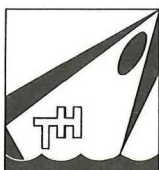


ROUTEREN VAN (ZEIL)SCHEPEN.

Prof.ir.J.A. Spaans

Rapport 653-P

maart 1981



Delft University of Technology
Ship Hydromechanics Laboratory
Mekelweg 2
2628 CD DELFT
The Netherlands
Phone 015 -786882

ROUTEREN VAN (ZEIL)SCHEPEN

PROF. IR. J.A. SPAANS

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50

ROUTEREN VAN (ZEIL)SCHEPEN

Prof. ir. J.A. Spaans

1. Definitie van probleemstelling

Routeren van schepen is een procedure waarbij voor een bepaald schip een optimale route voor een traject wordt bepaald op basis van verwachtingen van weer, toestand van de zee en de zeestromingen.

Er wordt geoptimaliseerd naar minimum vaartijd, minimum brandstofverbruik, minimum schade door zeegang en deining aan schip en/of (dek)lading, maximaliseren van comfort aan passagiers of een combinatie van de genoemde criteria.

2. Klimatologisch routeren

Hieronder verstaat men het bepalen van een veilige en economische route op grond van klimatologische gegevens in een zeegebied. Er wordt een route gekozen volgens de loxodroom, grootcirkel of een combinatie van beide, waarbij zoveel mogelijk geprofiteerd wordt van de zeestromen en waarbij gebieden met hoge kans op stormen, ijsbergen en/of mist worden vermeden.

De oudst bekende zeilaanwijzingen zijn de 13^e eeuwse "Compasso da Navigare" voor de Middellandse Zee en de 15^e eeuwse "Al Muhet" van Ibn Mâjid voor de Arabische Wateren en de noordelijke Indische Oceaan. Deze Arabische zeevaarder Ibn Mâjid was de loods van Vasco da Gama op zijn eerste reis door de Indische Oceaan in 1498.

Prins Hendrik de Zeevaarder (1394-1460) was de eerste die op wetenschappelijke wijze de zaken benaderde. Hij stichtte een nautisch centrum in Sagres nabij Kaap St. Vincent (Portugal) waar hij de beste cosmografen en kartografen van die tijd aantrok. De door de gezagvoerders binnengebrachte gegevens werden hier door de geleerden verwerkt en vormden de basis voor de vele ontdekkingsreizen door de Iberiërs in de 15^e en 16^e eeuw uitgevoerd.

Zo hadden de Portugezen aan het eind van de 14^e eeuw al ondervonden dat het veelal ondoenlijk was om thuisvarend langs de Westafrikaanse kust op te boksen tegen de NO-passaat en de Canarische stroom. Daarom zeilden zij eerst om de Noordwest om dan benoorden de "Horselatitudes" ($\pm 30^{\circ}$ N) profiterend van de overheersende westenwinden thuis te varen. Zodoende werden ook de Azoren in 1431 ontdekt.

De kennis van de Portugezen en Spanjaarden werd hier te lande bekend doordat Petrus Plancius (1552-1622) in 1590 een serie "particuliere zeekaarten" bemachtigde van Batholomeo de Lasso, "cosmographo ende meestre van de zeevaart des Conincx van Spaengien". Deze kaarten werden hier heruitgegeven begeleid met zeilaanwijzingen van Plancius, de "secreten van der zeevaart". (1)

De routes voor de schepen van de VOC, waarvan Plancius wetenschappelijk adviseur was, werden zorgvuldig gepland met behulp van de toen bekende klimatologische gegevens. Tussen 1602 en 1795 werden niet minder dan 4722 reizen "naar den vreemde" ondernomen. (2).

Tijdens zijn werkzaamheden als "deputy postmaster of the British Colonies in North America" verzamelde Benjamin Franklin (1706-1790) gegevens over de Golfstroom, voornamelijk door informatie van gezagvoerders van "New-England whalers". In 1770 verscheen zijn eerste Kaart van de Golfstroom. De overtochten van de mailboten werden door deze kennis aanzienlijk bekort.

Matthew Maury (1806-1873) was de grondlegger van de maritieme meteorologie en oceanografie. Hij gaf in 1845 de eerste "Pilot Charts" uit, waarop wind- en stroominformatie te vinden was. Hierna volgden nog verscheidene "Sailing directions".

De gemiddelde passagetijd van New York rond Kaap Hoorn naar Californië bijvoorbeeld werd door Maury's seizoenkaarten teruggebracht van 183 dagen naar 139 dagen (3).

In Nederland werden vanaf 1853 op initiatief van Maury's vriend en collega de marineofficier M.H. Jansen meteorologische journalen aan boord van schepen bijgehouden. Na haar oprichting in 1854 gaf het KNMI op grond van deze gegevens klimatologische atlanten van verschillende zeegebieden uit.

De Deutsche Seewarte gaf aan het eind van de 19^e eeuw en in het begin van de 20^e eeuw een aantal zeer gedetailleerde "Segelhandbücher" uit (4), (5).

De goede planning van de Duitsers had tot gevolg dat de P-schepen van Ferdinand Laeisz' zeilvloot tot ver na de eerste wereldoorlog nog rendabel voeren. De befaamde zeilgezagvoerder Alan Villiers was vol lof over de Duitse zeilhandboeken die hij aan boord van de door hem in 1931 aangekochte viermastbark Parma aantrof. (6).

De Britse Hydrografische Dienst heeft zich, vooral na de reizen van James Cook (1728-1779) verdienstelijk gemaakt met het verzamelen van klimatologische en hydrografische gegevens van de gehele wereld. De zeekaarten en Pilots van de Britse Admiraliteit (B.A.) getuigen daarvan en zijn wereldwijd bruikbaar. Zij worden ook op het gros van de Nederlandse koopvaardij schepen gebruikt.

Voor het klimatologisch routeren zoals dat aan boord van schepen voor de aanvang van een reis wordt gedaan, raadpleegt men

- Ocean Passages for the world (B.A.)
- Pilot Charts (USA)
- Klimatologische Atlassen (KNMI)
- Pilots (B.A.)

(zie figuren 1 en 2).

De "Ocean Passages for the world" geven routes aan voor werktuigelijk voortbewogen schepen, voor "low powered vessels" en voor zeilschepen.

In de "Pilots" (zeemansgidsen) worden gemiddelde klimatologische gegevens verstrekt. Verder zijn ze onmisbaar voor de kustnavigatie.

De Pilot Charts en de Klimatologische atlassen van het KNMI geven o.a. van wind en stroom distributies naar richting en sterkte.

In (7) wordt met "dynamisch programmeren" een optimale route bepaald voor de N. Atlantic route voor het "Dynaship" (ontworpen door Prölls, Wagner en Schenzle (8)) met behulp van de klimatologische windgegevens van de Amerikaanse Pilot Charts. Zie figuur 3.

Ten onrechte wordt hier gesproken over weerrouteren, daar alleen klimatologische gegevens worden gebruikt.

Hoewel uit de simulatieruns een economische winst van 20% wordt gemeld t.o.v. de grootcirkelroute heeft een dergelijke aanpak geen enkele operationele waarde. Geen gezagvoerder zal zich volgens een "Monte Carlo" methode van gridpunt naar gridpunt laten dirigeren, ongeacht de op dat moment heersende winden.

Alleen gebieden met stabiele weersomstandigheden over lange periodes zoals passaten- en moessongebieden zijn geschikt voor klimatologisch routeren. Dit kan door het personeel aan boord voldoende doelmatig worden verricht.

In gebieden waar regelmatig depressies en/of tropische cyclonen voorkomen zal men moeten weerrouteren, d.w.z. gebruik maken van de actuele situatie van weer en zee en de verwachting van de ontwikkeling daarvan in de dagen daarna.

