

Analyse von dynamisch positionierten, schwimmenden Plattformen mit der nicht-linearen Zeitverlaufsmethode

M. T. E. Schellin, Ph. D. *)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
Laboratorium voor
Scheepshydromechanica
Archief

Mekelweg 2, 2628 CD Delft
Tel.: 015 - 786879 - Fax: 015 - 781838

Zusammenfassung

Eine nicht-lineare Zeitverlaufsmethode zur Ermittlung des horizontalen Bewegungsverhaltens wird angewendet, um schwimmende, dynamisch positionierte Plattformen im regulären Seegang zu analysieren. Die Methode ermöglicht die Simulation des Systems Plattform – dynamische Positionierung, inklusive der entsprechenden Schubkontrollkonstanten und einer systembedingten Zeitverzögerung bei dem Ansetzen der Positionierungskraft. Anhand von Beispielrechnungen werden die Wirkung der Schubkontrollkonstanten und der Zeitverzögerung dargestellt. Das Aufteilen der Berechnungen in mehrere kürzere Rechenintervalle ermöglicht die Analyse von Horizontalbewegung und Positionierungskraft, wenn die Plattform durch die Wirkung äußerer Einflüsse wie z. B. eine Windbö und eine Gruppenhoher Wellen von der Ausgangsposition abgetrieben wird.

Abstract

A non-linear time step method is used to analyse the horizontal motion behaviour of dynamically stationed floating platforms in regular seas. The described method treats the system platform – dynamic stationing as a whole, including the various parameters in the thrust control equation and a time lag to the thrust response. Sample calculations show the effectiveness of the thrust control parameters and the time lag. The numerical computations can be carried out for successive time intervals of platform behaviour. Thus the effect of outside influences such as a wind gust and a group of higher waves can be analysed as these outside influences push the platform off location.

Einleitung

Das dynamische Positionieren einer schwimmenden Plattform ist dadurch gekennzeichnet, daß die ständig variierenden Schubkräfte von mehreren an der Plattform angeordneten Strahlrudern gegen die Wind-, Wellen- und Strömungskräfte wirken und somit die Plattform dynamisch auf Position halten. Ein wesentliches Vorteil eines dynamischen Positionierungssystems besteht darin, daß eine Plattform verhältnismäßig schnell in tiefen Gewässern positioniert werden kann, ohne die Benötigung von schweren Trossen oder Ketten mit großen Ankern – eine zeitraubende Methode, die in größeren Wassertiefen schwerwiegende Probleme und begrenzte Einsatzmöglichkeiten mit sich bringt.

Das Konzept der dynamischen Positionierung ist verhältnismäßig alt; die erste erfolgreiche Anwendung befand sich auf dem Kernbohrschiff „Eureka“ der Shell Oil Co. in USA in 1961 [1], das damals schon Kernbohrungen in 1300 m tiefem Wasser vornahm. Das Positionierungssystem der „Eureka“ bestand aus zwei 200 PS Strahlrudern, einem Winkelmesser (tilt meter) am Ende eines vom Schiff zum Meeresgrund führenden strammen Kabels und einem Rechnersystem. Die Position des Schiffes vom Bohrlöch wurde durch den gemessenen Winkel bestimmt und von dem Rechner in Signale zur Bestimmung der Umdrehungen und Richtungen der beiden Strahlruder in Schubkräfte umgewandelt.

Seit 1968 führt das dynamisch positionierte Hochseekernbohrschiff „Glomar Challenger“ ein Bohrprogramm in tiefen Gewässern aus. Bohrungen wurden im Atlantischen, Stillen und Indischen Ozean in Wassertiefen über 6000 m [2, 3] niedergebracht. Zwar handelt es sich in diesem Falle lediglich um Kernbohrungen, aber die Erfahrungen zeigen deutlich die Leistungsfähigkeit der dynamischen Positionierung, die während aller Bohrarbeiten einen festen Standort im Meer einhalten konnte.

Das Positionierungssystem der „Glomar Challenger“ besteht aus Bug- und Heckquerschubaggregaten sowie aus dem Zweischrauben-Selbstantrieb, die alle an ein kompliziertes Rechnersystem angeschlossen sind und auf Befehl des Rechners in Aktion treten. Der Rechner analysiert die Daten, die ihm von drei Unterwasserhorchergeräten, die unter dem Schiffsrumpf angebracht sind, übermittelt werden. Diese peilen ununterbrochen Signale an, die von einem auf dem Meeresgrund angebrachten Unterwasserortungsgerät ausgestrahlt werden. Treibt das Schiff von der Ausgangsposition ab, übermitteln die Unterwasserhorchergeräte diese Information an den Rechner, der seinerseits die Bug- und Heckstrahlaggregate und den Selbstantrieb so steuert, daß das Schiff langsam in die Ausgangsposition zurückgeschoben wird [3].

In der heutigen Praxis befinden sich zahlreiche Bohrschiffe mit dynamischer Positionierung im Einsatz und im Bau. Beispiele hierfür sind die Schiffe „Ben Ocean Lancer“ der Odeco/Ben Line Offshore Contractors Ltd., „Havdrill“ der Nordic Offshore Drilling Co., „Saipem Due“ der Saipem S.p.A. und „Pelican“ der SOMASER [4].

Bohrplattformen vom Typ der sog. Halbtaucher hingegen, die ausschließlich mit dynamischer Positionierung auf Position gehalten werden, gibt es heutzutage nicht, obwohl es in der Zukunft zu erwarten ist, besonders in sehr großen Wassertiefen. Die Anzahl der Halbtaucher, die entweder mit schwenkbaren Propulsions-Anlagen und/oder Selbstantrieb gebaut werden, ist beträchtlich. Besonders die Halbtaucher, die für Einsatzgebiete mit vorwiegend schlechten Wetterbedingungen, wie sie in der nördlichen Nordsee herrschen, bestimmt sind, erhalten fast alle solche Schubeinheiten und/oder Selbstantrieb. Beispiele hierfür sind sämtliche Halbtaucher der Serie Aker H-3 (Selbstantrieb und schwenkbare Strahlruder) [5], die vor kurzem bei Blohm + Voss in Hamburg fertiggestellte Plattform „Chris Chenery“ (Selbstantrieb) [6] und die z. Z. im Bau befindliche Plattform „Scarabeo III“ (schwenkbare Strahlruder) [7] sowie Plattformen vom Typ „Pentagone“ (schwenkbare Strahlruder) [4, 8].

Das dynamische Positionieren solcher Plattformen könnte demzufolge der nächste Schritt auf diesem Gebiet der Offshore-Technik sein, wenn auch nicht das einzige Mittel der Positionierung, dann zumindest in Kombination mit einem konventionellen Anker-Ketten/Seil-System. Die auftretenden Positionierungskräfte für Halbtaucher können bei schlechten Wetterbedingungen extrem hoch sein. Das könnte dahin führen, daß ein dynamisches Positionierungssystem nicht in der Lage wäre, die Plattform zu allen Zeiten auf Position zu halten. Für extreme Wetterbedingungen wäre dann z. B. ein zusätzliches konventionelles Verankerungssystem nötig.

Mohole-Plattform

Eine halbtauchende Bohrplattform, die ausschließlich mit einem dynamischen Positionierungssystem auf Position gehalten werden sollte, wurde 1965 für das amerikanische Mohole-

*) Institut für Anlagentechnik der Gesellschaft für Kernenergieverwertung in Schiffbau und Schifffahrt mbH., Geesthacht-Tesperhude

Projekt ausgelegt [9]. Von dieser Plattform beabsichtigte die National Science Foundation (Nationale Stiftung für Wissenschaft der Vereinigten Staaten) eine Bohrung durch die Erdkruste in den Erdmantel zu komplettieren, um somit einen Kern der Erdschichten und des obersten Teils des Erdmantels zu erhalten. Für die Bohrungen sollte die Plattform in tiefen Gewässern von etwa 4 300 m nordöstlich der Insel Maui, Hawaii, stationiert werden, denn dort liegt der Erdmantel nur 4 900 bis 5 800 m unter dem Meeresboden. Konventionelle Anker-Ketten/Seil-Systeme würden in diesen Wassertiefen praktisch nicht oder zumindest nur mit äußerster Schwierigkeit zu verwenden sein, so daß man beschloß, die Plattform dynamisch zu positionieren.

