

Mededeling van het Laboratorium
voor Technische Mechanica van de
Afd. Techn. Wetenschappen der T.H.

DELT nr. 3 6 4

Dr. Ir. J. P. BENTHEM

Over buigen of barsten



Delftse Universitaire Pers

Copyright©1980 by Delft University Press,
Delft, The Netherlands

No part of this book may be reproduced in any form,
by print, photoprint, microfilm or any other means
without written permission from the publisher.

Voor alle kwesties inzake het kopiëren van een of
meer pagina's van deze uitgave:
Stichting Reprorecht, Amsterdam.

Over buigen of barsten

Rede

*uitgesproken na de aanvaarding
van het ambt van gewoon lector
in de Afdeling der Werktuigbouwkunde
van de Technische Hogeschool te Delft
op woensdag 16 januari 1980
door dr.ir. J.P. Benthem*

Mijne heren, leden van het College van Bestuur
en van de Hogeschoolraad,
mijnheer de Rector Magnificus en mijne heren Dekanen,
heren leden van het Afdelingsbestuur,
heren leden van de afdelingsraad,
dames en heren van onze Hogeschoolgemeenschap,
damen en heren studenten,
en voorts allen die door Uw aanwezigheid blijk geeft
van Uw belangstelling;
zeer gewaardeerde toehoorders,

Een van de fundamentele eisen die de ingenieur bij het ontwerpen van een werktuig of constructie moet stellen is de eis dat dit werktuig al dienst doende niet zal falen of bezwijken onder de invloed van de krachten die er op werken.

De hoofdvormen van falen of bezwijken kunnen verdeeld worden in drie groepen.

Ten eerste: Het ergens in de constructie geleidelijk optreden van zodanige hoge materiaalspanningen dat daardoor grote doorbuigingen of andere verplaatsingen als geheel optreden of zelfs breuk optreedt door plaatselijk overschrijden van een breukspanning.

Ten tweede: Het optreden van instabiliteiten als de knik van staven en het plooien van platen en schalen. Bij het intreden van zulk een instabiliteit zullen veelal materiaalspanningen nog niet hoog zijn, de instabiliteit zal echter snel tot grote verplaatsingen en tot breuk leiden.

Ten derde: Het bezwijken door instabiele scheurgroei, hetwelk men in de meest instabiele vorm barsten noemt. Het zijn vooral omstandigheden die tot deze vorm van bezwijken leiden, waarvoor ik hedenmiddag van U enige aandacht wil vragen.

Aan het eind van de vorige eeuw was de leer van stijfheid en sterkte van constructies reeds voor een niet onbelangrijk deel ontwikkeld en was voldoende om toe te passen op constructies die op een realistische manier geschematiseerd konden worden tot een samenstel van balken en staven met een gedrongen doorsnede. Grondslagen hiervoor waren de buigings-theorie voor balken van Bernoulli, de kniktheorie voor staven van Euler met de uitbreidingen zoals die van Tetmajer, de wringingstheorie voor staven van De St. Venant. Tezamen met

de kennis van de mechanische eigenschappen van het constructie-materiaal kunnen hiermede ingewikkelde samenstellingen van staven geanalyseerd worden.

Niet altijd kon voor een constructie, werktuig of werktuigonderdeel volstaan worden met de schematisering tot een staaf of samenstel van staven; met bijvoorbeeld de stoomketel had al vroeg de schaal als belangrijk constructie-element zijn intrede gedaan, doch de sterkte en stijfheidsberekening van zulk een ketel was geen groot probleem geweest. Wat moeilijker was dit voor de stalen scheepsplaat; hierbij steunde men echter nog lang, geholpen door ervaring, op de theorie van balken en staven.

Vorenbedoelde stijfheids- en sterkteberekeningen zijn in de eerste plaats gebaseerd op de elasticiteitstheorie welke stelt dat spanningen en rekken evenredig met elkaar zijn. Bij hoge belastingen zal dit niet meer het geval zijn en zullen de rekken in een constructie-element boven een evenredigheids-grens kunnen stijgen, eventueel in zulk een sterke mate dat de constructie bezwijkt. Na het overschrijden van de evenredigheidsgrens op een of meer plaatsen vindt echter eerst nog een herverdeling van inwendige krachten over de verschillende constructie-delen plaats. Kazinczy en onafhankelijk daarvan Kist in zijn in 1917 aan deze hogeschool gehouden inaugurele rede, wezen erop dat door die herverdeling een bezwijken niet zal optreden zolang er een krachtsverdeling gevonden kan worden, uiteraard in overeenstemming met de evenwichtsvoorwaarden, welke in alle constructie-delen de spanning onder de evenredigheidsgrens doet blijven. Hoewel dit principe van Kazinczy en Kist niet een al te absolute betekenis mag worden toegekend, biedt het toch een welkom aanvullend bestanddeel voor de leer der sterkte en stijfheid van constructies. Deze leer en een toe te passen veiligheidsfactor zal de ingenieur mede moeten behoeden voor het falen van zijn constructie zoals onder ten eerste en ten tweede bedoeld.