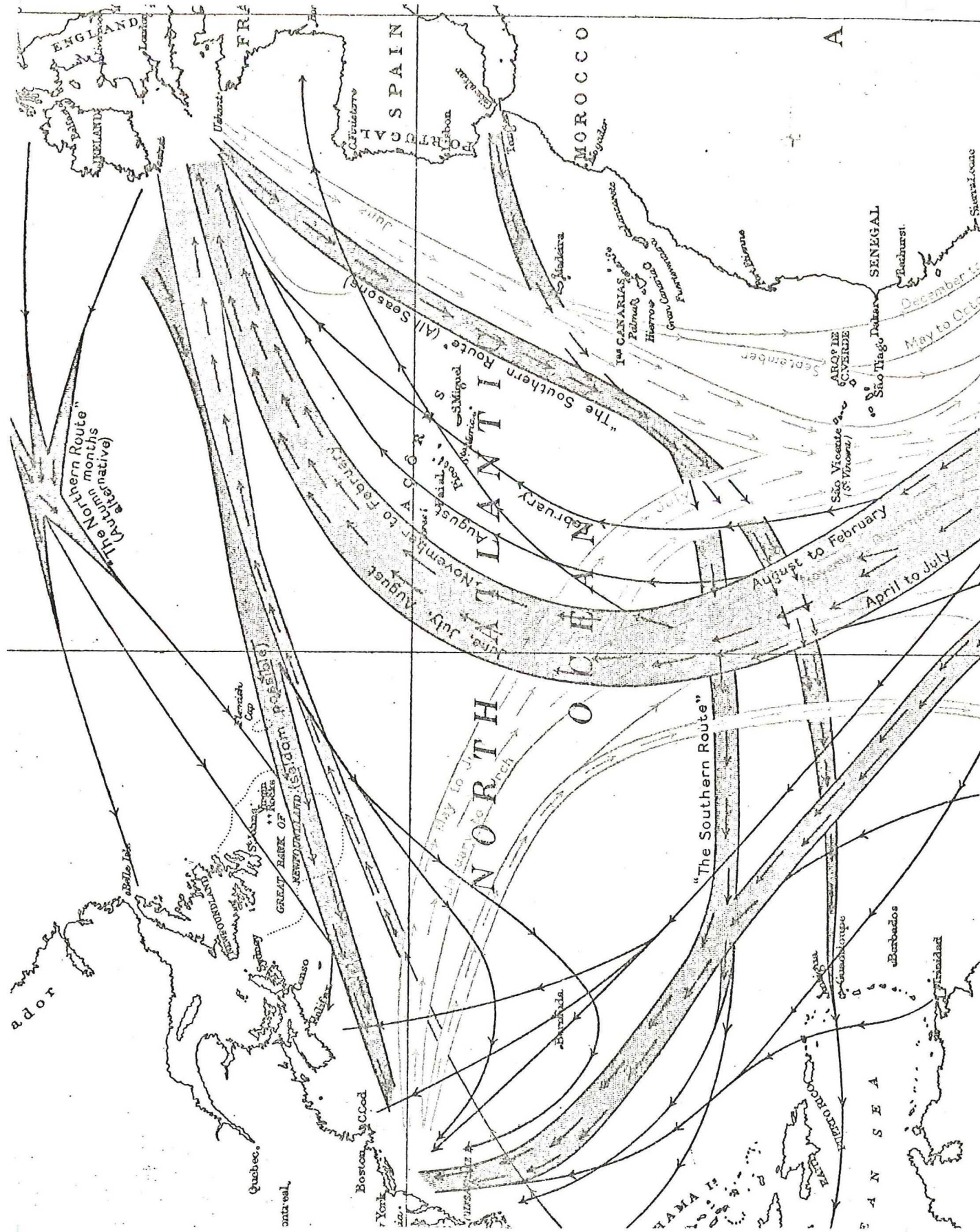


Figure 1. Ocean Passages for the world
 "Sailing routes" for the North Atlantic

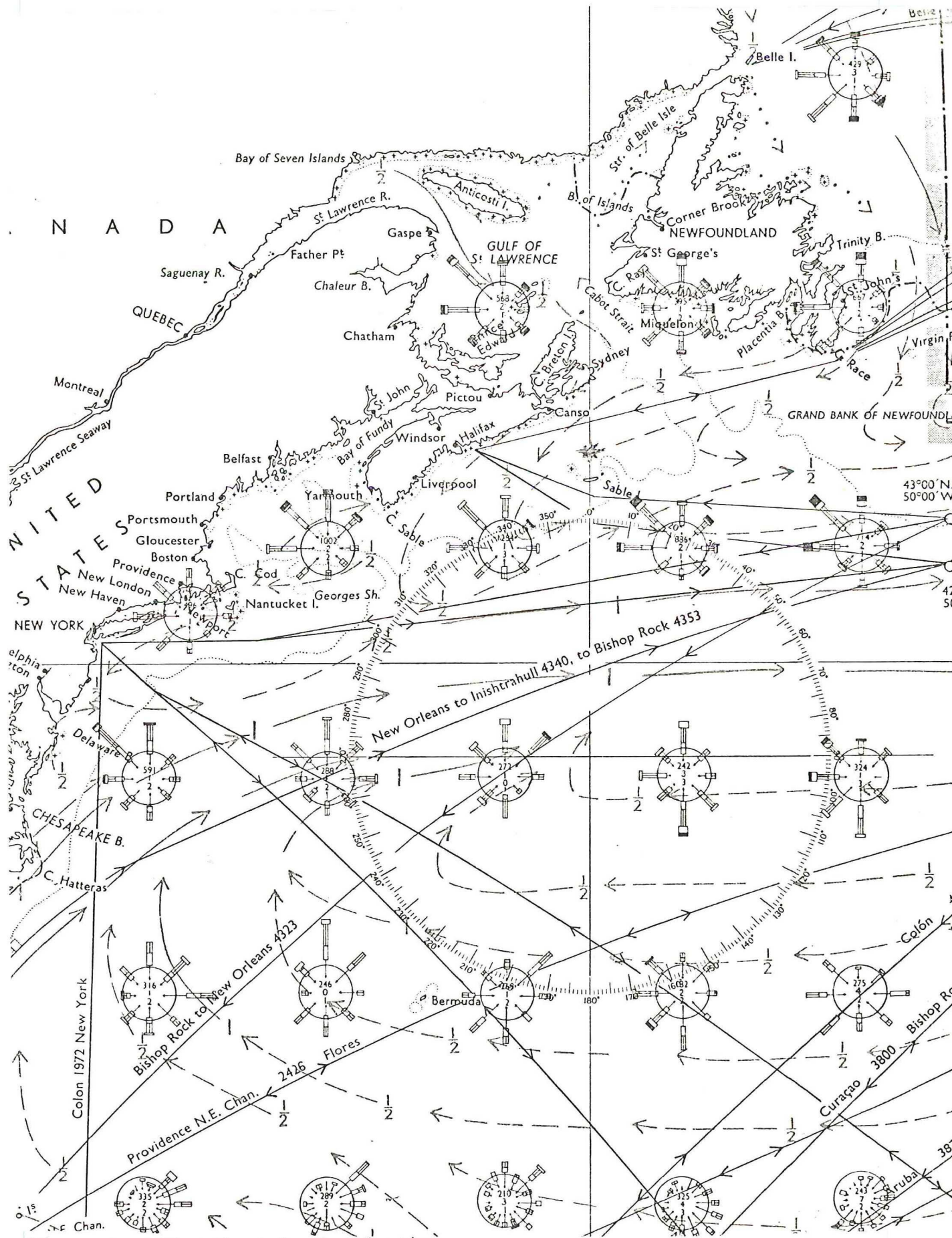
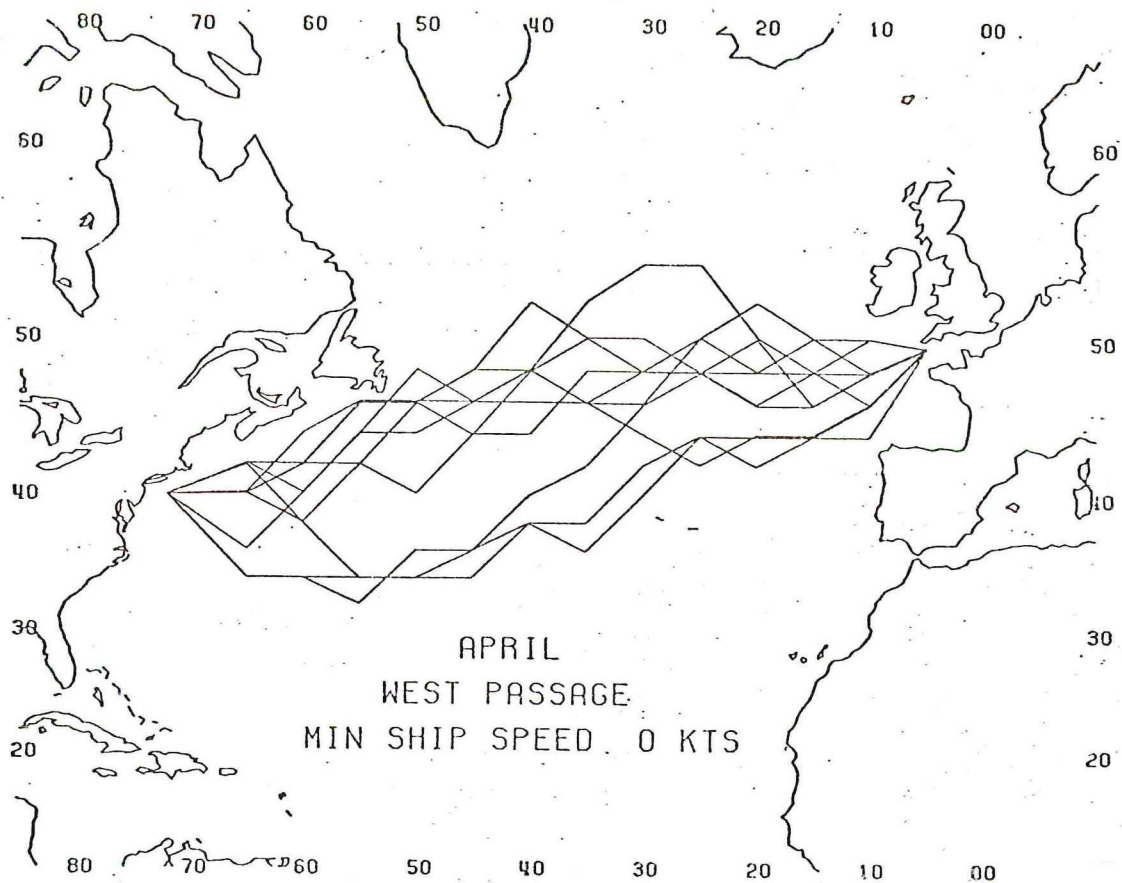


Figure 2. Pilot Chart North-Atlantic



Figuur 3. Klimatologische routes North Atlantic bepaald met programma James Hays.

Daar meteorologische bureaus over meer gegevens kunnen beschikken, dan aan boord mogelijk is, is het raadzaam om de adviezen van een routeringsbureau hiervoor in te winnen.

Voor overzichten van besparingen door weerrouteren met stoom- en motorschepen, zie bijv. (9), (10) en (11).

