

R000 12

ministerie van verkeer en waterstaat

rijkswaterstaat



directie **friesland** rijkswaterstaat

**ANALYSE LIGGING KUSTLIJN FRIESE  
WADDENEILANDEN MET EXTRAPOLATIES**

Rapport ANW 88-35

december 1988

auteur : ing. F. IJnsen

programma's: J.M. v.d. Boogert

databestand: P. Noordstra en D. van Sijp

bijlagen : 24

RIJKSWATERSTAAT, directie FRIESLAND

<u>INHOUD</u>	pag.
1 Inleiding	3
2 Waarnemingsmateriaal	4
2.1 Strandmetingen	4
2.2 Meetreeksen	4
3 Analyse van de tijdreeksen	7
3.1 Het statistische karakter van de reeksen	7
3.2 Tijdreeksanalyse	9
3.2.1 Schatting van de primaire oscillatie in restreeks I	11
3.2.2 Schatting van de volgende oscillaties	13
3.2.3 Afbreekcriterium voor het aantal oscillaties	15
4 Extrapolatie van de tijdreeksen	20
5 Automatisering van het onderzoek	22
6 Nabeschouwing en samenvatting	23
Toegepaste symbolen en notaties	26
Literatuur	28
Bijlagen	29

## ANALYSE LIGGING KUSTLIJN FRIESE WADDENEILANDEN MET EXTRAPOLATIES

### 1 Inleiding

In opdracht van de hoofddirectie van de Rijkswaterstaat dient een beleidsanalytische studie naar de verdediging van de zandige Noordzeekust van Nederland te worden verricht. Dit onderzoek geschiedt in het kader van het landelijke project "Nota Kustverdediging". Via een behandeling door de Tweede Kamer en het Kabinet kan het rijksbeleid op grond van deze studie worden vastgesteld. Met de realisering van de bedoelde nota is de dienst Getijdewateren (DGW) van de Rijkswaterstaat belast. Alle kustdirecties moeten daarin een bijdrage leveren, welke voornamelijk bestaat uit het voorspellen van de toekomstige ligging van de kustlijn in de door die directies beheerde kuststroken. Wat de directie Friesland betreft, zijn dit de Noordzeekusten van de Waddeneilanden Vlieland, Terschelling, Ameland en Schiermonnikoog. Door deze directie zijn inmiddels de notities ANW 88-16 en ANW 88-16<sup>a</sup> uitgebracht, welke respectievelijk in juni en oktober 1988 zijn verschenen. In deze notities is de verwachte ligging van de kust in de toekomstige jaren 1990, 1995, 2000, 2010, 2020, 2050 en 2090 neergelegd. De laatstgenoemde notitie is een update van de eerste omdat hierin de verkregen resultaten een voorlopig karakter droegen en omdat er in de aanpak van het onderzoek tussentijdse veranderingen en wijzigingen zijn aangebracht. Het verloop van het onderzoek en de toegepaste methoden zijn in de notities in verbale termen geschetst; de eerste notitie (ANW 88-16) kan inhoudelijk als gedeeltelijk achterhaald worden beschouwd. Dit geldt tevens voor enkele aspecten en de resultaten van de tweede notitie (ANW 88-16<sup>a</sup>).

In rapport ANW 88-44 worden deze notities met de voorlopige resultaten samengevat terwijl daarin enkele gezichtspunten van dit rapport (ANW 88-35) zijn toegevoegd.

In het voorliggende rapport zijn de mathematisch-statistische methoden van analyse en extrapolatie van het beschikbare waarnemingsmateriaal herzien en als zodanig aan de orde gesteld.

De analyse en de resultaten van de extrapolaties hebben betrekking op de ligging van de kustlijn, waarvoor hier de gemiddelde afstand tussen de hoog- en laagwaterlijn tot aan de hoofdmeetlijn is genomen. Onder "kustlijn" wordt in dit rapport dus de ligging van punten halverwege het natte strand verstaan.

## 2 Waarnemingsmateriaal

### 2.1 Strandmetingen

In de vorige eeuw is men begonnen om de ligging van de gemiddelde hoog- en laagwaterlijn alsmede de duinvoet op systematische basis éénmaal per jaar door opmeting vast te leggen aan het strandraaiensstelsel.

De meetraaien lopen in zeewaartse richting en staan loodrecht op een denkbeeldige lijn, getrokken door de RijksStrandPalen.

Deze waarnemingen werden jaarlijks verricht in elke kilometerraai en daarna ingeschreven in de z.g. "Strandmeetregisters". De beginjaren, waarin deze strandmetingen van start gingen, zijn voor de eilanden:

- Vlieland            1859
- Terschelling      1858
- Ameland            1880
- Schiermonnikoog 1880

De situatie van deze eilanden met de RSP-lijnen is weergegeven op de bijlagen 1 en 2. De traditie van deze jaarlijkse strandmetingen is voortgezet tot en met het jaar 1963. Vanaf 1964 werden op Ameland en Schiermonnikoog en vanaf 1965 op Vlieland en Terschelling de jaarlijkse kusthoogte- en dieptemetingen uitgevoerd op uitgebreidere schaal door middel van waterpassingen en lodingen. Deze latere meetgegevens zijn opgenomen in het landelijke databestand "JARKUS". Uit dit bestand konden de bovengenoemde "traditionele" meetreeksen tot en met het jaar 1986 worden aangevuld tot de meetreeksen, waarop dit onderzoek zal berusten.

### 2.2 Meetreeksen

Ten behoeve van dit onderzoek is het noodzakelijk om homogene en gevalideerde meetreeksen te verkrijgen. Dit doel is bereikt door diverse correcties op de meetgegevens toe te passen en die nodig zijn als gevolg van veranderingen aan de raaiensstelsels, welke in het verleden werden uitgevoerd.

Vervolgens zijn de aldus gecorrigeerde meetreeksen opgenomen in het databestand van de directie Friesland. Deze reeksen zijn te beschouwen als tijdreeksen en kunnen als zodanig voor elke raai afzonderlijk in de vorm van een grafiek worden weergegeven.

Zulke grafieken, waarin de jaarlijkse afstanden van de hoog- en laagwaterlijn alsmede van de duinvoet tot de hoofdmeetlijn (RSP-lijn) als ordinaten zijn uitgezet tegen de jaartallen als abscissen, worden ook wel "bliksemgrafieken" genoemd, omdat het verloop van de aaneenschakeling van verbindingslijntjes tussen de punten in de grafiek een dergelijke verschijningsvorm suggereert, zie bijlage 3. Op deze bijlage zien we als voorbeeld de grafische presentatie van de meetreeksen van de laagwater (LW)-, hoogwater (HW)- en duinvoet (DV)- lijn, 1858-1986, raai 10 van Terschelling.

In notitie ANW 88-16 zijn de drie meetreeksen onafhankelijk van elkaar geanalyseerd en geëxtrapoleerd. Omdat er vooral een sterke samenhang bestaat tussen de meetreeksen van de HW- en LW-lijn, is in notitie ANW 88-16<sup>a</sup> de procedure beschreven, waarbij, wat de analyse en extrapolatie betreft, is uitgegaan van één representatieve reeks, waarvan de elementen de gemiddelden zijn van de simultaan gemeten afstanden  $X(HW)$  en  $X(LW)$  van respectievelijk de hoog- en laagwaterlijn tot de hoofdmeetlijn in een raai. Deze nieuwe reeks duiden we aan met "M-reeks" welke ongeveer het verloop van de afstanden van het middenstandvlak tot aan de hoofdmeetlijn weergeeft. Deze afstanden komen ook overeen met die van het midden van het natte strand tot aan de hoofdmeetlijn (zie bijlage 4). De meetreeksen van de HW-, LW- en DV-lijn worden hier verder buiten beschouwing gelaten. Voor een element van de M-reeks geldt:

$$X(M)_i = \frac{1}{2} \left\{ X(HW) + X(LW) \right\}_i \quad (1)$$

Om de schrijfwijze te verkorten, duiden we de elementen  $X(M)_i$  van de M-reeks verder aan met de notatie:  $X_i$ .

Het zijn de discrete  $\{X_i\}$ -reeksen, welke voor ieder eiland en voor elke raai uit het beschikbare waarnemingsmateriaal zijn samengesteld en die in dit rapport worden geanalyseerd en geëxtrapoleerd.

De reeksen zijn te beschouwen als steekproeven uit het verloop van de kustlijn in een veel langer tijdvak, dat zich uitstrekt van het verre verleden tot in de verre toekomst. In het verleden, dat aan de geregelde strandmetingen voorafging, is de ligging van de kustlijn wel vaag en globaal uit historische gegevens te reconstrueren, doch het toekomstige beeld is in duistere nevelen gehuld. Getracht zal worden om daarin wat licht te brengen.

Voor één of meer raaien van de eilanden Vlieland, Terschelling en Ameland kunnen de beschikbare meetreeksen echter niet volledig of in het geheel niet worden geanalyseerd en geëxtrapoleerd. Dit geldt voor de reeksen van raaien, welke gelegen zijn in kustgedeelten, waar verdedigingswerken zijn uitgevoerd en/of waar een plaatverhelings heeft plaats gevonden.

- . Binnen het tijdvak waarin de metingen zijn verricht, zijn aan de kust van Vlieland strandhoofden aangelegd. Voor de raaien 45 t/m 52.89 zal de analyse en extrapolatie daarom betrekking moeten hebben over de tijdvakken na voltooiing van die hoofden (1866 - 1920), welke voor de diverse raaien verschillend zijn en die op de bijlagen 12 en 17 tot uiting komen. In het gebied van de raaien 41 en 42 zijn in 1956 nog strandhoofden aangelegd, zie bijlage 2.
- . Een geheel ander geval van discontinu gedrag doet zich voor aan de westkust van Terschelling, waar in het begin van de waarnemingsperiode een plaatverhelings tot stand is gekomen. In de meetreeksen van de betreffende raaien is als gevolg daarvan een "sprong" ontstaan, welke aanwijsbaar is tot in raai 6. In verband daarmee worden die meetreeksen geanalyseerd en geëxtrapoleerd vanaf het jaartal waarin de meetreeks na de sprong op een ander (hoger) niveau is gekomen (bijl. 13 en 18).
- . Aan de zuidwestkust van Ameland heeft men in de 40-er en 50-er jaren de sterke achteruitgang van de kust tot staan gebracht door middel van een stelsel van vaste punten en een onderzeese oeververdediging. Deze verdediging strekt zich uit tot voorbij de oorspronkelijke positie van KM-paal 1 aan de westkop van het eiland. Later heeft men ter plaatse een strandverdediging gemaakt met kunstmatig zeewier, slakkenvelden, paalrijen en een stenen dam. Bovendien heeft raai 1 sedert het begin van de JARKUS-metingen een andere plaats gekregen op ongeveer 500 m ten noorden van de oorspronkelijke positie, zodat er in feite sprake is van twee verschillende meetreeksen voor deze "raai". Raai 1 van Ameland wordt daarom verder in dit onderzoek buiten beschouwing gelaten.

### 3 Analyse van de tijdreeksen

#### 3.1 Het statistische karakter van de reeksen

De ligging van de M-lijn in een bepaalde raai is een continu proces omdat de ligging  $X_t$  afhankelijk is van de tijd ( $t$ ). De ligging wordt bepaald door de aan- en afvoer van zand. Is deze aanvoer groter dan de afvoer, dan verplaatst de M-lijn zich zeewaarts en in het tegenovergestelde geval landwaarts.

In het  $X_t$ -proces spelen de veranderingen zich af over alle mogelijke tijdstrajecten, variërend tussen enkele uren en veelvoudigen van eeuwen. De waarnemingen aan dit proces hebben echter plaatsgevonden op jaarlijkse, dus discrete tijdstippen.

Deze waarnemingen leveren de discrete  $\{X_i\}$  -reeksen, waarin de meest kleinschalige en voor dit onderzoek minder interessante eigenschappen niet meer tot uiting komen want daarvoor is de jaarlijkse tijdstap van de bemonstering veel te groot. Het zijn daarentegen de veranderingen, welke zich afspelen op tijdschalen van decennia en eeuwen, welke voor dit onderzoek belangwekkend zijn.

Gesproken in de termen van de tijdreeksanalyse behoren de te onderzoeken reeksen tot het niet-stationnaire type. Afhankelijk van plaats en eiland vertonen de reeksen stijgende of dalende trends alsmede allerlei schommelingen van primaire en hogere orden. Gelet op de langere tijdstrajecten, welke voor dit onderzoek van belang zijn, worden hier de kort-fluctuerende onregelmatige bewegingen beschouwd als een stochastisch residu (ruis). Waar de grens moet worden gelegd tussen het deterministische en het stochastische aandeel, zal nader worden gepreciseerd. Afhankelijk daarvan dienen de deterministische bijdragen in de tijdreeksen te worden opgespoord om de voorspellingen van de ligging van de kustlijn door middel van extrapolatie mogelijk te maken conform de eerder geformuleerde opdracht.

Extrapolatie houdt onvermijdelijk in, dat de hypothese gesteld moet worden, dat de deterministische bijdragen tijd- stabiele eigenschappen behoren te bezitten.



Vindt men in een reeks bijvoorbeeld een sinusoidale oscillatie met amplitude  $A$  en periode  $T$ , dan moet op grond van die hypothese worden verondersteld, dat die oscillatie zich in de toekomst met gelijkblijvende parameters zal voortplanten. Het zal duidelijk zijn, dat deze hypothese de zwakke schakel vormt in het gehele onderzoek; de kans bestaat namelijk, dat aperiodieke oscillaties ten onrechte worden beschouwd als periodieke, ondanks het feit dat deze binnen het beschouwde tijdvak (de lengte van de reeks) significant zijn.

Daar staat echter tegenover, dat de eigenschappen van de reeks van één raai niet onafhankelijk zijn van die van naburige raaien.

Met behulp van de kruiscorrelatie-methode is namelijk een zeer sterke raai-op-raai persistentie aangetoond langs de gehele Noordzeekust van elk Waddeneiland. Zo blijken veranderingen in de buitenste raaien zich min of meer regelmatig langs de kust voort te planten.

Op de bijlagen 5 tot en met 8 komt dit verschijnsel - de verplaatsing van "zandgolven" genoemd - duidelijk tot uiting. Voor de vier eilanden zijn op die bijlagen in een twee-dimensionaal veld de transgressie (zee-waartse verplaatsing) en retrogressie (landwaartse verplaatsing) van de M-lijn als functie van plaats (raaien) en tijd (jaartallen) weergegeven. Om deze verplaatsingen grafisch duidelijk tot uiting te laten komen, zijn door een optimale filtering de meetreeksen voor een belangrijk deel van de ruis ontdaan.

Bij de langste eilanden Terschelling en Ameland lijken de zandgolven zich van de beide uiteinden naar het midden van het eiland te verplaatsen en daar "uit te sterven". Langs de kusten van Vlieland en Schiermonnikoog is klaarblijkelijk alleen een voortplanting van west naar oost het geval, waarbij de verplaatsingsnelheid bij Schiermonnikoog het geringst is.

Of het nu een momentopname is of een grafische voorstelling van verplaatsingen in de tijd, er is steeds sprake van een bepaald PATROON met een geleidelijk verloop van raai naar raai. Een dergelijk patroon, dat is opgebouwd uit de parameterbijdragen van elke raai, zal in de toekomst, waar naar geëxtrapoleerd zal worden, ook aanwezig zijn. Dit betekent, dat de extrapolaties van de meetreeksen, welke in een tweedimensionaal veld bij elkaar worden gebracht nooit een chaotisch beeld kunnen opleveren, waarin geen patroon meer valt te herkennen. PATROONHERKENNING zou men dus kunnen beschouwen als een globaal middel tot eindcontrôle op de extrapolaties ondanks de subjectieve bezwaren die daar nog aan kleven. Fysisch inzicht en morfologische deskundigheid zijn daarbij onontbeerlijk.

De statistische bezwaren zullen dus moeten worden afgewogen tegen de hechtheid van de morfologische beschouwingen. In het kader van deze deel-rapportage kan op dat aspect van het onderzoek echter niet verder worden ingegaan.

### 3.2 Tijdreeksanalyse

We gaan er van uit, dat het  $X_t$ -proces bestaat uit een combinatie van een aantal deterministische bijdragen  $D_t$  en een onafhankelijke stochastische component  $\epsilon_t$  :

$$X_t = D_t + \epsilon_t \quad (2)$$

Voor een element van de te onderzoeken discrete tijdreeksen  $\{X_i\}$  geldt dienovereenkomstig:

$$X_i = D_i + \epsilon_i \quad (3)$$

Hierin wordt de bijdrage  $\epsilon_i$  verder als ruis beschouwd. Aan de bijdrage  $D_t$  in (2) kan een polynoom worden aangepast van de vorm:

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_p t^p \quad (4)$$

Hoe hoger de graad  $p$  van een polynoom wordt genomen, hoe beter de aanpassing is. De constanten  $a_0 \dots a_p$  zijn de schattingen van de parameters, die met behulp van de kleinste kwadratenmethode, toegepast in een  $(p+1)$ -dimensionaal regressiemodel, uit de  $\{X_i\}$ -reeks worden berekend. De beide eerste termen in (4) vormen de bijdrage van een lineaire, i.c. seculaire trend.

Omdat hiervóór reeds is gesproken over "oscillaties en zandgolven" wordt bij dit onderzoek in plaats van een polynoom-aanpassing uitgegaan van een aanpassing, welke bestaat uit een aantal sinusoïdale componenten (oscillaties) met verschillende perioden ( $T$ ), amplituden ( $A$ ) en fasen ( $\varphi$ ).

Van deze oscillaties wordt verwacht, dat ze tijdstabiele eigenschappen bezitten en derhalve extrapoleerbaar zijn. Deze sinusoidale bijdragen zijn gesuperponeerd op de lineaire trend. Trend en oscillaties vormen gezamenlijk het deterministische gedeelte ( $D_t$ ) van een reeks. Aan de te onderzoeken en te extrapoleren reeks  $\{X_i\}$  wordt op grond van deze beschouwingen het volgende signaal aangepast:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 t + \sum_{j=1}^k \left\{ A_j \cos(\omega_j t + \varphi_j) + \gamma_j \right\} \quad (5)$$

waarin:

$\alpha_0 + \alpha_1 t$  = aandeel van de lineaire seculaire trend

$\omega_j$  = hoekfrequentie van de j-de component =  $\frac{2\pi}{T_j} = \frac{360^\circ}{T_j}$

$\gamma_j$  = niveau van de j-de component

k = aantal componenten: I, II, III.....j.....k

t = tijd in jaren

Om de k bijdragen, waaruit de laatste term in (5) is opgebouwd, uit het waarnemingsmateriaal te kunnen determineren, moet daaruit eerst de aangepaste lineaire seculaire trend worden verwijderd. Dit aanpassen geschiedt door toepassing van de kleinste kwadraten-methode op de oorspronkelijke M- c.q.  $\{X_i\}$  -reeksen. Als voorbeeld geeft bijlage 9 van het eiland Terschelling de M-reeks van raai 8 met de aangepaste lineaire seculaire trend. De lineaire regressieberekening levert de schattingen  $\alpha_0$  en  $\alpha_1$  van respectievelijk het intercept  $\alpha_0$  en de regressiecoëfficiënt  $\alpha_1$ . De regressie heeft daarbij betrekking op de twee-dimensionale steekproef met elementen  $\{X_i, t_i\}$ . Is  $J_1$  het eerste jaartal van de  $\{X_i\}$ -reeks en  $J_N$  het laatste, dan geldt voor het tijdstip  $t_i$  de betrekking:

$$t_i = J_i - J_1 \quad (6)$$

Wordt aldus de  $\{X_i\}$  -reeks ontdaan van de lineaire trend:

$$y_0 = a_0 + a_1 (J_i - J_1) , \quad (7)$$

dan ontstaat de eerste restreeks (restreeks I):

$$\{Y_{I_i}\} = \{X_i - y_{0_i}\} \quad (8)$$

Voor een element  $Y_{I_i}$  van die restreeks geldt:

$$Y_{I_i} = \sum_{j=1}^k [A_j \cos \left\{ \frac{360}{T_j} (J_i - J_1) + \varphi_j \right\} + \gamma_j] + \epsilon_i \quad (9)$$

Deze restreeks heeft een gemiddelde met verwachting  $\bar{Y}_{I_i} = 0$  en een standaarddeviatie  $s(Y_{I_i})$ . Omdat de aard en de samenstelling van deze restreeks zodanig is, dat daarin geen grondperiode kan worden vastgesteld, kan de methode van harmonische analyse daarop niet worden toegepast. Bij dit onderzoek wordt daarom een stapsgewijze methodiek gevolgd waarbij uit successievelijke restreeksen telkens één oscillatie wordt geschat met behulp van statistische methoden. Wat hiermee precies wordt bedoeld, zal blijken uit de procedure, welke in de volgende subparagrafen wordt behandeld.

### 3.2.1 Schatting van de primaire oscillatie in restreeks I

Veronderstel, dat de restreeks  $\{Y_{I_i}\}$  (8) een sinusoïde bevat van de algemene gedaante:

$$y = A \cos (\omega t + \varphi) + \gamma \quad (10)$$

Voor (10) kan ook worden geschreven:

$$y = (A \cos \varphi)(\cos \omega t) + (A \sin \varphi)(-\sin \omega t) + \gamma \quad (10a)$$

Voor de gelijkstelling:  $A \cos \varphi = \beta_1$ ,  $\cos \omega t = x_1$ ,  $A \sin \varphi = \beta_2$  en  $-\sin \omega t = x_2$  ontstaat het drie-dimensionale regressiemodel:

$$y = \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \gamma \quad (11)$$

met de verklarende variabelen  $x_1$  en  $x_2$ , waarvoor volgens (5) en (6) geldt:

$$x_{1i} = \cos \left\{ \frac{360^\circ}{T} (J_i - J_1) \right\} \quad (12)$$

$$x_{2i} = -\sin \left\{ \frac{360^\circ}{T} (J_i - J_1) \right\} \quad (12a)$$

In (12) en (12<sup>a</sup>) worden voor T alle waarden  $T = 3, 4, 5 \dots T_I \dots 2N+1$  gesubstitueerd en even zovele mutiple correlatiecoëfficiënten R berekend. Het verloop van R als functie van T levert een diagram, zoals op bijlage 10 is afgebeeld voor raai 8 van het eiland Terschelling. Bij een kenmerkende periode  $T_I$  heeft R zijn maximale waarde.  $T_I$  is dan de periode van de best passende oscillatie omdat bij de maximale R de minimale residu-variantie  $s_e^2$  behoort volgens de betrekking:

$$s_e^2 = \frac{N-1}{N-2} \cdot s_{Y_1}^2 \cdot (1 - R^2) \quad (13)$$

De multiple regressieberekening geeft de schattingen  $b_{1I}$ ,  $b_{2I}$  en  $c_I$  van respectievelijk de parameters  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  en  $\gamma$  in (11) bij die waarde van de gesubstitueerde periode, welke de zoëven bepaalde waarde  $T_I$  bezit. Voor de aanpassing van de primaire oscillatie aan de eerste restreeks  $\{Y_{Ii}\}$  zijn verder nodig de amplitude  $A_I$  en de fase  $\varphi_I$ . De amplitude wordt berekend uit:

$$A_I = \sqrt{b_{1I}^2 + b_{2I}^2} \quad \text{met } A > 0 \quad (14)$$

en de fase uit het volgende schema: ( $A > 0$ ) (15)

$\frac{b_{2I}}{b_{1I}}$ \diagdown $b_{2I}$	$b_{2I} > 0$	$b_{2I} < 0$
$\frac{b_{2I}}{b_{1I}} <  1 $	$\varphi_I = \arccos \frac{b_{1I}}{A_I}$	$\varphi_I = -\arccos \frac{b_{1I}}{A_I}$
$\frac{b_{2I}}{b_{1I}} >  1 $	$\varphi_I = \arccos \frac{b_{1I}}{A_I} + 180^\circ$	$\varphi_I = \arccos \frac{b_{1I}}{A_I} - 180^\circ$

Aan de eerste restreeks kan nu worden aangepast de sinusoïde:

$$y_I = A_I \cos \left\{ \frac{360^\circ}{T_I} (J_i - J_1) + \varphi_I \right\} + c_I \quad (16)$$

### 3.2.2 Schatting van de volgende oscillaties

Wordt de eerste restreeks (8) verminderd met de eerste oscillatie (16), dan ontstaat de tweede restreeks (restreeks II).

$$\{Y_{IIi}\} = \{Y_{Ii} - y_{Ii}\} = \{X_i - y_{0i} - y_{Ii}\} \quad (17)$$

Voor een element van deze tweede restreeks kan worden geschreven:

$$Y_{II_i} = \sum_{j=1}^{k-1} [ A_j \cos \left\{ \frac{360^\circ}{T_j} ( J_i - J_1 ) + \varphi_j \right\} + \gamma_j ] + \varepsilon_i \quad (18)$$

Van de  $k$  oscillaties en het stochastische residu  $\varepsilon_i$  waaruit de eerste restreeks bestond, zijn in (18) nog  $(k-1)$  oscillaties en de stochastische term  $\varepsilon_i$  aanwezig.

De standaarddeviatie van deze tweede restreeks is  $s(Y_{II})$ . Omdat de primaire oscillatie uit (18) is verwijderd, geldt:

$$s(Y_{II}) < s(Y_I)$$

Op deze tweede restreeks (17) wordt vervolgens weer dezelfde procedure toegepast als op de eerste. Daarna wordt de aldus gevonden secundaire oscillatie  $Y_{II}$  uit (17) verwijderd, zodat de derde restreeks (III) ontstaat:

$$\{ Y_{III_i} \} = \{ Y_{II_i} - y_{II_i} \} = \{ X_i - y_{0_i} - y_{I_i} - y_{II_i} \} \quad (19)$$

Voor de standaarddeviatie van deze reeks geldt weer:

$$s(Y_{III}) < s(Y_{II}) < s(Y_I)$$

Wanneer door herhaald toepassen van de beschreven procedure alle  $k$  oscillaties zijn verwijderd, resteert het stochastische residu  $\varepsilon$  met standaarddeviatie  $\sigma(\varepsilon)$ .

Hoe meer oscillaties worden verwijderd, des te dichter zal  $s(Y_j)$  tot  $\sigma(\varepsilon)$  naderen. Het probleem is echter, dat  $\sigma(\varepsilon)$  niet a priori vaststaat, met andere woorden: welke fluctuaties wel en welke niet als ruis moeten worden beschouwd.

In verband daarmee zal voor het aantal effectieve oscillaties, welke in de reeksen worden gedetermineerd, een afbreekcriterium geformuleerd moeten worden.

Het effectieve aantal oscillaties  $k$  zal altijd kleiner zijn dan het grootst mogelijke aantal  $m$ , dat op grond van de NYQUIST-frequentie  $m = \frac{N}{2}$  of  $m = \frac{N-1}{2}$  bedraagt, al naar gelang het aantal elementen van de reeks respectievelijk even of oneven is.

### 3.2.3 Afbreekcriterium voor het aantal oscillaties

Uit de aanpassingsprocedures, welke in de beide voorgaande sub-paragrafen zijn beschreven, blijkt dat aan een M-reeks met elementen  $X_i$  het volgende signaal wordt aangepast:

$$Y_i = a_0 + a_1(J_i - J_1) + \sum_{j=1}^k [A_j \cos \left\{ \frac{360^\circ}{T_j} (J_i - J_1) + \varphi_j \right\} + c_j] \quad (20)$$

De resterende reeks bestaat uit de elementen  $(X_i - Y_i)$  met standaarddeviatie  $s(X_i - Y_i)$ . Uit de vorige sub-paragraaf volgt:

$$s(X_i - Y_i) \geq s(\epsilon) \quad (21)$$

We kunnen aannemen, dat de steekproefwaarde  $s(\epsilon)$  van  $O(\epsilon)$  van raai tot raai zal verschillen en dat deze aan de uiteinden van de Waddeneilanden nabij de buitendelta's van de zeegaten het grootst zal zijn. De mate, waarin de standaarddeviatie  $s(X_i - Y_i)$  deze  $O(\epsilon)$  zal benaderen, hangt af van het aantal ( $k$ ) aangepaste sinusoidale oscillaties. Teneinde de meetreeksen van alle raaien op een eenduidige wijze van de aanpassing (20) te voorzien, moet het aantal  $k$  worden gedefinieerd. Het zal duidelijk zijn, dat een dergelijke definiëring in samenhang dient te geschieden met de nauwkeurigheidsmarge welke gewenst wordt geacht bij de te verichten extrapolaties.



Deze nauwkeurigheidsmarge is afhankelijk van de keuze van een bepaalde significantiedrempel met overschrijdingskans P, aan de hand waarvan beoordeeld moet worden, welke van de in totaal m amplituden ( $A_j$ ) als statistisch significant moeten worden beschouwd. Dit aantal hebben we dus k genoemd.

De variantie van de eerste restreeks duiden we aan met de notatie:  $s^2(Y_I)$ . Deze variantie is opgebouwd uit de bijdragen van alle  $m = \frac{N}{2}$  of  $\frac{N-1}{2}$  oscillaties waarmee in principe alle reekselementen kunnen worden "ingevangen", dus ook die, welke een bepaald aandeel van de ruis bevatten. Een groot aantal van deze oscillaties zal op basis van een à priori gekozen drempelwaarde met overschrijdingskans P echter als insignificant moeten worden beschouwd.

Zijn er k significante oscillaties met varianties  $\{\sigma_i^2\}$ , dan is de totale variantie van de eerste restreeks opgebouwd volgens:

$$s^2(Y_I) = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 + s^2(\epsilon) \quad (22)$$

Uit deze betrekking volgt, dat het verwijderen van de eerste oscillatie met variantie  $\sigma_1^2$  uit de eerste restreeks, voor de tweede restreeks, die aldus ontstaat, een variantie  $s^2(Y_{II})$  oplevert, die kleiner is dan de  $s^2(Y_I)$  van de eerste restreeks. Dit blijkt ook uit de volgende betrekking:

$$\sigma_1^2 = s^2(Y_I) - s^2(Y_{II}) \quad (23)$$

Afgezien van het incidenteel optreden van steekproefeffecten, geldt dit over het algemeen voor alle volgende oscillaties, welke worden verwijderd. Door deze "aderlatingen" wordt de variantie van elk volgend rest-signaal dus meestal kleiner dan die van zijn voorganger.

Voor  $\sigma_2^2$  van de tweede aangepaste oscillatie geldt daarom:

$$\sigma_2^2 = s^2(Y_{II}) - s^2(Y_{III}) \quad (24)$$

en voor k oscillaties:

$$\sigma_k^2 = s^2(Y_k) - s^2(Y_{k+1}) \quad (25)$$

Als toetsingsgrootheid wordt nu een verhouding  $g_1$ , gedefinieerd, welke een kritische grens  $g^*$  moet overschrijden met daaraan gekoppeld de enkelzijdige overschrijdingskans P.

Voor de eerste aangepaste oscillatie is de verhouding  $g_1$  als volgt geformuleerd:

$$g_1 = \frac{\sigma_1^2}{s^2(Y_I)} \quad (26)$$

Uit (23) en (26) volgt verder:

$$g_1 = 1 - \frac{s^2(Y_{II})}{s^2(Y_I)} \quad (27)$$

Voor  $g_j$  geldt de algemene betrekking:

$$g_j = \frac{\sigma_j^2}{s^2(Y_j)} = 1 - \frac{s^2(Y_{j+1})}{s^2(Y_j)} \quad (28)$$

De uitkomst van  $g_j$  en daarmee samenhangend die van  $\sigma_j^2$  (zie (28)), is significant wanneer  $g_j$  een kritische drempelwaarde  $g^*$  overschrijdt. De kans  $P$  op zo'n overschrijding wordt gegeven door:

$$P = m(1-g^*)^{m-1} - \frac{m(m-1)}{2} (1-2g^*)^{m-1} + \dots + (-1)^{l-1} \cdot \frac{m!}{l!(m-l)!} \cdot (1-lg^*)^{m-1} \quad (29)$$

Hierin is  $l$  het laatste getal, dat kleiner is dan  $\frac{1}{g^*}$ . Voor  $m$  wordt genomen:

$$m = \frac{N}{2} \text{ voor even } N \quad (30)$$

$$m = \frac{N-1}{2} \text{ voor oneven } N \quad (30a)$$

Een goede benadering van  $P$  wordt reeds gegeven door de eerste term van (29), zodat we voor  $g^*$  kunnen schrijven:

$$g^* \approx 1 - \left(\frac{P}{m}\right)^{\frac{1}{m-1}} \quad (31)$$

Voor  $P$  wordt hier de gebruikelijke waarden 0,05 genomen zodat voor elke reekslengte  $N$  de kritische grens  $g^*$  kan worden benaderd.

Zijn er  $k$  oscillaties significant, dan is nummer  $(k+1)$  dat niet meer, op grond waarvan kan worden geformuleerd:

$$g_k > g^* > g_{k+1} \quad (32)$$

Uit (28) en (31) volgt verder:

$$\left[1 - \frac{s^2(Y_{k+1})}{s^2(Y_k)}\right] > \left[1 - \left(\frac{P}{m}\right)^{\frac{1}{m-1}}\right] \quad (33)$$

Voor  $P = 0,05$  (5%) kan (33) nog worden vereenvoudigd tot het volgende afbreekcriterium:

$$\boxed{\frac{s^2(Y_{k+1})}{s^2(Y_k)} > \left(\frac{0,05}{m}\right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (34)$$

Nadat alle  $k$  significante oscillaties zijn verwijderd, wordt de  $(k+1)^{de}$  restreeks als een stochastisch residu (ruis) beschouwd met standaardafwijking:

$$\boxed{s(Y_{k+1}) = s(\epsilon)} \quad (35)$$

Deze standaardafwijking wordt verder toegepast om er de nauwkeurigheid van de extrapolaties mee aan te geven. De tabel op bijlage 11 geeft voor elke raai van de vier Waddeneilanden de waarde van  $s(\epsilon)$ .

De hier gevolgde toetsingsprocedure is afgeleid van die volgens FISHER, welke ontwikkeld is om de significantie van de amplituden in een harmonische analyse te onderzoeken. In plaats van te werken met de amplituden, zijn hier de oscillatie-varianties onderzocht omdat deze proportioneel zijn met het kwadraat van de amplituden.

#### 4 EXTRAPOLATIE VAN DE TIJDREEKSEN

Nadat in (20) alle parameters met behulp van de beschreven procedures voor alle onderzochte raaien van de vier Waddeneilanden zijn geschat, kan dit signaal aan de bestaande M-reeksen worden aangepast en naar de toekomst worden doorgezet. Dit is gedaan op de bijlagen 12 tot en met 15. Rond het signaal is de 95%-ruisband aangegeven met een breedte van  $2 \cdot 1,96 s(\epsilon) \approx 4 \cdot s(\epsilon)$ . Aan de uiteinden van de eilanden is deze band steeds breder dan in de middengedeelten omdat nabij de zeegaten met de daarbij behorende buitendelta's de fluctuaties in de ligging van de M-lijn c.a. het grootste zijn en omdat in die gebieden door de meer vlakke ligging van het strand de metingen vaak onnauwkeuriger zijn geweest. Bij deze extrapolatie tot aan het jaar 2090 is verondersteld, dat de deterministische bijdragen (trends en oscillaties), welke uit de bekende meetreeksen zijn afgeleid, de tijd-stabiele eigenschappen bezitten volgens de hypothese, welke in par. 3.1 ter discussie is gesteld. De tabellen op bijlage 16 geven per eiland voor elke raai de verwachte ligging van de M-lijn (kustlijn) ten opzichte van de hoofdmeetlijn in de jaren 1990, 1995, 2000, 2010, 2020, 2050 en 2090.

In notitie ANW 88-16a is een methode aangegeven op welke wijze de toekomstige ligging van de HW-, LW- en DV-lijn globaal kan worden afgeleid uit die van de geëxtrapoleerde M-lijn.

Deze methode is gebaseerd op de onderlinge afhankelijkheid tussen de genoemde lijnen in het ca. 25-jarige "JARKUS-tijdvak", zie par. 2.1. Daarbij is verondersteld, dat het toekomstige verloop van de LW-, HW- en DV-lijn bij benadering parallel zal zijn aan dat van de M-lijn op afstanden  $4,5 \bar{S}$  en  $\bar{L}$ , welke op bijlage 4 zijn verduidelijkt en die betrekking hebben op het "JARKUS-tijdvak". Wat de extrapolatie van de ligging van de HW- en LW-lijn betreft, zou men ook kunnen uitgaan van de gemiddelde breedte van het natte strand in het gehele onderzochte tijdvak vanaf het begin van de strandmetingen.

De daarbij te berekenen standaarddeviatie kan dan samen met die van de M-lijn worden verdisconteerd in de breedte van de 95%-ruisbanden van de extrapolaties van de HW- en LW-lijnen.

Welke van de beide genoemde methoden als het meest correct moet worden beschouwd, zal hier verder in het midden worden gelaten; nader onderzoek zou daarvoor noodzakelijk zijn.

Daarom is de aparte ligging van de HW- en LW-lijn alsmede die van de duinvoet in deze bijdrage van het onderzoek buiten beschouwing gelaten (zie ook pag. 5).

Hierbij kan nog worden opgemerkt, dat het verloop van de HW- en LW-lijn in een aantal raaien, welke met name aan de uiteinden van de eilanden zijn gelegen, in de loop van de tijd niet steeds globaal parallel is geweest. Het verloop van de duinvoet-ligging zal in de toekomst - evenals dat in het verleden het geval was - niet ontbloeit blijven van menselijke ingrepen, zoals het aanleggen van stuifdijken, het vangen van zand in stuifschermen, het achteroverschuiven van zeereepduinen etc. Ook in het opzicht van het voorkomen van quasi-stationaire evenwichtshellingen in het strandprofiel onttrekt het verloop van de duinvoet zich aan het gepostuleerde paralleliteitsbeginsel.

Deze overwegingen zijn doorslaggevend geweest voor de keuze om in dit rapport, waarin de nadruk ligt op de gevolgde methoden van analyse en extrapolatie, de ligging van de HW-, LW- en DV-lijn niet apart in beschouwing te nemen.

Hiermee is dus slechts ten dele voldaan aan de opdracht, welke in de inleiding is omschreven en die betrekking heeft op de bijdrage van de directie Friesland van de Rijkswaterstaat.

De resultaten, welke op de bijlagen 12 tot en met 15 zijn weergegeven kunnen per eiland in vereenvoudigde vorm in een twee-dimensionaal veld worden weergegeven. Van de aangepaste en geëxtrapoleerde signalen (20) zijn op de bijlagen 17 tot en met 20 alleen de landwaartse en zeewaartse tendenzen tot patronen samengevoegd, evenals dat in par. 3.1 gedaan is met de gladgestreken (gefilterde) tijdreeksen van de M-lijnen in het tijdvak, waarin de waarnemingen zijn verricht, zie de bijlagen 5 tot en met 8. Vergelijking van de patronen op deze bijlagen met die van de bijlagen 17 tot en met 20 in het overeenkomstige tijdvak, geeft voor alle vier eilanden vrijwel hetzelfde beeld.

Voor het toekomstige tijdvak (tot het jaar 2090) laten de bijlagen 17 tot en met 20 patroon-figuraties zien, welke als een voortzetting zijn te beschouwen van die over het tijdvak, waarin de strandmetingen zijn verricht. Wat in par. 3.1 onder "PATROONHERKENNING" wordt verstaan, zij met deze beschouwingen nogmaals verduidelijkt.

Tenslotte is op de bijlagen 21.....24 voor elk eiland de voorspelde ligging weergegeven van de kustlijn (M-lijn) in de onderzochte raaien voor de jaren 1990, 1995, 2000, 2010, 2020, 2050 en 2090.

