

Dr. Ir. J. F. BESSELING

**THEORIE EN BEREKENING
IN DE TECHNISCHE MECHANICA**



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

THEORIE EN BEREKENING IN DE TECHNISCHE MECHANICA

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN
HET AMBT VAN GEWOON HOOGLERAAR
IN DE TECHNISCHE MECHANICA AAN DE
TECHNISCHE HOGESCHOOL TE DELFT OP
WOENSDAG 2 MAART 1960

DOOR

Dr. Ir. J. F. BESSELING



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

*Mijne Heren Curatoren,
Mevrouw en Mijne Heren Leden van de Senaat,
Dames en Heren Lectoren, Docenten, Instructeurs
en Assistenten,
Dames en Heren Studenten en voorts Gij allen die
door Uw aanwezigheid van Uw belangstelling blijk
geeft,*

Zeer gewaardeerde toehoorders,

De uitdrukking: „voor een taak berekend zijn” zou uit de wereld van de techniek kunnen stammen, het enige gebied van menselijke activiteit waar berekening leidt tot betrouwbare voorspelling van de taakvervulling van de produkten van het menselijk brein. Er wordt veel gerekend in deze wereld en hoewel ik de cijfers niet ken ben ik ervan overtuigd dat alleen al op deze dag meer rekenkundige bewerkingen worden uitgevoerd dan in de gehele menselijke historie tot de aanvang van de tweede wereldoorlog. In de elektronische rekenmachine heeft de mens thans een instrument dat hem de weg naar de maan heeft geopend. Of hij in de letterlijke of in de figuurlijke zin deze weg op zal gaan is een vraag die politiek-economische theorie in het geding brengt, een gebied dat zich helaas meer voor misrekening dan voor berekening schijnt te lenen. Hoewel ik het als onze eerste plicht zie om tot een gefundeerd oordeel te komen op dit terrein, waar in de komende jaren over het zijn of niet zijn van onze wereld beslist zal worden, wil ik hier terstond overgaan tot een gebied van menselijke activiteit, waar vertegenwoordigers van alle volkeren dezelfde maatstaven aanleggen: de technische wetenschappen.

Meer en meer gaat de mens in zijn technische scheppingen vertrouwen op berekening. Berekening wil zeggen dat hij zijn schepping al heeft blootgesteld aan de natuurelementen voor-

dat deze schepping meer is dan een plan. De kennis van de natuurelementen is vastgelegd in een wiskundig geformuleerde theorie en in de berekening vindt in het samenspel van symbolen volgens de strenge regels der wiskunde het proces plaats dat zich na verwezenlijking van het plan zal openbaren als ijs in een koelkast of als een ruimteprojectiel op weg naar een andere planeet. Hoe gedurfd er het project, des te meer eist de maatschappelijke verantwoordelijkheid van de ontwerper dat hij zijn verwachtingen door berekening toetst aan natuurwetenschappelijke theorie.

Ik zou hier met U in willen gaan op de theorie en berekening, zoals deze ten grondslag liggen aan onze voorspelling van de beweging van stoffelijke lichamen in de ruimte: het terrein van de mechanica.

De mechanica is in de eerste plaats gebouwd op het hechte fundament van de postulaten en wetten door NEWTON geformuleerd in zijn boek: „Principia Mathematica”.

NEWTON gaf de dynamische evenwichtsvergelijkingen aan de mechanica. Voor een volledige beschrijving van de beweging van een stoffelijk lichaam schoten zij echter te kort. Immers, de relatie tussen de som van alle traagheidskrachten in een lichaam en de van buiten op dit lichaam werkende krachten leverde slechts zes vergelijkingen, voldoende om de beweging van en om het zwaartepunt te bepalen, doch ten ene male onvoldoende om het oneindig aantal mogelijkheden van relatieve beweging in het lichaam te berekenen. CAUCHY voerde het begrip spanning in, waarmee de zes evenwichtsvergelijkingen geschreven kunnen worden als drie partiele differentiaalvergelijkingen en drie symmetrierelaties tussen de spanningscomponenten.

Hiermee was het probleem van de relatieve beweging in het lichaam nog steeds onbepaald, maar deze formulering gaf echter wel de weg aan naar een mogelijke oplossing van het vraagstuk. Als het immers mogelijk zou zijn een verband te leggen tussen de spanningen en het vectorveld van de relatieve verplaatsingen, dan kon door eliminatie van hetzij de spanningen, hetzij de relatieve verplaatsingen een stelsel van vergelijkingen worden verkregen waarin het aantal onbekenden juist gelijk zou zijn aan het aantal vergelijkingen. Het feit dat op de ruimte, die door het lichaam voor en na de vervorming wordt ingenomen, de postulaten van de Euclidische meetkunde van toepassing

zijn, stelde CAUCHY in staat een aan compatibiliteitsvoorwaarden gebonden rektensorveld te definiëren met behulp waarvan voor elke vervorming van het lichaam aan elk punt een maat voor de vervorming werd gegeven, die logisch in verband kon worden gebracht met de andere puntgrootheden, de componenten van de spanningstensor.

Dan ontstaat het strakke systeem van de elasticiteitstheorie, uitmuntend in wiskundige strengheid en helderheid. Uitgaande van de observaties van HOOKE, die een evenredigheid tussen vervormingsgrootheden en krachten constateerde, postuleerde men een lineaire relatie tussen de spanningen en de rekken, die we nog plegen aan te duiden als de wet van HOOKE. Anders dan de universele natuurwetten van NEWTON is de spanning-rek relatie afhankelijk van de aard van de stof. In hun meest algemene vorm bevatten de lineair elastische spanning-rek relaties 21 evenredigheidsconstanten, die van materiaal tot materiaal kunnen verschillen en die tesamen het elastische gedrag van het materiaal definiëren. In tegenstelling tot een natuurwet zullen we relaties van dit type aanduiden als de constitutieve vergelijkingen van onze theorie.

Het zou voorwaar een formidabele opgave zijn voor onze materiaalbeproevingslaboratoria voor elk materiaal de 21 constanten voorkomende in de constitutieve vergelijkingen van de elasticiteitstheorie te moeten bepalen. Hier komt ons echter een uitermate belangrijke eigenschap te hulp, die vele materialen meer of minder exact blijken te bezitten. Dit is de eigenschap van isotropie, die inhoudt dat de eigenschappen van de stof niet aan richting gebonden zijn. Voor een isotroop materiaal blijkt het lineair elastisch gedrag geheel gedefiniëerd te zijn door slechts twee constanten, die nu met twee eenvoudige proeven kunnen worden bepaald.

