

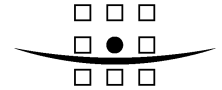
## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
 Van : D.J. Peters  
 Datum : 15 juni 2007  
 Kopie : Archief  
 Onze referentie : 9S1509.A0/N0006/DJP/SEP/Nijm

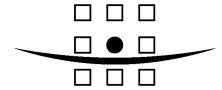
**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
 Symbolenlijst en literatuurverwijzingen**

In deze notitie worden de symboolconventies uit alle notities betreffende "Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006" verzameld. Daarna zijn de literatuurverwijzingen opgenomen.

$a_1$	[-]	parameter om plaatmodel te vatten in eenvoudige benadering
$a_1$	[m]	veldgrootte bij krachtenberekening door golfklap
$a_2$	[m]	veldgrootte bij krachtenberekening door golfklap
$a_4$	[m]	veldgrootte bij krachtenberekening door golfklap
$a_M$	[m]	maat t.b.v. plaatsbepaling $M^*$
$a_{zWM}$	[-]	ligging van het zwaartepunt van het momentenvlak
$\alpha$	[°]	hellingshoek van het talud
$b_F$	[-]	dikte granulaire laag
$b_1$	[-]	parameter om plaatmodel te vatten in eenvoudige benadering
$\beta$	[-]	beddingsparameter = $\sqrt[4]{k_z/4EI}$
$B_x$	[m]	maat van het blok of de zuil is in de richting van het talud
$B_y$	[m]	de beschouwde liggerbreedte (= 1m)
$c_L$	[Nm]	stijfheidsgetal ligger
$c_k$	[Nm]	stijfheidsgetal rotatieveer
$d_s$	[m]	diepte golfterugtrekking t.o.v. SWL (verticaal gemeten)
$dx$	[m]	stapgrootte voor lopend gemiddelde
$D$	[m]	dikte van de toplaag
$\delta_z$	[m]	grootte van een verspronging
$\Delta$	[-]	relatieve dichtheid
$E$	[N/m <sup>2</sup> ]	de E-modulus van het toplaagsysteem
$E_f$	[N/m <sup>2</sup> ]	de fictieve E-modulus van het toplaagsysteem
$f_1$	[0.9]	factor voor $h/D$
$f_2$	[0.9]	factor voor voegvullingsgraad
$f_{2,\delta z}$	[0.75]	factor voor voegvullingsgraad bij versprongen blok of zuil
$f_3$	[0.55]	wrijvingsfactor tussen toplaagelementen
$f_4$	[-]	veiligheidsfactor voor de veronderstelde normaalkracht in het veld
$f_5$	[-]	factor voor verrekenen normaalkrachtenreductie door teenbeïnvloeding
$f_6$	[0.6]	wrijvingsfactor tussen toplaag en bedding
$f_7$	[2]	dynamische vergrotingsfactor golfklap (zie memo N004)
$f_8$	[1.2-1.8]	dynamische vergrotingsfactor gediptheid (zie memo N004)
$f_9$	[0.6]	nader te bepalen factor voor de aanwezig veronderstelde normaalkracht in het veld
$f_{10}$	[0.2]	nader te bepalen factor voor de aanwezig veronderstelde normaalkracht in het veld



$f_{11}$	[1.0]	factor voor de verrekening van spleetdrukken in de veronderstelde normaalkracht in het veld.
$f_{12}$	[-]	reductiefactor op capaciteit $M_u$ in verband met geometrische imperfecties (zie memo N005)
$f_{13}$	[-]	reductiefactor op capaciteit $V_u$ in verband met geometrische imperfecties (zie memo N005)
$f_{14}$	[0.9]	factor maximale ondermijningsdiameter (zie memo N006)
$F$	[-]	stabiliteitsparameter $H_s/\Delta D$
$F_{eq}$	[N]	equivalente belasting
$F_w$	[N]	belasting tijdens veldproeven
$F_{x,i}$	[N]	knooplasten in verenmodel in x-richting (notitie 1).
$F_{z,i}$	[N]	knooplasten in verenmodel in z-richting (notitie 1).
$\phi_b$	[m]	de hoogte van het golffront ten opzichte van het diepste punt
$\phi_{bed}(x)$	[m]	stijghoogte in het filter als functie van x
$\phi_{dip}$	[m]	stijghoogteverschil ter plaatse van het diepste punt
$\phi_{max}$	[m]	maximale stijghoogte
$\phi_{min}$	[m]	het grootste (negatieve) stijghoogteverschil ter plaatse van het diepste punt van de trog
$\phi_{piek}$	[m]	stijghoogteverschil ter plaatse van het hoogste punt
$\phi_{spleet}$	[m]	de stijghoogte in de spleten
$\phi_{trog}$	[m]	de (negatieve) stijghoogte op het talud ten opzichte van de SWL op het diepste punt van de trog
$\phi_{top}(x)$	[m]	stijghoogte op de toplaag als functie van x
$\phi_1$	[rad]	hoekverdraaiing links (zeezijde)
$\phi_2$	[rad]	hoekverdraaiing rechts (landzijde)
$G$	[N]	kracht ten gevolge van het gewicht van een toplaagelement
$G_x$	[N]	idem, x-component
$G_z$	[N]	idem, z-component
$\gamma_s$	[-]	partiële veiligheidsfactor belasting
$\gamma_{s2}$	[-]	partiële veiligheidsfactor voor verzwakkingen
$\gamma_m$	[-]	modelfactor
$\gamma_{m2}$	[-]	modelfactor voor verzwakkingen
$\gamma_R$	[-]	partiële veiligheidsfactor sterkte toplaag
$h$	[m]	effectieve toplaagdikte, inwendige hefboomsarm
$H_s$	[m]	piëzometrisch niveau (notitie 1)
$i$	[-]	sub nummer
$I$	[m <sup>4</sup> ]	het buigtraagheidsmoment van de toplaag = $\frac{1}{12} B_y D^3$
$k_{teen}$	[N/m <sup>2</sup> ]	indrukkingstijfheid van de teen
$k_z$	[N/m <sup>3</sup> ]	indrukkingstijfheid van de bedding (beddingsconstante)
$k_x$	[N/m]	schuifveerwaarde
$K_{eq}$	[N/m]	equivalente veerstijfheid
$K_L$	[-]	belastingfactor massa veer systeem
$K_M$	[-]	massafactor massa veer systeem
$L$	[m]	lengte waarover het effectieve stijghoogteverschil ( $\phi_{top} - \phi_{bed} - \Delta D$ ) negatief is, dat wil zeggen: opwaarts gericht
$L_0$	[m]	afstand tussen dwarskrachten nulpunten in plaatmodel met zwevende randen
$L_1$	[m]	afstand tussen maximale stijghoogteverschillen



**ROYAL HASKONING**

$L_2$	[m]	afstand waarbij de golfdruk de zetting tegen het talud drukt.
$L_\beta$	[m]	natuurlijke golflengte van het systeem van de ligger op de elastische bedding
$L_q$	[m]	invloeds lengte golffront aan de zeezijde
$\Lambda$	[m]	leklengte
$m$	[kg/m]	massa van de ligger per lengte
$M$	[N]	buigend moment
$M^*$	[N]	extreme waarde van het buigend moment
$M_d$	[Nm]	ontwerpwaarde moment
$M_{eq}$	[kg]	equivalente massa
$M_{max}$	[Nm]	maximaal optredend moment
$M_u$	[Nm]	uiterste momentcapaciteit
$n$	[-]	aantal stappen in lopend gemiddelde
$N$	[N]	normaalkracht
$N_{Mmin}$	[N]	normaalkracht ter plaatse van $M_{min}$
$N_{Mmax}$	[N]	normaalkracht ter plaatse van $M_{max}$
$N_{Vmin}$	[N]	normaalkracht ter plaatse van $M_{Vmin}$
$p_i$	[N/mm]	lokale druk (Notitie1)
$P_x$	[N]	effectieve krachten evenwijdig aan de toplaag, veroorzaakt door de spleetdrukken
$P_y$	[N]	effectieve krachten loodrecht op de toplaag
$\nu$	[-]	Poisson's ratio
$\Phi(x)$	[-]	vormfunctie van de verplaatsing van de blokken langs de ligger. Altijd tussen nul en één.
$P$	[N]	puntlast
$q$	[N/m]	verdeelde belasting
$q_0$	[N/m]	maximum in verdeelde belasting
$q_1$	[N/m]	minimum in verdeelde belasting
$q_2$	[N/m]	maximum in verdeelde belasting onder golfklap
$q_{ton}$	[N/m]	opwaartse druk t.g.v. tonronde
$R_{ton}$	[-]	straal van de tonronde
$R_u$	[m]	Run-up (verticaal gemeten)
$R_{x,i}$	[-]	kracht op element ten gevolge van wrijving
$s_j$	[-]	breedte van initiële spleet
$s_0$	[-]	scheefheidsparameter voor de belastingsfunctie
$s_{op}$	[-]	golfsteilheid
$t^*$	[s]	stijgtijd in dynamische analyse
$t_k$	[s]	stijgtijd t.g.v. golfklap
$t_{st, dip}$	[s]	stijgtijd t.g.v. $\phi_{dip}$ . Niet >T
$T_1$	[Nm]	randmoment links (zeezijde)
$T_2$	[Nm]	randmoment rechts (bermzijde)
$T$	[s]	trillingstijd
$\theta_f$	[°]	de helling van het golffront, gedefinieerd als de helling tussen het punt op $0.9 \phi_{min}$ en het punt van passage van de stilwaterlijn (SWL)
$u_x$	[m]	verplaatsing in x-richting
$u_{min}$	[m]	berekende statische verplaatsing
$V$	[N]	dwarskracht
$V^*$	[N]	extreme waarde van de dwarskracht
$V_d$	[N]	ontwerpwaarde dwarskracht
$V_{min}$	[N]	minimale dwarskracht
$V_u$	[N]	uiterste dwarskrachtcapaciteit
$x$	[m]	coördinaat in richting tegen het talud omhoog
$x_{berm}$	[m]	x-coördinaat van de berm
$x_D$	[m]	x-coördinaat van een dikte overgang in de toplaag

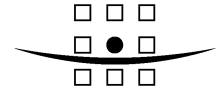


**ROYAL HASKONING**

$X_{HW}$	[m]	x-coördinaat van normaal hoogwater SWL
$X_{ov}$	[m]	x-coördinaat van een horizontale overgangsconstructie met spleet
$X_s$	[m]	de afstand tussen de x-coördinaat van de SWL op het talud en het diepste punt
$X_{teen}$	[m]	x-coördinaat van de teen
$X_\alpha$	[m]	x-coördinaat van een knik in het talud
$X_\phi$	[m]	x-coördinaat van maximale golfterugtrekking
$X$	[m]	coördinaat horizontale richting (landinwaarts)
$\xi_{op}$	[-]	brekerparameter
$y$	[m]	coördinaat richting langs het talud
$y_{spleet}$	[m]	de verticale positie van het midden van de spleet
$Y$	[m]	coördinaat verticale richting (omhoog)
$Z$	[m]	coördinaat richting loodrecht op de zetting (schuin omhoog)
	[m]	verplaatsing massa veer systeem
$\ddot{z}$	[m/s <sup>2</sup> ]	versnelling massa veer systeem
$Z_E$	[m]	afstand SWL tot punt van waar af normaalkracht wordt opgebouwd (verticaal gemeten)
$Z_g$	[m]	afstand positie gatverzwakking in toplaag tot SWL (verticaal gemeten)

**Indices:**

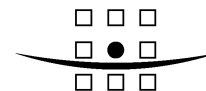
2%	waarde van de grootheid bij 2% overschrijdingskans
eq	equivalente waarde
i	element nummer (notitie 1)
min	minimaal
max	maximaal
$Q_{01}$	gelijkmatig verdeelde belasting op knoop 1 van veld 0.
u	uiterste grenstoestand
t	tijdstap



## Literatuurverwijzingen

- [Biggs, 1964] J.M. Biggs, Introduction to structural dynamics, New York: McGraw-Hill 1984
- [Blom & Peters, 2007] Meet- en analyserapport proefnemingen op geklemde steenzettingen op dijken in Zeeland, RoyalHaskoning, 13 juni 2007
- [Bouma, 1989] A.L. Bouma, Mechanica van constructies, Elasto-statica van slanke structuren. Delftse Uitgevers Maatschappij b.v. 1989
- [Coeveld & Klein Breteler, 2003] E.M. Coeveld / M. Klein Breteler, Invloed klemming: statistische analyse trekproeven, november 2003
- [Irvine, 1986] H M Irvine, Structural dynamics for the practising engineer, Unwin Hyman Ltd. 1986
- [Klein Breteler & Eysink, 2006] M. Klein Breteler, W.D.I. Eysink, Reststerkte van steenzetting met zuilen na initiële schade. H4327, November 2005
- [Klein Breteler & Vd Werf, 2006] M. Klein Breteler, I. van der Werf, Modelling belasting en reststerkte in SteenToets 2006.
- [Klein Breteler, van der Werf en Wenneker] M. Klein Breteler, I. van der Werf en I. Wenneker, Kwantificering golfbelasting en invloed lange golven, rapport WL, juni 2006.
- [Klein Breteler, 2006] M. Klein Breteler, Rekenmodules in SteenToets 2006, rapport WL, juni 2006.
- [Klein Breteler et al, 2006] M. Klein Breteler, I. van der Werf en I. Wenneker, Kwantificering golfbelasting en invloed lange golven, rapport WL, juni 2006.
- [Klein Breteler, 2000] Klein Breteler, M., Grootschalig modelonderzoek naar stabiliteit van taludbekledingen, analyse van resultaten van Deltagootproeven, rapport WL (2 banden), mei 2000
- [Peters 2001] Gezette steenbekledingen onder golfaanval, mechanicastudie liggerwerking, november 2001
- [Peters, 2004] Laboratoriumonderzoek betreffende klemming van gezette steenbekledingen, RoyalHaskoning, 18 november 2004
- [Peters, mei 2006] Structuurschema voor implementatie van klemming in SteenToets 2006, concept, 1 mei 2006
- [Schiereck, 2001] G.J. Schiereck, Introduction to Bed, bank and shore protection, 2001
- [Timoshenko & Woinowski-Krieger] S.P. Timoshenko, S.Woinowski-Krieger, Theory of plates and shells, international student edition, Second edition, 1959
- [Verhagen, 1984] H.J. Verhagen, Nota trekproeven op glooiingsconstructies in de Oosterschelde, februari 1984
- [De Waal et al, 1995] Waal, J.P. de, M. Klein Breteler en H. den Adel, Taludbekledingen van gezette steen, golfdruk op het talud, deel B, WL|Delft Hydraulics, december 1995
- Nijmegen, 15 juni 2007

Ir. D.J. Peters



## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
 Van : D.J. Peters  
 Datum : 15 juni 2007  
 Kopie : Archief  
 Onze referentie : 9S1509.A0/N0007/DJP/SEP/Nijm

**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
 Onderdeel 1 Normaalkracht**

In deze notitie worden de onderdelen 1 en 1a uit het gedefinieerde kennisontwikkelingspakket dat vooraf gaat aan implementatie van klemming in SteenToets toegelicht.

De onderdelen betreffen het onderwerp 'spleten', en gaan meer specifiek over het geldigheidsbereik van de ontwikkelde klemmingsformules.

### Uitgangspunten klemming in SteenToets

In de voorgestelde structuur van SteenToets wordt uitgegaan van klemming door normaalkracht in de vereenvoudigde, 'optimale' vorm. Daarbij zijn de volgende aannames gedaan:

1. De toplaag ligt daarbij op de bedding van filtermateriaal dat een verwaarloosbare rolstijfheid heeft. Er heersen geen wrijvingskrachten op het grensvlak van de toplaag en de bedding.
2. De toplaag rust tegen de teen. De teen is voldoende stijf.
3. Normaalkrachtsopbouw wordt verondersteld vanaf het niveau van bovenzijde talud.

Daar waar deze vereenvoudigde, optimale schematisatie ontoelaatbaar afwijkt van de werkelijkheid, worden er met model factoren correcties aangebracht.

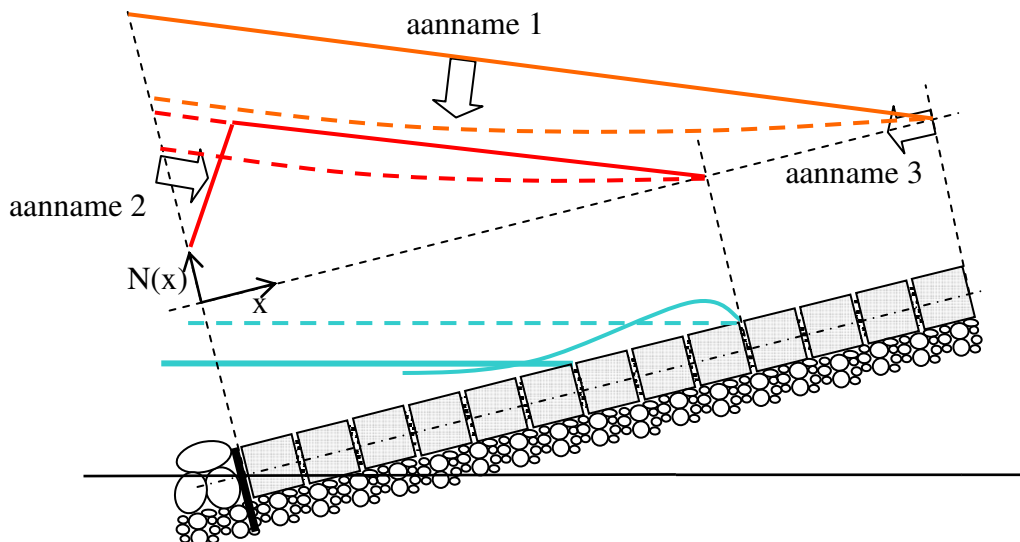
In figuur 1 is in oranje aangegeven hoe deze 'optimale' normaalkracht verloopt. De normaalkracht neemt met de afstand vanaf het punt van bovenzijde talud lineair toe. Indien de verschillende aannames niet conform de werkelijkheid zijn wijzigt het verloop. Indien aanname 3 onjuist is start de normaalkracht vanaf een ander niveau. Indien aanname 2 onjuist is, is er nabij de teen minder normaalkracht aanwezig. Indien aanname 1 onjuist is, wordt een deel van het gewicht opgenomen met wrijvingskrachten en neemt de helling van de normaalkracht af.

Er is onderzocht met welk werkelijk normaalkrachtsverloop bij de toetsing rekening dient te worden gehouden. Er wordt getracht dit werkelijke verloop te definiëren ten opzichte van het optimale verloop.

### Effect teen

Conform afspraak wordt er in het kader van deze opdracht geen onderzoek verricht naar het effect van de teen. Er is door GeoDelft in de periode 1988 – 1992 en door DWW in de periode 1998 – 2000 op dit onderwerp het een en ander onderzocht.

Uit analyse van de veldproeven is gebleken dat het niet verantwoord is om geen enkel klemming-reducerend effect van de teen in rekening te brengen. Er is voorgesteld om de normaalkracht over een afstand van 10 D vanaf de teen (lineair met deze afstand) te reduceren (tot nul bij de teen). De keuze voor 10 D is gebaseerd op het veldproeven onderzoek [Blom & Peters, 2006]. Aangenomen wordt dat de klemming nabij de teen voor de toetsing niet kritisch is. Het verdient aanbeveling het effect van de teen nader te onderzoeken.



Figuur 1: Definitiediagram startpositie en vorm van de opbouw van de normaalkracht.

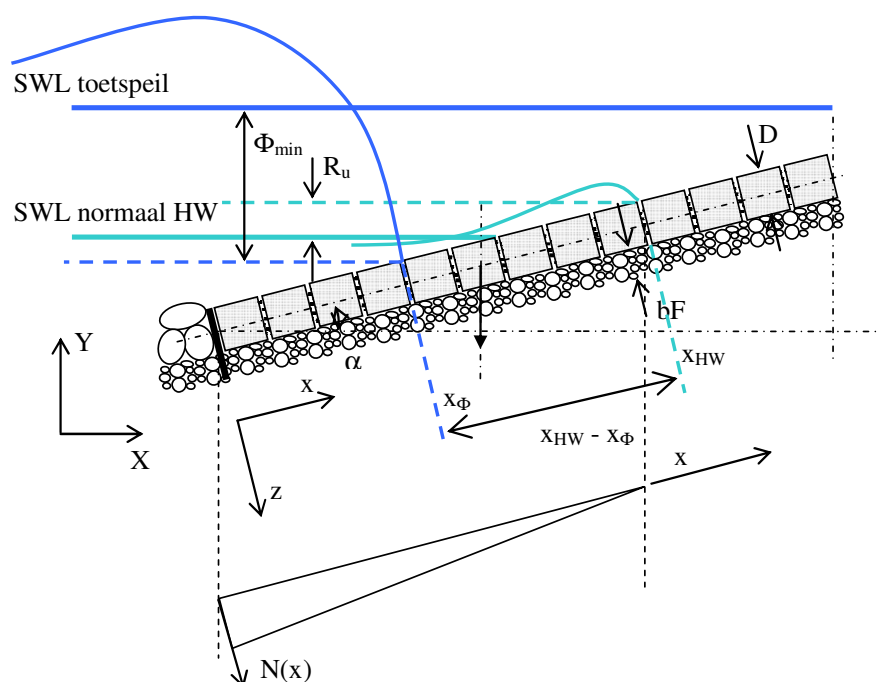
Uit de veldproeven [Blom & Peters, 2006] is duidelijk gebleken dat de normaalkracht in werkelijkheid niet in alle gevallen volgens het theoretische optimale verband verloopt. In de meeste gevallen kunnen de gemeten treksterktes omgerekend worden naar een normaalkracht die 40 tot 60% van de optimale normaalkracht bedraagt. In een beperkt aantal gevallen blijkt een sterkte van meer dan 100% van de optimale normaalkrachtlijn. Dat is theoretisch mogelijk indien bedacht wordt dat de wrijvingskrachten tussen de toplaag en de bedding ook om kunnen draaien en naar beneden gericht op de toplaag werken, zodat ze de normaalkracht vergroten in plaats van verkleinen.

Op dijken kunnen open spleten evenwijdig aan de waterlijn worden waargenomen. In voorkomende gevallen liggen deze boven de normale hoogwaterlijn. Zonder verdere bestudering van dit verschijnsel moet men aannemen dat de bekledingselementen boven deze lijn losser liggen dan daar onder. De beschikbare veldproeven zijn uitgevoerd onder deze lijn. Daar is verificatie van het fenomeen klemming beschikbaar. De te ontwikkelen toetsformules waarin klemming is verdisconteerd hebben geldigheid in de zone van het talud onder die lijn. Voor de toetsing is het van belang om te zoeken naar aanknopingspunten om ook boven deze lijn met klemming te mogen rekenen.

Indicatie capaciteit klemming op basis van normaalkracht vanaf punt golfoploop bij normaal HW

In figuur 2 is in een definitiediagram weergegeven de positie tot waar in het geval van een gemiddeld tij golfoploop ( $R_{u}$ ) plaats heeft gevonden. Vanaf dat punt,  $x_{HW}$ , naar beneden wordt klemming verondersteld. De overweging daarbij is dat vanaf dat punt naar beneden de stenen eerder opgetild en naar beneden toe verplaatst zijn, waardoor er normaalkrachtsopbouw heeft plaatsgevonden. Tevens is in de figuur de positie van het zwaarst aangevallen punt,  $x_{\Phi}$ , bij terugtrekking van een maatgevende golf en maatgevend peil weergegeven. De normaalkracht die opgebouwd wordt over de afstand  $x_{HW} - x_{\Phi}$  is bepalend voor de grootte van de klemming in het punt  $x_{\Phi}$ . Op deze wijze kan de normaalkracht op een bepaalde positie worden berekend.

In tabel 1 zijn de normaalkrachten berekend die op basis van de optimale verdeling aanwezig mogen worden verondersteld. Uit het voorbeeld kan worden geconcludeerd dat de vaststelling van dat niveau van bijzonder belang is, omdat de klemming anders mogelijk geen significante bijdrage aan de stabiliteit heeft (zie laatste kolom van tabel 1).