De voordelen zijn :

- minder schade aan schip en lading
- verkorte reisduur
- minder brandstofverbruik.

Door de grote windafhankelijkheid van zeilschepen is te verwachten dat de besparingen hier nog groter zullen zijn.

3. Weerrouteren voor stoom/motorschepen

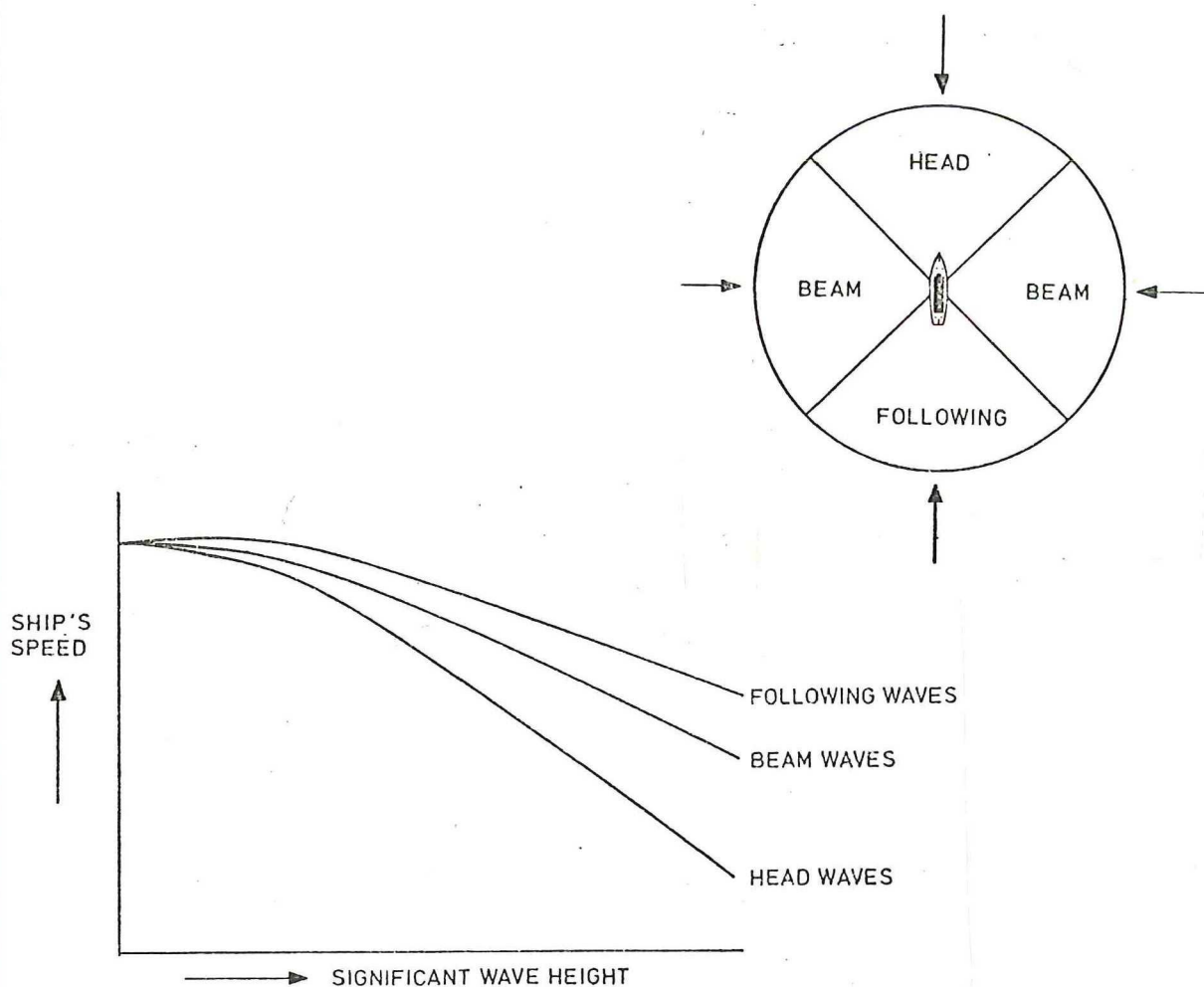
In 1957 introduceerde R.W. James (12) een handmatige methode voor de bepaling van de "least-time-track" voor stoom- en motorschepen.

Van het vaartuig moet het vaartverlies als functie van de toestand van de zee

bekend zijn. De toestand van de zee wordt voor dit doel omschreven door de significante golfhoogte en de richting waarin de golven t.o.v. het vaartuig in-
komen, zie figuur 4.

De significante golfhoogte is het gemiddelde van het derde hoogste golvendeel en is een representant van de totale energie in het Rayleigh verdeelde golfspectrum : $H_s = C \cdot \sqrt{E_{\text{tot}}}$ waarin C afhankelijk is van het eenhedenstelsel.

Gemiddeld één op de acht golven zal hoger zijn dan H_s . Eén op de honderd golven is anderhalf maal H_s .



Figuur 4. Vaartafvalkrommes voor stoom/motorschepen

Op basis van de golfgegevens is voor elke (x_1, x_2, t) van het gebied een vaartindikatrix gedefiniëerd.

De vaartindikatrices geeft in elke richting de vaart (per 12 uur) over de grond aan, rekening houdend met de dienstsnelheid door de voortstuwings, de stroom, vaartverlies door zeegang en vaartverlies of -winst door wind, zie figuur 5. Als (x_1, x_2) de positie van het vaartuig is op de in de meteorologie gebruikelijke stereografische kaartprojectie (zie (13)) dan geldt

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f} (U, \psi, H_s, \theta_s, V_w, \theta_w) + \underline{s} \quad (1)$$

U = voortstuwingskracht van de machine

ψ = ware koers

H_s = significante golfhoogte

θ_s = gemiddelde richting van waaruit de golven komen, gemeten t.o.v. Noorden

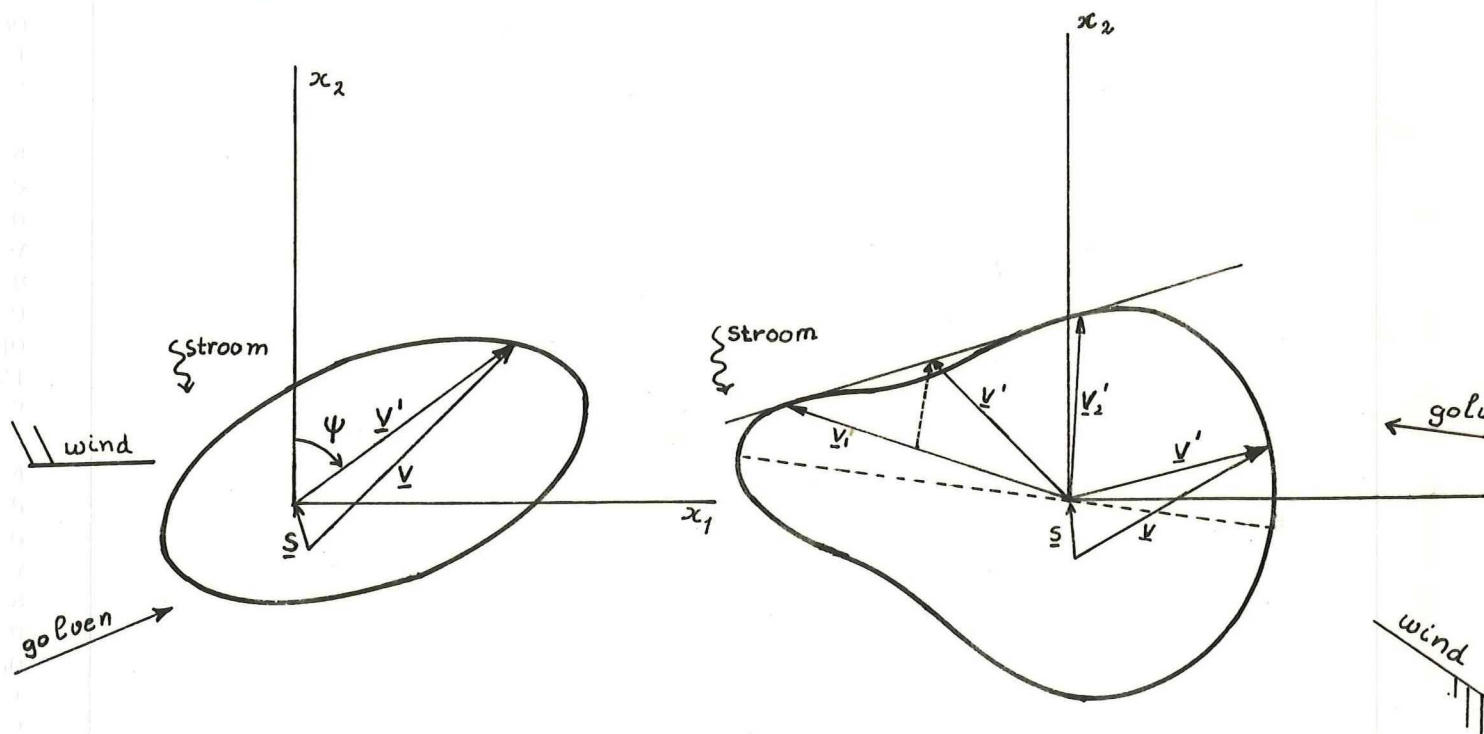
V_w = windsnelheid

θ_w = gemiddelde windrichting, gemeten t.o.v. Noorden

\underline{s} = de voor dit probleem tijdonafhankelijk beschouwde zeestroom

\underline{v}' = vaart door het water

\underline{v} = vaart over de grond



Figuur 5. Vaartindikatrices

In figuur 5 zijn twee vaartindikatrices getekend.