Uitgaande van de vergelijkingen van de elasticiteitstheorie kunnen we een lichaam in de vorm van een meer of minder ingewikkelde constructie blootstellen aan de krachten en de belemmeringen in de bewegingsvrijheid, waar het lichaam in een ons bekend veronderstelde omgeving aan onderworpen is. Heelaas stellen zelfs de meest verfijnde wiskundige methodes ons niet in staat om het elastisch gedrag van een lichaam in een berekening exact te volgen. Het systeem niet-lineaire partiële differentiaalvergelijkingen, dat het probleem van elastische vervor-

ming beheerst, is ook in het eenvoudigste geval van isotropie uiterst gecompliceerd.

Toch is uit de elasticiteitstheorie een ingenieurstheorie gegroeid, waarbij ik een ingenieurstheorie zou willen definiëren als een theorie, waarvan de grondvergelijkingen in alle gevallen een exacte numerieke oplossing toelaten. Dit is in de eerste plaats te danken aan het feit dat we bij de meeste constructies slechts zeer kleine, infinitesimaal te rekenen relatieve verplaatsingen toelaten. Dit is het terrein van de klassieke elasticiteitstheorie, waar de rekken door lineaire uitdrukkingen in de verplaatsingsgradienten worden gegeven en waar de evenwichtsvergelijkingen kunnen worden betrokken op lichaamselementen in de bekende, onvervormde toestand. Met het stelsel lineaire partiële differentiaalvergelijkingen van de klassieke elasticiteitstheorie zijn een groot aantal, zij het geïdealiseerde vervormingsvraagstukken, tot exacte oplossing gebracht. Ik zal hier niet ingaan op deze oplossingen, doch volstaan met te vermelden dat deze oplossingen de grondslag vormen voor de constitutieve vergelijkingen van de ingenieurstheorie. Natuurlijk moet ook een ingenieurstheorie voldoen aan de eis dat berekening en experimenteel resultaat niet met elkaar in conflict zijn. De ingenieur zal echter wat betreft de nauwkeurigheid van de overeenstemming tussen theorie en experiment zijn eisen belangrijk minder hoog kunnen stellen dan de fysicus. Een ingenieur moet aan zijn constructies in de eerste plaats de eis stellen dat ze niet zullen bezwijken of ontoelaatbaar vervormen in het gebruik. Er wordt van hem gevraagd een ondergrens aan te geven voor de toelaatbare belastingen, niet om van punt tot punt in de constructie het proces van belasting en vervorming exact te kunnen voorspellen. Hij beschouwt daarom een sterk geschematiseerde constructie, opgebouwd uit eenvoudige constructieelementen, elk geschikt om een bepaald type belasting op te nemen. De constitutieve vergelijkingen van de ingenieurstheorie zijn nu niet de spanning-rek relaties, maar lineaire relaties tussen krachten en momentensystemen en vervormingsgrootheden, die zijn gebaseerd op oplossingen van geïdealiseerde vervormingsvraagstukken in de klassieke elasticiteitstheorie. De constitutieve vergelijkingen kunnen ouder zijn dan de oplossingen van de elasticiteitstheorie, die aan deze vergelijkingen een hecht fundament geven. Dit is het geval bij de balkentheorie, die reeds door BERNOULLI was ontwikkeld

voordat de algemene vergelijkingen van de elasticiteitstheorie waren opgesteld.

Gedurende lange tijd voerde de ingenieur zijn berekeningen uit aan constructies, die zinvol konden worden geschematiseerd tot een samenstel van balken en staven. In onze bruggen, in een Eiffeltoren, of in de machtige kranen in de havens, zien we de voorbeelden, waarbij de berekeningen niet door de werkelijkheid zijn gelogenstraft. Met eenvoudige gewone differentiaal-vergelijkingen, gemakkelijk te herleiden tot algebraïsche vergelijkingen, is de krachtdoorleiding in de constructie bepaald en vervolgens is de sterkte van elk element gecontroleerd.

Van oudsher bestonden er echter constructies die maar uiterst gebrekkig konden worden behandeld als een samenstel van balken en staven. Schepen en gebouwen zijn hiervan voorbeelden. Om deze reden en wegens het feit dat de krachten door de omgeving op de constructie uitgeoefend in hoge mate onbekend waren, werden er aan deze constructies niet dan de meest elementaire berekeningen uitgevoerd en steunde de scheepsbouwer of bouwkundige bij zijn ontwerp in hoofdzaak op een rijkdom aan ervaringsmateriaal.

Met het vliegtuig kwamen er echter constructies waar nauwkeurig berekenen van het proces van belasting en vervorming een levensbelang werd, voor vlieger en exploitant beide. Aanvankelijk werd een vliegtuig geconstrueerd op een wijze waar de balken- en staventheorie voldoende nauwkeurigheid kon garanderen. Met de komst van het geheel metalen vliegtuig met dragende huid veranderde dit echter. Een romp en in mindere mate een vleugel of staartvlak konden niet langer als slanke balken worden behandeld met een door zes resulterende krachten en momenten bepaalde spanningsverdeling in een doorsnede. Daar de hoofdfunctie van de dunne platen van huid en schotten het doorleiden van schuifkrachten is, werd een zinvolle schematisering van de constructie bereikt door de invoering van het alleen schuifkracht opnemende plaatveld in combinatie met normaalkracht opnemende staven. Het aantal niet uit de evenwichtsvergelijkingen te berekenen spanningsgrootheden in een doorsnede werd hiermee echter groot en het vervormingspatroon dat met zijn aansluitingsvoorwaarden deze spanningsgrootheden moest bepalen werd zeer onoverzichtelijk. Een groot aantal onbekenden was geen nieuw probleem voor de ingenieur,

en bij ingewikkelde stelsels van balken en staven had hij in de relaxatiemethode van SOUTHWELL en haar voorloper, de vereffeningsmethode van HARDY-CROSS, doeltreffende en eenvoudige, zij het vaak tijdrovende rekenwijzen gevonden. De invoering van het alleen schuifkracht opnemende plaatveld maakte echter een directe toepassing van de aansluitingsvoorwaarden voor de opstelling van de benodigde vergelijkingen niet meer mogelijk. De geometrische methode voor de behandeling van het vervormingsvraagstuk, die we zouden kunnen aanduiden als de klassieke ingenieurstheorie, schoot te kort. Hier bracht echter een variatieprincipe uit de elasticiteitstheorie uitkomst. De elasticiteitstheorie kende namelijk voor infinitesimale relatieve verplaatsingen het principe van minimum complementaire energie, dat zegt dat van alle spanningen die voldoen aan de evenwichtsvergelijkingen die spanningen een aaneengesloten vervormingspatroon geven welke een bepaalde arbeidsintegraal minimaal maken.