Die Konstruktion dieser Mohole-Plattform basierte im wesentlichen auf ausreichender Stabilität, genügender Festigkeit, geringer Bewegung im Seegang und guten Propulsions- bzw. Positionierungseigenschaften [9]. Zusätzlich waren folgende Merkmale zu beachten:

Das Plattformgewicht mußte niedrig gehalten werden, um große Decklast bei genügender Stabilität zu gewährleisten; die Wasserlinienfläche durfte nur klein sein, die Wellentransparenz groß, um Plattformbewegungen möglichst klein zu halten; und der Widerstand der Unterwasserstruktur mußte gering sein, um das dynamische Positionieren mit zumutbarer Leistung zu ermöglichen.

Die Konstruktion war eine Halbttaucherplattform, bestehend aus einem oberen, rechteckigen Decksteil, zwei horizontalen, parallel angeordneten, torpedoartigen Unterwasserteilen, die mit sechs runden, vertikalen Säulen verbunden waren. Zusätzlich verbanden Diagonalverstreben den Decksteil mit den horizontalen Schwimmkörpern. Selbstantrieb erfolgte durch die zwei mit Kortdüsen ausgerüsteten Schiffsschrauben am Heck der beiden Unterwasserkörper. Zur dynamischen Positionierung waren sechs schwenkbare 750 PS Strahlruder vorgesehen; jeweils eine Einheit war in jeder der sechs vertikalen Säulen angebracht. Der Selbstantrieb konnte zusätzlich zu den sechs Strahlrudern zum Positionieren herangezogen werden, indem die Plattform sich in Richtung gegen die stärksten Strömungs- und Windkräfte richtete.

Obwohl die Mohole-Plattform nicht gebaut wurde, war diese Konstruktion ihrer Zeit voraus und setzte ein wichtiges Leitbild für den Bau heutiger halbttauchender Bohrinseln. Die bei Blohm + Voss vor kurzem fertiggestellte Bohrplattform „Chris Chenery“ zum Beispiel ist in der Form der Mohole-Plattform sehr ähnlich [10]. Sie besteht, wie die Mohole-Plattform, aus einem Oberdecksteil, das durch sechs vertikale Säulen mit den beiden parallel angeordneten, torpedoartigen Unterwasserschwimmkörpern verbunden ist. Sie besitzt auch einen Selbstantrieb, wird allerdings nicht von einem dynamischen Positionierungssystem, sondern von acht Ankern und Ketten auf Position gehalten.

Dynamisches Positionierungssystem

Ein dynamisches Positionierungssystem ist eine sehr komplizierte Anlage, bestehend aus Hydrophonen, Sendern, Transpondern, Empfängern, Kontrollelektronik, Digital- und Analogrechnern, Leistungsübertragungsaggregaten, Getriebe, Strahlruder mit entsprechender Kontrollapparatur und vielem mehr. All die Komponenten lassen sich zusammenfassen in drei Hauptunterssysteme: das Ortungssystem, das die Position und Richtung der Plattform entsprechend dem Bohrloch bestimmt, das Schubkontrollsystem, das die Signale vom Ortungssystem verwendet, um damit die Richtung und die Größe des zur Positionierung der Plattform benötigten Schubs zu berechnen und schließlich das Schubkraftübertragungssystem, das die Schubkommandos mit Hilfe von Strahlrudern, Tunnelpropellern oder Selbstantrieb in an der Plattform wirkende Positionierungskräfte umwandelt (s. Abb. 1).

Das Ortungssystem ermittelt die Entfernung und Richtung der Plattform zum Bohrloch mittels eines von der Plattform zum Meeresboden führenden strammen Kabels oder mittels

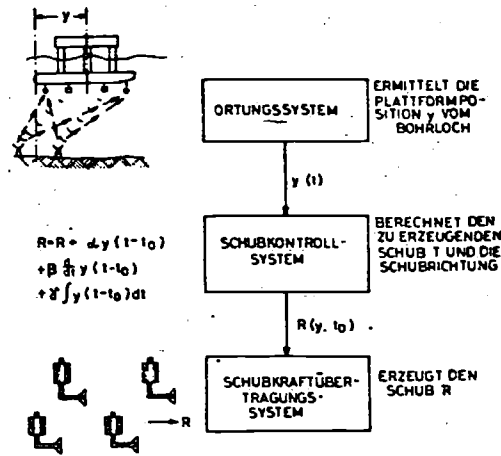


Abb. 1: Dynamisches Positionierungssystem

am Unterwasserteil angeordneten Sendern, am Meeresgrund von der Besatzung angebrachten akustischen Transpondern und am Unterwasserteil der Plattform montierten Empfängerhydrophonen. Mit dem strammen Kabel wird die Position der Plattform durch den gemessenen Winkel des Kabels zur Vertikalen ermittelt. Die resultierende Position ist verhältnismäßig ungenau, denn Meeresströmung, Plattform- und Wellenbewegung, Strecken, Trägheit und Widerstand des Kabels beeinflussen den Winkel mit der Vertikalen. Die Vorteile des Kabels sind die verhältnismäßig einfache Anordnung und die dementsprechend niedrigen Kosten.

Mit den Sendern, Transpondern und Empfängerhydrophonen wird die Position der Plattform durch akustische Signale ermittelt, indem ein von dem Sender abgefragter Transponder akustische Impulse in regelmäßigen Zeitabschnitten von sich gibt, welche wiederum von drei oder vier Empfängerhydrophonen aufgefangen werden. Die akustischen Impulse von einem auf dem Meeresboden befestigten Transponder zu den an der Plattform angebrachten Hydrophonen bilden eine Pyramide, an deren Spitze der pulsierende Transponder sitzt. Da die Zeiten und die Geschwindigkeiten der akustischen Impulse durch das Wasser bekannt sind, können die Seitenlängen dieser akustischen Pyramide berechnet werden. Treibt die Plattform von ihrer Position über dem Bohrloch ab, so werden die Seiten der akustischen Pyramide ungleich. Die Differenzen der Seitenlängen der akustischen Pyramide werden benutzt, um die Position vom Bohrloch zu ermitteln. Die Richtung der Plattform wird berechnet, indem ein zweiter Transponder auf dem Meeresgrund eine zweite akustische Pyramide zwischen dem zweiten Transponder auf dem Meeresgrund und den drei oder vier am Unterwasserteil der Plattform angebrachten Hydrophonen bildet. Eine Koordinatentransformation ist erforderlich, um die Bewegungen der Plattform zu berücksichtigen. Eine Kreiselkompaßvorrichtung oder ähnliches kann die benötigten Roll- und Stampfbewegungen der Plattform ermitteln.

Die auf diese akustische Weise ermittelte Plattformposition ist verhältnismäßig exakt und deswegen auch für größere Wassertiefen geeignet. In der Praxis findet dieses System zunehmende Anwendung [11].

Die von dem Ortungssystem ermittelte Position der Plattform wird von dem Schubkontrollsystem benutzt, um die Richtung und Größe des benötigten Schubs der Schuberzeugeraggregate zu ermitteln, wodurch die Plattform auf Position gehalten wird oder wieder zur Ausgangsposition gebracht wird. Ein Teil des Schubkontrollsystems besteht aus einem Rechner, der den von den Schuberzeugern aufzubringenden Gesamtschub auf die einzelnen Strahlruder, Tunnelpropeller und/oder Selbstantriebswellen verteilt.

