ONDERZOEKINGEN OVER DE RHEOLOGISCHE EIGENSCHAPPEN VAN KLEI

Investigations on the rheological properties of clay

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN
DOCTOR IN DE TECHNISCHE WETENSCHAP
AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE
DELFT, OP GEZAG VAN DE RECTOR MAG-
NIFICUS DR O. BOTTEMA, HOOGLERAAR
IN DE AFDELING DER ALGEMENE WETEN-
SCHAPPEN, VOOR EEN COMMISSIE UIT DE
SENAAT TE VERDEDIGEN OP WOENSDAG
24 MAART 1954, DES NAMIDDAGS TE 4 UUR

DOOR

TAN TJONG KIE
CIVIEL INGENIEUR
GEBOREN TE SUKABUMI

UITGEVERIJ EXCELSIOR — 's-GRAVENHAGE

DIT PROEFSCHRIFT IS GOEDGEKEURD DOOR DE PROMOTOREN:

PROF. IR E.C.W.A.GEUZE EN PROF. DR J.M.BURGERS

AAN MIJN OUDERS
AAN WEN MAY

De in dit proefschrift beschreven proeven werden uitgevoerd in het „Laboratorium voor Grondmechanica" te Delft.

Gaarne wil ik hier mijn dank betuigen aan het Bestuur van de Stichting „Waterbouwkundig Laboratorium" voor de toestemming om deze experimenten uit te voeren.

Mijn bijzondere erkentelijkheid wil ik hier uiten voor de waardevolle assistentie, die de heren ir J. Stellingwerf, ir H. Sikkens en A.C. Engels mij bij de proeven hebben verleend.

Tenslotte past mij nog een woord van dank aan het overige personeel van het „Laboratorium voor Grondmechanica", dat steeds met hulp klaar stond en voorts aan allen, die mij op enigerlei wijze met hun hulp en sympathie ter zijde stonden.

I N H O U D

5

Hoofdstuk I

ALGEMENE INLEIDING

1. Inleiding

In de funderingstechniek leveren de klei- en veenhoudende grondsoorten veel grotere moeilijkheden op dan zandlagen. Over klei is in de grondmechanica reeds veel onderzocht en geschreven. Sinds *von Terzaghi* de grondslag heeft gelegd voor een meer wetenschappelijke behandeling van de funderingstechniek, heeft de grondmechanica in enkele decennia een enorme ontwikkeling meegemaakt. Al is men er nog niet in geslaagd om in de vraagstukken die zich voordoen, betrouwbare quantitatieve uitkomsten te verkrijgen, zo geven de verschenen publicaties toch een min of meer duidelijk beeld van de eigenschappen van klei en kan de toepassing der ontwikkelde denkwijzen leiden tot een beter inzicht in de gedragingen van dit materiaal, zij het dan alleen tot een resultaat in qualitatieve zin. Maakt men echter een diepere studie van de onderzoekingsmethoden in de grondmechanica, dan kan men moeilijk aan de indruk ontkomen, dat steeds een zekere factor van willekeur aanwezig is. Bovendien maakt de ingewikkeldheid van vele der zich voordoende problemen, gevoegd bij de grote verscheidenheid en de wisselende gesteldheid der grondmassa's, het uitgesloten een graad van nauwkeurigheid te bereiken, zoals men die gewend is bij de andere hulpwetenschappen der civiele techniek.

De mechanische eigenschappen van klei zijn zo complex, dat een rigoureuze mathematische analyse van haar gedrag onmogelijk is. Daarom beperkt de theoretische grondmechanica zich uitsluitend tot geïdealiseerde materialen, zoals de „ideale klei" waarvan het gedrag echter een onvolmaakte afspiegeling is van de ware rheologische eigenschappen van klei. Gezien de enorme verscheidenheid in voorkomen en in qualiteit der in de natuur optredende kleisoorten, is het duidelijk dat de afwijking tussen de geïdealiseerde en de natuurlijke eigenschappen voor elke grondsoort verschillend zal zijn. Het spreekt vanzelf, dat een uniforme theorie, die toegepast zou kunnen worden op alle categorieën van grondsoorten, onbereikbaar is.

1.2. Afwijkingen tussen theorie en praktijk

Een der belangrijkste bijdragen die de theoretische grondmechanica aan de funderingspraktijk heeft geleverd, is de vermaarde hydrodynamische zettingstheorie van *von Terzaghi*. Deze fascinerende theorie, die decennia lang de denkwijze in de grondmechanica heeft beheerst en nog altijd zal blijven beinvloeden, gaat uit van de vereenvoudigde aanname, dat de klei zou kunnen worden gedacht te bestaan uit een poreus, moeilijk doorlatend en compressibel korrelskelet verzadigd met water. De theorie beperkt zich uitsluitend tot het ééndimensionale geval, waarbij een kleilaag van oneindige uitgestrektheid en van eindige dikte, gelegen tussen twee volkomen doorlatende zandlagen, over de volle oppervlakte belast wordt door een gelijkmatig verdeelde belasting. Direct na het belasten wordt het water in verticale richting uitgeperst; vanwege de slechte doorlatendheid van het korrelskelet geschiedt dit met grote weerstand, met het gevolg dat de verticale deformatie wordt geretardeerd. De zetting vertoont dus een tijdseffect en zou volgens deze methode eerst na vele jaren of tientallen van jaren haar eindwaarde bereiken.

In de praktijk verlopen de zettingen niet regelmatig met de tijd; ja zelfs sprongsgewijs. Ook kan het voorkomen, dat er een bepaalde periodiciteit in voorkomt.

Von Terzaghi onderscheidt vier categorieën van zettingsgevallen:

A. de maximale zetting wordt reeds enige weken of maanden na afloop der bouwtijd bereikt;
B. de tijd-zakkingskromme strekt zich over een veel langere periode uit, doch nadert uiteindelijk toch nog tot een horizontale asymptoot;
C. de kromme nadert uiteindelijk tot een hellende rechte;
D. tijdens het bouwen wordt geen zetting geconstateerd; pas enige tijd na het opbrengen van de totale bouwbelasting treedt plotseling een zettingsverschijnsel op, alsof de vastheid van de grond plotseling zou hebben opgehouden te bestaan.

Reeds in 1934 uitte *von Terzaghi* zich hierover als volgt in een voordracht voor het Koninklijk Instituut van Ingenieurs in Den Haag [1]:

„Kurve A beschränkt sich ausschliesslich auf Gründungen in Sand oder Kies; man wird eine solche Linie niemals bekommen, wenn das Bauwerk auf Ton gegründet ist. B und C sind kennzeichnend für Fundierungen in Ton, Moor und Schlamm. Vor fünf oder sechs Jahren glaubte ich noch, dass der Verlauf B die charakterische Zeitsetzungsbeziehung für Fundierungen auf Ton war und dass C nur eine Ausnahme bildete. Ich kam jedoch während der letzten wenigen Jahre immer mehr zu der Überzeugung, dass die Kurve C sogar vorherrscht. Innerhalb der von mir beobachteten, naturgemäss beschränkten Anzahl Gründungen, beträgt die Zeit nach welcher die

Setzungsgeschwindigkeit konstant wird, zwei bis zwanzig Jahre, und die Zeit, während welcher diese konstant bleibt, wurde mit sechs bis 25 Jahre beobachtet. Diese konstante Setzungsgeschwindigkeit selbst schwankte in diesen Fällen zwischen 3 und 15 mm pro Jahr.....".

Dit continue aanhoudende vloeien noemden *von Terzaghi* en *Fröhlich* [2] „Nachflieszen". *Buisman* [3] spreekt van een seculair effect der zetting. In navolging van *Hamilton Gray* [4] wordt dit in de Angelsaksische litteratuur „settlement due to secondary time-effect" genoemd, een benaming, die zoals men straks zal zien, nogal ongelukkig gekozen is.

In de loop der jaren hebben vele onderzoekers zich met dit verschijnsel beziggehouden. Baanbrekend werk op dit gebied is verricht door *Buisman*; vanwege de slapheid der Nederlandse grondsoorten is het niet te verwonderen, dat men vooral in Nederland bij oedometerproeven sterke afwijkingen heeft gevonden van de theoretische tijdzettingskrommen volgens *von Terzaghi*. Volgens deze theorie zal de tijd voor het bereiken van een bepaald zettingspercentage voor een gegeven kleisoort evenredig met het quadraat der laagdikte moeten verlopen. Dit geeft volgens *Buisman* de meest optimistisch denkbare uitkomst, het langst denkbare uitstel. Verder wees hij op de mogelijkheid van een niet homogene doorlatendheid in grondmassa's, aangezien deze steeds scheuren bevatten.

Van fundamentele betekenis voor de grondmechanica is *Buisman*'s gedachtengang over het seculair verloop bij veen- en kleisoorten. Hij heeft geconstateerd dat de zakking in oedometerproeven na een primaire, hydrodynamische periode niet een eindwaarde bereikt – hetgeen ook bevestigd werd door *Hamilton Gray* (1936), *Casagrande* (1940) en nog andere onderzoekers – doch daarentegen op semi-logarithmische schaal uitgezet een rechtlijnig doorgaand verloop vertoont, ook bij waarnemingen die over honderden van dagen werden voortgezet. *Buisman* vond dat de resultaten empirisch kunnen worden voorgesteld door de formule:

$$z = hq(\alpha_p + \alpha_s \log t);$$

waarbij: h = dikte van de laag; q = belasting per cm^2; α_p en α_s resp. het directe en het seculaire effect der belasting voorstellen, en t de tijd is [3].

Volgens deze formule zou de zettingssnelheid weliswaar met de tijd steeds kleiner worden, doch de zettingskromme bereikt geen horizontale asymptoot. *Buisman*'s formule ligt dus tussen de gevallen B en C van *von Terzaghi*. *Buisman* zelf tekent in zijn boek aan, dat de zakking in een oedometerproef uiteindelijk tot rust moet komen. *Buisman's* empirische formule wordt inderdaad toegepast op praktijkgevallen. Wij zijn echter van oordeel, dat – aangezien *Buisman* ze verkregen heeft uit oedometerproeven, waarbij zijdelingse deformatie uitgesloten is – de toepassing ervan enkel en alleen mag geschieden op het ideale geval van een kleipakket van oneindige horizontale uitgestrektheid, gelijkmatig over het gehele oppervlak belast. In andere gevallen zou een voorspelling der zettingen in de praktijk over zeer lange tijd door extrapolatie der verkregen resultaten geen zin hebben.

De resultaten van oedometerproeven behandelende, schreven von *Terzaghi* en *Peck* [5]) in 1950, dat de voorspelde tijdzettingskrommen veel gelijkenis vertonen met de in de praktijk gemeten tijdzakkingskrommen, behalve voor het tijdperk van het „secondary time-effect".

In 1947 schreef *Bernatzik* [6]) in zijn boek:
„... Auch kommen die Setzungen bei vielen Bauwerken nicht mit der Zeit zur Ruhe, sondern streben einer konstanten Setzungsgeschwindigkeit zu. Dies ist dann der Fall, wenn die thixotrope Wiederverfestigung nicht hinreicht, um die Bewegungen zum Stillstand zu bringen, so dass das Bauwerk wie in eine halbzähe Flüssigkeit einsinkt ...".

1.3. Mogelijke oorzaken der afwijkingen tussen theorie en praktijk

In de praktijk zijn de problemen geenszins ééndimensionaal. Bouwwerken hebben altijd eindige afmetingen. Teneinde de formules voor het bovenomschreven ééndimensionale geval toch te kunnen gebruiken, neemt men vaak aan, dat de drukverdeling in een uit verschillende lagen bestaande bodem dezelfde is als die, welke mathematisch door *Boussinesq* is afgeleid voor een semi-oneindig elastisch isotroop massief. De kleilaag wordt dan beschouwd als te zijn belast door de verticale normaalspanningen, welke uit bovengenoemde drukverdeling volgen.

Von Terzaghi merkte terecht reeds op, dat de bepaling der plaatselijke verdeling der initiale hydrodynamische spanningen, direct na het opbrengen der uitwendige belasting, moeilijkheden oplevert. Verder schrijft hij: „Ein strenges Verfahren für die Berechnung dieser Anfangsverteilung gibt es noch nicht. Um trotzdem eine angenäherte Vorstellung vom zeitlichen Verlauf des Verfestigungsvorganges zu bekommen, sind wir beim heutigen Stand unserer Kenntnis zu der statisch keineswegs einwandfreien Annahme genötigt, dass die Zusatzspannungen innerhalb der Tonschicht schubspannungsfreie Druckzustände darstellen ...".

Zoals we straks en ook in paragraaf 6.2 zullen aantonen, maakt *von Terzaghi* hier een vergissing; de aanname van uitsluitend hydrostatische druktoestanden is onjuist en wordt in de praktijk nooit verwezenlijkt, ook niet in bovenvermeld ééndimensionale geval. We zullen in hoofdstuk VI zien, dat een ruimtelijke karakterisering van het spannings-deformatie-verband imperatief is.

De deformaties in de grond worden veroorzaakt door hydrostatische en deviatorische spanningen. De eerste hebben volumeveranderingen tot gevolg, die vertraagd worden door de viskeuze weerstand van het water; de laatste zijn hoofdzakelijk verantwoordelijk voor de gedaanteveranderingen. Aangezien volumedeformaties een bepaalde limiet moeten bereiken, moet voortdurend aanhoudend vloeien veroorzaakt worden door de deviatorische spanningen. Dientengevolge kan de theorie van *von Terzaghi* logischerwijs nooit enig licht werpen op het „Nachfliessen". De invoering van een driedimensionaal spannings- en deformatieveld maakt voorts het in rekening brengen van de compatibiliteitsvoorwaarden noodzakelijk, indien men een éénduidige en ondubbelzinnige oplossing van het zettingsprobleem wil garanderen.

Ter illustratie van het hierboven bedoelde zullen we de volgende voorbeelden behandelen:

1. We leggen een plaat massieve natuurrubber op tafel, zetten er plaatselijk een gewicht op en constateren onmiddellijk een zakking.
2. We laten de belasting een tijd staan en nemen waar dat de deformatie steeds toeneemt met de tijd; na een lange periode wordt zelfs een constante zettingssnelheid benaderd.
   Aangezien massieve rubber onsamendrukbaar is, moeten zowel de onmiddellijke als de later voortschrijdende verticale verplaatsing uitsluitend aan schuifspanningen te wijten zijn.
3. Doen we dezelfde proef met een plaat schuimrubber, dan worden ook de poriën in elkaar gedrukt. In dit geval hebben de hydrostatische spanningen eveneens haar aandeel in de zakking, en de deformaties zijn hier het resultaat van zowel hydrostatische als deviatorische spanningen.
4. Gecompliceerder wordt het geval, indien de schuimrubberplaat verzadigd is met water, dat, als gevolg van de geringe permeabiliteit van de rubber, slechts met moeite uit de poriën kan worden geperst. De volumedeformaties vertonen nu een retardatie en het gecombineerde tijdseffect wordt gecompliceerder. Pas indien de samendrukkingen haar eindwaarde hebben bereikt, is de verdere zetting alleen nog toe te schrijven aan de schuifspanningen.

5. Nog ingewikkelder wordt het geval, indien het poreuze rubberskelet wrijvingselementjes bevat, zoals glaspoeder of kwartskorrels. Bij de aanwezigheid van een grote hoeveelheid dezer elementjes, zodat deze contactpuntjes met elkaar krijgen, is het zelfs mogelijk, dat het plaatsen van een klein gewicht helemaal geen zakking met zich meebrengt. De lezer herkent in dit geval natuurlijk direct het geval D van *von Terzaghi*. Pas indien de spanningen in de plaat worden verhoogd, hetzij door de belasting op dezelfde plaats te vermeerderen, hetzij door in de onmiddellijke nabijheid van het eerste gewicht een andere belasting te plaatsen, kunnen er zettingen optreden. Het geval is hier zeer ingewikkeld en vormt een benadering voor het gedrag van magere kleisoorten.

In navolging van *von Terzaghi* pleegt men het zettingsproces door een eenvoudig mechanisch model te schematiseren. Men denkt zich daartoe een vat, afgesloten door een wrijvingsloze geperforeerde zuiger, die op spiraalveren rust. De ruimte onder de zuiger is geheel met water gevuld, terwijl de perforaties het water slechts met moeite kunnen doorlaten. Plaatst men nu op dit systeem een belasting, dan zal de plunjer slechts langzaam en met afnemende snelheid zakken, zolang totdat de volle belasting door de veren wordt gedragen; daarna treedt geen verdere zakking op.

Aangezien *von Terzaghi* slechts hydrostatische druktoestanden beschouwt, zou men het zettingsproces met evenveel recht door het volgende model kunnen schematiseren. In bovengenoemd vat denkt men zich de veren weg, terwijl het gevuld wordt met een suikeroplossing. Voorts denkt men de plunjer afgedekt door een semipermeabel membraan, dat wel water maar geen suikermoleculen doorlaat. Wordt de plunjer nu belast, dan is de spanningstoestand in het vat zuiver hydrostatisch, terwijl als gevolg van de viskeuze weerstand, waarmede de waterdeeltjes het membraan en de perforaties moeten passeren, de zakking een retardatie vertoont. De concentratie van de suikeroplossing neemt hierbij toe, waardoor ook de osmotische druk stijgt. Uiteindelijk zal de concentratie der oplossing zo sterk worden, dat de plunjer de belasting kan dragen. We zien dus, dat dit model evengoed beantwoordt aan de theorie van *von Terzaghi*. Terwijl het korrelskelet bij klei weerstand kan bieden tegen schuifspanningen, heeft de suikeroplossing in het geheel geen stijfheid tegen deviatorische deformaties. Met deze schematisering hebben we geprobeerd plausibel te maken dat het verwaarlozen der schuifspanningen waartoe het werken met de oedometerproef leidde, een onvolledig beeld der werkelijkheid geeft. Het is daarom ontoelaatbaar de theorie tot meerdere dimensies uit te breiden, zolang men uitsluitend hydrostatische druktoestanden beschouwt.

Een uitbreiding op ruimtelijke gevallen, waarin de schuifspanningen wel op behoorlijke wijze in rekening zijn gebracht is gegeven door *Biot* [7] in zijn „General theory of threedimensional consolidation". Met dit artikel is voor het eerst de behandeling van driedimensionale problemen op een verantwoorde grondslag gesteld.

Biot gaat daarbij uit van de aanname, dat het korrelskelet mag worden benaderd door een *Hooke*'s model, waarin het verband tussen spanning en deformatie lineair is. Daar een *Hooke*'s model geen vloeien vertoont, moeten alle deformaties een eindwaarde bereiken; een seculair verloop treedt niet op.

Voor een critische beschouwing dezer theorieën en een uitbreiding op een model dat wel vloeien vertoont, zij verwezen naar de hoofdstukken VI, VII en VIII.

1.4. Beschouwingen over het conventionele experimentele onderzoek

Op experimenteel gebied zijn veel publicaties over klei verschenen. De resultaten der proeven hebben, ook al beweerde *Taylor* in 1948 „....There is no phase in Soil Mechanics, which has greater need of logical treatment and of freedom from blind use of rule of thumb methods....", aan de onderzoekers nog altijd een zeker houvast gegeven bij het zoeken van een oplossing voor praktische vraagstukken. Al zijn de resultaten nog zo complex, in mindere of meerdere mate zijn ze van nut geweest in het belichten van aspecten van het zo weinig bekende gedrag van klei. Toch kunnen we niet aan de indruk ontkomen, dat vele proeven slechts een incidenteel karakter bezitten, terwijl de opzet vaak zeer ingewikkeld is. Bedenken we daarbij nog, dat de apparaten zelf de proefresultaten in ruime mate beinvloeden, dan behoeft het geenszins te verwonderen, dat een degelijke analyse der metingsresultaten in vele artikelen achterwege blijft.

Vaak bekommert men zich hoofdzakelijk over de breukvastheid van klei. Tot nu toe heeft men nagenoeg geen aandacht besteed aan de variabele viscositeit van klei. Weliswaar heeft men de laatste tijd gemeten en erkend, dat de breukvastheid beinvloed wordt door de tijdens de triaxiaalproef opgelegde snelheid van de plunjer; tot een degelijke analyse van dit verschijnsel is men nog niet gekomen.

Bij een uit klei te construeren dijklichaam gaat men na of het op te trekken kleimassief stabiel is door uitsluitend de stabiliteit der glijvlakken na te gaan; men houdt er echter geen rekening mede, dat klei de eigenschap heeft om viskeus te vloeien ook bij belastingen die ver onder de breukvastheid liggen, en dat een dijklichaam dientengevolge - ook al zou het niet door breuk langs glijvlakken bezwijken - toch door vloei kan vervormen. Dit is aan enkele Nederlandse dijken duidelijk geconstateerd. Het vloeien is inderdaad van groot belang en naar onze mening is het tot nog toe slechts stiefmoederlijk in het klei-onderzoek behandeld. Terwijl er een overstelpende hoeveelheid litteratuur over breukproeven en oedometerproeven op klei is verschenen, zijn ons slechts zeer weinig proeven over het gedrag van klei onder de invloed van deviatorische spanningen beneden de breuklast bekend. *Von Terzaghi* [8] constateerde uit vrije prismaproeven op massieve kleicylinders, dat de gebezigde klei vloeide bij schuifspanningen, die slechts de helft van de breukspanning bedroegen. *Hvorslev* [9] nam dit in zijn ringschuifproeven reeds waar bij een derde van de breuklast. *Geuze* [10] vond met het ringschuifapparaat dat de deformatie-tijdkrommen een logarithmisch verloop hadden, terwijl beide vorige onderzoekers een lineair verloop waarnamen. Recente proeven van *Haefeli* en *Schaerer* [11] en ook die van *Casagrande* en *Wilson* [12] laten zien, dat het verloop lineair is. Uit de proeven vermeld in hoofdstuk III zal voorts blijken, dat het vloeien reeds optreedt bij zeer lage belastingen, terwijl het tijdseffect lineair is. Het vloeien is dus wel degelijk een primaire eigenschap van de klei. De benaming „secondary time-effect" voor dit verschijnsel na afloop der primaire hydrodynamische periode is daarom ongelukkig gekozen. Denken we ons bijvoorbeeld een slappe kleilaag, zoals in het klassieke geval bij de Japanse spoorwegen [13], waarbij de zakking van kunstwerken afhankelijk van de plaats voortschrijdt met een constante snelheid van 4 tot 11 cm per jaar, dan kan men dit wegzinken moeilijk meer „secondary" noemen. Eerder kan men hier het effect der volumedeformaties secundair noemen. Het verdient de voorkeur om de continue voortschrijdende deformatie eenvoudigweg „vloeien" te noemen. De bloemrijke benaming „seculair effect" is natuurlijk eveneens verantwoord.

1.5. Lijnen volgens welke het onderzoek in dit proefschrift wordt opgezet

Het onderzoek is opgezet met het doel om een meer principieel inzicht te verwerven in het plastisch gedrag van zandhoudende kleisoorten in welomschreven belastingsgevallen, de oorzaken van het vloeien te bestuderen, en zo mogelijk een methode aan te geven waarmede dit verschijnsel in berekeningen kan worden verdisconteerd.

Het opzetten van experimenten, bij welke de vloei-eigenschappen zich zo expliciet mogelijk openbaren, biedt grote moeilijkheden. Deze eigenschappen zijn natuurlijk afhankelijk van vele factoren, die elk reeds een ingewikkeld karakter bezitten. In de meeste conventionele proeven worden interrelaties of combinaties dezer factoren gemeten. Ter illustratie diene bijvoorbeeld de bekende celproef. De spanningstoestand in het cylindrische monster is reeds zeer complex en veranderlijk; de randvoorwaarden wijzigen zich voortdurend als gevolg van het veranderen der zijdelingse steunspanning. Het behoeft geen betoog, dat de resultaten sterk beinvloed worden door de druk-afhankelijke stijfheid der celwanden. Nog ingewikkelder wordt het geval, indien men steunvloeistof gaat aftappen, waardoor men een wijziging brengt in de toch al variabele spanningsverdeling in het monster. Ook het toelaten van drainage (het uitpersen van poriënwater) maakt de zaak gecompliceerder, omdat het proefstuk zich gaat verstevigen. Bij de celproef is het usance de belasting op het monster telkens na schijnbaar opgetreden „evenwicht" trapsgewijze met een gewicht van 5 kg te verhogen, en men doet dit zovele malen, totdat de zijdelingse steunspanning 1 kg/cm^2 is geworden. Het is duidelijk, dat het monster bij een volgende belastingstrap volkomen anders is geworden dan bij de voorgaande belasting; het monster krijgt er telkens een extra „ervaring" bij en heeft de invloed van de voorgeschiedenis nog „vers in het geheugen".

Bedenkt men voorts dat de vaak willekeurige vorm waarin het monster deformeert, de schuifspanningen bij de poreuze stenen, en het rubbervlies invloed uitoefenen, en probeert men zich even te realiseren, hoe complex het plastisch gedrag van klei op zich zelve al is, dan is het niet te verwonderen dat een analytische beschouwing der proefresultaten zeer gecompliceerd, zo niet onmogelijk is. Hetzelfde geldt voor de triaxiaalproef. Hoewel deze beide methoden ongetwijfeld hun nut hebben bewezen bij het zoeken van een oplossing voor praktische problemen, zijn ze vanuit een theoretisch analyserend oogpunt beschouwd ongeschikt om een dieper en gefundeerder inzicht te verschaffen omtrent het rheologisch gedrag van klei.

Het heeft ons daarom aanbevelenswaardig geleken de analytische onderzoekingsmethode te volgen, welke door *Burgers* en *Scott-Blair* [14] in hun rapport over de rheologische nomenclatuur wordt aanbevolen. Deze onderzoekers wijzen op de wenselijkheid de spanningstoestand zo eenvoudig mogelijk te houden; dit idee werd reeds in 1941 naar voren gebracht door *Burgers*, *Saal* en *Biezeno* [15]. Het verse monster wordt daartoe onderworpen aan een constante schuifspanning gedurende een periode t', na welke de belasting wordt weggenomen. De grootte van de deformatie γ wordt zowel gedurende als na de tijd t waargenomen als functie van de tijd. Op deze manier kunnen de volgende grootheden worden gemeten: de hoekverdraaiing aan het einde der belastingsperiode t', die de totale afschuiving $\gamma_{t'}$ wordt genoemd, de permanente hoekverdraaiing γ_p en de elastische reversibele hoekverdraaiing γ_e. Deze proef wordt standaardproef genoemd.

Bij het ontwerpen van een type apparaat, met het doel deze standaardproeven uit te voeren, dienen we ons rekenschap te geven van het feit, dat klei een twee- of driephasig materiaal is, d.w.z. een korrelskelet gedeeltelijk of geheel verzadigd met water. Voor praktische gevallen zouden we een massieve kleicylinder onder een constante belasting kunnen plaatsen en het verloop van de zakking met de tijd kunnen meten; daarbij wordt vanzelfsprekend verondersteld, dat het monster volledig opgesloten is en drainage van het poriënwater niet kan optreden. Uit theoretisch oogpunt echter zijn de volgende bezwaren hiertegen aan te voeren:
1. Zelfs bij een isotroop, zuiver elastisch materiaal is de spanningsverdeling in het monster nog gecompliceerd (hiervoor zij verwezen naar een artikel van *Filon* [16]).
2. Als gevolg van de inhomogene spanningsverdeling treedt een regionale migratie van het poriënwater op, van plaatsen met hogere naar gebieden met lagere hydrostatische spanning; regionale drainage in het monster is dus niet te verhinderen. Als gevolg van de geringe doorlatendheid van het korrelskelet gaat dit met een zekere weerstand gepaard, en dit uit zich in een vertraging in het optreden der volumedeformaties. Men meet dus onvermijdelijk een interrelatie van een hydrostatisch tijdseffect en van het vloei-effect van het korrelskelet onder invloed van deviatorische spanningen.
3. Beide tijdsfuncties worden bovendien beinvloed door de vorm, waarin het monster gaat deformeren. Deze vorm is meestal niet dezelfde voor de verschillende monsters en daardoor wordt de replicabiliteit der proeven verminderd.
4. De wrijving van de uiteinden van het proefstuk langs de eindstukken is een onbekende factor en is voor de verschillende monsters verschillend.
5. Teneinde de gemiddelde verticale spanning in het monster constant te houden, zou de belasting in verband met de vormverandering van de cylinder tijdens de proef voortdurend bijgeregeld moeten worden, waardoor niet meer streng kan worden voldaan aan de voorwaarde, dat de totale belasting in haar geheel en ogenblikkelijk ten tijde $t = 0$ wordt opgebracht.

Geleid door bovenstaande overwegingen, menen we daarom voor een theoretisch onderzoek de voorkeur te moeten geven aan torsieproeven op vrije, holle kleibuizen.

Deze methode biedt de volgende voordelen:

1. aangezien het torsiemoment in het bovenvlak van het monster wordt aangebracht, wordt de spanningsverdeling niet vertroebeld door de randvoorwaarden;
2. hydrostatische drukverschillen treden niet op bij kleine deformaties, bij grote deformaties zijn ze slechts secundair, derhalve wordt bij deze torsieproef de zuivere responsie van het korrelskelet op schuifspanningen gemeten;
3. hoewel de spanningsverdeling in het lineair bereik niet homogeen is, wordt zoals in hoofdstuk III zal volgen toch de zuivere tijdsfunctie gemeten, die onafhankelijk is van de inhomogeniteit van de spanningsverdeling. Uit de gevonden waarnemingen kan het physisch verband tussen schuifspanning, deformatie en tijd bij eenvoudige afschuiving worden gemeten.

Ten nadele van de meetmethode moet worden aangevoerd:

1. de methode is slechts geschikt voor theoretisch onderzoek; in praktische gevallen zou men moeten overgaan op het torderen van massieve cylinders en de vraag komt dan op of in dit geval de compressieproef op een vrijstaande cylinder niet beter is;
2. aan de qualiteit der monsters worden zware eisen gesteld, daar als gevolg van de trekspanningen, die hoeken van 45 graden maken met de hoofdas, de aanwezigheid van kleine scheurtjes aan de oppervlakte een relatief grotere invloed op het verloop der metingen zal hebben dan het geval zou zijn bij een compressieproef (bij deze laatste treden de tangentiële trekspanningen slechts in het gebied bij de grootste verdikking op).

1.5.1. Over het interpreteren van proefresultaten

Voor de proefresultaten zij verwezen naar hoofdstuk III. De bestudering van de elastische en permanente deformaties als functie van de tijd is zeer belangrijk, omdat men hieruit een beeld kan vormen van wat er in het materiaal bij belasting plaats vindt. In het bijzonder willen we de aandacht vragen voor de gedeeltelijke elastische terugvering, over welke in de litteratuur nog nagenoeg niets is vermeld. Bij kortstondige belastingen veert het materiaal zelfs nagenoeg geheel terug. Dit verschijnsel is echter geenszins nieuw, zoals wel blijkt uit het volgende praktische voorbeeld. Bij het voorbijrijden van een treinstel schommelen de portalen waaraan de electrische bovenleiding is opgehangen, onder invloed der wisselende belasting om hun verticale stand heen en weer, om na het passeren van de trein weer tot hun oorspronkelijke stand terug te veren. De elastische component in het mechanisch gedrag van klei is ook van belang bij de aanleg van startbanen bij vliegvelden en bij wegen. Reeds maken de Zweden hiervan gebruik bij de bepaling der beddingsconstante bij de aanleg van wegen. Daartoe wordt de ondergrond eerst trapsgewijze belast en vervolgens na verloop van tijd weer ontlast. Uit de terugvering wordt dan de elasticiteit van de grond bepaald.

Het tijdperk na het wegnemen der belasting is dus even belangrijk als de periode van belasten; aan dit belangrijke punt wordt in conventionele proeven nooit aandacht besteed.

De proefresultaten laten voorts zien, dat permanente deformaties nagenoeg altijd optreden, ook bij kleine belastingen. Alleen voor zeer geringe schuifspanningen gelegen beneden een bepaald bedrag, in dit proefschrift f_1 genoemd, is het mogelijk dat in het geheel geen deformaties optreden.

Aanwezigheid van een grote drempelwaarde f_1 kan de oorzaak zijn tot het optreden van het geval D van *von Terzaghi*. Hierin herkent men natuurlijk direct het analoge voorbeeld 5 van paragraaf 1.3.

In de litteratuur wordt het deviatorisch tijdseffect vaak aangeduid door „creep". Aangezien de term „creep" volgens de internationale nomenclatuur betrekking heeft op de langzame instelling van een elastische deformatie, of op de langzame terugvering hieruit, verdient het aanbeveling om het deviatorische tijdseffect bij klei, dat een niet-elastische deformatie is, „flow" te noemen. De vloeikrommen in hoofdstuk III weergegeven, geven een vrij zuiver en ongestoord beeld van het vloeiverschijnsel, dat jarenlang vele onderzoekers heeft beziggehouden en dat direct verantwoordelijk is voor de afwijkingen tussen de bestaande theorieën en de praktijk.

Bij het in mathematische vorm gieten der proefresultaten is het gewenst om gebruik te maken van rheologische modellen. De grote gecompliceerdheid der resultaten maakt een idealisering van het mechanisch gedrag noodzakelijk. De responsie, die het in hoofdstuk V opgestelde rheologische model geeft, is dus slechts een geïdealiseerde, vereenvoudigde afspiegeling van het feitelijke complexe gedrag van het materiaal. De idealisering maakt het mogelijk het ruimtelijk spanning-deformatie-tijd verband in operatorvorm weer te geven. Bij het uitwerken der meetresultaten komt duidelijk naar voren, waarom het zowel noodzakelijk als voordelig is om de spanningstoestand zo eenvoudig en zo zuiver mogelijk te houden, en om neveninvloeden zoveel mogelijk uit te schakelen. Hoe ingewikkelder het experiment is, des te gecompliceerder wordt de waargenomen verschijningsvorm en het wordt progressief moeilijker om een analyse op te bouwen.

Bij het zoeken naar het meest geschikte rheologische model worden we voor de vraag geplaatst, of we moeten aannemen dat het materiaal onder de invloed van constante schuifspanningen zal blijven doorvloeien dan wel of het tot stilstand zal komen. Natuurlijk is het voorbarig om aan de hand van relatief kortstondige metingen te durven beweren, dat het vloeien over tientallen van jaren en nog langer zal blijven voortduren. Om in deze leemte te kunnen voorzien is een microrheologische analyse der resultaten van grote betekenis. Daarbij baseren we ons op moderne colloidchemische concepties. In hoofdstuk IV zal blijken, dat de gegeven mogelijke verklaring van het rheologisch gedrag afwijkt van de bestaande theorieën op dit gebied. Zoals bekend verklaart men in de grondmechanica het gedrag van klei nog altijd met de „waterhuidjestheorie" van *von Terzaghi* [17], volgens welke het mechanisch gedrag te wijten zou zijn aan de veronderstelde aanwezigheid van taaie waterhuidjes om de kleideeltjes. Een andere categorie van theorieën schrijft het plastische karakter toe aan dubbellaag-wisselwerking tussen parallel georiënteerde kleiplaatjes. Velen baseren hun gedachtengang echter op onvolledige gegevens; in de meeste gevallen baseert men zich slechts op de resultaten der samendrukkingsproeven in de oedometer. Met de veronderstelling dat de kleiplaatjes evenwijdig georiënteerd zijn, zou men het gedrag bij deviatorische spanningen moeilijk kunnen verklaren; daarbij komt nog dat de juistheid dezer aanname onwaarschijnlijk is, vooral bij de sterk geconcentreerde kleipasta's, waarmede men in de grondmechanica werkt. Bij onze beschouwingen gaan we daarom uit van de conceptie, dat de kleideeltjes een netwerk moeten vormen.

Op grond van de microrheologische analyse enerzijds en anderzijds op grond van de praktische feiten vermeld door *von Terzaghi*, *Bernatzik* en andere onderzoekers, volgens welke de zetting uiteindelijk nadert tot een constante deformatiesnelheid, menen we redelijkerwijs te kunnen concluderen, dat het rheologische model voor klei een *Newton*se component moet hebben. We zijn daarom van oordeel dat het eenvoudige *Maxwell*-model voldoende geschikt is om althans bij grove benadering het rheologisch gedrag van klei weer te geven. Hierop is de gedachtengang van hoofdstuk VI gebaseerd. In de hoofdstukken VII en VIII worden de afgeleide differentiaalvergelijkingen voor het deformeren van kleilagen uitgewerkt voor enkele ééndimensionale gevallen en voor een tweedimensionaal geval. In hoofdstuk IX wordt nog de invloed van de versteviging tijdens de consolidatie op de viscositeit in rekening gebracht. Het is voorbarig om ons aan voorspellingen te wagen in hoeverre de werkelijkheid door de af te leiden zettingsformules wordt benaderd. Alleen over zeer lange tijd uitgestrekte zettingswaarnemingen in de praktijk kunnen hierop het antwoord geven.

Litteratuurlijst

1. Terzaghi, K.v.; De Ingenieur 1935, **50**, B 239; **51**, B 263.
2. Terzaghi, K.v., en Fröhlich, O.K.; „Theorie der Setzung von Tonschichten", Wien 1936.
3. Keverling Buisman, A.S.; „Grondmechanica", p.105 e.v., Delft 1944.
4. Gray, H.; Proc.1st Int.Conf.Soil Mech. Harvard 1936, **2**, D-14 138.
5. Terzaghi, K.v., en Peck, R.B.; „Soil Mechanics in Engineering Practice", p.75, 241, 437, New York 1951.
6. Bernatzik, W.; „Baugrund und Physik", p.204, 234, Zürich 1947.
7. Biot, M.A.; J.Appl.Phys. 1941, **12**, 155, 426, 578.
8. Terzaghi, K.v.; „Erdbaumechanik" p.25, Wien 1925.
9. Hvorslev, M.J.; „Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden", p.71, Kopenhagen 1937.
10. Geuze, E.C.W.A.; Proc.2nd Int.Conf.Soil Mech.,Rotterdam 1948, **3**, 139.
11. Haefeli, R., en Schaerer, C.; Schweiz.Bauztg 1946, **128** (5), 51; **128**(6), 65; **128**(7), 81.
12. Casagrande, A., en Wilson, S.D.; Géotechnique 1950, **2** (3), 141.
13. Brennecke, L., en Lohmeyer, E.; „Der Grundbau", I Band, I Teil, p.128, Berlin 1938.
14. Burgers, J.M., en Scott Blair, G.W.; „Report on the principles of rheological nomenclature", Proc.1st Int.Congr.Rheol. Scheveningen 1948.
15. Burgers, J.M., Saal, R.N.J., en Biezeno, C.B.; Nederl.Akad. Wet., Verh.(Eerste sectie), 1941, **18** (1), 1.
16. Filon, L.N.G.; Phil.Trans. 1902, **198A** (4), 147.
17. Terzaghi, K.v., en Fröhlich, O.K.; zie litt. 2, p.12.

Hoofdstuk II

INRICHTING VAN HET EXPERIMENTEEL ONDERZOEK

2.1. Inleiding

Zoals uit de algemene inleiding op te maken is, wordt in dit onderzoek onder klei verstaan een mengsel van zand- en siltkorrels, allerlei soorten kleideeltjes, water, waterdamp en lucht, kortom de groep grondsoorten, die men in de bouwpraktijk klei noemt.

Torsieproeven op kleicylinders zijn niet nieuw. Dergelijke experimenten werden reeds door vele onderzoekers, o.a. *Talwalkar* en *Parmelee* [1] (1927) en *Norton* [2] (1938) uitgevoerd ten behoeve van de keramische industrie, met het doel enige gegevens te verkrijgen over het plastisch gedrag van dit cohesieve materiaal in het algemeen en over de verwerkbaarheid van de klei in het bijzonder.

Talwalkar en *Parmelee* bestudeerden de torsie van massieve kleicylinders onder de invloed van een koppel, dat trapsgewijze werd opgevoerd. Ze zetten de resultaten uit in wat zij noemden D-τ krommen en kwamen tot de conclusie, dat de onderzochte klei een Binghamse D-τ relatie vertoonde. In later verschenen publicaties van andere auteurs werd evenwel naar voren gebracht, dat deze krommen in het gebied van geringe deformatiesnelheden een afbuiging van de rechte lijn naar de oorsprong toe vertoonden.

Norton voerde zijn torsieproeven uit met een apparaat, waarbij de snelheid van hoekverdraaiing constant wordt gehouden, terwijl het opgewekte torsiemoment wordt gemeten. De monsters waren holle kleibuizen, die op een ingewikkelde manier werden gevormd. Eerst werden massieve cylinders gemaakt, die aan de uiteinden voorzien werden van vierkante kleiblokken; daarna boorde hij ze centrisch uit. Het cylindrische deel had een hoogte van 5.0 cm en een inwendige en uitwendige diameter van resp. 1.6 en 2.2 cm. Aangezien het koppel wordt aangebracht aan de wand van het vierkante deel en de verhouding hoogte tot diameter van het cylindrische deel betrekkelijk gering is, zijn we van oordeel, dat de spanningsverdeling in het monster sterk beinvloed wordt door de randvoorwaarden. Dit zelfde bezwaar geldt ook voor de proeven van *Habib* [2] (1953), die massieve kleicylinders tordeerde, voorzien van verdikte cylindrische eindstukken, aan de rand waarvan het koppel werd aangebracht.

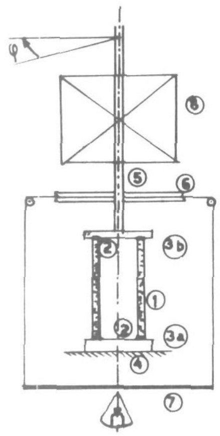
De uitkomsten der proeven van genoemde onderzoekers vertonen alle een zekere overeenkomst, inzoverre het experimentele verband tussen spanning en deformatie in het gebied van kleine deformaties lineair is. *Norton* [2] spreekt zelfs van een proportionaliteitsgrens, die hij „yield-value" noemde. Deze lineariteit werd ook gevonden door andere onderzoekers, die proeven deden met het triaxiaalapparaat op massieve kleicylinders (zie bijv. *Casagrande* en *Wilson* [4], (1950)).

Men heeft echter gevonden, dat de meetresultaten beinvloed worden door de willekeurig opgelegde deformatiesnelheid (strain-controlled tests) of door de willekeurige wijze van opvoeren der belasting (stress-controlled tests). De aldus bepaalde experimentele krommen worden in de grondmechanica ten onrechte aangezien als „stress-strain-relations". Het ware τ-γ verband is een karakterisering van de feitelijke eigenschappen van het materiaal zelve en kan niet beinvloed worden door de voorkeur der onderzoekers voor een bepaald type apparaat. Men zou het feitelijke τ-γ verband uit de experimentele krommen nog moeten afleiden. Indien men bedenkt dat dit ware verband op zich zelf reeds ingewikkeld is en voorts, dat de responsie van het materiaal op elk ogenblik bepaald wordt door de reeks ingewikkelde spanningscombinaties waaraan het monster vanaf de maagdelijke toestand onderworpen is geweest, en men verder bovendien nog de invloed moet naspeuren van de willekeurig opgelegde deformatiesnelheid of snelheid van belasten, dan wordt het vinden van de ware stress-strain-relatie wel zeer problematisch.

We hebben daarom gemeend de voorkeur te moeten geven aan de uitvoering van standaard-experimenten zoals deze door *Burgers* en *Scott Blair* [5] zijn aanbevolen. Het doel van deze standaard-experimenten is τ-γ krommen af te leiden voor statische belastingen, bij een proefopstelling waarbij het te onderzoeken materiaal zoveel mogelijk homogeen door een schuifspanning τ wordt belast en homogeen deformeert, terwijl ter vermijding van moeilijk te beschrijven invloeden van de voorgeschiedenis elke proef wordt uitgevoerd op een vers monster. Alleen teneinde de thixotrope verschijnselen in klei na te gaan werden later een reeks identieke proeven op het zelfde monster ondernomen, waarbij het proefobject vele malen gedurende een zeker tijdsinterval werd belast en weer ontlast (zie par. 2.5).

In de Algemene Inleiding hebben we de motieven uiteengezet, waarom we de voorkeur geven aan het torderen van holle kleibuizen. Het vinden van een geschikt kitmiddel om klei aan metalen te kitten heeft ons mogelijk gemaakt om het torsiemoment op een vrij eenvoudige manier op het monster te doen aangrijpen. Het is niet meer nodig om de monsters van extra zware kleiblokken te voorzien waarop het koppel zou moeten werken. Voor de beproeving worden de holle buizen eenvoudig weg aan de daarvoor bestemde monsterhouders gekit, die in het proefschrift ook wel eindstukken (3a-b) worden genoemd (zie fig. 2.1). De onderste monsterhouder (3a) wordt in de plastometer aan het basisstuk (4) geklemd. Aan het boven eindstuk (3b) zit vast een draaibare as (5), waaraan een snaarschijf (6) is bevestigd met een keeldiameter van 90 mm.

Tijdens de proef kan deze as geen verticale bewegingen uitvoeren.



(1) monster
(2) kitmiddel
(3a) ondereindstuk
(3b) boveneindstuk
(4) basisstuk
(5) as
(6) snaarschijf
(7) juk met belasting
(8) meetelement

Fig. 2.1. Schematische voorstelling torsieplastometer

De eindvlakken van de kleicylinder blijven derhalve steeds parallel en op gelijke afstand van elkaar. Aan bovengenoemde schijf kan door middel van koordjes een juk met gewichten (7) worden bevestigd. Aldus laat men het koppel in het bovenvlak van de holle cylinders aangrijpen. Hiermede wordt het voordeel bereikt, dat de spanningstoestand in het monster niet beinvloed wordt door de randvoorwaarden bij de bevestiging.

Boven aan de as is een meetelement (8) gekoppeld, waarmede men de torsiehoek kan meten. Er werd gebruik gemaakt van twee soorten meetelementen. In den beginne, bij gebrek aan betere instrumenten, werd de torsie langs mechanische weg gemeten met behulp van een uitgebalanceerd meethorloge. De apparaten voorzien van dit meetlichaam worden hier mechanische torsieplastometers genoemd. Ze voldoen niet helemaal en daarom zijn later de veel gevoeliger inductieve plastometers geconstrueerd. Het meetelement is hierbij gebaseerd op het inductieve principe en de torsiehoek wordt in-direct langs electronische weg gemeten. Hoeken werden tot een grootte van 12 graden gemeten, met een nauwkeurigheid van ca 0,006 graad.

Series proeven werden uitgevoerd op pottenbakkersklei van verschillend watergehalte. Door toevoeging van kleipoeder werd het gehalte aan zand en silt gevarieerd. De kleibuizen met een hoogte van 8 cm en een uitwendige en inwendige diameter van resp. 3.8 en 2.6 cm werden onderworpen aan torsiemomenten variërende tussen 180 en 5400 gcm (overeenkomende met een gemiddelde schuifspanning van 0.02 tot 0.54 kg/cm^2). Deze momenten hadden een nauwkeurigheid van ca 10 gcm.

Aangezien de proeven zeer tijdrovend waren, maakten we gebruik van drie gelijkwaardige mechanische plastometers en later van vijf identieke inductieve apparaten.

2.2. Inleidende beschouwingen bij de opzet der experimenten

Bij de standaardproeven wordt het monster gedurende een tijdsinterval t' aan een constant torsiemoment onderworpen, waarna het koppel wordt weggenomen. De grootte van de torsiehoek φ wordt zowel tijdens de periode van belasten als na het ontlasten gemeten. In het streven naar een zo groot mogelijke replicabiliteit der meetresultaten dienen we ons rekenschap te geven van de eisen, die de standaardexperimenten aan de qualiteit der monsters en aan de betrouwbaarheid der apparaten stellen:

1. de monsters moeten alle gelijkwaardig in qualiteit zijn;
2. de proeven moeten telkens worden uitgevoerd op een vers monster;
3. de spanningstoestand moet zo eenvoudig mogelijk zijn en moet gedurende de gehele proef liefst constant worden gehouden;
4. het monster wordt onderworpen aan een constante belasting zowel tijdens het belasten als na het ontlasten;
5. het apparaat mag de meting niet beinvloeden;
6. het monster mag tijdens de proef niet beinvloed worden door de omgeving.

Teneinde aan deze eisen zoveel mogelijk tegemoet te komen is het gewenst om de volgende voorzieningen te treffen:

ad 1. Aangezien klei in de natuur vaak inhomogeniteiten, zoals allerlei soorten verontreinigingen, harde klonters en scheuren bevat, leek het ons beter de klei eerst te verpoederen en hierna pas met een hoeveelheid water tot de gewenste consistentie te mengen. Door nauwkeurige aandacht te besteden aan het mengen, persen en bewaren dezer monsters is het mogelijk om binnen redelijke grenzen vrij goed identieke kleicylinders te maken.

ad 2. De monsters moeten enige weken in een exsiccator met constante vochtigheid worden bewaard. Daarmede bereikt men dat kleibuizen hun voorgeschiedenis (het persen, corrigeren) vergeten. Tevens is het belangrijk dat het inzetten der monsters in de plastometer zonder wrikken gebeurt.

ad 3. Hieraan wordt gedeeltelijk reeds voldaan door de torsieproeven op holle cylinders uit te voeren. Het lijkt wenselijk om de wanddikte hiervan zo gering mogelijk te maken, maar zoals later uiteengezet zal worden stuit dit op practische bezwaren. Bovendien is de kans dat dunne buizen bij torsie gaan plooien veel groter. Bij het kitten bij hoge temperatuur moet men de uiterste voorzichtigheid betrachten, omdat een structurele verandering der monsters aan de uiteinden, de replicabiliteit kan verlagen.

ad 4. Het plotseling opbrengen der belasting geschiedt alle voorzichtigheid ten spijt altijd min of meer met stoten. Dit is direct te zien, indien men een snel registrerende penrecorder aan de meetkast aansluit. Het effectieve moment dat het monster ondervindt, blijkt pas na enkele tienden van een seconde constant te worden. Voor metingen waarbij de belasting meer dan tien seconden en langer wordt opgebracht, heeft dit geen betekenis. Belangrijker is wat onder ad 5 wordt behandeld.

ad 5. Het apparaat is theoretisch nooit volmaakt. Door de wrijving der bewegende onderdelen en de veerkracht van het meethorloge bij de mechanische plastometer wordt de meting altijd beinvloed. Het apparaat zelf neemt een gedeelte M_a van het uitwendige moment M_u op waardoor het moment M_e dat effectief op het monster komt verlaagd wordt:

$$M_u = M_e + M_a .$$

We zullen straks zien (par. 2.4), dat M_a bij de mechanische plastometers bovendien afhankelijk is van de grootte der torsie φ, hetgeen de zaak gecompliceerd maakt. Aan de eisen 3 en 4 wordt niet langer voldaan:

$$M_u = M_e(\varphi) + M_a(\varphi) .$$

Vooral bij het ontlasten (M_u meestal gelijk aan nul) is de invloed van M_a des te onplezieriger, omdat het nu torderend moment $M_e(\varphi)$ van het monster slechts gering is:

$$0 = M_e(\varphi) + M_a(\varphi) .$$

We hebben getracht deze invloeden practisch tot een minimum te beperken door het aanbrengen van een compenserend moment, maar zelfs al zou men de tekortkomingen van het apparaat door ijking volkomen kunnen bepalen, het blijft bij rheologische proeven nog altijd gecompliceerd om de invloed ervan op de metingen in rekening te brengen, daar ze afhangen van de deformatie, die men niet in de hand heeft. Dit is ook de reden waarom we van de mechanische meetmethode zijn afgestapt en voor het meten van de torsiehoeken het inductieve principe hebben toegepast (zie 2.3). Het parasitair moment M_a (invloed van de wrijving der kogellagers), is niet alleen constant, maar kan zelfs tot een te verwaarlozen grootheid worden gereduceerd (< 10 gcm).

