

Flexibele (met water oppompbare) afsluiting  
van stromende wateren.

(Fabridam en Schulpstuw).

ir. G.P. Bourgingnon

aug. 1981

nr. 13810301

Interne publicatie  
van de vakgroep  
Waterbouwkunde.



"As far as the propositions of mathematics refer to reality, they are not certain ..... and as far as they are certain, they do not refer to reality.

Albert Einstein



|                                                                                                                                         |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <u>Inhoud</u>                                                                                                                           | blz. |
| 1. Inleiding                                                                                                                            | 1-1  |
| 2. Buis in stilstaand water                                                                                                             | 2-1  |
| 2.1. De met water gevulde buis bevindt zich geheel onder water                                                                          | 2-1  |
| 2.2. De m.w.g. buis bevindt zich geheel in den droge                                                                                    | 2-2  |
| 2.3. Slechts aan één zijde van de m.w.g. buis bevindt zich water                                                                        | 2-8  |
| 2.4. Aan beide zijden van de m.w.g. buis bevindt zich water, doch met een hoogteverschil                                                | 2-12 |
| 2.5. De m.w.g. buis bevindt zich geheel onder water, doch er is een hoogteverschil tussen de waterspiegels aan beide zijden van de buis | 2-20 |
| 3. Buis in stromend water                                                                                                               | 3-1  |
| 3.1. De m.w.g. buis werkt als overlaat                                                                                                  | 3-1  |
| 4. Belasting (dynamisch) door golven                                                                                                    | 4-1  |
| 4.1. Inleiding                                                                                                                          | 4-1  |
| 4.2. Grootte van de dynamische belasting                                                                                                | 4-1  |
| 5. Literatuur                                                                                                                           | 5-1  |
| 6. Lijst van gebruikte symbolen                                                                                                         | 6-1  |



## 1. Inleiding

De afsluiting en de regeling van de waterstand van een waterloop kunnen worden gerealiseerd door een flexibele slang (buis) van in de praktijk enigszins rekbaar materiaal (kunstvezeldoek aan beide zijden voorzien van een rubberafdeklaag) te vullen met water (onder een zekere overdruk).

De krachtsoverdracht geschiedt niet via de landhoofden doch rechtstreeks via de funderingsplaat op de bodem, een z.g. lijnbelasting. Dit is zeer gunstig en geeft bovendien een lichte constructie.

In de nu volgende beschouwing wordt uitgegaan van de veronderstelling dat het materiaal, waaruit de buiswand bestaat, niet rekbaar is, doch wel plooibaar.

Voor de bepaling van de vorm van de buis worden verschillende belastingstoestanden onderscheiden (in stilstaand en in stromend water), alles per eenheid van lengte van de buis (dwars op de waterloop).

Bovendien wordt ook aandacht geschonken aan de belasting door golven.



## 2. Buis in stilstaand water

### 2.1. De met water gevulde (m.w.g.) buis bevindt zich geheel onder water

De buis is aan de bodem bevestigd in punt A, zie figuur 1. Beschouw nu een elementje  $ds$  van de omtrek (wand) van de buis.

De drukverdeling binnen en buiten de flexibele buis is hydrostatisch.

Druk aan de binnenzijde van de buiswand t.p.v. het elementje  $ds$ :

$p_{bi} = \rho g(H + h - z)$ , indien  $z$  de hoogte van het elementje  $ds$  boven de bodem is (oorsprong assenstelsel in de bodem, X-as horizontaal en Z-as verticaal naar boven).

Druk buitenzijde t.p.v.  $ds$ :  $p_{bu} = \rho g(h - z)$ .

Beide drukken staan loodrecht op de wand van de buis.

De resulterende druk  $p_r = p_{bi} - p_{bu} = \rho g(H + h - z) - \rho g(h - z) = \rho gH$  is naar buiten gericht en onafhankelijk van  $z$ . Per eenheid van lengte van de buis (dwars op de waterloop) is de kracht  $F_r = \rho gH ds$ .

Deze kracht moet evenwicht maken met de trekkracht  $T$  in de buiswand.

Voor het krachtenevenwicht zie fig. 2.

$$d\Phi = \alpha \cdot d\Phi + \beta \cdot d\Phi \rightarrow \alpha + \beta = 1, 0 < \alpha < 1 \text{ en } 0 < \beta < 1$$

Tangentieel:

$$T \cdot \cos(\alpha \cdot d\Phi) = (T + dT) \cos(\beta \cdot d\Phi).$$

Gesteld kan worden:  $\cos d\Phi \approx 1$ , dus ook  $\cos(\alpha \cdot d\Phi) \approx 1$  en  $\cos(\beta \cdot d\Phi) \approx 1$ , ofwel  $T = T + dT$ , dus  $dT = 0$  en  $\boxed{T = \text{constant}}$ .

Radiaal:

$$F_r = \rho gH ds = T \cdot \sin(\alpha d\Phi) + (T + dT) \cdot \sin(\beta d\Phi)$$

$\sin d\Phi \approx d\Phi$ , dus ook  $\sin(\alpha \cdot d\Phi) \approx \alpha \cdot d\Phi$  en  $\sin(\beta \cdot d\Phi) \approx \beta \cdot d\Phi$

$$dT = 0$$

$$\text{dus } \rho gH ds = T \cdot \alpha \cdot d\Phi + T \cdot \beta \cdot d\Phi$$

$$\rho gH ds = T \cdot d\Phi$$

ofwel  $\boxed{\frac{d\Phi}{ds} = \frac{\rho g H}{T}}$  (1)

Aangezien  $\rho$ ,  $g$ ,  $H$  en  $T$  constant zijn, is ook  $\boxed{\frac{d\Phi}{ds} = \text{constant}}$ , m.a.w. onder deze omstandigheden neemt de buis de vorm van een cirkel aan.

Integreren we vgl. (1).

$$\int_0^{2\pi} d\Phi = \frac{\rho g H}{T} \oint ds$$

$$\Phi \Big|_0^{2\pi} = \frac{\rho g H}{T} \cdot S$$

Nu is  $S = 2\pi R$ , waarin  $R$  = straal cirkel

$$2\pi = \frac{\rho g H}{T} \cdot 2\pi R$$

$$\boxed{T = \rho g H R} \quad (2) \quad \text{Uit vgl (1) en (2) volgt: } \frac{d\Phi}{ds} = \frac{1}{R}$$

Voor gegeven  $H$  en  $R$  is dus  $T$  bekend.

## 2.2. De met water gevulde buis bevindt zich geheel in den droge

Zie de figuren 3 en 4.

De buis zakt nu, t.g.v. het eigen gewicht van het water in de buis, enigszins uit en maakt over een zekere breedte  $a$  contact met de bodem van de waterloop.

Als oorsprong van het assenstelsel wordt punt C aangenomen - de overgang van bodem (rechte lijn) naar vrije wand (gekromd).

Een elementje  $ds$  wordt, indien we de luchtdruk gelijk 0 stellen, alleen van binnen uit belast door  $p_{bi} = \rho g (H+h-z)$ , dus afhankelijk van  $z$ .

Nu is  $F_r = \rho g (H+h-z) ds$ .

Voor het krachtenevenwicht zie fig. 4.

Tangentieel:

$$T \cos (\alpha . d \Phi) = (T + dT) \cos (\beta . d \Phi)$$

We vinden weer  $dT = 0$  en  $T = \text{constant}$ .

Radiaal:

$$F_r = \rho g (H + h - z) ds = T \sin (\alpha . d \Phi) + (T + dT) \sin (\beta . d \Phi)$$

$$\text{ofwel } \rho g (H + h - z) ds = T . d \Phi$$

Stel nu  $T = \rho g H R$  analoog aan vgl. (2).

R is nu een rekengrootheid.

We vinden nu:

$$(H + h - z) ds = H R d \Phi \rightarrow \boxed{\frac{d \Phi}{ds} = \frac{H + h - z}{H R}} \quad (3)$$

Het blijkt dat nu  $\frac{d \Phi}{ds}$  niet constant is.

De vorm van de buis is dus geen cirkel.

We mogen voor  $\sin \Phi$  schrijven:  $\sin \Phi = \frac{dz}{ds}$

$$\text{Ofwel } ds = \frac{dz}{\sin \Phi}$$

$$(3) \rightarrow \frac{\sin \Phi . d \Phi}{dz} = \frac{H + h - z}{H R}$$

$$\sin \Phi . d \Phi = \frac{H + h - z}{H R} dz$$

$$\sin \Phi . d \Phi = \frac{H + h}{H R} dz - \frac{1}{H R} z dz$$

Integratie van deze vergelijking geeft:

$$- \cos \Phi = \frac{H + h}{H R} . z - \frac{1}{2 H R} . z^2 + C$$

Door de gelijkmatige druk, die in de buis heerst en door de flexibele wand, raakt de kromme in de oorsprong aan de X-as.

$$\text{Voor } z = 0 \text{ is } \Phi = 0 \rightarrow \cos \Phi = 1 \rightarrow \underline{C = -1}$$

De vergelijking wordt nu:

$$\frac{1}{2 H R} . z^2 - \frac{H + h}{H R} . z = \cos \Phi - 1 \quad (4)$$

Vergelijking (4) geeft dus het verband tussen  $z$  en  $\Phi$ .

Om de vorm van de buiswand geheel te kunnen behalen, moeten we ook nog het verband tussen  $x$  en  $\Phi$  zien te vinden.

(4) is een vierkantsvergelijking in  $z$  en is ook als volgt te schrijven:

$$z^2 - 2(H+h)z + 2HR(1 - \cos \Phi) = 0$$

$z$  opgelost geeft:

$$z_{1,2} = H + h \pm \sqrt{(H+h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi)}$$

Daar er overdruk in de buis moet blijven heersen, moet  $z < H + h$  zijn.

M.a.w. alleen het negatieve teken voor de wortelvorm is voor ons van belang.

$$\boxed{z = H + h - \sqrt{(H+h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi)}} \quad (5)$$

Voor  $\cos \Phi$  mogen we schrijven:  $\cos \Phi = \frac{dx}{ds} \rightarrow ds = \frac{dx}{\cos \Phi}$

Vullen we nu  $z$  en  $ds$  in in vgl. (3) dan volgt na enige bewerking:

$$dx = \frac{HR \cos \Phi d\Phi}{\sqrt{(H+h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi)}}$$

Voeren we nu een nieuwe veranderlijke  $\psi$  in zodanig, dat  $\Phi = 2\psi$  en  $d\Phi = 2d\psi$  dan is  $\cos 2\psi = 1 - 2\sin^2 \psi$  en  $1 - \cos 2\psi = 2\sin^2 \psi$ .

We vinden nu:

$$dx = \frac{2HR(1 - 2\sin^2 \psi) d\psi}{\sqrt{(H+h)^2 - 4HR\sin^2 \psi}}$$

$$dx = \frac{2HR}{H+h} \cdot \frac{1 - 2\sin^2 \psi d\psi}{\sqrt{1 - \frac{4HR}{(H+h)^2} \sin^2 \psi}}$$

Na integreren van de gevonden vergelijking:

$$x = \frac{2HR}{H+h} \int \frac{1 - 2\sin^2 \psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} d\psi$$

waarin  $k^2 = \frac{4HR}{(H+h)^2}$

In de nu gevodnen uitdrukking voor x is de integraal een elliptische integraal.

$$\frac{1 - 2 \sin^2 \psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} \text{ is als volgt om te werken:}$$

$$\frac{2}{k^2} \frac{\frac{k^2}{2} - k^2 \sin^2 \psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} = \frac{2}{k^2} \cdot \frac{(\frac{k^2}{2} - 1) + (1 - k^2 \sin^2 \psi)}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} =$$

$$(1 - \frac{2}{k^2}) \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} + \frac{2}{k^2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}$$

$$\frac{2}{k^2} = \frac{(H+h)^2}{2HR}$$

De elliptische integraal is nu gesplitst in een elliptische integraal van de 1<sup>e</sup> soort en een elliptische integraal van de 2<sup>e</sup> soort.

$$x = \left\{ \frac{2HR}{H+h} - (H+h) \right\} \int \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} + (H+h) \int \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi$$

of verkort weergegeven:

$$x = \left\{ \frac{2HR}{H+h} - (H+h) \right\} E_1(\psi, k) + (H+h) E_2(\psi, k) \quad (6)$$

waarin  $E_1(\psi, k) = \int \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}$  en

$$E_2(\psi, k) = \int \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi$$

Vergelijking (6) geeft voor de waarde  $\Phi = \pi$  ( $\psi = \frac{\pi}{2}$ ), dus in de top van de kromme (punt B), een  $x$  met een negatieve waarde.

$x$  als functie van  $\psi$ , dus van  $\Phi$ , is te bepalen m.b.v. tabellen, zoals die van Jahuke u. Emde of uit het Handbook of Mathematical Functions van Abramowitz and Stegun, 1965, New York.

Vgl. (4) geeft het verband tussen  $z$  en  $\Phi$ , zodat nu de vorm van de buis geheel is te bepalen bij gekozen waarden van  $h$ ,  $H$  en  $R$ .

Uit symmetrieoverwegingen (zie fig. 3) volgt dat  $AC = a$  (= breedte steunvlak)  $= 2 \cdot |x_{\Phi=\pi}| = 2 \cdot |x_{\psi=\frac{\pi}{2}}|$ .

$$CD = \frac{1}{2} a = \left| \left\{ \frac{2HR}{H+h} - (H+h) \right\} \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}} + (H+h) \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi} d\psi \right|$$

De beide integralen zijn z.g. volledige integralen van de eerste en de tweede soort. Verkort weergegeven:

$$E_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}} \quad \text{en} \quad E_2 = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi} d\psi$$

Willen we de totale lengte van de omtrek van de buis bepalen, dan moeten we dus voor  $a$  met de positieve (reële) waarde van  $x$ , dus met  $-x$ , rekening houden.

We krijgen nu:

$$\boxed{\frac{1}{2} a = - \left[ \left\{ \frac{2HR}{H+h} - (H+h) \right\} E_1 + (H+h) E_2 \right]} \quad (7)$$

De halve omtrek  $S_{BCD} = \text{boog BC} + CD = \text{boog BC} + \frac{1}{2} a$ .

Vgl. (3) gecombineerd met vgl. (5) geeft:

$$\frac{ds}{d\Phi} = \frac{HR}{\sqrt{(H+h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi)}}$$

$$ds = \frac{HR d\Phi}{\sqrt{(H+h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi)}}$$

Voeren we voor  $\Phi$  weer  $2\psi$  in, dan vinden we op analoge wijze zoals op blz. 2.4 en 2.5:

$$S_{1,2} = \frac{2HR}{H+h} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}} \quad (8)$$

waarin weer  $\psi = \frac{1}{2} \Phi$  en  $k^2 = \frac{4HR}{(H+h)^2}$

$S_{1,2}$  is de lengte van de boog tussen 2 willekeurige punten 1 en 2 met bijbehorende waarden  $\psi_1$  en  $\psi_2$ .