Im allgemeinen enthält das Schubkontrollsystem Elektronik, welche den Gesamtschub als Funktion der Abdrift von der Ausgangsposition, als Funktion der Geschwindigkeit dieser Abdrift, als Funktion des Integrals dieser Abdrift mit der Zeit und

als einen konstanten Schubanteil beschreibt. Betrachtet man lediglich die Bewegungen der Plattform in einer vertikalen Fläche, wobei sich Wind und Wellen ebenfalls in dieser Fläche befinden, so kann man die Bewegungen der Plattform in einer vertikalen Fläche beschreiben, wobei sich Wind und Wellen ebenfalls in dieser Fläche befinden.

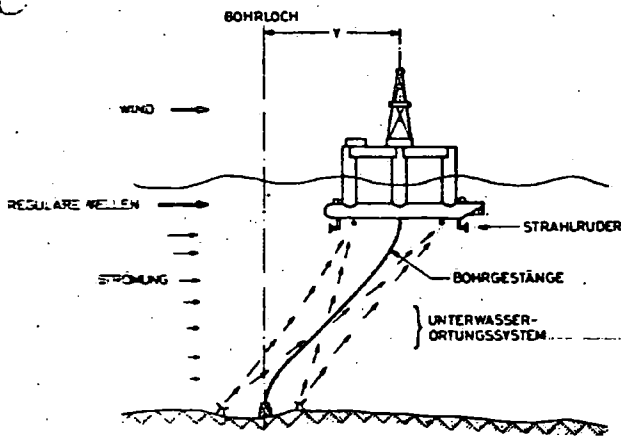


Abb. 2: Mathematisches Modell

finden (s. Abb. 2), dann kann der Gesamtschub R durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$R = \alpha \bar{y}(t - t_0) + \beta \frac{\partial \bar{y}(t - t_0)}{\partial t} + \gamma \int_0^t \bar{y}(t - t_0) dt + R_0 \quad (1)$$

wobei α , β und γ Schubkontrollkonstante und R_0 ein konstanter Schubanteil sind. t bedeutet die Zeit und t_0 ist eine systembedingte Zeitkonstante, die der Zeitverzögerung des Positionssignals der Plattformabdrift zum Ansetzen des Schubes bei den Schubaggregaten entspricht. Ein üblicher Wert für Positionierungssysteme mit akustischer Ortung ist etwa 15 Sekunden.

Das erste Term der Schubkontrollgleichung (1) liefert ein direktes Verhältnis von Schub und Horizontalbewegung. Das zweite Term liefert das Verhältnis von Schub und der Horizontalgeschwindigkeit und soll somit einem zu erwartenden schnellen Abdriften mit größerem Gegenschub vorbeugen. Das dritte Term liefert das Verhältnis von Schub und dem Integral der Horizontalbewegung und ermöglicht, daß die Plattform auch während einer konstant wirkenden Kraft, wie es Wind oder Strömung von einer Richtung verursachen können, wieder zurück zur Ausgangsposition gedrängt wird. Das letzte Term entspricht einem konstanten Schubanteil, der zum Beispiel von dem Selbstantrieb der Plattform zur Entlastung des dynamischen Positionierungssystems in schweren Umweltbedingungen herangezogen werden kann.

Mathematische Simulation

Die mathematische Simulation der Horizontalbewegung von dynamisch positionierten schwimmenden Plattformen ist mit dem in [12] beschriebenen Verfahren durchgeführt worden. Diese Simulation betrachtet die Plattform und deren Horizontalbewegung, die umweltverursachten Kräfte an der Plattform, die systembedingten Kräfte und die dynamischen Positionierungskräfte in integraler Weise. Diese Simulation eignet sich für Plattformen, deren Unterwasserteil aus mehreren zylindrischen Teilen und Verstreibungen besteht, wie es z. B. bei Halbtaucher-Bohrplattformen der Fall ist. Der Seegang kann lediglich als regulärer zwei-dimensionaler, langkämmiger Wellengang und der Wind als eine konstante Kraft betrachtet werden.

Plattformbewegungen, Umweltkräfte und dynamische Positionierungskräfte wirken in einer vertikalen Fläche (s. Abb. 2). Die Horizontalbewegung y ist der einzige Freiheitsgrad dieser Simulation. Lt. Voraussetzung werden vertikale und rotierende Bewegungen (Tauchen und Stampfen) nicht berücksichtigt. Diese Forderung bringt eine Ungenauigkeit in die Ergebnisse, denn in der Realität ist die Längsbewegung mit der Tauch- und der Stampfbewegung der Plattform gekoppelt. Nun sind aber im allgemeinen schwimmende Plattformen so ausge-

legt, daß sie verhältnismäßig geringe Tauch- und Stampfbewegungen im Seegang ausführen. Für normale Seegänge, bei denen die Tauch- und Stampfbewegungen der Plattform also gering sind, ist die hier beschriebene Betrachtungsweise geeignet.

Der mathematische Vorgang beruht auf einer nichtlinearen Betrachtung der horizontalen Plattformbewegung, indem die nichtlineare Differentialgleichung für die horizontale Plattformbewegung an Hand von finiten Differenzen in hinreichend kleiner zeitlicher Unterteilung gelöst wird. Als Resultat liegen zeitabhängige Funktionen der horizontalen Plattformbewegung, der hydrodynamischen und der auf Position haltenden dynamischen Positionierungskräfte vor.

Die Horizontalbewegung der Plattform $y(t)$ wird mit dem Impulssatz folgendermaßen bestimmt:

$$m \frac{\partial^2 \bar{y}(t)}{\partial t^2} = H[t, \bar{y}(t), \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial t}, \frac{\partial^2 \bar{y}(t)}{\partial t^2}, \bar{v}(t), \bar{a}(t), \bar{v}_s] + W - R[t, \bar{y}(t - t_0), \frac{\partial \bar{y}(t - t_0)}{\partial t}] \quad (2)$$

Dabei bedeuten:

- m = die Masse der Plattform,
- t = die Zeit,
- H = die am Unterwasserteil der Plattform wirkende hydrodynamische Kraft,
- $\bar{y}(t)$ = der horizontale Plattformpositionsvektor zur Zeit t ,
- $\frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial t}$ und $\frac{\partial^2 \bar{y}(t)}{\partial t^2}$ = die horizontalen Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungsvektoren der Plattform zur Zeit t ,
- $\bar{v}(t)$ und $\bar{a}(t)$ = die Geschwindigkeits- bzw. Beschleunigungsvektoren der Wasserteilchen an den einzelnen Teilen und Verstreibungen der Plattform zur Zeit t ,
- \bar{v}_s = der Geschwindigkeitsvektor der Meeresströmung,
- W = die am Überwasserteil der Plattform wirkende konstante Windkraft,
- R = die dynamische Positionierungskraft aller Schubaggregate,
- $\bar{y}(t - t_0)$ = der horizontale Plattformpositionsvektor zur Zeit $t - t_0$,
- $\frac{\partial \bar{y}(t - t_0)}{\partial t}$ = der horizontale Plattformgeschwindigkeitsvektor zur Zeit $t - t_0$.

Die hydrodynamischen Kräfte, die an den einzelnen Verstreibungen und Teilen der Plattform wirken und durch die relative Bewegung der Plattform und der Wasserteilchen entstehen, werden durch die Wirkung der Wellen und der Strömung verursacht.