De rechter figuur vertoont twee "inhammen". Dit wordt veroorzaakt, doordat bij grote golfhoogtes en schuin achterin komende zeeën, vaart moet worden vermindert (voor dit schip, bij deze belading) in verband met stabiliteitsverlies gedurende het "balanceren" op een golftop. Voor tijdoptimale navigatie zijn deze koersen uiteraard niet bruikbaar. Ligt zo'n koers in de richting van de plaats van bestemming, dan is de raaklijn aan de uitstulpingen van de indikatrix het maximum haalbare door een gedeelte van de 12-uur periode de vaartvector \underline{v}_1' aan te houden en vervolgens \underline{v}_2' . (zie (14)). Hierdoor is de indikatrix toch als convex te beschouwen.

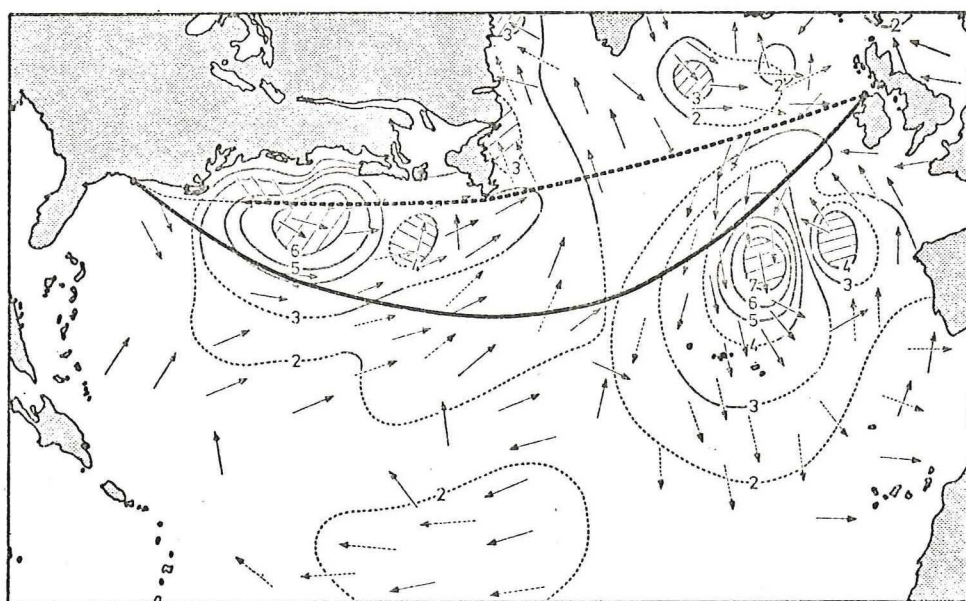
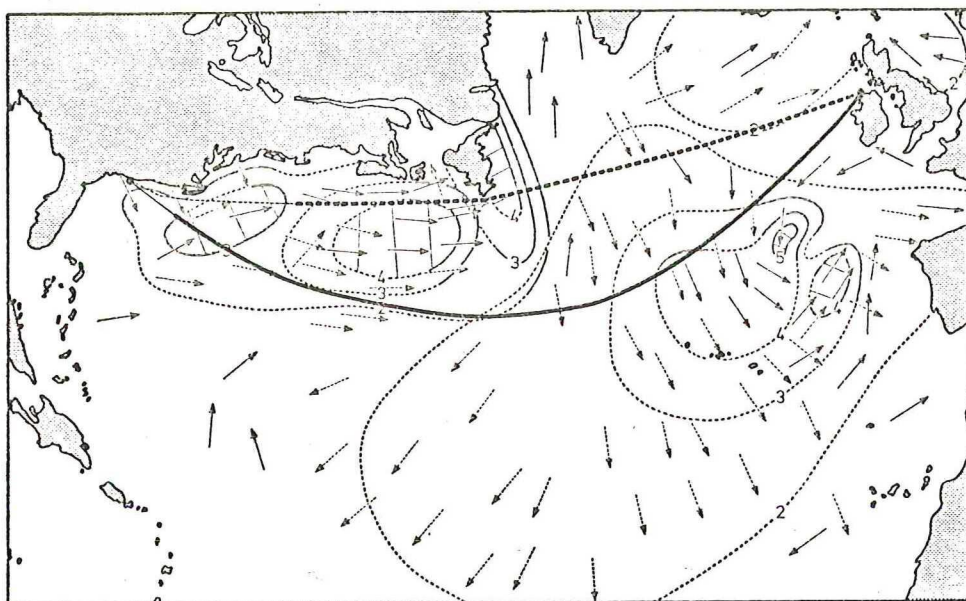
De tijdstap van 12 uur is gekozen in verband met de intervallen van 12 uur tussen de weerprognoses. De actuele golfkaarten, zie figuur 6a en 6b, geven lijnen over plaatsen met gelijke golfhoogtes en tevens de richting waarin de golven lopen. Een volgetrokken lijn is zeegang, een stippellijn is deining. De gegevens op de actuele golfkaarten worden in eerste instantie berekend met computermodellen waarin de windsterkte, windrichting, windduur en de windbaan zijn verwerkt en daarna gecorrigeerd met de golfgegevens van de zesuurlijkse scheepsweerrapporten van "selected ships" uit dit gebied.

In figuur 7 is de relatie aangegeven tussen genoemde grootheden. De significante golfhoogte en de golfperiode kunnen worden afgelezen met als argumenten windsnelheid, windbaan en windduur.

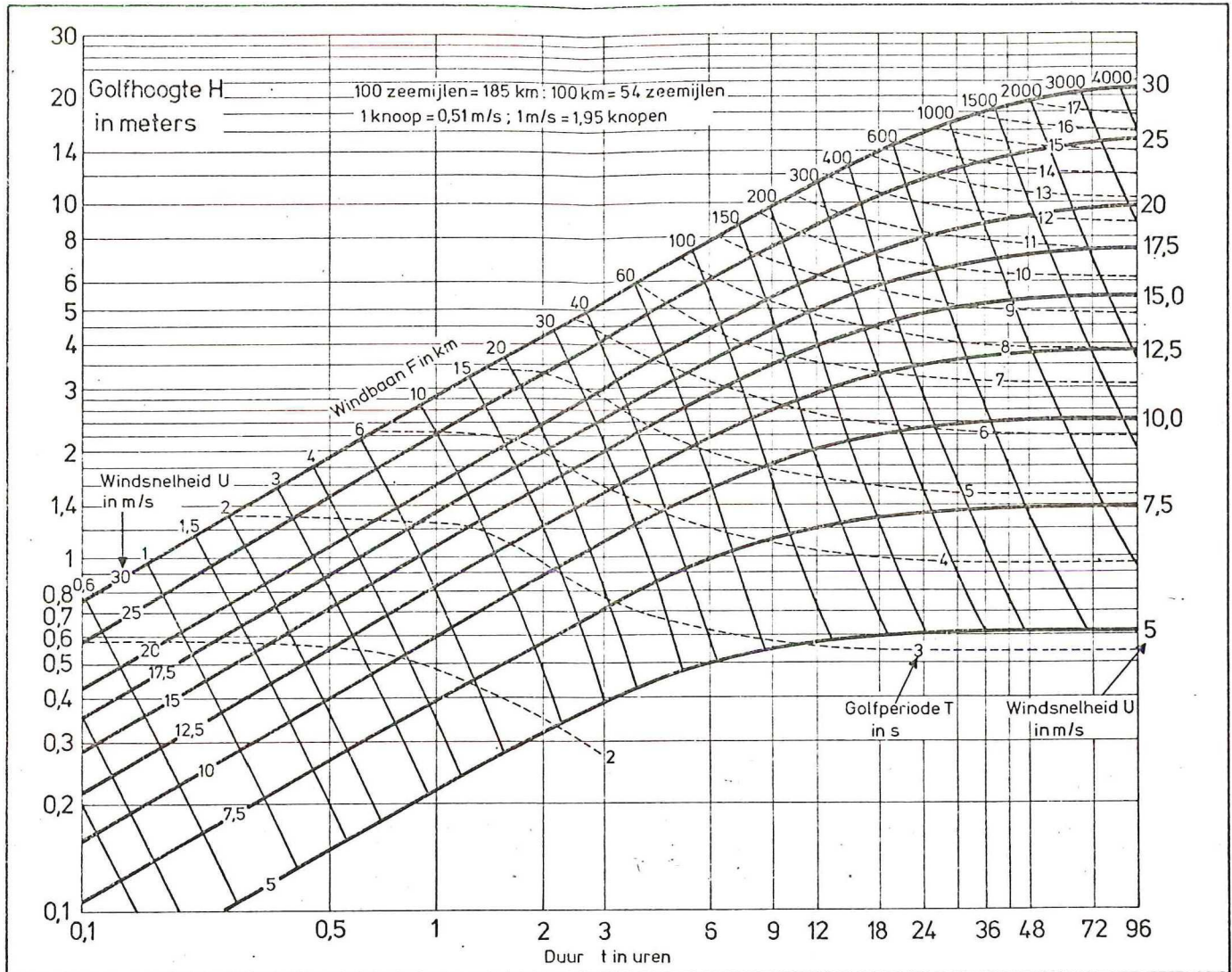
De windgegevens voor de actuele windkaart worden computermatig berekend uit de luchtdrukverdeling en daarna gecorrigeerd aan de hand van de scheepsweerrapporten.