Voor  $S_{BC}$ , dus de boog tussen de punten B en C, geldt:

$$\Phi_B = \pi \text{ en } \Phi_C = 0 \rightarrow \psi_B = \frac{\pi}{2} \text{ en } \psi_C = 0$$

$$S_{BC} = \frac{2HR}{H+h} \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi}}$$

of verkort geschreven:

$$S_{BC} = \frac{2HR}{H+h} \cdot E_1 \quad (9)$$

De halve omtrek ( $\frac{1}{2}O = S_{BCD}$ ) wordt dan  $\frac{1}{2}O = \frac{1}{2}a + S_{BC}$

$$\frac{1}{2}O = - \left[ \left\{ \frac{2HR}{H+h} - (H+h) \right\} E_1 + (H+h) E_2 \right] + \frac{2HR}{H+h} \cdot E_1$$

na enige vereenvoudiging:

$$\frac{1}{2}O = (H+h)(E_1 - E_2) \quad (10)$$

### 2.3. Slechts aan één zijde water; de buis dient als waterkering

Zie figuur 5.

De buis is in punt A aan de bodem bevestigd.

Voor het deel AB van de buis geldt dezelfde belastingtoestand als die verondersteld onder 2.1. Dit deel van de kromme is dus een cirkel met straal R. Voor het deel BC gelden de vergelijkingen (4) en (6), indien de oorsprong van het assenstelsel in punt C wordt gelegd, dus zoals verondersteld onder 2.2. Het cirkeldeel AB raakt in B aan de kromme BC, aangezien er in het punt B geen kracht werkt. In punt B ondergaat de trekkracht in de buiswand dus geen verandering.

De onder 2.2. ingevoerde rekengrootheid R is dus de straal van de cirkelboog AB.

De vorm van de buiswand en de trekkracht in de buiswand zijn nu geheel bepaald bij gegeven waarden van h, H en R.

Bij een gegeven waterhoogte h kan voor verschillende waarden van H en R m.b.v. de afgeleide vergelijkingen een indruk worden verkregen van het gedrag van de buis.

Uit vergelijking (5) kunnen de randvoorwaarden voor H en R worden bepaald, de wortelvorm moet n.l. een reële waarde hebben:

$$(H + h)^2 - 2HR(1 - \cos \Phi) \geq 0$$

$$(H - h)^2 \geq 2HR(1 - \cos \Phi)$$

Deze ongelijkheid moet ook gelden voor de max. waarde van  $1 - \cos \Phi$ , dus  $\cos \Phi = -1 \rightarrow \Phi = \pi$ .

$$(H + h)^2 \geq 4HR$$

(11)

Bovendien, wil de buis als waterkering kunnen dienen, moet de buis tenminste tot de waterspiegel reiken, d.w.z.  $z_{\Phi=\pi} \geq h$ .

Vergelijking (5) gaat dan over in de ongelijkheid:

$$H + h - \sqrt{(H + h)^2 - 4HR} \geq h$$

Hieruit volgt: 
$$R \geq \frac{h(2H + h)}{4H} \quad (12)$$

Ongelijkheid (11) en (12) gecombineerd, geeft:

$$\frac{h(2H + h)}{4H} \leq R \leq \frac{(H + h)^2}{4H}$$

Voor  $z_{\Phi=\pi} = h$ , d.w.z. een buis met een waakhoogte  $w = 0$  vinden we

$$R = \frac{h(2H + h)}{4H}$$

Voor grotere  $R$  is  $w = z_{\Phi=\pi} - h$

Dit ingevuld in vgl. (5) geldt:

$$z_{\Phi=\pi} - h = w = H - \sqrt{(H + h)^2 - 4HR} \text{ ofwel}$$

$$R = \frac{(h + w)(2H + h - w)}{4H} \quad (13)$$

$w = 0$  geeft ongelijkheid (12)

$w = H$  geeft ongelijkheid (11)

De bepaling van de omtrek van de buis is het eenvoudigst, indien we de waakhoogte  $w = 0$  kiezen, zie figuur 6. Het punt B - overgang cirkelboogkromme - is nu het hoogste punt van de buis.

Hiervoor geldt  $\Phi = \pi$ , dus  $\psi = \pi/2$ .

M.b.v. vgl (10) vinden we voor het deel BCD van de omtrek:

$$S_{BCD} = (H + h)(E_1 - E_2)$$

Het middelpunt M van de cirkel met straal R valt nu op de lijn DB (verticaal door D).

Voor  $w = 0$  is:

$$BM = R \text{ en } MD = |h - R|$$

$$AD = b = \sqrt{(AM)^2 - (MD)^2} = \sqrt{R^2 - (h - R)^2}$$

$$b = \sqrt{h(2R - h)}$$

$$\text{Aangezien } R_{(w=0)} = \frac{h(2H + h)}{4H} \text{ wordt } b_{(w=0)} = h \sqrt{\frac{h}{2H}} \quad (14)$$

$$\text{Nu is } \sin \Phi_A = \frac{AD}{AM} = \frac{b}{R}$$

$$\text{Uitgewerkt } \sin \Phi_{A(w=0)} = \frac{2\sqrt{2Hh}}{2H+h}. \text{ Hieruit volgt:}$$

$$0 < \Phi_A < \frac{\pi}{2} \text{ (scherp), indien } \frac{1}{2}h < R < h \text{ ofwel } \frac{1}{2}h < H < \infty$$

Altijd moet voldaan zijn aan  $R > \frac{1}{2}h$ , want voor  $R = \frac{1}{2}h$  is  $H = \infty$

( $b = 0$  en  $\Phi_A = 0$ ), dit is onmogelijk

$$\Phi_A = \frac{\pi}{2}, \text{ indien } R = h \text{ ofwel } H = \frac{1}{2}h.$$

$\frac{\pi}{2} < \Phi_A < \pi$  (stomp), indien  $h < R < \infty$  ofwel  $\frac{1}{2}h > H > 0$  (voor  $H = 0$  is  $R = \infty$ ,  $b = \infty$  en  $\Phi_A = \pi$ ).

$$\text{Boog } AB = S_{AB} = (\pi - \Phi_A) R$$

$\Phi_A$  is als volgt te berekenen:

$$\cos \Phi_A = \frac{MD}{AM} = \frac{h - R}{R}$$

$$\text{Uitgewerkt } \cos \Phi_{A(w=0)} = \frac{2H - h}{2H + h}$$

$$\Phi_{A(w=0)} = \arccos \left( \frac{2H - h}{2H + h} \right)$$

$$\text{Dus } S_{AB} = \left\{ \pi - \arccos \left( \frac{2H - h}{2H + h} \right) \right\} \frac{h(2H + h)}{4H}$$

De gehele omtrek van de schulpstuw (aan één zijde water) met waakhoogte  $w = 0$  is nu:

$$0 = S_{AB} + S_{BCD} + S_{AD} = S_{AB} + S_{BCD} + b$$

$$\text{ofwel } C_{(w=0)} = (H+h)(E_1 + E_2) + \left\{ \pi - \arccos \left( \frac{2H-h}{2H+h} \right) \right\} \frac{h(2H+h)}{4H} + h \sqrt{\frac{h}{2H}} \quad (15)$$

Om de buis in punt A aan de bodem te bevestigen, is het noodzakelijk de oplegreacties in punt A te weten. We veronderstellen dat de buis alleen in punt A (een lijnbelasting) op de bodem is bevestigd en niet aan de landhoofden. Op de buis werken nu de volgende krachten:

$W_H$  = de horizontale waterdruk (hier eenzijdig)

$G$  = het gewicht van het water in de buis (+ het gewicht van het plooibare vlies)

$W_V$  = de opwaartse waterdruk

Deze krachten moeten evenwicht maken met de reactiekracht  $R_A$  in A en de steun druk in het platte steunvlak AC van de buis. Zij zijn te bepalen met behulp van evenwichtsvoorwaarden:  $\Sigma H = 0$

$$\Sigma V = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

Dit geeft echter flink wat rekenwerk. Het is eenvoudiger de bepaling van de oplegreacties in punt A grafisch uit te voeren.

In punt A is de buiswand (het vlies) geknikt. Aangezien de trekkracht  $T$  in het vlies constant en bekend is, is de resultante  $R_T$  te construeren indien de hoek  $\Phi_A$ , waaronder de cirkelboog in A het steunvlak snijdt, bekend is.

De reactiekracht  $R_A$  (te ontbinden in  $R_H$  en  $R_V$ ) moet nu gelijk en tegengesteld gericht zijn aan  $R_T$ . Doch het is niet noodzakelijk de hoek  $\Phi_A$  te kennen, indien we bedenken dat  $R_H$  gelijk moet zijn aan  $W_H$ . Voor een eenzijdige waterdruk is  $W_H = \frac{1}{2} \rho g h^2$ .

Voor de grafische bepaling zie fig. 7.

$$\boxed{R_H = W_H = \frac{1}{2} \rho g h^2} \quad (16)$$

$$T = \rho g H R = \rho g H \cdot \frac{h(2H+h)}{4H} = \frac{1}{4} \rho g h (2H+h) \text{ voor } w = 0$$

$$\text{Uit figuur 7 blijkt: } R_V = \sqrt{T^2 - (T - W_H)^2}$$

$$\text{of anders geschreven } R_V = \sqrt{W_H(2T - W_H)}$$

$$\text{Na uitwerking: } \boxed{R_V = \frac{1}{2} \rho g h^2 \sqrt{\frac{2H}{h}}} \text{ voor } w = 0 \quad (17)$$

2.4. De buis als waterkering doch aan twee zijden water met een hoogteverschil

De beschouwing is analoog aan die onder 2.2. en 2.3, zie figuur 8.

Deel AB: We vinden  $\left(\frac{d\phi}{ds}\right)_{AB} = \frac{\rho g H_1}{T_1} = \text{constant}$ , d.w.z. een deel van een cirkel.

$$\text{ofwel } T_1 = \rho g H_1 R_1$$

Deel CE:  $\left(\frac{d\phi}{ds}\right)_{CE} = \frac{\rho g H_2}{T_2} = \text{constant} \rightarrow \text{cirkel}$

$$\text{ofwel } T_2 = \rho g H_2 R_2$$

$$T = T_1 = T_2 = \text{constant}$$

$$\text{Hieruit volgt } T = \rho g H_1 R_1 = \rho g H_2 R_2$$

$$\text{ofwel } \boxed{H_1 R_1 = H_2 R_2} \quad (18)$$

Aangezien  $H_1 < H_2$  is  $R_1 > R_2$

Deel BE:

Voor het deel BE plaatsen we de oorsprong van het assenstel in punt E.

$T = \text{constant}$

$\left(\frac{d\Phi}{ds}\right)_{BE} = \rho g \frac{H_2 - z}{T}$  niet constant en afhankelijk van  $z$ .

$$\left(\frac{d\Phi}{ds}\right)_{BE} = \frac{H_2 - z}{H_2 R_2} \quad (3a) \quad \text{Het deel BE is geen cirkel.}$$

We vinden nu:

$$-\cos \Phi = \frac{H_2 z}{H_2 R_2} - \frac{1}{2} \frac{z^2}{H_2 R_2} + C_1$$

Nu is voor  $z = 0$   $\Phi = \Phi_E$ . Dit geeft  $C_1 = -\cos \Phi_E$

$$-\cos \Phi = \frac{z}{R_2} - \frac{z^2}{2 H_2 R_2} - \cos \Phi_E$$

$$\boxed{\frac{z^2}{2 H_2 R_2} - \frac{z}{R_2} + \cos \Phi_E - \cos \Phi = 0} \quad (4a), \text{ het verband tussen } z \text{ en } \Phi.$$

Vergelijking (4a) ook te schrijven als:

$$(z - H_2)^2 - H_2^2 + 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi) = 0$$

$$z - H_2 = \pm \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi)}$$

Alleen  $z < H_2$  van belang, want er moet in de buis altijd overdruk blijven bestaan.

$$\text{Dus } \boxed{z = H_2 - \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi)}} \quad (5a)$$

Uit  $\cos \Phi = \frac{dx}{ds}$  volgt  $ds = \frac{dx}{\cos \Phi}$

De waarden voor  $z$  en  $ds$  ingevuld in vergelijking (3a) geven na enige bewerking:

$$dx = \frac{H_2 R_2 \cos \Phi d\Phi}{\sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi)}}$$

Geïntegreert geeft dit:

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{2 H_2 R_2} \int_0^{\Phi} \frac{\cos \Phi d\Phi}{\sqrt{\frac{H_2}{2 R_2} - (\cos \Phi_E - \cos \Phi)}}$$

Stel  $\Phi = 2\theta \rightarrow d\Phi = 2 d\theta$  en  $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ .

Dit ingevuld geeft uiteindelijk:

$$x = \frac{\sqrt{2 H_2 R_2}}{\sqrt{\frac{H_2}{2 R_2} - \cos \Phi_E + 1}} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta) d\theta}{\sqrt{1 - \frac{2}{\frac{H_2}{2 R_2} - \cos \Phi_E + 1} \sin^2 \theta}}$$

Stel  $\sqrt{2 H_2 R_2} = P$  en  $\sqrt{\frac{H_2}{2 R_2} - \cos \Phi_E + 1} = N$ , dan wordt

$$x = \frac{P}{N} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta) d\theta}{\sqrt{1 - \frac{2}{N^2} \sin^2 \theta}}$$

Stel nu  $\frac{2}{N^2} = k^2$ ; we vinden dan:

$$x = \frac{P}{N} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta) d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \text{ een formule analoog aan die op blz. 2-4 onderaan.}$$

Weer een elliptische integraal, die kan worden gesplitst en vervolgens opgelost.

Het verband tussen  $x$  en  $\Phi (= 2\theta)$  is nu ook bekend.

De vorm van het deel BE is dus bepaald.

Voor de lengte van het deel BE uitgaan van vergelijking (3a) en hierin voor  $z$  vergelijking (5a) invullen. Dit geeft:

$$ds = \frac{1}{2} \sqrt{2 H_2 R_2} \cdot \frac{d\Phi}{\sqrt{\frac{H_2}{2R_2} - (\cos \Phi_E - \cos \Phi)}}$$

Voeren we weer de substitutie  $\Phi = 2\theta$  uit dan vinden we op overeenkomstige wijze:

$$s_{BE} = \frac{P}{N} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (8a)$$

Dit is weer een elliptische integraal (v.d. 1<sup>e</sup> soort); oplosbaar m.b.v. tabellenboeken.

#### Samenvatting:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Deel AB: cirkelvormig } T_1 = \rho g H_1 R_1 \\ \text{Deel CE: cirkelvormig } T_2 = \rho g H_2 R_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = T_1 = T_2 = \text{constant} \rightarrow \\ \boxed{H_1 R_1 = H_2 R_2} \\ H_1 < H_2 \rightarrow R_1 > R_2 \end{array} \quad (18)$$

Deel BE: niet cirkelvormig.

$$z = H_2 - \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi)} \quad (5a)$$

$$x = \frac{P}{N} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{(1 - 2 \sin^2 \theta) d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}$$

waarin:

$$P = \sqrt{2 H_2 R_2}$$

$$N = \sqrt{\frac{H_2}{2R_2} - \cos \Phi_E + 1}$$

$$k^2 = \frac{2}{N^2}$$

$$S_{BE} = \frac{P}{N} \int_0^{\Phi=2\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (8a)$$

Het vlies wordt alleen in punt A vastgehouden en raakt in C aan de bodem. Voor een bestaanbare oplossing van de schulpstuw als waterkering zijn  $H_2$  en  $R_2$  (en dus ook  $H_1$  en  $R_1$ ) aan een aantal beperkingen onderhevig. De randvoorwaarden voor  $H_2$  en  $R_2$  kunnen worden bepaald uit vergelijking (5a).

