

P1021
3202



C10021
82481

Bibliotheek TU Delft
P 1021 3202



C 218248

ONDERZOEKINGEN BETREFFENDE DE
THEORIE VAN DEN TOWNENDRING

ONDERZOEKINGEN BETREFFENDE DE THEORIE VAN DEN TOWNENDING

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE TECHNISCHE WETENSCHAP
AAN DE TECHNISCHE HOOGESCHOOL TE
DELFT, OP GEZAG VAN DEN RECTOR
MAGNIFICUS, IR. J. A. GRUTTERINK, HOOG-
LEERAAR IN DE AFDEELING DER MIJN-
BOUWKUNDE, VOOR EEN COMMISSIE UIT
DEN SENAAAT TE VERDEDIGEN OP WOENS-
DAG 30 NOVEMBER 1932, DES NAMIDDAGS
TE VIER UUR, DOOR

GEERT OTTEN

WERKTUIGKUNDIG INGENIEUR
KAPITEIN DER INFANTERIE N.I.L.

GEBOREN TE ASSEN



1021 C 20

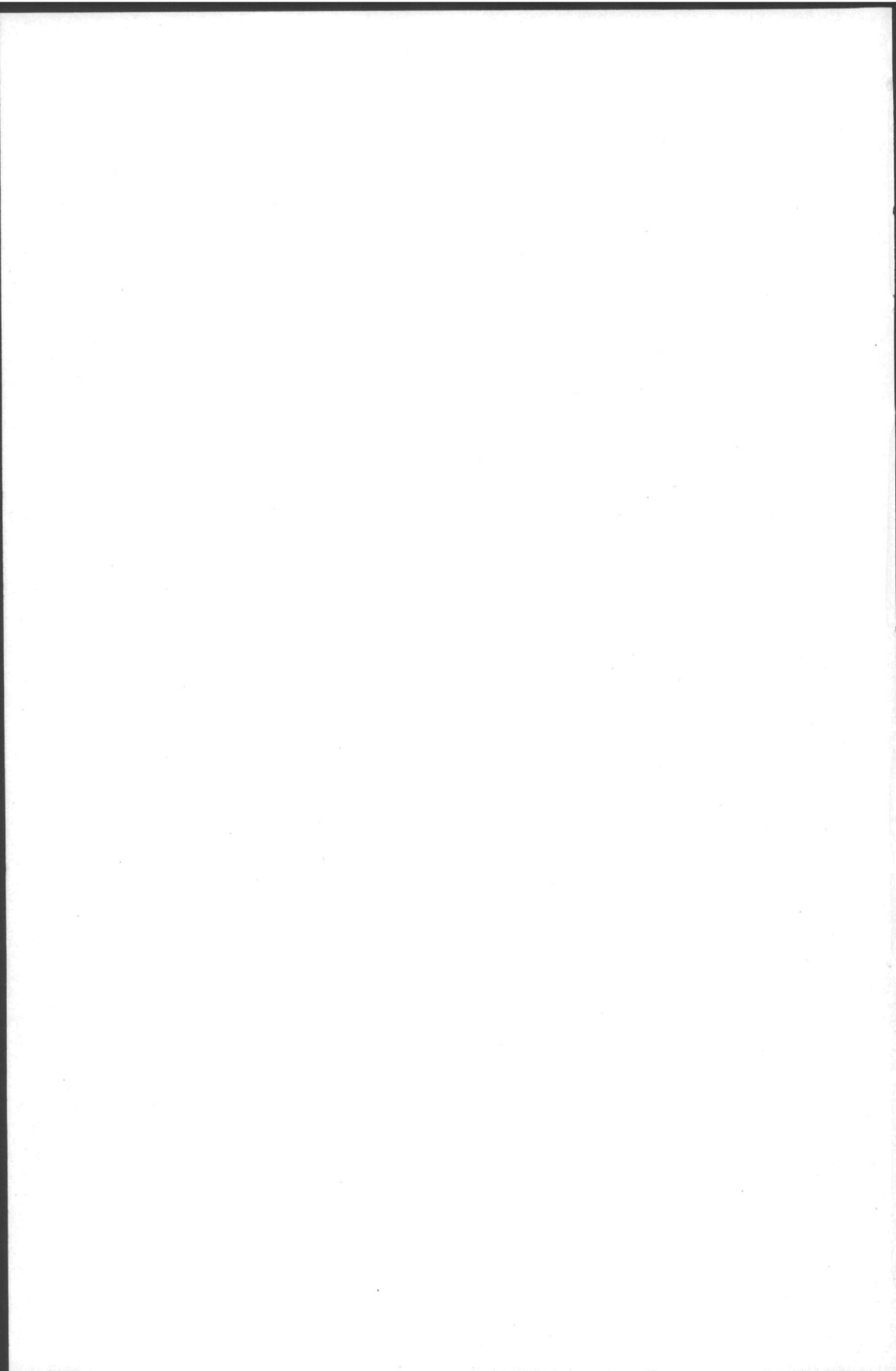
*AAN DEN HEER
BEREND ESKO LENTZ*

Hooggeleerde Burgers, Hooggeachte Promotor, bij het voltoeien van dit proefschrift breng ik U allereerst mijn grooten dank voor alles wat door U voor mij werd gedaan. Uw groote kennis, Uw hulpvaardigheid en Uw belangstelling in dit onderzoek zullen altijd in mijn dankbare herinnering blijven en ik zal het steeds als een bijzonder voorrecht blijven beschouwen onder Uw hoogstaande leiding te hebben mogen werken.

Hooggeachte Kolonel Schulman, Zeergeleerde Wolff, voor Uw welwillende hulp in de tot standkoming van dit werk ben ik zeer erkentelijk.

Grooten dank ben ik verschuldigd aan U, Ir. Koning, die mij steeds Uw zeergewaardeerden raad wilde schenken en aan U, Ir. Tinbergen die gedurende zoo langen tijd Uw medewerking bij de proeven verleende, doch ook aan U, Ir. Nijenhuis en Zeergeleerde Van der Hegge Zijnen, die steeds bereid waart mij Uw steun te verlenen.

Verder nog een woord van hartelijken dank aan allen die tot het welslagen van dit onderzoek hebben medegewerkt, in het bijzonder aan de Heeren Bousché en Ziegler en aan het personeel van het Laboratorium voor de Aëro- en Hydrodynamica, speciaal de Heeren Bolsterlee en Van der Beek.



I N H O U D.

Inleiding	Blz. 13
-----------------	---------

HOOFDSTUK I.

Eenige opmerkingen omtrent de proeven van Townend	16
a. De verdeeling van de proeven van Townend in twee groepen	16
b. De werking van den Townendring en die van het vleugelprofiel	18

HOOFDSTUK II.

Theoretische beschouwingen omtrent den weerstand van een gaasscherm tusschen twee rechte evenwijdige vleugelprofielen.	20
a. Eigenschappen van het vleugelprofiel	20
b. De strooming door een gaasscherm in het twee dimensionale probleem in eerste benadering	22
c. Het stelsel gaasscherm plus vleugelprofielen	31
d. Het snelheidsveld onder een enkel vleugelprofiel	33
e. Het snelheidsveld tusschen twee profielen	44
f. De invloed van het scherm	56
g. De weerstand van het gaasscherm	65
h. De trekkracht op het profiel	68
i. De invloed van een verplaatsing van het scherm in de richting van de parallelstrooming	69

HOOFDSTUK III.

Experimenteele resultaten	71
a. Beschrijving van het materieel en het gebruik daarvan	71
b. De resultaten van de metingen	77

	Blz.
1. Het snelheidsveld tusschen de vleugelprofielen bij afwezigheid van het gaasscherf	77
2. De weerstandsmetingen op het gaas in verband met de liftcoëfficiënten van de profielen	80
3. De benoodigde hoekverdraaiing van het profiel, tengevolge van de door het gaas veroorzaakte storingsstrooming	93
4. De krachten op het profiel in de richting van de parallelstrooming	95
5. Het verband tusschen de weerstandsvermindering van het gaas en de krachten op de profielen in de richting tegengesteld aan die van de parallelstrooming	97
6. De impulsmetingen	99

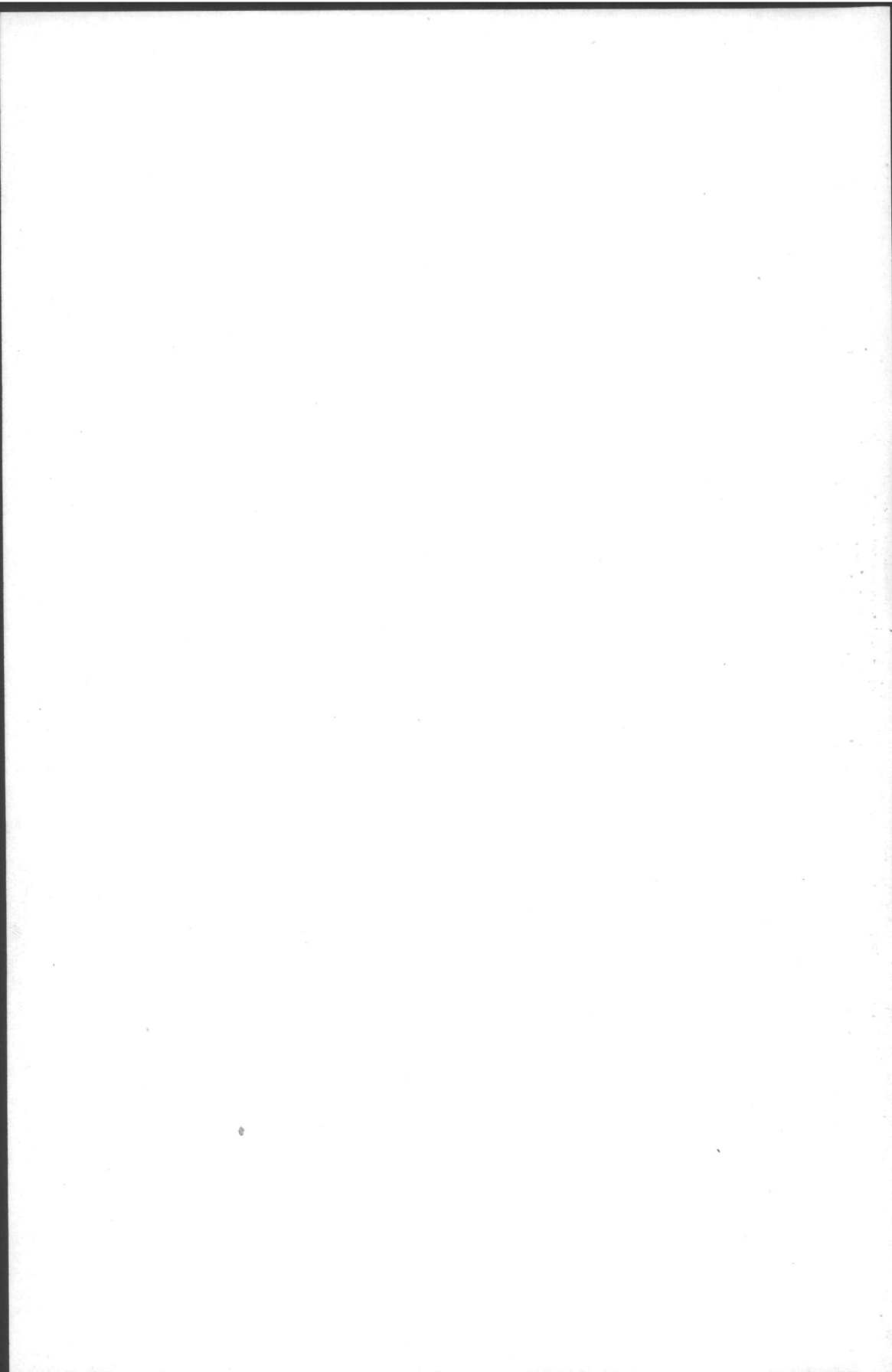
HOOFDSTUK IV.

De Townendring	108
<i>a.</i> De strooming door een cirkelvormig gaasscherf onder den invloed van een stationnair ringvormigen wervel in eerste benadering	108
<i>b.</i> Het snelheidsveld van den ringvormigen wervel	110
<i>c.</i> De onderlinge beïnvloeding van de deelen van den Townendring	112
<i>d.</i> Het snelheidsveld binnen den Townendring	116
<i>e.</i> De invloed van het gaasscherf op den Townendring ...	118
<i>f.</i> De weerstand van het gaasscherf in het veld van den Townendring	122
<i>g.</i> De trekkracht van den Townendring	123
<i>h.</i> De trekkracht van den ring als functie van den weerstand	123
<i>i.</i> Het verband tusschen de werking van den Townendring en de rechte vleugelprofielen	124

	Blz.
<i>j.</i> Het verband tusschen de weerstandsvermindering van den stervormigen luchtgekoelden motor met behulp van den Townendring en de weerstandsvermindering van een gaasscherm tusschen twee vleugelprofielen	125
<i>k.</i> Algemeene beschouwingen omtrent de weerstandsvermindering van den stervormigen motor	127
<i>l.</i> Eischen waaraan een goede Townendring moet voldoen	128
<i>m.</i> De werking van het Townendring-principe in het algemeen	131

HOOFDSTUK V.

Enkele beschouwingen omtrent den invloed van het turbulent zijn van de strooming op de werking van den Townendring.	133
<i>a.</i> Algemeene opmerkingen	133
<i>b.</i> De geïnduceerde weerstand op den ring bij een ongelijkmatige circulatie om zijn deelen	134
<i>c.</i> De invloed van de hoefijzerwervels op den weerstand ...	138
<i>d.</i> Slot-beschouwing over den invloed van de turbulentie.	142



INLEIDING.

De strijd tusschen water- en luchtkoeling bij vliegtuigmotoren ware reeds lang ten voordeele van de laatste beslist, indien de groote weerstand van den stervormigen luchtgekoelden motor daartoe geen ernstige belemmering vormde.

Het is dan ook vanzelfsprekend, dat de ontdekking van Mr. H. C. H. Townend B.Sc., behoorende tot den staf van het „Aerodynamics Department, National Physical Laboratory” te Teddington (Engeland), dat door het aanbrengen van een op een bepaalde wijze geprofileerden ring, de weerstand van een stervormigen motor zelfs tot 40 % van zijn oorspronkelijke waarde kan worden teruggebracht, op het gebied van den vliegtuigbouw een van de meest belangwekkende gebeurtenissen van den laatsten tijd wordt geacht.

Luchtvaarmaatschappijen, luchtvaartafdeelingen, vliegtuigbouwers en motorfabrikanten waren bereid hun voordeel met deze ontdekking te doen en geneigd aan proefnemingen op dit gebied hun medewerking te verleen.

Bij den Rijks-Studiedienst voor de Luchtvaart te Amsterdam werden modelproeven genomen, waarvan de resultaten voor zover zij zich bepaalden tot de weerstandsvermindering van den luchtgekoelden motor alleen, dus zonder dat zich voor dien motor een propeller bevond, geheel in overeenstemming waren met de door Townend gevonden uitkomsten.

Ook bij de proefnemingen met verschillende vliegtuigen in de lucht, zoowel hier te lande als in het buitenland, bleek dat de toepassing van den naar zijn ontdekker genoemden ring in vele gevallen tot belangrijke verbeteringen van de eigenschappen van het vliegtuig leidde, onder meer tot vergrooting van de maximumsnelheid.

Dit sluit echter niet uit, dat de bij deze vliegproeven gevonden uitkomsten over het algemeen niet geheel aan die verwachtingen voldeden, welke daaromtrent, op grond van de gemeten weerstandsvermindering van den motor alleen, mochten worden gevormd, terwijl ook vaak onverwacht ongunstige resultaten moesten worden geconstateerd. De uitkomsten van modelmetingen, verricht

bij den R.S.L. op verschillende motorgondels met aangedreven propeller, waren hiermede in overeenstemming.

Waar tot nu toe echter een juist inzicht in de werking van den Townendring ontbrak, was het niet altijd mogelijk dadelijk de oorzaken van een minder gunstige werking vast te stellen, noch duidelijk den weg aan te wijzen, waarlangs een mogelijke verbetering zou kunnen worden verkregen, terwijl ten slotte de draagwijdte van de ontdekking van Townend geenszins kon worden overzien, zoodat gegevens omtrent toepassingen in andere gevallen dan die welke reeds werden onderzocht, in den regel slechts door directe meting konden worden verkregen.

Het leek daarom van belang een meer theoretisch gericht onderzoek omtrent de werking van den Townendring ter hand te nemen, in de hoop daardoor tot een verklaring te komen van althans een gedeelte der verschijnselen, die de werking van den ring beheerschen. De resultaten van dit onderzoek en van de in verband daarmede verrichte metingen zijn in het volgende beschreven. Opmerking verdient, dat zij niet alle gevallen omvatten, die zich bij de toepassing van den Townendring kunnen voordoen. Zooals in hoofdstuk I zal worden aangetoond, kunnen de proeven van Townend in verschillende groepen verdeeld worden. Uit deze groepen is diegene gekozen, waarin naar de meening van schrijver dezes de thans in de practijk voorkomende gevallen kunnen worden ondergebracht. Tevens biedt deze groep het voordeel, dat het gedrag van het stroomingsveld het beste kon worden overzien, zoodat een systematische theoretische behandeling van het probleem mogelijk werd.

Vatten we het onderzoek in het kort samen, dan kan worden opgemerkt, dat allereerst aangetoond wordt, dat de werking van den Townendring bepaald wordt door den vorm van het profiel van den ring, dat overeen moet komen met het profiel van een draagvlak. Uitgaande van de eigenschappen van het draagvlak laat zich een theorie opbouwen betreffende de weerstandsvermindering van een gaasscherm, dat geplaatst is tusschen twee rechte vleugelprofielen, welke theorie vervolgens aan het experiment getoetst wordt. Daarna wordt een theorie voor den Townendring ontwikkeld, welke doet blijken, dat er principieel geen verschil bestaat in de werking van den ring om den stervormigen motor en de

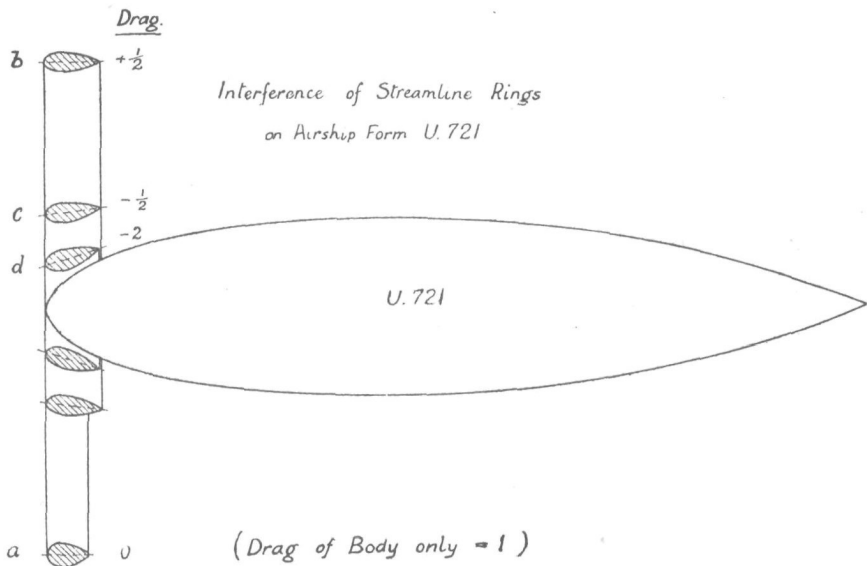
werking van de rechte vleugelprofielen aan de randen van het gaasscherm, terwijl voorts gewezen wordt op de mogelijkheid om in vele andere gevallen een weerstandsvermindering van een willekeurig voorwerp te bereiken. In verband met den invloed van de luchtschroef op de werking van den ring om den motor wordt tenslotte nog aangetoond, dat het turbulent zijn van de strooming over het algemeen een nadeeligen invloed op de weerstandsvermindering uitoefent.

HOOFDSTUK I.

Eenige opmerkingen omtrent de proeven van Townend.

a. *De verdeling van de proeven van Townend in twee groepen.*

De proeven van Townend, gepubliceerd in R. & M. No. 1267, in „Aircraft Engineering” April 1930, blz. 83—89 en in „The Journal of „The Royal Aeronautical Society”” No. 238 van October 1930 hebben alle betrekking op de onderlinge beïnvloeding van een motor, resp. een model van een motor of een luchtschipmodel, en een daarom heen aangebrachten ring. Zij kunnen, wat betreft de werking van dezen ring, in twee groepen worden verdeeld, waarbij dan in de eerste groep slechts die aanvankelijke proeven van Townend worden ondergebracht, waarbij een ring met symmetrisch profiel zoodanig om den neus van een luchtschipmodel werd gelegd, dat de hartlijn van dit profiel juist in de richting van de plaatselijke stroomlijnen viel — zie figuur 1, de ringen *c* en *d* — terwijl alle andere proeven in de tweede groep moeten worden gerangschikt.



Figuur 1.

(Overgenomen uit: „The Journal of „The Royal Aeronautical Society”.”)

Het verschil in de werking van den ring voor beide groepen kan als volgt worden aangetoond.

Bij de proeven, welke tot de eerste groep behooren, had de ring een vrij grooten weerstand, hetgeen volgt uit de mededeeling van Townend, dat in deze gevallen de gezamenlijke weerstand van ring en model in combinatie met elkaar zeer veel hooger was dan de weerstand van het model alleen, terwijl echter de weerstand van het model door het in de nabijheid brengen van den ring afnam en wel zelfs zóó, dat, bij bepaalde waarden van den diameter van den ring en bij een geschikte opstelling bereikt kon worden, dat de weerstand van het model negatief werd.

Vragen we ons af hoe het komt dat de weerstand van het luchtschipmodel negatief werd, dan kan hierop geen ander antwoord volgen, dan dat in dat geval de druk in de strooming aan de achterzijde van het model gemiddeld genomen grooter moet zijn geweest dan aan de voorzijde. Hiertoe is echter noodig, dat de snelheid van de strooming tusschen den ring en het model groot was, zoodat daar ter plaatse, overeenkomstig de wet van Bernoulli, een lage druk ontstond, waardoor het model naar den ring toegetrokken werd. Dit werd blijkbaar in de hand gewerkt door de omstandigheid dat de hartlijn van het profiel van den ring in de richting van de stroomlijnen was gelegd. Daarbij werd dan tevens, evenals dit bij een vleugel van het type Lachmann — toegepast door Handley Page — geschiedt, de strooming tegen den achterkant van het luchtschipmodel aangedrukt. De toestand waarin het model zich hier bevond, kan worden vergeleken met dien van den bekenden bal, welke aan een luchtstraal hangt.

De proeven, welke we tot de tweede groep rekenen, vertoonen juist het omgekeerde. Hier was de gezamenlijke weerstand van ring en model, in combinatie met elkaar, in de meeste gevallen lager dan de weerstand van het model alleen en werd — althans bij sommige experimenten — een negatieve weerstand van den ring gevonden, indien de laatste zich om het model bevond.

Bij de proeven van deze groep werden de beste resultaten verkregen door het profiel van den ring den vorm te geven van een vleugelprofiel, in het bijzonder van een, dat met een hoogen liftcoëfficiënt werkt. Indien echter een vleugelprofiel met een hoogen liftcoëfficiënt werkt is de luchtdruk aan den onderkant van het profiel hooger dan aan den bovenkant, hetgeen, toegepast op den

ring, beteekent dat in dat geval de druk tusschen profiel en model hooger is dan de druk aan den buitenkant van den ring. In verband met de wet van Bernoulli zal er dan van een zeer snelle doorstrooming van de lucht tusschen profiel en model geen sprake kunnen wezen, zoodat de stroomingstoestand in dit geval een geheel andere moet zijn, dan bij de proeven van de eerste groep.

Zonder bezwaar kan dan ook gezegd worden, dat er slechts een zeer verwijderd verband bestaat tusschen de beginproeven van Townend, welke de ontdekking van de werking van den ring tengevolge hadden en de werking van den ring zelve.

b. De werking van den Townendring en die van het vleugelprofiel.

Hoe ontstond nu echter bij de tweede groep van proeven van Townend de weerstandsvermindering?

Uit de proeven van Townend valt af te leiden, dat de weerstandsvermindering bij een constanten diameter van den ring in hoofdzaak afhankelijk is van den liftcoëfficient, den invalshoek en de diepte (kooorde) van het profiel der ringdoorsnede. Dit zijn dezelfde factoren, welke de lift van een draagvlak bepalen. Verder blijkt, dat een verandering van deze grootheden in denzelfden zin op de weerstandsvermindering inwerkt als op de lift van een draagvlakprofiel (voor de koorde van het profiel geldt dit slechts tot een zekere grens). Hieruit kan de gevolgtrekking worden gemaakt, dat er een nauw verband moet bestaan tusschen de eigenschappen van het vleugelprofiel en de werking van den Townendring.

Vraagt men zich af, waarop dit verband kan berusten, dan ligt het voor de hand in de eerste plaats te letten op het feit, dat om het profiel van den ring, evenals om het vleugelprofiel, een circulatiestrooming moet ontstaan, welke zoodanig is gericht, dat de stroomingssnelheid binnen den ring verminderd wordt. Men zal kunnen verwachten, dat deze verminderde snelheid een verminderden weerstand zal medebrengen van een voorwerp, dat binnen den ring geplaatst is. In de tweede plaats moet bedacht worden, dat de ring zich bevindt in een veld, dat gestoord is door de aanwezigheid van den motor en waarvan de snelheid een radiaal naar buiten gerichte component bevat. Het bestaan van deze component heeft tengevolge, dat de lift op de elementen van den ring niet zuiver radiaal staat, doch een axiaal naar voren gerichte resultante bezit,

zoodat de ring de neiging heeft om van den motor af te vliegen in de richting van den propeller. Op deze laatste bijzonderheid is ook door Townend gewezen. Dat door de circulatiestrooming om het profiel van den ring een snelheidsvermindering in het veld van den ring ontstaat, is mede reeds door Townend vermeld, doch het schijnt, dat hieraan door hem verder geen aandacht geschonken is, met uitzondering dan van wat betreft den invloed ervan op de koeling van den motor.

Een overleg met ir. C. Koning van den R.S.L. deed de verwachting ontstaan, dat een onderzoek van het hier vermoede effect van de snelheidsvermindering op den weerstand kans bood op interessante resultaten, in het bijzonder wanneer een weerstand-biedend lichaam van zeer eenvoudigen vorm gekozen werd. Wel werd, schijnbaar eenigszins in strijd met dit vermoeden, bij enkele metingen van Townend gevonden, dat de weerstand van een lucht-schipmodel met een krans van cylinders onder den invloed van verschillende ringen steeg, doch de plaatsing van die ringen vóór en achter de cylinders was hierbij zoodanig, dat ook de van het profiel afkomstige snelle bovenstrooming haar invloed op den weerstand kon doen gelden, zoodat deze proeven geen steun verleenen aan een mogelijke gevolgtrekking, dat ook *in* het veld van den ring een weerstandsverhooging zoude optreden. Teneinde verder het experimenteele gedeelte van het thans te verrichten onderzoek, dat uitgevoerd werd in het laboratorium voor Aero- en Hydrodynamica der Technische Hoogeschool te Delft, zoo eenvoudig mogelijk te houden, was het raadzaam ons allereerst te bepalen tot een tweedimensionaal geval waarvoor gekozen werd de invloed van twee rechte vleugelprofielen op een daar tusschen geplaatst gaasscherm.

Wij zullen hierover eerst eenige theoretische beschouwingen doen volgen.

H O O F D S T U K II.

Theoretische beschouwingen omtrent den weerstand van een gaasscherm tusschen twee rechte evenwijdige vleugelprofielen.

a. *Eigenschappen van het vleugelprofiel.*

Uit de in het vorige hoofdstuk vermelde conclusie, dat de werking van den Townendring nauw samenhangt met de eigenschappen van het vleugelprofiel volgt, dat aan de bestudeering van het snelheidsveld om den vleugel in het algemeen, en in het bijzonder van het veld onder den vleugel, groote aandacht dient te worden geschonken.

Bepalen wij ons eerst tot een enkel vleugelprofiel, dat oneindig lang gedacht wordt en geplaatst is in een parallelstreaming met een snelheid V op grooten afstand vóór en achter het profiel.

Door de aanwezigheid van het profiel zal, ook als dit oneindig dun gedacht wordt en de profielweerstand buiten beschouwing wordt gelaten, het snelheidsveld, vooral in de nabijheid van het profiel, beïnvloed worden. Omgekeerd zal door de streaming een kracht op het profiel worden uitgeoefend, welke loodrecht op de parallelstreaming staat en de lift wordt genoemd. In overeenstemming met hetgeen omtrent aerodynamische krachten in het algemeen wordt aangenomen, wordt van de lift verondersteld, dat zij per eenheid van vleugelbreedte evenredig is met het kwadraat van de snelheid, met de dichtheid van de lucht (ρ) en met de diepte van de vleugel (t). De invloed van het getal van Reynolds wordt dus buiten beschouwing gelaten.

Deelen wij de lift per eenheid van vleugelbreedte (L) door den stuwdruk $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ en door de diepte van den vleugel, dan krijgen wij een onbenoemde grootheid, de liftcoëfficiënt, c_a , die alleen afhankelijk is van den meetkundigen invalshoek α gemeten tusschen de richting der snelheid op grooten afstand en de koorde van het profiel, en van den vorm van het profiel. We kunnen dus schrijven:

$$L = \frac{1}{2} c_a \rho V^2 t \dots\dots\dots (1)$$

Om het optreden van de lift te verklaren, moet men aannemen, dat onder het profiel een hogere druk heerscht dan er boven. Nu

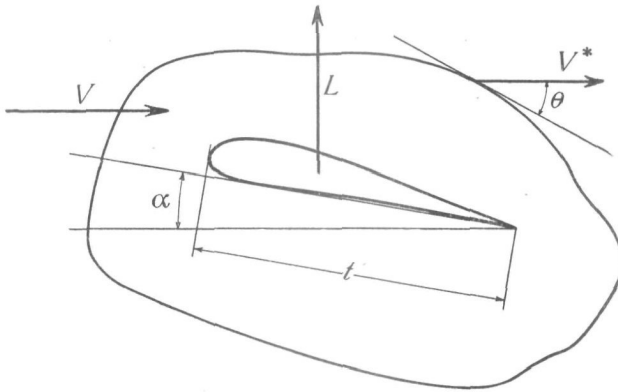


Fig. 2.

zegt de wet van Bernoulli dat, bij verwaarloozing van zwaartekracht, in een ideale vloeistof de som van den druk en den stuw-druk constant is:

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{constant} \dots\dots\dots (2)$$

Hieruit volgt dat bij den lageren druk aan de bovenzijde van het profiel een hogere snelheid behoort, dan bij den hoogerem druk aan de onderzijde. Het snelheidsveld om het profiel gedraagt zich dus alsof er op de oorspronkelijke parallelstrooming nog een tweede strooming gesuperponeerd is, waarvan de snelheid aan de bovenzijde van het profiel de richting heeft van de parallelstrooming en aan de onderzijde de tegengestelde richting. De gesuperponeerde strooming is dus een strooming om het profiel heen, waarvan de richting aan de bovenzijde van het profiel dezelfde is als van de parallelstrooming.

Een maat ter beoordeeling van de grootte dezer strooming wordt verkregen door om het profiel een kromme te denken en langs deze kromme de waarde Γ van de integraal $\oint V^* ds \cos \Theta$ te bepalen, waarin Θ de hoek voorstelt die de plaatselijke snelheid V^* met het element ds van de kromme maakt, terwijl het teeken \oint aangeeft, dat de integratie over de geheele kromme is uit te strekken. Het ligt voor de hand, dat er een betrekking zal bestaan tusschen Γ en

de lift. Dit verband wordt uitgedrukt door de wet van Joukowsky, welke zegt:

$$L = \rho V \Gamma \dots\dots\dots (3)$$

Een belangrijke eigenschap, welke bij de afleiding van deze wet een rol speelt, is dat Γ niet verandert als langs een willekeurige andere gesloten kromme welke het profiel omvat, geïntegreerd wordt. Voor een bepaalden stroomingstoestand geldt dus:

$$\Gamma = \oint V^* ds \cos \Theta = \text{constant voor alle krommen} \dots\dots (4)$$

Γ wordt de grootte van de circulatie of kortweg de circulatie om het profiel genoemd.

De wet van Joukowsky geeft ons het middel om voor verschillende gevallen de waarde van de circulatie gemakkelijk te leeren kennen. Door eliminatie van L uit (1) en (3) volgt:

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_a V t \dots\dots\dots (5)$$

Daar van een groot aantal profielen de waarde van c_a als functie van α bekend is, is voor deze profielen de waarde van Γ uit (5) op te schrijven. Bij een geheel willekeurig profiel dient men om Γ te vinden liftmetingen uit te voeren of directe circulatiemetingen. De laatste metingen zijn echter veel gecompliceerder en minder nauwkeurig.

b. De strooming door een gaasscherm in het tweedimensionale probleem in eerste benadering.

Het opstellen van de vergelijkingen van het snelheidsveld van een parallelstrooming, waarin zich een luchtgekoelde stervormige motor met Townendring bevindt, stuit op groote moeilijkheden. Indien echter de werking van den ring een gevolg is van de eigenschappen van het profiel, dan moet ook in eenvoudige gevallen een soortgelijke werking te voorschijn geroepen kunnen worden. We zullen daarom, zooals reeds vermeld is, eerst het tweedimensionale geval beschouwen, en kiezen daarvoor als weerstand biedend object een gaasscherm, geplaatst in een parallelstrooming tusschen twee stationnaire wervels, welke in hetzelfde vlak gelegen zijn als het gaasscherm. De berekeningen zullen hierbij zoo eenvoudig mogelijk worden gehouden. Daarna zullen meer exacte ver-

gelijkingen opgesteld worden en zal worden nagegaan in hoeverre de gevonden conclusies van toepassing zijn op het veld tusschen twee vleugelprofielen, en vervolgens op den Townendring en in hoeverre ze daarvoor gewijzigd moeten worden.

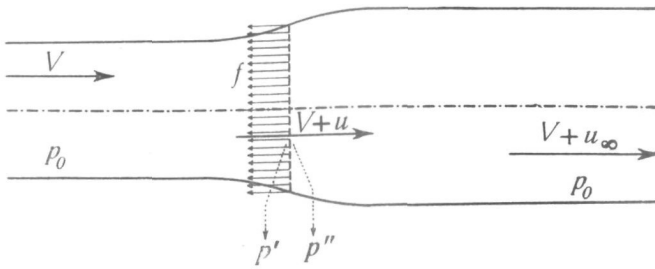


Fig. 3.

Beschouwen we eerst de strooming door een gaasscherm zonder dat de stationnaire wervels aanwezig zijn.

De snelheid van de ongestoorde strooming zij V ; de werkelijke snelheid in een punt van het gas zij $V + u$, de snelheid op grooten afstand achter het gas $V + u_\infty$, de druk in de strooming op grooten afstand vóór en achter het gas p_0 , onmiddellijk vóór het gas p' en onmiddellijk achter het gas p'' . Het verschil tusschen deze snelheden en drukken wordt veroorzaakt door den weerstand van het gas. De weerstand van het gas per eenheid van oppervlakte zij f , de breedte van het gas $2h$.

De volgende vergelijkingen zijn nu met behulp van de impulsstelling, de wet van Bernoulli en het evenwicht op te stellen:

$$2 h f = - 2 h \varrho (V + u) u_\infty \dots\dots\dots (6)$$

$$p_0 + \frac{1}{2} \varrho V^2 = p' + \frac{1}{2} \varrho (V + u)^2 \dots\dots\dots (7)$$

$$p'' + \frac{1}{2} \varrho (V + u)^2 = p_0 + \frac{1}{2} \varrho (V + u_\infty)^2 \dots\dots\dots (8)$$

$$p'' - p' = - f \dots\dots\dots (9)$$

Uit (7), (8) en (9) volgt:

$$\varrho (V + \frac{1}{2} u_\infty) u_\infty = - f \dots\dots\dots (10)$$

Uit (6)

$$\varrho (V + u) u_\infty = - f \dots\dots\dots (11)$$

zoodat:

$$u = \frac{1}{2} u_\infty \text{ of } u_\infty = 2 u \dots\dots\dots (12)$$

Uit (12) volgt, in overeenstemming met hetgeen zich in de theorie van de schroef voordoet, dat de helft van de vertraging is opgetreden, wanneer de luchtstroom het gaas bereikt.

Nu is nog te schrijven:

$$f = \frac{1}{2} k \rho (V + u)^2 \dots\dots\dots (13)$$

waarin k de weerstandscoefficient van het gaas is, betrokken op de werkelijke, d.w.z. plaatselijke snelheid bij het gaas.

We willen in het volgende onderstellen, dat de storing door het gaas in de strooming teweeggebracht gering is. Dan moeten u en u_s klein zijn ten opzichte van V , terwijl uit (11) blijkt, dat dan f klein zal zijn ten opzichte van ρV^2 . In (13) zal dus de coëfficiënt k als een kleine grootte te beschouwen zijn. Bij de ontwikkeling van den factor $(V + u)^2$ zullen we ons daarom beperken tot de termen van den 0^{den}, en den 1^{sten} graad in u ; op deze wijze verkrijgen we:

$$f \cong \frac{1}{2} k \rho (V^2 + 2 V u).$$

Voor u mogen we hier volstaan met de eerste benadering, waardoor we uit (10) en (12) vinden:

$$u = \frac{u_s}{2} \cong - \frac{f}{2 \rho (V + u)} \cong - \frac{f}{2 \rho V}.$$

Dus:

$$f \cong \frac{1}{2} k \rho \left(V^2 - \frac{f}{\rho} \right)$$

waaruit:

$$f \cong \frac{k}{1 + \frac{1}{2} k} \frac{\rho V^2}{2} \dots\dots\dots (14)$$

De factor $\frac{k}{1 + \frac{1}{2} k}$ is dus gelijk aan den weerstandscoefficient van het gaas betrokken op de oorspronkelijke snelheid. Hiervoor zullen we c schrijven, zoodat:

$$f = c \frac{\rho V^2}{2} \dots\dots\dots (14a)$$

Gaan we thans over tot het geval, dat zich in het stroomingsveld twee stationnaire wervels bevinden, symmetrisch gelegen ter weerszijden van het gaas op onderlingen afstand $2a$. De circulatie Γ van de wervels zal bij deze en de volgende beschouwingen steeds positief gerekend worden als de door de wervels veroorzaakte storingssnelheid tusschen de wervels tegengesteld gericht is aan de

Op zeer grooten afstand vóór en achter het gaas verdwijnt de snelheidsvermindering u' weer, waarbij de druk de waarde p_0 herneemt.