Voor de prognoses van windrichting en -sterkte en dus van de toestand van de zee wordt gebruik gemaakt van de 500 mb kaarten. De lijnen op deze kaarten verbinden plaatsen met gelijke hoogte van het 500 mb vlak (isohypsen).

Deze lijnen geven de verwachte trekrichting van de depressies aan.



Figuur 6a, 6b. Golfkaarten

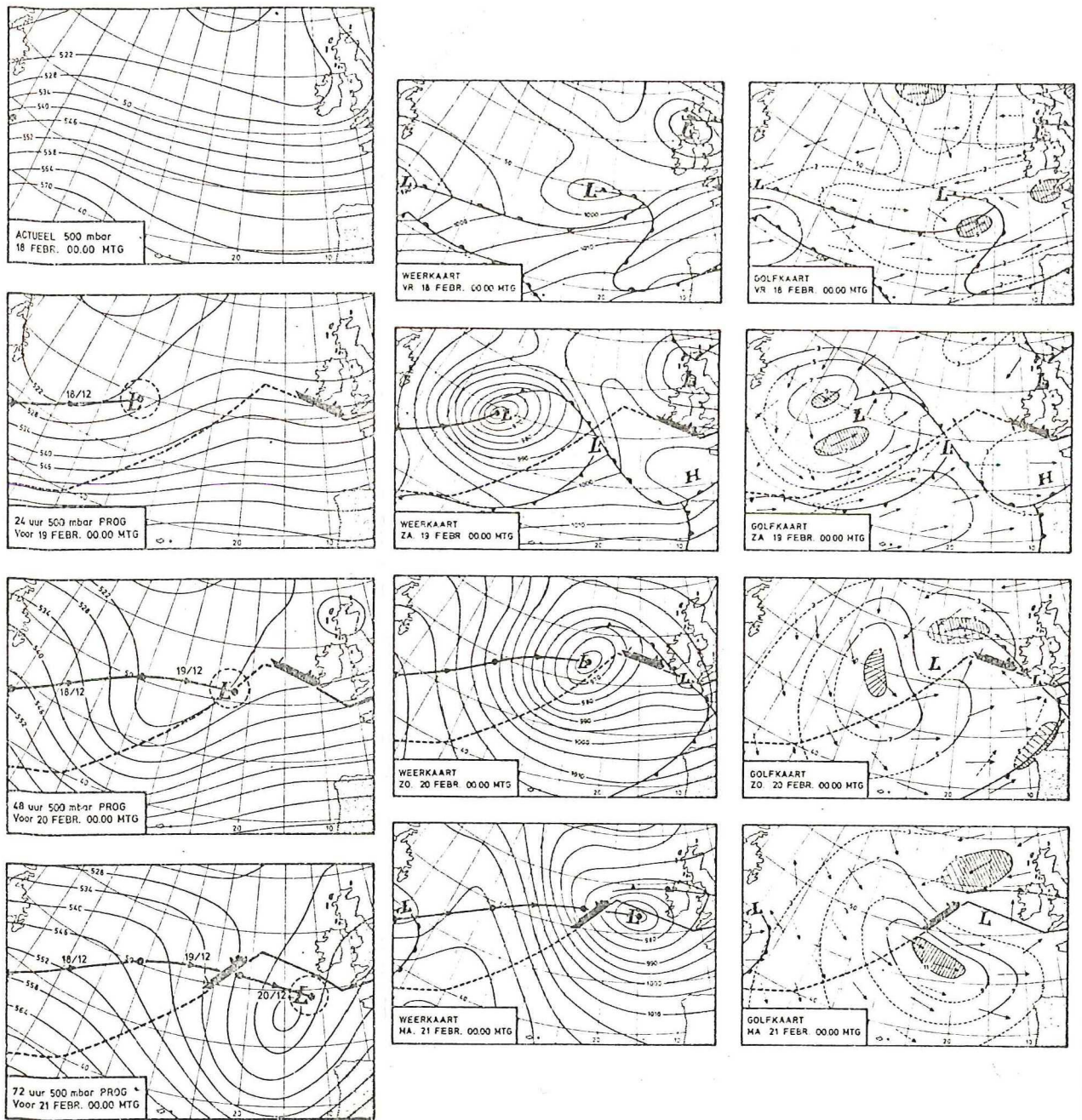


Figuur 7. Golfhoogte en golfperiode als functie van windsterkte, windduur en windbaan.

In figuur 8 zijn voor vier opeenvolgende tijdstippen met een interval van 24^h de actuele en drie verwachte 500 mb kaarten gegeven. Daarnaast zijn de actuele weerkaarten en golfkaarten gegeven op de betreffende tijdstippen.

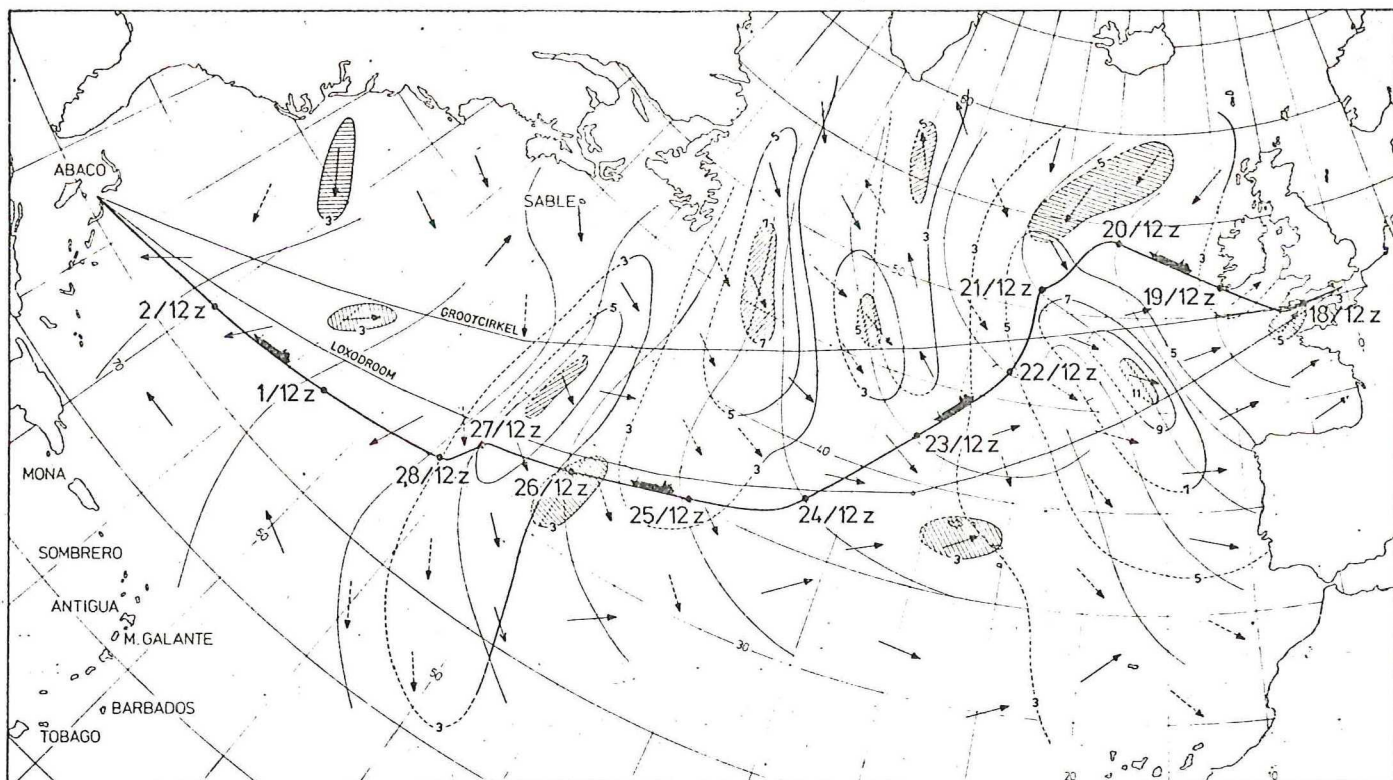
Het betrof hier een route-advies voor het m.s. "Aalsum" (zie (15)) bij het noordelijk rond van een zware depressie op de N. Atlantic.

In figuur 9 is de gehele gevolgde route te zien met tevens de loxodroom via Flores ('s winters een veel bevaren route) en de grootcirkelroute via 37°N 57°W (i.v.m. Golfstroom).



Figuur 8. 500 mb kaarten, actuele en prognoses, actuele weerkaarten en actuele golfkaarten.

Bij de achterafberekening bleek dat de reisduur van ± 14 dagen, langs de grootcirkel ± 2 dagen langer geweest zou zijn en langs de loxodroom ± 3 dagen langer. Figuur 6 is een zogenaamde evaluatiekaart waarop achteraf de golfsituaties zoals ze werkelijk waren, worden ingetekend met intervallen van 24 uur. Op grond van deze gegevens kan dan ook de eventuele reisduur langs andere routes worden berekend.

