

Gekoppelde instabiliteit van de Maeslant Kering: vier lineaire modellen.

Afstudeerverslag

Afstudeercommissie:

Prof.dr.ir. J.A. Battjes
dr.ir. H.L. Fontijn
ir. G.J. Schiereck

Christel Somers
januari 1995

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde
Sectie Vloeistofmechanica



INHOUDSOPGAVE

Voorwoord	
Samenvatting	
1 Inleiding	1
2 Probleembeschrijving en doel van het onderzoek	2
2.1 Inleiding	2
2.2 Vormen van instabiliteit bij het gekozen deurprofiel	5
2.3 Probleemstelling	7
2.4 Doelstelling van het onderzoek	7
2.5 Aanpak van het onderzoek	8
3 Gediscretiseerd lineair model van drijvende deuren	9
3.1 Inleiding	9
3.2 Enkele deur	10
3.2.1 Inleiding	10
3.2.2 Bergingseffect	11
3.2.3 Traagheidseffect	12
3.2.4 Dampingseffect	14
3.2.5 Samengesteld model met gecombineerde respons	15
3.2.6 De asymmetrie van de hydrodynamische respons	17
3.2.7 Invloed van verval over de deur	18
3.3 Twee drijvende deuren	23
3.3.1 Inleiding	23
3.3.2 Hydrodynamische coëfficiënten zonder verval	24
3.3.3 Invloed van het verval	26
3.4 Model van Kolkman	29
4 Continu lineair model van drijvende deuren	31
4.1 Inleiding	31
4.2 Analytische oplossing	33
4.2.1 Inleiding	33
4.2.2 Golfgenerator	34
4.2.3 Dompemde deuren	37
4.2.4 Berekening van de hydrodynamische coëfficiënten	38
4.2.5 Berekening van het wateroppervlak uit de potentiaal	39
4.3 Numerieke oplossing	40
4.3.1 Inleiding	40
4.3.2 Bron- en dipoolbelegging	41
4.3.3 Oplossing van de potentiaal met de panelenmethode	42
4.3.4 Delmulti	43
4.3.5 Toegepaste schematisering en resultaten	43
5 Vergelijking van de modellen	47
5.1 Inleiding	47
5.2 Discrete modellen	48
5.2.1 "Model van Kolkman"	48
5.2.2 Samengesteld model	50
5.3 Potentiaalstroommodellen	55
5.3.1 Golfgeneratormodel	55
5.3.2 Delmulti	57
5.4 Vergelijking van de verschillende modellen	61
6 Conclusies	62
Literatuurlijst	63
Symbolenlijst	64
Bijlage 1	65
Nabeschouwing	69

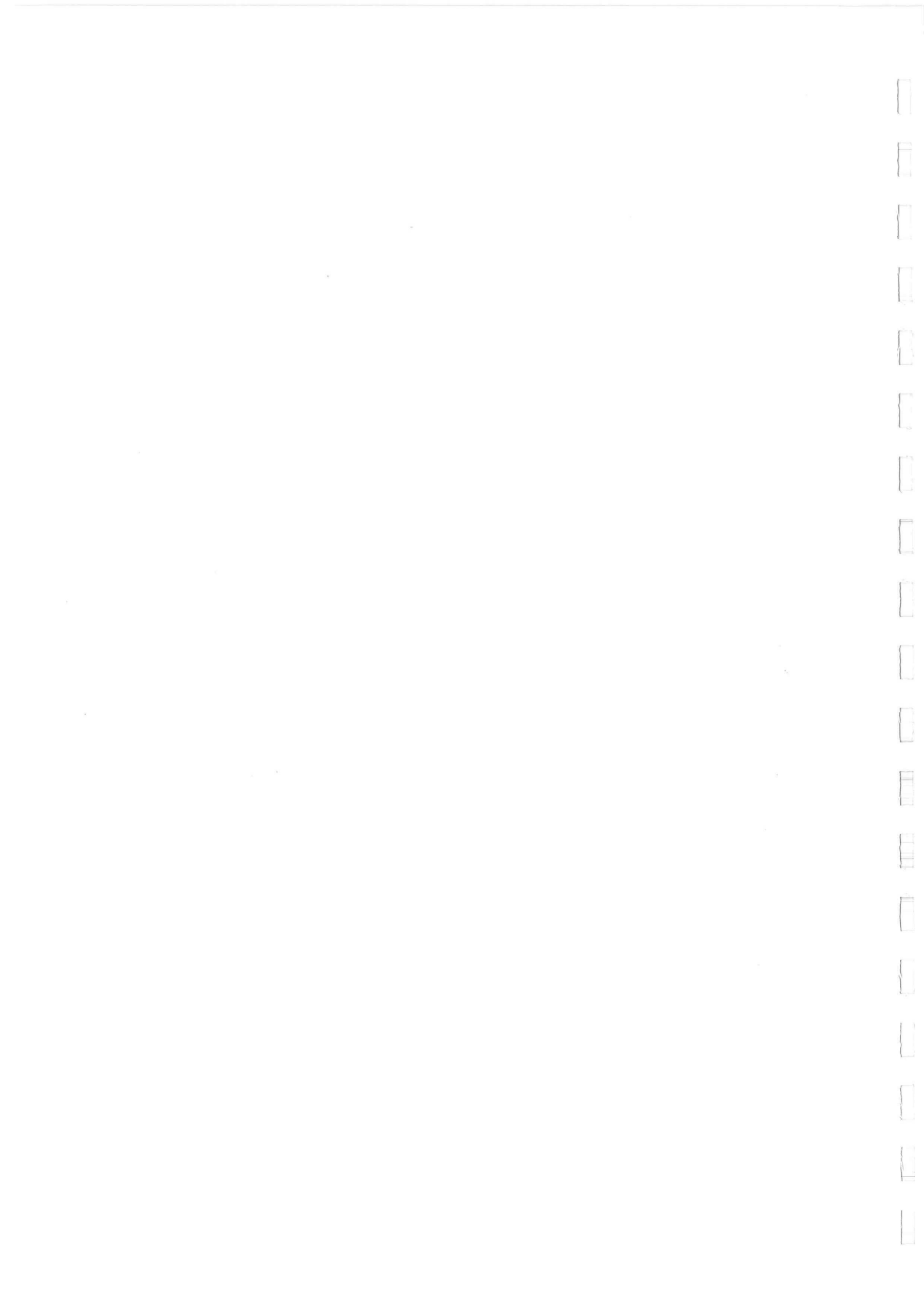


VOORWOORD

Dit is het verslag van mijn afstudeerwerk, waarmee ik mijn studie Civiele Techniek afsluit. In de toekomst hoop ik nog erg veel te leren maar dat weerhoudt mij er niet van dit een bijzonder moment te vinden. De vloeistofmechanica heeft mij vanaf het begin aangetrokken, omdat ik het "mooi" en "lekker moeilijk" vond; dat vind ik nog steeds. Bij pianospelen ligt mijn hart; ik studeer sinds enige tijd bij Geoffrey Madge, aan het Koninklijk Conservatorium in Den Haag. Alle mensen die mij hebben geholpen deze twee uitdagingen tegelijk aan te pakken ben ik zeer dankbaar.

De tijd waarin ik het afstudeerwerk heb gedaan en het afstudeerwerk zelf waren voor mij uitermate leerzaam. Prof.dr.ir. J.A. Battjes, "mijn" professor bedank ik evenals dr.ir. H.L. Fontijn voor de begeleiding. Mijn ouders Joan en Hill ben ik dankbaar voor hun uitgesproken motiverende en steunende betrokkenheid. Geoffrey Madge dank ik voor zijn directe advies en zijn begrip. Dank aan Prof.dr.ir. J.A. Pinkster voor het beschikbaar stellen van het programma Delmulti en aan Aad Versluis voor zijn hulp bij het "draaien" ervan. Joost Moulijn heeft mij af en toe geholpen het gestelde probleem "als een scheepsbouwer" te bekijken, waarvoor mijn dank!

Christel Somers



SAMENVATTING

In de ontwerpfase van de Maeslant Kering zijn door het WL tweedimensionale en driedimensionale modelproeven uitgevoerd. Tijdens de driedimensionale proeven werd een aantal niet voorziene instabiliteiten waargenomen. Naar aanleiding van deze proefresultaten werden het deurprofiel en de vormgeving van de onderzijde veranderd, zodat de stabiliteit van het model werd vergroot.

Tenminste twee van de betreffende eigenbewegingsvormen (modes) ontstaan door interactie tussen de drijvende deuren en het water. De bepalende mechanismen en randvoorwaarden voor dit interactieve proces zijn niet voldoende bekend om eventueel instabiel gedrag volgens deze twee gekoppelde eigenbewegingsvormen te kunnen voorspellen. De doelstelling van dit onderzoek is het vergelijken van een aantal lineaire modellen ter beschrijving van de beweging van twee drijvende deuren bij één zo'n eigenbewegingsvorm. De vormgeving van de deuren wordt vereenvoudigd tot het balkmodel.

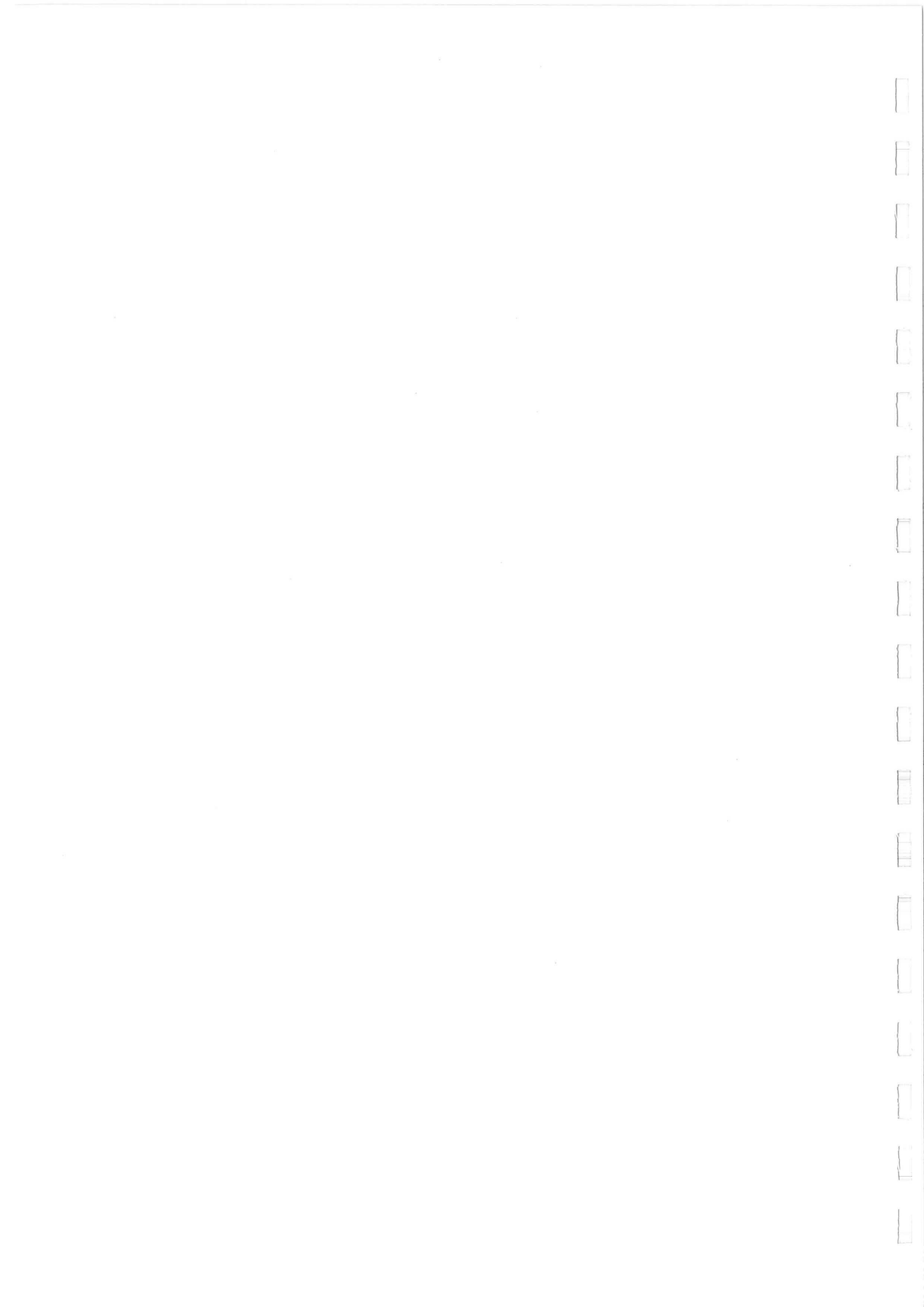
Allereerst is er een discreet, samengesteld model opgebouwd uit drie enkelvoudige modellen. Dit samengestelde model stelt de waterbeweging afhankelijk van de deurbewegingen. De krachten op de deuren ten gevolge van de deurbewegingen worden berekend, waarbij in de uitdrukkingen voor de krachten de effecten berging, traagheid en demping zichtbaar blijven en afkoppelbaar zijn d.m.v. "schakelparameters".

Er bestond al een discreet model, het "model van Kolkman". Dit model stelt de waterbeweging centraal. Het is gebaseerd op één van de waargenomen instabiliteitsverschijnselen; het marginaal bergend vrij oppervlak komt overeen met het marginaal bergend vrij oppervlak van de optredende staande golf bij de betreffende eigenbewegingsvorm. Het mechanisme dat tot gekoppelde instabiliteit kan leiden wordt verklaard met behulp van de debietkarakteristiek van de deuren.

Verder is gebruik gemaakt van de transversale-golf generatortheorie van Madsen. Deze theorie is een toepassing van de potentiaalstroomtheorie. De vergelijking van Laplace wordt analytisch opgelost met oplegging van randvoorwaarden, die gelden bij in tegenfase bewegende golfschotten in een stroomgoot. Er wordt berekend, welke randvoorwaarde er aan het oppervlak van de golfschotten moet gelden om alleen een transversale golf op te wekken met de periode van de staande golf bij de betreffende mode.

Het numerieke model Delmulti van prof.dr.ir. J.A. Pinkster van de Faculteit Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek is eveneens gebaseerd op potentiaalstroomtheorie. Dit model maakt gebruik van de panelenmethode. Het model berekent hydrodynamische coëfficiënten in de (gekoppelde) bewegingsvergelijkingen van drijvende objecten. Het model is gebruikt voor de geometrie van twee drijvende, dompende deuren.

Uit vergelijking van de vier lineaire modellen blijkt dat de beweging van de deuren en het water volgens mode 2 op die vier manieren kan worden beschreven. De verschillende benaderingen leiden tot verschillende verklaringen van het ontstaan van deze laagfrequente instabiliteit. Om gekoppelde instabiliteit te kunnen voorspellen is bij elk van de modellen nog aanvullend onderzoek nodig.



1 INLEIDING

In de Nieuwe Waterweg wordt een stormvloedkering gebouwd: de Maeslant Kering. Het ontwerp en de uitvoering van dit project liggen in handen van de Bouwcombinatie Maeslant Kering.

In de ontwerpfase zijn door het Waterloopkundig Laboratorium tweedimensionale en driedimensionale modelproeven uitgevoerd. Tijdens de driedimensionale modelproeven werden onverwachte instabiliteiten waargenomen, dit wil zeggen: bij bepaalde vervallen gingen de deuren ongecontroleerd bewegen. Om de stabiliteit van de ontworpen kering te vergroten, zijn aan de onderkant van de deuren zogenaamde skirts aangebracht.

Een tweedimensionale beschouwing leidt niet tot een adequate beschrijving van de instabiliteitsverschijnselen. Juist de interactie tussen beide deuren en het water kan leiden tot instabiliteit. De frequentie van de ongecontroleerde bewegingen van twee deuren is lager dan de eigenfrequentie van een enkele drijvende deur. Het driedimensionale karakter van de instabiliteitsverschijnselen is nog niet geanalyseerd.

Dit afstudeerwerk bevat vier verschillende driedimensionale modellen voor de twee drijvende deuren, waarvan er twee zijn gebaseerd op een continuÛmbenadering. De andere twee modellen zijn discrete schematiseringen, waarin traagheid, berging en demping worden voorgesteld door respectievelijk watermassa in een pijp, vrij bergend oppervlak en lopende golven. In het ene discrete model staat de deurbeweging centraal en in het andere de waterbeweging. Deze vier modellen worden met elkaar vergeleken.

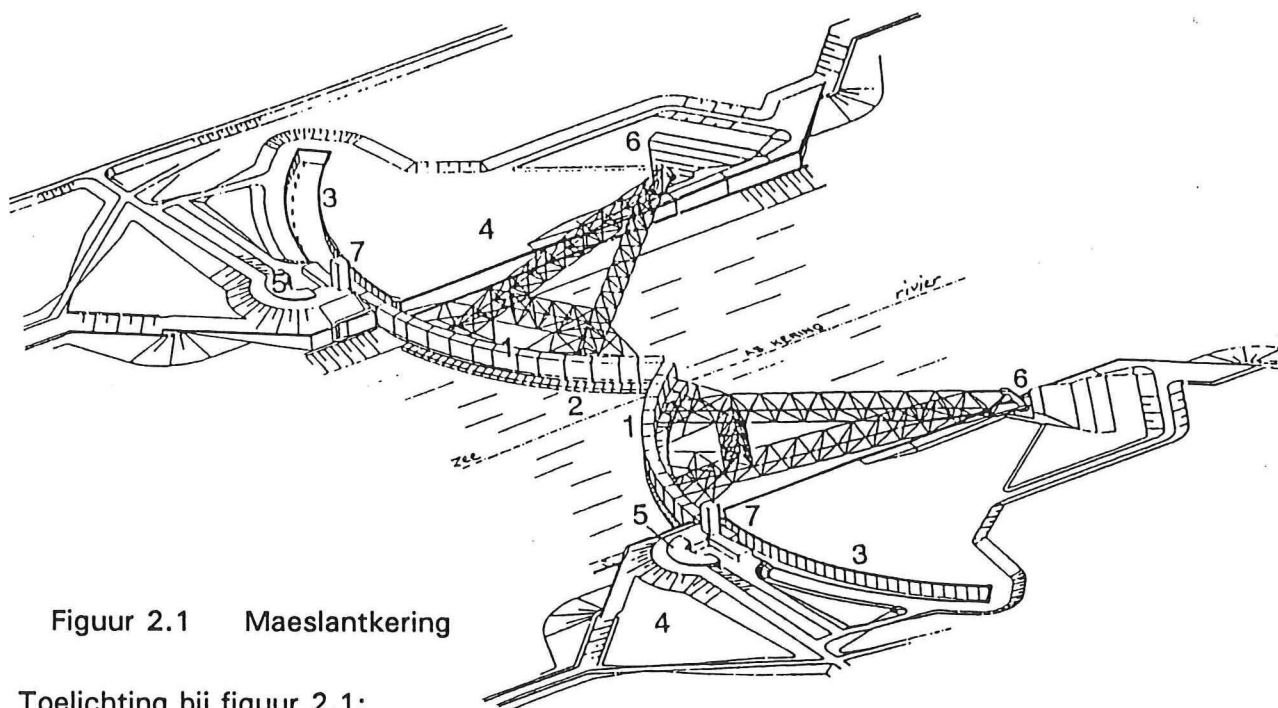
De indeling van het rapport is als volgt. In hoofdstuk 2 wordt het probleem nader omschreven en een doelstelling geformuleerd. In hoofdstuk 3 worden de discrete modellen toegelicht. Hoofdstuk 4 behandelt twee toepassingen van de continuÛmbenadering: een analytische en een numerieke. In hoofdstuk 5 worden de resultaten van de gediscretiseerde modellen en de beide potentiaalstroombenaderingen vergeleken. Het zesde hoofdstuk bevat conclusies.

2 PROBLEEMBESCHRIJVING EN DOEL VAN HET ONDERZOEK

2.1 Inleiding

Als onderdeel van het Deltaplan wordt in de Nieuwe Waterweg, tussen Hoek van Holland en Maassluis, een stormvloedkering gebouwd. Het plan hiervoor is gemaakt door Rijkswaterstaat. De kering maakt een deel van de dijkverhogingen in het beneden-rivierengebied (tot deltahoogte) niet meer nodig. De aanbesteding van het project liep via een prijsvraag; daar deden vijf aannemersconsortia aan mee. Het winnende ontwerp was dat van de Bouwcombinatie Maeslant Kering, kortweg BMK.

De kering bestaat uit twee drijvende sectordeuren, zie figuur 2.1. De deuren liggen onder normale omstandigheden in sectorvormige parkeerdokken in de oever (zie figuur 2.2) om de scheepvaart vrije doorgang te geven. Zodra een te hoge zeewaterstand wordt verwacht, worden beide deuren uitgevaren en afgezonken in de Nieuwe Waterweg.

