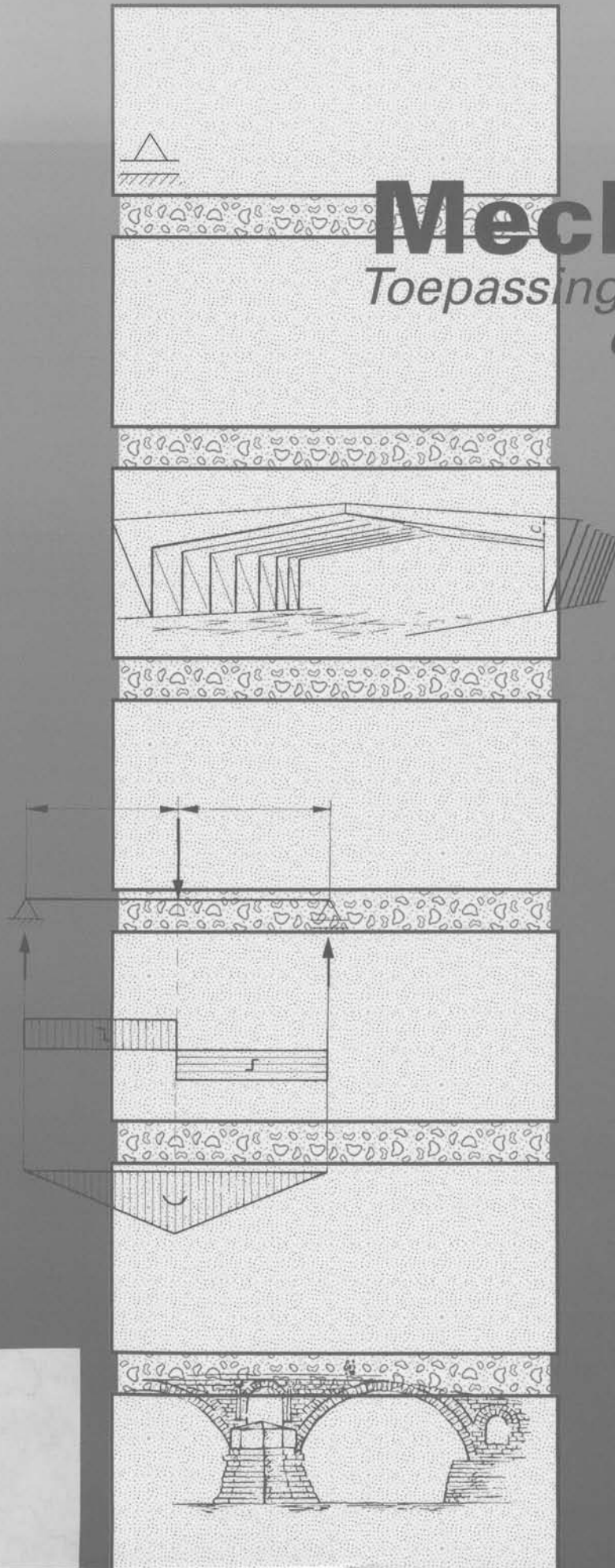


F. Vink

Mechanica

*Toepassingen in de bouw
en waterbouw*



Delft University Press

10

normaalkrachten

10.1 Normaalkrachten

In de hoofdstukken 8 en 9 hebben we kennis gemaakt met de inwendige krachten:

- dwarskracht
- buigend moment.

In dit hoofdstuk willen we enige aandacht schenken aan normaalkrachten.

Wat is een normaalkracht?

Definitie

Een normaalkracht is een inwendige kracht, druk- of trekkracht, die loodrecht werkt op het vlak van doorsnede van de constructie.

De heer A in fig. 10-1 oefent een trekkracht uit op de staaf. De muur oefent ook een trekkracht uit op de staaf. In een willekeurige denkbeeldige doorsnede werkt nu een normaalkracht F_n , die gelijk is aan de uitgeoefende trekkracht.

Als we normaalkrachten verdelen onderscheiden we twee hoofdgroepen:

1 de trekkracht

De trekkracht wordt volgens afspraak als positief beschouwd.

2 de drukkracht.

De drukkracht wordt volgens afspraak als negatief beschouwd.

Opmerking:

We zijn reeds eerder normaalkrachten tegengekomen, nl. in het hoofdstuk „Wrijving”. Daar werkte de normaalkracht loodrecht op het contactvlak tussen het blok en de helling.

10.2 Opdrachten

1 Treedt in de balken van fig. 7-15a en b een normaalkracht op? Zo ja, waar? En hoe groot zijn deze normaalkrachten?

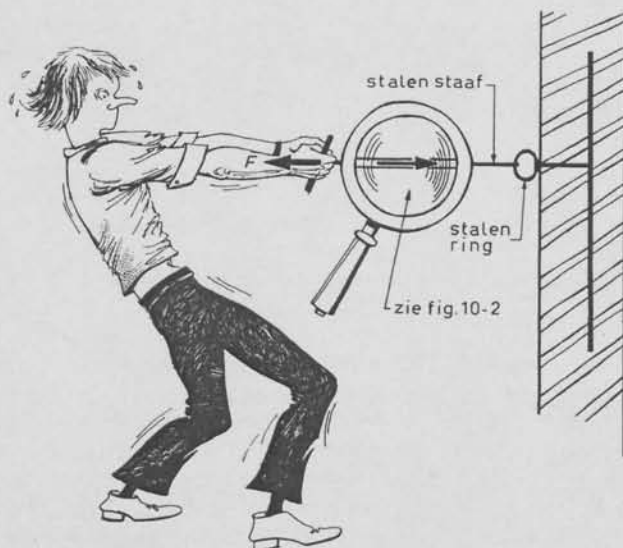


fig. 10-1

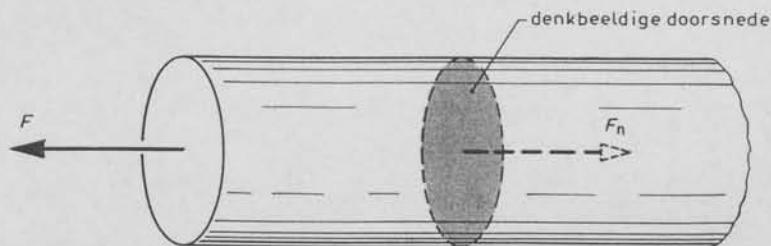


fig. 10-2 Doorsnede van de staaf van figuur 10-1

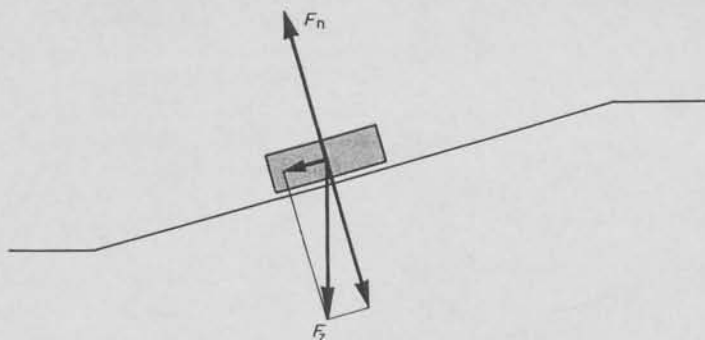


fig. 10-3

125196
202322
FR 2018 224

Ir. F. Vink

Mechanica

Toepassingen in de bouw en waterbouw



Ir. F. Vink

Mechanica

Toepassingen in de bouw en waterbouw



CIP-gegevens Koninklijke Bibliotheek, Den Haag

Vink, F.

Mechanica, toepassingen in de bouw en waterbouw / F. Vink - Delft : Delft University Press - Ill.

Uitg. in opdracht van: Vereniging voor Studie- en Studentenbelangen te Delft. -

1e dr. Culemborg, Stam Technische Boeken, 1977.

Met lit. opg., reg.

ISBN 90-407-1704-4

NUGI 833

Trefw.: mechanica, constructieer.

© VSSD

Vierde druk 1998

Uitgegeven door:

Delft University Press

Mekelweg 4, 2628 CD Delft

tel. 015 - 2783254, telefax 015 - 2781661

e-mail dup@dup.tudelft.nl

In opdracht van:

Vereniging voor Studie- en Studentenbelangen te Delft

Poortlandplein 6, 2628 BM Delft

tel. 015 - 2782124, telefax 015 - 2787585, e-mail: vssd@tudelft.nl

internet: www.oli.tudelft.nl/vssd/hlf/handleidingen/html

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN 90-407-1704-4

Woord vooraf

De resultaten van wetenschappelijk onderzoek op het gebied van constructies worden zo ongeveer om de tien jaar toegankelijk gemaakt door herziening van de Technische Grondslagen voor de berekening van Bouwconstructies (TGB).

Mijn jarenlange ervaring, eerst als constructeur/architect, later ook als docent, heeft mij tot het inzicht gebracht dat:

- uitvoerige behandeling van de TGB in het onderwijs, van welk niveau dan ook, didactisch onverantwoord is. Het moet wel leuk blijven.
- de TGB voor het onderwijs veel te omvangrijk is geworden en niet meer in de leerplannen past.
- slechts een beperkt aantal afgestudeerden later met de TGB in aanraking komt. Zij kunnen zich autonoom of via applicatiecursussen verder bekwamen.
- voor een doeltreffend technisch-constructieve opleiding de ontwikkeling van het denkvermogen belangrijker is, dan een min of meer encyclopaedisch overzicht van de constructie-techniek.

De laatste uitspraak is van Ir .I.W. Nortier wiens leerstof aan de basis van dit boek heeft gestaan.

Waarom dan toch in deze druk een aantal wijzigingen die het gevolg zijn van de laatste herziening van de TGB ? Daarvoor zijn een aantal redenen:

- de TGB lanceert de "Unity Check". De belasting op de constructie, gedeeld door de weerstand die de constructie kan bieden, moet kleiner zijn dan 1. Dat is een andere benadering dan in de TGB 1972; zie hoofdstuk 11 van dit boek. Het begrip toelaatbare spanning is daarmee volledig weg. Voor alle materialen wordt nu op dezelfde manier gerekend.
- de sterktewaarden zijn, als gevolg van voortgaand onderzoek, nogal gewijzigd.
- een student mag geen begrippen en vaardigheden leren die later in strijd blijken te zijn met de dan geldende werkelijkheid.

Het mechanicadeel van dit boek is vanzelfsprekend onveranderd. In het constructieleer-deel wordt steeds getoetst of de berekende waarden aan de sterkte-en vervormingseisen voldoen.

De uitwerking van de vele opdrachten kan opnieuw worden getoetst, omdat ook het antwoordenboekje aangepast gaat worden.

De doelstelling was een boek dat op MBO/KOB-niveau kan worden gebruikt. Didactisch verantwoord, inhoudelijk juist, goed van omvang en door een andere uitgever leuk en goedkoper gepresenteerd. Ik meen dat die opzet is geslaagd, maar er kan over gediscussieerd worden.

Het boek is ook geschikt om HAVO/VWO-abituriënten, in bouw-en civieltechnisch opzicht, op MTS-niveau te brengen.

Inhoud

I DE BELANGRIJKSTE HISTORISCHE CONSTRUCTIEVORMEN

1	Architraafbouw	13
2	Boogbouw	17
3	Verdere ontwikkelingen	20

II STATICA EN STERKTELEER

	Symbolenlijst	24
4	Kracht, spanning, massa, gewicht, soortelijk gewicht, wrijving	25
4.1	Kracht en beweging	25
4.1.1	Eigenschappen	28
4.1.2	Belasting	29
4.2	Opdrachten	29
4.3	Spanning	32
4.4	Massa en gewicht	33
4.5	Soortelijke massa	34
4.5.1	Vragen	34
4.6	Wrijving	34
4.6.1	Hellingen	35
4.7	Opdrachten	36
5	Momenten, momentenstelling	39
5.1	Momenten	39
5.1.1	Afspraken ten aanzien van momenten en koppels	41
5.2	Momentenstelling	41
5.3	Opdrachten	42
6	Evenwichtsvoorwaarden	47
6.1	Evenwichtsvoorwaarden	47
6.2	$\sum F_v = 0$	47
6.3	$\sum F_h = 0$	49
6.4	$\sum M = 0$	49
6.5	Opdrachten	50
7	Opleggingen	52
7.1	Oplegreacties	52
7.2	Soorten opleggingen	52
7.2.1	Roloplegging	52
7.2.2	Scharnierende oplegging	52
7.2.3	Inklemming	53

7.3	Berekenen van reacties	53
7.3.1	De grafische methode	53
7.3.2	De analytische methode	54
7.4	Oprachten	56
8	Dwarskracht en dwarskrachtenlijn	58
8.1	Dwarskrachten	58
8.2	Dwarskrachtenlijn	60
8.3	Oprachten	61
9	Buigend moment en momentenlijn	63
9.1	Inleiding	63
9.2	Buigend moment	64
9.3	Momentenlijn	65
9.4	Oprachten	67
10	Normaalkrachten	71
10.1	Normaalkrachten	71
10.2	Oprachten	71
11	Sterkte en spanningen	72
11.1	Inleiding	72
11.2	Drukspanning	74
11.3	Trekspanning	74
11.4	Schuifspanning	75
11.5	Oprachten	75
12	Elasticiteit	79
12.1	Lengteverandering	79
12.2	Elasticiteitsmodulus	80
12.3	Spanning-rekdiagrammen	82
12.4	Oprachten	82
13	Lineaire uitzetting	83
13.1	Lengteverandering	83
13.2	Lineaire-uitzettingscoëfficiënt	84
13.3	Het verband tussen lineaire-uitzettingscoëfficiënt en lengteverandering	84
13.4	Exponenten	85
13.5	Oprachten	86
14	Buigend moment, buigspanning	87
14.1	Buigspanning	87
14.2	Spanningen tengevolge van M	88
14.3	De homogene rechthoekige doorsnede	88
14.4	Oprachten	90
15	Weerstandsmoment	91
15.1	Weerstandsmoment	91
15.2	Oprachten	93
16	Traagheidsmoment	94
16.1	Traagheidsmoment	94
16.2	Oprachten	96
17	Dwarskracht en schuifspanning	97
17.1	Dwarskracht en dwarskrachtenlijn	97
17.2	Schuifspanningen tengevolge van de dwarskracht	97
17.3	Oprachten	102

18	Knik	103
18.1	Knikspanning	103
18.2	Slankheid	104
18.3	Opdrachten	105
19	Bouwfysica	107
19.1	Warmte	107
19.1.1	Warmtebalans	107
19.1.2	Warmteweerstand	108
19.1.3	Temperatuurverloop	109
19.2	Vocht	111
19.2.1	Soorten vocht	111
19.2.2	Luchtvochtigheid	111
19.2.3	Condensatie	112
19.2.4	Vermijden van condensatie	113
19.3	Geluidintensiteit en geluidsniveau	116
19.4	Toonhoogte	116
19.5	Lawaaibestrijding	116
19.5.1	Geluidsabsorptie	116
19.5.2	Geluidsisolatie	116
19.6	Licht	118
19.7	Opdrachten	119

III CONSTRUCTIELEER, THEORIE EN PRAKTIJK

20	Hout	123
20.1	Inleiding	124
20.2	Sterktewaarden	124
20.3	Spanningen	124
20.4	Krimpen en zwellen	125
20.4.1	Manieren van zagen	125
20.4.2	Krimpen	125
20.4.3	Zwellen	127
20.5	Elasticiteit en uitzetting	128
21	Steen	129
21.1	Algemeen	129
21.2	Sterktewaarden	129
21.2.1	Druksterkten en soortelijke massa	129
21.2.2	Trekspanning	131
21.2.3	Schuifsterkte	132
21.2.4	Buigspanning	132
21.2.5	Druksterkte in verband met knikgevaar	132
21.3	Elasticiteit	132
21.4	Uitzetting	132
21.5	Krimp	133
21.6	Mortels	134
21.7	Opdrachten	134
22	Staal	135
22.1	Spanningen / sterkte	135
22.2	Sterkte	135
22.2.1	Druksterkte	135
22.2.2	Treksterkte	135
22.2.3	Schuifsterkte	135
22.2.4	Buigsterkte	135
22.2.5	Ideële spanning	135
22.2.6	Kniksterkte	135

22.3	Elasticiteit	136
22.4	Uitzetting	136
22.5	Soortelijke massa	137
22.6	Construeren in staal	137
23	Gewapend beton	138
23.1	Materialen	138
23.1.1	Gewapend beton = beton + staal	138
23.1.2	Wapening	138
23.1.3	Water	138
23.1.4	Mengverhouding (in maaddelen)	139
23.2	Spanningen	139
23.2.1	Principe van de krachtsoverdracht	139
23.2.2	Schuifspanning	140
23.3	Oprachten	144
24	Voorgespannen beton	145
24.1	Materialen; sterkte	145
24.2	Principe van de krachtsoverdracht	145
24.3	Verschillende systemen van verankering en voorspanning	147
24.4	Materiaalbenutting	148
24.5	Oprachten	150
25	Grond	151
25.1	Grondsoorten; soortelijke massa's	151
25.2	Spanningen; grondboring en sondering	152
25.3	Spanningsgebieden	152
25.4	Oprachten	155
25.5	Zetting	156
25.6	Vorstgrens	157
25.7	Toelaatbare grondspanning	157
25.8	Horizontale belasting door grond en water	157
25.8.1	Waterspanning	158
25.8.2	Gronddruk; korrelspanning	159
25.8.3	Invloed van de bovenbelasting	161
25.9	Uitlevering en inklinking	162
25.10	Oprachten	163
26	Funderingen	164
26.1	Funderingstypen	164
26.2	Fundering op staal	164
26.3	Fundering op palen	169
26.3.1	Algemeen	169
26.3.2	Afmetingen en draagvermogen van palen i.v.m. de sterkte	170
26.3.3	Draagvermogen en sonderweerstand	170
26.3.4	Kleef	172
26.3.5	Zettingen	173
26.4	Samenvatting	174
26.5	Vragen	175
27	Vloeren, liggers	176
27.1	Algemeen	176
27.2	Stijlheidseisen	176
27.2.1	Houten liggers	176
27.2.2	Stalen liggers	177
27.2.3	Gewapend-betonliggers	177
27.3	Verbindingen	178
27.3.1	Scharnierverbinding of -oplegging	178

	27.3.2 Roloplegging	178
	27.3.3 Inklemming of stijve-hoekverbinding	179
	27.3.4 Slappe verbinding	180
27.4	Vloeren en liggers	181
	27.4.1 Doorsneden	181
	27.4.2 Vuistregels	182
	27.4.3 Gewapend-betonbalken en -platen	183
	27.4.4 Profielbalken	184
27.5	Scheurvorming en bouwfysische problemen	187
27.6	Samenvatting	190
27.7	Vragen	191
28	Wanden, kolommen, stabiliteit, muuropeningen	192
28.1	Algemeen	192
	28.1.1 Massieve bouw	192
	28.1.2 Skeletbouw	192
28.2	Stabiliteit	192
28.3	Dragende muren	199
28.4	Geluidsisolatie	200
28.5	Gevels	202
	28.5.1 Warmteisolatie	202
	28.5.2 Warmteaccumulatie	202
	28.5.3 Condensatie	202
28.6	Scheurvorming in wanden	204
28.7	Overspannen van muuropeningen	206
	28.7.1 Boogconstructie	206
	28.7.2 Strek en rollaag	211
	28.7.3 Latei	212
	28.7.4 Bouwfysische en uitvoeringstechnische moeilijkheden bij lateiconstructies	213
28.8	Kruip	215
28.9	Vragen	215
29	Daken	216
29.1	Belasting en constructie	216
29.2	Isolatie van daken	217
	29.2.1 Platte daken	217
	29.2.2 Andere dakvormen	221
30	Constructieve vormgeving	222
30.1	Algemeen	222
30.2	Voorbeelden	222
31	Opdrachten (algemene herhaling)	231
TABELLEN		
I	Waarden materiaaleigenschappen	244
IIA	Profielgegevens van ongeschaafd Europese naaldhout	245
IIB	Profielgegevens van vierzijdig geschaafd Europese naaldhout	245
III	Pijpprofielen	246
IV	IPE-profielen	247
V	Breedflensbalken met parallelle flenzen, HE...A	248
VI	Breedflensbalken met parallelle flenzen, HE...B	249
	Index	250

Architrafbouw

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

I

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

Deze tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien. De tekening is bedoeld om de verschillende constructievormen van de architrafbouw te laten zien.