**Figuur 2: Definitiediagram posities start normaalkracht en aangevallen punt bij golfterugtrekking**

**Tabel 1: Getallenvoorbeeld voor een talud van  $\cot \alpha = 4$ ;  $s_0 = 0.022$ ;  $\xi_{op} = 1.7$ , representatief voor de Oosterschelde**

SWL normaal HW [m NAP]	1.5		
$H_s$ normaal [m]	0.5		
$R_u$ [m]	0.84		
$SWL_{HW} + R_u$ [m NAP] *)	2.34		
SWL Toetspeil [m NAP]	3.0	3.5	4.0
$H_s$ [m]	1.70	1.95	2.20
$d_s/H_s$	0.77	0.77	0.77
$d_s$ [m]	1.31	1.50	1.69
$SWL_{toets} - d_s$ [m NAP] **)	1.69	2.00	2.31
$dY$ [m] = *) - **)	0.65	0.34	0.04
$X_{HW} - X_\phi$ [m]	2.69	1.42	0.15
Normaalkracht $N$ in punt $x_\phi$ [N] (***)	$0.65 \rho_w g \Delta D B_y$	$0.34 \rho_w g \Delta D B_y$	$0.04 \rho_w g \Delta D B_y$

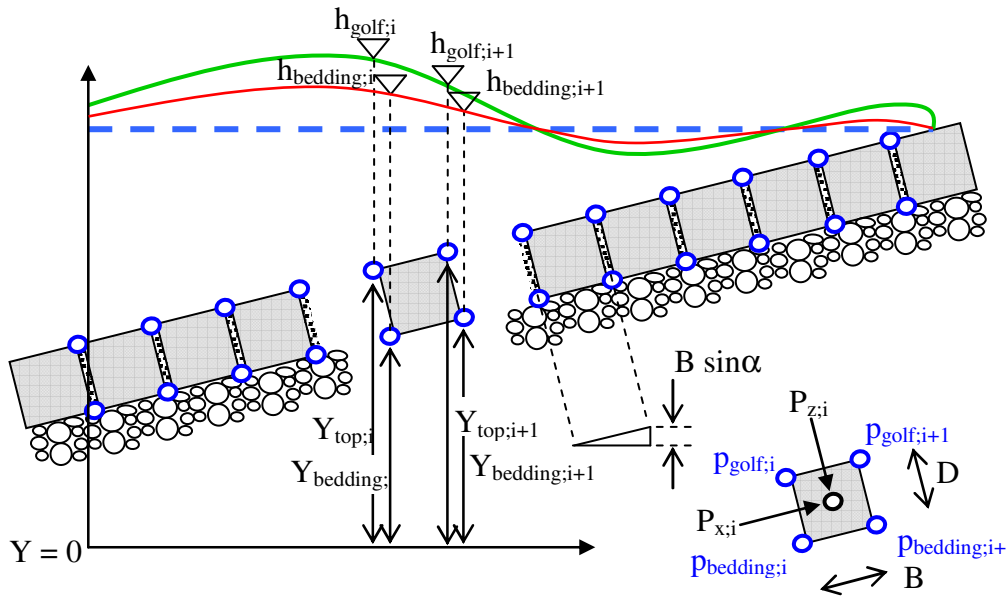
\*\*\*) voor het geval dat  $u_x = 0$

### Verificatie met KlemSteen

Het onderzoek naar de mogelijkheid om ook klemming toe te rekenen aan stenen hoger op het talud wordt onderzocht met het programma KlemSteen. Het programma KlemSteen is in 2005 en 2006 in opdracht van DWW ontwikkeld. Dit programma berekent normaalkrachten in de toplaag van het talud aan de hand van de uitvoer van het programma ZSteen van GeoDelft. ZSteen geeft

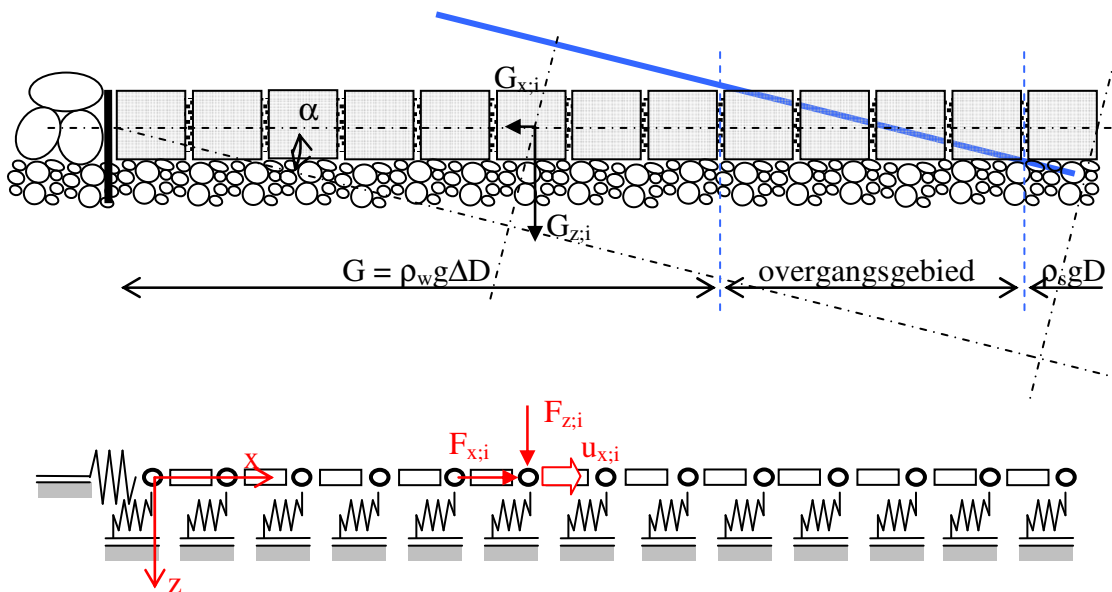


per steen stijghoogteverschillen, waarmee de effectieve krachten  $P_z$  loodrecht op de toplaag kunnen worden berekend, en waarmee ook de krachten  $P_x$  kunnen worden berekend die veroorzaakt worden door de stijghoogteverschillen in de spleten tussen de stenen. Deze krachten  $P_x$  beïnvloeden de normaalkracht.



**Figuur 3:** Stijghoogteverschillen over toplaag en tussen de spleten, definitie krachten  $P_x$  en  $P_z$

In het programma klemsteen wordt de toplaag gemodelleerd als een axiaal-elastisch opgelegde ligger. Indien de toplaag 'in rust' is, wordt een deel van de gewichtsbelasting in het vlak van het talud afgedragen op de axiale beddingsveren en het andere deel wordt middels naar beneden toenemende normaalkracht afgedragen naar de teen, die zelf ook verend wordt gemodelleerd.



**Figuur 4:** Definitie van de krachten  $G_x$  en  $G_z$ , verenmodel van de toplaag en bedding, definitie van de positieve krichtrichtingen  $F_x$  en  $F_z$  ( $F = G + P$ )



Het effect van een golfcyclus op de distributie van axiale krachten laat zich als volgt beschrijven. In de aanvangsituatie heerst er positieve wrijving op het grensvlak van de toplaag en de bedding. Indien de steen opgelicht wordt en in de volgende tijdstep weer contact maakt met de bedding is de wrijvingskracht verdwenen en is de bekleding voor een iets groter gedeelte van het totale gewicht tegen de teen aangezakt. Dit is gunstig voor de klemming.

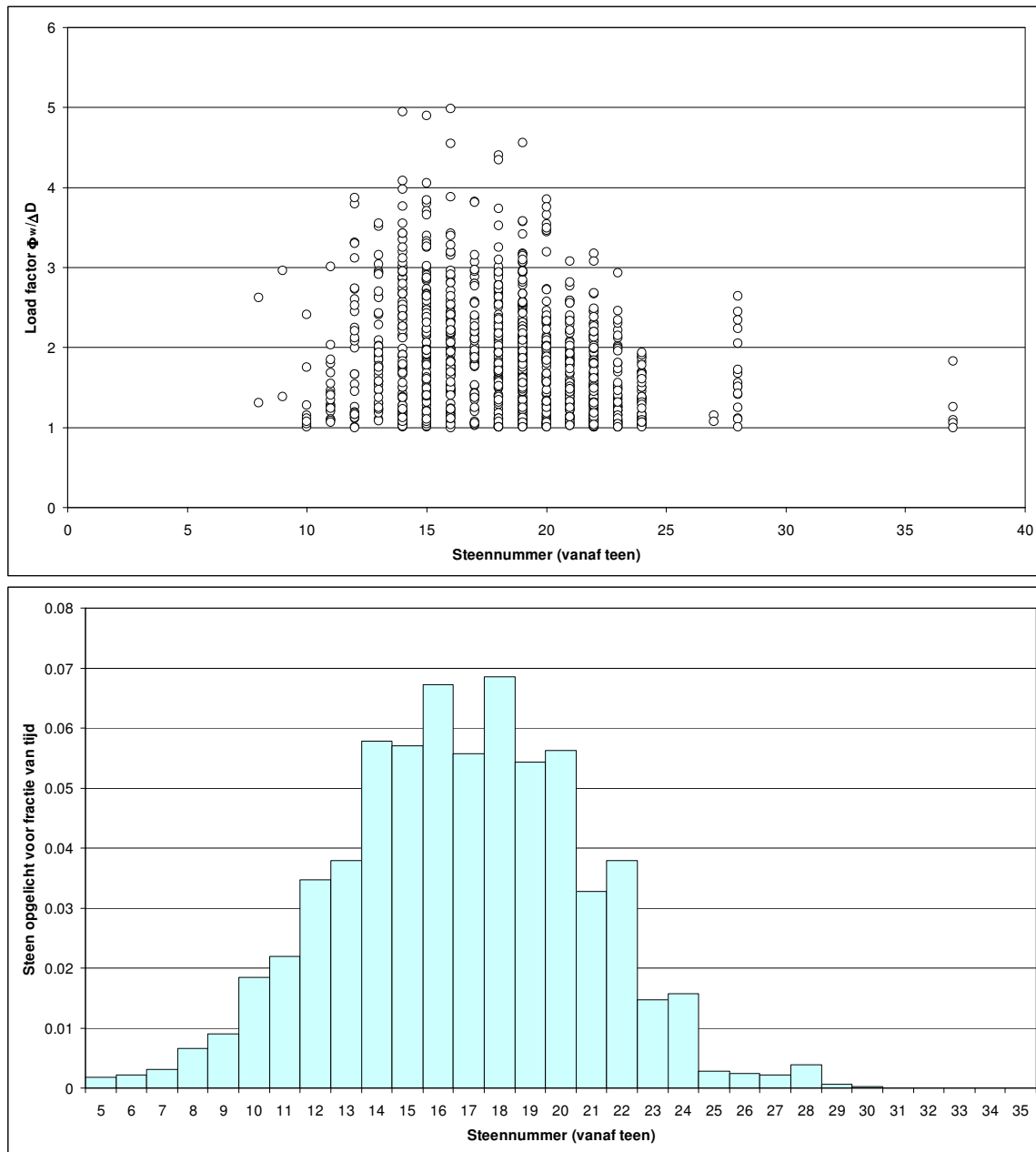
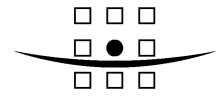
Indien dit voor een groot aantal tijdstappen wordt doorgerekend ontstaat het volgende beeld.

**Tabel 2: Data testfiles 9 en 13; invoerparameters voor ZSteen**

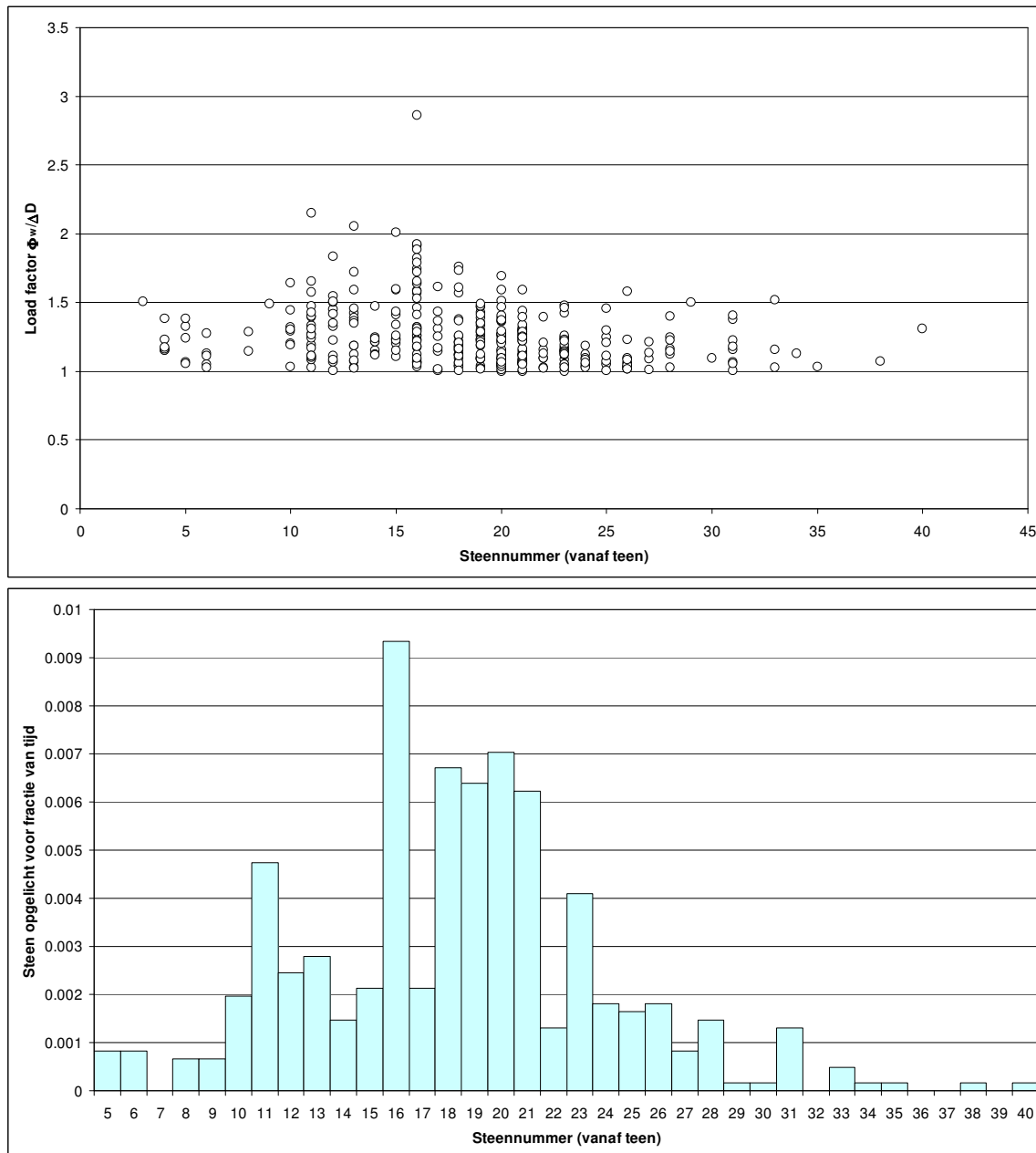
	$\cot \alpha$	$B_x$ [m]	Teen [m Ref.]	SWL [m Ref.]	$x_{SWL}$ [m]	steenr. SWL	steenr. golfoploop	bijbe- horende Y [m]
Case 9	5	0.5	0.000	3.000	15.3	31	41	4.0
Case 13	4	0.3	0.000	3.000	12.4	41	69	4.9

	$\rho_{steen}$	D [m]
Case 9	2350	0.25
Case 13	2350	0.25
	2350	0.75

Testfile 9 heeft 4877 tijdstappen en testfile 13 heeft 6107 tijdstappen. De testfiles zijn gegenereerd met behulp van de ingedikte golfbestanden uit ZSteen. De files zijn gelijk aan die in de rapportage 9R3640, implementatie klemming in ZSteen. De grootte en de locatie van de piekbelastingen is weergegeven in de figuren. Bij een piekbelasting hoort een bepaalde lengte waarover de bekleding wordt opgelicht. In het programma KlemSteen wordt deze lengte berekend. Er is op deze wijze precies bekend welke stenen worden opgelicht. Van elke steen is het aantal malen dat deze wordt opgelicht geteld en gedeeld door het totaal aantal tijdstappen uit de (ingedikte) golfbestanden. Het oplichten van de stenen op het moment dat er nog een onder spanningstaande veer onder zit, veroorzaakt het zakken van de bekleding richting de teen. In de golf file van case 13 zitten een aantal zeer extreme belastingpieken. Om die reden is de berekening ook uitgevoerd met een veel stabielere toplaag met  $\Delta D = 1.35 \times 0.75 = 1.0$ .



**Figuur 5:** De grootte van de belastingfactor voor alle tijdstappen waar deze groter is dan 1.0 ( $\Phi_w > \Delta D$ ) en in de onderste figuur de frequentie van oplichten van de stenen als gevolg van opwaartse stijghoogteverschillen (voor testcase 9)



**Figuur 6:** De grootte van de belastingfactor voor alle tijdstappen waar deze groter is dan 1.0 ( $\Phi_w > \Delta D$ ) en in de onderste figuur de frequentie van oplichten van de stenen als gevolg van opwaartse stijghoogteverschillen (voor testcase 13 met  $D = 0.75$ )

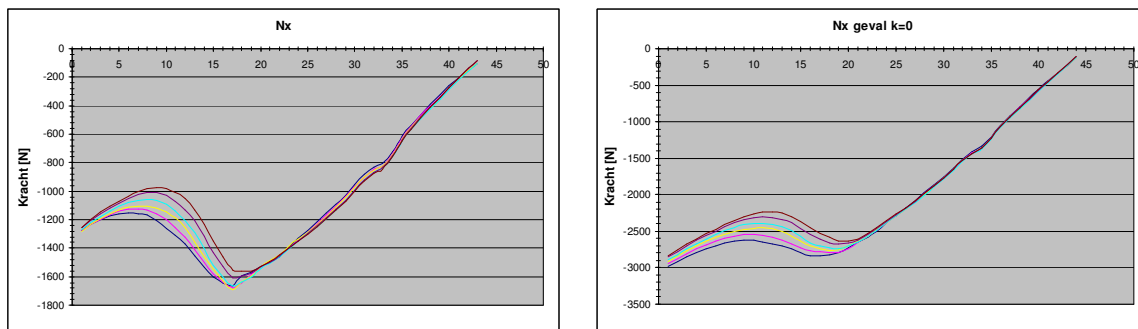
Testfile case 13 is drie maal doorgerekend met  $D = 0.25$  en de onderstaande stijfheidsparameters K1 t/m K3 voor een beperkt aantal tijdstappen. Ook is case 13 twee maal doorgerekend met een groot aantal tijdstappen (6000) met  $D = 0.75$  en de parametersets K1 en K2. Daarbij zijn de stijfheidsparameters gebruikt zoals weergegeven in de onderstaande tabel.

**Tabel 3: Stijfheidsparameters bij KlemSteenberekeningen (set K1 is default)**

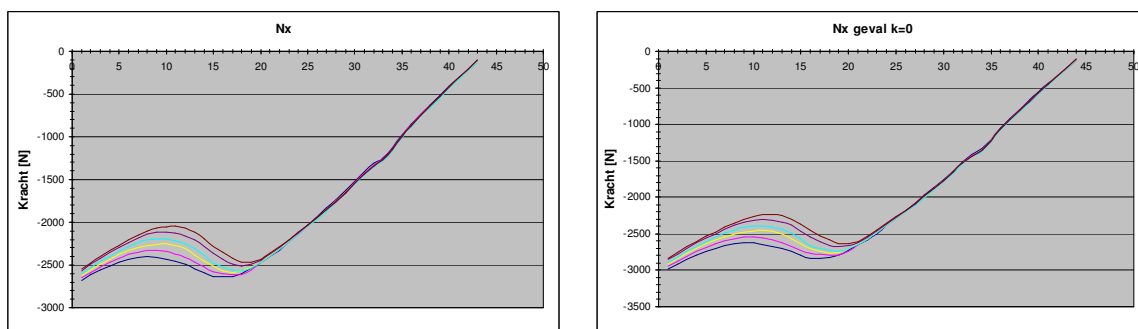
	$k_{\text{teen}}$ [N/m <sup>2</sup> ]	$k_{\text{bed}}$ [N/m <sup>3</sup> ]	$E_{\text{toplaag}}$ [N/m <sup>2</sup> ]
K 1	$1 \times 10^6$	$60 \times 10^3$	$30 \times 10^6$
K 2	$10 \times 10^6$	$10 \times 10^3$	$30 \times 10^6$
K 3	$10 \times 10^6$	$1 \times 10^6$	$30 \times 10^6$

Voor de wrijvingsfactor  $f_6$  tussen toplaag en bedding is een waarde van 0.6 aangehouden. Deze waarde is een reële waarde op basis van gegevens uit de laboratorium proeven naar wrijving tussen toplaag en filterlaag [Peters, 2004]. Een hoge waarde van  $f_6$  geeft conservatieve (dat is lage) berekeningsresultaten voor de normaalkracht.

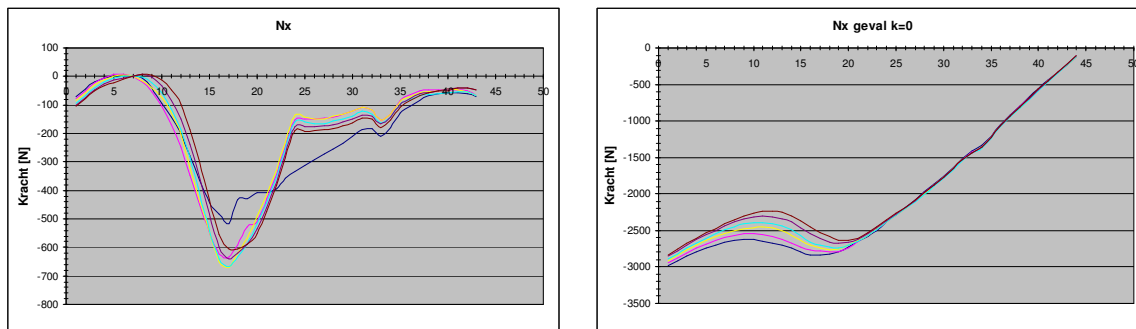
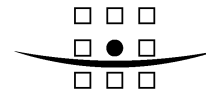
Uit de figuren 7, 8 en 9 blijkt dat het een grotere  $k_{\text{bed}}$  leidt tot een lagere normaalkracht.



**Figuur 7: Het verloop van de normaalkracht tegen de positie op het talud als resultaat van de berekening met KlemSteen voor testcase 13 K1, tijdstap 15 tot 20 (linkerfiguur); vergeleken met de denkbeeldige optimale normaalkracht (rechterfiguur) behorende bij een wrijvingsloze bedding en oneindige stijve teen**



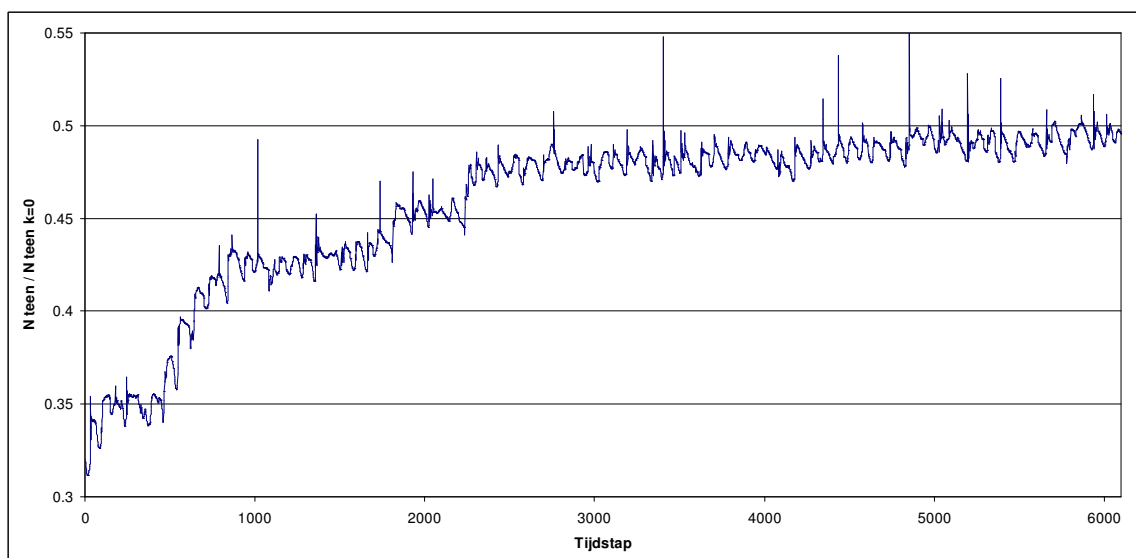
**Figuur 8: Het verloop van de normaalkracht tegen de positie op het talud als resultaat van de berekening met KlemSteen voor testcase 13 K2, tijdstap 15 tot 20 (linkerfiguur); vergeleken met de denkbeeldige optimale normaalkracht (rechterfiguur) behorende bij een wrijvingsloze bedding en oneindige stijve teen**



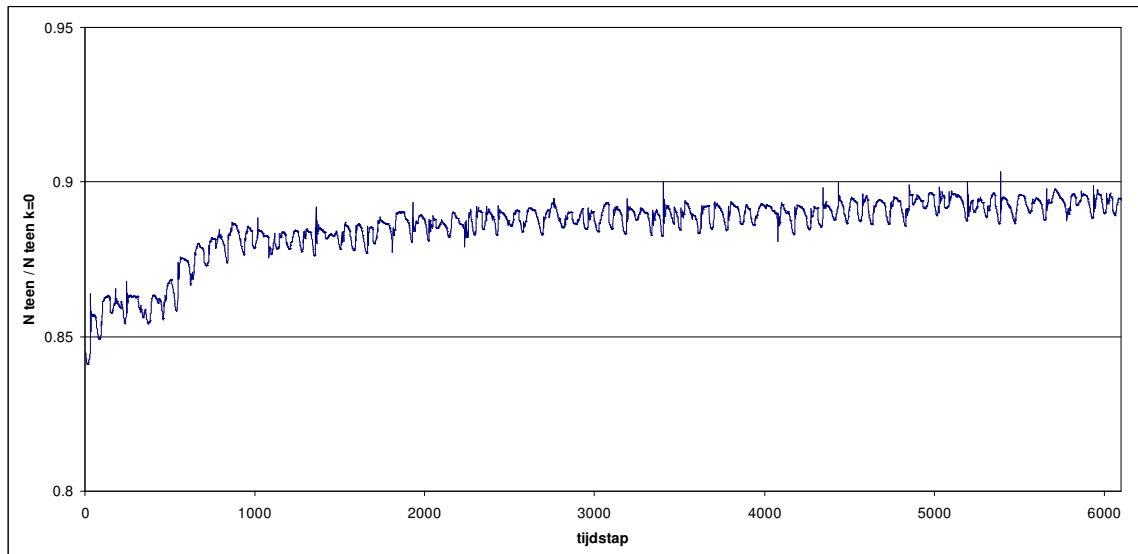
**Figuur 9:** Het verloop van de normaalkracht tegen de positie op het talud als resultaat van de berekening met KlemSteen voor testcase 13 K3, tijdstap 15 tot 20 (linkerfiguur); vergeleken met de denkbeeldige optimale normaalkracht (rechterfiguur) behorende bij een wrijvingsloze bedding en oneindige stijve teen

Uit de lange berekeningen met K1 en K2 en de stabielere bekleding  $D = 0.75$  blijkt dat bij de testfile met de standaard stijfheidsparameterset K1 de verdeling tussen de twee mogelijkheden van evenwicht, namelijk (a) de normaalkracht tegen de teen en (b) de som van de veerkrachten op het grensvlak van toplaag en bedding, 33 versus 67% is. Bij de set K2 is dit 85 versus 15%. In beide gevallen leidt het ingolven tot een toename van het aandeel dat tegen de teen rust. In het geval K1 stijgt het aandeel van 33 naar circa 50%. In het geval K2 van 85 naar 89%.

Uit deze simulatieberekening blijkt duidelijk dat hiermee theoretisch verklaarbaar is dat het ingolven een stabiliserend effect heeft. Indien de normaalkracht toeneemt, neemt de uittreksterkte immers toe. Opgemerkt dient te worden dat de testberekeningen zwaar belaste bekledingen betreffen.



**Figuur 10:** Het aandeel van de totale belasting  $G_x + P_x$  dat tegen de teen rust gedurende het verloop van de berekening (testcase 13 met  $D = 0.75$  en stijfheidsparameters K 1)

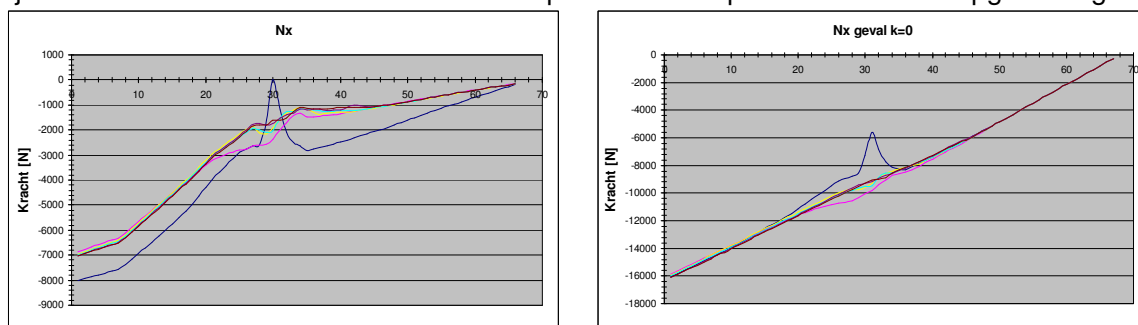


**Figuur 11:** Het aandeel van de totale belasting  $G_x + P_x$  dat tegen de teen rust gedurende het verloop van de berekening (testcase 13 met  $D = 0.75$  en stijfheidsparameters K 2)

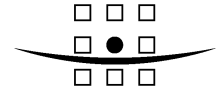
De bovenstaande beschouwing heeft betrekking op de normaalkracht tegen de teen. Om de invloed van het ingolven op de aangevallen locatie te kunnen beoordelen moet ook gekeken worden naar de vorm van de normaalkrachtenlijn. Daartoe wordt het geval testcase 13 met parameters K1 bekeken.