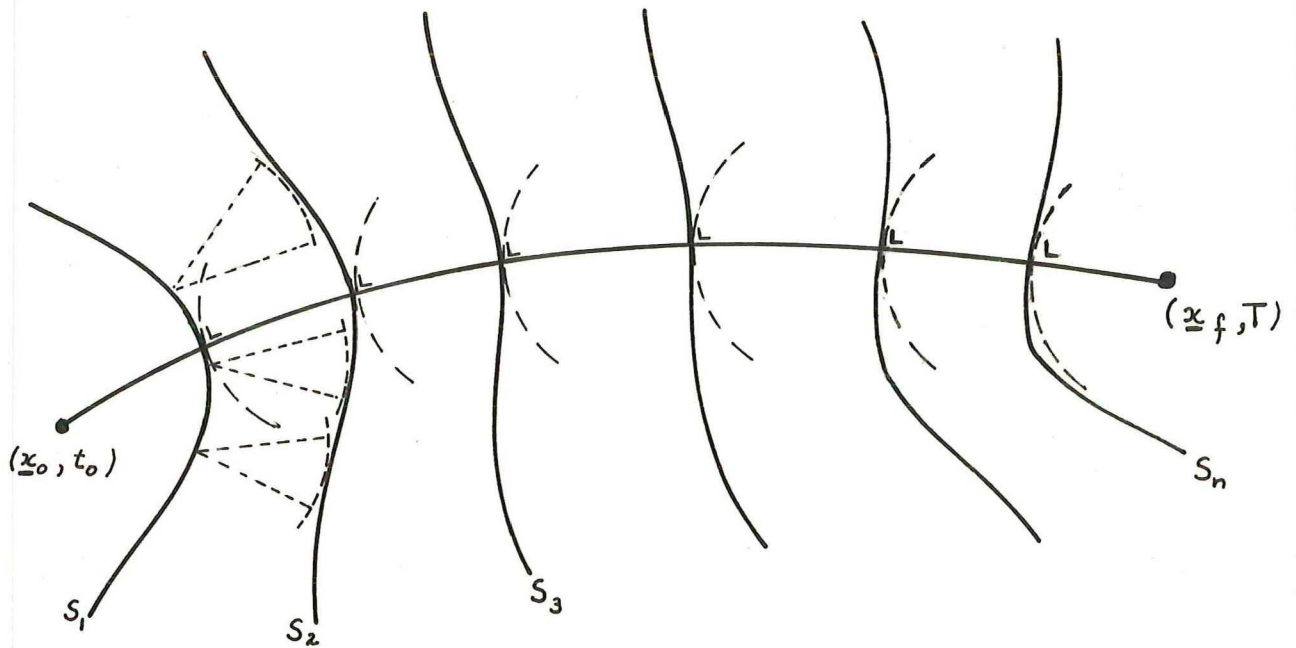


Figuur 9. Evaluatiekaart voor "least-time-track".

De least-time-track kan nu als volgt bepaald worden, zowel in de prognoseperiode, als bij de evaluatie achteraf. Deze methode wordt ook nu nog op het bureau Scheepsweerrouteren van het KNMI gehanteerd.

Uit het vertrekpunt x_0 wordt de vaartindikatrix uitgezet voor het vertrek-tijdstip t_0 , zie figuur 10.

Deze kromme is het eerste tijdfront (isochrone) S_1 .



Figuur 10. Tijdfronten en least-time-track.

Vanuit elk punt van S_1 is een volgende vaartindikatrix gedefinieerd voor de golfprognose van $t_0 + 12^h$. De omhullende van deze indikatrices is het volgende tijdfront S_2 . Aldus wordt verder gewerkt tot even vóór het eindpunt \underline{x}_f . Teurgwerkend vanuit \underline{x}_f wordt een "best fitting" lijn getrokken loodrecht op alle tijdfronten naar \underline{x}_0 ("spline"-interpolatie).

Deze werkwijze is gebaseerd op het principe van Bellman : indien $T(\underline{x}_0, \underline{x}_f)$ een optimale baan is, dan is $T(\underline{x}, \underline{x}_f)$ optimaal voor alle \underline{x} van $T(\underline{x}_0, \underline{x}_f)$. Verder staat de optimale koers steeds loodrecht op de tijdfronten, in paragraaf 5 wordt hierop teruggekomen.

Een N-Atlantic oversteek duurt ongeveer 10 dagen, terwijl de betrouwbaarheid van de prognoses thans praktisch niet verder reikt dan 72 uur. De tijdfronten ná 72 uur zijn derhalve niet goed bekend. Vanuit \underline{x}_f wordt daarom het dichtstbijzijnde punt van het laatst voorspelde tijdfront bepaald en vandaar teruggewerkt naar \underline{x}_0 . Steeds na 48 uur, of indien nodig ook daar tussen door, wordt op het KNMI per telegram route-advies gegeven.

Op het KNMI komen wel de 6-daagse verwachtingen binnen van het "European Centre for Medium Range Weather forecasts" te Reading (Engeland), maar de betrouwbaarheid na 72 uur is nog niet groot genoeg. De routeerders op de afdeling scheepsweerroutering van het KNMI "kijken er met een schuin oog naar". De resultaten van de meerdaagse voorspellingen worden wel steeds beter.

In de komende jaren zal de routeerprocedure geheel door de computer worden overgenomen. De programma's voor het routeren zelf liggen al klaar (13). Het probleem tot dusver is, dat de weer- en zeegegevens nog te onbetrouwbaar zijn na 72 uur. Met de toename van de betrouwbaarheid van de ECMRF voorspellingen zal computermatige bepaling van de optimale route mogelijk worden.

In de Verenigde Staten werkt het "Fleet Numerical Weather Central" te Monterey (Cal.) met een 14-daagse prognose die met de computer bepaald wordt uit een geschiedenis van 34 jaar weerontwikkeling waaruit een gelijksoortige "sequence of events" wordt gezocht. Ook hier zijn de resultaten nog niet zodanig, dat na 72 uur de betrouwbaarheid voor de praktijk van het routeren voldoende is. In Monterey wordt de toestand van de zee beschreven voor gridpunten op de oceaan door de energie van de golven in 12 richtingen (30° verspreid) en 15 frequentiebanden (periodes tussen 6 en 26 sec.). Het vaartverlies door zeegang wordt echter ook hier door de primaire golftrijn bepaald (H_s en θ_s).

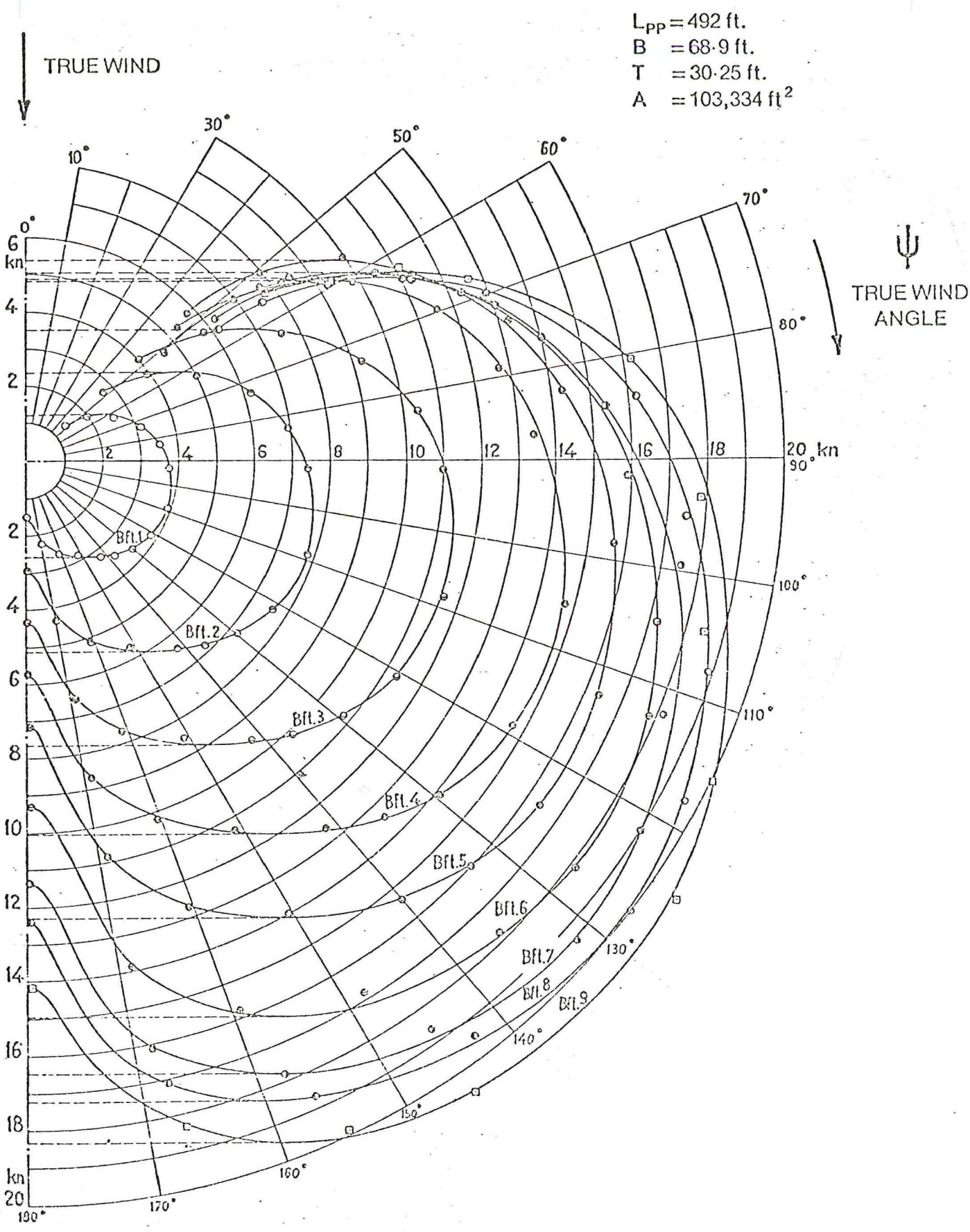
4. Weerrouteren voor zeilschepen

Uit het voorgaande is gebleken, dat het voor routeren primair van belang is om de vaartindikatrix te kennen.