De belangrijkste historische constructievormen



Fig. 1. De belangrijkste historische constructievormen.

1

Architraafbouw

Tot het begin van onze jaartelling paste men voornamelijk „de balk op twee steunpunten” toe. Men noemt dit „architraafbouw”. Architraaf is het Griekse woord voor een balk die de afstand tussen twee kolommen overspant (fig. 1-1).

Deze constructie is bestand tegen verticale krachten (F_v) die op de balk uitgeoefend kunnen worden (fig. 1-2).

Werken er ook horizontale krachten (F_h) (fig. 1-3) dan gaat de balk, als deze niet in bijvoorbeeld metselwerk opgenomen is, kantelen.

Krachten geeft men aan met de hoofdletter F van het Engelse woord Force (= kracht). Denk hierbij aan het werkwoord *forceren* wat betekent met *krachtdadige* middelen iets tot stand brengen. Bij verticale krachten voegt men de kleine letter v , bij horizontale krachten de kleine letter h toe.

Als een constructie geen weerstand kan bieden aan horizontale krachten, zegt men wel dat de constructie *onvoldoende zijdelingse stabiliteit* bezit.

Onder stabiliteit wordt verstaan: het vermogen van de constructie zijn evenwicht te bewaren onder inwerking van krachten. Zie fig. 1-3a, b en c.

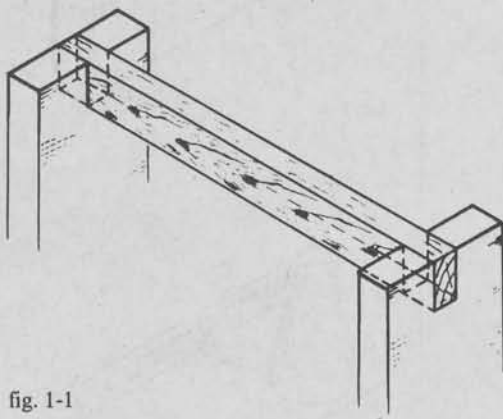


fig. 1-1

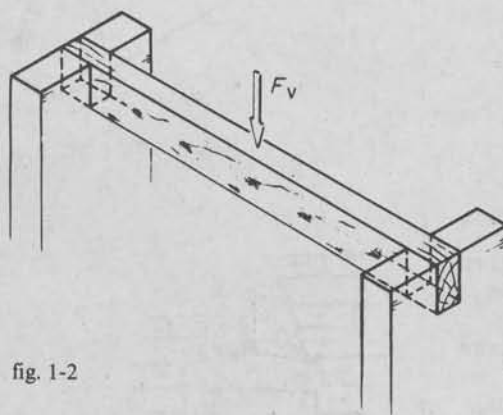


fig. 1-2

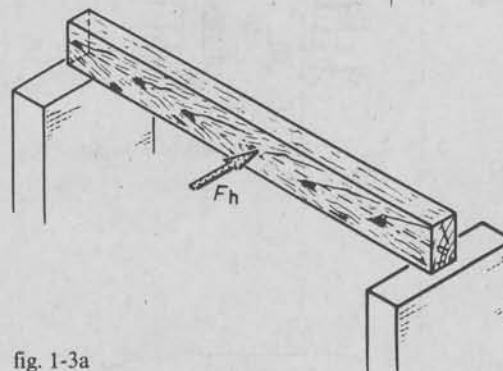


fig. 1-3a

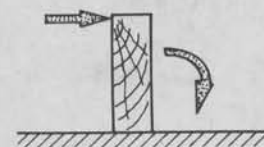


fig. 1.3b Balk kantelt gemakkelijk

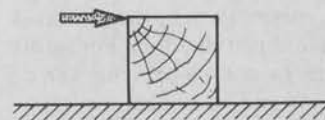


fig. 1-3c Balk is stabiel

De balk in fig. 1-4 kan een grotere zijdelingse stabiliteit krijgen door de steunpunten een *voetverbreiding* te geven. Dit kan op verschillende manieren gebeuren (fig. 1-5 en fig. 1-6).

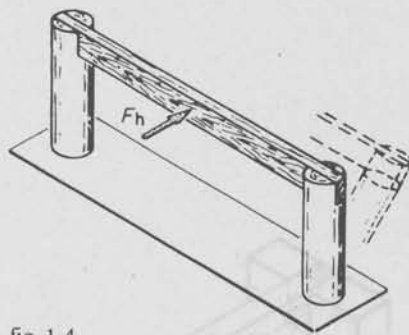


fig. 1-4

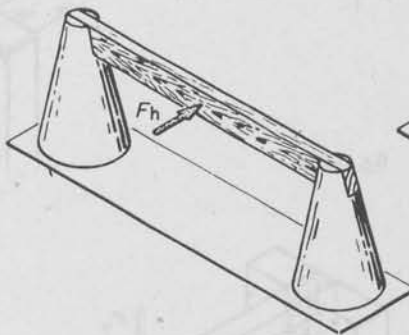


fig. 1-5

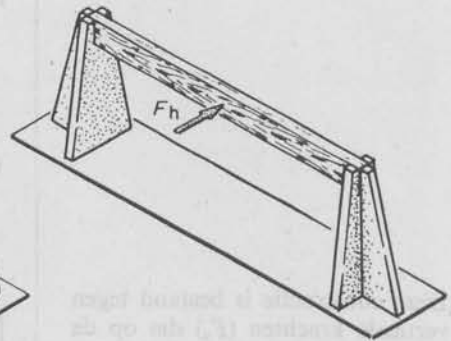


fig. 1-6

Ook in vroeger tijden trachtte men de stabiliteit van de constructie te vergroten.

In fig. 1-7 is de Leeuwenpoort van Mykene afgebeeld. Deze poort verkrijgt zijn stabiliteit door het muurwerk waarin hij is opgenomen.



fig. 1-7 Leeuwenpoort te Mykene (ca. 1500 v. Chr.)

Een ander voorbeeld ziet men bij de hunebedden. De stabiliteit wordt hier verkregen door de zware brede voet van natuursteen (fig. 1-8).

De Egyptenaren maakten gebruik van kolommen die door hun grote diameter (groot ten opzichte van de h.o.h. afstand) het gebouw zijdelings stabiliteit gaven (fig. 1-9 en fig. 1-10).

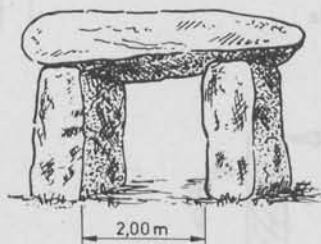


fig. 1-8 Hunebed (ca. 3000 v. Chr.)

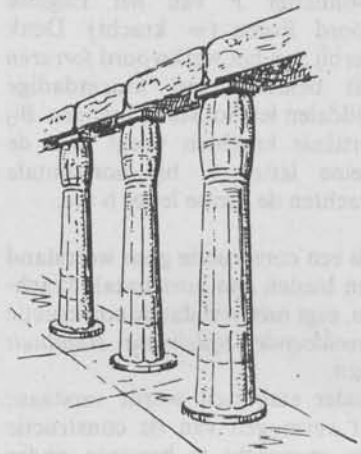


fig. 1-9 Egyptische kolommen (ca. 1200 v. Chr.)

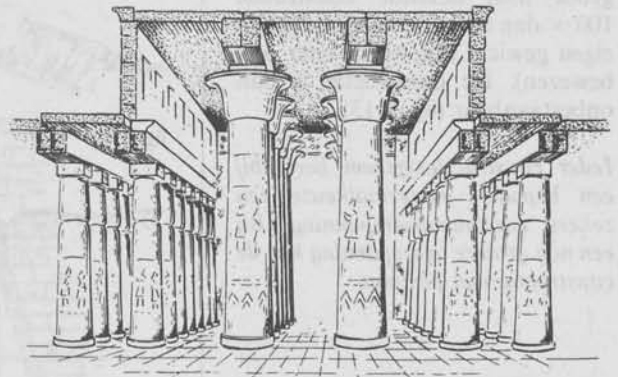
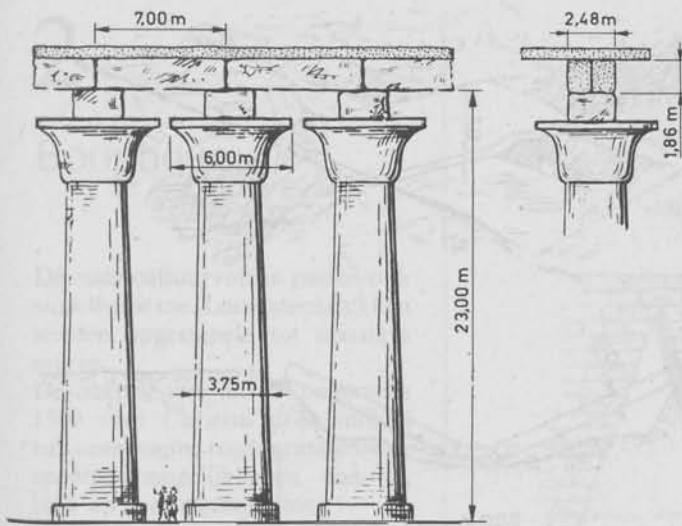


fig. 1-10 Amon-tempel te Karnak, Egypte (ca. 1200 v. Chr.)

Door een betere organisatie waren op den duur constructies met ontzagwekkende afmetingen mogelijk. Constructief-technisch veranderde er echter niets. Het bleef bij een balk op twee steunpunten.

In fig. 1-10 is een schets gegeven van een deel van de Amon-tempel te Karnak. De afgebeelde zaal heeft een oppervlakte van $100 \text{ m} \times 50 \text{ m}$.

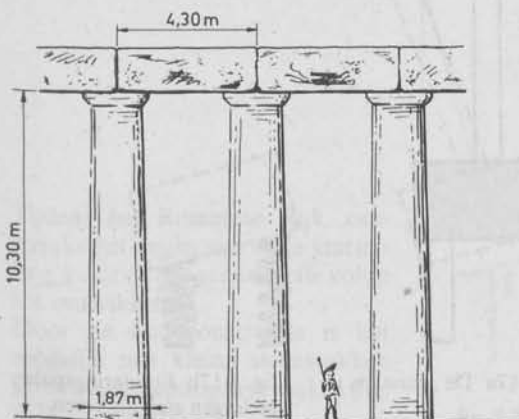
Het dak wordt gedragen door 134 zuilen. Let op de verhouding tussen mens en zuil. Let op de geringe overspanning van de natuurstenen lateien (7,00 m) ten opzichte van de zuilafmetingen.

Ook de Grieken kwamen bij hun bouwwerken niet verder dan architraafbouw.

In fig. 1-11 is hiervan een voorbeeld gegeven nl. het Parthenon te Athene.

Hoewel het mogelijk is met architraafbouw grote ruimten te overspannen zijn hieraan toch grenzen. Het is niet mogelijk de schaal van de overspanningsconstructie onbeperkt te vergroten.

fig. 1-11 Het Parthenon te Athene (432 v. Chr.)



Een natuursteenplaat kan dienen als een brug voor de mens. Behalve het eigen gewicht draagt de overspanningsconstructie ook nog een nuttige belasting (fig. 1-12). Vergroot men dezelfde constructie 100 × dan bezwijkt deze onder zijn eigen gewicht (dit wordt later ook bewezen). De constructie is dan onbestaanbaar (fig. 1-13).

Ieder constructiesysteem heeft bij een bepaalde materiaalkeuze een zekere maximumoverspanning. Bij een nog grotere overspanning kan de constructie niet bestaan.

Ieder constructiesysteem heeft ook maximale afmetingen en verhoudingen. Abnormale verhoudingen leiden tot instabiliteit.

Als de pontons in fig. 1-14 in staat zijn te blijven drijven, dan behoort dat in fig. 1-15 nog niet het geval te zijn. Stel dat F_h in beide gevallen even groot is en dat de mast in beide gevallen een stalen buis is met een doorsnede van 100 mm, dan zal tóch de constructie van fig. 1-15 minder stabiel zijn, omdat de mast veel langer is.

Instabiliteit kan ook optreden bij belasting door verticale krachten. In fig. 1-16 is de „mast” erg kort, maar in fig. 1-17 veel te lang. Een instabiele constructie noemt men ook wel *labiel*. Lees deze bladzijde nog eens over bij het bestuderen van de hoofdstukken 4, 5, 6, 18 en 28.

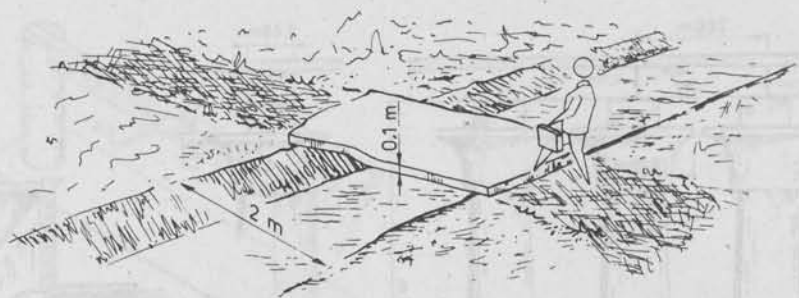


fig. 1-12

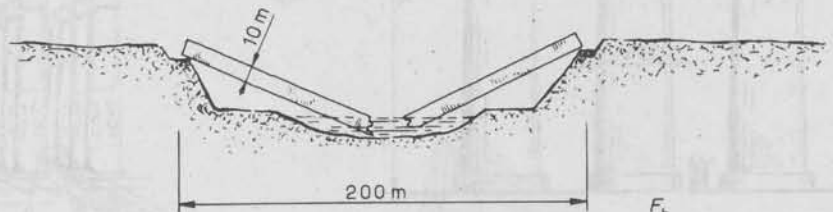


fig. 1-13

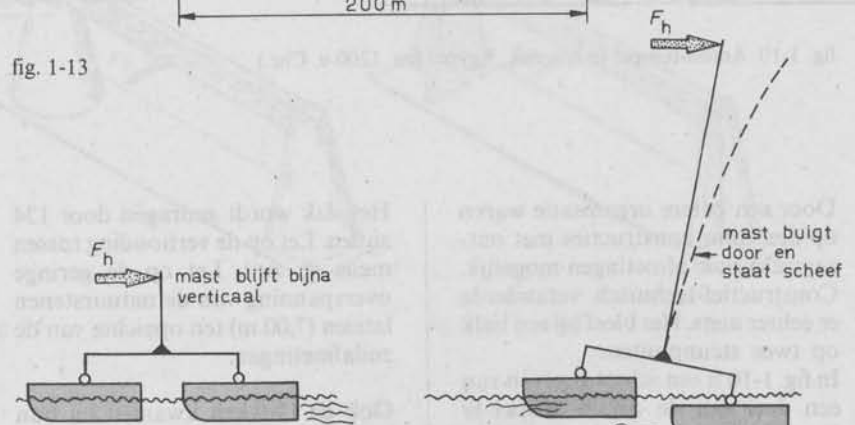


fig. 1-14

fig. 1-15

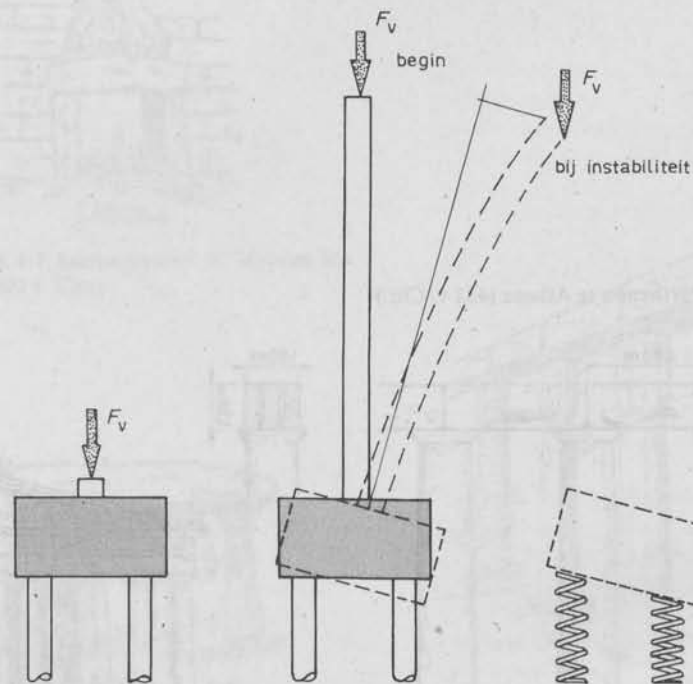


fig. 1-16

fig. 1-17a De „mast” is te hoog

fig. 1-17b Funderingspalen gedragen zich als veren

2

Boogbouw

De oude cultuurvolken pasten ook *stapelbouw* toe. Losse steenstukken werden opgestapeld tot massieve muren.

De stapelbouw bood omstreeks 1500 vóór Christus door middel van *overkraging* reeds grotere overspanningsmogelijkheden dan de balk op twee steunpunten.

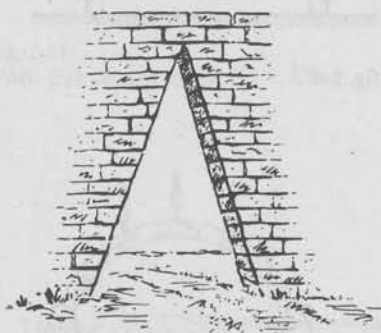


fig. 2-1
Poort te Missolunghi
Overspanningen door overkraging

Het schijngewelf (fig. 2-1) kan gezien worden als overgang van een uitkragingsconstructie naar boogconstructie (fig. 2-2).

Omstreeks 5000 voor Christus bouwden de Babyloniërs reeds een soort boogconstructie voor de overdekking van hun irrigatiekanalen.

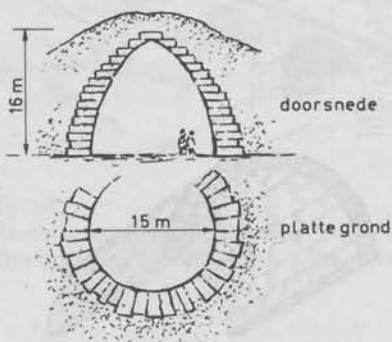


fig. 2-2
Schijngewelf van de z.g. „schatkamer
van Atreus” te Mykene

Tijdens het Romeinse Rijk, omstreeks het begin van onze jaartelling, komt de *boogconstructie* volop tot ontwikkeling.

Door de boogconstructie is het mogelijk met kleine steenstukken grote overspanningen te maken (fig. 2-3).