Dit principe, waarvan een speciale vorm als de wet van CASTIGLIANO wordt aangeduid, leent zich bij uitstek tot een systematische behandeling van het vraagstuk van de krachtsdoorleiding in gecompliceerde elastische constructies. Nadat in een schematisering de functie van de constructieelementen is vastgelegd, worden naast een krachtsdoorleiding, die aan de evenwichtsvergelijkingen voldoet maar overigens vrij willekeurig gekozen kan worden, alle andere mogelijkheden van krachtsdoorleiding beschouwd in de vorm van in zich zelf in evenwicht zijnde krachtssystemen. Deze door de geometrie van de constructie, de uitwendige belastingen en de evenwichtsvergelijkingen bepaalde systemen worden samengevat in systematische getallenverzamelingen, matrices genaamd. Vervolgens wordt een matrix van flexibiliteitsparameters opgesteld die in de plaats treedt van de constitutieve vergelijkingen van de constructieelementen en die de elastische eigenschappen van deze elementen vastlegt. Het principe van minimum complementaire energie geeft nu aan hoe een oplossing van het vraagstuk van de krachtsdoorleiding, die binnen het raam van de gebruikte schematisering een aaneengesloten vervormingspatroon geeft, verkregen kan worden door een eenvoudige rekensom uit te voeren met de genoemde matrices. Het feit dat het matrices zijn en geen gewone getallen maakt deze som zeer tijdrovend, zo niet onuitvoerbaar in meer

gecompliceerde gevallen; doch hier komt de elektronische rekenmachine ons te hulp. Deze machines voeren volgens standaard-routines rekenkundige bewerkingen uit met matrices met het zelfde gemak waarmee de mens bewerkingen met gewone getallen uitvoert. De berekening van vervormingen in bepaalde punten van de constructie kan ook geheel in matrixvorm geschieden met behulp van evenwichtsmatrices voor eenheidskrachtssystemen en de reeds voor de bepaling van de krachtsdoorleiding gebruikte matrices. Wordt bovendien nog de massaverdeling vastgelegd in een matrix, dan volgt de bepaling van het dynamisch gedrag van de constructie als een logische uitbreiding van het rekenprogramma.

De hierboven geschetste ontwikkeling is nog geenszins voltooid. Het is echter mijn overtuiging dat de energiemethode de geometrische methode of klassieke ingenieurstheorie voor het bepalen van de krachtsdoorleiding meer en meer zal vervangen. Tegen de energiemethode kan worden aangevoerd dat hij minder aanschouwelijk is en daardoor minder inzicht geeft dan de geometrische methode. Kan dit bij eenvoudige constructies als geldig argument worden aanvaard, het was juist dit beroep op de aanschouwelijkheid wat de geometrische methode bij ingewikkelde constructies deed falen. Verder moet worden opgemerkt dat de verschuiving in methode geheel ligt op het gebied van de constitutieve vergelijkingen voor het elastisch gedrag van de constructieëlementen. De rol van de evenwichtsvergelijkingen blijft onaangetast en wordt misschien bij de energiemethode nog meer centraal gesteld. De constitutieve vergelijkingen worden echter vervangen door de, ten dele hieruit afgeleide, constitutieve matrix van flexibiliteiten.

Naast de vele gevallen waarin de energiemethode reeds zonder principiële moeilijkheden tot een bevredigende oplossing van het probleem van krachtsdoorleiding en vervorming voert, blijven er nog een groot aantal bijzondere onderwerpen over. Hier zal hetzij een verfijning van de energiemethode in de vorm van bijzondere evenwichtssystemen met bijbehorende elementen in de constitutieve matrix, hetzij een directe toepassing van nieuwe en bekende oplossingen uit de klassieke elasticiteitstheorie moeten leiden tot de door de ingenieurs geëiste kennis van de krachtsverdeling en vervorming in de constructie. Als voorbeelden van dergelijke bijzondere onderwerpen zou ik hier willen noemen

de spanningsverdeling in de dikke huidplaten van de moderne supersone vliegtuigen, vraagstukken van buigstijve platen en schalen, de voortplanting van spanningsgolven in elastische media, en het probleem van niet meer infinitesimaal te rekenen relatieve verplaatsingen. De niet lineaire vergelijkingen voor eindige relatieve verplaatsingen laten in het algemeen slechts benaderende oplossingen toe, waarbij met vrucht gebruik kan worden gemaakt van het principe van minimum potentiële energie. Dit principe zegt, dat van alle mogelijke relatieve verplaatsingen die verplaatsingen een bepaalde arbeidsintegraal minimaal maken, waarbij de spanningen juist aan de evenwichtsvergelijkingen voldoen. Het is de tegenhanger van het principe van minimum complementaire energie, dat echter alleen geldt voor infinitesimale relatieve verplaatsingen. WEBER heeft aangetoond dat door combinatie van beide minimum principes grenzen kunnen worden bepaald waarbinnen de exacte waarden van spanningen en vervormingen volgens de klassieke elasticiteitstheorie moeten liggen.

