



Het valgedrag van steengroepen

Modelonderzoek ter vergroting van het inzicht in het valgedrag van breuksteen

J.R. van der Wal
Papendrecht, september 2002

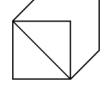
Afstudeercommissie:

Prof. Drs. Ir. J.K. Vrijling
Ir. G.M. de Boer
Dr. Ir. H.L. Fontijn
Ir. J. Olthof
Ir. W.H. Tutuarima

Royal Boskalis Westminster
Afdeling Hydronamic
Rosmolenweg 20, Postbus 43
3350 AA Papendrecht

Technische Universiteit Delft
Faculteit Civiele Techniek en
Geowetenschappen
Sectie Waterbouwkunde

J.R.van der Wal
B.van der Polweg 328
2628 AZ Delft



Voorwoord

Dit rapport is het resultaat van onderzoek naar het valgedrag van steengroepen. Het onderzoek vormt de afronding van mijn doctoraalstudie Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft.

Het doel van dit onderzoek is het vergroten van het begrip van het valproces van steengroepen, waarbij de nadruk ligt op het bepalen van valsnelheden. Het onderzoek bestaat uit een literatuurstudie, modelproeven en het modelleren van het valproces op basis van de bij de modelproeven vastgestelde mechanismen.

Bijzonder erkentelijk ben ik Boskalis Westminster voor het verlenen van faciliteiten en financiële ondersteuning gedurende het tien maanden durende onderzoek.

Een aantal mensen hebben een bijdrage geleverd bij het tot stand komen van dit onderzoek. Deze mensen wil ik graag bedanken.

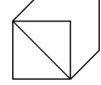
In de eerste plaats wil ik de leden van mijn afstudeercommissie bedanken: Prof. Drs. Ir. J.K. Vrijling, Ir. G.M. de Boer, Dr. Ir. H.L. Fontijn, Ir. J.Olthof en Ir. W.H. Tutuarima.

Tijdens het modelonderzoek in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica hebben medewerkers van het laboratorium me met raad en daad bijgestaan om de modelproeven tot een goed einde te brengen. Hiervoor wil ik Arie, Fred, Jaap, Karel en Kadir bedanken.

Er zijn een paar mensen die een bijzondere bijdrage geleverd hebben waarvoor ik ze wil bedanken:

Fleur, Heit, mam: voor alles. Jan-Jaap, Johan, Gert-Jan, Isold: voor het klikken van stenen, de adviezen, Acces, lekker eten, de bakkies en de discussies.

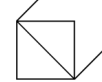
Joost van der Wal
Papendrecht, september 2002



Inhoudsopgave

Voorwoord	III
Samenvatting	XI
Lijst van symbolen	XV
1 Inleiding	2
1.1 Algemeen	2
1.2 Probleemanalyse	3
1.3 Doelstelling	4
1.4 Opbouw van het onderzoek	4
2 Het stortproces	6
2.1 Inleiding	6
2.2 Plaatsbepaling en positionering	6
2.2.1 Plaatsbepaling	6
2.3 Stortmethode en losgedrag	7
2.3.1 Schuifstorter	7
2.3.2 Splijtbak	8
2.4 Spreiding van steen in water	8
2.5 Verplaatsing van steen als gevolg van stroming	9
2.6 Bodemgedrag van de stenen	10
2.6.1 Wegspringen van stenen	10
2.6.2 Rollen van stenen	10
2.6.3 Afschuiven van het talud	11
3 Eigenschappen van breuksteen	14
3.1 Afmetingen en gewicht van breuksteen	14
3.2 Gradering	15
3.3 Corey shape-factor	16
4 Valproces van een enkele steen in water	18
4.1 Inleiding	18
4.2 Het Reynoldsgetal	18
4.3 Krachten op een enkele vallende steen in water	19
4.3.1 Sleepkracht	20
4.3.2 Liftkracht	22
4.4 Versnelling van een bol in water	23
4.5 Evenwichtssnelheid	23
4.5.1 Evenwichtssnelheid van een gladde bol	23
4.5.2 Evenwichtssnelheid van breuksteen in water	24
4.6 Vortex Shedding	25
4.7 Valbanen en valbeweging	27
4.7.1 Random-walk model	27

4.7.2	Magnus-effect	29
4.7.3	Asymmetrisch loslaten van de grenslaag	29
4.7.4	Horizontale uitwijking van breuksteen in water	30
5	Involed van vallende stenen op elkaar	32
5.1	Inleiding	32
5.2	Twee fasen in het valproces van steengroepen	32
5.3	Thermische fase	33
5.4	De zwermfase	34
6	Schaaleffecten bij proeven met vallende stenen	36
6.1	Inleiding	36
6.2	Gelijkvormigheid	36
6.3	Fysisch modelleren	37
6.3.1	Navier-Stokes vergelijkingen	37
6.3.2	Aannames en vereenvoudigingen bij het fysisch modelleren	37
6.4	Inspectionele analyse	38
6.5	Het getal van Froude	40
6.6	Het getal van Reynolds	40
6.7	Het getal van Strouhal	41
6.8	Het getal van Euler	42
7	Uitvoering van de modelproeven	44
7.1	Inleiding	44
7.2	Modelproefopstelling	44
7.2.1	Constructie van het loslaatpunt	45
7.2.2	Waterbak	46
7.2.3	Grijper	47
7.2.4	Bodemlosser	48
7.2.5	Calibratiekruis	49
7.2.6	Hark	49
7.2.7	Belichting van de modelproeven	49
7.2.8	De videocamera-opstelling	49
7.2.9	Meetpunten	50
7.2.10	Digitale fotocamera	50
7.2.11	Apparatuur voor verwerken videobeelden	50
7.3	Uitvoeringsmethodiek van de modelproeven	50
7.3.1	Opzet van de modelproeven	50
7.3.2	Stappenplan bij de uitvoer van de modelproeven	51
7.4	De gebruikte breuksteensorteringen	52
7.4.1	Keuze voor breuksteen als stortmateriaal	52
7.4.2	Samenstellen en naamgeving van de sorteringen	52
7.4.3	Bepalen steeneigenschappen	53
7.5	Verificatieproeven	53
7.5.1	Vorbereiding	53
7.5.2	Proeven met individuele stenen	54
7.5.3	Proeven met steengroepen met een uniforme sortering	54
7.5.4	Modelproeven met graderingen	56



7.5.5	Modelproeven met steengroepen, boven water losgelaten	56
7.6	Foutenanalyse	57
7.6.1	Inleiding	57
7.6.2	Meetonnauwkeurigheid	57
7.6.3	Onnauwkeurigheid door beperkingen van de proefopstelling	59
7.6.4	Statistische onnauwkeurigheid	59
7.6.5	Conclusie met betrekking tot de meetnauwkeurigheid	60
8	Analyse van data uit modelproeven met enkel vallende stenen	62
8.1	Inleiding	62
8.2	Theoretische achtergronden bij het uitwerken van de modelproeven	62
8.2.1	Rayleigh-verdeling	62
8.2.2	Maximum-Likelihood Schatting voor de normale verdeling	64
8.2.3	Maximum-Likelihood Schatting voor de Rayleigh-verdeling	65
8.2.4	Kolmogorov-Smirnov test	66
8.2.5	Kansverdelingsfunctie van de Normale verdeling	66
8.3	Verdeling valsnelheden	67
8.3.1	Weg van de meeste weerstand	68
8.3.2	Rotatie van de stenen	69
8.4	Verdeling weerstandscoefficienten C_D	69
8.4.1	Bepalen van de nominale weerstandscoefficiënt	69
8.4.2	Bepalen van de weerstandscoefficiënt met de methode Kniess	72
8.5	Invloed van L/d op de valsnelheid	74
8.6	Verdeling van horizontale uitwijkingen	78
8.7	Conclusies uit de proeven met individuele stenen	80
9	Analyse van data uit modelproeven met steengroepen	84
9.1	Inleiding	84
9.2	Waarnemingen bij de modelproeven met steengroepen	85
9.3	Groepsvalsnelheid	86
9.4	Toename van de breedte van steengroepen met de diepte	91
9.5	Horizontale spreiding op de bodem	93
9.6	Vijf fasen van het valproces	96
9.7	Conclusies uit de analyse van de modelproeven met steengroepen	99
10	Fysisch modelleren van het valgedrag van steengroepen	104
10.1	Inleiding	104
10.2	Evenwichtsmodel model van het valproces (fase 3)	104
10.3	Traagheid van een vallende steengroep	108
10.3.1	Noodzaak van een model met een traagheidsterm	108
10.3.2	Numeriek model op basis van een stelsel van twee vergelijkingen	109
10.3.3	Eerste vergelijking: Tweede wet van Newton toegepast op een steengroep	109
10.3.4	Tweede vergelijking: De wet van behoud van energie	112
10.4	Implementatie van een numeriek model op basis van de DV	113
10.5	Validiteit van het opgestelde numerieke model	115
10.6	Het numerieke model toegepast op gefingeerde prototypesituaties	118

10.7	Conclusies uit het modelleren van het valgedrag	119
11	Conclusies en aanbevelingen	122
11.1	Conclusies	122
11.1.1	Conclusies uit de modelproeven met individuele stenen	122
11.1.2	Conclusies uit de modelproeven met steengroepen	123
11.1.3	Conclusies betreffende het ontwikkelde numerieke model	125
11.2	Aanbevelingen	127
11.2.1	Individueel vallende stenen	127
11.2.2	Verbeteren van het numerieke model	127
	Literatuurlijst	129



BIJLAGEN (apart rapport)

Bijlage A: Theoretische achtergronden

- A1 Afleiding formule van Van Mazijk
- A2 Parameterschatting met de methode der kleinste kwadraten

Bijlage B: Overzicht modelproefopstelling

- B1 Foto's modelproefopstelling onder water
- B2 Foto's modelproefopstelling boven water
- B3 Foto's calibratiekruis

Bijlage C: Eigenschappen van het stortmateriaal

- C1 Verdeling massadichtheden van de sorteringen
- C2 Verdeling L/d van de sorteringen
- C3 Cumulatieve verdeling L/d verhouding

Bijlage D: Resultaten uit modelproeven met individuele stenen

- D1 Verdeling van de valsnelheden van individuele stenen
- D2 Verdeling nominale weerstandscoefficienten
- D3 Cumulatieve verdeling nominale weerstandscoefficienten
- D4 Verdeling horizontale uitwijkingen van individuele stenen
- D5 Relatie van weerstandcoëfficiënt C_D en valsnelheid met L/d

Bijlage E: Bovenaanzichten + verdelingen van modelproeven met groepen uniforme stenen

- E1 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-670
- E2 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-450
- E3 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-300
- E4 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-100
- E5 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-50
- E6 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 18-25
- E7 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 54-100
- E8 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 54-50
- E9 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 54-25
- E10 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 162-50
- E11 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef 162-25
- E12 MLS en horizontale spreiding van proeven met sortering 18
- E13 MLS en horizontale spreiding van proeven met sortering 54

Bijlage F: Bovenaanzichten + verdelingen van modelproeven met gegradeerde groepen

- F1 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef gradering A
- F2 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef gradering B
- F3 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef gradering C
- F4 Bovenaanzichten stort + verdelingen modelproef gradering D
- F5 Verdeling van de horizontale uitwijkingen bij gradering A

Bijlage G: Frontvalsnelheden en foto's valproces

- G1 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-670
- G2 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-450

- G3 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-300
- G4 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-100
- G5 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-50
- G6 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 18-25
- G7 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 54-100
- G9 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 54-50
- G10 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 54-25
- G11 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 162-50
- G12 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef 162-25
- G13 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef gradering A
- G14 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef gradering B
- G15 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef gradering C
- G16 Frontvalsnelheden en foto's valfases proef gradering D

Bijlage H: Verandering van groepsbreedte, -volume en -dichtheid met de diepte

- H1 Groepsbreedte-diepte
- H2 Groepsvolume-diepte
- H3 Groepsdichtheid-diepte

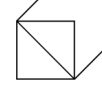
Bijlage I: Kenmerken van de stenen

- I1 Kenmerken sortering 6g.
- I2 Kenmerken sortering 18g.
- I3 Kenmerken sortering 54g.
- I4 Kenmerken sortering 162g.

Bijlage J: Grafieken evenwichtsmodel

- J1 Valsnelheid als functie van het aantal stenen voor verschillende alpha
- J2 Valsnelheid als functie van het aantal stenen voor verschillende Dn
- J3 Evenwichts model – modelproef 18-670

CD-rom met Numeriek Model Valgedrag Steengroepen



Samenvatting

Dit onderzoek is tussen november 2001 en september 2002 uitgevoerd als afstudeeropdracht aan de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de Technische Universiteit Delft. Het doel van het onderzoek is het vergroten van het begrip van het valproces van groepen breuksteen in water. De nadruk ligt bij het onderzoek op het bepalen van de valsnelheid van steengroepen en de variabelen die de valsnelheid beïnvloeden. Het onderzoek is tot stand gekomen in opdracht van Boskalis Offshore. Tijdens het onderzoek zijn modelproeven uitgevoerd in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen.

Voor het onderzoek is literatuuronderzoek gedaan. Het spreidingsgedrag van individueel vallende stenen wordt beschreven door het Enkele Steen Model van Vrijling, Manni en De Wilde [1995]. De valsnelheid en weerstandscoefficienten van breuksteen zijn weinig onderzocht. Alleen Kniess,[1981] heeft een serie proeven van vijf metingen uitgevoerd. Over de valsnelheden van basisvormen en de bijbehorende weerstandscoefficienten is zeer veel bekend, in dit onderzoek wordt een overzicht gegeven van enige relevante publicaties. Het valgedrag van groepen elementen is door verschillende onderzoekers bestudeerd. Bühler en Papantoniou [2001] hebben modelonderzoek gedaan naar het valgedrag van zand in water. Nadeel van het onderzoek is dat het is uitgevoerd bij lage Reynoldsgetallen en met kleine hoeveelheden materiaal. Hierdoor speelt traagheid een kleine rol terwijl verwacht wordt dat bij het bepalen van de valsnelheid van grote hoeveelheden breuksteen de traagheid van aanzienlijk belang is.

Op grond van de bevindingen uit de literatuurstudie is in eerste instantie gekozen voor twee series modelproeven:

- Modelproeven ter bepaling van valsnelheden en weerstandscoefficienten van individueel vallende breukstenen.
- Modelproeven waarbij steengroepen met behulp van een grijperconstructie juist boven het wateroppervlak zijn losgelaten. Met deze proeven worden groepsvalsnelheden en groepsvalgedrag bestudeerd.

De resultaten van de modelproeven waarbij stenen van boven het wateroppervlak losgelaten werden bleken slecht bruikbaar doordat de steengroepen een slecht gedefinieerde aanvangssnelheid en aanvangsoriëntatie hadden wat extra onbekenden introduceerde bij het bepalen van de valsnelheden. Om deze reden is een nieuwe modelproefopstelling gerealiseerd waarmee een nieuwe serie proeven is uitgevoerd. Daarmee is een derde serie modelproeven uitgevoerd:

- Modelproeven waarbij steengroepen door middel van een loslaatconstructie met bodemkleppen onder water (en dus uit stilstand) losgelaten zijn.

De modelproeven zijn uitgevoerd in een waterbak met afmeting (l x b x h) 2,5 x 2,5 x 2 m. Voor de modelproeven zijn vier sorteringen met daarin stenen van vrijwel uniforme diameter samengesteld. Er zijn modelproeven uitgevoerd met uniforme sorteringen en modelproeven waarbij de sorteringen gemengd zijn waardoor graderingen ontstonden. De omvang van de groepen varieerde tussen de 25 en de 670 stenen en tussen de 0,45 en de 12,1 kg.

Het is gebleken dat de nominale weerstandscoefficient van de gebruikte breuksteensorteringen normaal verdeeld is met verwachtingswaarde $\mu_{CD,n} = 1,42$ en

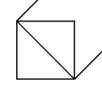
spreiding $\sigma_{CD,n} = 0,33$. De waarden uit de modelproeven zijn vergeleken met vijf door Kniess [1981] bepaalde weerstandscoefficienten van stenen met een diameter van 0,25 m. Uit de overeenkomst tussen de waarden is geconcludeerd dat de weerstandcoëfficiënt van breuksteen ongeveer constant is bij een diameter tussen 0,015 en 0,25 m.

De lengte/dikte (L/d) verhouding van breuksteen is van invloed op de weerstandscoefficiënt. Ook wanneer de L/d meegenomen wordt is de weerstandscoefficiënt normaal verdeeld. De verwachtingswaarde wordt $\mu_{CD,n}(L/d) = 0,54 L/d + 0,42$ met spreiding $\sigma_{CD,n}(L/d) = 0,30$ wat een kleine verbetering inhoudt.

Steengroepen die uit stilstand losgelaten worden vertonen vanaf een steenaantal vanaf ongeveer 100 (bij een poriëngetal η_0 van 0,5 bij loslaten) duidelijk waarneembaar groepsgedrag. De groepen versnellen naar een maximale snelheid waarna ze vertragen naar de evenwichtsvalsnelheden van de individuele stenen uit de groep. Wanneer de groepsvalsnelheid de valsnelheid van de individuele stenen uit de groep nadert gaat het groepsgedrag over in individueel gedrag. De groepsgrootte neemt toe met de diepte. Tijdens het valproces wordt water met de groep meegenomen (added mass). De toename van groepsgrootte wordt veroorzaakt door opname van water in de groep. Deze opname vindt voornamelijk aan de achterzijde van de groep plaats. Stenen in de groep vertonen circulatie: de stenen bewegen door het midden van de groep naar het front waarna ze langs de zijden van de groep afzakken naar de staart waar ze weer achteraan aansluiten. De maximaal bereikte valsnelheid welke de groep bereikt blijkt voornamelijk afhankelijk van de totale steenmassa in de groep. Bij constante totale steenmassa hebben de individuele diameters van de stenen geen, bij de modelproeven aantoonbare, invloed op de groepsvalsnelheid. Bij modelproeven met grotere groepsmassa's (6-12 kg) is een proces van radiale afstroming waargenomen. Het water dat als added mass met de stenen bij de bodem aankomt stroomt langs de bodem weg en neemt hierbij stenen mee naar buiten. In sommige gevallen ontstond een ring van stenen rondom een leeg midden.

Het valproces van een steengroep is op basis van de waarneming bij de modelproeven en de bestudeerde literatuur opgedeeld in vijf fasen:

1. *Versnelling van de steengroep.* Afhankelijk van de massa van de stenen en loslaatvorm en -poriëngehalte wordt water als added mass mee versnelt. Deze fase treedt alleen op wanneer het steenaantal in de groep voldoende groot en het aanvangsporiëngehalte voldoende klein is.
2. *Vertraging van de steengroep.* Na het bereiken van de maximale groepsnelheid in fase 1 begint de groep te vertragen. Deze vertraging gaat door totdat de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep bereikt is. In fase twee vertraagt het meegenomen water samen met de stenen.
3. *Steenfront van grotere stenen.* Wanneer de valsnelheid van een steengroep zover afgenomen is dat deze gelijk is aan de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep, beginnen de grootste stenen onderuit de groep te vallen. Dit proces versterkt zichzelf. Het added-mass water blijft achter en de kinetische energie van het added-mass water wordt gedissipeerd door het omgevingswater. De stenen vallen nu door het water heen en nemen het niet of nauwelijks mee. Achter een front van de grootste stenen vallen kleinere stenen in het zog mee.



4. *Valproces volgens het Enkele Steen Model.* Wanneer de stenen zover uit elkaar bewogen zijn dat ze elkaar niet meer beïnvloeden, vallen de stenen verder als individuele stenen. Het valgedrag wordt dan beschreven door het Enkele Steen Model van Vrijling, Manni en De Wilde [1995]. Volgens dit model bewegen stenen tijdens de valbeweging in willekeurige, steeds wisselende, horizontale richtingen, wat resulteert in normaal verdeelde horizontale uitwijkingen bij de bodem. De valsnelheid van de stenen kan berekend worden met de in dit rapport bepaalde normaal verdeelde weerstandscoëfficiënt (alleen wanneer het breuksteen betreft).
5. *Radiale afstroming.* Wanneer de bodem bereikt wordt voordat fase 3 bereikt is betekent dit dat de stenen een relatief grote hoeveelheid water in de vorm van added mass meenemen. Dit stroomt radiaal af langs de bodem en kan hierbij stenen meenemen.

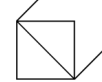
Het wel of niet optreden van de verschillende fasen is afhankelijk van verschillende variabelen zoals waterdiepte, de nominale diameter van de stenen, de totale groepsmassa en de aanvangsporositeit van de groep.

Het valproces van groepen stenen is gemodelleerd door steengroepen als een ellipsoïde te beschouwen welke met toenemende afgelegde diepte in volume toeneemt. De massa en het volume van de ellipsoïde zijn gedefinieerd als de som van de massa's en volumes van de stenen en het water (added mass) in de groep. De beweging van de ellipsoïde wordt beschreven door de tweede wet van Newton.

- De aandrijvende kracht in de vergelijking komt uit de werking van de versnelling van de zwaartekracht op de relatieve massa van de stenen in de groep.
- De tegenwerkende kracht wordt veroorzaakt door de stromingsweerstand van de groep als geheel. Deze stromingsweerstand is een functie van een ingevoerde weerstandscoëfficiënt $C_{D, \text{groep}}$, de met de diepte toenemende aangestroomde doorsnede van de ellipsoïde en de momentane valsnelheid.
- In de traagheidsterm staan de massa van de ellipsoïde (water+stenen) en de momentane versnelling, welke de onbekende is in de vergelijking.

Er is een numerieke oplossing van de vergelijking uitgewerkt waarmee de valbeweging van de steengroep in stappen Δt vanaf het begin van de valbeweging kan worden doorgerekend. Het numerieke model is geïmplementeerd in een computerprogramma dat het valproces, zoals dat volgens het model moet verlopen, weergeeft voor willekeurige invoer van de verschillende begin- en randvoorwaarden.

Het ontwikkelde numerieke model is gecalibreerd aan één modelproef waarna de uitkomsten zijn gecontroleerd door de invoerwaarden van andere modelproeven in te voeren en de resultaten uit het numerieke model te vergelijken met de uitkomsten van de modelproeven. De uitkomsten van het numerieke model en van de modelproeven blijken goed overeen te komen. Extrapolatie naar grotere steengroepen en diameters is riskant doordat niet geijkt is aan de hand van prototypedata. Er wordt dan ook aanbevolen om in een vervolgonderzoek prototypeproeven uit te voeren. Er zijn een aantal runs gemaakt met gefingeerde prototypesituaties welke in ieder geval realistisch lijkende uitkomsten geven en stabiel gedrag vertonen.



Lijst van symbolen

Symbol	Dimensie	Omschrijving
A_s	m^2	aangestroomde doorsnede van breuksteen
$A(h)_{\text{groep}}$	m^2	aangestroomde groepsdoorsnede in de valrichting als functie van de diepte
a, b	m	integratiegrenzen in formule van Simpson
a, b, c	m	straal van een ellipsoïde in x-, y- en z-richting
$B_{\text{gr,mp}}(h)$	m	groepsbreedte bij modelproef op diepte h
B_h	m	groepsbreedte op diepte h
B_0	m	aanvangsgroepsbreedte
C_D	-	weerstandcoëfficiënt
C_L	-	liftcoëfficiënt in het vlak loodrecht op de valrichting
$C_{D,n}$	-	nominale weerstandcoëfficiënt
$C_{D,\text{Kniess}}$	-	weerstandcoëfficiënt methode Kniess
$C_{D,\text{groep}}$	-	uit modelproeven te bepalen weerstandcoëfficiënt voor een steengroep
$c1, c2$	-	uit beginvoorwaarden bekende constantes in D.V.
d	m	minimale afstand tussen twee parallelle platen waar een steen nog juist doorheen past
D_n	m	equivalente kubusribbe = nominale steendiameter
D_s	m	equivalente boldiameter
D	m	diameter van het voorwerp in het vlak loodrecht op de aanstroomrichting
D	m	boldiameter
D	m	voorwerp diameter
$D_{n,\text{min}}$	m	minimale steendiameter
$D_{d,\text{max}}$	m	grootste hoofd diagonaal van een steen
dB/dh	-	spreidingscoëfficiënt uit de modelproeven
Eu	-	dimensieloos getal van Euler
F_u	N	kracht op een steen in horizontale richting
F_s	-	vormfactor
F_D	N	sleeppkracht
F_L	N	liftkracht loodrecht op de valrichting
F_g	N	kracht in de valrichting
$F_{g,\text{groep}}$	N	kracht in de valrichting van de groep
$F(h)_{D,\text{groep}}$	N	sleeppkracht tegen de valrichting in als functie van de diepte
f	m/s^2	component van de versnelling ten gevolge van de externe kracht in de x_i -richting
Fr	-	dimensieloos getal van Froude
g	m/s^2	versnelling van de zwaartekracht
H	m	waterdiepte
h	m	momentane diepte
$H_{\text{gr,mp}}(h)$	m	groepshoogte op diepte h
$\ddot{h}(h)$	m/s^2	versnelling van de groep in het numeriek model als functie van de diepte
$\dot{h}(h)$	m/s	valsnelheid van de steengroep in het numeriek model als functie van de diepte
\dot{h}_h	m/s	groepsvalsnelheid op diepte h in het numerieke model

Symbol	Dimensie	Omschrijving
\dot{h}_{h+dh}	m/s	groepsvalsnelheden op diepte h+dh
k_v	-	added mass coëfficiënt
L	-	grootste afstand tussen twee punten van een stuk breuksteen
L_h	m	groepshoogte op diepte h.
L_0	m	aanvangsgroepshoogte.
M	kg	massa van de steen
M_{50}	kg	massa van de D_{50} -steen.
M_s	kg	massa van de deeltjes in een groep
M_{groep}	kg	massa van de groep (water+stenen)
M_{stenen}	kg	totale massa van de stenen in een groep
$m(h)_{\text{groep}}$	kg	massa van de gehele groep inclusief het meegenomen water als functie van de diepte
m_h	kg	de totale massa van de groep op diepte h
m_{h+dh}	kg	de totale massa van de groep op diepte h+dh
N	-	aantal horizontale richtingswisselingen gedurende het hele valtraject
n	-	aantal in de modelproef gestorte stenen
n	-	het aantal gelijke deelintervallen (even aantal) in het numerieke model
h	m	$(b-a)/n$, lengte van het deelinterval in het numerieke model
p	Pa	waterdruk
r_i	m	de straal van de gestorte steen
r_{groep}	m	straal van bolvormig veronderstelde groep
Re	-	dimensieloos getal van Reynolds
S_x	m	maximale horizontale verplaatsing in het E.S.M.
St	-	dimensieloos getal van Strouhal
S_{hor}	m	horizontale afstand die de steen per periode aflegt in de richting loodrecht op de valrichting
S_{ver}	m	verticale afstand die een steen aflegt gedurende een wervelperiode
T	s	periode van wervelafschudding
U_{stroom}	m/s	stroomsnelheid van het water
U_{steen}	m/s	horizontale snelheid van de steen
U_x	m/s	horizontale snelheid van een wegspringende steen
U	m/s	snelheid
u	m/s	component van de snelheid in de x_i -richting
U_{groep}	J	kinetische energie van een groep (stenen+water)
U_{stenen}	J	kinetische energie van alleen stenen in een groep (geen water)
V_s	m^3	volume van de steen
V	m^3	volume van een voorwerp
v_e	m/s	evenwichtssnelheid
$V_{50,ES}$	kg/m^3	gemiddeld volume individuele stenen
$V_{\text{gr,mp}}(h)$	m^3	groepsvolume bij modelproef op diepte h
V_{stenen}	m^3	het volume van de gestorte stenen (zonder water of lucht)
V_{ellips}	m^3	volume van een ellips
$V_g(h)$	m^3	volume van een steengroep op diepte h
w	m/s	valsnelheid
$w_{E.S.}$	m/s	evenwichtsvaalsnelheid enkele steen



Symbol	Dimensie	Omschrijving
$W_{e,groep}$	m/s	groepsevenwichtssnelheid
x	m	valdiepte waarbij een deel α van de evenwichtssnelheid bereikt is
y''	-	constante
α	-	deel van de evenwichtssnelheid
α'	-	entrainment coëfficiënt
α	-	relatief aandeel steenvolume in totale volume
Δ	kg/m ³	relatieve dichtheid
Δ'	kg/m ³	relatieve groepsdichtheid
η_0	-	aanvangsporiëngehalte van een steengroep
$\eta(h)$	-	poriëngehalte van een steengroep op diepte h
$\mu_{CD,n}$	-	verwachtingswaarde normaal verdeelde nominale weerstandscoefficiënt
ρ_w	kg/m ³	massadichtheid van water
ρ_s	kg/m ³	massadichtheid van de steen
ρ_l	kg/m ³	massadichtheid vloeistof
ρ_s	kg/m ³	massadichtheid van het voorwerp
ρ_s	kg/m ³	massadichtheid van deeltjes
ρ_{groep}	kg/m ³	groepsdichtheid
σ_G	-	standaardafwijking van de som van N onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden
$\sigma_{MLS, R}$	m	maximum-likelihood schatter van de parameter σ van de Rayleigh-verdeling
$\sigma_{CD,n}$	-	spreiding van de normaal verdeelde nominale weerstandscoefficiënt
Φ	°	wegspringhoek
ν	m ² /s	kinematische viscositeit
V	m/s	stroomsnelheid
ν	m ² /s	dynamische viscositeit
ω	1/s	radiaalfrequentie



Hoofdstuk 1

Inleiding

1 Inleiding

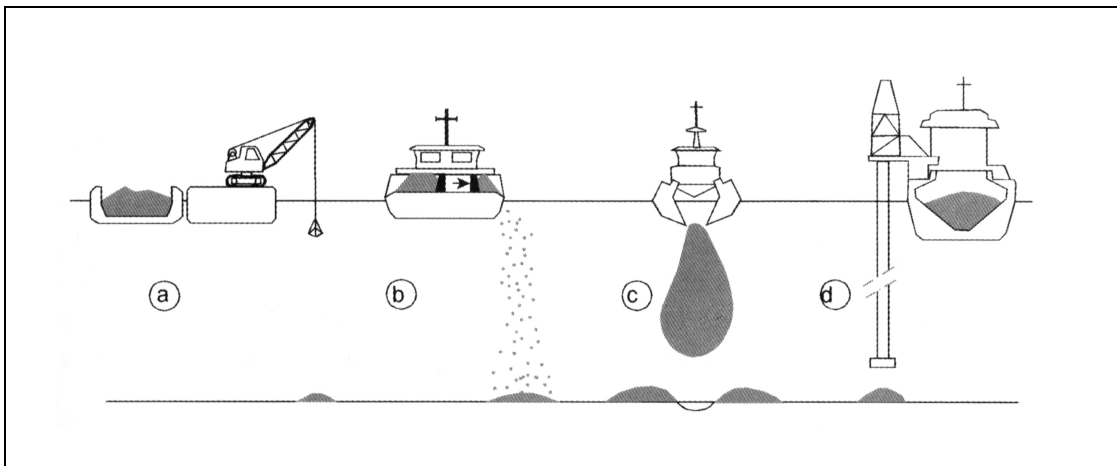
1.1 Algemeen

Eén van de activiteiten van Boskalis Offshore is het plaatsen van steen bij offshore werken zoals pijpleidingen en platforms. In veel gevallen gaat het om het storten van bermen ter ondersteuning van olie- en gaspijpleidingen op de zeebodem en steeds vaker ook om het afdekken van pijpleidingen met steen. De bermen onder pijpleidingen voorkomen dat de overspanningen van pijpleidingen te groot worden of dat de te leggen pijpleiding weg kan zakken in de bodem. Het afdekken van pijpleidingen dient om ze te beschermen tegen ankers van schepen en andere ongewenste belastingen.

De stortnauwkeurigheid is bij het leggen van prelays of afdekken van pijpleidingen van groot belang omdat steen kostbaar is. Alleen als stenen precies op het pijpleidingstracé terecht komen leveren zij een nuttige bijdrage. Stenen die op de verkeerde plaats vallen gaan verloren.

Er zijn twee hoofdmethoden om steen op de zeebodem te storten: 1) Het vanaf het wateroppervlak storten van steen waarna het in vrije val naar de bodem beweegt. 2) Het op de bodem plaatsen van stenen door ze vanaf het wateroppervlak naar de bodem te geleiden.

Voorbeelden van de eerste methode zijn het storten van steen met een draadkraan of dragline (figuur 1a), het storten met een zijstortschip (b) of met een splijtbak (c). Een zijstortschip is een schip dat stenen welke op het dek gestort zijn met hydraulische schuivers over de zijkant kan duwen. Zijstortschepen kunnen zichzelf voortstuw en kunnen op eigen kracht posities boven het werk aannemen. Een splijtbak is een al dan niet zelfvarend schip waarvan de bodem open kan klappen waarna de gehele lading in korte tijd gelost wordt. De nauwkeurigheid van het werken met een zijstortschip of splijtbak neemt af met toenemende diepte.



Figuur 1.1 Stortmethoden [Schiereck, 2000]

Voorbeeld van de tweede methode (de stenen worden naar de bodem geleid) zijn het plaatsen van steen met een draadkraan (a) of met een valpijpschip (d).

Een valpijpschip is een schip of ponton waarop een pijp gemonteerd is die stenen tot bij de bodem brengt. In sommige gevallen is het laatste stuk van de pijp flexibel en bestuurbaar. Met behulp van onderwatercamera's, echosounders en GPS (Global



Positioning System) kan de pijpmonding dan exact op de juiste plaats gebracht worden.

Om de nauwkeurigheid van het stortproces met behulp van zijstorters en splijtbakken te verbeteren wil Boskalis Offshore de kennis over het valgedrag van steengroepen vergroten.

Dit afstudeerwerk bevat een studie naar de valsnelheid van groepen stenen in water. Met het resultaat van deze studie moet een verbeterde inschatting gemaakt kunnen worden van het verloop van de valsnelheid over de diepte van stenen die van een zijstorter geschoven worden of gestort worden met een splijtbak.

1.2 Probleemanalyse

Boskalis wil de nauwkeurigheid van het storten van steen in diep water vergroten. Over het valproces van individuele vallende stenen in water is veel bekend. Bij het storten met een splijtbak is er echter onderlinge beïnvloeding van de stenen en ook bij het storten met een zijstorter wordt onderlinge beïnvloeding verondersteld. Over de onderlinge beïnvloeding van stenen tijdens het valproces en het effect daarvan op de valsnelheid van die stenen is minder bekend.

Bij de onderlinge beïnvloeding van vallende stenen in een groep kunnen verschillende variabelen een rol spelen. Een aantal variabelen zijn: het aantal stenen per m^3 water, steengrootte van de stenen, gradering van de stenen in de groep, de vorm van de stenen, de ruwheid van de stenen en de dichtheid van de stenen. In het onderzoek moet worden achterhaald welke variabelen een significante invloed hebben en hoe groot deze invloed is op de evenwichtsvalsnelheid en horizontale spreiding van de steengroep.

Verwacht wordt dat de valsnelheid van een groep stenen een variatie laat zien rondom een gemiddelde. Met andere woorden, wanneer dezelfde stenen onder dezelfde omstandigheden gestort worden zullen er toch verschillen in gemiddelde verticale evenwichtssnelheid te zien zijn. Er moet getoetst worden of deze veronderstelling juist is en zo ja hoe groot deze spreiding is.

Wanneer onderzoek gedaan wordt naar steengroepen is het van belang goed vast te leggen hoe een steengroep eruitziet. Er is een formulering nodig waarmee de kenmerkende eigenschappen van een steengroep beschreven kunnen worden. Met een juiste wijze van omschrijven kunnen reproduceerbare metingen gedaan worden.

In deze eerste fase wordt modelonderzoek gedaan naar het gedrag van vallende steengroepen. Voor een verificatie van de modelproeven en een ijking van de extrapolatie naar een praktijksituatie is vervolgonderzoek nodig in de vorm van het bestuderen van praktijkdata en het doen van 1-op-1 proeven. Bij deze studie zal de nadruk dan ook niet zozeer liggen op het realiseren van een exact model maar meer op het doorgronden van de achterliggende processen bij de onderlinge beïnvloeding van vallende stenen in water. Er wordt naar aanleiding van de bevindingen uit de modelproeven een opzet voor een praktisch model gemaakt waarmee de valsnelheden van steengroepen nauwkeuriger voorspeld kunnen worden.

1.3 Doelstelling

Het doel van dit onderzoek is het vergroten van het inzicht in het valproces van steengroepen, waarbij de nadruk ligt op onderzoek naar mechanismen en variabelen die de valsnelheid van steengroepen beïnvloeden.

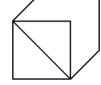
Dit onderzoek heeft een aantal onderzoeksdoelstellingen:

1. Het bepalen welke variabelen de meeste invloed hebben op de valsnelheid van een groep stenen.
2. Onderzoeken in welke mate de gemiddelde verticale steensnelheid van een groep stenen afwijkt van de verticale valsnelheid die optreedt bij individueel vallende stenen.
3. Bepalen of er sprake is van een omslagpunt tussen wel of geen onderlinge beïnvloeding van vallende stenen
4. Het ontwikkelen van een eerste opzet voor een praktisch bruikbaar model waarmee de valsnelheden van steengroepen nauwkeuriger voorspeld kunnen worden.

Voor het bereiken van de doelstellingen worden modelproeven gedaan in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de Technische Universiteit Delft.

1.4 Opbouw van het onderzoek

Het onderzoek wordt begonnen met een literatuurstudie naar de bestaande kennis op het gebied van vallende stenen in water. Hoofdstuk 2 is een algemene inleiding over het storten van steen in water. In hoofdstuk 3 wordt de classificatie van breuksteen en breuksteengraderingen behandeld. In hoofdstuk 4 wordt de bekende theorie over het valproces van individueel vallende voorwerpen, waaronder breuksteen, uiteengezet. Hoofdstuk 5 beschrijft de bestaande theorieën over het valproces van groepen voorwerpen. Hoofdstuk 6 behandelt de methode waarmee een model opgezet kan worden. Aan de hand van de in de literatuurstudie opgedane kennis wordt in hoofdstuk 7 een plan opgesteld voor het doen van modelproeven. Het hoofdstuk beschrijft de proefopstelling en de modelproeven en er is een analyse van de nauwkeurigheid van de modelproefopstelling en de metingen opgenomen. In hoofdstuk 8 worden de resultaten van de modelproeven met individueel vallende stenen geanalyseerd. Hoofdstuk 9 beschrijft het waargenomen gedrag van steengroepen en geeft een indeling van het valproces in fasen. In hoofdstuk 10 wordt een fysisch model afgeleid dat geïmplementeerd wordt in een numeriek model. Tot slot staan in hoofdstuk 11 conclusies en aanbevelingen.



Hoofdstuk 2

Het stortproces

2 Het stortproces

2.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de verschillende fasen in het stortproces van breuksteen met een schuifstorter of een splijtbak besproken. De schuifstorter en de splijtbak zijn tezamen met het valpijpschip de meest gebruikte methoden voor het storten van steen vanaf het wateroppervlak. Aangezien het valpijpschip niet van toepassing is op dit onderzoek wordt dit niet verder behandeld. De nadruk ligt op de invloed van de verschillende aspecten van het stortproces en op de stornauwkeurigheid. Bij het tot stand komen van dit hoofdstuk is onder andere gebruik gemaakt van het rapport van Van Oord [1996].

Het stortproces wordt onderverdeeld in vijf fasen:

- Plaatsbepaling en positionering van de schepen
- Stortmethode en losgedrag
- Spreiding van steen in water
- Verplaatsing als gevolg van stroming
- Bodemgedrag

De vijf door van Oord onderkende fasen worden in de paragrafen 2.2 t/m 2.6 samengevat.

2.2 Plaatsbepaling en positionering

De nauwkeurigheid waarmee het stortschip boven het stort gepositioneerd kan worden is één van de belangrijkste aspecten in de totale stornauwkeurigheid. Het positioneren van een schuifstorter kan op een aantal manieren. Twee van deze manieren zijn:

Dynamic Positioning

Met deze methode behoudt het schip op eigen vermogen de positie. De mate waarin de positie gehouden kan worden hangt af van golfhoogtes, stroomsnelheid en de stroomrichting in samenhang met het beschikbare vermogen en de manoeuvreerbaarheid van het schip. Het verband wordt weergegeven in een 'vessel capability' plot waarin de bandbreedte van de positionering bij verschillende omstandigheden wordt weergegeven.

Storten met behulp van een ponton

Bij deze methode wordt de schuifstorter met twee lieren aan een verankerd ponton bevestigd. Op eigen vermogen worden de draden strakgehouden. Het positioneren gebeurt door de lieren te vieren. De methode is over het algemeen erg nauwkeurig zolang de lieren gesynchroniseerd zijn. Nadeel is dat de methode erg tijdrovend is.

Een splijtbak wordt over het algemeen met dynamic positioning op de juiste positie gehouden. Dit kan op eigen kracht gebeuren of met behulp van sleepboten.

2.2.1 Plaatsbepaling

Een plaatsbepalingssysteem wordt gebruikt om de exacte positie, uitgedrukt in een x- en een y-coördinaat, vast te stellen. In het algemeen zijn er twee typen plaatsbepalingssystemen:



Optische plaatsbepaling

De positie wordt bepaald met behulp van op de wal geplaatste laserapparatuur welke een smalle lichtbundel uitzendt. De positie van deze bundel in samenhang met een range-finder, welke de afstand tot de wal vaststelt, geven samen de positie van het schip ten opzichte van de locatie van de laserapparatuur. Nadelen van deze methode zijn de afhankelijkheid van goed zicht en de noodzaak om op een maximale afstand van 5 tot 10 km uit de wal te werken.

Plaatsbepaling met behulp van een DGPS systeem

Een DGPS-systeem koppelt plaatsinformatie van het Amerikaanse satellietstelsel Global Positioning System (GPS) aan een signaal dat vanuit een vast punt op de wal uitgezonden wordt. De koppeling van twee signalen geeft een veel nauwkeurigere positie in x-, y- en z-richting dan wanneer alleen met GPS gewerkt wordt. Er worden aan boord drie soorten DGPS toegepast: Short Range Differential GPS, Long Range Differential GPS en Real Time Kinematic OTF (RTK). Een nadeel van GPS-systemen is de afhankelijkheid van het Amerikaanse leger, dat zeggenschap heeft over het systeem. In tijden van politieke beroering kan deze organisatie het systeem uitschakelen of de nauwkeurigheid terugbrengen.

2.3 Stortmethode en losgedrag

2.3.1 Schuifstorter

Bij een schuifstorter wordt gestort door met behulp van hydraulische schuiven de stortsteen langzaam vanuit het midden van het dek het dek af te duwen. Het stortmateriaal vertoont bij het storten bresgedrag. Bresgedrag wordt gedefinieerd als de onregelmatigheid in de hoeveelheid materiaal die, per tijdseenheid en per gedeelte van het laaddek van de schuifstorter, over boord wordt gezet als gevolg van de zijdelingse verplaatsing van de hydraulische schuiven op de schuifstorter. Het bresgedrag is afhankelijk van:

- eigenschappen van het stortmateriaal
- schuifsneldheid van de hydraulische schuiven
- wijze van beladen van de schuifstorter
- scheepsbewegingen onder invloed van golven of doordat een gedeelte van de steenlading plotseling van het dek afschuift.

Bij aanvang van het stortproces bewegen de hydraulische schuiven met de ingestelde schuifsneldheid naar de zijanten van de schuifstorter en wordt de stortlading eerst in elkaar geschoven alvorens het eerste materiaal overboord valt. Aan de buitenzijde vormt zich een talud waarvan de hellingshoek toeneemt totdat de stenen over boord beginnen te vallen. Het valproces gaat door totdat de hellingshoek zover is afgenomen dat het talud weer stabiel wordt. Vervolgens wordt het talud weer steiler waarna er een nieuwe groep stenen afschuift.

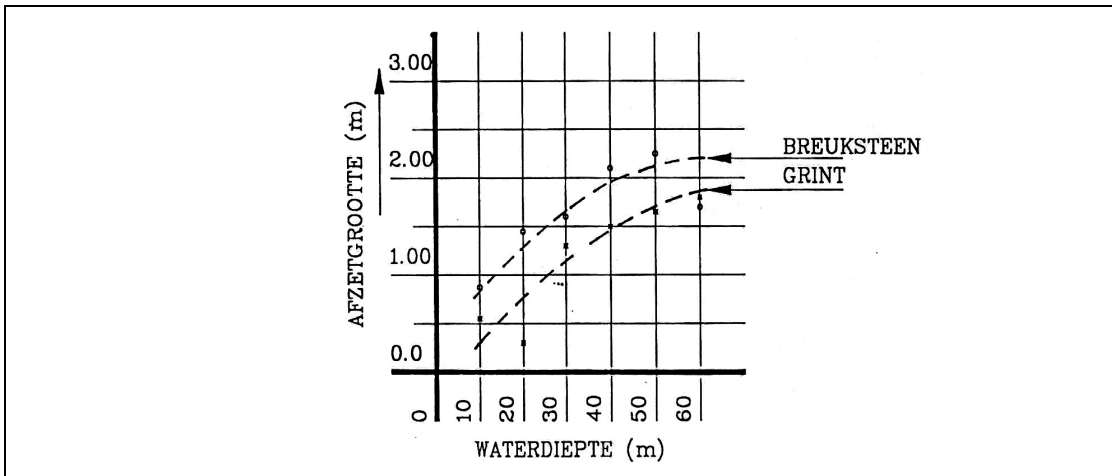
Het onregelmatige karakter van het afschuifproces geeft een zekere onnauwkeurigheid in het stortresultaat. Deze onnauwkeurigheid kan geminimaliseerd worden door de schuifsneldheid te optimaliseren, een aantal lagen na elkaar aan te brengen (stortgangen) en het resultaat eventueel met reibalken te egaliseren.

Het bresgedrag wordt regelmatig naarmate de schuifsneldheid hoger is [Rijkswaterstaat, 1991]. De standaardafwijking van het aantal ton/meter dat per

minuut gestort wordt, bedraagt 0,5 ton/m bij een schuifsnelheid van 0,55 m/min ten opzichte van 0,42 ton/m bij een schuifsnelheid van 1,1 m/min.

Initiële verplaatsing

Wanneer de steen van het dek afschuift, heeft deze een horizontale en verticale beginsnelheid die afhankelijk is van de hoek van het valfront en de hoogte van het valfront. De afzet zorgt voor een extra horizontale component van de valsnelheid. De uiteindelijke afstand tussen de kruin van de gestorte steen op de bodem en het dek van de schuifstortor wordt de "afzetgrootte" genoemd. Een grotere waterdiepte zorgt voor een langer durend valtraject en daarmee een grotere afzetgrootte (zie Figuur 2.1).



Figuur 2.1 Afzetgrootte als functie van de waterdiepte [Rijkswaterstaat, 1991]

2.3.2 Spleijbak

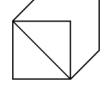
Het beun van een spleijbak kan openklappen doordat de twee romphelften om twee scharnieren op de hoogte aan de voor- en achterkant van het beun kunnen scharnieren. Het stortproces is niet in snelheid regelbaar, het klappen gebeurt met een druk op de knop. Het gevolg is dat een grote hoeveelheid materiaal in korte tijd vrij komt.

Bij het lossen begint het materiaal eerst langzaam onder uit het beun te vallen door de steeds groter wordende opening. Met de groter wordende opening en de toenemende afschuifhoek neemt de lossnelheid toe. Ook bij een spleijbak is er sprake van een afschuifproces van het in het beun aanwezige materiaal. De lossnelheid (kg/s/m^2) is afhankelijk van de eigenschappen van het stortmateriaal, de totale hoeveelheid stortmateriaal en de afmetingen en vormgeving van de spleijbak.

Het zeer snelle verloop van het losproces (tot wel 1200 ton binnen een minuut) veroorzaakt een wolk van stortmateriaal die snelheden tot meer dan drie keer de evenwichtsvalsnelheid van de D_{50} -steen van het stortmateriaal kan bereiken [d'Angremond, Bezuijen, 1996]. De interactie tussen stenen die in elkaars nabijheid gestort worden is onderwerp van deze studie.

2.4 Spreiding van steen in water

Breksteen in vrije val vertoont spreidingsgedrag: stenen ondervinden naast de verticale verplaatsing ook willekeurige horizontale verplaatsingen. In het geval dat de gestorte breksteen als individuele stenen valt wordt deze horizontale spreiding



beschreven door het Enkele Steen Model van Vrijling, Manni en De Wilde [1995]. Een uitvoerige beschrijving van dit op diffusie gebaseerde model wordt gegeven in hoofdstuk 4. Wanneer meerdere stenen in elkaars nabijheid vallen zullen deze elkaar beïnvloeden. De invloed hiervan op het spreidingsgedrag is één van de onderzoeksrichtingen in dit verslag.

2.5 Verplaatsing van steen als gevolg van stroming

In veel gevallen wordt steen gestort in stromend water (getij- of rivierstroming). In een evenwichtssituatie zal de gestorte steen een horizontale component van de valsnelheid krijgen welke gelijk is aan de stroomsnelheid van het omringende water [Waterloopkundig Laboratorium, 1983]. Door de horizontale kracht van het water op de steen in te vullen in de tweede wet van Newton ontstaat een differentiaalvergelijking waarmee de horizontale versnelling van de steen berekend kan worden:

De kracht die in horizontale richting op de steen werkt is:

$$F_u = \frac{1}{2} \rho_w \cdot A_s \cdot C_D \cdot (U_{stroom} - U_{steen})^2 \quad (2.1)$$

met:	F_u	kracht op de steen in horizontale richting	[N]
	ρ_w	massadichtheid van water	[kg/m ³]
	A_s	dwarsdoorsnede steen loodrecht op de valrichting	[m ²]
	C_D	weerstandcoëfficiënt in horizontale richting	[-]
	U_{stroom}	stroomsnelheid van het water	[m/s]
	U_{steen}	horizontale snelheid van de steen	[m/s]

Uit de tweede Wet van Newton volgt:

$$F = ma = m \cdot \frac{dU_{steen}}{dt} = V_s \cdot (\rho_s - \rho_w) \cdot \frac{dU_{steen}}{dt} \quad (2.2)$$

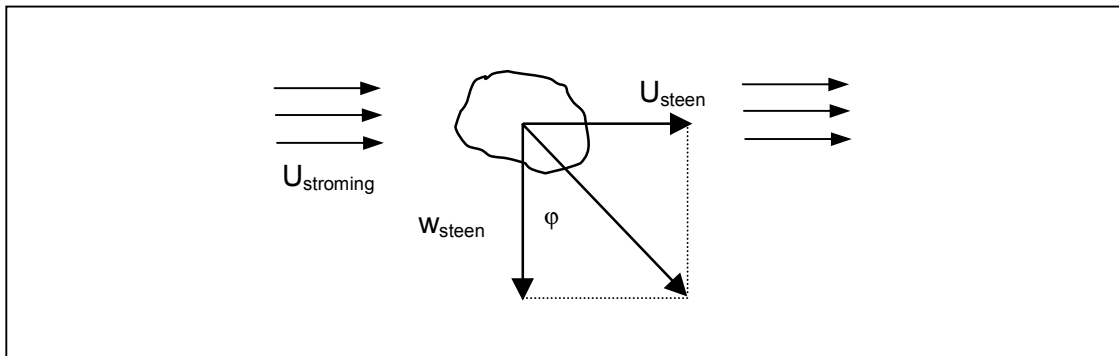
met:	V_s	volume van de steen	[m ³]
	ρ_s	massadichtheid van de steen	[kg/m ³]

Gelijkstellen van [2.1] en [2.2] geeft:

$$\frac{dU_{steen}}{dt} = \frac{A_s}{2 \cdot V_s} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s - \rho_w} \cdot C_D \cdot (U_{steen} - U_{stroom})^2 \quad (2.3)$$

Wanneer de differentiaalvergelijking opgelost wordt en de parameters ingevuld worden dan blijkt dat de horizontale snelheid van de steen na relatief korte tijd ten opzichte van een totale valtijd nagenoeg gelijk wordt aan de stroomsnelheid van het omringende water. Op basis hiervan wordt de horizontale snelheid van individueel vallende stenen gelijk genomen aan de horizontale stroomsnelheid. In Figuur 2.2 is een schematisatie weergegeven van de valbeweging van een steen in stromend water. De beweging van een vallende steen wordt hiermee gegeven door:

$$\tan \varphi = \frac{U_{steen}}{w} = \frac{U_{stroom}}{w} \quad (2.4)$$



Figuur 2.2 Schematisatie van de valbeweging van een steen in stromend water [van Oord, 1995]

Met deze vergelijking en een bekende waterdiepte en verticale valsnelheid kan de te verwachte meevoering door het stromende water worden berekend.

2.6 Bodemgedrag van de stenen

Bij de bodem aangekomen zal een steen in de meeste gevallen niet onmiddellijk stil blijven liggen. Er zijn een aantal mechanismen die horizontale bewegingen van steen bij de bodem veroorzaken:

- wegspringen
- rollen
- afschuiven van het talud
- spreiding door radiaal afstromen van meegenomen water

2.6.1 Wegspringen van stenen

Afhankelijk van de stijfheid van de bodem verloopt de botsing van de steen met de bodem in meerdere of mindere mate elastisch. Van Oord [1995] heeft afgeleid dat de maximale theoretische wegspringafstand met verwaarlozing van wrijving bij een volledig elastische botsing te beschrijven is met:

$$S_x = U_x \cdot t = \frac{2 \cdot (U_{wegspring})^2 \cdot \cos(\Phi) \sin(\Phi)}{g} \quad (2.5)$$

met:	S_x	maximale horizontale verplaatsing	[m]
	$U_{wesp.}$	snelheid van de wegspringende steen	[m/s]
	U_x	horizontale snelheid van de wegspringende steen	[m/s]
	Φ	wegspringhoek	[°]

Bij een wegspringhoek van 45° is de afstand maximaal. De vergelijking kan vereenvoudigd worden tot $S_x = 2,2 D_{bol}$. De maximale wegspringafstand bedraagt dus ongeveer 2,2 maal de eigen diameter. Deze afstand is verwaarloosbaar op de totale plaatsingsnauwkeurigheid.

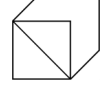
2.6.2 Rollen van stenen

Wanneer een steen op een hellende bodem valt kan hij gaan rollen. Dit doet zich voor wanneer de component van de zwaartekracht groter is dan weerstand van de steen tegen rollen. Omdat de vorm van breuksteen en de bodem zeer onregelmatig zijn, is er geen eenduidige methode om de rolweerstand van breuksteen te beschrijven.



2.6.3 Afschuiven van het talud

Bij het storten van steen wordt er op de bodem een stortprofiel opgebouwd dat een maximale hellingshoek heeft. Deze maximale helling is afhankelijk van de hoek van inwendige wrijving van het stortmateriaal (Φ_m), maar ook van de valenergie van de stenen en de ruwheid en vorm van de stenen. Wanneer deze hellingshoek overschreden wordt vindt afschuiving van het talud plaats.



Hoofdstuk 3

Eigenschappen van breuksteen

3 Eigenschappen van breuksteen

Bij het tot stand komen van dit hoofdstuk is gebruik gemaakt van CUR 154 [1991].

3.1 Afmetingen en gewicht van breuksteen

Er zijn twee gangbare methoden om de relatie tussen het gewicht en het volume van een steen te beschrijven. De eerste methode is door een individuele steen te beschrijven met behulp van een diameter van een kubus of bol met hetzelfde volume als de steen.

De nominale (equivalente) kubusdiameter wordt beschreven met:

$$D_n = 1,0 \cdot \left(\frac{M}{g \cdot \rho} \right)^{1/3} \quad (3.1)$$

met:	D_n	equivalente kubusdiameter	[m]
	M	massa van de steen	[kg]
	ρ	dichtheid van de steen	[kg/m ³]

De equivalente boldiameter wordt beschreven met:

$$D_s = 1,24 \cdot \left(\frac{M}{g \cdot \rho} \right)^{1/3} \quad (3.2)$$

met:	D_s	equivalente boldiameter	[m]
------	-------	-------------------------	-----

De equivalente boldiameter kan worden omschreven in de equivalente kubusdiameter met:

$$D_n = 0,806 \cdot D_s \quad (3.3)$$

In het vervolg wordt, tenzij anders vermeld, met de equivalente kubusdiameter gewerkt en niet met de equivalente boldiameter.

De equivalente diameter van de steen waarbij 50% van de massa van de gradering kleiner is, wordt gevonden met:

$$D_{n50} = \left(\frac{M_{50}}{g \cdot \rho_a} \right)^{1/3} \quad (3.4)$$

met:	M_{50}	massa van de D ₅₀ -steen.	[kg]
------	----------	--------------------------------------	------

De tweede methode om de steengrootte te beschrijven is met behulp van een zeefanalyse. Bij een zeefanalyse worden de massapercentages bepaald die door opeenvolgende zeefmaten kunnen. De zeefmaat waarbij 50 massaprocent van de steengradering door de zeef kan wordt D₅₀ genoemd.



Experimenteel is in diverse onderzoeken vastgelegd dat de nominale (equivalente kubus) diameter en de zeefdiameter in elkaar omgerekend kunnen worden door een factor 0,84 te gebruiken:

$$\frac{D_{n50}}{D_{50}} = 0,84 \quad (3.5)$$

Een andere mogelijkheid om de vorm van steen te beschrijven is met een vormfactor, F_s .

$$F_s = \left(\frac{M_{50}}{g \cdot \rho \cdot D_{50}^3} \right) \quad (3.6)$$

met: F_s vormfactor [-]

F_s neemt waarden tussen 0,34 en 0,72 aan met een gemiddelde van 0,6.

3.2 Gradering

De gradering is de aanduiding voor de manier waarop verschillende steengroottes in een groep stenen verdeeld zijn.

Een groep stenen heeft altijd een bepaalde mate van gradering. Steen uit de opbrengst van een steengroeve heeft een heel brede gradering waaruit een selectie gemaakt kan worden om graderingen te leveren die binnen een bepaalde bandbreedte liggen.

Een gradering wordt weergegeven door steengroottes te koppelen aan een percentage van onderscheiding. Hierbij geeft het percentage aan hoeveel procent van de totale massa van de verdeling een kleinere grootte heeft dan de aangegeven grootte. De eerder beschreven D_{50} geeft het zwaartepunt van de verdeling: 50 massaprocent is kleiner dan deze diameter. Op dezelfde manier geven de D_{15} en de D_{85} de diameters waarbij respectievelijk 15 en 85 massaprocent van de verdeling een kleinere diameter heeft.

Wanneer de gradering uitgezet wordt in een verdelingsfunctie geeft de helling van de grafiek een indicatie voor de breedte van de verdeling. Een manier om de wijde van de verdeling te kwantificeren is door M_{85} te delen door M_{15} . Meer gangbaar is D_{85} en D_{15} te gebruiken. De indicatie voor de breedte van de verdeling wordt dan:

$$b = \frac{\sqrt[3]{M_{85}}}{\sqrt[3]{M_{15}}} = \frac{D_{85}}{D_{15}} \quad (3.7)$$

In Tabel 3-1 zijn kenmerkende waarden voor b gegeven.

Tabel 3-1 Indicatie van de breedte van graderingen [Schiereck, 1998]

	D_{85} / D_{15}	M_{85} / M_{15}
Smalle of 'één maat' gradatie	kleiner dan 1,5	1,7 – 2,7
Brede gradatie	1,5 – 2,5	2,7 – 16,0
Heel brede of 'quarry run' gradatie	2,5 – 5,0+	16,0 – 125+

Breuksteengraderingen worden veelal ingedeeld in gestandaardiseerde gewichtsklassen. Voorbeelden zijn de klassen van 10-60 kg en 60-300 kg.

3.3 Corey shape-factor

Bij onderzoek naar het valgedrag van verschillende voorwerpen wordt gebruik gemaakt van de Corey shape-factor [Alger en Simons 1968]. De Corey shape-factor (SF) is een verhoudingsgetal waarmee de vorm van het gebruikte stortmateriaal kan worden beschreven:

$$SF = \frac{c}{\sqrt{a \cdot b}} \quad (3.8)$$

met: a, b, c respectievelijk de grootste, de middelste en de kleinste afmeting van een steen langs drie onderling loodrechte assen.

Hierbij komt een SF van 1,0 overeen met de SF van een bol of een kubus. Typische waarden van de SF voor grind zijn:

gebroken grind:	SF = 0,5
kif:	SF = 0,7 – 1
willekeurig grind:	SF = 0,7

Van Gelderen [1999] heeft onderzoek gedaan naar de Corey shape factor als mogelijke verklaring voor verschil in uitkomsten van verschillende onderzoeken naar het valgedrag van grind.



Hoofdstuk 4

Valproces van een enkele steen in water

4 Valproces van een enkele steen in water

4.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt het valproces van een enkele steen in water beschreven. Het hoofdstuk is het resultaat van literatuurstudie van bestaande kennis en dient als basis voor de studie van het valproces van meerdere stenen tegelijk.

Onderzoek naar het valproces van een enkel vallend voorwerp in water is gedaan door Vrijling, Manni, en De Wilde [1995]. Uitgebreid literatuuronderzoek naar de valbeweging van verschillende basisvormen is verricht door Weustink [1998]. Deze rapporten zijn gebruikt bij de totstandkoming van dit hoofdstuk.

De analyse van het valproces van een enkele steen in water wordt in paragraaf 4.3 begonnen met een beschouwing van de krachten die op een vallende steen werken.

In paragraaf 4.2 wordt de invloed van het Reynoldsgetal uiteengezet en wordt besproken welke waarden de weerstandscoefficiënt C_D aanneemt bij verschillende Reynoldsgetalen.

Het valproces van een enkele steen kan worden opgedeeld in twee fasen. In de eerste fase is er versnelling of vertraging van de steen. In de tweede fase is de evenwichtssnelheid bereikt. In paragraaf 4.4 wordt nagegaan op welke diepte de evenwichtssnelheid bereikt wordt. In paragraaf 4.5 wordt de evenwichtssnelheid van een bol afgeleid. Aansluitend wordt aan de hand van praktijkproeven van Kniess [1981] nagegaan wat de evenwichtssnelheid van breuksteen in water is.

Achter vallende stenen ontstaat een zog. De eigenschappen van het zog en het bijbehorende mechanisme van periodieke loslating van wervels wordt beschreven in paragraaf 4.6.

De paragrafen 4.7 tot en met 4.7.3 behandelen achtereenvolgens het enkele steen model, het Magnus-effect en het principe van asymmetrische loslating. Deze mechanismen hebben invloed op de valbaan van vallende voorwerpen. Deze onderwerpen zijn in de literatuurstudie opgenomen omdat verwacht wordt dat de horizontale bewegingen van vallende stenen van invloed zijn op de verticale valsnelheid van een steengroep. Paragraaf 4.7.4 beschrijft de spreiding van breuksteen en de waarnemingen die Van Gelderen [1999] van het valproces gedaan heeft.

4.2 Het Reynoldsgetal

Het stroombeeld dat ontstaat rondom een omstroomd voorwerp is afhankelijk van de optredende Reynoldsgetalen. Het Reynoldsgetal is een dimensieloze verhouding tussen de dynamische viscositeit en de dichtheid van de omgeving, de diameter van het voorwerp en het snelheidsverschil tussen het voorwerp en het medium waar het voorwerp zich in bevindt. In Fig. 4-1 is de sleepkrachtcoëfficiënt voor verschillende voorwerpen als functie van het Reynoldsgetal uitgezet, zie ook paragraaf 4.5.1.

Het getal van Reynolds wordt geschreven als:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\eta} \quad (4.1)$$

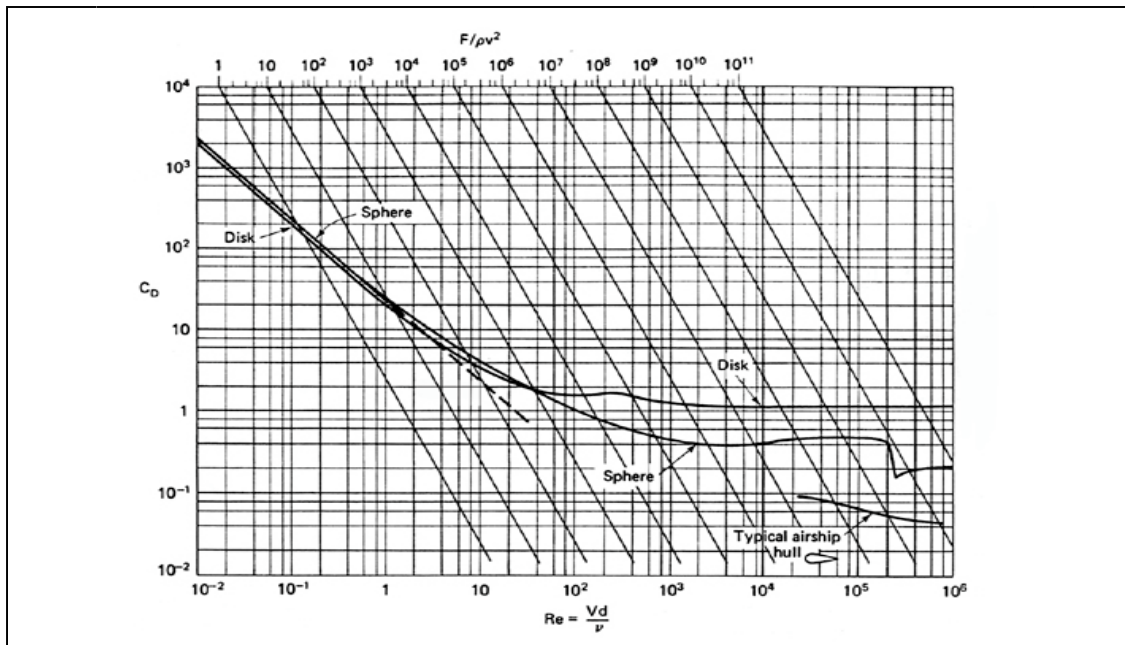


met: U snelheid [m/s]
 ρ massadichtheid vloeistof [kg/m³]
 η dynamische viscositeit [kg/ms]
 D diameter van het voorwerp in het vlak loodrecht op de aanstroomrichting [m]

Als de kinematische viscositeit gebruikt wordt, vereenvoudigt dit tot:

$$Re = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad (4.2)$$

met: ν kinematische viscositeit [m²/s]



Figuur 4.1 Sleepkrachtcoëfficiënt als functie van het Reynoldsgetal

4.3 Krachten op een enkele vallende steen in water

Op een enkele vallende steen in water worden drie soorten krachten uitgeoefend; krachten die met de valrichting mee werken (1), krachten die tegen de valrichting in werken (2) en krachten die loodrecht op de valrichting werken (3).

De valbeweging wordt aangedreven door de zwaartekracht. De totale kracht uitgeoefend door de zwaartekracht wordt verminderd met een opwaarts gerichte component door de verplaatsing van het equivalente watervolume. Deze tegenwerkende kracht volgt uit de Wet van Archimedes. De resulterende kracht is:

$$F_{\downarrow} = (\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot V \quad (4.3)$$

met: ρ_s massadichtheid van het voorwerp [kg/m³]
 ρ_w massadichtheid van water [kg/m³]
 V volume van het voorwerp [m³]
 g versnelling van de zwaartekracht [m/s²]

4.3.1 Sleepkracht

In het geval dat het voorwerp een snelheid heeft ten opzichte van het water zal er een tegenwerkende kracht zijn. Deze kracht wordt de sleepkracht genoemd. De sleepkracht wordt beïnvloed door twee factoren: de schuifspanning uitgeoefend op het oppervlak van het voorwerp en het drukverschil rondom het voorwerp.

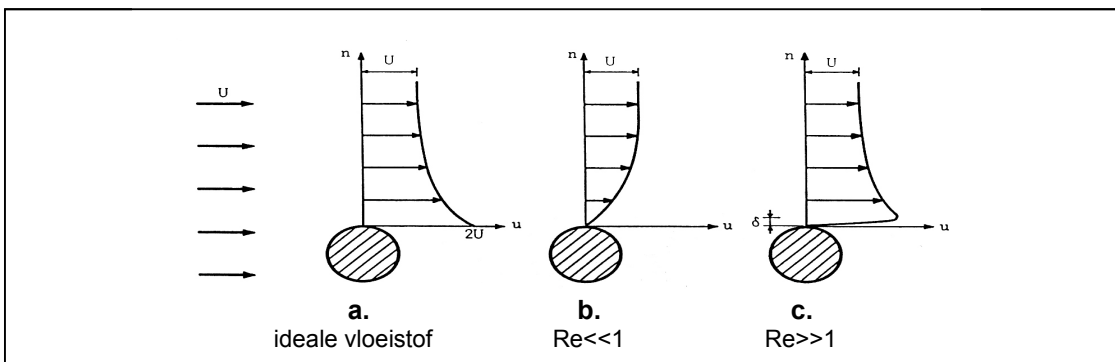
Ideale vloeistof stroming

Een ideale vloeistof is een vloeistof waarbij de viscositeit geen rol speelt en als parameter vervalt. Doordat er geen viscositeit is, zijn de schuifspanningen tussen waterdeeltjes nul. Verschillende lagen in zo'n vloeistof kunnen verschillende snelheden hebben zonder elkaar te beïnvloeden. Wanneer er een stroming van een ideale vloeistof rondom een voorwerp plaats vindt heeft de stroming de vorm van een potentiaalstroom. Een typisch kenmerk van zo'n stroming is dat het stroombeeld omkeerbaar is. Bij een ideale stroming is er een uniforme energie. De hoeveelheid stromingsenergie voor en na het voorwerp is gelijk. Er wordt derhalve geen resulterende kracht uitgeoefend op het omstroomde voorwerp. Deze theorie staat bekend als de paradox van d'Alembert. In Figuur 4.2a is het snelheidsprofiel van een ideale vloeistof naast een cirkelcilinder getekend [Battjes, 1996].

Niet-ideale vloeistof

In een niet-ideale vloeistof wordt bij de beweging van een voorwerp door die vloeistof stromingsenergie in warmte omgezet in gebieden met snelheidsgradiënten. De totale energie, $p + \frac{1}{2} \rho u^2$, van de vloeistofstroom neemt af. Hierdoor is het stroombeeld, in tegenstelling tot het geval met een ideale vloeistof, niet omkeerbaar. Er is een resulterende kracht op het voorwerp in de richting van de vloeistofstroom. Deze kracht is de sleepkracht.

Het karakter van een niet ideale vloeistof om een voorwerp is te verdelen in twee hoofdregimes: Voor $Re \ll 1$ (Figuur 4.2b) treedt er een sterk viskeuze stroming op waarbij de component van de wrijving langs de wand van het voorwerp de overheersende component in de sleepkracht is. Bij $Re \gg 1$ (Figuur 4.2c) is er sprake van een zwak-viskeuze stroming. Er treedt loslating van de stroming op en er ontwikkelt zich een zog. Hier heeft het verschil in druk tussen de voor- en achterzijde van het voorwerp de meeste invloed op de sleepkracht.



Figuur 4.2 Snelheidsprofielen naast cirkelcilinder [Battjes, 1996]

Sterk-viskeuze stroming ($Re \ll 1$)

Volledigheidshalve worden kenmerken van een zwak-viskeuze stroming vermeld. Bij een sterk-viskeuze vloeistof ($Re \ll 1$) wordt de sleepkracht gedomineerd door de viskeuze wrijving over het oppervlak van het voorwerp. De stroming volgt de vorm



van het voorwerp en laat niet of nauwelijks los waardoor er een vrijwel volledig drukherstel is aan de achterzijde van het voorwerp.