In de eerste plaats moet de wortelvorm een reële waarde hebben, dus:

$$H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi) \geq 0$$

Indien  $H_2 \neq 0$  moet worden voldaan aan:

$$H_2 \geq 2 R_2 (\cos \Phi_E - \cos \Phi),$$

zelfs als het rechterlid zijn grootste waarde bereikt, hetgeen het geval is als  $\Phi = \pi$  is.

$$\text{Dus moet: } H_2 \geq 2 R_2 (\cos \Phi_E + 1)$$

$$\text{of } R_2 \leq \frac{H_2}{2(\cos \Phi_E + 1)} \quad (11a) \text{ voor } H_2 \neq 0$$

In de tweede plaats moet de stuw dienst doen als kering, zodat zij minstens tot de waterspiegel moet reiken, m.a.w.:

$$z_{\Phi=\pi} \geq h_1 - h_2 = H_2 - H_1$$

Uit vgl. (5a) volgt voor  $\Phi = \pi$ :

$$z_{\Phi = \pi} = H_2 - \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E + 1)} \quad \text{of}$$

$$H_2 - H_1 \leq H_2 - \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E + 1)}$$

$$H_1 \geq \sqrt{H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E + 1)} \quad \text{kwadrateren geeft:}$$

$$H_1^2 \geq H_2^2 - 2 H_2 R_2 (\cos \Phi_E + 1) \quad \text{of}$$

$$\boxed{R_2 \geq \frac{H_2^2 - H_1^2}{2 H_2 (\cos \Phi_E + 1)}} \quad (12a)$$

of anders geschreven:

$$R_2 \geq \frac{H_2}{2 (\cos \Phi_E + 1)} - \frac{H_1^2}{2 H_2 (\cos \Phi_E + 1)}$$

Combinatie van de ongelijkheden (11a) en (12a) geeft:

$$\boxed{\frac{H_2^2 - H_1^2}{2 H_2 (\cos \Phi_E + 1)} \leq R_2 \leq \frac{H_2}{2 (\cos \Phi_E + 1)}}$$

met  $z_{\Phi = \pi} \geq H_2 - H_1$  en  $H_2 \neq 0$

M.b.v.  $H_1 R_1 = H_2 R_2$  (vgl. (18)) vinden we voor  $R_1$ :

$$\frac{H_2^2 - H_1^2}{2 H_1 (\cos \Phi_E + 1)} \leq R_1 \leq \frac{H_1}{2 (\cos \Phi_E + 1)} \quad \text{met } z_{\Phi = \pi} \geq H_2 - H_1 \text{ en } H_2 \neq 0$$

In de derde plaats moet de stuw in evenwicht zijn.

Beschouwen we nu het horizontale evenwicht (zie figuur 9) van het gedeelte tussen de doorsneden I en II en een snede vlak boven de bodem. Zowel in B' (het hoogste punt) als in C is de werklijn van de krachten in het vlies horizontaal.

WE vinden nu voor  $\Sigma H = 0$ :

$$W_1 - W_2 - 2T = 0 \text{ of } W_1 - W_2 = 2T$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \rho g (H_2 + h_2)^2 - \frac{1}{2} \rho g (H_1 - w)^2 \right\} - \frac{1}{2} \rho g h^2 = 2 \rho g H_2 R_2$$

Dit uitgewerkt geeft:

$$4 H_2 R_2 = (H_2 + h_2)^2 - (H_1 - w)^2 - h_2^2$$

Nu is  $H_1 - w = H_2 + h_2 - (h_1 + w)$ ; dit ingevuld in bovenstaande vergelijking en uitgewerkt, geeft uiteindelijk:

$$R_2 = \frac{h_1 + w}{2} - \frac{(h_1 + w - h_2)^2}{4 H_2} \quad (13b)$$

Indien de waakhoogte  $w = 0$  (zie figuur 10), vinden we:

$$R_2 = \frac{h_1}{2} - \frac{(h_1 - h_2)^2}{4 H_2} \quad (13c) \text{ voor } w = 0$$

Voor  $R_1$  vinden we m.b.v.  $H_1 R_1 = H_2 R_2$  en  $H_1 + h_1 = h_2 + h_2$

$$R_1 = \frac{h_1}{2} + \frac{h_1^2 - h_2^2}{4 H_1} \quad (13d) \text{ voor } w = 0$$

$M_1$  ligt nu op de lijn BD en B is het hoogste punt van de stuw.

$$\text{Nu is } b = AD = \sqrt{(AM_1)^2 - (M_1 D)^2} = \sqrt{R_1^2 - (h_1 - R_1)^2}.$$

M.b.v. vgl (13d) vinden we na uitwerking voor b:

$$b = \sqrt{\frac{h_1 (h_1^2 - h_2^2)}{2 H_1}} \quad \text{voor } w = 0 \quad (14a)$$

b is ook als volgt te berekenen:  $b = R_1 \sin \phi_A$

$\phi_A$  volgt uit  $\cos \phi_A = \frac{|h_1 - R_1|}{R_1}$

De bepaling van de lengte van het lijnstuk CD gaat als volgt:

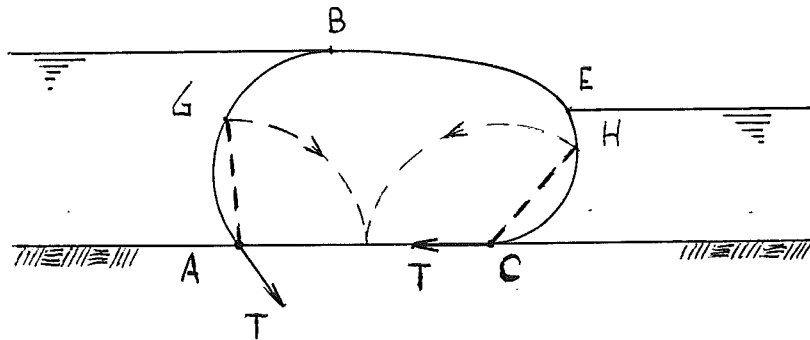
$CD = |(BE)_{\text{horiz}}| - CE'$ , waarin  $E'$  de projectie van punt E op de lijn CD is.

$CE' = R_2 \sin \phi_E$ , dus  $CD = |(BE)_{\text{horiz}}| - R_2 \sin \phi_E$

$(BE)_{\text{horiz}}$  te bepalen m.b.v. de formule voor x op blz. 2-16.

De inhoud van de stuw kan op 2 manieren worden bepaald:

1. door opmeting (planimetrering) van het oppervlak binnen de figuur ABEC
2. door bepaling van het gewicht  $G = \rho g V$  van de schulpstuw (alleen het water) als  $V = \text{volume}$ , m.b.v. het krachten - en momentevenwicht.



De delen AB en CE zijn cirkelvormig. In punt C loopt de raaklijn aan het vlies horizontaal. De werklijn van de trekkracht T in het vlies is in C dus ook horizontaal. De werklijn van T in A is de raaklijn aan het vlies in A.  $\phi_A$  is bekend, dus de richting van T in A eveneens.

Vervangt men nu het deel AC door 2 vormvaste kleppen, die in A en C scharnieren en in de punten G en H aan het vlies zijn bevestigd, dan ontstaat een schematische doorsnede van de schulpstuw.

### Berekening van de schelpstuw

De berekening verloopt als volgt:

- Uit het evenwicht van het rechterdeel volgde vgl. (13c):

$$R_2 = \frac{h_1}{2} - \frac{(h_1 - h_2)^2}{4H_2} \text{ voor } w = 0.$$

- Indien  $h_1$  en  $h_2$  bekend zijn, kan m.b.v. (13c) het verband tussen  $R_2$  en  $H_2$  grafisch worden weergegeven.
- Voor een gekozen  $H_2$  ligt  $R_2$  vast.

- Uit  $H_1 + h_1 = H_2 + h_2$  kan nu  $H_1$  worden bepaald.

- Uit  $T = \rho g H_1 R_1 = \rho g H_2 R_2$  volgen  $R_1$  en  $T$ .

Voor de grafische voorstelling van e.e.a. zie figuur 11.

De vorm van de schulpstuw ligt nu vast. De lengte van de kleppen en de lengte van het vlies kunnen door berekening van GB, BE en EH worden bepaald.

Voor een goed ontwerp moet gelden:

$$\frac{L_{\text{vlies}}}{2} \leq L_{\text{kleppen}} \quad (L = \text{lengte})$$

Er moet n.l. bij het „in de schulp” kruipen van de stuw steeds een trekkracht in het vlies aanwezig blijven om de kleppen dicht te kunnen trekken.

- 2.5. De met water gevulde buis bevindt zich geheel onder water, doch er is een hoogteverschil tussen de waterspiegels aan beide zijden van de buis.

Zie figuur 12.

De drukverdeling is hydrostatisch, dus zowel deel AB als deel BC zijn delen van cirkels.

Punt E is samengevallen met punt B en punt D met punt C.

In punt B (het hoogste punt) raken boog AB en boog BC aan de horizontaal door B. B ligt loodrecht boven D.

In punt C raakt boog BC aan de bodem. De hoogte tussen bodem en onderkant scheidingsvlak is d. De trekkracht T in het vlies is constant.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Deel AB: } T_1 = \rho g H_1 R_1 \\ \text{Deel BC: } T_2 = \rho g H_2 R_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T = T_1 = T_2 = \rho g H_1 R_1 = \rho g H_2 R_2 \longrightarrow \\ \boxed{H_1 R_1 = H_2 R_2} \end{array} \quad (18)$$

$$H_1 < H_2 \rightarrow R_1 > R_2$$

De vorm van het vlies ligt nu geheel vast.

Aangezien voor deel BC zowel in B als in C de raaklijn aan het vlies horizontaal is, is  $BD = 2 R_2 = d \rightarrow R_2 = \frac{1}{2} d$ .

Hieruit volgt  $R_1 = \frac{H_2 \cdot d}{2 H_1}$ .

Verder moet door dit geval gelden:

$$h_2 - 2 R_2 \geq 0$$

Voor  $b = AD = \sqrt{(AM_1)^2 - (DM_1)^2}$  vinden we:

$$b = \sqrt{4 R_2 (R_1 - R_2)} \text{ of } b = 2 R_2 \sqrt{\frac{h_1 - h_2}{H_1}} \text{ of } b = d \sqrt{\frac{h_1 - h_2}{H_1}} \quad (14b)$$

b ook als volgt te berekenen:  $b = R_1 \cdot \sin \phi_A$ .

Lengte van het vlies.

boog AB =  $R_1 \cdot \phi_A$  ( $\phi_A$  in radialen)

$$\sin \phi_A = \frac{b}{R_1} = \sqrt{4 \frac{R_2}{R_1} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)} \text{ of anders geschreven: } \sin \phi_A = 2 \frac{\sqrt{H_1 (h_1 - h_2)}}{H_1 + (h_1 - h_2)}$$

Hieruit volgt  $\phi_A$ .

boog BC =  $\pi R_2$  (halve cirkelomtrek).

Horizontaal evenwicht (per m' stuw).

Zie figuur 13.

$\Sigma H = 0$  voor het gedeelte tussen snede (1) en (2):

$$W_1 + W_0 - 2T - W_2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho g (h_1 + H_1)^2 - \frac{1}{2} \rho g (h_1 + H_1 - 2 R_2)^2 + \frac{1}{2} \rho g (h_2 - 2 R_2)^2$$

$$- 2T - \frac{1}{2} \rho g h_2^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \rho g [4 R_2 (h_1 + H_1) - 4 h_2 R_2] = 2T$$

$$T = \rho g R_2 [h_1 + H_1 - h_2] = \rho g R_2 [H_1 + H_2 - H_1] = \rho g R_2 H_2$$

Dit geeft dus geen nieuwe voorwaarde.

In de praktijk kan dit geval als volgt worden gerealiseerd: bijvoorbeeld het afsluiten van een rechthoekige koker van een uitwateringssluis of een afsluiting in een rechthoekig riool. De balg steunt dan tegen het dak van de koker, zie figuur 14. BE heeft een zekere lengte en is horizontaal. De berekening kan als volgt verlopen:

Voor het deel AB geldt:  $T_1 = \rho g H_1 R_1$

Voor het deel CE geldt:  $T_2 = \rho g H_2 R_2$  met  $R_2 = \frac{1}{2} d \rightarrow 2 R_2 = d$

Voor het gedeelte BE, zie fig. 15, geldt het volgende.

In B zal de reactiekracht van het deel AB ( $T_1$ ) werken en in C de reactiekracht van het deel CE ( $T_2$ ). De betonwand oefent een wrijvingskracht  $T_3$  uit op het vlies van de balg. De druk in de balg zorgt ervoor dat het deel BE van het vlies met een kracht  $F_3$  tegen het dak van de koker wordt aangedrukt.

$$F_3 = \rho g (H_1 + h_1 - d) \cdot \overline{BE} = \rho g (H_2 + h_2 - d) \overline{BE}$$

De wrijvingskracht  $T_3$  is afhankelijk van:

- de materiaaleigenschappen van het vlies (een berubberd nylonweefsel),
- de ruwheid van het vliesoppervlak,
- de ruwheid van het dak van de koker,
- de vochtigheid en verontreiniging van de elkaar rakende oppervlakken (aangroei van algen e.d.).

Deze afhankelijkheid wordt uitgedrukt in de wrijvingscoëfficiënt  $\mu$ .

Deze  $\mu$  is moeilijk te bepalen. Volgens opgave fabrikanten is de minimale waarde van  $\sim 0,15$  en de max. waarde van  $\mu$  zal niet veel hoger zijn dan  $\sim 0,25$ .

Voor het krachtenevenwicht op het deel BE van de balg vinden we:

$$\Sigma H = 0 \rightarrow T_2 - (T_1 + T_3) = 0$$

$$\boxed{T_3 = T_2 - T_1 = \rho g (H_2 R_2 - H_1 R_1)} \quad (19)$$

$$\Sigma V = 0 \rightarrow F_3 - F_4 = 0$$

$$F_3 = F_4 = \rho g (H_1 + h_1 - d) \overline{BE}$$

Tussen  $F_3$  en  $T_3$  bestaat het volgende verband:

$$T_3 = \mu F_3 = \mu \rho g (H_1 + h_1 - d) \overline{BE} \quad (20)$$

De krachtoverbrenging tussen de balg en het dak van de koker is geen functie van het deel  $BE$ , doch een bijkomend effect. Het kan nodig zijn t.p.v. het gedeelte  $BE$  een dikke slijtvaste laag op het vlies aan te brengen.

Er zijn 3 gevallen mogelijk:

1.  $\overline{BE} = 0$ , dus B en E vallen samen en geen wrijving aanwezig, m.a.w.

$$T_3 = 0 \text{ en } T_1 = T_2.$$

Dit theoretisch geval is reeds behandeld (zie 1<sup>e</sup> deel 2.5).