Ook al in de vorige eeuw deden zich echter reeds tal van gevallen voor van plotselinge breuk in constructies op plaatsen waar men op grond van de gebruikelijke berekeningen geen bijzonder hoge materiaalspanningen verwacht had. Enige decennia lang gebeurden er in Groot-Brittannië tientallen spoorweg-

ongelukken per jaar, veroorzaakt door rail-breuk, wiel-breuk of wielas-breuk. In 1885 brak een ertsstoomboot tijdens een matige storm doormidden en zonk in een van de grote meren van de Verenigde Staten. Toch was de uitkomst voor de maximale spanning zoals men die voor de toen optredende condities achteraf nog eens herberekende slechts een derde van de breukspanning van het desbetreffende constructiestaal. Welbekend zijn de gevallen van ernstige breukverschijnselen bij 700 van de in de tweede wereldoorlog gebouwde 2000 Liberty schepen, in 150 gevallen leidende tot volledig in tweeën breken van het schip. Schepen hebben luikhoofden en allerlei andere soorten van openingen en het was Inglis die in een scheepsbouwkundige verhandeling van 1913 het begrip spannings-contractie-factor invoerde. Hij wees erop dat de tot toen veelal niet begrepen breukverschijnselen ontstonden in de buurt van openingen alwaar sterke spanningsgradiënten hoge spannings-maxima veroorzaakten. De gebruikelijke berekeningen waren voor deze gevallen toch te globaal geweest. Als nu ook nog de fysische omstandigheden tegenwerkten, waardoor via plastische vervorming de spannings-maxima niet konden afvlakken, trad breuk op. Zulke omstandigheden zijn onder meer: gebrek aan taaiheid van een constructie-materiaal eventueel zich eerst manifesterend bij grote koude, drie-assige spanningstoestand waarbij ondanks hoge spanningen geen plastische vervorming kan optreden, sterk wisselende belasting. Inglis' publicatie kan gezien worden als één van de kiemen waaruit zich de latere breukmechanica ontwikkeld heeft, doch deze ontwikkeling is eerst de laatste 25 jaar goed op gang gekomen.

De theorie van de stijfheid en sterkte van het slanke constructie-element kan de beschrijving van de spanningsconcentraties niet geven. Hiervoor moet de grondslag zijn de theorie van de elastische vervormingen van lichamen die zich in twee en drie dimensies uitstrekken. Deze theorie werd reeds in het begin van de 19de eeuw ontwikkeld door Poisson, Navier en Cauchy. Deze theorie leidde tot het opstellen van drie gekoppelde partiële differentiaalvergelijkingen van de 2-de orde, tezamen dus een 6-de orde stelsel vormende. Hoewel deze vergelijkingen op het eerste gezicht een tanelijk eenvoudige generalisatie lijken van de welbekende potentiaalvergelijking

van Laplace betreffende een stationaire stroming van een ideale vloeistof of bijvoorbeeld het elektrostatische veld, zijn ze toch belangrijk veel moeilijker op te lossen en slechts voor zeldzame gevallen in wat men noemt exacte vorm. Niet zozeer de hogere orde - de zesde in plaats van de tweede - is hiervan de oorzaak, doch de grotere gecompliceerdheid van de randvoorwaarden, grotendeels spanningen betreffend.

Een vraagstuk als hetwelk Inglis in zijn publikatie behandelde, namelijk dat van de spanningen rondom een langwerpige elliptisch gat in een dunne plaat kan bij benadering als tweedimensionaal worden aangezien. Bij tweedimensionale vraagstukken is de situatie voor het oplossen van de vergelijkingen van Navier-Cauchy overigens wel wat gunstiger. In de eerste plaats natuurlijk door het geringere aantal dimensies, maar bovendien treedt er verlaging van de orde van het stelsel differentiaalvergelijkingen op, het daalt van de 6-de orde naar de 4-de. Men kan zelfs komen tot één vergelijking van de 4-de orde in plaats van een gekoppeld stelsel van twee vergelijkingen van de 2-de orde. Kolosov realiseerde zich in 1909 dat, evenals bij potentiaal-problemen, de complexe functietheorie nu een belangrijk hulpmiddel kan zijn. De techniek van de conforme transformatie, hoewel hierbij ook wel toegepast, is echter veel minder profijtelijk, alweer voornamelijk door de grotere gecompliceerdheid van de meest voorkomende randvoorwaarden.

