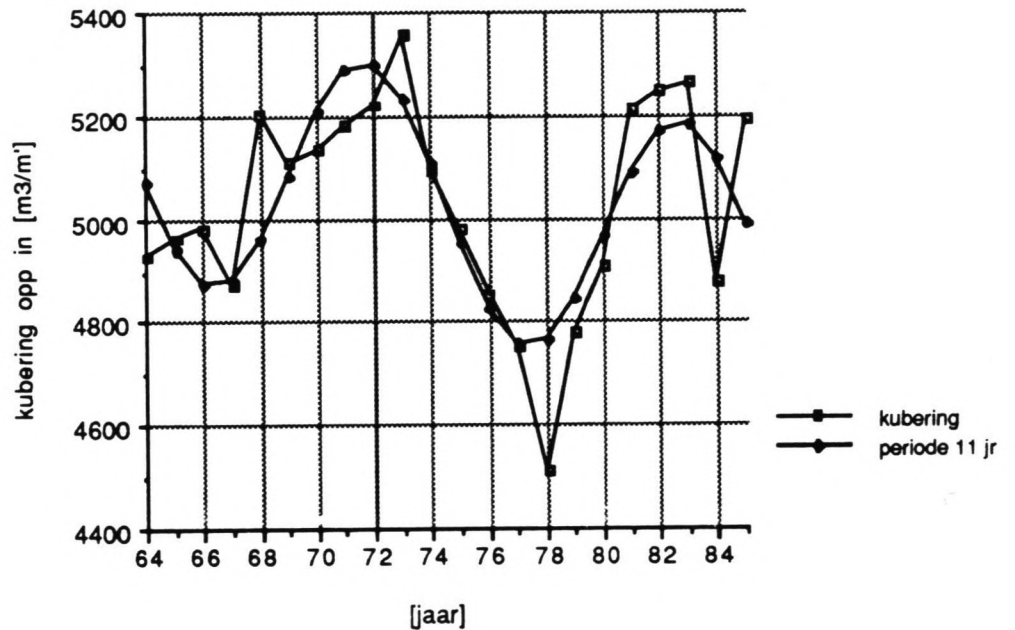


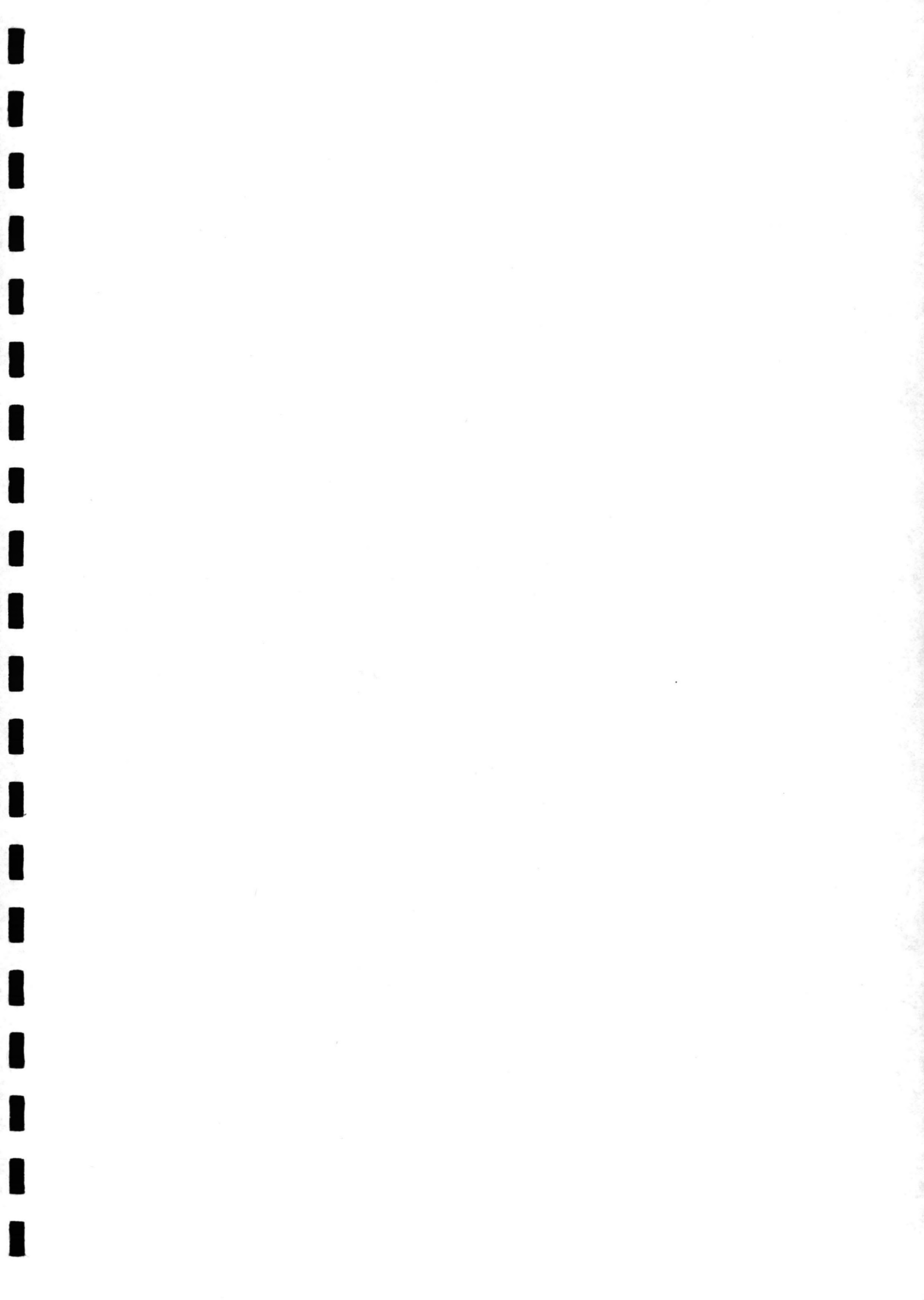
771A

Een onderzoek naar de periodiciteit in kuberingsreeksen

aan de hand van de JARKUS metingen van de raaien 3025 - 4600



E.R. Boschloo
augustus 1990



INHOUDSOPGAVE DEEL I:

Samenvatting

Hoofdstuk 1	Inleiding	1
Hoofdstuk 2	Doelstelling en uitgangspunten	
2.0	Inleiding	3
2.1	Het doel van het onderzoek	3
2.2	Het JARKUS-bestand	4
2.3	Het studiegebied	6
2.4	De sedimentbalans	10
2.4.1	Inleiding	10
2.4.2	Kubering	11
2.4.3	Keuze landgrens en zee grens	13
2.5	Een opsomming van de uitgangspunten en aannamen	14
Hoofdstuk 3	Beschrijving van het programma SIRENE	
3.0	Inleiding	15
3.1	Invoer	15
3.2	Kuberen	17
3.3	Regressie	19
3.4	Uitvoer	22
Hoofdstuk 4	Resultaten van de berekeningen met vrije parameters	
4.1	De kuberingswaarden	23
4.2	Resultaten berekening vrije parameters	24
4.2.1	Analyse van de gemaakte fouten	24
4.2.2	Bestudering van de trend	27
4.2.3	Bestudering van de amplitude	33
Hoofdstuk 5	Resultaten van de berekeningen met opgelegde trend	
5.0	Inleiding	35
5.1	Analyse van de gemaakte fouten	36
5.2	Bestudering van de amplitude	38
Hoofdstuk 6	Resultaten van de berekeningen met tevens opgelegde amplitude	
6.0	Inleiding	41
6.1	Analyse van de gemaakte fouten	42
6.2	Analyse van de fase	44
6.2.0	Inleiding	44
6.2.1	Resultaten analyse van de fase	46
6.3	Resultaten berekening met 2 ^e amplitude-verloop	48
6.4	Evaluatie en conclusie	49

Hoofdstuk 7	Toetsingsberekening met andere zeegrens	
7.0	Inleiding	51
7.1	Resultaten van de toetsingsberekening	51
Hoofdstuk 8	Conclusies, aanbevelingen en evaluatie	53

Bijlagen:	1	Listing programma SIRENE	
	2	Theorie kleinste kwadraten methode	
	3	Vrije parameters	
	a	Kuberingsgrafieken alle raaien	
	b	Figuren verband periode / fout enkele raaien	
	c	Figuren verband periode / trend enkele raaien	
	d	Figuren amplitude - verband met periode - verloop langs de kust	
	4	Opgelegde trend	
	a	Figuren verband periode / fout enkele raaien	
	b	Figuren amplitude - verband met periode - verloop langs de kust - lineariseringen	
	5	Opgelegde trend en amplitude	
	a	Figuren verband periode / fout	
	b	Figuren verloop fase langs de kust	
	6	Toetsberekening	
		Figuren kubering tussen NAP-6m en NAP-6.5m	

Literatuurlijst

Deel II van dit rapport is vanwege z'n omvang slechts in beperkte oplage verschenen. Het bevat de resultaten van alle berekeningen, zowel met vrije parameters als met opgelegde trend/amplitude. Geïnteresseerden kunnen zich hiervoor wenden tot de vakgroep waterbouwkunde van de afdeling Civiele Techniek, TU Delft.

Samenvatting

Van de raaien 30.25 t/m 46.00 van de Noordhollandse kust zijn de totaalkuberingen berekend. De tijdreeksen van deze kuberingen geven over het algemeen een fluctuerend beeld te zien, als gevolg van de afwisselend jaarlijkse aanzanding en erosie. Om een netto gedrag vast te stellen kan gebruik worden gemaakt van een linearisering, waaruit de (lineaire) trend in de sedimentatie -positief of negatief- volgt. Deze benadering geeft de gemiddelde jaarlijkse erosie of aanzanding weer, maar geeft geen goed beeld van de genoemde fluctuaties.

Door bovenop de lineaire trend een sinusfunctie mee te 'fitten' kunnen deze slingeringen ook worden beschreven. De kuberingsreeks wordt dan beschreven met de functie:

$$\text{benadering}(t) = a_0 + \text{trend} \cdot t + \text{amplitude} \cdot \sin(\omega \cdot t + \text{fase}) ,$$

waarin de verschillende variabelen zijn geoptimaliseerd. Het blijkt dat de afzonderlijke raaien inderdaad beter worden benaderd door bovenstaande functie, dan door de lineaire trend alleen.

Er valt echter te verwachten dat de variabelen voor naast elkaar gelegen raaien weinig zullen afwijken. Met andere woorden, dat de trend, amplitude en fase een geleidelijk verloop zullen vertonen. Deze verlopen zijn getracht vast te stellen en opgelegd in de regressie. Met name voor de amplitude leverde dit een grove benadering van de meest ideale situatie op.

Hierdoor bleek de totale fout over het kustvak, gemaakt bij de sinusvormige benadering, dusdanig toe te nemen, dat over het gehele kustvak -met de aangenomen verlopen van de variabelen- de lineaire benadering beter is dan een sinusvormige benadering. ?

Hoofdstuk 1 Inleiding

Na de voltooiing van de Deltawerken, met name de Stormvloedkering in de Oosterschelde, richt de aandacht van de Nederlandse kustverdedigers zich vooral op het beheer van de strandkust. Hiertoe is onder andere de discussienota 'Kustverdediging na 1990' opgesteld. Deze diende ter ondersteuning van het beleid dat gevoerd moet worden ten aanzien van de vaderlandse kust. Hierin werd- in grote lijn- een viertal alternatieven voorgesteld, variërend van enigszins terugtrekken, via handhaven, tot zelfs wat uitbreiden van de huidige kustlijn. Inmiddels is de definitieve nota gereed en is gekozen voor het scenario "handhaven".

Het beleid dient er vanzelfsprekend in de eerste plaats op gericht te zijn de veiligheid van het achtergelegen gebied tegen overstroming te garanderen. Maar ook andere maatschappelijke functies, zoals recreatie en het gebruik van het duingebied en de onderwateroever zijn afhankelijk van de ontwikkeling van de kust (resp. voor bijvoorbeeld waterwinning en visserij).

Kennis over het gedrag van de kust is noodzakelijk om de toekomstige ontwikkelingen tijdig en op de juiste wijze in te schatten en om op verantwoorde wijze het gedrag van het systeem, dat de kustontwikkeling bepaalt, te kunnen beïnvloeden.

Gebleken is, dat deze kennis nog vele onnauwkeurigheden en hiaten bevat. Daarom wordt er door de Dienst Getijde Wateren (DGW) binnen Rijkswaterstaat (RWS), in samenwerking met het Waterloopkundig Laboratorium, de TUDelft, de RUUtrecht en de Rijks Geologische Dienst een uitgebreid onderzoek uitgevoerd onder de naam "Kustgenese". Dit onderzoek is onderverdeeld in verschillende delen. De volgende werkgroepen, die ieder een deel van het onderzoek verrichten, zijn te onderscheiden:

1. Reconstructie en opbouw (van de Nederlandse kust)
2. Gesloten Hollandse kust
3. Onderbroken kust (Waddeneilanden)
4. Morfologische gegevens

Binnen werkgroep 2 is men bezig een numeriek model, het model 'Egmond', te ontwikkelen waarmee het gedrag van de kust nabij Egmond aan Zee beschreven wordt. Om aan de nodige kustgegevens te komen is ter hoogte van raai 39.50 een permanente meetraai opgesteld. Hier worden metingen van wind, stroming e.d. gedaan, die vervolgens in het model verwerkt kunnen worden. Dit model heeft uiteindelijk ten doel voorspellingen te doen van veranderingen langs de kust en de gevolgen van eventuele menselijke ingrepen. De reden van de keuze van Egmond als testgebied is de veronderstelde uniformiteit in langsrichting in dit deel van de kust.

Dit afstudeerproject is voorgesteld als deelonderzoek binnen werkgroep 2, maar uiteindelijk los ervan uitgevoerd. Het spitst zich vooral toe op de periodiciteit in tijdreeksen van kuberingen. Dit betekent dat niet alleen gekeken wordt naar een lineaire trend in deze tijdreeksen, maar dat tevens onderzocht is of met behulp van een periodieke functie -hier is een sinus gebruikt- een betere benadering van de kuberingwaarden te verkrijgen is. Hierbij is met name de continuïteit langs de kust in het oog gehouden.

Wellicht kunnen resultaten, voortvloeiende uit het onderzoek, bijdragen aan de vergroting van het inzicht in het gedrag van de kust en als zodanig aan de verfijning van bovengenoemd model.

Het onderzoeksgebied van dit project, doelstelling en uitgangspunten komen aan de orde in hoofdstuk 2. Hoofdstuk 3 beschrijft de gebruikte, ontwikkelde programmatuur. Vervolgens worden in de hoofdstukken 4 t/m 7 de resultaten beschreven van respectievelijk de volgende berekeningen:

- berekening met vrije parameters,
- berekening met opgelegde lineaire trend,
- berekening met tevens opgelegde amplitude
- berekening ter toetsing van stabiliteit zeegrens

Tenslotte zal hoofdstuk 8 conclusies, aanbevelingen en een evaluatie bevatten.

Gebied 1 tijd: vegen-variantie

Hoofdstuk 2 Doelstelling en uitgangspunten.

2.0 Inleiding

Teneinde inzicht te verkrijgen in het gevoerde onderzoek worden in dit hoofdstuk achtereenvolgens de volgende punten behandeld:

1. Het doel van het onderzoek
2. Het JARKUS-bestand
3. Het studiegebied
4. De sedimentbalans
5. Een opsomming van de gedane aannamen

2.1 Het doel van het onderzoek

Doel van het project is geweest: het in detail vastleggen van het gedrag van de kust in een gebied rondom Egmond aan Zee. De wens hiernaar is al toegelicht in hoofdstuk 1. Hierbij kon worden gekeken naar de volgende aspecten:

1. Vormvastheid van het bovendeel van het kustprofiel.
Onderscheiden zouden bijvoorbeeld kunnen worden een horizontale verschuiving of een kanteling van het profiel.
2. De grootte van de zandverliezen of winsten, ofwel de (verschil)-kuberingen van de raaien.
3. Periodieke fluctuaties in deze kuberingen.
Uit eerdere studies bleek dat dergelijke fluctuaties voorkomen.
Dit was aanleiding er hier verder op in te gaan.
4. De grootte van interne (dwars-) transporten.
5. De bijdrage van meetfouten.

Door eerst deze aspecten per raai te bezien en vervolgens de uitkomsten hiervan te middelen over het bekeken kustgebied, wordt "het gedrag" van het gebied over de afgelopen 22 jaar bepaald. Er kan dan worden gesteld dat dit tevens het gedrag voor de komende jaren beschrijft.

Tijdens de studie bleek de omvang van het geheel groter dan voorzien. Om binnen de gewenste tijd af te kunnen ronden is daarom van enkele van bovenstaande punten afgezien. De aandacht werd volledig gericht op de periodiciteit van kuberingen en de systematische middeling hiervan over het kustvak.

Op verschillende plaatsen in het rapport is wel aangegeven op welke wijze de overige bovengenoemde aspecten kunnen worden onderzocht.

2.2 Het JARKUS-bestand

Vanaf 1964 worden in opdracht van RWS jaarlijks metingen uitgevoerd van de Nederlandse kust. De meetwaarden worden na validatie, d.w.z. correctie op systematische fouten, opgeslagen in een bestand. Dit bestand wordt het JARKUS-bestand genoemd. (JARKUS is afgeleid van JAarlijkse KUSmetingen). De metingen worden op vastgestelde plaatsen langs de kust uitgevoerd. Zo'n plaats wordt als raai gedefinieerd, waarbij geldt:

- de raai wordt loodrecht op de langsrichting van de kustlijn gemeten.
- het nulpunt van de raai ligt op de lijn, die getrokken kan worden door het langs de kust geïnstalleerde Rijks Strand Palen (R.S.P.) stelsel.
- hoogte- en dieptemetingen vinden plaats op regelmatige afstanden uit het raainulpunt, waarbij in landwaartse richting een negatieve afstand wordt aangegeven
- de raai heeft een administratief nummer (bv. 37.50), dat wordt bepaald door de afstand in km van de raai tot het nulpunt van het R.S.P. stelsel waar de raai deel van uitmaakt.

Voor de Hollandse kust is Den Helder het nulpunt van het R.S.P. stelsel en ligt Hoek van Holland op 118 kilometer van dit nulpunt (zie figuur 2.2.1).

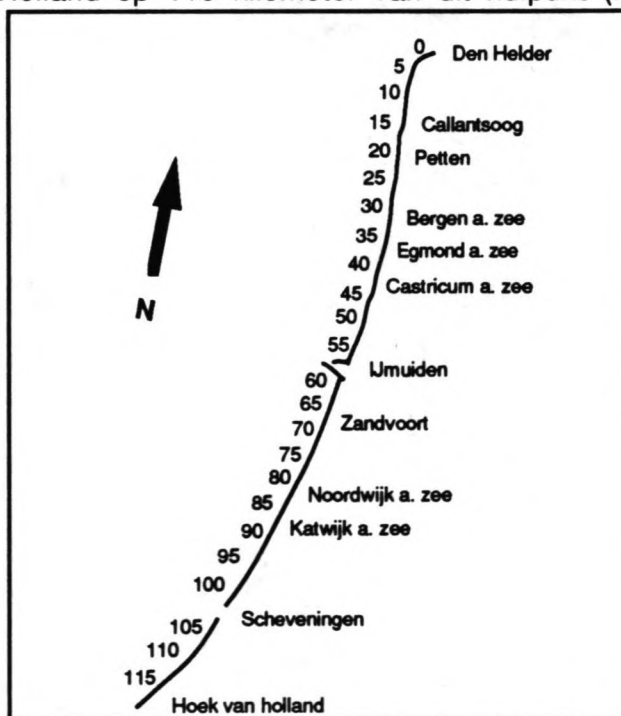


fig.2.2.1 Het R.S.P.-stelsel van de Hollandse kust.

Met het plaatsen van dit stelsel is in 1845 in Den Helder begonnen en werd in 1857 in Hoek van Holland voltooid. De afstand tussen de raaien bedroeg 1 kilometer. De plaats van de raipaal werd in de meeste gevallen gekozen tussen de duinvoet en de lokaal geldende positie van de hoogwaterlijn. Langs de kust ontstond zo een denkbeeldige lijn, de R.S.P.-lijn. Met het invoeren van de JARKUS metingen in 1964 werd de ruimte tussen twee kilometerraaien onderverdeeld in stukken van ongeveer 250 meter. Op deze posities werden in de R.S.P.-lijn nieuwe raaien geïntroduceerd.

De wijze waarop een profielmeting moet worden uitgevoerd, is door RWS opgelegd aan de verschillende kustbeheersdiensten. Gesteld is dat voldoende landwaarts gestart moet worden en zeewaarts tot 800 meter uit het R.S.P. stelsel gemeten moet worden, tenzij lokale omstandigheden dit verhinderen. Tevens is afgesproken dat om de 5 jaar zogenaamde doorloedingen moeten worden uitgevoerd. Dit zijn dieptemetingen, die om de kilometer worden uitgevoerd tot ongeveer 2500 meter uit de kust. De dieptemetingen worden uitgevoerd vanuit een boot, terwijl de hoogtemetingen tegenwoordig met behulp van luchtfotografie worden verricht.

De bemonsteringsafstand in een profiel is afhankelijk van de strook:

- in het duin, op het droge- en natte strand wordt om de 5 meter gemeten.
- op de onderwateroever met onderlinge afstanden van 10 tot 20 meter.

Verder wordt aangenomen dat de in een raai gemeten waarden gelden voor een gebied dat zich uitstrekt tot halverwege de vorige en halverwege de volgende raai. In dit geval dus tot 125 m. noord- en zuidwaarts van de raai. Ten aanzien van de meetpunten binnen een raai moet het volgende gezegd worden. Er wordt tussen deze punten een rechte lijn verondersteld, die de werkelijke bodem minder goed zal benaderen, naarmate de meetafstanden groter zijn (zie ter illustratie fig. 2.2.2). In deze figuur is verondersteld dat de bodem zowel gemeten is met onderling grote afstanden (X), als met afstanden die twee keer zo klein zijn (o).

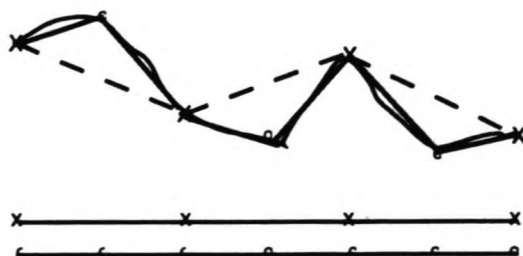


fig. 2.2.2. Nauwkeurigheid bij verschillende meetafstanden.

Duidelijk is dat, in het geval van een zeer onregelmatige bodem, de nauwkeurigheid van het grove meetrooster onvoldoende is (stippellijn). Vergroting van de nauwkeurigheid is alleen te bereiken door een grotere meetdichtheid, zowel evenwijdig aan de kustlijn als haaks hierop, wat uiteraard gepaard zou gaan met -wellicht onevenredig- hoge kosten.

In deze paragraaf komt een aantal begrippen voor, die zijn aangegeven in figuur 2.2.3.

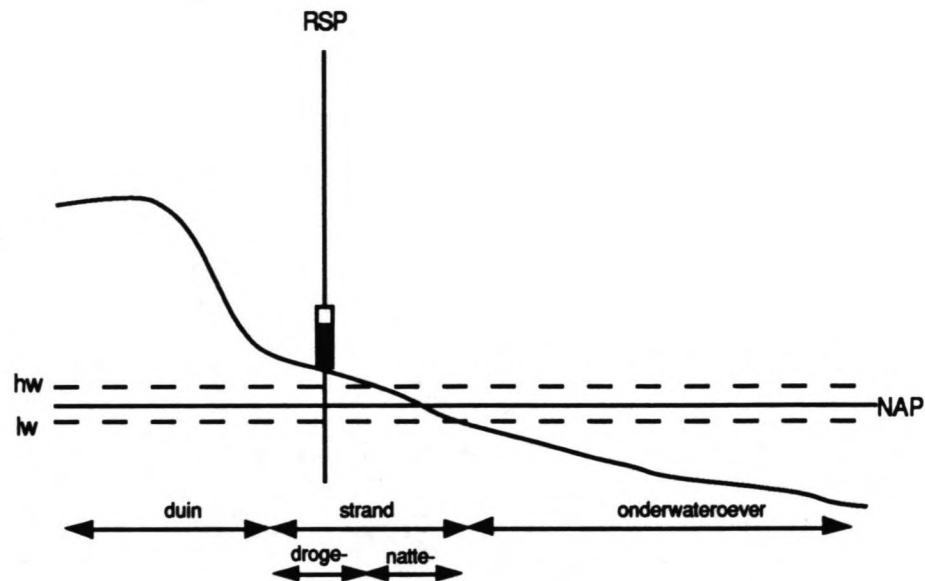


fig. 2.2.3. Dwarsdoorsnede profiel, met enkele kenmerkende begrippen.

Aangezien alleen het gevalideerde JARKUS-bestand van de jaren '64 t/m '85 ter beschikking stond, zijn latere jaren niet meegenomen in de berekeningen. Het verdient aanbeveling dit alsnog te doen zodra dergelijke gegevens wel aanwezig zijn. Een langere tijdreeks geeft immers meer zekerheid omtrent het periodieke verloop. Zie hiervoor verder paragraaf 4.2 Regressie methode.

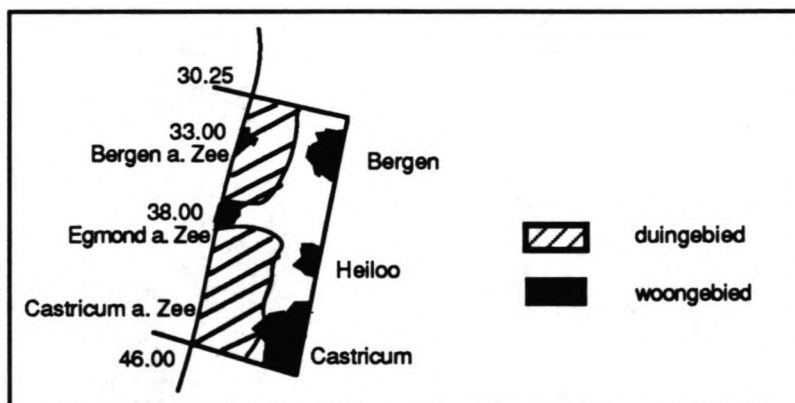
2.3 Studiegebied

Binnen deze studie is een begrensd gebied in ogenschouw genomen. Het strekt zich uit over een lengte van circa 16 kilometer tussen de raaien 30.25 en 46.00 (zie fig. 2.3.1). Dit komt neer op in totaal 64 raaien, rondom de eerder genoemde meetraai Egmond.

Er is voor deze grenzen gekozen om de volgende redenen:

- Enerzijds moesten er zoveel mogelijk metingen in het onderzoek betrokken worden, om een voor het gebied redelijk gemiddeld proces aan te kunnen geven. 'Het' gedrag is namelijk vermoedelijk het gemiddelde van meerdere raaien. Hiervoor diende het gebied zo groot mogelijk te zijn.
- Anderzijds moest het gebied niet te groot worden gekozen, om inderdaad een gebied met uniforme eigenschappen te verkrijgen. Als dat niet het geval zou zijn, zou men met trendbreuken te maken krijgen.
- Bovendien moesten niet teveel raaien worden gebruikt, teneinde de gegevens handelbaar te houden.

Een gebied van zo'n 15 kilometer leek derhalve geschikt.



figuur 2.3.1 Het studiegebied

Het duinterrein in het kustvak is bij Castricum vrij breed (tot bijna 4 km), de breedte neemt echter af naarmate men Egmond nadert. Tussen Egmond en Bergen zijn de duinen niet breder dan 2,5 km, hetgeen waarschijnlijk samenhangt met een in het verleden aanwezig zeegat. De meest zeewaartse duinenrij is ter hoogte van Castricum vrij hoog (ca. 25 m), maar tussen strandpalen 40 en 43 meer uitgeblazen. Ten Zuiden van Egmond is er geen sprake van duidelijke aangroei of afslag. Noordelijk van Egmond zijn er sporen van erosie te zien. Vooral vanaf raai 35.00 zijn deze duidelijk aanwezig. Bij Bergen aan Zee wordt de erosie pas echt sterk en neemt nog toe in Noordelijke richting. Vanwege deze erosie is destijds ter hoogte van Petten de Hondsbossche zeewering aangelegd. Kennelijk vindt de erosie dus al vele jaren plaats.

Overigens heeft de erosie, na de aanleg, ten noorden en zuiden van de zeewering gewoon doorgezet, zodat deze momenteel vele tientallen meters zee-inwaarts ligt. Hierop is echter in deze studie niet verder ingegaan, daar een en ander buiten het studiegebied valt.

Eind vorige eeuw is ter voorkoming van verstuing van de duinen veel naaldbos aangeplant. Als gevolg hiervan en van de waterwinning in het gebied is de grondwaterstand drastisch gedaald (met 1 à 2 m). Hierdoor is de tot dan aanwezige akkerbouw grotendeels verdwenen. Na 1900 ging veel duinterrein verloren door uitbreiding van de bebouwing in Castricum, Egmond aan Zee en Bergen aan Zee en door de uitbreiding van de voorzieningen voor de infiltratie van rivierwater (tussen raai 45.00 en 47.00). De bebouwing in Egmond en Bergen begint direct achter of zelfs op de eerste duinenrij. Het is dan ook niet verwonderlijk dat vanuit deze plaatsen bij sterke storm alarmerende geluiden te vernemen zijn.

Voor het verkrijgen van een eerste indruk van de steilheid van de kust, zijn enkele dieptelijnen van het kustvak aangegeven in figuur 2.3.2. Deze lijnen geven de afstand uit de RSP-lijn aan waarvoor de hoogte van de zeebodem respectievelijk NAP -5m, -1m, +1m en +3m is.

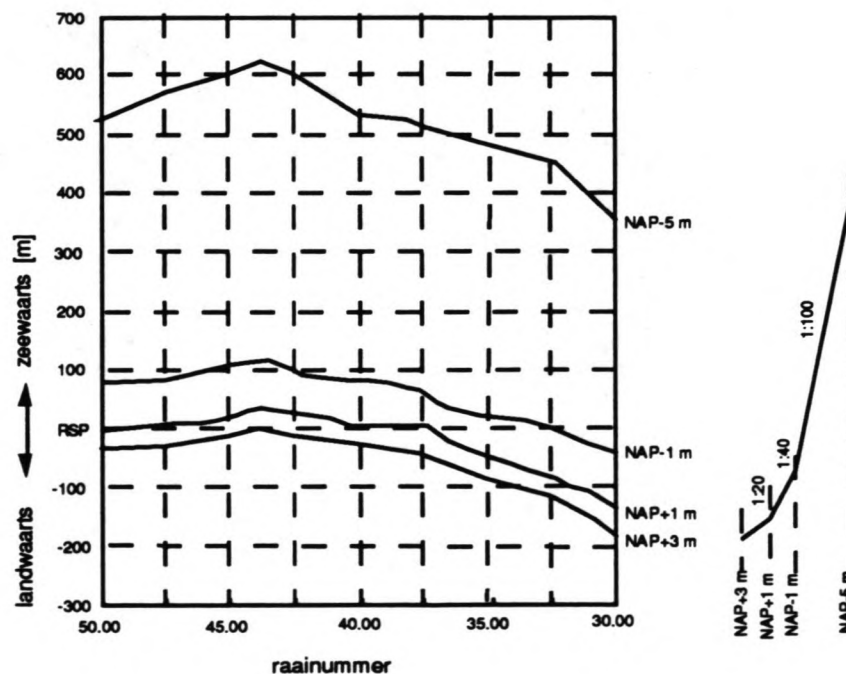


fig 2.3.2 gemiddelde dieptelijnen over '64-'85, resp NAP-5m, NAP-1m, NAP+1m en NAP+3m.
(Knoester, notitie GWAO-88 286).

Voor het verkrijgen van een indruk van de steilheid van het profiel zijn de gemiddelde hellingen tussen deze lijnen te gebruiken. Deze bedragen respectievelijk circa 1:100, 1:40, 1:20. Voor raai 40.00 bijvoorbeeld, bedraagt de afstand tussen NAP-1m en NAP+1m zo'n 80 à 90 m, wat een helling van 1:40-45 inhoudt.

Gezien de evenwijdigheid van de verschillende lijnen, gelden deze globale waarden voor het hele gebied.

De RSP-lijn is destijds aangelegd op het droge strand, met andere woorden tussen lijnen NAP+1m en NAP+3m. Uit dit plaatje is dan al af te lezen, dat de kust tussen km.raai 30.00 en ± 40.00 achteruit is gegaan en van ± 40.00 tot 45.00 vooruit. Het is aannemelijk, dat een dergelijke conclusie ook uit dit onderzoek zal blijken.

Het toekennen van gemiddelde processen aan een gebied is slechts dan zinvol als dit gebied enigszins continue eigenschappen bezit. Denk hierbij aan gelijkvormigheid van de profielen in het gebied en de afwezigheid van bijvoorbeeld havenhoofden. Deze zouden immers een verstoring in het stroom- en sedimentatiebeeld opleveren. In feite leveren de beide boulevards in Bergen en Egmond een dergelijke onderbreking in de kust op. Er is niet onderzocht wat de preciese gevolgen hiervan zijn. Aangenomen is dat het hele studiegebied mag worden beschouwd als een kustvak met continue eigenschappen. Ook de invloed van de havenhoofden bij IJmuiden en de Hondsbossche zeekering wordt verwaarloosbaar geacht gezien de betrekkelijk grote afstand tot het studiegebied (resp. 10 en 5 km).

Van belang bij de bepaling van de trend is ook of er al of niet suppleties plaats hebben gevonden in het gebied. Deze zouden immers een plotselinge sprong in de kuberingen tot gevolg hebben (trendbreuk), met als gevolg een fout in de benadering. In dat geval zou, vóórdat de benaderingsfunctie wordt ingepast, hiervoor gecorrigeerd moeten worden. Een nadere studie wees echter niet op suppleties in de periode '64 - '85. Een dergelijke correctie kon dus achterwege blijven.

Wanneer in de toekomst ook de jaren na '85 worden meegerekend zal met een suppletie zoals die begin 1990 plaatsvond rekening gehouden moeten worden.

2.4 De sedimentbalans

2.4.1 Inleiding

In een kustvak met een zandige bodem en rechthoekige vorm, zoals geschetst in fig 2.4.1, zijn de volgende sediment transporten te onderkennen:

- S_l : transport van sediment vanuit (of naar) linksgelegen vak.
- S_z : transport vanuit/naar 'diepere zee'.
- S_v : transport vanuit/naar het vasteland.
- S_r : transport vanuit/naar rechtsgelegen kustvak.

Omdat er geen massa verloren kan gaan, is de som van deze transporten gelijk aan de sedimentwinst/verlies binnen het kustvak: W .
In formule-vorm luidt deze massabalans: $W = S_l + S_z + S_v + S_r$.

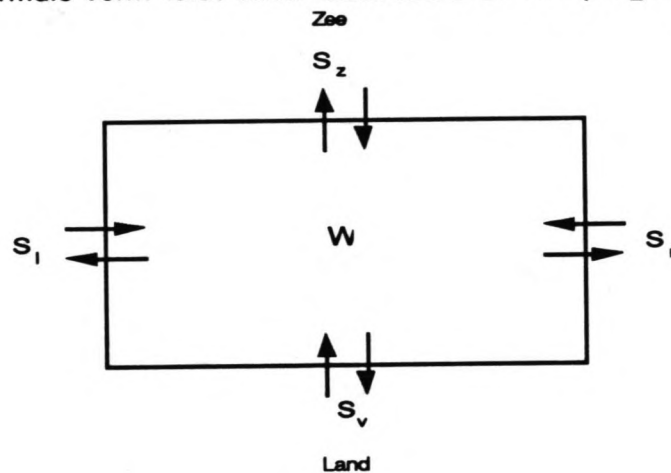


fig.2.4.1 De sedimentbalans.

Door nu de zee- en landgrens dusdanig te kiezen, dat hierdoor geen transport van zand optreedt (stabiele grenzen, zie par 2.4.3), zal de sedimentwinst W gelijk zijn aan de netto som van de transporten S_l en S_r . Met andere woorden, er treedt slechts sedimentatie of erosie op als S_l en S_r niet aan elkaar gelijk zijn -gesteld dat S_z en S_v nul zijn- oftewel als er sprake is van een gradient in het langstransport. Nb: De balans zegt wat over de totale sedimentatie/erosie in het kustvak en verschillen in het transport over de grenzen daarvan. De verdeling van zandwinst/verlies binnen dit vak is niet te onderscheiden. Er valt daarom bijvoorbeeld niets te zeggen over eventueel dwarstransport binnen het beschouwde kustvak.

2.4.2 Kubering

Of er in een kustvak winst dan wel verlies van zand optreedt is eenvoudig te berekenen uit de JARKUS metingen door de oppervlakte onder het profiel in een raai te berekenen en uit te zetten tegen de tijd. Een zandwinst uit zich nu als een stijgende lijn, terwijl een dalende lijn duidt op verlies van sediment. Voor de berekening van de hoeveelheid zand in een profiel is gekozen voor een horizontale kubering. Dit komt erop neer dat de oppervlakten worden uitgerekend in horizontale lagen (fig. 2.4.3).

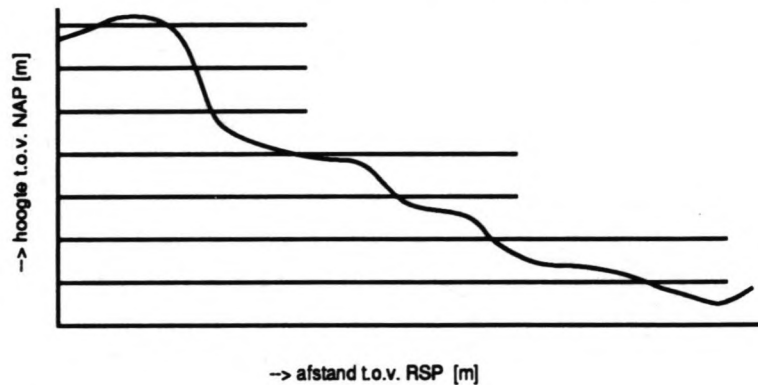


fig. 2.4.3. Principe horizontaal kubereren.

Dit in tegenstelling tot verticale kubering, waarbij juist verticale banen worden gebruikt. Gebruik van deze methode heeft de volgende voordelen:

- a. de oppervlakten zijn per laag bekend voor elk van de betrokken jaren. Door vergelijking van opeenvolgende jaarkuberingen vindt men de winst cq. het verlies aan zand in die periode. Hierdoor is het vrij eenvoudig voor verschillende interessante lagen (bijv. droge strand, natte strand of onderwateroever) of het hele profiel, het verloop in de tijd uit te zetten en zodoende ook een eventuele kanteling of versteiling van het profiel te detecteren. Immers als bijvoorbeeld de lagen onderin het profiel gemiddeld meer zand zouden verliezen dan die bovenin, dan zou dit wijzen op een versteiling van het profiel.
- b. in het geval van een horizontale verschuiving van het profiel levert het uitzetten van de verschil-kuberingen van de verschillende lagen tegen de hoogte een rechtlijnig verloop op. Hierdoor is een dergelijk proces vrij eenvoudig te herkennen.

Het verschil t.o.v. verticaal kubereren is grafisch weergegeven in fig. 2.4.4. aan de hand van een schematisch kustprofiel.

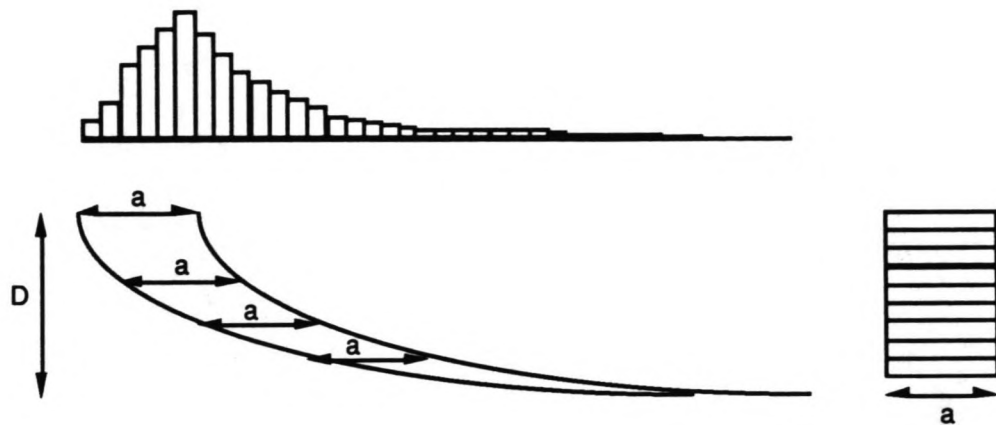


fig 2.4.4 Horizontale verschuiving bij hor. en vert. kubereren.

Aangenomen is dat het profiel in z'n geheel horizontaal is verschoven over een afstand a t.o.v. het profiel in het jaar ervoor. De hoogte D van het profiel wordt verondersteld te zijn de afstand van de duintop tot aan de diepte waaronder geen verandering aan de bodem meer optreedt (stabiele grens). De verschilkubering van het totale profiel is dan gelijk aan $D \cdot a$ m^3/m' . Bij horizontale kubering in lagen met dikte d is de oppervlakte voor iedere laag gelijk aan $d \cdot a$ m^3/m' . Dit levert het rechthoekig verloop rechts in de figuur op. In het geval van de verticale kubering is het verloop als geschetst boven in de figuur. Let wel, de totale oppervlakte is in beide gevallen even groot (namelijk $D \cdot a$), alleen de opbouw per laag cq. kolom is verschillend. Dit wordt ook nog eens getoond door de cumulatieve verschilkubereringen in figuur 2.4.5.