Beschouwen we thans twee doorsneden I en II, zoo gekozen, dat deze nog in het gebied van verhoogden druk zijn gelegen, dan kunnen we hierop de vergelijkingen (6)—(9) toepassen, mits we daarbij V vervangen door $V-u'$ of $V - \frac{\Gamma}{\pi a}$, en p_0 door $p_0 + \frac{\rho \Gamma V}{\pi a} - \frac{\rho \Gamma^2}{2 \pi^2 a^2}$; tevens schrijven we in de plaats van u_0 hier beter u_1 . Men komt dan tot de volgende betrekkingen, analoog met vergelijking (10), respectievelijk (11):

$$\rho (V - u' + \frac{1}{2} u_1) u_1 = \rho (V - \frac{\Gamma}{\pi a} + \frac{1}{2} u_1) u_1 = -f \dots (10a)$$

$$\rho (V - u' + u) u_1 = \rho (V - \frac{\Gamma}{\pi a} + u) u_1 = -f \dots (11a)$$

zoodat ook in dit geval:

$$u_1 = 2 u \dots (12a)$$

Voor den weerstand per eenheid van hoogte van het gaas moeten we thans schrijven:

$$f = \frac{1}{2} k \rho (V - u' + u)^2 \dots (13a)$$

wat zich op analoge wijze als boven laat herleiden tot:

$$f = \frac{1}{2} c \rho (V - u')^2 = \frac{1}{2} c \rho \left(V - \frac{\Gamma}{\pi a} \right)^2 \dots (14b)$$

of met denzelfden graad van benadering als hiervoren is toegepast:

$$f = \frac{1}{2} c \rho V^2 \left(1 - \frac{2 \Gamma}{\pi a V} \right),$$

waarvoor te schrijven is:

$$f = f_0 \left(1 - \frac{2 \Gamma}{\pi a V} \right) \dots (15)$$

indien f_0 de weerstand per eenheid van oppervlakte van het gaas voorstelt bij afwezigheid der wervels.

We willen thans nog nagaan hoe groot de snelheid $V + u_0$ is, welke de door het gaas gepasseerde luchtstroaming aanneemt op zoo grooten afstand stroomafwaarts, dat daar de storing door de wervels geheel onmerkbaar is geworden. Daartoe passen we de formule van Bernoulli toe op de strooming tusschen de doorsnede

II en een zeer ver stroomafwaarts gelegen doorsnede, wat voert tot:

$$p_0 + \frac{\rho V \Gamma}{\pi a} - \frac{\rho \Gamma^2}{2\pi^2 a^2} + \frac{1}{2} \rho \left(V - \frac{\Gamma}{\pi a} + u_1 \right)^2 = p_0 + \frac{1}{2} \rho (V + u_\infty)^2$$

Na uitwerking volgt:

$$\left(V - \frac{\Gamma}{\pi a} + \frac{u_1}{2} \right) u_1 = \left(V + \frac{u_\infty}{2} \right) u_\infty$$

waaruit we afleiden dat tusschen u_1 en u_∞ bij benadering de betrekking bestaat:

$$u_\infty = u_1 \left(1 - \frac{\Gamma}{\pi a V} \right) \dots \dots \dots (16)$$

Daar zowel u_1 als u_∞ beide negatief zijn en Γ positief is, blijkt dus, dat de vertraging van de snelheid minder wordt. De totale snelheid is dus toegenomen, in verband waarmee de breedte van het gestoorde gebied afneemt, zooals dit in fig. 4 na de doorsnede II is aangeduid.

Berekenen we ten slotte het impulsverlies, dat de strooming op haar geheelen weg ondergaan heeft. Daarvoor wordt gevonden:

$$- 2 h \rho \left(V - \frac{\Gamma}{\pi a} + u \right) u_\infty,$$

wat zich op grond van (10a) en (16) laat schrijven:

$$2 h f \left(1 - \frac{\Gamma}{\pi a V} \right),$$

of, na gebruikmaking van (15):

$$2 h f_0 \left(1 - \frac{3\Gamma}{\pi a V} \right) \dots \dots \dots (17)$$

Het impulsverlies bedraagt dus, bij den hier toegepasten graad van benadering, $\left(1 - \frac{3\Gamma}{\pi a V} \right)$ maal het verlies bij afwezigheid der wervels.

Waarvan is het toe te schrijven, dat de afname van het impulsverlies grooter is dan de afname van den weerstand van het gaas? Teneinde deze vraag te beantwoorden is het noodig nog den invloed te onderzoeken, dien de aanwezigheid van het gaas heeft op de wervels.

Zooals we gezien hebben doen de krachten f in het gebied stroomafwaarts van het gaas de snelheid veranderen met een bedrag:

$$u_1 \approx -\frac{f}{\rho V} \quad (\text{tot op termen van de 1}^{\text{ste}} \text{ orde})$$

Men kan dit beschouwen als een extra strooming met een debiet:

$$Q \approx -2 h u_1 \approx \frac{2 h f}{\rho V}$$

welke vanuit het oneindige naar het gaas toegericht is. Dit is slechts mogelijk zoo het krachtenstelsel tegelijkertijd naar alle zijden vloeistof wegperst; het stelsel werkt dus als een bron ter sterkte Q . Deze bron geeft ter plaatse van den wervel een snelheid, welke loodrecht staat op de snelheid van de parallelstrooming en een grootte bezit ¹⁾:

$$v = \frac{Q}{2 \pi a} = \frac{h f}{\pi \rho V a} \quad \dots\dots\dots (18)$$

Tengevolge van deze verticale snelheidscomponente werkt nu krachtens de stelling van Joukowsky op een wervel, naast de kracht $\rho \Gamma V$ loodrecht op de x -as welke voor ons hier van geen belang is, nog een kracht K in een richting *tegen* de parallelstrooming in:

$$K = h f \frac{\Gamma}{\pi a V} \dots\dots\dots (19)$$

De kracht die door de beide wervels in die richting uitgeoefend wordt is dan: $2 h f \frac{\Gamma}{\pi a V}$ of, herleid per eenheid van oppervlakte van het gaas: $f \frac{\Gamma}{\pi a V}$.

Denken we ons thans de wervels op de een of andere wijze aan het gaas verbonden op een zoodanige manier, dat de weerstand van

¹⁾ Bij de berekeningen, welke op blz. 57 uitgewerkt zijn, leek het gewenscht voor v een iets nauwkeuriger uitdrukking te bezigen. Daar echter een strenge bepaling van v tot op termen van de 2de orde groote moeilijkheden biedt, is, onder gebruikmaking van (11a), gesteld:

$$Q = -2 h u_1 = + \frac{2 h f}{\rho (V - u' + u)}$$

waaruit dan v op de gewone wijze is afgeleid.

Volkomen bevredigend is deze methode niet, daar zij feitelijk slechts een gedeelte der termen van de tweede orde in rekening brengt; bij kleine waarden van a schijnt dit gedeelte echter wel het belangrijkste te zijn.

de verbindingen verwaarloosd mag worden. De weerstand per eenheid van oppervlakte van het gaas met de wervels f^* is dan:

$$f^* = f \left(1 - \frac{\Gamma}{\pi a V} \right),$$

waaruit in verband met (15) volgt:

$$f^* \cong f_0 \left(1 - \frac{3\Gamma}{\pi a V} \right) \dots\dots\dots (20)$$

X Formule (20) is volkomen in overeenstemming met (17). (20) zegt, dat met behulp van de wervels de weerstand bij benadering gedaald is tot $\left(1 - \frac{3\Gamma}{\pi a V} \right)$ maal zijn oorspronkelijk bedrag en (17) zegt, dat het impulsverlies door middel van de wervels tot $\left(1 - \frac{3\Gamma}{\pi a V} \right)$ van zijn oorspronkelijke waarde teruggebracht wordt.

Alvorens uit de gevonden formules enkele conclusies te trekken, zullen we de volgende beperking in de omschrijving invoeren.

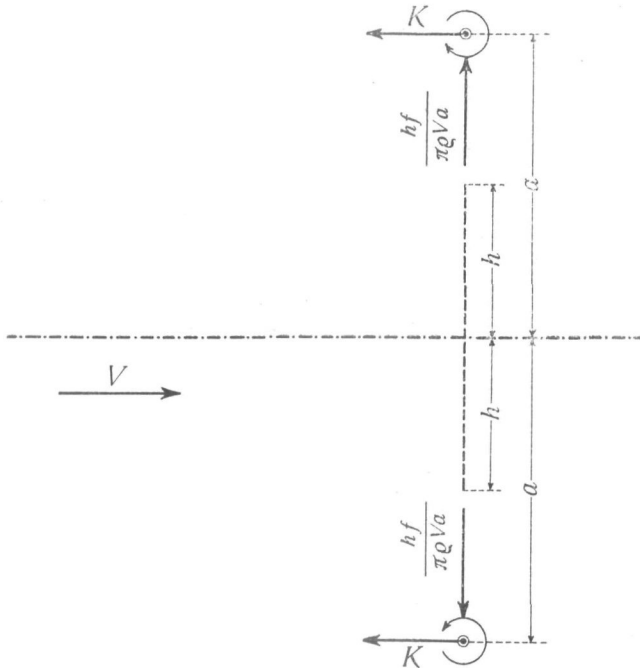


Fig. 5.

Indien gesproken wordt van een gaasscherm tusschen twee wervels of van een gaasscherm tusschen twee profielen zonder meer, wordt bedoeld een gaasscherm geplaatst in een parallelstrooming op een wijze, zooals dit in fig. 5 is aangegeven c.q. met vervanging van de wervels door profielen. De absolute waarde van de wervelsterkte of circulatie van de beide wervels of profielen wordt steeds dezelfde verondersteld, doch tegengesteld gericht, dusdanig, dat de storigingssnelheden in de parallelstrooming afkomstig van wervels of profielen ter plaatse van het gaas tegengesteld gericht zijn aan de snelheid van de strooming zelve.

Verder wordt nog aangenomen, dat de absolute waarde van de storigingssnelheid van beide wervels of profielen te zamen bij het gaasscherm niet grooter is dan de snelheid van den parallelstroom, zoodat de wervelsterkte een bepaald maximum niet mag overschrij-

Uit de vergelijkingen (15) en (20) kunnen we thans neerden. Deze laatste beperking zal later worden toegelicht. schrijven:

Conclusie I: In het veld tusschen twee wervels ondergaat een gaasscherm een weerstandsvermindering, welke een gevolg is van de bij de wervels behorende circulatie; deze vermindering is in eerste benadering evenredig met den oorspronkelijken weerstand en met de wervelsterkte gedeeld door de snelheid, terwijl zij omgekeerd evenredig is met den afstand van de wervels tot het midden van het gaas. De coëfficiënt bedraagt $\frac{2}{\pi}$ (15).

Conclusie II: Indien in het veld tusschen twee wervels een gaasscherm geplaatst wordt, zullen tengevolge van de door den weerstand van het gaas opgewekte storigsstrooming, krachten op de wervels worden uitgeoefend, die tegengesteld gericht zijn aan de richting van de parallelstrooming. De som dezer krachten is bij benadering gelijk aan de helft van de weerstandsvermindering door het gaas ondervonden. (15) en (20).

Conclusie II houdt in, dat de weerstandsvermindering van het gaas met de daaraan verbonden wervels bij benadering 50 % hooger is dan de weerstandsvermindering van het gaas los van de wervels.

c. *Het stelsel gaasscherm plus vleugelprofielen.*

Stellen we ons thans de vraag, welke veranderingen de conclusies I en II moeten ondergaan, als de stationnaire wervels door twee rechte vleugelprofielen worden vervangen. Laat het veld zijn als geschetst in fig. 6. Zoowel voor een wervel als voor een profiel geldt volgens Joukowsky:

$$L = \rho V \Gamma \dots\dots\dots (3)$$

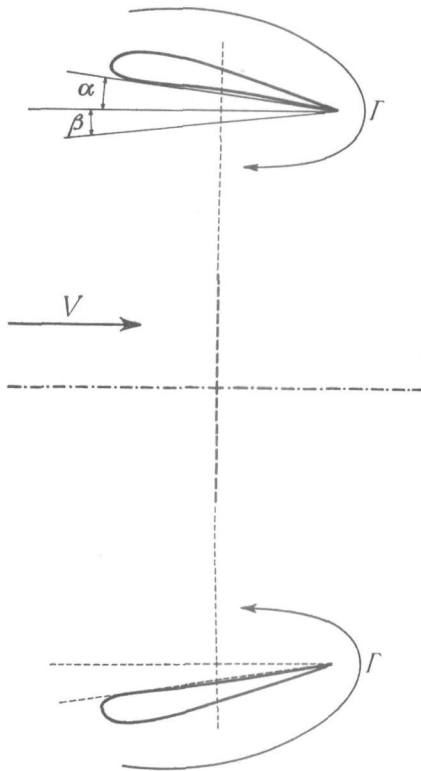


Fig. 6.

Bij den wervel ligt de kern van de circuliëstrooming in een bepaald punt, de wervelkern; bij het vleugelprofiel kunnen we echter niet van een bepaalde kern spreken, de doorsnede van den vleugel zelf vormt het kerngebied.

Zooals dit evenwel later met enkele voorbeelden zal worden toegelicht, gedraagt het profiel zich voor punten op eenigen afstand

daarvan bij benadering als een wervel. Passen we dit hier toe en verwaarlozen we bovendien den invloed van het eene profiel op het andere, dan gaat conclusie I onveranderd voor de vleugelprofielen door. In dit geval zal de weerstand van het gaas tusschen de profielen dus ook bedragen (zoolang we a nog als groot t.o.v. de hoogte van het gaasscherm mogen beschouwen):

$$f = f_0 \left(1 - \frac{2\Gamma}{\pi a V} \right) \dots\dots\dots (16)$$

per eenheid van oppervlakte. Voert men hierin:

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_a V t \dots\dots\dots (5)$$

dan volgt:

$$f = f_0 \left(1 - \frac{c_a t}{\pi a} \right) \dots\dots\dots (21)$$

In (21) is c_a echter niet meer een functie van a , maar een functie van $\alpha + \beta$, als β de hoek van afwijking van de strooming ter plaatse van het profiel t.o.v. de parallelstrooming voorstelt.

De storingssnelheid afkomstig van het gaas zal bij het profiel dezelfde zijn als bij den wervel. Deze storingssnelheid was in eerste benadering:

$$v \cong \frac{h f}{\pi \rho V a} \dots\dots\dots (18)$$

en dus wordt: $\operatorname{tg} \beta = \frac{v}{V} = \frac{h f}{\pi \rho a V^2}$.

Nemen we hierin eenvoudigheidshalve voor f eveneens de eerste benadering, dan is:

$$\operatorname{tg} \beta \cong \frac{c h}{2 \pi a} \dots\dots\dots (22)$$

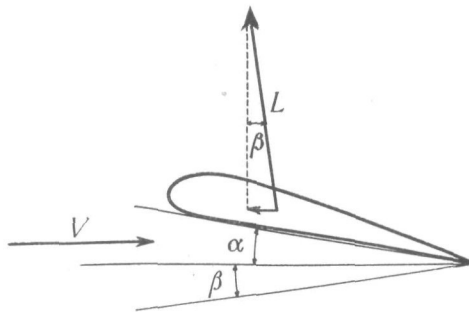


Fig. 7.

Nu staat de lift van het profiel loodrecht op de richting van de stroomlijnen bij het profiel. Deze richting wijkt den hoek β van de richting van de parallelstrooming af, met als gevolg, dat de lift een component heeft tegen de parallelstrooming in. De groote van dezen component is $= L \sin \beta$, of:

$$\frac{1}{2} c_a \rho V^2 t \sin \beta$$

Deze component is natuurlijk niets anders dan de kracht K in formule (19). Anderzijds is de profielweerstand van den vleugel gericht langs de stroomlijnen ter plaatse en kan geschreven worden als:

$$\frac{1}{2} c_{wo} \rho V^2 t \quad 1)$$

Deze heeft een component in de richting van de parallelstrooming ter grootte van $\frac{1}{2} c_{wo} \rho V^2 t \cos \beta$.

De resulterende kracht tegen de prallelstrooming in wordt dus:

$$T = \frac{1}{2} (c_a \sin \beta - c_{wo} \cos \beta) \rho V^2 t \dots\dots\dots (23)$$

T is positief als:

$$c_a \operatorname{tg} \beta - c_{wo} > 0,$$

dus als:

$$c_a \frac{c h}{2 \pi a} - c_{wo} > 0.$$

Schrijven we nog: $\frac{c_a}{c_{wo}} = m$, waarin m dus de lift-drift verhouding van den oneindig langen vleugel is, dan wordt de voorwaarde:

$$\frac{2 \pi a}{h} < m c \dots\dots\dots (24)$$

d. Het snelheidsveld onder een enkel vleugelprofiel.

Bij de berekening van de weerstandsvermindering in eerste benadering werd aangenomen, dat de breedte van het gaas betrekkelijk gering was ten opzichte van den afstand hart-gaas tot profiel. Bij deze berekening bleek, dat in dat geval de weerstandsvermindering omgekeerd evenredig was met dien afstand. Hieruit volgt, dat om een zoo groot mogelijke weerstandsvermindering te krijgen het profiel zoo dicht mogelijk bij den rand van het gaas

1) Daar de profielen oneindig lang gedacht worden, is de geïnduceerde weerstand gelijk 0, zoodat hier uitsluitend de coëfficiënt van den profielweerstand, c_{wo} , optreedt.

moet worden gebracht. Daarbij doet zich echter allereerst de vraag voor in hoeverre dan nog het vervangen van het profiel door een wervel toelaatbaar is. Om deze vraag te kunnen beantwoorden is een onderzoek van het snelheidsveld onder het profiel en een vergelijking daarvan met het snelheidsveld van den wervel noodzakelijk.

Bij een geheel willekeurig profiel is het veld moeilijk in formules vast te leggen. De kennis van c_u als functie van a , dus van de waarde van de integraal $\oint V^* ds \cos \Theta$, is daartoe niet voldoende.

Wenscht men in dit geval het snelheidsveld toch te kennen, dan zal de directe meting het eenvoudigste zijn, vooral indien men slechts de snelheden in een bepaalde lijn wenscht te meten.

Een andere methode, welke men de graphische constructie van het snelheidsveld zou kunnen noemen, is de volgende.

Men meet de drukverdeeling op het profiel en vervangt het profiel door een kromme, die den vorm van het skelet van het profiel heeft. In een eindig aantal punten van deze kromme worden nu werveltjes gelegd. De wervelsterkte van elk werveltje wordt bepaald met behulp van de wet van Joukowsky uit de in het overeenkomstige punt van het profiel optredende lift per lengte-eenheid (welke uit de drukverdeeling wordt gevonden) en in verband met de grootte van het interval tusschen de opvolgende punten. Zijn op de kromme de benodigde werveltjes aangebracht, dan kan verder in elk gewenscht punt van het veld de snelheid geconstrueerd worden. Het behoeft echter geen betoog, dat de laatste methode zeer omslachtig is en dat slechts na vrij grooten arbeid eenig resultaat bereikt wordt.

Bij de vergelijking van het snelheidsveld onder het vleugelprofiel met dat onder den wervel zullen we ons daarom bepalen tot een profiel van Joukowsky. Van deze profielen is met behulp der conforme transformatie het snelheidsveld geheel vast te leggen. Voor ons doel kunnen we ons bepalen tot een eenvoudig geval en kiezen daarom den cirkelboog als vleugelprofiel.

Laat M een cirkel zijn in het ζ vlak, waarvan het middelpunt als coördinaten heeft $\xi = 0, i\eta = i\varepsilon$. De straal van den cirkel zij R . Met behulp van de formule:

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \dots\dots\dots (25)$$

waarin $z = x + iy$, en $b = \sqrt{R^2 - \varepsilon^2}$, gaat deze cirkel over in een boog in het z vlak. Om dit in te zien kan men een punt P beschouwen, waarvoor geldt:

$$\zeta = r e^{i\theta},$$

als r gelijk is aan de absolute waarde van den voerstraal uit den oorsprong van het coördinatenstelsel O naar P en θ de hoek dien deze voerstraal met de positieve ξ as maakt. De transformatie levert dan:

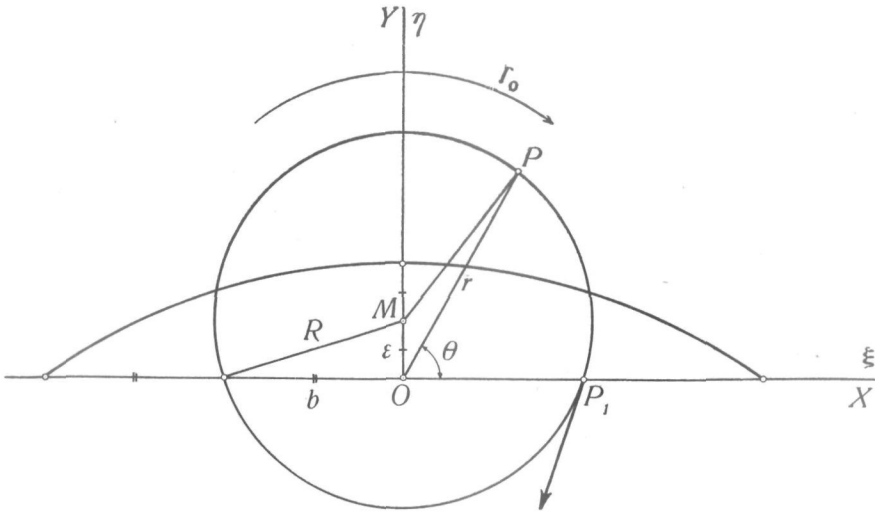


Fig. 8.

$$z = r e^{i\theta} + \frac{b^2}{r e^{i\theta}},$$

waaruit men vindt:

$$x = \left(r + \frac{b^2}{r}\right) \cos \theta \dots\dots\dots (26)$$

$$y = \left(r - \frac{b^2}{r}\right) \sin \theta \dots\dots\dots (27)$$

Elimineert men r uit deze vergelijkingen, dan vindt men:

$$x^2 \sin^2 \theta - y^2 \cos^2 \theta - 4 b^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 0 \dots\dots\dots (28)$$

In driehoek OPM is verder:

$$R^2 = b^2 + \varepsilon^2 = r^2 + \varepsilon^2 - 2r\varepsilon \sin \theta, \text{ waaruit: } 2\varepsilon \sin \theta = \frac{r^2 - b^2}{r}.$$

Met behulp van (27) volgt hieruit:

$$y = 2\varepsilon \sin^2 \Theta \dots\dots\dots (29)$$

De vergelijkingen (28) en (29) leveren tenslotte na eliminatie van Θ :

$$x^2 + y^2 + 2y \frac{b^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon} - 4b^2 = 0 \dots\dots\dots (30)$$

De vergelijking (30) is die van een cirkel, doch daar volgens (29) y slechts positief kan zijn, bestaat de getransformeerde figuur uit dat deel van den cirkel, dat boven de reële as gelegen is. Men kan zeggen, dat de boven en onder de as gelegen gedeelten van den oorspronkelijken cirkel beide in denzelfden boog zijn overgegaan, en daarvan de boven-, respectievelijk onderzijde vormen. Uit (26) en (27) vindt men gemakkelijk dat de koorde van de getransformeerde figuur $= 4b$ en de pijl $= 2\varepsilon$ is.

Uit (25) volgt:

$$\zeta = \frac{z}{2} \pm \sqrt{\frac{z^2}{4} - b^2}.$$

Het plusteecken geeft een punt van den oorspronkelijken cirkel boven de reële as, het minteecken een punt beneden die as. We zullen in het vervolg schrijven:

$$\zeta = \frac{z}{2} - \sqrt{\frac{z^2}{4} - b^2} \dots\dots\dots (31)$$

De complexe potentiaal χ_1 van de strooming om een cylinder met straal R heeft in het algemeen de gedaante:

$$\chi_1 = V \left(\zeta_1 + \frac{R^2}{\zeta_1} \right) + \frac{i \Gamma_0}{2\pi} \ln \zeta_1 \dots\dots\dots (32)$$

betrokken op een assenstelsel waarvan de oorsprong gelegen is in het midden van de doorsnede van den cylinder, terwijl de reële as evenwijdig is aan de richting van V .

Verplaatsen we de assen behoorende bij (32) zoo, dat ze samen vallen met het door ons gebruikte assenstelsel, dan is:

$$\zeta_1 = \zeta - i\varepsilon.$$

De vergelijking (32) gaat daardoor over in:

$$\chi = V \left(\zeta - i\varepsilon + \frac{R^2}{\zeta - i\varepsilon} \right) + \frac{i \Gamma_0}{2\pi} \ln (\zeta - i\varepsilon) \dots\dots (33)$$

Substitueeren we hierin voor ζ het tweede lid van (31) dan vinden we de complexe stroomfunctie voor het veld van den cirkelboog, waaruit we de snelheden onder het profiel kunnen afleiden. Men rekent echter eenvoudiger als volgt:

Uit: $\chi = \Phi + i\psi$, waarin Φ de snelheidspotential en ψ de stroomfunctie voorstelt, volgt nu verder:

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

en daar:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \text{ is, geeft dit:}$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - i \frac{\partial \Phi}{\partial y} = V_x - i V_y.$$

Nu is ook: $\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{d\chi}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dz} \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$ en daar $\frac{\partial z}{\partial x} = 1$ is, wordt

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{d\chi}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dz}.$$

Men vindt hiervoor met behulp van (33):

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = 1/2 \left\{ V - \frac{R^2 V}{(\zeta - i\varepsilon)^2} + \frac{i \Gamma_0}{2\pi (\zeta - i\varepsilon)} \right\} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 - 4b^2}} \right) \quad (34)$$

waarin voor ζ nog de waarde (31) gesubstitueerd moet worden.

Voor ons is het van belang de snelheden op de y as te kennen. In dat geval is $x = 0$ en $z = iy$; voert men deze waarden in, en stelt men daarna het reële deel van het tweede lid van de vergelijking gelijk aan V_x en het imaginaire deel gelijk aan $-V_y$, dan vindt men:

$$\begin{aligned} V_x = 1/2 \left\{ V + \frac{4R^2 V}{(y - \sqrt{y^2 + 4b^2} - 2\varepsilon)^2} + \frac{\Gamma_0}{\pi(y - \sqrt{y^2 + 4b^2} - 2\varepsilon)} \right\} \\ \cdot \left(1 - \frac{y}{\sqrt{y^2 + 4b^2}} \right) \dots\dots\dots \left. \right\} \\ V_y = 0 \dots\dots\dots \left. \right\} \quad (35) \end{aligned}$$

Brengen we de assen over naar den top van den boog met de raaklijn als abscis en vervangen we nog de positieve ordinaat door de negatieve, dan is, als x_1 en y_1 de nieuwe assen zijn: $x = x_1$, $y = -(y_1 - 2\varepsilon)$, en men vindt met weglating der indices, indien nog geschreven wordt $\sqrt{y^2 - 4\varepsilon y + 4R^2} = c$, waarin c

dus de afstand van het punt y tot een van de uiteinden van den boog voorstelt:

$$V_x = \frac{1}{2} \left\{ V + \frac{4 R^2 V}{(y + c)^2} - \frac{\Gamma_0}{\pi (y + c)} \right\} \cdot \left\{ 1 + \frac{y - 2 \varepsilon}{c} \right\} \dots (36)$$

In deze vergelijking is alleen de waarde van Γ_0 nog niet bepaald. Γ_0 wordt gevonden uit de voorwaarde, dat de wind aan den achter-

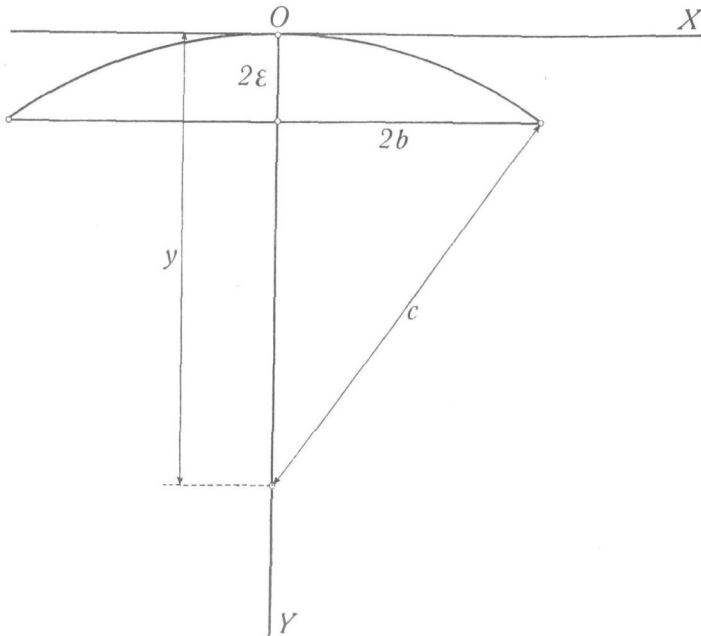


Fig. 9.

kant van het profiel glad moet afstromen en daartoe is noodig, dat bij de oorspronkelijke strooming om den cylinder de snelheid in het punt P_1 (fig. 8) = 0 is.

Noemt men r_m den afstand van een punt van het vlak tot het middelpunt van de cylinderdoorsnede, dan is de snelheidspotential van de potentialstrooming om den cylinder (bij afwezigheid van circulatie):

$$\Phi = V x \left(1 + \frac{R^2}{r_m^2} \right),$$

waaruit op eenvoudige wijze gevonden wordt, dat de tangentele

snelheid in P_1 in de richting van de pijl tengevolge van die potentiaalstrooming gelijk is aan:

$$- 2 V \frac{\varepsilon}{R}.$$

De voorwaarde, noodig en voldoende om in P_1 een snelheid 0 te krijgen, luidt nu:

$$\frac{\Gamma_0}{2 \pi R} - 2 V \frac{\varepsilon}{R} = 0$$

of $\Gamma_0 = 4\pi\varepsilon V \dots\dots\dots (37)$

Voert men de gevonden waarde van Γ_0 in (36) in, dan vindt men na een kleine herleiding:

$$V_x = V \left(1 - \frac{2\varepsilon}{c+y} \right)^2 \dots\dots\dots (38)$$

Schrijft men: $V_x = V - u'_0$, dan is u'_0 de snelheidsvermindering onder den boog. Hiervoor geldt:

$$u'_0 = \frac{4\varepsilon V}{c+y} - \frac{4\varepsilon^2 V}{(c+y)^2} \dots\dots\dots (39)$$

Is y niet te klein ten opzichte van R en ε , dan is te schrijven: $c = \sqrt{y^2 - 4\varepsilon y + 4R^2} = \sqrt{(y-2\varepsilon)^2 + 4b^2} = y - 2\varepsilon + 2\delta$, waarin 2δ de invloed van $4b^2$ voorstelt. (39) gaat hierdoor over in:

$$u'_0 = \frac{2\varepsilon V}{y-\varepsilon+\delta} - \frac{\varepsilon^2 V}{(y-\varepsilon+\delta)^2} \approx \frac{2\varepsilon V}{y-\frac{\varepsilon}{2}+\delta} \approx \frac{2\varepsilon V}{y}$$

of $u'_0 = \frac{4\pi\varepsilon V}{2\pi y} \approx \frac{\Gamma_0}{2\pi y} \dots\dots\dots (40)$

waarmede bewezen is dat voor een punt op eenigen afstand van den boog, de boog door een wervel vervangen mag worden.

Deze benadering mag echter in de nabijheid van het profiel niet worden toegepast. Stelt men in (39) $y = 0$, dan vindt men:

$$u_{p_0} = V \frac{\varepsilon}{R} \left(2 - \frac{\varepsilon}{R} \right) < V \dots\dots\dots (41)$$

terwijl daarentegen in de onmiddellijke nabijheid van den vervangenden wervel oneindig groote snelheden optreden.

Men kan gemakkelijk aantonen, dat de storingssnelheid veroorzaakt door den boog (in de richting tegengesteld aan de richting

van den parallelstroom) evenals bij den wervel afneemt, naarmate men zich verder van het profiel verwijderd, zoodat (41) de maximale waarde van u'_0 geeft.

Nu is: $\Gamma_0 = 4\pi\epsilon V = \frac{1}{2} c_a V t$, en daar $t = 4b$ is, wordt:

$$c_a = \frac{2\pi\epsilon}{b} \dots\dots\dots (42)$$

De experimenteele uitkomsten toonen, dat de in werkelijkheid voor c_a verkregen waarde steeds lager is, dan de uit de formule berekende. Teneinde echter de vraag te kunnen beantwoorden, op welken afstand van het profiel het verschil van de storingssnelheden van profiel en vervangenden wervel voldoende klein wordt om dit te kunnen verwaarloozen, kunnen we voor c_a een waarde kiezen en de daarmee overeenkomende waarde van ϵ/b bepalen. We kiezen de beide volgende gevallen:

$$c_a = \frac{\pi}{6}, \quad \frac{\epsilon}{b} = \frac{1}{12} \quad \text{en} \quad c_a = \frac{2\pi}{3}, \quad \frac{\epsilon}{b} = \frac{1}{3}.$$

Men vindt dan uit (37) en (40) voor $y = 4b$ (afstand = profielkooorde):

$$u'_0 = \frac{1}{24} V = 0,0417 V; \quad \text{resp.} \quad u'_0 = \frac{1}{6} V = 0,1667 V.$$

Anderzijds wordt:

$$\begin{array}{ll} R^2 = 1,0069 b^2 & \text{resp.} \quad R^2 = 1,1111 b^2 \\ c = 4,32 b & c = 3,89 b, \end{array}$$

en dus volgens (39):

$$u'_0 = 0,0397 V \quad \text{resp.} \quad u'_0 = 0,1619 V.$$

De verschillen zijn in deze gevallen resp. 5 % en 3 %, zoodat we wel mogen besluiten, dat de boog voor punten, die onder haar gelegen zijn op grooteren afstand dan de lengte van de koorde, zonder bezwaar door een wervel vervangen mag worden.

Voor punten dichter bij den boog gelegen dan de lengte der koorde zullen we de snelheidsvermindering op een andere manier benaderen. We vervangen daartoe de werkelijke $u'_0 - y$ -kromme in dat gebied door een deel van een parabool, waarbij we als eisch stellen, dat de parabool moet gaan door de punten:

$$y = 0 \quad u_0' = V \frac{\varepsilon}{R} \left(2 - \frac{\varepsilon}{R} \right) = u_{p0}$$

$$y = t \quad u_0' = \frac{\Gamma_0}{2 \pi t},$$

en dat de richting van de raaklijn in het punt $y = t$ aan de parabool dezelfde moet zijn als aan de kromme $u_0' = \frac{\Gamma_0}{2 \pi y}$. Zooals gemakkelijk is in te zien voldoet de parabool:

$$u_0' = \left(\frac{u_{p0}}{t^2} - \frac{\Gamma_0}{\pi t^3} \right) y^2 - \left(\frac{2 u_{p0}}{t} - \frac{3 \Gamma_0}{2 \pi t^2} \right) y + u_{p0} \dots \quad (43)$$

aan deze voorwaarde. De met behulp van deze formule berekende waarden leiden in de beide hierboven beschouwde gevallen tot een maximale fout in de te berekenen snelheidsvermindering van respectievelijk 17 % en 7 %. Uitgedrukt in procenten van de resul-

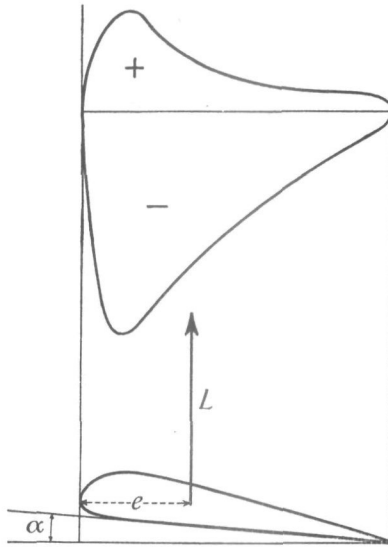


Fig. 10.

teerende snelheden onder het profiel wordt de fout resp. 1,3 en 2%, zoodat de gebruikte benadering voor een normalen liftcoëfficiënt wel als voldoende moet worden beschouwd. ¹⁾

¹⁾ Mocht men zulks verkiezen, dan kan ook benaderd worden met behulp van een kubische parabool, indien nog als voorwaarde gesteld wordt, dat de kromtestraal van deze parabool in het punt $y = t$ dezelfde is als de kromtestraal van de hyperbool $u_0' = \frac{\Gamma_0}{2 \pi y}$ in hetzelfde punt.

De voorgaande beschouwingen hadden betrekking op een boog, die met een invalshoek $= 0^\circ$ op den parallelstroom stond. Nemen we nu aan, dat we een geheel willekeurig profiel hebben, dan kunnen we de vraag stellen in hoeverre het voorgaande dan nog van toepassing is.

Allereerst kan worden opgemerkt, dat de drukverdeling bij een willekeurig profiel in het algemeen niet meer symmetrisch is en bijvoorbeeld zijn kan als in figuur 10 is aangegeven, waarin de onderdruk de zuigkracht boven den vleugel en de overdruk de stuwkracht onder den vleugel voorstelt.

Het gevolg van een zoodanige onsymmetrische drukverdeling is, dat de resulterende drukkracht, de lift, niet meer aangrijpt in het midden van den vleugel maar meer aan den voorkant van het profiel. De afstand e van het aangrijpingspunt, of drukmiddenpunt is met de lift zelf afhankelijk van den invalshoek α . Van de meeste profielen is behalve de coëfficiënten c_a en c_{w0} de zoodaanaamde momentencoëfficiënt c_m bekend, die gelijk is aan $c_a e/t$ en waaruit dus op eenvoudige wijze de waarde van e bepaald kan worden.

Wil men nu het profiel vervangen door een wervel, dan zou men den wervel in het drukmiddenpunt kunnen plaatsen op $1/3$ van de profieldikte van de bovenzijde van het profiel (dit laatste in verband met de omstandigheid dat de zuigkracht op de bovenzijde van het profiel ongeveer tweemaal zoo groot is als de stuwkracht op de onderzijde). Hiertegen bestaat echter het bezwaar, dat het werkelijke veld niet symmetrisch is, terwijl de wervel ons wel een symmetrischen toestand geeft. We zijn daarom nauwkeuriger als we het profiel niet door één wervel maar door twee wervels vervangen of, wat hetzelfde is, we vervangen de resulterende luchtkracht L door twee krachten L_1 en L_2 , waarvan L_1 aangrijpt in het midden van het profiel en L_2 op een vierde vanaf de voorzijde. Deze krachten moeten nu dezelfde totale luchtkracht opleveren en hetzelfde moment als de werkelijke lift; dus is noodig:

$$L = L_1 + L_2, \quad eL = L_1 \frac{t}{2} + L_2 \frac{t}{4}.$$

Noemen we de sterkten van de vervangende wervels overeenkomstig Γ_0 , Γ_1 en Γ_2 dan gelden hiervoor dezelfde betrekkingen, waaruit men kan afleiden:

$$\Gamma_1 = V t (2 c_m - \frac{1}{2} c_a) \dots\dots\dots (44)$$

$$\Gamma_2 = V t (c_a - 2 c_m) \dots\dots\dots (45)$$

De wervels met deze sterkten geven een snelheid tegengesteld aan de richting van den parallelstroom op een afstand y midden onder het profiel:

$$u_o' = \frac{V t}{2 \pi} \left[\frac{2 c_m - \frac{1}{2} c_a}{y} + \frac{c_a - 2 c_m}{y^2 + (\frac{1}{4} t)^2} y \right] \dots\dots\dots (46)$$

Naarmate y grooter wordt nadert de snelheidsvermindering snel tot de waarde (40) van de snelheidsvermindering veroorzaakt door één wervel ter sterkte van Γ_o in het midden van het profiel.