## 5 AUTOMATISERING VAN HET ONDERZOEK

Over de automatisering van het onderzoek kan worden verwezen naar het daaromtrent opgestelde rapport ANW 88-45. Het zal begrijpelijk zijn, dat een onderzoek, zoals het onderhavige, zonder automatisering van de benodigde hulp-, reken- en tekenprogramma's op een dergelijke analytische basis niet mogelijk zou zijn geweest.

Behalve de programmatuur, welke gekoppeld is aan de hier beschreven rechtstreekse analyse- en extrapolatieprocedures, zijn er nog een aantal andere programma's tot stand gekomen, welke bij het vooronderzoek (zie notities ANW 88-16 en ANW 88-16<sup>a</sup>) zijn toegepast.

De resultaten van die toepassingen hebben in belangrijke mate bijgedragen tot het inzicht in de te volgen weg, die moet worden afgelegd tussen waarneming en extrapolatie.

Alle benodigde programma's zijn geschreven in FORTRAN 77.

De gecorrigeerde meetreeksen uit de strandmeetregisters alsmede de relevante informatie uit het JARKUS-bestand zijn ingevoerd in het voor dit onderzoek opgezette databestand.

## 6 NABESCHOUWING EN SAMENVATTING

De hier gevolgde methoden van tijdreeksanalyse leveren voor elke meetreeks (dus voor iedere onderzochte raai) een lineaire seculaire trend met daarop gesuperponeerd een aantal sinusoidale oscillaties. Deze afzonderlijke bijdragen zijn in rekenkundig opzicht inherent aan de toegepaste methode van onderzoek en als op zichzelf staande componenten niet terug te voeren tot expliciete fysische uitgangspunten. Wel kan de totale samenstelling van de oscillaties worden geassocieerd met zandgolven, welke zich langs de kust verplaatsen. Dit kan althans worden afgeleid uit de resultaten, welke de methoden van auto- en kruiscorrelatie, spectraal-analyse etc. hebben opgeleverd en die zijn toegepast op de reeksen, welke ontdaan zijn van hun trends. De aanname, dat het gedrag van deze zandgolven in de toekomst niet zal veranderen, geeft steun aan de extrapolatie, zoals deze hier is uitgevoerd.

De trends zijn te beschouwen als weergaven van de geleidelijke vooruit- of achteruitgang van de kust in een bepaalde raai, gerekend over langere tijdvakken dan de perioden, welke bij de gesuperponeerde oscillaties aan de orde zijn. Ze zijn het gevolg van de grootschalige morfologische processen, waaraan bijvoorbeeld de zeespiegelrijzing en klimatologische veranderingen ten grondslag kunnen liggen.

De gevonden trends kunnen daarom lineaire benaderingen zijn van gedeelten van schommelingen, die zich afspelen op tijdschalen, welke de lengten van de onderzochte reeksen aanzienlijk te boven gaan of zelfs veelvouden daarvan zijn. De tijdreeksen zijn dan te kort om zulke langdurige schommelingen te kunnen analyseren. De extrapolaties van de reeksen kan - voor zover het met name de lineaire trends betreft - worden geruggesteund door de aanname, dat de zeespiegelrijzing in het extrapolatietijdvak onveranderd zal doorgaan en dat er zich geen ingrijpende klimatologische veranderingen zullen voordoen.

In notitie ANW 88-16 is een methode besproken om in de meetreeksen niet-lineaire seculaire trends met behulp van een 4-dimensionaal regressiemodel rechtstreeks uit het waarnemingsmateriaal te schatten.



Uit experimenten daarmee bleek echter, dat in veel gevallen de lengte van de onderzochte reeksen inderdaad te kort is om dergelijke schommelingen te kunnen detecteren, (notitie ANW 88-16, par. 3.2, pag. 8). De reekslengte vormt dus een duidelijke beperking voor de perioden van de te determineren schommelingen. Alle deterministische bijdragen met een langere periode dan die van de reekslengte (in jaren) kunnen bij nader inzien dus worden beschouwd als zijnde "opgevangen" in de lineaire seculaire trends, zoals deze in dit rapport zijn bepaald.

Een gewijzigde aanpak van het onderzoek, gebaseerd op de analyse van gefilterde (gladgestreken) verschilreeksen is in notitie ANW 88-16<sup>a</sup> aan de orde gesteld. Dergelijke reeksen bestaan uit de verschillen tussen de opeenvolgende meetwaarden van de oorspronkelijke reeksen, welke optimaal gefilterd zijn. Ook die methode is hier verlaten vanwege de statistische bezwaren, welke kleven aan filterprocedures en aan het werken met afgeleide gegevens. Door bepaalde gladstrijkprocedures kunnen namelijk niet-reële oscillaties worden gegenereerd door het kunstmatige persistentie-effect, dat door filtering in een reeks wordt aangebracht en die niet tot uiting komen, wanneer men het oorspronkelijke (ongefilterde) materiaal analyseert. Behalve dat bij het voorliggende onderzoek de oorspronkelijke M-reeksen zijn gebruikt en evenmin is gewerkt met de daarvan afgeleide gefilterde verschilreeksen, is hier in tegenstelling tot de beide notities ook nog een afbreekcriterium voor het aantal te determineren oscillaties geïntroduceerd. Daarmee is een eenduidigheid in analyse van de reeksen van elke raai en voor ieder eiland bereikt.

De beide notities, alsmede het daarop gebaseerde rapport ANW 88-44, kunnen daarom, wat het analytische gedeelte betreft, als achterhaald worden beschouwd, te meer omdat ze het karakter dragen van een oriënterend vooronderzoek met navenante voorlopige resultaten. De noodzakelijke min of meer subjectieve handmatige inschatting van oscillatieperioden bij een aantal raaien, zoals beschreven in notitie ANW 88-16, par. 3.2, pag. 8, kon bij de detectieprocedure in dit rapport achterwege blijven.

Wanneer na verloop van tijd de reeksen tot grotere lengten zijn aangegroeid, zal men waarschijnlijk trends en oscillaties kunnen berekenen, welke afwijken van die, welke hier voor het onderzochte steekproeftijdvak zijn gevonden.

Dit ligt besloten in de rekenkundige betekenis van de resultaten. In de toekomst kan men dan opnieuw de zoveel langere reeksen analyseren en extrapoleren op grond waarvan de resultaten eventueel bijgesteld moeten worden. Een andere mogelijkheid tot herziening en bijstelling zou kunnen zijn, dat in de toekomst een betere, op fysische grondslagen gebaseerde analyse- en extrapolatiemethode wordt ontwikkeld en toegepast. Deze zienswijze is ingegeven door de veronderstelling, dat welke ontwikkeling dan ook, niet stil zal staan. Verder is dit gehele onderzoek gebaseerd op de gedachte dat er zich geen wijzigingen zullen voordoen in het gemiddelde tempo van de zeespiegelrijzing zoals deze zich heeft voorgedaan in het onderzochte tijdvak, dat er geen ingrijpende klimatologische veranderingen zullen optreden en dat de resultaten van dit onderzoek los moeten worden gezien van zandsuppleties, zoals deze op een twee-tal plaatsen aan de kust van Ameland reeds zijn uitgevoerd.

Voor enkele globale relevante fysische beschouwingen omtrent de verschijnselen, die zich afspelen langs de onderzochte kusten van de Waddeneilanden, kan nog worden verwezen naar de notities ANW 88-16, ANW 88-16a en het rapport ANW 88-44.

TOEGEPASTE SYMBOLEN EN NOTATIES

A	= amplitude van een sinusoidale oscillatie (m)
D	= som van de deterministische bijdragen in een tijdreeks
DV	= duinvoet (m ten opzichte van NAP)
HW	= (gemiddeld) hoogwater (m ten opzichte van NAP)
J	= jaartal
$\bar{L}$	= gemiddelde afstand tussen de M- en DV-lijn in het JARKUS-tijdvak (m)
LW	= (gemiddeld) laagwater (m ten opzichte van NAP)
M	= ligging van een punt halverwege LW- en HW-lijn (m)
N	= aantal elementen, (waarnemingen) in een reeks
P	= enkelzijdige overschrijdingskans
R	= multiple correlatiecoëfficiënt
$\bar{S}$	= gemiddelde breedte van het natte strand (m)
T	= periode van een sinusoidale oscillatie (jaren)
X	= element van een meetreeks (m)
X (.....)	= afstand van (.....) tot de hoofdmeetlijn (m)
Y	= ordinaat van een mathematisch gedefinieerd signaal (m)
Y I, II...j...k	= element van eerste, tweede .... j-de .... k-de restreeks (m)
$a_{0,1}$	= steekproefschatting van een trendparameter ( $\alpha_{0,1}$ )
b	= steekproefschatting van regressiecoëfficiënt ( $\beta$ )
c	= " " intercept ( $\gamma$ )
g	= toetsingsgrootheid voor de significantie van een oscillatie
g*	= kritische drempelwaarde van g
k	= aantal significante oscillaties en effectief aantal restreeksen
l	= laatste gehele getal $< \frac{1}{g^*}$

$m$	$= \frac{N}{2}$ of $\frac{N-1}{2}$
$p$	= graad van een polynoom
$s$ (....)	= steekproefschatting van de standaarddeviatie van (....) ( $m^2$ )
$s^2$ (....)	= idem van de variantie van (....) ( $m^2$ )
$s_e^2$	= residu-variantie ( $m^2$ )
$t$	= tijd (jaren)
$x$	= verklarende variabele
$y$	= ordinaat van een functie (m)
$y_0$	= ordinaat van een lineaire trend (m)
$\alpha_{0,1}$	= constante in een lineaire trend
$\beta$	= regressiecoëfficiënt
$\gamma$	= intercept, niveau van een oscillatie (m)
$\epsilon$	= onafhankelijke stochastische component
$\sigma$ (....)	= universum-standaarddeviatie van (....) (m)
$\sigma^2_{1,2,\dots,i,\dots,k}$	= universum-variantie van de eerste, tweede, .... i-de ... k-de oscillatie ( $m^2$ )
$\varphi$	= fase van een sinusoidale oscillatie (sexagesimale graden)
$\omega$	$= \frac{2\pi}{T} = \frac{360^\circ}{T}$ = hoekfrequentie van een sinusoidale oscillatie

**LITERATUUR**

BOOGERT, J.M. VAN DEN.

Beschrijving programmatuur kunstlijnvoorspelling.

Rijkswaterstaat, directie Friesland, rapport ANW 88-45 \*]

GRINTEN, P.E.M. VAN DER en LENOIR, J.M.H.

Statistische procesbeheersing, Prisma-technica 50.

Het Spectrum, 1973. ISBN 90 274 7549 0

JENKINS, G.M. and WATTS, D.G.

Spectral Analyses and its applications. Holden-Day,

Inc., San Francisco, California, USA, 1968

KENDALL, M.G. and STUART, A.

The Advanced Theory of Statistics. Volume 3.

Charles Griffin & Company Limited, London

PRAKKEN, A.

Kustlijnvoorspelling Friese Waddeneilanden.

Rijkswaterstaat, directie Friesland.

Rapport ANW 88-44, december 1988

YEVJEVICH, V.S.

Stochastic Processes in Hydrology. Water Resources

Publications. Fort Collins, Colorado. USA. 1973

IJNSEN, F.

Voorspelling ligging kustlijn Friese Waddeneilanden.

Rijkswaterstaat, directie Friesland. Notitie ANW 88-16,

juni 1988

IJNSEN, F.

Resultaten voorspelling kustlijn Friese Waddeneilanden.

Rijkswaterstaat, directie Friesland. Notitie ANW 88-16<sup>a</sup>,

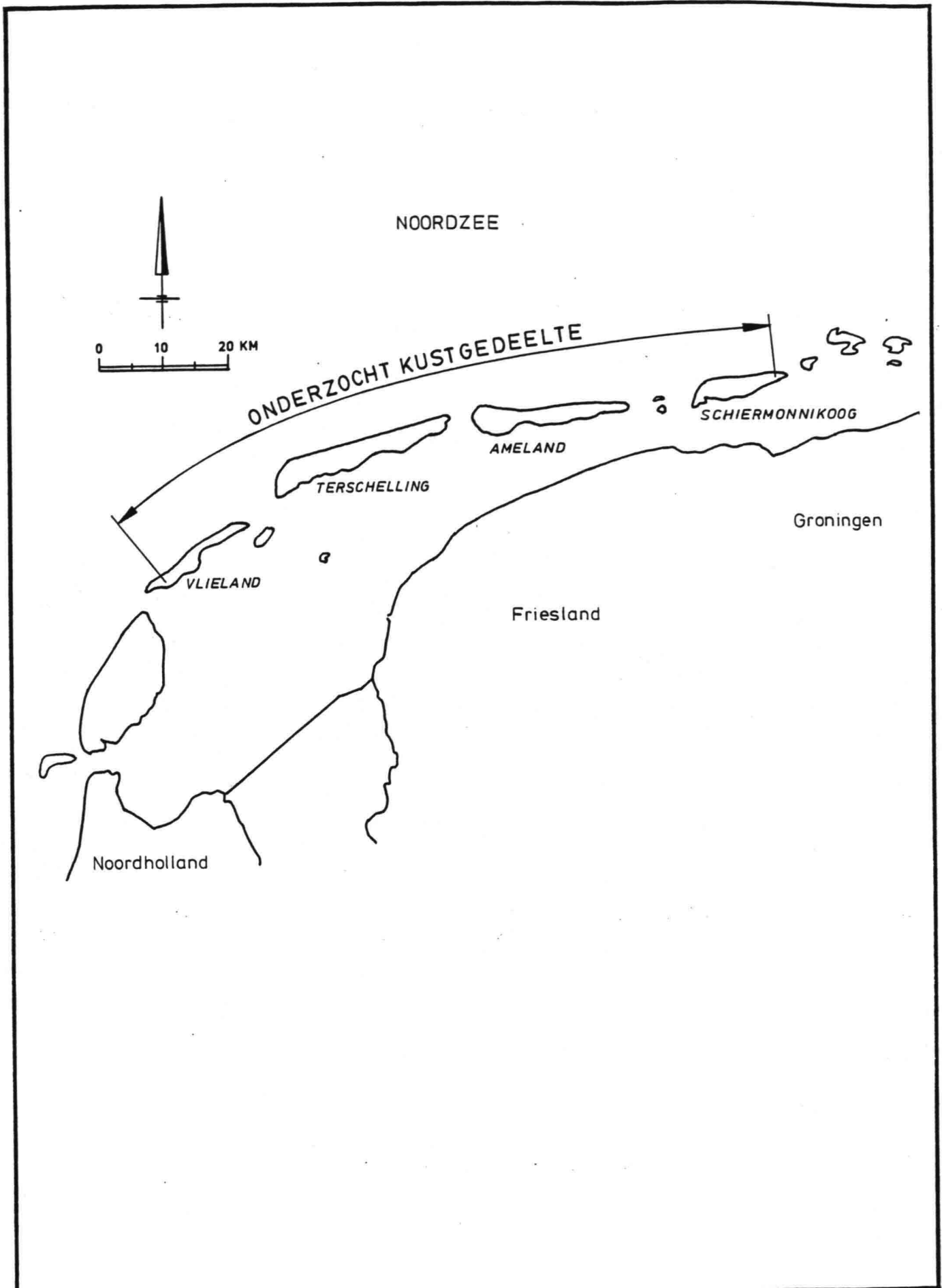
oktober 1988

---

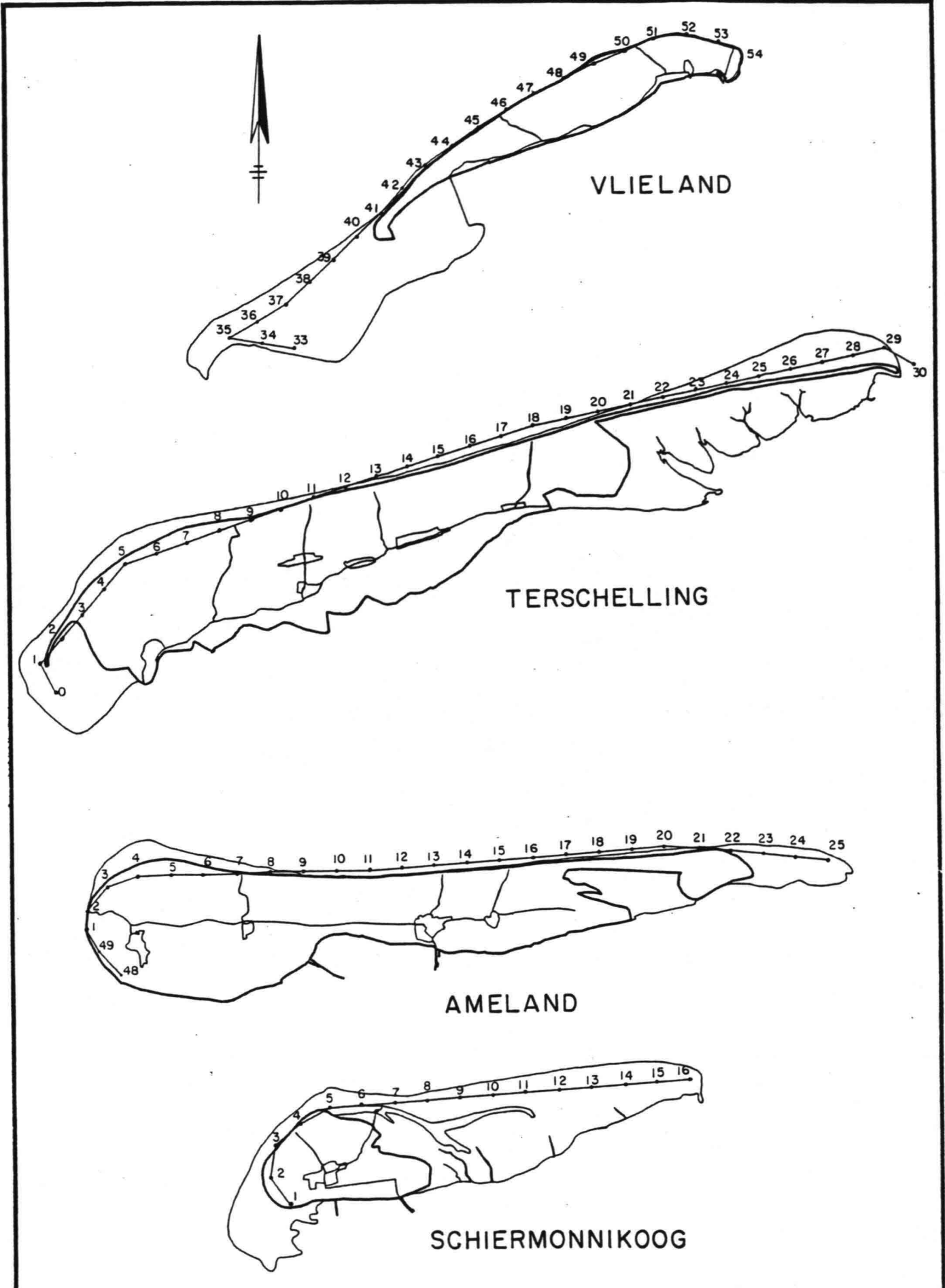
\* In voorbereiding

**BIJLAGEN**

- 1 Situatie
- 2 Overzicht Waddeneilanden met de RSP-lijnen
- 3 Bliksemgrafieken. Verloop hoogte- resp. dieptelijnen t.o.v. NAP in de tijd
- 4 Toelichting extrapolatiemethodiek
- 5 Vlieland. Transgressie en retrogressie van de gemeten M-lijn als functie van plaats en tijd
- 6 Terschelling. Idem
- 7 Ameland. Idem
- 8 Schiermonnikoog. Idem
- 9 M-reeks met lineaire seculaire trend (voorbeeld)
- 10 Periode-detectie met behulp van de multiple correlatiemethode (voorbeeld)
- 11 Standaarddeviaties van de laatste restreeksen (tabel)
- 12 Vlieland. M-reeksen met aangepaste en geëxtrapoleerde signalen en 95%-marge
- 13 Terschelling. Idem
- 14 Ameland. Idem
- 15 Schiermonnikoog. Idem
- 16 Voorspelde ligging van de M -lijn (tabel)
- 17 Vlieland. Transgressie en retrogressie volgens aangepaste en geëxtrapoleerde signalen
- 18 Terschelling. Idem
- 19 Ameland. Idem
- 20 Schiermonnikoog. Idem
- 21 Vlieland. Voorspelde ligging van de kustlijn (of M-lijn) in de aangegeven jaren
- 22 Terschelling. Idem
- 23 Ameland. Idem
- 24 Schiermonnikoog. Idem



SITUATIE	Projectcode: 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 1
Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW	Din A4	Reg. nr.



OVERZICHT WADDENEILANDEN MET  
DE RSP - LIJNEN

Projectcode: W 88.06 D

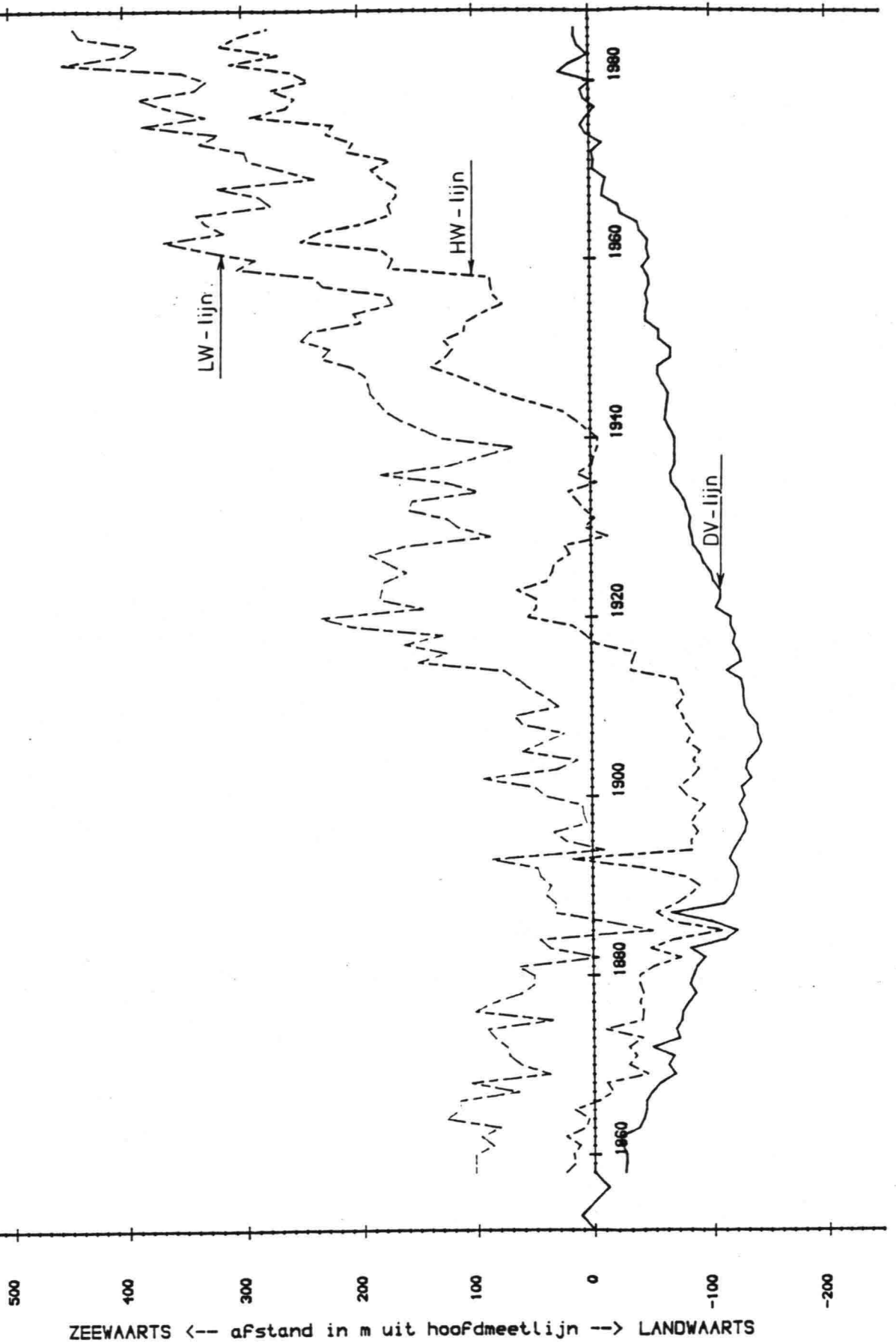
Rapport ANW 88.35 Bijlage 2

Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW

Din A4 Reg. nr.



Kustvak Terschelling Raai 1000



BLIKSEMGRAFIEKEN  
Verloop hoogte- resp. dieptelijnen  
tov NAP in de tijd

Projectcode: 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 3

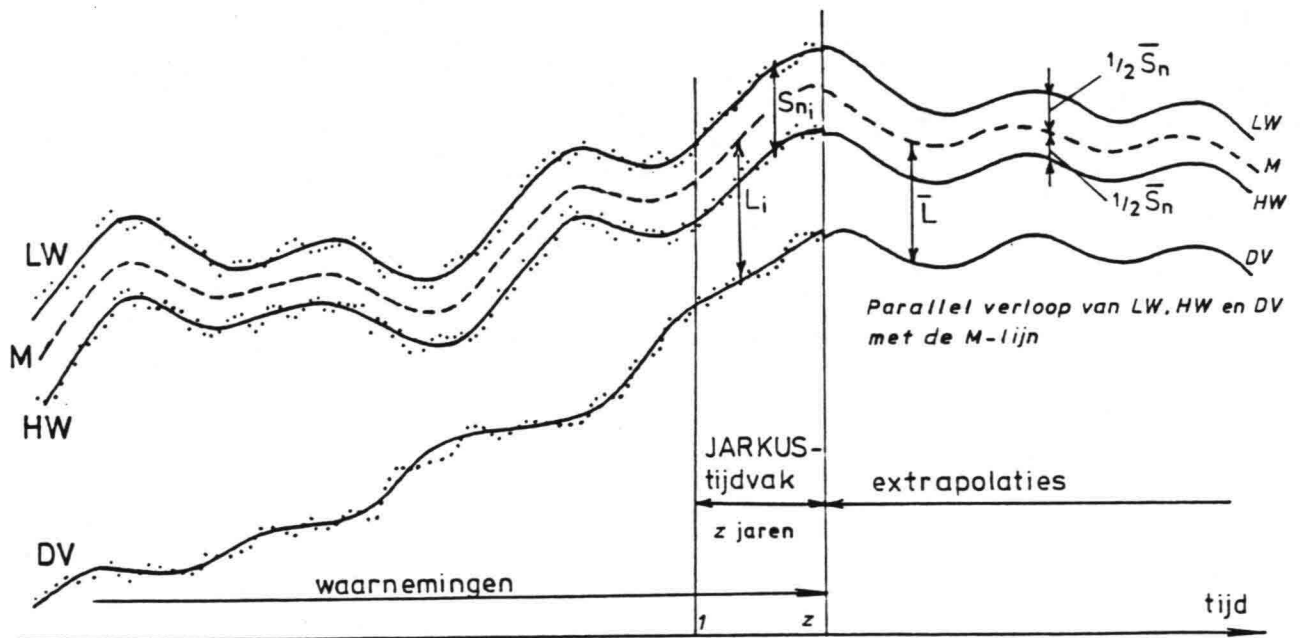
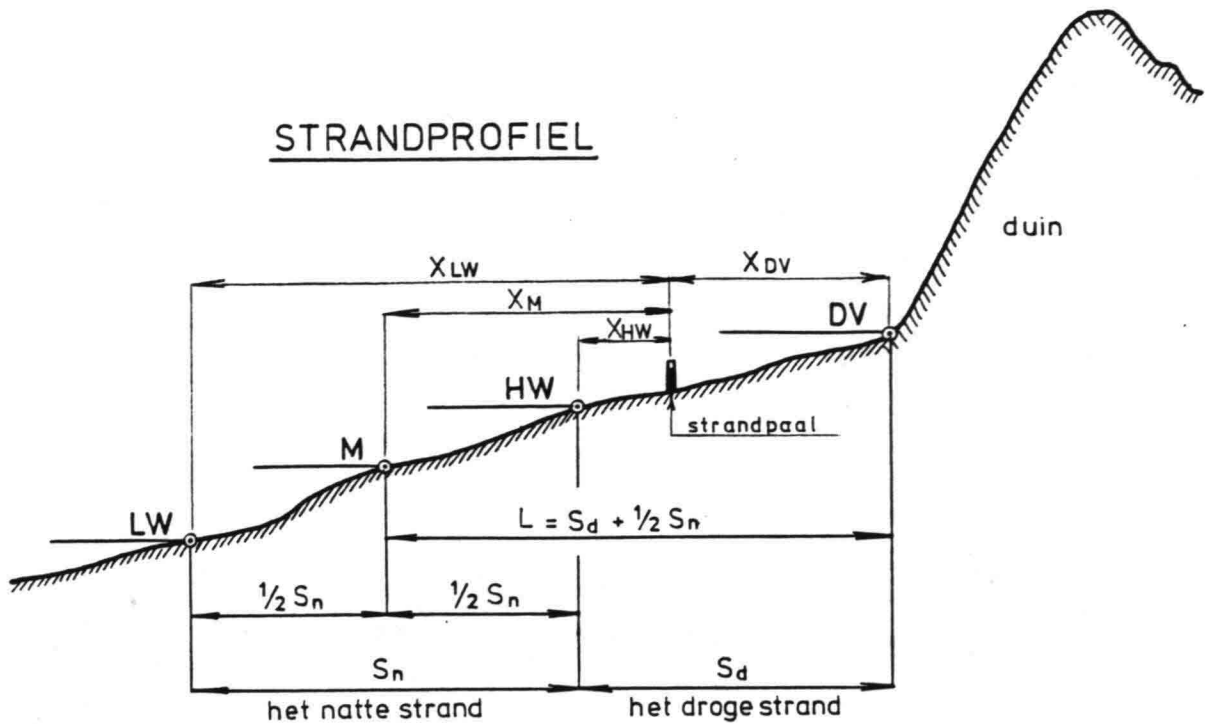
Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW

Din A4

Reg. nr.

-

# STRANDPROFIEL

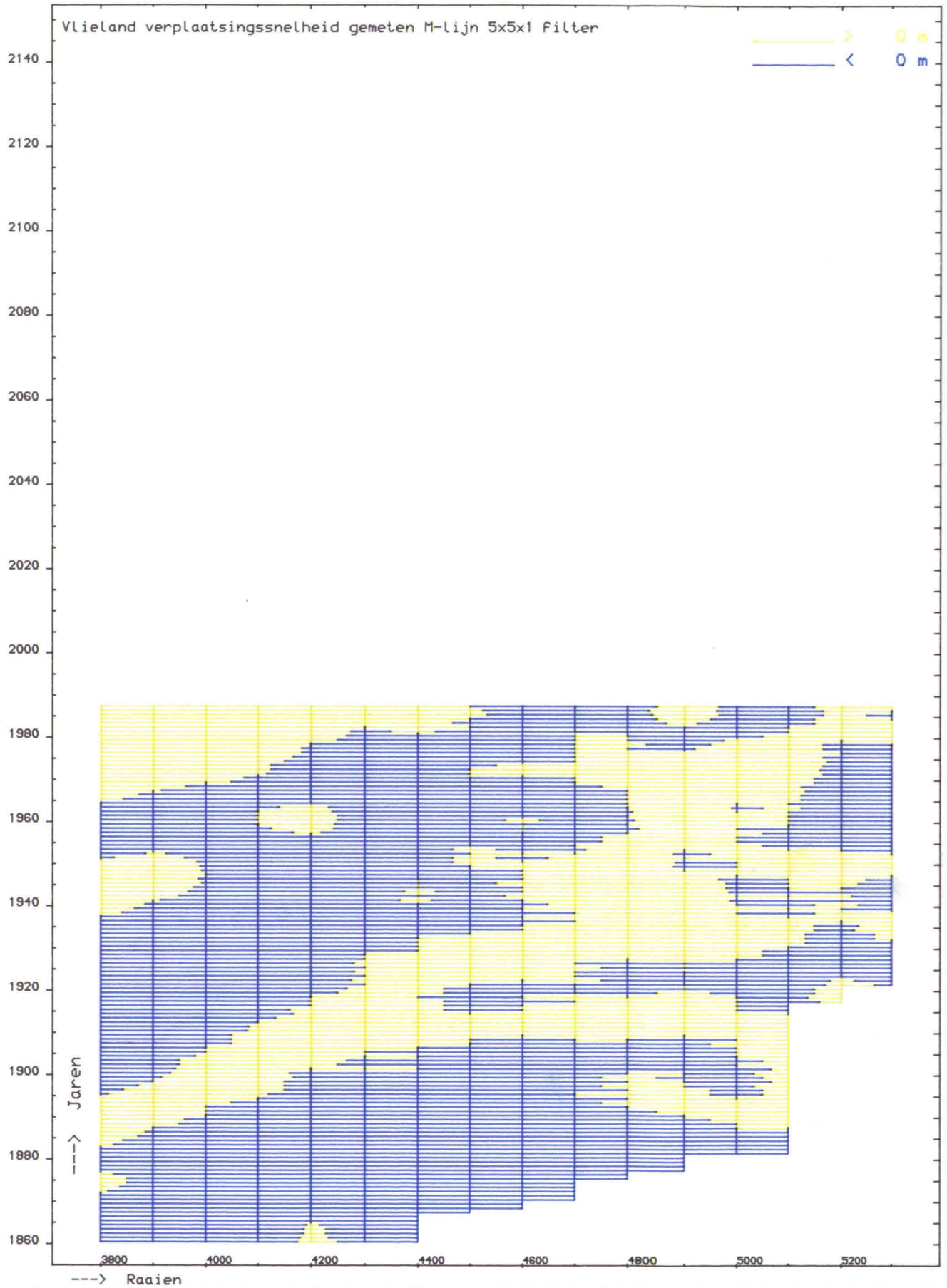


Gemiddelde afstand tussen M en DV in het JARKUS-tijdvak:  $\bar{L} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z A_i$

Halve gemiddelde breedte van het natte strand:  $\frac{1}{2} \bar{S}_n = \frac{1}{2z} \sum_{i=1}^z S_{n_i}$

## VERLOOP C.A. VAN DE LW-, M-, HW- EN DV-LIJN MET PARALLELE EXTRAPOLATIE VAN EEN RAAI

TOELICHTING EXTRAPOLATIEMETHODIEK	Projectcode: W 8806 D	
	Rapport ANW 88-35	Bijlage 4
Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW	Din A4	Reg. nr. -



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 van de gemeten M-lijn als  
 Functie van plaats en tijd

Projectcode W 8806 D

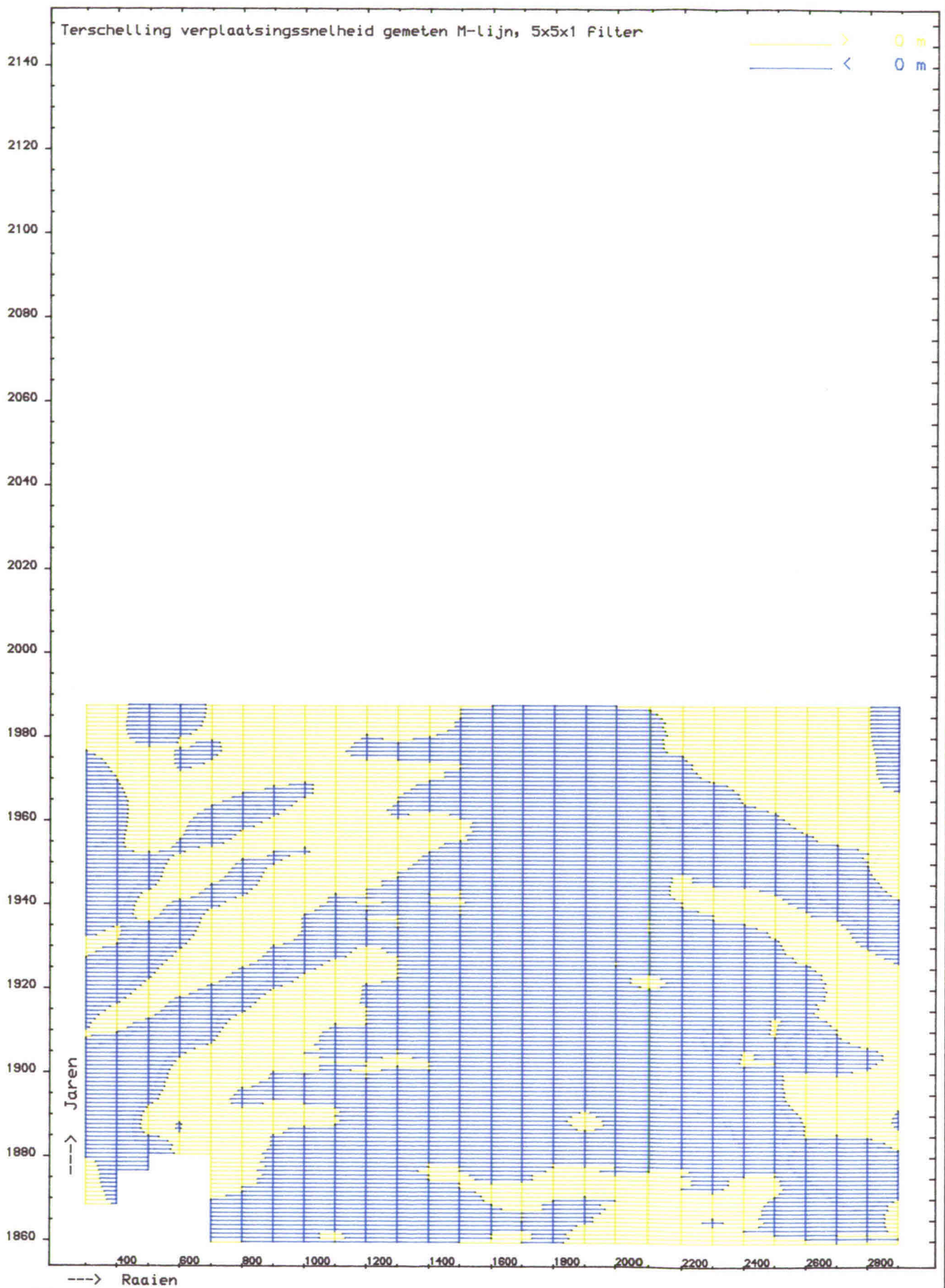
Rapport ANW 88.35

Bijlage 5

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 van de gemeten M-lijn als  
 Functie van plaats en tijd