Tot nu toe bespraken we hoe de ingenieur de krachtdoorleiding in de constructie berekent. Heeft hij aan de evenwichtsvoorwaarden en in meer of minder nauwkeurige mate aan de vervormingsvoorwaarden voldaan, dan moet hij controleren of elk constructieëlement voldoende sterkte heeft om de toegewezen belasting te dragen. Hierbij rijst allereerst de vraag, welke waarde we aan deze controle moeten toekennen, wanneer we er ons van bewust zijn dat deze belasting slechts een benadering kan zijn van de werkelijke belasting. In de eerste plaats is hierop het antwoord van de ingenieur dat hij hiervoor de veiligheidsfactor of, in dat verband beter, onzekerheidsfactor invoert. Voldoende is dit antwoord echter niet, daar de afwijking tussen de berekende belasting en de belasting die volgens de exacte elasticiteitstheorie in het element aanwezig zou zijn, vaak belangrijk groter kan zijn dan door de onzekerheidsfactor wordt gedekt. Het gedrag van het materiaal is echter niet elastisch tot aan het moment van breuk, behalve bij enkele uitzonderlijke materialen. De belasting, die aanvankelijk evenredig toeneemt met de bijbehorende vervormingsgrootte, vertoont na overschrijding van een evenredigheidsgrens een belangrijk geringere stijging dan uit evenredigheid met vervorming zou volgen. Nu is er in de plasticiteitstheorie een stelling, voor het geval dat de

belasting na het bereiken van de evenredigheids grens constant blijft bij toenemende vervorming, die zegt dat een constructie niet onbeperkt zal vervormen indien een krachtsverdeling kan worden aangegeven, die voldoet aan de evenwichtsvergelijkingen en waarbij de belasting in alle elementen onder de evenredigheids grens blijft. Hoewel deze stelling niet direct van toepassing is op werkelijke constructies, waarin de belasting van een element na het bereiken van de evenredigheids grens nog kan toenemen, verleent hij toch belangrijke steun aan het intuïtieve vertrouwen van de ingenieur dat zijn constructie niet zal bezwijken als in zijn berekende krachtsverdeling elk element niet zwaarder wordt belast dan zijn sterkte toelaat.

Voor de bepaling van de sterkte van een constructieëlement moeten vele criteria worden gehanteerd. Ten dele zijn deze criteria van theoretische oorsprong, zoals het knikcriterium gebaseerd op de theorie van de stabiliteit van het elastische evenwicht. EULER legde hier met zijn berekening van buigknik van staven de grondslag. Maar voor een belangrijk deel steunen de sterktecriteria op experimentele gegevens, die nog dagelijks worden aangevuld.

Zo staan we bijvoorbeeld met de theorie nog machteloos tegenover het probleem van de sterkte van een verbinding van twee elementen, of tegenover de bepaling van het aantal belastingwisselingen dat een element kan ondergaan alvorens te breken tengevolge van het zogenaamde vermoeiingsverschijnsel.

Naast de sterkteberekening, gebaseerd op de elastische krachtsverdeling in de constructie, is er nog een methode ontwikkeld om de bezwijklast van een constructie te bepalen met constitutieve vergelijkingen voor het plastisch gedrag van constructieelementen als uitgangspunt. Als wordt verondersteld dat in een element de belasting na het bereiken van de evenredigheids grens constant blijft bij toenemende vervorming, dan kan de last waaronder de constructie zal bezwijken door onbeperkt toenemende vervorming worden ingesloten tussen twee grenzen, terwijl tevens grenzen kunnen worden aangegeven voor wisselbelastingen, waarbij de constructie zich na aanvankelijke plastische vervorming, tenslotte zuiver elastisch zal gaan gedragen.

De aan deze methode ten grondslag liggende theorie is in de afgelopen vijftig jaar ontwikkeld als onderdeel van de plastici-

teitstheorie. Dat het hier om een gezonde benadering van het probleem van de veiligheidsfactor handelt, lijdt geen twijfel. Het is toe te juichen dat deze methode reeds hier en daar als ingenieurstheorie wordt geaccepteerd in wettelijke voorschriften voor vloeistalen constructies, die kunnen worden geschematiseerd tot een samenstel van balken en staven. De ontwikkeling van de plasticiteitstheorie tot een ingenieurstheorie voor meer gecompliceerde constructies en materialen stuit echter op grote moeilijkheden, die deels van wiskundige aard zijn, deels worden veroorzaakt door onze onbekendheid met bevredigende constitutieve vergelijkingen. Als laatste onderwerp zou ik de algemene constitutieve vergelijkingen van de mechanica van vervormbare lichamen met u willen beschouwen.

We hebben gezien hoe de constitutieve vergelijkingen van de elasticiteitstheorie een wijd terrein van onderzoek openden voor de theoreticus, wiens resultaten een gezond fundament gaven aan een ingenieurstheorie, waarmee ook het gedrag van zeer ingewikkelde constructies voor berekening vatbaar werd. Hoewel de eenduidige lineaire spanning-rek relaties een goede beschrijving geven van het gedrag van vele materialen bij kleine vervormingen, zijn zij echter als constitutieve vergelijkingen van een natuurwetenschappelijke theorie te simplistisch. In de eerste plaats behoeven zij aanvulling om het ervaringsfeit van uitzetting door temperatuurverhoging te verwerken. Gewoonlijk wordt hiervoor de elasticiteitstheorie uitgebreid door een elastische rektensor op te bouwen uit een bijdrage, afgeleid uit de relatieve verplaatsingen en een bijdrage die evenredig is met het optredende temperatuurverschil. De spanning-rek relaties worden dan verder ongewijzigd gelaten. LORD KELVIN wees er reeds in het midden van de vorige eeuw op dat deze behandeling bij dynamische gevallen te kort schiet.

Is tengevolge van het temperatuureffect de relatie tussen spanning en geometrische rek niet meer eenduidig, veel belangrijker is dat het materiaal maar in beperkte mate mechanische energie kan opslaan, en hetzij ogenblikkelijk, hetzij na verloop van tijd, een deel van de toegevoerde mechanische energie gaat omzetten in warmte. Dat zijn de verschijnselen die ten grondslag liggen aan het type vervorming dat door de ingenieur als plasticiteit en kruip wordt aangeduid. De centrale rol die het begrip warmte zo in de vervormingstheorie gaat spelen, maakt een volledig

thermodynamische behandeling van het vervormingsvraagstuk verkieselijk boven een mechanische behandeling met correcties van thermodynamische oorsprong. De consequentie is echter dat we niet langer zullen kunnen uitgaan van de wetten van NEWTON en het spanningsbegrip van CAUCHY. We zullen ons moeten baseren op meer algemene natuurwetten, waaruit in elke gespecialiseerde theorie de wetten van NEWTON en het spanningsbegrip wiskundig zullen moeten volgen.