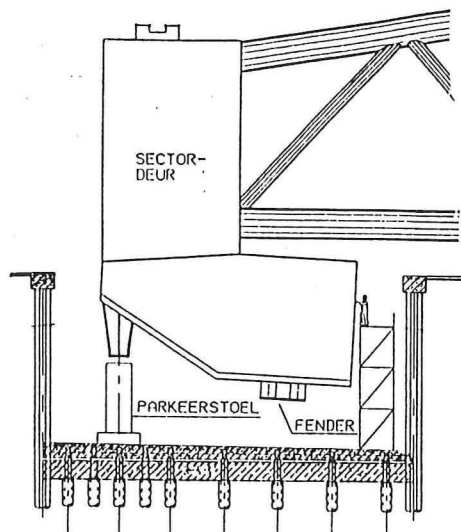


Figuur 2.1 Maeslantkering

Toelichting bij figuur 2.1:

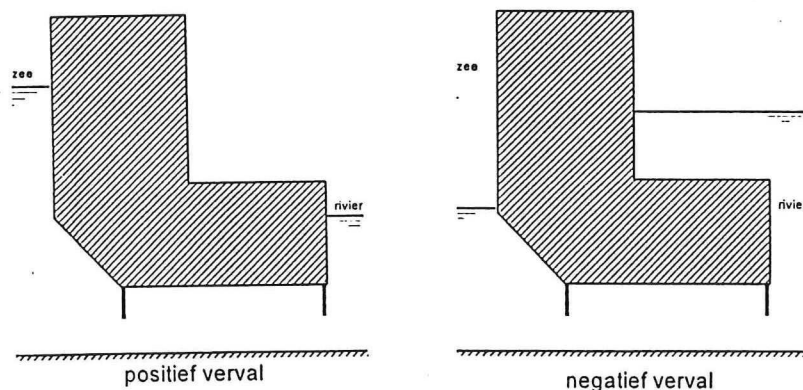
- 1 Sectordeur
- 2 Drempel en bodembescherming
- 3 Parkeerdok
- 4 Landhoofden
- 5 Bedieningsgebouw
- 6 Scharnier
- 7 Bewegingswerk en geleidetoren

In gesloten toestand zorgt de kering ervoor, dat de binnenwaterstand (rivierzijde) beneden het maximaal toelaatbaar geachte peil blijft. Dit wil niet zeggen, dat er sprake is van een waterdichte afsluiting; er blijft ook in volledig afgezonken toestand een spleet tussen de keerdeuren en de drempel, waar de deuren via een fenderconstructie op rusten.



Figuur 2.2 Doorsnede van deur in parkeerdok

Het moment waarop tot sluiten van de kering wordt overgegaan moet natuurlijk vroeger liggen dan het moment waarop een stormvloedwaterstand actueel is. Als de buitenwaterstand dan werkelijk hoger is geworden dan de binnenwaterstand, spreekt men van positief verval. Bovenstrooms van de kering blijft de waterstand in de tussentijd stijgen, ten gevolge van de rivierafvoer. Als het hoogwater voorbij is, kan het gebeuren dat het verval negatief wordt, zie figuur 2.3; daardoor wordt de kering in omgekeerde richting belast.

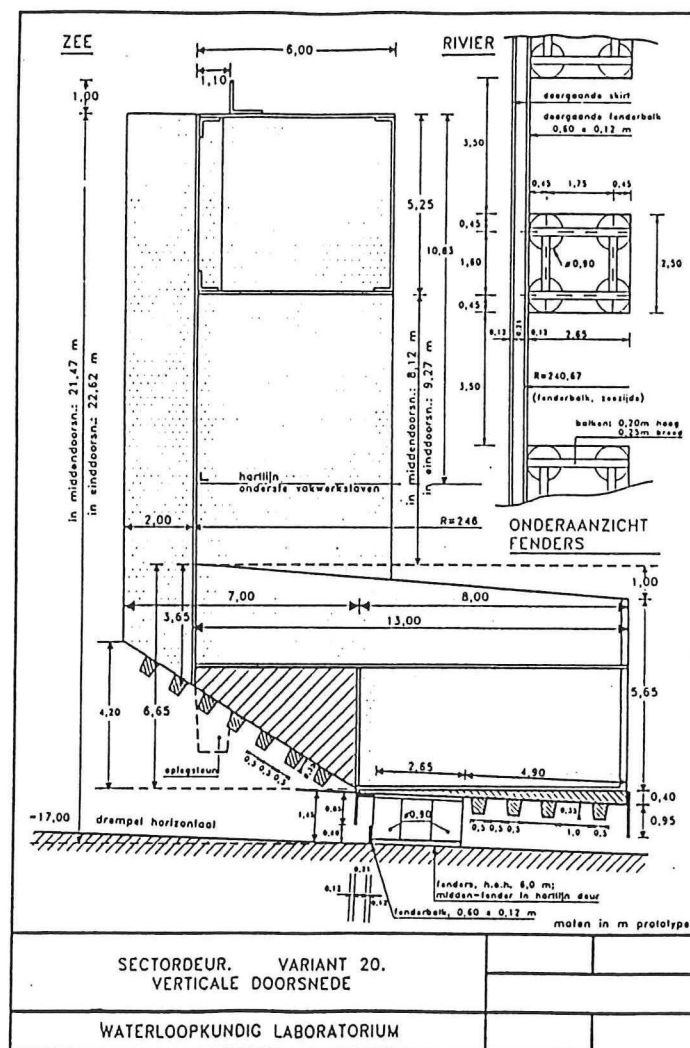


Figuur 2.3 Positief en negatief verval

De kering moet in de praktijk ongeveer eens in de tien jaar dicht. Met betrekking tot de sluitoperatie wordt een faalkans van 10^{-6} per jaar acceptabel geacht ¹. Hetzelfde geldt voor de faalkans met betrekking tot het openen van de kering. In samenhang daarmee is de norm voor de voorkomenskans van destabiliserende belastingtoestanden ook vastgesteld op 10^{-6} per jaar.

Het oorspronkelijke ontwerp van de deuren bevatte een schuivensysteem om water door te laten. Dit maakte spuien en inlaten van water in afgezonken toestand mogelijk. Tijdens afzinken en opdrijven zouden de schuiven openstaan, zodat de watersnelheden onder de deuren dan niet te hoog zouden zijn. Loslating van stroming e.d. zou dan niet of minder optreden; stabiel gedrag van de kering was dan verzekerd. Teneinde de onderhoudskosten te beperken werd dat schuivensysteem uiteindelijk weggelaten. De aanvullende modelproeven naar het gedrag van de kering zonder schuiven lieten een aantal niet voorziene instabiliteitsverschijnselen zien. Deze instabiliteiten werden pas gevonden tijdens de driedimensionale modelproeven, dus niet bij de proeven met een tweedimensionaal sectiemodel.

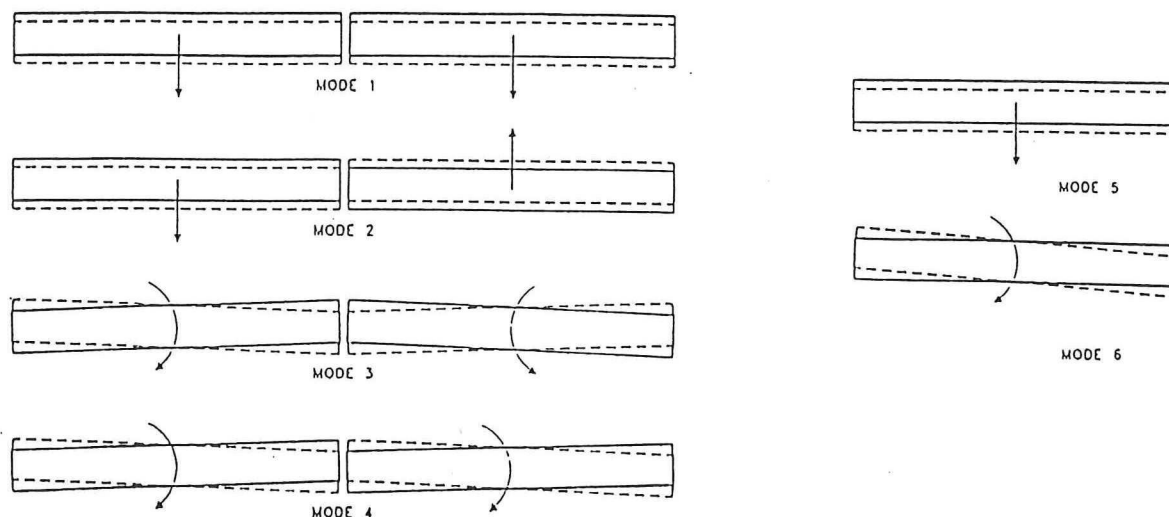
Naar aanleiding van deze uitkomsten werden het deurprofiel en de vormgeving van de onderzijde zodanig veranderd, dat de stabiliteit van het model werd vergroot. Er werden onder andere twee stalen stroken (skirts) onder de deuren aangebracht; één aan de bovenstroomse en één aan de benedenstroomse zijde, zie figuur 2.4.



Figuur 2.4 Doorsnede van het aangepaste profielontwerp

2.2 Vormen van instabiliteit bij het gekozen deurprofiel

In deze paragraaf is gebruik gemaakt van de betreffende rapporten van de BMK en de Rijkswaterstaat (¹ en ²). De zes mogelijke eigenbewegingsvormen van de drijvende deuren zijn, zie figuur 2.5:



Figuur 2.5 De eigenbewegingsvormen van de drijvende deuren

Toelichting bij figuur 2.5:

- Mode 1: Beide deuren voeren een in-fase dompbeweging uit.
- Mode 2: Beide deuren voeren een uit-fase dompbeweging uit.
- Mode 3: Beide deuren voeren een uit-fase stampbeweging uit.
- Mode 4: Beide deuren voeren een in-fase stampbeweging uit.
- Mode 5: Min of meer onafhankelijke dompbeweging (per deur).
- Mode 6: Min of meer onafhankelijke stampbeweging (per deur).

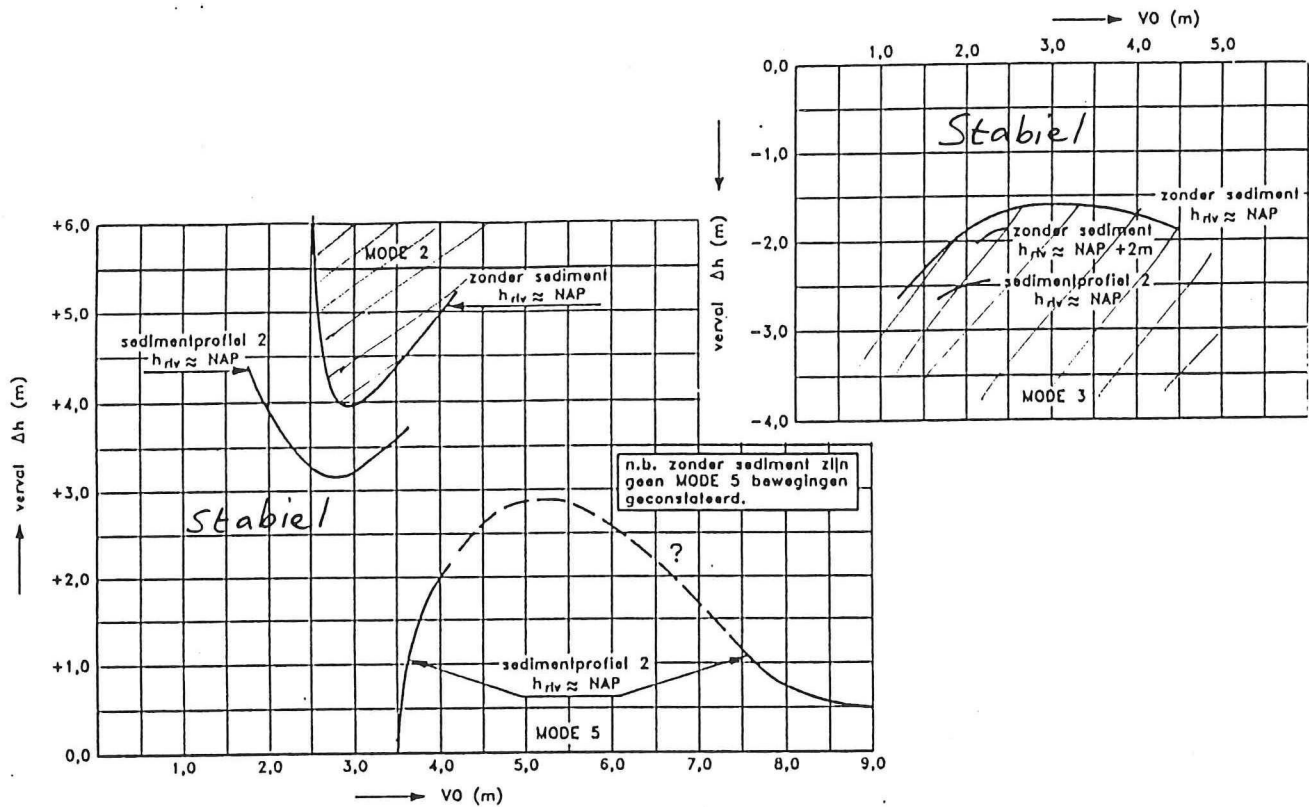
De volgende instabiele gedragingen zijn bij het 3D modelonderzoek werkelijk aangetroffen:

Mode 2: De deuren bewegen in tegenfase op en neer (dompen) met een periode van ongeveer 60 seconden. Dit type instabiliteit treedt op bij positief verval. Er verschijnt een dwarse staande golf benedenstrooms, dit wil zeggen aan de rivierzijde, met een knoop in het midden van het kanaal en buiken aan de zijkanten. Aan de bovenstroomse zijde vinden geen waterbewegingen van betekenis plaats.

Mode 3: Elke deur roteert om een punt, dat ongeveer in het midden van de deur ligt. De deuren bewegen in tegenfase. Deze mode ontstaat bij negatief verval. De dwarse staande golf ontstaat nu aan de zeezijde, terwijl aan de rivierzijde het water in rust blijft. Deze beweging heeft een kortere periode dan mode 2, namelijk ongeveer 30 seconden, en er bevinden zich knopen op ongeveer 1/4 en 3/4 van de kanaalbreedte, en een buik in het midden.

Mode 5: De deuren bewegen in hun eigenfrequentie (periode ongeveer 10 seconden), onafhankelijk van elkaar, op en neer.

De gekozen deurvariant is onder verschillende gebruiksomstandigheden getest. Deze tests resulteerden in een aantal zgn. stabiliteitslijnen: voor elke waargenomen eigenbewegingsvorm één, zie figuur 2.6.



Figuur 2.6 Stabiliteitslijnen mode 2, 3 en 5²

Verklaring:

Δh = verval

V_0 = hoogte van de spleet onder de deur

De stabiliteitslijnen scheiden de spleet-vervalcombinaties die instabiel gedrag opleveren van de combinaties die dat niet doen.

Er blijkt dat met name sediment op de drempel een ongunstige invloed heeft op de stabiliteit. De kans van optreden van een ongunstig sedimentprofiel acht men echter klein bij grote watersnelheid onder de deuren. Verder is nagegaan hoe het opslingerproces verloopt in de tijd in het ongunstigste geval van instabiliteit. De demping is relatief klein.

De resultaten² zijn, in tabelvorm :

mode:	opslingertijd:	top-dalwaarde:
2	17.5 - 18.5 min	2 m
3	5 - 7 min	1 m
5	5 - 8 min	0.5 - 1.2 m

2.3 Probleemstelling

Instabiel gedrag van een stel drijvende keerdeuren bij aanwezigheid van een verval is nog niet voorspelbaar, ingeval de betreffende eigenbewegingsvorm driedimensionaal is. Bij de modelproeven ten behoeve van het ontwerp van de Maeslant Kering zijn twee van zulke eigenbewegingsvormen geconstateerd, namelijk mode 2 en mode 3. Deze modes ontstaan door interactie van beide deuren en water.

Het probleem wordt mede bepaald door verschijnselen als turbulentie, loslatende stroming en sediment op de drempel. Deze fenomenen zijn niet analytisch te beschrijven. Een numerieke benadering vraagt echter om een gedetailleerd inzicht in de mechanismen en randvoorwaarden, die bepalend zijn voor het interactieve proces.

Resumerend wordt het probleem gesteld als volgt. De bepalende mechanismen en randvoorwaarden voor het interactieve proces tussen beide deuren en water zijn niet voldoende bekend om eventueel instabiel gedrag volgens de modes 2 en 3 te kunnen voorspellen.

2.4 Doelstelling van het onderzoek

Het interactieve proces tussen twee drijvende deuren en water zal worden onderzocht. De specifieke onderzoeksvraag hierbij is: welk mechanisme veroorzaakt gekoppeld instabiel gedrag van beide deuren, en hoe is dit mechanisme te modelleren? Bijkomende vraag is: hoe is het gedrag van het water benedenstrooms bij instabiel gedrag van de kering?

Een vergelijking tussen een aantal lineaire modellen ter beschrijving van de beweging van twee drijvende deuren wordt voor dit afstudeerwerk als haalbaar beschouwd. Zo'n vergelijking is de doelstelling van het onderzoek.

2.5 Aanpak van het onderzoek

Gedurende het hele onderzoek wordt uitgegaan van een geschematiseerde geometrie. De vorm van de deuren wordt balkvormig aangenomen. (Hierdoor is het niet mogelijk de resultaten van dit onderzoek direct te vergelijken met de proefresultaten.)

Eerst wordt een bewegingsvergelijking opgesteld voor één drijvende deur. De modellering van de waterbeweging wordt gedaan door middel van een discreet model dat de effecten berging, traagheid én demping zichtbaar in zich verenigt. Vervolgens wordt onderzocht of daar de afleiding op kan worden gebaseerd van een stel gekoppelde bewegingsvergelijkingen voor twee deuren. Het bestaande discrete "model van Kolkman" wordt daarnaast behandeld.

Daarnaast wordt continuÛm benadering (potentiaalstroomtheorie) gebruikt om hydrodynamische coëfficiënten te berekenen, voor één en voor twee deuren, zowel analytisch als numeriek.

Vergelijking en harmonische analyse van de resultaten van de genoemde werkwijzen vindt plaats.

3 GEDISCRETISEERD LINEAIR MODEL VAN DRIJVENDE DEUREN

3.1 Inleiding

Stel, een drijvende deur beweegt harmonisch rond een middenstand:

$$a = \hat{a}e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

waarin:

a	= deurverplaatsing ten opzichte van de middenstand
\hat{a}	= amplitude van de deurbeweging
ω	= hoekfrequentie
t	= tijd
i	= $\sqrt{-1}$

Bewegingen van de deur veroorzaken waterbewegingen; deze waterbewegingen beïnvloeden de deurbeweging via hydrodynamische krachten. De modellering van deze krachten is het onderwerp van dit hoofdstuk.

De meest algemene vorm van de bewegingsvergelijking van de deur is:

$$F = M \frac{d^2 a}{dt^2} \quad (3.2)$$

met

F	= resulterende externe kracht
M	= deurmassa

In een meer specifiek model bestaat de resulterende externe kracht F uit hydrodynamische krachten als functie van a en de geometrie. In een lineair model zijn de krachten evenredig met a en afgeleiden ervan. Zij kunnen worden verdeeld in in-fase en uit-fase krachten. Of een kracht in- of uit-fase (ten opzichte van a) werkt, hangt af van de orde van de afgeleide van a , waarmee deze kracht evenredig is. De evenredigheidscoëfficiënten worden de hydrodynamische coëfficiënten genoemd. De bepaling van deze coëfficiënten is dus het eigenlijke modelleringswerk.

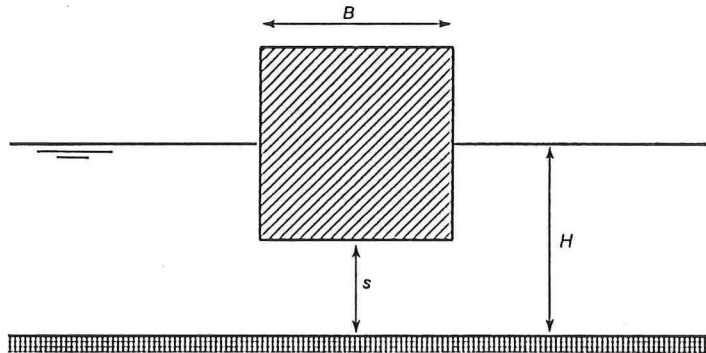
In het geval van twee drijvende deuren wordt de waterbeweging door beide bewegende deuren bepaald. De waterbeweging koppelt dus de bewegingen van de deuren. In de bewegingsvergelijking van deur 1 verschijnen dan termen, die evenredig zijn met (afgeleiden van) de uitwijking van deur 2, en omgekeerd.

In paragraaf 3.2 wordt de modellering van één enkele deur besproken; in paragraaf 3.3 die van twee deuren. In paragraaf 3.4 wordt het model van Kolkman besproken, waarin niet het water, maar de deuren als volgend worden beschouwd.

