

Energiewinning uit de Oceaan

Deel II Korte Golven

A. MOL

J. D. SCHRAM

DEEL II

ENERGIEWINNING DOOR MIDDEL VAN KORTE GOLVEN

Afstudeerverslag van:

J.D. Schram

A. Mol

mei 1975

INHOUD

	blz
Hoofdstuk I : Inleiding	2
Hoofdstuk II : Overzicht van formules en aannamen uit de lineaire korte-golf theorie	4
Hoofdstuk III: Inventarisatie van het golfvermogen inde Zuidelijke Noordzee	
§§1 Verzamelen van gegevens	6
§§2 Verwerking gegevens	7
§§3 Bespreking van de resultaten	10
Bijlagen	11
Hoofdstuk IV : Energiewinning d.m.v. een golfschot	22
§§1 Inleiding	23
§§2 Golfschot met slechts aan een zijde water	27
§§3 Schot met aan beide zijden water	32
§§4 Conclusies	35
Bijlage I	36
Bijlage II	41
Bijlage III	54
Bijlage IV	59
Bijlage V	60
Symbolenlijst	69
Literatuurlijst	71
Hoofdstuk V : Energiewinning d.m.v. golfoverslag	72
§§1 Inleiding	73
§§2 Factoren waarvan overslag afhankelijk is	76
§§3 Overzicht bestaande theorieën en experi- mentele gegevens van golfoverslag	78
§§4 De hellingshoek van het talud	85
§§5 Extrapolatie van de metingen van Paape	88
§§6 Bepaling rendement	92
§§7 Toepassing op golven in de Noordzee	95

§§ 8	Bepaling bovengrens rendement	100
§§ 9	Rendement totale constructie	102
	Symbolenlijst	103
	Literatuurlijst	105

Hoofdstuk I INLEIDING

Zoals uit het vooronderzoek blijkt is energie uit korte golven alleen interessant voor kleine constructies, die op afgelegen plaatsen gebouwd worden om bepaalde installaties van energie te voorzien.

Voorbeelden van dergelijke installaties kunnen zijn:

- lichttorens, lichtboeien
- meetinstallaties

Het doel van deze studie is gedetailleerd te bepalen de hoeveelheid energie die m.b.v. de meest belovende oplossingen, zoals gegeven in deel I, uit de zuidelijke Noordzee gewonnen kan worden. Hiertoe zal de frequentie van voorkomen van korte golven en het rendement van de oplossingen bepaald moeten worden.

Onder het rendement zullen we in het vervolg verstaan het quotient van het mechanisch vermogen en het beschikbare vermogen aan golfenergie.

Gevolgte werkwijze.

Na een kort overzicht van formules en aannamen uit de lineaire golftheorie, volgt een onderzoek naar het voorkomen van korte golfenergie in de zuidelijke Noordzee, wat betreft:

- frequentie van voorkomen
- richting van de energie
- absolute grootte van de energie
- energieflex

Bovenstaande factoren zijn van belang om te weten wanneer en hoelang de installatie de benodigde energie kan leveren. In deze studie worden alleen gemiddelden beschouwd, niet

de afwijkingen van de gemiddelden, daar een dusdanig uitgebreid onderzoek niet paste in het kader van onze studie.

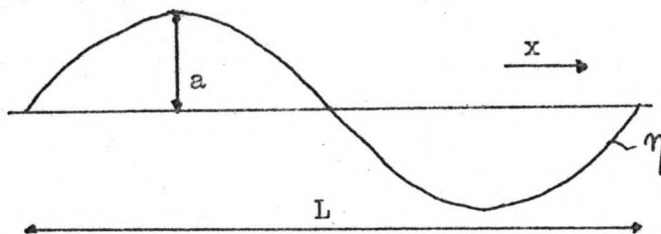
Na deze inventarisatie zal van enige oplossingen, zoals vermeld in deel I (met name het golfschot en de golf-overslag) in detail het rendement worden bepaald (zowel op korte termijn in een bepaald golfveld als over langere termijn m.b.v. het onderzoek naar de frequentie van voorkomen van korte golfenergie in de zuidelijke Noordzee.

Hoofdstuk II Overzicht van formules en aannamen uit
de lineaire korte golftheorie.

Veronderstellingen:

- water onsamendrukbaar
- uitwendig krachtveld: zwaartekracht
- druk aan de oppervlakte is constant
- viscositeit is nul
- twee dimensionale toestand
- constante diepte
- golfamplitude klein t.o.v. golflengte en waterdiepte

Beschouw een periodieke golf die loopt in de positieve
x - richting, met amplitude a, golfperiode T en golflengte L.
We definiëren een hoekfrequentie $= \frac{2\pi}{T}$ en een golfgetal
 $k = \frac{2\pi}{L}$.



Oppervlakteprofiel : $\eta = a \sin(\omega t - kx)$

Dispersierelatie : $\omega^2 = gk \tanh(kd)$

Fasesnelheid : $c = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} \tanh kd$

Drukfluctuatie : $\Delta p = p + \rho g z = \rho g a \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \sin(\omega t - kx)$

Deeltjessnelheid : $v_x = \omega a \frac{\cosh k(d+z)}{\sin kd} \sin(\omega t - kx)$

$v_y = \omega a \frac{\sinh k(d+z)}{\sinh kd} \cos(\omega t - kx)$

Gemiddelde energie p.e.v. oppervlakte:

$$E = \rho g \overline{\eta^2} = \frac{1}{2} \rho g a^2$$

Gemiddelde overdracht van energie p.e.v. breedte en tijd:

$$P = E \cdot c_g \quad \text{waarin } c_g = \left(\frac{1}{2} + \frac{kd}{\sinh 2kd} \right) \cdot c$$

Hoofdstuk III

Inventarisatie van het golfvermogen in de zuidelijke Noordzee.

§ 1 Verzamelen van gegevens.

De gegevens betreffende golfhoogte, golfperiode en het voorkomen hiervan in de tijd zijn afkomstig van het lichtschip Goeree zoals vermeld in het boekje "Wind and wave data of Netherlands Lightvessels since 1949" van R. Dorrestein. Zoals blijkt uit voornoemd boek kunnen we de gegevens van het lichtschip Goeree representatief achten voor het gedeelte van de Noordzee voor de Nederlandse kust.

Het verschil met de andere lichtschepen langs de Nederlandse kust was gering wat het totale golfklimaat betreft. Het grootste gedeelte van de gegevens is voortgekomen uit visuele waarneming, die logischerwijze geen al te grote nauwkeurigheid kan bezitten.

Uit een onderzoek van Gijm (1959), waarbij visuele waarnemingen worden vergeleken met instrumentale waarnemingen die de laatste jaren ook verricht zijn, blijken geen systematische verschillen tussen de waarnemingen te bestaan. Wel is gebleken dat bij 85 - 90 % van de waarnemingen de afwijking t.g.v. meetfouten door de visuele waarneming niet meer bedraagt dan 20%.

De waargenomen golfhoogte komt zeer goed overeen met de zgn significante golfhoogte H_s .

De waterdiepte bij get lichtschip Goeree is 22 m.

De positie van het schip is $51^{\circ} 54'$ NB, $3^{\circ} 38'$ OL.

§§ - 2 Verwerking van de gegevens.

Bijlage I

In deze bijlage is de onder/overschrijding in de tijd uitgezet als functie van de golfhoogte (uit alle richtingen).

- voor gemiddeld over een jaar (m.b.v. tabel A - 13)
- voor gemiddeld over de maand juni (m.b.v. tabel A - 6)
- voor gemiddeld over de maand december (m.b.v. tabel A - 12)

Zoals zal blijken uit bijlage IV geeft juni het minimum en december het maximum vermogen.

Agenda?

Bijlage II

Omdat in de gegevens alleen de golfperiode is gegeven, is hier het verband uitgezet tussen de voortplantings-snelheid van de golf, de groepssnelheid en de golfperiode in 22 m diep water volgens de formules:

$$c = \frac{gT}{2} \tanh \frac{2\pi d}{L}$$

$$L = c \cdot T$$

$$c_g = \frac{1}{2}c \cdot \left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd}\right)$$

Bijlage III

In deze bijlage is de over/onderschrijding in de tijd als functie van het vermogen per strekkende meter van het golfveld uitgezet (uit alle richtingen). Deze grafiek is afgeleid uit bijlage I en II met behulp van de volgende formules:

$$E = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad (J/m^2)$$

Nu is $V = E \cdot c_g \quad (W/m')$

Dus is $V = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \cdot c_g \quad (W/m')$

Rechtlijn?

Nodig is hier H_{rms} , gegeven is de H_s . Uit de Rayleigh verdeling volgt het verband tussen beide:

$$H_s = 1,41 H_{rms}$$

Het verband tussen een bepaalde golfhoogte H_s en de golfperiode T is bepaald m.b.v. tabel B - 13.

Genomen is hier ruwweg de meest waarschijnlijke waarde.

Bijlage IV

Hierin is het gemiddeld vermogen per maand uitgezet (uit alle richtingen). Tevens is aangegeven het vermogen van golven beneden 1,25, van golven tussen de 1,25 m en de 3,25 m en van golven boven de 3,25 m, met behulp van de tabellen A - 7 tot en met A - 12 en B - 13.

Bijlage V

Hierin is uitgezet:

- het vermogen gemiddeld over een jaar per graad en per strekkende meter $\left(\frac{\Delta V}{\Delta \alpha}\right)$

In tabel A - 13 is gegeven de frequentie van voorkomen van golven $\frac{\pi}{6}$ radialen. Met behulp hiervan is bepaald het vermogen per $\frac{\pi}{6}$ radialen. De $\frac{\Delta V}{\Delta \alpha}$ is dan dit vermogen gedeeld door $\frac{\pi}{6}$ radialen. Dit is een vrij grove benadering, maar is aannemelijk door het weinig uiteenlopen van de aangrenzende waarden.

- Het totale vermogen door een vlak waarvan de richting is aangegeven op de x - as.

Uit een bepaalde richting β komt een vermogen

$$dV = \frac{dV}{d\beta} d\beta \quad . \text{ Door een vlak gaat dan het}$$

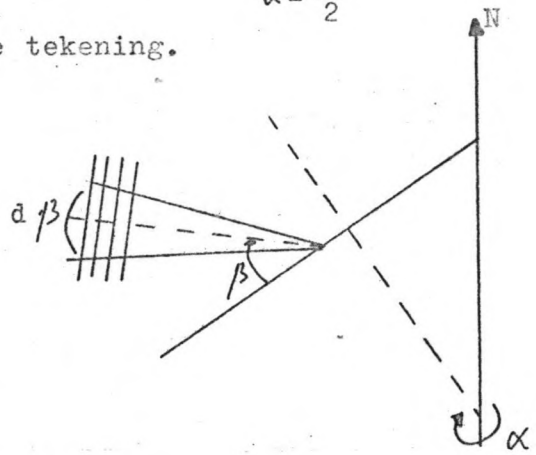
vermogen: π

$$V = \int_0^{\pi} \frac{dV}{d\beta} \sin \beta \cdot d\beta$$

Als de normaal van dit vlak een hoek α met de noordrichting maakt en we noemen het vermogen door dit vlak $V(\alpha)$ dan geldt:

$$V(\alpha) = \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\alpha + \frac{\pi}{2}} \frac{dV}{d\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha$$

zie tekening.

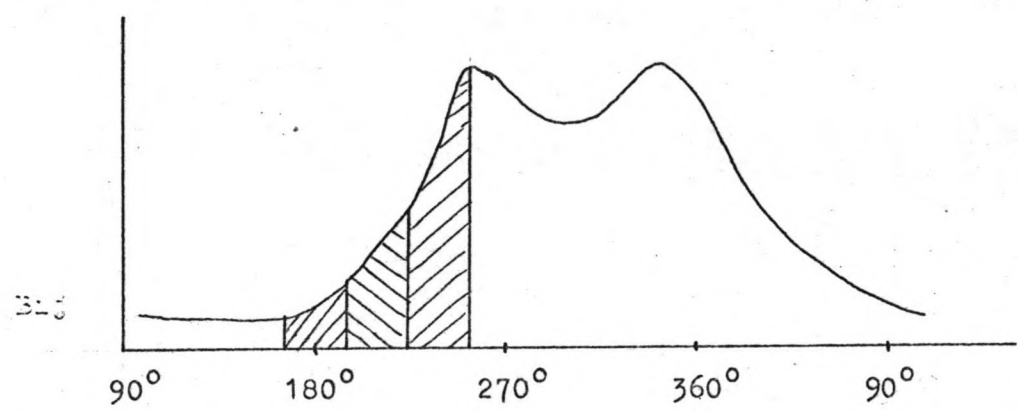


In deze berekening hebben we de integraal numeriek opgelost m.b.v. de formule:

$$V(\alpha) = \sum_{i=0}^{i=n} V_i'(\alpha - \frac{\pi}{2} + i\frac{\pi}{n}) \cdot \sin i\frac{\pi}{n} \cdot \Delta\alpha$$

$$\Delta\alpha = \frac{\pi}{n} \quad (n = 6 \text{ of } 12)$$

Hierin is dus $V_i'(\alpha - \frac{\pi}{2} + i\frac{\pi}{n})$ het oppervlak van het bijbehorende gearceerde gebied en zorgt $\sin i\frac{\pi}{n}$ voor de richtingsreductie.



Bijlage VI

Hierin is uitgezet de vermogensflux door een vlak met de normaal in de richting 300° ten opzichte van de onder/overschrijding in de tijd.

Dit is gedaan m.b.v. tabel A - 13 en tabel B - 11

§§- 3 Bespreking van de resultaten.

Alle richtingen:

Gemiddeld vermogen over een jaar 7.3 kW/m^2 .

Uit bijlage IV blijkt dat er grote fluctuaties van het vermogen voorkomen. Dit is nog gemiddeld over een maand.

De feitelijke fluctuaties zijn nog veel groter.

Tevens blijkt de beschikbare energie voor het grootste deel voort te komen uit golven tussen de 1,25 en 3,25 m (80%), die slechts in 32 % van de tijd voorkomen.

Per richting:

In bijlage V is het vlak bepaald waardoor de maximum energiestroom stroomt (300°).

De gemiddelde vermogensflux over het jaar is $4,3 \text{ kW/m}^2$ die 78 % van de tijd wordt onderschreden (bijlage VI).

Om een indruk te krijgen van de hoeveelheid energie vergelijken we deze hoeveelheid met de totale elektriciteitsproductie in Nederland.

De totale elektriciteitsproductie in Nederland per jaar is 37.000 GWh, d.w.z. een vermogen van $\frac{37.000}{9.000} \approx 4,5 \text{ GW}$ d.w.z. $4,6 \cdot 10^6 \text{ KW}$.

Indien we nu alle energie uit de golven over een lengte van 1 km opvangen zal het vrijkomende vermogen zijn:

$7,3 \cdot 1000 = 7,3 \cdot 10^3 \text{ KW}$, d.w.z. $\pm 1,5 \%$ van het totale Nederlandse elektriciteitsvermogen.

Hieruit blijkt de conclusie uit het vooronderzoek, dat energie uit golven geen wezenlijke bijdrage kan leveren tot het oplossen van het energieprobleem in Nederland, juist.

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) January

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) February

Goeree														Goeree														
All directions	Direction of waves (tens of degrees)													Wave height (m)	All directions	Direction of waves (tens of degrees)												
	36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	Calr			36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	
43	3	3	3	3	0	1	4	1	1	0	1	4	17	0	45	6	3	1	1	0	1	1	3	4	0	2	2	
189	10	16	11	17	7	16	20	34	13	6	9	39		1/2	242	28	31	5	9	9	21	17	35	27	19	22	19	
237	8	19	17	26	9	10	15	48	19	20	26	21		1	265	25	25	12	7	5	9	26	52	37	28	10	29	
232	5	24	11	8	7	2	3	57	36	33	24	23		1 1/2	217	21	26	16	13	1		6	39	40	17	15	23	
149	6	8	9	14	2		1	30	22	25	15	18		2	137	12	11	13	10		1	25	13	24	7	19		
77	9	4	8	4			0	8	7	12	17	9		2 1/2	64	5	4	14	7		2	5	4	8	6	7		
42	3	0	2	2			3	4	4	6	13	4		3	21	2	3	2			0	0	1	2	3	6		
21	1	4		1				2	2	3	5	3		3 1/2	6	0						0			3	1		
8								3	0	1	1	2		4	2									1	0	0		
1										0	0			4 1/2	1											1	1	
1										0	0			5	1												1	
1	1									0	0			5 1/2													1	
1										1				6													1	
1										1				> 6 1/2													1	
1000	46	77	59	75	24	29	47	187	103	109	113	114	17	All	1000	100	103	64	48	17	32	55	160	128	104	67	109	

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) March

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) April

Goeree														Goeree														
All directions	Direction of waves (tens of degrees)													Wave height (m)	All directions	Direction of waves (tens of degrees)												
	36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	Calr			36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	
126	15	10	4	4	4	7	6	3	4	7	2	7	54	0	86	14	6	2	3	0	4	4	5	5	4	0	2	
277	43	36	20	19	12	31	16	30	20	17	9	24		1/2	226	56	34	12	4	1	10	7	16	17	40	7	23	
36	47	23	26	18	21	11	26	24	10	10	24			1	310	80	69	11	7	1	2	4	21	43	34	12	26	
19	22	12	13		0	1	16	21	15	13	18			1 1/2	222	47	51	7	2	0		2	30	34	19	7	21	
91	11	6	10	1			1	9	17	7	6	23		2	106	20	32					7	17	11	5	13		
49	4	3	6					7	12	4	3	11		2 1/2	33	4	6					5	7	3	2	6		
23	2		2					6	2	2	2	0		3	16		2						1	4	5	4		
3									1					3 1/2	2												2	
1														4														
1														4 1/2														
0														5														
1														5 1/2														
0														6														
1														> 6 1/2														
1000	130	124	76	63	34	60	35	97	101	62	45	120	54	All	1000	222	199	31	17	4	15	17	83	123	117	39	95	

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) May

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) June

Goeree														Goeree														
All directions	Direction of waves (tens of degrees)													Wave height (m)	All directions	Direction of waves (tens of degrees)												
	36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	Calr			36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	
116	9	12	2	3	2	3	5	7	5	13	2	11	43	0	97	6	4	3	1	1	3	4	6	9	8	6	5	
282	78	46	11	13	1	4	9	17	28	30	15	29		1/2	257	42	26	12	7	2	4	6	27	37	43	12	38	
316	60	73	12	11	4	3	7	25	57	22	9	33		1	341	83	47	15	4	0	3	20	52	46	14	56		
172	50	46	4	2		0	0	6	24	9	9	19		1 1/2	213	48	37	2	1	0	1	1	9	62	21	6	24	
34	6	2						2	15	3	5	11		2	71	16	6					4	25	8	5	7		
8	8	9	2				0	1	5		1	2		2 1/2	18	5	3					1	7	0		2		
1	0							0	6	0				3	2													
1								0	0	0	0			3 1/2														
0								0	0	0	0			4														
1								0	0	0				4 1/2														
0														5														
1														5 1/2														
0														6														
1														> 6 1/2														
1000	239	187	33	29	7	10	22	59	142	80	43	105	43	All	1000	200	122	31	14	4	8	14	67	194	127	43	132	

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) July

TABLE A Parts per thousand (fractions of time) August

Goeree														Goeree														
All directions	Direction of waves (tens of degrees)													Wave height (m)	All directions	Direction of waves (tens of degrees)												
	36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	Calr			36 N	03	06	09 E	12	15	18 S	21	24	27 W	30	33	
70	10	5	5	3	0	2	2	6	4	2	4	5	22	0	100	4	6	1	3	4	4	2	3	5	12	3	7	
273	53	47	8	6	2	5	9	24	41	29	13	35		1/2	289	64	31	9	4	9	16	11	27	40	28	9	39	
285	59	39	4	7		3	3	15	54	45	18	39		1	266	39	26	9	7	1	2	4	33	54	33	20	37	
186	26	33	0	2	1		1	12	52	24	14	20		1 1/2	165	13	9	3	2		1	3	31	49	24	10	19	
118	13	12		2			0	10	43	15	7	17		2	92	3	4				1	11	30	24	11	8		
44	2	1						3	22	5	2	9		2 1/2	49	1	0					5	21	10	4	7		
14		1						2	9	1	0			3	26							1	12	8	3	3		
6									4	2				3 1/2	10								4	3	0	3		
4								1	2	1				4	2							0		0	1	0		
														4 1/2														
														5														
														5 1/2														
														6														
														> 6 1/2														
1000	164	137	17	20	4	10	15	73	230	125	59	126	22	All	1000	125	76	22	17	13	23	22	112	217	143	63	122	

All months		B-1					Goeree
Direction of waves		350°-10°					3243 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	56	22	30	4			
½	297	96	146	53	2		
1	305	39	168	94	3		
1½	189	4	111	70	4		
2	101		47	52	2		
2½	37		14	21	1		
3	12		0	11	1		
3½	2			1	1		
4	1			0	0		
≥ 4½	1				1		
All	1000	160	519	305	16		

All months		B-2					Goeree
Direction of waves		020°-040°					2657 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	46	30	15				
½	266	181	81	5			
1	322	99	207	17			
1½	220	21	171	28	0		
2	97	2	65	29		0	
2½	34		16	18	1		
3	8		3	5			
3½	5			5	0		
4	1			1			
≥ 4½							
All	1000	333	558	107	2	0	

All months		B-3					Goeree
Direction of waves		050°-070°					1023 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	55	49	6				
½	232	203	28				
1	330	217	112	1			
1½	171	50	118	3			
2	113	8	98	8			
2½	76	1	63	13			
3	22	1	14	8			
3½							
4							
≥ 4½							
All	1000	529	439	32			

All months		B-4					Goeree
Direction of waves		080°-100°					940 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	77	77					
½	311	304	6				
1	356	330	27				
1½	147	83	64				
2	74	1	72	1			
2½	27		27				
3	5		5				
3½	3		3				
4							
≥ 4½							
All	1000	795	204	1			

All months		B-5					Goeree
Direction of waves		110°-130°					464 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	95	95					
½	358	353	5				
1	388	369	19				
1½	127	71	56				
2	32	2	30				
2½							
3							
3½							
4							
≥ 4½							
All	1000	890	110				

All months		B-6					Goeree
Direction of waves		140°-160°					808 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	94	94					
½	495	490	5				
1	311	287	24				
1½	74	57	17				
2	24	4	20				
2½	1		1				
3	1		1				
3½							
4							
≥ 4½							
All	1000	932	68				

All months		B-7					Goeree
Direction of waves		170°-190°					938 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	90	90					
½	370	369	1				
1	314	277	37				
1½	142	81	61				
2	53	3	49	1			
2½	21		16	5			
3	10		10				
3½							
4							
≥ 4½							
All	1000	820	174	6			

All months		B-8					Goeree
Direction of waves		200°-220°					3085 obs.
Wave height (m)	All periods	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	35	35					
½	206	193	12				
1	283	191	91	1			
1½	250	68	173	9			
2	139	2	113	24			
2½	58		36	22			
3	22		12	9	0	1	
3½	3		1	2	0		
4	4		1	2	0	1	
≥ 4½	1				1		
All	1000	489	440	68	2	2	

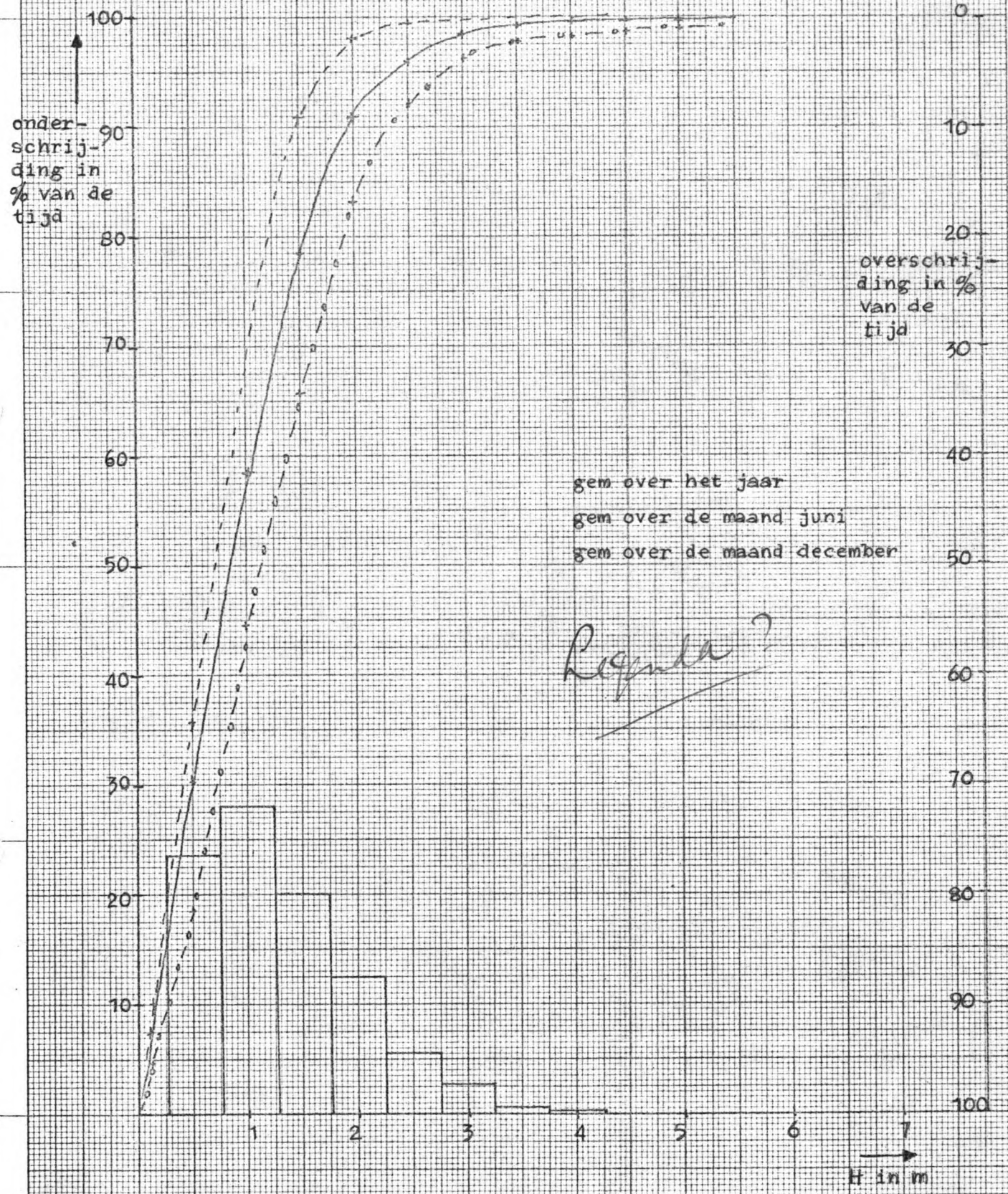
All months		B-9					Goeree
Direction of waves		230°-250°					3704 obs.
Wave height periods (m)	All	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	29	25	4				
½	161	121	40				
1	268	119	145	5			
1½	255	33	199	23			
2	160	1	112	46	1		
2½	81	0	40	40	1		
3	35		11	22	3		
3½	9		2	6	1		
4	2			2			
> 4½							
All	1000	299	553	143	5		

All months		B-10					Goeree
Direction of waves		260°-280°					2855 obs.
Wave height periods (m)	All	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	39	31	6			1	
½	196	120	74	3			
1	249	65	175	9			
1½	244	12	167	34			
2	153		88	70			
2½	70		23	46	1		
3	45		12	29	4		
3½	19		1	13	4	1	
4	7			5	1	1	
4½	4			1	3		
All	1000	228	545	209	14	3	