Vloeistofstroming rond een voorwerp kan beschreven worden met de vergelijkingen van Navier-Stokes (6.1). Voor een sterk-viskeuze stroming vervallen de traagheidscomponenten. Stokes heeft afgeleid dat voor de sleepkracht van een bol in een sterk-viskeuze stroming geldt:

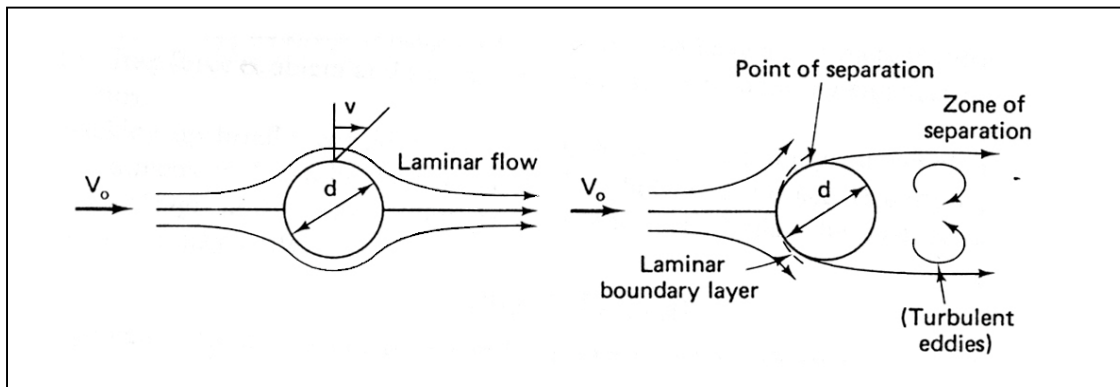
$$F_D = 3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot D \cdot v \quad (4.4)$$

met :	F_D	sleepkracht	[kgm/s ²]
	η	dynamische viscositeit van water (Pa.s)	[kg/ms]
	D	diameter van de bol	[m]
	v	stroomsnelheid	[m/s]

Zwak-viskeuze stroming ($Re \gg 1$)

Bij een zwak-viskeuze stroming ($Re \gg 1$) wordt de weerstand gedomineerd door het door loslating veroorzaakte drukverschil tussen voor- en achterzijde van het voorwerp.

Bij een niet-ideale stroming ontstaat er bij de wand van het voorwerp een dunne grenslaag. In deze grenslaag loopt de watersnelheid in de richting loodrecht op de stroming van nul bij de wand naar de stroomsnelheid van de omstromende vloeistof aan de buitenkant van de grenslaag. Hoe lager de viscositeit, des te dunner wordt de laminaire grenslaag.



Figuur 4.3 Laminaire en turbulente stroming om een cilinder [Prasuhn, 1980]

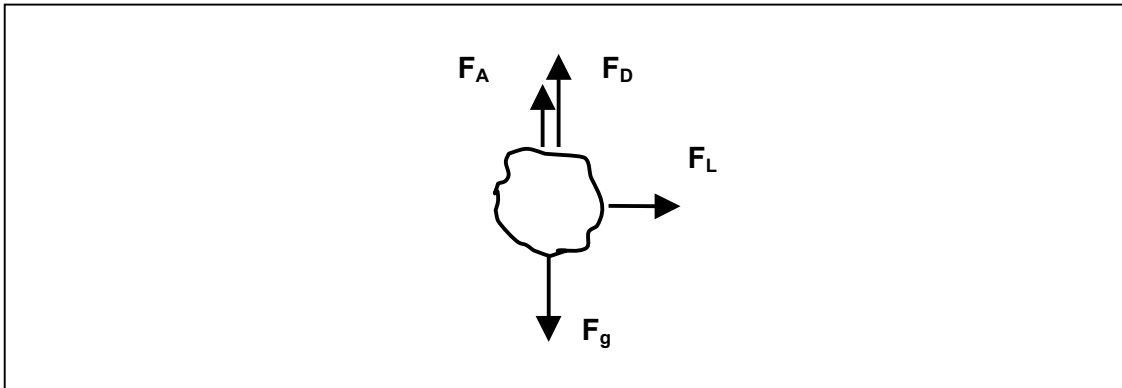
De dikte van de laminaire grenslaag wordt ook beïnvloed door een drukverschil-mechanisme. In het eerste gedeelte van de omstroming van het voorwerp versnelt de buitenstroming. Hierdoor is er een negatieve drukgradiënt aanwezig (de druk wordt lager in de stroomrichting). Deze negatieve drukgradiënt compenseert de wandweerstand gedeeltelijk waardoor grenslaagstroming minder vertraagd wordt en de grenslaag minder snel groeit.

In het tweede gedeelte van de omstroming (afnemende diameter) is er een positieve drukgradiënt veroorzaakt door een vertragende buitenstroming. Deze positieve drukgradiënt heeft een vertragende invloed op de grenslaagstroming. De groei van de grenslaagdikte door wandwrijving wordt nu versterkt.

Wanneer de snelheid van de grenslaagstroming nul wordt treedt loslating op. Deze loslating treedt op bij loslaatpunten. Bij een glad, afgerond voorwerp zijn de posities van de loslaatpunten afhankelijk van de optredende Reynoldsgetallen, de vorm van het voorwerp en de oriëntatie in de stroom. Bij hoekige voorwerpen, zoals stortsteen,

zijn de loslaatpunten gefixeerd bij de hoeken. Voorbij loslaatpunten kan de drukgradiënt een negatieve stroom veroorzaken. Het bijbehorende verschijnsel heet zog. Optredende wervels kunnen gaan loslaten uit het zog. Wanneer wervels in een tweedimensionaal geval afwisselend en periodiek loslaten ontstaan er twee wervelstraten die versprongen ten opzichte van elkaar gepositioneerd zijn. De wervelstraten worden wervelstraten van Von Kàrmàn genoemd. Het principe van periodieke loslating heet Vortex Shedding en wordt beschreven in paragraaf 4.6.

Het loslaten van de stroom en het ontstaan van een zog zorgt voor drukverschillen rondom het voorwerp. Het drukverschil in de stroomrichting is bij $Re \gg 1$ de



Figuur 4.4 Overzicht krachten op vallende steen

belangrijkste bijdrage aan de sleepkracht. Het asymmetrische karakter van de wervelstraat heeft ook krachten dwars op de stroomrichting tot gevolg. Deze krachten, liftkrachten genoemd, worden beschreven in paragraaf 4.3.2.

De sleepkracht voor Reynoldsgetallen groter dan $1 \cdot 10^3$ is kwadratisch met de valsnelheid:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho_w \cdot A \cdot w^2 \tag{4.5}$$

met:	C_D	sleepkrachtcoëfficiënt	[-]
	ρ_w	massadichtheid van water	[kg/m ³]
	w	valsnelheid	[m/s]
	A	aangestroomd oppervlak	[m ²]

Bij het storten van steen met een zijstorter en ook bij de modelproeven in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica wordt het valproces beheerst door Reynoldsgetallen in de orde van grootte van 10^3 tot 10^6 . In het overige deel van de voorstudie worden dan ook processen besproken die optreden bij zwak-viskeuze stromingen.

4.3.2 Liftkracht

De derde kracht die op een voorwerp kan werken is een liftkracht. Liftkrachten ontstaan als gevolg van een asymmetrisch stroombeeld. Een asymmetrisch stroombeeld ontstaat door onregelmatigheden in de vorm van het voorwerp, door rotatie of door een niet-frontale aanstroming. In paragraaf 4.7.1 t/m 4.7.4 worden verschillende mechanismen beschreven die een liftkracht en die de mogelijke daarop volgende horizontale verplaatsing verklaren.

De liftkracht op een voorwerp kan beschreven worden met:



$$F_L = \frac{1}{2} \cdot \rho_w \cdot w^2 \cdot C_L \cdot A_s \quad (4.6)$$

met:	F_L	liftkracht loodrecht op de valrichting	[N]
	C_L	weerstandscoëfficiënt voor een kracht loodrecht op de valrichting	[-]
	w	valsnelheid	[m/s]
	A_s	aangestroomd oppervlak	[m ²]

4.4 Versnelling van een bol in water

Van Mazijk [1982] stelde vast dat de diepte waarop een vallend voorwerp een deel α van de evenwichtssnelheid bereikt te berekenen is met:

$$x = \frac{1}{\beta} \cdot \ln(1 - \alpha^2) \quad (4.7)$$

$$\text{waarin: } \beta = 1,5 \cdot \frac{C_D}{D} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s}$$

met:	x	valdiepte waar een deel α van de evenwichtssnelheid bereikt wordt	[m]
	α	deel van de evenwichtssnelheid	[-]
	C_D	sleeprachtkoëfficiënt	[-]

In bijlage A1 is de afleiding van deze formulering weergegeven.

Uit bovenstaande formule blijkt dat breuksteen gemiddeld na een diepte van vier maal de steendiameter 90% en na acht keer de diameter 99% van de evenwichtssnelheid bereikt.

4.5 Evenwichtssnelheid

Door de vergelijkingen voor meewerkende kracht en tegenwerkende kracht aan elkaar gelijk te stellen kan de evenwichtssnelheid van vallende voorwerpen berekend worden:

$$v_e = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot \frac{V \cdot g}{A \cdot C_D}} \quad (4.8)$$

met:	v_e	evenwichtssnelheid	[m/s]
	V	volume van een voorwerp	[m ³]
	A	aangestroomd oppervlak	[m ²]
	g	versnelling van de zwaartekracht	[m/s ²]
	C_D	sleeprachtkoëfficiënt	[-]
	Δ	relatieve dichtheid	[-]

4.5.1 Evenwichtssnelheid van een gladde bol

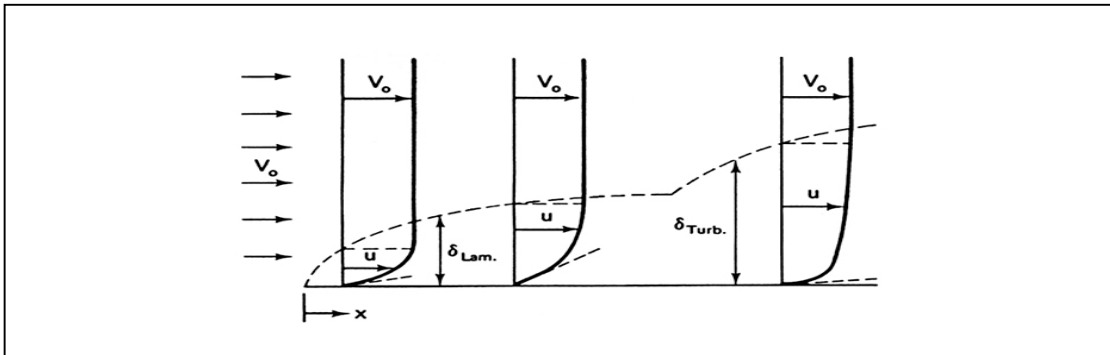
Voor berekening van de evenwichtssnelheid van een bol bij $Re > 1 \cdot 10^3$ (zwak viskeuze stroming) vereenvoudigt vergelijking (4.8) tot vergelijking (4.9):

$$v_e = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{D \cdot \Delta \cdot g}{C_D}} \quad (4.9)$$

met: D boldiameter [m]

Waarde van de sleepkrachtcoëfficiënt

De waarde van de sleepkrachtcoëfficiënt is veelvuldig onderzocht en is een functie van het Reynoldsgetal (Figuur 4.1). Tussen $Re \approx 2 \cdot 10^5$ en $Re \approx 3 \cdot 10^5$ neemt C_D sterk af. Dit is het gevolg van het overgaan van de laminaire grenslaag in een turbulente grenslaag. Dit verschijnsel wordt drag-crisis genoemd. In de ontstane turbulente grenslaagstroming treedt een grotere menging op met de snelle buitenstroming waardoor de grenslaag minder vertraagt.



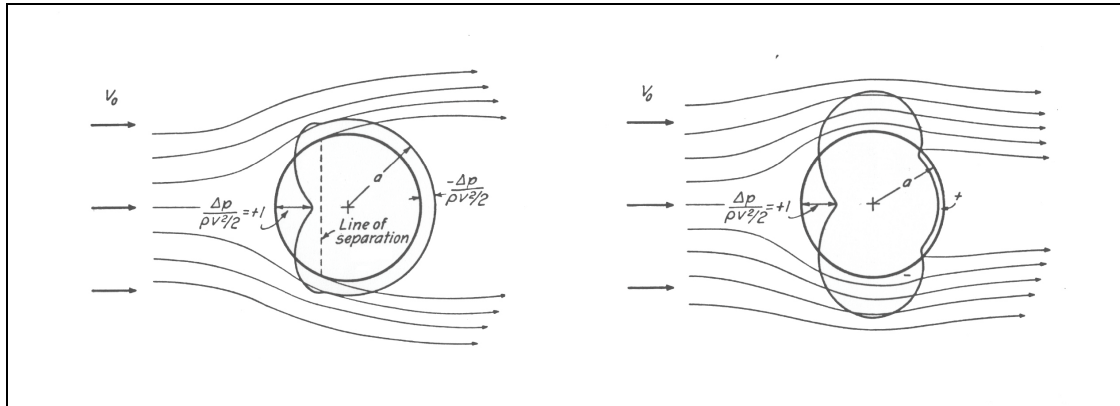
figuur 4.5 Overgang van laminaire naar turbulente grenslaag [Prasuhn, 1980]

Door dit verschijnsel blijft de stroming langer aanliggen en verschuift het loslaatpunt in stroomafwaartse richting. Er ontstaat nu een smaller zog met daarin een hogere druk dan bij een laminaire grenslaagstroming. Het gevolg is een sterke afname van de weerstand. In Figuur 4.1 zijn de C_D -waarden voor een gladde bol weergegeven.

4.5.2 Evenwichtssnelheid van breuksteen in water

Door het hoekige karakter van breuksteen ontstaan er bij de val van breuksteen in water gefixeerde loslaatpunten; de stroming om de steen kan de hoeken niet volgen en laat los. Doordat de loslaatpunten gefixeerd zijn, kunnen ze bij de overgang van een laminaire grenslaag naar een turbulente grenslaag niet in stroomafwaartse richting bewegen. Er is dan ook geen abrupte afname van C_D bij de overgang van een laminaire naar een turbulente grenslaag (zie Figuur 4.6). Het gevolg hiervan is dat de sleepkracht min of meer onafhankelijk is van het Reynoldsgetal voor $Re > 1000$. Hierdoor kunnen modelproefresultaten opgeschaald worden naar de hogere Reynoldsgetalen zoals die bij het prototype optreden.

De hogere vorm- en oppervlakteruwheid van breuksteen ten opzichte van een gladde bol veroorzaakt een hogere sleepkrachtcoëfficiënt. Knieß [1981] heeft onderzoek gedaan naar de evenwichtssnelheid van breuksteen in water. Bij dit onderzoek gebruikte hij als steenvolume de derde macht van de grootste hoofddiagonaal van de stenen die vermenigvuldigd met een factor 0,245 een steenvolume geven. De aangestroomde doorsnede benaderde Knieß met $\frac{1}{4}\pi D^2$ waarbij D weer de grootste hoofddiagonaal is. Uit het onderzoek bleek dat bij deze werkwijze een gemiddelde waarde van $C_D = 0,63$ als sleepkrachtcoëfficiënt gebruikt moet worden.



Figuur 4.6 Loslaatpunt bij cilinder met laminaire en turbulente grenslaag [Albertson, Barton, Simons, 1960]

Simons [1968] heeft de invloed van variatie in de Corey Shape Factor (paragraaf 3.3) op de evenwichtsvalsnelheden van diverse voorwerpen onderzocht. Uit zijn onderzoek komt naar voren dat een lagere SF-waarde een duidelijke verhoging van de sleepkrachtcoëfficiënt C_D en daarmee gepaard gaande lagere valsnelheden geeft. Dit is in overeenstemming met de bevindingen van Weustink [1998] en van Gelderen [1999]. Hieruit wordt geconcludeerd dat relatief platte stenen een lagere evenwichtssnelheid hebben dan relatief rondere stenen.

In Tabel 4-1 zijn ter illustratie de valsnelheden in water van stenen en bollen van verschillende dichtheid en diameter weergegeven. Bij het berekenen van deze waarden is gebruik gemaakt van in de literatuur gevonden waarden voor C_D .

Tabel 4-1 Voorbeelden evenwichtsvalsnelheden van verschillende voorwerpen

	D_n (mm)	ρ (kg/m ³)	Re (-)	C_D (-)	w_e (m/s)
Glazen bol	5	2650	2,60E+03	0,40	0,52
	15	2650	1,32E+04	0,42	0,88
	45	2650	6,27E+04	0,50	1,39
	300	2650	1,63E+06	0,22	5,42
Breuksteen	5	2650	5,15E+03	($C_{D,N}$) 1,2	0,30
	15	2650	2,44E+04	($C_{D,N}$) 1,2	0,54
	45	2650	1,37E+05	($C_{D,N}$) 1,2	0,90
	300	2650	3,23E+06	($C_{D,N}$) 1,2	2,34
Stalen bol	5	7500	5,15E+03	0,40	1,03
	15	7500	2,44E+04	0,48	1,63
	45	7500	1,37E+05	0,41	3,05
	300	7500	3,23E+06	0,22	10,77

4.6 Vortex Shedding

Bij hogere Reynoldsgetalen (>2000) ontstaan als gevolg van het turbulente karakter van de stroming wervels. Het ontstaan van de wervels is een continu proces van groeien bij een loslaatpunt, loslaten en meevoering door de stroom. Dit verschijnsel wordt Vortex Shedding genoemd.

Bij niet al te hoge waarden van Re in een tweedimensionale situatie vertoont het proces van groeien en loslaten van wervels een periodiek karakter. De frequentie van het proces kan beschreven worden met het getal van Strouhal:

$$St = \frac{\omega \cdot D}{U} \quad (4.10)$$

met:	St	dimensieloos getal van Strouhal	[-]
	ω	radiaal frequentie van het proces	[1/s]
	D	diameter van de bol	[m]
	U	relatieve snelheid	[m/s]

Voor de situatie van een vallende steen in water is uitgebreid onderzoek gedaan naar het principe van wervelafschudding. Het blijkt dat de periode van wervelafschudding (T) uit te drukken is in termen van het getal van Strouhal, de relatieve dichtheid van de steen en de sleepkrachtcoëfficiënt. Deze periode T is gelijk aan de periode van de richtingwisseling van de versnelling in de liftkrachtrichting:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{St \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot \frac{g}{C_D}}} \cdot \sqrt{D} \quad (4.11)$$

waarin:

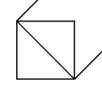
$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$$

met:	T	periode van wervelafschudding	[s]
	D	voorwerp diameter	[m]
	St	getal van Strouhal	[-]
	C_D	sleepkrachtcoëfficiënt	[-]
	g	versnelling van de zwaartekracht	[m/s ²]
	Δ	relatieve dichtheid	[-]
	ρ_w	massadichtheid water	[kg/m ³]
	ρ_s	massadichtheid steen	[kg/m ³]

Met de nu bekende wervelafschudperiode, de liftkracht en steen- en vloeistofparameters kan de gemiddelde horizontale afstand die een bol per periode aflegt berekend worden:

$$S_{hor} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot T^2 = \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \frac{\pi^2}{St^2} \cdot C_L \cdot D \quad (4.12)$$

met:	S_{hor}	horizontale afstand die de steen per periode aflegt in de richting loodrecht op de valrichting	[m]
	C_L	liftcoëfficiënt loodrecht op de valrichting	[-]



Met de verticale afstand (h) die de steen tijdens de val aflegt en de wervelafschudperiode T kan het totale aantal horizontale bewegingen N bepaald worden:

$$N = \frac{h}{S_{ver}} = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot D} \cdot St \quad (4.13)$$

met: N aantal horizontale richtingswisselingen gedurende het hele valtraject [-]
 S_{ver} verticale afstand die een steen aflegt gedurende een wervelperiode [m]
 h waterdiepte [m]

4.7 Valbanen en valbeweging

Vallende voorwerpen in water bewegen niet langs een verticale lijn. Naast de verticale valbeweging treden er horizontale bewegingen op. Er zijn drie mechanismen bekend die de horizontale beweging van vrij vallende voorwerpen beïnvloeden. Bij alle drie de mechanismen zijn er momentane resulterende krachten in het vlak loodrecht op de valrichting waardoor er een beweging in horizontale richting optreedt.

Welk mechanisme optreedt is onder meer afhankelijk van de vorm van het voorwerp. Het is mogelijk dat tijdens de val het optredende mechanisme over gaat in een ander mechanisme. In deze paragraaf wordt kort ingegaan op de drie mechanismen. Voor uitgebreidere documentatie wordt verwezen naar Meermans [1998].

- Het eerste mechanisme (paragraaf 4.7.1) is gebaseerd op een diffusieproces dat aangedreven wordt door het onregelmatig en willekeurig over het oppervlak loslaten van wervels.
- Het tweede mechanisme berust op het Magnus-effect (paragraaf 4.7.2)
- Het derde mechanisme berust op asymmetrische loslating van de grenslaag (paragraaf 4.7.3).

4.7.1 Random-walk model

Loslating van wervels (Vortex Shedding) van een steen zal willekeurig over het oppervlak van de steen plaatsvinden. Dit komt doordat stenen onregelmatig van vorm en oppervlak zijn en doordat de oriëntatie van de steen ten opzichte van de stroomrichting steeds verandert. Hierdoor zal de steen zich gedurende een wervelperiode in een willekeurige richting in een vlak loodrecht op de valrichting verplaatsen. De som van alle horizontale verplaatsingen over een bepaalde diepte geeft de totale horizontale verplaatsing op die diepte.

Wanneer de totale horizontale verplaatsing van een groot aantal vallende stenen met dezelfde eigenschappen bekeken wordt kan op probabilistische wijze een voorspelling over de verplaatsing van een vallende steen gedaan worden.

Het Random Walk Model geeft een statistische beschrijving van de valbeweging van een enkele steen. Het model wordt uitvoerig beschreven in een publicatie met de titel 'Prediction of the deposition-mound of dumped rubble' [Vrijling, Manni en de Wilde, 1995]. Het Random Walk Model wordt feitelijk gekarakteriseerd door een diffusieproces. Het rekenmodel dat wordt gebruikt om de positie van de steen aan het eind van de val te bepalen wordt het 'Enkele Steen Model' genoemd [Cregten, 1995].

In bijlage A wordt een complete wiskundige afleiding van het Random Walk model gegeven. Hier wordt volstaan met het weergeven van de belangrijkste stappen.

Het loslaten van wervels is een periodiek verschijnsel dat beschreven kan worden met behulp van het getal van Strouhal (4.6). Elke wervelperiode gaat samen met een horizontale verplaatsing in een willekeurige richting in een vlak loodrecht op de valrichting. Deze verplaatsing wordt veroorzaakt door een liftcomponent als gevolg van de asymmetrische wervelgroei in het zog van het vallende voorwerp.

De horizontale afstand die een steen aflegt per wervelperiode wordt beschreven door de formule voor verplaatsing van een bol (4.12) gecorrigeerd met een vormfactor voor steen:

$$S_{hor} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot T^2 = \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \frac{y'}{St^2} \cdot C_L \cdot D \quad (4.14)$$

De totale standaardafwijking wordt berekend door alle afzonderlijke standaardafwijkingen bij elkaar op te tellen:

$$\sigma_N^2 = n \cdot \sigma_i^2 \quad (4.15)$$

Wanneer 4.13, 4.14 en 4.15 samengevoegd worden, wordt één formule verkregen voor de totale standaardafwijking van een vallende steen in water:

$$\sigma_G = \frac{y''}{\sqrt{St^3}} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot c_L \cdot \sqrt{h \cdot D} \quad (4.16)$$

met: σ_G standaardafwijking van de som van N onafhankelijke horizontaal afgelegde afstanden [-]
 y'' constante [-]
 St Strouhalgetal [-]
 h waterdiepte [m]

Volgens Manni en Vrijling [1995] kan vergelijking (4.16) vereenvoudigd worden tot:

$$\sigma_G = c \cdot \sqrt{Dn_{n50} \cdot h} \quad (4.17)$$

Meermans [1998] heeft het driedimensionale gedrag van vallende stenen vereenvoudigd door te veronderstellen dat de stenen tussen twee parallelle platen vallen. De stenen verspreiden zich hierbij volgens een Gaussische kansdichtheid. De tweedimensionale kansdichtheid van een Gaussisch profiel kan gegeven worden door:

$$f_{\underline{x}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_G} \right)^2} \quad (4.18)$$

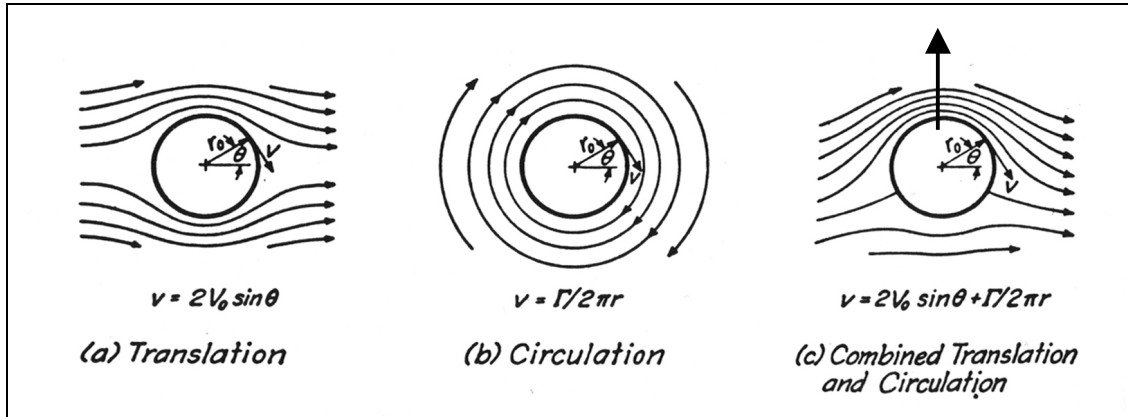
De driedimensionale kansdichtheidsverdeling wordt verkregen door kansdichtheidsfuncties in de y- en x-richting met elkaar te vermenigvuldigen:



$$f_{xy}(x, y) = f_x \cdot f_y = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_D^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(x-\mu_x)^2 + (y-\mu_y)^2}{\sigma_D^2} \right)} \quad (4.19)$$

4.7.2 Magnus-effect

Wanneer een vrij vallend voorwerp roteert tijdens de val treedt er een liftcomponent loodrecht op de valrichting op als gevolg van het 'Magnus effect' [Stückrath, Völker en Meng, 1996].



Figuur 4.7 Het Magnus-effect voor rotatievrije stroming om een cilinder

Het 'Magnus-effect' is een gevolg van een door de rotatie veroorzaakt verschil in relatieve vloeistofsnelheid aan twee zijden van het voorwerp. Dit verschil in vloeistofsnelheid zorgt ervoor dat aan één zijde de grenslaag langer blijft aanliggen (de kant waar de rotatierichting tegen de bewegingsrichting in gaat) en aan de andere kant de grenslaag eerder loslaat (de kant waar de rotatierichting en bewegingsrichting hetzelfde zijn). De asymmetrische loslating van de grenslaag zorgt voor een asymmetrische drukverdeling. Dit drukverschil veroorzaakt de liftcomponent. De liftcomponent is loodrecht op de valrichting georiënteerd en staat in de richting van het kleinste snelheidsverschil tussen de wand van het vallende voorwerp en het omstromende water. In Figuur 4.7 is een vereenvoudigde weergave gegeven van het principe van het Magnus-effect.

Doordat de rotatie door het gyroscopische effect gestabiliseerd wordt (de richting van de rotatie blijft hetzelfde) is de richting van de liftcomponent constant. Dit geeft een gemiddelde uitwijking die toeneemt met een constante hoek met de verticaal en daardoor evenredig is met de diepte.

4.7.3 Asymmetrisch loslaten van de grenslaag

Wanneer een cricketbal zich zonder rotatie door lucht beweegt beschrijft de bal een gekromde baan die niet toe te schrijven is aan het Magnus-effect (want er is geen rotatie) en ook niet aan de zwaartekracht (bijvoorbeeld een baan naar links of naar rechts). De kromming van de baan wordt veroorzaakt door een liftkracht loodrecht op de bewegingsrichting van de bal. Mehta [1985] onderzocht deze liftkracht die het gevolg is van het principe van asymmetrische loslating. Het onderzoek richtte zich op bolvormige objecten waaronder het voorbeeld van de cricketbal.

Loslaten van stroming langs een voorwerp is het moment waarop de laminaire of turbulente grenslaag overgaat in een wervelende turbulente stroming waarbij geen duidelijke grenslaag meer te onderscheiden is. Asymmetrische loslating ontstaat wanneer er sprake is van loslaatpunten die niet symmetrisch in de stroming liggen. Deze situatie doet zich voor wanneer er aan één zijde van het voorwerp een laminaire grenslaag is en aan de andere zijde een turbulente grenslaag. Bij de laminaire grenslaag treedt eerder loslating op dan bij de turbulente grenslaag.

Een voorbeeld hiervan is de stiknaad van de eerder genoemde cricketbal. Als de naad van de bal onder een hoek staat met de bewegingsrichting wordt aan de kant waar de naad vooraan in de omstroming ligt de overgang naar een turbulente grenslaag geïnitieerd. Aan de andere zijde van de bal blijft de grenslaagstroming laminair. De asymmetrische loslating die hiervan het gevolg is geeft een asymmetrische drukverdeling welke een resulterende kracht loodrecht op de bewegingsrichting oplevert.

Wanneer de resulterende liftkracht niet door het zwaartepunt van het voorwerp gaat komt het voorwerp in rotatie en gaat het mechanisme van asymmetrische loslating over in het mechanisme beschreven door het Magnus-effect (paragraaf 4.7.2). Bij onregelmatige vormen zoals breuksteen is dit meestal het geval [van Gelderen, 1998].

4.7.4 Horizontale uitwijking van breuksteen in water

Van Gelderen [1999] heeft onderzoek gedaan naar de valbeweging en de horizontale uitwijking van breuksteen. Hij concludeerde dat de horizontale verplaatsing van breuksteen voornamelijk te verklaren is door een combinatie van het Magnus-effect en het diffusieproces beschreven door het Random Walk Model. Het mechanisme van asymmetrische loslating speelt in het overgrote deel van zijn proefresultaten geen rol doordat het mechanisme in de meeste gevallen een rotatie veroorzaakt waarmee het mechanisme overgaat in het Magnus-effect.

Van Gelderen heeft de valbeweging en de valbaan van breuksteen opgedeeld in een aantal verschijningsvormen. De valbewegingen en valbanen werden beschreven met behulp van de valbewegingen en de valbanen van de basisvormen kubus, bol, cilinder en plaatje [Meermans, 1998] [Weustink 1998]. Van Gelderen [1999] concludeerde dat de vorm van de stenen van invloed is op de valbeweging en de valbaan. De totale horizontale uitwijking van breuksteen blijkt goed te beschrijven met formule (4.20)

$$\sigma_G = c \cdot \sqrt{D_{n,50} \cdot h} \quad (4.20)$$

In het werk van Van Gelderen [1999] wordt in een modelsituatie een waarde voor c gevonden van $c = 0,685$. Deze waarde is zover bekend niet geverifieerd in een prototype situatie.



Hoofdstuk 5

Invloed van vallende stenen op elkaar

5 Invloed van vallende stenen op elkaar

5.1 Inleiding

Wanneer meerdere voorwerpen gelijktijdig in een vloeistof losgelaten worden zullen ze elkaar, mits aan bepaalde voorwaarden is voldaan, beïnvloeden. Er zijn verschillende onderzoeken bekend waarbij een groepsproces van vallende deeltjes een rol speelt. Toegepaste onderzoeksdoelen waren hierbij onder andere:

- Onderzoek naar het gebruik van de bezinksnelheid van rode bloedcellen om eigenschappen van bloed vast te kunnen stellen.
- De sedimentatiesnelheid van gedumpt fijn materiaal in estuaria en havens en de daarmee gepaard gaande gevolgen voor flora en fauna.
- Onderzoeken in de petro-chemische industrie met katalyserende bolletjes in reactorkolommen.
- Vaststellen van deeltjesgrootte door gebruik van de bezinksnelheid.

In het algemeen geldt dat de meeste gepubliceerde artikelen betrekking hebben op de civiele techniek, de proces- en voedseltechnologie, de meteorologie (stijgende warme lucht) en onderzoeken voor militaire doeleinden.

Een groot verschil tussen de bovengenoemde onderzoeken en de onderzoeksdoeleinden in dit rapport is het Reynolds-bereik. Alle bestudeerde onderzoeken hebben plaats gevonden bij $Re < 1000$ en het merendeel bij $Re < 1$. Het Reynoldsgetal van een enkele breuksteen uit de prototypesituatie van dit onderzoek met bijvoorbeeld een nominale diameter $D_n = 300$ mm bedraagt ongeveer $3 \cdot 10^6$.

In dit hoofdstuk worden relevante constatering uit al eerder uitgevoerde onderzoeken weergegeven.

5.2 Twee fasen in het valproces van steengroepen

Slack [1963a, 1963b] heeft modelproeven uitgevoerd waarbij een groot aantal glazen bolletjes gelijktijdig in lucht werden losgelaten. Er werd geconstateerd dat de bolletjes eerst vielen in een bolvormige groep waarbij de snelheid van de bol hoger was dan de evenwichtssnelheid van de individuele deeltjes. Er werd een circulatie van deeltjes door de bolvormige groep waargenomen. Wanneer de groep een snelheid had van maximaal drie maal de evenwichtssnelheid van de individuele deeltjes ging de bolvorm over in een groep met een komvormig front (zie Figuur 5.1). Slack stelde vast dat het valproces in de bolfase te vergelijken was met het proces in cumuluswolken waarin warme lucht via het midden stijgt en aan de bovenkant van de wolk weer langs de zijkanten zakt. Naar aanleiding van deze constatering wordt de eerste fase van het valproces in later gepubliceerde artikelen de "thermal stage" genoemd, ofwel "thermische fase".

Boothroyd [1971] stelde vast dat er twee soorten deeltjeswolken te onderscheiden zijn die achtereenvolgend kunnen optreden. De eerste soort is een wolk (of groep) deeltjes waarbij het snelheidsverschil tussen de deeltjes en de hen omringende vloeistof (of het omringende gas) veel lager is dan het snelheidsverschil tussen de groep en de omgeving van de groep. Deze fase wordt de thermisch fase genoemd. In tegenstelling hiermee is de valsnelheid van de tweede wolksoort bijna gelijk aan de evenwichtsvaalsnelheid van de individueel vallende deeltjes. Deze fase wordt de zwermfase genoemd en wordt gekenmerkt door een groepsnelheid die nagenoeg gelijk is aan de evenwichtsvaalsnelheid van de individuele stenen uit de groep.



5.3 Thermische fase

Kenmerkend voor de thermische fase is dat de groep een aanzienlijk hogere snelheid heeft dan de valsnelheid van de deeltjes uit de groep wanneer ze individueel zouden vallen.

Baynes en Hopfinger [1984] hebben een model opgesteld voor een wolk deeltjes in de thermische fase. De uitgangspunten van dit model zijn:

- De opname van water in de groep (entrainment) per eenheid van groepsoppervlakte is evenredig is met de groepsnelheid
- Het opgenomen water heeft geen voorwaartse traagheid
- De drukverdeling buiten de groep is hydrostatisch
- De vallende groep is bolvormig

Het model is gebaseerd op massa- en impulsbehoud en een continuïteitsvergelijking voor dichtheid:

$$\frac{\pi}{6} \frac{d}{dt} (\rho_g \cdot b^3) = \alpha' (\rho_l \cdot \rho_g^2)^{1/3} \pi \cdot b^2 \cdot u \quad \text{massabehoud} \quad (5.1)$$

$$\frac{\pi}{6} \frac{d}{dt} ((\rho_g + k_v \cdot \rho_l) b^3 \cdot u) = g \cdot M_e \quad \text{impulsbehoud} \quad (5.2)$$

$$\rho_g = \rho_l + \frac{6M_e}{\pi \cdot b^3} \quad \text{dichtheid} \quad (5.3)$$

met:
$$M_e = \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_s} \cdot M_D \quad (5.4)$$

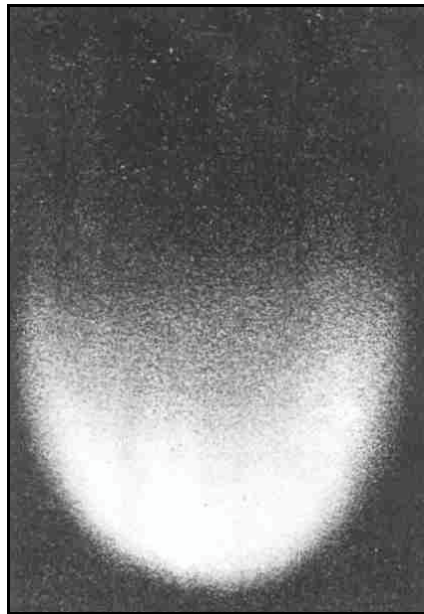
b	diameter van de groep	[m]
M _s	massa van de deeltjes	[kg]
ρ _g	massadichtheid groep	[kg/m ³]
ρ _s	massadichtheid deeltjes	[kg/m ³]
ρ _l	massadichtheid omgeving	[kg/m ³]
k _v	added-mass coëfficiënt	[-]
α'	entrainment coëfficiënt	[-]

Baynes en Hopfinger [1984] hebben vastgesteld dat de entrainment coëfficiënt ongeveer 1/2 bedraagt. De added-mass coëfficiënt k_v is ingevoerd om het meegenomen water, dat zich buiten het zichtbare deel van de groep bevindt en daardoor ook niet meegenomen is in de groepsbreedte b, te compenseren. De waarde van k_v is vastgesteld op 0,5.

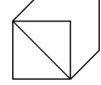
De bruikbaarheid van het bovenstaande model is bij het storten van steen beperkt doordat de traagheid van de groep niet meegenomen wordt. Dit impliceert dat een groep direct na het loslaten zijn hoogste snelheid heeft welke afneemt naar de bodem toe. Uit modelproeven blijkt dat er bij grotere groeps massa's dan gebruikt in bovengenoemd onderzoek een aanzienlijk versnellingstraject is. In hoofdstuk 11 wordt hier uitgebreid op ingegaan. Vanwege de beperkte bruikbaarheid wordt het model hier alleen voor de volledigheid genoemd en wordt voor de oplossingsproblematiek verwezen naar de literatuur.

5.4 De zwermfase

Bühler en Papantoniou [1991] hebben verschillende modelproeven uitgevoerd met kleine hoeveelheden zandkorrels welke in water werden losgelaten. Zij stellen dat groepen deeltjes na de bolfase (suspension thermals genoemd) overgaan in een zwermfase waarbij de breedte van de zwerm toeneemt met de wortel van de diepte. In deze fase benadert de zwerm de evenwichtsvalsnelheid van de individuele deeltjes. Deze waarnemingen vertonen overeenkomsten met het door Vrijling et al [1995] opgestelde Enkele Steen Model waarbij de horizontale spreiding van individueel vallende stenen ook toeneemt met de wortel van de diepte (zie hoofdstuk 4). De valsnelheid van groepen is hiermee aan de onderzijde begrensd door de valsnelheid van de individuele stenen. In de zwermfase is het added-mass effect nagenoeg verdwenen. De stenen vallen door het water heen en nemen het niet langer mee. Wel is het mogelijk dat stenen elkaar onderling nog beïnvloeden. Of dit zo is, en in welke mate, is onderwerp van onderzoek in dit verslag.



Figuur 5.1 Komvormig front bij vallende groep met 6g deeltjes van 150μ in lucht [Slack, 1963]



Hoofdstuk 6

Schaaleffecten bij proeven met vallende stenen

6 Schaaleardeffecten bij proeven met vallende stenen

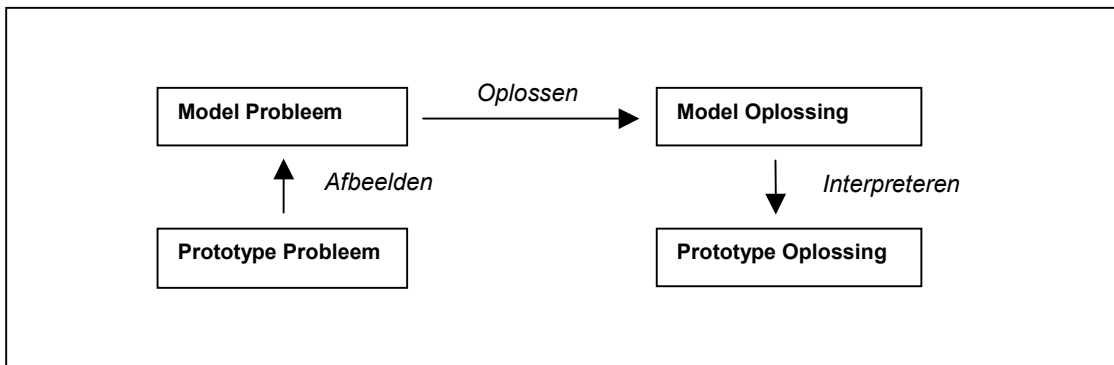
6.1 Inleiding

Een modelonderzoek is een onderzoek waarbij met behulp van een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid (het model) gepoogd wordt om bepaalde aspecten van die werkelijkheid (het prototype) te voorspellen [De Vries, 1977].

Globaal gesproken bestaan er twee soorten modellen: wiskundige modellen en schaalmodellen. Bij het gebruik van een wiskundig model worden door middel van berekeningen modeluitkomsten verkregen. Wanneer gewerkt wordt met een schaalmodel worden uitkomsten verkregen door te meten.

De Vries [1977] onderscheidt bij het werken met een model drie hoofdstappen (fig. 6-1):

1. Afbeelden: Het zodanig vereenvoudigen van de werkelijkheid in een model dat het model voor de aspecten die onderzocht worden een betrouwbare weergave van de werkelijkheid geeft.
2. Oplossen: Het werken met het model om resultaten te verkrijgen.
3. Interpreteren: Het interpreteren van de resultaten en de translatie van de resultaten naar voorspellingen over de werking van het prototype.



Figuur 6.1 Modelonderzoek

6.2 Gelijkvormigheid

Modelonderzoek is alleen functioneel wanneer het model en prototype in voldoende mate gelijkvormig zijn voor de bestudeerde aspecten. Alleen wanneer er voldoende gelijkvormigheid is, zullen de resultaten van het model ook representatief zijn voor resultaten bij het prototype.

Er zijn drie typen gelijkvormigheid:

Meetkundige (of Geometrische) gelijkvormigheid:

Geometrische gelijkvormigheid betekent dat de verhoudingen van onderzochte aspecten van twee systemen gelijk zijn. Voorbeelden van geometrische eigenschappen zijn onder andere lengte en inhoud.

Kinematische gelijkvormigheid:

Wanneer bij twee systemen overeenkomstige afstanden in overeenkomstige tijden worden afgelegd zijn de systemen kinematisch gelijkvormig. Voorbeelden hiervan zijn de grootheden snelheid en versnelling.



Dynamische gelijkvormigheid:

Twee systemen zijn dynamisch gelijkvormig wanneer overeenkomstige massa's zich onder invloed van overeenkomstige krachten kinematisch gelijkvormig gedragen. Kentallen die een rol spelen bij dynamische gelijkvormigheid kunnen bijvoorbeeld het getal van Reynolds of het getal van Froude zijn. Grootheden die hierbij een rol spelen zijn onder andere energie, vermogen, kracht en dichtheid.

Bij het modelleren van vallende stenen in water wordt gewerkt met de dynamische gelijkvormigheid. Twee systemen kunnen op dynamische gelijkvormigheid getoetst worden met behulp van een inspectionele analyse [Vossers, 1966]. Bij een inspectionele analyse worden eerst de fysische vergelijkingen die de onderzochte aspecten in het systeem beschrijven geformuleerd. Deze fysische vergelijkingen worden omgeschreven naar vergelijkingen die worden uitgedrukt in dimensieloze variabelen en dimensieloze kentallen. Voorbeelden van dimensieloze kentallen zijn het getal van Froude en het getal van Reynolds.

Voorwaarde voor het correct toepassen van schaling bij het doen van modelproeven is dat de relevante kentallen in het model en het prototype aan elkaar gelijk zijn.

6.3 Fysisch modelleren

6.3.1 Navier-Stokes vergelijkingen

Voor het (fysisch) omschrijven van een vloeistofstroom kunnen de vergelijkingen van Navier-Stokes gebruikt worden [R.Booij, 2002]. De Navier Stokes vergelijkingen zijn de vergelijkingen voor de impulsbalans van een vloeistofstroom in de drie hoofdrichtingen:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) + \rho \vec{u} (\nabla \vec{u}) + \nabla p - \eta \nabla^2 \vec{u} = \rho \vec{f} \quad (6.1)$$

met:	f	component van de versnelling ten gevolge van de externe kracht in de x_i richting	[m/s ²]
	u	component van de snelheid in de x_i -richting	[m/s]
	p	waterdruk	[Pa]
	ρ	massadichtheid van water	[m ³ /s]
	η	dynamische viscositeit van water	[Pa.s]

Onder bepaalde, in de volgende paragraaf behandelde, voorwaarden en aannames kunnen de vergelijkingen van Navier-Stokes gebruikt worden om de vloeistofstroom rondom vallende stenen in water te beschrijven.

6.3.2 Aannames en vereenvoudigingen bij het fysisch modelleren

Er zijn een aantal randvoorwaarden en uitgangspunten waaraan het model moet voldoen wanneer de vergelijkingen van Navier-Stokes gebruikt worden om de vloeistofstroom in het model en het prototype rondom een vallend voorwerp te beschrijven:

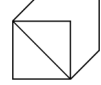
- De vergelijkingen van Navier-Stokes beschrijven een stroombeeld waarbij de vloeistof in beweging is ten opzichte van een stilstaande omgeving. Bij hogere Reynoldsgetallen, zoals die in het bestudeerde valproces, is de hele vloeistofstroom in die situatie turbulent. Bij een voorwerp dat door stilstaand water valt is er alleen plaatselijke, door het voorwerp veroorzaakte turbulentie. Ondanks dit verschil wordt ervan uitgegaan dat het gedrag van een vallend voorwerp in stilstaand water hetzelfde is als die van een stilstaande steen in stromend water.
- De rotatie van het voorwerp en de oorzaken van druk- en snelheidsverandering in de vloeistof spelen niet mee. Daardoor worden bij het gebruiken van deze vergelijkingen om het valproces fysisch te modelleren de eigenschappen van de vallende voorwerpen, zoals dichtheid, vorm, ruwheid en afmetingen, niet meegenomen.
- De waterbak zoals die gebruikt is bij de modelproeven heeft eindige afmetingen. Bij de fysische modellering wordt ervan uitgegaan dat de watermassa om de voorwerpen heen zich zodanig ver uitstrekt dat de begrenzingen geen invloed hebben op het stroombeeld. In paragraaf 7.6 (foutenanalyse) wordt nagegaan in hoeverre er toch sprake is van beïnvloeding van het valproces als gevolg van de eindige afmetingen van de bak.
- De massadichtheid van de vallende voorwerpen in het model moet gelijk zijn aan de massadichtheid van vallende voorwerpen in het prototype.
- De viscositeit in het model moet gelijk zijn aan die in het prototype.
- De afgeleide formulering geldt voor een stationaire stroming. Dat wil zeggen dat de valsnelheid van vallende voorwerpen in het model constant moet zijn om de afgeleide schaalwetten toe te kunnen passen.
- De vallende voorwerpen zijn ondoorlaatbaar en vormvast.
- De stroming wordt beschouwd als incompressibel. Luchtinsluiting veroorzaakt door de val van de voorwerpen in het water kan met deze omschrijving daardoor niet meegenomen worden. Hooguit kan gekeken worden naar de effecten van wel en geen luchtinsluiting op de modelsituatie.

6.4 Inspectionele analyse

Volgens de werkwijze van de inspectionele analyse worden nu voor de grootheden lengte, tijd en druk respectievelijk de maten U , L en P_0 ingevoerd. De zwaartekracht is in dit geval de externe aandrijvende kracht. Hiermee worden dimensieloze grootheden opgesteld:

$$\bar{u}_D = \frac{\bar{u}}{U} \quad (6.2)$$

$$t_D = \frac{t}{T} \quad (6.3)$$



$$p_D = \frac{p}{P_0} \quad (6.4)$$

$$\nabla_D = L \cdot \nabla \quad (6.5)$$

$$\nabla_D^2 = L^2 \cdot \nabla^2 \quad (6.6)$$

$$\vec{g}_D = \frac{\vec{g}}{g} \quad (6.7)$$

Invullen van de dimensieloze grootheden in de vergelijking van Navier-Stokes (6.1) geeft:

$$\left(\frac{\rho \cdot U}{T}\right) \frac{\partial \vec{u}_D}{\partial t} + \left(\frac{\rho \cdot U^2}{L}\right) \vec{u}_D (\nabla_D \vec{u}_D) = -\left(\frac{P_0}{L}\right) \nabla_D p_D + g \rho \vec{g}_D + \left(\frac{\eta U}{L^2}\right) \nabla_D^2 \vec{u}_D \quad (6.8)$$

Om dimensieloze coëfficiënten te verkrijgen wordt vergelijking (6.8) gedeeld door $\rho U^2 L^{-1}$:

$$\left(\frac{L}{UT}\right) \frac{\partial \vec{u}_D}{\partial t} + \vec{u}_D (\nabla_D \vec{u}_D) = -\left(\frac{P_0}{\rho U^2}\right) \nabla_D p_D + \left(\frac{gL}{U^2}\right) \vec{g}_D + \left(\frac{\eta}{\rho UL}\right) (\nabla_D^2 \vec{u}_D) \quad (6.9)$$

Vergelijking (6.9) is een vergelijking met dimensieloze kentallen. De vier te onderscheiden dimensieloze kentallen zijn het getal van Strouhal en de reciproken van de getallen van Euler, Froude en Reynolds:

$$St = \frac{\omega \cdot D}{U} = \frac{L}{U \cdot T} \quad (4.10)$$

$$Eu = \frac{\rho \cdot U^2}{P_0} \quad (6.10)$$

$$Fr = \frac{U^2}{g \cdot L} \quad (6.11)$$

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot L}{\eta} \quad (4.1)$$

6.5 Het getal van Froude

Het getal van Froude geeft de verhouding aan tussen de stationaire traagheidskracht en de zwaartekracht:

$$Fr = \frac{\text{stationaire traagheidskracht}}{\text{zwaartekracht}} = \frac{(\rho \cdot L^3) \left(\frac{U^2}{L}\right)}{\rho \cdot g \cdot L^3} = \frac{U^2}{g \cdot L}$$

Hierbij wordt opgemerkt dat er twee definities zijn voor het getal van Froude. Behalve de formulering zoals hierboven kan ook geschreven worden: $Fr^2 = U^2/gL$. Deze definitie wordt veel gebruikt in de scheepsbouw. Hier wordt $Fr = U^2/gL$ gebruikt.

Met het getal van Froude kunnen de verhoudingen bij het verscalen van afmetingen, gewicht en tijd tussen prototype en model vastgelegd worden. De schaalfactor n bij een bepaalde grootte i is gedefinieerd door:

$$n_i = \frac{i_{\text{prototype}}}{i_{\text{model}}} \quad (6.12)$$

Met het getal van Froude worden schaalregels voor het model afgeleid:

lengteschaal:	$n_l =$	x
snelheidschaal:	$n_u =$	$x^{1/2}$
massaschaal:	$n_m =$	x^3
tijschaal:	$n_t =$	$x^{1/2}$

Met deze schaalregels kunnen de verhoudingen van de grootheden lengte, massa, snelheid en tijd tussen model en prototype vastgelegd worden. Er zijn een aantal voorwaarden waaraan het model moet voldoen om de schaalregels op basis van het getal van Froude toe te kunnen passen:

- De overige variabelen (massadichtheid, vorm en oppervlakteruwheid) moeten in het model en het prototype aan elkaar gelijk zijn.
- De getallen van Reynolds, Euler en Strouhal moeten gelijkvormig zijn in het model en het prototype.

Bij de keuze voor de te storten voorwerpen in het modelonderzoek wordt ingegaan op de eisen van gelijke massadichtheid, gelijke vorm en gelijke oppervlakteruwheid.

In de volgende paragrafen wordt de gelijkvormigheid in model en prototype van het getal van Reynolds, het getal van Strouhal en het getal van Euler behandeld.

6.6 Het getal van Reynolds

Het getal van Reynolds geeft de verhouding aan tussen de kracht ten gevolge van de traagheid en de kracht ten gevolge van de viskeuze wrijving [De Vries, 1976]:

$$Re = \frac{\text{stationaire traagheidskracht}}{\text{wrijvingskracht}} = \frac{(\rho \cdot L^3) \left(\frac{U^2}{L}\right)}{(\eta \cdot u \cdot L^{-1})(L^2)} = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\eta} = \frac{u \cdot L}{\nu}$$



Het getal van Reynolds heeft grote invloed op het stroombeeld (zie paragraaf 4.3.1). Er kan alleen een zinvolle schaling plaatsvinden wanneer de sleepkrachtcoëfficiënten in het model en in het prototype ongeveer dezelfde waarde hebben. In figuur 4-1 werd het verband tussen het Reynoldsgetal en de sleepkrachtcoëfficiënt weergegeven. Uit de figuur blijkt dat de sleepkrachtcoëfficiënt min of meer constant is tussen $Re = 1000$ en de plotselinge afname vanaf $Re = 2 \cdot 10^5$. Er is in paragraaf 4.5.2 geconstateerd dat de plotselinge afname van de sleepkrachtcoëfficiënt niet van toepassing is op breuksteen vanwege de daar aanwezige gefixeerde loslaatpunten. Het gevolg is dat bij modelproeven waarvan de prototypesituatie betrekking heeft op breuksteen de sleepkrachtcoëfficiënt constant is zolang bij de modelproeven met waarden van $Re > 1000$ gewerkt wordt. Op basis van deze conclusie kan de minimaal benodigde steendiameter berekend worden:

$$D^{3/2} > \frac{1000\nu}{\left(\frac{4 \cdot \Delta \cdot g}{3 \cdot C_D}\right)^{1/2}}$$

Met:	D_m	minimale steendiameter	=		[m]
	ν	dynamische viscositeit	=	$1 \cdot 10^{-6}$	[m ² /s]
	g	zwaartekracht	=	9,81	[m/s ²]
	Δ	relatieve dichtheid	=	1,65	[-]
	C_d	sleepkrachtcoëfficiënt	=	0,7	[-]

Invullen van de waarden geeft een minimale diameter van 3,19 mm.

Eerdere onderzoekers komen op afwijkende waarden zoals 3,0 mm [Battjes, 1990] en 4,5 mm [Van Oord, 1996]. Deze verschillen worden veroorzaakt door kleine afwijkingen in de ingevulde variabelen. In de modelproeven wordt daarom gewerkt met minimale diameters groter dan 4,5 mm, wat volgens bovenstaande berekeningen aan de veilige kant is.

6.7 Het getal van Strouhal

Het getal van Strouhal is een dimensieloze maat voor het loslaten van wervels. Het getal geeft de verhouding tussen stationaire en instationaire traagheidskrachten (zie ook paragraaf 4.6, vortex shedding).

$$St = \frac{\text{instationaire traagheidskracht}}{\text{stationaire traagheidskracht}} = \frac{\rho \cdot U \cdot L^3 / T}{(\rho \cdot L^3)(U^2 / L)} = \frac{L}{U \cdot T}$$

In het prototype ontstaat tijdens het valproces achter de vallende stenen een wervelstraat van Von Kàrmàn. De loslating van wervels in deze wervelstraat vertoont een zeer onregelmatig karakter. Dit is het gevolg van de onregelmatige vorm en oppervlakteruwheid in combinatie met de steeds wisselende aanstroomoriëntatie van het stortmateriaal.

De onregelmatige loslating van wervels heeft onregelmatige liftcomponenten loodrecht op de valrichting tot gevolg. De onregelmatige liftcomponenten zijn de aandrijvende kracht achter de spreiding van het stortmateriaal tijdens de val. Om in het model een horizontale spreiding te verkrijgen die schaalbaar is naar de prototypesituatie moet het loslaatkarakter in beide situaties hetzelfde zijn. Dit wordt deels bereikt door oppervlakteruwheid, massadichtheid en vorm van de stortmaterialen in alle situaties gelijk te houden.

Samenvattend kan gesteld worden dat het kental van Strouhal in prototype en model voor zover mogelijk gelijkvormig zijn wanneer oppervlakteruwheid, vorm en massadichtheid gelijk zijn.

6.8 Het getal van Euler

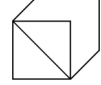
Het getal van Euler geeft de verhouding aan tussen de stationaire traagheidskracht en de drukkracht:

$$Eu = \frac{\text{stationaire traagheidskracht}}{\text{drukkracht}} = \frac{\rho \cdot U^2 \cdot L^2}{P_0 \cdot L^2} = \frac{\rho \cdot U^2}{P_0}$$

Het getal van Euler wordt gebruikt om samendrukbare en cavitierende stromingen te beschrijven. Wanneer voorwerpen van boven het wateroppervlak losgelaten worden kan er luchtinsluiting optreden. De lucht zit voor het stortmateriaal en beweegt mee in de valbeweging. De beginfase van het valproces wordt door deze insluiting beïnvloed. De lucht zal langs de zijden van het stortmateriaal ontsnappen en laat in de vorm van belletjes los aan de achterkant van het stortmateriaal. Na enige tijd zal de invloed van de lucht vervallen, omdat alle lucht ontsnapt is.

Van enkel vallende stenen is bekend dat ze na een diepte van acht maal de diameter de evenwichtssnelheid bereiken, onafhankelijk van de hoogte waarop ze boven het wateroppervlak zijn losgelaten. Bij die waarneming is de insluiting van lucht al meegenomen. Het is niet bekend wat het effect van luchtinsluiting is op het gedrag van groepen vallende stenen. Verwacht wordt dat ook bij groepen vallende breuksteen luchtinsluiting na enige (val)tijd verdwenen is en geen rol meer speelt.

Het proces van luchtinsluiting kan bestudeerd worden door een proef uit te voeren waarbij stortmateriaal onder en boven de waterspiegel losgelaten wordt. In de modelproeven zijn zowel proeven onder water als proeven boven water uitgevoerd. Daarbij is geconcludeerd dat de insluiting van lucht een dusdanig complicerende invloed heeft dat verder afgezien werd van modelproeven met loslaten van stenen boven water.



Hoofdstuk 7

Uitvoering van de modelproeven

7 Uitvoering van de modelproeven

7.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de modelproeven beschreven zoals die in de periode half februari t/m mei 2002 in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen uitgevoerd zijn. Het hoofdstuk begint met een beschrijving van de proefopstellingen (7.2), de uitvoeringsmethodiek van de modelproeven (7.3) en het gebruikte stortmateriaal (7.4). Vervolgens wordt uiteengezet welke modelproeven er uitgevoerd zijn (7.5). Tot slot wordt er een foutenanalyse en een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd (7.6).

7.2 Modelproefopstelling

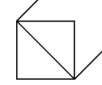
De modelproeven zijn uitgevoerd in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen. Voor de proeven is gebruik gemaakt van de in het laboratorium aanwezige waterbak met afmetingen (lxbxd) 2 x 2,5 x 2,5 m. De modelproefopstelling bestaat uit de waterbak met daarin een constructie die groepen breuksteen gelijktijdig in het water kan loslaten (zie Figuur 7.1).



Figuur 7.1 Overzicht modelproefopstelling

De loslaatconstructie is gecentreerd boven het midden van de bak. Op de bodem van de bak is een maatverdeling aangebracht aan de hand waarvan de uitwijking van gevallen stenen op de bodem uit het midden is af te lezen. De bovenaanzichten van de storten worden vastgelegd met een digitale fotocamera. De foto's worden per computer bewerkt waarbij de coördinaten van de afzonderlijke stenen opgeslagen worden in een dataset.

Twee van de vier wanden van de bak zijn van glas gemaakt waardoor het valproces van opzij waarneembaar is. Het valproces van de stenen wordt op film opgenomen met behulp van een digitale videocamera. De film wordt per computer verwerkt. Uit



de film kunnen momentopnamen (foto's) van het valproces gehaald worden. Door op deze foto's de coördinaten van kenmerkende punten te bepalen kunnen positie en vorm van de steengroep tijdens het valproces vastgelegd worden. De beelden worden gekoppeld aan een tijdsaanduiding waardoor de posities in de tijd bekend zijn. Hiermee kunnen gemiddelde valsnelheden tussen twee opéénvolgende foto's bepaald worden. Ook vormgegevens zoals breedte (in één vlak) en hoogte van de groep zijn hiermee bekend als de functie van de tijd.

7.2.1 Constructie van het loslaatpunt

Tijdens de modelproeven is gebruik gemaakt van twee verschillende loslaatconstructies. De eerste constructie bestond uit een grijper welke net boven het wateroppervlak was gemonteerd. Door een gewicht te laten vallen werd de grijper opengetrokken en werden de in de grijper geplaatste stenen losgelaten. Bij deze methode van loslaten begint het valproces van de steengroep boven het wateroppervlak. De stenen versnellen onder atmosferische omstandigheden en raken het wateroppervlak met een beginsnelheid. Een uitgebreide beschrijving van deze constructie is gegeven in paragraaf 7.2.3 "Grijper". Deze methode van loslaten bleek bij het uitwerken van de proeven een aantal problemen te geven:

- 1) **Onbekende beginsnelheid:** De onbekende beginsnelheid maakt het noodzakelijk om de vertraging of versnelling in het water als gevolg van de beginsnelheid te scheiden van de versnelling veroorzaakt door een groepsproces. Doordat de dieptes waarover de beide processen zich afspelen grotendeels bleken te overlappen, was het niet goed mogelijk deze processen uit elkaar te halen en de component veroorzaakt door een groepsproces vast te stellen.
- 2) **Onbekende beginuitwijkingen:** Het loslaten van de stenen met de grijper vindt plaats door de grijper open te klappen. Hierbij draagt de grijper impuls over aan de stenen wat beginsnelheden in het horizontale vlak veroorzaakt. Het gevolg hiervan is dat de beginposities en snelheden van de stenen niet bekend zijn. Bijkomend probleem is dat het loslaatpatroon niet puntsymmetrisch is door de in één lijn wegklappende grijperhelften.
- 3) **Complicerende luchtinsluiting:** Luchtinsluiting door de stenen compliceert het valproces. Ingesloten lucht introduceert een extra component in het krachterevenwicht van de vallende stenen. De kracht werkt tegen de valrichting in (lucht heeft een lagere dichtheid dan water) en neemt door loslaten van luchtbelletjes af met de diepte. De hoeveelheid lucht die ingesloten wordt en de snelheid waarmee deze lucht weer losgelaten wordt zal afhankelijk zijn van factoren zoals grootte van de steengroep, diameter van de stenen, gradering van de stenen, hoogte van loslaten boven het wateroppervlak en de aanvangsconcentratie. Deze extra onbekende factoren maken het moeilijker de achterliggende mechanismen in het valproces te achterhalen en uitspraken te doen over een prototypesituatie.
- 4) **Benodigd aantal stenen:** Bij het ontwerpen van de grijper werd verwacht dat de gezochte beïnvloeding van gelijktijdig vallende stenen al waarneembaar zou zijn vanaf ongeveer 10 stenen. Bij uitwerken van de modelproeven bleek dat dit aantal veel groter was. Pas vanaf ongeveer 100 stenen is er een duidelijke verhoging van de groepsvalsnelheid waarneembaar. Voor de grotere aantallen stenen (uiteindelijk maximaal 670 stenen) was de inhoud van de grijper te klein.

Bovenstaande argumenten hebben doen besluiten de modelproeven met de grijper te onderbreken en een nieuwe loslaatconstructie te ontwikkelen. Er is gekozen voor een constructie welke de stenen onder water loslaat. De constructie bestaat uit een cilindervormige bak met twee bodemkleppen welke vanaf boven het wateroppervlak geopend kunnen worden. Een uitgebreide beschrijving van deze constructie is gegeven in de paragraaf 7.2.4 "Bodemlosser".

De nadelen van de nieuwe proefopstelling met de bodemlosser zijn:

- 1) Vermindering van de beschikbare waterdiepte met 0,35 m naar 1,5 m.
- 2) Verstoring van het water door openslaan van de kleppen
- 3) Beperkte weergave van de werkelijkheid door volledig onder water loslaten van de steengroepen.

De voordelen van de nieuwe opstelling zijn:

- 1) De loslaatsnelheid is gelijk aan nul; alle gemeten snelheden hoger dan de evenwichtsvalsnelheden van de enkel vallende stenen zijn toe te wijzen aan het groepseffect.
- 2) Geen luchtinsluiting waardoor er een onbekende term uit het krachtenevenwicht verdwijnt.
- 3) Door de cilindervorm van de nieuwe constructie is de exacte aanvangsvorm van de steengroep bekend. Deze vorm is puntsymmetrisch waardoor beelden gemaakt in één vlak van het valproces representatief kunnen worden verondersteld voor het valproces (in het horizontale vlak gemiddeld cirkelvormige doorsnede).

7.2.2 Waterbak

Voor de proeven wordt gebruik gemaakt van een waterbak met de afmetingen (l x b x h) 2,5 m x 2,5 m x 2 m. De draagconstructie van de bak bestaat uit een stalen frame. De bodem van de bak en twee aan elkaar grenzende wanden bestaan uit stalen platen. De twee andere zijden worden gevormd door glasplaten van 3 cm dikte. De stalen wanden van de opstelling zijn zwartgeverfd. (zie Figuur 7.1)

Bij de modelproeven wordt de bak gevuld tot een hoogte van 1,85 m. Dit is de maximaal beschikbare nuttige waterdiepte. Zo wordt de maximale beschikbare diepte benut om een zo goed mogelijk beeld te krijgen van de onderlinge beïnvloeding van de gestorte stenen.

Het vullen van de waterbak dient langzaam te gebeuren om te voorkomen dat de glasplaten knappen door te grote temperatuurgradiënten. Het vullen neemt hierdoor 1½ uur in beslag. Het leeglopen van de bak duurt ongeveer even lang. In eerste instantie werd de bak gevuld met water uit het watercirculatiesysteem van het laboratorium. Het bleek echter dat dit water niet erg helder is waardoor langere sluitertijden van de videocamera noodzakelijk waren met de daarbij behorende grotere vertekening. Ook nam de helderheid van het water uit het systeem in de bak snel af door de groei van in het water aanwezige algen en micro-organismen. Hierdoor moest het water wekelijks verversen worden. Na een aantal proeven is overgegaan op het gebruik van kraanwater. Dit bleek aanzienlijk helderder en ook langer houdbaar. Eens in de drie weken verversen volstond. Bij het verversen van het kraanwater werd het oude water in het circulatiesysteem gebracht om onnodige verspilling te voorkomen.



Op de bodem van de bak is een roestvrijstalen plaat aangebracht waar een zwart stuk tapijt op is gelijmd. Op dit tapijt zijn met witte verf vanuit het midden concentrische cirkels geschilderd met een in stappen van 20 cm toenemende diameter.

7.2.3 Grijper

In eerste instantie is het dumpproces van steengroepen gesimuleerd met behulp van een speciaal geconstrueerde grijper. Met deze grijper is het mogelijk een aantal voorwerpen gelijktijdig boven het wateroppervlak los te laten. De grijperinhoud is instelbaar door het plaatsen van vier schotjes. Hiermee wordt geprobeerd onderlinge gelijkvormigheid van verschillende groeps groottes te bereiken (zie Figuur 7.2 Grijpermond met verplaatsbare schotten en peillood).

De maximale groeps grootte welke met de grijper losgelaten kon worden was een groep met een massa van ongeveer 8 kg.

De grijper werd plaatsvast in een constructie boven het wateroppervlak gemonteerd. Voor aanvang van elke modelproefserie werd de positie van de constructie ten opzichte van het midden van de op de bodem aangebrachte cirkels gecontroleerd met een peillood. Dit peillood is in het midden van de grijper gemonteerd. Door een lijntje te vieren wordt het peillood door de geopende grijpermond naar de bodem gebracht waarna een eventuele uitwijking gecorrigeerd wordt door de positie van het platform te veranderen.



Figuur 7.2 Grijpermond met verplaatsbare schotten en peillood

De hoogte van de grijper boven het wateroppervlak is instelbaar. De opstelling was zo afgesteld dat de onderkant van de grijper enige millimeters boven het wateroppervlak hing.

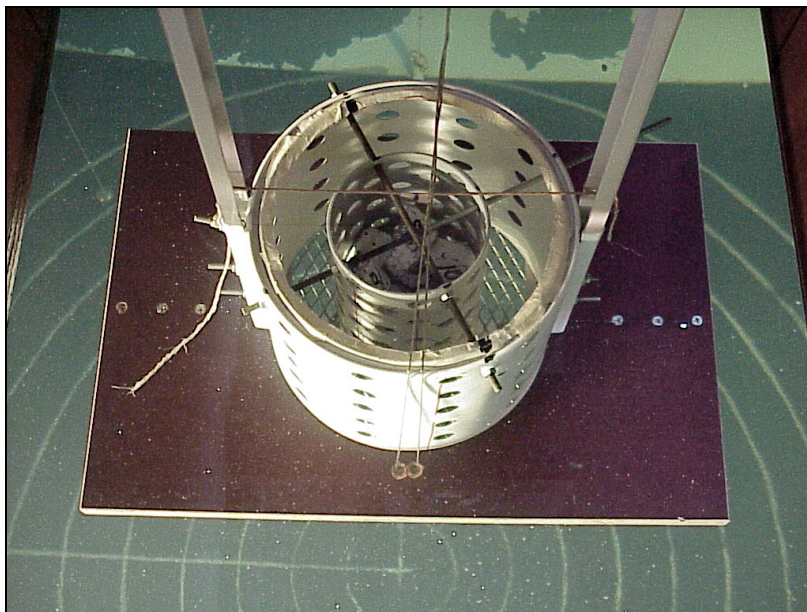
Het openen van de grijper gebeurt door het loslaten van een gewicht. Dit gewicht is via twee lijnen over een aantal katrollen verbonden met de uiteinden van de grijper. De massa van het gebruikte gewicht bedroeg 7 kg. Met deze methode van openen wordt getracht voor elke proef identieke openingssnelheden te creëren.

7.2.4 Bodemlosser

Tijdens de tweede fase van het modelonderzoek is gebruik gemaakt van een constructie welke steengroepen onder water loslaat. De opstelling bestaat uit een cilindervormige bak met een diameter van 22 cm en een hoogte van 30 cm (Figuur 7.33 en Bijlage B2). De cilinder is aan de onderkant afgesloten door twee kleppen. De kleppen zijn gemaakt van een framework met daarop een grofmazig gaas. Zo wordt de verstoring van het water bij het openen van de kleppen zo klein mogelijk gehouden.

Om een bij benadering ongehinderde toestroom van water achter de vallende groepen te realiseren is de bovenzijde van de cilinder geheel open uitgevoerd en zijn in de wand van de cilinder een groot aantal gaten geboord. De cilinder wordt geheel onder water geplaatst, waarbij de bovenzijde van de cilinder zich 5 cm onder het wateroppervlak bevindt.