Het blijkt dat de normaalkrachtenlijn in het gedeelte boven de aangevallen range afvlakt en sterker horizontaal gaat lopen. De veerkrachten op de bedding nemen in dat gedeelte toe. De bekleding maakt in dat gedeelte evenwicht doordat de reactiekrachten qua orde van grootte gelijk worden aan de gewichtskrachten  $G_x$ . Het gedeelte onder de aangevallen range wordt verder naar beneden gedruwd en ondervindt als gevolg van het zo nu en dan oplichten minder wrijving, waardoor de normaalkrachtenlijn een steiler verloop krijgt.

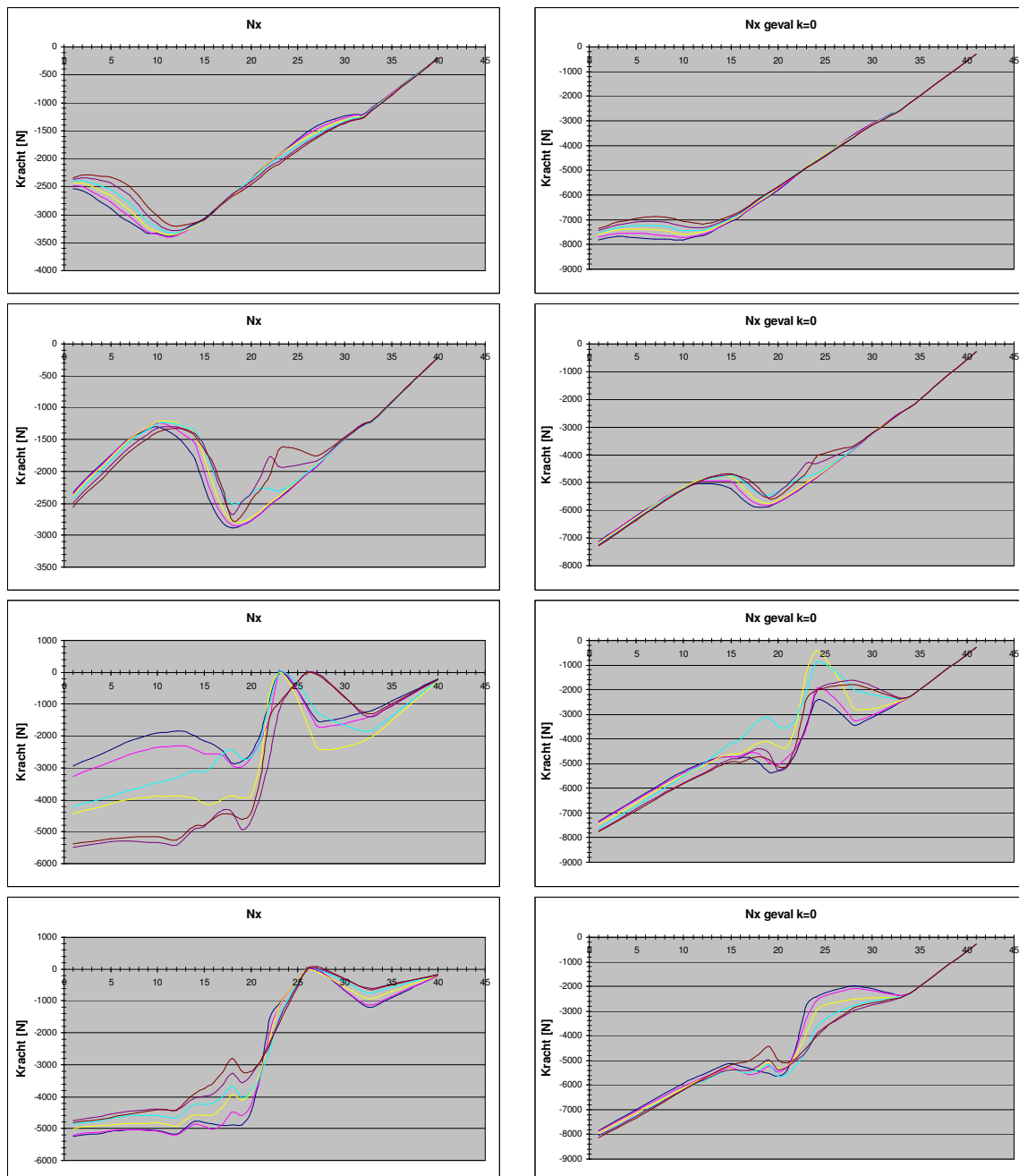
Dit kan geïllustreerd worden met normaalkrachtenlijnen uit de testcases 9 en 13. Bij case 13 (figuur 9) blijkt er een duidelijk 'knik' in de normaalkrachtenlijn te ontstaan. Aan de teen bedraagt de normaalkracht bij de 1000<sup>e</sup> tijdstep circa 45% van de optimale lijn met  $k=0$ . In de buurt van steen 30 bedraagt deze verhouding ongeveer  $2000 / 9000 = 22\%$ . In figuur 9 is te zien dat de N-lijn tussen steen 10 en 25 het steilste verloop heeft. Dat is precies het meest opgelichte gedeelte.



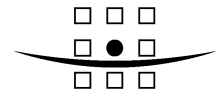
**Figuur 12:** Het verloop van de normaalkracht als resultaat van de berekening met KlemSteen voor testcase 13 K1, met  $D = 0.75$ , tijdstep 1018 tot 1023; vergeleken met de denkbeeldige optimale normaalkracht behorende bij een wrijvingsloze bedding en oneindige stijve teen



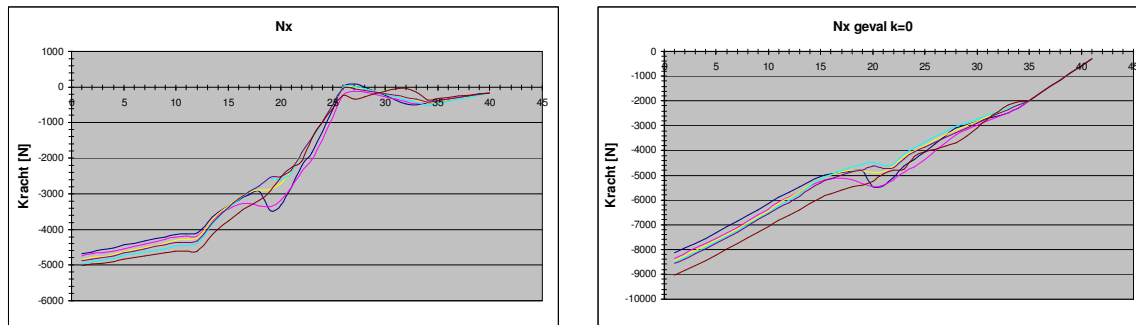
Van case 9 zijn in een aantal opeenvolgende grafieken in figuur 10 de normaalkrachten gegeven. Het blijkt dat de vorm van het golffront aanvankelijk duidelijk in zowel de elastische normaalkrachtlijn, als in de optimale lijn  $k=0$  is te herkennen. Nadat er trek is ontstaan nabij steen 24 en later steen 27 blijkt de bekleding boven deze zone een lagere normaalkracht te houden. De data van  $R_x$  (niet getoond) corresponderen daarmee. De toplaag is in evenwicht op wrijving en glijdt niet meer tegen het onderliggende veld aan.



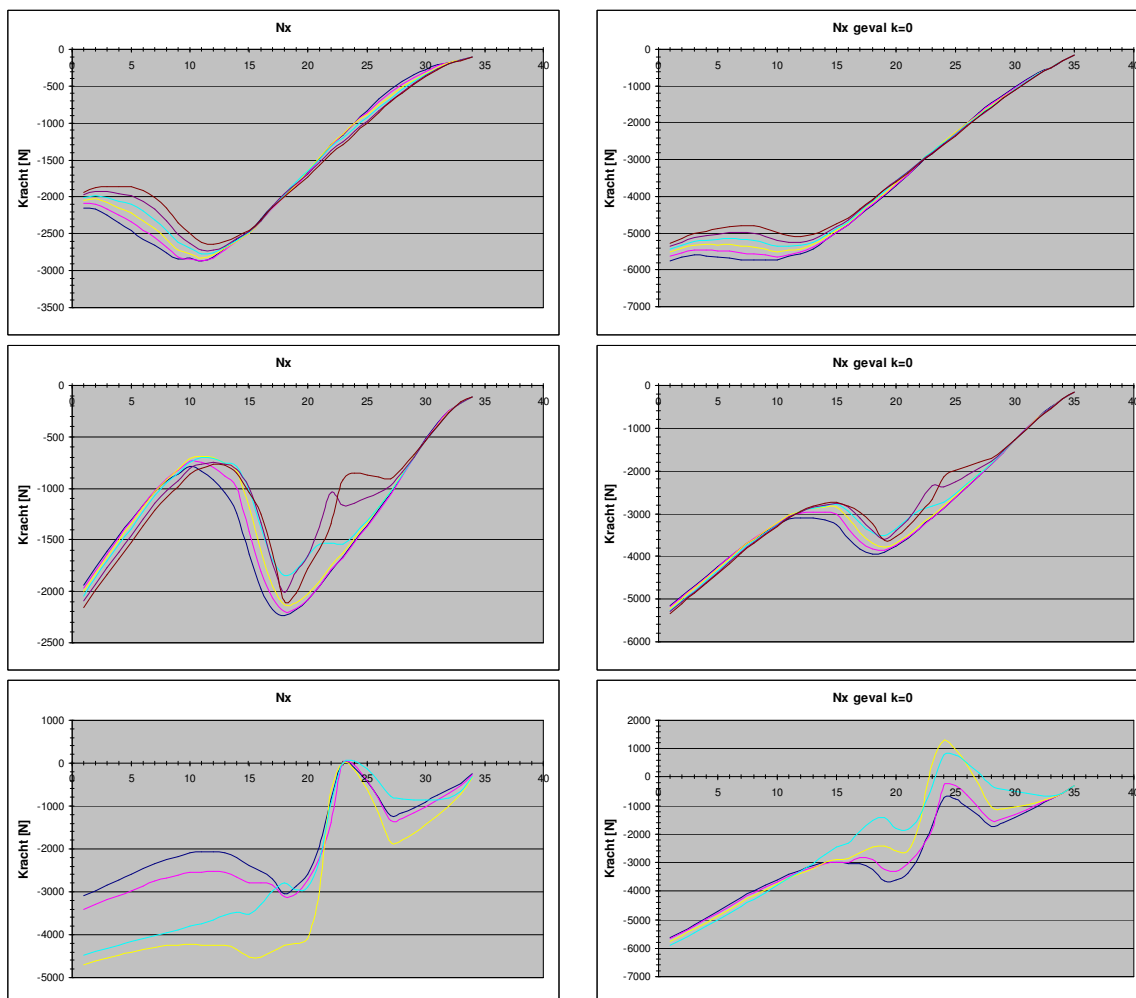




ROYAL HASKONING



Figuur 13: Het verloop van de normaalkracht als resultaat van berekening met KlemSteen voor testcase 9 K1 met 41 stenen, respectievelijk tijdstap 2-7, 20-25, 26-31, 32-37 en 38-43

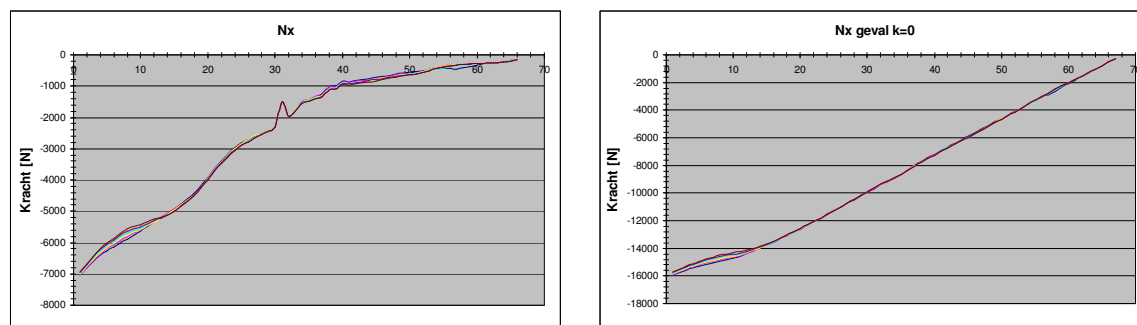


Figuur 14: Het verloop van de normaalkracht als resultaat van berekening met KlemSteen voor testcase 9 K1 met 35 stenen, respectievelijk tijdstap 2-7, 20-25, 26-29

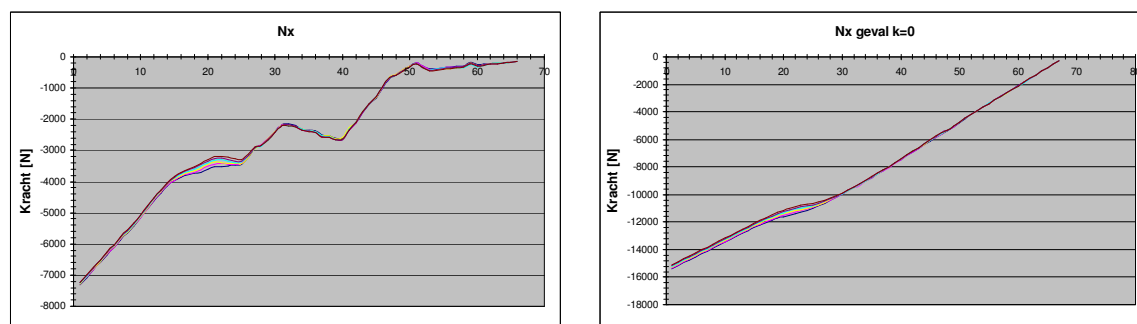
### Toenemend stil water peil

In KlemSteen is ook een mogelijkheid in gebouwd om het stil water peil gedurende de tijd te laten toenemen. De toename geschiedt met een in de tijd constante snelheid. KlemSteen maakt gebruik van de door ZSteen bij een constant peil berekenende stijghoogteverschillen. Stijging van het peil wordt ingevoerd door het geheel van berekende stijghoogteverschillen om de zoveel

tijdstappen één steen naar boven op te laten schuiven. KlemSteen berekent eerst de stijghoogteverschillen en de optredende krachten. De lengte van het model volgt uit het punt van hoogste golfoploop. In de hier getoonde berekeningen is deze gekozen op hetzelfde niveau als in testcase 9. Uit de figuren 15 en 16 blijkt dat onder invloed van een toenemend waterpeil, en (bij gelijkblijvende golfhoogte) bijbehorend naar boven verplaatsen van de aangevallen range, de normaalkracht zich op het 'oude' aangevallen punt herstelt en toeneemt. De bekleding is daardoor beter in staat voor het opnemen van de zich tijdens een storm nog weer later voordoende hogere golven met een dieper aangevallen punt.



**Figuur 15:** Het verloop van de normaalkracht als resultaat van de berekening met KlemSteen voor testcase 13 K1, D = 0.75 m, tijdstap 6000 tot 6005



**Figuur 16:** Het verloop van de normaalkracht als resultaat van berekening met KlemSteen voor testcase 13 K1, D = 0.75 m, tijdstap 6000 tot 6005; met toenemende SWL; 1 m verticaal (14 stenen van  $B_x = 0.5$  m; schuin gemeten) over 6107 tijdstappen, overeenkomend met ca. 8.5 m/uur

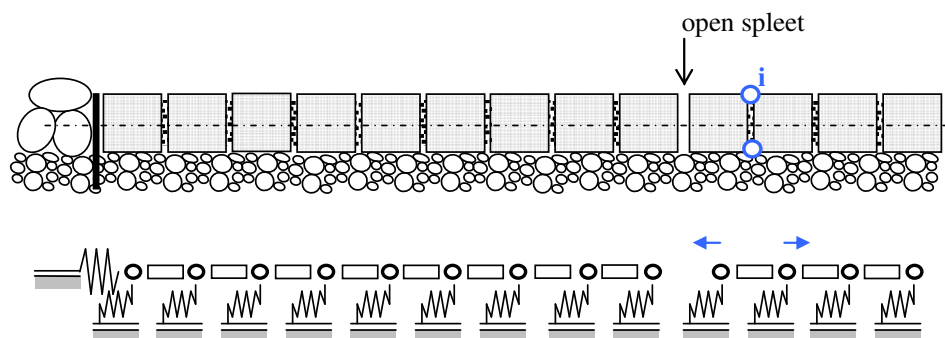
### Open spleten

In KlemSteen wordt met het verenmodel de invloed van spleetdrukken op de normaalkracht berekend. Spleetdrukken doen de normaalkracht lokaal afnemen en op andere plaatsen toenemen. De spleten zijn in de normale situatie gevuld en kunnen drukkrachten overbrengen. Indien de spleten onder trek komen te staan, oefenen de betreffende elementen ter weerszijden van de spleet geen kracht meer op elkaar uit, en kunnen ze van elkaar af bewegen. Op deze wijze ontstaat er een openstaande spleet, die in op een volgend tijdstip weer dicht gedrukt kan worden.

Ten behoeve van dit onderzoek is er een mogelijkheid gecreëerd waarbij de berekening gestart wordt met een open spleet in de bekleding. Deze kan op een willekeuriger plaats worden gekozen, boven of onder het aangevallen punt.

Vervolgens kan dan worden vastgesteld of het 'ingolven', in de vorm van het doorrekenen van een set golven van normale hoogte bij een constante of langzaam stijgende waterstand, leidt tot het naar beneden zakken van de elementen, het dichtdrukken van de spleet en tot normaalkrachtsopbouw vanaf een hoger niveau. Er wordt verondersteld dat het in werkelijkheid

zo verloopt. Een numerieke verificatie van dit fenomeen wordt minimaal wenselijk geacht voordat veilig mag worden verondersteld dat de opbouw van klemming in een maatgevende storm voor de maatgevende belasting uitloopt.



**Figuur 17:** Definitiediagram initieel open spleet en toename spleetdrukken in spleet i met bijbehorende krachten op de elementen links en rechts van spleet i; de open spleet wordt dichtgedrukt en de spleet verplaatst naar rechts (hoger het talud op)

#### Aanpassing van het programma KlemSteen

Het programma KlemSteen berekent het verloop van de normaalkracht in het talud. De input voor deze berekening zijn het gewicht van de toplaag elementen ( $G_x$ ) en de spleetdrukken. Ongelijke spleetdrukken oefenen krachten ( $P_x$ ) uit op de stenen.

De initiële belasting van het eigen gewicht van de stenen doet deze tegen elkaar aan rusten. De normaalkracht bestaat uit de gecumuleerde gewichtskrachten en wordt naar beneden toe steeds groter. Spleetkrachten zouden indien ze allemaal gelijk zijn, dit beeld niet beïnvloeden.

Verschillen in spleetkrachten veroorzaken krachten  $P_x$  op de stenen. Er ontstaan resulterende krachten  $P_x$  indien er gradiënten zijn.

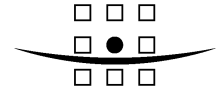
In het golffront zijn de krachten  $P_x$  gericht naar de berm, dat is in de positieve richting. In de trog en ook in het gebied waar het front afvlakt, zijn de gradiënten veel kleiner, zijn de krachten  $P_x$  relatief klein en blijft de totale kracht  $F_x = G_x + P_x$  negatief.

In een zone waarin  $P_x$  positief is, worden de stenen omhoog geduwd. Juist daaronder kan de normaalkracht afnemen tot nul.

Bij een golfklap is er een steile piek waarvan in het front aan de landzijde positieve krachten  $P_x$  ontstaan en in het front aan de zeezijde negatieve.

In een zone waarin  $P_x$  positief is, worden de stenen langs het talud omhoog geduwd. Indien  $P_x$  in de zone daaronder negatief is worden de stenen daar verder naar beneden geduwd, waardoor de neiging van de normaalkracht om op het omslagpunt, dat wil zeggen juist onder het inslagpunt van de golfklap, af te nemen tot nul het grootste is.

In een trog juist voor het front, dan wel voor en/of achter de golfklap zijn de krachten  $P_z$  negatief. Dat veroorzaakt oplichten van de stenen. De stenen komen los van de bedding en de eerder aanwezig wrijvingskrachten tussen bedding en steen worden niet langer geleverd. De stenen verplaatsen daardoor naar een iets lager gelegen x-positie. Indien de stenen in een volgende tijdstap weer in contact zijn met de bedding is dat in een lager gelegen positie en is de bedding 'gereset' naar een nulpositie voor de wrijvingsopbouw tussen de stenen en de bedding. In deze nieuwe situatie is normaalkracht toegenomen.



Gedurende een proces van golfbelasting met een stagnante waterstand kan op deze wijze zonder dat er tijdstappen voorkomen met 'trek' in de toplaag, maar met tijdstappen met  $P_{z,i} + G_z < 0$ , oplichten en weer neerkomen, dan wel tijdstappen met overschrijding van de wrijvingscapaciteit  $f_6 (P_{z,i} + G_z)$ , een langzaam toenemen van de normaalkracht worden waargenomen. Dit is weergegeven in de vorige paragrafen (zie figuur 12).

Indien er 'trek'gevallen voorkomen neemt de normaalkracht in het gedeelte tussen het punt waar trek zou ontstaan en de teen toe ten opzichte van het denkbeeldige geval waarin een normaaltrekkracht zou worden toegelaten toe. In het gedeelte boven het punt waar trek zou ontstaan, raakt de bekleding los van het onderste gedeelte en wordt omhoog geduwd. Omdat de negatieve wrijving vermindert en zelfs om kan slaan naar positieve kan dit ook daar leiden tot grotere normaalkrachten.

Bij het doorrekenen blijkt dat in de tijdstappen volgend op een tijdstap met een 'trek'punt de normaalkracht op dat punt relatief klein blijft. Kleiner dan uit een volledig elastische berekening zou volgen. Indien in een volgende tijdstap de elementen zich op het 'trek'punt weer sluiten, zijn de wrijvingskrachten boven en onder dat punt niet onmiddellijk daarna weer anders van teken. Dat heeft tot gevolg dat de normaalkracht op dat punt 'verzwakt' blijft.

Bij het fenomeen van een initiële spleet doet zich in de berekening het verschijnsel voor dat, indien er vanuit de belasting ergens anders trek zou ontstaan, er twee punten met een neiging tot trek zijn. Dat verschijnsel doet zich ook voor indien er trek is onder een terugtrekkend front en er vervolgens een golfklap komt. Dan verspringt de trek ook. Uitgangspunt voor de stabiliteit van de berekening is dat er aan het einde van elke tijdstap slechts één punt is met trek. Binnen een tijdstap wordt middels berekening gekozen voor een trekpunt en wordt een passend evenwicht berekend.

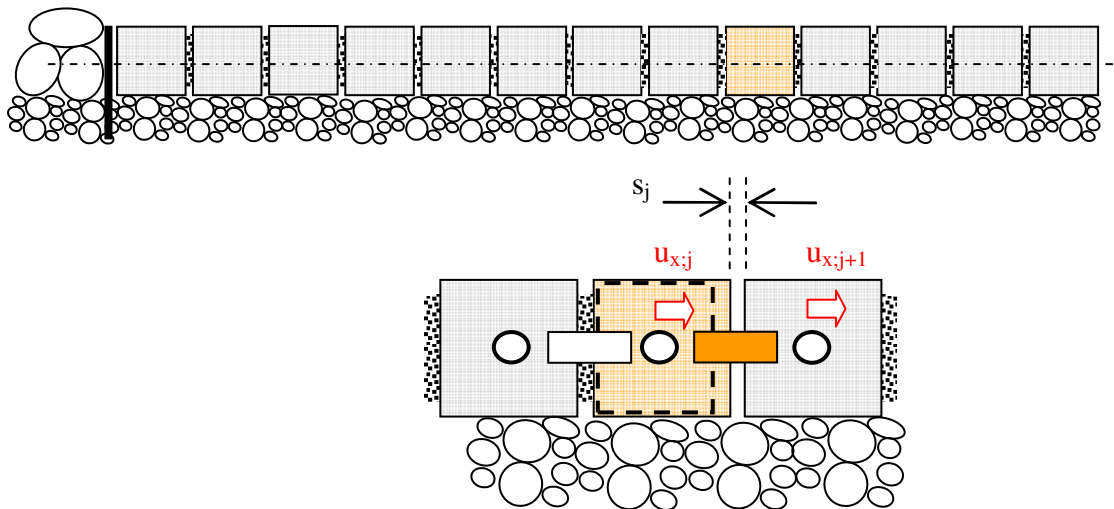
De initiële spleet wordt in het model geïntroduceerd door als het ware te werken met een kortere steen. Het 'gat' tussen twee knopen is bij een verplaatsingsverschil tussen knoop  $j+1$  en  $j$  te klein of te groot voor de steen. Bij een te klein gat heerst er drukkracht in het element. Indien het te groot is, ligt de steen los.

Door met een korte steen te werken, moet het verplaatsingsverschil tussen knoop  $j+1$  en  $j$  gelijk zijn aan een waarde  $-s_j$  voordat de steen aanligt in het gat.

Indien  $u_{x,j+1} - u_{x,j} < -s_j$  heerst er drukkracht in het element.

Indien  $u_{x,j+1} - u_{x,j} = -s_j$  ligt het element juist geklemd tussen zijn burens.

Indien  $u_{x,j+1} - u_{x,j} > -s_j$  ligt de steen los en heerst er 'trek'.



**Figuur 18:** Definitie van de initiële spleet met een 'te korte' steen j.

De berekening van de normaalkracht voor deze steen geschiedt met:

$$N_{x;j}^{tl} = \frac{EDB_y}{B_x} (u_{x;j+1}^{tl} - u_{x;j}^{tl} + s_j)$$

Dit moet gelden voor alle tijdstappen. Ook nadat de spleet dicht is geldt voor alle tijdstappen dat de normaalkracht in dat elementen op deze wijze wordt berekend.

Indien bij de aanvang van de berekeningen een verplaatsingsveld bij de eerste tijdstap wordt berekend, zodat  $u_{x;j+1} - u_{x;j} > -s_j$ , dan volgt bij de berekening en evaluatie van de normaalkracht dat element j een trekgeval is.