Projectcode W 8806 D

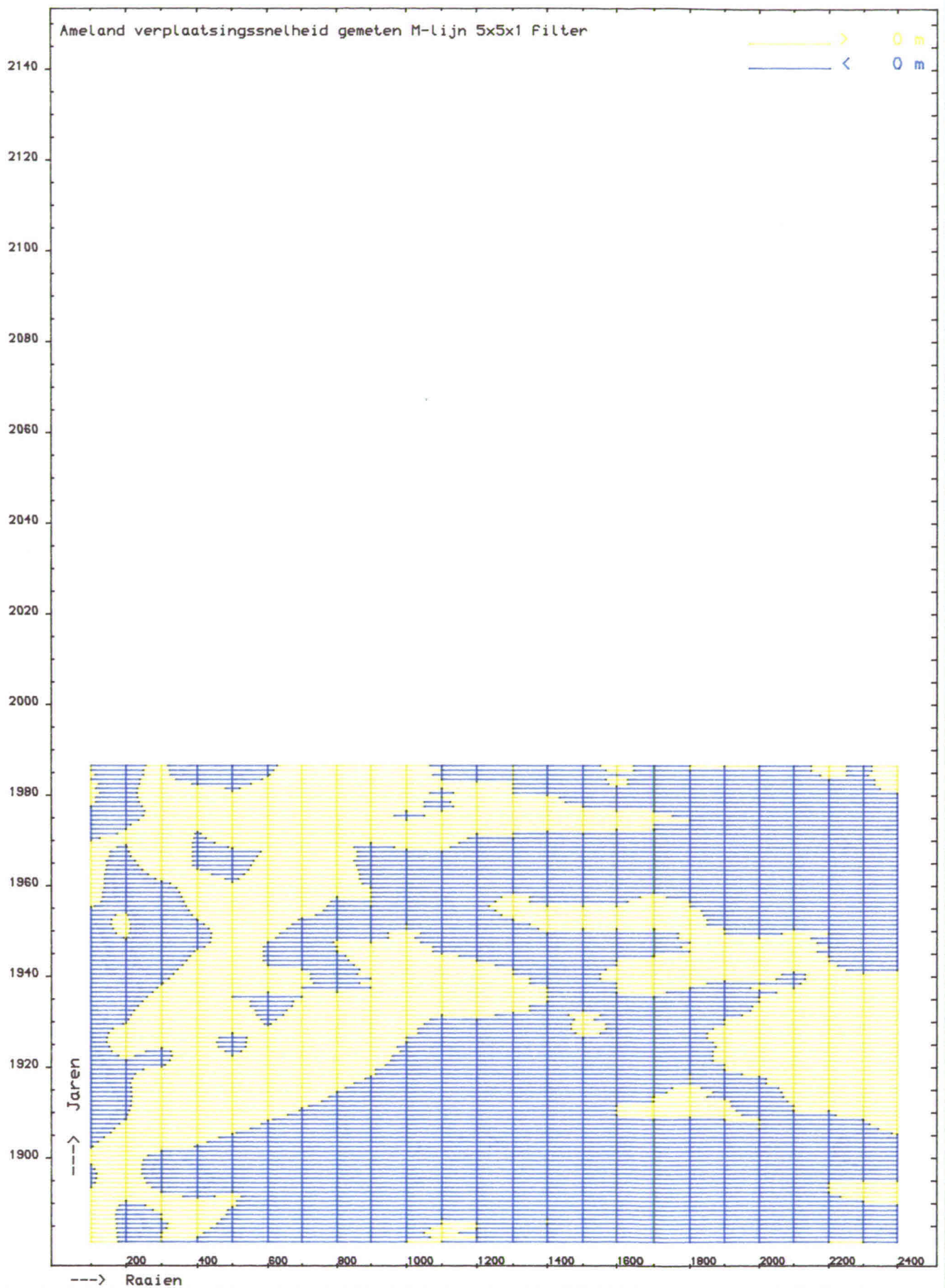
Rapport ANW 88.35

Bijlage 6

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 van de gemeten M-lijn als  
 Functie van plaats en tijd

Projectcode W 8806 D

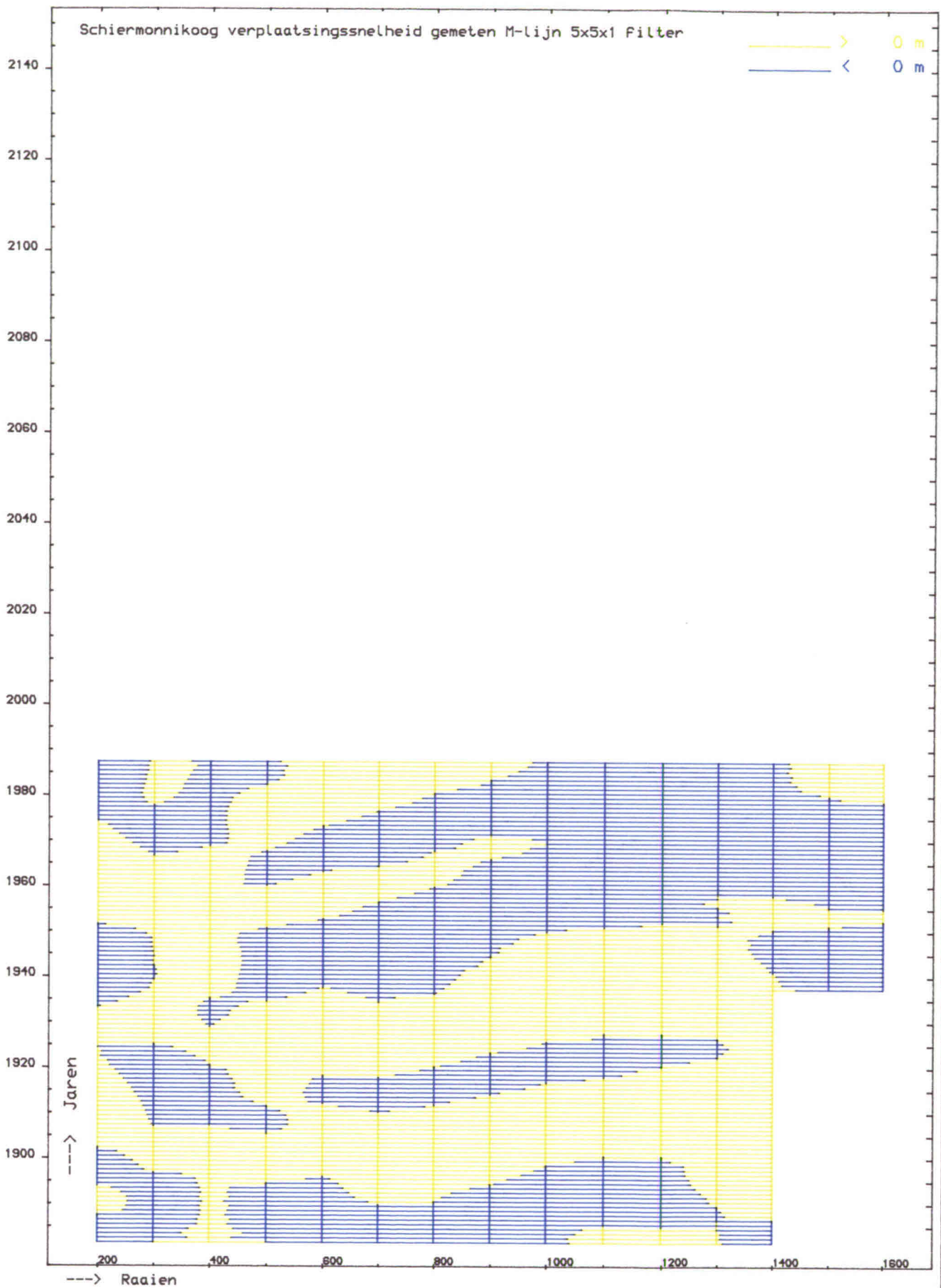
Rapport ANW 88.35

Bijlage 7

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 van de gemeten M-lijn als  
 Functie van plaats en tijd

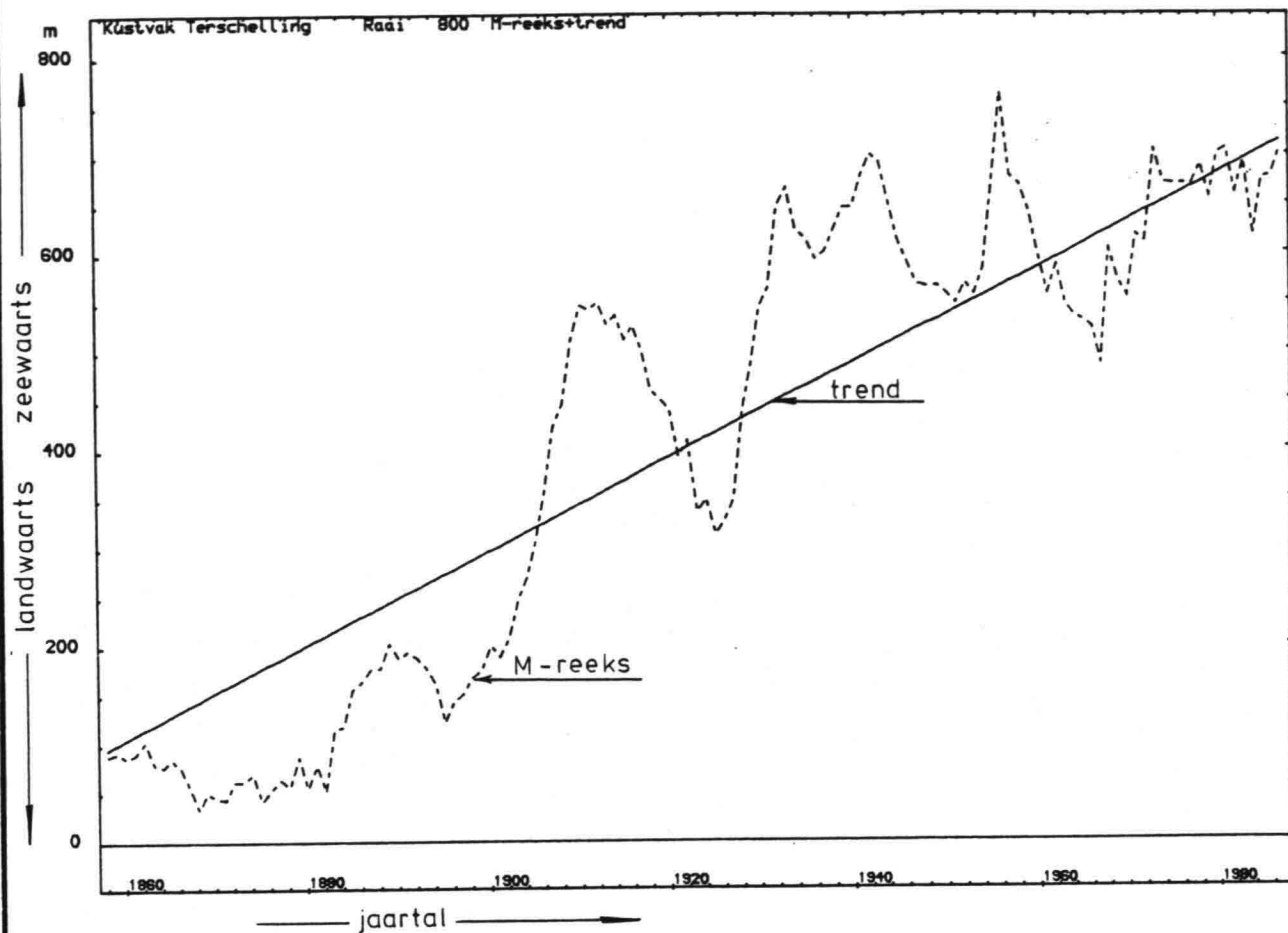
Projectcode W 8806 D

Rapport ANW 88. Bijlage 8

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8



M-REEKS MET LINEAIRE SECLAIRE TREND  
(voorbeeld)

Projectcode: 88.06 D

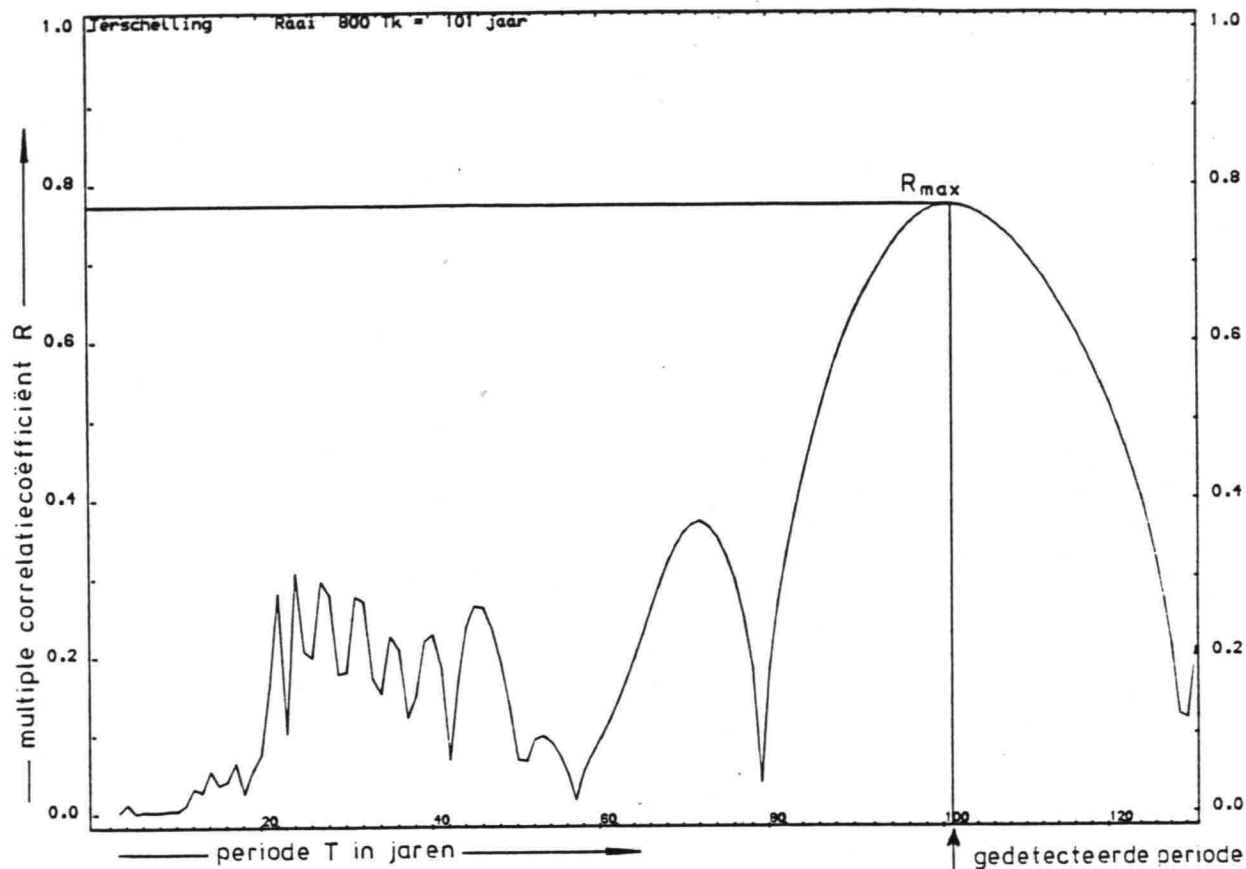
Rapport ANW 88.35

Bijlage 9

Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW

Din A4

Reg. nr.



PERIODE - DETECTIE M.B.V. DE MULTIPLE  
CORRELATIE-METHODE

(voorbeeld)

Projectcode: 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 10

Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW

Din A4

Reg. nr.

-



VLIELAND		TERSCHELLING		AMELAND		SCHIERMONNIKOOG	
raai	s(ε)	raai	s(ε)	raai	s(ε)	raai	s(ε)
3800	32	280	43	200	52	200	102
3900	40	380	42	300	124	300	72
4000	21	500	56	400	116	400	62
4098	24	600	62	500	83	500	75
4200	17	700	47	600	47	600	61
4293	11	800	30	700	26	700	53
4395	10	900	28	800	26	800	38
4500	10	1000	21	900	18	900	32
4591	9	1100	22	1000	17	1000	31
4700	11	1200	17	1100	17	1100	29
4808	13	1300	18	1200	19	1200	24
4898	15	1400	21	1300	18	1300	24
5005	11	1500	17	1400	17	1400	46
5095	9	1600	18	1500	16	1500	33
5200	13	1700	15	1600	19	1600	40
5289	18	1800	15	1700	19		
		1900	30	1800	18		
		2000	16	1900	19		
		2100	21	2000	19		
		2200	21	2100	20		
		2300	26	2200	24		
		2400	22	2300	39		
		2500	30	2400	40		
		2600	52				
		2700	44				
		2800	38				
		2900	69				

Standaarddeviaties van het residu in meters

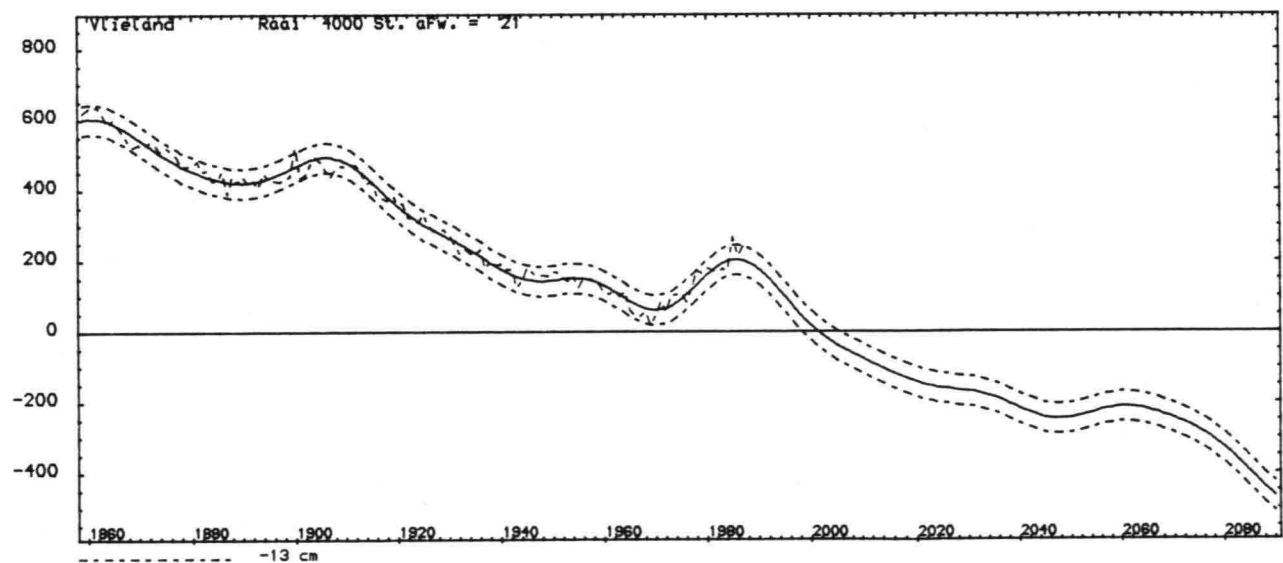
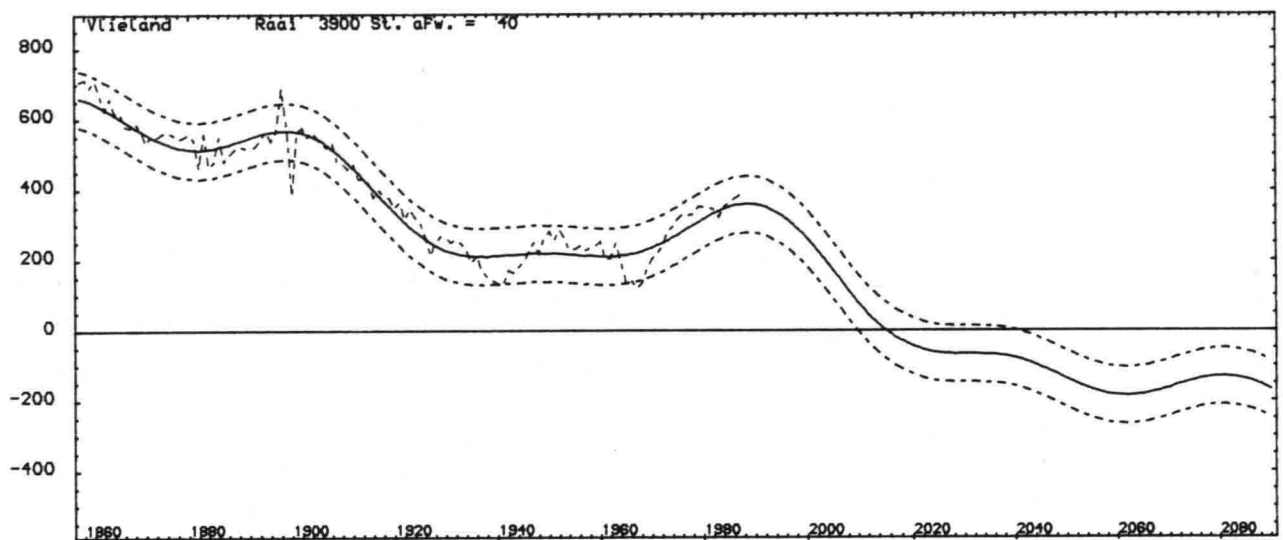
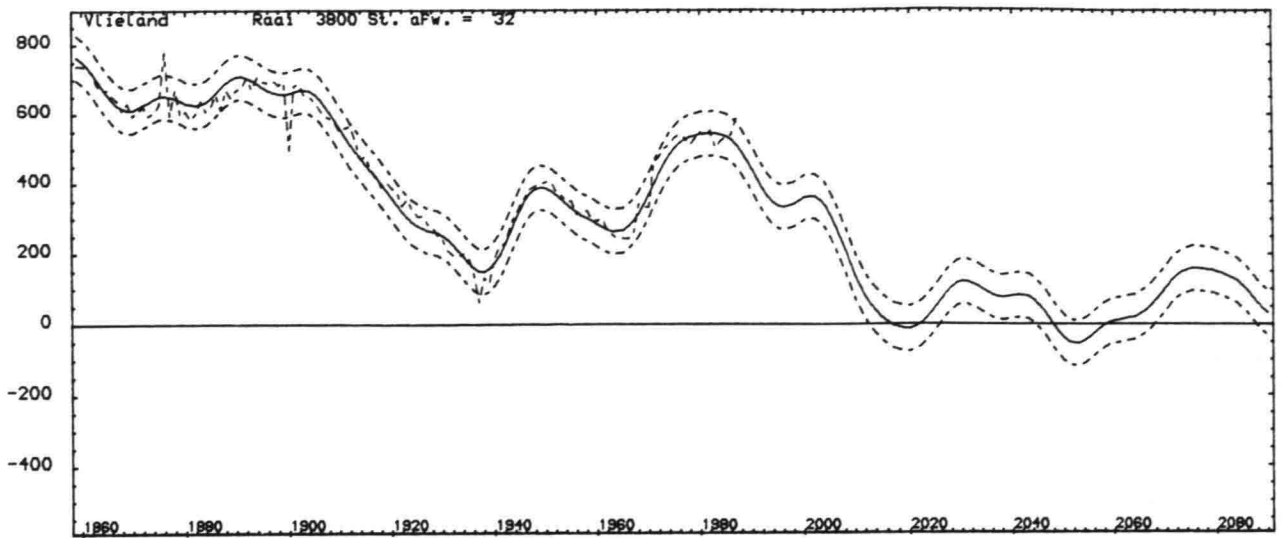
STANDAARDDEVIATIES VAN DE LAATSTE RESTREEKSEN	Projectcode: 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 11
Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW	Din A4	Reg. nr. -

BVLAGE 12

VLIELAND

M-reeksen met aangepaste en  
geëxtrapoleerde signalen en  
95% - marge

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

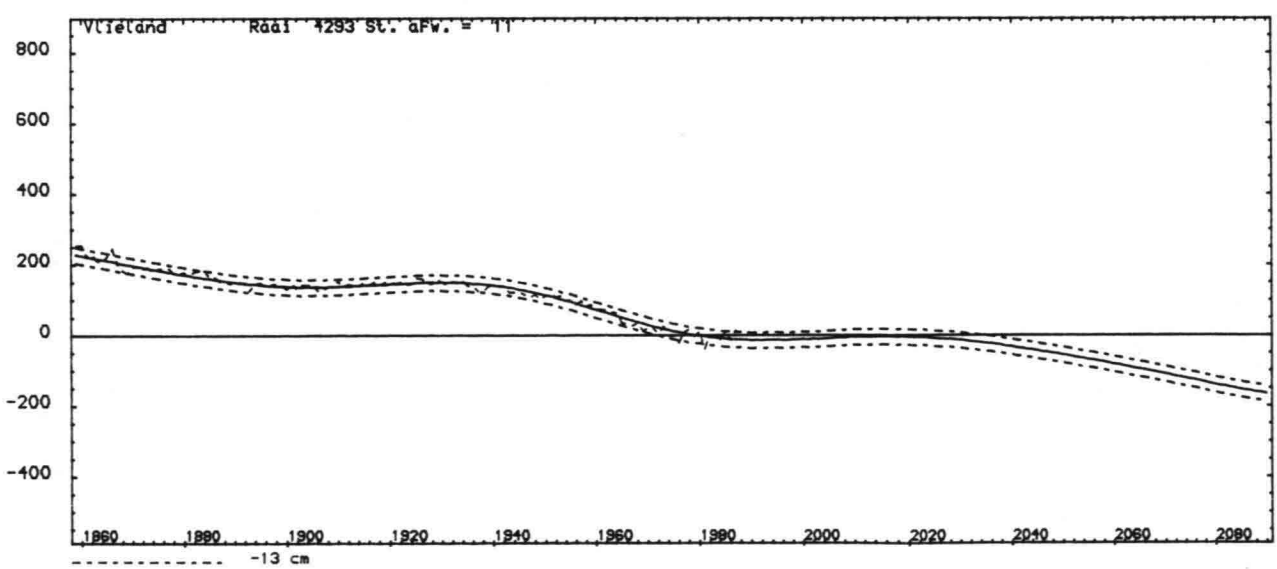
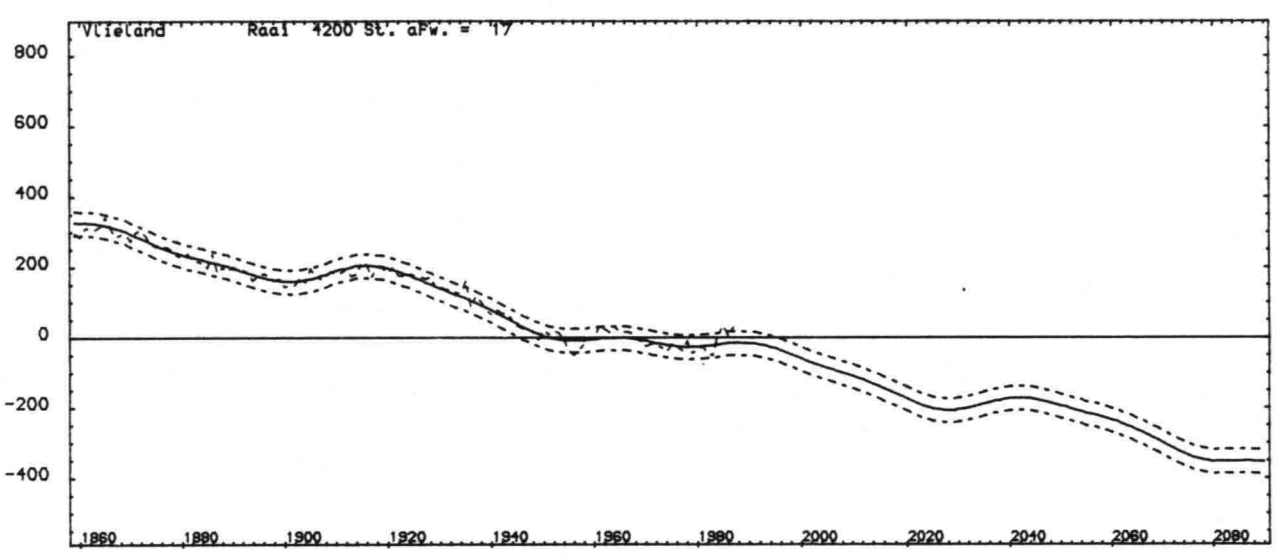
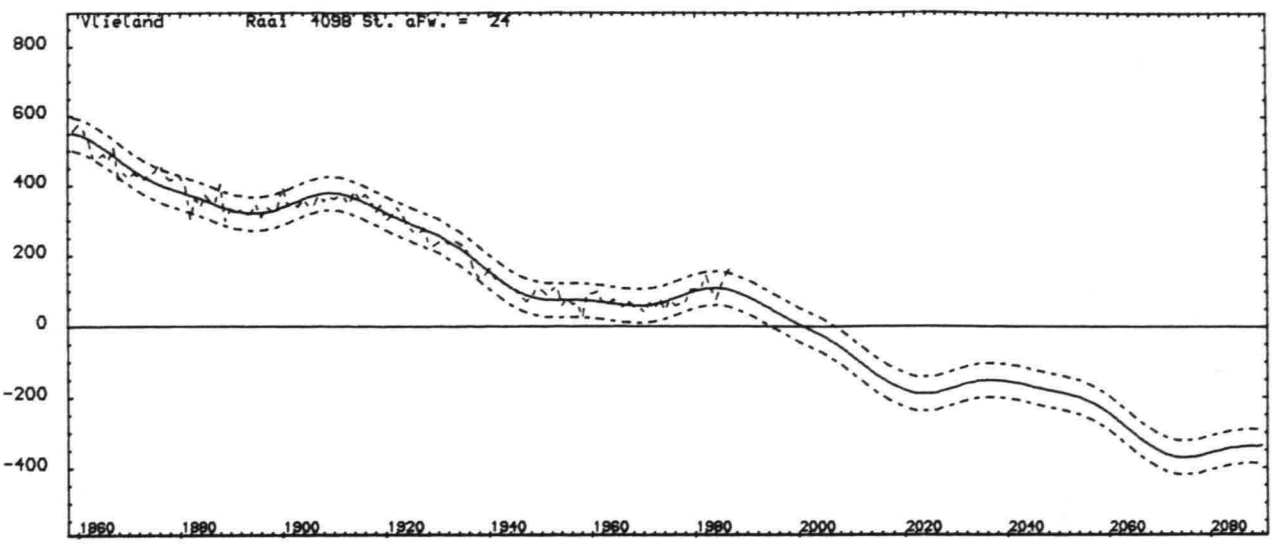
Bijlage 12<sup>a</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

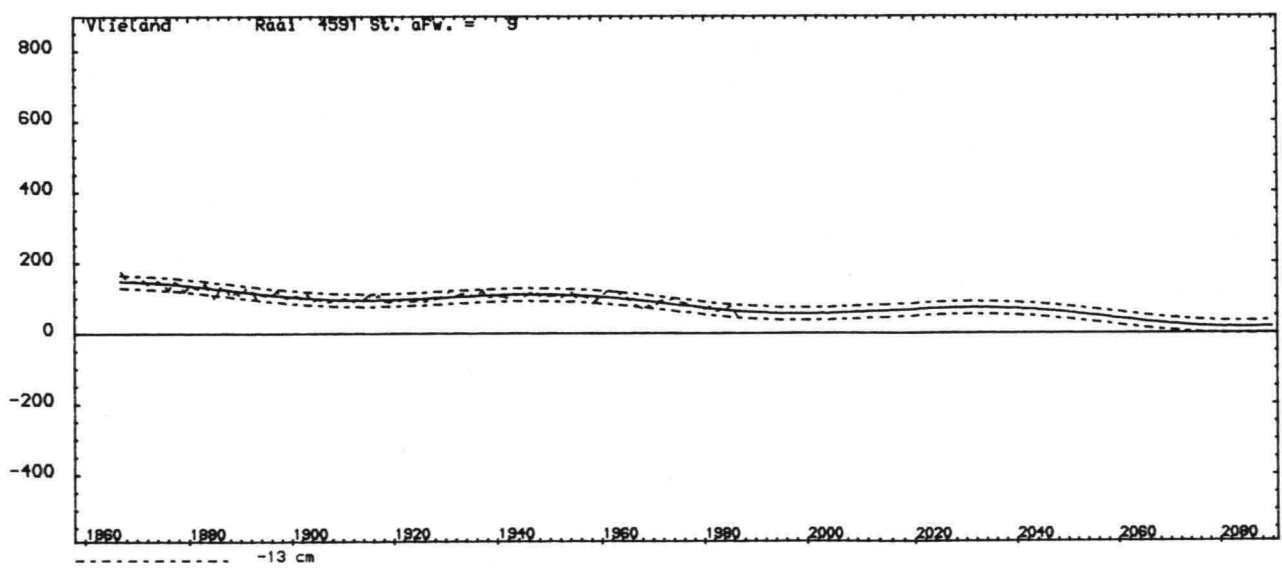
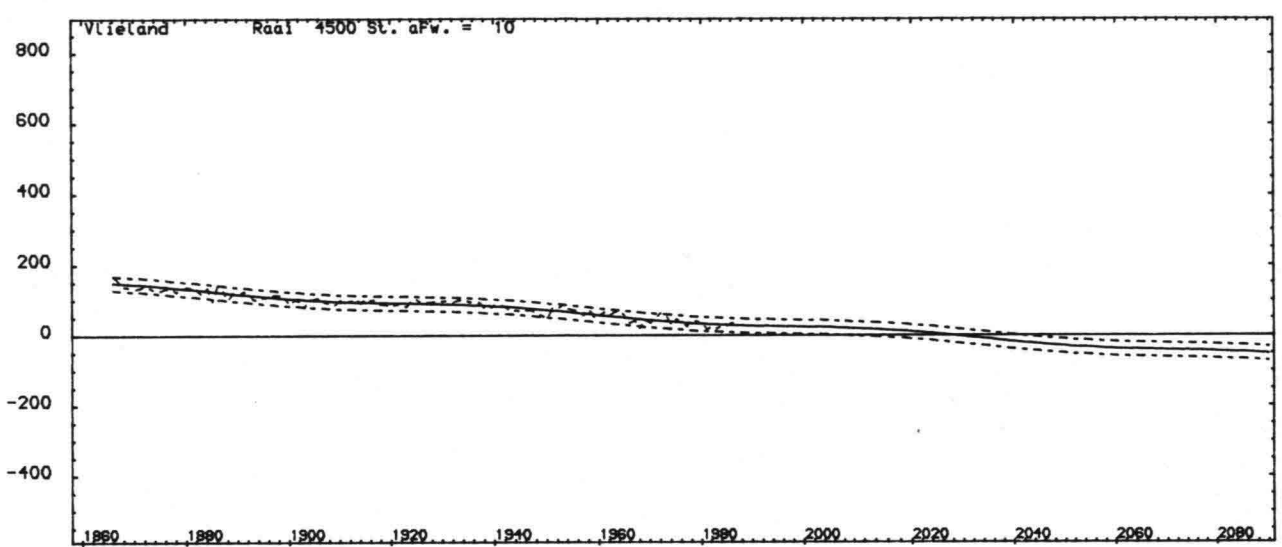
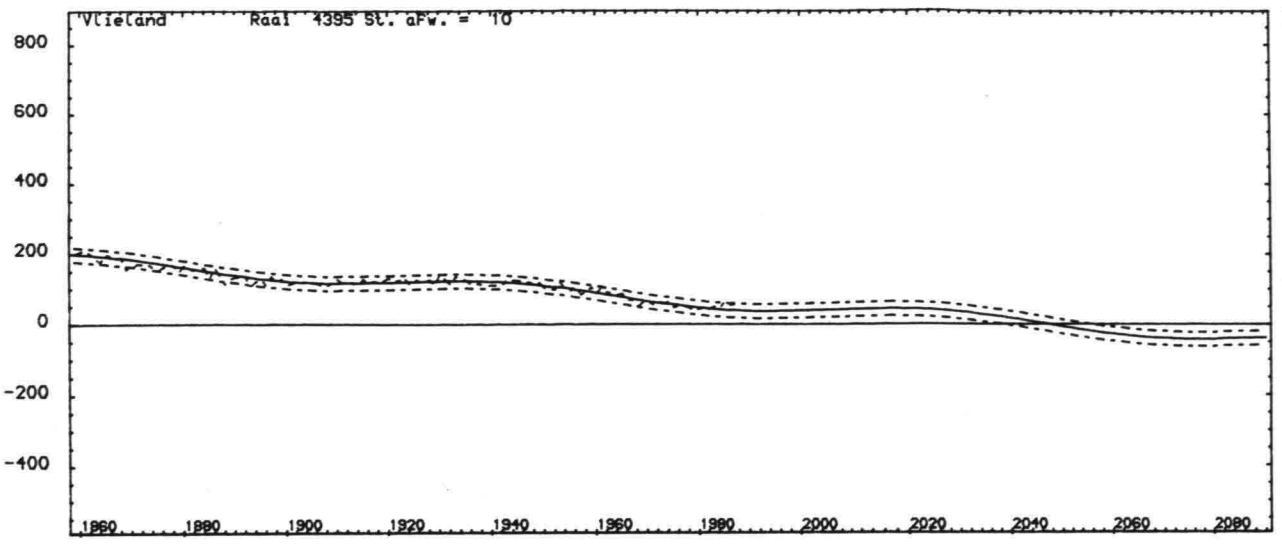
Bijlage 12<sup>b</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aF.d. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