All months		B-11					Goeree
Direction of waves		290°-310°					1761 obs.
Wave height periods (m)	All	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	30	20	10				
½	148	59	85	5			
1	241	16	189	35	1		
1½	210	1	140	68			
2	170		78	89	3		
2½	85		19	56	10		
3	64		3	51	10		
3½	27		2	18	7	1	
4	14			7	6	1	
> 4½	13			1	10	2	
All	1000	97	526	329	45	5	

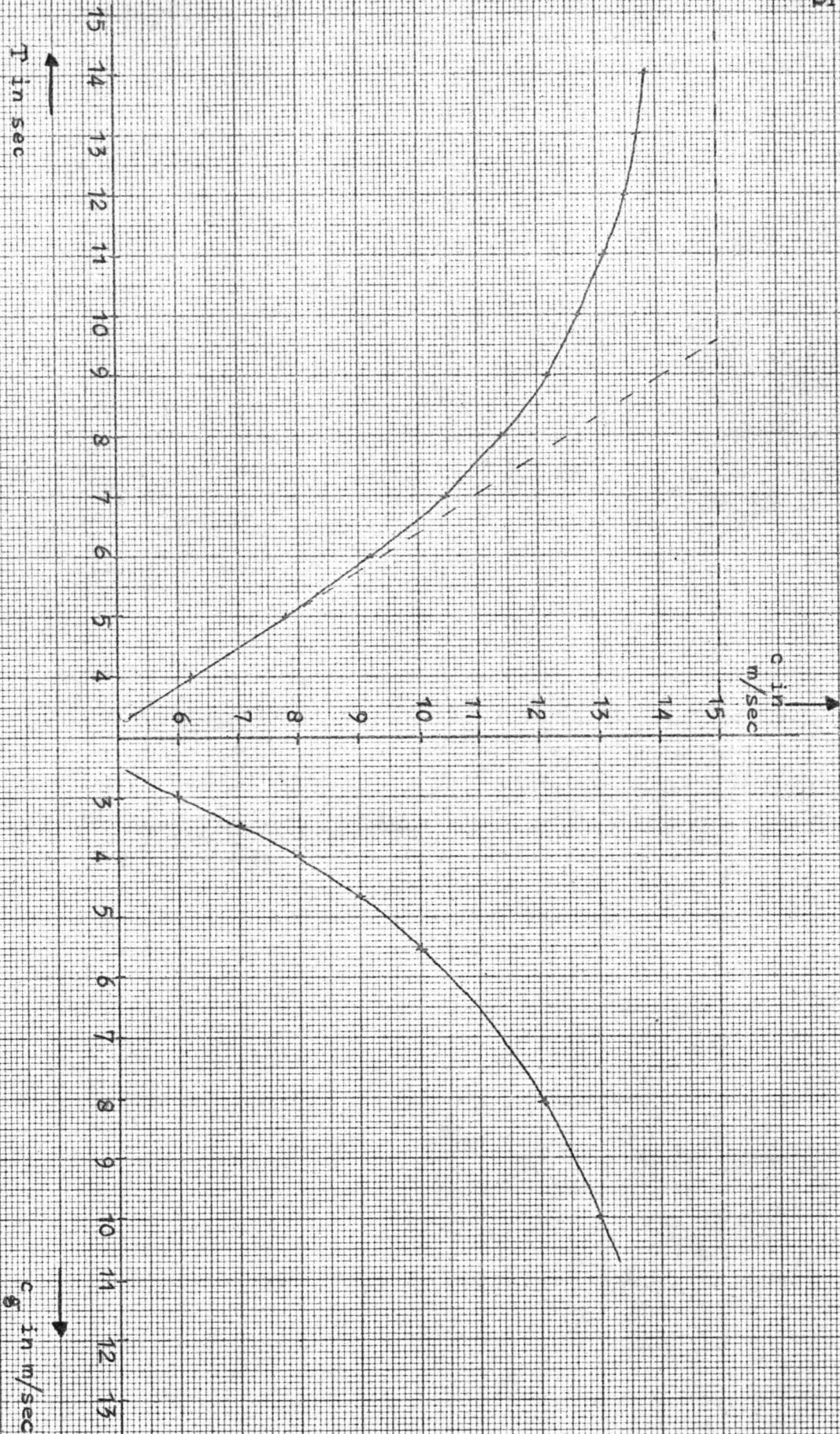
All months		B-12					Goeree
Direction of waves		320°-340°					2787 obs.
Wave height periods (m)	All	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	38	19	18	1			
½	218	64	125	29			
1	272	32	174	65	1		
1½	188	3	117	67	1		
2	146		47	95	3	1	
2½	73		8	59	5	1	
3	36	0	1	28	4	1	
3½	15			10	4	0	
4	6			3	2	1	
> 4½	8				8		
All	1000	118	492	358	28	4	

All months		B-13					Goeree
All directions		24265 obs.					
Wave height periods (m)	All	Period of waves (seconds)					
		< 5	5-7	7-9	9-11	> 11	
0	46	35	10	0.6		0.2	
½	238	159	67	12		0.2	
1	288	120	141	26		0.6	
1½	205	30	141	34		0.7	
2	125	1.4	76	46		0.9	
2½	56	0.1	24	31		2	
3	26	0.1	7	17		2	
3½	9		0.8	6		2	
4	4		0.1	2		0.9	
> 4½	2			0.2		2	
All	1000	346	467	174	11	1.3	

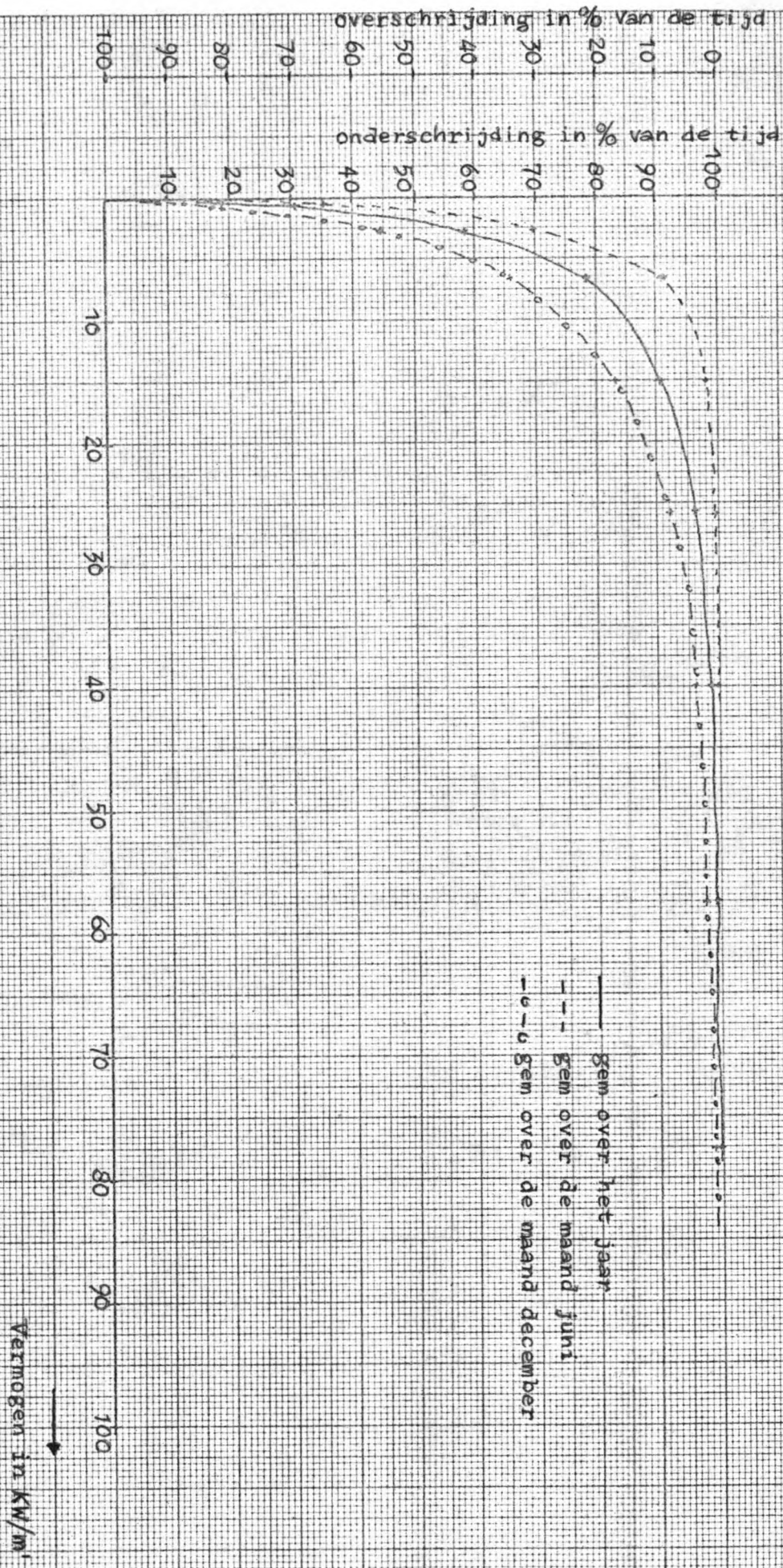


VOORKOMEN VAN GOLVEN IN % VAN DE TIJD ALS FUNCTIE VAN DE GOLFHOOGTE (H_s) VOOR ALLE RICHTINGEN

VERBAND TUSSEN c , g en T in 23 m DIEP WATER



GELEVERD VERMOGEN VAN GOLVEN IN % VAN DE TIJD



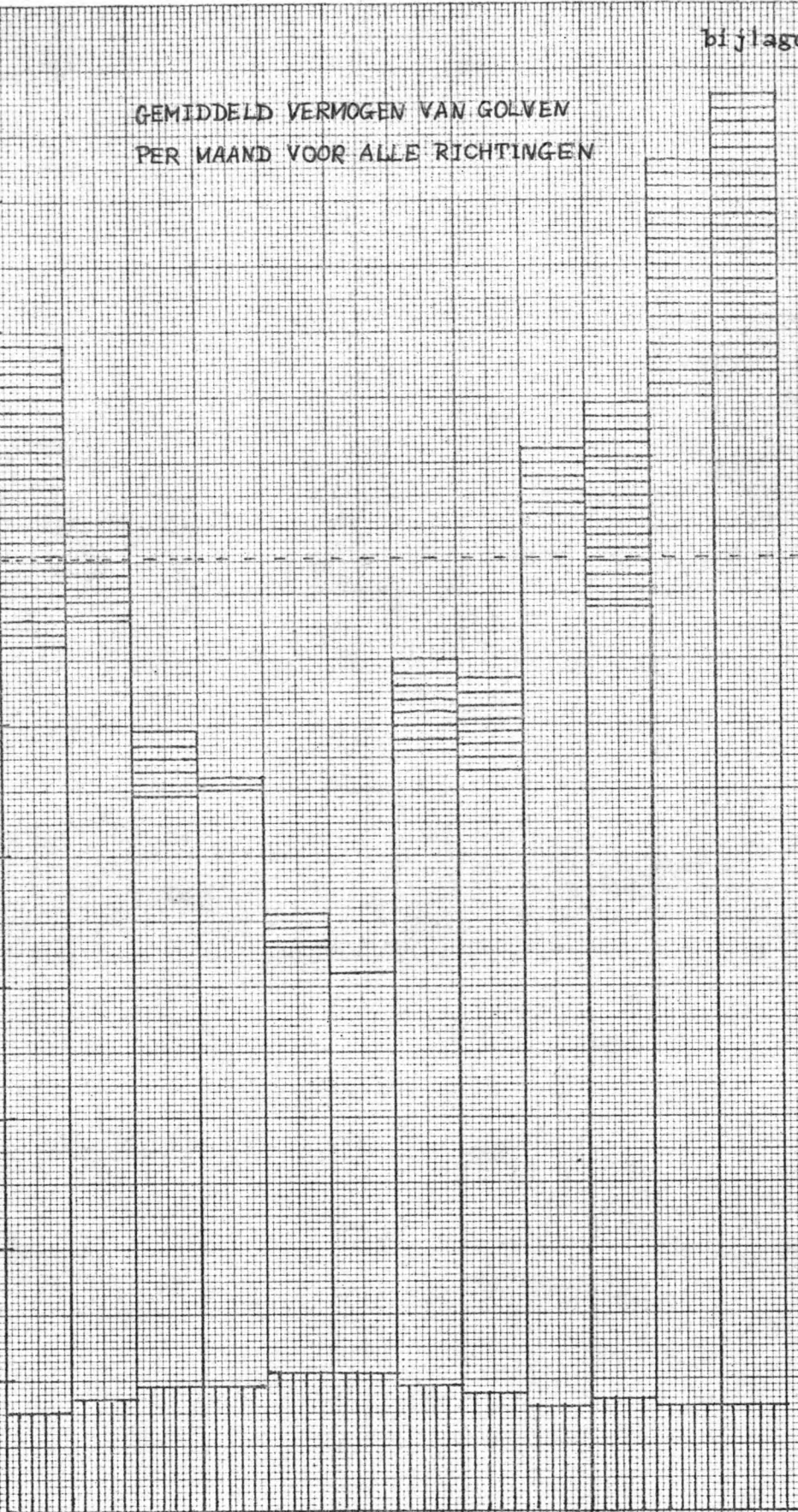
Vermogen in kW/m²

GEMIDDELD VERMOGEN VAN GOLVEN
PER MAAND VOOR ALLE RICHTINGEN

Vermogen in
KW/m²

Gemiddeld
7,26 KW/m²

11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1



jan feb mrt apr mei jun jul aug sep okt nov dec

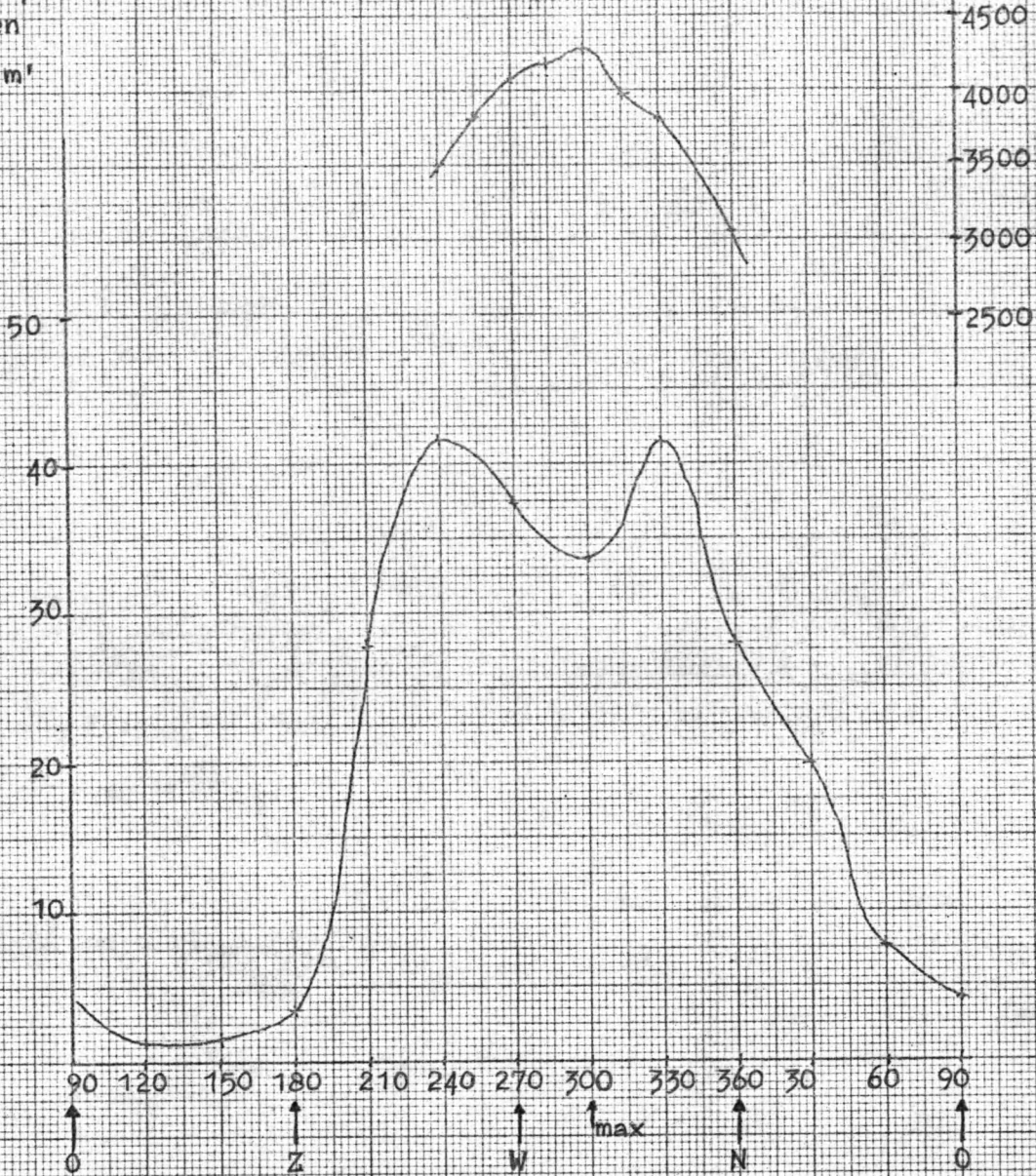
verticale arcering $H_s < 1,25$ m

horizontale arcering $H_s > 3,25$ m

↑ Vermogens flux in Watt/m'

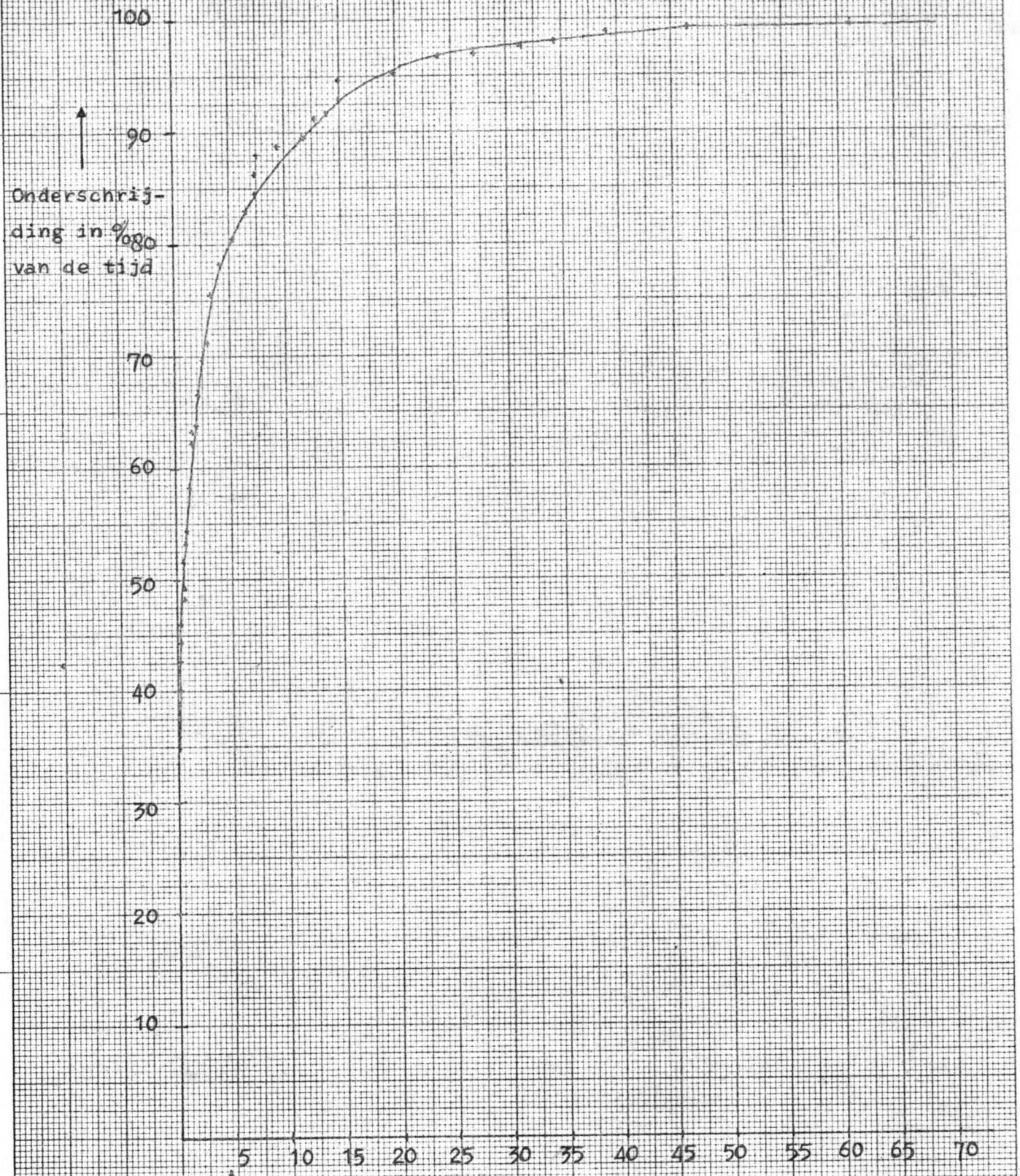
↑ Vermogen in W/o, m'

$$\frac{dV}{dx}$$



$\frac{dV}{dx}$ per m' gemiddeld over het jaar

Vermogensflux per m'



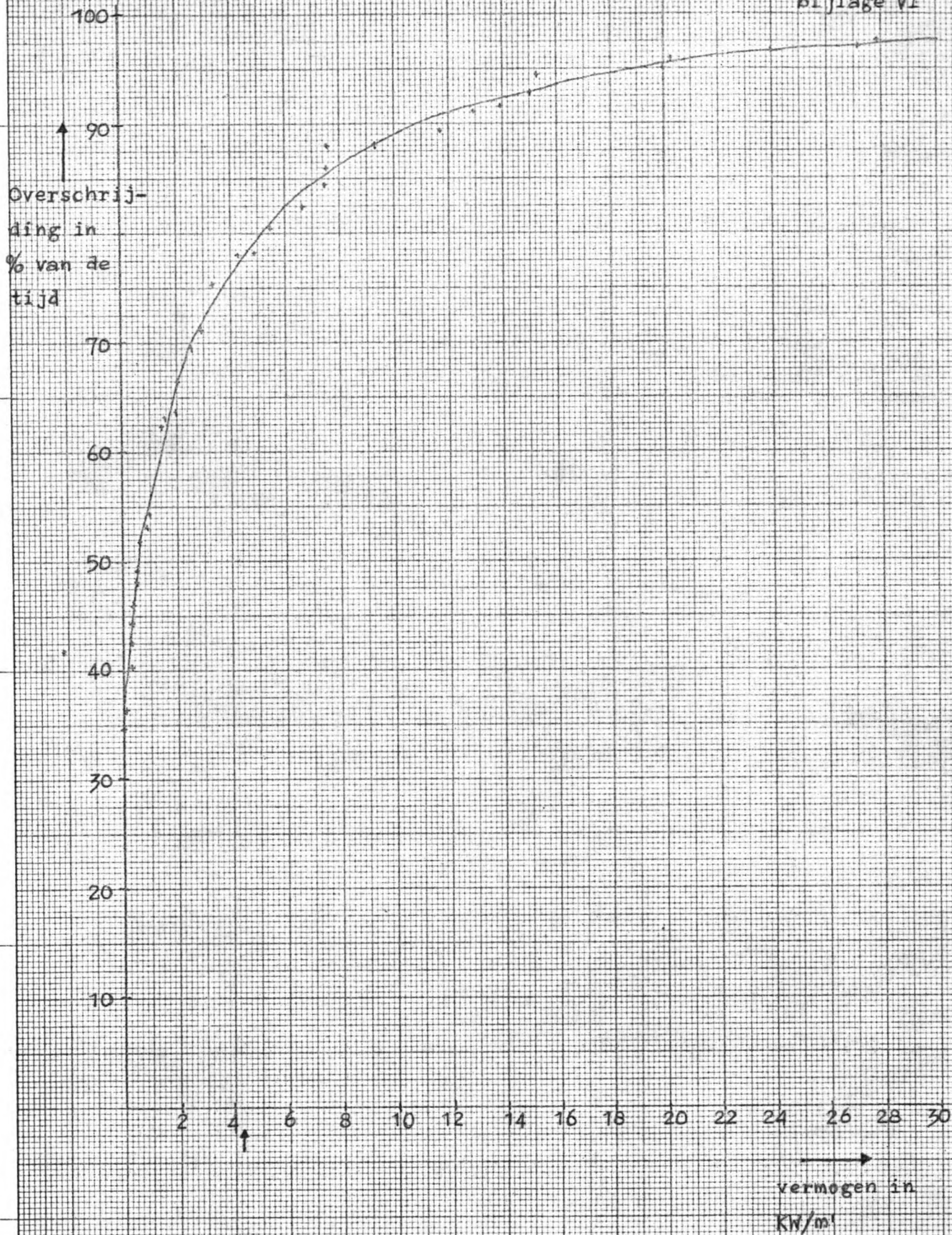
↑
Onderschrij-
ding in %
van de tijd

↑
gemiddeld
vermogen
= 4,3 KW/m²

→
vermogen in KW/m²

Vermogensflux van 300° per m²
gemiddeld over het jaar.

bijlage VI



Vermogensflux van 300° per m²
gemiddeld over het jaar

→
vermogen in
KW/m²

Hoofdstuk IV Energiewinning door middel van
een golfschot

§§ 1 INLEIDING

a) Zoals reeds in het vooronderzoek (deel I, pag. 21) is vermeld, is een van de manieren om energie uit de oceaan te winnen het toepassen van een verticaal schot dat heen en weer beweegt in de golfbeweging. (zowel translatie als rotatie om verschillende assen.) Het doel van dit hoofdstuk is nu om het rendement van het schot te berekenen en ook om de constructie zodanig te ontwerpen, dat dit rendement maximaal is als functie van verschillende parameters. (waterdiepte, golflengte, golfhoogte etc.)

b) Aannamen.

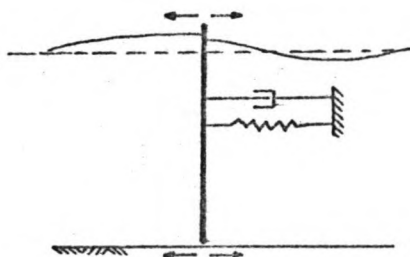
Bij de berekening van het rendement worden een aantal aannamen gedaan:

- het probleem wordt slechts als twee dimensionaal beschouwd.
 - het rendement zal alleen berekend worden voor een enkelvoudige lopende sinusgolf.
 - uitsluitend de lineaire golftheorie wordt toegepast.
- Deze aannamen doen afbreuk aan wat er in werkelijkheid in de natuur voorkomt, nl. dat zeegolven onregelmatig zijn. Het is echter in eerste instantie noodzakelijk om de beweging van het schot te kunnen berekenen. Het rendement volgend uit de enkelvoudige lopende sinusgolf zal in orde van grootte gelijk zijn aan een enigszins regelmatige "deining" op zee.

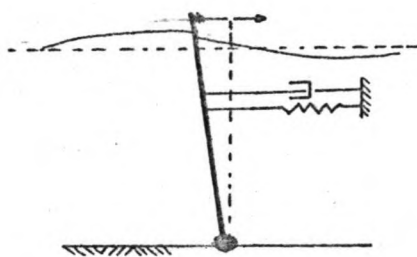
c) Schematisatie.

De beweging van het schot kan zowel translierend als roterend om een bepaalde as zijn.