De kleinste gebezigde waarde van M_u bedroeg 180 gcm, zodat het apparaat, voorzover het beinvloeding der metingen betreft, nagenoeg volmaakt is ($M_u \sim M_e$).

ad 6. Het is gewenst dat de metingen geschieden in een ruimte van constante vochtigheid en constante temperatuur. Tevens moeten voorzieningen getroffen worden om het vochtverlies der monsters zo goed mogelijk tegen te gaan, want door uitdrogen verandert hun qualiteit, terwijl de spanningstoestand aanhoudend gewijzigd wordt. Verder is een trillingsvrije opstelling gewenst.

De thixotrope versteviging der monsters voltrekt zich over zeer lange tijd; het grootste deel hiervan vindt eerst binnen 100 uren plaats. Het verdient derhalve aanbeveling om de monsters minstens 100 uren in een vochtige ruimte te bewaren, alvorens ze te beproeven (zie par. 2.4).

Elke keer wordt een aantal van 30 à 50 monsters vervaardigd. Aangezien er vijf plastometers zijn, kunnen ze niet tegelijk worden beproefd. Nu elke reeks van vijf proeven onvermijdelijk bij niet identieke thixotrope toestanden van de proefstukken uitgevoerd moet worden, dient men te vermijden dat de invloed van het thixotroop effect zich systematisch over de verschillende metingen uitstrekt. De keuze van de grootte der belasting, aan welke men een willekeurig monster in een bepaald apparaat moet onderwerpen, wordt nu aan het toeval overgelaten (zie hoofdst. III).

2.3. Beschrijving van de inductieve plastometer

De belangrijkste onderdelen van het apparaat zijn reeds besproken bij de behandeling van de schets 2.1. We hoeven hier nog slechts op enkele details in te gaan. De as (5) bestaat uit twee gedeelten, namelijk het gedeelte waaraan de snaarschijf (6) en het meetelement vastzitten (5a) en het gedeelte, dat als verbindingsstuk tussen het boveneindstuk (3b) en het bovenste deel van de as (5b) fungeert. Het eerstgenoemde stuk is tegen translatie gefixeerd, terwijl het verbindingsstuk hier in- en uit kan worden geschoven. Beide delen van de as zijn draaibaar opgesteld. Tijdens de proef zijn beide onderdelen hecht aan elkaar verbonden. De hoekmeting geschiedt volgens het inductieve principe.

Het electrische gedeelte bestaat uit een meetelement (8), dat door een kabel aan een meetkast (13) is verbonden. In beginsel bestaat het meetelement uit een spoeltje (8a), dat draaibaar is in het wisselend magnetisch veld van een solenoide (8b). Bij elke stand van de draaispoel wordt daardoor een wisselende spanning geinduceerd, waarvan de intensiteit evenredig is met de sinus van de hoek, die het vlak van haar windingen met de richting van het magnetisch veld maakt. Aan de vaste spoel (8b) is een tweede vaste spoel (8b') gekoppeld; in (8b') wordt een spanning geinduceerd, die evenredig is aan de spanning in (8b). De verhouding der spanningen in (8b') en (8a), die evenredig is met een geometrische constante en de sinus van de hoekverdraaiing, kan door ijking worden gevonden *.

Tijdens het experiment moet de knop (13d) op maximale gevoeligheid worden ingesteld. De aflezing geschiedt door telkens met behulp van de knoppen (13a) en (13b) de indicator (13c) op nul terug te brengen.

Deze inductieve meetmethode heeft de volgende voordelen:

a. Het meetelement oefent geen invloed uit op de deformaties; De geringe wrijving in het apparaat is slechts te wijten aan de kogellagers. Ze is constant en blijkt na ijking zelfs minder te bedragen dan 10 gcm; eventueel is ze zelfs door het aanbrengen van een correctiegewichtje (9) nog te reduceren. Deze geringe wrijving maakt het apparaat ongevoelig voor trillingen en stoten. De plastometer is geschikt voor het beproeven van grondsoorten, waarvan het mechanisch gedrag sterk gevoelig is voor activerende invloeden.

b. Metingen van korte duur zijn mogelijk; voor stootproeven van kleine onderdelen van een seconde en voor trillingsproeven kan men een galvanometer met penrecorder of een oscillograaf aansluiten.

De parasitaire invloeden van het apparaat zijn aldus tot een minimum teruggebracht. Het uitwendig en effectief moment zijn practisch aan elkaar gelijk. De metingen kunnen geschieden met een nauwkeurigheid van 0.5 schaaldelen van de schaal (13b), overeenkomende met een hoek van 0,006 graad.

---

* Meetelement en meetkast zijn ontworpen en in de handel gebracht door de heer S. Boersma. Voor een verdere beschrijving hiervan zij verwezen naar zijn ongepubliceerd rapport: „Hoekmeter voor palknop contrôle".
De plastometers zijn vervaardigd door de instrumentmakerij C.J. van Leeuwen, Delft.

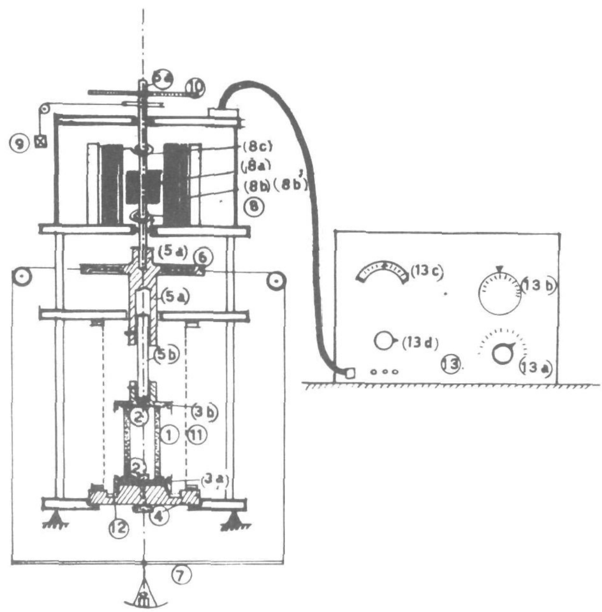


Fig. 2.2. Schematische voorstelling inductieve torsieplastometer. 1. monster, 2. kitmiddel, 3a. ondereindstuk, 3b. boveneindstuk, 4. basisstuk, 5a. as, 5b. verbindingsstuk, 6. snaarschijf, 7. juk met belasting, 8. meetelement, 8a. draaispoel, 8b. en 8b'. vaste solenoiden, 8c. spiraalveren, 9 correctieschijf met gewicht, 10. meetschijf, 11. rubbermembraan, 12. ringvormige holte, 13. meetkast, 13a. schakelaar voor ruwinstelling, 13b. knop voor fijninstelling, 13c. nulindicator, 13d. gevoeligheidsregelaar.

Teneinde metingen over lange tijd te kunnen uitstrekken zonder dat het monster te veel vocht verliest, wordt de ruimte om het monster door een rubbermembraan (11) afgesloten, terwijl een laag water in de ringvormige holte (12) ervoor zorgt, dat deze ruimte zo verzadigd mogelijk is. De smalle ringvormige spleet tussen plaat B en as (5) kan door siliconvet worden afgedicht.

2.3.1. *IJking van de inductieve plastometers*

Alvorens het verband tussen de geinduceerde E.M.K. en de stand van het draaispoeltje te bepalen, is het gewenst eerst na te gaan hoe sterk het nulpuntsverloop van de meetkast in de tijd bedraagt. Daartoe stellen we de voor de ijking speciaal aangebrachte meetschijf (10) op een bepaalde stand, zetten de meetkast aan, stellen de nulindicator (13c) in en gaan het nulpuntsverloop na. Dit verloop in de tijd blijkt slechts gering te zijn (ongeveer 3 à 4 schaaldelen van de fijninstelling (13b), overeenkomende met een hoekverdraaiing van 0.04 à 0.05 graad) en is na tien minuten practisch geheel voltrokken. Ook bij een waarnemingsperiode van drie uren bleek de wijzer van de nulindicator nog dezelfde stand in te nemen. De meting is herhaald bij andere standen van de meetschijf met hetzelfde resultaat. Derhalve is het voor elke serie aflezingen voldoende om de meetkast ruim 10 minuten van te voren in te stellen. In de vorige paragraaf werd reeds vermeld, dat er tussen de geinduceerde spanning, d.w.z. de stand der instelknoppen (13a en b), en de draaihoek een sinusoidaal verband bestaat. Ter bepaling van de ijkkromme werd bij elke stand van de meetschijf de corresponderende stand van de meetkast afgelezen. De ruwe instelling geschiedt met knop (13a), die in 20 stappen (0, I, II, ... XIX) is onderverdeeld en de fijninstelling regelt men met de schijf (13b) die in 300 schaaldelen is verdeeld; hierbij is 0.2 schaaldeel nauwkeurig te schatten. De meetschijf kan in tiende graden nauwkeurig worden ingesteld. Aangezien we ons bij de metingen hoofdzakelijk interesseren voor kleine deformaties is het voor ons van belang om de sinuslijn voor kleine waarden van het argument te bepalen. In het traject van -7^o tot $+7^o$ is de sinus vrij goed door een rechte lijn te benaderen. In dit gebied werd de meetschijf telkens over één graad verschoven. Buiten dit bereik werd ze telkens over twee graden verschoven. Teneinde de overlapping tussen twee opeenvolgende trappen van de ruwinstelling (13a) te kunnen bepalen werd de meetschijf aan het einde van de voorgaande trap zodanig ingesteld dat de index van de schaalverdeling bijna 300 schaaldelen aanwijst; daarna wordt bij ongewijzigde stand van de meetschijf de volgende trap ingeschakeld en de nulindicator weer ingesteld. De overlapping tussen de verschillende trappen blijkt gemiddeld 8 schaaldelen te zijn (0.10 graden). Alleen tussen de stappen X en XI werd een hiaat gemeten, dat voor elk der vijf verschillende apparaten 2 schaaldelen van de nulindicator bedraagt. Dit blijkt overeen te komen met 4 schaaldelen van de fijninstelling (13b).

De resultaten zijn verzameld in tabel 2.I. De standen van de meetschijf in graden zijn gegeven in de eerste kolom. De aflezing van de stappen en de schaalverdeling van de fijninstelling zijn respectievelijk gegeven in de kolommen 2 en 3. De opgaven tussen haakjes zoals b.v. (VIII + 299 = IX + 7) tussen de regels voor 118^o en 117^o, duiden op het overlappen der opvolgende stappen, in dit geval ten bedrage van 8 schaaldelen der fijninstelling (13b). In het geval van de hiaat, die niet rechtstreeks met behulp van schaal (13b) kon worden bepaald, doch uit aflezingen van de nulindicator (13c) moest worden gevonden, zijn de voor (13b) opgegeven standen uit (13c) afgeleid, gebruik makende van de omstandigheid dat 1.0 schaaldeel van (13c) bleek overeen te komen met 2 schaaldelen van (13b). Een zelfde herleiding is toegepast bij de bepaling van het nulpunt der sinusvormige ijkkrommen, dat gevonden werd door de twee uiteinden van de draaispoel (8a) kort te sluiten. De bijbehorende aflezing van de meetkast bedraagt XI- ÷0.8 schaaldelen van de nulindicator. Dit nulpunt blijkt dus ongeveer midden in de hiaat tussen de stappen X en XI te liggen. Dit is het zelfde voor alle vijf apparaten. Deze resultaten zijn uitgezet in de grafieken op figuur 2.3; in de figuur zijn de schaaldelen (13b) reeds gecorrigeerd voor het overlappen van de hiaat. Hieruit blijkt dat in het gebied van kleine argumenten één graad hoekverdraaiing bij de plastometers Nr 1, 2, 3, 4 en 5 overeenkomt met respectievelijk 80.7, 83.3, 80.7, 71.4 en 80.7 schaaldelen van (13b).

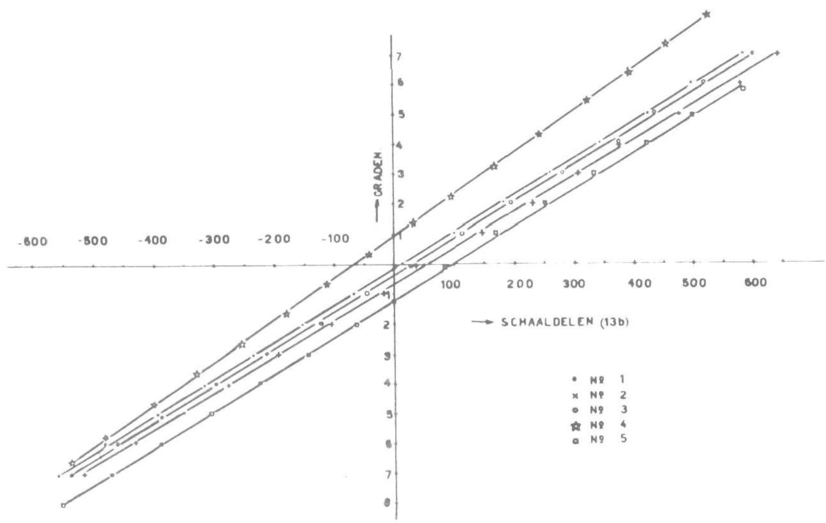
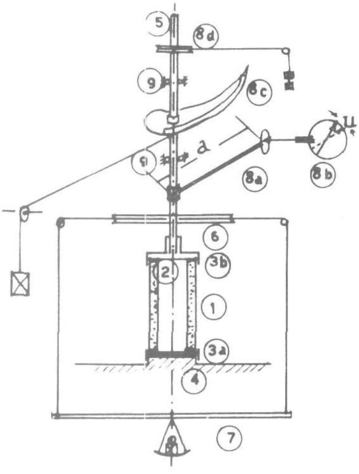


fig. 2.3. IJkingslijnen inductieve plastometers

2.4. Beschrijving en ijking van de mechanische plastometers

Het principe van deze plastometers werd reeds gegeven in de schets van fig. 2.1. De meting van de draaihoek geschiedt hier langs mechanische weg. Deze apparaten werden slechts in het begin van dit onderzoek gebruikt bij gebrek aan betere instrumenten. De meetresultaten met deze meetmethode verkregen zijn niet geheel vrij van de parasitaire variabele invloeden van het apparaat; desondanks zijn ze nog wel van nut voor het bestuderen van het rheologisch gedrag van klei.

Teneinde de draaihoek te kunnen meten is aan as (5) de arm (8a) met een gladgepolijst bordje aan het uiteinde bevestigd. Tegen dit bordje rust de stift van het meethorloge (8b); onvermijdelijk is in dit contactvlakje een wrijving aanwezig die afhankelijk is van de tegenkracht van de veer in het meethorloge. Het mechanisme in het horloge zelf heeft ook wrijving. Teneinde de invloed van dit systeem op de metingen te compenseren moet dit worden uitgebalanceerd. Daartoe is een mechaniekje



1. monster
2. kitmiddel
3a. ondereindstuk
3b. boveneindstuk
4. basisstuk
5. as
6. snaarschijf
7. juk met belasting
8a. arm met bordje
8b. meethorloge
8c. mechaniekje met uitbalanceringsgewicht
8d. correctieschijf met gewichten
9. kogellagers

Fig. 2.4. Schematische voorstelling mechanische torsieplastometer

(8c) geconstrueerd, waaraan een uitbalanceringsgewicht hangt, dat het compenserend moment moet opleveren. De vorm van het mechaniekje is experimenteel bepaald tot torsiehoeken van 8.5 graden. Wordt de draaihoek groter, dan wordt de arm van het uitbalanceringsmoment overeenkomstig vergroot. Aldus is het mogelijk om bij elke stand van de as de invloed van het mechanisch meet-element zo goed mogelijk te compenseren. Aangezien het systeem veel wrijving heeft (statische en dynamische wrijving) zijn we er niet geheel in geslaagd. Het resterende parasitaire moment moet worden weggenomen door correctiegewichten, bevestigd aan een schijf van 1 cm keeldiameter (8d). Bij de ijking moeten we ons tot doel stellen om uit te vinden welke grootte van het correctiegewicht bij een bepaald parasitair moment, d.w.z. bij een bepaalde draaihoek, behoort. Het stelsel van momenten is weergegeven in fig. 2.5. Hiervoor geldt op elk ogenblik de volgende evenwichtsvergelijking:

$$M_u = M_e(\varphi) + M_a(\varphi),$$

waarbij: $$M_a(\varphi) = M_h(\varphi) + M_w(\varphi) - M_{ub}(\varphi) - M_c(\varphi)$$

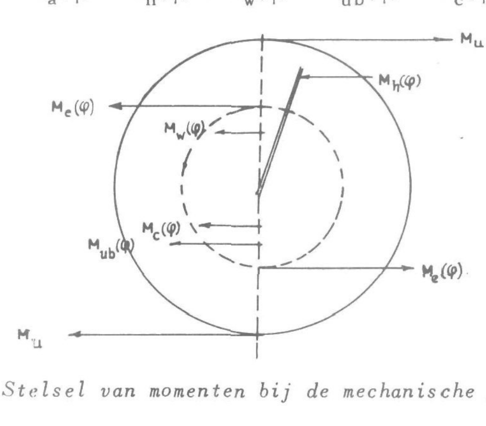


fig. 2.5. Stelsel van momenten bij de mechanische plastometers

en M_u het uitwendig moment, $M_e(\varphi)$ het effectief moment, $M_a(\varphi)$ het parasitair moment, $M_h(\varphi)$ het moment veroorzaakt door het meethorloge, $M_w(\varphi)$ het moment van de wrijving, $M_c(\varphi)$ het correctiemoment en $M_{ub}(\varphi)$ het correctiemoment van de uitbalancering voorstellen.

Bij de ijking voor belasten, doch zonder monster in het apparaat, geldt:

$$0 = 0 + M_h(\varphi) - M_{ub}(\varphi) + M_w(\varphi) - M_c(\varphi).$$

Het gaat er nu om de functie $M_c(\varphi)$ experimenteel te bepalen. Het resultaat is weergegeven in figuur 2.6A. De metingen kunnen worden gegarandeerd binnen een nauwkeurigheid van 0.2 graad. De helling der experimentele krommen geven een maat voor de stijfheid van de veren in de meethorloges. De ijkingen voor de apparaten MPI, MPII en MPIII geschiedden respectievelijk bij uitbalanceringsgewichten van 110, 220 en 230 gram. Bij de uitvoering van de proeven op kleicylinders werden de correctiegewichten volgens de aangegeven trapjeslijn aangebracht. Zo bedroeg het correctiemoment bij een deformatie tussen 2 en 3 graden bij apparaat PI en PIII 59 gcm en tussen 3 en 5 graden 80 gcm.

Bij het ontlasten zijn de parasitaire invloeden onplezieriger, omdat het terugverend moment van het monster gering is. De wrijvingsmomenten zijn nu tegengesteld gericht als bij het ontlasten. Thans geldt de volgende evenwichtsvergelijking:

$$0 = M_e(\varphi) + M_h(\varphi) - M_{ub}(\varphi) - M_w(\varphi) + M_c(\varphi).$$

Aangezien de wrijving nu tegengesteld gericht is werkt ze juist het meethorloge tegen. Het uitbalanceringsgewicht voor de drie apparaten is nu bepaald op 100 gram. Daar de compensatie onvolmaakt is moet men de resterende invloed van het parasitair moment door correctiegewichten wegnemen.

De functie $M_c(\varphi)$ moet daartoe weer door ijking worden bepaald. Hierbij (d.i. de ijking voor ontlasten) geldt de vergelijking:

$$0 = 0 + M_h(\varphi) - M_{ub}(\varphi) - M_w(\varphi) + M_c(\varphi).$$

Het resultaat der ijkingen is gegeven in figuur 2.6B.

Gedurende de proeven op kleicylinders werd als correctie de ingetekende trapjeslijn aangehouden.

Evenals in figuur 2.6A heeft het hier geen zin om deze trapjeslijn zo goed mogelijk aan de experimentele krommen te laten aansluiten; immers deze bevatten als gevolg van de wrijving een behoorlijke spreiding van 0.2 graden. Bovendien heeft dit bij het belasten weinig zin, omdat het overblijvende parasitair monent klein is in vergelijking tot het uitwendig moment (grootte orde van 1 à 2 procent).

Behalve de tekortkoming dat de invloed van het meetlichaam op de deformatie hier niet geheel kan worden weggewerkt heeft deze meetmethode bovendien nog de onprettige eigenschap, dat de meting gevoelig is voor trillingen en stoten; immers door deze activerende invloeden wordt de wrijving in de bewegende onderdelen van het apparaat verlaagd. Voor materialen, die een geblokkeerd effect vertonen bij het deformeren, waarbij men moet tikken om de uiteindelijke deformatie te meten, zijn deze plastometers minder geschikt.

Het verband tussen de verplaatsing van de wijzer van het meethorloge u en de torsiehoek φ is uit fig. 2.4 direct af te leiden. Men vindt: $\varphi = \arctan u/a$, waarbij a de loodrechte afstand (= 60 mm) voorstelt tussen de hartlijnen van de as (5) en de stift van het meethorloge 8b.

2.5. Het vervaardigen, bewaren en bevestigen van de monsters

Aangezien de proeven telkens op een maagdelijk monster moeten worden gedaan, is het gewenst om de uiterste zorg aan het vervaardigen van de monsters te besteden.

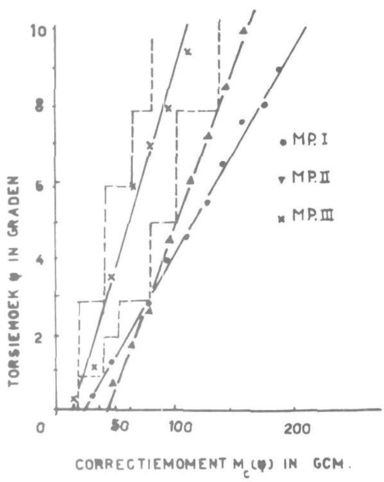


Fig. 2.6A. IJkingslijnen mechanische plastometer bij belasten.

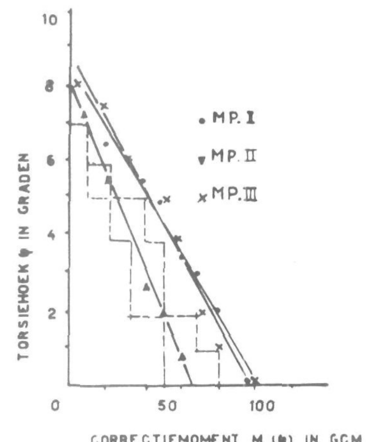


Fig. 2.6B. IJkingslijnen mechanische plastometer bij ontlasten.

Kleipoeder

De klei die in de natuur voorkomt is vaak verontreinigd door plantenresten, stukken hout, grote kiezelstenen en nog meer. Voor een goede replicabiliteit der monsters is het gewenst om het materiaal eerst van deze verontreinigingen te zuiveren. De klei werd daarna gedroogd bij kamertemperatuur en een relatieve vochtigheid van 65 tot 70 procent. Na het drogen werden de harde kluitjes in een kruisslagmolen tot poeder geslagen.

Kleispecie

Het aldus verkregen kleipoeder moet thans met water vermengd worden. De ervaring heeft geleerd, dat we de beste vochtvereveníng in kleispecie kunnen bewerkstelligen door een afgewogen hoeveelheid kleipoeder in een afgemeten quantum water te strooien, dit kleimengsel minstens één etmaal in een hermetisch afgesloten exsiccator te bewaren en het hierna gedurende 45 minuten in een bakkersmolen te kneden. Het verdient aanbeveling om de mengmolen van tijd tot tijd stil te zetten en de kleipasta die tegen de mengtrog is aangepleisterd, weer naar het midden toe te halen.

Kleimonsters

De kleispecie wordt uit de molen verwijderd en tot ballen van ongeveer 900 gram gekneed. Daarbij is het gewenst om de kleibal veelvuldig flink tegen een glazen plaat te smijten, waarbij het poriënwater duidelijk naar de oppervlakte toe geperst wordt. Op deze manier is het mogelijk om stijve kleispecies behoorlijk te kneden. De kleibal wordt nu om de as (3) van de vormcylinder gestoken en daarna geboetseerd tot een cylinder (fig. 2.7). De twee halfcylindrische helften (4) van de metalen vorm worden met vaseline ingevet en eromheen geplaatst, de stempel (5) er op geschoven en de klei wordt onder hoge verticale druk van 2 tot 4 kg per cm^2 tot een centrisch doorboorde cylinder geperst. Indien de klei goed gekneed is, mag dit monster geen scheurtjes bevatten en de oppervlakte moet er homogeen en gaaf uitzien. Na de bewerking in deze vormcylinder gaat de klei naar de pers, waar ze tot holle buizen met een uitwendige en inwendige diameter van resp. 3.8 en 2.6 cm geperst worden (fig. 2.8).

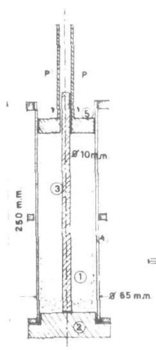


Fig. 2.7. Vormcylinder
1. kleicylinder
2. voetstuk
3. as
4. overlangs gesneden metalen cylinder
5. stempel

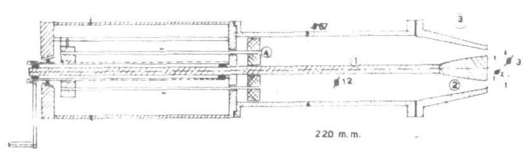


Fig. 2.8. Kleipers
1. as
2. doorn
3. mondstuk
4. stempel

De kleipers heeft in het midden een vaste as (1), waaraan een doorn (2) bevestigd is. De pers moet voor het gebruik eerst met vaseline worden ingevet. De uitgedrukte kleistreng wordt opgevangen in een geoliede halve metalen cylinder, en in stukken van 8.5 cm lengte afgesneden. Deze stukken zijn niet altijd mooi recht; daarom worden ze met behulp van twee metalen helften van een overlangs gesneden cylinder gecorrigeerd en op maat (8 cm lang) afgesneden. Dit geschiedt met een dunne koperen draad, die van te voren is ingevet.

De afmetingen van de proefstukken worden bepaald uit practische overwegingen. Liefst zou men de dikte zo klein mogelijk willen maken om de spanningsverdeling over de dwarsdoorsnede zo homogeen mogelijk te krijgen. Met het oog op eventuele structuurveranderingen bij de uiteinden van het monster als gevolg van het kitten bij vrij hoge temperatuur zou men - teneinde deze randeffecten een zo gering mogelijke rol te laten spelen - het monster zo lang mogelijk willen maken. De aard van het materiaal stelt echter ook haar eisen. Het is moeilijk om vooral bij hoge watergehalten buizen langer dan 8 cm recht af te snijden en ze in die vorm te houden; vaak zakken ze in elkaar. Bij dunne buizen speelt de wrijving langs het mondstuk van de pers een relatief grotere rol dan het geval is bij dikkere buizen, met het gevolg dat de kans groter is, dat de kleideeltjes zich parallel aan de buitenmantel gaan oriënteren. Ook de aanwezigheid van zeer kleine scheurtjes kunnen bij dunne buizen een veel sterkere invloed hebben op de meetresultaten. Het beproeven van dunwandige buizen leidt behalve tot complicaties bij het kitten, onherroepelijk tot scherpere eisen aan de plastometer. De buiswand vertoont bij grotere deformaties sterk de neiging om te plooien, waardoor voorzieningen moeten worden getroffen om een extra steundruk uit te oefenen, die binnen in het monster aangebracht zou moeten worden.

Bij slappe kleibuizen is het gewenst om de uiteinden direct na het uitdrukken en afsnijden ca 0.5 mm diep in het hete kitmiddel te dompelen. Na het verharden krijgen de monsters dan voldoende wapening om recht te blijven. Een bijkomstige gelukkige omstandigheid is nog, dat de klei de eigenschap heeft om zich na verkneding te herstellen en te verstevigen (zie hoofdstuk IV). We hebben de indruk, dat dit reeds merkbaar is na enkele minuten.

Bewaren der monsters

Tengevolge van de ongelijkmatig verdeelde spanningen bij het uitpersen moet men aannemen, dat het vochtgehalte in het monster niet overal gelijk kan zijn. Daarom is het van belang om de monsters, alvorens ze te beproeven, meer dan 100 uren in een hermetisch gesloten en gedeeltelijk met water gevulde exsiccator te bewaren. Het bewaren der monsters wordt gedaan met de volgende bedoelingen:

a. om de vochtverevening zich zo gunstig mogelijk te laten voltrekken;
b. om de thixotropische invloed van de verkneding een zo gering mogelijke rol te laten spelen door het materiaal de gelegenheid te geven zich te herstellen;
c. om de residuele spanningen de gelegenheid te geven te relaxeren.

De exsiccatoren zijn geplaatst in een kamer met een relatieve vochtigheid van ca 90%. Aangezien de beproeving van de derde serie enkele maanden zou duren, werden deze monsters minstens 3 weken bewaard (zie hoofdstuk III).

Hinderlijke structuur der monsters

Vroeger vervaardigden we monsters met behulp van de strengpers. Deze proefstukken bleken grote afwijkingen in de meetresultaten te vertonen, zijnde een gevolg van de rotatiestructuur, die onherroepelijk het gevolg is van de draaiende schroefbeweging van de spindel. De monsters, die met behulp van de in fig. 2.8 weergegeven kleipers vervaardigd worden, waarbij de kleimassa door een plunjer wordt geperst, vertonen dit euvel niet. Dit alles is aanschouwelijk te maken door enkele kleicylinders bij drie graden onder nul te bevriezen. Het poriënwater in de haarscheurtjes zet zich dan uit tot duidelijk waarneembare ijsadertjes. Een weefsel van scheurtjes treedt vaak op bij plaatsen waar de buis in de lengterichting gebogen is. Voorts is het voorkomen van scheurtjes veelvuldiger bij monsters van laag watergehalte dan bij proefstukken van hoog watergehalte.

Het bevestigen der monsters

Het toepassen van een geschikt kitmiddel om de monsters aan de metalen eindstukken te bevestigen, draagt er ruimschoots toe bij om zowel het torsieapparaat als de vorm van het monster zo eenvoudig mogelijk te houden.

Voor het kitmiddel werd een mengsel van 60 gewichtsprocenten natuurhars en 40 procenten paraffine of microkristallijne was bij 100 graden Celcius verhit, totdat het geheel in een heldere, bruine vloeistof overgaat.

Teneinde een vaste bevestiging te garanderen moeten de uiteinden van het monster van te voren van een dun laagje heet kitmiddel worden voorzien. Daartoe is het voldoende om de uiteinden van het proefstuk, gelijk hierboven reeds vermeld is, gedurende twee seconden 0.5 mm diep in de hete oplossing te dompelen. De metalen eindstukken (3a) en (3b) worden tot ongeveer 80 graden Celcius verhit en daarna wordt het monster centrisch in de inkassingen hiervan gedrukt. Indien de eindstukken te hoog zijn verhit ziet men direct belletjes opstijgen; het monster moet dan onmiddellijk worden weggehaald en men moet met het kitten wachten totdat het iets is afgekoeld.

Om het uitdrogen van het monster tijdens de proef te verhinderen wordt het buitenoppervlak van het monster eerst met een laag siliconvet ingesmeerd. Dit vet heeft de prettige eigenschap, dat het rubber niet aantast en bovendien geeft het een behoorlijke afdichting. Zoals reeds eerder werd vermeld, wordt de ruimte om het monster vervolgens afgesloten door een rubbermembraan (11), terwijl een laag water in de inkassing (12) ervoor zorgt, dat deze ruimte zo verzadigd mogelijk is. Ondanks deze voorzieningen blijken de proefstukken toch nog vocht te verliezen. Bij proeven over 4 weken bleek dit verlies 0.5 tot 1 gr te bedragen. Voor proeven van nog langere duur is het gewenst om nog betere voorzieningen te treffen.

Het inzetten van het monster in de plastometer

Bij de bevestiging van het proefstuk in de plastometer moet er op worden gelet, dat dit zo zorgvuldig mogelijk zonder wrikken gebeurt hetgeen alleen mogelijk is, indien het monster zelf behoorlijk recht is en de as hiervan dus nagenoeg in het verlengde van de as van de plastometer geplaatst kan worden. Scheefgekitte monsters moeten worden afgekeurd.

Het bevestigen van het monster geschiedt als volgt:
Men plaatst het monster op het voetstuk (4) en klemt het vast. De instelbare as (8b) wordt nu in het boveneindstuk (5b) geschoven en door middel van boutjes vastgezet. Vervolgens wordt het draaispoeltje (8a) zodanig ingesteld, dat de meetkast in het bereik X zit. Men giet nu een laagje water in de inkassing (12) en de rubbermembraan (11) kan worden afgesloten; de kleine ringvormige opening tussen de as van de schijf (6) en plaat B wordt met siliconvet afgedicht. Bij de mechanische plastometers worden vervolgens het meethorloge en het mechaniekje met de uitbalanceringsgewichten ingesteld. Het corrigeren geschiedt tijdens de proef zelf, hetgeen een ingewikkelde manipulatie is. De proef kan nu beginnen.

2.6. Het uitvoeren der proeven

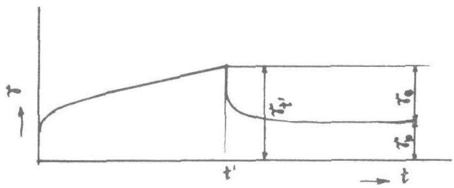
Bij dit onderzoek werden drie soorten proeven uitgevoerd, n.l.

1. proeven bij constant torsiemoment gedurende een lange waarnemingsperiode;
2. dezelfde proeven bij kortstondige belastingen;
3. proeven, waarbij het monster gedurende een tijd t wordt belast en daarna ontlast gedurende eenzelfde interval t; vervolgens weer belast over dezelfde tijdsduur t; ontlast enz.

Bij de twee eerstgenoemde proeven gaat men uit van een constant torsiemoment en bestudeert de deformaties als functie van de tijd. In het begin nemen ze zeer sterk toe (meer elastische deformaties), daarna neemt de deformatiesnelheid af en het monster begint te vloeien (meer permanente deformaties). Wordt de belasting na zeer korte tijd weggenomen, dan komt het materiaal nagenoeg in zijn oorspronkelijke toestand terug; geschiedt dit echter pas na lange tijd, dan schijnt het asymptotisch terug te veren tot een bepaalde eindwaarde.

Het is de bedoeling van deze proeven om bij constante belastingen, waarvan men de grootte naar wens kan kiezen, het verband tussen deformatie en tijd te bestuderen. Aldus verkrijgt men een uitgebreid spectrum van deformatie- tijd- krommen, hetwelk het mechanisch gedrag van het materiaal éénduidig beschrijft.

De belasting wordt ogenblikkelijk ten tijde $t = 0$ aangebracht. Het juk met de belasting wordt eerst in de hand gehouden; de proef begint met een snel loslaten (zonder stoten) van het juk en het indrukken van de stopwatch.



$\gamma_t{}'$ = *totale deformatie*
γ_e = *elastische deformatie*
γ_p = *plastische deformatie*

Fig. 2.9. Algemeen verloop van de deformatie als functie van de tijd bij een constant torsiemoment; ontlast wordt ten tijde $t = t'$

Teneinde een voldoende juist beeld te verkrijgen van de overwegend elastische vormveranderingen in het begin der proef, worden de eerste aflezingen snel achter elkaar verricht. Er werd afgelezen volgens het volgende tijdschema: na 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 60, 90 minuten en daarna om het uur.

De plastische deformatie bepaalt men door de belasting na een bepaalde tijd t' (fig. 2.9) ogenblikkelijk weg te nemen en de stopwatch twee keer in te drukken. De aflezingen geschieden weer volgens hetzelfde tijdschema.

Bij de mechanische plastometers vereisen de terugveringen extra correcties, hetgeen vrij bewerkelijk is.

Bij de derde serie proeven zet men gedurende een vastgestelde tijd (bijv. 1 min.) een constant torsiemoment op, ontlast een minuut lang en herhaalt dit verscheidene keren. Het belastingsschema is weergegeven in fig. 2.10.

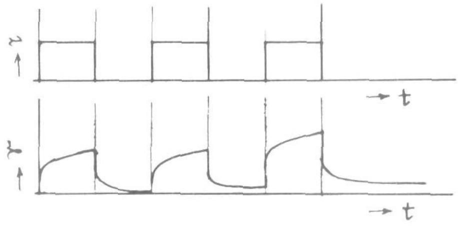


Fig. 2.10. Proeven bij herhaaldelijk belasten en ontlasten

De deformatie als functie van tijd wordt telkens afgelezen. Deze proeven zijn uiterst geschikt om de thixotropie effecten en de vloeieigenschappen van klei aan te tonen.

Litteratuurlijst

1. Talwalkar, T.W. en Parmelee, C.W.; J.Am.Cer.Soc. 1927, **10**, 670
2. Norton F.F.; J.Am.Cer.Soc. 1938, **21**, 33
3. Habib, P.; Proc.3d Int.Conf.Soil Mech. Zürich, 1953, **2**, 131
4. Casagrande, A., en Wilson, S.D.; Géotechnique, 1950, **2**(3), 257
5. Burgers, J.M., en Scott Blair, G.W.; „Report on the principles of rheological nomenclature'', Proc.1st Int.Congr.Rheol., Scheveningen, 1948.

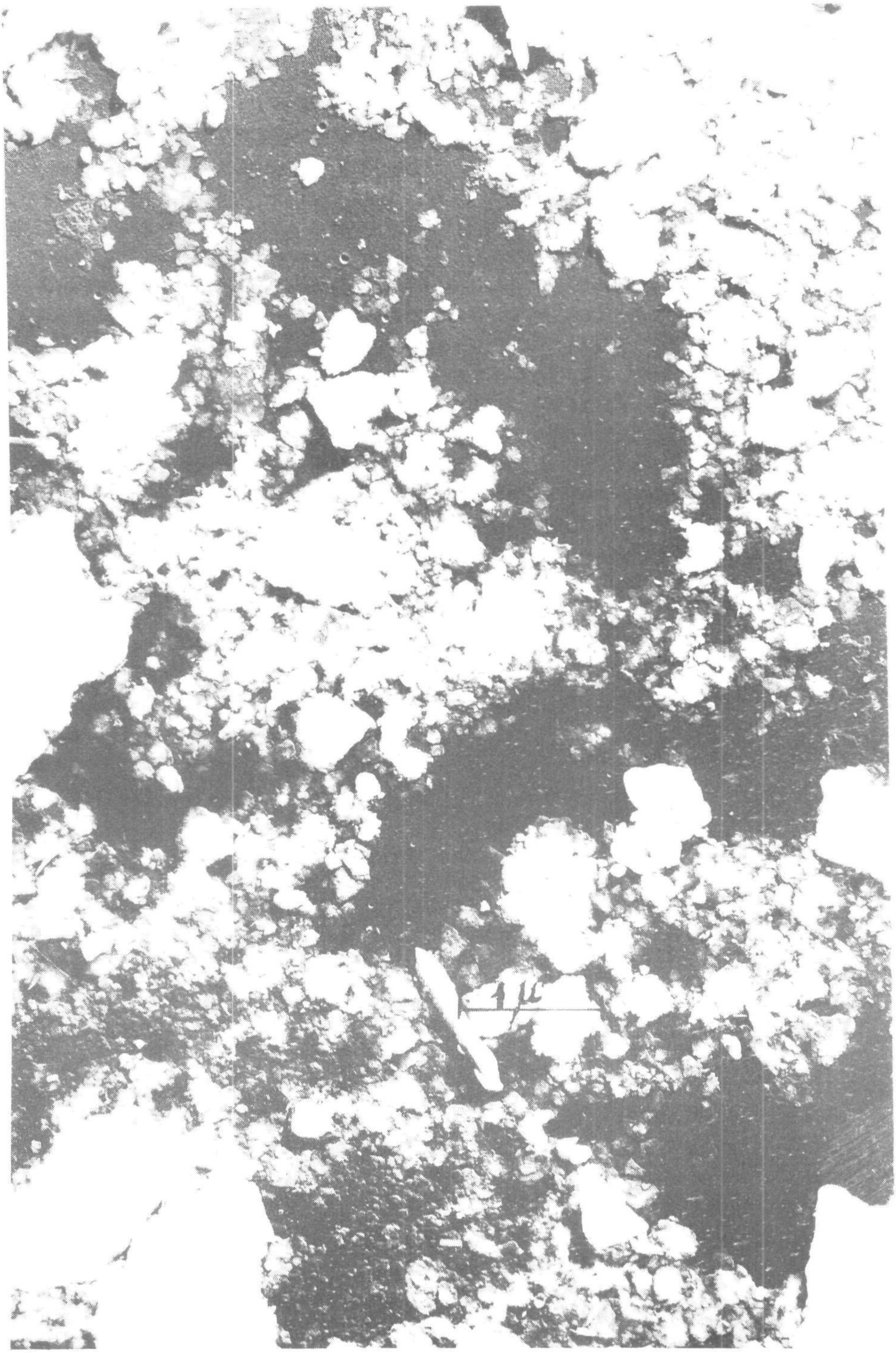
Hoofdstuk III

NADERE BIJZONDERHEDEN OVER DE EXPERIMENTEN EN PROEFRESULTATEN

3.1. Inleiding

Met het doel om een dieper inzicht in het rheologisch gedrag van klei te verwerven, werden drie series standaardproeven uitgevoerd. Aangezien juist de vette kleisoorten in de praktijk de meeste moeilijkheden en onaangenaamheden veroorzaken, hebben we ons hoofdzakelijk bezig gehouden met het onderzoek van een sterk kleihoudende pottenbakkersklei. Het korrelverdelingsdiagram is gegeven in fig. 3.1. Het eerste gedeelte van de krommen tussen 0.002 tot 0.060 mm „korreldiameter" is bepaald met behulp van de areometermethode, terwijl het tweede deel van het diagram tussen 0.06 tot 0.40 mm verkregen is uit een droge zeefanalyse. Alle deeltjes passeren door een normaalzeef van 0.40 mm maaswijdte. De kleifractie kleiner dan 2μ bedraagt 46 gewichtsprocenten van het geheel. De vorm en de grootte der kleideeltjes is te zien op de electronenmicroscopische foto (20.000 × vergroting). De kleideeltjes hebben afmetingen variërende van ongeveer 0.1 tot ruim 1μ. De randen der plaatjes zijn vaak onscherp, ofschoon wel duidelijk rechte randen aanwezig zijn. Ook zijn zeshoekige plaatjes zichtbaar, welke op de aanwezigheid van kaoliniet duiden. Volgens een mondelinge mededeling van de Electronenmicroscopische Afdeling van de Technisch Physische Dienst te Delft bestaat de klei voor het grootste deel uit illiet.

Het behoeft geen betoog, dat zeer langdurige proeven over maanden meer waardevol zijn dan kortstondige proeven, mits nauwkeurige voorzieningen worden getroffen om het vochtverlies der monsters gedurende de proef zoveel mogelijk te voorkomen. In het kader van ons tijdschema echter, mede in verband met het beperkte aantal beschikbare plastometers, hebben we ons moeten beperken tot proeven die maximaal ongeveer één maand duren. In dit geval was het geoorloofd om de eenvoudige voorzieningen aan te brengen, die reeds in het vorige hoofdstuk besproken werden. Hierbij namen we genoegen met een vochtverlies van circa 1 % van het drooggewicht. We hebben het zwaartepunt van onze onderzoekingen meer gelegd in het verkrijgen van zo uitgebreid mogelijke deformatie-tijd-diagrammen. Aangezien deze het volledige rheologische gedrag weergeven, zijn ze van groot nut geweest om ons een beeld te ver-



20.000 × vergroting

Opgenomen door Techn. Physica afd. Electronenmicroscopie, Delft

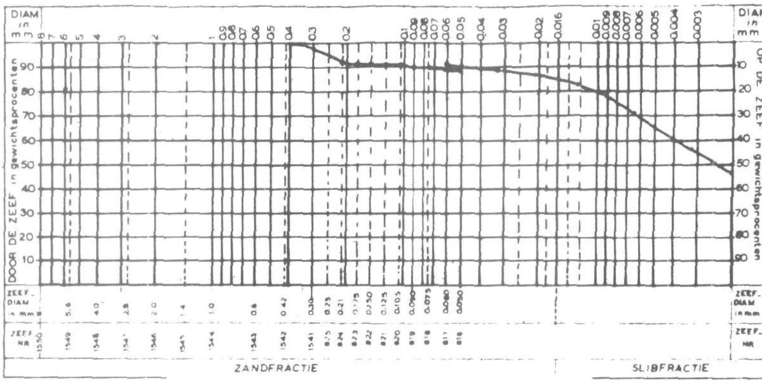


Fig. 3.1. Korrelverdelingsdiagram Pottenbakkersklei (serie I en II) (bij serie III wordt hierdoor nog 10 gewichtsprocenten van de gesepareerde kleifractie < 20 μ gemengd).

schaffen omtrent hetgeen zich in microrheologische zin in het inwendige van het materiaal afspeelt. Onze beschouwingen hierover leiden tot een visie geheel afwijkend van die, welke gegeven wordt in de bestaande theorieën over het plastische gedrag van klei.

Een tweede stap in het onderzoek is het bepalen van de invloed van het watergehalte op het mechanisch gedrag van het materiaal. Hierbij werden de onderzoekingen beperkt tot slechts twee verschillende watergehalten, namelijk 45 ± 0.5 % en 48 ± 0.5 % betrokken op droge basis in de series I en II, bepaald vóór het begin der proeven.

Nog een stap verder leidt tot het onderzoek van de invloed van het kleigehalte op het rheologisch gedrag van de klei. In serie III werden 10 gewichtsprocenten klei- en siltdeeltjes kleiner dan 20μ aan bovengenoemde pottenbakkersklei toegevoegd. Met behulp van een cycloon werd daartoe uit een gedeelte van de voorraad de kleifractie kleiner dan 20μ afgescheiden. Aan 3000 gr van het oorspronkelijke materiaal werd toen 300 gram van de gesepareerde kleifractie toegevoegd en dooreen gemengd. Sindsdien zijn we ook bezig proeven te doen op kleimonsters waarbij aan de oorspronkelijke klei kwartspoeder is toegevoegd. Dit hopen we later nog te publiceren.

Bij de opzet der experimenten werd zo goed mogelijk getracht om alle proeven onder identieke omstandigheden te laten plaats vinden. Te dien einde werden de experimenten uitgevoerd in een ruimte van constante vochtigheid en temperatuur. De invloed der apparaten en het vochtverlies der monsters hebben we zo goed mogelijk proberen te reduceren zoals in het vorige hoofdstuk beschreven is. Teneinde de verschillen in het effect der thixotropische versteviging van de klei te verkleinen hebben we de monsters een rustperiode gegeven. Bij de series I en II bedroeg ze meer dan 100 uren. Aangezien serie III maanden zou duren werden deze monsters minstens drie weken bewaard. Elke keer wordt een aantal van 30 à 50 monsters vervaardigd; aangezien slechts een paar plastometers beschikbaar waren, konden ze niet alle tegelijk worden beproefd. Zo kan het bij de series I en II gebeuren dat het ene monster een rustperiode kreeg van 100 uren, terwijl een ander proefstuk pas 1000 uren na het vormen beproefd kon worden; bij de derde serie varieerde dit van 3 weken tot 5 maanden. Het is niet onmogelijk, dat de exsiccatoren niet altijd even dicht afgesloten waren, waardoor de monsters enig vocht konden verliezen. Verder kon het openen en sluiten van deze exsiccatòren, teneinde monsters voor nieuwe proeven eruit te halen, eveneens hiertoe hebben bijgedragen. Voorts dient ook rekening te worden gehouden met de mogelijkheid dat de rubbermembranen bij de verschillende inductieve plastometers niet even goed afsluiten. Nu elke groep van 3 tot 5 monsters onvermijdelijk bij niet geheel identieke thixotrope toestanden van de monsters en met behulp van niet geheel identieke apparaten uitgevoerd moest worden, dient men te vermijden dat al deze invloeden zich systematisch over de verschillende metingen uitstrekken. De keuze van de grootte der belasting, aan welke men een bepaald monster in een bepaald apparaat moet onderwerpen, werd daarom aan het toeval overgelaten.