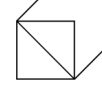
De onderlosser wordt, net als de grijper, uitneembaar in een plaatsvast constructie gemonteerd. Zo kunnen steengroepen bij elke proef uit dezelfde locatie losgelaten worden. De positie van de constructie boven de op de bodem aangebracht cirkels wordt gecontroleerd met een peillood dat door het midden van de cilinder naar beneden kan zakken.



Figuur 7.3 Onder water gemonteerde bodemlosser met insert

De maximale groepsgrootte die met deze constructie losgelaten kan worden is een groep met een massa van ongeveer 12 kg. Dit komt overeen met een groep van 670 stenen met een D_{n50} van 19 mm.

De steengroepen worden losgelaten door de kleppen in de bodem te openen. De kleppen worden dichtgehouden door twee staalkabels die bovenaan de constructie vastgezet worden. Wanneer deze staalkabels losgelaten worden kunnen twee 'postbode' elastieken de kleppen opentrekken. Om bij benadering gelijkvormigheid van steengroepen met verschillende volumes te krijgen zijn er drie inserts gemaakt. Deze inserts bestaan uit buizen met gaten in de wanden die in de cilindervormige onderlosser gemonteerd kunnen worden (zie Figuur 7.3 en Bijlage B2)



7.2.5 Calibratiekruis

Om snelheden en afmetingen van stenen of steengroepen tijdens het valproces te kunnen bepalen is het noodzakelijk een ijking uit te voeren waarbij het aantal pixels/meter in de z-richting en het aantal pixels/meter in de x-richting in de opnamen van de videocamera bepaald worden. Dit wordt gedaan met behulp van een staander die precies in het midden van de proefopstelling geplaatst wordt. Op deze staander zijn op een onderlinge afstand van een meter twee dwarslatten gemonteerd. Op alle vier de uiteinden van de latten is een punt getekend. De onderlinge afstanden tussen de punten zijn 1,00 meter in de z-richting en 0,40 meter in de x-richting (zie bijlage B5).

Als calibratie van de opstelling wordt een opname van de staander met de dwarslatten (calibratiekruis) gemaakt. Na deze opname mag de camera niet meer bewogen worden, deze is dan ook vast op een stevig statief gemonteerd. De opname van het calibratiekruis kan via een bewerking in het programma "Adobe Photoshop" ingelezen worden in het door dhr Den Toom van het Laboratorium voor Vloeistofmechanica ontwikkelde programma "L&C X-Y scan". In dit programma kunnen de punten van de dwarslatten aangeklikt worden. In het programma "Excel" wordt vervolgens de onderlinge afstand tussen de punten uitgedrukt in pixels waarna aan de hand van de bekende onderlinge afstanden het aantal pixels/meter in x- en z-richting bepaald wordt.

7.2.6 Hark

Omdat het niet praktisch is om na elke modelproef de waterbak te legen en te vullen (duurt drie uur) is naar een andere mogelijkheid gezocht om de gestorte stenen weer naar boven te halen. Een aangepaste hark bracht uitkomst: een hark is voorzien van een drie meter lange steel en om te voorkomen dat kleine stenen tussen de tanden van de hark doorvallen is onder de hark een dunne plaat aangebracht. Met de hark is het mogelijk om een klein aantal stenen gelijktijdig naar boven te brengen. In bijlage B6 is een foto van deze aangepaste hark opgenomen.

7.2.7 Belichting van de modelproeven

Om video-opnamen van de vallende stenen te kunnen maken moeten de vallende stenen een zo groot mogelijk contrast hebben met de achtergrond. Ook moeten de stenen zo helder verlicht zijn dat de digitale videocamera voldoende licht heeft om met relatief korte sluitertijden opnamen te kunnen maken.

Het contrast is zo groot mogelijk gemaakt door de achterwand van de bak zwart en de stenen wit te verven. De belichting moet zo opgesteld worden dat dit contrast versterkt wordt: de stenen moeten belicht worden en de achterwand niet. Het beoogde effect is bereikt door lampen onder een hoek van ongeveer 60 graden met de lijn camera - stenen te plaatsen. Er zijn vier halogeenlampen van 500 Watt gebruikt die elk een iets ander deel van het valtraject bestreken. Drie van de lampen zijn boven elkaar opgesteld langs de glaswand parallel aan de lijn camera - bak. De vierde lamp is vlak boven het water oppervlak geplaatst en scheen schuin naar beneden.

7.2.8 De videocamera-opstelling

Het valproces wordt vastgelegd met behulp van een digitale videocamera. Deze camera is op een statief geplaatst op een afstand van 7 meter van één van de

glasplaten. De afstand is zo groot mogelijk gekozen om vertekening door afwijkingen uit het midden van de vallende stenen relatief klein te houden (zie paragraaf 7.6.2).

De camera wordt 90° gekanteld op het statief geplaatst om de valbeweging (z-richting) in de lengterichting van het beeld op te nemen. De camera wordt zo ingezoomd dat het volledige valtraject in beeld gebracht wordt.

De videobeelden worden opgeslagen op Digital Video tape.

7.2.9 Meetpunten

Uit de films van het valproces worden foto's geknipt waarop de momentane posities van de steengroepen bepaald worden. Van elke proef worden negen geknipte foto's (stills) gemaakt. De foto's worden bij elke proef op dezelfde dieptes geknipt. De momentane diepte van een groep is hierbij gedefinieerd als de positie van het front van de groep. Elke meetdiepte heeft een letter meegekregen. De dieptes worden gemeten vanaf onderkant onderlosser en zijn: $a=0,125\text{m}$, $b=0,250\text{m}$, $c=0,375\text{m}$, $d=0,500\text{m}$, $e=0,625\text{m}$, $f=0,750\text{m}$, $g=0,875\text{m}$, $h=1,00\text{m}$, $i=1,25\text{m}$.

7.2.10 Digitale fotocamera

De bovenaanzichten van de storten worden, nadat het losapparaat is verwijderd, gefotografeerd door het gat in de loopbrug. Het fotograferen gebeurt met een digitale fotocamera die de beelden opslaat op een 1,44 Mb schijf in JPG formaat.

7.2.11 Apparatuur voor verwerken videobeelden

Met behulp van een digitale videospeler en een daaraan gekoppelde pc kunnen de beelden van afzonderlijke modelproeven gekopieerd en op schijf opgeslagen worden. De benodigde opslagcapaciteit bedraagt 25 Megabyte per seconde film.

7.3 Uitvoeringsmethodiek van de modelproeven

7.3.1 Opzet van de modelproeven

In grote lijnen worden er bij de modelproeven groepen stenen losgelaten en worden waarnemingen gedaan van het valproces van deze stenen. Het valproces wordt vastgelegd met een digitale videocamera en met een digitaal foto toestel worden bovenaanzichten van de storten gemaakt.

Per proef wordt op negen verschillende dieptes een foto uit de video opname geknipt (bij elke proef worden de foto's op dezelfde diepte geknipt). Met behulp van de locaties van de steengroepen op deze foto's en de bijbehorende tijden worden de gemiddelde valsnelheden tussen de punten bepaald.

Uit de afzonderlijke foto's op de negen dieptes wordt ook informatie gehaald over de geometrie van de steengroepen. Het is niet mogelijk gebleken elke steen afzonderlijk aan te klikken. De sluitertijd van de gebruikte camera was hiervoor te laag en tevens zijn er teveel stenen die achter elkaar vallen waardoor ze niet zichtbaar zijn. In plaats daarvan is de contour van de steengroepen vastgelegd. Dit is gebeurd door de voorste drie stenen van een groep aan te klikken (front), de achterste drie (staart) en zowel links als rechts de buitenste drie.



IJking gebeurt met behulp van een opname van het calibratiekruis. Op dit kruis zijn vier punten met bekende onderlinge afstanden getekend. Voorafgaand aan een modelproef wordt het calibratiekruis in de bak geplaatst en wordt een opname gemaakt.

Alle stappen die noodzakelijk zijn om een volledige modelproef (drie herhalingen) met steengroepen uit te voeren zijn hier onder weergegeven in een stappenplan:

7.3.2 Stappenplan bij de uitvoer van de modelproeven

Vorbereiding

1. Noteren van de nummers van de gebruikte stenen in de steengroep.
2. Plaatsen van het calibratiekruis in de waterbak.
3. Afstellen van de videocamera. Controleren afstand tot de bak en de hoogte van de camera.

Calibratie

4. Video-opname maken van het calibratiekruis.
5. Het calibratiekruis verwijderen, het losapparaat (grijper of bodemlosser) installeren.
6. Met het peillood de positie van het losapparaat controleren, eventueel positie aanpassen.

Modelproef met herhalingen

7. Vullen van het losapparaat met de geselecteerde stenen.
8. De vulgraad van het losapparaat vaststellen.
9. Video aan, steengroep loslaten, video uit.
10. Het losapparaat verwijderen.
11. Een digitale foto maken van het bovenaanzicht van het stort.
12. De stenen van bodem omhoog halen naar het oppervlak met behulp van de aangepaste hark.
13. Het losapparaat opnieuw installeren.
14. Stap 7 tot en met 13 drie tot vijfmaal (oude opstelling) herhalen.

Dataverwerking

15. Videobeelden van het calibratiekruis en modelproeven van film naar harde schijf kopiëren met het programma "DV Editor".
16. Met het programma "Adobe Premiere" per proef acht foto's maken op acht dieptes + één foto van calibratiekruis (voor set van drie herhalingen totaal $3 \times 9 + 1 (\text{calibratie}) = 28$ foto's van de valbeweging).
17. Met het programma "L&C scan X-Y" op elke foto van het valproces 12 punten aanklikken om de positie van de steengroep aan te geven en tijdsaanduiding in bestandnamen invoeren.
18. Met het programma "L&C scan X-Y" in de foto van het calibratiekruis de vier hoekpunten aanklikken (drie herhalingen).
19. Met het programma "L&C scan X-Y" in de foto's van de bovenaanzichten van het stort alle stenen aanklikken (drie herhalingen). Calibratie door het aanklikken van het centrum en twee punten op de bodem op bekende afstand van het centrum.
20. De aparte data-files van de beelden van het valproces en de calibratie-files in één file brengen in het programma "Excel"
21. Met het programma "Excel" de locaties van de steengroepen tijdens het valproces, de tijdstippen van opname en de calibraties samenbrengen en uitdrukken in valsnelheden, groepsbreedte en groepshoogte.

22. Met het programma “Excel” de locaties van de stenen in de bovenaanzichten samenbrengen en verwerken.

7.4 De gebruikte breuksteensorteringen

7.4.1 Keuze voor breuksteen als stortmateriaal

Er is voor gekozen het groepsvalgedrag te bestuderen aan de hand van groepen breuksteen. Andere vormen zoals bollen of kubussen waren ook mogelijk en hadden wellicht eenduidiger gedrag vertoond, maar om praktisch toepasbare resultaten te verkrijgen is het noodzakelijk om zoveel mogelijk gelijkvormig gedrag met de prototypesituatie na te streven. Ook op schaal werken met breuksteen met zijn specifieke random gedrag is daarom de meest voor de hand liggende keus. Wegens de in het kader van een afstudeeropdracht beperkte beschikbare tijd bleek het niet mogelijk ook proeven met bollen uit te voeren. Het lijkt zeker de moeite waard om in een vervolgonderzoek ook het groepsvalgedrag van bollen en bijvoorbeeld kubussen te bestuderen en die resultaten te vergelijken met dit onderzoek naar het valgedrag van groepen breuksteen.

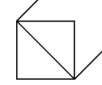
7.4.2 Samenstellen en naamgeving van de sorteringen

Er wordt een aantal verschillende soorten proeven uitgevoerd. Eerst wordt van elke van de in de modelproeven gebruikte steen afzonderlijk de uitwijking en de valsnelheid vastgelegd. Vervolgens worden groepen uniforme stenen met bij benadering een constante nominale diameter gestort. Uiteindelijk worden sorteringen van stenen met verschillende diameters door elkaar gestort. Voor de modelproeven zijn dus verschillende steensorteringen nodig met een uniforme nominale diameter.

Om te voldoen aan de voorwaarde dat de C_D -waarden in het model ongeveer hetzelfde zijn als in het prototype moeten de optredende Reynoldsgetallen tijdens het valproces groter zijn dan $Re=1000$. In paragraaf 6.6 is berekend dat de minimale diameter van de gebruikte stenen in de experimenten dan 3,19 mm is. Bij het doen van proefmetingen is echter gebleken dat dergelijke kleine stenen met de gebruikte videocamera moeilijk individueel te identificeren zijn. Er is daarom gekozen voor steendiameters vanaf 12 mm.

Voor de proeven worden op basis hiervan in totaal vier sorteringen met vier verschillende nominale diameters breuksteen samengesteld. De nominale diameters van de vier sorteringen worden zo vastgesteld dat de stenen in elke opvolgende sortering een driemaal hogere massa hebben. Omdat er nooit stenen gevonden kunnen worden die exact voldoen aan de vastgestelde nominale diameters wordt er een afwijking van 5% in massa geaccepteerd. De selectie gebeurt op basis van massa en hier komt ook de benaming van de vier sorteringen vandaan. De eerste sortering bestaat uit breuksteen met een massa van 6 gram +/- 5%, de tweede uit breuksteen met een massa van 18 gram +/- 5%, de derde sortering bestaat uit breuksteen met een massa van 54 gram +/- 5% en de vierde sortering bestaat uit breuksteen met een massa van 162 gram +/- 5%. De sorteringen worden in het vervolg sortering 6, 18, 54 en 162 genoemd.

In de praktijk worden behalve eisen aan massadichtheid en gradering van steen als stortmateriaal ook eisen gesteld aan de vorm van de stenen. Volgens CUR/RWS [1995] mag maximaal een percentage van 3% van de stenen een L/d -verhouding groter dan 3 hebben.



Om te bepalen of de gekozen steensorteringen hier aan voldoen worden ook de L/d-verhoudingen van de individuele stenen bepaald. L/d is gedefinieerd als de grootste afstand tussen twee punten van een steen gedeeld door de afstand tussen twee parallelle platen waar de steen nog juist tussendoor kan.

7.4.3 Bepalen steeneigenschappen

Na het selecteren van stenen worden het volume, de nominale diameter en de massadichtheid bepaald. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van een weegopstelling in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica. De verschillende steeneigenschappen kunnen als volgt vastgesteld worden (uit Van Gelderen 1999):

A.	Wegen droge steen	→	$M_{s, \text{droog}}$
B.	Wegen van steen onder water	→	$M_{s, \text{onder water}}$
C.	Massa van verplaatst water	→	$M_{\text{verpl. water}} = M_{s, \text{droog}} - M_{s, \text{onder water}}$
D.	Volume van de steen	→	$V_{\text{steen}} = V_{\text{verpl. wat.}} = \frac{M_{\text{verpl. water}}}{\rho_{\text{water}}}$
E.	Massadichtheid van de steen	→	$\rho_s = \frac{M_{s, \text{droog}}}{V_s}$
F.	Nominale diameter	→	$D_{n,x} = \sqrt[3]{\frac{M_{s, \text{droog}}}{\rho_s}}$
G.	Zeefmaat van de steen	→	$D_x = \frac{D_{n,x}}{0.84}$

Voor het wegen van de stenen onder water is gebruik gemaakt van een weegschaal met een haak eronder. Aan de haak is een bakje bevestigd. De weegschaal kan boven een bak met water gemonteerd worden (het aanrecht in dit geval) waarbij het bakje zich volledig onder water bevindt. De stenen worden gewogen door eerst de weegschaal met het bakje onder water nul te stellen en vervolgens de steen voorzichtig onder water in het bakje te plaatsen. De gebruikte weegschaal had een nauwkeurigheid van +/- 0,01 gram wat ruimschoots voldoet.

7.5 Verificatieproeven

7.5.1 Voorbereiding

Op massa selecteren van vier steensorteringen

Er zijn vier groepen stenen uitgezocht. De stenen zijn geselecteerd op massa en op vorm. De stenen zijn, op het oog, op vorm geselecteerd. Hele scherpe scherven en zeer platte stenen zijn uit de groepen gehaald. De reden hiervoor is dat het niet waarschijnlijk is dat stenen met een dergelijke vorm in de prototypesituatie voorkomen. In Tabel 7-1 zijn de eigenschappen van de geselecteerde groepen weergegeven.

Verven en nummeren

Om het contrast tussen de stenen en de achterwand van de waterbak zo groot mogelijk te maken is de achterwand van de bak zwart geverfd en zijn alle stenen wit gemaakt. De stenen zijn vervolgens met een watervaste stift genummerd om ze individueel herkenbaar te maken.

Dichtheid van de stenen

Van de geselecteerde stenen is de dichtheid bepaald. Dit is gedaan door onder water het gewicht van de stenen te bepalen. Wanneer de massa van de steen en het gewicht onder water bekend is, kan met behulp van 'Archimedes' de dichtheid van de stenen bepaald worden.

Volumebepaling

Uit de massa's en de dichtheden van de geselecteerde stenen volgen de steenvolumes.

Lengte/dikte verhoudingen

Van elke steen worden met een schuifmaat de lengte en dikte gemeten. De dikte is gedefinieerd als de kleinste afstand tussen twee parallelle platen waar de steen nog tussendoor past (in aansluiting op onderzoek van Weustink [1998] en van Van Gelderen [1999]). De lengte is gedefinieerd als de grootste afstand tussen twee punten van de steen. Met deze gegevens kan de invloed van L/d op de valsnelheid en de uitwijking bepaald worden.

7.5.2 Proeven met individuele stenen

Horizontale uitwijkingen van de individuele stenen

Elk steen is vijf maal losgelaten uit een vast punt. De uitwijkingen op de bodem zijn genoteerd. Met deze gegevens is de spreiding van de individuele stenen vastgelegd. De gegevens worden vergeleken met de theorie van het Enkele Steen Model. Er worden waarden voor c bepaald.

Valsnelheden van de individuele stenen

Om de valsnelheden van de groepen te kunnen interpreteren worden ze vergeleken met de valsnelheden van de individuele stenen. Van elke individuele steen wordt twee maal de valsnelheid bepaald. Dat wordt gedaan door de stenen één voor één in de bak te laten vallen. Het valproces wordt op video vastgelegd. De videobeelden worden omgezet in foto's op bekende tijdstippen na elkaar. Met behulp van het computerprogramma "L&C x-y" worden de stenen aangeklikt waarmee de exacte coördinaten van de positie van de stenen is vastgelegd. Deze coördinaten worden, samen met een calibratiemeting en de onderlinge tijdstippen, met het programma "Excel" omgezet in valsnelheden. De valsnelheden van de vier sorteringen worden geplot in verdeelcurves.

Tabel 7-1 Eigenschappen van de vier breuksteensorteringen

naam sortering	6	18	54	162
aantal stenen n (-)	85	712	105	57
M ₅₀ (gram)	6,09	18,20	54,18	162,79
D _{n50} (m)	0,013	0,019	0,027	0,039
ρ ₅₀ (kg/m ³)	2668	2678	2678	2690

7.5.3 Proeven met steengroepen met een uniforme sortering

Werkwijze en codering bij modelproeven met uniforme steengroepen

Bij de proeven met uniforme sortering worden verschillende hoeveelheden stenen uit één sortering gelijktijdig losgelaten. Elke proef wordt drie keer herhaald. De codering van de modelproeven is als volgt: eerst een nummer: 6, 18, 54 of 162. Dit nummer



geeft aan uit welk van de vier sorteringen de selectie stenen komt. Vervolgens een nummer, bijvoorbeeld 100, dat aangeeft hoeveel stenen er gelijktijdig losgelaten worden. Tot slot een Romeins cijfer I, II of III om aan te geven welke herhaling van de proef het betreft. De beschreven modelproeven zijn uitgevoerd met de nieuwe proefopstelling waarbij de stenen onder water worden losgelaten.

Modelproef 18-25-I t/m III

Proef 18-25 is een proef waarbij 25 stenen uit de sortering “18 g.” gelijktijdig worden losgelaten. Elke proef met groepen stenen wordt drie maal herhaald. De totale massa van de losgelaten groep is 0,45 kg.

Modelproef 18-50-I t/m III

Loslaten van 50 stenen uit de sortering 18 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 0,9 kg.

Modelproef 18-100-I t/m III

Loslaten van 100 stenen uit de sortering 18 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 1,8 kg.

Modelproef 18-300-I t/m III

Loslaten van 300 stenen uit de sortering 18 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 5,4 kg.

Modelproef 18-450-I t/m III

Loslaten van 450 stenen uit de sortering 18 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 8,1 kg.

Modelproef 18-670-I t/m III

Loslaten van 650 stenen uit de sortering 18 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 12,06 kg.

Modelproef 54-25-I t/m III

Loslaten van 25 stenen uit de sortering 54 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 1,35 kg.

Modelproef 54-50-I t/m III

Loslaten van 50 stenen uit de sortering 54 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 2,7 kg.

Modelproef 54-100-I t/m III

Loslaten van 100 stenen uit de sortering 54 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 5,4 kg.

Modelproef 162-25-I t/m III

Loslaten van 25 stenen uit de sortering 162 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 4,05 kg.

Modelproef 162-50-I t/m III

Loslaten van 50 stenen uit de sortering 162 gram, drie herhalingen.
De totale groeps massa is 8,1 kg.

7.5.4 Modelproeven met graderingen

Er zijn modelproeven uitgevoerd met graderingen. Bij deze proeven wordt de evenwichtssnelheid van steengroepen met een niet-uniforme verdeling onderzocht. Er worden verschillende steengraderingen rondom een D_{n50} gestort. Door de evenwichtsnelheden, de spreiding van de graderingen en de bijbehorende proef met uniforme diameter met elkaar te vergelijken kan de invloed van de breedte van de gradering vastgesteld worden.

De graderingen zijn samengesteld met selecties stenen uit de vier groepen 6, 18, 54 en 162. Feitelijk is dus niet gewerkt met graderingen maar met een sortering bestaande uit vier verschillende diameters stenen. Er zijn modelproeven uitgevoerd met vier verschillende sorteringen.

De benodigde stenen worden uit de groepen gehaald en door elkaar gemengd. Het mengen gebeurt door de gradering een aantal maal over te gooien tussen verschillende emmers.

Modelproef sortering A-I t/m III

Samenstelling: 52 stenen uit sortering 162
 161 stenen uit sortering 18
 86 stenen uit sortering 6

Massa groep = 12,0 kg. $M_{50} = 0,040$ kg. $n=300$ stenen

Modelproef sortering B-I t/m III

Samenstelling: 21 stenen uit sortering 162
 99 stenen uit sortering 54
 180 stenen uit sortering 18

Massa groep = 12,0 kg. $M_{50} = 0,040$ kg. $n=300$ stenen

Modelproef sortering C-I t/m III

Samenstelling: 61 stenen uit sortering 54
 39 stenen uit sortering 18

Massa groep = 4,0 kg. $M_{50} = 0,040$ kg. $n=100$ stenen

Modelproef sortering D-I t/m III

Samenstelling: 22 stenen uit sortering 162
 79 stenen uit sortering 6

Massa groep = 4,0 kg. $M_{50} = 0,040$ kg. $n=101$ stenen

7.5.5 Modelproeven met steengroepen, boven water losgelaten (oude modelproefopstelling)

Voordat besloten is tot het ontwikkelen van een nieuwe proefopstelling waarbij stenen onder water worden losgelaten zijn een aantal proeven uitgevoerd met de grijperconstructie. De proeven zijn in verband met de beperkte beschikbare tijd niet volledig uitgewerkt. De wel bekende data uit deze modelproeven zullen in een bijlage worden opgenomen. Voor de volledigheid worden hieronder de met de grijper uitgevoerde modelproeven vermeld. De modelproeven met de grijper zijn elk vijf maal



herhaald. De codering is vrijwel identiek aan de codering van de met de nieuwe opstelling uitgevoerde modelproeven. Het verschil is de letter B die vooraan de codering is toegevoegd. Deze B staat voor "Boven water" en geeft aan dat het om modelproeven met de grijper gaat. De uitgevoerde modelproeven zijn:

Modelproef B-18-25-I t/m V

Modelproef B-18-50-I t/m V

Modelproef B-18-100-I t/m V

Modelproef B-54-25-I t/m V

Modelproef B-54-50-I t/m V

Modelproef B-54-100-I t/m V

Modelproef B-162-25-I t/m V

Modelproef B-162-50-I t/m V

7.6 Foutenanalyse

7.6.1 Inleiding

Bij het uitvoeren van modelproeven treden onnauwkeurigheden op die het resultaat van de modelproeven beïnvloeden. De onnauwkeurigheden zijn het gevolg van meetfouten, beperkingen van de modelproefopstelling en statistische fouten door het beperkte aantal herhalingen. Een andere categorie onnauwkeurigheden zijn de fouten die ontstaan bij het vertalen van de modelproefresultaten naar een prototype-situatie. Deze effecten zijn besproken in hoofdstuk 6.

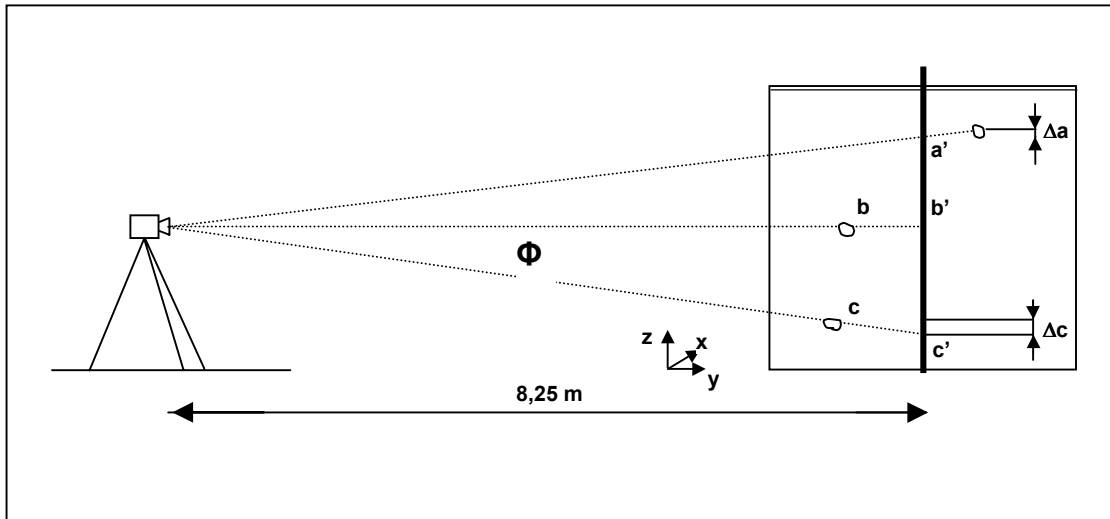
In deze paragrafen worden achtereenvolgens meetonnauwkeurigheden (7.6.2), onnauwkeurigheden door beperkingen van de modelproefopstelling (7.6.3) en statistische fouten (7.6.4) beschreven. Er worden benaderingen gedaan van de relatieve grootte van deze fouten ten opzichte van de gemeten waarden. Tot slot volgt een samenvattende paragraaf met een gevoeligheidsanalyse waarin bepaald wordt welke factoren de grootste invloed hebben op het resultaat.

7.6.2 Meetonnauwkeurigheid

De horizontale afwijking van de steen uit het midden

Bij de calibratie van de opstelling wordt een staander met twee dwarslatten precies in het midden van de waterbak geplaatst (calibratiekruis). Voorafgaand aan de valproeven wordt van dit calibratiekruis een opname gemaakt. Op de dwarslatten zijn vier punten aangebracht met bekende onderlinge afstanden van elkaar. Aan de hand van de coördinaten van deze punten wordt een assenstelsel gecreëerd waarmee de afgelegde afstanden van de stenen vastgesteld kunnen worden. Wanneer de stenen niet precies door het midden van de bak naar beneden vallen ontstaat er een meetfout. (zie Figuur 7.4). Deze meetfout heeft uiteindelijk een fout in de gemeten valsnelheden tot gevolg. In Bijlage B6 worden berekeningen uitgevoerd waarmee de

maximale fout in gemeten valsnelheid als gevolg van horizontale uitwijkingen bepaald wordt. De berekende maximale meetfout (kleine kans van optreden) bedraagt $\pm 7\%$.



Figuur 7.4 Meetfout bij meten verticale posities als gevolg van horizontale uitwijkingen

De aanklikfout

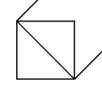
Met het programma “L&C scan-xy” worden coördinaten vastgelegd door posities van stenen aan te klikken op foto's. Er zijn twee oorzaken van meetfouten: De beperkte resolutie van de camera waardoor nooit exact het midden aangeklikt kan worden maar slechts de best overeenkomende pixel en een meetfout doordat er bewegingsonscherpte is waardoor het onduidelijk is waar exact te positioneren.

1. De beperkte resolutie van de camera

Bij het aanklikken van stenen in het valproces wordt één pixel aangeklikt. Er treedt een fout op doordat er maximaal met de nauwkeurigheid van één pixel gemeten kan worden. In bijlage B5 wordt een berekening uitgevoerd waarmee de maximale fout beredeneerd wordt. Deze fout bedraagt $\pm 0,3\%$

2. Bewegingsonscherpte en aanklikken van het geometrisch middelpunt

Tijdens een enkele opname (één beeldje) legt een steen een afstand af gelijk aan de sluitertijd van de camera maal de valsnelheid van de steen. Een normale digitale videocamera zoals de consumentencamera die gebruikt is bij de modelproeven bouwt een interlaced beeld op. Dit wil zeggen dat de camera eerst de helft van de lijnen opbouwt (de even lijnen) en nadat het hele beeld is opgebouwd wordt de andere helft van de lijnen ertussen opgebouwd (de oneven lijnen). De camera is opgesteld in de ‘portret stand’, dat wil zeggen dat zij in de hoogte de grootste afmeting heeft. In dat geval lopen de interlaced lijnen in verticale richting. Het tijdsverschil tussen het opbouwen van de even en oneven lijnen zorgt ervoor dat een enkele steen afgebeeld wordt als twee half over elkaar liggende stenen. Het midden is hierbij geheel gevuld, aan de voorzijde zijn alleen de als laatste opgebouwde oneven lijnen te zien en aan de achterzijde zijn alleen de als eerste opgebouwde even lijnen zichtbaar. Deze vertekening zorgt ervoor dat geometrie van de steen niet geheel zichtbaar is. Het geometrische middelpunt wordt aangenomen als het midden van het gedeelte waar zowel de oneven als de even lijnen zichtbaar zijn. Er wordt geprobeerd het midden van deze lichtere vlek aan te klikken. Er wordt geschat dat dit aanklikken een fout oplevert van maximaal 4 pixels. De fout kan twee keer optreden: bij het beginpunt van het traject waarover gemeten wordt en aan het eindpunt van het traject waarover



gemeten wordt. Dit komt overeen met een maximale procentuele afwijking van $2 \times 2,63/1000 \times 4 \times 100 = \pm 2 \%$ van de gemeten snelheid.

Meetfout bij het meten van de horizontale uitwijkingen op de bodem

De horizontale spreiding wordt gemeten met behulp van een digitale fotocamera. De camera komt precies in het midden boven de waterbak te hangen. De positie van voorwerpen wordt bepaald aan de hand van langs de randen aangebrachte, op de foto zichtbare, maatverdelingen. Bij het aanklikken van de stenen kunnen onnauwkeurigheden optreden als gevolg van beperkingen van de resolutie van de camera: de dichtstbijzijnde pixel wordt aangeklikt en niet het voorwerp zelf.

7.6.3 Onnauwkeurigheid door beperkingen van de proefopstelling

Beperkte afmeting van de waterbak

De beperkte afmetingen van de bak kunnen de retourstroom van het door een groep vallende voorwerpen verplaatste water concentreren in de directe valomgeving van de groep. Wanneer de retourstroom door de beperkte afmetingen geconcentreerd wordt, zal deze het valproces beïnvloeden. Bij groepen met een relatief groot steenvolume is er de mogelijkheid dat er een effect is dat een niet verwaarloosbare invloed heeft op de modelproefresultaten.

De mate waarin de beperkte afmetingen van de bak het valproces beïnvloeden is afhankelijk van het wateroppervlak van de bak, het aangestroomde oppervlak van de groep, de valsnelheid van de groep en het verloop van de retoursnelheid gemeten vanuit het hart van de groep. In bijlage B5 wordt aan de hand van een schematisatie van het valproces berekend dat het maximaal te verwachten retourstroomeffect een fout oplevert van $-1,5\%$. Deze maximale fout is te verwachten bij de grootste gebruikte groepsmassa, de groepen van 12 kg.

Verstoring door het openslaan van de kleppen

Het onder water loslaten van de steengroep gebeurt door het openslaan van twee kleppen die de bodem van de stenenbak vormen. Bij het openslaan worden de kleppen door het water getrokken. Hierbij wordt impuls overgedragen aan het water. De hiermee geïntroduceerde waterbeweging beïnvloedt het valproces van de steengroep. Om te beoordelen in hoeverre deze verstoring te verwaarlozen is wordt een energiebalans opgesteld waarbij de energie die door de stenen afgedragen wordt aan het water vergeleken wordt met de hoeveelheid energie die de kleppen introduceren. Deze energiebalans is te vinden in bijlage B5. Het blijkt dat de kleinste groepen het meeste beïnvloed worden door de waterverstoring van de kleppen. De totale invloed op de valsnelheid is dan ongeveer 5% .

7.6.4 Statistische onnauwkeurigheid

Doordat elk stuk breuksteen een unieke vorm heeft zullen ook de optredende valbanen en evenwichtssnelheden van elk stukje breuksteen anders zijn. Ook zijn de horizontale uitwijking en valsnelheden van één steen bij elke herhaling iets verschillend. Het random gedrag van de individuele stenen in een groep beïnvloedt het valproces van de steengroep en geeft onderlinge verschillen in resultaat tussen twee identieke proeven. Wel kan er door een groot aantal herhalingen van hetzelfde experiment een verdeling van uitkomsten gemaakt worden waaruit kansen van optreden afgelezen kunnen worden.

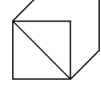
Vanwege het grote aantal verschillende proeven (noodzakelijk om verbanden tussen verschillende variabelen vast te stellen) en de beperkte beschikbare tijd wordt elke proef bij dit onderzoek maar drie keer herhaald. In de resultaten uit de modelproeven is een spreiding te zien in de gemeten waarden van de herhalingen. In deze spreiding zit het beschreven random gedrag maar ook het effect van de hiervoor beschreven meetfouten. De grootste voorkomende verschillen tussen metingen aan twee identieke proeven zijn ongeveer 20%. Bij het verwerken van de resultaten is gebruik gemaakt van gemiddeldes over de drie herhalingen. Door het beperkte aantal herhalingen en de spreiding in resultaten bij die herhalingen moeten deze gemiddelden gezien worden als trends en niet als representatieve aanduiding van een meest waarschijnlijk optredend proces.

7.6.5 Conclusie met betrekking tot de meetnauwkeurigheid

In Tabel 7-2 worden de belangrijkste optredende oorzaken van afwijkingen in resultaten bij elkaar gebracht. Uit de tabel blijkt dat de spreiding van de resultaten groter is dan de totale beredeneerde meetfout. De totale meetfout bedraagt maximaal 15% met een zeer kleine kans van optreden. De maximaal gemeten verschillen in resultaten tussen herhalingen is ongeveer 20%. Verschillen tussen verschillende metingen zijn ook toe te wijzen aan verschillend gedrag van de steengroepen als gevolg van het random gedrag van de individuele stenen in de groep. De verdeling van dit random gedrag is door het geringe aantal van drie herhalingen niet bekend.

Tabel 7-2 Relatieve fouten bij bepalen valsnelheden van steengroepen

	oorzaak fout	E_{\max} (%)	opmerkingen
meetfouten	aanklikfout calibratie	+/- 1	
	horizontale uitwijkingen	+/- 7	
	bewegingsonscherpte	+/- 2	
	beperkte resolutiecamera	+/- 0,5	
beperkingen proefopstelling	beperkte omvang waterbak	-1,5	
	verstoring openslaan kleppen	+/-5%	eerste 30 cm
gemeten verschillen bij identieke proeven	random gedrag steengroepen, + meetfouten	+/- 20,0	
statistische onnauwkeurigheid	random gedrag steengroepen	+/- 20 ?	



Hoofdstuk 8

Analyse van data uit modelproeven met enkel vallende stenen

8 Analyse van data uit modelproeven met enkel vallende stenen

8.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de uitkomsten van de modelproeven met individuele stenen geanalyseerd. Het betreft de modelproeven waarbij valsnelheden, weerstandscoëfficiënten, L/d-verhoudingen en horizontale uitwijkingen van de individuele stenen bepaald worden en met elkaar in verband gebracht worden.

Paragraaf 8.2 geeft theoretische achtergronden welke gebruikt worden bij het uitwerken van de modelproeven.

In paragraaf 8.3 wordt de verdeling van de individuele valsnelheden gegeven. Er is waargenomen dat stenen met de grootste doorsnede in de valrichting draaien. Deze 'weg van de meeste weerstand' wordt verklaard aan de hand van een voorbeeld. Naar aanleiding van deze waarnemingen wordt ook de mogelijke oorzaak van rotatie van kubusvormige stenen behandeld.

Paragraaf 8.4 handelt over twee berekeningsmethoden waarmee weerstandscoëfficiënten berekend kunnen worden. Er wordt een berekeningsmethode op basis van de nominale diameter toegepast en de methode van Kniess [1981] wordt uiteengezet, waarna zijn prototypeproeven geanalyseerd worden. De bij de modelproeven berekende waarden worden vergeleken met de door Kniess gevonden waarden.

In paragraaf 8.5 wordt om de theorie uit paragraaf 8.3 te verifiëren de invloed van de L/d-verhouding op de valsnelheid bepaald. In paragraaf 8.6 wordt de spreiding $\sigma_{39,35}$ van de horizontale uitwijkingen van de individuele stenen op de bodem vergeleken met de door Van Gelderen [1999] geverifieerde waarden uit het Enkele Steen Model. Tot slot volgen in paragraaf 8.7 conclusies en aanbevelingen betreffende de resultaten van de modelproeven met individuele stenen.

8.2 Theoretische achtergronden bij het uitwerken van de modelproeven

In deze paragraaf worden theoretische achtergronden besproken die van belang zijn bij het uitwerken van de modelproeven.

8.2.1 Rayleigh-verdeling

In het Enkele Steen Model (paragraaf 4.7) is afgeleid dat uitwijkingen van individueel losgelaten stenen in het stortprofiel normaal verdeeld zijn. De driedimensionale kansdichtheidsfunctie wordt in vergelijking 4.19 uitgedrukt met een x- en y-coördinaat. De x- en y-coördinaten van de uitwijkingen van de stenen kunnen omgerekend worden in een r-coördinaat welke de afstand van de stenen uit het midden van de verdeling aangeeft. Gegeven dat de uitwijkingen in x- en y-richting normaal verdeeld zijn kan de 2-dimensionale kansdichtheidsverdeling op basis van r beschreven worden met een Rayleigh-verdeling.

In deze paragraaf wordt de afleiding van de methode gepresenteerd. De theorie in deze paragraaf is afkomstig van Battjes [1970].

Wanneer in vergelijking (4.18) ingevuld wordt dat $\sigma_g = \sigma$ en $\mu_x = \mu_y = 0$ geldt:



$$f_{\underline{X}}(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} \quad (8.1a)$$

$$f_{\underline{Y}}(y) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma}\right)^2} \quad (8.1b)$$

Omdat \underline{x} onafhankelijk is van \underline{y} geldt:

$$f_{\underline{XY}}(x, y) = f_{\underline{X}} \cdot f_{\underline{Y}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (8.2)$$

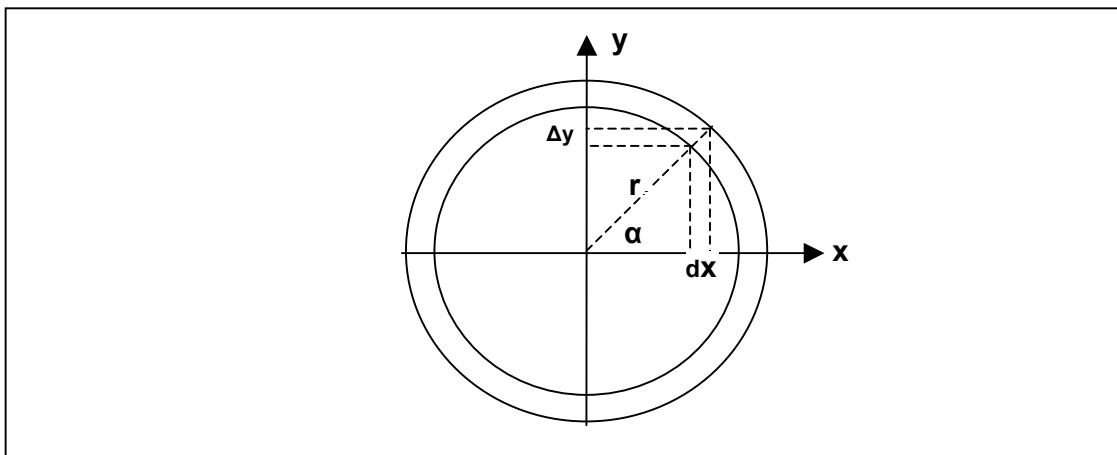
De kansdichtheidsfuncties van \underline{X} en \underline{Y} worden omgeschreven naar een kansverdeling van \underline{r} waarin:

$$\underline{r} = \sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2} \quad (8.3)$$

De verdelingsfunctie van r is gelijk aan:

$$F_{\underline{r}}(r) = \text{kans}[\underline{r} < r] = \text{kans}[\sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2} < r] \quad (8.4)$$

Dit is de kans dat de resultante kleiner is dan een bepaalde lengte (r). Deze kans komt overeen met de sommatie van kansen binnen de ring die in Figuur 8.1 wordt weergegeven.



Figuur 8.1 Kansdichtheidsring waarbij X en Y juist sommeren tot r [Van Oord, 1995]

De kans $[\sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2} < r]$ stelt het volume onder een driedimensionaal Gaussprofiel voor dat begrensd wordt door de cilinder met straal r .

Omdat de richting van de uitwijkingen niet van belang is kan worden overgegaan op cilindercoördinaten : $x = r \cos\alpha$, $y = r \sin\alpha$.

$$F_{\underline{r}}(r) = \text{kans}[\sqrt{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2} < r] = \int \int_{\underline{X}^2 + \underline{Y}^2 < r^2} f_{\underline{x}, \underline{y}}(x, y) dx dy \quad (8.5)$$

$$F_{\underline{r}}(r) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^r \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} r dr d\alpha = \int_0^r r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\alpha}{2\pi\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^r r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr$$

Oplossen van de integraal geeft de verdelingsfunctie van Rayleigh:

$$F_{\underline{r}}(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (8.6)$$

Om te verifiëren of een stort normaal verdeeld is wordt getoetst of de stralen van de stenen voldoen aan de Rayleigh-verdeling. Door de traagheidstraal van het Gaussprofiel in te vullen in de vergelijking van de Rayleigh-verdeling kan het onderschrijdingspercentage van de Rayleigh-verdeling worden berekend, welke overeenkomt met de traagheidsstraal van het Gaussprofiel:

$$F_{\underline{r}}(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} = 1 - e^{-\frac{\sigma^2}{2\sigma^2}} = 1 - e^{-0,5} \approx 0,3935 \quad (8.7)$$

Hieruit volgt dat de straal r die wordt overschreden door 39,35 procent van de stenen gelijk is aan de traagheidstraal (σ) van het Gaussprofiel.

8.2.2 Maximum-Likelihood Schatting voor de normale verdeling

Om te onderzoeken of de gemeten weerstandscoefficienten en L/d-verhoudingen normaal verdeeld zijn worden de data aan de normale verdeling gefit. Daarvoor moeten zo goed mogelijk bij de data passende waarden van μ en σ gevonden worden. Dit kan met een Maximum Likelihood Schatting [Groeneboom e.a., 1999].

De normale kansdichtheidsfunctie wordt gegeven door:

$$f_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{met } -\infty < x < \infty \quad (8.8)$$

De likelihood is nu een functie van μ en σ en wordt gegeven door:

$$l(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)^2} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right)^2} \dots \frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2 \cdot \pi})^n} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+\dots+(x_n-\mu)^2\}} \quad (8.9)$$

De loglikelihood is gelijk aan:

$$L(\mu, \sigma) = -n \log \sigma - n \log \sqrt{2\pi} - \frac{1}{2\sigma^2} \{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2\} \quad (8.10)$$



De extremen worden gevonden door $L(\mu, \sigma)$ partieel te differentiëren naar zowel μ als σ , en beide afgeleiden gelijk te stellen aan nul:

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \{(x_1 - \mu) + (x_2 - \mu) + \dots + (x_n - \mu)\} = 0 \quad (8.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2\} = 0 \quad (8.12)$$

Oplossen van de vergelijkingen (8.11) en (8.12) geeft de maximum-likelihood schattingen voor de parameters σ en μ van de normale verdeling:

$$\mu = \bar{x}_n \quad (8.13)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2} \quad (8.14)$$

8.2.3 Maximum-Likelihood Schatting voor de Rayleigh-verdeling

Ook voor de Rayleigh-verdeling kan met behulp van de methode van de maximum likelihood een schatting gemaakt worden voor de beste aansluiting bij de data. Dit wordt gedaan door een zo goed mogelijk bij de data passende waarde van σ te vinden. De kansdichtheidsverdeling van de Rayleigh-verdeling is:

$$f_{\underline{r}}(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (8.15)$$

De likelihood is nu een functie van σ en wordt gegeven door:

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{r_i}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad (8.16)$$

De loglikelihood is gelijk aan:

$$\log L = \sum_{i=1}^n \left\{ \log(r_i) - (2n) \cdot \log(\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \sum r_i^2 \right\} \quad (8.17)$$

Partieel differentiëren naar σ en gelijkstellen aan nul geeft:

$$\frac{\partial \log(L)}{\partial \sigma} = -\frac{2 \cdot N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{i=1}^N r_i^2 = 0 \quad (8.18)$$

Uitwerken geeft de Maximum-Likelihood Schatter voor parameter σ van de Rayleigh verdeling:

$$\sigma_{ML} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{2 \cdot N}} \quad (8.19)$$

met: $\sigma_{MLS,R}$ maximum-likelihood schatter van de parameter σ van de Rayleigh-verdeling [m]
 r_i de straal van de gestorte steen [m]
 n aantal in de modelproef gestorte stenen [-]

8.2.4 Kolmogorov-Smirnov test

De Kolmogorov-Smirnov test [CUR190, 1997] vergelijkt een gekozen verdelingsfunctie met het statistische materiaal. Bij de methode wordt een toetsingsgrootte y berekend:

$$y = \max\left(\left|\frac{i}{n} - F_x(X_i)\right|\right) \tag{8.20}$$

De gekozen verdelingsfunctie moet worden verworpen wanneer:

$$y > \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \tag{8.21}$$

Hierin is α een coëfficiënt welke afhankelijk is van de betrouwbaarheidsdrempel:

P	α
0,10	1,23
0,05	1,36
0,01	1,63

In dit onderzoek wordt gewerkt met een betrouwbaarheidsdrempel van 1%, wat overeenkomt met $\alpha=1,63$.

8.2.5 Kansverdelingsfunctie van de Normale verdeling

Om met de methode van Kolmogorov-Smirnov een gekozen normale verdeling te kunnen toetsen moet de kansverdelingsfunctie van de normale verdeling bekend zijn. Deze verdelingsfunctie is niet analytisch bekend. Wel zijn er numerieke methoden waarmee oplossingen gevonden kunnen worden. In dit onderzoek worden waarden van de normale verdeling berekend met de methode van Simpson [Tysma, e.a., 1983]. De kansdichtheidsfunctie van de normale verdeling wordt gegeven door CUR 190 [1996]:

$$f_x(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\frac{(X-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \tag{4.18}$$

De formule van Simpson is:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \cdot [f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \dots + 4f_{n-1} + f_n] \tag{8.22}$$

met : n het aantal gelijke deelintervallen (even aantal) [-]
 h $(b-a)/n$, lengte van het deelinterval [m]
 a,b integratiegrenzen [m]



De maximale fout met deze methode is:

$$E_{MAX} = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} f(\xi) \quad a < \xi < b \quad (8.23)$$

De normale verdeling heeft een bereik van min tot plus oneindig. Echter, voor negatieve waarden kleiner dan -3σ neemt de functie verwaarloosbaar kleine waarden aan. Om deze reden wordt als ondergrens -3σ ingevoerd. De bovengrens van de integraal is de waarde van x waarvan $F(x)$ bepaald moet worden. De parameters σ en μ volgen uit de maximum-likelihood schatting van de normaal verdeeld veronderstelde dataset.

Om de normale verdeling met de Kolmogorov-Smirnov test te kunnen toetsen moet nu voor elke waarde x_i uit de dataset met de formule van Simpson de bijbehorende waarde $F(x_i)$ van de normale verdeling berekend worden. Hiervoor wordt het spreadsheet programma "Excel" gebruikt. Vervolgens kunnen voor dezelfde (x_i) de waarden $F(x_i)$ uit de verdeling van de data en de waarden $F(x_i)$ uit de normale verdeling van elkaar afgetrokken worden, waarna ze getoetst worden aan het toetsingscriterium van Kolmogorov-Smirnov.

8.3 Verdeling valsnelheden

Als referentie voor de gemeten valsnelheden bij steengroepen zijn van alle stenen uit de sorteringen 6, 54 en 162 en van de eerste 128 stenen van sortering 18 de individuele valsnelheden gemeten. De evenwichtsvalsnelheid wordt bepaald door de gemiddelde snelheid over een traject van 0,5 m te meten. In Figuur 8.2 wordt de verdeling van de evenwichtsnelheden grafisch weergegeven met door de datapunten de met behulp van de maximum-likelihood schatting gevonden gefitte normale verdelingen. In Tabel 8-1 worden de de eigenschappen van de data weergegeven.

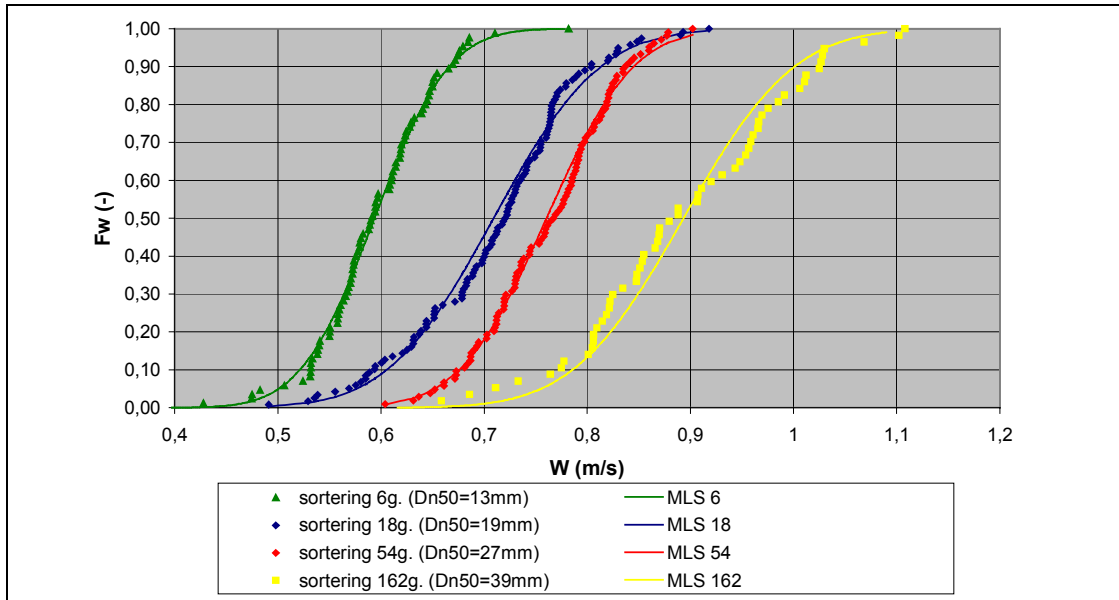
Tabel 8-1 Valsnelheden van de sorteringen

sortering	D_{n50} (m)	aantal stenen (-)	W_{50} (m/s)	W_{95} (m/s)	s_w (m)	s_w/W_{50} (-)
6g.	0,013	85	0,59	0,68	0,06	0,10
18g.	0,019	118 (720)*	0,72	0,83	0,08	0,11
54g.	0,027	105	0,77	0,86	0,07	0,09
162g.	0,039	57	0,88	1,04	0,09	0,10

*bij sortering 18 zijn van de eerste 128 stenen de valsnelheden bepaald. De overige 602 stenen worden alleen gebruikt bij de grootste proeven waarbij de verdeling van de snelheden van de eerste 128 stenen representatief wordt verondersteld voor de hele groep.

Tabel 8-2 Verschillen tussen de waargenomen valsnelheden w en de gefitte normale verdelingen

sortering	aantal stenen (-)	$\mu_{MLS w}$	$\sigma_{MLS w}$ (-)	Δ_{KS} Toets	Δ_{max}	Voldoet aan KS toets?
6	85	0,59	0,06	0,18	0,05	JA
18	128 (720)*	0,71	0,08	0,15	0,06	JA
54	105	0,76	0,07	0,16	0,06	JA
162	57	0,90	0,08	0,22	0,10	JA

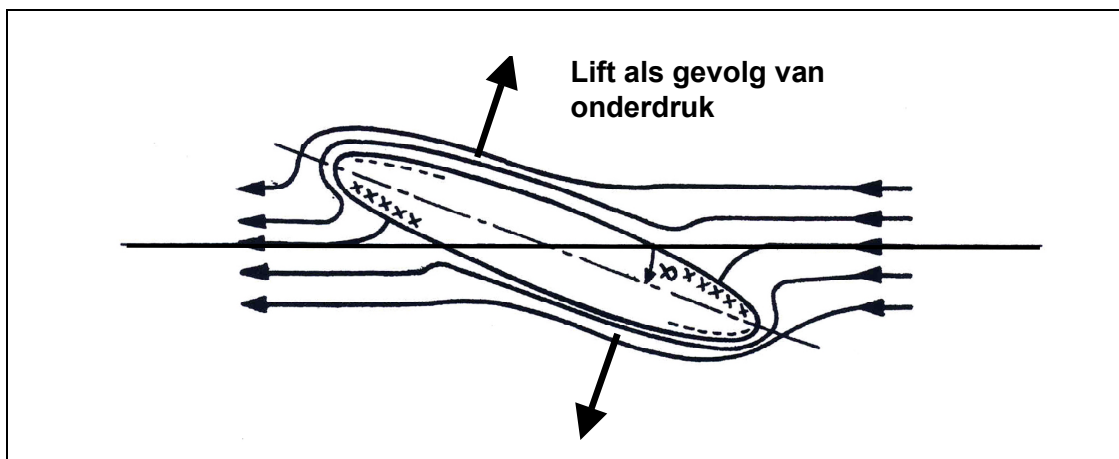


Figuur 8.2 Verdeling van de valsnelheden van individueel vallende stenen

Met behulp van de toets van Kolmogorov-Smirnov wordt gekeken of aanname van een normale verdeling van de valsnelheden geoorloofd is (Tabel 8-2). Dit blijkt het geval.

8.3.1 Weg van de meeste weerstand

Bij het meten van de evenwichtssnelheid is waargenomen dat het merendeel van de stenen met het grootste oppervlak in de stroomrichting vallen. Soortgelijk valgedrag kan waargenomen worden wanneer bijvoorbeeld een CD-hoesje in lucht enige meters naar beneden valt. Dit mechanisme verklaart deels de hoge waarden van de in paragraaf 8.4.1 berekende nominale weerstandscoefficienten. De valorientatie van de stenen kan verklaard worden met de potentiaaltheorie. Er wordt niet ingegaan op de theoretische achtergrond van het verschijnsel, wel wordt het principe uitgelegd aan de hand van een hierna besproken voorbeeld.



Figuur 8.3 Stroming rondom een vliegtuigromp, aangepast overgenomen uit [Gerlach, 1981]

In Figuur 8.3 is een schets van de stroming rondom een vliegtuigromp te zien [Gerlach, 1981]. De romp heeft een invalshoek met de stroming. Deze invalshoek zorgt voor een drukpunt aan de onderzijde. Er bevindt zich een versnelde stroming aan het voorste gedeelte van de bovenzijde en ook een versnelde stroming bij het achterste gedeelte aan de onderkant van de romp. Ter plaatse van de versnelde



stromingen zijn er onderdrukken welke liftcomponenten veroorzaken. De twee liftcomponenten samen vormen een koppel dat de romp met de onderzijde naar de stroomrichting wil drukken.

In het voorbeeld met de romp wordt de rotatie tegengegaan door een tegenwerkend moment afkomstig van de door stroming over het hoogteroer veroorzaakte lift. Stenen in een waterbak worden niet gestabiliseerd en draaien met het grootste oppervlak naar de valrichting. Als het verschil in oppervlakte voldoende groot is blijft de steen stabiel met het grootste oppervlak in de richting van de stroming vallen. De steen kan niet wegdraaien, omdat dan opnieuw het beschreven mechanisme ontstaat dat de steen weer terugduwt.

8.3.2 Rotatie van de stenen

Indien de zijden van een steen ongeveer even groot van oppervlak zijn, en de vlakken niet te vloeiend in elkaar overlopen (kubusvormige steen) wordt aangenomen dat hetzelfde mechanisme als beschreven in paragraaf 8.3.1 optreedt, met het verschil dat er geen stabiele configuratie is. Verwacht wordt dat het volgende proces op kan gaan treden:

1. De steen heeft een kleine beginvalshoek welke een versnelde stroming over een deel van de steen tot gevolg heeft. Er ontstaat een moment waardoor de steen draait. Dit is het proces zoals beschreven in paragraaf 8.3.1.
2. De steen heeft door de draaiende beweging een kleine spintraagheid opgebouwd waardoor de steen iets doordraait. Hierdoor ontstaat er een nieuwe invalshoek.
3. Het mechanisme treedt opnieuw op, de rotatie gaat sneller verlopen en de spinenergie neemt toe. De steen kan dan overgaan in een roterende beweging waarbij de spintraagheid van de steen de draairichting constant houdt en telkens opnieuw een invalshoek veroorzaakt. Het valtraject wordt vervolgens beïnvloed door het in hoofdstuk 4 beschreven Magnus-Effect.

Wanneer de steen niet vlak genoeg is om stabiel met de grootste doorsnede in de valrichting te vallen en ook niet in rotatie raakt kan er een tussenvorm optreden met een schommelende beweging. Deze schommelbeweging wordt waarschijnlijk versterkt door vortex shedding. Er zijn ook andere valmechanismen mogelijk. Voor een uitgebreide beschrijving van waargenomen valbanen wordt verwezen naar Van Gelderen [1999].

8.4 Verdeling weerstandscoefficienten C_D

Aan de hand van de gemeten steendichtheden, volumes, massa's en evenwichtsnelheden worden weerstandscoefficienten berekend. Bij deze berekening wordt uitgegaan van twee verschillende methodes. De eerste methode is op basis van een aangestroomd oppervlak dat berekend wordt door het kwadraat van de nominale diameter te nemen, ofwel een nominaal aanstroomoppervlak. De tweede methode is op basis van de "methode Kniess". Kniess benaderde het aangestroomde oppervlak $\frac{1}{4}\pi D^2$ waarbij D de grootste hoofd diagonaal van de steen is.

8.4.1 Bepalen van de nominale weerstandscoefficiënt

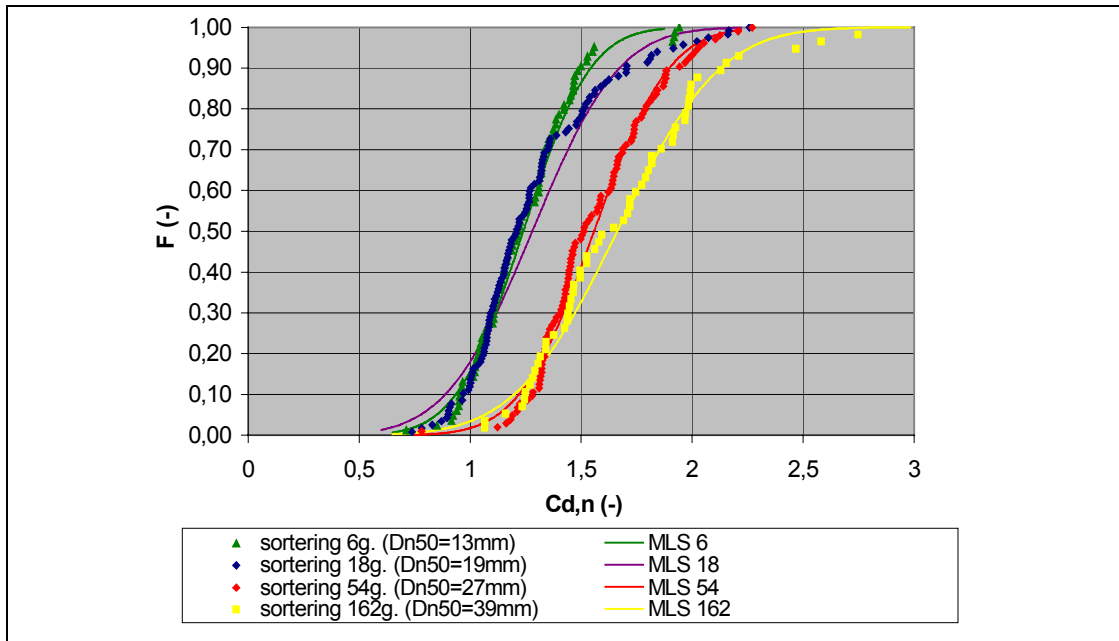
Uit de in de modelproeven gemeten valsnelheden van individuele stenen zijn nominale weerstandscoefficienten berekend door invullen van de gemeten valsnelheden, nominale steendiameter en massadichtheid van de stenen in:

$$C_{D,n} = \frac{2 \cdot \Delta \cdot g \cdot D_n}{v_e^2} \quad (8.24)$$

met: $C_{D,n}$ nominale weerstandscoefficiënt [-]
 v_e gemeten evenwichtsalsnelheid [m/s]
 Δ gemeten relatieve dichtheid [-]
 D_n gemeten nominale diameter [m]

Er wordt getoetst of de berekende waarden van $C_{D,n}$ normaal verdeeld zijn. Daartoe wordt met de methode van de Maximum-Likelihood Schatter voor de normale verdeling de best passende normale verdeling op de data gefit. Met de Kolmogorov-Smirnov toets wordt gecontroleerd of de aanname van een normale verdeling gerechtvaardigd is.

In Figuur 8.4 worden de data en de bijbehorende normale verdelingen grafisch gepresenteerd. Tabel 8-3 geeft eigenschappen van de verdeelfunctie van de gemeten C_d -waarden. In Tabel 8-4 wordt de dataset vergeleken met de gefitte normale verdeling.



Figuur 8.4 Verdeling nominale-weerstandscoefficienten met daardoorheen de maximum-likelihood schattingen van de normale verdeling

Tabel 8-3 Nominale weerstandscoefficienten van de sorteringen

sortering	D_{n50} (m)	aantal stenen (-)	$C_{Dn,50}$ (-)	$C_{Dn,95}$ (-)	s_{cd} (-)	$s_{cd}/C_{D,n50}$ (-)
6	0,013	85	1,24	1,82	0,27	0,21
18	0,019	118 (720)*	1,29	1,97	0,33	0,26
54	0,027	105	1,57	1,21	0,28	0,18
162	0,039	57	1,69	1,51	0,40	0,24



Tabel 8-4 Verschillen tussen de waargenomen nominale weerstandscoefficienten $C_{D,n}$ en de gefitte normale verdelingen

sortering	aantal stenen (-)	$\mu_{MLS L/d}$	$\sigma_{MLS L/d}$ (-)	Δ_{KS} Toets	Δ_{max}	Voldoet aan KS toets?
6	85	1,24	0,24	0,18	0,06	JA
18	128 (720)*	1,29	0,31	0,15	0,12	JA
54	105	1,57	0,26	0,16	0,1	JA
162	57	1,67	0,36	0,22	0,09	JA
cumulatief	375	1,42	0,33	0,09	0,07	JA

Opvallend in Figuur 8.4 zijn de hogere weerstandscoefficienten van de sorteringen 54 en 162. Een met een toenemende diameter toenemende weerstandscoefficient is niet aannemelijk. De oorzaak van de hogere waarden zit vooral in de gemiddeld hogere waarden van de lengte/dikte-verhouding L/d van de sorteringen 54 en 162 (zie paragraaf 8.5). Verondersteld wordt dat, wanneer de L/d -verhoudingen en de vormruwheid van de verzamelingen stenen met verschillende diameter gelijk zijn, ook de verdelingen van de weerstandscoefficienten aan elkaar gelijk zullen zijn

De hier gevonden nominale weerstandscoefficienten zijn omgerekend naar de door Kniess [1981] gehanteerde berekening van de weerstandscoefficienten, waarna ze zijn vergeleken met de door Kniess gevonden waarden bij de valsnelheden van vijf stuks breuksteen met nominale diameters tussen 0,17 en 0,25 m (zie paragraaf 8.4.2). Uit deze vergelijking lijken de weerstandscoefficienten constant te zijn bij een toenemende steendiameter.

Op basis van het bovenstaande wordt gesteld dat de gehele verzameling van alle metingen van de stenen in de sorteringen 6, 18, 54 en 162 samengenomen kan worden om representatieve waarden van de weerstandscoefficienten van breuksteen te krijgen. Op de op deze wijze verkregen verdeling van data wordt een normale verdeling gefit (Figuur 8.5). De gefitte normale verdeling wordt getoetst met de methode van Kolmogorov-Smirnov (Tabel 8-4). Uit de toets blijkt dat de dataset voldoet aan de normale verdeling met verwachtingswaarde $\mu_{CD,n} = 1,42$ (-) en spreiding $\sigma = 0,33$ (-).

Uit het bovenstaande wordt gesteld dat de valsnelheid van breuksteen met een nominale diameter tussen 0,013 m en 0,25 m beschreven kan worden met:

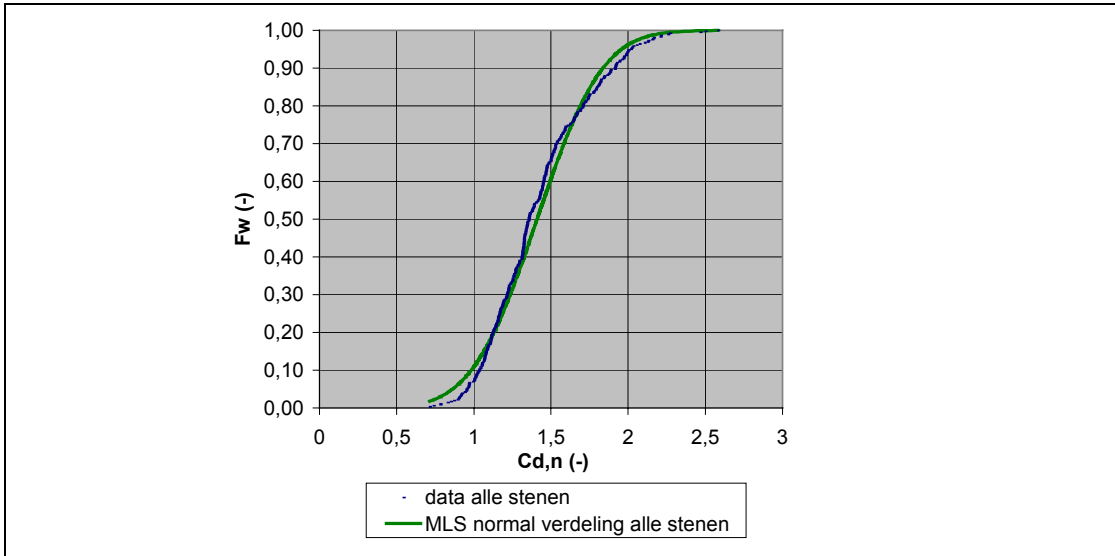
$$w_{ES} = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot D_n \cdot \frac{g}{C_{Dn}}} \quad (8.25)$$

met:	$w_{E.S.}$	evenwichtsvalsnelheid enkele steen	[m/s]
	Δ	relatieve dichtheid	[-]
	D_n	nominale diameter	[m]
	C_{Dn}	nominale weerstandscoefficient	[-]

waarbij de nominale weerstandscoefficient $C_{D,n}$ normaal verdeeld is:

$$f_{CD,n}(C_{D,n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{CD,n}} \cdot e^{-\frac{(C_{D,n} - \mu_{CD,n})^2}{2\sigma_{CD,n}^2}} \quad (8.26)$$

met: $\mu_{CD,n} = 1,42$ [-]
 $\sigma_{CD,n} = 0,33$ [-]



Figuur 8.5 Verdeling van nominale weerstandscoefficienten van alle data met een uit de data berekende maximum-likelihood van de normale verdeling

8.4.2 Bepalen van de weerstandscoefficient met de methode Kniess

Kniess [1981] gebruikte als steenvolume de derde macht van de grootste hoofddiagonaal van de stenen die hij vermenigvuldigde met een factor 0,245. Het aangestroomde oppervlak benaderde Kniess met $\frac{1}{4}\pi D^2$ waarbij D weer de grootste hoofddiagonaal is. Deze methode geeft een groter aangestroomd oppervlak dan de methode met het gebruik van de nominale diameter. Het gevolg hiervan is dat de met de methode Kniess gevonden weerstandscoefficienten aanzienlijk lager uitvallen. De methode Kniess is minder nauwkeurig door de methode van volumebepaling.

De door Kniess aangepaste formule voor de evenwichtsvalsnelheid wordt hiermee:

$$v_e = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot 0,245 \cdot \frac{D_{d,max}}{0,25\pi} \cdot \frac{g}{C_{D,Kniess}}} \quad (8.27)$$

met:	v_e	evenwichtssnelheid	[m/s]
	Δ	relatieve steendichtheid	[kg/m ³]
	$D_{d,max}$	grootste hoofddiagonaal van een steen	[m]
	g	versnelling door de zwaartekracht	[m/s ²]
	$C_{D,Kniess}$	weerstandscoefficient methode Kniess	[-]

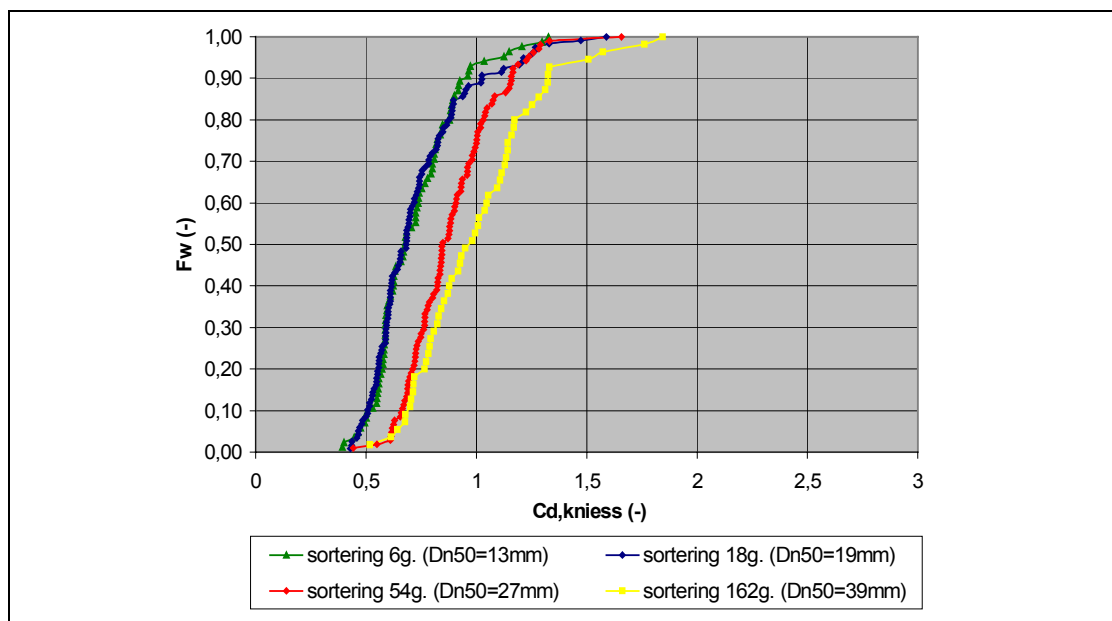
Vergelijking (8.27) wordt omgeschreven naar (8.28) waarin de weerstandscoefficient geschreven wordt als functie van de gemeten valsnelheid:

$$C_{D,Kniess} = \frac{2 \cdot \Delta \cdot g \cdot 0,245 \cdot D_{d,max}}{0,25 \cdot \pi \cdot v_e^2} \quad (8.28)$$

Van alle stenen uit de sorteringen is de grootste diagonaal bepaald waarna de waarden in de aangepaste formule voor de evenwichtsvalsnelheid zijn ingevuld. In



Figuur 8.6 worden verdeelcurves van de met de methode Kniess berekende weerstandscoefficienten weergegeven.