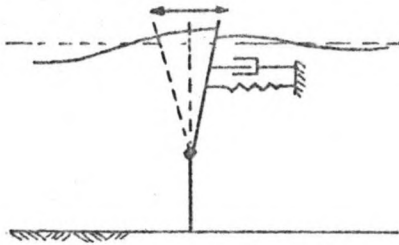
We kunnen o.a. de volgende gevallen onderscheiden:



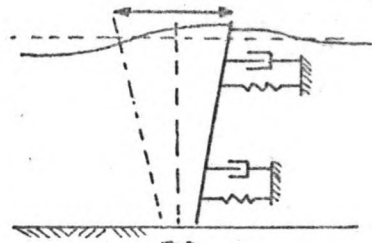
1



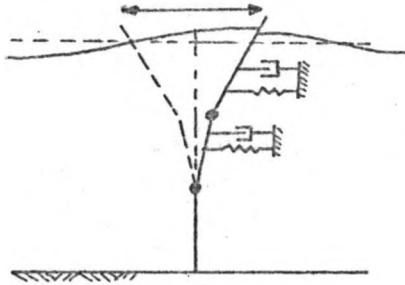
2



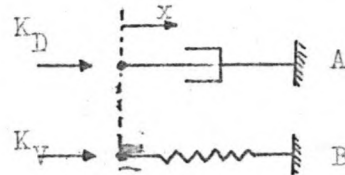
3



4



5



In deze tekeningen stelt schema A de energie opnemer voor d.w.z. een mechanische constructie, die de bewegingsenergie van het schot omzet in een andere, bruikbaarere vorm.

Het rendement, dat bepaald gaat worden zullen we definiëren als het quotiënt van de golfenergie en de energie die op de ingang van de "energieopnemer" wordt ingevoerd.

Teneinde een harmonische trilling van het schot te krijgen (die overeenstemt met de harmonische trilling van de waterdeeltjes) zullen we :

- de "energieopnemer" schematiseren tot een demper, zoals die in de dynamica wordt gebruikt.

Een demper heeft als eigenschap, dat de kracht, die hij op het schot zal uitoefenen, recht evenredig is met de snelheid van het schot t.p.v. de demper, dus :

$$K_D = c \cdot dx/dt, \text{ waarin } c \text{ de dempingsconstante voorstelt.}$$

Het vermogen dat de demper opneemt is nu :

$$V = K_D \cdot dx/dt = c \cdot (dx/dt)^2.$$

- een lineaire veer (voorgesteld door schema B in bovenstaande tekeningen) achter het schot plaatsen.

Deze heeft de bekende eigenschap, dat de kracht, die de veer levert, recht evenredig is met de indrukking, dus :

$$K_V = p \cdot x, \text{ waarin } p \text{ de veerconstante voorstelt.}$$

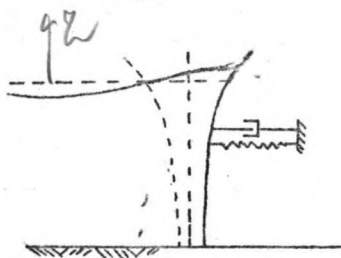
Zonder deze veer zal het schot niet de vereiste sinusbeweging maken.

linear

d) Principe van de berekening.

Het principe van de berekening zal hier besproken worden onder de volgende twee aannamen :

- het schot zal in staat zijn de beweging van de deeltjes in de ongestoorde golf over de gehele waterdiepte kunnen volgen, d.w.z. zonder veer, demper en massa zal het schot de golf gewoon voortplanten (indien aan beide zijden water) zonder randverstoringen op te wekken of terug te kaatsen.
- slechts aan een zijde van het schot water.



We willen nu het schot, de veer en de demper zo dimensioneren dat er zo weinig mogelijk energie-verlies optreedt. Dit verlies kan in dit geval alleen ontstaan, doordat de golf gedeeltelijk terugkaatst. Wanneer er niets terugkaatst zal de aangevoerde golfenergie volledig in de demper verdwijnen.

Er zal nu bij een gegeven lopende golf $\eta = \sin \omega t$, geen terugkaatsing ontstaan indien het schot op elk tijdstip en op elke plaats dezelfde horizontale snelheid heeft als de waterdeeltjes in de ongestoorde golf, nl. $v_x = \dot{\eta} \sin \omega t$. Hieruit blijkt, dat de eigenfrequentie van het golfschot gelijk zal moeten zijn aan de frequentie van de golf. (resonantie).

De drukfluctuatie zal in dit geval zijn : $p = \hat{p} \sin \omega t$.

Dus gelijk aan de drukfluctuaties in het water als het schot er niet zou zijn.

Deze opgelegde horizontale snelheid en kracht fungeren als randvoorwaarden voor het dynamische systeem van het schot.

?] ?

terugkaatsen
F verlies

$\hat{v}_x(z)$

hoeft niet

?

We zullen nu het schot zodanig moeten dimensioneren, dat het voldoet aan deze randvoorwaarden. Indien we hierin slagen zullen we in dit hypothetische geval een theoretisch rendement kunnen bereiken van 100 %.

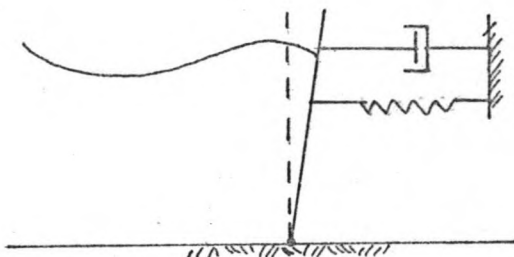
§§- 2 Golfshot met slechts aan één zijde water.

a. Inleiding

In dit hoofdstuk zal het hypothetische geval worden beschouwd dat er slechts aan één zijde van het schot water is.

De reden hiervoor is dat we dan een eenvoudig model hebben om:

- het probleem van de randstoringen t.g.v. het niet goed met de golfbeweging meebewegen van het schot te beschouwen.
- te bekijken of we een zodanig schot kunnen ontwerpen dat het op juiste wijze meebeweegt met de golfbeweging zonder terugkaatsing te veroorzaken.



— zie princ.
p. 27 (?)

b. Bepaling van de randvoorwaarden van het schot. ?

Om het schot te dimensioneren zullen we moeten weten welke snelheid het schot zal moeten hebben in combinatie met een fluctuerende waterdruk om geen terugkaatsing te veroorzaken. Deze snelheid en druk kunnen afgeleid worden uit de snelheidspotentiaal ϕ van de golfbeweging voor het schot.

Deze snelheidspotentiaal kan berekend worden m.b.v.:

- de bewegingsvergelijking (Euler)
- de continuïteitsvergelijking (Laplace)
- de randvoorwaarden:

a. de randvoorwaarde aan het oppervlak

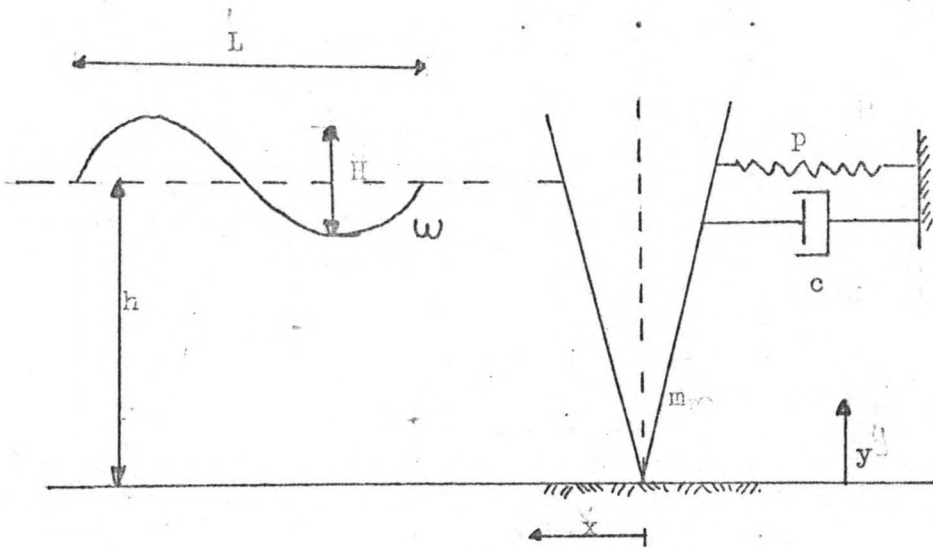
b. de randvoorwaarde aan de bodem

c. de randvoorwaarde bij het schot nl:

$$x = \xi(y) \sin \omega t$$

en:

$$v(t) = \dot{x} = \omega \cdot \xi(y) \cos \omega t$$



Hieruit is de snelheidspotential te berekenen (zoals is gebeurd in bijlage I - a). Deze is:

$$\phi = c_0 \frac{\omega}{k_0} \cosh k_0 y \sin(\omega t + k_0 x) - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\omega}{k_n} \cos k_n y e^{-k_n x} \cos \omega t$$

Het eerste gedeelte van deze formule is de normale uitdrukking voor een lopende golf.

Het tweede gedeelte geeft de invloed weer van de randstoringen t.g.v. het niet juist meebewegen van het schot met de waterbeweging weer.

De c_0 in de formule is een constante die is uit te drukken in de golfhoogte.

De druk op het schot is uit deze snelheidspotential vrij eenvoudig te bepalen. (zie bijlage I - d).

In bijlage I - b en c wordt de amplitude $\xi(y)$ van het golfschot bepaald, die afhangt van het type golfschot, de golfhoogte en van het golfgetal.

Hiermede is de beweging van het schot bepaald (zie de randvoorwaarde $x = \xi(y) \sin \omega t$)

De randvoorwaarden van de beweging van het schot zijn dus:

$$\begin{aligned} (1) \quad x &= \xi(y) \sin \omega t \\ (2) \quad p &= \rho g(h - y) - \frac{1}{2} \rho g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cos \omega t \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \rho g c_n \tan k_n h \cdot \cos k_n y \cdot \sin \omega t \end{aligned} \quad (30)$$

De druk bestaat uit drie termen nl: (uit vgl.30)

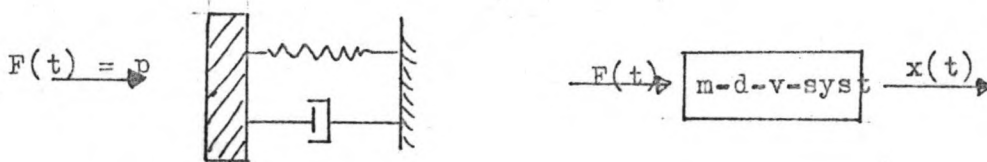
- I hydrostatische druk
- II de normale drukvariatie in een lopende golf
- III de drukvariatie t.g.v. de randstoringen

Deze is in fase 90° gedraaid met de normale drukvariatie.

De randvoorwaarden van het dynamische systeem zijn nu bekend. In zijn algemeenheid zal dit dynamische systeem te beschrijven zijn door de volgende lineaire differentiaal vergelijking:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + px = \hat{p} \cos \omega t$$

Het massa - veer - demper - systeem is dus een lineair systeem.



De output van het systeem is een enkelvoudige sinusfunctie:

$$x(t) = \hat{x} \sin \omega t$$

(randvoorwaarde voor de golfbeweging)

De input kan dan ook alleen maar een enkelvoudige sinusfunctie zijn.

Daar echter

$$p = \hat{p}_2 \cos \omega t + \hat{p}_3 \sin \omega t$$

zal een van beide termen nul moeten zijn willen we de vereiste output krijgen. } } ?

In ons geval zal dus \hat{p}_3 (druk t.g.v. de randstoringen) nul moeten zijn of in ieder geval te verwaarlozen.

Wanneer deze \hat{p}_3 te verwaarlozen zal zijn wordt beschouwd in bijlage II. *p 41 ev.*

De conclusie in deze bijlage komt erop neer dat de randstoringen te verwaarlozen zijn indien de snelheid van het schot goed is aangepast aan de snelheid van de waterdeeltjes in de ongestoorde golf.

Waarom zo omgekeerd?

c. Bepaling van de parameters van het schot. (zie ook bijlage III)

De randvoorwaarden van het schot zijn dus:

$$x = \hat{x} \sin \Omega t$$

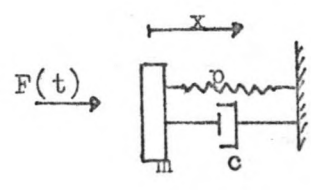
$$F(t) = F_0 \cos \Omega t$$

Uitgaande van de differentiaal vergelijking:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + px = F_0 \cos \Omega t$$

volgt de oplossing hiervan:

$$x = \frac{F_0}{p} \left[\frac{1}{(1 - \Omega^2/\omega^2)^2 + (\Omega c/p)^2} \right]^{1/2} \cos(\Omega t - \psi)$$



waarbij

$$\tan \psi = \frac{c \omega}{p - m \Omega^2}$$

De uitdrukking voor x moet zijn:

$$x = \hat{x} \sin \Omega t$$

Dit is zo indien:

$$\cos(\Omega t - \psi) = \sin(\Omega t)$$

dus als $\psi = \frac{\pi}{2}$ waaruit volgt dat

$$\tan \psi = \infty \quad \text{en dus}$$

$$p - m \Omega^2 = 0$$

$$\text{dus: } \Omega = \omega = \sqrt{\frac{p}{m}}$$

Het schot is dus in resonantie omdat de frequentie van de opgedrongen trilling gelijk moet zijn aan de eigenfrequentie.

De vergelijking voor x wordt nu:

$$x = \frac{F_0}{\Omega c} \sin \Omega t$$

Daar deze vergelijking gelijk is aan:

$$x = \{ (y) \sin \Omega t$$

kunnen we m.b.v. de uitdrukking voor $\{ (y)$ (zie bijlage I - b en I - c) de uitdrukking voor c bepalen. Deze c hangt af van welke oplossing ($\int \int -1 - c$) wordt gekozen.

Voor het translaterende schot wordt c :

$$c = \frac{\beta g \tanh k_0 h \cdot (\cosh k_0 h - 1)}{k_0 \omega (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \quad (\text{zie bijlage III, vgl. 35})$$

$$\text{terwijl } \omega = \sqrt{\frac{p}{m}}.$$

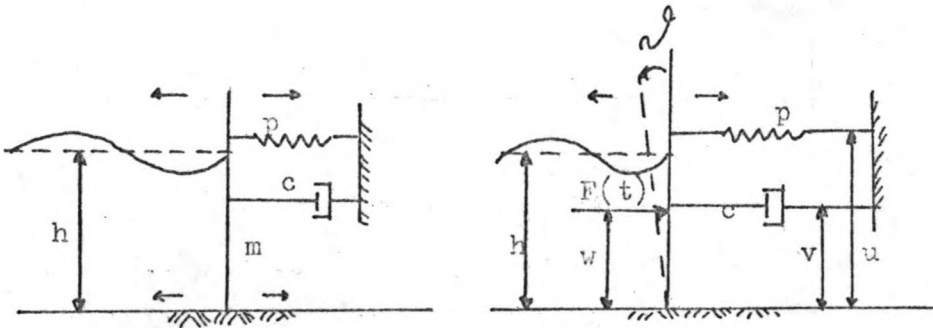
Voor het roterende schot geldt :

$$v^2 c = \frac{\beta g (k_0 h \sinh k_0 h + \cosh k_0 h - 1) (2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh k_0 h + 4 \sinh k_0 h)}{2k_0^3 \omega \cosh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}$$

$$\text{terwijl } \omega = \sqrt{\frac{u^2 p}{g I}}, \quad (\text{zie bijlage III, vgl. 39 en 40})$$

Dus zowel c als ω alleen afhankelijk van de golfgegevens.

zijn



d. Bepaling rendement.

Het blijkt dus mogelijk het schot zodanig te dimensioneren ($\frac{p}{m}$, c), uitgaande van de randvoorwaarden opgelegd door de waterbeweging, dat er niets terugkaatst. *niet nodig* ~~Er van uitgaande, dat de randverstoringen nul zijn,~~ zal dan het rendement theoretisch 100 % zijn. Dit is analytisch aangetoond in bijlage IV.

§§ 3 Schot met aan beide zijden water.

Het zal in de praktijk niet mogelijk zijn om de ruimte achter het schot watervrij te houden.

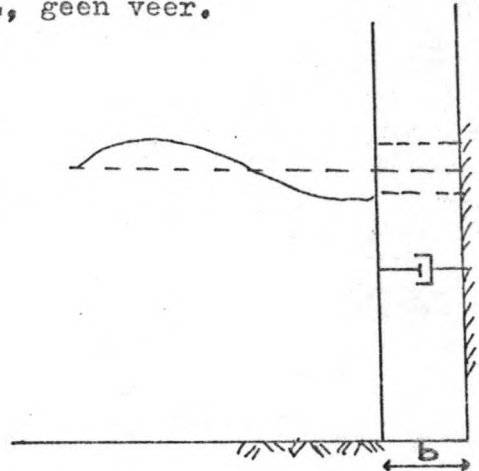
Voor het water achter het schot onderscheiden we drie mogelijkheden :

a. Ruimte achter het schot klein, $b < \frac{1}{4}L$, geen veer.

Water achter het schot kan gebruikt worden als niet-lineaire veer.

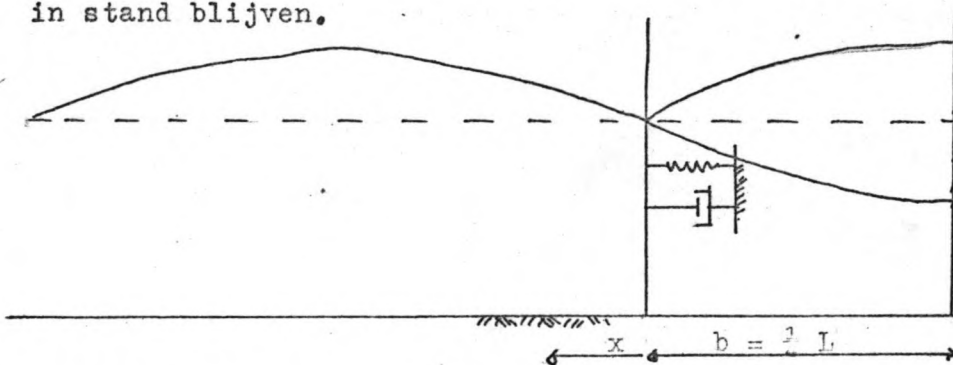
Berekening van dit systeem is moeilijk vanwege :

- de versnellingskrachten van het water achter het schot uitgeoefend op het schot.
- de niet-lineaire veer in de differentiaalvergelijking.



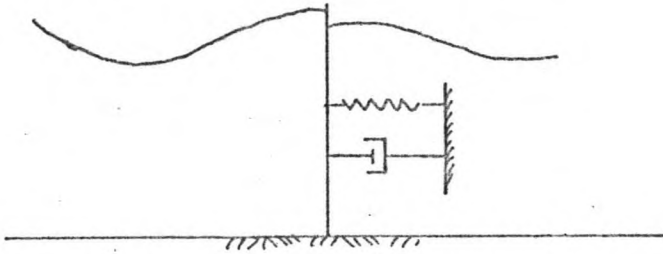
b. Ruimte achter het schot $b = \frac{2n + 1}{4} \cdot L$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Indit geval ontstaat een staande golf achter het schot, met een knoop ter plaatse van het schot. Indien we het energieverlies in de waterbeweging achter het schot verwaarlozen, zal de staande golf indien hij eenmaal is opgewekt, altijd in stand blijven.



In de knoop van een staande golf zijn er geen drukfluctuaties. Dus de golfbeweging achter het schot levert geen golfkracht op het schot. Hierdoor zal het water achter het schot de beweging van het schot niet verstoren, waardoor we in principe de oplossing krijgen, zoals die hiervoor is beschreven. (§§ 2)

c. Ruimte achter het schot oneindig.



De amplitude van het golfschot zal niet overeenkomen met de amplitude van de aankomende golf, zodat er terugkaatsing zal ontstaan. Tevens wordt er achter het schot een lopende golf opgewekt.

De krachten op het schot t.g.v. randverstoringen zullen door een juist ontwerp van het schot klein zijn, waardoor ze verwaarloosd kunnen worden. (zie bijlage II)

In bijlage V-a wordt nu de snelheidspotential bepaald, uitgaande van de bewegingsvergelijking, continuïteitsvergelijking, en de randvoorwaarden, van drie lopende golven :

- de aankomende golf, snelheidspotential is gegeven.
- de teruggekaatste golf (links van het schot).
- de opgewekte golf (rechts van het schot).

De teruggekaatste- en de opgewekte golf zijn direct afhankelijk van de beweging van het schot.

De beweging van het schot moet nu zodanig aan de aankomende golf worden aangepast, dat de som van teruggekaatste- en doorgelaten energie zo klein mogelijk is.

Dit blijkt het geval te zijn , indien de golfhoogte van de opgewekte- en teruggekaatste golf de helft is van de golfhoogte van de aankomende golf. Aangezien de energie recht-evenredig is met de golfhoogte in het kwadraat, zal er dus een energieverlies van 50 % zijn. Het rendement van deze oplossing is dan dus 50 %.

Het schot zal bovenstaande beweging uitvoeren, als het als volgt wordt gedimensioneerd (zoals aangetoond in bijlag V_b) :

Voor het translerende schot :

$$c = \frac{2 \rho g \tanh k_0 h \cdot (\cosh k_0 h)}{k_0 \omega (\frac{1}{2} \sinh k_0 h + k_0 h)} , \text{ terwijl } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} .$$

Voor het roterende schot geldt :

$$v_c^2 = \frac{2g(k_0 \sinh k_0 h + \cosh k_0 h + 1)(2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh k_0 h + 4 \sinh k_0 h)}{2k_0^3 \omega \cosh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \quad 34$$

terwijl $\omega = \sqrt{\frac{u_p^2}{g I}}$.

Dus zowel c als ω alleen afhankelijk van de golfgegevens.

§§ 4 Conclusies.

Indien wordt voldaan aan:

- a)- een juiste dimensionering van ω en de dempingsconstante c , uitgaande van de vaste golfgegevens (Ω, H) en de waterdiepte (h) .
- b)- de juiste vorm van het golfschot afhankelijk van golfgegevens en waterdiepte, zodanig dat de snelheden van het schot zoveel mogelijk overeenkomen met de snelheden van de waterdeeltjes in de ongestoorde golf op elke diepte, ten einde de krachten van de randverstoringen te kunnen verwaarlozen,

dan zal ~~het rendement van~~ een schot dat aan beide zijden water heeft, een rendement van 50% hebben.

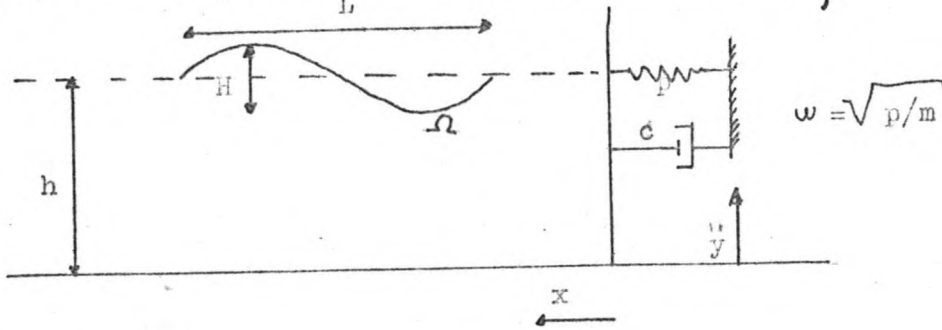
Hierbij zijn nog wel de volgende aannamen gedaan:

c)- lineaire theorie.

d)- sinusvormige golf met constante Ω

ad b en c. Indien $H \ll h$ en $H \ll L$ is de lineaire theorie uitstekend toepasbaar. Om ook nog aan b te voldoen zullen we in de meeste gevallen geval -2, -3, -4, of -5 (§§ 1-c) kiezen.

ad d. In werkelijkheid zullen er bij zeegolven geen sinusvormige golven met vast Ω voorkomen. Het rendement van de oplossingen in zeegolven zal nog berekend moeten worden.

Bijlage I-a Bepaking van de snelheidspotentiaal ϕ 

Laplace : $\nabla^2 \phi = 0$
 $\frac{\partial \phi}{\partial x} = v_x$, $\frac{\partial \phi}{\partial y} = v_y$

Randvoorwaarden voor de oplossing :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{voor} \quad \begin{cases} y = h \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

(combinatie bewegingsvergelijking en kinematische rvw. aan het vrije oppervlak)

Bij het schot: $x = \xi(y) \sin \omega t$ (def.)

$$\text{dus: } v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \omega \cdot \xi(y) \cdot \cos \omega t \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq h \\ x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Kinematische rvw. aan de bodem: } v_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \begin{cases} y = 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Bovendien moeten ϕ en de eerste afgeleiden eindig zijn. (4)

De algemene oplossing van het homogene probleem is een willekeurige lineaire combinatie van de volgende functie's :

$$\phi = \sum_{i=0}^n \cos k_i x \cdot \cosh k_i y \cdot \cos \omega_i (t - t_0) \quad (5)$$

waarbij ω uit de dispersie relatie voor vrije zwaartekrachtsgolven volgt : $\omega_i^2 = k_i \cdot g \cdot \tanh k_i h$ (6)

De particuliere oplossing :

$$\text{We veronderstellen : } \phi = \varphi \cos \omega t \quad (6a)$$

waarin φ een harmonische functie van x en y is.

De randvoorwaarden (1), (2), (3) en (4) worden dan :

$$\varphi - \frac{g}{\omega^2} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad \text{voor} \quad \begin{cases} y = h \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \omega \cdot \xi(y) \quad \text{voor} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq h \\ x = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad \text{voor} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{en eerste afgeleide eindig voor} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq h \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

Volgens M. Weinstein (C.R. 1927 pag. 497) zijn er een oneindig aantal functie's, die aan de randvoorwaarden (7), (9) en (10) voldoen nl. :

$$\varphi_0 = \frac{\omega}{k_0} \cosh k_0 y \sin k_0 x \quad (11)$$

$$\varphi_n = -\frac{\omega}{k_n} \cos k_n y e^{-k_n x} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

waarbij k_0 op te lossen uit de dispersierelatie

$$\omega^2 = k_0 g \tanh k_0 h \quad (13)$$

en k_n , $n = 1, 2, 3, \dots$, is op te lossen door de positieve oplossingen te nemen van :

$$\omega^2 = -k_n g \tan k_n h \quad (14)$$

en voor oplopende n steeds een volgend kwadrant te kiezen.

Er bestaat een lineaire combinatie in φ :

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n \quad (15)$$

die voldoet aan de randvoorwaarden (7), (8), (9) en (10).

We bepalen nu de coëfficiënten c_n met behulp van randvoorwaarde (8) in vgl. (15) :

$$c_0 \cosh k_0 y + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos k_n y = \xi(y) \quad (16)$$

Volgens M. Havelock moeten de coëfficiënten dan voldoen aan de volgende vergelijkingen :

$$c_0 = \frac{2k_0 \int_0^h \xi(\alpha) \cosh k_0 \alpha d\alpha}{\sinh k_0 h \cosh k_0 h + k_0 h} \quad (17)$$

$$c_n = \frac{2k_n \int_0^h \xi(\alpha) \cos k_n \alpha d\alpha}{\sin k_n h \cos k_n h + k_n h} \quad (18)$$

Definitieve oplossing.

We zijn uitgegaan van een staande golf $\phi = \varphi \cos \omega t$, voor $x = \infty$ (vgl. 6a). Voor $x = 0$ willen we een lopende golf hebben met als basisvorm de vergelijking :

$$\phi = \hat{\phi} \sin(\omega t + kx) \quad (19)$$

We moeten hiertoe een functie $\hat{\phi}$ bij de particuliere oplossing (6a en 15) optellen, waarbij die functie moet voldoen aan de rvw. (1), (3), (4) en bovendien moet gelden :

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} = 0 \quad \text{voor} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq h \\ x = 0 \end{cases}, \quad \text{zodat de}$$

uiteindelijke oplossing blijft voldoen aan alle randvoorwaarden.