Het element wordt dan weggenomen en er wordt een nieuwe iteratie uitgevoerd, waarbij element j ontbreekt in de stijfheidsmatrix, waardoor de krachten anders verdeeld worden. In deze is de berekening niet anders dan bij een door hoge spleetkrachten veroorzaakte trek.

Wel is het zo dat het trekgeval over de verschillende tijdstappen heen hardnekkiger op deze positie blijft. Het trekgeval verdwijnt niet vanzelf. De bovenliggende elementen moeten naar beneden schuiven. Onder invloed van hun gewicht doen de bovenliggende stenen dat enigszins, de elastische indrukking van de beddingsveer is zeer beperkt ten opzichte van de spleet. Indien de kracht

$$G_{x;i} = -\rho_s g D B_x B_y \sin \alpha$$

boven de spleet geheel wordt opgenomen door de wrijvingskracht van het element op de bedding:

$$R_{x;i} = u_{x;i} k_x B_x B_y, \text{ dan geldt:}$$

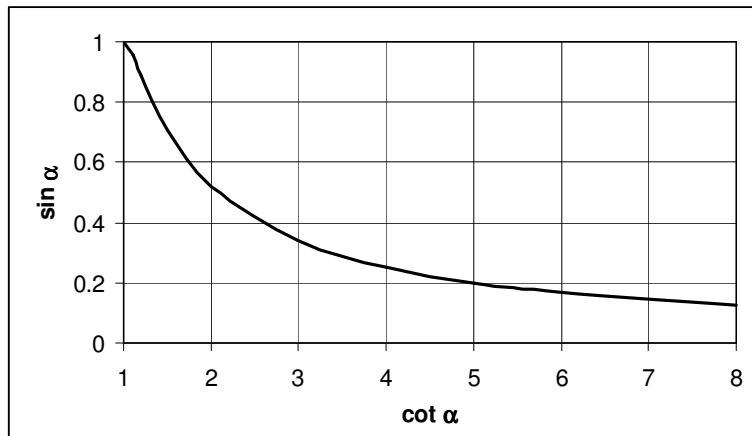
$$R_{x;i} = G_{x;i}$$

$$u_{x;i} = -\frac{\rho_s g D \sin \alpha}{k_x}$$

Met bijvoorbeeld  $k_x = 600 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ ,  $D = 0.25$ ;  $\cot \alpha = 4$ ,  $\rho_s = 2350 \text{ kg/m}^3$  en  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  volgt:  $u_{x;j} = 0.0024 \text{ m} = 2.4 \text{ mm}$ .

De onderliggende steen verplaatst bijvoorbeeld 1 mm. Van een spleet van 5 mm blijft  $5.0 - 2.4 + 1.0 = 3.6 \text{ mm}$  bestaan.

Dit kan veranderen indien de steen gaat schuiven doordat de wrijvingskracht  $R_{x;j}$  groter dreigt te worden dan  $R_{\max;j} = f_6 F_{z;j}$ . Indien  $F_{z;j}$  gelijk is aan het gewicht  $G_i$  dan treedt dit op indien  $f_6 < \sin \alpha$ . Afhankelijk van de steilte van het talud treedt dit vroeger of later op. De defaultwaarde van  $f_6 = 0.6$  wordt pas overschreden op een zeer steil talud van  $\cot \alpha = 1.8$ .



**Figuur 19:** De grootte van de component van de belasting ( $G_x$ ) langs de helling, als functie van de cotangens van de helling

Het schuiven kan op flauwere taluds voorkomen indien de verhouding van  $F_z$  en  $F_x$  verandert. Indien de stenen opgelicht worden waardoor de contactdruk  $F_z$  afneemt, kan de wrijvingskracht worden overschreden. Dan treden grotere verplaatsingen op en wordt de spleet gemakkelijker gedicht.

Het rekenen aan de verschuivingen treedt ook op indien de bekleding elders onder trek dreigt te komen. Uitgangspunt van het model KlemSteen is dat er aan het einde van een tijdstap slechts op één positie trek aanwezig is.

Een typerend geval is dat er een golffront optreedt op een positie bijvoorbeeld 3 stenen onder een spleet. In het golffront is de gradiënt zo groot dat er trek in de toplaag wil optreden. In dat geval ligt het gedeelte van de toplaag tussen het trekpunt onder het golffront ( $j$ ) en het trekpunt van de spleet ( $k$ ) min of meer los. In KlemSteen wordt dit opgelost met de volgende procedure:

De grootte van het gat op de plaats van element  $j$  aan het einde van de vorige tijdstap is:

$$u_{x;j+1}^{ti-1} - u_{x;j}^{ti-1} + s_j$$

Eerst wordt een run gemaakt met matrix  $[K^3]$  waarin zowel element  $j$  als  $k$  ontbreken. Met de verplaatsingsincrementvector wordt berekend wat de verandering van de grootte van het gat zou zijn in het geval dat de belasting werkt op een zetting met twee gaten:  $du_{x;j+1}^{ti;3} - du_{x;j}^{ti;3}$ .

Vervolgens wordt een run gemaakt met matrix  $[K^4]$  waarin element  $k$  ontbreekt.

De verplaatsing wordt vervolgens berekend uit:

$$\{du_x^i\} = [K^3]^{-1} f_8 \{dP_x^i\} + [K^4]^{-1} (1 - f_8) \{dP_x^i\}$$

$$f_8 = -\frac{u_{x;j+1}^{i-1} - u_{x;j}^{i-1} + s_j}{du_{x;j+1}^{i;3} - du_{x;j}^{i;3}}$$

$$\{du_x^i\} = f_8 \times \{du_x^{i;3}\} + (1 - f_8) \times \{du_x^{i;4}\}$$

Er wordt gecontroleerd of het gat op de plaats van element k nog steeds positieve 'ruimte' biedt. In het geval dat  $u_{x;k+1}^i - u_{x;k}^i < 0$  dan blijkt het vervangen van het weg te nemen element j door k geen goede oplossing en moet de oorspronkelijke oplossing met het weg te nemen element j worden gekozen.

Het verwisselen van trekelement (met de factor  $f_8$ ) en het controleren of dit een verbeterde oplossing voor de tijdstap geeft is een handeling die uitgevoerd wordt in een iteratie die automatisch als laatste van de tijdstap wordt beschouwd.

Bij de afhandeling van het verwisselen van trekpositie volgens het principe van deze procedure vielen bij de runs met initiële spleten twee zaken op:

a)

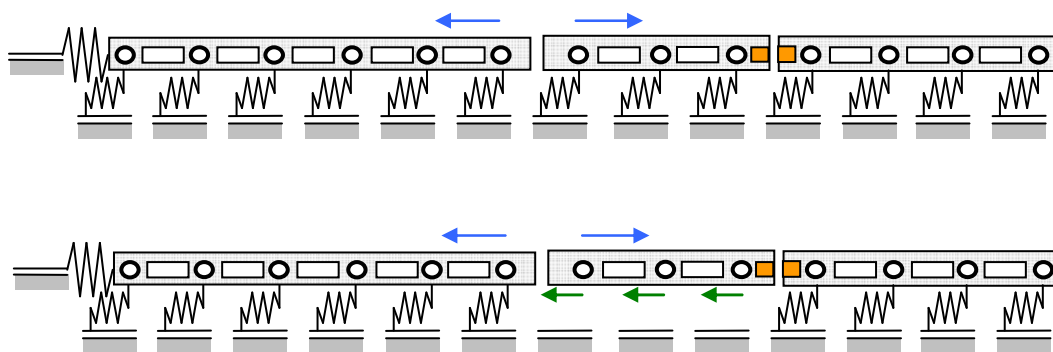
Het gat  $u_{x;j+1}^{i-1} - u_{x;j}^{i-1} + s_j$  is in voorkomende gevallen een orde groter dan het verplaatsings-increment waarmee het gat gedicht wordt  $du_{x;j+1}^{i;3} - du_{x;j}^{i;3}$ . Dat leidt tot waarden van  $f_8$  van soms enkele tientallen. Dat betekent voor de termen  $f_8 \times \{du_x^{i;3}\}$  en  $(1 - f_8) \times \{du_x^{i;4}\}$  een grote extrapolatie, waardoor de elastische berekende wrijvingskracht  $R_{x;i}$  te groot wordt en  $R_{max;i}$  overschrijdt.

Dit is opgelost door te rekenen met een plastische veerwaarde  $R_{max;i}$ . Bij de derde iteratie wordt bij doorlopen van de controle op schuiven ten gevolge van  $R_{x;i} > R_{max;i}$  de veerelementen tussen j en k indien de belasting deze zal overschrijden automatisch op schuiven gezet. Voor de richting van de schuifkracht geldt: indien j eerste trekpositie en k de tweede, dan

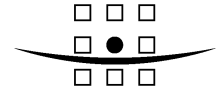
$$R_{x;i} = e_1 f_6 (P_{z,i}^i + G_z), \text{ met } e_1 = +1 \text{ indien } k < j \text{ en}$$

$$\text{met } e_1 = -1 \text{ indien } k > j$$

Door dan bij het aftrekken van de weg te nemen veren van de globale stijfheidsmatrix te werken met een factor  $(1 - 10^{-8})$  op de veerstijfheid, blijft er tussen twee trekpaten voor het geïsoleerde liggerdeel op een schuifbedding een oplossing met een eindige numerieke waarde mogelijk.



**Figuur 20:** Principe van krachten op gedeelte toplaag tussen twee potentiële treklocaties; bij grote verplaatsingen worden veerwaarden automatisch op schuif gezet



b)

Het tweede dat opviel is dat er, mogelijk als gevolg van het feit dat initiële spleten niet op logische trekposities in de golfcyclus zitten, het verschuiven van trekpositie j naar k in een aantal gevallen geen verbetering oplevert. Door het uitgangspunt van KlemSteen waarbij er maar op één positie opgelegd  $N = 0$  kan heersen, vereist het evenwicht soms dat er elders langs de toplaag toch nog trek optreedt. Het blijkt voor te komen dat na een volgens de bovenstaande procedure correct doorgerekende tijdstap bij de laatste iteratie de trekpositie k wordt gekozen. Indien dit echter gepaard gaat met een normaaltrekkracht  $N_{\max}^{(i)}$  die groter is dan bij de iteratie met de trekpositie j, wordt dat niet als een verbetering gezien.

Dit is opgelost door bij het doorlopen van de procedure zowel bij de tweede iteratie met ontbrekend element j als bij de laatste (samengestelde) derde en vierde iteratie de maximale normaalkracht te berekenen.

$$\{du_x^{i;2}\} = [K^2]^{-1} \{dP_x^{ti}\}$$

$$u_x^{ti} = u_x^{ti-1} + du_x^{i;2}$$

$$N_{\max}^{(j)} = \max N_{x;i} = (u_{x;i+1}^{ti} - u_{x;i}^{ti}) \times \frac{EB_y D}{B_x} \text{ voor alle } i$$

en

$$\{du_x^{i;3\&4}\} = [K^3]^{-1} f_8 \{dP_x^{ti}\} + [K^4]^{-1} (1 - f_8) \{dP_x^{ti}\}$$

$$u_x^{ti} = u_x^{ti-1} + du_x^{i;3\&4}$$

$$N_{\max}^{(k)} = \max N_{x;i} = (u_{x;i+1}^{ti} - u_{x;i}^{ti}) \times \frac{EB_y D}{B_x} \text{ voor alle } i$$

Indien  $N_{\max}^{(j)} < N_{\max}^{(k)}$ , dan wordt alsnog voor de tweede iteratie als meest geschikte oplossing van de tijdstap gekozen. Indien  $N_{\max}^{(j)} > N_{\max}^{(k)}$  dan blijft de iteratie 3&4 de oplossing en is het trekpunt dus verschoven.

### Berekeningen met spleten

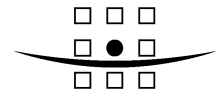
Het programma KlemSteen rekent de situatie met een initiële spleet correct door. In een aantal gevallen is het niet mogelijk een correcte berekening te verkrijgen. Meestal houdt dit verband met het feit dat er binnen de modellering geen kloppend evenwicht kan worden gevonden.

Het blijkt dat initiële spleten van bijvoorbeeld 5 à 15 mm de resultaten van de berekeningen niet anders beïnvloeden dan spleten die zijn ontstaan uit vorige tijdstappen.

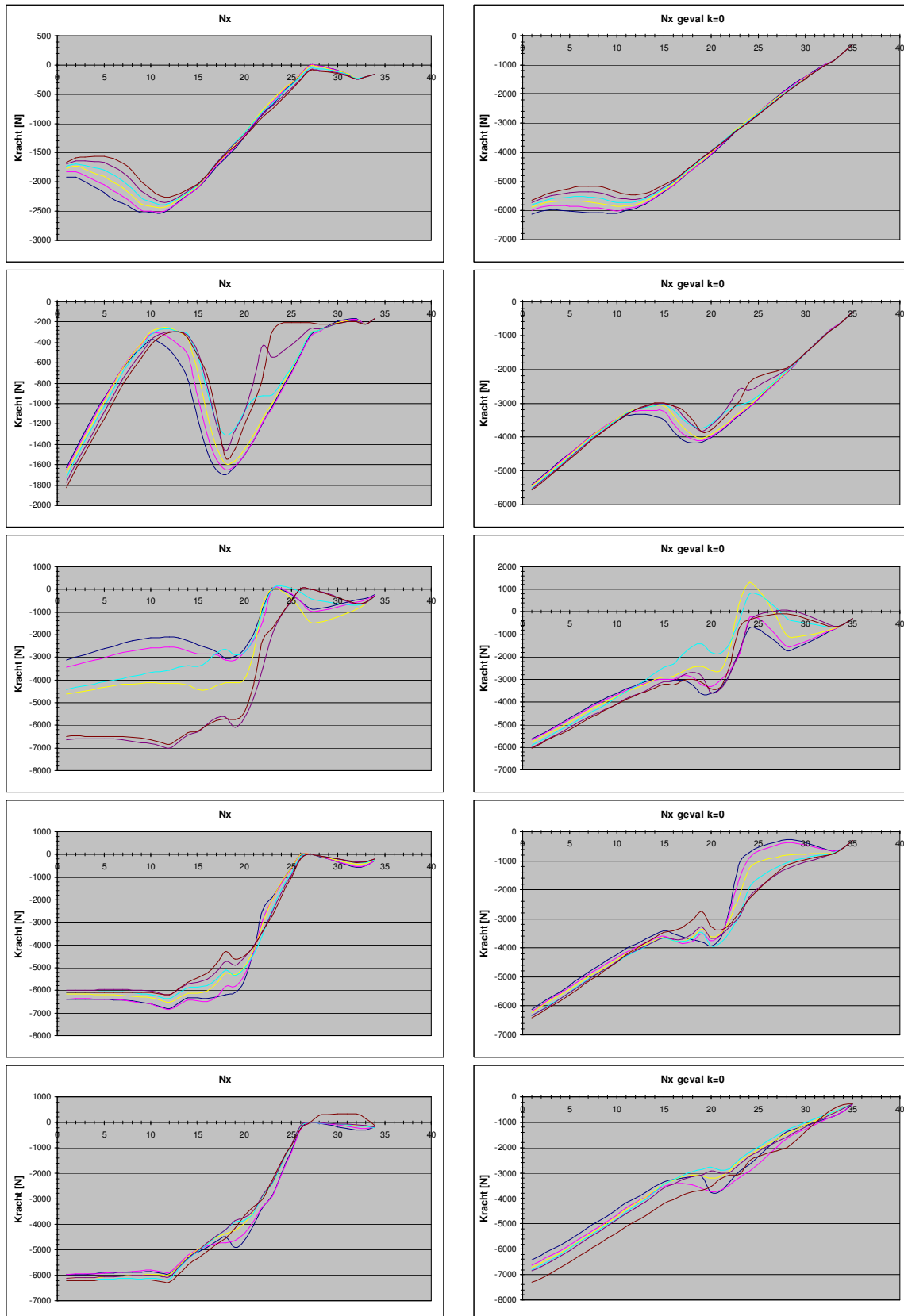
In figuur 21 zijn de resultaten van berekeningen met testcase 9 weergegeven, waarbij op positie 27 een initiële spleet is ingevoerd. In de tijdstappen 2 t/m 7 blijft de trek aanwezig op positie 27. In de tijdstappen 20 t/m 26 is deze verdwenen. Wel is de normaalkracht op de positie 27 kleiner dan in figuur 14, de equivalente berekening zonder initiële spleet. In de daarop volgende tijdstappen verspringt de trek naar positie 23 en vervolgens weer naar 27, terwijl in de equivalente berekening er ook trek in die buurt ontstaat, namelijk op positie 26.

De conclusie is dat er aanvankelijk een duidelijk effect is van de spleet, maar dat dit zodra er maatgevende belastingen optreden die zelf ook trek veroorzaken het uiteindelijke verloop van de normaalkracht beeld niet of nauwelijks beïnvloedt.

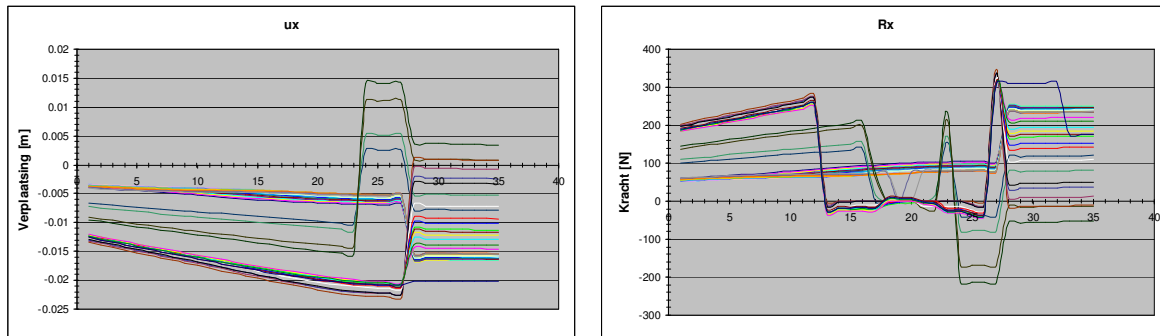




ROYAL HASKONING



Figuur 21: Het verloop van de normaalkracht als resultaat van berekening met KlemSteen voor testcase 9 K1, respectievelijk tijdstap 2-7, 20-25, 26-31, 32-37 en 38-43 met een initiële spleet van 10 mm op positie 27



**Figuur 22:** Het verloop van de verplaatsing  $u_x$  en de schuifveerkracht  $R_x$  als resultaat van de elastische berekening met KlemSteen voor testcase 9 K1, respectievelijk tijdstap 2-7, 20-25, 26-31, 32-37 en 38-43 met een initiële spleet van 10 mm op positie 27

### Conclusies

Klemming en ook het betrouwbaar kunnen toetsen op klemming hangt af van de aanwezigheid van normaalkracht.

Normaalkracht kan empirisch worden aangetoond middels trekproeven. Er bestaat dan nog geen absolute zekerheid over het feit of de normaalkracht onder de maatgevende omstandigheden op dezelfde locatie in dezelfde mate aanwezig zal zijn.

Simulaties met het programma KlemSteen maken het mogelijk de theoretische verschijnselen in de normaalkracht en de invloed van de stijfheid van de teen en van de bedding en de invloed van de golfcyclus te onderzoeken.

Er blijken een aantal zaken:

1. De bij de veldproeven gevonden normaalkracht die kon worden teruggerekend uit de gemiddelde trekproefresultaten heeft (met weglating van de termen voor de stijghoogteverschillen) het volgende verloop:

$$N = f_4 N_{opt} - N_{onderwater}$$

$$N_{opt} = \left( \rho g (1 + \Delta) D B_y \sin \alpha \frac{x_{berm} - x_N}{\cos \alpha} \right)$$

$$N_{onderwater} = \rho g D B_y \sin \alpha \frac{x_{SWL} - x_N}{\cos \alpha}$$

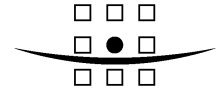
$$f_4 = f_5 \left( f_9 - f_{10} \frac{x_{berm} - x_N}{x_{berm} - x_{teen}} \right) \text{ met}$$

$$f_5 = \min \left[ \frac{x_N - x_{teen}}{10D}; 1.0 \right]$$

NB: De bovenstaande formules zijn, analoog aan die in N003 geformuleerd met een naar het land gerichte, horizontale x-as, zoals door het WL gebruikt in SteenToets. Deze schrijfwijze refereert dus niet aan de x-as zoals getoond in figuur 1 en 2.

$N_{opt}$  is de optimale normaalkracht op een wrijvingsloze bedding tegen een oneindig stijve teen.

$f_9$  en  $f_{10}$  zijn nader te bepalen factoren die het niveau van de in het veld aanwezig te veronderstellen normaalkracht aangeven. De op basis van de veldproeven aanbevolen waarden zijn:  $f_9 = 0.6$  en  $f_{10} = 0.2$ , waardoor  $N$  zich (afgezien van de reductie bij de teen) tussen de 0.4 en 0.6  $N_{opt}$  bevindt.



Met de aangehouden defaultwaarden van de stijfheidsgetallen in klemsteen wordt een normaalkracht in de orde van 0.4 à 0.6  $N_{opt}$  gevonden. Uit Klemsteen berekeningen blijkt tevens dat er reden is om het verloop om te draaien en waarden  $f_9 = 0.2$  en  $f_{10} = -0.3$  aan te houden

2. KlemSteen berekeningen met stijfheidsgetallen ( $E$  en  $k_{bed}$ ) die overeenstemmen met de gemeten waarden van de veldproeven [Blom & Peters, 2006] blijken aanzienlijk lagere normaalkracht op te leveren.  $k_{bed}$  zou op basis van de resultaten van de schuifproeven een factor 1000 hoger mogen worden aangehouden. Dit geeft geen realistische resultaten. De bij de veldproeven gevonden waarde is niet geschikt voor het liggermodel, mogelijk wel voor lokale schuifverschijnselen. Dit moet nog nader worden onderzocht.

3. De belastingen  $P_x$  veroorzaken een golfverschijnsel in het elastisch berekende normaalkrachtsverloop dat, bij de aangehouden defaultwaarden van de stijfheidsgetallen, een amplitude heeft die vrijwel gelijk is aan de amplitude die de belasting veroorzaakt in de optimale normaalkrachtenlijn bij een denkbeeldige wrijvingsloze bedding.

$$N = f_4 N_{opt} - (...) + f_{11} \rho g D B_y \left( \phi_{trog} - \frac{1}{2} \phi_{min} \right)$$

Voor de nader te bepalen factor  $f_{11}$  in de bovenstaande formule voor  $N$  (zie memo 3 d.d. 15 juni 2007) kan hiermee een waarde van 1.0 worden aanbevolen.

Bij de waarden van  $k_{bed}$  op basis van de veldproeven blijft deze factor 1.0 een goede waarde.

4. 'Ingolven' kan worden gesimuleerd. Dat geeft een betrouwbare theoretische basis aan het fenomeen van normaalkrachtsafhankelijke klemming. Ook blijkt dat ingolven in combinatie met een stijgende waterstand en (nog) niet toenemende golfhoogte te leiden tot opbouw van normaalkracht lager op het talud.

Het is niet zo dat het ingolven zo nauwkeurig kan worden gesimuleerd dat exact kan worden aangegeven welke golfhoogte vooraf moet gaan aan de maatgevende golfhoogte om een bepaalde sterkte voor deze golfhoogte te genereren.

5. Het effect van de te kiezen stijfheidsparameters voor de bedding en de teen op de grootte van de elastisch berekende normaalkracht is groot.
6. Het effect van een initieel aanwezige dunne spleet (van 5 à 15 mm) is niet anders dan het effect van door eerder belasting veroorzaakte trek. Nieuwe golfbelasting die de bekleding oplicht en naar beneden kan doen schuiven doet de spleten te niet.

Nijmegen, 15 juni 2007

Ir. D.J. Peters



## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
Van : D.J. Peters  
Datum : 15 juni 2007  
Kopie : Archief  
Onze referentie : 9S1509.A0/N0002/DJP/SEP/Nijm

**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
Onderdeel 2 en 3 Formules belasting golffront en  
golflap**

---

In deze notitie worden onderdeel 2 en 3 uit het gedefinieerde kennisontwikkelingspakket dat vooraf gaat aan implementatie van klemming in SteenToets 2006 uitgewerkt. Onderdeel 2 betreft de modellering van de golfterugtrekking en onderdeel 3 betreft de modellering van de golflap.

### Inhoud notitie

In de notitie wordt beschreven en verantwoord hoe - met als input de gegevens van de belasting schematisering - de sterkte en stabiliteit van een geklemde toplaag wordt berekend.

Het principe van de stabiliteit van de geklemde toplaag is dat een opgelicht deel van de bekleding evenwicht maakt met de opwaartse belasting. In dat deel, en op de randen van dat deel ontstaan inwendige dwarskrachten en momenten. Deze worden getoetst aan sterkte die dankzij de normaalkracht aanwezig is.

De belastingschematisering door het WL en ook de in de diverse notities beschouwde fenomenen maken het niet langer noodzakelijk om de formules voor de klemming bij de gevallen golffront en golflap apart te beschrijven. De gevallen kunnen worden geval in één belastingschematisering en modelberekening. De schematisering is daartoe iets meer in algemeen vorm beschreven.

Er wordt niet gerekend op belasting afdracht in langsrichting van de dijk. Aanvankelijk bestond het idee dat het in beschouwen nemen van de langsrichting bij de golflap wel realistisch zou zijn, maar omdat de gediptheid van de belasting voor het geval golffront en -klap in elkaar overgaan en deels dezelfde zijn, is er geen reden om te veronderstellen dat de maatgevende stijghoogteverschillen bij de golflap slechts over een beperkte lengte van de dijk aanwezig zijn. Daarom wordt ook de golflap belasting als een 'oneindige brede' belasting beschouwd. Dit is een licht conservatieve aanname.

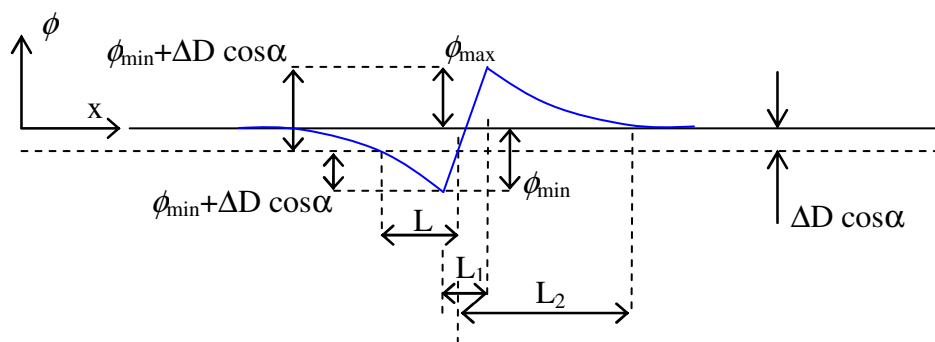
Voor dynamische effecten wordt verwezen naar notitie N004. Aanvankelijk bestond de indruk dat de golflapdruk een veel sterker dynamisch effect zou hebben als de eventueel ook enigszins abrupt optredende belasting bij een steil golffront. Dat blijkt niet het geval. Voor beide belastinggevallen blijkt er een significant effect van de stijgtijd van de druk.