3.2. Verband tussen het effectieve torsiemoment M_e en de gemiddelde schuifspanning $\overline{\tau}$ en tussen de torsiehoek φ en de gemiddelde afschuifhoek $\overline{\gamma}$

Alvorens over te gaan op de bespreking der proefresultaten zullen we hier eerst een formule afleiden die bij benadering het verband weergeeft tussen het effectieve moment M_e en de gemiddelde schuifspanning $\overline{\tau}$ in het monster. In het vervolg zal de index e worden weggelaten en onder het moment zal automatisch het effectieve moment worden verstaan.

We nemen aan dat het experimenteel gevonden verband tussen M en φ in het lineaire gebied geschreven kan worden in de gesepareerde vorm:

$$M = M_o + A\varphi\, F(t) , \qquad (3.1)$$

waarbij φ de torsiehoek is, terwijl M_o het moment voorstelt, beneden welke geen deformaties zichtbaar zijn; A een constante is en F(t) een tijdsfunctie voorstelt, die afhankelijk is van het materiaal.

Deze formule houdt dus in dat, zolang het lineaire gebied niet overschreden is, de tijdsfunctie F(t) niet beinvloed wordt door de non-uniforme spanningsverdeling in het monster; aldus zou men F(t) eenduidig uit torsieproeven bij constante momenten kunnen bepalen. Het ligt voor de hand aan te nemen dat de schuifspanning τ gegeven is door:

$$\tau = f_1 + B\gamma f(t) ,$$

het spannings-deformatie verband in eenvoudige afschuiving, waarbij f_1 de schuifspanning voorstelt, beneden welke geen zichtbare deformaties optreden (straks genoemd de eerste drempelwaarde) en B een constante is en f(t) een tijdsfunctie voorstelt. Men vindt dan voor het moment in een torsieproef:

$$M = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \tau r^2 dr = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} (f_1 + B\gamma f(t))r^2 dr . \qquad (3.2)$$

Zij h' de effectieve hoogte van het monster, dan vindt men voor de afschuifhoek:

$$\gamma = \text{arc tan } r\varphi/h' \sim r\varphi/h'.$$

Voor het moment 3.2 wordt gevonden:

$$M = \tfrac{2}{3}\pi f_1 (r_2^3 - r_1^3) + \tfrac{1}{2}\pi B\varphi/h' . f(t)(r_2^4 - r_1^4) , \qquad (3.3)$$

wat inderdaad met 3.1 overeenkomt.
Uit 3.1 en 3.3 volgt nu:

$$f_1 = 3M_o/2\pi(r_2^3 - r_1^3) ,$$

$$A = B\ \tfrac{1}{2}\pi(r_2^4 - r_1^4)/h' = BI_p/h',$$

$$f(t) = F(T) ,$$

waarbij I_p = polair traagheidsmoment = $\tfrac{1}{2}\pi(r_2^4 - r_1^4)$.
Het τ-γ-verband in eenvoudige afschuiving wordt thans:

$$\tau = 3\ M_o/2\pi(r_2^3 - r_1^3) + A\gamma F(t)h'/I_p .$$

Voor de spanningsverdeling in het monster vindt men:

$$\tau = 3M_o/2\pi(r_2^3 - r_1^3) + (M-M_o)r/I_p$$

en voor de gemiddelde schuifspanning $\overline{\tau}$ (voor r = 1,6 cm) verkrijgt men de vuistformule:

$$\overline{\tau} = M_o/9.76 + (M - M_o)/10 \sim M/10 \; ; \qquad (3.4)$$

hierbij is $\overline{\tau}$ uitgedrukt in kg/cm^2 en M in kgcm.
De gemiddelde afschuiving wordt gegeven door:

$$\overline{\gamma} = r\varphi/h' \sim 0.2\,\varphi\,, \qquad (3.5)$$

waarbij h' = 7.8 cm.

Op deze wijze kan men dus uit torsie-proeven het τ-γ-verband bij eenvoudige afschuiving vinden, waarbij de tijdsfunctie éénduidig is bepaald. Zoals uit de proefresultaten zal blijken, neemt M_o af met de tijd; dit heeft tot gevolg dat de tijdsfunctie en de spanningsverdeling in het monster niet meer zo eenvoudig zijn. In paragraaf 5.3 zal worden aangetoond, dat het M/φ-verband op verschillende tijdstippen als gevolg van geringe structurele desintegraties niet meer lineair is. De formules in deze paragraaf afgeleid zijn dientengevolge slechts benaderingen, doch ze zijn voor vette kleien wel technisch bruikbaar.

3.3. Serie I

In het begin bestond deze serie uit 25 monsters, waarvan slechts 19 goede resultaten gaven. Zes maanden later werd deze serie aangevuld. De onderzochte klei had een watergehalte van 45 ± 0.5 % bij de aanvang der proeven. Na de proeven met een duur van 22 tot 75 uren bedroeg het watergehalte der verschillende monsters 44.5 ± 1 % van het drooggewicht. De kleispecie was zeer stijf, voelde na een uur kneden in de mengmolen warm aan en kon met behulp van de strengpers slechts met moeite en onder hoge druk worden uitgeperst. De kleibuis was na het uitdrukken reeds vrij stevig en de buis vertoonde bij het uitdrukken weinig neiging om aan metaal te kleven.

De proeven werden uitgevoerd met behulp van de drie mechanische torsieplastometers en geschiedden onder constante torsiemomenten M van 900, 1800, 2700, 3600, 4500 en 4950 gcm, overeenkomende met gemiddelde schuifspanningen van 0.09, 0.18, 0.27, 0.36, 0.45 en 0.50 kg/cm^2. Bij M = 900 gcm bleken de deformaties slechts 0.02 à 0.03 graad te bedragen; dit is ongeveer tevens de orde van nauwkeurigheid van de mechanische plastometers. Ook na verscheidene uren wachten bleek de deformatie niet boven dit bedrag uit te komen. Deze proef met M = 900 gcm werd op 3 monsters uitgevoerd. Aangezien deze klei zeer stijf was, hoefden er bij het belasten geen correctiemomenten te worden toegepast, wel echter bij het ontlasten. De totale duur der experimenten liep van 22 tot 75 uren; de periode van het ontlasten werd voor de meeste proeven meer dan 20 uren genomen. Het is jammer dat we deze periode bij sommige oude experimenten slechts 6 uren hebben gehouden. De aflezingen u van het meethorloge werden direct op grafiekenpapier uitgezet. De resultaten zijn na omrekening in de totale torsiehoek φ (φ = arc tan u/a, zie vorige hoofdstuk) verzameld in een deformatie-tijd-diagram (fig. 3.2). De verplaatsing bij momenten tot 3600 gcm bleek niet beinvloed te zijn door stoten; de metingen bij een moment M > 3600 gcm echter waren wel gevoelig voor activerende invloeden.

De nummers 1 t/m 17 behoren tot de oorspronkelijke serie; de nummers 18 t/m 22 behoren tot de aanvullingsserie van 7 monsters.

Het valt op te merken dat de metingen een spreiding vertonen van ± 3 tot ± 6 %, terwijl van het totale aantal van 32 monsters slechts 24 redelijke resultaten gaven.

3.4. Serie II

Deze serie van 35 proeven werd eveneens uitgevoerd met behulp van de mechanische plastometers. De monsters met een watergehalte van 48 ± 0.5 % (droge basis) bij de aanvang der proeven werden vervaardigd met behulp van de kleipers, die reeds in het vorige hoofdstuk beschreven is. Na de proeven bedroeg het watergehalte 47 ± 1 % van het drooggewicht. De kleispecie was gemakkelijk kneedbaar, had een sterke neiging om aan metaal te kleven en kon zonder moeite tot buizen worden geperst. Deze waren direct na het uitpersen niet zo stijf van consistentie, dat ze hun vorm konden blijven behouden. Teneinde ze daartoe de nodige wapening te geven was het noodzakelijk om de monsteruiteinden direct na het op maat snijden hiervan met een dun laagje kitmiddel te bedekken.

Bij deze serie werden betrekkelijk langdurige proeven genomen met een duur van 118 uren; eveneens werden kortstondige proeven uitgevoerd, waarbij de belasting slechts gedurende één minuut werd opgebracht. Er werden torsiemomenten M toegepast ter grootte van 360, 540, 900, 1800, 2700, 3240, 3600 en 4500 gcm, overeenkomende met gemiddelde schuifspanningen $\bar{\tau}$ van 0.035, 0.055, 0.09, 0.18, 0.27, 0.33, 0.36 en 0.45 kg/cm^2. Bij $\bar{\tau}$ = 0.035 kg/cm^2 werd na 7 uren belasten in het geheel geen deformatie gemeten; na verhoging van de belasting tot $\bar{\tau}$ = 0.055 kg/cm^2 was de torsiehoek na 16 uren 0.03 graad. Het toepassen van activerende invloeden

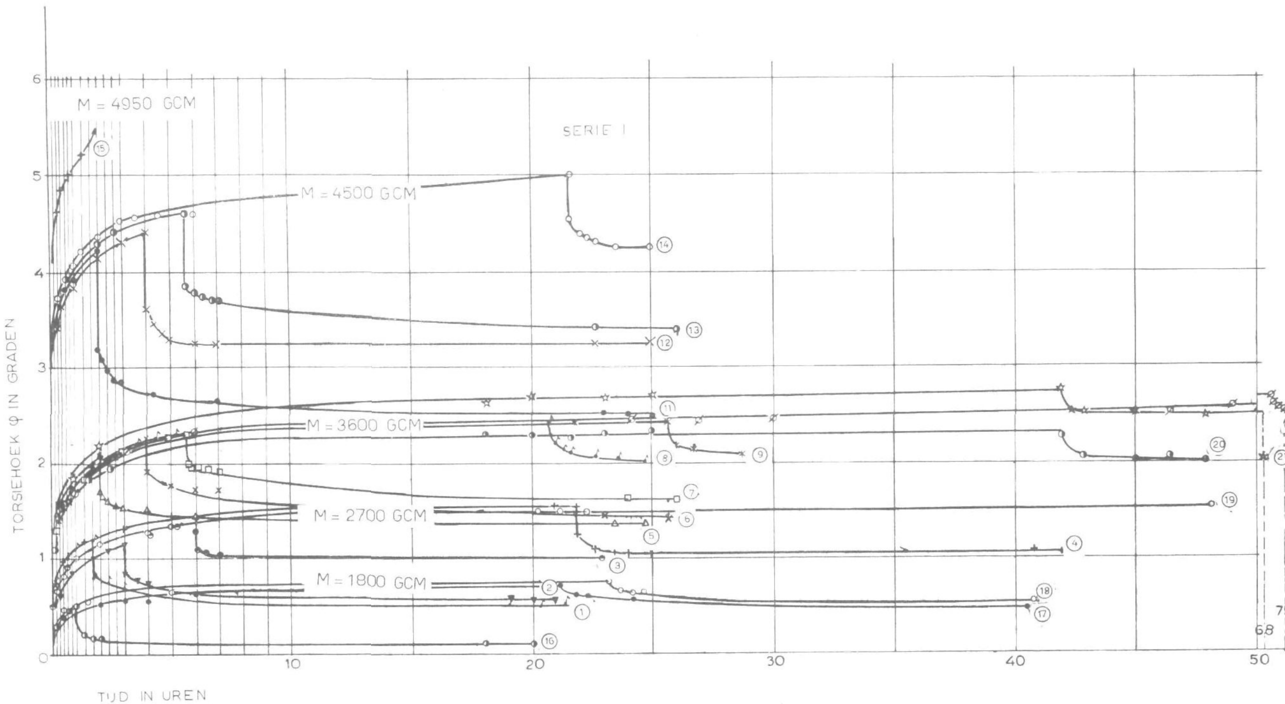


Fig. 3.2. Deformatie-tijd-diagram voor serie I

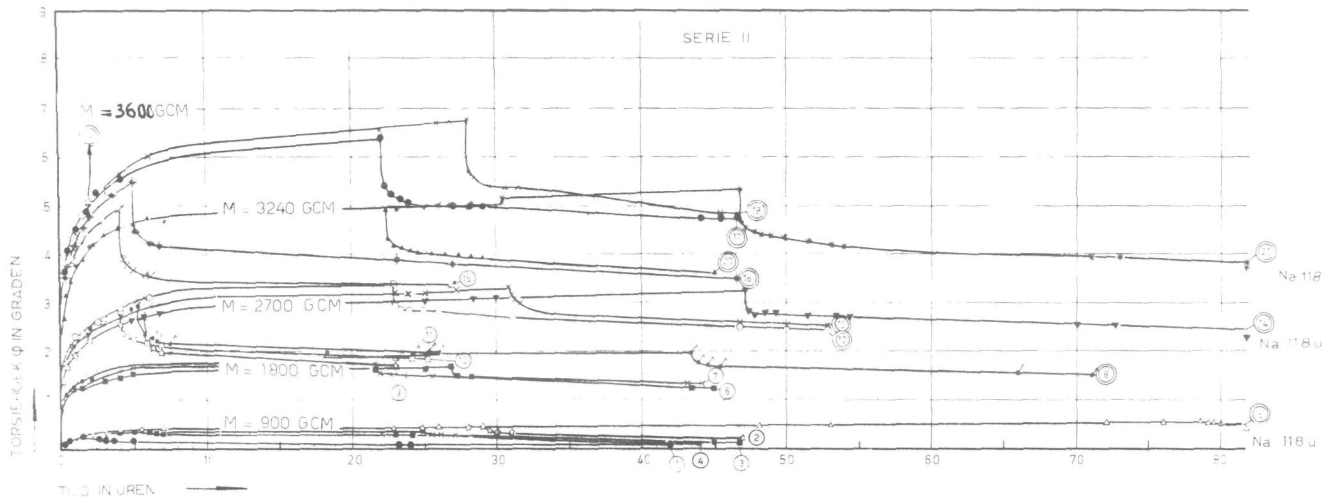


Fig. 3.3. Deformatie-tijd-diagram van serie II

leverde geen verdere deformatie op; ook in dit geval was ze te klein om met de gebruikte apparaten nauwkeurig te worden waargenomen. Deze proef werd herhaald op 5 monsters. De duur der belasting varieërde van 1,5 tot 78 uren. De periode van ontlasten werd op een enkele uitzondering na meer dan 20 uren genomen.

De deformaties van de klei bleken gevoelig te zijn voor activerende effecten, vooral bij spanningen boven $\bar{\tau} = 0.27$ kg/cm^2. Blokkerende effecten waren blijkbaar zowel tijdens de duur van het belasten als gedurende het tijdperk van ontlasten aanwezig. Teneinde deze blokkeringseffecten te overwinnen, die de deformatie verhinderen om haar natuurlijke eindwaarde te bereiken, is de toepassing van kleine schokken noodzakelijk. In de meeste proeven werden dergelijke stimuli toegepast; op een enkele uitzondering na werd in deze gevallen eerst de deformatie u afgelezen, daarna werd tegen het apparaat getikt totdat de torsie op dat ogenblik haar maximale waarde bereikte en de deformatie u' werd genoteerd. De resultaten zijn verzameld in tabellen 3.I; de metingen uitgevoerd onder dezelfde belasting zijn hier verzameld in een groep. Het mag hier vermeld worden dat een groep bestaat uit een aantal proeven, die niet genomen waren op dezelfde datum. In de tabel komen kolommen met u en u' voor; alleen in die gevallen, waarbij de aflezingen verricht werden vlak voor en vlak na het tikken, werden beide kolommen ingevuld. Na omrekening volgens de formule φ = arc tan u/a (zie hoofdstuk II) werd de torsiehoek φ bepaald; de resultaten zijn gegeven in fig. 3.3. De nummers van de monsters bij de beproeving waarvan stimuli werden toegepast, zijn voorzien van twee concentrische cirkels. Voor de duidelijkheid zijn hierin niet alle waarnemingen weergegeven. Het is te zien, dat de spreiding in een bepaalde groep ± 5 à 7 % bedraagt. Vroeger vormden we de monsters bij dit watergehalte met de strengpers; de spreiding was toen ± 7 tot 9 %. De kleipers beschreven in het vorige hoofdstuk was dus een verbetering.

Bij de kortstondige proeven met een belastingsduur van 1 minuut werden eveneens stimulerende effecten toegepast. De permanente deformaties waren hier relatief klein; dientengevolge mocht worden aangenomen, dat het monster na elke proef structureel aequivalent bleef aan de oorspronkelijke toestand. Aangezien de structurele fouten als gevolg van de inhomogeniteit, haarscheurtjes, afwijkingen in watergehalte en dergelijke veel meer invloed op de proefresultaten mochten hebben, was het verantwoord om meer proeven op hetzelfde monster uit te voeren. De resultaten werden verkregen uit proeven op één monster en zijn weergegeven in fig. 3.4.

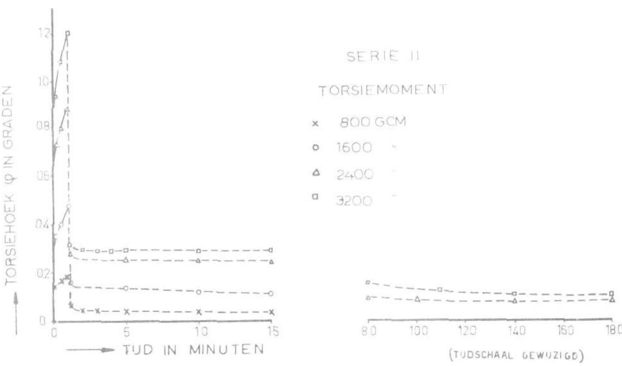


Fig. 3.4. Deformatie-tijd-diagram voor serie II (1 minuut belasting)

3.5. Serie III

In beide voorgaande series hebben we gevonden dat er een zekere minimum spanning is, in het vervolg f_1 genoemd, beneden welke de deformatie zo klein is, dat ze met de mechanische plastometers niet nauwkeurig kon worden gemeten. De invloed van het effect van activerende schokken was eveneens niet scherp te meten, omdat het apparaat zelf daarvoor gevoelig was. Dientengevolge werden de proeven van serie III uitgevoerd met de meer nauwkeurige en gevoeliger inductieve plastometers. Bij de opzet van deze experimenten waren we de mening toegedaan dat een vergroting van de kleifractie zowel de gevoeligheid t.o.v. stimuli als de grootte van deze drempelwaarde zou verlagen. Zoals reeds in de inleiding is vermeld werd toen bij 3000 gram van de oorspronkelijke kleipoeder 300 gram poeder gemengd van de gesepareerde klei met een deeltjesgrootte kleiner dan 20μ. De proeven vonden plaats bij een watergehalte van 41 ± 0.5 %. De kleispecie was zeer stijf en kon slechts met moeite met de hand worden gekneed. Het bleek doeltreffender en eenvoudiger om de kleibal vele keren met kracht tegen een glazen plaat te smijten; het was opvallend hoe de specie na een paar keren smijten nat aanvoelde en tegen de glasplaat ging kleven. Een uit rheologisch oogpunt eveneens interessant punt is het volgende: bij het persen in de vormcylinder kwam de klei in dunne krullen met een dikte van ongeveer 0.3 mm uit de spleet tussen de twee metalen cylindrische helften te voorschijn. Deze waren direct na het verschijnen uiterst vervormbaar en konden over een hoek van 180 graden worden omgevouwen zonder dat scheuren zichtbaar waren. Het is frappant dat de kleibuizen vervaardigd uit dezelfde specie na een rustperiode van enkele weken bros bleken te zijn geworden en reeds braken bij een deformatie van slechts 2 graden. Dit verschijnsel zal in het volgende hoofdstuk worden behandeld.

Na een proef van ongeveer 4 weken bedraagt het vochtverlies ongeveer 1 gr; dit komt overeen met een verlaging van het watergehalte met 1,5 %. De meeste proeven van deze serie duurden echter veel korter dan 4 weken, zodat het vochtverlies bij deze monsters veel minder moet zijn geweest.

In deze serie werden zowel langdurige proeven genomen over een periode van 4 weken als kortstondige proeven, waarbij de belasting slechts gedurende een minuut werd aangebracht.

Bij de proeven over lange duur werden 18 monsters beproefd bij momenten M = 180, 360, 900, 1800, 2700, 3600, 4500 en 5400 gcm, overeenkomende met gemiddelde schuifspanningen $\bar{\tau}$ van 0.02, 0.035, 0.09, 0.18, 0.27, 0.36, 0.45 en 0.54 kg/cm^2. Het was opvallend dat zelfs de belasting $\bar{\tau}$ = 0.02 kg/cm^2 een deformatie gaf, die 0.05 graad bedroeg en na verloop van een paar dagen niet meer toenam (de meetnauwkeurigheid van dit apparaat bedraagt ca 0.01 graad). Hadden we deze proef met de mechanische plastometers gedaan, dan zouden we tot een drempelwaarde f_1 = 0.02 kg/cm^2 of hoger hebben geconcludeerd. De duur der belasting varieerde van 24 tot 435 uren, terwijl de maximale duur der proeven 576 uren bedroeg. Het mengsel van hars en microkristallijne was bleek als kitmiddel niet zo goed te voldoen; het begon na 3 à 4 dagen te bezwijken, hetgeen te zien was aan de deformatie-tijd-kromme, die een holle zijde omhoog kreeg; bij onderzoek bleek de kitting los te zijn, terwijl het kitmiddel zelf zo bros was geworden als schellak. Tot $\bar{\tau}$ = 0.36 kg/cm^2 bleken de deformaties ongevoelig te zijn voor stoten; we lieten een paar keren achtereen een gewicht van 200 gram vanuit een hoogte van 20 cm op de tafel vallen, zonder dat er een extra verplaatsing te meten was. De proefresultaten zijn verzameld in tabel 3.II; voor de duidelijkheid zijn niet alle gemeten waarden in fig. 3.5 weergegeven. Van proeven, waarbij de monsters gekit werden met het slechte kitmiddel, zijn maar enkele resultaten opgenomen en in de meeste gevallen alleen gedeeltelijk.

Bij kortstondige proeven werden 5 monsters gedurende één minuut belast bij belastingen van $\bar{\tau}$ = 0.09, 0.18, 0.27, 0.31 en 0.36 kg/cm^2. Ontlast werd gedurende meer dan 20 uren; de resultaten zijn weergegeven in fig. 3.6. De terugveringen bleken na 6 uren constant te blijven.

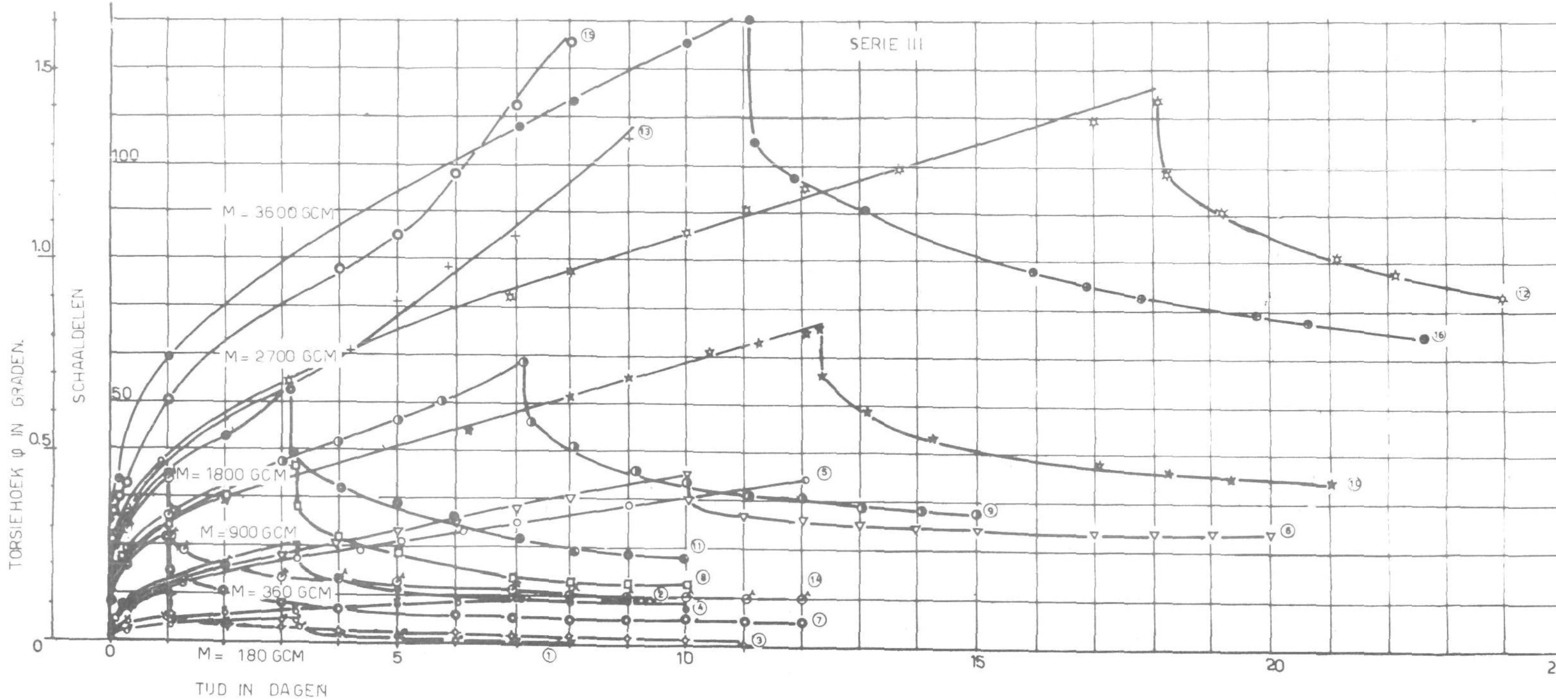


Fig. 3.5. Deformatie-tijd-diagram voor serie III

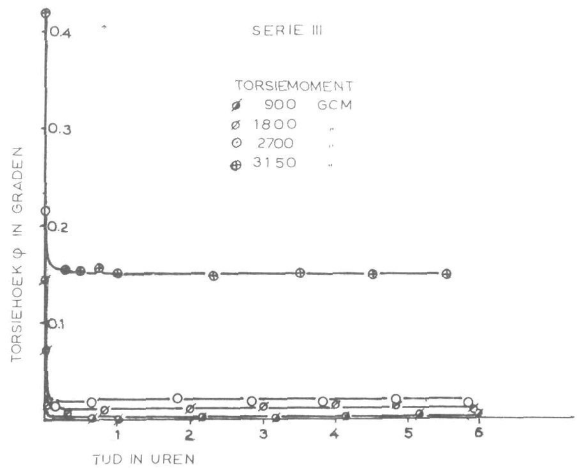


Fig. 3.6. Deformatie-tijd-diagram voor serie III (1 minuut belasting)

3.6. Krommen afgeleid uit het deformatie-tijd-diagram

Aangezien het deformatie-tijd-diagram een complete manifestatie van het rheologisch gedrag van een materiaal geeft, is het bijzonder belangrijk en nuttig. Alvorens over te gaan op de bestudering en discussie der proefresultaten, heeft het zin om de volgende krommen er uit af te leiden. Zoals reeds eerder vermeld zijn er afwijkingen van ca 5 à 6 % in de meetresultaten. Daarom is het noodzakelijk om de krommen in een bepaalde groep aan elkaar aan te passen. Daartoe nemen we telkens het gemiddelde van al de aflezingen in een groep.

a. *Totale torsiehoek φ als functie van de torsiemomenten M op verschillende tijdstippen.*

In figuur 3.7 (a, b, c) zijn de torsiemomenten op verschillende tijdstippen uitgezet tegen de torsiehoek.
Bij de serie I snijden de krommen de M-as tussen M = 1080 en M = 950 gcm; bij de series II en III geschiedt dit respectievelijk tussen M = 600 en M = 540 gcm, en tussen M = 180 en M = 0 gcm. Dit is vrij goed in overeenstemming met de gemeten drempelwaarden M_1 = 900, 540 en 180 gcm bij de drie achtereenvolgende series. Het valt op dat het afgesneden stuk op de M-as kleiner is, naarmate de tijden groter worden genomen. Dit suggereert, dat de eerste drempelwaarde f_1 met de tijd afneemt. Dit vermoeden wordt ook

bevestigd, indien men de terugvering bekijkt bij de groepen M = 1800 en M = 900 in de series I en II; indien aangenomen zou worden, dat f_1 een constante *Coulomb*se wrijving zou zijn, dan zouden terugveringen niet eens mogelijk zijn geweest. Het feit dat deze vrij goed geschiedden, wijst er op dat f_1 moet zijn afgenomen. Laten we ter illustratie serie II nemen, waarbij f_1 = 0.06 kg/ cm^2; ware f_1 een zuivere constante *Coulomb*se wrijving geweest, die bij het ontlasten van teken wisselt, dan zou terugvering alleen te verwachten zijn bij schuifspanningen $\bar{\tau} > 2f_1 = 0.12$ kg/cm^2. Het feit dat bij $\bar{\tau}$ = 0.09 kg/cm^2 de terugvering ongeveer 60 % bedraagt van de totale deformatie, wijst er op dat f_1 kleiner

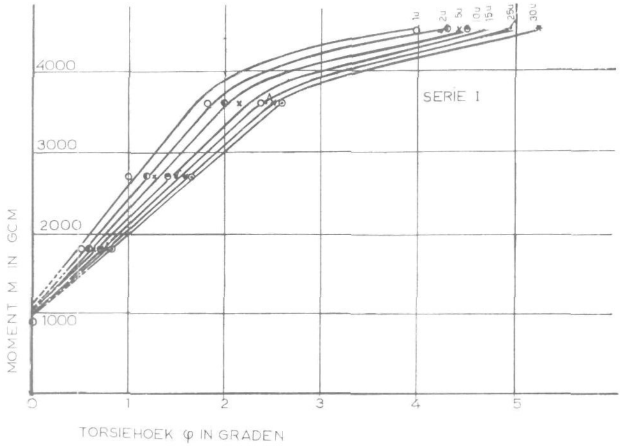


Fig. 3.7a. M/φ krommen voor serie I

moet zijn geworden. Voorts suggereert het feit dat bij $\bar{\tau} = f_1$ reeds een geringe deformatie optrad, dat f_1 niet uitsluitend aan wrijving moet worden toegeschreven. De afname van f_1 doet het vermoeden rijzen, dat dit het gevolg is van geringe structurele desintegraties. Deze visie wordt gesteund door de vorm der vloeilijnen, die niet lineair door de oorsprong gaan. Tevens geeft het feit dat de afgesneden stukken op de φ_p-as progressief met de belasting toenemen een sterke steun voor de juistheid van dit vermoeden. Hierop wordt in de twee volgende hoofdstukken dieper ingegaan.

De krommen zijn tot een bepaalde grens vrij goed door rechten te benaderen. Deze grens zal voortaan f_3 genoemd worden. Na het passeren hiervan zijn de relaties gebogen, waarbij de tijdsfuncties progressief toenemen. Voor de series I, II, III komen de waarden van f_3 overeen met resp. 0.36, 0.27 en 0.36 kg/cm^2.

De rechtlijnigheid was overigens wel te verwachten. *Norton* [1]) vond bij zijn torsieproeven op holle kleicylinders, waarbij een

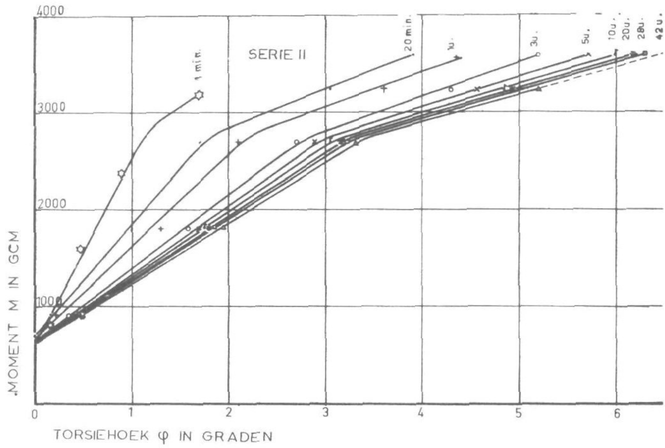


fig. 3.7b. M/φ krommen voor serie II

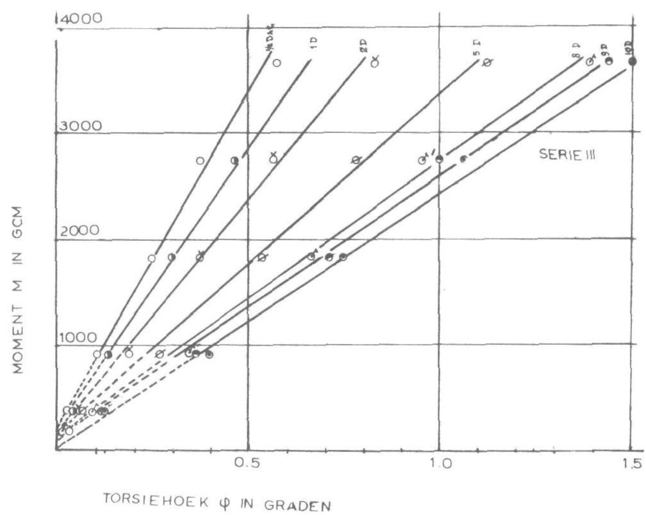


Fig. 3.7c. M/φ krommen voor serie III

constante torsiesnelheid werd opgelegd, dat het verband tussen de hoekverdraaiing en het moment lineair is tot een bepaalde waarde van M, die hij de „yield-value" noemde. Deze bij benadering goede lineariteit is ook te zien uit de resultaten van triaxiaalproeven, zowel bij de „stress-" als bij de „strain-controlled" proeven. *Casagrande* en *Wilson* [2]) voerden langdurige uni-axiale drukproeven uit op massieve kleicylinders en merkten op dat de deformatie gemeten na een zekere tijd na elke belastingsverhoging, evenredig was met de grootte van de belasting. Natuurlijk worden in al deze routine-proeven de metingen beïnvloed door de opgelegde snelheid van belasten of van de deformatiesnelheid; hierdoor moeten de gemeten „τ-γ"-krommen een gebogen verloop krijgen. Het feit echter, dat al deze onderzoekers tot de conclusie kwamen, dat het „τ-γ-verband" lineair zou zijn, suggereert dat het mechanisch gedrag van klei kan worden beschreven door lineaire rheologische modellen en voorts, dat de *Newton*se viscositeit zeer groot was. Ware dit laatste niet het geval geweest dan zouden op de experimentele $\bar{\tau}$-$\bar{\gamma}$-schaal sterk gebogen krommen zijn gemeten.

Breuk na een paar minuten trad op respectievelijk bij $\bar{\tau}$ = 0.50, 0.45 en 0.54 kg/cm^2 bij de series I, II, III; bij de laatste serie bezweek de klei bij een belasting van $\bar{\tau}$ = 0.45 kg/cm^2 pas na 27 uren.

b. *Vloeidiagram*

Nu beschouwen we de grootte van de permanente deformatie φ_p als functie van de tijd van belasten t'. Deze vloeilijnen, die elk bij een bepaalde spanning behoren, zijn weergegeven in vloeidiagrammen (fig. 3.8 a, b, c). De lezer zij opmerkzaam gemaakt op de vorm van deze vloeilijnen; de afgesneden stukken op de φ_p-as nemen bij de series I en II onevenredig veel met de spanning toe. Voor enkele gevallen, waarbij niet genoeg punten aanwezig zijn om de vloeilijnen te trekken, worden deze evenwijdig aan de bijbehorende φ-t-krommen getrokken. Vanwege de aanwezigheid van wrijvingselementjes mogen de vloeilijnen niet door de oorsprong worden getrokken.

Voor de drie series schijnen de snelheden van de permanente deformaties $\partial\varphi_p/\partial t$ op de gekozen tijdschaal constante waarden aan

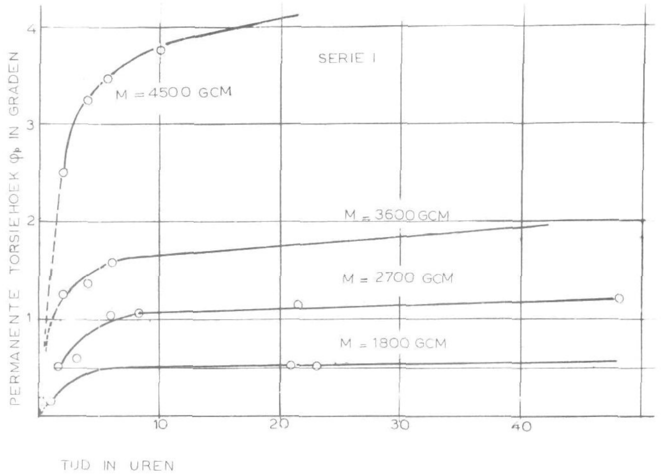


Fig. 3.8a. Vloei-diagram voor serie I

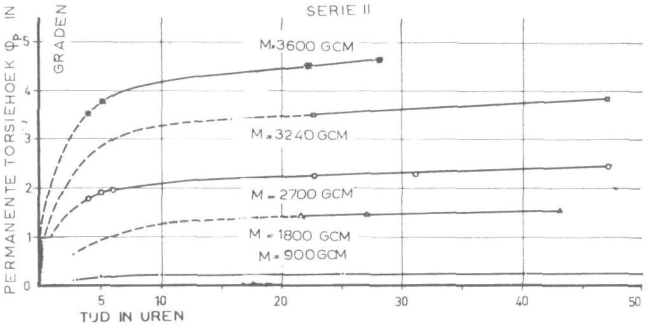


Fig. 3.8b. Vloei-diagram voor serie II

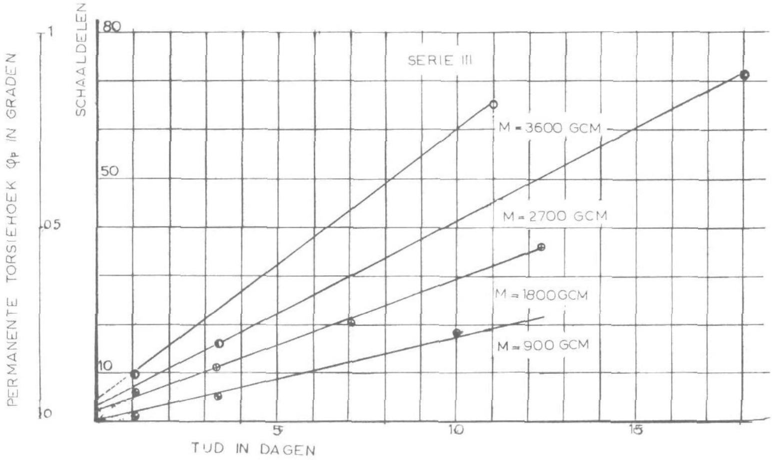


Fig. 3.8c. Vloei-diagram voor serie III

te nemen. We durven hiermede echter niet te zeggen, dat de uiteindelijke stationnaire toestand is bereikt. Voor de betrekkelijk kortstondige processen van de series I en II, die slechts gedurende maximaal 48 uren belast werden, is dit zelfs blijkbaar nog niet het geval. Wel is op te merken, dat de terugvering binnen dit tijdsbestek, na een belastingsduur van 5 uren, nagenoeg constant was. Het vloeien was dus op deze tijdschaal uitgezet nagenoeg uniform en we zijn van oordeel dat in dit geval de klei gekarakteriseerd mag worden door een D/τ kromme, die in deze gevallen echter niet de uiteindelijke deformatiesnelheid, doch de deformatiesnelheid na resp. 5 uren of 80 uren voor de series I, II, III als functie van de schuifspanning voorstelt. Deze krommen zijn alle drie geconstrueerd in fig. 3.9. Tot $\tau = f_3$ wordt aan de *Binghamse* relatie voldaan; in dit lineaire gebied bedragen de

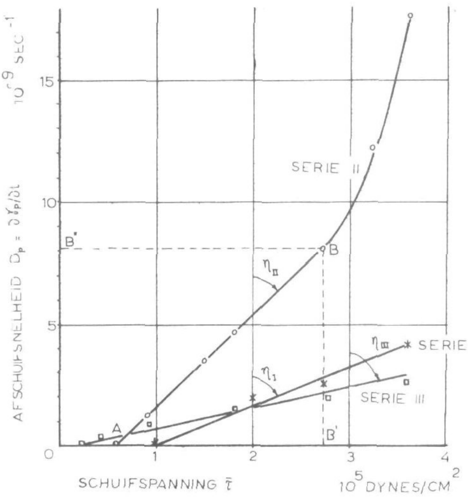


Fig. 3.9. Viscositeits-krommen

Binghamse drempelwaarden voor de drie series I, II en III respectievelijk f = 1.0, 0.6 en 0.2 × 10^5 dynes. De bijbehorende *Binghamse* viscositeiten bedragen:
$\eta_I = 7.1 \times 10^{13}$ poises, $\eta_{II} = 2.6 \times 10^{13}$ poises, $\eta_{III} = 1.3 \times 10^{14}$ poises.

3.7. Samenvatting en discussies der meetresultaten

1. De klei vertoont een instantane deformatie, direct na het aanbrengen van de belasting. Hierna volgt een periode van retardatie, welke na lange tijd (5 uren bij de series I en II en 80 uren bij de serie III) in een eenparig voortschrijdende deformatie schijnt over te gaan. Dit wekt de suggestie dat een nagenoeg stationnaire toestand is bereikt. Aangezien de uiteindelijke stationnaire toestand pas na zeer lange tijd bereikt kan worden, heeft het zin om hier te spreken van de schijnbaar stationnaire toestand, die blijkbaar afhankelijk is van de gekozen tijdschaal.

2. De klei kan een eerste drempelwaarde f_1 bezitten, beneden welke de deformatie zo klein is, dat ze met het gebezigde apparaat niet nauwkeurig kan worden gemeten en verwaarloosd kan worden in vergelijking met de deformaties waarin we geinteresseerd zijn. Voor de series I, II, III bleek deze drempelwaarde te zijn resp. f_1 = 0.10, 0.06 en 0.00 kg/cm^2.

We mogen de conclusie trekken dat f_1 verlaagd kan worden door verhoging van het watergehalte en van het kleigehalte. Het is zelfs mogelijk dat ook bij lage watergehalten en hoog kleigehalte $f_1 = 0$ kan zijn (serie III).

3. Na het wegnemen der belasting treedt een instantane terugvering op, die bij de series I en II steeds kleiner waren dan de instantane deformatie direct na het belasten. Bij de serie III daarentegen waren de instantane deformaties direct na het belasten en na het ontlasten nagenoeg even groot. Hierna volgt een periode van retardatie, gevolgd door een geleidelijk herstel. We hebben de indruk dat versteviging optreedt, nadat het materiaal is ontlast. De terugvering is steeds kleiner dan de totale deformatie, behalve in serie III bij een belasting van $\bar{\tau} \sim 0.02$ kg/cm^2; hier blijkt het herstel volledig te zijn. De terugvering schijnt een constante waarde aan te nemen, indien de duur der belasting een bepaalde limiet overschrijdt. Voor de series I, II en III bedraagt deze resp. 5, 5 en 80 uren. Voor belastingen, die korter dan deze periode worden aangebracht, was de terugvering hoger. In zeer kortstondige proeven (1 minuut belasten) bedroeg deze bij serie II ruim 85 %, terwijl ze bij serie III tot een belasting van $\bar{\tau} = 0.27$ kg/cm^2 even groot was als de totale deformatie.

4. Het dient opgemerkt te worden dat de elastische terugvering φ_e voor lage belastingen (dit geldt eveneens voor proeven van lange duur) relatief hoog was. Dit leidt tot de suggestie, dat er een tweede drempelwaarde f_2 bestaat, die slechts iets groter is dan f_1, beneden welke de „recovery" compleet is. In serie III is deze wel duidelijk merkbaar en bedraagt iets minder dan $\bar{\tau} = 0.035$ kg/cm^2. Alleen bij spanningen $\bar{\tau} < f_2$ kan men dus spreken van creep, bij $\tau > f_2$ bestaat alleen flow.

Natuurlijk wordt in dit hoofdstuk slechts ter wille van de eenvoud gesproken van de aanwezigheid van f_1, f_2, f_3; in werkelijkheid zijn deze drie drempelwaarden niet zo scherp aan te wijzen. Eigenlijk zou men moeten spreken van een geleidelijke overgang van de ene statistische toestand in een volgende en men zou dan te maken hebben met continue spectra van f_1, f_2 en f_3.

Enkele opmerkingen

In de litteratuur is tot nog toe weinig aandacht besteed aan de aanwezigheid van de drempelwaarde f_1; voor niet over-geconsolideerde kleigronden kan $f_1 = 0$ gesteld worden. Uit eigen triaxiaalproeven op voorgeconsolideerde monsters is wel gebleken, dat de spanning opliep, terwijl de wijzer van het horloge dat de deformatie aangaf, nog stilstond. *Hvorslev* [3] heeft uit zijn proeven met het ringschuifapparaat op sterk oververdichte „Kleine Belt Ton" gevonden, dat continu aanhoudende vloeien pas werd geconstateerd bij 1/3 van de breukvastheid, i.c. bij $\bar{\tau} = 0.15$ kg/cm^2. Gezien de grote wrijving in het gebezigde apparaat moet de drempelwaarde in werkelijkheid kleiner zijn geweest. Zetten we de proeven van *Haefeli* en *Schaerer* [4]) op sterk overgeconsolideerde monsters * bij drukken van 2 tot 4 kg/cm^2 uit in D/$\bar{\tau}$-diagrammen, dan blijken drempelwaarden te zijn gemeten van 0.16 en 0.15 kg/cm^2.

Na een kleine becijfering vinden we uit proeven van *Hvorslev* een viscositeit $\eta \sim 2.2$ à 2.5×10^{14} en uit de meetresultaten van *Haefeli* en *Schaerer* bij 2 kg/cm^2 voorbelasting $\eta \sim 5.7 \times 10^{13}$ poises *.

Voor de praktijk is hoofdzakelijk het lineaire gebied van belang. Voor de berekening der stabiliteit van bouwwerken neemt de drempelwaarde f_3 een belangrijke positie in. De keuze van de coëfficient van veiligheid kan thans met grotere zekerheid worden gedaan; tot nu toe laat men een gedeelte toe van de breukvastheid, die echter min of meer sterk wordt beinvloed door de opgelegde deformatiesnelheid en de wijze van belasten.

3.8. Proeven bij herhaald belasten en ontlasten

In de vorige paragrafen werd reeds gewezen op de aanwezigheid der drempelwaarden f_1, f_2 en f_3. Teneinde de physische betekenis van deze drempelwaarden duidelijk te demonstreren hebben we een experiment bedacht waarbij het monster achtereenvolgens gedurende één minuut onder een constante belasting wordt geplaatst en daarna gedurende dezelfde tijd wordt ontlast, daarna weer belast, ontlast enz. De proeven worden herhaald bij verschillende constante momenten. Het ligt in de verwachting dat de statistische, structurele toestand van het materiaal telkens na het overschrijden van een drempelwaarde gaat veranderen; hetgeen uit de volgende proef inderdaad gebleken is.

De proeven zijn uitgevoerd op 2 monsters van serie II. Uit de standaard proeven werd afgeleid dat $f_1 \sim 0.06$ kg/cm^2, $f_2 > 0.06$ kg/cm^2 en $f_3 = 0.27$ kg/cm^2. Daarbij werd gebruik gemaakt van een inductieve plastometer. Torsiemomenten werden toegepast ter grootte van M = 800, 1600, 2400, 3200 en 4000 gcm, overeenkomende met gemiddelde schuifspanningen van: $\bar{\tau} = 0.08$, 0.16, 0.24, 0.32 en 0.40 kg/cm^2. De aflezingen werden verricht om de 15 seconden. De resultaten zijn weergegeven in fig. 3.10. De deformaties zijn hier uitgezet tegen de tijd. Het aantal keren belasten en ontlasten is op de horizontale as weergegeven; bij de serie M = 800 gcm bedraagt dit 25, bij de serie M = 3200 gcm bedraagt dit 37. Bij de series M = 2400 en M = 3200 gcm zijn in de figuur vanwege de gro-

* Ziegeleiton met 2 kg/cm^2 voorbelasting.
Bannalpton met 4 kg/cm^2 voorbelasting.

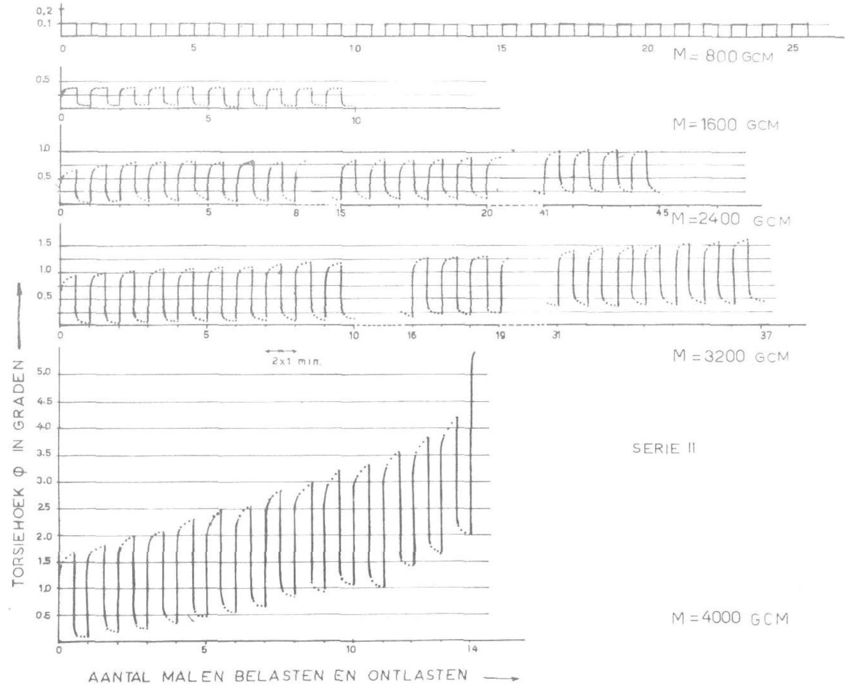


Fig. 3.10. Proeven bij herhaald belasten en ontlasten. Duur van belastings- en ontlastingsperiode bedraagt elk telkens 1 minuut. Voor de duidelijkheid zijn de resultaten verkregen bij M = 800 gcm op andere schaal getekend.

te lengte niet alle resultaten uitgezet; zo ziet men bij de serie M = 2400 gcm hiaten tussen 8 en 15; en voorts tussen 20 en 41. Aan het einde van een serie werd een rustperiode van één uur aangehouden.