Die Berechnung der hydrodynamischen Kräfte basiert auf der Anwendung des allgemein akzeptierten Konzepts der relativen Bewegungen, bezogen auf die einzelnen Elemente der Plattform. Das bedeutet unter anderem, daß die durch Wellen und Strömung erzeugten Kräfte berechnet werden können, wenn die hydrodynamische Masse und Dämpfung der einzelnen Teile, aus denen die Plattform besteht, bekannt sind. Nimmt man zusätzlich an, daß die hydrodynamischen Kräfte an einem einzelnen Element nicht von den benachbarten Elementen beeinflußt werden, dann lassen sich die gesamten hydrodynamischen Kräfte, die an der Plattform wirken, ermitteln, indem die Kräfte an den einzelnen Teilen addiert werden.

Die allgemein akzeptierte Methode von Morison [13] wird angewandt, um die hydrodynamischen Kräfte an den einzelnen Teilen zu ermitteln. Bei dieser Methode wird angenommen, daß die hydrodynamische Kraft aus zwei unabhängigen Komponenten besteht. Die eine Komponente wird durch die relative Geschwindigkeit zwischen Körper und Wasser bestimmt und ist proportional dem Widerstandskoeffizienten C_D , und die an-

dere Komponente wird durch die relative Beschleunigung bestimmt und ist proportional dem hydrodynamischen Massen-
koeffizienten C_M . Hydrodynamische Kräfte entlang der Längs-
achse der einzelnen zylindrischen Teile der Plattform werden
vernachlässigt, und somit wirkt die hydrodynamische Kraft immer
senkrecht zur Längsachse dieser Teile. Die Kraft pro Längs-
einheit, die auf ein zylindrisches Teil der Plattform wirkt,
ist somit durch die folgende Gleichung bestimmt:

$$\bar{h} = \frac{1}{2} \rho C_D D \left| \bar{v} + \bar{v}_s - \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial t} \right| \left(\bar{v} + \bar{v}_s - \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial t} \right)_\perp + (C_M - 1) \rho \frac{\pi D^2}{4} \left(\bar{a} - \frac{\partial^2 \bar{y}(t)}{\partial t^2} \right)_\perp + \rho \frac{\pi D^2}{4} \bar{a}_\perp \quad (3)$$

wobei ρ die Dichte des Wassers und D der Durchmesser des zylindrischen Teils der Plattform ist. Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren der einzelnen Wasserpartikel werden nach der Wellentheorie fünfter Ordnung von Stokes berechnet. Der Index \perp bedeutet, daß die Vektorkomponenten der Relativgeschwindigkeiten und -beschleunigungen senkrecht zum zylindrischen Plattformteil genommen werden. Die Betragszeichen im Geschwindigkeitsterm versichern, daß diese Kraftkomponente immer in entgegengesetzter Richtung zur Relativgeschwindigkeit wirkt.

Da vorausgesetzt wird, daß die Plattform sich lediglich entlang der horizontalen Längsachse y bewegt, werden die horizontalen Kraftkomponenten, die in der Richtung y an den einzelnen Teilen der Plattform wirken, addiert, um somit die gesamte horizontale hydrodynamische Kraft H zu ergeben:

$$H = \sum \bar{h}_y$$

Die zeitlich variierende und entlang der Plattform unterschiedliche Wasseroberfläche, die durch die vorbeilaufenden Wellen verursacht wird, wird in der Berechnung der hydrodynamischen Kraft berücksichtigt. Die hydrodynamische Kraft entlang der ganzen im Wasser eingetauchten Länge jedes Plattformteils ist in der gesamten hydrodynamischen Kraft H enthalten.

Es sollte darauf hingewiesen werden, daß die Zähigkeitskräfte nicht linearisiert werden müssen und somit als proportional zum Quadrat der Relativgeschwindigkeit in das mathematische Modell einbezogen werden. Somit wird der Einfluß der Meeresströmung nicht einfach superponiert, sondern der Geschwindigkeitsvektor der Strömung wird in die Relativgeschwindigkeit als Teil des Plattformsystems miteingezogen.

Die Windkräfte W werden entsprechend der allgemein akzeptierten Standardformel [14]:

$$W = C_w F_w v_w^2$$

berechnet, wobei F_w die projizierte Fläche auf die Ebene senkrecht der Windgeschwindigkeit v_w ist. C_w ist ein experimentell ermittelter Koeffizient, dessen Wert von der aerodynamischen Form des Körpers abhängig ist. Die Windkraft wird für den jeweiligen Rechnerlauf als konstant betrachtet.

Die dynamische Positionierungskraft R wird entsprechend der Schubkontrollkonstanten α , β und γ , der systembedingten Zeitverzögerung t_0 und dem konstanten Schubanteil R_0 nach Gleichung (1) berechnet.

Berechnung der Plattformbewegung

Die Bewegung der Plattform, die in dem hier betrachteten mathematischen Modell lediglich in der horizontalen Richtung y bestimmt wird, wird von der Bewegungsgleichung (2) beschrieben. Für ein nichtlinearisiertes Verfahren zur Lösung dieser Gleichung (2) wird ein Iterationsprozeß angewendet, denn die hydrodynamische Kraft H und die dynamische Positionierungskraft R sind Funktionen von y , $\frac{\partial y}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ und t . Der angewandte Iterationsprozeß ist eine Abwandlung der beiden bekannten Iterationsmethoden Newton-Backward-Interpolation

[15] und Iteration von nichtlinearen Gleichungen [16]. Dabei wird die Gleichung (2) in finiten Differenzen folgendermaßen ausgedrückt:

$$\frac{y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}}{\Delta t^2} = \frac{H(y_t) + R(y_t) + W}{m} \quad (4)$$

wobei Δt der Zeitschritt und y_{t-1} und y_{t-2} Plattformpositionen von ein bzw. zwei Zeitschritten zuvor bedeuten. y_t ist die Plattformposition, die für den neuen Zeitschritt zu berechnen ist. Es muß so lange iteriert werden, bis beide Seiten der Gleichung (4) bis auf eine vorgegebene kleine Toleranz übereinstimmen.

Die Durchführung der extensiven numerischen Berechnungen wird mittels eines Rechenprogramms auf einem Großrechner vorgenommen. Da eine verhältnismäßig lange Rechenzeit benötigt wird, denn die zeitliche Unterteilung muß ausreichend klein sein für genügende Genauigkeit, kann ein zu berechnender Fall in mehreren kürzeren Intervallen gerechnet werden. Dabei ist die Möglichkeit gegeben, Eingabewerte der Umweltbedingungen wie z. B. Seegang und Wind zu ändern und somit eine aufkommende See und Windbö zu simulieren und deren Auswirkungen auf das Verhalten der Plattform und auf die entsprechende Reaktion des dynamischen Positionierungssystems zu studieren.

Der Aufbau des Rechenprogramms kann an Hand des in Abb. 3 skizzierten Blockdiagramms dargestellt werden. Das Programm besteht im wesentlichen aus einer Schleife, wobei jeder Durchgang durch diese Schleife den zeitlichen Verlauf der Plattformbewegung einen Zeitschritt weiterbringt. Die Koordination dieses zeitlichen Weiterbringens sowie das Berechnen der Plattformbewegungen und der Reaktionen des dynamischen Positionierungssystems werden im Hauptprogramm durchgeführt. Eine zusätzliche Aufgabe des Hauptprogramms ist das Ausdrucken der Ergebnisse, die für den letzten Zeitabschnitt des gerade rechnenden Rechenintervalls ermittelt worden sind. Diese Ergebnisse werden für das nächste zu berechnende Intervall als Eingabedaten benötigt.