Larmor gaf in 1892 de berekening voor de spanningsverhoging rondom een bolvormige holte in een oneindig groot medium onder trekspanning, zestig jaar nadat door Stokes de oplossing voor de potentiaalstroming rondom een bol verkregen was, hetgeen nog eens onderstreept hoeveel moeilijker het was om tot oplossingen van de vergelijkingen van Navier-Cauchy te komen. De maximale spanningsverhoging bedroeg een factor 2,05 (dwarscontractiecoëfficiënt $\nu = 0,3$), anders gezegd de spanningsconcentratiefactor heeft in dit geval de grootte 2,05. Enige tijd later gaf Kirsch de oplossing voor het overeenkomstige vraagstuk van het cirkelvormige gat in een dunne plaat, de spanningsconcentratiefactor bedraagt voor dit geval 3. Langs geheel andere weg dan Inglis vond Kolosov iets eerder ook reeds

de spanningsverdeling rondom het elliptische gat. Neuber heeft later in zijn boek "Kerbspannungslehre" veel spannings-toestanden berekend zoals die bij cirkelvormige, elliptische of hyperbolisch gedachte afrondingen van werktuigonderdelen voorkomen en daarmee baanbrekend werk verricht.

Het is opmerkelijk te constateren dat de vorengenoemde onderzoekers nauwelijks of niet de limietovergang gemaakt hebben van spanningen rondom een begrenzing met kleine kromtestraal naar een kromtestraal nul, bijvoorbeeld de limietovergang van een ellipsvormig gat naar zulk een gat met excentriciteit 1, d.w.z. naar het lijnvormige gat of de scheur van eindige lengte. Deze stap werd in 1924 door Griffith uitgevoerd. De vergelijkingen van Navier-Cauchy leren dat de spanningen theoretisch oneindig groot worden doordat zij langs een straal vanuit een scheurtip omgekeerd evenredig zijn met de wortel van de afstand uit die scheurtip. Het is duidelijk dat de spanningen bij de scheurtip niet differentieerbaar zijn. Men spreekt van een singuliere spanningstoestand aldaar. De spanningstoestand is hier nu niet meer te karakteriseren met een eenvoudige dimensieloze spanningsconcentratiefactor doch met een getal van dimensie: kracht gedeeld door een lengte tot de macht $3/2$, hetwelk men de naam van spanningsintensiteitsfactor (k) heeft gegeven ($\sigma \sim k p^{-1/2}$). Men duidt zulk een spanningstoestand aan als een spanningstoestand met omgekeerde wortelsingulariteit.

Alvorens verder in te gaan op het spanningsveld rondom een scheurtip, welk veld het uitgangspunt vormt voor de breukmechanica, wil ik eerst voor U nog enige aandacht besteden aan andere singuliere spanningstoestanden, waarvan de meeste ook tot breuk aanleiding kunnen geven. Allereerst is er natuurlijk de zogenaamde fundamentele oplossing van de differentiaalvergelijkingen van Navier-Cauchy waarmee men een functie van Green construeert ($\sigma \sim p^{-2}$), deze is niets anders dan de spanningsverdeling veroorzaakt door een geconcentreerd aangrijpende kracht (puntlast) in een medium of op de rand van een halfruimte. Deze singulariteit is slechts een belangrijk mathematisch hulpmiddel om massakrachten en verdeelde oppervlakte belasting in rekening te brengen doch fysisch heeft deze singulariteit geen betekenis.

De reeds genoemde omgekeerde wortelsingulariteit ($\rho^{-\frac{1}{2}}$) doet zich behalve bij scheurtippen op veel andere plaatsen voor zoals bij de rand van de gladde stijve stempel werkende op de oppervlakte van een elastisch lichaam. Het rotatiesymmetrische geval werd door Boussinesq opgelost, het vlakke (twee-dimensionale) geval merkwaardig genoeg eerst veel later door Sadowsky. De omgekeerde wortel-singulariteiten doen zich ook voor bij andere situaties waarbij geometrisch hoeken van 180° of 360° in het geding zijn, niet alleen in de elasticiteitstheorie doch ook bij de eenvoudiger potentiaaltheorie (dragende lijntheorie in de aerodynamica, rand van een condensatorplaat). In de mechanica is bijvoorbeeld nog te denken aan de inleiding van een kracht via een verstijver in een plaat. Niet altijd is de exponent behorende bij de straal vanuit het singuliere punt zo sterk als $-\frac{1}{2}$, d.w.z. zoals tot nu toe beschouwd. Bij de rand van de elastische cilinder gedrukt tussen stijve ruwe stempels is die exponent slechts $-\frac{1}{4}$ ($\nu = 0,243$).

Bij wigvormige inkepingen, waarbij de wighoek nu niet afgerond gedacht wordt, komen weer andere exponenten voor welke een functie van de wighoek zijn. Baanbrekend werk voor het wiggenvraagstuk is verricht door M.L. Williams in 1956 en 1957, wiens werk tot op heden zeer vaak geciteerd wordt.