2.  $\overline{BE} \neq 0$  en geen wrijving.

$$T_3 = 0 \text{ en } T_1 = T_2, \text{ dus } H_1 R_1 = H_2 R_2. \text{ Zie verder onder 1.}$$

3.  $\overline{BE} \neq 0$  en de wrijvingskracht  $T_3$  treedt op. We vonden reeds vgl. (19) en (20). Deze gecombineerd, geeft:

$$\rho g (H_2 R_2 - H_1 R_1) = \mu \rho g (H_1 + h_1 - d) \overline{BE}$$

$$H_2 R_2 - H_1 R_1 = \mu (H_1 + h_1 - d) \overline{BE}$$

$$R_1 = \frac{H_2 R_2 - \mu (H_1 + h_1 - d) \overline{BE}}{H_1}. \text{ Voor } \overline{BE} = 0 \text{ en/of } \mu = 0 \text{ is}$$

$$R_1 = \frac{H_2 R_2}{H_1} = \max.$$

Invullen van  $R_2 = \frac{1}{2} d$  en  $H_2 = H_1 + h_1 - h_2$  geeft:

$$R_1 = \frac{(H_1 + h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu (H_1 + h_1 - d) \overline{BE}}{H_1} \quad (21)$$

waarin  $R_1$  en  $\overline{BE}$  onbekend zijn.

Vgl. (21) omgewerkt geeft:

$$H_1 = \frac{(h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu (h_1 - d) \overline{BE}}{R_1 - \frac{1}{2} d + \mu \cdot \overline{BE}} \quad (22)$$

Nu moet  $H_1 > 0$  zijn, dus

$$(h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu (h_1 - d) \overline{BE} > 0$$

$$\text{ofwel } h_1 > \frac{\frac{1}{2} d (h_2 - 2 \mu \overline{BE})}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} = \frac{h_2 - 2 \mu \overline{BE}}{1 - \frac{2 \mu \overline{BE}}{d}}$$

Voor een reëel oplossing moet zowel de teller als de noemer positief, dus groter dan nul zijn.

$$h_2 - 2 \mu \overline{BE} > 0 \rightarrow \overline{BE} < \frac{h_2}{2\mu} \quad \text{en} \quad (23)$$

$$1 - \frac{2 \mu \overline{BE}}{d} > 0 \rightarrow \boxed{\overline{BE} < \frac{d}{2\mu}} \quad (24)$$

Indien aan vgl. (24) is voldaan, is automatisch aan (23) voldaan, omdat voor dit geval  $h_2 \geq d$  moet zijn.

De inhoud van de balg is eenvoudig te bepalen.

Voor elke combinatie van randvoorwaarden heeft de balg een andere vorm. Welke mogelijkheden zijn er nu om de vorm van de balg constant te houden? M.a.w. de volgende grootheden moeten constant blijven:

-  $R_2 = \text{constant}$ , want  $d = \text{hoogte koker} = \text{constant}$ ,

$$R_2 = \frac{1}{2} d,$$

-  $R_1 = \text{constant}$ ,

-  $\overline{BE} = \text{constant}$ ,

-  $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC} = b + \overline{BE} = \text{constant}$  en

-  $\rho$  en  $g$  zijn constant.

De andere grootheden, nl.  $H_1$  ( $H_2$ ),  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  en  $\mu$ , kunnen door hun onderlinge afhankelijkheid binnen zekere grenzen variëren.

Hoe zien de verschillende relaties er nu uit?

- a. De trekkracht in het vlies is, afhankelijk van de materiaaleigenschappen, aan een max. gebonden.

$$T_1 = \rho g R_1 H_1 = \text{constant} \cdot H_1 \rightarrow \text{rechtlijnig verband}$$

$$T_2 = \rho g R_2 \cdot H_2 = \text{constant} \cdot (H_1 + h_1 - h_2) \rightarrow \text{rechtlijnig verband}$$

voor een bepaalde waarde van  $h_1 - h_2$

$$\text{en } T_3 = T_2 - T_1$$

$$\text{Volgens vgl. (20) is } T_3 = \mu \rho g (H_1 + h_1 - d) \cdot \overline{BE}$$

$$T_3 = \mu \rho g (H_1 + h_1) - \mu \rho g d \overline{BE}$$

Voor  $\mu = \text{constant}$  en  $h_1 = \text{constant}$  is  $T_3 = \text{const. } H_1 + \text{const.}$  dus een rechte lijn.

$$\text{b. (22): } H_1 = \frac{(h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu (h_1 - d) \overline{BE}}{R_1 - \frac{1}{2} d + \mu \overline{BE}}$$

$$H_1 = \frac{(h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu \overline{BE} \cdot h_1 + \mu d \overline{BE}}{R_1 - \frac{1}{2} d + \mu \overline{BE}}$$

Voor  $\mu = \text{constant}$  is

$$H_1 = \frac{\text{const.} (h_1 - h_2) - \text{const.} \cdot h_1 + \text{const.}}{\text{const.}}$$

$$H_1 = \text{const.} (h_1 - h_2) - \text{const.} \cdot h_1 + \text{const.}$$

Indien het verschil tussen de buiten- en de binnenwaterstand ( $h_1 - h_2$ ) constant is, is  $H_2 = - \text{const.} \cdot h_1 + \text{const.} \rightarrow$  een rechte lijn.

De druk in de balg moet met de buitenwaterstand  $h_1$  mee veranderen om de vorm van de balg onveranderd te laten.

c. Uit de combinatie van (19) en (20) vonden we:

$$H_2 R_2 - H_1 R_1 = \mu (H_1 + h_1 - d) \cdot \overline{BE}$$

$$(H_1 + h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - H_1 R_1 = \mu (H_1 + h_1) - \mu d \overline{BE}$$

$$- (R_1 - \frac{1}{2} d) H_1 + (h_1 - h_2) \frac{1}{2} d = \mu (H_1 + h_1) - \mu d \overline{BE}$$

Voor  $h_1 - h_2 = \text{constant}$ :

const.  $H_1 = -\mu (H_1 + h_1) + \text{const. } \mu + \text{const.} \rightarrow$  geen rechtlijnig

verband tussen  $\mu$  en  $H_1$  en tussen  $\mu$  en  $h_1$ .

$T_1$ ,  $T_2$  en  $T_3$  zijn afhankelijk van  $H_1$ , dus ook van  $\mu$ , geen rechtlijnig verband.

d. Relatie tussen  $h_1$ ,  $h_2$  en  $H_1$  ( $H_2$ ).

$$(H_1 + h_1 = H_2 + h_2 \rightarrow H_2 = H_1 + h_1 - h_2).$$

We maken gebruik van vgl. (22):

$$H_1 (R_1 - \frac{1}{2} d + \mu \overline{BE}) = (h_1 - h_2) \frac{1}{2} d - \mu (h_1 - d) \overline{BE}$$

$$H_1 \{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})\} = (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}) h_1 - \frac{1}{2} d \cdot h_2 + \mu d \overline{BE}$$

$$H_1 = \frac{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}}{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})} h_1 - \frac{\frac{1}{2} d}{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})} h_2 + \frac{\mu d \overline{BE}}{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})}$$

Om de 3 variabelen in één grafiek te kunnen verwerken, wordt de vergelijking omgewerkt tot de volgende vorm:

$$h_1 = \frac{\frac{1}{2} d}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} \cdot h_2 + \frac{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} \cdot H_1 - \frac{\mu \cdot d \overline{BE}}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}}$$

$$\text{of } \boxed{h_1 = A \cdot h_2 + B \cdot H_1 - C} \quad (25)$$

$$\text{waarin } A = \frac{\frac{1}{2} d}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}}$$

$$B = \frac{R_1 - (\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE})}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} = \frac{R_1}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} - 1 \text{ en}$$

$$C = \frac{\mu d \overline{BE}}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}}$$

Elke combinatie van  $h_1$  en  $h_2$  met een bepaalde waarde van  $H_1$  levert een punt op. Door nu de punten van gelijke druk ( $H_1$ ) met elkaar te verbinden, ontstaan er rechte lijnen.

Tekenen we alleen de lijnen met gehele waarden voor  $H_1$  dan kunnen de tussenliggende punten worden geïnterpoleerd, zie figuur 16.

In deze grafiek kan direkt worden afgelezen, welke druk ( $H_1$ ) in de balg moet worden aangebracht bij elke willekeurige buiten- en binnenwaterstand (resp.  $h_1$  en  $h_2$ ).



### 3. Buis in stromend water

3.1. De met water gevulde buis (de schulpstuw) werkt als overlaat.

Zie de figuren 17 en 18.

De nu volgende beschouwing geldt zowel voor de toestand van onvolkomen overlaat (gestuwde afvoer) als voor de volkomen overlaat.

#### Veronderstellingen:

- het snelheidsverloop langs het vlies van A naar B verloopt geleidelijk van nul naar  $v$
- t.p.v. BS zijn de stroomlijnen recht, d.w.z. een hydrostatische drukverdeling. De druk in B (aan de buitenkant van het vlies) is nu bekend ( $\frac{P_{bu}}{\rho g} = h$ )
- indien we de afneming van de hydrostatische druk (zie gearceerd gedeelte van de drukfiguur in fig. 17) verwaarlozen, dan is het drukverloop van A naar B hydrostatisch.

Het gedeelte AB van het vlies neemt dan de vorm van een cirkel aan.

Straal  $R_1$  en  $T = \rho g H_1 R_1$ .

- in het punt E komt de stroom los van het vlies.

Het traject BE:

Onvolkomen overlaat: de stroom gaat al vertragen.

Volkomen overlaat: de snelheid neemt nog iets toe (alleen wrijvingsverliezen (klein)). Na punt N (begin dekneer) treedt pas vertraging op.

Het gedeelte EC:

- kleine snelheden in de grondneer  $\rightarrow \frac{v^2}{2g}$  <sup>neer</sup> zeer klein

Dus snelheidshoogte te verwaarlozen, d.w.z. piëzometrisch niveau in de neer is constant, dus een hydrostatische drukverdeling.

Het gedeelte EC is dus cirkelvormig (straal  $R_2$ ).

De grote moeilijkheid zit in de bepaling van de vorm van het deel BE van het vlies.

De slotopmerking in het artikel van ir. H.J. van der Burg (3), als zouden dezelfde formules met enige modificatie ook kunnen worden toegepast voor een stuw in stromend water, is onjuist. En wel om de volgende redenen:

1. De plaats van de punten B en E ligt niet vast en is zeer moeilijk te bepalen.
2. De vorm van het deel BE is namelijk afhankelijk van het stroombeeld boven BE (de stroomlijnen zijn niet recht) en het stroombeeld is weer afhankelijk van de vorm van het deel BE. Dit bepaalt ook weer de plaats van de punten B en E. In het gunstigste geval is misschien aan te geven in welk gebied deze punten liggen.
3. Liggen de punten B en E dicht bij elkaar dan werkt de schulpstuw als een korte overlaat. De drukverdeling langs het vlies is dan nog moeilijker te bepalen (m.n. aan de top kan een grote onderdruk optreden). De drukverdeling mag dan zeker niet als hydrostatisch verlopend worden beschouwd.
4. Het loslaatpunt E ligt op een gebogen oppervlak, d.w.z. het punt E verplaatst zich over dit oppervlak (is geen vast punt). Dit heeft tot gevolg dat de druk op het vliesoppervlak wisselt, een dynamische belasting.

Modelonderzoek is voor dit geval onontbeerlijk.

#### 4. Belasting (dynamisch) door golven

##### 4.1. Inleiding

Bij het onderzoek naar het dynamisch gedrag van de schulpstuw moet onderscheid worden gemaakt tussen het gedrag van de gehele schulpstuw onder invloed van de wisselende belasting (eigenschappen massa veersysteem, eigen frequentie enz.) en het „plaatselijk” effect van golfklappen (plaatselijke drukverdeling en een soort waterslagverschijnsel in de flexibele balg).

##### a. Gedrag van de gehele constructie.

Om iets te kunnen zeggen over het effect van een wisselende belasting op de balg en de respons van het systeem op deze wisselende belasting moeten eerst de afmetingen van de constructie bekend zijn.

##### b. Het „plaatselijk” effect van golfklappen.

Modelonderzoek zou misschien enig inzicht kunnen verschaffen in het verschijnsel. Voor zover bekend zijn modelproeven met golfklappen alleen uitgevoerd voor starre constructies en de uitkomsten zijn zeer onbevredigend. Het onderzoek naar golfklappen verloopt zeer moeizaam.

Over het waterslag-verschijnsel (in een „gedempte” vorm) in een flexibele buis is nog weinig bekend.

Gevoelsmatig kan worden gesteld, dat de flexibele balg goed in staat moet zijn om golfbelastingen op te nemen.

##### Conclusie:

- voor de berekening van de balg moet de maatgevende statische belasting als uitgangspunt worden genomen
- vervolgens kan het dynamisch effect van de gehele constructie aan een beschouwing worden onderworpen
- het gedrag van de constructie onder invloed van golfklappen laat zich slechts gissen.

##### 4.2. Grootte van de dynamische belasting

De dynamische belasting wordt veroorzaakt door de onregelmatige belasting door (onregelmatige) golven,

In figuur 19 is de golfbelasting vereenvoudigd weergegeven.

De dynamische golfbelasting op de balg kan worden verdeeld in een dynamische piekdruk t.g.v.  $F_{g1}$  en de statische golfdruk t.g.v.  $F_{g2}$  (zowel positief als negatief) met verwaarlozing van de vermindering over de diepte. De aangenomen hydrostatische drukverdeling is ongunstiger dan de werkelijkheid. Voor de flexibele balg zal zeer waarschijnlijk geen volledige staande golf tot ontwikkeling komen zoals tegen een starre verticale wand. Is bovendien de waakhogte  $w = 0$  dan zal een groot deel van de golftoppen over de balg afstromen.

Het geschematiseerde verloop van de golfdruk t.p.v. de golfklap is geschetst in figuur 20. De golfbelasting op een schulpstuw (balg) zal een ander verloop hebben dan op een constructie van staal (b.v. een stalen segment schuif)

- de vorm van de balg is veel gunstiger, n.l. een gebogen flauwe helling, dan van een stalen schuif, die meestal ongeveer verticaal staat, zie figuur 21.
- bovendien is de onder waterdruk staande balg een flexibele constructie (zowel in z'n geheel als plaatselijk), terwijl een stalen schuif een starre (stijve) praktisch onvervormbare constructie is.

Voor het verschil in het (schematisch) verloop van de dynamische piekdruk bij een weinig flexibele (een starre) constructie en een flexibele constructie zie figuur 22.

De golven hebben, even voor de golfklap, een zekere hoeveelheid van beweging, die voor een starre en een flexibele constructie gelijk zal zijn.

De verandering van impuls tijdens de golfklap kan worden voorgesteld door:

$$\Sigma \vec{F} \cdot dt = d \vec{mv}$$

Voor  $F$  kunnen we schrijven:

$$F = p \cdot A \quad \text{waarin}$$

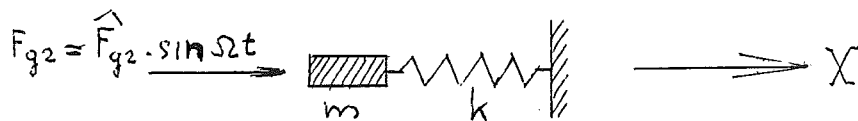
$p$  = druk tijdens de golfklap en

$A$  = het oppervlak van de constructie, waarover de druk van de golfklap werkt

Het linker lid van  $\sum \vec{F}.dt = \sum \vec{p}.A dt$  stelt de oppervlakte onder het drukverloop in figuur 22 voor. Bij een flexibele constructie zal de contacttijd  $t_2$  groter zijn dan de contacttijd  $t_1$  van een starre constructie. Hoeveel groter is echter niet bekend. Als wordt verondersteld, dat de oppervlakken onder het drukverloop van beide constructies voor een zelfde impulsverandering gelijk zullen zijn, dan zal de maximale (piek)druk t.p.v. de golfklap op een flexibele constructie beslist lager moeten zijn dan de piekdruk bij een starre constructie. Hoeveel lager is niet bekend.