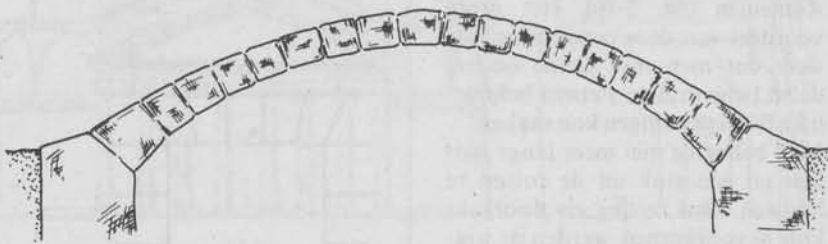


fig. 2-3

Een belangrijk constructief gevolg bij de boogconstructie is dat bij uitsluitend verticale belasting op de boog, de boog zélf, behalve verticale krachten, ook *horizontale* krachten op zijn steunpunten uitoefent. De boog wil „spatten”. Een boog alleen maar op kolommen is daarom onbestaanbaar (fig. 2-4).

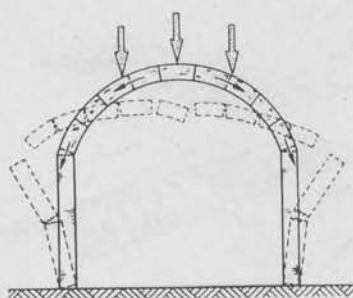
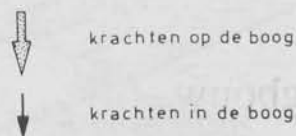


fig. 2-4



De horizontale krachten op de steunpunten kunnen opgevangen worden door zwaar massief muurwerk, *steunberen* genoemd (fig. 2-5). Ook is het mogelijk dat de horizontale krachten aan weerszijden van de boog elkaar opheffen door middel van een *trekstang* (fig. 2-6).

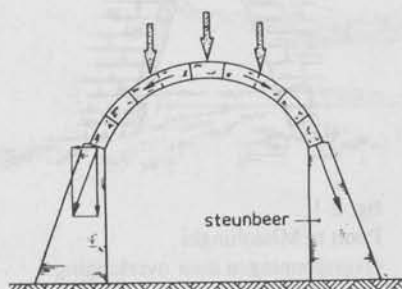


fig. 2-5

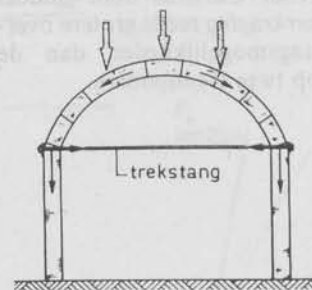


fig. 2-6

De Romeinen pasten de boogconstructie in verschillende vormen toe zoals:

- het *tongewelf* (fig. 2-7);
- het *koepelgewelf* (fig. 2-8);
- het *kruisgewelf* (fig. 2-9).

Het kruisgewelf is een doorsnijding van twee tongewelven.

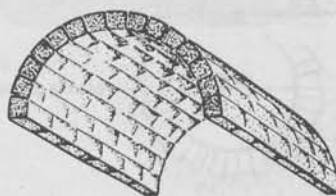


fig. 2-7 Tongewelf

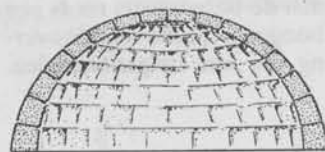


fig. 2-8 Koepelgewelf

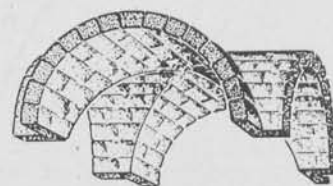


fig. 2-9 Kruisgewelf

Ook het *strekse gewelf*; kortweg *strek*, werd veel toegepast door de Romeinen (fig. 2-10). Het grote voordeel van deze constructie was weer dat men met kleine onderdelen (wigvormige stenen) behoorlijke overspanningen kon maken.

Men behoefde niet meer lange balken uit één stuk uit de rotsen te houwen. Om zetting en doorzakking te voorkomen, werden de wigvormige stenen soms van haken voorzien.

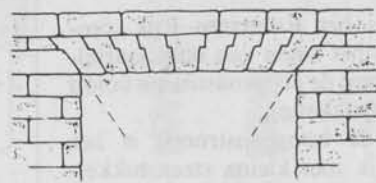
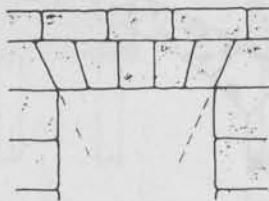


fig. 2-10 Strekse gewelven of strekken

De veel grotere mogelijkheden van de boogconstructie ten opzichte van de balk op twee steunpunten vallen direct op, zie fig. 2-11.

Let ook op de doorlaten voor het rivierwater bij hoge rivierstanden.

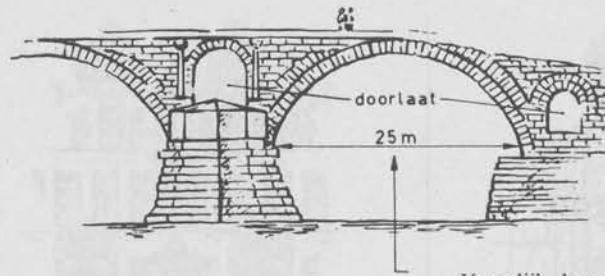


fig. 2-11
Pons-Fabricius te Rome (62 v. Chr.)

Vergelijk deze maat met de maten van 7,00 m in fig. 1-10 en van 4,30 m in fig. 1-11

In fig. 2-12 is een Romeins aquaduct afgebeeld. Ook hier blijkt dat de boogbouw veelvuldig werd toegepast.

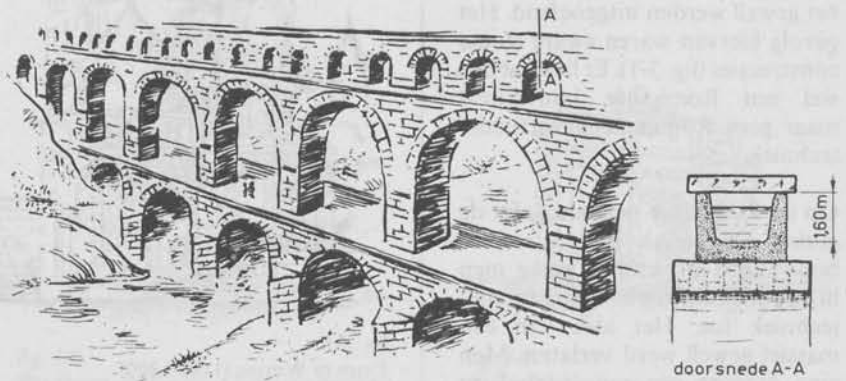


fig. 2-12
Romeins aquaduct te Nîmes (ca. 19 v. Chr.)
Overspanning grote bogen ca. 15 m; totale hoogte van de constructie 59 m

Tenslotte wordt in fig. 2-13 nog een voorbeeld gegeven van de grootste koepelconstructie van de Romeinen. Het betreft het Pantheon te Rome. De voorbouw is echter een portaal in architraafbouw naar Grieks voorbeeld. De voorbouw heeft in constructief opzicht niets met de koepelconstructie te maken.

De 7 meter dikke muur bij de goot is nodig om de spatkracht (zie hoofdstuk 28) uit de koepel naar de fundering af te buigen.

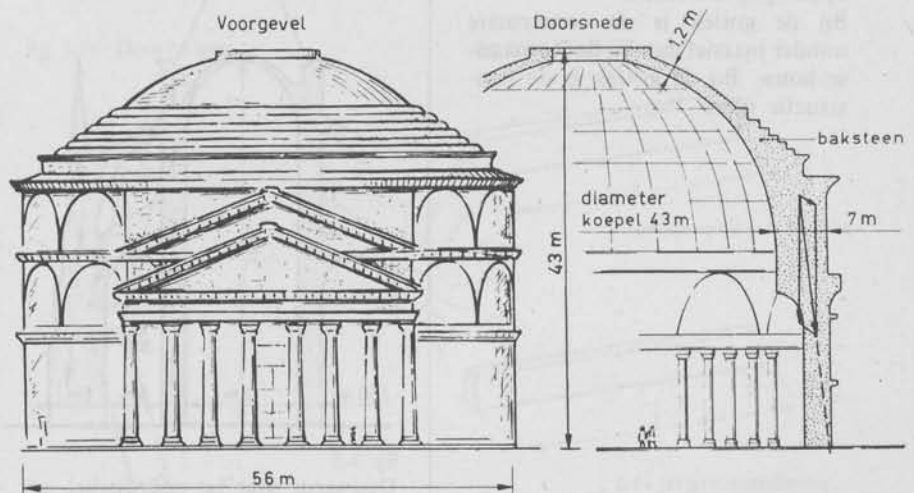


fig. 2-13 Pantheon te Rome (ca. 123 na Chr.)

3

Verdere ontwikkelingen

De z.g. *Romaanse bouwkunst* vanaf 1000 n. Chr. heeft in constructieve zin weinig betekenis.

Voornamelijk werd het tongewelf toegepast. De muren moesten weerstand bieden zowel aan de verticale als horizontale krachten die door het gewelf werden uitgeoefend. Het gevolg hiervan waren zware stoere constructies (fig. 3-1). Er bestaat dus wel een Romaanse bouwkunst maar geen Romaanse constructie-techniek.

Op de Romaanse periode volgt de *gotiek*. De gotiek is een nieuwe bouwkunst. Bovendien paste men in de gotiek een nieuwe constructie-techniek toe. Het idee van een massief gewelf werd verlaten. Men ging over op een gewelfstelsel op ribben (fig. 3-2 en fig. 3-3). Alleen het ribbenstelsel heeft een dragende functie (fig. 3-5).

De gotiek is dus een soort skeletbouw (fig. 3-4).

Tussen de gewelfjukken was het mogelijk tot grote deur- en lichtopeningen te komen. Bij de gotiek is de constructie minder massief dan bij de Romaanse bouw. Bij de gotiek is de constructie ijler.



fig. 3-1
Dom te Worms (1100-1200)



fig. 3-2
Dom te Ulm (ca. 1500)

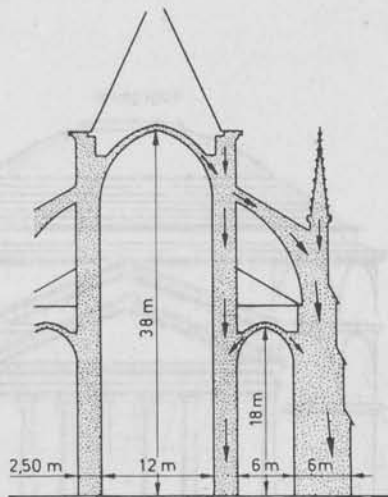


fig. 3-3
Doorsnede over het ribbenstelsel van een gotisch bouwwerk met krachterspel

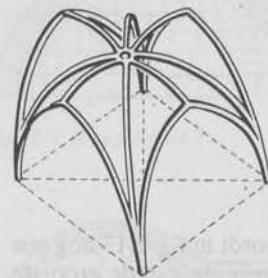


fig. 3-4
Ribbenstelsel van een gotisch kruisgewelf (ca. 1200 na Chr.)

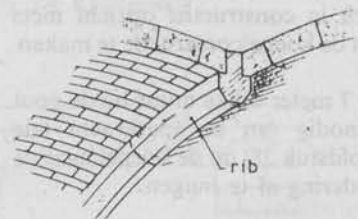


fig. 3-5
De gewelvkappen worden gedragen door de ribben, die de hoofddragconstructie vormen

Vanaf de gotiek tot omstreeks 1900 zijn er geen nieuwe constructieve ontwikkelingen geweest. Uit constructief oogpunt is het een periode van stilstand of zelfs van achteruitgang. Wel kwamen er enkele nieuwe stijlen van bouwkunst zoals:

- renaissance (fig. 3-6);
- barok (fig. 3-7);
- classicisme, neo-gotiek, neo-barok (fig. 3-8 en fig. 3-9).

Renaissance betekent wedergeboorte. De renaissance kan gezien worden als een vernieuwing van de toen heersende kunst- en levensstijl.

Barok wordt gekenmerkt door een zekere mate van overdadigheid (druk, onregelmatig en grillig).

Met *classicisme* bedoelt men kunstuitingen die een navolging zijn van de Grieken en Romeinen.

Er was dus wel sprake van veranderingen maar niet van nieuwe constructietechnieken.

Na 1900 ontwikkelen zich geheel nieuwe constructietechnieken. De constructies werden wetenschappelijk onderzocht (toegepaste mechanica, sterkteleer).

De staal- en gewapend-betontechniek doen hun intrede.

Eiffeltoren 1889;

Hennebique: gewapend-betonskelet 1892.

De kennis over het gedrag van constructies onder invloed van krachten, temperatuur en vochtigheidsgraad neemt nog steeds toe.

In de volgende hoofdstukken gaan we eerst wat theorie behandelen.



fig. 3-6
Zeughaus, Danzig (ca. 1600); renaissance



fig. 3-7
Hotel des Invalides, Parijs (ca. 1672); barok



fig. 3-8
Pantheon, Parijs (ca. 1775); classicisme, neo-gotiek, neo-barok



fig. 3-9
Triomfboog, Parijs (ca. 1805)

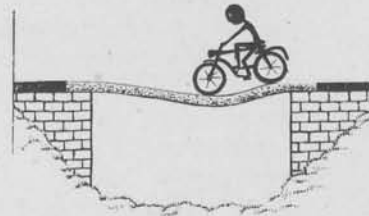


fig. 3-10 Doorbuigen

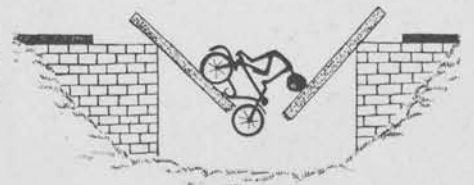


fig. 3-11 Breken

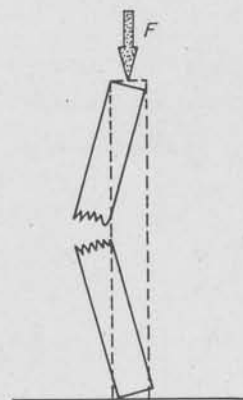


fig. 3-12 Knikken

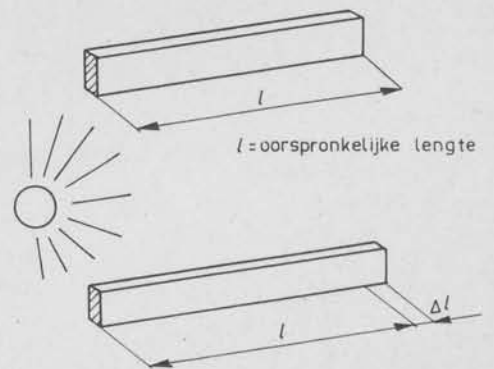


fig. 3-13
 Δl = lengteverandering
tengevolge van temperatuurverandering

Vander
ontwik



Fig. 14. A large building with a central tower and classical architectural elements.

Text describing the building in Fig. 14, mentioning its architectural style and features.



Fig. 15. A classical building facade with a portico supported by columns.



Fig. 16. A cross-section of a building with a central dome and side wings.



Fig. 17. A long, low building with a flat roof and a central entrance.

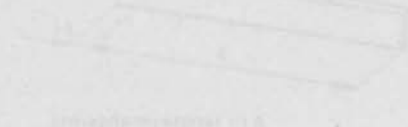


Fig. 18. A building with a gabled roof and a central tower.



Fig. 19. A large, ornate building with multiple towers and classical columns.



Fig. 20. A building with a prominent central dome and classical facade.



Fig. 21. A cross-section of a building with a central dome and side wings.



Fig. 22. A building with a gabled roof and a central tower.

Vertical text on the right side of the page, likely a list of figures or a table of contents.

Text block on the right side of the page, possibly a description of the architectural style or a list of figures.

Text block on the right side of the page, possibly a description of the architectural style or a list of figures.

Text block on the right side of the page, possibly a description of the architectural style or a list of figures.



Text block on the right side of the page, possibly a description of the architectural style or a list of figures.



Text block on the right side of the page, possibly a description of the architectural style or a list of figures.

Kracht, spanning, massa, gewicht, soortelijk gewicht, wrijving

4.1. Kracht en beweging

II

Krachten zijn in de richting loodrecht op elkaar. Dit is getoond met een eenvoudig experiment. Ook is het duidelijk dat de kracht van een gewicht, zoals die van een springveer, aanmerkelijk is.

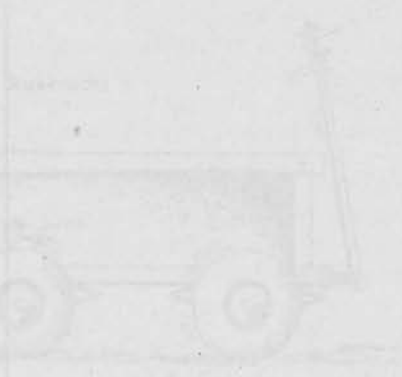
Als voorbeeld van beweging, kan worden genomen de beweging van een voorwerp op een vlakke, maar wettelijk wettelijke, oppervlakte. Het voorwerp kan een kleine wagen of een blokje zijn. De beweging wordt veroorzaakt door een kracht die op het voorwerp werkt. De kracht kan bijvoorbeeld de zwaartekracht zijn, die op het voorwerp werkt door de aarde.

De kracht die op het voorwerp werkt, kan bijvoorbeeld de zwaartekracht zijn, die op het voorwerp werkt door de aarde. Deze kracht is gericht op het zwaartepunt van de aarde.

Men kan bijvoorbeeld zeggen dat de kracht die op het voorwerp werkt, de zwaartekracht is. Deze kracht is gericht op het zwaartepunt van de aarde.

Statica en sterkteleer

Table of contents with page numbers and chapter titles, including sections like 'Krachten', 'Spanning', 'Wrijving', etc.



Symbolenlijst



Symbolenlijst

Symbolenlijst

a	= afstand, bijvoorbeeld gordingsafstand; versnelling
b	= breedte
c	= grondsoortconstante, compressiemodulus
d	= diameter, dikte, dwarsafmeting
e.g.	= eigen gewicht
f	= sterkte van een materiaal
f_c	= druksterkte
f_d	= rekenwaarde van de sterkte
f_m	= buigsterkte
f_t	= treksterkte
f_u	= uiterste sterkte
f_v	= schuifsterkte
h	= hoogte
i	= traagheidsstraal
k	= warmtedoorgangscoefficiënt
l	= lengte
Δl	= lengteverandering
l_k	= kniklengte
q	= belasting per eenheid van lengte
t	= tijd
T	= temperatuur
ΔT	= temperatuurverandering
A	= oppervlakte
E	= elasticiteitsmodulus
F	= kracht of belasting
F_R	= resultante
F_u	= bezwijksterkte
I	= traagheidsmoment
M	= moment
W	= weerstandsmoment
Z	= zetting
α	= lineaire-uitzettingscoëfficiënt, hoek
γ	= soortelijk gewicht
γ_F	= belastingsfactor
γ_M	= materiaalfactor
λ	= slankheid; warmtegeleidingscoëfficiënt
ρ	= dichtheid per volume-eenheid (soortelijke massa)
σ	= spanning, met dezelfde indices als f
σ_g	= grondspanning
σ_{korrel}	= korrelspanning
σ_n	= nieuwe grondspanning
σ_o	= oorspronkelijke grondspanning
σ_s	= sondeerweerstand (gemeten spanning op de kegel)
σ_w	= waterspanning
τ	= (af)schuifspanning
Σ	= som
$>$	= groter dan
$<$	= kleiner dan
\leq	= kleiner dan of gelijk aan

Veelgebruikte indices

gem	= gemiddeld
h	= horizontaal
li	= links
max	= maximaal
min	= minimaal
re	= rechts
v	= verticaal

4

Kracht, spanning, massa, gewicht, soortelijk gewicht, wrijving

4.1 Kracht en beweging

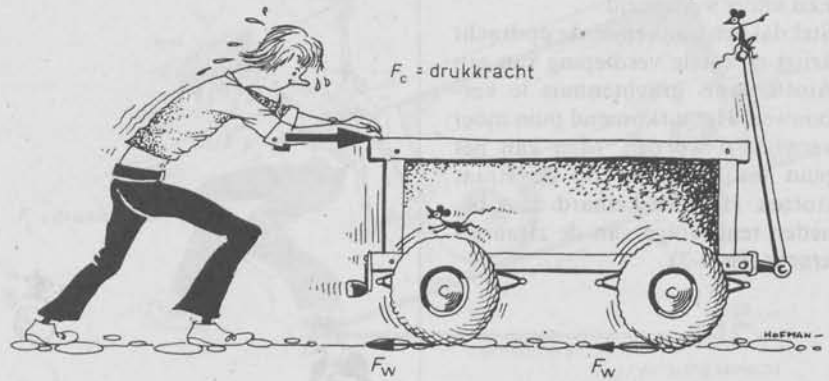
Krachten zijn in de vorige hoofdstukken al een enkele keer genoemd. Er is gesproken van *verticale* en *horizontale* krachten. Ook in het dagelijks leven kent men het begrip kracht. Men spreekt van *spierkracht*, *zwaartekracht*, *veerkracht*, enz.