De grootten van de exponenten laten zich veelal betrekkelijk gemakkelijk berekenen uit een zogenaamde eigenwaardevergelijking. Zulk een berekening is sterk verwant aan de berekening van de eigenfrequenties van een balk met continue massaverdeling. Onze gezochte exponent neemt in het rekenproces de rol van de grondfrequentie over. De eigenwaardevergelijkingen hebben echter oneindig veel oplossingen, hier zowel negatieve als positieve. Exponenten gelijk of kleiner dan -1 worden niet in beschouwing genomen. De elasticiteitstheorie verdraagt zulks niet, omdat de vormveranderingsenergie niet alleen lokaal doch ook globaal oneindig groot zou worden. Die eigenwaarde welke het dichtst bij -1 ligt is de leidende exponent. Alleen het daarbij behorende spanningsveld is bepalend voor de meest onmiddellijke omgeving van het singuliere punt. Een enkele maal zal de participatiefactor van het spanningsveld behorende bij de leidende exponent, men kan het toevallig noemen, nul zijn. De eerstvolgende, d.w.z. de één na

sterkste exponent met bijbehorend spanningsveld wordt dan bepalend. Veelal zal zulk een exponent als tweede in rang, niet negatief meer zijn en dus geen aanleiding meer geven tot oneindig hoge spanningen. Men kan het als een gelukkige omstandigheid voor rol- en kogellagers zien dat de participatiefactor behorende bij een leidende exponent van $-\frac{1}{2}$ van een mogelijke spanningssingulariteit steeds nul is en dat slechts de zwakkere exponenten te beginnen met $\frac{1}{2}$ vertegenwoordigd zijn.

De vraag wordt wel opgeworpen of het zin heeft een mathematisch onderzoek te doen naar singulariteiten die gepaard gaan met oneindig grote spanningen. Het antwoord is dat dit wel degelijk zin heeft. Het zij toegegeven dat de lineaire elasticiteitstheorie hier lijdt aan een innerlijke tegenstrijdigheid. Een van de uitgangspunten van deze theorie is immers de veronderstelling dat verplaatsingen en verplaatsingsgradiënten klein blijven, terwijl het resultaat soms is dat die gradiënten naar oneindig tenderen. De innerlijke tegenstrijdigheid uit zich ook in het feit dat de scherpe scheurtip - deze wordt wel aangeduid als een wig van 360° - bij de geringste belasting volgens de lineaire elasticiteitstheorie reeds een afrondingsstraal krijgt. Veelal is echter het gebiedje waarin de berekende spanningen boven de elasticiteitsgrens uitstijgen uiterst klein, vooral bij de zwakkere exponenten (d.w.z. negatief, doch niet ver van nul) en daarbuiten blijft de oplossing bepalend voor het spanningsveld. Verder is natuurlijk de constatering, na theoretisch onderzoek, dat slechts exponenten gelijk aan of groter dan nul in een geometrisch singulier punt voorhanden zijn, geruststellend. Dit is bijvoorbeeld het geval bij een wigvormige plaat met één vrije en één ingeklemde rand bij een wighoek kleiner dan $61^{\circ}17'$ ($\nu = 0,3$). Hierdoor kan het aanbevolen worden dat bij de krachtsinleiding in een plaat via een gelaste op trek belaste verstijver loodrecht op de plaatrand deze rand plaatselijk zodanig te modificeren dat deze slechts twee hoeken van minder dan 61° maakt met de verstijver. De exponent wordt bij hoeken kleiner dan 61° positief en veroorzaakt theoretisch geen oneindig grote spanningen meer.

Konden de grootten van voorkomende exponenten betrekkelijk gemakkelijk berekend worden uit een eigenwaarde-vergelijking,

veel moeilijker is het in de regel uit te rekenen met welk een participatiefactor het spanningsveld behorend bij een exponent vertegenwoordigd is. Vergeleken wij een exponent met een eigenfrequentie, de participatiefactor zou op dezelfde wijze vergeleken kunnen worden met de amplitude van de bijbehorende trillingsvorm. De eigenwaarde-vergelijking en zijn oplossingen kunnen verkregen worden door alleen de onmiddellijke omgeving van het singuliere punt te beschouwen. Om een participatiefactor te berekenen moeten in principe de vergelijkingen van Navier-Cauchy met randvoorwaarden betrekking hebbend op de gehele constructie opgelost worden.