Het plooibare vlies van de balg kan in de richting van de golfklap geen drukkracht opnemen, zodat de drukverhoging t.g.v. de golfklap door het water in de balg moet worden opgenomen. Deze drukverhoging mag echter niet zo groot worden dat de balg bezwijkt. Hieraan kan tegemoet worden gekomen door drukbegrenzende ventielen in de constructie aan te brengen. Wil men de golfklappen op de balg ontlopen, dan moet men de balg in een koker plaatsen (zie onder 2.5). Er blijft dan alleen de statische golfdruk over.

De statische golfdruk t.g.v. de golfbeweging veroorzaakt een wisselende belasting op de balg. Indien de golfperiode in de buurt ligt van de eigen periode van de constructie, kan door deze wisselende belasting resonantie ontstaan, die bezwijken van de constructie tot gevolg kan hebben. Het geheel kan grof worden geschematiseerd tot een lineair één-massaveersysteem.



Voor een analytische benadering moet worden aangenomen, dat de variatie in de tijd harmonisch verloopt, dus:

$$F_{g2} = \hat{F}_{g2} \cdot \sin \Omega t, \text{ waarin wordt gesteld}$$

$$\text{dat } \hat{F}_{g2} = \rho g \frac{H_g}{2} \cdot h_1 \quad \text{N/m' is.}$$

De veerconstante van het massaveersysteem is

$$k = \frac{\text{statische kracht}}{\text{statische uitwijking}} = \frac{F_{\text{statisch}}}{x_{\text{statisch}}} \quad \text{en de eigen frequentie}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Voor de massa van het systeem moet ook nog de meebewegende (hydrodynamische) massa water in rekening worden gebracht.

$$\text{Bewegingsvergelijking: } m\ddot{x} + kx = \hat{F}_{g2} \sin \Omega t.$$

$$\text{Oplossing: } x = \frac{\hat{F}_{g2}}{k} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}} \cdot \sin \omega t,$$

$$\text{waarin } \frac{\hat{F}_{g2}}{k} = x_{\text{statisch}} = \text{statische uitwijking}$$

$$\text{en } \frac{1}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}} = \text{vergrotingsfactor}$$

Hiermede kan dus de max. spanningstoestand t.g.v. de opgedrongen belasting worden bepaald.

Onder invloed van de op de balg werkende krachten moet de stuw in evenwicht zijn, dus moet worden voldaan aan  $\sum H = 0$ ,  $\sum V = 0$  en  $\sum M = 0$ . Bovendien moet ook nog aan de volgende 2 eisen worden voldaan:

- de massa binnen het vlies kan niet wijzigen en
- de lengte van het vlies moet onder alle belastingen dezelfde zijn.

Dit kan alleen als met de waterdruk ( $H_1$ ) in de balg wordt gemanipuleerd, zodat de vorm, die behoort bij de maatgevende statische belasting, blijft gehandhaafd, zie ook onder 2.5., blz. 2-24 e.v.

Een mogelijke belastingvorm om de statische golfdruk in rekening te brengen is geschetst in figuur 23.

Een punt van overwging is ook welke waarde men aan de veiligheidscoëfficiënt voor de trekspanning in het vlies moet toekennen. Deze moet toch minstens 1,5 bedragen, d.w.z.  $\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_{\text{breuk}}}{1,5}$ .

De veiligheidscoëfficiënt hangt bovendien af van de toe te passen drukbegrenzers, de topografische situatie (bv. nog een groot bekken achter de kering, waarin enige waterstandsverhoging toelaatbaar is) en de maatgevende  $H_{\text{golf}}$ , die men hanteert (bv.  $H_s = H_{13,4\%}$  of  $H_{\text{max}}$  voor een aangenomen ontwerpwaterstand).

Geconcludeerd kan worden dat verder onderzoek beslist noodzakelijk is.



5. Literatuur

1. Firestone Tire & Rubber Co.  
Verschillende fabridam-installaties  
tekening gedateerd 12-10-59.
2. N.M. Imbertson: Automatic Rubber Diversion Dam in the Los Angeles River.  
Journal Am. Water Works Ass., Volume 52, no. 11, nov. 1960, p. 1373-1378.
3. H.J. van der Burg: De berekening van een stuw van rubber.  
De ingenieur, Bouw- en Waterbouwkunde 20, 22 dec. 1961, blz. B229 t/m 235.
4. Rapport van de proeven met een z.g. „Schulpstuw“ in de schutsluis van het Kanaal van Steenenhoek, welke op 19 april 1962 in het kader van de wet B.W.O. zijn gehouden door de Provinciale Waterstaatsdiensten van Zuid-Holland en Noord-Holland.
5. Octrooiaanvraag 15 nov. 1962 van J.C. Buyze te Haarlem: Beweegbare stuw met een door een medium onder druk vulbaar omhulsel.
6. J. v.d. Berge: Toepassing van kunststof bij verhoging van een stuw.  
Polytechnisch Tijdschrift, 26 juni 1963.
7. J. Lieveense: Oppompbare bodemslab voor het keren van water.  
Ned. octrooi no. 110556, 17-8-1964.
8. H.O. Anwar: Inflatable dams.  
Journal of the Hydr. Division of the ASCE, May 1967, p. 99 t/m 119.
9. Waterloopkundig Laboratorium, Delft.  
Rapport M912: Balgstuw Berkelse Zwet, sept. 1967.
10. Vredestein: persbericht 14-8-'69, Amsterdam.
11. B. Hakkeling: Een oppompbare waterkering: de Schulpstuw.  
Otar 55 (1970) nr. 5, blz. 154 t/m 158.
12. H. Günther und F. Jäger: Flexibler Staukörper auf dem Muldewehr Penig.  
WWT-20. Jahrgang (1970) Heft 10, p. 332-336.
13. Nederlands eerste hydrostuw in werking.  
Water 54 (1970) (11), blz. 659.
14. J. Maurer: Elastische Schlauchwehre.  
Wasserwirtschaft 62 (1972) 11, p. 346 t/m 350.
15. A.M. Binnie: The Theory of flexible dams inflated by water pressure.  
Journal of Hydraulic Research, IAHR, Volume 11-1973-no. 1, p. 61-68.
16. G.M. Binnie, A.R. Thomas and J.G. Gwyther  
Inflatable weir for construction of Mangla Dam (Pakistan).  
Proceedings ....

17. H. Droscha: Ein Wehr ohne Aufbauten über dem Wasser..  
Schiff & Hafen, Heft 5/1974, 26. Jahrgang, p. 459, 460.
18. Rubber dam to stop Venice flood water.  
World Dredging & Marine.
19. Neue Hoffnung für die „Königin der Adria“.  
Information, Industrial Fibers of Enka Glanzstoff, Jahrgang 111 \* Nr. 2 \*  
Mai 1975, p. 1-5.
20. R.A. Gunnerson: Inflatable dam regulates river level.  
Civil Engineering - ASCE, Febr. 1976, p. 83.
21. Islands in the sea.  
The Dock & Harbour tuth., nov. 1976, p. 254, 255.
22. Prototype sand island begins testing.  
Ocean Industry, nov. 1976, p. 62-65.
23. New port-a-dam: easy to install and durable. World Construction, sept. 1980.

Afstudeerverslagen:

24. H.J. Berk, juli 1970.  
Onderzoek naar de mogelijkheid van de toepassing van een fabridam t.b.v.  
de afsluiting van het Volkerak.
25. J.P. Oslam, jan. 1973.  
Afsluiting Lauwerszee d.m.v. een losliggende, deels met zand gevulde,  
rubberdam of Fabridam.
26. M. v.d. Wal, 1974  
Ontwerp voor een noodkering in de Gelderse IJssel.
27. J.H.A. Wijbenga, juni 1975.  
Ontwerp voor een stormvloedkering in de Oosterschelde.
28. Ch. J.A. Hakkaart, febr. 1977.  
Stormvloedkering Oosterschelde.
29. J. Duizend, juni 1981.  
Schulpstuw in het Spui.

6. Lijst van gebruikte symbolen

| Symbol     | Omschrijving                                                                  | Eenheid           |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| a          | breedte steunvlak van de buis (in „den droge“)                                | m                 |
| b          | breedte steunvlak vanaf projectie hoogste punt (B)<br>aan bovenstroomse zijde | m                 |
| d          | hoogte koker                                                                  | m                 |
| g          | versnelling van de vrije val                                                  | m/s <sup>2</sup>  |
| h          | waterdiepte                                                                   | m                 |
| k          | veerconstante                                                                 | N/m               |
| $k^2$      | $\frac{4 H R}{(H+h)^2}$                                                       | -                 |
| $k^2$      | $\frac{2}{N^2}$                                                               | -                 |
| m          | massa                                                                         | kg/m <sup>3</sup> |
| p          | druk                                                                          | N/m <sup>2</sup>  |
| $\Delta p$ | drukverschil                                                                  | N/m <sup>2</sup>  |
| S          | afstand langs de omtrek van de buis                                           | m                 |
| t          | tijd                                                                          | s                 |
| v          | stroomsnelheid                                                                | m/s               |
| w          | waakhoogte                                                                    | m                 |
| x }<br>z } | carthesische coördinaten                                                      | m                 |
|            |                                                                               | m                 |

index bi binnen

|   |    |              |
|---|----|--------------|
| " | bu | buiten       |
| " | e  | energie      |
| " | g  | golf         |
| " | r  | resulterende |
| " | s  | significant  |
| " | t  | trek         |
| " | H  | horizontaal  |
| " | V  | verticaal    |

|                |                                       |                        |                   |
|----------------|---------------------------------------|------------------------|-------------------|
| $\alpha$       | constante, $0 < \alpha < 1$           | } $\alpha + \beta = 1$ | -                 |
| $\beta$        | constante, $0 < \beta < 1$            |                        | -                 |
| $\theta$       | (thèta) hoek ( $= \frac{1}{2} \Phi$ ) |                        | rad               |
| $\mu$          | wrijvingscoëfficiënt                  |                        | -                 |
| $\rho$         | dichtheid van het water               |                        | kg/m <sup>3</sup> |
| $\sigma$       | (trek)spanning                        |                        | N/m <sup>2</sup>  |
| $\bar{\sigma}$ | toelaatbare spanning                  |                        | N/m <sup>2</sup>  |

|                 |                                                                                                                                     |                |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| $\Phi$          | (phi) hoek                                                                                                                          | rad            |
| $\psi$          | (psi) hoek ( $= \frac{1}{2} \Phi$ )                                                                                                 | rad            |
| $\Omega$        | opgedrongen frequentie                                                                                                              | rad/s          |
| $\omega$        | eigen frequentie                                                                                                                    | rad/s          |
| $\Sigma$        | som teken                                                                                                                           |                |
| A               | oppervlak                                                                                                                           | m <sup>2</sup> |
| A               | } constanten                                                                                                                        | -              |
| B               |                                                                                                                                     | -              |
| C               |                                                                                                                                     | -              |
| $E_1$           | elliptische integraal van de 1 <sup>e</sup> soort                                                                                   |                |
| $E_2$           | " " " " 2 <sup>e</sup> "                                                                                                            |                |
| $F, \vec{F}$    | kracht                                                                                                                              | N of N/m       |
| $F_g$           | golfkracht                                                                                                                          | N/m            |
| $\hat{F}_g$     | amplitude van de golfkracht $F_g$                                                                                                   | N/m            |
| G               | gewicht                                                                                                                             | N of N/m       |
| H               | wateroverdruk in de buis                                                                                                            | m              |
| H               | horizontale kracht                                                                                                                  | N of N/m       |
| $H_e$           | energiehoogte (van het stromende water)                                                                                             | m              |
| $H_g$           | golfhoogte                                                                                                                          | m              |
| $H_s$           | significante golfhoogte                                                                                                             | m              |
| L               | lengte                                                                                                                              | m              |
| $\overline{BE}$ | lengte lijnstuk BE                                                                                                                  | m              |
| M               | moment                                                                                                                              | N.m            |
| N               | $\sqrt{\frac{H_2}{2 h_2} - \cos \Phi_E} + 1$                                                                                        | -              |
| O               | omtrek van de buis                                                                                                                  | m              |
| P               | $\sqrt{2 H_2 R_2}$                                                                                                                  | m              |
| R               | straal of rekengrootheid                                                                                                            | m              |
| R               | kracht (resultante)                                                                                                                 | N of N/m       |
| S               | omtrek van de buis of een deel van de omtrek<br>(booglengte)                                                                        | m              |
| T               | trekkracht in de buiswand (het vlies) (per eenheid<br>van breedte van de waterloop of per eenheid van lengte<br>van de buis (balg)) | N/m            |
| V               | verticale kracht                                                                                                                    | N of N/m       |
| V               | volume                                                                                                                              | m <sup>3</sup> |
| W               | kracht (door het water)                                                                                                             | N of N/m       |
| X               | X-as, horizontaal                                                                                                                   |                |
| Z               | Z-as, verticaal                                                                                                                     |                |

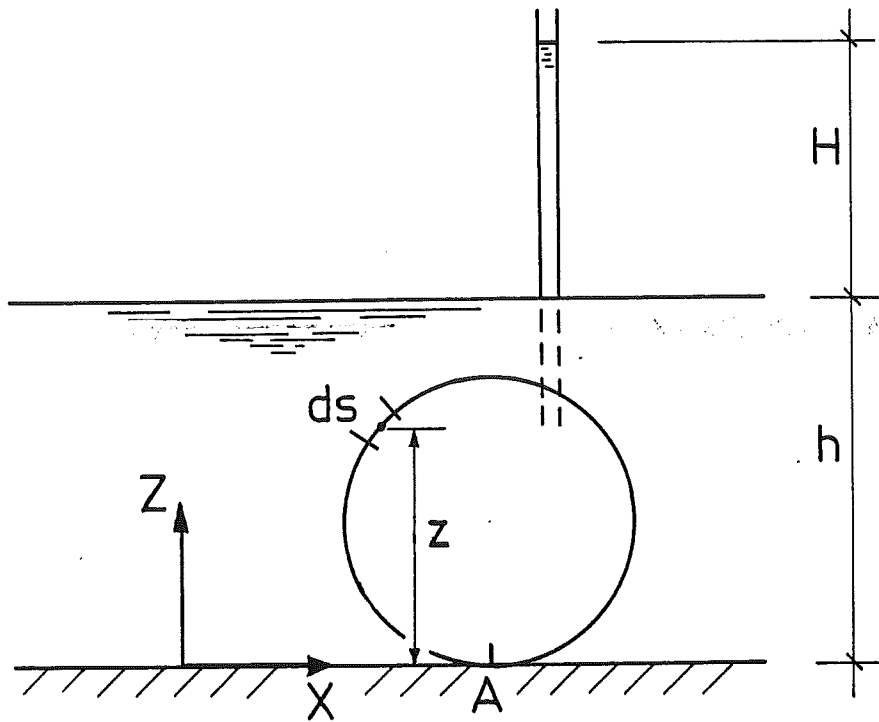


Fig.1 De buis geheel onder water.