Als voorbeeld van toepassing van krachten nemen we eerst een wagen die op een plaats staat waar men bouwmaterialen wil lossen. De wagen moet verplaatst worden. Men kan deze wagen wegduwen; er wordt dan een *drukkracht* uitgeoefend (fig. 4-1). De index *c* bij het symbool *F* is van het Engelse woord *compression* (to compress = samendrukken). Men kan deze wagen ook wegtrekken; er wordt dan op de wagen een *trekkracht* uitgeoefend (fig. 4-2). In het Engels staat de index *t* voor *tension* (= spankracht).

Symbolen en indices hebben vaak een beginletter van een Engels woord. Onze voorschriften zijn tegenwoordig gebaseerd op Euronormen.

Met dit voorbeeld toonden we aan dat door een kracht, in dit geval een *horizontaal* uitgeoefende spierkracht:

een lichaam van *rust* in *beweging* kan komen.



De wagen wordt weggedrukt

In de mechanica wordt de bovenstaande figuur als volgt schematisch weergegeven:

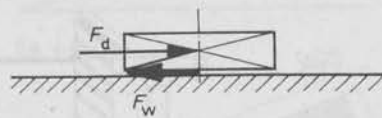
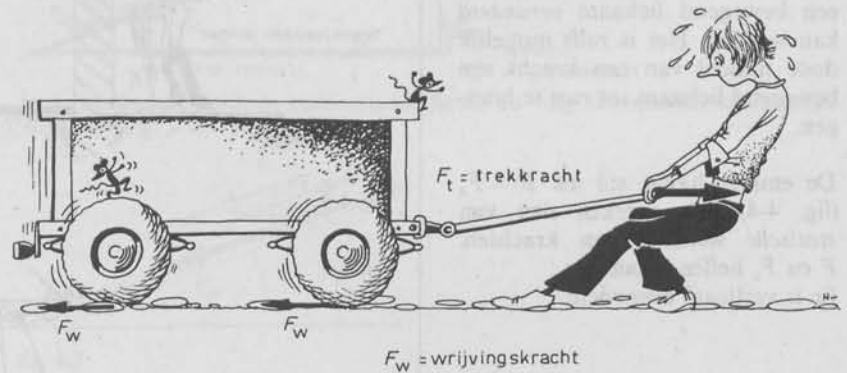


fig. 4-1



De wagen wordt getrokken

In de mechanica wordt de bovenstaande figuur als volgt schematisch weergegeven:

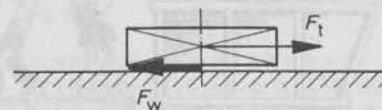


fig. 4-2

Een ander voorbeeld.

Stel dat een aannemer de opdracht krijgt de eerste verdieping van een Amsterdams grachtenhuis te verbouwen. Het uitkomend puin moet verwijderd worden. Men kan het puin uit het raam op de straat storten. Het valt keihard naar beneden tengevolge van de zwaartekracht (fig. 4-3).

Een betere methode is het puin in een bak (emmer of korf) te laden. Deze bak kan men met behulp van een hijsbalk, via de katrol aan een hijsbalk, laten dalen. Een voortdurend op een bewegend lichaam uitgeoefende kracht zal dit lichaam doen versnellen. Omdat dit ook met de bak zal gebeuren moet men de invloed van de zwaartekracht F_z met een andere kracht tegenwerken (fig. 4-4). Zo kan men de balk rustig laten zakken.

Om de bak rustig op de grond te plaatsen kan de beweging van de bak juist boven de grond even gestopt worden.

Met dit voorbeeld toonden we aan dat door een kracht de snelheid van een bewegend lichaam veranderd kan worden. Het is zelfs mogelijk door middel van een kracht een bewegend lichaam tot rust te brengen.

De emmer hangt stil als $F = F_z$ (fig. 4-4). We spreken dan van *statische* werking van krachten. F en F_z heffen elkaar op. Er is verticaal evenwicht.

In plaats van het puin op het trottoir te deponeren, kunnen we het ook dadelijk in een op de straat staande bak (container) storten. De dalende bak moet dan bijgestuurd worden en wel zodanig dat deze boven de container komt. Dit kan worden bereikt door tegen de bak (korf, emmer) te drukken (fig. 4-5). Door middel van een kracht kan de richting van een bewegend lichaam gewijzigd worden.

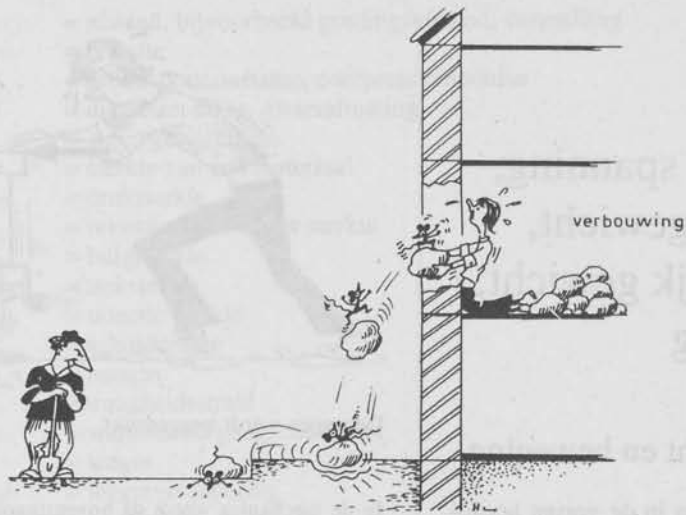


fig. 4-3

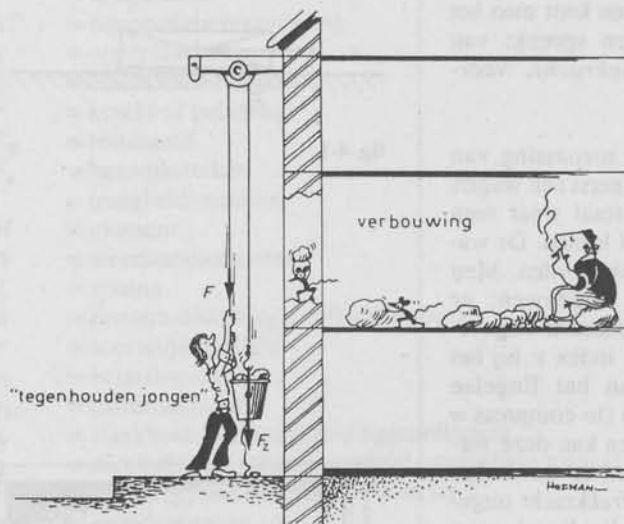


fig. 4-4

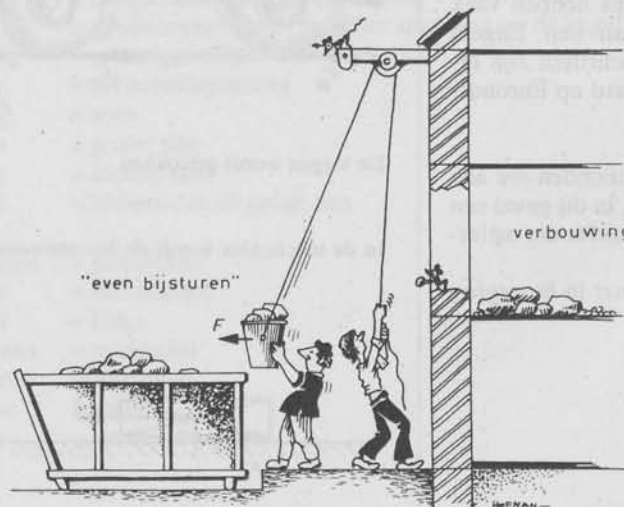


fig. 4-5

In het voorgaande werkten we met *horizontale* en *verticale* krachten. Er zijn echter ook *schuingerichte* krachten.

Moet een kar met bouwmaterialen tegen een brughelling opgeduwd worden, dan moet men een *schuine* drukkracht uitoefenen (fig. 4-6).

Ook is het mogelijk de kar tegen de helling op te trekken. Men moet dan een *schuine* trekkracht uitoefenen (fig. 4-7).

In beide gevallen moet de trek- of drukkracht in ieder geval groter zijn dan de wrijvingskracht op de wielen, anders beweegt de kar niet. Zie ook 4.6.1 „Hellingen”.

Zoals voor lengte de eenheid meter of millimeter wordt gebruikt, zo gebruiken we voor de grootte van de kracht de eenheid kilonewton of newton.

In paragraaf 4-4 wordt behandeld hoe we aan deze eenheden komen.

Onthoud:

De grootte van een kracht wordt uitgedrukt in N(ewton).

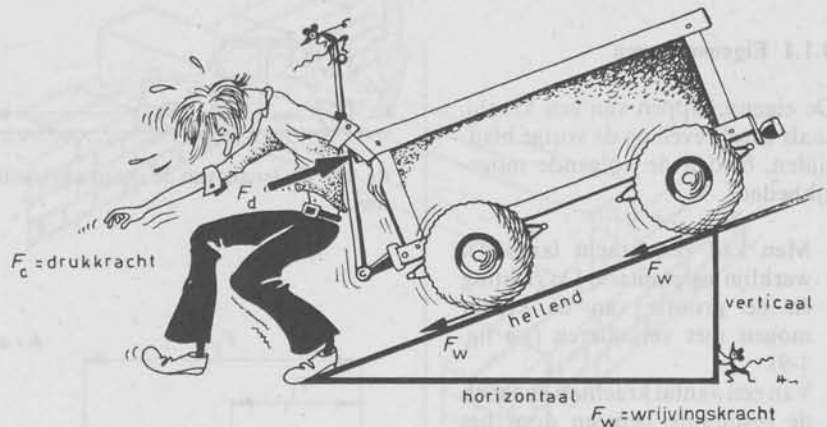
1 kilonewton = 1 kN = 1 000 N

De grootte van de kracht kan op schaal worden getekend; b.v. 1 mm \cong 1 kN. Een kracht van 10 kN wordt dan getekend als een pijl met een lengte van 10 mm.

Zoals we gezien hebben heeft een kracht een bepaalde richting. Verder wisten we al dat een kracht een bepaalde grootte moet hebben en ergens moet aangrijpen op het lichaam.

Uit bovenstaande eigenschappen kunnen we concluderen, dat een kracht een *grootheid* is met (zie fig. 4-8):

- een grootte;
- een richting;
- een aangrijpingspunt.



In de mechanica wordt de bovenstaande figuur als volgt schematisch weergegeven:

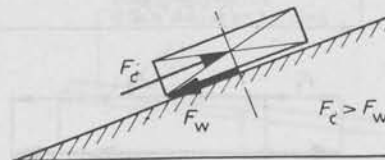
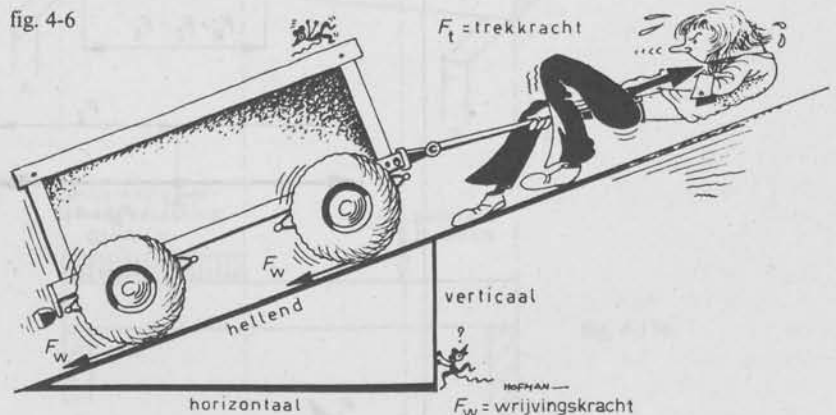


fig. 4-6



In de mechanica wordt de bovenstaande figuur als volgt schematisch weergegeven:

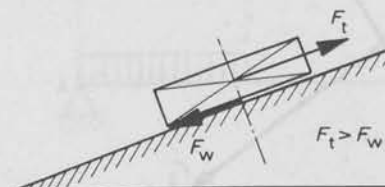


fig. 4-7

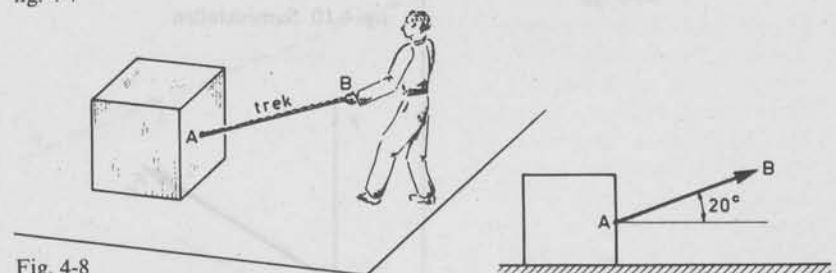


Fig. 4-8

Grootte van de kracht AB is b.v.: 0,2 kN (schaal: 10 mm \cong 0,1 kN), dus AB is 20 mm lang. Richting van de kracht van A naar B maakt een hoek van b.v. 20° met de horizontale richting. Aangrijpingspunt van de kracht is punt A. Meet AB op!

4.1.1 Eigenschappen

De eigenschappen van een kracht, zoals beschreven op de vorige bladzijden, bieden de volgende mogelijkheden:

- 1 Men kan een kracht langs z'n werklijn *verplaatsen*. De richting en de grootte van de kracht mogen niet veranderen (zie fig. 4-9).
- 2 Van een aantal krachten kan men de resultante bepalen door het *samenstellen* van deze krachten (zie fig. 4-10 a...d).
- 3 Men kan een kracht *ontbinden* en van deze kracht langs grafische weg de ontbondenen in de gewenste richtingen bepalen (zie fig. 4-11).



fig. 4-9 De lengte van de sleepkabel beïnvloedt de richting en de grootte van de kracht niet.

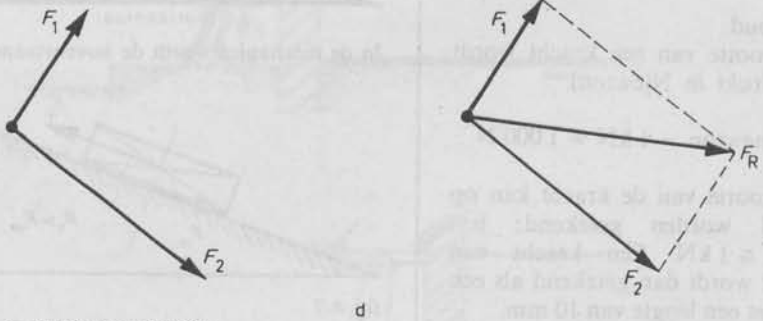
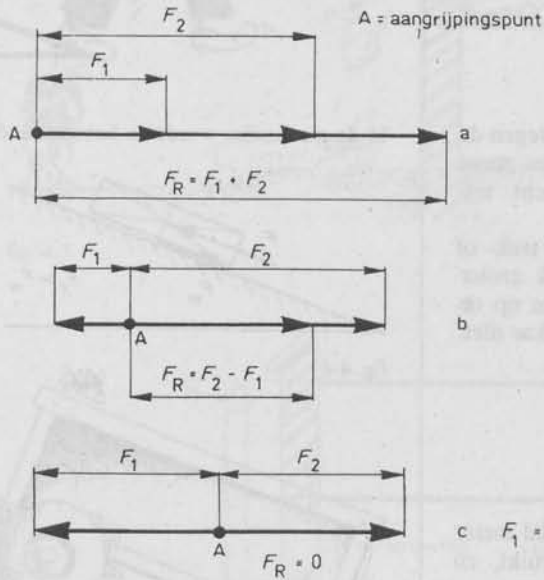


fig. 4-10 Samenstellen

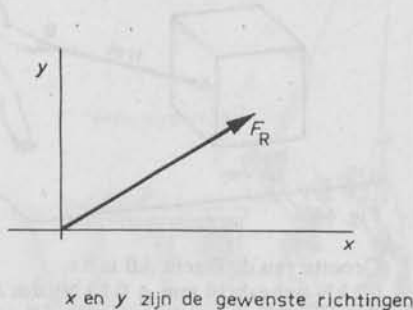


fig. 4-11 Ontbinden

4.1.2 Belasting

In fig. 4-12 zien we dat een ligger belast wordt door een bepaalde kracht.

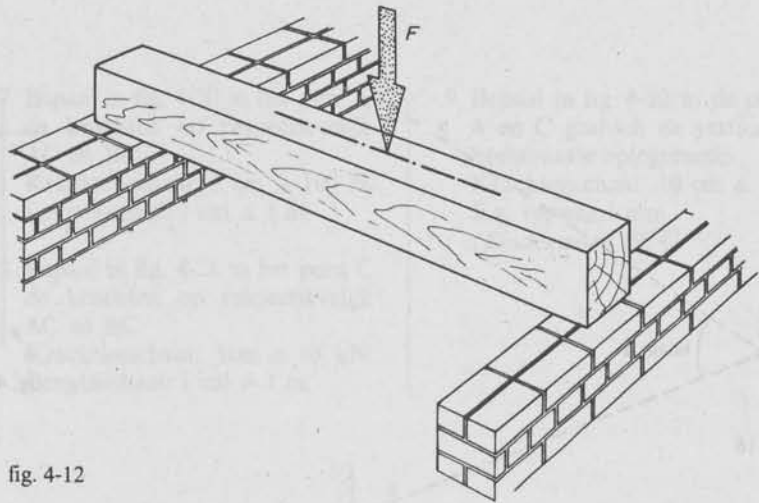


fig. 4-12

Deze kracht kan zijn:

- 1 een *puntlast*, bijvoorbeeld het gewicht van de dame uit fig. 4-13a of het gewicht van één of meer blokken boven op elkaar.
- 2 een *gelijkmatig verdeelde belasting*.

Als de blokken aansluitend naast elkaar op de balk worden gelegd spreekt men van een *gelijkmatig verdeelde belasting*.

Deze *gelijkmatig verdeelde belasting* wordt in de theorie aangeduid zoals in fig. 4-13 links op de balk is te zien.