### Belasting schematisering

In [Klein Breteler & Vd Werf, 2006] is de belastingschematisering van de golflap gegeven in de vorm van een gelineariseerd verloop van de stijghoogte boven het talud. Ook zijn formules gegeven om de stijghoogte onder de toplaag te berekenen, waarmee het stijghoogteverschil kan worden bepaald.

Door RH zijn deze formules ingevuld en is een parameterstudie gedaan. Daarbij viel op dat bij golfklap type 1 de gemeten hoek van het stijghoogteverloop aan de landzijde ( $80^\circ$ ) in de modellering is losgelaten. De hoek valt in de belastingschematisering steiler uit waardoor mogelijk een onterecht hoge belasting van de toplaag kan ontstaan.

Het resultaat van de belastingschematisering is dat er een typerend verloop van het stijghoogteverschil ontstaat dat is weergegeven in figuur 1. Dit verloop wordt veroorzaakt door de steile gradiënt van het stijghoogteverschil. Deze gradiënten treden zowel op bij de golfterugtrekking als bij de golfklap. Bij de golfklap type 1 treedt de gradiënt zowel aan de land- als aan de zeezijde van de klap op. Deze situaties met twee aangevallen punten kunnen gescheiden van elkaar worden berekend, omdat ze elkaar nauwelijks beïnvloeden. Het in de figuur weergegeven geval betreft het verloop nabij de zeezijde van de klap. Bij de landzijde dient de figuur te worden gespiegeld.

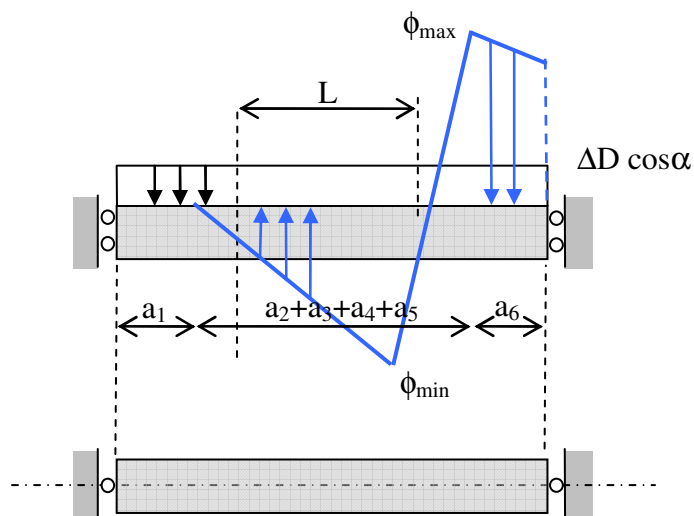


**Figuur 1: Geparameteriseerd typerend verloop van het stijghoogteverschil bij belastingschematisering door WL**

In figuur 1 zijn de relevante parameters uit de belastingschematisering door het WL aangegeven. Het betreft:

- $L$  = de aaneengesloten (horizontaal gemeten) lengte waarvoor geldt  $\text{abs}(\phi) > \Delta D \cos \alpha$ , gedeeld door  $\cos \alpha$
- $L_1$  = de horizontale afstand tussen  $\phi_{\min}$  en  $\phi_{\max}$  gedeeld door  $\cos \alpha$
- $L_2$  = de aaneengesloten (horizontaal gemeten) lengte waarvoor geldt:  $\phi > 0$ , gedeeld door  $\cos \alpha$
- $x$  = coördinaat langs het talud

In figuur 2 is de belastingschematisatie voor de liggerberekening weergegeven. Het verloop van de stijghoogteverschillen is gelineariseerd. Het belasting signaal is weergegeven voor een aan weerszijden afgekapte lengte. De lengtes  $a_2$  en  $a_6$  bepalen de lengte van het getekende ligger deel en worden in de vergelijkingen bepaald.



**Figuur 2: Belastingsschematisering ten behoeve van berekening toplaag**

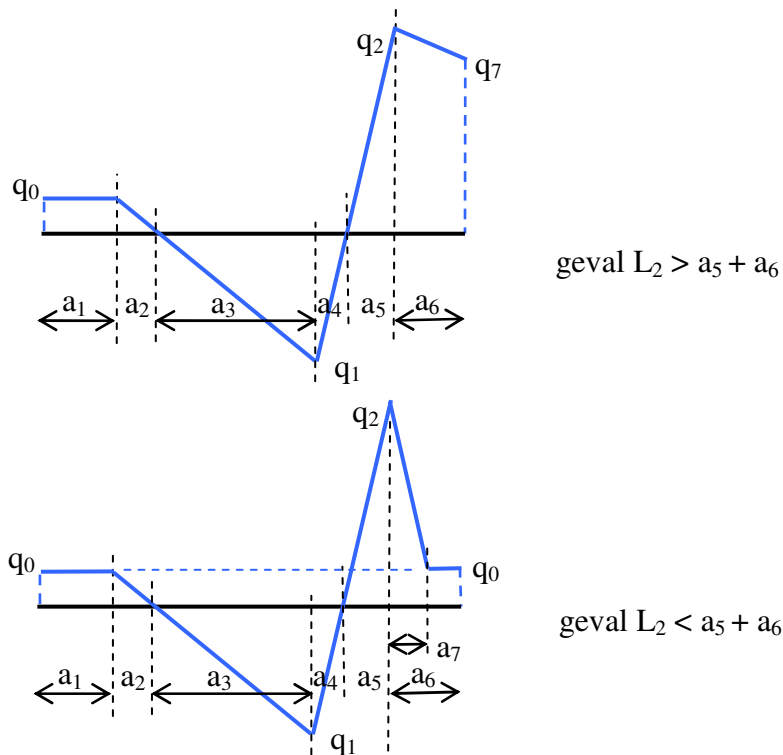
In de bovenste figuur van figuur 2 is het verloop van het stijghoogteverschil getoond en tevens de belasting door het eigen gewicht van de toplaag uitgedrukt in [m] relatief ten opzichte van het stijghoogteverschil.

#### Vereenvoudigde randvoorwaarden

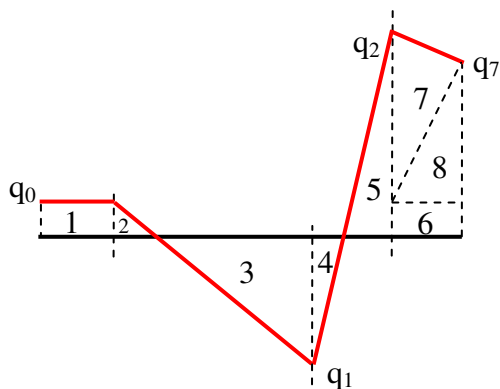
Het constructieschema in de bovenste figuur van figuur 2 is voorzien van randvoorwaarden die geen verticale kracht, maar wel een buigend moment kunnen opnemen. De randen van het model liggen daarmee op het dwarskrachtenulpunt. De buigende momenten op de randen beïnvloeden, indien ze voor de beide randen ongelijk zijn, de ligging van de dwarskrachten nulpunten.

In de onderste figuur is een constructieschema weergegeven met scharnierende randvoorwaarden. Bij dit schema is er geen beïnvloeding van de ligging van de dwarskrachten nulpunten. De berekening wordt uitgevoerd met het scharnierende model.

In figuur 3 zijn twee situaties weergegeven, respectievelijk met een grote en een kleine waarde van de lengte  $L_2$ . Voor beide gevallen worden formules gegeven. Bij golfklaptype 2 in combinatie met een leklengte van  $> 0.7$  à  $1$  m komt het voor dat de waarde van het positieve stijghoogteverschil over de klapbreedte nauwelijks afneemt. In dat geval moet een grote waarde van  $L_2$  worden ingevuld zodat het verloop rechts van de piekwaarde  $q_2$  vrijwel vlak wordt.



**Figuur 3: Belasting schematisering met twee gevallen van verloop positieve stijghoogte**



**Figuur 4: Belasting schematisering met nummering vlakken, de integralen van deze vlakken worden aangeduid met  $R_1$ ,  $R_2$ , etc.**

Formules scharnierend opgelicht deel

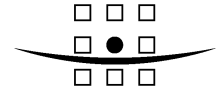
In figuur 3 en 4 is de belasting schematisering weergegeven in termen van  $q$  [N/m].

Er geldt:

$$q_0 = \rho g \Delta D B_y \cos \alpha$$

$$q_1 = \rho g B_y \phi_{\min} + \rho g \Delta D B_y \cos \alpha, \text{ waarin } \phi_{\min} \text{ en } q_1 \text{ negatief zijn}$$

$$q_2 = \rho g B_y \phi_{\max} + \rho g \Delta D B_y \cos \alpha$$



De parameters  $a_i$  en  $q_i$  uit figuur 3 laten zich als volgt formuleren:

$$a_2 = \frac{q_0}{q_1} \left( L - \frac{q_1}{q_1 - q_2} L_1 \right); a_3 = L - \frac{q_1}{q_1 - q_2} L_1; a_4 = \frac{q_1}{q_1 - q_2} L_1; a_5 = \frac{q_2}{q_2 - q_1} L_1$$

$$R_2 = \frac{1}{2} q_0 a_2; R_3 = \frac{1}{2} q_1 a_3; R_4 = \frac{1}{2} q_1 a_4; R_5 = \frac{1}{2} q_2 a_5$$

Berekeningen aan de stabiliteit van de toplaag worden uitgevoerd als liggerberekeningen. De definitie van de positie van de randen van de beschouwde ligger wordt nu eerst gegeven. Daarbij worden enige gevallen onderscheiden.

#### Geval met relatief kleine $q_1$ en/of grote $L_1$

Indien  $R_2 + R_3 + R_4 + R_5 > 0$  dan bevinden de randen van het opgelichte gedeelte zich binnen de velden  $a_2$  en  $a_5$ .

Een exacte berekening van het deel van de lengte van  $a_2$  en  $a_5$  waarbij wordt voldaan aan de evenwichtsvoorwaarden, leidt tot een vierdegraadsvergelijking. De oplossing hiervan past niet in Steentoets. Er wordt gekozen voor een benadering van de lengtes  $a_2$  en  $a_5$  met:

$$ax_2 = ax_5 = \sqrt{\frac{2R_3 a_4}{q_1}}$$

Met deze waarde wordt voldaan aan de voorwaarde van verticaal evenwicht en wordt het rotatie evenwicht met acceptabele nauwkeurigheid benaderd.

De lengte van het opgelichte deel bedraagt dan:

$$L_0 = a_3 + a_4 + 2\sqrt{\frac{2R_3 a_4}{q_1}}$$

De positie van het maximale buigend moment in balk met lengte  $L_0$  en scharnierende randen:

$$x = \sqrt{\frac{2R_3 a_4}{q_1}} + a_3 - a_{M3},$$

met

$$a_{M3} = \frac{R_3 - R_4}{q_1}$$

De grootte van de maximale dwarskracht is:

$$V^* = \min(R_3; R_4)$$

De grootte van het maximale moment is:

$$M^* = R_4 \left( \frac{2}{3} a_4 + \frac{2}{3} \sqrt{2R_3 a_4 / q_1} \right) + (R_3 - R_4) \left( \frac{1}{2} (R_3 - R_4) / q_1 + a_4 + \frac{2}{3} \sqrt{2R_3 a_4 / q_1} \right)$$

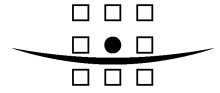
$$a_{zvm} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} L_0 + (\sqrt{2R_3 a_4 / q_1} + a_3 - (R_3 - R_4) / q) \right)$$

#### Geval met relatief grote $q_1$ en/of kleine $L_1$

Indien  $R_2 + R_3 + R_4 + R_5 < 0$  dan bevinden de randen van het opgelichte gedeelte zich in de velden  $a_1$  en  $a_6$ . Uit het verticaal evenwicht en het rotatie evenwicht van het opgelichte deel worden twee vergelijkingen opgesteld waarmee  $a_1$  en  $a_6$  worden opgelost. In bepaalde gevallen is deze oplossing exact en in andere gevallen wordt een benadering gevonden.

#### Geval $L_2 < a_5 + a_6$





Voor het geval  $L_2 < a_5 + a_6$  (zie figuur 3) luiden de formules voor  $a_6$  en  $a_1$  als volgt:

$$\begin{aligned}
a_6 = & (-12q^0q^3q^1L^2q^2 - 12q^2L_2Lq^1q^0 - 12q^0L_2q^1Lq^2 - 12q^0L_2q^2Lq^1q^1 + 12q^0q^3q^1L_1Lq^2 - q^0L^2q^2A + 3q^1q^6q^2L^2 - 6q^1q^5q^2L^2 + 3q^1q^4q^2L^2 \\
& + 3q^2q^6L^2q^1q^2 + 6q^2q^5L^2q^1q^3 + 3q^2q^4L^2q^1q^4 - 6q^2q^5L^2q^1q^3 + 3q^1q^2q^6L^2 + 3q^2q^4q^1L^2 + 7q^0q^4L^2q^1q^4 + 7q^0q^4q^1L^2 - 36q^0Lq^2q^3q^1L_2 + 12q^0Lq^2q^4q^1L_2 \\
& + 18q^0Lq^2q^3q^1L_1 + 12q^0Lq^2q^3q^1L_2 + 12q^0Lq^2q^3q^1L_2 + 6q^0Lq^2q^3q^1L_2 - 12q^0Lq^2q^3q^1L_2 - 6q^0Lq^2q^3q^1L_1 + 6q^0Lq^2q^3q^1L_1 + 6q^0Lq^2q^3q^1L_2 \\
& - 12q^0Lq^2q^4q^1L_2 - 12q^0Lq^2q^3q^1L_1 + 6q^0Lq^2q^3q^1L_2 + 6q^0Lq^2q^3q^1L_1 + 6q^1q^5q^2L_2L_2 - 12q^1q^4q^2L_2L_2 - 6q^1q^5q^2L_2L_1 + 6q^1q^5q^2L_2L_1 + 6q^1q^5q^2L_2L_2 \\
& + 6q^2q^6L_1L_1L_2 - 24q^2q^4L_1L_1q^3q^0 + 30q^2q^3L_1L_1q^3q^0 - 6q^2q^4L_2q^1L_1 - 16q^2q^3L_2L_2q^1q^0 + 32q^2q^4L_2L_2q^1q^0 + 30q^2q^3L_2L_2q^1q^0 - 60q^2q^3L_2L_2q^1q^0 \\
& - 16q^1q^2q^5L_2L_2q^0 + 30q^1q^2q^4L_2L_2q^0 - 16q^2q^3q^1L_1L_2q^0 + 30q^2q^3q^1L_1L_2q^0 - 24q^2q^3L_2L_2q^1q^4 + 48q^2q^3L_2L_2q^1q^3 - 24q^1q^2q^3q^0L_2L_2 - 24q^2q^3q^1L_1L_2 \\
& - 14q^0q^4L_2L_2q^1q^3 - 14q^0q^4L_2q^1L_1 + 7q^1q^2q^0L_2L_2q^2 - 12q^1q^5q^2Lq^0L_2 + 12q^1q^4q^2Lq^0L_2 + 16q^1q^5q^2Lq^0L_1 + 6q^1q^5q^2Lq^0L_2 + 12q^1q^4q^2Lq^0L_2 \\
& - 6q^1q^5q^2Lq^0L_1 + 12q^1q^3q^2Lq^0L_2 - 4q^1q^4q^2Lq^0L_1 - 18q^1q^4q^2Lq^0L_1 - 8q^2q^4L_1q^1q^0L_2 - 24q^2q^5L_1q^1q^0L_2 + 30q^2q^3L_1q^1q^0L_2 + 30q^2q^4L_1q^1q^0L_2 \\
& + 32q^2q^3L_2q^1q^0L_1 - 60q^2q^2L_2q^1q^0L_1 + 48q^2q^3L_2q^1q^1L_1 - 36q^1q^3q^2q^0L_2L_1 + 14q^1q^3q^0L_2q^2L_1 - 8q^1q^5q^2L^2q^0 + 16q^1q^4q^2L^2q^0 - 8q^1q^3q^2L^2q^0 \\
& - 8q^2q^3L^2q^1q^0 - 12q^2q^3L_1q^1Lq^0 - q^0L^2q^2q^1 + 2q^0L^2q^2q^1 + 6q^0L^2q^2q^1 - 12q^0L^2q^2q^1 + 6q^0L^2q^2q^1)(12q^0q_1q_2(-2Lq_1q_2q_0 \\
& + 4Lq_1q_2q^2q_0 - 2Lq_1q_2q^2q_0 - 2q_2^3L_1q_1q_0 + q^0Lq_2q_1q^2 - 2q^0Lq_2q_1 + q^0Lq_2q_1 + q^1q^4q_2L - 2q_1q^2q_2L + q_1q^2q_2L + q_2^4L_1q_1 + q_2^2L_2q_1q^3 - 2q_2^3L_2q_1q^2 \\
& - q_2^2q_1^3L_1 - 2q_2q_0L_2q_1q^3 + 4q_2^2q_0L_2q_1q^2 + 2q_2q_0q_1^3L_1 + q^0L_2q_1q^3 - 2q^0L_2q_1q^2 - q^0q_1^3L_1 + q_1q_2^4L_2 - 2q_1q_2^3q_0L_2 + q_1q^0L_2q^2 + q^0q_1^2L_1q_2))
\end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{-\frac{q^0L}{2q_1} + \frac{1}{2}q_1\left(L - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right) + \frac{q_1^2L_1}{2(q_1 - q_2)} + \frac{q_2^2L_1}{2(q_2 - q_1)} + q_0a_6 + \frac{(q_2 - q_0)^2\left(L_2 - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right)}{2q_2}}{q_0}$$

Geval  $L_2 \geq a_5 + a_6$

Om ook de gevallen waarbij de rand in de dalende tak tussen  $q_2$  en  $q_7$  valt (zie figuur 3) in Excel toch te kunnen berekenen met vierkantsvergelijkingen wordt voor de waarde van  $q_7$  afhankelijk van  $L_2$  een vaste waarde gekozen.

Indien  $\frac{L_2}{L} \left( \frac{q_2}{-q_1} \right) < 0.7$  dan geldt  $q_7 = q_0 + \frac{1}{3}(q_2 - q_0)$ ,

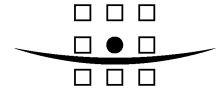
$> 0.7$  en  $< 1.3$  dan geldt  $q_7 = q_0 + \frac{1}{2}(q_2 - q_0)$ ,

$> 1.3$  en  $< 2.0$  dan geldt  $q_7 = q_0 + \frac{2}{3}(q_2 - q_0)$ ,

$> 2.0$  dan geldt  $q_7 = q_2$ ,

Met  $q_7 = q_0 + \frac{1}{3}(q_2 - q_0)$  luiden de formules voor  $a_6$  en  $a_1$ :

$$\begin{aligned}
a_6 = & \frac{1}{2(-16q^2 + 12q^0 + 4q_0q_2)q_1(q_1 - q_2)}(12q^1q^3q_0L + 24Lq^1q^3q_2 - 60q^1q^2q_2q_0L - 24q^1q^2Lq_0^2 - 24Lq^1q^2q_2^2 + 48q_1q_2Lq_0^2 + 24q_1q_0^2q_2L_1 + 48q_1q_0q_0^2L_2 \\
& + 36q_1q^2L_1q_0 - 24q^2L_1q_1 + 12q_1Lq_0^3 - 24q^2Lq_0^2 - 12q_2Lq_0^3 \\
& + 4 \text{ sqrt}(\sqrt{ \\
& -36q^3L^2q_0^5 + 48q^2q^4L^2q_0^4 + 33q^2q^3L^2q_0^5 + 108q^1q^4q_0^4L^2 - 48q^2q^1q^5L_1L_1q_0 + 45q^1q^6q_0L^2q_2 - 240q^1q^5q_0^2L^2q_2 - 138q^1q^5q_0L^2q_2^2 + 450q^1q^4q_0^3L^2q_2 \\
& + 516q^1q^4q_0^2L^2q_2^2 - 720q^1q^3q_0^3L^2q_2^2 - 360q^1q^3q_0^4L^2q_2 + 141L^2q^1q^4q_2^3q_0 - 456L^2q^1q^3q_2^3q_0^2 + 522q^1q^2q_2^3q_0^3L^2 + 444q^1q^2q_2^2q_0^4L^2 + 105q^1q^2L^2q_0^5q_2 \\
& - 48L^2q^1q^3q_2^4q_0 + 144L^2q^1q^2q_2^4q_0^2 - 108q^1q^5q_0^3L^2 + 36q^1q^6q_0^2L^2 + 60q^1q^4q_0^2Lq_2^2L_1 + 102q^1q^4q_0Lq_2^3L_1 - 180q^1q^3q_2^3q_0^3L_1L_1 - 180q^1q^3q_2^3q_0^2L_1L_1 \\
& - 54q^1q^3q_2^4q_0L_1L_1 - 72q^1q^3Lq_0^4q_2L_1 + 144q^1q^2q_2^2Lq_0^4L_1 - 240q_1q_2^3L^2q_0^4 - 102q_1q_2^2L^2q_0^5 + 36q_1q_2^4q_0^2L_1^2 + 36q_1q_2^3q_0^3L_1^2 + 12q_1q_2^4q_0^2L_1^2 \\
& - 144q_1q_0^3q_2^4L^2 - 3q_1q_2^5L_1^2q_0 + 36q_0^3q_1^5L_1L_1 + 198q_1q_2^3Lq_0^3L_1 + 108q_1q_2^4Lq_0^2L_1 + 36q_1q_2^5q_0^2L_1L_1 - 72q_1q_0^4q_2^3L_1L_1 - 36q_1q_0^5q_2^2L_1L_1 \\
& - 54q_1q_2^4L_1q_0^3L_1 + 12q_0^2q_2q_1^5L_1L_1)) \\
a_1 = & \frac{-\frac{q^0L}{2q_1} + \frac{1}{2}q_1\left(L - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right) + \frac{q_1^2L_1}{2(q_1 - q_2)} + \frac{q_2^2L_1}{2(q_2 - q_1)} + q_0a_6 + \frac{1}{2}(q_2 - q_0)a_6 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}q_2 - \frac{1}{3}q_0\right)a_6}{q_0}
\end{aligned}$$



ROYAL HASKONING

Met  $q_7 = q_0 + \frac{1}{2}(q_2 - q_0)$ :

$$a_6 = \frac{1}{2(-27q_2^2 + 13q_0^2 + 14q_2q_0)q_1(q_1 - q_2)} (36q_1^3Lq_2 + 12q_1^3q_0L - 24q_1^2Lq_0^2 - 84q_1^2q_0q_2L - 36q_1^2Lq_2^2 + 60q_1q_2^2L_1q_0 - 36q_1q_2^3L_1 + 60q_1q_2Lq_0^2 + 24q_1q_0^2q_2L_1 + 12q_1Lq_0^3 + 72q_1q_0Lq_2^2 - 36q_2^2Lq_0^2 - 12q_2Lq_0^3 + 8\sqrt{\text{...}})$$

$$a_1 = \frac{-\frac{q_0^2L}{2q_1} + \frac{1}{2}q_1\left(L - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right) + \frac{q_1^2L_1}{2(q_1 - q_2)} + \frac{q_2^2L_1}{2(q_2 - q_1)} + q_0a_6 + \frac{1}{2}(q_2 - q_0)a_6 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}q_2 - \frac{1}{2}q_0\right)a_6}{q_0}$$

Met  $q_7 = q_0 + \frac{2}{3}(q_2 - q_0)$ :

$$a_6 = \frac{1}{2(7q_0^2 - 25q_2^2 + 18q_0q_2)(q_1 - q_2)q_1} (6Lq_1^3q_0 + 30q_1^3Lq_2 - 66Lq_1^2q_0q_2 - 12q_0^2Lq_1^2 - 30q_1^2Lq_2^2 + 60Lq_1q_0q_2^2 + 54q_2^2L_1q_1q_0 + 42q_0^2Lq_1q_2 - 30q_2^3L_1q_1 + 12q_2L_1q_1q_0^2 + 6q_0^3Lq_1 - 30q_0^2Lq_2^2 - 6q_0^3Lq_2 + 4\sqrt{\text{...}})$$

$$a_1 = \frac{-\frac{q_0^2L}{2q_1} + \frac{1}{2}q_1\left(L - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right) + \frac{q_1^2L_1}{2(q_1 - q_2)} + \frac{q_2^2L_1}{2(q_2 - q_1)} + q_0a_6 + \frac{1}{2}(q_2 - q_0)a_6 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}q_2 - \frac{2}{3}q_0\right)a_6}{q_0}$$

Met  $q_7 = q_2$  (limiet geval met vlakke rechter tak in belastingfiguur)

$$a_6 = \frac{1}{2(-12q_2^2 + 12q_0q_2)q_1(q_1 - q_2)} (12Lq_1^3q_2 - 12Lq_1^2q_2^2 - 24q_0q_1^2Lq_2 + 12q_0^2Lq_1q_2 + 24q_0q_1q_2^2L_1 - 12q_2^3L_1q_1 + 24q_1Lq_0q_2^2 - 12q_2^2Lq_0^2 + 4\sqrt{\text{...}})$$

$$a_1 = \frac{-\frac{q_0^2L}{2q_1} + \frac{1}{2}q_1\left(L - \frac{q_1L_1}{q_1 - q_2}\right) + \frac{q_1^2L_1}{2(q_1 - q_2)} + \frac{q_2^2L_1}{2(q_2 - q_1)} + q_0a_6 + (q_2 - q_0)a_6}{q_0}$$

De lengte van het opgelichte veld is na bepaling van  $a_1$  en  $a_6$  bekend en is gelijk aan:

$$L_0 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6,$$

waarin:

$$a_2 = \frac{q_0}{q_1} L; \quad a_3 = L - \frac{q_1}{q_1 - q_2} L_1; \quad a_4 = \frac{q_1}{q_1 - q_2} L_1; \quad a_5 = \frac{q_2}{q_2 - q_1} L_1$$

De locatie van de relevante extreme waarde van de dwarskracht  $V^*$  is het punt

$$x = a_1 + a_2 + a_3 + a_4.$$

De locatie van de uit dit model volgende extreme waarde van het moment  $M^*$  is het punt

$$x = a_1 + a_2 + a_M,$$

waarin

$$a_M = \sqrt{\frac{2(R_1 + R_2)a_3}{-q_1}},$$

met

$$R_1 = q_0 a_1$$

$$R_2 = \frac{1}{2} q_0 a_2$$

De grootte van de extreme waarden van dwarskracht en moment volgen uit:

$$V^* = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$M^* = -R_1(a_1 + a_2 + \frac{2}{3}a_M - x_1) - R_2(a_1 + a_2 + \frac{2}{3}a_M - x_2),$$

met:

$$R_3 = \frac{1}{2} q_1 a_3$$

$$R_4 = \frac{1}{2} q_1 a_4$$

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1$$

$$x_2 = a_1 + \frac{1}{3} a_2$$

#### Discussie vereenvoudigen model

Het model met de scharnierende randvoorwaarden bevat twee vereenvoudigingen die hieronder worden benoemd en gecorrigeerd.