Deze functie is $\phi' = c_0 \frac{\omega}{k_0} \cosh k_0 y \cos k_0 x \sin \omega t$ (20)

Dus de definitieve oplossing wordt, na optelling van ϕ' bij (6a)

$$\phi = c_0 \frac{\omega}{k_0} \cosh k_0 y \sin(\omega t + k_0 x) - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\omega}{k_n} \cos k_n y \cdot e^{-k_n x} \cos \omega t \quad (21)$$

Het eerste gedeelte van vergelijking (21) is de normale vorm van een lopende golf.

Het tweede gedeelte geeft de invloed van de randverstoringen t.g.v. het schot weer, die echter op grote afstand van het schot niet voelbaar zijn.

Bijlage I-b Verplaatsing van de waterdeeltjes.

Uit de snelheidspotentiaal ϕ kunnen we de verplaatsingen van de waterdeeltjes berekenen:

$$X = \int_t \frac{\partial \phi}{\partial x} dt \quad \text{en} \quad Y = \int_t \frac{\partial \phi}{\partial y} dt$$

$$X = \int_t c_0 \omega \cosh k_0 y \cos(\omega t + k_0 x) dt + \int_t \sum_{n=1}^{\infty} c_n \omega \cos k_n y \cdot e^{-k_n x} \cos \omega t dt$$

$$= c_0 \cosh k_0 y \sin \omega t + k_0 x + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin k_n y \cdot e^{-k_n x} \sin \omega t \quad (22)$$

$$Y = \int_t c_0 \omega \sinh k_0 y \sin(\omega t + k_0 x) dt - \int_t \sum_{n=1}^{\infty} c_n \omega \sin k_n y \cdot e^{-k_n x} \cos \omega t dt$$

$$= -c_0 \sinh k_0 y \cos \omega t + k_0 x - \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin k_n y \cdot e^{-k_n x} \sin \omega t \quad (23)$$

Bijlage I-c Bepaling amplitude golfschot.

De aankomende golf heeft een amplitude, die gelijkis aan de amplitude van Y voor $y = h$. (zie vgl. 23)

$$\frac{1}{2}H = c_0 \sinh k_0 h$$

$$H = 2c_0 \sinh k_0 h, \quad c_0 = \frac{H}{2 \sinh k_0 h} \quad (24)$$

We kunnen die gelijkstellen aan de andere vergelijking van c_0 (vgl. 17):

$$c_0 = \frac{2k_0 h \int_0^h \{(\alpha) \cosh k_0 \alpha d\alpha}{\sinh k_0 h \cosh k_0 h + k_0 h}$$

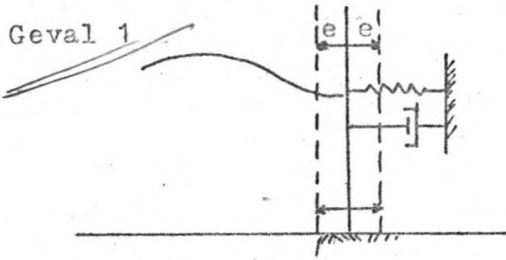
$$\text{ofwel} \int_0^h \{(\alpha) \cosh k_0 \alpha d\alpha = \frac{H(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{4k_0 \sinh k_0 h} \quad (24a)$$

waarin $\int (\alpha)$ de enige onbekende is.

Deze $\int (\alpha)$ is van geval tot geval verschillend.

We beschouwen nu geval 1 en 2 (zie blz 23) apart.

Geval 1



$$\int (\alpha) = e \quad (25)$$

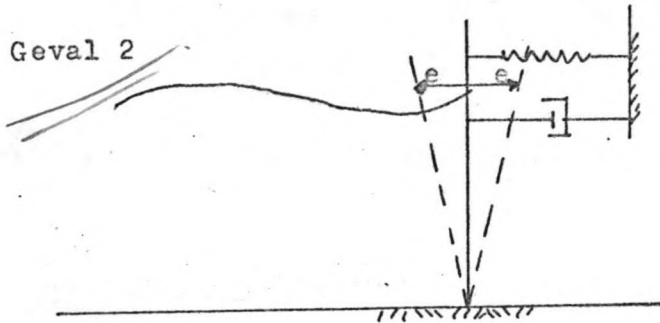
$\int_0^h e \cosh k_0 \alpha d\alpha = \frac{e}{k_0} \sinh k_0 h$, dit in vgl. (24a) geeft :

$$\frac{e}{k_0} \sinh k_0 h = H \frac{(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{4k_0 \sinh k_0 h}, \text{ waaruit :}$$

$$e = H \frac{(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2 \cosh 2k_0 h - 2} \quad (26)$$

De e-waarde is nu direct te bepalen uit de gegevens van de golfbeweging en de waterdiepte.

Geval 2



$$\int (\alpha) = \frac{e}{h} \cdot \alpha \quad (27)$$

$$\int_0^h \int (\alpha) \cosh k_0 \alpha d\alpha = \int_0^h \frac{e}{h} \cdot \alpha \cosh k_0 \alpha d\alpha =$$

$$\frac{e}{hk_0^2} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1), \text{ dit in vgl. (24a) geeft :}$$

$$\frac{e}{hk_0^2} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1) = \frac{H(\frac{1}{2} \sinh k_0 h + k_0 h)}{4k_0 \sinh k_0 h} \text{ waaruit}$$

$$e = \frac{h \cdot H \cdot k_0 (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh k_0 h} \quad (28)$$

Ook hier is e te bepalen uit de gegevens van de golfbeweging en de waterdiepte.

Bijlage I-d Bepaling van de waterdruk op het schot.

Uitgaande van de snelheidspotentiaal kunnen we de druk op het schot bepalen met behulp van de volgende formule :

$$p_{\text{schot}} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho g(h-y) \quad \text{voor } x = 0 \quad (29)$$

De snelheidspotentiaal ϕ volgt uit vgl. (21), zodat

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{c_0 \omega^2}{k_0} \cosh k_0 y \cos \omega t - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n \omega^2}{k_n} \cos k_n y \sin \omega t \quad \text{voor } x = 0$$

Substitueer vgl. (13) $\omega^2 = k_0 g \tanh k_0 h$ en

vgl. (14) $\omega^2 = -k_n g \tan k_n h$ en

vgl. (24) $c_0 = H/2 \sinh k_0 h$

dan gaat $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ over in :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{2} H g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cos \omega t - \sum_{n=1}^{\infty} g c_n \tan k_n h \cos k_n y \sin \omega t \quad \text{dus}$$

$$p_{\text{schot}} = \rho g(h-y) - \frac{1}{2} \rho g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cos \omega t + \sum_{n=1}^{\infty} \rho g c_n \tan k_n h \cos k_n y \sin \omega t \quad (30)$$

Deze druk bestaat uit drie termen, te weten :

a) een hydrostatische druk : $p_1 = \rho g(h-y)$

b) een drukvariatie ten gevolge van de normale golfbeweging :

$$p_2 = -\frac{1}{2} \rho g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cos \omega t$$

c) een drukverstoring t.g.v. het niet juist meebewegen op de verschillende diepten van het golfschot :

$$p_3 = \rho g \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tan k_n h \cos k_n y \sin \omega t$$

Deze verstoring is 90° in fase verdraaid met de normale drukvariatie.

Bijlage II

We hebben nu van een gegeven golf bepaald:

- de noodzakelijke beweging $x = \xi(y) \sin \omega t$ van het schot om geen terugkaatsing te krijgen.
 - de druk op het schot, indien het schot de beweging volgt
nl. $p = \hat{p}_2 \cos \omega t + \hat{p}_3 \sin \omega t$.
 - De randvoorwaarden van het dynamisch systeem zijn nu bepaald.
In zijn algemeenheid is dit dynamisch systeem te beschrijven door de volgende lineaire differentiaalvergelijking:
 $m\ddot{x} + c\dot{x} + px = \hat{p} \sin \omega t$.
- Het maasa-demper-veer-systeem is dus een lineair systeem.



De output is een enkelvoudige sinusfunctie:

$$x(t) = \hat{x} \sin \omega t.$$

De input kan dan ook alleen maar een enkelvoudige sinusfunctie zijn. Daar echter $p = \hat{p}_2 \cos \omega t + \hat{p}_3 \sin \omega t$ zal een van beide termen nul moeten zijn.

De beweging van het schot zal (als functie van de diepte) zodanig moeten zijn, dat p_3 nul wordt of te verwaarlozen in vergelijking met p_2 .

Of en wanneer p_3 te verwaarlozen zal zijn, zullen we aan de hand van onderstaande getallenvoorbeelden uitwerken.

Getallen voorbeelden.

We zullen voor gelijke golfhoogte en golfperiode ($H = 1$, $T = 6$ sec) de oplossingen 1 en 2 in verschillende waterdiepten plaatsen. Bepaald zal worden in hoeverre p_3 te verwaarlozen zal zijn t.o.v. p_2 , dus welke constructie we bij een bepaalde waterdiepte moeten kiezen om de randverstoringen, die een energieverlies zullen geven, te kunnen verwaarlozen.

We plaatsen het schot eerst op een waterdiepte van $h = 5$ m.

Dit geeft $L = L_0 \tanh k_0 h = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}$, dus $L = 38,5$ m.

$$\omega = 2\pi/T = 1,05 \text{ rad/sec.}$$

$$k_0 = 2\pi/L = 0,174 \text{ rad/m.}$$

Welke type
Schot?
p. 1. 33
a 20

$$k_0 h = 0,174 \cdot 5 = 0,874 \text{ rad.}$$

$$L/H = 38,5$$

$$L/h = 7,7 \quad \text{lineaire theorie nog toepasbaar.}$$

$$H/h = 0,2$$

Bepaling van de constanten k_n , c_n , e uit vgl. (30).

- bepaling k_n , $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\omega^2 = -k_n g \tan k_n h \quad \text{zie vgl. (14)}$$

$$(1,05)^2 = -k_n \cdot 10 \cdot \tan 5k_n$$

$$\frac{(1,05)^2}{2 \cdot (5k_n)} = -\tan 5k_n, \quad \text{stel } 5k_n = \alpha$$

$$\frac{0,55}{\alpha} = -\tan \alpha$$

Grafische bepaling $k_n h = \alpha$ (zie grafiek blz. 43) :

$$\text{Waarde } k_n h : \quad k_0 h = 0,87$$

$$k_1 h = 3,0$$

$$k_2 h = 6,2$$

$$k_3 h = 9,4$$

We beschouwen eerst geval 1 (zie blz. 23)

$\{y\} = e$ zie vgl. (25)

- bepaling e uit vgl. (26)

$$e = \frac{H \cdot \frac{1}{2} (\sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2 \cosh 2k_0 h - 2} = 0,584 \text{ m.}$$

- bepaling c -waarden :

$$c_0 \text{ volgt uit vgl. (24)} \quad c_0 = \frac{H}{2 \sinh k_0 h} = 0,51$$

$$c_n \text{ volgt uit vgl. (18)} \quad c_n = \frac{2k_n \int_0^h \cos k_n y dy}{\frac{1}{2} \sin 2k_n h + k_n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$c_n = \frac{2e \sin k_n h}{\frac{1}{2} \sin 2k_n h + k_n}$$

$$\text{dus : } c_1 = +0,0761$$

$$c_2 = -0,0134$$

$$c_3 = +0,0022$$

Bepaling druktermen uit vgl. (30)

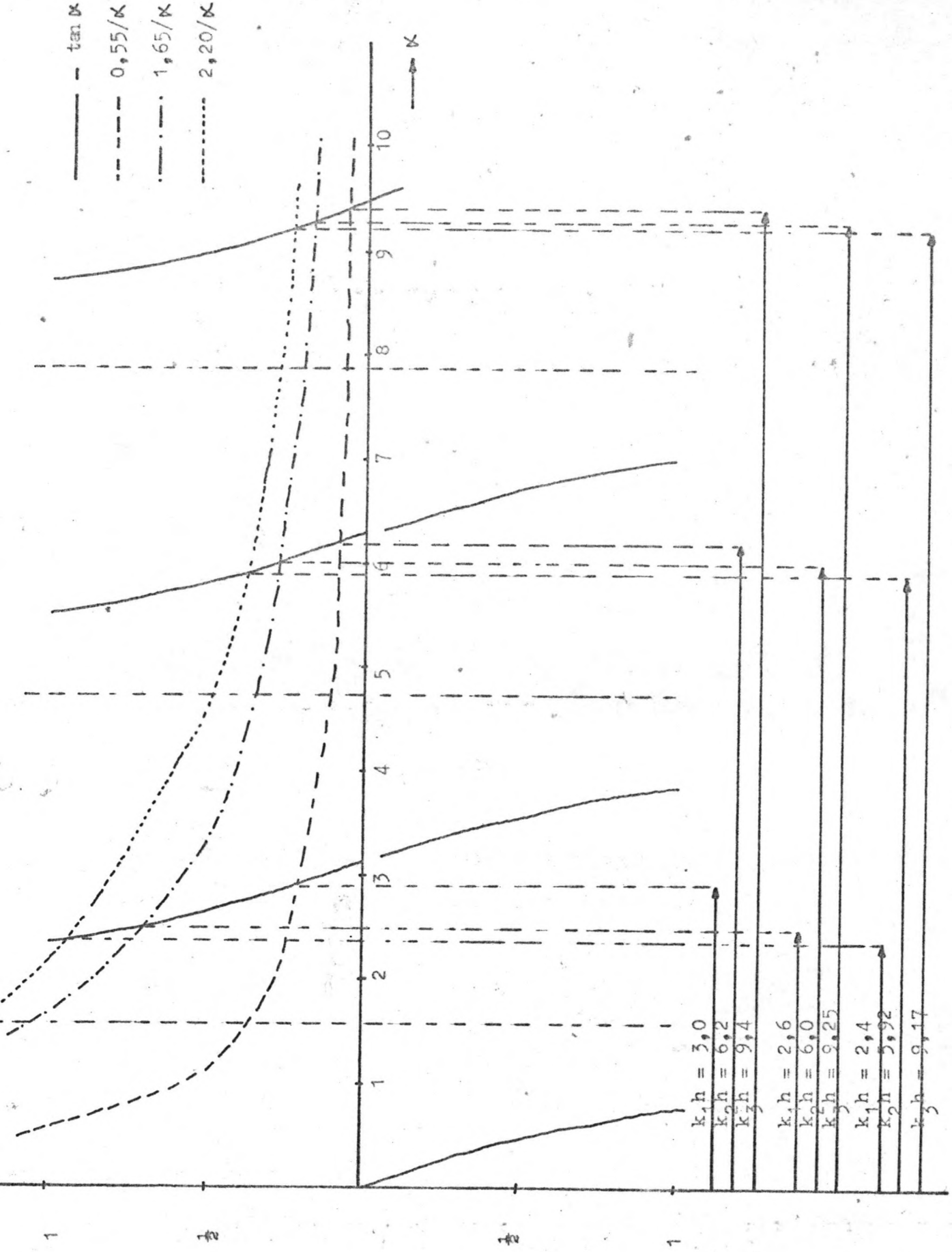
$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 + P_3 = \int_0^h (p_1 + p_2 + p_3) dy$$

$$p_1 = \int g(h-y), \quad \text{dus } P_1 = \frac{1}{2} \int gh^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^4 \cdot 25 = 12,5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = -\frac{1}{2} H g \frac{\cosh koy}{\cosh k_0 h} \cos \omega t$$

We beschouwen de drukamplitude t.p.v. $x = 0$

Translatie



$$P_2 = \int_0^h \frac{1}{2} \rho g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} dy = \frac{1}{2} \frac{\rho g}{k_0} \tanh k_0 h = 2,02 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_3 = \rho g \sum_{i=1}^{\infty} P_3^i = \rho g \sum_{n=1}^{\infty} c_n \tan k_n h \cos k_n y \cdot e^{-k_n x} \sin \omega t$$

Ook hier beschouwen we de amplitude t.p.v. $x = 0$.

$$P_3^i = \rho g \int_0^h c_i \tan k_i h \cos k_i y dy = \rho g \frac{c_i}{k_i} \tan k_i h \sin k_i h$$

$$P_3^1 = -0,0025 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_3^2 = +0,0002 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

P_3^3 = verwaarloosbaar klein evenals de volgende termen.

$$P_3 = \sum_{i=1}^3 P_3^i = -0,0023 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 = -23 \text{ N/m}^2$$

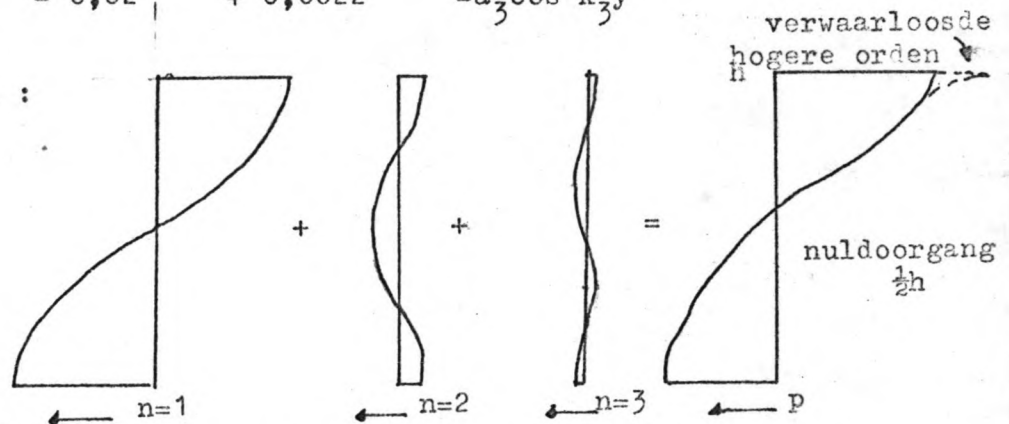
$$\frac{P_2}{P_3} = 2,02 \cdot 10^4 / 23 = 10^3.$$

P_3 is dus t.o.v. P_2 erg klein. We hebben echter geïntegreerd over de totale hoogte. Er bestaat een kans, dat het positieve gedeelte van P_3 wel groot is. Dit zullen we nu onderzoeken.

$$P_3^n = \rho g c_n \tan k_n h \cos k_n y$$

	$k_n h$	$\tan k_n h$	c_n	
$n = 1$	3,0	- 0,14	+ 0,0761	$-a_1 \cos k_1 y$
$n = 2$	6,2	- 0,08	- 0,0134	$+a_2 \cos k_2 y$
$n = 3$	9,4	- 0,02	+ 0,0022	$-a_3 \cos k_3 y$

Drukdiagrammen :



Dus de nuldoorgang is ongeveer bij $y = \frac{1}{2}h$.

$$\text{Dus } P_3^1 = \rho g \int_0^{\frac{1}{2}h} c_1 \tan k_1 h \cos k_1 y dy$$

$$P_3^1 = \rho g \frac{c_1}{k_1} \tan k_1 h \sin \frac{1}{2}k_1 h = 1,7 \cdot 10^2 \text{ N/m}^2$$

Dus $\frac{P_2}{P_3^1} = 10^2$. Hieruit volgt dat de drukfluctuaties op het schot

ten gevolge van de verstoringen te verwaarlozen zijn; d.w.z. geen invloed hebben op de beweging van het schot en de verstoringen zullen dan ook weinig invloed hebben op de waterbeweging voor het schot.

De correctie op het snelheidsverschil van het schot en de normale snelheidsverdeling van de waterdeeltjes in de ongestoorde golf door de extra termen ($n = 1, 2, 3, \dots$) in vgl (21) blijkt in dit geval gering te zijn zoals hieronder wordt aangetoond.

Horizontale uitwijking van het schot:

$$x_{\text{schot}} = e \sin \omega t$$

dus $\dot{x}_{\text{schot}} = e \omega \sin \omega t$

We beschouwen alleen de amplituden van de snelheden want de snelheden lopen in fase gelijk. *met wat (als 8(4))*

$$v_{\text{schot}} = e \cdot \omega = 0.614 \text{ m/sec}$$

$$v_x \text{ water} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = c_0 \omega \cosh k_0 y + c_1 \omega \cos k_1 y \quad (\text{zie vgl 21})$$

($n = 2, 3, \dots$ worden verwaarloosd)

De snelheidsverdeling over de diepte is nu:

y	I $c_0 \omega \cosh k_0 y$	II $c_1 \omega \cos k_1 y$	I + II	afwijking
0	+ 0,535	+ 0,08	0,615	+ 0,001
1	+ 0,544	+ 0,06	0,610	- 0,004
2	+ 0,568	+ 0,029	0,597	- 0,017
3	+ 0,61	- 0,018	0,592	- 0,022
4	+ 0,67	- 0,058	0,612	- 0,002
5	+ 0,75	- 0,075	0,675	+ 0,061

Het nog bestaande verschil zal nog worden gecorrigeerd door de hogere orde termen (voor $n = 2, 3, \dots$)

De maximale correctie door de termen voor n groter dan 1 bedraagt 17 % (bij $y = 5$) terwijl over de diepte een gemiddelde correctie van 10 % nodig is.

De correctie door de termen van $n = 1$ bedraagt gemiddeld eveneens ongeveer 10 %.

Duidelijk is dat om een minimale correctie (en dus minimale verstoringen) te krijgen, het verschil tussen de snelheid

van het schot en de normale snelheid op elke hoogte zo gering mogelijk moet zijn.

Om dat te bereiken moeten we met deze oplossing ($\xi(y) = \text{constant}$) in ondiep water gaan zitten, waar de horizontale snelheidsverdeling niet veel varieert over de diepte.

In erg ondiep water gaat de lineaire theorie echter niet meer op, waardoor deze berekeningsmethode niet meer toepasbaar is. Met bovenstaande voorbeeld zitten we al op de grens van deze methode.

In dieper water zullen de bijdragen van de verstoringen een meer en meer overheersend karakter gaan dragen

Dit zal blijken uit getallenvoorbeeld 2

Getallenvoorbeeld 2

We zullen nu het schot plaatsen in dieper water met dezelfde golfgegevens.

Derhalve: $H = 1 \text{ m}$

$T = 6 \text{ sec}$

$h = 15 \text{ m}$

$L_0 = 1,56 T^2 = 56,2 \text{ m}$

$\frac{d}{L_0} = \frac{15}{56,2} = 0,267$ $L = 53,1 \text{ m}$

$\omega = 1,05 \text{ rad/sec}$, $k_0 = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{53,1} = 0,12 \text{ rad/sec}$

$k_0 h = 1,8$

$\frac{L}{H} = 53,1$

dus lineaire theorie toepasbaar.

$\frac{H}{h} = 0,066$

Bepaling van de constanten k_n , c_n , e uit vgl (30)

- bepaling k_n

$\omega^2 = -k_n g \tan k_n h$ (zie vgl (14))

$\frac{(1,05)^2}{2/3(15.k_n)} = -\tan 15.k_n$, stel $15.k_n = \alpha$

dan is $\frac{1,65}{\alpha} = -\tan \alpha$, uit de grafische bepaling volgt met behulp van grafiek op pag 43:

$k_0 h = 1,8$ dus $k_0 = 0,12 \text{ rad/sec}$

$k_1 h = 2,6$ dus $k_1 = 0,23 \text{ rad/sec}$

$k_2 h = 6,0$ dus $k_2 = 0,40 \text{ rad/sec}$

$$k_3 h = 9,25 \quad \text{dus } k_3 = 0,62 \text{ rad/sec}$$

In dit getallenvoorbeeld 2 zal het type van de oplossing weer oplossing 1 zijn (zie $\int \int - 1 - c$, pag 23)

$$\xi(y) = e \quad (\text{vgl (25)})$$

e volgt uit vgl (26) :

$$e = \frac{H \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2 \cosh 2k_0 h - 2} = 0,31 \text{ m}$$

- bepaling c_n - waarden

c_0 uit vgl (24)

$$c_0 = \frac{H}{2 \sinh k_0 h} = 0,17$$

de c_n uit (18) is constant dus :

$$c_n = \frac{2 e \sin k_n h}{\frac{1}{2} \sin 2k_n h + k_n h}$$

bovendien is:

$$k_1 h = 2,6$$

$$k_2 h = 6,0$$

$$k_3 h = 9,25$$

$$\begin{aligned} \text{dan is : } c_1 &= 0,106 \\ c_2 &= - 0,029 \\ c_3 &= 0,011 \end{aligned}$$

- bepaling druktermen. (zie voorbeeld 1)

$$P_2 = 2,02 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_3 = \sum_{i=1}^3 P_3^i$$

Volgens pagina 12 geldt :

$$P_3^i = \rho g \frac{c_i}{k_i} \tan k_i h \cdot \sin k_i h$$

dus is

$$P_3^1 = - 0,148 \cdot 10^4 \text{ N/m'}$$

$$P_3^2 = + 0,005 \cdot 10^4 \text{ N/m'}$$

$$P_3^3 = - 0,0053 \cdot 10^4 \text{ N/m'}$$

$$P_3^{\text{tot}} = - 0,143 \cdot 10^4 \text{ N/m'}$$

Dus is

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{2,02 \cdot 10^4}{0,143 \cdot 10^4} = 14$$

P_3 is nu niet meer klein t.o.v. P_2 .

Bovendien hebben we hier geïntegreerd over de totale hoogte. De verstoringen zullen nu de totale beweging van het schot beïnvloeden. Hierdoor zullen golven terugkaatsen en zal er een rendementsverlies optreden.

Bij deze diepte verdient het wellicht voorkeur oplossing 2 te kiezen. (misschien kunnen we beter nog oplossing 4 kiezen; in deze bijlage beschouwen we echter alleen maar de oplossingen 1 en 2 (zie pag 23 en 24).

Getallenvoorbeeld 3

De vergelijking voor de beweging van het schot is nu:

$$\left\{ \begin{array}{l} (y) = \frac{e}{h} \cdot y \end{array} \right. \quad (27)$$

Zie vergelijking (28)

$$e = H \cdot h \cdot k_0 \cdot \frac{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}{2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh 2k_0 h}$$

Met behulp van $k_0 h = 1,8$ (zie pag 46) volgt:

$$e = 0,53 \text{ m}$$

We zullen nu i.p.v. de verhouding van de horizontale krachten de momentenverhouding moeten bekijken om te zien of de beweging van het schot niet wordt verstoord.