Voor een afstand t onder het profiel gaat (46) over in:

$$(u_o')_{y=t} = V \frac{c_a}{2 \pi} \left(\frac{15}{34} + \frac{2}{17} \frac{e}{t} \right) \dots\dots\dots (47)$$

Het verschil in waarde van $(u_o')_{y=t}$ volgens (40) en (47) is

$$V \frac{c_a}{34 \pi} \left(1 - \frac{2 e}{t} \right).$$

Uit dit geringe verschil volgt, dat indien het drukmiddelpunt niet zeer dicht aan den voorrand van het profiel ligt, het voor punten verder onder het profiel gelegen dan de profieldiepte practisch weinig verschil maakt of men het profiel vervangt door één of door twee wervels.

Ter berekening van de snelheidsverminderingen op afstanden kleiner dan de profieldiepte kan de parabolische benadering worden toegepast, evenals dit voor het boogvormige profiel werd aangegeven. Bekend zijn in dit geval de richting van de raaklijn aan de parabool en de snelheidsvermindering in het punt $y = t$ uit de formule (40), terwijl de snelheid in het punt onmiddellijk onder het profiel berekend kan worden met behulp van de wet van Bernoulli uit den druk, die daar ter plaatse heerscht, waarna weder de snelheidsvermindering bekend is. Bij dikke profielen dient er hierbij op gelet te worden, dat de vervangende wervels zooals bovenvermeld, op $\frac{1}{3}$ van de profieldikte van den bovenkant van het profiel behooren te worden gelegd. De druk, die onder het profiel gemeten wordt, wordt dus niet gemeten in het punt $y=0$, maar op $y = \frac{2 d}{3}$, als d de dikte van het profiel voorstelt. De uitwerking

verloopt verder geheel als bij den boog en levert geen enkele moeilijkheid op. Opgemerkt wordt, dat bij deze wijze van benadering tevens rekening wordt gehouden met de storing veroorzaakt door de dikte van het profiel, daar bij de drukmeting onmiddellijk onder het profiel niet de drukverhooging tengevolge van de snelheidsvermindering door de circulatie alleen gemeten wordt, doch de werkelijke drukverhooging, dus met correctie voor de profieldikte. Hieruit volgt, dat de benadering van de snelheidsvermindering in de punten dicht onder het profiel bij deze laatste rekenwijze niet minder nauwkeurig is dan volgens de rekenwijze bij den boog.

We kunnen thans de volgende conclusies neerschrijven:

Conclusie III: Tengevolge van de circulatie treedt onder het vleugelprofiel een snelheidsvermindering van de strooming op, die afneemt naarmate men zich verder van het profiel verwijderd.

Conclusie IV: Ter berekening van de snelheidsverminderingen, die midden onder het vleugelprofiel optreden, mag dit profiel voor punten die op grooteren afstand onder het profiel liggen dan de profieldiepte, vervangen worden door één of twee wervels. Voor punten, die dicht bij het profiel liggen, kunnen de snelheidsverminderingen benaderd worden met behulp van een parabool.

e. *Het snelheidsveld tusschen twee profielen.*

Nu het snelheidsveld onder het vleugelprofiel met voldoende benadering bekend is, kan het veld tusschen twee vleugelprofielen worden beschouwd. We kunnen hierbij al dadelijk de opmerking maken, dat dit snelheidsveld een functie van de circulatie om de profielen is. Het ligt echter voor de hand, dat de aanwezigheid van het tweede profiel de werking van het eerste zal beïnvloeden en omgekeerd. Alvorens het snelheidsveld tusschen de profielen kan worden vastgelegd dient dus de onderlinge beïnvloeding van de profielen bekend te zijn.

Laten A en B twee gelijke profielen zijn, symmetrisch opgesteld zooals in de volgende schets is aangegeven, op een afstand $2a$ van elkaar, in een parallelstrooming met een snelheid V . We zullen veronderstellen, dat de afstand $2a$ grooter is dan tweemaal de diepte van de profielen, dus a grooter dan t .

Uit deze veronderstelling volgt, dat het profiel A ter plaatse

van het profiel B zich gedraagt als een wervel en omgekeerd.

Laat Γ de circulatie zijn, die door elk der profielen in het stelsel opgewekt wordt, en V_A en V_B de snelheid van de strooming ter

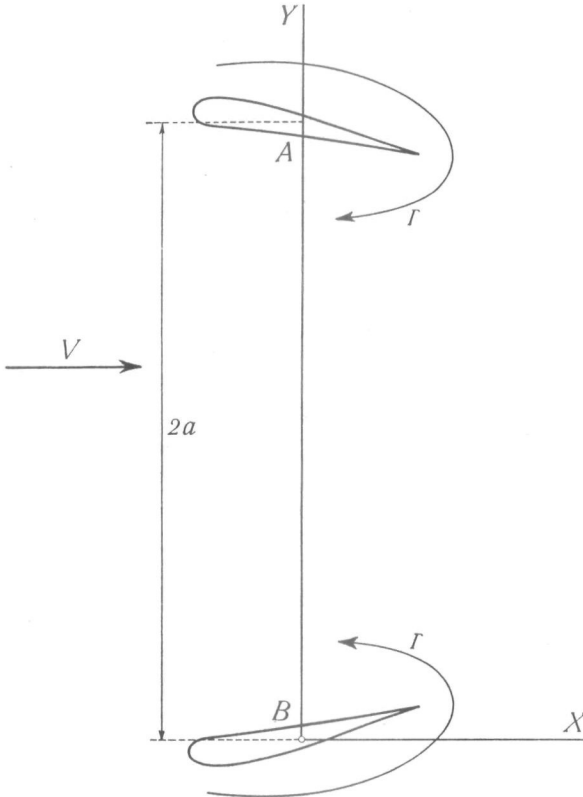


Fig. 11.

plaatse van het profiel A , respectievelijk B , indien dit profiel weggenomen werd, doch deze wegneming *geen* invloed op het andere profiel zou uitoefenen, dan is:

$$V_A = V_B = V - \frac{\Gamma}{4\pi a} \dots\dots\dots (48)$$

Laat thans Γ_o de circulatie zijn, die opgewekt zou worden door een der profielen in den parallelstroom indien een tweede profiel zijn invloed niet deed gelden, dan is:

$$\Gamma_o = \frac{1}{2} c_a V t \dots\dots\dots (5)$$

Uit (48) volgt dus: $\Gamma = \frac{1}{2} c_a \left(V - \frac{\Gamma}{4 \pi a} \right) t$,

zoodat: $\Gamma = \left(V - \frac{\Gamma}{4 \pi a} \right) \frac{\Gamma_0}{V}$, of:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(1 - \frac{\Gamma_0}{4 \pi a V + \Gamma_0} \right) \dots\dots\dots (49)$$

waaruit dus blijkt, dat de storing in de circulatie de grootte heeft:

$$- \frac{\Gamma_0^2}{4 \pi a V + \Gamma_0}.$$

Voor (49) is nog te schrijven:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(1 - \frac{c_a t}{8 \pi a + c_a t} \right) \dots\dots\dots (49a)$$

waaruit met behulp der bekende waarden van c_a en t de grootte Γ onmiddellijk te berekenen valt.

Met behulp van (48), (49a) en (5) vindt men:

$$V_A = V_B = V \left(1 - \frac{c_a t}{8 \pi a + c_a t} \right) \dots\dots\dots (50)$$

Formule (50) zegt, dat de profielen zich door hun onderlinge beïnvloeding zullen gedragen alsof de windsnelheid ter plaatse der profielen geringer geworden is, en wel met het bedrag $\frac{c_a t}{8 \pi a + c_a t}$ maal de oorspronkelijke windsnelheid.

Met in achtneming van deze correctie zullen de profielen in het stelsel van twee profielen ieder voor zich, zich gedragen als de enkelvoudige vleugel in een parallelstroom. Hieruit volgt in verband met de eigenschappen van het snelheidsveld onder den enkelvoudigen vleugel:

Het snelheidsveld tusschen twee profielen mag in het gebied waarvan de randen zich uitstrekken tot één profiëldiepte van de profielen vervangen worden door het snelheidsveld tusschen twee wervels.

De snelheden in punten dichter bij een der profielen gelegen dan een profiëldiepte kunnen benaderd worden met behulp van een parabool en de vervanging van het andere profiel door een wervel.

Leggen we door het profiel B (zie fig. 11) in de richting van de parallelstrooming de positieve x -as en loodrecht hierop door

de middens van de profielen de positieve y -as, dan geldt voor het interval $t \leqq y \leqq 2 a - t$:

$$V_x = V - \frac{\Gamma}{2\pi(2a-y)} - \frac{\Gamma}{2\pi y} = V - \frac{a\Gamma}{\pi y(2a-y)} \quad (51)$$

Verschuift men de x -as evenwijdig naar het midden tusschen de profielen zoodat: $y = y_1 + a$, dan gaat (51) over in:

$$V_x = V - \frac{a\Gamma}{\pi(a^2 - y_1^2)} \dots\dots\dots (52)$$

Formule (52) zegt, dat de snelheidsvermindering in het beschouwde interval midden tusschen de profielen het geringst is en toeneemt naarmate men één der profielen dichter nadert.

Met behulp van (49a) is te schrijven:

$$V_x = V - \frac{a\Gamma_o}{\pi(a^2 - y_1^2)} \left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t}\right)$$

en daar $\Gamma_o = \frac{1}{2} c_a V t$ volgt hieruit na een kleine herleiding:

$$V_x = V \left(1 - \frac{4a^2 c_a t}{(a^2 - y_1^2)(8\pi a + c_a t)}\right) \dots\dots\dots (52a)$$

Uit (52a) volgt onmiddellijk, dat de snelheidsvermindering recht evenredig is met de oorspronkelijke snelheid van de parallelstrooming. Is a groot ten opzichte van t , dus de afstand van de profielen onderling groot ten opzichte van tweemaal de profiel diepte, dan gaat (52a) bij benadering over in:

$$V_x \cong V \left(1 - \frac{a c_a t}{2\pi(a^2 - y_1^2)}\right) = V - \frac{a\Gamma_o}{\pi(a^2 - y_1^2)} \quad (52b)$$

hetgeen in verband met (52) beteekent, dat de invloed van de profielen op elkaar verwaarloosd mag worden. De fout, die gemaakt wordt indien voor de waarde van (52a) die van (52b) gekozen wordt, is maximaal als $c_a t$ een maximum is, dus als $c_a = c_{amax}$ en als $t = a$. Stelt men $c_{amax} = \frac{\pi}{2,5} \cong 1,25$, dan bedraagt de maximale fout ongeveer 5 %. In verband met (52b) volgt hieruit, dat in het interval $t \leqq y \leqq 2 a - t$ de snelheidsvermindering met groote benadering evenredig is met de grootte van de circulatie.

Voor (52b) is ook te schrijven:

$$V_x \cong V - \frac{\Gamma_o}{\pi\left(a - \frac{y_1^2}{a}\right)}$$

waaruit volgt, dat de snelheidsvermindering in het veld tusschen de profielen sterk toeneemt naarmate de profielen elkaar dichter naderen.

Bezien wij thans het veld in punten dichter bij een der profielen gelegen, dan de profiel diepte.

Wegens de symmetrie van het veld kunnen we ons bepalen tot een der gebieden, waarin deze punten liggen en kiezen daarom de punten waarvoor geldt: $0 \leq y \leq t$.

Met behulp van (43) zijn de snelheden in deze punten onmiddellijk te noteeren. Men vindt:

$$V_x = V - \left(\frac{u_p}{t^2} - \frac{\Gamma}{\pi t^3} \right) y^2 + \left(\frac{2u_p}{t} - \frac{3\Gamma}{2\pi t^2} \right) y - u_p - \frac{\Gamma}{2\pi(2a-y)}$$

waarin u_p verkregen wordt uit u_{p_0} door vermenigvuldiging met den factor $\frac{V_B}{V} = 1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t}$, zoodat:

$$V_x = V - \left\{ \left(\frac{u_{p_0}}{t^2} - \frac{\Gamma_0}{\pi t^3} \right) y^2 - \left(\frac{2u_{p_0}}{t} - \frac{3\Gamma_0}{2\pi t^2} \right) y + u_{p_0} + \frac{\Gamma_0}{2\pi(2a-y)} \right\} \left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t} \right) \dots\dots\dots (53)$$

waarvoor we ook mogen schrijven:

$$V_x = V - \left\{ u_0' + \frac{\Gamma_0}{2\pi(2a-y)} \right\} \left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t} \right) \quad (53a)$$

De snelheidsvermindering u_p' onmiddellijk onder het profiel is nu gegeven door:

$$u_p' = \left(u_{p_0} + \frac{\Gamma_0}{4\pi a} \right) \left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t} \right).$$

In het geval van het boogvormige profiel wordt dit met behulp van (5), (37) en (41):

$$u_p' = V \left\{ \frac{\varepsilon}{R} \left(2 - \frac{\varepsilon}{R} \right) + \frac{\varepsilon}{a} \right\} \frac{a}{a + \varepsilon} = \frac{V}{a + \varepsilon} \left(\frac{2a}{R} - \frac{a\varepsilon}{R^2} + 1 \right).$$

Hieruit volgt:

$$\frac{du_p'}{da} = \frac{V\varepsilon}{(a + \varepsilon)^2} \left(\frac{2\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon^2}{R^2} - 1 \right) = -V \frac{\varepsilon(R - \varepsilon)^2}{R^2(a + \varepsilon)^2} < 0$$

waaruit in verband met (53a) blijkt, dat bij het boogvormige profiel voor het geheele interval $0 \leq y \leq t$ de snelheidsvermindering afneemt indien de profielen verder van elkaar worden verwijderd.

Zonder bezwaar kan worden aangenomen, dat dit voor een ander normaal vleugelprofiel ook zoo zal zijn. We kunnen dus vaststellen, dat de invloed van het veranderen van den onderlingen afstand van de profielen in het interval $0 \leq y \leq t$ dezelfde is — alhoewel minder sterk — als in het interval $t \leq y \leq 2a - t$, dus een afname van de snelheidsvermindering bij een vergrooting van den onderlingen afstand der profielen medebrengt.

Gaan we nogmaals terug tot formule (53a) en beschouwen we thans de snelheidsvermindering op de plaats y , welke bedraagt:

$$\left\{ u'_o + \frac{\Gamma_o}{2\pi(2a-y)} \right\} \left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t} \right).$$

Zooals bekend stelt u'_o hierin de snelheidsvermindering tot een afstand $y = t$ onder het enkelvoudige profiel met circulatie Γ_o voor. u'_o wordt grooter naarmate y kleiner wordt. $\frac{\Gamma_o}{2\pi(2a-y)}$ is te beschouwen als de snelheidsvermindering onder hetzelfde profiel op een afstand $2a - y$. Deze laatste snelheidsvermindering wordt kleiner naarmate y afneemt. Uit de eigenschappen van het enkelvoudige profiel volgt echter, dat bij daling van y de afname van de snelheidsvermindering op een afstand $2a - y$ geringer is dan de toename van u'_o . Hieruit volgt, dat de factor $u'_o + \frac{\Gamma_o}{2\pi(2a-y)}$ stijgt als y afneemt, dus dat de snelheidsvermindering grooter wordt als men zich naar het profiel toe begeeft.

In verband met het hieromtrent afgeleide voor het interval $t \leq y \leq 2a - t$ kunnen we nu zeggen, dat de snelheden in het veld tusschen twee profielen voortdurend kleiner worden als men zich uit het midden naar een der profielen toe beweegt.

Uit de afgeleide formules volgt tenslotte, dat wanneer men afziet van de correctie, welke de factor: $\left(1 - \frac{c_a t}{8\pi a + c_a t} \right)$ medebrengt, de snelheidsvermindering in alle tusschen de profielen gelegen punten bij benadering evenredig is met de circulatie om de profielen.

Teneinde een indruk te krijgen van den graad van nauwkeurigheid waarmede de onderlinge beïnvloeding der profielen door de formules (49) en volgende wordt voorgesteld, zullen we weder de hulp van de boogvormige profielen inroepen en door middel van de conforme transformatie de storing van de circulatie bepalen.

Een geheel exacte berekening van de snelheden tusschen de bogen is door middel van de conforme transformatie niet wel mogelijk, daar slechts één profiel-doorsnede in een cirkel getransformeerd kan worden. We moeten ons daarom bepalen tot het vervangen van één profiel door een wervel met een wervelsterkte gelijk aan de circulatie om dat profiel.

Laat de toestand zijn als in fig. 12 is aangegeven, waarin een assenstelsel zoodanig is gelegd dat de x -as samenvalt met de koorde van één der profielen en positief is in de richting van de parallelstrooming. De y -as gaat door de middens van de profielen en wel zoo, dat het tweede profiel, welk vervangen wordt door een wervel gelegen ter plaatse van den top van den boog met een wervelsterkte Γ , ligt op de negatieve y -as. De afstand van de profielen onderling van top tot top zij wederom $2a$, de koorde der bogen $4b$ en de pijlhoogte 2ε ; de snelheid van de parallelstrooming zij wederom V .

Het aldus in het z -vlak gedefinieerde veld gaat met behulp van formule (31) over in een conform veld in het ζ -vlak. Bij deze transformatie gaat, zooals wij hiervoor gezien hebben, de boog over in den cirkel M . Het centrum van den wervel (coördinaten in het z -vlak: $x = 0$, $y = -(2a - 2\varepsilon)$) komt te liggen in het punt:

$$\xi = 0, \eta = -(a - \varepsilon) - \sqrt{(a - \varepsilon)^2 + b^2}$$

of wel op een afstand d van het middelpunt van den cirkel, waarin de boog getransformeerd wordt, waarvoor geldt:

$$d = a + \sqrt{a^2 - 2a\varepsilon + R^2} \dots\dots\dots (54)$$

Bezien wij nu het veld met den cirkel of de cylinderdoorsnede en den wervel daarbuiten, dan merken we op, dat de circulatiestrooming afkomstig van den wervel door de doorsnede gestoord wordt. De circulatiestrooming moet namelijk om den cylinder heengaan; dit beteekent, dat in een willekeurig punt P van den cirkel-omtrek de snelheid slechts gericht kan zijn langs de raaklijn in dat punt.

Zooals bekend is, laat zich de storing van het veld van den wervel tengevolge van de aanwezigheid van den cylinder berekenen door een wervel van dezelfde sterkte aangebracht te denken in het punt M en een wervel van tegengestelde sterkte in een punt op den afstand $l = R^2/d$ op de η as beneden M . Superponeeren we op het veld met de drie wervels vervolgens nog de parallel-

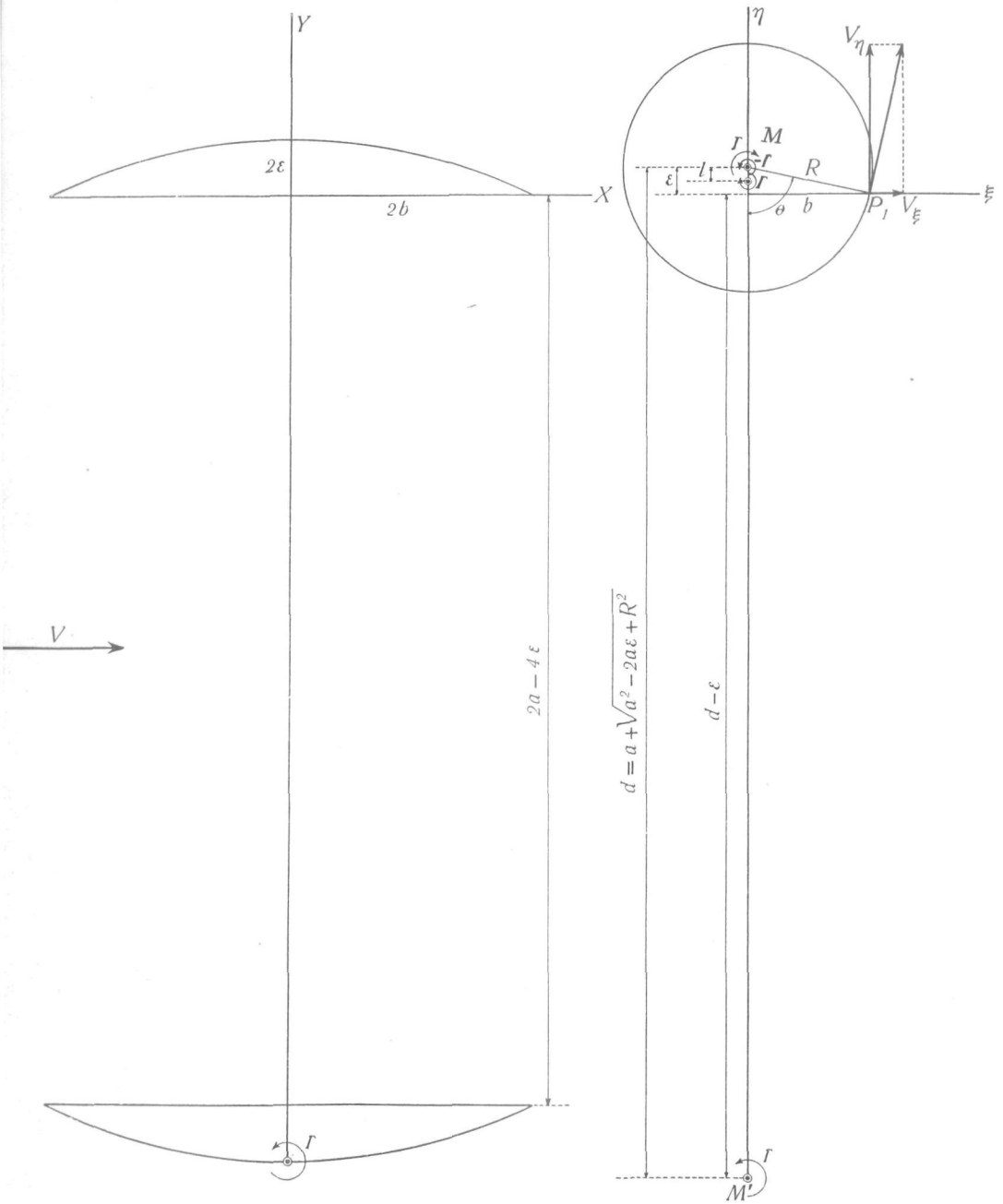


Fig. 12.

streaming en de circulatiestrooming met de grootte Γ om den cylinder, dan vindt men uit de voorwaarde dat het in fig. 12 aangegeven punt P_1 stuwpunt moet zijn, weder het middel om de waarde van Γ te berekenen.

In het middelpunt M wordt de wervel $-\Gamma$ door den tegengestelden wervel Γ opgeheven. De parallelstrooming geeft in P_1 in de richting van de pijl als bijdrage in de snelheid:

$$2V \frac{\varepsilon}{R};$$

de wervel op den afstand l van M geeft in dat punt de tangentieele snelheidscomponente:

$$-\frac{\Gamma}{2\pi R} \frac{d^2 - \varepsilon d}{d^2 - 2\varepsilon d + R^2}$$

en tenslotte geeft de wervel M' een snelheidscomponente in P_1 in dezelfde richting ter grootte van:

$$-\frac{\Gamma}{2\pi R} \frac{\varepsilon d - R^2}{d^2 - 2\varepsilon d + R^2}.$$

De som van deze snelheden moet nul zijn; dus:

$$2V \frac{\varepsilon}{R} - \frac{\Gamma}{2\pi R} \left\{ \frac{\varepsilon d - R^2}{d^2 - 2\varepsilon d + R^2} + \frac{d^2 - \varepsilon d}{d^2 - 2\varepsilon d + R^2} \right\} = 0,$$

waaruit:

$$\Gamma = 4\pi\varepsilon V \frac{d^2 - 2\varepsilon d + R^2}{d^2 - R^2},$$

of met behulp van (37)

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{d^2 - 2\varepsilon d + R^2}{d^2 - R^2} \dots\dots\dots (55)$$

Met behulp van (54) volgt hieruit na een korte herleiding:

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{\sqrt{(a - \varepsilon)^2 + b^2}}{a} \dots\dots\dots (56)$$

Voor (56) stellen we:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left\{ \frac{a - \varepsilon}{a} + \delta \right\} \dots\dots\dots (57)$$

Daar ε zeer klein is ten opzichte van a en van $b = \frac{t}{4}$, terwijl volgens aanname $a > t$ is, is de invloed van b^2 in de formule (56)

zeer gering, zoodat in (57) δ verwaarloosd zou kunnen worden. We brengen in (57) toch iets voor δ in rekening en schrijven:

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{a}{a + \varepsilon}.$$

Stel men hierin voor ε de waarde uit (37), dan vindt men:

$$\Gamma = \Gamma_0 \frac{4\pi a V}{4\pi a V + \Gamma_0} = \Gamma_0 \left(1 - \frac{\Gamma_0}{4\pi a V + \Gamma_0} \right),$$

welke formule geheel in overeenstemming is met (49).

Formule (49) werd gevonden met behulp van de aanname, dat de profielen bij benadering als wervels konden worden beschouwd, terwijl de circulatie Γ werd berekend uit de bij die wervels optredende windsnelheid in de richting van de parallelstrooming.

Noemen we: $\frac{\Gamma_0^2}{4\pi a V + \Gamma_0}$ de storingscirculatie, dan volgt uit het voorgaande, dat bij een opstelling van twee profielen in een parallelstrooming op een afstand van elkaar grooter dan twee profieldiepten, bij de berekening van de storingscirculatie de profielen door wervels vervangen kunnen worden.

Bepalen we thans nog de resulterende snelheden in punten van de y -as. De complexe potentiaal van het veld met de wervels en de cylinderstrooming in het ζ -vlak (fig. 12) is te schrijven:

$$\chi = V_0 \left(\zeta - i\varepsilon + \frac{R^2}{\zeta - i\varepsilon} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \frac{d\zeta - id\varepsilon + iR^2}{d(\zeta - i\varepsilon + id)}.$$

Op dezelfde wijze als hierboven bij de afleiding van formule (36) is geschied, vinden we V_x voor de punten van de y -as met behulp der betrekking:

$$V_x = \frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{d\chi}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dz}.$$

We verschuiven ook thans weer de x -as naar den top van den boog en vervangen de positieve y -as door de negatieve, zoodat $y = -(y_1 - 2\varepsilon)$; stellen we bovendien weder:

$$\sqrt{y_1^2 - 4\varepsilon y_1 + R^2} = c,$$

dan vinden we met voorbijgaan der herleidingen en met weglating der indices:

$$V_x = 1/2 \left[V \left\{ 1 + \frac{4R^2}{(y+c)^2} \right\} - \frac{\Gamma}{\pi} \frac{2(d^2 - R^2)}{\{2d - (y+c)\} \{d(y+c) - 2R^2\}} \right] \left(1 + \frac{y-2\varepsilon}{c} \right) \dots \quad (59)$$

Voor het veld met twee bogen is formule (59) niet geheel juist. Indien dit wel het geval was, zou voor de snelheidscomponenten in de punten $y = a + \delta$ en $y = a - \delta$, waarin δ een willekeurige lengte voorstelt, dezelfde waarde moeten worden gevonden. Dit is niet het geval, doordat we één der profielen vervingen door een wervel en dus het veld onsymmetrisch maakten. Passen we formule (59) echter toe op punten gelegen in het interval $0 \leq y \leq a$, dan zullen de verschillen met de werkelijk optredende snelheden in de punten tusschen de twee bogen zoo gering zijn, dat we de voor dat interval uit (59) berekende snelheden als juist kunnen aanvaarden. Daar het snelheidsveld symmetrisch is ten opzichte van de lijn $y = a$ is hiermede het geheele snelheidsveld bekend.

Teneinde na te gaan, welke verschillen we krijgen bij gebruik van de formules (51) en (53) waarmede we de snelheden benaderd hebben, en van formule (59) waarvan de snelheden als juist mogen worden beschouwd, werden een tweetal berekeningen uitgevoerd en wel met dezelfde liftcoëfficiënten als reeds eerder werden gebruikt.

TABEL No. 1.

Het verloop van de snelheden midden tusschen twee boogvormige vleugelprofielen.

Afstand tot een profiel in m	Snelheden in m		Verschil in %
	V_x volgens formule (59)	V_x volgens de formule (51) of (53)	
0,00	16,63	16,65	0,1
0,05	17,59	17,37	-1,3
0,10	18,22	17,96	-1,4
0,15	18,64	18,42	-1,2
0,20	18,82	18,75	
0,25	18,97	18,94	
0,30	19,07	19,06	minder
0,35	19,13	19,13	dan
0,40	19,18	19,18	± 1 %
0,45	19,20	19,20	
0,50	19,21	19,21	

Profielhoogte 0,01 m

$V = 20$ m/sec

Profiel diepte 0,24 m

$c_a = \frac{\pi}{6} = 0,5236$

Afstand van de profielen onderling 1 m.

TABEL No. 2.

Het verloop van de snelheden midden tusschen twee boogvormige profielen.

Afstand tot een profiel in m.	Snelheden in m		Verschil in %
	V_x volgens formule (59)	V_x volgens de formule (51) of (53)	
0,00	8,92	8,99	0,8
0,05	11,17	11,05	- 1,1
0,10	12,95	12,77	- 1,4
0,15	14,46	14,15	- 2,1
0,20	15,36	15,19	- 1,1
0,25	15,95	15,90	
0,30	16,34	16,34	
0,35	16,61	16,62	minder dan
0,40	16,78	16,79	± 1 %
0,45	16,87	16,89	
0,50	16,90	16,92	

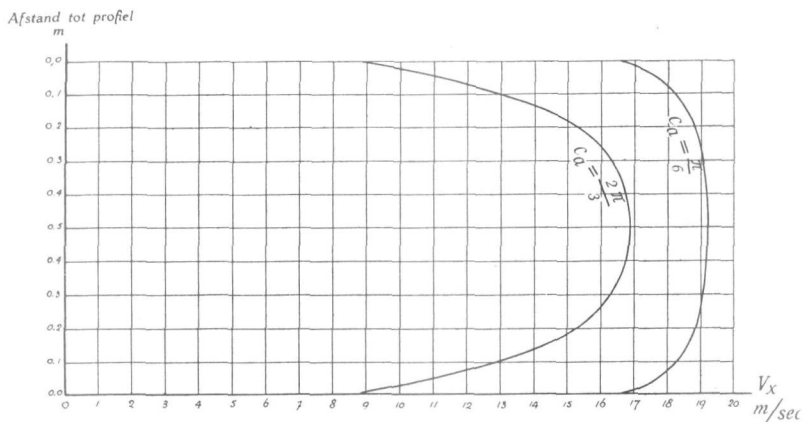
Profielhoogte 0,04 m

$V = 20$ m/sec

Profiel diepte 0,24 m

$$c_a = \frac{2\pi}{3} = 2,094$$

Afstand van de profielen onderling 1 m.



$V = 20$ m/sec.

Fig. 13.

Het snelheidsveld tusschen twee boogvormige profielen.

Uit deze berekeningen, waarvan de resultaten zijn neergelegd in de tabellen 1 en 2 (de verschillen zijn uitgedrukt in procenten van de resulterende snelheid), blijkt dat de benadering van het snelheidsveld tusschen twee profielen met behulp van wervels en parabolische snelheidsverdeeling met groote nauwkeurigheid geschiedt.

Aan de reeds genoteerde conclusies kunnen op grond van het voorgaande thans de volgende worden toegevoegd:

Conclusie V: Bij de opstelling van twee vleugelprofielen in een parallelstrooming op een afstand van meer dan tweemaal de profiel-diepte van elkaar kan de storing in de circulatie om één profiel ten gevolge van den invloed van het andere berekend worden door de profielen te beschouwen als wervels.

Conclusie VI: De tengevolge van de circulatie optredende snelheidsvermindering in het veld tusschen twee profielen kan voor het gebied waarvan de randen zich uitstrekken tot een afstand gelijk aan de profieldiepte, berekend worden door de profielen als wervels te beschouwen, en voor de overblijvende gebieden met behulp van de parabolische snelheidsverdeeling onder het enkelvoudige profiel en een wervel.

Conclusie VII: De snelheidsvermindering tusschen twee vleugelprofielen is bij benadering recht evenredig met de grootte van de circulatie om één dezer profielen en de snelheid van de parallelstrooming; ze neemt toe naarmate de profielen dichter bij elkaar worden geplaatst, ze is in het midden tusschen de profielen het geringst en wordt grooter als men één der profielen meer nadert.

f. *De invloed van het scherm.*

Wordt in het veld tusschen twee vleugelprofielen een scherm geplaatst, dan ondervindt dit scherm een weerstand, die afhangt van de snelheden in het veld. Omgekeerd wordt door het scherm een bepaalde invloed op de strooming uitgeoefend, met het gevolg, dat de stroomlijnen bij de profielen van hun oorspronkelijke richting zullen afwijken, zooals reeds op blz. 28 is opgemerkt. Wij zullen thans de formules iets meer in details beschouwen.

Laat de toestand zijn zooals in fig. 14 is aangegeven. De positieve y -as gaat door het vlak van het gaas en door de middens van de vleugelprofielen. De positieve x -as is gelegd door een der

profielen en heeft dezelfde richting als de parallelstrooming. De onderlinge afstand der profielen zij weder $2a$, de hoogte van het gaasscherm $2h$.

Voorloopig zullen we aannemen dat $a \geq h + t$, zoodat de profielen voor punten van het gas beschouwd mogen worden als wervels.

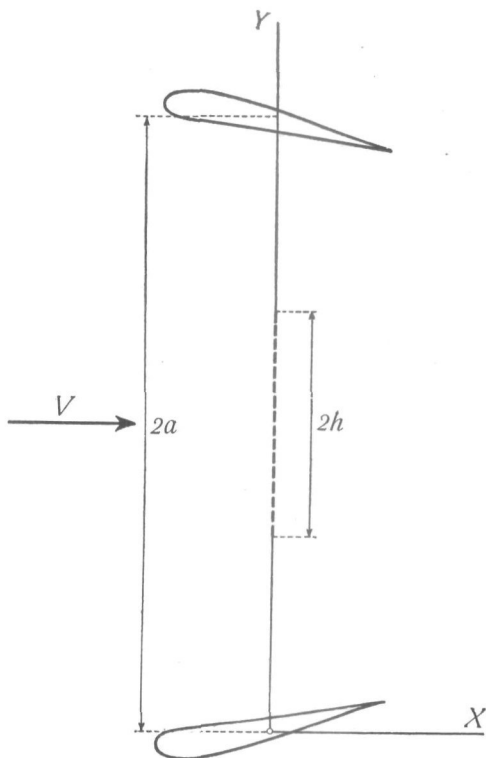


Fig. 14.

De weerstand per eenheid van hoogte van het gas is volgens (13a):

$$f = \frac{1}{2} k \rho (V - u' + u)^2 \dots \dots \dots (13a)$$

In overeenstemming met hetgeen in noot ¹), blz. 28, is opgemerkt, nemen we nu voor de bronsterkte dQ , waardoor een strookje dy van het gas kan worden vervangen:

$$dQ = \frac{f dy}{\rho (V - u' + u)} = \frac{1}{2} k (V - u' + u) dy \dots (57)$$

Daar verder uit (11a) en (12a) volgt:

$$u = -\frac{f}{2 \varrho (V - u' + u)} = -\frac{1}{4} k (V - u' + u) \dots (58)$$

vinden we achtereenvolgens:

$$u = -\frac{\frac{1}{4} k}{1 + \frac{1}{4} k} (V - u') \dots (59)$$

$$f = \frac{\frac{1}{2} k}{(1 + \frac{1}{4} k)^2} \varrho (V - u')^2 \dots (60)$$

$$dQ = \frac{\frac{1}{2} k}{1 + \frac{1}{4} k} (V - u') dy \dots (61)$$

Zijn de profielen afwezig, zoodat $u' = 0$, dan gaat (60) over in de gewone formule:

$$f_0 = \frac{1}{2} c \varrho V^2,$$

zoodat we de betrekking verkrijgen: ¹⁾

$$\frac{k}{(1 + \frac{1}{4} k)^2} = c,$$

waaruit:

$$k = \frac{4}{c} (2 - c - 2 \sqrt{1 - c}) \dots (62)$$

Voor (61) wordt dan gevonden:

$$dQ = (1 - \sqrt{1 - c}) (V - u') dy \dots (63)$$

Ter vereenvoudiging vervangen we den coëfficiënt door c_v ; wanneer we verder voor $V - u'$ weder V_x schrijven, dan wordt de bronsterkte:

$$dQ = c_v V_x dy \dots (63a)$$

De verticale snelheidscomponent v in het punt x_1, y_1 veroorzaakt door het geheele bronnensysteem, dat zich uitstrekt langs de y -as van $y = a - h$ tot $y = a + h$, is thans gegeven door de integraal:

¹⁾ Deze formule verschilt van de uit (14) afgeleide betrekking:

$$\frac{k}{1 + \frac{1}{2} k} = c$$

slechts door een term $\frac{1}{4} k^2$ in den noemer, welke als een grootheid kan de 3e orde kan worden aangemerkt.

$$v = \frac{c_v}{2\pi} \int_{a-h}^{a+h} V_x \frac{y_1 - y}{x_1^2 + (y_1 - y)^2} dy.$$

In verband met (51) kunnen we hiervoor schrijven, als Γ_1 de circulatie om een profiel in het stelsel van profielen en gaas voorstelt:

$$v = \frac{c_v}{2\pi} \int_{a-h}^{a+h} \left\{ V - \frac{a \Gamma_1}{\pi (2a - y) y} \right\} \frac{y_1 - y}{x_1^2 + (y_1 - y)^2} dy. \quad (64)$$

Voor $y_1 = 2a$ dus ter plaatse van één der profielen, varieert v over de diepte van het profiel, daar x_1^2 varieert van $\frac{t^2}{4}$ voor $x_1 = \pm \frac{t}{2}$, tot 0 voor $x_1 = 0$. De invloed van de storingsstrooming zal zich echter het meest aan den voor- en achterrand van het profiel doen gevoelen, zoodat we de snelheid v voor $x_1^2 = \frac{t^2}{4}$, waarvoor we $4b^2$ zullen schrijven, als juiste storingsnelheid mogen aannemen. Men vindt:

$$v = \frac{c_v V}{4\pi} \left[\ln \frac{4b^2 + (a+h)^2}{4b^2 + (a-h)^2} - \frac{a \Gamma_1}{2\pi (a^2 + b^2) V} \cdot \left\{ \ln \frac{a+h}{a-h} + \frac{1}{2} \ln \frac{4b^2 + (a+h)^2}{4b^2 + (a-h)^2} + \frac{a}{b} \left(b \operatorname{tg} \frac{a+h}{2b} - b \operatorname{tg} \frac{a-h}{2b} \right) \right\} \right] \quad (65)$$

Voor (65) zullen we met een geringe verwaarloozing schrijven:

$$v \cong \frac{c_v V}{4\pi} \left[\left(1 - \frac{\Gamma_1}{2\pi a V} \right) \ln \frac{(a+h)^2 + 4b^2}{(a-h)^2 + 4b^2} - \frac{2h \Gamma_1}{\pi V (a^2 - h^2 + 4b^2)} \right] \quad (66)$$

Behalve de storingsnelheid v zal bij de profielen een storingsnelheid v' optreden in de richting van de parallelstrooming. Wegens de symmetrie van het veld ten opzichte van de y -as is evenwel voor $y_1 = 2a$:

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} v' dx_1 = 0.$$

Dit beteekent, dat de gemiddelde snelheid van de strooming in de richting van de parallelstrooming op de plaats van het profiel niet verandert, en dat de invloed van het gaas zich alleen kenbaar maakt door een verandering van den invalshoek van de strooming op het profiel.