Slechts voor zeer eenvoudige geometrieën, meestal van oneindige uitgestrektheid kunnen langs analytische weg exacte oplossingen worden verkregen. Kan dit niet dan moet de oplossing, ook die van een participatiefactor, volgen uit in principe oneindig veel vergelijkingen met oneindig veel onbekenden. Dit in tegenstelling tot de omstandigheid dat zulks niet nodig is bij het berekenen van de responsie van een trillingsvorm van een balk. Een voor de hand liggende weg tot het verkrijgen van oplossingen lijkt te zijn het omzetten van de partiële differentiaalvergelijkingen in eindige differentievergelijkingen. Reeds voor de komst van computers werden een enkele maal hiermede successen geboekt, te denken hierbij is aan het werk van Southwell, vooral uit de periode 1930-40. Doch ook wanneer deze weg gevolgd werd, diende de te onderzoeken configuratie een betrekkelijk eenvoudige geometrie te hebben.

Meer perspectieven worden geboden wanneer men toepast de eindige elementen methode gebaseerd op een discrete formulering van de elasticiteitsleer. Het inbrengen van randvoorwaarden geschiedt langs natuurlijker weg en er kan beter rekening gehouden worden met geometrische en fysische niet-lineariteiten.

Ondanks de veelzijdigheid van de moderne eindige elementen methoden kan de analytische benadering van de elasticiteitsleer niet gemist worden. Vanzelfsprekend zal men een computer-programma-systeem wensen te toetsen mede aan de hand van een bekende analytische oplossing, maar ook de hulp van analytische oplossingen geldend in de buurt van singuliere

punten zal te hulp geroepen moeten worden. Zonder de aard van een eventueel voorkomende singulariteit te kennen, d.w.z. minstens de grootte van de exponent, zal men een numeriek proces via eindige differenties of eindige elementen moeilijk of niet convergerend kunnen krijgen, vaak zelfs niet in gebieden ver van de singulariteit verwijderd. Om een bevredigende convergentie toch te bereiken dienen speciale maatregelen getroffen te worden zoals bij de eindige elementen methode het gebruik van speciale elementen waarin de analytische oplossing rondom de singulariteit, afgezien natuurlijk van de participatiefactor, ingebouwd is. Bij voortschrijdende belasting zal door geometrische en fysische niet-lineariiteiten de singulariteit zich veelal niet handhaven; dit onthult ons echter niet van de taak speciale voorzieningen als vorenbedoeld te treffen. Vrijwel steeds toch zal een niet-lineaire behandeling met een lineaire dienen te beginnen.

Keren wij thans terug naar het probleem hetwelk Griffith in 1924 oploste, dat van de twee-dimensionale spanningstoestand rondom een scheur in een oneindig grote plaat welke in de richting loodrecht op de scheur op trek belast wordt. De participatiefactor van de leidende omgekeerde wortelsingulariteit van de spanningen die bij de scheurtippen voorkomen is de spanningsintensiteitsfactor. Griffith stelt dat scheuruitbreiding zal plaats hebben indien de daarbij vrijkomende potentiële energie gelijk is (of groter dan) de energie die gebruikt moet worden om het grotere scheuoppervlak te vormen. Deze laatste energie zou gelijk moeten zijn aan de oppervlaktetension vermenigvuldigd met de gecreëerde oppervlakte. Treedt deze toestand in dan heeft meestal zeer snelle verdere scheuruitbreiding of barsten plaats. Dit criterium werd in de eerste plaats opgesteld voor zeer brosse materialen zoals glas. Het verklaart goed waarom zulke materialen hun uit cohesiekrachten afgeleide theoretische treksterkte lang niet halen. Altijd wel aanwezige microscopisch kleine onregelmatigheden als scheurtjes zijn potentiële bronnen van barst-initiatie bij veel lagere belastingen.

Irwin nam in 1948 deze energie-balans beschouwing wel over, maar stelde dat de vrijkomende energie gelijk of groter moet zijn dan de energie die nodig is om plastische vervorming

rondom de scheurtip te veroorzaken. Laatstgenoemde energie is vele malen groter dan de oppervlakte-energie. Irwin's beschouwing kan een kwantitatieve vorm gegeven worden indien het plastisch vervormde gebiedje bij de scheurtip klein is ten opzichte van de scheurlengte. Dit is nu het geval bij constructiestalen en aluminium-soorten welke een hoge treksterkte hebben. Alleen al uit dimensiebeschouwingen kan men vermoeden dat nog steeds de grootte van de spanningsintensiteitsfactor aangeeft of er een instabiele, in de regel tot breuk leidende scheuruitbreiding zal plaats vinden of niet. Dat wil zeggen dat men voor zulk een constructie-materiaal een wat dit betreft kritieke spanningsintensiteitsfactor kan opgeven. Het is thans evenwel nog niet mogelijk langs theoretische weg uit cohesie-krachten, plastische spanning-rek relaties, breukhypothesen als die van Mohr of Tresca een waarde van de kritieke spanningsintensiteitsfactor te berekenen; deze waarde moet proefondervindelijk worden vastgesteld. Het feit dat de spanningsintensiteitsfactor, een begrip toch uit de lineaire elasticiteitsleer, in bruikbare mate een criterium kan zijn voor scheuruitbreiding wordt ook verklaard doordat rondom het kleine plastische gebied van de scheurtip het spanningsveld behorende bij de exponent van $-\frac{1}{2}$ nog steeds overheersend is. Merkwaardig wordt zelden opgemerkt dat bij het in beschouwing nemen van een klein plastisch gebiedje rondom een scheurtip buiten dat gebiedje ook sterkere exponenten dan die van $-\frac{1}{2}$, d.w.z. kleiner dan -1 in principe, zij het met kleine participatiefactoren, te voorschijn kunnen treden en in zekere mate hun invloed op het verdere gebeuren zouden kunnen doen gelden. Dit is mogelijk omdat de bijbehorende spanningsvelden nu niet meer werkelijk tot het singuliere punt doordringen.

