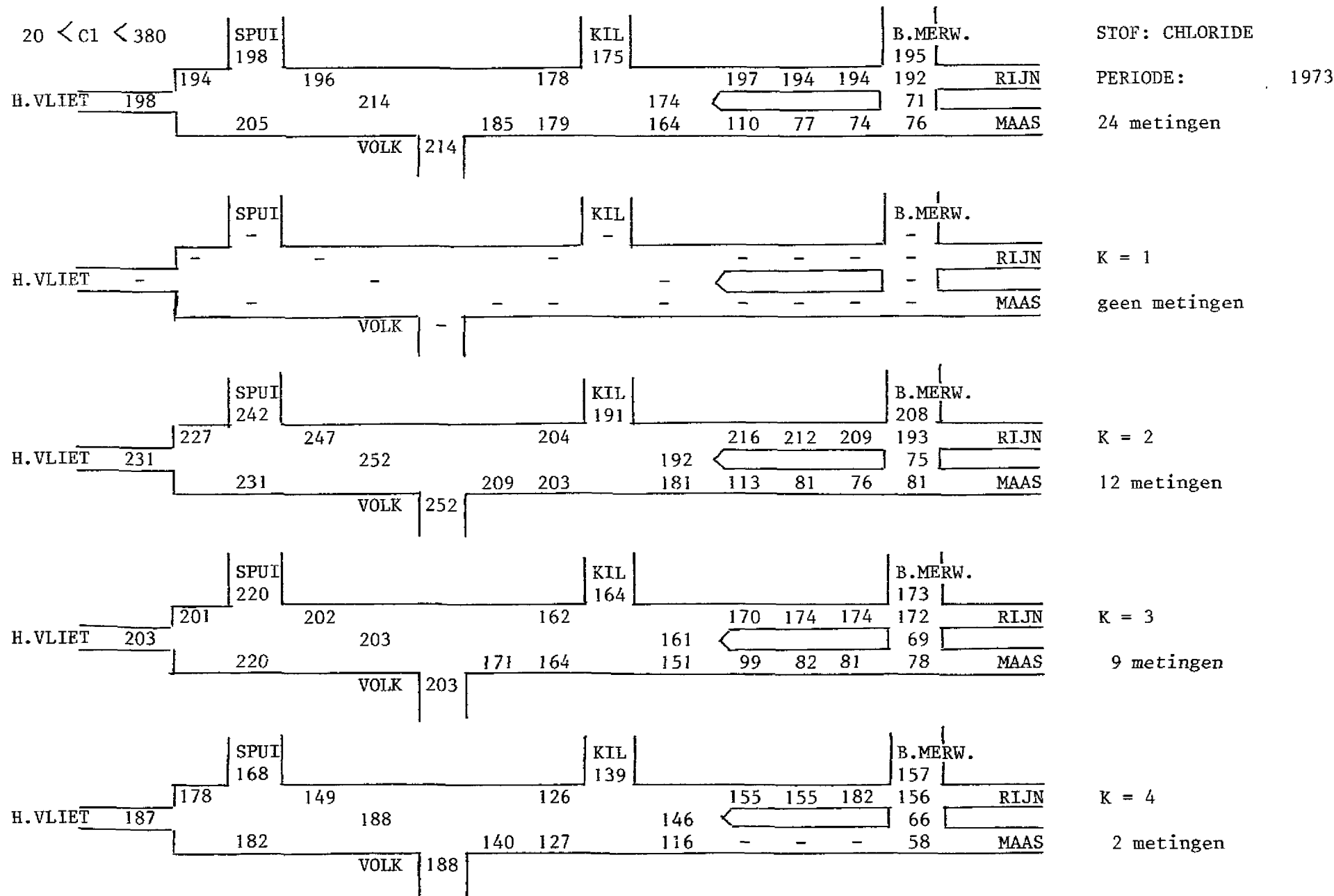
Figuur 2.5: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen



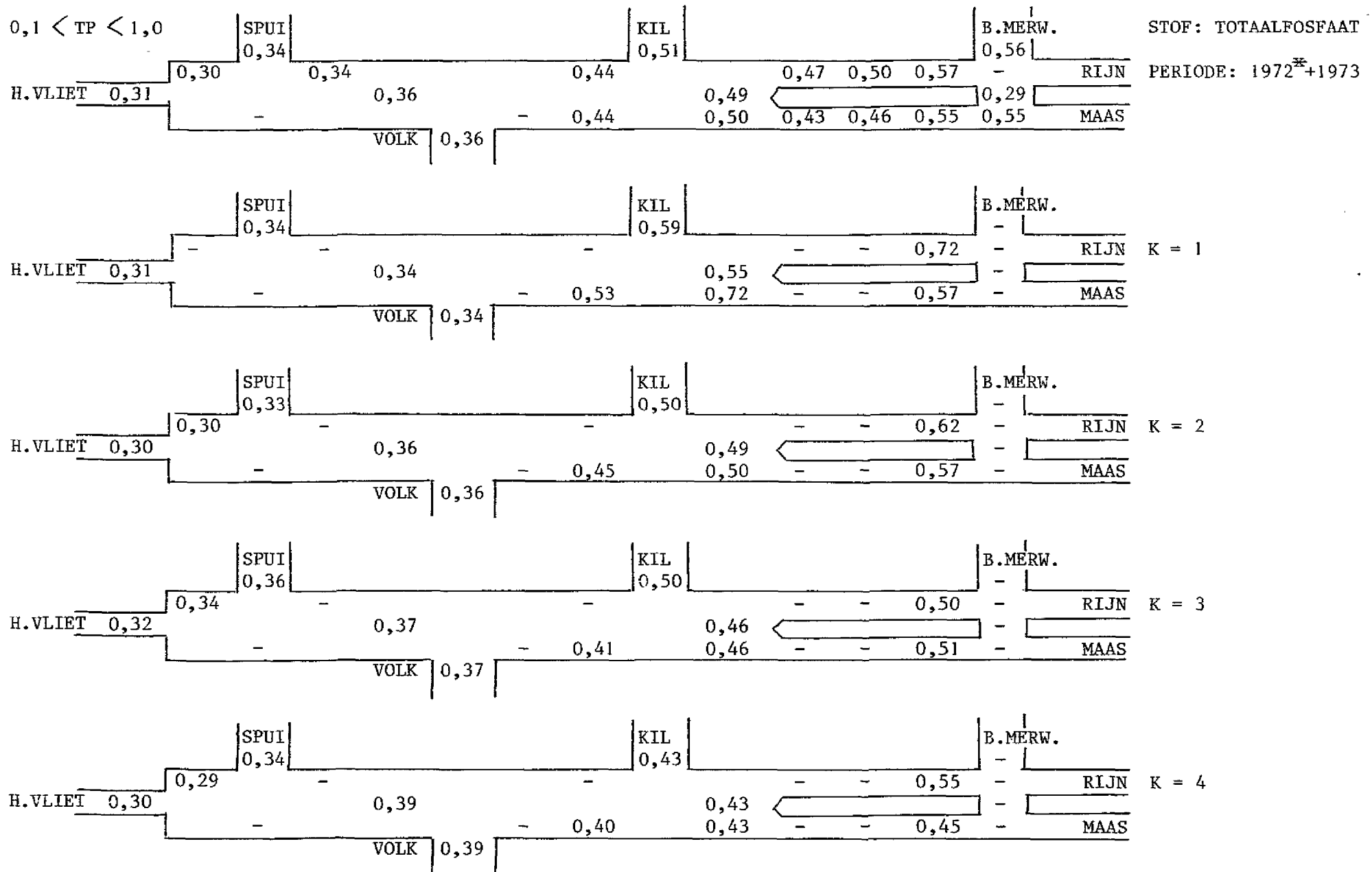
Figuur 2.6: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen



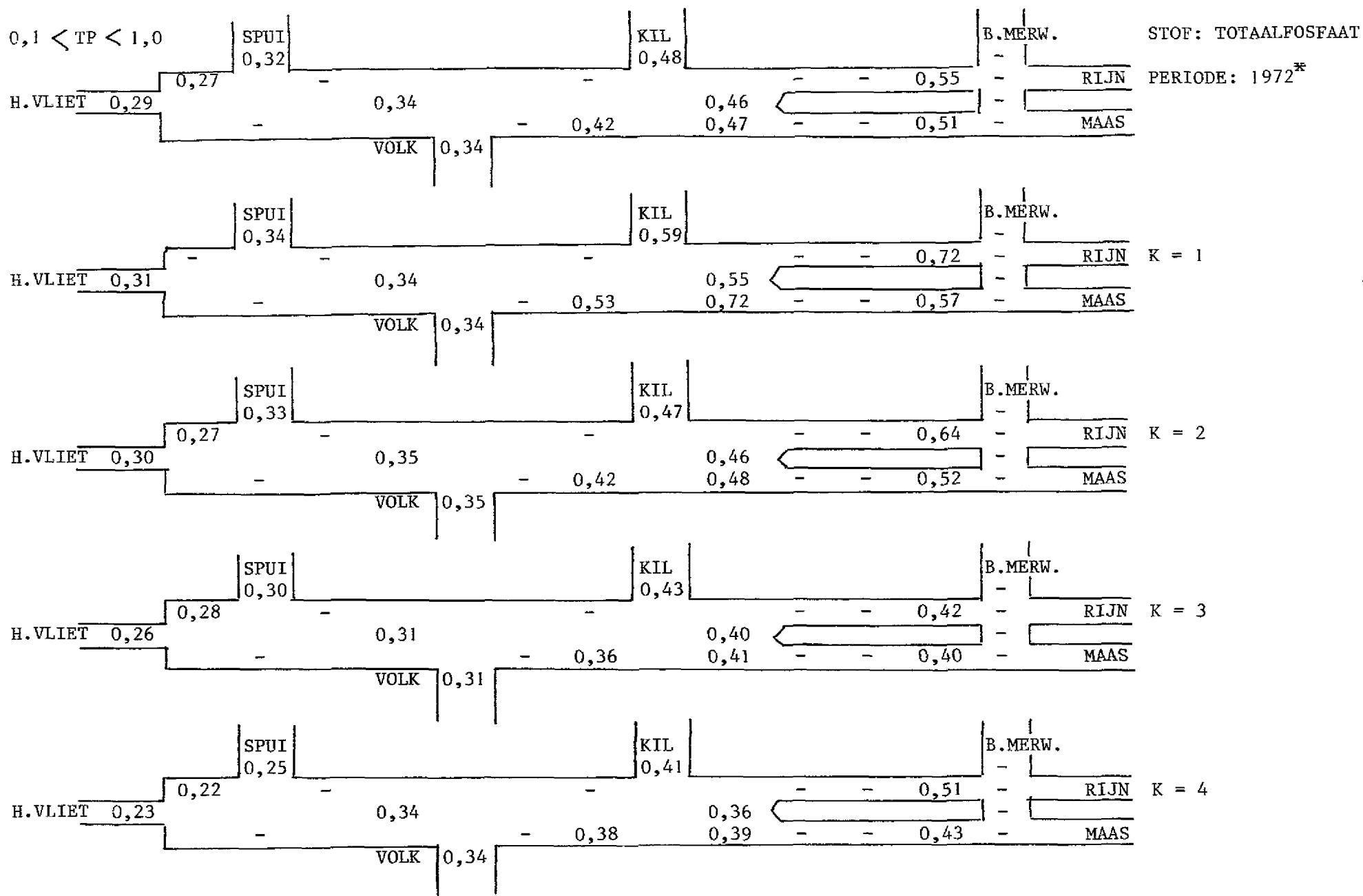
Figuur 2.7: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen



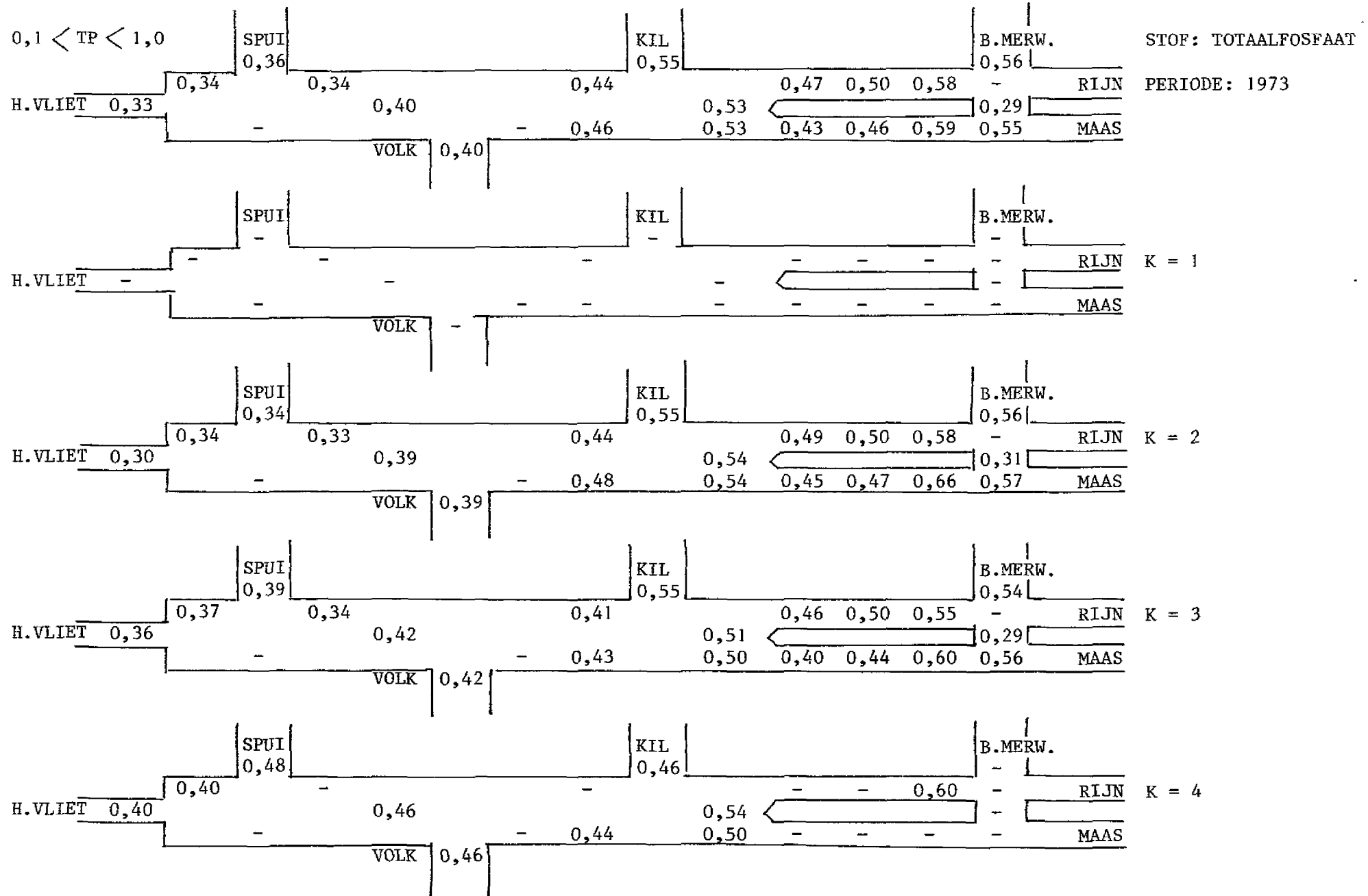
Figuur 2.8: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen



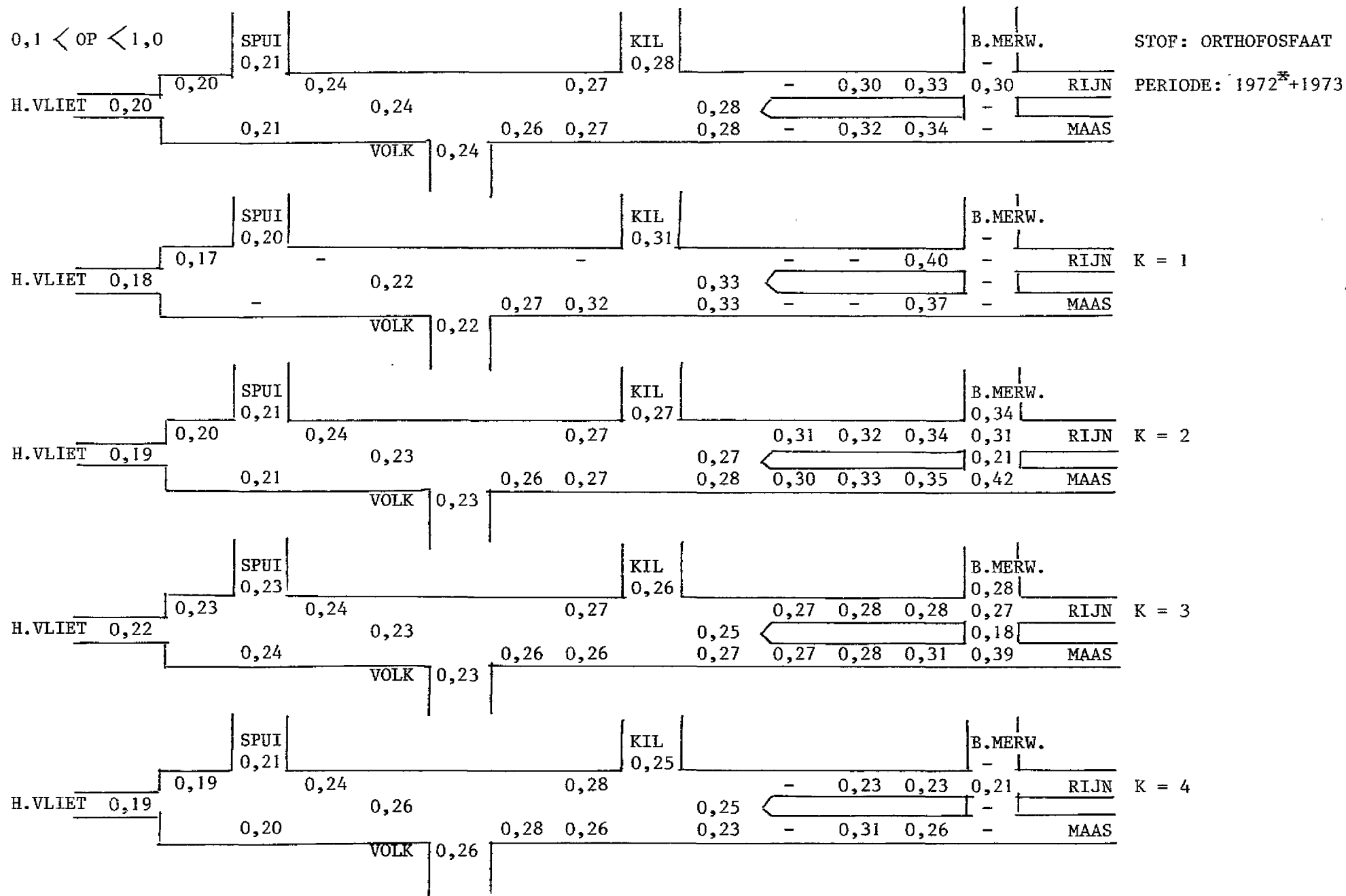
Figuur 2.9: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerklassen



Figuur 2.10: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerklassen

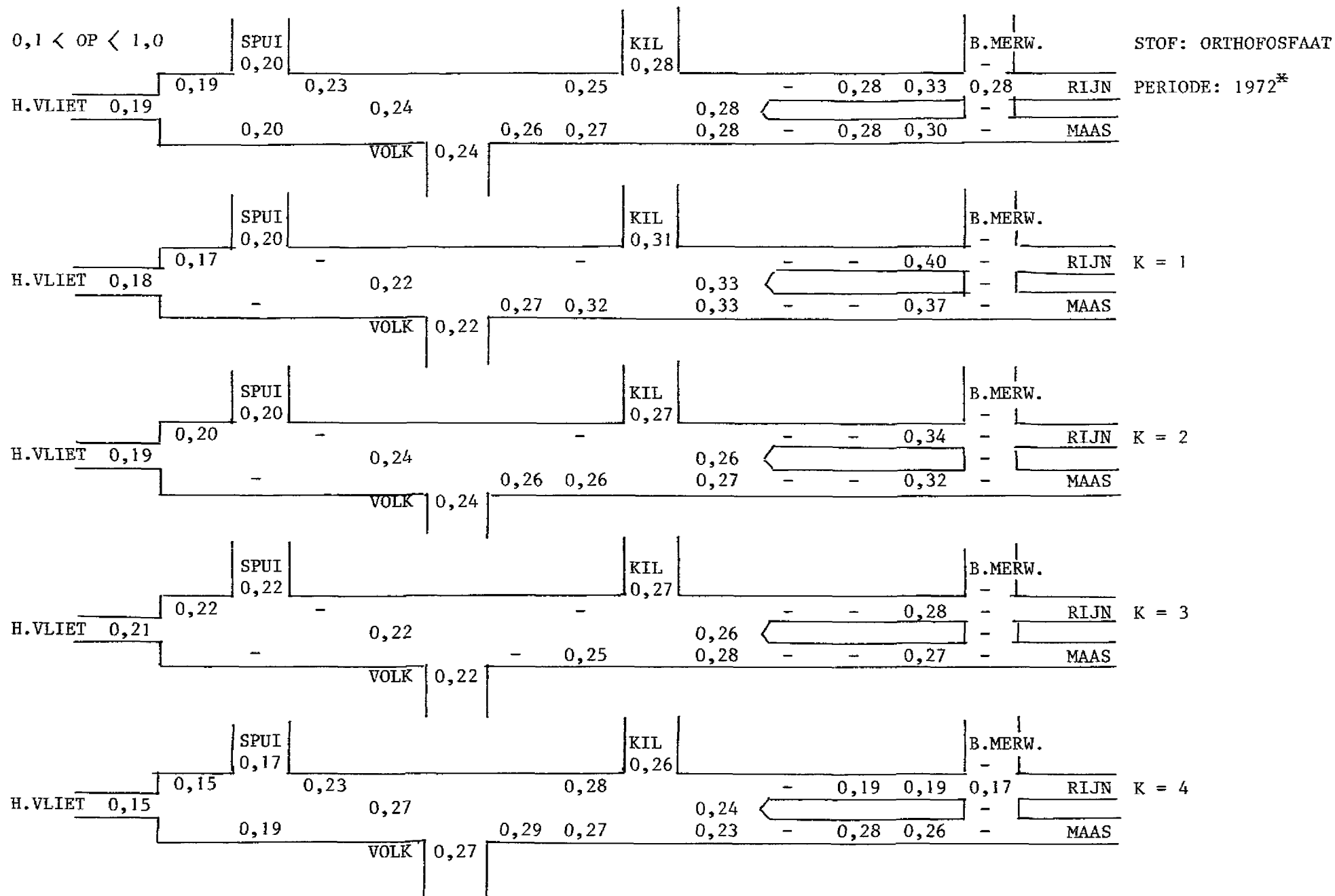


Figuur 2.11: Het verloop van de concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen

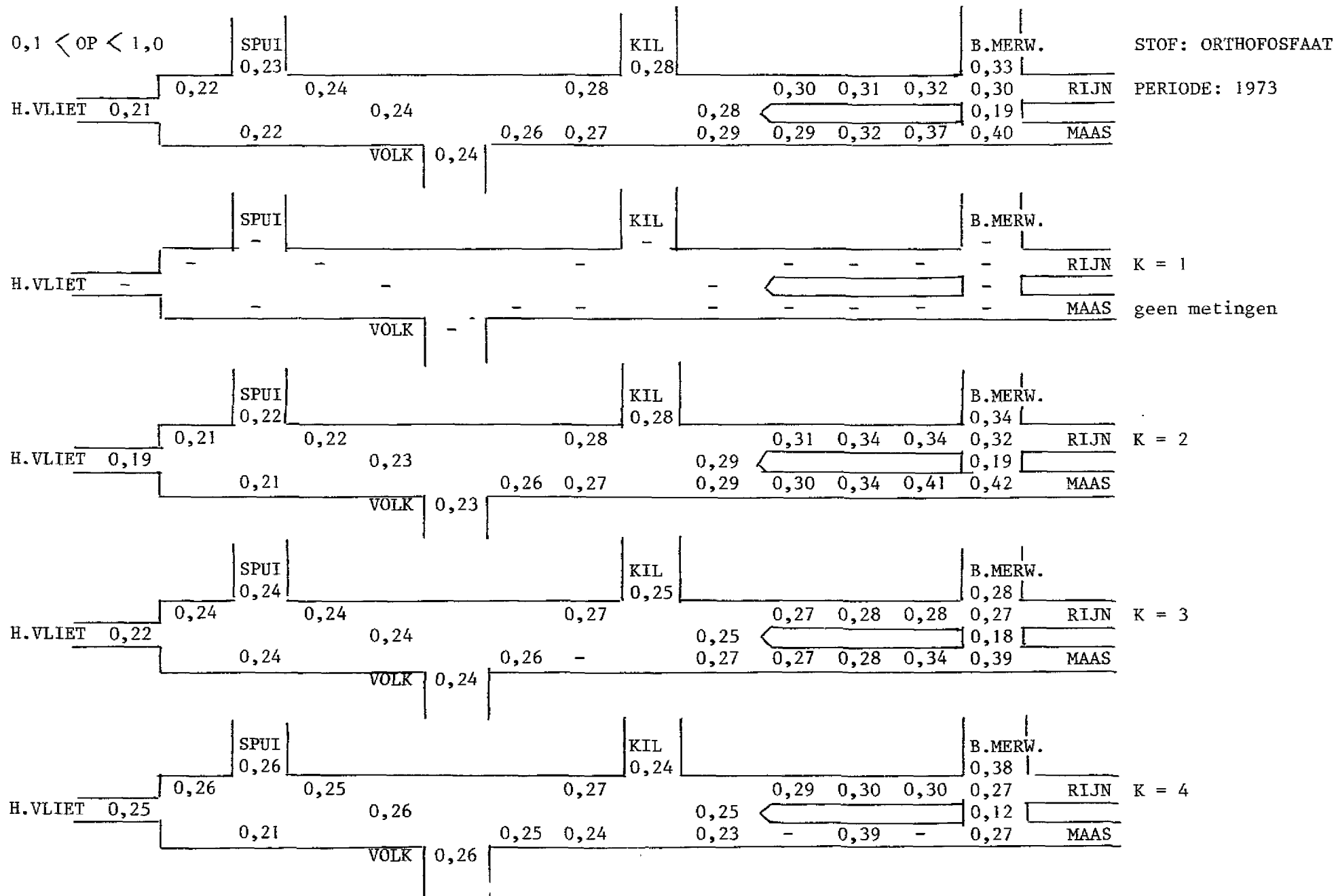




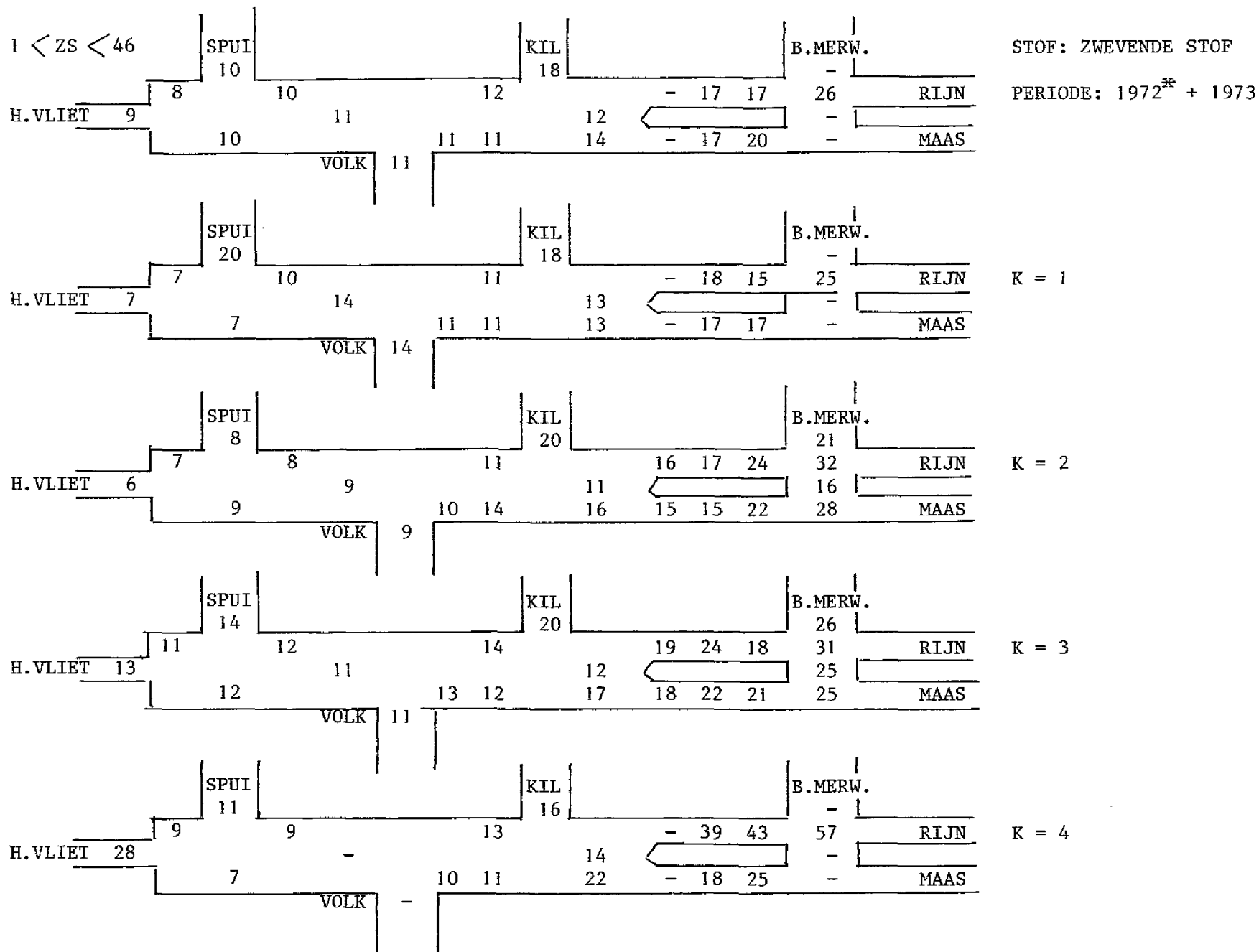
Figuur 2.12: Het verloop van de concentraties bij splitsing in 4 afvoerklassen



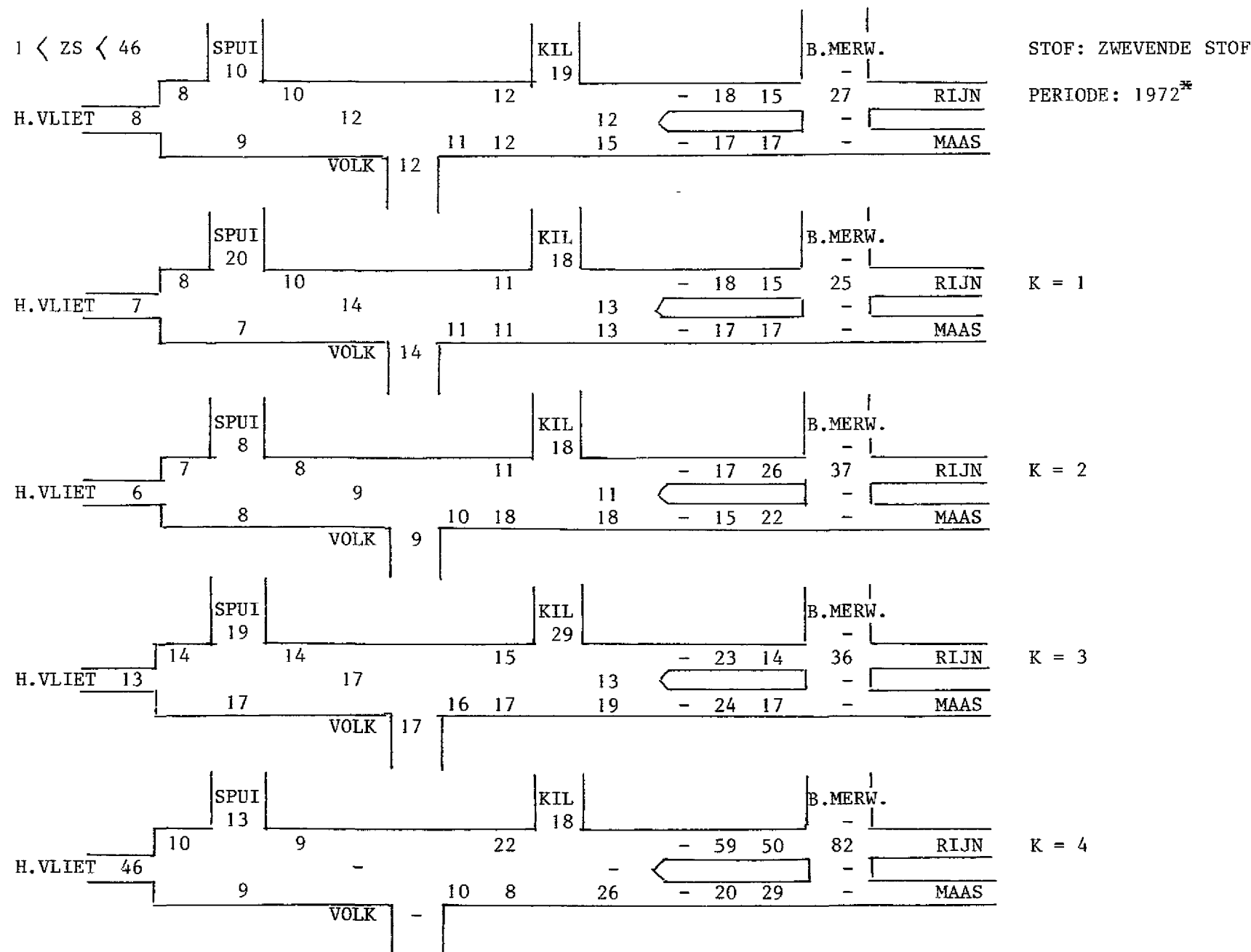
Figuur 2.13: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen



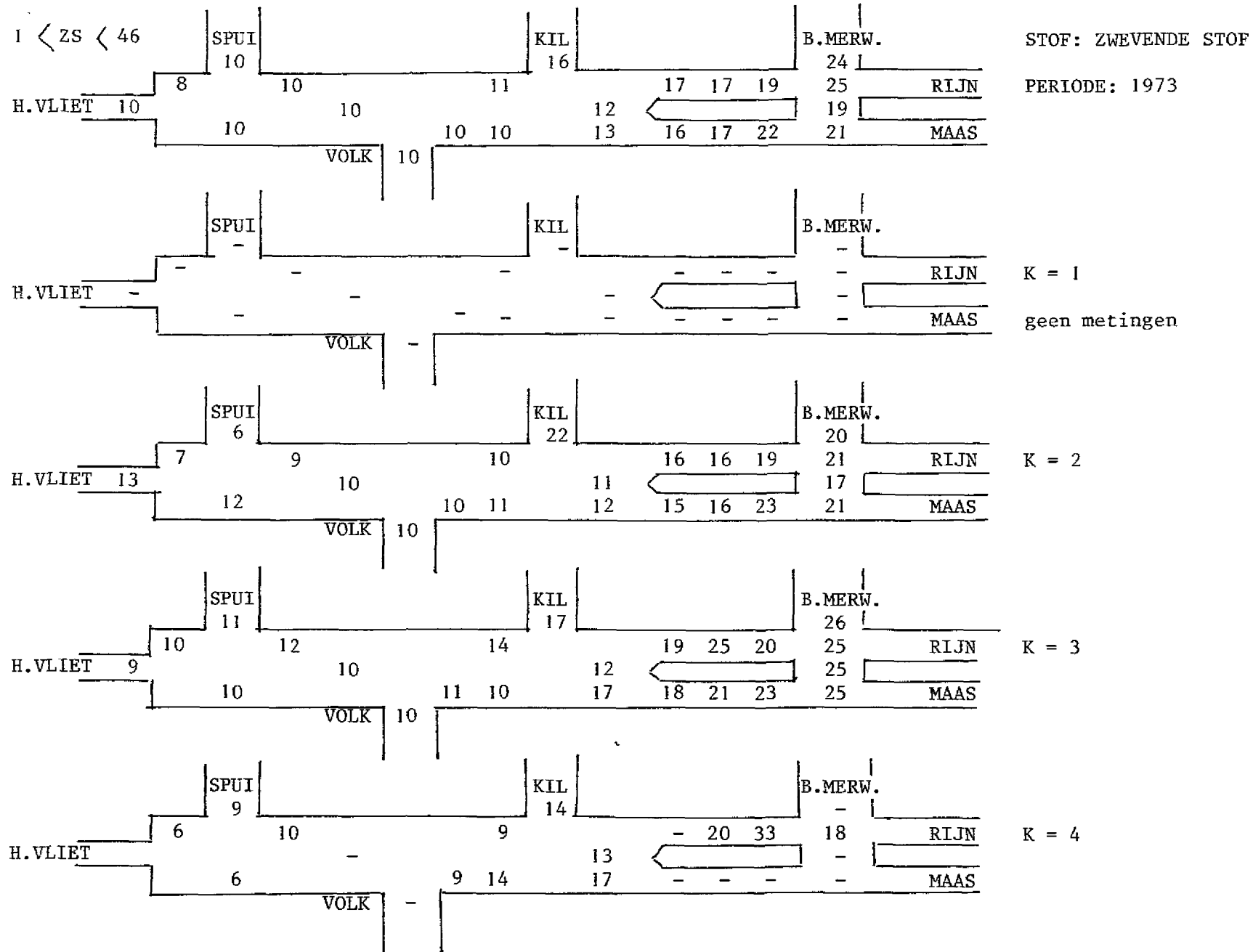
Figuur 2.14: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen

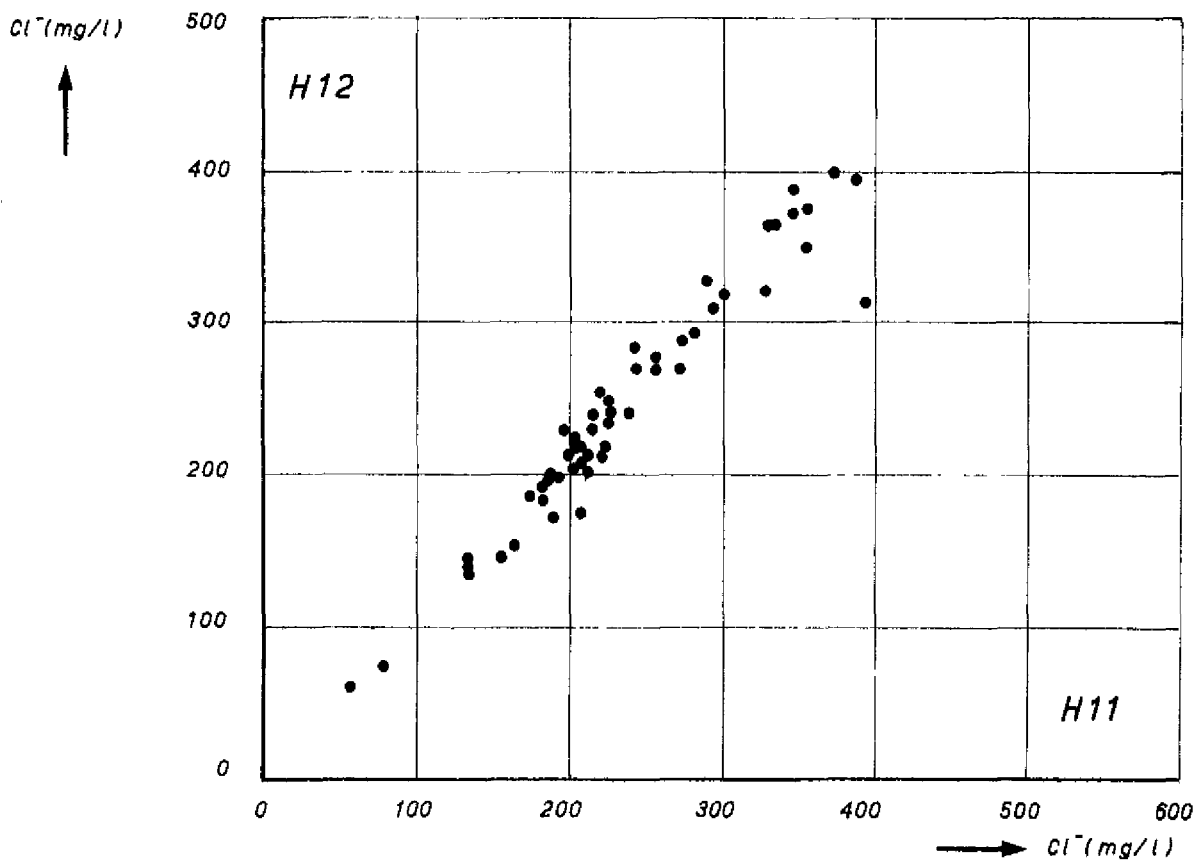
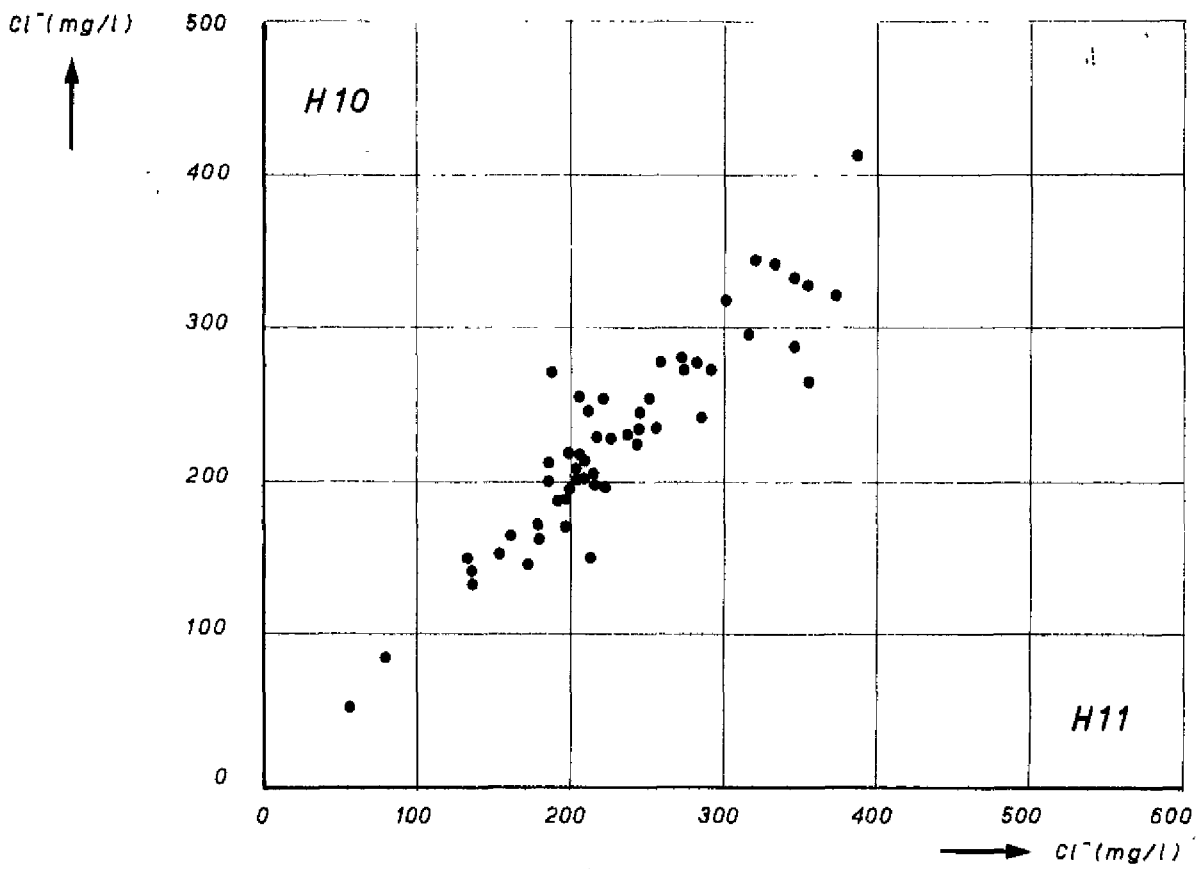


Figuur 2.15: Het verloop van de gemiddelde concentratie bij splitsing in 4 afvoerklassen



Figuur 2.16: Het verloop van de gemiddelde concentraties bij splitsing in 4 afvoerclassen

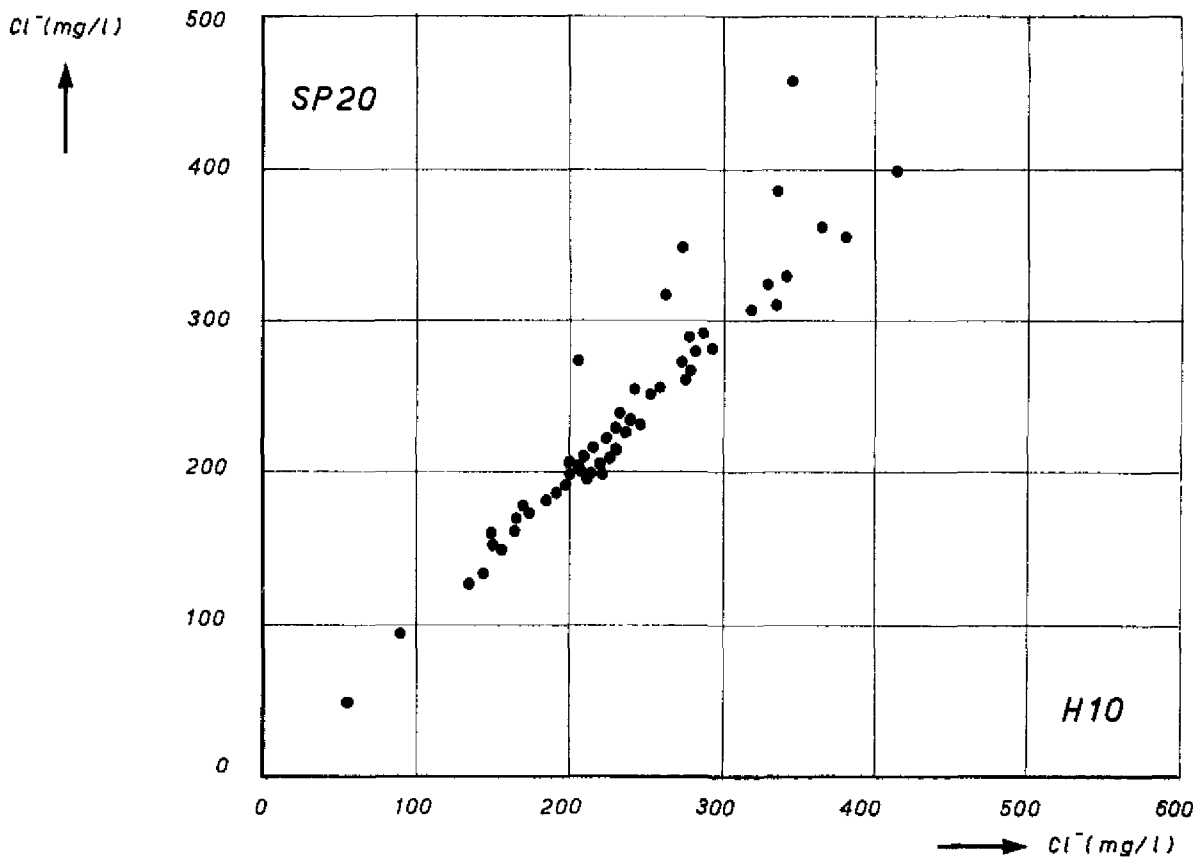
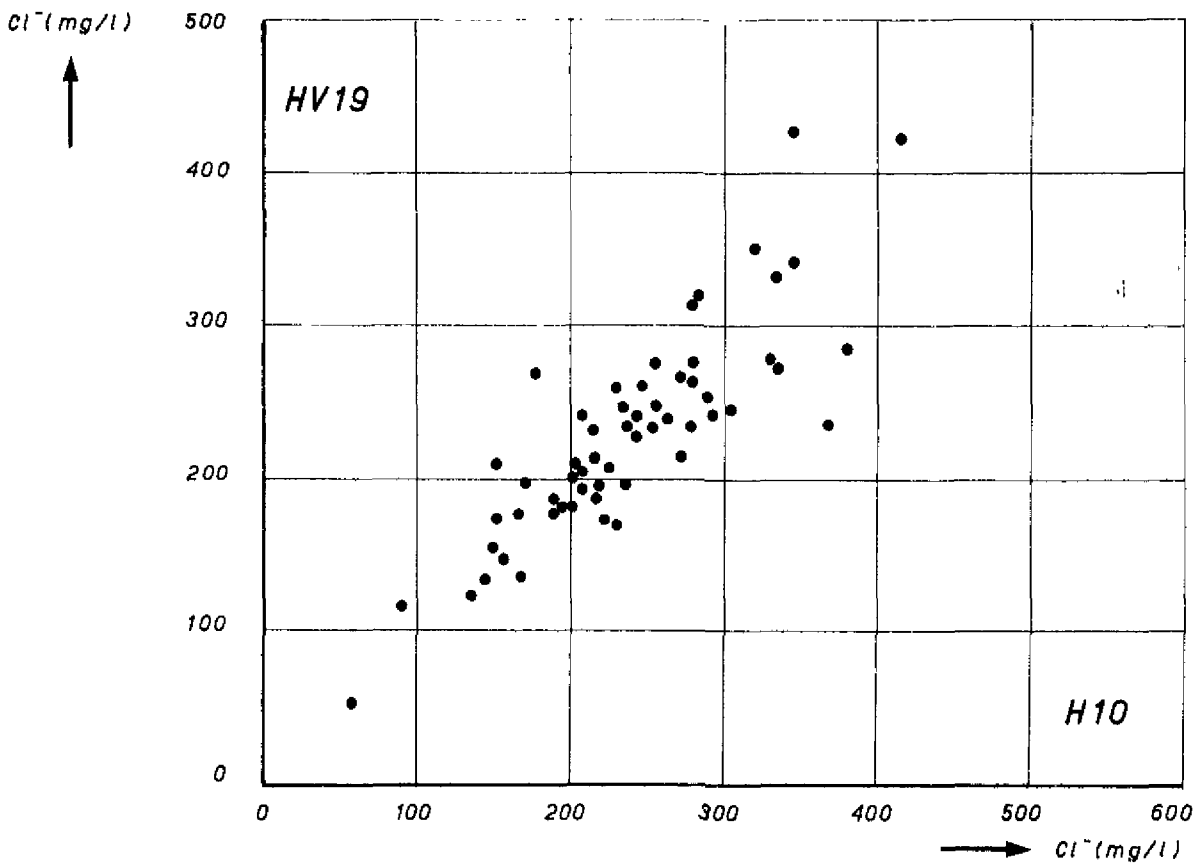




HET CHLORIDEGEHALTE VAN STATION H10 RESP.  
 H12 ALS FUNKTIE VAN HET CHLORIDEGEHALTE  
 VAN STATION H11 1972 + 1973

JM

A4

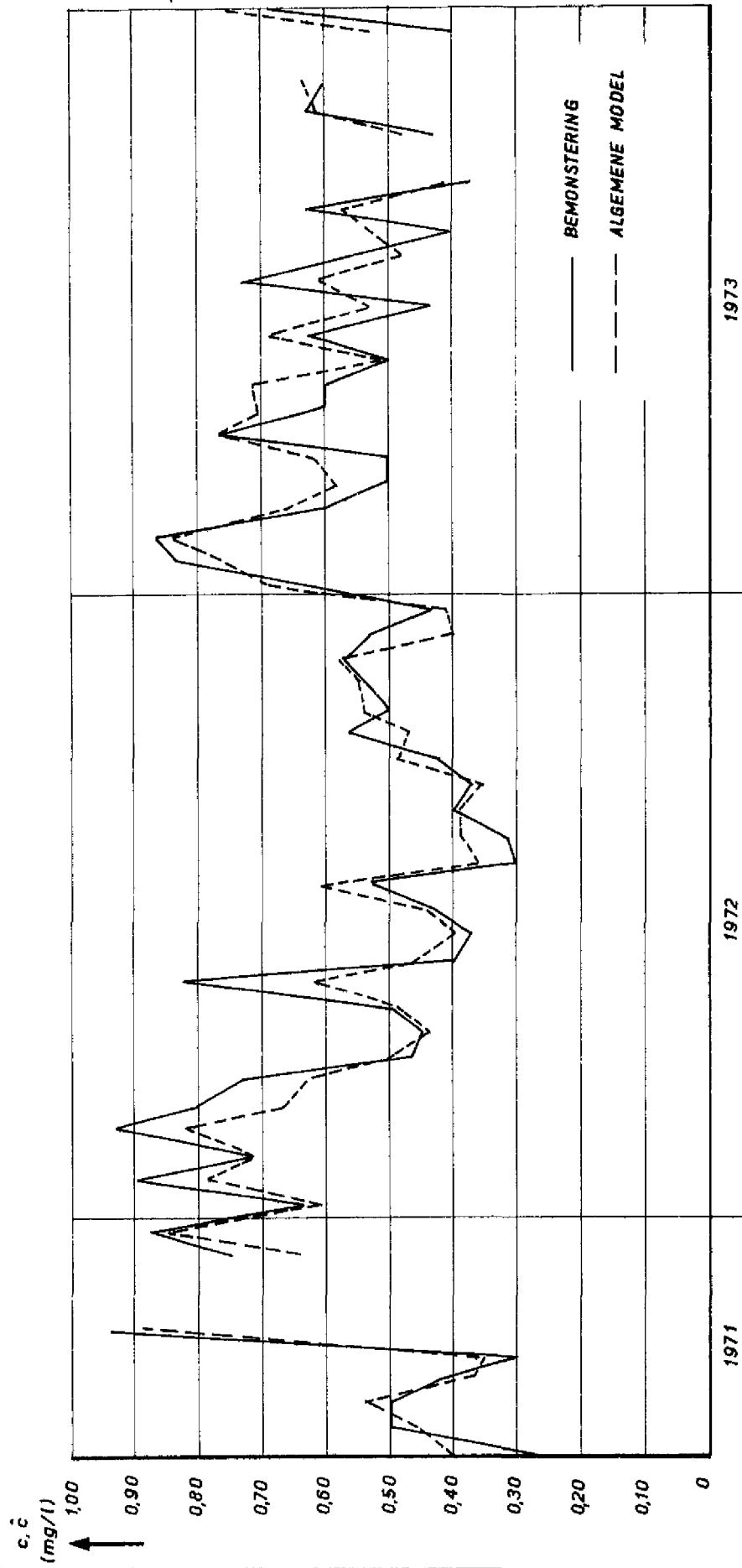


HET CHLORIDEGEHALTE VAN STATION HV19 RESP.  
 SP20 ALS FUNKTIE VAN HET CHLORIDEGEHALTE  
 VAN STATION H10 1972 + 1973

JM

A4

TOTAALFOSFAAT, STATION H8



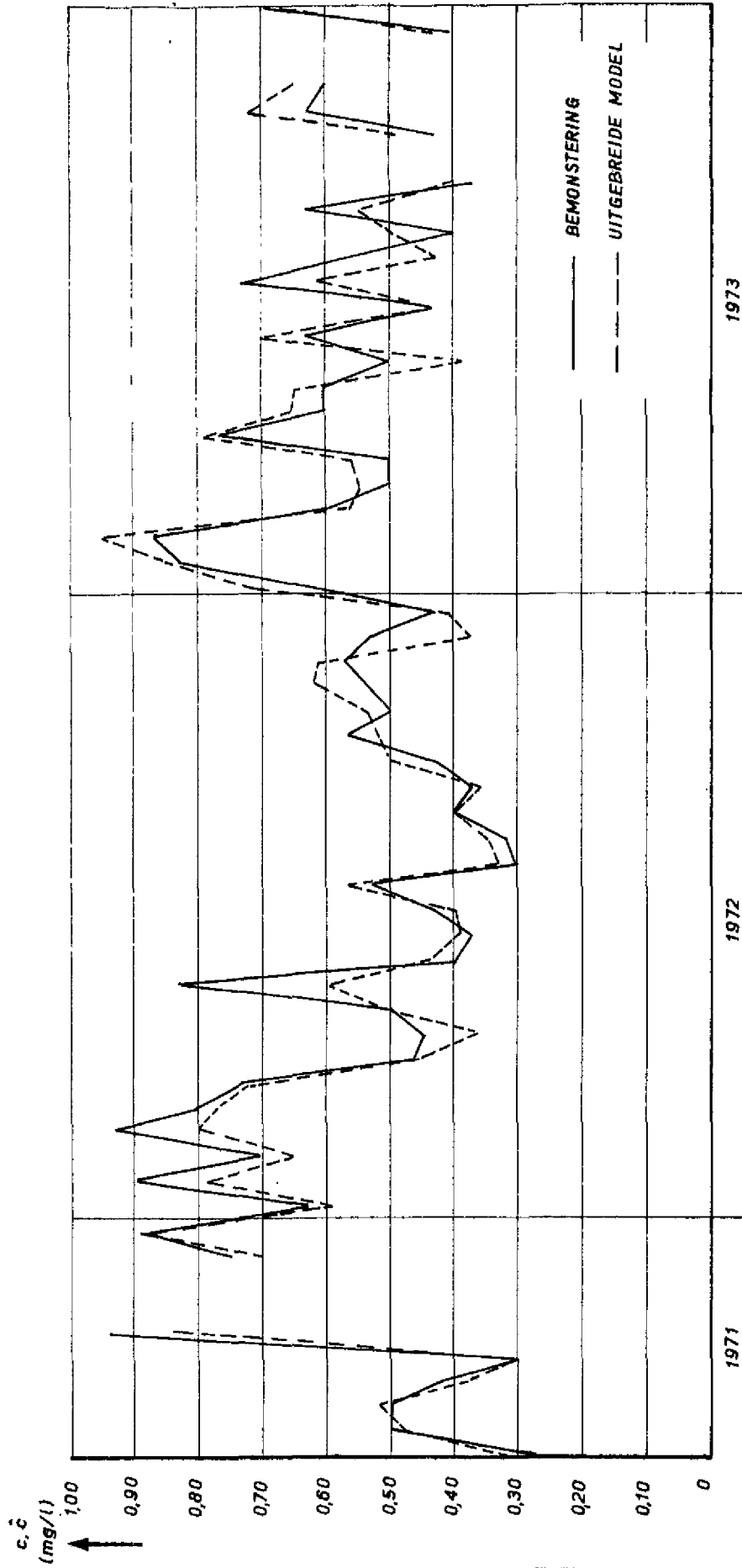
DE GEMETEN EN DE MET HET ALGEMENE MODEL BEREKENDE TOTAALFOSFAATKONCENTRATIE IN HET HOLLANDS DIEP

JM

A4



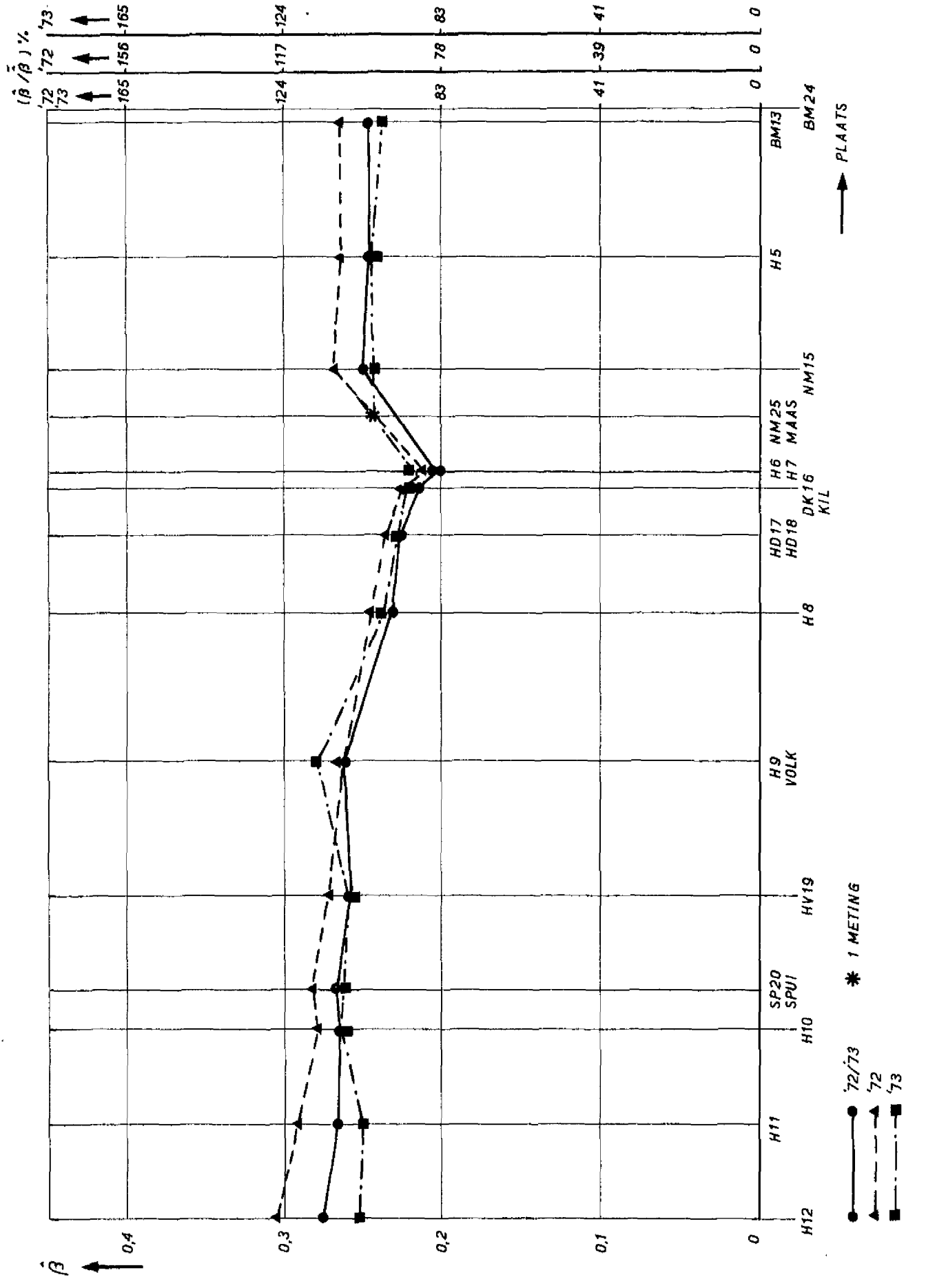
TOTAALFOSFAAT, STATION H8



DE GEMETEN EN DE MET HET UITGEBREIDE MODEL BEREKENDE  
 DE TOTAALFOSFAATKONCENTRATIE IN HET HOLLANDS DIEP

JM

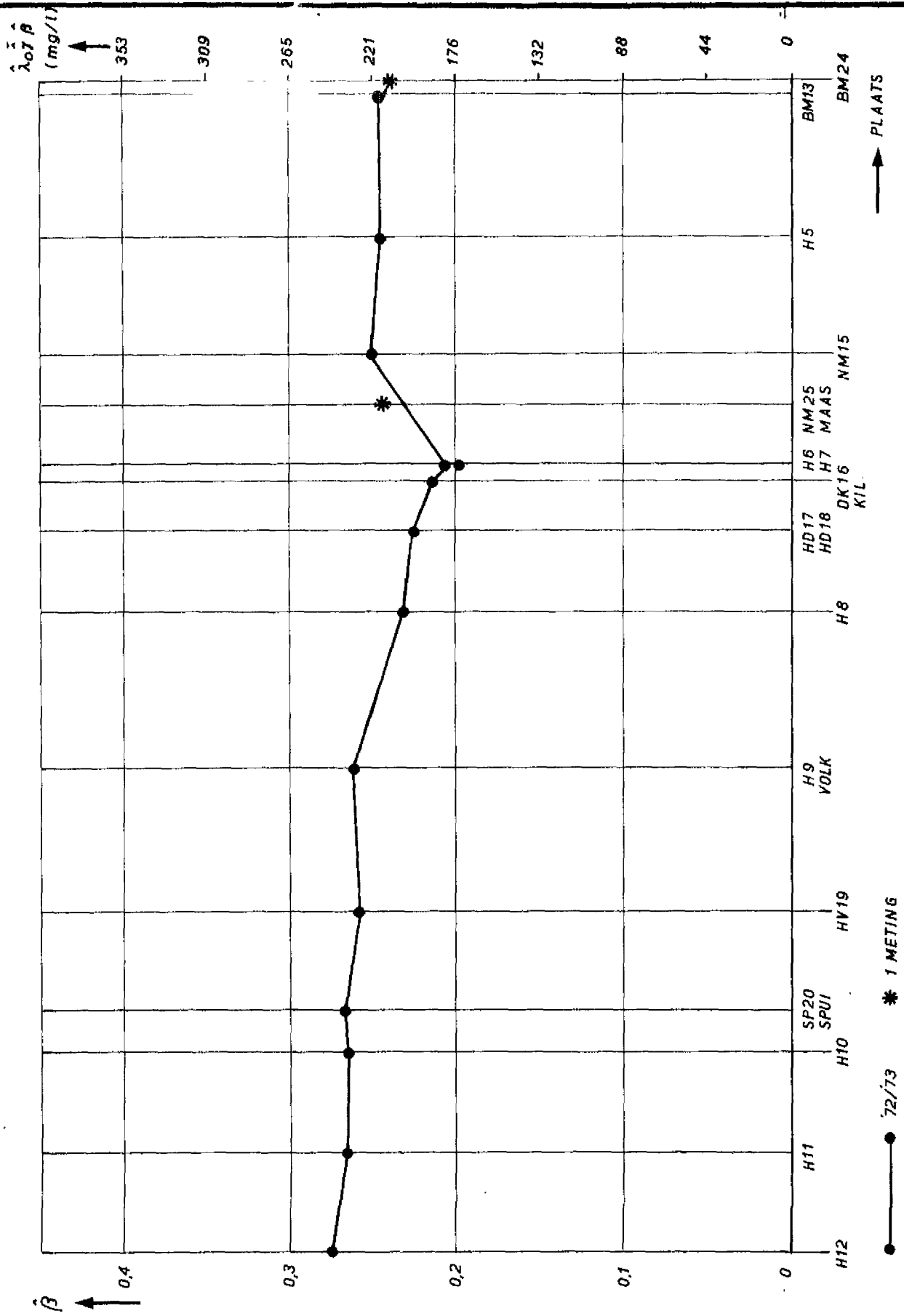
A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 ( CHLORIDE, ALGEMENE MODEL )

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 ( CHLORIDE, ALGEMENE MODEL )

JM

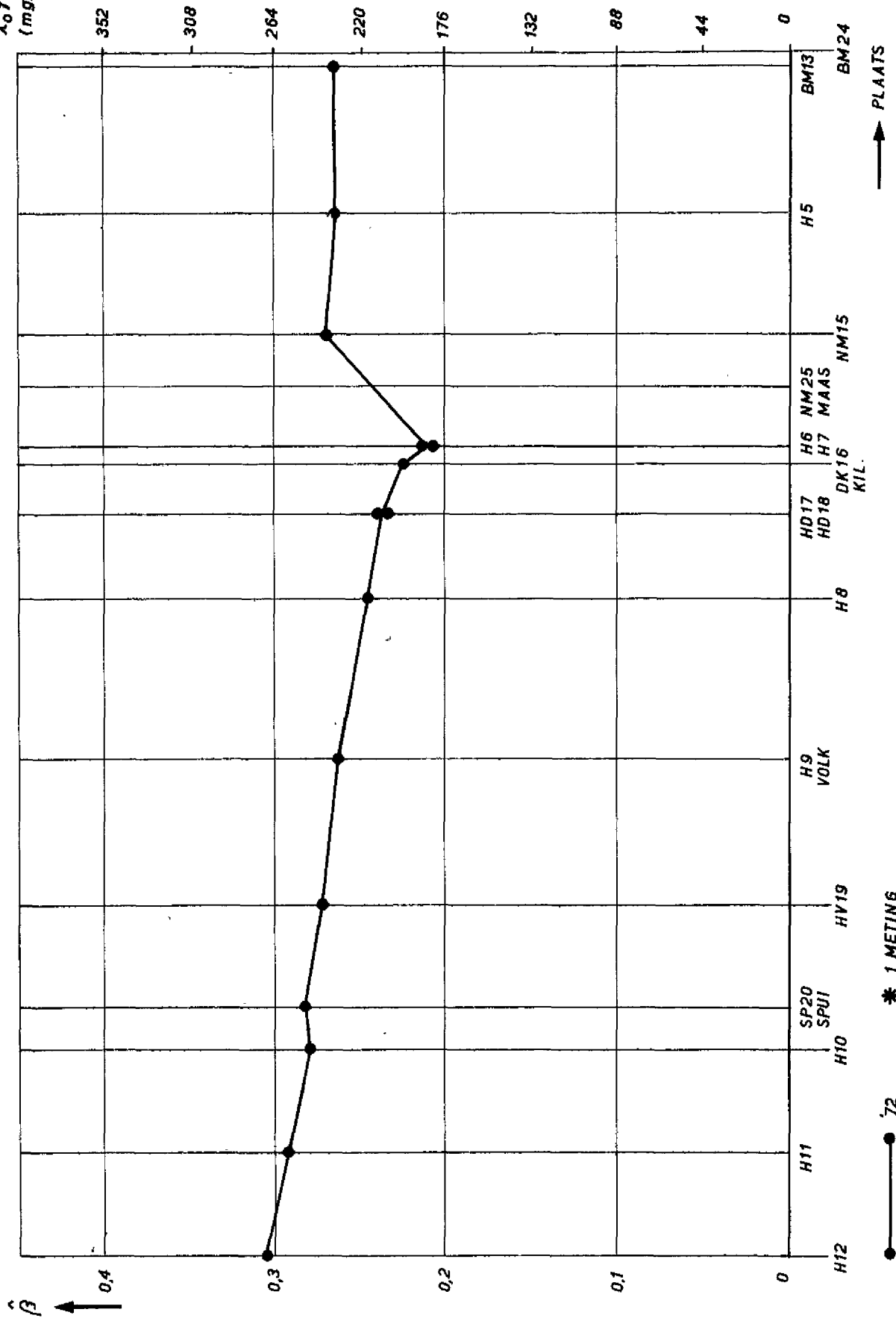
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1006

FIG. 5.2

$\lambda_{0.7} \hat{\beta}$   
(mg/l)



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
VOOR 1972  
( CHLORIDE, ALGEMENE MODEL )

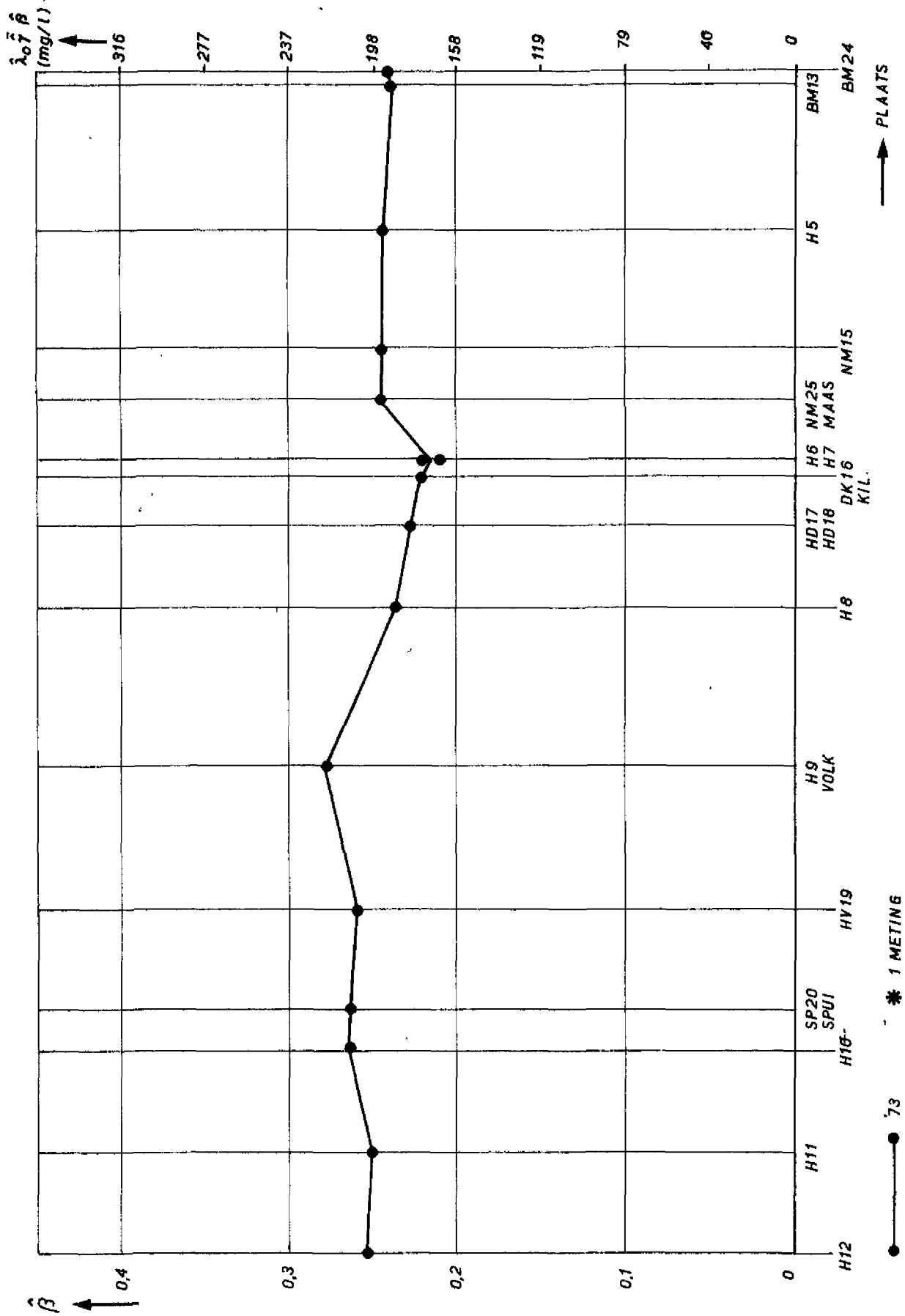
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1007

FIG. 5.3

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 ( CHLORIDE, ALGEMENE MODEL )