Noemt men den invalshoek van het profiel ten opzichte van de parallelstrooming a , en den invalshoek ten opzichte van de werkelijke strooming $\alpha + \beta$, dan is:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{v}{V - \frac{\Gamma}{4\pi a}}, \text{ of:} \\ \operatorname{tg} \beta &\cong \frac{c_v}{4\pi} \left[\left(1 - \frac{\Gamma_1}{4\pi a V} \right) \ln \frac{(a+h)^2 + 4b^2}{(a-h)^2 + 4b^2} - \frac{2h\Gamma_1}{\pi V(a^2 - h^2 + 4b^2)} \right] \\ &\dots\dots\dots (67) \end{aligned}$$

Voert men hierin de waarde van Γ uit (49), dan is:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &\cong \frac{c_v}{4\pi} \left[\left(1 - \frac{\Gamma_0}{4\pi a V + \Gamma_0} \right) \ln \frac{(a+h)^2 + 4b^2}{(a-h)^2 + 4b^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{8ah\Gamma_0}{(4\pi a V + \Gamma_0)(a^2 - h^2 + 4b^2)} \right] \dots\dots\dots (67a) \end{aligned}$$

als nu Γ_0 de circulatie om het profiel bij de oorspronkelijke snelheid V en een invalshoek $\alpha + \beta$ voorstelt.

Met behulp van de formule (67a) is β en daarmee de waarde van de circulatie snel te benaderen. Men schat in eerste benadering β door bijvoorbeeld:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c_v}{4\pi} \ln \frac{(a+h)^2 + 4b^2}{(a-h)^2 + 4b^2}$$

te stellen en berekent met deze geschatte waarde het tweede lid van (67a) en vindt dan een tweede waarde voor β . De werkelijke waarde van β ligt, als men niet in het gebied werkt waarbij het profiel overtrokken is, tusschen de aangenomen en de gevonden waarde van β in.

Schrijft men in (67a) voor Γ_0 de waarde $\frac{1}{2} c_a t V$, dan merken we op, dat de hoek β onafhankelijk is van de snelheid van de potentiaalstrooming.

Formule (66) en daarmee (67) is niet meer geheel juist als men de gemaakte veronderstelling $a \geq h + t$ laat varen en een breed gaasscherm kiest. De storingssnelheid v zal namelijk bij een breed scherm, tengevolge van den hoogereren weerstand van de randen, waar de optredende snelheden grootter zijn dan:

$V - \frac{a\Gamma_1}{\pi(2a-y)y}$, een hoogere waarde hebben dan de uitkomst, die formule (66) geeft. De verschillen blijven echter gering, zoodat ook in dit geval formule (66) bij benadering kan gelden.

Zoowel voor een smal als voor een breed scherm is het mogelijk dat, door de vergrooing van den invalshoek α van de parallelstrooming op het profiel tot $\alpha + \beta$, het profiel overtrokken raakt. We moeten dan om weder een goede circulatie te krijgen α kleiner maken, dus de profielen verdraaien. Indien $\alpha = \alpha_{max}$, dan moet het profiel over den hoek β teruggedraaid worden. De waarde van β kan in dit geval rechtstreeks uit formule (67a) verkregen worden, indien hierin voor Γ_o de waarde Γ_{max} ingevoerd wordt.

Alvorens uit de genoteerde formules eenige conclusies op te stellen, zullen we den invloed van het bronnenstelsel op de strooming langs een boogvormig profiel nog iets nader bezien en zullen daartoe op het snelheidsveld, tusschen boog en wervel in fig. 12, een serie bronnetjes superponeeren. De sterkte van een bronnetje ter plaatse y is:

$$dQ = c_v V_x dy = q \dots\dots\dots (63a)$$

Transformatie van dit bronnetje in het ζ vlak met behulp van (31) levert een bronnetje van dezelfde sterkte in het ζ vlak ter plaatse:

$$\xi = 0, \quad \eta = \frac{y}{2} - \sqrt{\frac{y^2}{4} + b^2}$$

De strooming uit deze bron moet nu echter om de cylinderdoorsnede gaan, welke uit den getransformeerden boog ontstaan is. De door den cylinder teweeggebrachte storing laat zich voorstellen door een put en een bron aan te brengen, respectievelijk met een debiet $-q$ in het middelpunt van de doorsnede en met een debiet $+q$ op een afstand $l = \frac{R^2}{k}$ beneden dit middelpunt. Hierbij is k de afstand van het middelpunt van den cirkel tot het oorspronkelijke bronnetje ter plaatse $i\eta$.

Voor ons is het weer van belang de snelheid dV_q tengevolge van de bron- en putstroomingen in het punt P_1 te kennen, daar de kennis van deze snelheid noodig is om de veranderde waarde van Γ_1 te vinden.

Na eenig rekenwerk vindt men (zie fig: 15):

$$dV_q = \frac{q \sin \Theta (R \cos \Theta - \eta)}{\pi (\eta^2 + R^2 \sin^2 \Theta)} \dots\dots\dots (68)$$

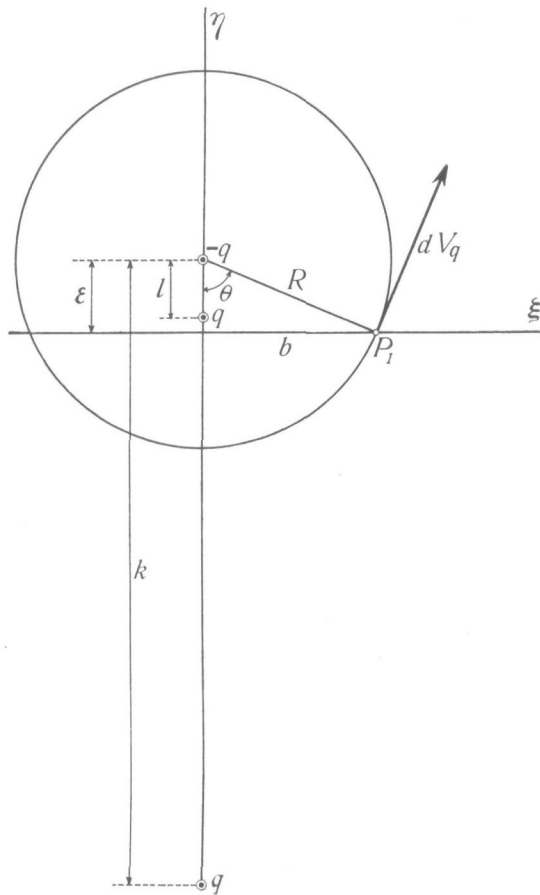


Fig. 15.

Met de hierboven gegeven waarde voor η en met $b = R \sin \Theta$ $\varepsilon = R \cos \Theta$, $q = c_v V_x dy$ is ook:

$$dV_q = \frac{c_v b}{\pi R} V_x \frac{2\varepsilon - y + \sqrt{y^2 + 4b^2}}{y^2 + 4b^2 - y\sqrt{y^2 + 4b^2}} dy.$$

Voeren we hierin de waarde van V_x uit (58) en integreren we over alle bronnetjes dan is:

$$V_q = \frac{c_v b V}{2\pi R} \int_{2\varepsilon - (a+h)}^{2\varepsilon - (a-h)} \frac{\{y - \sqrt{y^2 + 4b^2} - 2\varepsilon\}^2 + 4R^2 dy}{(2\varepsilon - y + \sqrt{y^2 + 4b^2})(y^2 + 4b^2)} +$$

$$+ \frac{\Gamma_1 c_v b (d^2 - R^2)}{\pi^2 R} \int_{2\varepsilon - (a+h)}^{2\varepsilon - (a-h)} \frac{(2\varepsilon - y + \sqrt{y^2 + 4b^2}) dy}{(y - \sqrt{y^2 + 4b^2} - 2\varepsilon + 2d) \{ (y - \sqrt{y^2 + 4b^2} - 2\varepsilon)d + 2R^2 \} (y^2 + 4b^2)}$$

Oplossing van deze integralen voert tot:

$$V_q = \frac{c_v b V}{2 \pi R} A + \Gamma_1 \frac{c_v b}{2 \pi^2 R} \cdot \frac{d^2 - R^2}{R^2 - 2\varepsilon d + d^2} B \dots (69)$$

$$\text{als: } A = 2 \ln \frac{r}{s} + \frac{4\varepsilon}{b} \left\{ b \operatorname{gtg} \frac{r - 2\varepsilon}{2b} - b \operatorname{gtg} \frac{s - 2\varepsilon}{2b} \right\}$$

$$B = \frac{d}{d^2 - R^2} \ln \frac{(2d - r)(sd - 2R^2)}{(2d - s)(rd - 2R^2)} - \frac{1}{b} \left(b \operatorname{gtg} \frac{r - 2\varepsilon}{2b} - b \operatorname{gtg} \frac{s - 2\varepsilon}{2b} \right)$$

$$\text{en } r = a + h + \sqrt{(a + h - 2\varepsilon)^2 + 4b^2},$$

$$s = a - h + \sqrt{(a - h - 2\varepsilon)^2 + 4b^2}.$$

De totale snelheid in het punt P_1 bestaat uit de som van de snelheden veroorzaakt door de bronstroomingen, de parallel- en de wervelstroomingen. De totale snelheid moet echter nul zijn in verband met de voorwaarde, dat de luchtstroom glad van den boog moet afstromen. Hieruit volgt met behulp van de formules (55) en (69):

$$\frac{2V\varepsilon}{R} - \frac{\Gamma_1}{2\pi R} \cdot \frac{d^2 - R^2}{d^2 - 2\varepsilon d + R^2} + \frac{c_v b V A}{2\pi R} + \Gamma_1 \frac{c_v b (d^2 - R^2) B}{2\pi^2 R (d^2 - 2\varepsilon d + R^2)} = 0 \dots\dots (70)$$

Lost men uit (70) Γ_1 op, dan vindt men, daar $\Gamma_0 = 4\pi\varepsilon V$:

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \frac{d^2 - 2\varepsilon d + R^2}{d^2 - R^2} \cdot \frac{4\pi\varepsilon + c_v b A}{4\pi\varepsilon - 4c_v b \varepsilon B} \dots\dots (71)$$

In verband met (55) vindt men verder nog:

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma} = \frac{4\pi\varepsilon + c_v b A}{4\pi\varepsilon - 4c_v b \varepsilon B} \dots\dots\dots (71a)$$

In formule (71a) geeft het rechterlid den invloed van de verandering van de richting der strooming door het gaas op de plaats van het profiel op de circulatie weer.

Teneinde te berekenen met welke verandering van den invalshoek deze factor correspondeert, beschouwen we een boogvormig

profiel, met horizontale koorde, geplaatst in een stroomingsveld, dat onder den hoek β opwaarts is gericht. Deze strooming geeft dan in het punt P_1 de snelheid:

$$2 V \sin (\beta + \delta),$$

waar de hoek δ bepaald is door

$$\varepsilon = R \sin \delta \dots\dots\dots (72)$$

Men heeft dan:

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma} = \frac{\sin (\beta + \delta)}{\sin \delta}$$

waaruit, wanneer deze verhouding gelijk wordt gesteld aan (71a), met behulp van (72) wordt gevonden:

$$\sin (\beta + \delta) = \frac{1}{R} \frac{4 \pi \varepsilon + c_v b A}{4 \pi - 4 c_v b B} \dots\dots\dots (73)$$

Bij vergelijking van de waarde voor β , welke formule (73) geeft, met die uit formule (67a), is het het eenvoudigst als profielvorm een vlakke plaat te kiezen. In dat geval is:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon = 0 & R = b \\ \sin (\beta + \delta) = \sin \beta & \Gamma_o = 0. \end{array}$$

Men vindt nu respectievelijk voor (67a) en (73) na een kleine herleiding:

$$\operatorname{tg} \beta_o = \frac{c_v}{4 \pi} \ln \frac{(a+h)^2 + 4 b^2}{(a-h)^2 + 4 b^2} \dots\dots\dots (67b)$$

$$\sin \beta_o = \frac{c_v}{2 \pi - 2 c_v b B} \ln \frac{a+h + \sqrt{(a+h)^2 + 4 b^2}}{a-h + \sqrt{(a-h)^2 + 4 b^2}} \quad (73a)$$

Bedenkt men dat B negatief is, en $c_v b B$ voor normale waarden van a , h en t klein is ten opzichte van π , doch in absolute waarde grooter wordt naarmate h minder van a verschilt, dan is gemakkelijk in te zien, dat de waarden voor β resp. volgende uit (67b) en (73a) elkaar niet veel zullen ontloopen.

Noteeren we thans:

Conclusie VIII: Door den invloed van het gaas ontstaat op de plaats van het profiel een storingstrooming, die gericht is loodrecht op de parallelstrooming en den invalshoek van de strooming op het profiel vergroot.

Conclusie IX: Door den invalshoek van de profielen met een

bepaalden hoek te verkleinen, kan de reactie van het gaas op de grootte van de circulatie geneutraliseerd worden.

Laatstgenoemde conclusie is fundamenteel voor de berekening van den weerstand van een gaasscherm tusschen twee vleugelprofielen. Hieruit volgt namelijk, dat de invloed van het gaas op het profiel en daardoor ook de terugwerkende invloed van het profiel op het snelheidsveld bij weerstandsberekeningen buiten beschouwing kunnen blijven als men de profielen slechts over een bepaalden hoek gedraaid denkt.

g. De weerstand van het gaasscherm.

Laat de weerstand van een stuk gaas in de parallelstrooming per eenheid van lengte bij een hoogte $2h$ zijn:

$$w_0 = c \rho V^2 h.$$

Voor het gaas tusschen de profielen volgt uit (60):

$$dw = \frac{1}{2} c \rho (V - u')^2 dy \text{ en dus:}$$

$$w = \frac{1}{2} c \rho \int_{a-h}^{a+h} (V - u')^2 dy \dots\dots\dots (74)$$

of bij benadering, daar u' klein is ten opzichte van V , is:

$$w \approx \frac{1}{2} c \rho \int_{a-h}^{a+h} (V^2 - 2u'V) dy = w_0 - c \rho V \int_{a-h}^{a+h} u' dy$$

Voeren we hierin de waarde van de snelheidsvermindering uit (51), dan vinden we:

$$w = w_0 - c \rho V \int_{a-h}^{a+h} \frac{a \Gamma}{\pi (2a - y) y} dy,$$

of:

$$w = w_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{\pi h V} \ln \frac{a+h}{a-h} \right) \dots\dots\dots (75)$$

Ook zonder voorgaande benadering is de integraal uit formule (74) met behulp van (51) te integreeren. Men vindt in dat geval:

$$w = w_0 \left[1 - \frac{\Gamma}{2\pi h V} \left\{ 2 \ln \frac{a+h}{a-h} - \frac{\Gamma}{2\pi a V} \left(\frac{2ah}{a^2 - h^2} + \ln \frac{a+h}{a-h} \right) \right\} \right] (76)$$

Formule (76) geldt in alle gevallen waarin $h \leq a - t$. Voor ge-

vallen waarin $a > h > a - t$ geeft ze een te kleine waarde. Voor die gevallen moet (74) met behulp van de parabolische snelheidsverdeling numerisch geïntegreerd worden.

Uit de formules voor den weerstand zoowel als uit het verloop van het snelheidsveld onder een profiel volgt echter, dat niettegenstaande de snelheden dicht onder het profiel belangrijk minder snel afnemen dan onder den wervel met dezelfde circulatie, het snelheidsveld in beide gevallen toch dezelfde eigenschappen vertoont en de factoren, die de weerstandsvermindering beheerschen, dezelfde zijn. De conclusies, welke uit de formules (75) en (76) volgen, zullen daarom met een geringe correctie ook gelden voor een gaasscherm breeder dan $2a - 2t$.

Deze conclusies zijn:

Conclusie X: In het veld tusschen twee vleugelprofielen ondergaat een gaasscherm een weerstandsvermindering, welke een gevolg is van de bij de profielen behorende circulatie en bij benadering evenredig is met de waarde van de circulatie gedeeld door de snelheid van de oorspronkelijke strooming, terwijl zij sterk toeneemt indien de vleugelprofielen dichter bij het scherm gebracht worden.

Conclusie XI: De weerstandsvermindering uitgedrukt in procenten van den oorspronkelijken weerstand is onafhankelijk van de snelheid van de parallelstrooming en verandert niet als alle afmetingen in het stelsel vleugelprofielen en scherm n maal groter gemaakt worden.

Teneinde een indruk te hebben van de grootte van de te verwachten weerstandsvermindering werden twee series met behulp van formule (74) berekend, waarbij voor $V - u' = V_\infty$ de waarde uit (51) en c.q. uit (53a) ingevoerd werd.

De uitkomsten van deze berekeningen werden neergelegd in de tabellen 3 en 4.

Indien de weerstandsvermindering evenredig was met $\frac{\Gamma_0}{V}$, dus met c_a , zouden de getallen in de laatste kolom voor het geval $c_a = \frac{\pi}{6}$ juist één vierde moeten zijn van de getallen in de laatste kolom voor het geval $c_a = \frac{2\pi}{3}$. Zooals van te voren bekend was,

voldoen de uitkomsten hieraan niet geheel; de afwijkingen zijn echter niet groot.

Vorenstaande berekeningen kunnen ook dienen om een indruk te krijgen van het verloop van de weerstandsvermindering indien de onderlinge afstand van de vleugelprofielen veranderd wordt. Kent men namelijk de weerstandsvermindering in procenten in het geval, dat deze afstand $2a$ bedraagt, bij een schermhoogte $2h$ en een circulatie Γ , dan zal, blijkens formule (75), de procentueele weerstandsvermindering voor het geval, dat de onderlinge afstand der

TABEL No. 3.

Het verloop van de weerstandsvermindering van een stuk gaas tusschen twee boogvormige profielen als functie van de hoogte van het gaas.

Gaasbreedte in m	w_0 kg	w kg	Weerstands- vermindering in %
1,00	18,750	16,231	13,43
0,90	16,875	14,875	11,85
0,80	15,000	13,412	10,59
0,70	13,125	11,861	9,63
0,60	11,250	10,242	8,96
0,50	9,375	8,577	8,51
0,40	7,500	6,884	8,21
0,30	5,625	5,175	8,01
0,20	3,750	3,455	7,87
0,10	1,875	1,729	7,79
0,01	0,1875	0,1730	7,76

Onderlinge afstand van de profielen $1 m$.

Profielhoogte = $0,01 m$

$\varepsilon = 0,005 m$

Profiel diepte = $0,24 m$

$b = 0,06 m$

$\rho = 0,125$ $V = 20 m/sec$

$c_a = \frac{\pi}{6} = \pm 0,5236$

$c = 0,75$

$c_v = 0,50$

TABEL No. 4.

Het verloop van de weerstandsvermindering van een stuk gaas tusschen twee boogvormige profielen als functie van de hoogte van het gaas.

Gaasbreedte in m	w_0 kg	w kg	Weerstands- vermindering in %
1,00	18,750	10,602	43,5
0,90	16,875	10,131	40,0
0,80	15,000	9,466	36,9
0,70	13,125	8,617	34,3
0,60	11,250	7,608	32,4
0,50	9,375	6,475	30,9
0,40	7,500	5,255	29,9
0,30	5,625	3,981	29,2
0,20	3,750	2,671	28,8
0,10	1,875	1,341	28,5
0,01	0,1875	0,1343	28,4

Onderlinge afstand van de profielen 1 m

Profielhoogte = 0,04 m

$\varepsilon = 0,02$ m

Profiel diepte = 0,24 m

$b = 0,06$ m

$\rho = 0,125$ $V = 20$ m/sec

$c_a = \frac{2\pi}{3} = \pm 2,094$

$c = 0,75$

$c_v = 0,50$

profielen en de schermhoogte tot de helft gereduceerd wordt, doch de circulatie Γ dezelfde blijft, ongeveer het dubbele bedragen van wat zij in het eerste geval was. De invloed van de vergrooing of verkleining van den onderlingen afstand der profielen zal verder bij de beschouwingen over de uitkomsten van experimenteele proeven nog nader worden gezien.

h. De trekkracht op het profiel.

Voor de kracht, die op het profiel per eenheid van lengte, in de richting tegengesteld aan die van de parallelstreaming, onder den

invloed van de storingsstrooming en den profielweerstand werkt, is met behulp van (23) en (67) bij benadering te schrijven:

$$T = \frac{1}{2} (c_a c_v D - c_{w0}) \rho \left(V - \frac{\Gamma}{4\pi a} \right)^2 t \dots\dots\dots (77)$$

waarin D een functie is van a , h en Γ .

Daar c_v sterker stijgt naarmate de weerstand van het gaas grooter wordt, stijgt ook T sterker naarmate de weerstandscoëfficiënt van het gaas stijgt.

Hieruit volgt:

Conclusie XII: De trekkracht van het profiel onder den invloed van het gaas in de richting tegengesteld aan die van de parallelstrooming is *niet* geheel evenredig aan den weerstand van het gaas, maar neemt bij het vergrooten van dien weerstand sterker toe.

i. De invloed van een verplaatsing van het scherm in de richting van de parallelstrooming.

Brengt men het gaasscherm tusschen twee wervels uit het vlak van die wervels, door dit over een afstand g in de richting van de parallelstrooming te verplaatsen, dan zal het gaasscherm zich bevinden in een snelheidsveld waarvoor, zooals op eenvoudige wijze valt af te leiden, geldt:

$$V_x = V - \frac{y\Gamma}{2\pi(g^2 + y^2)} - \frac{(2a - y)\Gamma}{2\pi\{g^2 + (2a - y)^2\}}$$

als ook nu weder de x -as evenwijdig aan de parallelstrooming door één der wervels gelegd is en de y -as loodrecht hierop door beide wervels gaat.

Uit deze formule volgt onmiddellijk, dat bij elke verplaatsing van het scherm de snelheid V_x grooter zal worden als g toeneemt. Bij elke verplaatsing van het gaas uit het vlak van de wervels zal de weerstandsvermindering dus afnemen en wel te sterker naarmate de verplaatsing grooter wordt. Blijft g echter klein ten opzichte van $a - h$, dan zal het verschil in weerstandsvermindering zeer gering zijn.

Vorenstaande beschouwingen gaan vrijwel geheel voor het symmetrische profiel door, mits men rekening houdt met den invloed van het scherm op de grootte van de circulatie om het profiel. In dit

geval zal in het algemeen een verplaatsing van het scherm in de richting van de parallelstrooming niet geheel hetzelfde effect hebben als eenzelfde verplaatsing van het scherm tegen de parallelstrooming in.

Zooals reeds onder c werd opgemerkt, is bij een vleugelprofiel met een willekeurige drukverdeeling de gunstigste plaats voor de opstelling van het scherm een functie van de drukverdeeling op het profiel. Bij deze profielen zal over het algemeen de maximale weerstandsvermindering gevonden worden bij een opstelling van het scherm meer in de buurt van den voorkant dan van den achterkant van de profielen. Zooals reeds werd opgemerkt, zullen echter ook hier de variaties in de weerstandsvermindering bij kleine verplaatsingen van het scherm gering zijn.

HOOFDSTUK III.

Experimenteetele resultaten.

a. *Beschrijving van het materieel en het gebruik daarvan.*

Teneinde de op theoretische gronden verkregen uitkomsten praktisch te toetsen, werden in de vierkante tunnel van het Laboratorium voor Aero- en Hydrodynamica der Technische Hoogeschool te Delft metingen verricht betreffende den weerstand van een gaas-scherm, dat opgehangen was tusschen twee vleugelprofielen.

Het bij deze metingen gebruikte blanke gaas had een maaswijdte van ongeveer 4,25 mm hart op hart van den draad en een draaddikte van $\pm 0,6$ mm; het stuk was 100 mm hoog en 792 mm lang. Daar de tunneldoorsnede 800 mm was, bleef aan elken kant nog 4 mm speling over om een aanloopen tegen de wanden van de tunnel te voorkomen. Aangenomen werd, dat deze kleine speling geen invloed op de strooming had. Ten einde het gaas, in verband met de vrij hooge windsnelheden ($\pm 26,5$ m per seconde), voor doorbuiging te behoeden, werd dit in een raampje, waarvan de vorm in fig. 16 is aangegeven, geplaatst. Dit raampje bestond uit twee gedeelten, waartusschen het gaas geklemd werd. Het voorgedeelte, waarmede bedoeld wordt het gedeelte, dat vóór het gaas in de strooming stond, had een half cirkelvormige doorsnede met een straal van 3 mm en rustte met den platten kant tegen het gaas. Het achtergedeelte had den vorm van een gelijkbeenigen driehoek met de basis tegen het gaas aan, welke even groot was als de middellijn van de half cirkelvormige doorsnede; de driehoek had een hoogte van 12 mm.

Bij de metingen werd het gaas met het raampje als één geheel beschouwd; indien van den weerstand van het gaas of van den weerstandscoëfficiënt van het gaas gesproken wordt, is hiermede dus eigenlijk die van het gaas met het raampje bedoeld. Waar de weerstand van het raampje met het gaasgedeelte er tusschen grooter was dan die van dit gaasgedeelte alleen, en het overgrootte gedeelte van het raampje zich juist in het midden van het proefstuk bevond, zullen, daar de profielwerking zich het meest aan de randen van dit

stuk doet gevoelen, de op deze wijze verkregen uitkomsten voor de weerstandsvermindering iets ongunstiger zijn dan het geval zou wezen, indien een stuk gaas zonder raampje gebruikt was. Daar echter eenerzijds het elimineeren van den invloed van het raampje voor de verschillende toestanden moeilijkheden met zich medebracht en anderszijds de ongunstige beïnvloeding van de uitkomsten door het raampje slechts zeer gering kan zijn (in verband met het stroomlijnvormig profiel en het geringe oppervlak ten opzichte van het oppervlak van het gebruikte gaas) werd aangenomen dat het gaas met het raampje als een enkelvoudig gaas beschouwd mocht worden.

Als vorm voor de vleugelprofielen werd gekozen profiel No. 386 uit: „Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, Lieferung I”¹⁾). Teneinde over een goede ware grootte tekening van het profiel te kunnen beschikken, noodig voor de vervaardiging van de vleugeltjes uit vloeijzer, bij een aangenomen profieldiepte van 30 mm, werd een tekening daarvan op schaal 10:1 gemaakt en deze langs fotografischen weg verkleind.

De metingen kunnen in de volgende groepen worden onderscheiden:

1. de weerstandsmetingen op het gaas bij veranderlijken invalshoek van de vleugelprofielen en bij verschillende onderlinge afstanden van deze;
2. de metingen van de horizontale en verticale krachten werkend op de vleugelprofielen;
3. de energie metingen.

ad. 1: Bij de weerstandsmetingen op het gaas was dit vrij in het midden van de tunnel, tusschen de symmetrisch opgestelde vleugelprofielen, opgehangen met behulp van een ronde staaf dik 14 mm en lang 800 mm, die daartoe in het midden van het raampje en loodrecht op het vlak van het gaas vast aan het raampje verbonden was. Zooals verder in fig. 16 is te zien, hing deze staaf aan vier schuin naar boven gaande spandraden, terwijl twee van de staaf afhangende draden, welke vrij door den bodem van de tunnel gingen en waaraan gewichten waren opgehangen, tot stabilisatie dienden. Ten einde eventueele schommelingen van het gaasscherm

¹⁾ De maten van dit profiel zijn vermeld in Erg. Aerod. Versuchsanstalt Göttingen III, 1927, p. 28.

om de lengte-as van de staaf te beperken, werd nog een tweetal loodrecht omhoog gaande draden nabij de einden van het raampje aangebracht.

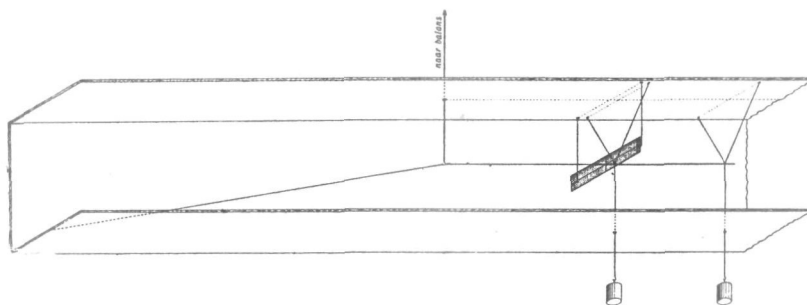


Fig. 16.

De ophanging van het gaasscherm.

De weerstand werd volgens de gebruikelijke methode bepaald met behulp van een vertakten draad en een balans, zooals in de figuur te zien is. De dikte van den gebruikten spandraad bedroeg 0.19 mm.

Ijkingen geschieden steeds vóór en na de metingen. Hiertoe werd een spandraad, waaraan een schaalje bevestigd was, via een katrolletje vastgehecht aan de achterzijde van de staaf, welke het gaasscherm droeg. Door het katrolletje met behulp van een statief op de juiste plaats te stellen, werd gezorgd dat het gedeelte van den spandraad, dat zich tusschen staaf en katrolletje bevond, precies in het verlengde van de staaf lag.

Het andere gedeelte van den spandraad hing met het schaalje loodrecht naar beneden. De wrijving van het speciaal daartoe geconstrueerd katrolletje was zeer gering, doch om deze nog zooveel mogelijk te elimineeren, werd, behalve dat steeds heen en terug werd geijkt, tijdens de ijkingen het statief in zachte trillingen gehouden door een hieraan bevestigde elektrische bel. De ijking zelf geschiedde door op het schaalje gewichten te plaatsen en daarna de balans in evenwicht te brengen. Het aantal geijkte punten, welke een rekenkundige reeks vormden, bedroeg als regel zes. De op de balans gevonden waarden waren bij de heengaande en de teruggaande ijking in de verschillende punten nagenoeg steeds dezelfde of verschilden zeer weinig. De verschillen in de balanswaarden tusschen bijeenbehoorende vóór- en na ijkingen bleven vrijwel steeds minder dan 1 %. De verkregen uitkomsten werden ten slotte punt voor punt gemid-

deld en uitgezet in een trekkracht-balanswaarde-grafiek, waaruit met behulp van een rechte lijn de ijkfactor bepaald werd.

De 800 mm lange vleugelprofielen werden bij deze metingen met behulp van tapeinden, welke in de uiteinden gezet waren, verstelbaar aan de buitenzijde van de tunnelwanden vastgezet. Met de op deze tapeinden geplaatste wijzers kon door middel van verplaatsbare gradenbogen de invalshoek van de profielen afgelezen worden.

Bij alle weerstandsmetingen werd eerst de weerstand gemeten van het gaas met de ophanging te zamen; de aldus gevonden weerstand werd later verminderd met den weerstand van de ophanging alleen. Deze laatste werd, wat betreft de staaf met ophangdraden, die daarmede verbonden waren, verkregen door rechtstreeksche meting, waartoe de staaf vlak achter het gaasraampje doorgezaagd werd en het gaas aan de wanden van de tunnel werd vastgezet.

Bij deze metingen werd geen weerstandsvermindering voor de staaf met de daaraan verbonden draden geconstateerd, indien de vleugelprofielen werden aangebracht, hetgeen waarschijnlijk daaraan moet worden toegeschreven, dat het door de profielen veroorzaakte hoogedruk-gebied aan den achterkant van de staaf praktisch niet meer aanwezig was, terwijl voorts nog de ophangdraden zich, bij aanwezigheid der profielen, gedeeltelijk in een gebied met hoge snelheden bevonden.

De weerstand van de twee kleine draadjes, welke rechtstreeks aan het raampje waren verbonden en waarvan de draadspanners zich aan de buitenzijde van de tunnel bevonden, werd door berekening gevonden. Bij deze berekening werd aangenomen, dat de helft van den weerstand, die slechts 7,7 gram bedroeg, opgenomen werd door de bevestigingspunten aan de tunnel. Daar de gemeten weerstand van de staaf met de daarmede verbonden draden te zamen 46,5 gram bedroeg, was de totale weerstand van de ophanging 50 gram.

In het geheel werden drie series weerstandsmetingen uitgevoerd. Bij de eerste serie was het gaas op 8,5 mm achter den voorkant van de profielen opgesteld, bij de tweede serie bevond het zich 1,5 mm vóór en bij de derde serie 18,5 mm achter die voorzijde. De eerste serie metingen werd eenmaal herhaald.

Een vergelijking van de oorspronkelijke en de bij de herhaling

gevonden krommen voor den weerstand als functie van de invalshoeken van de vleugelprofielen deed zien, dat wat het verloop der krommen betrof er een vrij nauwkeurige overeenstemming bestond, doch dat de gevonden weerstanden in het eene geval ruim 1 % hooger waren dan in het andere geval, hetgeen, zooals achteraf bleek, vooral voortkwam uit een verschil in de manier van aflezen van den manometer, waarmede de windsnelheid bepaald werd. Uit beide metingen werden gemiddelden afgeleid, doch ten einde de juiste hoogte van de krommen in de grafiek te kunnen vastleggen, werden voor twee punten, gelegen nabij het punt met den minimum-weerstand, nogmaals twee metingen elk van zes waarnemingen verricht. De vier uitkomsten afkomstig van de eerste twee en van de laatste twee metingen werden punt voor punt gemiddeld; daarna werden door de aldus verkregen punten de door middeling van de eerste en tweede meting verkregen krommen gelegd. De hieruit voortvloeiende correctie varieerde van 1 tot 15 gram.

Gezien de resultaten van de eerste serie, werden de metingen behorende tot de tweede en derde serie niet in haar geheel herhaald. Wel werden, zooals dit bij de eerste serie geschiedde, voor elke kromme nog twee metingen verricht in punten in de nabijheid van de minima en hiermede verder gehandeld als hiervoor beschreven. De gemeten krommen werden nu door de uit drie metingen verkregen punten gelegd; bijzonderheden deden zich hierbij verder niet voor.

Het is misschien niet ondienstig nog te vermelden, dat bij deze proeven aanvankelijk met minder succes gewerkt werd. Nadat ongeveer een maand lang gedurende drie dagen per week geëxperimenteerd was, bleek de weerstand van het gaas met ongeveer 8 % gestegen te zijn. De oorzaak van deze „weerstandsvermeerdering” lag in het kleven van fijne haartjes en stofdeeltjes aan het gaas. Daar voor het bepalen van de weerstandsverminderingen zeer nauwkeurige uitkomsten noodig waren, werden deze eerste metingen ter zijde gelegd en werd gezorgd, dat verder met een „schoon” gaas gewerkt werd.

ad 2: De metingen van de krachten op de profielen geschiedde door de krachten op het bovenste profiel in verticalen en in horizontalen zin te meten. De verticale krachten werden gemeten door

het profiel met behulp van een paar over de tapeinden geschoven lagertjes vrij op te hangen. De lagertjes hingen daartoe aan den buitenkant van de tunnel met spandraden aan een horizontale zware staaf, die vastgemaakt was aan een der schalen van een op de tunnel geplaatste balans. Vrij lange horizontale spandraden zorgden er voor, dat het profiel in horizontale richting op zijn plaats bleef en dienden tevens als wijzer voor de vast op de tapeinden aangebrachte graadbogen. Door deze graadbogen met spandraden en draadspanners te verbinden met de staaf op de schaal van de balans, kon de verstelling van de profielen op gemakkelijke wijze aan de buitenzijde van de tunnel bewerkstelligd worden.

Voor de meting van de krachten in horizontalen zin werd dezelfde opstelling gebruikt. De balans boven op de tunnel werd nu echter vastgezet en een balans geschikt om horizontale krachten te meten op den zijwand van de tunnel gemonteerd. Daar slechts over één enkele daartoe geschikte balans beschikt kon worden, werden de krachten eerst aan de eene zijde en daarna aan de andere zijde van de tunnel gemeten en de resultaten gesommeerd.

Bij deze metingen deed zich aanvankelijk de onaangenaamheid voor dat het profiel, indien dit dicht bij het gaas geplaatst was, bij sommige invalshoeken met een vrij groote periode op- en neerging. Dit werd toegeschreven aan de storing van de strooming om het profiel door den luchtstroom, welke door de openingen in de tunnelwanden, waardoor de tapeinden naar buiten staken, werd naar binnen gezogen. Met het soldeeren van een paar stukjes blik op de einden van de profielen, juist voor deze openingen, werd dit euvel nagenoeg geheel verholpen. Het bezwaar dat hieraan verbonden was, dat namelijk thans niet de kracht in horizontale richting op het profiel alleen, maar die op het profiel met de blikjes te zamen gevonden werd, werd hierbij niet van groot belang geacht.

ad 3: De energiemetingen, welke ten doel hadden het snelheidsveld te controleeren en de impulsverliezen te bepalen, werden op de gewone wijze met pitotbuizen en manometers verricht. Deze metingen werden steeds tweemaal uitgevoerd en wel eenmaal in het linker- en eenmaal in het rechter gedeelte van de tunnel. Bij de impulsmetingen bevond de monding van de pitotbuis zich daarbij eenmaal nagenoeg achter een draadje en eenmaal juist in het midden tusschen twee draadjes van het gaas in. Het aantal waar-

nemingen, welke met een tussenruimte van 10 seconden verricht werden, bedroeg voor ieder punt, zoowel van de linker- als van de rechter meting, vijf.

b. De resultaten van de metingen.