Figuur 8.6 Verdeelcurves van met methode Kniess uitgerekende weerstandscoefficienten

De methode Kniess hanteert een grootste hoofd diagonaal die zowel in de berekening van het volume als in de berekening van het aangestroomde oppervlak gebruikt wordt. Hierdoor wordt het grotere aanstroom oppervlak van relatief platte stenen deels meegenomen in de vergelijking. In de verdelingen van de weerstandscoefficienten $C_{D,Kniess}$ komt dit tot uiting in een kleinere spreiding van de resultaten dan bij de nominale weerstandscoefficienten. Ook liggen de curves van de sorteringen dichter bij elkaar.

Tabel 8-5 Weerstandscoefficienten van de sorteringen met de methode Kniess.

sortering	D_{n50} (m)	aantal stenen (-)	$C_{D,Kniess,50}$ (-) (= $\mu_{C_{D,kniess}}$)	$C_{D,Kniess,95}$	σ_{cd} (-)	$\sigma_{cd}/C_{D,Kn,50}$
6	0,013	85	0,72	1,10	0,19	0,26
18	0,019	118 (720)*	0,73	1,22	0,28	0,38
54	0,027	105	0,89	1,24	0,20	0,22
162	0,039	57	1,01	1,52	0,34	0,34

Uit het onderzoek van Kniess naar de valsnelheid van breuksteen werd geconcludeerd dat de gemiddelde weerstandscoefficient $C_{D,Kniess} = 0,63$. De metingen van Kniess vertonen een spreiding van ongeveer $\pm 0,15$. De experimenten van Kniess zijn uitgevoerd met 5 stenen (breuksteen) met een gemiddelde diameter van 270 mm. Van elk van de vijf stenen is éénmaal de evenwichtsvalsnelheid gemeten.

Het gewogen gemiddelde van de bij de modelproeven gevonden waarde $C_{D,Kniess}$ bedraagt 0,81 met een spreiding van 0,25. Uit de metingen van Kniess en de metingen uit de modelproeven samen wordt geconcludeerd dat de waarde van $C_{D,Kniess}$ ongeveer constant is voor diameters tussen 0,017 m en 0,250 m en een waarde heeft van $0,7 \pm 0,15$.

Het gevaar van gebruik van de vergelijking van Kniess treedt op wanneer de formule gebruikt wordt om valsnelheden te berekenen op basis van metingen: de valsnelheid

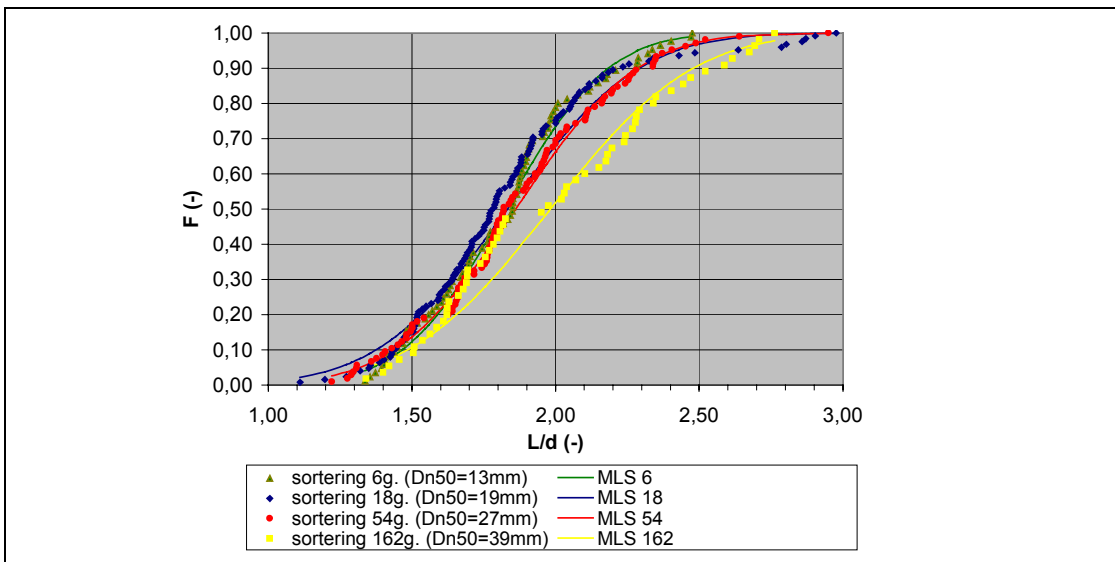
van een relatief platte steen ($L/d > 2$) wordt te hoog berekend omdat het volume bepaald wordt met de grootste diagonaal welke bij platte stenen relatief groot is, terwijl platte stenen juist trager vallen. Andersom, als uit een steensortering een steekproef genomen wordt waarbij in de steekproef veel relatief kubusvormige stenen ($L/d < 1,5$) zitten, wordt een te lage snelheid berekend.

8.5 Invloed van L/d op de valsnelheid

Uit waarnemingen is gebleken dat breuksteen veelal met het grootste oppervlak in de valrichting valt: de weg van de meeste weerstand (paragraaf 8.3.1). Het lijkt daarom aannemelijk dat relatief plattere stenen een hogere weerstandscoefficiënt hebben dan meer kubusvormige stenen. In deze paragraaf wordt nagegaan of deze veronderstelling juist is, ofwel: In hoeverre bestaat er een aantoonbaar verband tussen de weerstandscoefficiënt van breuksteen en de lengte/dikte verhouding (L/d)?

In dit onderzoek is de L/d -verhouding, in navolging van de onderzoeken van Van Oord [1996] en Van Gelderen [1998] gedefinieerd als de grootste afstand tussen twee punten van een steen (L) gedeeld door de kleinste afstand tussen twee parallelle platen waar de steen nog juist tussendoor past (d).

Om het een en ander te kunnen verifiëren wordt van alle stenen uit de sorteringen 6, 18, 54 en 162 de L/d -verhouding bepaald. Met behulp van de Maximum-Likelihood Schatter voor de normale verdeling wordt er een normale verdeling op de data gefit (Figuur 8.7 en Tabel 8-6). Met de toets van de Kolmogorov-Smirnov wordt beoordeeld of de aanname van een normale verdeling van de L/d -waarden valide is (Tabel 8-7). Dit blijkt inderdaad het geval te zijn.



Figuur 8.7 Verdeling van de L/d -verhoudingen

Tabel 8-6 L/d -verhoudingen van de sorteringen

sortering	D_{n50} (m)	aantal stenen (-)	L/d_{50}	L/d_{95} (-)	s_{data} (m)	$s_{data} / L/d_{50}$
6	0,013	85	1,83	2,33	0,28	0,12
18	0,019	128 (720)*	1,87	2,84	0,43	0,15
54	0,027	105	1,87	2,40	0,33	0,14
162	0,039	57	1,99	2,68	0,39	0,15

- Uit sortering 18 zijn van 128 van de 720 stenen de L/d -verhoudingen bepaald

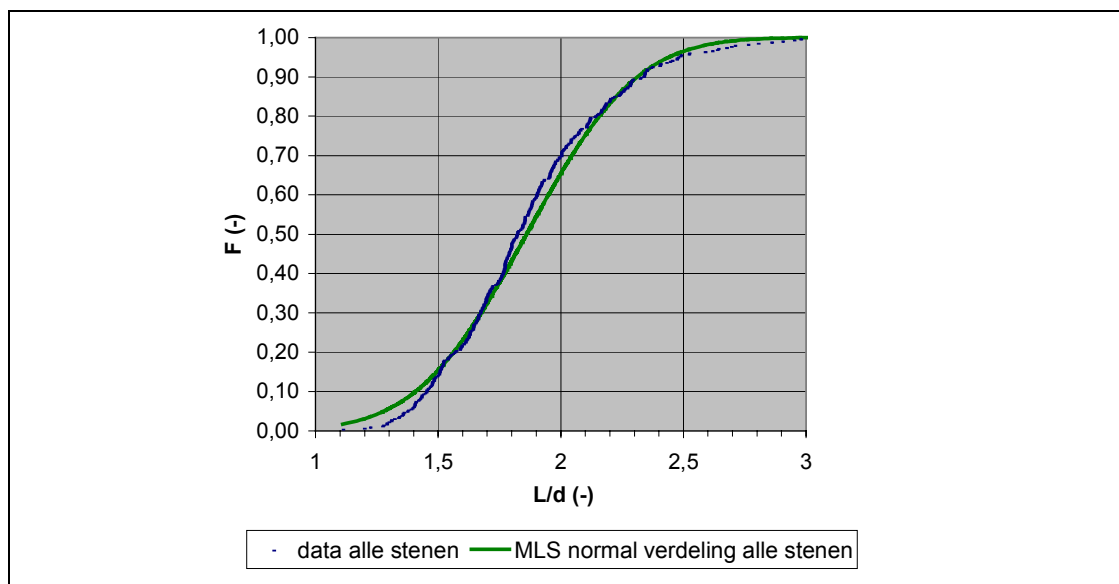


Tabel 8-7 Verschillen tussen de waargenomen L/d-verhouding en de gefitte normale verdelingen

sortering	aantal stenen (-)	$\mu_{\text{MLS L/d}}$	$\sigma_{\text{MLS L/d}} (-)$	$\Delta_{\text{KS Toets}}$	Δ_{max}	Voldoet aan KS toets?
6	85	1,83	0,28	0,18	0,06	JA
18	128 (720)*	1,84	0,36	0,15	0,11	JA
54	105	1,87	0,33	0,16	0,05	JA
162	57	1,99	0,39	0,22	0,13	JA
cumulatief	375	1,87	0,35	0,09	0,06	JA

De verdeling van de L/d-verhoudingen van de sorteringen 6, 18 en 54 blijken nagenoeg samen te vallen. In sortering 162 zitten meer relatief platte stenen waardoor de verdeelcurve naar rechts opschuift.

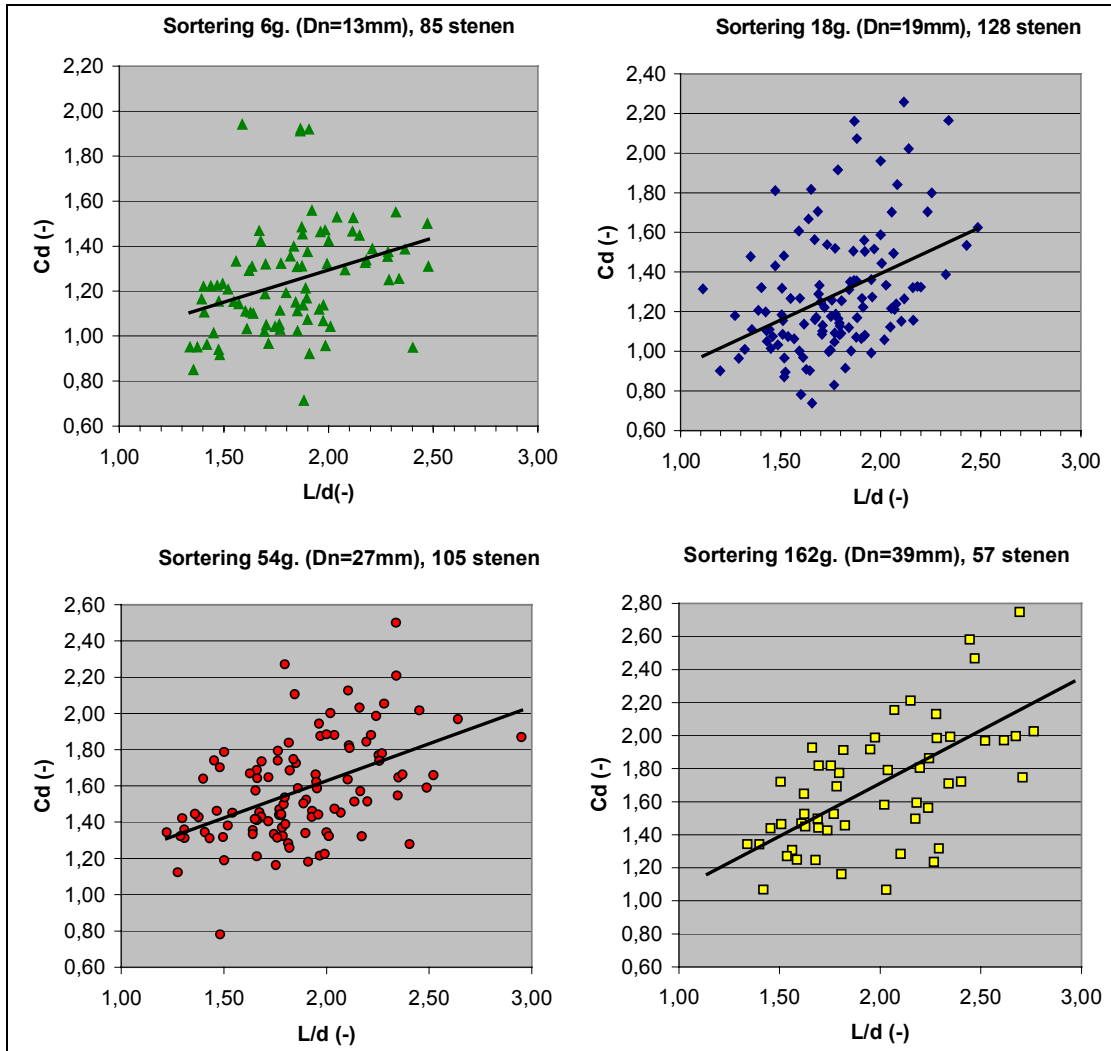
Er wordt aangenomen dat de verdeling van L/d-verhoudingen constant is voor toenemende steendiameters en dat de verdeling van de L/d-verhoudingen van alle stenen samen representatief zijn voor een praktijksituatie. De L/d-verhouding van alle stenen wordt in één verdeling uitgezet. Er wordt een normale verdeling gefit. Uit de toegepaste Kolmogorov-Smirnov toets blijkt dat de aanname van een normale verdeling gerechtvaardigd is. Hierbij moet worden opgemerkt dat de verdeling bij de linkerstaart begrensd is bij de kleinst mogelijke waarde van L/d welke gelijk is aan 1. Doordat de waarde ver van het midden van de verdeling verwijderd is ($>5\sigma$) heeft deze begrenzing nauwelijks invloed.



Figuur 8.8 De L/d-verhouding van alle stenen cumulatief met maximum-likelihood normale verdeling

Om de invloed van L/d op de snelheid te bepalen worden de gemeten L/d verhoudingen in Figuur 8.9 uitgezet tegen de bijbehorende gemeten weerstandscoefficienten. Met behulp van lineaire regressie (Bijlage A2: lineaire regressie met behulp van de kleinste kwadraten methode) worden lijnen door de meetpunten geplot. Uit de richting van de lijnen is een tendens te zien van toenemende weerstandscoefficienten bij toenemende L/d. De metingen vertonen een grote spreiding rondom de geplotte lijnen (zie Tabel 8-8). Deze spreiding wordt veroorzaakt doordat de verschillen in valsnelheid niet alleen afhankelijk zijn van de L/d verhouding en doordat de mate van 'platheid' $A_{\text{max}}/V_{\text{steen}}$ niet alleen afhankelijk is van L/d. Voorbeelden van andere parameters die de valsnelheid beïnvloeden zijn

onderlinge massaverschillen van de stenen in de sorteringen, verschillen in massadichtheid, verschillen in vormruwheid (rond ↔ hoekig) en meet-
onnauwkeurigheden.

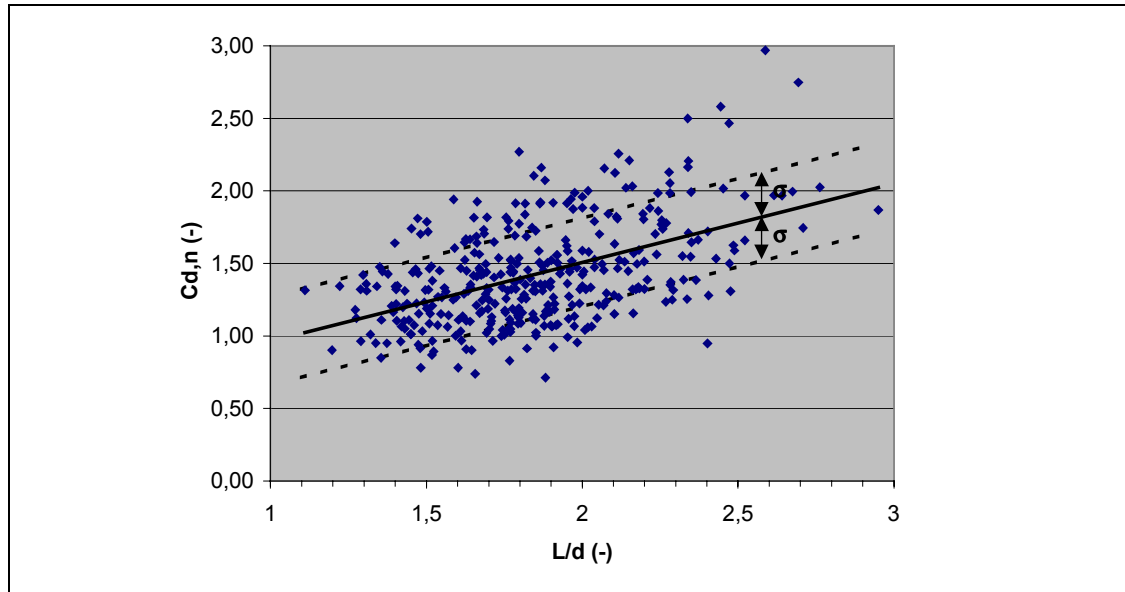


Figuur 8.9 Weerstandscoefficienten als functie van de L/d-verhoudingen met daar doorheen geplote regressie lijnen

De vraag is nu of het aanwezige verband tussen de weerstandscoefficiënt en L/d sterk genoeg is om een verbeterde voorspelling van weerstandscoefficienten mogelijk te maken. Om dit te onderzoeken wordt eerst gekeken of de spreiding van de data om de lineaire-regressie lijnen normaal verdeeld is. Dit wordt gedaan door voor elk punt de verticale afstand naar de regressielijnen te berekenen en vervolgens met de toets van Kolmogorov-Smirnov te toetsen of de uitwijkingen normaal verdeeld zijn (Tabel 8-8). Alle vier de sorteringen blijken inderdaad normaal verdeelde uitwijkingen rondom de regressielijnen te hebben. Omdat geconstateerd is dat zowel de L/d-verhouding als de weerstandscoefficiënt onafhankelijk is van de steendiameter, kunnen de vier datasets samengevoegd worden. Er wordt wederom een regressielijn berekend (Figuur 8.10). De verticale afstanden tussen data en regressielijn is weer normaal verdeeld (Tabel 8-8).


Tabel 8-8 Controle van een normale verdeling van de spreiding van $C_{D,n}$ -waarden om de regressielijnen

sortering	regressie lijn ($=\mu_{CD,n}$)	R^2 (-)	$\sigma_{CD,n}$ (-)	Δ_{KS} Toets	Δ_{max}	Voldoet aan KS toets?
6	$\mu_{CD,n}=0,29L/d + 0,72$	0,12	0,22	0,18	0,08	JA
18	$\mu_{CD,n}=0,47L/d + 0,46$	0,17	0,28	0,15	0,12	JA
54	$\mu_{CD,n}=0,41L/d + 0,81$	0,24	0,34	0,16	0,11	JA
162	$\mu_{CD,n}=0,64L/d + 0,43$	0,39	0,31	0,22	0,07	JA
cumulatief	$\mu_{CD,n}=0,54L/d + 0,42$	0,24	0,30	0,09	0,06	JA


Figuur 8.10 De C_d -waarde uitgezet tegen de L/d -verhoudingen van alle sorteringen samen. Door de data is de regressielijn geplot met daaromheen de spreiding van de normaal verdeelde afwijkingen

De weerstandscoefficiënt $C_{D,n}$ kan beschreven worden door de regressielijn in Figuur 8.10 en de normale verdeling van $C_{D,n}$ om die lijn. De normale verdeling van de weerstandscoefficiënt wordt gegeven door:

$$f_{CD,n}(C_{D,n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{CD,n}} \cdot e^{-\frac{(C_{D,n} - \mu_{CD,n})^2}{2\sigma_{CD,n}^2}} \quad (8.29)$$

De verwachtingswaarde ($\mu_{CD,n}$) van de weerstandscoefficiënt ($C_{D,n}$) wordt nu beschreven door de lineaire-regressielijn :

$$\mu_{CD,n} = 0,54 \cdot \frac{L}{d} + 0,42 \quad [-] \quad (8.20)$$

De spreiding is berekend en bedraagt:

$$\sigma_{CD,n} = 0,30 \quad [-]$$

Het berekenen van de weerstandscoefficiënt met alleen de normale verdeling wordt vergeleken met de methode waarbij de L/d -verhoudingen gebruikt worden. Bij beide

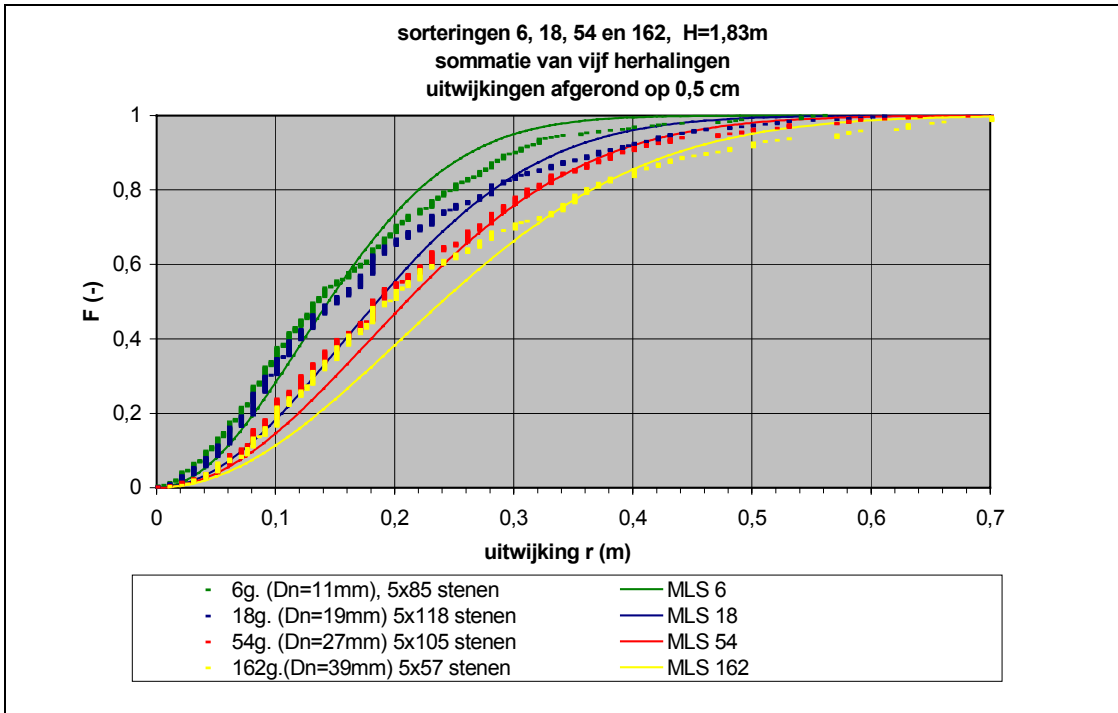
methoden wordt gebruik gemaakt van een normaal verdeelde kansdichtheidsfunctie. Vergelijken vindt plaats door het verschil in spreiding te beschouwen. De spreiding bij de normale verdeling van de weerstandscoëfficiënten waarbij geen gebruik gemaakt wordt van de L/d-verhouding bedraagt 0,33 (-). De spreiding van de normale verdeling waarbij de L/d-verhouding wel gebruikt wordt, bedraagt 0,3 (-). Dit betekent dat de spreiding in de berekende $C_{D,n}$ -waarden door gebruik van de L/d-verhouding met 10% afneemt. Dit is slechts een kleine verbetering van de nauwkeurigheid.

Verwacht wordt dat een extra verlaging van de spreiding bereikt kan worden door behalve de L/d-verhouding ook een vormfactor voor rond- of hoekigheid mee te nemen.

8.6 Verdeling van horizontale uitwijkingen

Alle stenen uit de verdeling zijn vijf keer individueel vanaf het oppervlak losgelaten waarna de uitwijkingen op de bodem zijn genoteerd.

In Figuur 8.11 zijn de verdeling van de data weergegeven. Met behulp van de maximum-likelihood schatting voor de Rayleigh-verdeling zijn gefitte Rayleigh verdelingen door de data geplot. Aan de hand van de toets van Kolmogorov-Smirnov (KS toets) wordt bepaald of de aanname van een Rayleigh verdeling van de data gerechtvaardigd is (Tabel 8-9). Op grond van de KS toets blijkt de Rayleigh-verdeling niet te voldoen. Dit komt overeen met de resultaten van Van Gelderen [1998], die ook constateerde dat zijn datasets net niet aan het criterium van KS voor de Rayleigh verdeling voldeden.



Figuur 8.11 Verdeling van de horizontale uitwijkingen van individueel losgelaten stenen met daar doorheen gefitte maximum-likelihood schattingen van de Rayleigh-verdelingen


Tabel 8-9 Kolmogorov-Smirnov toets voor op waargenomen horizontale uitwijkingen gefitte Rayleigh-verdelingen

sortering	aantal stenen n (-)	D_{n50}	σ_{MLS} (m)	Δ_{KS} Toets	Δ_{max}	Voldoet aan KS toets?
6	85 * 5	0,013	0,12	0,08	0,09	Nee
18	118 * 5	0,019	0,16	0,07	0,18	Nee
54	105 * 5	0,027	0,18	0,07	0,10	Nee
162	57 * 5	0,039	0,20	0,10	0,16	Nee

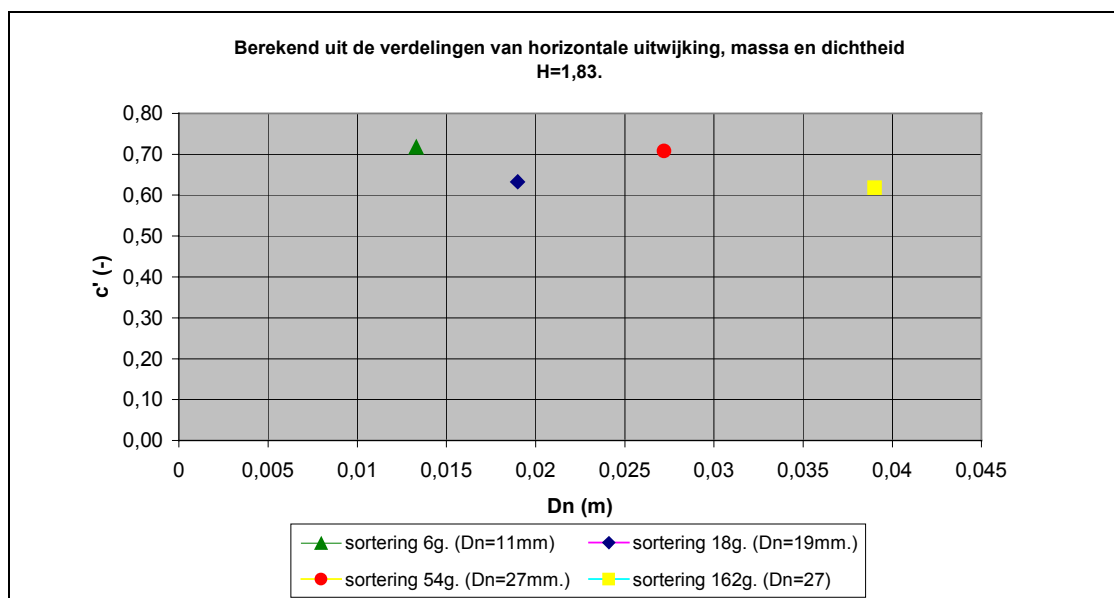
Om te verifiëren of de horizontale spreiding van de individuele stenen in de sortering overeenkomt met de resultaten van Van Gelderen [1995] wordt de spreiding $s_{39,35}$ bepaald uit de verdelingen. Met deze waarde worden de spreidingsconstanten c' van de sorteringen berekend door ze in te vullen in vergelijking (4.17).

$$\sigma = c' \cdot \sqrt{D_{n50} \cdot h} \quad (4.17)$$

De door Van Gelderen [1998] bepaalde spreidingsconstante is voor breuksteen gelijk aan $c'=0,685$. In Figuur 8.12 worden de waarden van de in dit onderzoek gevonden spreidingsconstanten grafisch gepresenteerd en vergeleken met de waarde van Van Gelderen. Geconcludeerd wordt dat de spreiding van de horizontale uitwijkingen conform verloopt met de onderzoeksresultaten van Van Gelderen.

Tabel 8-10 Bepaling van de spreidingsconstante c'

sortering	$s_{39,35}$ [m]	h [m]	D_{n50} [m]	c' [-]
6g.	11,14	1,83	0,013	0,72
18g.	11,80	1,83	0,019	0,63
54g.	15,80	1,83	0,027	0,71
162g.	16,50	1,83	0,039	0,62


Figuur 8.12 Waarde van de spreidingsconstante c'

8.7 Conclusies uit de proeven met individuele stenen

Aan de hand van de in voorgaande paragrafen gepresenteerde analyse van de modelproefresultaten uit metingen aan individuele stenen en de terugkoppeling naar de literatuur, met name naar de valexperimenten van Kniess en het E.S.M., worden de volgende conclusies getrokken.

Evenwichtsvalsnelheid

Er is vastgesteld dat breuksteen voornamelijk valt met het grootste aangestroomde oppervlak naar de valrichting, de weg van de meeste weerstand.

Bij het berekenen van de valsnelheden van individueel vallende breuksteen verdient het gebruik van de methode met de nominale diameter de voorkeur boven de methode van Kniess. De reden voor deze voorkeur ligt met name in de methode van volumebepaling bij de methode Kniess. Doordat bij de methode Kniess alleen gebruik gemaakt wordt van de grootste hoofddiagonaal worden voor met name stenen met een extreme L/d-verhouding (laag of hoog) te hoge/lage valsnelheden berekend.

De waarden van de weerstandscoefficiënt op basis van de methode Kniess voor breuksteen is experimenteel bepaald en vergeleken met de (prototype)resultaten van Kniess. Naar aanleiding van de modelproefresultaten en de overeenkomst tussen modelproefresultaten in dit onderzoek en de resultaten van Kniess wordt gesteld dat de weerstandscoefficiënt $C_{D,Kniess}$ van breuksteen onafhankelijk is van de diameter voor $0,017 \text{ m} < D_{n50} < 0,270 \text{ m}$.

De waarden van de nominale weerstandscoefficiënten van de breuksteen zijn normaal verdeeld met $\mu=1,42$ en $\sigma=0,33$. De waarden van de gemiddelde weerstandscoefficiënten van Kniess en de gemiddelde nominale weerstandscoefficiënt zijn, zonder gebruik te maken van de diameter, lineair in elkaar om te rekenen. Op basis hiervan kan naar aanleiding van de resultaten van Kniess verwacht worden dat ook de nominale weerstandscoefficiënt onafhankelijk is van de steendiameter voor steendiameters tussen 0,017 m en 0,270 m.

Invloed van L/d op de valsnelheid

De L/d-verhoudingen van de gebruikte breuksteensorteringen blijkt normaal verdeeld met $\mu=1,87$ en $\sigma=0,35$. De invloed van L/d is bepaald door de regressielijn van de weerstandscoefficiënten uitgezet tegen de L/d-verhouding te bepalen. De uitwijkingen van de data om deze regressielijn blijken normaal verdeeld. De spreiding σ bedraagt 0,3 en is daarmee 10% lager dan wanneer geen gebruik gemaakt wordt van de L/d verhoudingen.

Berekenen evenwichtsvalsnelheid

De aangeraden methode voor het bepalen van de valsnelheid van een stuk breuksteen wordt hiermee:

1. Bepalen van de massa van de steen.
2. Bepalen of schatten van massadichtheid.
3. Berekenen nominale diameter met:
4. Bepalen L/d van de steen.

$$D_n = \sqrt[3]{\frac{m_{steen}}{\rho_{steen}}}$$



5. Berekenen evenwichtsvalsnelheid:

$$w_{ES} = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot D_n \cdot \frac{g}{C_{Dn}}} \quad (8.25)$$

$$f_{CD,n}(C_{D,n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{CD,n}} \cdot e^{-\frac{(C_{D,n} - \mu_{CD,n})^2}{2\sigma_{CD,n}^2}} \quad (8.26)$$

waarbij **zonder** gebruik van de L/d-verhouding geldt:

$$\begin{aligned} \mu_{CD,n} &= 1,42 [-] \\ \sigma_{CD,n} &= 0,33 [-] \end{aligned}$$

en **met** gebruik van de L/d-verhouding:

$$\begin{aligned} \mu_{CD,n} &= 0,54 \cdot \frac{L}{d} + 0,42 [-] \\ \sigma_{CD,n} &= 0,30 [-] \end{aligned}$$

6. Correctie met vormfactor (rondheid, gladheid).
Nog te bepalen in vervolgonderzoek.**Horizontale uitwijkingen van de stenen**

De uitwijkingen van de stenen uit de sortering blijken net niet te voldoen aan de Rayleigh-verdeling. Dit is conform de resultaten van Van Gelderen [1998]. Met name enigszins kubusvormige stenen zijn debet aan het niet voldoen aan het E.S.M. Deze stenen kunnen in rotatie komen en als gevolg van het Magnus-effect onder een constante hoek met de verticaal vallen.



Hoofdstuk 9

Analyse van data uit modelproeven met steengroepen

9 Analyse van data uit modelproeven met steengroepen

9.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de modelproeven besproken waarbij groepen stenen gelijktijdig losgelaten worden. In paragraaf 9.2 worden aan de hand van foto's van het valproces waarnemingen bij de modelproeven besproken.

Paragraaf 9.3 geeft de waargenomen groepsvalsnelheden en relatieve snelheden ten opzichte van de evenwichtsvalsnelheid van de individuele stenen uit de groep. De valsnelheden worden in verband gebracht met het aantal stenen in de groep, de totale steenmassa in de groep en de afmetingen van de stenen in de groep.

Paragraaf 9.4 behandelt de toename van de breedte van de groepen met de diepte. Er wordt onderzocht of de toename dB/dh constant is met de diepte en of dB/dh onafhankelijk is van de massa van de groep.

Paragraaf 9.5 beschrijft het optreden van radiale afstroming welke de spreiding van het stort op de bodem sterk kan beïnvloeden. De werking van het principe wordt geanalyseerd en er worden suggesties gedaan voor het ontwikkelen van een methode om het effect te modelleren.

In paragraaf 9.6 wordt het valproces van steengroepen opgedeeld in vijf fasen en worden de kenmerken van de steengroep in de verschillende fasen beschreven.

Tot slot volgen in paragraaf 9.7 conclusies uit het valgedrag van steengroepen.

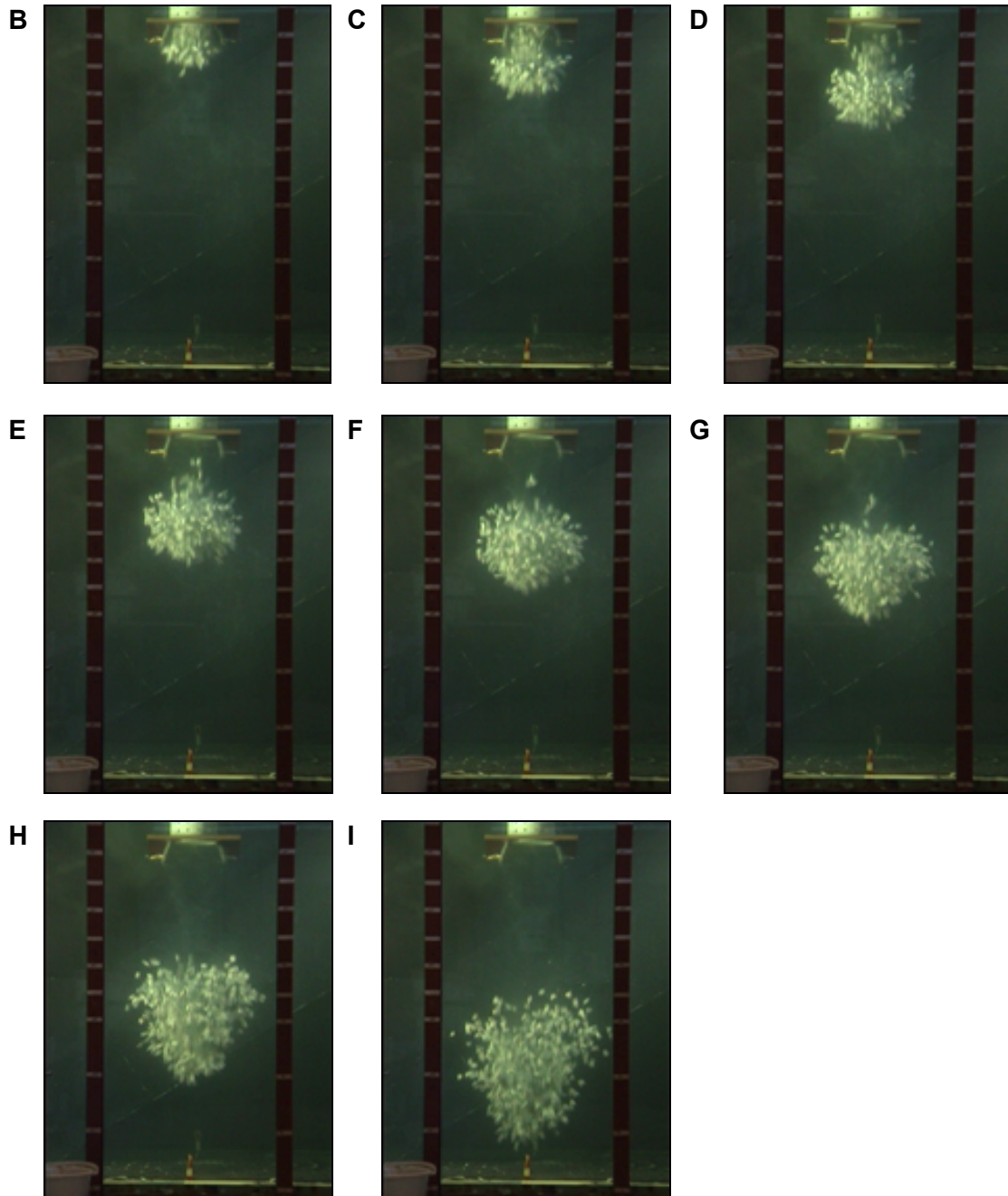


9.2 Waarnemingen bij de modelproeven met steengroepen

In deze paragraaf worden waarnemingen bij het valproces van steengroepen beschreven.

Toename van het groepsvolume met de diepte

In Figuur 9.1 zijn foto's te zien van het valproces van modelproef 18-670-I. Bij deze proef zijn 670 stenen met een totale massa van 12,1 kg gelijktijdig losgelaten. Te zien is dat de aanvankelijk relatief dichtgepakte groep snel in volume toeneemt (het poriëngehalte bij loslaten bedraagt 0,5). De vorm van de groep is bij benadering bolvormig te noemen.



Figuur 9.1 Operevolgende foto's van het valproces van modelproef 18-670-I

Circulatie van stenen door de groep

Er is waargenomen dat in sommige gevallen de stenen door de groep heen circuleren. Stenen bewegen zich door het midden van de groep naar voren. Bij het front aangekomen bewegen de stenen naar de zijkant. Langs de zijkant 'zakken' de stenen naar de staart van de groep. De stenen sluiten aan de achterzijde weer aan. Dit komt overeen met waarnemingen van Slack [1963b] die een soortgelijke circulatie waarnam bij de val van zand in lucht.

Het circulatieproces is zichtbaar gemaakt door het toevoegen van kleurstof. De kleurstof, welke na plaatsing van de stenen in de loslaatconstructie aan het water wordt toegevoegd, bevindt zich bij aanvang van het valproces aan de achterzijde van de steengroep. Tijdens het valproces van de stenen beweegt de kleurstof zich in de groep naar voren. Dit kan alleen doordat stenen achteraan aansluiten. Het door de stenen meegenomen water beweegt ook van staart naar front. Dit betekent dat water aan de achterzijde van de steengroep wordt opgenomen en niet bij het front! Dit is in overeenstemming met waarnemingen van Bühler en Papantoniou [1991].

Het circulatieproces is ook aangetoond door het toevoegen van papiersnippers. Papiersnippers welke aan de achterzijde van de groep worden toegevoegd vertonen hetzelfde gedrag als de kleurstof: ze bewegen met het water in de groep mee naar voren. Of het circulatieproces optreedt is afhankelijk van de gradering van de stenen in de groep, de afstand vanaf het loslaatpunt, de aanvangsporositeit, het aantal stenen in de groep en de D_{n50} van de stenen. In volgende paragrafen wordt dit nader uitgewerkt.

Uit bovenstaande wordt het volgende geconcludeerd:

- Stenen in de groep bewegen door het midden van de groep met een valsnelheid welke hoger is dan de groepsvalsnelheid naar het front vanwaar ze langs de zijden van de groep afzakken naar de staart. Naar analogie met een peleton wielrenners die kop over kop rijden. Overeenkomstig met waarnemingen van Slack [1963].
- De toename van het groepsvolume wordt veroorzaakt door de opname van water dat voornamelijk aan de achterzijde van de groep wordt opgenomen (overeenkomstig met waarnemingen van Bühler en Papantoniou [1991] bij groepen met kleinere deeltjes).
- Het water in de groep wordt met de stenen meegenomen en maakt daarmee deel uit van de groep.

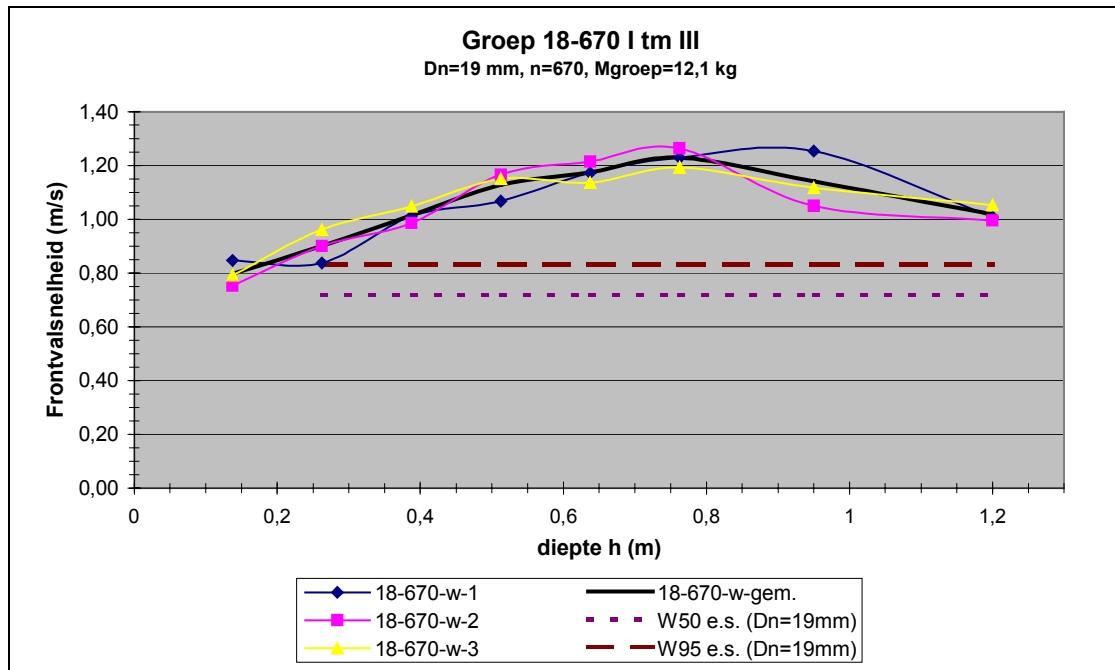
9.3 Groepsvalsnelheid

Bij elke modelproef zijn valsnelheden gemeten. Deze valsnelheden worden bepaald als gemiddelden over 0,0125 m in de eerste 0,75 m en als gemiddelde over 0,025 m tussen 0,75 en 1,5 m diepte. Om eenduidige metingen te verkrijgen worden de posities van de eerste drie stenen van een groep gemeten. Hierdoor worden feitelijk **front**valsnelheden gemeten. Deze frontvalsnelheid is iets hoger dan de valsnelheid van de gehele groep doordat de groep in de diepterichting toeneemt in afmeting.

Elke modelproef is drie maal herhaald. De gemeten punten per modelproef zijn uitgezet in grafieken zoals Figuur 9.2 waar de drie herhalingen en het gemiddelde van modelproef 18-670 weergegeven zijn. In bijlage G zijn de grafieken met valsnelheden en de bijbehorende foto's van alle modelproeven opgenomen. In Figuur 9.2 is ter vergelijking ook de individuele evenwichtsvalsnelheid van de in de steengroep gebruikte stenen weergegeven (zie hoofdstuk 8). Uit de grafiek blijkt dat de maximale groepsvalsnelheid duidelijk hoger is dan de evenwichtsvalsnelheid van de losse stenen. Opvallend is het lange versnellingstraject waardoor de groep pas op een



diepte van ongeveer 0,7 m de maximale snelheid bereikt. Bij een relatief kleine steenmassa van 12 kg (ten opzichte van prototypesituaties) speelt traagheid al een grote rol.



Figuur 9.2 Frontvalsnelheid als functie van de diepte

Spreiding in gemeten snelheden van identieke modelproeven

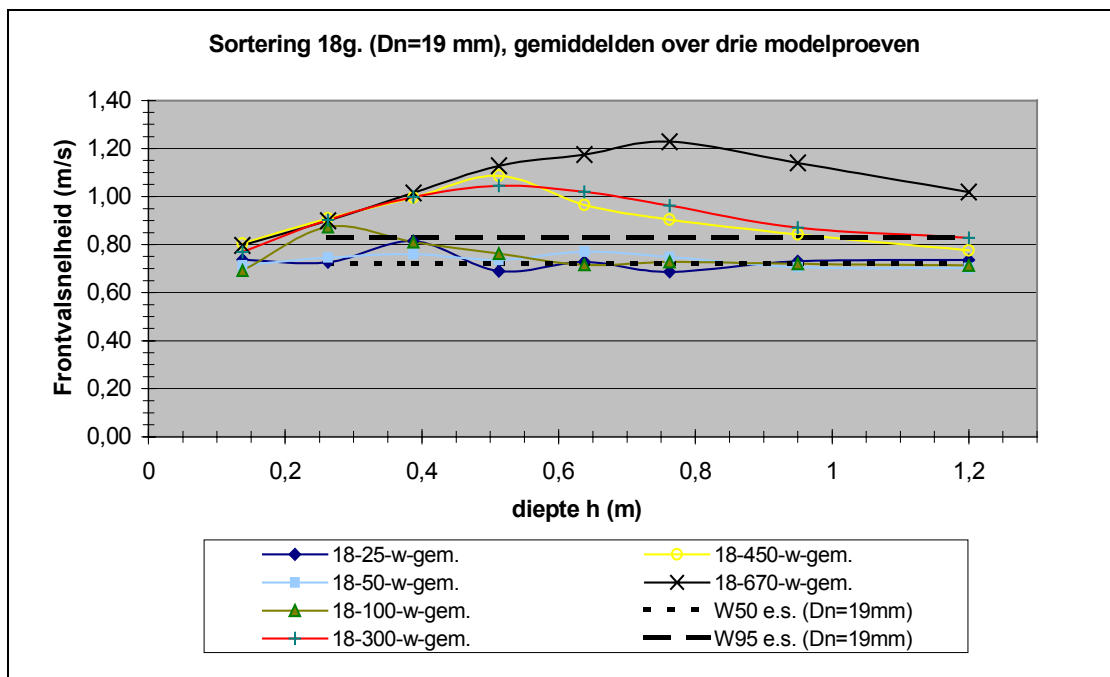
Er is een aanzienlijke spreiding waar te nemen tussen de herhalingen van identieke modelproeven (herhalingen). In paragraaf 7.6 is uitgebreid ingegaan op de oorzaken van de spreiding in de resultaten. De spreiding wordt bepaald door alle data van een modelproefserie (bijvoorbeeld 18-450 I, II en III) samen te nemen. In Tabel 9.1 worden de spreiding en variatie van de verschillende modelproeven gegeven. De totale spreiding van alle modelproeven samen is 0,043.

Tabel 9.1 Spreiding van de valsnelheid bij identieke modelproeven (herhalingen I t/m III)

	n (-)	M _{stenen} (kg)	M _{50,E.S.} (kg)	w _{groep,max} (max)	s (m/s)	s/w _{gr,max} (-)
18-25-I tm III	25	0,45	0,018	0,81	0,044	0,05
18-50-I tm III	50	0,90	0,018	0,77	0,027	0,04
18-100-I tm III	100	1,80	0,018	0,87	0,029	0,03
18-300-I tm III	300	5,40	0,018	1,04	0,025	0,02
18-450-I tm III	450	8,10	0,018	1,09	0,041	0,04
18-670-I tm III	670	12,06	0,018	1,23	0,039	0,03
54-25-I tm III	25	1,35	0,054	0,88	0,035	0,04
54-50-I tm III	50	2,70	0,054	0,98	0,030	0,03
54-100-I tm III	100	5,40	0,054	1,04	0,031	0,03
162-25-I tm III	25	4,05	0,162	1,02	0,044	0,04
162-50-I tm III	50	8,10	0,162	1,12	0,033	0,03
gradA-I tm III	300	12,00	0,040	1,25		
gradB-I tm III	300	12,00	0,040	1,21	0,028	0,02
gradC-I tm III	100	4,00	0,040	0,99	0,023	0,02
gradD-I tm III	101	4,00	0,040	1,07	0,061	0,06

Gemeten valsnelheden

In Figuur 9.3 zijn de gemiddelde valsnelheden over drie herhalingen van alle modelproeven met sortering 18 weergegeven. Voor dezelfde grafiek van sorteringen 54 en 162 wordt verwezen naar Bijlage G.



Figuur 9.3 Valsnelheid als functie van de diepte voor verschillende steen aantallen n.

In Tabel 9.2 worden de maximaal bereikte valsnelheden van alle modelproeven weergegeven. In dezelfde tabel wordt ook de relatieve snelheid $w_{max,groep} / w_{50,E.S.}$ gegeven. Dit is de verhouding tussen de maximaal bereikte groepsvalsnelheid en de gemiddelde evenwichtssnelheid van de individuele stenen uit de groep.

Tabel 9.2 Maximum valsnelheden steengroepen

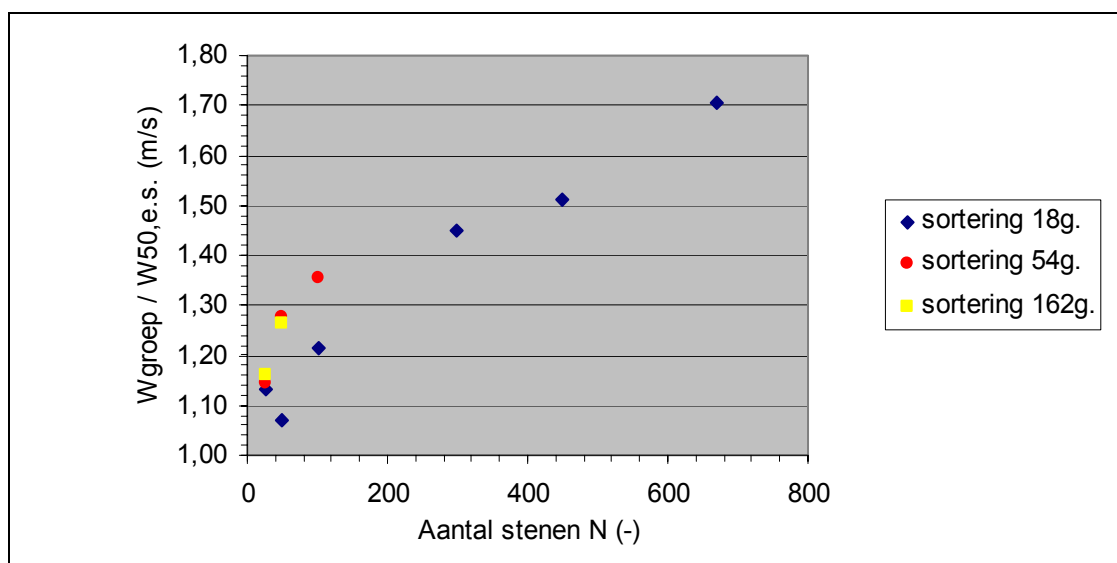
	n (-)	M_{stenen} (kg)	$M_{50,E.S.}$ (kg)	$w_{groep,max}$ (max)	h_{wmax} (m/s)	$w_{max}/w_{50E.S.}$ (-)	$w_{max}/w_{95E.S.}$ (-)
18-25	25	0,45	0,018	0,81	0,39	1,13	0,98
18-50	50	0,90	0,018	0,77	0,39	1,07	0,93
18-100	100	1,80	0,018	0,87	0,26	1,21	1,05
18-300	300	5,40	0,018	1,04	0,51	1,45	1,26
18-450	450	8,10	0,018	1,09	0,51	1,51	1,31
18-670	670	12,06	0,018	1,23	0,76	1,71	1,48
54-25	25	1,35	0,054	0,88	0,39	1,14	0,85
54-50	50	2,70	0,054	0,98	0,51	1,27	0,94
54-100	100	5,40	0,054	1,04	0,51	1,35	1,00
162-25	25	4,05	0,162	1,02	0,64	1,16	0,99
162-50	50	8,10	0,162	1,12	0,51	1,26	1,08
gradA	300	12,00	0,040	1,25			
gradB	300	12,00	0,040	1,21	0,64		
gradC	100	4,00	0,040	0,99	0,39		
gradD	101	4,00	0,040	1,07	0,51		



Uit de tabel en de grafieken kan worden afgeleid:

- Bij een steenaantal van 25 is geen duidelijk groepseffect waarneembaar. Dit lijkt onafhankelijk van de diameter van de individuele stenen uit de groep. Bij 50 stenen is er een klein effect dat vrijwel verwaarloosbaar is
- De relatieve groepsvalsnelheid $w_{\max, \text{groep}} / w_{50, \text{E.S.}}$ neemt toe met een toename van het aantal stenen.
- De absolute groepsvalsnelheid neemt toe met een toename van de totale massa van de stenen in de groep.
- Het versnellingstraject beslaat bij grotere groepen een grotere diepte dan bij kleinere groepen.
- Nadat de groepssnelheid haar maximum bereikt heeft neemt de groepssnelheid af naar waarden tussen de w_{50} en de w_{95} van de individuele stenen uit de groep.

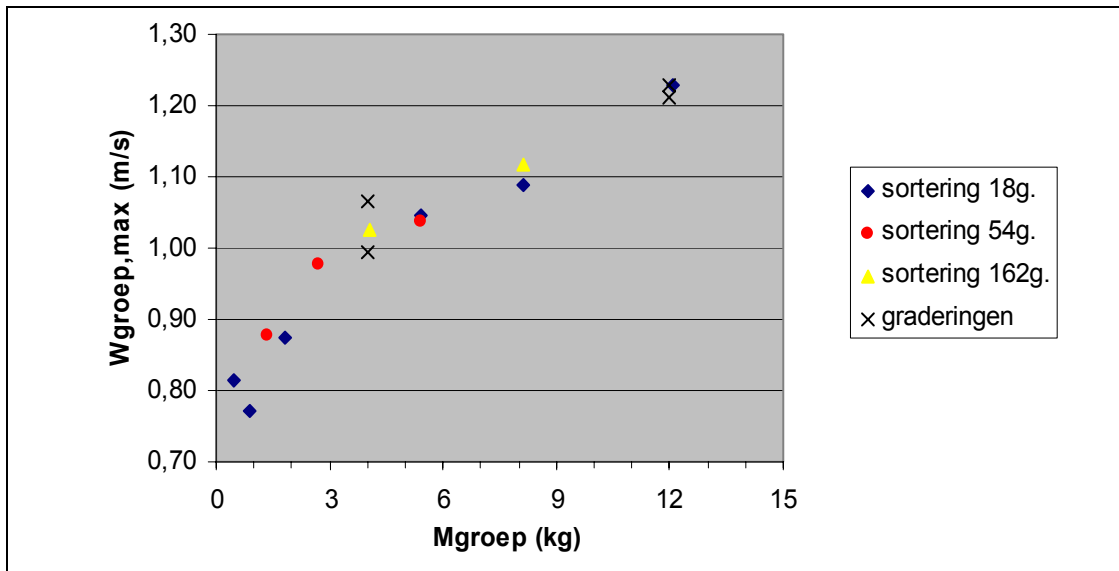
De invloed van de groepsmassa en het aantal stenen n wordt nader bekeken. Daarvoor wordt als eerste de relatieve groepssnelheid $w_{\max, \text{groep}} / w_{50, \text{E.S.}}$ uitgezet tegen het aantal stenen n in de groepen (Figuur 9.4).



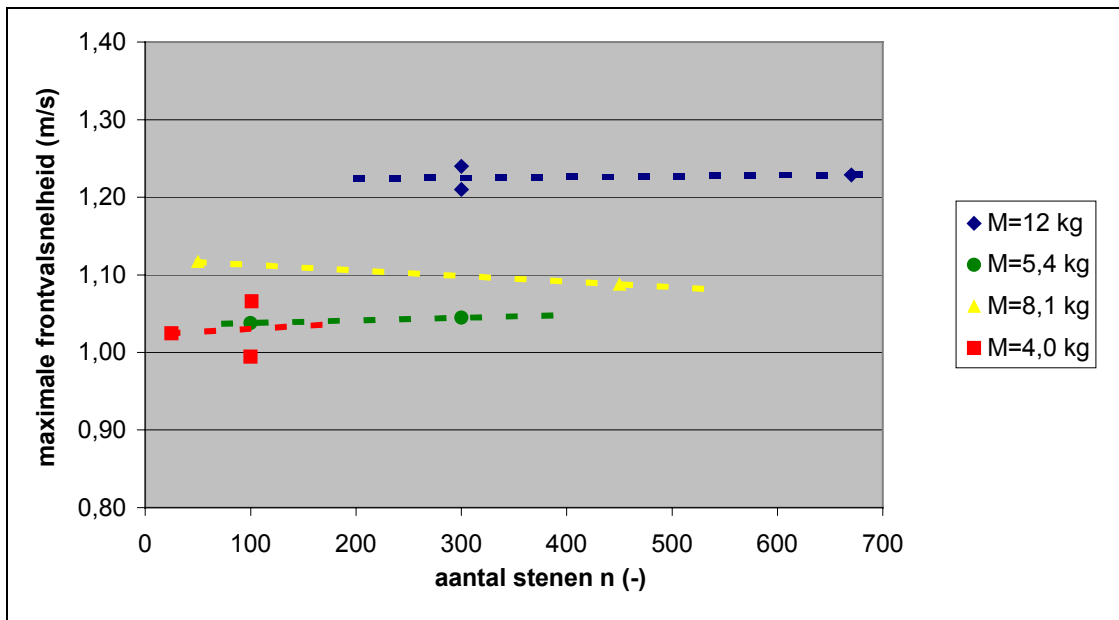
Figuur 9.4 De relatieve groepssnelheid uitgezet tegen het aantal stenen n

Uit deze grafiek blijkt dat bij een toename van n van een bepaalde sortering de relatieve snelheid ook toeneemt. De sorteringen verschillen onderling: de sortering 54-100 met 100 stenen van 54 gram heeft een hogere relatieve snelheid dan de sortering 18-100 waarin 100 stenen van 18 gram zitten. In grafiek Figuur 9.5 wordt de maximaal bereikte groepsnelheid $w_{\text{groep, max}}$ uitgezet tegen de totale massa van de stenen in de groep. Hier komt een eenduidig verband tussen de totale steenmassa en de maximale groepsvalsnelheid naar voren. Er is een geleidelijke toename van snelheid waarneembaar waarbij er geen sprongen zijn tussen verschillende sorteringen.

Duidelijk is hiermee dat de groepsmassa bepalend is voor de door een groep bereikte valsnelheden. Om te verifiëren of het aantal stenen helemaal geen invloed heeft worden de maximaal bereikte valsnelheden en het aantal stenen n tegen elkaar uitgezet (Figuur 9.6). Door de datapunten worden lijnen van gelijke groepsmassa's getekend. Wanneer deze lijnen horizontaal lopen is de groepsvalsnelheid volledig onafhankelijk van het aantal stenen. In de figuur zijn alleen modelproeven met n groter of gelijk aan 50 meegenomen, omdat eerder al vastgesteld is dat bij kleinere steenaantallen geen sprake meer is van groepsgedrag.



Figuur 9.5 De maximale groepsvalsnelheid uitgezet tegen de groepsmassa



Figuur 9.6 Effect van de toename van het aantal stenen op de maximale frontvalsnelheid bij constante groepsmassa

Het blijkt dat de gefitte lijnen van gelijke massa bij benadering horizontaal zijn. Hieruit wordt geconcludeerd :

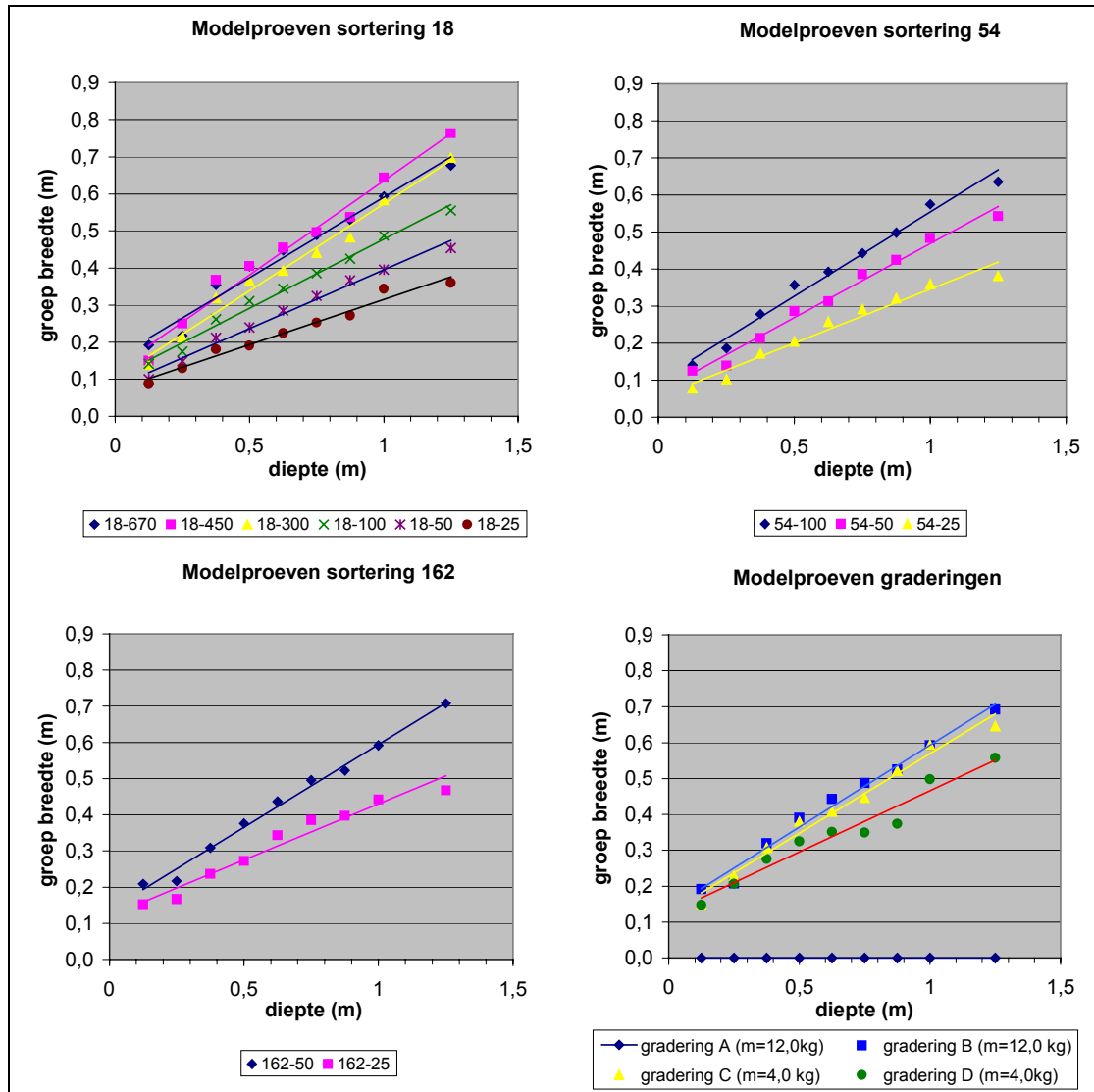
- De groepssnelheid is bij steenaantallen vanaf 100 alleen afhankelijk van de totale steenmassa in de groep. De afmetingen van de individuele stenen zijn niet van belang. Een groep van 300 stenen van 18 gram zal dezelfde maximale snelheid bereiken als een groep van 100 stenen van 54 gram.



9.4 Toename van de breedte van steengroepen met de diepte

Uit waarnemingen blijkt dat het volume van de steengroepen toe neemt met de diepte. Het lijkt aannemelijk dat het steenvolume verband houdt met de valsnelheid van de groep. In deze paragraaf wordt de toename van het volume getoetst aan de hand van de toename van de groepsbreedte. Er wordt aangenomen dat de horizontale doorsneden cirkelvormig zijn, wat inhoudt dat de groepen in x- en y- richting even breed zijn en in x- en y-richting ook even snel in breedte toenemen.

In Figuur 9.7 zijn de gemiddelde groepsbreedtes over drie herhalingen op negen dieptes weergegeven.



Figuur 9.7 Groepsbreedtes op negen dieptes met daardoorheen geplote regressielijnen.

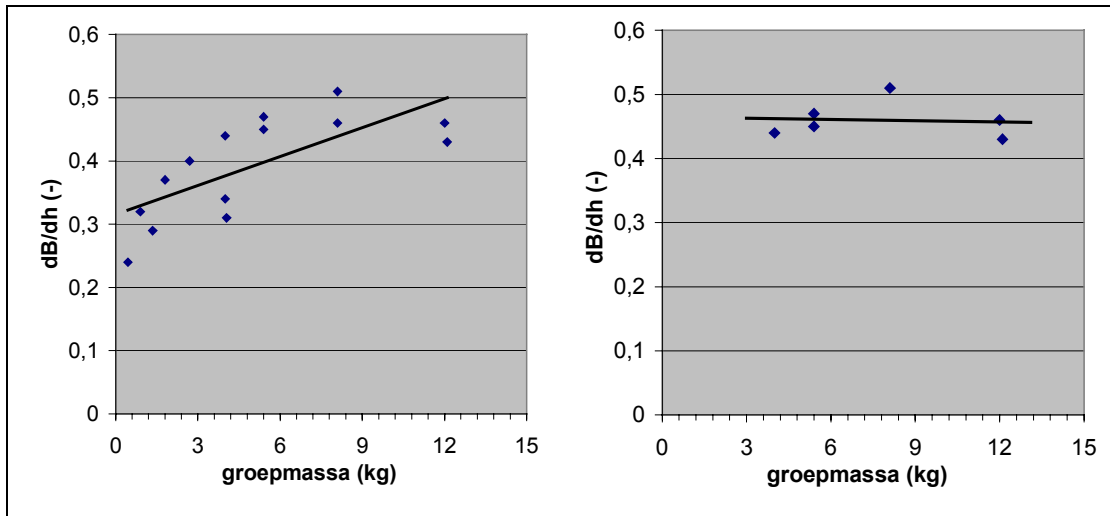
Door de datapunten zijn met behulp van lineaire regressie trendlijnen geplot. Als deze lijnen goed overeen komen met de datapunten is bij de modelproeven de toename van de breedte constant met de diepte, ofwel $dB/dh=c$. Uit Tabel 9.3 blijkt dat de data goed overeen te komen met de gefitte trendlijnen. Er wordt opgemerkt dat de massa's van de steengroepen in de modelproeven relatief erg klein zijn ten opzichte van prototypesituaties. De constatering dat dB/dh constant is mag niet zonder meer toegepast worden op grotere steengroepen of dieptes.

Tabel 9.3 Toename van de groepsbreedte met de diepte

groep	M _{groep} (kg)	D _{n50}	dB/dh* gefit	R ²
18-25	0,45	0,019	0,24	0,99
18-50	0,90	0,019	0,32	0,97
54-25	1,35	0,026	0,29	0,96
18-100	1,80	0,019	0,37	0,98
54-50	2,70	0,026	0,40	0,99
grad C	4,00	0,040	0,44	0,98
grad D	4,00	0,040	0,34	0,95
162-25	4,05	0,039	0,31	0,96
18-300	5,40	0,019	0,47	0,98
54-100	5,40	0,026	0,45	0,98
18-450	8,10	0,019	0,51	0,98
162-50	8,10	0,039	0,46	0,99
grad A	12,0	0,040	N/A	N/A
grad B	12,0	0,040	0,46	0,98
18-670	12,1	0,019	0,43	0,97

- Gemiddeldes over drie herhalingen

Er wordt nu onderzocht hoe de waarde van dB/dh verloopt bij toenemende groepsmassa. In de linkerfiguur in 9.8 zijn de waarden dB/dh van alle steengroepen uitgezet tegen de groepsmassa's. In deze figuur staan ook de groepen van 25 en 50 stenen. Er is in paragraaf 9.3 vastgesteld dat groepsgedrag pas optreedt vanaf 100 stenen. In de rechterfiguur zijn daarom alle groepen kleiner dan 100 weggelaten. De waarde van dB/dh lijkt redelijk constant en wordt vastgesteld op $0,45 \pm 0,1$. De waarde is bepaald op basis van slechts 6 meetpunten welke relatief dicht bij elkaar liggen. Aanvullende proeven op een grotere schaal zijn noodzakelijk om nauwkeurigheid en algemene toepasbaarheid te toetsen.