Uit de proefresultaten is direct het volgende te zien:

1. Bij $\bar{\tau}$ = 0.08 en $\bar{\tau}$ = 0.16 kg/cm^2 (> f_1 = 0.06 kg/cm^2) zijn de deformaties uitsluitend elastisch en reversibel; de vorm van de φ-t-kromme is onafhankelijk van het aantal keren belasten en ontlasten. Bij $\bar{\tau}$ = 0.08 kg/cm^2 blijken de deformaties op die van een *Hooke*'s materiaal te lijken, bij $\bar{\tau}$ = 0.16 kg/cm^2 blijken de deformaties wel een tijdseffect te vertonen.
2. Bij $\bar{\tau}$ = 0.24 kg/cm^2 neemt de deformatie steeds toe met het aantal malen belasten en ontlasten. De grootte van de deformatie na één minuut, elke keer na het opbrengen der belasting blijkt echter vrijwel constant te blijven. Het is duidelijk dat de statistische toestand van het materiaal nu geheel veranderd is en de tweede drempelwaarde f_2 is blijkbaar ver overschreden.

3. Bij $\bar{\tau}$ = 0.32 kg/cm^2 (> f_3 = 0.27 kg/cm^2) neemt de deformatie nog sterker toe dan bij $\bar{\tau}$ = 0.24 kg/cm^2. Bovendien worden de deformaties na 1 minuut zowel bij het belasten als bij het ontlasten voortdurend groter; na 30 keer herhalen der proef, blijken ze met 25 % te zijn toegenomen. Dit wijst duidelijk op het optreden van structurele desintegraties.
4. Bij $\bar{\tau}$ = 0.40 kg/cm^2 zijn de verschijnselen besproken in het voorgaande punt nog sterker geprononceerd en na 14 keren belasten en ontlasten is het monster bezweken.

Deze proeven hebben dus duidelijk de aanwezigheid der drempelwaarden f_1, f_2 en f_3 aangetoond.

Litteratuurlijst

1. Norton, F.F.; J.Am.Cer.Soc. 1938, **21**, 33.
2. Casagrande, A., en Wilson, S.D.; Géotechnique 1950, **2** (3), 141.
3. Hvorslev, M.J.; „Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden", p. 71, Kopenhagen 1937.
4. Haefeli, R., en Schaerer, C.; Schweiz. Bauztg. 1946, **128** (7), 82.

Hoofdstuk IV

MOGELIJKE VERKLARING OVER HET RHEOLOGISCH GEDRAG VAN KLEI

4.1. Inleiding

Over het plastische gedrag van klei zijn reeds vele theorieën geschreven. *Von Terzaghi* [1] gaat uit van de veronderstelling, dat er vanuit een grondkorrel krachten zouden uitgaan, die zo sterk zijn, dat ze de watermoleculen - ondanks de thermische beweging - in een bepaalde configuratie kunnen fixeren. Aldus zouden de grondkorrels ingebed liggen in een vaste waterlaag, waartussen zich het vrije water bevindt. De invloed dezer waterhuidjes zou dan het sterkst zijn bij de fijne kleideeltjes, die een groot relatief-oppervlak hebben. In de buitenlandse litteratuur der grondmechanica wordt het mechanische gedrag van klei aan deze vaste waterlagen toegeschreven; zo zouden deze verantwoordelijk zijn voor het vloeien van de klei. Thixotropie zou veroorzaakt worden door het scheuren der waterhuidjes, die zich daarna maar langzaam kunnen herstellen.

Aangezien men in de grondmechanica gewend is om in termen van deze hypothese te denken, heeft het zin om hierbij even stil te staan. *Polanyi* [2] nam in de oorspronkelijke vorm van zijn potentiaaltheorie (1914) aan, dat adsorptie toegeschreven zou moeten worden aan ver-reikende attractiekrachten, die vanuit het oppervlak van de adsorbent zouden werken. Teneinde dit beeld in overeenstemming te brengen met de ideeën der moderne natuurkunde, werd dit later, in 1928, door *Polanyi* in samenwerking met *Goldman* [3] gewijzigd. Volgens de quanten-mechanica neemt de potentiaal der attractiekrachten af met de 6de macht van de afstand en het bestaan van aantrekkingskrachten die vele lagen geadsorbeerde moleculen zouden kunnen binden, wordt niet erkend. Aldus werd de potentiaaltheorie gewijzigd en *Polanyi* en *Goldman* wezen er op dat men thans voor bovengenoemd beeld, het beeld van uni-moleculaire adsorptie in de plaats kan stellen.

In 1948 schreven *von Terzaghi* en *Peck* [4], dat de negatieve oppervlaktelading van de kleimicel de positieve (waterstof) einden van de polaire watermoleculen aan zou trekken. Aldus zouden de watermoleculen in de onmiddellijke nabijheid van de grens tussen vaste stof en water in een bepaald patroon zijn georiënteerd. In de geadsorbeerde zône zou het water de eigenschappen van een vaste stof hebben. Buiten deze zône zou de moleculaire structuur, althans tot een zekere afstand van het grensvlak, beinvloed zijn door wat ze noemden de „molecular chain action". In dit gebied zou het water zich als een vloeistof met hoge viscositeit gedragen; hierbuiten zou het poriënwater zich normaal gedragen.

Deze auteurs geven als dikte der vaste en semi-vaste waterlaag 50 Å (= 20 moleculen dik) op, terwijl de eigenschappen van het water waarschijnlijk niet normaal zouden zijn binnen een afstand van 1000 Å van het kleioppervlak.

Grim en *Cuthbert* [5] geven voor Na- en Ca-montmorilloniet respectievelijk 7.5 Å en 10 Å voor de „vastzittende laag".

Bernatzik [6] (1947) gaat uit van het bestaan van aantrekkings- en afstotingskrachten tussen de kleideeltjes. Evenals *von Terzaghi* en *Peck* neemt hij aan dat het potentiaalveld der ladingen op het kleioppervlak de polaire waterdeeltjes richt, waarbij deze sterk naar het grensvlak worden getrokken en verdicht worden. In zijn poging om het mechanisch gedrag van klei te verklaren neemt de „vastheid van het water", die hij „thixotrope Wasserfestigkeit" noemt, de belangrijkste plaats in. Essentieel verschilt hij hierin niet veel van *von Terzaghi* en *Peck* en de gangbare theorie in de grondmechanica.

Het doet echter nog vreemd aan, waarom de homogene oppervlakteladingen der kleiplaatjes in staat zouden zijn om de dipolen van het water dermate te polariseren en aan te trekken, dat het water in vaste toestand komt, terwijl het water in zelfs zeer sterk geconcentreerde electrolieten met veel sterkere lading even normaal blijft. Bovenstaande hypothesen lijken ons daarom nog onbevredigend.

Een andere verklaring over het „vastzittende" water werd naar voren gebracht door *Hendricks* en *Jefferson* [7]. Deze hebben gesuggereerd dat de watermoleculen van de eerste laag waterstofverbindingen vormen met de zuurstofatomen van de kiezelzuur-laag en wel dusdanig, dat elk zuurstofatoom tetrahedraal is omringd door waterstofatomen. Het patroon der waterstofmoleculen zou grotendeels gerangschikt zijn volgens de hexagonale configuratie der zuurstof atomen van de buitenste kiezelzuur-laag. De afstanden in een dergelijke geadsorbeerde laag komen goed overeen met de afmetingen van het water molecuul. Er bestaat dus de mogelijkheid dat op de eerste geadsorbeerde laag een tweede afgezet wordt, doch de regelmaat zal geleidelijk afnemen, o.a. door de warmte beweging der moleculen, zodat slechts een beperkt aantal lagen mogelijk is. Bevat het oppervlak hydroxylgroepen (halloysiet en kaoliniet) dan is ook een gedeelte der hydroxylgroepen vrij om door de waterstof atomen de zuurstof atomen der waterlaag te binden (zie *Grim* [5]). Volgens *Marshall* [8] is de rangschikking der watermoleculen niet met zekerheid bekend.

Hofmann [9] echter is van oordeel, dat deze waterstof-bindingen nooit sterk kunnen zijn, aangezien ze eveneens gevormd worden in vloeibaar water.

Evenals *von Terzaghi* en *Peck* nemen verschillende onderzoekers aan dat de viscositeit van het water in de nabijheid van de wand veel groter zal zijn dan in de vloeistof. Dit zou zich dan moeten manifesteren in stromingsmetingen door zeer nauwe openingen. De zeer uiteenlopende waarden, die de onderzoekers voor de dikte van deze „vastzittende waterlaag" hebben gevonden (variërende van 20 tot 150 mμ), tonen aan hoe moeilijk dergelijke hydrodynamische metingen zijn uit te voeren. *Bikerman* [10] wees er op, dat het overgrote deel der effecten toegeschreven aan „vastzittende" vloeistoffilms naar alle waarschijnlijkheid het gevolg moet zijn van de ruwheid der vaste oppervlakken. *Wijga* [11] heeft berekend dat de dikte der vloeistoflaag die in electrokinetische verschijnselen aan de wand vastzit (*Smoluchowski*laag) 8 tot 100 Å bedraagt. Het „vastzitten" van deze laag moet volgens hem als zodanig worden opgevat, dat de bewegelijkheid der ionen in deze vloeistoffilm – als gevolg van de verhoogde viscositeit nabij de wand – veel kleiner is dan er buiten. Volgens *Overbeek* [12] worden in overwegingen gebaseerd op de aanname van een diffuse dubbellaag aangenomen dat een vloeistof ter dikte van één of een paar moleculen stil ligt ten opzichte van de wand.

Uit metingen aan Newtonringen met kwarts concludeerden *Eversohl* en *Lahr* [13] tot een dikte van 100 Å.

De aanwezigheid van waterfilms wordt vaak toegeschreven aan de hydratatie der uitwisselbare kationen. Uitgaande van een zeer hoge kationen uitwisselingscapaciteit van 100 milli-equivalent per 100 gram droge Na-klei berekende *Houwink* [14] dat de dikte maximaal van de grootte-orde van 25 Å moest zijn. Daarbij nam hij aan dat alle Na-ionen op het kleioppervlak zouden zitten, terwijl hij voorts veronderstelde, dat de deeltjes bolvormig zouden zijn met een straal van 3×10^3 Å. Aangezien kleideeltjes meestal plaatvormig zijn, moet de waarde van de maximale dikte lager liggen.

Prof. ir H. Eilers merkt hierbij, mede in verband met bovenvermelde „waterhuidjes-theorie" van *von Terzaghi*, *Peck* en *Bernatzik* het volgende op: „Indien water zo gebonden wordt dat het vast wordt, moet dit met een groot warmte-effect gepaard gaan (water – ijs: ca 80 cal/gr). Nu is de benattingswarmte van klei niet groot, evenredig aan haar base uitwisselend vermogen en slechts een deel van de hydratatie warmte der uitwisselbare ionen (zie *Marshall* [8] p. 96). Dit is m.i. een sterk argument tegen het vastleggen van grote hoeveelheden water door de roosters".

De aanwezigheid van geadsorbeerd water geeft nog geen reden om het gehele mechanische gedrag van klei uitsluitend hieraan toe te schrijven, zoals verondersteld wordt door *von Terzaghi*, *Peck*, *Grim*, *Bernatzik* en andere onderzoekers in de grondmechanica. In de gedachtengang, die we straks gaan presenteren, speelt dit gebonden water in de rheologische eigenschappen van klei slechts een secundaire rol.

Teneinde te kunnen verklaren waarom de vaste deeltjes op een afstand van meer dan 1000 Å door een vloeistoflaag gescheiden blijven, nemen verschillende onderzoekers zoals *Freundlich* [15], *Houwink* [14] en *von Engelhardt* [16] aan, dat de partikels door ver reikende aantrekkings- en afstotingskrachten in hun onderlinge ligging vastgehouden worden in een vlak potentiaalminimum. *Hofmann* [9] voert hiertegen bezwaren aan. Uit het feit, dat het sedimentatie-volume van een kleisuspensie irreversibel verkleind wordt na het centrifugeren, concludeert hij dat deze hypothese niet in overeenstemming is met de werkelijkheid. De waarnemingen zouden echter wel verklaard kunnen worden, indien aangenomen werd, dat de kleideeltjes een netwerk vormden. Volgens *Verwey* en *Overbeek* [17] zou een parallelle oriëntatie der kleideeltjes mogelijk zijn in het tweede minimum (vorming van tactoiden). *Jimenez Salaz* en *Serratosa* [18] hebben geprobeerd om *Freundlich*'s gedachtengang ook uit te breiden tot klei van stijve consistentie. In dit geval is het wel zeer onwaarschijnlijk, dat de kleiplaatjes nog netjes parallel zouden zijn georiënteerd.

In de rheologische onderzoekingen op klei zijn de meeste proeven gedaan op verdunde suspensies met behulp van buisviscosimeters, of met rotatieplastometers; daarom beperken de meeste theorieën zich uitsluitend tot een verklaring van de daarbij geconstateerde drempelwaarde en van de viscositeit, terwijl daartegenover de grondmechanica juist geinteresseerd is in de rheologie van klei van stijve consistentie.

4.2. Structuur van illiet

Wat de structuur betreft behoort illiet (waaruit de door ons gebruikte klei voor het grootste deel bestaat; zie par. 3.1) tot de gehydrateerde mica-groep en ligt ze tussen montmorilloniet en muscoviet in. De illietmicel bevat twee tetraëdrische Si-lagen, waartussen zich een octaëdrische Al-laag bevindt (2 : 1 roostertype). Bij bentoniet is het driewaardige Al gedeeltelijk vervangen door het tweewaardige Mg. Dit leidt tot een overmaat van negatieve lading, die gecompenseerd wordt door de adsorptie van kationen, zoals Na^+- en Ca^{++}-ionen, op de oppervlakken. Bij de illietgroep wordt de electro-neutraliteit verstoord door de vervanging van enkele Si door Al. Het resultaat is dat de kiezelzuurlagen negatief worden geladen, met het gevolg dat kaliumionen geadsorbeerd worden op deze lagen. Deze doen dienst als een soort cement tussen twee naburige aluminium-silikaat eenheden (*Marshall* [8]); dus er vindt geen wateropname tussen de roosterelementen plaats.

4.3. Ladingsverdeling op de micellen

Ford, Loomis en *Fidiam* [19] wezen in 1939 er op, dat men rekening dient te houden met een ongelijkmatige ladingsverdeling op de micellen. Ze beredeneerden dit als volgt:

Uit de kristalstructuur valt af te leiden, dat de planaire en transversale oppervlakken van kleideeltjes radicaal verschillen. De planaire Si-lagen zullen evenals silica-sols negatieve lading hebben, terwijl planaire Al-lagen (voorkomende in de kaolinietgroep) positief moeten zijn geladen. Aangezien alle transversale oppervlakken gevormd moeten worden door het breken van het rooster, moeten zij zowel Al-atomen met onverzadigde valenties of Al-zuurstofgroepen, als onverzadigde O-atomen verbonden aan Si, exponeren. De eerste zullen normaliter met water reageren tot de vorming van hydroxiden, terwijl de laatste kiezelzuur vormen. Dus op dezelfde micellen zijn zowel positieve als negatieve reactieve gebieden, punten of hoeken aanwezig.

Een beschouwing leverende over de theorie van *Freundlich*, die hierboven reeds is vermeld, schreven zij: „Between like sufaces of clay particles, according to the analyses of *Freundlich, Hamaker* and *Langmuir*, high equilibrum distances of separation are possible. However, between different kinds of broken bonds on the transverse surfaces or at the edges or corners of the particles, or between edges and planar surfaces of the opposite charge, or between dissimilar planar surfaces, actual contact which may be regarded as chemical reaction should be expected. Structures in untreated clay suspensions may be attributed, then, to the combined effects of attraction between dissimilar surfaces, edges, or corners, and to repulsion or large equilibrum distances of separation which occur primarily between like planar surfaces..."

Deze idee over het dualistische karakter van de kleideeltjes werd later sterk naar voren gebracht door *van Olphen* [20]. Volgens zijn theorie zijn juist de randen het meest essentiële gedeelte van de kleimicel „Just as the razor's edge is the most essential part of the blade, it is the edge surface of the flat particles where the play of chemical treatment is essentially enacted". Het platte oppervlak draagt als gevolg van de onvolmaaktheden van het rooster een negatieve lading, terwijl de zijkanten in een neutrale sol-oplossing positief zijn geladen, evenals een aluminium sol-micel. Eveneens kunnen de geëxponeerde Si-lagen als gevolg van de aanwezigheid van sporen Al of van hydroxylionen in de oplossing positief zijn geladen. Voor kaoliniet en wyoming bentoniet heeft *van Olphen* door middel van electronenmicroscopische foto's kunnen aantonen, dat de randen positief zijn geladen. Door middel van chemicaliën kan de positieve lading omgezet worden in een negatieve, met het gevolg dat de bindingen verbroken worden en de gel over gaat in een sol. Deze onderzoeker heeft gevonden, dat de chemicaliën hun activiteit reeds bij zeer geringe concentraties ontplooien. Zo zijn enkele tiende procenten chemicaliën voldoende om een kleipasta bevattende 30% technische klei te behandelen. Hieruit trekt *van Olphen* de conclusie, dat de chemische behandeling zich geheel aan de randen zou afspelen, waarvan het oppervlak immers slechts een fractie van de totale oppervlakte van de kleimicel is.

4.4. Netwerkstructuur

Volgens de inzichten in de colloidchemie moeten de deeltjes in een gel een netwerkstructuur vormen, waarbij ze onderling contact hebben. Volgens de theorie van *Verwey-Overbeek* [17] voor lyophobe colloiden worden de bindingskrachten in de contactpunten gevormd door *London-van der Waals* attractiekrachten. De metingen van *Sparnaay* [21] hebben aan het licht gebracht, dat deze krachten veel groter zijn (factor 10) dan tot nog toe werd aangenomen. Ze leveren een sterke steun voor de juistheid van deze theorie. De stevigheid van de gelstructuur wordt volgens deze gedachtengang veroorzaakt door de repulsie als gevolg van de interpenetratie der diffuse dubbellagen der verschillende kristalvlakken. *Van Olphen* schrijft de bindingskrachten hoofdzakelijk toe aan de *Coulomb* attractiekrachten tussen de positief geladen rand van het ene en de negatief geladen planaire oppervlakte van het andere kleideeltje.

Ons baserende op beide laatstgenoemde theorieën gaan we nu proberen een verklaring te geven van de rheologische verschijnselen, die we in onze onderzoekingen hebben waargenomen. Eerst zullen we ons beperken tot zuiver deviatorische spanningstoestanden; later zullen ook algemene spanningstoestanden in de beschouwing worden opgenomen.

4.5. Mogelijke verklaring van het rheologische gedrag van klei

4.5.1. Onderlinge ligging der kleiplaatjes

Gezien de vorm van de kleiplaatjes kunnen we onderscheid maken tussen de drie soorten contacten:

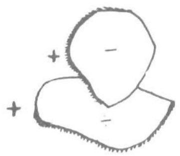


Fig. 4.1a. Binding type A.

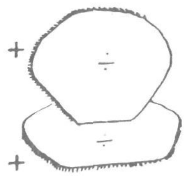


Fig. 4.1b. Binding type B.

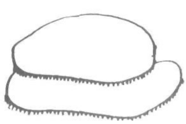


Fig. 4.1c. Binding type C.

type A: de kleideeltjes raken elkaar slechts in één punt; de verbinding is zwak en gemakkelijk draaibaar (bolscharnier).

type B: de kleiplaatjes zitten met een min of meer rechte zijkant tegen de planaire vlakken der andere deeltjes; het contact is stevig en draaibaar volgens een lijnscharnier.

Bij kaoliniet en in mindere mate bij illiet zijn scherpe randen aanwezig en men kan dan inderdaad spreken van een lijnscharnier. De randen van montmorilloniet echter zijn onscherp („fluffy"); in dit geval kan men beter spreken van een scharnier, dat draaibaar is om twee of meer punten.

type C: de platen zitten met hun platte vlakken tegen elkaar en de verbinding is zeer hecht. Bij de bentoniet en de illietgroep kan dit slechts veroorzaakt worden door *London-van der Waals* attractiekrachten. Dit kan voorkomen, indien de platen met kracht op elkaar worden gedrukt, waarbij de afstand dan zo klein is geworden, dat deze attractiekrachten de overhand krijgen boven de repulsiekrachten als gevolg van de interpenetratie van de gelijk geladen planaire oppervlakken. Tevens kan dit plaats vinden, indien door electroliettoevoeging de electrische dubbellagen geheel in elkaar worden gedrukt.

In het vervolg zullen deze bindingen contact-type A, B en C worden genoemd.

Men denke zich nu een driedimensionaal netwerk van kleideeltjes van verschillende grootte en vorm, die elkaar vasthouden in de contactpunten (scharnierend) en elkaar overigens afstoten. De repulsiekrachten der planaire oppervlakken geven het netwerk juist de nodige ruimtelijke stevigheid. Wordt deze ruimtelijke configuratie belast, dan vervormen zich de poriënruimten tussen de kleiplaatjes. Daardoor zal een vermeerdering van de interpenetratie der diffuse dubbellagen van de platte oppervlakken optreden; dit resulteert in een verhoging van de repulsiekrachten en het systeem biedt weerstand aan de uitwendige dwang. Naarmate de afstotende krachten toenemen, worden ook de krachten in het scharnier groter. Bij grote schuifspanningen kan het contact zelfs los raken en de klei vloeit weg. De aard van de *London-van der Waals* en van de *Coulomb* attractiekrachten maakt het bij lage mechanische spanningen in het netwerk mogelijk dat de contacten weer op een andere plaats worden gevormd. Aldus heeft men hier te maken met een verspringen der contacten.

Bij hoge watergehalten zullen de kleimicellen hoofdzakelijk volumineuze netwerken vormen, die zeer gemakkelijk deformeerbaar zijn. Bij lage watergehalten kunnen ruimtelijke configuraties worden gevormd, die vanuit mechanisch oogpunt bekeken statisch bepaald of onbepaald zijn, indien de repulsiekrachten worden weggedacht. Deze configuraties vormen rigide kernen en zijn niet altijd regelmatig over de kleimassa verdeeld. Het resultaat is, dat men in microrheologische zin te maken heeft met een inhomogeen en anisotroop materiaal. Het beeld wordt nog gecompliceerder, indien we de zand- en siltkorrels mede in beschouwing gaan nemen.

4.5.2. De rol van het zand-siltskelet i.v.m. de stevigheid van het systeem en de eerste drempelwaarde f_1

De structuur van pottenbakkersklei is in wezen zeer gecompliceerd. De klei bestaat uit kwartskorrels (zand en silt), kleideeltjes, water en lucht. De zand- en siltkorrels kunnen een ruimtelijk skelet vormen, waarbij ze met elkaar contact hebben. Deze contacten geven aanleiding tot de aanwezigheid van statische en dynamische *Coulombse* wrijving, zijnde het gevolg van de ruwheid der oppervlakten. Zelfs indien de kwartskorrels volkomen los van elkaar zouden zijn, zoals het geval kan zijn bij zeer vette kleisoorten, dan nog dragen ze bij tot een versteviging van de mechanische eigenschappen van het kleimedium. Dit zelfde doet zich ook voor bij zand-bitumen-mengsels.

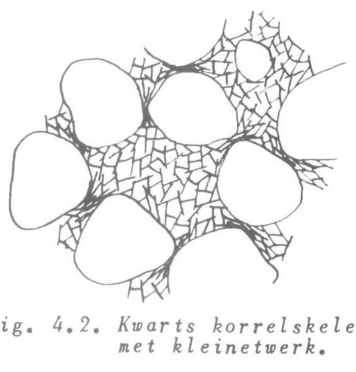


Fig. 4.2. Kwarts korrelskelet met kleinetwerk.

In de poriën van het kwartskorrelskelet denke men zich nu een ruimtelijk netwerk van de kleiplaatjes geweven, dat de korrels tevens omhult. De nog overblijvende holle ruimten zijn gevuld met water en lucht. Onder invloed van een uitwendige belasting zal de spanningsverdeling over dit heterogeen systeem zeer ingewikkeld zijn. Het is wel redelijk aan te nemen, dat de spanningen zich gaan concentreren op de – bij het kleimedium vergeleken – zeer harde kwartskernen. Dit houdt in, dat de kleideeltjes, die in de buurt van de contactpunten der zand- en siltkorrels zitten, onder veel hogere belasting komen te staan, dan die kleiplaatjes, welke zich in de holle ruimten van het zandskelet bevinden. Van deze gedachtengang kunnen we gebruik maken om de aanwezigheid van de eerste drempelwaarde f_1 – beneden welke de klei zich schijnbaar als een vast lichaam gedraagt – bij onze kleibuizen en bij natuurlijke bodemmonsters te verklaren. Het ligt voor de hand om dit toe te schrijven aan de onderlinge wrijving der zand- en siltdeeltjes. De verlaging van f_1 bij hoger watergehalte en ook bij verhoging der kleifractie vormt inderdaad een steun voor deze gedachte. Behalve de verschijnselen beschreven in Hoofdstuk III zijn er nog andere tekenen, die er op wijzen dat de aanwezigheid van f_1 echter niet uitsluitend mag worden toegeschreven aan deze rechtstreekse wrijvingskrachten.

Het is bekend dat kleimonsters die in de oorspronkelijke toestand geen eerste drempelwaarde vertonen, na consolidatie wel een f_1 blijken te bezitten. Volgens *von Terzaghi* gedraagt een kleilaag die met meer dan 10 kg/cm^2 is voorbelast zich als een „niet plastische" (niet kneedbare) brosse massa. Ook is uit de bouwpraktijk bekend dat bouwwerken geplaatst op overgeconsolideerde kleigronden in den beginne geen zetting vertonen, maar dat de deformaties pas optreden na verloop van tijd (geval D van *von Terzaghi*; zie Algemene Inleiding). Daarentegen vertonen bouwwerken gefundeerd op zandlagen wel een zetting (geval A), die betrekkelijk spoedig haar eindwaarde bereikt. Nu is het mogelijk dat zandmonsters een f_1 kunnen vertonen als gevolg van een zeer dichte pakkingsdichtheid. In de vette klei, waar we mee gewerkt hebben kan echter moeilijk worden aangenomen, dat het zand- en siltskelet zo'n dichte stapeling zou kunnen hebben. Dientengevolge moet het optreden van f_1 hier, althans ten dele aan andere oorzaken worden toegeschreven.

Bij het vervaardigen der monsters wordt de holle kleistreng uit de pers gedrukt. Als gevolg van de heterogene spanningsverdeling worden de kleiplaatjes tussen twee zandkorrels in zwaar belast. Deze kleideeltjes oefenen nu een maximale weerstand tegen de contact-drukken der naburige zandkorrels uit en zullen dientengevolge meer parallel georiënteerd worden. Bij het vervaardigen der monsters behoeven deze plaatjes nog niet aan elkaar gekit te zijn; hier wordt gedacht aan bindingen van type B, waarbij de hoek tussen de platen zeer gering is. Pas bij zeer hoge contactdrukken, zoals voorkomen bij sterk overgeconsolideerde kleilagen in de natuur en eveneens bij sterke consolidatie van kleimonsters, is het mogelijk dat de bindingen type C worden gevormd. In dit geval zijn de kleiplaatjes tussen twee naburige zandkorrels gecoaguleerd. Hoe groter de druk is bij het uitdrukken, des te groter is de kans, dat dergelijke contacten op verschillende plaatsen van het zand-siltskelet worden gevormd. Wordt nu op zo'n configuratie een schuifspanning aangebracht, dan zal deze in eerste instantie worden gedragen door het zand-silt geraamte en de min of meer parallel georiënteerde kleiplaatjes tussen de zand en siltkorrels in (spanningsconcentraties). De klei in de holle ruimten is voorlopig geblokkeerd en heeft een gering aandeel in het opnemen der spanningen. Vanwege de rigiditeit van het kwartsskelet zal de optredende deformatie slechts gering zijn, zo klein zelfs, dat ze van de orde van de meetnauwkeurigheid der gebezigde plastometers is en verwaarloosd kan worden in verhouding tot de deformaties waarin we geinteresseerd zijn. Worden nu als gevolg van een verhoging der plaatselijke spanning deze bindingen verbroken, dan zal het heterogene spanningsbeeld in de klei zich wijzigen en wel dusdanig dat de spanningen worden overgedragen op de klei, die in de holle ruimten van het zand-silt geraamte zit *. Deze in den beginne geblokkeerde kleideeltjes nemen geleidelijk aan de spanningen over en het gehele systeem begint de eigenschappen van het netwerk van de kleimicellen te vertonen. Na dit betoog is het duidelijk, dat we bij een gegeven kleipasta slechts terwille van de eenvoud spreken van één drempelwaarde f_1. In werkelijkheid gaat het verbreken dezer bindingen geleidelijk; we zouden dus moeten spreken van een continu spectrum van eerste drempelwaarden. Bij het overschrijden van elk dezer drempelwaarden wordt een kleizône in de holle ruimten van het korrelskelet gedeblokkeerd, terwijl tegelijkertijd de andere sterkere delen van het kwartsskelet als gevolg van de overdracht der spanningen veel meer te verduren krijgen. De variatie in de heterogene spanningsverdeling als gevolg van het overschrijden der plaatselijke drempelwaarde f_1 in bepaalde punten uit zich aldus in een tijdsverschijnsel. In den beginne kan dit zo langzaam geschieden, dat er schijnbaar geen deformaties optreden. Naarmate in meer punten de locale drempelwaarde f_1 verbroken wordt, neemt het tijdsverschijnsel progressief toe en de deformaties worden duidelijk merkbaar. Aldus zou men de vertraging van het optreden der zetting (geval D) kunnen verklaren.

Bovenvermelde gedachtengang omtrent f_1 houdt in, dat f_1 kleiner wordt naarmate meer bindingen tussen naburige kwartskorrels zijn verbroken. Weliswaar kunnen de betrokken kleideeltjes weer con-

* Een dergelijk beeld werd ook gebezigd door *Buisman* om het vloeien van lahar te verklaren („Grondmechanica", p. 62, uitgave Nix, Bandoeng 1941).

tacten vormen, maar aangezien ze nu gevormd worden bij kleine contactdrukken of bij algehele afwezigheid van contactdrukken, kunnen ze niet sterk zijn. Uiteindelijk houdt men alleen de dynamische wrijving tussen de zand- en silt-korrels over. Dit hebben we reeds in het vorige hoofdstuk opgemerkt.

4.5.3. *De tweede drempelwaarde f_2*

We hebben in het vorige hoofdstuk gesuggereerd, dat het mogelijk is, dat er een drempelwaarde f_2 bestaat ($f_2 > f_1$), die nog zo klein is, dat elke spanning $\tau < f_2$, wel duidelijk waarneembare doch steeds nagenoeg reversibele deformaties veroorzaakt. De klei gedraagt zich dan bijna als een elastisch lichaam met betrekkelijk kleine elasticiteitsmodulus. Zolang de waarde f_2 niet overschreden wordt, blijven de contacten van de typen A en B in de oorspronkelijke spanningsvrije zônes intact. Wordt ze echter wel overschreden, dan worden er vrij vele contacten van type A verbroken en treedt vloeien op.

4.5.4. *De instantane deformatie*

Voor het verklaren van het elastisch ged^rag, voor zover dat zich uit in het optreden van ogenblikkelijke deformaties zowel bij belasten als bij ontlasten komen in aanmerking, gerangschikt in volgorde van waarschijnlijke afnemende belangrijkheid:

a. repulsiekrachten, die groter worden, naarmate de deeltjes elkaar meer naderen;
b. buiging der kleiplaatjes, die als dunne scheermesjes zijn te beschouwen (bij montmorilloniet is het zelfs bekend, dat de deeltjes kunnen breken);
c. tengevolge van de aanwezigheid van lucht is de klei niet geheel met water verzadigd, waardoor tussen de deeltjes nog capillaire spanningen kunnen optreden;
d. dezelfde capillaire spanningen vormen een elastisch watervlies in de capillairen aan de oppervlakten van de binnen- en buitenmantel van de kleibuis.

4.5.5. *Het retardatie-effect*

Het retarderend karakter der deformaties kunnen we verklaren uit de weerstand, die het vrije water uitoefent, indien het netwerk der kleideeltjes gaat vervormen *. Deze weerstand heeft tot

* Als gevolg van de hydratatie der geadsorbeerde kationen en de binding der polaire watermoleculen door vorming van waterstofbruggen zijn de poriën nauwer, waardoor de doorlatendheid kleiner wordt en de weerstand tegen het viskeuze stromen van het water toeneemt.

gevolg dat er voor het stromen van het poriënwater tijd nodig is. Het vrije water oefent een vertragende werking hierop uit. Dit poriënwater draagt hierbij haar aandeel in het opnemen der uitwendige belasting en helpt de taak van de scharnieren A en B en van de repulsiekrachten verlichten. Dientengevolge is de kans kleiner dat de bindingen A en B verbroken worden, met het resultaat dat het netwerk langer intact blijft.

Hiermede zou verklaard kunnen worden waarom de verhouding van de elastische deformatie γ_e tot de totale deformatie γ_t bij korte belastingsduur groter is dan bij lange belastingsduur en waarom verhoogde elasticiteit wordt gemeten bij stootbelastingen. Naarmate meer poriënwater uit een bepaalde plaats gemigreerd is, wordt de belasting op de contacten A en B groter en op den duur kan ze zo groot zijn dat A en B bezwijken.

In tegenstelling met de beweging der waterdeeltjes in een kleimonster in een ongedraineerde compressieproef - waarbij het water zich beweegt van plaatsen van hogere naar gebieden van lagere alzijdige drukken - migreren de waterdeeltjes in het geval van zuiver deviatorische spanningen op zodanige wijze, dat in een zeer kleine kubus van de klei, die nog representatief voor het materiaal mag worden beschouwd, het gemiddelde watergehalte steeds constant blijft.

4.5.6. *Permanente deformaties*

Voor het vloeien, het optreden van permanente deformaties, is het loslaten der contactpunten van type A en B verantwoordelijk. We moeten hier onderscheid maken tussen het „verspringen" van een contact en het definitief breken van een verbinding.

a. In het eerste geval wordt de binding tengevolge van de krachten op het kleiplaatje verbroken, maar tengevolge van de attractiewerking der *Coulomb* en *London-van der Waals* krachten wordt er een nieuwe verbinding gevormd op een andere plaats. Dit verschijnsel heeft weliswaar permanente deformaties tot gevolg, maar het materiaal zelf behoeft statistisch niet veranderd te zijn. Telkens na het verbreken van een binding wijzigt zich de spanningsverdeling over de kleideeltjes en dus ook de scharnierkrachten in de contacten. Deze nemen, mede door de intensievere penetratie der dubbellagen van de planaire oppervlakten, steeds toe als gevolg van het loslaten van de naburige kleiplaatjes. Zo kunnen op bepaalde plaatsen de contacten breken, terwijl op hetzelfde ogenblik op andere plaatsen statistisch gelijkwaardige contacten worden gevormd. Ondanks de gewijzigde ruimtelijke configuratie der individuele klei-, zand- en siltdeeltjes blijft het materiaal statistisch onveranderd. De physische grootheden van de substantie zijn dus constanten.

b. Het tweede geval duidt op structuurdesintegraties. Deze treden vooral sterk op bij hoge belastingen. Voor het aantal verbroken contacten treden er geen gelijkwaardige in de plaats.

4.5.7. Effect van het activeren door trillingen

De toename der deformaties zowel bij het belasten als bij het ontlasten tengevolge van het toepassen van stimuli, kan het gevolg zijn van tweeërlei oorzaken:

a. de statische wrijving wordt verlaagd en gaat over in dynamische wrijving;

b. tijdens het belasten zijn de contacten reeds zwaar belast; de trillingen oefenen op het korrelskelet nog extraspanningen uit, waardoor in het bijzonder de contacten van type A verbroken worden en verplaatst; zijn de heersende spanningen bijvoorbeeld even kleiner dan f_2 (elastisch reversibel gebied), dan kan het activeren, vloeien met zich meebrengen; bij hoge spanningen zijn de eventuele opnieuw gevormde contacten niet van lange duur;

tijdens het ontlasten nemen de inwendige spanningen voortdurend af, en nu kunnen opnieuw gevormde contacten wel blijvend gevormd worden, hetgeen leidt tot een versteviging van het materiaal.

Terwijl als gevolg van de intensievere rotatie der loshangende ketens bij trillen de kansen op hernieuwde vorming der bindingen groter zijn, zowel bij het belasten als bij het ontlasten, komen de contacten alleen blijvend tot stand in het laatste geval.

Op grond van bovenstaande redenering is te concluderen dat het activeren zowel bij belasten als bij ontlasten meer effect heeft naarmate er meer zwakke bindingen van type A voorkomen (hoog watergehalte); ook is het logisch dat dit toepassen van stimuli effectiever is naarmate de heersende spanning groter is. De lezer zij er nog aan herinnerd dat dit effect bij de onderzochte kleisoorten vooral merkbaar is bij spanningen hoger dan f_3. Van volumineuze montmorilloniet gelen is het bekend dat ze na schudden in solen overgaan. Voorts zal het activeren meer invloed hebben, naarmate het zand-siltgehalte hoger is.

4.5.8. De derde drempelwaarde f_3

Indien f_3 overschreden wordt, worden de spanningen in de scharnieren type A en B zo groot dat deze het begeven, terwijl er geen gelijkwaardige contacten meer gevormd worden. Van een stationnaire statistische toestand kan niet langer meer sprake zijn en het τ-γ-verband wordt uiterst gecompliceerd. Het resultaat is dat de deformaties progressief groter worden. Deze kunnen zelfs zo groot zijn, dat de korrels geen contact meer met elkaar hebben en het skelet stort geleidelijk in elkaar. Hiermede is dus de breuk in het materiaal ingeleid. Heersen er in het materiaal spanningen die gemiddeld groter zijn dan f_3 dan zal breuk optreden.

Natuurlijk heeft men hier te doen met een continu spectrum van drempelwaarden f_3. Telkens bij het bezwijken van één der bindingen in een bepaald punt worden de spanningen overgedragen op meer sterkere delen van het korrelskelet, die dan op hun beurt bezwijken en de spanningen weer overdragen. Deze structurele desintegraties hebben dus tijd nodig en de breuk behoeft volgens dit betoog niet onmiddellijk plaats te vinden. Naarmate de belasting groter is treedt het breken sneller op; voor spanningen die gemiddeld slechts weinig groter zijn dan f_3 wordt het tijdstip van breuk naar grote waarden van de tijd verschoven. Zo kan het gebeuren, dat dammen en dijken pas maanden of jaren na de voltooiing van de bouw bezwijken. Dit is ook bij triaxiaalproeven te zien; de breuk treedt sneller op, naarmate de belasting groter is.

4.5.9. Verdere structuurquesties

Het is bekend dat klei na verkneding slapper wordt. Uit triaxiaalproeven is gebleken dat een monster in verknede toestand een breukvastheid heeft die slechts 1/3 of minder van de oorspronkelijke bedraagt. In hoofdstuk III werd het geval vermeld van kleikrullen die na het uitpersen zeer gemakkelijk omgevouwen konden worden zonder dat scheuren zichtbaar waren, terwijl de kleimonsters na 6 weken bewaren reeds bij een afschuifhoek γ van ca 1 à 2 graden bezweken.

In het verklaren van dit verschijnsel zal terwille van de eenvoud voorlopig worden aangenomen, dat men te maken heeft met klei die geen zand- en siltkorrels bevat. Als gevolg van de verkneding kunnen de scharnieren A en B op vele plaatsen bezweken zijn, met het gevolg dat het netwerk slapper is geworden. Zo kan men zich een netwerk indenken opgebouwd uit ruimtelijke polygonen van kleideeltjes waaraan losse ketens van andere kleiplaatjes hangen. In deze toestand is het niet te verwonderen dat genoemde kleikrullen zo'n grote deformabiliteit vertoonden. De aard der aantrekkingskrachten tussen de randen der kleiplaatjes en de vlakke randen van andere kleimicellen maakt het mogelijk, dat verbroken ketens op andere plaatsen weer gevormd worden. Het gehele systeem met verbroken ketens is aldus voortdurend in beweging onder invloed der repulsiekrachten plaat-plaat en attractiekrachten plaat-rand, terwijl de losse ketens mede onder invloed der thermische beweging proberen zich al trillende en roterende aan het zich deformerende netwerk te hechten. Naarmate zich meer delen van het netwerk hersteld hebben wordt de ruimtelijke configuratie der kleiplaatjes steviger. De aantrekkingskrachten maken het mogelijk dat het grootste deel der versteviging zich binnen korte tijd voltrekt, terwijl de snelheid hiervan met de tijd afneemt. De eigenschappen van klei op een zeker tijdstip zijn dus een functie van de thixotrope toestand waarin het materiaal verkeert. Teneinde replicabele proefresultaten te verkrijgen is het bij proeven derhalve gewenst om de monsters een lange rustperiode te geven.

Gecompliceerder wordt het geval indien ook rekening wordt gehouden met de aanwezigheid van een zand-siltskelet. In het voorgaande werd beschreven dat het kwartsskelet zijn stevigheid hoofdzakelijk te danken heeft aan de bindingen B en C der kleiplaatjes tussen twee naburige zandkorrels. Bij verkneding wordt nu dit geheel, dat bij hoge alzijdige drukken gevormd werd, vernietigd, terwijl een behoorlijk herstel dezer bindingen onder de heersende lage drukken niet mogelijk is. Het resultaat is dat de monsters na verkneding niet meer hun oorspronkelijke stevigheid kunnen herkrijgen, ook niet na een langdurige rustperiode. Aldus zou men een verklaring kunnen geven van het experimentele feit, dat de kleimonsters gestoken in de praktijk - als gevolg van de onvolmaakte methode van monsterneming - meestal niet die stevigheid hebben, die de kleilagen in de natuur bezitten.

Uit bovenstaande beschouwing is op te maken dat naarmate het kleinetwerk steviger is (naarmate meer dichte en statisch onbepaalde configuraties der kleideeltjes optreden) de deformeerbaarheid van klei alvorens breuk optreedt geringer is, hetgeen in proeven inderdaad werd geconstateerd („brittle failure").

4.6. Versteviging bij het consolideren

Wordt er op een deviatorische spanningstoestand een hydrostatische gesuperponeerd, dan zal naast de bovenbeschreven processen nog het belangrijke verschijnsel van wateruitpersing optreden. De hiermede gepaard gaande volumeverkleining heeft tot gevolg, dat:
a. twee naburige zandkorrels dichter bij elkaar komen te zitten, waardoor de bindingen der kleideeltjes hiertussen steviger worden;
b. zandkorrels elkaar raken waardoor de wrijving verhoogd wordt;

c. de bindingen A tussen de kleimicellen overgaan in B, en B mogelijk in C;
d. loshangende ketens zich weer gaan hechten.

Aldus nemen de physische grootheden f_1, f_2, f_3, G en η toe, terwijl de doorlatendheid kleiner wordt. Bij geringe volumedeformaties kunnen deze veranderingen zeer klein zijn, zodat het materiaal nagenoeg dezelfde eigenschappen behoudt; bij grote volumedeformaties kunnen f_1 en f_2 zo groot worden dat het vloeien onder de heersende spanningstoestand zeer sterk vermindert, zelfs onmogelijk wordt. In termen van de praktijk komt dit erop neer dat de zetting als gevolg van de versteviging een eindwaarde bereikt. Dit treedt vooral op bij dunne kleilagen waarin veel zand en silt voorkomt (zie hoofdstuk IX).

Litteratuurlijst

1. Terzaghi, K.V.: „Erdbaumechanik", Hoofdstuk II, III, Wien 1925.
2. Brunauer, S.: „The adsorption of gases and vapours", Vol I, Oxford 1945.
3. Goldman, F., en Polanyi, M.: Z.phys.Chem., **A 132**, 313, 1928.
4. Terzaghi, K.v., en Peck, R.B.: „Soil mechanics in engineering practice", p. 10 e.v., New York 1948.
5. Grim, R.E.: „Clay mineralogy", p. 162, 165, 174, New York 1953.
6. Bernatzik, W.: „Baugrund und Physik", p. 84, 299 e.v., Zürich 1948.
7. Hendricks, S.B. en Jefferson, M.: zie bijv. Grim, p. 65, 93 e.v.
8. Marshall, C.E.: „The colloid chemistry of the silicate minerals", p. 96, New York 1949.
9. Hofmann, U.: Kolloidzeitschrift, **125**, 2, 86, 1952.
10. Bikerman, J.J.: „Surface chemistry for industrial research", p. 249, New York 1948.
11. Wijga, P.W.O.: „Stromingspotentialen, electoëndosmose en oppervlaktegeleiding", p. 31, diss. Utrecht 1946.
12. Kruyt, H.R.: „Colloid Science I", p. 197, Amsterdam 1952.
13. Eversohl, W.G., en Lahr, P.H.: J.Chem.Phys. **9**, 530, 1941.
14. Houwink, R., „Elasticity, plasticity and structure of matter", Cambridge 1937.
15. Freundlich H.: „Thixotropy", Paris 1935.
16. Engelhardt, W.v.: Kolloid-Zeitschr. **102**, 3, 217, 1943.
17. Verwey, E.J.W., en Overbeek, J.Th.G.: „Theory of the stability of lyophobic colloids", Amsterdam 1948.
18. Jimenez Salaz, J.A., en Serratosa, J.M.: Proc. 3d. Int.Conf. Soil Mech. I, 2, p. 192, Zürich 1953.

19. Ford, T.F., Loomis, A.G., en Fidiam, F.F.: Journ. Phys. Chem., **44**, 1, 1940.
20. Olphen, H.v.: „Chemical treatment of drilling fluids", Diss. Delft 1951.
21. Sparnaay, M.J.: „Directe metingen van Van der Waalskrachten", Diss. Utrecht 1952.

Hoofdstuk V

RHEOLOGISCHE MODELLEN VOOR DE GEBEZIGDE KLEISOORTEN

5.1. Inleiding

In dit hoofdstuk zal worden geprobeerd om de gevonden deformatie-tijdsdiagrammen in mathematische vorm te gieten. In het vorige hoofdstuk is uit de schuifspanning-deformatie-krommen gebleken dat er een lineair verband bestaat, binnen het welk een stationnaire toestand mogelijk is. Dit maakt het gebruik van mechanische modellen, teneinde de φ-t-diagrammen mathematisch te beschrijven, aantrekkelijk. In het bijzonder is dit het geval bij de serie III, waarbij zowel de M-φ-lijnen als de vloeilijnen (voor spanningen $\tau < f_3$) nagenoeg rechtlijnig door de oorsprong van hun coördinatenstelsels gaan. Structuurdesintegraties zijn hier nagenoeg te verwaarlozen. Anders wordt dit bij de series I en II, waar structuurdesintegraties van de klei tussen twee naburige zandkorrels optreden en de spanningen, die hier in het begin geconcentreerd waren, overgedragen worden op de voordien geblokkeerde klei, welke in de holle ruimten van het zandskelet zit.

In het vervolg zal eerst een model worden geconstrueerd voor de serie III en uitgaande hiervan zullen we proberen een model af te leiden voor de series I en II.

5.2. Rheologisch model voor de klei van serie III

Bij het afleiden van het model is het van belang om op de volgende punten te wijzen:

1. De φ-t-lijnen, elk getekend voor een bepaalde waarde van M, vertonen voor M > 180 gcm een instantane deformatie, gevolgd eerst door een periode van vertraagd aangroeien, vervolgens door, voor zover te beoordelen, onbeperkt lang doorgaand eenparig aangroeien (rechte lijnen), hetgeen toont dat dan in het materiaal een eenparige vloei is opgetreden.
2. Na het wegnemen der belasting is de terugvering, waargenomen na een tijdsinterval T', steeds kleiner dan de deformatie, gemeten een tijdsverloop T' na het belasten.

3. In het geval M = 180 gcm treedt geen periode van eenparig aangroeiende deformatie op (dus geen vloei), terwijl na het ontlasten de deformatie geheel verdwijnt. Hieruit is geconcludeerd dat 180 gcm een drempelwaarde voorstelt en dat voor M < 180 gcm de bereikte deformatie eindig blijft en een elastisch karakter heeft.
4. Wanneer voor gegeven, constante waarden van t, M-φ-krommen worden getekend, blijken deze in het gebied 180 gcm < M < 3600 gcm nagenoeg rechtlijnig te verlopen. Worden de „rechte" lijnen teruggetrokken tot waar ze de M-as snijden, dan ligt het snijpunt voor kleine waarden van t bij 180 gcm, om voor grotere waarden van t te zakken, en tenslotte tot de oorsprong te naderen.
5. Wanneer de permanente deformatie (geobserveerd na langdurig ontlasten) voor constante waarden van M > 180 cm wordt uitgezet als functie van de belastingsduur, dan blijken de aldus verkregen vloeilijnen bijna recht te zijn en nagenoeg door de oorsprong te gaan.
6. De D-τ-relatie afgeleid uit deze vloeilijnen duidt op een *Binghamse* vloeistof (zolang M < 3600 gcm).
7. Wanneer M > 3600 gcm treden sterke structurele desintegraties op en de M-φ-lijnen zijn niet meer te benaderen door rechte lijnen, terwijl de tijdsfunctie progressief met de belasting toeneemt.