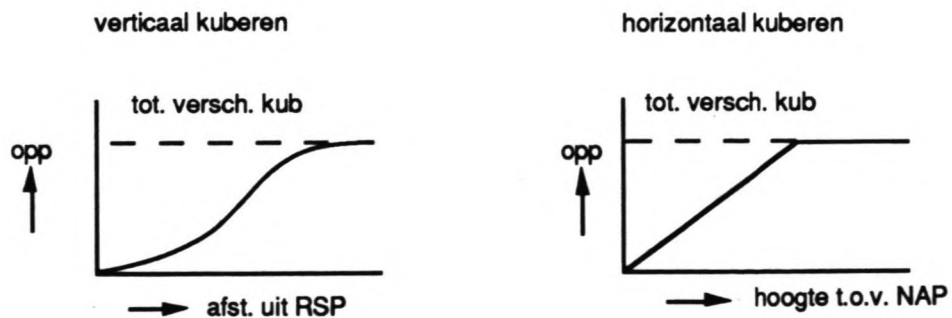


fig.2.4.5 Cumulatieve weergave kubereringen bij hor. verschuiving.

Een nadeel van horizontaal kubereren is dat van een volume zand in een laag niet bekend is waar het zich ten opzichte van de R.S.P.-lijn bevindt. Zo kan het 'direct aan het strand' zitten (fig. 2.4.6.a), maar ook wat verder uit de kust in bijvoorbeeld een bank of brandingrug (fig. 2.4.6.b).

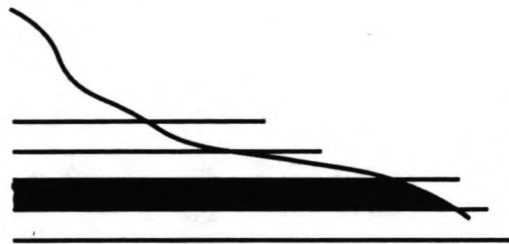


fig. 2.4.6 a. zand 'aan strand'

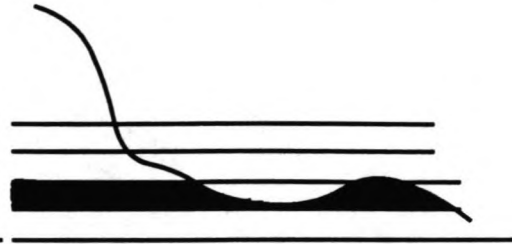


fig 2.4.6 b. zand in bank/rug

Evenmin kan worden gezien of het zand zich binnen de laag verplaatst. Bij een verticale kubering is dit probleem niet aanwezig. Door gunstige keuze van de kuberingsgrenzen kan echter ook bij horizontale kubering dit probleem enigszins worden omzeild. Zie hiervoor paragraaf 3.2 Kuberen.

2.4.3 Keuze landgrens en zeegrens

In de beschrijving van de sedimentbalans werd al gesteld, dat de land- cq. zeegrens zo gekozen moeten worden, dat er geen of een verwaarloosbaar klein transport van sediment door plaatsvindt. Met andere woorden, er moeten punten worden vastgesteld in het profiel, die (vrijwel) stabiel zijn in de loop der tijd.

Voor wat betreft de landgrens is dit gedaan door in de profieltekeningen van de verschillende raaien te zoeken naar punten waar land- en zeewaarts ervan het profiel niet verandert. In de meeste gevallen waren dergelijke punten te vinden, in ieder geval zodanig dat transport door de landgrens verwaarloosbaar zal zijn. In Egmond en Bergen zijn de boulevards als stabiele punten gebruikt, omdat deze vastliggen.

Terwijl de landgrens op deze manier, zij het subjectief, nog vrij eenvoudig te bepalen is, ligt dat met de zeegrens iets anders. Er wordt algemeen aangenomen, dat er "ver zeewaarts" geen dwarstransport meer optreedt. Een dergelijk punt is in de profieltekeningen echter niet te ontdekken. Kennelijk reiken de JARKUS-metingen hiervoor niet ver genoeg uit de kust. Over de zeegrens, die nog binnen dit bestand moet vallen, zal dan ook op een zeker transport vanuit het kustvak zeeinwaarts of vice versa gerekend moeten worden. Teneinde dit transport zo klein mogelijk te houden, is steeds een zo ver mogelijke grens genomen.

Vanwege het feit dat gekozen is voor een horizontale kubering is dit vertaald in een in alle raaien gebruikte ondergrens van NAP-6 meter, de maximale diepte die in alle raaien bereikt werd. Aangenomen wordt nu dat het zeevaartse transport zo klein is dat van bovenstaande balans alsnog gebruik gemaakt kan worden. Voor het verkrijgen van enig inzicht in de orde van grootte van het transport, zou gebruik gemaakt kunnen worden van de eerder genoemde doorlodingen, die zoals gezegd tot ca. 2,5 km in zee reiken. Op 2,5 km uit de kust is naar verwachting geen zeewaarts transport meer aanwezig. Omwille van de tijd is dat hier niet gedaan. Wel is een toetsingsberekening uitgevoerd met andere ondergrens (lees: andere zeegrens) dan -6m. , waarna de uitkomsten zijn vergeleken. De resultaten hiervan staan vermeld in hoofdstuk 7.

2.5. Een opsomming van de uitgangspunten en aannamen.

- * Het gedrag van de onderzochte 22 jaar is kenmerkend voor het gedrag van de komende jaren.
- * Als basis van de berekeningen worden de JARKUS-gegevens van de raaien 30.25 tot 46.00 gebruikt, welke de jaren 1964 tot en met 1985 bevatten.
- * Het beschouwde kustvak kan gezien worden als een gebied met continue eigenschappen.
- * De metingen in een raai worden verondersteld te gelden voor een gebiedje dat zich uitstrekt van 125m. ten Zuiden tot 125m. ten Noorden van de raai.
- * Tussen de meetpunten in de raai wordt een rechtlijnig verloop van de bodem verondersteld.
- * De gekozen land- en zeegrenzen worden stabiel verondersteld.
- * Het gebied wordt geacht buiten de directe invloedssfeer van de havenhoofden van IJmuiden en de Hondsbossche Zeewering te liggen.

Hoofdstuk 3 Beschrijving van het programma SIRENE

3.0 Inleiding

Gezien de (oorspronkelijke) doelstelling, moest het te gebruiken programma voldoen aan de volgende eisen:

1. het moet de meetwaarden uit het JARKUS-bestand inlezen.
2. het moet met behulp van deze waarden de hoeveelheden zand in het dwarsprofiel uitrekenen, met behulp van horizontale kubering.
3. er moet, indien gewenst, een regressie worden uitgevoerd. Hierin moet naast een lineaire trend ook een periodieke functie meegefit kunnen worden.
4. de gewenste waarden moeten worden weggeschreven in files. Het moet hieruit mogelijk zijn eenvoudig grafische weergave van de uitkomsten te verkrijgen.

Er is over gedacht het horizontaal kuberingsprogramma SEGKUB, dat bij DGW in ontwikkeling was te gebruiken. Gezien de directe middeling van bodemhoogten tussen de raaien, waarvan dit programma gebruik maakt, is hier echter van af gezien. Immers, in deze studie is een analyse van de kubering van 'schone' raaien gewenst, zonder enigerlei middeling of vereenvoudiging. Daarom is een nieuw programma ontwikkeld, onder de naam SIRENE - Sinusvormige REgressie voor de NEderlandse kust - dat aan bovenstaande eisen voldoet. Deze worden in de volgende paragrafen verder uiteengezet. Een listing van SIRENE is te vinden in bijlage 1.

3.1 Invoer

De invoer van SIRENE bestaat uit een JARKUS-file, waarin van één raai alle metingen zijn opgeslagen. De file is opgebouwd uit 22 'blokken' voor de respectievelijke jaren, waarbij een blok bestaat uit een kopregel, gevolgd door de x- en y-waarden van de metingen.

De kopregel bevat gegevens over de raai, te weten:

kustvak, raainummer, jaar, type raai,
data metingen (hoogte & diepte),
aantal meetpunten per raai, meest landwaarts gemeten punt (x_{min}),
meest zeewaarts gemeten punt (x_{max}),
coördinaten van het nulpunt van de raai,
hoek kustlijn ten opzichte van het Noorden,
gem. Hoogwater, gem. Laagwater.

Het aanroepen vanuit SIRENE van de juiste raai-file geschiedt via een zogenaamde stuurfile. Hierin zijn alle 64 raaien geschreven, met van iedere raai het begin- en eindjaar van de metingen (voor alle raaien '64 - '85), het meest land- resp. zeewaarts gemeten punt, het gekozen landwaartse stabiele punt (zie par. 2.4) en eventuele jaren die, vanwege verwachte grote afwijkingen, niet mogen worden meegenomen in de regressie (in geen van de gebruikte raaien aanwezig).

Verder wordt bij aanvang van SIRENE de volgende serie vragen gesteld (tussen [.] de mogelijke antwoorden):

welke raai?	[nummer raai]
uitvoerfiles:	[naam files; zie 3.4]
landgrens invoeren?	[j/n]
<j> -> landgrens:	[+/- afstand t.o.v. RSP]
zeegrens invoeren?	[j/n]
<j> -> zeegrens:	[+/- afstand t.o.v. RSP]
ondergrens invoeren?	[j/n]
<j> -> ondergrens:	[+/- hoogte t.o.v. NAP]
bovengrens invoeren?	[j/n]
<j> -> bovengrens:	[+/- hoogte t.o.v. NAP]
(bij antwoord <n> worden standaardgrenzen van resp x_{min} , x_{max} , -10m en +20m gebruikt)	
laagdikte:	[zie 3.2]
laagkubering printen?	[j/n]
(<j>: oppervlakten per laag ook uitgeprint, anders (<n>) alleen totaaloppervlakten)	

regressie uitvoeren?	[j/n]
<j> -> parameters opleggen?	[j/n]
<j> -> trend opleggen?	[j/n]
<j> -> trend:	[a1 :m ³ /m'.jr]
amplitude opleggen?	[j/n]
<j> -> amplitude:	[amplitude :m ³ /m']
fase opleggen?	[j/n]
<j> -> jr 0-opgang:	[zie 6.2]

(<n>: vrije parameters in regressie; zie ook 3.3)

3.2 Kuberen

Het kuberen vindt, zoals gezegd horizontaal plaats. De dikte van de lagen, waarin dit gebeurt kan vrij worden gekozen, afhankelijk van de verlangde nauwkeurigheid. Wil men slechts van het gehele profiel de kubering weten, dan kan volstaan worden met een berekening met een grote laagdikte, bijvoorbeeld de hoogte van het profiel.

Voor een meer gedetailleerd beeld van de verdeling van het zand over de hoogte, kan het profiel in meerdere lagen van bijvoorbeeld 1 meter worden verdeeld, waarna van iedere laag de inhoud in ieder jaar bekend is en dus van elke laag een regressie kan worden uitgevoerd. Om programmeer-technische redenen wordt het profiel verdeeld in lagen boven- en onder NAP. De nummering van de lagen is aangegeven in figuur 3.1. Nb: de som van de verschillende laag-inhouds levert de totale inhoud van het profiel op.

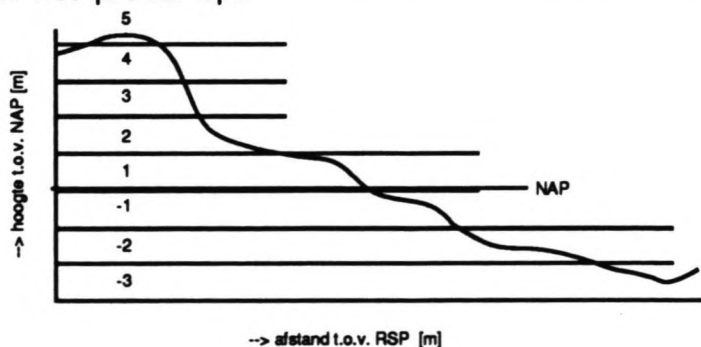


fig. 3.1. Nummering van de lagen in SIRENE.

De kubering wordt betrokken op het gebied binnen de grenzen die bij de invoer zijn gegeven. Voor dit project is gebruik gemaakt van een landgrens gelijk aan de stabiele punten van de raaien en een ondergrens van NAP-6 m. Het is echter mogelijk ieder willekeurig deel van het profiel te kubereren, waarvoor interesse bestaat. Bijvoorbeeld de delen A en B in figuur 3.2.

Een grenskeuze als in B kan dienen om de periodiciteit van brandingruggen te bepalen. Deze lopen als het ware door het kuberingsgebied en leveren zo een slingerend verloop van de zandinhoud tussen de grenzen tegen de tijd. Hieruit is in theorie de periode waarin ruggen elkaar opvolgen te bepalen. In feite komt kubereren met variabele zeegrens neer op verticaal kubereren. Er is dan dus sprake van een soort gecombineerde kubering.

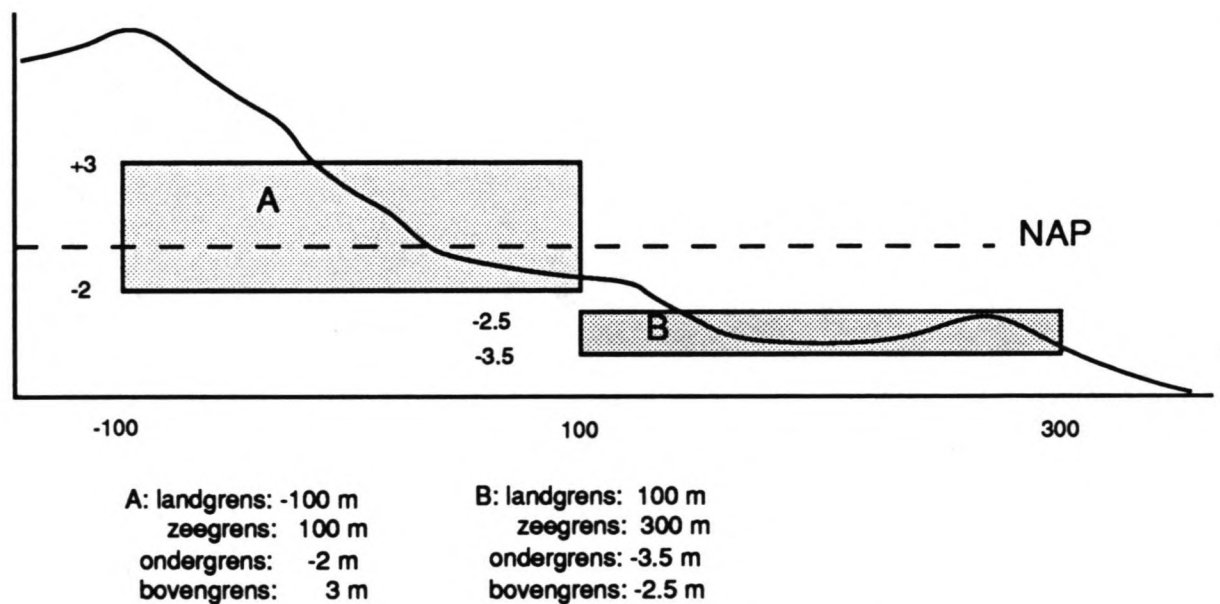


fig. 3.2 Voorbeeld mogelijkheid keuze kuberingsgrenzen.

3.3 Regressie

Indien gewenst kan er door SIRENE een regressie van de kuberingswaarden worden uitgevoerd. Hierbij wordt een sinus benaderd met vergelijking:

$$a_0 + a_1.t + \text{amplitude} \cdot \sin(\omega t + \text{fase}) \quad , \text{ met } \omega = 2\pi/T$$

gefit in de kuberingswaarden. Er wordt gesproken van 'benaderd' omdat de functie slechts voor gehele t gedefinieerd is. Met name voor de korte perioden levert dit niet de bekende 'sinusgolf' op, maar meer een zaagtandfunctie.

In figuur 3.3.1 zijn enkele voorbeelden hiervan geschetst.

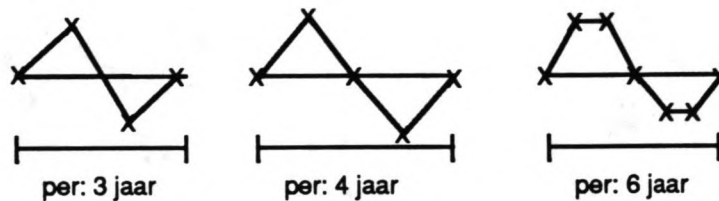


fig. 3.3.1. Enkele voorbeelden van de sinusbenadering

De bepaling van de sinus met de beste fit vindt plaats met behulp van de kleinste kwadraten methode, verder aangeduid met k.k.m. . Berekend worden dié waarden a_0 , a_1 , amplitude en fase uit de benaderingsfunctie, waarvoor deze functie zo min mogelijk afwijkt van de gemeten kuberingswaarden. Voor een definitie van de verschillende variabelen, zie figuur 3.3.2. In principe is ook de periode T een te berekenen variabele, maar omdat deze niet direct te schatten is, moeten voor verschillende perioden de a_0 , a_1 , amplitude en fase worden berekend, waarna die periode wordt gekozen waarvoor de standaardafwijking van de residuen minimaal is. In de figuur zijn de meetwaarden aangegeven met 'x'.

De dikgedrukte lijnen geven de verschillen tussen deze waarden en de benaderende sinusfunctie aan. Voor een theoretische beschrijving van de k.k.m. wordt verwezen naar bijlage 2.

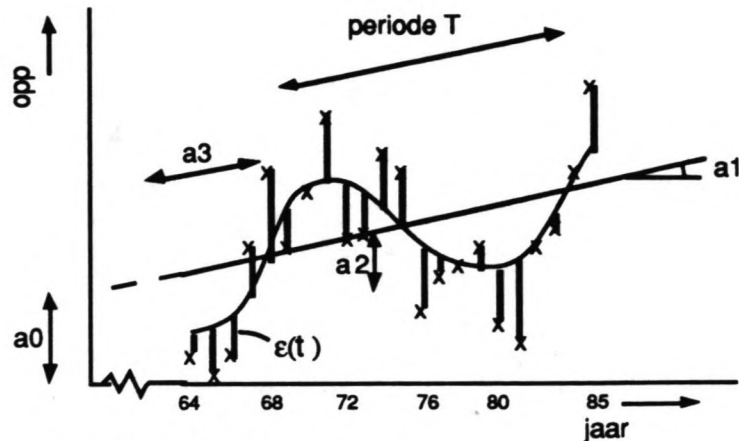


fig.3.3.2 Benaderingsfunctie met kleinste kwadraten methode.

De waarden van T , waarvoor bovenstaande berekening uitgevoerd is, lopen van 1 t/m 20 jaar, waarbij alleen gehele jaren zijn beschouwd. Over deze berekeningen dient het volgende gezegd te worden:

1. De benadering met periode van één jaar blijkt overeen te komen met een lineaire benadering, dus zonder meegefitte sinus. Dit is te verklaren, door te realiseren dat in de periode, hier dus van 1 jr., één top en één dal van de sinus moeten vallen. Omdat er op dit tijdsinterval geen tussenliggende waarden worden berekend, maar slechts begin- en eindwaarde, wordt hiertussen een rechte lijn getrokken. Zie figuur 3.3.3.

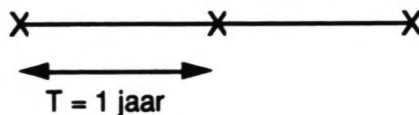


fig 3.3.3 Lineaire benadering d.m.v. sinus met periode 1 jr.

Wiskundig gezien is dit waarschijnlijk niet waterdicht, maar de uitkomst blijkt na vergelijking met een erkende lineaire regressie overeen te komen.

2. Voor een periode van 2 jaar bleek de procedure niet stabiel te zijn. Er ontstonden 'oneindig grote' amplituden en als gevolg daarvan onwaarschijnlijke waarden voor a_1 en a_0 . Hiertegen is een beveiliging ingebouwd, die echter tot gevolg had dat ook de benadering met periode 2 jaar een lineaire benadering inhield. De waarden die in het vervolg berekend worden zullen dan ook identieke resultaten voor perioden 1 en 2 jaar opleveren. Overigens lijkt het ontbreken van een sinus met een periode van 2 jaar geen groot gemis. Eventuele processen met een dergelijk korte periodiciteit zijn niet van belang wanneer - zoals hier- interesse bestaat voor lange termijn gedrag.
3. Bij voorbaat wordt gesteld dat enige terughoudendheid moet worden geboden aan het meefitten van sinussen met perioden, die ongeveer zo groot zijn als de reekslengte (=22 jaar), in ieder geval aan het verbinden van conclusies hieraan. Bij een relatief lange periode is het immers maar de vraag of een 2^e slinging van de sinus weer zo goed de kubering zal benaderen, terwijl bij kortere perioden al snel twee of meer slingeren in de regressie betrokken worden. Om deze reden is het goed de aandacht te concentreren op de perioden, die korter zijn dan ongeveer de halve reekslengte, hoewel in de berekeningen overigens wel grotere perioden worden meegenomen.

Desgewenst kunnen 1 of meerdere van de variabelen a_1 , amplitude en fase worden opgelegd. Als bijvoorbeeld voor de raai uit eerdere berekeningen of schattingen de lineaire trend bekend is, wordt de a_1 opgelegd. SIRENE past dan alleen a_0 , amplitude en fase aan voor de beste fit.

Tijdens de regressie wordt tevens de afwijking van de benaderingsfunctie tot de kuberingwaarden berekend.

Hieraan wordt in de volgende hoofdstukken het nut van het meenemen van een sinus in de regressie getoetst. In deel II van het rapport zijn de benaderingsfuncties in formulevorm van de verschillende raaien te vinden voor de diverse perioden.

3.4 Uitvoer

De resultaten van de berekeningen worden in verschillende files weggeschreven:

- file 1: met de verschillende kuberingswaarden, zowel per laag als voor het gehele kuberingsgebied, voor alle jaren. Indien regressie werd uitgevoerd, de benaderingsfuncties behorend bij de verschillende perioden.
- file 2: bevat de totale kuberingswaarden voor de verschillende jaren, alsmede de benaderingswaarden hiervan, bij de perioden 1 t/m 20. Deze file is er op gericht te worden ingevoerd in een Lotus/Symphony worksheet, waarna eenvoudig tekeningen kunnen worden gemaakt van het verloop van de kuberingsen en benaderingen in de tijd.
- file 3: schrijft voor iedere raai de gemiddelde standaardafwijking van de benadering op voor de verschillende sinusperioden. Na doorrekenen van alle raaien bevat deze file de fouten van alle perioden behorend bij alle raaien. Hiermee kunnen -in Lotus- grafieken worden gemaakt van zowel het verloop van de fout in een raai tegen de perioden, als de fouten (gemiddelde-, minimale-, cumulatieve-) over het kustvak.
- file 4: een dergelijk file als file 3, maar nu voor de amplituden van de sinus van de benaderingsfuncties.
- file 5/6: idem, voor de lineaire trend en de fase.

Hoofdstuk 4 Resultaten van de berekeningen met vrije parameters.

4.1 De kuberingswaarden

Voor alle 64 raaien in het studiegebied is het programma gedraaid. Dit leverde per raai, zowel de inhoud van de verschillende lagen, als die van het totale profiel in de jaren '64 tot en met '85. De laaginhouden zijn in deze studie niet verder uitgewerkt, maar kunnen gebruikt worden om bijvoorbeeld kanteling en verschuiving van het profiel te toetsen. De totaalinhouden zijn in grafieken uitgezet tegen de tijd om een globale indruk te krijgen van het (erosief) gedrag van de raai. Hieronder is één van de kuberings afgedrukt, te weten die van raai 38.00 (ter hoogte van Egmond aan Zee).

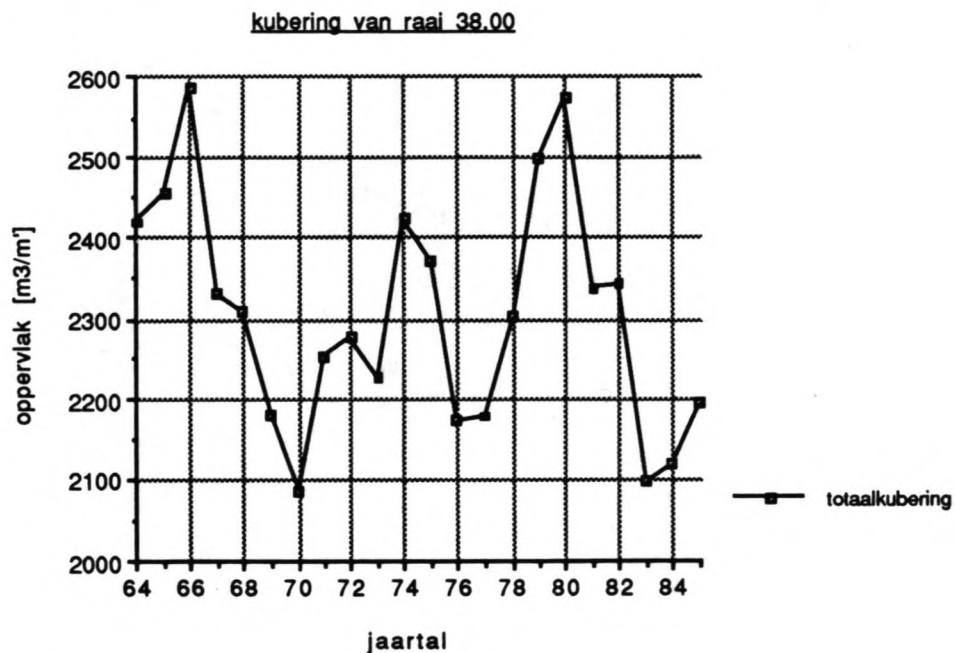


fig. 4.1.1. Kuberingsreeks raai 38.00.

De kuberingsgrafieken van de overige raaien zijn te vinden in bijlage 3a. Tevens zijn in deel II van dit rapport de kuberingswaarden in tabelvorm gegeven. Zowel de oppervlakten per laag als van het gehele profiel zijn hierin afgedrukt. Naar aanleiding van de grafieken is het volgende te concluderen:

- De kuberings vertonen slingeren in de tijd, wat het meefitten van een periodieke functie op het eerste gezicht rechtvaardigt. Het ligt voor de hand hiervoor de standaard sinusfunctie te gebruiken.

- Er is in de meeste gevallen een gelijkvormigheid in de kuberingen van aan elkaar grenzende raaien.
- De helling van de denkbeeldige rechte door de punten lijkt op het oog nogal te verschillen voor de diverse raaien. Soms is er sprake van een gemiddelde aanzanding over de 22 jaar, in andere gevallen weer van een ontgroning.

Op de totaalinhouden is de eerder genoemde regressie uitgevoerd, waarvan in de volgende paragrafen de resultaten worden vermeld.

4.2 Resultaten berekening vrije parameters.

4.2.1 Analyse van de gemaakte fouten.

De beschreven berekening levert bij elk van de bekeken perioden de bijbehorende benaderingsfunctie, met dus de best bij die periode passende variabelen, voor alle 64 raaien in het beschouwde kustvak.

De vraag is nu of de meegefitte sinussen kleinere residuën opleveren in de k.k.m. dan de lineaire benadering. Als maat om dit te toetsen is hiervoor de standaardafwijking gebruikt. Deze komt overeen met de wortel van de gemiddelde waarde van de kwadraten van de verschillen $\varepsilon(t)$ tussen de gemeten jaarkubering en de benadering hiervan (zie fig. 3.3.2.) voor één raai. De fout over het kustvak, die gemaakt wordt bij een lineaire benadering, is dan te verkrijgen door van alle raaien de standaardafwijking behorend bij deze benadering te sommeren. Deze is uitgezet als de eerste x-waarde in figuur 4.2.1 en bedraagt ruim 9950 m³/m'.

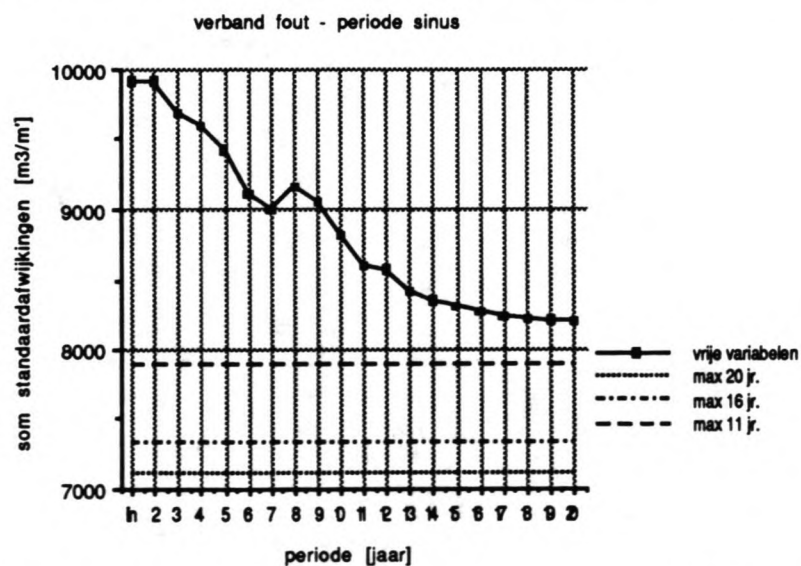


fig.4.2.1 fout bij verschillende perioden, voor het gehele kustvak.

Voor waarden van de verschillende fouten in de diverse raaien, uitgezet tegen de perioden, wordt verwezen naar de figuren in bijlage 3b. Deze geven, vanwege het groot aantal raaien dat onderzocht is, niet alle raaien weer maar slechts enkele voorbeelden daarvan. Nb: Let op de verschillende schalen in deze grafieken; de lineaire benadering staat aangegeven als periode = 1 jaar.

Aan de hand van de grafieken zijn de volgende opmerkingen te maken:

- De fout blijkt sterk afhankelijk van de periode te zijn. Dit is niet verwonderlijk, daar bepaalde perioden beter overeen zullen komen met de toppen en dalen in de kuberingsreeks dan andere.
- Vaak is er een zekere gelijkvormigheid in de foutenlijnen van aangrenzende raaien te ontdekken.
- Er is geen duidelijke 'voorkeursperiode' aan te geven, die geldt voor iedere raai. Perioden, waarbij meerdere malen een kleine fout te zien is, liggen rond de 7 jaar, maar ook wel bij circa 11 jaar.
- Bij ongeveer de helft van de raaien neemt de fout bij hogere perioden (-> 20 jr.) toe, terwijl de andere juist hun laagste waarden bij deze perioden behalen.

Wel valt te concluderen, dat in alle gevallen de gemaakte fout per raai door het meefitten van de sinus duidelijk is te verkleinen.

Het is dan ook logisch dat de totale fout over het kustvak drastisch terug te brengen is, door voor iedere raai de sinus mee te fitten, waarbij de fout het kleinst is en de som van deze fouten als de totale fout van het kustvak te zien. De waarde hiervan is $7114 \text{ m}^3/\text{m}'$, wat in figuur 4.2.1 is uitgezet als de onderste gestippelde horizontale lijn.

Nb: Deze lijn moet geïnterpreteerd worden als referentieniveau van de minimaal mogelijke fout. Deze ontstaat bij verschillende perioden in de diverse raaien.

Hoe de verdeling van deze perioden is, is te zien in figuur 4.2.2, waaruit blijkt dat veel van de raaien de beste fit met een sinus met periode van circa 20 jaar opleveren.

Wanneer volgens de eerder gedane opmerking in de vorige paragraaf deze lange perioden niet worden meegeteld en perioden kleiner dan 16 jr. worden beschouwd, wordt deze verdeling enigszins anders, evenals de minimale fout : $7318 \text{ m}^3/\text{m}'$. Bij het meenemen van slechts die perioden, die kleiner zijn dan de halve reekslengte ($T \leq 11 \text{ jr}$) is deze fout zelfs $7885 \text{ m}^3/\text{m}'$, nog altijd aanmerkelijk kleiner dan de fout behorend bij de lineaire benadering. Deze twee niveau's zijn eveneens weergegeven in figuur 4.2.1.

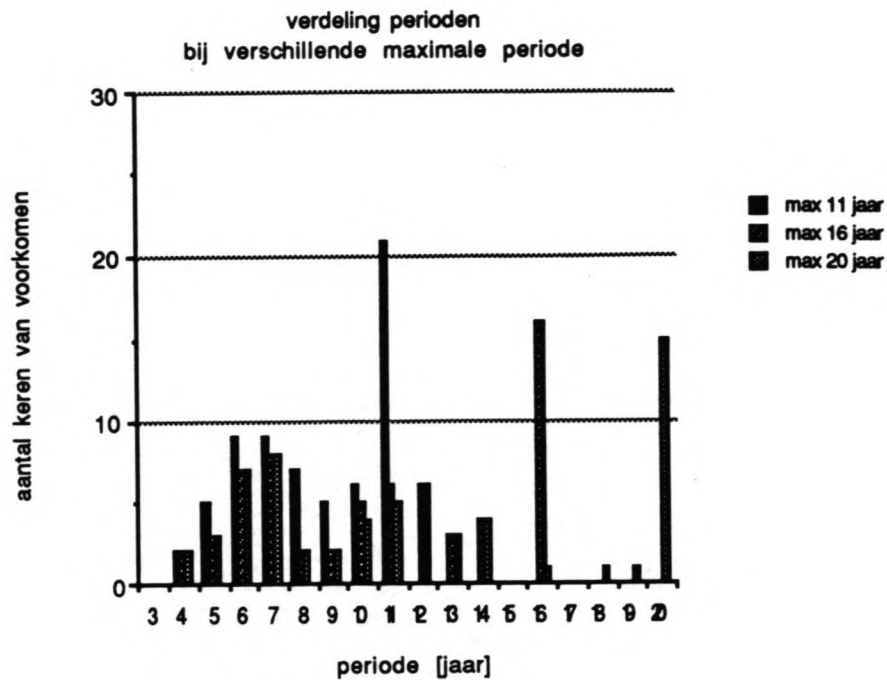


fig. 4.2.2 verdeling perioden.

Door middel van het meefitten van een sinus is het dus mogelijk de benaderingsfout te reduceren. Echter, er valt te verwachten dat de verschillende te berekenen variabelen een zekere continuïteit langs de kust zullen vertonen. Zo zal bijvoorbeeld de waarde van a_1 , die staat voor de gemiddelde lineaire trend in de benadering, in een zekere raai niet veel kunnen verschillen van de waarden van a_1 in z'n buurraaien. Dit zou namelijk op den duur 'happen' in de kust tot gevolg hebben. Hetzelfde geldt voor de andere variabelen en in zeer sterke mate voor de periode T . Het is dan ook reëler de fout over het kustvak, gemaakt bij de lineaire benadering, te vergelijken met de fouten behorend bij sinusvormige benaderingen met gelijke perioden in alle raaien. Deze fouten zullen dan toenemen ten opzichte van de fout met vrije perioden, omdat voor vele raaien niet de meest ideale sinus wordt ingepast. Dat de fouten voor alle perioden toch kleiner zijn dan de fout bij lineaire benadering is te zien in figuur 4.2.1. De fout blijkt gestaag af te nemen voor grotere perioden. Opvallend is de knik bij 8 en 9 jaar, waar de benadering iets slechter is dan bij een periode van 7 jaar. Een conclusie voor wat betreft een beste periode aan de hand van de bijbehorende fouten is echter niet te geven.

4.2.2 Bestudering van de trend

Naast de analyse van de fout, die gemaakt wordt bij de regressie, is het ook interessant te zien hoe het verloop van de lineaire trend (a_1) is langs de kust. Hiertoe zijn de waarden hiervoor (bewaard in 'file 5', zie hoofdstuk 3.4) op twee wijzen in tekening gebracht:

1. Per raai, als het verloop van de trend bij verschillende perioden.
2. Het verloop van de trend langs de kust.

Deze grafieken zijn te vinden in bijlage 3c. Ook hier komt de lineaire benadering overeen met periode 1 jaar, en zijn de y-assen niet gelijk voor de verschillende grafieken.

ad 1. De lineaire trend in de benadering blijkt niet constant te zijn bij meefitten van sinussen met verschillende perioden. In vele gevallen zijn de verschillen niet noemenswaardig groot, maar in sommige raaien kan van een essentieel andere trend sprake zijn. In raai 43.00, waarvan figuur 4.2.3 de kubering geeft, is deze zelfs bij enkele perioden positief en bij andere negatief. Aangegeven in de grafiek zijn de sinus met periode 8 jaar, inclusief de bijbehorende lineaire trend en die met periode 11 jaar.

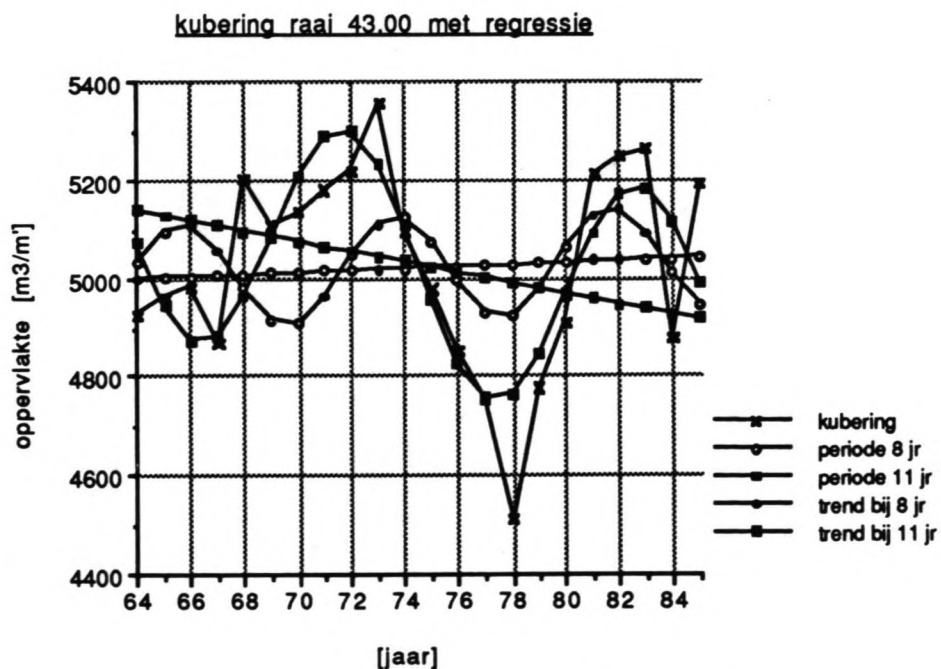
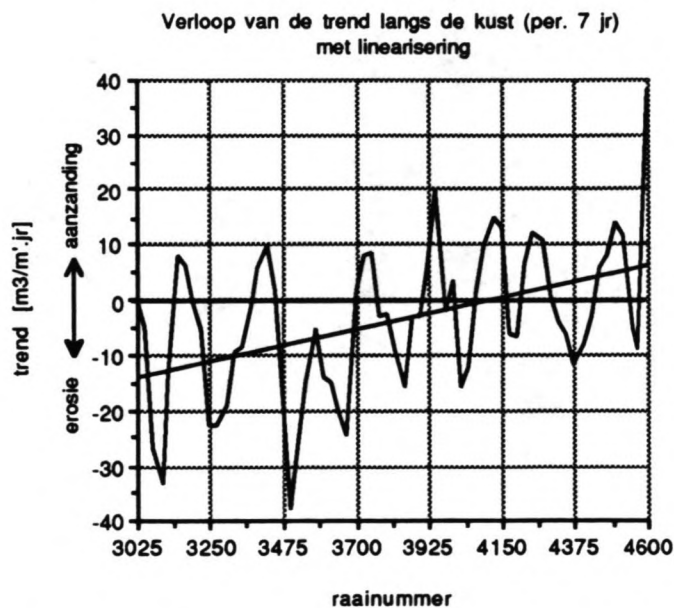


fig. 4.2.3 Voorbeeld regressie van raai 43.00 met verschillende trends.

De verschillen kunnen ontstaan door de wijze van regressie. Vaak wordt eerst een lineaire trend door de kuberingswaarden bepaald, waarna door de residuën de sinus wordt gepast. De bepaling van de trend is dan dus onafhankelijk van de opgelegde periode. Bij dit onderzoek worden echter de trend en de sinus afhankelijk van elkaar bepaald, waardoor de helling van de sinus wordt aangepast aan de opgelegde periode. Ten gevolge van de verschillende periodelengte en hierdoor het verschillende aantal berekende punten van de sinus per periode ontstaan de geconstateerde verschillende trends.

ad2. Ondanks het feit dat de trend in een raai nogal varieert per periode, geeft de trend langs de kust een eenduidig beeld te zien. Zie figuur 4.2.4. Daarin is het verloop van de trend behorend bij periode 7 jaar gegeven. De trends behorend bij de overige perioden geven globaal echter een zelfde beeld te zien.



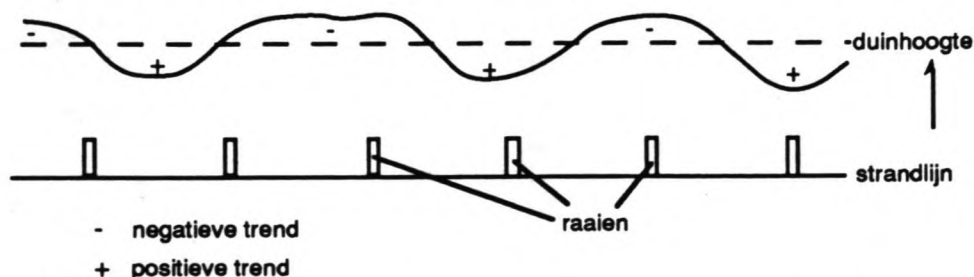
figuur 4.2.4 Verloop van de trend langs de kust.

De waarden fluctueren sterk en met een opvallende regelmaat. Deze trend geeft de gemiddelde jaarlijkse zandwinst/verlies in een raai aan. Dit betekent dat bijvoorbeeld raai 34.25 per jaar gemiddeld 10 m³/m' aan zand wint. Terwijl raai 35.00 -slechts 750 meter verder- jaarlijks ongeveer 40 m³/m' zou verliezen!

Er moet gezegd worden dat het om relatief kleine hoeveelheden gaat. De totale raai-inhoud bedraagt voor beide raaien zo'n 3600 m³. Toch is het vreemd dat twee raaien, die zo dicht bij elkaar liggen een zo verschillend beeld te zien geven. De trends geven immers een over 22 jaar gemiddelde jaarlijkse erosie cq. aanzanding weer. Voor de onderzoeksperiode '64-'85 betekent dit bijvoorbeeld dat de genoemde raai 35.00 in totaal $21 \cdot 40 = 840 \text{ m}^3/\text{m}'$ zand heeft verloren. Veronderstel dat het gehele profiel horizontaal is verschoven volgens het principe zoals beschreven in par. 2.4.2. Als de profielhoogte $D=25\text{m}$ wordt geschat (15m duinhoogte / -10m stabiele grens), levert dit een verschuiving op van $a = 840/25 \approx 35\text{m}$ in de beschouwde 22 jaar. Oftewel de kust gaat ter plaatse van raai 35.00 achteruit met een snelheid van 1,6 m/jaar !