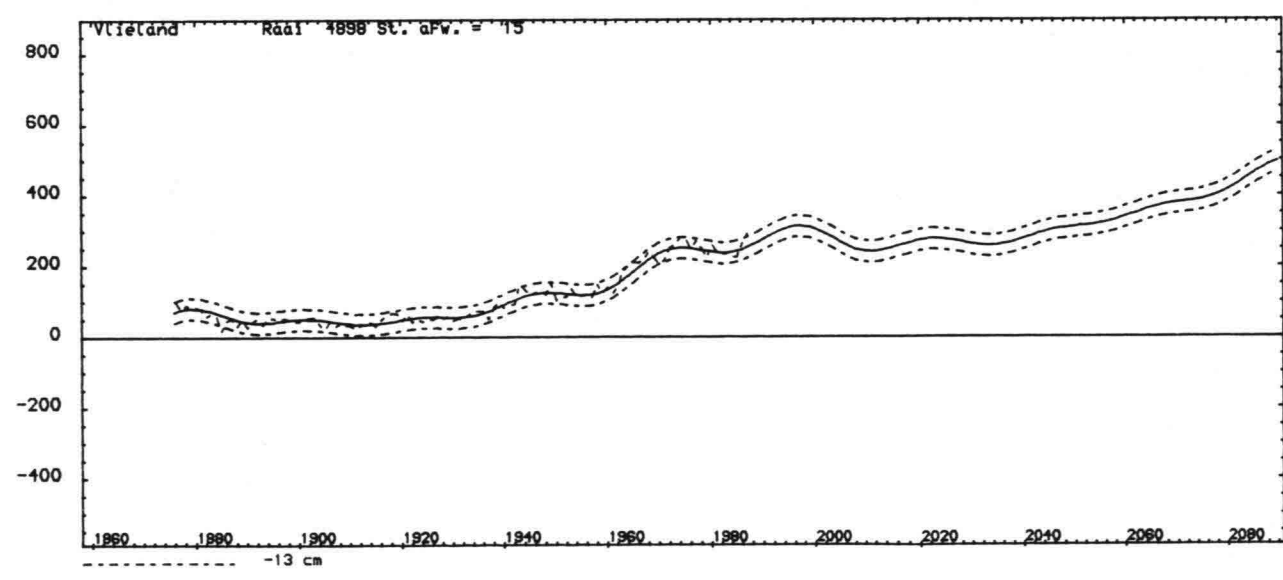
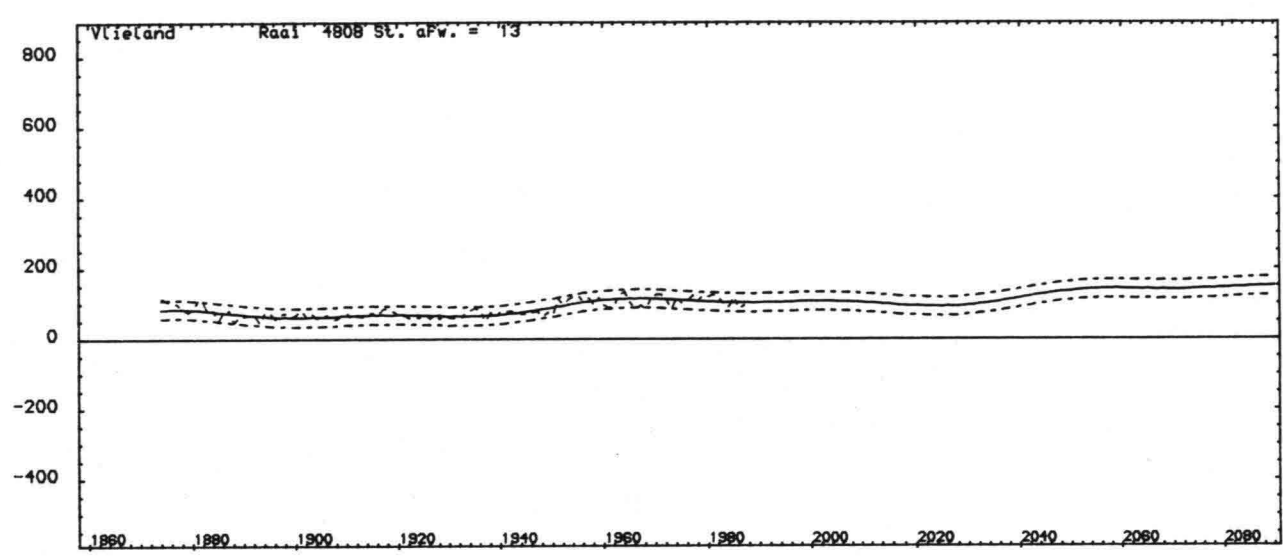
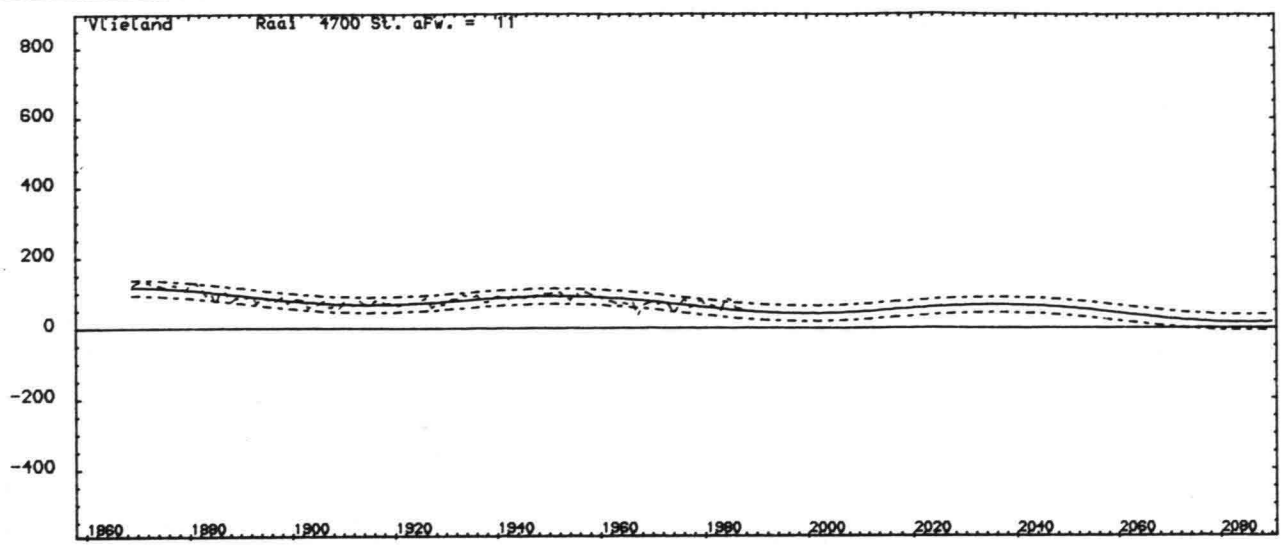
Bijlage 12<sup>c</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aF.d. A N W

din A4

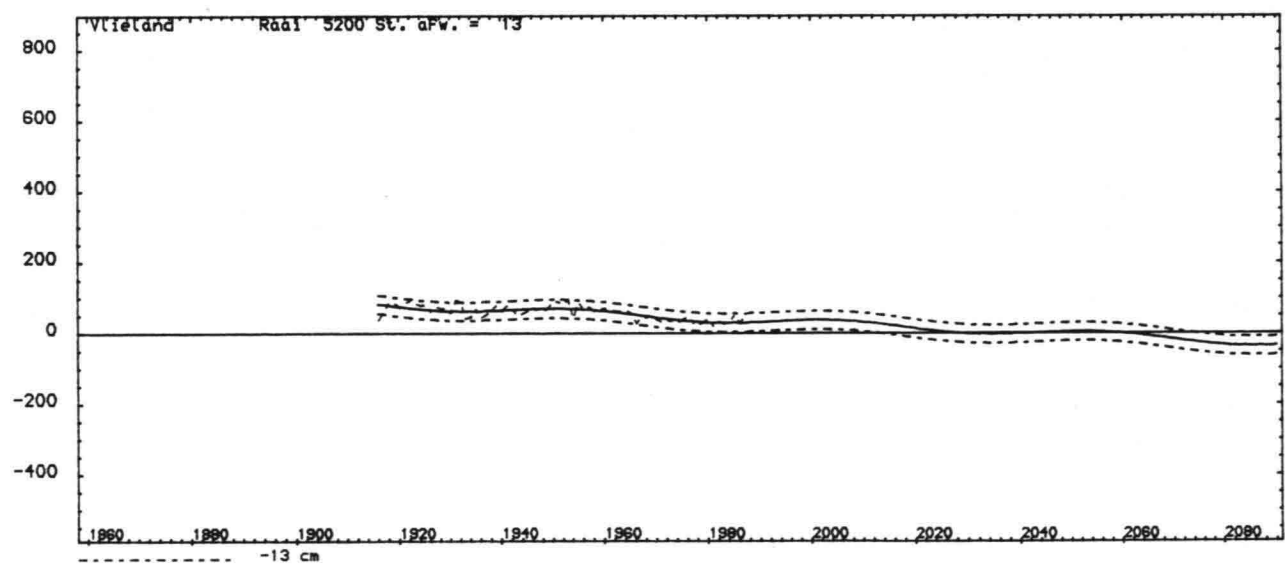
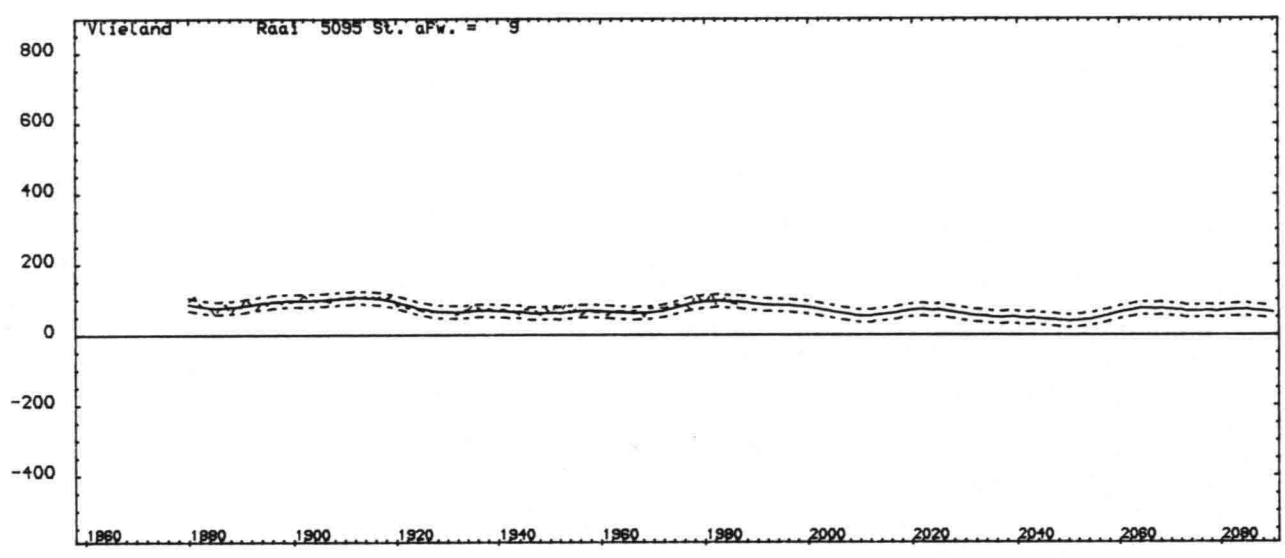
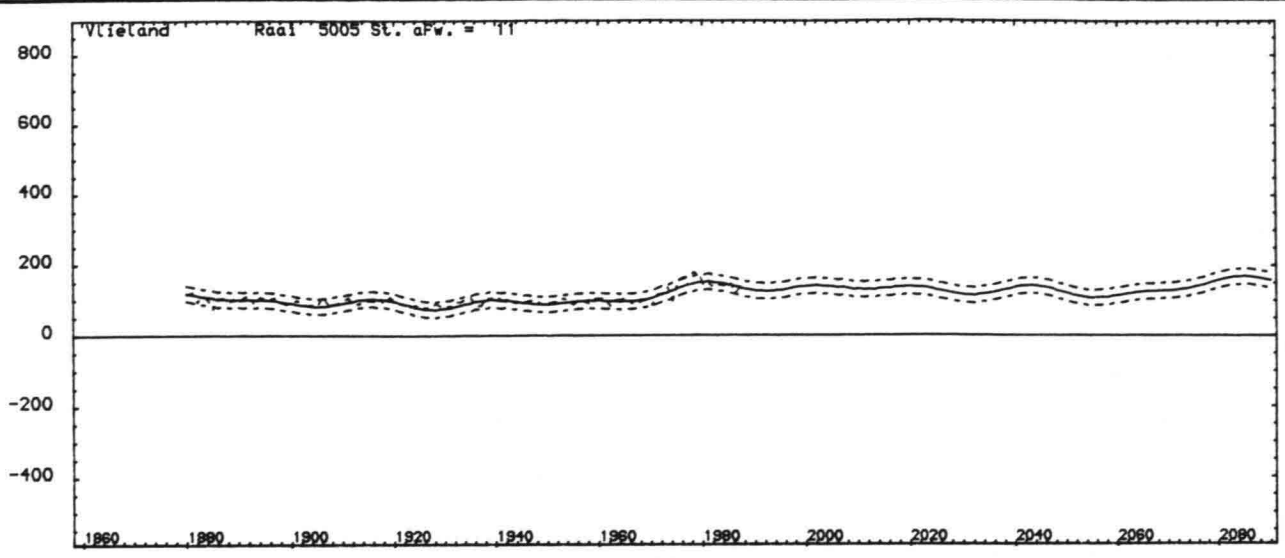
Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS ← - afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



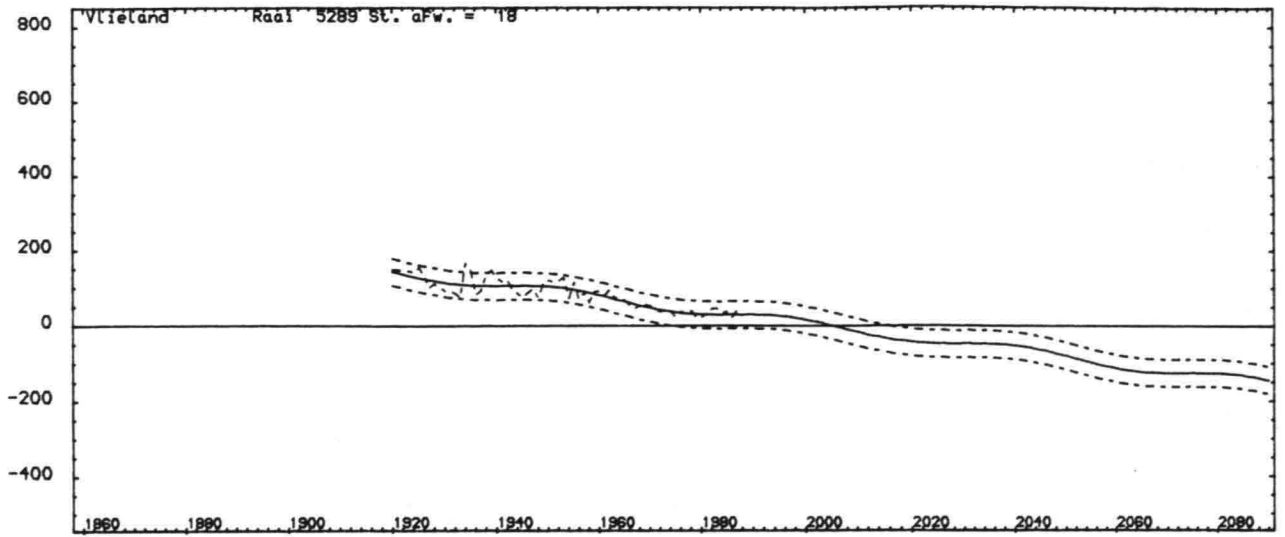
M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 12 <sup>d</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS ← afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband → ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 12 <sup>e</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland aF.d. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband ---> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 12 f

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

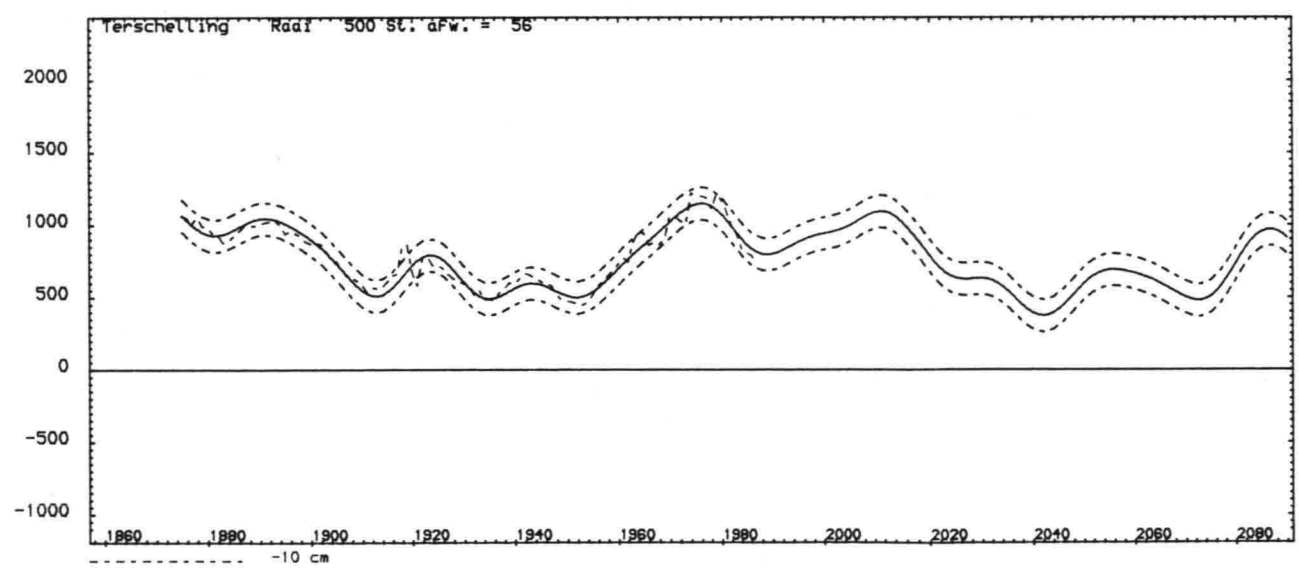
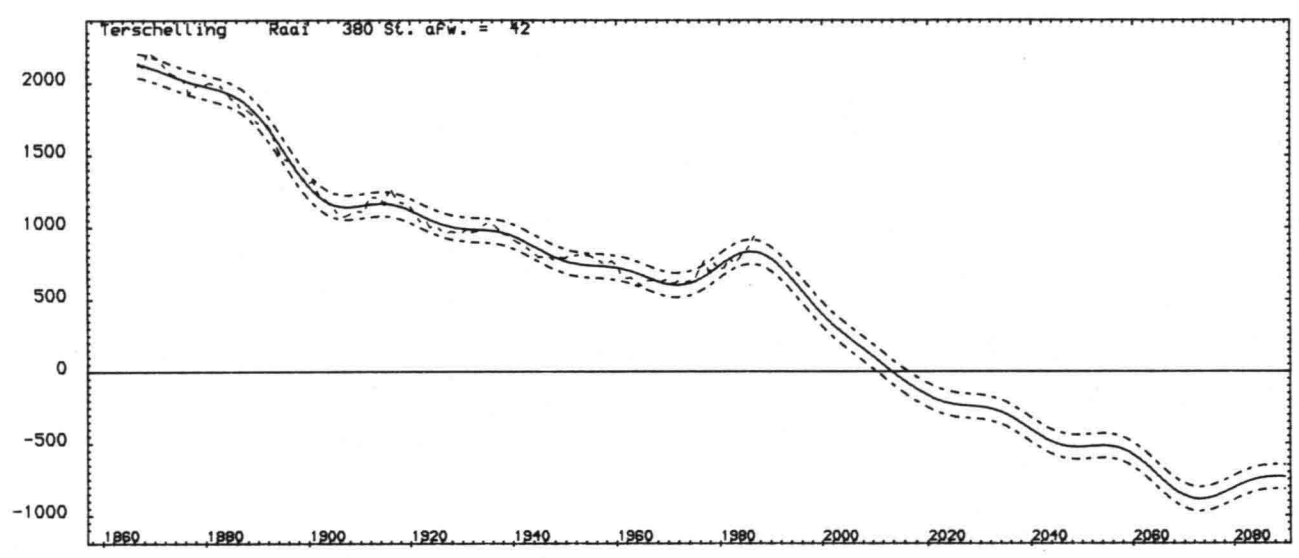
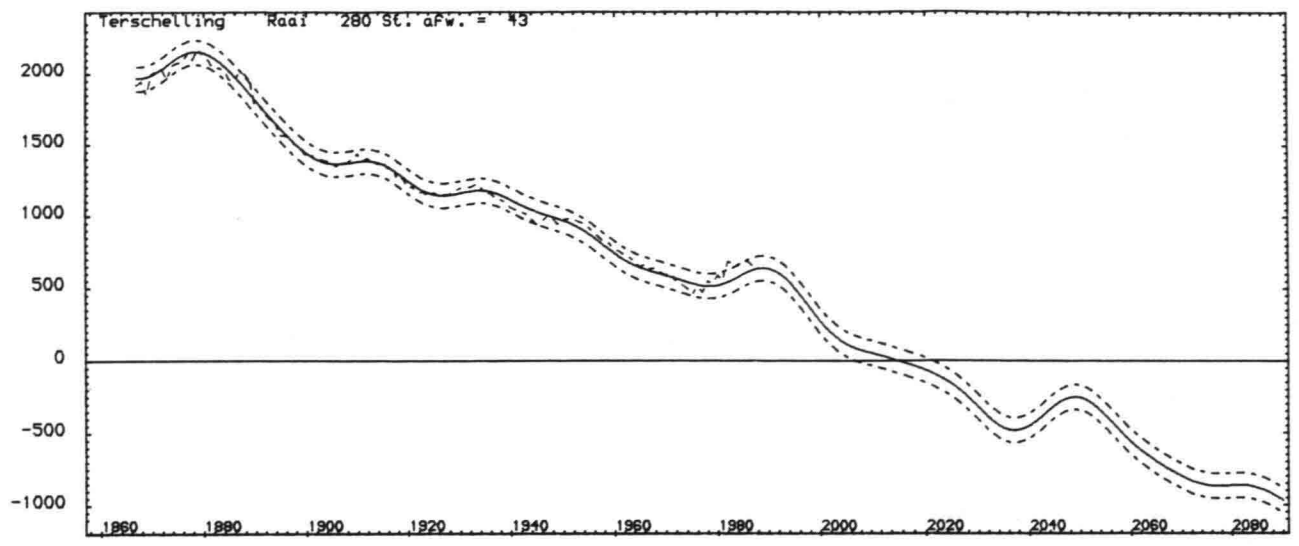


BJLAGE 13

TERSCHELLING

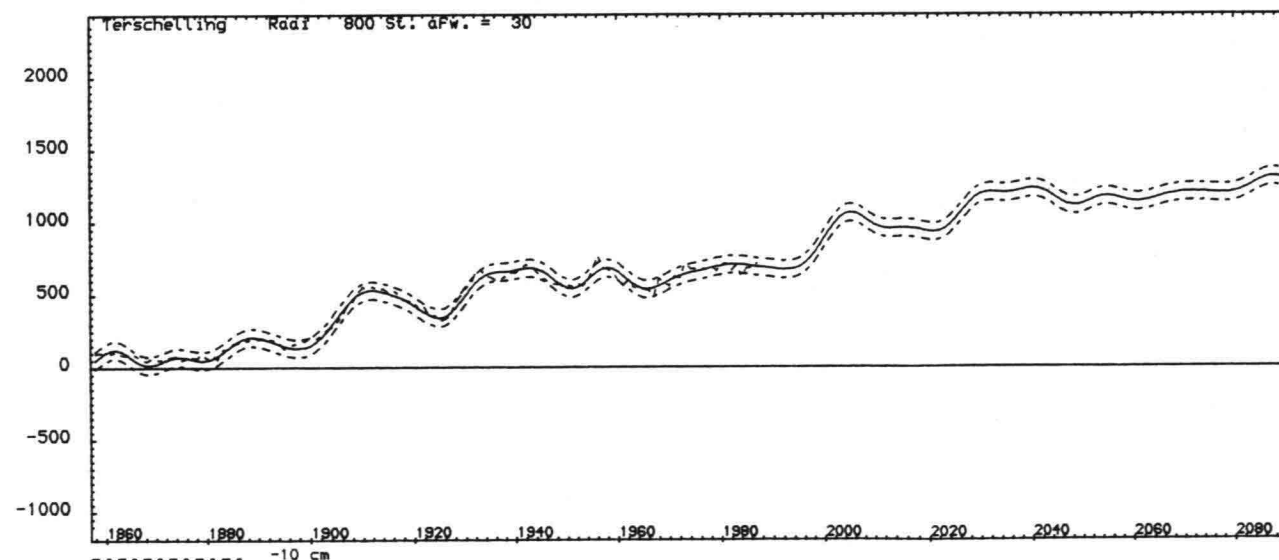
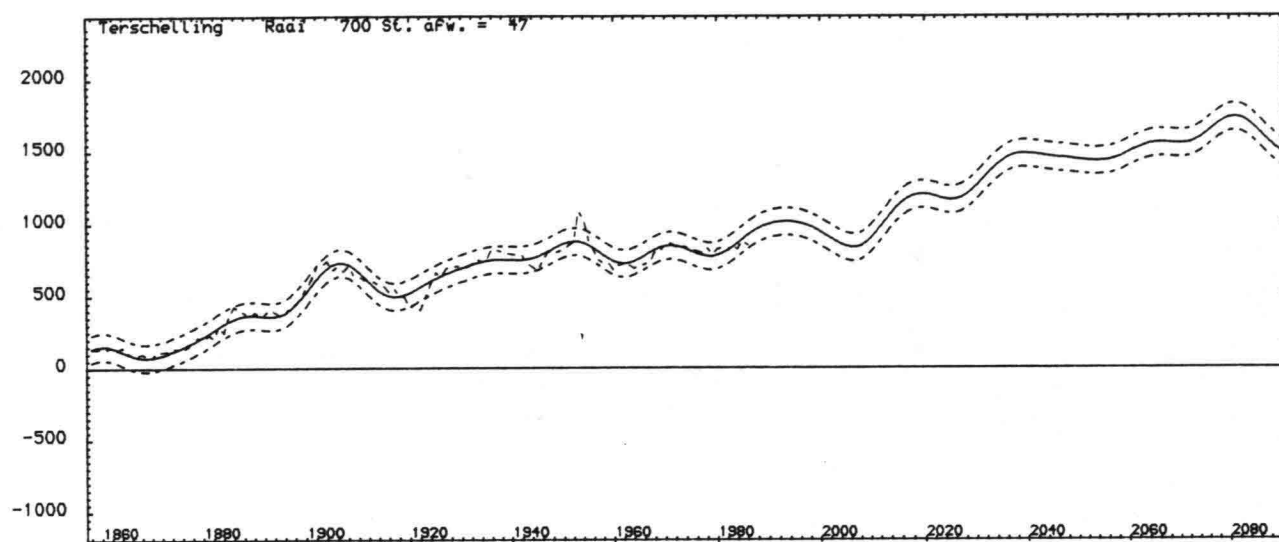
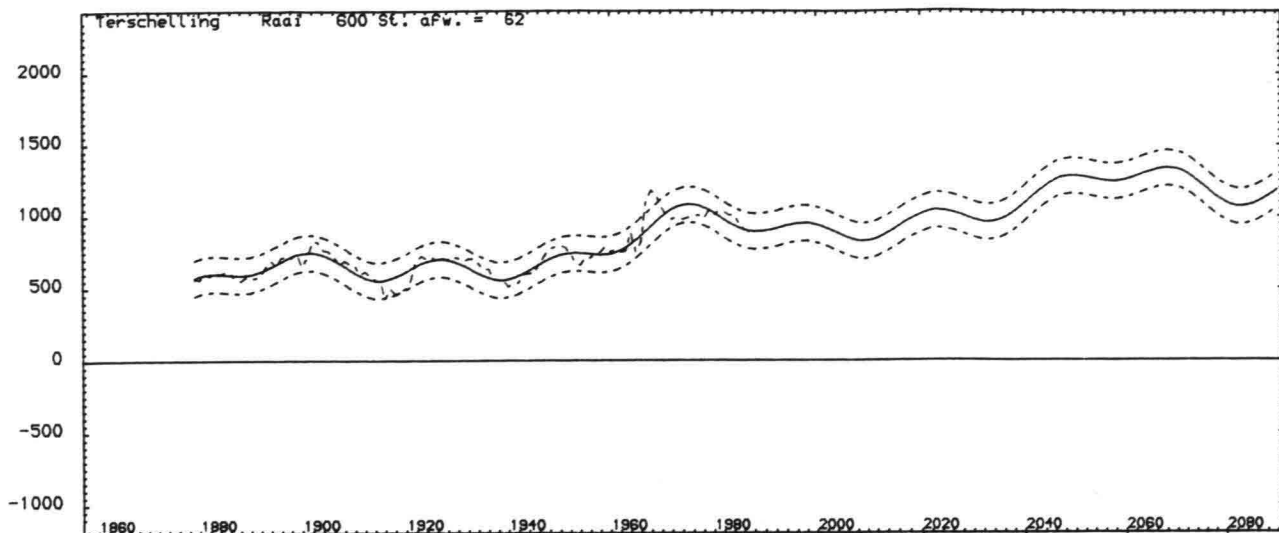
M-reeksen met aangepaste en  
geëxtrapoleerde signalen en  
95% - marge

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 13 <sup>a</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

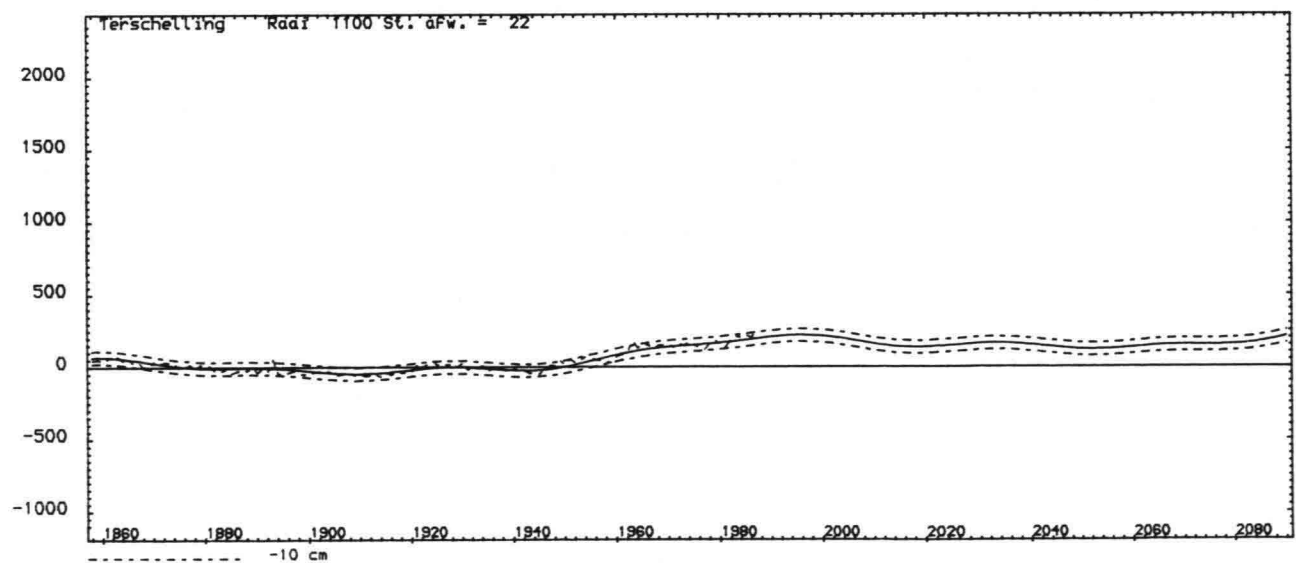
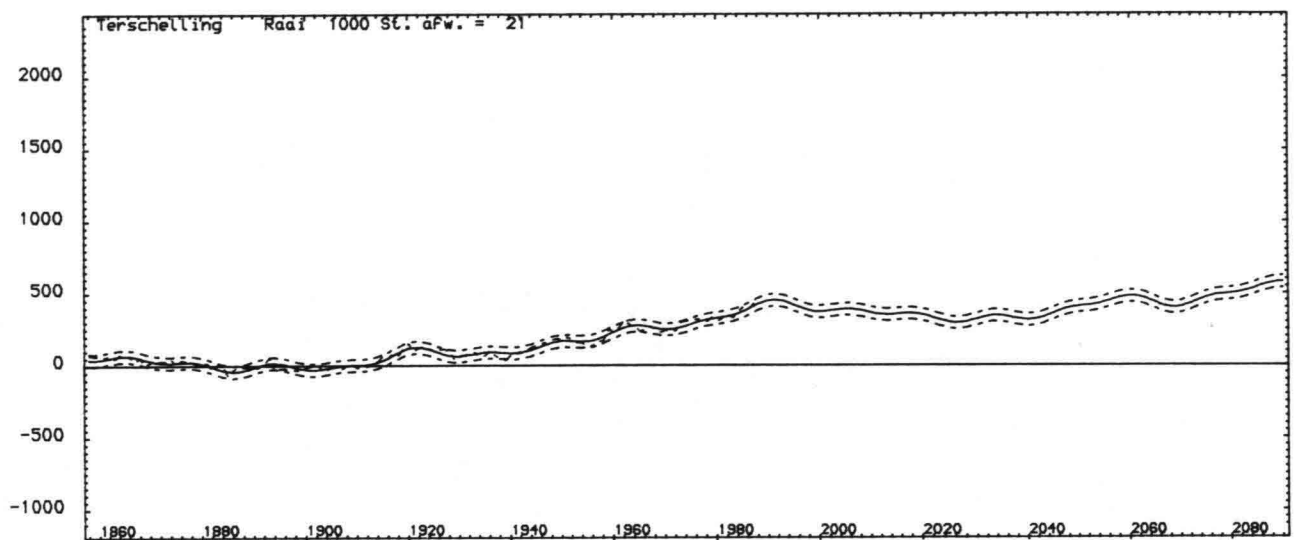
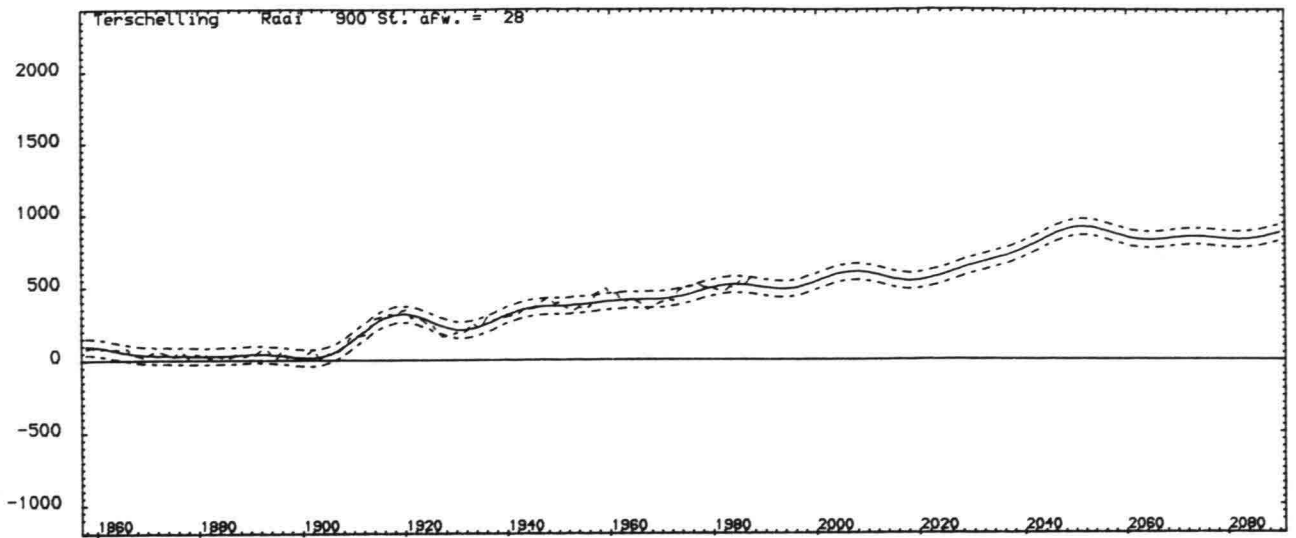
Bijlage 13<sup>b</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

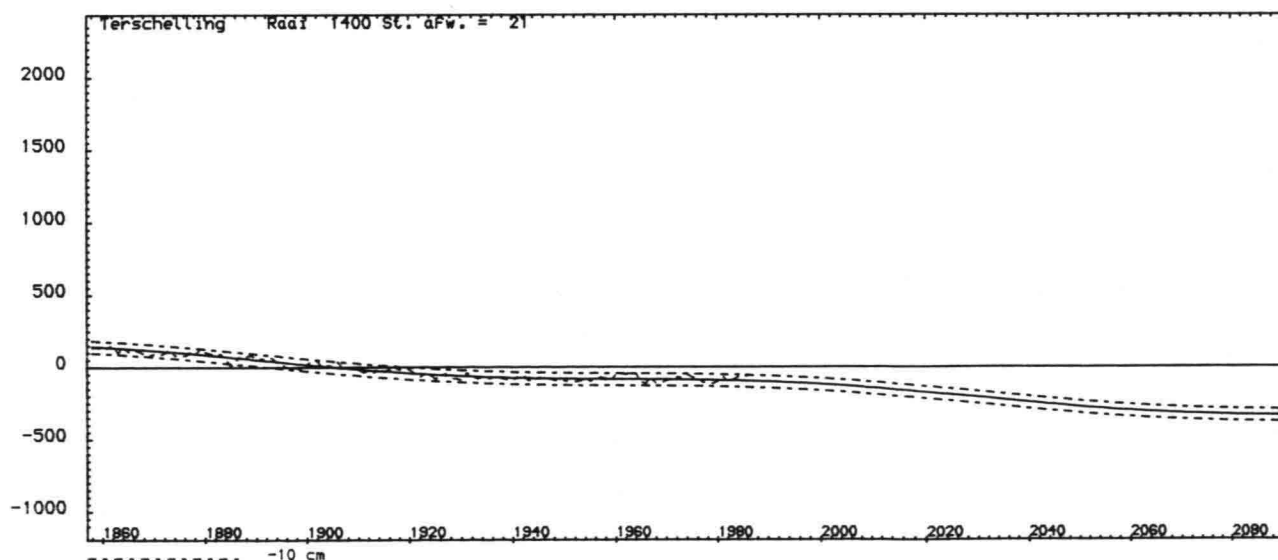
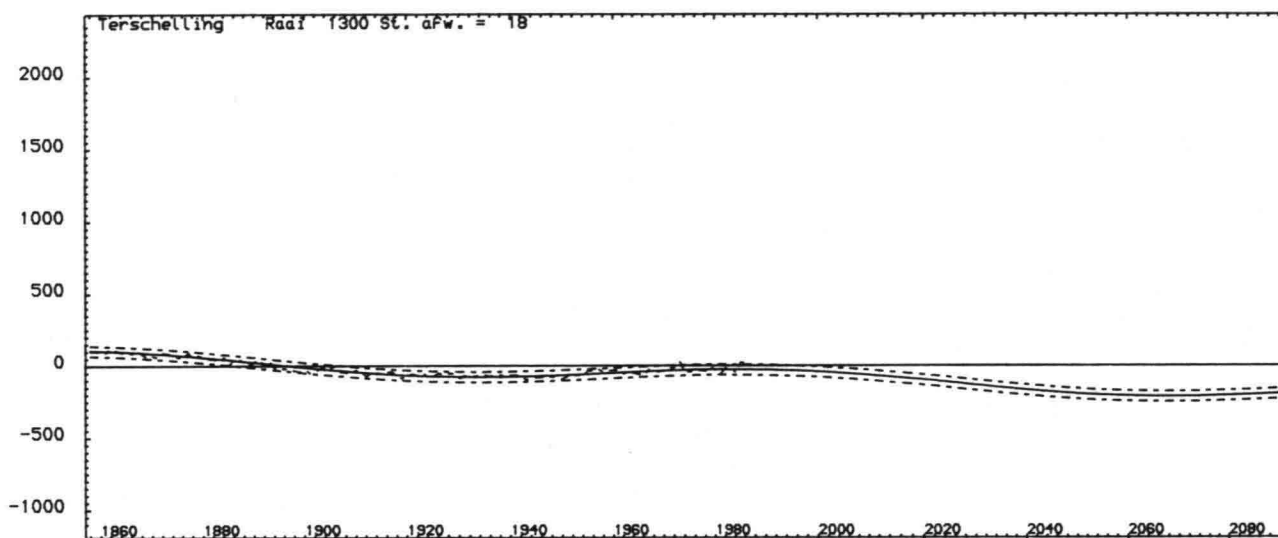
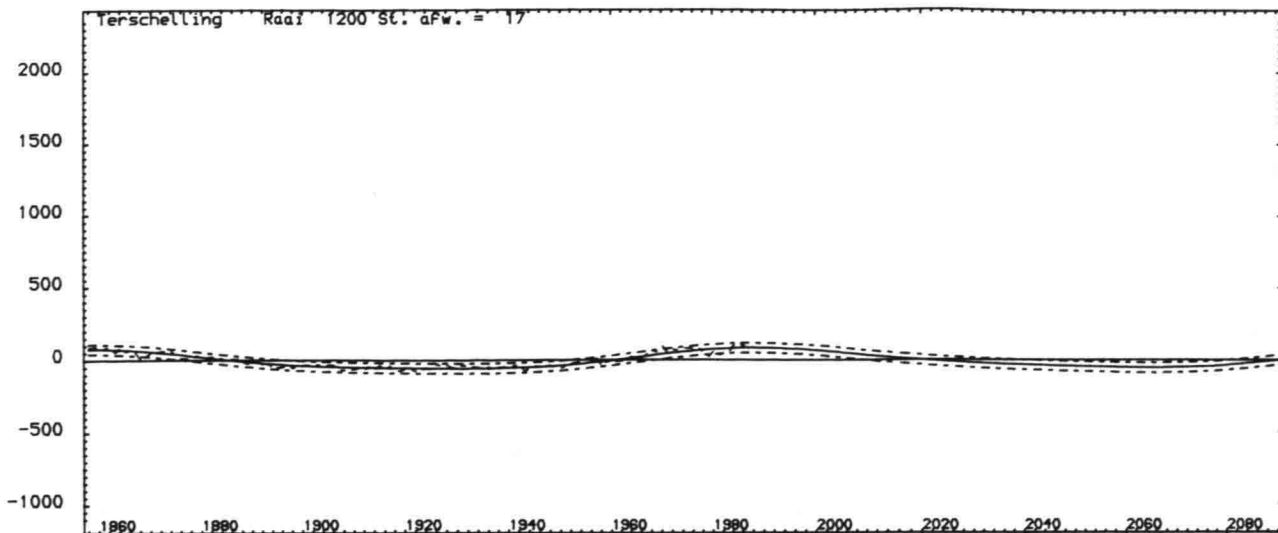
Bijlage 13<sup>c</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