In verband met punt 4 kan worden opgemerkt dat, wanneer alle M-φ-krommen rechte lijnen zouden zijn die de M-as snijden in een zelfde punt M_2, zou hieruit volgen dat alle φ-t-krommen tot eenzelfde kromme voor $\varphi/(M - M_2)$ voeren. Onder M_2 wordt hier het moment verstaan dat een gemiddelde schuifspanning $\bar{\tau} = f_2$ kan teweeg brengen. In het model zou dan geen structuurverandering (geen desintegratie) met de tijd optreden. Het feit dat inderdaad het bedrag M_2 met de tijd afneemt, moet wel uit een geringe desintegratie verklaard worden.

De punten 1, 2, 4, 5 en 6 wijzen op de aanwezigheid van een vierparametermodel. Teneinde het karakter van M_2 (of f_2) tot uitdrukking te brengen kan men een „veertje" parallel aan het vierparametermodel schakelen, dat echter bij een spanning $\tau > f_2$ bezwijkt. Dit bezwijken wordt in het model tot uitdrukking gebracht door de „magneet" F, die loslaat zodra $\tau > f_2$. Het is duidelijk dat deze „magneet" de aantrekkingskrachtjes in de contacten type A in voorstelling brengt (fig. 5.1).

Het is te verifiëren, dat dit model het geidealiseerde gedrag van de klei van serie III weergeeft.

De rheologische toestandsvergelijking voor dit model kan als volgt worden afgeleid;

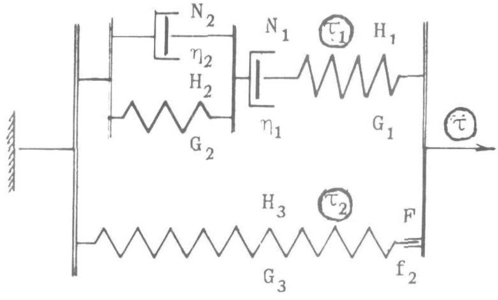


Fig. 5.1. Rheologisch model voor de klei van serie III

Noemen we G_1, G_2, G_3 de stijfheden van H_1, H_2 en H_3; voorts η_1 en η_2 de viscositeiten van N_1 en N_2, en $p = \partial/\partial t$ de operator van *Heaviside*, dan geldt voor:

het *Maxwell*-model ($H_1 - N_1$): $\gamma_1 = \tau_1(1/G_1 + 1/\eta_1 p)$;

het *Voigt*- (of *Kelvin*-) model (H_1 // N_1): $\gamma_2 = \tau_1/(G_2 + \eta_2 p)$;

het vierparameter-model: $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 =$

$$= \frac{\eta_1 G_1 p + (\eta_1 p + G_1)(G_2 + \eta_2 p)}{\eta_1 G_1 p(G_2 + \eta_2 p)}\,\tau_1;$$

het gehele model:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 =$$

$$= \left(\frac{\eta_1 G_1 p(G_2+\eta_2 p)}{G_1 G_2 + (G_2\eta_1 + G_1\eta_2 + G_1\eta_1)p + \eta_1\eta_2 p^2} + G_3\right)\gamma = \frac{\gamma}{P(p)}\,. \qquad (5.1)$$

Voor $t = 0$ volgt: $\tau = (G_1 + G_3)\gamma$.

Voor $\tau > f_2$ zijn 2 gevallen mogelijk, n.l. $G_3\gamma \gtrless f_2$.
In het eerste geval laat de „magneet" direct los en het materiaal gedraagt zich verder als een vierparametermodel; in het tweede geval gedraagt het materiaal zich slechts aanvankelijk als het gehele model; naarmate de tijd voortschrijdt en de *Newtonse* en *Kelvinse* componenten actiever worden, wordt de stijfheid van het vierparameter model kleiner en meer spanning wordt overgedragen op H_3. Dit geschiedt net zolang totdat $G_3\gamma = f_2$; het contact wordt dan verbroken en het materiaal deformeert verder als een vierparameter-model.

Vóór het bezwijken van F heeft men te maken met een lineair model; hierna heeft men te maken met een ander model dat eveneens lineair is. Het bezwijken van F houdt echter een structuurdesintegratie in en het is plausibel dat de M-φ-krommen getekend voor verschillende tijdstippen niet langer lineair zijn. Zoals uit de volgende eenvoudige becijfering zal blijken, zijn de M-φ-krommen alleen door rechten te benaderen, indien f_2 klein is.

We beschouwen het geval $\tau > f_2$ en noemen de spanningen in het vierparametermodel en in H_3 respectievelijk τ_1 en τ_2.

a. Vóór het breken ($\tau_2 < f_2$), geldt:

$$\gamma = P(p)\tau.1 = \tau.F_1(t),$$

waarbij P(p) gegeven is door formule 5.1 en $F_1(t)$ de tijdsfunctie voorstelt na inversie van P(p).1.

De spanning in het vierparameter-model neemt af volgens:

$$\tau_1 = \tau\,\{1 - G_3\,F_1(t)\},$$

en direct voor het breken is $\tau_2 = f_2$ en $\tau_1 = \tau - f$.

b. Op het ogenblik van breken ten tijde t = T geldt dus:

$$\gamma(T) = \tau.F_1(T) = f/G_3. \qquad (5.2)$$

Deze vergelijking geeft T als functie van τ; het is logisch dat naarmate τ groter, het tijdperk T kleiner wordt.

Ten tijde t = T kunnen de deformaties van het *Maxwell*- en van het *Kelvin*-model direct worden neergeschreven; noemen we de bijbehorende deformaties respectievelijk $\gamma_M(T)$ en $\gamma_K(T)$, dan gelden:

$$\gamma_M(T) = \frac{\tau-f}{G_1} + \frac{\tau}{\eta_1}\{T - G_3\int_0^T F_1(T^*)dT^*\},$$

$$\gamma_K(T) = \frac{f}{G_3} - \gamma_M(T) = \frac{f}{G_3} - \frac{\tau-f}{G_1} - \frac{\tau}{\eta_1}\{T - G_3\int_0^T F_1(T^*)dT^*\}. \qquad (5.3)$$

c. Na het breken krijgt het vierparametermodel direct de volle spanning te dragen. Voor de deformaties van het *Maxwell*- en *Kelvin*-model vindt men thans respectievelijk:

$$\gamma_M(t) = \frac{\tau}{G_1} + \frac{\tau}{\eta_1}(t-T) + \frac{\tau}{\eta_1}\{T - G_3\int_0^T F_1(T^*)dT^*\},$$

$$\gamma_K(t) = \frac{\tau}{G_2}\{1 - \exp-(t-T)/\lambda\} + \gamma_K(T)\exp-(t-T)/\lambda.$$

In deze formules herkent men de termen in T direct als de invloed der voorgeschiedenis, die een functie is van de belasting.

Voor de deformatie van het vierparametermodel na het bezwijken van F vindt men:

$$\gamma(t) = \gamma_M + \gamma_K = \frac{\tau}{G_1} + \frac{\tau t}{\eta_1} - \frac{\tau G_3}{\eta_1}\int_o^T F_1(T^*)dt^* +$$

$$+ \frac{\tau}{G_2}\{1 - \exp-(t-T)/\lambda\} + \gamma_K(T)\ \exp-(t-T)/\lambda. \qquad (5.4)$$

Bedenkt men dat T een functie is van τ, die gegeven is in 5.2, dan ziet men dat er over het algemeen géén lineair verband bestaat tussen τ en γ, indien $\tau > f_2$. Voor grote waarden van t gaat 5.4 over in:

$$\gamma(t) = \frac{\tau}{G_1} + \frac{\tau}{G_2} + \frac{\tau}{\eta_1} t - \frac{\tau G_3}{\eta_1}\int_o^T F_1(T^*)dT^*. \qquad (5.4a)$$

Voor grote waarden van τ ($\tau >> f_2$) zal F direct bezwijken, het materiaal gedraagt zich reeds onmiddellijk als een vierparametermodel en het τ-γ- of M-φ-verband op verschillende tijdstippen zal er dan practisch lineair uitzien. Dit geval treedt op - zoals men spoedig zal zien - bij serie III bij M = 1800 gcm en hoger. Voor kleine waarden van τ echter, die slechts weinig groter zijn dan f_2, zal T groot zijn en de laatste term in 5.4a kan een grote invloed uitoefenen op het φ-t- en het M-φ-verband, welke eerste in fig. 3.5 inderdaad te zien is (zie volgende paragraaf).

5.2.1. Becijfering van de rheologische constanten voor de klei in serie III

Bij de becijfering wordt uitgegaan van de volgende aannamen:

1. deformaties optredende binnen één uur na het opbrengen of afnemen der belasting zijn „instantaan".
2. het model heeft na 10 dagen zijn uiteindelijke stationnaire toestand bereikt.

Later zullen we zien dat deze aannamen volkomen verantwoord zijn.

Bij M = 360 gcm ($\bar{\tau}$ = 0.035 kg/cm^2) vertoont de φ-t-kromme in fig. 3.5 reeds eenparig vloeien, terwijl bij M = 180 gcm ($\bar{\tau}$ = 0.02 kg/cm^2) geen vloeien optreedt. De tweede drempelwaarde f_3 bedraagt dus: $0.02 < f_2 < 0.035$ kg/cm^2. Aangezien de invloed van het bezwijken van f_2 naar verwachting gering is bij $\tau >> f_2$, verdient het aanbeveling om eerst de φ-t-kromme bij M = 1800 ($\bar{\tau}$ = 0.18 kg/cm^2) en 3600 gcm ($\bar{\tau}$= 0.36 kg/cm^2) in beschouwing te nemen en te proberen hieruit de constanten van het vierparametermodel te bepalen.

a. De stijfheid G_1 van H_1 kan direct bepaald worden uit de krommen bij terugvering. De „instantane" terugvering bij M = 1800 gcm en M = 2700 gcm bedraagt respectievelijk 10 en 15 schaaldelen, overeenkomende met 10/80 en 15/80 graad (in fig. 3.5 komt 1 graad hoekverdraaiing overeen met 80 schaaldelen). Hieruit volgt de gemiddelde afschuifhoek $\overline{\gamma}$ (zie hoofdstuk III), $\overline{\gamma} = 0.2\,\varphi = 0.2 \times 10/80 \times \pi/180$, voor $\overline{\tau} = 0.18$ kg/cm^2. Uit deze waarden krijgt men voor G_1 : $G_1 = (0.18 \times 8 \times 180)/0.2\pi = 410$ kg/cm^2.

b. De *Newton*se viscositeit η_1 werd reeds gevonden in hoofdstuk III en bedraagt: $\eta_1 = 1.3 \times 10^{14}$ poises.

Men krijgt dus voor de relaxatietijd $\mu = \eta_1/G_1 = 3.2 \times 10^5$ sec. = 3¾ dag.

c. De stijfheid G_2 van H_2 in het *Kelvin*-element kan worden bepaald, indien men de uiteindelijke deformatie hiervan kent. Krachtens aanname 2 kan deze gevonden worden door de raaklijn aan de φ-t-kromme voor t = 10 dagen met de φ-as te snijden. Het afgesneden stuk verminderd met de elastische *Maxwell*se deformatie geeft dan de uiteindelijke *Kelvin*se deformatie weer. Men vindt voor M = 1800 en 2700 gcm respectievelijk 17 en 26 schaaldelen. Hieruit berekent men voor G_2 : $G_2 \sim 240$ kg/cm^2.

d. Voor het vinden van de *Kelvin*se viscositeit η_2 gaan we eerst de retardatietijd λ bepalen. Daartoe zetten we de *Kelvin*se deformatie γ_K ($= \gamma_{tot} - \gamma_M$) uit tegen de tijd in dagen en proberen een kromme van de vorm $1 - \exp{-t/\lambda}$ zo goed mogelijk langs de verkregen kromme te trekken. Proberenderwijs hebben we gevonden dat $\lambda = 0.5$ dag redelijk voldoet; daarbij wordt de experimentele kromme met een maximale fout van ± 6 % (= experimentele fout) benaderd. Voor η_2 wordt gevonden $\eta_2 = G_2\lambda \sim 120$ kg/cm^{2}dag $\sim 10^{13}$ poises.

e. Nu G_1, η_1, G_2, en η_2 bekend zijn kunnen we er toe overgaan om f_2 en G_3 te schatten. G_3 zou men kunnen bepalen uit de „instantane" deformatie bij M = 180 gcm. De deformatie na 1 uur is echter van de grootte-orde van nauwkeurigheid van het meetinstrument (ca 1 schaaldeel); dientengevolge kan G_3 niet nauwkeurig worden bepaald. (Bovendien moet rekening worden gehouden met de experimentele tekortkoming, dat de responsie van het monster bij zeer geringe spanningen sterk beinvloed kan worden door de nauwgezetheid, waarmede het monster in de plastometer is gezet. Immers het inzetten geschiedt min of meer met wrikken en de daarbij optredende deformaties kunnen groter worden dan de hoeken die we van plan zijn te meten).

Uit fig. 3.5 blijkt dat stationnair vloeien reeds optreedt bij $\overline{\tau} = 0.035$ kg/cm^2, de bijbehorende deformatie φ na 10 dagen bedraagt 10 schaaldelen; bij $\overline{\tau} = 0.02$ kg/cm^2 treedt geen vloeien op en de bijbehorende deformatie φ na 3 dagen bedraagt 5 schaaldelen. Hieruit was geconcludeerd dat $0.02 < f_2 < 0.035$ kg/cm^2

terwijl de deformatie $\varphi(T)$, waarbij f_2 bezwijkt $5 < \varphi(T) < 10$ schaaldelen bedraagt, resp. gelijk aan 1.09×10^{-3} en 2.18×10^{-3} radialen. Nemen we aan dat de volledige spanning $\bar{\tau} = f_2$ na 3 dagen opgenomen wordt door de veer H_3 dan vindt men voor G_3: $G_3 \sim 90$ kg/cm^2; bij een belasting $\bar{\tau} = 0.02$ kg/cm^2 volgt hieruit voor de „instantane" deformatie φ : $\varphi = 5\bar{\tau}/(G_1+G_3) \sim 1$ schaaldeel.

Bekijken we nu weer fig. 3.5, dan zien we dat de deformatie $\varphi(T)$ waarbij F loslaat, $5 < \varphi(T) < 10$ schaaldelen, kleiner is dan de instantane deformaties bij M = 1800 gcm en M = 2700 gcm. Hieruit volgt dat we T gelijk aan 0 kunnen nemen, waardoor de integraal $\tau G_3/\eta_1 \cdot \int_0^T F(T^*)dT^* \sim 0$ en het M-φ-verband is dus voor grote waarden van de tijd lineair en gaat door de oorsprong, hetgeen inderdaad overeenkomt met hetgeen experimenteel is gevonden. Snijden we de lijn $\varphi(T) = 5$ schaaldelen met de φ-t-kromme bij M = 900 gcm, dan vinden we T = 1/5 dag en de lijn $\varphi(T) = 10$ schaaldelen levert T = ½ dag. Dit houdt in dat de invloed van T niet is te verwaarlozen, althans niet voor de gekozen tijdschaal; derhalve is het M-φ-verband op verschillende tijdstippen niet lineair voor momenten in de buurt van M = 900 gcm. De hierbij behorende φ-t-krommen zijn ingewikkelder van vorm en zijn niet meer door de responsiekrommen van een vierparametermodel te benaderen. De afwijking van de φ-t-krommen bij M = 1800 en 2700 gcm ziet men ook uit de figuur voor t < 1 dag; de deformaties zijn in dit gebied onevenredig kleiner.

5.2.2. *Enkele opmerkingen*

Een verfijning van het model kan worden verkregen door gebruik te maken van een serieschakeling van *Kelvin*-modellen met een continu spectrum van retardatietijden, en voorts een spectrum van evenwijdige veertjes H_3 ieder met een eigen „magneet", van continu variërende sterkten (continu spectrum van drempelwaarden f_2). Gezien de grote spreiding in de meetresultaten heeft dit echter slechts theoretische doch geen praktische betekenis.

Natuurlijk hangt de betrekkelijke belangrijkheid van een model niet alleen af van de grootte der rheologische coëfficienten (G_1, G_2, G_3, η_1, η_2, f_2), maar eveneens van de experimentele tijdschaal. In het vorige hoofdstuk werd reeds hierop gewezen. Laten we aannemen dat de belasting gedurende een periode T' is aangebracht. Indien T' gering is t.o.v. de relaxatietijd μ van het *Maxwell*-model, dan zal de instantane deformatie volledig het vloeien overvleugelen en het materiaal gedraagt zich „elastisch reversibel". Is daarentegen T' zeer groot t.o.v. μ, dan overweegt het vloeien en het materiaal lijkt wel een *Maxwell*-model. Dezelfde beschouwing kan worden gehouden voor de *Kelvin*-component; slechts bij waarden van T', die veel kleiner zijn dan de retardatietijd λ, meet men alleen het eerste stuk van de responsiekromme, die een helling τ/η_2 heeft. Aldus zou men de indruk krijgen, dat men te maken heeft met een *Newtonse* vloeistof met viscositeit η_2. Bij waarden van T', die veel groter zijn dan λ schijnen de deformaties van het *Kelvin*-element „instantaan en reversibel" te zijn.

Heeft men nu te maken met het model gegeven in figuur 5.1, waarin het vierparametermodel een grote rol speelt, dan zullen de eigenschappen van het *Kelvin*- en het *Maxwell*-model duidelijk naar voren komen, indien de waarden van λ en μ vrij ver uit elkaar liggen. (In ons geval bedraagt λ = ½ dag en μ = 3¾ dag). Neemt men T' te klein in verhouding tot μ, dan bestaat het gevaar dat op de gekozen experimentele tijdschaal schijnbaar „stationnair vloeien" is geconstateerd, waarbij niet η_1, maar $\eta_s = \eta_1\eta_2/(\eta_2 + \eta_1 e^{-t/\lambda})$ wordt gemeten, dus te kleine waarden. Aangezien de tijd T', waarna ontlast werd voor de meeste proeven meer dan 3 dagen bedroeg, kan gevoegelijk worden aangenomen dat $\eta_s = \eta_1$. De aannamen gemaakt in paragraaf 5.2.1 zijn dus zeker verantwoord.

Bij bouwwerken is T' zeer groot en voor vette kleisoorten mag de klei ten behoeve van funderingsdoeleinden dientengevolge vrij goed benaderd worden door het *Maxwell*-model.

5.3. Rheologisch model voor de klei in de series I en II

Uitgaande van het rheologisch model voor klei afgeleid in de vorige paragraaf, waarin structurele desintegraties en spanningsoverdrachten niet zijn verdisconteerd, zullen we nu proberen een model op te stellen voor de klei in de series I en II. Alvorens hiertoe over te gaan willen we eerst opmerken, dat de duur van de periode van ontlasten gedurende de proeven niet lang genoeg kon worden genomen. Dientengevolge werd in de permanente deformaties nog een gedeelte der elastische deformaties gemeten, en de vloeilijnen in fig. 3.8a-b geven niet de uiteindelijke permanente deformaties als functies van de tijd weer. Het is duidelijk, dat de stukken die deze vloeilijnen van de φ_p-as afsnijden, kleiner worden naarmate de periode van ontlasten langer wordt genomen en de elastische terugvering meer gelegenheid krijgt om zich te laten gelden. Bekijkt men de φ-t-krommen in serie III van het ontlasten, dan ziet men dat de terugvering na 1 dag slechts ongeveer de helft van de terugvering na 7 dagen bedraagt. Op zichzelf is dit natuurlijk geen maatstaf, maar dit geeft wel enig idee, hoe sterk de elastische deformaties nog kunnen blijven voortschrijden.

Voor de aanvankelijk geblokkeerde klei, die zich in de holle ruimte van het zand-skelet bevond, lijkt het ons redelijk om het vorige model te gebruiken. Teneinde een model te vinden, dat de eigenschappen van het gehele systeem van kwartskorrel-skelet en klei-netwerk gevuld met water weergeeft, moet men nog met andere factoren rekening houden. Hierbij geeft de micro-rheologische gedachtengang beschreven in het vorige hoofdstuk enige steun. Het op te stellen model moet de volgende verschijnselen kunnen weergeven (zie de hoofdstukken III en IV):

1. het optreden van de drempelwaarde f_1, welke slechts gedeeltelijk toegeschreven mag worden aan wrijvingselementjes;
2. het optreden van een inhomogene spanningsverdeling met spanningsconcentraties, die verantwoordelijk zijn voor structurele desintegraties;
3. structurele desintegraties leidende tot een geleidelijke verlaging van f_1 tot haar minimale waarde;
4. het overdragen van de spanning in de zwaarbelaste klei tussen twee naburige zandkorrels op de aanvankelijk geblokkeerde klei in de holle ruimten.

Het is duidelijk dat men hier met niet-lineaire verschijnselen te maken heeft, die de lineaire eigenschappen van het vorige model vertroebelen. Het feit echter dat de M-φ-relaties (fig. 3.7a en b) ook bij kleine waarden van de tijd „rechtlijnig" zijn (in werkelijkheid lopen de lijnen een weinig hol naar de deformatie-as, doch binnen de experimentele fouten zijn zij nog door rechten te benaderen), wijst er op dat deze factoren secundair zijn. Dit is in overeenstemming met de reeds eerder besproken visie, dat de uiteindelijke permanente deformaties kleiner moeten zijn dan we hebben gemeten, hetgeen impliceert dat de structurele desintegraties niet zo groot zijn als wel uit de vloeilijnen zou volgen.

Het mechanische gedrag van dit heterogene systeem van kwartskorrelskelet en kleinetwerk gevuld met water kan op de volgende wijze in een model worden verdisconteerd *:

1. In serie aan het vorige model wordt een *St. Venant* wrijvingselement geschakeld, dat pas in beweging komt, indien de spanning τ_1 hierop $> f_{1w}$.
2. Parallel aan dit stelsel wordt een *Hooke*'s element H_4 geschakeld met stijfheid G_4 en magneet F', die loslaat zodra de spanning τ_2 hierin $> f_1'$. Deze parallelschakeling geschiedt met behulp van een hefboom, die draaibaar is om het scharnierpunt A. Het is duidelijk dat f_1' en f_{1w} gezamelijk f_1 bepalen. Het is af te leiden dat:

$$f_1 = f_{1w} + l'/l . f_1'$$

* De betekenis van τ_1 en τ_2 in fig. 5.2 is verschillend dan die in fig. 5.1.

3. Teneinde de belasting direct na het opbrengen in eerste instantie door H_4 te laten opnemen, wordt deze veer verder van A geplaatst dan het stelsel vierparameter-model-*St.Venant*-element ($l' > l$).
4. De uitwendige belasting τ wordt ter plaatse van het *St. Venant*-element aangebracht. Zolang $\tau < f_{1_w}$ kunnen geen deformaties optreden. Indien $\tau > f_{1_w}$ wordt, doch nog zo klein blijft, dat $\tau_2 < f_1'$ dan treden kleine deformaties op. Zodra $\tau > f_1$ bezwijkt de magneet F' en de volle spanning τ komt op de serieschakeling van vierparameter-model en *St. Venant*-element te staan.

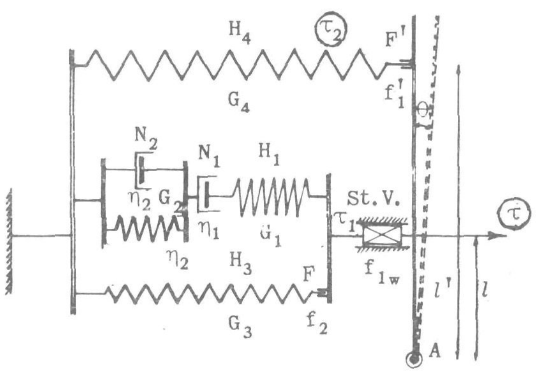


Fig. 5.2. Rheologisch model voor de klei van serie I en II

De deformatie wordt in dit nieuwe model weergegeven door de hoek θ, waarover de hefboom gedraaid is. Naarmate l' groter dan l wordt genomen, is de rol van H_4 in het opnemen der uitwendige belasting groter, terwijl het vierparametermodel minder te dragen krijgt.

We zullen thans laten zien, hoe de verschillende physische verschijnselen, die we in hoofdstuk III hebben waargenomen en in hoofdstuk IV hebben besproken, in dit nieuwe model tot uiting worden gebracht. In onderstaande linker kolom worden de eigenschappen van de klei in punten geresumeerd en rechts worden die punten in termen van het rheologisch model verklaard:

1. Bij het opbrengen der belasting wordt in eerste instantie de klei tussen naburige zandkorrels zwaar belast.
Hoewel de bindingen in deze klei hoofdzakelijk van het type B zijn, bezwijken ze reeds snel,

1. Bij het opbrengen van een belasting $\tau > f_{1_w}$ wordt in eerste instantie de veer H_4 belast. Dit element is stijver dan het vierparameter-model; aangezien de spanningen hier hoofdzakelijk geconcentreerd worden, bezwijkt

omdat de spanningen hier sterk geconcentreerd zijn. Bij dit bezwijken wordt de spanning geleidelijk aan op de klei in de holle ruimten van het kwartsskelet overgedragen.	de magneet F' spoedig, zodra de spanning hierin $\tau_2 > f'_1$. Hierna wordt de volledige spanning τ overgedragen op het voorheen min of meer beschermde model van fig. 5.1.
2. Bij spanningen $\tau < f_1$ worden deformaties gemeten, die van de orde van grootte van de experimentele fout zijn.	2. Bij spanningen $\tau < f_{1w}$ treden geen deformaties op; bij $f_{1w} < \tau < f_1$ zijn de deformaties zeer gering.
3. De indruk werd gewekt, dat f_1 bij $\tau > f_1$ met de tijd afneemt tot een bepaalde waarde.	3. Bij $\tau > f_1$ bezwijkt de veer H_4 en f_1 wordt verlaagd tot f_{1w}.
3a. Terugvering treedt reeds op bij $f_1 < \tau < 2f_1$.	3a. Terugvering is alleen mogelijk indien $\tau > 2f_{1w}$.
4. Bij $\tau > f_1$ treedt duidelijk een tijdsafhankelijkheid van φ op; men komt in een andere statistische toestand der deeltjes. Zolang $\tau < f_2$ treedt echter geen eenparig vloeien op. Het valt op dat de terugveringen na het ontlasten bij $\tau < f_2$ relatief groter zijn dan de terugveringen behorende bij $\tau > f_2$.	4. Bij $\tau > f_1$ wordt het model van de vette klei gedeblokkeerd en men heeft te maken met een andere rheologische toestandsvergelijking. Zolang $\tau < f_2$ kan geen vloeien optreden; vanwege de wrijving f_{1w} echter treedt er na het ontlasten wel een permanente deformatie op.
5. Bij $\tau > f_2$ treedt vloeien op en de statistische toestand verandert weer; zolang $\tau < f_3$ schijnt deze nieuwe toestand gehandhaafd te blijven.	5. Bij $\tau > f_2$ bezwijkt de veer H_3 en men heeft alleen te maken met het vierparametermodel, waarbij de rheologische grootheden constant zijn zolang $\tau < f_3$ en waarbij vloeien optreedt.
6. Bij $\tau > f_3$ treden sterke structurele desintegraties op.	6. Dit optreden van structurele desintegraties wordt niet weergegeven in het model.

Voor een duidelijk overzicht over rheologische modellen raadplege men:
Reiner, M.: „Twelve lectures on theoretical rheology", Amsterdam 1949.
„Deformation and flow", Amsterdam 1949.

Hoofdstuk VI

DIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN VOOR HET VLOEIEN VAN KLEILAGEN

6.1. Inleiding

In de vorige hoofdstukken is beschreven, hoe we de rheologische grootheden van klei kunnen meten, hoe we de proefresultaten kunnen interpreteren en hoe we het mechanisch gedrag kunnen beschrijven door een rheologisch model. Het is nu ook van belang te weten hoe men de resultaten dezer metingen aan kleimonsters, kan gebruiken voor het berekenen van de deformaties van kleilagen.

In het vorige hoofdstuk werd naar voren gebracht, dat het model afgeleid voor vette kleisoorten in wezen opgebouwd is uit een parallelschakeling van een vierparametermodel en een veer, die bij een spanning hierin $\tau_2 > f_2$ bezwijkt. Na het breken van deze veer gedraagt het model zich als een vierparametermodel, waarvan na lange tijd hoofdzakelijk het gedrag van de *Maxwell*-component naar voren treedt. Voor praktische doeleinden in de funderingstechniek mogen we het rheologisch gedrag dus beschrijven door een *Maxwell*-model. Dit model is echter slechts afgeleid voor het gedrag onder zuiver deviatorische spanningen. Teneinde een zettingsverschijnsel te kunnen beschrijven moeten we het eerst geschikt maken voor ruimtelijke spanningstoestanden. Daarbij zal worden aangenomen dat het elastisch gedeelte samendrukbaar is terwijl het viskeuze deel incompressibel wordt gedacht. Een verdere complicatie biedt het poriënwater dat onder optredende verschillen in hydrostatische drukken wordt weggeperst. Dit gaat gepaard met een weerstand, die afhankelijk is van de doorlatendheid van het korrelskelet en de viscositeit van het water, en die verantwoordelijk is voor de vertraging van de volumedeformaties. Aldus heeft men in klei te maken met volumeviscositeit.

6.2. Critische beschouwingen over de theorie van von Terzaghi

Vanwege de fundamentele importantie van zijn nog altijd algemeen aanvaarde gedachtengang, zouden we hier gaarne enkele beschouwingen willen wijden aan de theorie van *von Terzaghi* [1].

1. *Von Terzaghi* beziet uitsluitend de invloed van de samendrukking van kleilagen op de zetting van bouwwerken. Het materiaal wordt opgevat als een poreuze korrelmassa, die slechts gekarakteriseerd wordt door een coëfficient van samendrukbaarheid en een coëfficient van doorlatendheid. Krachtens deze aanname beperkt de theorie zich uitsluitend tot hydrostatische spanningstoestanden. Over de responsie van de grond op deviatorische spanningstoestanden wordt niets vermeld. Uit de gedaanteverandering van een grondelementje, ook in het klassieke ééndimensionale geval, moet echter worden geconcludeerd, dat er schuifspanningen zullen optreden. Een definiëring van het τ-γ verband is dus een noodzakelijke eis.

2. Voorts wordt in de theorie van *von Terzaghi* niet gesproken over de compatibiliteit, welke verlangt dat de vormveranderingen kunnen worden uitgedrukt door middel van de afgeleiden van de verplaatsingscomponenten, welke laatste eenduidig bepaalde functies van de ruimtecoördinaten moeten zijn. Inderdaad kan hiervan bij niet-samenhangende korrelmassa's, zoals zand en silt of zeer magere kleisoorten moeilijk sprake zijn. De korrels komen bij deformatie in elkaars holle ruimten te liggen. Uit metingen met torsieplastometers op kleicylinders is echter gebleken - en dit is later in de colloidchemische beschouwingen naar voren gebracht - dat er een sterke binding tussen de individuele kleideeltjes moet bestaan. Dit houdt in, dat men een grondelementje in een massief niet willekeurig los van zijn omgeving kan deformeren, maar dat men gebonden is aan de restrictie, dat alle grondelementjes steeds in elkaar blijven passen. De oplossing van het zettingsprobleem is dus niet eenduidig bepaald en niet volledig, indien niet tegelijkertijd voldaan wordt aan de compatibiliteitsvoorwaarden. Dit geldt zeker voor vette kleisoorten, welke als gevolg van hun uitermate gecompliceerd karakter, *von Terzaghi* juist aanleiding hebben gegeven tot de opstelling van zijn „Theorie der Setzung von Tonschichten".

3. Indien men uitsluitend volumedeformaties beschouwt, kan men deze theorie niet zonder meer uitbreiden tot ruimtelijke spanningstoestanden. Daartoe moet men nog het verband van de deformatie- met de spanningstensor definiëren, terwijl de oplossing moet voldoen aan de compatibiliteitsvoorwaarden. Daarom zouden we er op willen wijzen, dat de pogingen van *Rendulic* [2)], *Carillo* [3)] en *Gould* [4)] om de theorie uit te breiden tot meerdere dimensies, terwijl het materiaal alleen gedefinieerd wordt door een variabele compressibiliteit en een doorlatendheid, op een misvatting moeten berusten. Dit ervaart men direct, indien men de door hen afgelei-

de differentiaalvergelijking van de warmtegeleiding met de waterspanning als afhankelijk variabele probeert op te lossen; men zal dan tevergeefs zoeken naar de randvoorwaarden ten tijde t=0.

4. Zoals *Buisman* reeds schreef, heeft *von Terzaghi*'s theorie het physische bezwaar, dat de viscositeit er niet in wordt verdisconteerd. Aangezien volumedeformaties een eindige grenswaarde moeten bereiken, moet het voortdurend aanhoudende vloeien te wijten zijn aan schuifspanningen.

6.3. Critische beschouwingen over de theorie van Biot

In zijn „General theory of threedimensional consolidation" karakteriseert *Biot* [5] het grondskelet als een poreus *Hooke*'s materiaal, al of niet geheel verzadigd met water. Zowel de elastische grootheden als de doorlatendheid worden tijdens het gehele consolidatieproces constant verondersteld. In zijn critiek op deze aanname schreef *von Terzaghi* [6]: „For processes of consolidation involving linear (i.e. one-dimensional) flow this assumption is known to be reasonably accurate. However, in connection with two- and three-dimensional processes of consolidation, the same assumption should be regarded as a potential source of errors whose importance is not yet known".

Jammer genoeg vermeldt *von Terzaghi* niet op welke physische gronden hij deze critiek heeft gebaseerd. Verder heeft *von Terzaghi* bezwaren tegen de aanname, dat de consolidatiecoëfficient zowel voor compressie als voor zwelling dezelfde waarde zou hebben: „This assumption is never justified. A better approximation could be obtained by assuming that c_v for swelling is equal to infinity". Men verlieze echter niet uit het oog, dat de gegevens omtrent de zwellingscoëfficient verkregen zijn uit oedometerproeven, in welke de wandwrijving en de wrijving in de bewegende onderdelen van het apparaat zo groot zijn, dat de terugvering bij het ontlasten sterk wordt belemmerd. De werkelijke zwellingscoëfficient is dus zeker kleiner dan uit deze ruwe metingen gevonden kan worden. Voor grondsoorten met een hoog gehalte aan zand- en siltkorrels is het natuurlijk mogelijk, dat als gevolg van de *Coulomb*se wrijving van de *St.Venant*-elementjes, de zwelling gedeeltelijk geblokkeerd wordt. Voor sterk kleihoudende grondsoorten spelen dergelijke wrijvingselementjes evenwel een veel geringere rol en de zwelling – zijnde het resulterend effect der elkaar afstotende individuele kleiplaatjes – kan nagenoeg ongestoord voortgang vinden. Indien de deformaties slechts klein worden verondersteld – zoals *Biot* inderdaad gedacht heeft en eveneens

* zwellingscoëfficient $c_v = K\Theta$ (L^2T^{-1}); Θ = zwellingsmodulus (MLT^{-2}).

het geval is in de afleiding der differentiaalvergelijkingen, die in de komende paragrafen zal volgen – kunnen we gevoegelijk aannemen, dat de ruimtelijke configuratie der zand-, silt- en kleideeltjes statistisch gelijkwaardig is gebleven en dan komt het ons gerechtvaardigd voor om zowel voor compressie als voor zwelling dezelfde hydrostatische modulus aan te houden. De suggestie van *von Terzaghi* om de zwellingscoëfficient oneindig groot te nemen, houdt in, dat – aangezien de doorlatendheidscoëfficient altijd eindig is – de zwellingsmodulus gelijk is aan ∞: d.w.z. tegenover hydrostatische trekspanningen zou de grond zich moeten gedragen als een volkomen stijf en onvervormbaar poreus materiaal (lichaam van *Euclides*). Deze benadering is physisch mogelijk indien de grond veel wrijvingselementjes bevat; de responsie van het materiaal op schuifspanningen en op compressie is dan ook veel gecompliceerder. Verschijnselen als dilatantie en „shearhardening" spelen in dat geval een overwegende rol; het materiaal gedraagt zich meer als zand met al de complicaties als gevolg van veranderingen in pakkingsdichtheid onder belasting; een eenvoudige betrekking tussen spanning en deformatie is niet meer op te stellen; aan de compatibiliteitsbetrekkingen wordt niet langer voldaan en een mathematische behandeling van het zettingsprobleem wordt zo niet onmogelijk dan toch zeker uiterst gecompliceerd.

In de praktijk echter bieden dergelijke zanderige grondsoorten gelukkig niet zoveel complicaties als de vette kleisoorten. Uit bovenstaand betoog volgt dat de aanname van dezelfde modulus zowel voor compressie als voor zwelling althans voor vette kleisoorten en waarschijnlijk ook voor sterk veenhoudende grondsoorten physisch aanvaardbaar is. Bovendien heeft ze het voordeel, dat onnodige mathematische complicaties vermeden worden.

Voor ééndimensionale gevallen verkreeg *Biot* dezelfde modelwet als *von Terzaghi*. *Biot*'s theorie werd later weer naar voren gebracht door *Mandel* [7], die de deformatie in een grondmassief als gevolg van een verticaal aangebrachte puntlast berekende.

De aanname, dat de grond zich elastisch en volledig reversibel zou gedragen impliceert reeds, dat de zettingen ook in meerdimensionale spanningsgevallen een limiet moeten bereiken. Dit is een zwak punt, omdat de zo belangrijke viskeuze component van de grond geheel verwaarloosd wordt.

De theorie van *Biot* is belangrijk, omdat ze – althans binnen het kader van zijn aannamen – de eerste juiste theoretische behandeling van het consolidatieprobleem geeft. In dit hoofdstuk zal worden geprobeerd om ook de viscositeit in de berekening te verdisconteren. Voorlopig wordt deze constant verondersteld. Later zal de invloed van de versteviging hierop worden beschouwd (zie hoofdstuk IX).

6.4. Fundamentele aannamen

Bij het afleiden van de differentiaalvergelijkingen die het plastisch vloeien van ideale kleilagen beschrijven, worden de volgende fundamentele aannamen gemaakt:

1. het materiaal is homogeen en isotroop;
2. spanningen en deformaties zijn zo klein, dat:
   a. het verband tussen spanning en deformatie nog lineair is;
   b. het materiaal mag worden beschreven door een *Maxwell*-model;
   c. de theorie van de eerste orde mag worden toegepast, dus:

   $$\varepsilon_x = -\partial u/\partial x,\quad \gamma_{xy} = -\tfrac{1}{2}(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x),\quad \text{cycl.}$$

   waarbij u, v, w = verplaatsing in resp. x, y, z-richting, ε_x = rek in x-richting; γ_{xy} = halve hoekverdraaiing in x,y-vlak, zie formule 6.6.5;
   d. de elastische grootheden G en ν en de viscositeit η van het korrelskelet constant blijven;
3. het korrelskelet is verzadigd met water;
4. het water is onsamendrukbaar in vergelijking met het korrelskelet;
5. de klei-, zand- en siltdeeltjes zijn onsamendrukbaar;
6. van het korrelskelet is alleen het elastische deel reversibel samendrukbaar, terwijl het viskeuze deel onsamendrukbaar wordt geacht;
7. de snelheden, waarmede het water door het korrelskelet stroomt, zijn zo klein dat de wet van *Darcy* mag worden toegepast.

De ideale klei wordt verondersteld aan de aannamen 1, 2a, b en d, 3 tot en met 7 te voldoen. Hierbij zij opgemerkt, dat deze veronderstellingen inhouden, dat de „consolidatiecoëfficient” $\Lambda = 3k\circledast/\eta_w$ (zie verg. 6.6.10) constant blijft. Het is nodig aan deze zeven punten nog een aanname toe te voegen, n.l.

8. het gehele zettingsproces geschiedt bij constante uniforme temperatuur.

6.4.1. *Opmerkingen bij de aannamen*

Naar aanleiding van bovenstaande veronderstellingen worden de volgende opmerkingen gemaakt:

ad 1. In werkelijkheid is de grond anisotroop. Meer in overeenstemming met de horizontale gelaagdheid der sedimenten, zou een betere benadering der werkelijkheid verkregen worden door aan te nemen, dat de grond in verticale en horizontale richting verschillende elasticiteitsconstanten, viscositeiten en doorlatendheden heeft.

ad 2a. Uit de proeven beschreven in de hoofdstukken III en V is gebleken dat de τ-γ-relatie voor de onderzochte kleisoorten lineair is. Deze rechtlijnigheid geldt nog voor grootten der schuifspanningen, die tot zelfs 2/3 van de breukspanning bedragen.

We moeten ons echter duidelijk voor ogen houden, dat onze uitspraak gebaseerd is op de resultaten van proeven op tamelijk vette kleisoorten. De in de natuur voorkomende kleilagen (in het bijzonder de Nederlandse) kunnen een groter gewichtspercentage aan zand- en siltdeeltjes bevatten; ook voor deze kleisoorten is het mogelijk dat het τ-γ verband nog lineair is, vooral voor niet overgeconsolideerde of niet oververdichte grondmonsters.

Aan de randen van stijve platen kunnen zo grote spanningsconcentraties voorkomen, dat de aanname van lineariteit voor dit beperkte gebied moeilijk kan worden gehandhaafd. Strikt genomen geldt deze aanname dus alleen voor die gebieden, die niet te dicht bij de randen van de plaat liggen.

ad 2b. Uit onze eerste serie experimenten is gebleken dat de onderzochte klei zich bij schuifspanningen boven de drempelwaarde f_1 elastisch en reversibel gedraagt en boven de drempelwaarde f_2 gaat vloeien. Wij herinneren er nog aan, dat f_2 niet zo duidelijk geprononceerd is als f_1 en f_3, zijnde een gevolg van het feit, dat structuurveranderingen geleidelijk plaatsvinden. Bij onze derde serie proeven was gebleken dat de drempelwaarde f_1 gelijk was aan nul, terwijl alleen f_2 aanwezig is.

Experimenteel is bewezen dat de deformatie in de stationnaire toestand rechtlijnig verloopt met de tijd; volgens *von Terzaghi* en ook volgens *Bernatzik* is uit zettingsmetingen aan bouwwerken gefundeerd op kleilagen, gebleken, dat de zetting in verreweg de meeste gevallen na verloop van enkele tot tientallen jaren nadert tot een constante zettingssnelheid. De aard der zwakke bindingen tussen de individuele kleimicellen maakt het vloeien aannemelijk.

Op grond van deze feiten en terwille van de mathematische eenvoud kennen we nu aan de klei de eigenschappen toe van een *Maxwell*-materiaal, d.w.z. wij nemen f_1 en tevens f_2 gelijk aan nul. Voor vette kleisoorten en niet overgeconsolideerde grondsoorten is dit inderdaad verantwoord.

ad 8. De aanname van uniforme constante temperatuur in het grondmassief vermijdt complicaties tengevolge van een ongelijkmatige temperatuurverdeling onder ketelhuizen, schoorstenen en dergelijke. Bij constante warmtegeleidingscoëfficient zou de temperatuurverdeling beantwoorden aan de differentiaalvergelijking van de warmtegeleiding of aan die van *Laplace*. Uit eigen proeven [8] is gebleken, dat de rheologische eigenschappen van klei afhankelijk zijn van de temperatuur. Deze afhankelijkheid is minder naarmate het kleigehalte van de grondspecie kleiner is. Het gebruik van het triaxiaalapparaat bij de experimenten maakte echter een nauwkeurige quantitatieve analyse der proefresultaten onmogelijk, hetgeen ook niet de bedoeling was geweest van de opzet van het onderzoek. De qualitatieve analyse der resultaten was hoofdzakelijk bedoeld voor de baksteenindustrie. De verkregen experimentele „spannings-deformatie"-krommen tonen duidelijk aan, dat de elasticiteitsmodulus, de viscositeit van het korrelskelet en de breukvastheid verlaagd werden, terwijl als gevolg van de verlaging van de viscositeit van het poriënwater de weerstand van het korrelskelet tegen de regionale migratie der waterdeeltjes kleiner moest zijn geweest dan bij kamertemperatuur. De ervaring uit de bouwpraktijk, dat ketelhuizen, schoorstenen en dgl., meer zakken dan bij normale bodemtemperatuur (ca. $10^{o}C$) verwacht wordt, is dus niet vreemd, vooral indien men nog bedenkt dat de ongelijkmatige temperatuurverdeling extra-spanningen in het grondmassief te voorschijn roept. De aanname 8 is dus noodzakelijk.

6.5. Het verband tussen spanning en deformatie bij Maxwell-materialen

Voor *Maxwell*-materialen is de totale deformatie de som van de elastische en viskeuze deformatie:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{visk} .$$

Hierbij zij opgemerkt, dat de schematische voorstelling van een *Maxwell*-materiaal door een serieschakeling van zuiger en veer niet inhoudt, dat het materiaal macroscopisch is onderverdeeld in twee phasen, waarin de toepassing der vergelijkingen verschillend zou zijn en evenmin, dat het materiaal een conglomeraat is van elastische en viskeuze delen. De probleemstelling is dus anders dan bij de elastisch-plastische berekeningen voor staal, bij welke inderdaad twee phasen optreden, n.l. een elastische en een plastische. Het scheidingsoppervlak tussen beide phasen wordt dan bepaald door het vloeicriterium van *von Mises-Huber-Hencky*.

Indien voorlopig de invloed van de hydrodynamische spanningen achterwege wordt gelaten, kan volgens de lineaire theorie geschreven worden:

A. Voor het elastische deel:

$$\varepsilon_{x,e} = \{\sigma_x - \nu_e(\sigma_y + \sigma_z)\}/E; \quad \gamma_{xy,e} = \tau_{xy}/2G; \quad \text{cycl.},$$

waarbij $E = 2G(1 + \nu_e)$, τ = schuifspanning, σ_x = normaalspanning in x-richting, ε_x = deformatie in x-richting, γ = halve hoekverdraaiing, E = elasticiteitsmodulus, G = glijdingsmodulus, η = viscositeit, ν_e = constante van *Poisson* voor het elastische deel.

of in deviatorische vorm geschreven:

$$\varepsilon_{x,e} - \bar{\varepsilon}_e = (\sigma_x - \bar{\sigma})/2G; \quad \gamma_{xy,e} = \tau_{xy}/2G; \quad \text{cycl.}$$

$$3\bar{\varepsilon}_e = \bar{\sigma}/\Theta ,$$

waarbij $\bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ = hydrostatische druk,
$\varepsilon_e = 3\bar{\varepsilon}_e = (\varepsilon_{x,e} + \varepsilon_{y,e} + \varepsilon_{z,e})$ = volumedeformatie,
$\Theta = E/3(1 - 2\nu_e) = 2G(1 + \nu_e)/3(1 - 2\nu_e)$ = compressiemodulus.

B. Voor het viskeuze deel:

$$\dot{\varepsilon}_{x,v} = \{\sigma_x - \nu_v(\sigma_y + \sigma_z)\}/\varkappa; \quad \dot{\gamma}_{xy,v} = \tau_{xy}/2\eta ; \quad \text{cycl.}$$

waarbij: $\varkappa = 2(1 + \nu_v)\eta$.
Na opstelling der normale reksnelheden wordt gevonden:

$$\dot{\varepsilon}_v = 3\dot{\bar{\varepsilon}}_v = \dot{\varepsilon}_{x,v} + \dot{\varepsilon}_{y,v} + \dot{\varepsilon}_{z,v} = (1-2\nu_v)/\varkappa \,.\, (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \,.$$

Uit deze vergelijking volgt, dat indien de constante van *Poisson* voor het viskeuze deel ν_v variabel is, ze uiteindelijk tot ½ moet naderen, omdat men bij alzijdige druk steeds een eindig volume moet overhouden. Voor de eenvoud hebben we ν_v constant gelijk ½ genomen, hetgeen meebrengt: $\varkappa = 3\eta$.

We krijgen dan de volgende vergelijkingen:

$$\dot{\varepsilon}_{x,v} = \{\sigma_x - \tfrac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)\}/3\eta; \quad \dot{\gamma}_{xy,v} = \tau_{xy}/2\eta; \quad \text{cycl.},$$

of in deviatorische vorm geschreven:

$$\dot{\varepsilon}_{x,v} = (\sigma_x - \bar{\sigma})/2\eta; \quad \dot{\gamma}_{xy,v} = \tau_{xy}/2\eta, \quad \text{cycl.};$$

$$\dot{\varepsilon}_v = \varepsilon_v = 0 .$$

Voor de resulterende deformatiesnelheid geldt de tensorische sommatie: $|\dot{\varepsilon}|_{tot} = |\dot{\varepsilon}|_e + |\dot{\varepsilon}|_v$, of uitgeschreven:

$$\dot{\varepsilon}_{x,tot} - \dot{\bar{\varepsilon}}_{tot} = \tfrac{1}{2}(1/G\,.\,\partial/\partial t + 1/\eta)(\sigma_x - \bar{\sigma});$$

$$\dot{\gamma}_{xy,tot} = \tfrac{1}{2}(1/G\,.\,\partial/\partial t + 1/\eta)\tau_{xy}; \qquad \dot{\bar{\varepsilon}}_{tot} = \dot{\bar{\varepsilon}}_e .$$

Na vervanging van $\partial/\partial t$ door de operator van *Heaviside* „p" gaan de vergelijkingen, met weglating van de index „tot", over in:

$$\varepsilon_x - \bar{\varepsilon} = (\sigma_x - \bar{\sigma})/2\psi; \quad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/2\psi, \quad \text{cycl.}$$

$$\varepsilon = 3\bar{\varepsilon} = 3\bar{\varepsilon}_e = \bar{\sigma}/\Theta , \tag{6.5}$$

waarbij: $$1/\psi = 1/G + 1/\eta p ,$$

en $$\psi = \eta Gp/(\eta p + G) = \varkappa Ep/\{2(1 + \nu_e)\varkappa p + 3E\} .$$

Deze vergelijkingen kunnen ook in andere gedaante worden geschreven:

$$\varepsilon_x = \{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\}/\Xi; \quad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/2\psi, \quad \text{cycl.} \tag{6.5.1}$$

waarbij: $$\Xi = \varkappa Ep/(\varkappa p + E) = 2\psi(1 + \nu) .$$

en $$\nu = (2\nu_e\varkappa p + E)/2(\varkappa p + E) .$$

Het valt op te merken, dat in de vergelijkingen 6.5 ψ de enige grootheid met operator-karakter is, terwijl Θ een constante is. Wil men het materiaal in navolging van de elasticiteitsleer karakteriseren door twee physische grootheden, dan ziet men uit de betrekkingen 6.5.1, dat de coëfficienten Ξ en ν operatoren worden. De invoering van $\nu_e < \tfrac{1}{2}$ en $\nu_v = \tfrac{1}{2}$ voor het elastische, respectievelijk viskeuze deel houdt dus in dat het *Maxwell*-materiaal beschouwd kan worden als een *Hooke*'s materiaal met tijdsafhankelijke glijdingsmodulus ψ en tijdsafhankelijke coëfficient van *Poisson* ν, doch met een constante samendrukbaarheidsmodulus Θ.