3.2 Enkele deur

3.2.1 Inleiding

Aangezien de deur een lange, slanke constructie is, wordt het deur-watermodel tweedimensionaal beschreven. Het deurprofiel wordt rechthoekig aangenomen, zie figuur 3.1; in haar lengterichting wordt de deur recht verondersteld (balkmodel).



figuur 3.1 Geschematiseerd deurprofiel

Symbolenverklaring:

B = deurbreedte

s = hoogte van de spleet onder de deur in de evenwichtstoestand

H = waterstand in rusttoestand

De grootheden worden per eenheid van deurlengte gebruikt (indien van toepassing).

De algemene vorm van de bewegingsvergelijking van één enkele deur is:

$$(M+A_1) \frac{d^2 a}{dt^2} + B_1 \frac{da}{dt} + C_1 a = 0 \quad (3.3)$$

In deze vergelijking hoeven alleen de coëfficiënten A_1 ("toegevoegde massa") en B_1 ("hydrodynamische demping") te worden bepaald. C_1 ("veerconstante") wordt steeds constant genomen:

$$C_1 = \rho g B$$

Door de aanwezigheid van een vrije waterspiegel zijn A_1 en B_1 in principe frequentieafhankelijk. B_1 is representatief voor de (energie van de) uitgestuurde golven. Andere termen, die evenredig zijn met a , of met hogere orde afgeleiden daarvan, kunnen worden omgerekend naar een A_1 , of een B_1 . Dit is een gevolg van de aanname:

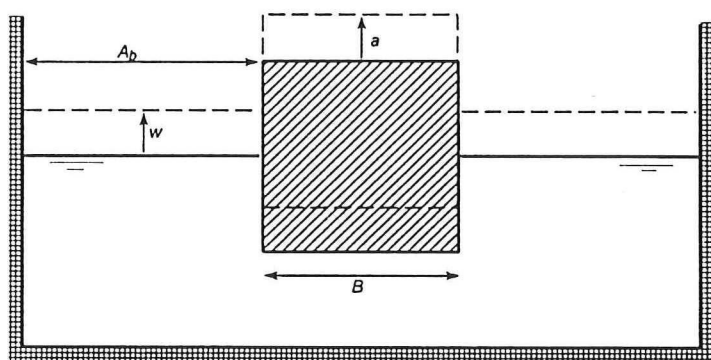
$$a = \hat{a} e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

Er worden in deze paragraaf eerst drie effecten besproken: in 3.2.2 en 3.2.3 twee vormen van hydrodynamische respons die in-fase is met de deurbeweging: het bergings- en het traagheidseffect; in 3.2.4 een vorm van uit-fase respons: het dempingseffect. In paragraaf 3.2.5 is het model besproken dat de drie effecten combineert. De invloed van verval over de deur is het onderwerp van paragraaf 3.2.6. In paragraaf 3.2.7 wordt het verschijnsel besproken, dat bij deurbewegingen alleen de waterspiegel aan benedenstroomse zijde fluctueert, alsmede de consequenties daarvan voor de modellering.

De opbouw van een discreet model uit drie enkelvoudige basismodellen heeft als voordeel, dat het gecombineerde model de verschillende effecten (berging, traagheid, demping) duidelijk zichtbaar in zich verenigt. Door middel van zogeheten schakelcoëfficiënten kunnen de invloeden van die effecten in- of uitgeschakeld worden. De aparte behandeling van de invloed van éézijdige golfuitsturing en van het verval is om dezelfde reden gedaan: de inzichtelijkheid van de uiteindelijke oplossing wordt erdoor bevorderd.

3.2.2 Bergingseffect

Stel, de waterspiegel beweegt in fase met de deurbeweging, en alleen dichtbij de kering. Dit kan worden voorgesteld door een deur in een bak met een constant bergend vrij oppervlak waarvan de waterspiegel horizontaal blijft, zie figuur 3.2.



figuur 3.2 Bergingsmodel

Symbolenverklaring:

w = waterspiegeluitwijking ten opzichte van het evenwichtsniveau
 A_b = bergend (vrij) oppervlak

De verticale hydrodynamische kracht op de deur is dan evenredig met het verschil tussen waterspiegeluitwijking en deuruitwijking:

$$F = (w - a) \rho g B \quad (3.4)$$

Aan de continuïteitseis wordt voldaan als geldt:

$$B a + 2 A_b w = 0 \quad (3.5)$$

Hieruit volgt:

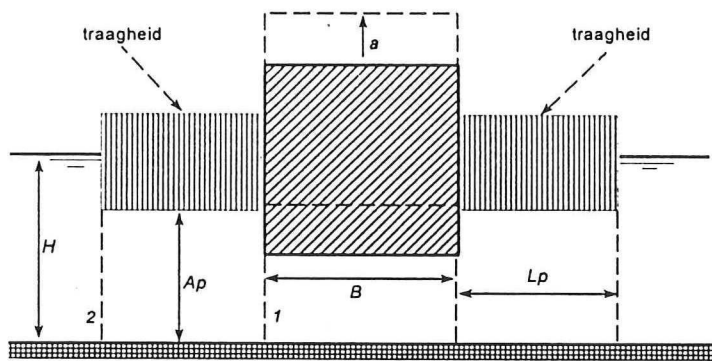
$$F = -\rho g B a \left(\frac{B}{2A_b} + 1 \right)$$

Na invullen in (3.2) en combinatie met (3.3) volgt hieruit:

$$A_1 = -\frac{B^2}{2A_b \omega^2} \rho g \quad , \quad B_1 = 0 \quad , \quad C_1 = \rho g B$$

3.2.3 Traagheidseffect

Stel, het water direct bij de deur volgt de deurbewegingen. Dit kan worden voorgesteld door een deur en een pijp met een bepaalde lengte, die in verbinding staat met een oneindig groot reservoir met constante diepte, zie figuur 3.3.



figuur 3.3 Traagheidsmodel

Symbolenverklaring:

- A_p = doorsnede van de pijp
- L_p = lengte van de pijp
- $\rho_{1,2}$ = vloeistofdruk in resp. doorsnede 1 en 2
- v_p = gemiddelde stroomsnelheid in de pijp

De bewegingsvergelijking voor het volume water in de pijpen luidt:

$$(p_1 - p_2)A_p = 2\rho L_p A_p \frac{dv_p}{dt} \quad , \quad p_2 = \rho g \left(H - \frac{A_p}{2} \right)$$

Hieruit volgt:

$$p_1 B = \rho g B \left(H - \frac{A_p}{2} \right) + 2\rho L_p B \frac{dv_p}{dt}$$

Met $A_p \ll H$ volgt hieruit:

$$F = 2\rho L_p B \frac{dv_p}{dt} + \rho g B H - \rho g a B \quad (3.6)$$

De tweede term in het rechterlid maakt evenwicht met het deurgewicht en kan dus worden weggelaten. De verticale hydrodynamische kracht op de deur is dan evenredig met de versnelling en de massa van het verplaatste water en de deuruitwijking.

Continuïteit:

$$B \frac{da}{dt} = -2A_p v_p \quad (3.7)$$

Combinatie van (3.6) en (3.7), en substitutie van (3.2) levert:

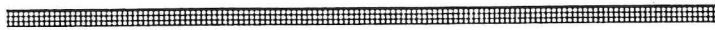
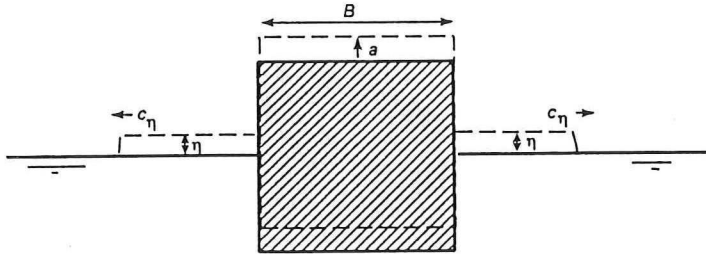
$$\left(M + \rho \frac{L_p B^2}{A_p} \right) \frac{d^2 a}{dt^2} + \rho g B a = 0$$

Vergelijking met (3.3) geeft:

$$A_1 = \rho \frac{L_p B^2}{A_p} \quad , \quad B_1 = 0 \quad , \quad C_1 = \rho g B$$

3.2.4 Dampingseffect

Stel, de waterspiegel beweegt uit-fase met de deurbeweging, en de waterspiegelverstoringen planten zich als lange golven voort tot op oneindig. Dit kan worden voorgesteld door een deur die translatiegolven uitstuurt met constante voortplantingssnelheid, zie figuur 3.4.



figuur 3.4 Dampingsmodel

Symbolenverklaring:

- η = golfhoogte
- c_η = golfvoortplantingssnelheid

De hydrodynamische kracht op de deur is evenredig met het verschil tussen translatiegolfhoogte en deuruitwijking:

$$F = (\eta - a)B\rho g \quad (3.8)$$

Aan de continuïteitseis is voldaan als geldt:

$$2\eta c_\eta + \frac{da}{dt}B = 0 \quad (3.9)$$

Combinatie van (3.8) en (3.9), en substitutie van (3.2) levert:

$$M \frac{d^2a}{dt^2} + \rho g \frac{B^2}{2c_\eta} \frac{da}{dt} + \rho g B a = 0$$

Vergelijking met (3.3) levert:

$$A_1 = 0 \quad , \quad B_1 = \frac{B^2}{2c_\eta} \rho g \quad , \quad C_1 = \rho g B$$

3.2.5 Samengesteld model met gecombineerde respons

Een model dat berging, traagheid en demping bevat, bestaat evenals de enkelvoudige modellen uit een uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op de deur en een continuïteitsvergelijking. Beide vergelijkingen bevatten zogenaamde schakelcoëfficiënten α , β en γ . Deze coëfficiënten kunnen de waarde 0 of 1 aannemen. Hierdoor kunnen de effecten berging, traagheid en demping afzonderlijk worden in- of uitgeschakeld.

De uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op de deur wordt:

$$F = (\alpha w + \beta \frac{2L_p}{g} \frac{dv_p}{dt} + \gamma \eta - a) \rho g B \quad (3.10)$$

De parameter L_p heeft de betekenis van een "equivalente traagheids lengte", een bepaalde afstand die karakteristiek is voor het traagheidseffect, bijvoorbeeld de helft van de kanaalbreedte in het geval van bewegingen volgens mode 2.

De continuïteitsvergelijking wordt:

$$B \frac{da}{dt} = -2(\alpha A_b \frac{dw}{dt} + \beta A_p v_p + \gamma \eta c_\eta) \quad (3.11)$$

De parameter A_p heeft de betekenis van een "equivalente traagheidsdoorsnede", bijvoorbeeld de kanaaldiepte. Samen met (3.2) zijn dit drie vergelijkingen met vijf onbekenden: F , a , w , v_p en η .

Er zijn dus nog twee vergelijkingen nodig.

Stel, de stroomsnelheid in de pijp en de golfhoogte van de uitgestuurde dempende golven zijn evenredig met de stijgsnelheid van het bergende vrije wateroppervlak volgens:

$$v_p = K_t \frac{dw}{dt} \quad , \quad \eta = K_d \frac{dw}{dt} \quad (3.12 \text{ a en b})$$

met K_t , K_d = evenredigheidsconstanten; K_d heeft de dimensie [7].

Voor deze verbanden zijn fysische argumenten beschikbaar:

- voor een toename van de bergende-waterspiegeluitwijking, een toename van het geborgen volume dus, is wateraanvoer nodig. De snelheid waarmee dit gebeurt is evenredig met de snelheid van de toename van het geborgen volume.
- de bergende-waterspiegeluitwijking w is evenredig met a volgens (3.5). De hoogte van de uitgestuurde golven bij golfuitsturing met een constante voortplantingssnelheid is evenredig met de snelheid van de deur en dus ook met de tijdsafgeleide van w .

Als K_t en K_d gekozen zijn (dit zijn twee modelleringsparameters extra) zijn er vijf vergelijkingen met vijf onbekenden, die kunnen worden samengevoegd tot één vergelijking in a . Dit gaat als volgt.

Substitutie van de uitdrukkingen (3.12 a en b) in de continuïteitsvergelijking (3.11) geeft:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{B}{2} \frac{da}{dt} \frac{1}{\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma K_d c_\eta} \quad (3.13)$$

Substitutie van (3.12 a en b) in de uitdrukking voor de hydrodynamische kracht (3.10) geeft:

$$F = (\alpha w + \beta \frac{2L_p}{g} K_t \frac{d^2 w}{dt^2} + \gamma K_d \frac{dw}{dt} - a) \rho g B \quad (3.14)$$

Substitutie van (3.13) in (3.14) levert:

$$F = [-(\alpha a + \beta \frac{2L_p}{g} K_t \frac{d^2 a}{dt^2} + \gamma K_d \frac{da}{dt}) \frac{1}{\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma c_\eta K_d}] \rho g \frac{B^2}{2} + \rho g B a \quad (3.15)$$

Substitutie van (3.2) in (3.15) en vergelijking met (3.3) levert, na uitwerken:

$$A_1 = \frac{\rho g B^2 [-\frac{\alpha}{\omega^2} + \beta \frac{2L_p}{g} K_t]}{2(\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma c_\eta K_d)}$$

$$B_1 = \frac{\gamma K_d \rho g B^2}{2(\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma c_\eta K_d)}$$

$$C_1 = \rho g B$$

Bij de berekening van de uitdrukking voor A_1 is gebruik gemaakt van de volgende equivalentie, die volgt uit aanname (3.1):

$$\alpha a = -\frac{\alpha}{\omega^2} \frac{d^2 a}{dt^2}$$

3.2.6 De asymmetrie van de hydrodynamische respons

Tot nu toe is een model beschreven, waarin het water aan beide zijden van de deur in beweging kan komen. Ook is gerekend met aan beide zijden dezelfde waterstand. De praktijk is echter anders: er staat een verval over de deur. Bij deurbewegingen volgens de gekoppelde eigenbewegingsvormen, mode 2 en 3, blijft de bovenwaterstand (volgens de experimenten) nagenoeg in rust. De asymmetrische deurvorm vormt geen verklaring van dit verschijnsel, aangezien het bij zowel positief als negatief verval optreedt. De meest voor de hand liggende verklaring is de volgende. Alvorens deze te geven wordt benadrukt, dat deze verklaring een poging is het verschijnsel te verklaren, en zeker geen conclusie.

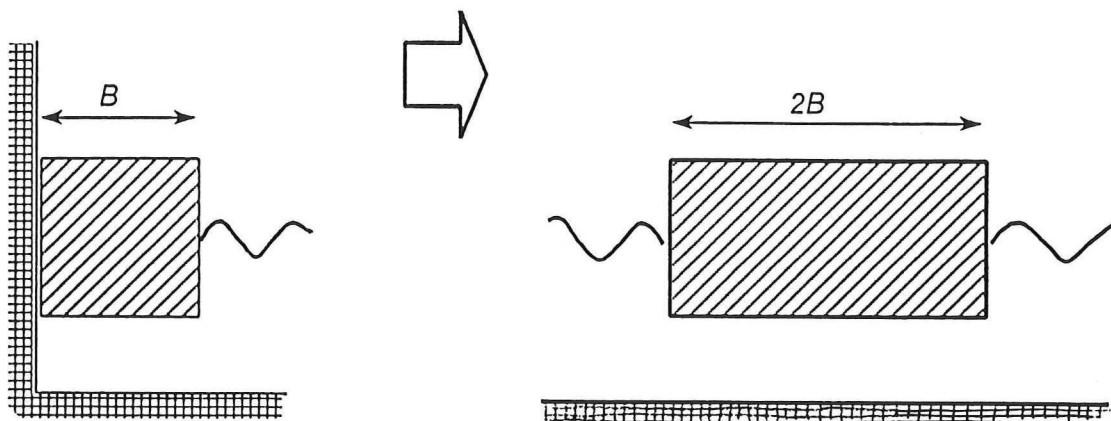
Het beschouwde deurprofiel bevat een skirt, dat de scheiding tussen het boven- en benedenstroomse gebied markeert. Ter plaatse van het skirt is dus een grote drukgradient, die een hoge watersnelheid veroorzaakt. Als deze snelheid zó hoog wordt, dat de drukfluctuaties benedenstrooms van het skirt geen golven bovenstrooms van de deur kunnen veroorzaken, is er een situatie ontstaan, die vergelijkbaar is met uitstroming van water uit een reservoir met kleine opening. De watersnelheid onder het skirt is alleen nog afhankelijk van de druk bovenstrooms ten opzichte van de druk ter plaatse van het skirt. De term superkritische snelheid is niet op zijn plaats, aangezien het hier geen vrije waterspiegel betreft, maar het effect is hetzelfde; de benedenstroomse randvoorwaarden hebben geen invloed op de stroming bovenstrooms van het skirt.

Continuïteit eist, dat een debietfluctuatie een waterspiegelfluctuatie zowel aan beneden- als aan bovenstroomse zijde van de kering veroorzaakt. Volledige rust van de waterspiegel aan bovenstroomse zijde is dus onmogelijk als het debiet fluctueert. Wel is het denkbaar dat de debietfluctuatie een relatief gering effect heeft op de bovenwaterstand ten opzichte van het effect van de drukgolven op de benedenwaterstand.

De afwezigheid van golfuitsturing ten gevolge van drukveranderingen onder de deur in bovenstroomse richting heeft tot gevolg, dat het deurgewicht in de rustsituatie evenwicht maakt met de druk onder de deur ten gevolge van de benedenstroomse waterstand. Bij deurbewegingen zal alleen aan benedenstroomse zijde een hydrodynamische respons optreden. Hierbij is verondersteld dat de viskeuze huidweerstand langs verticale wanden bij dompbeweging verwaarloosbaar klein is.

Zonder verval is de hydrodynamische respons bij zulke asymmetrische golfuitsturing hetzelfde als in het geval waarbij zich meteen naast de deur een starre wand bevindt, zie figuur 3.5. Een starre wand spiegelt de krachten die erop werken. Een deur met dubbele breedte geeft hetzelfde waterbewegingspatroon als een deur naast een starre wand. De coëfficiënten van de dubbelbrede deur behoren dan echter bij een tweezijdig golfpatroon; equivalentie met de coëfficiënten van de deur naast de wand geldt pas als de coëfficiënten voor de dubbelbrede deur zijn gehalveerd.

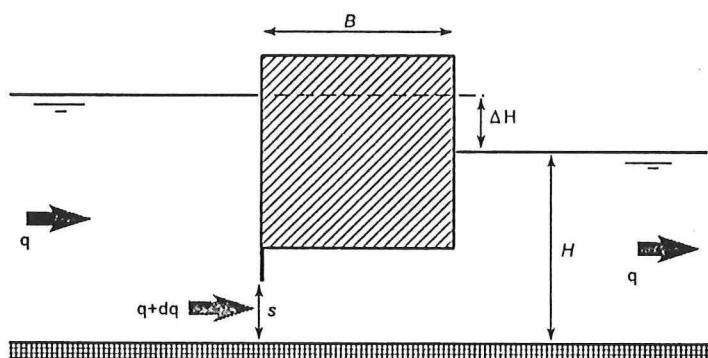
Als de druk onder de deur gelijk wordt aan de druk in het benedenwater, dan heeft de aanwezigheid van stroming door verval een groter effect op de benedenstroomse dan op de bovenstroomse waterbeweging. In de volgende paragraaf is dit effect als volgt gemodelleerd: er wordt gerekend met een skirt onder de deur als scheiding tussen het boven- en het benedenwater. Een deurbeweging beïnvloedt het debiet daardoor via het benedenwater. Deze modellering is dus op enkelzijdige golfuitsturing gebaseerd.



figuur 3.5 Starre wand vervangen door dubbelbreed deurprofiel

3.2.7 Invloed van verval over de deur

De aanwezigheid van verval en stroming ten gevolge daarvan (zie figuur 3.6) maakt het mogelijk, dat niet alleen de waterstand en de deurpositie fluctueren, maar dat ook het debiet onder de deur door fluctueert.



figuur 3.6 Schema deurprofiel onder verval

Er bevindt zich een skirt aan bovenstroomse zijde; er wordt aangenomen dat daar loslating van stroming plaatsvindt, zodat daar de scheiding tussen boven- en benedenstrooms ligt. Zo'n skirt heeft alleen invloed op de vervalstroming en niet op de deurdynamica zoals die in de vorige paragrafen is beschreven; daarom wordt het skirt pas in deze paragraaf gemodelleerd. De spleetgrootte wordt nu gedefinieerd ter plaatse van het skirt.