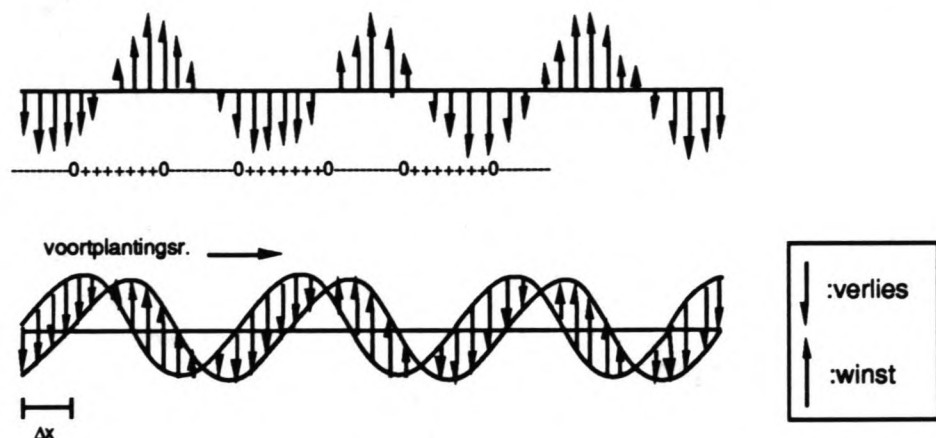
Een gelijksoortige berekening levert een vooruitgang van het profiel van raai 34.25 van 0,4 m/jaar. Bovendien herhaalt dit patroon van afwisselend aanzanding en erosie in nabijgelegen raaien zich voor de overige raaien in het kustvak. Binnen het onderzochte gebied van 16 km zijn negen van dergelijke toppen en dalen in de trend te herkennen. Dit zou op een gemiddelde 'golflengte' van circa 1800 m duiden.

Een verklaring hiervoor is niet eenvoudig te geven. Door nadere bestudering van de laag-kuberingen zou kunnen worden uitgezocht of de verliezen en winsten zich uiten in bijvoorbeeld de duinen of juist onder water. Een plausibele verklaring indien de trends vooral op het strand en de duinen van toepassing blijken te zijn, is dat deze onder invloed van de wind in de loop der tijd worden geëgaliseerd. In de raaien waar de duinen minder hoog zijn, zou dan zand kunnen worden 'opgevangen' dat werd weggeblazen uit raaien met hogere duintoppen. Op deze wijze zouden raaien die niet ver van elkaar gelegen zijn en waarvan dus op het eerste gezicht gelijke eigenschappen worden verwacht, toch een afwisselend negatieve en positieve gemiddelde trend kunnen vertonen. Zie voor een schematische toelichting figuur 4.2.5.



figuur 4.2.5 Vooraanzicht duinenrij, met 'egalisering' toppen.

Een eerste globaal onderzoek wees overigens niet uit, dat de positieve trends consequent optraden bij lage duinen en negatieve bij hoge duinen. Een andere gedachte die kan opkomen is die van een zandgolf, die zich evenwijdig aan de kust verplaatst. Het is ondoenlijk alle mogelijke golven (voor wat betreft lengte, voortplantingssnelheid en hoogte) te bekijken. Wel is getracht te beredeneren of een dergelijk verschijnsel de slingering in de trend kan veroorzaken. Hiertoe is een golf beschouwd met een breedte van 1m en een willekeurige golflengte. Ook de voortplantingssnelheid is nog niet van belang. Wanneer deze golf zich met behoud van z'n vorm verplaatst in een tijd Δt over een bepaalde afstand Δx ontstaat de situatie als in figuur 4.2.6.

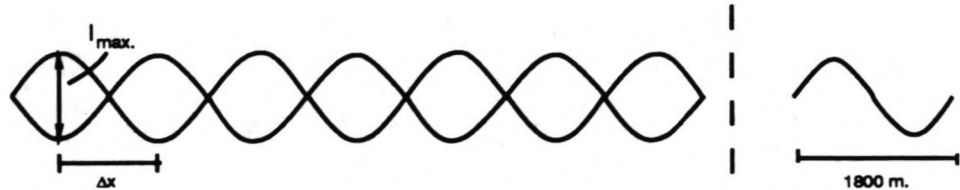


figuur 4.2.6 Voorbeeld lopende golf; posities op $t=0$ en $t=\Delta t$.

Kijken we nu voor de verschillende punten op de x-as naar het verschil in de 'golfhoogte' dan blijkt deze afwisselend positief en negatief te zijn. Dit verschil is zowel aangegeven m.b.v. pijlen tussen de lijnen als ten opzichte van een nullijn bovenin de figuur. Door de schaal van de x-as gunstig te kiezen kunnen de punten op de x-as gezien worden als de diverse raaien in een kustvak. Het hoogteverschil tussen de beide golflijnen is de toe- cq. afname van de hoeveelheid zand in de periode Δt in zo'n raai, oftewel een trend. Merk op dat deze trend niet in alle raaien gelijk is, maar een sinusvormig verloop aanneemt met afwisselend positieve en negatieve waarden.

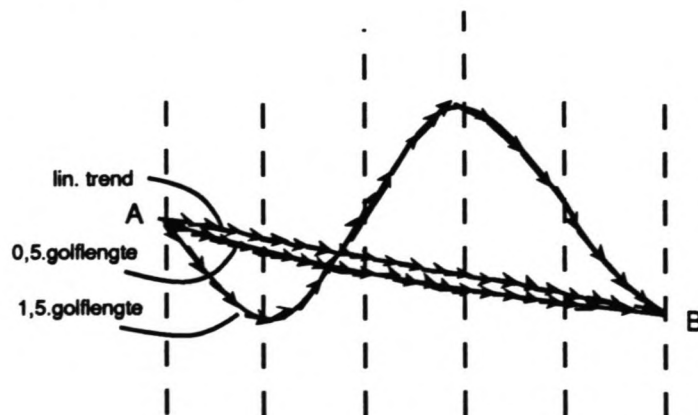
Het in de berekening gevonden verloop van de trend heeft een dergelijk karakter. Dit wekt de indruk dat de slingering in de trend inderdaad het gevolg kan zijn van een lopende golf langs de kust. Het is dan ook interessant te zien of er schattingen van de voortplantingssnelheid en de golfhoogte zijn te geven.

De lengte L van de pijlen geeft de grootte van de trend aan. Stel dat de golven in de figuur de situatie in '64 resp. '85 weergegeven. Dan is de trend over die jaren gelijk aan $L/22 \text{ m}^3/\text{m}^2\cdot\text{jr.}$ (Kubering nu niet per eenheid van breedte, maar p.e.v. oppervlak). Deze waarde L zal maximaal zijn als de golf over een afstand $\Delta x = 0,5 \times \text{golflengte}$ is verschoven (zie figuur 4.2.7), zodat top en dal van de golven tegenover elkaar liggen.



figuur 4.2.7 Max. golfhoogte l_{max} en golflengte.

Zoals gezegd, is de golflengte van het berekende trend-verloop ca. 1800m. Bij een $\Delta x = 900\text{m}$ zouden dus de maximale trends gevonden worden. Zou de Δx kleiner zijn, dan leidt dit tot kleinere trends, evenals grotere hiertoe leiden. Bij een Δx gelijk aan de golflengte vallen de beide golven samen en is er dus geen sprake van een lineaire trend over de 22 jaar als gevolg van de lopende zandgolf! Bij nog grotere waarde van Δx zou de trend weer langzaam toe nemen, totdat $\Delta x = 1,5 \times \text{golflengte}$. Deze situatie is op zich niet te onderscheiden van die met $\Delta x = 0,5 \times \text{golflengte}$ of bijv. $5,5 \times \text{golflengte}$. Aan de hand van deze twee situaties is dus ook niet te zeggen wat de voortplantingssnelheid van de golf is. Deze kan $0,5 \times 1800/22 \approx 40 \text{ m/jaar}$ zijn, maar ook bijv. $5,5 \times 1800/22 = 450 \text{ m/jaar}$. Het is echter aannemelijk dat de golf minder dan 1 maal z'n golflengte is verschoven. Dit is geïllustreerd in figuur 4.2.8.



figuur 4.2.8 Benadering trend bij verschillende Δx .

Stel de hoogte in een raai in jaar '64 op A m. en in '85 op B m. De rechte lijn tussen deze punten komt dan overeen met de verschilpijlen in de eerdere figuren. Deze lijn is opgebouwd uit 22 kleinere pijlen, die dus de jaarlijkse trend weergeven. Wanneer nu de golf in de jaren '64-'85 0,5 x golflengte is opgeschoven, levert dit de aangegeven, gekromde lijn op. Het is in alle jaren alleszins acceptabel de verschilpijlen te benaderen met de lineaire trends. Een golf verplaatst over 1,5 x golflengte levert een zelfde nettoresultaat op, nl. een lijn van A naar B. Echter ditmaal opgebouwd uit een slingering van de verschilpijlen. Deze zijn nu bij lange na niet te vergelijken met de lineaire trend. Bij verschuivingen over een nog groter aantal keren de golflengte wordt dit effect alleen maar sterker.

Als nu wordt uitgegaan van een maximale verschuiving van 0,5 x golflengte zou de maximaal mogelijke voortplantingssnelheid gelijk zijn aan ongeveer 40 m/jaar. Kleinere verschuivingen leiden uiteraard tot nog kleinere snelheden. Over de hoogte van de golf is het volgende te zeggen. Uit figuur 4.2.4 van het verloop van de trend is de uitwijking van de trend t.o.v. de nullijn te schatten (als nullijn is de linearisering genomen). Deze is gemiddeld zo'n 20 m³/m'.jr. Vermenigvuldigd met 22 jr levert dit een waarde van 440 m³/m' op. Dit is de toe/afname van de hoeveelheid zand in een vlak loodrecht op de kust in 22 jaar. Nemen we voor een eerste schatting aan dat de golf een breedte heeft van 600m (200 tot 800m uit de kust), dan is de golfhoogte $l_{max} = 440/600 \approx 0,75m$.

Het verloop van de trend zou dus verklaard kunnen worden met een lopende zandgolf evenwijdig langs de kust. Deze zou dan een lengte hebben van ca. 1800m en een voortplantingssnelheid van max. 40 m/jaar. Gesteld dat de golf optreedt in een strook van 200m - 800m t.o.v. de RSP-lijn, zou de hoogte ongeveer 0,75m bedragen. Het is zeer de vraag of een dergelijke golf daadwerkelijk optreedt. Verder onderzoek hiernaar is dan ook gewenst. Bovendien is het niet uitgesloten dat het aandrijvend proces achter de 'slingerende trend' een combinatie is van bovengenoemde processen en wellicht nog andere. Dit maakt een sluitende verklaring extra gecompliceerd.

In deze studie is hiernaar geen verder onderzoek uitgevoerd, maar is de slingerende trend-lijn gelineariseerd. Dit leverde de rechte op die loopt van -14 m³/m'.jr in raai 30.25 tot +6 m³/m'.jr in 46.00. Rond raai 41.00 is de gemiddelde trend nul, wat duidt op een stabiele gemiddelde ligging van het profiel. Ten Noorden van dit punt (richting raai 30.25) treedt erosie op, terwijl naar het zuiden zandwinst plaats heeft. Dit komt goed overeen met de opmerking in par. 2.2, over de ligging van de gemiddelde NAP+1m en NAP+3m hoogtelijnen.

Een en ander bevestigt dat de kust bij Egmond (raainr. 38.00) en in sterkere mate bij Bergen (33.00) aan erosie onderhevig is. Het is dan ook niet verwonderlijk dat na de sterke stormen in het begin van 1990 de kust in dit gebied zo zeer was aangetast, dat besloten is tot een grootschalige suppletie, om zodoende de veiligheid van de kust te kunnen blijven garanderen. Een dergelijke suppletie zal zuidelijk van 41.00 minder snel noodzakelijk zijn, omdat hier sprake is van een 'natuurlijke' gemiddelde aanzanding. Een sterke erosie door een kortstondige storm zal hier in de loop der tijd weer worden hersteld.

Met behulp van de nu 'vastgestelde' trend in iedere raai zijn de regressie berekeningen nogmaals uitgevoerd, nu dus met opgelegde a_1 . De resultaten van deze berekeningen zijn te vinden in het volgende hoofdstuk. In paragraaf 4.2.3. wordt echter eerst nog een aantal opmerkingen gemaakt over de berekende waarden van de amplitudes in de sinusbenadering.

4.2.3 Bestudering van de amplitude

Analoog aan de trend is de amplitude op twee manieren uitgezet:

1. Per raai, tegen de diverse perioden.
2. Langs het kustvak bij gegeven periode.

De grafieken van opnieuw een selectie van het totaal aantal raaien zijn te vinden in bijlage 3d

ad1. De amplitude blijkt sterk af te hangen van de periode. Dit is op zich niet verwonderlijk. Als een sinus met gegeven periode T_a goed in de meetpunten past, wat betreft nulpunten en toppen, zal de regressie-procedure een zekere grote amplitude opleveren. Bij een sinus met periode T_b , die minder goed past, zal de amplitude daarentegen kleiner worden gehouden, teneinde de gemaakte fout te minimaliseren. De grootte van de amplitude is zo al een aanwijzing van de fout in de benadering. Vergelijking met de grafieken in bijlage 3b van de gemaakte fout tegen de diverse perioden bevestigt dit. Net als bij de verhandeling over de fout is hier geen 'voorkeursperiode' aan te geven. Voor verschillende raaien is een top-amplitude te zien bij een periode van 6 à 8 jaar. In een aantal andere raaien is een top te herkennen bij ca. 11 jaar. Verder nemen de amplituden vaak toe voor hogere perioden

ad 2. Wanneer de amplitude behorend bij een zekere periode wordt uitgezet voor de diverse raaien levert dit als verwacht een zeer grillig beeld op. Het zou mogelijk zijn in dit stadium een linearisering van de waarden uit te voeren, zoals bij de trend is gedaan. Vervolgens zou de regressie-berekening kunnen worden uitgevoerd met tevens opgelegde amplitude. Omwille van de systematiek is echter eerst een berekening met alleen opgelegde trend uitgevoerd. Aan de hand van de resultaten hiervan moet blijken of, gezien de totale benaderingsfout, nog aanleiding bestaat een derde berekening met tevens opgelegde amplitude uit te voeren.

Hoofdstuk 5 Resultaten van de berekeningen met opgelegde trend.

5.0 Inleiding

De berekening die in deze 2^e fase heeft plaatsgehad, is uitgevoerd met exact dezelfde kuberingsgrenzen als in de eerste berekening. Dit houdt in dat de kuberings-waarden gelijk zullen zijn aan die bepaald in hoofdstuk 4. Alleen de regressie zal nu andere resultaten opleveren. In de bekende benaderingsfunctie:

$$a_0 + a_1.t + \text{amplitude}.\sin(\omega t + \text{fase}),$$

is nu het lineaire deel a_1 opgelegd, volgens de linearisering uit hoofdstuk 4. In figuur 5.0.1 is nogmaals aangegeven, hoe dit verloop langs de kust is.

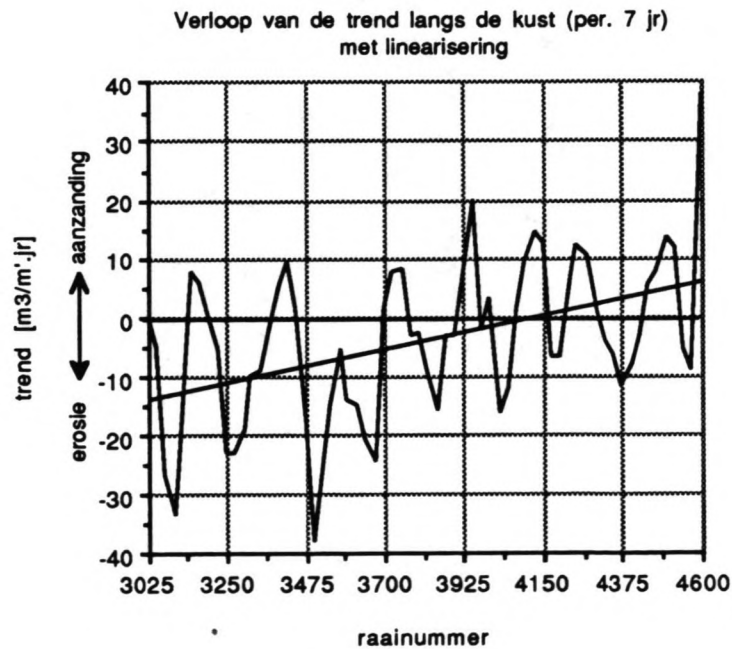


fig.5.0.1 Verloop van de trend langs de kust

De uitkomsten van de berekening worden opnieuw bekeken aan de hand van de totale fout over het kustvak en de amplitude.

5.1 Analyse van de gemaakte fouten

Het opleggen van een trend aan de benaderingsfunctie zal in de meeste gevallen een minder goede fit tot gevolg hebben. De waarde van a_1 , die in een bepaalde raai gebruikt wordt, volgde immers uit de gelineariseerde benadering van de trend langs de kust. In werkelijkheid had deze een slingerend verloop, figuur 5.0.1. In de meeste raaien moet derhalve met een trend gerekend worden, die groter (steiler) of kleiner (flauwer) is dan de meest ideale trend. De fout die hierdoor geïntroduceerd wordt wordt weliswaar enigszins verkleind in de regressie-procedure door aanpassing van de waarden van a_0 , amplitude en fase. Toch zal de gemaakte fout altijd groter worden door opleggen van de trend dan bij vrije parameters. Een dergelijke redenering kan worden gemaakt voor het opleggen van de overige parameters, zoals in de volgende hoofdstukken zal gebeuren.

Voor de fout gemaakt per individuele raai wordt verwezen naar de grafieken in bijlage 4a, die weer een selectie van het totale raaienbestand bevat. De fout lijkt wat minder af te hangen van de periode. In meerdere raaien vertoont de lijn een wat vlakker verloop. Toch blijft er regelmatig een duidelijke dip te herkennen. Vaak ligt deze bij een periode rond de 7 jaar. In andere gevallen, met name in het kustvak 42.00-45.00 is deze te vinden rond de 11 jaar.

Ook nu blijkt er wel sprake te zijn van een zekere gelijkvormigheid tussen de aangrenzende raaien. Vergelijking met de figuren van de fout bij vrije parameters levert een grotere fout bij de trend-opgelegde berekening dan bij de 'vrije berekening'. Deze vergroting van de fout per raai uit zich in figuur 5.1.1, waarin naast het eerder bepaalde verloop van de totale fout bij vrije parameters de totale fout over het kustvak, behorend bij de benadering met opgelegde trend, is uitgezet.

Hierbij is deze fout weer bepaald als de som van de gemiddelde standaardafwijkingen per raai, behorend bij een bepaalde periode. De eerste waarde op de x-as geeft opnieuw de lineaire benadering weer. Met andere woorden, de benadering volgens:

$$a_0 + a_1.t,$$

waarbij dus de a_1 is vastgelegd volgens het lineaire verloop langs de kust.

Het meefitten van een sinus levert ook nu een verkleining van de totale fout op ten opzichte van deze lineaire benadering. Wel zijn de fouten stuk voor stuk groter dan de fout gemaakt bij de berekening met vrije parameters.

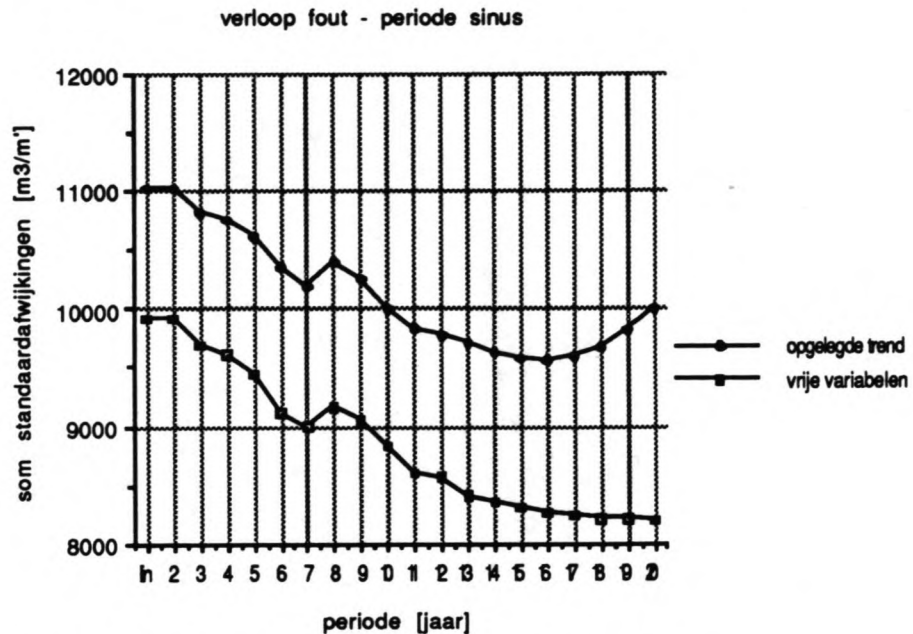


fig. 5.1.1 fout bij verschillende periode, over het gehele kustvak, met opgelegde trend.

Vergelijking tussen deze lijnen is echter minder relevant. Het gaat er immers om vast te stellen of een benadering met een extra opgelegde sinus beter is dan één met enkel een lineair verloop. De fouten gemaakt bij 'sinusbenadering' moeten dan ook vergeleken worden met de lineaire benadering bij opgelegde trend en niet met die bij vrije parameters. De grootte van deze toetsingswaarde bedraagt circa $11000 \text{ m}^3/\text{m}^3$. De daadwerkelijke vergelijking kan pas plaatsvinden als de berekening is uitgevoerd met zowel een opgelegde amplitude als fase voor de 64 raaien. Deze berekeningen worden beschreven in hoofdstuk 6. De totale fout bij lineaire benadering zal in deze berekeningen niet veranderen. Er is daarbij immers geen sprake van een amplitude of fase. De waarde van $\pm 11.000 \text{ m}^3/\text{m}^3$ blijft in het vervolg dan ook staan als toetsingswaarde. In eerste instantie zal alleen naast de trend de amplitude worden opgelegd. Welke waarden hiervoor worden gebruikt voor de diverse raaien wordt beschreven in de volgende paragraaf.

5.2 Bestudering van de amplituden.

De amplitude blijkt bij een gegeven periode per raai zeer sterk te verschillen. Dit uit zich in het zeer grillige verloop van de amplituden langs de kust. Zie hiervoor de figuren in bijlage 4b. Door deze lijnen te lineariseren is getracht een voor het kustvak representatief verloop van de amplituden aan te geven.

Hierbij is echter al duidelijk dat er een zeer grove benadering wordt gemaakt. Het verloop van de amplitude langs de kust geeft een veel minder rustig beeld te zien dan dat van de trend in hoofdstuk 4. Het lineariseren hiervan is dan ook zeer discutabel te noemen.

Vergelijking van deze lineariseringen wijst uit dat de amplitude tevens sterk afhangt van de periode. Niet alleen de grootte van de amplituden blijkt te verschillen (van rond de $40 \text{ m}^3/\text{m}'$ bij de kleine perioden tot ca. $120 \text{ m}^3/\text{m}'$ bij de grote). Ook de helling van de rechte, oftewel het verloop langs de kust is voor de diverse perioden niet gelijk. Bij de perioden kleiner dan 14 jaar is er sprake van een toename van de amplituden in Zuidelijke richting. Uitzondering hierop zijn de perioden van 4 en 6 jaar. Bij perioden groter dan 14 jaar blijkt de linearisering van de amplitude (vrijwel) horizontaal te lopen. De benaderende amplitude is dan constant voor het hele kustvak. In bijlage 4c is het verloop van de lineariseringen bij perioden 3 t/m 14 jaar geschetst.

Voor het opleggen van de amplitude in de volgende berekening zal gekozen moeten worden voor een zeker verloop langs de kust. De moeilijkheid hierbij is dat bij iedere periode een ander verloop hoort. Dit in tegenstelling tot bij de trend, waarbij voor iedere periode een bij benadering gelijk verloop langs de kust volgde. Als een voorkeursperiode vast zou staan kon eenvoudig de bijbehorende amplitudelijne worden aangehouden. Eerder bleek echter al dat een dergelijke periode niet te herkennen was. Daarom zou in principe ieder amplitude-verloop moeten worden getoetst met zijn bijbehorende periode. Deze tijdrovende procedure is vermeden door een gemiddeld amplitudeverloop te bepalen. Hierbij is uitgegaan van de perioden 3 t/m 14 jaar; de reden voor het weglaten van grotere perioden is eerder gegeven. Deze gemiddelde waarden van de amplituden zijn vervolgens gelineariseerd. Dit leverde een rechte op, die verloopt van $73,28 \text{ m}^3/\text{m}'$ in raai 30.25 tot $92,83 \text{ m}^3/\text{m}'$ in raai 46.00.

In figuur 5.3.1 is deze linearisering weergegeven.

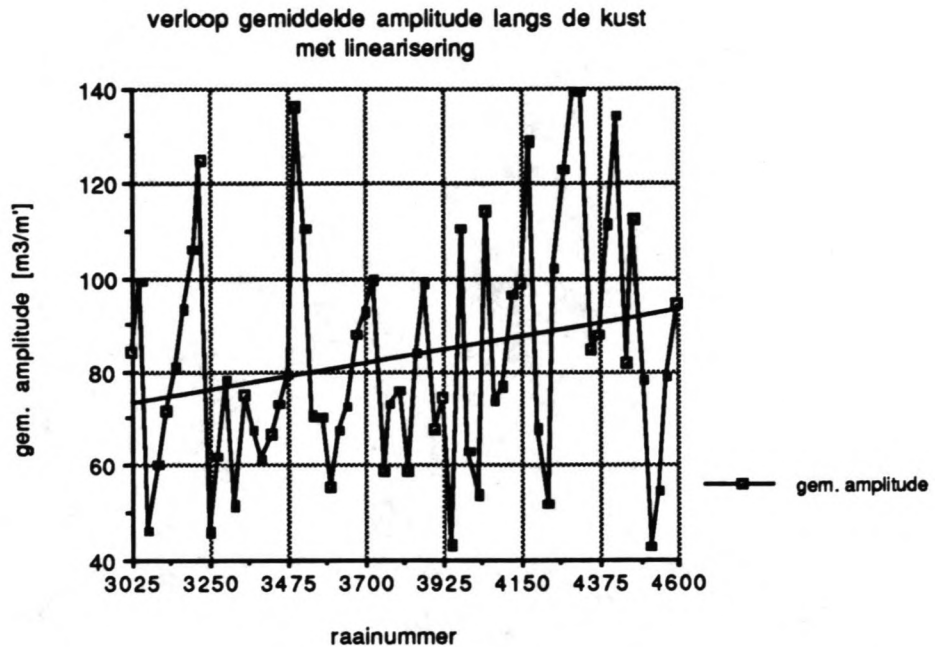


fig. 5.3.1 Linearisering van de gemiddelde amplitude over het kustvak

Ook deze tweede benadering is discutabel te noemen. Uit de figuren in bijlage 4c is immers op te maken dat de diverse lineariseringen van de amplituden voor de verschillende perioden sterk uiteenlopen. Het is dan ook niet waarschijnlijk dat het gemiddelde van deze lineariseringen een representatief beeld zullen geven van het verloop van de amplitude langs de kust. Nb: Voor de grotere perioden (ca. 7 - 14 jaar) zou dit beter opgaan; hiervan liggen de lineariseringen beduidend minder ver uiteen.

Toch is van bovengenoemd amplitudeverloop uitgegaan in de berekening van hoofdstuk 6.

Daarnaast is een extra berekening uitgevoerd met een amplitudeverloop gebaseerd op de lineariseringen behorend bij de perioden 7 t/m 14 jaar. Er valt dan te verwachten dat de fout bij de kleinere perioden zal toenemen. Dit nieuwe amplitudeverloop wijkt immers meer af van de kleinere 'ideale' amplituden behorend bij deze perioden.

Daarentegen wordt naar verwachting de fout in het periode-interval 7/14 jr kleiner. Dit is gunstig te noemen, omdat dit interval voor de sinusbenadering waarschijnlijk interessanter is, gezien de verwachte meer langperiodieke processen langs de kust. Deze tweede amplitude-benadering loopt van 82,3 m³/m' in raai 30.25 tot 110,1 m³/m' in raai 46.00. Aan de hand van de totale fout behaald met het opleggen van dit verloop wordt bekeken hoe groot de invloed van de keuze van de amplitude is in de benadering.

Nu is voor iedere raai een amplitude benaderd, die in de volgende berekening zal worden opgelegd náást de eerder gebruikte opgelegde trend. De enige vrije parameters in de benaderingsfunctie zijn dan, naast de periode, nog de a_0 en de fase. Met name de fase is hierbij interessant. Deze zal immers, conform de redeneringen bij de trend en de amplitude, enigszins geleidelijk moeten verlopen langs de kust. Voor de a_0 geldt dit niet. Deze hangt namelijk in grote mate af van de positie van de landgrens die, zoals bekend, niet in iedere raai gelijk gekozen is. In het volgende hoofdstuk zal dan ook worden onderzocht of een dergelijk verloop van de fase te geven is.

Verder zal weer aandacht worden besteed aan de gemaakte fout. Deze totale fout over het kustvak zal vergeleken moeten worden met de eerder beschreven fout bij lineaire benadering en opgelegde trend ter waarde van 11000 m³/m'.

Hoofdstuk 6 Resultaten van de berekeningen met tevens opgelegde amplitude

6.0 Inleiding

Ook in deze 3^e fase berekening is gebruik gemaakt van dezelfde kuberingsgrenzen als bij de vorige twee berekeningen. De kuberingswaarden zijn dus ook hier niet veranderd. Wel zullen de regressiefuncties aanmerkelijk anders zijn. Deze functies zijn te vinden in deel II van dit rapport. (Nb: dit zijn de functies behorend bij het tweede opgelegde amplitude-verloop). Naast de lineaire trend a_1 is nu immers tevens de amplitude uit de functie:

$$a_0 + a_1 \cdot t + \text{amplitude} \cdot \sin(\omega \cdot t + \text{fase})$$

opgelegd volgens de in Hoofdstuk 5 beschreven linearisering. In figuur 6.0.1 wordt nogmaals het verloop van de trend en amplitude langs de kust weergegeven.

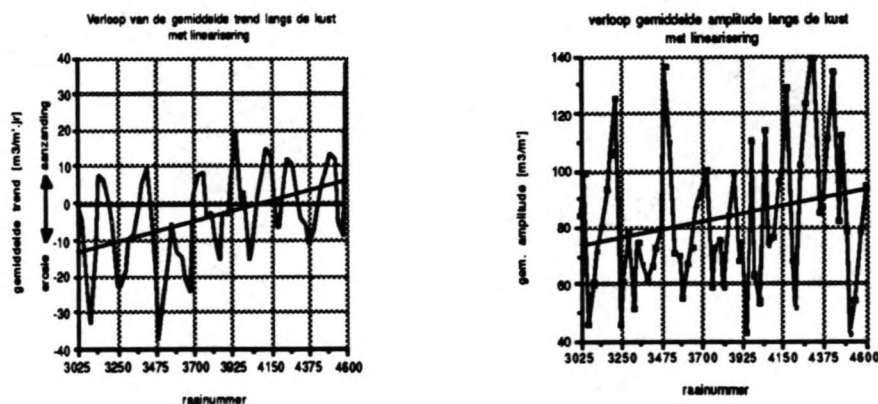


fig 6.0.1 verloop trend en amplitude langs de kust.

Met name bij de linearisering van de amplitude zal een grote fout in de benadering worden geïntroduceerd. Het werkelijke beeld van de meest ideale waarden van de amplitude was immers zeer grillig. Deze benadering zal naar verwachting dan ook een aanmerkelijke verslechtering van de benadering tot gevolg hebben. In welke mate dit plaats vindt staat beschreven in de volgende paragraaf. Vervolgens worden in paragraaf 6.2 de resultaten van de analyse van de fase gegeven.

In 6.3 volgen de resultaten wat betreft de gemaakte fout bij opleggen van het tweede amplitude-verloop zoals geschetst in fig. 6.0.2. Tenslotte bevat paragraaf 6.4 een korte evaluatie van de berekening en een enkele conclusie.

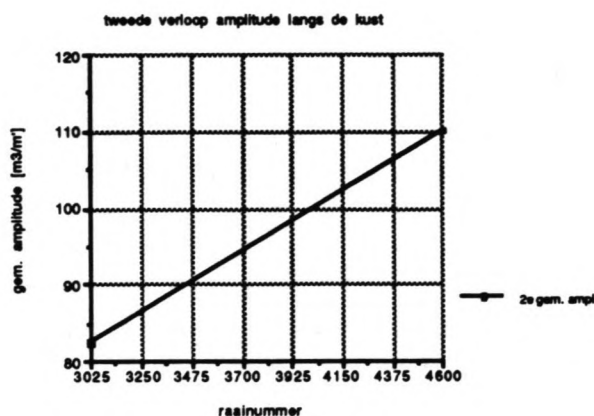


fig. 6.0.2 tweede verloop van de amplitude

6.1 Analyse van de gemaakte fout.

Opnieuw is het verloop van de fout op twee manieren grafisch uitgezet :

- het verloop van de fout in een individuele raai tegen de periode (bijlage5a)
- het verloop van de totale fout in het kustvak

Ten aanzien van het eerste punt kunnen de volgende opmerkingen gemaakt worden:

1. De fout bij de lineaire benadering blijft inderdaad gelijk, deze is immers onafhankelijk van de amplitude.
2. Zoals verwacht worden de fouten groter ten opzichte van die bij alleen opgelegde trend. In die gevallen, waarin de opgelegde amplitude vrijwel overeenkomt met de meest ideale, zijn deze toenames uiteraard kleiner dan in die met een groot verschil tussen deze beide waarden.

- De daling of stijging van de fout bij grotere perioden, die in de vorige berekeningen voorkwam, is verdwenen. Dit is deels toe te schrijven aan het feit dat bij de bepaling (middeling!) van de amplitude langs het kustvak, deze grotere perioden niet zijn meegenomen.

Hieruit volgt dat de totale fout over het kustvak dan ook groter is dan de beide eerder berekende verlopen. Deze totale fout is uitgezet in figuur 6.1.1, naast de overeenkomstige fouten bij vrije parameters en alleen opgelegde trend.

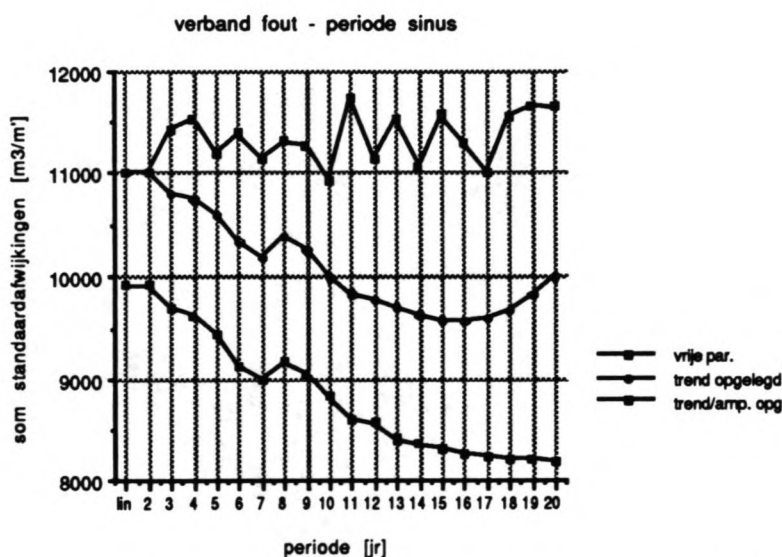


fig 6.1.1 Totale fout over het kustvak bij opgelegde trend en amplitude.

Het is duidelijk dat in alle gevallen -met uitzondering van de perioden 10 en 17 jaar- de sinusvormige benadering een grotere fout oplevert dan de lineaire benadering. Althans bij het gekozen verloop van de trend en amplitude langs de kust. Met name bij de keuze van de amplitude kan waarschijnlijk een kleine winst worden behaald door bij iedere periode een bijbehorend amplitude-verloop op te leggen. Of dit echter een wezenlijke verkleining van de totale fout zal opleveren valt te betwijfelen. Immers het blijft een feit dat de amplitudes een zeer sterk fluctuerend beeld langs de kust opleveren. Lineariseren van deze fluctuaties zal onvermijdelijk een toename van de totale fout tot gevolg hebben.

Een poging om de amplitudes eveneens met een sinus-functie te benaderen en aldus op te leggen in de regressie van de kuberingen, is in deze studie niet gewaagd. In de eerste plaats zou een dergelijke werkwijze een danig complexere berekening betekenen. Daarnaast moet worden beredeneerd of een dergelijk verloop fysisch waarschijnlijk of zelfs mogelijk is.

Hierkomt nog bij dat de nu gevonden fout over het kustvak niet volledig is. Voor een complete beschrijving van de sinusvormige benadering moet immers ook de fase nog worden vastgesteld. Nog afgezien van het feit of dit voor het kustvak een accuraat beeld zal opleveren of -zoals bij de amplitude- een zeer grove vereenvoudiging (hierover meer in de volgende paragraaf), ook nu zal deze beperking in de variabelen een toename van de fout tot gevolg hebben. De vergelijking tussen lineaire benadering en sinusvormige benadering valt dan nog duidelijker in het voordeel van de eerste uit.

6.2 Analyse van de fase

6.2.0 Inleiding

De derde variabele in de benaderingsfunctie die tot nu toe wat buiten beschouwing is gebleven, is de fase. Deze geeft de verschuiving van de sinus weer, langs de rechte van de gemiddelde trend. Om precies te zijn de verschuiving van de opgaande doorgang van de sinus door die rechte, ten opzichte van $t=0$. In het vervolg wordt deze doorgang eenvoudigheidshalve aangeduid met het 'begin' van de sinus. Een fase gelijk aan 0 wil dan zeggen dat deze sinus niet verschoven is en dus 'begint' op het tijdstip 0 jaar. (de gebruikte tijd-as loopt van 0 tot 85 jaar, waarvan alleen de jaren vanaf 64 van belang zijn; het jaar 0 is dus eigenlijk 1900). Als er wel van een verschuiving sprake is, is de fase niet gelijk aan 0, maar een bepaald aantal radialen. Deze waarde Ω is vrij eenvoudig om te rekenen tot een meer werkbare vorm, nl. jaren. De totale periode T komt overeen met 2π radialen. Een faseverschuiving van Ω radialen staat dan gelijk aan $(\Omega/2\pi) \cdot T$ jaar. Nb: In plaats van de opgaande doorgangen kunnen bijvoorbeeld ook de toppen van de sinus gebruikt worden om de faseverschuiving aan te geven. Deze zijn wellicht eenvoudiger te schatten in kuberingssreeksen dan de doorgangen. Hier is daar geen gebruik van gemaakt, maar wordt vermeld dat beide waarden eenvoudig uit elkaar te berekenen zijn; ze verschillen onderling immers $T/4$ jaar.

Het periodieke karakter van de sinus impliceert dat niet alleen in het 'begin' van de functie een opgaande doorgang te vinden is, maar ook op ieder veelvoud van de periode hierna. Zo is eenvoudig uit te rekenen in welk jaar binnen het beschouwde interval '64-'85 de eerste opgang plaats heeft. Dit jaar zal voor de verschillende perioden anders zijn. Omgekeerd geldt dat wanneer de opgang in een bepaald jaar gewenst is, dit voor de diverse perioden een andere fase tot gevolg heeft.

Eerder is vermeld dat evenals de andere variabelen in de sinusfunctie ook de fase kan worden opgelegd. Dit wordt gedaan door het geven van het tijdstip waarin de eerste opgang plaats moet vinden, dus een jaartal en niet een hoeveelheid radialen. Hiervoor is gekozen omdat een jaartal eenvoudig op 't oog uit de kuberingsreeks te schatten is, in tegenstelling tot een fase in radialen. Bovendien kan op deze manier voor iedere periode dezelfde waarde gebruikt worden voor de faseverschuiving. Wanneer bijvoorbeeld '77 als jaartal van opgaande doorgang opgelegd wordt, geldt deze voor elke sinus bij iedere periode. SIRENE rekent dit voor iedere periode om in een faseverschuiving in radialen, waarmee verder gerekend wordt.

Ook om het verloop langs de kust te bekijken is het handiger om in jaartallen te werken. Neem bijvoorbeeld het geval van een 'zandgolf' die van Noord naar Zuid langs de kust zou lopen. De Noordelijke raaien zullen dan eerder een stijging in de kubering te zien geven dan de Zuidelijke. Hoeveel jaren verschil hiertussen zit is uiteraard afhankelijk van de voortplantings-snelheid van de golf. Voor het kustvak is dan het verloop van de fase bijvoorbeeld als in figuur 6.2.1.

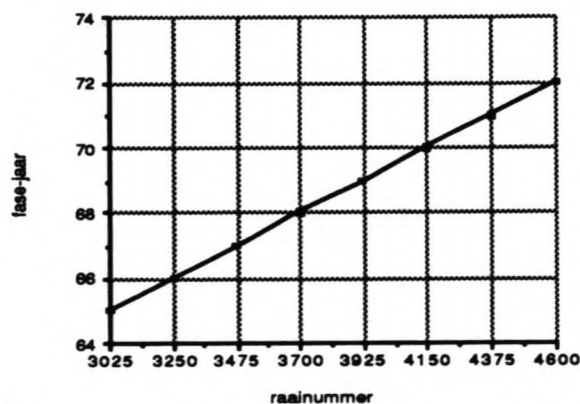


fig. 6.2.1 voorbeeld fase-verloop langs de kust.

Uitzetten van de radialen zou veel minder zeggingskracht hebben en bovendien voor elke periode apart moeten gebeuren. In de volgende paragraaf is dan ook beschreven of er enig verband te vinden is tussen de fasen, gevonden bij de berekening met opgelegde trend en amplitude, in de diverse raaien.