In het model vallen op de randen het nulpunt van de verplaatsing en van de dwarskracht per definitie samen. In notitie N002 is een model gehanteerd waarbij deze vereenvoudiging niet geïmplementeerd was. Het bleek daar dat alleen in de gevallen met een hoge E-modulus voor de toplaagligger ( $E = 300$  MPa) en een onwaarschijnlijk lage beddingsstijfheid ( $k_z = 10^6$  N/m<sup>3</sup>) er sprake is van een zichtbaar verschil in de ligging van het nulpunt van dwarskrachten en verplaatsing. In het vervolg wordt deze vereenvoudiging gehandhaafd.

De tweede vereenvoudiging betreft de scharnierende randvoorwaarden. Daar moet uiteraard voor worden gecorrigeerd. Er worden randmomenten aangebracht. Het randmoment aan de zijde van  $q_2$  zal in werkelijkheid groter zijn dan het randmoment aan de zijde van  $q_0$ . Onder invloed hiervan zal het werkelijke evenwichtssysteem licht verschoven zijn, zodanig dat  $a_1$  iets groter is en  $a_6$  iets kleiner. De berekende waarden  $V^*$  en  $M^*$  zijn om deze reden licht conservatief. Hiervoor wordt niet gecorrigeerd.

Model met verende randvoorwaarden

De aan te brengen randmomenten worden als volgt berekend.

Het model met de scharnierende randvoorwaarden geeft hoekverdraaiingen op de randen.

Het verschil van deze hoekverdraaiingen is gelijk aan:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{1}{2} \frac{M^* L_0}{EI},$$

met

$$I = \frac{1}{12} B_y D^3$$

De factor  $\frac{1}{2}$  in deze formule is een factor voor de oppervlakte van het klokvormige momentenvlak.

De verdeling wordt bepaald door de ligging van het zwaartepunt van het momentenvlak. Voor de ligging wordt de volgende schatting gehanteerd.

$$a_{zwM} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} L_0 + (a_1 + a_2 + a_M) \right)$$

Daarmee worden de hoekverdraaiingen aan de randen van het veld berekend.

$$\varphi_1 = - \frac{L_0 - a_{zwM}}{L_0} \frac{1}{2} \frac{M^* L_0}{EI}$$

$$\varphi_2 = \frac{a_{zwM}}{L_0} \frac{1}{2} \frac{M^* L_0}{EI}$$

Uit gelijkstelling van de hoeken van de randen aan de hoeken van de verende randvelden volgen de randmomenten  $T_1$  en  $T_2$ . ( $T_1$  en  $T_2$  beide positief.)

De vergelijkingen luiden:

$$\varphi_1 - \frac{T_1 L_0}{3EI} - \frac{T_2 L_0}{6EI} = T_1 \frac{4\beta^3}{kB_y}$$

$$-\varphi_2 - \frac{T_2 L_0}{3EI} - \frac{T_1 L_0}{6EI} = T_2 \frac{4\beta^3}{kB_y}$$

De oplossing luidt:

$$T_1 = c_L \frac{2\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{c_L}{c_k} \varphi_1}{3 + 4 \frac{c_L}{c_k} + \left(\frac{c_L}{c_k}\right)^2} \text{ en } T_2 = -c_L \frac{2\varphi_2 + \varphi_1 + \frac{c_L}{c_k} \varphi_2}{3 + 4 \frac{c_L}{c_k} + \left(\frac{c_L}{c_k}\right)^2},$$

met

$$c_L = \frac{6EI}{L_0} \text{ en } c_k = \frac{kB_y}{4\beta^3}$$

De vertaalslag naar extreme waarden in een model met flexibele randvoorwaarden leidt dan tot de volgende formules voor  $M_{\min}$ ,  $M_{\max}$  en  $V_{\max}$ .

$$V_{\min} = V^* - \frac{T_2 - T_1}{L_0}$$

$$M_{\min} = M^* + T_1 + \frac{a_1 + a_2 + a_M}{L_0} (T_2 - T_1)$$

$$M_{\max} = T_2$$

### Berekening verplaatsing

De waarde van de vervorming  $u_{\min}$  kan worden berekend uit verdere integratie van de momentenvlakken vanaf de linkerrand tot aan het punt van de grootste (negatieve) verplaatsing.

$$u_{\min} = -T_1 \frac{4\beta^3}{kB_y} \frac{2}{3} a_{zwM} - \frac{1}{2} \frac{T_1 L_0}{EI} \frac{1}{3} a_{zwM}$$

### Toetsing

$$M_{d\min} = \gamma_S \frac{1}{\gamma_m} f_8 M_{\min}$$

$$M_{d\max} = \gamma_S \frac{1}{\gamma_m} f_8 M_{\max}$$

$$V_{d\max} = \gamma_S \frac{1}{\gamma_m} f_8 V_{\max}$$

$$M_{u\min} = \gamma_R f_1 f_2 f_{12} \frac{1}{2} D \times N_{M\min}$$

$$M_{u\max} = \gamma_R f_1 f_2 f_{12} \frac{1}{2} D \times N_{M\max}$$

$$V_u = \gamma_R \gamma_m f_3 f_{13} \times N_{V\max}$$

met:

$f_1 = 0.9$  = factor voor  $h/D$

$f_2 = 0.9$  = factor voor voegvullingsgraad

$f_3 = 0.55$  = wrijvingsfactor tussen toplaagelementen

$f_8$  = dynamische vergrotingsfactor (zie memo N004)

$f_{12}$  = reductiefactor op capaciteit  $M_u$  in verband met geometrische imperfecties (zie memo N005)

$f_{13}$  = reductiefactor op capaciteit  $V_u$  in verband met geometrische imperfecties (zie memo N005)

$\gamma_S$  = partiële veiligheidsfactor belasting

$\gamma_m$  = modelfactor

$\gamma_R$  = partiële veiligheidsfactor sterkte toplaag

$N_{M\min}$  = de normaalkracht ter plaatse van  $M_{\min}$

$N_{M\max}$  = de normaalkracht ter plaatse van  $M_{\max}$

$N_{V\min}$  = de normaalkracht ter plaatse van  $V_{\max}$

De veiligheidsfactoren worden vastgesteld in onderdeel 7 van dit onderzoek.

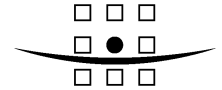
$$\text{Toetscriteria: } \frac{|M_{d\min}|}{M_{u\min}} < 1.0, \frac{M_{d\max}}{M_{u\max}} < 1.0, \frac{|V_{d\min}|}{V_{u\min}} < 1.0, \frac{|u_{\min}|}{d_{50}} < 1.0$$

waarin:

$d_{50}$  = de gemiddelde korrelgrootte van de granulaire laag

### Normaalkracht

Op basis van memo N001v1 d.d. 29 september wordt voor normaalkracht de volgende formule aangehouden. Op deze normaalkracht wordt een term in mindering gebracht voor de spleetdrukken. Deze term is in de belastingschematisering van het WL, waarbij er ten opzichte van het punt op de SWL wordt geïntegreerd gelijk aan de spleetdruk in de betreffende coördinaat  $x_N$ . Omdat deze niet exact voorhanden is wordt een benaderingsformule voorgesteld.



**ROYAL HASKONING**

$$N = f_4 \left( \rho g (1 + \Delta) DB_y \sin \alpha \frac{x_{berm} - x_N}{\cos \alpha} \right) - \rho g DB_y \sin \alpha \frac{x_{SWL} - x_N}{\cos \alpha} + f_{11} \rho g DB_y \left( \phi_{trog} - \frac{1}{2} \phi_{min} \right)$$

met

$\phi_{trog}$  = de (negatieve) stijghoogte op het talud ten opzichte van de SWL op het diepste punt van de trog

$\phi_{min}$  = het grootste (negatieve) stijghoogteverschil ter plaatse van het diepste punt van de trog

$$f_4 = f_5 \left( f_9 - f_{10} \frac{x_{berm} - x_N}{x_{berm} - x_{teen}} \right) \text{ met}$$

$$f_5 = \min \left[ \frac{x_N - x_{teen}}{10D}; 1.0 \right]$$

$f_9$  en  $f_{10}$  zijn nader te bepalen factoren die het niveau van de in het veld aanwezig te veronderstellen normaalkracht aangeven. Op dit moment aanbevolen waarden zijn:  $f_9 = 0.6$  en  $f_{10} = 0.2$ .

$f_{11}$  is een nader te bepalen factor ( $< 1.0$ ) die tot uitdrukking brengt dat er een deel van de spleetdrukkrachten opgenomen wordt in de bedding en niet direct in mindering wordt gebracht op de normaalkracht.

Voor  $x_N$  moeten de volgende waarden worden aangehouden:

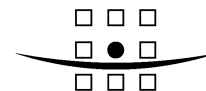
Voor toetsing van  $M_{min}$  het diepste punt van de trog.

Voor toetsing van  $M_{max}$  het diepste punt van de trog +  $\frac{1}{2}L_0$

Voor toetsing van  $V_{min}$  het diepste punt van de trog +  $\frac{1}{4}L_0$

Nijmegen, 14 maart 2007

Ir. D.J. Peters



## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
Van : D.J. Peters  
Datum : 15 juni 2007  
Kopie : Archief  
Onze referentie : 9S1509.A0/N0003/DJP/SEP/Nijm

**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
Onderdeel 4 Dynamische respons constructie**

---

In deze notitie wordt onderdeel 4 uit het gedefinieerde kennisontwikkelingspakket dat vooraf gaat aan implementatie van klemming in SteenToets 2006 uitgewerkt. Onderdeel 4 betreft de dynamische respons van het toplaagsysteem.

### Inhoud notitie

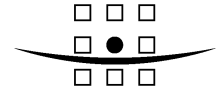
In deze notitie worden onderzocht wat de kwalitatieve en kwantitatieve afwijking is van de oplossing van een dynamische respons is ten opzichte van de statische oplossing van het evenwicht van de toplaag onder belasting door stijghoogte verschillen bij golfaanval.

### Respons van geklemde steenbekledingen op dynamische belasting

De belasting van de toplaag heeft een dynamisch karakter. De belasting verandert voortdurend. In de belastingschematisering door WL is de belasting op de maatgevende tijdstippen beschreven. Ook is uit analyse van de meetwaarden bepaald hoe lang de maatgevende belastingen aanwezig zijn.

Bij de traditionele toetsing in Anamos en ook in ZSteen veroorzaken stijghoogte verschillen groter dan  $\Delta D$  blokbeweging. Er is dan geen statisch evenwicht meer tussen belasting en reactiekrachten. Een in de tijd aanhoudend, constant stijghoogte verschil leidt theoretisch tot eenparige versnelde beweging van het blok. Het stijghoogteverschil blijft echter in de tijd niet constant. Het neemt af door verhinderde toestroming of doordat de golfbelasting verandert. Er is ook een theoretische afname van het stijghoogteverschil te berekenen door effect van de traagheid van het bewegende blok.

In SteenToets 2006 geldt een andere denkwijze. Bij de toetsing van een geklemde toplaag leiden stijghoogte verschillen groter  $\Delta D$  ook tot blokbeweging. Er is dan echter wel sprake van statisch evenwicht tussen belasting en reactiekrachten. De beweging is de af te leggen weg naar de vervormde toestand die behoort bij het evenwicht. Een in de tijd aanhoudend, constant stijghoogteverschil leidt tot een evenwichtstoestand waarbij de constructie in stilstand is. Evenals bij het voor Anamos beschreven geval is het stijghoogteverschil in werkelijkheid niet constant. Afname van het stijghoogte verschil voordat de evenwichtstoestand bereikt is, zal leiden tot kleinere vervormingen dan die op basis van het berekende statische evenwicht worden verwacht. Beschouwing van de traagheid van het toplaagsysteem kan zowel leiden tot grotere als tot kleinere vervormingen dan die op basis van het berekende statische evenwicht worden verwacht.



### Massaveersysteem

Het effect van de (snelle) veranderingen van de belasting in de tijd, en het daardoor veroorzaakte verschil met de statische evenwichtstoestand, kan worden berekend door de geklemde steenzetting te beschouwen als een massa-veersysteem. De massa van dit systeem is de massa van het bewegende deel van de toplaagligger. De veer bestaat uit een bijdrage van de toplaagligger en bij indrukking ook uit een bijdrage van de beddingsstijfheid.

Voor de massa wordt bij ook onder water bewegen de parameter  $\rho_s$ . Er kan een term voor meebewegend water worden toegevoegd. Dit is hier niet gedaan en leidt niet tot andere conclusies.

Voor de stijfheidsparameters wordt voor de fictieve E-modulus van de toplaagligger (conservatief) 100 à 300 MPa aangehouden. Voor de indrukingsstijfheid van de bedding  $k_z$  wordt  $10^7$  à  $10^8$  N/m<sup>3</sup> aangehouden.

De responsie van een 1-massa-veer systeem wordt beschreven door de bewegingsvergelijking en gekarakteriseerd door de eigen trillingstijd van het systeem. Om een liggersysteem correct te beschrijven dienen in de bewegingsvergelijking equivalente waarden voor de massa en de stijfheid te worden gehanteerd.

$$F_{eq}(t) = M_{eq} \ddot{z} + K_{eq} z,$$

$F_{eq}$  = de op het systeem werkende kracht [N],

$M_{eq}$  = de massa [kg],

$K_{eq}$  = de veerwaarde [N/m],

$z$  = de verplaatsing van de massa [m]

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M_{eq}}{K_{eq}}}, \text{ waarin}$$

$T$  = trillingstijd [s],

$M_{eq}$  = equivalente massa, gedefinieerd met  $M_{eq} = m \int_0^{x_{berm}} \Phi^2(x) dx$  [kg],

$m$  = de massa van de ligger per lengte  $m = \rho_s B_y D$  [kg/m]

$\Phi(x)$  = de vormfunctie van de verplaatsing van de blokken langs de ligger; de vormfunctie heeft een waarde 1.0 bij de maximale verplaatsing in het veld en is nul aan de randen van het opgelichte veld,

$K_{eq}$  = equivalente veerwaarde,  $K_{eq} = k \int_0^{x_{berm}} \Phi(x) dx$ ,

$k$  = de veerwaarde  $F_{eq} / z$

De equivalente belasting  $F_{eq}$  op het systeem is een puntlast die als volgt berekend wordt uit de verdeelde belasting  $q$ .

$$F_{eq} = q \int_0^{x_{berm}} \Phi(x) dx, \text{ met}$$

$$q = \rho g (\phi + \Delta D),$$

waarin:

$\phi$  = het maximale, opwaarts gerichte stijghoogteverschil



Conform de theorie [Biggs, 1964] leidt integratie van de vormfunctie tot de volgende correctiefactoren:  $K_M = M_{eq} / mL$  en  $K_L = F_{eq} / qL$ .

De correctiefactoren voor de belasting en de veerwerking zijn gelijk: voor beide wordt  $K_L$  toegepast.

De bewegingsvergelijking luidt dan:

$$F_{eq}(t) = M_{eq} \ddot{z} + K_{eq} z$$

$$K_L F(t) = K_M M \ddot{z} + K_L K z$$

$$F(t) = \frac{K_M}{K_L} M \ddot{z} + k z$$

Hierin is  $F(t)$  de over de lengte van het bewegende deel geïntegreerde belasting,  $k$  de statische veerwaarde berekend op het punt van de maximale vervorming en

$\frac{K_M}{K_L} M$ , de gewogen meebewegende massa.

Voor een 'klok' vorm van de vervorming wordt gevonden:  $K_M = 0.375$  en  $K_L = 0.50$ , waaruit voor  $\frac{K_M}{K_L} M$  volgt:  $0.75 mL$ .

Voor een 'dak' vorm van de vervorming wordt gevonden:  $K_M = 0.333$  en  $K_L = 0.50$ , waaruit voor  $\frac{K_M}{K_L} M$  volgt:  $0.67 mL$ .

Indien massa en stijfheidgetallen voor de toplaag worden ingevuld worden trillingstijden gevonden in de orde  $T = 0.05$  à  $0.15$  s.

### Modellen

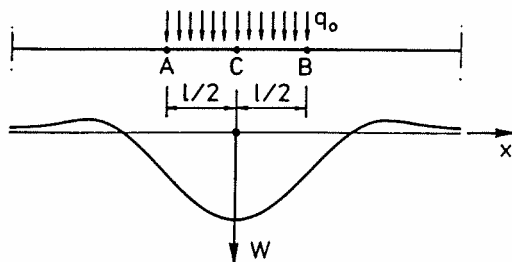
Er worden twee belastingssituatie beschouwd waarbij mogelijk een significante dynamische amplificatie optreedt. Dit zijn:

1. het oplichten van de toplaag als gevolg van een extreem, opwaarts gericht stijghoogteverschil bij golftegrugtrekking of in de trog naast een golfklap;
2. het indrukken van de toplaag onder de piek van een golfklap.

Voor deze twee belastingssituaties worden twee modellen gehanteerd.

Het eerste model (voor het opgelichte deel) is beschreven in notitie N003.

Voor de statische respons op een neerwaartse belasting wordt een tweede model aangehouden. Dit is het model van een oneindig lange elastisch ondersteunde ligger, belast met een gelijkmatig verdeelde belasting over een beperkte lengte  $l$ .



Figuur 1: Model continu elastisch ondersteunde ligger met blokbelasting door golfklap, uit [Bouma, 1989]

Het buigend moment en de grootste indrukking worden gegeven met de onderstaande uitdrukkingen.

$$w_C = 2 \int_0^{l/2} \frac{q_0 \beta \sqrt{z}}{2k} e^{-\beta x} \sin(\beta x + \frac{\pi}{4}) dx = *$$

$$= \frac{q_0}{k} (1 - e^{-\beta l/2} \cos(\beta l/2)).$$

$$M = 2 \int_0^{l/2} \frac{-q_0}{2\beta \sqrt{z}} e^{-\beta x} \sin(\beta x - \frac{\pi}{4}) dx =$$

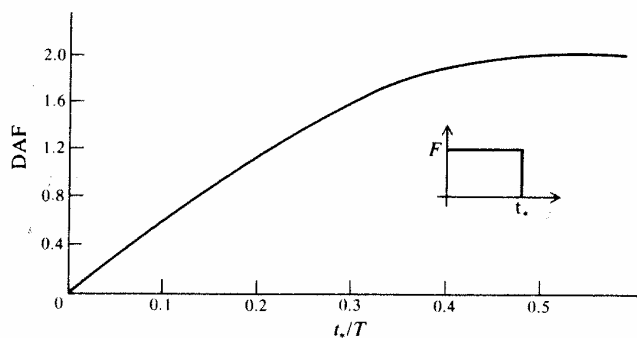
$$= \frac{q_0}{2\beta^2} e^{-\beta l/2} \sin(\beta l/2) = \sqrt{\frac{EI}{k}} q_0 e^{-\beta l/2} \sin(\beta l/2)$$

### Tijdscharacteristieken van de belasting

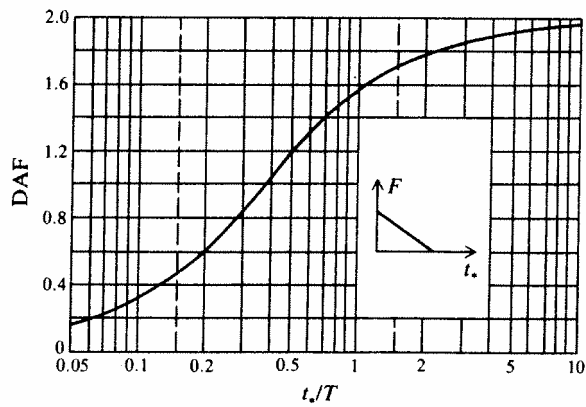
De belastingduur en de stijgtijd van de belasting (de tijd waarin de belasting stijgt van nul naar maximaal) zijn van belang voor de dynamische respons.

Er zijn vijf typen van verloop van de belasting in de tijd denkbaar die mogelijk relevant zijn voor de stabiliteit van de toplaag.

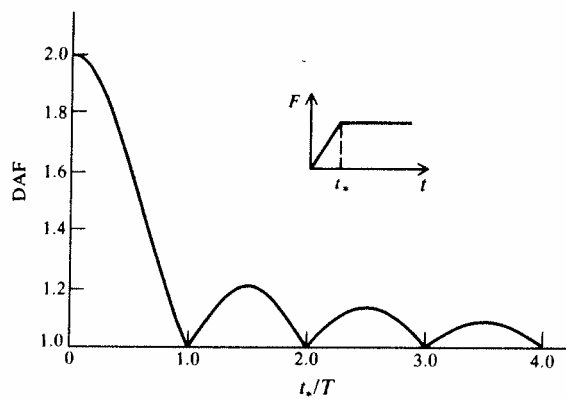
1. Een blok diagram met oneindige duur (ofwel: lange duur ten opzichte van  $T=0.05$  à  $0.15$  s); de stijgtijd is 0
2. Een blok diagram met eindige duur (figuur 2)
3. Een stijgtijd = 0 met direct aansluitend een lineair dalende tak tot 0 (figuur 3)
4. Een stijgtijd  $\neq 0$  met vervolgens een blokvormig verloop (figuur 4)
5. Een stijgtijd  $\neq 0$  met aansluitend een eindige daaltijd (zaagtand diagram, figuur 5)



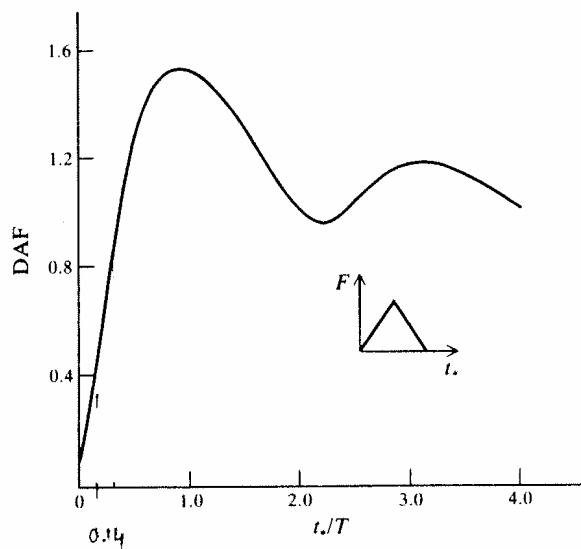
**Figuur 2: Piek waarde van de respons als functie van de eindige duur  $t^*$  van een belasting met constante grootte, uit [Irvine, 1986]**



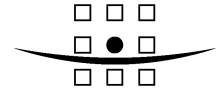
Figuur 3: Piek waarde van de respons op een plotseling aangebrachte en vervolgens gedurende de tijdsduur  $t^*$  lineair afnemende belasting [Biggs, 1964]



Figuur 4: Piek waarde van de respons onder een oneindige constante belasting met eindige stijgtijd  $t^*$ , uit [Biggs, 1964]



Figuur 5: Piek waarde van de respons op een gedurende de tijdsduur  $t^*$  lineair stijgende en vervolgens lineair afnemende belasting, uit [Biggs, 1964]



Er zijn twee tijdstippen te duiden waarop de dynamische respons van de toplaag mogelijk gepaard gaat met een significante vergroting van de inwendige krachten. Deze tijdstippen zijn:

1. Het kortdurend aanwezige opwaartse stijghoogteverschil, met bij behorende toplaag instabiliteit.
2. De neerwaartse impact van de golfklap op het talud.

Hieronder wordt voor beide gevallen aangegeven welke tijdscharacteristiek van de belasting van toepassing is.

#### Ad 1 Opwaarts gericht stijghoogteverschil

De het opwaarts gericht stijghoogteverschil heeft een grote variatie in duur. De tijdsduur kan zich tussen de 0.2 en 1.2 s bevinden. De duur is daarmee in alle gevallen 'lang' ten opzichte van de trillingstijd  $T$ . De belasting neigt daardoor naar een statische belasting. Hiervoor kan het geval 4 (figuur 4) worden aangehouden. Het verloop van de DAF in figuur 4 kan worden vereenvoudigd met de volgende formule:

$$f_8 = \max \left[ 1 + \cos\left(\frac{1}{2} \pi \frac{t_{st,dip}}{T}\right); 1.2 \right],$$

met

$t_{st,dip}$  = de stijgtijd van het belastingsignaal  $\phi_{dip}$ , waarvoor geen waarde  $> T$  mag worden ingevuld.

De gediptheid ontstaat door toestroming en drukopbouw in het filter en heeft daardoor per definitie een wat langere stijgtijd dan de golfklapdruk op het talud. Afhankelijk van deze stijgtijd kan voor de dynamische vergrotingsfactor een waarde tussen de circa 1.8 en 1.2 worden berekend.

De trillingstijd  $T$  kan worden berekend uit de resultaten van de statische evenwichtsberekening.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0.67 \rho_s B_y D L_0}{\rho g \phi_{dip} B_y L} \frac{1}{u_{min}}},$$

waarin

$L_0$  = de lengte van het opgelichte veld

$L$  = de lengte van de gediptheid van de belasting

$u_{min}$  = de berekende (statische) verplaatsing, zie memo 2 en 3

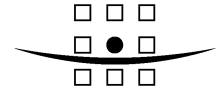
#### Ad 2 Golfklap

De impact van de golfklap heeft een zeer kleine stijgtijd. De stijgtijd kon bij de analyse en belastingschematisatie vanwege de samplefrequentie niet altijd vastgesteld worden, wat betekent dat deze kleiner is dan 0.02s. De duur van de golfklap is in de schematisatie lineair afhankelijk van de golfperiode.

Er worden dan (uitgaande van  $H_s > 2$  m en een golfsteilheid  $s_{op}$  tussen 0.015 en 0.10) waarden gevonden van  $t_k = 0.10$  tot 0.35 s.

Voor de impact van de golfklap wordt daarom een eindig blok diagram (type 2) of een dalende driehoek (type 3) van toepassing geacht.

Een kleine parameter studie leert dat er geen situaties te vinden zijn waarbij de duur van de golfklap,  $t_k$ , voldoende kort is ten opzichte van de trillingstijd. In die gevallen zou er sprake zijn van een dynamische respons die kleiner is dan de statische.



**ROYAL HASKONING**

De gevallen waarbij  $t_k = 0.10$  en  $T = 0.15$ , die theoretisch een kleine waarde van  $t_k / T$  opleveren, liggen te ver uiteen en treden niet gelijktijdig op. ( $t_k = 0.10$  s bij  $H_s = 2.0$  m en  $s_{op} = 0.10$ ;  $\xi_{op} = 0.9$  en  $T = 0.15$  s bij  $D = 0.50$  m en grotere  $B_{klap}$ .) In figuur 2 geldt dat er voor  $t_k / T > 0.4$  geen relevant verschil is met een oneindig lang blok en in figuur 3 geldt dat voor  $t_k / T > 2.0$ .