In jedem Zeitabschnitt werden die ankommenden Wellen eine Distanz, entsprechend der eingegebenen Wellenperiode, in Richtung y weitergerückt (s. Abb. 4), so daß ein an der Plattform vorbeilaufender kontinuierlicher, regulärer Seegang simuliert wird. Das Wellenoberflächenprofil und die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Wasserteilchen an den einzelnen, durch ein Raster vorgegebenen Punkten, werden von den Subroutinen STOKES, PROFIL und GEBE ermittelt. Dieses Raster liegt in der vertikalen Ebene in Richtung der Plattformbewegung y und erstreckt sich in der Länge über eine Wellenlänge, in der Höhe bis zum 0,75fachen der Wellenhöhe über der Glatwasserlinie und in der Tiefe bis zu einer eingegebenen Distanz unterhalb des tiefsten Knotenpunktes der Plattform (s. Abb. 4). Zur Berechnung der gesamten hydrodynamischen Kraft wird der Unterwasserteil der Plattform in viele kleinere Sektionen eingeteilt, so daß die an jeder Sektion wirkenden hydrodynamischen Kräfte addiert werden können. Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Wasserteilchen im Zentrum der einzelnen Sektionen der Unterwasserstruktur werden von der Subroutine INTER durch Interpolation der umliegenden Rasterpunkte in der Welle ermittelt. Das Berechnen der hydrodynamischen Kräfte an den einzelnen Sektionen sowie deren Addition zur Ermittlung der gesamten hydrodynamischen Kraft erfolgt in der Subroutine WELLK.

Beispielrechnungen

An Hand einiger Beispielrechnungen soll das horizontale Bewegungsverhalten einer typischen Halbttaucher-Plattform, die dynamisch positioniert wird, untersucht werden. Die Rechnungen zeigen unter anderem die Wirkung der einzelnen Schubkontrollparameter α , β und γ sowie die Wirkung einer Reduzierung der positionierungssystembedingten Zeitverzögerung t_0 .

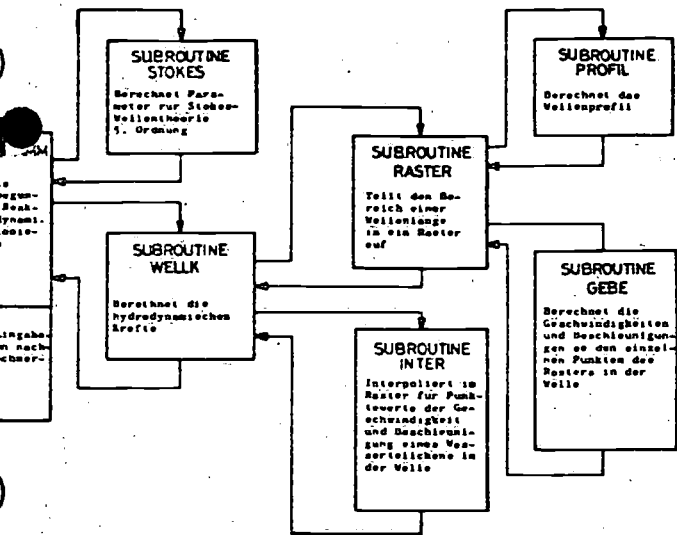


Abb. 3: Blockdiagramm des Rechenprogramms

Als typisches Beispiel wird eine Plattform betrachtet, die aus zwei parallelen, kreisrunden, horizontal angeordneten Schwimmkörpern und einem oberen, rechteckigen Decksteil besteht, welches durch sechs kreisrunde, vertikale Säulen mit den horizontalen Schwimmkörpern verbunden ist. Die geometrische Konfiguration der Plattform, in Abb. 5 dargestellt, leitet etwa der von Blohm + Voss erbauten Halbttaucher-Bohrplattform „Chris Chenery“ [10] und der für das Mohole-Projekt ausgelegten dynamisch positionierten Plattform [9] und ist aus diesem Grunde als ein eventuell dynamisch positionierter Plattformtyp für diese Studie genommen worden. Die Wasserverdrängung der Plattform während der Bohrphase, d. h. im dynamisch positionierten Zustand, wird mit 20.900 t angenommen.

Für die Berechnungen der Plattformbewegung wird angenommen, daß die umweltbedingten Kräfte Wind, Strömung und Wellengang die Plattform in der gleichen Richtung von der Seite beaufschlagen (s. Abb. 5), entsprechend der ungünstigsten Richtungslage der Plattform.

Die Plattform ist als dynamisch positioniert in einer Wassertiefe von 305 m angenommen worden. Dabei herrscht ein Wind von 26 kn, eine Meeresströmung von 0,15 m/sec. und ein regulärer Seegang von 3 m Wellenhöhe und 8 sec. Wellenperiode. Die projizierte Windfläche der Plattform wird mit 1520 m² und der Windkoeffizient C_w mit 0,040 kp-sec/m³ angenommen [14]. Die hydrodynamischen Kräftekoeffizienten der einzelnen kreiszylindrischen Schwimmkörper und Verstrebungen der Unterwasserstruktur der Plattform betragen 1,2 für die Widerstandskoeffizienten C_D [17] und 2,0 für die Massenkoeffizienten C_M [18].

Die Rückstellkraft des dynamischen Positionierungssystems wird durch die Schubkontrollkonstanten α, β und γ bestimmt. Der konstante Schubanteil R_0 wird gleich Null angenommen, entsprechend der seitlich zu Wind, Strömung und Wellengang gerichteten Plattform, so daß der Selbstantrieb nicht mit zur Positionierung beitragen kann.

Zu Beginn der Rechnungen erfährt die Horizontalbewegung der Plattform eine Anfangstransiente, die sich langsam stabilisiert [12]. Erst nach einer gewissen Zeit (etwa 550 sec. für das hier beschriebene Beispiel) oszilliert die Plattform annähernd harmonisch um die horizontale Abdrift. Dieses Bewegungsverhalten ist bedingt durch das Zusammensetzen der Horizontalbewegung der Plattform aus zwei Frequenzbereichen, erstens aus der niederfrequenten Schwingung der Anfangsphase und zweitens aus der hochfrequenten Schwingung der Wellenbewegung. Die niederfrequente Schwingung ist durch das dynamische Positionierungssystem bestimmt und entspricht der Eigenperiode der Horizontalbewegung des Systems Plattform – dynamische Positionierung. Wirken keine zusätzlichen Einflüsse

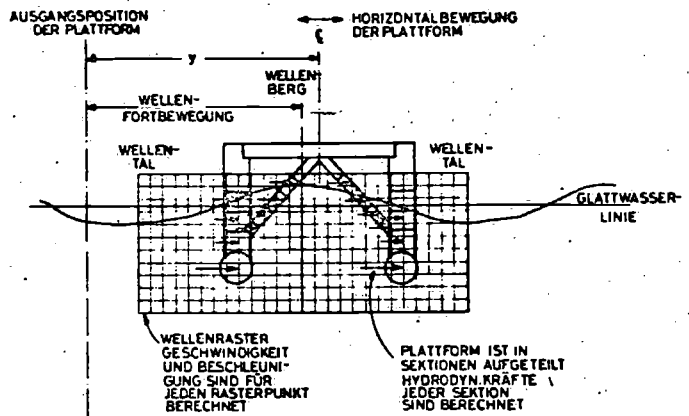


Abb. 4: Schema des Wellenrasters

auf das System Plattform – dynamische Positionierung, dann klingt diese niederfrequente Schwingung ab, und die Horizontalbewegung der Plattform stabilisiert sich, so daß nur die Horizontaloszillation, die durch den regulären Wellengang hervorgerufen wird, übrigbleibt. Für das hier analysierte Beispiel beträgt die Abdrift im stabilisierten Bereich etwa 3,8 m und die doppelte Amplitude der horizontalen Schwingungen etwa 0,8 m um die Abdrift. Die entsprechende Positionierungskraft beträgt etwa 35 t und oszilliert mit einer doppelten Amplitude von etwa 5 t um diese 35 t. Die Horizontalbewegung und Positionierungskraft der Plattform im stabilisierten Bereich, d. h. von 560 sec. bis 593 sec. nach dem Beginn der Rechnungen, sind für diesen Bereich in den Abb. 6 bis 11 graphisch dargestellt.