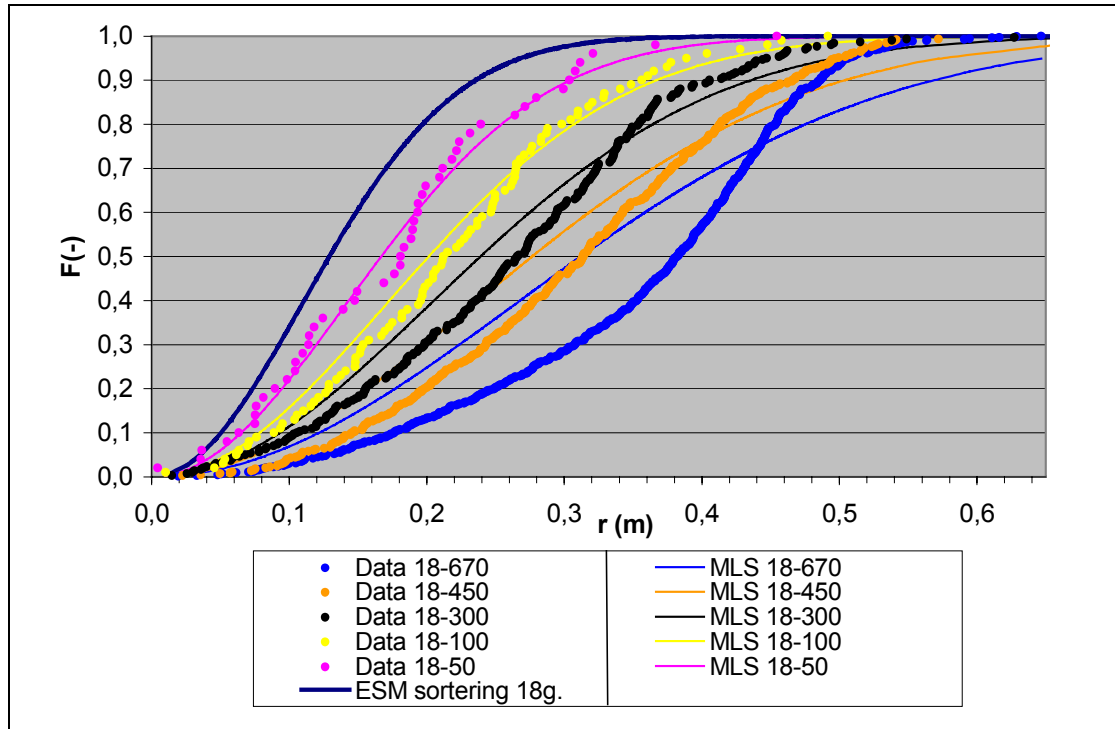


Figuur 9.8 De dB/dh van de groepen als functie van de massa. In de eerste figuur alle groepen, in de tweede figuur alleen groepen van minimaal 100 stenen



9.5 Horizontale spreiding op de bodem

Bij alle modelproeven zijn foto's gemaakt van het stortresultaat. Deze foto's zijn digitaal verwerkt waarna de uitwijking van elke steen bepaald is. De uitwijkingen zijn uitgezet in verdeelfuncties en er zijn Rayleigh-verdelingen gefit. In bijlagen E en F zijn de stortoverzichten van alle modelproeven opgenomen. In Figuur 9.9 zijn de verdelingen van de uitwijkingen van alle modelproeven met sortering 18 alsmede de uitwijking met dezelfde stenen volgens het ESM weergegeven.



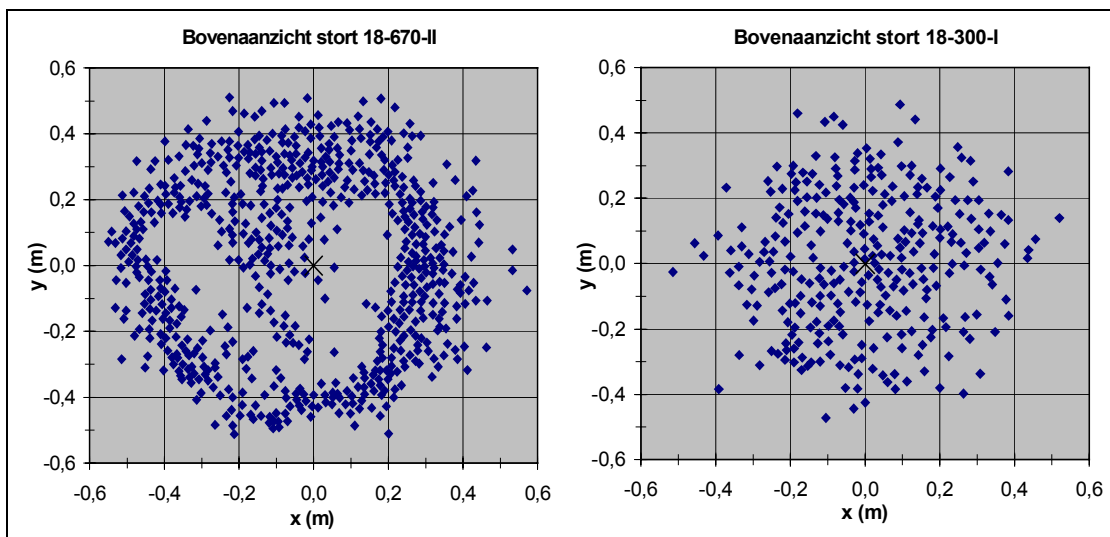
Figuur 9.9 Verdeling van horizontale uitwijkingen van steengroepen met stenen uit sortering 18 met daardoorheen geplote Maximum-Likelihood Schatting van de Rayleigh verdeling

model-proef	D_{n50} (m)	aantal stenen (-)	M_{stenen} (kg)	σ_{MLS} (m)	$\Delta \text{ max}$ (-)
ESM 18	0,019	1	0,018	0,11	
18-25	0,019	25	0,45	0,12	0,08
18-50	0,019	50	0,9	0,14	0,08
18-100	0,019	100	1,8	0,17	0,08
18-300	0,019	300	5,4	0,20	0,10
18-450	0,019	450	8,1	0,23	0,12
18-670	0,019	670	12,1	0,27	0,20
ESM 54	0,027	1	0,054	0,13	
54-25	0,027	25	1,35	0,14	0,15
54-50	0,027	50	2,7	0,19	0,06
54-100	0,027	100	5,4	0,20	0,104
ESM 162	0,039	1	0,162	0,16	
162-25	0,039	25	4,05	0,21	0,08
162-50	0,039	50	8,1	0,23	0,06

Tabel 9.4 Maximum-Likelihood Schattingen van de storten

Radiale afstroming

In een aantal gevallen is in het bovenaanzicht van de storten een ring van stenen rondom een leeg midden waargenomen. Het proces is bestudeerd door in verschillende modelproeven papiersnippers en kleurstof aan de los te laten steengroepen toe te voegen. De mate waarin het effect optreedt is afhankelijk van de totale massa van de steengroep en de valsnelheid van de groep bij de bodem. In Figuur 9.10 wordt een voorbeeld gegeven van de invloed van radiale afstroming op het stortresultaat. De linkerfiguur geeft het bovenaanzicht van het stort van modelproef 18-670-II. De groep met een massa van 12 kg komt met meegenomen water bij de bodem waar een relatief grote radiale stroming optreedt door het wegstromen van het meegenomen water. De rechterfiguur geeft het stortresultaat weer van modelproef 18-300-I. In deze modelproef zijn stenen met dezelfde diameter als in de linkerfiguur gebruikt maar slechts een hoeveelheid van 5,4 kg. Bij deze modelproef wordt aanzienlijk minder water meegenomen en is de snelheid bij de bodem lager waardoor stenen minder naar buiten meegenomen worden. Er treedt bij deze modelproef wel radiale afstroming op maar dan met lagere stroomsnelheden: toegevoegde papiersnippers worden door het geringe eigen gewicht wel meegenomen en komen in een ring rondom het midden terecht.



Figuur 9.10 Storten met een relatief grote en relatief kleine radiale afstroming

In Figuur 9.9 is zichtbaar dat het radiale effect toeneemt met de steenmassa. Het principe van radiale afstroming wordt geïllustreerd aan de hand van Figuur 9.11. Wanneer een steengroep als groep (stenen en water samen) de bodem bereikt, wordt het water uit de groep door de bodem afgebogen. De radiale stroming neemt af met de afstand uit het midden. De in de groep aanwezige energie wordt gedissipeerd door bodemwrijving en menging van de radiale stroming met het omgevingswater. De stenen in de groep worden meegenomen met de stroming en geven de stroming een extra traagheid. De stenen worden meegenomen totdat de snelheid van de stroming zo klein geworden is dat de wrijving tussen de bodem en de stenen groter is dan de aandrijvende kracht van de stroming.

Een groep stenen gedraagt zich als een groep wanneer er nog een added-mass effect waarneembaar is. Een exacte grens van het groepsproces is lastig vast te stellen. Aannemelijk lijkt om een overgang van een groep naar een individueel valproces aan te nemen van $1,1 \cdot W_{50, E.S.}$ waarbij de versnelling negatief moet zijn. De omvang van de radiale afstroming zal afhankelijk zijn van de totale hoeveelheid kinetische energie



die de groep (stenen+water) vlak voor de impact met de bodem heeft. Wanneer er sprake is van een groepsproces wordt deze energie gegeven door:

$$U_{groep} = \frac{1}{2} \cdot M_{groep} \cdot w_{groep}^2 \quad (9.1)$$

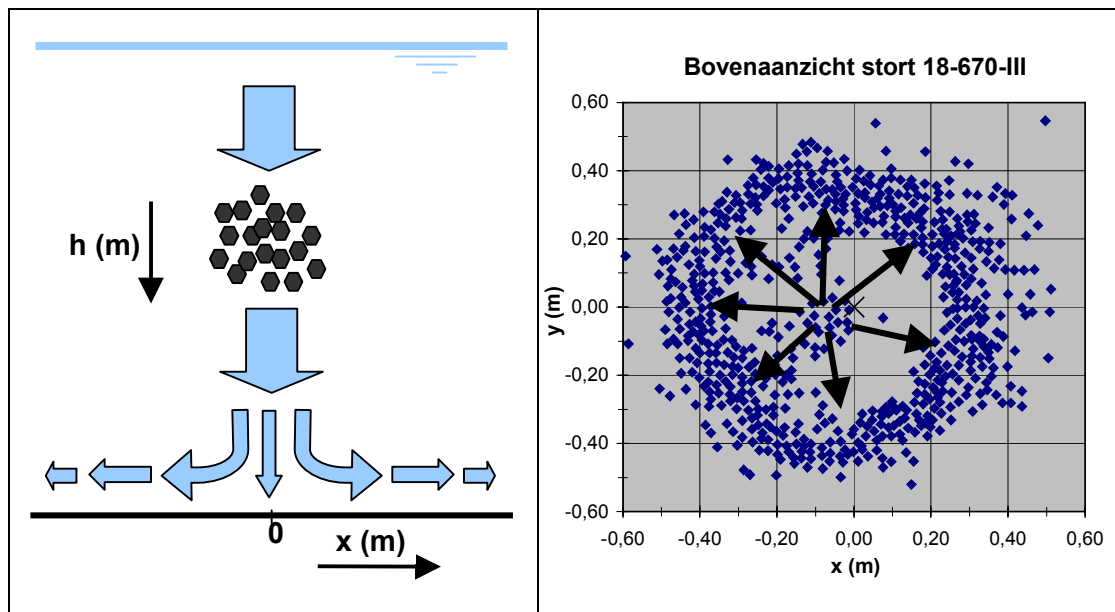
met: U_{groep} kinetische energie van de groep [J]
 M_{groep} massa van de groep (**water+stenen**) [kg]
 w groepsvalsnelheid [m/s]

Wanneer er geen groepsproces meer aanwezig is, is er slechts een klein added-mass effect. De kinetische energie bedraagt dan :

$$U_{stenen} = \frac{1}{2} \cdot M_{stenen} \cdot w_{stenen}^2 \quad (9.2)$$

met: U_{stenen} kinetische energie stenen uit de groep [J]
 M_{stenen} massa van de stenen [kg]
 w valsnelheid van de stenen uit de groep [m/s]

De overgang van de groepsfase naar de fase waarin stenen individueel zonder onderlinge beïnvloeding vallen gaat gepaard met veel energieverlies. Dit energieverlies vindt plaats doordat stenen uit de meebewegende waterwolk (added-mass) vallen. De energie uit deze achterblijvende wolk wordt gedissipeerd door het omgevingswater.

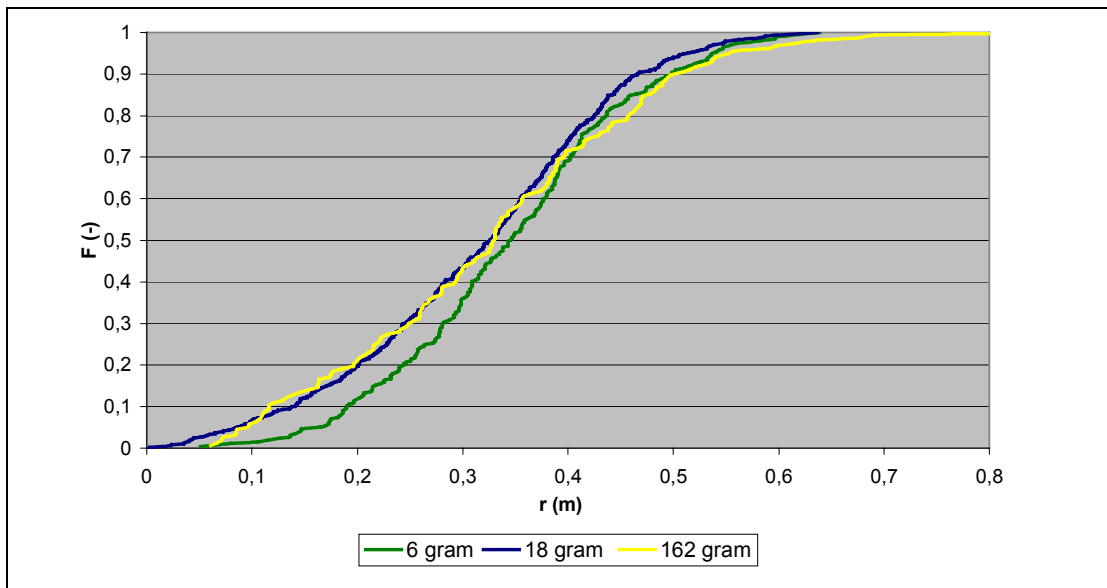


Figuur 9.11 Principe radiale afstroming als gevolg van added-mass effect

Het moet nu mogelijk zijn een verband te vinden tussen de steendiameter D_{n50} , de kinetische energie van de groep bij de bodem U_{groep} en de toename van de horizontale uitwijkingen van de stenen als gevolg van de radiale afstroming. In dit onderzoek wordt hier niet verder op doorgegaan wegens de beperkte tijd en de beperkte toepasbaarheid van de modelproefresultaten op dit onderwerp.

Er werd verwacht dat bij de modelproeven met graderingen de kleinere stenen verder naar buiten meegenomen zouden worden dan de grotere. Dit effect bleek moeilijk waarneembaar. Het effect wordt verzwakt doordat kleinere stenen achter grote stenen

blijven steken. Het is zeer moeilijk gebleken om op foto's van de storten het verschil in afmeting tussen de verschillende stenen te herkennen. De stortoverzichten zoals gegeven in bijlage F zijn hierdoor weinig betrouwbaar. Er is geprobeerd het effect zichtbaar te maken door de fracties in modelproef "Gradering A" elk apart naast elkaar in een verdeelcurve te plaatsen (Figuur 9.12). In deze figuur zijn de uitwijkingen uit de drie herhalingen samengenomen in één verdeling. In de verdeling is de kleinste fractie iets naar buiten verschoven.



Figuur 9.12 Spreiding van de drie fracties in modelproef "gradering A"

9.6 Vijf fasen van het valproces

Omschrijving van het valproces in vijf gedefinieerde fasen

In deze paragraaf wordt, aan de hand van de literatuurstudie en waarnemingen bij de modelproeven, het valtraject opgedeeld in vijf fasen.

De vijf fasen omvatten alle mogelijke mechanismen die tijdens het valproces op kunnen treden. Dit betekent niet dat alle fasen ook werkelijk optreden. In het geval van een klein groepje stenen vallen de stenen bijvoorbeeld volgens het ESM (fase 4) en treden fasen 1, 2, en 3 niet op. Andersom, een grote groep stenen kan volgens fasen 1,2 en 3 vallen en de bodem bereiken voordat fase 4 begonnen is.

Fase 1 Versnelling van een als één geheel vallende steengroep

Bij het beschrijven van het valproces van een als één geheel vallende groep stenen met meegenomen water wordt de groep geschematiseerd als een groep die uit één lichaam bestaat met een groepsvolume en een groepsdichtheid.

De versnelling van een voorwerp met constante dichtheid en een constant volume is beschreven door Van Mazijk [1982]. De afleiding van deze formule wordt gegeven in bijlage A1. De versnelling wordt beheerst door drie componenten: De massastraagheid, de uit wrijving bestaande kracht die tegen de valrichting in werkt en de uit 'Archimedes' voortkomende resulterende kracht in de valrichting.



Uit de afleiding van Van Mazijk blijkt dat stenen na een diepte van vier maal de diameter 90% en na acht maal de diameter 99% van de eindsnelheid bereiken. Uit de modelproeven blijkt dat bij steengroepen het versnellings-/ vertragingstraject zich over een grotere diepte afspeelt. Ook zijn de maximaal optredende valsnelheden hoger dan de evenwichtssnelheid en is er geen sprake van een evenwichtssnelheid.

Net als bij een enkele steen wordt de versnelling of vertraging van een groep veroorzaakt door het verschil tussen de totale weerstandskracht die tegen de valrichting in op de groep werkt en de uit de wet van Archimedes (zie paragraaf 4.3) voortkomende resulterende kracht in de valrichting van de groep. De grootte van de versnelling is afhankelijk van de massatraagheid van de groep. De massatraagheid wordt niet alleen bepaald door de massa van de stenen in de groep maar ook door het door de stenen meegenomen water (added-mass). Dit verklaart de kleinere versnelling van steengroepen ten opzichte van enkele stenen.

Een complicatie bij het beschrijven van het versnellingsstraject van een steengroep door de groep als één voorwerp te beschrijven is de opname van water (entrainment) in de groep tijdens het valproces. Hierdoor neemt de tegen de valrichting in werkende weerstand toe met de diepte als gevolg van een met de diepte groter wordende frontdoorsnede en de toenemende snelheid van de groep. Het volume van de groep neemt ook toe, waardoor een steeds grotere groepsmassa versneld moet worden.

De groep valt door deze mechanismen met een in de diepte afnemende versnelling. Wanneer de groeiende weerstand gelijk is aan de kracht in de valrichting is de versnelling nul en de snelheid van de groep maximaal. Door entrainment blijft het volume van de groep groter worden waardoor de versnelling nu omslaat in een vertraging. Dit omslagpunt is het begin van fase 2.

De diepte waarover de versnelling plaats vindt lijkt afhankelijk te zijn van de totale massa van de groep, de begindichtheid van de groep als geheel en de snelheid waarmee de breedte en hoogte van het front toenemen. De eigenschappen van individuele stenen uit de groep hebben weinig invloed op de versnellingsfase. Steengroepen met constante totale steenmassa's maar met verschillende steendiameters blijken hetzelfde versnellingsstraject en dezelfde maximale groepssnelheid te hebben. Een voorbeeld hiervan zijn de overeenkomsten tussen de versnelling van modelproef "gradering A" en "18-670". De totale massa's van deze modelproeven zijn gelijk, terwijl de gemiddelde massa van de individuele stenen in gradering A twee maal zo groot is als die in modelproef 18-670.

Fase 2 Steengroep valt als één geheel met meegenomen water

Tijdens fase 2 is de versnelling overgegaan in een vertraging. Deze vertraging wordt beheerst door dezelfde actoren als in het proces tijdens fase 1. Het volume van de groep blijft toenemen waardoor de weerstand toeneemt. De traagheid speelt een kleinere rol doordat de opname van water geleidelijk plaats vindt. De snelheid van de groep neemt af totdat de evenwichtssnelheid van de grootste stenen uit de groep benaderd wordt. Op dat punt beginnen individuele stenen onderuit de groep te vallen. Fase 2 gaat over in Fase 3.

Tijdens fase 1 en 2 circuleren de stenen door de groep. Stenen bewegen zich door de verminderde weerstand uit de staart van de groep door het midden naar voren. Bij het front aangekomen vertragen ze door de toenemende weerstand. Aan het front bewegen de stenen naar de zijkant van de groep waar ze opgenomen worden door de retourstroom en langs de zijkant van de groep naar de staart van de groep worden bewogen. Aan de bovenzijde van de groep komen ze in het zog van de groep terecht.

De weerstand is hier lager en de steen kan weer door het midden van de groep naar voren gaan bewegen. Dit mechanisme is te vergelijken met een peloton wielrenners waarin de renners kopwerk doen en zich vervolgens af laten zakken naar de staart van het peloton. De stenen in een steengroep vertonen ook overeenkomsten met golven in een golfveld.

Wanneer de steengroep niet uit stenen met een uniforme diameter bestaat maar uit een gradering is er ook circulatie. Er is dan een verschil in beweging tussen kleinere en grotere stenen: de grotere stenen blijven langer aan het front, zakken ook terug langs de groep maar sluiten eerder weer aan bij de groep waarna ze relatief sneller weer terug aan het front verschijnen (sterkere wielrenners doen meer kopwerk).

Het circulatieproces is bij de modelproeven gevisualiseerd door kleurstof en papiersnippers aan de staart van de groep toe te voegen. Deze papiersnippers en de kleurstof bewegen naar voren in de groep. De conclusie is dat individuele stenen en water in de groep sneller bewegen dan de groep zelf. Een andere conclusie uit dit fenomeen is dat de geometrische vorm van de stenen in een fase 2 groep nauwelijks van belang is, het gaat alleen om de totale massa van de groep en het volume waarover deze massa verdeeld is.

Aan de achterkant van de groep bewegen de toegevoegde kleurstof of snippers zich naar voren in de groep. Dit betekent dat achter het met de kleurstof / snippers meebewegende water het water weer aangevuld moet worden. Hieruit wordt geconcludeerd dat water aan de achterkant van de groep opgenomen wordt.

Fase 3 Steenfront van grotere stenen

Wanneer de valsnelheid van een steengroep zover afgenomen is dat deze gelijk is aan de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep beginnen de grootste stenen onderuit de groep te vallen. Dit proces versterkt zichzelf. Het added-mass water blijft achter en de kinetische energie van het added-mass water wordt gedissipeerd door het omgevingswater. De stenen vallen nu door het water heen en nemen het niet of nauwelijks mee. Achter een front van de grootste stenen vallen kleinere stenen in het zog mee.

Uiteindelijk wordt de onderlinge beïnvloeding zo gering dat kleinere stenen niet meer in het zog van de grotere stenen mee kunnen komen. Dit is het punt waar fase 3 overgaat in fase 4.

Fase 4 Valproces volgens het Enkele Steen Model

Wanneer de stenen zover uit elkaar bewogen zijn dat ze elkaar niet meer beïnvloeden, vallen de stenen verder als individuele stenen. Het valgedrag wordt dan beschreven door het Enkele Steen Model van Vrijling, Manni en de Wilde [1995]. Volgens dit model maken stenen tijdens de valbeweging willekeurige, steeds wisselende, horizontale bewegingen als gevolg van steeds wisselende liftkrachten welke op de stenen werken. Deze bewegingen resulteren in normaal verdeelde horizontale uitwijkingen bij de bodem. De valsnelheid van de stenen kan berekend worden met de in dit rapport bepaalde normaal verdeelde weerstandscoefficiënt (alleen wanneer het breuksteen betreft).

De groepsdichtheid waarbij fase 4 in werking treedt is niet voor elke steengroep hetzelfde. Steengroepen met een hogere totale steenmassa hebben tot een lagere groepsdichtheid invloed op elkaar dan stenen van groepen met een kleinere massa.



Dit komt doordat het water in de grotere groep langer meegenomen kan worden en doordat de massa-traagheid van een grotere groep groter is.

Fase 5: Radiale afstroming

Wanneer het valmechanisme van fase 1 of 2 zich afspeelt tot bij de bodem ontstaat de situatie dat het meegenomen water met de daarin aanwezige kinetische energie ergens naartoe moet. Het water wordt door de bodem afgebogen en er ontstaat een radiale afstroming uit het midden met een stuwpunt in het midden. De radiale snelheden nemen, van het midden naar buiten gezien, eerst snel toe en vervolgens geleidelijk af. De stenen in de groep worden met de radiale stroming mee naar buiten genomen. De afstand waarover stenen meegenomen worden is afhankelijk van de diameter en de massa van de stenen, de optredende radiale stroomsnelheid en de bodemruwheid. Hierbij is de optredende radiale snelheid afhankelijk van de totale impuls van de steengroep vlak voordat deze de bodem bereikt.

De radiale afstroming komt goed naar voren bij de modelproeven met de wat grotere steenmassa's (vanaf 8 kg). Er is een duidelijke toename van de horizontale spreiding met het toenemen van de diepte. De radiale afstroming is tijdens de modelproeven gevisualiseerd door het toevoegen van kleurstof en papiersnippers aan de modelproeven. Bij de proeven met grote massa's was duidelijk zichtbaar dat de kleurstof na de proef vanaf een groot oppervlak omhoog kwam van de bodem. De papiersnippers kwamen in een ring buiten de buitenste ring met stenen terecht.

9.7 Conclusies uit de analyse van de modelproeven met steengroepen

Valsnelheid en valgedrag

- Groepen stenen bereiken valsnelheden welke hoger zijn dan de individuele valsnelheden van de stenen uit de groep. Het effect is waarneembaar vanaf een steenaantal van 50 à 100.
- De maximale absolute valsnelheden werden bereikt bij modelproeven 18-670, gradering A en gradering B. De steenmassa's bij deze proeven waren 12 kg. De bereikte valsnelheden waren respectievelijk 1,23, 1,25 en 1,21 m/s. De maximale relatieve valsnelheid $w_{\max}/w_{50E.S.}$ was 1,73 (-) en werd bereikt bij modelproef 18-670. De totale massa van deze groep is 670 maal groter dan de gemiddelde massa van de stenen in de groep.
- De maximale snelheid welke door een groep bereikt wordt is afhankelijk van de totale steenmassa in een groep. Een toenemende groepsmassa betekent een toename van de maximaal bereikte snelheid. Individuele steeneigenschappen zoals diameter en vorm hebben, bij steenaantallen groter dan 100, nauwelijks invloed op de maximaal bereikte valsnelheid.
- Steengroepen ($n > 100$) vertonen (bij een loslaat porositeit van $\eta_0 = 0,5$) een versnellings- en een vertragingstraject. Het versnellings- en vertragingstraject neemt in lengte toe bij een toename van de groepsmassa.
- Bij vallende stenen in een groepsfase wordt water met stenen meegenomen in de vorm van added-mass. Wanneer de valsnelheid van de groep afneemt tot de evenwichtsvalsnelheid van de grotere stenen in de groep, vallen deze onderuit de groep. Het added-mass effect verdwijnt en er blijft een groep over waarbij kleinere stenen in het zog van de grotere stenen meevallen.

- In de fasen van het groepsvalproces waar water meegenomen wordt (groep valt als één geheel) vindt circulatie van stenen door de groep plaats.
- Water wordt voornamelijk aan de achterzijde van de groep (staart) opgenomen.
- De breedte van steengroepen neemt bij de modelproeven toe met de diepte. Bij de modelproeven met groepsgroottes groter dan 100 stenen blijkt deze toename van breedte dB/dh constant te zijn voor alle groepen en een waarde te hebben van 0,45 +/- 0,1.

Graderingen

- Bij groepsgedrag blijven de kleine stenen bij de grote. Aan het einde van de 'groepsfase' waarin de groep als één geheel valt met het meegenomen water valt de grote fractie uit de kleine en gaan ze afzonderlijke verder.
- Gegradeerde groepen met gelijke massa als een uniforme groep bereiken dezelfde maximale snelheid.

Radiale afstroming

Wanneer gestorte steen als groep de bodem bereikt zal het meegenomen water (added mass) radiaal langs de bodem afstromen. Wanneer dit effect sterk genoeg is worden de stenen uit de groep meegenomen. De afstand waarover de stenen worden meegenomen lijkt afhankelijk van de groepssnelheid bij het bereiken van de bodem, de groepsmassa (water+stenen), de massa van de individuele stenen en de bodemruwheid.

Vijf fasen

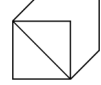
Het valproces van een steengroep is op basis van de waarneming bij de modelproeven en de bestudeerde literatuur opgedeeld in vijf fasen:

1. *Versnelling van de steengroep.* Afhankelijk van de massa van de stenen en loslaatvorm en -poriëngehalte. Water wordt als added mass mee versneld. Deze fase treedt alleen op wanneer het steenaantal in de groep voldoende groot is en het aanvangsporiën gehalte voldoende klein.
2. *Vertraging van de steengroep.* Na het bereiken van de maximale groepssnelheid in fase 1 begint de groep te vertragen. Deze vertraging gaat door totdat de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep bereikt is. In fase twee vertraagt het meegenomen water samen met de stenen.
3. *Steenfront van grotere stenen.* Wanneer de valsnelheid van een steengroep zover afgenomen is dat deze gelijk is aan de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep, beginnen de grootste stenen onderuit de groep te vallen. Dit proces versterkt zichzelf. Het added-mass water blijft achter en de kinetische energie van het added-mass water wordt gedissipeerd door het omgevingswater. De stenen vallen nu door het water heen en nemen het niet of nauwelijks mee. Achter een front van de grootste stenen vallen kleinere stenen in het zog mee.
4. *Valproces volgens het Enkele Steen Model.* Wanneer de stenen zover uit elkaar bewogen zijn dat ze elkaar niet meer beïnvloeden, vallen de stenen verder als individuele stenen. Het valgedrag wordt dan beschreven door het Enkele Steen



Model van Vrijling, Manni en de Wilde [1995]. Volgens dit model bewegen stenen tijdens de valbeweging in willekeurige, steeds wisselende, horizontale richtingen wat resulteert in normaal verdeelde horizontale uitwijkingen bij de bodem. De valsnelheid van de stenen kan berekend worden met de in dit rapport bepaalde normaal verdeelde weerstandscoefficiënt (alleen wanneer het breuksteen betreft).

5. *Radiale afstroming.* Wanneer de bodem bereikt wordt voordat fase 3 bereikt wordt, betekent dit dat de stenen een relatief grote hoeveelheid water in de vorm van added-mass meenemen. Stroomt radiaal af langs de bodem en kan hierbij stenen meenemen.



Hoofdstuk 10

Fysisch modelleren van het valgedrag van steengroepen

10 Fysisch modelleren van het valgedrag van steengroepen

10.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de waarnemingen uit de modelproeven en de geconstateerde mechanismen en verbanden vastgelegd in fysische verbanden. Hiermee wordt beoogd inzicht te krijgen in het valproces en wordt geprobeerd een begin te maken met het adequaat modelleren van het valproces van steengroepen.

In paragraaf 10.2 wordt een statisch model opgesteld waarbij aan de hand van een op een zekere diepte bekende groepsdichtheid en steenmassa een groepsvalsnelheid berekend wordt. Het model wordt geïjkt aan een modelproef.

Bij het uitwerken van de modelproeven in hoofdstuk 9 en 10 is gebleken dat vallende groepen een versnellingstraject hebben dat zich, in tegenstelling tot het valtraject van enkele stenen, uitstrekt over een relatief grote diepte. In paragraaf 10.3 wordt een formulering opgesteld waarin de traagheid van een steengroep meegenomen wordt. Er ontstaat een stelsel van twee vergelijkingen: een impulsbalans in de vorm van een niet lineaire DV en een energiebalans.

In paragraaf 10.4 wordt beschreven hoe de opgestelde vergelijkingen numeriek opgelost zijn en hoe het model geïmplementeerd is in een computerprogramma.

Om het numeriek model te ijken worden in paragraaf 10.5 waarden uit een modelproef ingevoerd en de resultaten gefit. Vervolgens wordt aan de hand van andere modelproeven getoetst of het gefitte model voldoet voor elke invoer in de modelproefrange.

Het is de vraag of en zo ja met welke nauwkeurigheid het aan de modelproeven geïjkte numerieke model toepasbaar is op prototypesituaties. Toch wordt verwacht dat in ieder geval de tendensen en orden van groottes uit het model overeen zullen komen. Er worden in paragraaf 10.6 enkele geschematiseerde en gefingeerde prototypesituaties ingevoerd in het numerieke model om een indruk te krijgen van de werking van het numerieke model bij grotere steengroepen.

Tot slot volgt paragraaf 10.7 met de conclusies over de fysische afleiding en de werking van de modellen. Er worden aanbevelingen gedaan voor modelonderzoek waarmee het numerieke model verbeterd kan worden.

10.2 Evenwichtsmodel van het valproces (fase 3)

Tijdens de tweede fase van het valproces (zie hoofdstuk 9) van een groep stenen kan een mechanisme ontstaan waarbij de vallende stenen het water dat er tussenin zit opsluit en meeneemt tijdens de val van de groep. Dit mechanisme treedt niet altijd op, de groep stenen moet groot genoeg zijn om het water mee te nemen.

Hieronder wordt geprobeerd de valsnelheid van een steengroep uit te drukken als functie van de verhouding stenen/water in de groep (α), het aantal stenen (n), de dichtheid van de stenen (ρ_s), de dichtheid van het water (ρ_w) en de nominale diameter van de stenen in de groep (D_n).

Uitgangspunt van de formulering is dat de groep stenen zich gedraagt als één lichaam met een groepsdichtheid (ρ_{groep}) die afhankelijk is van de verhouding tussen het



volume stenen en het volume opgesloten water. Uit proeven is gebleken dat er evenals in het ESM ook bij steengroepen een diffusieproces optreedt. Daardoor neemt de verhouding tussen stenen en water af met de diepte. Na enige tijd zal daardoor de afstand tussen de stenen in de groep zo groot geworden zijn dat het tussenliggende water niet meer meegenomen wordt. Het beschreven proces gaat dan over in een ander mechanisme. In dit statische model wordt geen rekening gehouden met traagheid, waardoor het model geen resultaten geeft voor het versnellingstraject; de uitkomsten zijn pas geldig vanaf de aanvang van de vertraging van de groep, ofwel het begin van fase 2.

Evenwichtssnelheid enkel vallend voorwerp:

$$w_e = \sqrt{2 \cdot \frac{V}{A} \cdot \frac{\Delta \cdot g}{C_D}} \quad (4.8)$$

De vorm van een steengroep wordt geschematiseerd als bolvormig.

De relatieve dichtheid van de groep ten opzichte van het omringende water wordt weergegeven met:

$$\Delta' = \frac{\rho_{groep} - \rho_{water}}{\rho_{water}} \quad (10.1)$$

met: Δ' relatieve groepsdichtheid $[\text{kg/m}^3]$
 ρ_{groep} groepsdichtheid $[\text{kg/m}^3]$

De groepsdichtheid is afhankelijk van de verhouding van de totale steenmassa en de totale watermassa in de groep. Deze verhouding wordt beschreven met:

$$\rho_{groep} = \frac{V_{steen}}{V_{stenen} + V_{water}} \cdot \rho_{steen} + \frac{V_{water}}{V_{stenen} + V_{water}} \cdot \rho_{water} \quad (10.2)$$

Er wordt een variabele α ingevoerd waarmee het relatieve aandeel van het steenvolume in de totale groep wordt weergegeven.

$$\alpha = \frac{V_{stenen}}{V_{steen} + V_{water}} \quad (10.3)$$

met: α relatief aandeel steenvolume in totale volume [-]

De dichtheid van de hele groep kan nu worden geschreven als:

$$\rho_{groep} = \alpha \cdot \rho_{stenen} + (1 - \alpha) \cdot \rho_{water} \quad (10.4)$$

Het volume van de groep bestaat uit de som van het steen- en het watervolume in de groep:

$$V_{groep} = V_{stenen} + V_{water} \quad (10.5)$$

Met gebruik van de ingevoerde verhoudingsvariabele α is dit:

$$V_{groep} = \frac{V_{steen}}{\alpha} \quad (10.6)$$

Het totale steenvolume wordt beschreven met:

$$V_{steenen} = n \cdot V_{50,E.S.} = n \cdot D_{n50}^3 \quad (10.7)$$

of met:

$$V_{stenen} = \frac{m_{stenen}}{\rho_s}$$

met: $V_{50,ES}$ gemiddeld volume individuele stenen $[\text{kg/m}^3]$

De straal van de bolvormige stenengroep is:

$$r_{groep} = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{V_{groep}}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{n \cdot V_{e.s.}}{\alpha \cdot \pi}} \quad (10.8)$$

met: r_{groep} straal van bolvormig veronderstelde groep $[\text{m}]$

Het aangestroomde oppervlak van de bolvormige groep is:

$$A_s = \pi \cdot r_{groep}^2 \quad (10.9)$$

met: A_s aangestroomde doorsnede $[\text{m}^2]$

Voor de evenwichtsgroepsnelheid wordt nu het volgende verband verondersteld:

$$w_{e,groep} = \sqrt{2 \cdot \frac{V_{groep}}{A_{groep}} \cdot \frac{\Delta' \cdot g}{C_{D,groep}}} \quad (10.10)$$

met: $w_{e,groep}$ groepsevenwichtssnelheid $[\text{m/s}]$

Wanneer alle termen ingevuld worden volgt:



$$w_{e,groep} = \sqrt[2]{\frac{\frac{n \cdot D_n^3}{\alpha} \cdot \left(\frac{(\alpha \cdot \rho_s + (1-a) \cdot \rho_w) - \rho_w}{\rho_w} \right) \cdot g}{\pi \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{n \cdot D_n^3}{\alpha \cdot \pi} \right)^{2/3} \cdot C_{D,groep}}} \quad (10.11)$$

Met invullen van constanten is dit:

$$w_{e,groep} = 1,141 \cdot n^{1/6} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot D_n}{C_D}} \cdot \sqrt{\alpha^{-1/3} \cdot \frac{(\alpha \cdot \rho_s + (1-\alpha) \cdot \rho_w) - \rho_w}{\rho_w}} \quad (10.12)$$

Met het programma Excel is deze functie geplot voor verschillende waarden van D_n , α , en n . Geprobeerd wordt om aan de hand van de data uit modelproeven een waarde voor de gebruikte coëfficiënt $C_{d,groep}$ te vinden. Dit gebeurt aan de hand van modelproef 18-670. De reden hiervoor is dat het een groep met maximale massa (12 kg) betreft waardoor er gedurende een relatief groot gedeelte van het valtraject een added-mass mechanisme optreedt (fase 2). De tweede reden is dat de modelproeven stabiel verlopen naarmate het aantal stenen groter is (resultaten minder afhankelijk van random gedrag van individuele stenen). Bij modelproef 18-670 is het aantal stenen maximaal.

Van de modelproef 18-670 wordt het relatieve aandeel van het steenvolume in het totale groepsvolume (α) op elk meetpunt berekend. Dit wordt gedaan door de gemeten groepsbreedtes en groepshoogtes met de formule voor de inhoud van een ellips om te rekenen naar een groepsvolume en vervolgens het steenvolume te delen door het gevonden groepsvolume:

$$V_{gr,mp}(h) = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot B_{gr,mp}^2(h) \cdot H_{gr,mp}(h) \quad (10.13)$$

met: $V_{gr,mp}(h)$ Groepsvolume bij modelproef op diepte h [m³]
 $B_{gr,mp}(h)$ Groepsbreedte bij modelproef op diepte h [m]
 $H_{gr,mp}(h)$ Groepshoogte bij modelproef op diepte h [m]

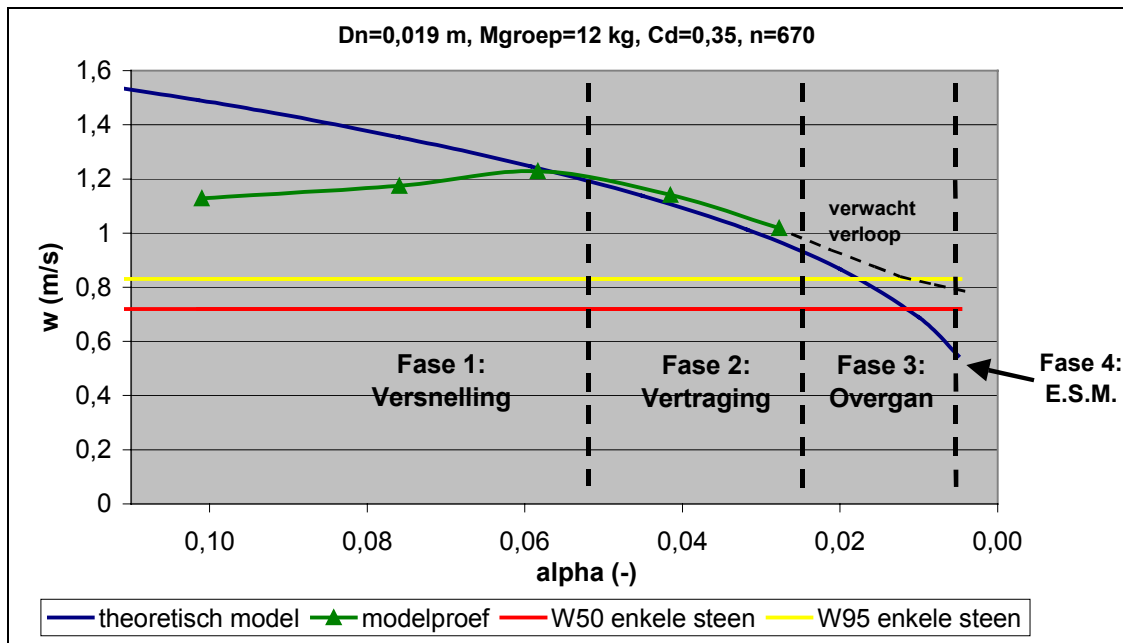
De gevonden waarden van α worden uitgezet tegen de gemeten snelheden.

In het opgestelde fysische model worden het aantal stenen, de gemiddelde massadichtheid en de gemiddelde steendiameter ingevoerd. Met de uitkomsten wordt een grafiek geplot waarin de evenwichtssnelheid als functie van het steenaandeel α wordt geplot.

De grafiek uit het fysische model wordt nu gefit op het modelproefresultaat door de waarde van de groepsweerstandscoefficient ($C_{D,groep}$) aan te passen. De beste overeenkomst is bij een waarde $C_{D,groep} = 0,35$.

In figuur 11-1 zijn de verschillende fasen van het valproces te herkennen. De steengroep heeft bij aanvang van de grafiek van de modelproef een relatief lage snelheid bij een relatief hoge groepsdichtheid (of α). Dit komt doordat de steengroep

hier nog aan het versnellen is. De grafiek van het theoretische model geeft een te hoge waarde voor de valsnelheid. Deze valsnelheid komt overeen met de snelheid welke de groep zou hebben wanneer bij deze dichtheid de groep al volledig is versneld. Een dergelijke situatie kan zich bijvoorbeeld voordoen wanneer een groep een beginsnelheid heeft. De versnellingsfase in de grafiek komt overeen met fase één zoals die in hoofdstuk 9 beschreven is.



Figuur 10.1 Vergelijking van de grafieken w_{groep} -alpha van modelproef 18-670 en het theoretische model

Bij het maximum van de grafiek van de modelproef is de versnelling nul en speelt traagheid geen rol. Hier moet het theoretische model (waarin traagheid nog niet is meegenomen) overeenkomen met de modelproef. De grafiek van het theoretische model wordt op dit punt aangepast. Dit punt is het begin van fase 2: vertraging met added-mass effect: de groep, die bestaat uit water en stenen, valt nog als één geheel.

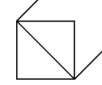
Verwacht wordt dat de traagheid geen grote rol speelt in fase twee. De vertraging is evenredig met de afname van de groepsdichtheid als gevolg van toestroom van water. Het theoretische model volgt hier dan ook redelijk de waarden uit de modelproeven.

Wanneer de groepsvalsnelheid de evenwichtsvalsnelheid van de enkele stenen nadert, gaat fase 2 over in fase 3. Er is amper meer sprake van een added-mass effect. Het theoretische model houdt geen rekening met deze randvoorwaarde en loopt richting nul. In de modelproef wordt bij de overgang van fase 2 naar 3 de bodem van de bak bereikt; het verwachte verloop bij een diepere bak is in de grafiek geschetst.

10.3 Traagheid van een vallende steengroep

10.3.1 Noodzaak van een model met een traagheidsterm

Bij het uitwerken van de modelproeven in hoofdstuk 9 is gebleken dat vallende groepen een versnellingstraject hebben dat zich, in tegenstelling tot het valtraject van enkele stenen, uitstrekt over een relatief grote diepte. In het in de vorige paragraaf



afgeleide model wordt geen rekening gehouden met traagheid. Bühler en Papantoniou [2001], hebben een model afgeleid dat de beweging van groepen beschrijft die een klein verschil in dichtheid met hun omgeving hebben (zie hoofdstuk 5). Ook zij houden geen rekening met traagheid, omdat dit bij de door hen uitgevoerde modelproeven een verwaarloosbare rol heeft vanwege de zeer kleine groeps massa's (maximaal 0,05 kg). In feite komt dit overeen met het valproces in fase 2. Voor zowel fase 1 als 3 voldoet hun model niet doordat het geen rekening houdt met traagheid (fase 1) en doordat het model is ontwikkeld aan de hand van stenen met een nominale diameter kleiner dan 0,002 m, wat neerkomt op een overgangsgebied tussen laminair en turbulent valgedrag. Het is van belang om het mechanisme van versnelling te bestuderen omdat zo de diepte waarover het versnellingstraject zich afspeelt in een prototypesituatie geanalyseerd kan worden.

10.3.2 Numeriek model op basis van een stelsel van twee vergelijkingen

Er wordt aangenomen dat er drie oorzaken zijn van het langere versnellingstraject van steengroepen ten opzichte van enkele stenen:

1. De maximaal bereikte snelheid van een steengroep is hoger dan de eindsnelheid van enkele stenen met een diameter gelijk aan die van de stenen in de groep. Dit leidt vanzelfsprekend tot een langer versnellingstraject.
2. De dichtheid van een steengroep bestaande uit stenen en water is lager dan die van alleen steen terwijl alleen de massa van de stenen bijdraagt aan de versnelling van de groep.
3. De tegenwerkende sleepkracht neemt toe met de toenemende aangestroomde doorsnede van de groep terwijl de aandrijvende massa van de stenen constant blijft.

Op basis van deze drie aannames wordt in de volgende paragrafen een model geconstrueerd. Het model heeft twee vergelijkingen als basis: een impulsbalans en een energiebalans.

De impulsbalans bestaat uit een niet-lineaire differentiaalvergelijking op basis van de tweede wet van Newton. De vergelijking wordt in paragraaf 10.3.3 gepresenteerd waarbij de termen in subparagrafen uitgewerkt worden.

De tweede vergelijking is een energiebalans. Met deze energiebalans wordt de momentane toestroom van water naar de steengroep gecompenseerd met een snelheidsverlaging van de totale groep. De achtergrond hiervan is dat water dat in de groep toetreedt versneld moet worden naar de groepsnelheid. De toename van kinetische energie van het momentaan toetredende watervolume ΔV gaat ten koste van de aanwezige kinetische energie in het overige deel van de groep ($V-\Delta V$). De energiebalans staat in paragraaf 11.3.2.

10.3.3 Eerste vergelijking: Tweede wet van Newton toegepast op een steengroep

De tweede wet van Newton

Als uitgangspunt wordt een vallende steengroep weer beschouwd als één lichaam met een door opname van water met de diepte afnemende dichtheid en toenemend volume. Gebruik makend van de tweede wet van Newton wordt vergelijking 11.14 opgesteld:

$$F_{g, \text{groep}} - F(\dot{h})_{D, \text{groep}} = m(h)_{\text{groep}} \cdot \ddot{h}^2(h) \quad (10.14)$$

F_g	kracht in de valrichting	[N]
$F(h)_{D, \text{groep}}$	sleepkracht tegen de valrichting in als functie van de diepte	[N]
$m(h)_{\text{groep}}$	massa van de gehele groep inclusief het meegenomen water als functie van de diepte	[kg]
$\ddot{h}^2(h)$	de versnelling van de groep	[m/s ²]

Aandrijvende term in de differentiaalvergelijking (DV): 'Archimedes'

De met de valrichting meewerkende kracht op een groep wordt analoog aan formule 4.3 (Wet van Archimedes):

$$F_g = (\rho_{\text{groep}} - \rho_{\text{water}}) \cdot g \cdot V_{\text{groep}} \quad (10.15)$$

waarin:

$F_{g, \text{groep}}$	kracht in de valrichting van de groep	[N]
ρ_{groep}	dichtheid van de gestorte stenen	[kg/m ³]
ρ_{water}	dichtheid van het water	[kg/m ³]
g	versnelling van de zwaartekracht	[m/s ²]
V_{groep}	het volume van de gestorte stenen (zonder water of lucht)	[m ³]

Wanneer aangenomen wordt dat er geen stenen uit de groep ontsnappen is deze aandrijvende kracht constant over de gehele diepte. De valenergie wordt volledig geleverd door de stenen. Het water in de groep draagt niet bij omdat de dichtheid van het water in de groep gelijk is aan de dichtheid van het water buiten de groep. Vergelijking (11.15) wordt vereenvoudigd tot:

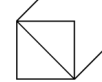
$$\begin{aligned} F_{g, \text{groep}} &= (\rho_{\text{groep}} - \rho_{\text{water}}) \cdot g \cdot V_{\text{groep}} \\ &= (\rho_{\text{steen}} - \rho_{\text{water}}) \cdot g \cdot V_{\text{steen}} + (\rho_{\text{water}} - \rho_{\text{water}}) \cdot g \cdot V_{\text{water}} \\ &= (\rho_{\text{steen}} - \rho_{\text{water}}) \cdot g \cdot V_{\text{steen}} \\ &= \left(\frac{\rho_{\text{groep}} - \rho_{\text{water}}}{\rho_{\text{steen}}} \right) \cdot g \cdot M_{\text{steen}} \end{aligned} \quad (10.16)$$

Tegenwerkende term in de DV: sleepkracht

Analoog aan formule (4.5) (sleepkracht van een enkele steen) wordt de sleepkracht van een steengroep bepaald. De sleepkracht van een als één geheel vallende groep neemt toe met toenemende diepte als gevolg van volumevergroting en daardoor vergroting van het frontale oppervlak van de groep. Uitgangspunt is (vooral nog) dat de waarde van de groepsweerstandcoëfficiënt constant is voor alle steengroepen die aan nog nader te bepalen minimum afmetingen en steenaantallen voldoen:

$$F(h)_{\uparrow} = \frac{1}{2} \cdot C_{D, \text{groep}} \cdot \rho_w \cdot A(h)_{\text{groep}} \cdot \dot{h}^2 \quad (10.17)$$

met:



$F(h)_{D,groep}$	sleepkracht tegen de valrichting in als functie van de diepte	[N]
$C_{D,groep}$	uit modelproeven te bepalen sleepkrachtcoëfficiënt voor een steengroep	[-]
$A(h)_{groep}$	aangestroomde groepsdoorsnede in de valrichting als functie van de diepte	[m ²]
\dot{h}	valsnelheid van de steengroep	[m/s]

De aangestroomde doorsnede van een groep wordt hier cirkelvormig genomen om vergelijkbare omstandigheden te creëren als in de modelproeven. In de praktijk zal dit meestal niet het geval zijn. Om de aangestroomde doorsnede op een willekeurige diepte te kunnen berekenen moet de groei van de groepsbreedte als functie van de diepte of de tijd bekend zijn. Bij het uitwerken van de modelproeven zijn de toenames van de groepsbreedtes (B_g) en de groepshoogte (L_g) uitgezet tegen de diepte (hoofdstuk 9 en 10). Uit deze grafieken is vastgesteld dat de toename van groepsbreedte en groepshoogte per eenheid van diepte voor grotere steengroepen redelijk constant is. Bij het opschalen van dit theoretische model moeten deze constantes met de nodige voorzichtigheid toegepast worden; op een grotere schaal kunnen zeker andere waarden voorkomen dan de bij de modelproeven gevonden waarden.

Hier wordt aangenomen dat de toenames van groepsbreedte en groepshoogte tijdens de eerste en tweede fase van het valproces lineair met de diepte verlopen. Met deze aanname is de breedte van een groep op diepte h :

$$B_h = B_0 + \frac{dB}{dh} \cdot h \quad (10.18)$$

met:	B_h	groepsbreedte op diepte h	[m]
	B_0	aanvangsgroepsbreedte	[m]
	h	waterdiepte	[m]
	dB/dh	spreidingscoëfficiënt uit de modelproeven	[-]

De aangestroomde doorsnede van de groep is hiermee:

$$A_{groep}(h) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (B_0 + \frac{dB}{dh} \cdot h)^2 \quad (10.19)$$

met:	A_{groep}	aangestroomde doorsnede	[m ²]
------	-------------	-------------------------	-------------------

De traagheid term in de DV: massatraagheid

In de traagheidsterm van de DV staan twee parameters: de gezochte versnelling en een groeps massa. De groeps massa is een functie van de diepte. De groeps massa op willekeurige diepte wordt bepaald met:

$$M_{groep} = \rho_{groep} \cdot V_{groep} \quad (10.20)$$

hierin is de groepsdichtheid:

$$\rho_{groep} = (V_{groep} - V_{steen}) \cdot \rho_{water} + V_{steen} \cdot \rho_{steen} \quad (10.21)$$

Het groepsvolume wordt bepaald door de op diepte h berekende hoogte en breedte van een groep in te vullen in de vergelijking van het volume van een ellips:

$$V_{\text{ellips}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot b \cdot c \quad (10.22)$$

met: V_{ellips} volume van een ellips $[m^3]$
 a, b, c straal van een ellips in x, y en z richting $[m]$

De groepsbreedte (diameter!) is bekend uit vgl. (10.18). De groepshoogte is:

$$L_h = L_0 + \frac{dL}{dh} \cdot h \quad (10.23)$$

met: L_h groepshoogte op diepte h . $[m]$
 L_0 aanvangsgroepshoogte. $[m]$

B_0 en L_0 kunnen geschat worden door het meten van de aanvangs porositeit η . Met een bekende aanvangs porositeit en steenmassa kan de bijbehorende boldiameter berekend worden waarbij L_0 en B_0 gelijk gesteld worden aan D_0 .

Het volume van de groep op een willekeurige diepte wordt met invullen van vgl. (10.18) en (10.23):

$$V_g(h) = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (B_0 + \frac{dB}{dh} \cdot h)^2 \cdot (L_0 + \frac{dL}{dh} \cdot h) \quad (10.24)$$

met: $V_g(h)$ volume van een steengroep op diepte h $[m^3]$

Wanneer de termen ingevuld worden in de DV ontstaat er een niet-lineaire tweede orde differentiaalvergelijking van de vorm:

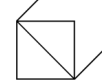
$$c_1 - c_2 \cdot A(h) \cdot (\frac{dh}{dt})^2 - M(h) \cdot \frac{d^2h}{dt^2} = 0 \quad (10.25)$$

met: A en M functies van h $[m^2$ en $kg]$
 c_1, c_2 uit beginvoorwaarden bekende constantes $[-]$

Deze vergelijking is niet analytisch oplosbaar.

10.3.4 Tweede vergelijking: De wet van behoud van energie

In de DV zit de valsnelheid in de term van de frontweerstand. De valsnelheid is behalve van de in de balansvergelijking omschreven versnelling ook afhankelijk van de volumevergroting van de groep. Het volume en daarmee de totale massa van de groep neemt gedurende de valbeweging continu toe door de toestroom van water. Het opgenomen water moet versneld worden, namelijk uit stilstand naar de groepsnelheid. De voor deze versnelling benodigde energie wordt hier gemodelleerd als zijnde afkomstig uit de totale kinetische energie die momentaan aanwezig is in de vallende groep.



De interne energiebalans voor de groep op een diepte h over een klein interval dh wordt beschreven als:

$$\frac{1}{2} \cdot m_h \cdot \dot{h}_h^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{h+dh} \cdot \dot{h}_{h+dh}^2 \Rightarrow \dot{h}_{h+dh} = \sqrt{\frac{m_h}{m_{dh}}} \cdot \dot{h}_h \quad (10.26)$$

met:	m_h	de totale massa van de groep op diepte h	[kg]
	m_{h+dh}	de totale massa van de groep op diepte $h+dh$	[kg]
	\dot{h}_h	groepsvalsnelheid op diepte h	[m/s]
	\dot{h}_{h+dh}	groepsvalsnelheden op diepte $h+dh$	[m/s]

10.4 Implementatie van een numeriek model op basis van de DV

De in paragraaf 10.3 afgeleide differentiaalvergelijking wordt in deze paragraaf numeriek opgelost. Er wordt een eenvoudige numerieke oplossingsstructuur gebruikt welke in stappen van ΔT de valsnelheid vanaf het wateroppervlak naar beneden doorrekent. De nauwkeurigheid van het numerieke model wordt getoetst door de stapgrootte te variëren. Het model is in het software pakket Excel geïmplementeerd.

Het resultaat is een model dat na invoeren van een aantal parameters voor een willekeurige groep stenen de snelheid als functie van de diepte weergeeft

Het oplosschema ziet er als volgt uit:

- Beginvoorwaarden (vast):

valsnelheid T=0:	$w_0 =$	0,001	[m/s]
waterdiepte T=0:	$h_0 =$	0	[m]
stapnummer:	$n =$	0	[-]
- Invoer beginvoorwaarde:

poriën getal T=0	η_0	[-]
------------------	----------	-----
- Invoer van constanten :

totale steenmassa	m_{steen}	[kg]
nominale steendiameter	D_{n50}	[m]
waterdiepte	H	[m]
stapgrootte	ΔT	[s]
massadichtheid water	ρ_{water}	[kg/m ³]
massadichtheid steen	ρ_{steen}	[kg/m ³]
stroomsnelheid water	U	[m/s]
groepsweerstandcoëfficiënt	$C_{D,\text{groep}}$	[-]
toename groepsbreedte	dB/dh	[-]
toename groepshoogte	dL/dh	[-]
- Evenwichtsvalsnelheid W_{50} van de enkele steen met $\mu_{CD}=1,42$ (hoofdstuk 8).

De eindsnelheid van een steengroep komt overeen met de evenwichtssnelheid van de individuele stenen uit de groep. Die snelheid wordt hier berekend aan de hand van de in hoofdstuk 8 bepaalde methode.

- IF ($w_n < w_{50,e.s.}$) AND ($a_{n-1} < 0$) THEN ($a_n = 0$) ELSE

$$a_n = \frac{F_{\downarrow, groep}(n) - F(h_n, w_n)_{\uparrow, groep}}{m(h_n)} \quad (\text{vgl 10.14})$$

waarin de termen in de vergelijking gevonden worden door de vergelijkingen (10.15), (10.16), (10.17), (10.18), (10.19), (10.20), (10.21), (10.22), (10.23) en (10.24) in te vullen waarin bij de variabelen de waarde behorend bij stap n gebruikt wordt.

6. $n = n + 1$

Volgende stap

7. $T_{n+1} = T_n + \Delta T$

Bijhouden van de valtijd

8. $h_{n+1} = h_n + w_n \cdot \Delta T + \frac{1}{2} \cdot a_n \cdot \Delta T^2$

rem: hier wordt de momentane diepte bijgehouden

9. IF ($w_n < w_{50, e.s.}$) AND ($a_n \leq 0$) THEN ($U_{kin} = 0,5 \cdot M_{stenen} \cdot w_n^2$) ELSE

$$(U_{kin} = 0,5 \cdot M_{groep} \cdot w_n^2)$$

Als de valsnelheid van de steengroep lager wordt dan die van de individuele stenen, dan wordt alleen de massa van de stenen gebruikt in de berekening van de kinetische impactenergie. Immers, in deze fase is er nauwelijks added-mass effect meer, dus is er geen groep meer en ook geen groeps massa. Als sprake is van een groepsproces (versnelling groter dan nul en/of valsnelheid groter dan de evenwichtsvalsnelheid van de individuele stenen) dan wordt de volledige massa van de groep gebruikt om de kinetische energie te berekenen.

10. IF ($w_n < w_{50, e.s.}$) AND ($a_n \leq 0$) THEN ($w_{n+1} = w_{50, e.s.}$) ELSE

$$(w_{n+1} = w_n + a_n \cdot \Delta T - \Delta w_{kin})$$

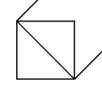
11. IF $h < H$ THEN stap 5

Wanneer de bodem ($h=H$) nog niet is bereikt wordt terug gegaan naar stap 5.

12. $W_{gemiddeld} = \frac{H}{T}$ Berekenen gemiddelde valsnelheid.

13. $R = W_{gemiddeld} \cdot U$

Het berekenen van de gemiddelde horizontale uitwijking vanuit het loslaatpunt van de stenen. Deze berekening kan nog uitgebreid worden met een module waarbij de traagheid van de steengroep in horizontale richting meegenomen wordt. Deze traagheid zorgt ervoor dat de groep niet onmiddellijk de horizontale stroomsnelheid U aanneemt. Voor het schrijven van deze module kan gebruik gemaakt worden van de in hoofdstuk 2 behandelde differentiaal-



vergelijking (2.3). Het effect van de radiale afstroming wordt hier niet meegenomen.

In deze weergave van de werking van het programma zijn omwille van de inzichtelijkheid een aantal minder belangrijke stappen (met name stappen voor de grafische presentatie) weggelaten.

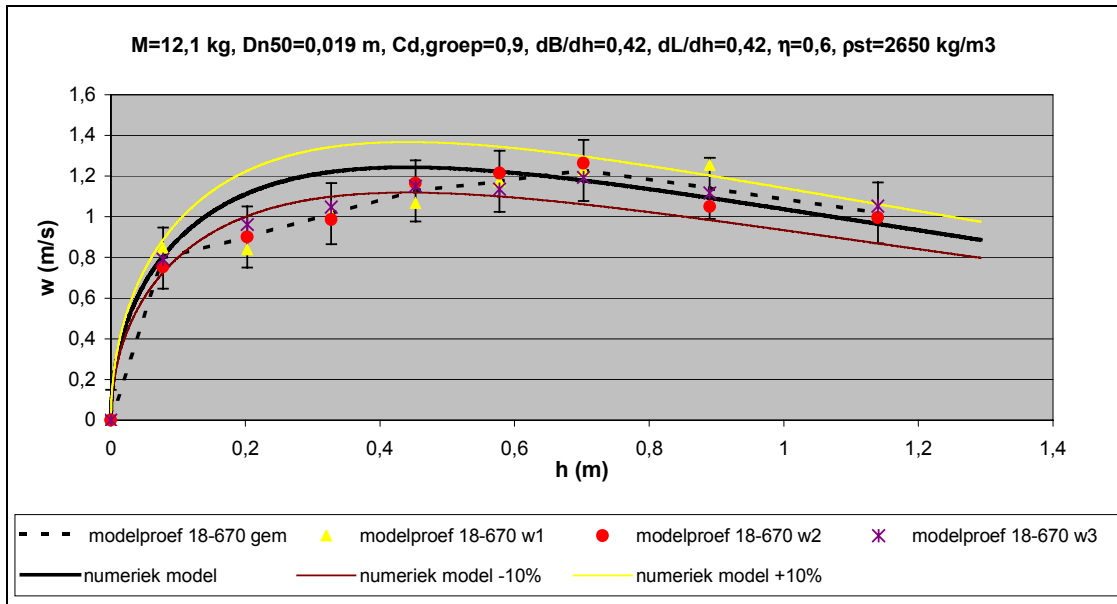
10.5 Validiteit van het opgestelde numerieke model

Na implementatie van het model zijn er een aantal tests uitgevoerd. Vervolgens zijn bekende situaties uit de modelproeven ingevoerd om op deze wijze het model op bruikbaarheid te kunnen toetsen.

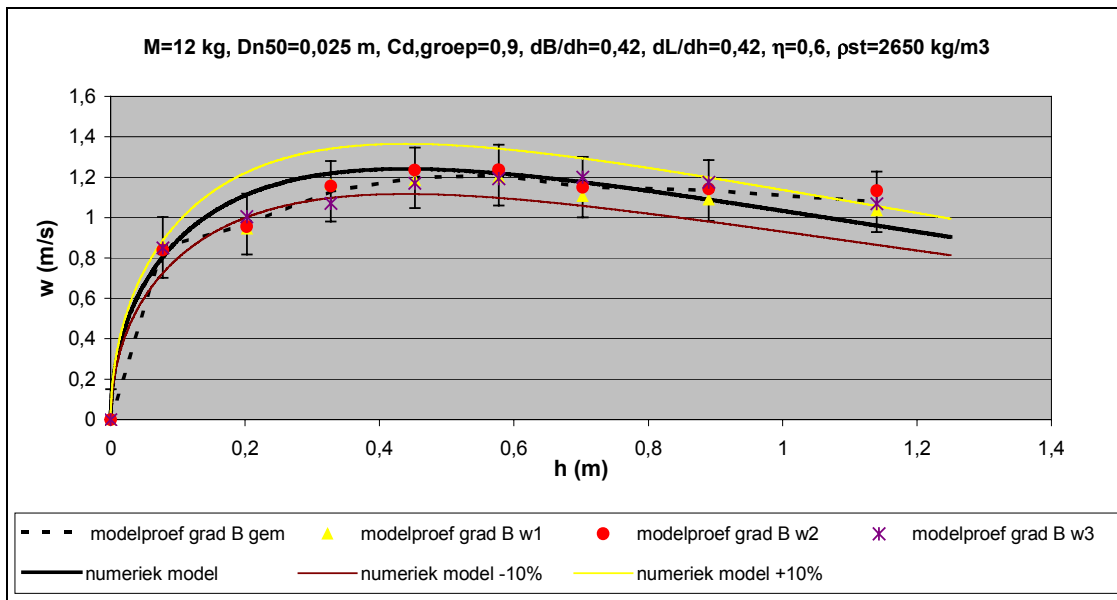
Bij het invoeren van variabelen wordt geprobeerd de modelproefsituatie strikt na te bootsen. Voor dB/dh en dL/dh wordt de in de modelproeven gemeten waarde 0.42 ingevoerd. De porositeit op $T=0$ wordt 0,6 genomen wat overeenkomt met de modelproefsituatie. De enige wijze waarop het model nog gefit wordt is met de waarde van $C_{D,groep}$. Gepoogd wordt één waarde van $C_{D,groep}$ te vinden welke voor alle modelproefsituaties goed voldoet. Dit blijkt de waarde $C_{D,groep} = 0,9$ te zijn. In Figuur 10.2 t/m Figuur 10.5 worden vier modelproefsituaties met de vier bijbehorende numerieke oplossingen samen in grafieken geplaatst. Bij de modelproeven wordt de in hoofdstuk 7 berekende meetonauwkeurigheid van $\pm 0,15$ m/s aangegeven. Voor het numerieke model wordt de nauwkeurigheid $\pm 10\%$ gesteld. Het blijkt dat het verschil tussen het numerieke model en de modelproeven niet significant is, ofwel: het numerieke model geeft een realistische voorspelling van de uitkomsten van de modelproeven.

Ondanks de vastgestelde overeenkomst tussen de modelproeven en het numerieke model zijn een aantal systematische afwijkingen te zien tussen de uitkomsten van de modelproeven en het numeriek model:

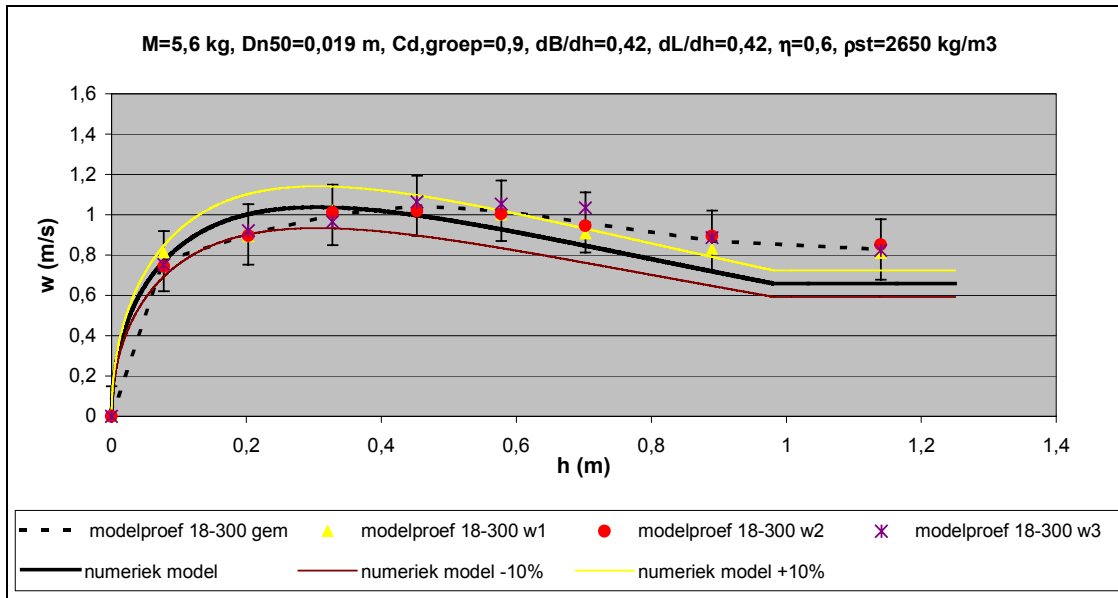
- De versnelling over de eerste twintig centimeter verloopt in het numeriek model sneller dan bij de modelproeven, waardoor de valsnelheid in het numerieke model eerder haar maximum bereikt. Dit kan een aantal oorzaken hebben. Gedacht wordt aan een tragere versnelling bij de modelproeven door wrijving tussen stenen en loslaatconstructie. Een andere oorzaak kan de onderdruk zijn die achter de steengroep ontstaat doordat het water teveel weerstand ondervindt bij de toestroom. Ook is het valproces over de eerste 50 cm weinig stabiel, de groep vormt zich hier en verandert van een cilindervorm in een bolvorm.
- Het numerieke model vertraagt sneller in vergelijking met de modelproeven. Dit wordt waarschijnlijk veroorzaakt doordat het numerieke model in één stap overgaat van een groepsproces naar een situatie waarbij de stenen uit de groep individueel vallen met de evenwichtsnelheid. In werkelijkheid zal deze overgang meer geleidelijk gaan waardoor de groepsvalsnelheden vlak voor de overgang naar de individuele valfase hoger zullen zijn.
- De valsnelheden nemen bij het numerieke model af tot een lagere evenwichtswaarde. Dit wordt veroorzaakt doordat het numerieke model de gemiddelde valsnelheid van de groep uitrekent. Bij de modelproeven is de frontvalsnelheid gemeten. De frontvalsnelheden in de individuele valfase zijn de snelheden van de snellere stenen, ongeveer de w_{90} in plaats van de w_{50} .