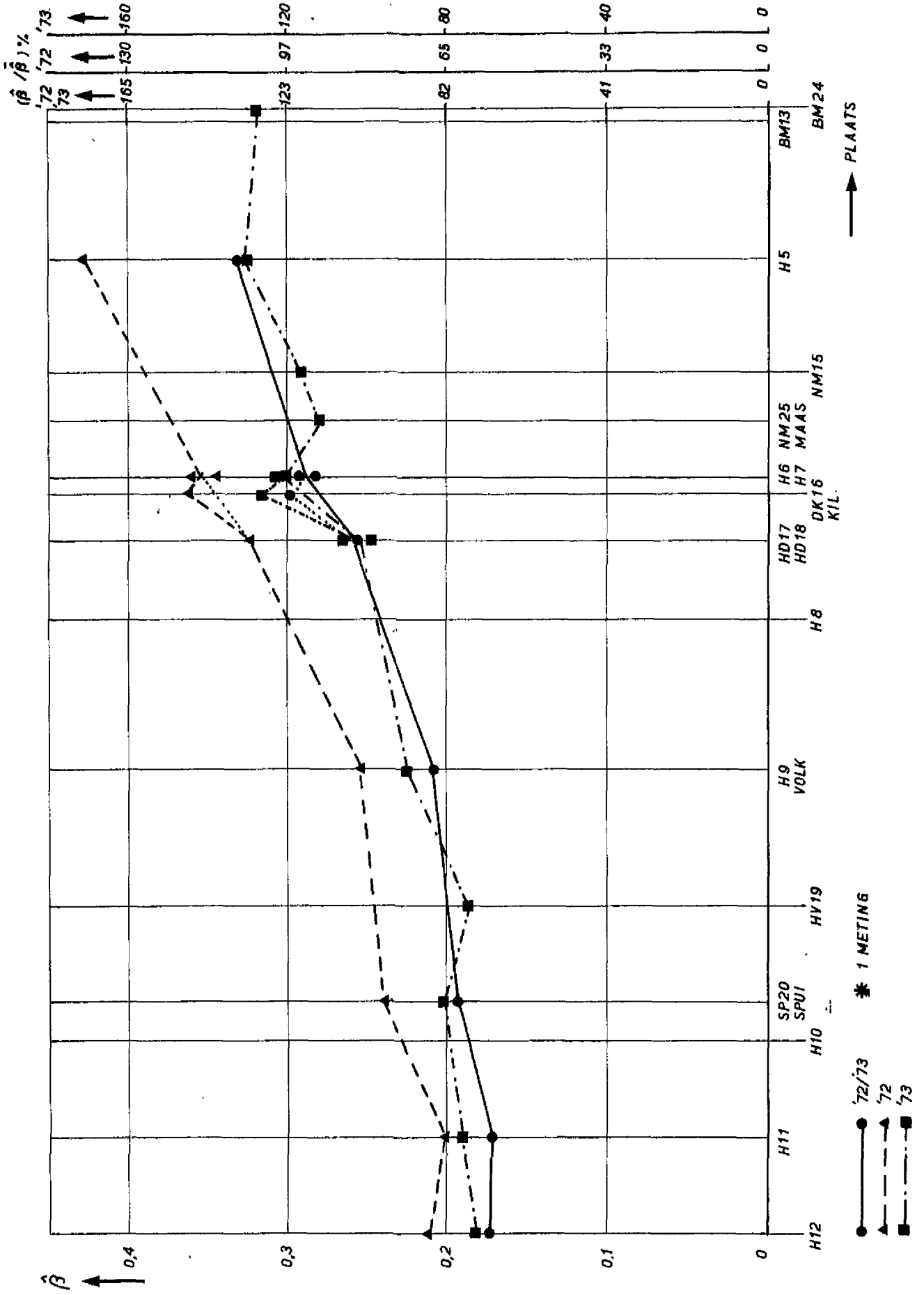
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1051

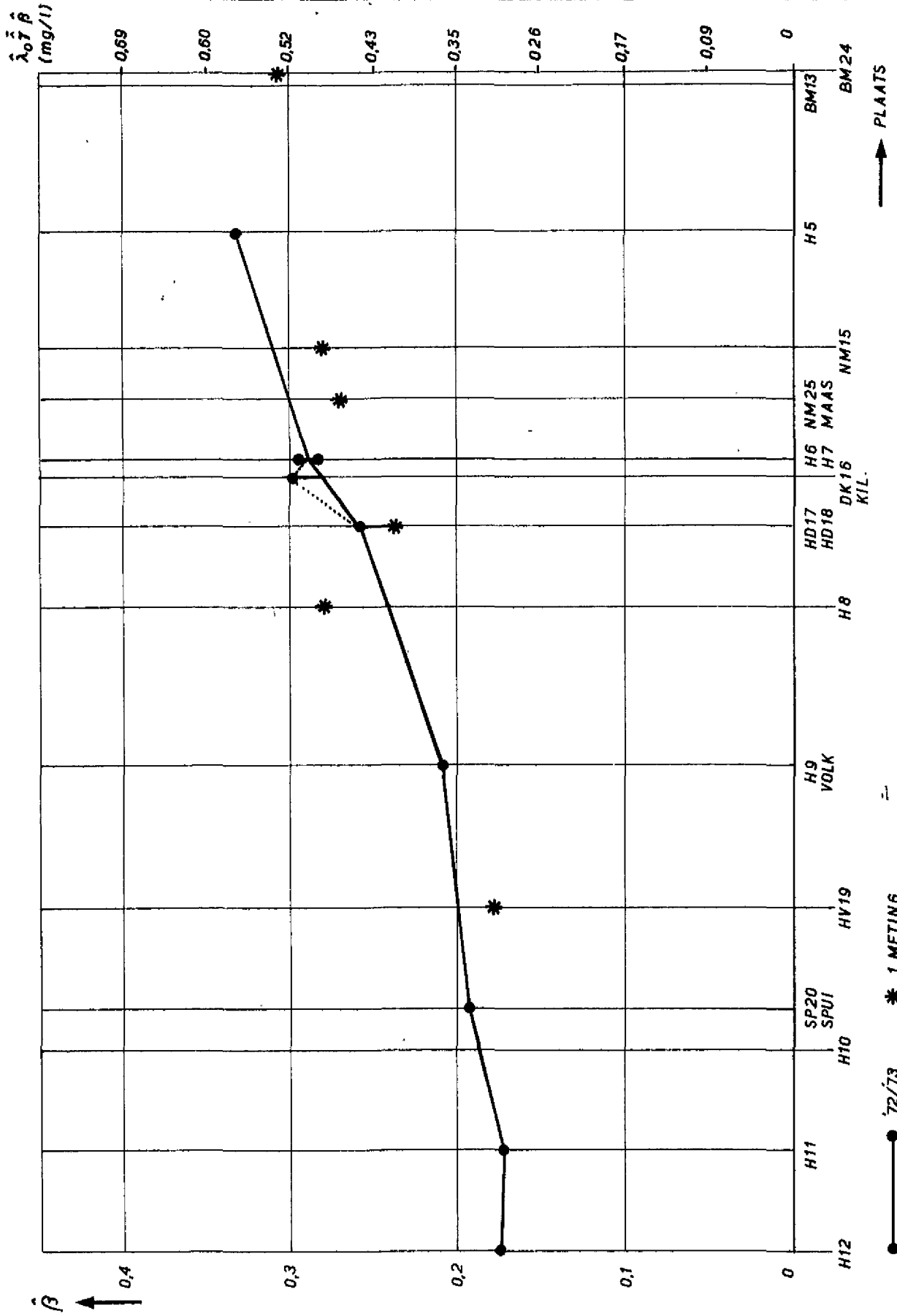
FIG. 5.4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP - EN HARINGVLIET (TOTAALFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

JM

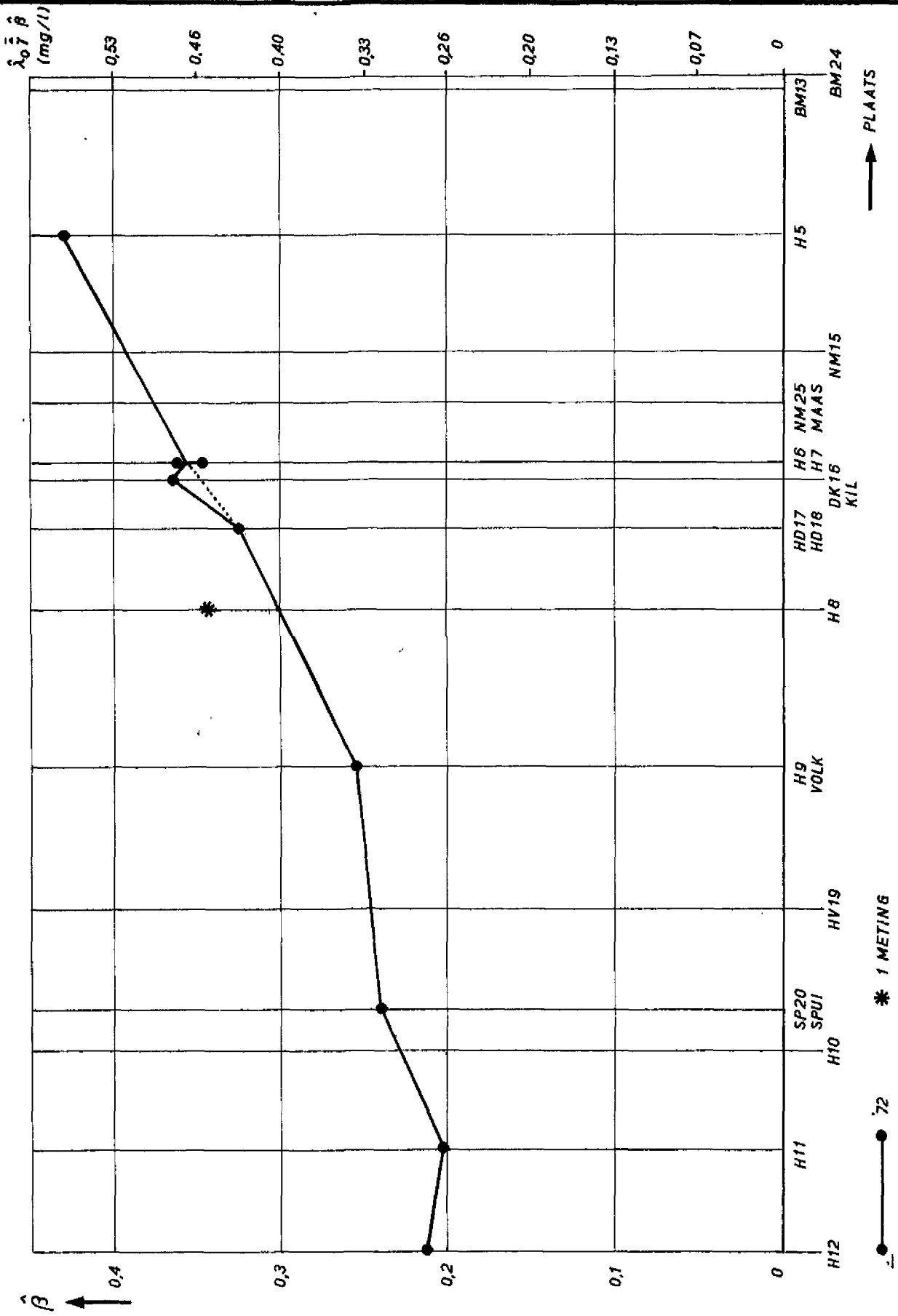
A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 (TOTAALFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

JM

A4

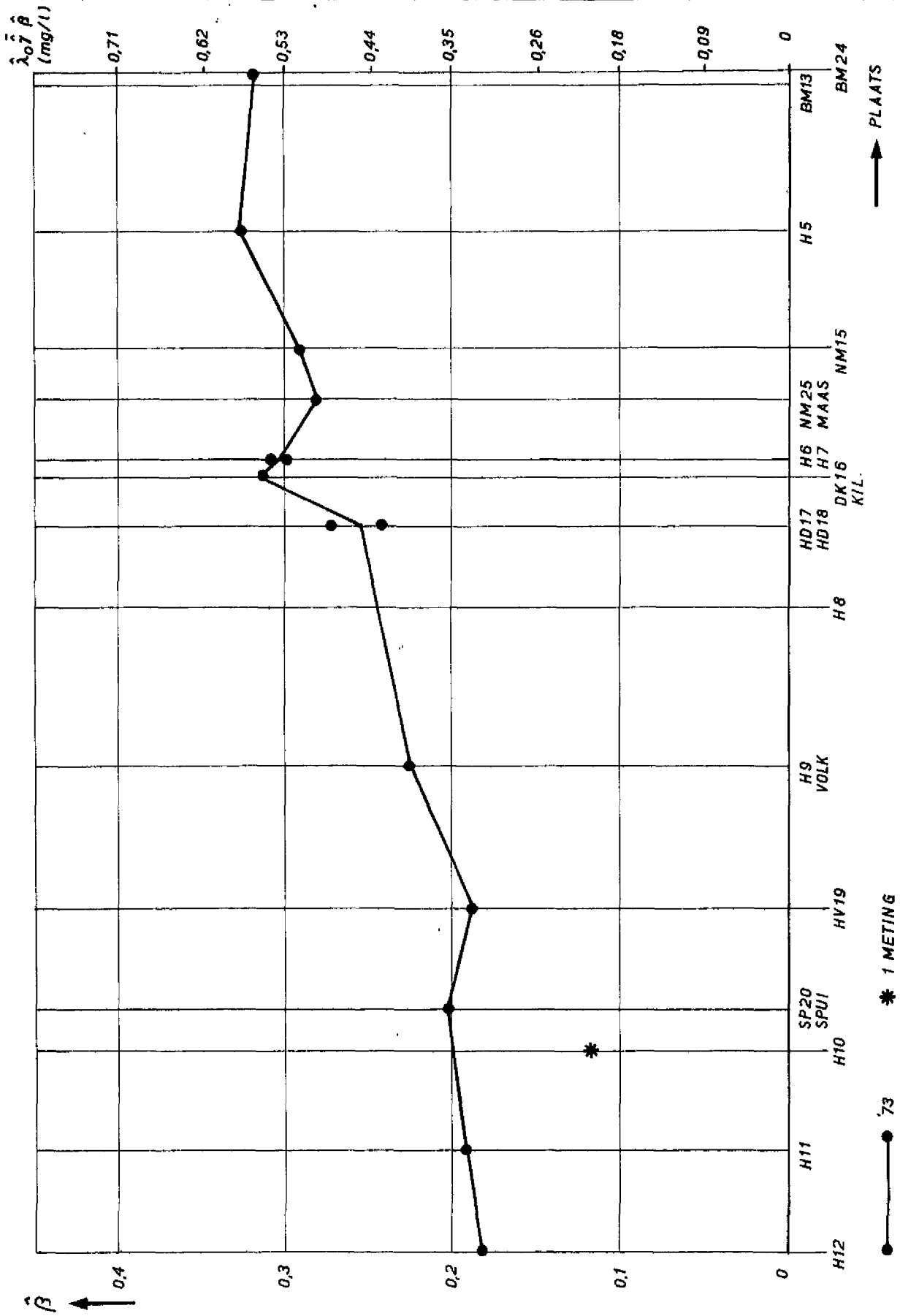


DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 (TOTAALFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

JM

A4





DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 (TOTAALFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

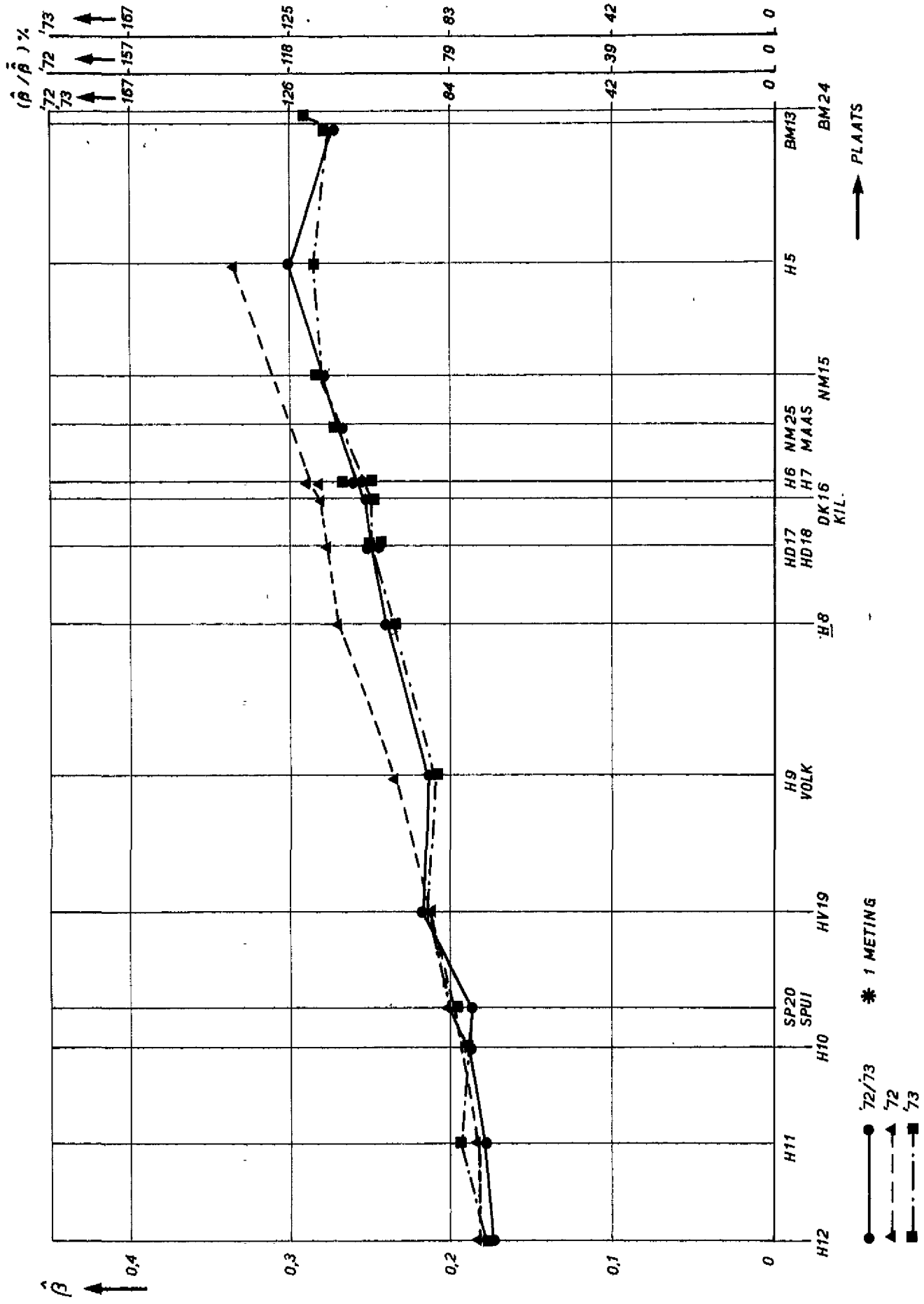
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1055

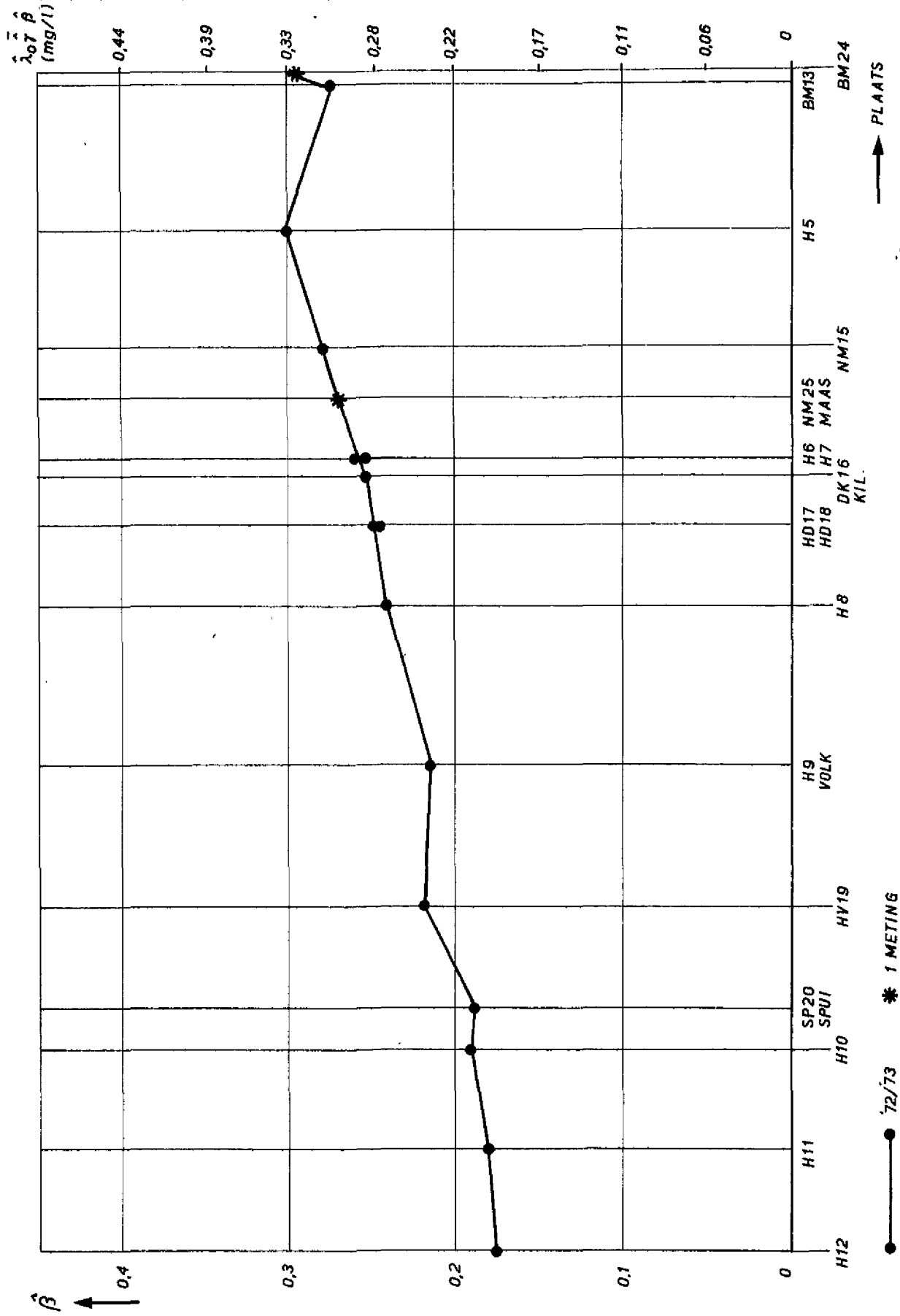
FIG.5.8



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS-DIEP -  
 HARINGVLIET  
 ( ORTHOFOSFAAT, ALGEMENE MODEL )

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 ( ORTHOFOSFAAT, ALGEMENE MODEL )

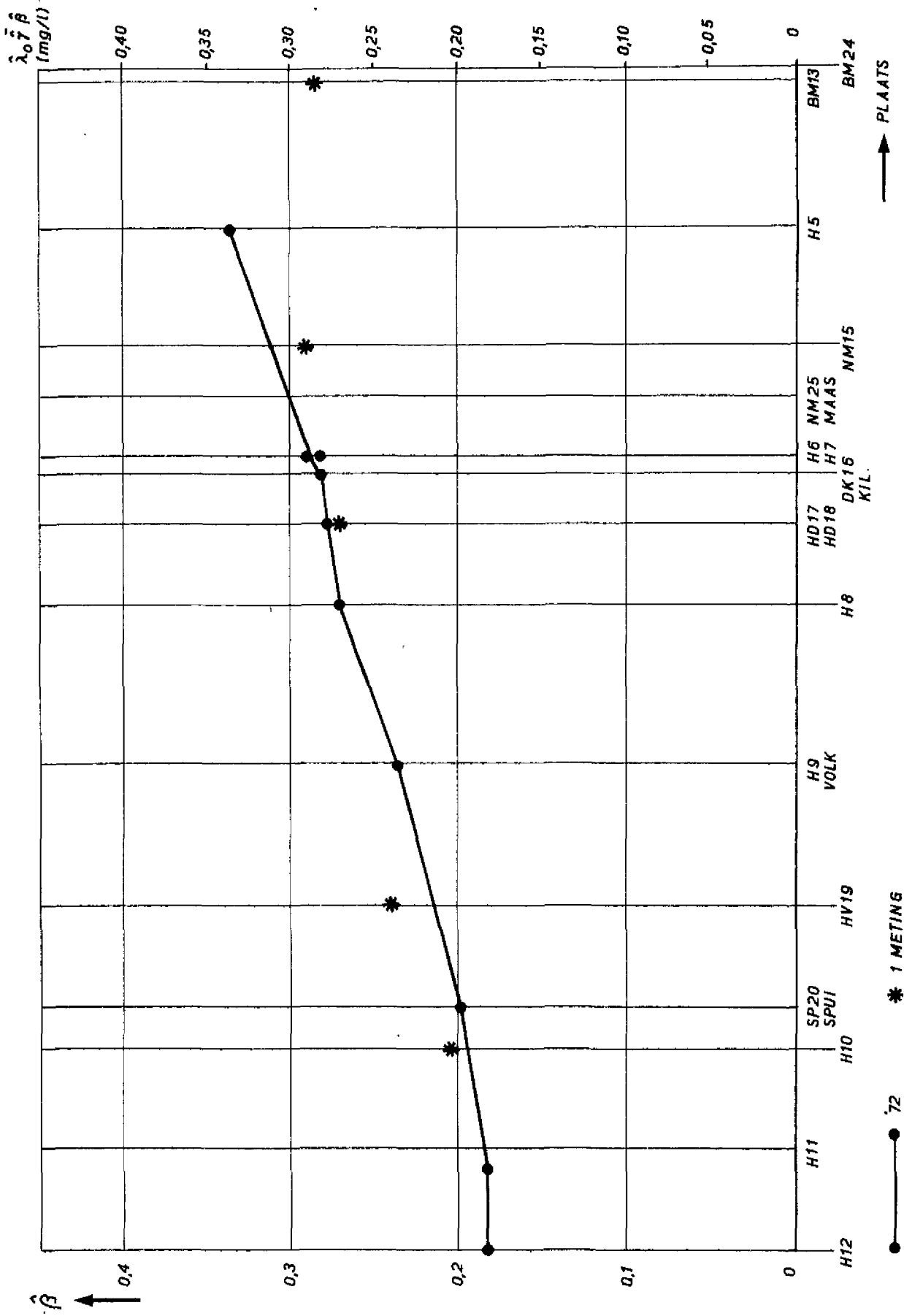
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1057

FIG.5.10



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 ( ORTHOFOSFAAT, ALGEMENE MODEL )

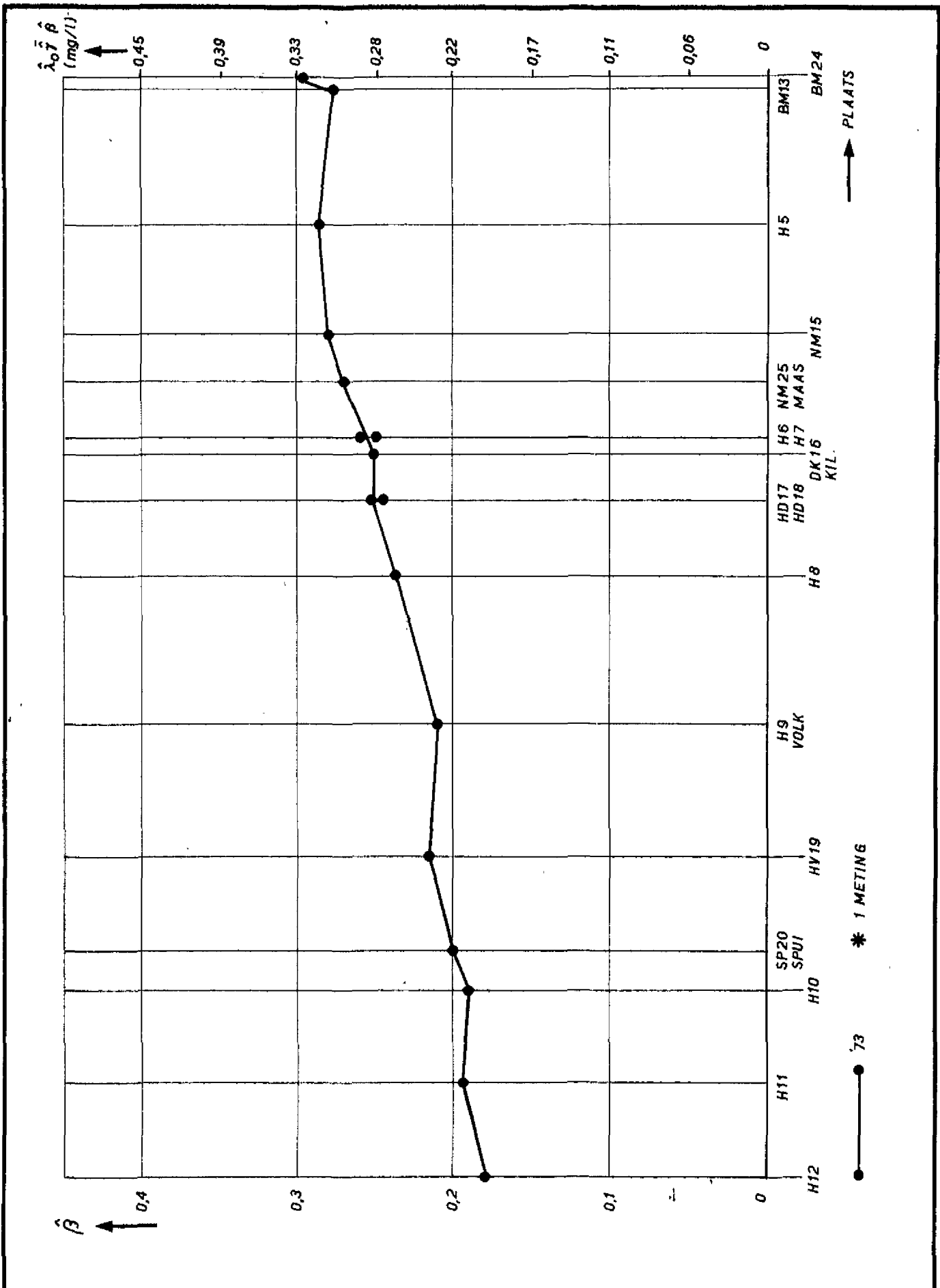
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1058

FIG.5.11

JM

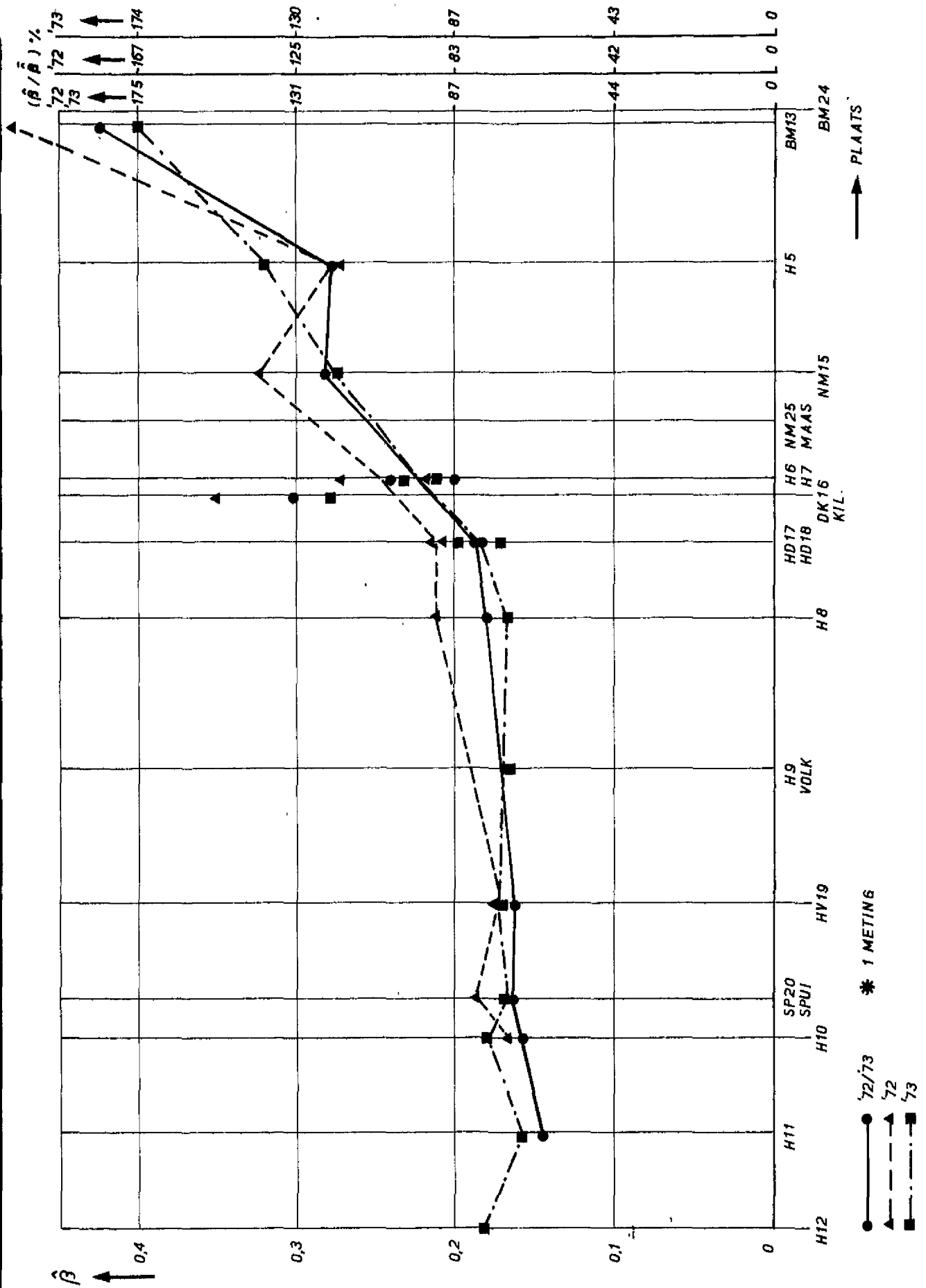
A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 ( ORTHOFOSFAAT, ALGEMENE MODEL )

JM

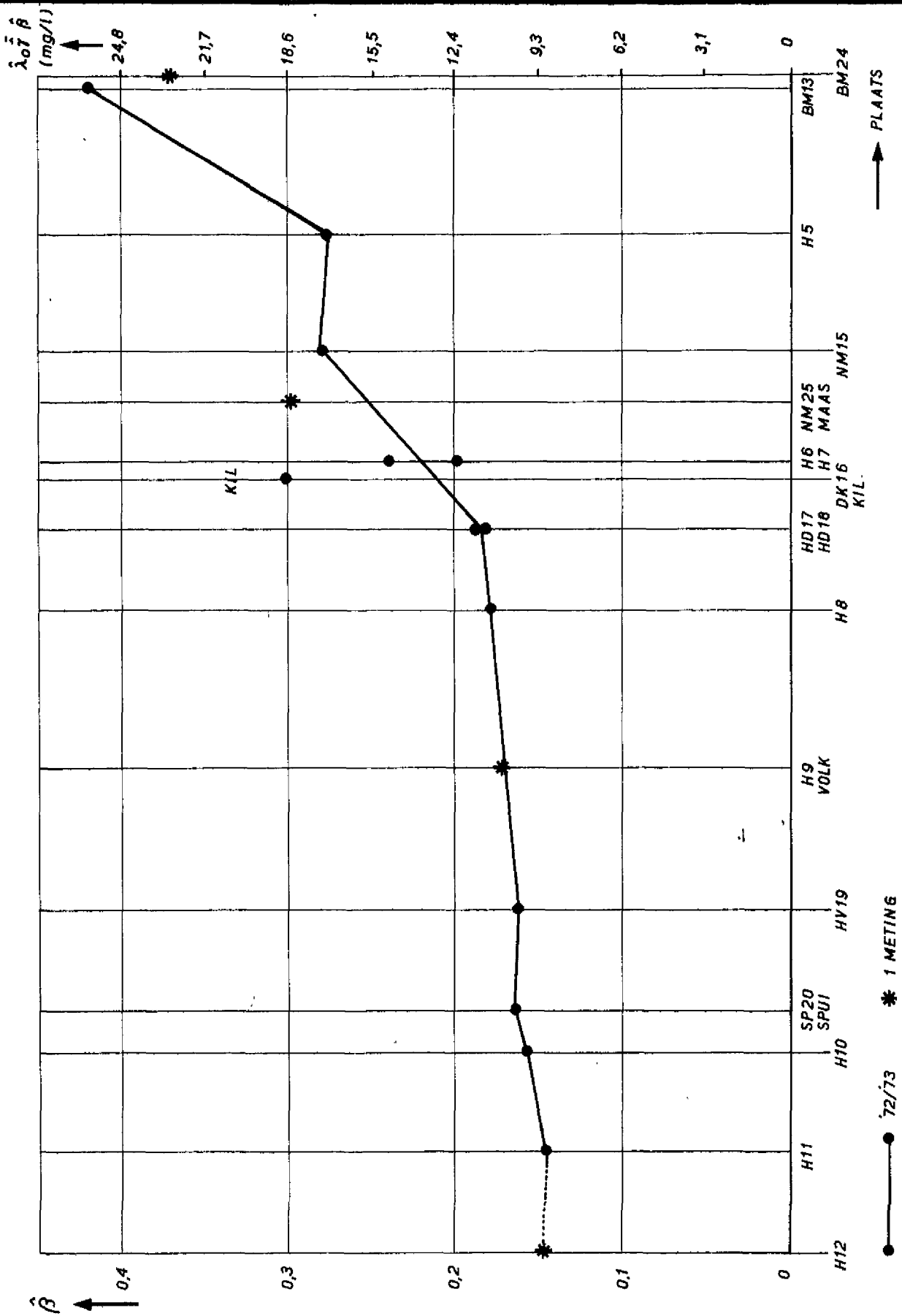
A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 (ZWEVENDE STOF, ALGEMENE MODEL)

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 (ZWEVENDE STOF, ALGEMENE MODEL)