Die Positionierungskraft R , die durch die Schubkontrollkonstanten α, β und γ bestimmt wird, ist in diesem Beispiel bis zur Zeit 593 sec. für alle analysierten Fälle durch die Relation $R = \alpha y(t)$ mit $\alpha = 9,93 \text{ t/m}$ für $0 < t \leq 593 \text{ sec.}$ gekennzeichnet, d. h. bis zur Zeit 593 sec. haben die Schubkontrollkonstanten Werte von $\alpha = 8,93 \text{ t/m}$ und $\beta = \gamma = 0$. Außerdem ist bis zur Zeit 593 sec. keine Zeitverzögerung t_0 des dynamischen Positionierungssystems angenommen, so daß $t_0 = 0$ und $R = R[y(t)]$.

Die Schubkontrollkonstante β

Die Effektivität des dynamischen Positionierungssystems kann erst dann beurteilt werden, wenn die Horizontalbewegung der Plattform und die entsprechende Positionierungskraft der Schubaggregate auf Grund zusätzlicher Umwelteinflüsse ermittelt worden ist. Gerade dieses Verhalten der Plattform, das durch einen von außen kommenden Einfluß verursacht wird, wobei dieser Einfluß durch eine Windböe von 40 kn und eine Wellengruppe, bestehend aus zwei 9,2 m hohen Wellen von je 12 sec. Wellenperiode, dargestellt wird, ist mit der oben beschriebenen Zeitverlaufsmethode berechnet worden.