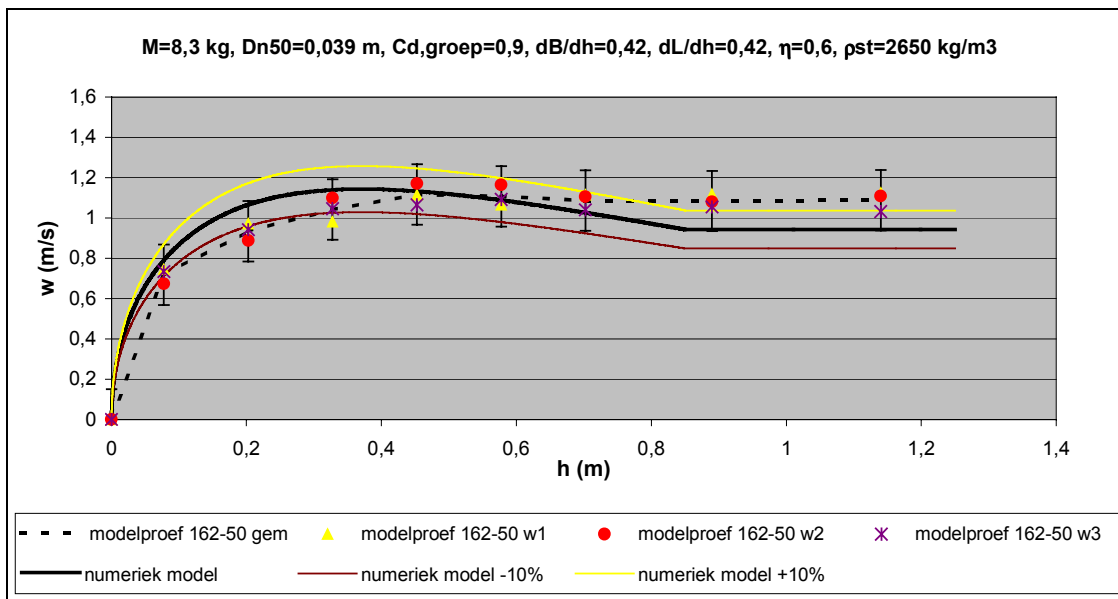
Figuur 10.2 Modelproef 18-670 vergeleken met uitkomsten uit het numerieke model



Figuur 10.3 Modelproef gradering B vergeleken met uitkomsten uit het numerieke model



Figuur 10.4 Modelproef 18-300 vergeleken met uitkomsten uit het numerieke model



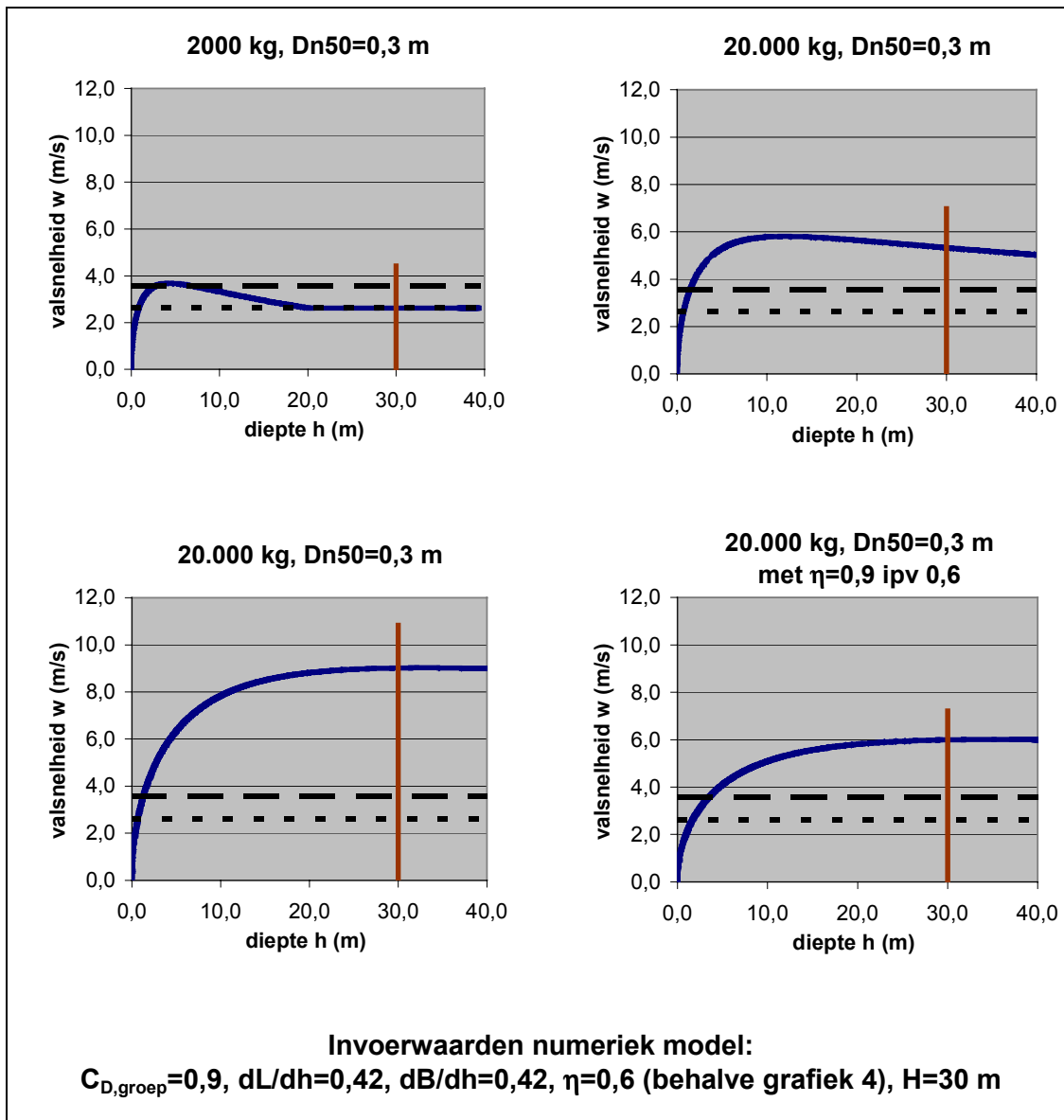
Figuur 10.5 Modelproef 162-50 vergeleken met uitkomsten uit het numerieke model

10.6 Het numerieke model toegepast op gefingeerde prototypesituaties

In het ontwikkelde model worden enkele gefingeerde prototypesituaties ingevoerd. Aangezien het model niet gecontroleerd en gecalibreerd is aan de hand van prototypemetingen moeten de resultaten met de nodige terughoudendheid bekeken worden. Toch kan het model interessante tendensen tonen aan de hand waarvan prototypemetingen en verdere modelverfijning plaats kan vinden.

In Figuur 10.6 zijn vier grafieken weergegeven waarbij de steenmassa gevarieerd wordt van 2 tot 200 ton. Voor een meer uitgebreide demonstratie wordt verwezen naar het in Excel geïmplementeerde model dat te vinden is op de bij dit verslag gevoegde CD-rom.

Alle parameters zijn gelijk gehouden aan de bij de modelproeven gevonden waarden voor het numerieke model. Alleen bij de vierde grafiek is de aanvangs porositeit verhoogd om zo de grote gevoeligheid voor deze parameter te demonstreren. Gestippelde lijnen zijn w_{50} en w_{95} van de enkele steen met $D_n=0,3$ m.



Figuur 10.6 Voorbeeld uitkomsten van prototypesituaties

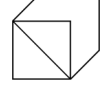


10.7 Conclusies uit het modelleren van het valgedrag

Er zijn twee modellen opgesteld van het valgedrag van steengroepen. Het eerste model is een model op basis van krachterevenwicht waarbij de valweerstand van de als een bol geschematiseerde steengroep gelijk gesteld is aan de aandrijvende kracht uit de massa van de stenen in de groep. Het model blijkt een redelijke voorspelling te geven van het verloop van de vertraging van de steengroep in fase 2. Het model houdt geen rekening met traagheid waardoor het niet praktisch bruikbaar is bij het berekenen van valgedrag van steengroepen.

Uit het eerste model is een tweede model ontwikkeld. Dit model is gebaseerd op de tweede wet van Newton en houdt rekening met de traagheid van de vallende groep (water + stenen). Het model is geijkt aan één modelproef. IJken is gebeurd door het aanpassen van een weerstandscoefficiënt $C_{D, \text{groep}}$. Vervolgens zijn gegevens van andere modelproeven ingevoerd. De uitkomsten van het numerieke model bleken goed overeen te komen met de waarden uit de modelproeven.

Het ontwikkelde numerieke model geeft een behoorlijke weergave van de bij de modelproeven optredende valsnelheden. Door gebrek aan prototypegegevens is het model niet geijkt voor grotere groepsmassa's. De verwachting is dat de algemene tendensen welke het numerieke model voor grotere steenmassa's berekent overeenkomen met de werkelijkheid. De berekende valsnelheden, versnellingen, vertragingen en omslagpunten zijn waarschijnlijk niet erg nauwkeurig. Voordat het model in een praktijksituatie gebruikt kan worden is vervolgonderzoek nodig in de vorm van metingen van valsnelheden van prototypesteengroepen. Dit kan bijvoorbeeld het meten van valsnelheden bij het storten van steen met een splijtbak zijn.



Hoofdstuk 11

Conclusies en aanbevelingen

11 Conclusies en aanbevelingen

11.1 Conclusies

In deze paragraaf worden de belangrijkste conclusies uit het onderzoek gepresenteerd.

11.1.1 Conclusies uit de modelproeven met individuele stenen

Evenwichtsvalsnelheid

Er is vastgesteld dat breuksteen voornamelijk met het grootste aangestroomde oppervlak gekeerd naar de valrichting valt, de weg van de meeste weerstand.

Bij het berekenen van de valsnelheden van individueel vallende breuksteen verdient het gebruik van de methode met de nominale diameter de voorkeur.

Naar aanleiding van de modelproefresultaten en de overeenkomst tussen modelproefresultaten in dit onderzoek en de resultaten van Kniess wordt gesteld dat de weerstandscoefficiënt $C_{D,Kniess}$ van breuksteen onafhankelijk is van de diameter voor $0,017 \text{ m} < D_{n50} < 0,270 \text{ m}$.

De waarden van de nominale weerstandscoefficienten van de breuksteen zijn normaal verdeeld met $\mu=1,42$ en $\sigma=0,33$.

Invloed van L/d op de valsnelheid

De L/d-verhoudingen van de gebruikte breuksteensorteringen blijken normaal verdeeld met $\mu_{L/d}=1,87$ en $\sigma_{L/d}=0,35$. Wanneer gebruik gemaakt wordt van L/d voor het berekenen van weerstandscoefficienten bedraagt de spreiding σ_{CD} 0,3 en is daarmee 10% lager dan wanneer geen gebruik gemaakt wordt van de L/d-verhoudingen.

Berekenen evenwichtsvalsnelheid

De aangeraden methode voor het bepalen van de valsnelheid van een stuk breuksteen wordt hiermee:

1. Bepalen van de massa van de steen.
2. Bepalen of schatten van massadichtheid.

3. Berekenen nominale diameter met:
$$D_n = \sqrt[3]{\frac{m_{steen}}{\rho_{steen}}}$$

4. Bepalen L/d van de steen.
5. Berekenen evenwichtsvalsnelheid:

$$w_{ES} = \sqrt{2 \cdot \Delta \cdot D_n \cdot \frac{g}{C_{Dn}}} \quad (8.25)$$



$$f_{CD,n}(C_{D,n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{CD,n}} \cdot e^{-\frac{(C_{D,n} - \mu_{CD,n})^2}{2\sigma_{CD,n}^2}} \quad (8.26)$$

waarbij **zonder** gebruik van de L/d-verhouding geldt:

$$\begin{aligned} \mu_{CD,n} &= 1,42 [-] \\ \sigma_{CD,n} &= 0,33 [-] \end{aligned}$$

en **met** gebruik van de L/d-verhouding verhouding:

$$\begin{aligned} \mu_{CD,n} &= 0,54 \cdot \frac{L}{d} + 0,42 [-] \\ \sigma_{CD,n} &= 0,30 [-] \end{aligned}$$

6. Correctie met vormfactor (rondheid, gladheid).
Nog te bepalen in vervolgonderzoek.

11.1.2 Conclusies uit de modelproeven met steengroepen

Valsnelheid en valgedrag

- Groepen stenen bereiken valsnelheden welke hoger zijn dan de individuele valsnelheden van de stenen uit de groep. Het effect is waarneembaar vanaf een steenaantal van 50 à 100.
- De maximale snelheid welke door een groep bereikt wordt is afhankelijk van de totale steenmassa in een groep. Een toenemende groepsmassa betekent een toename van de maximaal bereikte snelheid. Individuele steeneigenschappen zoals diameter en vorm hebben, bij steenaantallen groter dan 100, nauwelijks invloed op de maximaal bereikte valsnelheid.
- Steengroepen ($n > 100$) vertonen (bij een loslaatporositeit van $\eta_0 = 0,5$) een versnellings- en een vertragingstraject. Het versnellings- en vertragingstraject neemt in lengte (=diepte) toe met een toename van de groepsmassa.
- Bij stenen in een groepsfase wordt water met stenen meegenomen in de vorm van added-mass. Wanneer de valsnelheid van de groep afneemt tot de evenwichtsvalsnelheid van de grotere steen in de groep, vallen deze onderuit de groep. Het added-mass effect verdwijnt en er blijft een groep over waarbij kleinere stenen in het zog van de grotere stenen meevallen.
- In de fasen van het groepsvalproces waar water meegenomen wordt (groep valt als één geheel) vindt circulatie van stenen door de groep plaats.
- Water wordt voornamelijk aan de achterzijde van de groep (staart) opgenomen.
- De breedte van steengroepen neemt bij de modelproeven toe met de diepte. Bij groepsgroottes groter dan 100 stenen blijkt deze toename van breedte dB/dh constant te zijn voor alle groepen en een waarde te hebben van $0,45 \pm 0,1$.

Graderingen

- Bij groepsgedrag blijven de kleine stenen bij de grote. Aan het einde van de 'groepsfase' gaan de twee fracties als afzonderlijke groepen verder.
- Gegradeerde groepen met gelijke massa als een uniforme groep bereiken dezelfde maximale snelheid.

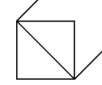
Radiale afstroming

Wanneer gestorte steen als groep de bodem bereikt zal het meegenomen water (added mass) radiaal langs de bodem afstromen. Wanneer dit effect sterk genoeg is worden de stenen uit de groep meegenomen. De afstand waarover de stenen worden meegenomen lijkt afhankelijk van de groepsnelheid bij het bereiken van de bodem, de groepsmassa (water+stenen), de massa van de individuele stenen en de bodemruwheid.

Vijf fasen

Het valproces van een steengroep is op basis van de waarneming bij de modelproeven en de bestudeerde literatuur opgedeeld in vijf fasen:

1. *Versnelling van de steengroep.* Afhankelijk van de massa van de stenen en loslaatvorm en -poriëngehalte. Water wordt in als van added mass mee versnelt. Deze fase treedt alleen op wanneer het steenaantal in de groep voldoende groot is en het aanvangsporiëngehalte voldoende klein.
2. *Vertraging van de steengroep.* Na het bereiken van de maximale groepsnelheid in fase 1 begint de groep te vertragen. Deze vertraging gaat door totdat de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep bereikt is. In fase twee vertraagt het meegenomen water samen met de stenen.
3. *Steenfront van grotere stenen.* Wanneer de valsnelheid van een steengroep zover afgenomen is dat deze gelijk is aan de evenwichtsvalsnelheid van de grootste stenen uit de groep beginnen de grootste stenen onderuit de groep te vallen. Dit proces versterkt zichzelf. Het added-mass water blijft achter en de kinetische energie van het added-mass water wordt gedissipeerd door het omgevingswater. De stenen vallen nu door het water heen en nemen het niet of nauwelijks meer mee. Achter een front van de grootste stenen vallen kleinere stenen in het zog mee.
4. *Valproces volgens het Enkele Steen Model.* Wanneer de stenen zover uit elkaar bewogen zijn dat ze elkaar niet meer beïnvloeden, vallen de stenen verder als individuele stenen. Het valgedrag wordt dan beschreven door het Enkele Steen Model van Vrijling, Manni en de Wilde [1995]. Volgens dit model bewegen stenen tijdens de valbeweging in willekeurige, steeds wisselende, horizontale richtingen wat resulteert in normaal verdeelde horizontale uitwijkingen bij de bodem. De valsnelheid van de stenen kan berekend worden met de in dit rapport bepaalde normaal verdeelde weerstandscoefficiënt (alleen wanneer het breuksteen betreft).
5. *Radiale afstroming.* Wanneer de bodem bereikt wordt voordat fase 3 bereikt wordt, betekent dit dat de stenen een relatief grote hoeveelheid water in de vorm van added-mass meenemen. Stroomt radiaal af langs de bodem en kan hierbij stenen meenemen.



11.1.3 Conclusies betreffende het ontwikkelde numerieke model

Er is op basis van de waarnemingen uit de modelproeven een numeriek model ontwikkeld waarmee het valgedrag van steengroepen voorspeld kan worden. Het model is gebaseerd op de tweede wet van Newton. Het model bestaat uit een aantal vergelijkingen waarmee die samen een differentiaal vergelijking opleveren welke niet analytisch oplosbaar is. De belangrijkste vergelijkingen worden hieronder weergegeven.

De tweede wet van Newton aangepast aan steengroepen is:

$$F_{g, groep} - F(\dot{h})_{D, groep} = m(h)_{groep} \cdot \ddot{h}^2(h) \quad (10.14)$$

met:

F_g	Kracht in de valrichting	[N]
$F(h)_{D, groep}$	Sleepkracht tegen de valrichting in als functie van de diepte	[N]
$m(h)_{groep}$	Massa van de gehele groep inclusief het meegenomen water als functie van de diepte	[kg]
$\ddot{h}^2(h)$	De versnelling van de groep	[m/s ²]

De aandrijvende term in de differentiaalvergelijking is constant en is alleen afhankelijk van de massa van de stenen in de groep:

$$F_{g, groep} = (\rho_{groep} - \rho_{water}) \cdot g \cdot V_{groep} \quad (10.15)$$

met:

$F_{g, groep}$	kracht in de valrichting van de groep	[N]
ρ_{groep}	dichtheid van de gestorte stenen	[kg/m ³]
ρ_{water}	dichtheid van het water	[kg/m ³]
g	versnelling van de zwaartekracht	[m/s ²]
V_{groep}	het volume van de gestorte stenen (zonder water of lucht)	[m ³]

De tweede term in de differentiaalvergelijking is de sleepkracht. De sleepkracht (tegenwerkende kracht) is een functie van de valsnelheid en het aangestroomde oppervlak van de groep. Beide variabelen zijn een functie van de tijd. De sleepkracht van een als één geheel vallende groep neemt toe met een toenemende diepte als gevolg van volumevergroting en daardoor vergroting van het frontale oppervlak van de groep. De sleepkracht is:

$$F(h)_D = \frac{1}{2} \cdot C_{D, groep} \cdot \rho_w \cdot A(h)_{groep} \cdot \dot{h}^2 \quad (10.17)$$

met:

$F(h)_{D, groep}$	sleepkracht tegen de valrichting in als functie van de diepte	[N]
$C_{D, groep}$	uit modelproeven te bepalen sleepkrachtcoëfficiënt voor een steengroep	[-]
$A(h)_{groep}$	aangestroomde groepsdoorsnede in de valrichting als functie van de diepte	[m ²]
\dot{h}	valsnelheid van de steengroep	[m/s]

De derde term in de differentiaalvergelijking is de traagheidsterm. In deze term staan de momentane massa van de groep (water+stenen) en de momentane versnelling.

De vergelijkingen waarmee de verschillende variabelen in de termen berekend worden staan in paragraaf 10.3 en worden hier niet weergegeven.

Het ontwikkelde numerieke model geeft een behoorlijke weergave van de optredende valsnelheden van de modelproefsituaties. Door gebrek aan prototypegegevens is het model niet geijkt voor grotere groeps massa's. De verwachting is dat de algemene tendensen welke het numeriek model voor grotere steenmassa's berekent overeenkomen met de werkelijkheid. De berekende valsnelheden, versnellingen, vertragingen en omslagpunten zijn waarschijnlijk niet erg nauwkeurig. Voordat het model in een praktijksituatie gebruikt kan worden is vervolgonderzoek nodig in de vorm van metingen van valsnelheden van prototypesteengroepen. Dit kan bijvoorbeeld het meten van valsnelheden bij het storten van steen met een splijtbak zijn.



11.2 Aanbevelingen

11.2.1 Individueel vallende stenen

Onderzoek naar de invloed van de ruwheid van breuksteen op de valsnelheid

In dit onderzoek is onder andere de invloed van de lengte/dikte parameter L/d op de weerstandscoefficiënt en de valsnelheid van breuksteen bepaald. De voorspelbaarheid van de valsnelheid van breuksteen neemt mogelijk verder toe wanneer er onderzoek gedaan wordt naar de invloed van rondheid of ruwheid van breuksteen.

Bepalen van weerstandscoefficiënten van breuksteen met grotere diameter

De modelproeven van Kniess [1981] bestaan uit een serie van slechts vijf metingen. Op basis van de resultaten van zijn onderzoek naar de valsnelheid van stenen met een diameter van ongeveer 0,25 m en het onderzoek in de modelproeven zoals beschreven in hoofdstuk 9 met $0,013 \text{ m} < D_n < 0,039$ is gesteld dat de verwachtingswaarde van de weerstandscoefficiënt ongeveer constant is bij een toenemende steendiameter. Om een nauwkeuriger beeld te krijgen van het verloop van de weerstandscoefficiënt van breuksteen moeten meer modelproeven uitgevoerd worden waarbij de weerstandscoefficiënten van breuksteen met een nominale diameter vanaf 0,05 m bepaald worden.

11.2.2 Verbeteren van het numerieke model

Het ontwikkelde numerieke model is gecalibreerd aan de modelproeven waarbij groeps massa's varieerden tussen 0,45 en 12,0 kg. Het gebruik van het model met de veel grotere groeps massa's die in een praktijksituatie kunnen voorkomen is een hachelijke zaak. Voor het vergroten van de zekerheid omtrent de nauwkeurigheid van het model en/of het ijken van het model aan prototypesituaties moeten een aantal parameters in de praktijk gemeten worden.

Aanvullend onderzoek om de nauwkeurigheid van het model te verbeteren kan onder andere zijn:

- **Metten van de valsnelheid van steengroepen met grote massa's**
Interessant zou zijn om de groepsvalsnelheid van grote hoeveelheden materiaal uit een splijtbak over de diepte te volgen. Misschien is dit mogelijk door iets als vislijnen aan enkele stenen in het beun te bevestigen. De lijnen worden opgerold op spoelen, bijvoorbeeld die van werphengels. De snelheid waarmee de spoel draait geeft dan de snelheid van de steen in de steengroep.
- **Metten van de stortsnelheid van diverse schepen**
Er zijn weinig specifieke gegevens bekend over de stortsnelheid en het totale open stortoppervlak van schepen. Met deze ontbrekende gegevens kan een benadering gemaakt worden van de aanvangs porositeit η_0 van de prototype steengroepen. Deze parameter beïnvloedt in belangrijke mate het valproces.
- **Radiale effect**
In het model wordt het verloop van de kinetische energie van de steengroepen over de diepte berekend. Het moet mogelijk zijn om met de energie bij impact op de bodem en de gegevens over de samenstelling van de groep de omvang van het radiale effect te berekenen. Wanneer de omvang van het radiale effect bekend is kan de horizontale spreiding op de bodem van het stortmateriaal gemodelleerd worden. Om het optredende radiaal effect te kunnen voorspellen

moeten modelproeven uitgevoerd worden die specifiek voor onderzoek naar het radiale effect worden opgezet.

- **Invloed van vorm en diameter van individuele stenen op het groepsproces**
In dit onderzoek is vastgesteld dat de maximaal behaalde valsnelheid van steengroepen niet afhankelijk is van de afmetingen van individuele stenen maar alleen van de totale steenmassa in de groep. Dit kan geverifieerd worden door modelproeven uit te voeren met groepen basisvormen zoals knikkers.
- **Variatie van de geometrie van het loslaatvlak**
Bij de modelproeven in dit onderzoek zijn stenen gelijktijdig losgelaten vanuit een ronde loslaatconstructie. Hierdoor ontstaan steengroepen met een ronde doorsnede. Het voordeel is dan dat metingen van de breedte van de groep in het vlak overeenkomt met de groepsdiameter. Een nadeel is dat deze ronde aanvangssituatie in de praktijk niet veel zal voorkomen. Het is daarom interessant om de invloed van variatie in de vorm van het loslaatvlak te bestuderen. Gedacht wordt aan modelproeven waarbij een constante hoeveelheid materiaal door een constant loslaattooppervlak met wisselende geometrie gestort wordt.
- **Lijnstort en puntstort**
Bij de modelproeven in dit onderzoek zijn de stenen losgelaten door een cirkelvormig vlak. Wanneer de hoeveelheid gelijktijdig gestorte stenen groot genoeg is zal er bij een lijnstort ook een groepseffect waarneembaar zijn. Dit effect kan met behulp van modelproeven gemeten worden. Een variatie hierop is een puntstort. Hierbij worden stenen niet gelijktijdig maar vlak na elkaar losgelaten. Wanneer de stenen kort genoeg achter elkaar vallen zal er onderlinge beïnvloeding van stenen zijn.
- **Aanvangs porositeit**
Tijdens de modelproeven is de aanvangs porositeit ongeveer constant gehouden op $\eta=0,5$. De aanvangs porositeit is een invoerparameter in het numerieke model die een behoorlijke invloed heeft op de uitkomsten. In praktijksituaties kunnen verschillende waarden van de aanvangs porositeit voorkomen als gevolg van bijvoorbeeld sneller of langzamer klappen. Met modelproeven waarbij de aanvangs porositeit (of stortsnelheid) gevarieerd wordt kan gekeken worden of het numeriek model de invloed van de aanvangs porositeit op de juiste manier weergeeft. Met metingen aan praktijksituaties kunnen de werkelijk optredende aanvangs porositeiten bepaald worden.



Literatuurlijst

- Alger, G.R., Simons, D.B., *Fall velocity of Irregular Shaped Particles*, Colorado State University, Ford Collins, Colorado, U.S.A, Journal of the American Society of Civil Engineers, p. 721–737, mei 1968.
- d'Angremond, K., Bezuijen, K.G., e.a., *Waterbouwkunde*, Collegehandleiding F3, Technische Universiteit Delft, 1996
- Barker, D.H., Christiansen, E.B., *The Effect of Shape and Density on the Free Settling of Particles at High Reynolds Numbers*, University of Utah, Salt Lake City, U.S.A., A.I.Ch.E. Journal, vol. 11, No. 1, p 145-151, 1965
- Baily, A.B., *Sphere drag coefficients for subsonic speeds in continuum and free-molecule flows*, Aerospace projects branch, Von Karman Gas Dynamics Facility, Arnolds Air Force Station, Tennessee, U.S.A., Journal of Fluid Mechanics, vol. 65, part 2, p. 401-410, 1974
- Baines, W.D. and Hopfinger, E.J., *Thermals with large density difference*, Atmospheric Environment, 18, 1051-1057, 1984
- Battjes, J.A., *Windgolven*, Collegehandleiding B78, Technische Universiteit Delft, 1970.
- Battjes, J.A., *Vloeistofmechanica*. Collegehandleiding Ctme2100, Technische Universiteit Delft, februari 1996
- Booij, R., *Turbulentie in de waterloopkunde*, Collegehandleiding CT5312, Technische Universiteit Delft, maart 2002
- Boothroyd, R.G., *Flowing gas-solids and suspensions.*, Chapman and Hall, London, 1971
- Bouwdienst Rijkswaterstaat, *Handboek uitvoering bodemconstructies van losgestorte granulaire materialen*, 1991
- Boyce, W.E., Di Prima, R.C., *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wile & Sons, New York 1986
- Bühler, J. and Papantoniou, D.A. *Swarms of coarse particles falling through a fluid*. Environmental Hydraulics, Lee & Cheung (eds), 1, 135-140, Balkema Rotterdam, 1991.
- Bühler, J. and Papantoniou, D.A. *The growth rate of particle clusters sinking through a fluid body*. Hydra 2000, Proc. 26th Cong. IAHR. London, 2, 196–201, 1995
- Bühler, J. and Papantoniou, D.A. *Barge dumping of rubble in deep water*. Environmental Hydraulics, Lee, Jayawardena & Wang (eds), 193–198, Balkema, Rotterdam, 1999
- Bühler, J., Papantoniou, D.A., *On the motion of suspension thermals and particle swarms*, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft, Zurich, Switzerland, Journal of Hydraulic Research, vol. 39, no. 6, p. 643-653, september 2001.

- Cregten, H.J., *Het gebruik van probabilistische methoden bij het beoordelen van het stortresultaat van een zijstorter*, afstudeerverslag Vakgroep Waterbouwkunde, Technische Universiteit Delft, augustus 1995
- CUR/RWS, *Manual on the use of Rock in Hydraulic Engineering*, Gouda: Centre for Civil Engineering Research and Codes (CUR), 1995
- CUR/RWS, *Kansen in de civiele techniek; Deel 1: Probabilistisch ontwerpen in theorie*. Civieltechnisch Centrum Uitvoering Research en Regelgeving (CUR), no. 190, 1997
- Gelderen, P.J.G. van, *Het Enkele Steen Model; Een verificatie op basis van modelproeven*, afstudeerverslag, Technische Universiteit Delft, 1999
- Gerlach, O.H., *Vliegeigenschappen I*, collegehandleiding L&R, Technische Universiteit Delft, 1981
- Gibbs, R.J., Matthews, M.D., Link, D.A., *The relationship between sphere size and settling velocity*, Dep. of Geological Sciences, Northwestern University, Evanston, Illinois, U.S.A., *Journal of Sedimentary Petrology*, vol. 41, no. 1, p 7-18, 1971
- Kniess, H.G., *Schütten von Steinen unter Wasser*, Mitt. Bl.d.BAW, nr. 50, p 41 – 57, 1981.
- Mazijk, A., van, *Ontwikkeling nieuwe werkmethode: Bepaling valhoogte van een steen in water vanaf het moment van loslaten, tot het moment waarop de evenwichtsvalsnelheid wordt bereikt*, Deltadienst Rijkswaterstaat, Burgh-Haamstede, 1982
- Meermans, W., *Dumping of stones; description of the resulting mound when dumping is performed from a fixed point*, Technische Universiteit Delft, Vakgroep Waterbouwkunde, September 1998
- Mehta, D.R., *Aerodynamics of Sports Balls*, Aerodynamics research branch, NASA Ames Research Center, Mofflet Field, California, Annual Review Fluid Mechanics, vol. 17, p. 151-189, 1985
- Oord, G. van, *Spreiding van steen in het stortproces van schuifstorters; modelproeven ter verificatie van het Enkele Steen Model*, afstudeerverslag, Technische Universiteit Delft, 1996.
- Prasuhn, A.L., *Fundamentals of Fluid Mechanics*, South Dakota State University, Brookings, South Dakota, U.S.A., Prentice-Hall, Inc., 1980
- Schiereck, G.J., *Introduction to bed, bank and shore protection*, Delft University Press, 2001.
- Slack, G.W. *Sedimentation of compact clusters of uniform spheres*. *Nature*, 200, 466–467, 1963a.
- Slack, G.W. *Sedimentation of a large number of particles as a cluster in air*. *Nature*, 200, 1306, 1963b.



- Stringham, G.E., Simons, D.B., Guy, H.P., *The Behaviour of Large Particles Falling in Quiescent Liquids*, U.S. Department of the Interior, Washington, USA, Geological Survey Professional paper 562-C, 1969
- Stückrath, T., Völker, G., Meng, J., *Untersuchungen zum Verhalten würfelförmiger Einzelkörper in Wasser*, Technische Universität Berlin, Berlin, 1996
- Taneda, S., *Visual observations of the flow past a sphere at Reynolds numbers between 10^4 and 10^6* , Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Fukuoka, Japan, Journal of Fluid Mechanics, vol. 85, part 1, p 187-192.
- Technische Universiteit Delft, *Modelonderzoek naar de spreiding en taludopbouw van gestorte materialen in water*, T.U. Delft, afdeling Civiele Techniek & Zinkcon bv., Papendrecht, december 1986.
- Tysma, S, e.a., *Polytechnisch zakboekje*, PBNA, 1983
- Vossers, G, *Inleiding tot de theorie van modellen en modelwetten*, De Ingenieur, jrg. 78, nr. 48, 1966
- Vries, M. de, *Waterloopkundig Onderzoek*, collegehandleiding b80, Technische Universiteit Delft, 1977
- Vrijling, J.K., Manni, R.J., Wilde, D.P., de, *Prediction of the deposition mound of dumped rubble*, COPEDEC, Rio de Janeiro, 1995
- Vrijling, J.K., *Probabilistisch ontwerpen in de waterbouwkunde*, collegehandleiding F30, vakgroep waterbouwkunde, Technische Universiteit Delft, Delft, 1996
- Waterloopkundig Laboratorium, *stormvloedkering Oosterschelde: Stortmethoden voor drempel en overgangsconstructie, verslag modelonderzoek*, Waterloopkundig Laboratorium, M1768, september 1983
- Weustink, O.W.A., *De vlakheid van steenbestortingen*, afstudeerverslag, Technische Universiteit Delft, 1998
- Zinkcon bv., *Modelonderzoek naar de spreiding en taludopbouw van gestorte materialen in water*, Zinkcon, Papendrecht, juli 1985



Fig. 1

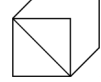


Fig. 2



Bijlage A.

Theoretische achtergronden



A1 Afleiding formule van Van Mazijk

Bepaling Valhoogte van een steen vanaf het moment van loslaten tot het moment, waarop de evenwichtsnelheid wordt bereikt.

Deze bijlage is in zijn geheel overgenomen uit een notitie van dhr. ir. A. van Mazijk. Dhr. van Mazijk heeft deze afleiding in 1982 geschreven voor Rijkswaterstaat ten behoeve van onderzoek naar stortmethoden van de drempels in de Oosterschelde stormvloedkering.

Inleiding

Bij het afstorten van bodembeschermingsconstructies, het onderwater opbouwen van drempels en golfbrekers is het van belang te weten of de te bestorten constructie, danwel het bestortingsmateriaal bij deze uitvoeringshandeling heel blijft. Eén en ander kan resulteren in eisen t.a.v. het ontwerp van de te bestorten constructie, respectievelijk de breukgevoeligheid van de stortsteen of de betonblokken.

De kans op beschadiging bij het afstorten of breuk van de stortsteen wordt vooraf nagegaan door de uitvoering van zgn. valproeven. Deze proeven worden zodanig ingericht, dat de vallende steen/betonblok op het moment, dat deze de onderliggende constructie raakt een snelheid heeft, die gelijk is aan de evenwichtsnelheid, die de steen / betonblok in het water zou hebben.

Deze aanpak is gebaseerd op de veronderstelling, dat een steen / betonblok, direct boven de waterlijn losgelaten binnen een paar meter vallen in het water reeds de evenwichtsnelheid zou hebben bereikt.

In de onderhavige notitie wordt op bovenstaande veronderstelling nader kwantitatief ingegaan.

Uitgangspunten

Bij de hierna volgende berekening wordt uitgegaan van dat de steen zich op het moment van loslaten juist onder water bevindt. De beginsnelheid op het moment van loslaten ($t=0$) is dus nul.

Voor de berekening wordt verder uitgegaan van een bolvormig lichaam met een diameter D en een dichtheid ρ_s . Het lichaam heeft een weerstandscoefficiënt C_D . De dichtheid van het water is ρ_w .

Formulering van de bewegingsvergelijking

De krachten, die op het lichaam onder water werken zijn:

de zwaartekracht:
$$G = \frac{1}{6} \pi \cdot \rho_s \cdot g \cdot D^3$$

de opwaartse kracht:
$$F = \frac{1}{6} \pi \cdot \rho_w \cdot g \cdot D^3$$

de weerstandskracht: $F_w = \frac{1}{8} \pi \cdot C_D \cdot \rho_w \cdot u^2 D^2$

De bewegingsvergelijking luidt dan:

$$F = m \cdot a \quad (\text{A1-1})$$

ofwel:

$$\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (\rho_s - \rho_w) \cdot g \cdot D^3 - \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot C_D \cdot \rho_w \cdot u^2 D^2 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot D^3 \cdot \frac{du}{dt} \quad (\text{A1-2})$$

Uitwerking van vgl. (2) geeft

$$\frac{du}{dt} + C_1 u^2 + C_2 = 0 \quad (\text{A1-3})$$

waarin:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{3}{4} \cdot C_D \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot \frac{1}{D} \\ C_2 &= \frac{\rho_w - \rho_s}{\rho_s} \cdot g \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1-4})$$

Analytische uitwerking

Oplossingsmethode I

In vgl. (3) is u de snelheid van het vallende lichaam in water en du/dt de versnelling, die het lichaam daarbij ondergaat.

Er geldt:

$$\frac{du}{dt} = u \frac{du}{dx}$$

Immers, daar

$$u = f_1(x) \text{ en } x = f_2(t) \quad (\text{A1-5})$$

en dus ook: $u = f(t)$

geldt:



$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (\text{A1-6})$$

Daar $x=f_2(t)$ de plaats van het lichaam als functie van de tijd t weergeeft, geldt:

$$\frac{dx}{dt} = u \quad (\text{snelheid van het lichaam}) \quad (\text{A1-7})$$

Substitutie van vgl. (5) in vgl. (3) geeft:

$$u \frac{du}{dx} + C_1 u^2 + C_2 = 0$$

$$\frac{du^2}{dx} + 2(C_1 u^2 + C_2) = 0$$

$$\frac{1}{C_1} \frac{d(C_1 u^2 + C_2)}{dx} + 2(C_1 u^2 + C_2) = 0$$

Scheiding van variabelen:

$$\frac{d(C_1 u^2 + C_2)}{C_1 u^2 + C_2} = -2C_1 dx \quad (\text{A1-8})$$

Integreren:

$$\ln(C_1 u^2 + C_2) = -2 \cdot C_1 \cdot x + \text{integratie constante}$$

met de beginwaarde: $t=0$, $x=0$ en $u=0$

wordt de integratieconstante gelijk aan $\ln C_2$.

De oplossing van de differentiaal vgl, vgl (3) wordt dus:

$$\ln \frac{C_1 u^2 + C_2}{C_2} = -2C_1 x$$

$$u = \left\{ \frac{C_2}{C_1} (e^{-2C_1 x} - 1) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A1-9})$$

De evenwichtssnelheid u_e wordt gevonden voor in vgl (3) $du/dt = 0$ te stellen.

$$u_e = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \cdot g \frac{D}{C_D}} \quad (\text{A1-10})$$

Vgl (9) kan nu met vgl (4) en vgl (10) als volgt worden herschreven:

$$\frac{u}{u_e} = \sqrt{1 - e^{-\beta x}} \quad (\text{A1-11})$$

met $\beta = 1,5 \frac{C_D}{D} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_s}$

Met behulp van vgl (11) kan de 'valdiepte' x worden bepaald, waarop de valsnelheid u van het lichaam voor een bepaald percentage de evenwichtssnelheid u_e heeft bereikt:

$$\frac{u}{u_e} = \alpha \quad \text{met } 0 < \alpha < 1 \quad (\text{A1-12})$$

Uitwerking van vgl (11) met vgl (12) levert dan de volgende betrekking:

$$x = -\frac{1}{\beta} \ln(1 - \alpha^2) \quad (\text{A1-13})$$

In het navolgende worden, uitgaande van vgl (11), uitdrukkingen afgeleid, waarin de valdiepte x en de valsnelheid u als functie van de tijd t worden weergegeven. Vergelijking (11) wordt daartoe als volgt geschreven:

$$u = \frac{dx}{dt} = u_e \sqrt{1 - e^{-\beta x}}$$

Scheiding van variabelen

$$\frac{dx}{\sqrt{1 - e^{-\beta x}}} = u_e dt \quad (\text{A1-14})$$

Oplossen van het linker lid:

$$\int_0^x (1 - e^{-\beta x})^{-\frac{1}{2}} dx \quad (\text{A1-15})$$

Stel $(1 - e^{-\beta x}) = y^2 \rightarrow e^{-\beta x} = 1 - y^2$ (A1-16)
 $\beta e^{-\beta x} dx = 2y dy$

Substitutie van vgl (16) in vgl (15):

$$\int \frac{2dy}{\beta(1 - y^2)} = \frac{2}{\beta} \ln \left\{ \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} \right\} + \text{integratieconstante}$$

Terug substitutie van $y = \sqrt{1 - e^{-\beta x}}$ met invulling van de integratie grenzen alsmede integratie van het rechter lid van vgl (14) levert

$$u_e t = \frac{2}{\beta} \ln \left[\sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - e^{-\beta x}}}{1 - \sqrt{1 - e^{-\beta x}}}} \right] \quad (\text{A1-17})$$



$$e^{\beta u_e t} = \frac{1 + \sqrt{1 - e^{-\beta x}}}{1 - \sqrt{1 - e^{-\beta x}}}$$

$$e^{\beta u_e t} = \frac{(1 + \sqrt{1 - e^{-\beta x}})^2}{1 - (1 - e^{-\beta x})}$$

Na enige herleiding wordt gevonden:

$$e^{-2\beta x} (1 + e^{\beta u_e t})^2 = 4e^{\beta u_e t} \cdot e^{-\beta x} \quad (\text{A1-18})$$

omdat

$$e^{-\beta x} \neq 0$$

wordt vgl (18):

$$e^{-\beta x} = \frac{4e^{\beta u_e t}}{(1 + e^{\beta u_e t})^2} \quad (\text{A1-19})$$

$$x = -\frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{4e^{\beta u_e t}}{(1 + e^{\beta u_e t})^2} \right]$$

$$x = \frac{2}{\beta} \ln \frac{1}{2} (1 + e^{\beta u_e t}) - u_e t \quad (\text{A1-20})$$

De valsnelheid als functie van de tijd wordt dan:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{2}{\beta} \cdot \frac{\frac{1}{2} \beta u_e e^{\beta u_e t}}{\frac{1}{2} (1 + e^{\beta u_e t})} - u_e$$

En na enige herschrijving

$$\frac{u}{u_e} = 1 - \frac{2}{e^{\beta u_e t} + 1} \quad (\text{A1-21})$$

Het moment t_α , waarop $\frac{u}{u_e} = \alpha$ ($0 < \alpha < 1$) wordt bereikt, kan dan worden bepaald

uit:

$$t_\alpha = \frac{1}{\beta u_e} \ln \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right) \quad (\text{A1-22})$$

N.B. Substitutie van vgl (22) in vgl (20) levert uiteraard weer vgl (13).

Oplossingsmethode II

Omdat in vgl (4) altijd geldt $\rho_s > \rho_w$ is de constante C_2 altijd negatief. Derhalve kan vgl (3) ook als volgt worden geschreven:

$$\frac{du}{dt} + C_1 u^2 - C_2 = 0 \quad (\text{A1-23})$$

waarbij

$$C_2 = -C_2 = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} g \quad (\text{A1-24})$$

Scheiding van variabelen, toegepast op vgl (23) geeft

$$\frac{du}{C_2 - C_1 u^2} = dt \quad (\text{A1-25})$$

Stel $\gamma^2 = \frac{C_2}{C_1}$

Dan wordt vgl (24)

$$\frac{du}{\gamma^2 - u^2} = C_1 dt \quad (\text{A1-26})$$

Vgl (26) kan nu geschreven worden als

$$\frac{A du}{\gamma + u} + \frac{B du}{\gamma - u} = C_1 dt \quad (\text{A1-27})$$

waarbij gelden moet

$$A(\gamma - u) + B(\gamma + u) = 1$$

Hieruit volgt

$$A = B = \frac{1}{2\gamma}$$

Vgl (27) wordt dan



$$\frac{du}{\gamma+u} + \frac{du}{\gamma-u} = 2\gamma C_1 dt$$

Integreren

$$\ln\left(\frac{\gamma+u}{\gamma-u}\right) = 2\gamma C_1 t + \text{integratieconstante} \quad (\text{A1-28})$$

Invulling van de beginvoorwaarde

$$t = 0 : u = 0$$

levert de integratieconstante gelijk aan nul, waarmee vgl (28) als volgt kan worden herschreven:

$$\frac{\gamma+u}{\gamma-u} = e^{2\gamma C_1 t} \quad (\text{A1-29})$$

Uitwerking van γ en $2\gamma C_1$ geeft (zie vgl (4), (10) en (24))

$$\gamma = \sqrt{\frac{C_2^1}{C_1}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_w} \cdot \frac{D}{C_D} \cdot \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} \cdot g} = u_e$$

$$2\gamma C_1 = 1,5 \frac{C_D}{D} \frac{\rho_w}{\rho_s} \cdot u_e = \beta u_e$$

Vgl (29) wordt dan:

$$\frac{u_e + u}{u_e - u} = e^{\beta u_e t} \quad (\text{A1-30})$$

Na enige herschrijving wordt dan vgl (21) gevonden:

$$\frac{u}{u_e} = 1 - \frac{2}{e^{\beta u_e t} + 1}$$

Vgl (31) kan vervolgens herschreven worden tot

$$u = \frac{2}{\beta} \cdot \frac{\beta u_e e^{\beta u_e t}}{e^{\beta u_e t} + 1} - u_e \quad (\text{A1-31})$$

Integreren:

$$x = \int_0^t u dt = \frac{2}{\beta} \ln(e^{\beta u_e t} + 1) - u_e t = \frac{2}{\beta} \ln\left(\frac{e^{\beta u_e t} + 1}{2}\right) - u_e t$$

Deze vergelijking is weer gelijk aan (A1-20)

A2 Parameterschatting met de methode der kleinste kwadraten

De inhoud van deze bijlage is ontleend aan ©CUR-publicatie 190, “Kansen in de Civiele Techniek, Deel I: Probabilistisch ontwerpen in theorie”, maart 1997, Stichting CUR, Gouda.

De methode der kleinste kwadraten is een algemeen toepasbare methode voor het passen van functies op waarnemingen. Bij deze methode wordt verondersteld dat bij de beste passing de som van de kwadraten van de verschillen tussen de berekende en waargenomen waarden minimaal is.

Als van statistisch materiaal het kansverdelingstypoe bekend is, kan de som der kwadraten worden beschreven als functie van de parameters van de verdeling:

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n (P_X(X_i) - F_X(X_i))^2 \quad \text{A2-1}$$

waarin:

$F_X(X_i)$ is de berekende onderschrijdingskans;

$P_X(X_i)$ is de fractie van het waargenomen materiaal dat kleiner is dan

X_i

n is het aantal waarnemingen

$P_X(X_i)$ wordt doorgaans bepaald door alle waarnemingen op een rijtje te zetten, waarbij de laagste waarneming het rangnummer 1 krijgt en de hoogste waarneming het rangnummer n . Vervolgens geldt dan:

$$P_X(X_i) = \frac{i}{n+1} \quad \text{A2-2}$$

De extreme waarden van de functies $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ kunnen worden gevonden door partiële integratie naar de parameters a_1, a_2, \dots, a_n . Vervolgens moeten de parameters zodanig worden gekozen dat geldt:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} f(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0 \quad \text{A2-3}$$

Bij het schatten van de parameters van een verdeling met twee parameters wordt dikwijls een transformatie van de verdelingsfunctie en de waarnemingen gedaan, zodat de te passen functie lineair is.

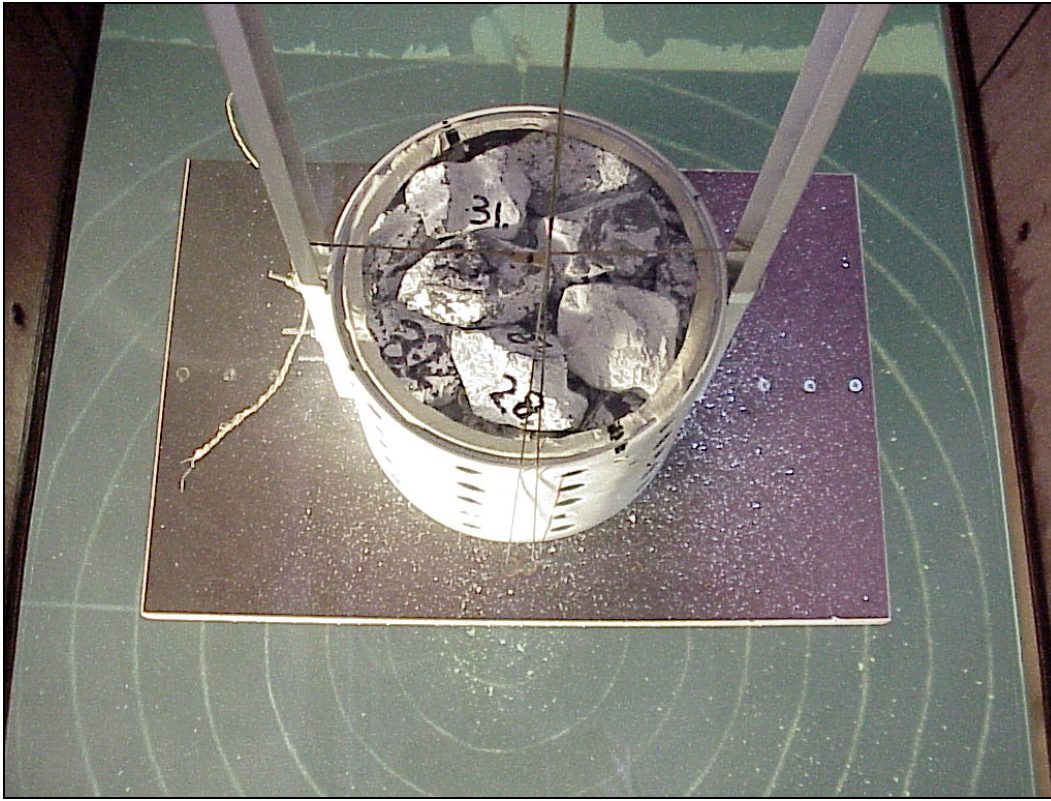


Bijlage B.

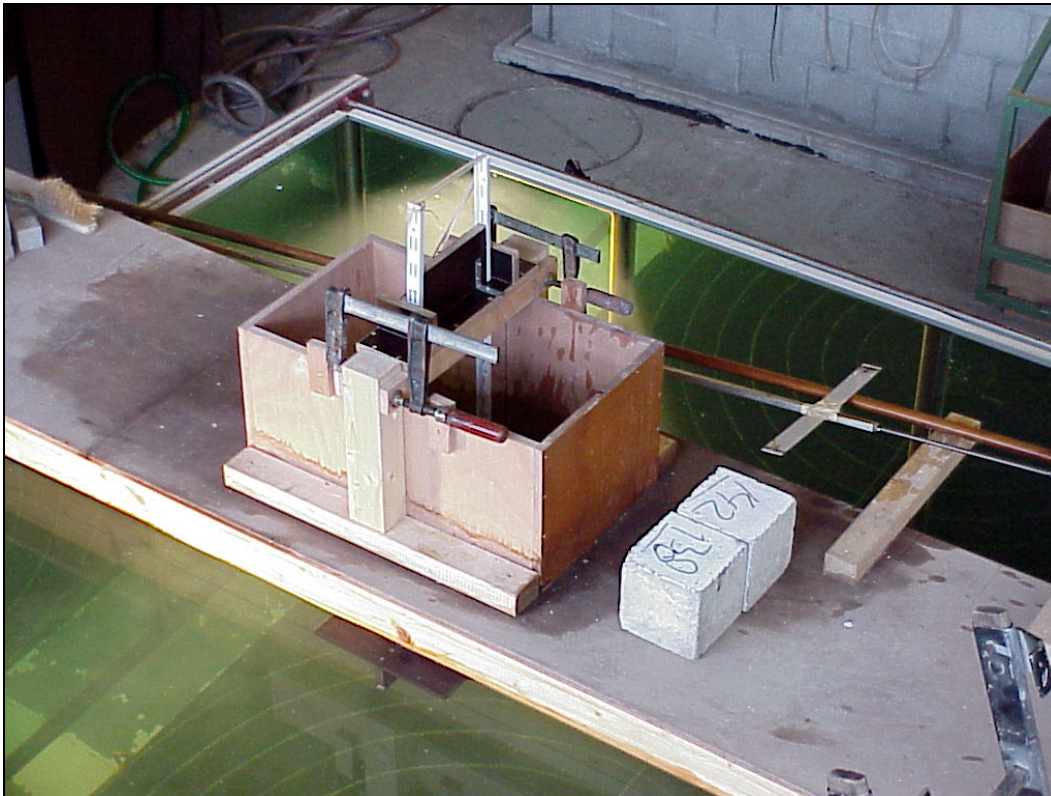
Modelproefopstelling

B1 Foto's modelproefopstelling onderwater

Proefopstelling met daarin sortering A. De grote stenen zijn de stenen van 162 gram.



Plaatsing van de proefopstelling in de waterbak

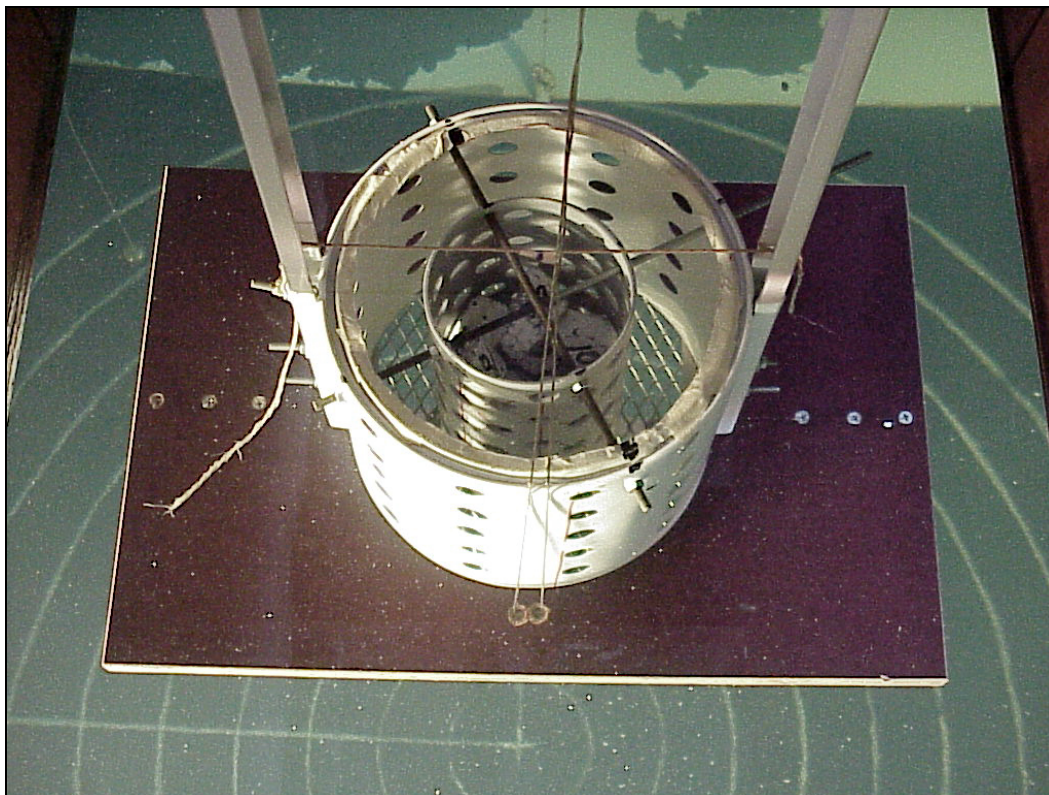




Inzetten om gelijkvormigheid van groepen van verschillende grootte te benaderen.



De in de waterbak geplaatste proefopstelling met daarin de kleinste inzet.



B2 Foto's proefopstelling bovenwater (grijper)

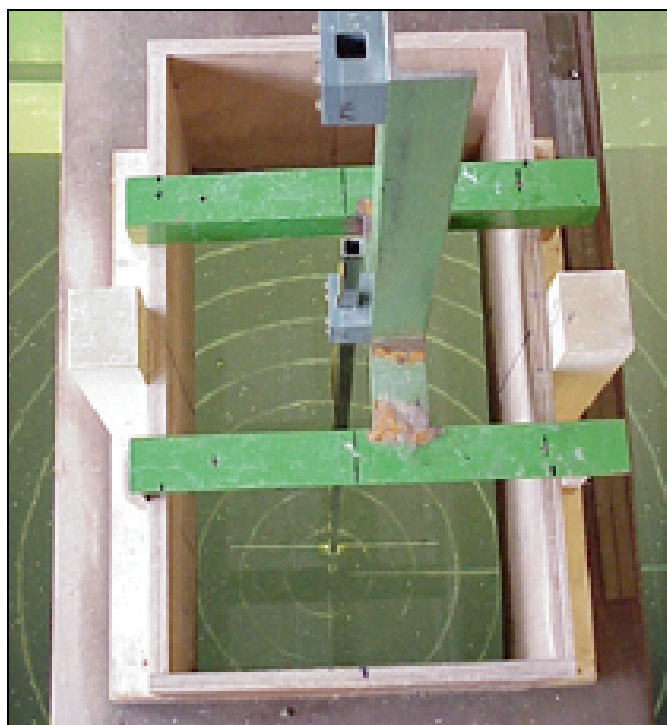
De geopende grijper met daarin de schotten waarmee de grijperinhoud te variëren is. In het midden is het peillood zichtbaar dat door de geopende grijpermond gevierd kan worden waardoor de grijper exact boven het midden van de bak gepositioneerd kan worden. De afgebeelde stenen komen uit sortering 54 en hebben een D_n van 0,027 m.



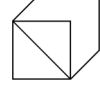
B3 Foto's meetbaak



De uitneembare meetbaak wordt voorafgaand aan proevenserie in de bak geplaatst en dient als calibratie.



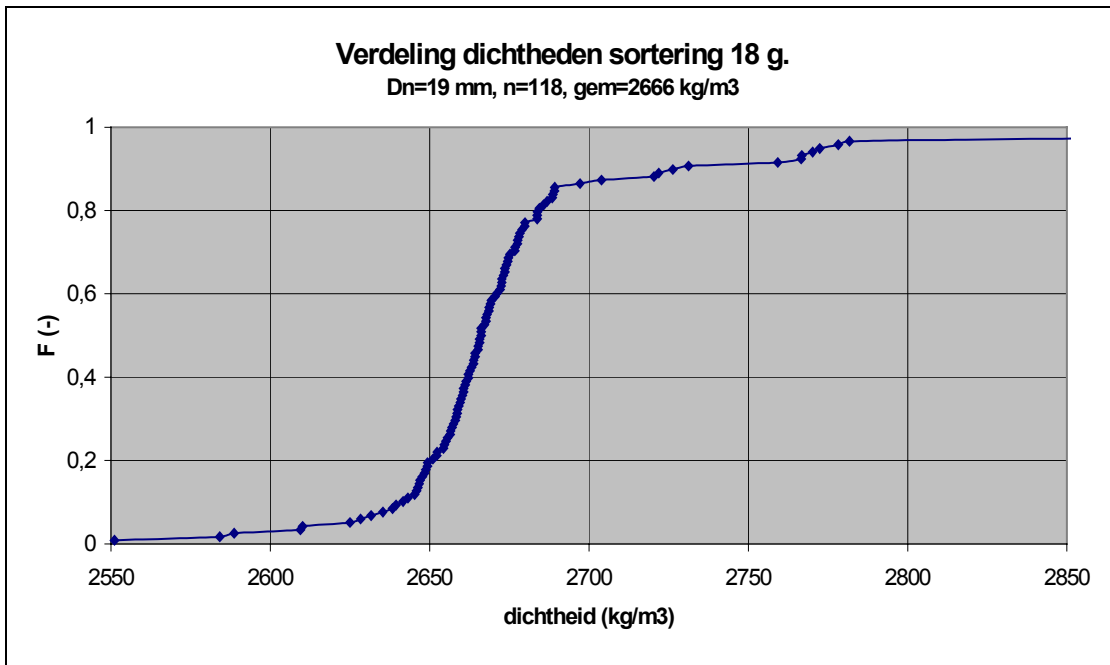
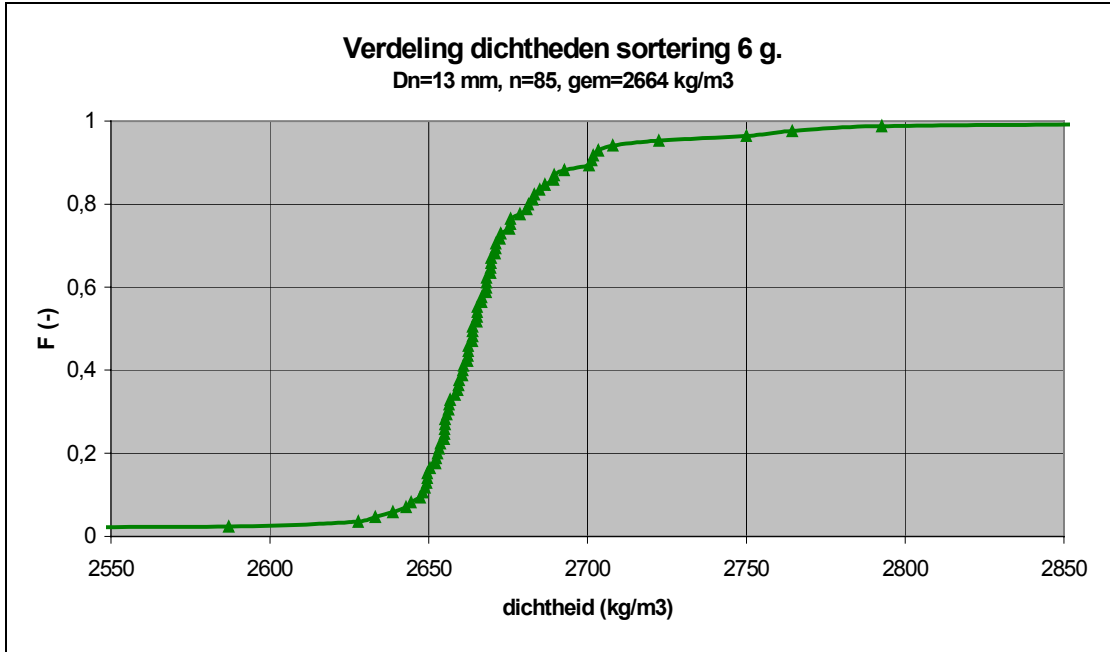
De positionering van de meetbaak in de waterbak. De meetbak wordt plaatsvast gemonteerd

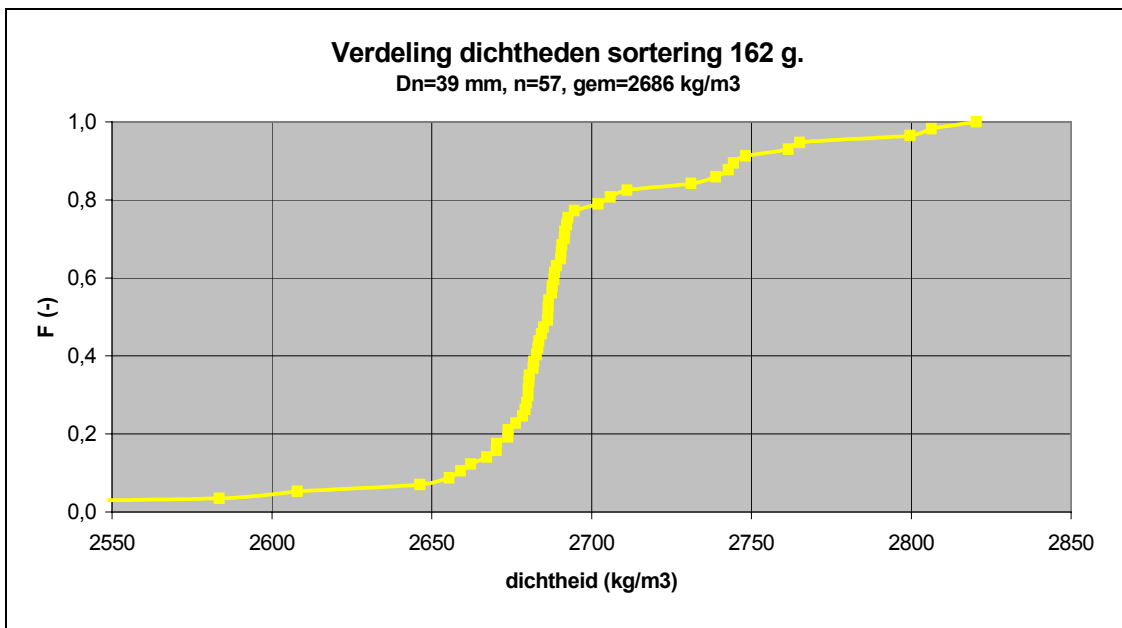
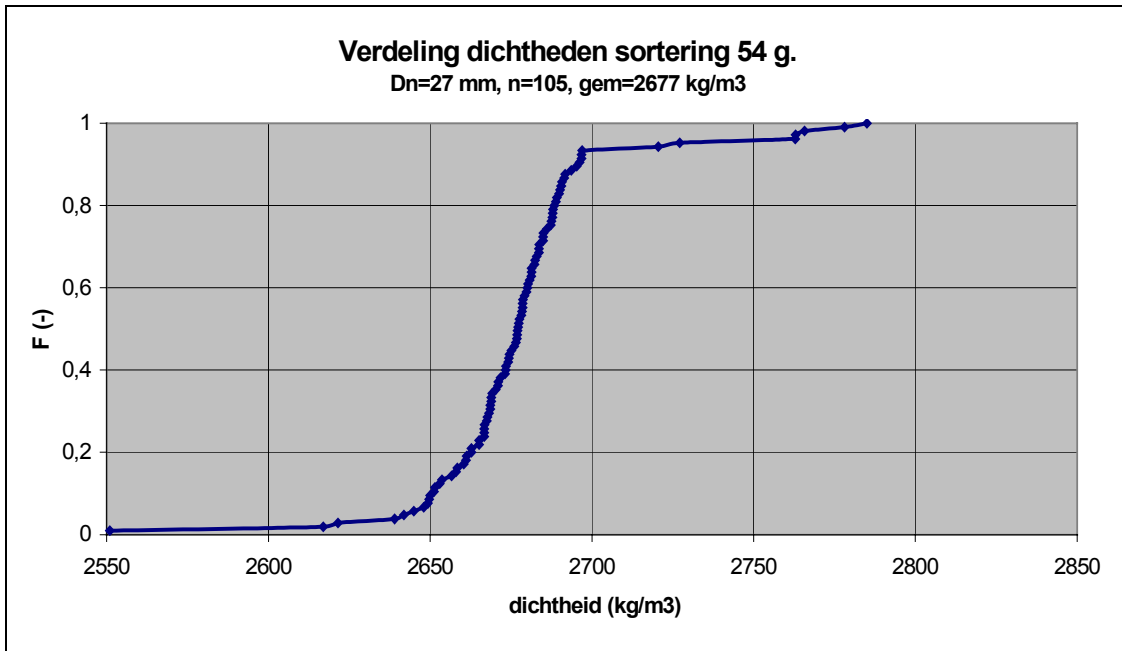


Bijlage C.

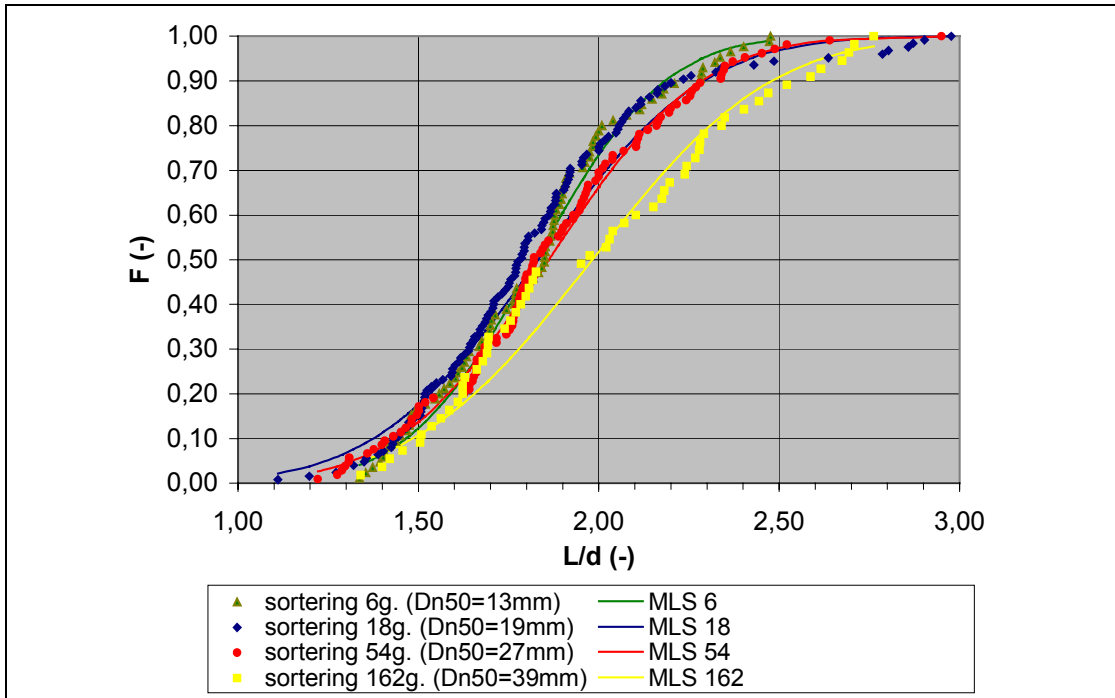
Eigenschappen van het stortmateriaal

C1 Verdeling massa dichtheden van de sorteringen

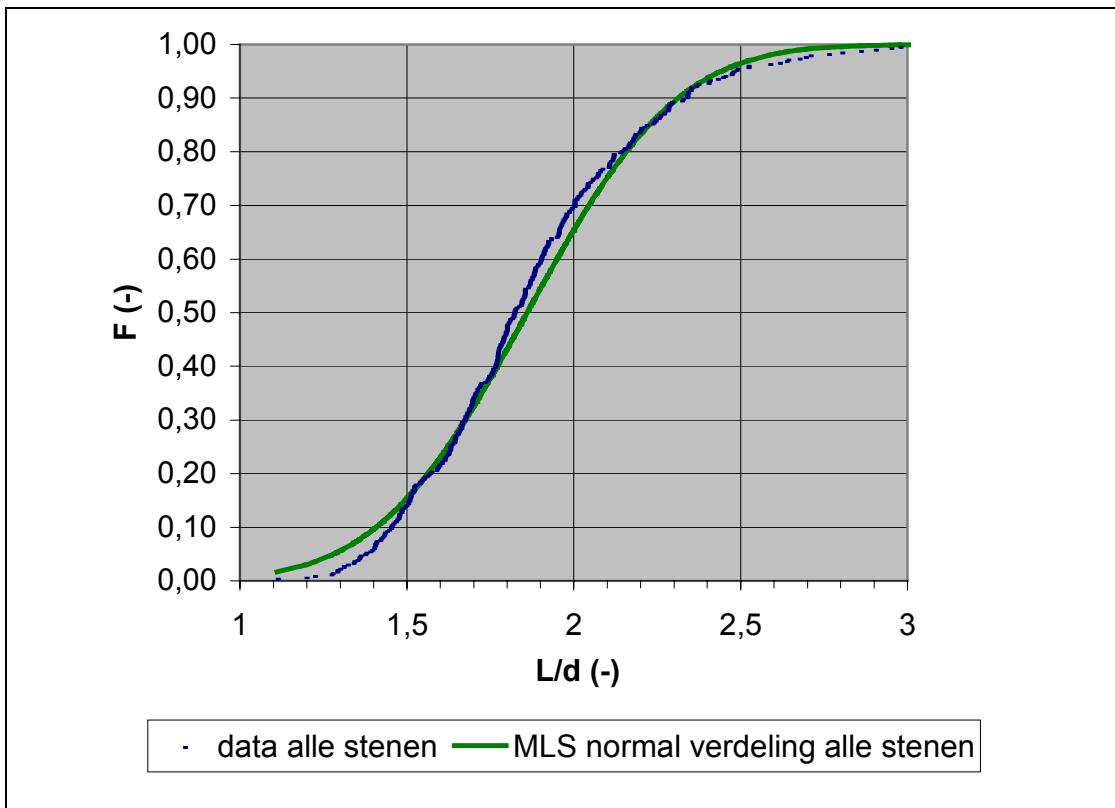




C2 L/d-verdeling van de sorteringen



C3 Cumulatieve verdeling L/d verhouding

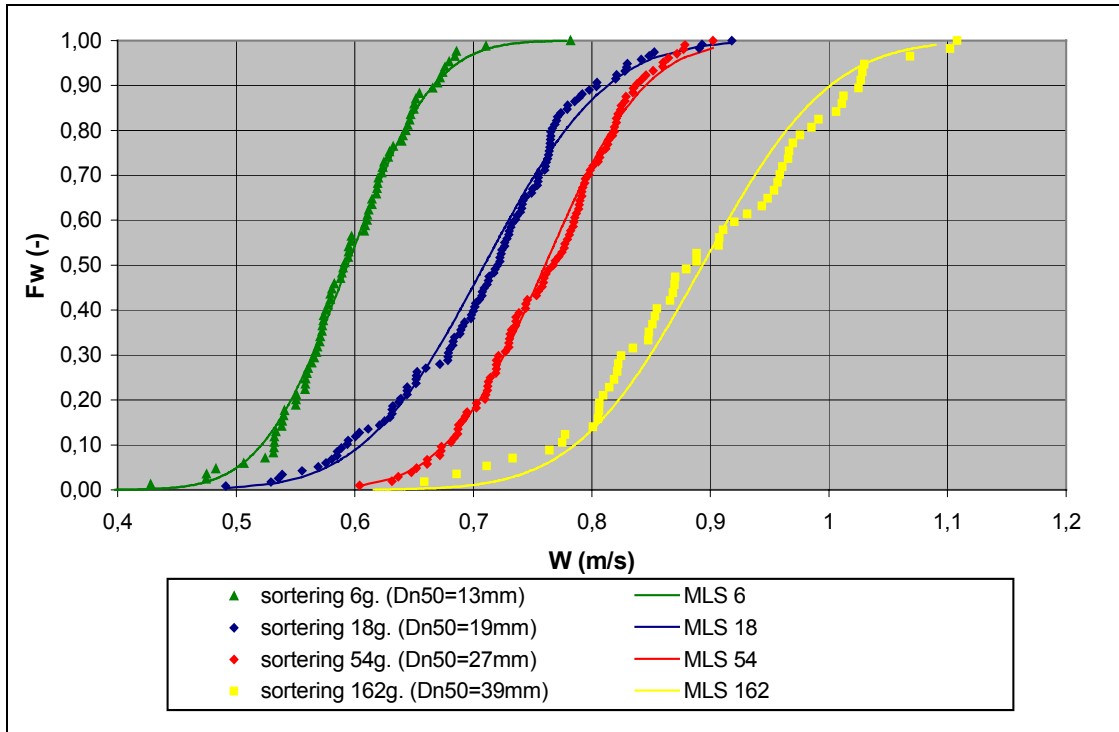




Bijlage D.