Het blijkt inderdaad mogelijk een theorie op te bouwen, die aan deze eis voldoet. Naast de eerste en tweede hoofdwet van de thermodynamica wordt hierin een sleutelpositie ingenomen door het klassieke relativiteitsbeginsel dat stelt, dat er onder alle coördinatensystemen, ten opzichte waarvan we een natuurkundig verschijnsel kunnen beschrijven, bepaalde systemen voorkomen die de eenvoudigste beschrijving toelaten en dat deze zogenaamde traagheidssystemen worden gekenmerkt door een constante relatieve snelheid ten opzichte van elkaar.

De eerste hoofdwet van de thermodynamica is de wet van behoud van energie. Bij een beschrijving ten opzichte van een traagheidssysteem is de totale energie per massa-eenheid in een punt van een stoffelijk lichaam, kortweg de energiedichtheid genaamd, opgebouwd uit de kinetische energie, de potentiële energie van het zwaartekrachtsveld en de inwendige energie. Verschijnselen van electro-magnetische oorsprong vallen buiten het kader van de hier te schetsen theorie.

De toestand van het lichaam kan door zijn omgeving worden gewijzigd door een flux van energie aan het oppervlak. Deze flux bestaat in de eerste plaats uit een arbeidsstroom, die per definitie evenredig is met de snelheid aan het oppervlak, doch niet noodzakelijk dezelfde richting heeft als de snelheid. De evenredigheidsfactoren zijn toestandsgrootheden van de omgeving aan het oppervlak, die in de mechanische theorie onder de naam oppervlaktespanningen worden ingevoerd. Het tweede deel van de energieflex is de warmtestroom die geschreven kan worden als het produkt van de oppervlaktevector van een snelheidsveld, gedefinieerd in het lichaam en een toestandsgröotheid van de omgeving, de absolute temperatuur. Het bij de warmtestroom behorende snelheidsveld, voortaan aan te duiden als het entropie-snelheidsveld, is in tegenstelling tot het bij de arbeidsstroom behorende materiële snelheidsveld geen direct waarneembaar

verschijnsel. Hiermee krijgt de theorie helaas een abstract karakter wat een heldere begripsvorming grote moeilijkheden in de weg legt. Aangezien voor een mechanicus dit het kenmerk schijnt van een goede thermodynamische theorie, gaan we onverdroten voort. De volgende stap is de definitie van een omkeerbaar proces.

Het eenvoudigste vervormings- en verwarmingsproces dat we ons kunnen denken, is een proces waarbij de verandering van de inwendige energiedichtheid alleen afhangt van de door beide snelheidsvelden opgeroepen relatieve verplaatsingen en niet van de wijze waarop deze verplaatsingen tot stand zijn gekomen. We hebben reeds besproken hoe uit de relatieve verplaatsingen een maat voor de locale vervorming wordt afgeleid in de vorm van de aan compatibiliteitsvoorwaarden gebonden rektensor.

De divergentie van het entropie-verplaatsingsveld is de logische keus om de verandering door thermische invloeden te karakteriseren. Een omkeerbaar proces wordt nu gedefiniëerd als een proces, waarin de inwendige energiedichtheid een eenduidige functie is van de componenten van de rektensor en van de divergentie van het entropie-verplaatsingsveld. In het algemeen zullen onze processen niet zo eenvoudig zijn dat deze voorwaarde voor omkeerbaarheid wordt vervuld. Mits de aard van de stof zich gedurende het proces niet wijzigt, belet ons echter niets om een toestandsverandering op elk tijdstip ontstaan te denken door een omkeerbaar proces. Echter de bij zo'n proces behorende rekken en divergentie zullen niet behoren bij de door de beide werkelijke snelheidsvelden opgeroepen verplaatsingen, maar zullen als nog onbepaalde functies van de coördinaten moeten worden beschouwd.

Nu hebben we het onbevredigende resultaat dat we de inwendige energiedichtheid geven als functie van variabelen die gedefiniëerd zijn door een fictief fysisch proces. We richten echter onze aandacht op de verschillen die bij een werkelijk proces kunnen ontstaan tussen deze variabelen en de van de beide werkelijke verplaatsingsvelden afgeleide grootheden. Dan leert ons de tweede hoofdwet van de thermodynamica in de formulering van CLAUSIUS-DUHEM, dat de fictieve divergentie, aangeduid met de naam entropie, slechts naar één richting kan afwijken van de werkelijke divergentie. Dit is alles wat de thermody-

namica over de afwijkingen tussen de fysisch bepaalde variabelen en de fictieve rekken en divergentie kan zeggen. Voor de ontwikkeling van deze afwijkingen met de tijd zullen vergelijkingen moeten worden gevonden, die tot de constitutieve vergelijkingen van de theorie behoren.

Voorlopig veronderstellen we dat we deze constitutieve vergelijkingen kunnen bepalen en dat we op een bepaald tijdstip beide verplaatsingsvelden en de afwijkingen tussen werkelijke en fictieve rekken en divergentie als functie van de coördinaten kennen. Dan is met de constitutieve vergelijking, die de inwendige energiedichtheid van het materiaal geeft als functie van de rekken en de entropie, de totale inwendige energie van het lichaam uit een volumeintegraal te berekenen. Maken we nu gebruik van de wiskundige eigenschap dat de waarde van een functie voor gegeven waarden van de variabelen ook gelijk is aan de stationaire waarde van diezelfde functie, wanneer de vergelijkingen die de variabelen gelijkstellen aan de gegeven waarden, als nevenvoorwaarden worden behandeld, dan worden als multiplicatoren van LAGRANGE een serie nieuwe variabelen geïntroduceerd, die allen zijn gedefinieerd door de voorwaarde voor een stationaire waarde van de functie. Vervangen we in de vergelijking, die het behoud van energie uitdrukt, de oude door de nieuwe variabelen, dan leidt de toepassing van het klassieke relativiteitsbeginsel direct tot de wetten van NEWTON. Verder kunnen op grond van het feit dat de constitutieve vergelijkingen voor een onomkeerbaar proces van materiaal tot materiaal zullen verschillen, de nieuwe variabelen worden geïdentificeerd als de componenten van de spanningstensor en als de absolute temperatuur.

De theorie van thermo-elasticiteit is de eenvoudigste specialisatie van de hier geschetste thermodynamische theorie.