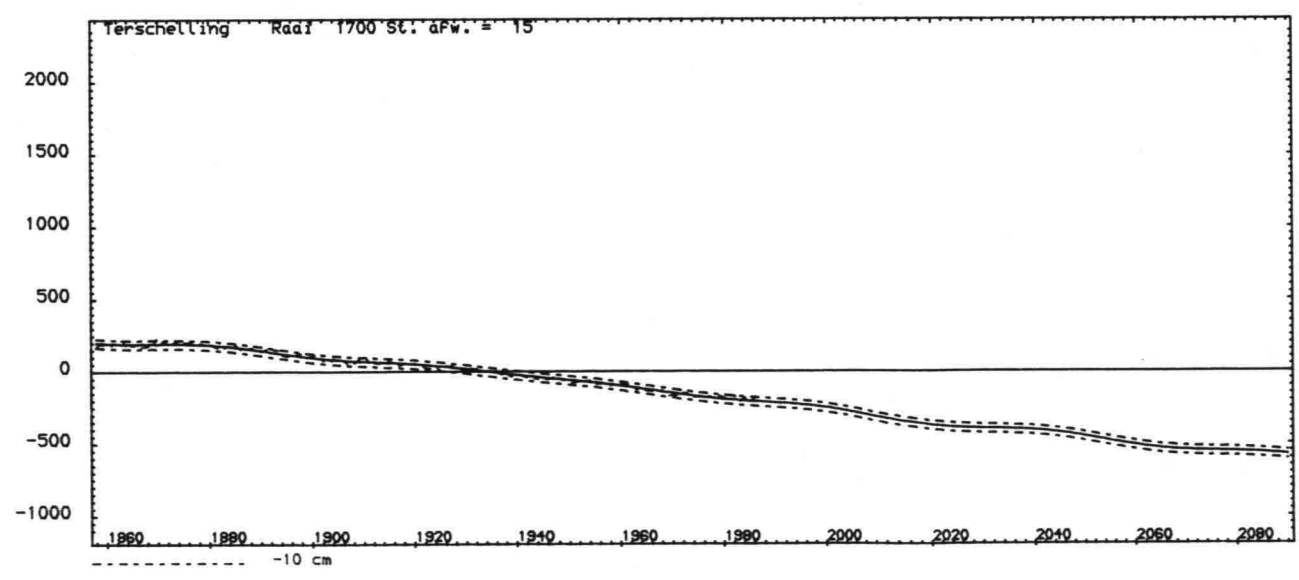
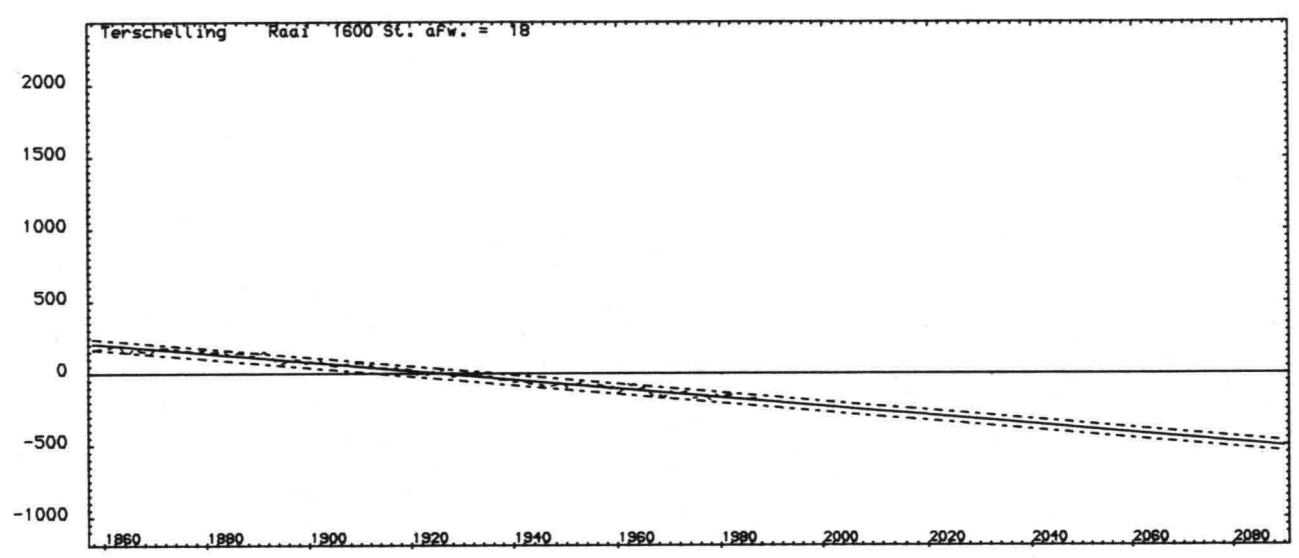
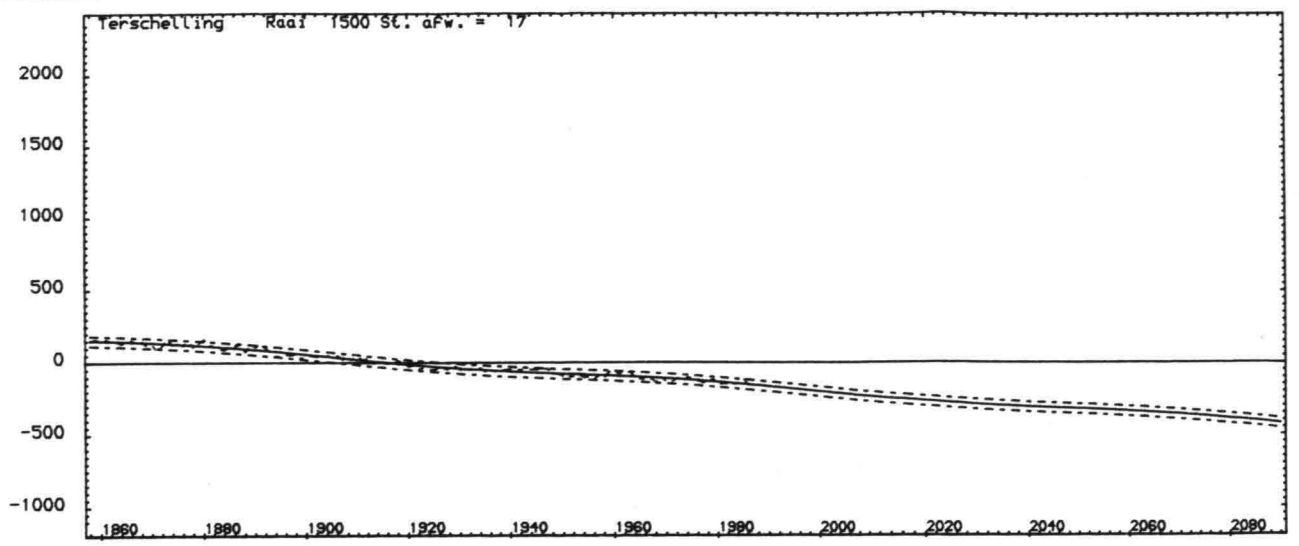
Bijlage 13<sup>d</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

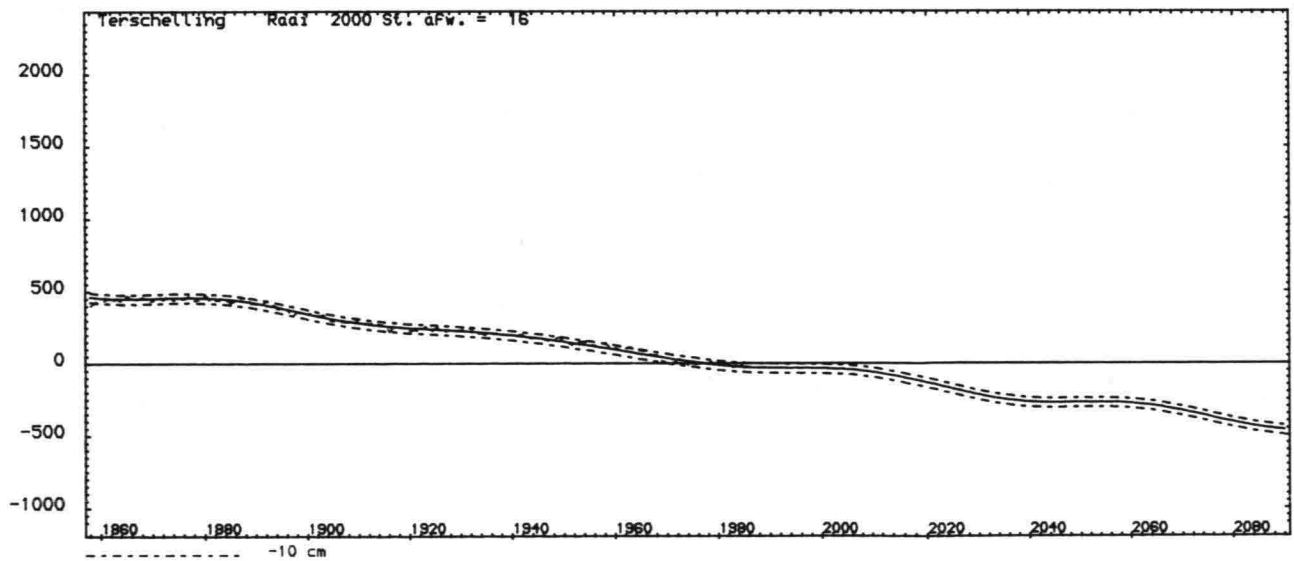
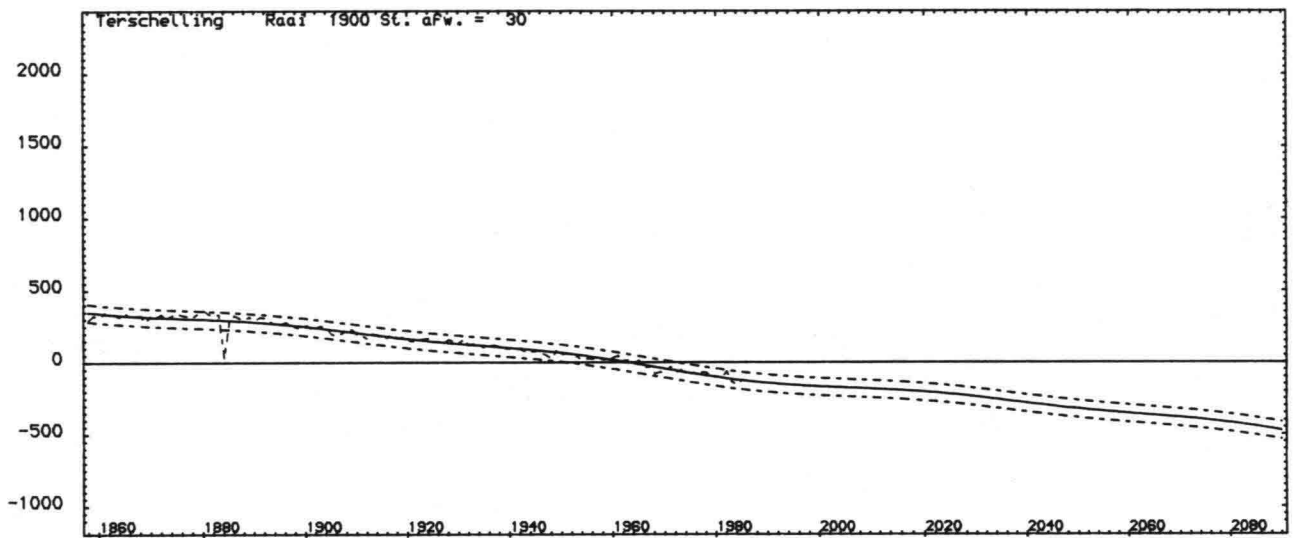
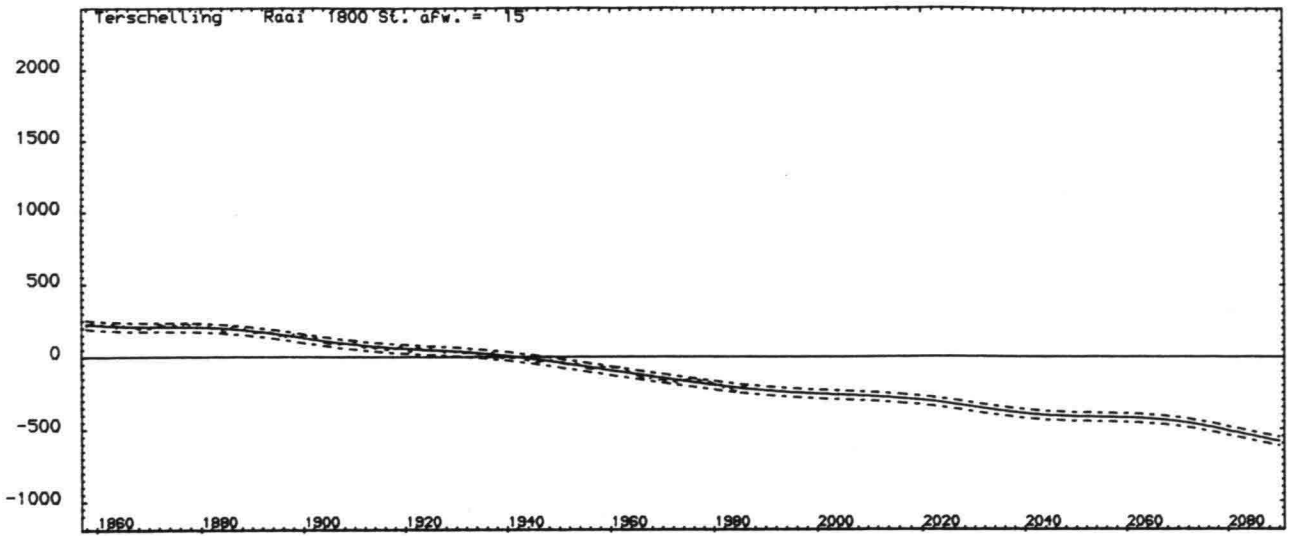
Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetslijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 13 <sup>e</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

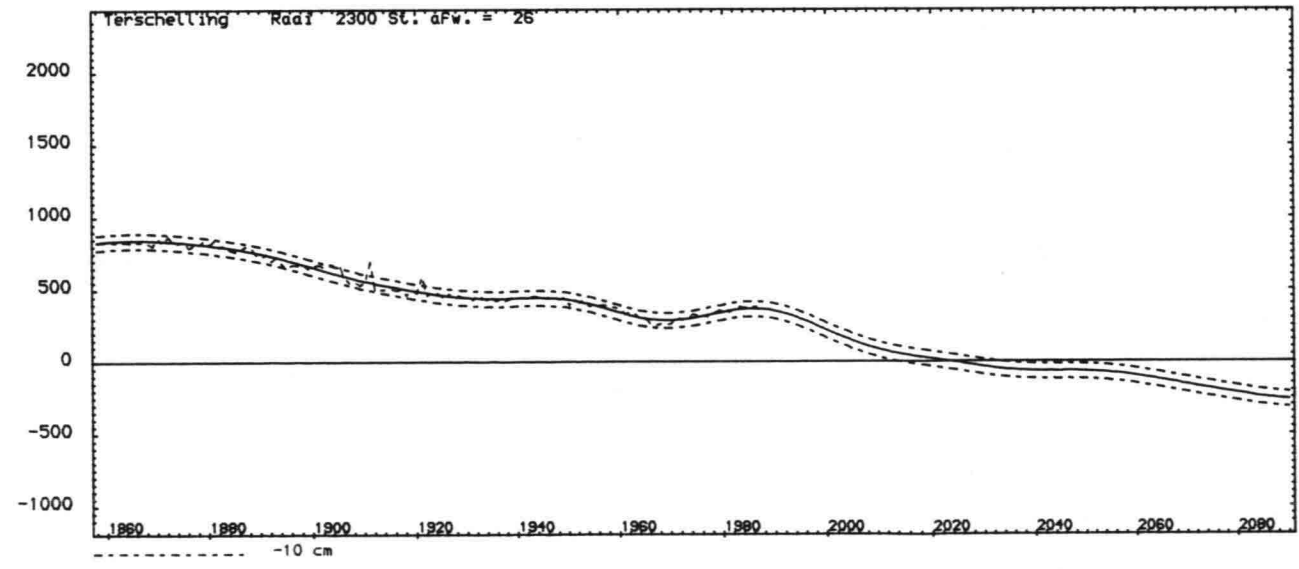
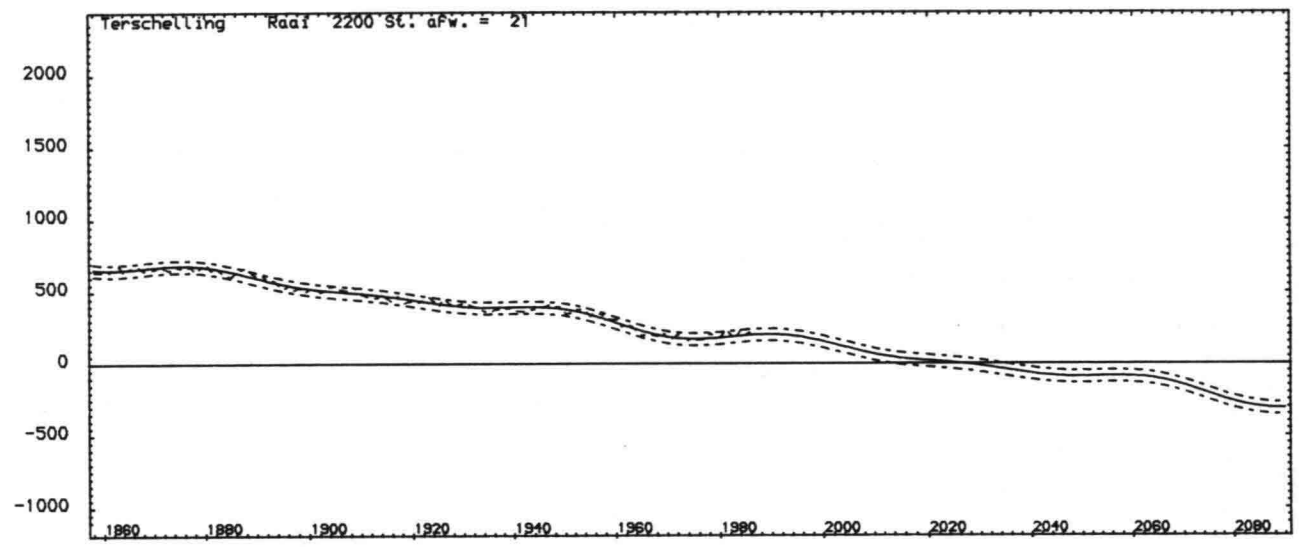
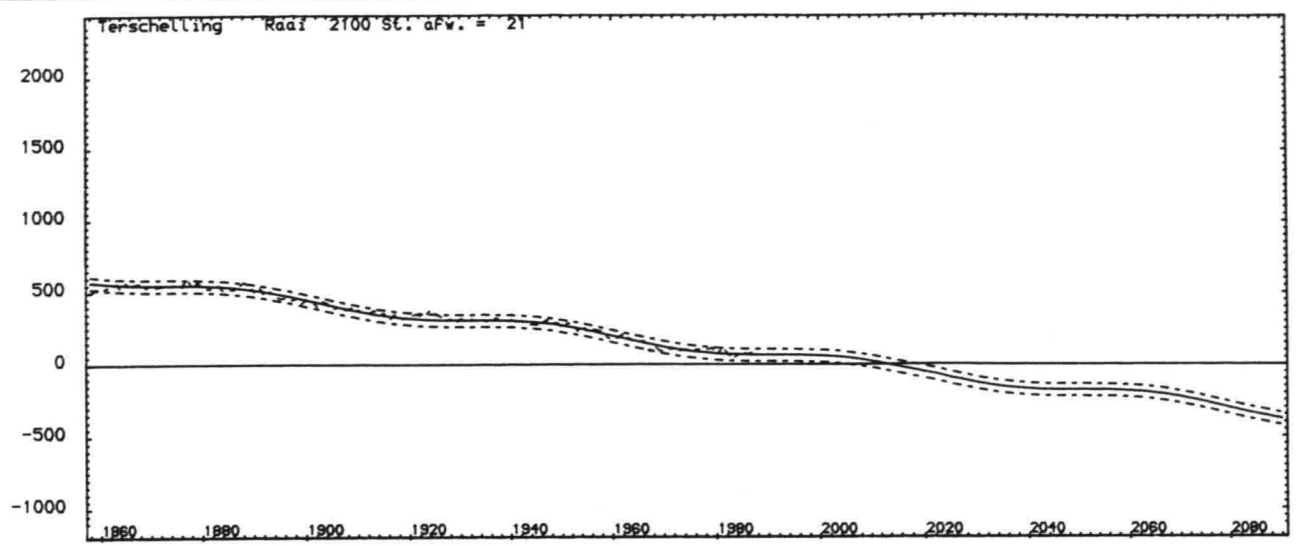
Bijlage 13<sup>f</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS ←-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 13<sup>9</sup>

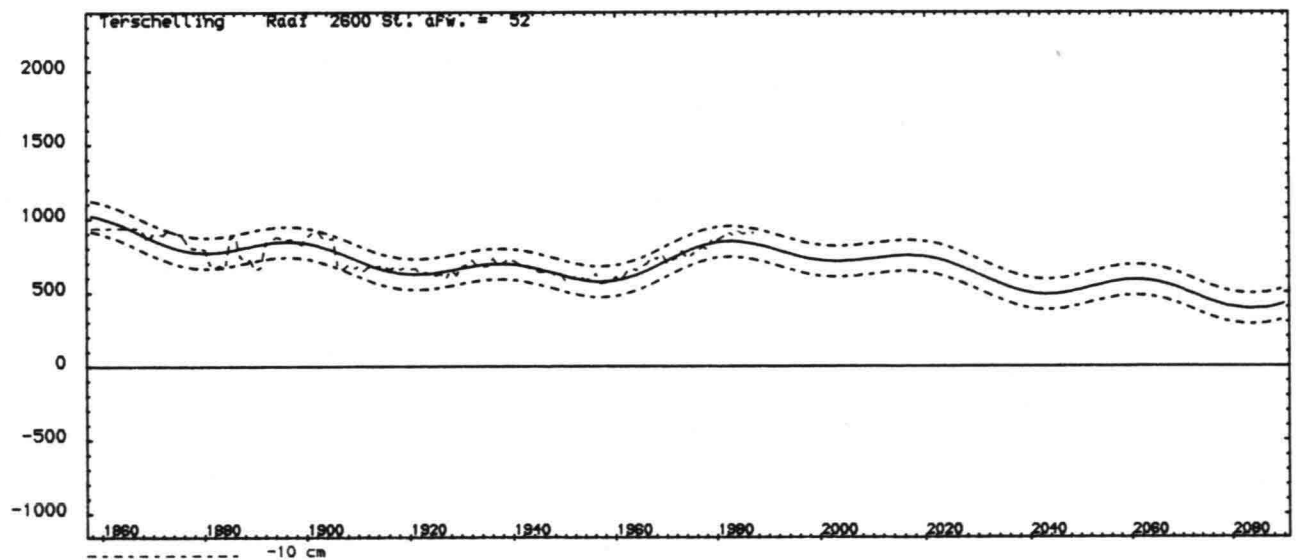
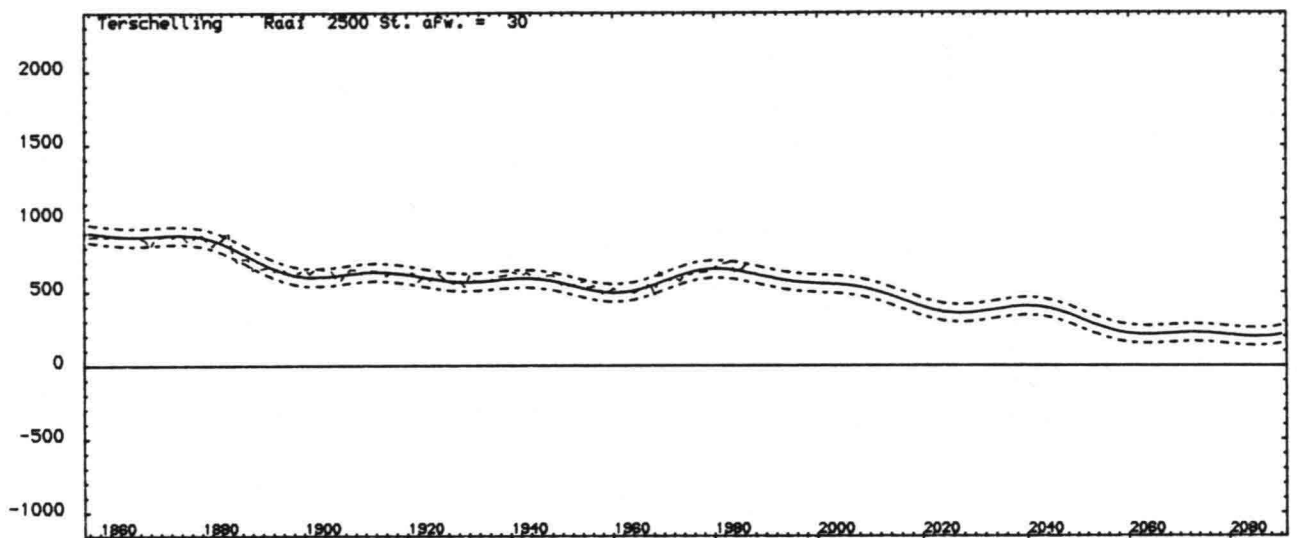
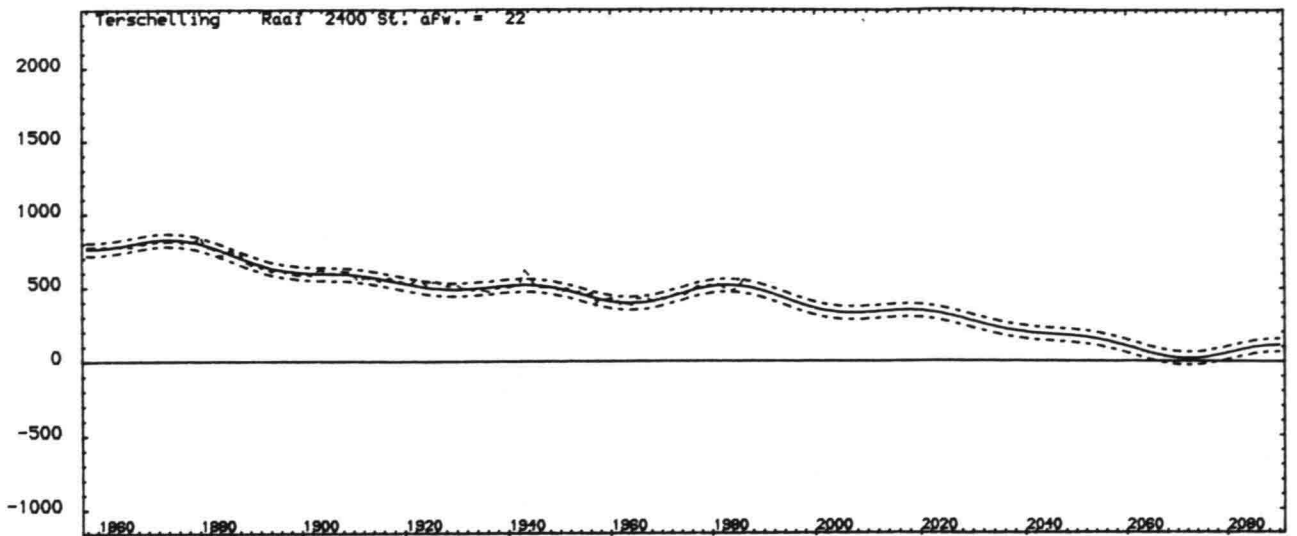
Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E



LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

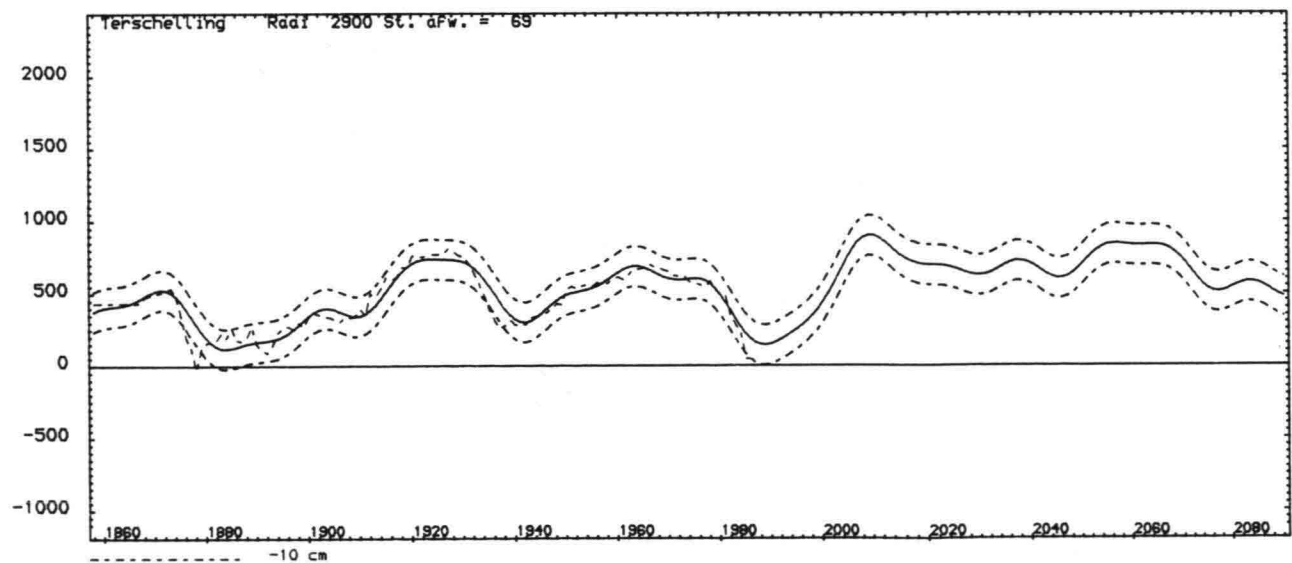
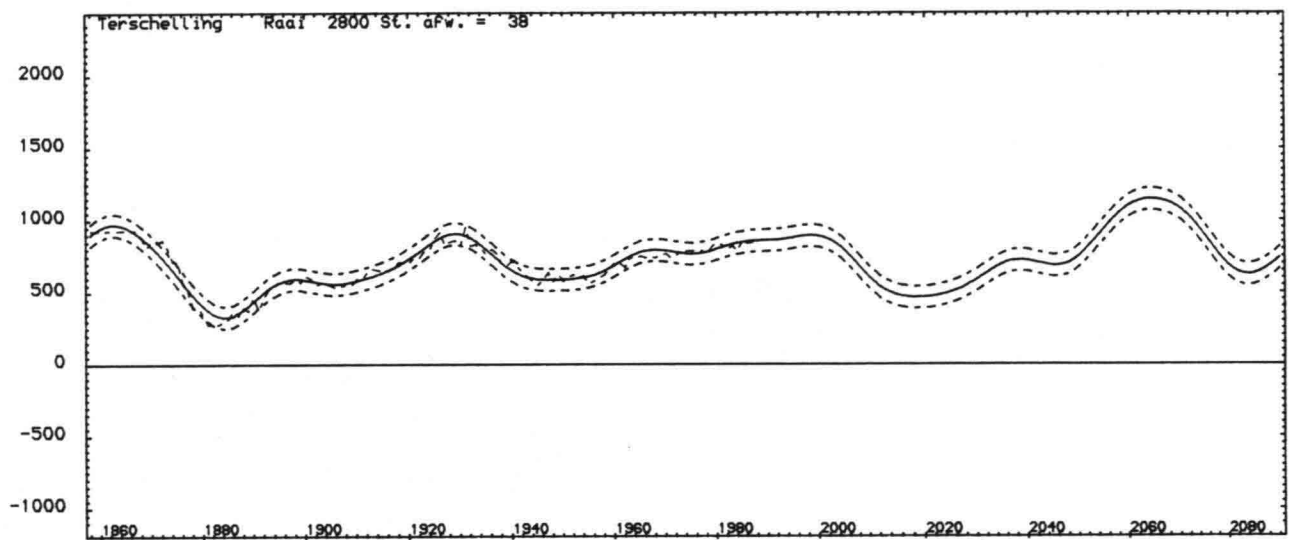
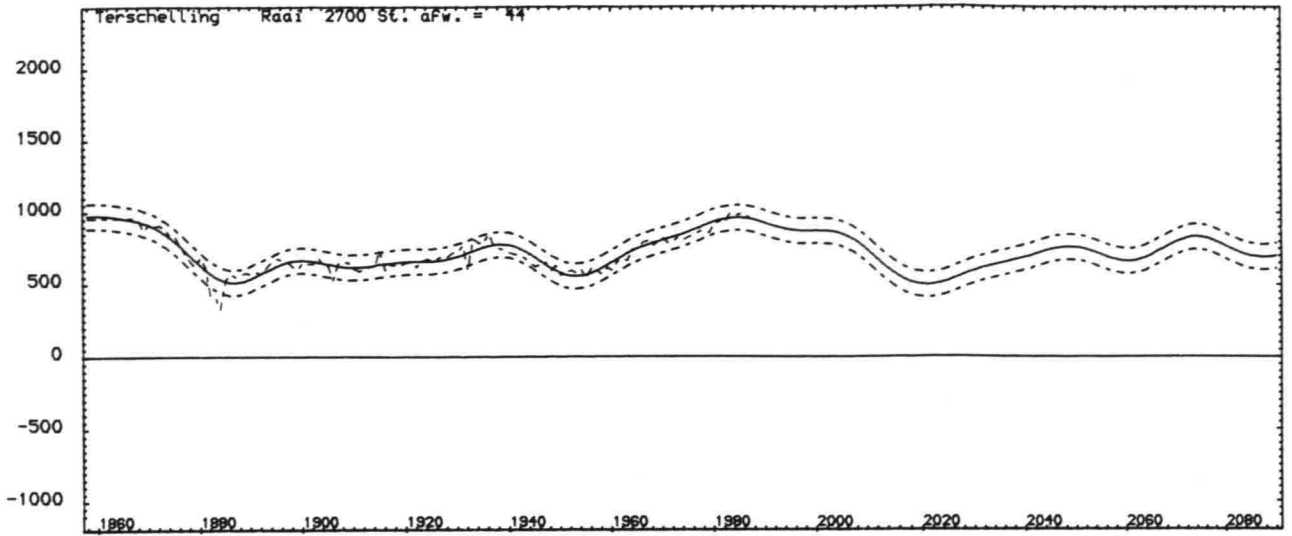
Bijlage 13<sup>h</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 13 i

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

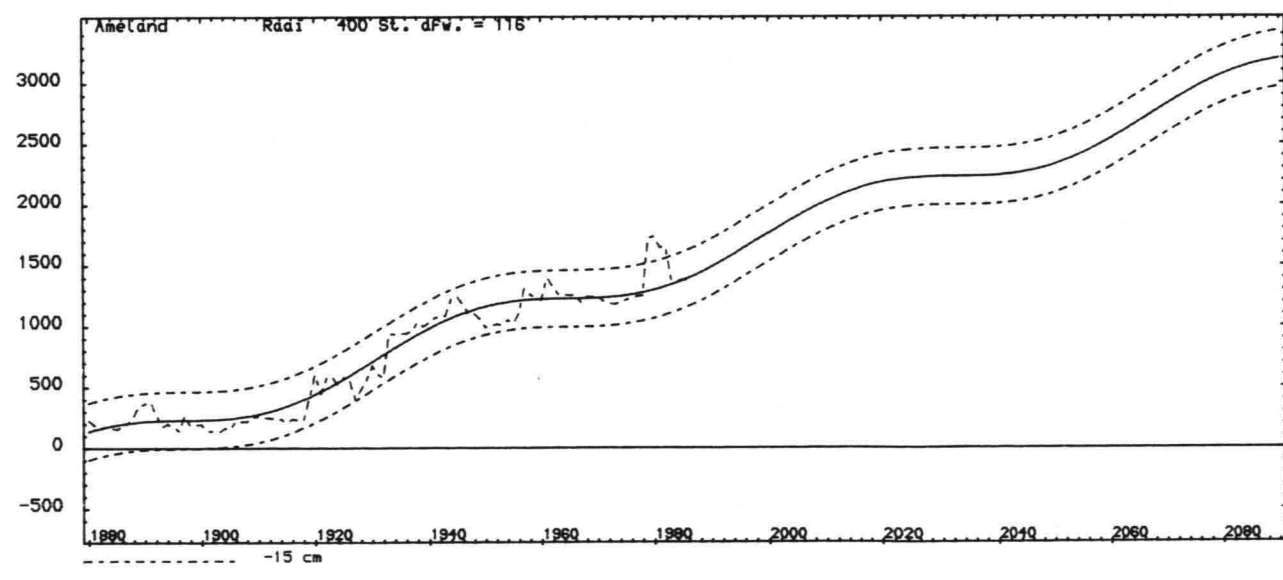
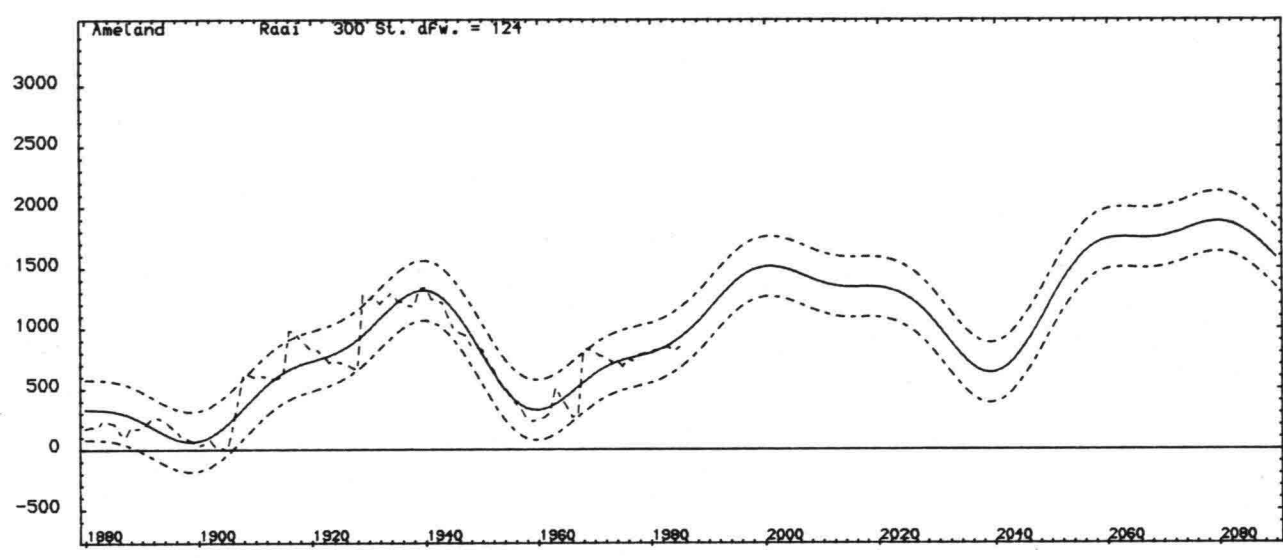
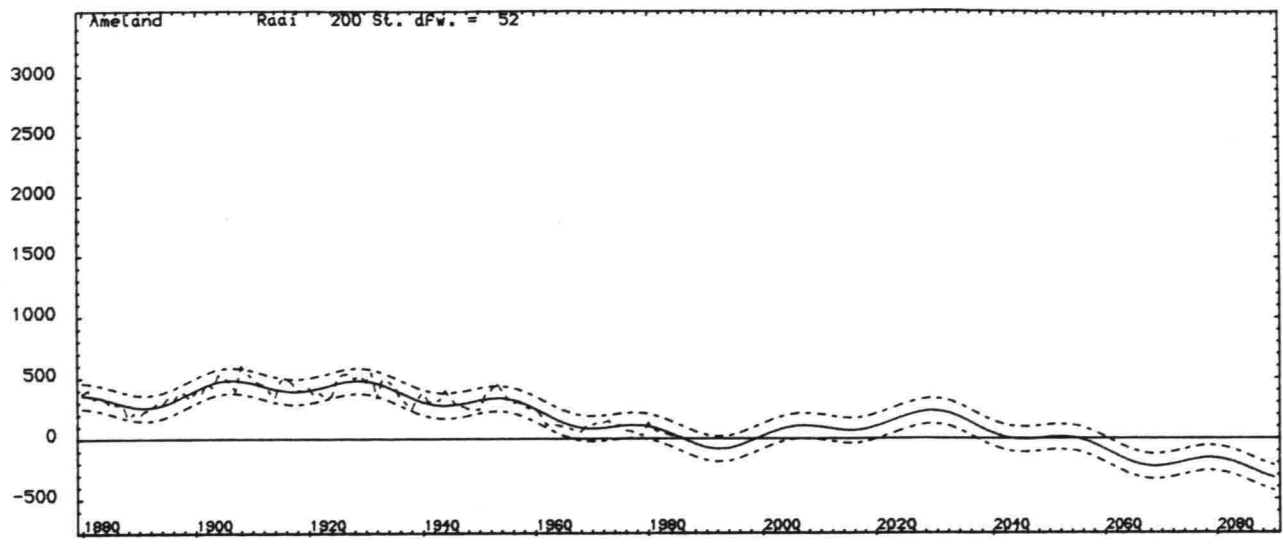
Reg.nr. ANW.LINREG4E