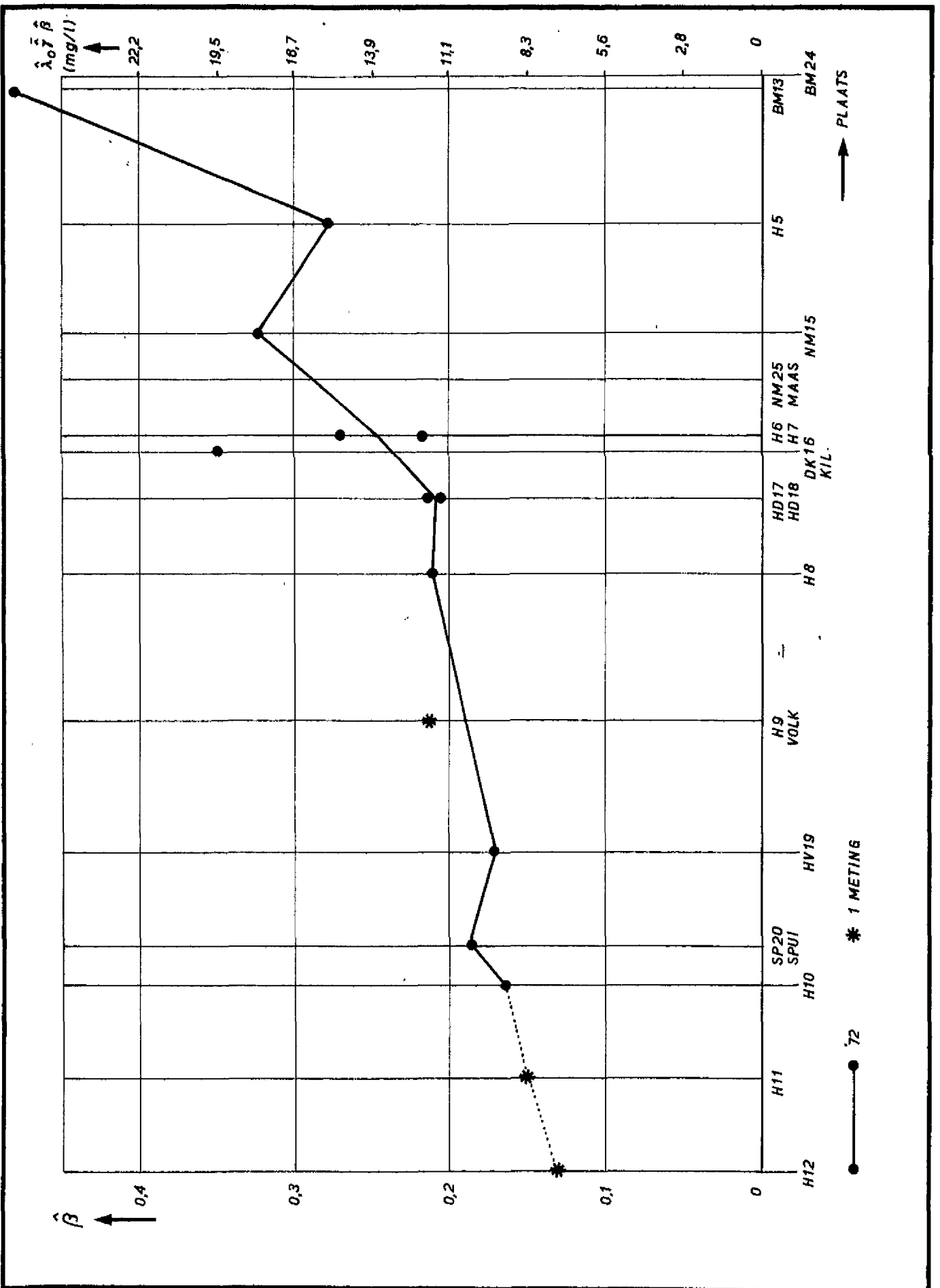
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1062

FIG.5.14

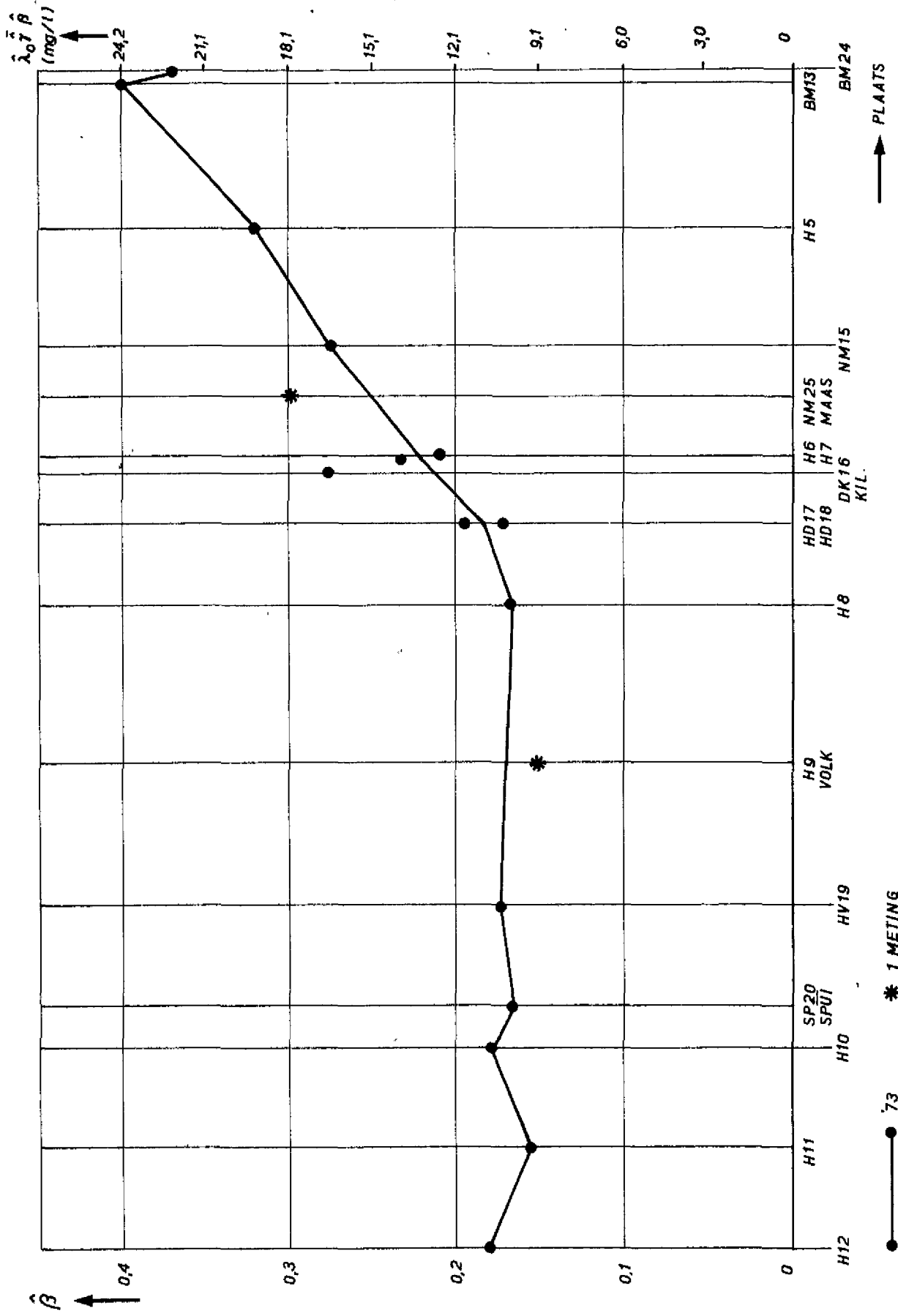


DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 (ZWEVENDE STOF, ALGEMENE MODEL)

JM

A4





DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 (ZWEVENDE STOF, ALGEMENE MODEL)

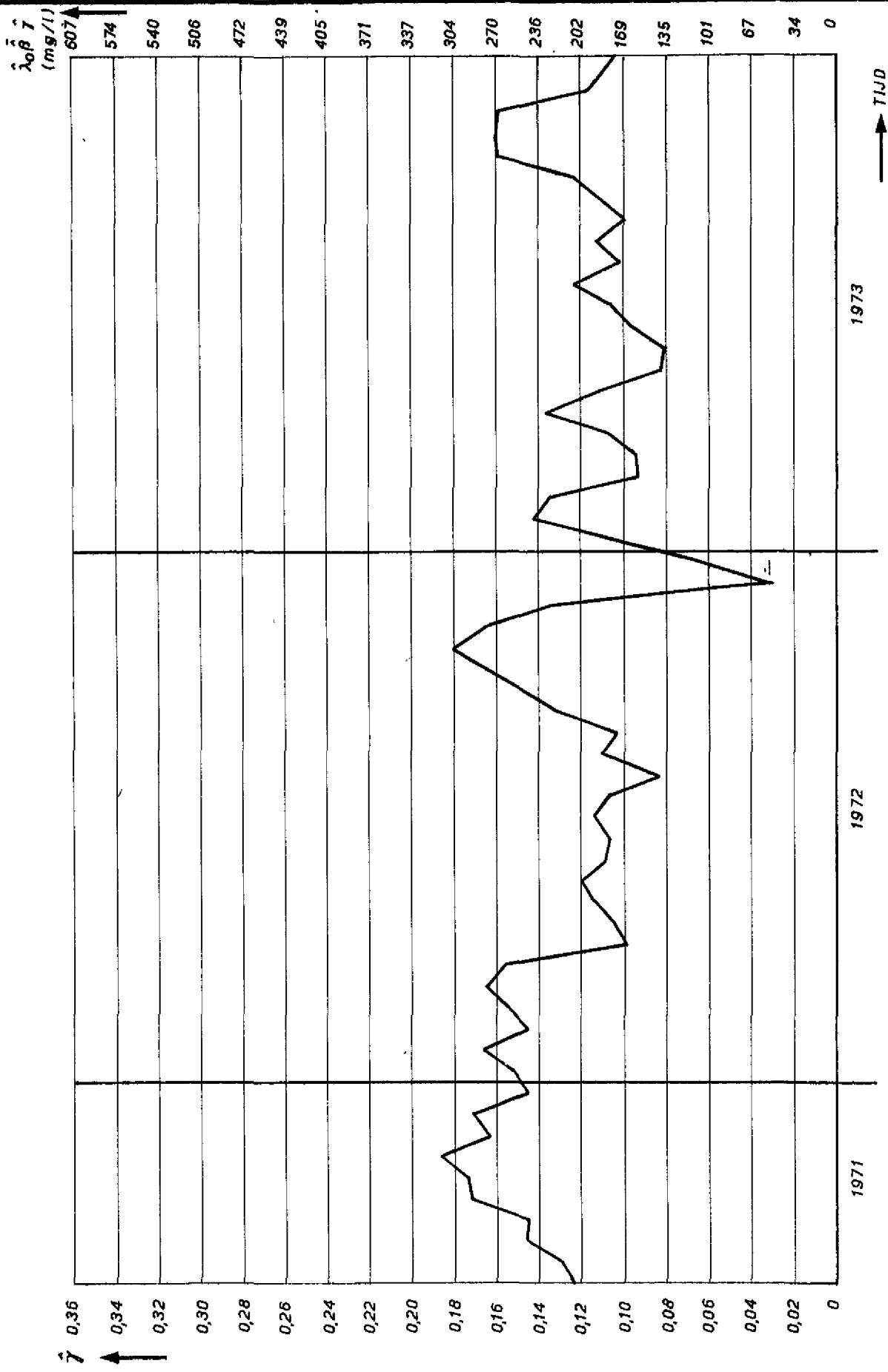
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1050

FIG.5.16

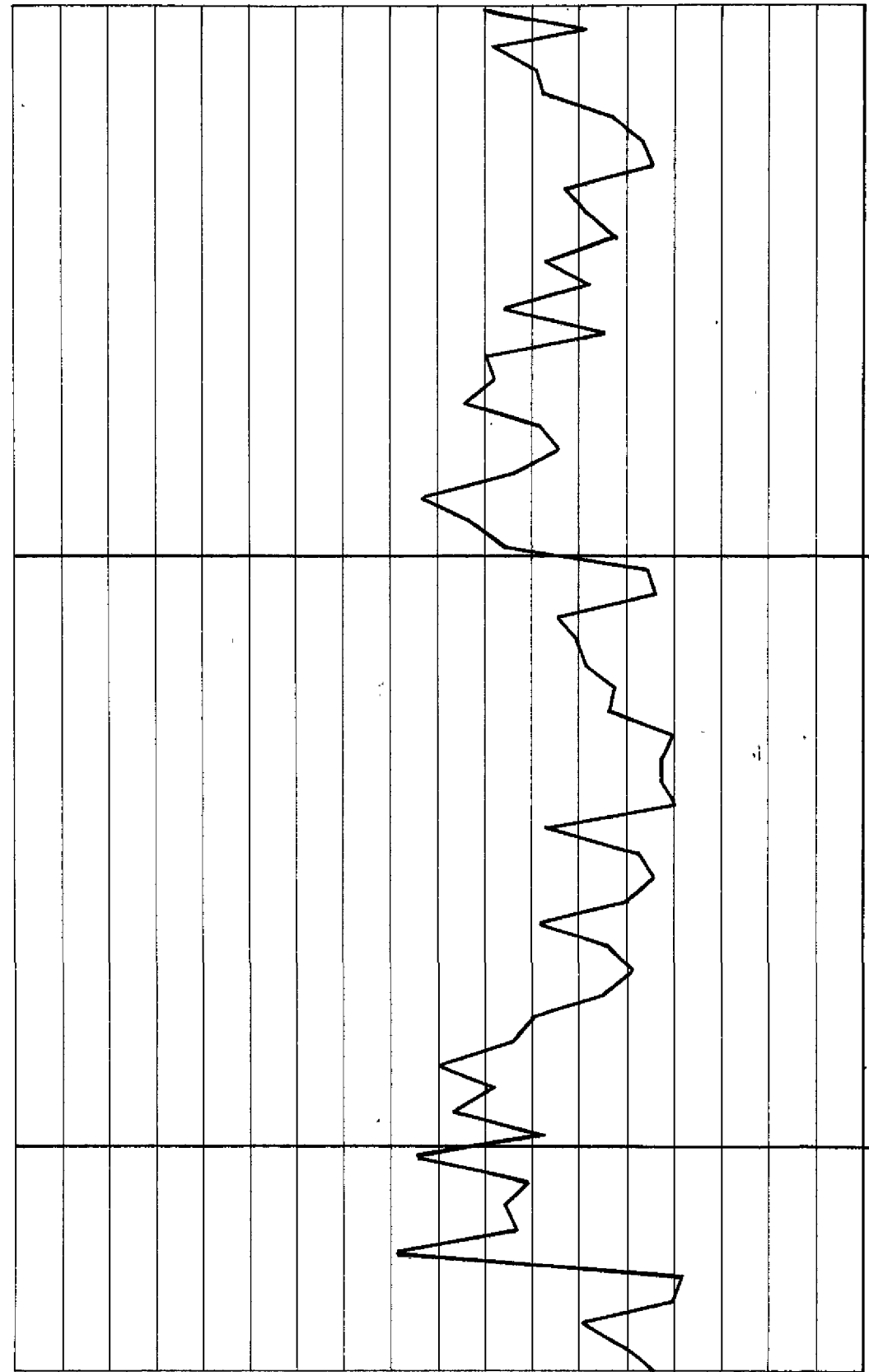


DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
( CHLORIDE, ALGEMENE MODEL )

JM

A4

$\hat{\lambda}_0 \hat{\beta} \hat{\gamma}$   
(mg/l)



1973

1972

1971

TIJD

DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
(TOTAALFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

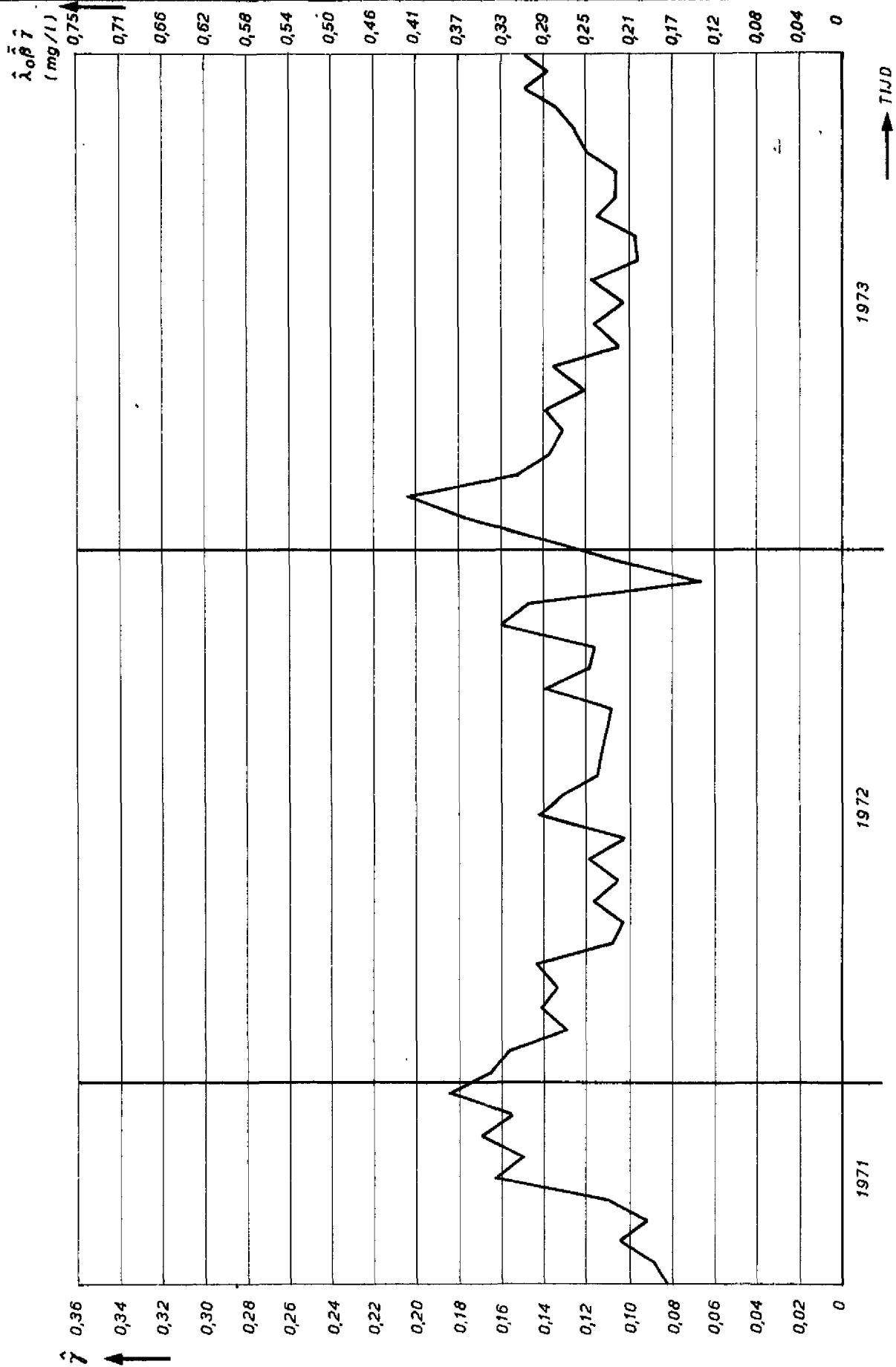
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1038

FIG.5.18



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
(ORTHOFOSFAAT, ALGEMENE MODEL)

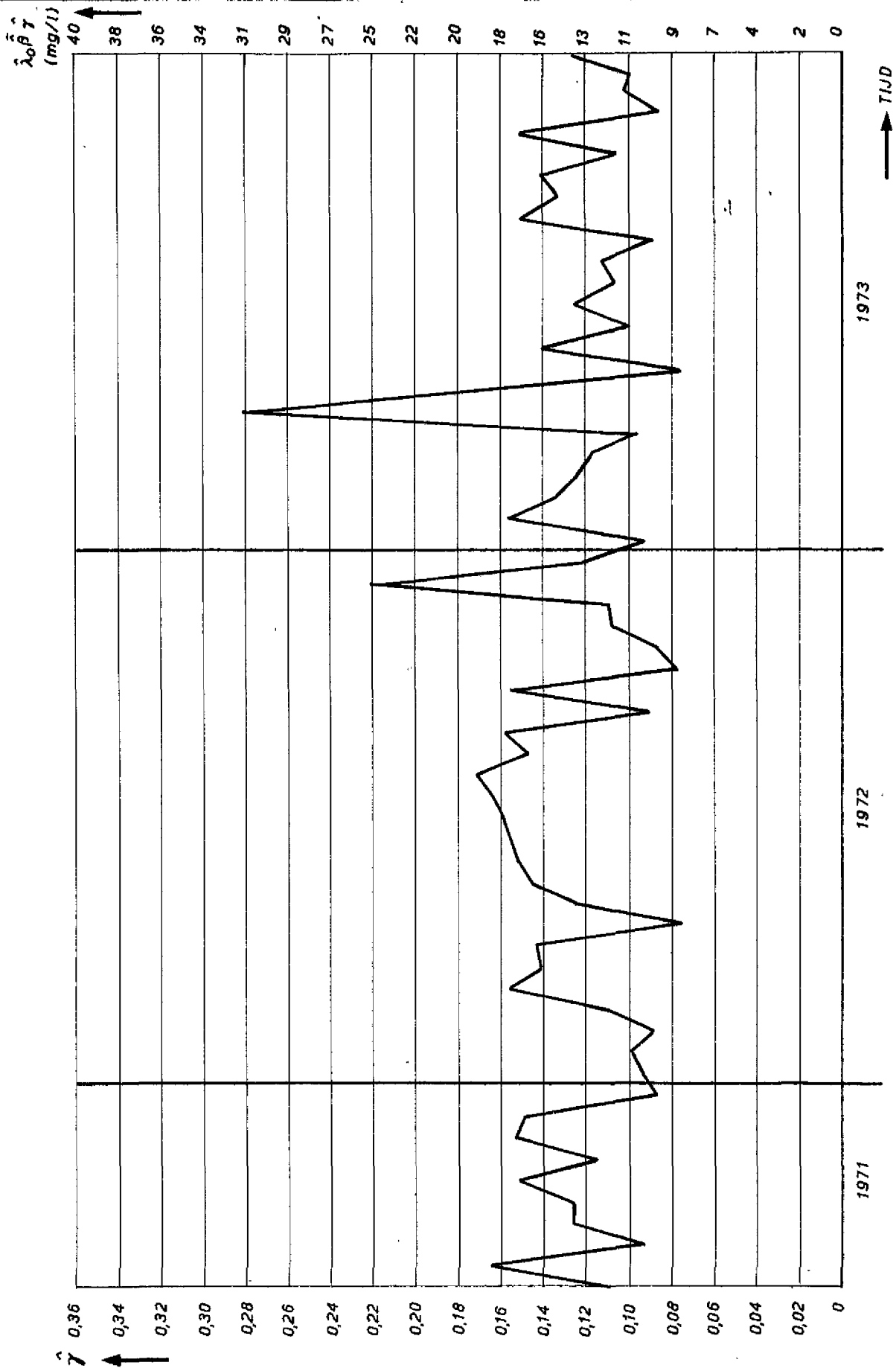
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

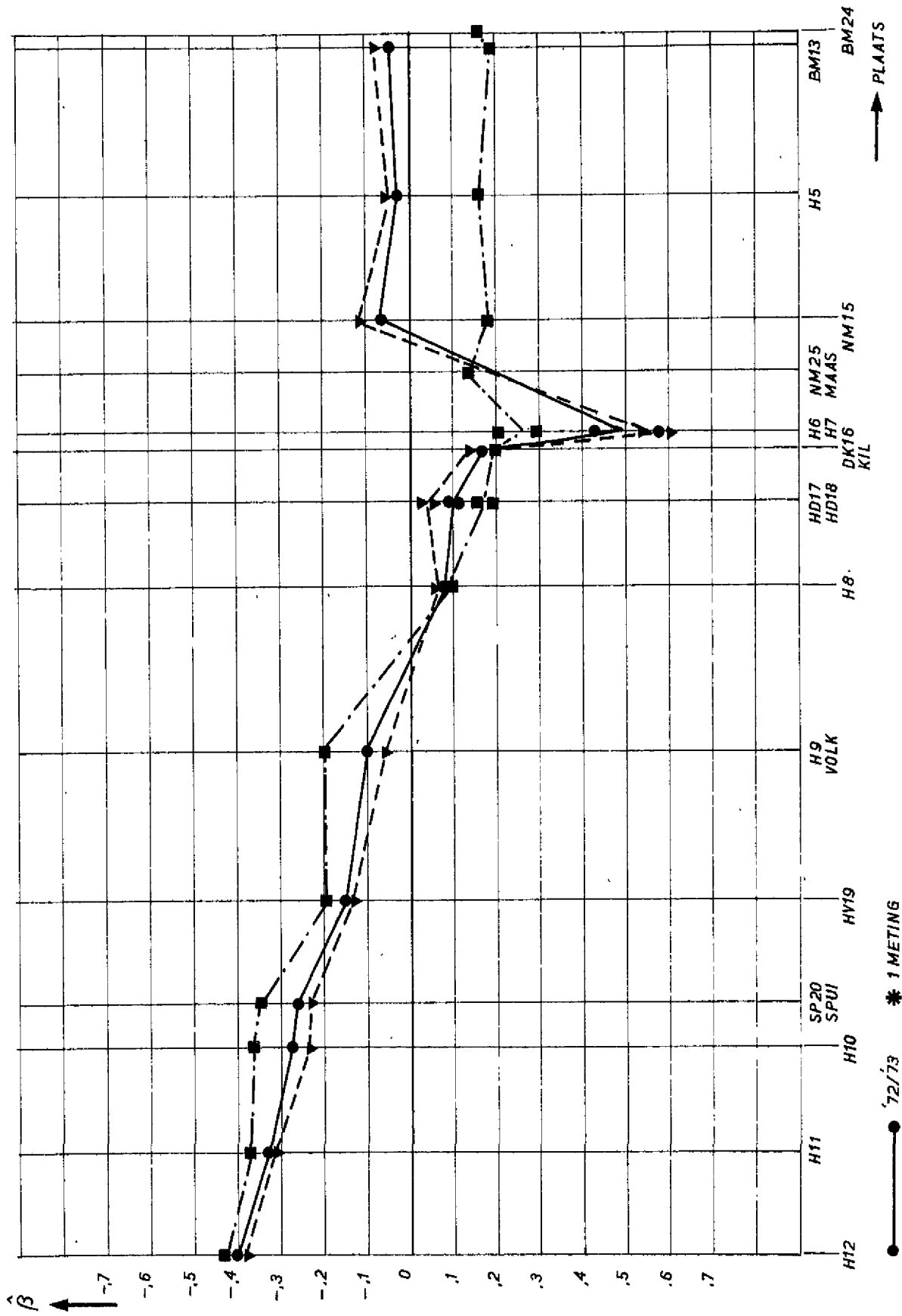
R1176 - 1039

FIG.5.19



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
(ZWEVENDE STOF, ALGEMENE MODEL)

JM  
A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 ( CHLORIDE, UITGEBREIDE MODEL )

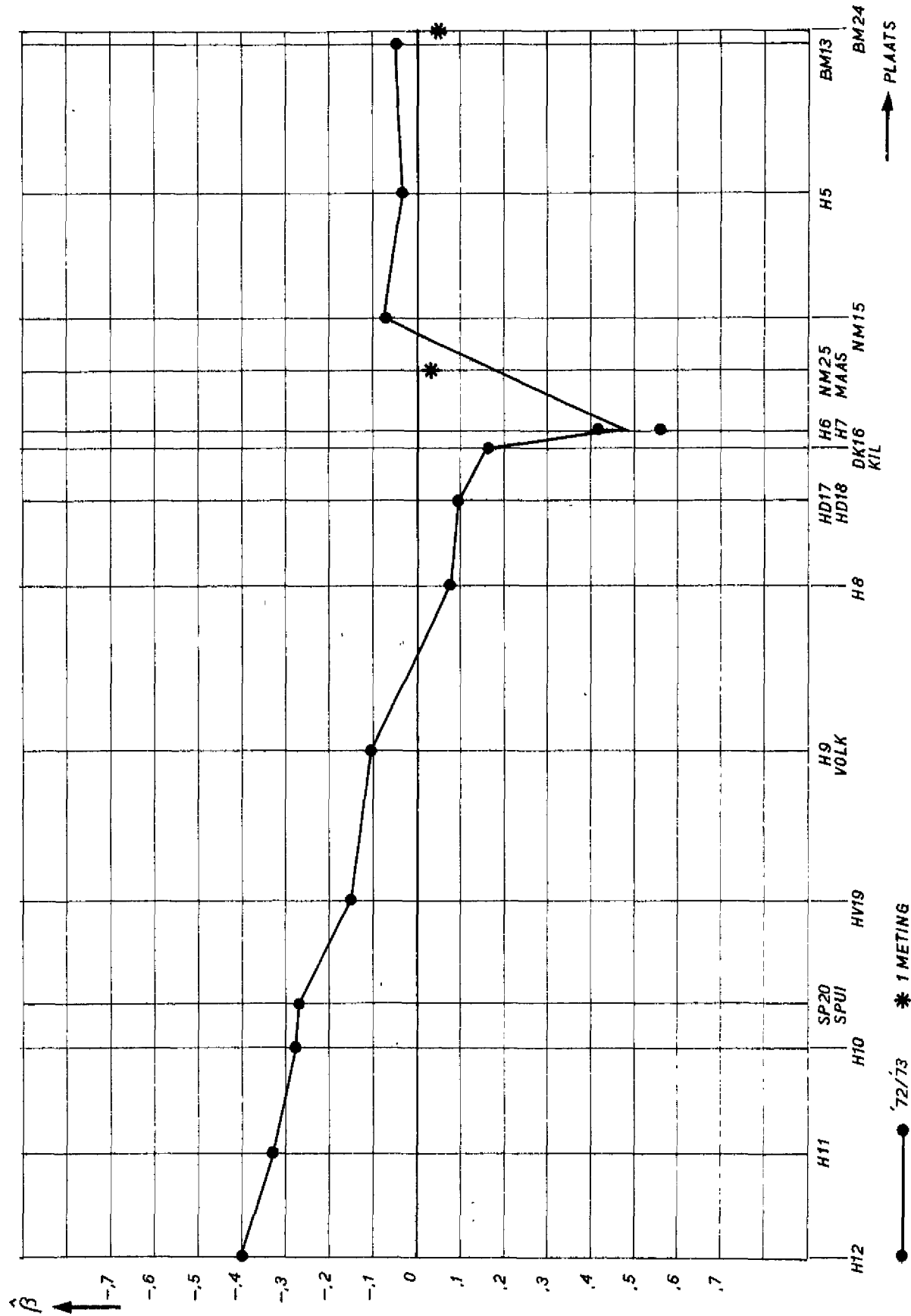
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

JM

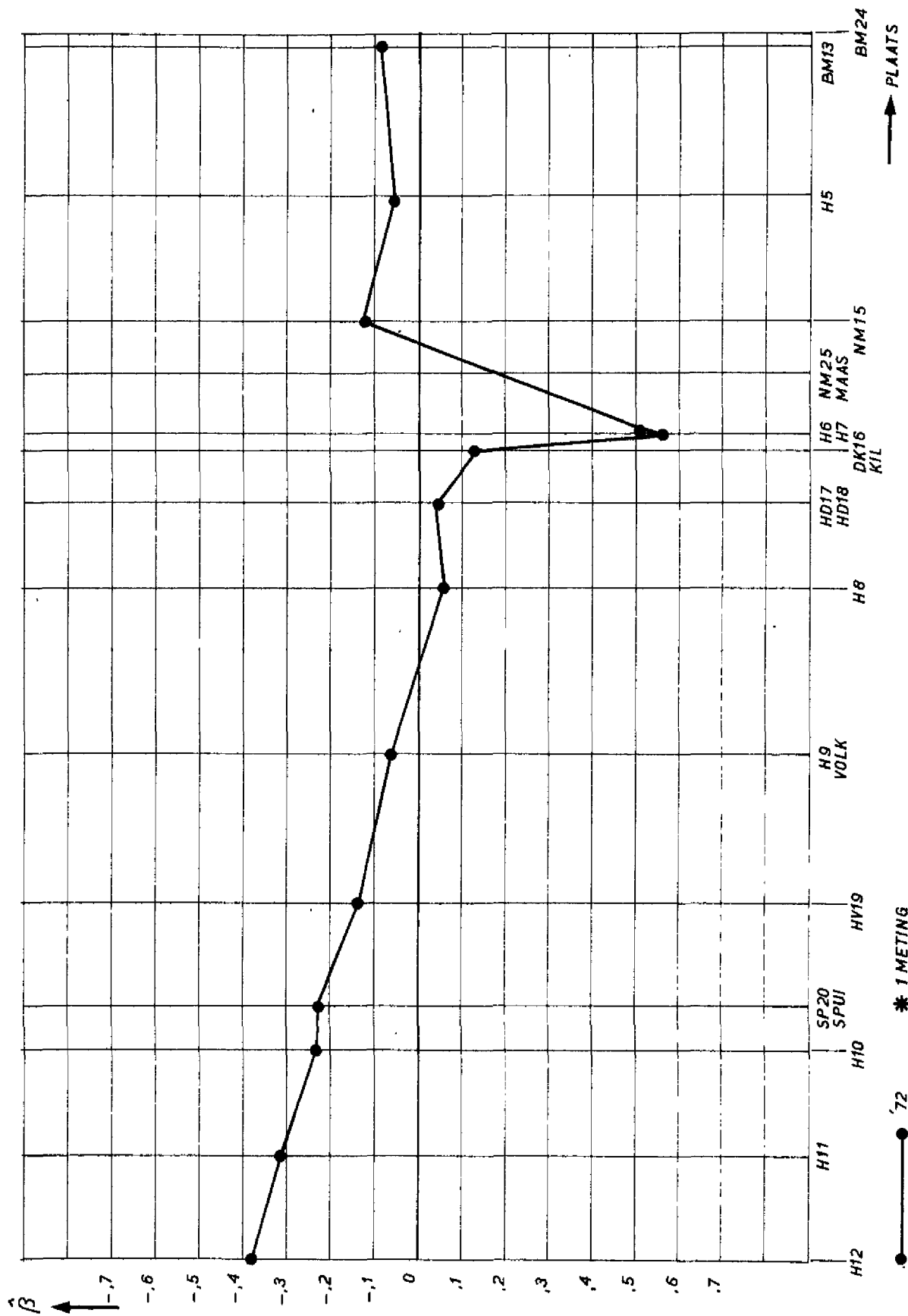
A4

R1176 - 1008

FIG.521



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 ( CHLORIDE, UITGEBREIDE MODEL )



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 ( CHLORIDE, UITGEBREIDE MODEL )

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

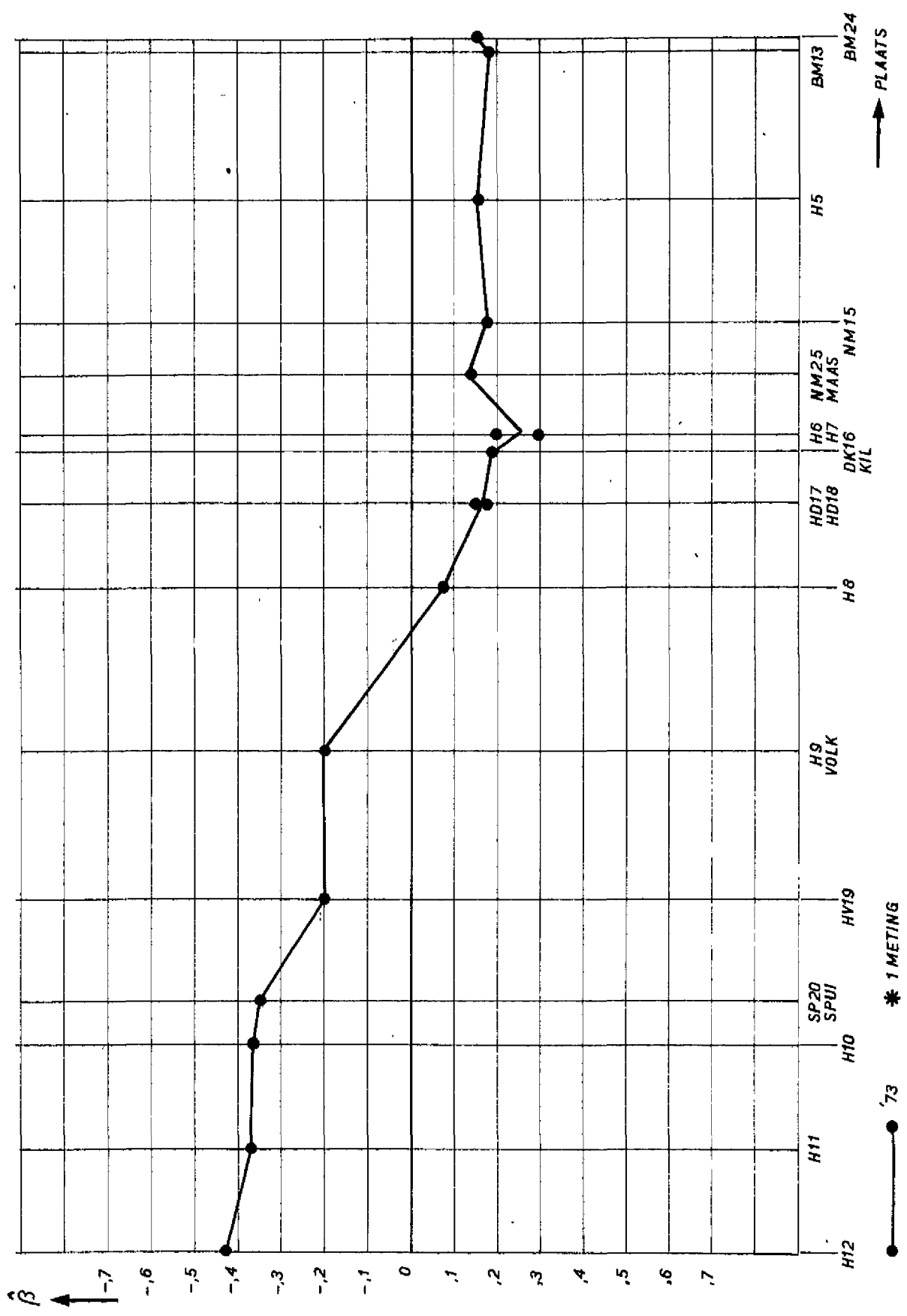
R1176 - 1010

FIG.5.23

JM

A4

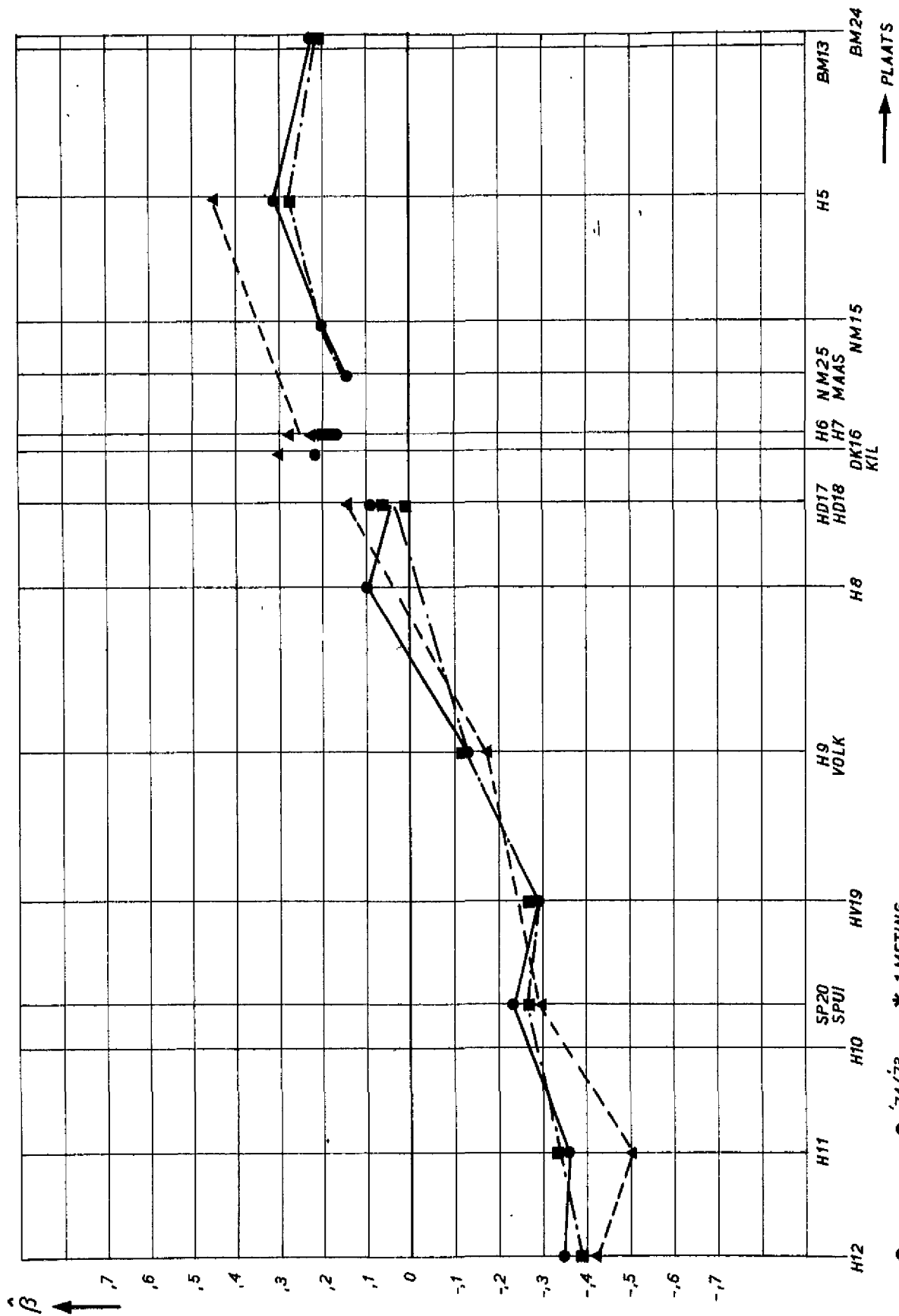




DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 ( CHLORIDE, UITGEBREIDE MODEL )