Indien wordt verondersteld dat de rekvariabelen in de functie voor de inwendige energiedichtheid niet afwijken van de rek-tensor zoals deze door het relatieve verplaatsingsveld is bepaald, dan zijn slechts twee constitutieve vergelijkingen nodig om de theorie te voltooien. In de eerste plaats moet een uitdrukking worden gegeven voor de aangroeiingssnelheid van de afwijking tussen de entropie en de divergentie van het entropie-verplaatsingsveld. De tweede hoofdwet van de thermodynamica eist dat deze uitdrukking positief definit is. Wordt de eenvoudigste po-

sitief definitieve vorm gekozen in de componenten van het entropie-snelheidsveld, dan blijkt deze vorm equivalent te zijn aan de warmtegeleidingswet van FOURIER. In de tweede plaats moeten we de inwendige energiedichtheid vastleggen als functie van de rekken en de entropie. Als we ons beperken tot kleine afwijkingen van de begintoestand bij isotrope materialen en indien we veronderstellen dat de inwendige energiedichtheid een analytische functie is van de rekken en de entropie, dan volgt met behoud van termen van de eerste en tweede orde dat de functie is bepaald door de temperatuur en de hydrostatische druk in de begintoestand en door vier materiaalconstanten: twee elasticiteitsconstanten, de temperatuur-uitzettingscoëfficiënt en de soortelijke warmte bij constant volume. De vergelijkingen van de theorie van thermo-elasticiteit zijn niet lineair tengevolge van de aanwezigheid van de positief definitieve vorm in de uitdrukking voor de aangroeiingssnelheid van de entropie. Worden de vergelijkingen gelineariseerd, zoals de gewoonte is, dan worden oplossingen verkregen waarbij mechanische energie wordt vernietigd zonder dat er warmte wordt geproduceerd. Daar de warmtecapaciteit van een materiaal doorgaans echter een orde groter is dan het opnemingsvermogen voor mechanische energie, blijft de fout klein in de temperatuur en de spanningen, die uit deze gelineariseerde vergelijkingen volgen. Zuiver elastisch gedrag zal een materiaal slechts kunnen vertonen als de temperatuur-uitzettingscoëfficiënt gelijk is aan nul. Indien echter de geringe thermische damping in het materiaal niet van belang is, dan kan de invloed van de vervorming op de temperatuurverdeling bij eindige temperatuur-uitzettingscoëfficiënt worden verwaarloosd. Het omgekeerde is echter niet waar. Temperatuurverschillen kunnen vervormingen oproepen van dezelfde orde van grootte als de vervormingen tengevolge van de uitwendige belastingen.

Een veel moeilijker probleem dan dat van de theorie van thermo-elasticiteit is de bepaling van de constitutieve vergelijkingen voor de aangroeiingssnelheid van de afwijkingen tussen de rekvariabelen in de functie voor de inwendige energiedichtheid en de aan compatibiliteitsvoorwaarden gebonden rektensor van het materiële verplaatsingsveld. In de eerste plaats dienen we ons te realiseren dat dit materiële verplaatsingsveld een idealisering is van de verplaatsingen van de stof.

We weten dat de stof is opgebouwd uit elementaire deeltjes, waarbij we in dit verband de atomen heel kunnen houden. Zouden we nu eisen dat het verplaatsingsveld, dat we continu en differentiëerbaar hebben verondersteld, de positie van elk deeltje in het lichaam vastlegde, dan zou hiermee een strenge beperking worden opgelegd aan de bewegingsvrijheid van de deeltjes in het lichaam, die in het algemeen niet gerechtvaardigd is. Hieruit volgt dat we op een bepaald tijdstip in een vervormingsproces mogen verwachten langs de speciale weg van omkeerbaarheid de begintoestand van het materiaal in slechts één punt van het lichaam te kunnen herstellen. Dit betekent dat de in de inwendige energiedichtheid optredende omkeerbare rekken niet aan compatibiliteitsvoorwaarden zijn gebonden, maar ook kan dan worden aangetoond dat deze rekgrootheden niet meer op het verplaatsingsveld kunnen worden betrokken, tenzij de afwijkingen tussen de door het verplaatsingsveld gedefinieerde rekken en de omkeerbare rekken klein blijven. In de vervormingstheorie veronderstellen we dat aan deze laatste voorwaarde steeds zal zijn voldaan. Voor grote afwijkingen zal de vervormingstheorie moeten worden vervangen door een stromingstheorie, gebaseerd op snelheidsvelden in plaats van op verplaatsingsvelden.

Voor de afleiding van de constitutieve vergelijkingen voor de aangroeiingssnelheid van de afwijkingen tussen de geometrische en de omkeerbare rekken beschikken we uit de algemene thermodynamische theorie over slechts één beperkende voorwaarde, die als leidraad kan dienen. Bij een aangroeiing van de afwijking tussen geometrische en omkeerbare rek moet volgens de tweede hoofdwet altijd mechanisch energie worden omgezet in warmte. Met deze ene beperkende voorwaarde lijkt de bepaling van de constitutieve vergelijkingen echter nog een hopelooze taak. We kunnen echter als tweede leidend beginsel hanteren de drang naar isotropie. We hebben reeds geconstateerd dat materialen veelal meer of minder exact de eigenschap van isotropie bezitten. Door vervorming wordt een nieuwe toestand bereikt, waarin het materiaal in het algemeen anisotroop is. In een uitdrukking voor de inwendige energiedichtheid van een oorspronkelijk isotroop materiaal met termen van de eerste en tweede orde in de rekken en de entropie, komt een term voor die als maat voor de anisotropie kan worden opgevat. Als deze zogenaamde gedaante-veranderingsenergie gelijk aan nul is, dan is de isotropie niet

door de vervorming verstoord. Stellen we nu dat de snelheid, waarmee mechanische energie in warmte wordt omgezet bij aangroeiing van de afwijkingen tussen de geometrische en de omkeerbare rekken, bij een bepaalde temperatuur en druk alleen afhangt van de waarde van de gedaanteveranderingsenergie, dan zijn de constitutieve vergelijkingen bepaald op een functie van deze gedaanteveranderingsenergie na, waarbij de druk en de temperatuur nog als parameters in deze functie zullen optreden. Het door deze vergelijkingen gedefiniëerde kruipverschijnsel is in het algemeen sterk niet lineair. Indien we het gedrag van het materiaal schematiseren door te stellen dat de snelheid van omzetting van mechanische energie in warmte oneindig groot wordt vanaf een zekere grenswaarde van de gedaanteveranderingsenergie, dan worden we tot constitutieve vergelijkingen voor plastische vervorming geleid.