Een relatie tussen debiet, spleethoogte en verval is:

$$q = ms\sqrt{2g\Delta H} \quad (3.16)$$

met:

m = afvoercoëfficiënt
 ΔH = verval
 s = hoogte van de spleet onder het skirt

Als wordt aangenomen, dat m constant is, dan is de gelineariseerde uitdrukking voor een debietverandering ($ds = a$):

$$dq = a * q_a + d\Delta H * q_{\Delta H} \quad (3.17)$$

met:

$$q_a = m\sqrt{2g\Delta H}$$

$$q_{\Delta H} = ms \sqrt{\frac{g}{2\Delta H}}$$

Het stelsel vergelijkingen, dat de deurbeweging beschrijft, wordt nu:

$$F = M \frac{d^2a}{dt^2} \quad (3.2)$$

Hydrodynamische kracht:

$$F = [\alpha w_r + \beta \frac{L_p}{g} \frac{dv_{pr}}{dt} + \gamma \eta_r - a] \rho g B \quad (3.18)$$

Debietfluctuatie:

$$dq = q_a a + q_{\Delta H} d\Delta H = q_a a + q_{\Delta H} (w_z - w_r + \eta_z - \eta_r) \quad (3.17)$$

Continuïteit:

$$\begin{aligned} dq &= -\alpha A_b \frac{dw_z}{dt} - \beta A_p v_{pz} - \gamma \eta_z c_\eta = \\ &= B \frac{da}{dt} + \alpha A_b \frac{dw_r}{dt} + \beta A_p v_{pr} + \gamma \eta_r c_\eta \end{aligned} \quad (3.19)$$

De indices z en r wijzen op respectievelijk de zee- en rivierzijde. Uitgangspunt bij deze aanpak is, dat het karakteristieke bergende oppervlak A_b , de karakteristieke traagheidslengte L_p , de karakteristieke traagheidsdiepte A_p en de golfvoortplantingssnelheid c_η dezelfde betekenis houden als in het geval zonder verval; aan beide zijden van de deuren zijn deze hetzelfde. De verschillen (ten gevolge van het verval) tussen de respons van het boven- en benedenwater komen daarom tot uiting in een verschil in uitwijkingen van het bergende oppervlak w_r en w_z , de "aanvoersnelheden" v_r en v_z en de golfhoogten η_r en η_z .

Dit stelsel van vijf vergelijkingen heeft de negen onbekenden F , dq , a , w_z , w_r , v_{pz} , v_{pr} , η_z en η_r . Er zijn dus nog vier aanvullende vergelijkingen nodig. Stel:

$$v_{pz} = K_t \frac{dw_z}{dt}, \quad v_{pr} = K_t \frac{dw_r}{dt}, \quad \eta_z = K_d \frac{dw_z}{dt}, \quad \eta_r = K_d \frac{dw_r}{dt} \quad (3.20 \text{ a t/m d})$$

Deze verbanden illustreren de veronderstelling, dat het boven- en benedenwater afgezonderde hydrodynamische systemen zijn, waarvan de respons op deurbewegingen echter volgens dezelfde verhoudingen (K_t en K_d) is opgebouwd uit de effecten berging, traagheid en demping, vanwege hun vergelijkbare geometrie. Ingevuld in de vergelijkingen (3.17, 18 en 19) geeft dit:

$$F = [\alpha w_r + \beta \frac{L_p}{g} K_t \frac{d^2 w_r}{dt^2} + \gamma K_d \frac{dw_r}{dt} - a] \rho g B \quad (3.21)$$

$$dq = q_a a + q_{\Delta H} [w_z - w_r + K_d \frac{dw_z - dw_r}{dt}] \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} dq &= -\frac{dw_z}{dt} [\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma K_d c_\eta] = \\ &= B \frac{da}{dt} + \frac{dw_r}{dt} [\alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma K_d c_\eta] \end{aligned} \quad (3.23 \text{ a en b})$$

Dit stelsel kan als volgt worden samengevoegd tot één vergelijking in a . Stel, de waterspiegel beweegt net als a harmonisch rond een middenstand:

$$w = \hat{w} e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{dw}{dt} = i\omega w \quad (3.24)$$

en:

$$Q = \alpha A_b + \beta A_p K_t + \gamma c_\eta K_d \quad (3.25)$$

N.B. Q is een grootheid die de continuïteitsvergelijking karakteriseert.

Na substitutie van (3.25) in (3.23 a en b) volgt uit combinatie van (3.23 a en b):

$$\frac{dw_z}{dt} = -\frac{B}{Q} \frac{da}{dt} - \frac{dw_r}{dt}, \quad w_z = -\frac{B}{Q} a - w_r \quad (3.26)$$

De integratieconstante is nul, aangezien moet gelden voor $w_r = a = 0$: $w_z = 0$. Invullen van (3.26) in (3.22) en gelijkstellen aan (3.23b) levert, na uitwerken:

$$\frac{dw_r}{dt} [Q + q_{\Delta H} K_d 2 + q_{\Delta H} \frac{2}{i\omega}] = a [q_a - q_{\Delta H} \frac{B}{Q}] + \frac{da}{dt} [-q_{\Delta H} K_d \frac{B}{Q} - B] \quad (3.27)$$

Stel:

$$\begin{aligned} u_1 &= q_a - q_{\Delta H} \frac{B}{Q}, & u_2 &= -q_{\Delta H} K_d \frac{B}{Q} - B, \\ u_3 &= Q + 2q_{\Delta H} K_d, & u_4 &= 2q_{\Delta H} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Na substitutie van (3.28) in (3.27) volgt uit (3.27):

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{au_1 + \frac{da}{dt} u_2}{u_3 + \frac{u_4}{i\omega}} \quad (3.29)$$

Rechterlid boven en onder de streep vermenigvuldigen met:

$$\frac{i\omega}{i\omega} * \frac{u_3 i\omega - u_4}{u_3 i\omega - u_4}$$

levert:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{au_1 u_3 \omega^2 + \frac{da}{dt} u_2 u_3 \omega^2 + au_1 u_4 i\omega + \frac{da}{dt} u_2 u_4 i\omega}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \quad (3.30)$$

Met behulp van (3.1) kan dit worden geschreven als volgt:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{\frac{d^2 a}{dt^2} (u_2 u_4 - u_1 u_3) + \frac{da}{dt} (u_1 u_4 + u_2 u_3 \omega^2)}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \quad (3.30)$$

Omzetten m.b.v. (3.1) in uitdrukkingen met alleen eerste en tweede afgeleiden van a :

$$w_r = - \frac{\frac{d^2a}{dt^2} (u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2}) + \frac{da}{dt} (u_1 u_3 - u_2 u_4)}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \quad (3.31a)$$

$$\frac{dw_r}{dt} = - \frac{\frac{d^2a}{dt^2} (u_1 u_3 - u_2 u_4) + \frac{da}{dt} (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2)}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \quad (3.31b)$$

$$\frac{d^2 w_r}{dt^2} = - \frac{\frac{d^2a}{dt^2} (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) - \frac{da}{dt} (u_1 u_3 - u_2 u_4) \omega^2}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \quad (3.31c)$$

Invullen van (3.31 a t/m c) in de uitdrukking (3.21) voor F en vergelijking met (3.3) levert de uitdrukkingen voor A_1 , B_1 en C_1 :

$$A_1 = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2}) + \beta \frac{L_p}{g} K_t (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) + \gamma K_d (u_1 u_3 - u_2 u_4) \right]$$

$$B_1 = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_1 u_3 - u_2 u_4) - \beta \frac{L_p}{g} K_t (u_1 u_3 - u_2 u_4) \omega^2 + \gamma K_d (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) \right]$$

$$C_1 = \rho g B$$

3.3 Twee drijvende deuren

3.3.1 Inleiding

De bewegingsvergelijkingen van twee naast elkaar gelegen drijvende deuren zijn gekoppeld via hydrodynamische coëfficiënten. Een beweging van deur 1 veroorzaakt een kracht op deur 2 en omgekeerd. Deze koppeling wordt aangegeven door de indices van de hydrodynamische coëfficiënten: de eerste index geeft aan op welke deur de kracht werkt en de tweede index geeft aan welke deur er beweegt om deze kracht te veroorzaken. Dit is (nog steeds) een lineaire benadering; de deuruitwijkingen worden zeer klein verondersteld; diensgevolge kunnen de "koppelkrachten" worden opgeteld bij de "op zichzelf geïnduceerde" krachten.

Voor deur 1 geldt:

$$(M+A_{11}) \frac{d^2 a_1}{dt^2} + A_{12} \frac{d^2 a_2}{dt^2} + B_{11} \frac{da_1}{dt} + B_{12} \frac{da_2}{dt} + C_{11} a_1 = 0 \quad (3.32a)$$

Voor deur 2 geldt:

$$(M+A_{22}) \frac{d^2 a_2}{dt^2} + A_{21} \frac{d^2 a_1}{dt^2} + B_{22} \frac{da_2}{dt} + B_{21} \frac{da_1}{dt} + C_{22} a_2 = 0 \quad (3.32b)$$

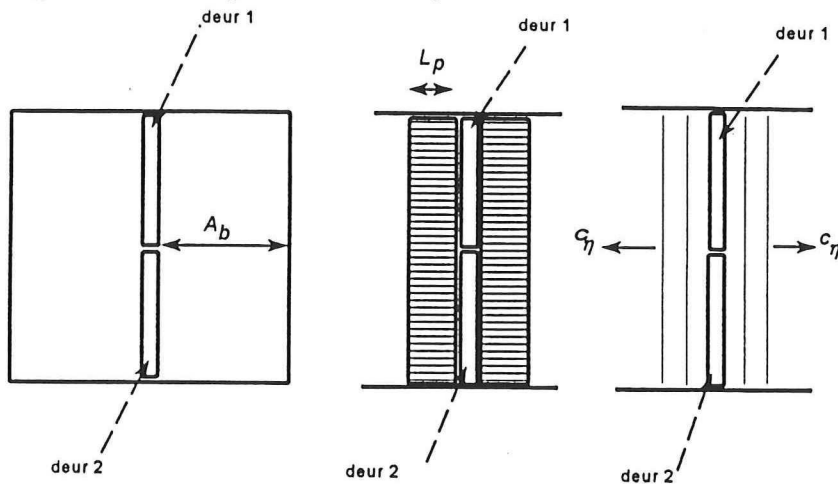
Beide deuren zijn hetzelfde; daarom zijn de overeenkomstige coëfficiënten in beide vergelijkingen gelijk:

$$A_{11} = A_{22} \quad , \quad A_{12} = A_{21} \quad , \quad B_{11} = B_{22} \quad , \quad B_{12} = B_{21} \quad , \quad C_{11} = C_{22}$$

In deze paragraaf worden A_{12} en B_{12} bepaald. Daartoe wordt gesteld, dat deur 1 een harmonische beweging uitvoert, terwijl deur 2 wordt vastgehouden. De krachten op deur 2 ten gevolge van de beweging van deur 1 worden afgeleid door deze samen te stellen uit de invloeden van het bergings-, traagheids- en dempingseffect. Deze aanpak is mogelijk vanwege het lineaire karakter van de vergelijkingen. Ook de coëfficiënten A_{11} , B_{11} en C_{11} moeten opnieuw worden berekend, omdat het kanaal (en dus ook de bergende oppervlakken e.d.) nu twee deurlengten breed is, zie fig.3.7.

3.3.2 Hydrodynamische coëfficiënten zonder verval

In figuur 3.7 is te zien hoe de effecten kunnen worden geschematiseerd in het driedimensionale geval. Nu er twee deuren naast elkaar liggen, is het "invloedsgebied" bij het bergings- en dempingseffect twee keer zo groot als in het geval met één deur. Bij het traagheidseffect wordt verondersteld, dat het door de pijpen toestromende water hoofdzakelijk in kanaalrichting wordt aangevoerd. De karakteristieke grootheden bij de berekening van het traagheidseffect blijven daardoor hetzelfde als in het geval met één deur.



figuur 3.7 Bergings-, traagheids- en dempingsmodel voor twee deuren

Er geldt voor het bergingseffect:

$$A_{11} = A_{12} = -\frac{B^2}{4A_b \omega^2} \rho g$$

Toelichting: de waarden van A_{11} en A_{12} zijn gelijk, omdat de bergende waterspiegel horizontaal blijft. Een deurbeweging van één van beide deuren heeft op allebei de deuren dezelfde invloed.

Het traagheidseffect levert:

$$A_{11} = \rho \frac{L_p B^2}{A_p}$$

$$A_{12} = 0$$

Toelichting: de waarde van A_{12} is nul, omdat wordt verondersteld dat de karakteristieke traagheidslengte niet door de aanwezigheid van de andere deur wordt beïnvloed.

Het dempingseffect geeft:

$$B_{11} = B_{12} = \frac{B^2}{4c_\eta} \rho g$$

Toelichting: de waarden van B_{11} en B_{12} zijn gelijk, omdat wordt verondersteld dat de uitgestuurde golven relatief snel de hele breedte van het kanaal bedekken. Een deurbeweging van één van beide deuren heeft op allebei de deuren dezelfde invloed.

Het samengestelde model met gecombineerde respons wordt bepaald door:
voor deur 1:

Hydrodynamische kracht:

$$F = [\alpha w + \beta \frac{2L_p}{g} K_t \frac{d^2 w}{dt^2} + \gamma K_d \frac{dw}{dt} - a_1] \rho g B \quad (3.33)$$

Continuïteit:

$$B \frac{da_1}{dt} = -4 \frac{dw}{dt} (\alpha A_b + \beta \frac{A_p}{2} K_t + \gamma c_\eta K_d) \quad (3.34)$$

Het verschil tussen (3.34) en (3.11) wordt veroorzaakt door het extra invloedsgebied (twee keer zo groot) van het bergings- en dempingsmodel in het geval van twee deuren ten opzichte van het geval van één enkele deur.

Combinatie van (3.33) en (3.34) geeft (i.e. eliminatie van w):

$$F = \left[-\frac{B}{2} \frac{\alpha a_1 + 2\beta \frac{d^2 a_1}{dt^2} \frac{L_p}{g} K_t + \gamma K_d \frac{da_1}{dt}}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} - a_1 \right] \rho g B \quad (3.35)$$

Vergelijking van (3.35) met (3.3) levert:

$$A_{11} = \frac{B^2}{2} \rho g \frac{-\frac{\alpha}{\omega^2} + \beta \frac{L_p}{g} K_t}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d}$$

$$B_{11} = \frac{B^2}{2} \rho g \frac{\gamma K_d}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d}$$

$$C_{11} = \rho g B$$

Om A_{12} en B_{12} te berekenen wordt deur 2 vastgehouden en worden de krachten erop berekend bij een harmonische beweging van deur 1. De bewegingsvergelijking voor deur 2 wordt zo:

$$F = \left[-\frac{B}{2} \frac{\alpha a_1 + \gamma K_d \frac{da_1}{dt}}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} \right] \rho g B \quad (3.36)$$

Toelichting: de aanname dat het traagheidsmodel geen koppeling tussen de deuren tot stand brengt laat zich hier gelden; in deze uitdrukking voor de kracht op deur twee ten gevolge van een beweging van deur 1 komt de traagheidsinvloed niet vóór in de teller.

Hieruit volgt:

$$A_{12} = \frac{B^2}{2} \rho g \left[\frac{-\frac{\alpha}{\omega^2}}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} \right]$$

$$B_{12} = \frac{B^2}{2} \rho g \left[\frac{\gamma K_d}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} \right]$$

3.3.3 Invloed van het verval

Als de twee deuren in-fase bewegen met elkaar, dan geldt $a_1 = a_2$. De bewegingsvergelijking voor twee in-fase bewegende deuren is dan:

$$(M + A_{11} + A_{12}) \frac{d^2 a_1}{dt^2} + (B_{11} + B_{12}) \frac{da_1}{dt} + C_{11} a_1 = 0 \quad (3.37)$$

Als de deuren in tegenfase bewegen, dan geldt $a_1 = -a_2$. De bewegingsvergelijking is dan:

$$(M + A_{11} - A_{12}) \frac{d^2 a_1}{dt^2} + (B_{11} - B_{12}) \frac{da_1}{dt} + C_{11} a_1 = 0 \quad (3.38)$$

Om de driedimensionale bewegingsvergelijking voor uit-fase bewegende deuren te bepalen, moeten ook nog de verhoudingen A_{11} / A_{12} en B_{11} / B_{12} bekend zijn. Voor twee deuren, waarover geen verval staat, is die verhouding bepaald in 3.3.2. Het ligt echter voor de hand, dat vervalstroming deze verhouding beïnvloedt. Immers de driedimensionale instabiliteiten treden pas op bij een bepaalde grootte van het verval. De vraag is nu: Hoe wordt deze verhouding beïnvloed?

Het stelsel vergelijkingen voor deur 1 wordt:
Hydrodynamische kracht:

$$F = [\alpha w_r + \beta \frac{L_p}{g} K_t \frac{d^2 w_r}{dt^2} + \gamma K_d \frac{dw_r}{dt} - a_1] \rho g B \quad (3.39)$$

Debietfluctuatie:

$$dq = q_a a_1 + q_{\Delta H} [w_z - w_r + K_d \frac{dw_z - dw_r}{dt}] \quad (3.40)$$

Continuïteit:

$$\begin{aligned} dq &= -\frac{dw_z}{dt} [\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2K_d c_\eta] = \\ &= B \frac{da_1}{dt} + \frac{dw_r}{dt} [\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2K_d c_\eta] \end{aligned} \quad (3.41 \text{ a en b})$$

Ook in deze continuïteitsvergelijking is de invloed van de grotere invloedsgebieden van berging en demping te zien.

Dit stelsel kan worden samengevoegd tot één vergelijking in a_1 , als volgt. Q wordt nu:

$$Q = \alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d \quad (3.42)$$

Na substitutie van (3.42) in (3.41 a en b) volgt uit (3.41 a en b):

$$\frac{dw_z}{dt} = -\frac{B}{Q} \frac{da_1}{dt} - \frac{dw_r}{dt}, \quad w_z = -\frac{B}{Q} a_1 - w_r \quad (3.43 \text{ a en b})$$

Invullen van (3.43 a en b) in (3.40) en gelijkstellen aan (3.41b) levert, na uitwerken:

$$\frac{dw_r}{dt} [Q + q_{\Delta H} K_d 2 + q_{\Delta H} \frac{2}{i\omega}] = a_1 [q_a - q_{\Delta H} \frac{B}{Q}] + \frac{da_1}{dt} [-q_{\Delta H} K_d \frac{B}{Q} - B] \quad (3.44)$$

Stel wederom:

$$\begin{aligned} u_1 &= q_a - q_{\Delta H} \frac{B}{Q}, & u_2 &= -q_{\Delta H} K_d \frac{B}{Q} - B, \\ u_3 &= Q + 2q_{\Delta H} K_d, & u_4 &= 2q_{\Delta H} \end{aligned} \quad (3.28)$$

De verdere uitwerking van de uitdrukkingen in a_1 , geschiedt op dezelfde manier als gebeurt met de uitdrukkingen in a in subparagraaf 3.2.7 (vergelijking 3.29 t/m 3.31).

Het resultaat hiervan is:

$$A_{11} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha \left(u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2} \right) + \beta \frac{L_p}{g} K_t (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) + \gamma K_d (u_1 u_3 - u_2 u_4) \right]$$

$$B_{11} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_1 u_3 - u_2 u_4) - \beta \frac{L_p}{g} K_t (u_1 u_3 - u_2 u_4) \omega^2 + \gamma K_d (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) \right]$$

$$C_{11} = \rho g B$$

N.B. Het verschil met de enkele deur is de waarde voor Q , die in de u_i 's is verwerkt.

A_{12} en B_{12} worden op dezelfde manier berekend als in 3.3.2. De uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op deur 2 is:

$$F = \left[\alpha w_r + \gamma K_d \frac{dw_r}{dt} \right] \rho g B \quad (3.45)$$

Toelichting: in de uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op deur 2 verschijnen alleen de invloeden van de effecten die de deuren kunnen koppelen. Het traagheidseffect doet dat niet.

Hieruit kan worden afgeleid:

$$A_{12} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha \left(u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2} \right) + \gamma K_d (u_1 u_3 - u_2 u_4) \right]$$

$$B_{12} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_1 u_3 - u_2 u_4) + \gamma K_d (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) \right]$$

3.4 Model van Kolkman

De Bouwcombinatie Maeslant Kering heeft bij de analyse van het instabiliteitsprobleem gebruik gemaakt van het model⁵, dat in deze paragraaf wordt besproken. Dit model zou "het debietkarakteristiekmodel" kunnen heten, aangezien de hydrodynamische respons, een dwarse staande golf, wordt verklaard met de debietkarakteristiek van de deuren.

De beweging van een deur wordt in zekere mate afhankelijk gesteld van de beweging van de benedenwaterstand. Een initiële deurutwijking veroorzaakt een debietfluctuatie. Deze debietfluctuatie veroorzaakt een golf aan de benedenstroomse zijde. Er wordt aangenomen, dat deze golf niet wegloopt van de deur. De deur beweegt mee met de waterspiegelverandering. Dit effect versterkt zichzelf; er ontstaat een staande golf dwars in het kanaal. Die staande golf veroorzaakt interactie met de andere deur.