1. *Het snelheidsveld tusschen de vleugelprofielen bij afwezigheid van het gaasscherm.*

Bij de meting van het snelheidsveld tusschen de vleugelprofielen waren deze opgesteld op een onderlingen afstand van 112 mm, terwijl de invalshoek van de profielen ten opzichte van de parallelstrooming $3^{\circ} 20'$ bedroeg. Deze hoek was iets kleiner genomen, dan de invalshoek bij maximale circulatie, welke $3^{\circ} 45'$ was, hetgeen geschiedde om te voorkomen, dat bij de meting de circulatie min of meer labiel zoude zijn. Het verschil in grootte van de circulatie was zeer gering; de liftcoëfficiënt bedroeg — zie fig. 21 — bij een invalshoek van $3^{\circ} 45'$: 1,17 en bij den gebruikten invalshoek 1,16.

De uitvoering der meting had op de gewone wijze plaats. De snelheid van de parallelstrooming werd gemeten met behulp van twee vóór in de tunnel opgestelde parallelgeschakelde pitotbuizen. Een derde verplaatsbare pitotbuis was met haar openingen tusschen de profielen opgesteld; de ringspleet bevond zich daarbij 22,5 mm achter den voorkant van de profielen. De plaatsing van de ringspleet zoover naar achteren was een gevolg van de afmetingen van de voor dit doel gekozen pitotbuis. Het nadeel, dat de snelheden in dit geval niet gemeten werden in het vlak waar de snelheidsverminderingen het grootst waren, welk vlak bij de gebruikte profielen vrij dicht aan de voorzijde van deze ligt, moest hierbij worden geaccepteerd. Zooals in hoofdstuk II werd opgemerkt, blijven de verschillen in de snelheden in de vlakken onder het profiel echter zeer gering.

De schakeling van de verschillende pitotbuizen was verder zóó, dat behalve de stuwdruk van de parallelstrooming, q_0 , verkregen werden het verschil $P_0 - P$ tusschen de totale energiedrukken in deze strooming en in de strooming op een gewenschte plaatst tusschen de profielen, en het verschil $p - p_0$ in de statische drukken in deze stroomingen, waarin P_0 en p_0 , P en p betrekking hebben respectievelijk op de parallelstrooming en op de strooming in het

beschouwde punt. Door den stuwdruk in de parallelstrooming, $q_0 = \frac{1}{2} \rho V^2$, te verminderen met $(P_0 - P) + (p - p_0)$ werd de stuwdruk $q = \frac{1}{2} \rho V_x^2$ in het punt tusschen de profielen verkregen, waaruit de snelheid in dat punt berekend werd. Daar de genoemde verschillen klein zijn, konden zij met grootere gevoeligheid worden gemeten, dan bij een directe meting van q bereikbaar zou zijn.

In verband met het optreden van geringe plaatselijke snelheidsverschillen in de tunnel tengevolge van de cellen van den daarin aanwezigen gelijkrichter, werden de metingen herhaald voor het geval, dat geen profielen aanwezig waren; de waarden voor de snelheden in de punten tusschen de profielen werden in verband met de uitkomsten van de metingen zonder profielen gecorrigeerd. De aldus gevonden uitkomsten voor de snelheden links en rechts boven en links en rechts onder werden ten slotte gemiddeld en neergelegd in tabel No. 5, waarin tevens voor de punten verder dan één profiel diepte van één der profielen verwijderd, de met behulp van de formule (51) berekende waarden zijn genoteerd. Het werkelijke snelheidsveld is grafisch uitgezet in fig. 17.

Zoals een enkele blik in de tabel doet zien, verschillen de werkelijke snelheden nogal vrij veel van de berekende, gelet op de

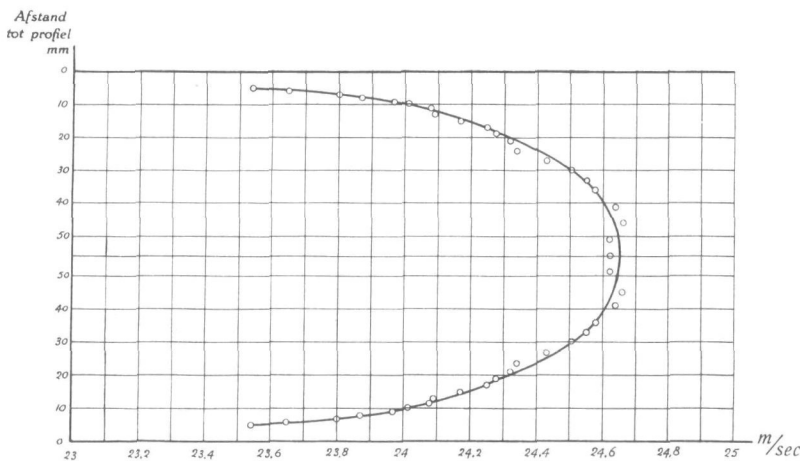


Fig. 17.

Onderlinge afstand van de profielen 112 mm.

Invalshoek van de profielen op de parallelstrooming $3^{\circ} 20'$

$c_a = 1,16$

$V = 26,53$ m/sec

Het verloop van het snelheidsveld tusschen twee vleugelprofielen.

TABEL No. 5.

Het verloop van het snelheidsveld tusschen twee vleugelprofielen in een vlak op 22,5 mm achter den voorrand der profielen bij afwezigheid van het gaasscherp.

Werkelijke waarden						Berekende waarden volgens (51) V_x in m/sec
Afstand tot profiel mm	V_x in m/sec	Afstand tot profiel mm	V_x in m/sec	Afstand tot profiel mm	V_x in m/sec	
5	23,54	13	24,09	30	24,51	23,27
6	23,65	15	24,17	33	24,55	23,45
7	23,80	17	24,25	36	24,58	23,60
8	23,87	19	24,28	41	24,64	23,77
9	23,97	21	24,32	46	24,66	23,89
10	24,01	24	24,34	51	24,62	23,95
11	24,08	27	24,43	56	24,62	23,97

$$c_a = 1,16$$

$$t = 0,03 \text{ m}$$

$$V = 26,53 \text{ m/sec}$$

Onderlinge afstand der profielen $2a = 112 \text{ mm}$.

omstandigheid, dat het hier om snelheidsverminderingen gaat. Het gevolg daarvan was, dat afgezien werd van het benaderen van de snelheden in punten dicht onder het profiel met behulp van de formule (53 a).

Vraagt men zich af waaraan de verschillen tusschen de werkelijke en de berekende snelheden te wijten zijn, dan kan worden opgemerkt, dat de berekende snelheden gelden voor een veld dat niet door tunnelwanden begrensd is, en dat verder bij de afleiding van de formule (51) geen rekening is gehouden met de dikte van de profielen. Het is vooral de invloed van de dikte, die hier een niet onbelangrijke rol speelt. De dikte van de beide vleugelprofielen samen bedroeg 12 mm, de tunneldoorsnede 800 mm, zoodat de doorgang voor den wind ter plaatse van de profielen reeds $1\frac{1}{2}\%$ kleiner geworden was. De gemiddelde snelheid van den windstroom bij aanwezigheid van de profielen over de geheele doorgang van de tunnel ter plaatse van de profielen, moet dus reeds $1\frac{1}{2}\%$ d.i. ca 0,40 m/sec hoger geweest zijn, dan de snelheid bij afwezigheid van de vleugels. Deze snelheidsvermeerdering

zal echter in verband met den geringen onderlingen afstand van de profielen procentsgewijze het grootst zijn in het gebied tusschen deze; in dit gebied zullen zij dus belangrijk hooger kunnen zijn dan $1\frac{1}{2}\%$. Neemt men b.v. aan, dat de snelheidsvermeerderingen tengevolge van de dikte van een profiel op een afstand van 100 mm (d.i. 17 maal de dikte) nul is — hetgeen natuurlijk niet geheel juist is — dan zou de gemiddelde snelheidsvermeerdering tusschen de profielen in dit geval ongeveer 5,4 % bedragen.*)

Of tenslotte hierdoor de verschillen tusschen de gemeten en de theoretische waarden van de snelheden in het veld tusschen de profielen voldoende kunnen worden verklaard, is een vraag, welke moeilijk afdoende kan worden beantwoord. Behalve de reeds opgemerkte achterwaartsche ligging van de ringspleet van de pitotbuis, zijn er nog andere factoren, zooals de storing van het snelheidsveld in de nabijheid van het profiel door de dikte van de pitotbuis zelve en het feit, dat de pitotbuis zich bij de meting bevond in een veld, waar aan den boven- en onderkant van de ringspleet niet geheel dezelfde druk aanwezig was, waaraan eenigen invloed moet worden toegekend.

2. *De weerstandsmetingen op het gaas in verband met de liftcoëfficiënten van de profielen.*

Gegevens voor de weerstandsmetingen:

Gaaslengte: 792 mm	Windsnelheid 26,53 m/sec
Gaashoogte: 100 mm	Stuwdruk: 44kg/m ²

Weerstand van het gaas zonder profielen (na aftrek van den weerstand der ophanginrichting): $w_0 = 2089$ gram.

Weerstandcoëfficiënt $c = 0,600$.

De resultaten van de weerstandsmetingen bij aanwezigheid der profielen zijn, na correctie voor den weerstand van de ophang-

*) Zonder vooruit te loopen op hetgeen later daarover zal worden gezegd, kan nu reeds worden opgemerkt, dat een zelfde invloed van de dikte zich bij de Townendring voordoet.

Bij de meting van de snelheden van den wind tusschen de cylinders van een stervormigen motor met en zonder ring vond Townend, dat de grootste snelheidsverminderingen werden waargenomen bij ringen met dunne profielen en dat met het dikste profiel dat door hem gebruikt werd (ring J), de snelheidsvermindering het geringst was.

inrichting, vereenigd in tabel No. 6 en grafisch uitgezet in de figuren 18, 19 en 20. Ter vergelijking is in fig. 21 hierbij gevoegd de $c_a - \alpha$ -lijn van het enkele profiel (bij afwezigheid van het gaasscherm). De getalwaarden van deze laatste kromme zijn vermeld in tabel No. 8, 2de kolom; zij werden berekend uit de gegevens van de liftmetingen vermeld in tabel No. 7, 2de kolom.

TABEL No. 6.

Het verloop van den weerstand van het gaas als functie van de opstelling van de vleugelprofielen.

α in graden	Gemeten weerstanden w in grammen								
	Serie I $2a$ in mm				Serie II $2a$ in mm			Serie III $2a$ in mm	
	112	142	192	282	112	142	192	142	192
— 10	2067	2071	2087	2109	2092	2117	2106	2070	2140
— 8	1993	2023	2055	2086	2016	2050	2074	2026	2101
— 6	1937	1978	2021	2061	1940	2021	2043	1976	2075
— 4	1881	1929	1988	2035	1885	1953	2012	1932	2051
— 2	1825	1893	1960	2016	1821	1890	1968	1895	2022
— 1	1802	1864	—	—	—	1865	—	1873	1998
0	1820	1839	1931	1992	1755	1859	1944	1863	1988
1	1846	1840	1923	1987	—	1835	—	1842	1977
2	1909	1870	1917	1986	1881	1864	1931	1894	1970
3	—	—	1935	1985	—	1880	—	—	2008
4	2008	1966	1963	2004	1934	1924	1993	1996	2039
6	1995	1981	2009	2031	1919	1965	2022	2028	2070
7	1948	1975	2014	—	—	—	—	2034	—
8	1914	1946	2006	2051	1853	1958	2019	1996	2082
9	1932	1916	2006	2052	—	1914	—	1962	2058
10	1957	1940	1986	2043	1807	1880	1980	2000	2045

Serie I: gaas 8,5 mm achter voorzijde van de profielen.

Serie II: gaas 1,5 mm voor voorzijde van de profielen.

Serie III: gaas 18,5 mm achter voorzijde van de profielen.

$V = 26.53$ m/sec

$w_0 = 2089$ gram.

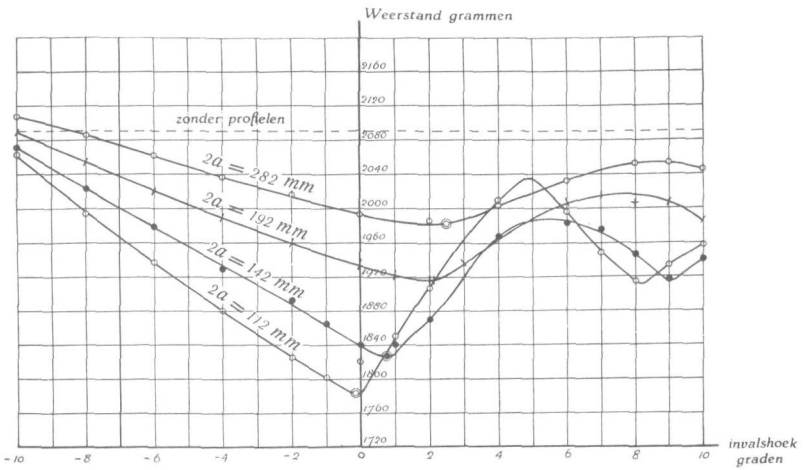


Fig. 18*)

De invloed van de profielen op den weerstand van het gaas.
Gaas 8,5 mm achter den voorkant van de profielen.

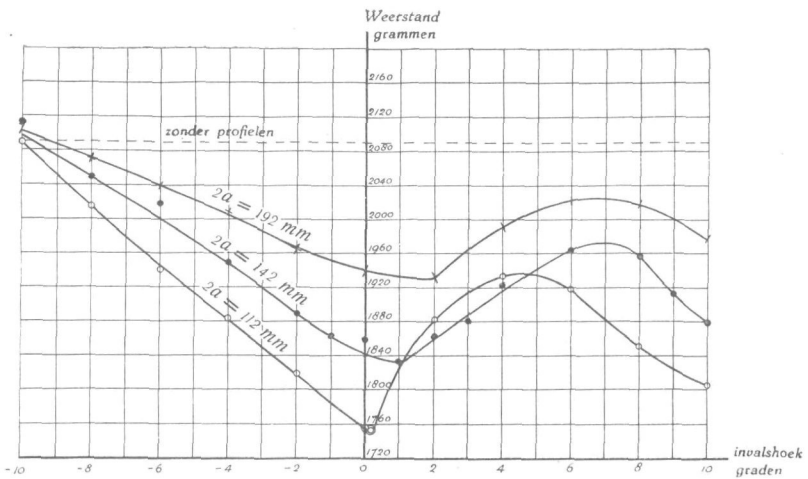


Fig. 19.

De invloed van de profielen op den weerstand van het gaas.
Gaas 1,5 mm voor den voorkant van de profielen.

*) Een in een kromme op afwijkende wijze aangegeven punt is geïnter-
poleerd.

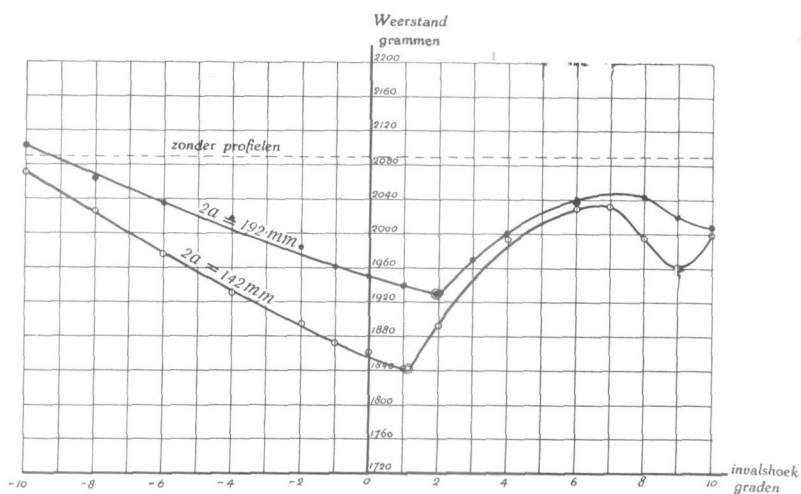


Fig. 20.

De invloed van de profielen op den weerstand van het gaas.
Gaas 18,5 mm achter den voorkant van de profielen.

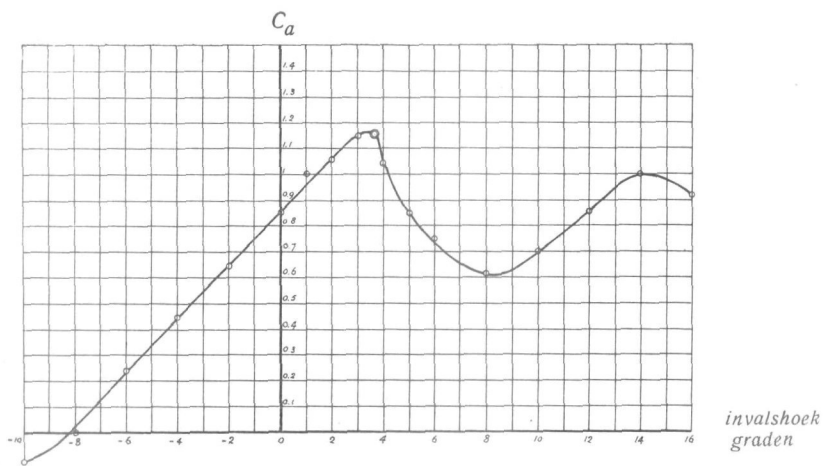


Fig. 21.

De liftcoëfficiënt van het profiel alleen bij verschillende invalshoeken.

Een enkele blik op de krommen doet onmiddellijk inzien, dat er een duidelijk verband bestaat tusschen de weerstandsverminderingen die onder de verschillende omstandigheden verkregen werden en de liftcoëfficiënten van het profiel.

Bij alle krommen daalt de weerstandslijn vanaf den invalshoek — 10° nagenoeg als een rechte tot een zeker punt — dat, in verband met het verschil in opstelling van gaas en profielen, niet voor de verschillende krommen bij denzelfden invalshoek ligt — om daarna tot een zeker maximum te stijgen, waarna opnieuw een daling intreedt, welke, voor zoover deze niet buiten de grafiek valt, door een tweede stijging van de weerstandslijn gevolgd wordt.

In dezelfde gebieden, doch met een bijna constante correctie voor den invalshoek, stijgt de c_a -lijn van het enkele profiel aanvankelijk als een rechte lijn om na het bereiken van het hoofdmaximum, gevolgd door een daling en een nieuwe stijging, een tweede maximum te bereiken, waarna tenslotte weder een daling intreedt.

De eigenaardigheid van het profiel, dat, nadat de c_a -lijn een maximum bereikt heeft, later nogmaals een, zij het ook geringer, maximum optreedt, zoowel als de omstandigheid dat de weerstandskrommen het algemeene verloop van het spiegelbeeld van deze lijn met groote getrouwheid volgen, bewijst even goed als een uitgebreid betoog de nauwe betrekking, die er tusschen de weerstandsvermindering van het gaas en den liftcoëfficiënt van de profielen bestaat.

Opgemerkt wordt, dat de gevonden c_a - α -lijn van het smalle vloeijzeren profieltje niet geheel gelijk is aan de c_a - α -lijn van het profiel No. 386 van het Aerodynamisch Laboratorium te Göttingen, waarnaar dit profieltje gecopieerd werd. De liftcoëfficiënt van het door ons gemeten profiel begon ongeveer 1° later, bij ongeveer — 8° , positief te worden, steeg daarna iets sterker dan den coëfficiënt van het profiel No. 386 om zijn eerste maximum, zijnde 1,17, te bereiken bij $\pm 3^\circ 45'$, terwijl de liftcoëfficiënt van het profiel No. 386 pas ruim 4° daarna zijn maximum, groot 1,32, bereikte. Of de liftcoëfficiënt van het profiel No. 386 na genoemd maximum nogmaals een tweede maximum bereikt, is niet bekend. De gevonden verschillen in de waarden van den liftcoëfficiënt voor beide profielen kunnen eenerzijds hun oorzaak vinden in de moeilijkheid een zoo smal profiel bij een lengte van 800 mm

juist na te maken, waardoor fouten in de afwerking komen, welke hun invloed op de eigenschappen van het profiel doen gevoelen, terwijl het anderzijds zeer goed mogelijk is, dat het getal van Reynolds hier eveneens een rol speelt.

TABEL No. 7.

Het verloop van de krachten op het profiel loodrecht op de parallelstrooming L^* en de krachten in de richting van die strooming W^* in grammen.

α in graden	Een profiel alleen L	L^*			Een profiel alleen W	W^* I $2a = 112$ mm
		I		II		
		$2a = 112$ mm	$2a = 282$ mm	$2a = 112$ mm		
— 10	— 118	511	73	307	108,5	4,0
— 8	2	736	304	489	62,1	— 21,3
— 6	254	895	550	688	45,2	— 36,0
— 4	463	1053	749	902	38,4	— 43,9
— 2	672	1207	965	1088	35,6	— 45,6
— 1	—	1301	—	—	—	—
0	902	1317	1158	1290	37,6	34,8
1	1045	—	—	848	—	—
2	1121	902	1344	704	43,1	118,7
3	1191	—	1136	—	—	—
4	1100	743	906	628	54,7	170,7
5	887	—	—	—	—	—
6	774	853	735	719	139,5	178,2
8	643	1166	811	1080	185,4	160,4
10	729	1177	940	1172	222,1	273,4
12	881	—	—	—	260,7	—
14	1038	—	—	—	270,4	—
16	961	—	—	—	343,8	—
18	—	—	—	—	407,5	—

Lengte profiel: 0,792 m

$V = 26,53$ m/sec

Diepte profiel: 0,03 m

$q = 44$ kg/m²

I = gaas 8,5 mm achter de voorzijde van de profielen.

II = gaas 1,5 mm voor de voorzijde van de profielen.

TABEL No. 8.

Het verloop van de coëfficiënten van de gemeten krachten op het profiel loodrecht op de parallelstrooming berekend uit de gegevens van tabel No. 7.

α in graden	Een profiel alleen c_a	c_a^*		
		I		II
		$2 a =$ 112 mm	$2 a =$ 282 mm	$2 a =$ 112 mm
— 10	—0,113	0,489	0,070	0,294
— 8	0,002	0,704	0,291	0,468
— 6	0,243	0,856	0,526	0,658
— 4	0,443	1,007	0,716	0,863
— 2	0,643	1,155	0,923	1,041
— 1	—	1,244	—	—
0	0,863	1,260	1,108	1,234
1	1,000	—	—	0,811
2	1,072	0,863	1,286	0,673
3	1,139	—	1,087	—
4	1,052	0,711	0,867	0,601
5	0,848	—	—	—
6	0,740	0,816	0,703	0,688
8	0,615	1,115	0,776	1,033
10	0,697	1,126	0,899	1,121
12	0,843	—	—	—
14	0,993	—	—	—
16	0,919	—	—	—

Maximale waarde van c_a : 1,17 bij $\alpha = 3^\circ 45'$ (zie fig. 21).

$V = 26,53$ m/sec

$q = 44$ kg/m²

I = gaas 8,5 mm achter de voorzijde van de profielen.

II = gaas 1,5 mm voor de voorzijde van de profielen.

De nauwe betrekking tusschen de weerstandsvermindering en den liftcoëfficiënt komt verder wel zeer duidelijk uit in de figuren 22, 23 en 24, waarin voor drie verschillende gevallen het verloop van den weerstand van het gaas en van den coëfficiënt c_a^* werd uitgezet, de laatste ontleend aan tabel No. 8.

Deze coëfficiënt c_a^* is niet geheel dezelfde als de liftcoëfficiënt c_a . Zij werd namelijk afgeleid uit de waarde verkregen voor de verticale componente van de kracht op het profiel bij aanwezigheid van het gaas. Noemen we deze kracht L^* , en zij D de weerstand van het profiel, dan is:

$$\left. \begin{aligned} L^* &= L \cos \beta + D \sin \beta \\ c_a^* &= c_a \cos \beta + c_{wo} \sin \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (78)$$

Daar β , zooals ook direct uit de grafische voorstellingen blijkt, de grootte van slechts enkele graden heeft en c_{wo} in de beschouwde gebieden steeds belangrijk kleiner blijft dan c_a , zal met vrij groote benadering $c_a^* = c_a$ moeten zijn, wanneer men hierin de waarde van c_a^* voor den hoek α vergelijkt met die van c_a voor het enkele profiel bij den invalshoek $\alpha + \beta$.

De aandachtige beschouwer van de grafische voorstellingen zou echter de opmerking kunnen maken, dat de maximale waarde van c_a^* toch wel belangrijk hooger is dan de maximale waarde van den liftcoëfficiënt van het enkel profiel in fig 21. Dit is inderdaad het geval, doch er zijn andere factoren, die hier een rol spelen. De snelheden in de parallelstrooming werden bij de proeven gemeten op een grooten afstand vóór het enkele profiel

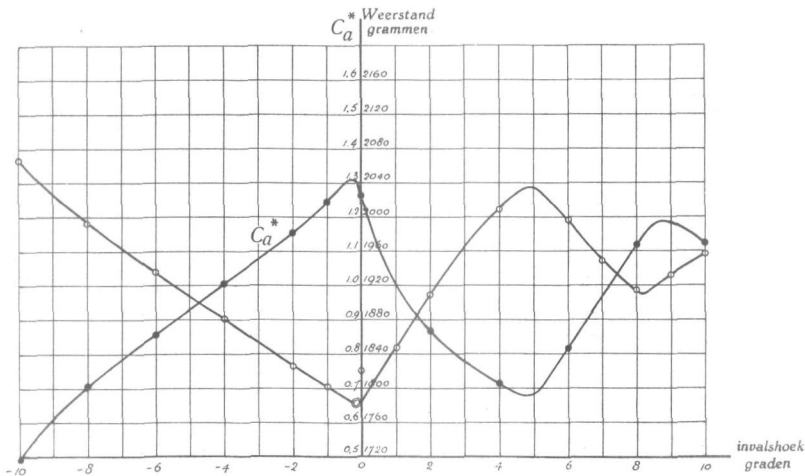


Fig. 22.

Gaas 8,5 mm achter den voorkant van de profielen.

Onderlinge afstand van de profielen 112 mm.

Het verloop van de weerstanden van het gaas en van de coëfficiënten c_a^* bij verandering van de invalshoeken van de profielen.

of vóór het gaas met de profielen. Brengt men echter in een tunnel waarin één profiel is opgesteld het gaas en het tweede profiel aan, terwijl men de snelheid van de parallelstrooming op grooten afstand vóór deze voorwerpen constant houdt, dan zal tengevolge van de vernauwing van den doortocht de snelheid op plaats van gaas en profielen stijgen. Deze snelheidsstijging doet, zooals bekend is, zich het meest in de nabijheid van de in de strooming aangebrachte voorwerpen gevoelen en is dus ook bij de profielen vrij sterk merkbaar; deze reageeren hierop door een verhoogde lift en drift. Daar de snelheidsstijging ter plaatse van het gaas en de profielen ook — zij het dan in iets geringere mate — blijft bestaan als de tunnelwanden oneindig ver weg gebracht worden, is de verhoogde werking van de profielen ook in de vrije strooming merkbaar.

Oogenschijnlijk zijn we nu echter in een moeras geraakt, want bij onze theoretische beschouwingen kwamen we tot de conclusie, dat de invloed van het gaas op de werking van de profielen uitsluitend bestond in het optreden van een verticale snelheidscomponente, welke door draaiing van de profielen kon worden geneu-

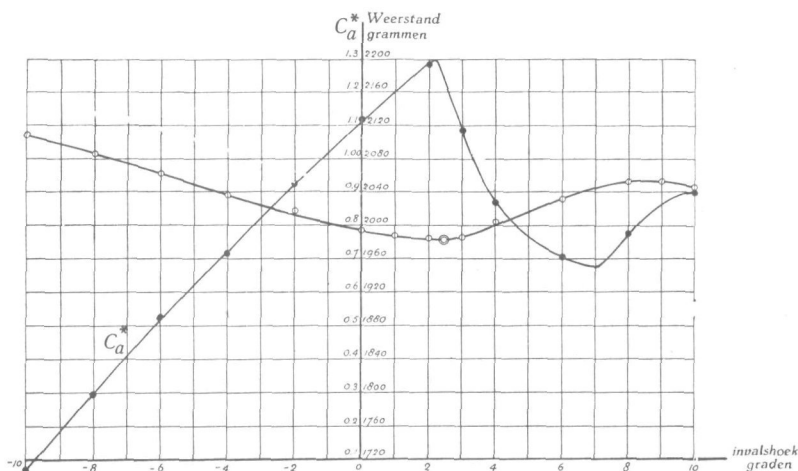


Fig. 23.

Gaas 8,5 mm achter den voorkant van de profielen.
Onderlinge afstand van de profielen 282 mm.

Het verloop van de weerstanden van het gaas en van de coëfficiënten C_a^* bij verandering van de invalshoeken van de profielen.

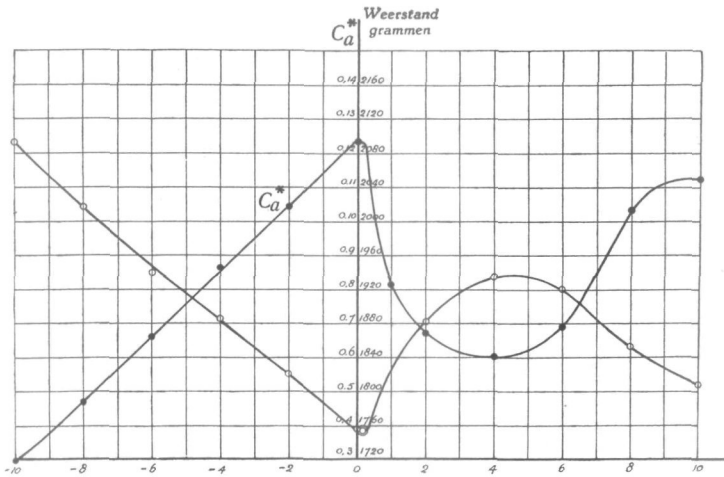


Fig. 24.

Gaas 1,5 mm voor den voorkant van de profielen.
Onderlinge afstand van de profielen 112 mm.

Het verloop van de weerstanden van het gaas en van de coëfficiënten C_a^* bij verandering van de invalshoeken van de profielen.

traliseerd, zoodat de maximale circulatie om een profiel dezelfde bleef voor het stelsel van twee profielen met gaas of zonder gaas. We kunnen evenwel opmerken, dat de tegenstrijdigheid slechts schijnbaar is, daar we bij onze theoretische beschouwingen zowel de dikten van de profielen als die van de draadjes van het gaas buiten beschouwing lieten en het juist deze afmetingen zijn, die snelheidsverhoogen en daarmede de circulatievergrootingen veroorzaken. Het zou dus feitelijk noodig zijn in onze theoretische beschouwingen rekening houden met de dikteafmetingen van profielen en gaas.

Bij de vergelijking van de weerstanden van het gaas zonder en met profielen treedt eenzelfde verschijnsel op. Stel, dat men bij het gaas in de parallelstreaming twee profielen aanbrengt, zoodanig ingesteld, dat de circulatie juist nul is, dan zullen, tengevolge van de dikte-afmetingen boven en onder de profielen snelheidsverhoogen in de streaming optreden, die tusschen de profielen gesommeerd moeten worden, met het gevolg dat de weerstand van het gaas boven het oorspronkelijk bedrag zal stijgen. Heeft men nu voor een bepaalden stand van de profielen een weerstand voor

het er tusschen geplaatste gaas gevonden, die dezelfde is als de weerstand van het gaas zonder profielen, dan volgt uit het voorgaande, dat in dat geval door de profielen reeds een weerstandsvermindering moet zijn bereikt, of met andere woorden:

„Bij een weerstandsvermindering van nul procent heeft de circulatie reeds een zekere positieve waarde”.

Bezien we de figuren nogmaals, dan merken we op, dat de uit de metingen afgeleide krommen geheel aan deze beschouwingen voldoen.

We hebben eerst gevonden, dat tengevolge van de dikte van gaas en profielen de maximum liftcoëfficiënt van een der profielen stijgt; thans vonden we, dat daardoor de weerstand van het gaas ook stijgt, hetgeen met een schijnbare daling van den liftcoëfficiënt overeenkomt. Beide invloeden heffen elkaar dus min of meer op, met het gevolg, dat bij de berekeningen van de weerstandsverminderingen de dikte-afmetingen zonder groot bezwaar verwaarloosd kunnen worden en we dus gebruik kunnen maken van onze theoretische formules.

Bij een verdere vergelijking van de krommen merken we nog op, dat de invloed van een kleine verplaatsing van het gaas naar de voorzijde of achterzijde van de profielen weinig invloed op de grootte van de weerstandsvermindering heeft, hetgeen in overeenstemming is met wat hieromtrent aan het einde van hoofdstuk II werd opgemerkt. Uit de krommen wordt wel de indruk verkregen, dat bij de plaatsing van het gaas 18,5 mm achter de voorzijde van de profielen de te verkrijgen weerstandsvermindering iets kleiner is dan in de beide andere gevallen, wat in overeenstemming is met de waarschijnlijke drukverdeling op het profiel; aan de voorzijde daarvan zal een grooter drukverschil tusschen onder- en bovenkant bestaan, dan aan de achterzijde.

Het feit, dat de weerstandsvermindering bij de opstelling van het gaas 1,5 mm vóór de profielen ongeveer overeenkomt met die waarbij het gaas zich op 8,5 mm achter den voorkant ervan bevindt, wijst trouwens eveneens op een dergelijke drukverdeling.

De grootste weerstandsvermindering, welke gevonden werd, bedroeg ruim 16 %. Hierbij bevond zich het gaas 1,5 mm vóór den voorkant van de profielen; de onderlinge afstand van de profielen was 112 mm; de invalshoek: 10°. Daar de gevonden verschillen in de grootte van de weerstandsverminderingen met be-

trekking tot de opstelling van het gaas echter gering zijn, zullen we dan ook niet de waarden van een bepaalde serie metingen, doch de gemiddelden van de voor bepaalde onderlinge afstanden van de profielen gevonden waarden vergelijken met de langs theoretischen weg gevonden uitkomsten.

In de eerste plaats kan de weerstandsvermindering berekend worden met behulp van vergelijking (74), wanneer hierin voor de snelheden $V - u'$ de bij den profielafstand $2a = 112 \text{ mm}$ gemeten waarden, vermeld in tabel No. 5, worden gesubstitueerd. De relatieve weerstandsvermindering is bepaald door:

$$\frac{w_0 - w}{w_0} = \frac{1}{2h} \int_{a-h}^{a+h} \left[1 - \left(\frac{V - u'}{V} \right)^2 \right] dy \dots\dots (79)$$

Men vindt door numerieke integratie:

$$\frac{w_0 - w}{w_0} = 15,3 \%$$

wat met het hierboven genoemde bedrag van 16 % voor de maximaal gemeten weerstandsvermindering bij dezelfde waarde van $2a$ in goede overeenstemming is.

Daarnaast kunnen wij voor zoover dit het geval betreft, waarbij $a - h > t$ is, een vergelijking maken met de uitkomsten van

TABEL No. 9.

Vergelijking van de gemeten en de met behulp van de formules (15) en (76) berekende maximale weerstandsverminderingen van het gaas tussen de profielen.

2 a in mm	Gemeten weerstandsvermindering					Berekende weerstands- vermindering volgens formule	
	Serie I in grammen	Serie II in grammen	Serie III in grammen	Gemiddeld		(15) in % van w_0	(76) in % van w_0
				in grammen	in % van w_0		
112	306	335	—	320	15,3	20	—
142	263	256	247	255	12,2	15,7	—
192	174	155	157	162	7,8	11,6	12,3
282	107	—	—	107	5,1	7,9	8,0

$$V = 26,53 \text{ m/sec}$$

$$c_{a_{max}} = 1,17$$

$$t = 0,03 \text{ m}$$

$$w_0 = 2089 \text{ gram}$$

$$2h = 0,1 \text{ m}$$

formule (76). In verband met de omstandigheid, dat de gemeten snelheidsverminderingen geringer zijn dan de berekende, is geen berekening uitgevoerd voor die gevallen, waarbij de parabolische benaderingsformule voor de snelheden zou moeten worden toegepast. Daarentegen is voor alle gevallen nog de weerstandsvermindering volgens formule (15) bepaald. De circulatie Γ is steeds berekend uit formule (49a), waarin voor c_a de maximale waarde 1,17 is genomen.

De uitkomsten van deze berekeningen zijn met de gemeten maximale weerstandsverminderingen vermeld in tabel No. 9. Uit de tabel blijkt, dat de berekende waarden belangrijk hoger zijn dan de gemetene, wat ook al verwacht kon worden op grond der in tabel No. 5 gegeven uitkomsten voor de snelheid. Men zal vermoedelijk moeten aannemen, dat de invloed van de dikte der profielen niet gecompenseerd wordt door den invloed van de dikte van het gaas. De algemeene gang der experimenteële uitkomsten, beschouwd als functie van den onderlingen afstand der profielen, beantwoordt echter op bevredigende wijze aan hetgeen daaromtrent op grond der theorie werd verwacht (vergelijk fig. 25).

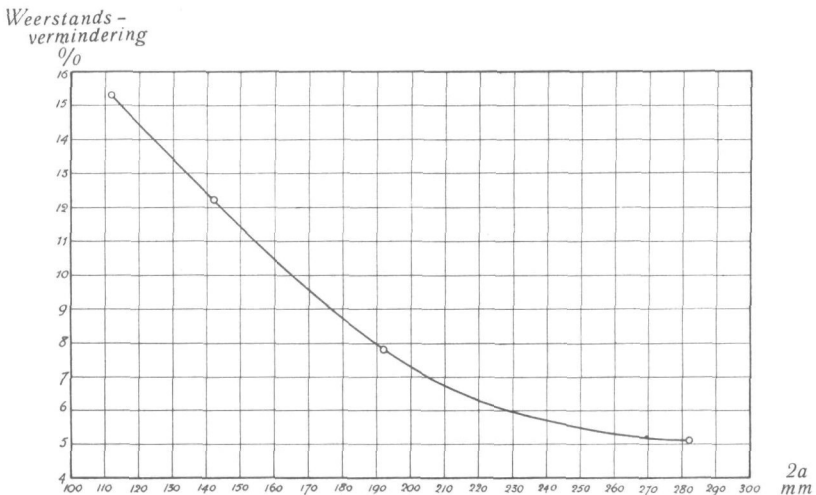


Fig. 25.

Het verloop van de weerstandsvermindering als functie van den onderlingen afstand der profielen.

3. De benodigde hoekverdraaiing van het profiel, tengevolge van de door het gaas veroorzaakte storingsstrooming.

De maximum liftcoëfficiënt van het enkelvoudige profiel werd gemeten bij een invalshoek α ter grootte van $3^\circ 45'$. De invalshoeken, waarbij de maximale weerstandsverminderingen werden gevonden, zijn vereenigd in tabel No. 10.