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

	JM
	A4
R1176 - 1011	FIG.5.24



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 (TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

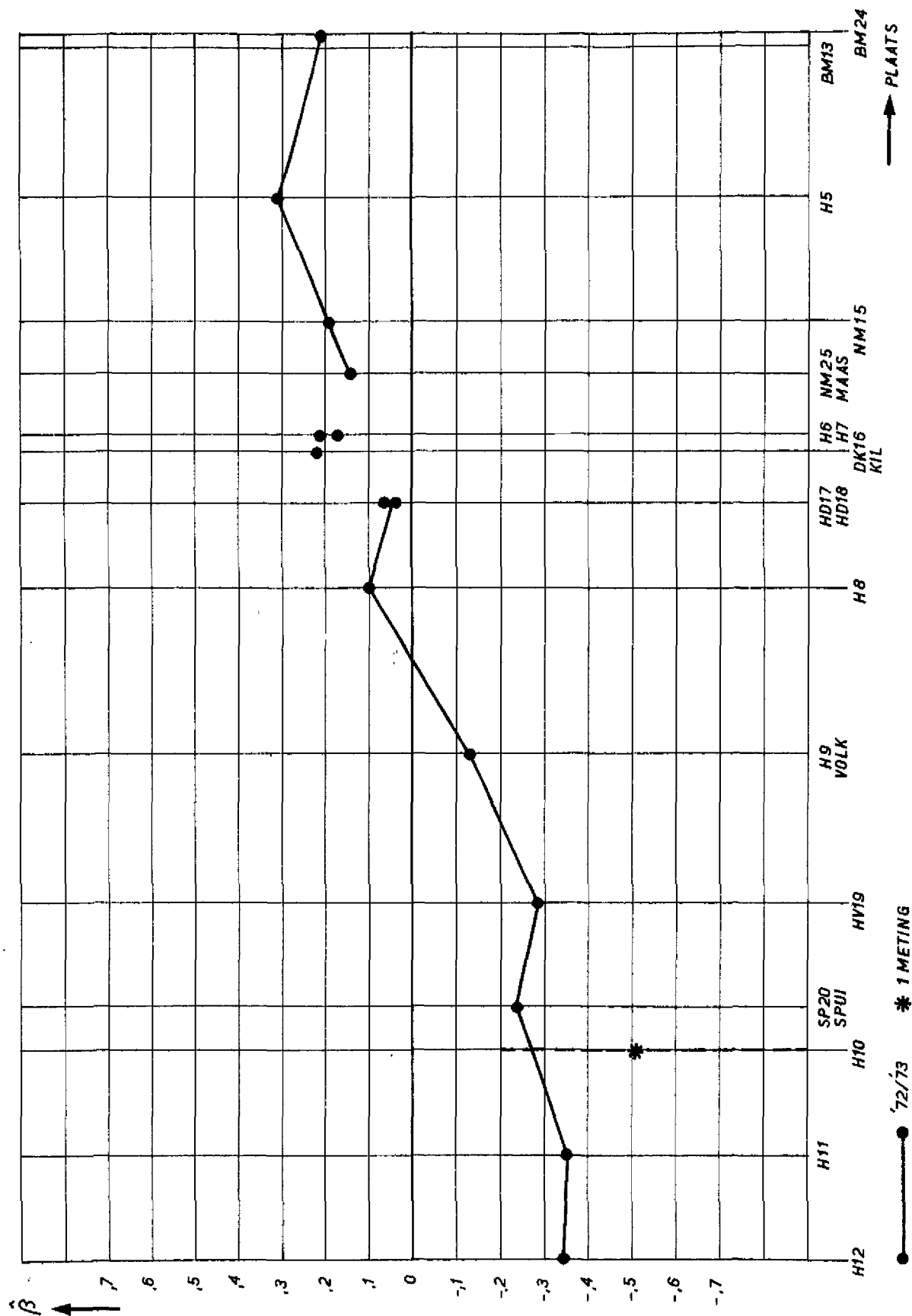
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1012

FIG.5.25



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 (TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

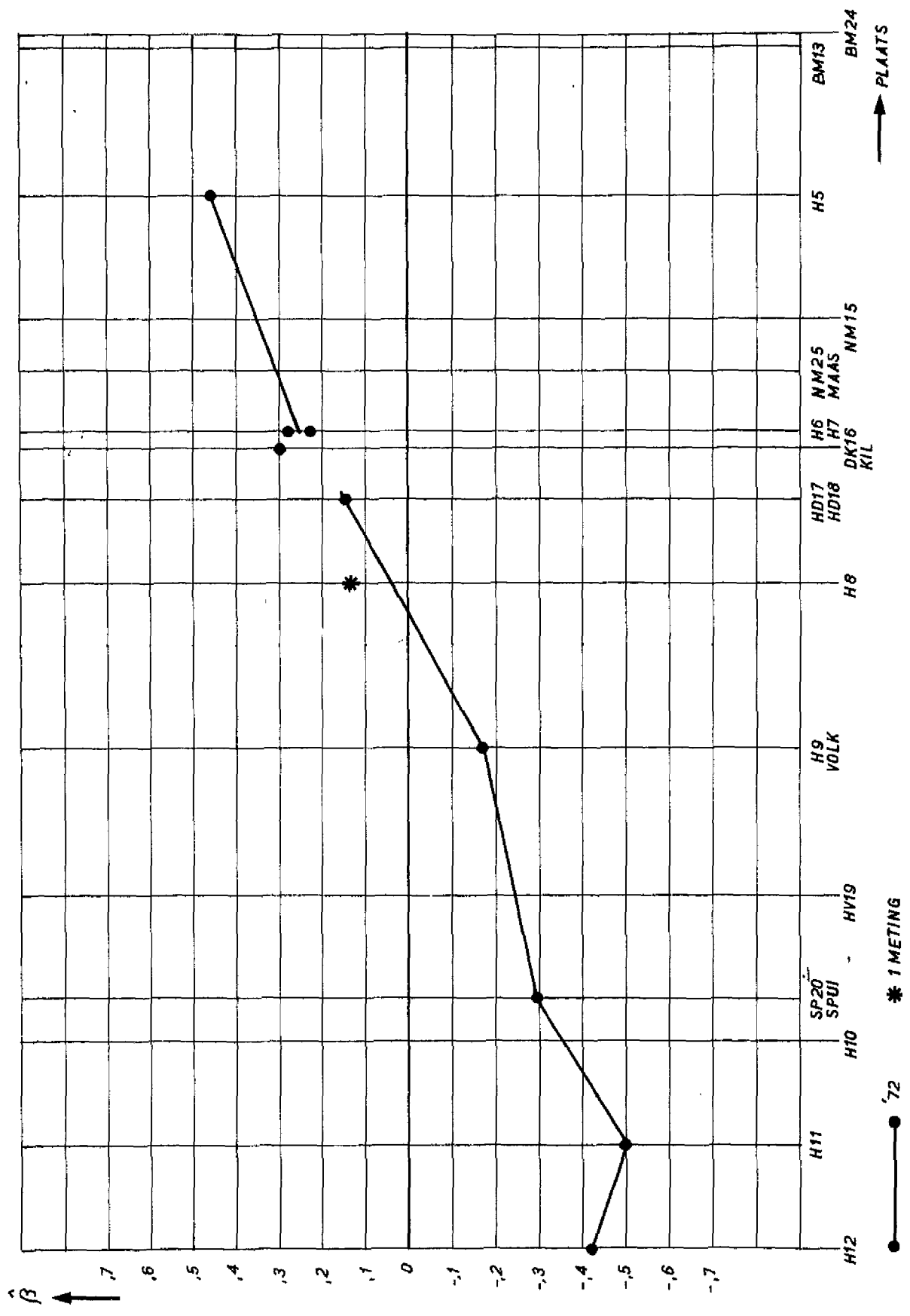
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1013

FIG.5.26

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 (TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

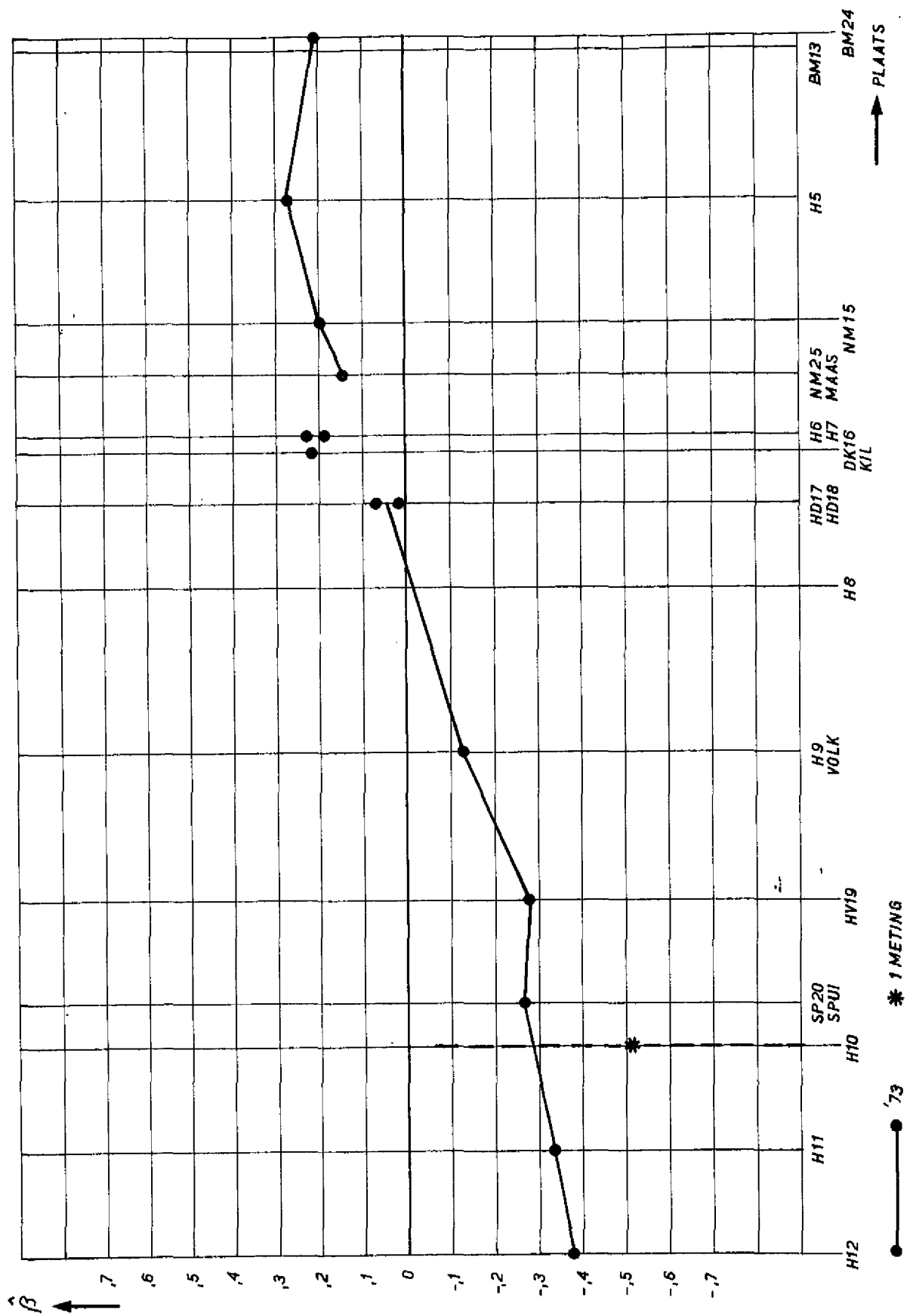
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1014

FIG.5.27



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 (TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

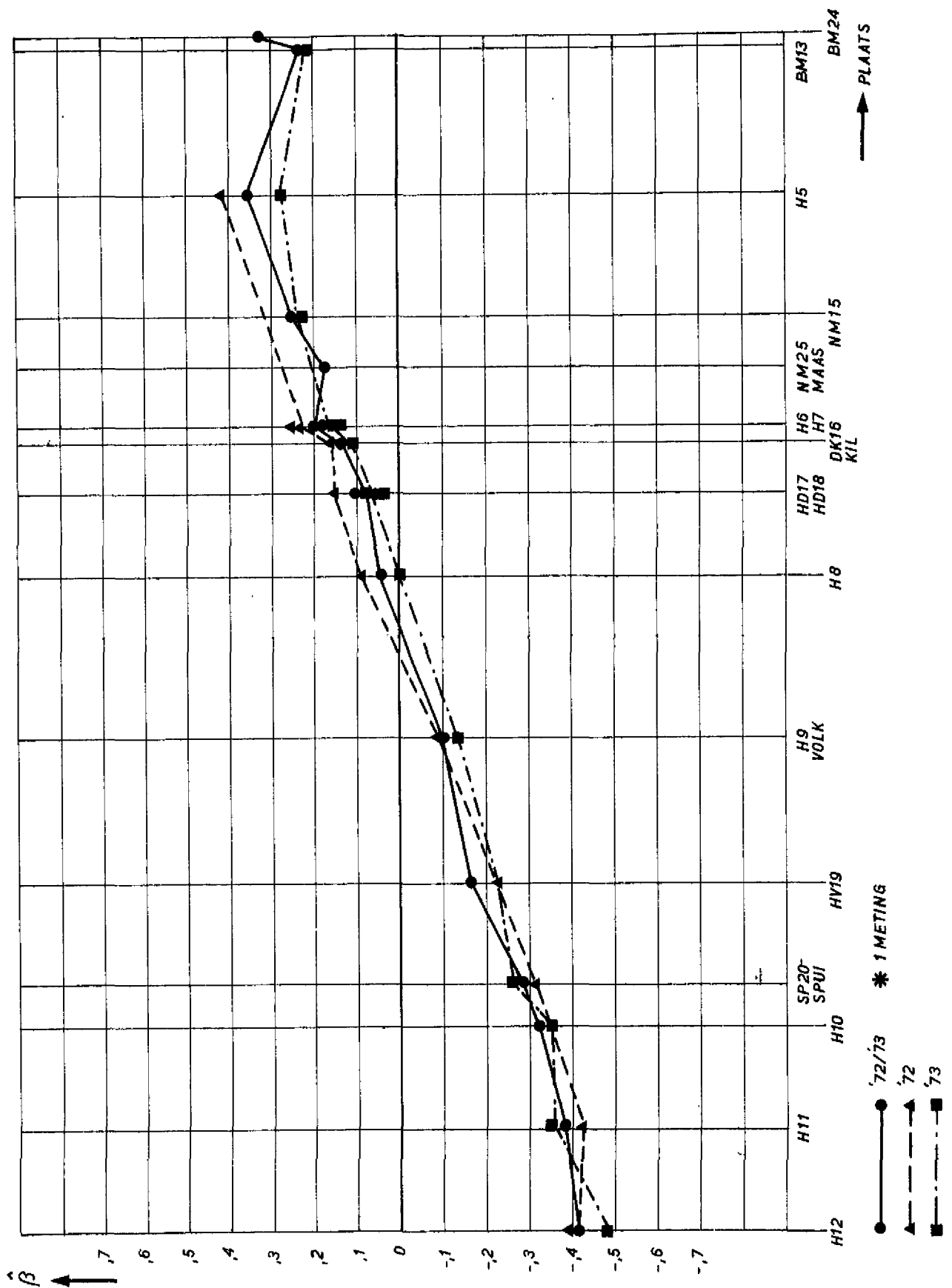
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

JM

A4

R1176 - 1015

FIG.528



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 (ORTHOFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

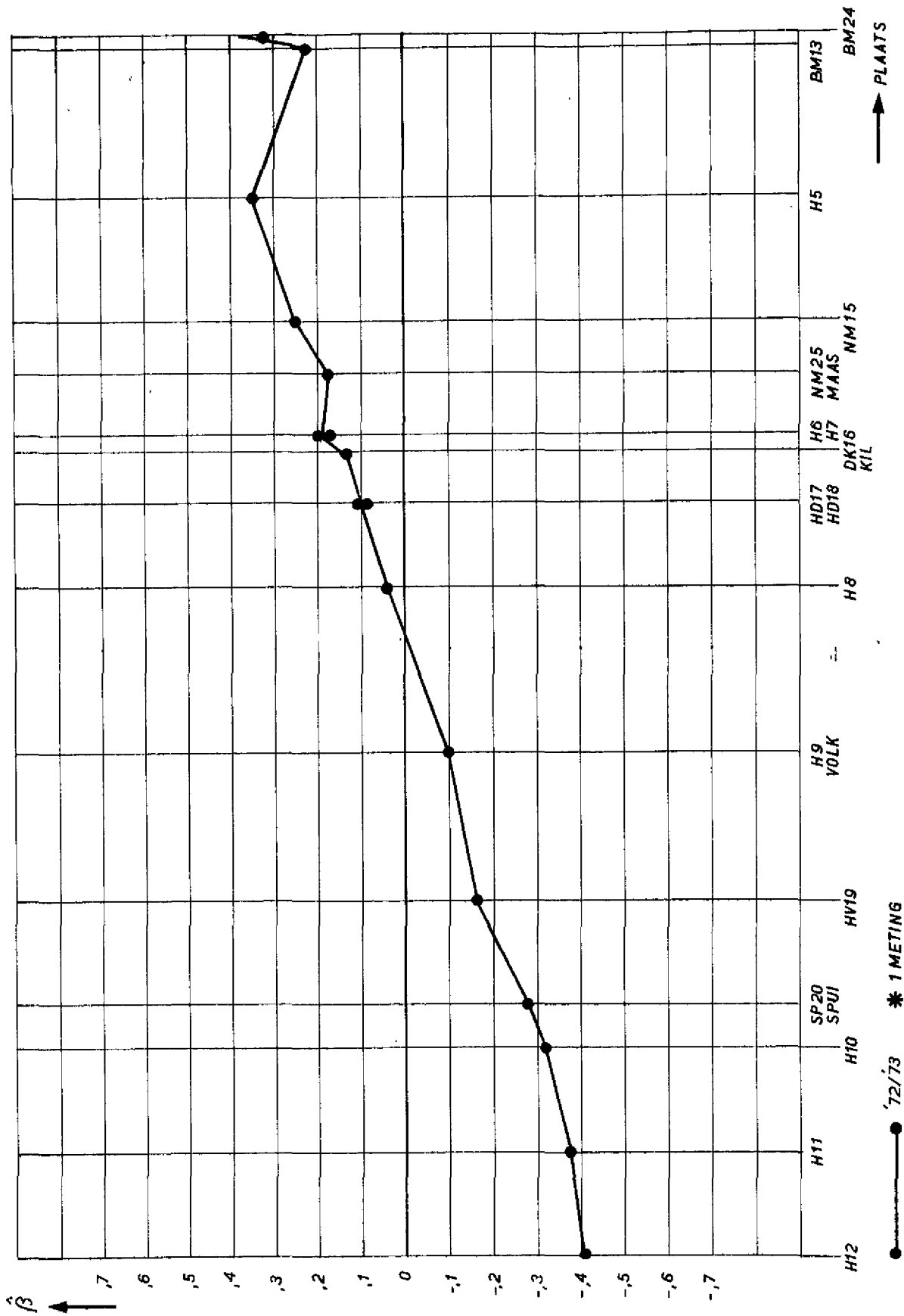
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1016

FIG.5.29



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 (ORTHOFOSSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

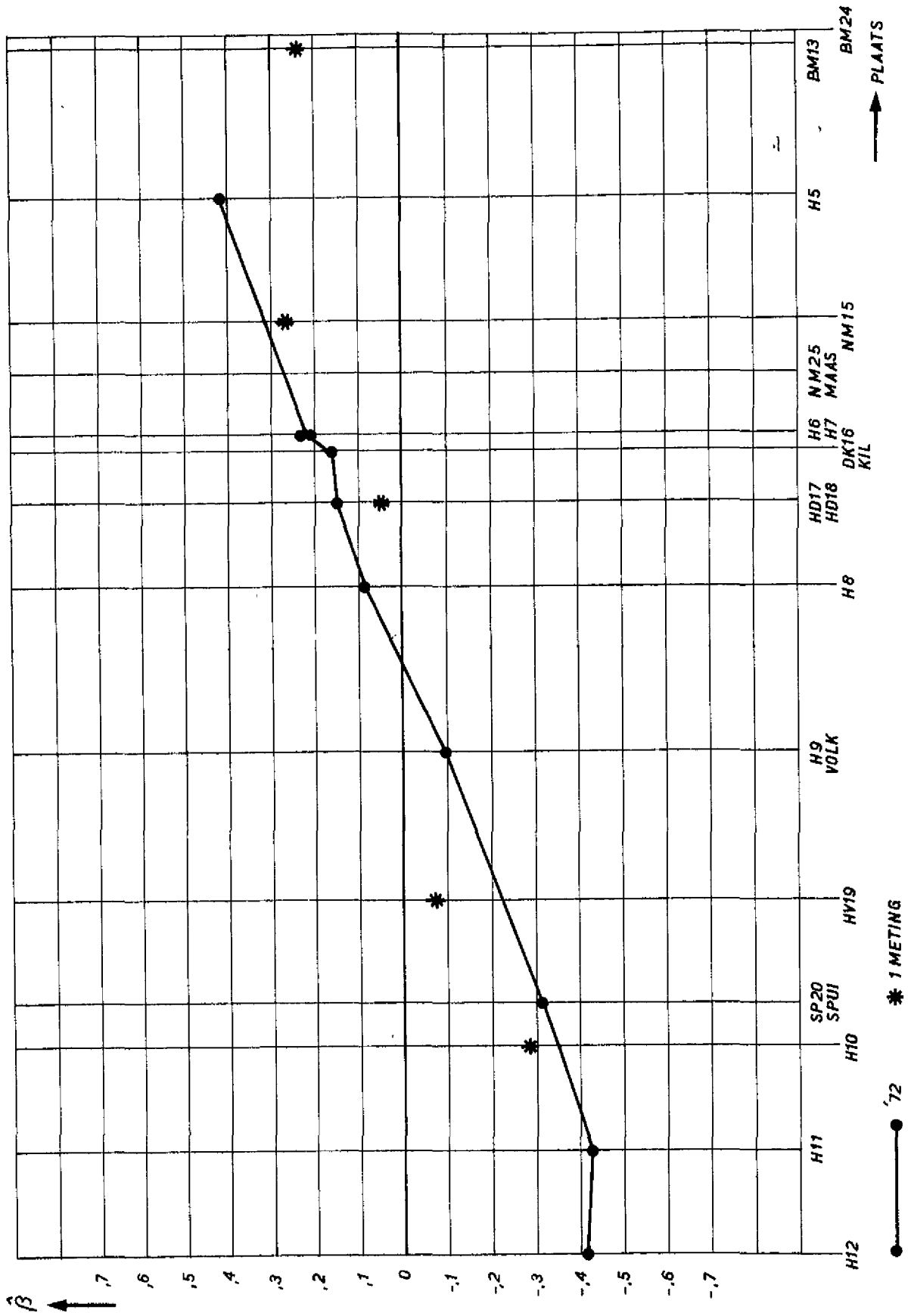
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1017

FIG.5.30



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 (ORTHOFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

JM

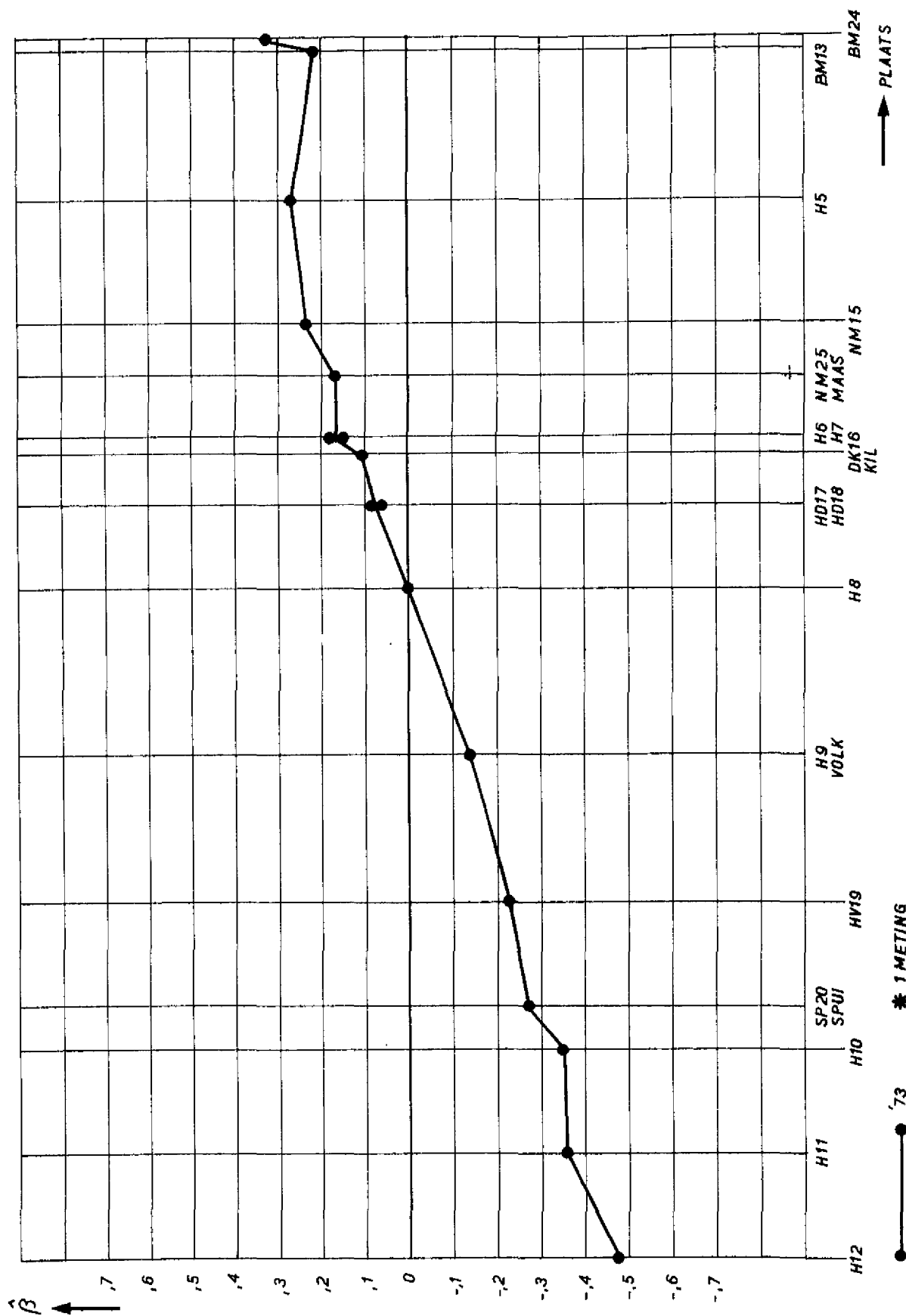
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1018

FIG.5.31

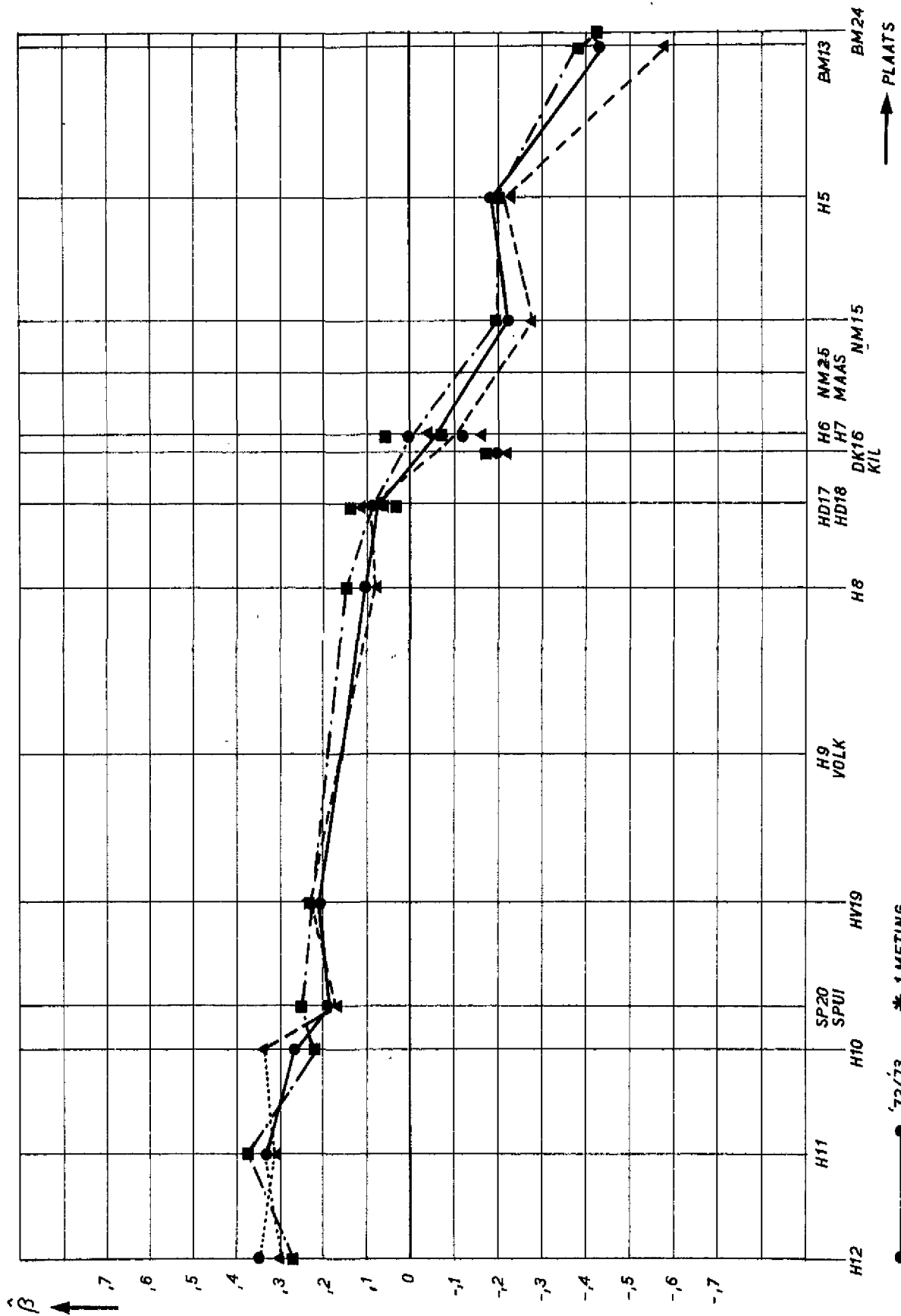




DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 (ORTHOFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL)

JM

A4



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$  IN HET HOLLANDS DIEP -  
 HARINGVLIET  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

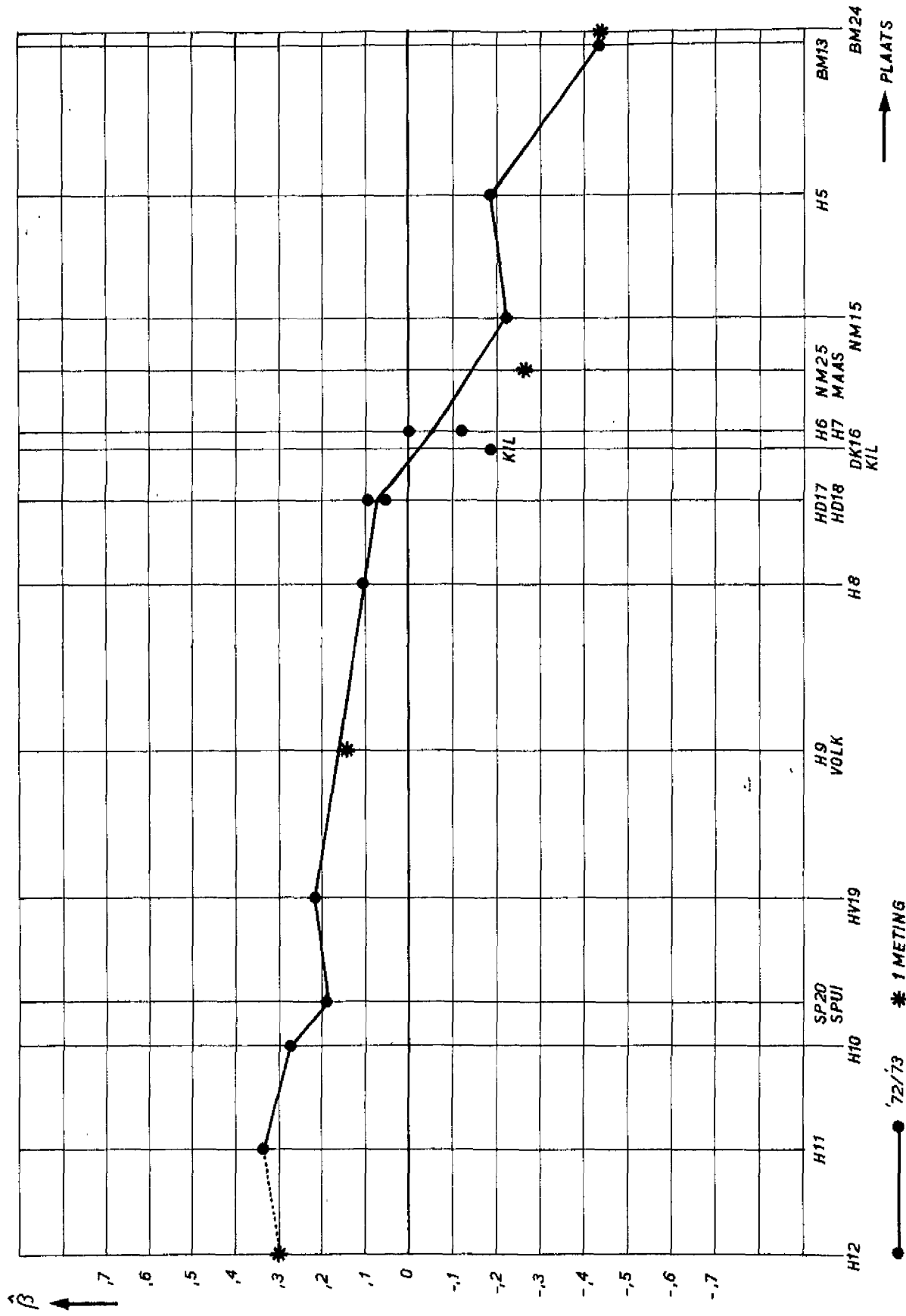
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1020