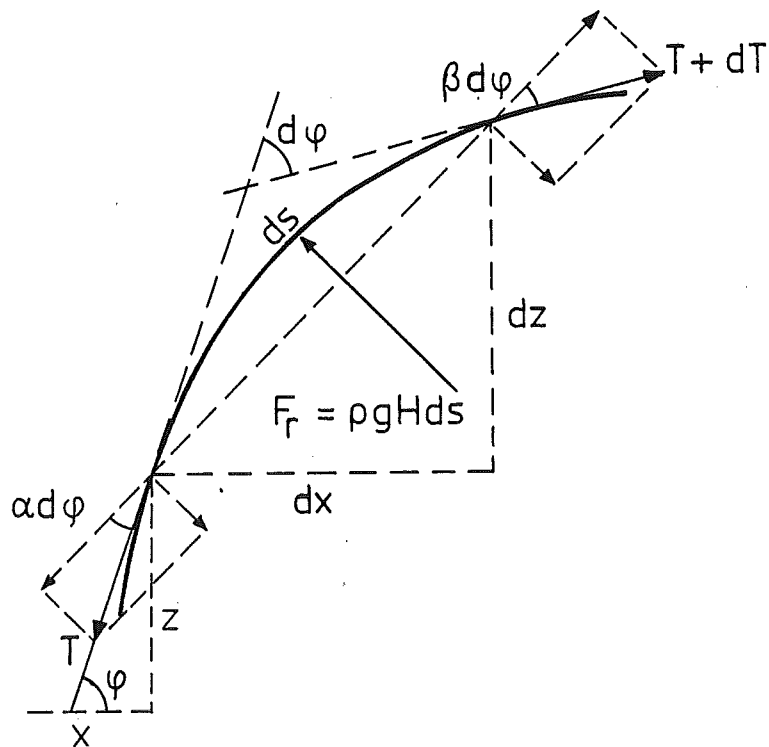


Fig.2 De krachten op een elementje  $ds$  van de buisomtrek in geval fig. 1.



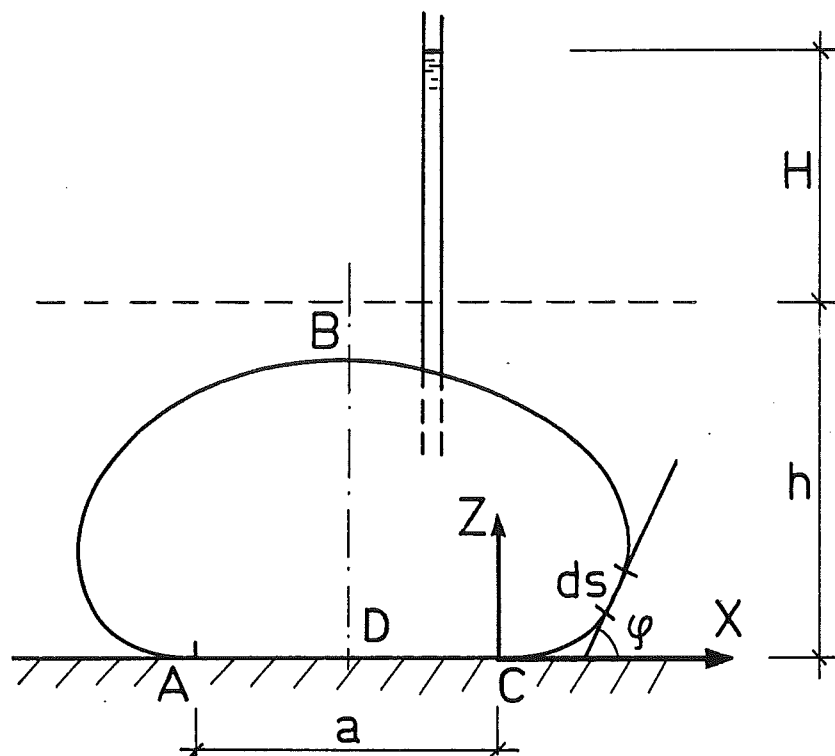


Fig. 3 De buis in 'den droge'.

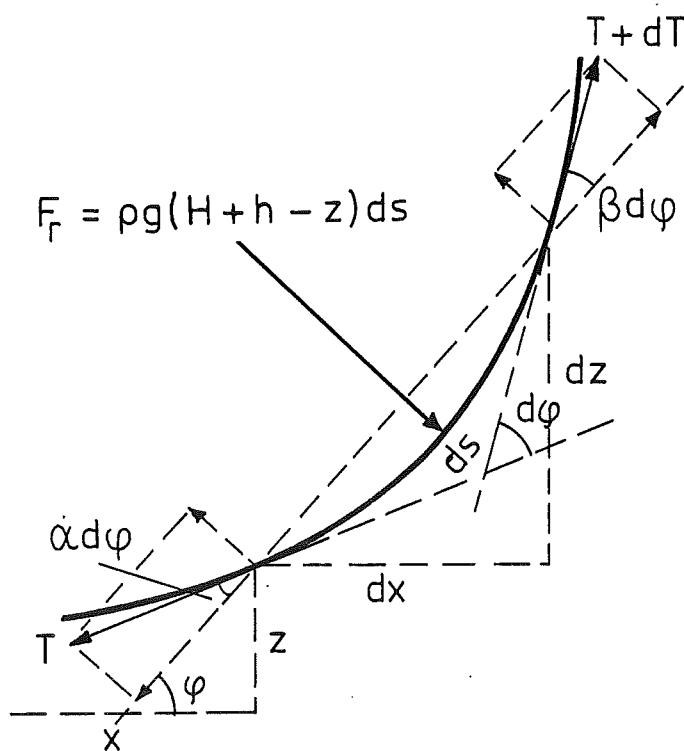


Fig. 4 De krachten op een elementje ds van de buisomtrek in geval fig. 3.



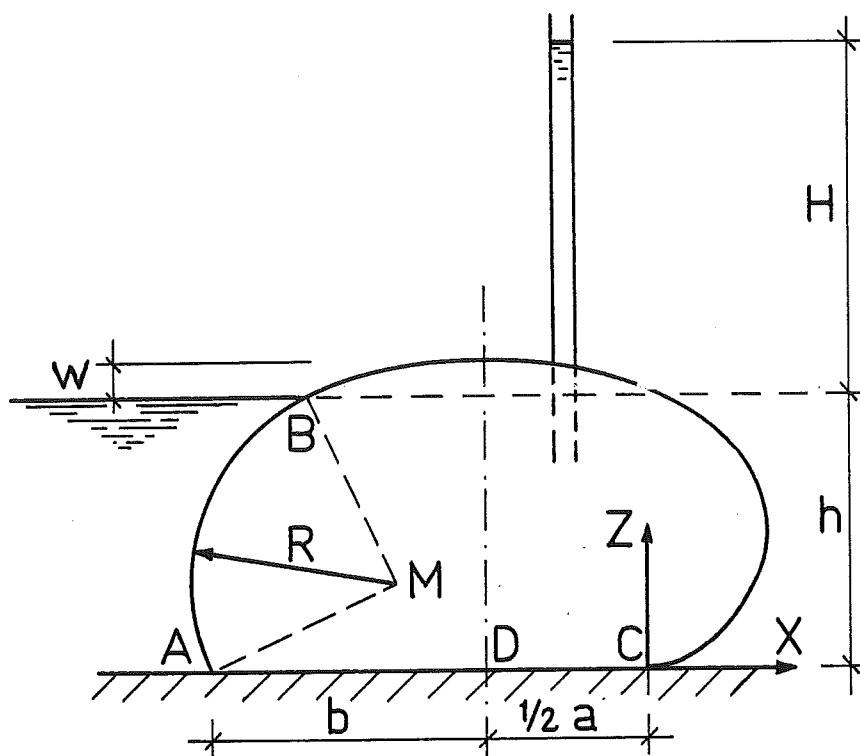


Fig. 5 De buis als waterkering, aan één zijde water.

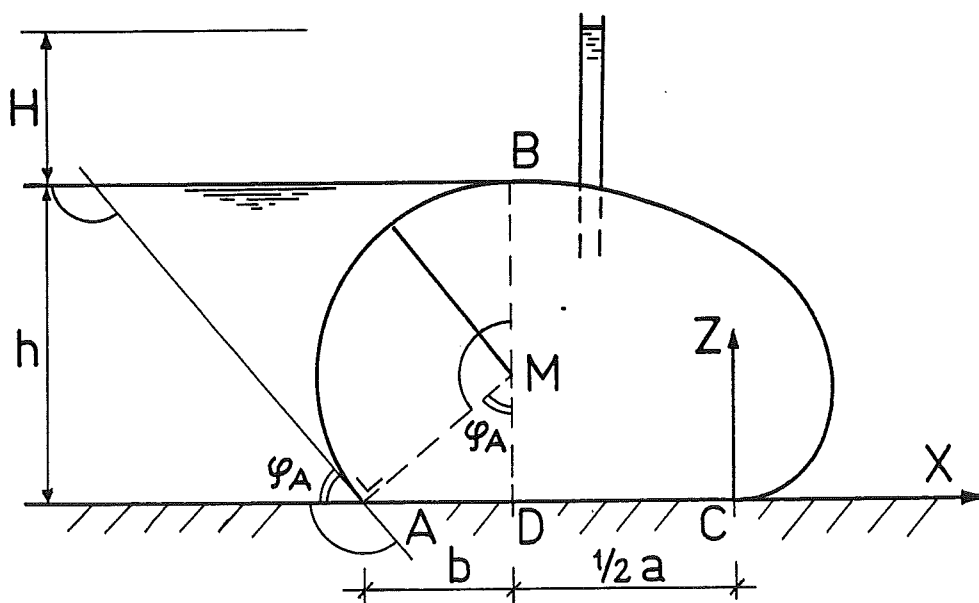


Fig. 6 De buis als waterkering, aan één zijde water;  
waakhoogte  $w = 0$ .



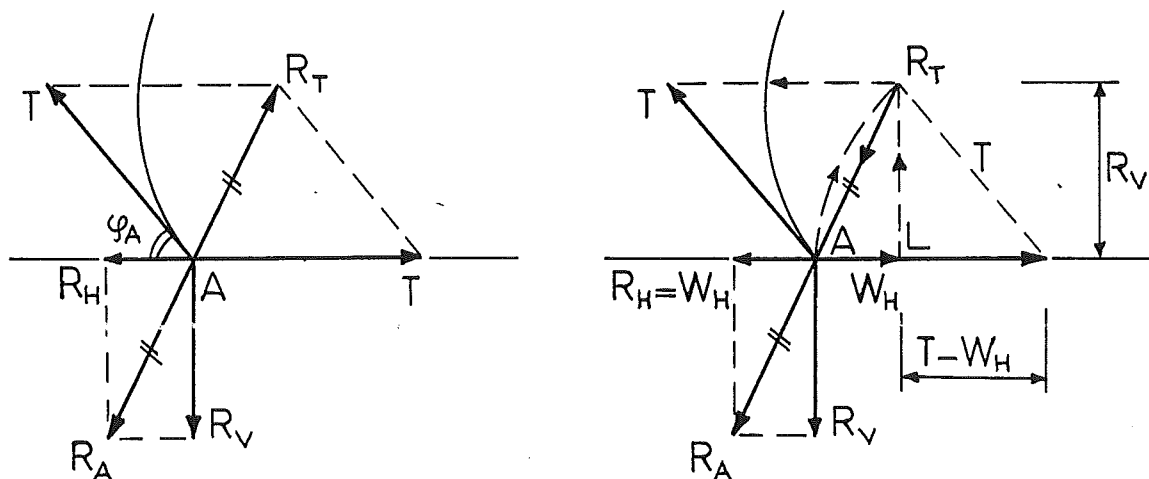
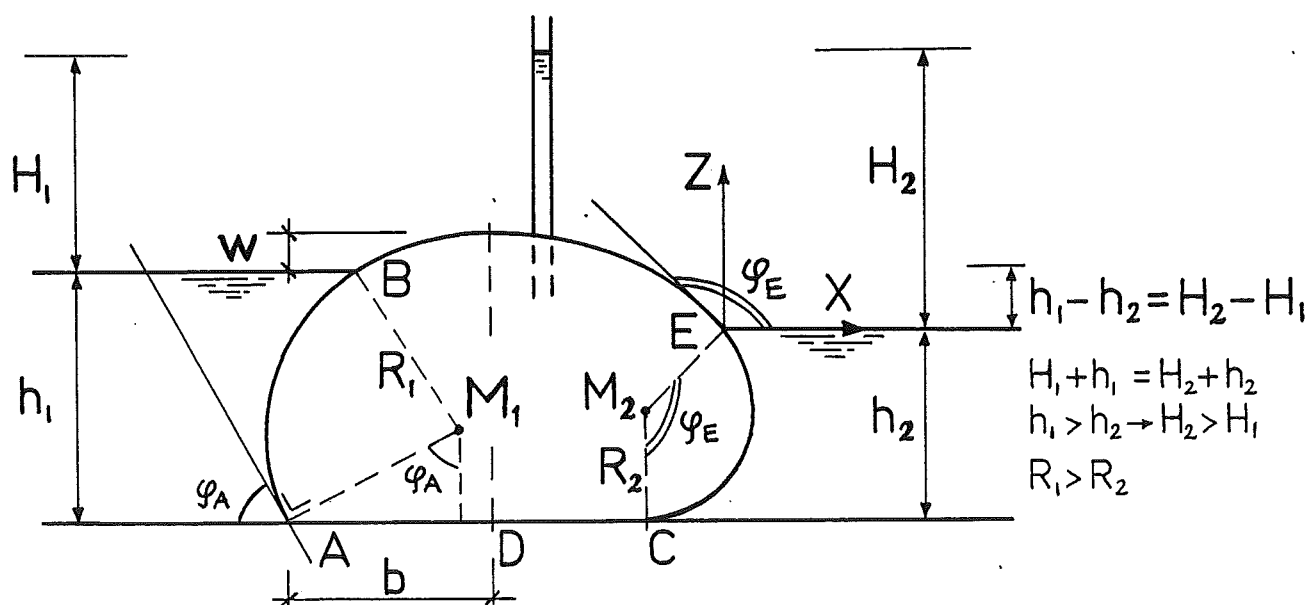


Fig. 7 Grafische bepaling van de oplegreacties  
(alle krachten per m' buis).