6.6. Afleiding der differentiaalvergelijkingen

Wordt een grondmassief belast, dan worden de volumedeformaties van het korrelskelet vertraagd, doordat het water eerst moet worden uitgeperst. Dit uitdrijven van het poriënwater geschiedt met een zekere weerstand, waardoor het in overspanning komt. Deze hydrodynamische spanningen werken dus op het korrelskelet terug.

Aangezien de normale spanningen in de grondmechanica hoofdzakelijk drukspanningen zijn wordt in deze dissertatie – in tegenstelling met de elasticiteitsleer en met het artikel van *Biot* – een drukspanning positief genoemd. Een verkorting is een positieve lengtedeformatie, terwijl een volumeverkleining een positieve volumedeformatie betekent. In overeenstemming hiermede moeten we nu ook voor de schuifspanningen een van de elasticiteitsleer afwijkende tekenafspraak maken. Denken we ons een zeer klein parallelepipedum in de oorsprong van een Cartesiaans assenkruis met de zijden evenwijdig aan de coordinaatassen, dan zijn de notaties voor de spanningen die op de zijvlakken werken, aangeduid in figuur 6.1. De positieve richtingen van de componenten der schuifspanning op elk zijvlakje van het cubisch element zijn genomen in de negatieve richtingen der coördinaatassen, indien ook de drukspanning op hetzelfde zijvlakje de negatieve richting van de corresponderende as zou hebben. Werkt een drukspanning in de richting van de positieve as, dan moet de positieve richting der schuifspanningen worden omgekeerd. Volgt men deze regel dan komen de positieve richtingen van alle spanningscomponenten werkende op het rechterzijvlak van het volumeelementje overeen met de negatieve richtingen der coördinaatassen. De positieve richtingen worden alle omgekeerd, indien men het linkerzijvlak van het element in beschouwing neemt.

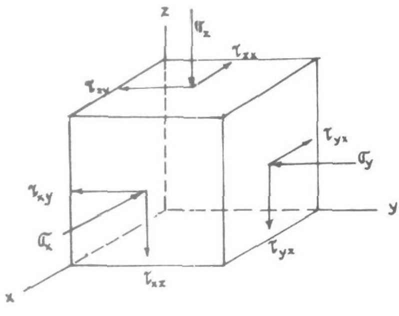


Fig. 6.1

We gaan nu onderscheid maken tussen grondspanningen, die zowel op het korrelskelet als op het water werkzaam zijn, en effectieve spanningen, die uitsluitend en direct verantwoordelijk zijn voor de deformaties van het korrelskelet. De eerstgenoemde spanningen zullen we niet extra van een index voorzien, terwijl we aan de notatie van de laatste de index „eff" zullen toevoegen. Tussen beide soorten spanningen bestaat het volgende verband:

$$\sigma_{eff,x} = \sigma_x - \sigma_w; \quad \tau_{eff,xy} = \tau_{xy}; \quad \text{cycl.} \qquad (6.6.1)$$

$$\overline{\sigma}_{eff} = \overline{\sigma} - \sigma_w;$$

waarbij σ_w = waterspanning.
Naar uit de physische aard van het probleem volgt, moet de waterspanning een afnemende tijdsfunctie zijn. In de formules 6.5 en 6.5.1 moet nu voor σ_x enz. worden gelezen $\sigma_{eff,x}$ enz. Voor het korrelskelet mag dan geschreven worden:

$$\varepsilon_x - \overline{\varepsilon} = (\sigma_{eff,x} - \overline{\sigma}_{eff})/2\psi; \quad \gamma_{xy} = \tau_{eff,xy}/2\psi, \quad \text{cycl.};$$

$$\varepsilon = 3\overline{\varepsilon} = \overline{\sigma}_{eff}/\Theta \ .$$

Geschreven in de termen van de grondspanningen worden ze:

$$\varepsilon_x - \overline{\varepsilon} = (\sigma_x - \overline{\sigma})/2\psi; \quad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/2\psi, \quad \text{cycl.} \qquad (6.6.2)$$

$$\varepsilon = (\overline{\sigma} - \sigma_w)/\Theta \ .$$

Aangezien de wateroverdrukken hydrostatische spanningen zijn, oefenen ze in de eerste orde theorie geen invloed uit op deviatorische spanningen en deformaties.

De grondspanningen kunnen uit 6.6.2 worden opgelost en we vinden:

$$\sigma_x = 2\psi\varepsilon_x + (\Theta - 2\psi/3)\varepsilon + \sigma_w; \quad \tau_{xy} = 2\psi\gamma_{xy}, \quad \text{cycl.} \ (6.6.3)$$

$$\overline{\sigma} = \Theta\varepsilon + \sigma_w.$$

Spanningsvergelijkingen:

Voor een oneindig klein parallelepipedum van de grond kunnen uitgedrukt in totale spanningen de volgende evenwichtsvergelijkingen worden neergeschreven:

$$\partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y + \partial\tau_{xz}/\partial z + X = 0, \quad \text{cycl.} \qquad (6.6.4)$$

Als volumekracht kan alleen in aanmerking komen de zwaartekracht $Z = \rho g$. In termen van effectieve spanningen uitgedrukt krijgen we:

$$\frac{\partial\sigma_{eff,x}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{eff,xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{eff,xz}}{\partial z} + \frac{\partial\sigma_w}{\partial x} = 0 \; ;$$

$$\frac{\partial\sigma_{eff,yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{eff,y}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{eff,yz}}{\partial z} + \frac{\partial\sigma_w}{\partial y} = 0 \; ; \qquad (6.6.4a)$$

$$\frac{\partial\tau_{eff,zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{eff,zy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{eff,z}}{\partial z} + \frac{\partial\sigma_w}{\partial z} + \rho g = 0 \; .$$

Uit deze spanningsvergelijkingen is te zien, dat de hydrodynamische spanningen op het korrelskelet werken als volumekrachten, die uit een potentiaal zijn afgeleid.

Voor een volledige en eenduidige oplossing van het probleem moet thans gebruik worden gemaakt van de compatibiliteitsbetrekkingen en van de randvoorwaarden. In de theorie van de eerste orde mogen de termen die tweede en hogere machten van de afgeleiden der verplaatsingen naar de coördinaten bevatten, worden verwaarloosd. Indien we de richting van de verplaatsingen positief noemen, als ze correspondeert met die der positieve coördinaatassen en we nu rekening houden met de tekenafspraak voor de spanningen en de bijbehorende deformaties, dan worden de betrekkingen tussen deformaties en verplaatsingen door de volgende vergelijkingen gegeven:

$$\varepsilon_x = -\,\partial u/\partial x; \qquad \gamma_{xy} = -\,\tfrac{1}{2}(\partial v/\partial x + \partial u/\partial y); \qquad \text{cycl.} \qquad (6.6.5)$$

$$\varepsilon = -\,(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z) \; .$$

Er zijn nu tien onbekenden n.l. σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx}, u, v, w en σ_w terwijl er slechts negen vergelijkingen beschikbaar zijn, n.l. 6.6.4a en 6.6.5. Er moet derhalve nog een betrekking worden gevonden, die de vertragende invloed van de waterspanningen op de deformaties aangeeft.

Volume-viscositeit

Als een der fundamentele aannamen wordt gemaakt, dat de wet van *Darcy* opgaat. Zijn $\dot{u}_w$, $\dot{v}_w$ en $\dot{w}_w$ de snelheden, waarmede het water uit de holle ruimten wordt geperst, η_w de viscositeit van het water en k de doorlatendheid van het isotrope korrelskelet, dan gelden:

$$\dot{u}_w = -\,k/\eta_w \,.\, \partial\sigma_w/\partial x \; ;$$

$$\dot{v}_w = -\,k/\eta_w \,.\, \partial\sigma_w/\partial y \; ; \qquad (6.6.6)$$

$$\dot{w}_w = -\,k/\eta_w \,.\, (\partial\sigma_w/\partial z + \rho g) \; .$$

De continuiteit eist, dat de volumeverkleining van het korrelskelet per tijdseenheid gelijk is aan het uitgeperste water, dus:

$$\partial\varepsilon/\partial t = \partial\dot{u}_w/\partial x + \partial\dot{v}_w/\partial y + \partial\dot{w}_w/\partial z \quad . \tag{6.6.7}$$

Na substitutie van 6.6.6 volgt:

$$\partial\varepsilon/\partial t = -\,k/\eta_w . \Delta\sigma_w \ , \tag{6.6.8}$$

waarbij $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ de operator van *Laplace* is. Met deze laatste vergelijking is het probleem volledig bepaald.

Evenwichtsvergelijkingen in termen van verplaatsingen

Na substitutie van 6.6.3, 6.6.5 in 6.6.4 krijgen we:

$$\begin{aligned}
-\psi\,\Delta u + (\Theta + \psi/3)\partial\varepsilon/\partial x + \partial\sigma_w/\partial x &= 0 \ ; \\
-\psi\,\Delta v + (\Theta + \psi/3)\partial\varepsilon/\partial y + \partial\sigma_w/\partial y &= 0 \ ; \\
-\psi\,\Delta w + (\Theta + \psi/3)\partial\varepsilon/\partial z + \partial\sigma_w/\partial z + \rho g &= 0 \ .
\end{aligned} \tag{6.6.9}$$

Na differentiatie en optelling dezer vergelijkingen vinden we:

$$(\Theta + 4\psi/3)\Delta\varepsilon = -\,\Delta\sigma_w \quad . \tag{6.6.9a}$$

We zullen schrijven:

$$\Theta + 4\psi/3 = 1/\alpha \quad ,$$

dan is direct te becijferen dat:

$$\alpha = (ap+3E)/3\Theta(bp+E) \ ,$$

waarin $a = 6\eta(1 + \nu_e)$; $b = 6\eta(1-\nu_e)$, zodat a en b constanten zijn. Voorts worden ingevoerd:

$$\eta_w/k = 1/K; \qquad \eta_w/3k\Theta = 1/3K\Theta = 1/\Lambda \ , \tag{6.6.10}$$

(waar Λ de zg. consolidatie-coëfficient voorstelt); en tenslotte:

$$\alpha p/K = 1/\Lambda.(ap+3E)p/(bp+E) = \beta^2 \ .$$

We herhalen nog even: $\psi = \eta Gp/(\eta p + G)$.
Met deze notatie worden 6.6.8 en 6.6.9a respectievelijk:

$$p\varepsilon = -K\,\Delta\sigma_w \;;$$

$$\Delta\varepsilon = -\alpha\,\Delta\sigma_w \;,$$

waaruit volgt:

$$\Delta\varepsilon = \beta^2\varepsilon \;. \qquad (6.6.11)$$

Met de vier vergelijkingen 6.6.9 en 6.6.11 is het probleem volledig bepaald en u, v, w en σ_w kunnen nu bij gegeven randvoorwaarden worden opgelost.

Randvoorwaarden

Voor de randvoorwaarden van het grondmassief kunnen de volgende drie vergelijkingen neergeschreven worden:

$$\sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n = \overline{X} \;,\ \text{cycl.} \qquad (6.6.12)$$

Daarbij zijn $\overline{X}$, enz. de uitwendige krachten per eenheid van oppervlak en l, m, en n de richtingscosinussen van de hoeken die de spanningscomponenten met de normaal van het beschouwde vlakte-element maken. Naar aanleiding van het voorgaande wordt opgemerkt, dat $\overline{X}$ positief is als ze in de richting van de negatieve x-as is gericht.

6.7. Enkele opmerkingen

1. Uit de vergelijkingen 6.6.9 is te zien, dat deze overgaan in die van *Biot*, indien ηp oneindig groot wordt genomen.

2. Beschouwt men de vergelijkingen 6.6.3, dan is te zien, dat ze voor zeer grote waarden van de tijd (zeer kleine waarden van p dus voor $\psi \to 0$): $\sigma_x = \Theta\varepsilon + \sigma_w$; hieruit volgt $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$. Physisch betekent dit dat de ruimtelijke spanningstoestand steeds zal pogen te naderen tot een hydrostatische. Dit is ook op te merken uit de vergelijking voor ν in 6.5.1; voor grote waarden van de tijd nadert ν tot ½. Voor zeer kleine waarden van p gaan de vergelijkingen 6.6.9 over in de bekende vergelijkingen uit de hydrodynamica:

$$-\eta\,\Delta\dot{u} + \partial p/\partial x = 0 \,,\quad \text{enz.}$$

$$\dot{\varepsilon} = 0 \;.$$

3. In het vervolg zullen uitsluitend de zettingen worden bestudeerd als gevolg van het opbrengen van de bovenbelasting. De reeds aanwezige klink onder invloed van het eigengewicht der lagen, zal niet in beschouwing worden genomen. Teneinde dit laatste verschijnsel te kunnen berekenen zou men eerst de gehele voorgeschiedenis over het ontstaan en de belasting der kleilagen moeten kennen.

Litteratuurlijst

1. Terzaghi K.v.; „Erdbaumechanik" p. 140 e.v., Wien 1925.
2. Rendulic, L.; Wasserwirtsch. u. Technik **2**, 250, 1935.
   Bauingenieur **17**, 559, 1936; **18**, 459, 1937.
3. Carillo, N.; J. Math. Phys. **21**, 1, 1942.
4. Gould, J.P.; Harvard Soil Mech. Series **34**, publ. 476, 1949.
5. Biot, M.A.; J. Appl. Phys. 1941 **12**, 155, 426, 578.
6. Terzaghi, K.v.; „Theoretical Soil Mechanics", p. 295, N.York 1948.
7. Mandel, J.; Proc. 3d Int. Cong. Soil Mech., Zürich 1953, **1**, 413.
8. Tan Tjong Kie; Het mechanisch gedrag van twee rivierkleisoorten bij hogere temperaturen (ongepubliceerd).

Hoofdstuk VII

EENDIMENSIONALE GEVALLEN

7.1. Inleiding

Bij de ééndimensionale gevallen gaan we de zakking na van het bovenvlak van een oneindig uitgestrekt kleimassief, dat over het gehele oppervlak gelijkmatig belast wordt met q kg per cm^2. Zijdelingse deformatie kan hier niet optreden en we hebben slechts te maken met de verticale verplaatsingen w en de waterspanningen σ_w, die beiden een functie zijn van de coördinaat z. De uitkomsten der ééndimensionale gevallen zijn uiterst interessant om de resultaten van oedometerproeven te bestuderen. In dit hoofdstuk wordt een mogelijke oplossing gegeven van het mysterieuse probleem, dat de zakking in oedometerproeven steeds groter is dan door de theorie van *von Terzaghi* of *Biot* wordt voorspeld.

De differentiaalvergelijkingen voor het vloeien van kleilagen gaan nu over in:

$$1/\alpha.\partial^2 w/\partial z^2 = \partial\sigma_w/\partial z \;; \qquad (7.1a)$$

$$K\,\partial^2\sigma_w/\partial z^2 = p\,\partial w/\partial z\,. \qquad (7.1b)$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt:

$$\partial^3 w/\partial z^3 = \beta^2\partial w/\partial z\,, \qquad (7.1.1)$$

waarbij $\beta^2 = \alpha p/K = 1/3K\Theta.(ap+3E)p/(bp+E)$.

Na integratie krijgen we als volledige oplossing:

$$\begin{aligned} w &= \exp(-\beta z).C_1 + \exp(+\beta z).C_2 + C_3 \;; \\ \partial\sigma_w/\partial z &= \beta^2/\alpha.\exp(-\beta z).C_1 + \beta^2/\alpha.\exp(+\beta z).C_2 \;; \qquad (7.1.2) \\ \sigma_w &= -\beta/\alpha.\exp(-\beta z).C_1 + \beta/\alpha.\exp(+\beta z).C_2 + C_4\,, \end{aligned}$$

waarin de C's nader te bepalen functies zijn van de tijd, welke functies onderworpen zijn aan de werking van de operator p, die voorkomt in α en β; de C's moeten daarom achter de exponentiële functies worden geschreven.

We gaan eerst beschouwen het geval van de oneindig diepe kleimassa en daarna dat van een kleilaag met eindige dikte.

7.2. Oneindig diepe kleimassa

De z-as wordt positief omlaag genomen. De bovenlaag wordt volkomen doorlatend gedacht en de constante belasting q kg/cm^2 wordt ten tijde t = 0 onmiddellijk en volledig opgebracht; dit wordt uitgedrukt door voor de belasting als functie van de tijd te schrijven q.1, waarbij .1 de „unit step" functie voorstelt (zie fig. 7.1).

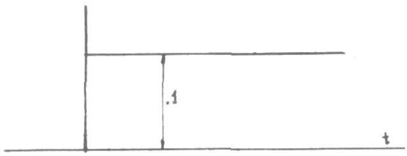


Fig. 7.1. „Unit step" functie

De volgende randvoorwaarden doen zich nu voor:

$z = 0$: 1. $\sigma_w = 0$, voor $0 \leqq t \leqq \infty$;

2. $\sigma_z = 2\psi\varepsilon_z + (\Theta - 2\psi/3)\varepsilon + \sigma_w = -1/\alpha . \partial w/\partial z = q.1$;

$z = \infty$: 3. $w = 0$.

Uit deze vergelijkingen wordt gevonden:

1. $$C_4 = +\beta/\alpha . C_1 \; ;$$

2. $$1/\alpha . \partial w/\partial z = -\beta/\alpha . C_1 = -q.1 \; ;$$

3. $$C_2 = C_3 = 0 \; .$$

De zetting van het bovenvlak wordt nu, uitgedrukt in operatorvorm:

$$w_o = C_1 = \frac{\alpha}{\beta} q.1 = \frac{\beta K}{p} q.1 = \sqrt{\frac{K}{3\Theta}} \sqrt{\frac{ap+3E}{(bp+E)p}} q.1 \; . \qquad (7.2.1)$$

Nu is:

$$q.1 = q/2\pi i . \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \exp(\zeta t)/\zeta . d\zeta \; ;$$

de zetting w_o als functie van de tijd t moet dus berekend worden uit de volgende integraal:

$$w_o = \frac{q}{2\pi i}\sqrt{\frac{K}{3\Theta}}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{e^{\zeta t}}{\zeta^{3/2}}\sqrt{\frac{a\zeta+3E}{b\zeta+E}}\,d\zeta\,.$$

We schrijven deze integraal eerst in andere vorm door een nieuwe integratievariabele in te voeren volgens: $\zeta = \omega E/b = \omega g^2/\mu$, waarin $g^2 = a/3b = (1+\nu_e)/3(1-\nu_e)$ en $\mu = \eta/G$ = de relaxatietijd. Daar $\nu_e \leqq \frac{1}{2}$ is te zien, dat $\frac{1}{3} \leqq g^2 \leqq 1$. We krijgen hiermede:

$$w_o = \frac{q}{2\pi i}\sqrt{\frac{K\mu}{\Theta g^2}}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{e^{g^2 t\omega/\mu}}{\omega^{3/2}}\sqrt{\frac{g^2\omega+1}{\omega+1}}\,d\omega = \frac{q}{2\pi i}\sqrt{\frac{K\mu}{\Theta g^2}}\cdot\mathfrak{J}\,, \tag{7.2.2}$$

waarbij $\mathfrak{J}$ is geschreven voor de integraal.

De integratie moet genomen worden langs een rechte, gelegen op een afstand c rechts van de imaginaire as van $c - i\infty$ tot $c + i\infty$ (fig. 7.2). De integrand is tweewaardig met vertakkingspunten: $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = -1$, $\omega_3 = -1/g^2$ en $\omega_4 = -\infty$. Er is dus een coupure langs de negatieve reële as aan te brengen, die loopt van ω_1 tot ω_2 en van ω_3 tot ω_4.

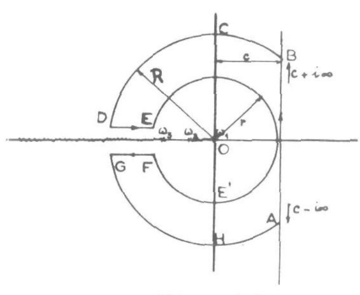


Fig. 7.2.

We kiezen nu een gesloten contour (zie fig. 7.2), zodanig, dat geen enkel der vertakkingspunten en geen enkele pool ingesloten wordt. Volgens de stelling van *Cauchy* moet de integraal langs deze kromme gelijk zijn aan nul. We beschouwen nu de waarde van de integraal langs de cirkelbogen CD en GH met straal R. Het is direct te zien, dat $\frac{1+g^2\omega}{1+\omega}\,\omega^{-3/2}$ op deze cirkel altijd kleiner is dan $R^{-3/2}$.

Volgens het lemma van *Jordan* moet de integraal langs de cirkelbogen voor $R \to \infty$ en $t > 0$ tot nul naderen. Eveneens is te bewijzen, dat de integraal genomen langs BC en HA voor $R \to \infty$ nul wordt. De integraal langs de rechte AB is dus voor $R \to \infty$ gelijk aan die langs de weg GFE'ED, $\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} = \int_{GFE'ED}$

In deze paragraaf geven we een oplossing, waarbij de vorm onder het wortelteken door middel van de binomiaalformule in een reeks ontwikkeld wordt. Prof. dr S.C. van Veen is zo vriendelijk geweest ons er op te wijzen, dat een oplossing in reeksvorm welke snel convergeert, gevonden kan worden door gebruik te maken van confluente hypergeometrische functies. Deze oplossing zal later nader worden gepubliceerd.

Kleine waarden van de tijd

We zoeken eerst een oplossing voor kleine waarden van de tijd in de vorm van een convergente machtreeks. Op de integratierechte is $|\omega| \geqq c$, dus $g^2|\omega| \geqq cg^2$. Kiezen we c zo, dat $cg^2 \geqq 1$, dus $c \geqq 1/g^2$ (voldoende is dus $c \geqq 3$), dan is $1/|g^2\omega| \leqq 1$. De integratieweg GFE'ED wordt zodanig gekozen, dat voor elk punt hiervan eveneens $|\omega| > 1/g^2$; voor het stuk FE kunnen we daartoe een cirkel nemen met een straal $r > 1/g^2 \geqq 1$.

De verdere becijfering geschiedt nu als volgt:

$$\sqrt{\frac{1+g^2\omega}{1+\omega}} = g\left\{1 + \frac{1}{2\omega}\left(\frac{1}{g^2} - 1\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{8\omega^2}\left(3 - \frac{2}{g^2} - \frac{1}{g^4}\right) + \frac{1}{16\omega^3}\left(-5 + \frac{3}{g^2} + \frac{1}{g^4} + \frac{1}{g^6}\right) = \right.$$

$$= N_o + \frac{N_1}{\omega^1} + \frac{N_2}{\omega^2} + \frac{N_3}{\omega^3} + \frac{N_4}{\omega^4} + \ldots\ldots + \frac{N_m}{\omega^m} = \sum_o^\infty N_m\,\omega^{-m},$$

waarbij $N_o = g$, $N_1 = \frac{1}{2}(1/g^2 - 1)$, $N_2 = \frac{1}{8}(3 - 2/g^2 - 1/g^4)$, ... N_m de coëfficienten voorstellen van resp. de eerste, tweede, derde en......m-de term. De indices van N komen overeen met de exponenten van $1/\omega$.

De integraal 7.2.2 valt daardoor uiteen in een som van bekende integralen:

$$\mathfrak{I} = N_o \int_{\circlearrowleft} \omega^{-\frac{3}{2}}\, e^{g^2 t\omega/\mu}\, d\omega + N_1 \int_{\circlearrowleft} \omega^{-\frac{5}{2}}\, e^{g^2 t\omega/\mu}\, d\omega +$$

$$+ N_2 \int_{\circlearrowleft} \omega^{-\frac{7}{2}}\, e^{g^2 t\omega/\mu}\, d\omega + \ldots\ldots$$

We maken nu gebruik van: $\int_{\circlearrowleft} e^{\omega}\,\omega^{-m}\,d\omega = 2\pi i.1/\Gamma(m)$.
Schrijven we t' voor $g^2 t/\mu$, dan is af te leiden:

$$\int_{\circlearrowleft} e^{\omega t'}\,\omega^{-(m+\frac{3}{2})}\,d\omega = 2\pi i\,\frac{t'^{(m+\frac{1}{2})}}{\Gamma(m+\frac{3}{2})}.$$

De integraal 7.2.2 wordt nu:

$$\mathfrak{J} = 2\pi i \sum_{o}^{\infty} N_m \frac{t^{\prime(m+\frac{1}{2})}}{\Gamma(m+\frac{3}{2})} .$$

We krijgen dus voor de zetting de volgende formule:

$$w_o = q \sqrt{\frac{K\mu}{\Theta g^2}} \sum_{o}^{\infty} N_m \frac{t^{\prime(m+\frac{1}{2})}}{\Gamma(m+\frac{3}{2})} . \qquad (7.2.3)$$

Bij de uitwerking maken we gebruik van de hoofdeigenschap van de Γ-functie:

$$\Gamma(\zeta) = (\zeta - 1)\Gamma(\zeta - 1)$$

$$\Gamma(\tfrac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$$

waaruit:

$$\Gamma(\tfrac{3}{2}) = \tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(\tfrac{5}{2}) = \tfrac{3}{2}\,\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi} = \tfrac{3}{4}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(\tfrac{7}{2}) = \tfrac{15}{8}\sqrt{\pi} , \ \ldots\ldots \text{ enz.}$$

Voor kleine waarden van de tijd kunnen we reeds volstaan met een paar termen:

$$w_o \cong 2qg \sqrt{\frac{K}{\Theta}} \sqrt{\frac{t}{\pi}} \left\{ 1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{1}{g^2} - 1\right) \frac{g^2 t}{\mu} + \tfrac{4}{15}\left(\tfrac{3}{8} - \frac{1}{4g^2} - \frac{1}{8g^4}\right)\left(\frac{g^2 t}{\mu}\right)^2 \right\} . \qquad (7.2.4)$$

Deze formule is alleen bruikbaar voor t klein t.o.v. g^2/μ. Voor vette kleisoorten is: $\nu_e \sim 0.35$ à 0.4, zodat $g^2 \sim 0.7$ à 0.8 Naar onze schatting ligt de viscositeit bij de meeste kleilagen tussen $\eta = 10^{13}$ en $\eta = 10^{15}$ poises, terwijl G meestal 20 tot 200 kg/cm² bedraagt. Hieruit volgt dat de relaxatie-tijd μ kan variëren tussen $\mu = 5 \times 10^5$ en $\mu = 5 \times 10^6$ sec, of tussen ongeveer 6 dagen en 8 weken. Voor slappe kleisoorten is deze formule dus alléén bruikbaar voor een paar dagen, terwijl ze voor stijve kleisoorten toegepast mag worden tot een duur van enkele weken.

Uit het bovenstaande volgt voor Θ ca 60 tot ca 1000 kg/cm², terwijl K kan variëren tussen ca 10^{-5} tot ca 10^{-7} cm⁴/kg sec. $g(K/\Theta)^{1/2}$ is dus van de orde van grootte van ca 4×10^{-4} tot ca 10^{-5} cm³/kg sec$^{1/2}$.

1. Voor zeer kleine waarden van de tijd, waarbij alleen de eerste term van belang is, is het verloop der zetting met de tijd te benaderen door een tweedegraadsparabool; de eerste term bevat wel de viscositeit η_w van het water, doch niet de viscositeit η van het grondskelet, hetgeen er op wijst, dat de zetting voor zeer kleine waarden van de tijd uitsluitend te wijten is aan het elastische deel van het korrelskelet. Inderdaad komt deze formule dan overeen met die, gevonden door *Biot*, waarbij hij het korrelskelet alleen elastisch denkt en het viskeuze deel geheel verwaarloost.

2. Voor grotere waarden van de tijd moeten we ook de volgende termen in rekening brengen en we zien dan, dat de viscositeit van de grond een rol gaat spelen. Dit is geheel in overeenstemming met het gedrag van *Maxwell*-materialen.

3. Voor zeer grote waarden van de viscositeit η (zeer grote waarden van μ), gaat de formule weer over in die van *Biot*, hetgeen ook logisch is, omdat het materiaal dan overwegend elastisch is.

4. Voor $\nu_e = \frac{1}{2}$, hetgeen $\Theta = \infty$ maakt, dus voor incompressibele materialen, treedt geen zakking op.

5. De zakking is altijd groter dan die in een niet-viskeus materiaal met gelijke samendrukbaarheid en elasticiteit onder identieke omstandigheden.

Grote waarden van de tijd

We zoeken een oplossing in de vorm van een reeks welke de exacte oplossing voor grote waarden van de tijd asymptotisch benadert. Indien t zeer groot wordt, spelen alleen de zeer kleine waarden van ω een rol en in het belangrijke gebied kan ω zo klein blijven, dat $|\omega| < 1 \leqq 1/g^2$ (zie fig. 7.3). We kunnen dan volgens de binomiaalformule als volgt ontwikkelen:

$$\sqrt{\frac{1 + g^2\omega}{1 + \omega}} = 1 + \tfrac{1}{2}(g^2 - 1)\omega + \tfrac{1}{8}(3 - 2g^2 - g^4)\omega^2 +$$

$$+ \tfrac{1}{16}(-5 + 3g^2 + g^4 + g^6)\omega^3 + \ldots\ldots =$$

$$= M_o + M_1\omega + M_2\omega^2 + \ldots\ldots M_n\omega^n = \sum_o^\infty M_n\omega^n .$$

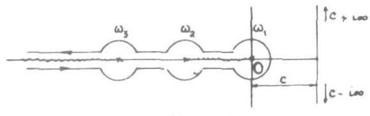


Fig. 7.3.

De integraal valt weer uiteen in een som van bekende integralen:

$$\mathfrak{J} = M_o \int \omega^{-\frac{3}{2}} e^{g^2 t\omega/\mu}\, d\omega + M_1 \int \omega^{-\frac{1}{2}} e^{g^2 t\omega/\mu} +$$

$$+ M_2 \int \omega^{+\frac{1}{2}} e^{g^2 t\omega/\mu}\, d\omega + \ldots\ldots .$$

We maken thans gebruik van: $\int e^{\omega t'} \omega^{(n-\frac{3}{2})}\, d\omega = 2\pi i \dfrac{t'^{-(n-\frac{1}{2})}}{\Gamma(\frac{3}{2}-n)}$.

We krijgen dan voor grote waarden van de tijd de volgende zettingsformule:

$$w_o = q\sqrt{\frac{K\mu}{\Theta g^2}} \sum_o^\infty M_n \frac{t'^{-(n-\frac{1}{2})}}{\Gamma(\frac{3}{2}-n)} . \qquad (7.2.5)$$

Hier doen zich de volgende waarden van de Γ-functies voor:

$\Gamma(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\ ;\ \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}\ ;\ \Gamma(-\frac{1}{2}) = -2\sqrt{\pi}\ ;\ \Gamma(-\frac{3}{2}) = +\frac{4}{3}\sqrt{\pi}$ ..... enz.

Voor zeer grote waarden van de tijd kunnen we volstaan met een paar termen:

$$w_o \cong 2q\sqrt{\frac{K}{\Theta}}\sqrt{\frac{t}{\pi}}\left\{1 - \tfrac{1}{4}(1-g^2)\frac{\mu}{g^2t} - \tfrac{1}{32}(3-2g^2-g^4)\left(\frac{\mu}{g^2t}\right)^2 - \tfrac{3}{128}(5-3g^2-g^4-g^6)\left(\frac{\mu}{g^2t}\right)^3 \ldots\ldots\right\} \cdot \qquad (7.2.6)$$

De formule is alleen bruikbaar voor t groot t.o.v. μ/g^2 (van vele weken tot maanden, jaren en tientallen van jaren of langer). Voor zo grote waarden van de tijd dat men alleen rekening hoeft te houden met de eerste term, blijkt de zetting te naderen tot een waarde, die 1/g maal zo groot is als die volgens de formule van *Biot*, n.l. $w_o = 2qg(Kt/\pi\Theta)^{\frac{1}{2}}$. M.a.w. de zetting van het bovenvlak van een elasto-viskeus grondmassief is onder dezelfde omstandigheden altijd groter dan die van een zuiver elastisch grondmassief met gelijke samendrukbaarheid en elasticiteit, en bedraagt bij een oneindig dikke laag uiteindelijk 1/g maal zo veel. Hierbij willen we nog opmerken, dat de uiteindelijke toestand de viscositeit van de grond niet bevat; deze heeft blijkbaar alleen invloed op de duur, waarop deze wordt bereikt (zie fig. 7.4).

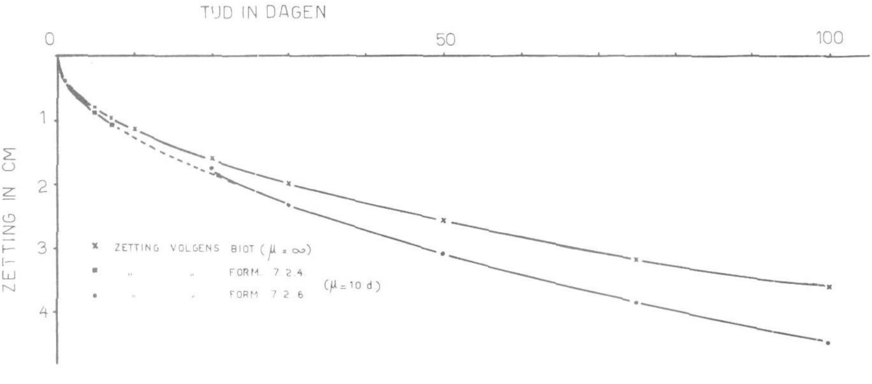


Fig. 7.4. Zetting van semi-oneindig kleimassief

In fig. 7.4 is de zetting als functie van de tijd uitgezet, eerst volgens de theorie van *Biot* ($\eta = \infty$) en daarna voor μ = 10 dagen; daarbij is aangenomen dat de factor K/Θ in beide gevallen even groot is en wel $K/\Theta = 1.6 \times 10^{-2}$ cm^6/kg^2dag. De belasting bedraagt 2 kg/cm^2, terwijl $g = 0.8$ wordt genomen.

7.3. Kleilagen met eindige dikte h

De z-as wordt weer positief omlaag genomen. De bovenlaag wordt volkomen doorlatend gedacht. De bovenbelasting is $q.1$ kg/cm^2; deze wordt ten tijde $t = 0$ onmiddellijk volledig opgebracht. De kleilaag wordt verondersteld te rusten op een volkomen ondoordringbaar en onsamendrukbaar rotsmassief. We krijgen nu de volgende randvoorwaarden:

$$
\begin{array}{ll}
z = 0 & 1.\ \sigma_w = 0 \ ; \ \text{voor } 0 \leqq t \leqq \infty \ ; \\
 & 2.\ -1/\alpha \,.\, \partial w/\partial z = q.1 \ ; \\
z = h & 3.\ w = 0 \ ; \\
 & 4.\ \partial \sigma_w/\partial z = 0 \ .
\end{array}
$$

De integratieconstanten moeten nu worden opgelost uit de volgende vergelijkingen:

1. $$\beta/\alpha \,.\, C_1 - \beta/\alpha \,.\, C_2 - C_4 = 0 \ ;$$

2. $$- C_1 + C_2 = - \alpha/\beta \,.\, q.1 \ ;$$

3. $$\exp(-\beta h) \,.\, C_1 + \exp(+\beta h) \,.\, C_2 + C_3 = 0 \ ;$$

4. $$\exp(-\beta h) \,.\, C_1 + \exp(+\beta h) \,.\, C_2 = 0 \ .$$

De vergelijkingen leveren:

$$C_1 = \frac{\alpha}{\beta} \frac{\exp(+\beta h)}{\exp(+\beta h) + \exp(-\beta h)} \, q.1 \ ;$$

$$C_2 = - \frac{\alpha}{\beta} \frac{\exp(-\beta h)}{\exp(+\beta h) + \exp(-\beta h)} \, q.1 \ ;$$

$$C_3 = 0 \ ;$$

$$C_4 = + q.1 \ .$$

De zetting wordt, uitgedrukt in operatorvorm:

$$w_o = \alpha/\beta \,.\, \tanh \beta h \; q.1 = \beta K/p \,.\, \tanh \beta h \; q.1 =$$

$$= \sqrt{\frac{K}{3\Theta}} \sqrt{\frac{ap + 3E}{(bp + E)p}} \,.\, \tanh h \sqrt{\frac{1}{\Lambda} \frac{(ap + 3E)p}{bp + E}} \,.\, q.1 \qquad (7.3.1)$$

Uit deze formule is te zien dat voor grote waarden van $h\sqrt{(ap+3E)/\Lambda(bp+E)}$ de tanh gelijk wordt aan 1, waarmede 7.3.1 overgaat in 7.2.1 voor de oneindig diepe kleilaag. Voor kleine waarden van de tijd en dus grote waarden van p nadert de tanh vooral voor grote waarden van h snel tot 1; dientengevolge wordt de zetting voor kleine waarden van de tijd nog steeds weergegeven door 7.2.3 voor de oneindig diepe kleilaag. Dit is physisch plausibel, aangezien de zakking in het beginstadium uitsluitend het gevolg is van de deformatie der bovenste lagen van het kleimassief.

Inversie van 7.3.1 levert:

$$w_o = \frac{q}{2\pi i} \sqrt{\frac{K}{3\Theta}} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{\zeta t}}{\zeta^{3/2}} \sqrt{\frac{a\zeta+3E}{b\zeta+E}} \,.\, \tanh h \sqrt{\frac{1}{3K\Theta} \frac{a\zeta+3E}{b\zeta+E} \zeta} \,.\, d\zeta \,. \qquad (7.3.2a)$$

Schrijven we nu evenals in paragraaf 7.2:

$$\frac{a\zeta+3E}{b\zeta+E} = 3\,\frac{g^2\omega+1}{\omega+1}$$

waarbij $g^2 = a/3b = (1+\nu_e)/3(1-\nu_e)$, , terwijl $\zeta = \omega E/b = \omega g^2/\mu$, dan gaat 7.3.2a over in:

$$w_o = \frac{q}{2\pi i} \sqrt{\frac{K\mu}{\Theta g^2}} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{g^2 t\omega/\mu}}{\omega^{3/2}} \sqrt{\frac{g^2\omega+1}{\omega+1}} \,.\, \tanh h \sqrt{\frac{g^2}{K\Theta\mu} \left(\frac{g^2\omega+1}{\omega+1}\right) \omega} \,.\, d\omega \qquad (7.3.2b)$$

De oplossing van 7.3.2b stuit op zware moeilijkheden; we maken derhalve een benadering en stellen in de wortelvormen:

$$\frac{g^2\omega + 1}{\omega + 1} = \Upsilon \,,$$

waarbij Υ een constante is ($g^2 \leqq \Upsilon \leqq 1$). Deze benadering houdt in dat we genoegen nemen met een minder gecompliceerde tijdsfunctie, terwijl we toch zoveel mogelijk rekening houden met de juiste grootheden van het materiaal. Schrijven we nu ter vereenvoudiging:

$$g^2 t/\mu = t' \;; \qquad h^2 g^2 \Upsilon / K\Theta\mu = \Phi^2$$

dan gaat 7.3.2b over in:

$$w_o = \frac{q}{2\pi i} \sqrt{\frac{K\mu\Upsilon}{\Theta g^2}} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{\omega t'}}{\omega^{3/2}} \tanh \Phi\sqrt{\omega}\, d\omega = \frac{q}{2\pi i} \sqrt{\frac{K\mu\Upsilon}{\Theta g^2}}\, \mathfrak{I} \,. \qquad (7.3.3)$$

Voor de volgende uitkomsten zijn we veel dank verschuldigd aan prof. dr S.C. van Veen, die zich grote moeite heeft gegeven om ons de oplossingen te geven. Met $d^2 = \Phi^2/t' = h^2\Upsilon/K\Theta t$ verkreeg prof. van Veen voor kleine waarden van d:

$$\mathfrak{J} = 2\pi i\sqrt{t'}\ .\ d\left(1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{n=o}^{\infty}\frac{e^{-(2n+1)^2\frac{\pi^2}{4d^2}}}{(2n+1)^2}\right), \tag{7.3.4a}$$

en voor grote waarden van d:

$$\mathfrak{J} = 4i\sqrt{\pi t}\left\{1 + \frac{1}{d^2}S_2 - \frac{1.3}{d^4}\frac{S_4}{2} + \frac{1.3.5}{d^6}\frac{S_6}{2^2} + \right.$$

$$+ \ldots(-1)^{m-1}\frac{1.3.5..(2m-1)}{d^{2m}}\frac{S_{2m}}{2^{m-1}} +$$

$$\left. + 2\theta\frac{1.3.5...(2m+1)}{d^{m+2}}\frac{S_{2m+2}}{2^m} + \ldots\ldots\right\}, \tag{7.3.4b}$$

waarbij:

$$S_{2m} = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{e^{-n^2d^2}}{n^{2m}} \quad \text{en} \quad 0 < \theta < 1\ .$$

Voor de zetting worden nu de volgende formules gevonden:

$$\text{I.}\quad w_o = \frac{hq}{\Theta}\Upsilon^{1/2}\ .\left\{1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{o}^{\infty}\frac{e^{-(2n+1)^2\pi^2K\Theta t/4h^2\Upsilon}}{(2n+1)^2}\right\},$$

welke bruikbaar is voor grote waarden van $K\Theta t/h^2\Upsilon$. Voor grote waarden van de tijd wordt het hoofdgewicht bepaald door kleine waarden van ω. Derhalve nemen we hier $\Upsilon = 1$, zodat

$$w_o = \frac{hq}{\Theta}.\left\{1 - \frac{8}{\pi^2}\sum_{n=o}^{\infty}\frac{e^{-(2n+1)^2\pi^2K\Theta t/4h^2}}{(2n+1)^2}\right\}; \tag{7.3.5a}$$

$$\text{II.}\quad w_o = 2qg\sqrt{\frac{K}{\Theta}}\sqrt{\frac{t}{\pi}}\left\{1 - e^{-d^2}\left(\frac{1}{1^2.d^2} - \frac{1.3}{2.1^4.d^4} + \frac{1.3\cdot5}{2^2.1^6.d^6} - ..\right) + \right.$$

$$+ e^{-4d^2}\left(\frac{1}{2^2.d^2} - \frac{1.3}{2.2^4.d^4} + \frac{1.3.5}{2^2.2^6.d^6} - \ldots\right) -$$

$$\left. - e^{-9d^2}\left(\frac{1}{3^2.d^2} - \frac{1.3}{2.3^4.d^4} + \frac{1.3.5}{2^2.3^6.d^6} - \ldots\right) + \ldots\right\}$$

(7.3.5b)

welke formule bruikbaar is voor kleine waarden van $K\Theta t/h^2$. Aangezien voor kleine waarden van de tijd het hoofdgewicht bepaald wordt door grote waarden van ω, hebben we in 7.3.5b $\Upsilon = g^2$ genomen. Voor zeer kleine waarden van $K\Theta t/h^2$ komt deze formule overeen met de eerste term van 7.2.4, die geldig is voor het oneindig diepe kleimassief voor kleine waarden van de tijd.

Nemen we thans als voorbeeld een 10 m dikke kleilaag met $K = 10^{-6}$ cm^4/kg sec en $\Theta = 1000$ kg/cm^2, oftewel $h^2/K\Theta = 10^9$ sec, dan krijgen we $d^2 = h^2/K\Theta t = 10^9$ sec/t. Voor t = 4 jaar wordt $d^2 \sim 8$ en voor de zakking kunnen we volstaan met de eerste term van 7.3.5b. d.w.z. dat de zetting gedurende de eerste 4 jaren parabolisch verloopt. Voor grote waarden van de tijd bijvoorbeeld t = 16 jaar en groter is formule 7.3.5a zeer prettig om er mee te werken.

Opmerkingen

1. Het valt op, dat in de formules 7.3.5 de viscositeit niet voorkomt. In 7.3.2b zit η alleen nog in μ; aangezien $(g^2\omega+1)/(\omega+1)$ door Υ is vervangen, kan ω/μ als integratievariabele worden genomen waardoor μ geheel wegvalt.

Hadden we in 7.3.2a η gelijk aan ∞ gesteld, hetgeen wil zeggen dat het materiaal, gelijk in de theorie van *Biot*, elastisch en reversibel wordt gedacht, dan zou $(a\zeta+3E)/(b\zeta+E) = (1+\nu_e)/(1-\nu_e)$ zijn geworden, of te wel $\Upsilon = (g^2\omega+1)/(\omega+1) = (1+\nu_e)/(3(1-\nu_e) = g^2$. De uitkomst voor kleine waarden van de tijd is dus identiek aan 7·3.5b, alleen voor grote waarden van de tijd geeft dit de volgende wijzigingen in 7.3.5a:

a) w_o wordt vermenigvuldigd met g^2,

b) $\Phi^2 = h^2g^2\Upsilon/K\Theta\mu = h^2g^4/K\Theta\mu$ en dus $d^2 = h^2g^2/K\Theta t$ in plaats van $d^2 = h^2/K\Theta t$, de exponent der tijdsfunctie is dus g^2 maal zo groot.

2. Uit 7.2.3 volgt reeds dat de zetting ook bij een eindige visco-elastische laag altijd groter is dan bij een identieke zuiver elastische laag met gelijke samendrukbaarheid en gelijke elasticiteits-constanten. Zoals hierboven werd uiteengezet krijgt men bij een laag van eindige dikte een zetting die $1/g^2$ maal zo groot is; bij de elastische laag bedraagt de zetting nl. $w_o = hqg^2/\Theta$. Voor vette klei bedraagt $1/g^2 \sim 1.2$ à 1.4; volgens 7.3.5a zou de zetting voor vette klei dus 1.2 à 1.4 maal zo groot zijn als voorspeld zou worden uit de theorie van *Biot*.

Buisman stelt de zetting empirisch voor door de formule: $w_o = hq(\alpha_p + \alpha_s \log t)$, die de meetresultaten na verloop van tijd vrij goed blijkt te benaderen. Het is natuurlijk niet onmogelijk, dat binnen een bepaald gebied formule 7.2.5 of 7.3.5a eveneens benaderd kan worden door een logarithmische rechte. *Buisman* merkte terecht reeds op, dat zijn logarithmische formule niet voor zeer grote tijden geldig kan zijn, immers de samendrukkingsproef bij zijdelingse oplsuiting houdt reeds in, dat de zakking steeds gelimiteerd moet zijn en niet eindeloos kan doorgaan. Dat de zakking groter wordt gemeten dan voorspeld wordt door *von Terzaghi* of *Biot* wordt thans algemeen erkend; het is echter nog niet bekend hoe groot deze uiteindelijk zal zijn, terwijl een redelijke verklaring voor het „secondary time-effect" nog niet gevonden is. De voorspelling volgens 7.3.5a, dat de zetting uiteindelijk $1/g^2$ maal zo groot zou zijn als die volgens de theorie van *Biot* is naar onze mening aan de pessimistische kant. Immers bij toenemende consolidatie wordt de drempelwaarde f_2 (weer) gevormd en in een nog sterker stadium van consolidatie mogelijk ook de drempelwaarde f_1; het materiaal beantwoordt dan niet aan een *Maxwell*-model. Dit houdt in, dat de uiteindelijke spanningstoestand niet hydrostatisch kan zijn en hieruit volgt weer, dat de zetting in werkelijkheid kleiner moet zijn dan ze gegeven wordt in 7.3.5a.

Enige opmerkingen hierover zullen nog in hoofdstuk IX ter sprake komen.

3. Voor geringe diepten der vaste steunlaag h, is de uiteindelijke zetting evenredig met h. Naarmate de diepte groter wordt, wordt de zakking minder afhankelijk van h om voor zeer grote waarden van h hiervoor zelfs volkomen ongevoelig te zijn.

H o o f d s t u k VIII

T W E E D I M E N S I O N A L E   G E V A L L E N

8.1. Inleiding

In de grondmechanica worden zettingsberekeningen uitgevoerd met behulp van formules, afgeleid voor het ééndimensionale geval. In vele gevallen neemt men aan, dat de oppervlakte waarop de gelijkmatig verdeelde belasting wordt aangebracht, zo groot is ten opzichte van de diepte der kleilaag, dat het geheel als een ééndimensionaal geval kan worden opgevat. Zich op deze gedachtengang baserende meent men dan de zettingen te kunnen voorspellen aan de hand van oedometerproeven, waarbij het monster zijdelings volledig is opgesloten. Voor gevallen, waarbij de diepte der kleilaag zeer groot is ten opzichte van de horizontale uitgestrektheid hiervan, wordt de kleimassa verdeeld in een aantal horizontale stroken; op elk dezer lagen past men dan de zettingsformules toe voor het ééndimensionale geval, daarbij rekening houdende met de drukverdeling volgens *Boussinesq*. Na de critische beschouwingen in paragraaf 6.2. is het duidelijk, dat men tweedimensionale gevallen niet zonder meer kan benaderen door een superpositie van ééndimensionale gevallen. Met deze laatste zou men de invloed van deviatorische spanningen negeren, die - zoals men verder in dit hoofdstuk zal zien - debet zijn aan het optreden van een instantane deflectie ten tijde t = 0 en van het voortdurend aanhoudende vloeien der kleilaag. Zelfs voor het geval, dat de uitgestrektheid der belasting zeer groot is t.o.v. de diepte der kleilaag, gaan de formules alleen dan over in die van het ééndimensionale geval, indien men de zakking, welke uitsluitend het gevolg is van de deviatorische spanningen, van de totale zetting aftrekt.