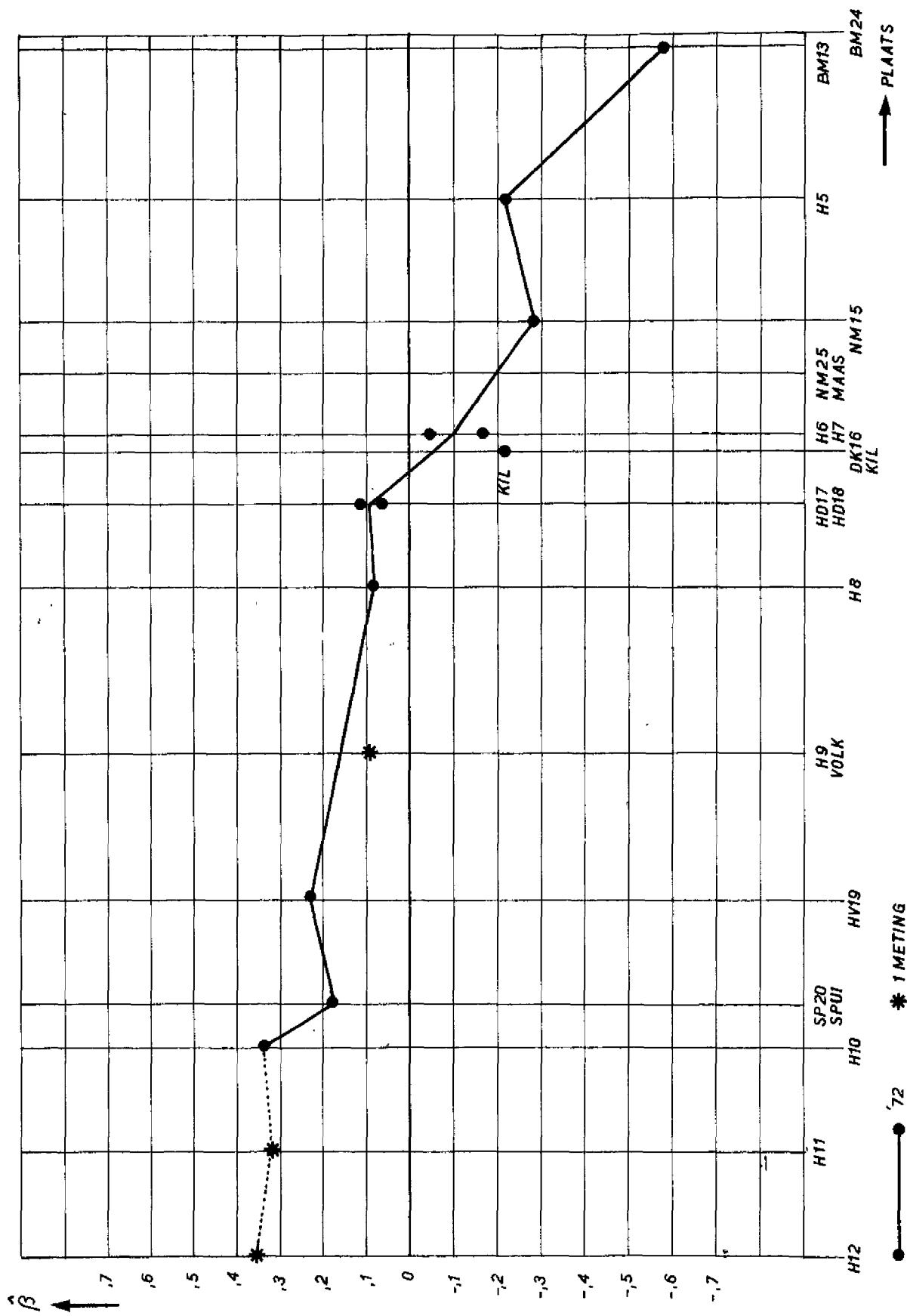
FIG.5.33



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972 + 1973  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

	JM
	A4
R1176 - 1021	FIG.5.34



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1972  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

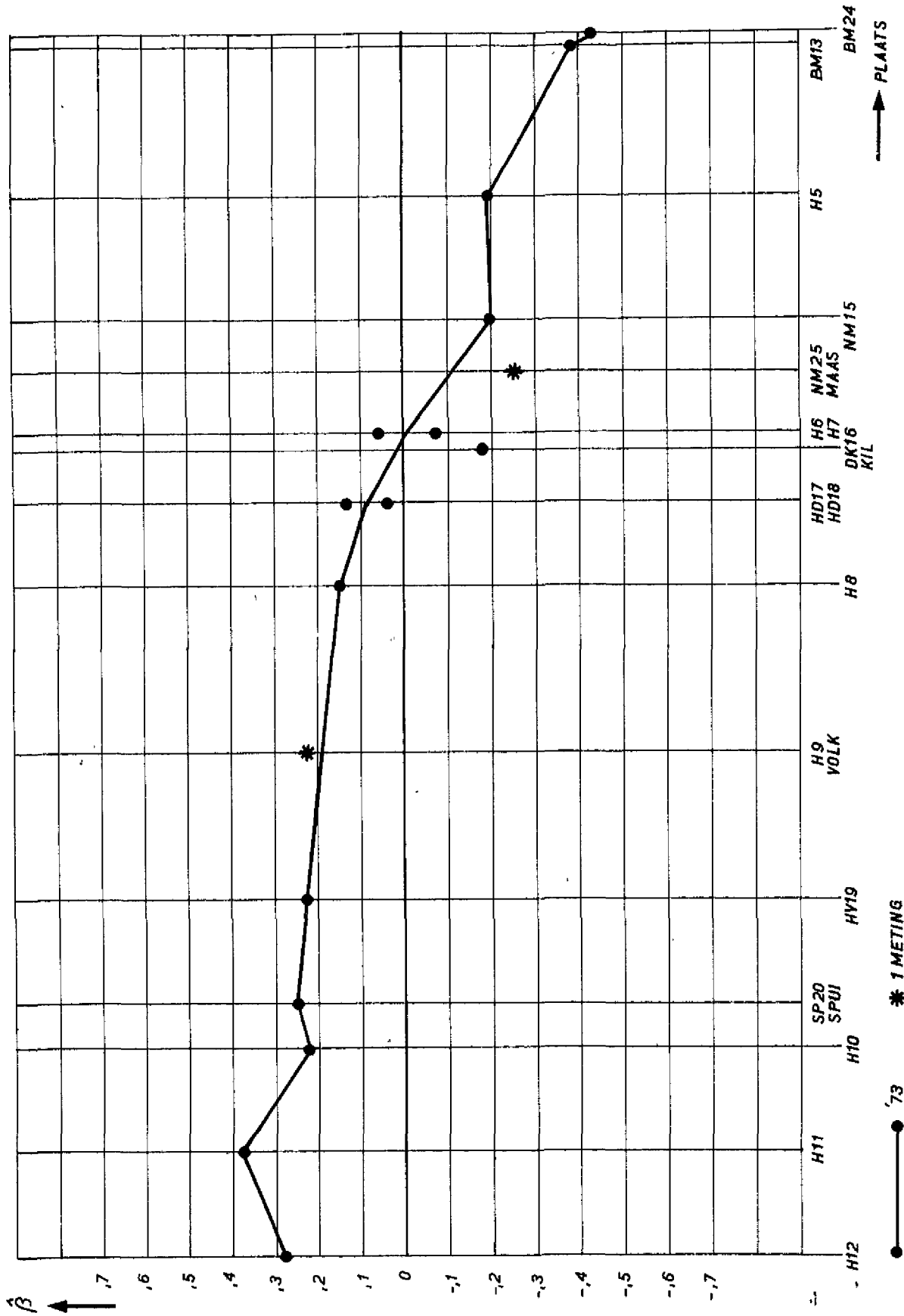
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1022

FIG.5.35



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}$   
 VOOR 1973  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

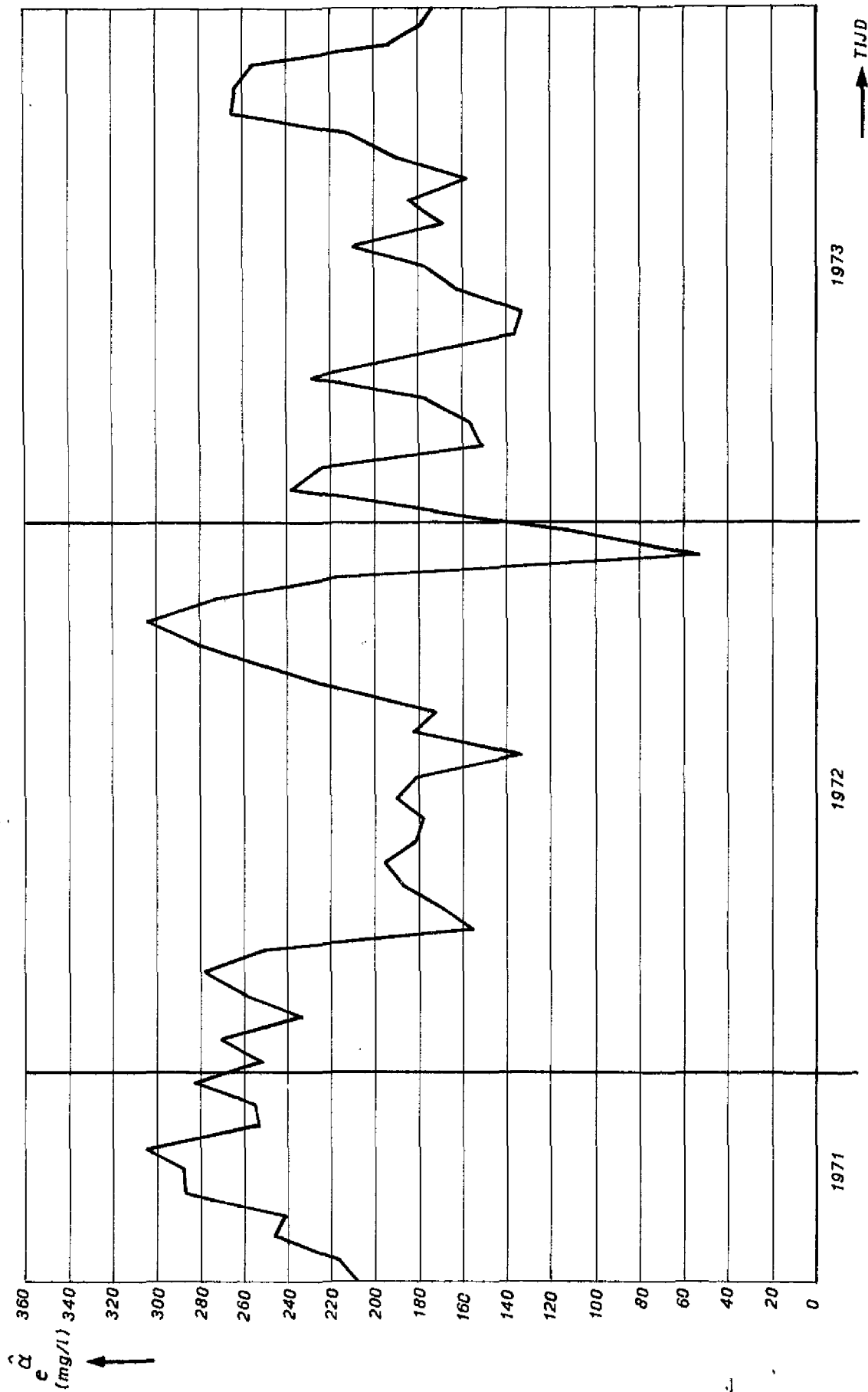
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1023

FIG.5.36



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{c}$  IN 1972 + 1973  
 ( CHLORIDE, UITGEBREIDE MODEL )

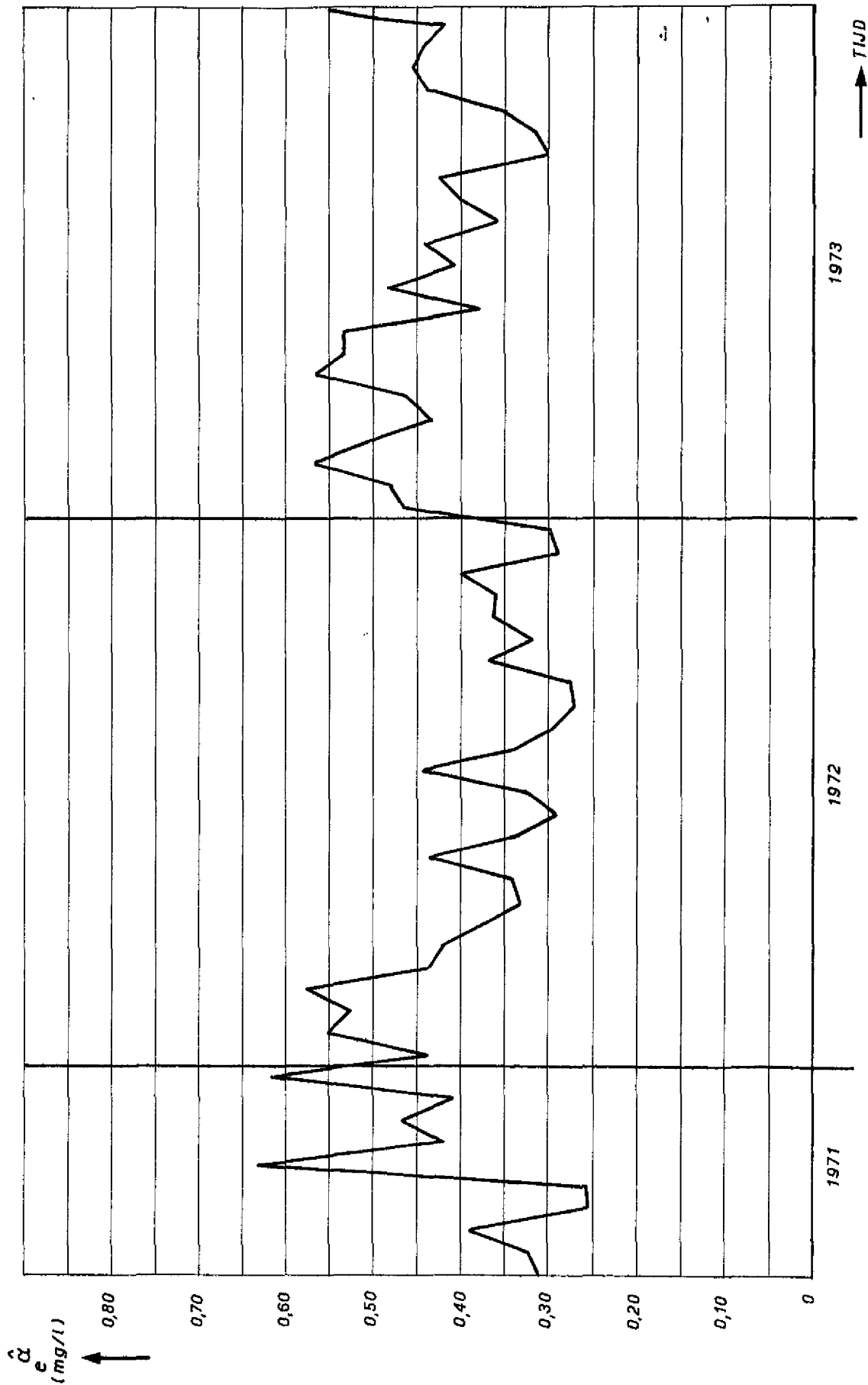
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1044

FIG.5.37



DE TIJDFUNKTIE  $C_p$  IN 1972 + 1973  
 ( TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL )

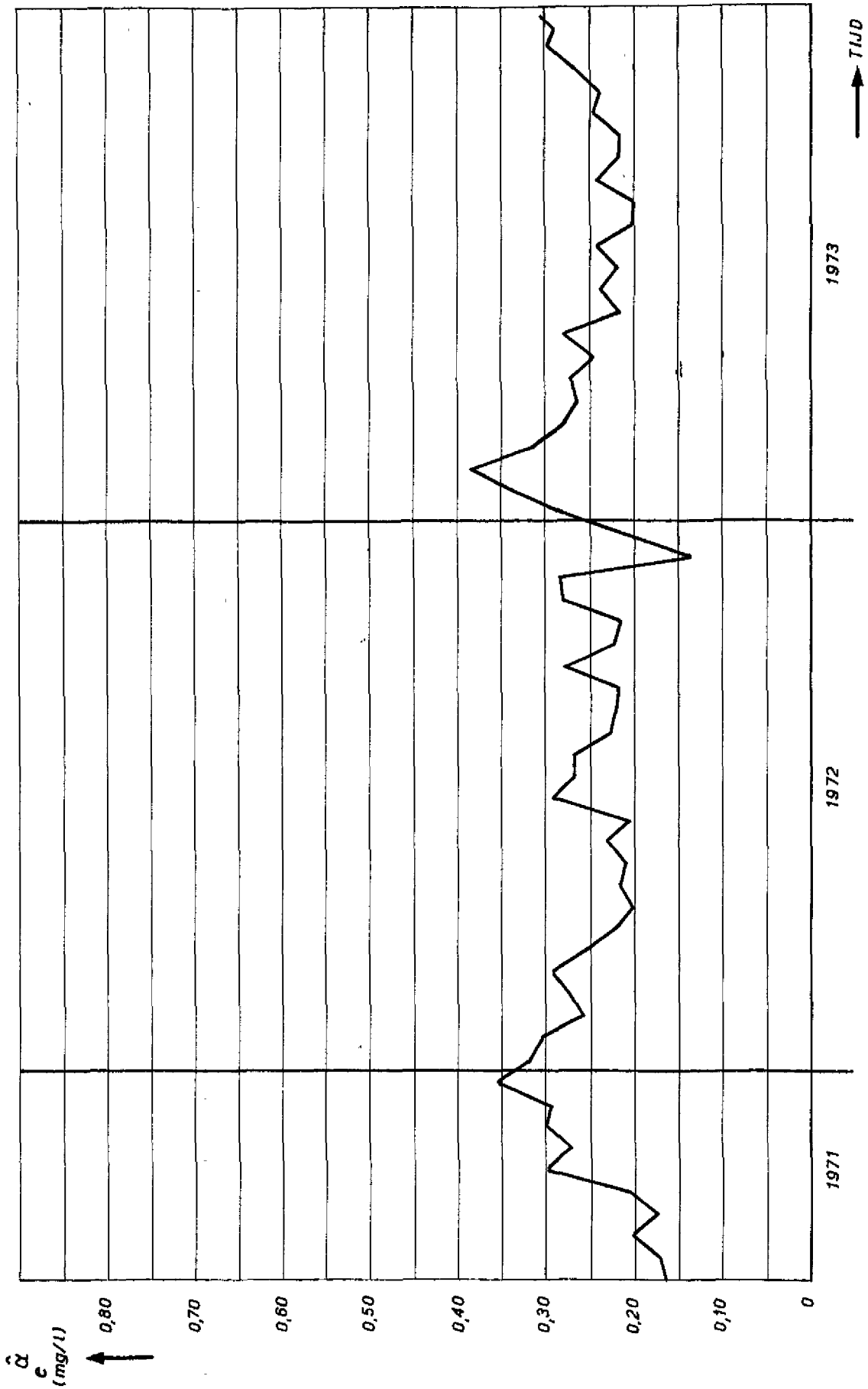
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1176 - 1046

FIG.538

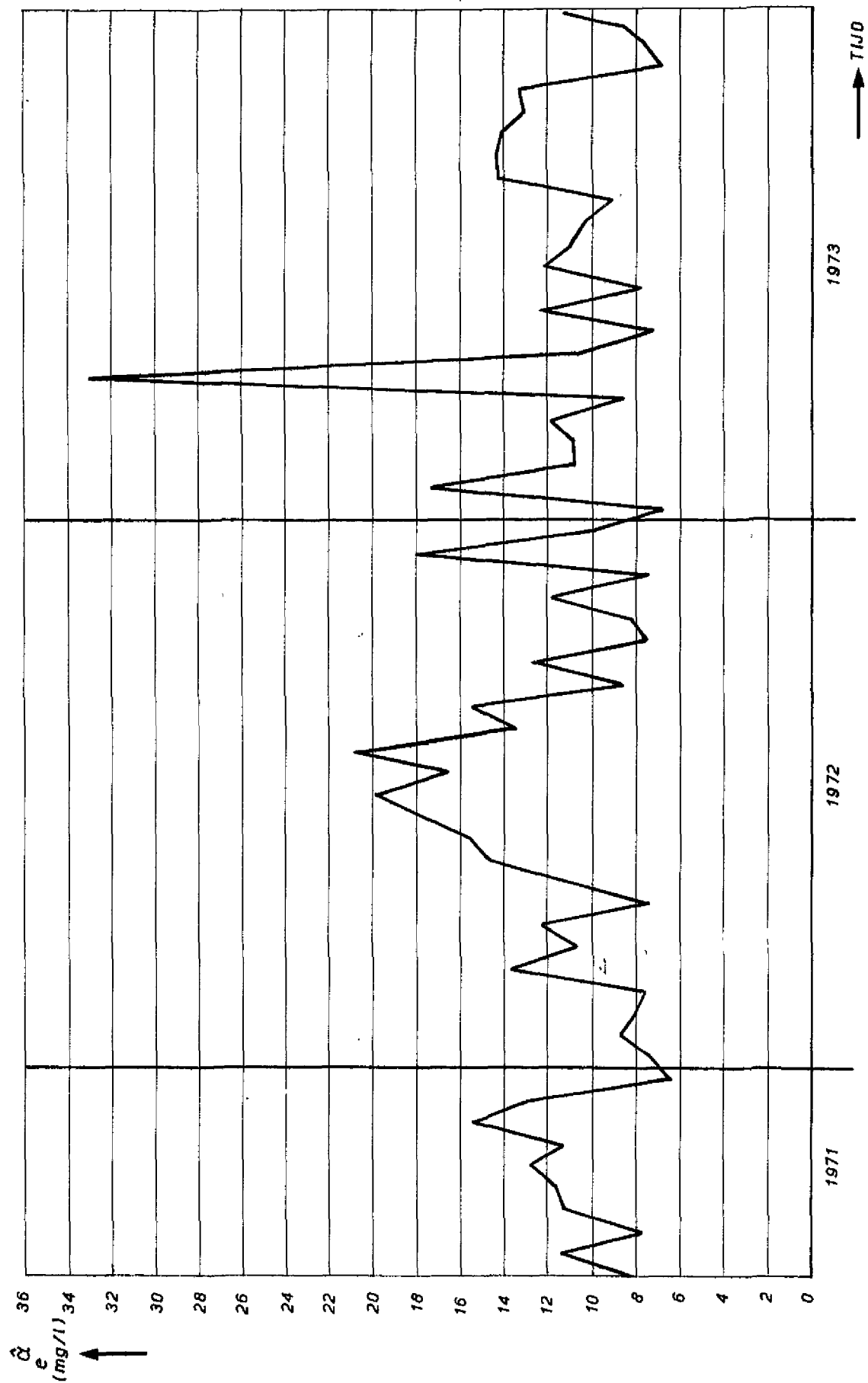


DE TIJDFUNKTIE  $\alpha_c$  IN 1972 + 1973  
( ORTHOFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL )

JM

A4





DE TIJDFUNKTIE  $\hat{c}_e$  IN 1972 + 1973  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

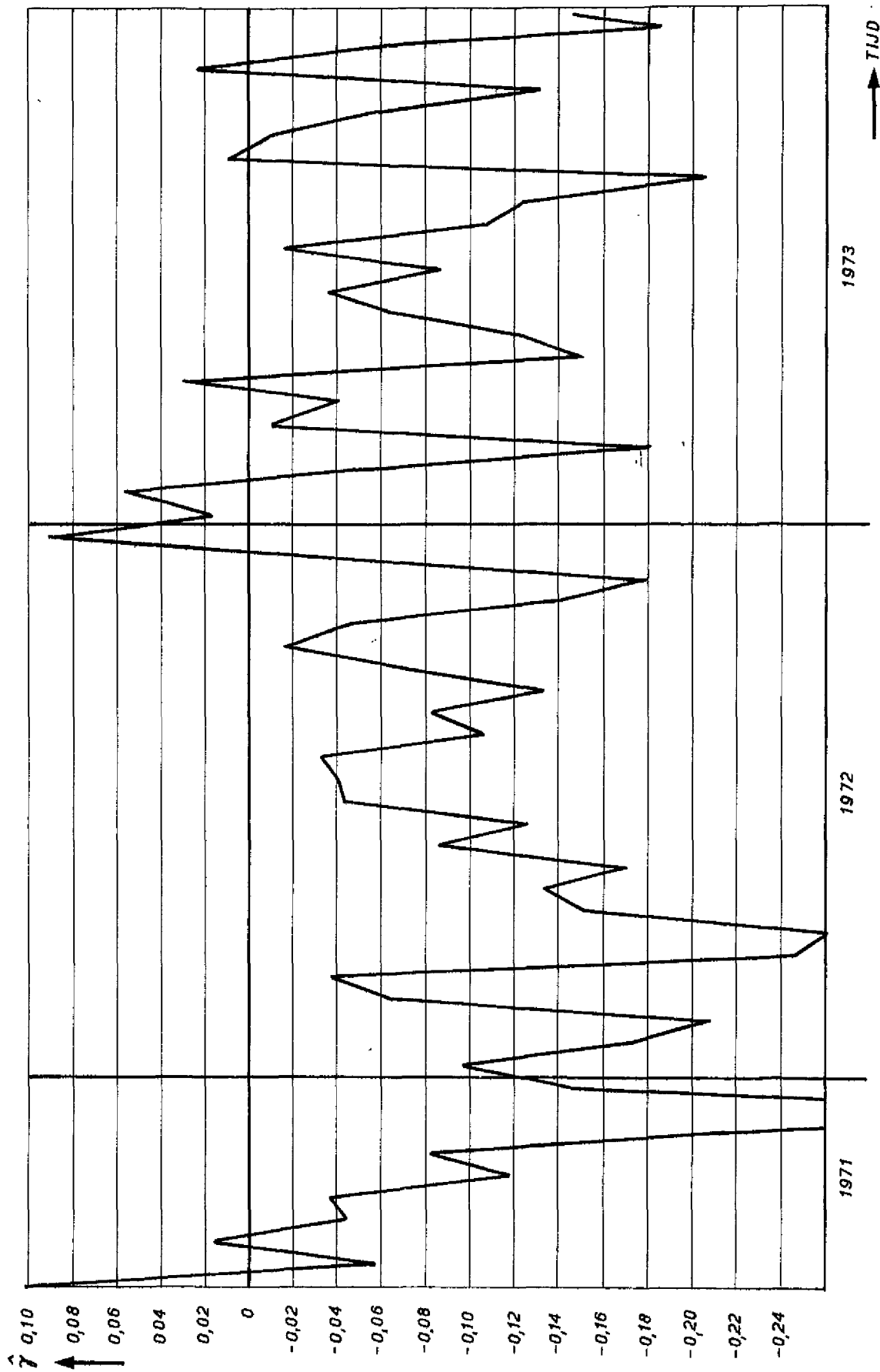
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1041

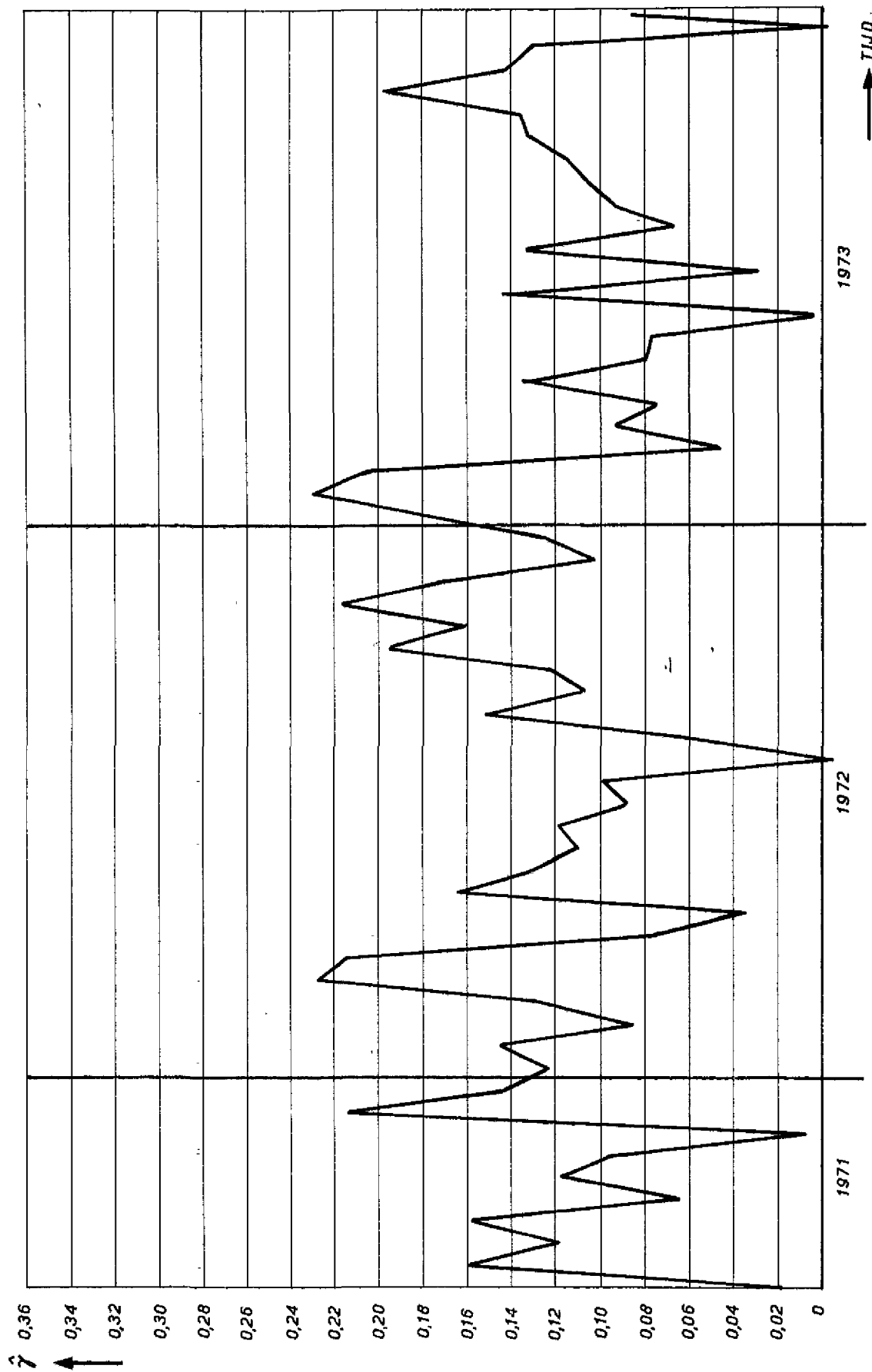
FIG.5.40



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{y}$  IN 1972 + 1973  
 ( CHLORIDE , UITGEBREIDE MODEL )

JM

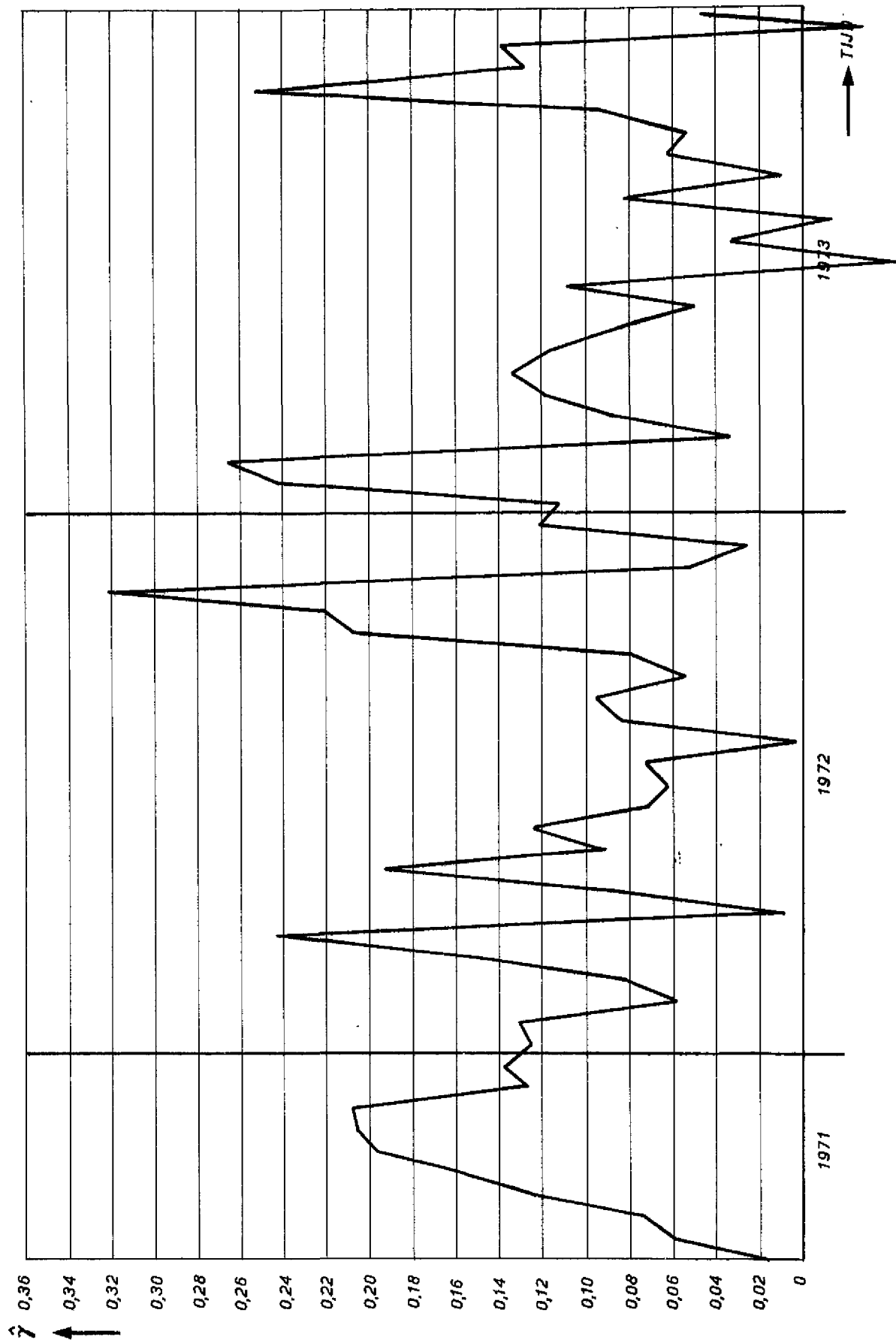
A4



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
 ( TOTAALFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL )

JM

A4



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{y}$  IN 1972 + 1973  
 ( ORTHOFOSFAAT, UITGEBREIDE MODEL )

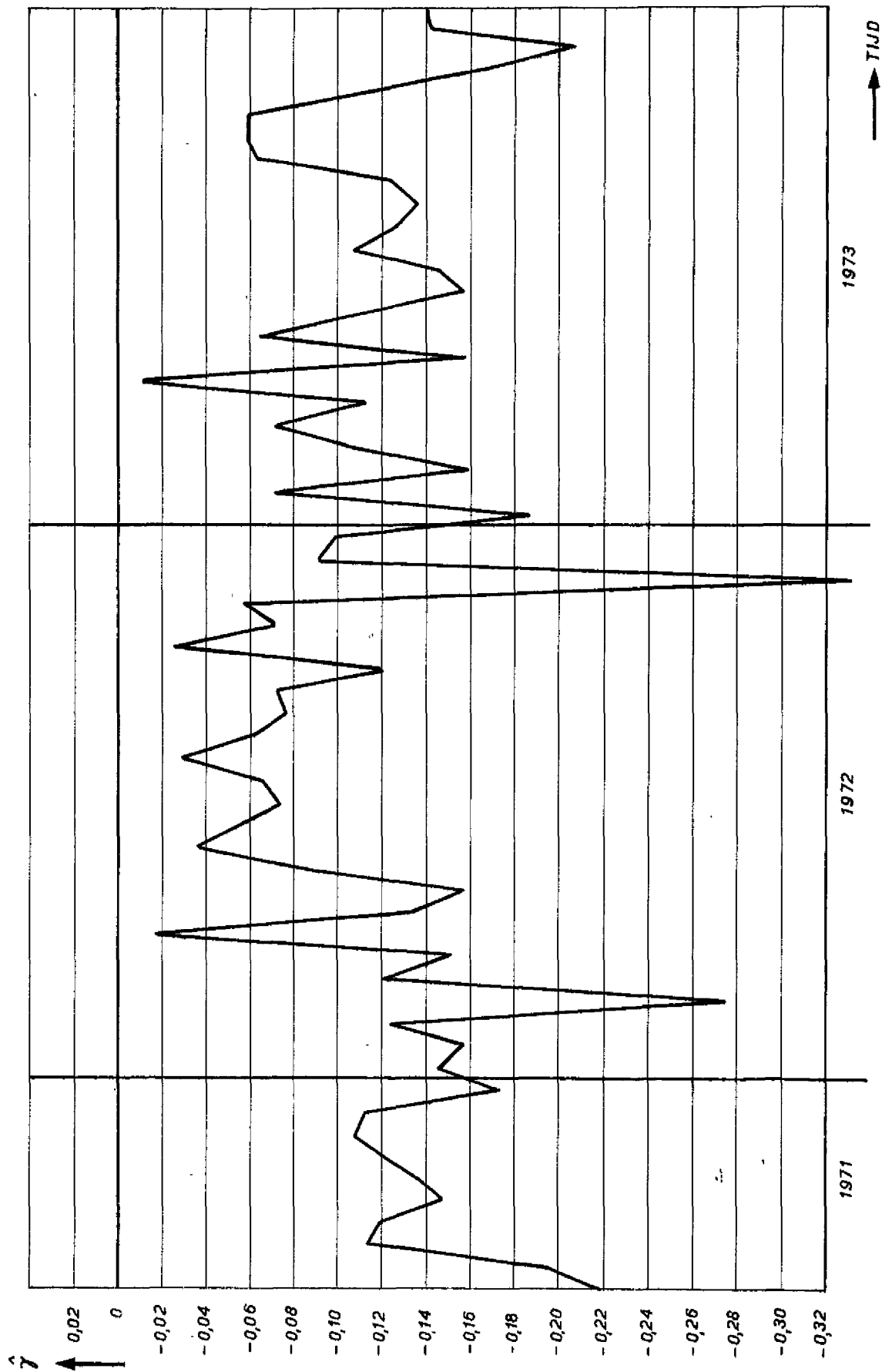
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1043

FIG.5.43



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  IN 1972 + 1973  
 (ZWEVENDE STOF, UITGEBREIDE MODEL)