Resultaten uit proeven met individuele stenen

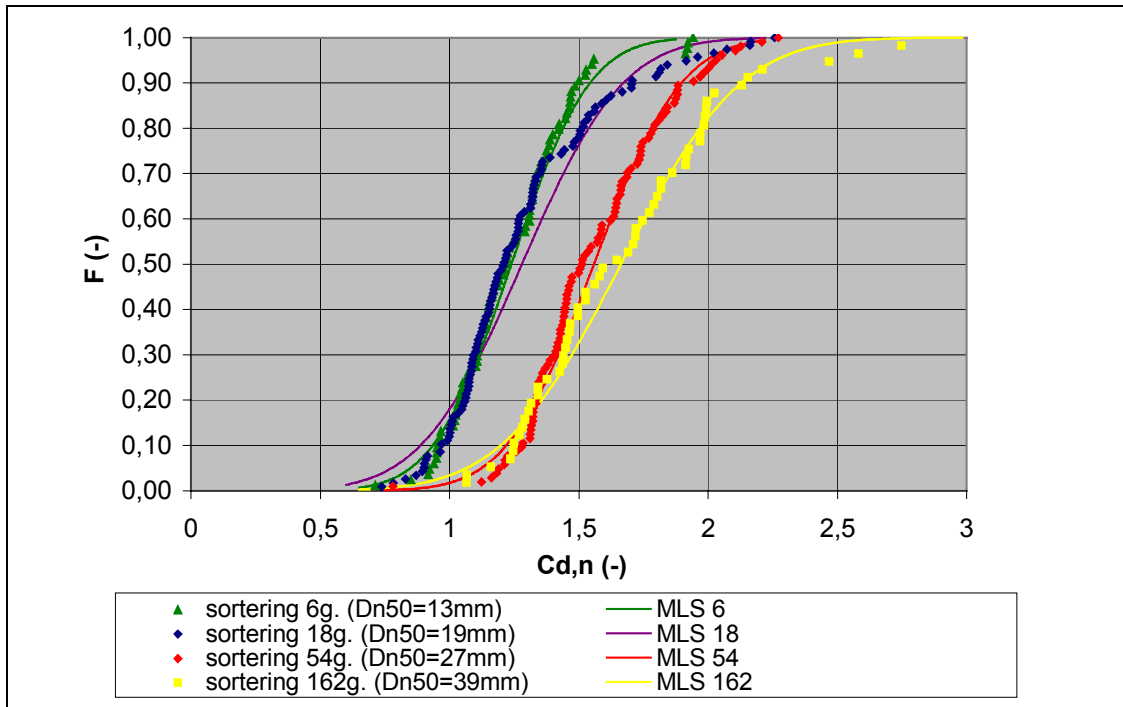
D1 Verdeling valsnelheid individuele stenen



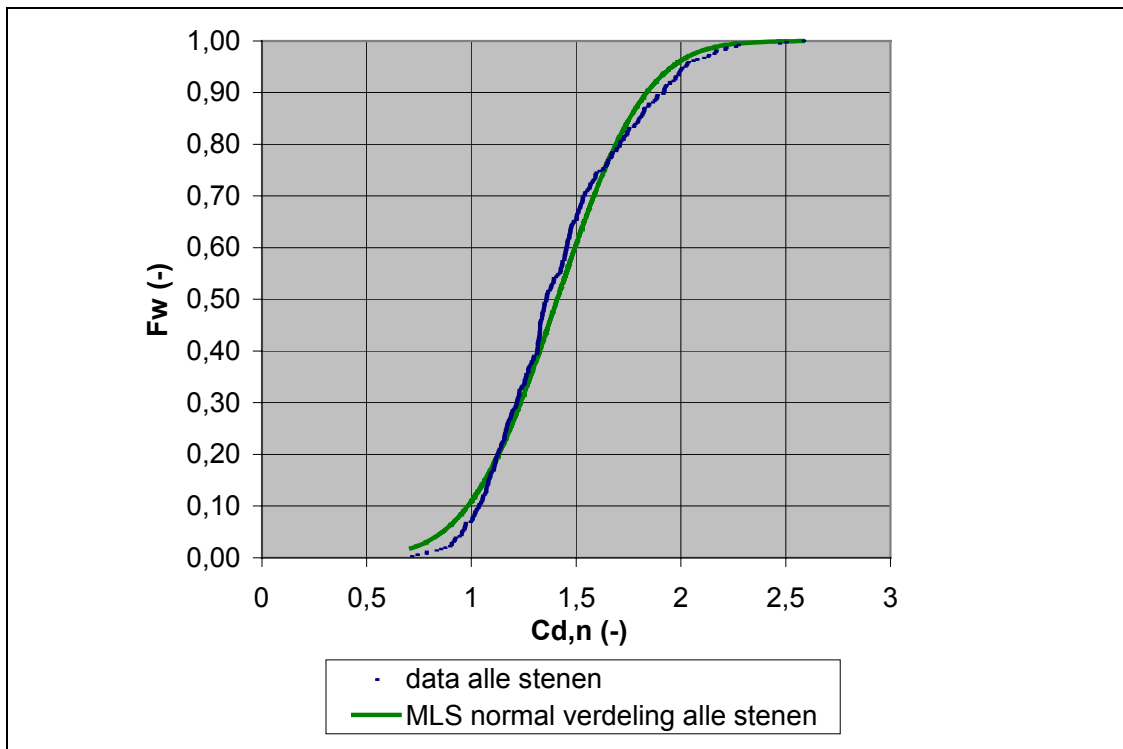


D2 Verdeling nominale weerstandscoefficienten Cd.

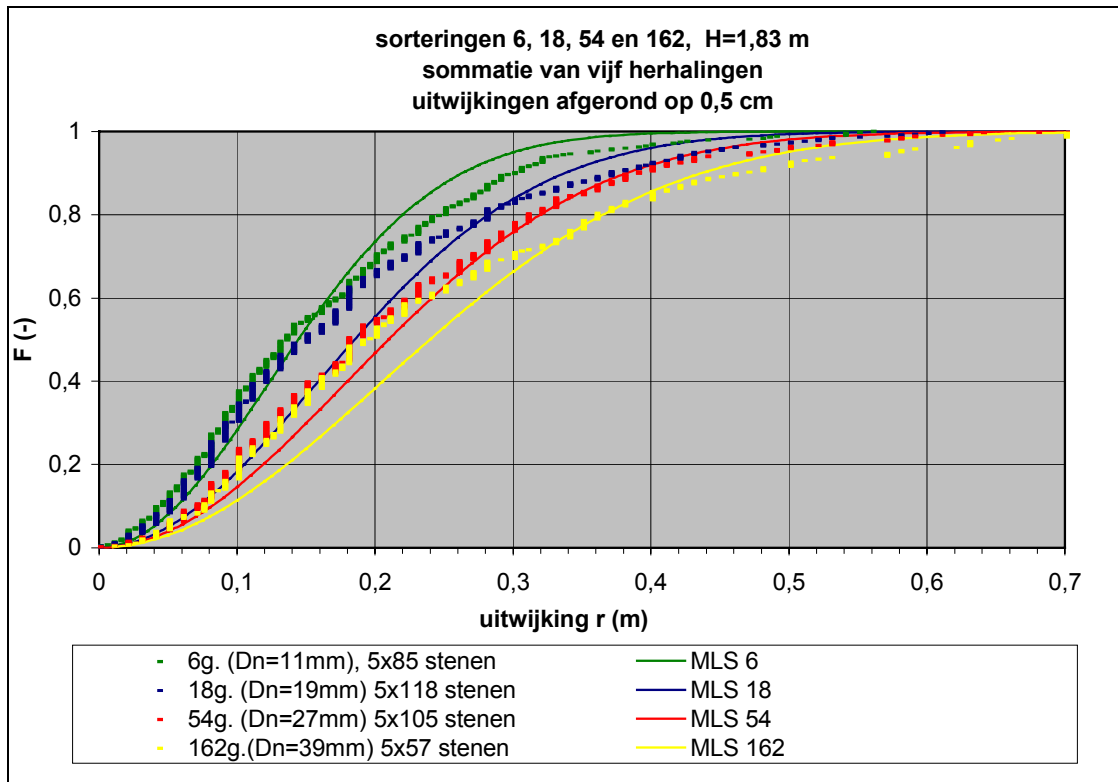
De in de onderstaande grafiek gepresenteerde weerstandscoefficienten zijn berekend op basis van de nominale diameter.

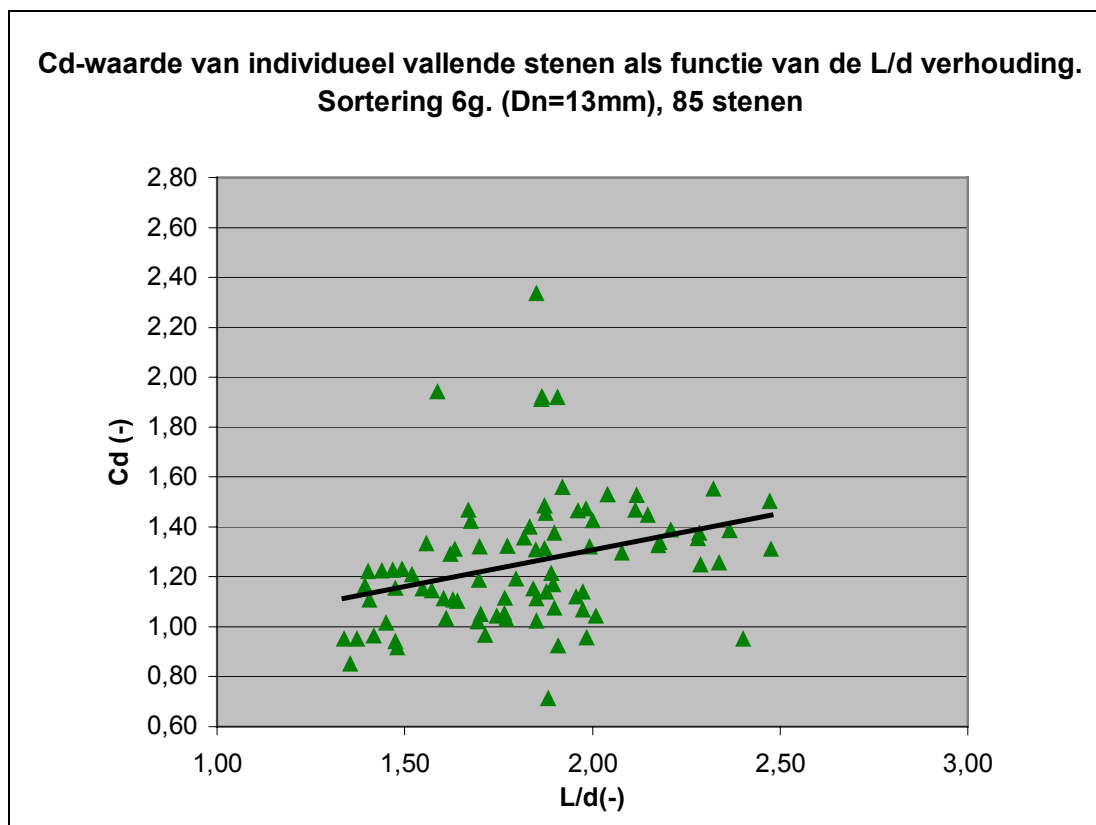
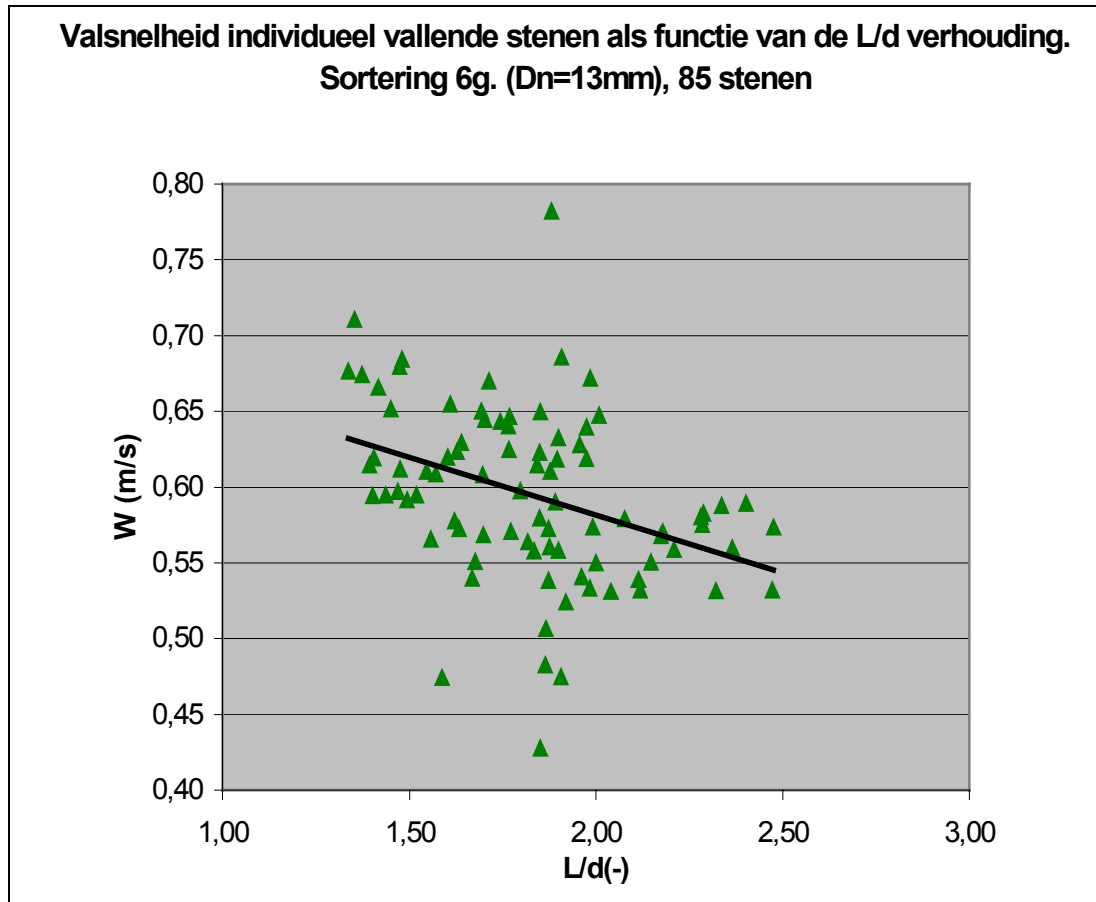


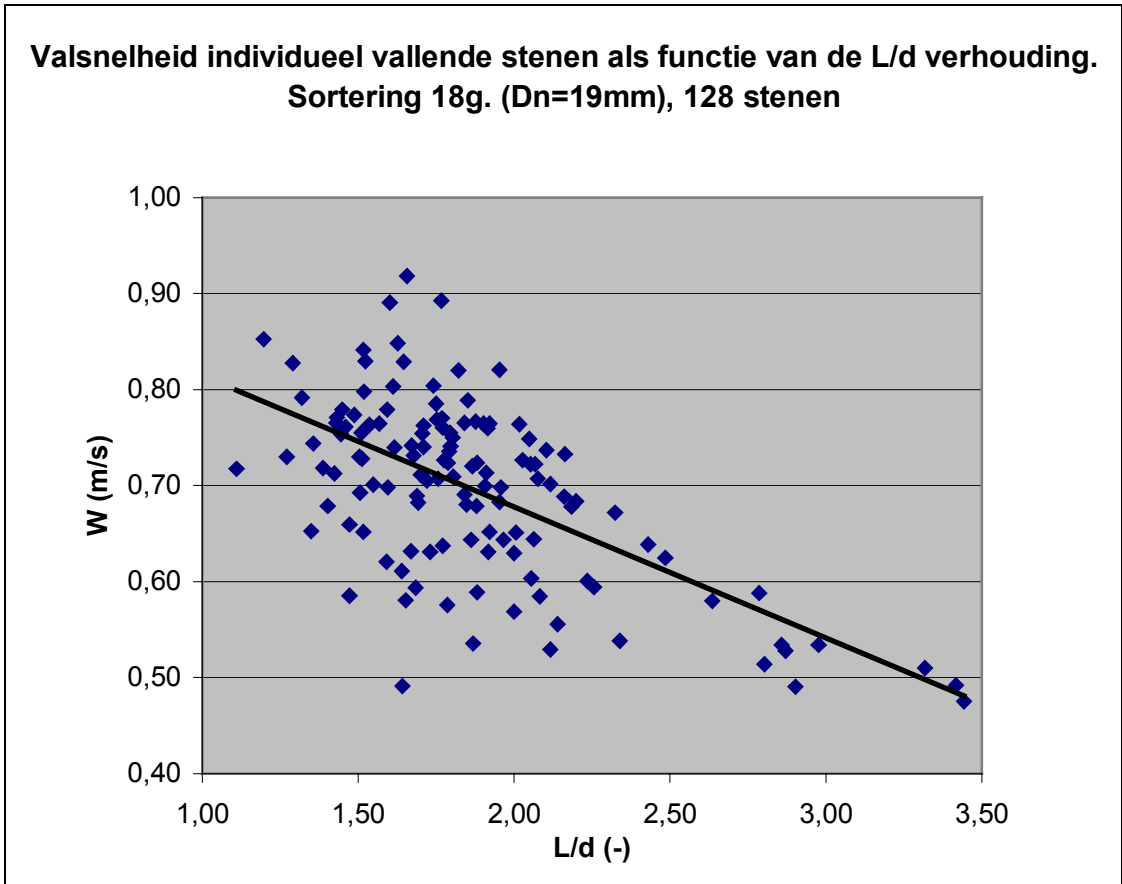
D3 Cumulatieve verdeling nominale weerstandscoefficienten

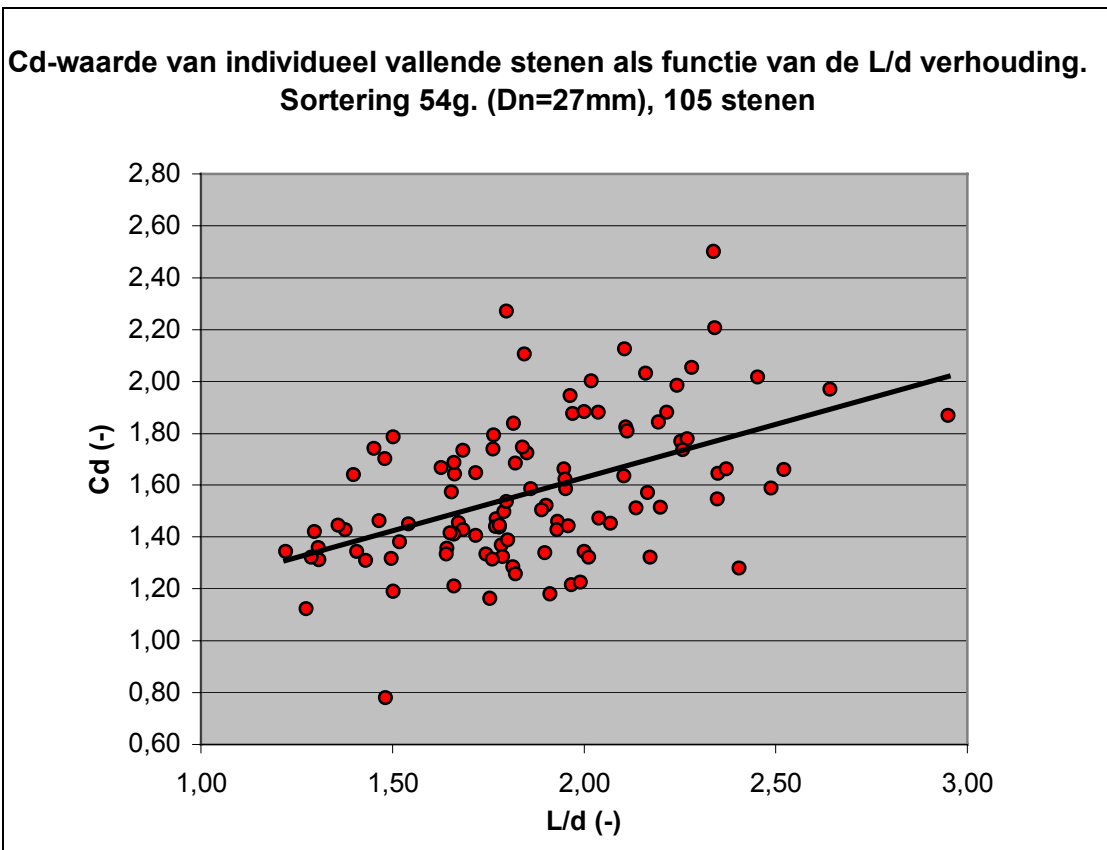
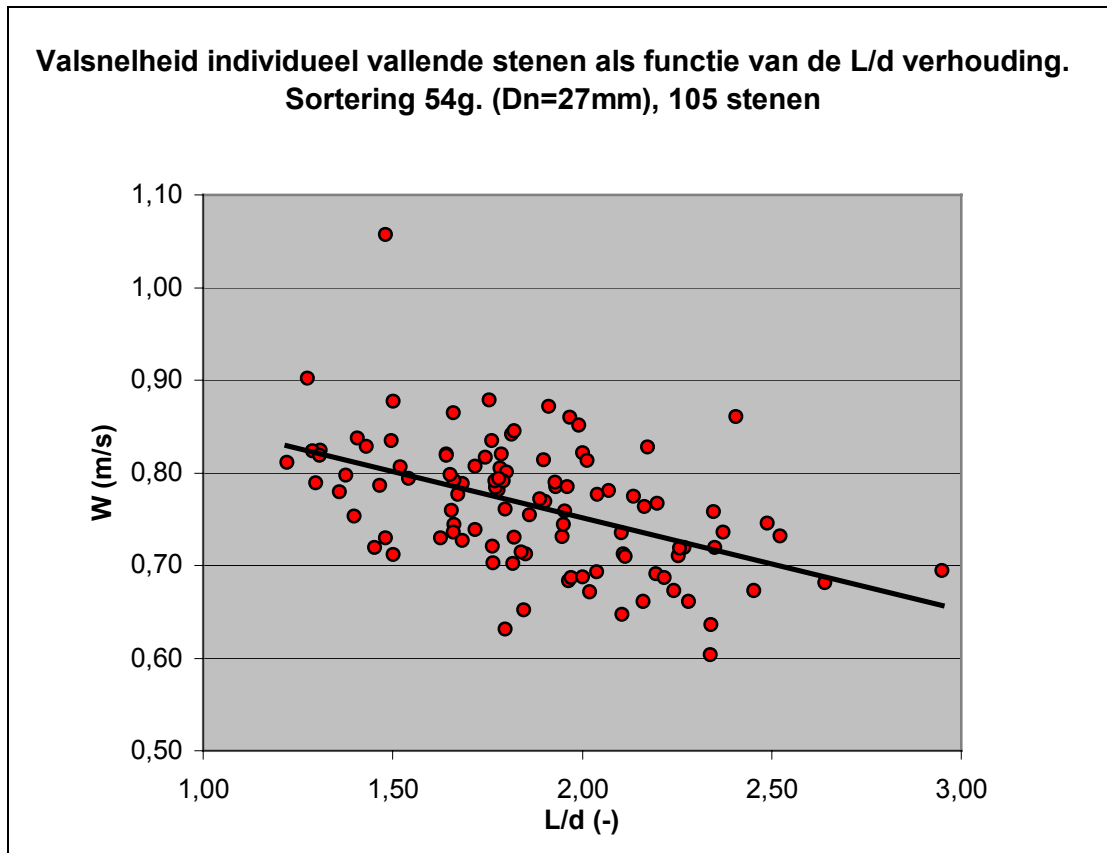


D4 Verdeling horizontale uitwijkingen individuele stenen

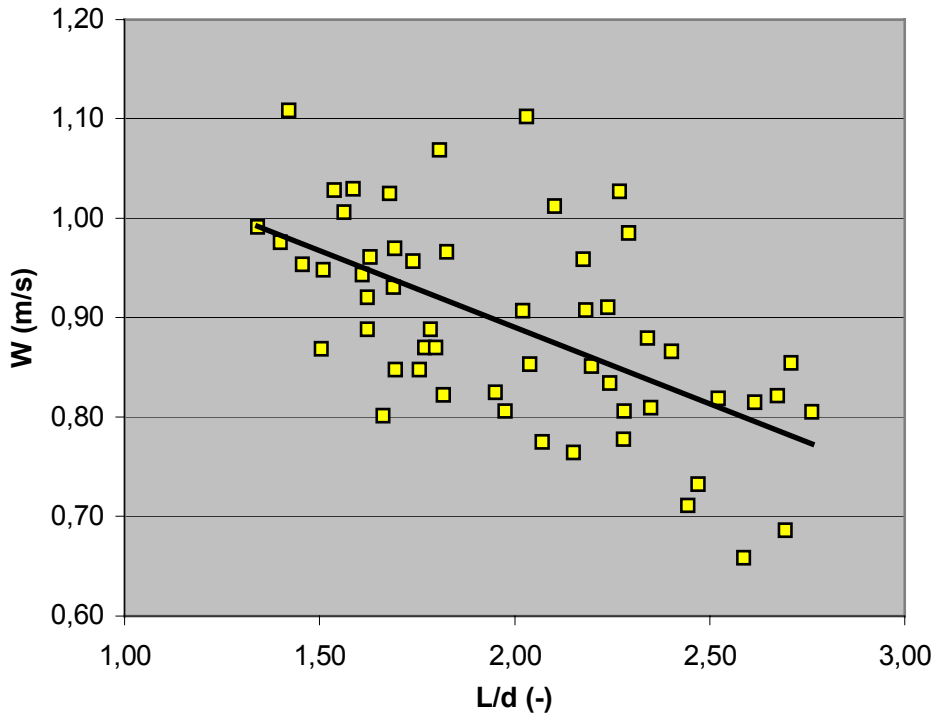


**D5 Relatie van weerstandscoefficiënt Cd en valsnelheid W met L/d**

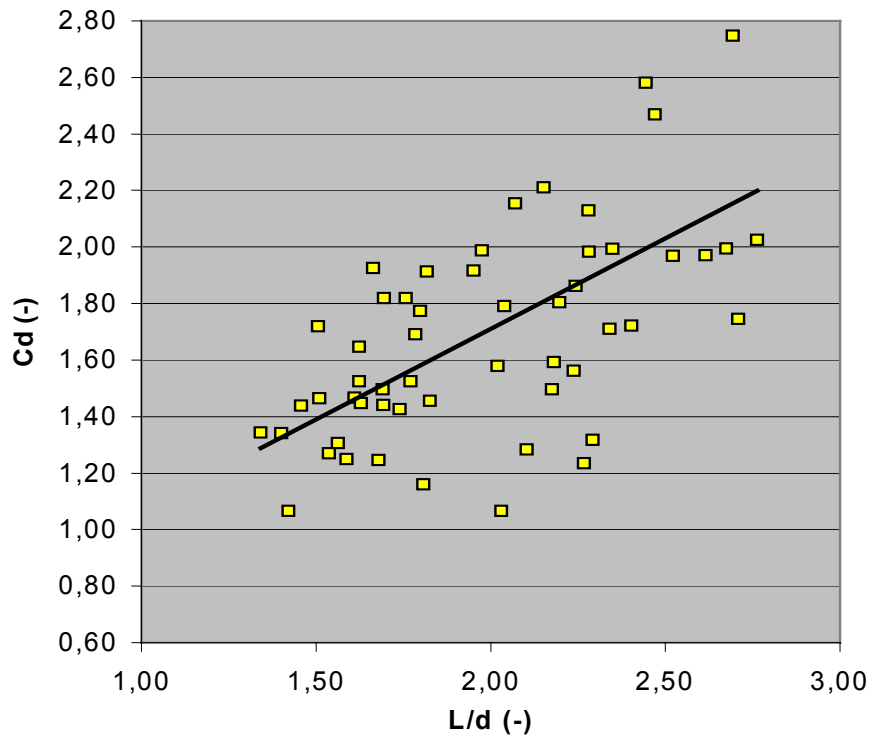


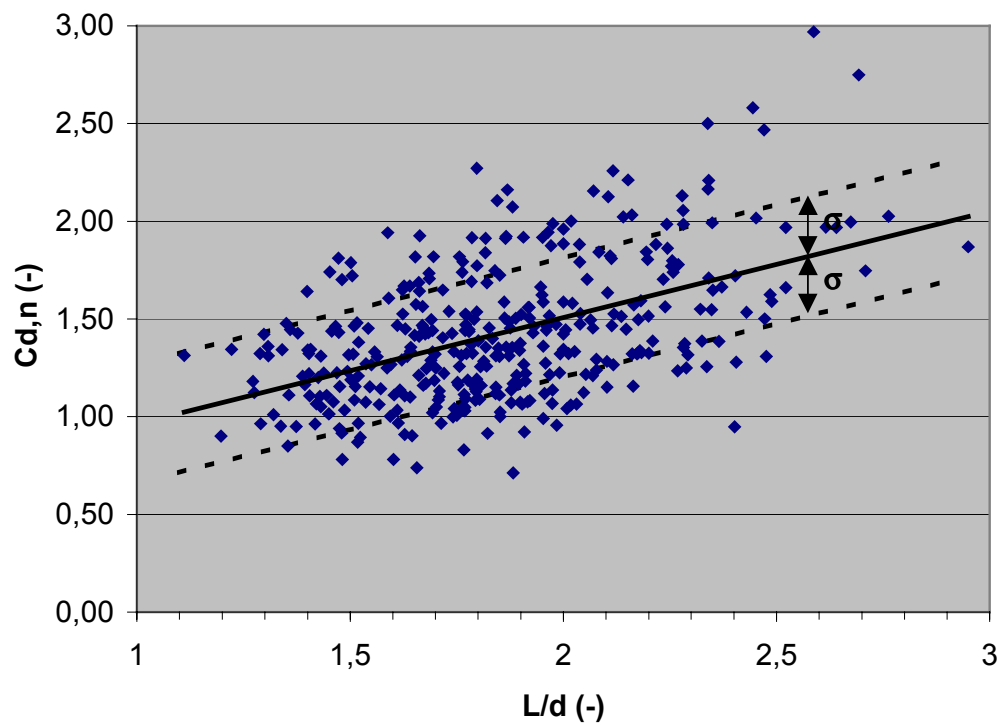


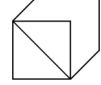
**Valsnelheid individueel vallende stenen als functie van de L/d verhouding.
Sortering 162g. (Dn=39mm), 57 stenen**



**Cd-waarde van individueel vallende stenen als functie van de L/d verhouding.
Sortering 162g. (Dn=39mm), 57 stenen**



**D6 $C_{D,n} \leftrightarrow L/d$ cumulatief**

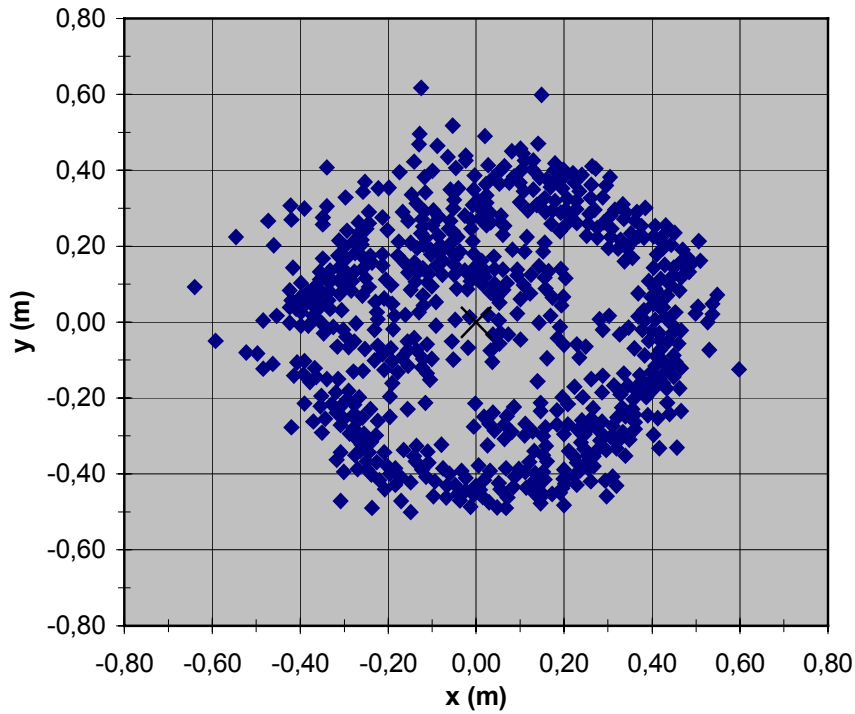


Bijlage E.

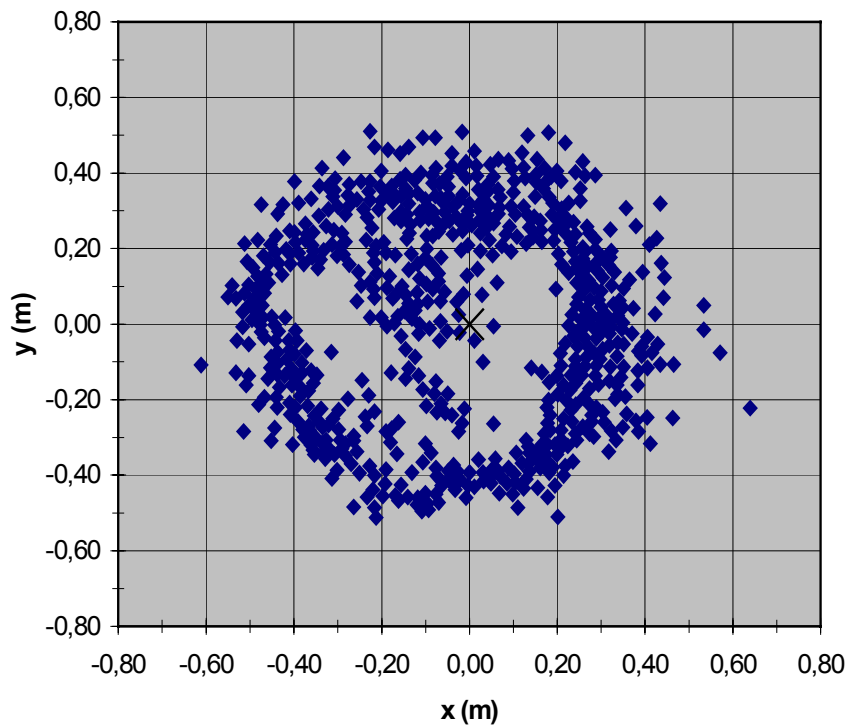
Bovenaanzichten stort en verdelingen van proeven met groepen uniforme stenen.