Evenals dit geschiedde voor de maximale weerstandsverminderingen, werden ook hier in de verschillende gevallen de gemiddelde waarden genomen. Het verschil tusschen den invalshoek $\alpha = 3^\circ 45'$ en den gemiddelden invalshoek bij de maximale weerstandsvermindering levert nu de gemiddelde waarde van den hoek β , waarover de strooming ter plaatse van het profiel gedraaid is. In dezelfde tabel werden tevens de met behulp van de formules (22) en (67) berekende hoeken genoteerd. In formule (22) werd de op blz. 80 vermelde waarde van $c = 0,600$ gebruikt, waaruit ook de waarde van $c_v = 1 - \sqrt{1 - c} = 0,367$ voor de formule (67) verkregen werd.

Uit de tabel blijkt, dat de bij de metingen gevonden waarden in algemeen gang geheel aan de verwachtingen voldoen, doch dat ook thans weer de theoretisch berekende waarden belangrijk hoger zijn, dan de gemetene en wel ongeveer in dezelfde verhouding, als dat bij de weerstandsverminderingen het geval was.

Als een der oorzaken van dit verschil is vermoedelijk het niet

TABEL No. 10.

De hoekverdraaiingen van de profielen bij de maximum weerstandsvermindering van het gaas.

2 a in mm	Invalshoek bij maximum weerstandsvermindering				β	β berekend	
	Serie I	Serie II	Serie III	Gemiddeld		form. (22)	form. (67)
112	— 10'	10'	—	0'	$3^\circ 45'$	$4^\circ 52'$	$5^\circ 06'$
142	45'	1°	$1^\circ 10'$	58'	$2^\circ 47'$	$3^\circ 51'$	$4^\circ 45'$
192	$2^\circ 10'$	$1^\circ 50'$	$1^\circ 50'$	$1^\circ 57'$	$1^\circ 48'$	$2^\circ 51'$	$3^\circ 31'$
282	$2^\circ 30'$	—	—	$2^\circ 30'$	$1^\circ 15'$	$1^\circ 56^\circ$	$2^\circ 22'$

$$\alpha = 3^\circ 45'$$

$$2h = 0,1 \text{ m}$$

$$c = 0,600$$

$$c_{a_{max}} = 1,17$$

$$c_v = 0,367$$

$$b = 0,0075 \text{ m}$$

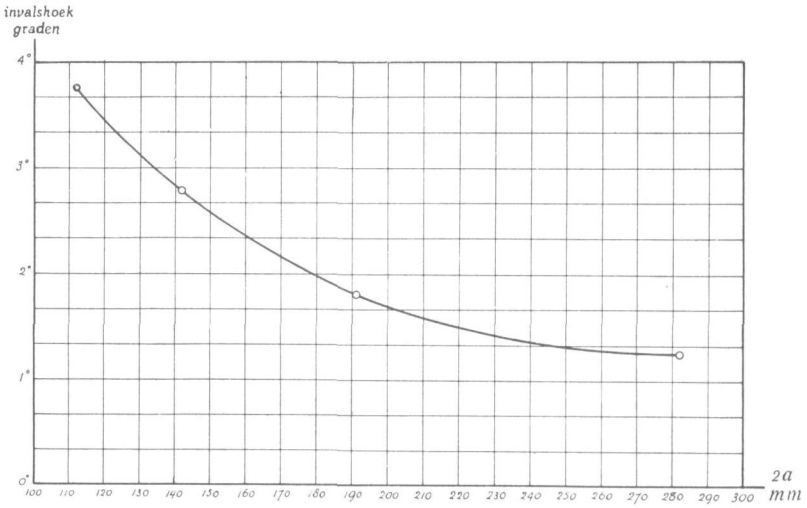


Fig. 26.

Het verloop van de toename van den invalshoek bij de maximale weerstandsvermindering als functie van den onderlingen afstand van de profielen.

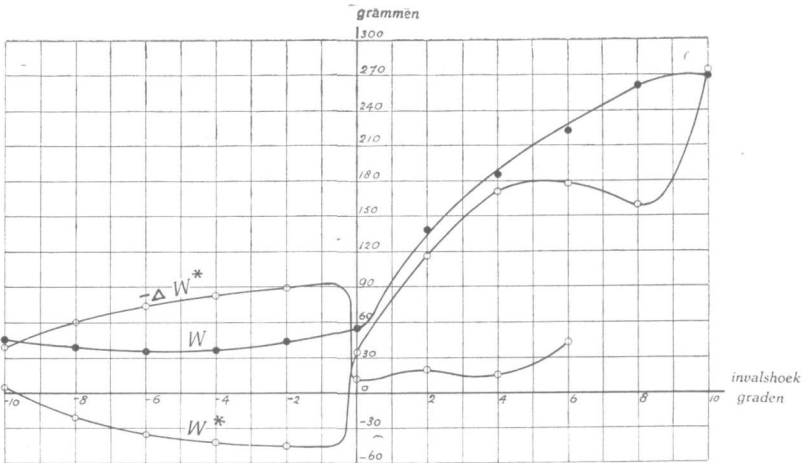


Fig. 27.

Het verloop van de krachten op het profiel in de richting van de parallelstrooming bij verandering van de invalshoeken van het profiel.

homogeen zijn van het gaas aan te wijzen. Daar de weerstand van het gaas in verband met de aanwezigheid van het raampje in het midden het grootst is, zal de storingsstrooming ter plaatse van het profiel kleiner zijn dan de theoretisch berekende, terwijl bovendien de waarde van c_v eenigszins twijfelachtig wordt. Waar nog vele andere factoren in dit probleem een rol spelen, zooals de opstelling van het gaas ten opzichte van de voorzijde van de profielen, de vorm van de profielen, de gesteldheid van het gaas, de turbulentie enz., was het dus ook niet te verwachten, dat de gemeten waarden nauw in overeenstemming zouden zijn met de berekende, en moet met het resultaat, dat het verloop van de hoekverdraaiing van dezelfde gedaante is als die, welke de formules (22) en (67) aangeven, genoegen worden genomen.

In fig. 26 werd ten slotte nog grafisch het verloop van de gemeten toename van den invalshoek bij maximale weerstandsvermindering als functie van den onderlingen afstand der profielen uitgezet.

4. *De krachten op het profiel in de richting van de parallelstrooming.*

Ten einde vast te stellen, dat in het stelsel gaasscherm plus profielen inderdaad een krachtcomponent in de richting tegengesteld aan de richting van de parallelstrooming werkt, werd in het geval, dat het gaas zich 8,5 mm achter de voorzijde van de profielen bevond en de profielen op een onderlingen afstand van 112 mm waren opgesteld, de krachten W^* , welke in de richting van de parallelstrooming op het profiel werkten, bij verschillende invalshoeken gemeten. De uitkomsten van deze meting werden reeds vermeld in tabel No. 7, waarin ook opgenomen werden de resultaten van de weerstandsmeting op het enkele profiel, terwijl in fig. 27 beide krommen grafisch werden neergelegd.

Daar bij deze metingen, zooals reeds werd medegedeeld, blikjes op de uiteinden van het profiel moesten worden gesoldeerd, waarvan de weerstand niet geëlimineerd kon worden, zijn de genoteerde waarden die van profiel en blikjes te zamen en behooren de krommen in fig. 27 in werkelijkheid iets lager te liggen.

Zoals uit de figuur duidelijk blijkt, treedt over een belangrijk gebied een „negatieve weerstand” op en is in dat gebied de trekkracht van het vleugelprofiel dus zeker positief.

In dezelfde figuur is voorts nog uitgezet de kromme $-\Delta W^*$, welke de bruto trekkracht van het profiel genoemd kan worden, daar zij in wezen niets anders is, dan de trekkracht van het profiel bij verwaarloozing van den profielweerstand. Deze grootheid is berekend volgens de formule:

$$W_a^* - W_{a+\beta} \cos \beta = \Delta W^*,$$

waar W_a^* de weerstand van het profiel onder den invloed van het gaas bij den meetkundigen instelhoek α voorstelt en $W_{a+\beta}$ de weerstand van het enkele profiel bij een invalshoek $\alpha + \beta$. In tabel 7 komen zoowel de waarden W_a^* als de waarden $W_{a+\beta}$ voor, beide vermeerderd met den weerstand van de op de profielen gesoldeerde blikjes. Daar $\cos \beta$ weinig van 1 verschilt, zal laatstgenoemde weerstand echter nagenoeg uit ΔW^* verdwenen zijn. Verder volgt uit de formule (67) door $I = 0$ te stellen, dat de toename van β bij verandering van I slechts gering is, zoodat we bij benadering β als onafhankelijk van α kunnen beschouwen. β bedraagt bij de maximale weerstandsvermindering van het gaas, indien zich dit 8,5 mm achter den voorkant van de op een onderlingen afstand van 112 mm geplaatste profielen bevond, voor welken stand van gaas en profielen ook de waarden W^* bepaald werden, volgens tabel No. 10, kolom 2, $3^\circ 45' + 10' = 3^\circ 55'$. Door voor β in verband met het voorgaande de constante waarde van 4° te kiezen, kunnen op een eenvoudige wijze met behulp van de 6^{de} en 7^{de} kolom van tabel No. 7 de waarden van $W_{a+\beta}$ en van $-\Delta W^*$ bepaald worden.

Deze bruto trekkracht $-\Delta W^*$ moet nu anderzijds gelijk zijn aan $L_a^* \operatorname{tg} \beta$, waar L_a^* de bij den hoek α behoorende lift op het profiel is (bij aanwezigheid van het gaasscherm). In onderstaande tabel No. 11 zijn de in aanmerking komende grootheden samengevat.

Tot even voor $\alpha = 0^\circ$ is de overeenstemming tusschen $-\Delta W^*$ en $L_a^* \operatorname{tg} \beta$ niet slecht; onmiddellijk vóór $\alpha = -10'$ is zij zelfs zeer goed; overigens is $-\Delta W^*$ in dit gebied grooter dan $L_a^* \operatorname{tg} \beta$. Voorbij $\alpha = -10'$, dat is dus voorbij het hoofdmaximum van c_a , waar het karakter van de strooming om het profiel verandert doordat het profiel in overtrokken toestand is gekomen, treden zeer groote afwijkingen op.

TABEL No. 11.

α	W_a^*	$W_{\alpha+\beta}$	$-\Delta W^*$	L_a^*	$L_a^* \operatorname{tg} \beta$
-10°	4,0	+ 45,2	41,2	511	35
-8°	- 21,3	38,4	59,7	736	51
-6°	- 36,0	35,6	71,6	895	63
-4°	- 43,9	37,6	81,5	1053	74
-2°	- 45,6	43,1	88,7	1207	84
0°	+ 34,8	54,7	19,9	1317	92
$+2^\circ$	+ 118,7	139,5	20,8	902	63
$+4^\circ$	+ 170,7	185,4	14,7	743	52
$+6^\circ$	+ 178,2	222,1	43,9	853	60

5. *Het verband tusschen de weerstandsvermindering van het gaas en de krachten op de profielen in de richting tegengesteld aan die van de parallelstreaming.*

Conclusie II, betrekking hebbende op een gaasscherm tusschen twee wervels, luidde dat de som van de krachten, die op de wervels in de richting tegengesteld aan die van de parallelstreaming werken, bij benadering gelijk is aan de helft van de weerstandsvermindering van het gaas. Uit conclusie IV volgt, dat voor punten, die op een grooteren afstand onder het profiel liggen dan één profieldiepte, het profiel bij benadering door een wervel mag worden vervangen. Verstaan we weder onder de bruto-trekkraft van een profiel de, door den weerstand van het gaas ontstane en tegen de parallelstreaming in gerichte componente van de lift op dat profiel, dan volgt uit beide conclusies te zamen, dat de weerstandsvermindering van een zich tusschen twee vleugelprofielen bevindend gaasscherm, waarvan de randen zich niet verder uitstrekken dan tot een afstand van één profieldiepte van de profielen, bij benadering gelijk is aan tweemaal de som van de bruto trekkraften op de profielen, of dus bij benadering gelijk is aan viermaal de bruto trekkraft op één profiel.

Daar een directe meting van de bruto trekkraft slechts voor één waarde van den afstand $2a$ is uitgevoerd, zullen we deze moeten berekenen uit $L \sin \beta$.

Schrijven we weer voor de weerstandsvermindering $w_0 - w$, dan is:

$$w_0 - w \approx 4 L \sin \beta.$$

In verband met den in dit hoofdstuk besproken invloed van de dikte van de profielen en van het gaas, wordt de formule voor kleine waarden van L onnauwkeurig. Willen we dezen dikte-invloed buiten beschouwing laten en daarbij de lift L_0 berekenen uit den liftcoëfficiënt van het enkele profiel en uit de snelheid van de ongestoorde parallelstrooming, V , dan is het beter de formule slechts toe te passen voor die gevallen, waarin de maximale weerstandsvermindering optreedt, en dus te schrijven:

$$(w_0 - w)_{max} = 4 L_{0max} \sin \beta \dots\dots\dots (80)$$

In hoeverre gaat (80) nog door als de profielen zich dichter bij de randen van het gaas bevinden dan de diepte van één profiel?

Theoretisch is deze vraag niet dadelijk te beantwoorden. In tabel No. 12 laatste kolom zijn echter de waarden van $4 L_{0max} \sin \beta$, welke verkregen werden uit den maximalen liftcoëfficiënt van het enkele profiel, 1,17, de diepte t en de lengte l van het profiel, de snelheid van de parallelstrooming V en de gemeten hoekverdraaiing van het profiel volgens tabel No. 10, ook berekend voor die gevallen, waarin de afstand van de profielen tot de randen van het gaas minder was dan eenmaal de profieldiepte. De uitkomsten toonen aan, dat ook voor die gevallen formule (80) doorgaat, zoodat we β weder den storingsinvalshoek noemende, mogen neerschrijven:

Conclusie XIII: De maximum weerstandsvermindering van een gaasscherm tusschen twee vleugelprofielen bedraagt bij benadering viermaal het product van de maximum lift op één der profielen en den sinus van den storingsinvalshoek.

Conclusie XIV: Bij verwaarloozing van de profielweerstand is de maximale weerstandsvermindering van een gaasscherm met twee daaraan verbonden vleugelprofielen bij benadering anderhalf maal de maximale weerstandsvermindering van het scherm los van de profielen.

TABEL No. 12.

De gemeten en de, met behulp van formule (80), berekende maximale weerstandsverminderingen van het gas tusschen de vleugelprofielen.

2 a in mm	β gemeten (volgens tabel 10)	Maximale weerstandsvermindering in grammen	
		gemeten (volgens tabel 9)	berekend (volgens formule (80))
112	3° 45'	320	320
142	2° 47'	255	238
192	1° 48'	162	154
282	1° 15'	107	107

$$c_{a \max} = 1,17 \quad t = 0,03 \text{ m} \quad l = 0,792 \text{ m} \quad V = 26,53 \text{ m/sec}$$

6. De impulsmetingen.

Ter algemeene contrôle van de gevonden uitkomsten werden op 112 mm achter het gaasscherm een tweetal impulsmetingen uitgevoerd. Van deze metingen had de eerste betrekking op het gaasscherm alleen, terwijl bij de tweede meting de profielen op een onderlingen afstand van 112 mm zoodanig waren opgesteld, dat zij een maximale weerstandsvermindering gaven aan het gas, dat zich $1\frac{1}{2}$ mm voor den voorkant van de profielen bevond.

Voor de berekening van de impulsverliezen werd gebruik gemaakt van de formule van Prandtl-Tietjens, Hydro- und Aeromechanik, Zweiter Band, Berlin, 1931, blz. 143. Noemt men w^* het impulsverlies per eenheid van lengte van het gaasscherm, P_0 , q_0 en p_0 respectievelijk den totalen energiedruk, den stuwdruk en den statischen druk van de ongestoorde parallelstrooming en P , q en p dezelfde grootheden op de plaats van de meting, dan luidt deze formule:

$$w^* = \int^D (P_0 - P) dy + \frac{\rho}{2} \int^D (v_1 - v)(v_1 + v - 2V) dy \quad (81)$$

waarin: $v = \sqrt{\frac{2(P-p)}{\rho}}$, $v_1 = \sqrt{\frac{2(P_0-p)}{\rho}}$,

terwijl het teeken \int^D aangeeft, dat de integratie is uit te strekken over het gebied D waarin de druk P kleiner is dan P_0 . Elimineert men de snelheden door te schrijven:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(q_0 + p_0 - p)}{\rho}}, \quad V = \sqrt{\frac{2q_0}{\rho}}, \quad \text{en} \quad v = \sqrt{\frac{2q}{\rho}},$$

dan gaat (81) over in:

$$w^* = \int^D (P_0 - P) dy + \int^D \{q_0 - q + p_0 - p + 2\sqrt{q q_0} - \\ - 2\sqrt{q_0(q_0 + p_0 - q)}\} dy$$

of, daar $q = q_0 - (P_0 - P) + (p_0 - p)$, is:

$$w^* = 2 \int^D (P_0 - P) dy - 2 \int^D \{ \sqrt{q_0(q_0 + p_0 - p)} - \\ - \sqrt{q_0[q_0 - (P_0 - P) + (p_0 - p)]} \} dy \dots\dots (81a)$$

waarin w^* onmiddellijk uitgedrukt is in grootheden, welke met pitotbuis en manometer op eenvoudige wijze zijn te bepalen (zie blz. 77).

De resultaten van de metingen zijn vermeld in de tabellen 13 en 14, waarin onder het hoofd H de plaatselijke impulsverliezen per eenheid van oppervlakte werden genoteerd.

Zooals uit de tabellen volgt, strekte het gemeten gebied zich over een hoogte van 130 mm uit; aan de randen daarvan was $P_0 - P$ nog niet geheel gelijk aan 0, alhoewel haar waarde reeds onbeduidend geworden was. Door deze begrenzing werd getracht buiten het gebied te blijven, waarin de profielweerstand zich in de impulsverliezen zouden kenbaar maken.

Of deze opzet geheel gelukt is, is niet met zekerheid te zeggen. Zooals echter uit de berekeningen zal blijken, doet de hierdoor ontstane onzekerheid weinig afbreuk aan de resultaten.

Bij de meting zonder vleugelprofielen moet de waarde van w^* , overeenstemmen met den weerstand van het gaas per eenheid van lengte. Geïntegreerd volgens den trapezium regel vindt men uit tabel 13 voor den weerstand van het scherm bij een gaaslengte van 0.792 m:

$$w_0 = 2074 \text{ gram.}$$

terwijl de weerstand van het gaasscherm volgens de directe meting

2089 gram bedroeg, zoodat een zeer goede overeenstemming bereikt werd.

Noemen we bij onze volgende beschouwingen het impulsverlies gemeten achter het gaasscherm zonder profielen w_1^* en achter het gaas met de profielen w_2^* en nemen we aan, dat onze doelstelling om de profielweerstand buiten de gemeten impulsverliezen te houden volkomen gelukt is, dan moet volgens conclusie XIV (men vergelijk ook hetgeen in hoofdstuk II b over het impulsverlies is opgemerkt):

$$w_1^* - w_2^* \cong \frac{3}{2} (w_0 - w)_0,$$

zoodat voor de weerstandsvermindering van het gaas te schrijven is:

$$w_0 - w \cong \frac{2}{3} (w_1^* - w_2^*) \dots\dots\dots (82)$$

Daar $w_0 = w_1^*$, volgt voor den weerstand van het gaas tusschen de profielen

$$w \cong \frac{1}{3} w_1^* + \frac{2}{3} w_2^* \dots\dots\dots (83)$$

terwijl nog volgens conclusie XIII in verband met (82) geldt:

$$4 L_{o \max} \sin \beta \cong \frac{2}{3} (w_1^* - w_2^*)$$

of, voor de trekkracht door een profiel uitgeoefend bij verwaarloozing van den profielweerstand:

$$L_{o \max} \sin \beta \cong \frac{1}{6} (w_1^* - w_2^*) \dots\dots\dots (84)$$

Tenslotte volgt voor den weerstand van het gaas met de daaraan verbonden profielen:

$$w - 2 L_{o \max} \sin \beta \cong w_2^* \dots\dots\dots (85)$$

Stellen we ons thans voor, dat toch een gedeelte van de profielweerstand in de door ons gemeten impulsverliezen is terecht gekomen. De profielweerstand van een profiel bij de gebruikte windsnelheid $V = 26,53$ m/sec en een invalshoek van $3^\circ 45'$ vermeerderd met den weerstand van de op de uiteinden van het profiel gesoldeerde blikken plaatjes bedroeg (zie fig. 27) juist 50 gram en dus voor de beide profielen 100 gram. Laten we aannemen, dat de helft van dit bedrag in de impulsverliezen als aandeel

van den weerstand van de profielen werd opgenomen, hetgeen, in verband met het feit, dat de weerstand van de ruwe blikken plaatjes in deze verliezen zeker niet gezocht kan worden, beteekent, dat in dit geval meer dan de helft van de profielweerstanden beschouwd wordt als te moeten worden gevonden in de impulsverliezen. In dit geval kunnen de formules (82) tot en met (85) toch behouden blijven als we de waarde van w_2^* met 50 gram verminderen.

Ter controle van de formules (82) tot en met (85) geeft tabel No. 15 een overzicht van de met behulp van wegingen verkregen waarden en die, welke uit de impulsverliezen berekend werden.

TABEL No. 13.

Het verloop van het snelheidsveld 112 mm achter het gaas-scherm zonder de vleugelprofielen.

Afstanden uit de hartlijn van het gaas in mm	$P_0 - P$ in kg/m ²	$p_0 - p$ in kg/m ²	V_x in m/sec	H in kg/m ²
65	0,480	7,896	28,68	0,520
60	0,508	8,004	28,70	0,536
55	6,704	8,334	27,02	7,088
50	19,904	9,164	23,07	19,592
45	23,048	9,512	22,08	22,272
40	22,844	9,700	22,22	22,160
35	22,416	9,736	22,39	21,832
30	22,688	9,800	22,31	22,064
25	22,888	9,884	22,27	22,248
20	24,488	10,104	21,77	23,584
15	27,184	10,424	20,87	25,728
10	30,308	10,716	19,76	28,016
5	34,056	11,012	18,31	30,456
0	37,184	11,192	16,97	32,134

$$V = 26,53 \text{ m/sec} \quad H = 2 \left\{ (P_0 - P - \sqrt{q_0(q_0 + p_0 - p)}) + \sqrt{q_0 q} \right\}$$

$$q_0 = 44 \text{ kg/m}^2 \quad q = q_0 - (P_0 - P) + (p_0 - p)$$

$$w_1^* = 0,792 \int_D H dy = 2,074 \text{ kg} = 2074 \text{ gram.}$$

TABEL No. 14.

Het verloop van het snelheidsveld 112 mm achter het gaas-
scherm met vleugelprofielen.

Afstanden uit de hartlijn van het gaas in mm	$P_0 - P$ in kg/m ²	$p_0 - p$ in kg/m ²	V_x in m/sec	H in kg/m ²
65	0,400	6,100	28,20	0,424
60	0,376	5,976	28,17	0,400
55	4,464	5,988	26,99	4,640
50	8,844	6,136	25,70	9,000
45	13,556	6,416	24,29	13,464
40	18,368	6,644	22,72	17,696
35	18,160	6,680	22,81	17,536
30	18,416	6,676	22,72	17,744
25	19,000	6,676	22,51	18,224
20	20,208	6,836	22,14	19,368
15	22,300	7,100	21,47	20,952
10	25,464	7,436	20,38	23,384
5	28,960	7,736	19,09	25,808
0	31,788	7,964	17,96	27,528

Onderlinge afstand van de profielen 112 mm.

Gaas 1,5 mm voor den voorkant van de profielen.

$$c_a = 1,17$$

$$q_0 = 44 \text{ kg/m}$$

$$V = 26,53 \text{ m/sec}$$

$$t = 0,03 \text{ m} \quad H = 2 \left\{ P_0 - P - \sqrt{q_0(q_0 + p_0 - p)} + \sqrt{q_0 q} \right.$$

$$\left. q = q_0 - (P_0 - P) + (p_0 - p) \right.$$

$$w_2^* = 0,792 \int_D H dy = 1,602 \text{ kg} = 1602 \text{ gram.}$$

de laatste onder het hoofd A bij aannahme, dat geen profielweerstand en onder het hoofd B dat het grootste gedeelte van de profielweerstand in de impulsverliezen werden opgenomen. Hierbij wordt nog opgemerkt, dat de in de tweede kolom voorkomende waarde $L_{o \max} \sin \beta$ berekend werd uit de maximum lift op het enkele profiel en de gemeten waarde van β .

Let men op het feit, dat de trekkracht van het profiel zonder

TABEL No. 15.

Overzicht van de uitkomsten van eenige belangrijke gegevens verkregen met behulp van wegingen en die welke werden berekend uit gemeten impulsverliezen.

Omschrijving:	Met behulp van wegingen verkregen gram	Uit impulsverliezen	
		A gram	B gram
Weerstand van het gas alleen:	w_0 2089	w_1^* 2074 2074	
Minimum weerstand van het gas onder den invloed van de vleugelprofielen:	w 1754	$\frac{w_1^*}{3} + \frac{2w_2^*}{3}$ 1759 1726	
Maximale weerstandsvermindering van het gas onder den invloed van de vleugelprofielen:	$w_0 - w$ 335	$\frac{2}{3}(w_1^* - w_2^*)$ 315 348	
Trekkkracht van één profiel onder den invloed van het gas bij verwaarloozing van den profielweerstand:	$L_{omax} \sin \beta$ 76	$\frac{w_1^* - w_2^*}{6}$ 79 87	
Minimumweerstand van gas met daaraan verbonden profielen bij verwaarloozing van de profielweerstand:	$w - 2L_{omax} \sin \beta$ 1602	w_2^* 1602 1552	

Gaas 1,5 mm voor de voorzijde van de profielen.

$$V = 26,53 \text{ m/sec} \quad c_{amax} = 1,17 \quad 2a = 112 \text{ mm}$$

$$t = 0,03 \text{ m} \quad \text{profiellengte} = 0,792 \text{ m} \quad \beta = 3^\circ 35'$$

den profielweerstand berekend volgens de gemiddelde waarde van β (zijnde $3^\circ 45'$ zie tabel No. 10) 80 gram zou bedragen, — zoodat het in tabel No. 15 berekende bedrag van 76 gram waarschijnlijk wel iets aan den lagen kant ligt —, dan blijkt uit de tabel, dat tusschen de uit verschillende wegingen verkregen resultaten en de op grond van de conclusies XIII en XIV verkregen uitkomsten der impulsmetingen een zeer goede overeenstemming

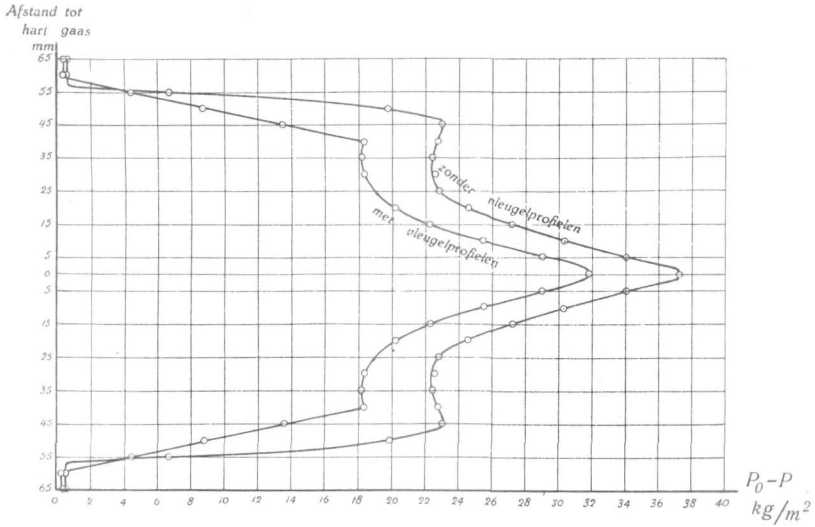


Fig. 28.

Het verloop van de totale energiedrukken 112 mm achter het gaasscherf met en zonder vleugelprofielen.

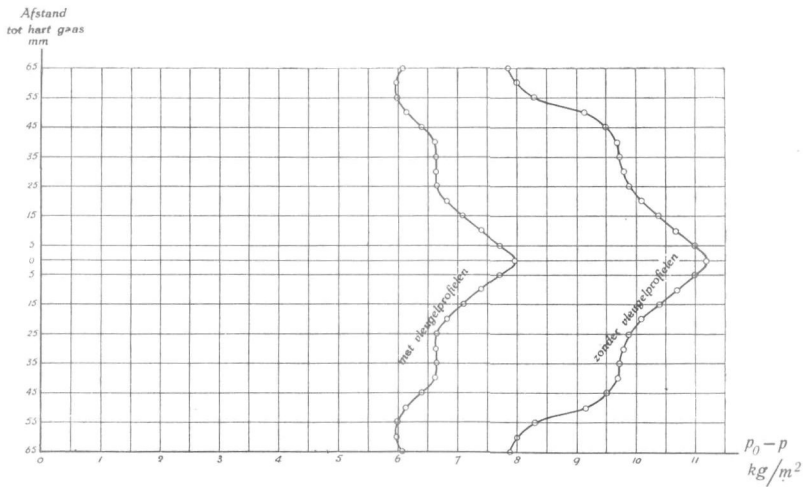


Fig. 29.

Het verloop van de statische drukken 112 mm achter het gaasscherf met en zonder vleugelprofielen.

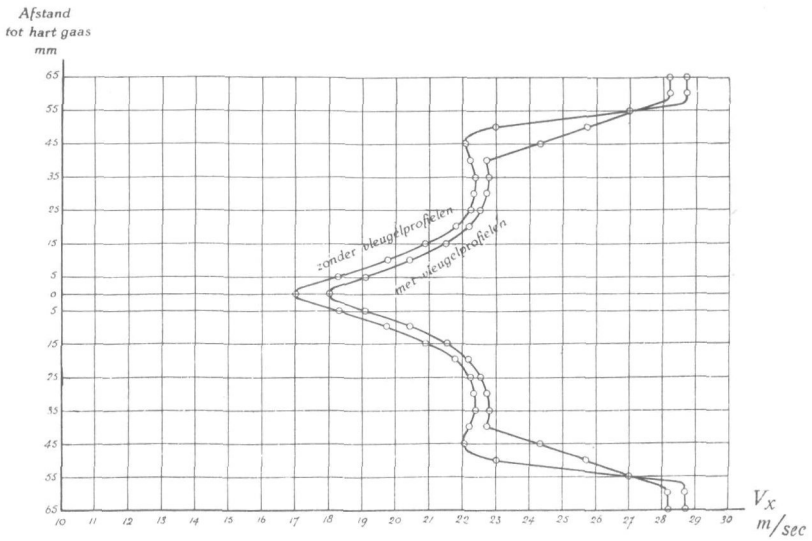


Fig. 30.

$$V = 26,53 \text{ m/sec}$$

Het verloop van de horizontale snelheidscomponenten 112 mm achter het gaasscherp met en zonder vleugelprofielen.

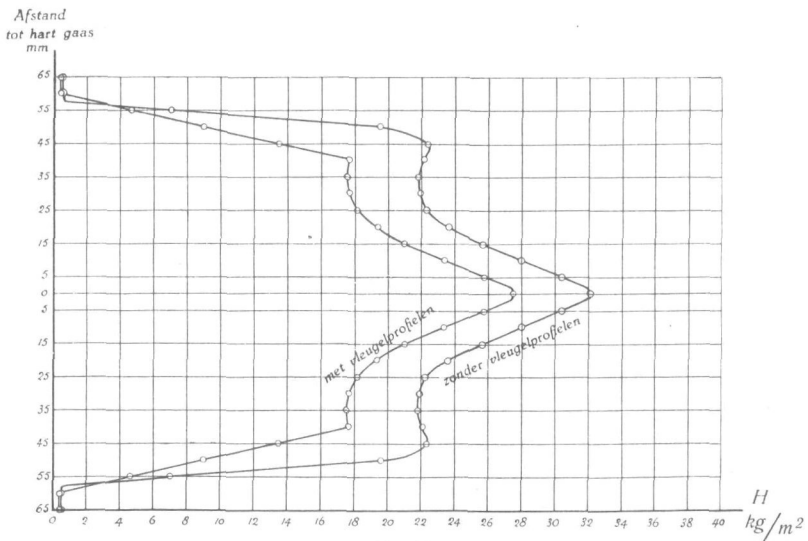


Fig. 31.

Het verloop van de impulsverliezen 112 mm achter het gaasscherp met en zonder vleugelprofielen.

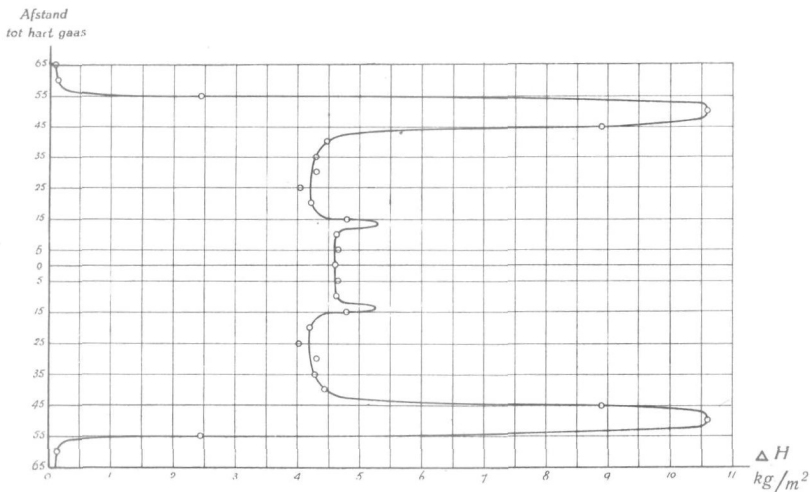


Fig. 32.

Het verloop van het verschil in de impulsverliezen 112 mm achter het gaasscherm indien geen en indien wel vleugelprofielen zijn aangebracht.

bestaat, zoodat de juistheid van genoemde conclusies hiermede opnieuw wordt bevestigd.

In de figuren 28 tot en met 32 werden de gegevens verkregen uit de impulsmetingen grafisch uitgezet. De figuren 28, 29 en 30 doen zien, dat door het aanbrengen van de vleugelprofielen de totale energiedruk en de statische druk in de strooming op een afstand van 112 mm achter het gaas zijn toegenomen, terwijl ook de snelheid van de strooming daar ter plaatse gestegen is. Fig. 31 geeft tevens een duidelijk beeld van het smaller worden van het wervelgebied achter het gaas indien de profielen aangebracht worden. Een soortgelijk verschijnsel werd door Townend eveneens opgemerkt. Fig. 32 geeft tenslotte het verschil in de gemeten impulsverliezen aan. In deze figuur demonstreeren zich de verschillen in de breedte van de wervellagen voor gaasscherm en raampje door de uitloopers van de kromme.

HOOFDSTUK IV.

De Townendring.

Alhoewel het verleidelijk is te zoeken naar perspectieven, welke door de voorgaande beschouwingen worden geopend en na te gaan, welke praktische voordeelen uit de verkregen resultaten kunnen worden gedestilleerd, zullen we toch eerst ons theoretisch onderzoek voortzetten en thans bezien in hoeverre de gevonden conclusies van toepassing blijven, indien we afstappen van het tweedimensionale probleem en we te doen krijgen met het geval van den Townendring. We zullen daarbij de voor den ring geldende conclusies, welke kwalitatief gelijkloidend zijn met die voor het tweedimensionale geval, aanduiden met hetzelfde cijfer onder toevoeging van de letter *a*.

Laten we ook nu beginnen met onzen opzet aanvankelijk zoo eenvoudig mogelijk te houden en denken we ons daartoe den ring vervangen door een enkele wervel.

a. De strooming door een cirkelvormig gaasscherp onder den invloed van een stationnair ringvormigen wervel in eerste benadering.

Veronderstellen we, dat zich in de parallelstrooming met snelheid *V* een ringvormige stationnaire wervel bevindt met in het

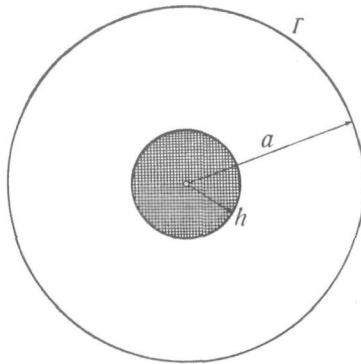


Fig. 33.

centrum daarvan een gaasscherf met cirkelvormig oppervlak. Laat de straal van den werveling a zijn, de wervelsterkte Γ en de straal van het gaasscherf h .

Nemen we ook nu aan, dat a groot is ten opzichte van h , dan is de storingsnelheid u' afkomstig van de wervel ter plaatse van het gaas, zooals hierna zal worden afgeleid, $\frac{\Gamma}{2a}$, en kunnen we in overeenstemming met (13a) schrijven:

$$f = \frac{1}{2} k \varrho (V - \frac{\Gamma}{2a} + u)^2 \dots\dots\dots (86)$$

en daar ook nu:

$$u \approx - \frac{f}{2 \varrho V},$$

vindt men op overeenkomstige wijze als dit voor het tweedimensionale geval geschiedde:

$$f \approx f_0 \left(1 - \frac{\Gamma}{aV} \right) \dots\dots\dots (86a)$$

De hoeveelheid weg te persen vloeistof of de bronsterkte is thans:

$$Q = - \pi h^2 u \approx \frac{\pi h^2 f}{\varrho V}$$

en de storingsstrooming v in radiale richting op de plaats van een wervelelement:

$$v = \frac{Q}{4 \pi a^2} \approx \frac{h^2 f}{4 \varrho a^2 V} \dots\dots\dots (87)$$

De tengevolge van deze strooming op den ringvormigen wervel werkende kracht tegen de parallelstrooming in wordt nu:

$$K = 2 \pi a \varrho \Gamma v \approx \frac{\pi h^2 f \Gamma}{2 a V} \dots\dots\dots (88)$$

of herleid per eenheid van oppervlakte van het gaas:

$$\frac{K}{\pi h^2} = \frac{f \Gamma}{2 a V}$$

Zij thans weder f^* de weerstand van het gaas met den aan het gaas gebonden gedachten wervel, dan is:

$$f^* \approx f_0 \left(1 - \frac{3 \Gamma}{2 a V} \right) \dots\dots\dots (89)$$

De formules (86), (86a) en (89) voeren tot:

Conclusie Ia: In het veld van een ringvormigen wervel ondergaat een rond gaasscherm een weerstandsvermindering, welke een gevolg is van de bij den wervel behoorende circulatie; de vermindering is in eerste benadering evenredig met den oorspronkelijken weerstand en met de wervelsterkte gedeeld door de snelheid, terwijl zij omgekeerd evenredig is met den straal van den wervelring. De coëfficiënt bedraagt 1.