BULAGE 14

AMELAND

M-reeksen met aangepaste en  
geëxtrapoleerde signalen en  
95% - marge

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

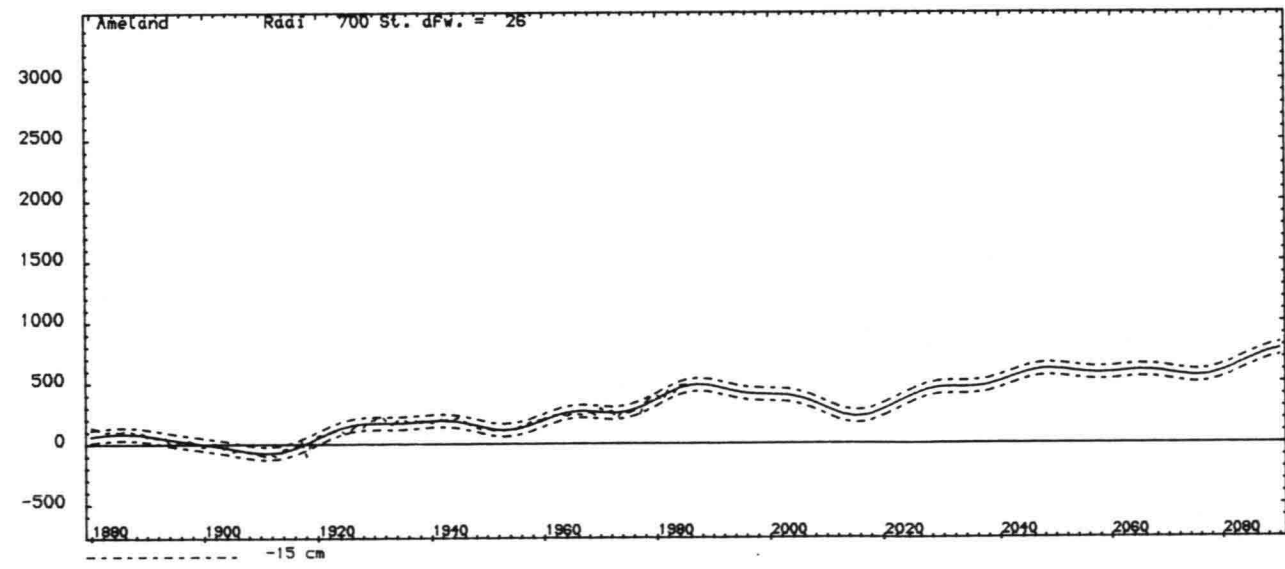
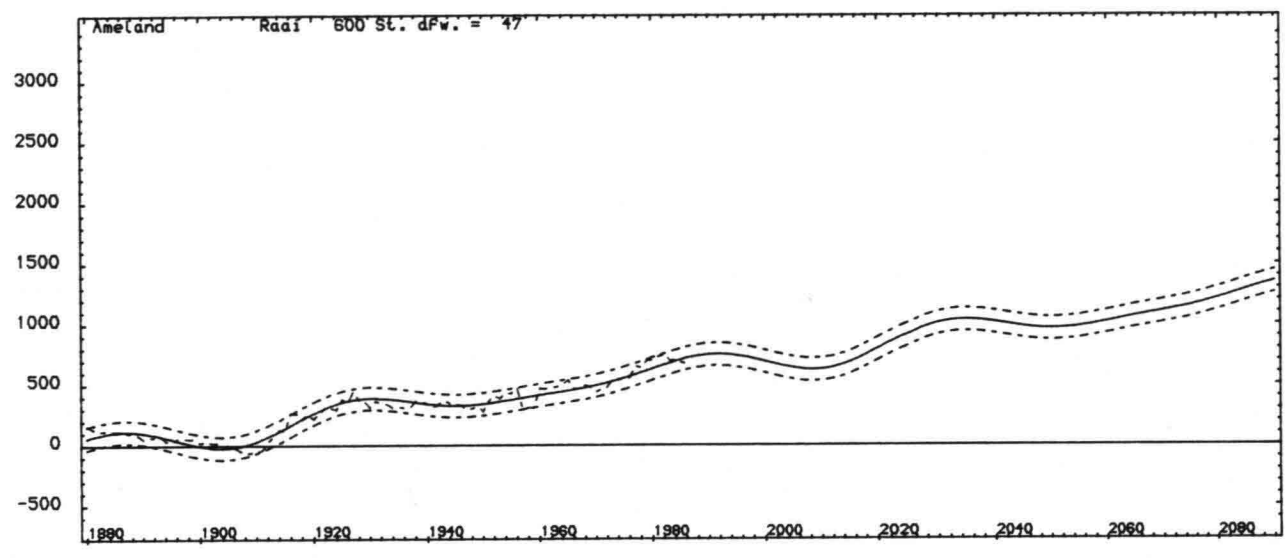
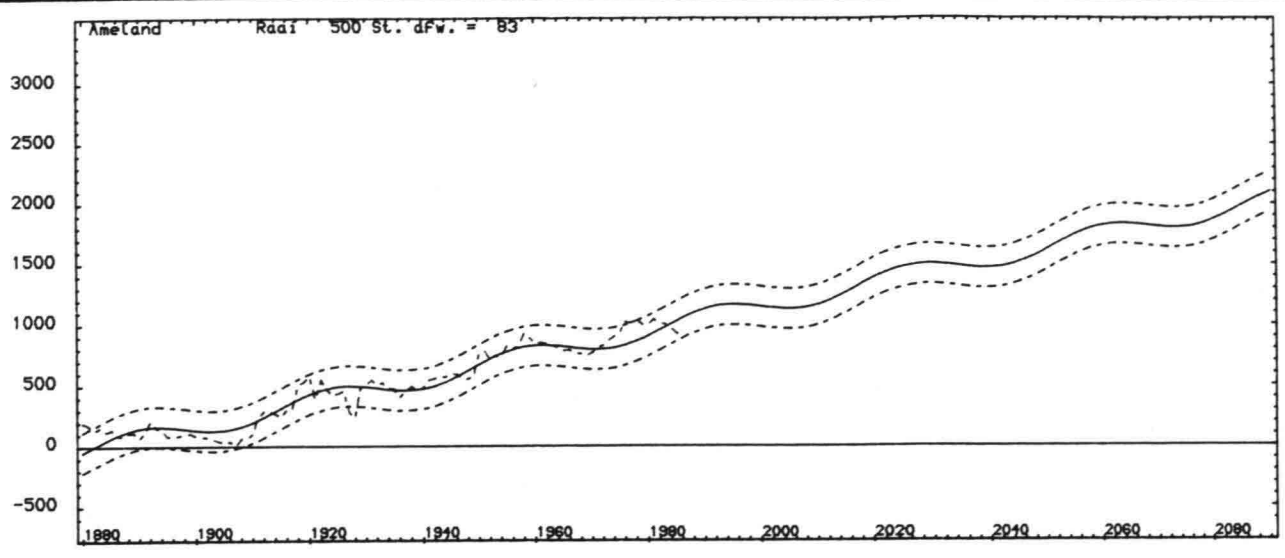
Bijlage 14<sup>a</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

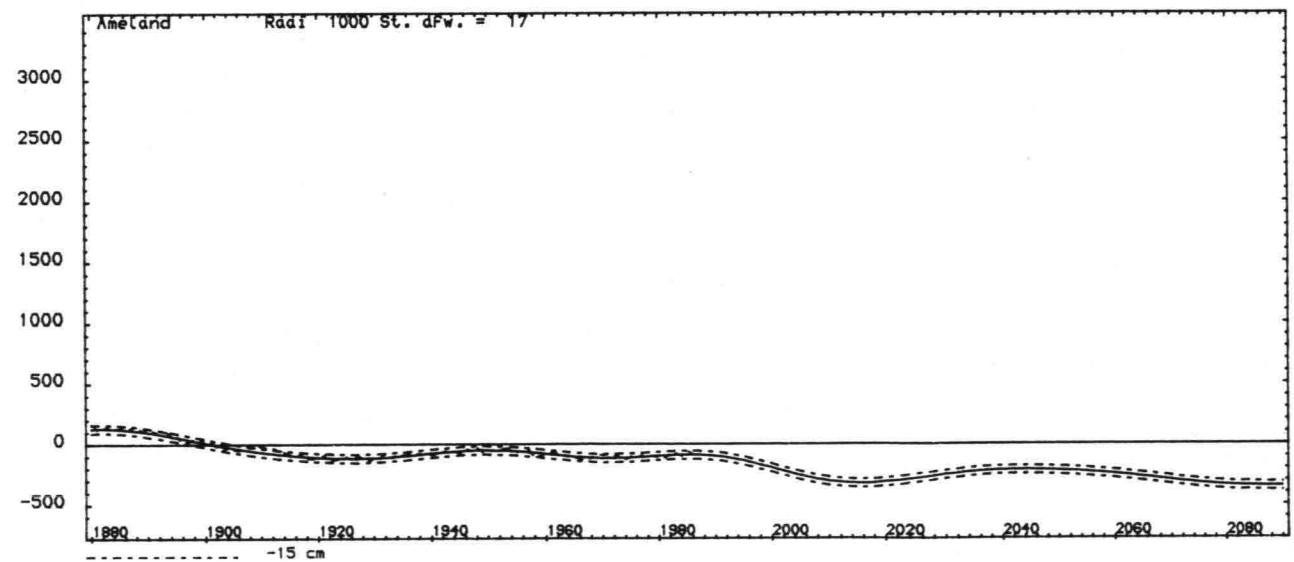
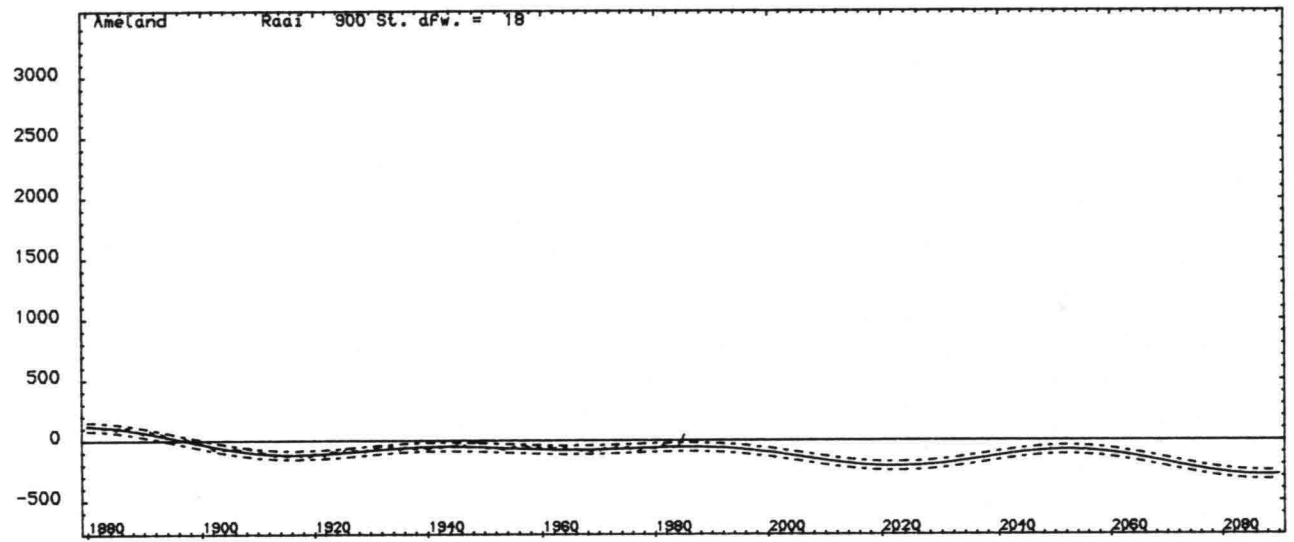
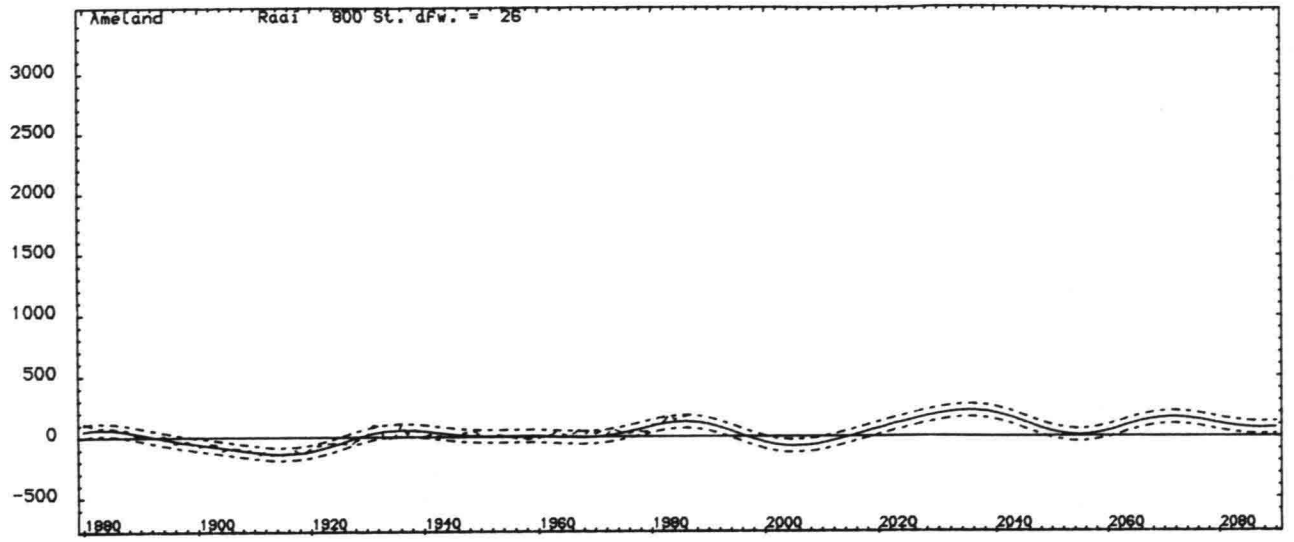
Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 14 <sup>b</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

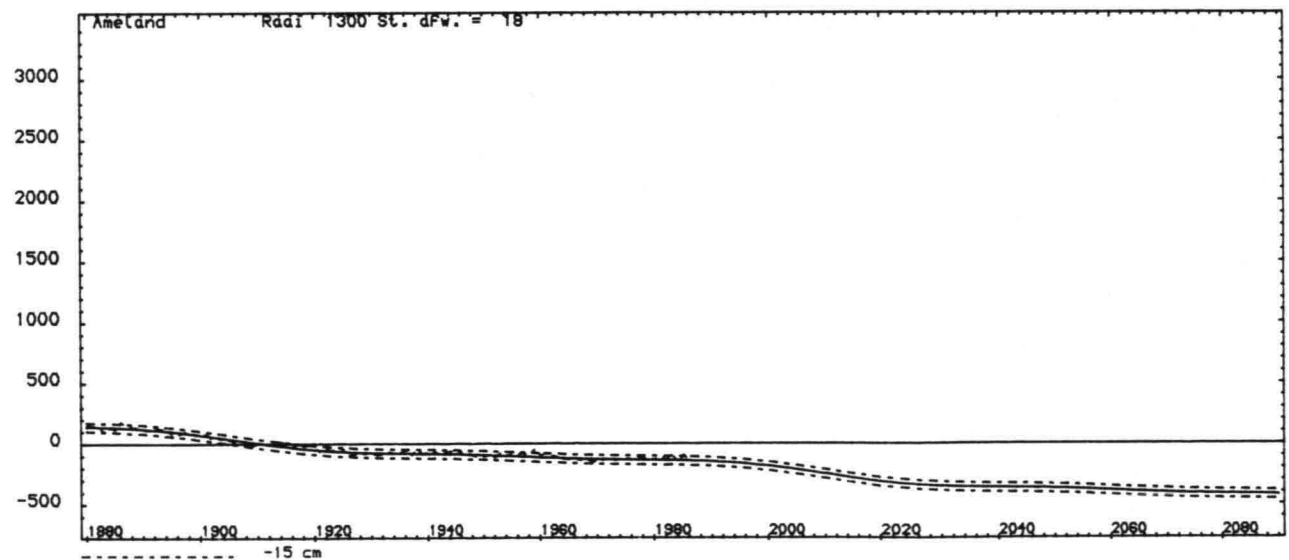
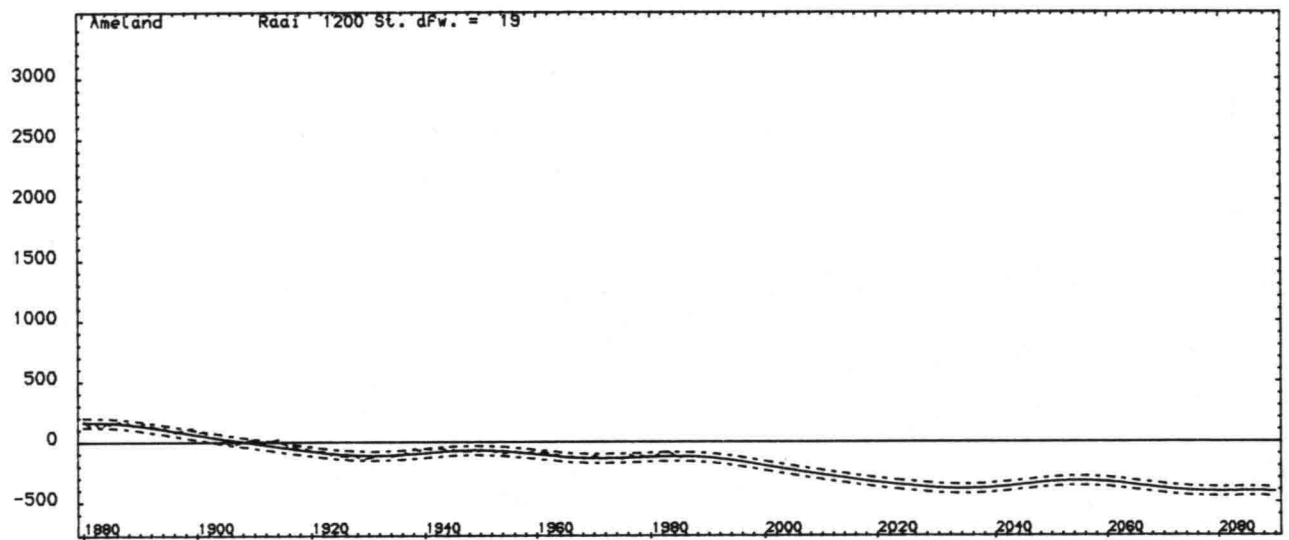
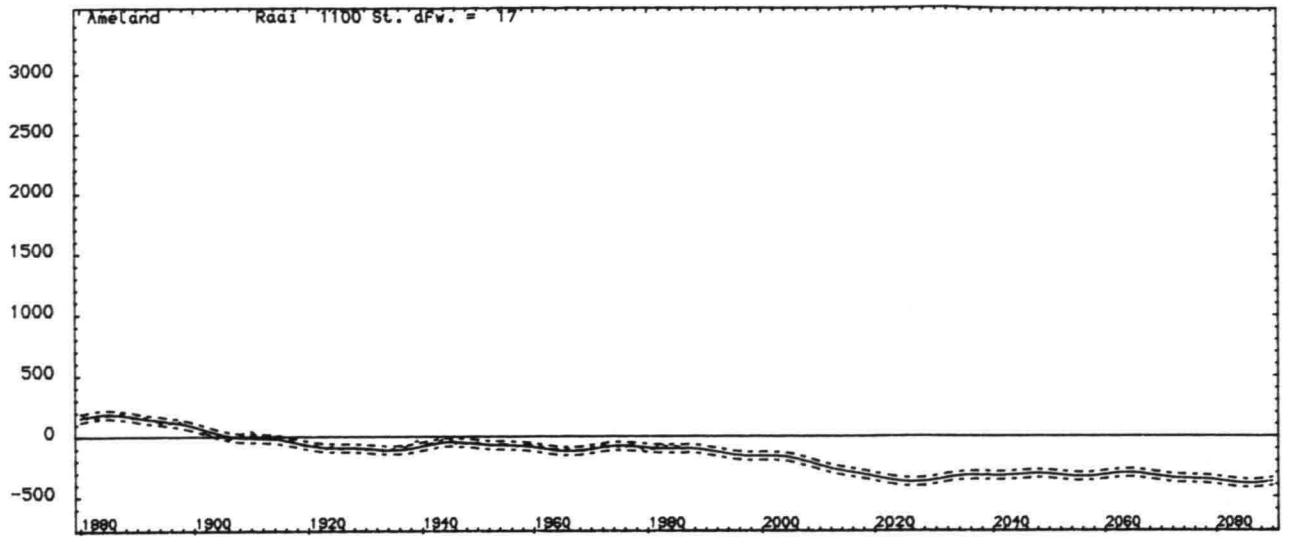
Bijlage 14<sup>c</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

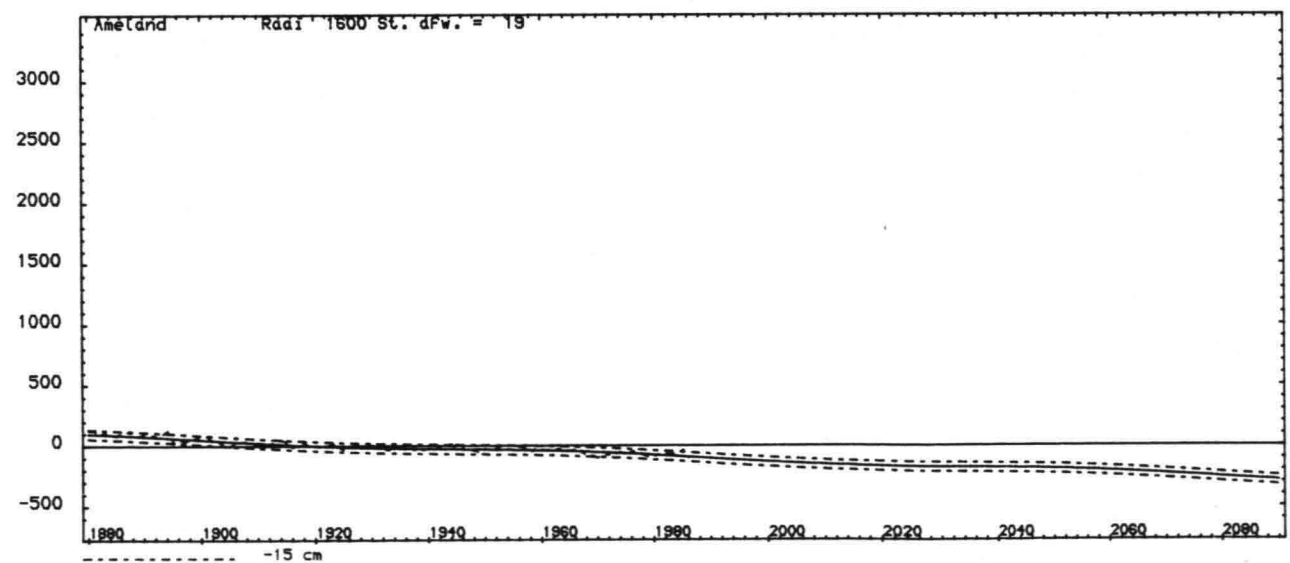
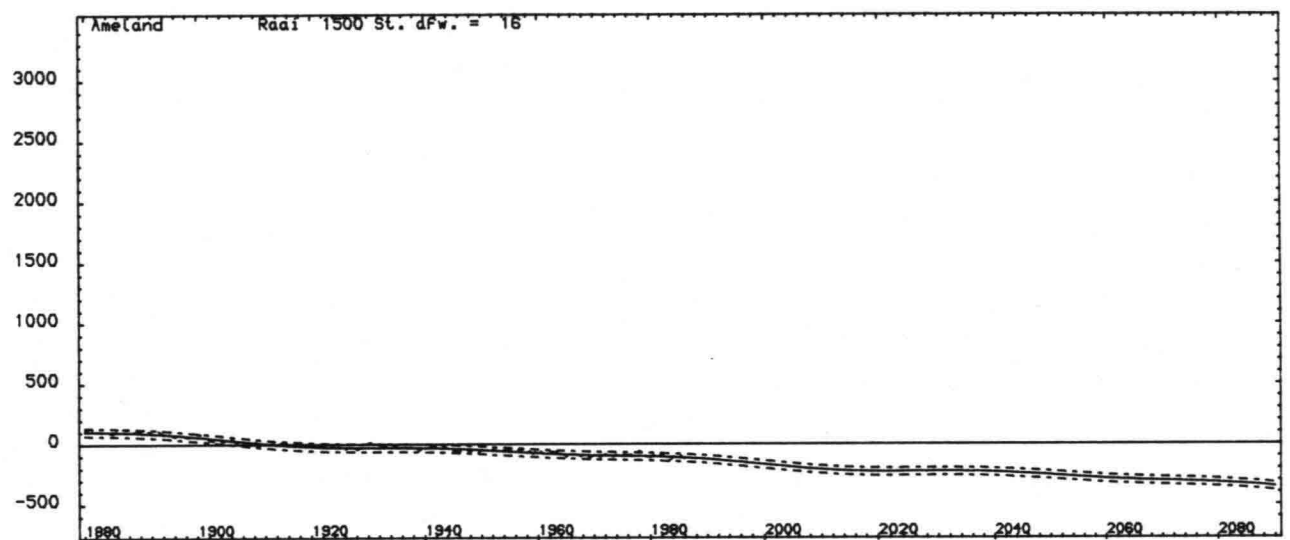
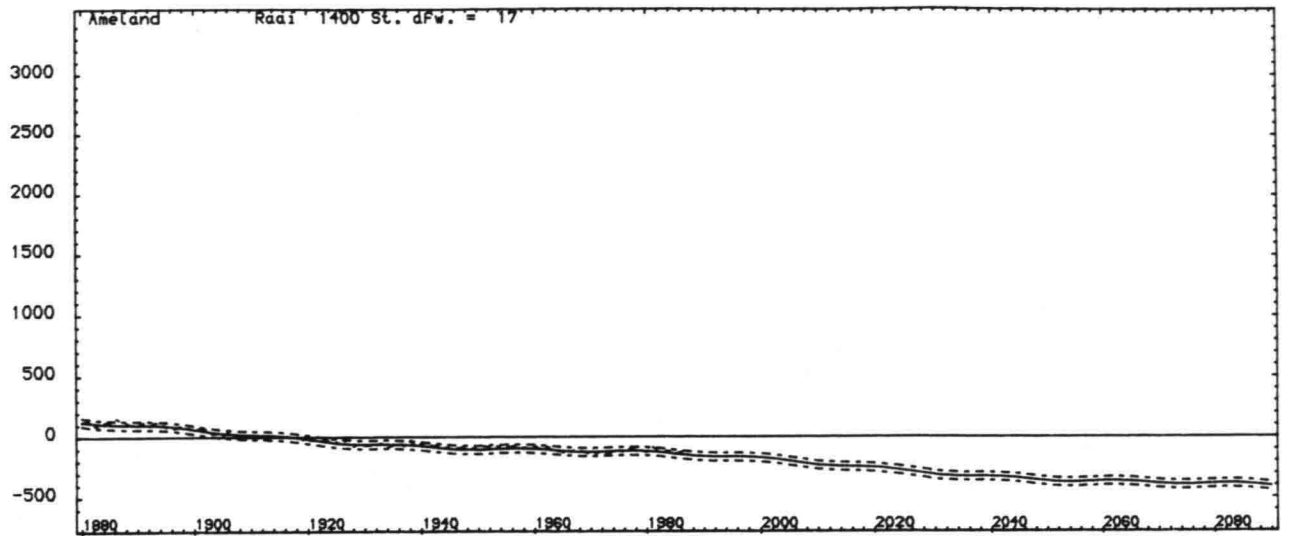
Bijlage 14<sup>d</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 14<sup>e</sup>

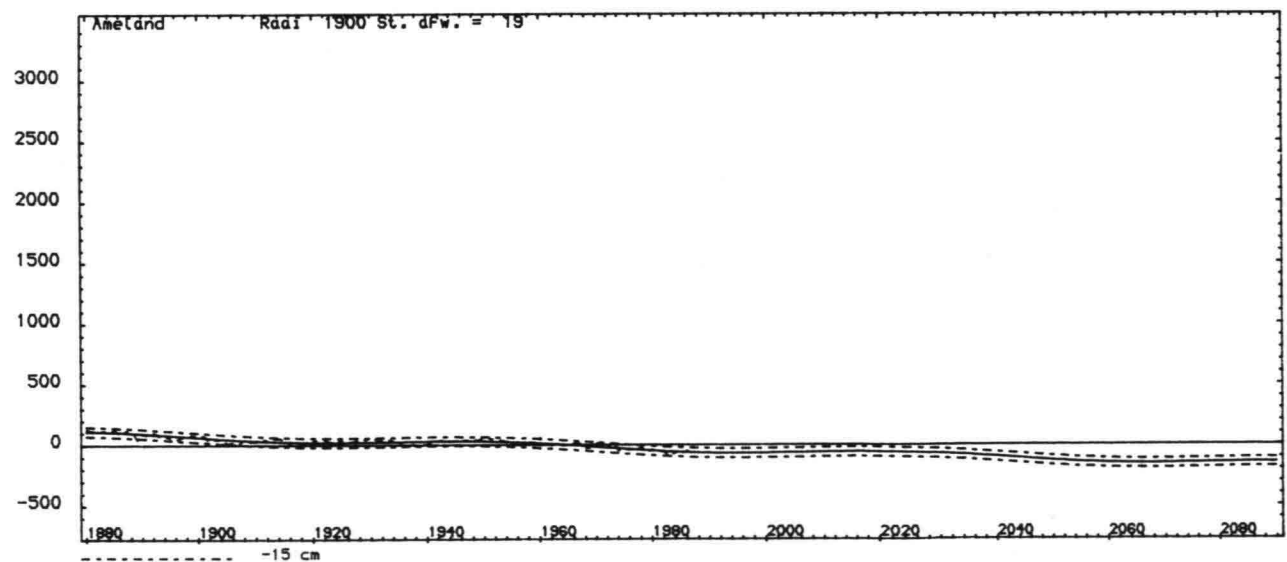
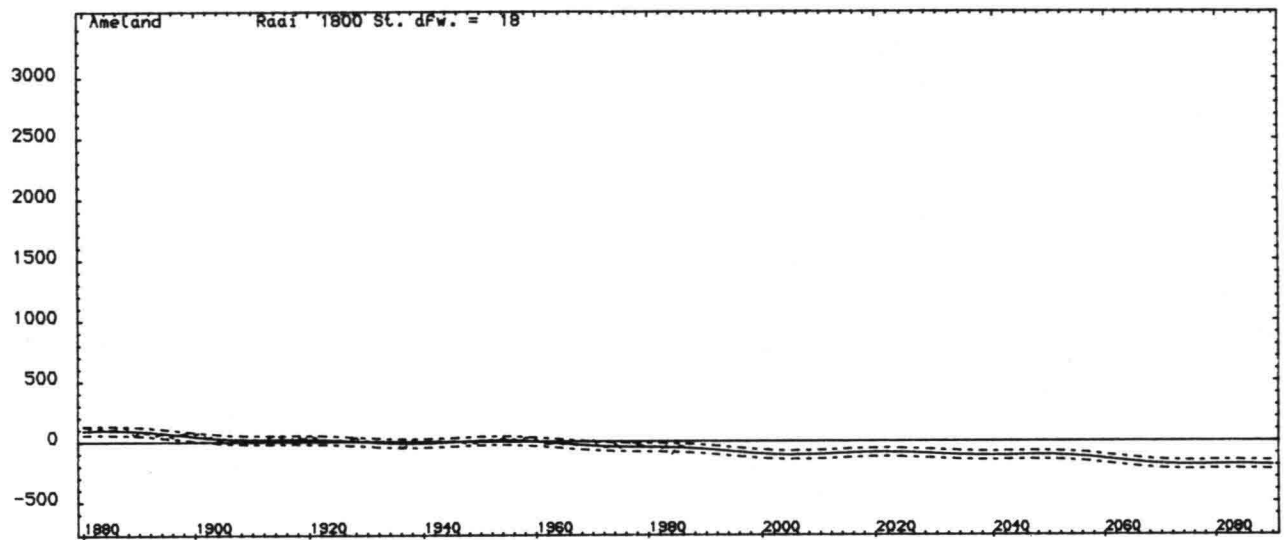
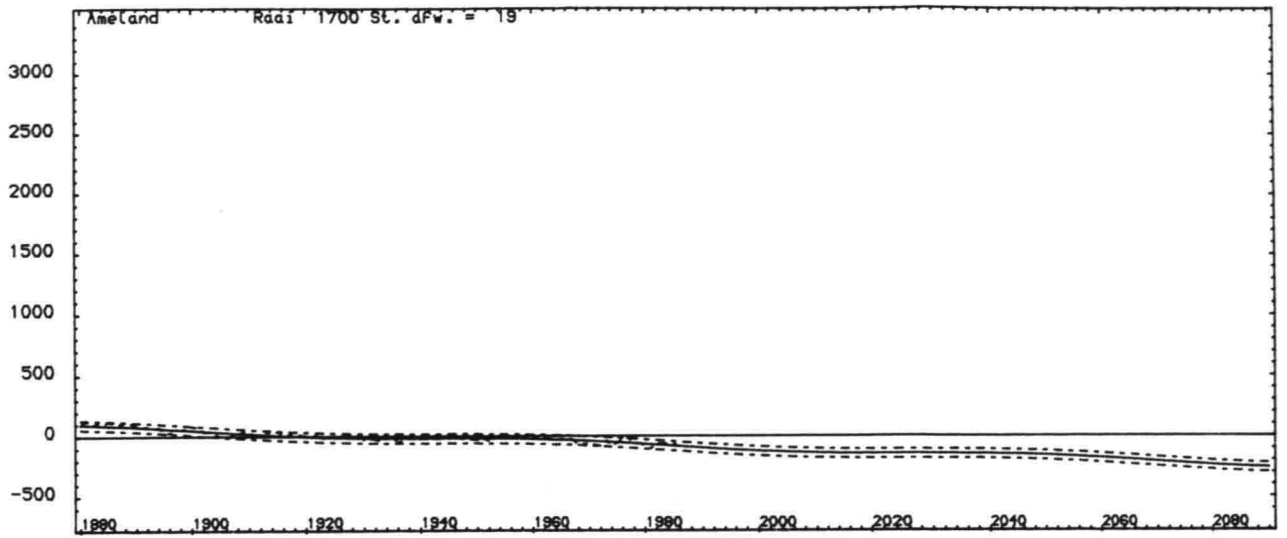
Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

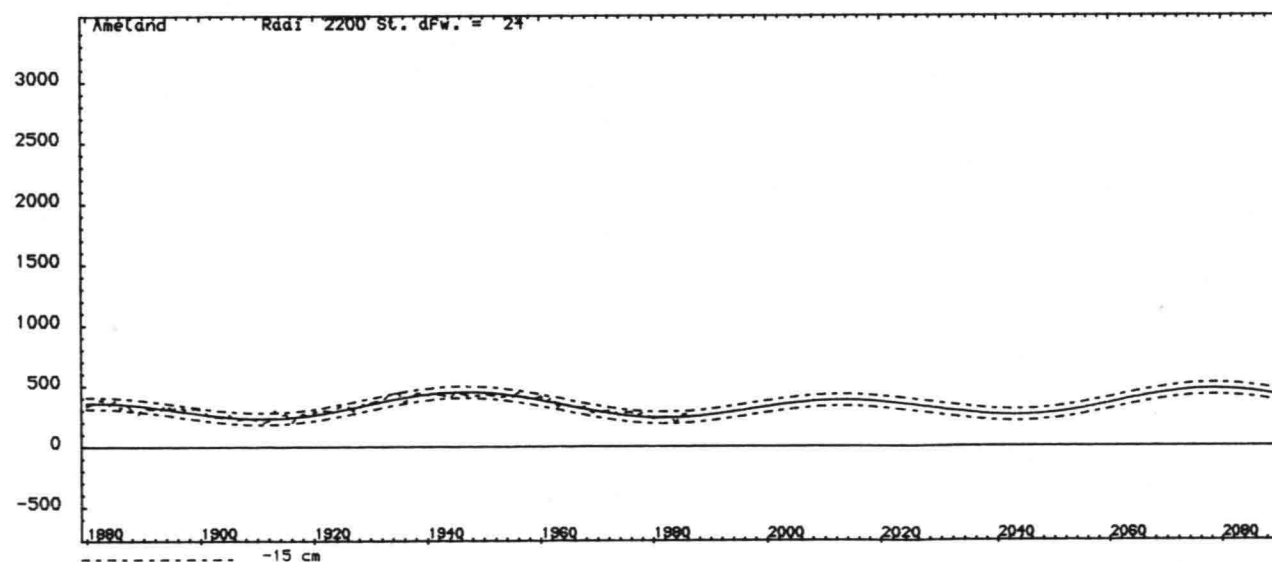
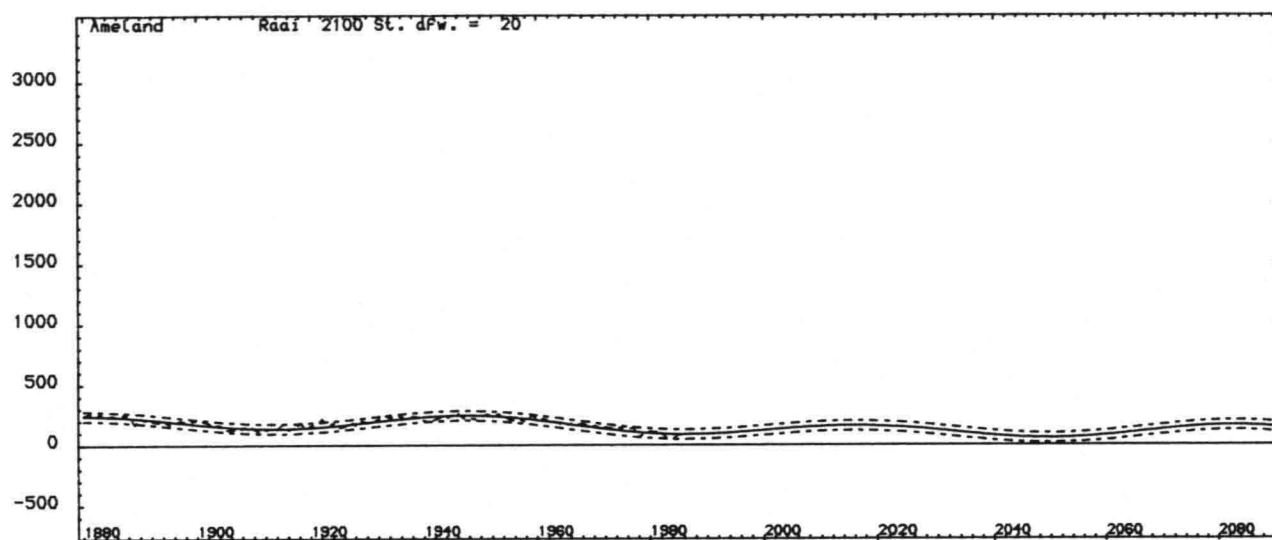
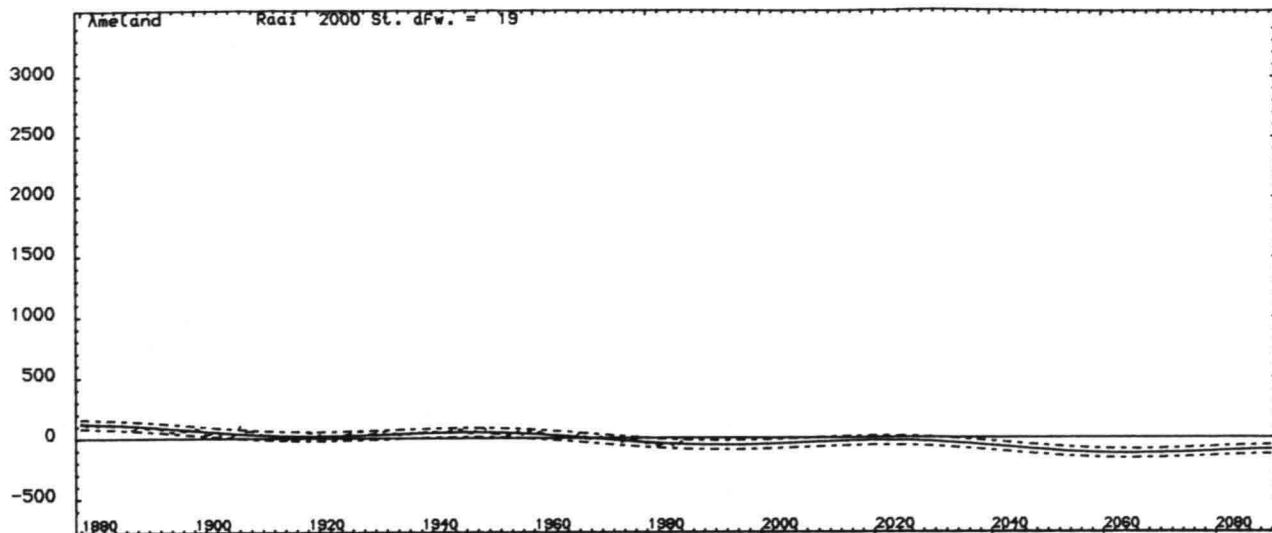


LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste en geextrapoleerde signalen en 95% marge	Projectcode W 88.06 D	
	Rapport ANW 88.35	Bijlage 14 <sup>f</sup>
Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W	din A4	Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

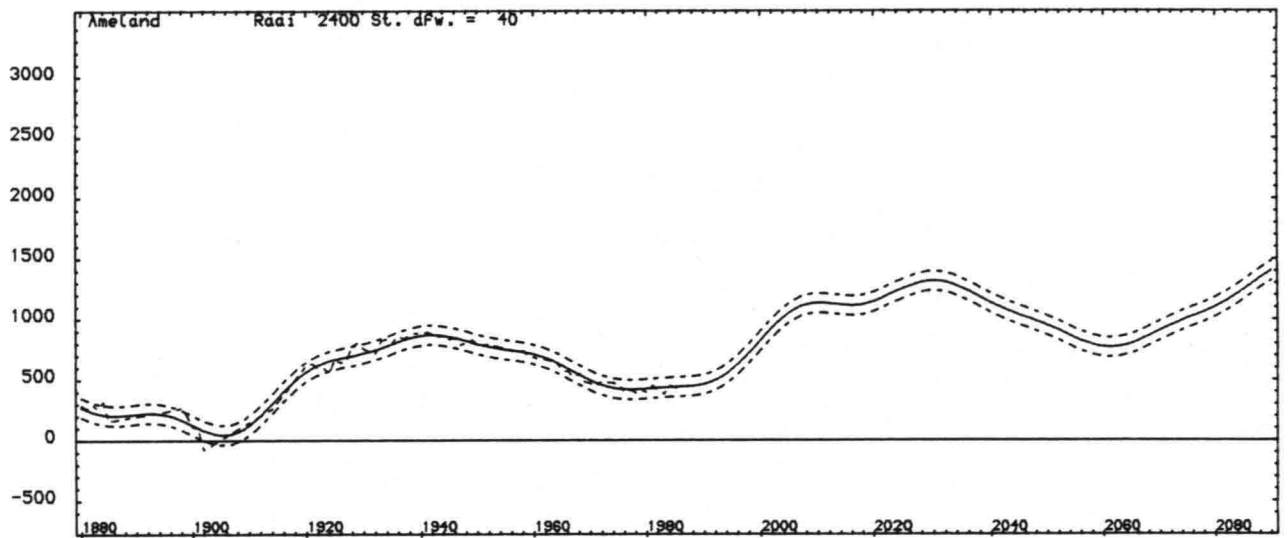
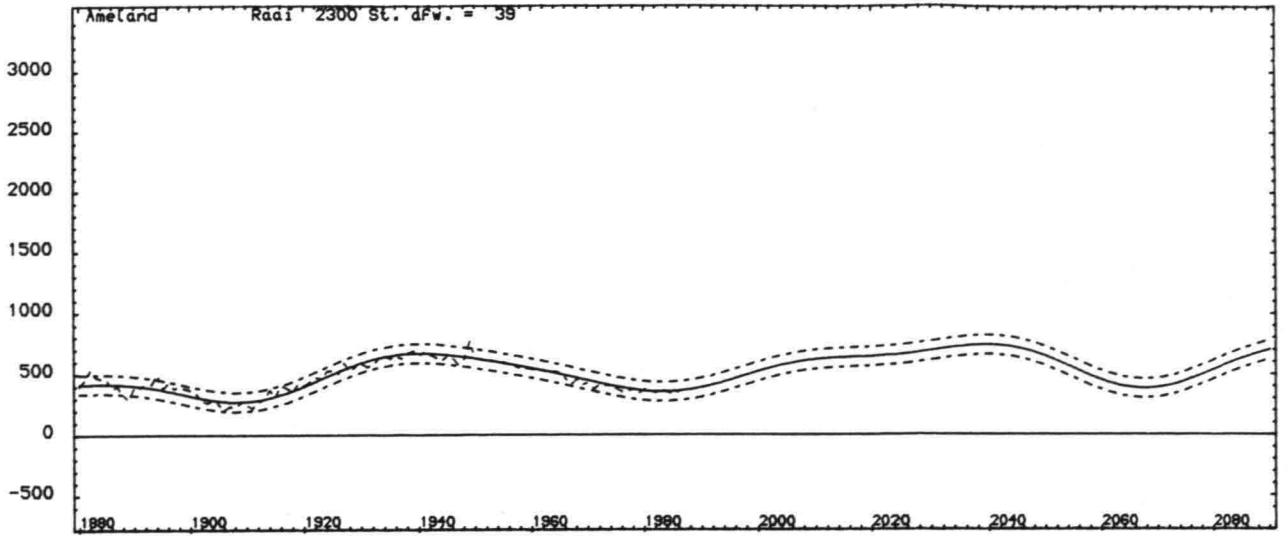
Bijlage 14<sup>9</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 14<sup>h</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

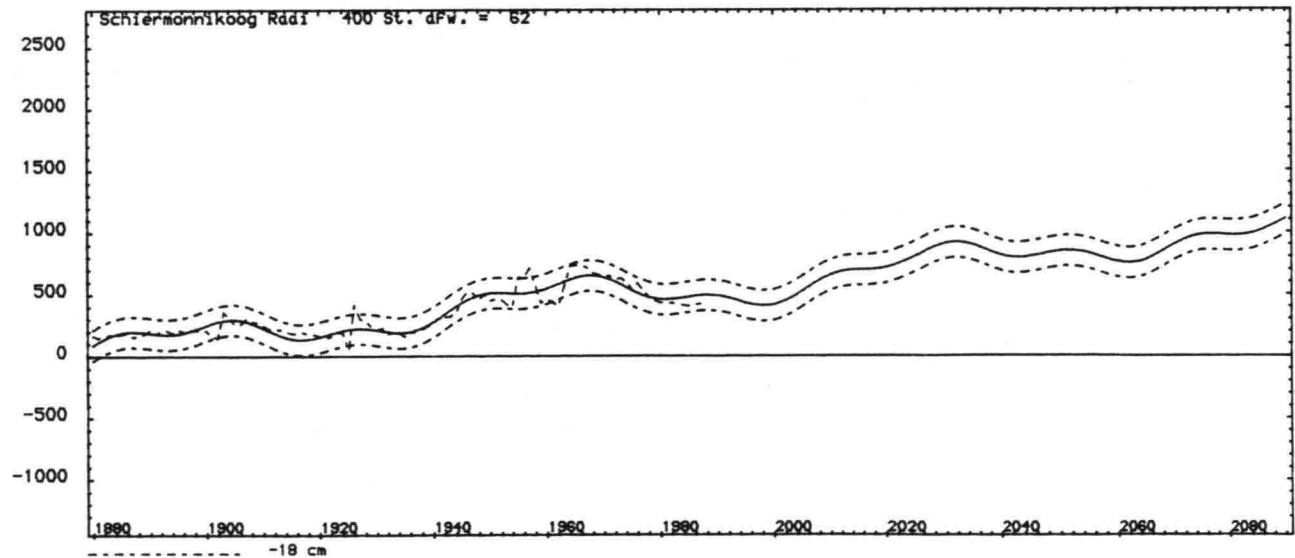
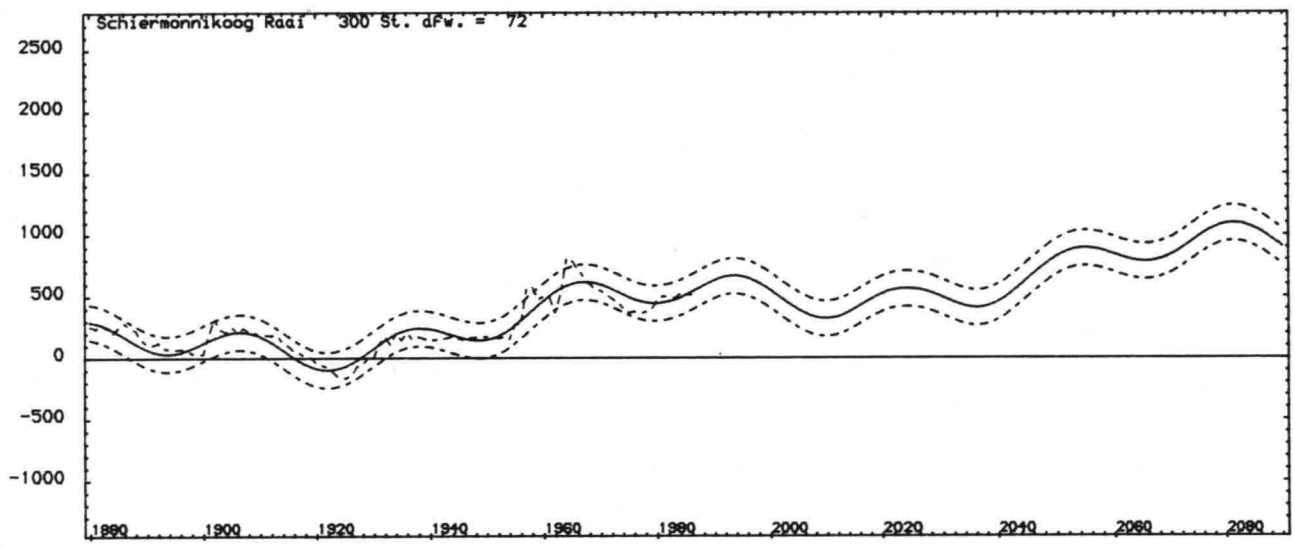
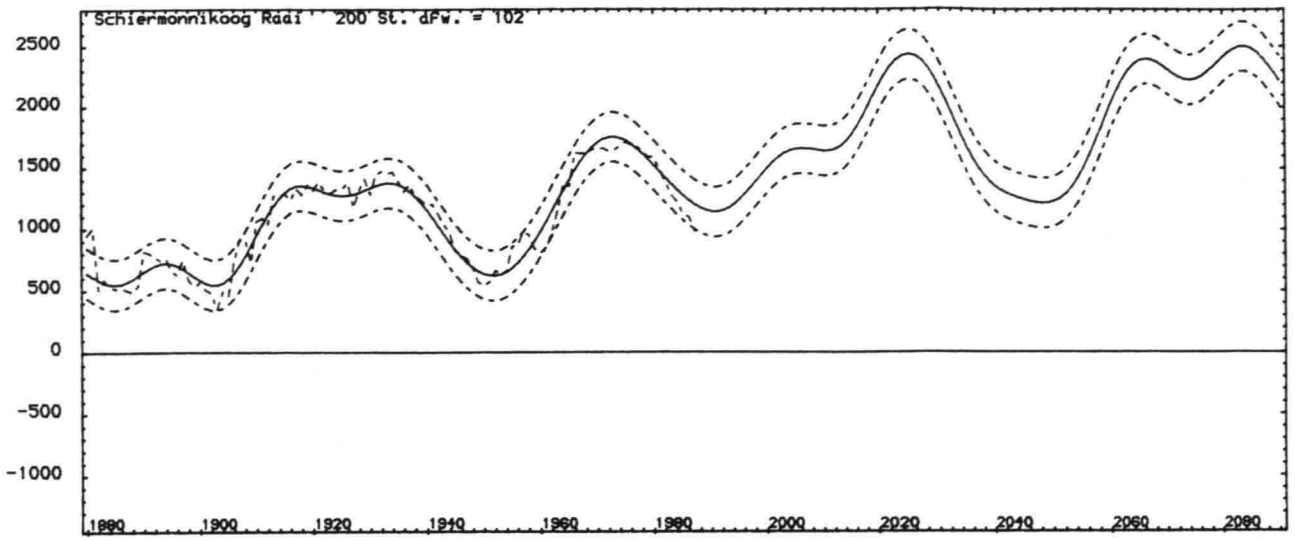
Reg.nr. ANW.LINREG4E

BULAGE 15

SCHIERMONNIKOOG

M-reeksen met aangepaste en  
geëxtrapoleerde signalen en  
95% - marge

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

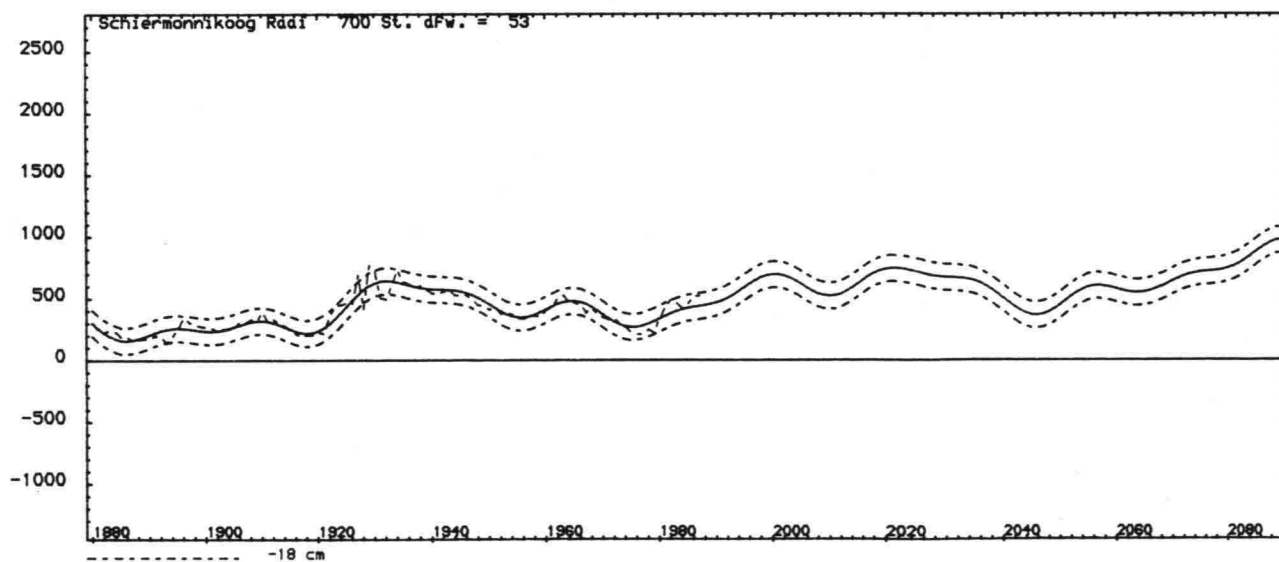
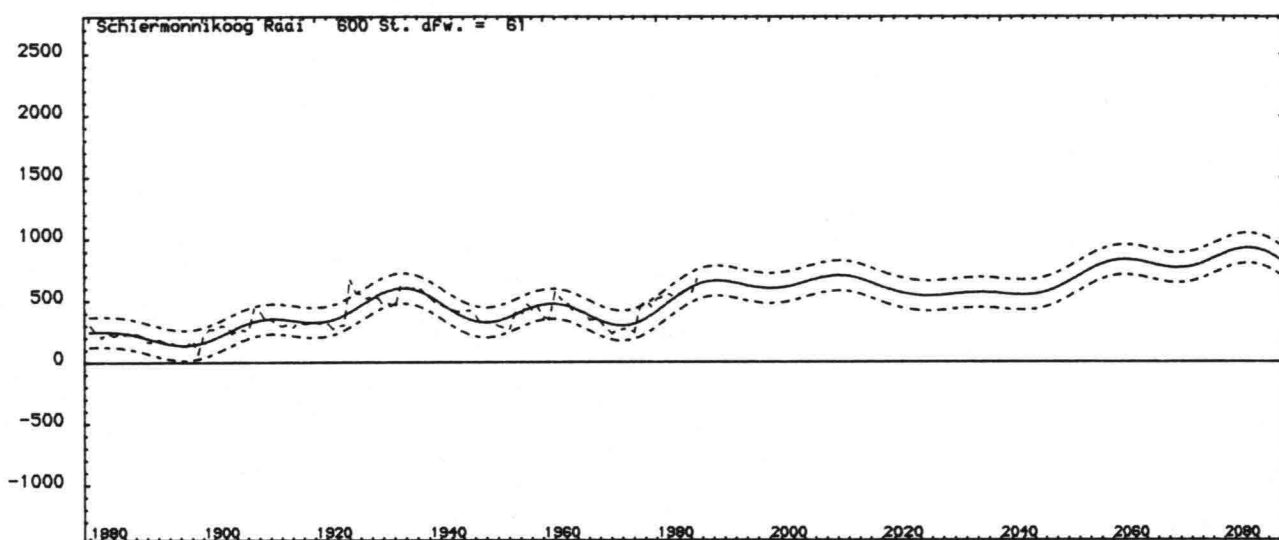
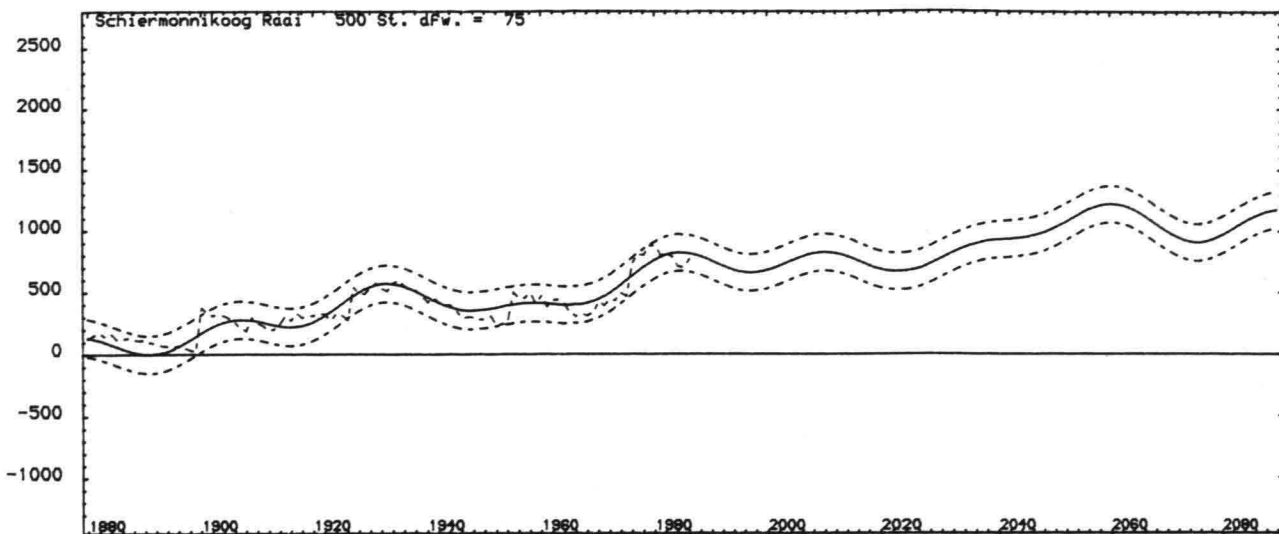
Bijlage 15<sup>a</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

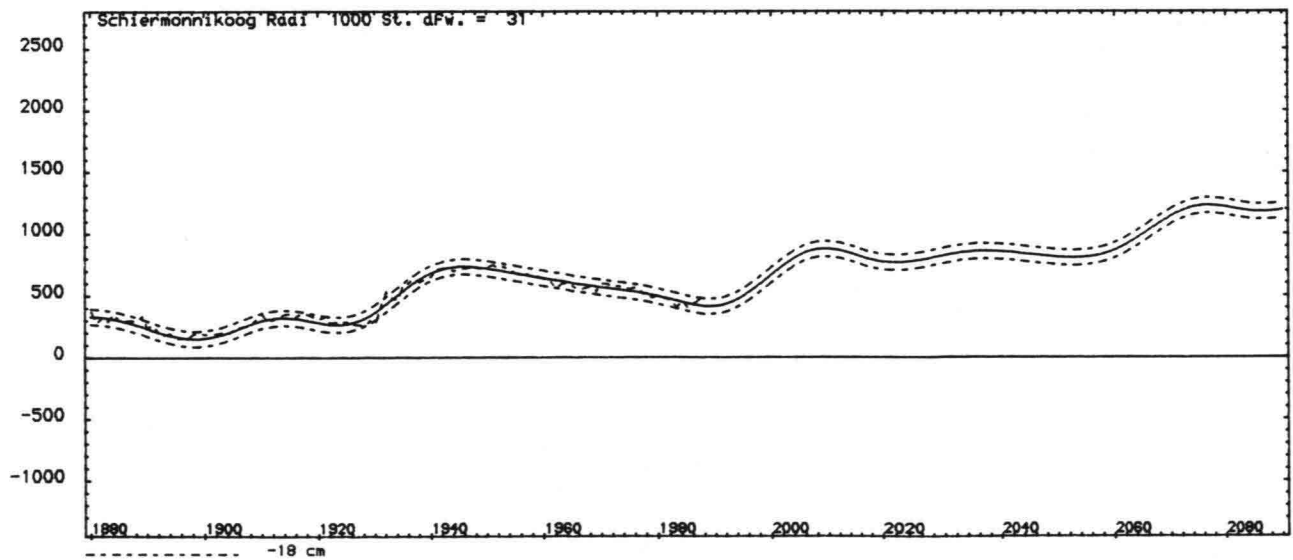
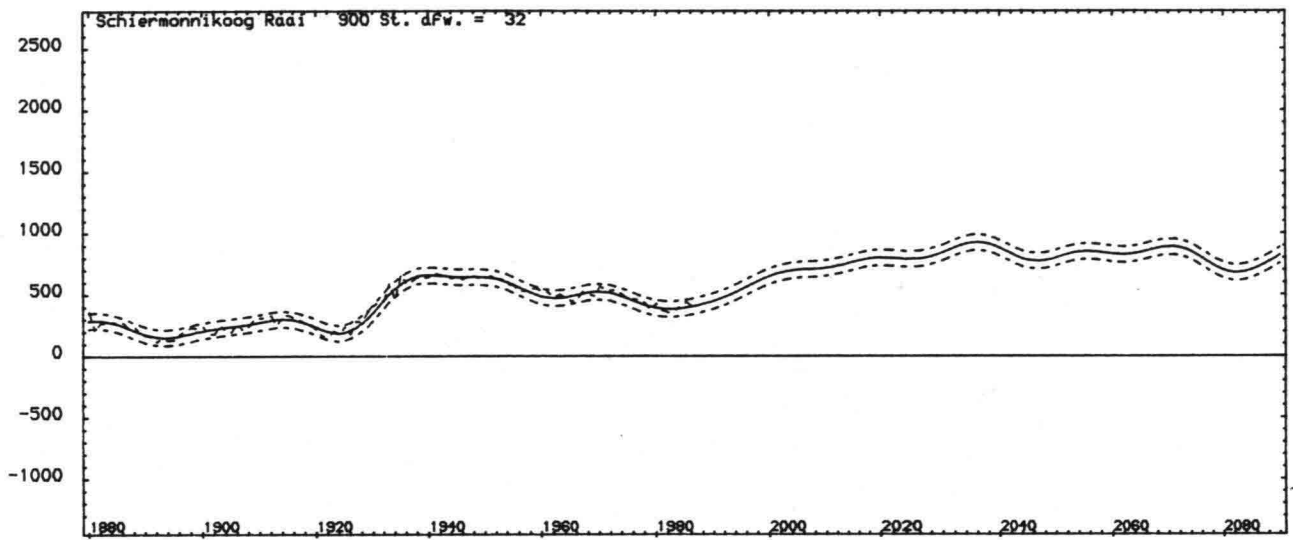
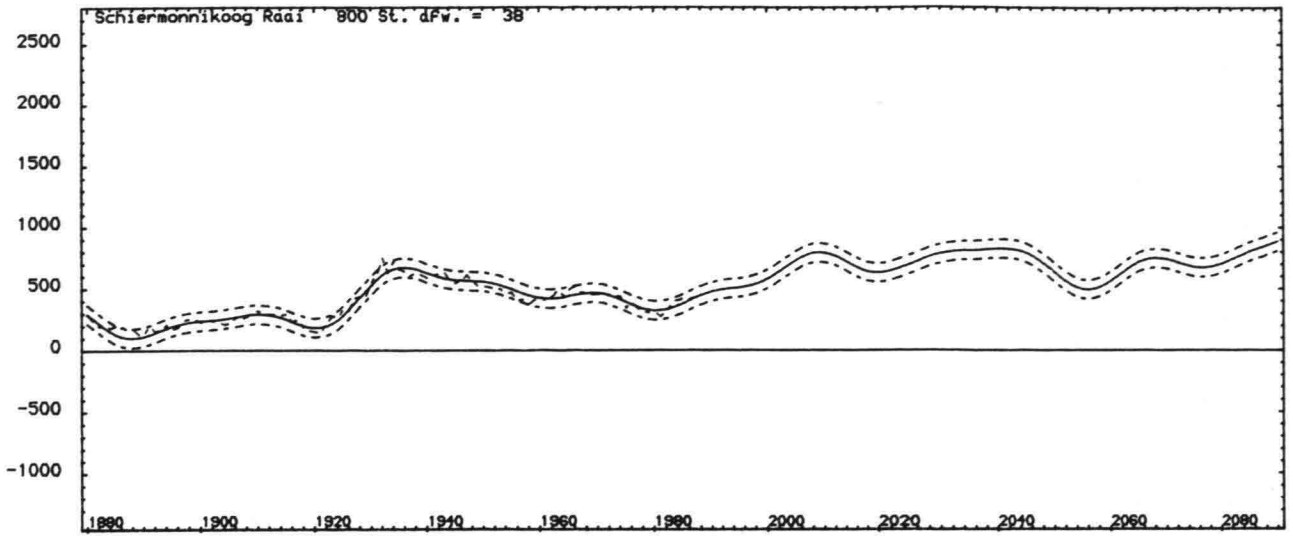
Bijlage 15<sup>b</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

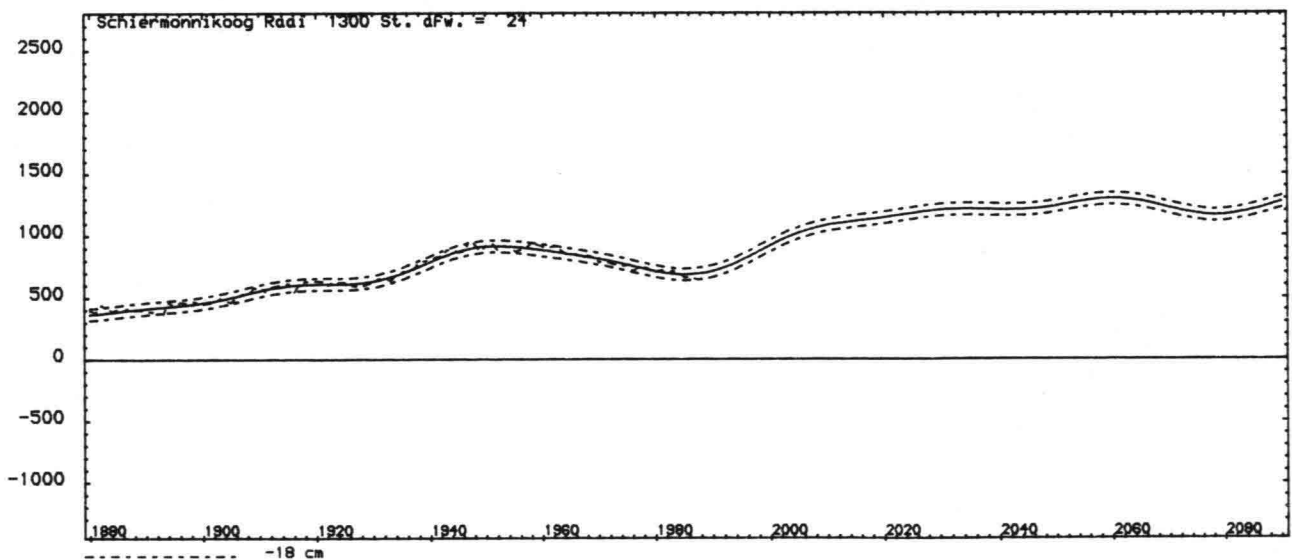
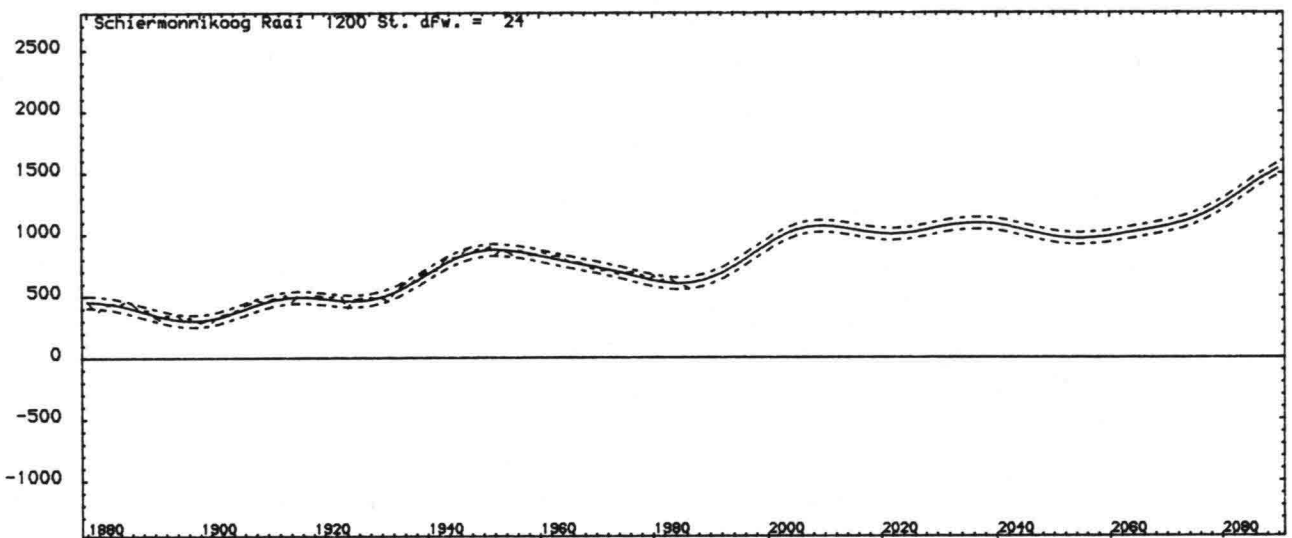
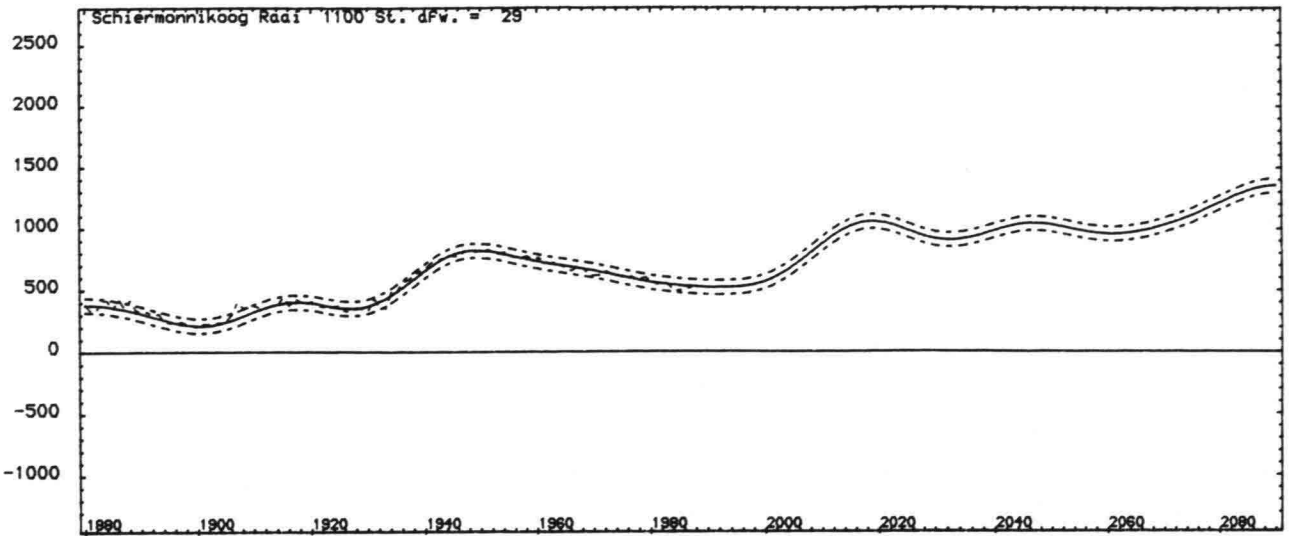
Bijlage 15<sup>c</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

LANDWAARTS <-- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 15<sup>d</sup>

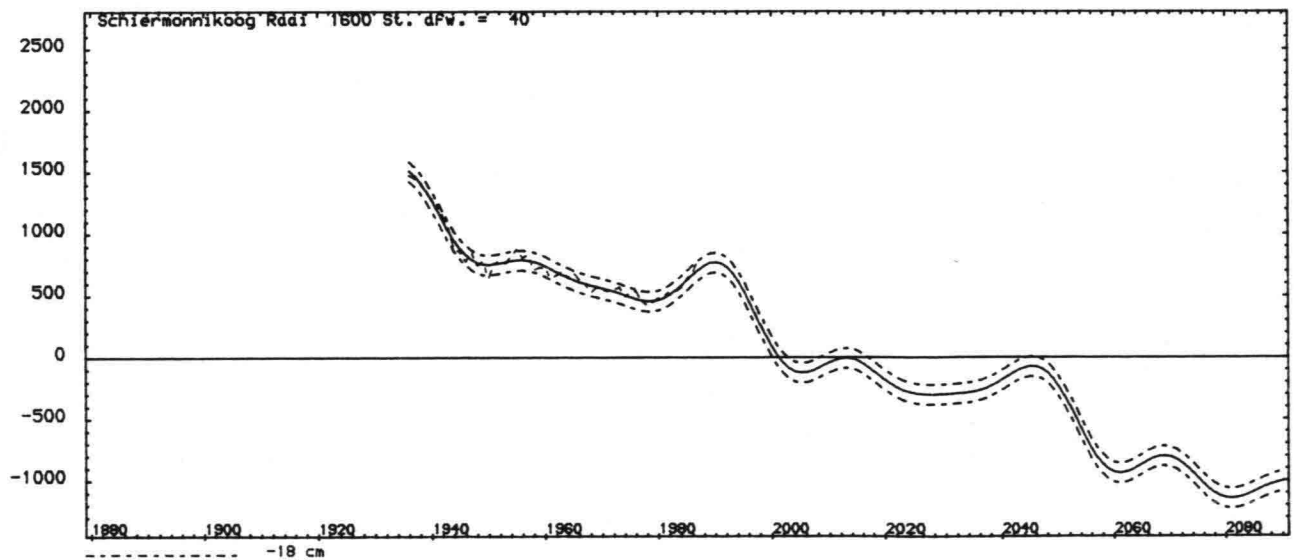
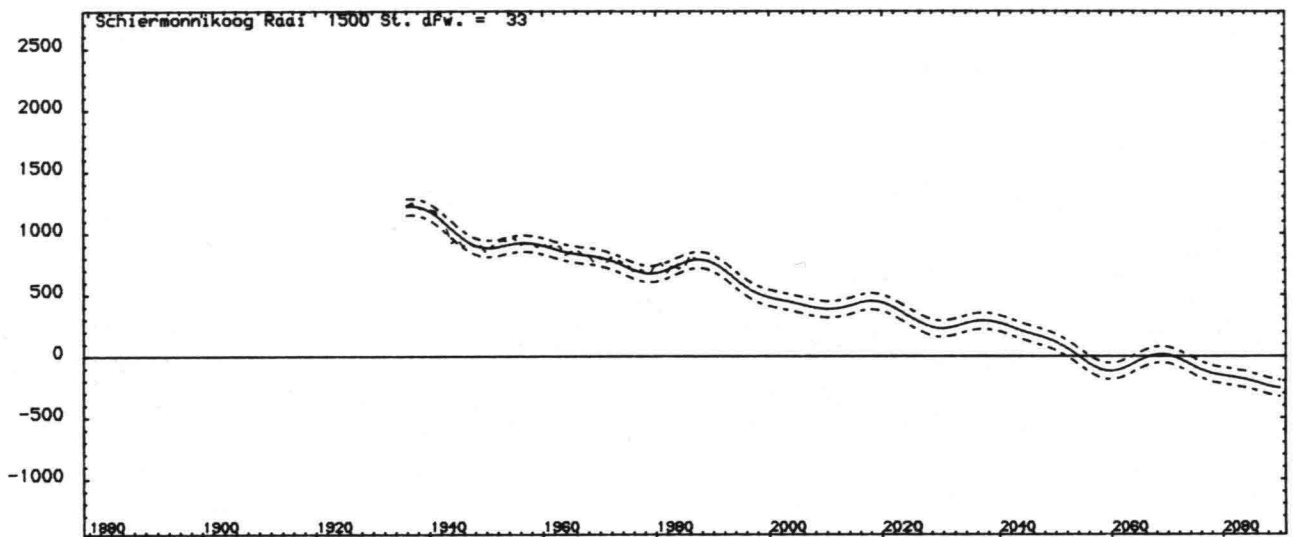
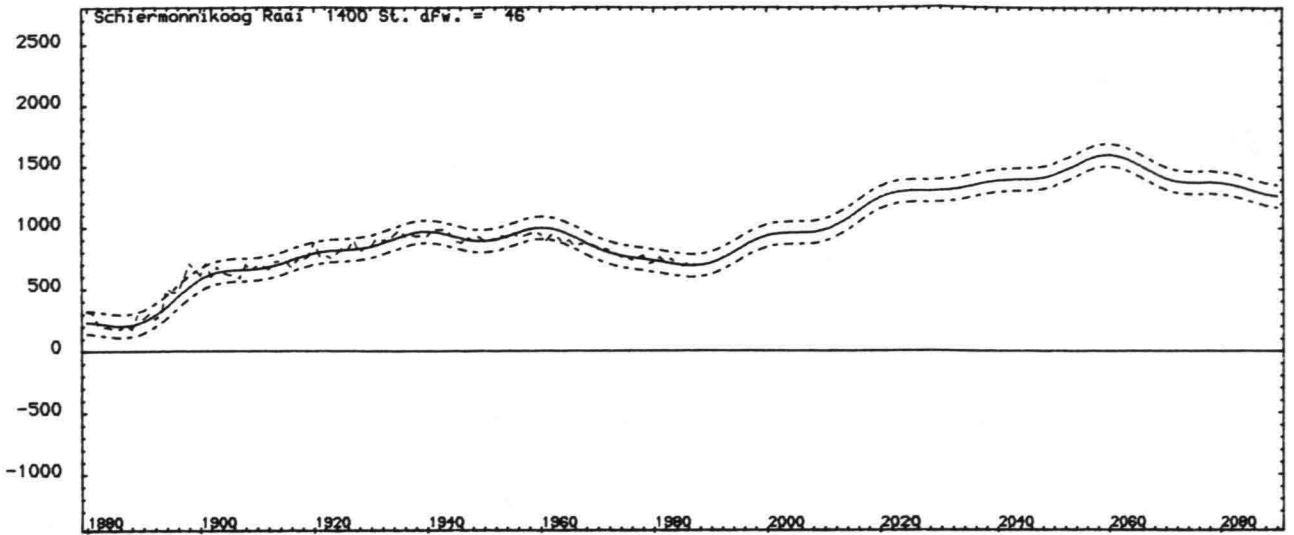
Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E