Deze is voor zeilschepen in eerste instantie afhankelijk van de wind, maar de toestand van de zee is hierop ook van invloed.

In figuur 11 is de vaartindikatrix (voor 1 uur) gegeven van het Dynaship (8) van 17.000 ton dwt.

Als functie van de ware hoek van inval van de wind is de vaart uitgezet bij windsterkten variërend van 1 t/m 9 volgens de schaal van Beaufort. (De windsnelheid in knopen V_w volgt uit de windsterkte B op de schaal van Beaufort door $V_w = 1.625 B\sqrt{B}$). De indikatrix is symmetrisch voor SB en BB. Er kan niet hoger dan circa 50° aan de ware wind worden gezeild. De indikatrix kan echter convex gemaakt worden door horizontale raaklijnen te trekken aan de curves van constante wind. Door te laveren (symmetric cruising) kan bij 5 Bf op deze wijze 5.5 kn in de baanrichting gehaald worden, het tijdverlies bij overstaggaan niet meegerekend.



Figuur 11. Polair vaart diagram "Dynaship".

Bij minder wind neemt de snelheid in de baanrichting af. Bij windsterkten groter dan 5 Bf neemt de baansnelheid echter ook af door de grotere windwrijving (drag). Op vóór de windse rakken is "symmetric cruising" voor dit schip beoogd voordeliger, zoals uit de figuur blijkt.

Volgens (7) is in de vaartindicatrices van figuur 8 de invloed van de zeegang die bij de betreffende windsterkte hoort verwerkt. Verondersteld moet worden dat hier een volledig ontwikkelde zee is genomen.

Dit betekent, dat bij een nog niet volledig ontwikkelde zee de snelheid hoger zal liggen, terwijl bij uitlopende deining uit een windveld de snelheid lager zal zijn. Verder onderzoek zal meer gegevens moeten leveren over dit vaar(t)-gedrag.

Volgens de handmethode, die op het KNMI gevolgd wordt is het mogelijk aan de hand van de windkaarten, waarop lijnen van gelijke windsterkte staan aangegeven (isotachen), de tijdfronten en derhalve de "least-time-track" te bepalen.

De golfkaarten worden daarbij geconsulteerd om de gebieden met grootste golfhoogtes te vermijden.

Indien meer scheepsgegevens beschikbaar zijn kunnen de bestaande computerprogramma's voor stoom/motorschepen aangepast worden voor zeilschepen.

In mathematische termen uitgedrukt betekent het varen langs de least-time-track dat de waarde

$$J = \int_{t_0}^T 1 dt \quad (2)$$

geminimaliseerd moet worden, terwijl voor het vermijden van gebieden met grote golfhoogtes

$$J = \int_{t_0}^T (1 + \lambda H_s(x(t), t)) dt \quad (3)$$

geminimaliseerd moet worden. De positieve multiplicator λ geeft aan hoeveel boete men oplegt aan het ontmoeten van (hoge) golven en de invalshoek.

In appendix 1 ¹⁾ is vanaf een willekeurige datum een minimum-tijd simulatie-routering gemaakt voor het Dynaship met een bekende weercyclus uit een afgelopen periode. Er wordt dus verondersteld dat de weersvoorspellingen voor de hele oversteek zullen uitkomen, In principe is dit een routing zoals die als evaluatie ná een reis wordt gemaakt. De bedoeling was om met deze handmethode ervaring op te doen ter ondersteuning van verdere studie van het probleem van zeilrouting.

Een prognoseroute kan echter in tegenstelling tot een evaluatieroute wel eens verkeerd uitpakken, zoals moge blijken uit een telegram wat een gezagvoerder ooit zond aan een routeringsbureau :

"CONGRATULATIONS YOUR ADVICE LED ME DIRECTLY INTO THE WORST
STORM I EVER EXPERIENCED ON THE NORTH ATLANTIC".

5. Mathematische grondslag

Diverse algorithmen zijn ontwikkeld om een optimale route te bepalen. De belangrijkste bijdragen in Nederland zijn van Dr. C. de Wit (16), (17), en (18) en van Dr. S.J. Bijlsma (13).

Beide algorithmen berusten op een deterministisch model en zijn gebaseerd op "variatie van extremalen".

Een belangrijke recente bijdrage is een studie van E. Frankel en H. Chen van M.I.T (19) in opdracht van het National Maritime Research Center te New York. Er wordt hier uitgegaan van een stochastisch model en de optimale route wordt bepaald met dynamisch programmeren.

Daar de eerder gegeven constructiemethode eenvoudig verklaard kan worden met de methode van variatie van extremalen, zal hier een korte samenvatting van worden gegeven.

Een algemene formulering van een optimaliseringsprobleem is :

Er is een toestandsvector gedefiniëerd $\underline{x} \in R^n$, een stuurvector $\underline{u} \in R^m$ en de tijd $t \in R^+$.

1) Appendix 1 wordt tijdens het symposium uitgereikt.

De baanvergelijking voor \underline{x} luidt :

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}(t), u(t), t) \quad (4)$$

met $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$ en $\underline{x}(T) = \underline{x}_f$.

De opdracht is om $\underline{x}(t)$ en $\underline{u}(t)$ te bepalen die

$$J = \int_{t_0}^T L(\underline{x}, \underline{u}, t) dt + K(\underline{x}_f, T) \quad (5)$$

minimaliseert.

Hierbij is $L(\underline{x}, \underline{u}, t) > 0$ en afhankelijk van "het gebeuren" onderweg, terwijl $K(\underline{x}_f, T)$ een bijdrage is afhankelijk van eindpunt \underline{x}_f en eindtijd T . Voor de oplossing van dit probleem wordt een geadjungeerde vector $\underline{p} \in \mathbb{R}^n$ ingevoerd. Indien L en f 2x continu differentiëerbaar zijn voor \underline{u} , \underline{x} en t volgt de oplossing uit het volgende stelsel vergelijkingen. (Gemakshalve is de vectornotatie weggelaten, de getransponeerde van een vector \underline{p} wordt genoteerd als \underline{p}^t , de notatie L_x is een rijvector met als kentallen $\frac{\delta L}{\delta x_i}$ $i = 1(1)n$, de notatie f_x is een $(n \times n)$ matrix met in elke rij de partiële afgeleiden van $f_i(\underline{x}, \underline{u}, t)$ $i = 1(1)n$ naar x_j $j = 1(1)n$.

$$\left. \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= f(\underline{x}, \underline{u}, t) \\ \dot{\underline{p}}^t &= L_x - \underline{p}^t f_x \\ L_u - \underline{p}^t f_u &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{x}(t_0) &= \underline{x}_0 \\ \underline{x}(T) &= \underline{x}_f \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Indien de Hamiltonfunctie

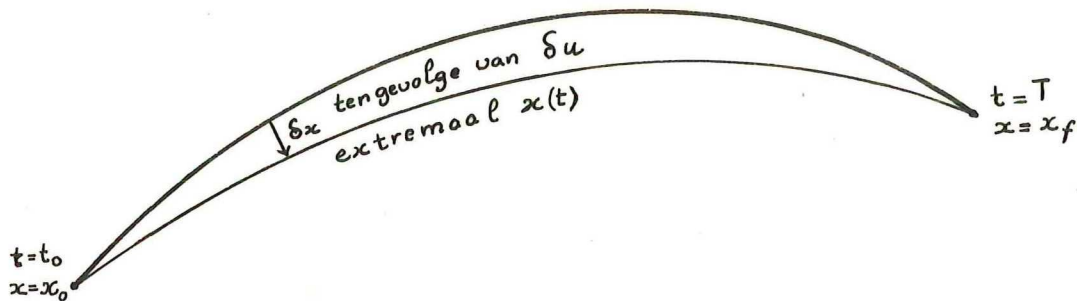
$$H = -L + \underline{p}^t f \quad (8)$$

wordt ingevoerd, dan kan (6) ook geschreven worden als

$$\left. \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \frac{\delta H}{\delta \underline{p}} \\ \dot{\underline{p}} &= -\frac{\delta H}{\delta \underline{x}} \\ \frac{\delta H}{\delta \underline{u}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

De laatste van de drie vergelijkingen geeft het maximumprincipe van Pontryagin weer.

Een oplossing wordt een extremaal genoemd.



Figuur 12. $x(t)$ tengevolge van $u(t)$

De optimale besturing $u(t)$ levert de optimale baan $x(t)$ op, een kleine verandering in de besturing $\delta u(t)$ levert een nabijliggende baankromme $x(t) + \delta x(t)$ op.

Voor de verandering van J onderweg kan met behulp van de variatierekening worden aangetoond :

$$\begin{aligned} J_x &= p \\ J_t &= -H \end{aligned} \tag{10}$$

Het bovengeschetste probleem kan verder uitgebreid worden door het eindpunt (x_f, T) niet vast te leggen, maar k functies $\varphi^i(x_f, T) = 0 \quad i = 1 \dots k$, $1 \leq k \leq n + 1$ hiervoor te definiëren.

Verder kunnen er beperkingen aan de stuurvariabelen $g_i(u) \leq 0 \quad i = 1 \dots l$, $1 \leq l \leq m$ worden opgelegd en ook kunnen er beperkingen in de toestandsvariabelen zijn $h_j(x, t) \leq 0 \quad j = 1 \dots r$. In de betreffende literatuur zijn de gemodificeerde oplossingen te vinden (20), (21), (22).