De gelineariseerde uitdrukking voor een debietverandering (3.17) wordt gebruikt. Stel, dat de bovenwaterstand in rust blijft, en dat een debietfluctuatie evenredig is met de verandering van de benedenwaterstand w_r , volgens:

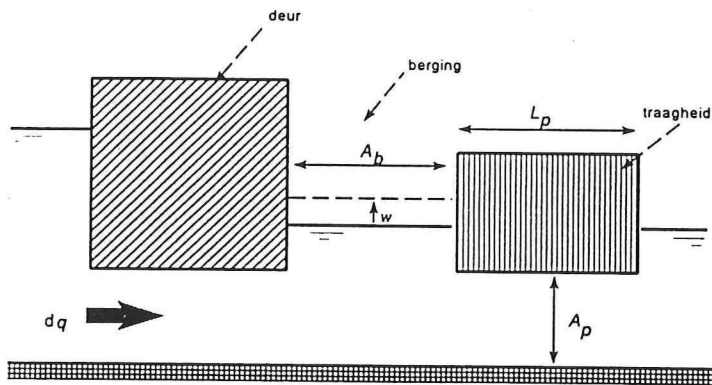
$$dq = \alpha_K * w_r \quad , \quad w_r = d\Delta H \quad (3.46)$$

dan geldt er:

$$a = \frac{\alpha_K - q_{\Delta H}}{q_a} w_r \quad (3.47)$$

Als de bewegingsvergelijking van de benedenwaterstand bekend is, dan is de deurutwijking dat ook.

De schematisering van het benedenwater in dit model is als volgt, zie figuur 3.8:



figuur 3.8 "Model van Kolkman"

De vergelijking die de uitwijking van het -horizontaal blijvende- benedenwater w_r beschrijft is nu:

$$\frac{A_b}{A_p} \frac{d^2 w_r}{dt^2} - \frac{\alpha_K}{A_p} \frac{dw_r}{dt} + \frac{g}{L_p} w_r = 0 \quad (3.48)$$

De hydrodynamische coëfficiënten worden gevonden door in deze vergelijking de uitdrukking voor w_r te substitueren, zoals die volgt uit (3.47). Om ze te kunnen vergelijken is de veerconstante C_1 weer gelijkgesteld aan $\rho g B$. Het resultaat is:

$$A_1 = \rho B L_p \frac{A_b}{A_p} - M$$

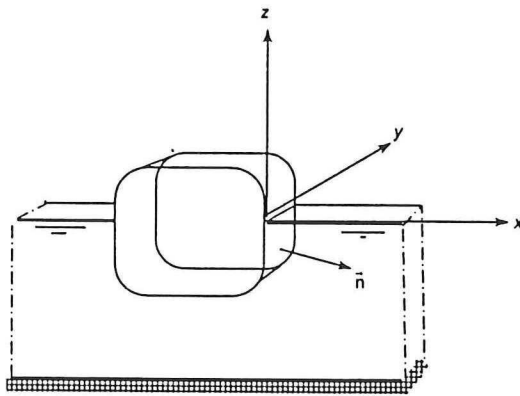
$$B_1 = \frac{\alpha_K}{A_p} \rho B L_p$$

Deze coëfficiënten kunnen worden vergeleken met de coëfficiënten die volgen uit het "samengestelde model" uit paragraaf 3.3. Deze vergelijking staat in hoofdstuk 5.

4 CONTINU LINEAIR MODEL VAN DRIJVENDE DEUREN

4.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt de potentiaalstrombenadering toegepast. Het probleem wordt als volgt gesteld⁴. Stel, een voorwerp bevindt zich in een kanaal en voert een harmonische beweging uit, zie fig. 4.1.



Figuur 4.1: Voorwerp in kanaal.

De vergelijking van Laplace in drie dimensies is:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1)$$

met:

Φ = snelheidspotentiaal

Er worden gelineariseerde randvoorwaarden opgelegd:

1 - aan het vrije vloeistofoppervlak:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad , \quad z = 0 \quad (4.2.1)$$

2 - op de bodem:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad , \quad z = -H \quad (4.2.2)$$

3 - aan het oppervlak van het voorwerp:

$$\vec{n} \cdot \nabla \Phi = \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} \quad (4.2.3)$$

met:

\vec{n} = eenheidsvector evenwijdig aan de normaalvector van het oppervlak van het voorwerp, naar buiten gericht (in de vloeistof);

4 - uitsturingsvoorwaarde (de golfuitsturing is van de deuren af gericht):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c_{\eta} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad , \quad x \rightarrow \infty \quad (4.2.4)$$

5 - tegen de kanaalwanden:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad , \quad y = 0, 2L \quad (4.2.5)$$

De vergelijking van Laplace wordt opgelost in het frequentiedomein, met andere woorden, uitgangspunt is:

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (4.3)$$

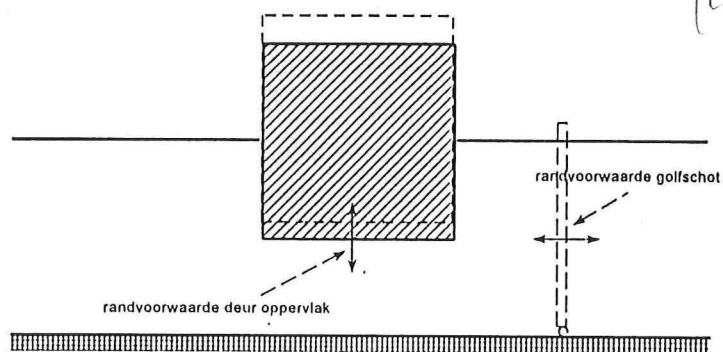
In paragraaf 4.2 wordt dit probleem gespecificeerd voor twee golfschotten in een stroomgoot en analytisch opgelost. Er wordt bekeken, of de aldus verkregen oplossing geschikt is om te worden toegepast op het geval van drijvende deuren. Paragraaf 4.3 beschrijft een numerieke oplossingsmethode, de panelenmethode, en het programma Delmulti, dat daar gebruik van maakt. Met Delmulti wordt het probleem van twee drijvende deuren rechtstreeks aangepakt.

4.2 Analytische oplossing

4.2.1 Inleiding

In deze paragraaf wordt de vergelijking van Laplace opgelost met behulp van scheiding van variabelen.

De randvoorwaarde aan het oppervlak van de deuren (rvw 3) wordt, in het geval van dompen, een voorschrift voor de verticale snelheid als functie van de tijd. Iets verder van de dompende deuren zullen de watersnelheidsfluctuaties hoofdzakelijk evenwijdig aan de bodem zijn (als er een relatief groot bergend vrij oppervlak is). Als de randvoorwaarde wordt opgelegd in een verticale doorsnede op enige afstand van de dompende deuren, dan is er een randvoorwaarde denkbaar, die een horizontale snelheid als functie van de tijd oplegt, zie figuur 4.2. De dompende deuren worden vervangen door een fictief stel golfschotten, die een horizontale translatie om een middenstand uitvoeren.

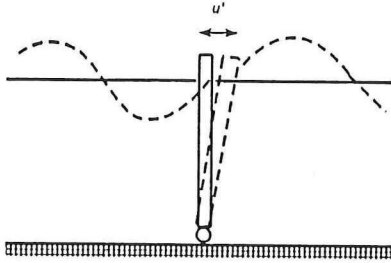


Figuur 4.2: De randvoorwaarde aan het oppervlak van dompende deuren vervangen door een randvoorwaarde aan het oppervlak van horizontaal bewegende golfschotten

De randvoorwaarde op het oppervlak van de deuren wordt bepaald door de deurvorm en de bewegingsrichting. In 4.2.2 is het geval behandeld van twee klepvormige golfgeneratoren, die scharnierend op de bodem zijn bevestigd. Voor deze configuratie is een analytische oplossing voor het probleem bepaald door Madsen³. In 4.2.3 wordt de randvoorwaarde aan het oppervlak van twee drijvende, dompende deuren besproken. Er wordt bekeken, of deze laatste randvoorwaarde door de eerste kan worden vervangen. Paragraaf 4.2.4 beschrijft hoe uit de potentiaal hydrodynamische coëfficiënten kunnen worden berekend. Paragraaf 4.2.5 bevat de uitdrukking voor de uitwijking het wateroppervlak.

4.2.2 Golfgenerator

In figuur 4.3 staat een golfschot afgebeeld.



Figuur 4.3: Golfschot

Voor de horizontale component van de beweging van de vloeistof aan het oppervlak van de golfschotten geldt (randvoorwaarde 3):

$$\frac{d\Phi}{dx} = u(y,z) \sin(\omega t) \quad , \quad x = 0 \quad (4.4)$$

De functie $u(y,z)$ in deze randvoorwaarde kan nog worden gekozen. Er kan dus ook een functie worden gekozen die de randvoorwaarde geldig maakt aan het oppervlak van twee identieke, in tegenfase bewegende golfschotten.

In het hiernavolgende wordt de analytische oplossing volgens Madsen³ gepresenteerd. Deze oplossing wordt afgeleid met behulp van de methode van scheiding der variabelen. Stel:

$$\Phi(x,y,z,t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t) \quad (4.5)$$

Substitutie in (4.1) levert dan op:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2Z}{dz^2} = 0 \quad (4.6)$$

Hieruit volgt:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2Y}{dy^2} = -\frac{1}{Z} \frac{d^2Z}{dz^2} = k^2 \quad (4.6 a)$$

met k^2 = separatieconstante

De oplossing voldoet aan randvoorwaarde 5 als voor Y een uitdrukking wordt gekozen van de vorm:

$$Y(y) = \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right) \quad (4.7)$$

Deze uitdrukking representeert de variatie van de potentiaal over de kanaalbreedte; er wordt een dwarsgolf geïmplementeerd in de oplossing.

Na substitutie van deze keuze voor Y in (4.6 a) en oplegging van de overige randvoorwaarden kan voor de potentiaal worden gevonden:

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{m=0}^M A_{0m} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right) \cos\left(\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2}x - \omega t\right) + \\ & - \sin\omega t \sum_{m=M+1}^{\infty} A_{0m} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right) e^{\mu_1 x} + \\ & - \sin\omega t \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} \cos k_n(z+H) \cos\frac{m\pi}{2L}y e^{\mu_2 x} \end{aligned} \quad (4.8)$$

met:

$$\mu_1 = -\sqrt{\left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2 - k_0^2}, \quad \mu_2 = -\sqrt{k_n^2 + \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2} \quad (4.8)$$

en M een geheel getal bepaald door:

$$\frac{M\pi}{2L} < k_0 < \frac{(M+1)\pi}{2L} \quad (4.9)$$

waarin k_0 = golfgetal
en n bepaald door:

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi < k_n H < n\pi \quad (4.10)$$

en:

$$A_{0m} = \begin{cases} \frac{8k_0 \int_{-H}^0 dz \cosh k_0(z+H) \int_0^{2L} dy u(y,z) \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right)}{2L \left| k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2 \right| (\sinh 2k_0H + 2k_0H)} * \frac{1}{2} & , m = 0 \\ * 1 & , m \geq 1 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$A_{nm} = \begin{cases} \frac{8k_n \int_{-H}^0 dz \cos k_n(z+H) \int_0^{2L} dy u(y,z) \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right)}{2L \left[k_n^2 + \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2 \right] (\sin 2k_nH + 2k_nH)} * \frac{1}{2} & , m = 0 \\ * 1 & , m \geq 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

Op enige afstand van de kering ($x \gg 0$) geldt:

$$\Phi = A_{00} \cosh k_0(z+H) \cos(k_0x - \omega t) + \sum_{m=1}^M A_{0m} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{m\pi}{2L}y\right) \cos\left(\left(k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{2L}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}x - \omega t\right) \quad (4.13)$$

Dit volgt uit (4.8); de exponentiële termen bevatten "-x" in de exponent; daarom "dempen ze uit" voor grotere waarde van x.

De oplossing is dus een sommatie van componenten, waarvan een deel niet lateraal varieert ($m = 0$) en een deel wel een functie is van y (voor $m > 0$). De componenten met laterale variatie worden transversale golven genoemd. De bijzonderheid van de oplossingen 4.8 en 4.13 is, dat de amplitudeverhouding tussen de golven mét en de golven zonder dwarsvariatie eruit blijkt. Deze verhouding is afhankelijk van de beweging van de golfschotten; de frequentie en de functie $u(y,z)$ bepalen deze.

In de volgende subparagraaf wordt bekeken, of een oplossing van deze vorm ook geldig is voor een probleem met dompemde deuren in een kanaal.

oh ja?

4.2.3 Dompemde deuren

In 4.2.2 is sprake van bewegende golfschotten. Dit onderzoek betreft echter dompende deuren. De vraag is: kan de randvoorwaarde op het oppervlak van dompende deuren worden vervangen door een randvoorwaarde, die lijkt op de randvoorwaarde op het oppervlak van golfschotten? Het ligt voor de hand, de functie $u(y,z)$ onder de loep te nemen.

Als de deuren in tegenfase dompen met dezelfde frequentie, dan kan in een benedenstroomse doorsnede de volgende randvoorwaarde worden gebruikt:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = u_0 + u(y,z) \sin \omega t \quad , \quad x = 0 \quad (4.14)$$

met u_0 = snelheid, behorende bij stationaire vervalstroming

$$u(y,z) = \begin{cases} u' & , \quad 0 < y \leq L \\ -u' & , \quad L < y \leq 2L \end{cases} \quad (4.15)$$

met u' = snelheidsamplitude van de golfschotten

Als de deuren in-fase dompen, dan wordt $u(y,z)$ gelijk aan u' voor alle y . De snelheidsamplitude u' kan worden geschat als de debietfluctuatie gedeeld door de waterdiepte.

→ *Ann*
Ann
worden
dan

De oplossing wordt door de constante u_0 in randvoorwaarde 3 beïnvloed. Stel:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} + u_0 \quad (4.16)$$

Dan geldt:

$$\Phi_1 = \Phi_0 + u_0 * x + \text{const} \quad (4.17)$$

De tijdsafgeleide blijft echter hetzelfde:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} \quad (4.18)$$

Dit heeft tot gevolg, dat bij de veranderde randvoorwaarde de hydrodynamische coëfficiënten en het waterspiegelverloop, die beide van de tijdsafgeleide afhangen, hetzelfde blijven als bij de oorspronkelijke randvoorwaarde 3 (op het oppervlak van de deuren).

dus - ?

4.2.4 Berekening van de hydrodynamische coëfficiënten

De snelheidspotential kan worden omgerekend naar hydrodynamische coëfficiënten. Dit gaat als volgt. Voor het dynamische deel van de vloeistofdruk geldt:

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (4.19)$$

De resulterende vertikale hydrodynamische kracht op een rechthoekige deur kan daaruit worden berekend met:

$$F_{hydr} = - \int \int_S p \, ds \quad (4.20)$$

waarin:

S = projectie van het deuroppervlak op het vlak \perp bewegingsrichting

s = coördinaat langs het bodemvlak van de deur (horizontaal)

en:

$$F_{hydr} = F + C_{11} a_1 \quad (4.21)$$

Substitutie van (4.3) in (4.19) en (4.19) in (4.20) levert:

$$F_{hydr} = \rho i \omega e^{i\omega t} \int \int_S \phi(x, y, z) \, ds \quad (4.22)$$

Substitutie van (3.2) in (4.21) en combinatie daarvan met (3.32 a) levert de uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op een deur:

$$F_{hydr} = A_{11} \frac{d^2 a_1}{dt^2} + A_{12} \frac{d^2 a_2}{dt^2} + B_{11} \frac{da_1}{dt} + B_{12} \frac{da_2}{dt} \quad (4.23)$$

Gebruik makend van aanname (3.1) wordt dit bij in-fase bewegende deuren ($a_1 = a_2$):

$$F_{hydr} = [\omega^2(A_{11} + A_{12}) - i\omega(B_{11} + B_{12})] \hat{a} e^{i\omega t} \quad (4.24)$$

Voor in tegenfase bewegende deuren ($a_1 = -a_2$) wordt dit:

$$F_{hydr} = [\omega^2(A_{11} - A_{12}) - i\omega(B_{11} - B_{12})] \hat{a} e^{i\omega t} \quad (4.25)$$

Door de uitdrukking voor de potential (4.13) te substitueren in (4.22) en deze te vergelijken met (4.24) en (4.25) kunnen A_{11} , A_{12} , B_{11} en B_{12} worden berekend. Daartoe moet bij in-fase bewegende deuren een andere functie $u(y, z)$ worden gekozen dan bij in tegenfase bewegende deuren. Bij het vergelijken van de uitdrukkingen voor de hydrodynamische kracht valt de amplitude van de deurbeweging ~~valt~~ weg.

N.B. De potentiaal in het geval van de dompende deuren is in subparagraaf 4.2.3 alleen bepaald op enige afstand benedenstrooms van de kering. De randvoorwaarde op het oppervlak van de fictieve golfschotten heeft betrekking op de snelheid in horizontale richting. De hydrodynamische coëfficiënten kunnen dan ook alleen worden berekend via de horizontale kracht op die fictieve schotten. (De constante u_0 heeft daarop geen invloed.) Zo kan worden onderzocht welke randvoorwaarde op het oppervlak van de golfschotten leidt tot welke hydrodynamische coëfficiënten; deze coëfficiënten bepalen de eigenfrequentie van het systeem. Er kan worden gezocht, naar een functie $u(y,z)$ die een eigenfrequentie veroorzaakt die gelijk is aan de frequentie van de opgelegde randvoorwaarde.

4.2.5 Berekening van het wateroppervlak uit de potentiaal

Er geldt:

$$\eta = -\frac{1}{g}\phi_t \quad , \quad z = 0 \quad (4.26)$$

met:

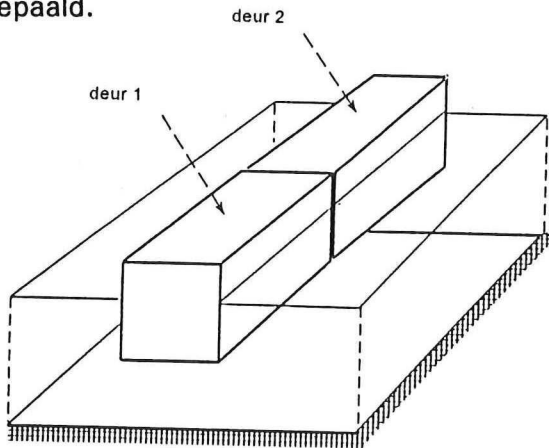
η = waterspiegeluitwijking

De constante u_0 heeft hierop geen invloed (zie voor toelichting subparagraaf 4.2.3)

4.3 Numerieke oplossing

4.3.1 Inleiding

In deze paragraaf wordt de panelenmethode¹² gebruikt om de vergelijking van Laplace op te lossen. De randvoorwaarde aan het deuroppervlak wordt nu in drie dimensies opgelegd, zie figuur 4.4. De hydrodynamische coëfficiënten kunnen hiermee worden bepaald.



Figuur 4.4: Geometrie van de deuren

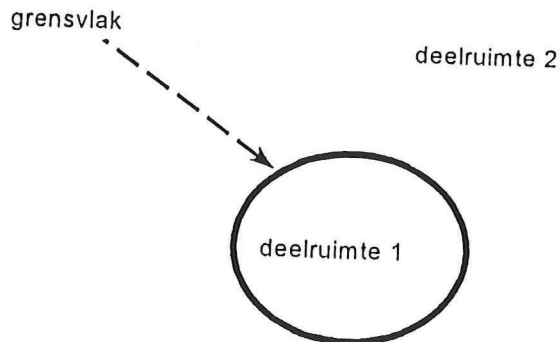
De vergelijking van Laplace wordt opgelost in het frequentiedomein, met andere woorden, uitgangspunt is:

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (4.3)$$

In 4.3.2 wordt de theoretische basis van deze methode toegelicht. In 4.3.3 wordt verteld, hoe de potentiaal kan worden opgelost met behulp van de panelenmethode. In 4.3.4 wordt het programma Delmulti geïntroduceerd. De resultaten van dit programma staan in 4.3.5. Interpretatie van deze resultaten gebeurt in 4.3.6.

4.3.2 Bron- en dipoolbelegging

Uit het tweede theorema van Green volgt: als de totale ruimte is verdeeld in twee deelruimten, zie figuur 4.5, dan is de potentiaal in beide deelruimten volledig bepaald door een belegging van bronnen en dipolen op het grensvlak. Voor een enkel, bepaald probleem is de belegging van bronnen en dipolen niet uniek. Met andere woorden: eenzelfde probleem kan worden vervangen door verschillende bron- en dipoolbeleggingen, die alle tot dezelfde potentiaal leiden. Er kan een belegging worden gekozen die alleen uit bronnen bestaat.



Figuur 4.5: Verdeling van de totale ruimte in twee deelruimten

Toelichting: Een bron is een punt vanwaaruit stroming plaatsvindt in alle richtingen. De bronsterkte σ is het debiet dat de bron levert. De potentiaal rondom een bron is een oplossing van de Laplace vergelijking. Echter, de potentiaal in de bron zelf is onbegrensd. Dit probleem is te ondervangen, door de bronsterkte continu over een oppervlak te verdelen; de snelheid is dan overal eindig (behalve in scherpe hoeken).