Bepaling c_n - waarden.

c_0 volgt uit vergelijking (24):

$$c_0 = \frac{H}{2 \sinh k_0 h} = 0,17$$

c_n volgt uit vergelijking (18):

$$c_n = \frac{2 k_n \int_0^h \{(\alpha)\} \cos k_n \alpha d\alpha}{\sin k_n h \cdot \cos k_n h + k_n h}$$

terwijl

$$\{(\alpha)\} = \frac{e}{h} \cdot \alpha$$

Nu is

$$\int_0^h \{(\alpha)\} \cos k_n \alpha d\alpha =$$

$$\frac{e}{hk_n^2} = \int_0^{k_n h} t \cos t dt = \frac{e}{hk_n^2} (\cos t + t \sin t) \Big|_0^{k_n h} =$$

$$\frac{e}{hk_n^2} (\cos k_n h - 1 + k_n h \sin k_n h)$$

dus is:

$$c_n = \frac{2 e (\cos k_n h + k_n h \sin k_n h - 1)}{k_n h (\frac{1}{2} \sin 2k_n h + k_n h)}$$

Uit $k_1 h = 2,6$ volgt $c_1 = -0,101$

Uit $k_2 h = 6,0$ volgt $c_2 = -0,053$

Uit $k_3 h = 9,25$ volgt $c_3 = -0,0047$

Bepaling drukken

$$\mathfrak{P}_2 = \frac{1}{2} H \cdot g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h}$$

dus geldt voor het moment:

De momenten zijn t.o.v. het punt S

$$\hat{M}_2 = \frac{H \rho g}{2 \cosh k_0 h} \int_0^h y \cosh k_0 y \, dy$$

$$\hat{M}_2 = \frac{H \rho g}{2 k_0^2 \cosh k_0 h} \int_0^{k_0 h} t \cosh t \, dt$$

Nu is :

$$\int_0^{k_0 h} t \cosh t \, dt = k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1$$

dus is

$$\hat{M}_2 = \frac{H \rho g}{2 k_0^2 \cosh k_0 h} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1) = 35,7 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

druk randstoringen:

$$\hat{p}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \rho g c_n \tan k_n h \cdot \cos k_n h$$

dan geldt voor het moment:

$$\hat{M}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \rho g c_n \tan k_n h \int_0^h y \cos k_n y \, dy$$

$$\hat{M}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho g c_n \tan k_n h}{k_n^2} \int_0^{k_n h} t \cos t \, dt$$

Nu is

$$\int_0^{k_n h} t \cos t \, dt = \cos k_n h + k_n h \sin k_n h + 1$$

dus is:

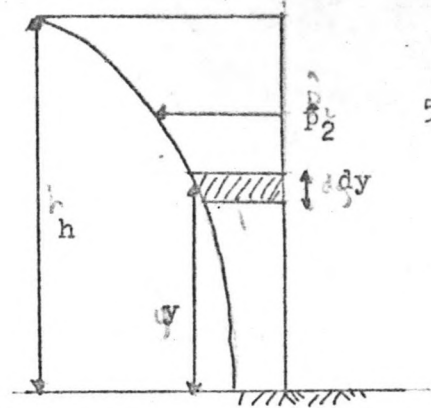
$$\hat{M}_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho g c_n \tan k_n h}{k_n^2} (\cos k_n h + k_n h \sin k_n h + 1)$$

Na substitutie van de cijfers volgt:

$$\hat{M}_3^1 = + 3,11 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

$$\hat{M}_3^2 = 0,027 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

De rest van de termen ($n = 3, 4 \dots$) kan verwaarloosd worden.



Het totale moment is dus:

$$\hat{M}_3^{\text{tot}} = 3,14 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

We kunnen nu de verhouding van de momenten bepalen:

$$\frac{\hat{M}_2^{\text{t.o.v. S}}}{\hat{M}_3^{\text{tot t.o.v. S}}} = \frac{3,57 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 10^4} = 11,4$$

In beide oplossingen 1 en 2 zijn de verstoringen van gelijke orde (11 t.o.v. 14) We zitten dan ook in het overgangsgebied. Waarschijnlijk zal oplossing 5 een betere verhouding geven. (deze oplossing zit qua beweging tussen de oplossingen 1 en 2).

Getallenvoorbeeld 4

We zullen nu oplossing 2 voor een nog grotere waterdiepte uitrekenen.

Namelijk voor een waterdiepte van 20 m.

$$\text{Dus } h = 20 \text{ m}$$

$$H = 1 \text{ m}$$

$$T = 6 \text{ sec dus } L_0 = 56,2 \text{ m en } \omega = 1,05 \text{ rad/sec}$$

$$\frac{d}{L_0} = 0,357 \quad \text{dit geeft } L = 55,1 \text{ m}$$

$$k_0 = 0,114 \text{ rad/m}$$

We bepalen nu weer de constanten uit vgl (30): k_n , c_n en e

Bepaling k_n

$$\omega^2 = -k_n g \tan k_n h \quad (14)$$

$$\frac{(1,05)^2}{\frac{1}{2}(20 k_n)} = -\tan 20k_n \quad , \text{ stel nu } 20k_n = \alpha$$

dan wordt de vergelijking:

$$\frac{2,20}{\alpha} = - \tan \alpha$$

Deze vergelijking lossen we weer grafisch op m.b.v. de grafiek op blz 43. Dit geeft:

$$\begin{aligned} k_0 h &= 2,284 & \text{dus } k_0 &= 0,114 \\ k_1 h &= 2,4 & \text{dus } k_1 &= 0,12 \\ k_2 h &= 5,92 & \text{dus } k_2 &= 0,296 \\ k_3 h &= 9,17 & \text{dus } k_3 &= 0,459 \end{aligned}$$

De bewegingsvergelijking van het schot is:

$$\left\{ \begin{aligned} (y) &= \frac{e}{h} y & \text{vgl (21)} \end{aligned} \right.$$

Uit

$$e = H h k_0 \frac{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}{2 k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh k_0 h} \quad (28)$$

volgt $e = 0,43 \text{ m}$

bepaling c_n - waarden

$$c_0 = \frac{H}{2 \sinh k_0 h} = 0,103$$

uit

$$c_n = \frac{2 e (\cos k_n h + k_n h \sin k_n h - 1)}{k_n h (\frac{1}{2} \sin 2k_n h + k_n h)} \quad (28)$$

volgt:

$$c_1 = - 0,022$$

$$c_2 = - 0,056$$

$$c_3^2 = + 0,003$$

Bepaling momenten (analoog aan de manier op blz 50)

$$\hat{M}_2 \text{ t.o.v. } S = 55,2 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

$$\hat{M}_3^{\text{tot}} \text{ t.o.v. } S = 2,46 \cdot 10^4 - 0,042 \cdot 10^4 = 2,42 \cdot 10^4 \text{ Nm/m'}$$

De verhouding van de momenten is nu:

$$\frac{\hat{M}_2 \text{ t.o.v. } S}{\hat{M}_3 \text{ tot t.o.v. } S} = 22,8$$

Deze verhouding is weer zodanig dat de verstoringen weer verwaarloosd mag worden.

Deze verhouding zal op nog dieper water groter worden.

Bovenstaande wijze van aanpak geldt in principe voor elke oplossing zoals gegeven in 1 - c .

Elke oplossing heeft een bepaalde diepte h ($h = h(H, \omega)$) waarbij de verstoringen minimaal zijn.

Gebruiken we de oplossingen toch in een gebied, waarin de verstoringen niet te verwaarlozen zijn, dan zullen deze verstoringen van invloed zijn op de beweging van het schot. Door de dan ontstane terugkaatsing zal energieverlies optreden.

Op te merken valt nog dat de verstoringen een "soort toegevoegde massa" - effect hebben op de beweging van het schot.

$$F_{\text{verstoringen}} = \hat{F} \sin \omega t$$

$$x_{\text{schot}} = \hat{x} \sin \omega t$$

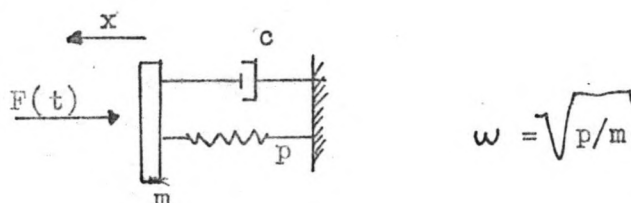
$$\text{daaruit: } \ddot{x}_{\text{schot}} = -\omega^2 \hat{x} \sin \omega t \quad \text{d.w.z.}$$

dat F_{verst} en de traagheidsterm ($m\ddot{x}$) van het schot dezelfde fase hebben. F_{verst} is dan te beschouwen als de "toegevoegde massa" water die extra in beweging moet worden gezet.

Bijlage III

DE DYNAMISCHE BESCHOUWING VAN HET GOLFSCHOT

III - a Oplossing 1 (zie blz 23)



De opgelegde randvoorwaarden van het schot zijn:

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t$$

$$v(t) = \hat{v} \cos \Omega t$$

- Het schot moet dus t.g.v. de kracht $F(t)$ een zodanige beweging gaan uitvoeren dat wordt voldaan aan $v(t)$ of na integratie:

$$x(t) = \hat{x} \sin \Omega t$$

De bewegingsvergelijking van het dynamische systeem is:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + px = F(t) \quad (31)$$

waarbij:

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (32)$$

De algemene oplossing van deze vergelijkingen is, afgezien van het inschakelverschijnsel:

$$x = F_0 \frac{(p - m\Omega^2)\cos \omega t - c\Omega \sin \Omega t}{(p - m\Omega^2)^2 + (c\Omega)^2} \quad (33)$$

Invoeren van de hoek ψ , waarvoor geldt

$$\tan \psi = \frac{c\Omega}{p - m\Omega^2}$$

geeft:

$$x = \frac{F_0}{p} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{\Omega c}{p}\right)^2} \right]^{1/2} \cos(\Omega t - \psi) \quad (34)$$

Voor de afleiding zie b.v. het collegedictaat b15, dynamica van constructies.

Nu toegepast op ons probleem:

$$I \quad F(t) = - \int_0^h (p_1 + p_2 + p_3) dy$$

Met behulp van vergelijking (30) wordt dit

$$F(t) = - \int_0^h \left[\rho g (h - y) - \frac{1}{2} H \rho g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cos \omega t + \sum_{n=1}^{\infty} \rho g c_n \tan k_n h \cdot \cos k_n y \cdot \sin \omega t \right] dy$$

N.B. dit geeft een kracht per strekkende meter.

$$F(t) = - \left(\frac{1}{2} \rho g h^2 - \frac{H \rho g}{2k_0} \tanh k_0 h \cos \omega t + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho g c_n}{k_n} \tan k_n h \sin k_n h \sin \omega t \right)$$

De kracht kunnen we als volgt onderverdelen :

$$F'(t) = -\frac{1}{2} \rho g h^2 \quad , \text{ onafhankelijk van de tijd; dus niet van belang voor het dynamisch effect.}$$

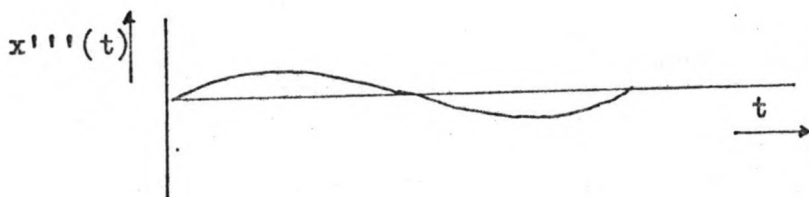
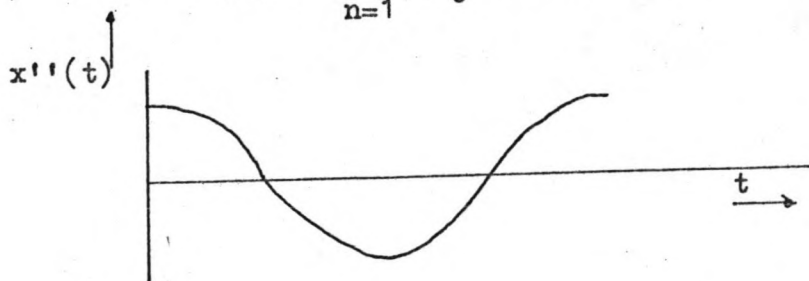
$$F''(t) = \frac{+H \rho g}{2k_0} \tanh k_0 h \cos \omega t \quad , \text{ ofwel}$$

$$F''(t) = F''_0 \cos \omega t \quad , \text{ van dezelfde vorm als vgl. (32) .}$$

en

$$F'''(t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho g c_n}{k_n} \tan k_n h \sin k_n h \sin \omega t \quad , \text{ ofwel}$$

$$F'''(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F'''_n \sin \omega t$$



$x''(t)$ is de beweging t.g.v. $F''(t)$, hetgeen de vereiste beweging van het schot is.

$x'''(t)$ is de beweging t.g.v. $F'''(t)$.

De laatste beweging moeten we door een juist ontwerp van het schot zo klein maken, dat deze verwaarloosd kan worden, omdat anders de vereiste beweging van het schot ontregeld wordt en er een fase-verschuiving zal ontstaan. Het blijkt onder bepaalde omstandigheden mogelijk $F'''(t)$ inderdaad vrijwel nul te maken, zoals aangetoond werd in bijlage II.

Hieruit volgt : $F(t) = F'' \cos \omega t$, waarin

$$F'' = \frac{H_0 g}{2k_0} \tanh k_0 h$$

II Bovendien eisten we, dat $\Omega = \omega = \sqrt{\frac{p}{m}}$, i.v.m. resonantie.

Hieruit volgt, dat $\tan \psi = c \sqrt{\frac{p}{m}} / (p - m \frac{p}{m}) = \infty$

Dus $\psi = \pi/2 + 2n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Dus $\cos(\omega t - \psi) = \sin \omega t$

Met behulp van I en II wordt vgl. (34) :

$$x = \frac{H_0 g}{2k_0} \tanh k_0 h \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{p}{\omega c} \sin \omega t, \text{ ofwel}$$

$$x = \frac{H_0 g}{2k_0} \tanh k_0 h \cdot \frac{1}{\omega c} \sin \omega t$$

Voor de beweging van het schot hadden we gesteld :

$$x = \left\{ (y) \sin \omega t, \text{ zie vgl. (2), waarbij } \left\{ (y) = e. \right. \right.$$

Als we de bewegingen van het schot gelijkstellen, volgt :

$$e \sin \omega t = \frac{H_0 g}{2k_0} \tanh k_0 h \cdot \frac{1}{\omega c} \sin \omega t$$

$$\text{waarin volgens vgl. (26) } e = \frac{H_0 \frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}{2 \cosh 2k_0 h - 2}$$

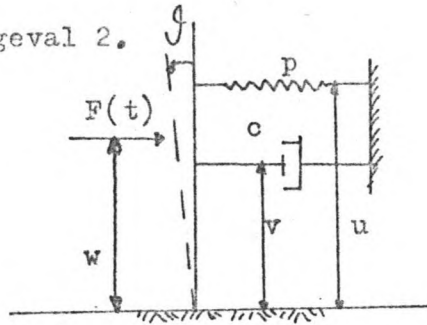
$$\text{zodat } c = \frac{g(\tanh k_0 h)(\cosh k_0 h - 1)}{k_0 \omega (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \quad (35)$$

Dimensie controle : $c = \left[\frac{\text{Nsec}}{\text{m}} \right]$

per strekkende meter : $c = \left[\frac{\text{Nsec}}{\text{m}^2} \right]$

$$\frac{\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right] \cdot 1 \cdot 1}{\left[\frac{1}{\text{m}} \right] \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] (1 + \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \left[\text{m} \right])} = \frac{\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right]}{\left[\frac{1}{\text{msec}} \right]} = \left[\frac{\text{Nsec}}{\text{m}^2} \right]$$

Nu beschouwen we geval 2.



De bewegingsvergelijking van dit systeem is :

$$\mathcal{J} I \ddot{v} + v^2 c \dot{v} + u^2 p v = w \cdot F(t) = w \cdot F_0 \cos \Omega t \quad (36)$$

Deze vergelijking is analoog aan vgl. (31), zodat de oplossing ook analoog is :

$$v = \frac{w F_0}{u^2 p} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\Omega v^2 c}{u^2 p}\right)^2}} \cos(\Omega t - \psi) \quad (37)$$

$$\text{waarbij : } \tan \psi = \frac{v^2 c \Omega}{u^2 p - \mathcal{J} I \Omega^2} \quad \text{en} \quad \omega = \sqrt{\frac{u^2 p}{\mathcal{J} I}} \quad (38) \quad (39)$$

Toepassing op het golfschot :

I Analoog aan geval I op blz. 55 en 56, kan het schot zo gekozen worden, dat als kracht alleen de golfkracht overblijft F_0'' .

Golfkracht vermenigvuldigd met arm:

$$w \cdot F_0'' = \int_0^h y p_0'' dy, \quad \text{m.b.v. vgl. (30) wordt dit :}$$

$$w \cdot F_0'' = \int_0^h \frac{1}{2} H \mathcal{J} g \frac{\cosh k_0 y}{\cosh k_0 h} \cdot y dy, \quad \text{dus}$$

$$w \cdot F_0'' = \frac{H \mathcal{J} g}{2 k_0^2 \cosh k_0 h} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)$$

II zie geval II blz. 56

$$\Omega = \omega, \quad \text{dus } \psi = \pi/2 + 2n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{dus } \cos(\omega t - \psi) = \sin \omega t$$

Met behulp van I en II wordt vgl. (37)

$$v = \frac{H \mathcal{J} g}{2 k_0^2 \cosh k_0 h} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1) \cdot \frac{1}{\omega v^2 c} \sin \omega t$$

Voor de beweging van het schot hadden we gesteld :

$$x = \left\{ \begin{array}{l} (y) \sin \omega t \\ \text{vgl. (2) met } \left\{ \begin{array}{l} (y) = \frac{e}{h} \cdot y \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Als \mathcal{J} klein is, geldt $v = \frac{e}{h} \sin \omega t$

De bewegingen van het schot moeten aan elkaar gelijk zijn, dus

$$\frac{e}{h} \sin \omega t = \frac{H \int g}{2k_0^2 \cosh k_0 h} (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1) \cdot \frac{1}{\omega v^2 c} \sin \omega t$$

waarin volgens vgl. (28) :

$$e = \frac{H \cdot h k_0 (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh k_0 h} \quad \text{zodat}$$

$$v^2 c^2 = \frac{g(k_0 h \sinh k_0 h + \cosh k_0 h + 1)(2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h - 2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh k_0 h)}{2k_0^3 \omega \cosh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \quad (40)$$

Het blijkt dus in beide gevallen mogelijk het schot zodanig te dimensioneren (p/m , c), dat het schot de op blz.27 genoemde beweging ($x = \int (y) \sin \omega t$) zal gaan maken.

Controle via

Bijlage IV (Bepaling van het vermogen. *op de resultaten.*)

We kunnen nu het rendement van de oplossingen bepalen door het vermogen dat wordt opgenomen door de demper te vergelijken met het aangevoerde vermogen.

We beschouwen geval 1.

Het vermogen is nu : $V = F \cdot \dot{x} = c(\dot{x})^2$
 $x = e \sin \omega t$
 $\dot{x} = e \omega \cos \omega t$

*tech. niet nodig
alleen als controle*

$$e = \frac{\int g(\tanh k_0 h)(\cosh k_0 h - 1)}{k_0 (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \quad \text{volgens vgl (35)}$$

$$e = \frac{H(\frac{1}{2} \sinh k_0 h \cdot 2 + k_0 h)}{2 \cosh 2k_0 h - 2} \quad \text{volgens vgl (26)}$$

dus :

$$V = \omega^2 H^2 \left(\frac{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}{2 \cosh 2k_0 h - 2} \right)^2 \cos^2 \omega t \cdot \frac{\int g \tanh k_0 h (\cosh 2k_0 h - 1)}{k_0 \omega (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}$$

$$V = \frac{H^2 \omega g \tanh k_0 h \cdot (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{2k_0 (2 \cosh 2k_0 h - 2)} \cos^2 \omega t$$

$$\bar{V} = \frac{1}{T} \int V dt$$

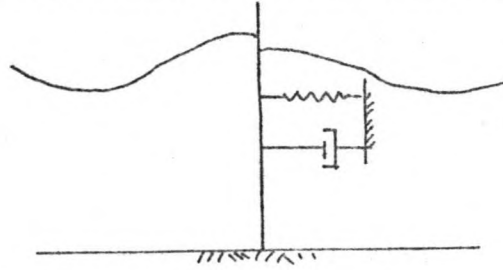
$$\bar{V} = \frac{1}{4} \omega H^2 \frac{\int g \tanh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{k_0 (2 \cosh 2k_0 h - 2)} \quad (41)$$

hetgeen (zoals te verwachten was) overeenkomt met het totale vermogen in de golf, want :

$$\begin{aligned} \bar{V} &= E \cdot c_g = 1/8 \int g H^2 \cdot \omega/k \left(\frac{1}{2} + \frac{k_0 h}{\sinh 2k_0 h} \right) \\ &= \frac{1}{4} \omega H^2 \int g/k \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right) \cdot 1/2 \sinh 2k_0 h \\ &= \frac{1}{4} \omega H^2 \int g/k \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right) \cdot 1/4 \sinh k_0 h \cosh k_0 h \\ &= \frac{1}{4} \omega H^2 \int g/k \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right) \cdot \frac{\tanh k_0 h}{4 \sinh^2 k_0 h} \\ &= \frac{1}{4} \omega H^2 \int g/k \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right) \cdot \frac{\tanh k_0 h}{2 \cosh 2k_0 h - 2} \end{aligned}$$

Hand van toezien

hetgeen hetzelfde is als vgl. (41). Het rendement is in dit geval dus theoretisch 100% (nl. randverstoringen zijn verwaarloosd) Geval 2 kan op analoge wijze behandeld worden.



De amplitude van het golfschot zal niet overeenkomen met de amplitude van de aankomende golf, zodat er reflectie zal ontstaan.

Tevens wordt er achter het schot een lopende golf opgewekt. De krachten op het schot t.g.v. randverstoringen zullen door een juist ontwerp van het schot klein zijn, waardoor ze verwaarloosd kunnen worden. (zie bijlage II)

Randvoorwaarden (1), (3) en (4), zie bijlage I, blz. 36., alleen nu ook voor $x < 0$.

$$\begin{aligned} \text{Beweging van het schot } x &= \int (y) \sin \omega t \quad (2) \\ \dot{x} &= \omega \int (y) \cos \omega t \end{aligned}$$

De waterbeweging links van het schot :

Aan (1), (3) en (4) voldoen algemeen :

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n \cos \omega t, \text{ vergelijk vgl. (15)}$$

terwijl φ_n moet voldoen aan :

$$\varphi_n = \omega/k_{np} \cosh k_{np} y \sin k_{np} x, \quad n = 0$$

$p = 1$ invallende golf
 $p = 2$ teruggekaatste golf

$$\varphi_n = \omega/k_n \cos k_n y \cdot e^{-k_n x} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

k_{op} te bepalen uit : $\omega^2 = k_{op} \tan k_{op} h$, dus : $k_{o1} = k_{o2}$ (zie vgl. 13)

k_n te bepalen uit de positieve oplossingen van :

$\omega^2 = -k_n g \tan k_n h$, terwijl we voor oplopende n steeds een volgend kwadrant moeten kiezen. (zie vgl. (14))

Om aan randvoorwaarde (2) te voldoen moet gelden ::

$$\sum_{p=1}^2 c_{op} \cosh k_{op} y + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos k_n y = \int (y) \cdot$$

Gezien de analogie met vgl. (16), volgt dat :

$$c_o = \sum_{p=1}^2 c_{op}, \text{ terwijl } c_o = 2k_o \frac{\int_0^h \int (y) \cosh k_o y dy}{\sinh k_o h \cosh k_o h + k_o h} \quad (\text{vgl. 17})$$

We stellen : c_{o1} is coëfficiënt van de aankomendegolf,
 c_{o2} is coëfficiënt van de teruggekaatste golf.
 De waarde van c_{o1} is bekend. Deze volgt uit de gegevens van
 de aankomende golf : (zie vgl.(24))

$$c_{o1} = \frac{H_i}{2 \sinh k_o h}$$

De waarde van c_{o2} is afhankelijk van de beweging van het schot.
 Naar analogie van de gedachten gang op blz.37 en38 maken we
 van de staande golven twee lopende golven, nl. een aankomende
 en een teruggekaatste golf. We krijgen tenslotte:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{links}} = & c_{o1} \frac{\omega}{k_o} \cosh k_o y \sin(\omega t + k_o x) + c_{o2} \frac{\omega}{k_o} \cosh k_o y \sin(\omega t - k_o x) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} c_{nk_n} \frac{\omega}{k_n} \cos k_n y \cdot e^{-k_n x} \cos \omega t \end{aligned} \quad (44)$$

waarin de eerste term de aankomende golf, de tweede term de
 teruggekaatste golf en de derde term de randverstoringen
 voorstelt.

De beweging rechts van het schot.

Door de beweging van het schot wordt rechts van het schot
 een golf opgewekt. De snelheidspotential voor deze golf
 moet voldoen aan rvw. (1), (2), (3) en (4), dus :

$$\phi_{\text{rechts}} = \frac{\omega}{k_o} c_{o3} \cosh k_o y \sin(\omega t - k_o x) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{nk_n} \frac{\omega}{k_n} \cos k_n y \cdot e^{+k_n x} \cos \omega t \quad (45)$$

Nu moet gelden $\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x}$, dus $c_{o1} - c_{o2} = -c_{o3}$.

We beschouwen eerst $\frac{H_i}{2 \sinh k_o h}$

$$\xi(y) = e, \quad c_{o3} = \frac{H_i}{\sinh k_o h \cosh k_o h + k_o h} = \frac{H_r}{2 \sinh k_o h} \quad (46)$$

bovendien $c_{o2} = c_{o1} + c_{o3}$, terwijl $c_{o1} = \frac{H_i}{2 \sinh k_o h}$

$$\text{dus } c_{o2} = \frac{H_i}{2 \sinh k_o h} + \frac{2 \sinh k_o h}{\sinh k_o h \cosh k_o h + k_o h} \quad (47)$$

Nu is $c_o = c_{o1} + c_{o2} = \frac{H_{\text{links}}}{2 \sinh k_o h} = \frac{H_i + H_t}{2 \sinh k_o h}$

$$\text{Dus } c_{o2} = \frac{H_t}{2 \sinh k_o h} \quad (48)$$

Zo ook met de teruggekaatste golf:

$$c_{o2} = \frac{H_i}{2 \sinh k_o h} = \frac{H_i}{4 \sinh k_o h} = \frac{H_i}{4 \sinh k_o h}$$

dus is

$$H_t = \frac{1}{2} H_i \quad (52)$$

Het blijkt dus dat voor een maximale energie absorbtie de hoogte van de doorgaande golf de helft is van de golfhoogte van de aankomende golf.

De energie die invalt op het schot, is gelijk aan de som van de teruggekaatste energie, de doorgelaten energie en de opgenomen energie:

$$E_i = E_t + E_r + E_{\text{opgenomen}}$$

dus:

$$E_{\text{opg}} = E_i - E_t - E_r$$

halve vermogens

$$E_{\text{opg}} = 1/8 \cdot \rho \cdot g \cdot H_i^2 - 1/8 \cdot \rho \cdot g \cdot H_t^2 - 1/8 \cdot \rho \cdot g \cdot H_r^2 = 1/16 \cdot \rho \cdot g \cdot H_i^2$$

Dat wil zeggen dat 50 % van de invallende energie wordt opgenomen.