Beschouwingen over de initiatie van scheurvoortplanting kunnen verbeterd worden door het aannemen van een virtuele lengte van de scheur, zodanig dat die virtuele scheur enigszins doordringt in het plastisch gebiedje rondom die scheurtip (Dugdale model, Barenblatt model). Bij sterk wisselende belasting gaat scheuruitbreiding met minder plastische vervorming gepaard waardoor de energie-absorptie bij scheuruitbreiding minder is. Bij iedere belastingswisseling kan een

kleine stabiele scheuruitbreiding plaats vinden zonder dat vooralsnog de kritieke waarde van de spanningsintensiteitsfactor overschreden wordt. De regel van Paris tracht met enig succes een verband te leggen tussen scheurgroei per belastingswisseling en de amplitude van de spanningsintensiteitsfactor.

De zogenaamde LEFM (linear elastic fracture mechanics) heeft zich bezig gehouden met het berekenen van tal van spanningsintensiteitsfactoren voor veel twee-dimensionale configuraties. Zo kan dit exact geschieden voor het geval van Griffith, dus voor rechte scheur in de oneindig grote plaat, de rij van scheuren in zulk een plaat zoals geschiedde door Westergaard in 1939 en de randscheur loodrecht op de rand van een plaat zoals verricht door Koiter in 1965.

Semi-analytisch en numeriek werden spanningsintensiteitsfactoren voor tal van begrensde gebieden berekend. Hierbij is het uitvoeren van een contour-integratie desnoods op grote afstand rondom een scheurtip een welkom middel om de spanningsintensiteitsfactor te bepalen. Het gebruik van deze z.g. J-integratie behoeft niet zo ondoorzichtig te zijn als het sommigen wel lijkt; er wordt een soort generalisatie van de residue stelling uit de functie-theorie toegepast. Dergelijke integralen zijn ook op te stellen voor de participatie van andere singulariteiten, ook die met sterkere exponenten welke na het ontstaan van een plastisch gebiedje daarbuiten zouden kunnen optreden.

Vorengenoemd werk is steeds hetzij uitdrukkelijk, hetzij in wezen op twee-dimensionale beschouwingen gebaseerd geweest. Daar waar een scheurfront een het lichaam begrenzend oppervlak bereikt kan uiteraard geen sprake meer zijn van een (twee-dimensionale) vlakke vervormingstoestand. Sih wijst er terecht op dat aldaar de vervormingstoestand essentieel drie-dimensionaal is en dat het onjuist is bij het vrije oppervlak te spreken van een vlakspanningstoestand in de zin van wat daar gewoonlijk onder verstaan wordt.

Rondom de vier eindpunten van de twee scheurfronten van een scheur in een plaat zullen zich gebieden bevinden van een essentieel drie-dimensionale spanningstoestand. Deze gebieden hebben een uitgestrektheid ter grootte-orde van de plaatdikte, scheurlengte of karakteristieke lengte van het object zelf al

naar gelang welke lengte de kleinste is, maar dus toch steeds in een gebied van betekenis. Dit betekent bij een scheur ook in een dunne plaat dat langs een recht scheurfront de spanningsintensiteitsfactor niet constant is. Met deze constatering zij niet gezegd dat de twee-dimensionale beschouwing daarmee zonder waarde is wanneer aldus bepaalde gemiddelde spanningsintensiteitsfactoren in dunne platen met elkaar vergeleken worden. Wel lijkt het bijvoorbeeld zaak om enige standaard proefstukken in dit opzicht eens aan een nauwkeuriger theoretisch onderzoek te onderwerpen, zoals het zogenaamde constante-k-proefstuk, waarbij plaatdikte, scheurlengte en karakteristieke afmetingen niet zoveel in orde van grootte verschillen.