Conclusie IIa: Indien in het veld van een wervelring een gaasscherm geplaatst wordt, zal tengevolge van de door den weerstand van het gaas opgewekte storingsstrooming een kracht op den ring worden uitgeoefend, die tegengesteld gericht is aan de richting van de parallelstrooming. De grootte van deze kracht is bij benadering gelijk aan de helft van de weerstandsvermindering door het gaasscherm ondervonden.

Beschouwen we den Townendring bij benadering als een wervel en verwaarloozen we de onderlinge beïnvloeding van de afzonderlijke elementen van den ring, dan vindt men voor den storingsinvalshoek met behulp van (87)

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v}{V} = \frac{h^2 f}{4 \rho a^2 V^2} = \frac{c}{8} \frac{h}{a^2} \dots\dots\dots (90)$$

Voor de trekkracht van den ring vindt men verder:

$$T = \pi a (c_u \sin \beta - c_{w_0} \cos \beta) \rho V^2 t \dots\dots\dots (91)$$

waarin T positief is als:

$$c_u \operatorname{tg} \beta - c_{w_0} > 0$$

of als:

$$\frac{8 a^2}{h^2} < m \cdot c. \dots\dots\dots (92)$$

als weder $m = \frac{c_u}{c_{w_0}}$

b. Het snelheidsveld van den ringvormigen wervel.

Noemt men r_1 en r_2 respectievelijk den kleinsten en den grootsten afstand van een punt P tot de punten van een wervelring met een wervelsterkte Γ (zie fig. 34), dan is volgens H. Lamb, de stroomfunctie van het veld, met het negatieve teeken voor Γ ,

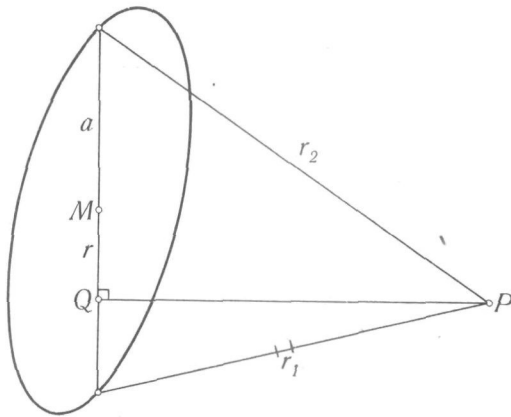


Fig. 34.

daar de snelheid binnen den ring tegen de parallelstrooming in gericht is:

$$\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} (r_1 + r_2) \{K(k) - E(k)\} \dots\dots\dots (93)$$

waarin de modulus van de elliptische functies gelijk is aan:

$$k = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}.$$

Noemt men den straal van den werveling a en denkt men zich P in het vlak van den ring samenvallend met Q , dan is, den afstand van het middelpunt M van den ring tot Q hierbij $= r$ stellend:

$$r_2 = a + r, \quad r_1 = a - r.$$

Met behulp van deze waarden gaat (93) over in:

$$\psi = \frac{a\Gamma}{\pi} \left\{ K\left(\frac{r}{a}\right) - E\left(\frac{r}{a}\right) \right\} \dots\dots\dots (94)$$

Nu is ψ zoodanig gedefinieerd, dat de snelheidscomponent loodrecht op het vlak van den ring gegeven is door $u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$. Teneinde in verband te blijven met de in hoofdstuk II gevolgde notaties schrijven we hiervoor $-u'$, zoodat $u' = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$.

Schrijft men weer $\frac{r}{a} = k$ dan is:

$$u' = \frac{\Gamma}{\pi r} \left(\frac{dK}{dk} - \frac{dE}{dk} \right) = \frac{\Gamma}{\pi r} \left(\frac{E}{k k'^2} - \frac{E}{k} \right)^{1)}$$

waaruit men na een korte herleiding vindt:

$$u' = \frac{a\Gamma}{\pi(a^2 - r^2)} E \left(\frac{r}{a} \right) \dots \dots \dots (95)$$

Voor de snelheid in het middelpunt van den wervel vindt men, daar voor $r = 0$, $E = \frac{\pi}{2}$ wordt:

$$u'_{r=0} = \frac{\Gamma}{2a}.$$

c. *De onderlinge beïnvloeding van de deelen van den Townendring.*

Denken we ons den Townendring op de plaats van den wervel, dan is het ter beoordeeling van de grootte der snelheidsvermindering volgens formule (95) noodzakelijk de waarde van Γ te bepalen. De waarde van deze grootte hangt bij den ring af van de snelheid van den windstroom ter plaatse van het profiel, welke snelheid zelve weder een functie van de circulatie om de afzonderlijke deelen van den ring is.

Zooals in hoofdstuk II werd opgemerkt, kan het rechte vleugelprofiel vervangen worden door een stelsel rechtlijnige wervels, verdeeld langs het skelet van het profiel. In overeenstemming hiermede zullen we den Townendring vervangen denken door een systeem ringvormige wervels. Aanvankelijk zullen we nu het snelheidsveld van één dezer werveltjes in de buurt van het werveltje zelf onderzoeken, om met behulp daarvan de storingssnelheid tengevolge van de circulatie voor het geheele systeem, dus voor den ring te schatten. ²⁾

Laat r_1 en r_2 respectievelijk weder den kleinsten en den grootsten afstand van een punt P tot de elementen van een wervelring

¹⁾ Vergelijk bijvoorbeeld: E. T. Whittaker and G. N. Watson, *Modern Analysis*, (Cambridge, 1920) p. 521.

Er zij in herinnering gebracht, dat: $k'^2 = 1 - k^2$.

²⁾ Deze afleiding werd gegeven door Prof. dr. J. M. Burgers.

zijn, dan is de stroomfunctie, indien we ter vereenvoudiging voorloopig $\Gamma = 2\pi$ stellen, volgens (93):

$$\psi = (r_1 + r_2) \left\{ K - E \right\}$$

waarin de modulus van de elliptische functies:

$$k = \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}.$$

Legt men door het wervelement waaruit de voerstraal r_1 naar P gaat, een assenkruis met de abscis evenwijdig aan de aslijn van den ring en de negatieve ordinaat door het middelpunt en noemt

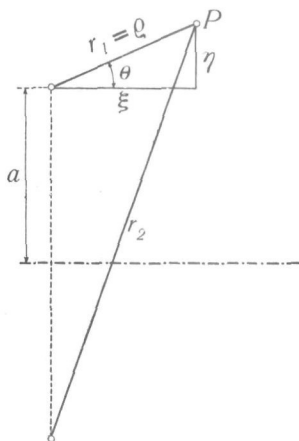


Fig. 35.

men de coördinaten van het punt P ten opzichte van dit assenkruis ξ en η , dan is (zie fig. 35):

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \\ \text{en } r_2 &= \sqrt{\xi^2 + (2a + \eta)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (96)$$

Schrijft men nog: $\xi = \rho \cos \Theta$ en $\eta = \rho \sin \Theta$, dan is:

$$r_1 = \rho, \quad r_2 = 2a + \eta + \dots\dots = 2a + \rho \sin \Theta + \dots\dots$$

Stelt men voorts:

$$x = k'^2 = 1 - k^2 \text{ dan is:}$$

$$x = \frac{4 r_2 r_1}{(r_2 + r_1)^2} = \frac{4 \rho (2a + \rho \sin \Theta + \dots\dots)}{\{ 2a + \rho (1 + \sin \Theta) \dots\dots \}^2},$$

waaruit:
$$x = \frac{2\rho}{a} \left(1 - \frac{\rho}{a} \cdot \frac{2 + \sin \Theta}{2} \dots\dots \right) \dots\dots (97)$$

en verder:

$$\ln \frac{16}{\kappa} = \ln \frac{8a}{\varrho} + \frac{\varrho}{a} \frac{2 + \sin \Theta}{2} + \dots \dots \dots (98)$$

Nu is: $K = \frac{1}{2} \ln \frac{16}{\kappa} + \frac{\kappa}{8} \left(\ln \frac{16}{\kappa} - 2 \right) + \dots$

$$E = 1 + \frac{\kappa}{4} \left(\ln \frac{16}{\kappa} - 1 \right) + \dots$$

waaruit:

$$K - E = \frac{1}{2} \ln \frac{16}{\kappa} - 1 - \frac{\kappa}{8} \ln \frac{16}{\kappa} + \dots \text{ of:}$$

$$K - E = \frac{1}{2} \ln \frac{8a}{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{4a} \ln \frac{8a}{\varrho} + \frac{\varrho}{a} \frac{2 + \sin \Theta}{4} + \dots (99)$$

zodat:

$$\psi = 2a \left(1 + \frac{\varrho}{a} \frac{1 + \sin \Theta}{2} + \dots \right) \left(\frac{1}{2} \ln \frac{8a}{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{4a} \ln \frac{8a}{\varrho} + \frac{\varrho}{a} \frac{2 + \sin \Theta}{4} + \dots \right) \text{ of:}$$

$$\psi = a \left\{ \ln \frac{8a}{\varrho} - 2 + \frac{\varrho \sin \Theta}{2a} \ln \frac{8a}{\varrho} - \frac{\varrho \sin \Theta}{2a} \dots \right\} (100)$$

Uitgedrukt met behulp van ξ en η :

$$\psi = a \left\{ \ln \frac{8a}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} - 2 + \frac{\eta}{2a} \ln \frac{8a}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} - \frac{\eta}{2a} \right\} (100a)$$

Daar: $u = -\frac{1}{a + \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}$ en $v = +\frac{1}{a + \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}$, vindt men

voor de snelheidscomponenten:

$$u = -\left(1 - \frac{\eta}{a}\right) \left\{ -\frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2} + \frac{1}{2a} \ln \frac{8a}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} - \frac{\eta^2}{2a(\xi^2 + \eta^2)} - \frac{1}{2a} \right\} \text{ of}$$

$$u = +\frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2} - \frac{1}{2a} \ln \frac{8a}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} + \frac{\xi^2}{2a(\xi^2 + \eta^2)} \dots \dots \dots (101)$$

$$v = -\left(1 - \frac{\eta}{a}\right) \left(1 + \frac{\eta}{2a}\right) \frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2} = -\frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2} + \frac{\xi \eta}{2a(\xi^2 + \eta^2)} (102)$$

Stelt men in de formules (101) en (102) $\eta = 0$, dan is

$$u = -\frac{1}{2a} \left(\ln \frac{8a}{\xi} - 1 \right) \dots\dots\dots (103)$$

en $v = -\frac{1}{\xi} \dots\dots\dots (104)$

Vergelijkt men deze snelheden met die, welke bij den rechten wervel optreden, en welke in dit geval voor $\eta = 0$ de waarden hebben:

$u = 0, v = -\frac{1}{\xi}$, dan ziet men, dat er alleen een verschil in de snelheid in de richting van de abscis bestaat, welk verschil gelijk is aan de waarde van u in formule (103).

Laat nu $\gamma(x) dx$ de sterkte van een klein wervelringetje ter plaatse x van den wervelcylinder zijn, dan is de snelheid du_{ξ} in het punt ξ tengevolge van dit wervelringetje, in verband met (103):

$$du_{\xi} = -\frac{\gamma(x) dx}{2\pi} \frac{1}{2a} \left(\ln \frac{8a}{\xi - x} - 1 \right).$$

Geïntegreerd over het geheele wervelstelsel geeft dit:

$$u_{\xi} = -\int \frac{\gamma(x) dx}{4\pi a} \left(\ln \frac{8a}{\xi - x} - 1 \right),$$

waarbij $\int \gamma(x) dx = \Gamma$.

Voor de gemiddelde snelheid bij het profiel is nu te stellen:

$$u_{gem.} = \frac{\int u_{\xi} \gamma(\xi) d\xi}{\Gamma},$$

welke integraal zich in den volgenden vorm laat brengen:

$$u_{gem.} = -\frac{\Gamma}{4\pi a} \left(\ln \frac{8a}{\delta t} - 1 \right) \dots\dots\dots (105)$$

waarin δ voor het symmetrische profiel te schatten is op ongeveer $\frac{1}{2}$ en voor een normaal vleugelprofiel vermoedelijk een iets kleinere waarde heeft.

Volgens Lord Kelvin is de snelheid in de buurt van een massieven ringvormigen wervel met cirkelvormige doorsnede met een straal a en een dikte b , met omkeering van het teeken gelijk aan:

$$-\frac{\Gamma}{4\pi a} \left(\ln \frac{8a}{b} - \frac{1}{4} \right).$$

Schrijven we de waarde, welke formule (105) geeft ook in dezen vorm, dan is:

$$u_{gem.} = -\frac{\Gamma}{4 \pi a} \left(\ln \frac{8 a}{2,12 \delta t} - \frac{1}{4} \right)$$

of wanneer we 2,12 δ bij benadering door 1 vervangen:

$$u_{gem.} \stackrel{s}{=} -\frac{\Gamma}{4 \pi a} \left(\ln \frac{8 a}{t} - \frac{1}{4} \right) \dots \dots \dots (105a)$$

Noemt men V_a de windsnelheid bij het profiel van den, in een parallelstreaming met snelheid V geplaatsten Townendring, en stelt men $\ln \frac{8 a}{t} - \frac{1}{4} = s$, dan is in verband met (105a):

$$V_a = V - \frac{\Gamma s}{4 \pi a} \dots \dots \dots (106)$$

en daar ook $\frac{\Gamma}{\Gamma_o} = \frac{V_a}{V}$, als Γ_o weder de circulatie om het enkele rechte vleugelprofiel in dezelfde parallelstreaming voorstelt, vindt men na een kleine herleiding:

$$\Gamma = \frac{4 \pi a V \Gamma_o}{4 \pi a V + s \Gamma_o} = \Gamma_o \left(1 - \frac{s \Gamma_o}{4 \pi a V + s \Gamma_o} \right) \dots \dots \dots (107)$$

Uit het voorgaande volgt:

Conclusie Va: Bij de opstelling van een Townendring in een parallelstreaming kan de storing in de circulatie om een profiel-element tengevolge van den invloed van alle andere deelen van dien ring berekend worden door het profiel te beschouwen als een massieve ringvormige wervel met cirkelvormige doorsnede en een dikte gelijk aan de diepte van het profiel.

d. Het snelheidsveld binnen den Townendring.

Zoals in hoofdstuk II werd afgeleid, mag voor punten, die op een afstand grooter dan één profieldiepte midden onder het vleugelprofiel gelegen zijn, dit profiel door een wervel vervangen worden. Brengen we deze eigenschap over op het veld binnen den Townendring, dan zien we, dat voor het gebied dat gelegen is binnen een straal gelijk $a - t$ beschreven uit het middelpunt van den ring, de Townendring door een wervelring mag worden vervangen.

Voor de snelheid V_r op een afstand r van het middelpunt, kan

nu in verband met (95) geschreven worden voor het interval $0 \leq r \leq a - t$

$$V_r = V - \frac{a \Gamma}{\pi (a^2 - r^2)} E \left(\frac{r}{a} \right) \dots\dots\dots (108)$$

Uit deze formule kan op eenvoudige wijze worden aangetoond, dat de snelheidsvermindering het geringst is in het centrum van den ring en toeneemt met r .

Formule (108) is in verband met (107) ook te schrijven:

$$V_r = V - \frac{a E \Gamma_0}{\pi (a^2 - r^2)} \left(1 - \frac{s \Gamma_0}{4 \pi a V + s \Gamma_0} \right) \quad (108a)$$

Ziet men af van de betrekkelijk geringe correctie, welke de laatste factor geeft, dan is de snelheidsvermindering evenredig met de grootte van de circulatie om het vleugelprofiel.

Differentieert men (108a) naar a dan blijkt, dat de snelheidsvermindering afneemt naarmate de straal van den ring grooter wordt.

Voor punten, welke liggen in het interval $a - t < r \leq a$ bestaat er, in verband met het in hoofdstuk II afgeleide, geen bezwaar de werkelijke snelheidsverdeling door een parabolische te vervangen. In dit geval kan ter bepaling van deze snelheidsverdeling als eisch gesteld worden, dat de parabool moet gaan door de punten:

$$\left. \begin{array}{l} r = a - t \quad V_r = V - \frac{a \Gamma}{\pi t (2a - t)} E \left(\frac{a - t}{a} \right), \\ r = a \quad V_r = V - \frac{s \Gamma}{4 \pi a} - u_{p_0} \frac{\Gamma}{\Gamma_0} \end{array} \right\} \dots\dots (109)$$

en dat de raaklijn aan de parabool in het punt $r = a - t$ dezelfde moet zijn als de raaklijn in dat punt aan de kromme voorgesteld door de formule (108). Het opstellen van de formule voor deze snelheidsverdeling levert geen enkele moeilijkheid; wel voert zij tot een vrij ingewikkelden vorm. Doch ook zonder meer is uit de gegevens onmiddellijk te zien, dat voor dit interval eveneens de snelheidsvermindering bij benadering evenredig is met de circulatie om het enkele vleugelprofiel, terwijl het wel zeer voor de hand liggend feit, dat ook hier de snelheidsvermindering toeneemt naarmate r grooter wordt, voor het geval van het boogvormige profiel gemakkelijk kan worden aangetoond door vast te stellen, dat bij een ring met dit profiel de resulterende snelheid ter plaatse $r = a - t$ grooter

is dan de snelheid in een punt onmiddellijk onder het profiel. Voor een willekeurig vleugelprofiel is dit in verband met de moeilijkheid u_{po} in andere grootheden uit te drukken niet direct aan te toonen. Waar echter de werking van het normale vleugelprofiel en dat van het boogvormige praktisch dezelfde is, kan zonder bezwaar voor ieder willekeurig profiel aangenomen worden, dat, binnen den ring, V_r daalt als r toeneemt en wel te meer als men bedenkt, dat voor een onregelmatige snelheidsverdeling in het veld van den ring geen aanleiding bestaat.

Uit de formules (108) en (109) volgt tenslotte nog, dat V_r en dus ook de snelheidsvermindering evenredig is met V , daar Γ volgens (107) in verband met (5) evenredig is met V .

Uit de voorgaande beschouwingen volgen nu:

Conclusie VIa: De tengevolge van de circulatie optredende snelheidsvermindering in het veld van den Townendring kan voor het gebied, in het midden van den ring, waarvan de straal gelijk is aan den straal van den ring verminderd met de profieldiepte, berekend worden door den ring als een wervel te beschouwen, en voor de rest van het veld uit een parabolische snelheidsverdeling, verkregen met behulp van de snelheid onmiddellijk onder het enkele rechte profiel en een voor den wervelring geldende correctie.

Conclusie VIIa: De snelheidsvermindering in het veld van den Townendring is bij benadering recht evenredig met de grootte van de circulatie om het rechte profiel en de snelheid van de parallelstrooming; ze neemt toe naarmate de diameter van den ring afneemt, ze is in het centrum van den ring het geringst en wordt grooter als men den rand van den ring meer nadert.

e. *De invloed van het gaasscherm op den Townendring.*

Evenals we dit in het tweedimensionale geval gedaan hebben, zullen we ook hier de door een gaasscherm teweeggebrachte storingsstrooming ter plaatse van het profiel van den ring iets nader bezien. Bij deze beschouwingen zullen we, teneinde de formules niet al te ingewikkeld te maken, de storingsstrooming bij den ring in het vlak van het gaas berekenen en uit de daarvoor gevonden waarde de grootte van de storingsstrooming aan de voor- of achterzijde van het profiel benaderen.

Laat (zie fig. 36) dS een oppervlakte-elementje zijn, met coördinaten r en φ , van het gaasscherm met straal h , dat zich bevindt in den Townendring met straal a . Vervangen we, in overeenstemming met hetgeen we vroeger gedaan hebben, dit elementje

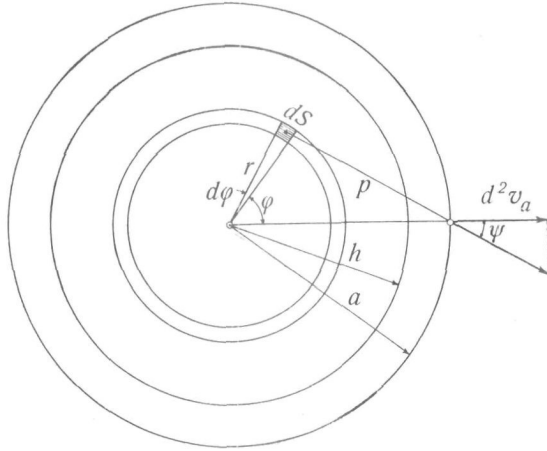


Fig. 36.

door een bronnetje, dan is de sterkte van dit bronnetje volgens (63a) te schrijven als:

$$q = c_v V_r dS \dots\dots\dots (110)$$

De snelheidscomponent van de strooming, ter plaatse van en loodrecht op het profiel van den ring, tengevolge van de door het bronnetje geleverde vloeistof is nu:

$$d^2v_a = \frac{q}{4\pi p^2} \cos \psi \text{ waarin:}$$

$$\cos \psi = \frac{a - r \cos \varphi}{p} \text{ en } p^2 = r^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi$$

Daar verder $dS = r dr d\varphi$, volgt hieruit, dat de storingssnelheid van alle bronnetjes te zamen gelijk is aan:

$$v_a = \frac{c_v}{4\pi} \int_0^h V_r r dr \int_0^{2\pi} \frac{(a - r \cos \varphi) d\varphi}{(r^2 + a^2 - 2ar \cos \varphi)^{3/2}} \dots\dots\dots (111)$$

Beschouwen we het snelheidsveld binnen een ringvormige wervel met straal a en een sterkte Γ , dan is volgens de wet van Biot en Savart de snelheid u' op een afstand r uit het midden van de wervel (zie fig. 37):

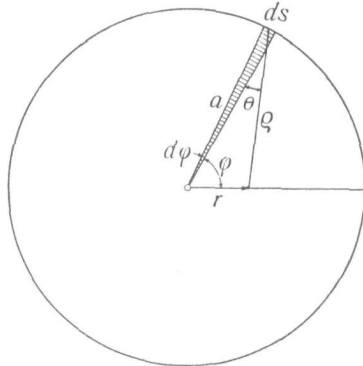


Fig. 37.

$$u' = \int_0^{2\pi a} \frac{\Gamma}{4\pi \varrho^2} \sin \Theta \, ds$$

waarin $\varrho^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \varphi$ en $\sin \Theta = \frac{a - r \cos \varphi}{\varrho}$, zoodat, daar ook $dS = a \, d\varphi$:

$$u' = \frac{a \Gamma}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(a - r \cos \varphi) \, d\varphi}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \varphi)^{3/2}} \dots\dots\dots (112)$$

Formule (112) gaat in verband met (113) over in:

$$v_a = \frac{c_v}{a \Gamma} \int_0^h V_r \, u' \, r \, dr.$$

Nu is $V_r = V - u'$. Schrijven we hierin als gemiddelde voor u' de waarde $\frac{\Gamma_0}{2a}$, hetgeen zonder bezwaar kan geschieden daar u' slechts klein is ten opzichte van V en $\frac{\Gamma_0}{2a}$ iets grooter is dan de waarde van u' in het centrum van den ring, zijnde $\frac{\Gamma}{2a}$, dan gaat de vergelijking over in:

$$v_a = \frac{c_v}{a \Gamma} \int_0^h \left(V - \frac{\Gamma_0}{2a} \right) u' \, r \, dr$$

waarvoor in verband met (94) te schrijven is:

$$v_a = \frac{c_v}{\pi} \left(V - \frac{\Gamma_0}{2a} \right) \left\{ K \left(\frac{h}{a} \right) - E \left(\frac{h}{a} \right) \right\} \dots\dots (113)$$

Denkt men zich deze storingssnelheid ontstaan door een weerstand in het centrum van den ring, dan is voor de storingssnelheid aan de voor- of achterzijde van het profiel bij benadering te schrijven:

$$v = \frac{c_v}{\pi} \frac{a^2}{a^2 + 4b^2} \left(V - \frac{\Gamma_0}{2a} \right) \left\{ K \left(\frac{h}{a} \right) - E \left(\frac{h}{a} \right) \right\} \dots (114)$$

Behalve deze storingssnelheid loodrecht op het profiel zal bij het profiel nog een storingssnelheid v' in de richting van de parallelstrooming optreden. De gemiddelde waarde van deze storingsnelheid over de diepte van het profiel is, als het scherm in het midden van den ring is opgesteld, nul, waaruit volgt, dat ook in het geval van den Townendring de invloed van het gaas zich slechts kenbaar maakt door een verandering van den invalshoek van de strooming op het profiel.

Noemt men de verandering van den invalshoek weder β , dan is:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v}{V - \frac{s \Gamma}{4 \pi a}}$$

Houden we rekening met de omstandigheid, dat de waarde voor v welke formule (114) geeft iets te groot is, dan kunnen we thans schrijven:

$$\operatorname{tg} \beta \approx \frac{c_v}{\pi} \frac{a^2}{a^2 + 4b^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0}{2aV} \right) \left\{ K \left(\frac{h}{a} \right) - E \left(\frac{h}{a} \right) \right\} (115)$$

Indien α de invalshoek van het profiel was, waarbij een maximale circulatie verkregen werd voor het geval, dat geen gaasscherm aanwezig was, dan volgt ook thans, dat het profiel over een hoek β tegen de richting van α in gedraaid moet worden, om een maximale circulatie te verkrijgen.

Formule (115) geldt strikt genomen alleen voor gevallen, waarin $h \leq a - t$. Merken we echter op, dat de formule in het geval $a - t < h \leq a$ wel is waar, wegens de aan de randen van het gaas optredende hoogere snelheden, dan die welke met de wervel berekend werden, een iets te lage waarde geeft, doch dat daartegenover in dat geval de factor $\frac{a^2}{a^2 + 4b^2}$ zeker iets te groot zal zijn, dan bestaat er geen bezwaar formule (115) bij benadering voor het geheele interval $0 \leq h \leq a$ te doen gelden.

De conclusies, die uit het voorgaande volgen, zijn geheel gelijk-luidend aan de conclusies VIII en XI, zoodat hiernaar verwezen mag worden.

f. *De weerstand van het gaasscherm in het veld van den Townending.*

Laat w_0 de weerstand van het scherm zijn, dan is:

$$w_0 = \frac{1}{2} \pi h^2 c \varrho V^2$$

Voor het scherm in den Townending geldt:

$$dw = \pi r dr c \varrho (V - u')^2$$

of

$$w = \pi c \varrho \int_0^h (V - u')^2 r dr \dots\dots\dots (116)$$

en daar u' klein is ten opzichte van V :

$$w \cong \pi c \varrho \int_0^h (V - 2u'V) r dr = w_0 - \frac{4w_0}{Vh^2} \int_0^h u' r dr,$$

waaruit in verband met (94) volgt:

$$w = w_0 - \frac{4w_0}{Vh^2} \psi = w_0 \left[1 - \frac{4a}{\pi h^2} \frac{\Gamma}{V} \left\{ K\left(\frac{h}{a}\right) - E\left(\frac{h}{a}\right) \right\} \right] \quad (117)$$

Wenscht men w iets nauwkeuriger te bepalen, dan kan voor (116) geschreven worden:

$$w = \pi c \varrho \int_0^h \left(V^2 - 2Vu' + u' \frac{\Gamma}{2a} \right) r dr$$

en men vindt:

$$w = w_0 \left[1 - \frac{\Gamma}{\pi h^2 V} \left(4a - \frac{\Gamma}{V} \right) \left\{ K\left(\frac{h}{a}\right) - E\left(\frac{h}{a}\right) \right\} \right] \quad (118)$$

De formules (117) en (118) geven voor een gaasscherm, waarvan de straal grooter is dan $a - t$, een te kleine waarde. Wil men voor een dergelijk gaasscherm de weerstandsvermindering nauwkeurig bepalen, dan dient men gebruik te maken van de parabolische snelheidsverdeling en numerisch te integreren. De factoren, welke de weerstandsvermindering beheerschen, blijven

echter voor zulk een gaas dezelfde, zoodat ook voor elk scherm de volgende conclusies gelden:

Conclusie X a: In het veld van den Townendring ondergaat een gaascherm een weerstandsvermindering, welke een gevolg is van de bij het profiel van den ring behoorende circulatie en bij benadering evenredig is met de waarde van de circulatie gedeeld door de snelheid van de oorspronkelijke strooming, terwijl zij sterk toeneemt, indien de diameter van den ring verkleind wordt.

Conclusie XI a: De weerstandsvermindering uitgedrukt in procenten van den oorspronkelijken weerstand is onafhankelijk van de snelheid van de parallelstrooming en verandert niet als alle afmetingen in het stelsel Townendring en scherm n maal grooter gemaakt worden.

g. De trekkracht van den Townendring.

Voor de trekkracht van den Townendring vindt men, bij verwaarloozing van den profielweerstand, bij benadering:

$$T \approx \pi a \varrho \left(V - \frac{s \Gamma}{4 \pi a} \right)^2 c_a t \operatorname{tg} \beta$$

en daar volgens (115) $\operatorname{tg} \beta$ ook hier evenredig is met c_v en dus sterker stijgt dan c , kan hieruit tot een gelijkkluidende gevolgtrekking als conclusie XII worden besloten.

h. De trekkracht van den ring als functie van den weerstand.

Schrijft men met behulp van de formules (76), (77), (91) en (118) de waarden voor de trekkracht op de beide rechte profielen, of op den Townendring, gedeeld door respectievelijk den weerstand van het rechte of van het ronde gaasscherm, uit, dan blijkt, dat deze quotienten bij benadering dezelfde zijn, zooals trouwens reeds op grond van de conclusies II en IIa te verwachten was. Hieruit volgen mede in verband met de conclusies XIII en XIV:

Conclusie XIII a: De maximale weerstandsvermindering van een rond gaasscherm binnen een Townendring bedraagt bij benadering tweemaal het gedurig product van de maximale lift op het profiel van den ring, den omtrek van den ring en den sinus van den storingsinvalshoek.

Conclusie XIV a: Bij verwaarloozing van den profielweerstand is de maximale weerstandsvermindering van een rond gaasscherf met een daaraan verbonden Townendring bij benadering anderhalf maal de maximale weerstandsvermindering van het scherm los van den ring.

i. Het verband tusschen de werking van den Townendring en de rechte vleugelprofielen.

Uit het kwalitatief volkomen in overeenstemming zijn van de twaalf in dit hoofdstuk afgeleide conclusies met de overeenkomstige in het tweedimensionale geval, volgt dat, tusschen beide gevallen een zeer groote overeenstemming moet bestaan, zoodat een toestand in het eene geval beoordeeld kan worden naar een overeenkomstigen toestand in het andere geval. Deze overeenstemming komt vooral scherp uit wanneer men de formules voor beide toestanden naast elkaar legt, daarbij enkele factoren als constant beschouwend. Men vindt bijvoorbeeld voor den weerstand van het gaas tusschen de profielen of in den Townendring, als a , h , en t constant worden aangenomen, respectievelijk volgens de formules (76) en (118):

$$w = w_0 \left(1 - c_1 \frac{I}{V} + c_2 \frac{I^2}{V^2} \right) \text{ en}$$

$$w = w_0 \left(1 - c'_1 \frac{I}{V} + c'_2 \frac{I^2}{V^2} \right)$$

waarin de c 's constanten zijn en c_2 en c'_2 klein zijn respectievelijk ten opzichte van c_1 en c'_1 .

De overeenstemming tusschen het twee- en het driedimensionale probleem werd trouwens reeds door Townend gevonden. Nadat hem bij metingen gebleken was, dat de liftcoëfficiënt van het profiel een belangrijke factor voor de werking van den ring was, werd door Townend, om op eenvoudige wijze eenig inzicht te krijgen in de rollen, die de diameter van den ring, de diepte van het profiel en de invalshoek in het probleem van de weerstandsvermindering spelen, een soort tweedimensionale motor, voorzien van verstelbare rechte profielen, gebouwd.

Townend zelf schrijft over de opzet en de resultaten van deze

proeven in „The Journal of „The Royal Aeronautical Society” ” van October 1930, blz. 820:

„This may appear a very crude and unlikely method of procedure, but as only *changes* in drag were required it was given a „trial. Subsequently it was found that the results obtained, when „applied to rings, were substantiated quite closely and gave a good „idea of the relative importance of the different factors. Only in „the value of the angle between the chord of the section and the „axis was there a serious difference and this was due mainly to the „difference in the streamline configuration of the flows in two and „three dimensions.”

Stelt men in de formules (67) en (115) voor de hoekverdraaiing a , h en t constant, dan ziet men, dat in het geval dat een gaasscherm gebruikt wordt, er ook tusschen de hoeken een nauw verband bestaat. Men vindt respectievelijk:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= c_v \left(c_1 - c_2 \frac{\Gamma}{V} \right) \text{ en} \\ \operatorname{tg} \beta &= c_v \left(c_1' - c_2' \frac{\Gamma}{V} \right) \end{aligned}$$

waarin de c 's weder constanten zijn, welke afhangen van de afmetingen en de opstelling.

Waar tenslotte in beide systemen een nauw verband bestaat tusschen de trekkracht op de rechte profielen, resp. op den ring en de bij die toestanden behorende weerstandsverminderingen, bestaat dit verband ook tusschen de trekkrachten onderling.

Uit het voorgaande volgt:

Conclusie XV: De weerstandsvermindering van een cirkelvormig gaasscherm in een Townendring en de trekkracht op dien ring, kan beoordeeld worden uit de weerstandsvermindering van een gaasscherm tusschen twee rechte vleugelprofielen en de trekkrachten op die profielen.

j. Het verband tusschen de weerstandsvermindering van den stervormigen luchtgekoelden motor met behulp van den Townendring en de weerstandsvermindering van een gaasscherm tusschen twee vleugelprofielen.

Stellen we ons thans voor, dat we in plaats van het homogene

gaasscherm een stervormigen luchtgekoelden motor¹⁾ in den Townendring plaatsen en ons daarbij afvragen, wat er nu gebeuren zal.

We kunnen allereerst opmerken, dat tengevolge van de circulatie om het profiel van den ring weder een vertraging in het snelheidsveld teweeggebracht zal worden, waardoor de weerstand van den motor moet afnemen, en dat tengevolge van de van den motor afkomstige storingsstroaming op den ring een trekkracht, gericht tegen de parallelstroaming in, ontstaan zal. Tengevolge van het niet homogeen zijn van de weerstandsverdeeling in het veld moet nu evenwel de storingsstroaming in de verschillende punten van den ring variëren, met als gevolg een variable storingsinvalshoek en een ongelijkmatige circulatieverdeeling langs den ring. In dit geval zal er echter een gemiddelde snelheid van de storingsstroaming aan te wijzen zijn, welke bij benadering verkregen zal kunnen worden door het niet homogene weerstandsveld door een homogeen veld te vervangen, of, met andere woorden, door den motor te vervangen door een gaasscherm met eenzelfde weerstand. We kunnen nu een Townendring zoodanig construeeren, dat de invalshoek van de parallelstroaming op het profiel van den ring, vermeerderd met den uit de gemiddelde storingsnelheid verkregen storingsinvalshoek, juist de waarde van den invalshoek bereikt, waarbij het enkele rechte profiel een maximum circulatie geeft. In dat geval zal de variatie in de circulatie in de verschillende punten van den ring te vergelijken zijn met de variatie in de circulatie, welke men verkrijgt indien de invalshoek schommelt om den hoek waarbij in het stelsel ring met homogeen veld een maximum circulatie verkregen wordt.

Daar er in beide gevallen eenzelfde verband bestaat tusschen de circulatie en de weerstandsvermindering volgt hieruit, dat de maximale weerstandsvermindering van een stervormigen motor beoordeeld kan worden uit het verloop van de weerstandsvermindering van een cirkelvormig gaasscherm binnen den Townendring, bij verandering van den invalshoek van het profiel van dien ring op de stroaming.

Het feit, dat bij de beoordeeling van de werking van een willekeurigen ring de motor bij benadering door een gaasscherm met

¹⁾ Waar in dit hoofdstuk gesproken wordt van een stervormigen motor wordt bedoeld de motor alleen, dus zonder eenigen invloed van den propeller.

een bepaalden weerstand vervangen mag worden, werd reeds geruimen tijd geleden bij den Rijks-Studiedienst voor de Luchtvaart te Amsterdam opgemerkt. Deze ontdekking had tengevolge, dat bij de verschillende proeven, die bij dezen dienst genomen werden, in meerdere gevallen het gebruik van de zeer bewerkelijke motor-modellen achterwege kon blijven, door den motor eenvoudig door een gaasje te vervangen. Hierbij behoort te worden opgemerkt, dat bij de proeven van den Rijks-Studiedienst de weerstandsvermindering van het motormodel of van het gaasscherm vermeerderd met de trekkracht van den ring gemeten werd. Gemakkelijk is echter in te zien, dat de samenhang tusschen weerstandsvermindering en trekkracht van den ring, bij niet te groote variaties van de circulatie, dezelfde is. In verband met conclusie XV volgt nu uit het voorgaande:

Conclusie XVI: De te verkrijgen weerstandsvermindering van een luchtgekoelden stervormigen motor met behulp van een Townendring is te beoordeelen uit het gedrag van de weerstandsvermindering van een gaasscherm tusschen twee rechte vleugelprofielen.

k. Algemeene beschouwingen omtrent de weerstandsvermindering van den stervormigen motor.

Doordat tengevolge van de variabele storingsstrooming afkomstig van den motor slechts een zekere gemiddelde circulatie kan worden verkregen, zal de maximale weerstandsvermindering van den motor nimmer die waarde kunnen bereiken, welke met een homogeen gaasscherm bereikt kan worden, te minder, waar achter den motor radiale snelheidscomponenten, en op den ring geïnduceerde weerstanden zullen optreden, welke grooter worden met het stijgen van de ongelijkmatigheid van de circulatieverdeeling langs den ring. We hebben hiermede vastgesteld, dat met dien motor, welke de kleinste variaties in de storingsnelheid geeft, de grootste weerstandsvermindering bereikt kan worden. Nu zijn, zooals direct is in te zien, de variaties in de storingsnelheid het geringst bij den motor met veel cilindervorm, zoodat om deze reden de veelcilindervorm gunstig is voor het verkrijgen van een relatief groote weerstandsvermindering. Ook om een andere reden is deze motor in het voordeel. De weerstandsvermindering is het grootst in de

nabijheid van den ring, dus bij de cylinders. Bij een motor met veel cylinders zal nu een grooter deel van het geheel aan deze meerdere weerstandsvermindering deelnemen dan bij een motor met weinig cylinders. Beide redenen maken, dat bij een motor met veel cylinders een gunstiger resultaat van de werking van den Townendring te verwachten is, dan bij een motor met slechts enkele cylinders. Dit resultaat van onze beschouwingen wordt door de proeven van Townend geheel bevestigd.