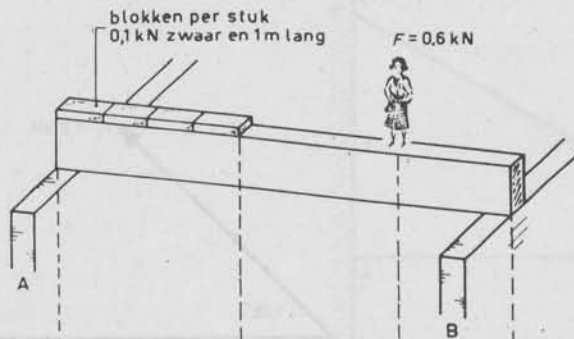


fig. 4-13a

Een balk AB, opgelegd op twee muren, wordt in de mechanica schematisch getekend als in fig. 4-13b.

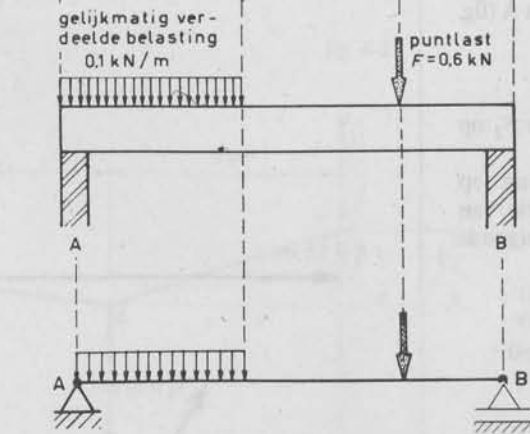


fig. 4-13b

fig. 4-14

4.2 Opdrachten

- 1 Teken op schaal $1 \text{ mm} \cong 1 \text{ kN}$ een kracht van 30 kN langs de werklijn a en vanuit het aangrijpingspunt A (zie fig. 4-14).
- 2 Teken op schaal $1 \text{ mm} \cong 2 \text{ kN}$ een kracht van 40 kN langs de werklijn b en vanuit het aangrijpingspunt B. Verplaats daarna deze kracht van B naar C langs de werklijn b (zie fig. 4-15).

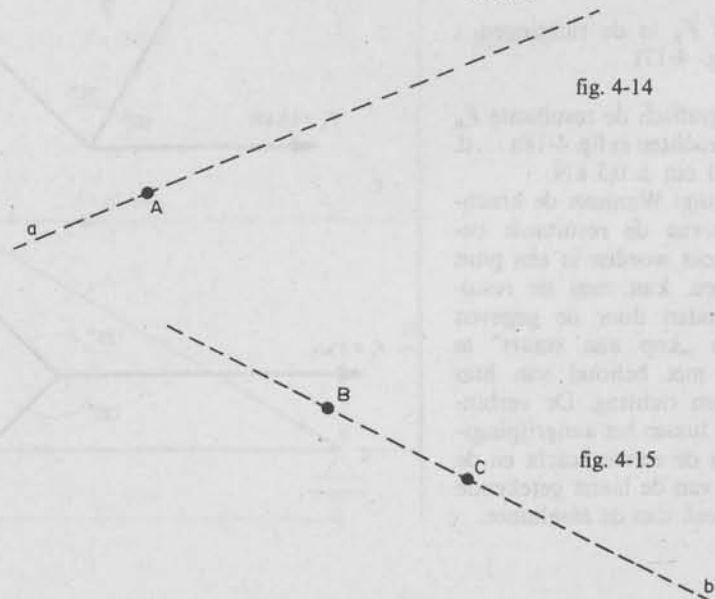


fig. 4-15

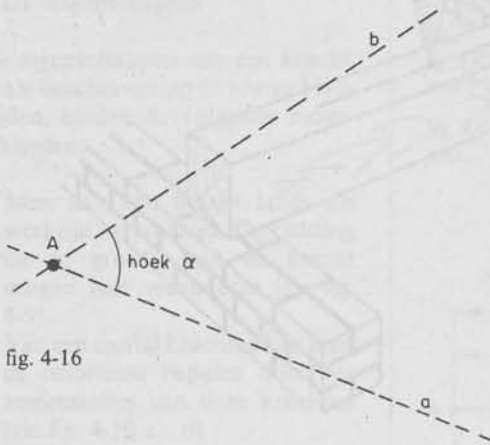


fig. 4-16

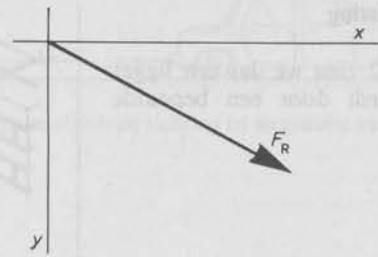


fig. 4-17

3 Twee krachten F_1 en F_2 hebben hetzelfde aangrijpingspunt A (fig. 4-16).

$$F_1 = 30 \text{ kN}$$

$$F_2 = 40 \text{ kN}$$

F_1 ligt op de werklijn a en F_2 op de werklijn b.

Bepaal door een tekening op schaal (grafisch) de grootte van de resultante in de volgende gevallen:

a hoek tussen a en b = 30° ;

b hoek tussen a en b = 90° ;

c hoek tussen a en b = 180° ;

d hoek tussen a en b = 0° .

Schaal $1 \text{ mm} \cong 1 \text{ kN}$.

4 Ontbind F_R in de richtingen x en y (fig. 4-17).

5 Bepaal grafisch de resultante F_R van de krachten in fig. 4-18a...d. Schaal: $1 \text{ cm} \cong 0,5 \text{ kN}$.

Opmerking: Wanneer de krachten waarvan de resultante bepaald moet worden in één punt aangrijpen, kan men de resultante vinden door de gegeven krachten „kop aan staart” te tekenen met behoud van hun grootte en richting. De verbindingslijn tussen het aangrijpingspunt van de eerste kracht en de pijlpunt van de laatst getekende kracht geeft dan de resultante.

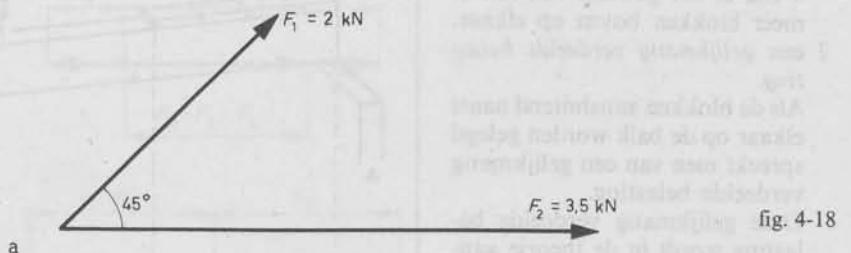
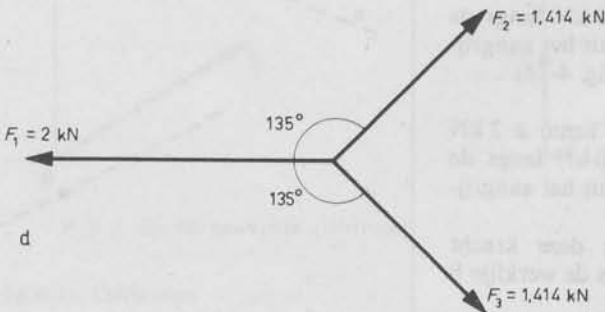
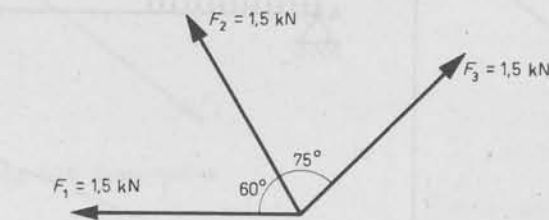
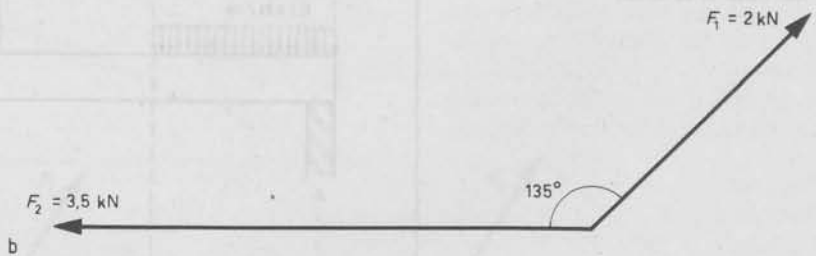


fig. 4-18



6 Gegeven: $AB = 2\ 400\text{ mm}$; $BC = 3\ 000\text{ mm}$; $AC = 1\ 800\text{ mm}$. $F = 3\text{ kN}$.
 Krachtschaal: $1\text{ cm} = 1\text{ kN}$.
 Lengteschaal: $1\text{ cm} \cong 0,5\text{ m}$. Zie fig. 4-19.

Gevraagd: Bepaal de krachten in het punt B op respectievelijk AB en BC. Geef aan of het een druk- of trekkracht is.

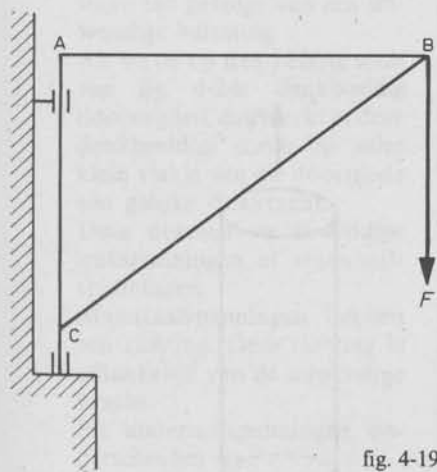


fig. 4-19

7 Bepaal in fig. 4-20 in het punt C de krachten op respectievelijk AC en BC.
 Krachtschaal: $1\text{ cm} \cong 100\text{ N}$.
 Lengteschaal: $1\text{ cm} \cong 1\text{ m}$.

8 Bepaal in fig. 4-21 in het punt C de krachten op respectievelijk AC en BC.
 Krachtschaal: $1\text{ cm} \cong 10\text{ kN}$.
 Lengteschaal: $1\text{ cm} \cong 1\text{ m}$.

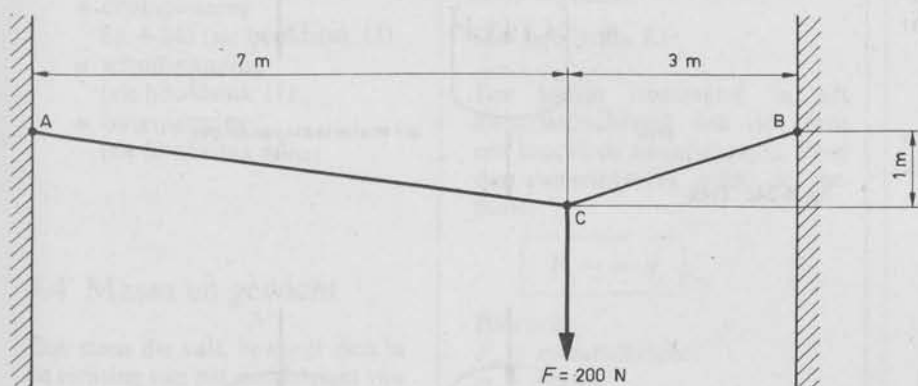


fig. 4-20

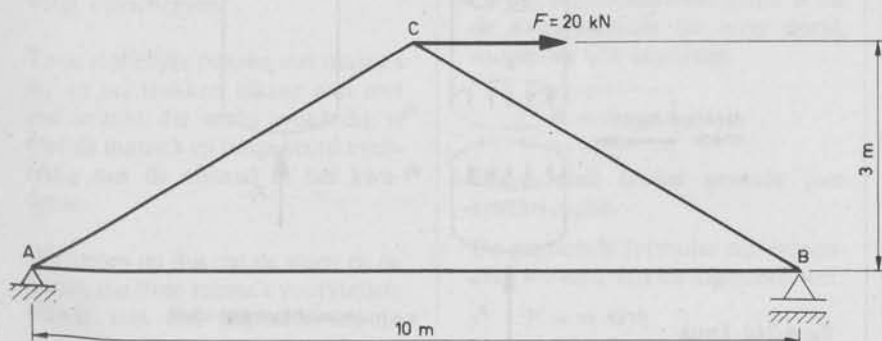


fig. 4-21

9 Bepaal in fig. 4-22 in de punten A en C grafisch de verticale en horizontale oplegreactie.
 Krachtschaal: $10\text{ cm} \cong 1\text{ kN}$.
 E.g. verwaarlozen.
 (Eindexamen 1974)

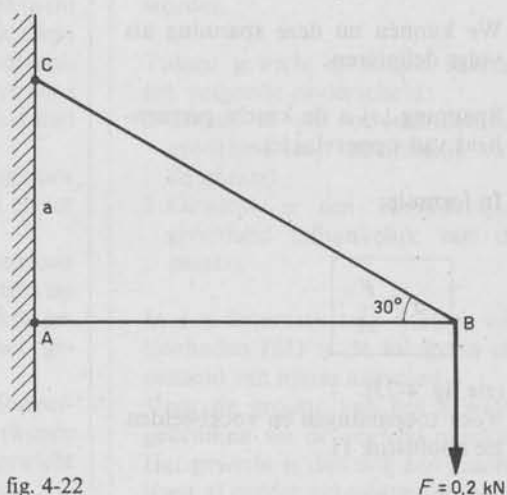


fig. 4-22

4.3 Spanning

Op een oppervlak A staat een belasting (kracht) F . Deze kracht F kan de resultante zijn van een aantal kleinere, even grote krachten, die elk op een klein deeltje van het oppervlak A werken.

Deze kleine krachtjes noemen we spanningen en we geven deze grootte aan met het Griekse letterteken σ (sigma).

We kunnen nu deze spanning als volgt definiëren:

Spanning (σ) is de kracht per eenheid van oppervlakte.

In formule:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

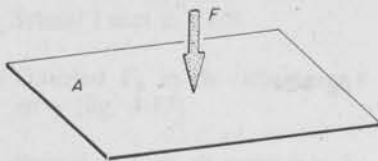
(zie fig. 4-23).

Voor toepassingen en voorbeelden zie hoofdstuk 11.

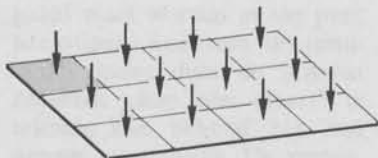
Enkele voorbeelden van spanningen met enkele eigenschappen zijn:

1 vloeistofspanningen

- Figuur 4-24a.
- Op elk stukje oppervlak van de bodem werkt een gelijk krachtje.

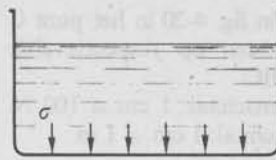


a) belasting F



b) belasting F verdeeld over oppervlakte-eenheden

fig. 4-23



$\sigma = \text{vloeistofdruk}$

fig. 4-24a



$\sigma = \text{gasdruk}$

fig. 4-24b

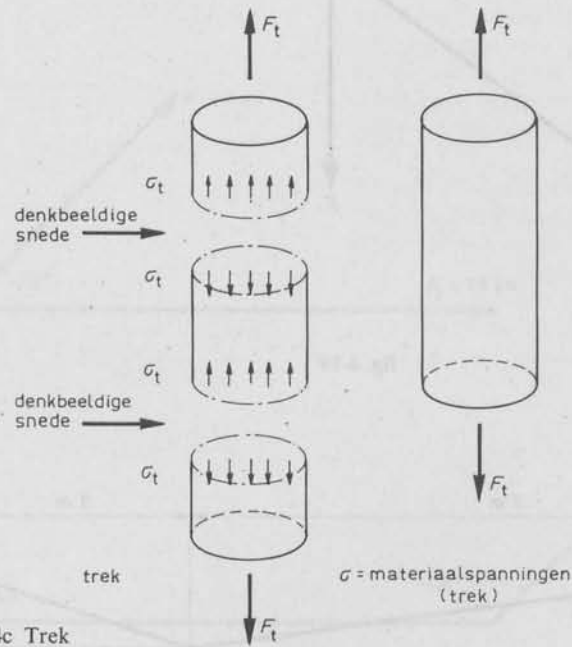


fig. 4-24c Trek

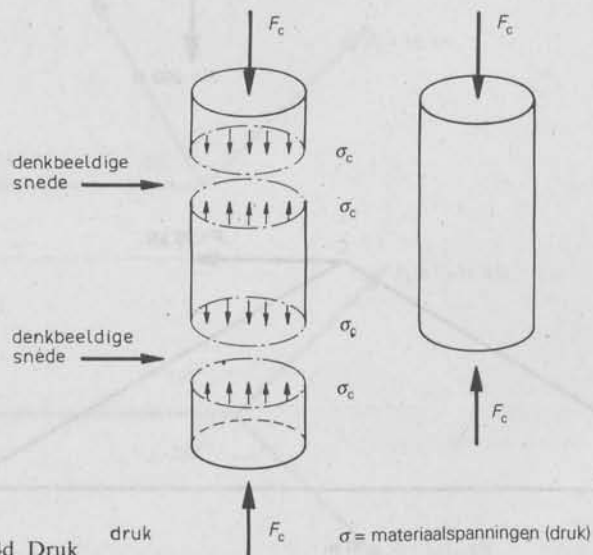


fig. 4-24d Druk

2 gasspanningen

- De gasspanningen zijn in een bepaalde, met gas gevulde, omsloten ruimte overal hetzelfde (ballon).
- De spanningen werken (evenals in een vloeistof) in alle richtingen.
- Figuur 4-24b.

3 materiaalspanningen

- Materiaalspanningen zijn inwendige grootheden, die ontstaan ten gevolge van een uitwendige belasting.
- Als we de op trek belaste staaf van fig. 4-24c denkbeeldig doorsnijden, dan werkt in deze denkbeeldige snede op ieder klein vlakje van die doorsnede een gelijke trekkracht. Deze noemen we inwendige trekspanningen of materiaalspanningen.
- Materiaalspanningen hebben een richting. Deze richting is afhankelijk van de uitwendige kracht.
- Bij materiaalspanningen onderscheiden we:
 - trekspanning
fig. 4-24c (zie hoofdstuk 11);
 - drukspanning
fig. 4-24d (zie hoofdstuk 11);
 - schuifspanning
(zie hoofdstuk 11);
 - buigspanning
(zie hoofdstuk 14);

4.4 Massa en gewicht

Een steen die valt, beweegt zich in de richting van het middelpunt van de aarde. Dit is een gevolg van het feit dat twee massa's elkaar aantrekken. Deze natuurkundige wet is voor het eerst door Newton als volgt omschreven:

Twee stoffelijke punten met massa's m_1 en m_2 trekken elkaar aan met een kracht die recht evenredig is met de massa's en omgekeerd evenredig met de afstand in het kwadraat.

We weten nu dus dat de steen en de aarde, die twee massa's voorstellen, elkaar met een bepaalde kracht

aantrekken. De kracht die de aarde op de steen uitoefent, wordt zwaartekracht genoemd en aangeduid met F_z . Deze kracht zorgt ervoor dat de steen uit zijn toestand van rust in beweging komt als we hem loslaten.

Vervolgens zorgt deze kracht ervoor dat de beweging zich steeds wijzigt. De steen valt steeds sneller en de snelheid neemt per seconde met een constante waarde toe.

Deze constante waarde is wat we versnelling door de zwaartekracht noemen. Deze kracht geeft de steen dus een versnelling. Deze versnelling bedraagt ongeveer 10 m/s per s of 10 m/s² en wordt aangeduid met de letter g .