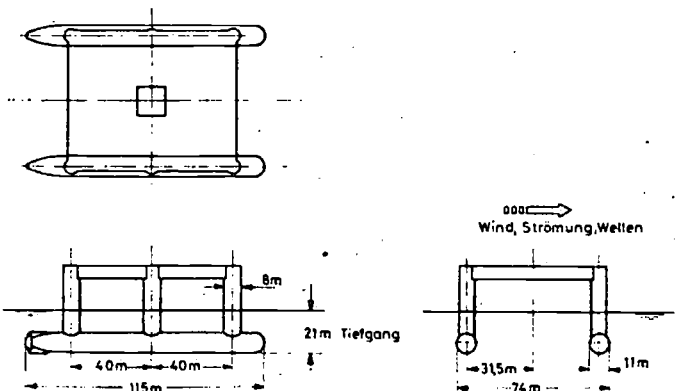


Abb. 5: Plattformkonfiguration

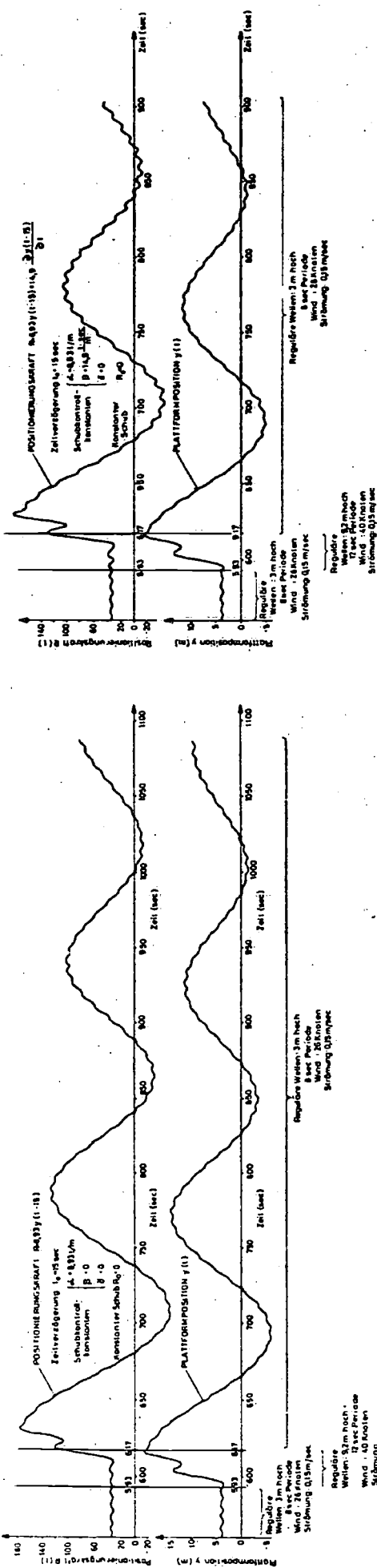


Abb. 6: Fall 1, Plattformposition und Positionierkraft bei $t_0 = 15$

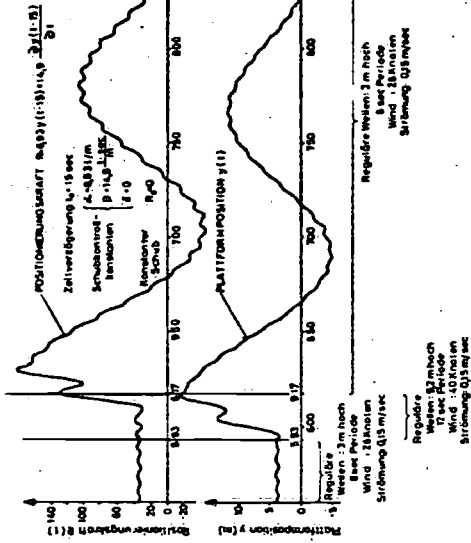


Abb. 7: Fall 2, Wirkung des β -Terms

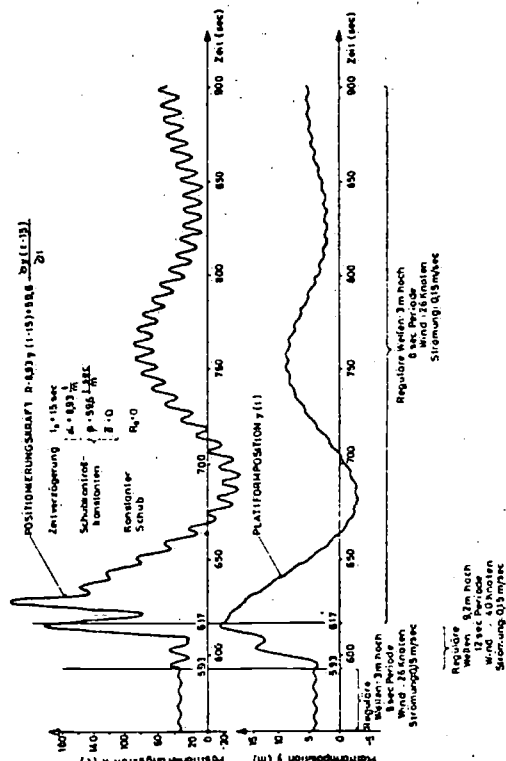


Abb. 8: Fall 3, Wirkung des β -Terms

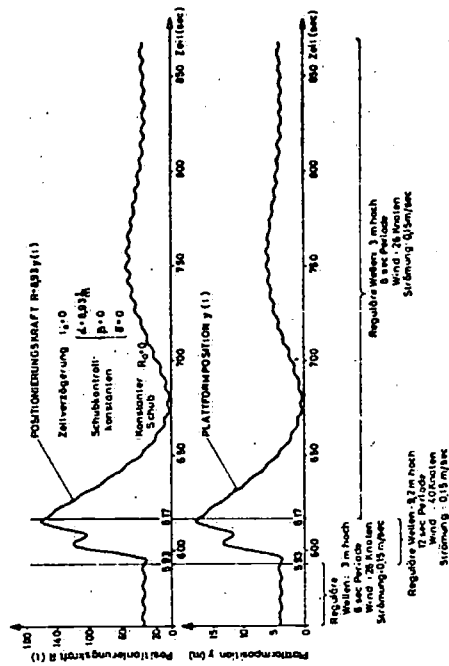


Abb. 9: Fall 4, Plattformposition und Positionierkraft bei $t_0 = 0$

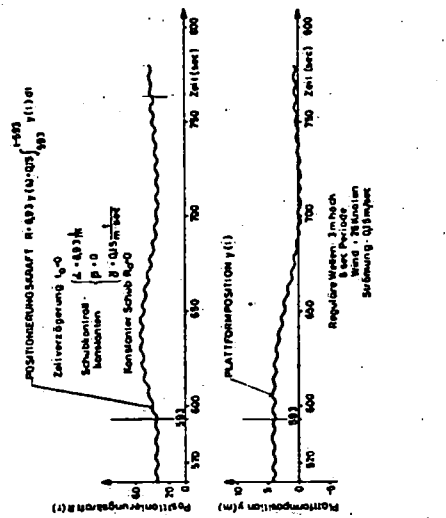
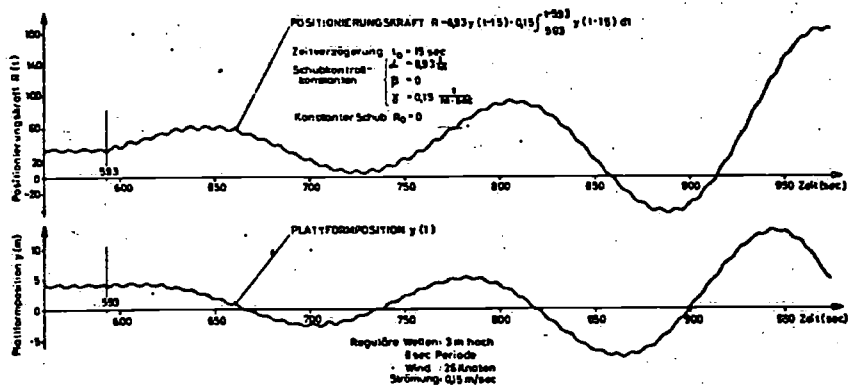


Abb. 10: Fall 5, Wirkung des γ -Terms bei $t_0 = 0$

Abb. 11: Fall 6, Wirkung des γ -Terms bei $t_0 = 15$ sec.



Programmtechnisch wird mit einer Windgeschwindigkeit von 40 kn und einem regulären Wellengang von 9,2 m Höhe und 12 sec. Periode über das Zeitintervall von 593 sec. bis 617 sec. genutzt, entsprechend der zu simulierenden, von außen ankommenden Windbö und Wellengruppe über das Zeitintervall von 24 sec. Bei $t = 617$ sec. wird dann wieder mit den zuvor gegebenen Umweltbedingungen (d. h. Wind von 26 kn und regulärer Wellengang von 3 m Höhe und 8 sec. Periode) weitergerechnet. Die Meeresströmung beträgt überall 0,15 m/sec.

Horizontalbewegung der Plattform und Positionierungskraft der Schubaggregate, die durch die Wirkung der Windbö und der Gruppe zweier hoher Wellen beeinflusst werden, sind für den Fall 1, bei dem $\alpha = 8,93$ t/m, $\beta = \gamma = 0$ und $t_0 = 15$ sec., berechnet worden. Das Positionierungskraftverhältnis ist

$$R = \alpha y(t - t_0) \text{ mit } \alpha = 8,93 \text{ t/m und } t_0 = 15 \text{ sec.},$$

wobei der Positionierungskraft R die Einheit t (Tonnen), der Horizontalbewegung y die Einheit m (Meter) und der Zeit t die Einheit sec. (Sekunden) zugeordnet sind. Die berechneten Ergebnisse sind in Abb. 6 graphisch dargestellt. Man bemerke, daß die Zeitverzögerung t_0 des Positionierungssystems mit $t_0 = 15$ sec. angegeben ist.

Die Horizontalbewegung (Abb. 6) zeigt, daß die Plattform durch den Einfluß der Windbö und der Gruppe hoher Wellen über deren Zeitdauer von der Position abgedrängt wird. Erst nach der Zeitverzögerung t_0 von 15 sec. fangen die Schubaggregate an, eine Gegenkraft zu liefern, um die Plattform wieder auf Position zu bringen. Dabei wird die Horizontalbewegung in die schon oben erwähnte Anfangstransiente, die durch das dynamische Positionierungssystem bestimmt ist und der Eigenperiode in der Horizontalbewegung des Systems Plattform – dynamische Positionierung entspricht, hineinversetzt. Diese Anfangstransiente dauert lange Zeit an, nachdem Windbö und hohe Wellen schon lange vorüber sind. Nach einer Zeit von 1080 sec. sind die Transientschwingungen erst etwa zur Hälfte abgeklungen, d. h. ein unbefriedigendes Horizontalbewegungsverhalten der Plattform ist das Resultat.

Eine Verbesserung des Horizontalbewegungsverhaltens kann erzielt werden, indem das Term der Positionierungskraft, welches proportional der Plattformgeschwindigkeit ist, berücksichtigt wird. Dieses geschieht dadurch, daß die Schubkontrollkonstante β einen Wert anders als Null bekommt. Für den Fall 2 $\beta = 14,9$ t·sec/m und Fall 3 $\beta = 59,6$ t·sec/m, entsprechend den Positionierungskraftverhältnissen

$$R = \alpha y(t - t_0) + \beta \frac{\partial y(t - t_0)}{\partial t} \text{ mit } \alpha = 8,93 \frac{\text{t}}{\text{m}},$$

$$\beta = 14,9 \frac{\text{t} \cdot \text{sec}}{\text{m}} \text{ und } t_0 = 15 \text{ sec.}$$

$$R = \alpha y(t - t_0) + \beta \frac{\partial y(t - t_0)}{\partial t} \text{ mit } \alpha = 8,93 \frac{\text{t}}{\text{m}},$$

$$\beta = 59,6 \frac{\text{t} \cdot \text{sec}}{\text{m}} \text{ und } t_0 = 15 \text{ sec.}$$

sind die Horizontalbewegung der Plattform und die Positionierungskraft der Schubaggregate berechnet worden und in Abb. 7 und Abb. 8 graphisch dargestellt. Aus diesen Abbildungen ist die Wirkung des β -Terms zu erkennen.

Obwohl die horizontalen Verschiebungen der Plattform auf Grund von Windbö und hoher Wellengruppe etwa gleich sind für die Fälle 1, 2 und 3, stabilisiert sich die Plattform wesentlich schneller auf Grund der Wirkung des β -Terms, d. h. die niederfrequenten Schwingungen in der Horizontalbewegung der Plattform klingen schneller ab, je größer die Schubkontrollkonstante β wird. β hat die Wirkung eines Dämpfungskoeffizienten im niederfrequenten Schwingungsbereich des horizontalen Plattformbewegungsverhaltens des Systems Plattform – dynamisches Positionierungssystem.

Das Ansetzen der Positionierungskraft ist intensiver, die Positionierungskraft ist also größer, und mehr Leistung der Schubaggregate ist erforderlich, eine logische Konsequenz des zusätzlichen β -Terms in der Positionierungskraftgleichung. Demzufolge scheint das Antworten der Positionierungskraft auf die Plattformabweichung schneller zu geschehen und somit die negative Wirkung der Zeitverzögerung t_0 etwas aufzuheben.