Zoals uit het vervolg zal blijken, neemt de invloed van de deviatorische spanningen op de zetting toe naarmate de verhouding L/h groter wordt (L = halve breedte funderingsstrook en h = diepte kleilaag), dit als gevolg van het feit dat de kleilaag in het oneindige nog altijd zijdelings kan uitwijken.

8.2. Oplossing der differentiaalvergelijkingen

Men krijgt nu te maken met het volgende stel vergelijkingen:

$$-\psi\Delta u + (\Theta+\psi/3)\partial\varepsilon/\partial x + \partial\sigma_w/\partial x = 0 \; ; \qquad (8.2.1a)$$

$$-\psi\Delta w + (\Theta+\psi/3)\partial\varepsilon/\partial z + \partial\sigma_w/\partial z = 0 \; ; \qquad (8.2.1b)$$

$$p\varepsilon = -K\Delta\sigma_w \; ; \qquad (8.2.1c)$$

$$\Delta\varepsilon = \beta^2\varepsilon \, , \qquad (8.2.1d)$$

waarbij:

$$\varepsilon = -(\partial u/\partial x + \partial w/\partial z) \, .$$

We zoeken een oplossing van de vorm $\varepsilon = X_1 . Z_1$; na substitutie hiervan valt 8.2.1d uiteen in de beide vergelijkingen:

$$X_1'' = -\Omega^2 X_1 \, , \qquad \text{en} \qquad Z_1'' = M^2 Z_1 \, ,$$

waarbij $M^2 = \Omega^2 + \beta^2$, en $\Omega = 2\pi/$golflengte; M is dus een operatorvorm.

De oplossing van 8.2.1d wordt nu:

$$\varepsilon = \exp(i\Omega x + Mz).A_1 + \exp(i\Omega x - Mz).A_2 \, ,$$

met twee „constanten" A_1 en A_2, waarvoor wij ter bekorting hier in het vervolg steeds zullen schrijven:

$$\varepsilon = \exp(i\Omega x \pm Mz).A_{1-2} \, .$$

De „constanten" A_1 en A_2 zijn functies van de tijd en moeten daarom achter de exponentiële functies worden geschreven, aangezien M een operator is, welke op deze tijdsfuncties werkt.

De waterspanning σ_w kan als volgt worden berekend: substitueer $\sigma_w = \exp(i\Omega x).Z_2$ in vergelijking 8.2.1c, dan gaat deze over in:

$$Z_2'' - \Omega^2 Z_2 = -p/K.\exp(\pm Mz).A_{1-2} \, .$$

De oplossing hiervan is:

$$Z_2 = \exp(\pm\Omega z).B_{1-2} + \exp(\pm Mz).B^*_{1-2} \, .$$

Hierin zijn B_{1-2} twee nieuwe constanten, terwijl B^*_{1-2} te vinden zijn uit:

H o o f d s t u k   VIII

T W E E D I M E N S I O N A L E   G E V A L L E N

8.1. Inleiding

In de grondmechanica worden zettingsberekeningen uitgevoerd met behulp van formules, afgeleid voor het éendimensionale geval. In vele gevallen neemt men aan, dat de oppervlakte waarop de gelijkmatig verdeelde belasting wordt aangebracht, zo groot is ten opzichte van de diepte der kleilaag, dat het geheel als een één-dimensionaal geval kan worden opgevat. Zich op deze gedachtengang baserende meent men dan de zettingen te kunnen voorspellen aan de hand van oedometerproeven, waarbij het monster zijdelings volledig is opgesloten. Voor gevallen, waarbij de diepte der kleilaag zeer groot is ten opzichte van de horizontale uitgestrektheid hiervan, wordt de kleimassa verdeeld in een aantal horizontale stroken; op elk dezer lagen past men dan de zettingsformules toe voor het ééndimensionale geval, daarbij rekening houdende met de drukverdeling volgens *Boussinesq*. Na de critische beschouwingen in paragraaf 6.2. is het duidelijk, dat men tweedimensionale gevallen niet zonder meer kan benaderen door een superpositie van ééndimensionale gevallen. Met deze laatste zou men de invloed van deviatorische spanningen negeren, die - zoals men verder in dit hoofdstuk zal zien - debet zijn aan het optreden van een instantane deflectie ten tijde t = 0 en van het voortdurend aanhoudende vloeien der kleilaag. Zelfs voor het geval, dat de uitgestrektheid der belasting zeer groot is t.o.v. de diepte der kleilaag, gaan de formules alleen dan over in die van het ééndimensionale geval, indien men de zakking, welke uitsluitend het gevolg is van de deviatorische spanningen, van de totale zetting aftrekt.

Zoals uit het vervolg zal blijken, neemt de invloed van de deviatorische spanningen op de zetting toe naarmate de verhouding L/h groter wordt (L = halve breedte funderingsstrook en h = diepte kleilaag), dit als gevolg van het feit dat de kleilaag in het oneindige nog altijd zijdelings kan uitwijken.

8.2. Oplossing der differentiaalvergelijkingen

Men krijgt nu te maken met het volgende stel vergelijkingen:

$$-\psi\Delta u + (\Theta+\psi/3)\partial\varepsilon/\partial x + \partial\sigma_w/\partial x = 0 \; ; \qquad (8.2.1a)$$

$$-\psi\Delta w + (\Theta+\psi/3)\partial\varepsilon/\partial z + \partial\sigma_w/\partial z = 0 \; ; \qquad (8.2.1b)$$

$$p\varepsilon = -K\Delta\sigma_w \; ; \qquad (8.2.1c)$$

$$\Delta\varepsilon = \beta^2\varepsilon \, , \qquad (8.2.1d)$$

waarbij: $\varepsilon = -(\partial u/\partial x + \partial w/\partial z)$.

We zoeken een oplossing van de vorm $\varepsilon = X_1.Z_1$; na substitutie hiervan valt 8.2.1d uiteen in de beide vergelijkingen:

$$X_1'' = -\Omega^2 X_1 \, , \qquad \text{en} \qquad Z_1'' = M^2 Z_1 \, ,$$

waarbij $M^2 = \Omega^2 + \beta^2$, en $\Omega = 2\pi/\text{golflengte}$; M is dus een operatorvorm.

De oplossing van 8.2.1d wordt nu:

$$\varepsilon = \exp(i\Omega x + Mz).A_1 + \exp(i\Omega x - Mz).A_2 \, ,$$

met twee „constanten" A_1 en A_2, waarvoor wij ter bekorting hier in het vervolg steeds zullen schrijven:

$$\varepsilon = \exp(i\Omega x \pm Mz).A_{1-2} \, .$$

De „constanten" A_1 en A_2 zijn functies van de tijd en moeten daarom achter de exponentiële functies worden geschreven, aangezien M een operator is, welke op deze tijdsfuncties werkt.

De waterspanning σ_w kan als volgt worden berekend: substitueer $\sigma_w = \exp(i\Omega x).Z_2$ in vergelijking 8.2.1c, dan gaat deze over in:

$$Z_2'' - \Omega^2 Z_2 = -p/K.\exp(\pm Mz).A_{1-2} \, .$$

De oplossing hiervan is:

$$Z_2 = \exp(\pm\Omega z).B_{1-2} + \exp(\pm Mz).B^*_{1-2} \, .$$

Hierin zijn B_{1-2} twee nieuwe constanten, terwijl B^*_{1-2} te vinden zijn uit:

$$(M^2 - \Omega^2)B^*_{1-2} = \beta^2 B^*_{1-2} = -p/K.A_{1-2}\ .$$

Men vindt: $B^*_{1-2} = -A_{1-2}/\alpha$, waarbij $\alpha = \beta^2 K/p$ (zie hoofdstuk VI).
Voor de waterspanning vindt men dus:

$$\sigma_w = \exp(i\Omega x)\ .\ \{\exp(\pm\ \Omega z).B_{1-2} - \exp(\pm\ Mz).A_{1-2}/\alpha\}\ .$$

Uit vergelijking 8.2.1a kan nu de horizontale verplaatsing u worden berekend:

$$\psi\Delta u = (\Theta+\psi/3)\partial\varepsilon/\partial x + \partial\sigma_w/\partial x =$$

$$= (\Theta+\psi/3)\ i\Omega\ \exp(i\Omega x\pm Mz).A_{1-2} + i\Omega\ \exp(i\Omega x)\ .\{\exp(\pm\Omega z).B_{1-2} -$$

$$- \exp(\pm Mz).A_{1-2}/\alpha\} =$$

$$= i\Omega\ \exp(i\Omega x)\ .\{-\ \psi\ \exp(\pm Mz).A_{1-2} + \exp(\pm\Omega z).B_{1-2}\}\ .$$

Substitutie van $u = i\Omega\ \exp(i\Omega x).Z_3$ levert:

$$Z_3'' - \Omega^2 Z_3 = \exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/\psi - \exp(\pm MZ).A_{1-2}\ ,$$

waaruit:

$$Z_3 = \exp(\pm\Omega z).C_{1-2} + z\ \exp(\pm\Omega z).C^*_{1-2} + \exp(\pm MZ).C^{**}_{1-2}\ .$$

Hierin stellen C_{1-2} twee nieuwe constanten voor, terwijl C^*_{1-2} en C^{**}_{1-2} blijken te zijn: $C^*_{1-2} = \pm\ B_{1-2}/2\psi\Omega$ en $C^{**}_{1-2} = -A_{1-2}/\beta^2$.
De horizontale verplaatsing wordt nu:

$$u = i\Omega\ \exp(i\Omega x)\ .\{\exp(\pm\Omega z).C_{1-2} \pm z\ \exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/2\psi\Omega -$$

$$- \exp(\pm Mz).A_{1-2}/\beta^2\}\ .$$

De verticale verplaatsing w wordt op analoge wijze berekend uit:

$$\Delta w = \exp(i\Omega x).\{\mp\ M\ \exp(\pm Mz).A_{1-2} \pm\ \Omega\ \exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/\psi\}\ .$$

De oplossing is:

$$w = \exp(i\Omega x).\{\exp(\pm\Omega z).D_{1-2} +$$

$$+ z\ \exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/2\psi \mp \exp(\pm Mz).A_{1-2}M/\beta^2\}\ ,$$

waarin D_{1-2} nieuwe constanten zijn.

Nu moet vanwege $\varepsilon = -\partial u/\partial x - \partial w/\partial z$ het volgende verband tussen de nieuwe constanten bestaan:

$$-C_{1-2}\Omega^2 \pm \Omega D_{1-2} + B_{1-2}/2\psi = 0 \,,$$

waarmede C_{1-2} geëlimineerd kunnen worden.

Als oplossing der vergelijkingen verkrijgt men tenslotte:

$$u = i\,\exp(i\Omega x).\{\pm \exp(\pm\Omega z).D_{1-2} +$$
$$+ [1 \pm \Omega z]\exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/2\psi\Omega - \Omega\exp(\pm Mz).A_{1-2}/\beta^2\} \;;$$

$$w = \exp(i\Omega x).\{\exp(\pm\Omega z).D_{1-2} + z\exp(\pm\Omega z).B_{1-2}/2\psi \mp$$
$$\mp M\exp(\pm Mz).A_{1-2}/\beta^2\} \;; \qquad (8.2.2)$$

$$\sigma_w = \exp(i\Omega x).\{\exp(\pm\Omega z).B_{1-2} - \exp(\pm Mz).A_{1-2}/\alpha\} \;;$$

$$\varepsilon = \exp(i\Omega x \pm Mz).A_{1-2} \,.$$

8.3. Belasting volgens een cosinusfunctie

We nemen het x-vlak in het scheidingsvlak rots-klei en de positieve z-as omhoog. De rots wordt volkomen ondoordringbaar voor water verondersteld en tevens volkomen glad, zodat hier geen schuifspanning kan optreden, terwijl aan de oppervlakte van de kleilaag het water vrijelijk kan uitstromen. Hier wordt eveneens aangenomen, dat er geen schuifspanning kan optreden. De onderstelling $\tau_{xz} = 0$ zowel in het bovenvlak als in het scheidingsvlak van de kleilaag is aan de ongunstige kant. We hadden eveneens kunnen invoeren, dat er geen horizontale verplaatsingen kunnen plaatsvinden voor $z = 0$ en $z = h$; deze aanname is echter aan de te gunstige kant. Daarom geven we de voorkeur aan de eerste onderstelling. Men heeft nu met de volgende randvoorwaarden te maken (zie fig. 8.1).

voor $z = 0$: 1. $w = 0$;

2. $\tau_{xz} = 0$;

3. $\partial\sigma_w/\partial z = 0$;

voor $z = h$: 4. $\sigma_z = 2\psi\varepsilon_z + (\Theta - 2\psi/3)\varepsilon + \sigma_w = q\cos\Omega x.1$;

5. $\tau_{xz} = 0$;

6. $\sigma_w = 0$.

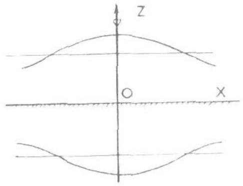


Fig. 8.1. Belasting volgens een cosinusfunctie

Dit geval is symmetrisch t.o.v. zowel de z-as als de x-as. Dientengevolge kunnen we volstaan met 3 constanten i.p.v. 6 zoals in 8.2.2. Met een nieuw stel constanten $\hat{C}_1$, $\hat{C}_2$ en $\hat{C}_3$ gaan de vergelijkingen 8.2.2 nu over in:

$$u = \sin\Omega x.\{-\cosh\Omega z.\hat{C}_1 - \cosh\Omega z.\hat{C}_2/2\psi\Omega - z\sinh\Omega z.\hat{C}_2/2\psi + \\ + \Omega\cosh Mz.\hat{C}_3/\beta^2\} ;$$

$$w = \cos\Omega x.\{\sinh\Omega z.\hat{C}_1 + z\cosh\Omega z.\hat{C}_2/2\psi - M\sinh MZ.\hat{C}_3/\beta^2\} ;$$

$$\sigma_w = \cos\Omega x.\{\cosh\Omega z.\hat{C}_2 - \cosh Mz.\hat{C}_3/\alpha\} ;$$

$$\varepsilon = \cos\Omega x.\cosh Mh.\hat{C}_3 .$$

Hiermede is meteen aan de voorwaarden voor $z = 0$ voldaan.
De voorwaarden 4, 5 en 6 leveren achtereenvolgens:

4. $$\Omega\cosh\Omega h.\hat{C}_1 + \cosh\Omega h.\hat{C}_2/2\psi + \Omega h\sinh\Omega h.\hat{C}_2/2\psi - \\ - (\Omega^2/\beta^2 + 1/2\psi\alpha)\cosh Mh.\hat{C}_3 = -q.1/2\psi ;$$

5. $$-\Omega\sinh\Omega h.\hat{C}_1 - (\sinh\Omega h + \Omega h\cosh\Omega h).\hat{C}_2/2\psi + \Omega M/\beta^2.\sinh Mh.\hat{C}_3 = 0 ;$$

6. $$\cosh\Omega h.\hat{C}_2 - \cosh Mh.\hat{C}_3/\alpha = 0 .$$

Voor $z = h$ wordt de verticale verplaatsing:

$$w_{z=h} = \cos\Omega x.\{\sinh\Omega h.\hat{C}_1 + h\cosh\Omega h.\hat{C}_2/2\psi - M/\beta^2.\sinh Mh.\hat{C}_3\} .$$

Vanwege 5 gaat deze betrekking over in:

$$w_{z=h} = -\cos\Omega x.\sinh\Omega h.\hat{C}_2/2\psi\Omega \; .$$

We hoeven nog slechts $\hat{C}_2$ op te lossen. Uit 4, 5 en 6 volgt, in aanmerking nemende, dat $\beta^2 = \alpha p/K$:

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\cosh\Omega h}\;\frac{p\tanh\Omega h}{(p + 2\psi K\Omega^2)\tanh\Omega h - 2\psi K\Omega M\tanh Mh + p\Omega h/\cosh^2\Omega h}\,q.1$$

De verticale verplaatsing w wordt nu negatief, d.w.z. het bovenvlak beweegt zich omlaag in de richting der negatieve z-as.
De zetting, die we hier w^* zullen noemen en die gelijk is aan $-w$ wordt dan, indien we $\Omega h = \xi$ schrijven:

$$w^* = \frac{h\cos\xi x/h}{2\psi\,\xi}\;\frac{p\tanh^2\xi}{pQ - 2\psi KP/h^2}\,q.1\;, \qquad (8.3.1)$$

waarbij:

$$Q = \tanh\xi + \xi/\cosh^2\xi\;, \qquad (8.3.1a)$$

en

$$P = \xi(Mh\tanh Mh - \xi\tanh\xi)\;. \qquad (8.3.1b)$$

Met behulp van deze formule is het mogelijk om de zetting uit te rekenen voor allerlei symmetrische tweedimensionale belastingsgevallen.

8.4. Zetting voor zeer grote waarden van de tijd

We proberen een oplossing te zoeken voor zeer grote waarden van de tijd. In dit geval mag de operator p en dus ook β^2 als een zeer kleine grootheid worden opgevat. Beschouw nu de term:

$$P = \xi(Mh \tanh Mh - \xi\tanh\xi) .$$

Er zal worden aangetoond, dat P voor alle waarden van ξ tussen 0 en ∞ eindig is en van de eerste en hogere orde is in p.

Gebruikmakende van de middelwaarde-stelling voor de functie $\xi\tanh\xi$ mag men schrijven:

$$Mh \tanh Mh - \xi \tanh \xi = (Mh - \xi)\ (y \tanh y)' =$$

$$= (Mh-\xi)\ (\tanh y + \frac{y}{\cosh^2 y}), \qquad (a)$$

waarbij: $\xi < y < Mh$.

Nu is:

$$\cosh^2 y = 1 + y^2 + \ldots > 1 + y^2 .$$

Dus steeds is voor reële y:

$$\frac{y}{\cosh^2 y} < \frac{y}{1+y^2} \leqq \frac{1}{2} \qquad \text{en} \qquad \left|\tanh y + \frac{y}{\cosh^2 y}\right| < \frac{3}{2} \qquad (b)$$

Voorts is:

$$Mh - \xi = \frac{(Mh)^2 - \xi^2}{Mh + \xi} = \frac{\beta^2 h^2}{(\xi^2 + \beta^2 h^2)^{1/2} + \xi} < \frac{\beta^2 h^2}{2\xi} \qquad (c)$$

Substitutie van a, b, c in de formule voor P levert voor reële ξ:

$$|P| < \frac{\beta^2 h^2}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}\beta^2 h^2 \doteq \frac{3}{4} h^2 \cdot \frac{1}{\Lambda} \frac{ap + 3E}{bp + E}\, p .$$

Bovenstaande eenvoudige strenge behandeling van P hebben we te danken aan prof. dr S.C. van Veen. We hebben nagegaan dat P_{max} = 0.6 $\beta^2 h^2$ voor zeer kleine waarden van $\beta^2 h^2$; dit maximum treedt op bij ξ = 1.2.

Beschouw nu 8.3.1. In de noemer is de eerste term van de eerste orde, terwijl de tweede term door de aanwezigheid van de factor ψ van de tweede orde in p is. Na deling van teller en noemer door p Q en gebruikmaking van $(1 - \theta)^{-1} = 1 + \theta + \theta^2 + \ldots\ldots$ volgt:

$$w^* = h\, \frac{\cos\xi x/h}{2\psi\xi}\, \frac{\tanh^2\xi}{Q} \left\{1 + \frac{2\psi}{Q}\frac{KP}{ph^2} + \left(\frac{2\psi}{Q}\frac{KP}{ph^2}\right)^2 + \ldots.\right\} \text{q.1.} \qquad (8.4)$$

We beschouwen thans de twee gebieden $0 \leqq \xi \leqq 1$ en $1 \leqq \xi \leqq \infty$; In het eerste gebied mag worden geschreven:

$$\tanh\theta = \theta - \tfrac{1}{3}\theta^3 + \tfrac{2}{15}\theta^5 - \tfrac{17}{315}\theta^7 + \ldots\ldots \qquad \theta < \pi/2$$

Zolang β^2h^2 voldoende klein is mag men aannemen $Mh < \pi/2$ en voor P kan dan worden geschreven:

$$0 \leqq \xi \leqq 1: \qquad P = \beta^2h^2\,(\xi - \tfrac{2}{3}\xi^2 + \tfrac{2}{5}\xi^4) + \ldots = P_1\,. \tag{8.4.1a}$$

In het tweede gebied kan tanh Mh in een reeks van *Taylor* worden ontwikkeld en we vinden voor P:

$$1 \leqq \xi \leqq \infty: \qquad P = \tfrac{1}{2}\beta^2h^2\,(\tanh\xi + \frac{\xi}{\cosh^2\xi}) + \ldots = P_2\,. \tag{8.4.1b}$$

In bovenstaande benaderingen voor P zijn de termen in $(\beta^2h^2)^2$ (= orde p^2) verwaarloosbaar klein verondersteld *.

We zien dus dat elke macht van KP/ph^2 als tijdsoperator meebrengt de overeenkomstige macht van $K\beta^2/p$ (vermenigvuldigd met een functie van ξ, welke echter onafhankelijk is van de tijd).

Noemen we nu de tijdsfuncties bij de 1e, 2e, 3e .. term in 8.4 respectievelijk $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$ ..... dan worden deze gegeven door de volgende formules:

$$\frac{1}{\psi}.1 = \frac{1}{G}\,\frac{\eta p+G}{\eta p}.1 = \frac{1}{G}\,(1+\frac{t}{\mu}) = \frac{1}{G}F_1(t)\,; \tag{8.4.2a}$$

$$\frac{\beta^2}{p}.1 = \frac{1}{\Lambda}\,\frac{ap+3E}{bp+E}.1 = \frac{3}{\Lambda}\{1-(1-g^2)\exp(-g^2t/\mu)\} = \frac{3}{\Lambda}F_2(t); \tag{8.4.2b}$$

$$\psi\,(\frac{\beta^2}{p})^2.1 = \frac{G}{\Lambda^2}\,(\frac{ap+3E}{bp+E})^2\,.\,\frac{p}{p+1/\mu}.1 =$$

$$= \frac{9G}{\Lambda^2}\,g^2\,\{g^2-(1-g^2)g^2t/\mu\}\,\exp(-g^2t/\mu) = \frac{9G}{\Lambda^2}F_3(t)\,, \tag{8.4.2c}$$

waarbij $g^2 = (1+\nu_e)/3(1-\nu_e)$ en $\mu = \eta/G$ = relaxatietijd.

De volgende punten kunnen worden opgemerkt:

1. Alle drie de tijdsfuncties zijn dimensieloos gemaakt.
2. $F_1(t)$ bevat slechts μ en niet K en Θ; $F_1(t)$ geeft dus dat lineair aangroeiende gedeelte der zakking, dat uitsluitend te wijten is aan deviatorische spanningen.
3. Voor grote waarden van de tijd nadert $F_2(t)$ tot een constante waarde, die gelijk is aan 1.

* Het verdisconteren van termen van de orde van $(\beta^2h^2)^2$ en hoger in de vorm voor P biedt ons onoverkomelijke moeilijkheden. De benaderde oplossing die hier voor de termen in P wordt gegeven is niet mathematisch streng. Aangezien ze ons physisch aanvaardbaar lijkt, hebben we gemeend er goed aan te doen ze toch op te nemen.

4. Voor grote waarden van de tijd verdwijnt $F_3(t)$ en evenzo verdwijnen $F_4(t)$, $F_5(t)$, ... enz.
5. Alle e-functies bevatten de term g^2/μ in de exponent. Naarmate $\mu = \eta/G$ groter wordt, d.w.z. naarmate de grond minder vloeit, dus steviger is, wordt de uiteindelijke stationnaire toestand pas bereikt na veel langere tijd. Dit klopt met de praktijk. Bij slappe kleigronden wordt reeds na korte tijd een constante zettingssnelheid geconstateerd (herinnerd wordt aan het geval bij de Japanse spoorwegen). Voor zeer stijve grondsoorten wordt deze pas na tientallen jaren bereikt (zie Algemene Inleiding).

Een gedeeltelijke contrôle op 8.4 wordt verkregen door het geval na te gaan, waarbij de verdeelde belasting een in vergelijking met de dikte h oneindig grote golflengte ($\xi = \Omega h \to 0$) heeft. De eerste term levert:

$$\frac{hq}{4} \cos\xi x/h \,.\, \frac{1}{\psi} \,.\, 1 = \frac{hq}{4G} \left(1+\frac{t}{\mu}\right) \cos\xi x/h \,. \qquad (8.4.3a)$$

De tweede term levert:

$$\frac{hq}{4} \cos\xi x/h \,\frac{K\beta^2}{p} \,.\, 1 = \frac{hq}{4\Theta} \cos\xi x/h \,. \qquad (8.4.3b)$$

De eerste term, die het effect voorstelt van zuiver deviatorische spanningen komt bij het ééndimensionale geval niet voor. Dit is een gevolg van de omstandigheid dat bij het ééndimensionale geval geen zijdelings uitwijken van de grond mogelijk is. In het tweedimensionale geval is zijdelings uitwijken wel mogelijk, doordat de grond op de afstand van een halve golflengte (dit is dus zeer ver weg) omhoog kan komen. Vandaar dat in de omgeving van x = 0 een vervormingstoestand kan optreden, waarbij:

$$u = + qx/4\psi - qx/4\Theta \;; \qquad\qquad w = - qz/4\psi - qz/4\Theta \,,$$

met $\varepsilon = q/2\Theta$, en $\sigma_w = 0$, terwijl $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = q/2$, $\sigma_z = q$, $\tau_{xz} = 0$.

Deze opmerking geldt evenzeer voor zuiver elastische deformatie als voor de deformatie van een visco-elastisch materiaal.

Willen we dus een analogon vinden met het éèndimensionale geval, dan dienen we uitsluitend de tweede term te beschouwen. Deze bevat Θ, de compressie-modulus, hetgeen duidelijk is, daar het volume verkleind moet worden.

Bij een incompressibel medium met $\nu_e = \frac{1}{2}$, wordt $\Theta = \infty$ en is de tweede term gelijk aan nul. Het is dus duidelijk dat de tweede term het effect heeft van wat men in de grondmechanica onder „consolidatie" verstaat.

8.5. Gelijkmatig verdeelde strookbelasting met breedte 2L

Als voorbeeld zal in deze paragraaf de zetting worden berekend van het oppervlak van een horizontaal uitgestrekt kleimassief met een diepte h, als gevolg van een rechtlijnige strookbelasting van oneindige lengte met een breedte 2L; het gebied buiten de belaste strook wordt onbelast beschouwd. Dit belastingsgeval kan worden weergegeven door de *Fourier*-integraal:

$$2/\pi \int_0^\infty 1/\xi . \cos\xi x/h . \sin\xi L/h . d\xi \; q.1 = q.1 , \qquad \text{voor } |x| < L ;$$

$$= 0 , \qquad \text{voor } |x| > L .$$

Nu is: $2 \cos\xi x/h . \sin\xi L/h = \sin\xi(x+L)/h - \sin\xi(x-L)/h$.

In het vervolg zullen we ter bekorting van de schrijfwijze invoeren $\delta_1 = (x-L)/h$ en $\delta_2 = (x+L)/h$.

Bovenstaande integraal gaat met deze notatie over in:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin\delta_2\xi - \sin\delta_1\xi}{\xi} d\xi .$$

De zetting wordt nu voor grote waarden van de tijd:

$$w^* \approx \frac{hq}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin\delta_2\xi - \sin\delta_1\xi}{2\psi\xi^2 Q} \tanh^2\xi .$$

$$. \left\{1 + \frac{2\psi}{Q} \frac{KP}{ph^2} + \left(\frac{2\psi}{Q} \frac{KP}{ph^2}\right)^2 + \ldots\ldots\right\} d\xi . 1 . \quad (8.5)$$

Het valt op te merken, dat het rechterlid de dimensie heeft van de zetting (L).

We krijgen te maken met de volgende integralen:

$$\mathfrak{I}_1 = \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi \tanh^2\xi}{2\xi^2 Q} d\xi . \frac{1}{\psi} . 1 ; \qquad (8.5.2a)$$

$$\mathfrak{I}_2 = K \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi \tanh^2\xi}{\xi^2 Q^2} \frac{P}{ph^2} d\xi . 1 ; \qquad (8.5.2b)$$

$$\mathfrak{I}_3 = 2K^2 \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi \tanh^2\xi}{\xi^2 Q^3} \left(\frac{P}{ph^2}\right)^2 d\xi . \psi . 1 . (8.5.2c)$$

De eerste twee integralen zullen nu worden berekend, terwijl de laatste geschat zal worden; zoals straks zal worden becijferd heeft deze laatste geen praktische betekenis.

8.5.1. *Becijfering van* $\mathfrak{I}_1$

Bij de becijfering van:

$$\mathfrak{I}_1 = \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi\ \tanh^2\xi}{2\xi^2 Q}\, d\xi\, \frac{1}{\psi}.1$$

$$= \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2}\ \frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi}\, d\xi\, \frac{1}{\psi}.1\ ,$$

maken we gebruik van:

$$\sin\delta\xi = \frac{1}{2i}\left(e^{i\delta\xi} - e^{-i\delta\xi}\right).$$

Prof. Dr J.M. Burgers heeft deze integraal ook gevonden bij zijn berekeningen over de indrukking van een elastische laag. We maken thans dankbaar gebruik van de oplossing, die prof. Burgers in zijn opgepubliceerd artikel: „Indrukking van een elastische laag, welke aan de onderzijde door een volkomen onbewegelijke steunlaag gedragen wordt", voor $\mathfrak{I}_1$ gevonden heeft en vinden dan voor de zetting w_1^*:

$$w_1^* = \frac{2hq}{G} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\theta_{2_n}\delta/2)\cos(\theta_{1_n}\delta/2 - 2s_n)}{(\cosh\theta_{1_n} + \cos\theta_{2_n})^2} \Bigg|_{\delta_1}^{\delta_2} F_1(t)\ . \qquad (8.5.3a)$$

Hierbij stelt w_1^* het gedeelte der zetting voor, welk het gevolg is van zuiver deviatorische spanningen; θ_{1_n} en θ_{2_n} zijn bepaald door:

$$2\xi_n = \pm\,\theta_{1_n} \pm i\theta_{2_n}\ ,$$

waarin de ξ_n de wortels voorstellen van de vergelijking:

$$\sinh 2\xi + 2\xi = 0\ .$$

Verder is s_n bepaald door:

$$\operatorname{tg} s_n = \frac{\sinh\theta_{1_n}\ \sin\theta_{2_n}}{\cosh\theta_{1_n}\ \cos\theta_{2_n} + 1}\ .$$

De formule 8.5.3a is alleen geldig voor positieve waarden van δ, dus voor het gebied buiten de belaste strook. De zetting w_1^* in dit gebied wordt gevonden door achtereenvolgens de sommaties uit te voeren voor δ_2 en δ_1 en dan het verschil van deze resultaten te nemen. De tijdsfunctie $F_1(t)$ is weergegeven in 8.4.2a.

De formule 8.5.3a is zeer geschikt voor grote waarden van δ; in dit geval kan men reeds met een paar termen volstaan. Voor zeer kleine waarden van δ kunnen we ook gebruik maken van de volgende oplossing.

We gaan weer uit van de integraal:

$$\int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} \frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi} d\xi ,$$

en splitsen het integratie-gebied in twee stukken:

$$0 \leqq \xi \leqq 3 \qquad \text{en} \qquad 3 \leqq \xi \leqq \infty .$$

In het tweede gebied $3 \leqq \xi \leqq \infty$ kan met een fout van minder dan 3.5% geschreven worden:

$$\frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi} = \tfrac{1}{2} .$$

Bij de integratie in dit tweede gebied krijgt men nu te maken met:

$$\tfrac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} d\xi = \frac{\sin 3\delta}{6} - \frac{\delta Ci(3\delta)}{2} .$$

Bij de becijfering in het gebied $o \leqq \xi \leqq 3$ kan gebruik worden gemaakt van de formule van *Filon* *:

$$\int_a^b f(\xi) \sin\delta\xi \, d\xi = h[-\alpha\{f(b)\cos\delta b - f(a)\cos\delta a\} + \beta S_{2s} + \gamma S_{2s-1}] ,$$

waarbij in ons geval:

$$f(\xi) = \frac{\sinh^2\xi}{(\sinh 2\xi + 2\xi)\, \xi^2} ;$$

$h = (b-a)/2n$, indien het gebied in $2n$ delen van gelijke intervallen h wordt verdeeld; en $\delta h = \theta$.

Hier zijn α, β en γ functies van θ, die getabelleerd zijn, terwijl S_{2s} de som voorstelt van even ordinaten van de kromme $f(\xi)$ tussen b en a, verminderd met de helft van de som van de eerste en laatste ordinaten, en S_{2s-1} de som van alle oneven ordinaten voorstelt.

---

* Zie bijv. Tranter, C.J.: „Integral Transforms in Mathematical Physics", p. 67, London 1951.

Op bovenbeschreven wijze kan men de integraal $\mathfrak{I}_1$ voor kleine waarden van δ volledig berekenen, zowel voor positieve als voor negatieve waarden van δ. Aldus kan w_1^* worden berekend voor het gehele bovenvlak van de kleilaag zowel buiten als binnen de belaste strook; daartoe hoeft men de resultaten der integraties voor δ_2 en δ_1 nog slechts van elkaar af te trekken en met $hq/\pi G . F_1(t)$ te vermenigvuldigen.

Voor grote waarden van δ is de becijfering in het eerste gebied $0 \leqq \xi \leqq 3$ zeer tijdrovend, omdat de sinus veel fluctueert. In dit geval kan men beter gebruik maken van 8.5.3a.

Voor zeer kleine waarden van δ mag men in het eerste gebied $\sin\delta\xi$ vervangen door $\delta\xi$ en men komt op de integraal:

$$\int_0^3 \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} \frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi} d\xi = \delta \int_0^3 \frac{\sinh^2\xi}{\xi(\sinh 2\xi + 2\xi)} d\xi + \tfrac{1}{2} \int_3^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} d\xi =$$

$$= 0.67\ \delta + \frac{1}{6} \sin 3\delta - \tfrac{1}{2}\ \delta\ \mathrm{Ci}(3\delta) = 1.17\ \delta - \tfrac{1}{2}\ \delta\ \mathrm{Ci}(3\delta)\ .$$

Voor de zakking wordt nu gevonden:

$$w_1^* = \frac{hq}{\pi G}\{ 1.17(\delta_2-\delta_1) - \tfrac{1}{2}\ \delta_2\ \mathrm{Ci}(3\delta_2) + \tfrac{1}{2}\ \delta_1\ \mathrm{Ci}(3\delta_1)\}\ F_1(t) =$$

$$= \frac{2.34}{\pi} \frac{qL}{G} + \frac{hq}{2\pi G} \{\frac{x-L}{h} \mathrm{Ci}\left(3 \frac{x-L}{h}\right) - \frac{x+L}{h} \mathrm{Ci}\left(3 \frac{x+L}{h}\right)\}\ F_1(t)\ .$$

Met de ontwikkeling voor kleine δ:

$$\mathrm{Ci}(3\delta) \sim 0.577 + \ln|3\delta|$$

wordt verkregen:

$$w_1^* = \frac{q}{2\pi G}\ [x \ln \frac{|x-L|}{x+L} + L\ \{ 3.49 - \frac{\ln 9|x^2-L^2|}{h^2}\}]\ . \qquad (8.5.3b)$$

Deze formule is geldig zowel voor $x \leqq L$ and $x \geqq L$.

8.5.2. Becijfering van $\mathfrak{I}_2$

Beschouw de integraal:

$$\mathfrak{I}_2 = K \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi\ \tanh^2\xi}{\xi^2\ Q^2} \frac{P}{ph^2}\ d\xi\ .\ 1\ .$$

We splitsen de integratieweg in twee stukken, namelijk van $\xi = 0$ tot $\xi = 1$ en van $\xi = 1$ tot $\xi = \infty$. De integralen behorende bij het eerste en tweede stuk worden $\mathfrak{I}_{21}$ en $\mathfrak{I}_{22}$ genoemd.

In het eerste gebied $0 \leq \xi \leq 1$ mag vanwege 8.3.1a en 8.4.1a worden beschreven:

$$\mathfrak{F}_{21} = \frac{K}{15}\int_0^1 \frac{\sin\delta\xi}{\xi}\,\frac{\tanh^2\xi\,(15-10\xi^2+6\xi^4)}{(\tanh\xi+\xi/\cosh^2\xi)^2}\,d\xi\,\frac{\beta^2}{p}.1\,. \qquad (8.5.4a)$$

Deze integratie kan weer worden uitgevoerd met behulp van de methode van *Filon*. De functie $f(\xi)$ is in dit geval:

$$f(\xi) = \frac{(15-10\xi^2+6\xi^4)\tanh^2\xi}{\xi(\tanh\xi+\xi/\cosh^2\xi)^2}$$

$$= \frac{(15-10\xi^2+6\xi^4)\sinh^2 2\xi}{\xi(\sinh 2\xi+2\xi)^2}\,.$$

$\mathfrak{F}_{21}$ kan worden gevonden door het resultaat van deze becijfering te vermenigvuldigen met: $F_2(t)/15\Theta$, waarbij $F_2(t)$ is gegeven in 8.4.2b.

We zullen nu de waarde van $\mathfrak{F}_{21}$ bepalen voor zeer grote waarden van δ. Daartoe ontwikkelen we eerst:

$$\sinh 2\xi = 2\xi - \frac{(2\xi)^3}{3!} + \ldots\,.$$

We krijgen dan met de volgende integralen te maken:

$$\int_0^1 \sin\delta\xi/\xi\,.\,d\xi = \mathrm{Si}(\delta) \qquad \text{en} \qquad \int_0^1 \xi^{2n+1}\sin\delta\xi\,d\xi\,,$$

welke laatste integraal machten van δ in de noemer geven. Dientengevolge verkrijgen we voor zeer grote waarden van δ:

$$\mathfrak{F}_{21} = \mathrm{Si}(\delta).F_2(t)/4\Theta\,.$$

In het tweede gebied $1 \leq \xi \leq \infty$ verkrijgt men vanwege 8.3.1a en 8.4.1b:

$$\mathfrak{F}_{22} = \frac{1}{15\Theta}\int_1^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2}\,\frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi+2\xi}\,d\xi\,.\,F_2(t) \qquad (8.5.4b)$$

We merken op dat deze bepaalde integraal, zij het met een andere onderste grens, reeds voorgekomen is bij de becijfering van $\mathfrak{F}_1$. Schrijven we nu:

$$\int_1^\infty = \int_0^\infty - \int_0^1\,, \qquad (a)$$

dan kunnen we gebruik maken van het verkregen resultaat der integratie van:

$$\int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} \frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi} d\xi , \tag{b}$$

(zie par. 8.5.1), terwijl we nog moeten becijferen:

$$\int_0^1 \frac{\sin\delta\xi}{\xi^2} \frac{\sinh^2\xi}{\sinh 2\xi + 2\xi} d\xi ; \tag{c}$$

$\mathfrak{J}_{22}$ kan dan uit a, b en c direct worden gevonden.

Voor de zakking, die het gevolg is van de consolidatie, vindt men tenslotte:

$$w_2^* = \frac{hq}{\pi} \{(\mathfrak{J}_{21} + \mathfrak{J}_{22})_{\delta_2} - (\mathfrak{J}_{21} + \mathfrak{J}_{22})_{\delta_1}\} . \tag{8.5.5}$$

Voor zeer grote waarden van δ nadert $Si(\delta) \rightarrow \pm \pi/2$, (afhankelijk van teken van δ), en dus $\mathfrak{J}_{21} = \pm\pi/2$, terwijl $\mathfrak{J}_{22}$ wegens de zeer sterke fluctuatie van $\sin\delta\xi$ tot 0 zal naderen. In dit laatste geval gaat 8.5.5 over in:

$$w_2^* = hq/4\Theta$$

zoals ook reeds eerder gebleken is.

8.5.3. Schatting van $\mathfrak{J}_3$

Het is te verifiëren, dat:

$$P < \beta^2 h^2 Q .$$

De integraal kan als volgt geschat worden:

$$\mathfrak{J}_3 = 2K^2 \psi \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi \tanh^2\xi}{\xi^2 Q^3} \left(\frac{P}{ph^2}\right)^2 d\xi . 1 <$$

$$< 4K^2 \int_0^\infty \frac{\sin\delta\xi \sinh^2\xi}{\xi^2(\sinh 2\xi + 2\xi)} d\xi \left(\frac{\beta^2}{p}\right)^2 \psi . 1 = \frac{4G^2}{\Theta^2} \mathfrak{J}_1 . \frac{F_3(t)}{F_1(t)} .$$

waarbij $F_3(t)$ gegeven is in 8.4.2c.

De bijdrage van $\mathfrak{J}_3$ is dus $\frac{4G^2}{\Theta^2} \frac{F_3(t)}{F_1(t)} \times$ de hoofdterm.

In de praktijk bedraagt G 20 tot 200 kg/cm^2; terwijl Θ kan variëren van 60 tot 1000 kg/cm^2. De term $\mathfrak{J}_3$ en evenzo $\mathfrak{J}_4$ en $\mathfrak{J}_5$.... zijn dus voor grote waarden van de tijd praktisch verwaarloosbaar.

De zetting w* kan dus met redelijke benadering berekend worden uit de eerste twee termen:

$$w^* = w_1^* + w_2^* , \tag{8.6}$$

welke formule de totale zetting als gevolg van het vloeien en het consolideren weergeeft.

Opmerking

Uit bovenstaande berekeningen blijkt wel duidelijk, dat men zettingen in de praktijk niet kan voorspellen aan de hand van oedometerproeven alleen. In dit laatste geval houdt men helemaal geen rekening met de term w_1^*, die voor grote waarden van de tijd aanzienlijk groot kan worden. Het dient opgemerkt te worden dat het gedeelte der zetting w_2^*, welke het gevolg is van consolidatie zich in twee-dimensionale gevallen geheel anders blijkt te gedragen dan uit de één-dimensionale theorie kan worden voorzien. Dit is het gevolg van het feit, datde grond zijdelings kan uitwijken.

De zettingsformules, die we hierboven hebben afgeleid, gelden voor grote waarden van de tijd, zolang het materiaal statistisch onveranderd blijft. Uit metingen van *von Terzaghi* en anderen is gebleken, dat deze toestand zich over jaren en tientallen van jaren kan handhaven. Het is aannemelijk dat de bedoelde vergelijkingen niet meer opgaan voor nog grotere waarden van de tijd, omdat de consolidatie dan zoveel is toegenomen dat er een duidelijke versteviging optreedt. In dit geval heeft men te maken met non-lineaire verschijnselen, zoals in het volgende hoofdstuk besproken zal worden.

Hoofdstuk IX

NADERE BESCHOUWINGEN OVER HET DEFORMEREN VAN KLEILAGEN

9.1. Inleiding

In de voorgaande mathematische beschouwingen omtrent het vloeien van kleilagen is verondersteld, dat de physische grootheden die het mechanisch gedrag van klei karakteriseren, tijdens het deformatieproces zo weinig veranderen, dat ze constant mogen worden aangenomen. Deze aannamen worden verwezenlijkt in moeilijk consoliderende vette kleigronden. In meerdimensionale gevallen, waarbij de dikte der kleilaag groot is t.o.v. de afmetingen van het fundament, is de invloed der versteviging slechts beperkt tot het gebied om het bouwwerk en de formules afgeleid in de hoofdstukken VI, VII en VIII geven dus vrij goed de werkelijkheid weer. Bij minder kleihoudende grondlagen van slechts enkele meters dikte, zoals bijvoorbeeld vaak in Nederland voorkomen, zijn bovenstaande veronderstellingen bij fundamenten van grote afmetingen niet meer geldig en het lijkt ons nuttig om hieraan enkele beschouwingen te wijden. Uit zettingswaarnemingen aan bouwwerken vond *Buisman* dat de zetting nagenoeg logarithmisch met de tijd verliep. Dit zouden we willen toeschrijven aan tweeërlei oorzaken, n.l.:

1. de grond consolideert aanvankelijk snel en sterk (grote samendrukbaarheid en doorlatendheid), waardoor het water snel wordt weggeperst en het grondskelet zich gaat verstevigen;
2. de metingen zijn van te kortstondige duur, zodat de periode van uiteindelijk verloop nog niet kon worden gemeten.

9.2. Invloed der versteviging

Het verdisconteren van het effect der versteviging leidt direct tot uiterst gecompliceerde niet-lineaire differentiaalvergelijkingen. Evenals in hoofdstuk VI zal het korrelskelet benaderd worden door het *Maxwell*-model. Aangezien de versteviging in een bepaald punt van een kleimassief afhankelijk is van de ter plaatse heersende volumedeformatie, lijkt het ons redelijk om de physische grootheden G, ν_e, k, en η als functies van de volumedeformatie ε te beschouwen. Het massief blijft dan niet meer homogeen (geordende heterogeniteit), maar kan nog altijd als isotroop worden beschouwd. In het vervolg zal worden verondersteld, dat de versteviging zich hoofdzakelijk uit in de viscositeit η en in k, terwijl haar invloed op G en ν_e verwaarloosbaar is. Uit de vorm der plaatvormige deeltjes menen we - ons baserende op de colloidchemische beschouwingen van hoofdstuk IV - te kunnen verklaren, dat de viscositeit sterk afhankelijk kan zijn van de volumedeformaties. Dit is vooral het geval, indien er tussen de individuele kleiplaatjes vele puntcontacten aanwezig zijn. Naarmate de kleilaag meer consolideert wordt het aantal door de heersende spanningen verbreekbare bindingen kleiner en de viscositeit wordt groter, terwijl tegelijk de doorlatendheid afneemt. Voor kleine waarden van ε zal terwille van de eenvoud worden aangenomen, dat k en η zich zodanig wijzigen, dat het product $k\eta$ constant blijft.

Dezelfde betrekkingen als in het voorgaande kunnen nu weer worden afgeleid, echter met dit verschil dat η en k, en dus ψ en K, nu functies zijn van de volumedeformatie ε en thans dus functies zijn van de plaats en tijd. Teneinde dit duidelijk naar voren te doen komen, zullen deze grootheden in het vervolg van een ster * worden voorzien. De grootheden Θ, evenals G, E en ν_e blijven constant.

De invloed der versteviging uit zich het sterkst in consoliderende kleipaketten, waarbij de dikte gering is ten opzichte van de horizontale afmetingen van het fundament. Dientengevolge is het van belang deze invloed te bestuderen in het éèndimensionale geval, waar ze het sterkst tot uiting komt en de versteviging zich tot het gehele massief uitstrekt. De betrekkingen die η^* en K^* weergeven als functies van ε zijn alleen te bepalen uit een groot aantal proeven. Deze zijn voorlopig nog niet voorhanden. Het vinden van deze betrekkingen wordt bovendien bemoeilijkt door de vaak optredende inhomogeniteit der dunne kleipaketten die aan de oppervlakte voorkomen. Het vinden van een strenge mathematische oplossing heeft dan slechts theoretische en geen praktische betekenis.

Aangezien we hoofdzakelijk in de tijdsafhankelijkheid van de invloed der versteviging geinteresseerd zijn, wordt thans verondersteld dat η^* en k^* en dus ψ^* en K^* onafhankelijk zijn van de plaats, doch wel afhankelijk van de tijd. In het beschouwde éèndimensionale geval komt dit erop neer, dat ψ^* en K^* geen functies zijn van z, maar uitsluitend afhangen van de tijdsfunctie der gemiddelde volumedeformatie $\underline{\varepsilon} = w_0/h$, waarbij w_0 en h respectievelijk de zakking van het bouwwerk en de dikte van het kleipakket voorstelt.

Zolang we η^* en K^* nog niet naar de tijd hebben gedifferentieerd of geintegreerd, mogen we de formules afgeleid in hoofdstuk VI aanhouden, mits we deze grootheden voorzien van een *. Het is hierbij van fundamenteel belang (wat gemakkelijk geverifiëerd kan worden), dat in de formule voor ψ^* de η^* vóór de operator p wordt geschreven:

$$\psi^* = G\eta^* p/(\eta^* p + G) \ .$$

De zetting kan nu worden berekend uit de volgende differentiaalvergelijkingen:

$$\partial^3 w/\partial z^3 = \beta^{*2} \partial w/\partial z \ , \qquad (9.2)$$

waarbij:

$$\beta^{*2} = \frac{1}{3K^*\Theta} \frac{6(1+\nu_e)\eta^* p + 3E}{6(1-\nu_e)\eta^* p + E} p = \frac{1}{3K^*\eta^*\Theta} \frac{6(1+\nu_e)\eta^* p + 3E}{6(1-\nu_e)\eta^* p + E} \eta^* p \ .$$

9.3. Oplossing der differentiaalvergelijking

Aangezien het product $K^*\eta^*$ constant is aangenomen, kan de vergelijking 9.2 direct worden opgelost, indien we een nieuwe operator invoeren die gedefiniëerd is door:

$$P = \partial/\partial T \ , \qquad (9.3.1a)$$

waarbij

$$dT = \eta_o/\eta^* . dt \ ,$$

zodat:

$$\eta_o \partial/\partial T = \eta^* \partial/\partial t \ , \qquad (9.3.1b)$$

en dus:

$$P = \frac{1}{\eta_o} \eta^* p \qquad (9.3.1c)$$

Hierbij is η^* een functie van $\underline{\varepsilon}$ en dus het zij van t, het zij van T.

De uitdrukking voor β^{*2} gaat nu over in:

$$\beta^{*2} = \frac{1}{3C\Theta} \frac{aP + 3E}{bP + E} P \ ,$$

waarbij $C = K^*\eta^*/\eta_o$.