Bijlage V - b

Bepaling van de krachten op het schot en de c - waarde.
(afgezien wordt van de randstoringen)

$$P = \int_0^h \int \frac{d\phi}{dt} dy$$

Invallende golf:

$$\phi_i = c_{01} \frac{\omega}{k_0} \cosh k_0 y \cdot \sin(\omega t + k_0 x)$$

$$\phi_i = \frac{\omega H_i}{2 \sinh k_0 h} \cdot \sin(\omega t + k_0 x) \cdot \frac{\cosh k_0 y}{k_0}$$

$$P_i = \int_0^h \int \left(\frac{H_i \omega^2}{2 k_0} \frac{\cosh k_0 y}{\sinh k_0 h} \cdot \cos(\omega t + k_0 x) \right) dy$$

Voor $x = 0$ wordt de vergelijking:

$$P_i = \int \frac{H_i \omega^2}{2 k_0} \cdot \frac{\cos \omega t}{\sinh k_0 h} \int_0^h \cosh k_0 y dy$$

$$P_i = \frac{H_i \omega^2}{2 k_0^2} \cdot \frac{\cos \omega t}{\sinh k_0 h} \cdot \cosh k_0 h$$

Bovendien is:

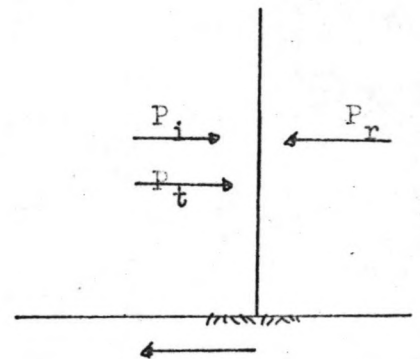
$$\omega^2 = g k_0 \tanh k_0 h \quad \text{dus:}$$

$$P_i = - \frac{\frac{1}{2} g H_i}{2 k_0} \cdot \tanh k_0 h \cdot \cos \omega t$$

Analoog aan de invallende is
de teruggekaatste golf en de
opgewekte golf:

$$P_t = - \frac{\frac{1}{2} g H_i}{4 k_0} \cdot \tanh k_0 h \cdot \cos \omega t$$

$$P_r = + \frac{\frac{1}{2} g H_i}{4 k_0} \cdot \tanh k_0 h \cdot \cos \omega t$$



De krachten bij elkaar opgeteld geeft:

$$P_{\text{tot}} = - \frac{\rho g H_i}{4 k_0} \cdot \tanh k_0 h \cdot \cos \omega t$$

dus:

$$P_{\text{tot}} = - P_0 \cos \omega t$$

Vergelijking (34) met $\Omega = \omega = \sqrt{\frac{P}{m}}$

geeft:

$$x = \frac{P_0}{\omega \cdot c} \cdot \sin \omega t$$

vergelijking (2) :

$$x = \left\{ (y) \cdot \sin \omega t \right\}, \left\{ (y) = e \right.$$

$$\text{dus } \frac{P_0}{\omega \cdot c} = e \quad \text{dus } c = \frac{P_0}{\omega \cdot e}$$

Substitueer nu vergelijking (50):

$$c = \frac{\rho g H_i \tanh k_0 h}{2 k_0} \cdot \frac{1}{\omega H_i \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right)} =$$

$$c = 2 \frac{\rho g (\tanh k_0 h) \cdot (\cosh 2k_0 h - 1)}{k_0 \omega \left(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h \right)}$$

Als we dit vergelijken met vergelijking (35) (de waarde van c indien er een één zijde van het schot water is) zien we dat de dempingsconstante in dit geval twee maal zo groot moet zijn.

We beschouwen nu het geval 2 (roterend schot)

$$(y) = \frac{e}{h} y$$

$$c_{03} = 2 k_0 \cdot \frac{e}{hk_0^2} \cdot \frac{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h} \quad (28) \quad (17)$$

Omdat $c_{02} = c_{01} + c_{03}$ en c_{01} volgt uit vgl (24) is

$$c_{02} = \frac{H_i}{2 \sinh k_0 h} - \frac{2 e}{k_0 h} \frac{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}$$

Het golfschot neemt door de demper een maximale energie op indien:

$$f(e) = H_t^2 + H_r^2 \quad \text{minimaal is, dus}$$

$$\frac{d f(e)}{de} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{d^2 f(e)}{de^2} > 0$$

$$\frac{d}{de} \left\{ \left(\frac{H_i}{2 \sinh k_0 h} + \frac{2 e}{hk_0} \frac{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h} \right)^2 + \left(\frac{2 e}{k_0 h} \frac{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{\frac{1}{2} \sinh k_0 h + k_0 h} \right)^2 \right\}$$

a b.e

dus in principe analoog aan de vergelijking van oplossing 1
dus is

$$e = - \frac{a}{2b} \quad (\text{zie vgl 49})$$

dus is:

$$e = - \frac{k_0 h}{8 \sinh k_0 h} \frac{(\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)} \cdot H_i \quad (55)$$

$$c_{03} = - \frac{2H_i}{k_0 h} \cdot \frac{(k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}{\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h}$$

$$\frac{k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{8 \sinh k_0 h (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)}$$

$$c_{03} = - \frac{H_i}{4 \sinh k_0 h} ;$$

$$c_{02} = \frac{H_i}{2 \sinh k_0 h} - \frac{H_i}{4 \sinh k_0 h} = \frac{H_i}{4 \sinh k_0 h}$$

dus $H_r = \frac{1}{2} H_i$; $H_t = \frac{1}{2} H_i$.

Dus ook in dit geval wordt 50 % van de invallende energie gewonnen.

Bepaling van de krachten op het schot en de c - waarde.

Naar analogie van pag 64

$$P_{tot} = P_i + P_t + P_r$$

$$\phi_t = \phi_r \quad P_t = P_r \quad F_{tot} = F_i = F_0 \cos \omega t$$

Dus $P_{tot} = P_i$

$$e = \frac{1}{2} \frac{k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}{8 \sinh k_0 h (k_0 h \sinh k_0 h - \cosh k_0 h + 1)} \cdot H_i \quad (\text{zie vgl 28})$$

$$x = \left\{ \begin{array}{l} (y) \sin \omega t \\ \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} (y) = \frac{y}{h} \cdot e \end{array} \right.$$

Als \mathcal{J} klein is dan $\mathcal{J}(t) = \frac{e}{h} \cdot \sin \omega t$

$$\mathcal{J}(t) = \frac{w \cdot F_0}{v^2 \cdot D} \frac{1}{(1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2)^2 + (\frac{\Omega v^2 c}{v^2 p})^2} \cdot \cos(\Omega t - \psi)$$

Dit probleem is opgelost op blz 39 met dien verstande dat e in dit geval de helft is van de e op blz 39

$v^2 \cdot c$ wordt dan:

$$v^2 c = 2 \left\{ \frac{g(k_0 h \sinh k_0 h + \cosh k_0 h + 1)(2k_0 h \cosh 2k_0 h - 2k_0 h}{2 k_0^3 \cosh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)} \right.$$

$$\left. - \frac{2 \sinh 2k_0 h + 4 \sinh k_0 h}{\phantom{2 k_0^3 \cosh k_0 h (\frac{1}{2} \sinh 2k_0 h + k_0 h)}} \right\}$$

(vergelijk vgl (40))

Symbolenlijst.

a	golfamplitude
b	lengte ruimte achter schot
c	dempingsconstante
c_g	groepssnelheid
c_n	coëfficiënt
e	uitwijking schot aan wateroppervlak
F	kracht
g	zwaartekrachtsversnelling
H	golfhoogte
h	waterdiepte
I	traagheidsmoment van het schot + - - - -
k_n	golfgetal
L	golflengte
L_o	golflengte op diep water
M	moment
m	massa van het schot + achtergrond de beweging delen
p	veerconstante
P	druk
t	tijd
u	afstand veer tot draaipunt schot
v	afstand demper tot draaipunt schot
V	vermogen
v_x	snelheid in x-richting
v_y	snelheid in y-richting
x	horizontale coördinaat; gemeten vanaf het schot tegengesteld aan de voortplantingsrichting van de inkomende golf.
\dot{x}	snelheid in de x-richting
\ddot{x}	versnelling in de x-richting
y	verticale coördinaat, gemeten vanaf de bodem naar boven

2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50

hoek van schot t.o.v. verticaal
 (y) uitwijking van het golfschot
 dichtheid van water
 snelheidspotentiaal
 snelheidspotentiaal
 faseverschil tussen schot en golfbeweging
 hoeksnelheid schot
 hoeksnelheid golf

^ amplitude
 - gemiddeld over de tijd

Literatuurlijst

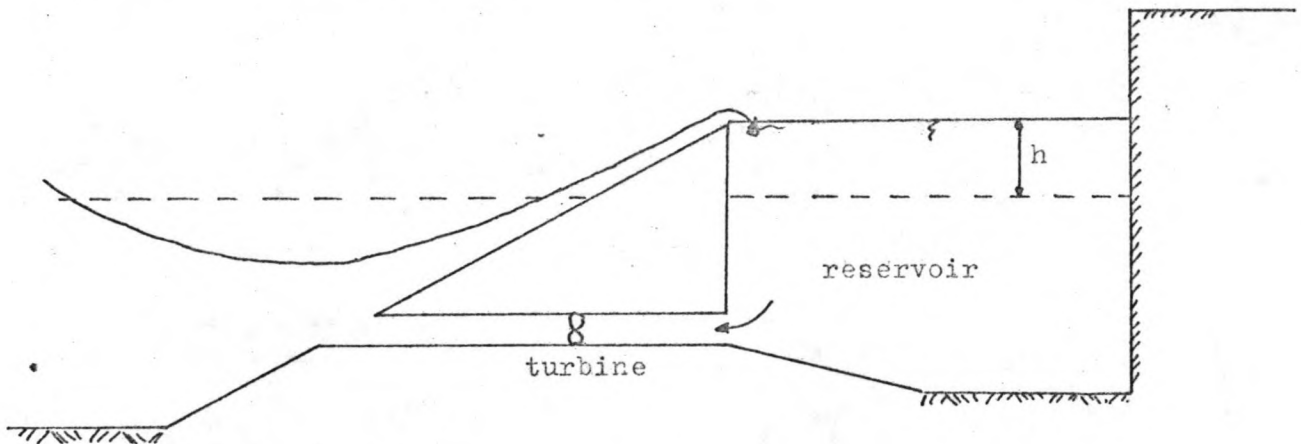
- (- 1 -) Les appareils générateurs de houles en laboratoire
par F Biesel et F Suquet in artikelen in
La Houille Blanche, mars - avril 1951
juil - aout 1951
sept - oct 1951
- (- 2 -) Collegedictaat Dynamica 1975 , T.H. Delft
b 15 door ir A.L. Bouma
- (- 3 -) Colleges Korte Golven , gegeven in 1975, T.H. Delft
b 76 door dr ir J.A. Battjes.

Hoofdstuk V

Energiewinning d.m.v. golfoverslag.

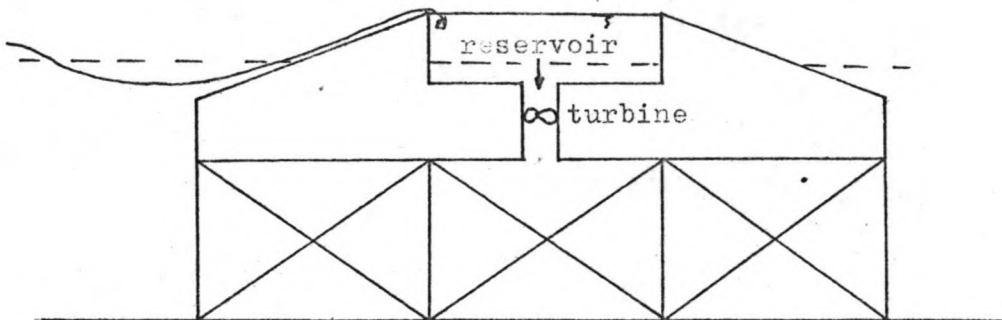
§§ 1 Inleiding. (zie ook vooronderzoek blz. 26.)

Een betrekkelijk eenvoudige wijze om energie uit korte golven te halen, is door middel van golfoverslag. Met behulp van golfoverslag kunnen we een waterstandsverschil opbouwen tussen het buitenwater en het reservoir, dat achter de helling ligt. Dit plaatshoogte verschil kan dan door een turbine in bewegingsenergie worden omgezet. Deze constructie is uit te voeren :



-1 Vast aan de wal.

Nadeel : kruinhoogte h is vast t.o.v. de wal ; echter niet t.o.v. het wateroppervlak. De h zal gaan variëren t.g.v. getijden etc. , waardoor een rendementsverlies zal kunnen optreden.



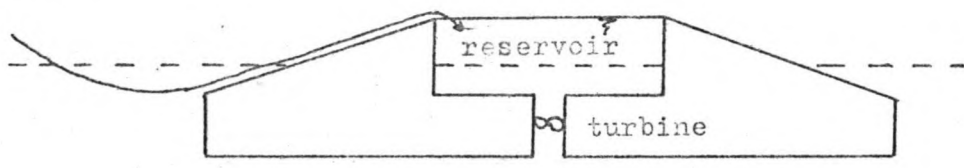
-2 Als platvorm.

Nadeel : kruinhoogte is vast t.o.v. de bodem, tenzij het bovengedeelte kan worden bewogen in verticale zin. Bovendien beïnvloedt de open ruimte onder het platform het breken van de golven.

*zou het om
caribbeense
platform?*

Voordeel : Overslag is onafhankelijk van de richting van de golven, hetgeen een ^{ke}aanmerlijke verhoging van het rendement geeft. (zie hoofdstuk III, blz.19, bijlage V.)

Bemiddeld per m' ontbrek



-3 Drijvend.

Voordeel : a) overslag onafhankelijk van de richting van de golven.

b) kruinhoogte is vast t.o.v. het stil wateroppervlak.

Nadeel : door de open ruimte onder de constructie en het bewegen van de constructie ten gevolge van de golfbeweging, zal het breken der golven beïnvloed worden.

Er zal een rendementsverlies ontstaan, dat afhankelijk is van de verhouding tussen golfhoogte, golflengte en de grootte van de constructie.

Doelstelling :

Het doel van dit hoofdstuk is het rendement te bepalen van een golfoverslagconstructie. Gezien de kennis van golfoverslag zal het onmogelijk zijn deze nauwkeurig te bepalen. Het wordt dus een oriënterend onderzoek naar de orde van grootte van het te verwachten rendement.

Gevolgdte werkwijze :

Eerst zal een overzicht gegeven worden van in de literatuur bestaande berekeningsmethoden van golfoverslag en van metingen, die gedaan zijn aan golfoverslag.

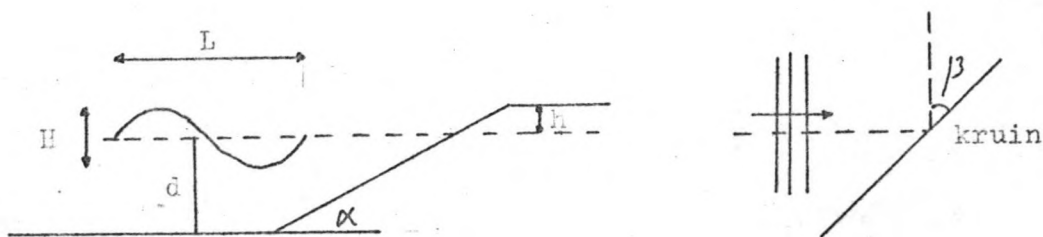
Daarna zal met behulp van die methoden de parameters, die van invloed zijn op de golfoverslag, zodanig bepaald worden, dat we een indruk krijgen van de grenzen waartussen het

maximale rendement van de oplossing zich zal bewegen.

In het volgende zal worden uitgegaan van een vaste, niet bewegende helling, m.a.w. de kruinhoogte h en de hellingshoek α zijn constant, d.w.z. zullen niet veranderen in een korte periode. (d.w.z. in de zelfde orde als de trillings tijd T van de golven.)

Getracht zal ook worden het rendement te bepalen in een concreet geval, m.b.v. de gegevens uit de Noordzee, als functie van de parameters, die een rol spelen bij gelfoverslag.

§ 2 Factoren waarvan de overslag afhankelijk is. (- 1 -)



De factoren waarvan de overslag, die bepaald is door de dimensie-loze parameter $\frac{q \cdot T}{H \cdot L}$ zijn o.a.:

a. de hellingshoek α

De overslag neemt in het algemeen toe met de hellingshoek α

b. De relatieve kruinhoogte $\frac{h}{H}$

De overslag neemt toe naarmate de kruin lager ligt.

c. De invalshoek β

De overslag neemt in het algemeen af naarmate β toeneemt.

d. De golfsteilheid $\frac{H}{gT^2}$

Op steile taluds is de overslag vrijwel onafhankelijk van de golfsteilheid.

Op flauwe taluds (flauwer dan 1 : 3) neemt de overslag af naarmate de steilheid toeneemt.

e. De verhouding $\frac{H}{d}$

De overslag is vrijwel onafhankelijk van de vooroever.

f. Het Reynoldsgetal

geen gegevens.

g. Het Webergetal

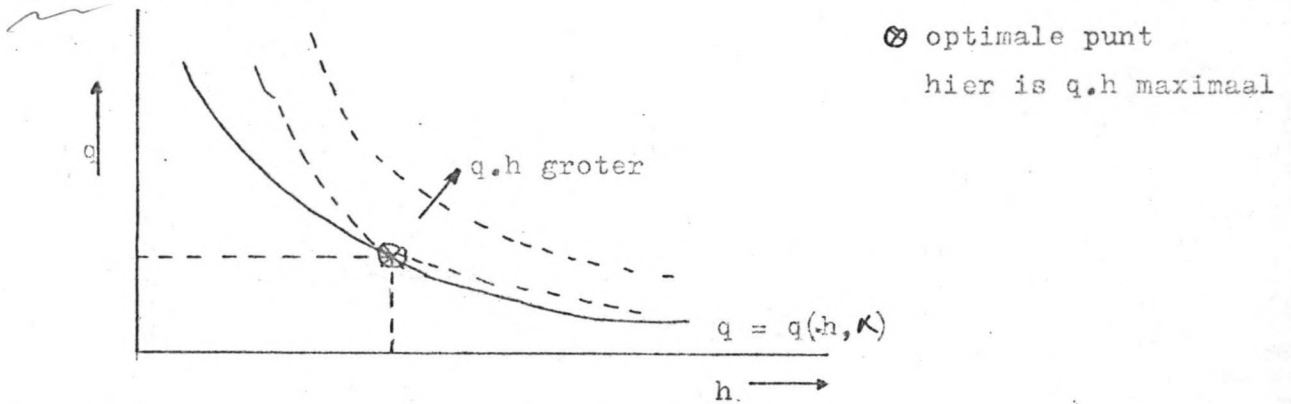
geen gegevens.

h. Vorm van het energiespectrum

geen gegevens.

Naar aanleiding van het bovenstaande zullen we in het vervolg aannemen dat de overslag alleen afhankelijk is van $\frac{h}{H}$ en α

We zullen nu een hellingshoek α en een kruinhoogte h zoeken waarbij het overgeslagen vermogen maximaal is, d.w.z. dat $\bar{q} \cdot h$ maximaal is.



Bij verschillende waarden van α kunnen we een $q - h$ kromme zoeken waaruit we het optimale punt kunnen bepalen.

Bij een bepaalde waarde van α zullen we dan het maximale vermogen krijgen.

In het volgende hoofdstuk zullen verschillende theorieën en experimentele gegevens worden gegeven, waaruit bij verschillende α 's $q - h$ krommen kunnen worden bepaald.

§§ - 3 Overzicht van bestaande theorieën en experimentele gegevens van golfoverslag.

Over golfoverslag zijn geen sluitende theorieën bekend door het vrij ingewikkelde proces van het breken en overslaan van de golven.

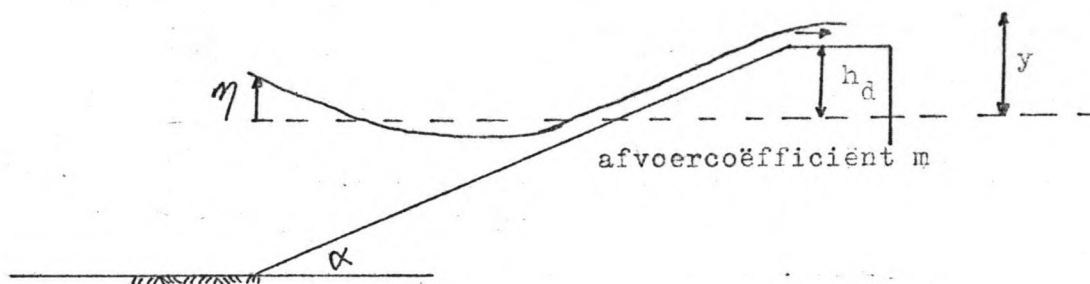
Bovendien zijn er nog weinig experimentele gegevens bekend om daarmee de theorieën te toetsen.

De gegevens die wel bekend zijn lopen vooral voor onregelmatige golven vrij ver uiteen.

A. Bestaande theorieën zijn o.a.:

1. Voor regelmatige golven van Kikkawa c.s. (1968).

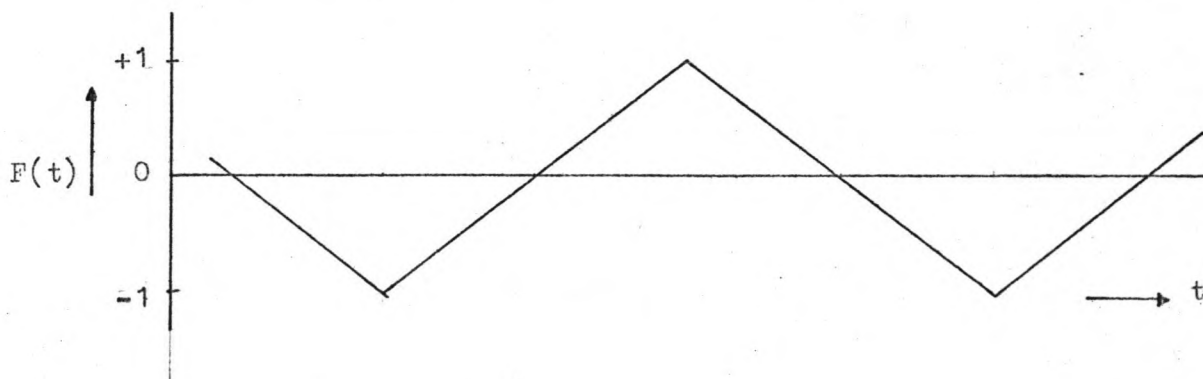
De golfoverslag wordt gezien als zijnde een quasi-permanente stroming over een overlaat.



$$q = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \sqrt{2g} (y - h_d)^{\frac{3}{2}}$$

$$y(t) = K \cdot H \cdot F(t) \quad \text{waarin } K = K(\alpha, \frac{H}{L}, \text{ etc})$$

Om een analytische oplossing te verkrijgen wordt η gegeven door $\hat{H} \cdot F(t)$ waarbij $F(t)$ een knikfunctie wordt zoals aangegeven in onderstaande tekening.



Verkregen wordt dan:

$$\frac{\bar{q}}{\sqrt{2gH^3}} = \frac{2}{15} m K^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{h_d}{K.H}\right)^{\frac{5}{2}}$$

Hierin moet K nog door middel van metingen bepaald worden.

Het nadeel van deze methode is:

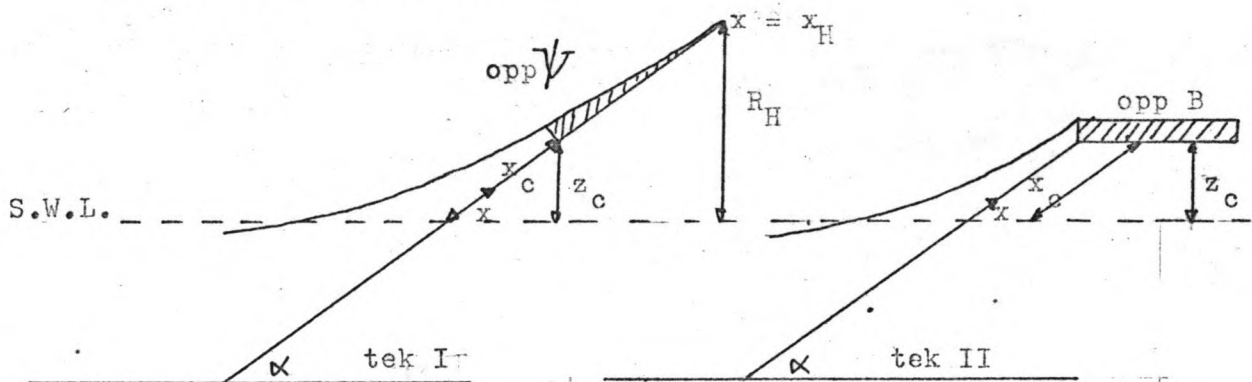
- de theorie geldt alleen voor regelmatige golven.
- door de aanzienlijke vereenvoudigingen zal deze theorie eerst terdege getoetst moeten worden aan uitgebreide experimentele waarnemingen.

2. Voor golfoverslag van onregelmatige golven over verticale muren is een onderzoek gedaan door Tsuruta en Goda (1968). Gezien het feit dat in deze studie niet wordt uitgegaan van verticale wanden laten we deze theorie verder buiten beschouwing.

3. Zowel voor regelmatige golven als voor onregelmatige golven is een theorie ontwikkeld door Battjes.

Regelmatige golven.

Battjes maakt gebruik van een hypothetische relatie tussen golfoploop en golfoverslag.



Zijn hypothese is dat het gearceerde oppervlak ψ , $\psi(x,t)$ gedefinieerd als het momentane volume water op een helling boven een punt op een afstand x van het S.W.L., in tekening I gelijk is

aan het gearceerde oppervlak B in tekening II, dus

$$B(x_c) = \psi_m(x_c) \quad (1)$$

waarbij $B(x_c)$ de hoeveelheid water voorstelt, die overslaat gedurende een golfperiode als de kruinhoogte ligt op $x = x_c$.

Naar de formule van Hunt

$$R_H = \sqrt{HL_0} \cdot \tan \alpha \quad (2)$$

wordt de volgende parameter gedefinieerd:

$$x_H = \frac{R_H}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{HL_0}}{\cos \alpha} \quad (3)$$

en bovendien

$$\eta = \frac{x}{x_H} \quad (4)$$

Experimenteel is gevonden dat $\frac{\psi_m}{HL_0}$ evenredig is met $\sqrt{\tan \alpha}$ bij een constante waarde van η .

Het dimensieloze volume ψ_m gedefinieerd door:

$$\psi_m = \frac{\psi_m}{HL_0 \sqrt{\tan \alpha}} \quad (5)$$

is dan bij benadering alleen een functie van η .

De hoeveelheid water die overslaat wordt als volgt dimensieloos gemaakt:

$$b = \frac{B}{HL_0 \sqrt{\tan \alpha}} \quad (6)$$

waarna volgens de hypothese van Battjes gesteld kan worden:

$$b(\eta_c) = \psi_m(\eta_c) \quad (7)$$

$$\text{en } \eta_c = \frac{x_c}{x_H} \quad (8)$$

Uit bovenstaande hypothese volgt in ieder geval dat

$$b = f(\eta_c) \quad (9)$$

Voor deze betrekking stelt Battjes uitgaande van experimentele gegevens (bij een helling 1 : 3 en 1 : 6, waarop de golven dus breken) dat:

$$\begin{aligned} b &= A(1 - \eta_c)^2 & \eta_c &\leq 1 \\ b &= 0 & \eta_c &\geq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

waarbij A in de orde van 0,1 is.

Van deze formule wordt gebruik gemaakt bij de stochastische benadering van golfoverslag bij onregelmatige golven..

Onregelmatige golven.

In onderstaande wordt de overslag van iedere golf als een afzonderlijke individuele gebeurtenis beschouwd.

Op elke afzonderlijke gebeurtenis (overslag van een golf) kunnen we de theorie van de regelmatige golfoverslag toepassen.