E1 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-670

Bovenaanzicht stort 18-670-I

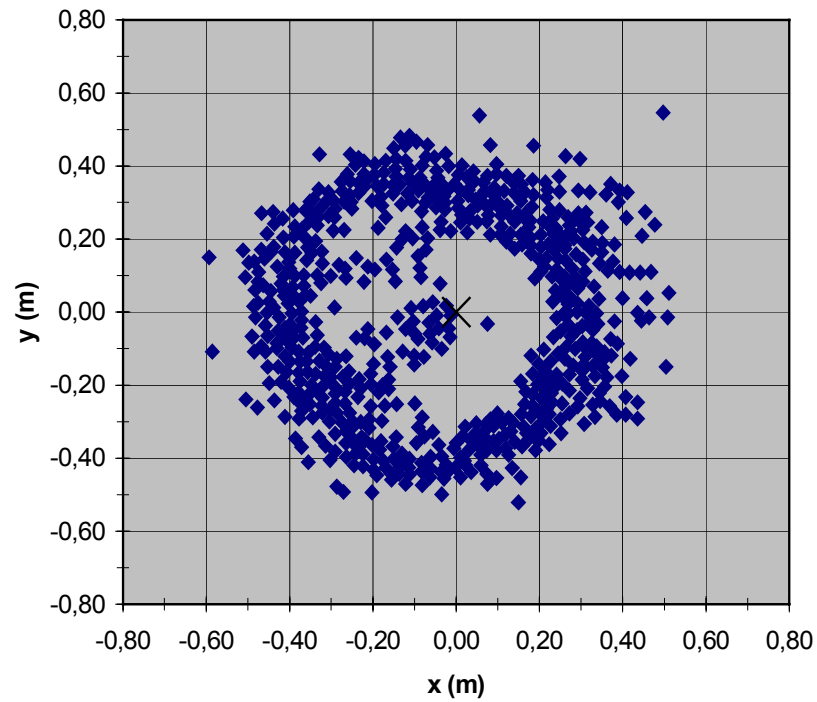


Bovenaanzicht stort 18-670-II

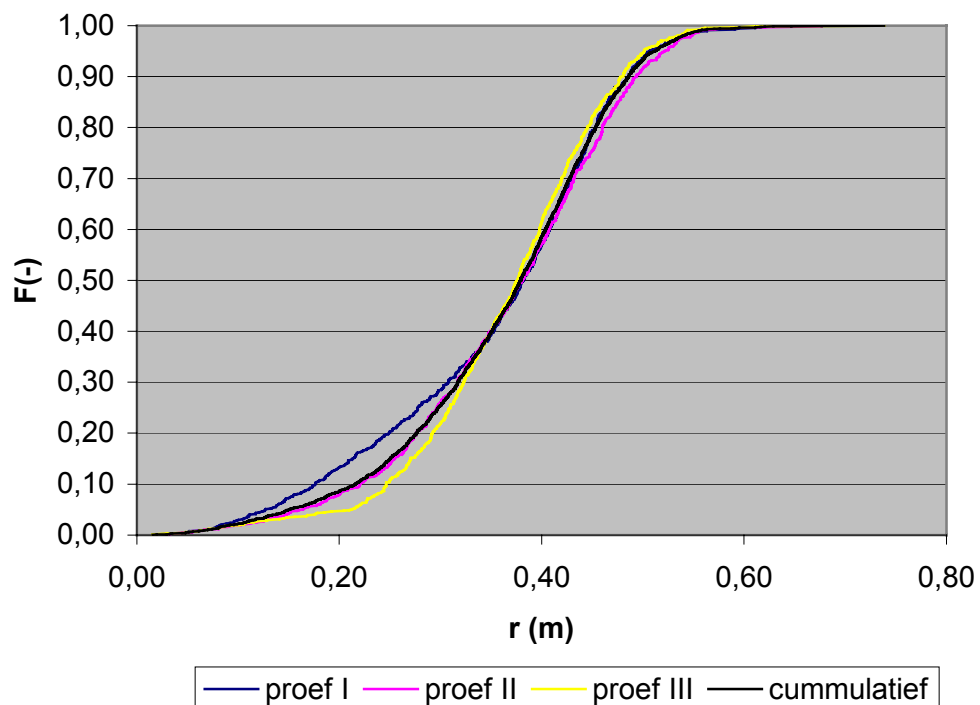




Bovenaanzicht stort 18-670-III

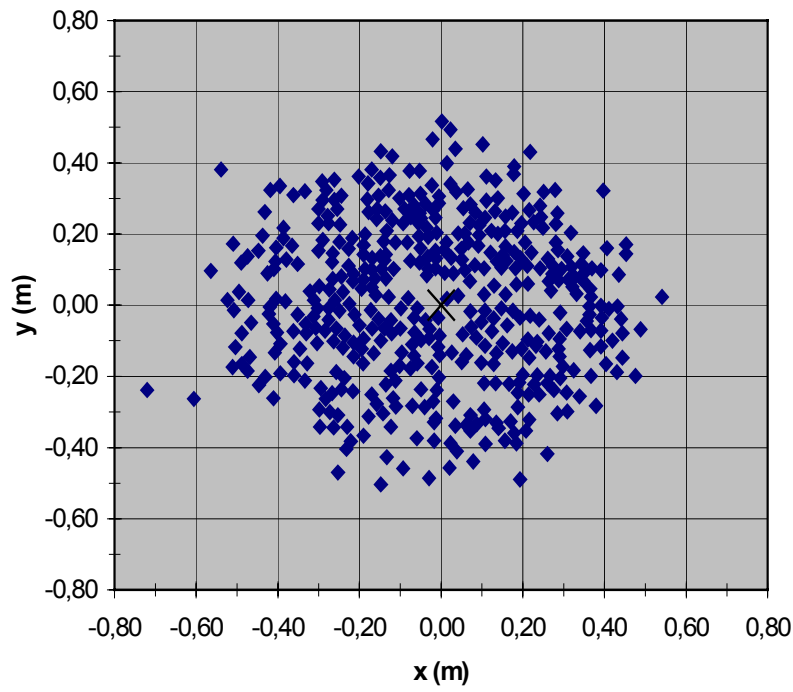


Horizontale uitwijkingen proef 18-670-I tm III

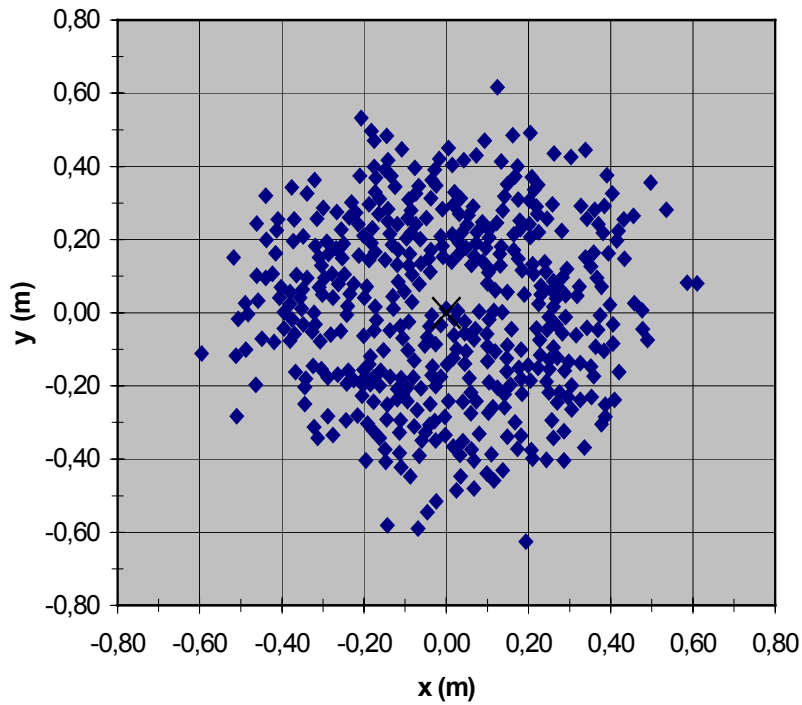


E2 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-450

Bovenaanzicht stort 18-450-I

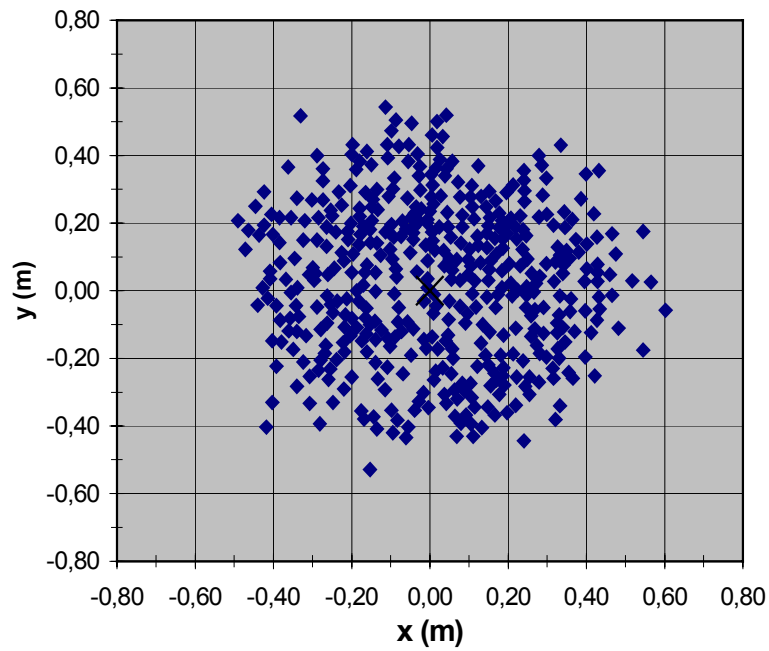


Bovenaanzicht stort 18-450-II

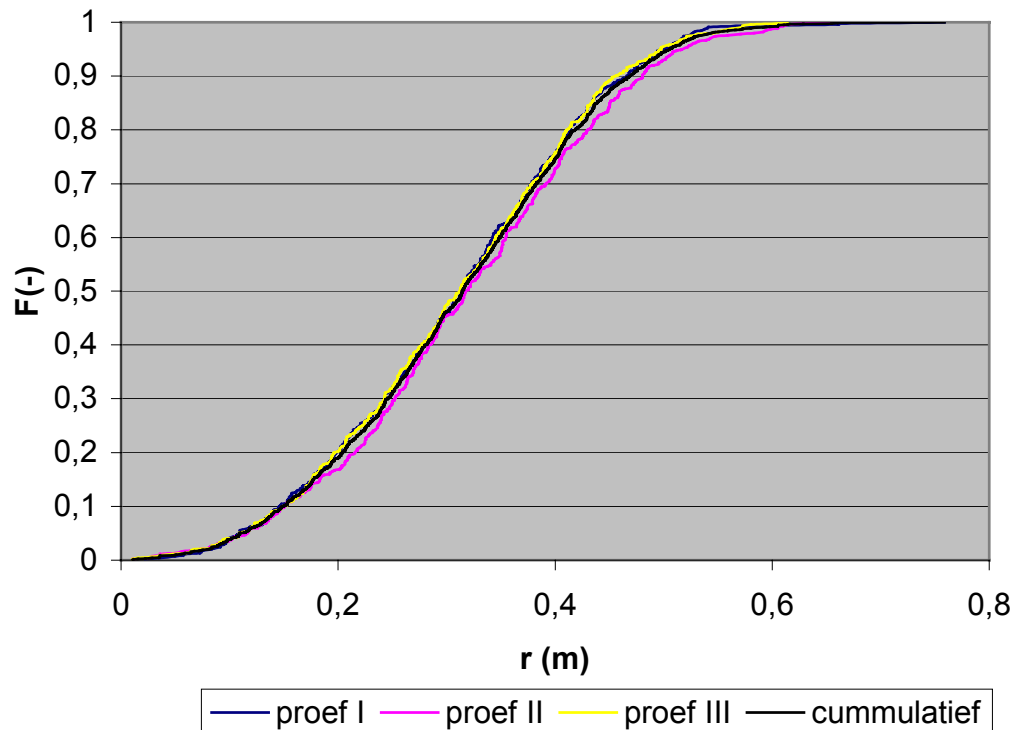




Bovenaanzicht stort 18-450-III

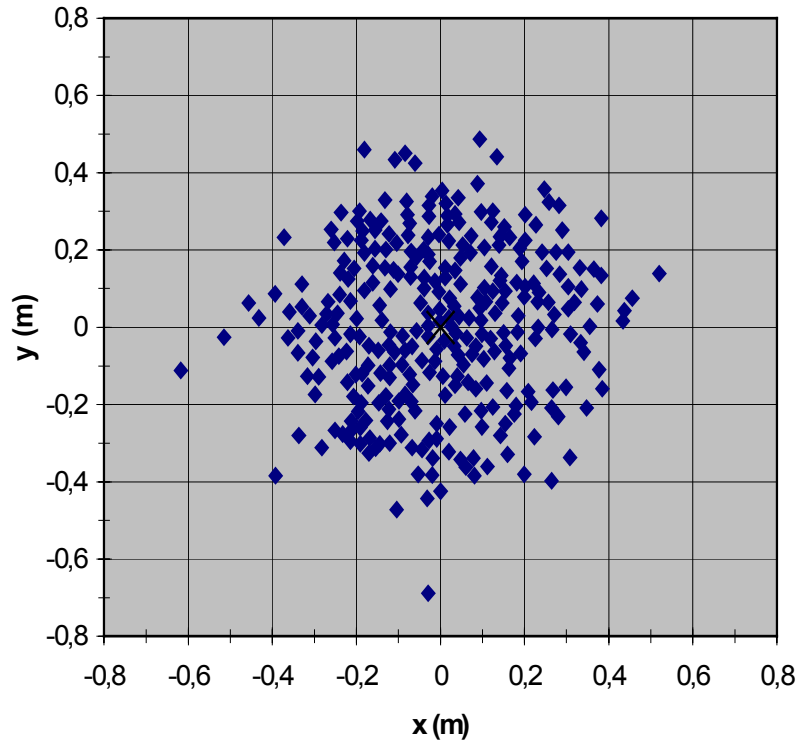


Horizontale uitwijkingen proef 18-450-I tm III

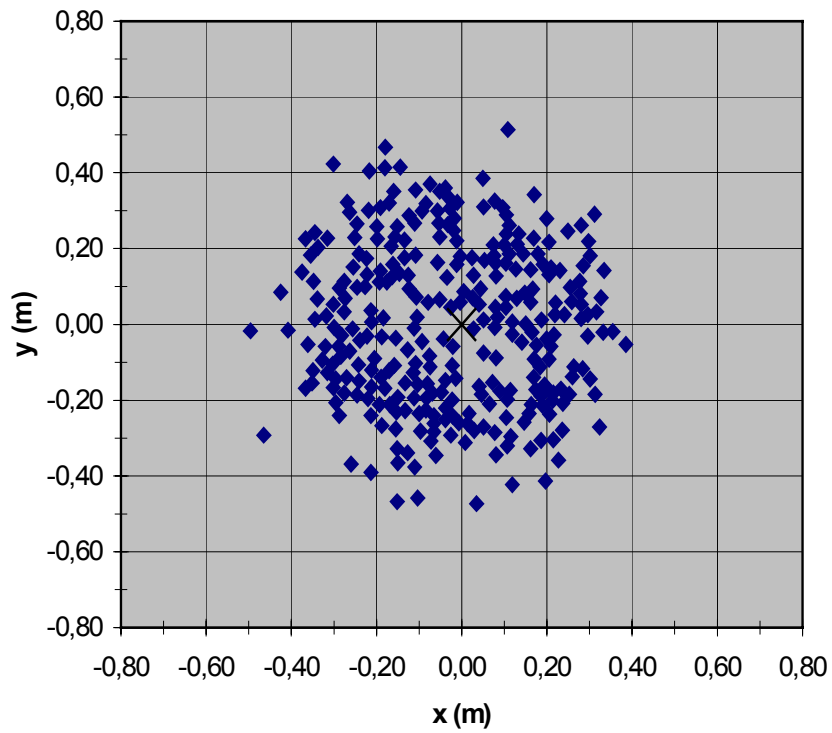


E3 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-300

Bovenaanzicht stort 18-300-1

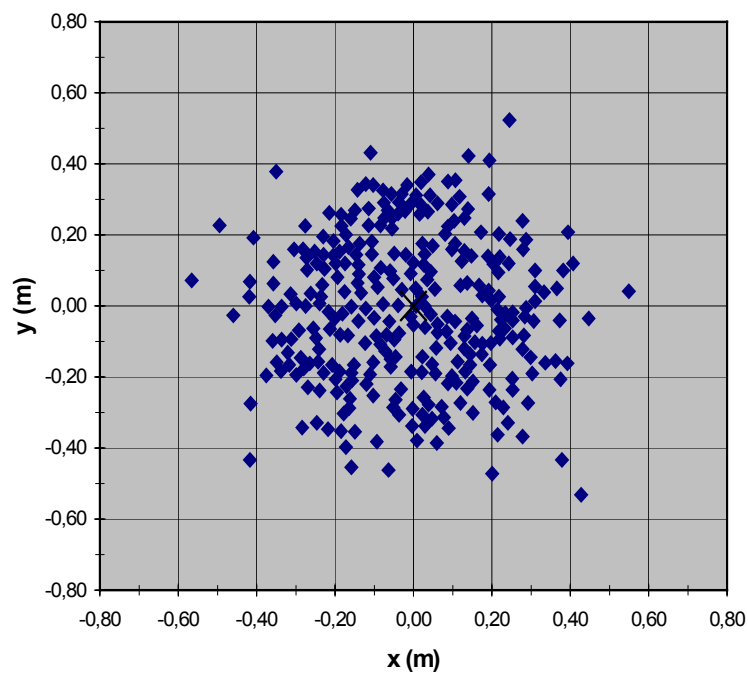


Bovenaanzicht stort 18-300-2

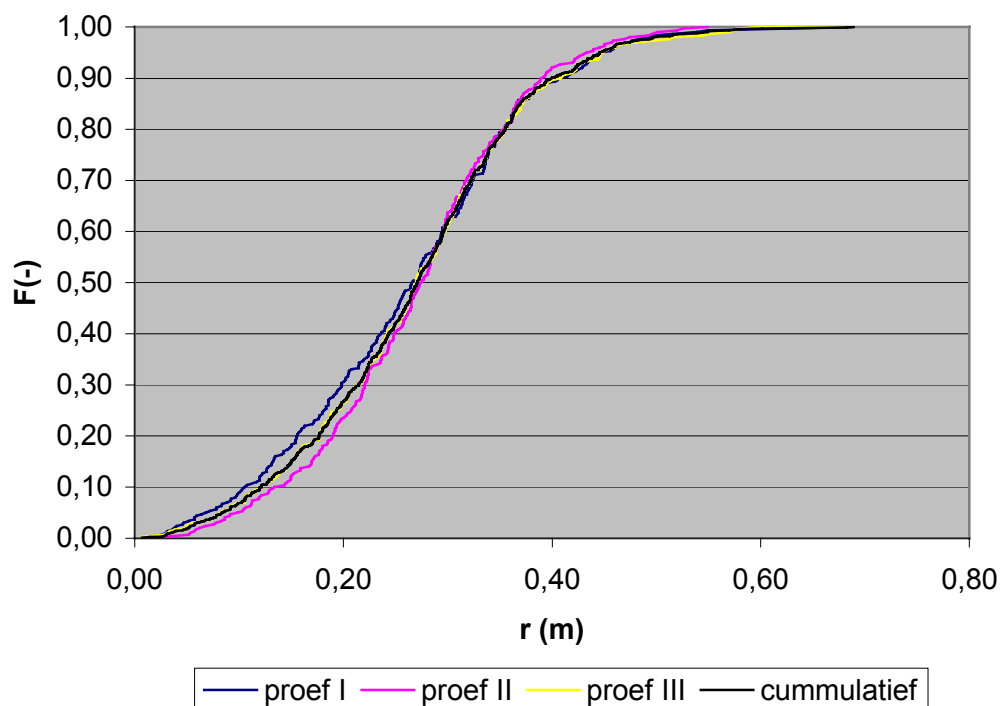




Bovenaanzicht stort 18-300-III

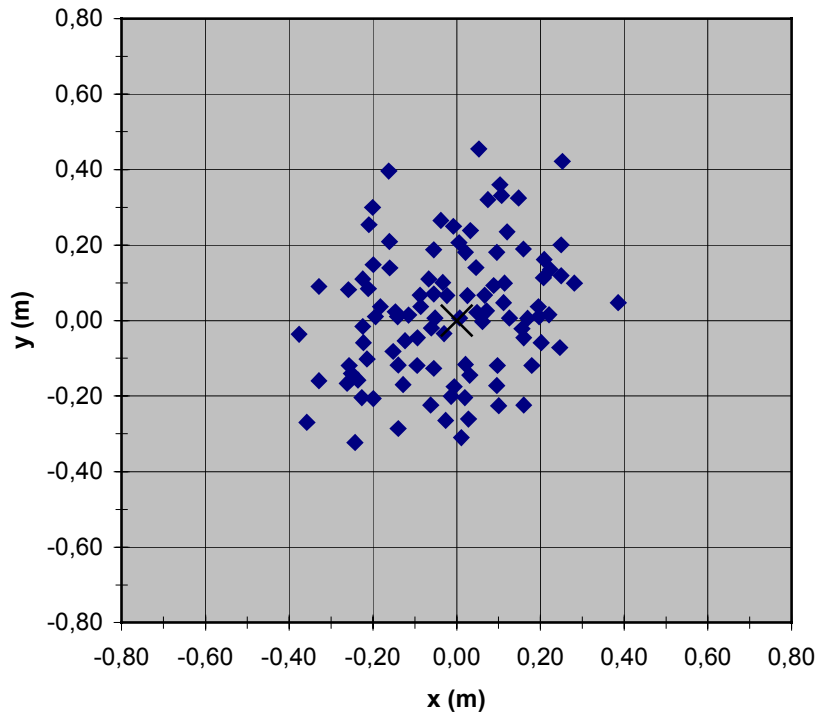


Horizontale uitwijkingen proef 18-300-I tm III

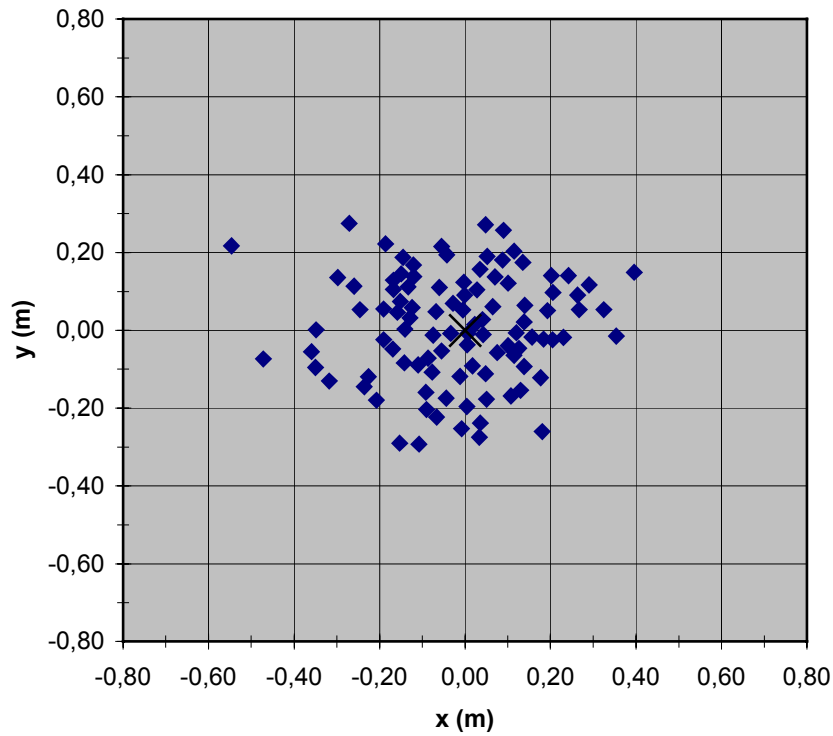


E4 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-100

Bovenaanzicht stort 18-100-1

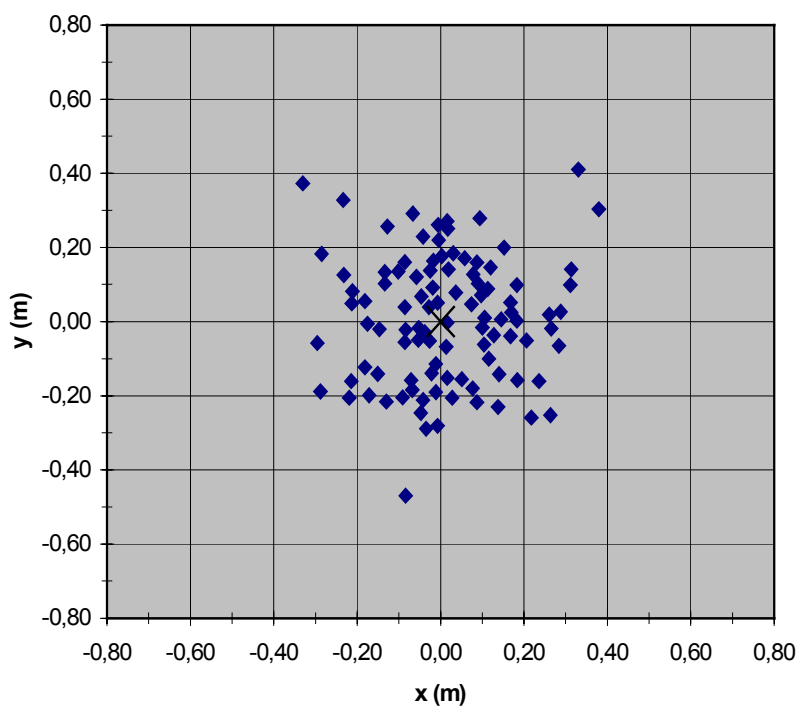


Bovenaanzicht stort 18-100-2

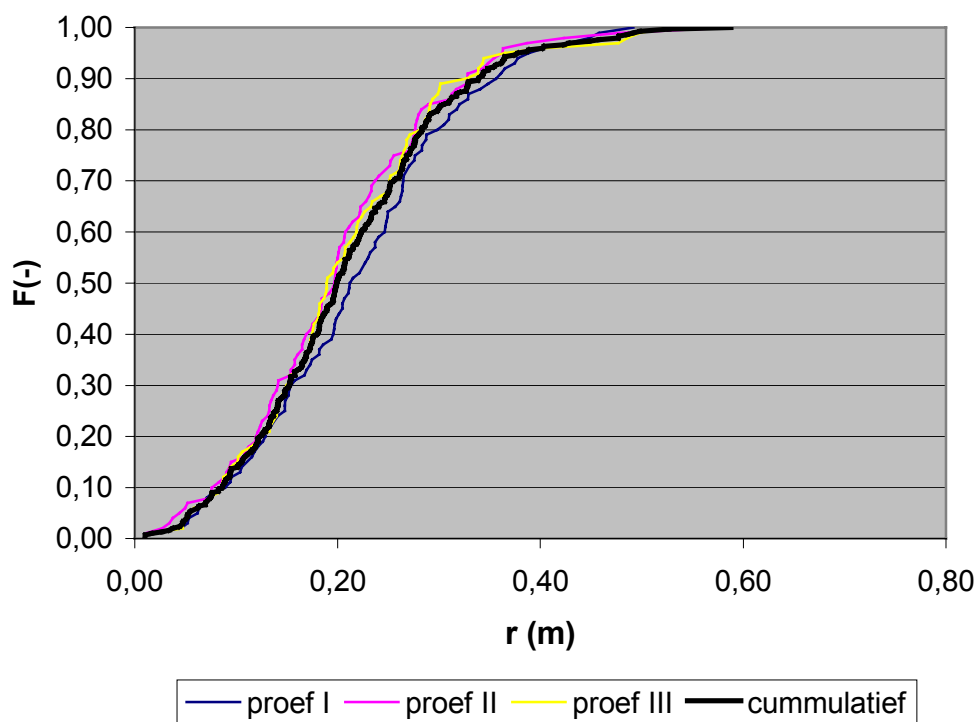




Bovenaanzicht stort 18-100-3

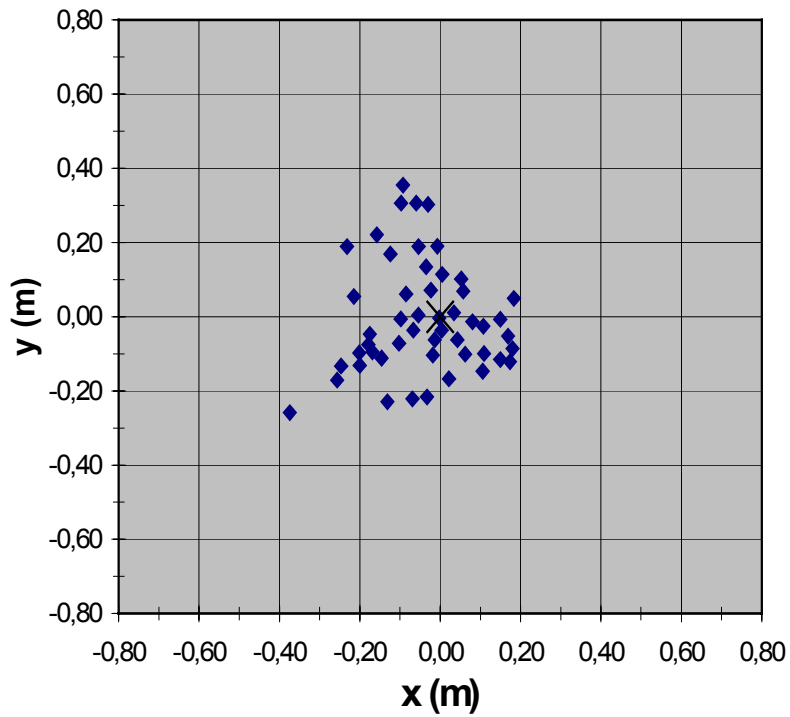


Horizontale uitwijkingen proef 18-100-I tm III

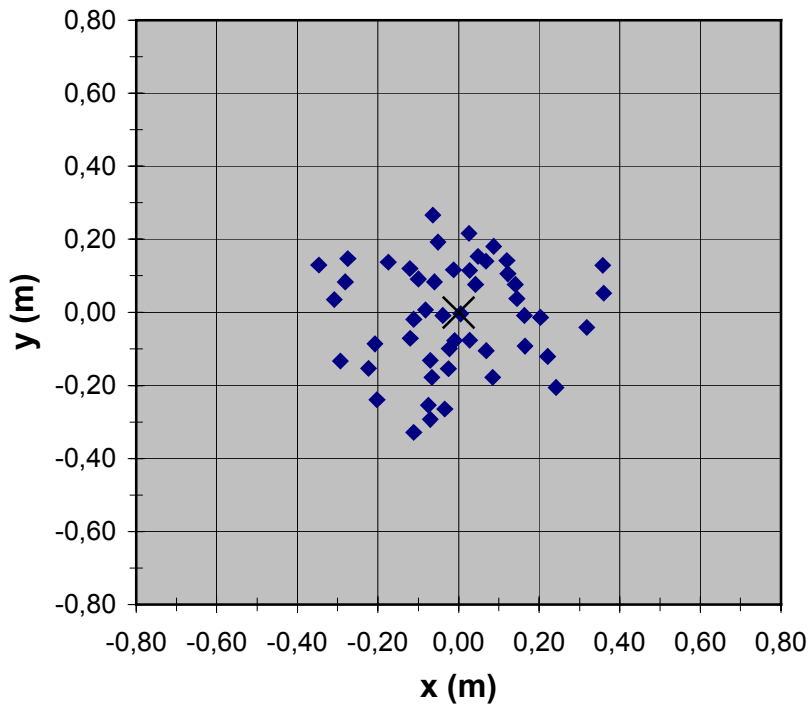


E5 Bovenanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-50

Bovenanzicht stort 18-50-I

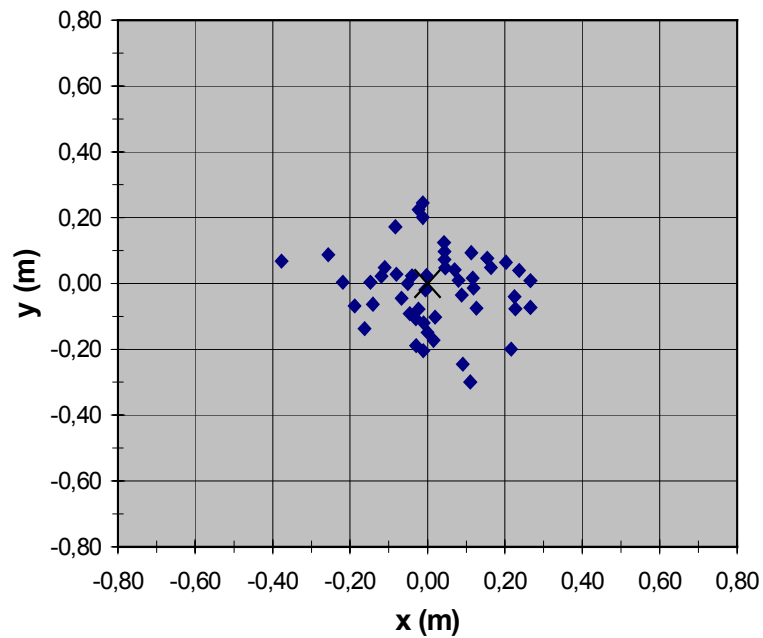


Bovenanzicht stort 18-50-II

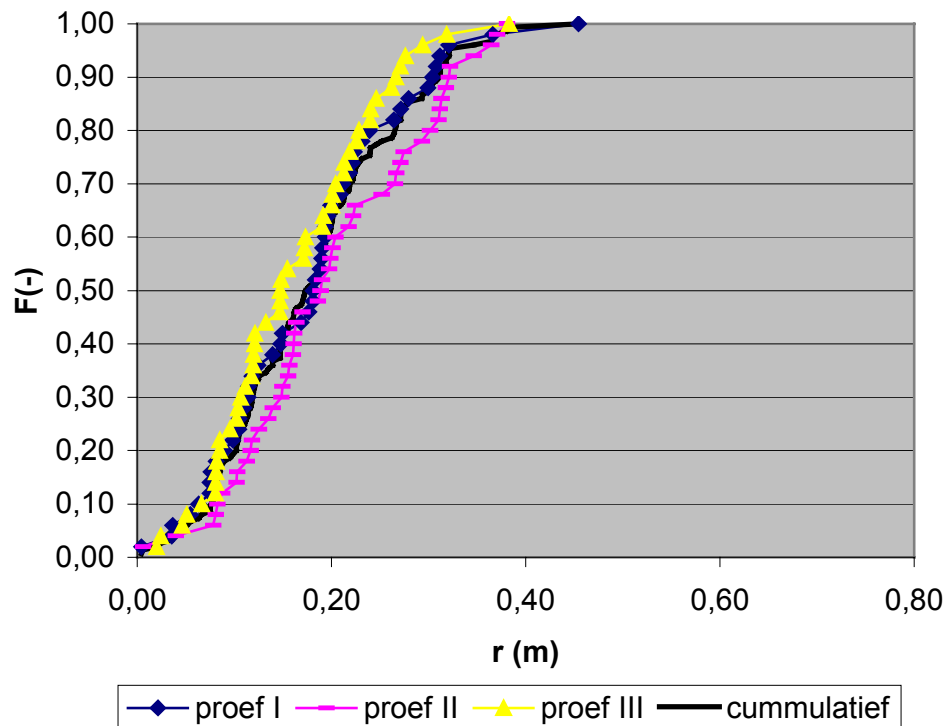




Bovenaanzicht stort 18-50-III

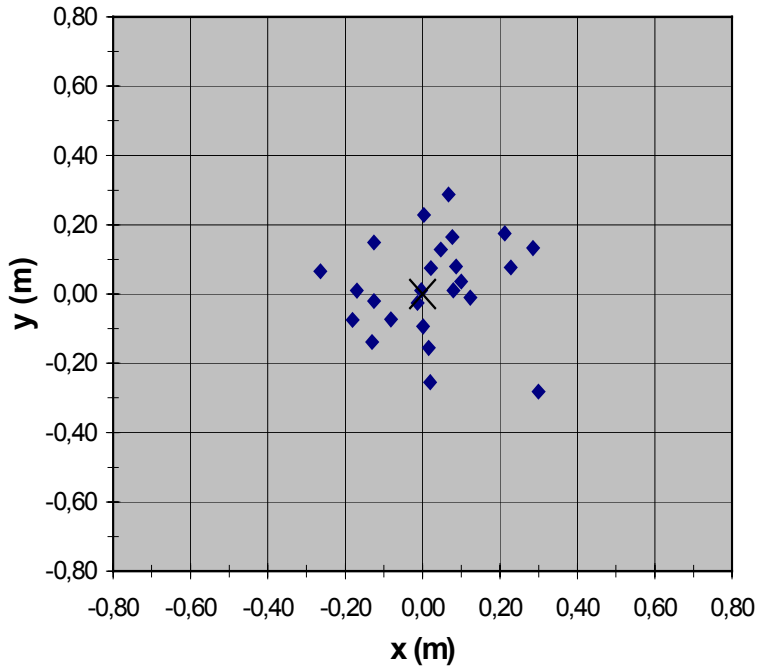


Horizontale uitwijkingen proef 18-50-I tm III

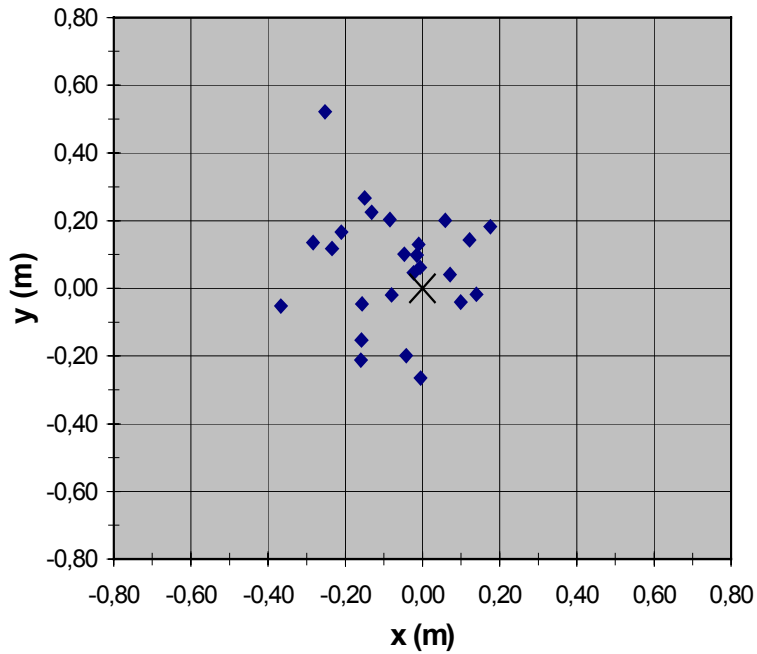


E6 Bovenanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 18-25

Bovenanzicht stort 18-25-I

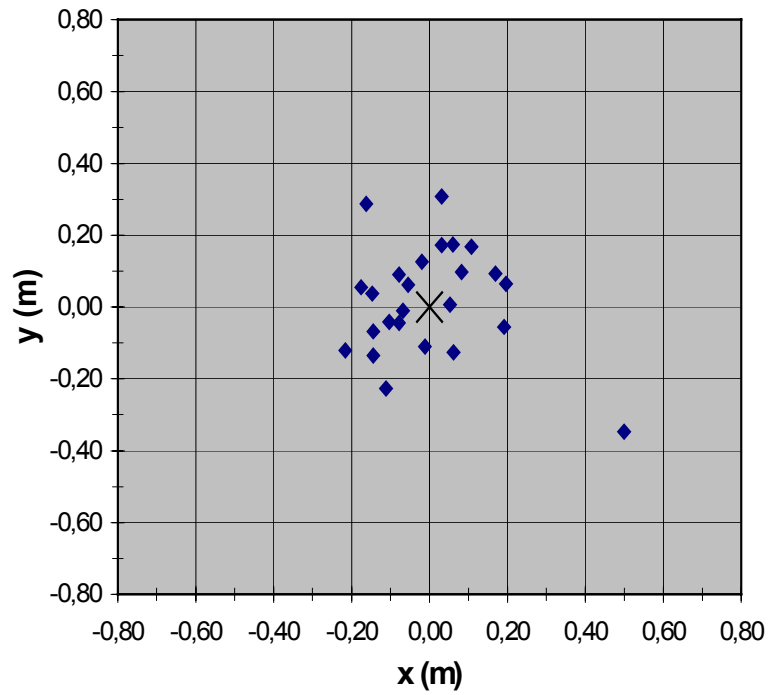


Bovenanzicht stort 18-25-II

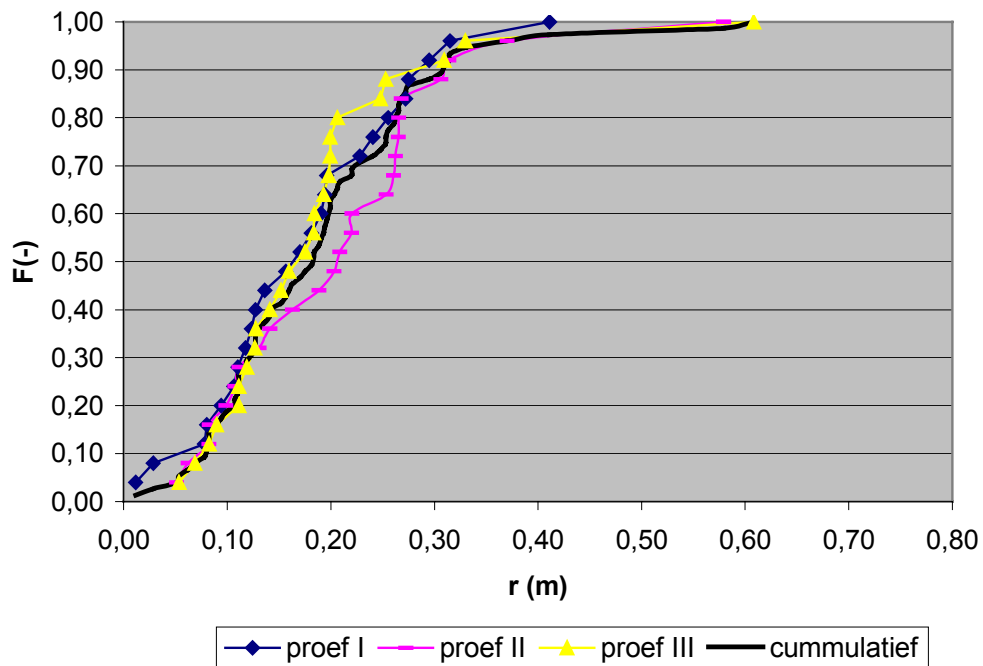




Bovenaanzicht stort 18-25-III

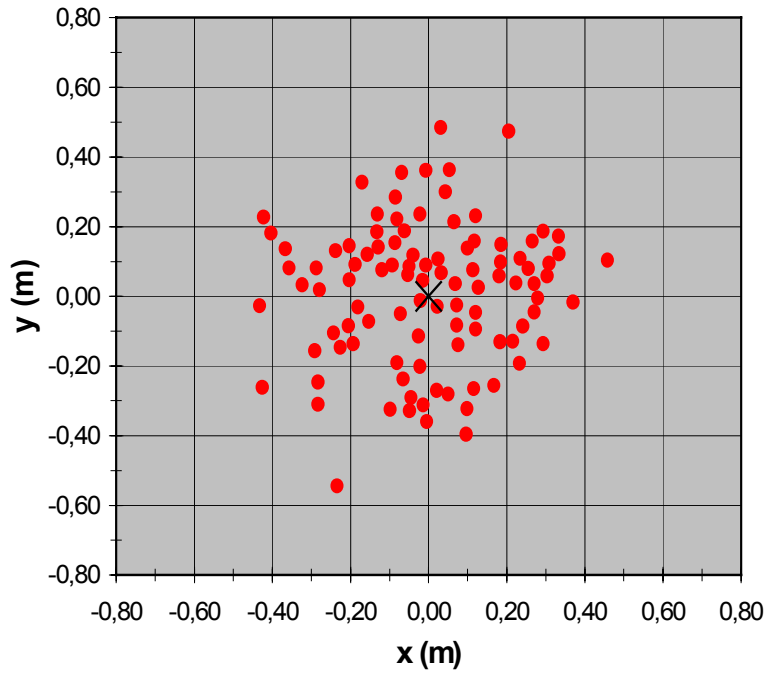


Horizontale uitwijkingen proef 18-25-I tm III

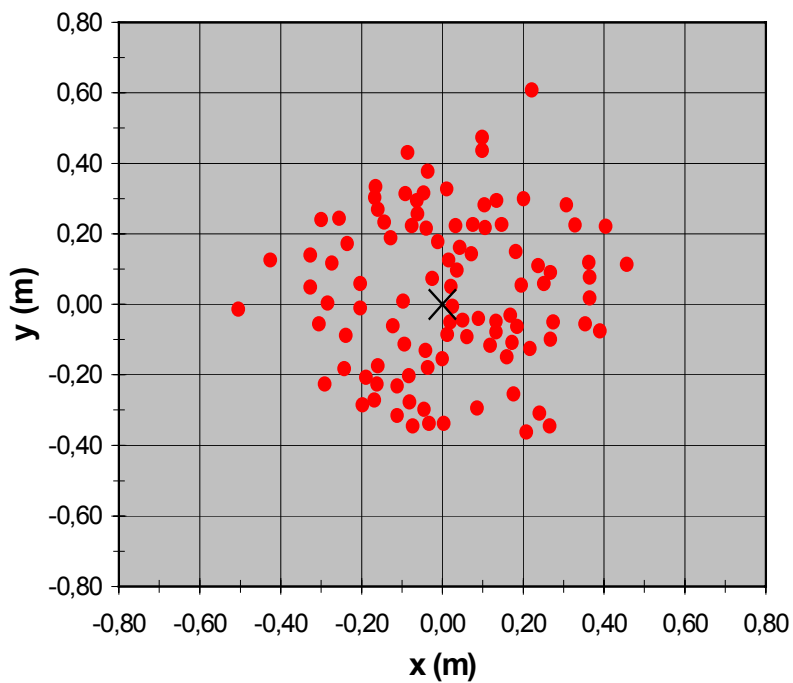


E7 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 54-100

Bovenaanzicht stort 54-100-I

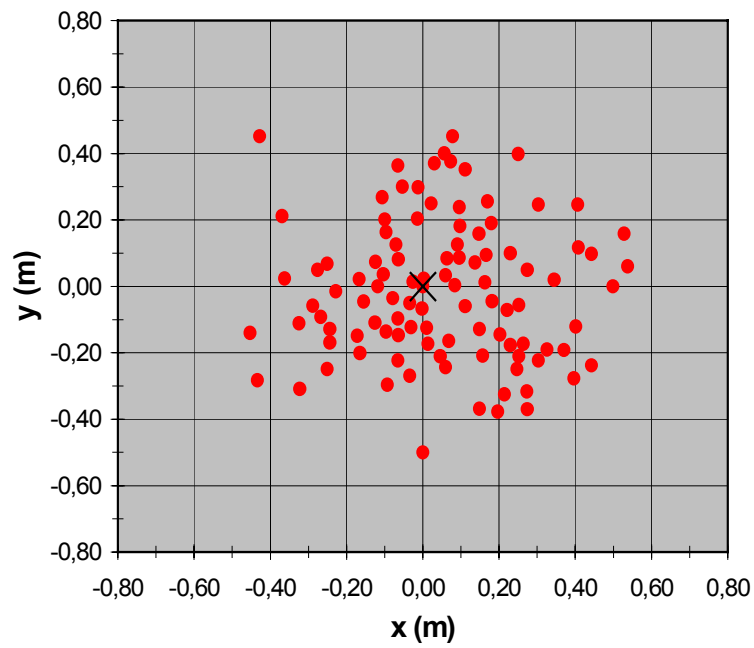


Bovenaanzicht stort 54-100-II

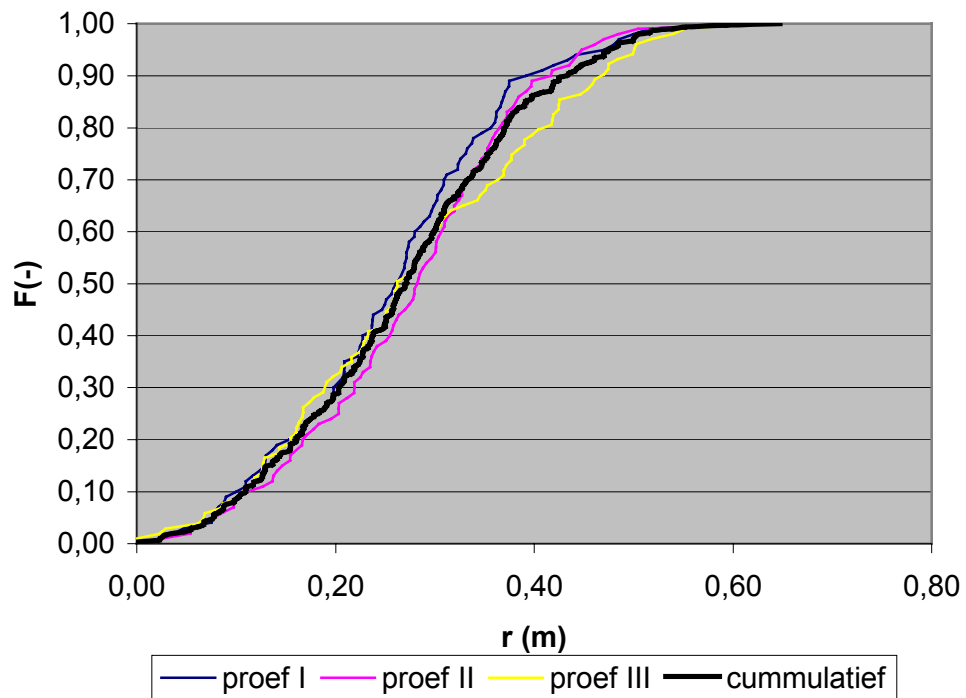




Bovenaanzicht stort 54-100-III

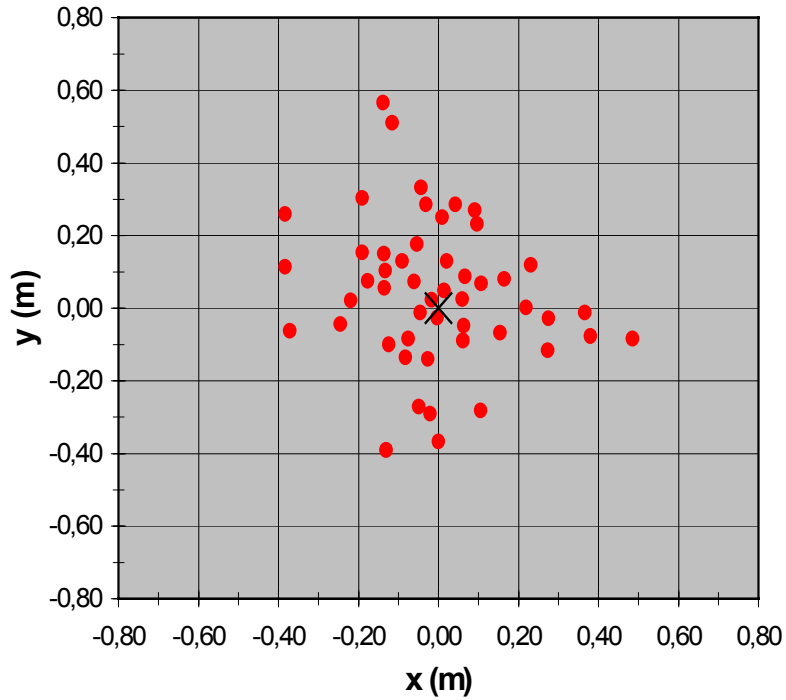


Horizontale uitwijkingen proef 54-100-I tm III

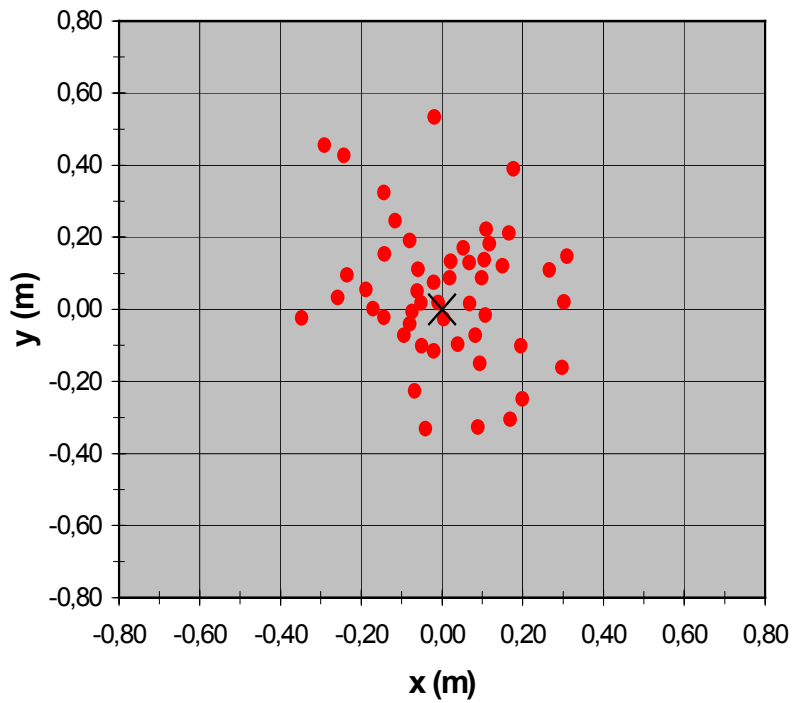


E8 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 54-50

Bovenaanzicht stort 54-50-I

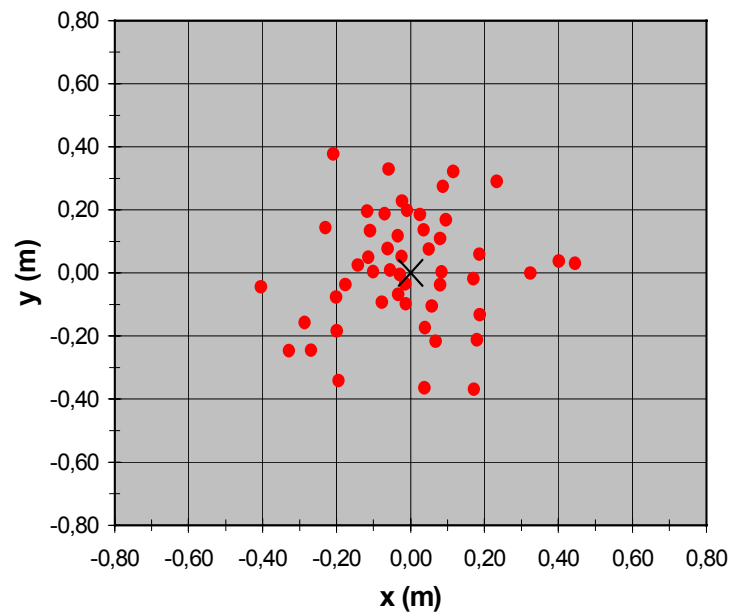


Bovenaanzicht stort 54-50-II

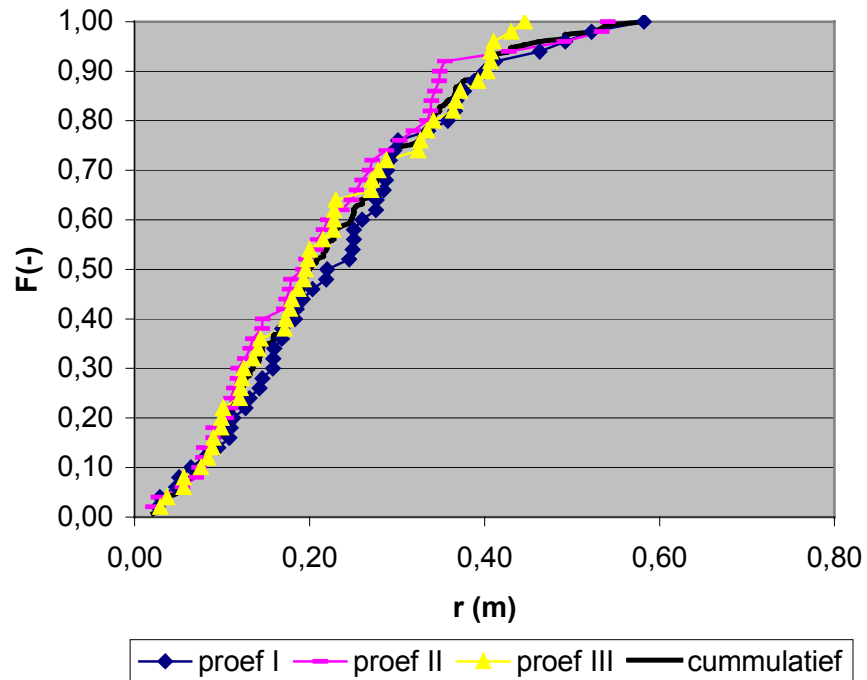




Bovenaanzicht stort 54-50-III

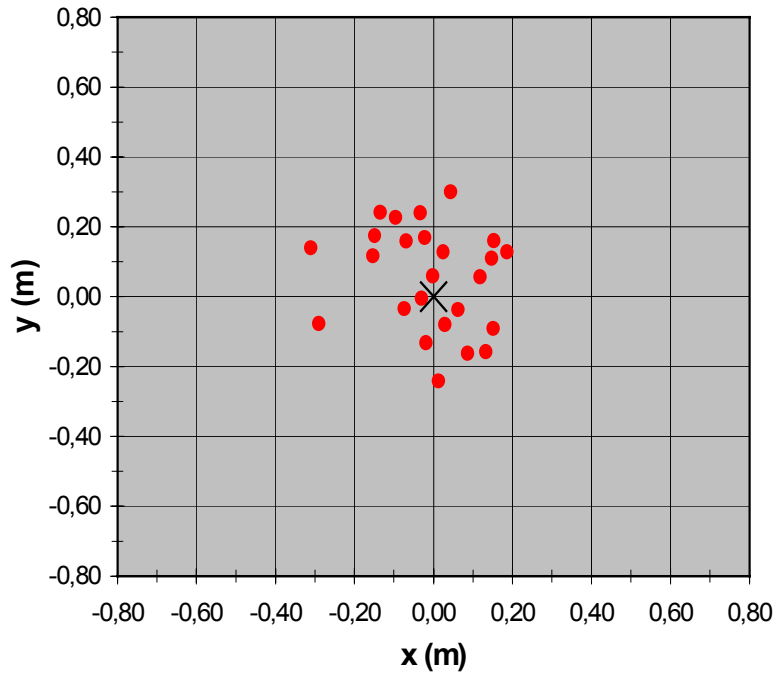


Horizontale uitwijkingen proef 54-50-I tm III

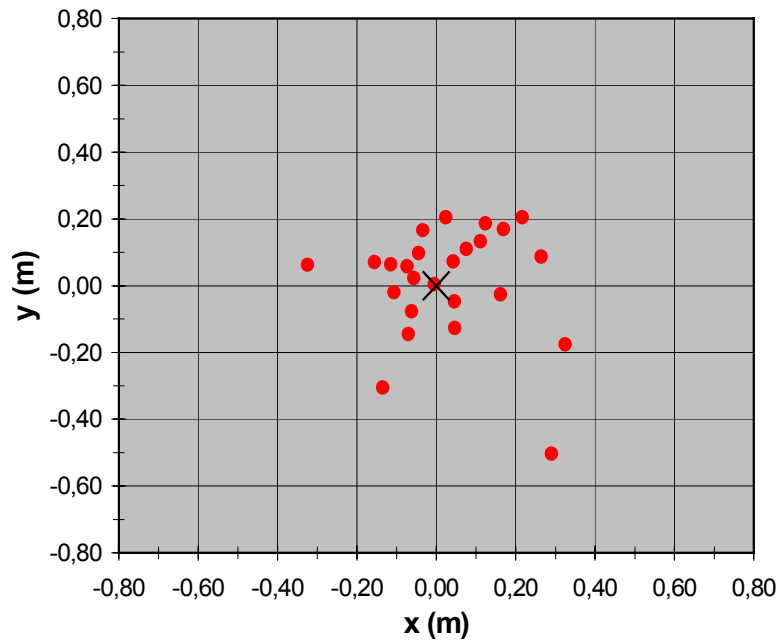


E9 Bovenanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 54-25

Bovenanzicht stort 54-25-I

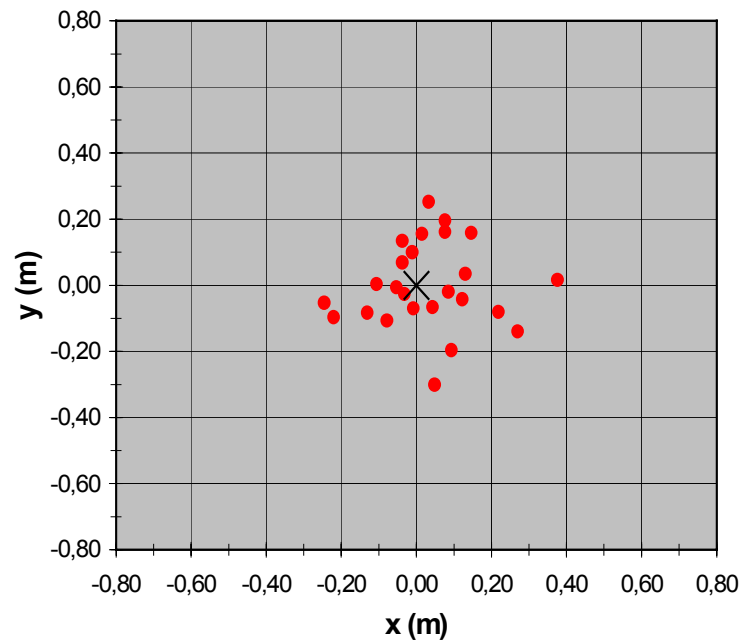


Bovenanzicht stort 54-25-II

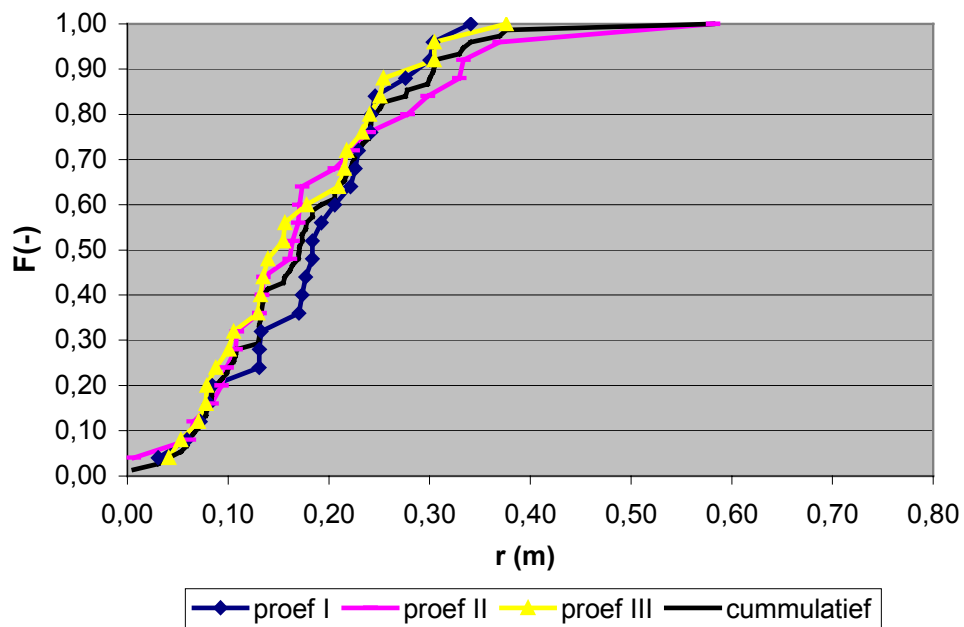




Bovenaanzicht stort 54-25-III

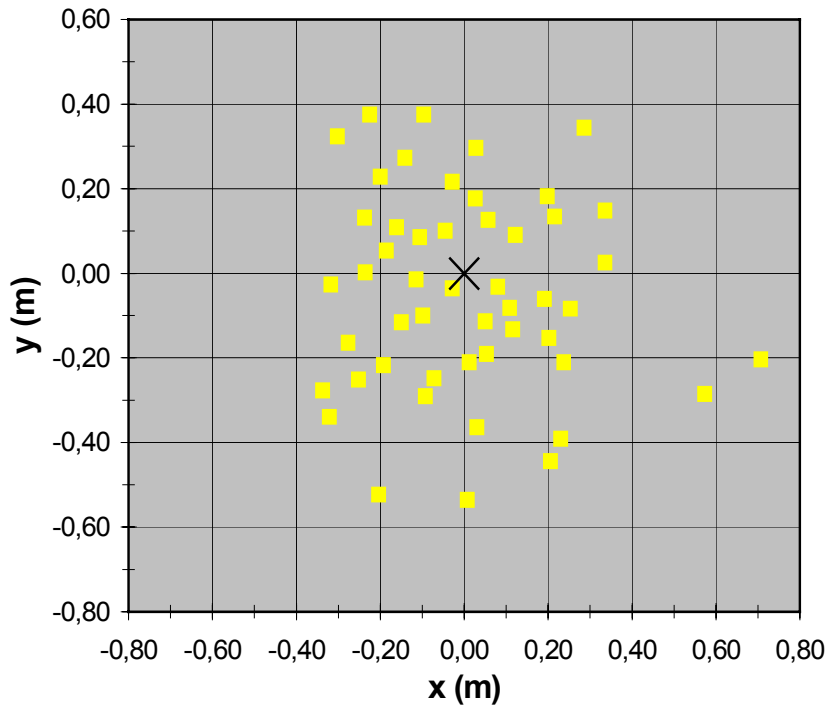


Horizontale uitwijkingen proef 54-25-I tm III

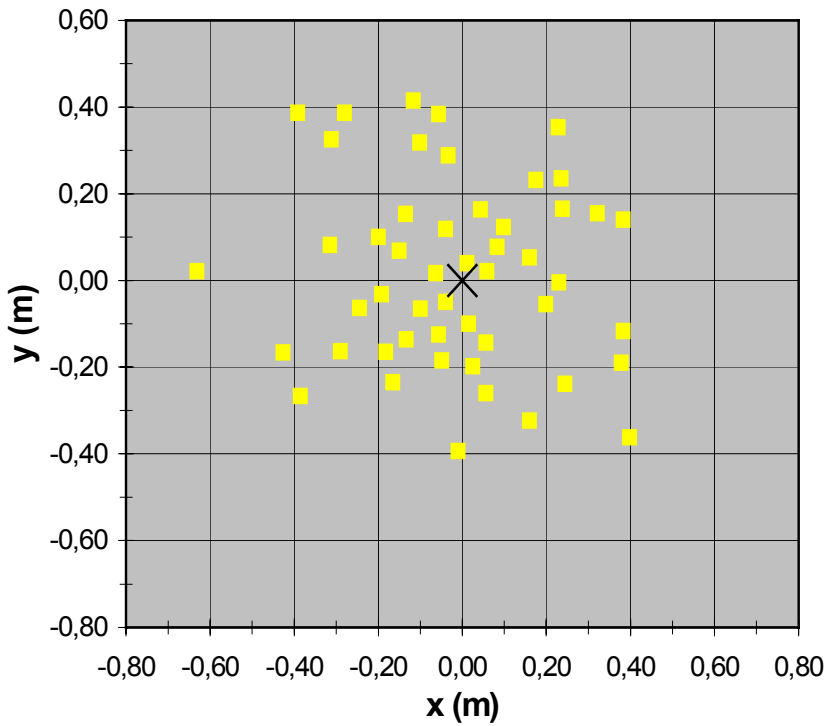


E10 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 162-50

Bovenaanzicht stort 162-50-I

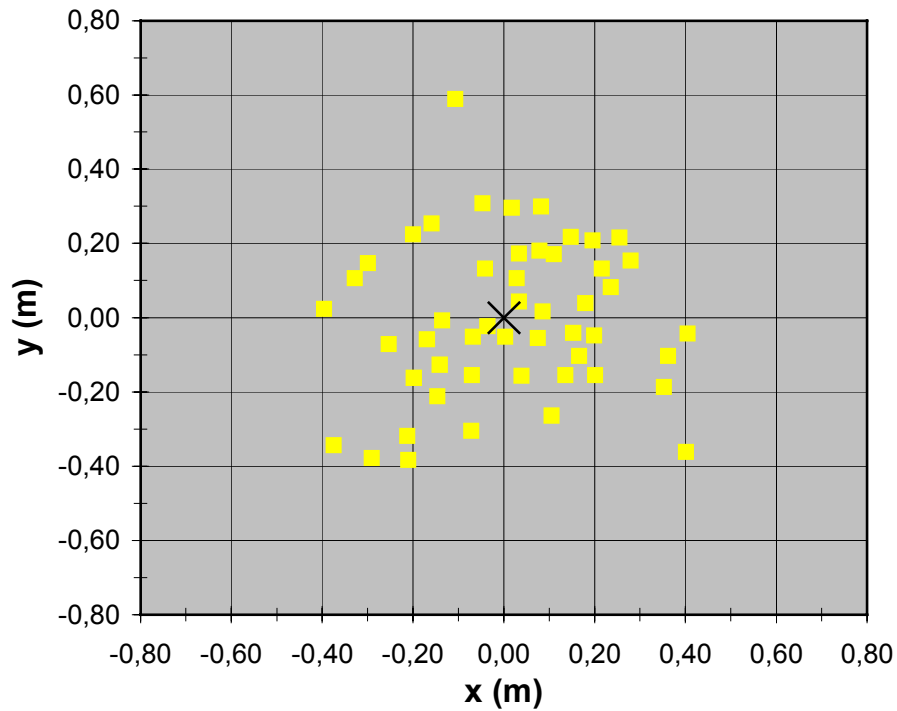


Bovenaanzicht stort 162-50-II

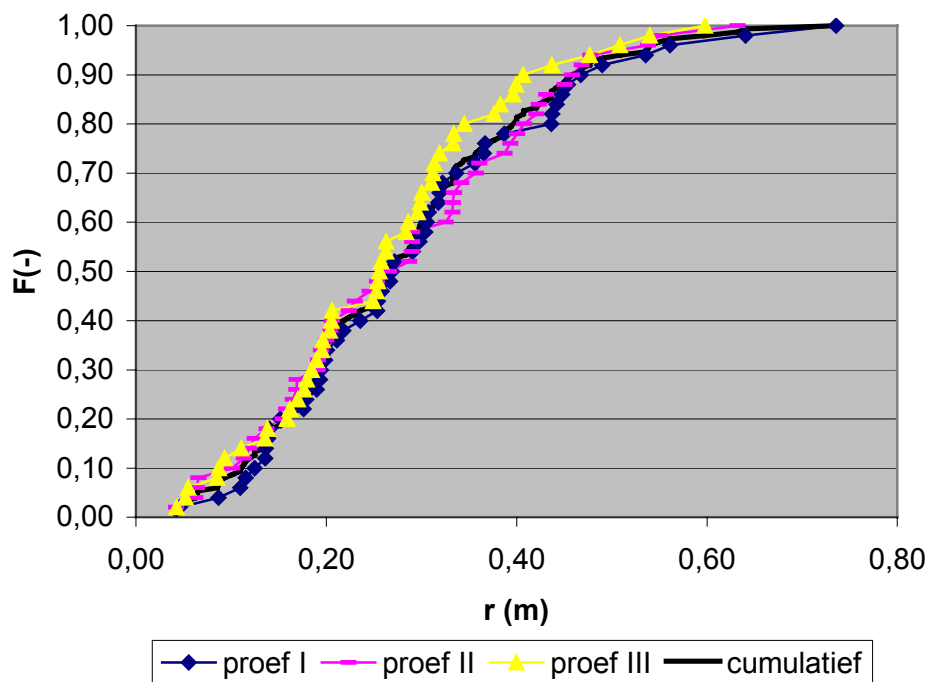




Bovenaanzicht stort 162-50-III

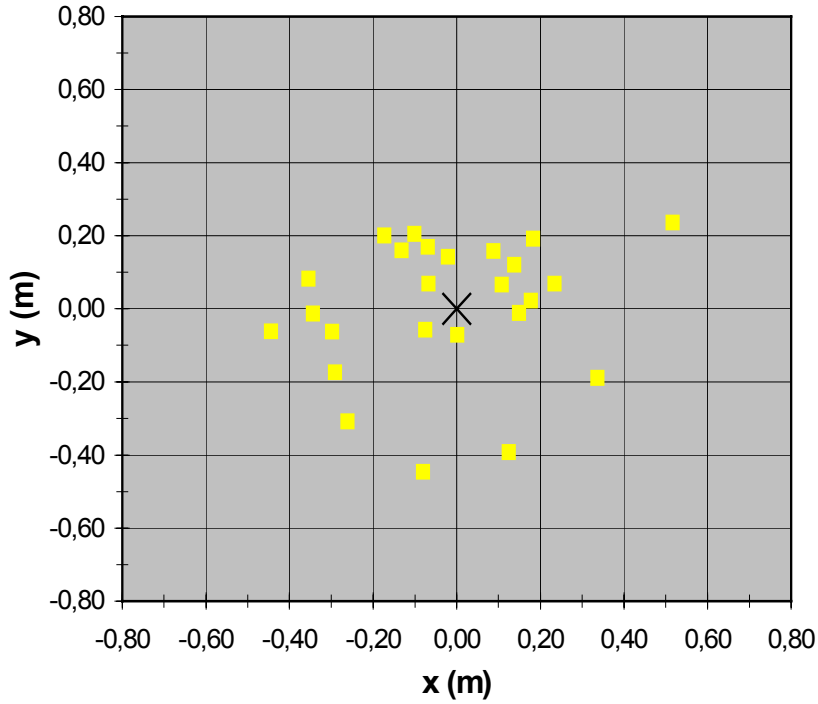


Horizontale uitwijkingen proef 162-50-I tm III

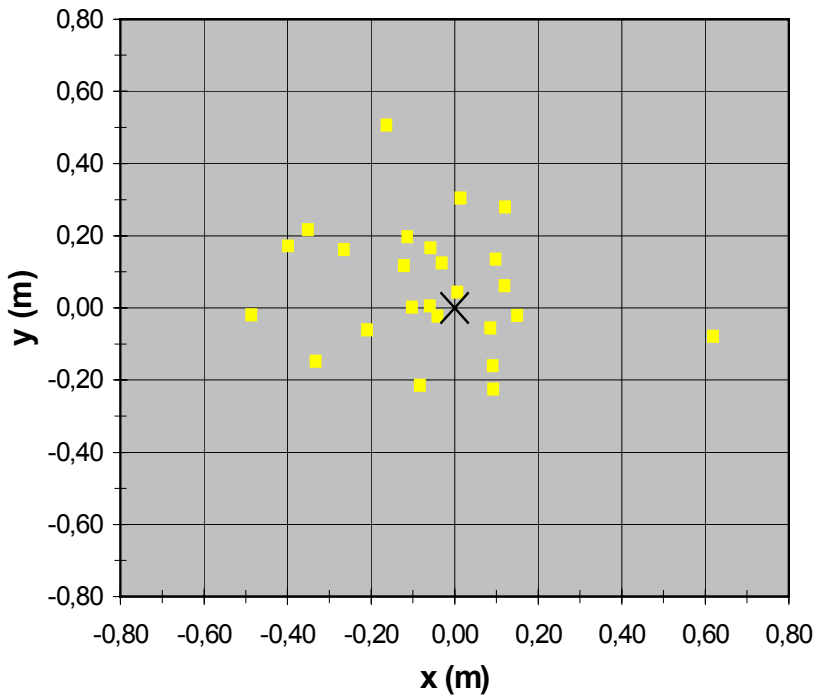


E11 Bovenanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef 162-25

Bovenaanzicht stort 162-25-I

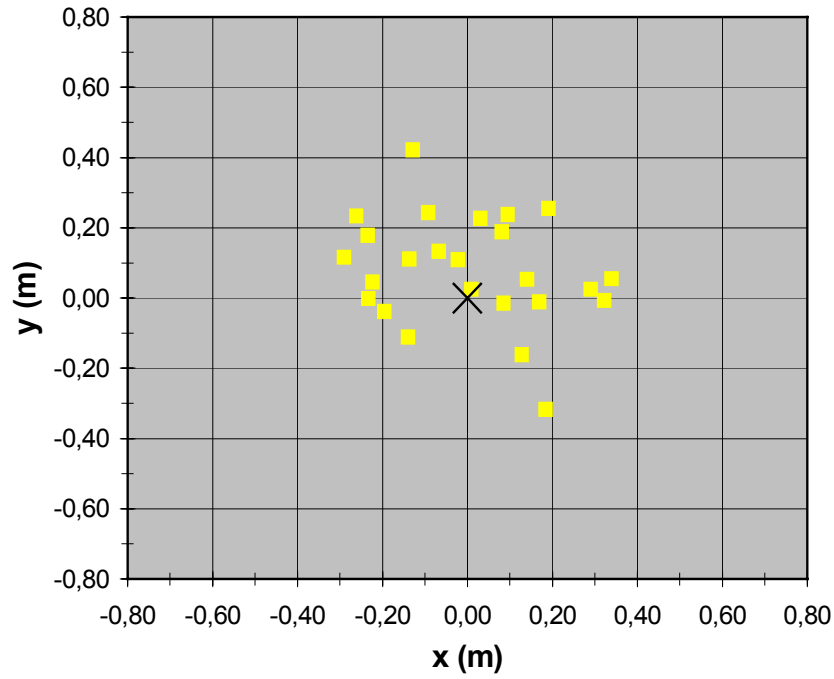


Bovenaanzicht stort 162-25-II

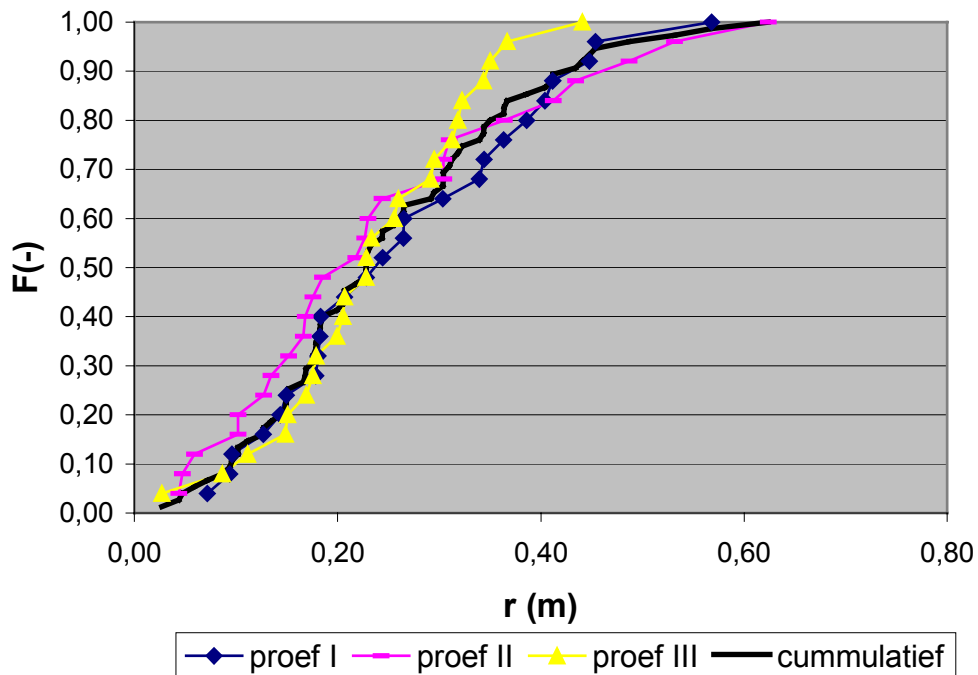


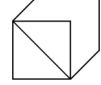


Bovenaanzicht stort 162-25-III



Horizontale uitwijkingen proef 162-25-I tm III

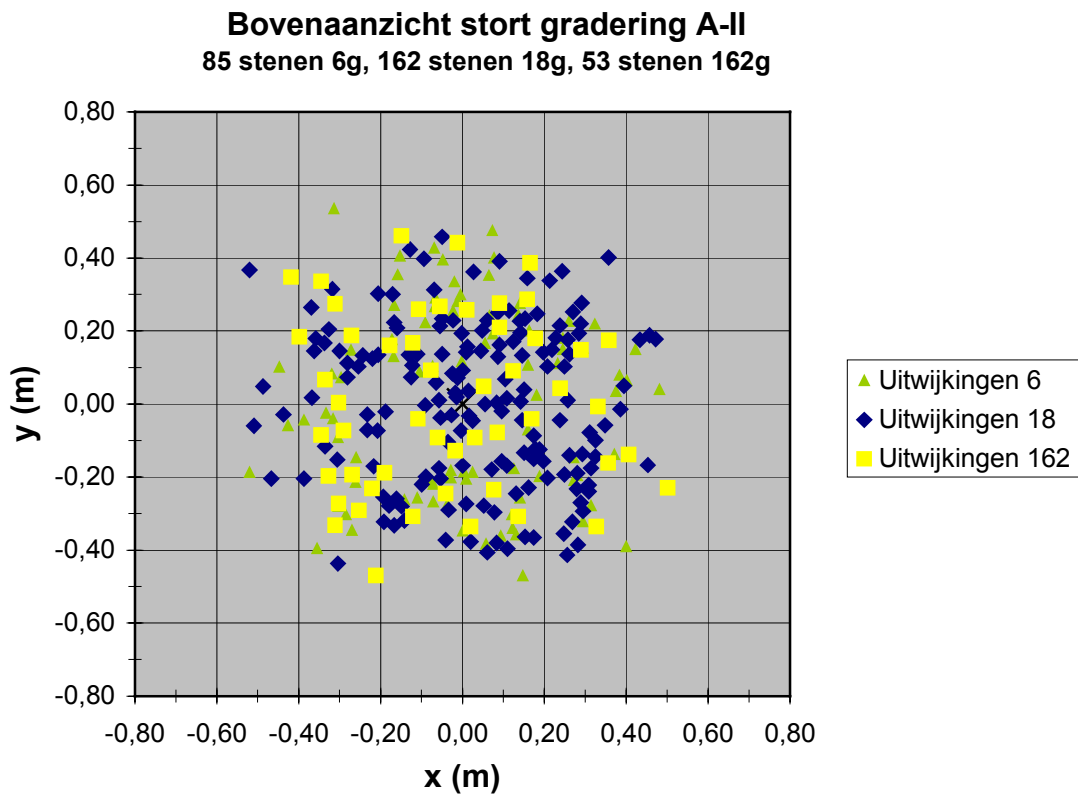
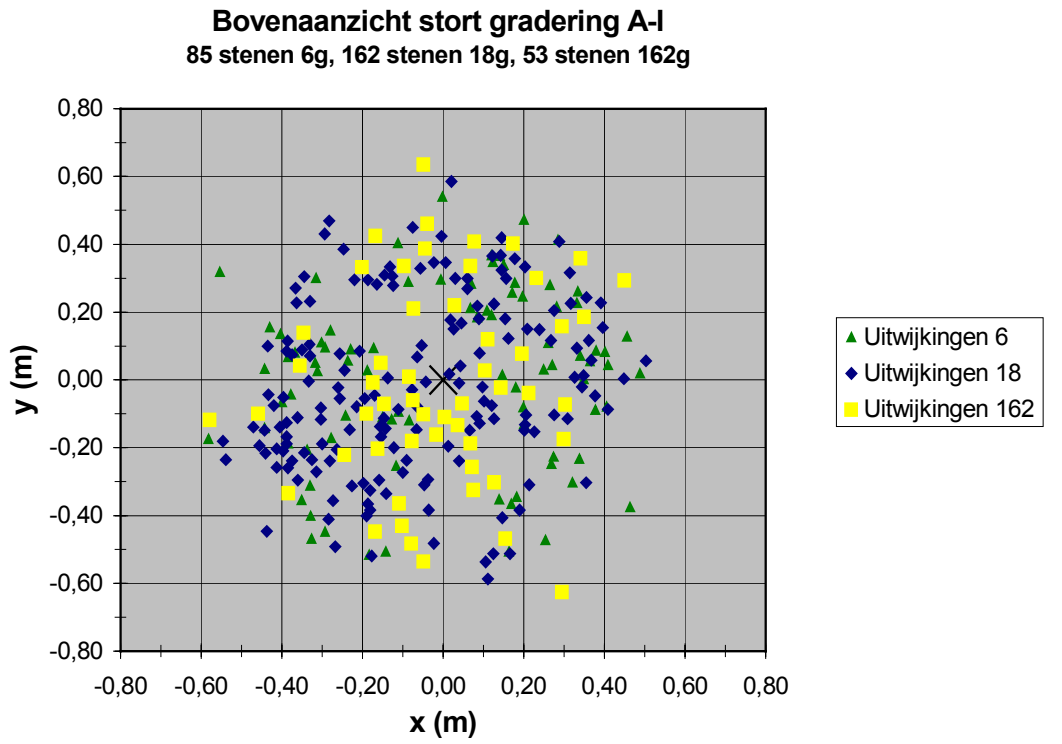




Bijlage F.

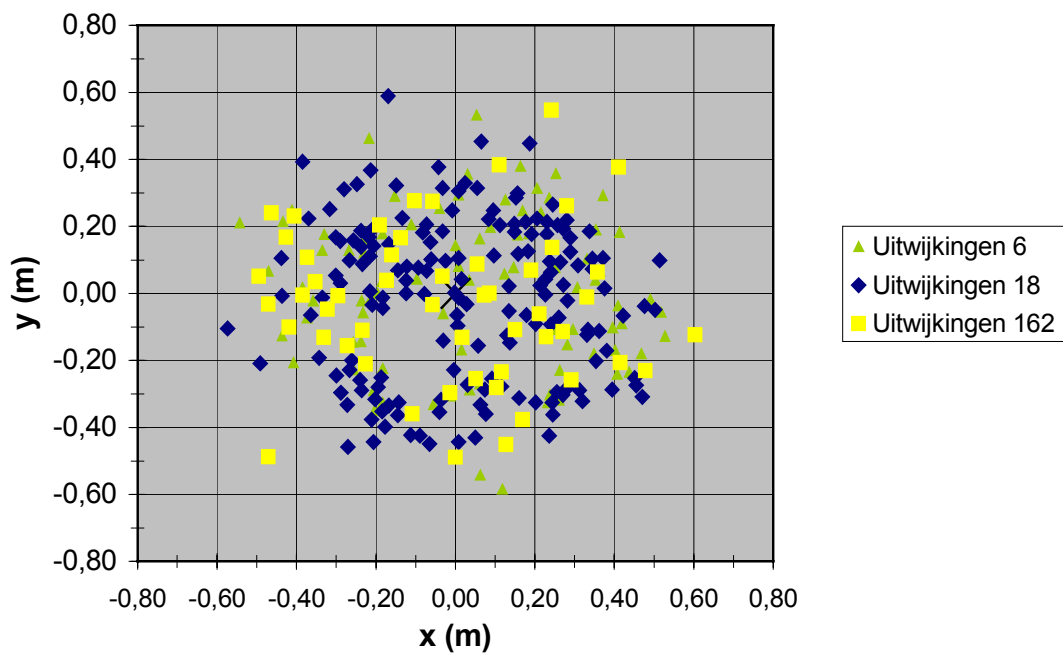
Bovenanzichten en verdelingen van proeven met gegradeerde groepen.

F1 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef grad A

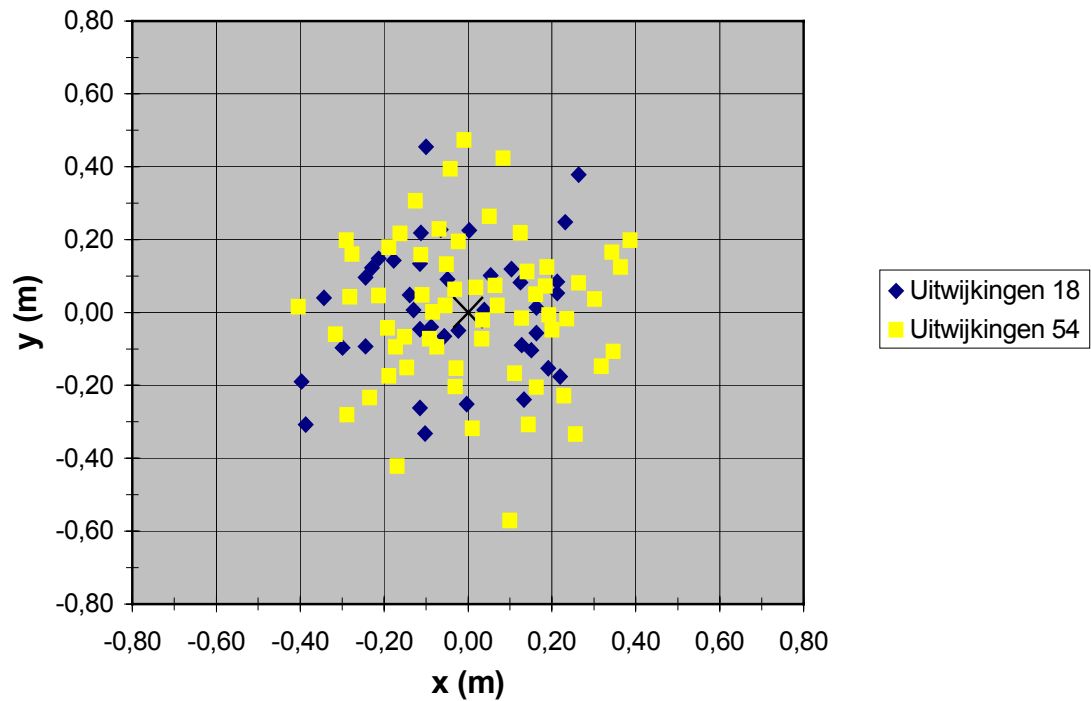
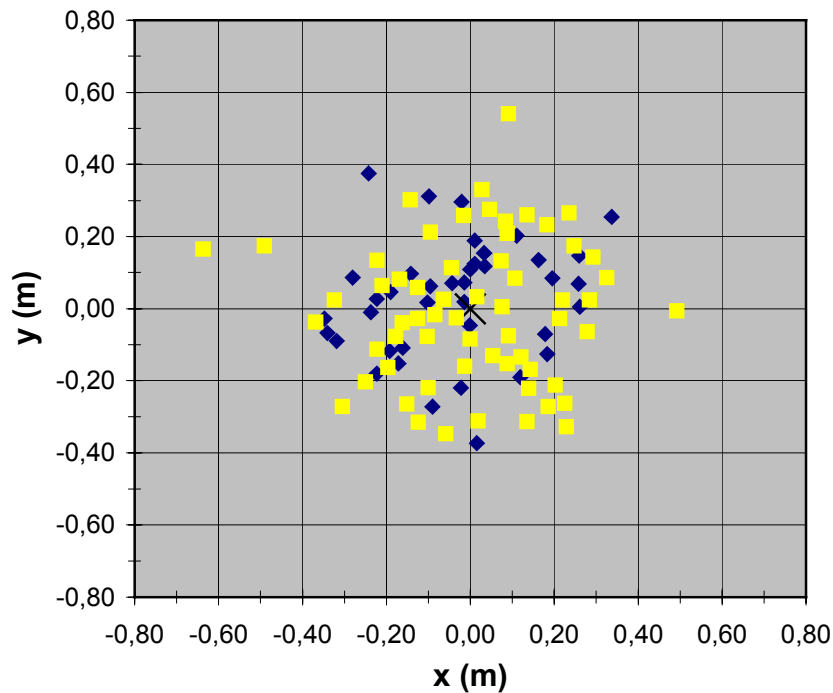




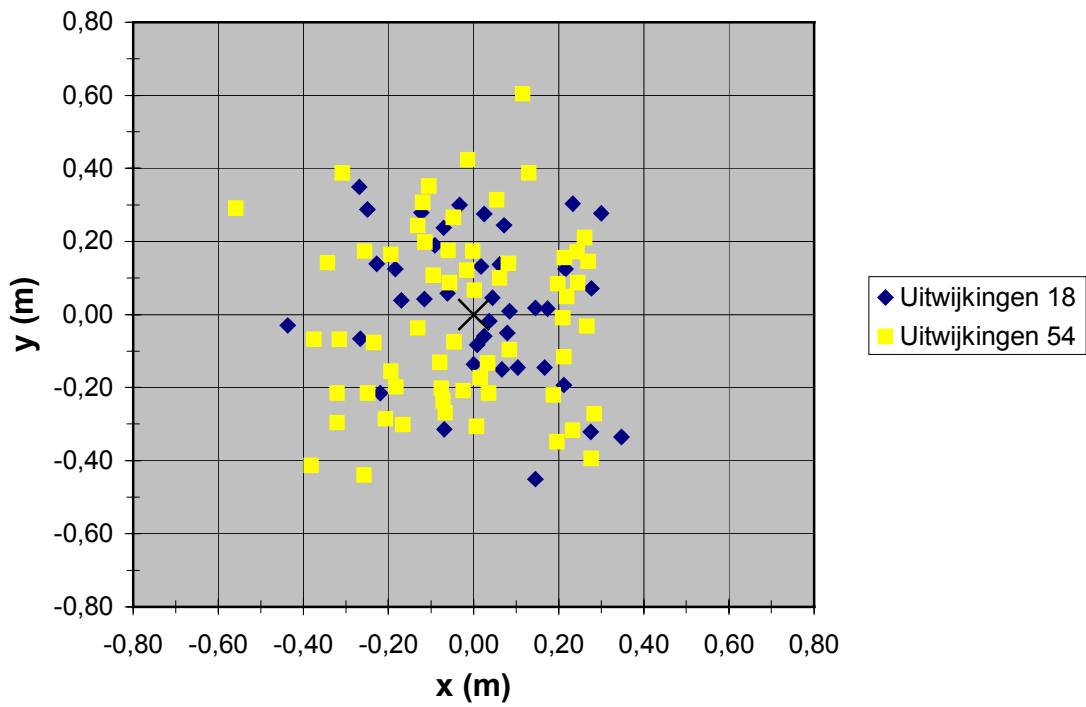
Bovenaanzicht stort gradering A-III
85 stenen 6g, 162 stenen 18g, 53 stenen 162g

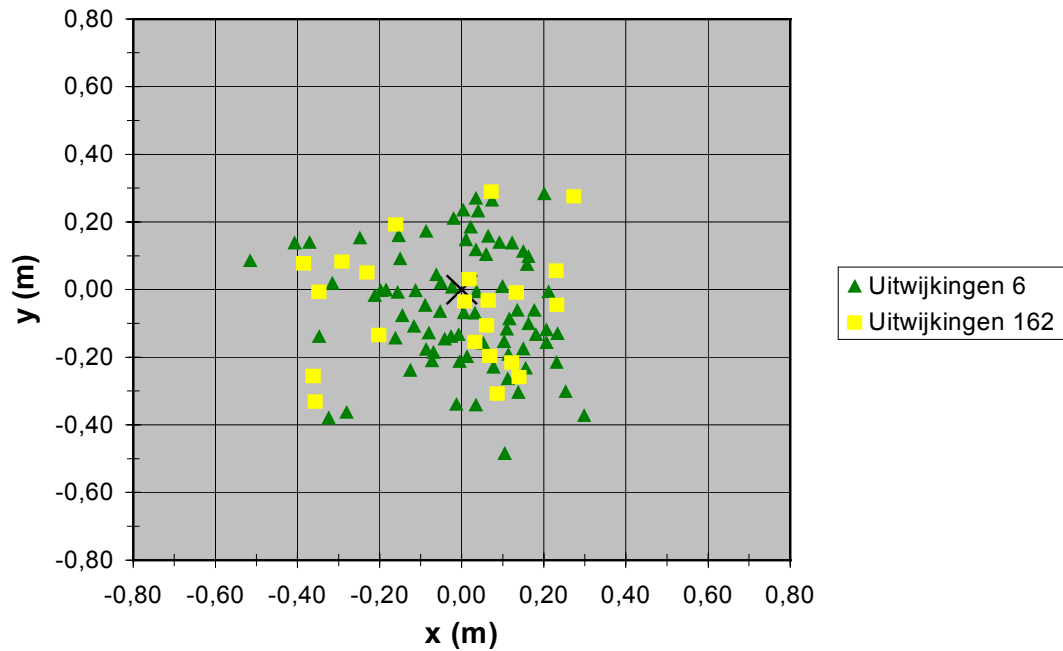
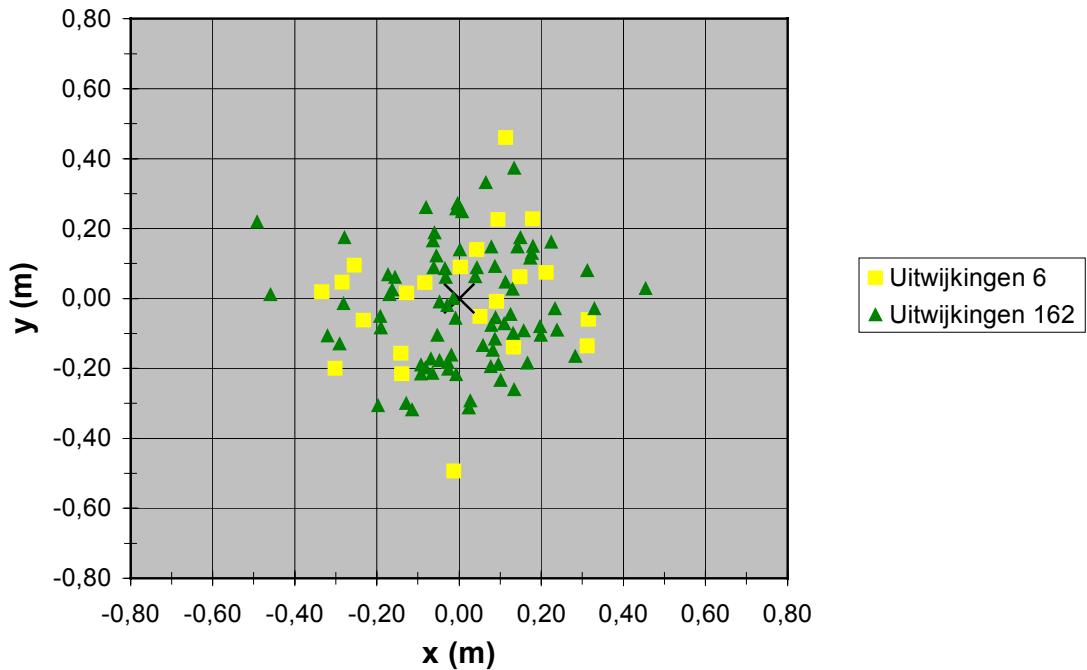


F2 Bovenanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef grad B

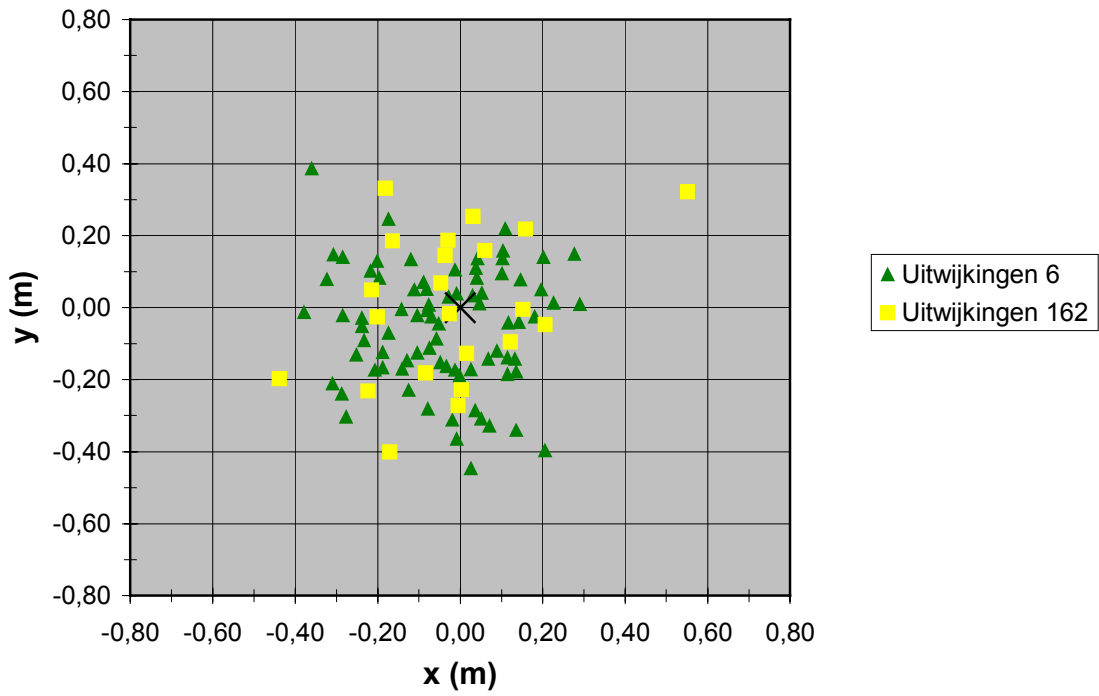
**F3 Boveraanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef grad C****Boveraanzicht stort gradering C-I**
39 stenen 18 gram, 61 stenen 54 gram**Boveraanzicht stort gradering C-II**
39 stenen 18 gram, 61 stenen 54 gram

Bovenaanzicht stort gradering C-III
 39 stenen 18 gram, 61 stenen 54 gram



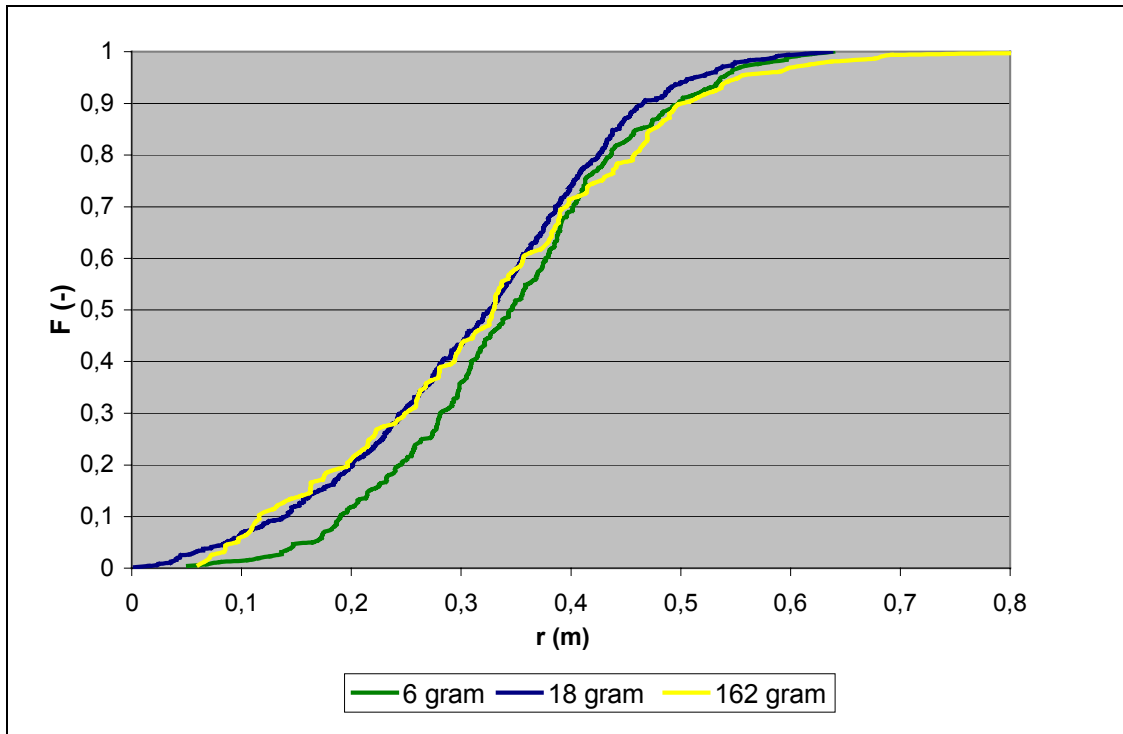
**F4 Bovenaanzichten stort en verdeling van uitwijkingen proef grad D****Bovenaanzicht stort gradering D-I**
79 stenen 6 gram, 22 stenen 162 gram**Bovenaanzicht stort gradering D-II**
79 stenen 6 gram, 22 stenen 162 gram

Bovenaanzicht stort gradering D-III
 79 stenen 6 gram, 22 stenen 162 gram





F5 Verdeling van horizontale uitwijkingen gradering A



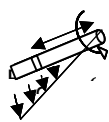


Fig. 11



Fig. 12



Fig. 13