**Fig. 8** De buis als waterkering, aan twee zijden water.



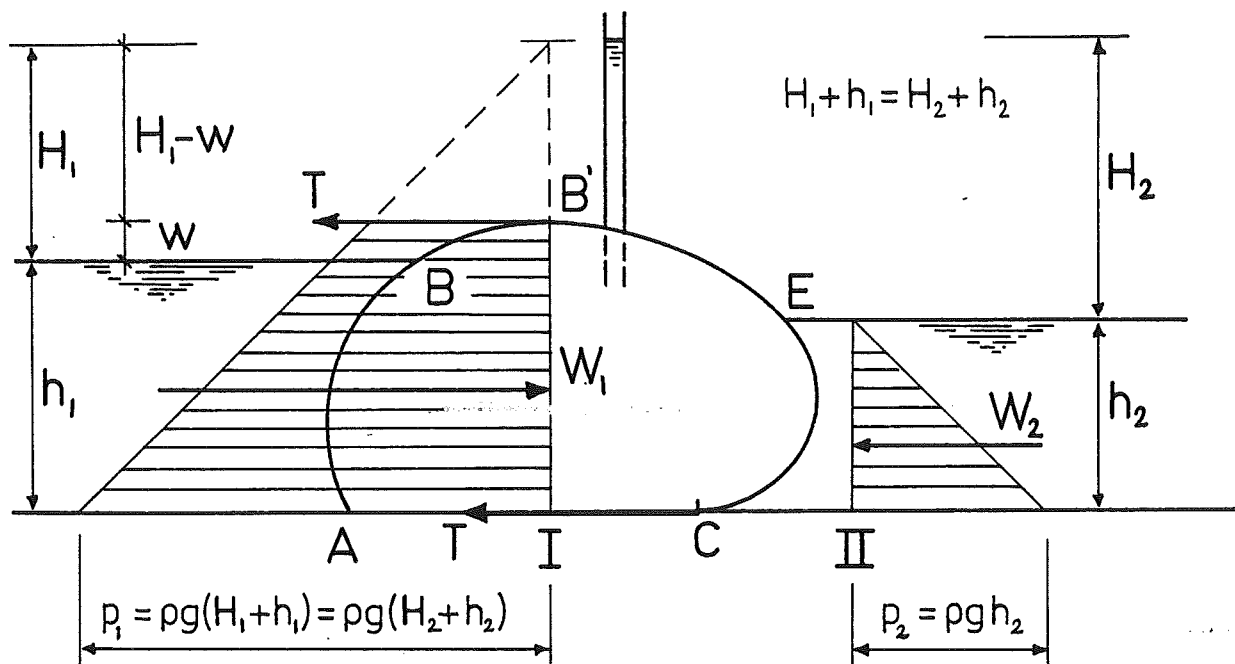


Fig. 9 Horizontaal evenwicht tussen dsn I en II.

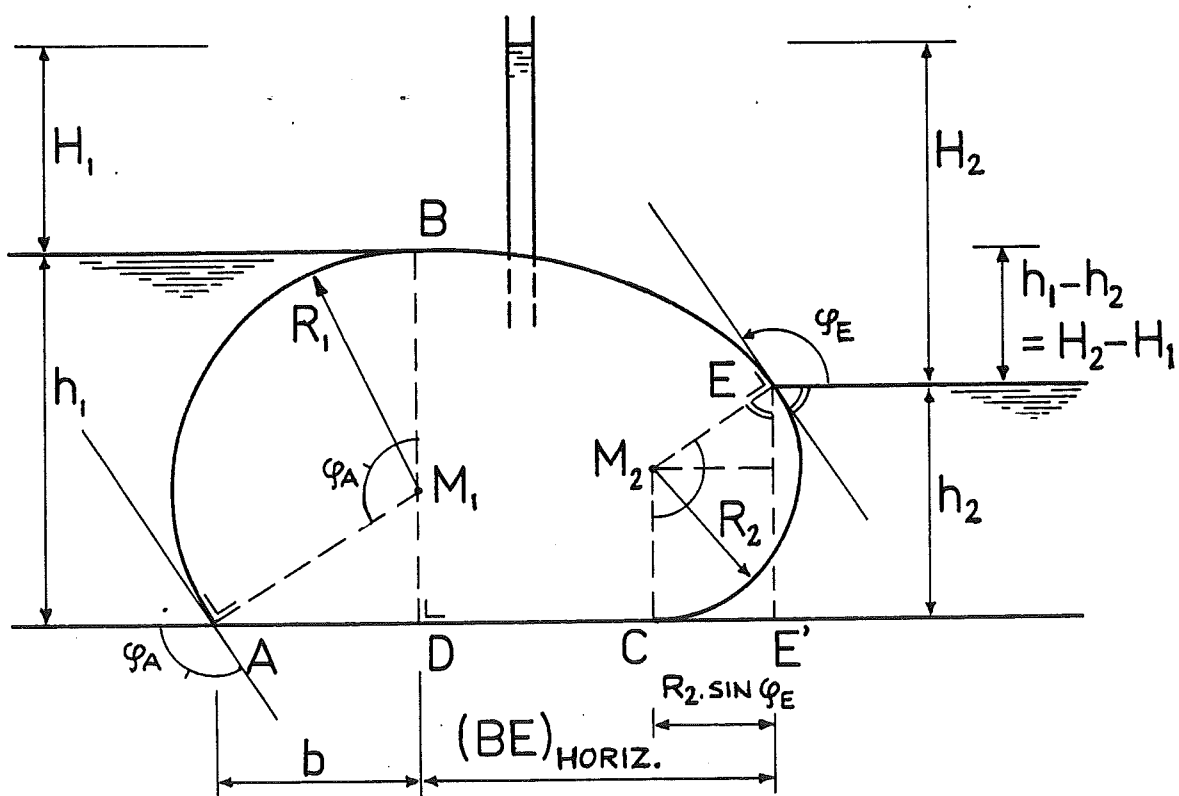
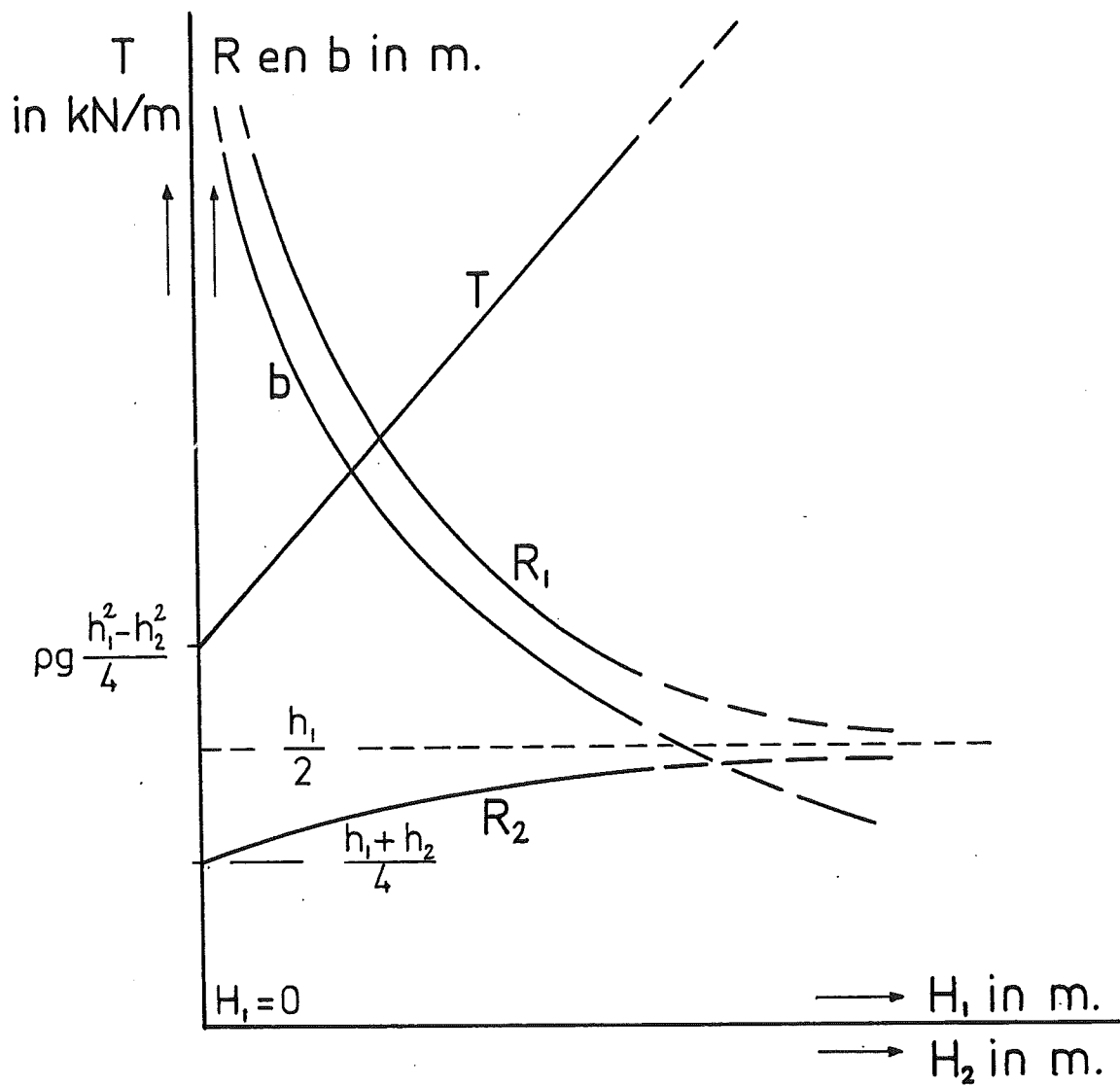


Fig.10 De buis, als waterkering, aan 2 zijden water en waakhoogte  $w = 0$ .





**Fig.11** Verband tussen  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $b$  en  $T$ ,  
 waakhogte  $w = 0$  en  $h_1$  en  $h_2$  constant, dus  
 $H_2 - H_1 (= h_1 - h_2) = \text{constant}$ .

$$T = \rho g H_1 R_1 = \rho g H_2 R_2 \rightarrow H_1 R_1 = H_2 R_2 \quad (18)$$

$$T = \rho g \frac{h_1}{2} H_1 + \rho g \frac{h_1^2 - h_2^2}{4} \rightarrow \text{rechte lijn}$$

$$R_2 = \frac{h_1}{2} - \frac{(h_1 - h_2)^2}{4 H_2} \quad (13c) \text{ voor } H_2 \neq 0$$

$$R_1 = \frac{h_1}{2} + \frac{h_1^2 - h_2^2}{4 H_1} \quad (13d)$$

$$\left. \begin{matrix} H_1 \\ H_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \infty \text{ dan } \left. \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \frac{h_1}{2} \text{ en } T \rightarrow \infty$$







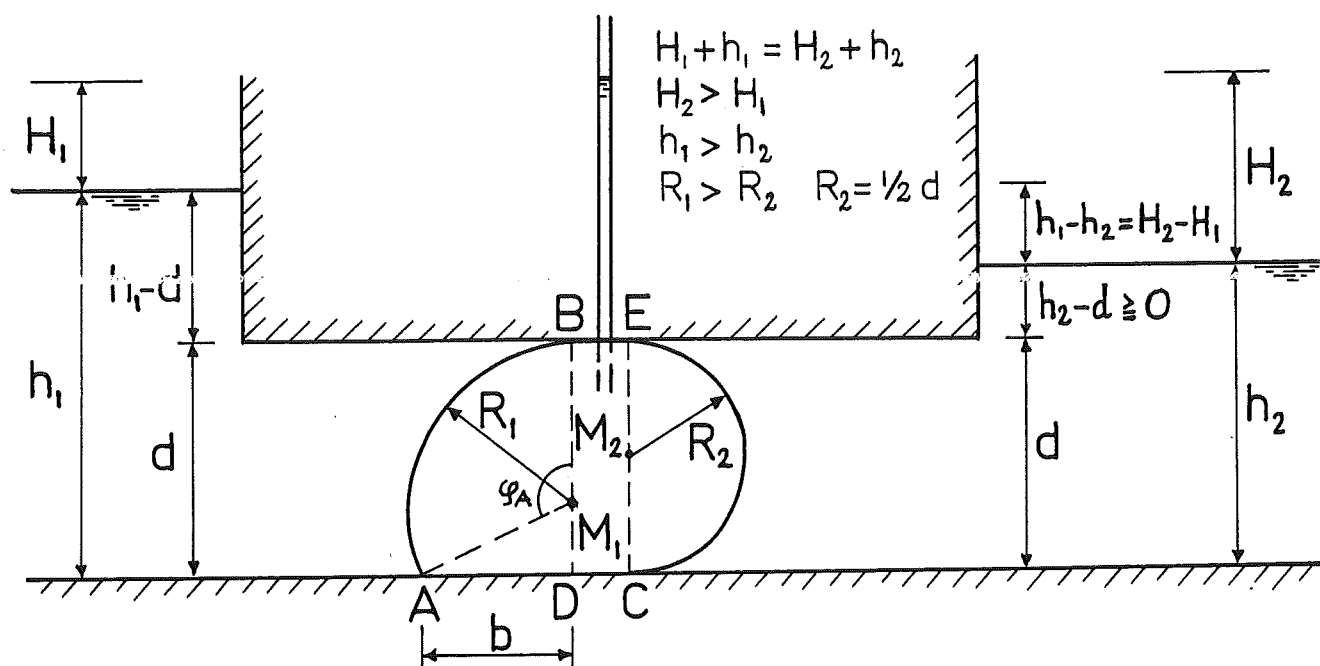


Fig.14 De balg (de schulpstuw) geplaatst in een koker.

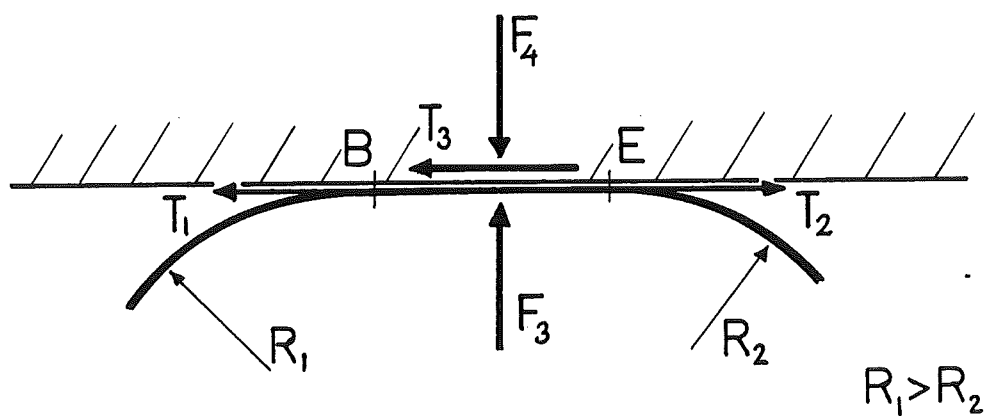
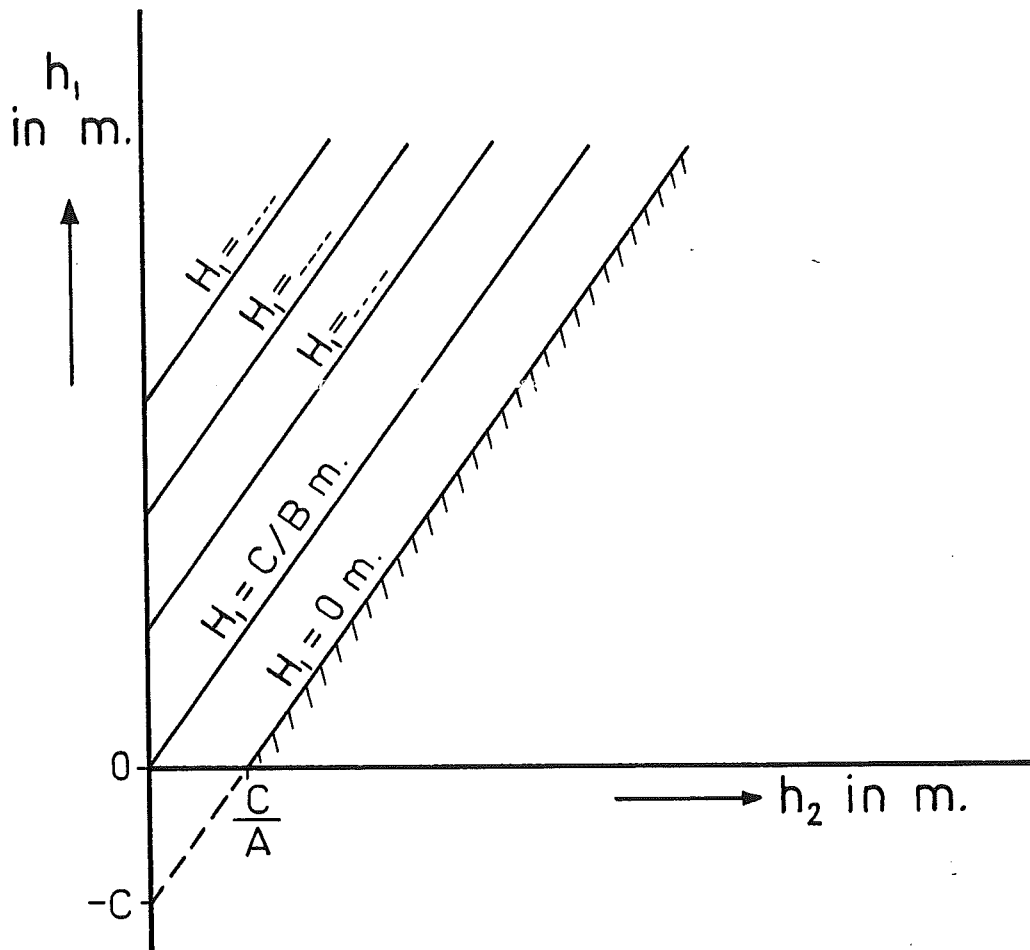


Fig.15 Het krachtspel op het deel BE.