6.2.1. Resultaten analyse van de fase.

Om te komen tot een beschrijving van het verloop van de fase langs de kust is het volgende gedaan. De fase-waarden volgend uit de berekening met opgelegde trend en amplitude zijn uitgezet in grafieken. Deze zijn te vinden in bijlage 5b. Hierin zijn de 'fase-jaren', m.a.w. de jaren waarin de opgaande doorgang valt, langs de kust geplot. Dit is gedaan voor de perioden 3 t/m 14 jaar. De lagere perioden worden niet meegenomen omdat in deze gevallen (lineariteit) de fase irrelevant is. De hogere ontbreken om eerder vermelde redenen. Bovendien is uitgegaan van gehele jaren. Dit is gedaan, omdat ook bij de overige berekeningen slechts met gehele jaren gewerkt is, maar dit is in principe niet noodzakelijk.

Het is zelfs zo dat mede door deze afrondingsprocedure op hele waarden een zeer onduidelijk beeld ontstaan kan. Neem bijvoorbeeld het geval dat de opgang in jaar 63,8 zou komen te vallen. Deze valt nog niet binnen het interval '64-'85 zodat nogmaals een volle periode (stel: 7 jaar) wordt opgeteld. Als 'fase-jaar' wordt dan dus gevonden 70,8 wat wordt afgerond op '71. Mocht nu in een andere raai het jaar van opgang bijv. in 64,1 vallen, valt dit wel binnen het goede interval en wordt direct afgerond op '64. Terwijl de oorspronkelijke 'fase-jaren' hoegenaamd niets van elkaar afweken, geeft het uiteindelijk verloop van de fases langs de kust een grote sprong te zien, namelijk met de grootte van één periode. In de figuren is te zien dat dit verschijnsel zich inderdaad veelvuldig voordoet. Dit is te herstellen, door in de figuren van de 'uitschieters naar boven' eenmaal de periode af te trekken, waardoor een duidelijker beeld ontstaat. Nog beter is het, niet van bovenstaande procedure gebruik te maken, maar een iets andere berekening te volgen, waardoor 'nabijgelegen' fasen niet uiteen worden getrokken. Waarschijnlijk is het grootste deel van de gevallen te verhelpen door eerst af te ronden en vervolgens te kijken of de waarde binnen het interval valt. Voor het bovengenoemde geval levert de eerste waarde van 63,8 dan op, dat de afgeronde waarde ('64) nu wel in het interval komt te liggen en dus dezelfde fase als 64,1 oplevert. Echter een waarde van bijv. 63,3 komt op deze manier uit op

'70 (bij per. 7 jr) , wat dus duidelijk een grotere sprong oplevert t.o.v. '64 (63,8!), dan wanneer jaar '63 was genomen.

Wellicht is het dan ook nuttig de waarden niet in een x-y grafiek uit te zetten, maar in een polaire figuur (zie fig. 6.2.2).

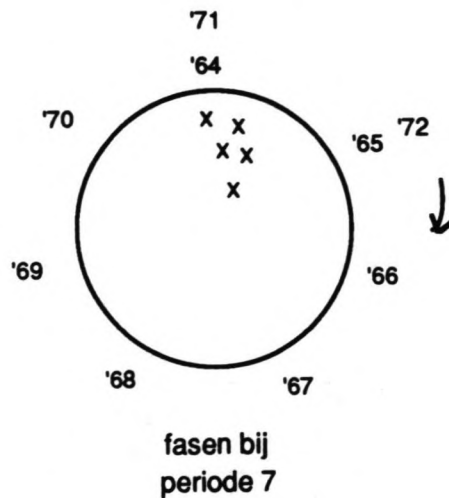


fig.6.2.2. Voorbeeld polaire grafiek.

Door er voor te zorgen dat de complete cirkel overeenkomt met de grootte van de periode, komen fasen die ongeveer één periode verschillen toch dicht bij elkaar te liggen. (Nb: in de figuur zijn de fasen ook niet meer afgerond op gehele waarden). Helaas kon dit -bij gebrek aan tijd- niet worden geprobeerd, en is toch gekeken naar de oorspronkelijke grafieken, waarbij wel de 'fase-sprongen' zijn afgevlakt door optellen/af trekken van eenmaal de periode. De figuren in de bijlage tonen overigens de verlopen langs de kust zonder deze afvlakking.

Er blijkt een aanmerkelijk verschil te zijn in de waarden van de fasen. Zowel tussen de verschillende raaien, als bij de diverse perioden, zijn de fasen nogal wisselvallig. De lagere perioden geven nog een vrij constant beeld te zien langs de kust. Dit is niet verwonderlijk, omdat voor die perioden de eerste opgang slechts in een beperkt aantal verschillende jaren kan vallen. Dit wordt nog eens versterkt door de (on nauwkeurige) afronding van de fase-jaren op gehele waarden. Steekhoudende conclusies kunnen aan deze lijnen dan ook niet worden verbonden. Iets anders is dat bij de grotere perioden. Bij deze

perioden wisselt de 'beste' fase nogal per raai, hoewel er vaak een schijnbare voorkeurs-fase geldt per periode. Deze is dan echter bij de verschillende perioden weer anders, zodat er voor het complete periode-gebied geen fase of faseverloop over het kustvak te geven is. Zeker zal zijn, dat als dit toch gedaan wordt de benaderingsfunctie in de meeste raaien zodanig zal verschuiven, tengevolge van het opleggen van de fase, dat de gemaakte fout sterk zal toenemen. De vergelijking tussen de lineaire benadering en die met een sinusfunctie valt dan zeker uit in het voordeel van de eerste.

6.3 Resultaten berekening met 2^e amplitude-verloop

Zoals in hoofdstuk 5 is gezegd is een 2^e berekening uitgevoerd met een identiek opgelegde trend, maar een ander amplitude-verloop, zoals geschetst in par. 6.0. Op deze wijze is te zien hoe groot de invloed van de keuze van dit laatste verloop is. Wellicht zijn de fouten in het interessante periode-interval door een betere keuze van de opgelegde amplitude te verkleinen. Als dit echter niet het geval is en de fout van een zelfde orde van grootte blijft, betekent dit dat opleggen van een lineair amplitude-verloop op zich niet gunstig is.

De invloed van het opleggen van dit verloop is getoetst aan de totale fout, die gemaakt is over het kustvak. Deze fout, die op dezelfde wijze tot stand kwam als bij de eerder uitgevoerde berekeningen, is uitgezet in figuur 6.3.1, samen met de totale fouten bepaald bij de berekeningen met vrije parameters, opgelegde trend en het eerste amplitude-verloop.

De verwachte toename in de fout bij de kleinere perioden (zie 5.2) is inderdaad opgetreden. De benadering bij de perioden 7 - 14 jaar is echter niet verbeterd. Slechts bij een periode van 14 jaar is er sprake van een zekere afname van de fout. In de andere gevallen is er zelfs een kleine groei te ontdekken. Kennelijk is het opleggen van dit tweede verloop van de amplitude geen verbetering t.o.v. de eerste. Het lijkt er dan ook op dat de toename van de fout die optreedt bij het opleggen van de amplitude niet zozeer afhangt van de numerieke waarden van de lineariseringen, maar meer van de linearisering zelf.

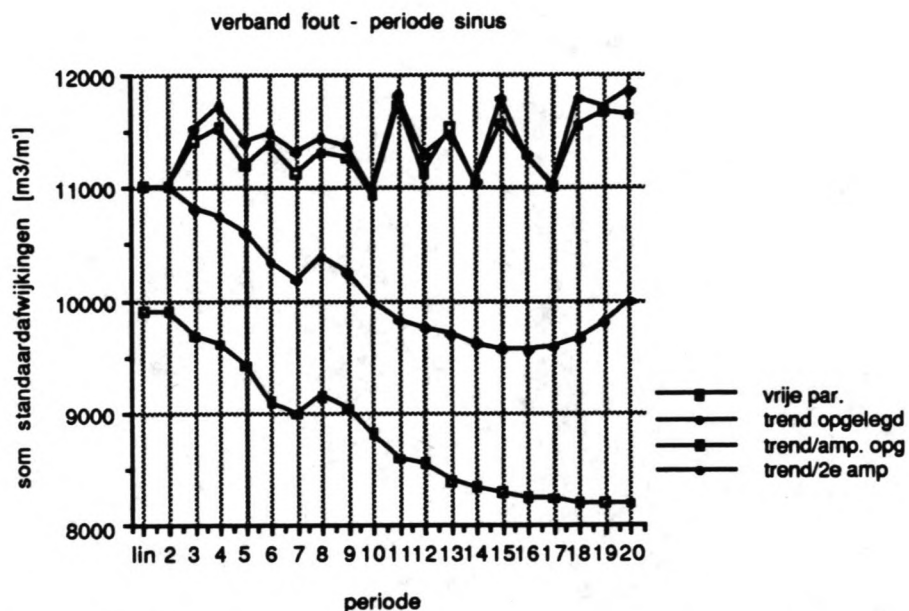


fig.6.3.1 Totale fout over het kustvak bij opgelegde trend en het 2^e amplitude-verloop.

Het benaderen van het grillige amplitude-verloop met een rechte lijn brengt een dusdanig grote fout met zich mee, dat een goede sinusvormige benadering van de kuberingswaarden over het kustvak wordt uitgesloten.

6.4 Evaluatie en conclusie

Er zijn vraagtekens te plaatsen bij de gevolgde werkwijze, met name bij volgorde van opleggen van de parameters. In principe kan dit in iedere gewenste volgorde gebeuren. Terwijl hier de serie trend, amplitude, fase is genomen kan bijvoorbeeld ook eerst de amplitude of de fase worden opgelegd. Omdat de trend vrij eenduidig bleek te zijn vastgelegd voor het kustvak, ook uit de hoogtelijnen van figuur 2.3.2, lijkt de keus deze als eerste op te leggen redelijk. Men zou daarna echter kunnen overwegen eerst de fase op te leggen. Zo zou in theorie bereikt worden dat de 'knopen' en 'buiken' van de sinus goed in de kuberingsreeks vallen. Met behulp van de amplitude kan daarna de totale fout tot een minimum beperkt worden.

Dit is wellicht beter dan de methode die hier gevolgd is. Door de amplitude eerst vast te stellen wordt deze weliswaar optimaal benut, maar door vervolgens de sinus te verschuiven -wat in veel van de raaien zal gebeuren- zal de fout flink toenemen. De amplitude zal dan immers direct een stuk minder goed zijn.

Het is in principe mogelijk die amplitude opnieuw te berekenen met nu de gevonden fasen opgelegd. Deze berekening komt in essentie neer op de hierboven genoemde volgorde van opleggen: fase, amplitude. Met deze nieuw gevonden amplitude-lijn kan dan eventueel weer een (beter) fase-verloop worden bepaald enzovoorts. Op deze iteratieve wijze wordt wellicht een iets beter resultaat bereikt.

Er kan echter geen sprake zijn van een kleinere fout door het meefitten van een sinus ten opzichte van de lineaire benadering. Alléén opleggen van de amplitude leverde immers al een grotere fout op. Ook het opleggen van een tweede, meer op een kleiner periode-interval gericht, amplitude-verloop bracht hier geen verandering in. Na opleggen van de fase -ook als dit iteratief gebeurt- zal deze fout alleen vergroot worden.

Er moet dan ook geconcludeerd worden dat de kuberings-reeks van het totale profiel over het onderzochte kustvak niet beter benaderd wordt door een sinusfunctie, met een vastgelegd lineair trend-, amplitude- en faseverloop over dat vak, dan door een lineaire benadering.

Het is evenwel goed mogelijk dat dit voor een deel van het profiel wel het geval is. Met name voor de zône waarbinnen de brandingruggen zich bevinden kan het hier gevoerde onderzoek een bevredigender resultaat opleveren. Een dergelijke studie verdient dan ook zeker aanbeveling.

Hoofdstuk 7 Toetsingsberekening voor de zeegrens

7.0 Inleiding

In hoofdstuk 2 is beschreven dat de zeegrens geacht wordt stabiel te zijn. Met andere woorden, dat er geen of verwaarloosbaar transport van zand over deze grens plaats heeft. Deze aanname moet voor de gekozen grens van NAP-6m. zeker worden getoetst, omdat hierover waarschijnlijk weldegelijk sprake is van enig transport.

Om te schatten hoe groot dit ongeveer is, is de berekening opnieuw uitgevoerd met een ondergrens van NAP-6.5m. Gezien de geschatte bodemhelling van ca 1:50 à 100 ter plaatse van deze dieptelijn zal de nieuwe zeegrens ongeveer 25 à 50 m. meer zee-inwaarts liggen. Deze ondergrens is de diepste grens die in een groter aantal raaien in de JARKUS-metingen gehaald wordt. De raaien 40.25 t/m 46.00 voldoen hier niet aan, zodat alleen naar de raaien 30.25 t/m 40.00 is gekeken. De totaal-kuberingen boven NAP-6.5m. van deze raaien zijn vergeleken met die van boven NAP-6m. , waarna het verschil is uitgezet in de figuren van bijlage 6. Dit onderling verschil is gelijk aan het volume zand in de laag NAP-6m tot NAP-6.5m. Er is geen -of verwaarloosbaar- transport, als de lijnen -vrijwel- horizontaal lopen, met andere woorden de laag is dan stabiel te noemen, evenals de getoetste zeegrens. Als de lijn echter niet horizontaal loopt wil dit zeggen dat de kust tussen NAP-6.5m en NAP-6m (is) verplaatst en dus niet stabiel is. Een jaarlijkse verandering van bijvoorbeeld 10 m³/m' in het verschil zou inhouden dat de kust in deze laag (van 0.5m. dikte) 20 meter verplaatst is in het desbetreffende jaar! De resultaten van de berekening worden gegeven in de volgende paragraaf.

7.1 Resultaten van de toetsberekening

In de grafieken in bijlage 6 zijn de hoeveelheden zand in de laag NAP-6.5m tot NAP-6m uitgezet. Deze blijken allesbehalve constant te zijn. De lijnen geven -in grove benadering- een sinusvorm te zien, wat zou kunnen duiden op brandingruggen die door de bekeken laag lopen. De periode van de ruggen zou om en nabij de 15 jaar bedragen. Opvallend is dat in de noordelijke raaien het dal van de 'sinus' rond 1970 valt en de top rond 1977, terwijl dit in het Zuiden juist andersom het geval is. Dit zou duiden op een zekere faseverschuiving. Dit is echter een zeer globale interpretatie van de grafieken.

Alvorens hieraan conclusies te verbinden zal een en ander systematisch en nauwgezet moeten worden onderzocht, bijvoorbeeld op de manier waarop in dit rapport het gehele profiel is geanalyseerd.

Voor wat betreft de stabiliteit van de zeegrens zal, zoals verwacht, uit deze resultaten geconcludeerd moeten worden dat de grens NAP-6m, die in eerste instantie stabiel werd verondersteld, dit niet is. Er blijken immers weldegelijk grote veranderingen in de bodem op te treden aan de zeezijde van deze grens. Gezien de omvang van deze veranderingen lijkt ook de NAP-6.5m grens niet in aanmerking te komen voor stabiele grens. Wil men toch een kustvak verkrijgen met een dergelijke zeegrens, dan is men genoodzaakt gebruik te maken van de meetgegevens van de doorlodingen en de zeegrens verder zeeinwaarts te stellen.

Een en ander betekent dat waar in dit rapport gesproken over 'totaalkuberingsgrenzen' dit niet letterlijk opgaat. Door verruimen van de kuberingsgrenzen tot werkelijk stabiele grenzen nemen de kuberingswaarden toe. De waarden gevonden bij deze grenzen zijn de daadwerkelijke totaalkuberingsgrenzen.

Hoofdstuk 8 Conclusies, aanbevelingen en evaluatie.

Hieronder volgt een opsomming van de conclusies en opmerkingen, die eerder in het rapport zijn gemaakt:

- * De totaalkuberingen van afzonderlijke raaien worden beter beschreven met sinusfunctie dan alleen met een lineaire trend.
- * De benadering over het gehele kustvak is -met gekozen verlopen van de variabelen- voor de sinusbenadering minder goed dan voor de lineaire.
- * Het kustvak vertoont erosie ten noorden van \pm raai 41.00, terwijl er sprake is van aanzanding ten zuiden hiervan. Dit betekent een erosie ter hoogte van Egmond en in sterkere mate Bergen.
- * Het verloop van de trend langs de kust volgt een opmerkelijk slingerend verloop. De oorzaak hiervan is wellicht een lopende zandgolf evenwijdig langs de kust of het 'egaliseren' van de duinen. Hiernaar moet verder onderzoek verricht worden.
- * De 'zeegrens' NAP-6m is niet stabiel; voor een sluitende sedimentbalans zullen de doorlodingen van het kustvak meegenomen moeten worden.
- * Het programma SIRENE voldoet goed voor wat betreft het creëren van periodieke benaderingen van tijdreeksen. Zowel voor gehele profielen, zoals hier is gebeurd, maar evenzo voor een bepaalde laag of lagen in het profiel. Met de resultaten van dergelijke laagberekeningen zijn gedetailleerde studies naar de verplaatsing/verandering van profielen te doen.
- * Waarschijnlijk heeft de hier gevolgde kuberings- en regressiemethode een betere kans van slagen wanneer slechts een deel van het profiel wordt beschouwd (bv. de onderwateroever)

- * Mogelijk is met een ander verloop van trend, amplitude en/of fase een beter resultaat te behalen. Hierbij moet vooral gedacht worden aan niet-lineaire verlopen van deze variabelen.
- * Voor meer zekerheid over de periodiciteit in kuberingsreeksen is het aan te raden de metingen van meer jaren mee te nemen (voor zover voorradig). Met name over de langperiodieke fluctuaties die van belang lijken te zijn, is met een tijdreeks van slechts 22 jaar weinig zekers te zeggen.
- * Er moet worden nagegaan of de Hoofden van IJmuiden en de Hondsbossche Zeewering inderdaad verwaarloosbare invloed hebben. Zoniet, dan moet dit zijn weerslag krijgen in de verlopen van de variabelen langs de kust.

Bijlage 1 Listing programma SIRENE /pascal


```

program sirene (input,output);
uses crt,graph;
type mat1 = array[64..85,1..40] of real;
   mat2 = array[64..85,1..20] of real;
   mat3 = array[64..85] of real;
const e=19;
var vak,raai,jaar,startj,eindj,i,j,l,t,t1,t2,n,nweg,onderl,toplaag,biper,
tussenj,k,bovenl,h1,periode,op0 : integer;
xmin,xmax,yhw,ylw,xl,xr,yl,yr,landgr,zeegr,ondergr,bovengr,x1,x2,amp,fase,op,
x0,y1,y2,xbg,laagd,r,duintop,top,xnap,xh,stabpt,a0,a1,a2,a3,trend,eq : real;
inhmi,verschmi : mat2;
inhpl,verschpl,opp : mat1;
c : char;
antw,antw1,voorw,antw2,antw3,antw4,antw5,voluit : boolean;
raainr,rname,ranu,stuname,ni,nu,nu2,nu3,nu4,nu5,nu6 : string;
fi,fu,stufile,fu2,fu3,fu4,fu5,fu6 : text;
weg : array[1..5] of integer;
m,a : array[1..4,1..4] of real;
b : array[1..4] of real;
fout : array[1..20] of real;
tot,verschil,wortel : mat3;

procedure plusnap(x1,y1,x2,y2,laagdikte,og:real;jj,ol:integer;var inhplna:mat1);
var laag1,laag2,l : integer;
    dx,dy : real;

begin
    laag1:=trunc(y1/laagdikte-1e-7)+1;
    laag2:=trunc(y2/laagdikte-1e-7)+1;
    dx:=0;
    if laag1=laag2 then dy:=y2-y1 else dy:=laag1*laagdikte-y1;
    if y1<>y2 then for l:=laag1 to laag2 do
        begin
            dx:=dx + dy*(x2-x1)/(y2-y1);
            inhplna[jj,l]:=inhplna[jj,l]+0.5*sqr(dy)*(x2-x1)/(y2-y1)+(x2-x1-dx)*dy;
            if (l+1)*laagdikte<=y2 then dy:=laagdikte
                else dy:=y2-(l*laagdikte);
        end;
    if og>0 then
        begin
            if laag1 <> ol then
                begin
                    inhplna[jj,laag1]:=inhplna[jj,laag1]+(y1-(laag1-1)*laagdikte)*(x2-x1);
                    for l:=(laag1-1) downto (ol+1) do
                        begin
                            inhplna[jj,l]:=inhplna[jj,l]+laagdikte*(x2-x1);
                        end;
                    end;
                    inhplna[jj,ol]:=inhplna[jj,ol]+(y1-og)*(x2-x1);
                end else
                begin
                    inhplna[jj,laag1]:=inhplna[jj,laag1]+(laagdikte*(1-laag1)+y1)*(x2-x1);
                    if laag1<>1 then for l:=(laag1-1) downto 1 do
                        begin
                            inhplna[jj,l]:=inhplna[jj,l]+laagdikte*(x2-x1);
                        end;
                    end;
                end;
        end;
end;

procedure minnap(x1,y1,x2,y2,x0,xbg,ld,bg,og,lg:real;ol,bl,jj:integer;var inhmina:mat2);
var laag1,laag2,l:integer;
    dx,dy : real;

begin
    laag1:=trunc(abs(y1)/ld-1e-7)+1;
    laag2:=trunc(abs(y2)/ld-1e-7)+1;
    dx:=0;
    if laag1=laag2 then dy:=y2-y1 else dy:=abs(y1)-(laag1-1)*ld;
    if y1<>y2 then for l:=laag1 downto laag2 do
        begin
            dx:=dx+dy*(x2-x1)/(y2-y1);
            inhmina[jj,l]:=inhmina[jj,l]+0.5*sqr(dy)*(x2-x1)/(y2-y1)+(x2-x1-dx)*dy;
            if (2-l)*ld<=y2 then dy:=ld
                else dy:=(l-1)*ld-abs(y2);
        end;
    if ol<>laag1 then
        begin
            inhmina[jj,laag1]:=inhmina[jj,laag1]+(laag1*ld-abs(y1))*(x2-x1);
            if laag1<>(ol-1) then for l:=(laag1+1) to (ol-1) do
                begin
                    inhmina[jj,l]:=inhmina[jj,l]+ld*(x2-x1);
                end;
            end;
            inhmina[jj,ol]:=inhmina[jj,ol]+(abs(og)-(ol-1)*ld)*(x2-x1);
        end;
end;

```

```

end else inhmina[jj,ol]:=inhmina[jj,ol]+(y1-og)*(x2-x1);
end;

procedure combinap(x1,y1,x2,y2,xbg,ld,og,bg,lg:real;ol,bl,jj:integer;
var x0,xnap:real;var inhmina:mat2;var inhplna:mat1);
var l :integer;

begin
if y1<>y2 then x0:=x1-y1*(x2-x1)/(y2-y1) else x0:=x1;
if xnap =lg then xnap:=x0;
minnap(x1,y1,x0,0,x0,xbg,ld,bg,og,lg,ol,bl,jj,inhmi);
plusnap(x0,0,x2,y2,ld,og,jj,ol,inhpl);
end;

procedure matrix;
var p,q,r :integer;

begin
for p:=1 to 3 do
begin
for q:=(p+1) to 4 do
begin
if a[p,p]<>0 then m[q,p]:=a[q,p]/a[p,p] else m[q,p]:=1;
for r:=(p+1) to 4 do
a[q,r]:=a[q,r]-m[q,p]*a[p,r];
b[q]:=b[q]-m[q,p]*b[p]
end
end;
end;
if abs(a[4,4])>1e-7 then a3:=b[4]/a[4,4] else a3:=0;
if (antw4=false) and (antw5=false)
then if abs(a[3,3])<>0 then a2:=(b[3]-a[3,4]*a3)/a[3,3]
else a2:=0
else begin
if antw4 and antw5
then begin
a3:=amp*sin(fase);
a2:=amp*cos(fase)
end else
if antw4 then begin if abs(a3)>amp then begin a2:=0;a3:=amp end
else a2:=sqrt(sqr(amp)-sqr(a3));
end
else if (fase<>0) and (fase<>-pi) then a2:=a3*cos(fase)/sin(fase)
else if abs(a[3,3])<>0 then a2:=(b[3]-a[3,4]*a3)/a[3,3]
else a2:=0
end;
if antw3=false then al:=(b[2]-a[2,3]*a2-a[2,4]*a3)/a[2,2] else al:=trend;
a0:=(b[1]-a[1,2]*al-a[1,3]*a2-a[1,4]*a3)/a[1,1];
if antw5=false then
begin
if a2<>0 then fase:=arctan(a3/a2) else fase:=pi/2;
op:=-((fase/(2*pi))*periode);
repeat op:=op+periode until op>=64;
op0:=round(op)
end;
if antw4=false then amp:=sqrt(sqr(a2)+sqr(a3));
end;

procedure regressie(var amp,fase:real);
var rij,kolom,jaar :integer;
w,{fase,amp},a0int,eqarg :real;

begin
write(fu4,raai:8);write(fu5,raai:8);write(fu6,raai:8);
for periode:=1 to 20 do
begin
gotoxy(30,22);writeln('** regressie **');
writeln(' periode:',periode:4);
for rij:=1 to 4 do
begin
b[rij]:=0;
for kolom:=1 to 4 do a[rij,kolom]:=0
end;
fout[periode]:=0;
w:=2*pi/periode;
for jaar:=startj to eindj do
begin
eqarg:=2*pi*(frac(jaar/periode));
opp[jaar,periode]:=0;
a[1,1]:=a[1,1]+1;
a[1,2]:=a[1,2]+jaar;
a[1,3]:=a[1,3]+sin(eqarg);

```

```

a[1,4]:=a[1,4]+cos(eqarg);
a[2,2]:=a[2,2]+sqr(jaar);
a[2,3]:=a[2,3]+jaar*sin(eqarg);
a[2,4]:=a[2,4]+jaar*cos(eqarg);
a[3,3]:=a[3,3]+sqr(sin(eqarg));
a[3,4]:=a[3,4]+sin(eqarg)*cos(eqarg);
a[4,4]:=a[4,4]+sqr(cos(eqarg));
b[1]:=b[1]+tot[jaar];
b[2]:=b[2]+jaar*tot[jaar];
b[3]:=b[3]+sin(eqarg)*tot[jaar];
b[4]:=b[4]+cos(eqarg)*tot[jaar];
end;
a[2,1]:=a[1,2];
a[3,1]:=a[1,3];
a[3,2]:=a[2,3];
a[4,1]:=a[1,4];
a[4,2]:=a[2,4];
a[4,3]:=a[3,4];
matrix;
a0int:=a0+64*a1;
write(fu4,amp:8:2);write(fu5,al:8:2);write(fu6,op0:8);
if (periode=1) or (amp=0) then
  writeln(fu,'periode:',periode:4,'  ben(t)=' ,a0:4:2,'+',al:4:2,'t')
else
  writeln(fu,'periode:',periode:4,'  ben(t)=' ,a0:4:2,'+',al:4:2,'t+',amp:4:2,'sin(wt+',fase:4:2,')');
for jaar:=startj to eindj do
begin
  opp[jaar,periode]:=a0+a1*jaar+amp*sin(w*jaar+fase);
  verschil[jaar]:=abs(tot[jaar]-opp[jaar,periode]);
  fout[periode]:=fout[periode]+sqr(verschil[jaar])/22;
end;
end;
writeln(fu4);writeln(fu5);writeln(fu6);
end;

```

```

begin
  (hoofdprogr)
  clrscr;
  write('welke raai:');readln(rname);
  stuname:='a:\stuur\stuural.stu';
  assign(stufile,stuname);reset(stufile);
  readln(stufile);readln(stufile);readln(stufile);readln(stufile);
  repeat
    readln(stufile,raainr);
    read(stufile,startj,eindj,landgr,zeegr,stabpt,nweg);
    if nweg<>0 then for i:=1 to nweg do read(stufile,weg[i]);
    readln(stufile);
  until (raainr=rname) or (raainr='einde');
  ni:=concat('b:\invoer\r',rname,'.dat');
  write('uitvoerfiles:');readln(ranu);
  nu:=concat('i:\scratch\evert\ ',ranu,'ta.uit');
  nu2:=concat('i:\scratch\evert\ ',ranu,'ta.prn');
  nu3:='i:\scratch\evert\tafout.prn';
  nu4:='i:\scratch\evert\amplta.prn';
  nu5:='i:\scratch\evert\trend.prn';
  nu6:='i:\scratch\evert\fase.prn';
  close(stufile);
  assign(fi,ni);reset(fi);
  assign(fu,nu);rewrite(fu);
  assign(fu2,nu2);rewrite(fu2);
  assign(fu3,nu3);append(fu3);{rewrite(fu3);}
  assign(fu4,nu4);rewrite(fu4);
  assign(fu5,nu5);rewrite(fu5);
  assign(fu6,nu6);append(fu6);{rewrite(fu6);}
  write('landgrens invoeren?');c:=readkey;writeln(c);antw:=c='j';
  if antw then
  begin
    write(' landgrens (' ,stabpt:4:2,')');readln(landgr)
  end;
  write('zeegrens invoeren?');c:=readkey;writeln(c);antw:=c='j';
  if antw then
  begin
    write(' zeegrens:');readln(zeegr)
  end;
  write('ondergrens invoeren?');c:=readkey;writeln(c);antw:=c='j';
  if antw then
  begin
    write(' ondergrens:');readln(ondergr)
  end else ondergr:=-10;
  write('bovengrens invoeren?');c:=readkey;writeln(c);antw:=c='j';
  if antw then
  begin
    write(' bovengrens:');readln(bovengr)
  end;
end;

```

```

end else bovengr:=20;
write('laagdikte:');readln(laagd);
writeln;
write('regressie uitvoeren?');c:=readkey;writeln(c);antw1:=c='j';
if antw1 then
  begin write('parameters opleggen?');c:=readkey;writeln(c);antw2:=c='j' end else
  begin antw3:=false; antw4:=false;antw5:=false end;
if antw2 then
begin
  write('    trend opleggen?');c:=readkey;writeln(c);antw3:=c='j';
  if antw3 then begin write('    trend:');readln(trend) end;
  write(' amplitude opleggen?');c:=readkey;writeln(c);antw4:=c='j';
  if antw4 then begin write(' amplitude:');readln(amp) end;
  write('    fase opleggen?');c:=readkey;writeln(c);antw5:=c='j';
  if antw5 then begin write('jr 0-opgang');readln(op0) end
end;
writeln(fu,'source program:SIRENE');
writeln(fu,'stuurprogramma:',stuname);
writeln(fu,' sourcefile:',ni);
writeln(fu,' uitvoerfiles:',nu,',',nu2);
writeln(fu,'           ',nu3);
if antw3 then writeln(fu,'           ',nu5);
if antw4 then writeln(fu,'           ',nu4);
if antw5 then writeln(fu,'           ',nu6);
writeln(fu);
writeln(fu,'    landgrens:',landgr:8:2);
writeln(fu,'    zeegrens:',zeegr:8:2);
writeln(fu,'    ondergrens:',ondergr:8:2);
writeln(fu,'    bovengrens:',bovengr:8:2);
writeln(fu,'    laagdikte:',laagd:8:2);
writeln(fu);
write(fu,'    trend:');if antw3 then writeln(fu,trend:4:2) else writeln(fu,'vrij');
write(fu,'    amplitude:');if antw4 then writeln(fu,amp:4:2) else writeln(fu,'vrij');
write(fu,' fase/jr opgang:');if antw5 then writeln(fu,op0:2) else writeln(fu,'vrij');
tussenj:=trunc((startj+eindj)/2);
onderl:=trunc(abs(ondergr)/laagd-1e-7)+1;
bovenl:=trunc(abs(bovengr)/laagd-1e-7)+1;
duintop:=0;
for t:=startj to eindj do
begin
  gotoxy(30,20);write('gevorderd tot:',t);
  xnap:=landgr;xbg:=zeegr;voorw:=true;
  for j:=1 to 40 do begin inhpl[t,j]:=0;verschpl[t,j]:=0 end;
  for j:=1 to 20 do begin inhmi[t,j]:=0;verschmi[t,j]:=0 end;
  read(fi,vak,raai,jaar,r,r,r,n,xmin,xmax,r,r,r,yhw,ylw);
  if xmin>landgr then landgr:=xmin;
  if xmax<zeegr then zeegr:=xmax;
  read(fi,xl,yl);
  for j:=2 to n do
  begin
    read(fi,xr,yr);
    if ((xr>landgr)and(yr<bovengr)) and ((xl<zeegr) and (yl>ondergr)) then
    begin
      if xl<landgr then
      begin
        yl:=yl+(yr-yl)*(landgr-xl)/(xr-xl);
        xl:=landgr
      end;
      if xr>zeegr then
      begin
        yr:=yl+(yr-yl)*(zeegr-xl)/(xr-xl);
        xr:=zeegr
      end;
      if yr<ondergr then
      begin
        xr:=xl+(xr-xl)*(yl-ondergr)/(yl-yr);
        yr:=ondergr
      end;
      if yl>bovengr then
      begin
        xl:=xr+(xl-xr)*(yr-bovengr)/(yr-yl);
        yl:=bovengr;
        if voorw then
        begin
          xbg:=xl;voorw:=false
        end
      end;
      if yl<=yr then
      begin
        xl:=xl;yl:=yl;x2:=xr;y2:=yr
      end else
      begin
        xl:=xl;yl:=yr;x2:=xr;y2:=yl
      end
    end
  end
end

```

```

end;
if y1>duintop then duintop:=y1;
if (y1>0) and (y2>0) then
  plusnap(x1,y1,x2,y2,laagd,ondergr,t,onderl,inhpl)
else if (y1<0) and (y2<0) then
  minnap(x1,y1,x2,y2,x0,xbg,laagd,bovengr,ondergr,landgr,onderl,bovenl,t,inhmi)
else
  combinap(x1,y1,x2,y2,xbg,laagd,ondergr,bovengr,landgr,onderl,bovenl,t,x0,xnap,inhmi,inhpl);
end;
xl:=xr;
yl:=yr
end;
if ondergr<0 then
begin
  if bovengr<0 then
  begin
    xh:=xbg;hl:=bovenl;
    inhmi[t,bovenl]:=inhmi[t,bovenl]+((bovenl*laagd)+bovengr)*(xh-landgr);
    write('*',xh:8:2)
  end else
  begin
    xh:=xnap;hl:=0
  end;
  for l:=(hl+1) to (onderl-1) do inhmi[t,l]:=inhmi[t,l]+laagd*(xh-landgr);
  inhmi[t,onderl]:=inhmi[t,onderl]+(abs(ondergr)-laagd*(onderl-1))*(xh-landgr);
end;
end;
for t:=startj to eindj do
begin
  tot[t]:=0;
  for l:=1 to 40 do tot[t]:=tot[t]+inhpl[t,l];
  for l:=1 to 20 do tot[t]:=tot[t]+inhmi[t,l]
end;
end;
if antwl then regressie(amp,fase);

      (einde berekeningen/start wegschrijven)

writeln;writeln;
writeln(fu);writeln(fu);write(fu,' laag ');
for t:=startj to tussenj do write(fu,t:9);writeln(fu);write(fu,' ');
for t:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,t:9);
writeln(fu);writeln(fu);
if duintop<bovengr then top:=duintop else top:=bovengr;
toplaag:=trunc(top/laagd)+1;
if ondergr>=0 then
begin
  for l:=toplaag downto onderl do
  begin
    gotoxy(30,23);write('laag:',l:l,' ');
    write(fu,l:8);
    for t1:=startj to tussenj do write(fu,inhpl[t1,l]:9:2);writeln(fu);
    write(fu,' ');
    for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,inhpl[t2,l]:9:2);writeln(fu);
  end;
  write(fu,' totaal ');
  for t1:=startj to tussenj do write(fu,tot[t1]:9:2);writeln(fu);
  write(fu,' ');
  for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,tot[t2]:9:2);writeln(fu)
end else if bovengr<=0 then
begin
  for l:=bovenl to onderl do
  begin
    gotoxy(30,23);write('laag:',l:l,' ');
    write(fu,-l:8);
    for t1:=startj to tussenj do write(fu,inhmi[t1,l]:9:2);writeln(fu);
    write(fu,' ');
    for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,inhmi[t2,l]:9:2);writeln(fu);
  end;
  write(fu,' totaal ');
  for t1:=startj to tussenj do write(fu,tot[t1]:9:2);writeln(fu);
  write(fu,' ');
  for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,tot[t2]:9:2);writeln(fu);
end else
begin
  for l:=toplaag downto 1 do
  begin
    gotoxy(30,23);write('laag:',l:l,' ');
    write(fu,l:8);
    for t1:=startj to tussenj do write(fu,inhpl[t1,l]:9:2);writeln(fu);
    write(fu,' ');
    for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,inhpl[t2,l]:9:2);writeln(fu)
  end;
end;

```

```

for l:=1 to onderl do
begin
gotoxy(30,23);write('laag:',-1:1,' ');
write(fu,-1:8);
for t1:=startj to tussenj do write(fu,inhmi[t1,1]:9:2);writeln(fu);
write(fu,' ');
for t2:=(tussenj +1) to eindj do write(fu,inhmi[t2,1]:9:2);writeln(fu)
end;
write(fu,' totaal ');
for t1:=startj to tussenj do write(fu,tot[t1]:9:2);writeln(fu);
write(fu,' ');
for t2:=(tussenj+1) to eindj do write(fu,tot[t2]:9:2);writeln(fu);
end;

write(fu2,rname:6,' ',ondergr:6:2,' ');for periode:=1 to 20 do write(fu2,periode:8);writeln(fu2);
for t:=startj to eindj do
begin
write(fu2,t:6,' ');
write(fu2,tot[t]:8:2);
if antw1 then for periode:=1 to 20 do write(fu2,opp[t,periode]:8:2);
writeln(fu2);
end;

if antw1 then
begin
write(fu3,rname:8);
for periode:=1 to 20 do
begin
write(fu3,sqrt(fout[periode]):8:2)
end;
writeln(fu3);
end;
close(fi);
close(fu);
close(fu2);
close(fu3);
close(fu4);
close(fu5);
close(fu6);
end.

```

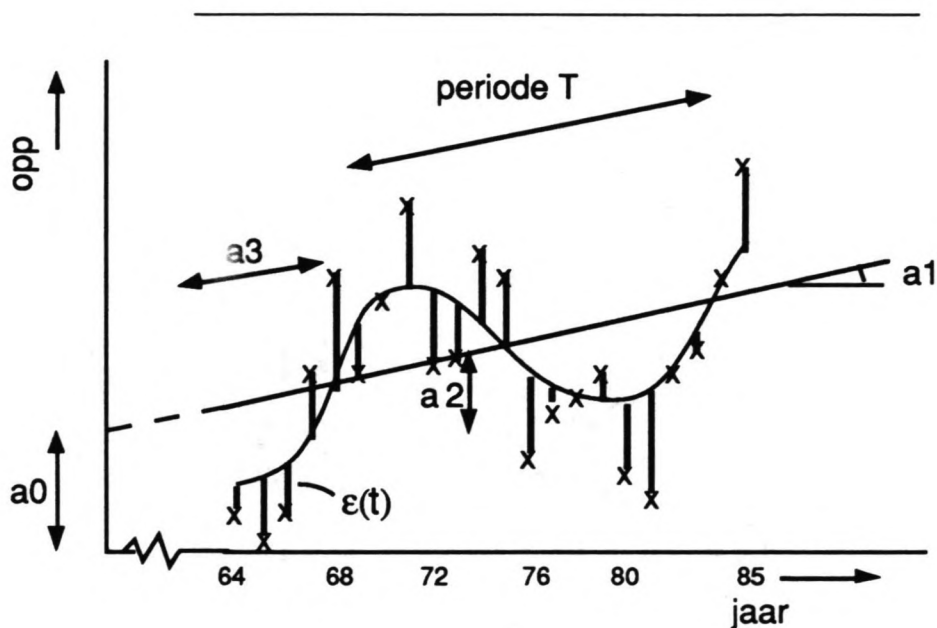

Bijlage II: Kleinste kwadraten methode

Veronderstel dat $g(t)$ de kuberingswaarden, zoals die zijn berekend uit de metingen, weergeeft en $h(t)$ de volgende functie is:

$$h(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + a_3),$$

waarin a_0 t/m a_3 onbekende parameters zijn, die uit de waarnemingen bepaald moeten worden. De meetwaarden $g(t)$ zullen dan niet overeenkomen met de functie $h(t)$; het verschil is:

$$\varepsilon(t) = h(t) - g(t).$$



De methode der kleinste kwadraten eist nu dat de geïntegreerde kwadratische fout

$$F(a_0, a_1, a_2, a_3) = \int \varepsilon^2(t) dt = \int [h(t) - g(t)]^2 dt$$

minimaal is. F is niet meer afhankelijk van t , maar wel van de parameters a_0, a_1, a_2 en a_3 . Een noodzakelijke voorwaarde voor het bereiken van een minimum voor F is, dat de partiële afgeleiden van F naar de onbekende parameters a_0 t/m a_3 gelijk aan nul worden:

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} = 0, \text{ voor } i=0 \text{ t/m } 3.$$

Deze procedure leidt tot evenveel vergelijkingen als onbekenden, zodat deze daaruit opgelost kunnen worden.