Ten gevolge van een bron in een oneindige vloeistof in rust geldt in punt P :

$$\phi = -\frac{\sigma}{4\pi R} \quad (4.27)$$

met:

R = de radiale afstand van P tot de bron
 σ = bronsterkte

Als de bronsterkte is verdeeld over oppervlak S geldt in P :

$$\phi = -\frac{1}{4\pi} \int \int_S \frac{\sigma}{R} ds \quad (4.28)$$

met:

S = oppervlak
 σ = bronsterkte p.e.v. oppervlak
 R = de afstand van P tot het oppervlak

4.3.3 Oplossing van de potentiaal de panelenmethode

Als de uitdrukking (4.28) voor ϕ wordt ingevuld in de randvoorwaarden, ontstaat een stelsel integraalvergelijkingen, waarin als integratiedomein het vrije vloeistofoppervlak, de bodem en het deuroppervlak voorkomen. Om dit stelsel op te lossen, kunnen die oppervlakken als volgt worden gediscretiseerd.

Het deuroppervlak, het vrije vloeistofoppervlak en de bodem worden belegd met continu verdeelde bronnen met nog onbekende sterkte. Een eindig aantal oppervlakte-elementen, panelen, wordt gekozen, waarvoor, per element, de bronsterkte constant wordt aangenomen.

Alle panelen leveren een bepaalde bijdrage aan de snelheid in het centrum van een paneel; deze bijdragen worden in rekening gebracht. In het centrum van elk paneel worden de randvoorwaarden opgelegd. Zo ontstaat er een stelsel van evenveel vergelijkingen als er panelen zijn:

$$\sigma_i = \sum_1^J A_{ij} \sigma_j \quad (4.28)$$

met:

$$\begin{aligned} \sigma_j &= \sigma \text{ in centrum van element } j \\ A_{ij} &= \text{fractie van bronsterkte van element } j, \text{ die bijdraagt aan die van element } i \end{aligned}$$

Dit stelsel wordt opgelost.

Bovenstaand verhaal wordt in numerieke toepassingen vaak in een andere volgorde afgewerkt^{12, 8, 6}. Er wordt een uitdrukking gebruikt voor de bronpotentiaal, verdeeld over een oppervlak, die al voldoet aan de randvoorwaarden aan het vloeistofoppervlak en op de bodem. Deze uitdrukking bevat een zgn. Green-functie (expliciet te vinden in bijvoorbeeld ⁶, zie literatuurlijst). Dit gebeurt om te voorkomen dat bovengenoemd stelsel integraalvergelijkingen zeer moeilijk oplosbaar wordt.

Met behulp van de wet van Bernoulli kan de potentiaal worden omgerekend naar hydrodynamische coëfficiënten. De dynamische druk langs het oppervlak van het drijvende voorwerp kan worden berekend uit de uitdrukking voor de potentiaal (4.19). De hydrodynamische kracht op een drijvend voorwerp wordt berekend door de dynamische druk te integreren over het natte oppervlak loodrecht op de betreffende bewegingsrichting (4.20). De in-fase componenten van de kracht komen tot uiting in de "toegevoegde-massa coëfficiënten" A_{11} en A_{12} , en de uit-fase componenten in de "hydrodynamische dempingscoëfficiënten" B_{11} en B_{12} ((4.24) en (4.25)).

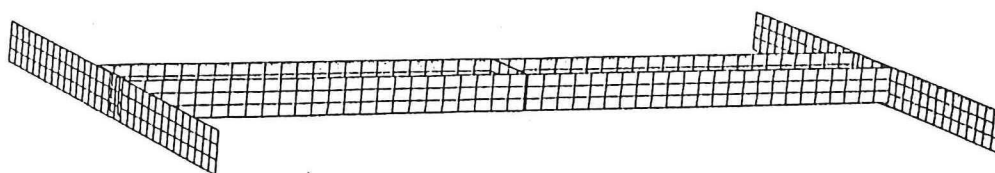
4.3.4 Delmulti

Prof.dr.ir. J.A. Pinkster, hoogleraar van de vakgroep scheepshydrodynamica op de faculteit Werktuigbouwkunde en Maritieme Techniek, heeft het programma Delmulti geschreven, waarmee de bewegingen van één of meer drijvende objecten in golven kunnen worden berekend. Dit programma maakt gebruik van de panelenmethode.

Invoer van het programma is de plaats en de afmetingen van de panelen. Ook moeten gegevens over het invallende golfveld worden ingevoerd. Het programma berekent de hydrodynamische coëfficiënten van de drijvende objecten, afhankelijk van de frequentie, en de respons van de objecten. In het geval van drijvende deuren zijn alleen de hydrodynamische coëfficiënten van belang.

4.3.5 Toegepaste schematisering en resultaten

Figuur 4.6 geeft aan, hoe deuren en de wanden van het kanaal met panelen zijn belegd.

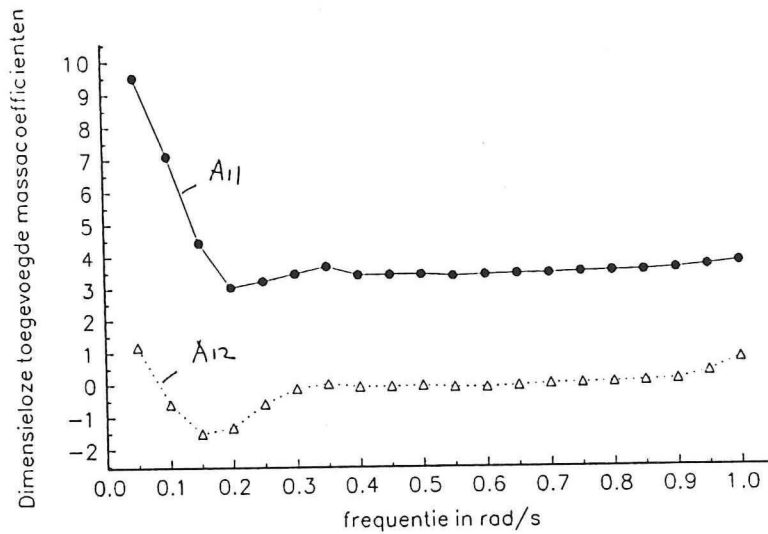


Figuur 4.6: Panelenbelegging op de deuren en de kanaalwanden.

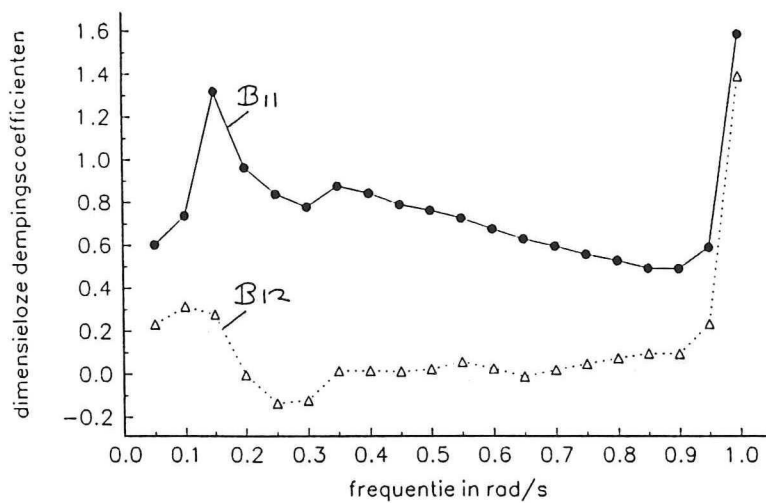
Het rechthoekige deurprofiel wordt gehandhaafd, opdat de resultaten kunnen worden vergeleken met die van de discrete modellen.

Er is gerekend met een kanaaldiepte van 17 meter, een kanaalbreedte van 363 meter en een diepgang van 15 meter. Het programma Delmulti bevat geen modellering van het verval over de deuren en de stroming die daardoor wordt veroorzaakt. Om de asymmetrie van de golfuitsturing toch in de berekening te betrekken is met een dubbele deurbreedte gerekend (zie voor toelichting ook 3.2.6). De berekende waarden voor de toegevoegde massa en de demping worden daarna gehalveerd, aangezien ze zijn berekend voor een tweezijdig golfpatroon, en de interesse in dit geval uitgaat naar de helft daarvan.

De figuren 4.7 en 4.8 geven grafisch de resultaten weer van de berekeningen. Deze gelden voor dombewegingen van de deuren.



Figuur 4.7: Toegevoegde massa-coëfficiënten twee deuren

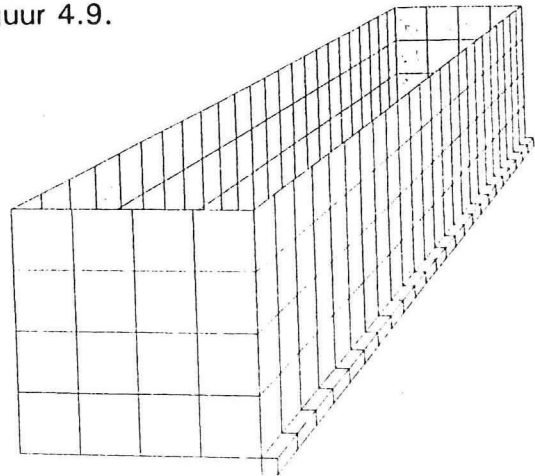
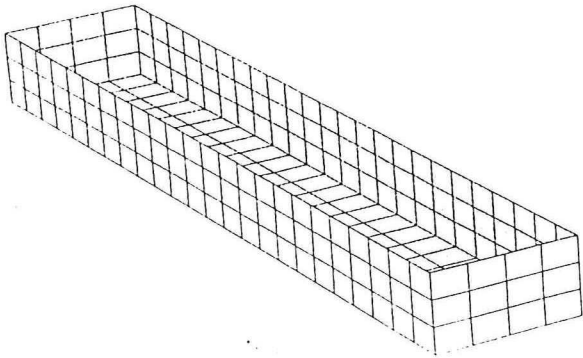


Figuur 4.8: Dempingscoëfficiënten twee deuren

N.B. De toegevoegde massacoëfficiënten zijn dimensieloos gemaakt door te delen door de deurmassa M en de dempingscoëfficiënten door te vermenigvuldigen met $c_r/(M \cdot g)$. De (hoek)frequentie is niet dimensieloos gemaakt, maar wordt gegeven in rad/s.

Ter vergelijking zijn ook berekeningen uitgevoerd met een enkele deur in horizontaal oneindig water:

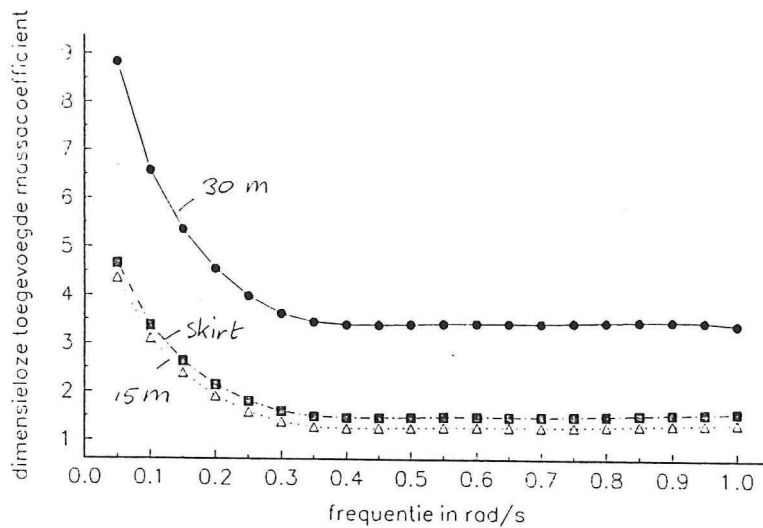
- één met een rechthoekig profiel van 15 meter breed;
- één met een profiel met skirt, zie figuur 4.10;
- één met een profiel van 30 meter breed, zie figuur 4.9.



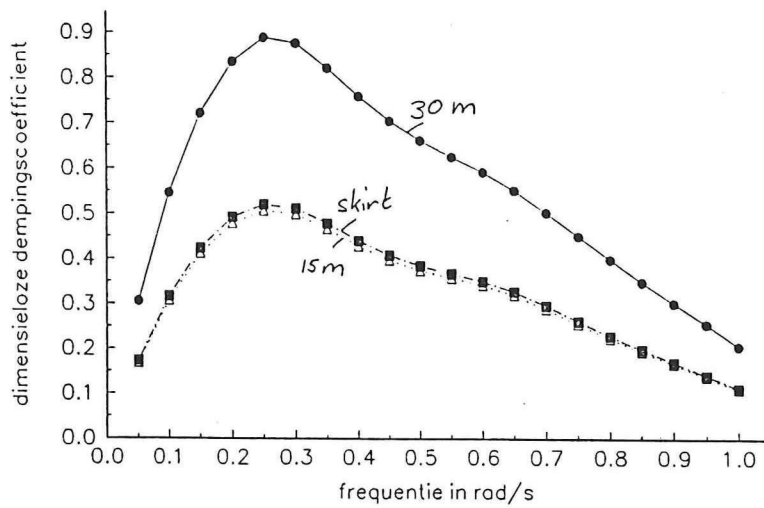
Figuur 4.9: Panelenbelegging enkele deur van 30 meter breed

Figuur 4.10: Panelenbelegging deur met skirt

De figuren 4.11 en 4.12 geven de resultaten weer.



Figuur 4.11: Toegevoegde massa-coëfficiënt enkele deur



Figuur 4.12: Dempingscoëfficiënt enkele deur

In subparagraaf 5.3.2 worden de resultaten verder uitgewerkt gepresenteerd en besproken.

5. VERGELIJKING VAN DE MODELLEN

5.1 Inleiding

In hoofdstuk 3 zijn twee gediscretiseerde lineaire modellen behandeld, die gebruik maken van dezelfde discretisaties (pijp voor traagheid, open oppervlak voor berging), maar die elk op een ander principe zijn gebaseerd.

Het **samengestelde model** is opgebouwd uit enkelvoudige modellen om de effecten berging, traagheid en demping als afzonderlijke invloeden te kunnen waarnemen. De vergelijkingen beschrijven de hydrodynamische respons op harmonische deurbewegingen. Dit model kan instabiel deurgedrag beschrijven, zodra de verhouding tussen (toegevoegde) massa en demping daarvoor gunstig is (d.w.z. als de frequentie van de deurbeweging in de buurt ligt van een eigenfrequentie van het systeem). Deze grootheden hangen af van de parameters in het samengestelde hydrodynamische-respons-model.

Het "**model van Kolkman**" daarentegen is gebaseerd op de aanname dat de deurbewegingen evenredig zijn met de waterbewegingen. De relatie tussen deur- en watergedrag wordt vereenvoudigd tot een debietvergelijking. Dit model kan instabiel deurgedrag beschrijven, zodra de debietkarakteristiek van de deur daar geschikt voor is (d.w.z. $\alpha_K > 0$).

In hoofdstuk 4 zijn twee continue lineaire modellen behandeld, die beide gebruik maken van de potentiaalstroomtheorie, maar die elk een andere oplossingsmethode hanteren. Het **golfgeneratormodel**, toegepast op dompende deuren, is analytisch op te lossen, maar maakt gebruik van een geometrie die ver van de werkelijkheid afstaat. Dit model maakt het ontstaan van transversale golven in een stroomgoot mogelijk, door aan te tonen dat de Laplacevergelijking een analytische oplossing van die vorm heeft. Als de analogie werkelijk opgaat, dan is de vorm van de instabiliteiten van de deuren daarmee verklaarbaar.

Het numerieke model **Delmulti** gebruikt een deurgeometrie die overeenkomt met de in dit onderzoek gebruikte schematisering. Er wordt echter geen verval over de kering gemodelleerd. Eventuele instabiliteit hangt samen met de verhoudingen tussen de frequentieafhankelijke hydrodynamische coëfficiënten "toegevoegde massa" en "hydrodynamische demping".

Om de modellen te kunnen vergelijken wordt eerst een aantal kernvragen geformuleerd zowel over de modellen zelf als over de modelresultaten. In dit hoofdstuk worden de antwoorden op deze vragen met behulp van de verschillende modellen gegeven. De verschillen in de antwoorden worden vergeleken en zo mogelijk verklaard. De vragen zijn:

- Wat zijn de sterke en wat zijn de zwakke punten van de modellering?
- Welke voorwaarden leiden tot instabiliteit?
- Welke eigenfrequentie(s) worden er berekend?
- Gebeurt er iets speciaals bij deurbewegingsfrequenties rond 0.11 rad/s (de waargenomen frequentie van de dompbeweging bij mode 2)?
- Voor welke veranderingen in de parameters of randvoorwaarden is het model gevoelig?
- Bevestigen de proefresultaten van het WL deze gevoeligheden?
- Hoe is het waterspiegelverloop dichtbij en verder van de kering?

In paragraaf 5.2 zullen, voor zover mogelijk, de antwoorden op deze vragen worden gegeven voor de beide discrete modellen. In paragraaf 5.3 gebeurt hetzelfde voor de beide potentiaalstroommodellen. In paragraaf 5.4 worden de vier modellen (de discrete en de continue) vergeleken.

5.2 Discrete modellen

5.2.1 "Model van Kolkman"

Het sterke punt van dit model is de inzichtelijkheid. Er wordt gebruik gemaakt van de symmetrie van het systeem. IJking van het model leidt tot een eenvoudig stabiliteitscriterium ($\alpha_k > 0$).

Mogelijk zwakke punten zijn de volgende. De weergave van de hydrodynamische respons op deurbewegingen is vereenvoudigd. Golfuitsturing is niet gemodelleerd; de demping moet worden geschat. Dwarsvariatie van de waterspiegeluitwijking wordt niet van invloed geacht op de debietkarakteristiek; er wordt enkel rekening gehouden met waterspiegeluitwijkingen die voorkomen bij de wanden van het kanaal. De deurdynamica wordt verwaarloosd; er wordt uitgegaan van een quasi-statische deurrepons op waterspiegelfluctuaties.

De eigenfrequentie ω_0 van het systeem kan worden berekend met behulp van de uitdrukking (zie voor toelichting Bijlage 1):

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{4M_t k_t - c_t^2}}{2M_t} \quad (5.1)$$

Verklaring van de symbolen:

M_t	=	systeemtraagheidscoëfficiënt
c_t	=	systeemdempingscoëfficiënt
k_t	=	systeemveerconstante

Uit de uitdrukkingen voor de hydrodynamische coëfficiënten (paragraaf 3.4):

$$A_1 = \rho B L_p \frac{A_b}{A_p} - M \quad , \quad B_1 = \frac{\alpha_K}{A_p} \rho B L_p$$

volgen de uitdrukkingen voor de systeemparameters:

$$M_t = \rho B L_p \frac{A_b}{A_p} \quad , \quad c_t = \frac{\alpha_K}{A_p} \rho B L_p$$

Met de waarden⁵:

$$B = 15 \text{ m} \quad , \quad A_b = 130 \text{ m} \quad , \quad L_p = 130 \text{ m} \quad , \quad A_p = 17 \text{ m} \\ \rho = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad , \quad g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad , \quad \alpha_K = 1 \text{ s}^{-1}$$

worden de systeemparameters:

$$M_t = 14912 \cdot 10^3 \text{ kg} \quad , \quad c_t = 115 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{sm}^2} \quad , \quad k_t = 150 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

ω_0 wordt dan gelijk aan 0.10 rad/s. Deze waarden representeren een situatie, die verwant is aan de situatie in geval van instabiliteit volgens mode 2, omdat hetzelfde marginaal bergend volume van het vrije oppervlak beschikbaar is. Met andere woorden: dit model is gebaseerd op de proefresultaten (van het WL) t.a.v. mode 2. Het model verandert natuurlijk als de parameters A_b , A_p en L_p veranderen. Om een indicatie te geven van de grootte van die verandering is de eigenfrequentie berekend voor een systeem met iets andere parameterwaarden. Als alleen A_b en L_p worden veranderd in:

$$A_b = 100 \text{ m} \quad , \quad L_p = 200 \text{ m}$$

en de andere waarden blijven gelijk, dan wordt ω_0 gelijk aan 0.092 rad/s. Conclusie: als de karakteristieke traagheidslengte L_p (relatief) groter wordt ten opzichte van het bergende vrije oppervlak A_b , dan wordt de eigenfrequentie lager. Dit valt te verwachten.

Het veronderstelde waterspiegelverloop bij mode 2 is uitgangspunt van dit model geweest. De proefresultaten t.a.v. mode 3 vragen om een ander model of op zijn minst om andere modelwaarden. De dwarsvariatie van het debiet wordt dan bijvoorbeeld belangrijk. De mode 5 trillingen vragen wellicht om een geheel andere aanpak.

5.2.2 Samengesteld model

De kracht van dit model is dat de effecten berging, traagheid en demping op eenvoudige wijze traceerbaar blijven in de oplossing. De mogelijkheid 1 of 2 effecten "af te koppelen" draagt daartoe bij. De zwakte van dit model is dat de parameters A_b , A_p en L_p moeten worden gekozen. De enkelvoudige effecten kunnen worden afgebeeld als een schema, maar het samengestelde model niet. Verder worden de effecten traagheid en demping afhankelijk gesteld van de berging. Deze verbanden (3.10 a en b) zijn niet een fysische noodzakelijkheid en de evenredigheidsconstanten K_t en K_d moeten worden gekozen. Het model krijgt dan ook pas verklarend vermogen zodra het is geijkt aan de hand van een ander model of proefresultaten.