Voor het berekenen der zetting hebben we hier dus in wezen dezelfde vergelijking als in hoofdstuk VII verkregen (zie 7.1.1), met dit verschil dat P en C in de plaats van p en K zijn gekomen. De randvoorwaarden zijn hier eveneens dezelfde als in hoofdstuk VII; derhalve krijgt men dezelfde oplossing voor de zetting als bij de zich niet verstevigende kleilaag, alleen met dit verschil dat in de formules 7.2.3, 7.3.1 en 7.3.5, K en t respectievelijk door C en T moeten worden vervangen. De tijdsfunctie wordt thans voor kleine waarden van T:

$$w_o = 2qg \sqrt{\frac{C}{\Theta}} \sqrt{\frac{T}{\pi}} \, . \tag{9.3.2}$$

Wil men de zetting kennen als functie van t, dan moet de vergelijking 9.3.1b worden opgelost:

$$\frac{1}{\eta_o} \int_o^T \eta^* dT = \int_o^t dt = t \, . \tag{9.3.3}$$

De variabele viscositeit η^* is hier een functie van $\underline{\varepsilon} = w_o/h$; natuurlijk mag η^* geen even functie van $\underline{\varepsilon}$ zijn, omdat een negatieve $\underline{\varepsilon}$ (zwelling) geen versteviging met zich meebrengt. Deze functie zou uit een groot aantal proeven bepaald moeten worden. Indien $\underline{\varepsilon}$ klein blijft zal voor η^* geschreven worden:

$$\begin{aligned} \eta^* &= \eta_o(1+m\underline{\varepsilon}) = \eta_o(1+mw_o/h) \\ &= \eta_o\left(1 + \frac{2mqg}{h} \sqrt{\frac{C}{\pi\Theta}} T^{1/2}\right) \, . \end{aligned} \tag{9.3.4}$$

waarbij we *m* de verstevigings-factor zullen noemen.

Het verband tussen T en t volgt nu uit:

$$t = T + \frac{4mqg}{3h} \sqrt{\frac{C}{\pi\Theta}} T^{3/2} \tag{9.3.5}$$

De zetting w_o voor kleine waarden van de tijd t is nu te vinden uit 9.3.2 en 9.3.5; het is niet nodig om T te elimineren; deze kan als parameter worden beschouwd.

Voor zeer grote waarden van de tijd, wanneer w_o nadert tot hq/Θ wordt:

$$\eta^* = \eta_o(1 + mq/\Theta) \, . \tag{9.3.6}$$

Gebruikmakende van 9.3.3 vindt men dan voor het verband tussen t en T:

$$t = \left(1 + \frac{mq}{\Theta}\right)(T - \text{Const.}) \; . \qquad (9.3.7)$$

In hoofdstuk VIII hebben we gezien dat in gevallen waarbij de breedte der fundering groot is t.o.v. de dikte der kleilaag, de zetting voorspeld kan worden uit de formules afgeleid voor één-dimensionale gevallen; hierbij moet men nog het aandeel van de integraal $\mathfrak{J}_1$ optellen. Bij de zich niet verstevigende kleilaag treedt hierbij de tijdsfunctie $F_1(t) = 1 + t/\mu$ op. Thans wordt deze vervangen door:

$$F_1(t) = 1 + GT/\eta_o = 1 + T/\mu \; , \qquad (9.3.8)$$

waarbij het verband tussen t en T voor kleine en zeer grote waarden van de tijd respectievelijk gegeven wordt door 9.3.5 en 9.3.7.

9.4. Opmerking

In het hierboven beschreven geval werd aangenomen dat de viscositeit toeneemt naarmate de kleilaag meer samengedrukt wordt, doch daarbij nog altijd eindig blijft. Dit leidt tenslotte tot een stationnair vloeien met een geringere snelheid dan wanneer de klei zich niet verstevigd had. In hoofdstuk IV werd een beschouwing opgenomen, waarin de viscositeit bij tamelijk zand en silthoudende kleien oneindig groot kan worden en het vloeien na verloop van tijd geheel ophoudt. Dit zouden we kunnen formuleren door een uitdrukking te kiezen:

$$\eta^* = \frac{\eta_o}{1 - mw_o/h} \; .$$

Het verband tussen t en T zou dan in principe weer uit 9.3.3 kunnen worden gevonden. Indien m zeer groot is kan zelfs na korte tijd $mw_o/h = 1$ worden en de verdere zakking is alleen nog maar te wijten aan de samendrukbaarheid van het korrelskelet.

Tabel 3.I (serie II)

Belasten

GROEP I (M = 900 gcm)

Monster no. ...

Tijd	1 (○)		2 (☆)		3 (□)		4 (×)		5 (△)	
	u	u'	u	u'	u	u'	u	u'	u	u'
0 min.	0.15		1.04		0.73		1.00		0.97	
1	.23		.11	1.14	.83		.06		1.08	
2	.24		.14	.15	.85		.07		.09	
3	.25		.16	.16	.86		.07		.10	1.11
5	.26		.16	.17	.90		.08		.11	.13
7	.27		.17	.18	.90		.08		.14	.14
10	.29		.18	.18	.91		.08		.14	.15
15	.30		.18	.19	.94		.09		.15	.18
20	.31		.19	.19	.95		.12		.18	.20
30	.34		.20	.22	.95		.14		.20	.24
45	.37		–		.95		.16		.25	.29
60	.39		.23	.25	.98		.18		.29	.32
90	.42		.26	.27	0.98		.20		–	
2 uren			–		–		.23		.33	.34
3			.29	.30	1.02		.24		.34	.34
4			.31	.31	.03		–		.35	.35
5			.32	.33	1.03		–		.35	.39
6			.35	.37			–			
7			.39	.41			–			
18			–				–		–	
19			–				.29		–	
20			–				.30		–	
21			–				–		–	
22			–				.30		.39	.40
23			.44	.46			–		–	
24			–				.35		.43	.44
25			.46	.48			1.47		–	
26			–						.45	.45
27			–						–	
28			.49	.50					.49	.51
29			1.50	1.51					.51	.52
30										
72									.53	.54
75									.56	.58
78									1.60	1.62
Ontlasten										
0 min.	0.42			1.51	1.03		1.37			1.62
1	.38		1.48	.47	1.02		.36		1.58	.58
2	.38		.47	.47	.02		.36		.58	.58
3	.38		.46	.46	.02		.36		.58	.57
5	.38		.46	.46	.02		.36		.56	.56
7	.37		.46	.46	.02		.36		.56	.56
10	.37		.45	.45	.02		.35		.56	.56
15	.37		.45	.45	.02		.35		.56	.56
20	.36		.45	.45	.02		.35		.56	.55
30	.36		.44	.44	.01		.34		.55	.55
45	.35		.43	.43	.01		.33		.55	.55
60	.34		.43	.43	1.00		.33		.55	.55
90	.34		–		–		.31		.55	.55
2 uren	–		.42	.42	–		.29			
4	–		–		–		–			
17	.26		–		0.91		1.16			
18	.26		1.28	1.24	.90				1.39	1.38
19	–				.90					
20	.25				–					
21	–				.90					
22	.25				–					
23	.25				.90					
28	–				–					
40	0.23				–					
41					0.86					

GROEP II (M = 1800 gcm)

Monster no. ...

Tijd	6 (□)		7 (×)		8 (♂)	
	u	u'	u	u'	u	u'
0 min.	1.01		0.50			1.05
1	.49		0.98			.36
2	.60		1.05			.49
3	.67		.09			.58
5	.77		.14			.69
7	.85		.22			.79
10	1.96		.31			1.89
15	2.03		.37			2.02
20	.03		.42			.03
30	.06		.51			.12
45	.12		.62			.32
60	.19		.69			.42
90	–		–			.57
2 uren	.25		.85			.62
3	.34		1.98		–	
4	.39		2.08		–	
5	.49		.15		–	
6	.49		–		–	
7	–		–		–	
18	–		–			2.87
19	–		–		–	
20	–		–		–	
21	–		–		–	
22	.59		2.22		–	
23	–					3.04
24	–				–	
25	.65				–	
26	–				–	
27	2.66				–	
28					–	
29						.08
30					–	
44						3.26
45						
46						
47						
Ontlasten						
0 min.	2.66		2.22		3.26	
1	.49		.06		.16	
2	.49		.05		.13	
3	.47		.05		–	
5	.45		.03		.11	
7	.45		.03		–	
10	.45		.02		.09	
15	.44		.02		.07	
20	.44		.02		–	
30	.44		.01		.05	
45	.43		.01		–	
60	.43		.01		.02	
90	.43		.01		–	
2 uren	.43		.01		3.00	
3	.42		2.00		–	
4	–		1.97		–	
17	–		–		–	
18	2.20		–		–	
19			–		–	
20			–		–	
21			–		–	
22			.85		–	
23			1.84		2.58	
28					2.57	

Tabel 3.I (serie II)

Belasten

GROEP V (M = 3600 gcm)

Monster no. ...

Tijd	15 (ø)		16 (⊕)		17 (o)		18 (x)		19 (☆)	
	u	u'	u	u'	u	u'	u	u'	u	u'
0 min.	1.00		0.30		0.70		1.05		0.39	
1	2.47		2.33		2.90		2.65		2.28	
2	.76		.48		3.35		3.00		.38	
3	2.98		2.73		.44		.19		.73	
5	3.31		3.00		.77		.43		2.97	
7	.53		.23		3.95		.67		3.27	
10	3.83		.46	3.50	4.09		3.87		3.59	
15	4.03		.70	.75	.28		4.20		3.94	
20	.24		3.80	3.95	.51		.49		4.06	
30	.56		4.10	4.20	4.85	4.98	4.80	4.91	.21	
45	4.85		.32	.46	5.12	5.24	5.16	5.26	4.75	
60	5.07		5.70	4.77	.35	.50	.52	.61	5.09	
90	.37		5.02	5.10	5.75	5.84	5.88	5.78	.39	
2 uren	5.57		.18	.24	–		–		.68	
3	–		–		6.21	6.39	6.61	6.67		
4	6.24		.71	5.75	.52	.65	6.99	7.06		
5			5.98	6.03	–		–			
6					6.94	7.03	7.30	7.41		
7					–					
18										
19										
20										
21										
22					7.22	7.39	7.70	7.89		
23							–			
24							8.05	8.12		
25							8.05	8.12		
26							–			
27							8.13	8.18		
28							8.18	8.22		
29										
30										
44										
45										
46										
47										

Ontlasten

Tijd	15 u	15 u'	16 u	16 u'	17 u	17 u'	18 u	18 u'	19 u	19 u'
0 min.	6.24			6.03		7.40		8.22		
1	5.29		5.28	5.23	6.72	6.66	7.35	7.26		
2	.22		.18	.14	.65	.56	.24	.19		
3	.17		.14	.11	.56	.51	.18	.14		
5	.13		.08	.05	.51	.44	.11	.05		
7	.07		.04	5.01	.44	.40	7.05	6.99		
10	5.03		5.01	4.98	.40	.36	6.99	.93		
15	4.98		4.96	.93	.35	.30	.92	.87		
20	.94		.92	.89	.30	.27	.87	.84		
30	.90		.89	.83	.36	.22	.84	.79		
45	.86		.81	.78	.20	.16	.77	.73		
60	.85		.77	.75	.16	.11	.72	.68		
90	–		.74	.69	.11	.06	6.66	6.62		
2 uren	.76		–		.06	.02	–			
3	–		–		6.02	5.96	–			
4	–		–		5.95	5.90	–			
5	–		–		5.90	.86	–			
6	–		–		.86	.82	–			
7	–		–		.82	.81	–			
18	–		–		–		6.10	6.03		
23	4.40		–		5.63	5.57				
26			–							
42			4.48	4.47						
71										

GROEP V

(M = 4500 gcm)

Tijd	23 ( )	
	u	u'
0 min.	1.00	
1	5.10	
2	7.50	

deze waarnemingen zijn niet in fig. 3.3 weergegeven.

Tabel 3.I (serie II)

Belasten

GROEP III (M = 2700 gcm)

Monster no. ...

Tijd	9 (□) u	9 (□) u'	10 (✿) u	10 (✿) u'	11 (♂) u	11 (♂) u'	12 (○) u	12 (○) u'	13 (×) u	13 (×) u'	14 (▽) u	14 (▽) u'
0 min.	0.16		0.90		0.02			0.63		0.39	0.58	
1	1.28		1.99		1.05			1.51		1.44	1.35	
2	.40		2.20		.20			.70		.56	.49	
3	.51		.22		.28			.81		.61	.58	
5	.62		.33		.41			1.97		.74	.67	1.77
7	.65		.35		.51			2.08		.84	.81	.87
10	.75		.39		.61			.20		1.97	1.92	1.98
15	.87		.58		.70			.38		2.11	2.06	2.12
20	1.95		.71		.80			.46		.20	.21	.25
30	2.07		.80		1.97			.62		.31	.33	.36
45	.20		.86		2.14			.81		.46	.47	.52
60	.35		2.97		.26			2.95		.57	.60	.64
90	.61		3.22		–			3.15		.78	.71	.80
2 uren	2.78		.39		.54			–		–	2.89	2.95
3	–		–		–			.41		2.92	–	
4	3.12		.60		.82			.63		3.13	3.05	3.10
5			.65		.91			.72		.21	.24	.28
6			3.65		2.98			3.81		.36	.30	.34
7								–		–	.35	.39
18								–		–	–	
19								–		–	–	
20								–		–	–	
21								–		–	–	
22								4.27		.63	–	
23								4.31		.65	.58	.63
24										.73	.63	.67
25										.78	.67	.70
26										.80	–	
27										–	.70	.73
28										–	–	
29										–	.73	.77
30										–	–	
44										3.90	–	
45											–	
46											–	
47											3.84	3.91

GROEP IV (M = 3240 gcm)

Monster no. ...

Tijd	20 (▲) u	20 (▲) u'	21 (✱) u	21 (✱) u'
0 min.	Waarnemingen in tabel-vorm zijn niet beschikbaar		1.18	
1			2.95	
2			3.29	
3			3.53	
5			.77	3.88
7			3.88	4.05
10			4.13	.27
15			.39	.50
20			.56	.67
30			4.75	4.84
45			5.00	5.07
60			.07	.19
90			.20	.32
2 uren			.46	.53
3			–	
4			.64	..72
5			.87	.93
6			5.93	6.01
7			6.01	6.08
18			–	
19			–	
20			–	
21			–	
22			–	
23			6.25	6.35
24			–	
25			.35	.40
26			.40	.47
27			–	
28			.47	.51
29			–	
30			.51	.58
44			–	
45			–	
46			–	
47			6.61	6.73

Ontlasten

Tijd	9 (□) u	9 (□) u'	10 (✿) u	10 (✿) u'	11 (♂) u	11 (♂) u'	12 (○) u	12 (○) u'	13 (×) u	13 (×) u'	14 (▽) u	14 (▽) u'
0 min.	3.12		3.65		2.98			4.31		3.90		3.91
1	2.67		.34		.63			3.96		.49	3.62	3.59
2	.64		.31		.61			.95		.46	.59	.58
3	.62		.28		.59			.93		.43	.57	.56
5	.59		.25		.56			.89		.41	.56	.55
7	.57		.23		.55			.87		.40	.55	.54
10	.55		.21		.53			.85		.39	.54	.53
15	.53		.19		.50			.84		.36	.53	.52
20	.51		.19		.48			.82		3.35	.52	.51
30	.49		.14		.45			.80		–	.51	.50
45	.47		.11		.42			.79		–	.50	.50
60	.46		3.09		.41			.76		–	.50	.49
90	.45		–		–			.74		–	.49	.46
2 uren	.43		–		–			.73		–	.46	.46
3	.43		–		–			.67		–	.46	.43
4	–		–		–			–		–	–	–
17	–		2.83		–			–		–	.35	.32
18	–				–			–		–	–	
19	2.15				.04			–		2.96	–	
20					2.03			–		–	–	
21								.53		.94	–	
22								–		.93	–	
23								–			.17	.13
24								.31			–	
25								.25			–	
26								–			3.13	3.13
30								3.21				
71											2.96	2.92

Tijd	20 (▲) u	20 (▲) u'	21 (✱) u	21 (✱) u'
0 min.			6.73	
1			.27	6.21
2			.21	.17
3			.17	.14
5			.14	.10
7			.10	.08
10			.08	.05
15			6.01	5.98
20			6.01	5.98
30			5.98	.95
45			.95	.92
60			.92	.88
90			.88	.82
2 uren			.82	.80
3			.80	.73
4			–	
5			.73	.67
6			.67	.61
7			.61	.55
18			–	
23			.39	.31
26			5.31	5.30
42			–	
71			5.05	4.99

Tabel 3.II (serie III)

Belasten

Moment	180 gcm	360 gcm	900 gcm				1800 gcm				2700 gcm				3600 gcm	
Monster Nr / Tijd	1 (♂)	2 (♉)	3 (✧)	4 (●)	5 (○)	6 (▽)	7 (◎)	8 (□)	9 (◑)	10 (✫)	11 (✇)	12 (☼)	13 (+)	14 (♂)	15 (◉)	16 (⊕)
0 min.	50	172	57	64	51	32	44	161	50	50	151	45	141	71	29	24
1	51	173	60	67	54	36	50	168	58	59	161	61	155	82	42	44
2	–	–	–	67	55	36	–	168	58	59	161	61	157	82	–	–
3	–	–	–	–	–	36	–	168	58	–	–	62	158	82	–	–
10	51	173	60	67	56	–	51	169	59	60	162	64	–	83	45	49
30	–	*174*	61	*68*	–	–	55	*170*	*60*	*61*	–	–	*161*	84	–	52
60	–	174	–	–	57	–	–	171	61	–	168	68	–	87	50	57
2 uren	51	–	–	69	–	38	–	–	63	66	–	69	162	88	53	–
3	–	175	62	–	–	–	–	–	70	–	–	–	165	89	–	–
4	52	–	62	70	–	–	58	174	–	68	173	–	–	–	56	–
6	52	176	62	71	–	40	–	176	–	–	175	–	169	94	59	–
7	–	177	63	–	–	–	60	–	–	–	–	–	–	–	–	–
24	53	178	66	76	–	44	64	184	–	75	185	83	–	105	71	93
28	–	–		–	63	–		–	78	–	–	–	–		–	–
48	54	178		81	–	48		191	–	79	194	–	–		–	–
72	–	–		–	–	50		–	88	–	–	–	–		–	–
75	–	–		–	–	–		–	–	–	204	99	–		–	–
77	54	179		85	67	–		198	–	–		–	193		–	–
96		180			69	53			92	–		–	–		117	–
100		–			–	–			–	–		–	202		–	–
120		180			72	55			96	–		–	213		–	–
140		–			–	–			100	–		–	219		–	–
144		*181*			–	57			–	–		–	–		*126*	–
146		–			73	–			–	–		–	–		–	–
150		–			–	–			–	96		–	–		–	–
168		181			75	60			–	–		117	226		143	–
170		–			–	–			109	–		–	–		–	–
192		182			–	62				102		–	–		154	132
216		182			79	–				–		–	246		*	137
240		*			–	67				–		–	*			149
250					–					111		–				–
270					–					113		–				154
290					82					115		140				
296					*					117		–				
330												145				
408												155				
435												160				

Ontlasten

Tijd	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0 min.	54		66	85		67	64	198	109	117	204	160		105		154
1	53		63	82		–	59	190	101	109	193	150		95		140
2	53		62	82		–	58	–	–	108	–	–		–		–
3	53		–	–		63	–	–	–	–	–	–		–		–
10	53		62	81		–	58	189	99	106	191	148		94		139
30	–		62	–		–	–	–	98	–	190	147		–		138
60	53		62	79		62	58	189	97	106	189	–		93		137
2 uren	53		–			–	57	189	–	105	188	–		92		–
3	–		61	–		–	–	–	96	–	–	144		–		105
4	–		61	–		–	–	–	–	–	–	–		–		133
6	–		61	–		60	56	–	–	–	–	–		–		–
7	–		–	–		–	–	–	–	–	–	–		–		–
20	52		–	78		–	–	187	–	98	183	–		–		–
24	–		60	–		59	55	–	91	–	–	135		88		114
44	51^5		–	76		–	–	183	–	–	180	–		–		–
48	–		60	–		58	53	–	86	93	–	–		85		–
69	*51*		–	–		–	–	–	84	–	177	–		–		–
72	–		59	–		57	52	–	–	–	–	125		84		105
93	50		–	74		–	–	179	–	–	173	–		–		–
96	–		–	–		56	–	–	82	–	–	122		82		102
114	–		–	73		–	–	179	80	88	170	–		–		–
120	–		58	–		55	50	–	–	–	–	–		–		98
141	50		–	–		–	–	178	–	–	–	–		–		
144			57	–		–	49	–	79	87	169	117		82		
163			–	71		–	–	177	–	–	–			–		
168			57			54	48		78	85	169			81		
192						54	48		78	84				81		
216						54	48							81		
240						54	48							81		
264							48							81		
288																
290																
312																

Opm.: Bij de experimenten zijn meer waarnemingen verricht dan in deze tabel zijn opgenomen; vanwege de grote omvang willen we hier slechts met ongeveer de helft van het aantal waarnemingen volstaan.
Bij het uit zetten van deze punten in fig. 3.5 is bij benadering aangenomen dat voor de apparaten 1, 2, 3 en 5 een graad hoekverdraaiing overeenkomt met 80 schaaldelen en voor apparaat 4 met 70 schaaldelen. *De monsters 1, 5 en 12 werden met behulp van apparaat 4 beproefd.*

* proef niet voortgezet.

SUMMARY

INVESTIGATIONS ON THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF CLAY

In order to study the rheological properties of clay, series of tests have been carried out with torsion plastometers. It is found that pottery-clay approximately can be regarded as a *Maxwell*-body. A tentative interpretation of the mechanical behaviour of clay is given, based on colloidchemical conceptions. Two rheological models have been constructed in order to describe this behaviour. Three-dimensional differential equations have been derived for the deformation of clay, in which account is taken of the effects of consolidation and of flow. Solutions have been obtained for certain boundary conditions.

The investigations described in the preceding pages have been undertaken in view of the need to get a more thorough insight into the mechanical behaviour of clay and to study the settlement due to the "secular time-effect".

The properties of clay are depending on many factors of a complex nature. In order to study the phenomena of flow as directly as possible the principles advocated by *Burgers* and *Scott Blair* * have been followed. Torsion tests have been carried out on hollow tubes of clay in order to approach the state of simple shear. Each sample was subjected to a constant shear stress for a period t', after which the load was removed. The magnitude of the shear γ was observed as a function of the time, both during and after the interval t'. In particular were measured the total shear γ_t at the end of the period t', the permanent shear γ_p remaining after unloading during a sufficiently long interval and the elastic shear γ_e as defined by $\gamma_e = \gamma_t - \gamma_p$ (fig. 2.9). Every test was performed on a fresh specimen.

The description of the plastometers used is given in chapter II. Each cylindrical sample had external and internal diameters of 3.8 and 2.6 cm, respectively, and a height of 8 cm. It was attached to metal end-pieces with the help of a hot mixture of paraffine and resin (fig. 2.1). There have been used 3 "inductive"

* Burgers, J.M., en Scott Blair, G.W.; "Report on the principles of rheological nomenclature". Proc. 1st Int. Congr. Rheol., Scheveningen 1948.

torsion plastometers (fig. 2.2) with electronic measurement of the angle of twist and 5 "mechanical" plastometers provided with dials (fig. 2.4). Angles of twist could be measured with an accuracy of 0.01 and 0.03 degree respectively.

In order to get replicable test results several precautions have been taken in the preparation of the samples. The clay paste was obtained by mixing dry clay powder with a known quantity of water. It was kneaded in a cylinder (fig. 2.7) and then pressed into hollow tubes (fig. 2.8). Hereafter the specimens were stored in a hermetically sealed case, saturated with water vapour, for a period ranging from 100 hours to a few weeks.

Three types of experiments have been carried out:

a. experiments with a loading period from 1 hour to 20 days (fig. 2.9, 3.2, 3.3 and 3.5);
b. experiments with a loading period of 1 minute (fig. 3.4 and 3.6);
c. experiments with alternating loading and unloading with 1 minute intervals (fig. 2.10 and 3.10).

Chapter III gives the results of the tests. Long duration tests have been carried out with 3 series of samples, called series I, II and III. Moments M have been applied varying from 0.18 to 5.40 kgcm, corresponding with average shear stresses $\overline{\tau}$ from 0.02 to 0.54 kg/cm^2 ($\overline{\tau} \sim M/10$). Angles of twist φ have been measured up to 7 degrees, corresponding with an average shear $\overline{\gamma}$ of 1.4 degrees ($\overline{\gamma} \sim 0.2\ \varphi$). The granular size distribution of the pottery clay in series I and II is shown in fig. 3.1; for series III, 10% clay with particles smaller than 20 μ have been added. The corresponding water contents for the series I, II, and III are 48 ± 0.5%, 45 ± 0.5% and 41 ± 0.5% dry weight, respectively.

Curves giving angles of twist φ versus time are collected in a "shear-diagram" (fig. 3.2, 3.3 and 3.5). From these diagrams other curves have been derived, viz.:

1. giving the relationship between moment M and angle of twist φ (fig. 3.7a, b, c);
2. giving the flow lines, i.e. the magnitudes of the permanent deformation φ_p as a function of the time of loading t' (fig. 3.8a, b, c);
3. (in those cases, where uniform flow is observed) giving the rate of increase of the permanent deformation $D = \partial\gamma_p/\partial t$ as a function of the shear stress $\overline{\tau}$ (fig. 3.9).

The principal test results can be summarized as follows:

1. The clay exhibits an instantaneous deformation followed by a period of retardation; the deformation gradually changes into continuous flow.
2. Up to a certain stress, called the first yield-value f_1, the deformations are negligibly small in comparison with the shears in which we are interested; they cannot accurately be detected with the apparatus used. The impression is gained that f_1 decreases during the period of loading (this was deduced from the behaviour of the M/φ curves and the recovery at stresses less than 2 times f_1). The yield-value f_1 can be lowered by increasing the water content and the clay fraction.
3. It is probable that a second yield-value f_2 can be indicated, below which deformations are practically reversible.
4. The M/φ curves and the $D/\bar{\tau}$ curves show linear relationships up to a third yield-value f_3. In the region between f_2 and f_3 the substance apparently behaves as a *Bingham* body. When the load exceeds f_3 the rate of flow increases rapidly and the relation ceases to be linear.

The following approximate values have been obtained for the 3 series:

	f_1	f_2 in kg/cm^2	f_3	η_1 poises	failure strength after a few minutes in kg/cm^2	apparatus used
Series I 1)	0.10	> 0.10	0.36	7.1×10^{13}	0.50	torsion plastometer
Series II 1)	0.06	> 0.06	0.27	2.6×10^{13}	0.45	
Series III 1)	0.00	0.02→0.035	0.36	1.3×10^{14}	0.54	
Hvorslev 2)	0.15	–	–	2.3×10^{14}	0.45	ring shear apparatus
Haefeli-Schaerer 3)	0.16	–	–	5.7×10^{13}	0.35	triaxial apparatus

1) "Pottery clay"
2) "Kleine Belt Ton" with 5 kg/cm^2 pre-consolidation load and a vertical load of 1 kg/cm^2 during the test
3) "Ziegeleiton" with 2 kg/cm^2 pre-consolidation load.

The values in the last two lines have been calculated from test data published by *Hvorslev* * and *Haefeli-Schaerer* **.

Actually f_1, f_2 and f_3 could not be measured sharply; in

* Hvorslev, M.J.; "Über die Festigkeitseigenschaften gestörter bindiger Böden", p. 71, Kopenhagen 1937.
** Haefeli, R., and Schaerer, C.; Schweiz. Bauztg. 1946, 128 (1), 82.

reality there is always a more or less gradual transition from one state to the other, so that one has to do with continuous spectra of f_1, f_2 and f_3.
The existence of the 3 yield-values could be verified by means of the experiments with alternating loading and unloading; constant moments were applied ranging from 800 to 4000 gcm.

5. After unloading an instantaneous recovery takes place followed by a period of retarded recovery; after long periods of time the recovery apparently assumes a constant value. In short duration tests φ_e exceeds 85% of the total deformation φ_t when $\bar{\tau} < f_3$.

In chapter IV a tentative interpretation is presented of the results of the tests. In the existing litterature there is a wide diversity of opinion with regards to the thickness and the rigidity of the so-called bound water layers. We are inclined to believe that bound water plays only a secondary part in the mechanical behaviour of clay, as compared with the effects of the forces between individual plate-shape clay-micelles.

The main constituent of the clay used is illite. The illite micelle (2:1 lattice-type) is regarded as having a dualistic structure with two double layers of different type. The flat surfaces of the clay bear, under the circumstances of our experiments a negative electric charge, the edges and corners a positive one. The double layers are developped in the water phase starting from these fixed layers with opposite signs. Along with the *Coulomb* repulsive and attractive forces exerted by the interpenetration of the double layers of different and equal sign, respectively, there are also the *Van der Waals-London* attractive forces. As a consequence of this interpenetration, attractive forces come into play, wherever edges and corners come into contact with flat surfaces. These contacts may be distinguished into point-contacts, type A (fig. 4.1a) and line-contacts type B (fig. 4.1b). Between the flat surfaces there will be mutual repulsion; only in cases where the flat sides are brought into very close contact with each other, the *Coulomb* repulsion can be overcome by the external forces plus the *Van der Waals-London* attraction. The contacts made in this way are called type C (fig. 4.1c); they are very strong and remain after removal of the external load.

The result is that the clay particles can form a rigid network, interconnected in several points. Due to the interaction between these contact-hinges and the mutual repulsion between the flat sides of the micelles this structure has a certain rigidity.

Actually the clay network, practically saturated with water, fills the pores in the skeleton formed by sand- and silt particles, as shown in fig. 4.2. In this complex system the distribution of stresses is inhomogeneous, so that clay plates between two neighbouring sand particles are heavily stressed (concentration of stresses), whereas clay in the pores of the sand-silt skeleton is nearly free from stresses. The yield-value f_1 should be ascribed to *Coulomb* friction between the sand and silt particles and to the rigidity of the bonds of type B in the clay between these grains. If f_1 is locally exceeded, the stress will be transferred to other parts of the skeleton and simultaneously to the initially stress-free clay in the pores of this skeleton. Ultimately nearly the whole external load is taken up by this clay and the system now exhibits a visco-elastic character. This transfer of stresses needs some time, which explains the practical fact that settlements can start a considerable time after a building is completed. So long as the stresses remain below the second yield value no bonds in the clay will be broken and all deformations will be nearly reversible. With stresses exceeding f_2, however, bonds are broken, allthough they will be formed again at other places (jumping of bonds). Viscous flow now becomes possible. Since every deformation requires displacement of the water of the system, an additional retarding effect appears in consequence of the viscous resistance of the migrating water. For stresses between f_2 and the third yield-value f_3 a stationary statistical state is possible with continuous flow at a uniform rate (*Bingham* flow). If f_3 is exceeded, more contacts are broken and no statistically equivalent bonds will be formed again; this leads to structural desintegration and ultimately to failure. As a consequence of the transfer of stresses, however, failure of the material can take place a long time after f_3 has been exceeded locally. So it is possible that dams break down years after their completion.

In chapter V we have tried to give a mathematical expression for the behaviour of the clay used. For this purpose it is convenient to construct a rheological model. The structural desintegrations, however, lead to complications.

The visco-elastic component of the behaviour of the clay of series III can be described by a 4-parameter model. The yield value f_2 can be taken into account by inserting a spring H_3 parallel to this model with the help of a "magnet" F. This "magnet" yields, when $\tau > f_2$ (fig. 5.1) and the spring is then uncoupled. The rheological equation of state of the model is given in 5.1.

The circumstance that the spring H_3 is uncoupled at a certain stress, makes that the M/φ relationships for given t in general will not be linear, unless t is very large. The rheological constants have been computed to be: $G_1 \sim 410$ kg/cm^2, $\eta_1 \sim 1.3\times10^{14}$ poises, $G_2 \sim 240$ kg/cm^2, $\eta_2 \sim 10^{13}$ poises, $f_2 \sim 0.02$ kg/cm^2 and $G_3 \sim 90$ kg/cm^2.

For series I and II a tentative model has been constructed as indicated in fig. 5.2. The model is that of fig. 5.1, combined with a *Saint-Venant* friction element. A spring H_4 is coupled parallel with this system. The lever AF' can turn freely on the hinge A. The shear is represented by the angle θ. It will be seen that the stress is concentrated on H_4, so long as the "magnet" F' holds. Deformation becomes possible when the treshold value of the friction element f_{1w} is exceeded. From fig. 5.2 it can easily be seen, that the following relation exists: $f_1 = f_{1w} + l'f_1'/l$. At $\tau_2 = f_1'$ the magnet F' yields, the spring H_4 is uncoupled and f_1 is reduced to f_{1w}. Due to the presence of the friction element the residual model always will show permanent deformations. At larger stresses H_3 also will be disconnected.

In chapter VI it is pointed out that settlements can not be computed with the help of a theory which takes account of volume-deformations only. The introduction of a three-dimensional stress-strain relation is imperative. The deformations and displacements should satisfy the conditions of compatibility. *Biot* assumes the soil skeleton to be elastic and reversible, so that his theory takes it for granted that all deformations should be limited. We are of opinion, however, that the viscosity, responsible for the "secondary time-effect", should not be disregarded. New differential equations therefore are presented, based on the assumption that the soil skeleton may be regarded as a porous *Maxwell* body, completely saturated with water. It is assumed that the clay is homogeneous and isotropic, the elastic part of the skeleton behaving reversibly and being compressible, whereas the viscous part is assumed to be incompressible. Within the validity of the first order theory the stress-strain relations are given in 6.5 and 6.5.1. It is necessary to distinguish between soil-stresses (total stresses) operating on both soil skeleton and pore-water, and effective stresses, active on the skeleton only and responsible for its deformation. Between both stresses relation 6.6.1 exists. The soil stresses are given in 6.6.2 and 6.6.3. The stress equations in terms of the effective stresses are presented in 6.6.4a. Starting from *Darcy*'s equations 6.6.6 and the condition of continuity 6.6.7, we derive the relation 6.6.8 between the rate of volume-deformation $\partial\varepsilon/\partial t$ and the water pressure σ_w. After substitution of 6.6.3 and of the conditions of compatibility 6.6.5 into 6.6.4a, we get the equilibrium equations 6.6.9, expressed in terms of the displacements u, v, and w. The result of taking the divergence of these equations is given in 6.6.9a. Introducing the coefficient of consolidation Λ (see 6.6.10), and other auxiliary coefficients α and β, we obtain 6.6.11 from 6.6.8 and 6.6.9a. In all these equations the pressure is taken positive.

Equations 6.6.9 and 6.6.11 completely determine the problem. For given boundary conditions they can be solved for u, v, w and σ_w.

In chapter VII the one-dimensional case is studied of the settlement of clay under a uniform loading of q kg/cm^2. The solution of the differential equations is given in 7.1.2.

First the settlement is computed for a semi-infinite layer; the solution is given in operator and in integral form in 7.2.1 and 7.2.2, respectively. A solution in convergent series is given in 7.2.3 and 7.2.4, and an asymptotic series, applicable for large values of the time, in 7.2.5 and 7.2.6. It is found that the settlement for a visco-elastic mass is always greater than that for a perfectly elastic mass under the same circumstances with the same compressibility and elasticity.

Next we have tried to compute the settlement for a layer with finite thickness h. The solution in operator and in integral form is given in 7.3.2a and 7.3.2b. An approximate solution in the form of a series could be obtained by replacing $(g^2\omega + 1)/(\omega + 1)$ by a constant Υ. For large values of $K\Theta t/h^2\Upsilon$ formula 7.3.5a is suitable; for small values of $K\Theta t/h^2\Upsilon$ formula 7.3.5b is very convenient. It may be noted, that the settlement for the infinite mass of soil is $1/g$ times the amount predicted by *Biot*; for the layer with finite thickness the settlement is $1/g^2$ times the settlement according to *Biot*; for fat clays $1/g^2 \sim 1.2$ to 1.4.

In chapter VIII the two-dimensional case is studied of a layer of clay with thickness h, resting on impermeable, solid rock. Starting from the general solution 8.2.2 the settlement under a cosinusoidal load is obtained (8.3.1). It is assumed that the water can escape freely at the upper surface; both upper and lower surface of the layer are considered to be frictionless. The deflection is calculated for very large values of the time; in this case 8.3.1 is transformed into a series of operator forms (8.4). Only the first two terms are important, the first one representing the effect of the continuous flow ("secular time-effect"), and the second one giving the effect of the consolidation. It is shown that the third and further terms may be neglected. The corresponding time-functions $F_1(t)$, $F_2(t)$ and $F_3(t)$ are given in 8.4.2a, b and c respectively.

Finally a solution is obtained for a rectangular load with breadth 2L; the result is given in operator form in 8.5. The settlement due to flow is called w_1^* and is represented by 8.5.3a. valid for $x > L$.

For large values of h, w_1^* can be approximated by the expressions 8.5.3b. The settlement due to consolidation, w_2^*, is given by 8.5.5; the expressions $\mathfrak{J}_{21}$ and $\mathfrak{J}_{22}$ are written out in 8.5.4a and b, they can be computed numerically by *Filon's* method *. The result for the total settlement is summarized in 8.6. In all formulas the settlement is obtained as the difference of 2 terms, one referring to $\delta_2 = (x+L)/h$, the other one to $\delta_1 = (x-L)/h$.

In chapter IX we have tried to discuss the effect of hardening due to consolidation. In reality all physical quantities are influenced by the local volume-deformations. If it is assumed that only K and η are varying, in such a way that the product $K\eta$ remains constant, the settlement can be obtained from 9.2. If further it is assumed that the volume-deformations are homogeneously distributed troughout the whole mass of soil, the solution for small values of the time is represented by 9.3.2. Assuming, that $\eta^* = \eta_o(1+m\underline{\varepsilon})$, the relationship between the auxiliary variable T and the time t is given in 9.3.5. For large values of the time the settlement approaches to a constant value and the T/t relationship follows from 9.3.7. In two-dimensional cases the time function for flow is given in 9.3.8.

---

* Tranter, C.J.; "Integral Transforms in Mathematical Physics", p. 67, London 1951.

LIST OF SYMBOLS USED

$a = 6\eta(1+\nu_e)$
$b = 6\eta(1-\nu_e)$
$d^2 = \Phi^2/t' = h^2\Upsilon/K\Theta t$
$E = 2G(1+\nu_e)$; *Young*'s modulus
f_1, f_2, f_3 = first, second, third yield-value
$F_1(t), F_2(t), F_3(t)$ = time functions 8.4.2a,b,c
G = shear modulus
$g^2 = a/3b = (1+\nu_e)/3(1-\nu_e)$
h = thickness of clay-layer
k = *Darcy*'s permeability of soil skeleton
$K = k/\eta_w$
$2L$ = breadth of foundation
m = coefficient of hardening due to consolidation
M = torsional moment
$p = \partial/\partial t$; *Heaviside*'s operator
q = uniform vertical load in kg/cm^2
t = time
t' = duration of loading
$t' = g^2 t/\mu$ (Chapter VII)
u, u' = reading mechanical plastometers before and after activation (Tabel 3.I)
u, v, w = components of displacement
$\dot{u}_w, \dot{v}_w, \dot{w}_w$ = velocity components pore-water
w_o = settlement in one-dimensional case
$w^* = w_1^* + w_2^*$
w_1^* = settlement due to flow ("secondary time-effect")
w_2^* = settlement due to consolidation
x, y, z = Cartesian coordinates.

$\alpha = (ap+3E)/3\Theta(bp+E)$
$\beta^2 = \alpha p/K = (ap+3E)p/\Lambda(bp+E)$
γ = shear
γ_t = total shear
γ_e = elastic shear
γ_p = permanent shear
$\bar{\gamma}$ = average shear
$2\gamma_{xy} = -(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x)$, cycl.; components of shear

$\delta_1 = (x-L)/h$

$\delta_2 = (x+L)/h$

$\varepsilon = 3\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$; volume deformation

$\varepsilon_x = -\partial u/\partial x$, cycl.; normal components of deformation

$\zeta = \omega E/b = \omega g^2/\mu$

η = viscosity

$\Theta = 2G(1+\nu_e)/3(1-2\nu_e)$; compression modulus

$\varkappa = 3\eta$

$\lambda = \eta_2/G_2$; time of retardation

$\Lambda = 3K\Theta$; coefficient of consolidation

$\mu = \eta_1/G_1$; time of relaxation

$M^2 = \Omega^2 + \beta^2$

ν_e = *Poisson*'s ratio elastic part of the soil skeleton

$\nu = (2\nu_e\varkappa p+E)/2(\varkappa p+E)$

$\xi = \Omega h$

$\Xi = 2\psi(1+\nu)$

$\bar{\sigma} = (\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)/3$; hydrostatic stress

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = normal components of total stress

σ_{eff} = effective stress

σ_w = waterpressure

τ = shear stress

$\bar{\tau}$ = average shear stress

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ = components of shear stress

$\Upsilon = (g^2\omega+1)/(\omega+1)$ = constant

φ = angle of twist

φ_t = total angle of twist

φ_e = elastic part of φ_t

φ_p = permanent part of φ_t

$\Phi^2 = h^2g^2\Upsilon/K\Theta\mu$

$\psi = \eta Gp(\eta p+G)$

ω = complex number

$\Omega = 2\pi$/wave-length

Tabel 2.I

IJKING INDUCTIEVE PLASTOMETERS

I.P. No 1

Meetschijf (10)	Meetkast (met 13c op nul) stap (13a)	schaal (13b)
121°	VIII	20
120°	"	103
119°	"	179
118°	"	266
(VIII + 299 = IX + 7)		
117°	IX	47
116°	"	127
115°	"	202
114°	"	287
(IX + 298 = X + 6)		
113°	X	85
112°	"	176
111°	"	252
(X + 304,8 = XI + 0,8)		
110°	XI	39
109°	"	117
108°	"	198
107°	"	289
(XI + 297 = XII + 4)		
106°	XII	79
105°	"	147
104°	"	232
(XII + 299 = XIII + 7)		
103°	XIII	26
102°	"	110
101°	"	189
100°	"	279

Nulpunt: XI – 1.6

I.P. No 2

Meetschijf (10)	Meetkast (met 13c op nul) stap (13a)	schaal (13b)
108°	VIII	17
107°	"	93
106°	"	176
105°	"	264
(VIII + 297 = IX + 6)		
104°	IX	53
103°	"	143
102°	"	224
(IX + 297 = X + 5)		
101°	X	20
100°	"	105
99°	"	195
98°	"	283
(X + 301,4 = XI – 0.8)		
97°	XI	66
96°	"	153
95°	"	235
(XI + 297 = XII + 5)		
94°	XII	17
93°	"	89
92°	"	191
91°	"	294
(XII + 297 = XIII + 2)		
90°	XIII	65
89°	"	145
88°	"	230

Nulpunt: XI – 1.6

I.P. No 3

Meetschijf (10)	Meetkast (met 13c op nul) stap (13a)	schaal (13b)
90°	VIII	0
89°	"	82
88°	"	166
87°	"	247
(VIII + 297 = IX + 6)		
86°	IX	29
85°	"	110
84°	"	196
83°	"	228
(IX + 298 = X + 6)		
82°	X	75
81°	"	145
80°	"	233
79°	"	300
(X + 303,6 = XI + 0.0)		
78°	XI	103
77°	"	185
76°	"	267
(XI + 297 = XII + 1)		
75°	XII	57
74°	"	140
73°	"	212
72°	"	300
(XII + 300 = XIII + 8)		
71°	XIII	88
70°	"	172
69°	"	252

Nulpunt: XI – 1.6

I.P. No 4

Meetschijf (10)	Meetkast (met 13c op nul) stap (13a)	schaal (13b)
136°	VIII	42
135°	"	131
134°	"	202
133°	"	270
(VIII + 296 = IX + 3)		
132°	IX	44
131°	"	102
130°	"	187
129°	"	260
(IX + 298 = X + 7)		
128°	X	40
127°	"	117
126°	"	184
125°	"	255
(X + 299 = XI + 3)		
124°	XI	25
123°	"	95
122°	"	170
121°	"	242
(XI + 298 = XII + 6)		
120°	XII	29
119°	"	97
118°	"	159
117°	"	230
116°	"	300
(XII + 300 = XIII + 7)		
115°	XIII	80
114°	"	153
133°	"	224

Nulpunt: XI – 1.6

I.P. No 5

Meetschijf (10)	Meetkast (met 13c op nul) stap (13a)	schaal (13b)
136°	VIII	0
135°	"	84
134°	"	164
133°	"	246
(VIII + 298 = IX + 6)		
132°	IX	30
131°	"	111
130°	"	195
129°	"	280
(IX + 298 = X + 6)		
128°	X	70
127°	"	149
126°	"	223
125°	"	300
(X + 302,4 = XI – 1.2)		
124°	XI	83
123°	"	172
122°	"	253
(XI + 297 = XII + 5)		
121°	XII	43
120°	"	133
119°	"	212
118°	"	300
(XII + 300 = XIII + 8)		
117°	XIII	89
116°	"	171
115°	"	251

Nulpunt: XI – 1.6

NA AFLOOP DER PROMOTIE RECEPTIE
IN DE AULA — OUDE DELFT No. 118

S T E L L I N G E N

1. In gevallen waarbij de belasting zo snel wordt aangebracht dat versteviging als gevolg van drainage van het poriënwater niet kan optreden, kan het grensspanning-criterium voor isotrope, vette kleigronden waarschijnlijk geschreven worden in de vorm:

$$f(J_2) = C,$$

waarbij J_2 de tweede invariant van de spanningstensor en C een materiaalconstante voorstelt, die afhankelijk is van de voorgeschiedenis. Onder grensspanning-criterium wordt hier verstaan een ruimtelijke voorwaarde voor de derde drempelwaarde f_3. Neemt men veiligheidshalve aan dat het materiaal geen trekspanningen kan opnemen, dan moet men alleen het gedeelte van het grensspanning-oppervlak beschouwen voor drukspanningen.

2. De gedachtengang van *Kano Hashino* „A fundamental theory of plastic deformation and breakage of soil", is onjuist. Dit is op physische en mathematische gronden te verklaren.

   Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. vol. I p. 93 R'dam 1948.

3. De onderstelling van *Takeo Mogami* om klei te benaderen door een incompressibel visco-elastisch (*Kelvin*) materiaal is op grond van physische overwegingen niet goed te keuren. De vermeende overeenstemming tussen zijn formules met de metingen van *Housel* berust op een vergissing; deze meetresultaten tonen juist aan, dat zijn differentiaal-vergelijkingen niet geldig zijn.

   Proc. 2nd Int. Conf. Soil.Mech. vol. I p. 55 R'dam 1948.

4. De conceptie van *Rosenqvist*, dat het plotseling vloeibaar worden van kleimassa's in de natuur veroorzaakt wordt door het wegspoelen der in het poriënwater opgeloste zouten (leaching) is terecht. Een verklaring voor de uitwerking hiervan op het plotseling in beweging komen der kleimassieven, kan worden gegeven aan de hand van de gedachtengang in hoofdstuk IV van deze dissertatie.

   Geotechnique vol. III p. 195, 1953.

5. De mogelijke aanwezigheid van dunne lagen gebonden water geeft nog geen reden om de mechanische eigenschappen van de klei volledig hieraan toe te schrijven; naar alle waarschijnlijkheid is hun invloed zelfs slechts secundair.

6. Uit hun „green compression-tests" op mengsels van montmorilloniet en zand meenden *Grim* en *Cuthbert* te kunnen concluderen dat een maximale breukvastheid wordt verkregen, indien de kleideeltjes omhuld zouden zijn door een waterlaag, welke vier moleculen dik zou zijn. Volgens deze auteurs zouden deze proeven een steun vormen voor de gedachtengang, dat het water gebonden aan het oppervlak der kleimicellen in een andere physische toestand zou verkeren dan vloeibaar water. Naar onze mening zijn deze experimenten te ruw om een dergelijke verregaande conclusie mogelijk te maken.
J. Am. Ceram. Soc., **28**, 90, 1945.

7. Voor keramische doeleinden heeft het voorverwarmen van de klei vóór de mechanische verwerking voordelen boven het gewone procédé, waarbij bij normale temperatuur gewerkt wordt. Het gunstige effect treedt des te sterker naar voren, naarmate het relatief verdampinsoppervlak groter is.

8. De meeste proeven in de grondmechanica zijn vanuit theoretisch standpunt zo gecompliceerd, dat een degelijke analyse der proefresultaten problematisch, zo niet onmogelijk is.

9. Uit de ijkingslijn van het celapparaat (steunspanning versus volumedeformatie drukruimte) kan worden afgeleid, dat de helling der „*Mohrse* omhullende" voor een gegeven kleisoort, afhankelijk is van de stijfheid van de drukruimte en de afmetingen der monsters. De met het celapparaat verkregen „omhullende" heeft niets te maken met de omhullende zoals bedoeld wordt in de breukhypothese van *Coulomb*; dientengevolge mogen de verkregen meetresultaten niet worden gebruikt voor berekeningen, gebaseerd op de theorie van het limiet evenwicht.

10. Het karakteriseren van het korrelskelet uitsluitend door een doorlatendheid en compressibiliteit, in de theorie van *Von Terzaghi* is te beperkt. Dit tekort komt nog sterker naar voren indien men deze theorie probeert uit te breiden tot meerdere dimensies.

11. De viscositeit vormt een onmisbaar deel van het complex van rheologische grootheden van de grond en kan in berekeningen niet worden verwaarloosd.

12. De operatoren-rekening is voor ingenieurs een machtig hulpmiddel; in gecompliceerde gevallen waarbij de bewerkingen niet meer zijn te overzien, verdient het echter aanbeveling over te gaan op contourintegralen.

13. Kosteloos onderwijs kan zowel op morele als op utiliteitsgronden worden verdedigd.

14. In zijn boek „De komende Europese mens" typeert *Walter Schubart* de Chinees als behorende tot het harmonische type. Naar onze mening is hij tot deze uitspraak slechts gekomen door middel van de Chinese klassieken. De statische typering van een volk is niet juist; *Schubart* houdt te weinig rekening met het feit, dat de maatschappelijke en morele toestand van het volk sterk afhankelijk is van de wereldstromingen.