Voordat dit mogelijk is moet de functie $h(t)$ echter eerst enigszins herschreven worden tot:

$$h(t) = a_0 + a_1 \cdot t + A_2 \cdot \sin(\omega t) + A_3 \cdot \cos(\omega t),$$

$$\text{waarin: } A_2 = a_2 \cdot \cos(a_3) \text{ en } A_3 = a_2 \cdot \sin(a_3).$$

De JARKUS-metingen vormen een reeks metingen op de tijdstippen:

$$t_0, t_0 + \delta t, t_0 + 2\delta t, \dots, t_0 + k\delta t. \quad (\delta t = 1 \text{ jaar})$$

De integraal mag nu vereenvoudigd worden tot de somming van de kwadratische fout:

$$F(a_0, a_1, A_2, A_3) = \sum_0^k [h(t_i) - g(t_i)]^2 \Delta t, \quad t_i = t_0 + i \cdot \Delta t$$

Voor de benaderingsfunctie wordt dit dus:

$$F = \sum_0^k [a_0 + a_1 \cdot t + A_2 \sin(\omega t) + A_3 \cos(\omega t) - g(t_i)]^2 \cdot \Delta t.$$

Differentiëren van F naar resp a_0 , a_1 , A_2 , en A_3 en gelijk stellen aan nul levert:

$$\frac{\partial F}{\partial a_0} = 2 \sum_0^k [a_0 + a_1 t + A_2 \sin(\omega t_i) + A_3 \cos(\omega t_i) - g(t_i)] \cdot 1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a_1} = 2 \sum_0^k [a_0 + a_1 t + A_2 \sin(\omega t_i) + A_3 \cos(\omega t_i) - g(t_i)] \cdot t_i = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial A_2} = 2 \sum_0^k [a_0 + a_1 t + A_2 \sin(\omega t_i) + A_3 \cos(\omega t_i) - g(t_i)] \cdot \sin(\omega t_i) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial F}{\partial A_3} = 2 \sum_0^k [a_0 + a_1 t + A_2 \sin(\omega t_i) + A_3 \cos(\omega t_i) - g(t_i)] \cdot \cos(\omega t_i) = 0 \quad (4)$$

Uitwerken levert dan het volgende stelsel vergelijkingen:

$$ka_0 + a_1 \sum_0^k t_i + A_2 \sum_0^k \sin(\omega t_i) + A_3 \sum_0^k \cos(\omega t_i) = \sum_0^k g(t_i)$$

$$a_0 \sum_0^k t_i + a_1 \sum_0^k t_i^2 + A_2 \sum_0^k t_i \sin(\omega t_i) + A_3 \sum_0^k t_i \cos(\omega t_i) = \sum_0^k t_i g(t_i)$$

$$a_0 \sum_0^k \sin(\omega t_i) + a_1 \sum_0^k t_i \sin(\omega t_i) + A_2 \sum_0^k \sin(\omega t_i)^2 + A_3 \sum_0^k \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) = \sum_0^k \sin(\omega t_i) g(t_i)$$

$$a_0 \sum_0^k \cos(\omega t_i) + a_1 \sum_0^k t_i \cos(\omega t_i) + A_2 \sum_0^k \sin(\omega t_i) \cos(\omega t_i) + A_3 \sum_0^k \cos(\omega t_i)^2 = \sum_0^k \cos(\omega t_i) g(t_i)$$

Of in matrixvorm:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

a_{11} t/m a_{44} en b_1 t/m b_4 zijn de uit te rekenen sommaties uit de vergelijkingen (1) t/m (4), terwijl a_0 t/m A_3 nu te bepalen zijn door het vegen van de matrix.

Er ontstaat dan een matrix van de vorm:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22}^1 & a_{23}^1 & a_{24}^1 \\ 0 & 0 & a_{33}^2 & a_{34}^2 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2^1 \\ b_3^2 \\ b_4^3 \end{bmatrix}$$

waarin de a^i wijst op de waarde van a na de i^e veegstap en waaruit a_0 , a_1 , A_2 , A_3 op te lossen zijn:

$$A_3 = \frac{b_4^3}{a_{44}^3}$$

$$A_2 = \frac{b_3^2 - a_{34}^2 \cdot A_3}{a_{33}^2}$$

$$a_1 = \frac{b_2^1 - a_{23}^1 \cdot A_2 - a_{24}^1 \cdot A_3}{a_{22}^1}$$

$$a_0 = \frac{b_1 - a_{12} \cdot a_1 - a_{13} \cdot A_2 - a_{14} \cdot A_3}{a_{11}}$$

Vervolgens worden uit A_2 en A_3 de waarden a_2 en a_3 berekend en is de benaderingsfunctie met de kleinste afwijking bekend.

Nb: in het geval dat een of meerdere parameters vooraf worden opgelegd, wordt de laatste stap niet (geheel) uitgevoerd, maar alleen voor de vrije parameters.

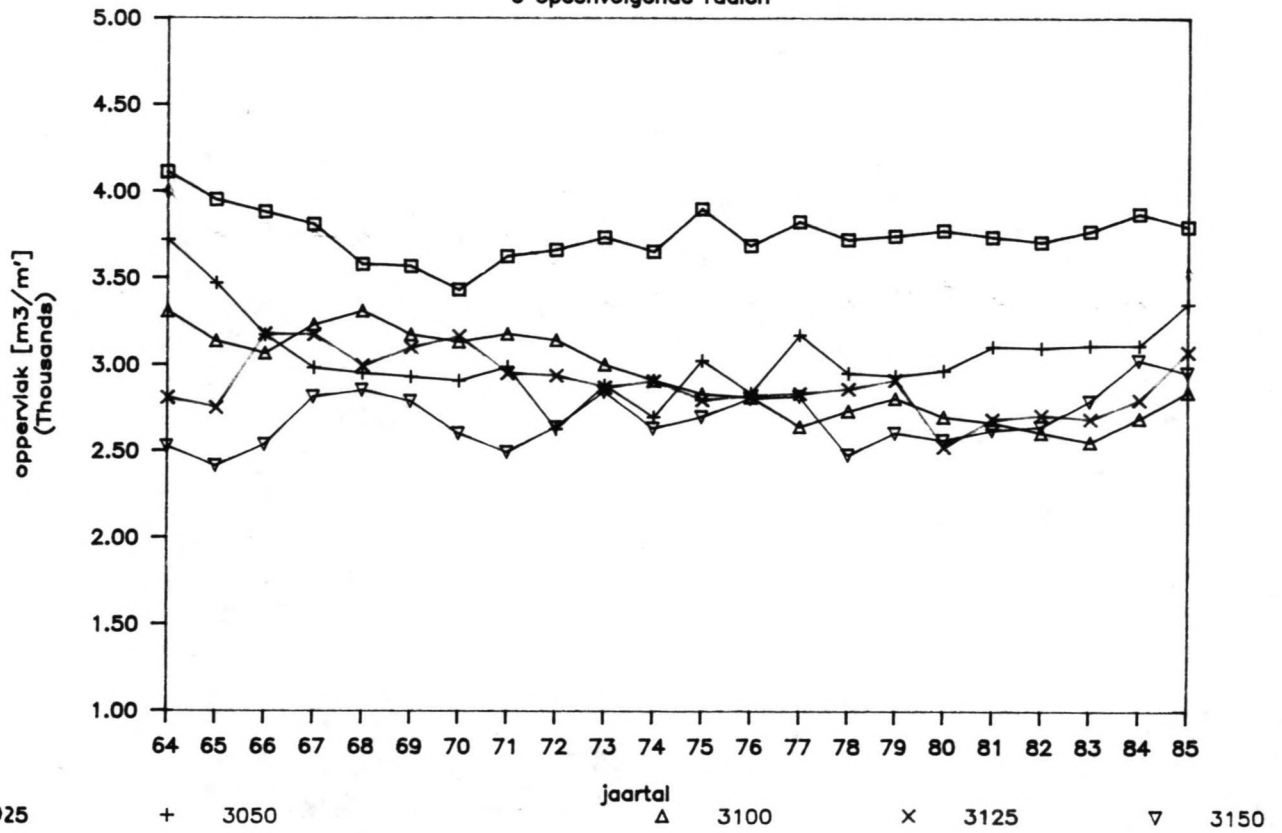
Bijlage 3

Vrije parameters

- a** Kuberingsgrafieken alle raaien
- b** Figuren verband periode / fout enkele raaien
- c** Figuren verband periode / trend enkele raaien
- d** Figuren amplitude - verband met periode
- verloop langs de kust

totaalkuberingen

6 opeenvolgende ronden



□ 3025

+ 3050

jaartal

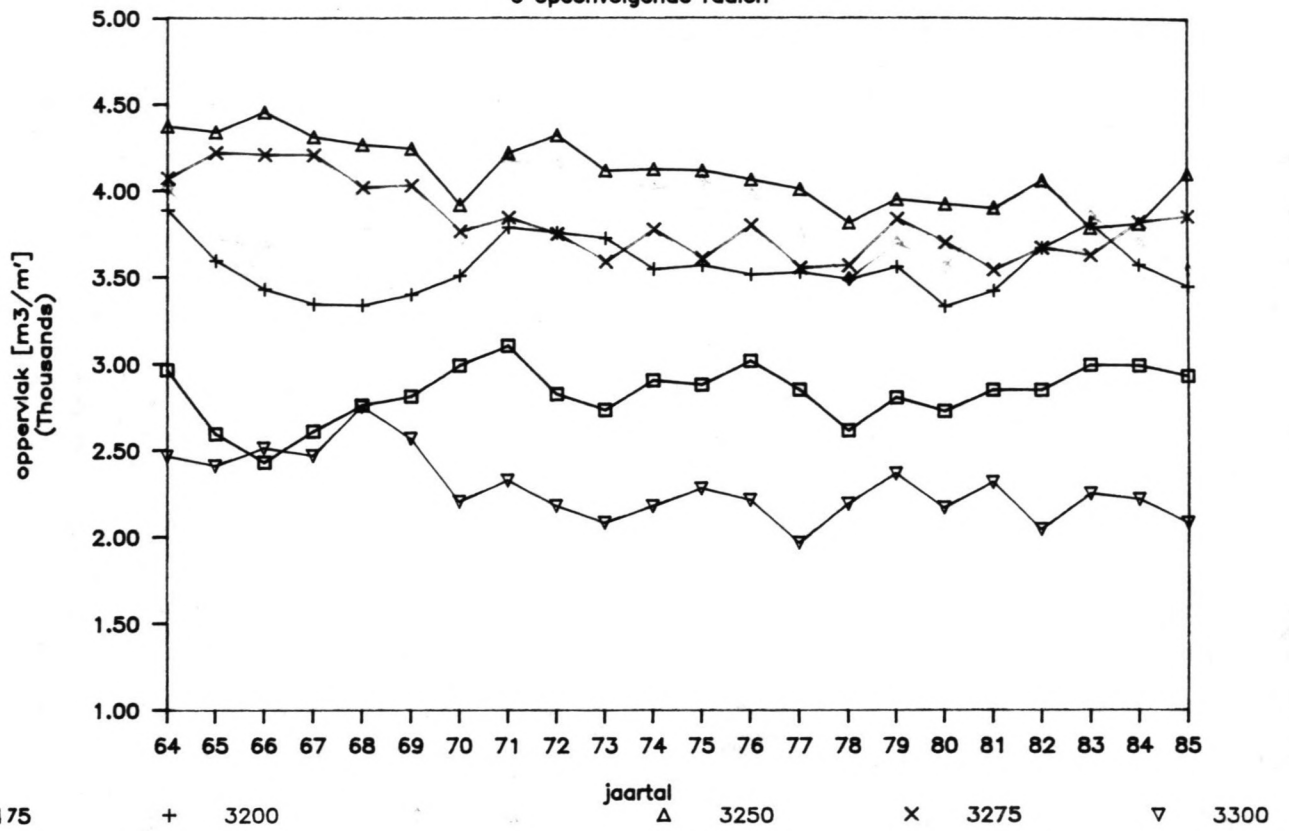
△ 3100

× 3125

▽ 3150

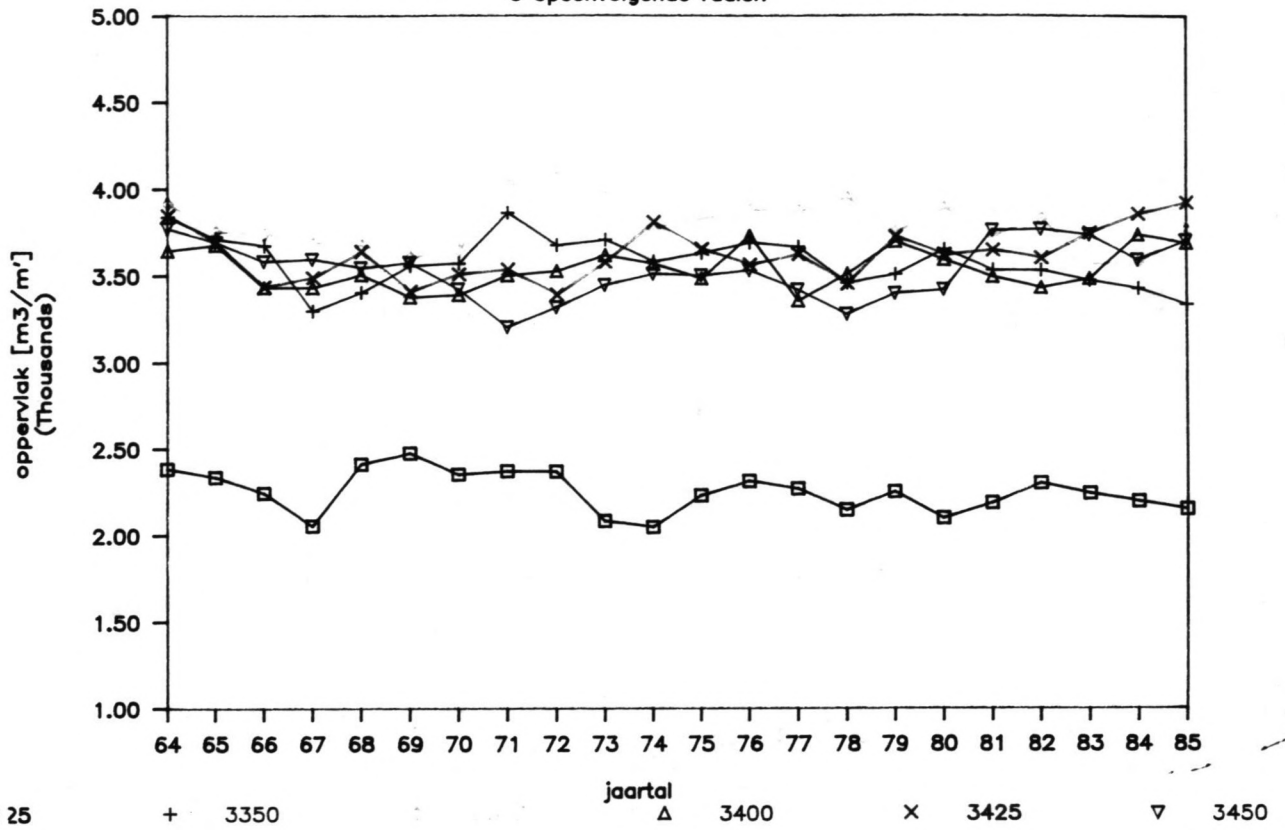
totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



□ 3325

+ 3350

jaartal

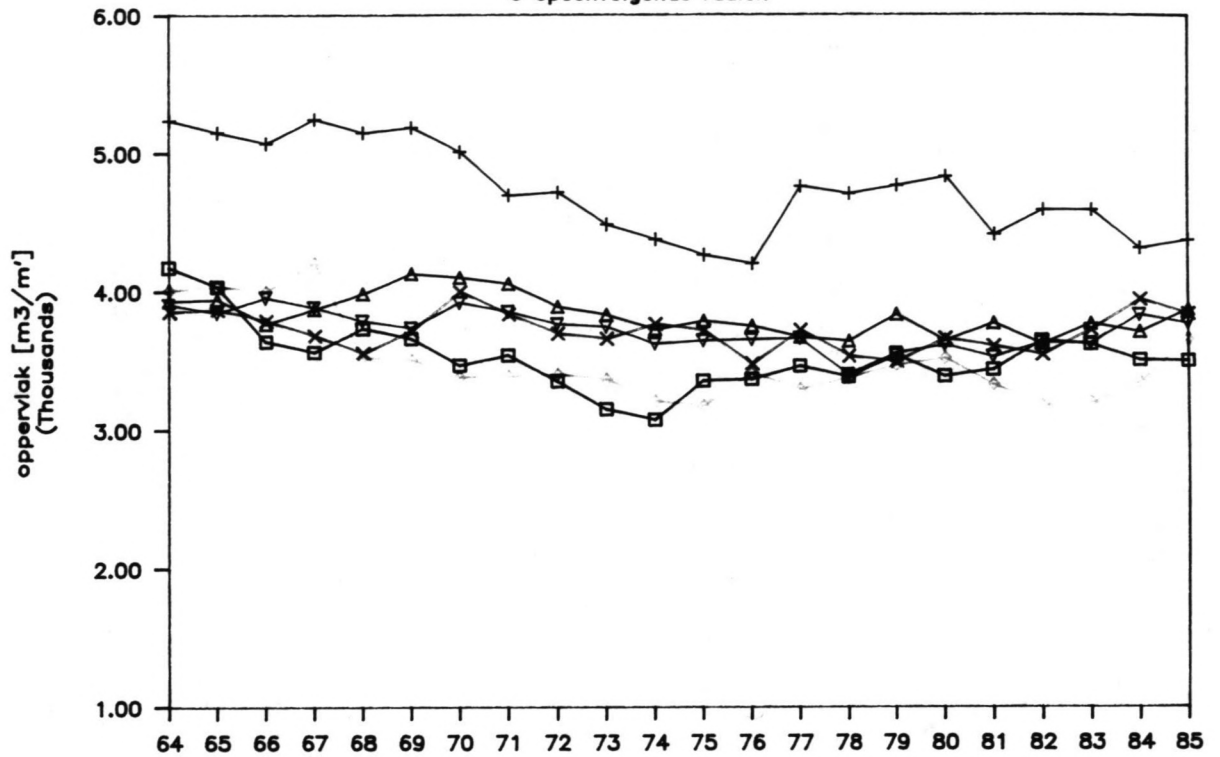
Δ 3400

x 3425

▽ 3450

totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



□ 3475

+ 3500

jaartal

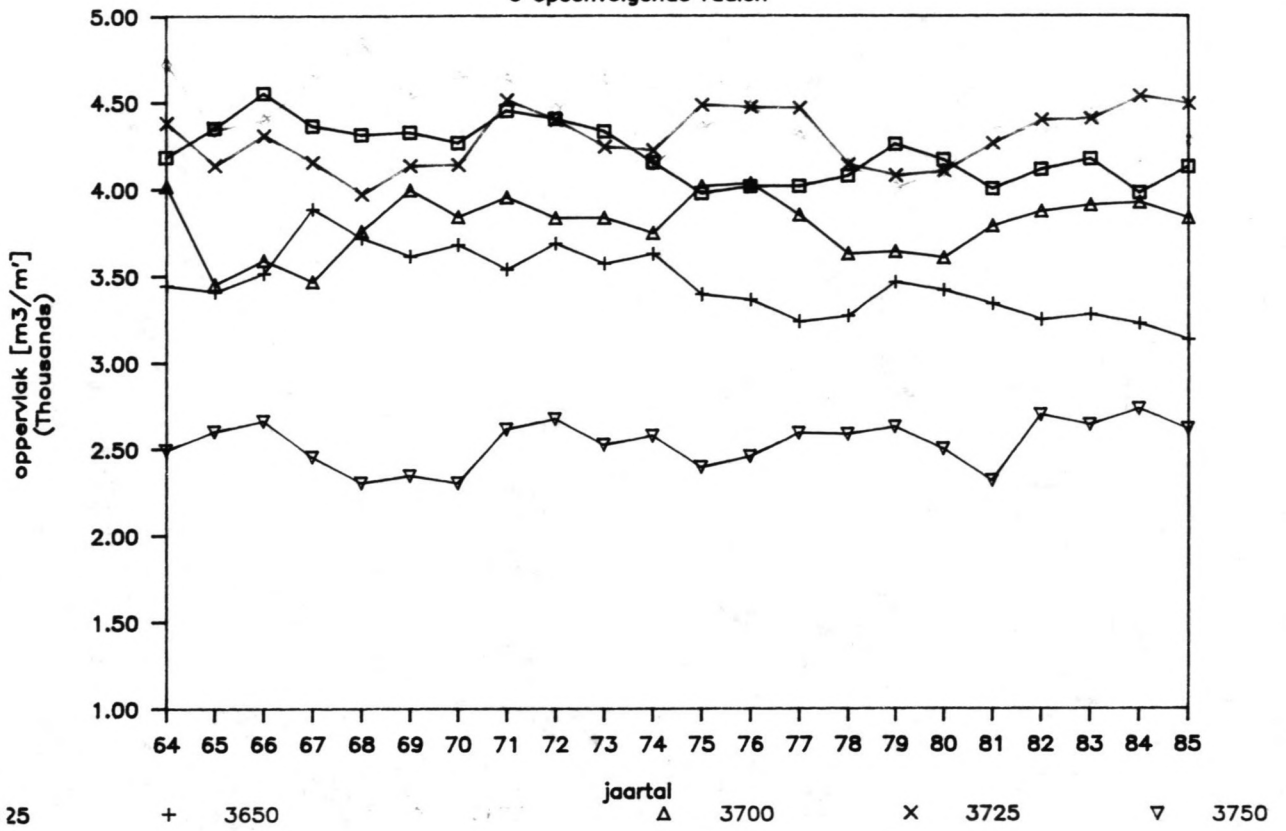
Δ 3550

x 3575

▽ 3600

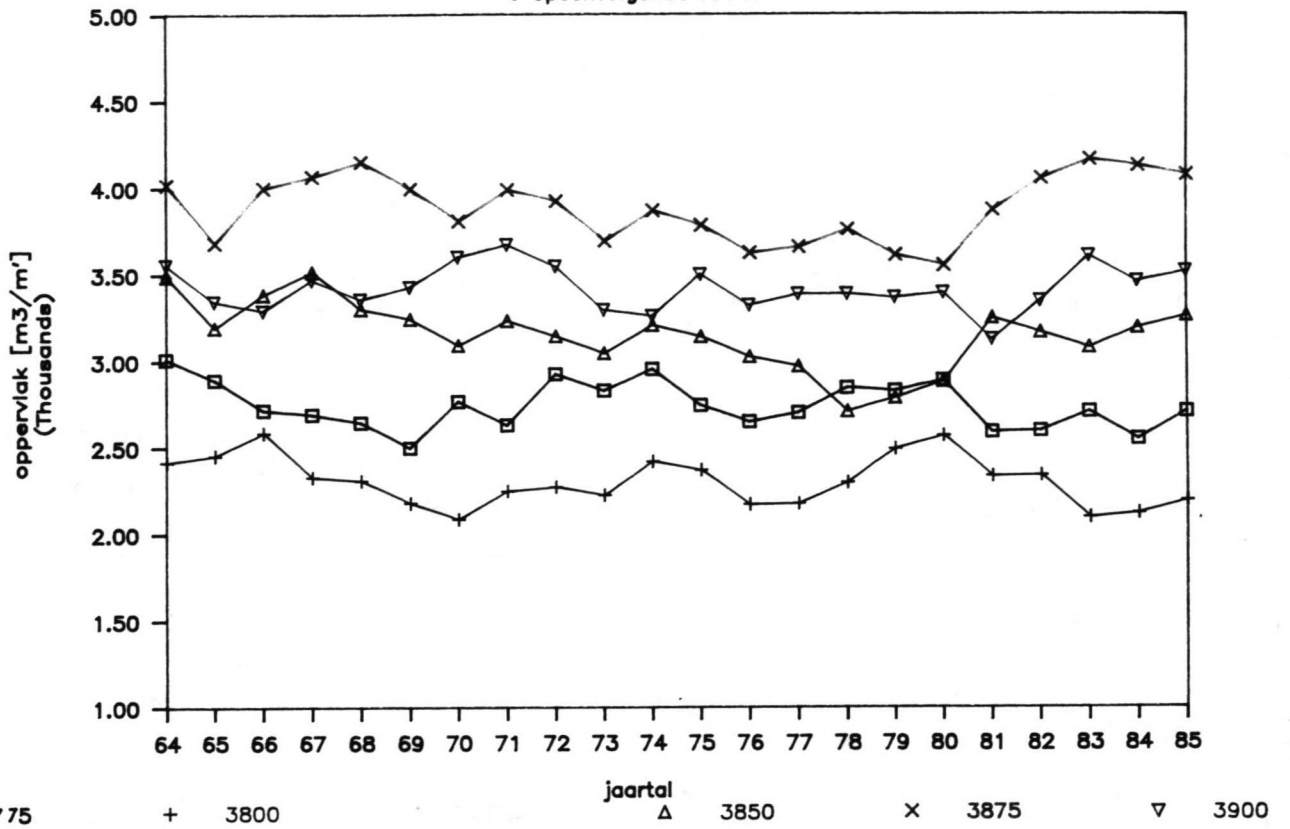
totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



□ 3775

+ 3800

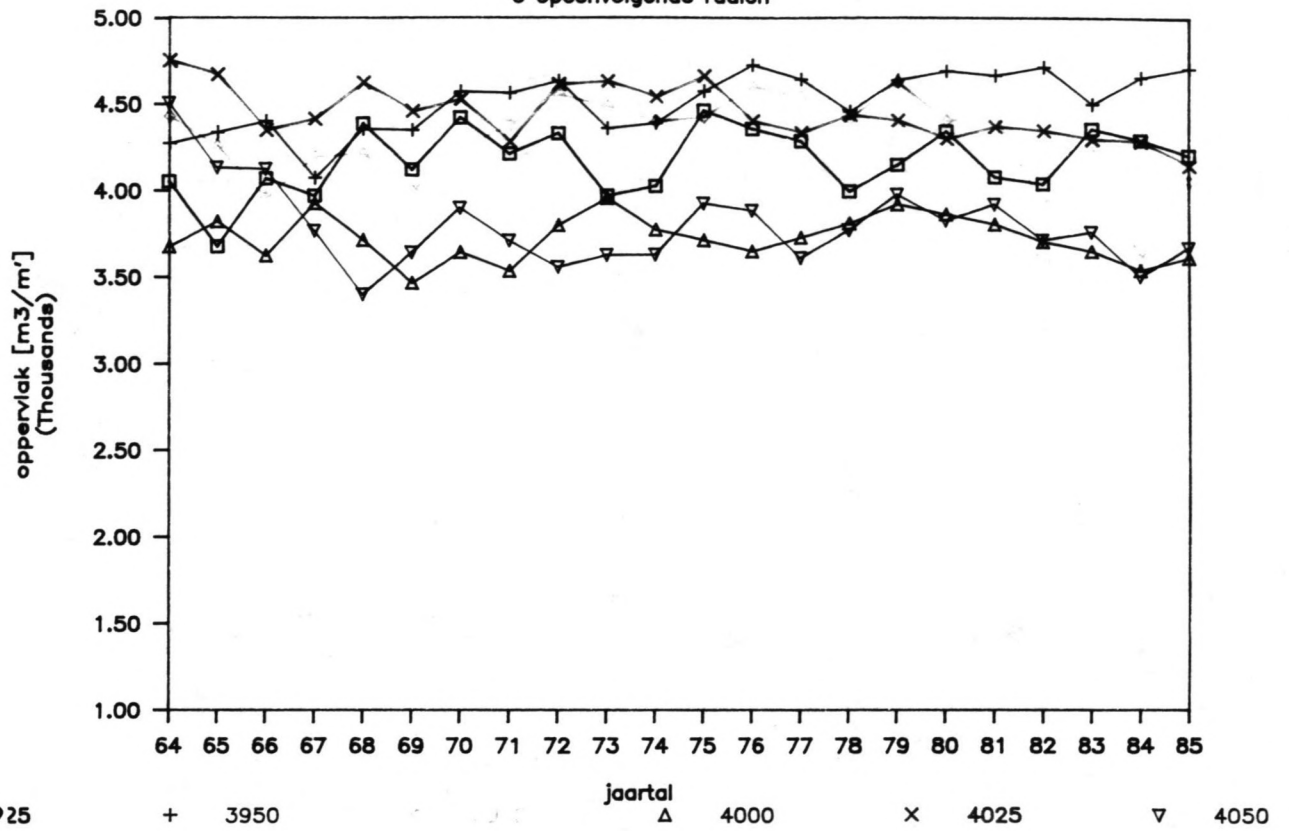
jaartal

Δ 3850

× 3875

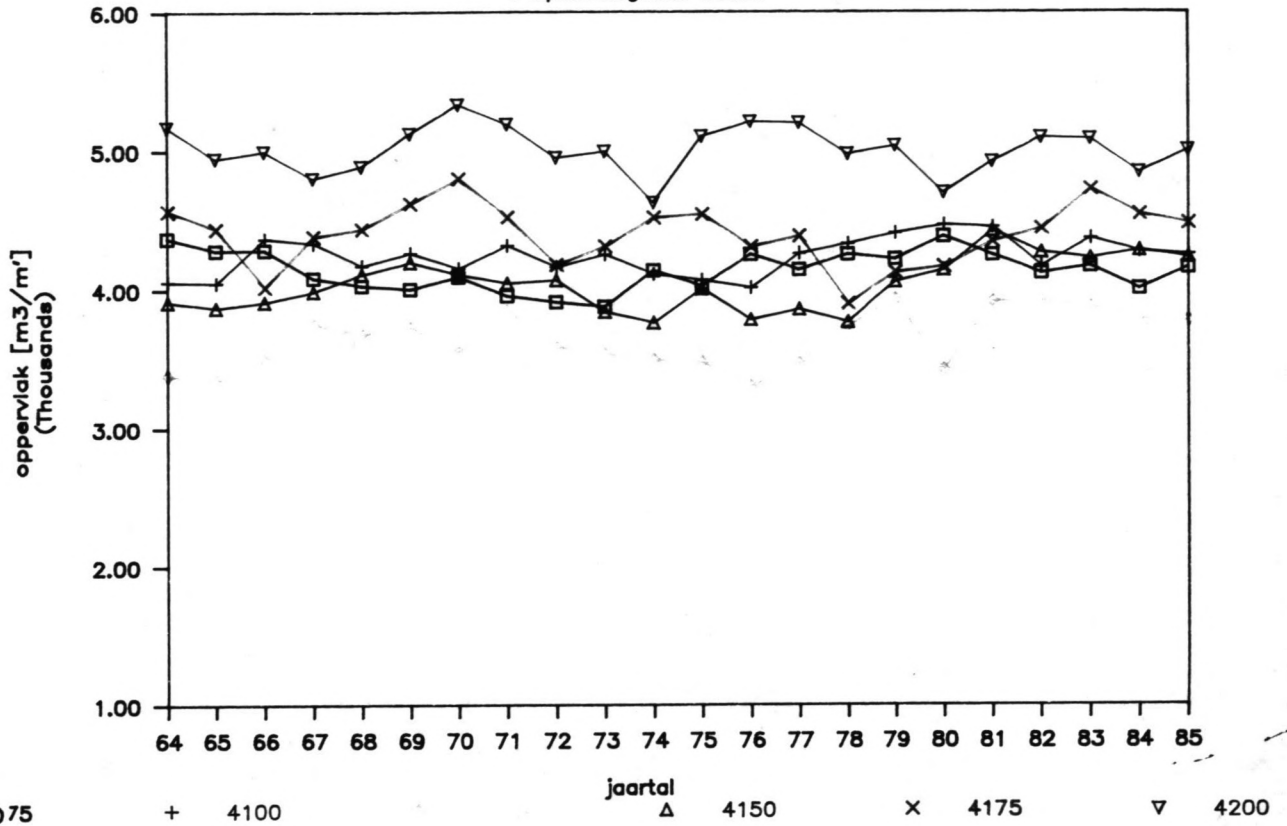
▽ 3900

totaalkuberingen
6 opeenvolgende raaien



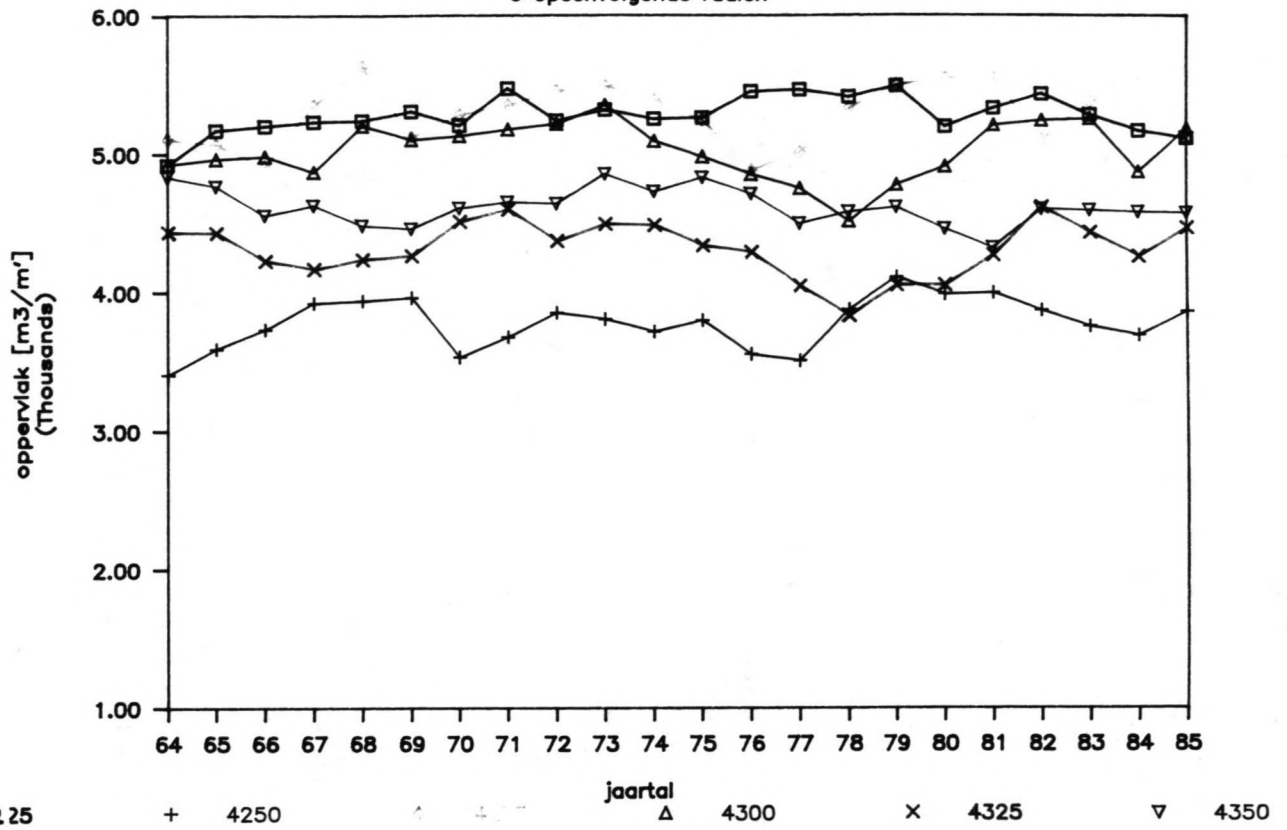
totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien



4225

+ 4250

jaartal

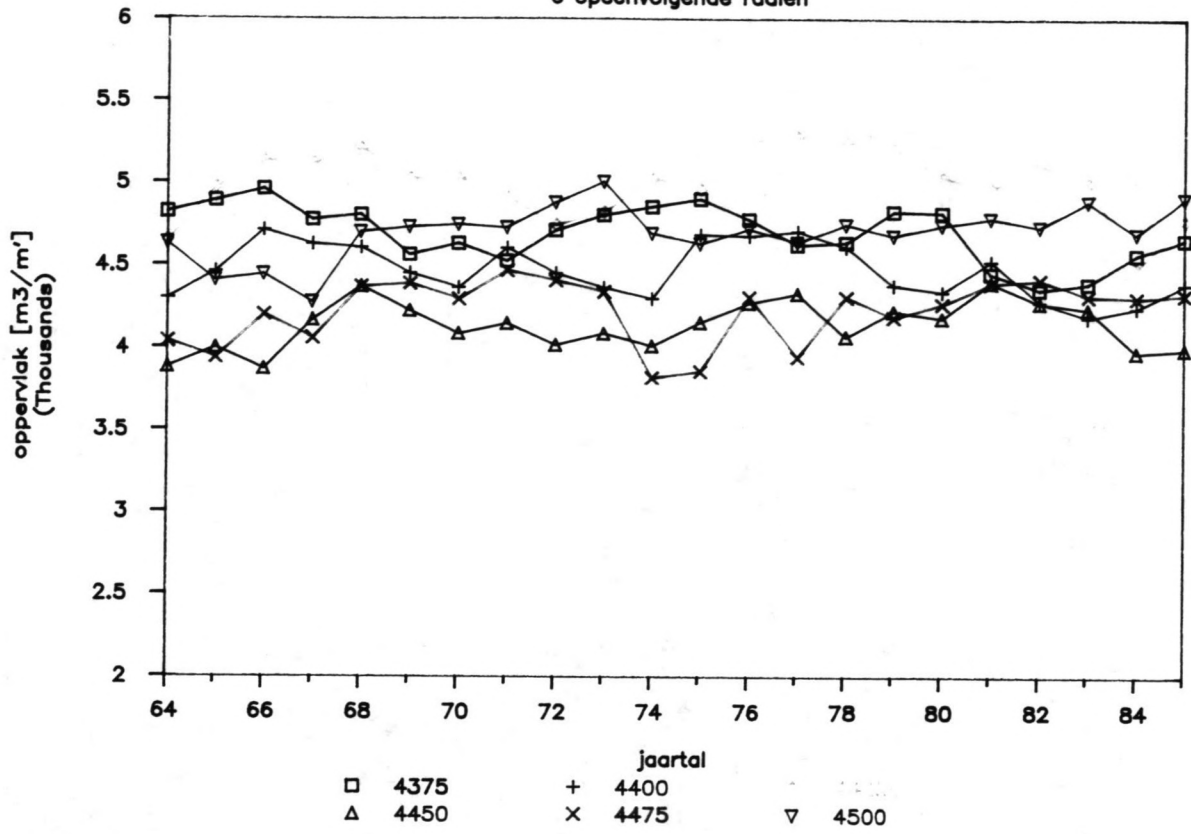
Δ 4300

x 4325

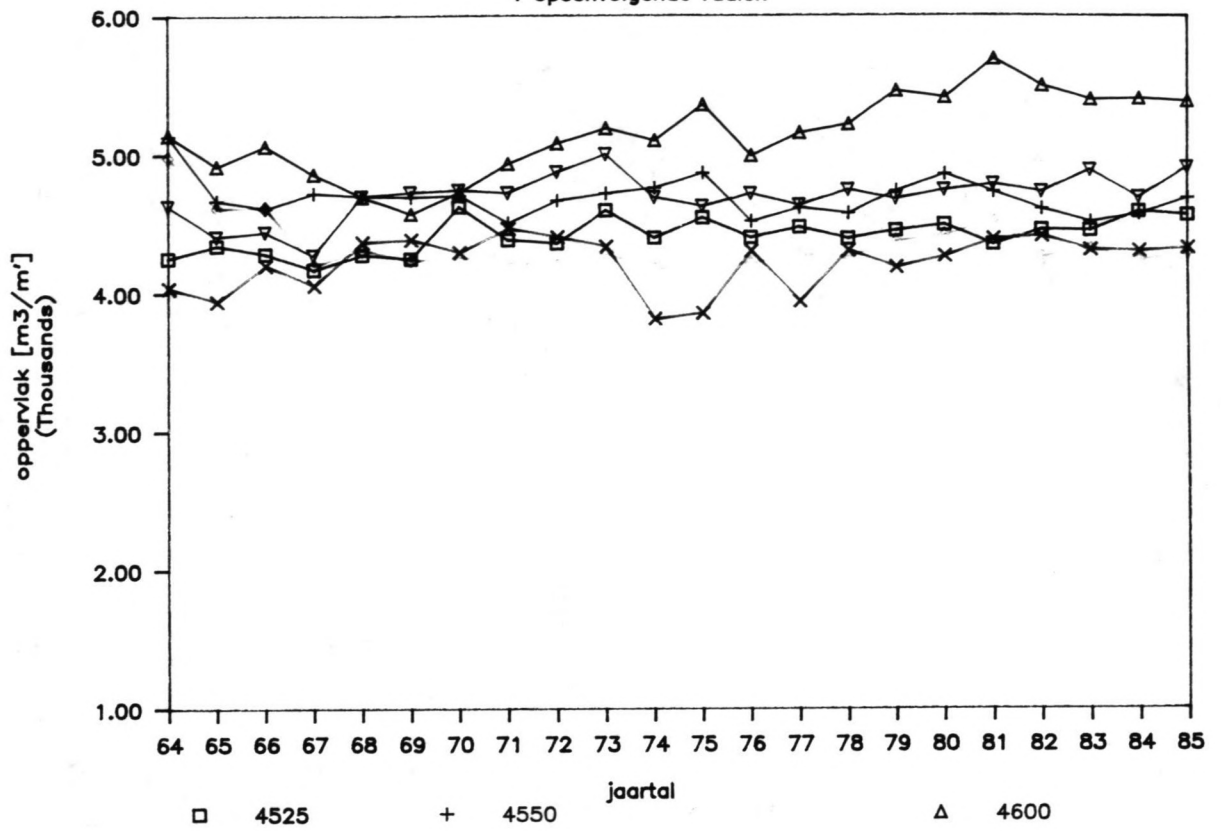
▽ 4350

totaalkuberingen

6 opeenvolgende raaien

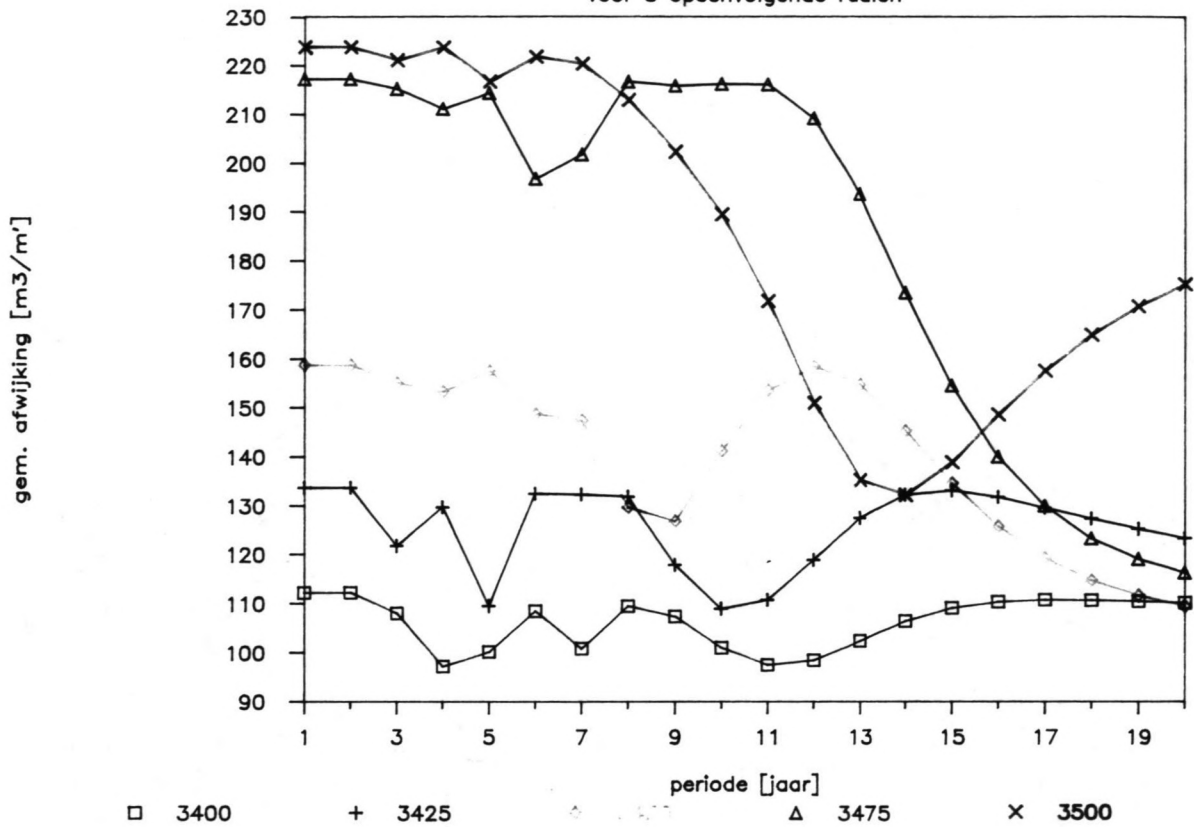


totaalkuberingen
4 opeenvolgende raaien



verband periode – fout

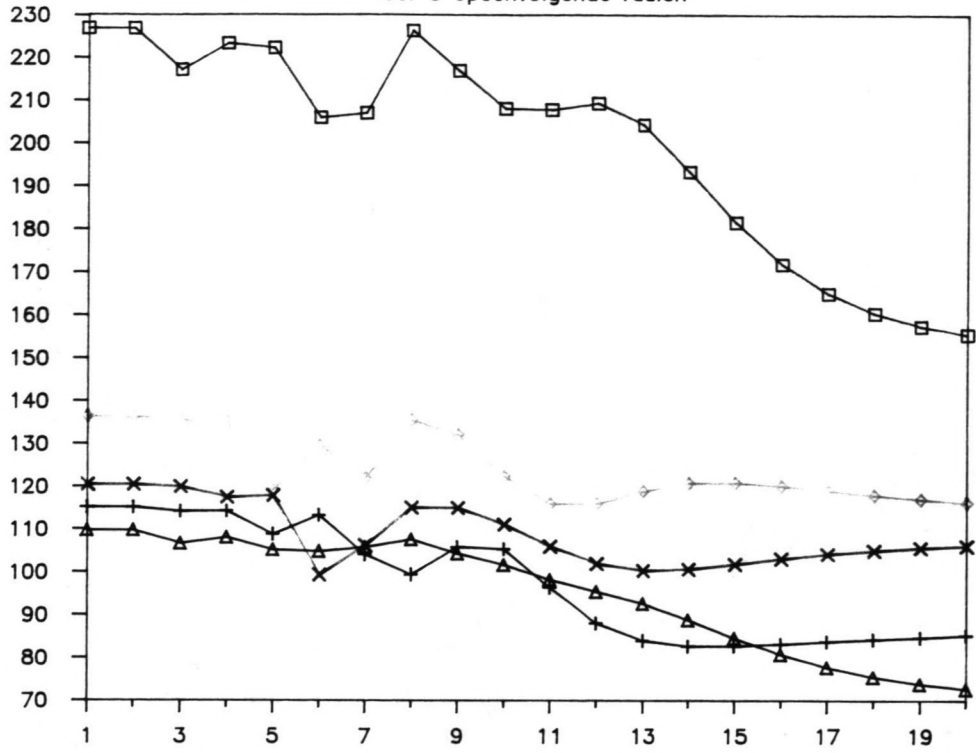
voor 5 opeenvolgende raaien



verband periode – fout

voor 5 opeenvolgende raaien

gem. afwijking [m³/m³]