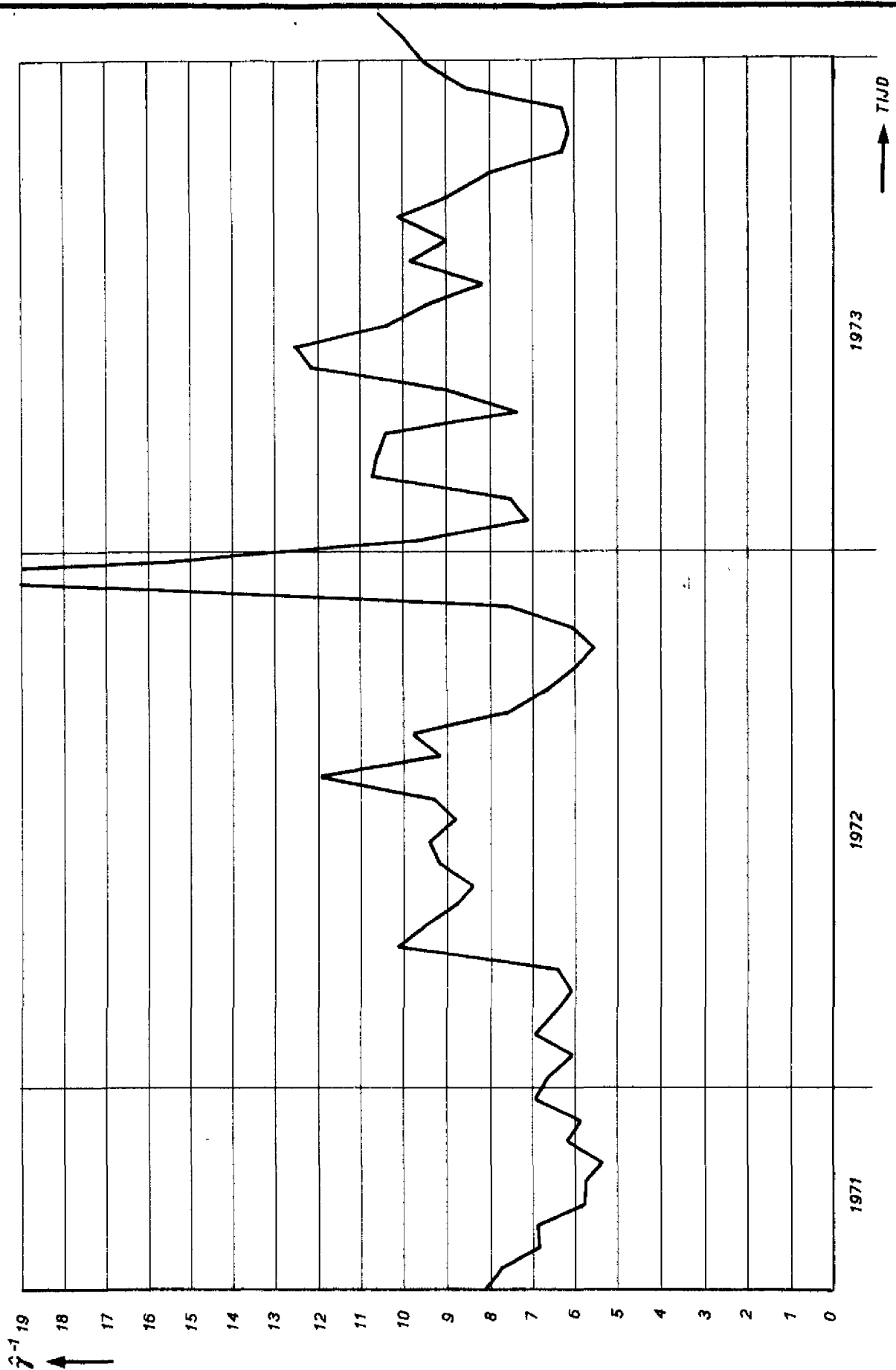
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1049

FIG.5,44



DE RECIPROKE WAARDE VAN  $\hat{\gamma}$  ALS FUNKTIE  
 VAN DE TIJD  
 (CHLORIDE, ALGEMENE MODEL)

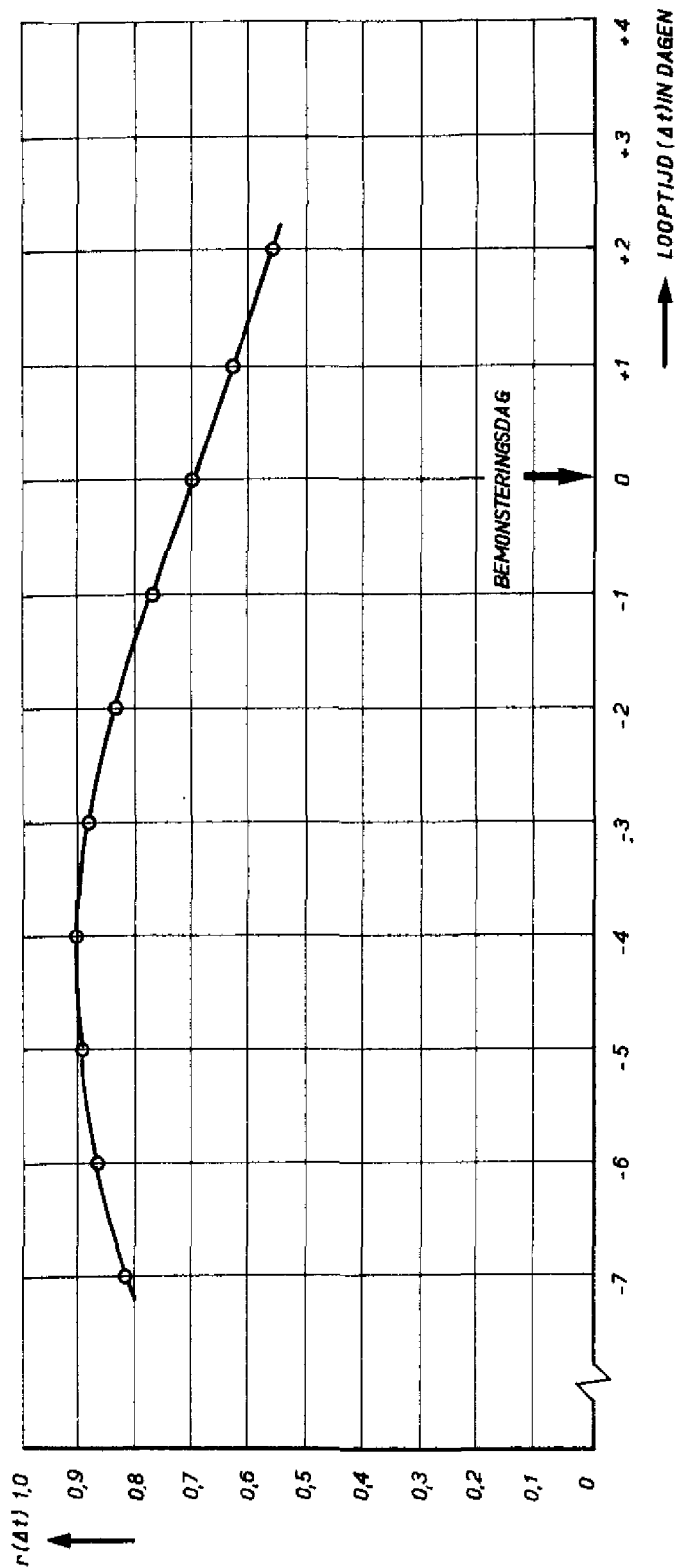
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1035

FIG.5.45



DE CORRELATIECOËFFICIËNT TUSSEN AFVOER BIJ LOBITH  
 EN DE RECIPROKE EIGENWAARDECOMPONENTEN VOOR  
 CHLORIDE VOOR VERSCHILLENDE LOOPTIJDEN  
 (ALGEMENE MODEL)

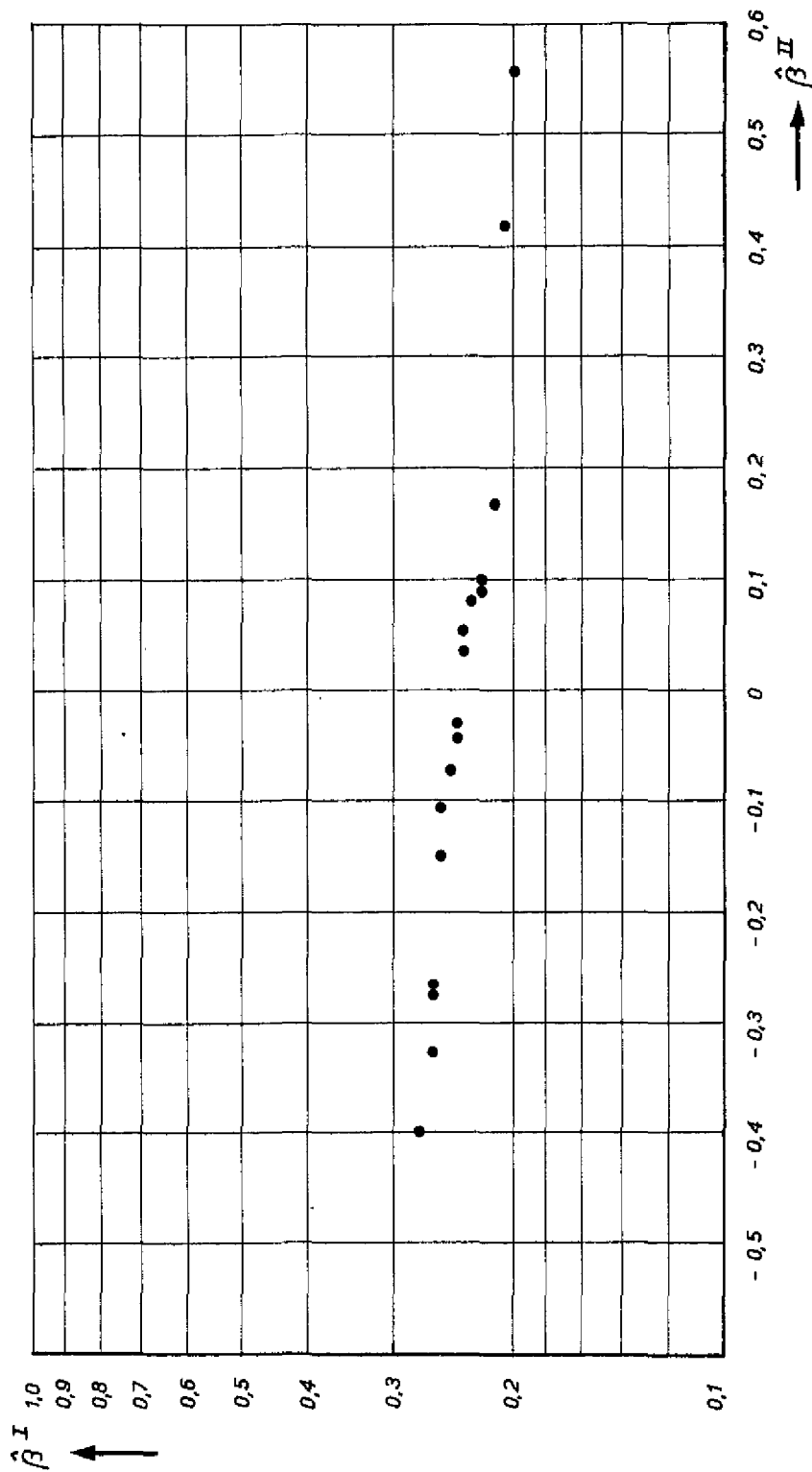
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1024

FIG.5.46

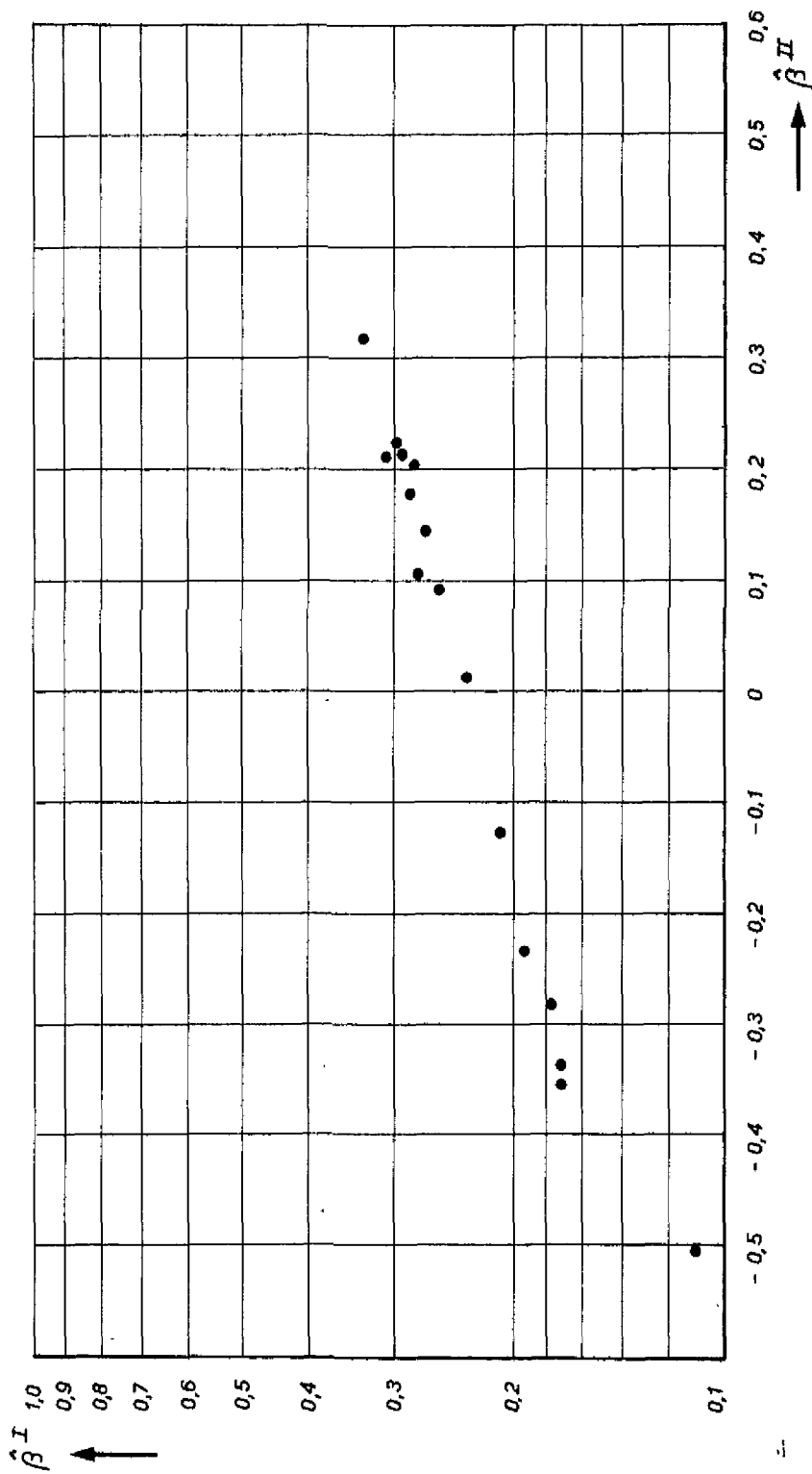


DE PLAATSFUNKTIE  $\hat{\beta}^I$  VAN HET ALGEMENE MODEL  
 ALS FUNKTIE VAN  $\hat{\beta}^II$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 ( CHLORIDE, 1972 + 1973 )

JM

A4





DE PLAATSFUNKTIE  $\hat{\beta}^I$  VAN HET ALGEMENE MODEL  
 ALS FUNKTIE VAN  $\hat{\beta}^II$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (TOTAAL FOSFAAT, 1972 + 1973 )

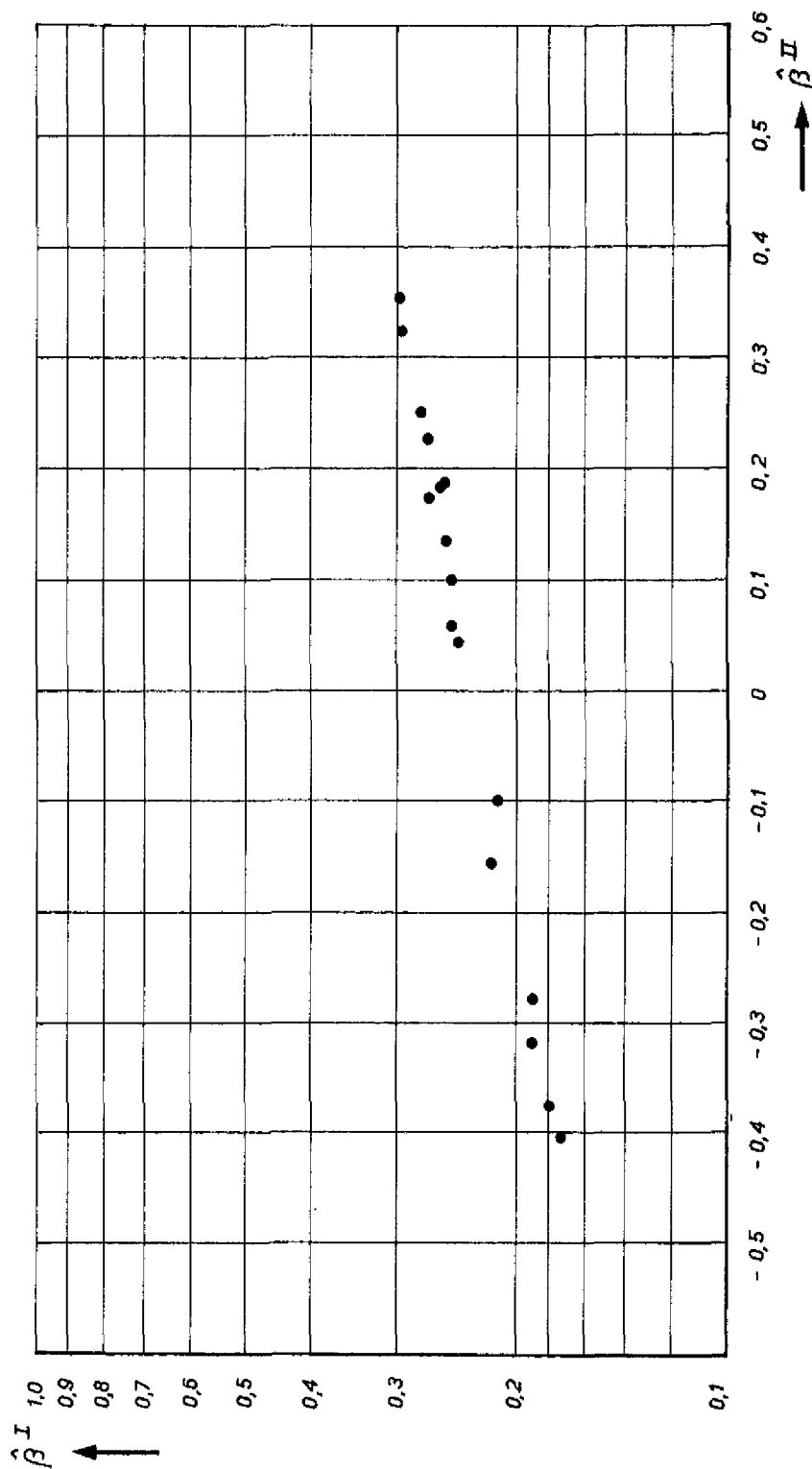
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1025

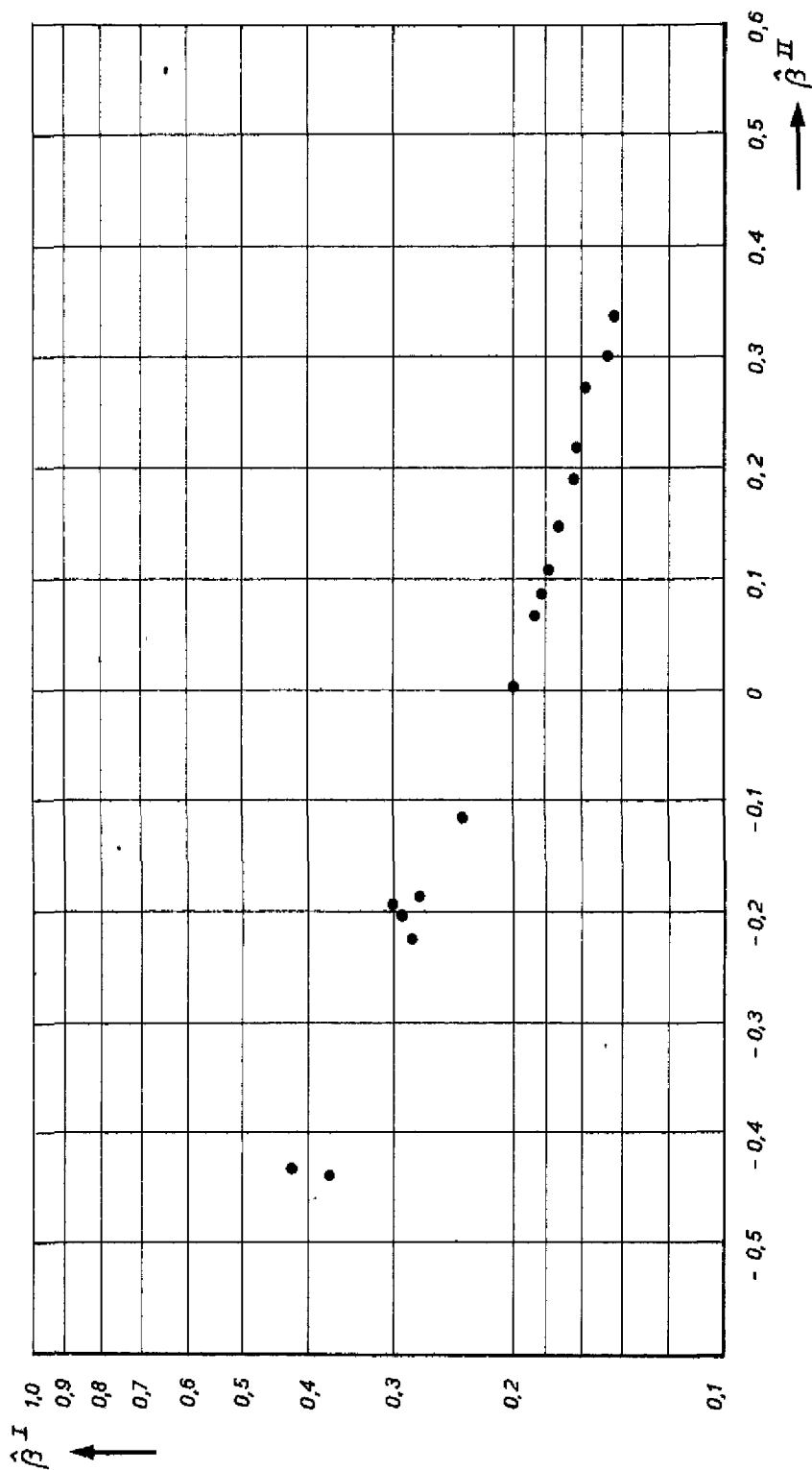
FIG.5.48



DE PLAATSFUNCTIE  $\hat{\beta}^{\text{I}}$  VAN HET ALGEMENE MODEL  
 ALS FUNKTIE VAN  $\hat{\beta}^{\text{II}}$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (ORTHOFOSFAAT, 1972 + 1973)

JM

A4



DE PLAATSFUNKTIE  $\hat{\beta}^I$  VAN HET ALGEMENE MODEL  
 ALS FUNKTIE VAN  $\hat{\beta}^II$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (ZWEVENDE STOF, 1972 + 1973)

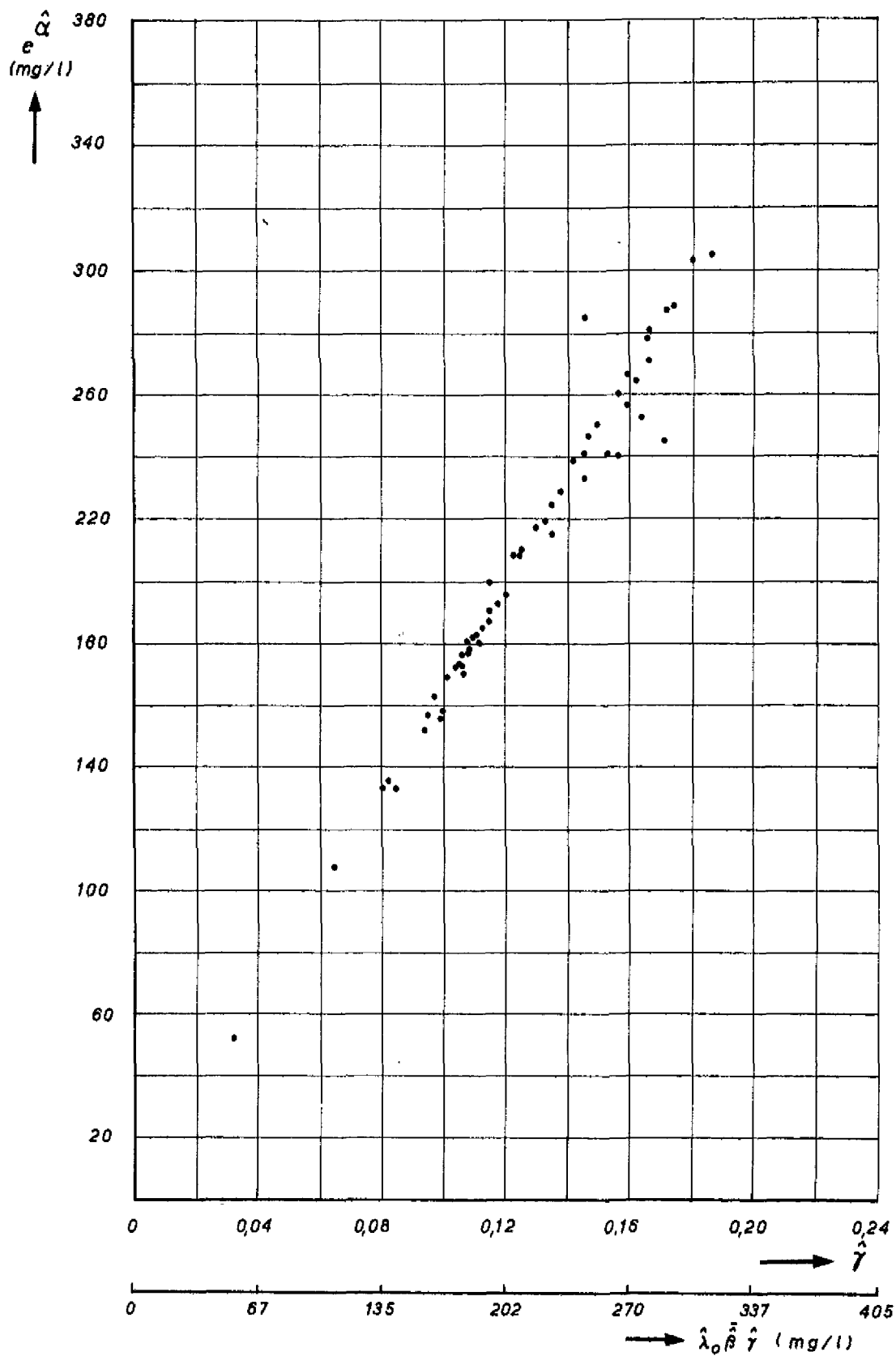
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1028

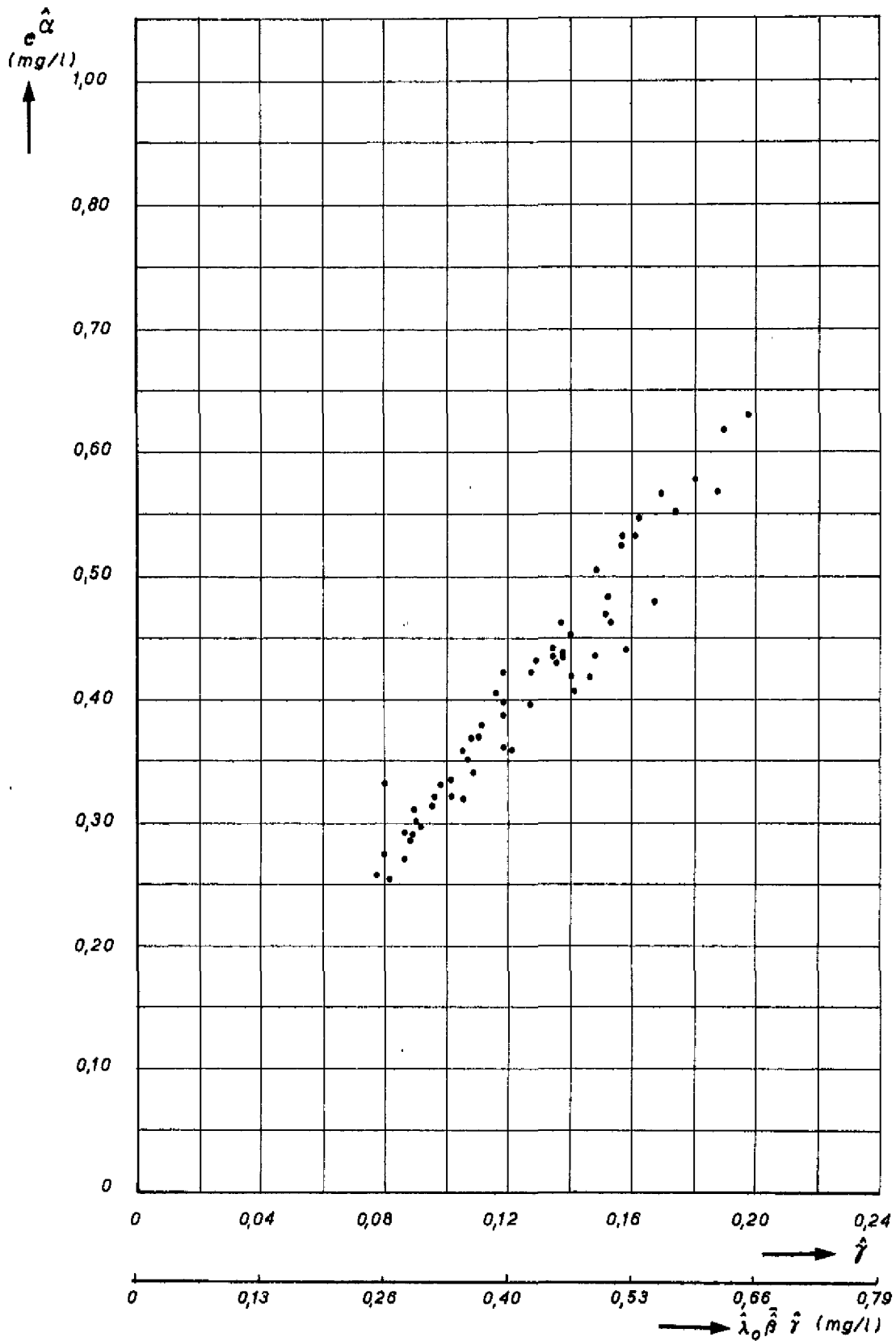
FIG.5.50



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  VAN HET ALGEMENE MODEL ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\alpha}$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (CHLORIDE 1972 + 1973)

JM

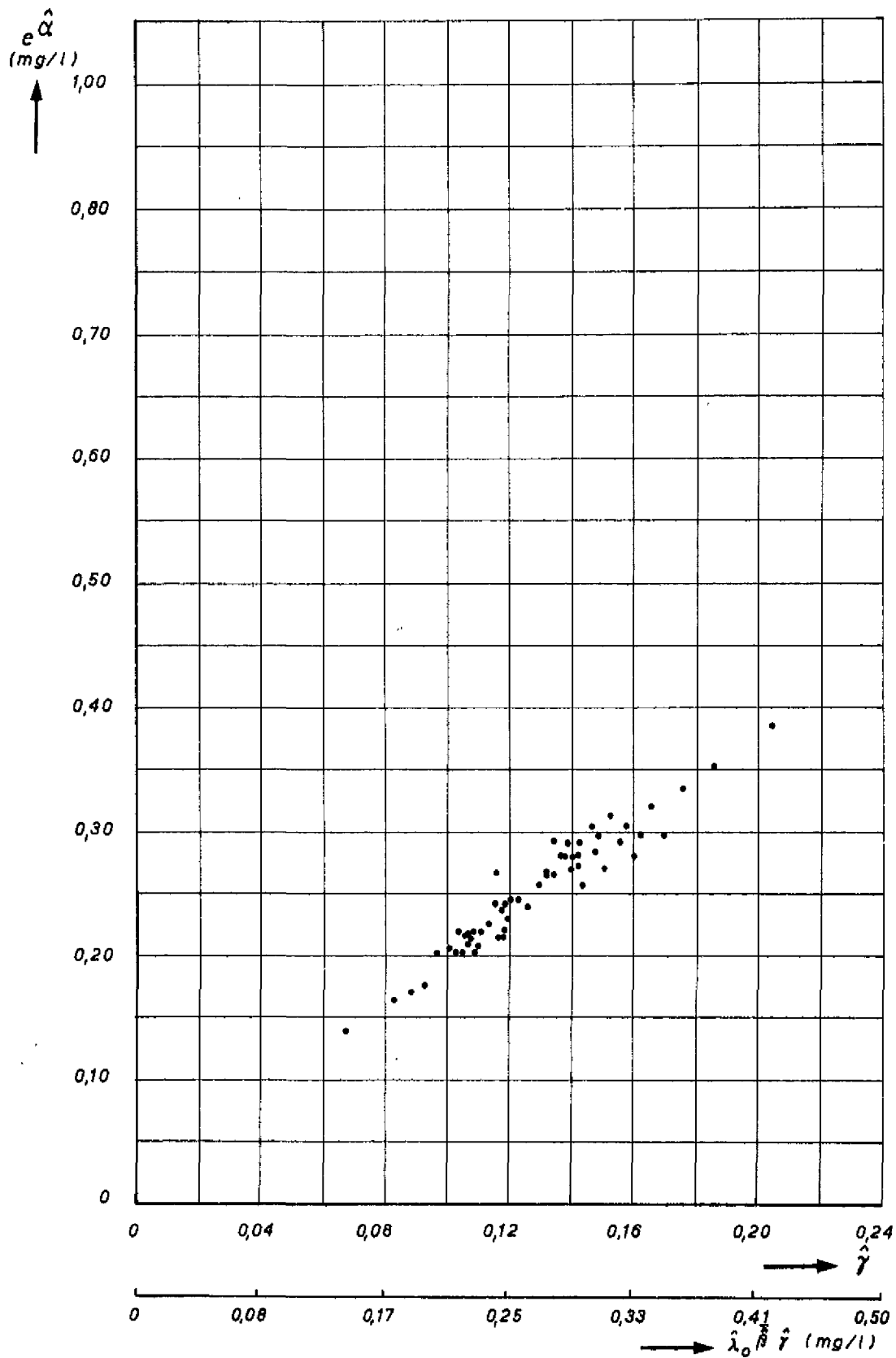
A4



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  VAN HET ALGEMENE MODEL ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\alpha}$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (TOTAALFOSFAAT, 1972 + 1973)

JM

A4



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  VAN HET ALGEMENE MODEL ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\alpha}$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 ( ORTHOFOSFAAT, 1972 + 1973 )

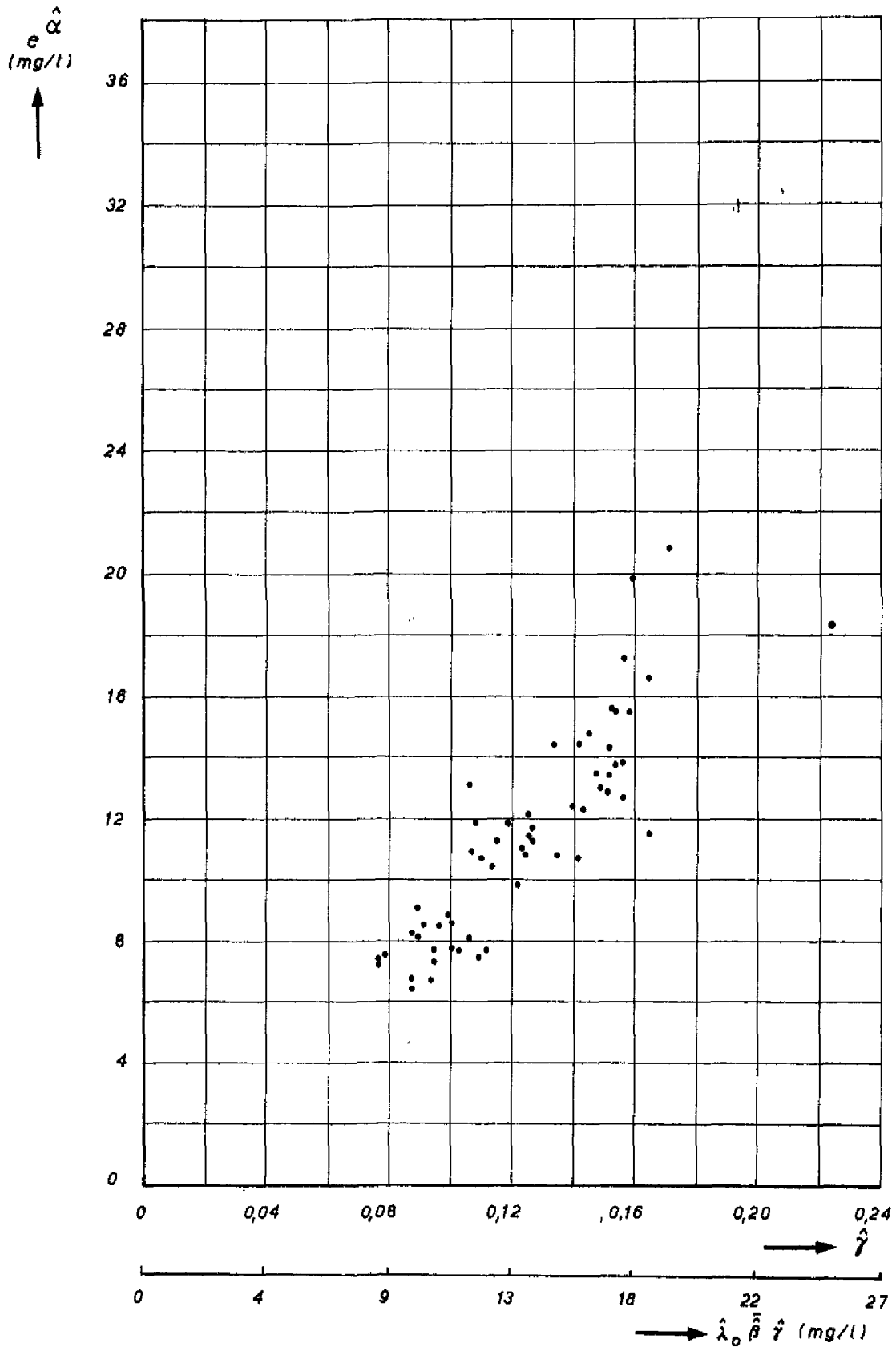
JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1031