Voorwaarde voor instabiliteit is, dat de deuren worden geëxciteerd met een frequentie dichtbij een eigenfrequentie van het systeem. Bij in-fase bewegende deuren is dit een andere frequentie dan bij in tegenfase bewegende deuren. De eigenfrequentie van het systeem kan worden berekend op dezelfde manier als in par. 5.2.1 is gedaan. De bewegingsvergelijking voor deur 1 is:

$$(M + A_{11}) \frac{d^2 a_1}{dt^2} + A_{12} \frac{d^2 a_2}{dt^2} + B_{11} \frac{da_1}{dt} + B_{12} \frac{da_2}{dt} + C_{11} a_1 = 0 \quad (3.32a)$$

Als de deuren in tegenfase bewegen geldt: $a_1 = -a_2$. Daardoor geldt:

$$M_t = M + A_{11} - A_{12} \quad , \quad c_t = B_{11} - B_{12} \quad , \quad k_t = C_{11}$$

Zonder verval zijn de uitdrukkingen voor de hydrodynamische coëfficiënten:

$$A_{11} = \frac{B^2}{2} \rho g \frac{-\frac{\alpha}{\omega^2} + \beta \frac{L_p}{g} K_t}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d}$$

$$B_{11} = \frac{B^2}{2} \rho g \frac{\gamma K_d}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d}$$

$$A_{12} = \frac{B^2}{2} \rho g \left[\frac{-\frac{\alpha}{\omega^2}}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} \right]$$

$$B_{12} = \frac{B^2}{2} \rho g \left[\frac{\gamma K_d}{\alpha 2A_b + \beta A_p K_t + \gamma 2c_\eta K_d} \right]$$

Met:

$$Q = \alpha 2A_b + \beta K_t A_p + \gamma 2K_d c_\eta$$

worden de uitdrukkingen voor de systeemp parameters:

$$M_t = M + \frac{B^2}{2} \rho g \frac{\beta \frac{L_p}{g} K_t}{Q}, \quad c_t = 0, \quad k_t = B \rho g \quad (5.2)$$

De volgende waarden worden ingevuld (dezelfde als bij het model van Kolkman, m.u.v. K_t en K_d):

$$M = 225 * 10^3 \text{ kg}, \quad B = 15 \text{ m}, \quad \rho = 1 * 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad A_b = 130 \text{ m} \\ A_p = 17 \text{ m}, \quad L_p = 130 \text{ m}, \quad K_t = 1, \quad K_d = -5 \text{ s}^{-1}, \quad c_\eta = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

N.B. Alle grootheden gelden nog steeds per strekkende deurlengte.

Dit levert:

$$M_t = 324 * 10^3 \text{ kg}, \quad c_t = 0, \quad k_t = 150 * 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

De eigenfrequentie wordt hiermee 0.68 rad/s. Dit is erg hoog.

Wanneer krijgt het systeem een eigenfrequentie van 0.11 rad/s? Er moet gelden:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{M_t}} \quad (5.3)$$

en (vgl 3.38):

$$M_t = M + A_{11} - A_{12} \quad (5.4)$$

Substitutie van (5.4) in (5.3) levert, na anders schrijven:

$$A_{11} - A_{12} = \frac{k_t}{\omega_0^2} - M$$

Combinatie van (5.2) en (5.3) en invullen van de waarden:

$$\omega_0 = 0.11 \text{ rad / s} \quad , \quad M = 225 * 10^3 \text{ kg} \quad , \quad k_t = 150 * 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

levert:

$$A_{11} - A_{12} = 12172 * 10^3 \text{ kg} = \frac{B^2}{2} \rho g \frac{\beta \frac{L_p}{g} K_t}{Q}$$

Als alleen L_p verandert dan wordt L_p :

$$L_p = 15905 \text{ m}$$

Dit is belachelijk groot.

Als de andere parameters ook veranderen, dan voldoet bijvoorbeeld de set waarden:

$$A_b = 60 \text{ m} \quad , \quad A_p = 17 \text{ m} \quad , \quad K_t = 1$$

$$K_d = -5 \text{ s}^{-1} \quad , \quad L_p = 757 \text{ m} \quad , \quad c_\eta = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Commentaar?

Voor de hydrodynamische coëfficiënten met verval geldt:

$$A_{11} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2}) + \beta \frac{L_p}{g} K_t (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) + \gamma K_d (u_1 u_3 - u_2 u_4) \right]$$

$$B_{11} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_1 u_3 - u_2 u_4) - \beta \frac{L_p}{g} K_t (u_1 u_3 - u_2 u_4) \omega^2 + \gamma K_d (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) \right]$$

$$A_{12} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_2 u_3 + \frac{u_1 u_4}{\omega^2}) + \gamma K_d (u_1 u_3 - u_2 u_4) \right]$$

$$B_{12} = \frac{\rho g B}{u_3^2 \omega^2 + u_4^2} \left[\alpha (u_1 u_3 - u_2 u_4) + \gamma K_d (-u_1 u_4 - u_2 u_3 \omega^2) \right]$$

met:

$$\begin{aligned} u_1 &= q_a - q_{\Delta H} \frac{B}{Q} , & u_2 &= -q_{\Delta H} K_d \frac{B}{Q} - B , \\ u_3 &= Q + 2q_{\Delta H} K_d , & u_4 &= 2q_{\Delta H} \end{aligned} \quad (3.28)$$

waarin:

$$q_a = m\sqrt{2g\Delta H} , \quad q_{\Delta H} = ms \sqrt{\frac{g}{2\Delta H}}$$

Als hierin dezelfde set waarden wordt ingevuld:

$$\begin{aligned} A_b &= 60 \text{ m} , & A_p &= 17 \text{ m} , & K_t &= 1 \\ K_d &= -5 \text{ s}^{-1} , & L_p &= 757 \text{ m} , & c_\eta &= 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

aangevuld met:

$$\Delta H = 3 \text{ m} , \quad s = 2 \text{ m} , \quad m = 1$$

dan volgt hieruit een negatieve systeemmassa. Dit is niet mogelijk. De volgende (iteratief bepaalde) set voldoet wel:

$$\begin{aligned} A_b &= 130 \text{ m} , & A_p &= 17 \text{ m} , & K_t &= -5 \\ K_d &= -5 \text{ s}^{-1} , & L_p &= 280 \text{ m} , & c_\eta &= 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

De eigenfrequentie wordt 0.10 rad/s. Het verval verandert de invloed van de verschillende effecten.

Het afkoppelen van het traagheidseffect ($\beta = 0$) heeft tot gevolg, dat geldt:

$$A_{11} - A_{12} = 0 , \quad B_{11} - B_{12} = 0$$

Hieruit volgt:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{M_t}} = 0.81 \text{ rad / s}$$

Afkoppelen van het traagheidseffect levert een systeem met frequentie-onafhankelijke coëfficiënten op en een zeer hoge eigenfrequentie. De proefresultaten ondersteunen het belang van traagheidseffecten (staande golf).

Het afkoppelen van het bergingseffect ($\alpha = 0$) heeft tot gevolg, dat geldt:

$$Q = -150 \text{ m} , \quad M_t < 0$$

Dit zou een negatieve systeemmassa inhouden, wat niet mogelijk is.

Het afkoppelen van het dempingseffect ($\gamma = 0$) heeft tot gevolg, dat geldt:

$$Q = 175 \text{ m}$$

Wederom kan de eigenfrequentie iteratief worden bepaald: 0.06 rad/s. Afkoppelen van het dempingseffect levert ook een lagere eigenfrequentie op. Dit houdt vooral verband met de veranderde continuïteitsvergelijking (andere Q).

De schematiseringsverhoudingen van het volledige samengestelde model zonder verval zijn anders dan de verhoudingen in het volledige samengestelde model met verval. Het verval veroorzaakt een menging van de invloeden van de effecten berging, traagheid en demping in de in-fase en uit-fase termen van de bewegingsvergelijking.

Het waterspiegelverloop wordt door het samengestelde model niet berekend. Het bergend oppervlak (per strekkende meter deurlengte) plus de traagheidslengte (in dit geval ± 800 m) is wellicht een maat voor de uitgestrektheid van de staande golf. De demping zegt iets over de uitgestuurde lopende golven. Er is gerekend met een relatief grote traagheidslengte. De amplitudeverhouding tussen lopende en staande golven zou kunnen worden geschat op: amplitude uit-fase krachten / amplitude in-fase krachten = $|K_d| / |1 + K_r| = 1.2$.

5.3 Potentiaalstroommodellen

5.3.1 Golfgeneratormodel

Het sterke punt van dit model is dat het een analytische oplossing aandraagt voor het geometrisch ingewikkelde probleem van twee bewegende objecten in water. De oplossing maakt het bestaan van "transversale golven" aannemelijk. Er wordt gebruik gemaakt van de analogie tussen dompende deuren en horizontaal bewegende golfschotten; dit is de zwakte van deze modeltoepassing. Dompnde deuren veroorzaken net als golfschotten op enige afstand van de kering horizontale snelheidsfluctuaties, maar of de effecten van de verticale snelheden dichtbij de kering te verwaarlozen zijn, kan niet zomaar worden bepaald; daarvoor is het nodig het probleem met een preciezere randvoorwaarde aan het oppervlak op te lossen. Verder is in de literatuur³ niet aangetoond dat de aanname $Y = \cos(m\pi y/2L)$ leidt tot een unieke oplossing.

Het belangrijkste voordeel van dit model is: het geeft inzicht in de ruimtelijke configuratie van de waterverstoringen ten gevolge van de bewegende deuren. Ook de uitgestrektheid van deze verstoringen kan worden berekend (i.t.t. de andere modellen).

Berekening van de voorwaarden voor instabiel gedrag gaat op dezelfde manier als bij de discrete modellen, namelijk via de hydrodynamische coëfficiënten. Het verschil met de discrete modellen is, dat deze coëfficiënten geheel frequentieafhankelijk zijn (voor toelichting zie paragraaf 4.2).

Stel, de deuren dompen in tegenfase:

$$\begin{aligned} u &= u' & , & \quad 0 < y \leq L \\ u &= -u' & , & \quad L < y \leq 2L \end{aligned}$$

Op enige afstand van de kering geldt (de overige componenten van oplossing (4.8) dempen uit voor grotere x , zie ook ³):

$$\Phi = A_{01} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{\pi}{2L}y\right) \cos(lx - \omega t)$$

met:

$$l = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2}$$

waarin:

$$A_{01} = \frac{4k_0}{\pi l} \frac{\int_{-H}^0 u' \cosh k_0(z+H) dz}{\sinh 2k_0 H + 2k_0 H} = \frac{16u'}{\pi l} \frac{\sinh k_0 H}{\sinh 2k_0 H + 2k_0 H}$$

Deze uitdrukking voor de potentiaal verschilt van (4.13) doordat voor $u(y,z)$ een vergelijking is gekozen, die een zodanige beweging van golfschotten beschrijft, dat er geen golven zonder dwarsvariatie ontstaan³. Er ontstaan dus alleen transversale golven.

Als l imaginair wordt, is er sprake van een exponentieel verlopende waterspiegeluitwijking in de lengterichting van het kanaal (x -richting).

De afgeleide naar de tijd van de potentiaal is:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \omega A_{01} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{\pi}{2L} y\right) \sin(lx - \omega t) \quad (5.5)$$

Stel, dat de golfschotten zich bevinden op enige afstand van de kering (i.v.m. de geldigheid van de uitdrukking voor de potentiaal). De uitdrukking voor de hydrodynamische kracht op één enkel golfschot wordt:

$$\begin{aligned} F &= \rho \int_{-H}^0 \int_0^L \omega A_{01} \cosh k_0(z+H) \cos\left(\frac{\pi}{2L} y\right) \sin(-lx + \omega t) dy dz = \\ &= \rho \omega A_{01} \left[\int_{-H}^0 \frac{1}{k_0} \sinh k_0(z+H) dz \right] * \left[\frac{\pi}{2L} \sin \frac{\pi}{2L} y \right]_0^L \sin(-lx + \omega t) \end{aligned}$$

? Met behulp van deze formule is de verhouding tussen de amplitude van een golfschot u' en de amplitude van de deurbeweging \hat{a} te berekenen. Deze verhouding hangt af van het golfgetal l , dat van de kanaalafmetingen afhangt en de bewegingsfrequentie.

De uitdrukking voor de waterspiegeluitwijking is:

$$\eta = \frac{\omega}{g} A_{01} \cosh(k_0 H) \cos\left(\frac{\pi}{2L} y\right) \sin\left(-\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2} x + \omega t\right) \quad (5.5)$$

De maximale waterspiegeluitwijking treedt op voor $y = 0$:

$$\eta_{\max} = \frac{\omega}{g} A_{01} \cosh k_0 H$$

5.3.2 Delmulti

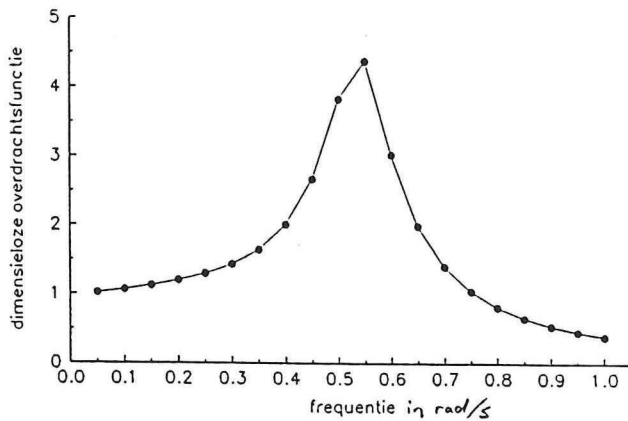
Het sterke punt van dit model is de hoeveelheid informatie die het geeft over de oplossing bij één specifieke geometrie. De frequentieafhankelijkheid van de hydrodynamische coëfficiënten komt duidelijk tot uiting in de uitkomsten. In dit onderzoek is het model bepaald niet "uitgebuit", want het is bijvoorbeeld mogelijk een geometrie in te voeren die lijkt op de echte deuren van de Nieuwe Waterweg Kering. Ook is er geen sprake van responsie op invallende golven, wat dit model aan kan voor een configuratie van verscheidene drijvende objecten. Het moeilijke van dit panelenmethode-model is, dat de interpretatie van de resultaten niet altijd gemakkelijk is. De uitkomsten zijn niet altijd inzichtelijk, er zijn vele manieren om de getallen te bewerken, en er komt altijd iets uit! Hieronder zijn de resultaten op een aantal manieren gepresenteerd. De afleidingen van de gebruikte grootheden staan in Bijlage 1.

Enkele deur

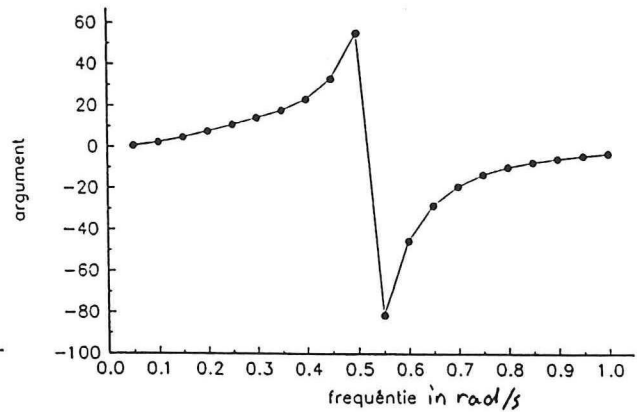
- overdrachtsfunctie (fig.5.1):
deze geeft het verband tussen een excitatiekracht en de deuruitwijking

Twee deuren

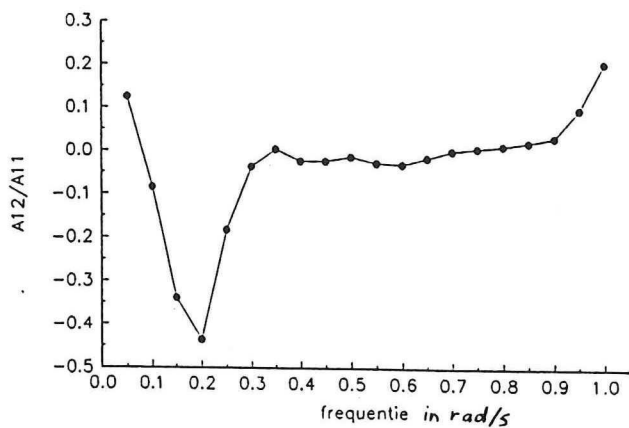
- verhoudingen A_{12}/A_{11} en B_{12}/B_{11} (fig.5.2)
- amplitudeverhouding en faseverschuiving beweging deur 1/ beweging deur 2 (fig.5.3)



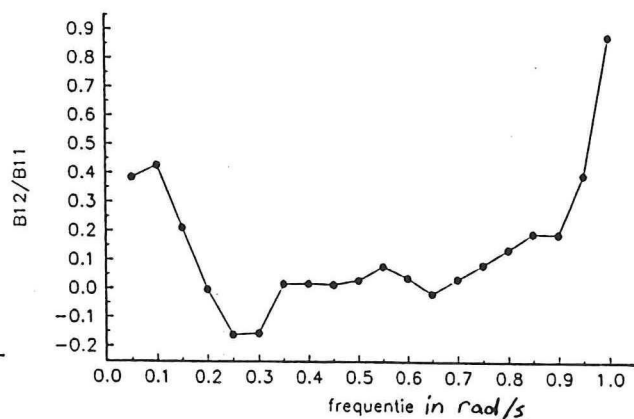
Figuur 5.1 a: Modulus dimensieloze overdrachtsfunctie enkele deur 15 m



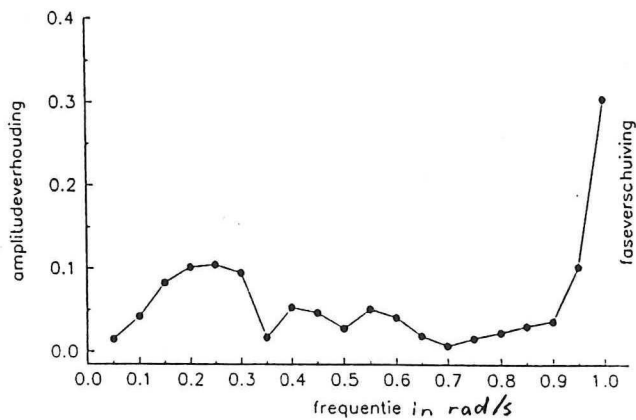
Figuur 5.1 b: Argument dimensieloze overdrachtsfunctie enkele deur 15 m, in graden



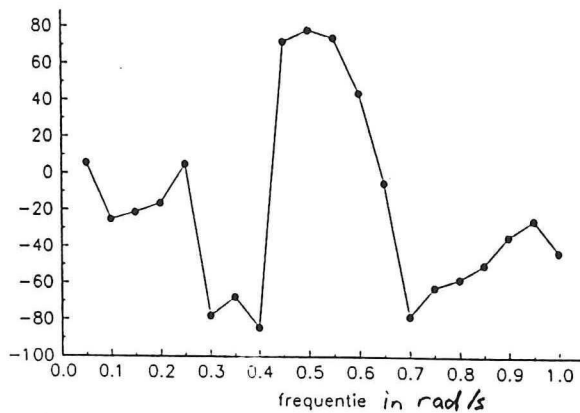
Figuur 5.2 a: A_{12}/A_{11}



Figuur 5.2 b: B_{12}/B_{11}



Figuur 5.3 a: amplitudeverhouding deurutwijkingen a_1/a_2



Figuur 5.3 b: Faseverschuiving tussen deurbewegingen a_1 en a_2 , in graden

Het model berekent de frequentie-afhankelijke hydrodynamische coëfficiënten van één of meer drijvende objecten. Voor een bepaalde frequentie worden steeds alle coëfficiënten bepaald voor dompen. Uit die coëfficiënten is een eigenfrequentie te berekenen (dit doet het programma ook). De frequentie waarbij de berekende eigenfrequentie gelijk is aan de rekenfrequentie is de gezochte eigenfrequentie. Voor een enkele deur in een oneindig wateroppervlak is deze 0.53 rad/s. Deze frequentie komt ongeveer overeen met de frequentie van bewegingen volgens mode 5. Voor een deur in een configuratie van twee deuren in een kanaal is deze 0.38 rad/s.

De resultaten van het model voor een enkele deur (zie figuren 4.11, 4.12 en 5.1) zien er zeer begrijpelijk en logisch uit:

- de toegevoegde massa daalt bij toenemende frequentie en nadert tot een constante waarde;
- de demping nadert tot nul bij kleiner wordende frequentie en ook bij grotere frequenties;
- de curven voor toegevoegde massa en demping voor een deur met een wand ernaast liggen hoger dan die voor een deur met skirt, en die ligt weer boven de curve voor een gewone deur;
- de overdrachtsfunctie heeft een piek bij de berekende eigenfrequentie van het systeem.