□ 3525

+ 3550

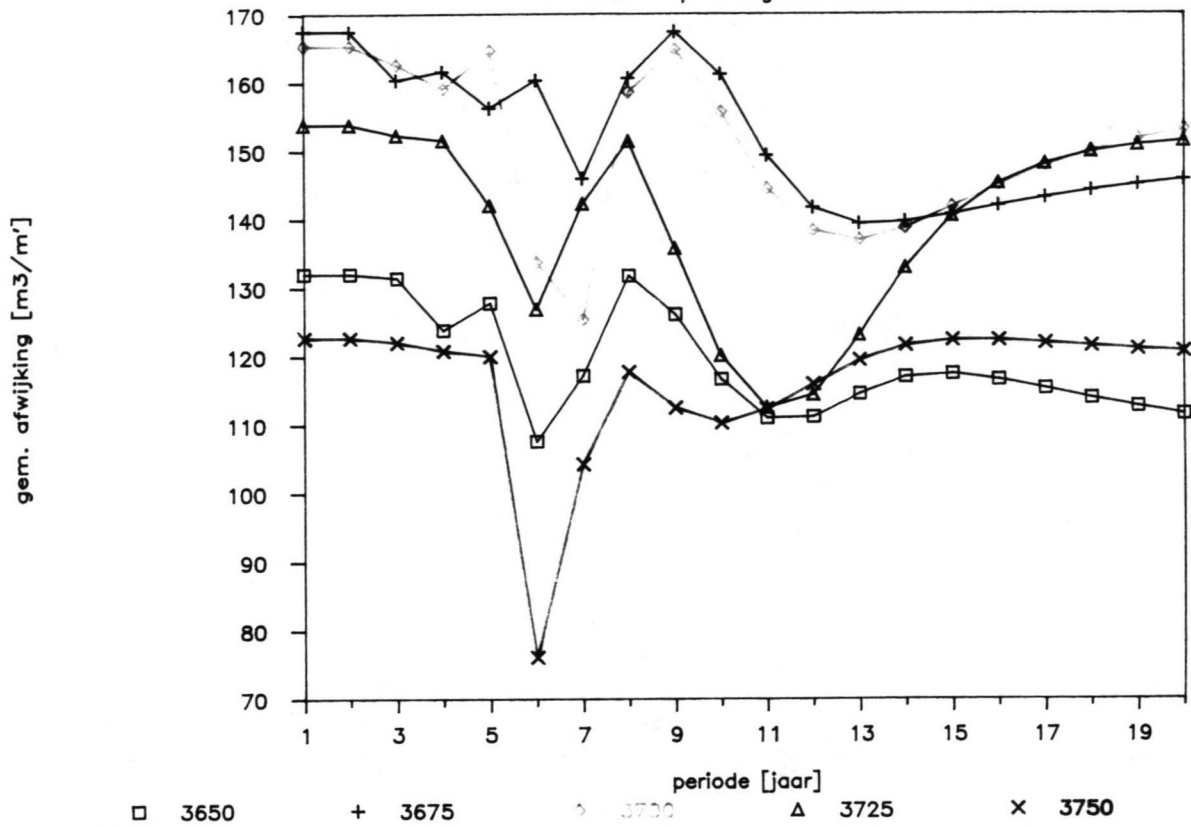
△ 3600

× 3625

periode [jaar]

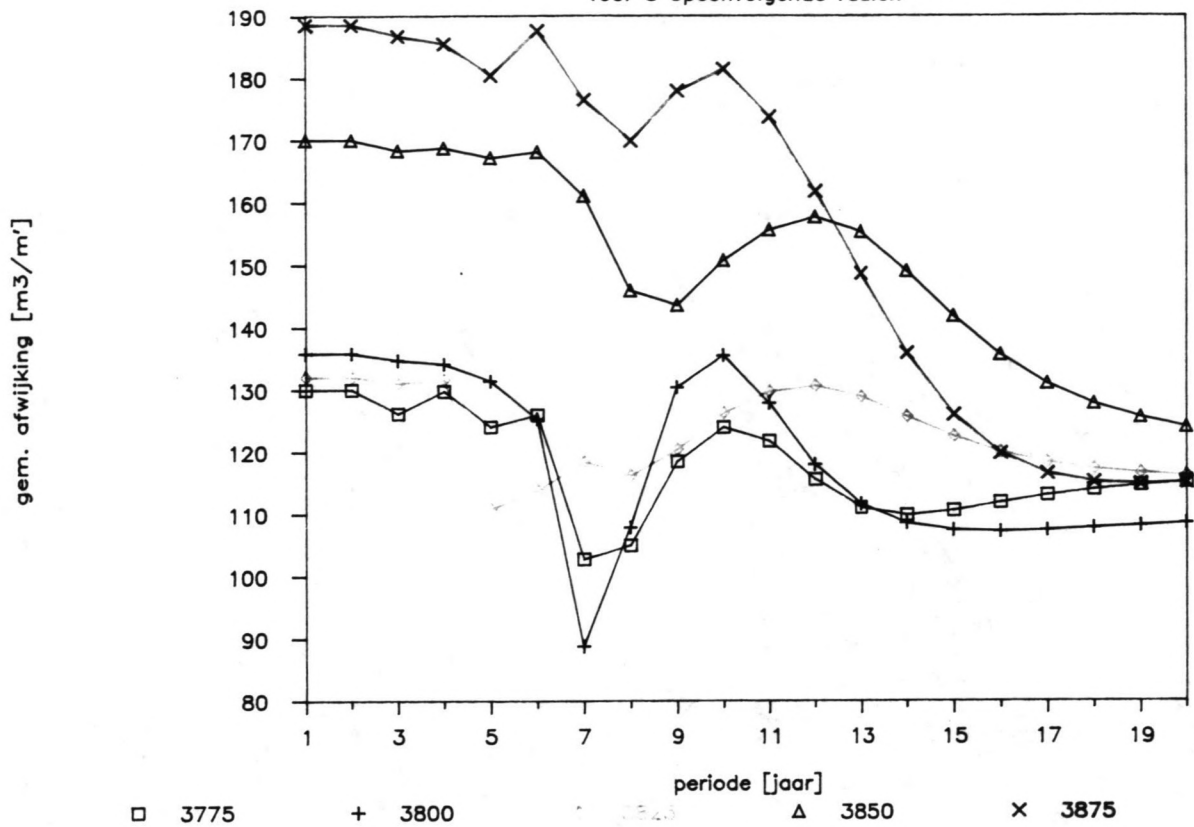
verband periode – fout

voor 5 opeenvolgende raaien



verband periode – fout

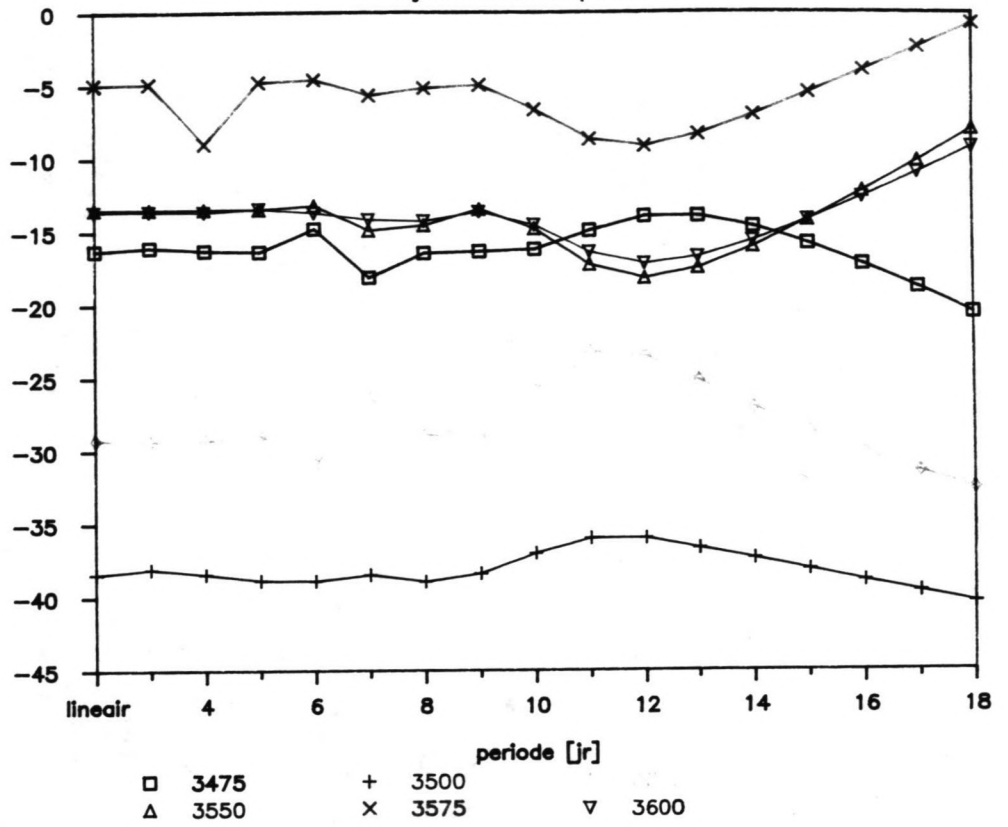
voor 5 opeenvolgende raaien



verloop trend van 6 raien

bij verschillende perioden

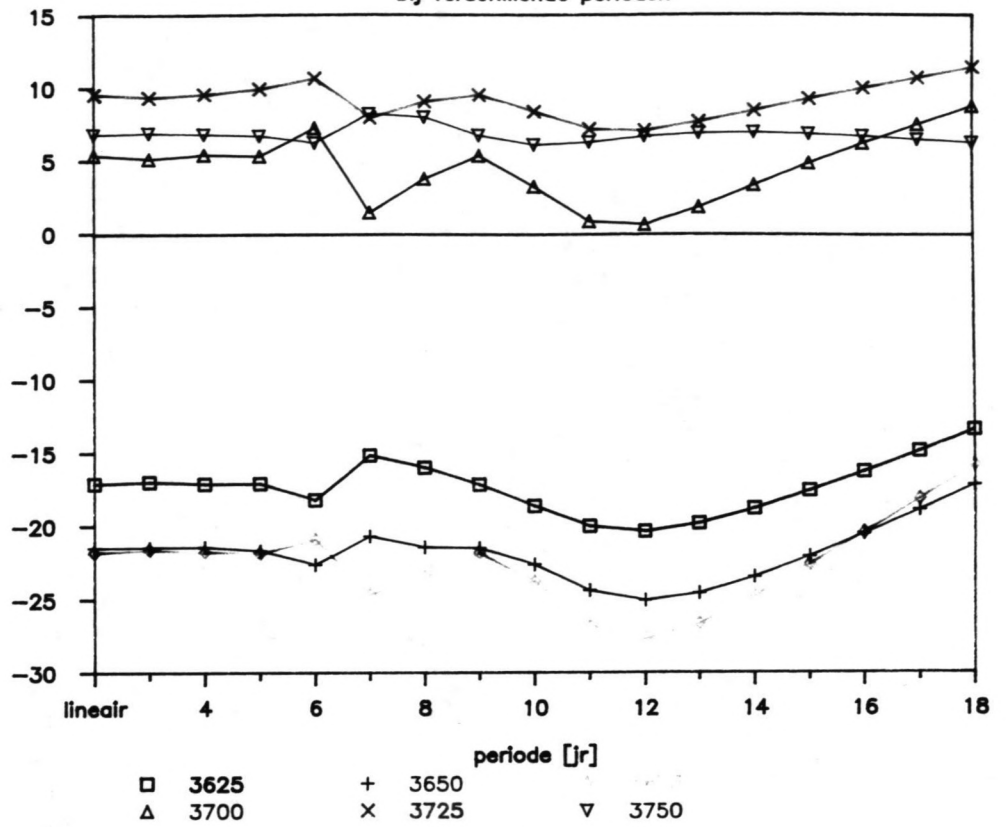
lin. trend [m³/m³.jr]



verloop trend van 6 raaien

bij verschillende perioden

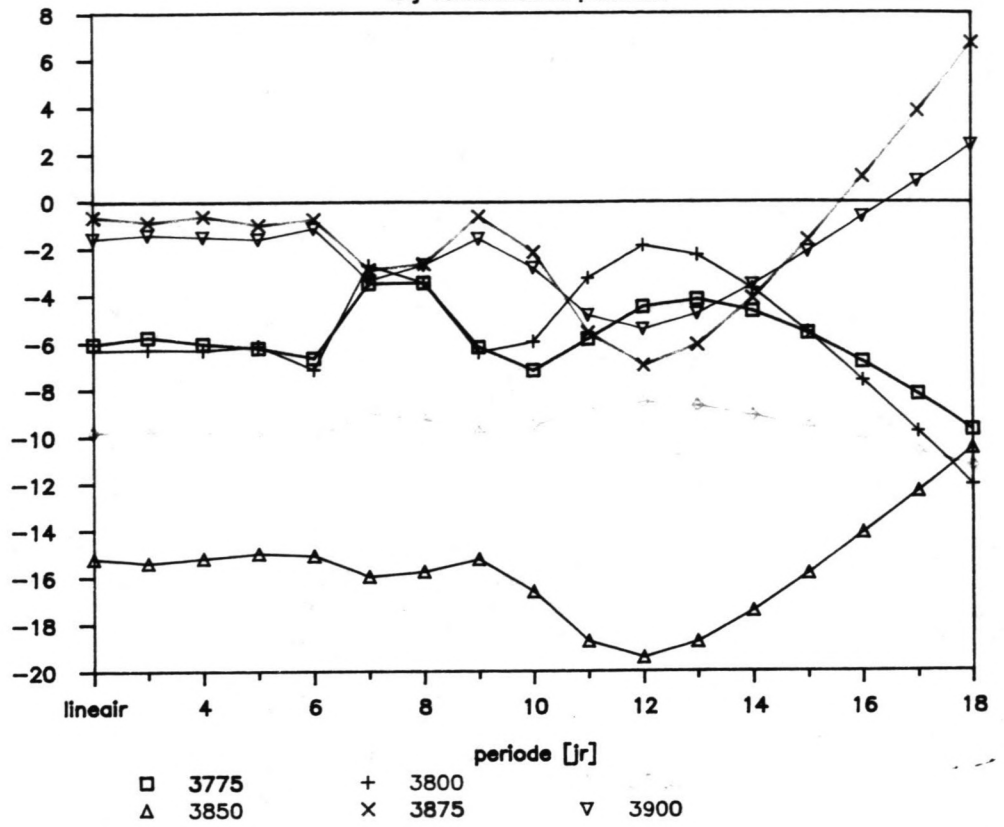
lin. trend [m³/m³.jr]



verloop trend van 6 raaien

bij verschillende perioden

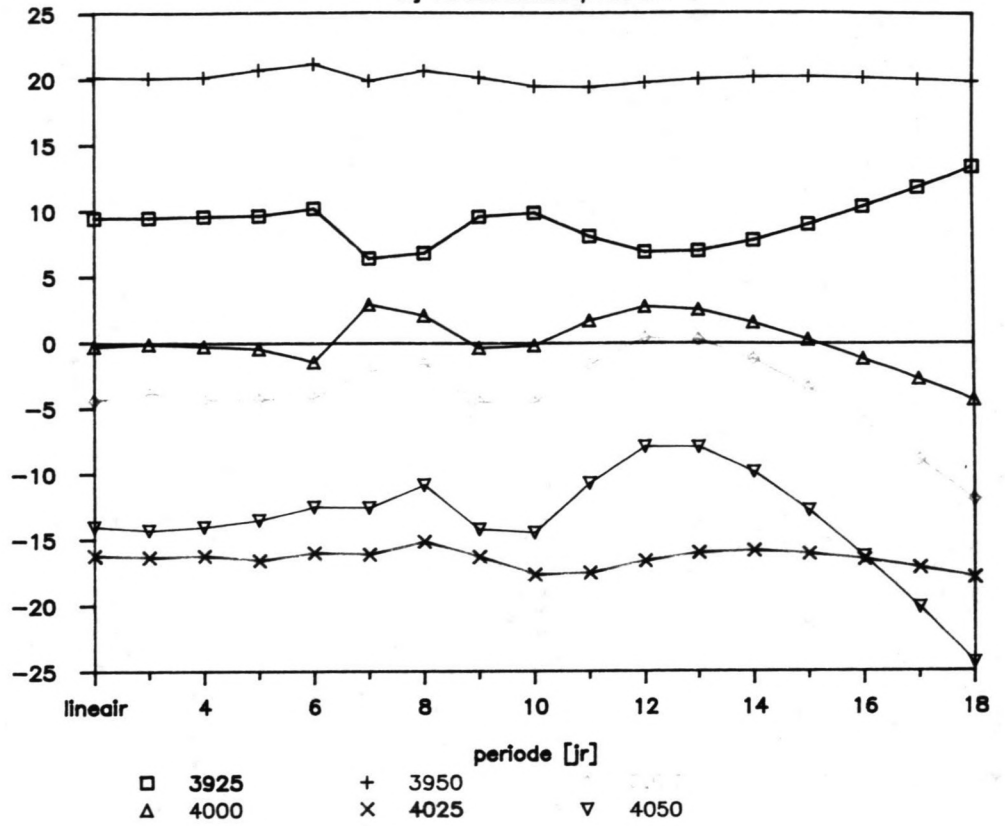
lin. trend [$m^3/m^2 \cdot jr$]



verloop trend van 6 raaien

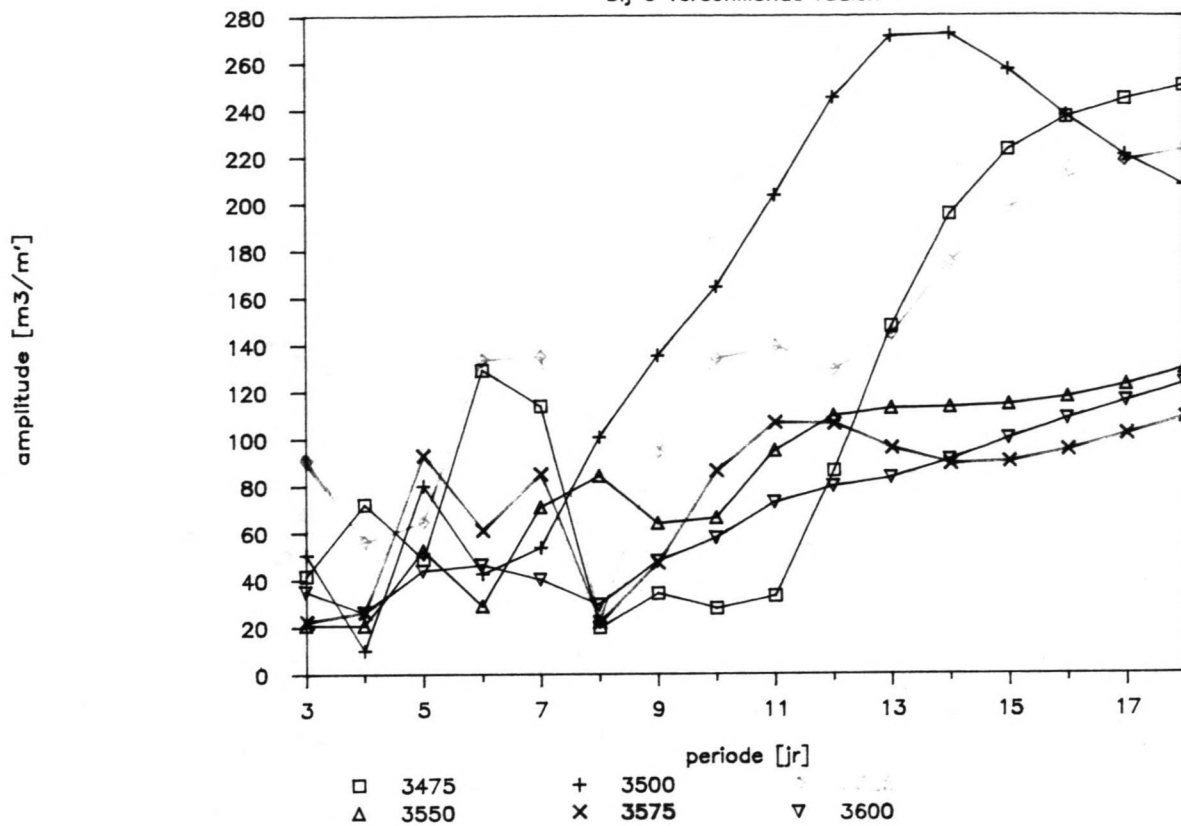
bij verschillende perioden

lin. trend [$m^3/m \cdot jr$]



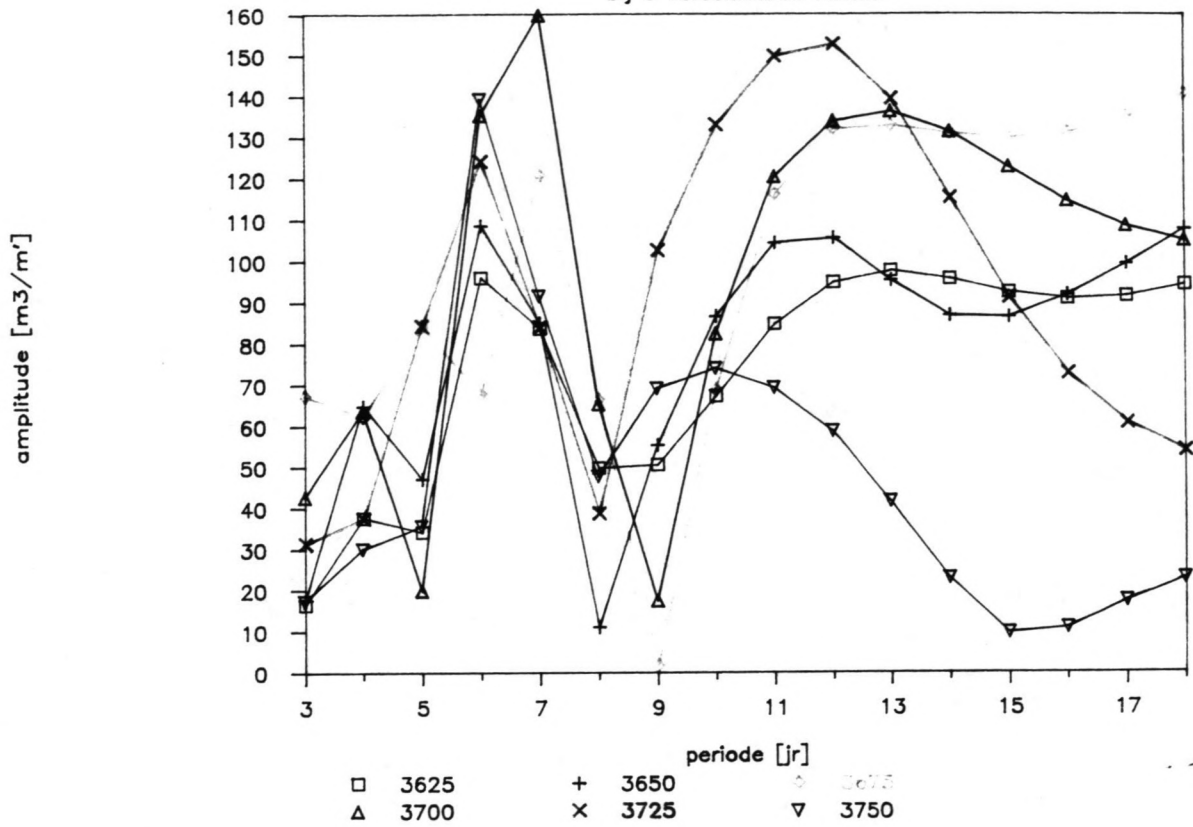
verband amplitude/periode

bij 6 verschillende raaien



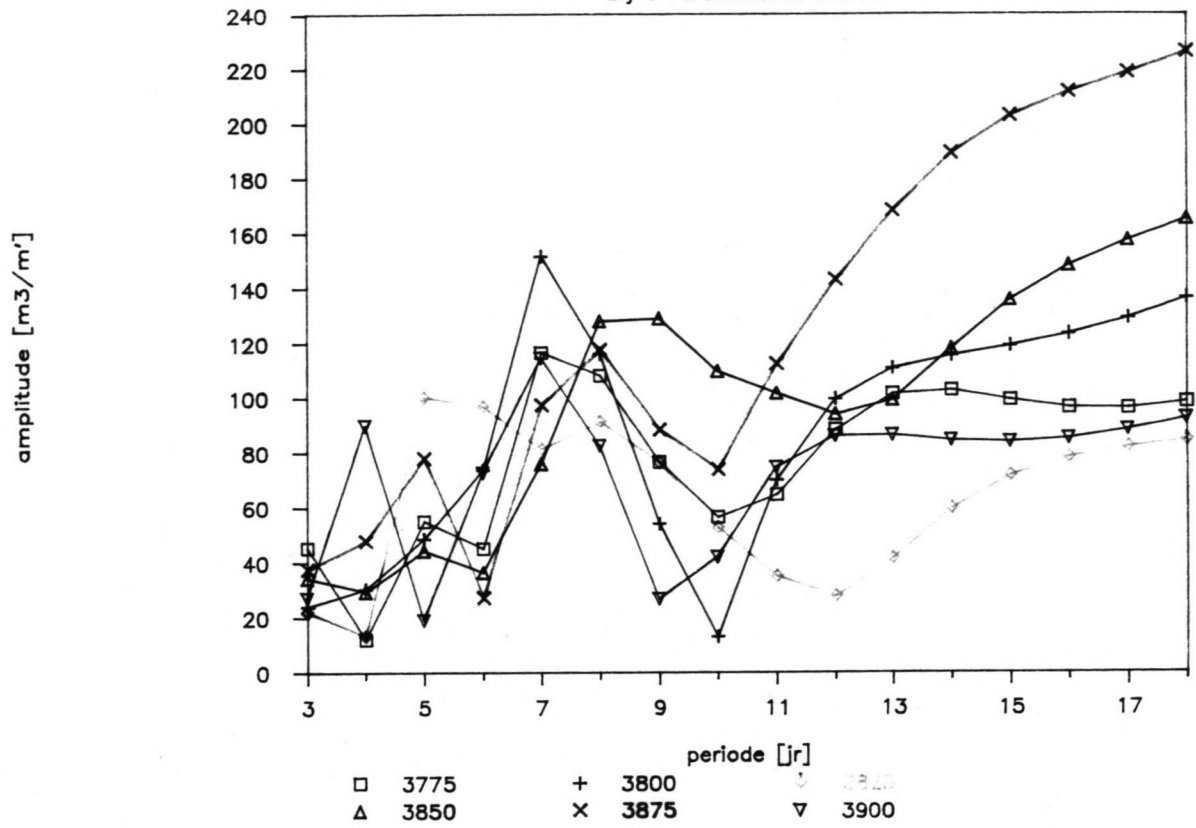
verband amplitude/periode

bij 6 verschillende raaien



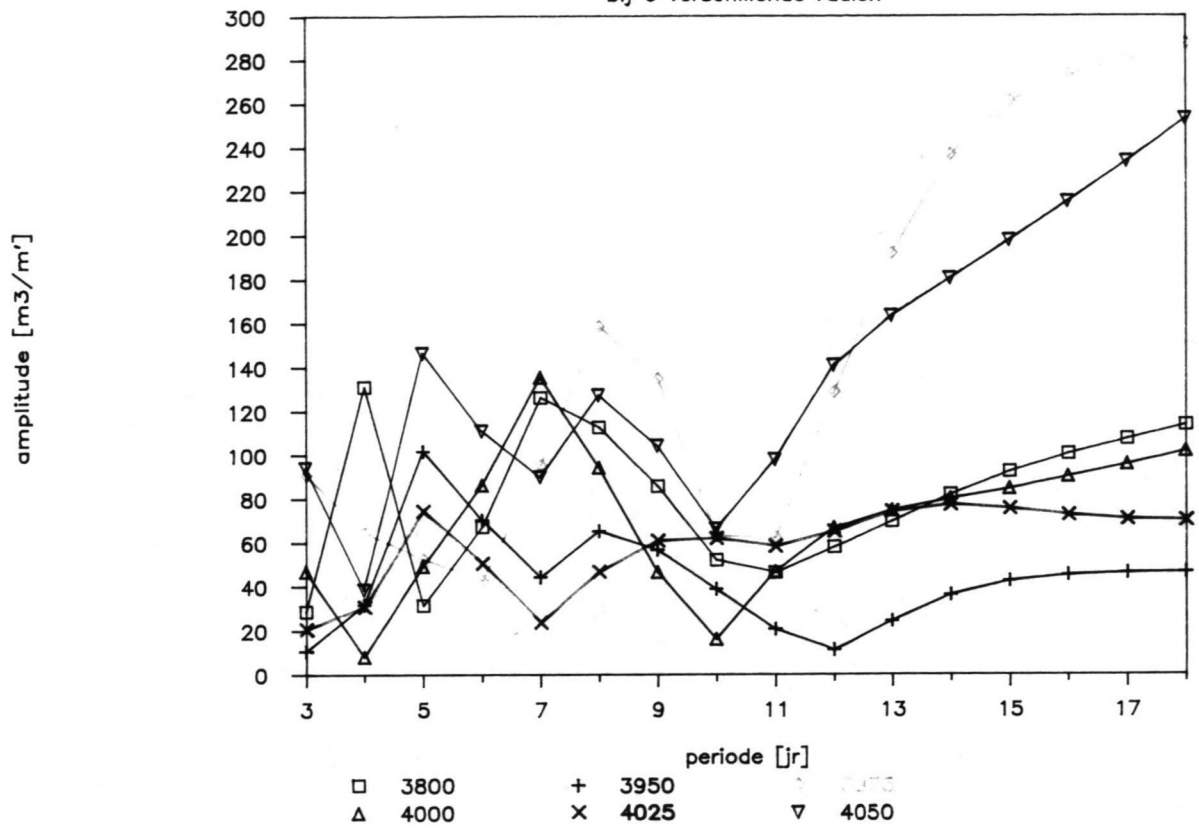
verband amplitude/periode

bij 6 verschillende raaien



verband amplitude/periode

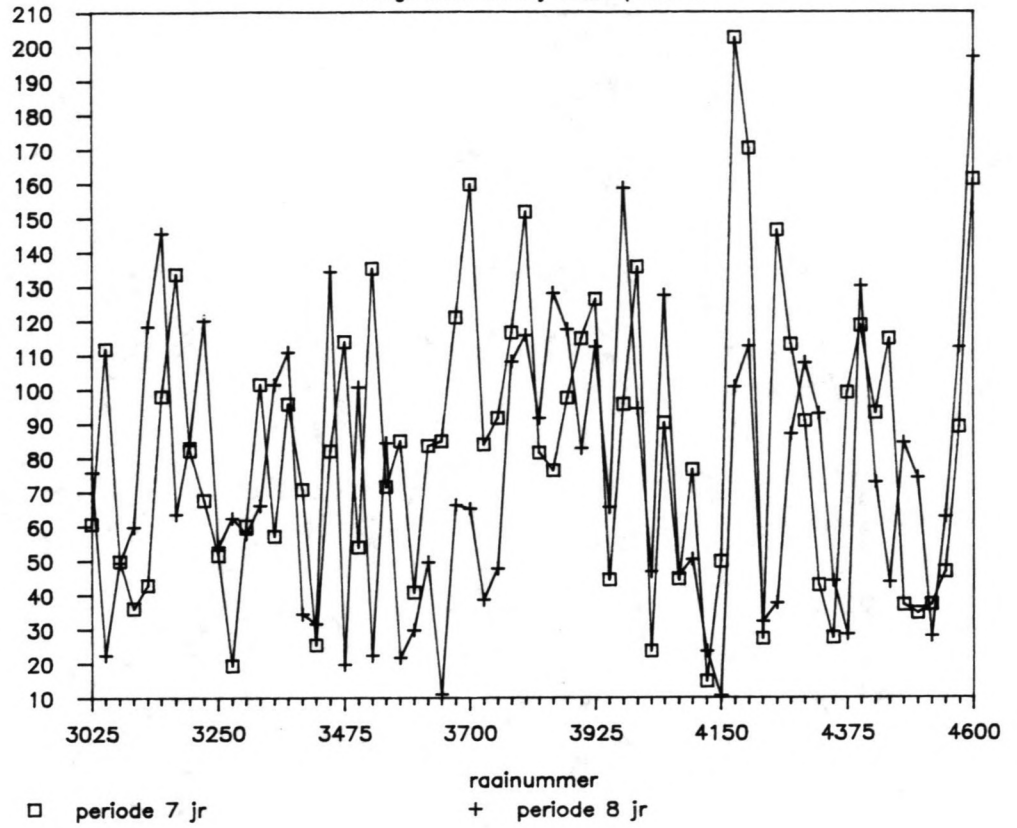
bij 6 verschillende raaien



verloop amplitude sinusv. ben.