Dit veroorzaakt de situatie dat de dynamische respons voor het geval van de neerwaartse impact geheel bepaald wordt door de zeer korte stijgtijd van de belasting ( $t^*$ ). Een stijgtijd  $t^*$  van 0.02 s op  $T = 0.05$  sec geeft in de figuur 4 (belastingtype 4) een verhouding  $t^*/T$  van 0.4. Dit gunstigste geval geeft een DAF (dynamische amplificatie factor) van 1.8. Het ongunstigste geval, theoretische maximum voor de DAF is in deze gevallen 2.0.

De conclusie kan zijn dat er in alle gevallen kan worden gerekend met een dynamische vergrotingsfactor van 2.0.

$$f_7 = 2.0$$

Deze moet dan worden toegepast op de maatgevende neerwaartse stijghoogte op het talud  $\phi$  in de belasting schematisatie in [Klein Breteler & Van der Werf, 2006].

#### Conclusies

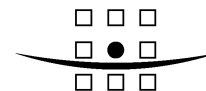
Voor het tijdstip van maximale neerwaartse druk door de golfklap op het talud is een dynamische vergrotingsfactor  $f_7$  van toepassing waarvoor standaard een waarde 2.0 moet worden aangehouden.

Voor het tijdstip van het maximale opwaartse stijghoogteverschil is een dynamische vergrotingsfactor  $f_8$  van toepassing die een waarde tussen de 1.2 en de 1.8 kan aannemen. Er wordt aanbevolen om geen waarde kleiner dan 1.2 te hanteren.

De vergrotingsfactoren zijn van toepassing op de berekende statische verplaatsingen en ook op de bijbehorende momenten en dwarskrachten.

Nijmegen, 15 juni 2007

Ir. D.J. Peters



## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
Van : D.J. Peters  
Datum : 15 juni 2007  
Kopie : Archief  
Onze referentie : 9S1509.A0/N0004/DJP/SEP/Nijm

**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
Onderdeel 5 Verzwakkingen toplaag**

---

In deze notitie wordt onderdeel 5 uit het gedefinieerde kennisontwikkelingspakket dat vooraf gaat aan implementatie van klemming in SteenToets 2006 beschreven. Dit onderdeel betreft verzwakkingen in de toplaag. Verzwakkingen in de toplaag kunnen initieel aanwezig zijn in de geometrie of in de constructie. Verzwakkingen kunnen ook ontstaan als gevolg van golfbelasting.

Van de in de tabel aangeduide vijf typen afwijkingen worden de implicaties aangegeven op de toepasbaarheid van de te ontwikkelen formules voor de bijdrage van klemming aan het mechanisme toplaaginstabiliteit.

De implicaties worden vervat in een reductiefactor.

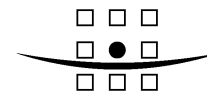
### NB 1

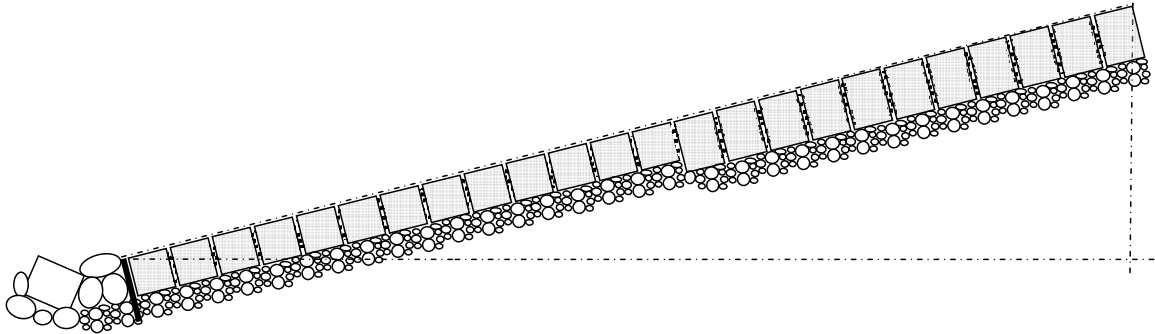
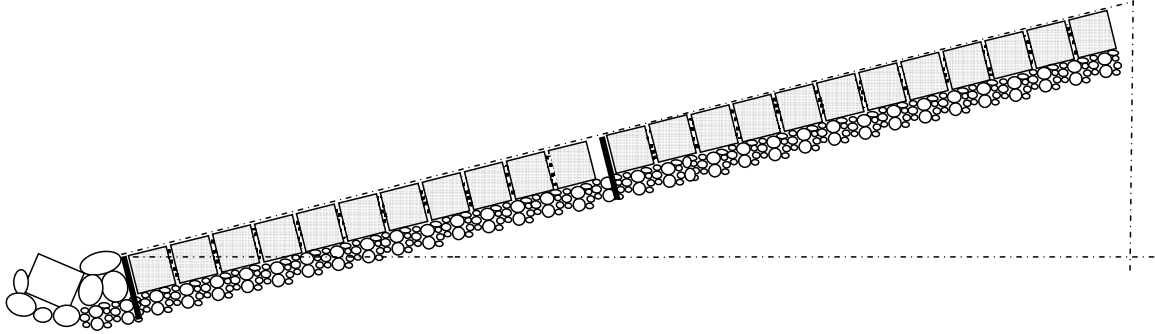
Aanvankelijk was het idee om bij onderdeel 5 de implicatie van het voortgaand vervormen cq. uittreden van een blok of zuil (situatie) eenvoudig te modeleren en vervolgens de implicatie van deze vervormde toestand op de klemmingsformules vast te leggen. Dit idee was bedoeld van toepassing te zijn in het toetsmodel van een storm. Daarbij kunnen grote golven die het vervormingscriterium overschrijden en blijvende vervorming veroorzaken, een toestand achterlaten waarin nog wel een (enigszins gereduceerde) bijdrage van klemming te verwachten is.

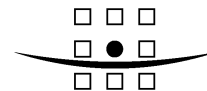
Dit idee wordt in overleg met DWW nu niet uitgewerkt. Indien golven blijvende vervorming veroorzaken is er bij de toetsing nu gewoon sprake van ontoelaatbare schade.

### NB 2

De weergegeven geometrische afwijkingen kunnen ook effect hebben op de grootte van de stijghoogte in de bedding. Dat effect is hier niet beschreven en zal indien nodig worden ingebracht door het WL.

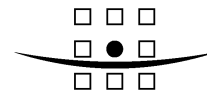


Afwijking	Tekening	Klemming toepasbaar	Modificatie klemmingsformules
<p>1. Overgang Toplaag dikte</p>	 <p>Toplaagdikte verspringing kan theoretisch ook andersom voorkomen; onder dik, boven dunner.</p>	<p>Ja</p>	<p>Indien aangevallen punt op bovenste veld: reductie op momentcapaciteit linkerrand</p> <p>Indien aangevallen punt op onderste veld: excentrische normaalkracht op rechter rand</p> <p>Indien aangevallen punt nabij overgang: Excentrische liggeraansluiting in middelste buigzone</p>
<p>2. Horizontale overgangs- constructie met spleet</p>		<p>Indien aangevallen punt op onderste of bovenste veld: Ja</p> <p>Indien aangevallen punt nabij overgang: Nee</p>	<p>Indien aangevallen punt op bovenste veld: Geen bijzonderheden</p> <p>Indien aangevallen punt op onderste veld: Reken voor positie-afhankelijke klemming tot spleet in plaats van tot bk talud</p>

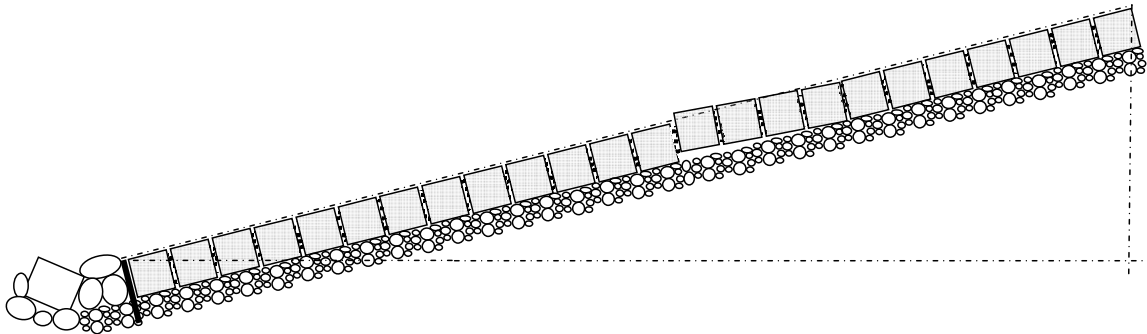


Afwijking	Tekening	Klemming toepasbaar	Modificatie klemmingsformules
<p>3. Knik in talud</p>		<p>Ja</p>	<p>Reken voor aangevallen punt op onderste of bovenste veld met de werkelijke taludhelling.</p> <p>Indien aangevallen punt nabij knik: reken de opwaartse kracht die veroorzaakt wordt door het knikken van de normaalkracht als extra belasting.</p>
<p>4. Versprongen blok of zuil</p>		<p>Ja</p>	<p>Indien aangevallen punt nabij versprongen blok; reken met reductie in moment en dwarskrachtcapaciteit</p>





**ROYAL HASKONING**

Afwijking	Tekening	Klemming toepasbaar	Modificatie klemmingsformules
5. Versprongen veld met blokken		Ja	Indien aangevallen punt nabij versprongen veld; reken met reductie in moment en dwarskrachtcapaciteit

## 1. Overgang in toplaagdikte

Op het punt van de dikte overgang is de normaalkracht excentrisch in de doorsnede. Dit veroorzaakt een moment dat ter weerszijden van de overgang uitdempt.

Het punt ligt op positie  $x_D$ .

De dikte overgang is tussen  $D_1$  en  $D_2$ , waarvoor geldt:  $D_2 > D_1$

De excentriciteit is dan  $\frac{1}{4}(D_2 - D_1)$

Het moment bedraagt dan:

$$M_D = \frac{1}{4}(D_2 - D_1)N, \text{ met } N = \text{positief}$$

Dit moment heeft invloed over een afstand  $\frac{\pi}{2\beta}$  ter weerszijden van het betreffende punt.

Aleen in het geval dat het aangevallen punt met de bijbehorende extreme momenten  $M_{\min}$  en  $M_{\max}$  in het gebied  $x_D - \frac{\pi}{2\beta} < x < x_D + \frac{\pi}{2\beta}$  valt, moet rekening gehouden worden met een reducerend effect van de dikteovergang op de klemming.

De reductie wordt vervolgens als volgt in rekening gebracht.

De toetsformule  $\frac{|M_{d \min}|}{M_{u \min}} < 1$  wordt aangevuld tot:

$$\frac{|M_{d \min}| + M_{d,D}}{M_{u \min}} < 1,$$

waarin

$$M_{d,D} = \gamma_{s2} \frac{1}{\gamma_{m2}} M_D,$$

met

$\gamma_{s2}$  = de partiële veiligheidsfactor

$\gamma_{m2}$  = de modelfactor

In de bovenstaande toetsformule dient  $M_u$  in alle gevallen te worden bepaald met  $D_1$ :

$$M_{u \min} = \gamma_R f_1 f_2 \frac{1}{2} D_1 \times N_{M \min}$$

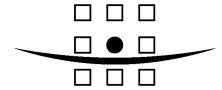
met  $N$  = positief

Evenzo voor  $M_{\max}$ .

Ter plaatse van een dikteovergang is er aan een verschil in lek lengte en in grootte van de belasting. Dit wordt hier niet behandeld. Dit wordt wel meegenomen in SteenToets 2006.

## 2. Horizontale overgangsconstructie

Indien een horizontale overgangsconstructie de toplaag onderbreekt en niet het filter, dan is het effect op de normaalkrachtsopbouw in de toplaag nihil. Wel kan er, indien de overgangsconstructie bestaat uit betonbanden die langs meerdere stenen doorlopen, een



situatie ontstaan waarin de normaalkracht niet gelijkmatig wordt overgedragen en er onder de overgangsconstructie individuele stenen los liggen.

Dit heeft geen effect op de normaalkracht in de daaronder liggende stenen, maar uiteraard wel op de stabiliteit van de betreffende stenen. Dit kan ondervangen worden met lokale penetratie.

Indien de overgangsconstructie in de filterlaag / -lagen steekt en eventueel zelfs in de onderliggende kleilaag, dan moet er een reducerend effect op de normaalkracht worden verondersteld. Bij de toetsing van dit geval moet bij een aangevallen punt in het onderste veld gerekend worden met normaalkrachtsopbouw vanaf de overgangsconstructie.

Indien het punt van de overgangsconstructie is  $x_{ov}$ . Men dient in de formules van notitie 9S1509/N002 voor de afstand  $x_N$  in te vullen  $x_N - (x_{SWL} - x_{ov})$ .

### 3. Knik in talud

Een geklemde toplaag waarin normaalkracht heerst, heeft ter plaatse van een horizontale uitwendige knik de neiging om te spatten. De ombuiging van de normaalkracht gaat gepaard met een lokale opwaartse kracht.

Het punt van de verandering van de helling is op coördinaat  $x_\alpha$ .

Indien de verandering van helling is van  $\alpha_1$  naar  $\alpha_2$ , met  $\alpha_1 > \alpha_2$ , dan kan de grootte van de kracht als volgt worden beschreven:

$$F_\alpha = N \tan(\alpha_1 - \alpha_2)$$

Indien deze kracht werkt op een elastisch ondersteunde ligger veroorzaakt deze een buigend moment [Bouma, 1989]:

$$M_\alpha = \frac{F_\alpha}{4\beta}$$

De bijbehorende dwarskracht:

$$V_\alpha = \frac{1}{2} F_\alpha$$

Het moment dempt uit over een afstand  $\frac{\pi}{4\beta}$ , de dwarskracht over een afstand  $\frac{\pi}{2\beta}$  ter

weerszijden van het betreffende punt.

Alleen indien het aangevallen punt met de bijbehorende extreme momenten  $M_{\min}$  en  $M_{\max}$  in het gebied  $x_\alpha - \frac{\pi}{2\beta} < x < x_\alpha + \frac{\pi}{2\beta}$  valt, moet rekening gehouden worden met een reducerend effect van de dikteovergang op de klemming.

Indien de kracht  $F_\alpha$  aangrijpt op een vrije overspanning bedraagt het buigend moment:

$$M_\alpha = \frac{1}{8} F_\alpha L_0, \text{ waarin } L_0 \text{ de lengte is van het opgelichte deel.}$$

De reductie wordt vervolgens als volgt in rekening gebracht.

De toetsformule  $\frac{|M_{d \min}|}{M_{u \min}} < 1$  wordt aangevuld tot:

$$\frac{|M_{d \min}| + M_{d, \alpha}}{M_{u \min}} < 1,$$

waarin

$$M_{d, \alpha} = \gamma_{S2} \frac{1}{\gamma_{m2}} M_{\alpha},$$

met

$\gamma_{S2}$  = de partiële veiligheidsfactor

$\gamma_{m2}$  = de modelfactor

Evenzo voor  $M_{\max}$  en  $V_{\max}$ .

Een bijzonder geval van horizontale uitwendige knikken is de zetting met een tonrondte. Indien de opbolling gelijkmatig verdeeld is ook de afbuigkracht gelijkmatig verdeeld.

Voor een helling die van teen tot berm gelijkmatig van helling veranderd van een waarde  $\alpha_1$  tot  $\alpha_2$ , waarbij  $\alpha_1 > \alpha_2$ , dan geldt dat de tonrondte een straal heeft van:

$$R_{ton} = \frac{x_{berm} - x_{teen}}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Er heerst dan een opwaartse druk van:

$$q_{ton}(x) = \frac{N(x)}{R_{ton}}$$

Deze druk is een functie van  $x$  en zal richting de teen toenemen omdat  $N$  toeneemt.

Het in rekening brengen in de klemmingsformules geschiedt bij de bepaling van de belastingen  $q_{\min}$  en  $q_{\max}$ .

$$q_{\min} = \rho g B_y \phi_{\min} + (\rho g \Delta D B_y - q_{ton})$$

$$q_{\max} = \rho g B_y \phi_{\max} + (\rho g \Delta D B_y - q_{ton})$$

Vervolgens kan de toetsing van de klemming verlopen zoals beschreven in 9S1509/N003.

#### 4. Versprongen blok of zuil

##### 4a. Solitair blok of zuil

Een enkel versprongen blok of zuil kan in rekening gebracht worden door te rekenen met een licht vergrootte concentratie van de normaalkracht in de naburige voegen. Dit wordt tot uitdrukking gebracht in een aanpassing van de factor  $f_2$ .

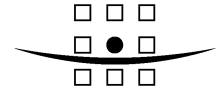
$$f_{2, \delta} = f_2 - 0.15 = 0.75 \text{ (bij volledige voegvulling)}$$

##### 4b. Blokken of zuilenrij

Een enkele versprongen blokken- of zuilenrij kan in rekening gebracht worden door de inwendige hefboomsarm aan te passen.

Indien de verspringing in de aangevallen zone valt en een maat  $\delta_z$  heeft, dan wijzigingen de toetsingsformules als volgt:

$$M_{u \min} = \gamma_R f_1 f_2 \left(\frac{1}{2} D - \delta_z\right) \times N_{M \min}$$



**ROYAL HASKONING**

$$M_{u \max} = \gamma_R f_1 f_2 \left( \frac{1}{2} D - \delta_z \right) \times N_{M \max}$$

Indien  $\delta_z > 0.25 D$  leidt dit tot een ontoelaatbare verzwakking en zal het in rekening brengen van klemming geen zin hebben.

## 5. Versprongen veld met blokken

Dit geval dient te worden behandeld als een combinatie van geval 1 en 4.  
Het in rekening te brengen moment is:

$$M_D = \frac{1}{2} \delta_z N$$

$$\frac{|M_{d \min}| + M_{d,D}}{M_{u \min}} < 1,$$

waarin

$$M_{d,D} = \gamma_{s2} \frac{1}{\gamma_{m2}} M_D,$$

met

$\gamma_{s2}$  = de partiële veiligheidsfactor

$\gamma_{m2}$  = de modelfactor

In de bovenstaande toetsformule dient  $M_u$  te worden gereduceerd als bij geval 4:

$$M_{u \min} = \gamma_R f_1 f_2 \left( \frac{1}{2} D - \delta_z \right) \times N_{M \min}$$

Evenzo voor  $M_{\max}$ .

Indien  $\delta_z > 0.125 D$  leidt dit tot een ontoelaatbare verzwakking en zal het in rekening brengen van klemming geen zin hebben.

## Implementatie

Voorgesteld wordt om voor de imperfecties 1, 3, 4 en 5 een drempelwaarde te definiëren waarvoor geldt dat de reductie op de capaciteit niet kleiner is dan 0.75.

De reductiefactor op de capaciteit van de geklemde constructie wordt standaard toegepast bij de toetsing. De reductie wordt tot uitdrukking gebracht in de factoren  $f_{12}$  en  $f_{13}$ .

De drempelwaarden luiden:

Afwijking	Drempelwaarde
1. Overgang toplaag dikte	$\frac{ D_1 - D_2 }{\max(D_1; D_2)} < 0.25$
2. Horizontale overgangs-constructie met spleet	Niet verwerkt in reductie, verwerken zoals aangegeven in deze memo
3. Knik in talud	knik $\alpha < 8^\circ$ tonrondte $\alpha_1 - \alpha_2 < 12^\circ$
4. Versprongen blok of zuil	$\delta_z > 0.25 D$
5. Versprongen veld met blokken	$\delta_z > 0.125 D$

Indien de afwijkingen boven deze drempelwaarden zijn, kan de toplaag geavanceerd worden getoetst, of kan deze direct worden afgekeurd.

Nijmegen, 15 juni 2007

Ir. D.J. Peters



## Notitie

Aan : Rijkswaterstaat DWW  
 Van : D.J. Peters  
 Datum : 15 juni 2007  
 Kopie : Archief  
 Onze referentie : 9S1509.A0/N0005/DJP/SEP/Nijm

**Betreft : Kennisontwikkeling t.b.v. SteenToets 2006  
 Onderdeel 6 Reststerkte**

In deze notitie wordt onderdeel 6 uit het gedefinieerde kennisontwikkelingspakket dat vooraf gaat aan implementatie van klemming in Steentoets toegelicht. Dit onderdeel betreft de reststerkte van de toplaag.

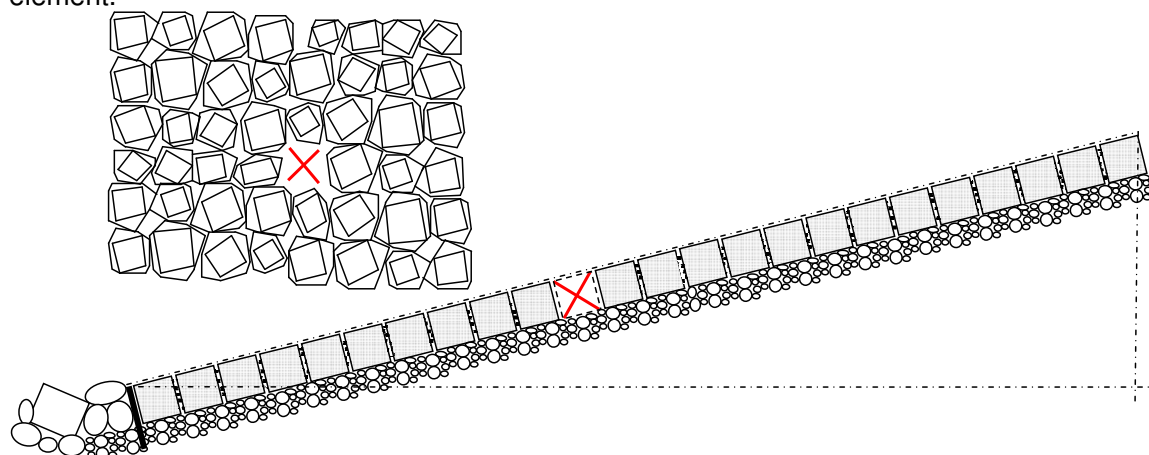
### Inhoud notitie

In het kort is de inhoud van deze notitie als volgt:

- inleiding;
- werkwijze bepaling reststerkte;
- bepaling sterkte ondermijnde toplaag middels berekening;
- berekeningen;
- conclusies.

### Inleiding

Deze notitie heeft als onderwerp de reststerkte van de toplaag na uittreden van één toplaag-element.



**Figuur 1 Aangenomen beginsituatie: één verdwenen element**

Het ontbreken van een toplaagelement kan op twee manieren leiden tot gevolgschade.

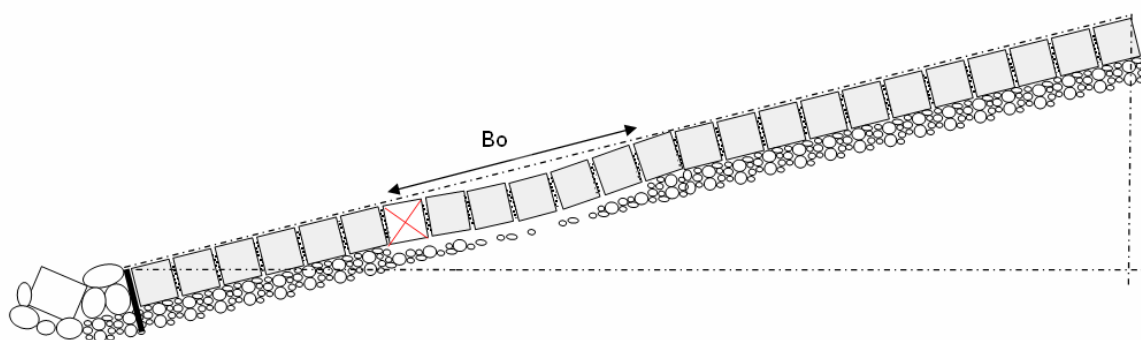
1. De overgebleven elementen missen samenhang en het gat wordt steeds groter. Bij de Hydroblocks treedt dat niet op. Bij Basalton treedt dat bij één element niet op, maar bij een groepje van twee of drie elementen wel. Dit is gebleken bij de stormschade die is opgetreden bij de veldproeven. Bij andere toplaagtypen dan de Hydroblocks en de Basalton is dit gedrag onbekend.



Indien er als gevolg van het uittreden van het eerste element meerdere elementen kunnen uittreden, moet dit als het begin van het falen van de toplaagconstructie worden beschouwd. Vervolgens is er dan de reststerkte van de granulaire lagen en de reststerkte van de kleilaag nadat de volledige bekledingsconstructie verdwenen is. Hiernaar wordt door het WL onderzoek gedaan.

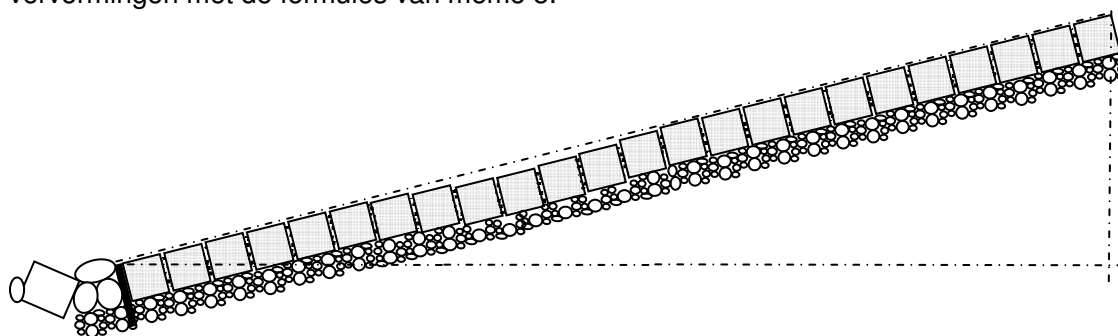
2. Door het gat dat het ene element achterlaat, kan filtermateriaal uitspoelen, waardoor de toplaag ondermijnd wordt. Dit punt wordt uitgewerkt door het WL en door RH.

Het statisch vrij hangen van een veld toplaagelementen van enige omvang is mogelijk (zie figuur 2). In deze notitie zal worden berekend hoe groot dit veld kan zijn. De afhankelijkheden zijn toplaagtype, toplaagdikte, aspectratio van de ondermijning (verhouding maat in de dwarsrichting en langsrichting van het talud), en positie op talud. De berekeningen zullen worden uitgevoerd met een cirkelvormig plaatmodel volgens lineair elastische regels.