Dit versnellen gaat net zo lang door tot de steen de aarde bereikt en tot stilstand komt.

De steen oefent dan onder invloed van de zwaartekracht een kracht op het aardoppervlak uit, die we de gewichtskracht of kortweg het gewicht van de steen noemen.

Omgekeerd oefent het aardoppervlak op de steen een tegenwerkende kracht uit, gelijk aan het gewicht van de steen. Hier geldt dus:

actie = reactie

(Zie hoofdstuk 6.)

Een massa ondervindt in het zwaartekrachtveld van de aarde een kracht, de zwaartekracht. Voor die zwaartekracht geldt de formule:

$$F_z = m \cdot g$$

Hierin is:

F_z = zwaartekracht;

m = massa;

g = versnelling van de zwaartekracht.

Omdat het gewicht van een lichaam (in het algemeen) even groot is als de zwaartekracht die erop werkt, mogen we ook schrijven:

$$G = m \cdot g$$

Hierin stelt G het gewicht (een kracht) voor.

De genoemde formules zijn bijzondere vormen van de algemene wet:

$$F = m \cdot a$$

(kracht F = massa m maal versnelling a)

De versnelling van de zwaartekracht is voor elke plaats op aarde verschillend:

Amsterdam $g = 9,813 \text{ m/s}^2$; aan de pool $g = 9,832 \text{ m/s}^2$.

Gewoonlijk rekent men met de normversnelling $g = 9,80655 \text{ m/s}^2$ als gemiddelde waarde voor elke plaats op aarde. In de constructieleer mag $g = 10 \text{ m/s}^2$ genomen worden.

Tussen gewicht en massa bestaat het volgende onderscheid:

1 Massa is een onveranderlijke grootheid (niet afhankelijk van de plaats).

2 Gewicht is een veranderlijke grootheid (afhankelijk van de plaats).

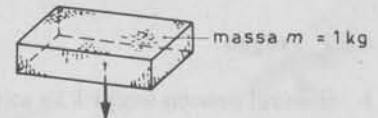
In het Internationale Stelsel van Eenheden (SI) is de kilogram als eenheid van massa aanvaard.

Voor de grootte van het gewicht gebruiken we de eenheid newton. Het gewicht is dus ook een kracht, want al eerder gebruikten we voor de grootte van de kracht ook de eenheid N(ewton). De newton wordt uitgedrukt in de constante eenheden meter, kilogram en seconde:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Definitie van een newton

Een newton is de kracht die nodig is om een lichaam met een massa van 1 kg na één seconde een snelheid te geven van 1 m/s.



$$F_z = G = m \cdot g = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ N}$$

fig. 4-25

Zo kunnen we nu zeggen dat de steen van fig. 4-25 een gewicht heeft van 10 N.

$$1000 \text{ N} = 1 \text{ kN}$$

4.5 Soortelijke massa

In paragraaf 4.4 hebben we kunnen lezen wat de grootte massa is. Het is vaak ook van belang te weten hoeveel de massa per volume-eenheid van het materiaal bedraagt.

De massa per volume-eenheid wordt soortelijke massa genoemd. Deze wordt aangeduid met de Griekse letter ρ (rho).

Deze grootte ρ is te beschouwen als een materiaaleigenschap, omdat ieder materiaal een verschillende soortelijke massa heeft.

Het maakt ook nog verschil of een materiaal nat of droog is. Voor de soortelijke massa van enkele materialen in droge en natte toestand zie tabel 4.1.

Soortelijk gewicht

Omdat het soortelijk gewicht $\gamma = \frac{G}{V}$

en de soortelijke massa $\rho = \frac{m}{V}$

kan het verband tussen γ en ρ worden afgeleid met de formule $G = m \cdot g$

$$\frac{G}{V} = \frac{m}{V} \cdot g$$

$$\gamma = \rho \cdot g$$

Hierin is:

V = volume.

VOORBEELD

Voor droog zand geldt: $\rho_{\text{zand}} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

$$\begin{aligned} \text{Dus } \gamma_{\text{zand}} &= \rho_{\text{zand}} \cdot g = \\ &= 1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 = \\ &= 1,6 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3 = 16 \text{ kN/m}^3. \end{aligned}$$

4.5.1 Vragen

- 1 Hoeveel newton weegt 1 kg aan de pool?
- 2 Hoeveel newton weegt 1 kg in Amsterdam?
- 3 Bereken γ_{baksteen} (nat).
- 4 Vul in:
1 kN = ... N;
10 000 N = ... kN.
- 5 Hoe groot is de kracht die aan een lichaam van 1 kg na 1 s een snelheid geeft van 3 m/s?

Tabel 4.1 Soortelijke massa van enkele materialen

materiaal	soortelijke massa ρ	
	droog	nat
	kg/m ³ × 1 000	kg/m ³ × 1 000
zand	1,6	2,0
naaldhout	0,4	0,65
staal	7,85	7,85
cementvezelplaat	0,35	0,5
baksteen	1,7	1,8

- 6 Een halve m³ zand weegt 9000 N. Bereken de soortelijke massa, uitgedrukt in kg/m³.
- 7 Een kubel met een inhoud van 1 200 liter weegt leeg 5 kN en vol beton 35 kN.
Wat is de soortelijke massa van het beton?

4.6 Wrijving

Uit ervaring weten we dat, als we een blok over een vloer willen slepen, we er een kracht op moeten uitoefenen. Behalve deze kracht (F_t) werken er dan nog twee andere krachten op het blok, namelijk (zie fig. 4-26):

- 2 de zwaartekracht (F_z);
- 3 de normaalkracht (F_n) als reactie op het gewicht van de steen.

Als we met een zeer kleine kracht (F_t) aan het blok trekken, blijft het blok in rust. Hieruit kunnen we

concluderen dat er behalve de drie genoemde krachten nog een vierde kracht werkzaam is:

- 4 de wrijving (F_w). De wrijving werkt tegengesteld aan de trekkracht (F_t).

De grootte van de maximale wrijving is afhankelijk van de volgende factoren:

- 1 De soorten materiaal die langs elkaar wrijven. (Voor het doen bewegen van een blok ijs met een gewicht G over een ijsvloer is minder trekkracht nodig dan voor het bewegen van een betonblok met een gewicht G over een ruwe betonvloer);
- 2 De normaalkracht F_n die op het lichaam wordt uitgeoefend en dus van G , omdat $G = F_n$ (zie fig. 4-26).

Deze factoren zijn verwerkt in een proefondervindelijk samengestelde formule:

$$F_{w, \text{max}} = f \cdot F_n$$

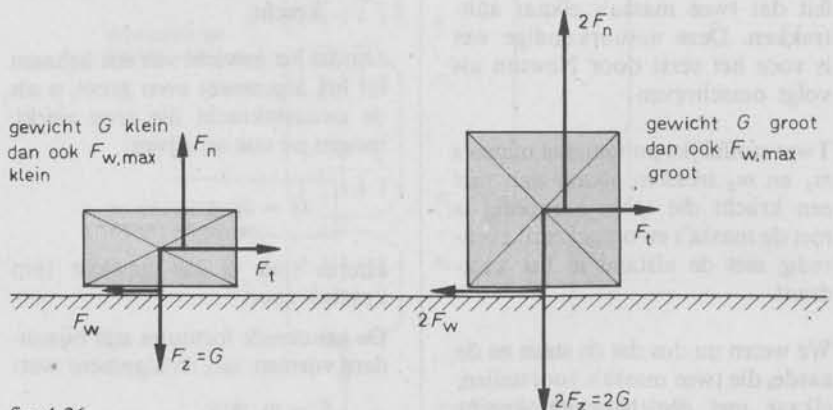


fig. 4-26

Hierbij is:

$F_{w,max}$ = de maximaal mogelijke wrijving;

f = de wrijvingscoëfficiënt (deze varieert, naar de aard van de oppervlakken, van 0,15 voor zeer gladde oppervlakken tot 0,7 voor zeer ruwe oppervlakken);

$F_n = G$.

Als we de kracht F_t van fig. 4-27 geleidelijk opvoeren, uitgaande van de 0-waarde, verloopt de wrijving als volgt:

- 1 Als de trekkracht gelijk is aan nul, dan is de wrijving ook gelijk aan nul (fig. 4-27a).
- 2 Als de trekkracht een geringe waarde heeft, zal de wrijving nog steeds gelijk zijn aan deze trekkracht (fig. 4-27b).
- 3 Bij een bepaalde waarde van de trekkracht blijft het blok nog juist in rust. In deze situatie is de maximale wrijving bereikt en is gelijk aan de uitgeoefende trekkracht (fig. 4-27c, statica).
- 4 Vergroten we de trekkracht nog verder, dan zal het blok in beweging komen terwijl de maximale wrijving $F_{w,max}$ nog steeds werkzaam is (fig. 4-27d, dynamica).

4.6.1 Hellingen

Laten we veronderstellen dat de helling van fig. 4-28 volkomen glad is ($f = 0$). Bij het naar boven trekken is dan $F_w = 0$. Er werkt echter nog een kracht op het blok, namelijk F_z . F_z wordt ontbonden in een kracht F_1 langs de helling en een kracht F_2 loodrecht op de helling. F_z grijpt aan in het zwaartepunt van het blok en is gericht naar het zwaartepunt van de aarde. In dit geval zou de heer A een kracht ter grootte van minimaal F_1 moeten opbrengen om het blok de helling op te krijgen.

In fig. 4-28 is F_n de normaalkracht die door de helling op het blok wordt uitgeoefend. $F_n = F_2$ (actie = reactie).

De eerder gemaakte veronderstelling dat de helling volkomen glad is, is niet reëel. De helling kan namelijk nooit volkomen glad zijn.

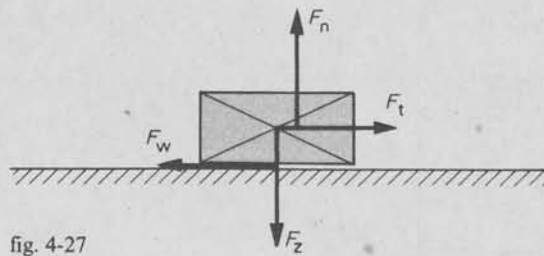


fig. 4-27

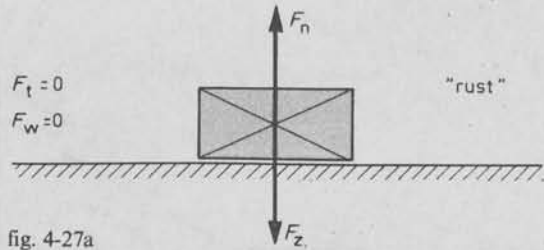


fig. 4-27a

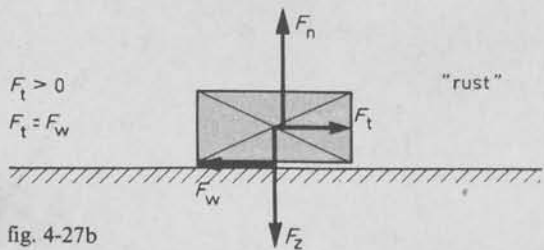


fig. 4-27b

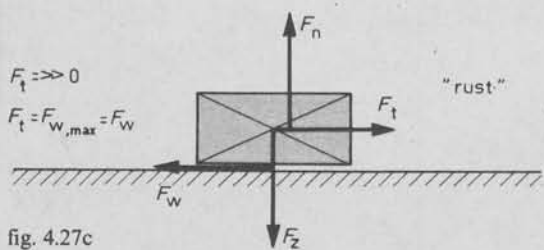


fig. 4-27c

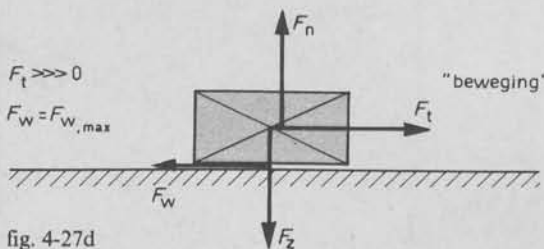


fig. 4-27d



fig. 4-28

Als de helling niet volkomen glad is, zal er een wrijving gaan werken. Deze wrijving is altijd tegengesteld gericht aan de bewegingsrichting.

We onderscheiden drie gevallen:

1 Zie fig. 4-29a.

Het blok glijdt naar beneden:

$$F_t < F_1 - F_w$$

2 Zie fig. 4-29b.

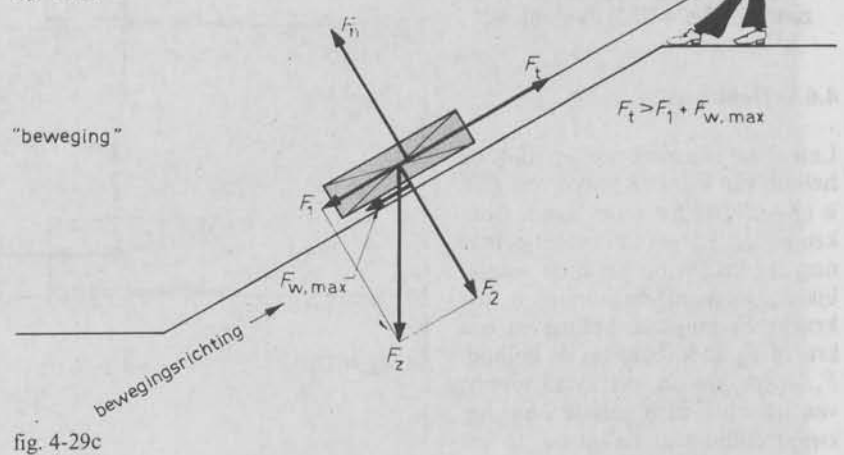
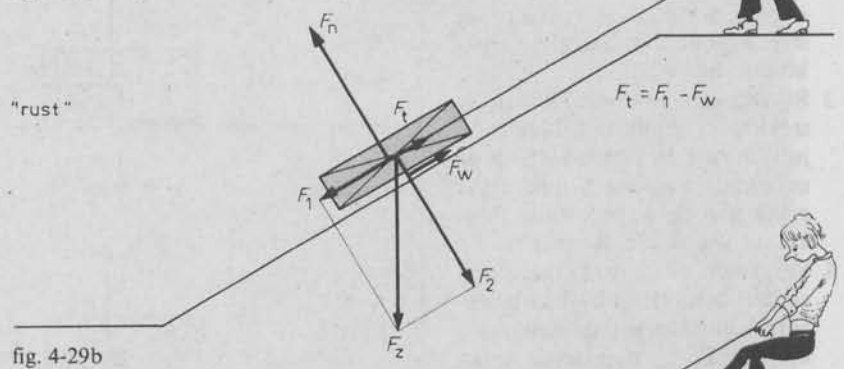
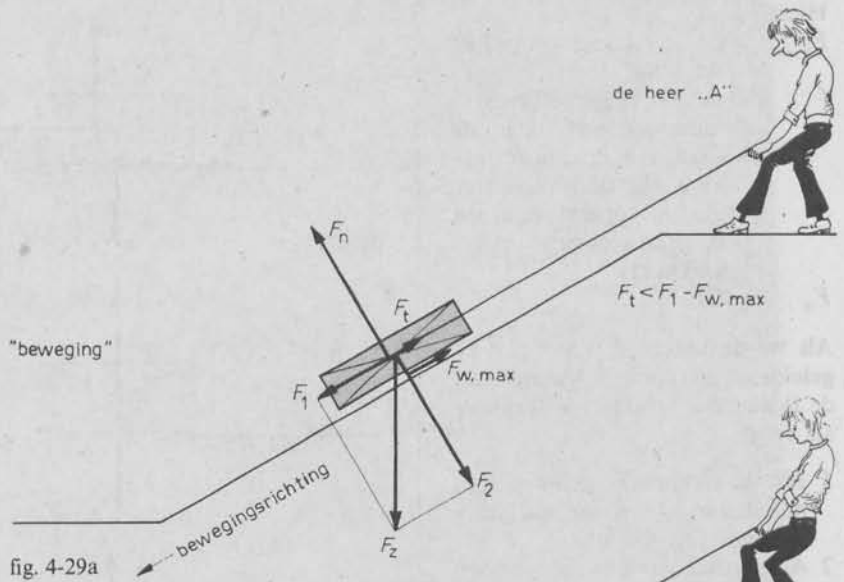
Het blok is in rust:

$$F_t = F_1 - F_w$$

3 Zie fig. 4-29c.

Het blok wordt naar boven getrokken:

$$F_t > F_1 + F_w$$



4.7 Opdrachten

1 Gegeven: De kracht F_R van fig. 4-30.

De richtingen a en b.

Gevraagd: Ontbind de kracht F_R in de aangegeven richtingen.

2 Gegeven: De krachten F_1 en F_2 respectievelijk werkzaam in de richtingen a en b (zie fig. 4-31).

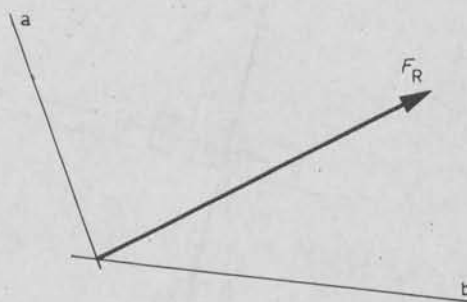


fig. 4-30

Gevraagd: Stel de krachten F_1 en F_2 samen tot een kracht F_R .

- 3 **Gegeven:** Een blok met een gewicht van 100 N (fig. 4-32). Een zeer ruwe vloer, $f = 0,7$.

Gevraagd:

- a Geef aan welke krachten op het blok werkzaam zijn als het blok nog niet in beweging is gekomen door een horizontale trekkraft.
b Bereken de minimale kracht F_1 die nodig is om het blok te verslepen in de aangegeven richting.

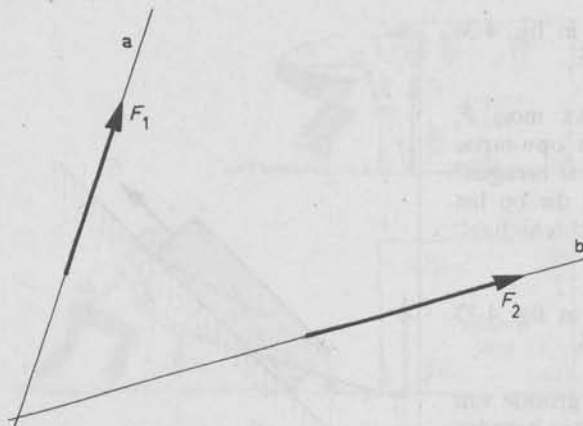


fig. 4-31

- 4 **Gegeven:**

Blok A (fig. 4-33).

- gewicht 100 N;
- raakoppervlak 20 cm².

Blok B:

- gewicht 100 N;
- raakoppervlak 10 cm².

Beide blokken staan op een vloer met dezelfde wrijvingscoëfficiënt f . Aan beide blokken wordt getrokken met een kracht F .

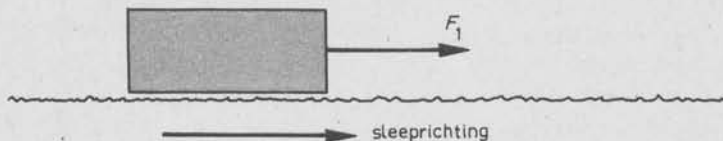


fig. 4-32

Gevraagd:

- Bij welk blok is F_w het grootst? Motiveer het gegeven antwoord.

- 5 **Gegeven:** De helling zoals in fig. 4-34 is getekend met daarop een blok van 300 N. De wrijvingscoëfficiënt is 0,4.