De resultaten van het model voor twee deuren in een kanaal (zie figuren 4.7, 4.8, 5.2 en 5.3) hebben de volgende kenmerken:

- de toegevoegde massa is groot bij lage frequenties, net als bij de enkele deur; een dal in de buurt van de eigenfrequentie van de enkele deur geeft aan dat er iets veranderd is ten opzichte van de situatie van de enkele deur;
- de demping heeft een piek op die plaats; dat duidt ook op beïnvloeding door de tweede deur en/of de kanaalwand;
- de verhouding A_{12}/A_{11} heeft een dal tussen 0.15 en 0.20 rad/s. Dit dal geeft een indicatie van de toegenomen interactie in dit frequentiegebied. De verhouding

- B_{12}/B_{11} is daar ongeveer nul;
- de amplitudeverhouding van en het faseverschil tussen de bewegingen van de deuren (bij opgelegde beweging van deur 1 en vrije beweging van deur 2) wijzen op een grillig verloop van de interactie bij toenemende frequentie; met name het faseverschil wijst erop, dat de demping relatief hoog is;
- bij hoge frequenties zien de waarden voor de dempingscoëfficiënten er vreemd uit (d.w.z. te hoog)

De gevoeligheid van deze resultaten voor de lengte van de met panelen belegde kanaalwand is getest; het geval van twee deuren is nog eens doorgerekend met een vier maal zo lange kanaalwand. De resultaten bleven exact hetzelfde. De aanleiding tot deze controle was de constatering dat de demping relatief hoge waarden aanneemt, waardoor de faseverschuiving tussen de deurbewegingen nooit 180° wordt. Misschien zou een fijnere panelenbelegging op de kanaalwanden vlakbij de deuren en op alle deuruiteinden een lagere demping te zien geven, maar het experiment met de kanaalwanden versterkt dat vermoeden niet.

De gevoeligheid van het model ten opzichte van veranderingen in de deurvorm is niet getest, maar het ligt voor de hand dat de toegevoegde massa aan de rivierzijde bij de werkelijke deurvorm (L-vorm) groter wordt dan bij een blokprofiel. Het waterdoorsnijdend oppervlak is dan relatief klein, zodat de veerterm relatief klein blijft. Over de demping is op te merken dat deze bij zo'n L-vorm niet aan beide zijden van de kering even groot hoeft te zijn. Dit zou een deel van een verklaring kunnen zijn van de asymmetrie van de golfuitsturing (zie ook par. 3.2.6). Zo'n gevoeligheidstest met betrekking tot de deurvorm zou dus nuttig kunnen zijn.

Het waterspiegelverloop is impliciet bekend, aangezien het programma gebruik maakt van potentiaalberekeningen. Aan de gebruiker worden deze tussenuitkomsten echter niet medegedeeld. Een schatting van de uitgestrektheid van de in-fase meebewegende watermassa zou kunnen zijn: $(A_{11} - A_{12}) * B/M = 120$ m (zie figuur 4.7).

5.4 Vergelijking van de verschillende modellen

Bij een frequentie van 0.11 rad/s kan elk model de waterbeweging beschrijven. Het model van Kolkman is erop gebaseerd; via het marginaal bergend vrije oppervlak wordt het model "geijkt".

Het samengestelde model geeft aan, dat de combinatie van effecten een eigenfrequentie in de buurt van 0.11 rad/s kan veroorzaken. De parameters die bij Kolkman leiden tot de gezochte eigenfrequentie, leveren in het samengestelde model zonder verval een ruim twee keer zo hoge eigenfrequentie op. IJking van dit model geeft aan, dat de demping en de traagheid een grote invloed moeten hebben om een lagere eigenfrequentie te veroorzaken. Het samengestelde model met verval kan met dezelfde parameters toe als het model zonder verval. Dit is vreemd! De eigenfrequentie wordt anders zodra één van de enkelvoudige modellen wordt afgekoppeld. De oorzaak is, zo lijkt het, vooral de verandering van de continuïteitsvergelijking bij het afkoppelen. De proeven van het WL lieten zien, dat het optreden van instabiliteit samenhangt met de grootte van spleet onder de deur en het verval. Voor bepaalde modelparameters zijn de resultaten van het samengestelde model daarmee in tegenspraak.

De potentiaalstroommodellen geven uiteraard een antwoord op de vraag, hoe groot de hydrodynamische coëfficiënten zijn bij die frequentie. De analytische oplossing geeft aan, dat er voor een bepaalde randvoorwaarde aan het oppervlak van de golfschotten (die de dompende deuren vervangen) een eigenfrequentie van 0.11 rad/s bestaat. De gevoeligheid van deze oplossing wordt besproken in het artikel waaraan zij is ontleend (Madsen ³). Er wordt gesteld, dat een iets hogere bewegingsfrequentie van de golfschotten tot andere amplitudeverhoudingen tussen de componenten leidt. De situatie waarin slechts deze ene component voorkomt is beperkt tot frequenties beneden 0.11 rad/s; wordt de frequentie hoger, dan komt er een component bij (dit gebeurt wellicht bij mode 3). In het genoemde artikel wordt vermeld, dat zogeheten lekdebiet de vorming van transversale golven versterken kan. De proeven van het WL bevatten een aanzienlijk "lekdebiet".

De numerieke oplossing levert geen eigenfrequentie bij 0.11 rad/s maar wijst op een verhoogde interactie tussen de deuren in dat lage frequentiegebied. Dit gebeurt hoofdzakelijk via de koppelende toegevoegde-massa-termen in de bewegingsvergelijking.

De waterbeweging bevat in alle modellen een meebewegend deel met een uitgestrektheid van respectievelijk 130, 820, zeer groot en 120 m. De bijzonderheid van de oplossing van Madsen is, dat er ook in de kanaalrichting een sinusvormig waterspiegeloppervlak optreedt. Daardoor wordt het meebewegend oppervlak zeer groot.

6. CONCLUSIES

1. De vier lineaire modellen die in dit onderzoek zijn vergeleken zijn alle vier in staat de beweging van twee drijvende deuren te beschrijven bij verschillende frequenties, waaronder die van 0.11 rad/s.
2. Het mechanisme dat tot instabiliteit kan leiden is bij elk model anders, te weten:
 - het **model van Kolkman** bevat een specifieke modellering van een staande golf, die een combinatie is van berging en traagheid. De golf ontstaat door een negatieve debietkarakteristiek van de deuren;
 - het **discrete samengestelde model** beschrijft instabiele deurbewegingen als een gevolg van een specifieke verhouding tussen berging, traagheid en demping, waarbij de dempende golfhoogte omgekeerd evenredig is met de stijgsnelheid van het bergende vrije oppervlak;
 - de toepassing van de **analytische oplossing van het potentiaalstroomprobleem voor de situatie met twee golfschotten die in tegenfase bewegen** zoals die geformuleerd is door Madsen³ leidt tot de beschrijving van het ontstaan van initiële transversale golven met een eigenfrequentie die afhangt van de kanaalbreedte;
 - de **numerieke oplossing volgens Delmulti** geeft aan, dat de interactie tussen de deuren toeneemt bij bepaalde frequenties; de koppelende toegevoegde massa-coëfficiënt neemt toe en de koppelende hydrodynamische dempingsterm neemt af.
3. Aanvullende onderzoeken ten behoeve van een eenduidige beschrijving van de interactieve instabiliteitsverschijnselen zoals die door het WL zijn geconstateerd bij de modelproeven t.b.v. het ontwerp van de Maeslant Kering zouden kunnen zijn:
 - de relatie tussen de deurgeometrie en de debietkarakteristiek van de deuren; deze is nodig om het model van Kolkman als voorspellend model te kunnen gebruiken. Hetzelfde geldt voor de relatie tussen de deurgeometrie en de demping;
 - modelproeven bij de gegeven geometrie (blokprofiel) zouden wellicht de verhouding tussen bergings-, dempings- en traagheidseffecten kunnen ophelderen, gevolgd door modelonderzoek naar de invloed van het deurprofiel op die verhouding. Als het effect van de L-vorm op de symmetrie van de waterbeweging rond de kering nauwkeurig zou worden gemeten, dan zou dat effect (indien aanwezig) wellicht (een deel van) een verklaring vormen van de in rust blijvende bovenwaterstand bij mode 2 bewegingen.
 - de mogelijkheid dempende deuren als transversale golfopwekkers te gebruiken;
 - gevoeligheidsanalyse m.b.t. de geometrie van de deuren en het kanaal met behulp van een lineair numeriek potentiaalstroommodel zoals Delmulti.

LITERATUURLIJST

- 1 Bouwdienst Rijkswaterstaat Stormvloedkering Nieuwe Waterweg, mei 1992. Samenvatting stabiliteitsonderzoek variant 20. Documentnummer A-05-0008.
- 2 Bouwcombinatie Maeslant Kering, februari 1992. Resultaten responsieonderzoek, deurvarianten 19 en 20, notitie modelonderzoek. Documentnummer A-07-5001.
- 3 Madsen, O.S. 1974. A threedimensional wave maker, its theory and application. IAHR Journal of Hydraulic Research, volume 12, No.2, p.205 - 222.
- 4 Gerritsma, J. juni 1989. Golven, scheepsbewegingen, sturen en manoeuvreren 1, deel 1. Diktaat TU Delft, mt513.
- 5 Bakker, A.D. et al. Self-Excited oscillations of a floating gate related to the gate discharge characteristics. Proc. IAHR Congress, sept. 1991.
- 6 Computation of the first order solution for the velocity potential and body motions. Diktaat TU Delft, mt514, appendix A.
- 7 Vrouwenvelder, A.C.W.M./Klaver, E.C. september 1993. Stochastische trillingen. Diktaat TU Delft, b15.
- 8 Sea loads on ships and offshore structures, Ch.4: Numerical methods for linear wave-induced motions and loads.
- 9 Battjes, J.A. 1989. Collegehandleiding vloeistofmechanica, b70. Diktaat TU Delft.
- 10 Battjes, J.A. 1989. Collegehandleiding vloeistofmechanica, b71. Diktaat TU Delft.
- 11 Battjes, J.A. 1990. Collegehandleiding korte golven, b76. Diktaat TU Delft.
- 12 Slooff, J.W. 1993. Numerical methods in aircraft aerodynamics, part 1: Panel methods. Diktaat TU Lecture notes D42.

Symbolenlijst

a	= deurverplaatsing ten opzichte van de middenstand
A_b	= bergend (vrij) oppervlak
A_p	= doorsnede van de pijp
A_1	= "toegevoegde massa"-coëfficiënt van enkele deur
A_{11}	= "toegevoegde massa"-coëfficiënt deur1 m.b.t. beweging van deur1
A_{12}	= "toegevoegde massa"-coëfficiënt deur1 m.b.t. beweging van deur2
B	= deurbreedte
B_1	= "hydrodynamische dempings" coëfficiënt van enkele deur
B_{11}	= "hydrodynamische dempings" coëfficiënt deur1 m.b.t. beweging deur1
B_{12}	= "hydrodynamische dempings" coëfficiënt deur1 m.b.t. beweging deur2
c_n	= golfvoortplantingssnelheid
C_1	= "hydrostatische veer"-coëfficiënt van enkele deur
C_{11}	= "hydrostatische veer"-coëfficiënt van deur1 m.b.t. beweging deur1
$d\Delta H$	= verandering van het verval
dq	= debietfluctuatie
F	= resulterende externe kracht
F_{hydr}	= hydrodynamische kracht
g	= zwaartekrachtsversnelling
H	= waterdiepte in rusttoestand
H_r, H_z	= waterdiepte aan resp. de rivier- en de zeezijde
k_o	= golfgetal in diep water
$K_{d,t}$	= evenredigheidsconstanten
L	= deurlengte
L_p	= pijplengte
m	= afvoercoëfficiënt
M	= deurmassa
p_1, p_2	= vloeistofdruk (in resp. doorsnede 1 en 2)
$q_a, \Delta H$	= partiële afgeleiden van het spleetdebiet naar resp. a en ΔH
Q	= constante die de oppervlakte van het invloedsgebied aangeeft
R	= radiale afstand van een punt in de vloeistof tot de bron
s	= hoogte van de spleet onder de deur/het skirt in evenwichtstoestand
t	= tijd
T	= golfperiode
$u(y,z)$	= functie die de snelheid aan het opp. van golfschotten weergeeft
u_1, u_2, u_3, u_4	= substitutieparameters
v_p	= gemiddelde stroomsnelheid in de pijp
v_{pr}, v_{pz}	= gemiddelde stroomsnelheid in de pijp aan resp. de rivier- en de zeezijde
w	= bergende-waterspiegeluitwijking t.o.v. het evenwichtsniveau
w_r, w_z	= bergende-waterspiegeluitwijking aan resp. de rivier- en de zeezijde
α, β, γ	= schakelcoëfficiënten
α_K	= "evenredigheidsconstante van Kolkman" (dq met w_r)
α_o	= opslingerfactor
η	= golfhoogte
ΔH	= verval
ρ	= massadichtheid van het water
σ	= bronsterkte (indien van toepassing: p.e.v. oppervlak)
Φ	= snelheidspotentiaal
ϕ	= modulus van de snelheidspotentiaal (= tijdsafhankelijk)
ω	= hoekfrequentie = $2\pi/T$
ω_o	= eigenfrequentie

Bijlage 1: Harmonische analyse

De bewegingsvergelijking van een drijvende deur is van de vorm:

$$\frac{d^2a}{dt^2} M_t + \frac{da}{dt} c_t + a k_t = 0$$

Deze differentiaalvergelijking beschrijft een gedempt massa-veersysteem.

Verklaring van de symbolen:

M_t	=	stroomtraagheidscoëfficiënt
c_t	=	stroomdempingscoëfficiënt
k_t	=	stroomveerconstante

Deze homogene vergelijking beschrijft het systeem in **vrije trilling** (eigenproces).

Bij subkritische demping is de algemene oplossing van de vorm:

$$a = e^{\alpha_0 t} (C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t})$$

waarin:

$$\alpha_0 = -\frac{c_t}{2M_t}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{4M_t k_t - c_t^2}}{2M_t}$$

Verklaring van de symbolen:

α_0	=	opslingerfactor
ω_0	=	eigenfrequentie

Voorwaarde voor vrije opslingering van een initiële deurutwijking is $\alpha_0 > 0$, ofwel een negatieve systeemdemping.

In het geval, dat er een periodieke, uitwendige kracht, F_u , op de deur werkt, beweegt het systeem in **gedwongen trilling**. Er geldt voor F_u :

$$F_u = \hat{F}_u e^{i\omega t}$$

De bewegingsvergelijking krijgt dan een rechterlid:

$$\frac{d^2 a}{dt^2} M_t + \frac{da}{dt} c_t + a k_t = F_u e^{i\omega t}$$

Bij positieve systeemdemping dempt de homogene oplossing uit ten opzichte van de particuliere oplossing a_p ; voor grote t wordt de particuliere oplossing:

$$a_p = \frac{\hat{F}_u}{\sqrt{M_t^2 (\omega_r^2 - \omega^2)^2 + c_t^2 \omega^2}} e^{i(\omega t - \delta)}$$

met:

$$\tan \delta = \frac{c_t \omega}{M_t (\omega_r^2 - \omega^2)}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k_t}{M_t}}$$

$$\Delta = \sqrt{M_t^2 (\omega_r^2 - \omega^2)^2 + c_t^2 \omega^2}$$

Verklaring van de symbolen:

- a_p = particuliere oplossing
- F_u = amplitude van de uitwendige periodieke kracht op de deur
- ω = frequentie van de uitwendige periodieke kracht op de deur
- δ = faseverschuiving van de oplossing ten opzichte van de exciterende kracht
- ω_r = resonantiefrequentie (= eigenfrequentie zonder wrijving)

De oplossing (ofwel de respons) wordt groot, als voor de exciterende kracht geldt:

$$\omega^2 = \omega_0^2 = \omega_r^2 - \left(\frac{1}{2} \frac{c_t}{M_t}\right)^2$$

met:

$$\omega_0 = \text{eigenfrequentie}$$

Als de excitatie plaatsvindt in de resonantiefrequentie, dan wordt de amplitude van de beweging gelijk aan F_u/Δ .

Overdrachtsfunctie

De bewegingsvergelijking van een deur in gedwongen trilling is:

$$M_t \frac{d^2 a}{dt^2} + c_t \frac{da}{dt} + k_t a = \hat{F}_u e^{i\omega t}$$

De oplossing is van de vorm:

$$a = D \hat{F}_u e^{i\omega t}$$

De afgeleiden hiervan zijn:

$$\frac{da}{dt} = i\omega D \hat{F}_u e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\omega^2 D \hat{F}_u e^{i\omega t}$$

Invullen in de bewegingsvergelijking geeft:

$$-M_t \omega^2 D + c_t i\omega D + k_t D = 1$$

Hieruit volgt:

$$D = \frac{1}{k_t - M_t \omega^2 + i\omega c_t}$$

De complex geconjugeerde hiervan is:

$$D' = \frac{1}{k_t - M_t \omega^2 - i\omega c_t}$$

Het produkt is:

$$|D|^2 = \frac{1}{(k_t - M_t \omega^2)^2 + (\omega^2 c_t^2)}$$

De wortel hieruit is de modulus van de overdrachtsfunctie, zoals al op de vorige pagina te zien was. Deze wordt dimensieloos gemaakt door vermenigvuldiging met de veerconstante (ρg * waterdoorsnijdend oppervlak).

Het argument van de overdrachtsfunctie is een maat voor de faseverschuiving tussen de excitatiekracht en de deurutwijking:

$$\arg(D) = \arctan\left(\frac{c_t \omega}{k_t - \omega^2 M_t}\right)$$

Het verband tussen de uitwijking van deur 1 en de uitwijking van deur 2 kan als volgt worden afgeleid. De homogene bewegingsvergelijking van deur 1 luidt:

$$(M+A_{11})\frac{d^2a_1}{dt^2} + A_{12}\frac{d^2a_2}{dt^2} + B_{11}\frac{da_1}{dt} + B_{12}\frac{da_2}{dt} + C_{11}a_1 = 0$$

Stel, er geldt:

$$a_1 = \zeta a_2$$

met $\zeta =$ complexe functie

Invullen in de bewegingsvergelijking van $a_1 = \zeta a_2$ en $a_2 = \hat{a}_2 e^{i\omega t}$ levert, na uitwerken:

$$\zeta = \frac{-\omega^2 A_{12} + i\omega B_{12}}{[\omega^2(M+A_{11}) - C_{11}] - i\omega B_{11}}$$

NABESCHOUWING

Geoffrey Madge heeft eens gezegd: "Temperament is een kwestie van organisatie". Gedurende mijn afstudeerperiode heb ik dat verband tussen gerichte energie en actief ordenen zeer sterk ervaren. Je moet eerst "iets doen" voordat je iets kunt maken. Ik zou onderzoek doen willen definiëren als "wetenschap maken".

De begrippen "orde" en "consistentie"- wat betekenen die?. Als ik gisteren iets begreep maar ik begrijp het vandaag niet meer, dan heb ik (nog) geen ordelijke voorstelling van zaken. Iets moet bezinken voordat het je blijvend overtuigt. Als ik iets denk, maar een ander niet, dan is dat nog geen wetenschap; communicatie is dus een vereiste voor het maken van wetenschap. Wanneer is het bezonkene rijp om te worden overgedragen? Het beheersen van het onderzoeksproces heeft alles te maken met "dynamische zelfkennis".

Ik heb "het onderzoek" soms ervaren als het dragen van een grote doos met boodschappen. Als er één dingetje valt, moet je je bukken om het op te rapen, en wat er dan gebeurt... Het is zaak, dat je goede draagbanden en handige rugzakken e.d. bij je hebt, en ongeveer weet wat je te tillen zult krijgen.

De meest indringende ervaring die ik heb opgedaan tijdens het afstuderen is het besef dat anderen het ook niet "zomaar weten". Hoewel ik heel goed wist dat je het werk helemaal zelf moet doen, had ik ergens de verwachting dat "de almachtige bron van kennis" tot mijn beschikking zou komen, zodra ik mij maar voldoende zou hebben ingespannen en in het probleem hebben ingeleefd. Die verwachting bleek onterecht; het kostte mij steeds veel energie om ervaringen om te zetten in waarnemingen, en waarnemingen in kennis. (Dit proces is wellicht het omgekeerde van het proces bij het leren van een tentamen.)

Stel, dat je precies zeven dingen kunt bevatten. Als je nu zeven dingen waarneemt, dan denk je dat je alles weet, omdat je geen tegenargument meer kunt bevatten. De veronderstelling dat je alles weet zou je tot verkeerde beslissingen kunnen aanzetten. Rekening houden met een bepaalde onzekerheid is dus een vereiste. Je mag altijd maar zes dingen waarnemen en de zevende plek gereserveerd houden voor onzekerheid.

Ik heb het gevoel, dat juist in dat "onzekerheidsbesef" een bron van energie schuilt. Hoe beter je je waarnemingen ordent (en ruimte over laat voor onzekerheidsbesef), des te meer energie er beschikbaar kan komen. Die kun je bijvoorbeeld gebruiken om wetenschap te maken.