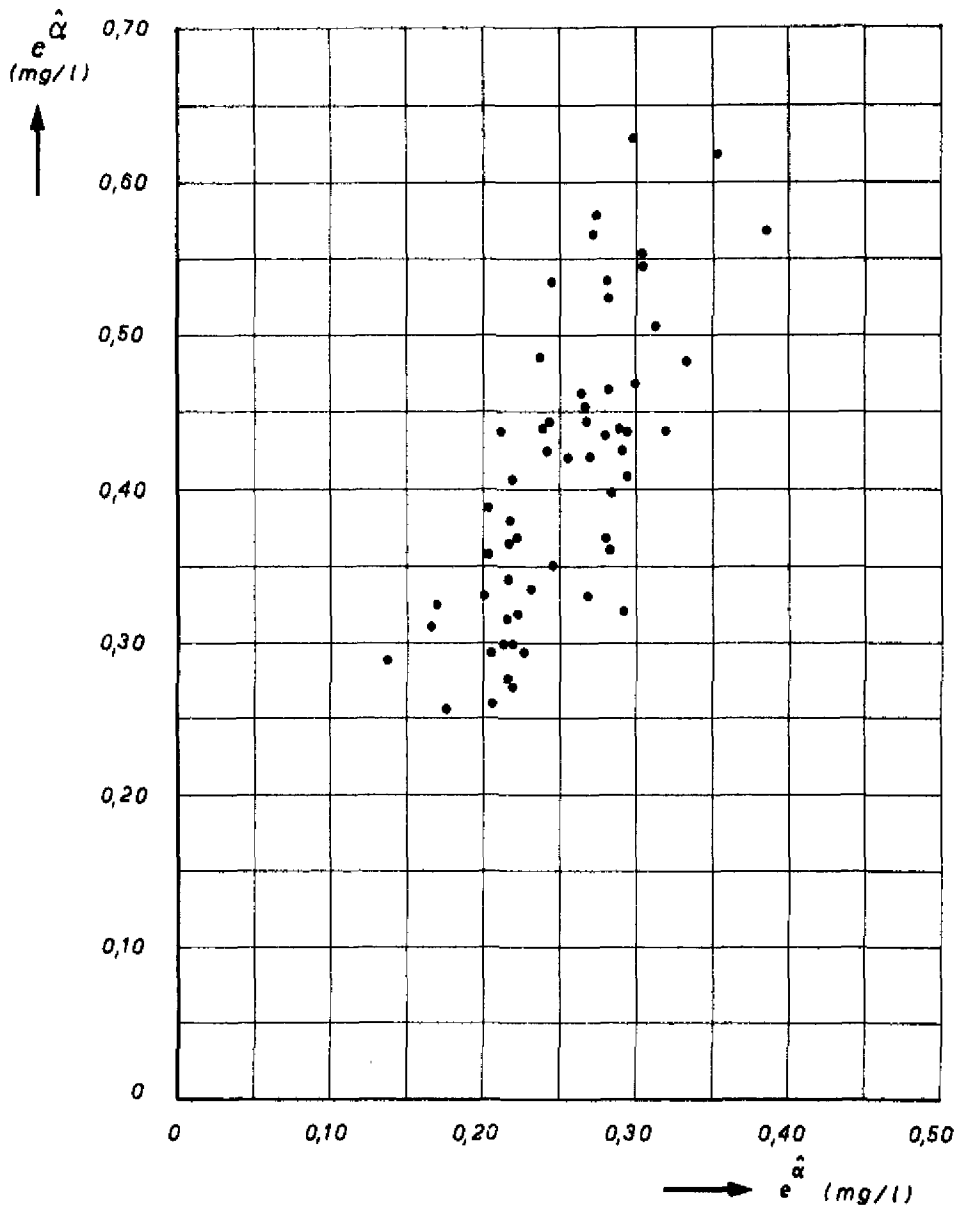
FIG.5.53



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\gamma}$  VAN HET ALGEMENE MODEL ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\alpha}$  VAN HET UITGEBREIDE MODEL  
 (ZWEVENDE STOF, 1972 + 1973 )

JM

A4



DE TIJDFUNKTIE  $\hat{\alpha}$  VAN TOTAALFOSFAAT ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\alpha}$  VAN ORTHOFOSFAAT  
 UITGEBREIDE MODEL, 1972 + 1973

JM

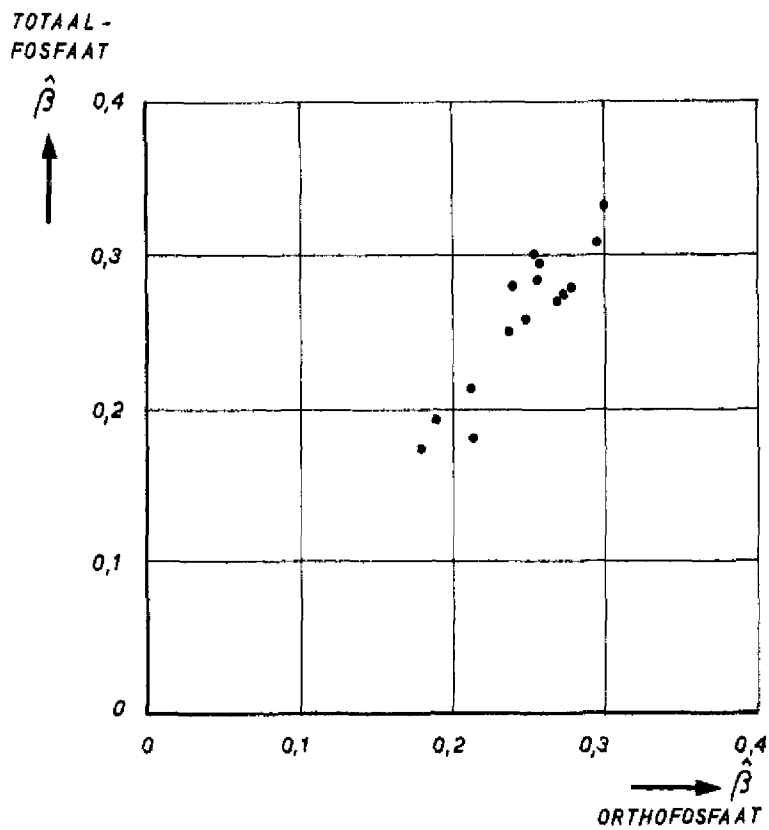
A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R1176 - 1033

FIG.5.55





DE PLAATSFUNKTIE  $\hat{\beta}$  VAN TOTAALFOSFAAT ALS  
 FUNKTIE VAN  $\hat{\beta}$  VAN ORTHOFOSFAAT  
 (ALGEMENE MODEL, 1972 + 1973)

JM

A4

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

R 1176 - 1034

FIG. 5.56

Tabel 4.1: het algemene en uitgebreide model toegepast op drie testsituaties

situatie  model	I <u>stationair</u>  $c(x,t)=f(x) \cdot c(t)$  $c_{ij} = \lambda_o^{**} \beta_i^{**} \gamma_j^{**}$	II <u>stationair;</u> <u>1<sup>e</sup> orde proces</u>  $c(x,t)=c(0,t)e^{f(x)}$  $c_{ij} = e^{\alpha_j^{**} + \lambda_o^{**} \beta_i^{**}}$	III <u>quasi-stationair;</u> <u>1<sup>e</sup> orde proces</u>  $u(x,t)=u(x) \cdot u(t)$ $c(x,t)=c(0,t) \cdot e^{f(x)} \cdot g(t)$  $c_{ij} = e^{\alpha_j^{**} + \lambda_o^{**} \beta_i^{**} \gamma_j^{**}}$
$c_{ij} = \lambda_o \beta_i \gamma_j$  $\sum_i \beta_i^2 = 1$  $\sum_j \gamma_j^2 = 1$	$\hat{\lambda}_o = \lambda_o^{**}$  $\hat{\beta}_i = \beta_i^{**}$  $\hat{\gamma}_j = \gamma_j^{**}$	$\hat{\lambda}_o = \sqrt{\frac{\sum_j (e^{\alpha_j^{**}})^2}{\sum_i (e^{\lambda_o^{**} \beta_i^{**}})^2}}$  $\hat{\beta}_i = \frac{e^{\lambda_o^{**} \beta_i^{**}}}{\sqrt{\sum_i (e^{\lambda_o^{**} \beta_i^{**}})^2}}$  $\hat{\gamma}_j = \frac{e^{\alpha_j^{**}}}{\sqrt{\sum_j (e^{\alpha_j^{**}})^2}}$	<p>verkregen informatie kan niet beoordeeld worden</p>
$c_{ij} = e^{\alpha_j + \lambda_o \beta_i \gamma_j}$  $\sum_i \beta_i^2 = 1$  $\sum_j \gamma_j^2 = 1$  $\sum_i \beta_i = 0$	$\hat{\alpha}_j = \log(\lambda_o^{**} \gamma_j^{**})$  $\hat{\lambda}_o = \sqrt{\frac{n \sum_i (\log \beta_i^{**})^2}{i}}$  $\hat{\beta}_i = \frac{\log \beta_i^{**}}{\sqrt{\sum_i (\log \beta_i^{**})^2}}$  $\hat{\gamma}_j = \frac{1}{\sum_j \gamma_j} = \frac{1}{\sqrt{n}} = \text{const.}$  $\sum_i \log \beta_i^{**} = 0$	$\hat{\alpha}_j = \alpha_j^{**}$  $\hat{\lambda}_o = \lambda_o^{**} / \sqrt{n}$  $\hat{\beta}_i = \beta_i^{**}$  $\hat{\gamma}_j = \frac{1}{\sqrt{n}} = \text{const.}$	$\hat{\alpha}_j = \alpha_j^{**}$  $\hat{\lambda}_o = \lambda_o^{**}$  $\hat{\beta}_i = \beta_i^{**}$  $\hat{\gamma}_j = \gamma_j^{**}$

Tabel 5.1: aantal waarnemingen per stof, periode en bemonsteringsstation

station	chloride			totaalfosfaat			orthofosfaat			zwevende stof		
	60	35	25	60	35	25	60	35	25	60	35	25
SP 20	53	32	25	57	34	23	58	34	24	47	29	18
DK 16	59	35	24	58	35	23	59	35	24	53	31	22
BM 24	23	-	23	19	-	19	24	-	24	20	-	24
H 11	53	30	23	56	34	22	58	34	24	44	24	20
HV 19	56	34	22	20	-	20	34	10	24	45	26	19
HD 18	59	35	24	19	-	19	33	9	24	51	29	22
NM 25	23	-	23	17	-	17	23	-	23	18	-	18
NM 15	59	35	24	18	-	18	37	13	24	52	30	22
H 5	59	35	24	55	33	22	56	35	22	51	30	21
BM 13	57	34	23	-	-	-	36	13	23	48	26	22
H 12	49	26	23	55	32	23	57	34	23	40	21	19
H 9	53	30	23	54	33	21	57	33	24	36	20	16
H 7	55	31	24	55	31	24	58	29	24	48	27	21
BB 23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
H 10	55	32	23	1	-	1	34	10	24	44	28	16
H 8	57	33	24	10	10	-	44	20	24	50	29	21
HD 17	58	34	24	48	25	23	46	22	24	47	24	23
H 6	59	35	24	55	33	22	58	34	24	51	31	20

Tabel 5.2: De plaatsfunctie  $\hat{\beta}_i$ , bepaald met het algemene model

station	chloride			totaalfosfaat			ortho- fosfaat			zwevende stof		
	60	35	25	60	35	25	60	35	25	60	35	25
SP 20	.265	.282	.263	.195	.240	.203	.188	.197	.198	.164	.188	.164
DK 16	.215	.225	.221	.299	.364	.317	.252	.279	.249	.301	.351	.277
BM 24	.239	-	.239	.308	-	.320	.295	-	.295	.372	-	.371
H 11	.265	.291	.249	.172	.202	.191	.179	.183	.195	.143	.151	.156
HV 19	.257	.272	.258	.179	-	.187	.218	.240	.216	.162	.171	.173
HD 18	.224	.238	.227	.237	-	.247	.249	.270	.251	.187	.206	.194
NM 25	.244	-	.244	.270	-	.281	.268	-	.269	.297	-	.297
NM 15	.249	.269	.243	.281	-	.292	.277	.291	.280	.281	.324	.273
H 5	.246	.263	.243	.332	.429	.327	.298	.335	.285	.277	.277	.319
BM 13	.245	.266	.237	-	-	-	.271	.285	.275	.424	.515	.402
H 12	.274	.305	.253	.173	.212	.183	.173	.182	.179	.147	.131	.179
H 9	.259	.263	.279	.210	.254	.225	.212	.235	.211	.172	.213	.152
H 7	.207	.212	.220	.284	.347	.299	.255	.287	.248	.200	.217	.209
BB 23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
H 10	.263	.278	.264	.111	-	.116	.189	.205	.189	.158	.164	.177
H 8	.232	.245	.236	.279	.344	-	.241	.269	.237	.179	.211	.166
HD 17	.223	.235	.227	.258	.325	.265	.248	.277	.245	.182	.212	.171
H 6	.200	.207	.210	.294	.362	.308	.257	.282	.253	.239	.273	.233

Tabel 5.3: De tijdfunctie  $\hat{Y}_j$  bepaald met het algemene model

algemene model		chloride		totaalfosfaat		orthofosfaat		zwevende stof	
datum		$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$	$\hat{Y}_j$
1	31	.124	.180	.089	.118	.082	.116	.106	.087
2	32	.129	.166	.101	.121	.088	.160	.164	.108
3	33	.146	.134	.118	.127	.104	.147	.094	.109
4	34	.145	.031	.081	.088	.092	.067	.126	.221
5	35	.172	.064	.077	.091	.110	.107	.126	.121
6	36	.174	.104	.197	.152	.162	.141	.151	.093
7	37	.186	.141	.146	.167	.150	.176	.115	.156
8	38	.163	.134	.151	.187	.169	.204	.153	.134
9	39	.171	.093	.141	.148	.155	.152	.149	.124
10	40	.145	.094	.189	.129	.185	.137	.087	.118
11	41	.152	.107	.134	.137	.165	.131	.094	.096
12	42	.166	.137	.174	.169	.157	.139	.099	.281
13	43	.145	.112	.156	.157	.129	.122	.089	.110
14	44	.155	.082	.180	.160	.141	.136	.111	.076
15	45	.165	.080	.148	.111	.134	.105	.156	.140
16	46	.156	.096	.140	.152	.143	.117	.141	.100
17	47	.099	.105	.110	.116	.108	.103	.143	.125
18	48	.105	.123	.098	.135	.103	.118	.076	.107
19	49	.114	.101	.108	.105	.117	.096	.125	.113
20	50	.120	.112	.137	.118	.106	.097	.145	.089
21	51	.109	.099	.101	.127	.119	.115	.152	.151
22	52	.107	.112	.089	.090	.102	.106	-	.133
23	53	.114	.124	.096	.095	.142	.106	.159	.141
24	54	.107	.159	.134	.107	.131	.120	.164	.106
25	55	.084	.161	.080	.137	.115	.125	.171	.151
26	56	.110	.159	.086	.140	.113	.133	.147	.087
27	57	.103	.117	.086	.157	.110	.148	.158	.102
28	58	.132	.111	.080	.118	.108	.138	.091	.100
29	59	.149	.105	.108	.162	.140	.146	.156	.123
30	60	.166	-	.105	-	.118	-	.078	-

Tabel 5.4: De plaatsfunctie  $\hat{\beta}_1$ , bepaald met het uitgebreide model

sta- tion	chloride			totaalfosfaat			orthofosfaat			zwevende stof		
	60	35	25	60	35	25	60	35	25	60	35	25
SP 20	-.269	-.230	-.348	-.236	-.290	-.266	-.282	-.310	-.269	.189	.175	.252
DK 16	.166	.132	.188	.221	.297	.219	.134	.165	.103	-.196	-.215	-.183
BM 24	.053	-	.161	.212	-	.212	.324	-	.319	-.442	-	-.434
H 11	-.327	-.310	-.367	-.356	-.500	-.332	-.376	-.424	-.354	.337	.322	.381
HV 19	-.150	-.132	-.199	-.282	-	-.282	-.158	-.069	-.225	.218	.230	.230
HD 18	.089	.032	.181	.014	-	.014	.057	.051	.072	.067	.110	.037
NM 25	.036	-	.131	.145	-	.145	.174	-	.169	-.205	-	-.260
NM 15	-.074	-.124	.176	.202	-	.202	.250	.272	.236	-.226	-.278	-.197
H 5	-.030	-.052	.153	.316	.455	.276	.353	.419	.272	-.189	-.221	-.188
BM 13	-.046	-.086	.182	-	-	-	.226	.240	.214	-.435	-.577	-.381
H 12	-.401	-.378	-.426	-.339	-.419	-.380	-.407	-.410	-.480	.302	.357	.283
H 9	-.105	-.061	-.200	-.128	-.172	-.127	-.101	-.088	-.134	.146	.097	.224
H 7	.419	.511	.196	.177	.225	.188	.185	.224	.156	.002	-.044	.056
BB 23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
H 10	-.275	-.228	-.361	-.506	-	-.507	-.320	-.282	-.351	.273	.341	.223
H 8	.080	.058	.079	.104	.137	-	.044	.093	-.003	.106	.085	.152
HD 17	.098	.055	.154	.091	.146	.068	.099	.154	.054	.086	.069	.132
H 6	.557	.569	.293	.213	.277	.226	.183	.210	.175	-.116	-.167	-.069

Tabel 5.5: De tijdfuncties  $\hat{\alpha}_j$  en  $\hat{\gamma}_j$  bepaald met het uitgebreide model

uitgebreide model datum	chloride		totaalfosfaat		orthofosfaat		zwevende stof	
	$e^{\hat{\alpha}_j}$	$\hat{\gamma}_j$	$e^{\hat{\alpha}_j}$	$\hat{\gamma}_j$	$e^{\hat{\alpha}_j}$	$\hat{\gamma}_j$	$e^{\hat{\alpha}_j}$	$\hat{\gamma}_j$
1	209	.107	.311	.018	.165	.016	8.1	-.219
2	218	-.057	.323	.160	.171	.060	11.5	-.194
3	246	.016	.388	.119	.203	.073	7.8	-.112
4	241	-.043	.256	.158	.176	.124	11.3	-.119
5	287	-.037	.258	.065	.206	.157	11.7	-.147
6	288	-.117	.631	.117	.299	.198	12.9	-.136
7	305	-.082	.419	.096	.271	.206	11.3	-.121
8	253	-.215	.467	.009	.299	.208	15.6	-.107
9	255	-.493	.407	.214	.294	.127	13.0	-.112
10	283	-.145	.619	.144	.354	.138	6.5	-.171
11	251	-.096	.435	.124	.320	.125	7.4	-.145
12	271	-.174	.552	.145	.305	.131	8.8	-.157
13	233	-.209	.525	.085	.258	.058	8.1	-.123
14	260	-.064	.580	.130	.273	.081	7.7	-.275
15	278	-.037	.436	.227	.294	.151	13.8	-.120
16	250	-.247	.420	.214	.256	.243	10.7	-.151
17	156	-.261	.370	.075	.221	.009	12.3	-.016
18	170	-.151	.331	.035	.201	.087	7.4	-.134
19	188	-.134	.341	.164	.216	.193	11.5	-.157
20	196	-.171	.436	.130	.210	.090	14.8	-.085
21	182	-.085	.335	.110	.231	.124	15.6	-.036
22	178	-.127	.292	.119	.204	.072	-	-
23	191	-.043	.322	.088	.293	.062	19.9	-.073
24	181	-.040	.443	.100	.268	.072	16.6	-.064
25	133	-.032	.332	-.005	.268	.003	20.9	-.029
26	183	-.106	.293	.066	.228	.084	13.5	-.061
27	173	-.083	.271	.152	.221	.095	15.5	-.076
28	219	-.133	.275	.108	.218	.054	8.6	-.072
29	251	-.069	.368	.123	.281	.078	12.8	-.120
30	282	-.014	.318	.195	.223	.207	7.6	-.024





Tabel 5.6: Waarden voor  $\hat{\lambda}_o$  en de daaruit berekende concentratie

stof	$\hat{\lambda}_o : '72^{**} + '73$				$\hat{\lambda}_o : '72^{**}$				$\hat{\lambda}_o : '73$			
	m	n	$\hat{\lambda}_o$	$\tilde{c} = \frac{\hat{\lambda}_o}{\sqrt{mn}}$	m	n	$\hat{\lambda}_o$	$\tilde{c} = \frac{\hat{\lambda}_o}{\sqrt{mn}}$	m	n	$\hat{\lambda}_o$	$\tilde{c} = \frac{\hat{\lambda}_o}{\sqrt{mn}}$
chloride	17	59	6982	220.5	15	35	5372	234.5	17	25	4046	196.3
totaalfosfaat	16	59	13.65	0.444	10	35	8.105	0.443	15	25	8.983	0.464
orthofosfaat	17	59	8.663	0.274	15	35	6.037	0.263	17	25	5.673	0.275
zwevende stof	17	58	489.7	15.60	15	34	334.7	14.82	17	25	316.3	15.34

Tabel 5.7: Toets van Spearman : Linker en rechter kritieke waarden voor de toetsingsgrootheid  $\underline{d}^2 = \sum_i^m (i - s_i)^2$  volgens Spearman, bij eenzijdige onbetrouwbaarheidsdrempel  $\alpha$ .

m=	l i n k e r					r e c h t e r					verwachtings- waarde van $\underline{d}^2$
	$\alpha =$ 0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	
4	-	-	-	0	0	20	20	-	-	-	10
5	-	0	0	2	4	36	38	40	40	-	20
6	0	2	4	6	12	58	64	66	68	70	35
7	4	6	12	16	24	88	96	100	106	108	56
8	10	14	22	30	40	128	138	146	154	158	84
9	20	26	36	48	62	178	192	204	214	220	120
10	34	42	58	72	90	240	258	272	288	296	165
11	54	64	84	102	126	314	338	356	376	386	220
12	78	92	118	142	170	402	430	454	480	494	286
13	108	128	160	188	224	504	540	568	600	620	364
14	146	170	210	244	288	622	666	700	740	764	455
15	194	222	268	310	362	758	810	852	898	926	560
16	248	184	338	388	448	912	972	1022	1076	1112	680
17	314	354	420	478	548	1084	1154	1212	1278	1318	816

Tabel 5.8: Toets van Spearman toegepast op de met het algemene model berekende plaatsfunctie van 4 stoffen (periode '72\*\* + '73)

station	chloride			totaalfosfaat			orthofosfaat			zwevende stof		
	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>
H 12	1	17	256	1	2	1	1	1	0	1	2	1
H 11	2	16	196	2	1	1	2	2	0	2	1	1
H 10	3	14	121	-	-	-	3	4	1	3	3	0
SP 20	4	15	121	3	4	1	4	3	1	4	5	1
HV 19	5	12	49	4	3	1	5	6	1	5	4	1
H 9	6	13	49	5	5	0	6	5	1	6	6	0
H 8	7	5	4	6	9	9	7	7	0	7	7	0
HD 17	8	4	16	7	7	0	8	8	0	8	8	0
HD 18	9	6	9	8	6	4	9	9	0	9	9	0
DK 16	10	3	49	9	13	16	10	10	0	10	15	25
H 6	11	1	100	10	12	4	11	12	1	11	11	0
H 7	12	2	100	11	11	0	12	11	1	12	10	4
NM 25	13	8	25	12	8	16	13	13	0	13	14	1
NM 15	14	11	9	13	10	9	14	15	1	14	13	1
H 5	15	10	25	14	15	1	15	17	4	15	12	9
BM 13	16	9	49	-	-	-	16	14	4	16	17	1
BM 24	17	7	100	15	14	1	17	16	1	17	16	1
	m = 17 $\sum_i^m d_i^2 = 1278$			m = 15 $\sum_i^m d_i^2 = 64$			m = 17 $\sum_i^m d_i^2 = 16$			m = 17 $\sum_i^m d_i^2 = 46$		

Tabel 5.9: Toets van Spearman: bepaling van de rangcorrelatie tussen  $x_i$  en  $y_i = \hat{\beta}_i - p_0 x_i$  waarin  $p_0 = \frac{3}{4} p_1$  (het algemene model)

station	chloride '72 + '73			totaalfosfaat '73			orthofosfaat '72 + '73			zwevende stof '72 + '73		
	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>	i	s <sub>i</sub>	d <sub>i</sub> <sup>2</sup>
H 12	1	6	25	1	2	1	1	3	4	-	-	-
H 11	2	5	9	2	5	9	2	2	0	1	8	49
H 10	3	7	16	-	-	-	3	4	1	2	6	16
SP 20	4	9	25	3	3	0	4	1	9	3	7	16
HV 19	5	8	9	4	1	9	5	7	4	4	4	0
H 9	6	10	16	5	4	1	6	5	1	-	-	-
H 8	7	4	9	-	-	-	7	8	1	5	2	9
HD 17/18	8	3	25	6	6	0	8	9	1	6	1	25
DK 16	9	2	49	7	12	25	9	10	1	-	-	-
H 6/7	10	1	81	8	10	4	10	11	1	7	3	16
NM 25				9	7	4	-	-	-	-	-	-
NM 15				10	8	4	11	12	1	8	9	1
H 5				11	11	0	12	13	1	9	5	16
BM 13				-	-	-	13	6	49	10	10	0
BM 24				12	9	9	-	-	-	-	-	-
	m = 10 $\sum_{i=1}^m d_i^2 = 312$			m = 12 $\sum_{i=1}^m d_i^2 = 66$			m = 13 $\sum_{i=1}^m d_i^2 = 74$			m = 10 $\sum_{i=1}^m d_i^2 = 148$		

Tabel 5.10: Toets van Spearman: bepaling van de rangcorrelatie tussen  $x_i$  en  $\hat{\beta}_i$  (resultaten uitgebreide model)

station	chloride '72 + '73			totaalfosfaat '73			orthofosfaat '72 + '73			zwevende stof '72 + '73		
	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$
H 12	1	1	0	1	2	1	1	1	0	-	-	-
H 11	2	2	0	2	1	1	2	2	0	1	1	0
H 10	3	3	0	-	-	-	3	3	0	2	2	0
SP 20	4	4	0	3	4	1	4	4	0	3	4	1
HV 19	5	5	0	4	3	1	5	5	0	4	3	1
H 9	6	6	0	5	5	0	6	6	0	-	-	-
H 8	7	7	0	6	7	1	7	7	0	5	5	0
HD 17/18	8	8	0	7	6	1	8	8	0	6	6	0
DK 16	9	9	0	8	12	16	9	9	0	-	-	-
H 6/7	10	10	0	9	9	0	10	10	1	7	7	0
NM 25				10	8	4	11	11	1	-	-	-
NM 15				11	10	1	12	12	0	8	9	1
H 5				12	13	1	13	13	1	9	8	1
BM 13/24				13	11	4	14	14	1	10	10	0
	$m = 10$ $\sum_i^m d_i^2 = 0$			$m = 13$ $\sum_i^m d_i^2 = 32$			$m = 14$ $\sum_i^m d_i^2 = 4$			$m = 10$ $\sum_i^m d_i^2 = 4$		

Tabel 5.11: Toets van Spearman: bepaling van de rangcorrelatie tussen  $x_i$  en  $y_i = \hat{\beta}_i - p_0 x_i$ , waarin  $p_0 = \frac{3}{4} p_1$  (het uitgebreide model)

station	chloride '72 + '73			totaalfosfaat '73			orthofosfaat '72 + '73			zwevende stof '72 + '73		
	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$	i	$s_i$	$d_i^2$
H 12	1	1	0	1	2	1	1	2	1	-	-	-
H 11	2	4	4	2	3	1	2	1	1	1	1	0
H 10	3	3	0	-	-	-	3	3	0	2	2	0
SP 20	4	2	4	3	4	1	4	4	0	3	6	9
HV 19	5	6	1	4	1	9	5	6	1	4	3	1
H 9	6	5	1	5	5	0	6	5	1	-	-	-
H 8	7	8	1	-	-	-	7	9	4	5	4	1
HD 17/18	8	7	1	6	6	0	8	8	0	6/1	5/1	1/0
DK 16	9	9	0	7	12	25	9	11	4	-	-	-
H 6/7	10	10	0	8	11	9	10	13	9	2	2	0
NM 25				9	8	1	11	12	1	-	-	-
NM 15				10	9	1	12	14	4	3	4	1
H 5				11	10	1	13	7	36	4	3	1
BM 13/24				12	7	25	14	10	16	5	5	0
	m = 10 $\sum_i^m d_i^2 = 12$			m = 12 $\sum_i^m d_i^2 = 74$			m = 14 $\sum_i^m d_i^2 = 78$			m = 6;5 $\sum_i^m d_i^2 = 12 / 2$		

## Bijlage I

Ter onderscheiding van de parameters van het model en de beschouwde toestand, worden de toestandsparameters gekenmerkt door een sterretje.

### A) Toepassing van het algemene model op situatie I:

Het is duidelijk dat er zal worden gevonden:

$$\hat{\lambda}_0 = \lambda_0^* ; \quad \hat{\beta}_i = \beta_i^* \quad \text{en} \quad \hat{\gamma}_j = \gamma_j^*$$

### B) Toepassing van het algemene model op situatie II:

Hierbij wordt onderzocht welke resultaten het model

$$c_{ij} = \lambda_0 \beta_i \gamma_j$$

levert bij toepassing op een situatie gekenmerkt door

$$c_{ij} = e^{\alpha_j^* + \lambda_0^* \beta_i^*}$$

Met behulp van de iteratieve vergelijkingen ter bepaling van  $\beta_i$  en  $\gamma_j$ :

$$\hat{\lambda}_0 \hat{\beta}_i = \sum_j c_{ij} \hat{\gamma}_j \quad \text{en}$$

$$\hat{\lambda}_0 \hat{\gamma}_j = \sum_i c_{ij} \hat{\beta}_i$$

is vrij eenvoudig af te leiden dat

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_0 \hat{\beta}_i &= \sum_j e^{\alpha_j^* + \lambda_0^* \beta_i^*} \cdot \hat{\gamma}_j = e^{\lambda_0^* \beta_i^*} \cdot \left( \sum_j e^{\alpha_j^*} \cdot \hat{\gamma}_j \right) \\ \rightarrow \hat{\lambda}_0 \hat{\gamma}_j &= \sum_i e^{\alpha_j^* + \lambda_0^* \beta_i^*} \cdot \frac{1}{\lambda_0} \cdot e^{\lambda_0^* \beta_i^*} \cdot \left( \sum_j e^{\alpha_j^*} \cdot \hat{\gamma}_j \right) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \hat{\lambda}_o^2 \hat{\gamma}_j = e^{\alpha_j^{**}} \left( \sum_i e^{2\lambda_o^{**}\beta_i^{**}} \right) \left( \sum_j e^{\alpha_j^{**}} \cdot \hat{\gamma}_j \right)$$

Ook geldt

$$\hat{\lambda}_o^2 = \sum_i (\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i)^2 = \sum_i e^{2\lambda_o^{**}\beta_i^{**}} \left( \sum_j e^{\alpha_j^{**}} \cdot \hat{\gamma}_j \right)^2 = \left( \sum_i e^{2\lambda_o^{**}\beta_i^{**}} \right) \left( \sum_j e^{\alpha_j^{**}} \cdot \hat{\gamma}_j \right)^2$$

$$\hat{\gamma}_j = \frac{\lambda_o^2 \hat{\gamma}_j}{\lambda_o^2} = \frac{e^{\alpha_j^{**}}}{\sum_j e^{\alpha_j^{**}} \cdot \hat{\gamma}_j} \rightarrow$$

met

$$\sum_j \hat{\gamma}_j^2 = 1 \rightarrow \hat{\gamma}_j = \frac{e^{\alpha_j^{**}}}{\sqrt{\sum_j (e^{\alpha_j^{**}})^2}}$$

$$\rightarrow \hat{\beta}_i = \frac{e^{\lambda_o^{**}\beta_i^{**}}}{\sqrt{\sum_i (e^{\lambda_o^{**}\beta_i^{**}})^2}} ; \hat{\lambda}_o = \sqrt{\sum_j (e^{\alpha_j^{**}})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sum_i (e^{\lambda_o^{**}\beta_i^{**}})^2}}$$

C) Toepassing van het algemene model op situatie III:

Voor deze situatie kan niet voorzien worden wat de resultaten zullen zijn. Er is dus geen informatie.

D) Toepassing van het uitgebreide model op situatie III:

Het is duidelijk dat zal gelden:

$$\hat{\alpha}_j = \alpha_j^{**} ; \hat{\lambda}_o = \lambda_o^{**} ; \hat{\beta}_i = \beta_i^{**} ; \hat{\gamma}_j = \gamma_j^{**}$$



E) Toepassing van het uitgebreide model op situatie II:

Onderzocht wordt welke resultaten het uitgebreide model levert bij toepassing op de situatie

$$c_{ij} = e^{\alpha_j^* + \lambda_o^* \beta_i^*}$$

$$\log c_{ij} = \alpha_j^* + \lambda_o^* \beta_i^* = \hat{\alpha}_j + \hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i \hat{\gamma}_j$$

$$\overline{\log c_{ij}}^i = \alpha_j^* = \hat{\alpha}_j \quad ; \quad \hat{z}_{ij} = \log c_{ij} - \overline{\log c_{ij}}^i$$

aangezien

$$\sum_i \hat{\beta}_i = 0 \quad \text{en} \quad \sum_i \beta_i^* = 0 \quad \rightarrow \quad \hat{\alpha}_j = \alpha_j^*$$

$$\rightarrow \quad \hat{z}_{ij} = \hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i \hat{\gamma}_j = \lambda_o^* \beta_i^*$$

Met behulp van de iteratieve vergelijkingen volgt daaruit:

$$\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i = \sum_j \hat{z}_{ij} \hat{\gamma}_j = \sum_j \lambda_o^* \beta_i^* \cdot \hat{\gamma}_j = \lambda_o^* \beta_i^* (\sum_j \hat{\gamma}_j)$$

Aangezien

$$\hat{\lambda}_o^2 = \frac{\sum_i (\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i)^2}{\sum_i \hat{\beta}_i^2} = \frac{\sum_i (\lambda_o^* \beta_i^* \sum_j \hat{\gamma}_j)^2}{\sum_i \beta_i^{*2}} = \frac{(\sum_t \hat{\gamma}_t)^2 \cdot (\sum_i \lambda_o^{*2} \beta_i^{*2})}{\sum_i \beta_i^{*2}} = \lambda_o^{*2} (\sum_t \hat{\gamma}_t)^2$$

$$\rightarrow \quad \hat{\lambda}_o = \lambda_o^* (\sum_j \hat{\gamma}_j)$$

geldt

$$\hat{\beta}_i = \frac{\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i}{\hat{\lambda}_o} = \beta_i^*$$

en

$$\hat{\lambda}_o \hat{\gamma}_j = \sum_i \hat{z}_{ij} \hat{\beta}_i = \sum_i \lambda_o^* \beta_i^* \cdot \hat{\beta}_i = \sum_i \lambda_o^* \beta_i^{*2} = \lambda_o^*$$

$$\hat{\gamma}_j = \frac{\lambda_o^*}{\lambda_o} = \frac{1}{\sum_j \hat{\gamma}_j} = \text{constant} \quad \rightarrow \quad \hat{\gamma}_j^2 = \frac{1}{\sum_j 1} = \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad \hat{\gamma}_j = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\rightarrow \quad \hat{\lambda}_o = \lambda_o^* \sqrt{n}.$$

F) Toepassing van het uitgebreide model op situatie I:

$$c_{ij} = e^{\alpha_j + \lambda_o \beta_i \gamma_j} \quad \text{en} \quad c_{ij} = \lambda_o^* \beta_i^* \gamma_j^*$$

$$\log c_{ij} = \hat{\alpha}_j + \hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i \hat{\gamma}_j = \log \lambda_o^* \gamma_j^* + \log \beta_i^*$$

$$\hat{\alpha}_j = \overline{\log c_{ij}}^i = \log \lambda_o^* \gamma_j^* + \overline{\log \beta_i^*} \quad e^{\hat{\alpha}_j} = \lambda_o^* \gamma_j^* e^{\overline{\log \beta_i^*}}$$

Keuze

$$\overline{\log \beta_i^*} = 0$$

$$e^{\hat{\alpha}_j} = \lambda_o^* \gamma_j^*$$

Rest

$$\hat{z}_{ij} = \hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i \hat{\gamma}_j = \log \beta_i^* \quad \text{en} \quad \sum_i \hat{\beta}_i = 0.$$

Invullen van deze informatie in de iteratieve vergelijkingen levert:

$$\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i = \sum_j \hat{z}_{ij} \hat{\gamma}_j = \sum_j (\log \beta_i^*) \hat{\gamma}_j = \log \beta_i^* (\sum_j \hat{\gamma}_j)$$

Er geldt:

$$\hat{\lambda}_o^2 = \sum_i (\hat{\lambda}_o \hat{\beta}_i)^2 = \sum_i (\log \beta_i^*)^2 (\sum_j \hat{\gamma}_j)^2 = (\sum_j \hat{\gamma}_j)^2 \sum_i (\log \beta_i^*)^2$$

$$\hat{\beta}_i = \frac{\log \beta_i^*}{\sqrt{\sum_i (\log \beta_i^*)^2}}$$

en

$$\hat{\lambda}_0 = (\sum_j \hat{\gamma}_j) \cdot \sqrt{\sum_i (\log \beta_i^*)^2}$$

en daarmee

$$\hat{\lambda}_0 \hat{\gamma}_j = \sum_i z_{ij} \hat{\beta}_i = \sum_i \log \beta_i^* \cdot \frac{\log \beta_i^*}{\sqrt{\sum_i (\log \beta_i^*)^2}} = \sqrt{\sum_i (\log \beta_i^*)^2}$$

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{\sum_j \hat{\gamma}_j} = \frac{1}{\sqrt{n}} = \text{constant}$$

$$\hat{\lambda}_0 = \sqrt{n} \sum_i (\log \beta_i^*)^2$$