Er zijn zeer weinig voorbeelden te vinden van tot definitieve convergentie doorgerekende essentieel drie-dimensionale gevallen, ook alleen maar voor het elastische gebied. Dit vindt zijn oorzaak vooral in het feit dat hiervoor een orde meer computertijd gevraagd wordt dan voor een even nauwkeurige twee-dimensionale berekening. Ter toetsing van resultaten vindt men bovendien nauwelijks steun bij de uiterst weinig in aantal bekende exacte gevallen. Het welhaast eenvoudigst denkbare drie-dimensionale geval betreft de halfcirkelvormige scheur loodrecht op de begrenzing van een halfruimte. Hiervoor is noch een exacte, noch een zeer nauwkeurige numerieke oplossing aanwezig. Wel is de laatste jaren iets bekend geworden over het verloop van de spanningsintensiteitsfactor vlak bij de plaats waar een vrij oppervlak bereikt wordt. Het verloop van deze factor vertoont op zijn beurt weer een singulier karakter met een gebroken, zij het kleine exponent. Voor het scheurfront hetwelk loodrecht op de begrenzende oppervlakte staat is deze exponent 0,048 bij symmetrische belastingstoestand, bij een antimetrische belastingstoestand is deze $-0,108$ ($\nu = 0,3$). Dat in het laatste geval de spanningsintensiteitsfactor dus naar oneindig gaat is niet al te zeer verontrustend. De spanningsintensiteitsfactor is een begrip uit de twee-dimensionale vervormingsleer en verliest zijn betekenis in het onderhavige essentieel drie-dimensionale gebied. In dit opzicht voltrekken zich thans ook onderzoekingen aan scheurfronten welke niet loodrecht op een

begrenzend oppervlak staan. Een wel uitgesproken gedachte dat een zich voortplantende scheur zich zodanig scheef ten opzichte van een vrij oppervlak zal instellen dat de spanningsintensiteitsfactor bij het oppervlak een eindige waarde aanneemt, dus niet oneindig of nul wordt, is intuïtief zeer aantrekkelijk doch lijkt thans in fysisch opzicht nog onvoldoende gefundeerd te zijn. Overigens laten scheurhoeken waarbij dit het geval zou zijn zich wel degelijk berekenen. Maar dan nog zou gesteld moeten worden dat ondanks het niet-singuliere verloop van de spanningsintensiteitsfactor bij het vrije oppervlak deze veel van zijn betekenis verloren heeft; het bijbehorende spanningsveld is immers aan de oppervlakte niet meer mogelijk.

Verscheidene drie-dimensionale numerieke berekeningen met behulp van de eindige elementen methode zijn toch wel met redelijke nauwkeurigheid uitgevoerd, b.v. voor de reeds genoemde half-cirkelvormige scheur, een half-elliptische scheur bij een vrij oppervlak, de kwart-cirkelvormige scheur bij hoeken. De verkregen maxima van de uitkomsten zijn veelal voldoende betrouwbaar, maar vlak bij een vrij oppervlak, en een scheur bereikt haast steeds ergens een vrij oppervlak, geven de resultaten toch niet die bijzonderheden die ze zouden moeten geven.

Numerieke berekeningen zijn ook, maar dan meestal slechts voor twee-dimensionale of rotatie-symmetrische gevallen uitgevoerd voor scheurgroei met voortschrijdende plastische vervorming. Ook dan is de benodigde computertijd een orde groter dan bij zulke berekeningen in het elastische gebied. Daarom lijken drie-dimensionale berekeningen tot in het plastische gebied nog nauwelijks te zijn verricht.

De studie van het breukverschijnsel wordt heden ten dage vanuit kristalphysische, metallurgische en continuümmechanische standpunten bedreven en de breukmechanica heeft zich vooral de laatste 15 jaar tot een volwaardige tak van de leer der stijfheid en sterkte van constructies ontwikkeld. Talrijke vragen van het breukverschijnsel zijn echter nog niet of slechts gedeeltelijk opgelost. Hierop zal de ingenieur niet altijd kunnen wachten. Hij zal, zonodig met het gebruik van

extra veiligheidsfactoren, zich vooralsnog regels moeten verschaffen om met zijn ontwerp-werk voort te kunnen. Zulke regels bestaan vaak uit geformuleerde correcties op theoretische beschouwingen die nog onvolledig moesten zijn. Zo komt men in de vakliteratuur onder meer tegen de Irwin correctie, de Folias correctie, de Kobayashi correctie, de plastic zone correctie, de vrije oppervlakte correctie, de dikte correctie, de korrelgrootte correctie. Het bestaan van deze en nog andere correcties bevestigt dat de breukmechanica thans nog voor een niet onbelangrijk deel semi-empirisch moet zijn.