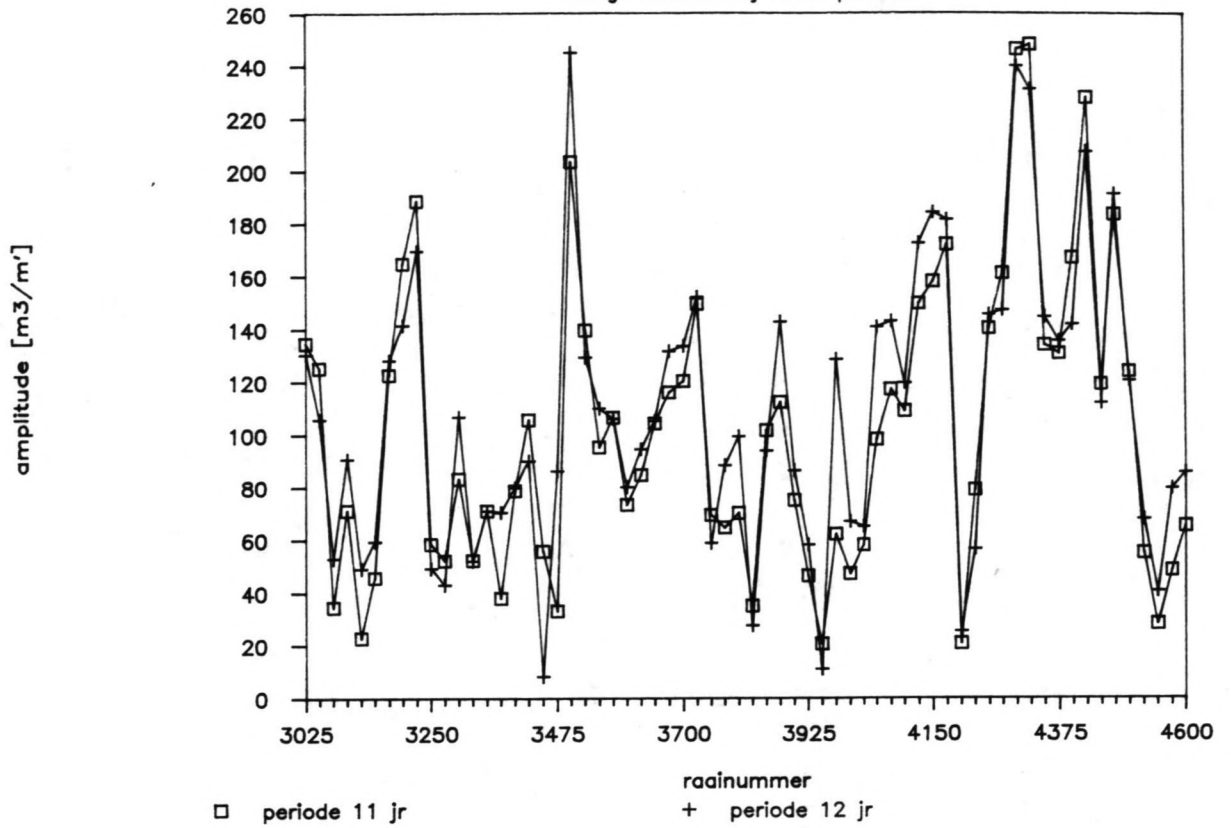
langs kustvak bij vaste periode

amplitude [m³/m²]



verloop amplitude sinusv. ben.

langs kustvak bij vaste periode

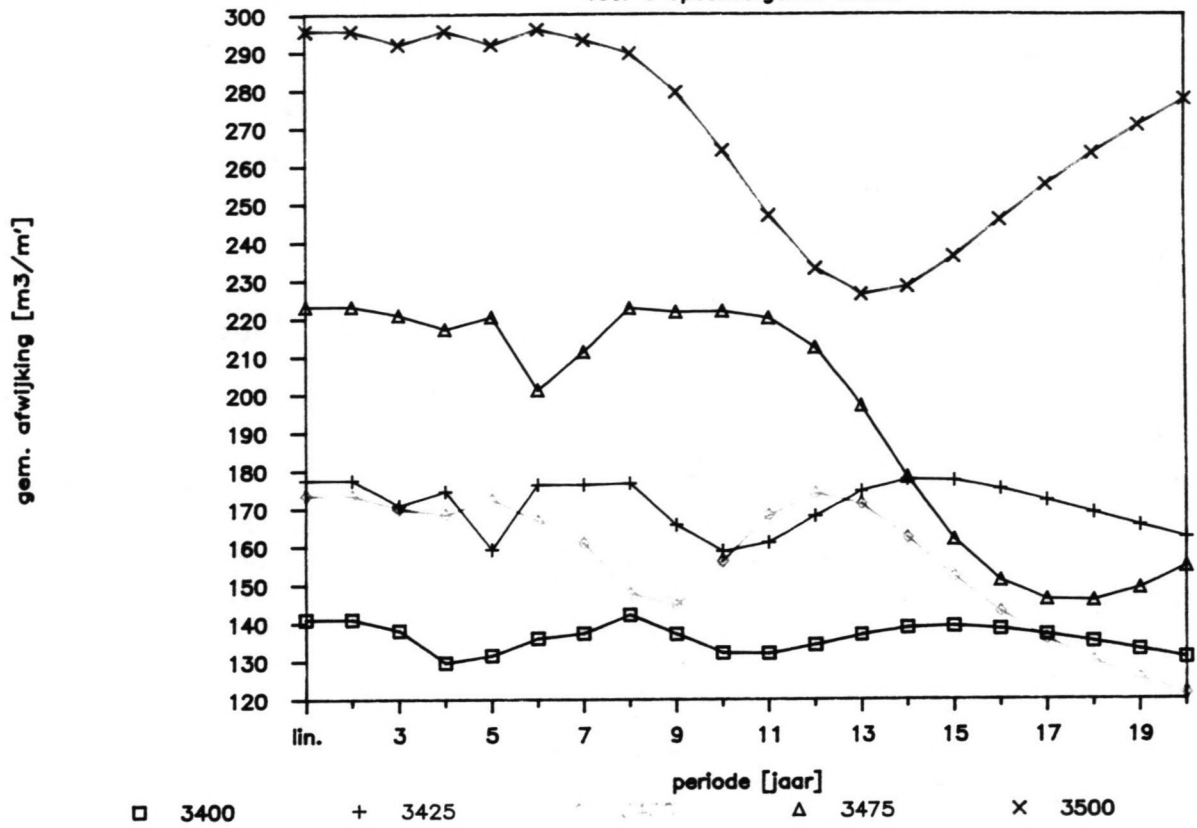


Bijlage 4 Opgelegde trend

- a Figuren verband periode / fout enkele raaien**
- b Figuren amplitude** - verband met periode
 - verloop langs de kust
 - lineariseringen

verband periode – fout

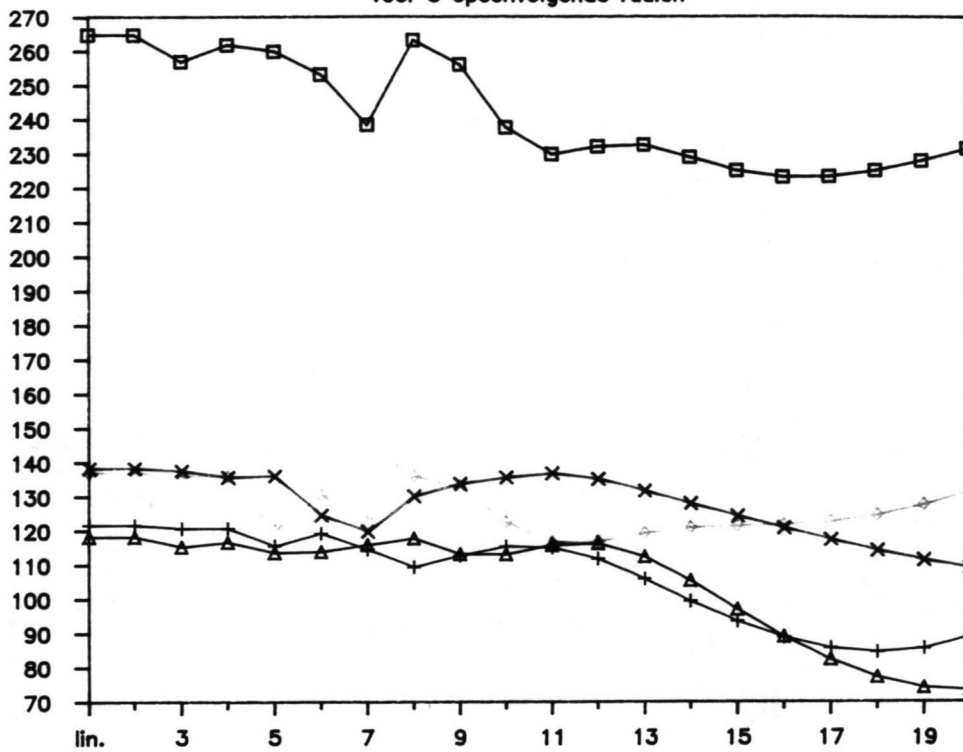
voor 5 opeenvolgende raaien



verband periode - fout

voor 5 opeenvolgende raaien

gem. afwijking [m³/m³]



□ 3525

+ 3550

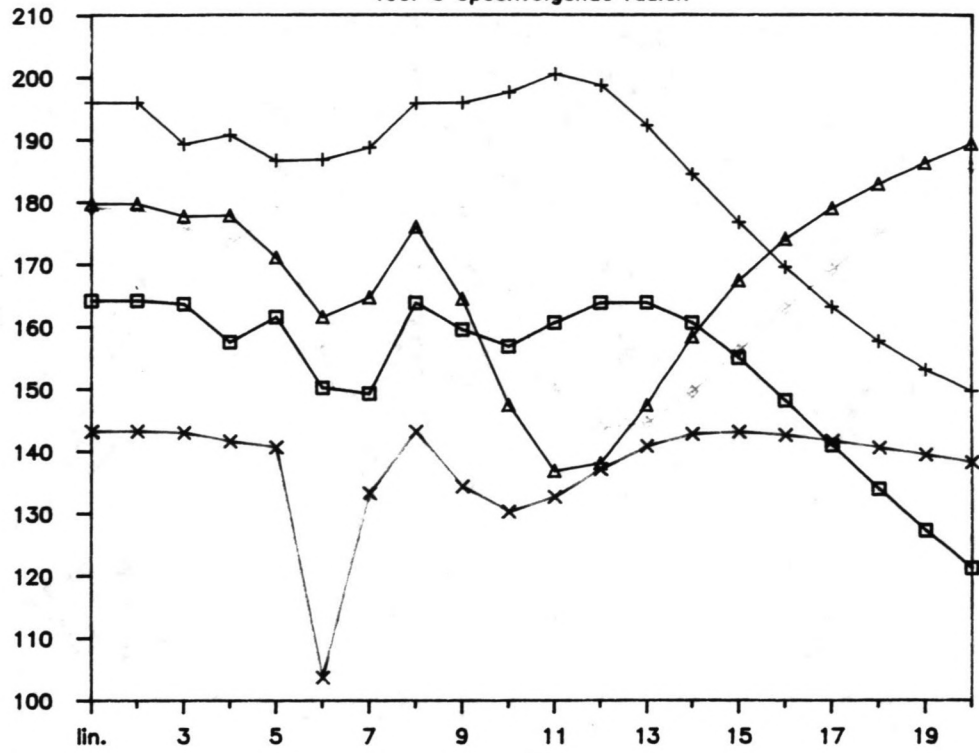
Δ 3600

× 3625

verband periode - fout

voor 5 opeenvolgende raaien

gem. afwijking [m³/m³]



□ 3650

+ 3675

Δ 3725

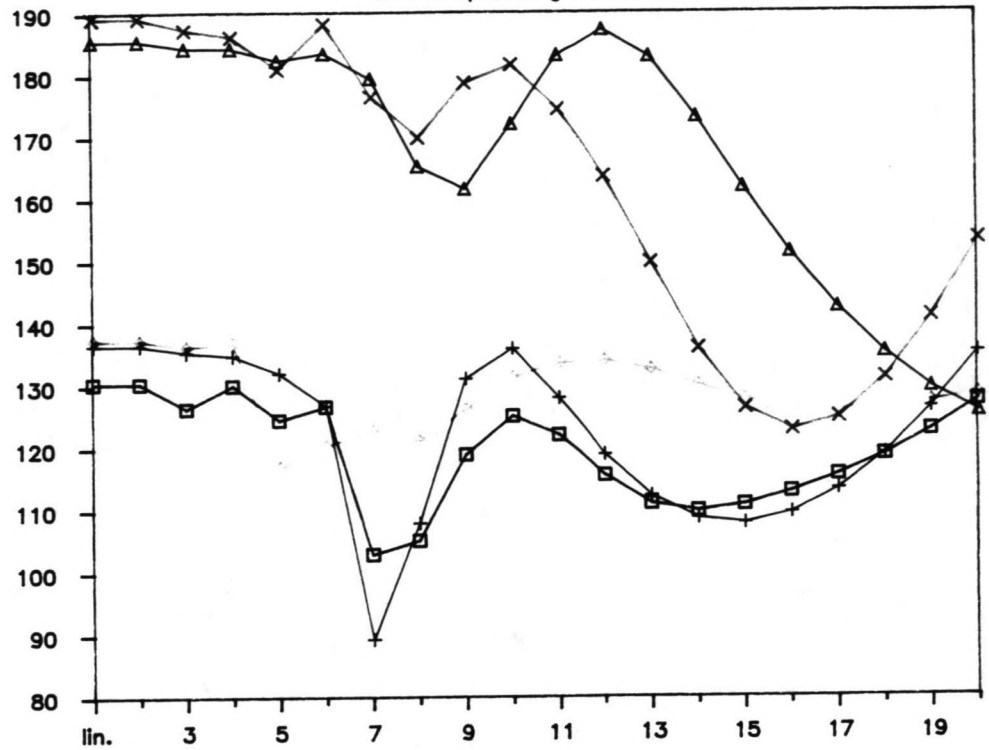
× 3750

periode [jaar]

verband periode - fout

voor 5 opeenvolgende raaien

gem. afwijking [m³/m³]



□ 3775

+ 3800

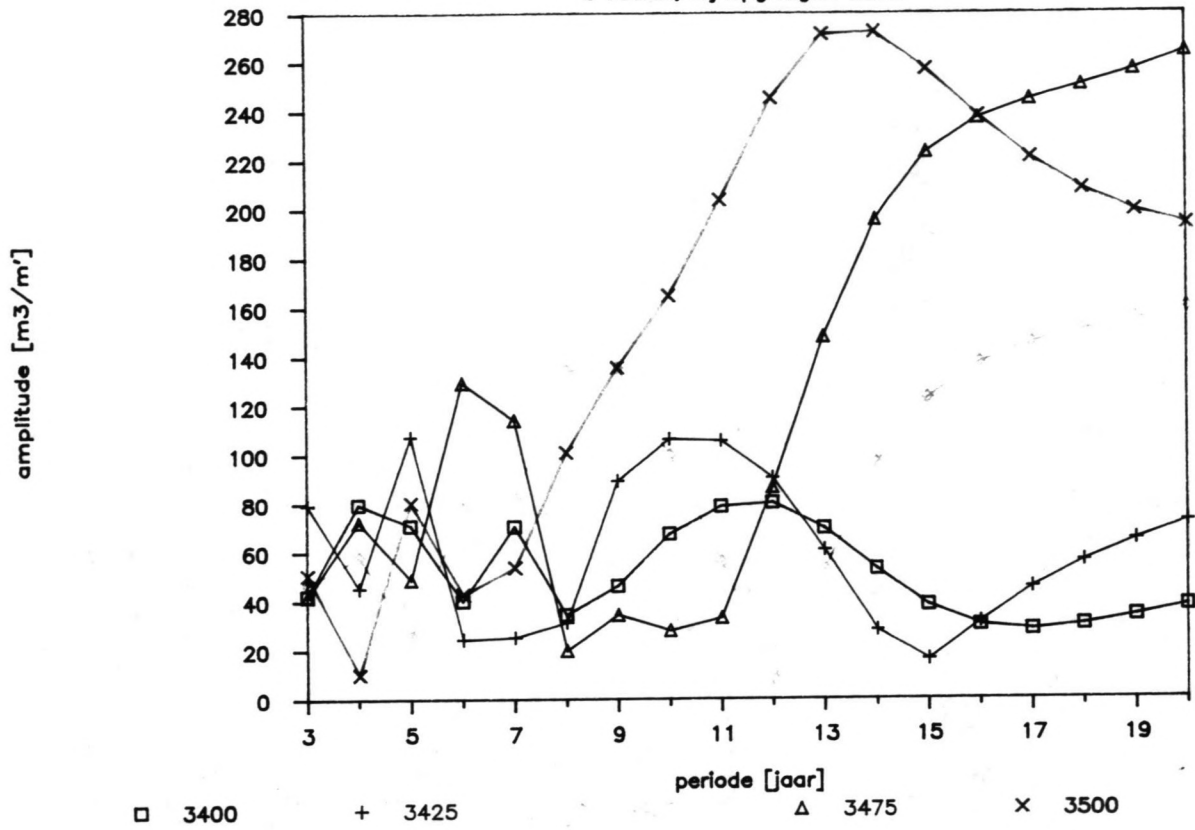
periode [jaar]

Δ 3850

x 3875

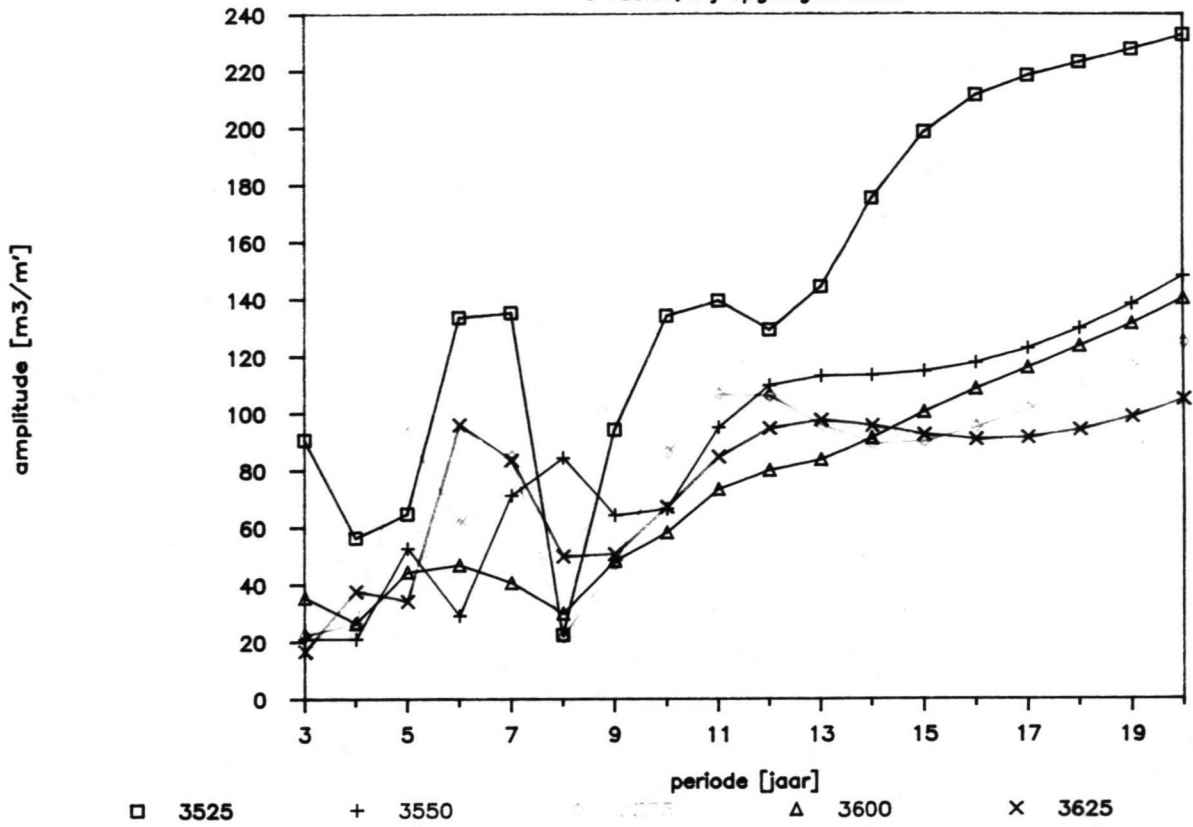
verband amplitude – periode

5 raien, bij opgelegde trend



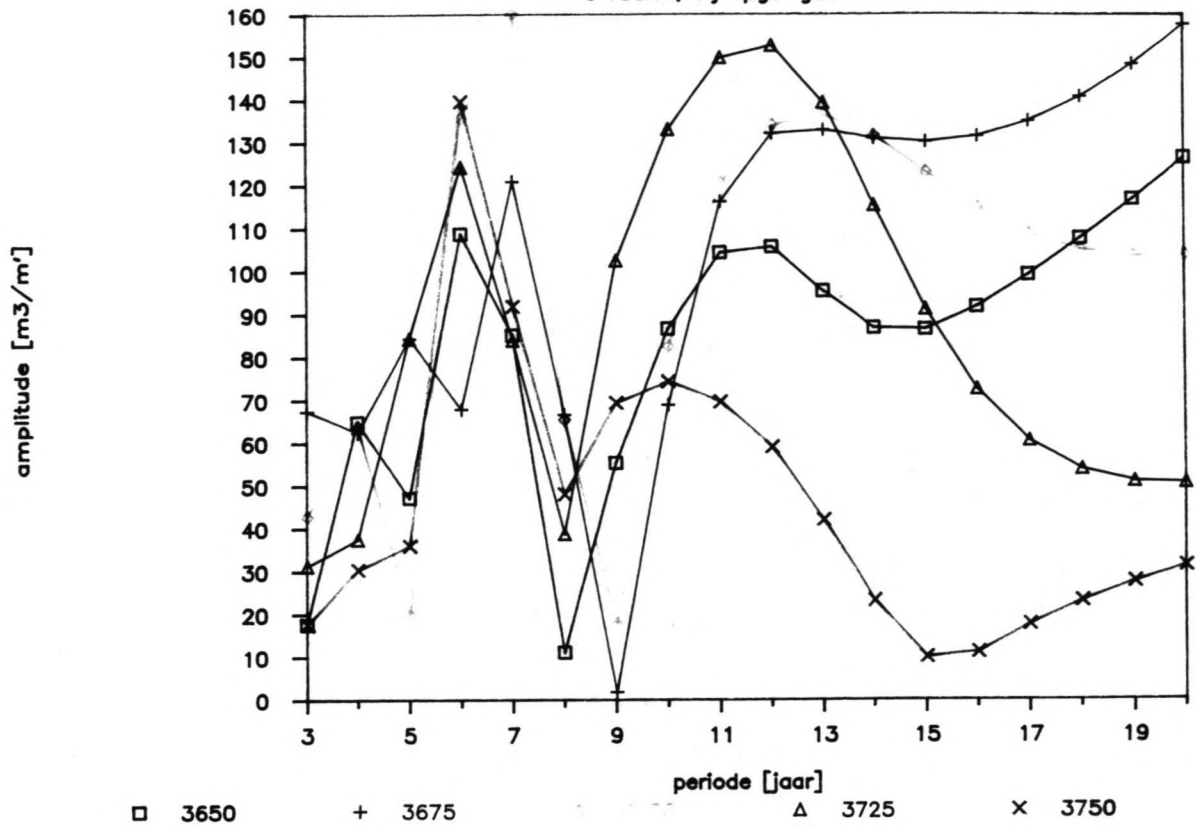
verband amplitude – periode

5 raien, bij opgelegde trend



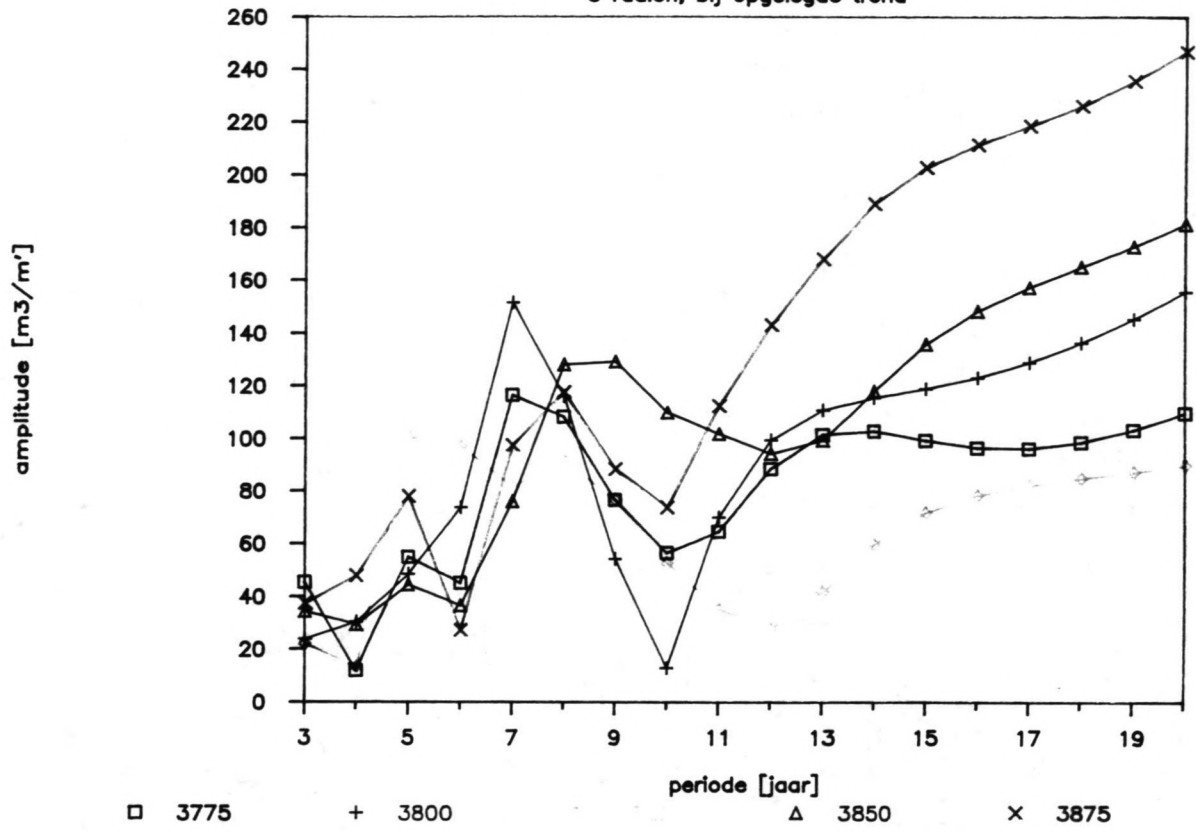
verband amplitude – periode

5 raaien, bij opgelegde trend



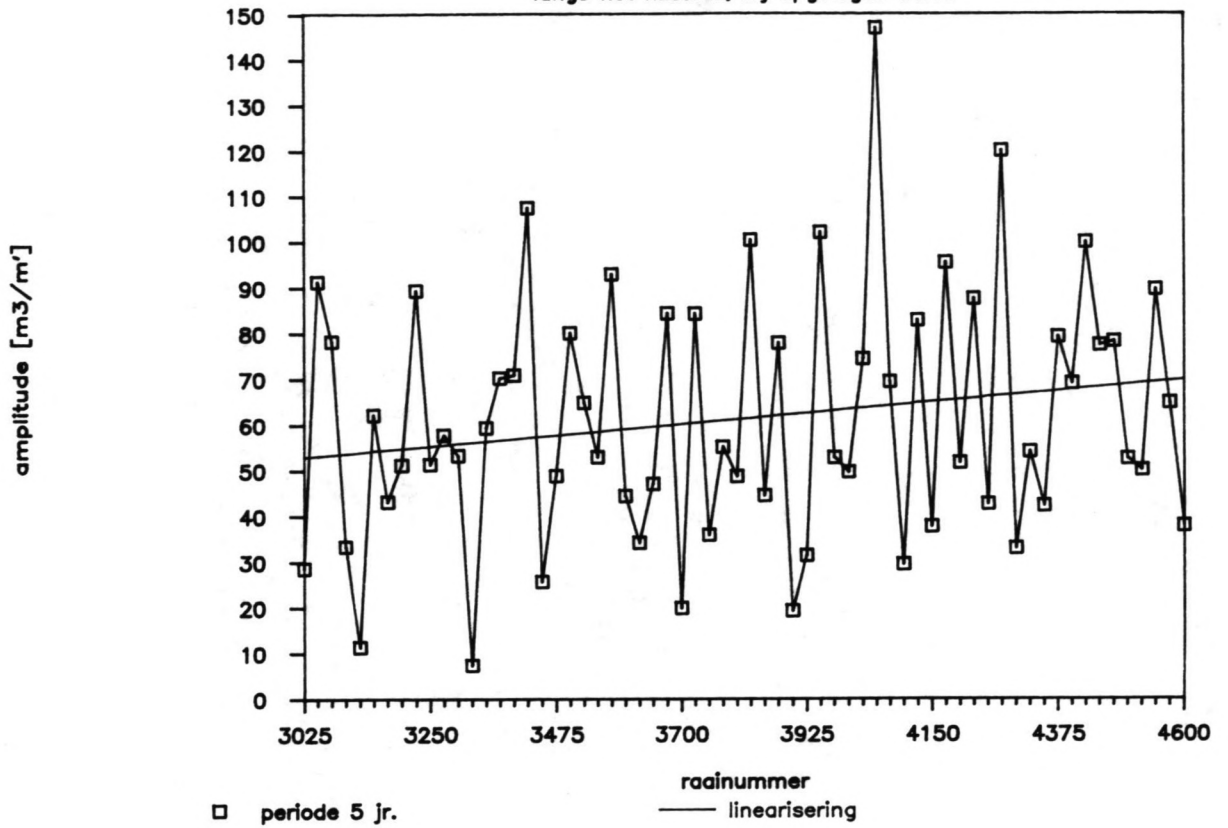
verband amplitude – periode

5 raaien, bij opgelegde trend



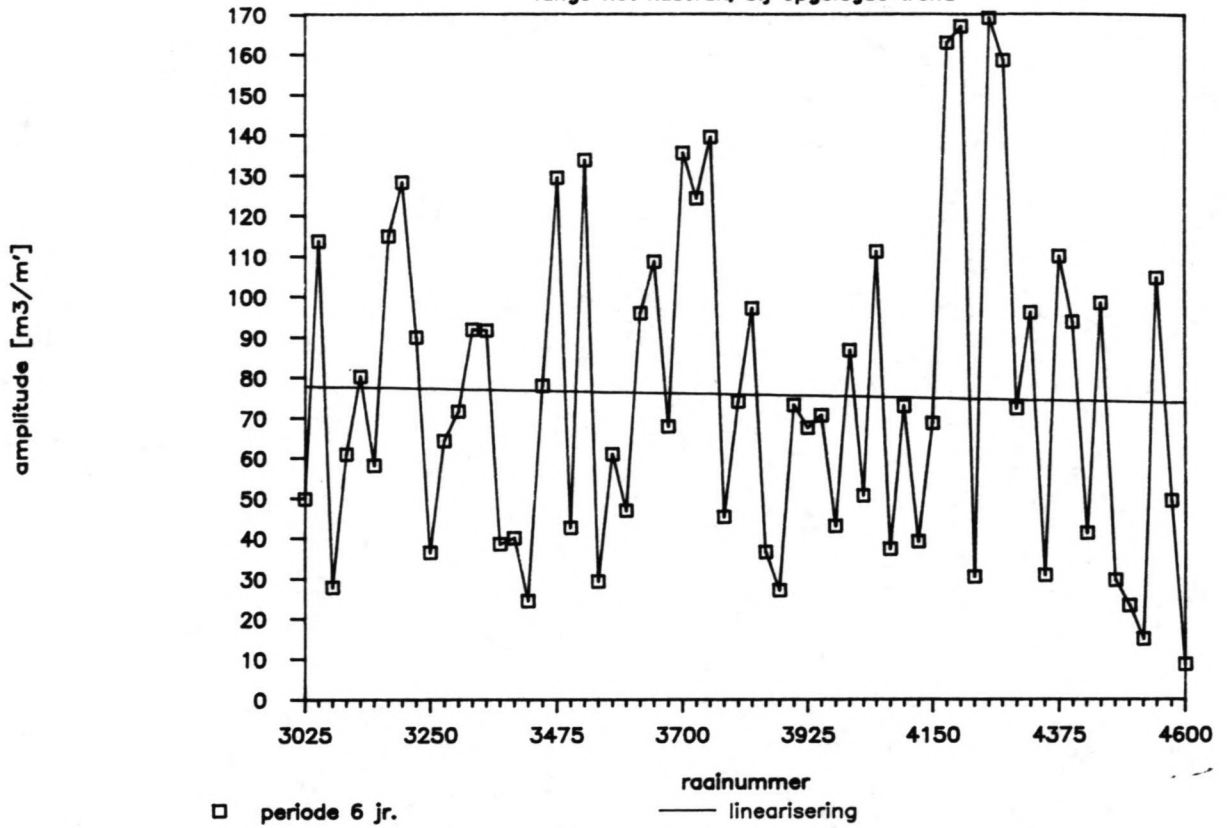
verloop amplitude sinusbenadering

langs het kustvak, bij opgelegde trend



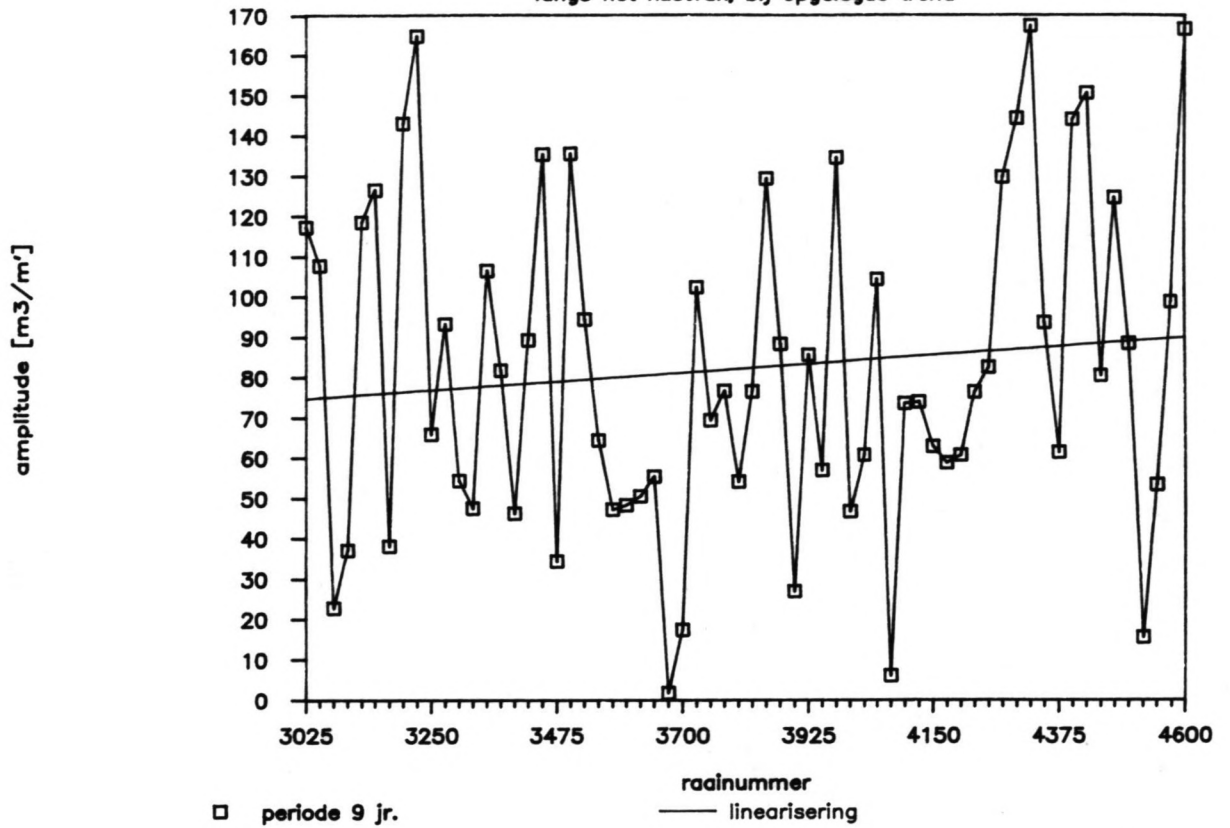
verloop amplitude sinusbenadering

langs het kustvak, bij opgelegde trend



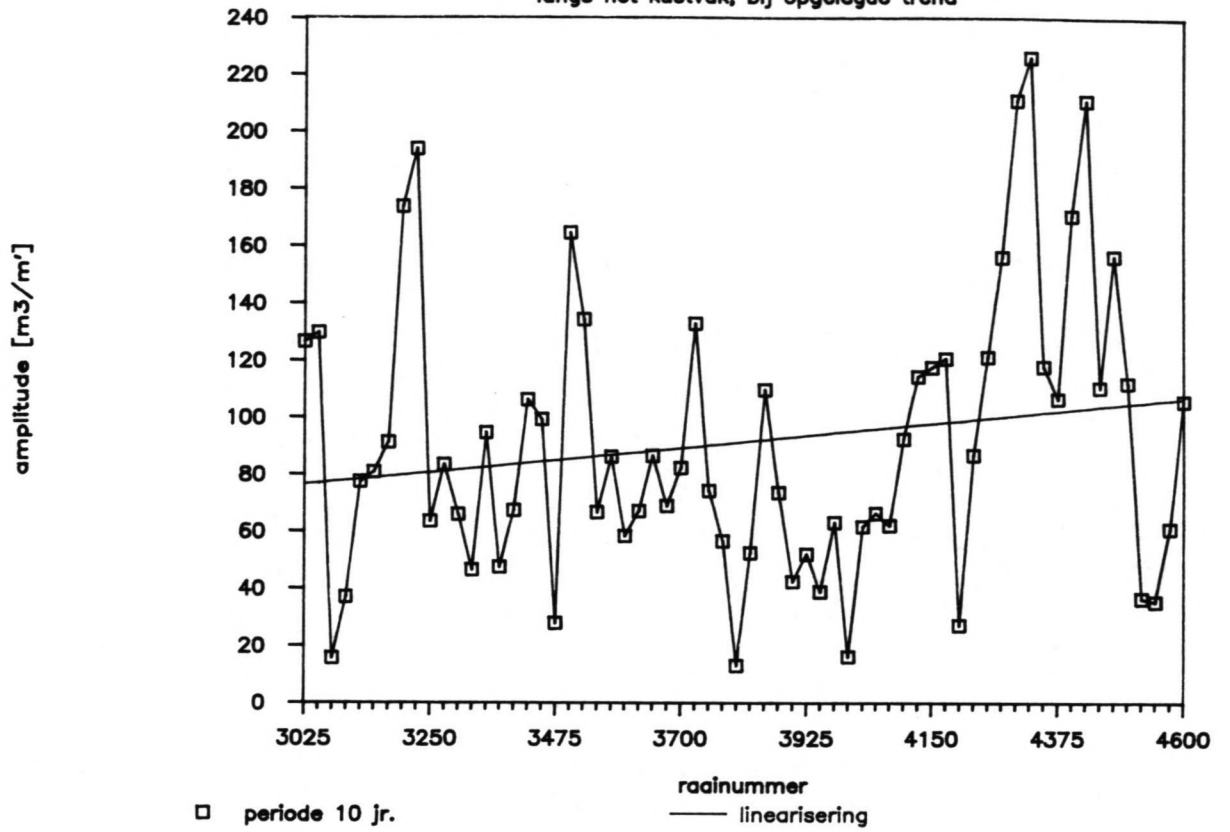
verloop amplitude sinusbenadering

langs het kustvak, bij opgelegde trend



verloop amplitude sinusbenadering

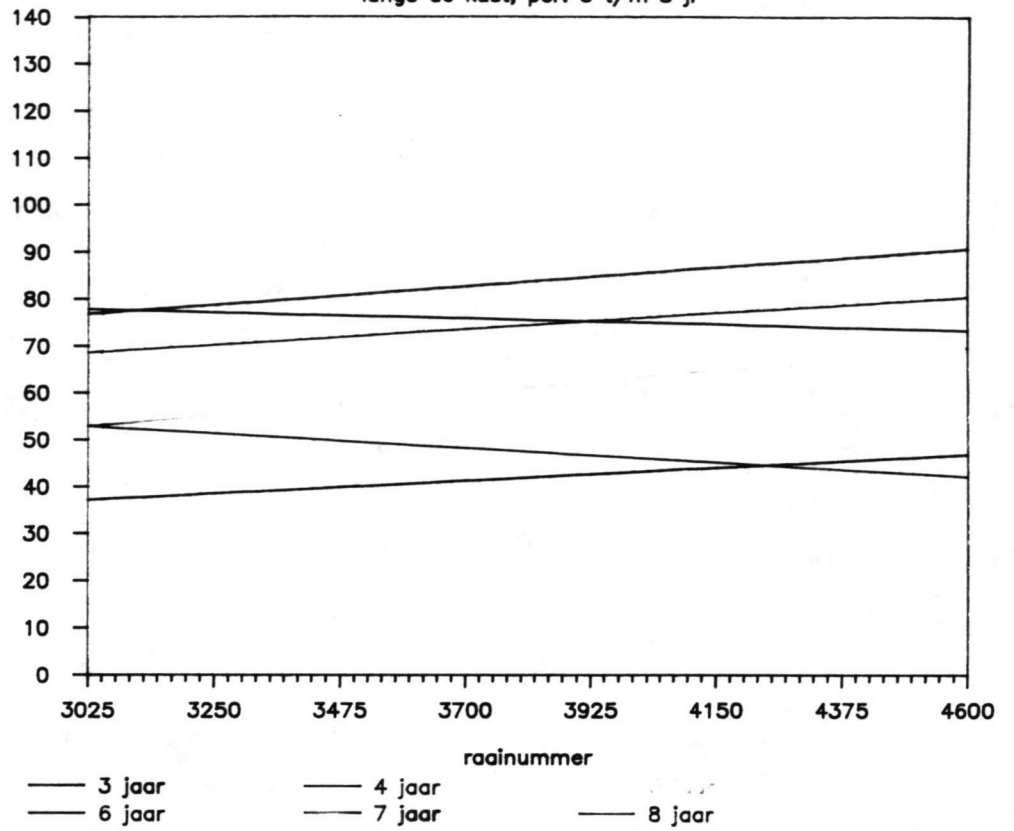
langs het kustvak, bij opgelegde trend



verloop linearisering amplitude

langs de kust, per. 3 t/m 8 jr

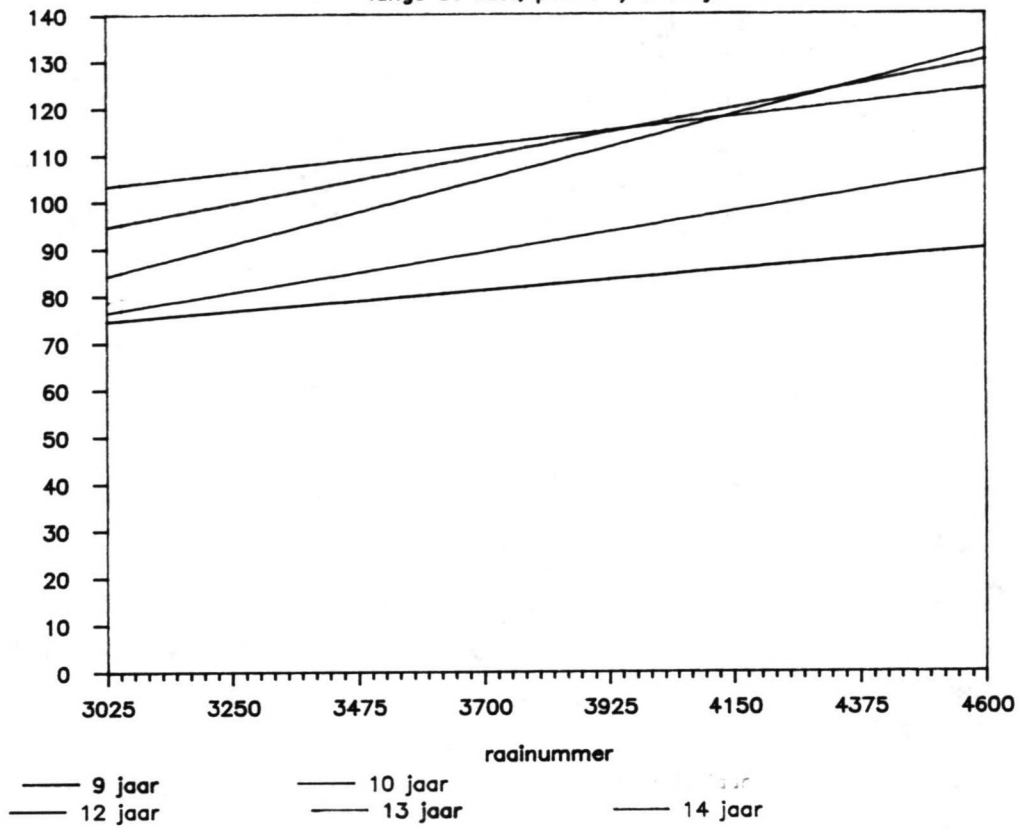
amplitude [m^3/m^2]



verloop linearisering amplitude

langs de kust, per. 9 t/m 14 jr

amplitude [m^3/m^2]



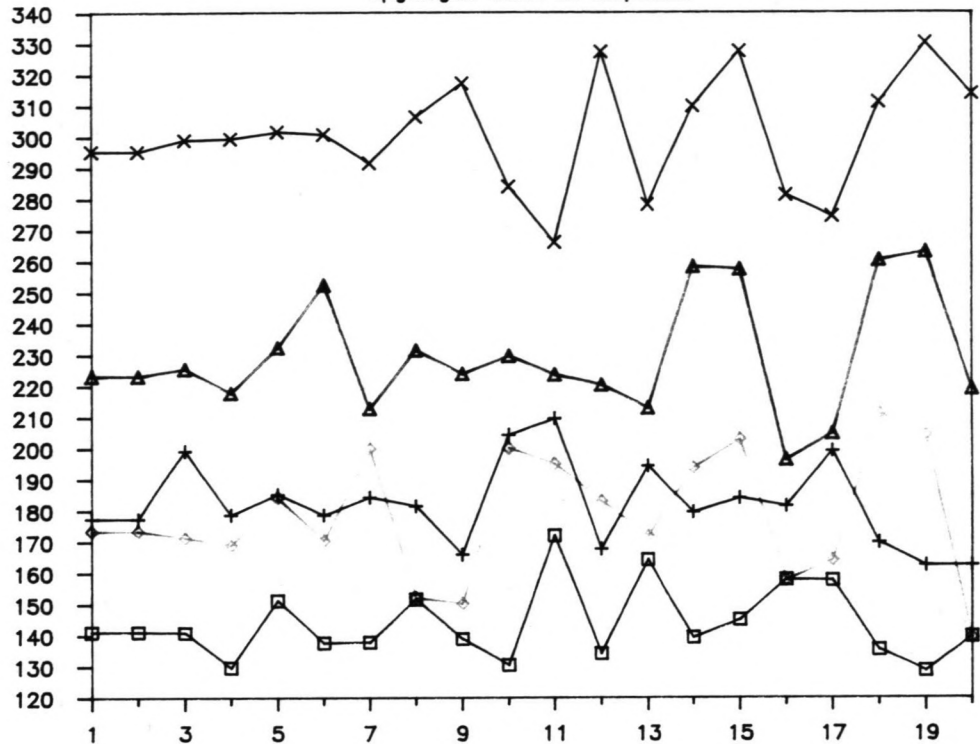
Bijlage 5 Opgelegde trend en amplitude

- a Figuren verband periode / fout enkele raaien**
- b Figuren verloop fase langs de kust**

verband periode – fout: 5 raaien

opgelegde trend en amplitude

gem. afwijking [m^3/m^3]