Townend schrijft hierover in „The Journal of „The Royal Aeronautical Society” ”, October 1930, blz. 821:

„Tests made with different numbers of cylinders from 3 to 9 „showed that the percentage reduction in drag increased with „number of cylinders up to nine cylinders.

„Tests on the two-dimensional model, with two rows of cy- „linders indicated that good results should be obtained with this „type of engine also. Messrs. Armstrong Whitworth Aircraft, Ltd., „very kindly lent a 1/5th scale model of their Siskin aeroplane „body with a 14 cylinder „Jaguar” engine attached, and several „rings were tested on this model with good results.”

l. Eischen waaraan een goede Townendring moet voldoen.

Stellen we de eischen op waaraan een goede Townendring in verband met de afgeleide formules en conclusies moet voldoen, dan vinden we de volgende noodzakelijke voorwaarden.

1. De liftcoëfficiënt van het profiel moet zoo hoog mogelijk zijn en, met het oog op de altijd enigszins verschillende snelheid in de storingsstrooming afkomstig van den motor, in de buurt van haar maximum een zoo vlak mogelijk verloop hebben. Vergelijken we de formules voor den weerstand en de trekkracht, dan blijkt, dat in overeenstemming met de bevindingen van Townend een hooge liftcoëfficiënt van veel grooter belang is, dan een lage weerstandscoëfficiënt. Dit wekt het vermoeden op, dat bij gebruik van een profiel van Lachmann of van een meervoudig verdeeld profiel misschien nog iets betere resultaten, dan met de thans gebruikelijke profielen verkregen zullen kunnen worden.

2. Daar eenerzijds de grootte van de circulatie evenredig is met de diepte van het profiel, doch anderzijds de ten opzichte van het vlak van den motor verderaf gelegen deelen van den ring

steeds minder tot weerstandsvermindering zullen bijdragen, de storingsinvalshoek bij het stijgen van de profieldiepte afneemt, de profielweerstand evenredig met de eerste macht en de geïnduceerde weerstand bij benadering evenredig met het vierkant van de profieldiepte toeneemt, voert dit tot een grens voor de profieldiepte, waarbij een maximum weerstandsvermindering bereikt wordt. Deze grens is moeilijk anders dan practisch te bepalen, daar zij vooral afhankelijk is van den vorm en de afmetingen van den motor en de invloeden hiervan bezwaarlijk in formules zijn vast te leggen. Townend zegt op grond van zijn proeven ¹⁾:

„The reduction in drag increases steadily with increase of chord „up to 12 in. or 14 in. (full scale) and then more slowly. The further improvement in going to 16 in. is slight — of the order of „2 per cent. or 3 per cent. of R_0 (oorspronkelijke weerstand). „At the same time, in these tests the chord was not increased „to the point where it was actually a disadvantage, except in one „solitary case in two dimensions, in which a chord corresponding „to about 18 in. (full scale) was tested and appeared to be too „great. It cannot, therefore, be considered proved that a larger „chord would always be detrimental, although it may be presumed that from most practical points of view the smaller the „chord the better.”

Wij kunnen hier slechts aan toevoegen, dat bij een motor met veel cylinders de profieldiepte iets grooter zal kunnen zijn dan bij een motor met weinig cylinders.

3. In verband met de snelheden afkomstig van de profieldikte zal bij eenzelfde lift- en weerstandscoëfficiënt het dunne profiel iets voor hebben op het dikke. Ook door Townend werd gevonden, dat het dunne profiel iets beter voldeed ²⁾.

In hoeverre bij de door Townend gehouden proeven, de lift en weerstandscoëfficiënten een rol speelden, is echter niet bekend.

4. De diameter van den ring moet zoo klein mogelijk zijn. Deze eisch is geheel in overeenstemming met de bevindingen van Townend, welke hierover schrijft: ³⁾

1) The Journal of „The Royal Aeronautical Society”, October 1930, blz. 825.

2) The Journal of „The Royal Aeronautical Society”, October 1930, blz. 825.

3) The Journal of „The Royal Aeronautical Society”, October 1930, blz. 828.

„The radial situation should be such that the diameter of the „trailing edge is not greater than that of the engine. It is probable „that the best results will be obtained when the rear edge of the „ring is cut away to fit round the valve rockers, but if this is done „the rocker hats should be faired into the upper surface. It may „be preferable to permit small projections if properly faired than „to increase the size of the ring so as to surround everything.”

Uit deze regels volgt wel, welk een groote waarde — in overeenstemming met onze formules — door Townend aan het verkleinen van den diameter van den ring wordt toegekend, alhoewel het vermoeden van Townend, dat waarschijnlijk het beste resultaat bereikt zou kunnen worden, met een ring met zoo'n kleinen diameter, dat de klep hefboomen, zij het dan met een zoo goed mogelijke afwerking, er doorheen zouden steken, dezerzijds niet gedeeld kan worden. Door deze wijze van opstelling zoude namelijk een niet onbelangrijk gedeelte van de circulatiewerking, die, zooals door ons werd afgeleid, tenslotte de eenige factor is, die de weerstandsvermindering van den motor en de trekkracht op den ring veroorzaakt, vernietigd worden, terwijl bovendien geïnduceerde weerstanden zouden optreden.

5. Het kiezen van de juiste waarde van den invalshoek van het profiel van den ring is een eerste vereischte, daar de grootte van dezen invalshoek rechtstreeks verband houdt met de grootte van de circulatie, dus met de weerstandsvermindering. Daar de grootte van de circulatie snel afneemt bij het overtrokken raken van het profiel, mede tengevolge van het stijgen van den weerstand van den motor, waardoor de snelheid van de storingsstrooming toeneemt, de storingsinvalshoek grooter wordt en het profiel dus nog verder overtrokken raakt, mag, bij een goed gekozen invalshoek, het profiel, tengevolge van de variaties in de snelheid van de storingsstrooming, slechts op enkele punten iets overtrokken worden, om een zoo hoog mogelijke gemiddelde circulatie te verkrijgen. Hieruit volgt, dat de waarde van den invalshoek van het profiel van den ring, welke bij benadering gevonden kan worden door den invalshoek bij maximale lift van het oneindig lange profiel te verminderen met den storingsinvalshoek, berekend uit de storingsstrooming veroorzaakt door een gaasscherm, met denzelfden omgeschreven cirkel als de motor, practisch nog eenigszins gecorrigeerd zal moeten worden. In wezen zijn de hier afgeleide

uitkomsten gelijk aan de resultaten van de metingen van Townend. Men leze slechts: ¹⁾)

„It is not possible to give a definite value for the best angle of the chord line or the no-lift line to the body axis, as it will depend to some extent on the shape of the nose. It should, however, be fairly flat, that is, at such an angle to the local wind stream that the section shall be working at a fairly high lift, though not high enough to risk stalling. In most cases the no-lift line of the section should be inclined at 3° or 4° to the body axis, such that, if produced, it would intersect that axis in front of the nose.”

m. De werking van het Townendring-principe in het algemeen.

Uit de in dit hoofdstuk gehouden beschouwingen volgt onmiddellijk, dat de stervormige motor in het probleem van den Townendring een zeer ondergeschikte rol speelt en dat deze motor slechts als een bijzonder geval te beschouwen is van het groot aantal gevallen, waarin met behulp van den ring een weerstandsvermindering van een scherm bereikt kan worden. Doch ook de vorm van den Townendring zelf is slechts een bijzonderen vorm van de wijze waarop een vleugelprofiel gebogen kan worden om dienst te doen tot vermindering van den weerstand van een of ander voorwerp. Het voordeel, dat de ronden vorm van den ring vóór heeft op een anderen, bijvoorbeeld veelhoekigen vorm, is dat in het

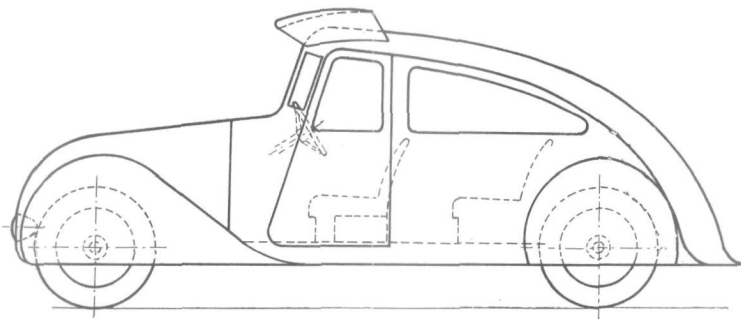


Fig. 38.

¹⁾) The Journal of „The Royal Aeronautical Society”, October 1930, blz. 828.

laatste geval door de onderlinge beïnvloeding van de deelen van dien vorm reeds een zekere geïnduceerde weerstand zal optreden. hetgeen bij den ring niet zoo is.

Door Townend zelf werden echter met „ringen” in den vorm van een polygoon zeer goede resultaten verkregen en het ligt voor de hand, dat met het vleugelprofiel, dat een vierkanten radiator nauw omsluit een grootere weerstandsvermindering bereikt kan worden dan met een ring.

Fig. 38 geeft tenslotte nog een voorbeeld van de mogelijkheid om met behulp van een vleugelprofiel een weerstandsvermindering bij een automobiel te bereiken.

HOOFDSTUK V.

Enkele beschouwingen omtrent den invloed van het turbulent zijn van de strooming op de werking van den Townendring.

a. *Algemeene opmerkingen.*

Zoals in de inleiding reeds werd opgemerkt, levert de Townendring, gemonteerd op den motor van een vliegtuig, in vele gevallen in de practijk niet die voordeelen op, welke op grond van de bij den motor zonder propeller bereikte weerstandsvermindering, daarvan verwacht mochten worden.

In de voordracht van Ir. C. Koning en Dr. ir. H. J. van der Maas, getiteld: „Some experiments on nacelles with Townend-rings”¹⁾, waarin dit onderwerp behandeld wordt, wordt door de schrijvers aangevoerd, dat de oorzaken van het uitblijven van het verwachte effect van den Townendring vermoedelijk zoude gelegen zijn in de volgende factoren:

- a. de verandering van de aerodynamische eigenschappen van de schroef door de aanwezigheid van den ring;
- b. de verandering van den invalshoek van de strooming op den ring tengevolge van de contractie van den slipstroom;
- c. de invloed van de in den slipstroom aanwezige rotatie en turbulentie op de werking van den ring.

Hierbij kon worden opgemerkt, dat, in verband met verrichte proeven, aan het gestelde onder c vermoedelijk wel een overwegenden invloed moest worden toegekend.

Gaan we aan de hand van de hiervoren ontwikkelde beschouwingen na, welke invloed de turbulentie in den slipstroom zou kunnen hebben, dan kan worden opgemerkt:

1. dat met het grooter worden van de variaties naar den tijd in de invalshoeken van de strooming op de verschillende deelen van den ring, de grootte van de gemiddelde circulatie om het profiel van den ring zal dalen;

1) V^e Congrès Intern. de l'Aviation (La Haye 1930), blz. 568—573.

2. dat naarmate de, door de turbulentie en rotatie ontstane, ongelijkmatigheid in de grootte van de circulatie om de verschillende deelen van den ring toeneemt, een grootere geïnduceerde weerstand van den ring verwacht mag worden;
3. dat de toename van de ongelijkmatigheden onder 2 bedoeld gepaard zal gaan met een vermeerderde afsplitsing van hoefijzerwervels, waarbij het voor de hand ligt te onderstellen, dat een stijging van de totale sterkte van deze wervels een vermeerdering van den weerstand van den motor tengevolge zal hebben.

Het gestelde onder 1 werd reeds aangetoond in hoofdstuk IV; het onder 2 en 3 opgemerkte zullen we iets nader bezien.

b. De geïnduceerde weerstand van den ring bij een ongelijkmatige circulatie om zijn deelen.

Naast de in den loop van den tijd voortdurend wisselende ongelijkmatigheid in de circulatieverdeeling, welke het gevolg is van de rotatie en de turbulentie van den slipstroom, is er ook een ongelijkmatigheid, welke veroorzaakt wordt doordat de motor met de in stervorm gerangschikte cylindereen omwentelingslichaam is. Het is niet mogelijk een algemeene formule voor de circulatieverdeeling op te stellen, die met alle aanwezige invloeden rekening houdt. Ten einde echter eenig inzicht in het ontstaan van den geïnduceerden weerstand te krijgen, beschouwen we een zeer eenvoudig geval, en nemen aan, dat de circulatieverdeeling beschreven kan worden door de formule:

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \cos n \varphi \dots\dots\dots (119)$$

We maken dan gebruik van de uit de draagvlaktheorie bekende eigenschap, dat wanneer Γ in de omgeving van het punt s_1 bij een verplaatsing ds langs den ring toeneemt met $d\Gamma = \frac{d\Gamma}{ds} ds$, van den ring stroomafwaarts een wervel met de sterkte $d\Gamma$ uittreedt.

Is $d\Gamma$ positief wanneer ds positief is, dan is de rotatierichting van dezen wervel zoodanig, dat ze op den ring, voor $s > s_1$, een naar binnen gerichte snelheid, en voor $s < s_1$, een naar buiten gerichte teweegbrengt

Laat nu, zie fig. 39, een punt P in het vlak van den ring en bin-

nen dezen gelegen, tot coördinaten hebben den voorstraal r en den hoek φ_0 , dan zullen de snelheidscomponenten du_r en du_{φ_0} in P tengevolge van het afsplitsen van het werveltje $\frac{d\Gamma}{ds} ds$, dat loodrecht op het vlak van teekening gedacht moet worden, zijn:

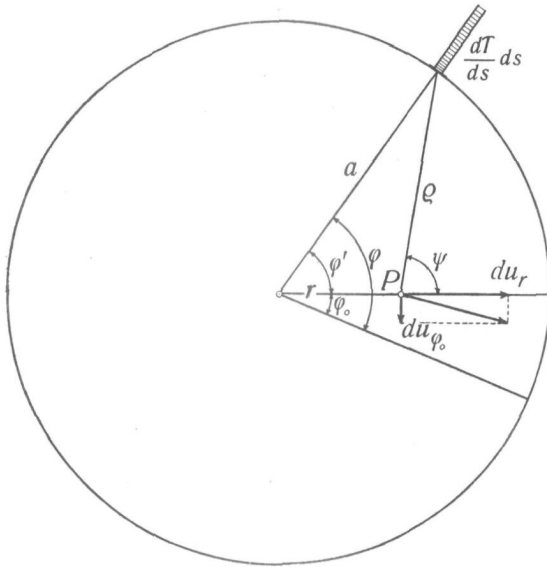


Fig. 39.

$$du_r = \frac{\sin \psi}{4\pi \varrho} \frac{d\Gamma}{ds} ds \quad \text{en} \quad du_{\varphi_0} = -\frac{\cos \psi}{4\pi \varrho} \frac{d\Gamma}{ds} ds,$$

als ϱ de afstand is van het punt P tot het element ds , terwijl ψ de hoek is tusschen de richting van ϱ en den voorstraal uit het middelpunt van den ring naar P . Laat a weder de straal van den ring zijn, dan is $\varrho \sin \psi = a \sin (\varphi - \varphi_0)$, $\varrho \cos \psi = a \cos (\varphi - \varphi_0) - r$ en $\varrho^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos (\varphi - \varphi_0)$, terwijl tenslotte met behulp van (119) gevonden wordt:

$$\frac{d\Gamma}{ds} ds = -n \Gamma_2 \sin n \varphi d\varphi$$

Voert men deze waarden in de bovenstaande vergelijkingen in, dan vindt men na integratie en na een korte herleiding:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{n a \Gamma_2}{4 \pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\varphi - \varphi_0) \sin n \varphi}{a^2 + r^2 - 2 a r \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi \\ \text{en } u_{\varphi_0} &= +\frac{n \Gamma_2}{4 \pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \cos(\varphi - \varphi_0) - r \{ \sin n \varphi}{a^2 + r^2 - 2 a r \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

Voor de berekening van den geïnduceerden weerstand hebben we slechts de snelheid vlak onder het profiel noodig, zoodat in (120) $r = a$ te nemen is. In dat geval vindt men gemakkelijk dat u_{φ_0} gelijk aan nul wordt, terwijl:

$$(u_r)_{r=a} = u_a = -\frac{n \Gamma_2}{8 \pi a} \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\varphi - \varphi_0) \sin n \varphi}{1 - \cos(\varphi - \varphi_0)} d\varphi \quad (121)$$

Stelt men in (121) $\varphi - \varphi_0 = \varphi'$, dan vindt men op eenvoudige wijze:

$$\begin{aligned} u_a &= -\frac{n \Gamma_2 \cos n \varphi_0}{8 \pi a} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi' \sin n \varphi'}{1 - \cos \varphi'} d\varphi' - \\ &\quad - \frac{n \Gamma_2 \sin n \varphi_0}{8 \pi a} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi' \cos n \varphi'}{1 - \cos \varphi'} d\varphi'. \end{aligned}$$

In de laatste integraal van het tweede lid neemt de integrand de tegengestelde waarde aan, wanneer φ' vervangen wordt door $2\pi - \varphi'$; hieruit volgt, dat de integratie de waarde nul oplevert. ¹⁾

De eerste integraal kan als volgt worden herleid:

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi' \sin n \varphi'}{1 - \cos \varphi'} d\varphi' = 2 \int_0^{\pi} \frac{\sin \varphi' \sin n \varphi'}{1 - \cos \varphi'} d\varphi'.$$

Stelt men $\varphi' = 2\Theta$ dan is:

$$\begin{aligned} I &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin 2\Theta \sin 2n\Theta}{1 - \cos 2\Theta} d\Theta = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos \Theta \sin 2n\Theta}{\sin \Theta} d\Theta = \\ &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2n+1)\Theta + \sin(2n-1)\Theta}{\sin \Theta} d\Theta = 2 \frac{\pi}{2} + 2 \frac{\pi}{2} = 2\pi, \end{aligned}$$

¹⁾ Er zij opgemerkt, dat bij deze integratie de zoogenaamde principale waarde moet worden genomen, welke verkregen wordt door ter weerszijden van het punt $\varphi' = 0 = 2\pi$ een gelijk interval weg te laten.

$$\text{zoodat: } u_a = - \frac{n \Gamma_2}{4 a} \cos n \varphi_0 \dots\dots\dots (122)$$

Daar bij een positieve circulatie een naar het middelpunt van den ring gerichte snelheid een positieven geïnduceerden weerstand veroorzaakt, is de bijdrage van een element $d s_0$ van den ring in dezen weerstand:

$$d W_i = - L_a \frac{u_a}{V_a} d s_0$$

waarin L_a en V_a de lift per eenheid van lengte, respectievelijk de snelheid in het beschouwde element $d s_0$ zijn. Met behulp van (3), (119) en (122) vindt men nu, wanneer $d s_0 = a d \varphi_0$:

$$d W_i = \frac{\rho n \Gamma_2}{4} (\Gamma_1 + \Gamma_2 \cos n \varphi_0) \cos n \varphi_0 d \varphi_0$$

waaruit tenslotte na integratie gevonden wordt:

$$W_i = \frac{\pi \rho}{4} n \Gamma_2^2 \dots\dots\dots (123)$$

Formule (123) toont, dat er een geïnduceerde weerstand op den ring kan ontstaan, welke groot kan worden als $n \Gamma_2^2$ groot wordt. Hierin is n het aantal fluctuaties langs den omtrek van den ring, dat in de circulatie voorkomt, terwijl Γ_2 te beschouwen is als de amplitude van die fluctuaties. Beide factoren zijn niet geheel onafhankelijk van elkaar, daar het voor de hand ligt, dat bij een groot aantal fluctuaties de amplitude daarvan klein zal zijn. Uit formule (123) volgt, dat in het beschouwde geval het vooral de amplitude van de fluctuaties zijn, die een overwegenden invloed doen gelden.

Hoewel de circulatieverdeeling om het profiel van een ring waar binnen zich een stervormigen motor bevindt, een andere gedaante zal hebben dan de in het voorbeeld gekozene, kan toch zonder bezwaar worden aangenomen, dat zich ook in dat geval iets dergelijks zal afspelen. Verder mag het als zeer waarschijnlijk worden beschouwd, dat ook de sterke turbulentie van den slipstroom van de schroef tot fluctuaties in de circulatieverdeeling aanleiding zal geven, en dus ook een vrij belangrijke geïnduceerden weerstand kan opleveren. Hierdoor zal de weerstandsvermindering van het samenstel motor en ring afnemen en dus het effect van den ring

dalen. Het is echter, in verband met de vele factoren, die hun invloed doen gelden, niet mogelijk ook maar bij benadering langs theoretischen weg de grootte van dezen geïnduceerden weerstand te bepalen. Bovendien kunnen in de practijk hier steeds verrassingen blijven bestaan in verband met een mogelijk onstabiel gedrag van de strooming. Wel ligt in het voorgaande nog een aanwijzing, dat de geïnduceerde weerstand op den ring bij een motor, welke dicht met cylindere is bezet, in het algemeen kleiner zal kunnen zijn — tengevolge van de waarschijnlijke kleinere variaties in de circulatie — dan bij een motor met weinig cylindere.

c. De invloed van de hoefijzerwervels op den weerstand.

Het laat zich vermoeden, dat de snelheden in het vlak van den ring, waarvan de grootte van de componenten gegeven is door formule (120), in het algemeen een stijging van den weerstand zullen veroorzaken, vooral daar zij in het instabiele veld van den turbulenten stroom achter de propeller voortdurend zullen fluctueeren en dus spoedig aanleiding zullen geven tot het verschijnsel van min of meer geïsoleerde wervels.

Theoretisch zoowel als experimenteel is het uiterst moeilijk eenig inzicht te krijgen in de grootte van de daardoor te verwachten weerstandsstijging, daar de grootte van de variabele circulatie bezwaarlijk juist kan worden geschat en hier dus verschillende onzekere grootheden samenwerken.

Ten einde een indruk te krijgen omtrent het effect, dat de turbulentie van de strooming in sommige gevallen kan hebben op de vermindering van den weerstand, is in aansluiting aan de in hoofdstuk III beschreven proeven nog een tweetal groepen van metingen omtrent den weerstand van het gaasscherm verricht, waarbij op eenigen afstand vóór het stelsel gaasscherm + profielen een ander scherm werd opgesteld, dat de luchtstrooming turbulent moest maken. (Teneinde verwarring te voorkomen, zal dit tweede scherm worden aangeduid als turbulentie-scherm; het gaasscherm, waarvan de weerstand is onderzocht, als het proefscherm).

Bij beide groepen metingen werd de weerstand van het proefscherm, als functie van den invalshoek van de vleugelprofielen, gemeten, terwijl het proefscherm zich 8,5 mm achter den voorkant

van de, op een onderlingen afstand van 112 mm, opgestelde profielen bevond. De bij beide groepen metingen gebruikte turbulentschermen waren 800×800 mm groot en pasten dus juist in de tunnel. Het turbulentscherm voor de eerste groep metingen bestond uit een eenvoudig stuk gaas, maaswijdte 3,4 mm, draaddikte 0,5 mm, dat gespijkerd was op een houten raam met een randbreedte van ± 48 mm en was opgesteld met den achterkant op een afstand van 270 mm vóór het proefscherm.

Bij de tweede groep metingen was een lattenscherm met den achterkant 37 mm vóór het proefscherm opgesteld. De richting van de latten maakte een hoek van 45° met de richting van de vleugelprofielen; de latten waren 20 mm breed en hadden onderlinge tusschenruimten van 60 mm.

De eerste groep metingen stelde alzoo een geval voor, waarbij de profielen en het daarbij behorende meetscherm in een strooming met „fijne” turbulentie waren opgesteld, terwijl de tweede groep metingen een geval van „grove” turbulentie vertegenwoordigde. Bij beide groepen werd behalve de weerstand w van het proefscherm met en zonder profielen, nog de loodrecht op de parallelstrooming staande kracht L^* op één der profielen gemeten. Bovendien werden de metingen met het lattenscherm éénmaal herhaald voor het geval, dat de richting van de latten juist 90° om de tunnelas was gedraaid; van de in beide gevallen gevonden uitkomsten werd hierbij het gemiddelde genomen. De windsnelheden van de tunnelstrooming, stroomopwaarts van het turbulentscherm gemeten, bedroegen bij de proeven met het gaasscherm en het lattenscherm respectievelijk ongeveer 19,59 en 18,76 m/sec. De weerstand van de ophanginrichting, welke op dezelfde wijze verkregen werd als in hoofdstuk III beschreven is, bedroeg bij de gebruikte windsnelheden in deze gevallen resp. 28 en 32 gram.

De resultaten van de weerstandsmetingen werden, na correctie voor den weerstand van de ophanginrichting neergelegd in de figuren 40 en 41, in welke figuren tevens de bij die meting behorende coëfficiënten c_a^* (welke op de gewone wijze uit de gemeten waarden L^* werden berekend) aangegeven werden.

In fig. 40 trekt allereerst de zeer hoge c_a^* coëfficiënt de aandacht. Teneinde deze hoge coëfficiënt te kunnen verklaren, werden tenslotte nog metingen uitgevoerd waarbij eenerzijds de lift van een enkel profiel achter het fijne turbulentscherm be-

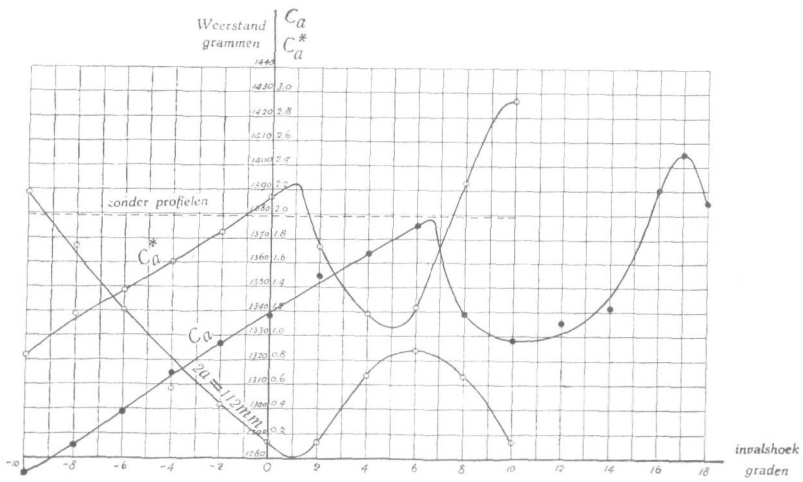


Fig. 40.

Het verloop van de weerstanden van het proefscherm en van de coëfficiënten C_a^* en C_a' achter het fijne turbulentie-scherm.

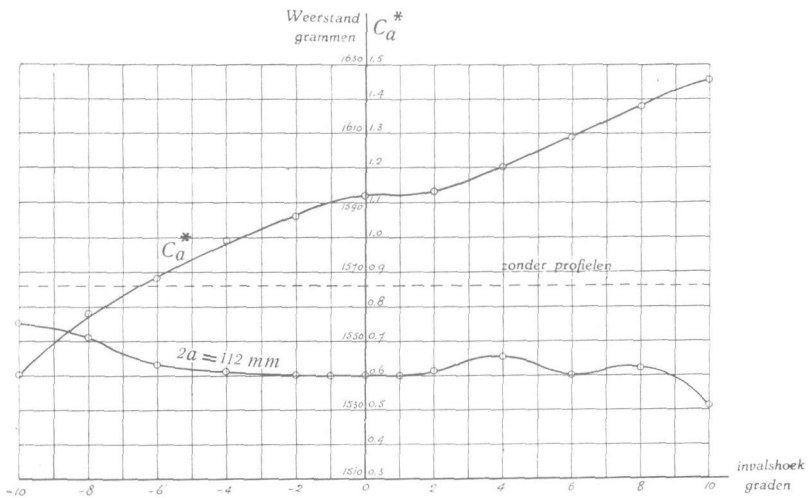


Fig. 41.

Het verloop van de weerstanden van het proefscherm en van de coëfficiënten C_a^* en C_a' achter het grove turbulentie-scherm.

paald werd, en anderzijds de snelheden achter dit scherm ter plaatse van het profiel werden gemeten. De resultaten van genoemde liftmeting zijn, nadat daaruit de liftcoëfficiënten c_a' berekend waren, eveneens in fig. 40 weergegeven. In verband met hetgeen daaromtrent bij de overeenkomstige metingen zonder turbulentie werd opgemerkt en rekening houdend met de omstandigheid, dat een optredende geïnduceerde weerstand den c_a^* -coëfficiënt iets zal verhoogen, vertoonen de gevonden waarden van de coëfficiënten c_a^* en c_a' , ten opzichte van elkaar, geen bijzondere afwijkingen; ook de gevonden c_a' -waarden zijn zeer hoog. Bij de meting van de snelheden ter plaatse van het profiel, bleek dit zich tijdens de meting in den straal te hebben bevonden, welke ontstaan was door den 48 mm breeden houten rand van het turbulentiescherm. Bij een stuwdruk in de ongestoorde parallelstrooming ter grootte van 22 kg/m^2 werden voor de stuwdrukken ter plaatse van het profiel op afstanden van 0, 100, 200 en 300 mm uit de as van de tunnel resp. de waarden 45,45 — 44,18 — 46,70 en $43,50 \text{ kg/m}^2$ gevonden, terwijl de stuwdruk op een afstand van 395 mm uit de tunnelas negatief bleek te zijn. Neemt men als gemiddelden stuwdruk in den straal het gemiddelde van de hierboven genoemde waarden, zijnde $44,96 \text{ kg/m}^2$ aan, en verwaarloost men de geringe verandering van de dichtheid van de lucht, dan is de verhouding tusschen de snelheid van de ongestoorde parallelstrooming en de snelheid van de strooming in den straal

geweest als 1 : $\sqrt{\frac{44,96}{22}}$

De hoeveelheid doorgestroomde lucht in de tunneldoorsnede en in den straal kan verder als dezelfde worden beschouwd, zoodat bij een tunneldoorsnede van $800 \times 800 \text{ mm}$ de straalbreedte s kan

worden gesteld op $800 \sqrt{\frac{22}{44,96}}$ of 669 mm.

De gemeten liftcoëfficiënt voor het enkele profiel in de turbulente strooming bedroeg voor het eerste maximum 1,94 en voor het tweede 2,512, beide betrokken op de snelheid van de ongestoorde parallelstrooming en op een profiellengte van 792 mm. Betrokken op de berekende snelheid en op het werkzame deel van het profiel vindt men voor den werkelijken c_a -coëfficiënt in het eerste maximum:

$$1,94 \frac{22 \cdot 792}{44,96 \cdot 669} = 1,124$$

en in het tweede maximum:

$$2,512 \frac{22 \cdot 792}{44,96 \cdot 669} = 1,445.$$

Daar, zooals bekend, de liftcoëfficiënt bij zwakke turbulentie in de strooming stijgt, kunnen de gevonden waarden als aannemelijk worden beschouwd. Opgemerkt wordt nog, dat de oorzaak van het feit, dat bij deze metingen — in tegenstelling met hetgeen bij de metingen zonder turbulentie werd gevonden — het tweede maximum van den liftcoëfficiënt belangrijk hooger was dan het eerste, niet werd vastgesteld.

Gaan we thans de resultaten van de metingen met de turbulentie-schermen na, dan merken we allereerst op, dat het verloop van den weerstand van het proefscherm ten opzichte van het verloop van den liftcoëfficiënt hetzelfde beeld vertoont als bij de metingen zonder turbulentie-scherm; bij een toenemen van den liftcoëfficiënt treedt een daling van den weerstand op. In het geval van fijne turbulentie zijn de krommen van liftcoëfficiënt en weerstand nog van dezelfde gedaante als bij de metingen zonder turbulentie, in het geval van grove turbulentie is dit echter niet meer zoo. In beide gevallen is de weerstandsvermindering sterk teruggelopen. Bedroeg de maximale weerstandsvermindering bij dezelfde opstelling van proefscherm en profielen, doch zonder turbulentiescherm 15 %, thans werd in het geval van fijne turbulentie een maximale weerstandsvermindering gevonden van 7 %, terwijl deze in het geval van grove turbulentie slechts ± 2 % bedroeg, zoodat het vermoeden, dat turbulentie een nadeeligen invloed op de weerstandsvermindering zoude hebben door de resultaten van deze metingen in een niet onbelangrijke mate versterkt wordt.

d. Slot-beschouwing over den invloed van de turbulentie.

De resultaten van de metingen met de turbulentie-schermen, voeren, overgebracht op het geval van een stervormigen motor met Townendring tot de conclusie, dat de weerstandsvermindering van den motor in het algemeen zal afnemen tengevolge van den invloed van de in den slipstroom aanwezige rotatie en turbulentie.

In het gestelde onder *b* werd aangetoond, dat eveneens tengevolge van dezen invloed met groote waarschijnlijkheid een geïnduceerde weerstand op den ring zal optreden, welke de trekkracht van den ring zal doen afnemen.

Hieruit volgt:

Conclusie XVII: De weerstandsvermindering, welke met behulp van een Townendring bij den luchtgekoelden stervormigen motor in den vliegtuigtoestand kan worden bereikt, zal in het algemeen kleiner zijn, dan de weerstandsvermindering, welke bij den motor zonder propeller kan worden verkregen.

Hieruit volgt omgekeerd, dat het verminderde effect van den ring op den motor in de lucht, althans voor een gedeelte, aan den invloed van de turbulentie en rotatie in den slipstroom aanwezig, mag worden toegeschreven.

Dat tenslotte behalve de turbulentie ook andere factoren een belangrijke rol kunnen spelen volgt nog uit de proeven van W. G. A. Perring, R.N.C., beschreven in het onlangs verschenen R. & M. No. 1413. Perring vond bij eenige laboratoriumproeven met vliegtuigmodellen, dat de weerstandsvermindering, verkregen met behulp van den Townendring, bij een horizontaal vliegend toestel overeenstemde met de weerstandsvermindering, welke bij dat toestel zonder propeller gevonden was, doch dat het effect van den ring voor hetzelfde stijgende toestel, zeer gering was.

LITERATUUR.

H. C. H. Townend, Reduction of Drag of Radial Engines by the attachment of Rings of Aerofoil Section, including Interference Experiments of an Allied Nature, with some further Applications, R. & M. No. 1267, London, His Majesty's Stationery Office, 1930.

H. C. H. Townend, The Resistance of Engines, Aircraft Engineering, London, April 1930.

Major F. M. Green, The Resistance of Air-Cooled Engines, The Journal of „The Royal Aeronautical Society“, London, October 1930.

H. C. H. Townend, The Townend Ring, The Journal of „The Royal Aeronautical Society“, London, October 1930.

C. Koning and H. J. van der Maas, Some Experiments on Nacelles with Townend-Rings, V^e Congrès Intern. de l'Aviation, p. 568—573, La Haye, 1930.

W. G. A. Perring, Wind Tunnel Experiments on the Cowling of Air-Cooled Engines, R. & M. No. 1413, London, His Majesty's Stationary Office, 1932.

Fred. E. Weick, Drag and Cooling with various Forms of Cowling for a „Whirlwind“ Radial Air-Cooled Engine I and II, N. A. C. A. Reports No. 313 and 314, Washington, Government Printing Office, 1930.

STELLINGEN.

I.

De luchtweerstand van een belangrijke klasse van voorwerpen kan worden verminderd door het aanbrengen van op bepaalde wijze gekromde vleugelprofielen.

II.

De invloed van den profielvorm van den Townendring op de weerstandsvermindering van een luchtgekoelden stervormigen motor laat zich beoordeelen op grond van metingen betreffende de weerstandsvermindering, ondervonden door een gaasscherm, geplaatst tusschen twee rechte evenwijdige draagvlakken met eenzelfde profiel.

III.

De verhouding tusschen de weerstandsvermindering van een gaasscherm, geplaatst tusschen twee rechte evenwijdige vleugelprofielen (of binnen een Townendring), tot de voorwaartsche krachten op die profielen (resp. op den ring), hangt af van den exponent van de snelheid in de formule van den weerstand van het gaas.

IV.

In het algemeen kan met behulp van een Townendring bij een stervormigen motor met veel cylinders een relatief grootere weerstandsvermindering bereikt worden dan bij een motor met een gering aantal cylinders.

V.

Middelen, welke dienen om den weerstand van een luchtgekoelden motor te verminderen, oefenen in het algemeen een ongunstigen invloed op de koeling uit.

VI.

Ten einde tot een vermindering van het vereischte motorvermogen te komen is, bij dezelfde snelheid, het geven van een goed stroomlijnprofiel aan een automobiel van meer belang, dan het geven van een dergelijk profiel aan den romp van een vliegtuig.

VII.

In verband met den te grooten luchtweerstand en de daaruit voortvloeiende verspilling van brandstof en smeerolie is de huidige vorm van de automobiel voor snelvervoer over groote afstanden, niet te handhaven.

VIII.

Bij een goede stroomlijn-automobiel, ingericht voor het vervoer van passagiers of voor dat van goederen, behoort de motor achter in den wagen te worden gebouwd.

IX.

Uit aerodynamisch oogpunt is het voordeelig de luchtschroef boven en den motor onder den vleugel te plaatsen.

X.

Het gebruik van Dieselmotoren in vliegtuigen leidt tot vermindering van het brandgevaar.

XI.

Voor al voor het vliegen in bergterrein dient de hoek waaronder het vliegtuig kan opstijgen zoo groot mogelijk, de startlengte, de landingssnelheid en de uitloop zoo klein mogelijk te zijn.

XII.

Het is voor het vliegbedrijf een belang van de eerste orde te kunnen beschikken over een methode, welke veroorlooft het gedrag van smeerolie in den motor in den vorm van bepaalde numerieke gegevens uit te drukken.

XIII.

Bij de beproeving van smeerolie voor vliegtuigmotoren is in ieder geval een oxydatieproef noodig.

XIV.

Voor al op het gebied van den vliegtuigbouw is normalisatie van onderdeelen noodzakelijk.

XV.

In de formule:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + w_x \frac{\partial w}{\partial x} + w_y \frac{\partial w}{\partial y} + w_z \frac{\partial w}{\partial z},$$

waarvan Lorenz gebruik maakt bij de afleiding der bewegingsvergelijkingen voor een elastisch medium, (Lehrbuch der Technischen Physik, Prof. Dr. Hans Lorenz, Band IV. p. 390) hebben de op $\frac{\partial w}{\partial t}$ volgende termen geen beteekenis. Onmiddellijk is te schrijven:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t}.$$

XVI.

Het zou gewenscht zijn, dat den aanstaanden werktuigkundigen ingenieur op ruimere schaal gelegenheid werd geboden tot het zich bekwamen in het practisch keuren van materialen.

XVII.

Het invoeren van keuzevakken, betrekking hebbend op den vliegtuigbouw in het studieprogramma voor werktuigkundig ingenieur, is zeer gewenscht.

XVIII.

De uiteindelijke oplossing van de huidige crisis kan slechts gepaard gaan met een stabilisatie op een hooger welvaartspeil.