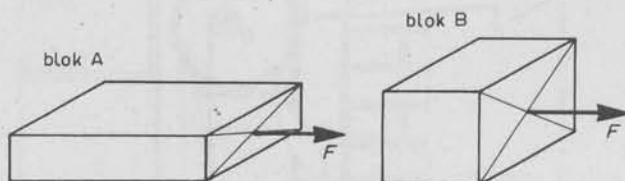


fig. 4-33

Gevraagd:

- a Teken de krachten die werkzaam zijn op het blok (krachterschaal 1 mm \cong 10 N).
b Bereken de minimumkracht die nodig is om het blok de helling op te slepen.
c Als het contactvlak van het blok met de helling 100 mm² bedraagt, wat is dan de schuifspanning tengevolge van de wrijving?

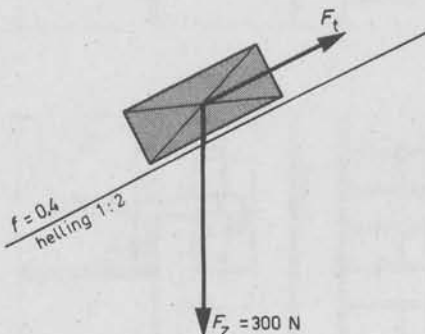


fig. 4-34

- 6 **Gegeven:** Een blok op een horizontaal vlak weegt 300 N (fig. 4-35). $f = 0,6$.

Gevraagd: Hoe groot moet F_t zijn om het blok in beweging te brengen? Teken alle krachten die op het blok werken. Krachterschaal: 1 mm \cong 20 N.

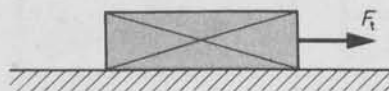


fig. 4-35

7 Gegeven: Het blok in fig. 4-36 weegt 300 N. $f = 0,5$.

Gevraagd: Hoe groot moet F_1 zijn om het blok in opwaartse richting in beweging te brengen? Teken alle krachten die op het blok werken. Krachtenschaal: 1 mm \cong 10 N.

8 Gegeven: Het blok in fig. 4-37 weegt 300 N. $f = 0,5$.

Gevraagd: Bij welke grootte van F_1 begint het blok naar beneden te glijden?

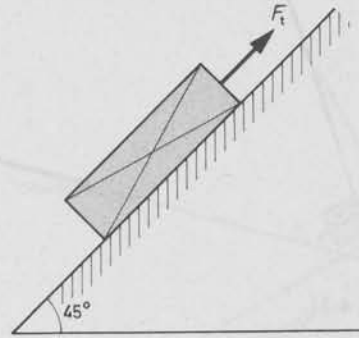


fig. 4-36

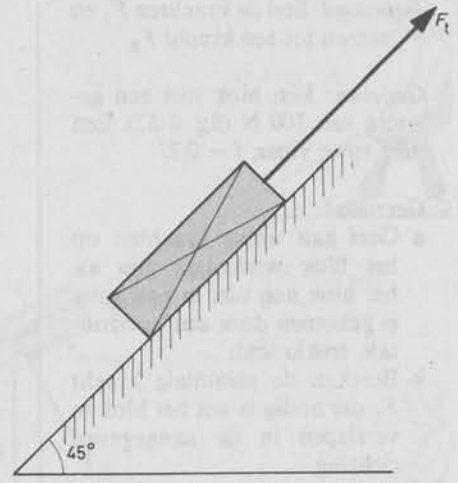


fig. 4-37

5

Momenten, momentenstelling

5.1 Momenten

Als we een zware last een weinig willen optillen weten we uit ervaring, dat gebruikmaking van een koevoet deze taak aanmerkelijk verlicht.

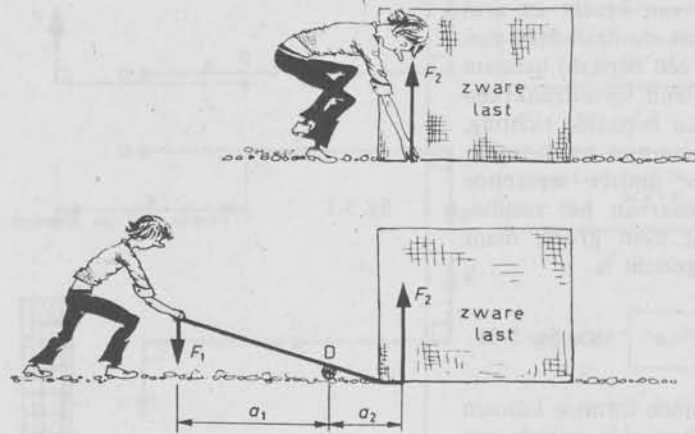


fig. 5-1

In fig. 5-1 en 5-2 geldt:
 a_1 en a_2 zijn „armen”
 $F_2 \gg F_1$ omdat:
 $a_2 \ll a_1$
 D = draaipunt

Proberen we een deur te openen, als er geen deurkruk aan zit, dan is dit nagenoeg onmogelijk. Plaatsen we de deurkruk er weer op dan is het eenvoudig (fig. 5-2).

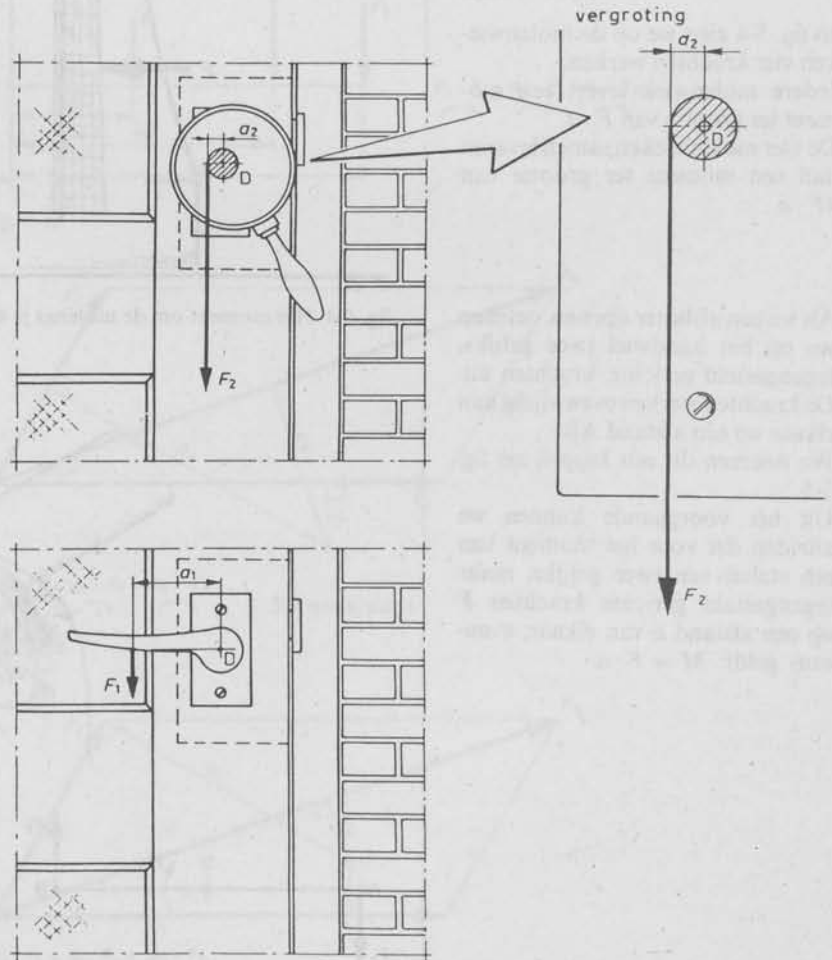


fig. 5-2

In de hierboven gegeven voorbeelden zien we telkens drie begrippen terugkomen, namelijk:

- 1 een draaipunt,
- 2 een kracht,
- 3 een arm.

Het *draaipunt* is het punt D , waaromheen draaiing ontstaat.

De *kracht* wordt uitgeoefend op het lichaam, op een bepaalde afstand van het draaipunt.

De *arm* is de afstand van het draaipunt tot de werklijn van de kracht.

Het produkt van kracht en arm noemen we het *moment*. Het moment, dat op een bepaald lichaam wordt uitgeoefend, veroorzaakt een draaiing in een bepaalde richting, mits dit moment niet wordt tegengewerkt door andere werkende momenten, waarvan het resulterend moment even groot, maar tegengesteld gericht is.

$$M = F \cdot a \quad (\text{zie fig. 5-3}).$$

Uit bovenstaande formule kunnen we voor een bepaalde waarde van het moment M de volgende conclusies trekken:

- 1 Als de *arm groot* is, kan de *kracht klein* gehouden worden voor het uitvoeren van het moment M .
- 2 Als de *kracht groot* is, kan de *arm klein* gehouden worden voor het uitvoeren van het moment M .

In fig. 5-4 zien we op de molenwieken vier krachten werken. Iedere molenwiek levert een moment ter grootte van $F \cdot a$. De vier molenwieken samen leveren dan een moment ter grootte van $4F \cdot a$.

Als we een afsluiter openen, oefenen we op het handwiel twee gelijke, tegengesteld gerichte, krachten uit. De krachten werken evenwijdig aan elkaar op een afstand AB . We noemen dit een *koppel*, zie fig. 5-5. Uit het voorgaande kunnen we afleiden dat voor het moment van een stelsel van twee gelijke, maar tegengesteld gerichte krachten F op een afstand a van elkaar, eveneens geldt: $M = F \cdot a$.

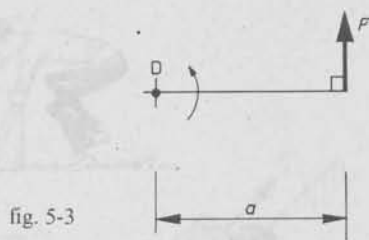


fig. 5-3

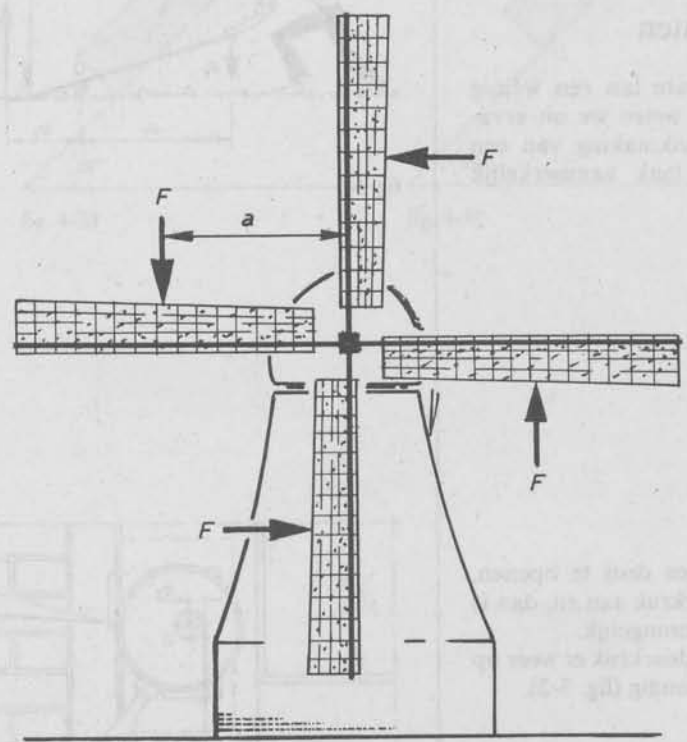


fig. 5-4 Het moment om de molenas is $4F \cdot a$

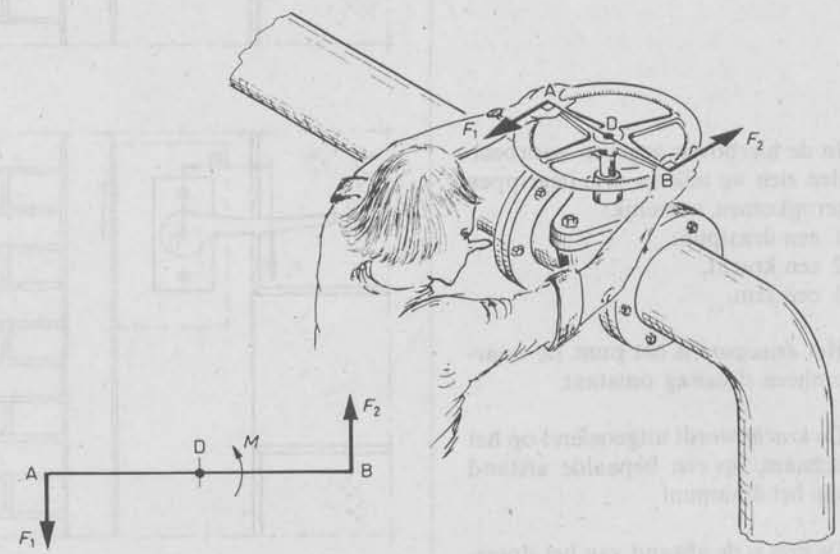


fig. 5-5 Koppel

5.1.1 Afspraken ten aanzien van momenten van krachten en koppels

Zie fig. 5-6.

De kracht F wordt uitgedrukt in de SI-eenheid newton (N).

De arm a wordt uitgedrukt in de SI-eenheid meter (m).

Hieruit kunnen we concluderen dat het moment wordt uitgedrukt in newtonmeter (N · m). N · m behoort ook tot de SI-eenheden.

De draairichting van het moment is erg belangrijk. Let op de boogjes. Wie dat makkelijk vindt, mag een rechtsom draaiend moment een positief moment noemen en een linksom draaiend moment een negatief moment.

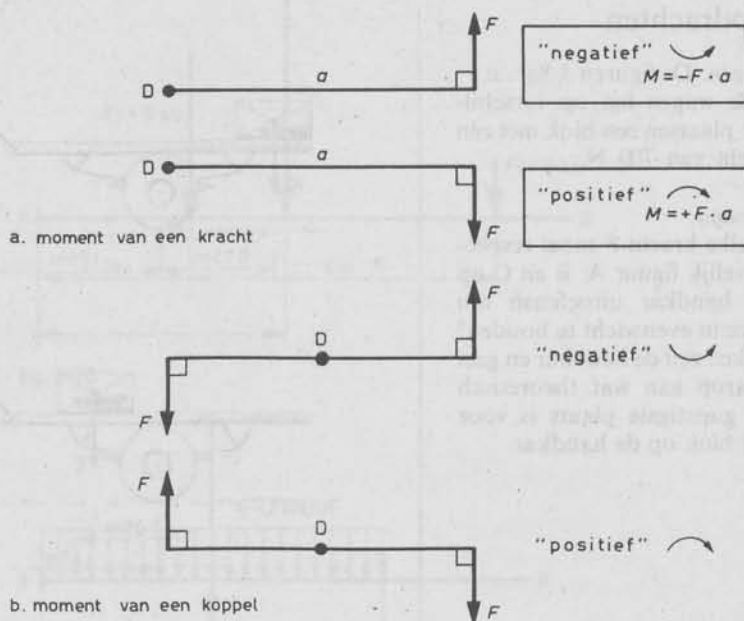


fig. 5-6

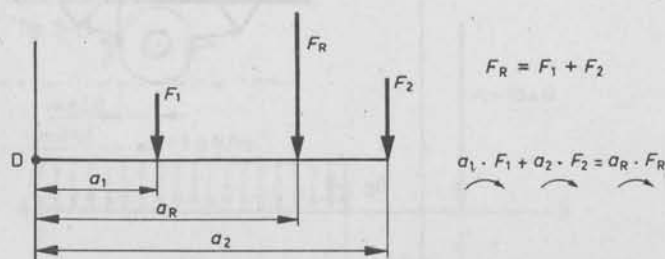


fig. 5-7a

5.2 Momentenstelling

We weten inmiddels dat:

- krachten samengesteld mogen worden;
- er een positief en een negatief moment bestaat;
- het moment gelijk is aan het product van kracht en arm.

Definitie: Het statisch moment van een kracht ten opzichte van een willekeurig punt, is het product van die kracht en de afstand van de werklijn van die kracht tot het punt.

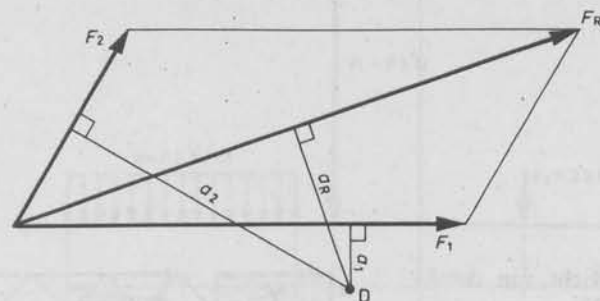
De momentenstelling luidt nu als volgt:

De som van de momenten van een aantal krachten ten opzichte van een willekeurig punt is gelijk aan het moment van de resultante van die krachten ten opzichte van hetzelfde punt;

of kortweg:

som van de momenten = moment van de som.

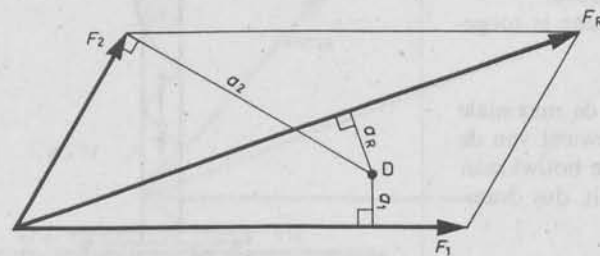
In de figuren 5-7a...c zien we wat de momentenstelling inhoudt.



$$a_2 \cdot F_2 + a_1 \cdot F_1 = a_R \cdot F_R$$

D = draaipunt

fig. 5-7b



$$a_2 \cdot F_2 - a_1 \cdot F_1 = a_R \cdot F_R$$

fig. 5-7c

5.3 Opgachten

- 1 *Gegeven:* De figuren 5-8a...c.
Op de wagen ligt op verschillende plaatsen een blok met een gewicht van 700 N.

Gevraagd:

- a Welke kracht F moet respectievelijk figuur A, B en C op de handkar uitoefenen om deze in evenwicht te houden?
b Teken zelf de handkar en geef daarop aan wat theoretisch de gunstigste plaats is voor het blok op de handkar.

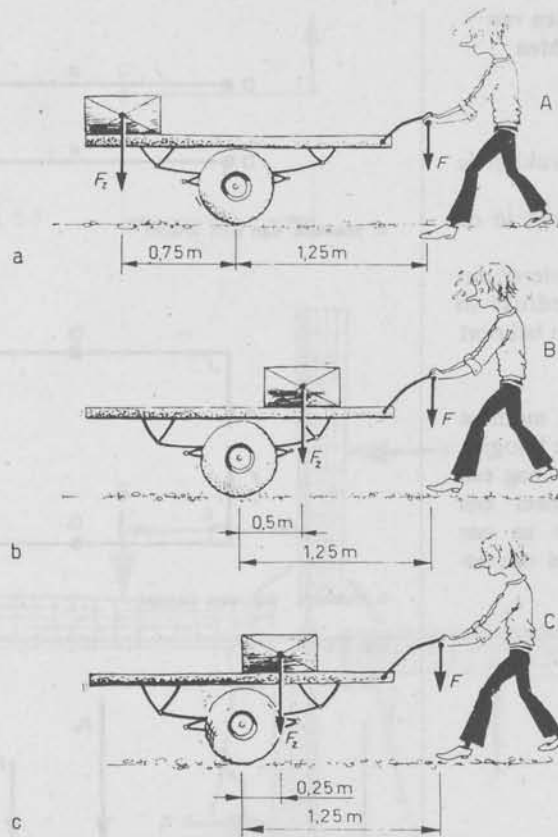


fig. 5-8

- 2 *Gegeven:* Het gewicht van de kraanmast is 10 kN.
Het gewicht van de arm bedraagt 20 kN.
Het gewicht van de loopkat kan worden verwaarloosd.
Metten in deze figuur is toegestaan.