De hogeschool heeft mij in de gelegenheid gesteld onderzoekingen te verrichten die de laatste jaren vooral betrekking hadden op het breukverschijnsel die soms ook zulk een correctie betroffen; in mijn benoeming zie ik een bevestiging met onderzoekingen van het breukverschijnsel door te mogen gaan.

Zeer geachte toehoorders,

Jegens Hare Majesteit de Koningin betuig ik mijn eerbiedige dank voor mijn benoeming tot gewoon lector aan deze Technische Hogeschool. Deze toespraak geeft mij ook de gelegenheid allen die in commissies, raden en besturen aan mijn benoeming hebben meegewerkt te danken voor het in mij gestelde vertrouwen. Ik zal er naar streven dit vertrouwen waardig te zijn.

Dames en heren docenten en andere medewerkers van de afdeling der Werktuigbouwkunde, in het bijzonder van de vakgroep Technische Mechanica,

Het is thans juist 10 jaar geleden dat ik bij de afdeling in dienst trad. Van mijn kant gebeurde dit met de verwachting dat ik mij beter zou kunnen ontplooiën dan de laatste jaren daarvoor mogelijk was geweest. De bereidheid waarmee U mij terstond in Uw gemeenschap heeft opgenomen was daarvoor een uitstekende voedingsbodem.

Hooggeleerde Koiter,

Hoewel de perioden van ons student zijn aan deze afdeling elkaar juist niet overlappen hebben wij toch gemeen dat ons beider leermeester de hooggeleerde Biezeno is geweest. Eerst na mijn studie leerde ik ten volle beseffen hoezeer zijn vorderingen in de technische mechanica wereldbekendheid genoten. Het verkrijgen van eveneens zulke vorderingen is door U, hoog-

geleerde Koiter, al een generatie lang voortgezet. Ik voel mij allerm minst gerechtigd een nadere uiteenzetting te geven van Uw grote verdiensten. Wel herinner ik eraan hoe deze eens te meer bleken uit het succes van het symposium dat onlangs te Uwer ere aan deze hogeschool gehouden is.

Het is bijna 30 jaar geleden dat werk van mij door mijn werkgever mede aan U ter beoordeling werd voorgelegd. Sindsdien dateren onze contacten, aanvankelijk niet vaak en toen veelal vluchtig, maar hun inspirerende werking duurde veelal maandenlang. Slechts op enkele gebieden van het door U bestreken terrein heb ik werk kunnen verrichten. Ik meen dat het meermalen getuigt van de bewondering welke ik voor Uw werk en de daarbij gebruikte methoden koester.

Hooggeleerde Besseling,

Toen U als jonger ingenieur de andere plaats in onze werkkamer op het Nationaal Luchtvaartlaboratorium kwam innemen, dacht ik mij tot op zekere hoogte als Uw mentor te moeten opwerpen. Doch weldra bleek dat U mij al ontgroeid was. Met veel belangstelling heb ik Uw verdere loopbaan in de Verenigde Staten en in Nederland gevolgd.

Reeds zeer vroeg zag U de grote betekenis die de computer zou krijgen voor de ontwikkeling van de technische mechanica. Ik verheug mij erop dat de mij thans meer in het bijzonder toegewezen taak mij in nauwer aanraking zal brengen met een van de werkgebieden waarop U belangrijke bijdragen geleverd hebt: het niet-elastische materiaalgedrag en de numerieke behandeling daarvan.

Hooggeleerde Van der Neut,

De eerste publikatie van Uw hand, waarmee ik kennis maakte was die over de kwalitatieve spanningsbeelden in schaalconstructies. Alleen al dit werk getuigt reeds van Uw grote mechanische inzicht waarvan zovelen in onderwijs, wetenschap en industrie hebben kunnen profiteren. Ik prijs mij dan ook gelukkig bij U gepromoveerd te zijn. Derhalve kon ik ook

tot de oud-leerlingen gerekend worden, die mochten bijdragen tot het boek dat ter gelegenheid van Uw 65-ste verjaardag als huldeblijk aan U werd opgedragen.

Mijne Heren Directieleden en medewerkers van het Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium,

Mijn loopbaan overziende, besef ik weer hoe vormend de lange tijd dat ik op Uw laboratoium gewerkt heb voor mij is geweest en daarvoor betuig ik U mijn erkentelijkheid. Speciaal wil ik ook de heer Van der Vooren danken voor onze samenwerking op achtereenvolgens twee verschillende afdelingen.

Dames en heren studenten,

Als U de letterlijke tekst van het besluit mijn benoeming betreffend had gelezen, zou U kunnen menen dat ik ten behoeve van U niet primair voor onderwijs ben aangesteld. Weest U er evenwel van overtuigd dat ik mijn taak zal blijven opvatten als voorheen en ik hoop U verder bij te kunnen staan in het zo boeiende vak van de technische mechanica.

Ik dank U voor Uw aandacht!