Het routeren als minimale-tijd probleem is nu een bijzonder geval van het voorgaande : Bepaal de eindtijd T als gevolg van een besturing $u(t)$ zodat

$$J = \int_0^T 1 \, dt \quad \text{is minimaal} \tag{11}$$

$$\text{Daarom : } L(x, u, t) = 1 \quad (12)$$

$$H = -1 + p^t f \quad p^t f_u = 0 \quad (13)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{vaartindikatrix}) \quad (14)$$

$$\dot{p}^t = -p^t f_x \quad (15)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad x(T) = x_f \quad (16)$$

$$H(x_f, T) = 0 \quad (17)$$

De laatste relatie volgt uit de eindconditie :

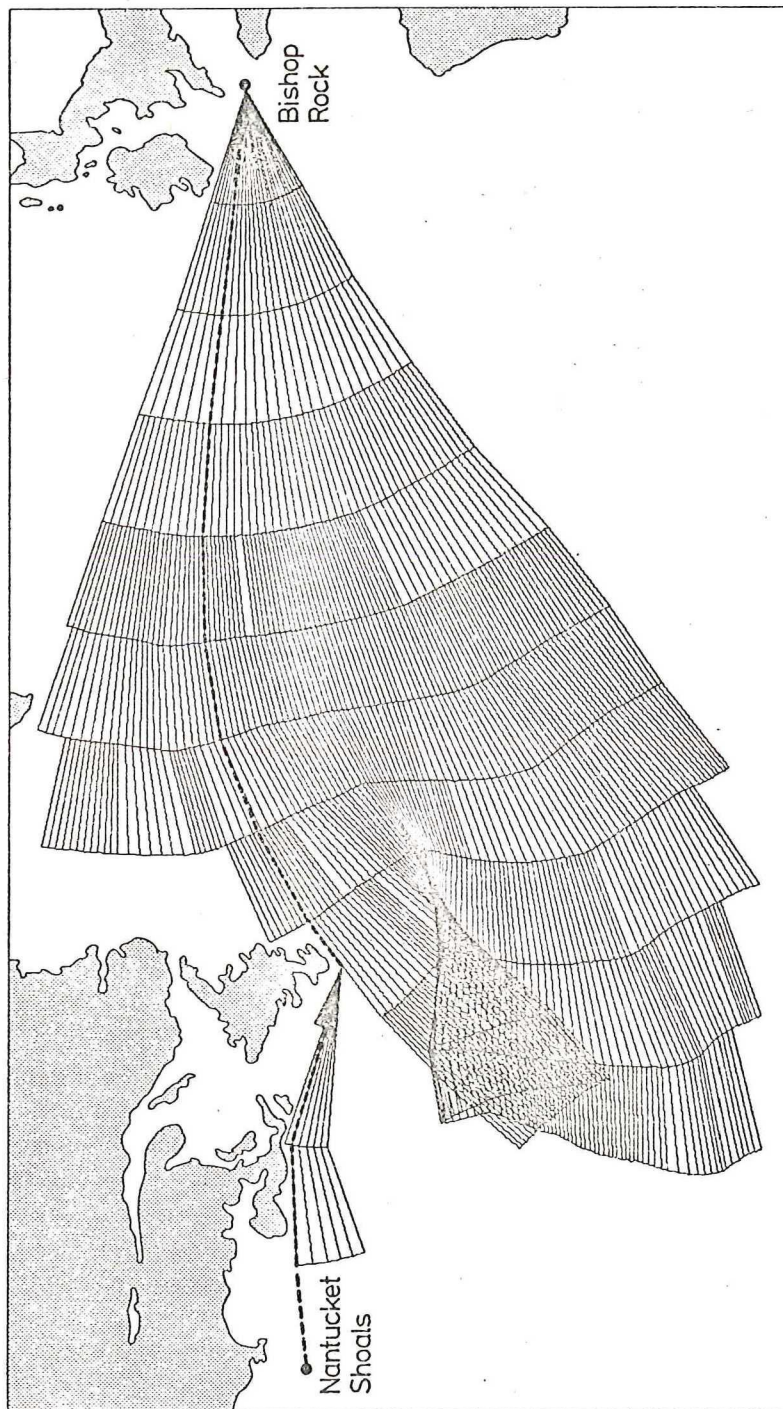
x_f vast en T vrij.

Verder is $p, x \in R^2$ en de besturing u in de koers voor een stoom/motorschip varende met constant vermogen en voor een zeilschip dat z'n motoren niet gebruikt. Kunnen de motoren van een zeilschip onderweg wel gebruikt worden, dan is u tweedimensionaal t.w. koers ψ en vermogen P .

Volgens (10) geldt onderweg voor een extremaal steeds $J_x = p$. Welnu, de lijnen in R_2 met constante J zijn de tijdfronten van fig. 10, waarbij p steeds loodrecht op het tijdfront staat.

Volgens Pontryagin moet $H = -1 + p^t f = -1 + p^t \dot{x}$ gemaximaliseerd worden, dus moet de snelheidsvector \dot{x} zich zo groot mogelijk projecteren op de vector p .

Figuur 13 laat de tijdfronten zien voor een N. Atlantic oversteek berekend door het programma van S.J. Bijlsma (13). De problematiek van het "overlappen" van de tijdfronten, zoals in figuur 13 bezuiden de optimale route, wordt behandeld in (16).



Computer produced by means of an incremental plotter using wave information over the period 17 January-23 January 1970, fictitious ship's data and a 12-hour time step. The least-time track is indicated by the dashed line.

Figure 13.

Aanbevelingen voor verder onderzoek en ontwikkeling

Er kunnen grofweg vier gebieden aangegeven worden, die zich lenen voor verder onderzoek teneinde de routevoorspellingen te verbeteren.

1. Aanpassen bestaande modellen voor andere kostfuncties dan minimale tijd.
Ontwikkelen van kostfuncties voor minimaal brandstofverbruik, voor stoom/motorschepen met of zonder hulpzeil.
Ontwikkelen van kostfuncties voor minimum-schade.
2. Ontwikkelen van stochastisch model; vergelijkend onderzoek met bestaande modellen.
3. Verbeteren van vaartafvalgrafieken, verbeteren van kennis van scheepsbewegingen in zeegang voor minimum-schade varen, verbeteren van kennis van vaartgrafieken van zeilschepen als functie van wind en zee.
4. Verbetering van de voorspelling van weer en zee ná 72 uur. (European Centre for Medium Range weather forecasts) en de geschikte verwerking van de grote hoeveelheid meteo-informatie voor input van het routeerprogramma.

LITERATUUR

- (1) Petrus Plancius. Theoloog en Geograaf
J. Keunings
P.N. van Kampen, Amsterdam, 1946.
- (2) Mouterij, oproer en berechting op schepen van de VOC.
J.R. Bruyn en E.A. van Eyck van Heslinga.
Unieboek Bussum. 1980.
- (3) American Practical Navigator
originally by Nathaniel Bowditch Defense Mapping Agency U.S.A. 1977.
- (4) Segelhandbuch für den Stillen Ozean
Deutsche Seewarte
L. Friederichsen & Co, Hamburg 1897.
- (5) Segelhandbuch für den Atlantische Ozean
Deutsche Seewarte
L. Friederichsen & Co, Hamburg 1910.
- (6) Kaap Hoorn
Alan Villiers
Hollandia Baarn 1972.
- (7) Sailing Ship weather routing
James H. Mays
Symposium on wind propulsion of commercial ships. London 1980.
- (8) Calculation of the speed of travel of sailing vessels
B. Wagner
Jahrbuch des Schiffbautechnischen Gesellschaft 61.
Springer Verlag 1967.
- (9) Experiences and results of the ship routeing of the Royal Netherlands
Meteorological Institute.
Wetenschappelijk Rapport 76-9.
G.C. Korevaar
KNMI De Bilt 1976.
- (10) Results of Marine and Isthmian Lines weather routed crossings 1961-1963
Weather Routing Inc. New York

- (11) Report on the results of weather routing
North Atlantic traffic by the Royal Netherland Meteorological Office
Shell International Marine Ltd.
MRP/22 July 1966.
- (12) The Present Status of Ships Routing
Interocean '70 International Conference
R.W. James
15 nov. 1970.
- (13) On minimal-time ship routing
S.J. Bijlsma
Mededelingen en verhandelingen no. 94 KNMI
Staatsdrukkerij 's Gravenhage 1975.
- (14) Optimaal Meteorologisch routeren en navigeren.
Dr. C. de Wit
Lezing TH Delft 14 april 1975.
- (15) Nautisch Technisch tijdschrift "De Zee".
Mededelingen KNMI D. Heijboer.
Jaargang 1977 No. 12.
- (16) Optimal Meteorological Ship Routing
C. de Wit
Nederlands Scheepsstudiecentrum TNO report no. 142 S Aug. 1970.
- (17) Mathematical treatment of optimal ship routing
C. de Wit
Proefschrift TH Delft 1968.
- (18) Progress and developments of ocean weather routing
C. de Wit
Nederlands Scheepsstudiecentrum TNO Report No. 201 S Bov. 1974.
- (19) Optimization of ship routing
G. Frankel H. Chen (M.I.T.)
Prepared for National Maritime Research Center
Kings Point New York 1978.
- (20) Mathematical theory of optimal processes
L.S. Pontryagin
Interscience publishers Inc.
New York 1962.

(21) Optimal Control Theory

Donalds Kirk

Prentice Hall 1970.

(22) Calculus of Variations

Gelfand, Tomin

Prentice Hall 1968.