LANDWAARTS <--- afstand in m uit hoofdmeetlijn met 95% betrouwbaarheidsband --> ZEEWAARTS



M-reeksen met aangepaste  
en geextrapoleerde signalen  
en 95% marge

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 15<sup>e</sup>

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG4E

VLIELAND

raai	jaar						
	1990	1995	2000	2010	2020	2050	2090
3800	356	335	360	134	-15	-41	31
3900	174	325	258	75	-47	-141	-170
4000	82	97	15	-77	-144	-247	-467
4098	-19	41	2	-83	-183	-188	-338
4200	-17	-33	-62	-111	-176	-197	-355
4293	35	-15	-13	-7	-7	-58	-167
4395	24	34	36	40	41	-10	-40
4500	57	23	21	16	7	-33	-55
4591	44	53	53	57	64	55	15
4700	101	40	39	44	54	55	15
4808	274	103	105	101	92	134	148
4898	124	308	304	240	271	309	495
5005	85	126	137	129	136	118	156
5095	29	81	75	51	68	36	61
5200	27	33	35	28	11	2	-37
5289	440	23	13	-19	-46	-82	-147

SCHIERMONNIKOOG

raai	jaar						
	1990	1995	2000	2010	2020	2050	2090
200	1138	1237	1498	1637	2178	1222	2221
300	627	657	544	315	517	822	899
400	484	424	410	653	711	841	1104
500	752	666	680	826	686	1028	1174
600	656	628	594	689	605	599	832
700	460	581	689	514	731	438	972
800	476	508	580	790	630	630	886
900	445	537	646	715	798	797	818
1000	411	492	667	875	768	807	1194
1100	514	518	567	875	1048	1026	1355
1200	643	766	918	1066	1003	981	1530
1300	709	800	917	1082	1141	1236	1269
1400	709	824	933	983	1247	1435	1260
1500	752	586	470	377	431	108	-266
1600	765	538	78	-46	-190	-239	-1005

TERSCHELLING

raai	jaar						
	1990	1995	2000	2010	2020	2050	2090
280	631	494	263	49	-72	-259	-969
380	780	599	392	101	-170	-528	-733
500	796	881	939	1085	780	593	910
600	894	937	934	824	1012	1278	1181
700	995	1009	941	894	1202	1441	1499
800	678	689	890	979	930	1121	1296
900	492	485	538	595	543	914	879
1000	445	414	369	360	345	406	575
1100	204	215	208	154	131	116	204
1200	79	72	61	27	-5	-49	-5
1300	-34	-39	-47	-71	-104	-201	-199
1400	-107	-116	-125	-151	-181	-282	-343
1500	-171	-189	-206	-241	-271	-326	-427
1600	-203	-219	-234	-265	-296	-388	-511
1700	-223	-237	-257	-319	-378	-457	-581
1800	-239	-253	-261	-277	-307	-419	-588
1900	-149	-163	-173	-189	-211	-328	-477
2000	-37	-38	-40	-66	-138	-275	-466
2100	59	59	53	15	-59	-183	-383
2200	198	183	148	60	14	-95	-315
2300	345	288	211	81	14	-74	-268
2400	468	407	352	326	336	164	108
2500	602	570	556	515	395	321	209
2600	799	748	712	724	737	515	416
2700	921	875	870	737	494	754	695
2800	859	877	887	597	461	747	734
2900	145	247	433	896	691	700	473

AMELAND

raai	jaar						
	1990	1995	2000	2010	2020	2050	2090
200	-75	-71	20	94	100	8	-328
300	1151	1394	1509	1373	1337	1241	1585
400	1487	1619	1764	2026	2182	2326	3198
500	1129	1164	1147	1165	1387	1624	2100
600	746	737	687	624	795	959	1349
700	470	417	399	287	277	605	766
800	98	26	-49	-56	65	37	70
900	-61	-76	-101	-171	-216	-84	-290
1000	-103	-139	-199	-308	-314	-222	-353
1100	-116	-155	-164	-243	-336	-314	-377
1200	-135	-163	-202	-276	-338	-336	-417
1300	-151	-167	-188	-252	-317	-374	-426
1400	-163	-167	-175	-236	-257	-370	-412
1500	-130	-150	-173	-215	-233	-261	-357
1600	-108	-122	-136	-158	-173	-195	-291
1700	-100	-115	-126	-143	-149	-163	-265
1800	-70	-90	-109	-114	-97	-120	-202
1900	-69	-72	-71	-64	-61	-134	-149
2000	-60	-60	-56	-38	-27	-107	-101
2100	87	99	118	150	151	52	145
2200	258	289	325	374	362	270	413
2300	385	445	517	615	639	635	697
2400	460	585	826	1131	1146	942	1403

Voorspelde ligging van de M-lijn tov de RSP-lijn in meters.

VOORSPELDE LIGGING VAN DE M-LIJN

Projectcode: 88.06 D

Rapport ANW 88.35

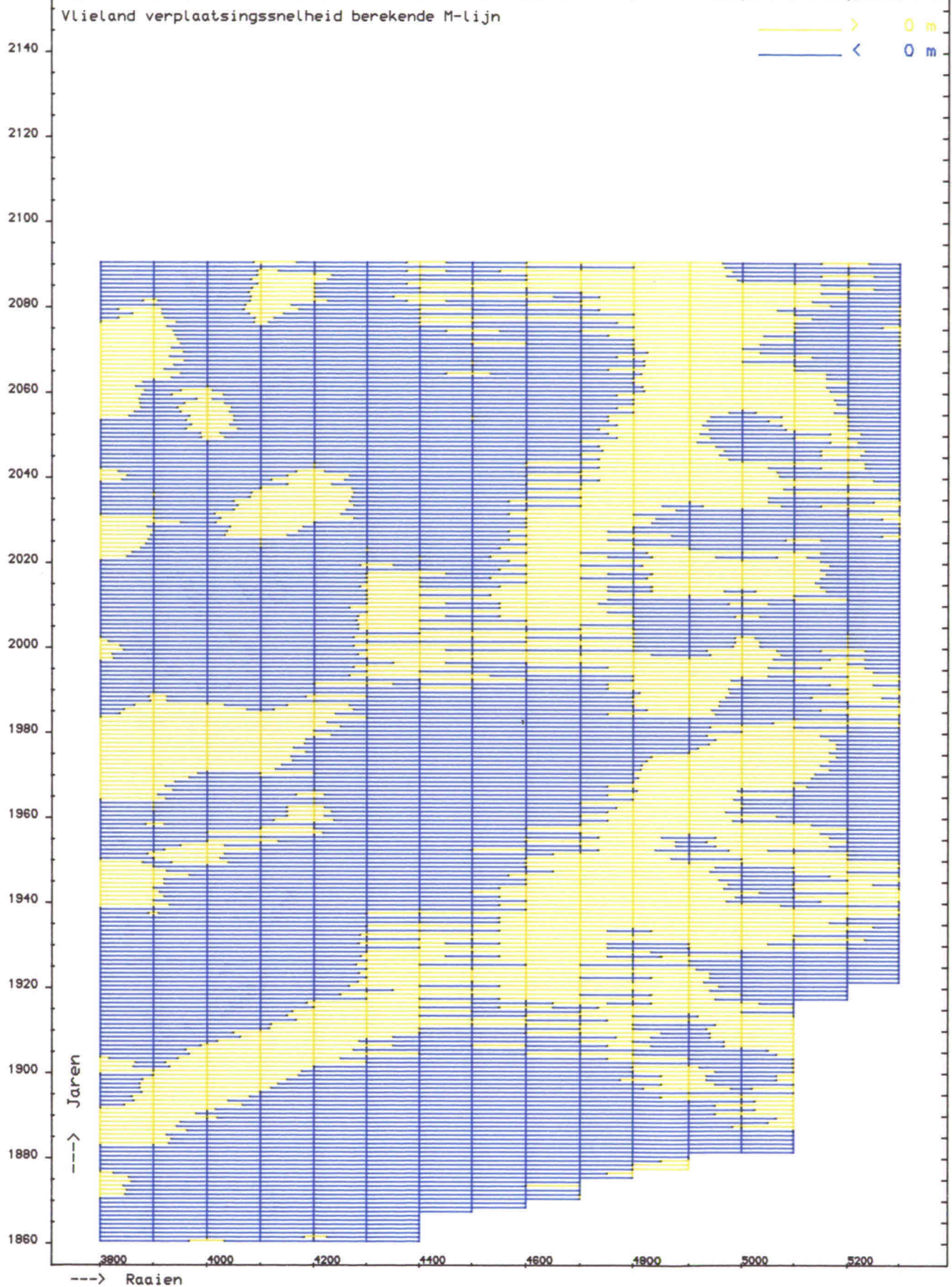
Bijlage 16

Rijkswaterstaat - Directie Friesland afd. ANW

Din A4

Reg. nr.

-



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 volgens aangepaste en  
 geextrapoleerde signalen

Projectcode W 8806 D

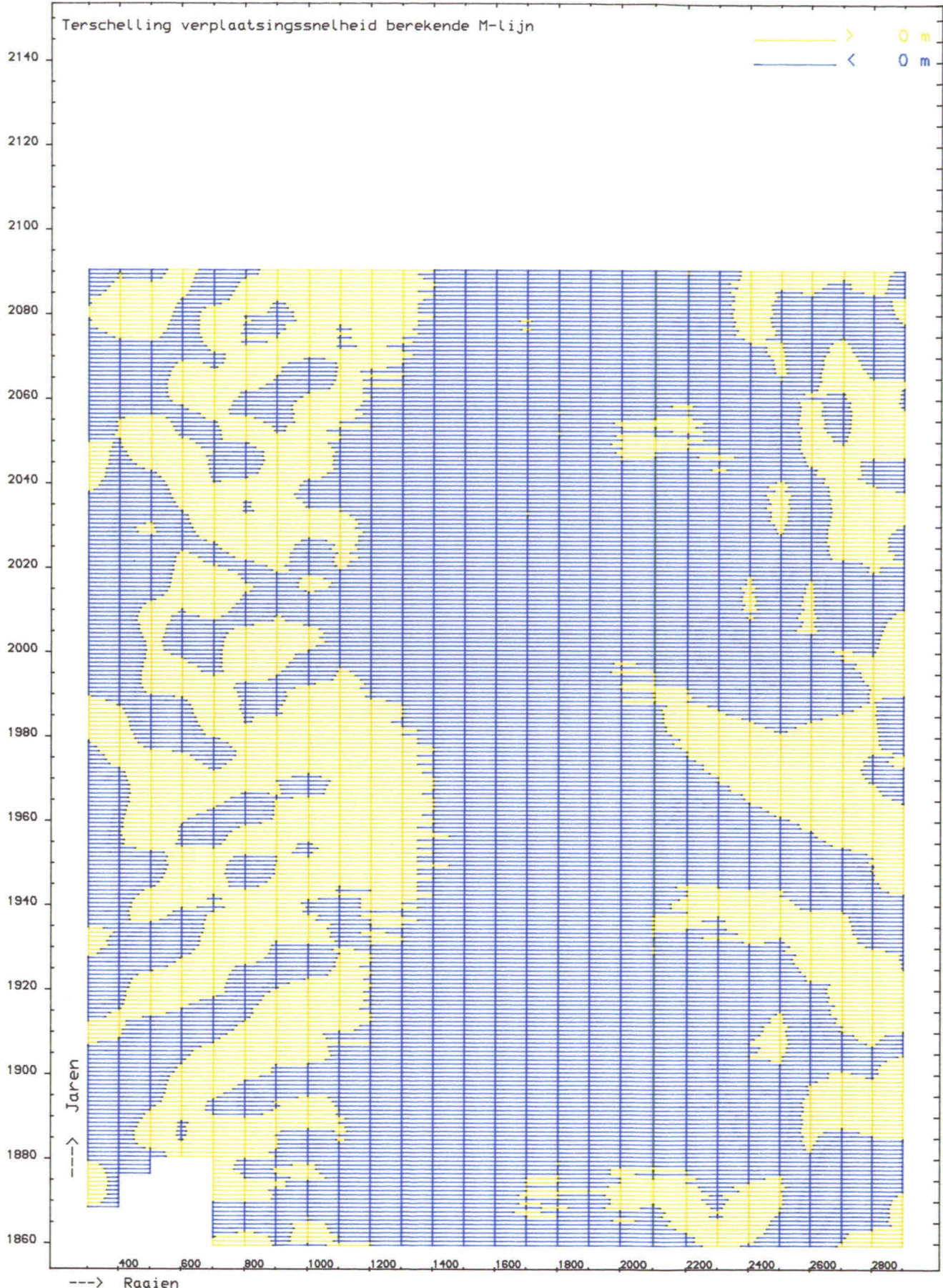
Rapport ANW 88.35

Bijlage 17

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 volgens aangepaste en  
 geextrapoleerde signalen

Projectcode W 8806 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 18

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

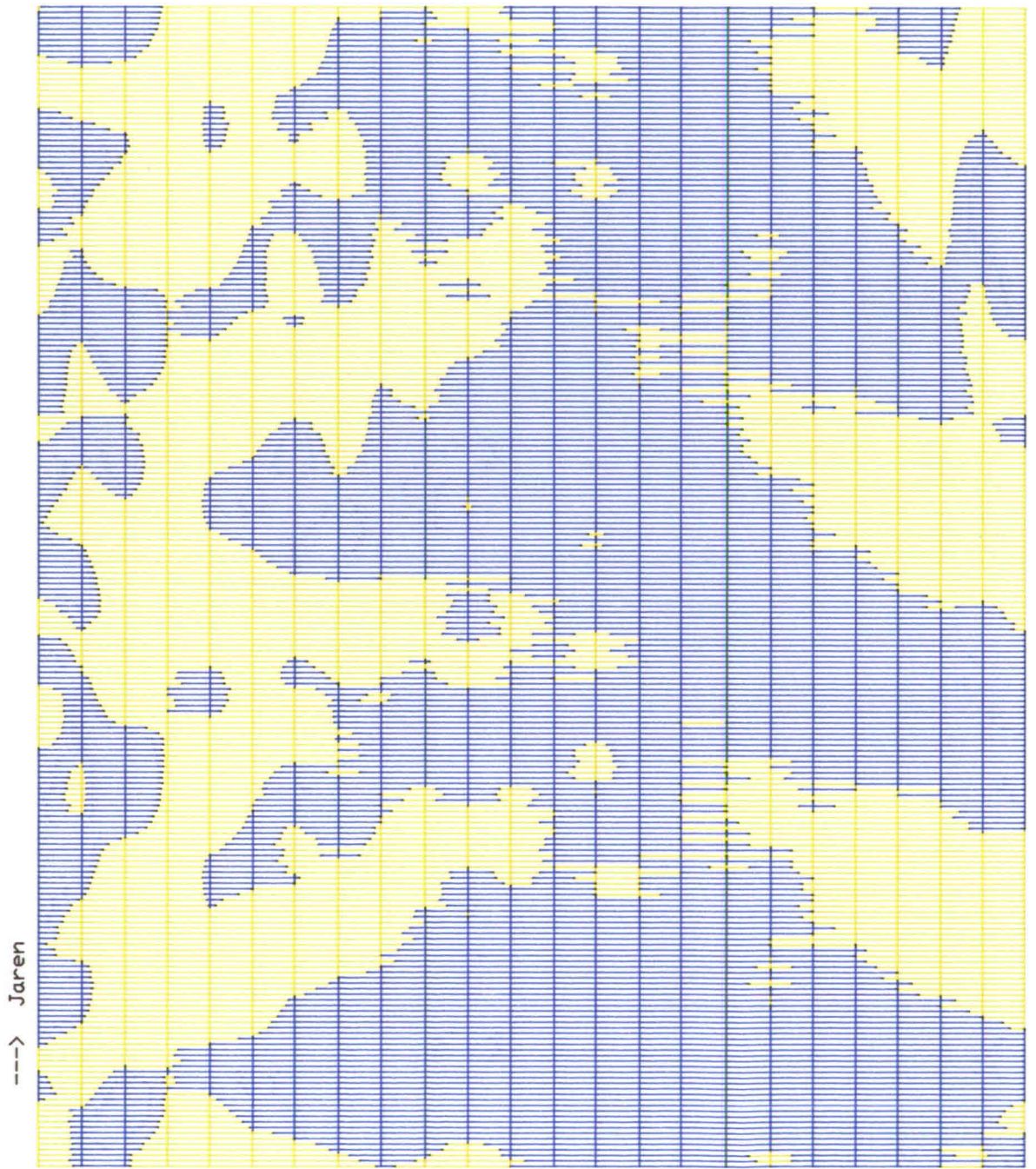
din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8

Ameland verplaatsingssnelheid berekende M-lijn

—> 0 m  
—< 0 m

2140  
2120  
2100  
2080  
2060  
2040  
2020  
2000  
1980  
1960  
1940  
1920  
1900



---> Raaien

TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
volgens aangepaste en  
geextrapoleerde signalen

Projectcode W 8806 D

Rapport ANW 88.35

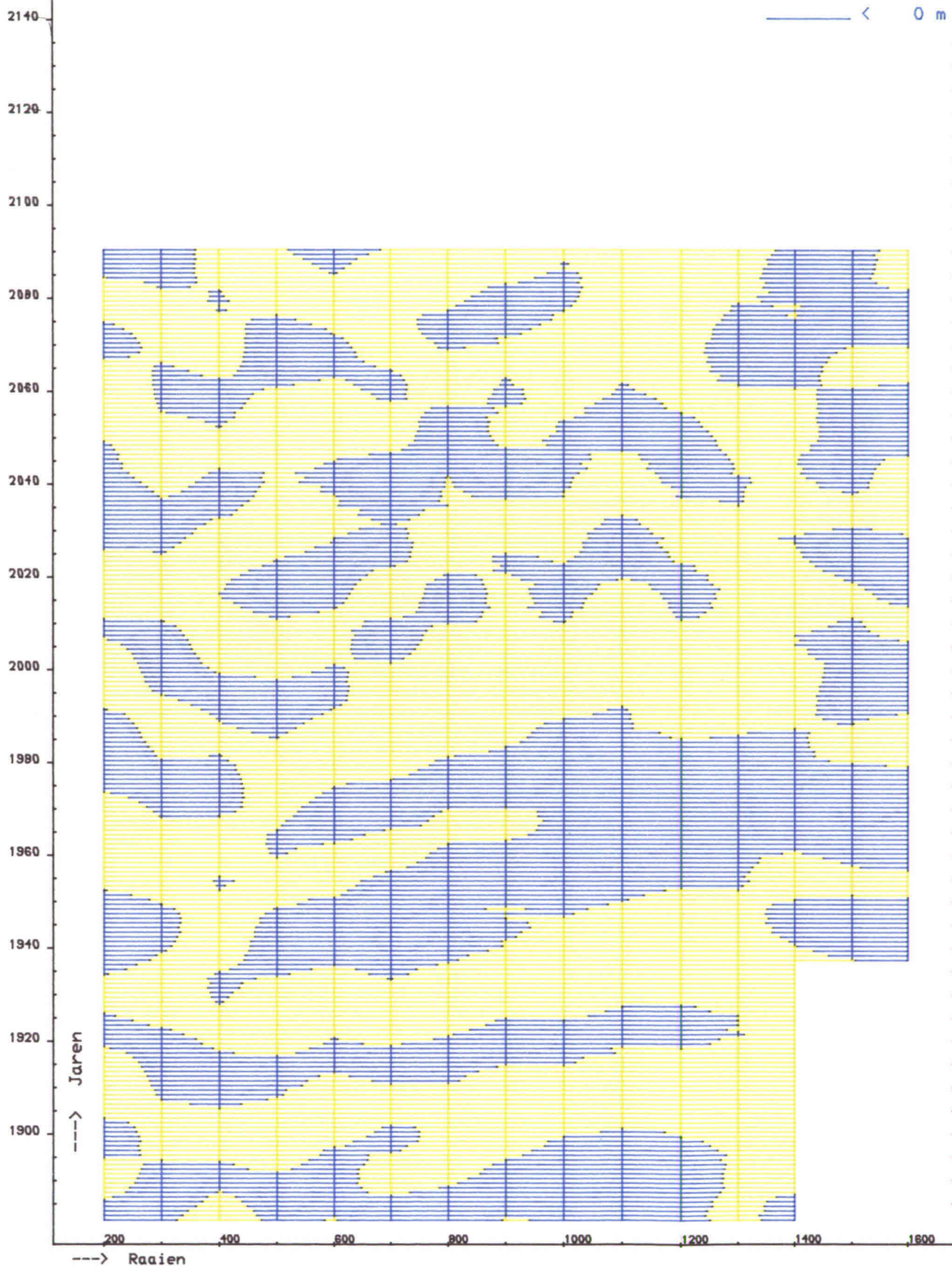
Bijlage 19

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8

Schiermonnikoog verplaatsingsnelheid berekende M-lijn



TRANSGRESSIE en RETROGRESSIE  
 volgens aangepaste en  
 geextrapoleerde signalen

Projectcode W 8806 D

Rapport ANW 88.35

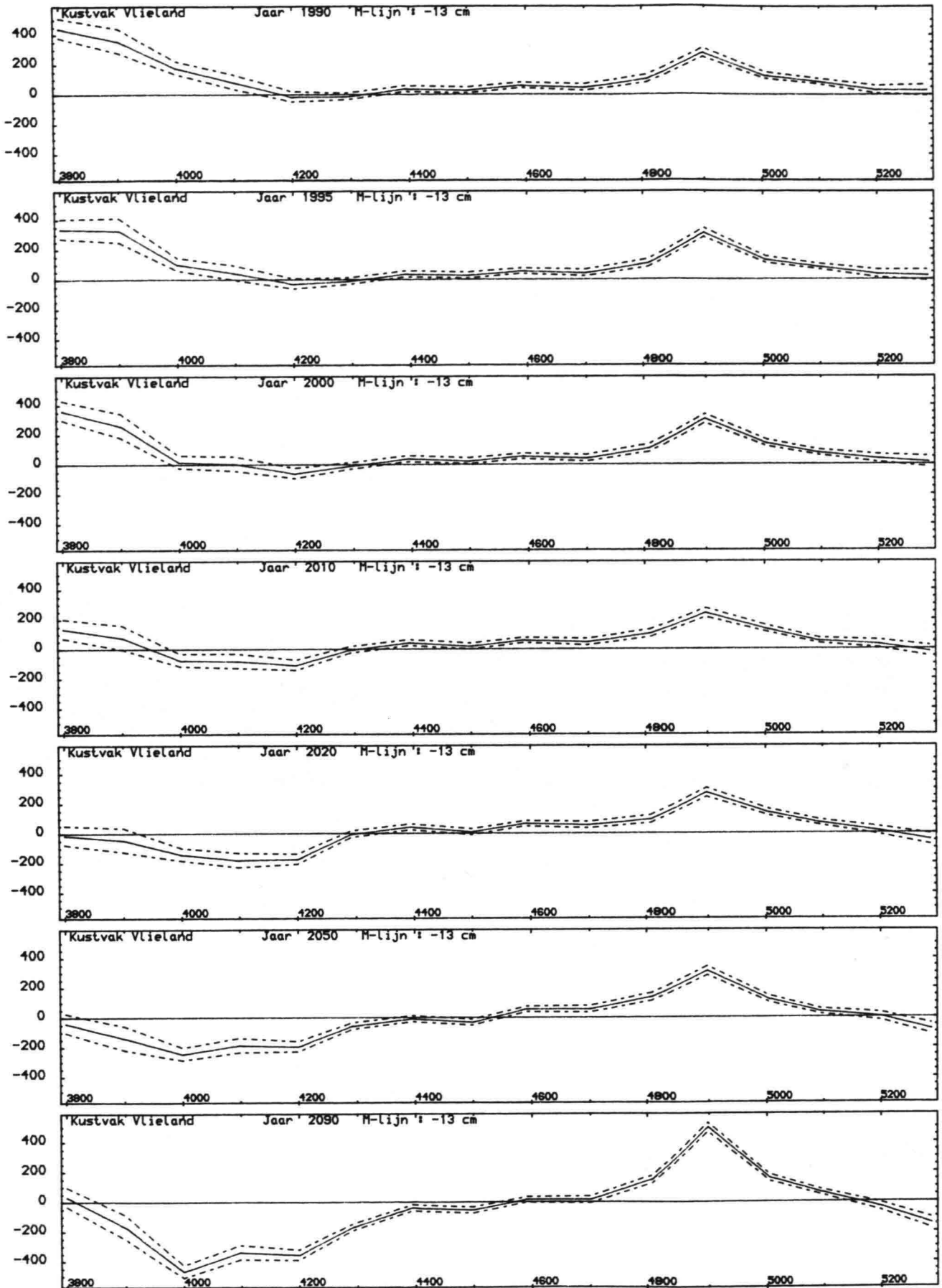
Bijlage 20

Rijkswaterstaat-Directie Friesland aFd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.VEPLAATS8

----> Verplaatsing dieptelijnen per kustvak in m tov de HML met 95% betrouwbaarheidsband



Voorspelde ligging van de  
kustlijn of M-lijn in  
de aangegeven jaren

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

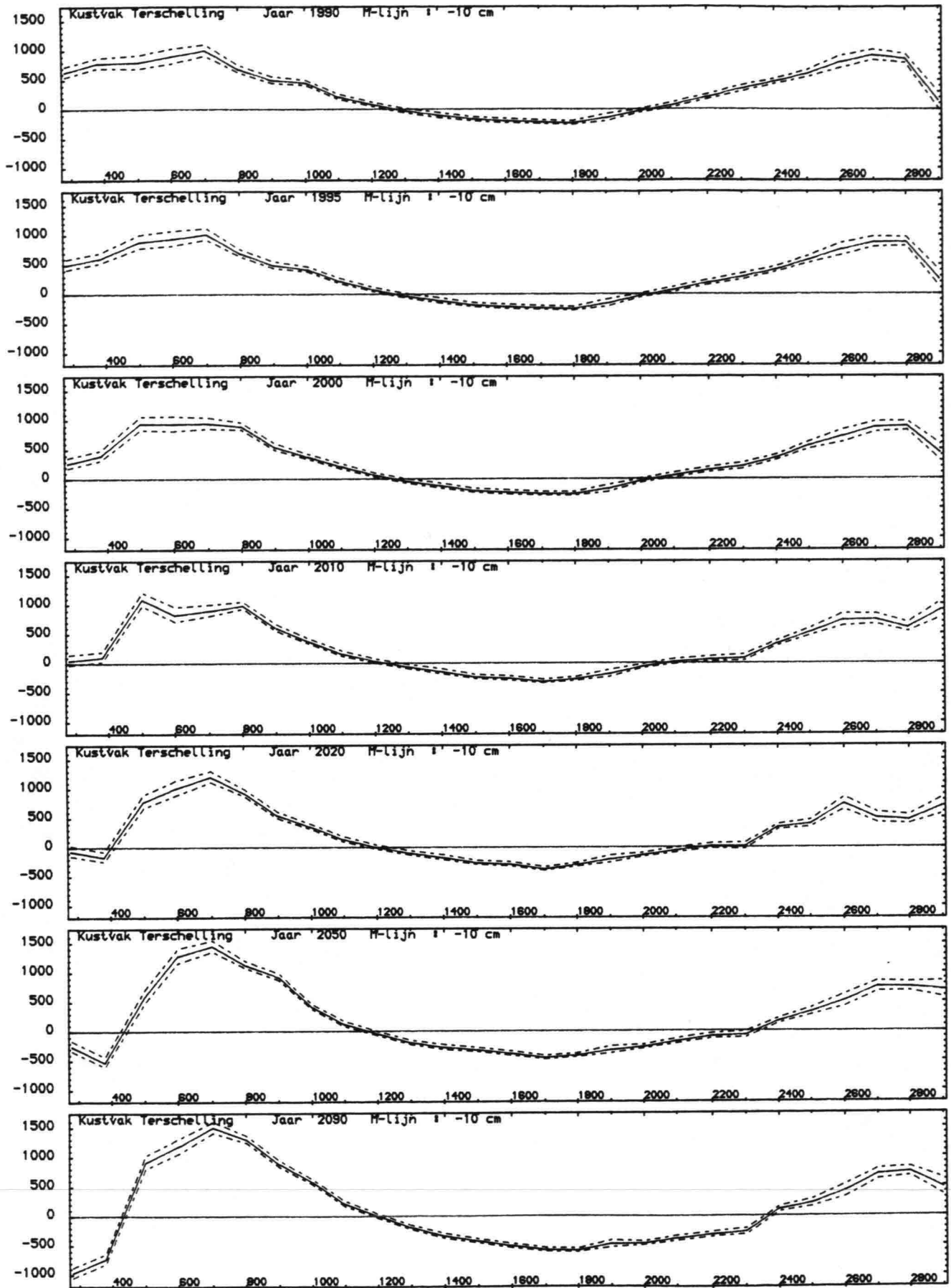
Bijlage 21

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG5B

-----> Verplaatsing dieptelijnen per kustvak per jaar in m tov de HML met 95% betrouwbaarheidsband



Voorspelde ligging van de  
kustlijn of M-lijn in  
de aangegeven jaren

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 22

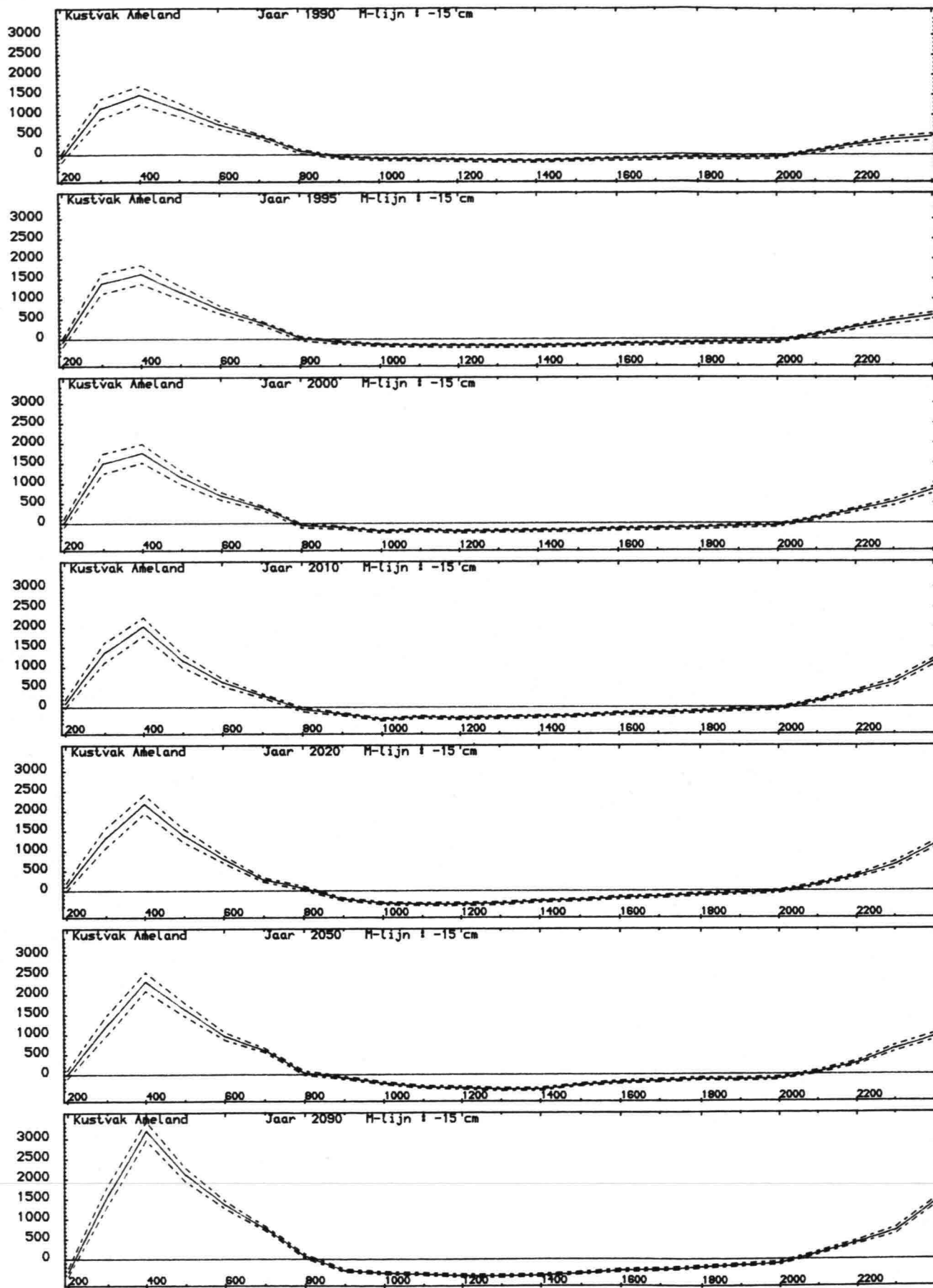
Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG5B



-----> Verplaatsing dieptelijnen per kustvak in m tov de HML met 95% betrouwbaarheidsband



Voorspelde ligging van de  
kustlijn of M-lijn in  
de aangegeven jaren

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

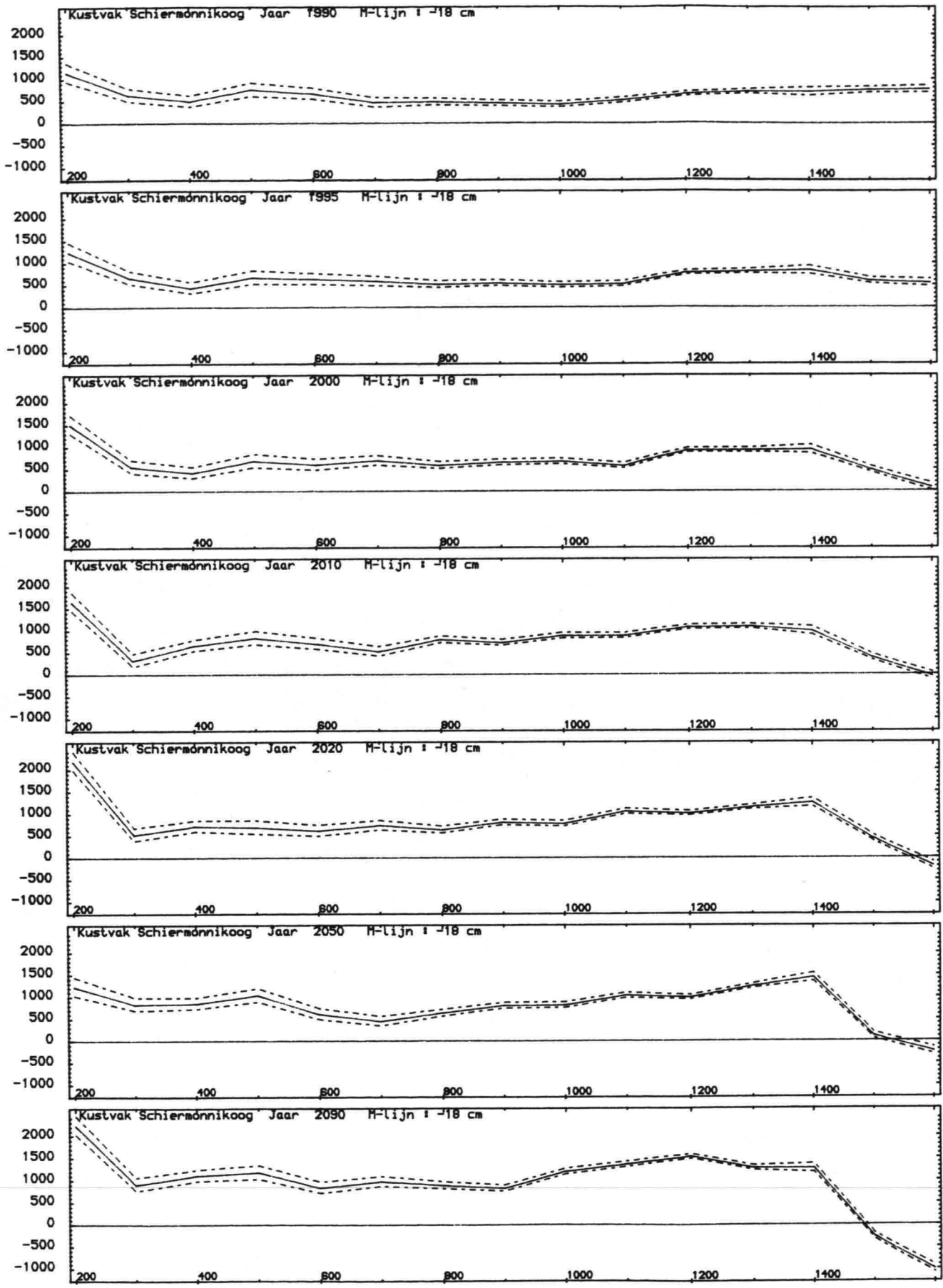
Bijlage 23

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG5B

----> Verplaatsing dieptelijnen per kustvak per jaar in m tov de HML met 95% betrouwbaarheidsband



Voorspelde ligging van de  
kustlijn of M-lijn in  
de aangegeven jaren

Projectcode W 88.06 D

Rapport ANW 88.35

Bijlage 24

Rijkswaterstaat-Directie Friesland afd. A N W

din A4

Reg.nr. ANW.LINREG5B