Met behulp van (2), (6), en (8) volgt uit (10) :

$$B = 0,1 \cot^2 (R_H - z_c)^2 \quad R_H \gg z_c$$

$$B = 0 \quad R_H \leq z_c$$

Na invoering van de stochastische variabelen \underline{B} en \underline{R}_H , waarbij \underline{B} is gedefinieerd als een zekere hoeveelheid water, die overslaat per m' iedere keer als er een ~~golfoverslag~~ plaatsvindt en \underline{R}_H is gedefinieerd als een zekere hoogte, die het water oploopt ieder keer als er een golfoploop plaatsvindt, terwijl bovendien wordt aangenomen, dat de verdeling van \underline{B} gevonden kan worden door aan iedere golfoverslag van de onregelmatige golf een golfoverslag toe te kennen als ware het een regelmatige golf, volgt :

$$\underline{B} = 0,1 \cot^2 (\underline{R}_H - z_c)^2 \quad \underline{R}_H \gg z_c \quad (11)$$

$$\underline{B} = 0 \quad \underline{R}_H \leq z_c$$

Kies nu de volgende dimensieloze parameters :

$$\beta = \frac{\underline{B}}{0,1 \cdot \bar{H} \cdot \bar{L}_0 \sqrt{\tan \alpha}} \quad (12)$$

$$\underline{r} = \frac{\underline{R}_H}{\sqrt{\bar{H} \cdot \bar{L}_0} \tan \alpha} \quad (13)$$

$$\zeta_c = \frac{z_c}{\sqrt{\bar{H} \cdot \bar{L}_0} \tan \alpha} \quad (14)$$

dan :

$$\beta = (\underline{r} - \zeta_c)^2 \quad \underline{r} \gg \zeta_c \quad (15)$$

$$\beta = 0 \quad \underline{r} \leq \zeta_c$$

We kunnen nu de dimensieloze parameters van het golfoverslag proces uitdrukken in de dimensieloze parameters van het golfoploop proces en de daarbij behorende kansdichtheidsverdelingen :

$$\Pr \left[\underline{\beta} \leq \beta \right] = \Pr \left[\underline{r} \leq \int_0^{\beta} c + \sqrt{\beta} \right] \quad \begin{array}{l} \beta \geq 0 \\ \beta \leq 0 \end{array} \quad (16)$$

$$\text{Nu is : } E \left[\underline{\beta} \right] = \int_0^{\infty} \beta \, dF(\beta) \quad (17)$$

$$\text{Uit (15) en (17) : } E \left[\underline{\beta} \right] = \int_0^{\infty} (r - \int_0^r c)^2 \, dF(r) \quad (18)$$

$$\text{of : } E \left[\underline{\beta} \right] = M_2 \left(\int_0^{\infty} c \right) - 2 \int_0^{\infty} c M_1 \left(\int_0^c \right) + \int_0^{\infty} c^2 M_0 \left(\int_0^c \right)$$

$$\text{Waarbij : } M_n \left(\int_0^c \right) = \int_0^c r^n \, dF(r),$$

en $F(r)$ de verdelingsfunctie van de golf ophoop op een helling is. (zie (-3-) hfdst. 7)

De algemene uitdrukking van $F(r)$ is gebaseerd op een aangenomen twee-dimensionale Rayleigh-verdeling van \underline{H} en \underline{L}_0 , die gekenmerkt is door een coëfficiënt κ , waarbij $0 \leq \kappa \leq 1$.

$\kappa = 0$ wil zeggen : geen correlatie tussen \underline{H} en \underline{L}_0 .

$\kappa = 1$ wil zeggen : 100 % correlatie tussen \underline{H} en \underline{L}_0 .

Voor verschillende κ ($\kappa=0, \kappa=0,5, \kappa=1$) is nu het verband berekend tussen $E \left[\underline{\beta} \right]$ en $\int_0^{\infty} c$ (zie tek. II, blz. 83).

Tevens is onder aanname, dat $\int_0^{\infty} c$ niet klein is (d.w.z. niet in de omgeving van nul), een analytische oplossing gegeven, waarbij de uitdrukking voor $\kappa=0$ is :

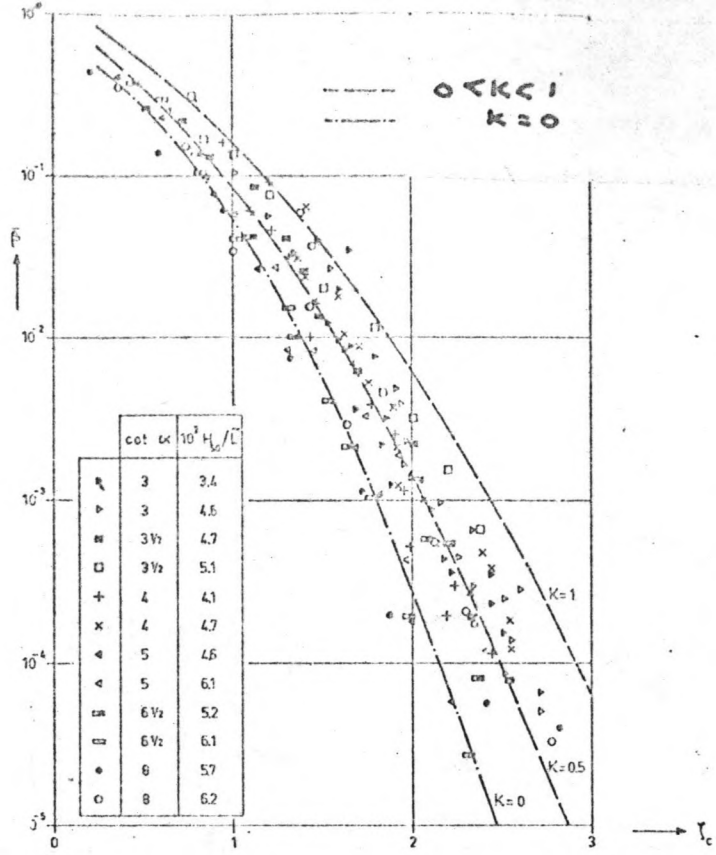
$$E \left[\underline{\beta} \right] = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} c \right) \quad (21)$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} \, du \quad (22)$$

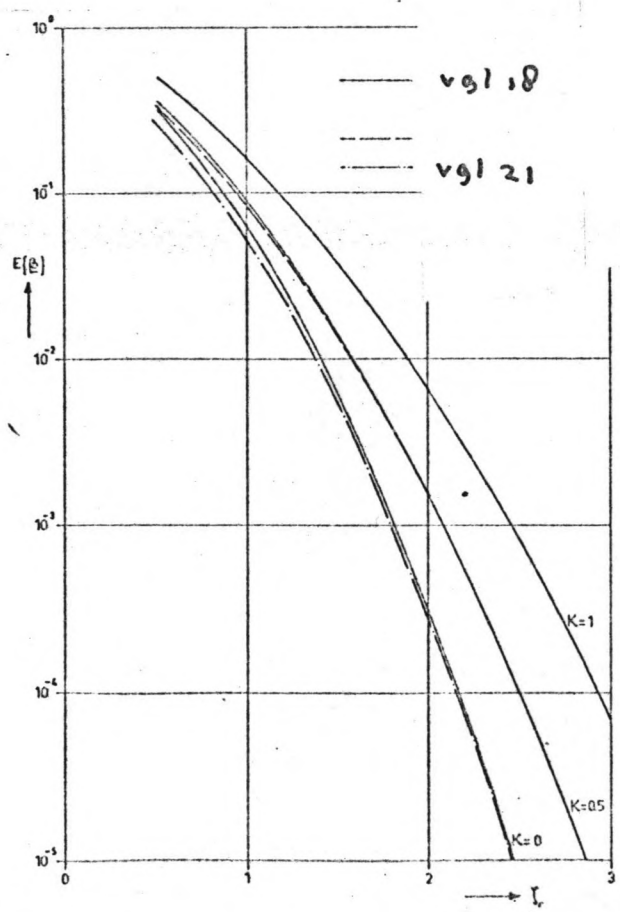
Uit tekening I op blz. 83 blijkt, dat $\kappa=0$ een ondergrens en $\kappa=1$ een bovengrens is voor de golfoverslag voor $\cot \alpha \gg 3$.

B. Experimentele gegevens.

Voor een overzicht van de experimentele gegevens zie blz. 84



Tekening I



Tekening II

METINGEN VAN OYERSLAG OVER DIJKEN MET VLAKKE, GLADDE TALUDS						
AUTEUR (S) :	JAAR	AARD VAN DE GOLVEN		HELLING VOOROEVER	HELLING TALUD (α of $\tan \alpha$)	INVALS- HOEK β_0
		REGL- MATIG	ONREGLMATIG, OPGEWEKT DOOR :			
Saville en Caldwell	1953	X		1 : 10	90°	0°
Saville	1955	X		1 : 10	90° 1 : 1,5 1 : 3 1 : 6	0°
Sibul	1955	X		hor.	1 : 2 1 : 3	0°
Sibul + Tickner ; bevat ook gegevens van: W.E.S. Vicksburg	1956		Wind	1 : 10	1 : 3 1 : 6	0°
		X		1 : 10	1 : 3 1 : 6	0°
W.L.-Delft M-544 Paape	1959 1960		Wind	hor.	1 : 2 1 : 3 1 : 3,5 1 : 4 1 : 5 1 : 6,5 1 : 6	0°
		X		hor.	1 : 5	0°
Ishihara c.s.	1960	X		1 : 10	90° 90° 60° 40° 30° 20°	45° 0°
Iwagaki c.s.	1966	X	Regelmatige golf + wind	1 : 15	90°	0°
Tominaga c.s.	1966	X		1 : 30	1 : 1	0°
Shiraishi c.s.	1968	X		1 : 10	90°	0°
Tsuruta en Goda	1968	X	Golfschot (10 frekwenties)	1 : 20	90°	0°
Kikkawa c.s.	1968				90°	
		X		hor.		0°
Shi-igai en Kono	1970				30°	

§§4 De hellingshoek van het talud (-1-).

De golfoverslag over een helling zal maximaal zijn, indien de golf juist niet meer breekt.

Dit is wel aannemelijk, omdat bij het breken van de golf veel energie verloren gaat in het brekingsproces. Wanneer de golf niet breekt, wordt de energie teruggekaatst of gebruikt voor het overslagproces.

Dit blijkt ook uit de metingen van Paape (-2-).

Zijn meetpunten vallen in een brede bundel, behalve de meetpunten met een hellingshoek 1 : 2, die een afwijkend gedrag hebben. (zie pag. 86).

Dit is wellicht te verklaren door het feit, dat in dat geval de meeste golven net niet breken. De golfoverslag blijkt hier duidelijk groter te zijn.

We zullen nu voor de Noordzee met concrete gegevens m.b.v. het brekingscriterium van Miche :

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{kr} = \frac{\sin^2 \alpha}{\pi} \sqrt{\frac{2 \alpha}{\pi}}$$

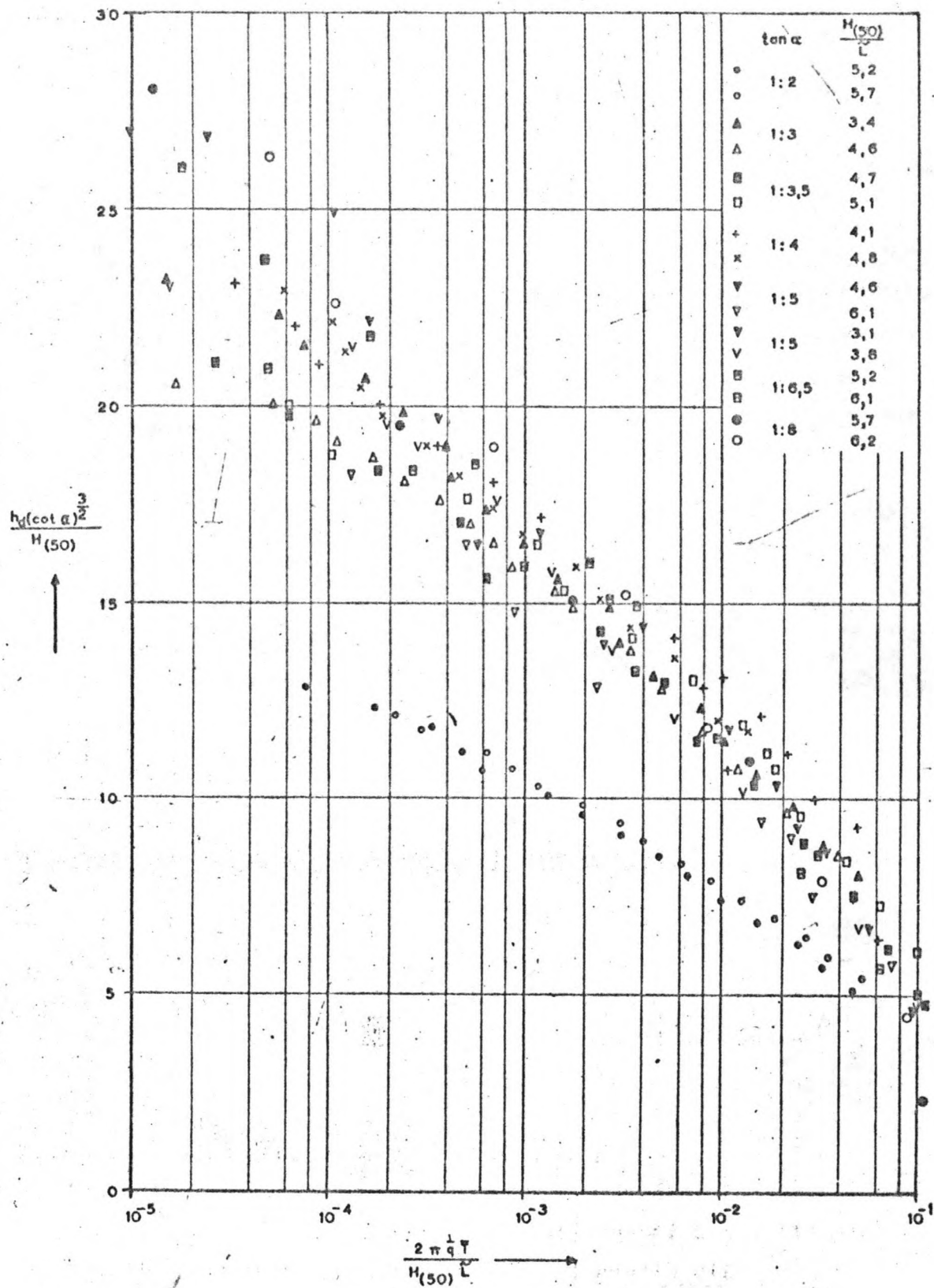
de hellingshoek van het talud bepalen, waarbij de meeste golven net niet meer zullen breken.

H_{50}	T	L_0	H_{50}/L_0	$\tan \alpha$
0,25	4	25	$1,00 \cdot 10^{-2}$	0,28
0,50	4,3	29	$1,73 \cdot 10^{-2}$	0,33
0,75	4,7	33	$2,20 \cdot 10^{-2}$	0,40
1,00	5	38	$2,60 \cdot 10^{-2}$	0,44
1,25	5,5	46	$2,60 \cdot 10^{-2}$	0,44
1,50	6	56	$2,60 \cdot 10^{-2}$	0,44
1,75	6,5	66	$2,65 \cdot 10^{-2}$	0,44
2,00	7	76	$2,65 \cdot 10^{-2}$	0,44

Kolom 1 en 2 volgen uit de gegevens uit Golfinventarisatie Noordze (zie hfdst. III).

Kolom 5 volgt uit het brekingscriterium van Miche.

Zoals uit hoofdstuk III, pag. 18 blijkt, kunnen we de energie uit golven met een $H_s < 1,25$ m d.w.z. een $H_{50} < 0,75$ m, verwaarlozen t.o.v. de energie uit golven met een $H_s > 1,25$ m.



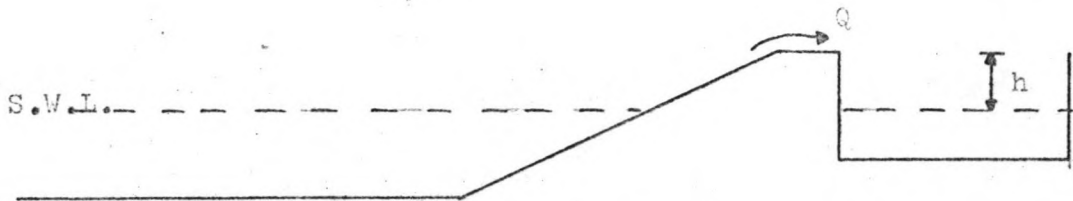
1.4.1957

Daarom kiezen we een helling met hellingshoek $\tan \alpha = 0,44$.
Uit pag.84 blijkt dan, dat alleen de metingen van Paape
(helling 1 : 2, onregelmatige golven) in aanmerking komen.

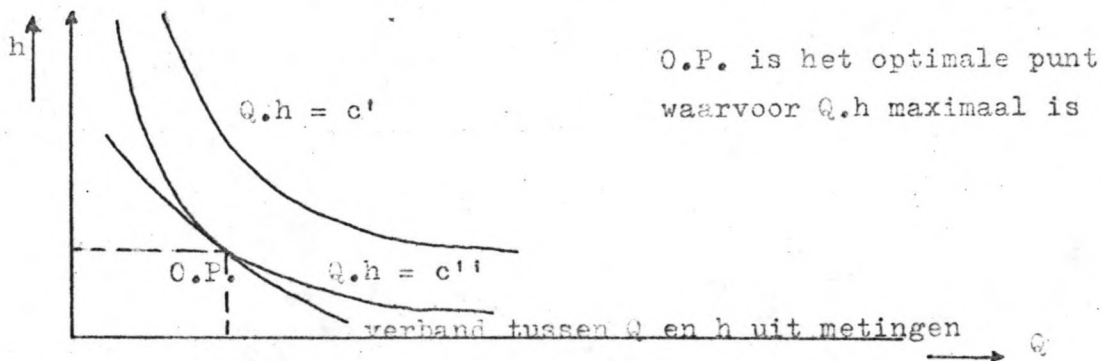
§ 5 Extrapolatie van de metingen van Paape.

Het vermogen, dat ten gevolge van golfoverslag uit het reservoir geleverd kan worden, wordt gegeven door :

$$V = \int g \cdot h \cdot Q$$



Dit product is maximaal, indien het product $Q \cdot h$ maximaal is.



We zullen nu uit de metingen van Paape het optimale punt bepalen bij variatie van de kruinhoogte h .

De parameters, die Paape gebruikt (pag. 86) zijn :

$$F = \frac{h \cdot (\cot \alpha)^{3/2}}{H_{50}}$$

en

$$Q' = \frac{2 \cdot \pi \cdot q \cdot T}{H_{50} \cdot L}$$

Indien nu $F \cdot Q'$ maximaal is, is ook $Q \cdot h$ maximaal, daar de andere parameters (α , H_{50} , T , L) bepaald zijn.

F	Q'	F.Q'
7	$1,25 \cdot 10^{-2}$	0,087
6	$3,00 \cdot 10^{-2}$	0,18
5	$7,00 \cdot 10^{-2}$	0,35
4	??	??

Duidelijk is, dat het door ons verlangde maximum buiten de metingen van Paape valt.

Met behulp van de theorie van Battjes zullen we nu proberen de de metingen van Paape te extrapoleren.

Op pagina 90 zijn de metingen van Paape geplot, evenals de vergelijkingen voor golfoverslag, zoals afgeleid door Battjes ¹⁾ De metingen komen vrij sterk overeen met de lijn waarbij $\kappa = 0$ en waarbij geen aannamen zijn gedaan wat betreft het klein zijn van \int_c . (vgl. 18). Het lijkt aannemelijk deze vergelijking 18 te gebruiken om de metingen van Paape te extrapoleren. Het gebied tussen de lijn van vgl. 18, $\kappa = 1$ en $\kappa = 0$ kan worden gezien als een betrouwbaarheidsinterval.

De metingen van Paape hebben namelijk als nadeel, dat de golf-overslag bepaald is m.b.v. golven, die een afwijkende golf-hoogteverdeling hebben t.a.v. wat normaal in de natuur voorkomt. Dit kan de reden zijn, waarom ze zo dicht bij de lijn voor $\kappa = 0$ liggen. Deze lijn is te beschouwen als een onder-grens en zal dan ook waarschijnlijk het laagste rendement geven.

¹⁾ N.B. Paape heeft wel andere parameters gebruikt dan

Battjes, nl.: $F = \frac{h \cot \alpha^{3/2}}{H_{50}}$,terwijl Battjes

$$\int_c = \frac{h}{\sqrt{HL_0} \tan \alpha} \quad \text{gebruikt.}$$

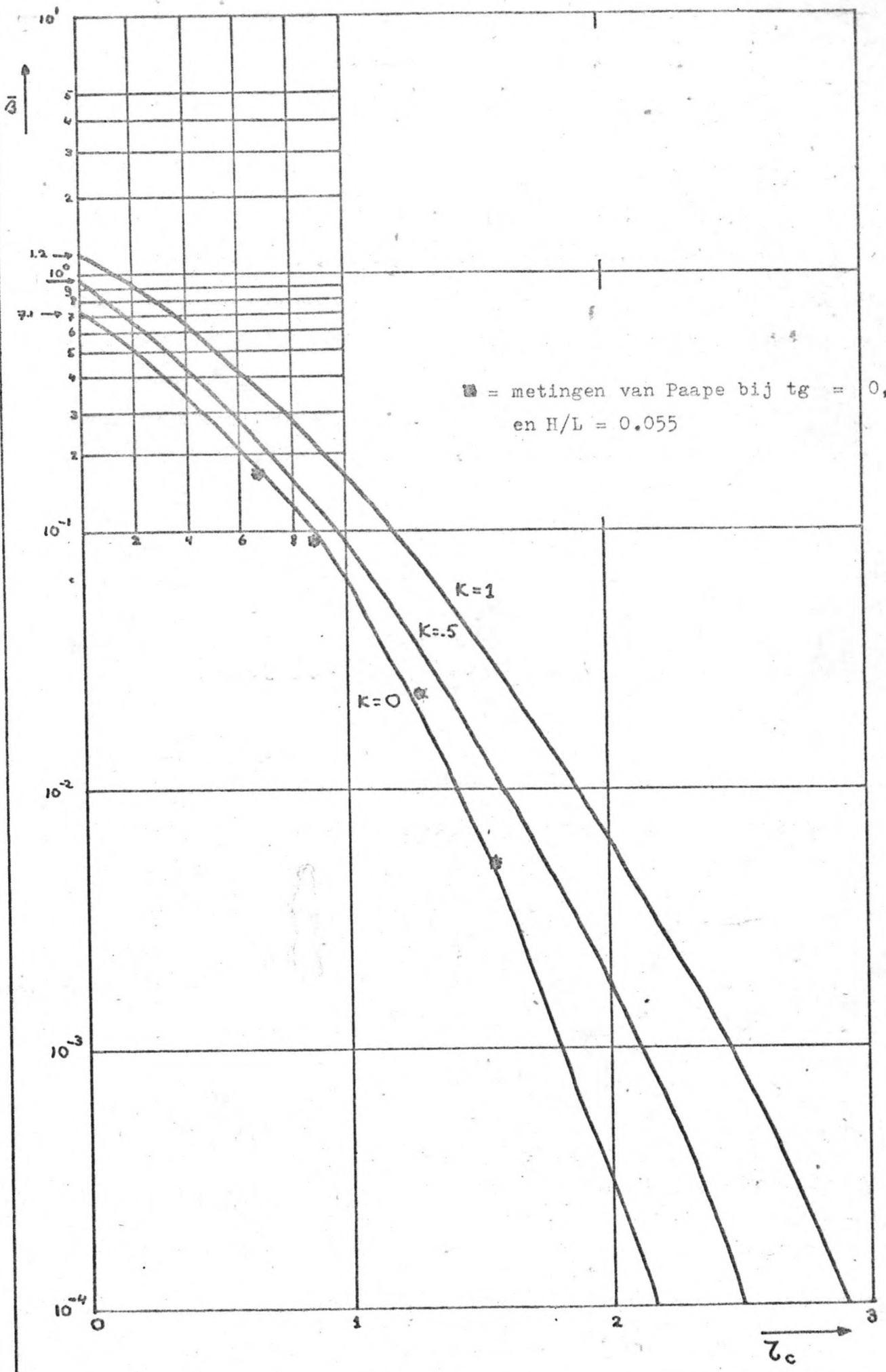
Nu geldt : $F = \int_c \sqrt{\frac{L_0}{H}} \frac{1}{\sqrt{\tan \alpha}}$

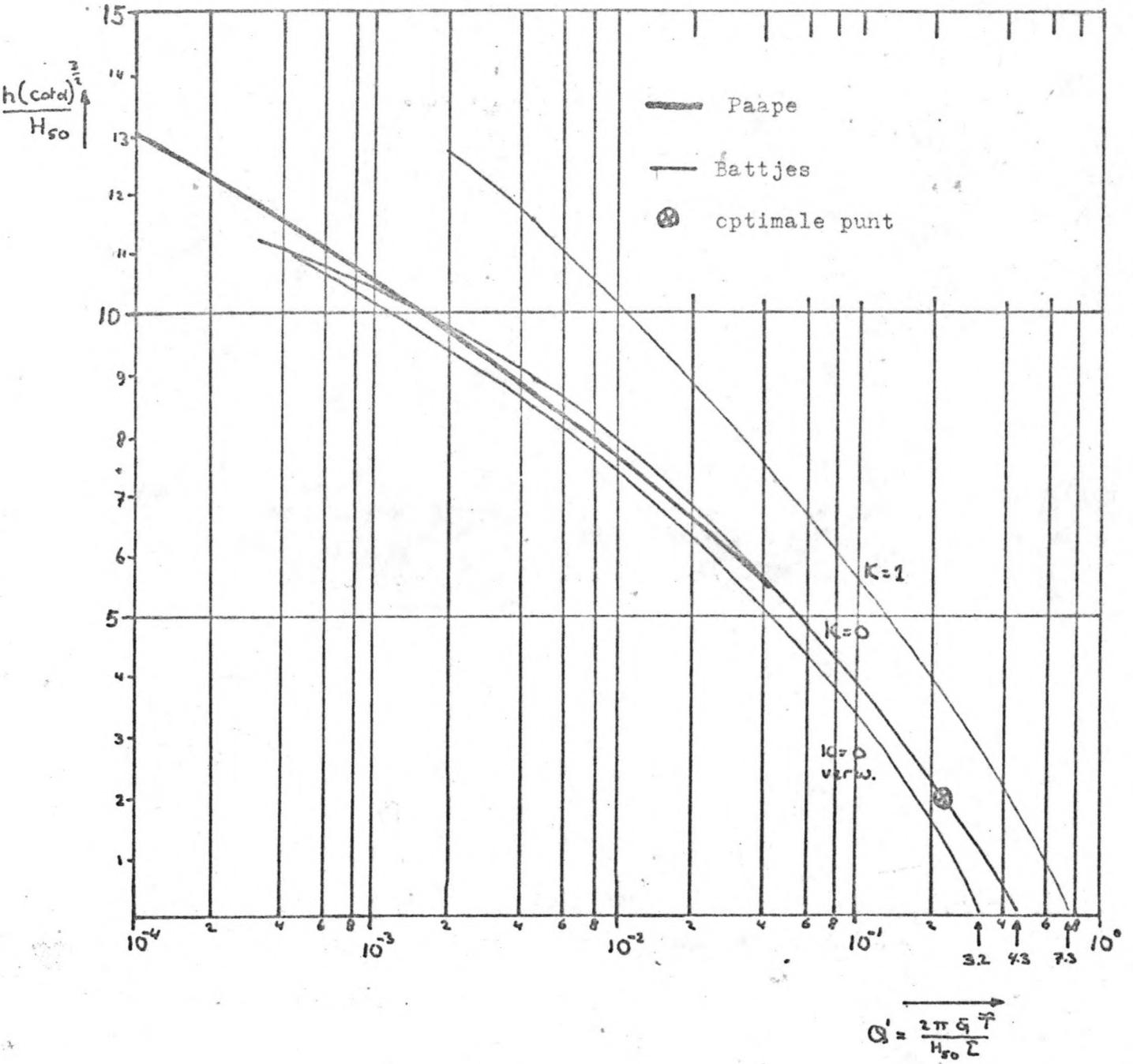
Bovendien gebruikt Paape :

$$Q' = \frac{2 \pi \bar{q} T}{H_{50} L} \quad \text{,terwijl Battjes}$$

$$\beta = \frac{B}{0,1 HL_0 \sqrt{\tan \alpha}} \quad \text{gebruikt.}$$

Nu geldt : $Q' = \beta \cdot 0,1 \sqrt{\tan \alpha} \cdot 2 \pi$



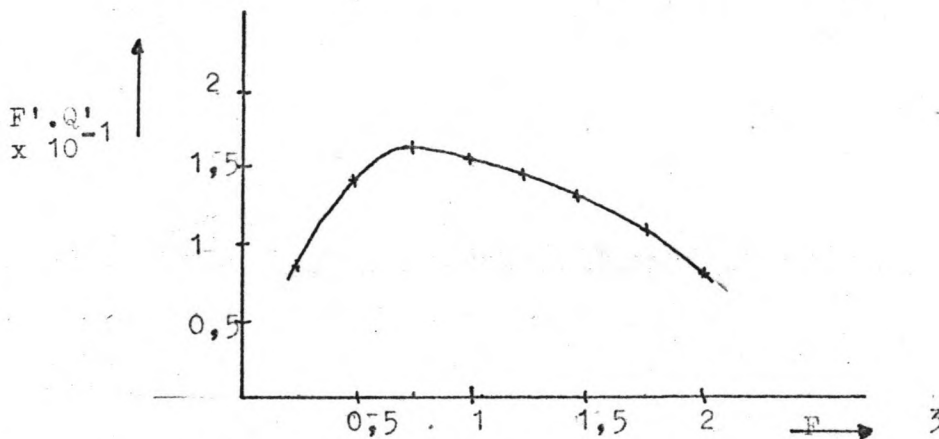


§ 6 Bepaling rendement van de golfoverslag.