□ 3400

+ 3425

◇ 3450

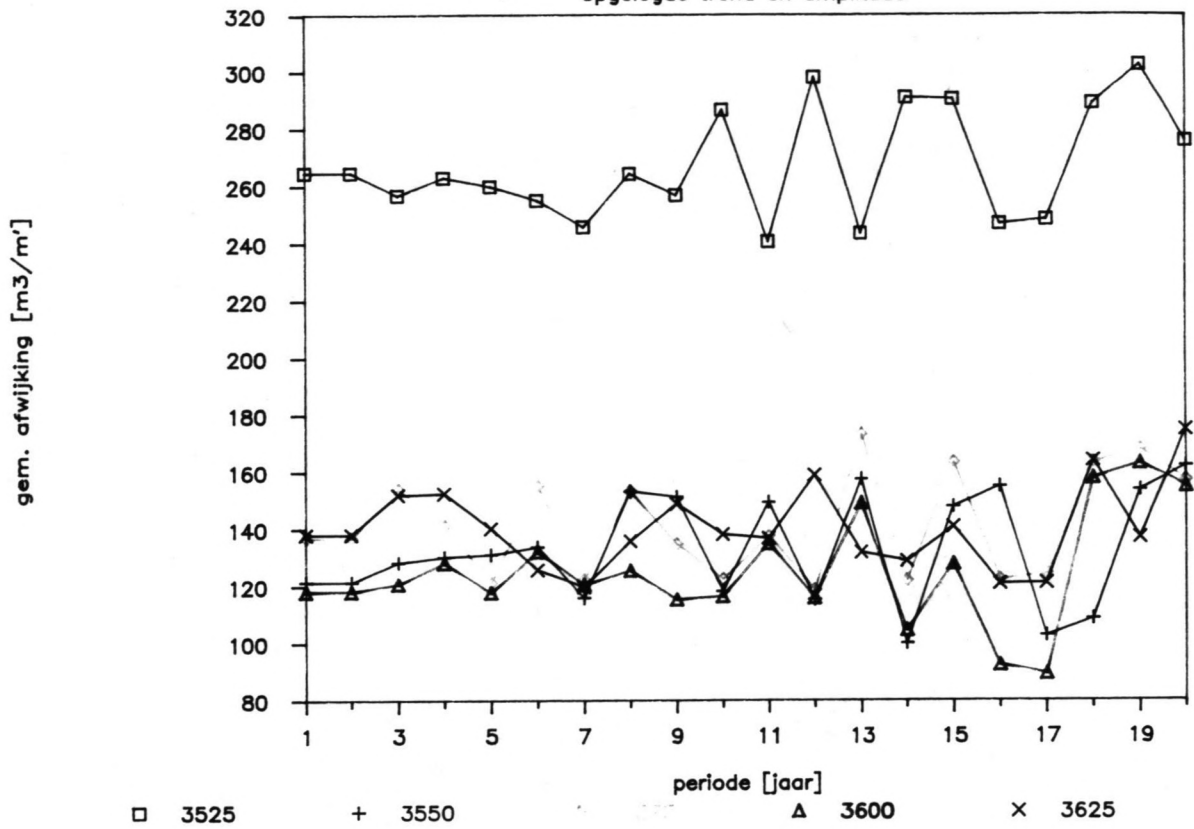
Δ 3475

x 3500

periode [jaar]

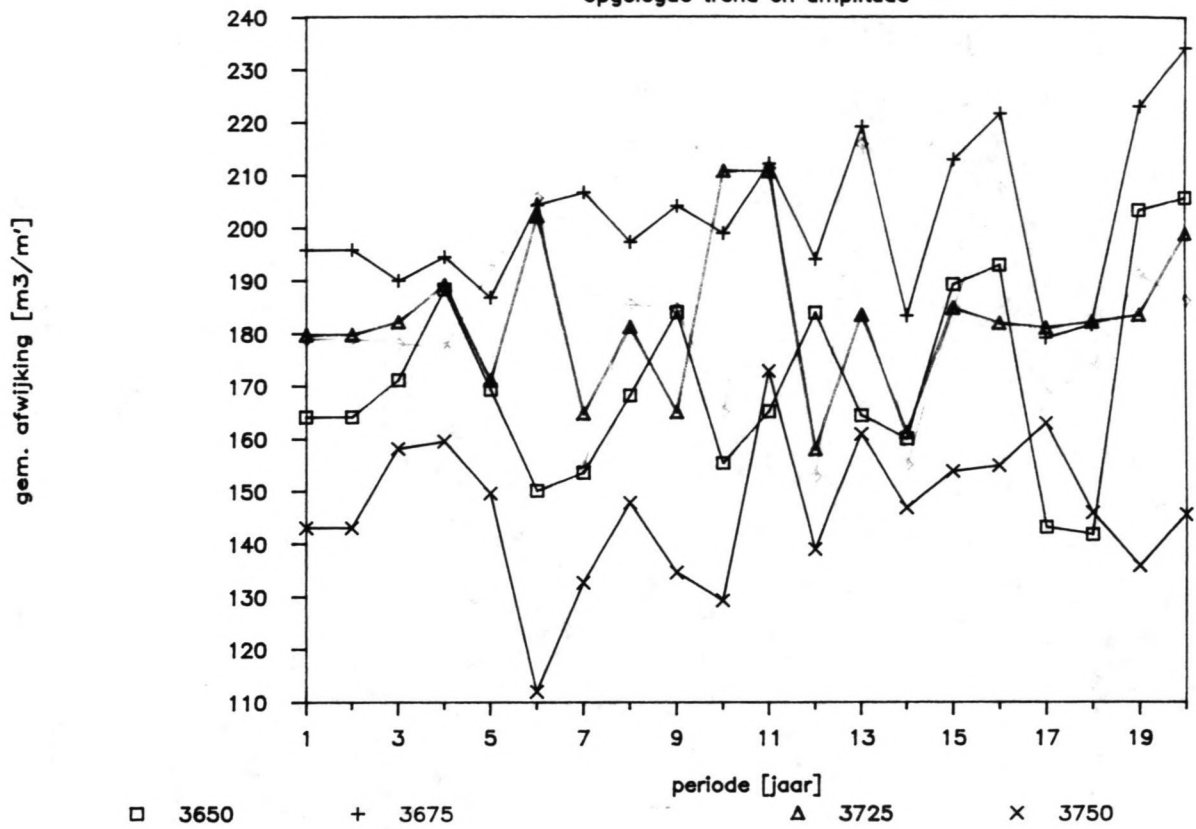
verband periode – fout: 5 raaien

opgelegde trend en amplitude



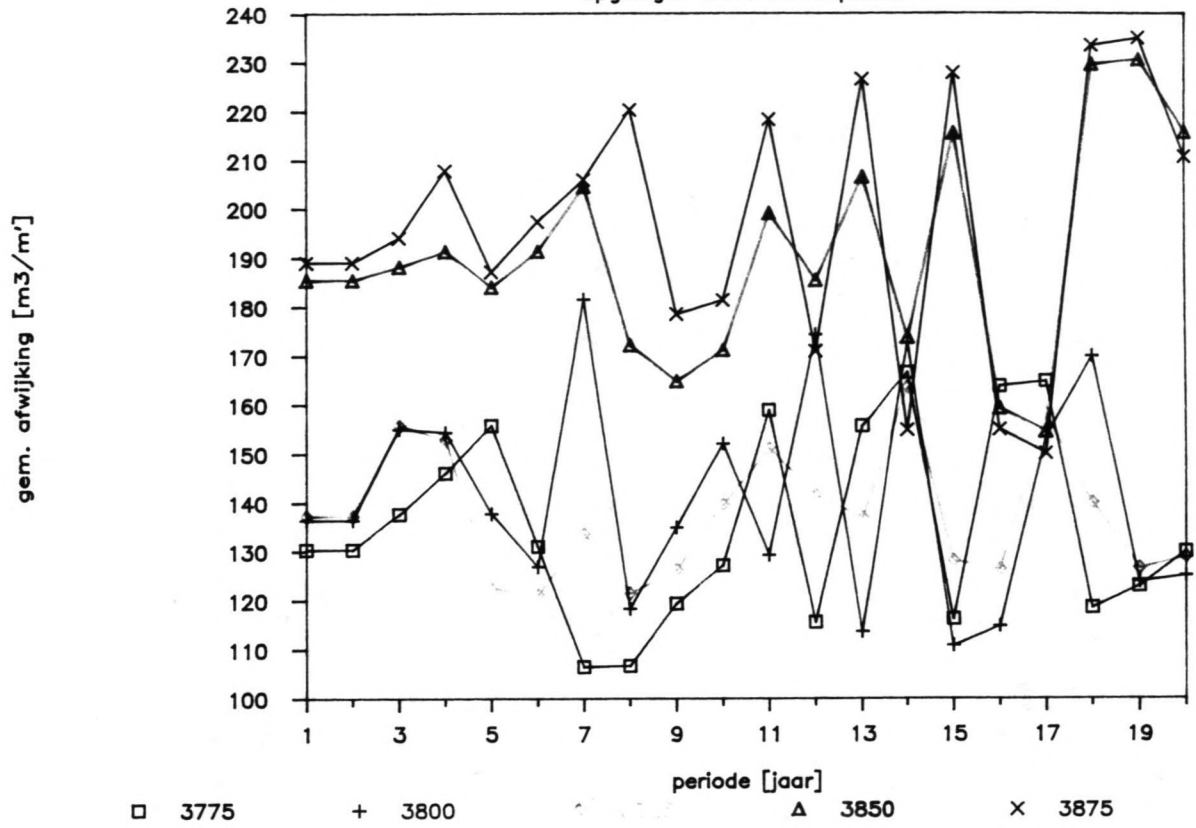
verband periode — fout: 5 raaien

opgelegde trend en amplitude



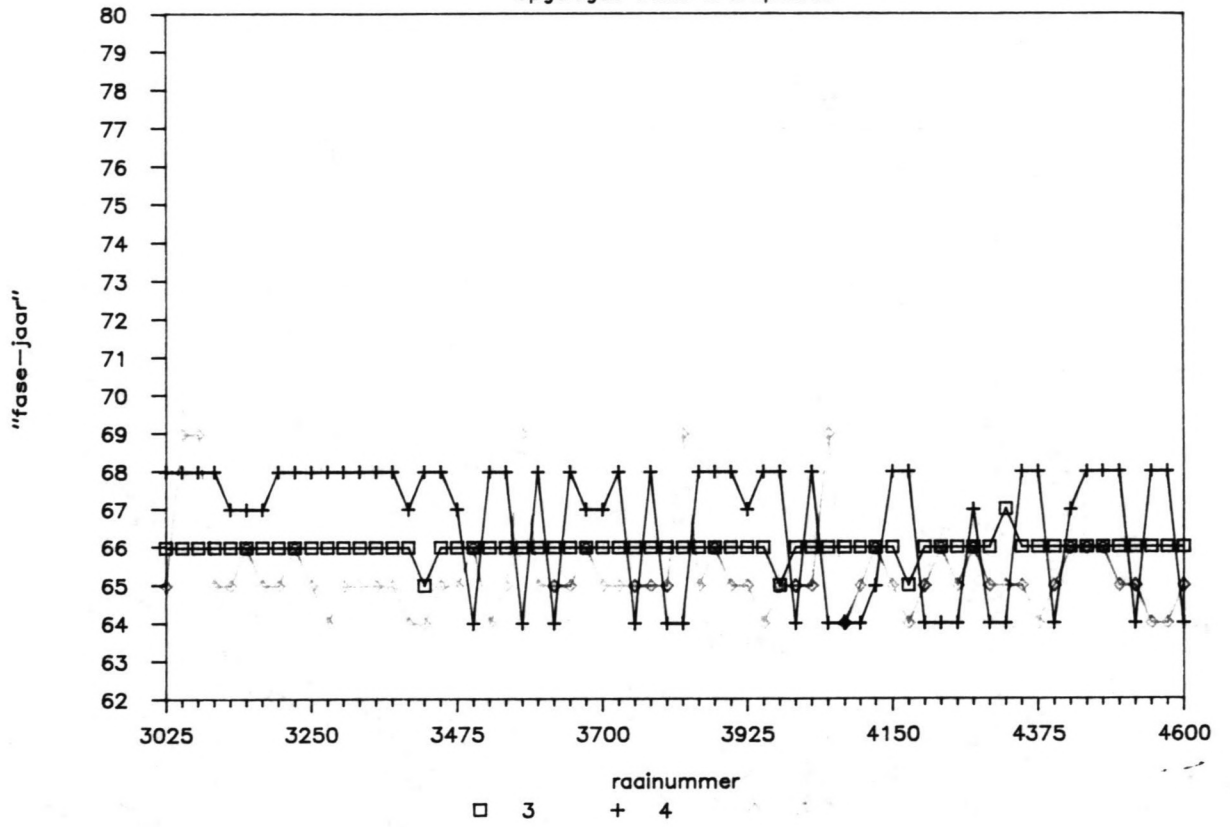
verband periode – fout: 5 raaien

opgelegde trend en amplitude



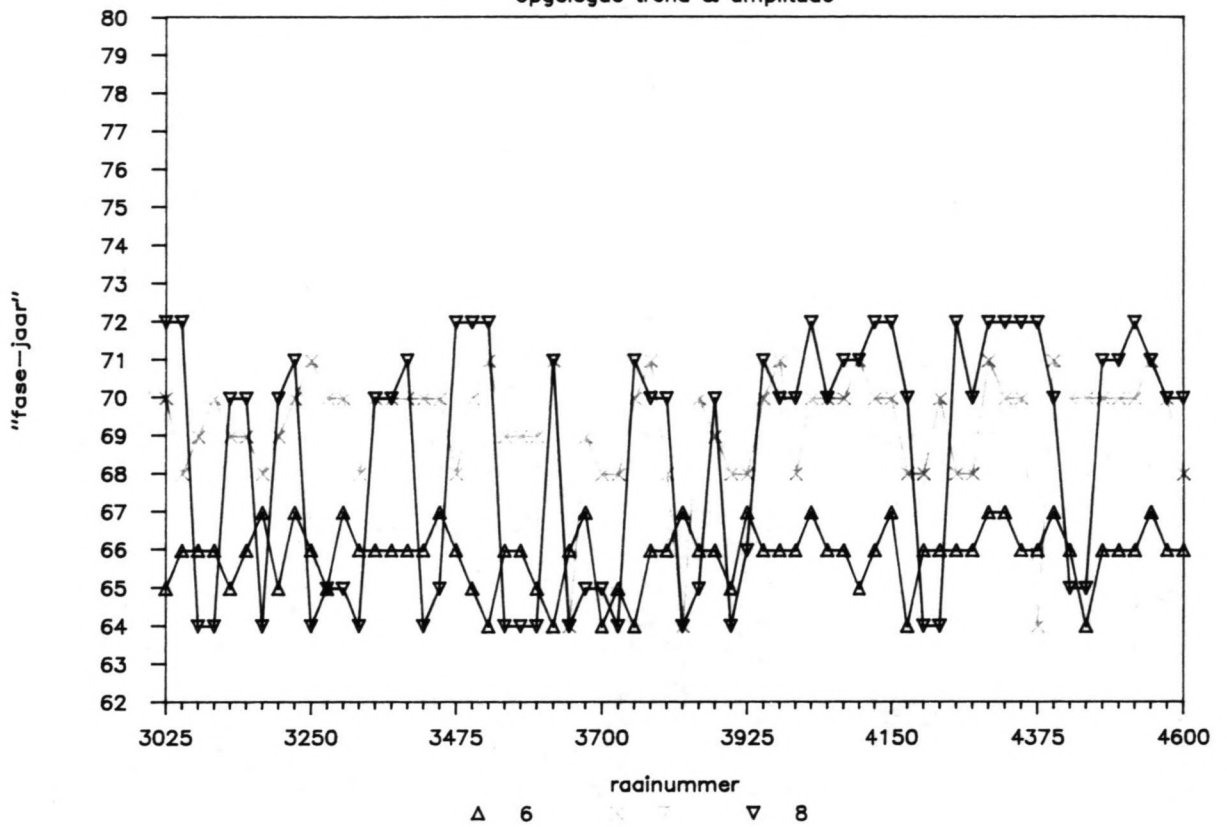
verloop fasen langs de kust

opgelegde trend & amplitude



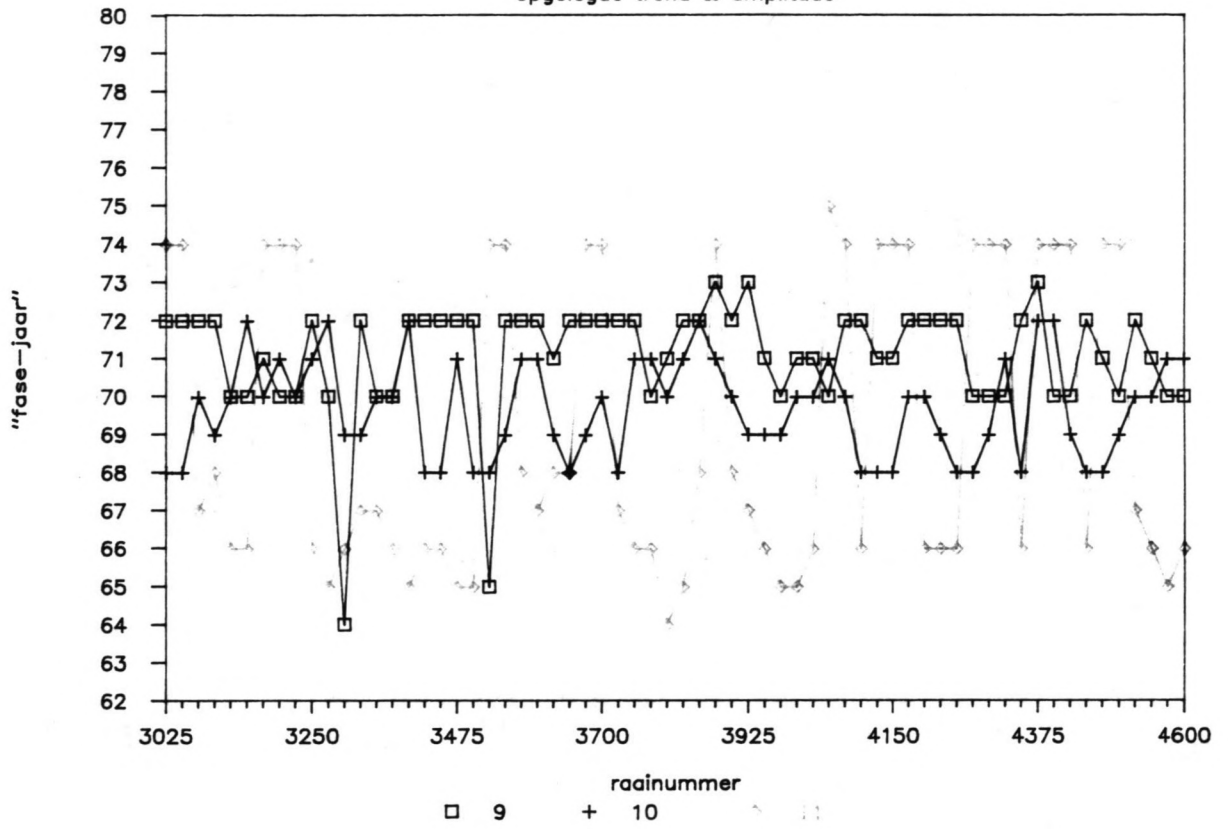
verloop fasen langs de kust

opgelegde trend & amplitude



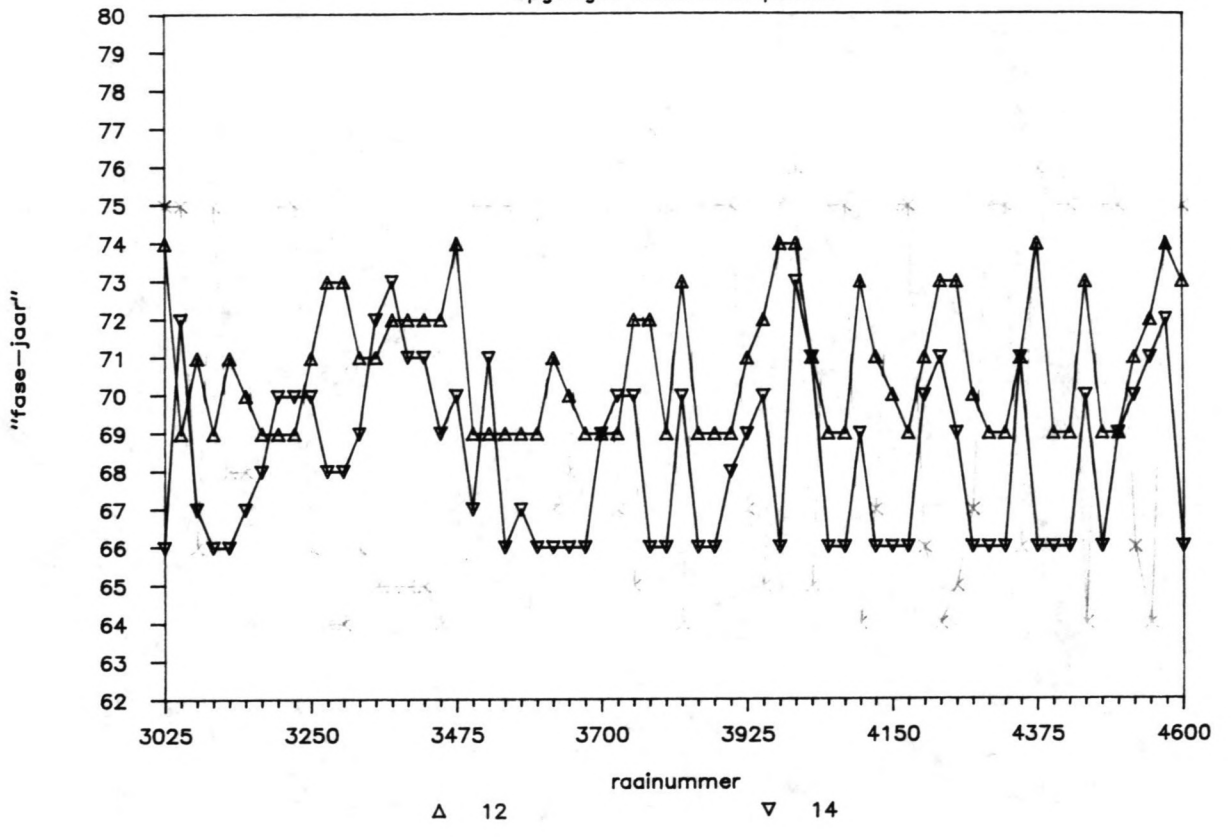
verloop fasen langs de kust

opgelegde trend & amplitude



verloop fasen langs de kust

opgelegde trend & amplitude

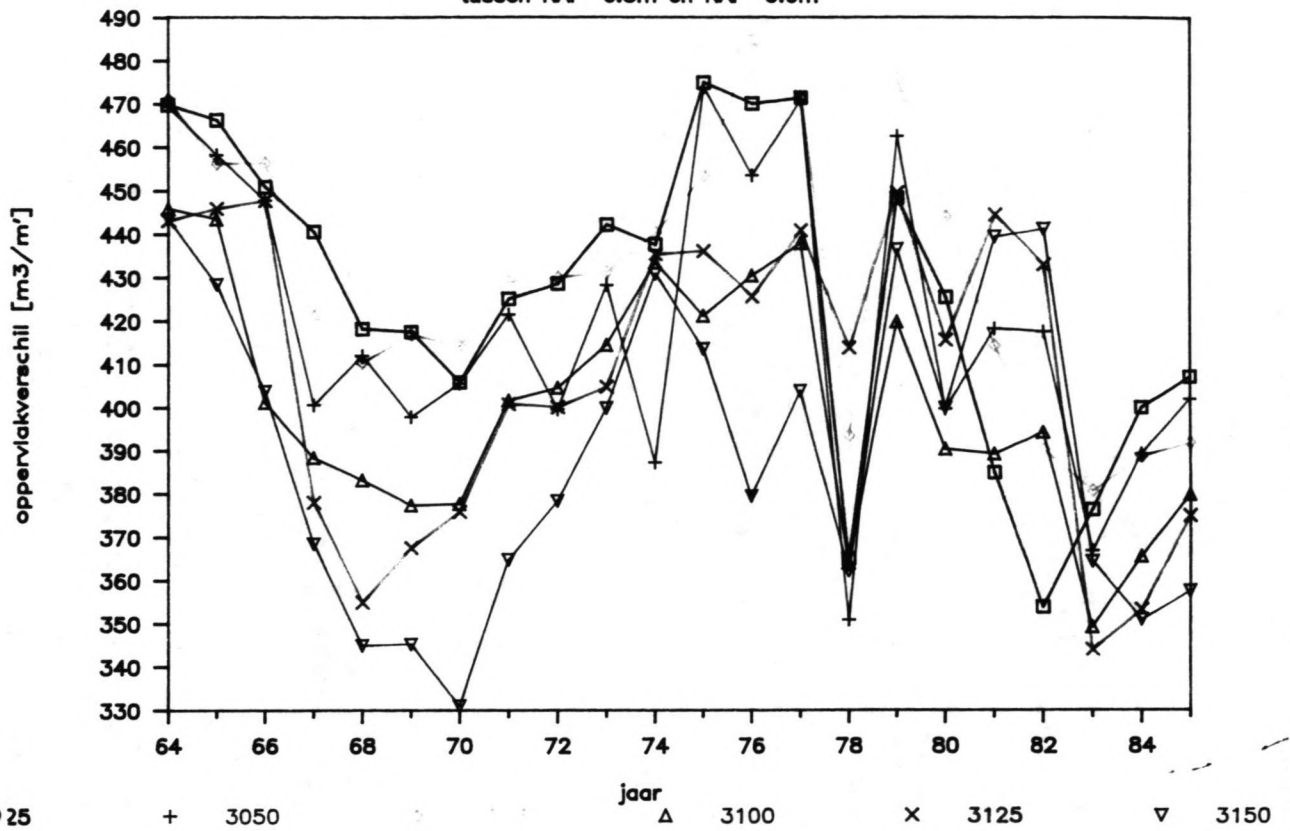


Bijlage 6 Toetsberekening

Figuren kubering tussen NAP-6m en NAP-6.5m

kuberingen van 6 raaien

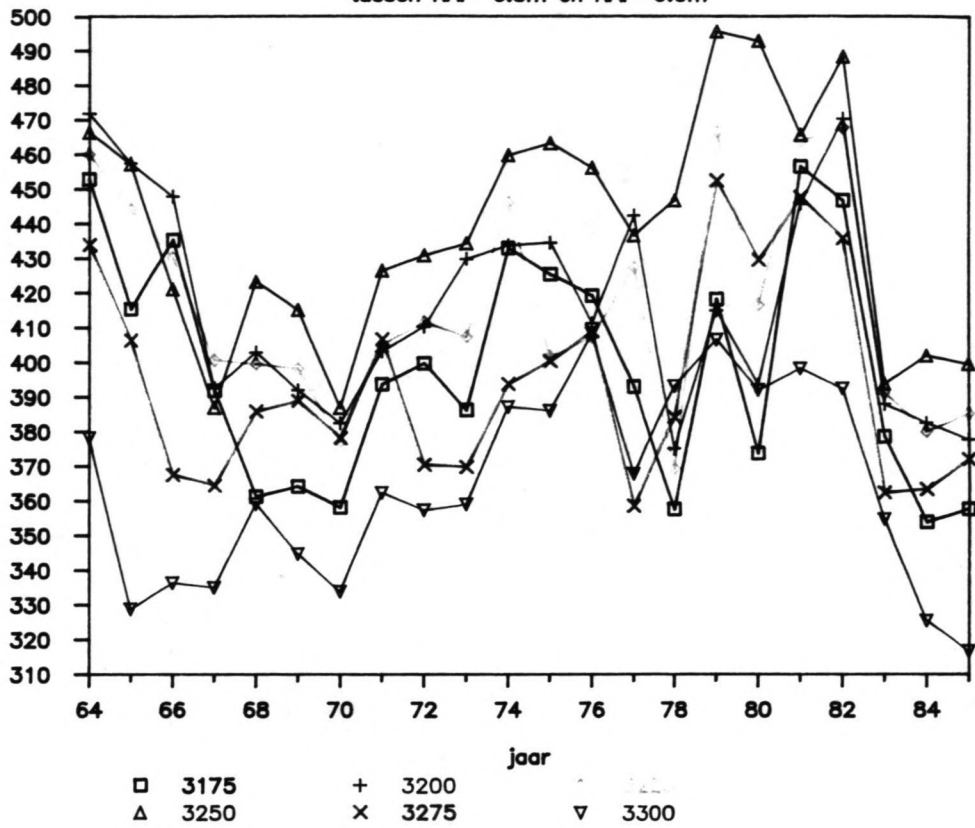
tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m



kuberingen van 6 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

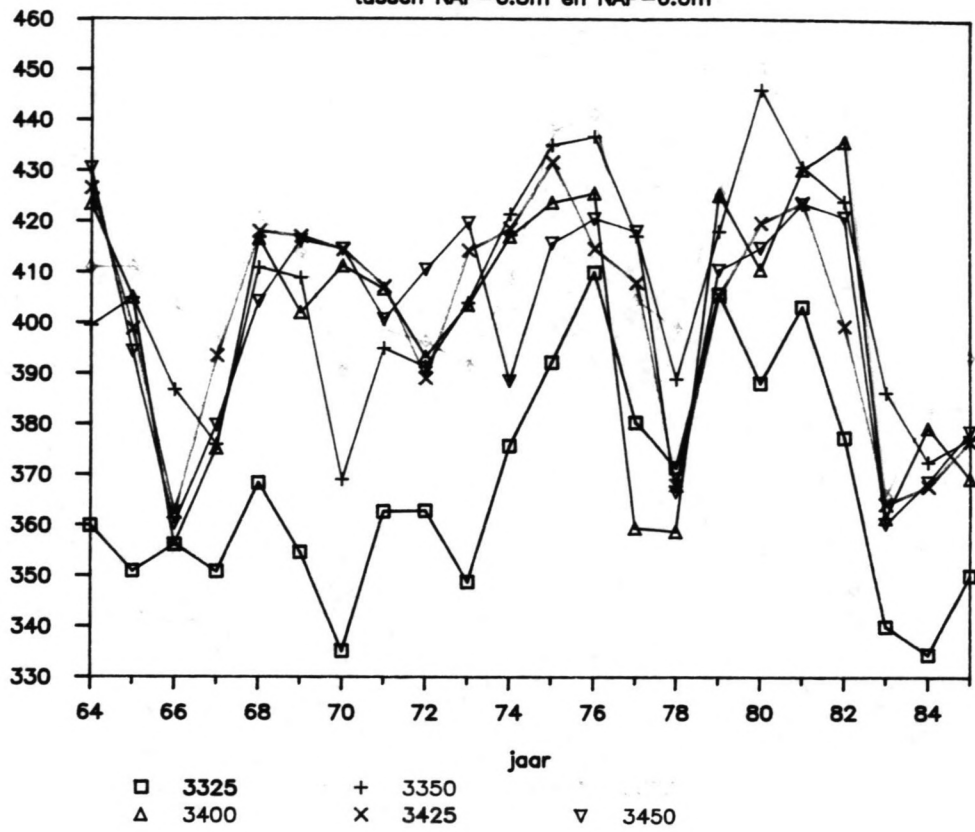
oppervlakverschil [m³/m²]



kuberingen van 6 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

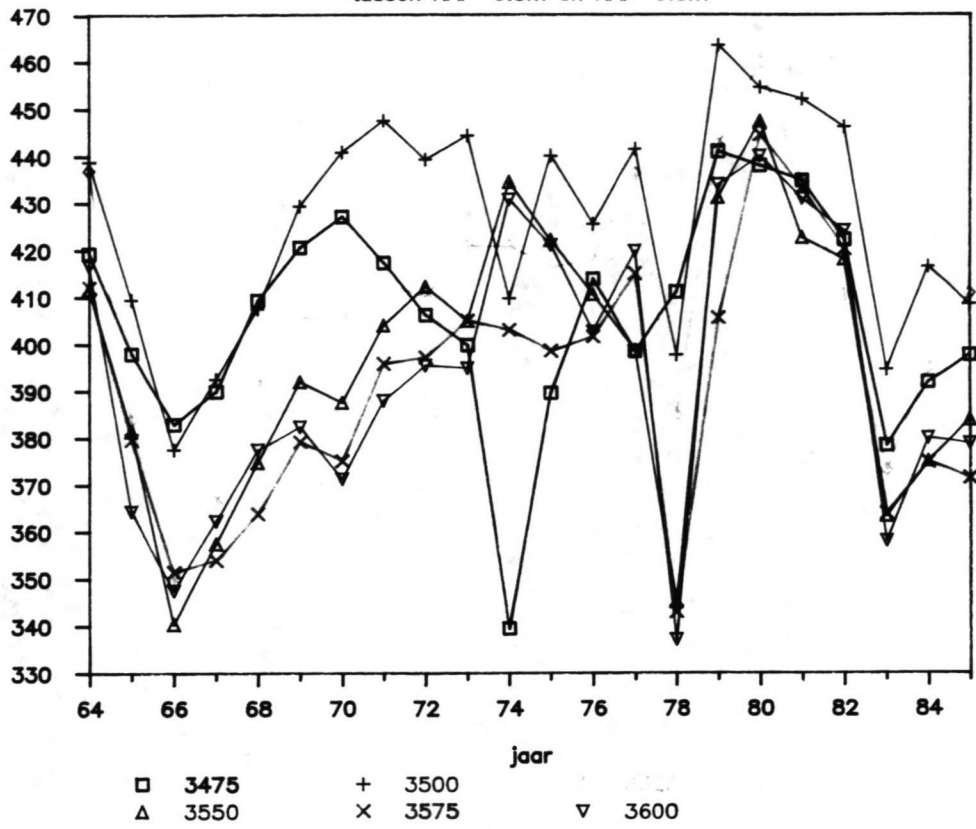
oppervlakverschil [m^3/m^2]



kuberingen van 6 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

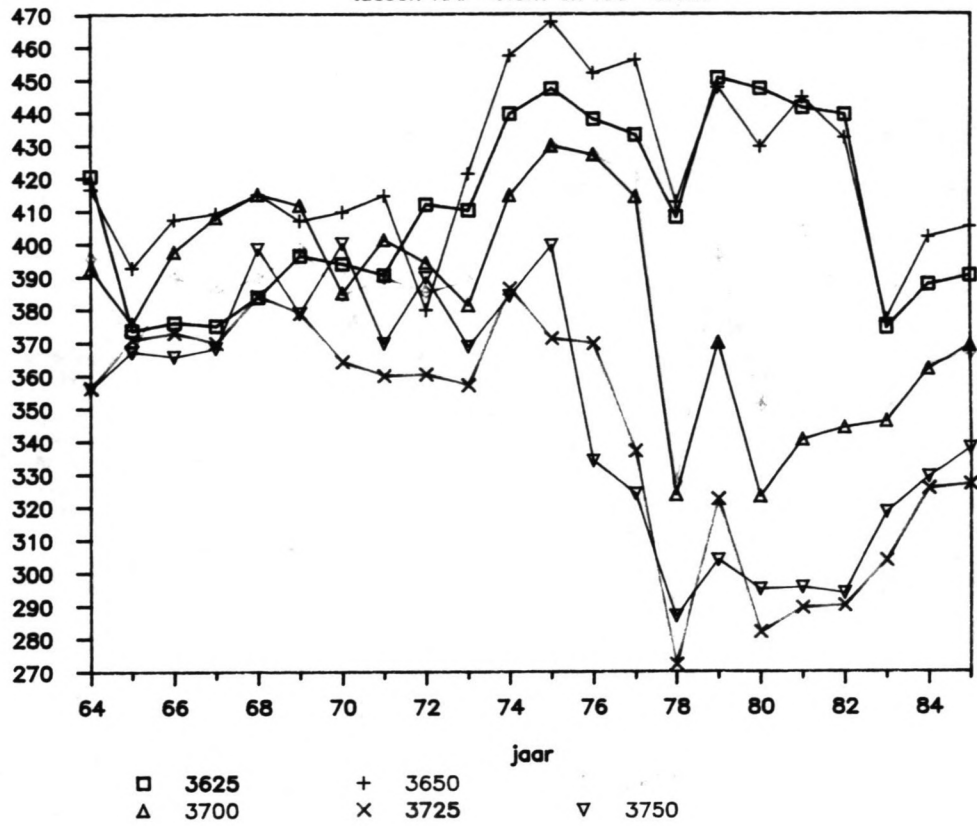
oppervlakverschil [m³/m²]



kuberingen van 6 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

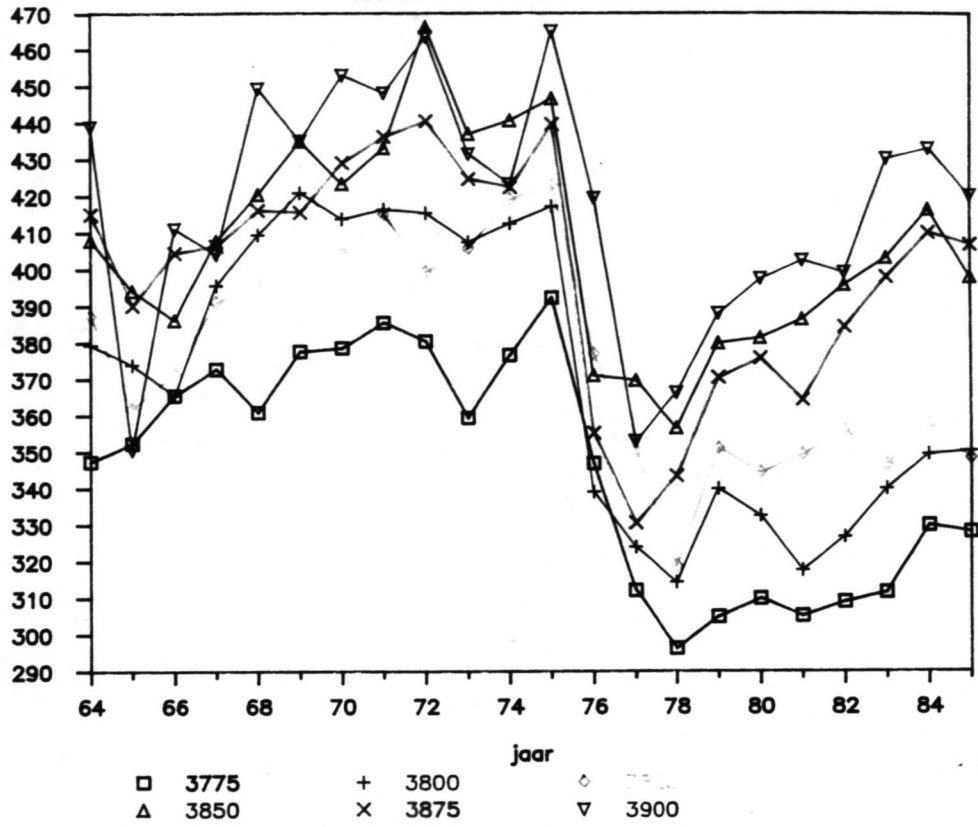
oppervlakverschil [m³/m²]



kuberingen van 6 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

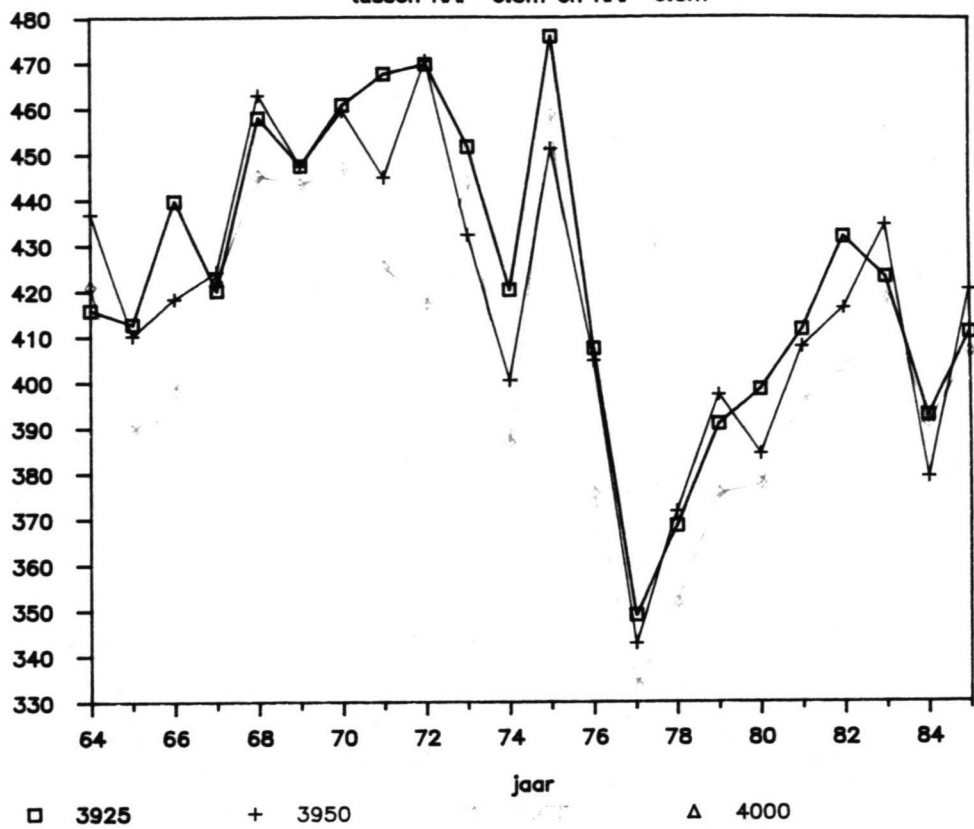
oppervlakverschil [m³/m²]



kuberingen van 4 raaien

tussen NAP-6.5m en NAP-6.0m

oppervlakverschil [m³/m²]



Literatuurlijst

Software for roundoff analysis of matrix algorithms
W.Miller / C.Wrathall

Mathematics in science and engineering (vol 94):
Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse
I.Albert

Applied Matrix algebra in the statistical sciences
A.Basilevsky

ABC van een onderzoeksopzet
G.Kuypers

Samenvatting v.d. bijdragen aan het colloquium
"Kustontwikkeling verleden, heden en toekomst" (mei 1985)
diverse sprekers

Vooronderzoek t.b.v. Jarkus-analyse
C.F. de Valk

Concept-rapport GWAO-88.286 : "Een morfometrische beschrijving van de
Hollandse kust over de periode 1964-1986 mbv het JARKUS bestand"
D.Knoester

De kust van Rottum tot Calais
D.Eisma/T.fey