Tegen het hier geponeerde beginsel van drang naar isotropie zal door de fysicus worden aangevoerd dat in vele stoffen de atomen juist de neiging hebben zich te ordenen tot een kristalstructuur, die anisotroop is. Deze neiging is echter een gevolg van de invloed van een atoom op zijn onmiddellijke omgeving en de drang naar isotropie moet als macroscopisch beginsel worden geïnterpreteerd, dat alleen onder zeer bijzondere omstandigheden door de microscopische drang naar ordening kan worden overwonnen op macroscopische schaal. Belangrijker is de consequentie van de door de neiging tot vorming van een kristalstructuur opgeroepen inhomogeniteit van het materiaal op microscopische schaal. Hierdoor kunnen de puntgrootheden in onze theorie slechts betekenis behouden als statistische gemiddelden, maar bovendien moeten we bedenken dat de omzetting van mechanische energie in warmte zich op atomaire schaal afspeelt. Dit heeft tot gevolg dat de beschrijving van een onomkeerbaar proces met één serie rek- en entropievariabelen betrokken op macroscopische verplaatsingsvelden niet volledig kan zijn. Het blijkt dat, door de inwendige energiedichtheid opgebouwd te denken uit een aantal bijdragen, elk bepaald door een serie rek- en entropievariabelen met bijbehorende constitutieve vergelijkingen van het besproken type, een beschrijving van het vervormingsproces kan worden verkregen waarmee althans kwalitatief alle waargenomen verschijnselen kunnen worden voorspeld.

De quantitative controle van de theorie door experimenteel onderzoek is nog maar in een beginstadium, terwijl de statistische mechanica nog een lange weg zal moeten gaan om uit het atomair gebeuren macroscopische relaties af te leiden, die de besproken theorie zouden kunnen bevestigen of logenstraffen. Tenslotte moet er op worden gewezen dat we bij onze beschouwingen hebben verondersteld dat de aard van de stof zich niet wijzigt tijdens het vervormingsproces. Is dat wel het geval, dan veranderen de constanten, die in de constitutieve vergelijkingen het materiaal karakteriseren, hun waarde met de tijd. Is deze verandering bovendien nog afhankelijk van het vervormingsproces, dan is de theorie weer van zijn gehele inhoud beroofd. Met onze huidige kennis zijn we bij deze gevallen, die helaas allerminst tot de uitzonderingen moeten worden gerekend, aangewezen op een beschrijving door middel van empirische formules.

Het zal U uit het voorgaande duidelijk zijn, dat berekeningen waarbij het niet-elastische gedrag van de stof in rekening moet worden gebracht, geen eenvoudig karakter zullen hebben. Het probleem wordt beheerst door een stelsel sterk niet-lineaire, op ingewikkelde wijze van de voorgeschiedenis afhangerende vergelijkingen, die niet dan in sterk geschematiseerde, haast triviale gevallen, een oplossing in gesloten vorm toelaten. Het is echter in principe mogelijk met deze vergelijkingen een vervormingsproces stap voor stap te volgen; alleen elektronische rekenmachines zullen dit echter binnen een aanvaardbare tijdsduur kunnen volbrengen. Hiervoor zouden rekenprogramma's kunnen worden ontwikkeld, gebaseerd op variatieprincipes, die in het bij de thermodynamische theorie geformuleerde stationaire waardeprobleem een hecht fundament vinden.

De mens heeft hier op aarde nauwelijks, of nog niet te betugelen bronnen van energie aangeboord. Hij heeft besloten deze aarde te verlaten om een verkenningstocht naar andere planeten te ondernemen. Deze projecten eisen een kennis en beheersing van het mechanisch gedrag van de stof, die slechts door intensief speurwerk van velen kunnen worden verkregen.

Het zal mij grote voldoening geven indien ik er in mag slagen het aandeel van deze hogeschool in dit speurwerk te vergroten. Als dankbaarste taak zie ik echter het onderwijs van de imposante, door mijn voorgangers opgebouwde kennis, die onze toe-

komstige ingenieurs in staat kan stellen deze aarde beter be-
woonbaar te maken, in Nederland of waar ook ter wereld.

Dames en Heren,

Ik beschouw het als een groot voorrecht dat ik op deze plaats voor U heb mogen spreken over het vakgebied, waarop ik nog maar een gering aantal jaren werkzaam ben geweest. Het zij mij vergund mijn eerbiedige dank te betuigen aan Hare Majesteit Koningin Juliana, dat Zij mij heeft willen benoemen tot hoogleraar aan deze Technische Hogeschool.

Mijne Heren Curatoren,

Voor de ondersteuning die U aan het voorstel tot mijn benoeming heeft willen geven ben ik U grote erkentelijkheid verschuldigd, én de belofte dat ik zal trachten met inzet van mijn gehele persoon de Technische Hogeschool te dienen, die zulk een sleutelpositie inneemt in de industriële ontwikkeling van ons land.

Mevrouw en Mijne Heren Leden van de Senaat,

Velen van U zijn tijdens mijn studie in Delft een inspirerend voorbeeld voor mij geweest. Het is vooral aan de ouderen onder U te danken dat ik bij mijn ambtsaanvaarding een instelling van technisch hoger onderwijs aantref, die voor zover ze het niet reeds is, zich volgens een weldoordacht plan tot één der best geoutilleerde instituten van de wereld ontwikkelt. Ik beschouw het als een hoge onderscheiding in Uw kring te worden opgenomen.

Mijne Heren Hoogleraren van de Afdeling der Werktuigbouwkunde,

Als vliegtuigbouwkundig ingenieur is het vakgebied van velen onder U voor mij onbekend terrein. Ik zal het mij echter tot een aangename plicht rekenen een inzicht te verwerven in de rol die de mechanica speelt in de werktuigbouw en ik zal Uw hulp daarbij op hoge prijs stellen.

Mijn eerste indrukken, opgedaan in de Afdeling, geven me het vertrouwen dat ik niet tevergeefs een beroep op U zal doen. De wijze waarop de Afdeling als eenheid zich bekommert om de opleiding van de werktuigbouwkundige ingenieurs, maakt het onderwijs van een basiswetenschap als de mechanica tot een dankbare taak. Ik beschouw het als een blijk van groot vertrouwen dat U mij voor deze taak heeft willen voordragen.