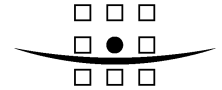


**Figuur 2 Vrijhangende boog boven uitgespoelde krater in filtermateriaal**

Golfklappen kunnen leiden tot aandrukken van het veld op het filter. Op deze wijze ontstaat er een neerwaarts gerichte boog (zie figuur 3). Deze boog zal indien deze relatief flauw is wel enige klemmingssterkte hebben, maar indien deze steil is niet. Uit de veldproeven is gebleken dat de vervorming van de zetting niet leidt tot verzwakking van de klemkracht. Deze bevinding is ook van toepassing op het type vervorming van figuur 3. Er kan worden gerekend aan de vervormingen met de formules van memo 5.



**Figuur 3 Dieper neergeveleide toplaag: afwijkende geometrische situatie voor klemming**



### Werkwijze bepaling reststerkte

In 2004 zijn in de Deltagoot proeven gedaan met het doel de reststerkte van steenzettingen met initiële schade te onderzoeken. Voor deze proeven is een zetting met één of twee ontbrekende zuilen belast met golven en zijn de effecten op de filterlaag beschreven. Door het gat in de toplaag wordt filtermateriaal onder de bovenliggende steenzetting weggespoeld, waardoor een deel van de zetting wordt ondermijnd. De resultaten van dit onderzoek zijn gerapporteerd in [Klein Breteler & Eysink, 2005]. In die genoemde rapportage wordt de ondermijning van de toplaag gekwantificeerd met een ondermijningsdiameter.

De formules zijn door het WL nadien nog gewijzigd. Per e-mail zijn deze als volgt verstrekt:

$$\frac{B_o}{H_s} = N^{0,15+0,5 \cdot D/B_g} \cdot \left( -0,67 + 0,71 \cdot \log \left( \frac{B_g}{D} \left( \frac{H_s}{D_{f50}} \right)^{1/3} \right) \right) \cdot \exp \left( -80 \cdot \left( \frac{z_g}{H_s \xi_{op}} + 0,35 \right)^4 \right) \quad (1)$$

Met  $t_{rf} = \frac{1}{1,1} \frac{N}{3600}$  wordt dit:

$$t_{rf} = \frac{T_p}{4000} \left( \frac{B_o \cdot \exp \left( 80 \cdot \left( \frac{z_g}{H_s \xi_{op}} + 0,35 \right)^4 \right)}{H_s \cdot \left( -0,67 + 0,71 \cdot \log \left( \frac{B_g}{D} \left( \frac{H_s}{D_{f50}} \right)^{1/3} \right) \right)} \right)^{0,15 \frac{B_g}{D} + 0,5 \cdot D} \quad (2)$$

met:

- $t_{rf}$  = reststerkte in uren van het filter en de toplaag (uur)
- $B_o$  = ondermijningsdiameter
- $Z_{belast}$  = niveau op het talud waar de maximale belasting optreedt
- $z_g$  = niveau van de onderzijde van het gat in de toplaag, vertikaal gemeten, ten opzichte van de stilwaterlijn (onder water: negatief) (m)
- $B_g$  = gatgrootte in de toplaag (breedte van het gat, haaks op de dijkas, langs het talud gemeten) (m)
- $D_{f50}$  = korrelgrootte van de bovenste filterlaag, die door 50% wordt onderschreden op basis van gewicht (m)

Formule 1 legt, gegeven de belastingsduur, de ondermijningsdiameter vast. Formule 2 geeft, bij invoer van de belasting en maximale ondermijningsdiameter, de tijdsduur in uren.

Door het WL wordt  $B_o = 3$  m als kritische ondermijningsdiameter gehanteerd; boven deze waarde wordt de toplaag bezwaken geacht. Het werkelijke moment van bezwijken is afhankelijk van de zettingseigenschappen en wordt niet met een vaste waarde beschreven.

### Bepaling sterkte ondermijnde toplaag middels berekening

De berekeningen worden in een spreadsheet opgezet. Daar wordt de ondermijningsdiameter en de resterende sterkte volgens de voorgaande formules berekend. Vervolgens zal in een aantal vervolgstappen de invloed van de klemming op de zetting worden berekend.

Hiervoor worden de volgende stappen onderscheiden:

- belasting;
- optredende inwendige krachten;
- sterkte;
- koppeling aan ondermijningsformules.

### *Belasting*

Hier wordt de belasting op het ondermijnde deel van de toplaag bedoeld. Deze bestaat uit het eigen gewicht van de zwevende zetting en de belasting van de golven. Het eigen gewicht is als gelijkmatig verdeelde belasting als volgt geformuleerd:

$$q_{e.g.} = \rho_w g \Delta D \cos(\alpha) \quad (3)$$

Maatgevend voor het bezwijken van de zwevende zetting is de golfklap. De watermassa die op de zetting beukt, belast de toplaag in de richting loodrecht op het talud. De toplaag wordt slechts belast met druk- en/of stijghoogteverschillen. De vraag is nu wat de invloed van de holte is op de verschildrukken. Lokaal is de 'filter' doorlatendheid zeer hoog, waardoor er in de gehele holte een uniform stijghoogte verschil kan ontstaan. Voor de analyse in deze notitie wordt aangenomen dat de stijghoogte onder de toplaag hydrostatisch is. Dit is de situatie bij een volledig met water gevulde holte zodat er met een toplaaggewicht van  $\Delta D$  gerekend kan worden. Voor de stijghoogte boven het talud is in alle gevallen gerekend met de formules voor een golfklap mét front (type 1) (Klein Breteler & Vd Werf, 2006).

Formule (4) berekent de druk ter plaatse van het gat in twee delen, resp. de stij- en de plaatshoogte. Beide worden tussen de grote haken in meters gegeven en omgerekend naar druk middels vermenigvuldiging met  $\rho g$ .

$$q_{klap} = \rho g \left( \phi_{\max} + \frac{x_5 + x_6}{2} \sin(\alpha) \right) \quad (4)$$

Golfdrukken:

$$\phi_{\max} = \frac{\phi_5 + \phi_6}{2} \quad (4a)$$

$$\phi_5 = \phi_k + \phi_{\min,klap} = \frac{H_s \cdot \left( y_{berm} \left( 30 - \frac{\xi_{op}}{\tan(\alpha)} \right) \right)}{\left( \frac{\rho g H_s^2}{\sigma_w} \right)^{0,2}} + 0.05 H_s \quad (4b)$$

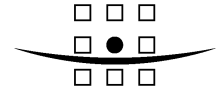
$$\phi_6 = 0.6 \phi_5 \quad (4c)$$

Positie:

$$x_5 = - \frac{\min\{0.45 \xi_{op} - 0.3; 1.7\} H_s}{\tan(\alpha)} \quad (4d)$$

$$x_6 = x_5 + B_{klap} - \frac{\phi_k}{2 \tan(\theta_{k20-50\%k})} \quad (4e)$$

$$B_{klap} = (0.96 + 0.11 \xi_{op}) \cdot H_s \quad (4f)$$



Met

$\theta_{k20-50\%k}$  = gradiënt van de golfklap, 85 [°]

$\sigma_w$  = oppervlaktespanning = 0.073 [N/m]

$y_{berm}$  = bermfactor = 1 [-]

De breedte van de belasting is relatief groot.  $B_{klap}$  is van dezelfde orde van grootte als  $B_o$ . Hierdoor is ook de golfklap als een gelijkmatig verdeelde belasting te modelleren.

#### *Optredende inwendige krachten*

De belasting op het zwevende zettingsdeel bestaat uit een gelijkmatig verdeelde belasting uit twee componenten. Het zwevende deel wordt beschreven met een cirkelvormige plaat met ingeklemde randen. Hiervoor bestaan formules die de doorsnedenkrachten analytisch beschrijven [Timoshenko & Woinowski-Krieger].

$$M_q = \frac{q_{tot}}{16} (a^2(1+\nu) - r^2(3+\nu)) \quad (5)$$

Hierin geldt

$\nu$  = dwarscontractie. Geadviseerd wordt een waarde van 0.2.

$a$  = straal van zwevend deel van de toplaag

$r$  = afstand tot centrum plaat

De dwarskrachten worden bepaald door de totale belasting te delen door de omtrek van de plaat:

$$V_{tot} = \frac{q_{tot}\pi r^2}{2\pi r} \quad (6)$$

#### *Sterkte*

De sterkte van de zetting wordt ontleend aan de klemming van de elementen. Door deze klemming ontstaat er moment- en dwarskrachtcapaciteit zoals beschreven in [Peters, 2001].

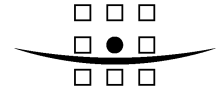
De grootte van de normaalkracht wordt berekend door de langskomponent van de zwaartekracht te berekenen van het eigen gewicht van de bovenliggende stenen. Voor de analyse in deze notitie wordt aangenomen dat de normaalkracht zich opbouwt vanaf een niveau  $z_E$  boven SWL, waarbij voor  $z_E$  1 m wordt aangehouden.

Uit veld- en laboratoriumproeven is gebleken dat deze normaalkracht met een factor moet worden vermenigvuldigd om verliezen t.g.v. wrijving met de onderlagen te verdisconteren. Deze factor is in het nu relevante gebied ongeveer 0.5 [Peters, 2006]. De normaalkracht is dan:

$$N = 0.5 \rho g \Delta D \sin(\alpha) x_N \quad (7)$$

met

$$x_N = \frac{z_g + z_E}{\sin(\alpha)}$$



Waarin  $x_N$  de meewerkende lengte van de toplaag is, gemeten langs het talud. Deze lengte is minimaal de afstand van het beschouwde aangevallen punt (op niveau  $z_g$ ) tot de SWL ( $z = 0$ ). Er is gerekend met extra meewerkende lengte  $z_E$ , vertikaal gemeten.

De belastingscapaciteit van de zetting is dan:

$$M_u = f_1 f_2 \frac{1}{2} DN \quad (8)$$

$$V_u = f_3 N \quad (9)$$

Steeds wordt getoetst of  $M_u > M_{tot}$  en of  $V_u > V_{tot}$ .

Het is mogelijk een inverse formule te verkrijgen die de maximale diameter bij een gegeven belasting berekent.

$$\text{t.g.v. randmoment: } r_{\max} = \sqrt{\frac{M_u \cdot 8}{q}} \quad (10)$$

$$\text{t.g.v. veldmoment: } r_{\max} = \sqrt{\frac{M_u \cdot 16}{q(1+\nu)}} \quad (11)$$

$$\text{t.g.v. dwarskracht: } r_{\max} = \frac{2V_u}{q} \quad (12)$$

#### *Koppeling aan ondermijningsformules*

Met de belastings- en sterkteformules kan een evenwichtssituatie worden berekend waarin de diameter van de plaat zodanig wordt gekozen dat deze net niet bezwijkt. Op deze wijze wordt een nieuwe ondermijningsdiameter bij falen verkregen die kan worden gebruikt in de plaats van de waarde van 3 m. Met formule 2 kan de bijbehorende reststerkte in tijd worden berekend.

Het is gebleken dat de formules 1 en 2 veel parameters vergen en voor enkele parameters ook zeer gevoelig zijn ( $D_{f50}$  en  $H_s$  bijvoorbeeld). De analyse van de parameterinvloed en gevoeligheden wordt niet als onderdeel van deze notitie beschouwd. Er wordt in deze notitie alleen invulling gegeven aan de parameter  $B_o$ . Voor de andere parameters wordt een representatieve aanname gedaan om vergelijkende berekeningen mogelijk te maken.

#### Resultaten berekeningen

Bij de berekeningen zijn de volgende waarden aangehouden:

$$\cot(\alpha) \quad 3 \quad [-]$$

$$s_{op} \quad 3\% \quad [-]$$

$$B_g \quad 1,5D \quad [m]$$

$$D_{f50} \quad 0.02 \quad [m]$$

$$T_p \quad \sqrt{\frac{2\pi H_s}{g s_{op}}} \quad [s]$$

Er is gevarieerd met de volgende parameters:

$H_s$	2 tot 4	[m]
$D$	0.25 tot 0.5	[m]
$z_g$	-6 tot -1	[m]

Steeds is gecontroleerd of de parameters voldoen aan de volgende criteria:

$$3 < H_s/\Delta D < 7$$

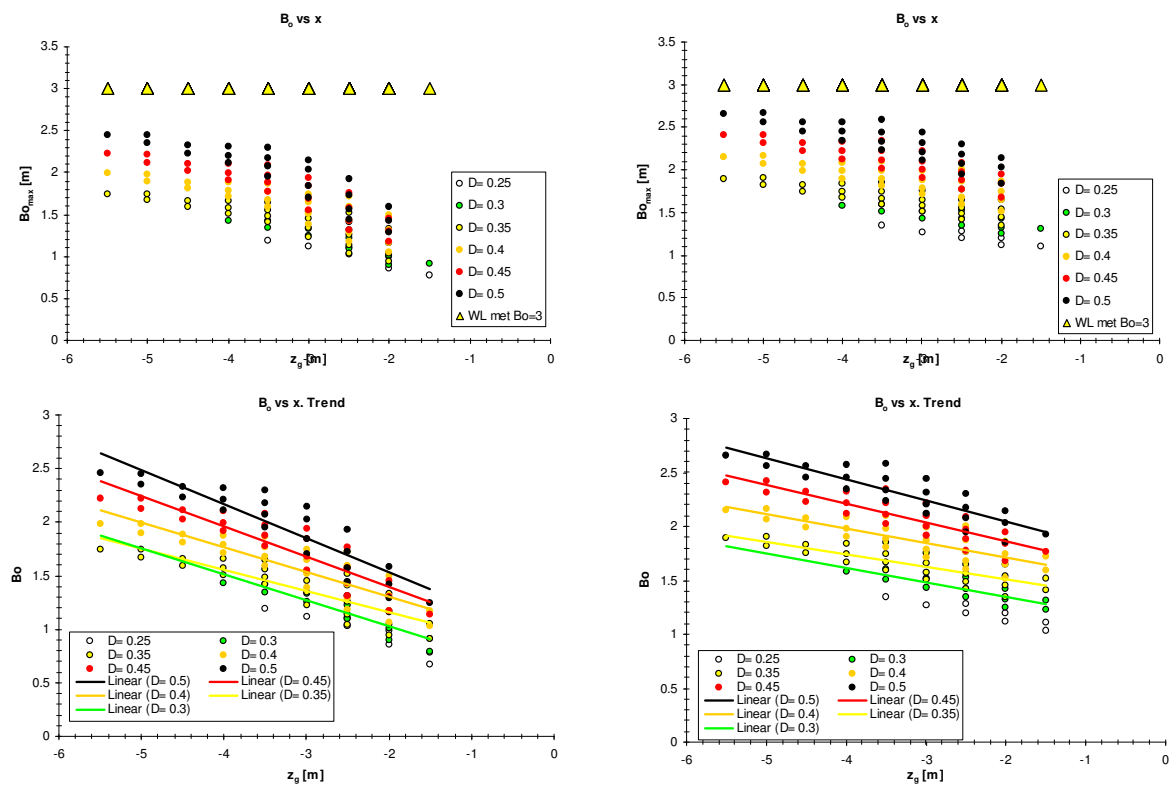
$$H_s < \text{abs}(z_g) < 2H_s$$

De constructie eigenschappen zijn als volgt:

$E$	= 250.000 kN/m <sup>2</sup>
$\nu$	= 0.2 [-]

Ook kan in bepaalde gevallen de reststerktetijd zeer groot of zeer klein worden. De formules 1 en 2 kunnen dan niet worden toegepast. In deze gevallen zijn de berekeningen buiten de resultaten gehouden.

Overigens is het mogelijk dat in de parameter range gevallen voorkomen die in de natuur erg onwaarschijnlijk zijn.



**Figuur 4** Toelaatbare ondermijningsdiameter. Links met 0.32 m klemming rechts met 1.32 m klemming (vertikaal gemeten) vanaf de stilwaterlijn. Op de x-as staat de belaste diepte uitgezet. Hierbij geldt dat een diepte van -3 meter alleen door golven van 3 meter of hoger kan worden belast. Op de y-as is de maximale ondermijningsdiameter uitgezet. Dit zegt niets over de absolute waarde van de reststerkte in tijdsduur

Uit de resultaten wordt geconcludeerd dat de gekozen toelaatbare ondermijningsgrenswaarde van 3 meter gemiddeld wat te hoog gekozen is. Uit de grafieken kunnen voorts de volgende conclusies worden getrokken:

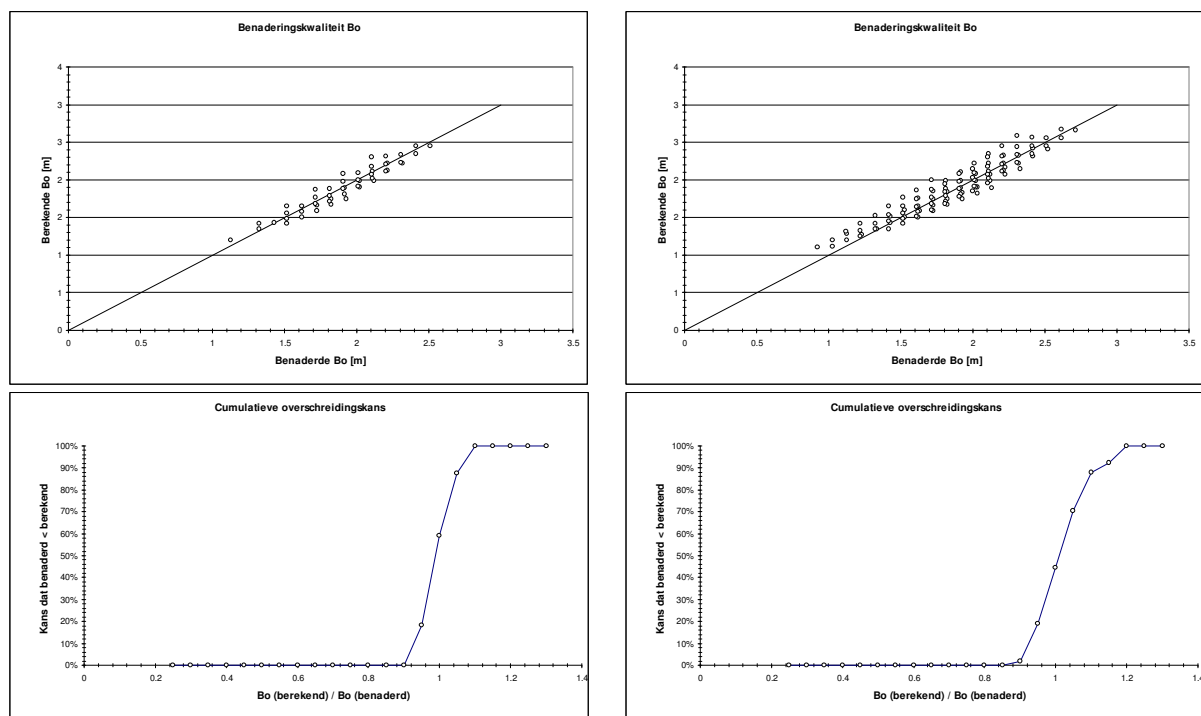
- $B_o$  kan niet groter worden dan  $6D$ ;
- trendmatig kunnen de resultaten lineair worden beschreven;
- de toplaagdikte heeft invloed op de maximale diameter en de hoogteligging van de trendlijnen;
- de richtingscoëfficiënt van alle trendlijnen is (vrijwel) gelijk;
- bij toenemende meewerkende zettinglengte (klemmingslengte) neemt de maximale ondermijningsdiameter ook toe;
- de ondermijningsdiameter is evenredig met  $D$ , gegeven een belast niveau.

Binnen de aangegeven ranges kan de volgende relatie worden afgeleid die bedoeld is als een benadering van  $B_o$ :

$$B_o = \min(\max(0.20(z_E - z_g) + 3.89D - 0.63; D); 6D) \quad (13)$$

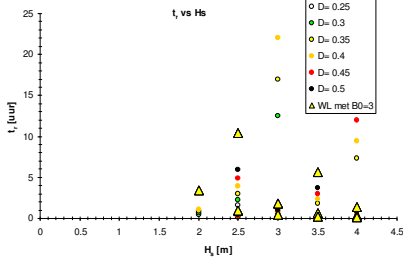
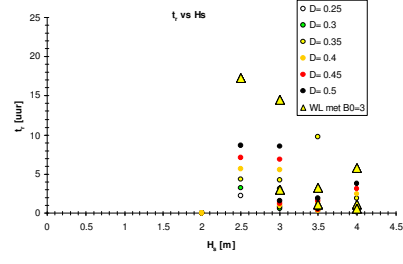
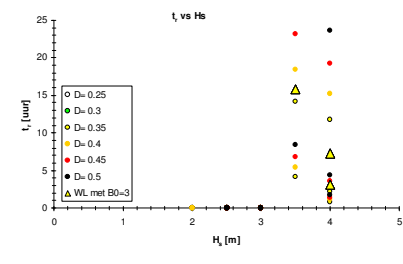
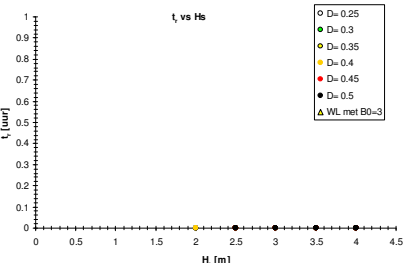
Deze relatie geeft een indicatie. Voor een ondergrensbenadering (conservatief) kan een 10% hogere waarde worden aangehouden. De toelaatbare ondermijningsdiameter wordt dan in de berekende gevallen conservatief ingeschat (10% onderschrijdingskans).

Trendmatig is de benadering correct; de spreiding in resultaten is veel kleiner dan bij de modelberekeningen. Om de kwaliteit van de benadering inzichtelijk te maken zijn de benadering en de berekening in de figuur hieronder tegen elkaar uitgezet. Links is de verhouding trend – berekening te zien, rechts is de cumulatieve kans op onderschreiding van de berekening door de trend uitgezet als functie van de ratio benadering vs. modelberekening.



**Figuur 5** Kwaliteitsanalyse van de benadering. Links bij  $z_E = 0.32$  m en rechts met  $1.32$  m. Uit de bovenste grafieken blijkt dat de benadering in beide gevallen goed is. De onderste grafieken tonen aan dat de spreiding klein is en bij een 20% reductie (0.80) de onderschrijdingskans nul is

Tabel 1: Resultaten bij verschillende granulaatfracties

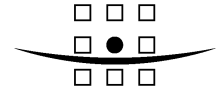
Gevoeligheid Formule 1 en 2	Grafiek $t_r$ vs $H_s$ . De grafieken zijn afgekapt op een tijdsduur van 25 uur.
$D_{f50} = 0.005 \text{ m}$	
$D_{f50} = 0.010 \text{ m}$	
$D_{f50} = 0.015 \text{ m}$	
$D_{f50} = 0.020 \text{ m}$	

De berekening van de maximaal toelaatbare ondermijningsdiameter is alleen afhankelijk van de golfhoogte, de locatie op de zetting en de gatdiameter. De reststerkte (in uren) is wel sterk afhankelijk van de zettingopbouw. Het is in tabel 1 duidelijk te zien dat de kleinere granulaire fractie veel minder reststerkte heeft. Bij een  $D_{f50}$  van 2 cm kunnen alle golven oneindig lang worden weerstaan. Een kleinere granulaatfractie geeft een heel ander beeld.

### Conclusies

Met de reststerkte berekeningen met plaatvergelijkingen kan de bezwijkdiameter van een onderspoelde zetting worden bepaald. Dit is een aanvulling op de formules van het WL die uitgaan van een vaste waarde van 3 meter.





**ROYAL HASKONING**

$$B_o = f_{14} \cdot \min(\max(0.20(z_E - z_g) + 3.89D - 0.63; D); 6D) \quad (13)$$

Waarin:

$H_s$	[m]	2 tot 4	Significante golfhoogte
$D$	[m]	0,25 tot 0.5	Toplaagdikte
$z_g$	[m]	-6 tot -1	Belast niveau (vertikaal) vanaf SWL (altijd negatief)
$z_E$	[m]	0 tot 1.5	Extra zettingslengte klemming (vertikaal) vanaf SWL
$f_{14}$	[-]	0.9	Veiligheidsfactor

De berekeningen tonen aan dat de plaatvergelijkingen aanleiding geven tot een lagere toelaatbare ondermijningsweerstand van de zetting. Deze sterkte is afhankelijk van de klemming, waardoor vooral bij schade op een laag niveau op het talud een grote ondermijningsdiameter kan weerstaan. Op dat niveau zijn de belastingen echter ook zodanig groot dat de formule van het WL vaak een reststerkte van orde grootte 10 minuten uitrekent, wat betekent dat er überhaupt weinig aanleiding is om enige reststerkte aan de zetting toe te kennen.

Op hogere niveau's is de ondermijningsweerstand kleiner dan 3 meter, omdat er relatief weinig klemming is opgebouwd. Bij kleinere golven kan dit echter alsnog tot significante reststerkte (in termen van tijdsduur) leiden.

Voor het definitieve oordeel over de reststerkte zal een combinatie van overwegingen inzake de sterkte van de toplaag en gevoeligheid van de WL formules bepalend zijn.

Nijmegen, 15 juni 2007

Ir. D.J. Peters

## General Appendix: Delft Cluster Research Programme Information

This publication is a result of the Delft Cluster II research-program (Bsik) that consists of 7 research themes:

► Leefbaarheid in de druk bevolkte delta, ► ondergronds bouwen, ► Betaalbaarheid van de infrastructuur ► Duurzame inrichting van onze delta, ► Drinkwater, ► Veiligheid tegen overstromingen, ► Steenzettingen.

This publication is part of:

Base project name	:	Steenzettingen		
Project name	:	Steenzettingen		
Projectleader/Institute		Ir. D.J. Peters	TUDelft	
Project number	:	CT 07.10		
Project duration	:	01-01-2004	-	31-06-2009
Financial sponsor(s)	:	Delft Cluster		
		Rijkswaterstaat - DWW		
		Royal Haskoning		
Projectparticipants	:	TU Delft		
		Royal Haskoning		
Total Project-budget	:	€ 240.300		
Number of involved PhD-students	:	1		
Number of involved PostDocs	:	0		



Delft Cluster is an open knowledge network of five Delft-based institutes for long-term fundamental strategic research focussed on the sustainable development of densely populated delta areas.



Keverling Buismanweg 4  
Postbus 69  
2600 AB Delft  
The Netherlands

Tel: +31-15-269 37 93  
Fax: +31-15-269 37 99  
info@delftcluster.nl  
[www.delftcluster.nl](http://www.delftcluster.nl)

## Projectgroup

During the execution of the project the research team included:

<b>Name</b>	<b>Organisation</b>
1 Ir. D.J. Peters	Royal Haskoning
2 Prof. Drs. Ir. J.K. Vrijling	TU Delft
3 Ir. M. Klein Breteler	WL Delft
4 Ir. A. Bezuijen	GeoDelft
5 Ir. R. 't Hart	Rijkswaterstaat – DWW

## Other Involved personnel

The realisation of this report involved:

<b>Name</b>	<b>Organisation</b>
1 Ir. D.J. Peters	Royal Haskoning
2 Ir. J.A.H. Blom	Royal Haskoning