**Fig.16** Verband tussen  $h_1, h_2$  en  $H_1$  voor constante  $R_1, R_2, d, \mu$  en  $\overline{BE}$ .

$$h_1 = A \cdot h_2 + B \cdot H_1 - C \quad (25), \text{ waarin}$$

$$A = \frac{\frac{1}{2} d}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}}$$

$$B = \frac{R_1}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} - 1$$

$$C = \frac{\mu d \overline{BE}}{\frac{1}{2} d - \mu \overline{BE}} = A \cdot 2 \mu \overline{BE}$$



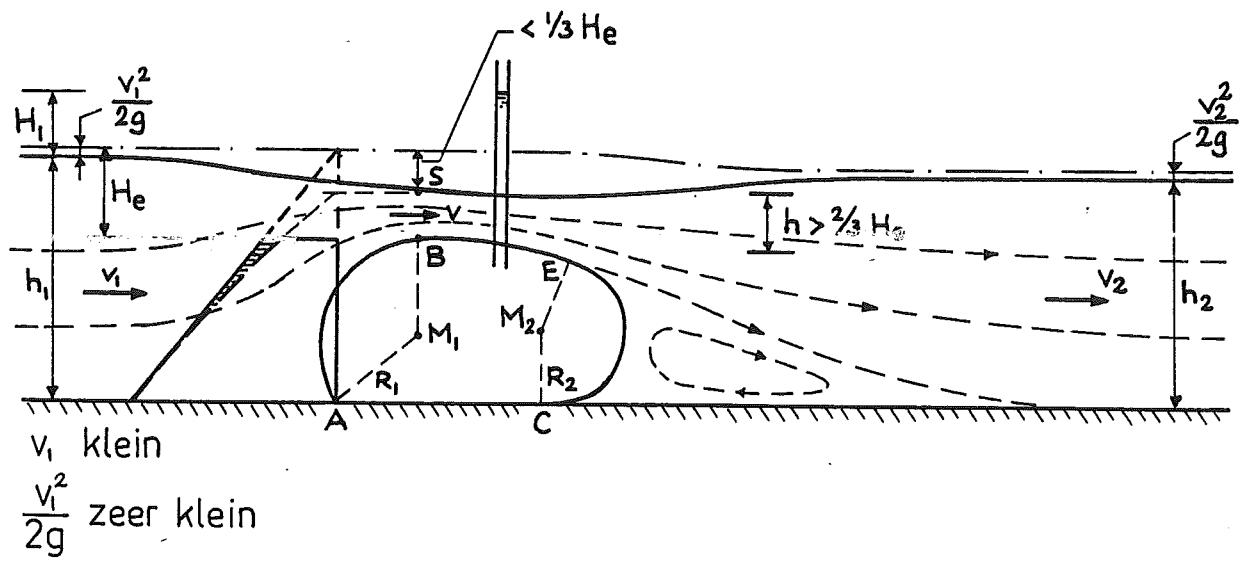


Fig. 17 Onvolkomen overlaat.

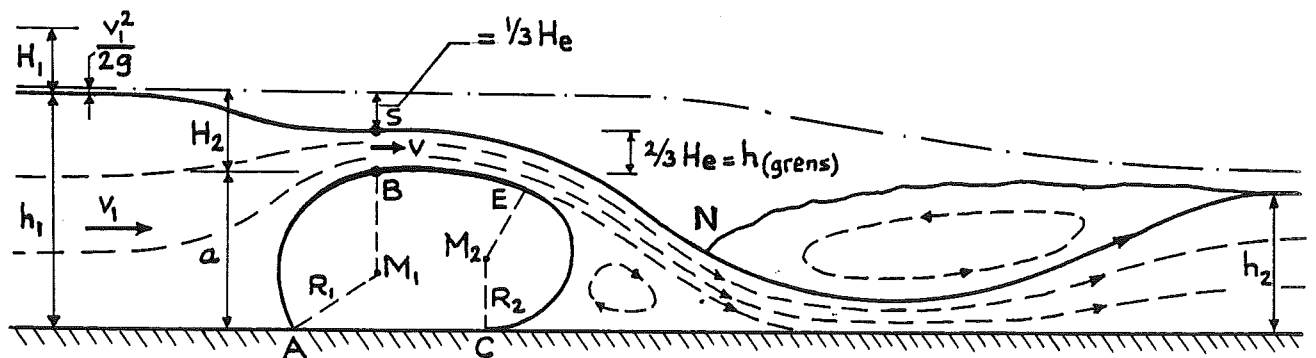


Fig. 18 Volkomen overlaat.



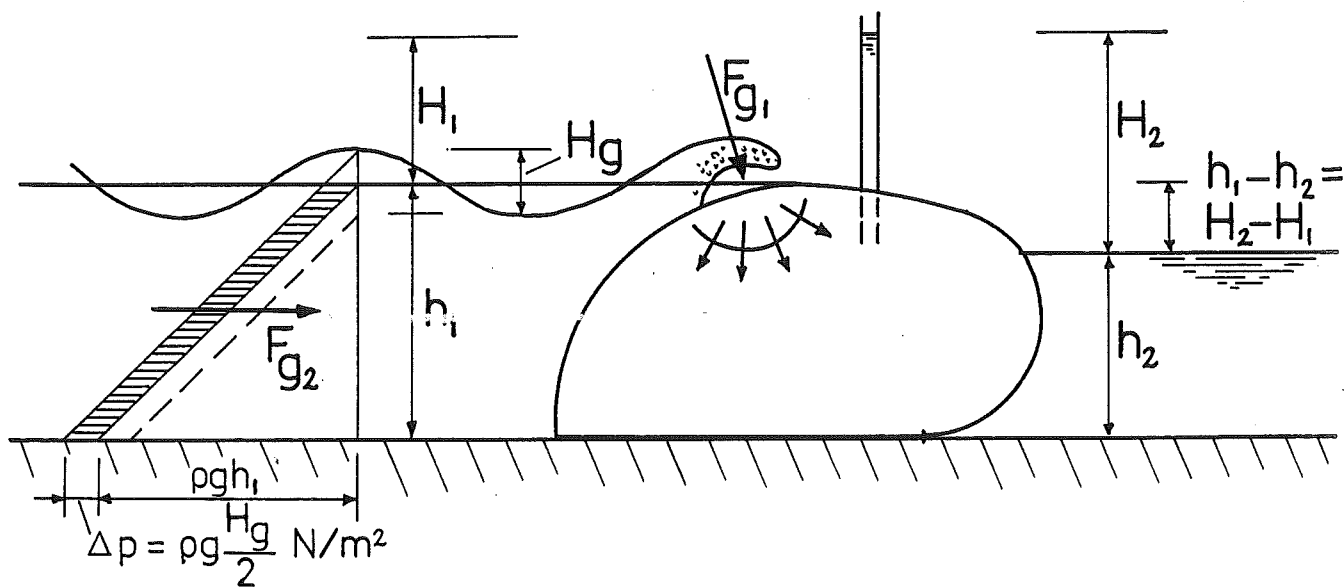


Fig. 19 Golfbelasting.

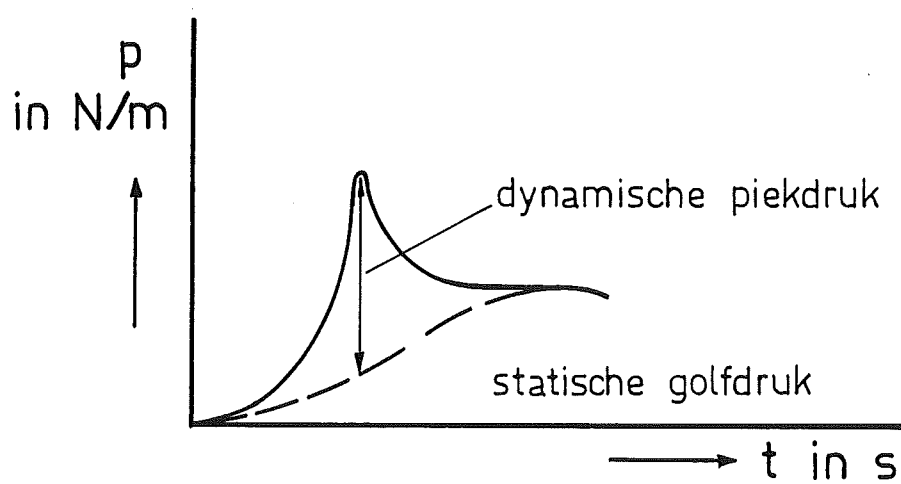
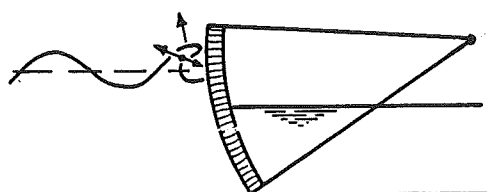
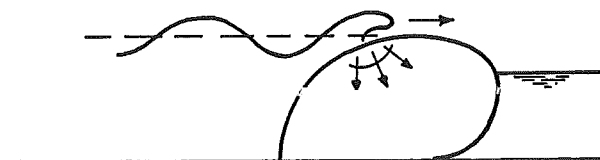


Fig. 20 Schematisatie van de golfbelasting in de tijd.





segmentschuif  
starre constructie



schulpstuw  
flexibele constructie

Fig. 21 Verschil in golfbelasting.

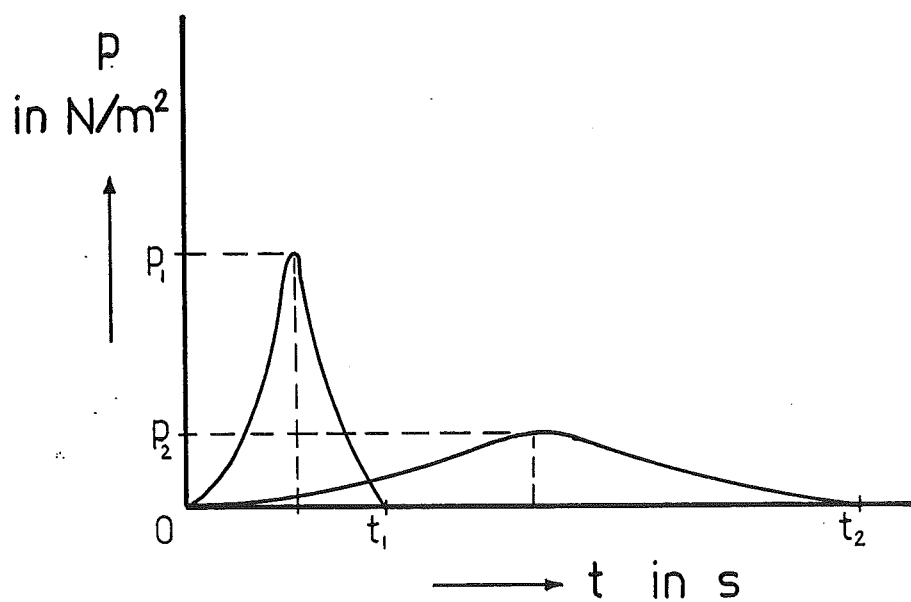


Fig. 22 Verloop in (geschematiseerde) piekdruk voor een starre  $(t_1, p_1)$  en een flexibele  $(t_2, p_2)$  constructie.



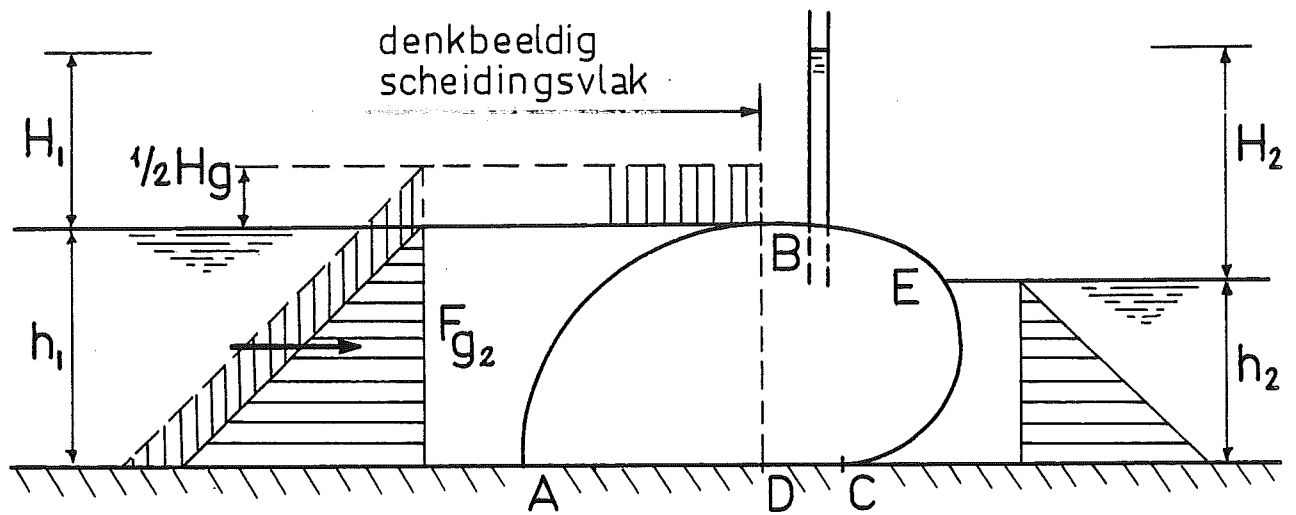


Fig. 23 Mogelijke belastingvorm om de statische golfdruk in rekening te brengen.