De vergelijking van Battjes (vgl. ²¹²18) is voor $\kappa = 0$ en $\kappa = 1$ uitgezet op pagina 93.

We gaan nu het optimale punt bepalen van de functie $f \equiv \int g Q h$, dus van de functie $f = F' \cdot Q'$, uitgaande van vgl. 18 voor $\kappa = 0$.

F'	Q'	$F' \cdot Q'$
0,25	$3,50 \cdot 10^{-1}$	$0,875 \cdot 10^{-1}$
0,50	$2,80 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$
0,75	$2,15 \cdot 10^{-1}$	$1,62 \cdot 10^{-1}$
1,00	$1,52 \cdot 10^{-1}$	$1,52 \cdot 10^{-1}$
1,25	$1,20 \cdot 10^{-1}$	$1,50 \cdot 10^{-1}$
1,50	$0,86 \cdot 10^{-1}$	$1,29 \cdot 10^{-1}$
1,75	$0,62 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-1}$
2,00	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,76 \cdot 10^{-1}$
2,25	$0,20 \cdot 10^{-1}$	$0,45 \cdot 10^{-1}$
0,80	$1,90 \cdot 10^{-1}$	$1,53 \cdot 10^{-1}$
0,70	$2,25 \cdot 10^{-1}$	$1,58 \cdot 10^{-1}$



We vinden een maximum bij $F' = 0,75$, dus $\frac{h}{H_{50}} = 0,75 = c_1$

terwijl $Q' = 2,15 \cdot 10^{-1}$, dus $\frac{2\pi \bar{q} T}{H_{50} L} = 0,215 = c_2$.

Het maximaal gewonnen vermogen is dus :

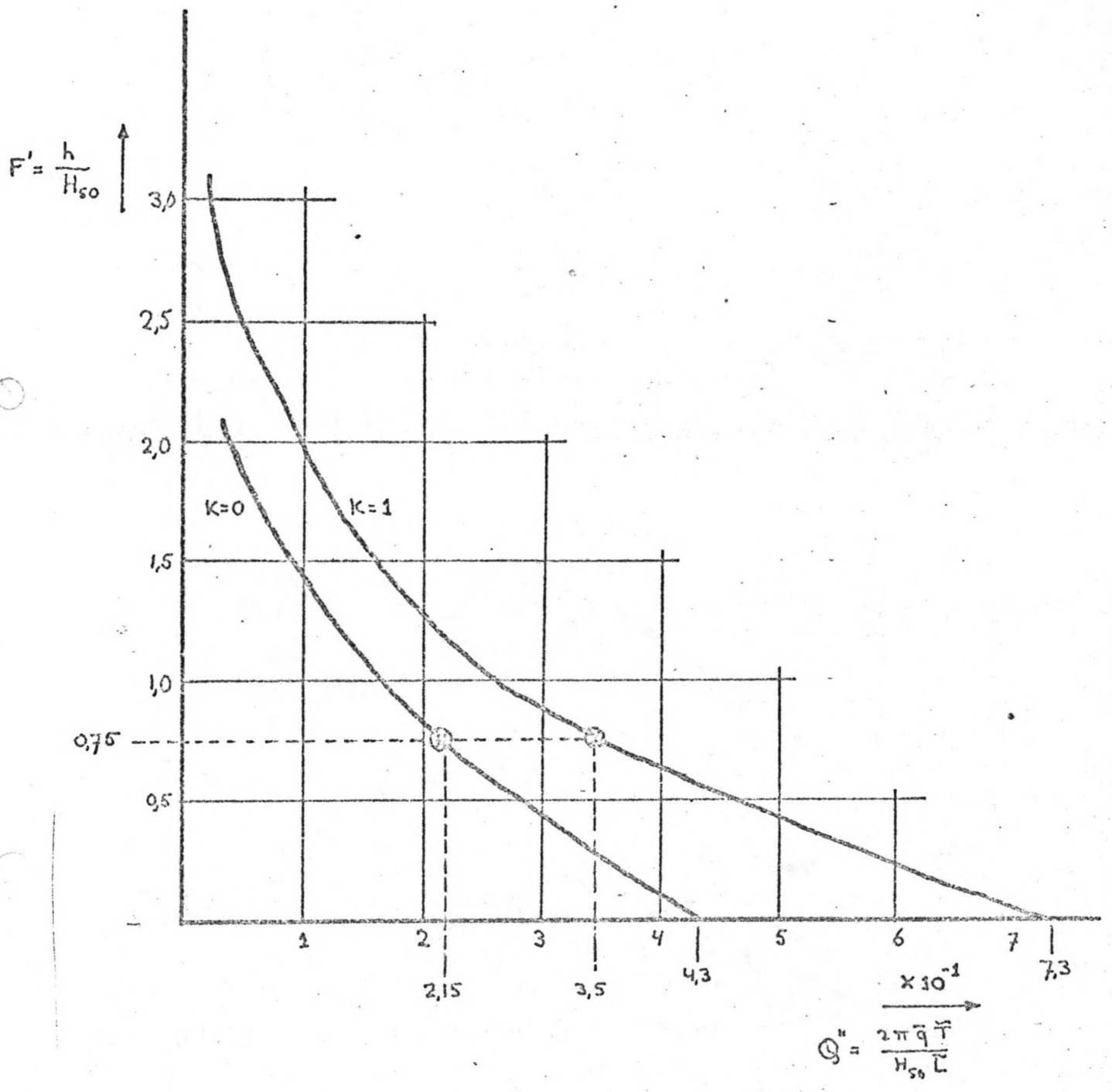
$$V_g = \int g c_1 H_{50} c_2 \frac{H_{50} L}{2\pi T}$$

Het maximaal te winnen vermogen is :

$$V = 1/8 \cdot \int g c_3 H_{50}^2 \cdot c \cdot n$$

waarbij $c_3 = \frac{H_{rms}^2}{H_{50}^2} = \left(\frac{1}{0,85}\right)^2 = 1,37$, volgens de

Rayleigh verdeling.



Bovendien geldt : $c = \frac{L}{T}$, terwijl in ons geval $n = \frac{1}{2}$.
 Dus volgt voor het rendement :

$$\eta = \frac{V_g}{V} = \frac{8 \cdot c_1 \cdot c_2}{2 \cdot \pi \cdot c_3 \cdot n} = \frac{8 \cdot 0,75 \cdot 0,215}{2 \cdot \pi \cdot 1,37 \cdot 0,5} \approx 0,30.$$

Dit rendement kan bereikt worden, indien de drempel hoogte steeds wordt aangepast aan het golfveld. (dus steeds $\frac{h}{H_{50}} = 0,75$) .

§§7 Toepassing op golven in de Noordzee.

Omdat een beweegbare drempel moeilijk uitvoerbaar is, zullen we nu de optimale drempelhoogte bepalen m.b.v. de gegevens op blz. 96. (Verkregen uit grafiek in bijlage I, in hfdst. III m.b.v. de omrekeningsfactor $\frac{H_{50}}{H_s} = 0,59$.)

Met behulp van deze optimale drempelhoogte valt de hoeveelheid energie te berekenen, die jaarlijks uit de Noordzee verkregen kan worden m.b.v. deze oplossing.

We zullen voor verschillende drempelhoogten de hoeveelheid energie berekenen m.b.v. de volgende formule :

$V = \rho \cdot g \cdot \bar{q} \cdot h \cdot f$, waarin f de frequentie van voorkomen van een bepaalde H_{50} is. (d.w.z. H_{50} met een interval van 25 cm)

Hieruit volgt : $V = F' \cdot Q' \cdot c'$,

waarin $F' = \frac{h}{H_{50}}$,

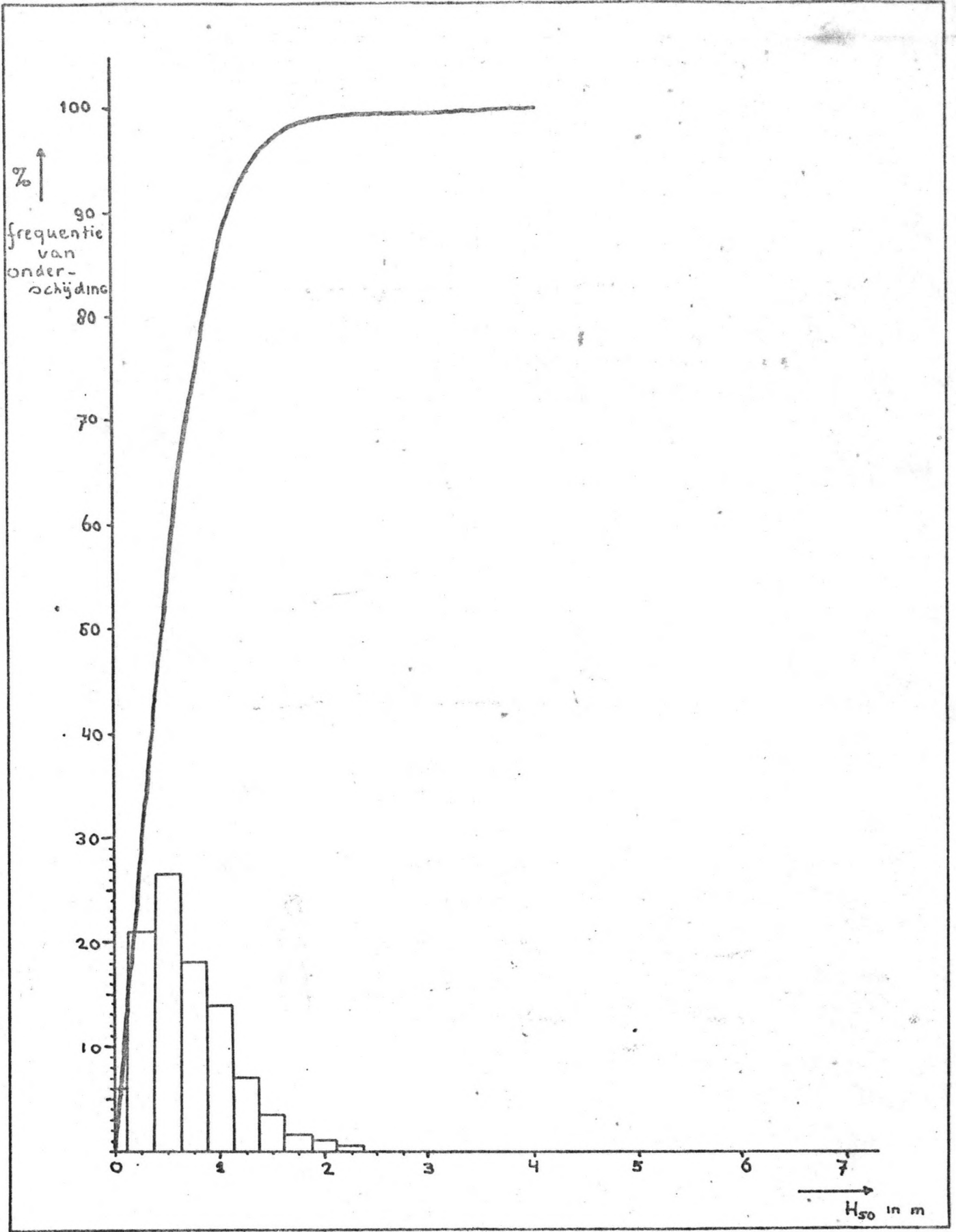
en $Q' = \frac{2 \pi \bar{q} T}{H_{50} L}$,

en dus $c' = \frac{\rho g H^2 L}{2 \pi T} \cdot f$

Bij elke H_{50} is nu de c' te berekenen :

H_{50}	L	T	f	c'
0,25	25	4	$21 \cdot 10^{-2}$	$0,013 \cdot 10^4$
0,50	29	4,3	$26,5 \cdot 10^{-2}$	$0,076 \cdot 10^4$
0,75	33	4,7	$18 \cdot 10^{-2}$	$0,113 \cdot 10^4$
1,00	38	5	$14 \cdot 10^{-2}$	$0,171 \cdot 10^4$
1,25	46	5,5	$7 \cdot 10^{-2}$	$0,146 \cdot 10^4$
1,50	56	6	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$0,117 \cdot 10^4$
1,75	66	6,5	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$0,074 \cdot 10^4$
2,00	76	7	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$0,104 \cdot 10^4$
m	m	sec	---	$\frac{Nm}{sec} / m'$

We gaan nu voor drempelhoogten, die variëren van 0,25 m tot 1,50 m, de hoeveelheid energie bepalen.



$$h = 0,25 \text{ m} , \text{ dus } F' = \frac{0,25}{H_{50}} , \text{ voer } Q' \text{ zie blz. 93}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^4$	$v \cdot 10^4$
0,25	1	0,15	0,013	0,0020
0,50	0,5	0,28	0,076	0,0106
0,75	0,33	0,33	0,113	0,0123
1,00	0,25	0,35	0,172	0,0150
1,25	0,20	0,36	0,146	0,0105
1,50	0,17	0,37	0,117	0,0074
1,75	0,14	0,38	0,074	0,0039
2,00	0,12	0,38	0,104	0,0049
				+
				0,0666 = 0,7 kW/m'

$$h = 0,50 \text{ m} , \text{ dus } F' = \frac{0,50}{H_{50}}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^4$	$v \cdot 10^4$
0,25	2	0,04	0,013	0,0010
0,50	1	0,15	0,076	0,0114
0,75	0,66	0,25	0,113	0,0186
1,00	0,5	0,28	0,171	0,0239
1,25	0,4	0,32	0,146	0,0187
1,50	0,33	0,33	0,117	0,0127
1,75	0,28	0,34	0,074	0,0070
2,00	0,25	0,35	0,104	0,0091
				+
				0,1024 = 1,0 kW/m'

$$h = 0,75 \text{ m} , \text{ dus } F' = \frac{0,75}{H_{50}}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^4$	$v \cdot 10^4$
0,25	3	0,01	0,013	0,0004
0,50	1,5	0,08	0,076	0,0091
0,75	1,0	0,15	0,113	0,0170
1,00	0,75	0,215	0,171	0,0276
1,25	0,6	0,25	0,146	0,0219
1,50	0,5	0,28	0,117	0,0164
1,75	0,43	0,30	0,074	0,0095
2,00	0,38	0,31	0,104	0,0122
				+
				0,1141 = 1,1 kW/m'

$$h = 1,00 \text{ m} , \text{ dus } F' = \frac{1,00}{H_{50}}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^{-4}$	$V \cdot 10^{-4}$
0,25	-	-	-	-
0,50	2,00	0,04	0,076	0,0061
0,75	1,33	0,11	0,113	0,0165
1,00	1,00	0,15	0,171	0,0257
1,25	0,8	0,19	0,146	0,0222
1,50	0,66	0,25	0,117	0,0193
1,75	0,57	0,26	0,074	0,0110
2,00	0,5	0,28	0,104	0,0147

$$0,1155 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 = 1,2 \text{ kW/m}^2$$

$$h = 1,25 \text{ dus } F' = \frac{1,25}{H_{50}}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^{-4}$	$V \cdot 10^{-4}$
0,25	-	-	-	-
0,50	2,5	0,02	0,076	0,0038
0,75	1,6	0,07	0,113	0,0127
1,00	1,25	0,11	0,171	0,0235
1,25	1,0	0,15	0,146	0,0219
1,50	0,83	0,18	0,117	0,0175
1,75	0,71	0,22	0,074	0,0116
2,00	0,625	0,24	0,104	0,0156

$$0,1066 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 = 1,1 \text{ kW/m}^2$$

$$h = 1,50 \text{ dus } F' = \frac{1,50}{H_{50}}$$

H_{50}	F'	Q'	$c' \cdot 10^{-4}$	$V \cdot 10^{-4}$
0,50	3	0,01	0,076	0,0023
0,75	2	0,04	0,113	0,0090
1,00	1,5	0,08	0,171	0,0205
1,25	1,25	0,12	0,146	0,0210
1,50	1,0	0,15	0,117	0,0176
1,75	0,86	0,175	0,074	0,0110
2,00	0,75	0,215	0,104	0,0168

$$0,0983 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 = 1,0 \text{ kW/m}^2$$

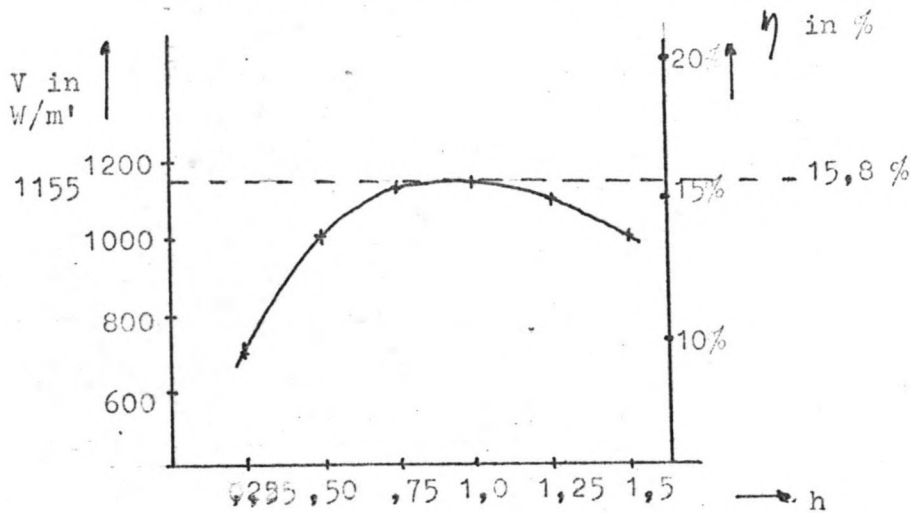
Het gemiddelde vermogen van golven in de Noordzee is:

$$V = 7300 \text{ W/m}^2 \quad (\text{zie Hoofdstuk III})$$

Het maximum rendement is derhalve:

$$\eta = \frac{1155}{7300} \cdot 100\% \approx 15,8\%$$

Bovenstaande resultaten zijn grafisch afgebeeld:



Hierbij is nog wel aangenomen dat:

- de constructie van alle kanten golfoverslag heeft.
- al het water dat overslaat kan worden gebruikt.
- er geen invloed van de invalshoek β is.

Uit de grafiek blijkt nog dat de hoeveelheid energie, die gewonnen wordt niet erg gevoelig is voor de drempelhoogte, hetgeen logisch is gezien de grafiek op blz 92 .

§§- 8

We hebben nu voor $\kappa = 0$ de golfoverslag bepaald.

In de hypothese van Battjes wordt verondersteld een verdeling (H,L) gekenmerkt door een coëfficiënt $0 \leq \kappa \leq 1$

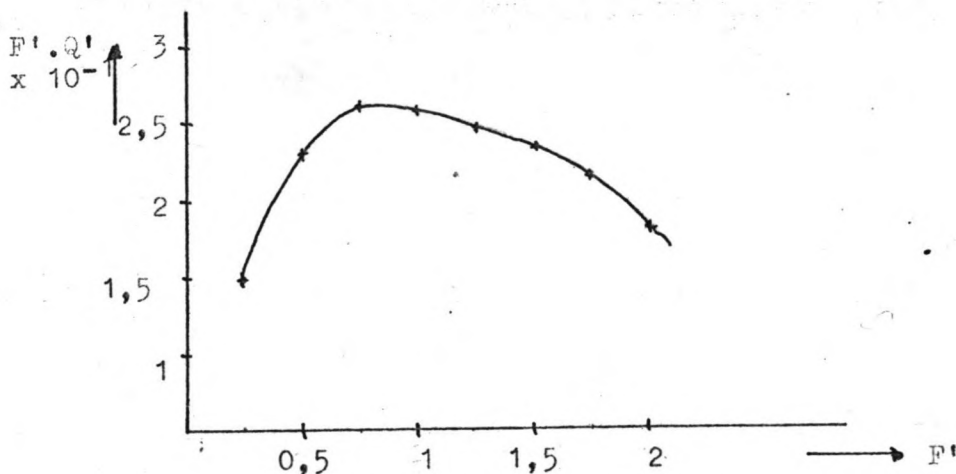
Indien we de metingen van Paape voor $\tan \alpha = 0,5$ uitzetten zitten we dicht bij de lijn van $\kappa = 0$.

Om echter een indruk te krijgen van de eventuele maximale waarden zullen we nu het rendement uitrekenen voor $\kappa = 1$, op de manier van §§- 6

Q.h dient maximaal te worden d.w.z. $F' \cdot Q'$ moet maximaal zijn.

Met behulp van blz 93 :

F'	Q'	$F' \cdot Q'$
0,25	$6 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-1}$
0,50	$4,65 \cdot 10^{-1}$	$2,32 \cdot 10^{-1}$
0,75	$3,5 \cdot 10^{-1}$	$2,62 \cdot 10^{-1}$
1,00	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$2,60 \cdot 10^{-1}$
1,25	$1,97 \cdot 10^{-1}$	$2,46 \cdot 10^{-1}$
1,50	$1,57 \cdot 10^{-1}$	$2,35 \cdot 10^{-1}$
1,75	$1,25 \cdot 10^{-1}$	$2,18 \cdot 10^{-1}$
2,00	$0,9 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$



We vinden een maximum voor $F' = 0,75 = c_1$
terwijl $Q' = 0,35 = c_2$

Het rendement wordt dus: (vgl blz 94 en 99)

$$\eta = \frac{V}{V^0} = \frac{8 \cdot c_1 \cdot c_2}{2\pi c_3 \cdot n} = \frac{8 \cdot 0,75 \cdot 0,35}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,37 \cdot 0,5} = 0,49$$

Het rendement blijkt dus 60% hoger te liggen dan voor $\mathcal{K} = 0$.

Volgens de theorie van Battjes kunnen we nu zeggen dat als $0 \leq \mathcal{K} \leq 1$ dan $0,35 \leq \eta \leq 0,49$

Welke waarde η werkelijk heeft hangt dus af van de mate van correlatie tussen H en L, d.w.z. van de samengestelde kansdichtheidsverdeling van H en L.

Deze kansdichtheidsverdeling zal afhankelijk zijn van de plaats waar de constructie geplaatst wordt.

In de metingen van Paape blijkt de correlatie tussen H en L vrijwel 0 te zijn. ($\mathcal{K} = 0$)

Dit kan verband houden met het feit, dat deze metingen zijn gedaan met golven, die een golfhoogteverdeling hadden die niet overeenkomt met wat in de natuur wordt waargenomen.

} Niet in de meting te halen

§§- 9 Rendement van de totale constructie.

Het bovengenoemde rendement $0,30 \leq \eta \leq 0,49$ zal echter nog onderhevig zijn aan enkele verliezen.

Deze verliezen zijn o.a.:

- hydraulische verliezen in de aan- en afvoerleidingen.
Deze verliezen kunnen door een juiste vormgeving van het leidingstelsel verwaarloosd worden.
- hydraulische en mechanische verliezen in de turbine, het zgn turbinerendement:
 $0,8 \leq \eta_t \leq 0,94$
- De omzetting van golfenergie naar elektrische energie d.m.v. een generator gaat gepaard met verliezen, het zgn generatorrendement: $\eta_g = 0,95$

*Schouf ik
niet. Oa
later nuttig
ende
stroom*

Zodat het totale rendement van de energiewinning d.m.v. golf-overslag gegeven wordt door:

$$0,23 \leq \eta \leq 0,44$$

Symbolenlijst:

B	overgeslagen volume p.e.v. breedte t.g.v een golf
b	dimensieloze waarde van in regelmatige golven
c	voortplantingssnelheid van golven
c_1	maximale F'
c_2	maximale Q'
c_3	H_{rms}^2 / H_{50}^2
d	waterdiepte
$E(x)$	verwachtingswaarde van x
F	dimensieloze h
F'	dimensieloze h
f	frequentie van voorkomen van golven
g	zwaartekrachtversnelling
h	kruinhoogte t.o.v. stil water niveau
h_d	kruinhoogte t.o.v. stil water niveau
H	golfhoogte
H_S	significante golfhoogte
H_{50}	golfhoogte die door 50% van de golven wordt overschreden.
H_{rms}	vierkantswortel uit het gemiddelde van de kwadraten van alle golfhoogten
L	golflengte
L_o	golflengte op diep water
m	afvoercoëfficiënt
n	energiesnelheidscoëfficiënt
Pr	waarschijnlijkheid
\bar{q}	debiet over de kruin p.e.v. breedte gemiddeld over de tijd
Q'	dimensieloze \bar{q}
R	golfoploophoogte
R_H	waarde van R volgens Hunt
r	dimensieloze R
t	tijd
T	trillingstijd
V_g	gewonnen vermogen

V	aanwezig vermogen
x	coördinaat langs het talud, positief vanaf het stil water niveau omhoog
x_H	$R_H / \sin \alpha$ of $\sqrt{H/L_0} / \sin \alpha$
x_c	$z_c / \sin \alpha$
y	energiehoogte
z_c	kruinhoogte boven het stil water niveau
α	hellingshoek talud
β	invalshoek golven
β	dimensieloze B in onregelmatige golven
\int_c	dimensieloze z_c
η	x/x_H
η_c	x_c/x_H
η	rendement
η	vorm wateroppervlak
k	parameter van de twee-dimensionale Rayleighverdeling
ρ	dichtheid
ψ	volume per eenheid van breedte boven een zeker punt op een helling gedurende golfoploop van regelmatige golven
ψ_m	maximum waarde van ψ
ψ_m	dimensieloze waarde van ψ_m
ω	hoeksnelheid

Literatuurlijst

- (-1-) Golfoploop en golfoverslag
Technische adviescommissie voor de waterkeringen
Den Haag, jan. 1972
- (-2-) A. Paape :Experimental data on the overtopping
of seawalls by waves
Waterloopkundig Laboratorium, Delft, publ.nr.23,Delft
- (-3-) J.A. Battjes : Computation of set-up, longshore
currents, run-up and overtopping due to
windgenerated waves.
Proefschrift, T.H. Delft, 1974
- (-4-) Collegedictaat Waterkracht f-20
ir. L. van Geuns, nov 1969, T.H. Delft.
- (-5-) Colleges Korte Golven, gegeven in 1975, T.H. Delft
b-76 door dr.ir. J.A. Battjes