Die Oszillation der Plattformhorizontalbewegung und der Positionierungskraft, die durch die niederfrequenten Wellen bedingt ist, ist größer auf Grund des β -Terms, besonders für die Positionierungskraft.

Die Zeitverzögerung t_0

Die Zeitverzögerung t_0 , eine systembedingte Zeitkonstante, verzögert das Ansetzen der Positionierungskraft. Um die Wirkung dieser Verzögerung zu veranschaulichen, ist der Fall 4 berechnet worden, der dem Fall 1 bis auf die Zeitverzögerung t_0 gleicht, die nun für diesen Fall 4 gleich Null ist. Das Positionierungsverhältnis ist also

$$R = \alpha y(t) \text{ mit } \alpha = 8,93 \text{ t/m}$$

und die Horizontalbewegung der Plattform und die Positionierungskraft der Schubaggregate sind für diesen Fall in Abb. 9 graphisch dargestellt.

Die Wirkung einer Reduzierung der Zeitverzögerung auf $t_0 = 0$ ist überzeugend positiv, wie aus einem Vergleich des Plattformverhaltens (s. Abb. 9 und Abb. 6) zu sehen ist. Die niederfrequenten, durch das System Plattform – dynamische Positionierung bedingten Schwingungen der Horizontalbewegung und

der Positionierungskraft dieser Bewegungen und Kräfte klingen schnell ab, und die durch den Wellengang bedingten Oszillationen sind verhältnismäßig gering. Auch die benötigte maximale Positionierungskraft ist geringer, so daß eine geringere Leistung benötigt wird, die Plattform auf Position zu halten. Für den hier analysierten Fall beträgt die Leistungsreduzierung allerdings lediglich etwa 9 %.

Das Reduzieren der Zeitverzögerung kann mit einer Früherkennung der Wind- und Wellenlasten verglichen werden. Die Positionierungskraft wird erst nach einer Zeitverzögerung von t_0 wirksam und dann auch nur, wenn das Ortungssystem eine Abweichung der Plattform von der Ausgangsposition registriert. Wäre es möglich, die auf die Plattform wirkenden Wind- und Wellenlasten schon früher wahrzunehmen, z. B. mit Hilfe eines geeigneten, dafür ausgelegten Früherkennungssystems, und wäre dieses Früherkennungssystem in der Lage, die aufkommenden Lasten einen Zeitabschnitt t_0 früher zu bestimmen und durch entsprechende Vorrichtungen in das Positionierungssystem einfließen zu lassen, dann würde das Positionierungskraftverhältnis etwa dem Verhältnis entsprechen, bei dem die Zeitverzögerung gleich Null ist, d. h. $R = R[y(t)]$. Das Plattformverhalten mit gerade dieser Eigenschaft ist in dem Fall 4 (durch die Bestimmung $t_0 = 0$) berechnet worden, und es zeigt, daß das Plattformverhalten wesentlich günstiger ist. Demzufolge kann gesagt werden, daß ein Lastenfrüherkennungssystem, ausgelegt für die entsprechenden Bedingungen des Systems Plattform – dynamische Positionierung, zum dynamischen Positionieren schwimmender Plattformen vorteilhaft beitragen kann.

Die Schubkontrollkonstante γ

Wirken Wind, Strömung und/oder Wellen aus derselben Richtung auf die Plattform, so weicht dieselbe von ihrer Ausgangsposition so lange ab, bis eine ausreichend große Positionierungskraft, entsprechend der horizontalen Bewegung y , vom Positionierungssystem entwickelt wird und die Plattform auf einer Entfernung y von der Ausgangsposition hält. Wird nun das γ -Term im Positionierungskraftverhältnis wirksam, dann wird ein zusätzlicher Kraftanteil erzeugt, der die Plattform zu ihrer Ausgangsposition zurückdrängt. In Abb. 10 sind Plattformposition und Positionierungskraft für den Fall 5 mit einem Positionierungsverhältnis

$$R = \alpha y(t) + \gamma \int_{\tau}^{t-\tau} y(t) dt \text{ mit}$$

$$\alpha = 8,93 \frac{t}{m}, \quad \gamma = 0,15 \frac{t}{m \cdot \text{sec}} \text{ und } \tau = 593 \text{ sec}$$

graphisch dargestellt. Deutlich ist hier das Zurückdrängen zur Ausgangsposition nach dem Einschalten des γ -Terms zur Zeit $\tau = 593$ sowie der entsprechende Anstieg der Positionierungskraft zu erkennen.

Das Verhalten der Plattform, welches in Abb. 10 dargestellt wird, basiert auf einer systembedingten Zeitverzögerung von $t_0 = 0$. Besteht eine Zeitverzögerung von $t_0 = 15$ sec. im Positionierungssystem, dann hat das γ -Term eine instabile Wirkung für das hier analysierte Beispiel, mit der Folge, daß die Plattform in der Horizontalbewegung immer stärker von ihrer Ausgangsposition abgedrängt wird. Horizontalbewegung und Positionierungskraft für diesen Fall 6 sind in Abb. 11 graphisch dargestellt, wobei die Positionierungskraft das Verhältnis

$$R = \alpha((t - t_0) + \gamma \int_{\tau}^{t-\tau} y(t - t_0) dt) \text{ mit } \alpha = 8,93 \frac{t}{m},$$

$$\gamma = 0,15 \frac{t}{m \cdot \text{sec}}, \quad t_0 = 15 \text{ sec und } \tau = 593 \text{ sec}$$

für diesen Fall 6 erhält.

Schlußbemerkung

Die hier beschriebene nichtlineare Zeitverlaufmethode zur Berechnung der Horizontalbewegung von dynamisch positionierten schwimmenden Plattformen kann zur Analyse und zur Optimierung von solchen Plattformensystemen behilflich sein. Durch einige berechnete Beispielfälle, deren Randbedingungen in der Tabelle zusammengefaßt sind, soll die nützliche Anwendung dieser Methode gezeigt werden.

Da die angreifenden hydrodynamischen Kräfte an der Plattform von den eingegebenen hydrodynamischen Koeffizienten C_D und C_M und dem Windkraftkoeffizienten C_W abhängig sind (s. Gleichung 3) und Horizontalbewegung y und Positionierungskraft R durch Gleichung (2) verknüpft sind, besteht eine Abhängigkeit von y und R von diesen hydrodynamischen Koeffizienten und dem Windkraftkoeffizienten.

Es soll darauf hingewiesen werden, daß die hier beschriebene Methode sich lediglich zur Analyse der Horizontalbewegung von schwimmenden Plattformen im regulären Wellengang eignet und dann nur für stabile Plattformen, deren Tauch- und Stampfbewegungen verhältnismäßig klein sind.

Fall	Umweltbedingungen	Positionierungskraftverhältnis (R in t) (y in m) (t in sec.)	Wirkung
1	Windbö – hohe Wellengruppe	$R = 8,93 y(t - 15)$	} Besseres Stabilisieren, dämpfende Wirkung des β -Terms
2	"	$R = 8,93 y(t - 15) + 14,9 \frac{\partial y(t - 15)}{\partial t}$	
3	"	$R = 8,93 y(t - 15) + 59,6 \frac{\partial y(t - 15)}{\partial t}$	
4	"	$R = 8,93 y(t)$, d.h. $t_0 = 0$	Besseres Stabilisieren durch Früherkennen der Wind-Wellenlasten
5	Verhältnismäßig geringer Wind und Wellen	$R = 8,93 y(t) + 0,15 \int_{593}^{t-593} y(t) dt$	Wirkung des γ -Terms: Plattform wird zur Ausgangsposition zurückgedrängt
6	"	$R = 8,93 y(t - 15) + 0,15 \int_{593}^{t-593} y(t - 15) dt$	Unstabile Horizontalbewegung

Tabelle

Randbedingungen der untersuchten Fälle