Hooggeleerde VAN DER NEUT,

Een student aan de Technische Hogeschool ziet zijn belangstelling zich dikwijls ontwikkelen in een richting, die nog maar zijdelings verband houdt met het vak dat hem bij zijn eerste inschrijving voor ogen stond.

Misschien moet ik het zo stellen, dat het aan Uw heldere en indringende lessen in de sterkteleer te wijten is, dat ik in het vliegtuig in de eerste plaats de constructie ging zien, waarin zich het samenspel van krachten en vervormingen afspeelt dat door U op vaak zo originele en aanschouwelijke wijze wordt beschreven. Het inzicht op deze wijze verkregen en de persoonlijke aanmoediging die ik van U heb mogen ontvangen tijdens en na voltooiing van mijn studie in Delft, hebben er toe geleid dat ik thans vanaf deze plaats mijn grote waardering mag uitspreken voor het belangrijke aandeel dat U heeft gehad in mijn vorming. Het verheugt mij bijzonder door mijn terugkeer in Delft het persoonlijke contact met U te kunnen onderhouden.

Hooggeleerde VAN DER MAAS,

Uw geloof in de toekomst van de Nederlandse vliegtuigbouw, en meer in het algemeen van de gehele Nederlandse techniek werkt aanstekelijk. Ik wil hier met dankbaarheid vermelden het stimulerende contact dat ik met U mocht hebben tijdens en na mijn studie in Delft.

Hooggeleerde BIEZENO,

Bij het geven van het college, waarin ik U destijds de beginse-len van de toegepaste mechanica hoorde ontvouwen, beschouw ik het als een opdracht te trachten eenmaal de helderheid van

Uw betoog te benaderen. Hierin, alsmede in Uw gehele werkzaamheid op het terrein van de toegepaste mechanica, heeft U ook mij een voorbeeld gesteld van het hoogste dat wij in ons ambt kunnen volbrengen. Het persoonlijke contact dat ik thans met U mag hebben stel ik op hoge prijs.

Hooggeleerde KOCH, hooggeleerde KOITER, hooggeleerde DE PATER,

Ik beschouw het als een grote eer dat U mij als naaste medewerker in Uw groep heeft willen opnemen. Reeds heb ik mogen ondervinden op welk een prettige wijze U samenwerkt en ik acht het een groot voorrecht voortaan de resultaten van mijn werk in de eerste plaats aan de kritiek van Uw diepgaande kennis en uitgebreide ervaring te mogen onderwerpen. Ik kan U verzekeren dat ik mijn beste krachten zal geven aan de taak die U in Uw groep aan mij heeft toegedacht.

Zeer gewaardeerde toehoorders,

Ik zou hier niet onvermeld willen laten de periode, waarin ik door Dr. HOFF op de universiteit van Stanford in Californië in de gelegenheid werd gesteld mijn kennis te verdiepen. Zijn persoonlijke aanmoediging in mijn werk alsmede het vruchtbare contact en de vriendschap die ik heb mogen ondervinden in de groep die hij daar uit vertegenwoordigers van alle delen van de wereld bijeen heeft gebracht, hebben mijn verblijf in de Verenigde Staten tot een onvergetelijke en bijzondere waardevolle tijd gemaakt.

Hooggeachte Heer MARX,

In het gesprek dat ik voor mijn vertrek naar het buitenland met U mocht hebben, verklaarde ik dat ik mijn afscheid van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium nog niet als definitief beschouwde. Het heeft wel zo moeten zijn, maar ik zal altijd op hoge waarde blijven schatten de mogelijkheden die de onderzoeker worden geboden op het onder Uw leiding staande instituut, waarvoor mijn waardering in het buitenland alleen nog maar is toegenomen.

Hooggeachte Heer PLANTEMA,

Ik bewaar bijzonder prettige herinneringen aan de vruchtbare sfeer van goede verstandhouding, die voor mij Uw afdeling van het N.L.L. kenmerkt. Ik ben U grote erkentelijkheid verschuldigd voor de moeite die U zich steeds wilde getroosten om ons werk een vorm te doen vinden, waarin het geheel tot zijn recht kon komen.

Hooggeachte Heer BENTHEM,

In de jaren waarin wij samen een kamer hebben gedeeld op het N.L.L. heb ik veel van U geleerd. Het is vooral Uw grote kennis en kritische zin die mij aan het begin van mijn loopbaan tot grote steun is geweest. Wanneer ik vanaf deze plaats U hiervoor mijn dank betuig moge ik de wens uitspreken dat Uw bescheidenheid een ruimere erkenning van Uw grote verdiensten niet in de weg zal staan.

Hooggeachte Oud-Collega's van het Nationaal Luchtvaartlaboratorium,

Staat U mij toe dat ik mij niet afzonderlijk richt tot allen met wie ik op zo prettige wijze heb mogen samenwerken. Ik zal voor Uw werk grote belangstelling behouden en in het bijzonder verheug ik mij met U dat de hogesnelheidstunnel, die gedurende enige tijd ons gezamenlijk troetel- en zorgenkind was, thans definitief in gebruik is gesteld.

Dames en Heren Studenten,

Onlangs verklaarde één Uwer het vak van de mechanica het minst vervelende te vinden. Persoonlijk zou ik verder willen gaan dan deze negatieve waardering voor het vak dat ons de wonderlijke samenhang in het gedrag van de stof ontsluit. U kunt niet allen zijn als de zestienjarige WILLIAM THOMSON, later Lord KELVIN, die op een vakantiereis telkens naar de kelder sloop om in het boek van FOURIER „Théorie analytique de la Chaleur” te gaan lezen in plaats van zich naar de wens van zijn vader in de vreemde taal te oefenen. Wel kan ik U verzekeren

dat een vasthoudende studie van een vak U nooit op een dood spoor zal voeren. U zult daarbij op mijn steun kunnen rekenen.

Zeer geachte toehoorders,

Moge ik tot besluit mijn bijzondere vreugde uitspreken, dat mijn ouders van deze plechtigheid getuige hebben kunnen zijn. Hun steun en opofferingen hebben mij de weg geopend tot het ambt dat ik thans officiëel mag aanvaarden.

Ik heb gezegd.