Gevraagd: Wat is de maximale waarde van het gewicht van de massa M (zodat de bouwkraan niet achterover valt, dus draaipunt A)?

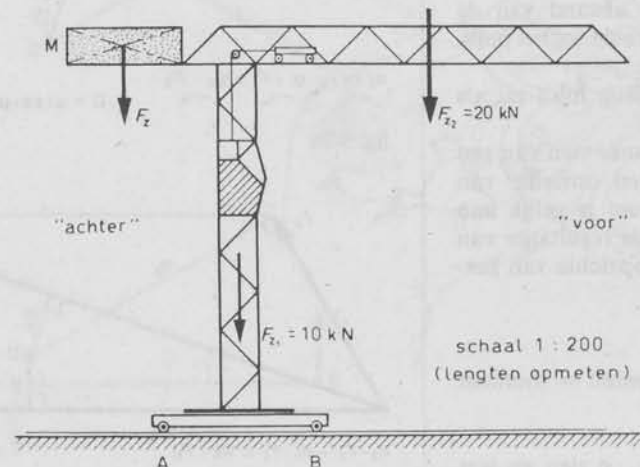


fig. 5-9

- 3 *Gegeven:* Op een horizontale balk AB grijpt in C een kracht F_1 aan, groot 6 kN en in D een kracht $F_2 = 2$ kN. De afstanden tot het draaipunt A zijn in de figuur gegeven.

Gevraagd: Bepaal de grootte van de resultante F_R en de afstand x waar deze kracht aangrijpt.

- 4 *Gegeven:* Op een balk AB werkt een gelijkmatig verdeelde belasting q die een grootte heeft van 2 kN/m.

Gevraagd:

- a Hoe groot is de resultante F_R van de gelijkmatig verdeelde belasting?
b Hoe groot is het moment ten opzichte van draaipunt A?

- 5 *Gegeven:*
Figuur 5-12.

Gevraagd:

- a Hoe groot is het moment ten opzichte van A?
b Waar grijpt de resultante op de balk aan?

- 6 *Gegeven:*
Figuur 5-13.

Gevraagd:

- a Hoe groot is het moment ten opzichte van B?
b Waar grijpt de resultante op de balk aan?

- 7 *Gegeven:*
Figuur 5-14.

Gevraagd: Controleer door opmeting en berekening dat de som van de momenten van F_1 en F_2 ten opzichte van A gelijk is aan het moment van F_R ten opzichte van A.

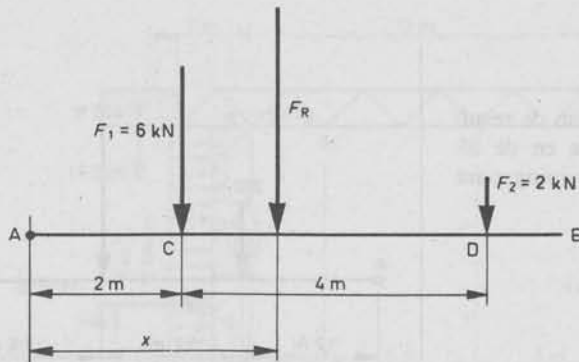


fig. 5-10

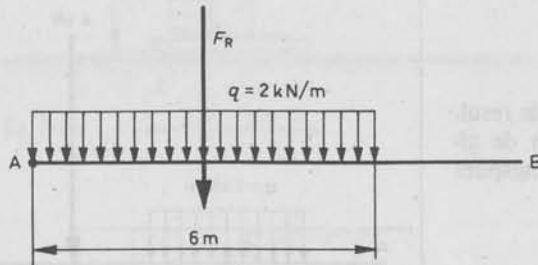


fig. 5-11

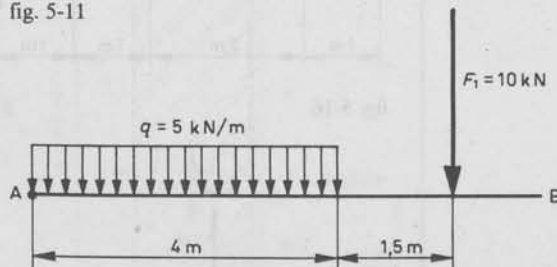


fig. 5-12

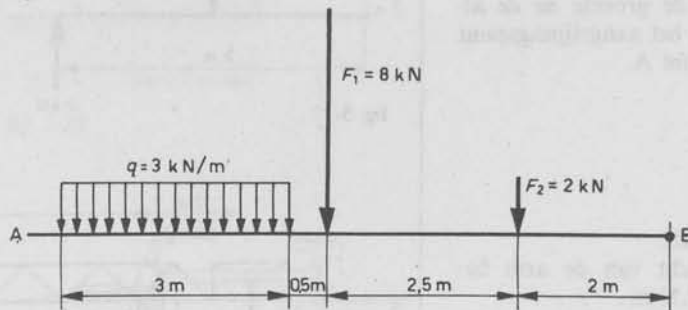
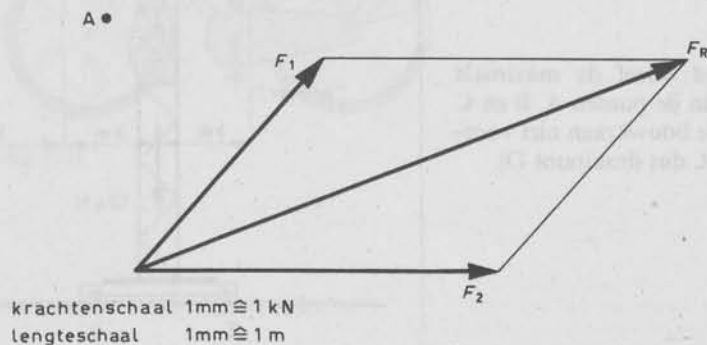


fig. 5-13



krachtenschaal 1mm \cong 1 kN
lengteschaal 1mm \cong 1 m

fig. 5-14

- 8 Gegeven:
Figuur 5-15.

Gevraagd: Bepaal van de resultante F_R de grootte en de afstand van het aangrijpingspunt tot het punt A.

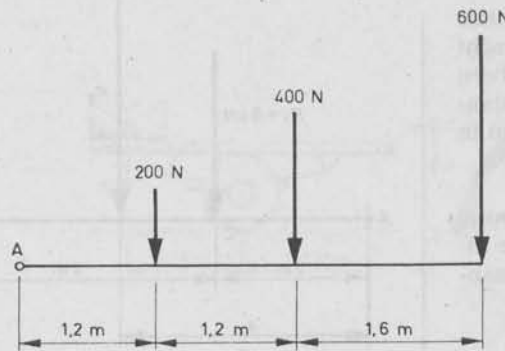


fig. 5-15

- 9 Gegeven:
Figuur 5-16.

Gevraagd: Bepaal van de resultante F_R de grootte en de afstand van het aangrijpingspunt tot het punt A.

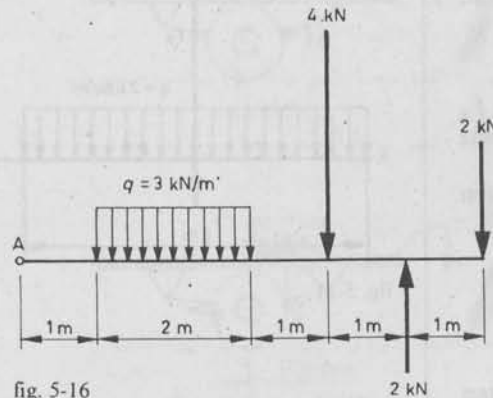


fig. 5-16

- 10 Gegeven:
Figuur 5-17.

Gevraagd: Bepaal van de resultante F_R de grootte en de afstand van het aangrijpingspunt tot het punt A.

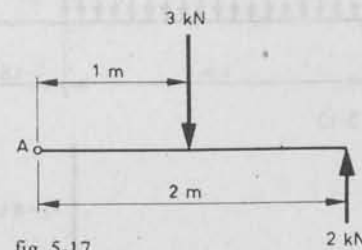


fig. 5-17

- 11 Gegeven:
Figuur 5-18.

Het gewicht van de arm bedraagt 2 kN/m.
Het gewicht van de loopkat is als verwaarloosbaar te beschouwen.

Gevraagd: Geef de maximale last (F) in de punten A, B en C (zodat de bouwkraan niet voorover valt, dus draaipunt D).

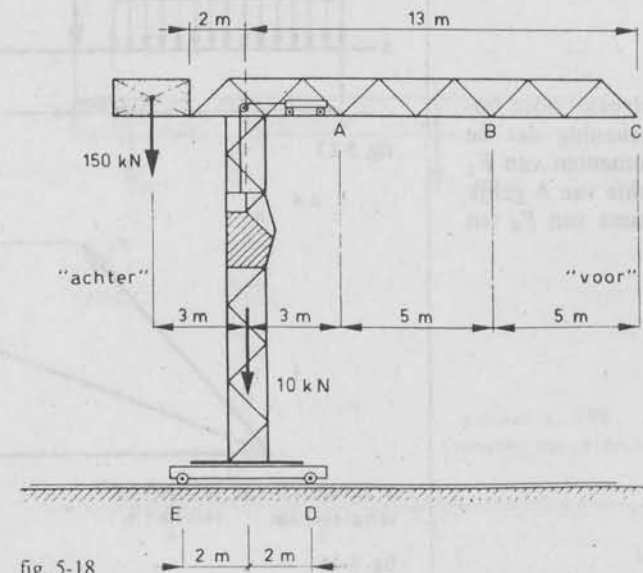


fig. 5-18

- 12 *Gegeven:* zie vraagstuk 11. Bovendien staat op de kraanmast een windbelasting $q_{wb} = 1 \text{ kN/m}$.

Gevraagd:

- Geef de maximale last (F) in de punten A, B en C (zodat de bouwkraan niet voorover valt).
- Bereken nogmaals de maximale belasting (F) in de punten A, B en C en wel zo dat een veiligheidsfactor van 1,5 aanwezig is.

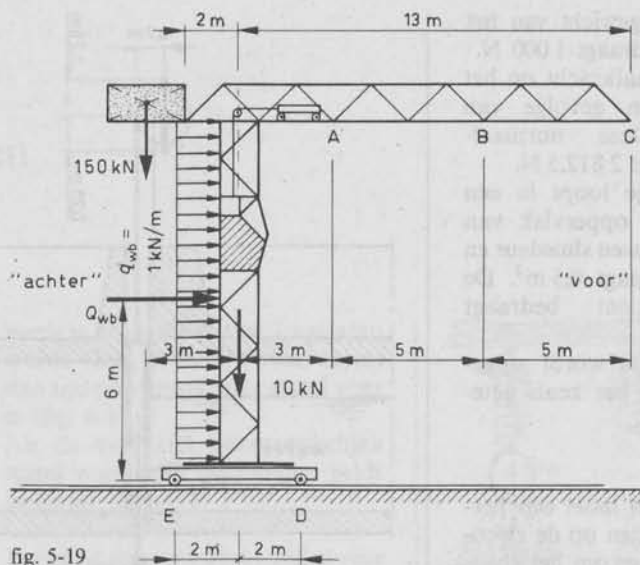


fig. 5-19

- 13 *Gegeven:* Het eigen gewicht van de muur in fig. 5-20 is $25\,000 \text{ N per m}^3$. De horizontale kracht van de grond op de muur is 25 kN per strekkende meter muur. Deze kracht grijpt aan op $\frac{2}{3}h$ vanaf de bovenkant van de muur.

Gevraagd: Bereken de benodigde dikte d van de grondkerende wand.

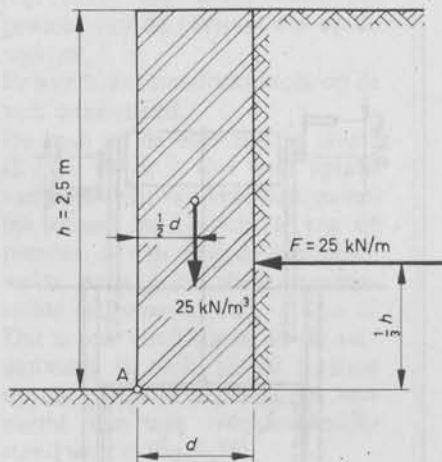


fig. 5-20

- 14 *Gegeven:* De fiets van figuur 5-21.

Gevraagd: Wijs in deze figuur aan, waar momenten van krachten en koppels werkzaam zijn als er gebruik gemaakt wordt van deze fiets.

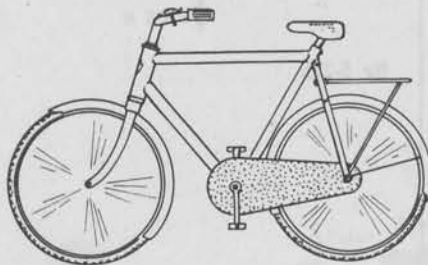


fig. 5-21

15**Gegeven:* Het gewicht van het sluisdeurtje bedraagt 1 000 N. F_n is de normaalkracht op het sluisdeurtje ten gevolge van waterdruk. Deze normaalkracht bedraagt 2 812,5 N. Het sluisdeurtje loopt in een sponning. Het oppervlak van het raakvlak tussen sluisdeur en sponning bedraagt $0,5 \text{ m}^2$. De wrijvingscoëfficiënt bedraagt 0,4. Het sluisdeurtje wordt opgeheven met een lier zoals getekend in fig. 5-22.

Gevraagd:

- Welke kracht moet een persoon uitoefenen op de zwenkel van de lier om het sluisdeurtje in beweging te krijgen?
- Welke kracht moet per persoon worden uitgeoefend als twee personen de zwenfels van de lier bedienen, om het sluisdeurtje in beweging te krijgen?

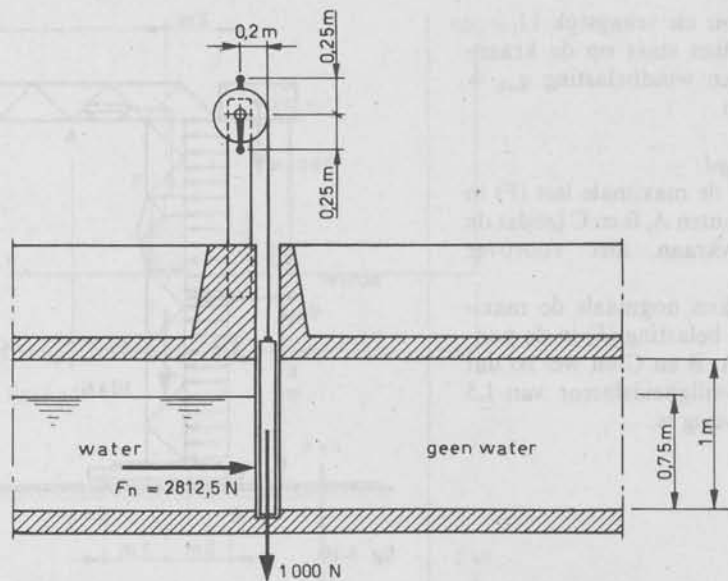


fig. 5-22a

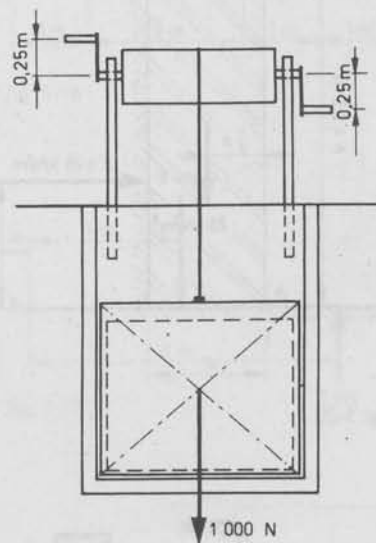


fig. 5-22b

* In het vervolg worden extra moeilijke vraagstukken aangegeven met een sterretje. Dit betekent echter niet dat een dergelijke opgave klakkeloos overgeslagen moet worden.

6

Evenwichtsvoorwaarden

6.1 Evenwichtsvoorwaarden

Iedere constructie moet onder invloed van de erop werkende belasting in evenwicht verkeren.

Wil een constructie echter in evenwicht zijn, dan moet deze voldoen aan een drietal voorwaarden, de zogenaamde „evenwichtsvoorwaarden”. Deze evenwichtsvoorwaarden luiden achtereenvolgens:

1 $\Sigma F_v = 0$:

de som van alle verticale krachten is gelijk aan 0;

2 $\Sigma F_h = 0$:

de som van alle horizontale krachten is gelijk aan 0;

3 $\Sigma M = 0$:

de som van alle momenten van de krachten ten opzichte van elk willekeurig punt is 0.

(Σ = sigma, Grieks voor „som”).

De drie bovenstaande evenwichtsvoorwaarden zullen achtereenvolgens aan de hand van voorbeelden nader worden verklaard.

6.2 $\Sigma F_v = 0$

Bevestigt men een sterke stalen veer aan een balk en gaat men aan de veer hangen, dan rekt de veer uit (fig. 6-1a). Dit komt door het gewicht van de persoon die aan de veer hangt. Door het gewicht wordt een zekere trekkracht uitgeoefend. Als de veer een bepaald stuk is uitgerekt, treedt er een evenwichtstoestand op ($F_{\text{veer}} + G = 0$ of $\Sigma F_v = 0$).

Het lijkt alsof er niets aan de hand is, omdat alles in „rust” is.

Toch is in de veer een trekkracht ontstaan, die *even groot* is als, maar *tegengesteld* gericht is aan de gewichtskraft G .

Dat die trekkracht in de veer aan-

wezig is, blijkt als de veer losgelaten wordt ($\Sigma F_v \neq 0$). De veer neemt dan zijn oorspronkelijke stand weer in (fig. 6-1b).

Als de veer zijn oorspronkelijke stand weer heeft ingenomen geldt opnieuw $\Sigma F_v = 0$.

Bevestigt men een sterke stalen veer op de bodem en gaat men op de veer zitten, dan drukt de veer in (fig. 6-2a). Dit komt door het gewicht van de persoon die op de veer zit.

Er wordt dus een drukkracht op de veer uitgeoefend.

De man en de veer zijn in „rust” ($\Sigma F_v = 0$). Er is dus weer sprake van evenwicht van krachten, namelijk tussen het gewicht G van de persoon en van de in de veer opgewekte even grote maar tegengestelde drukkracht ($F_{\text{veer}} + G = 0$). Dat er een drukkracht in de veer aanwezig is, blijkt als de persoon opstaat van zijn zitplaats. De veer neemt dan zijn oorspronkelijke stand weer in (fig. 6-2b).



fig. 6-1

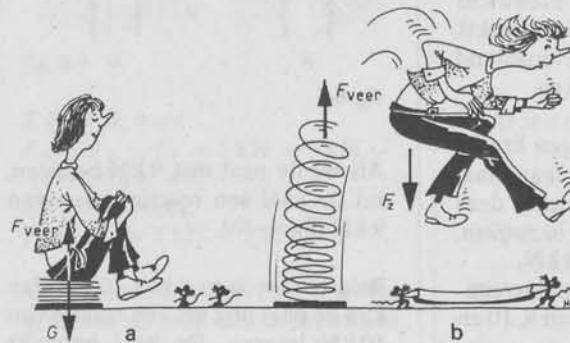


fig. 6-2

Neemt men nu een balk op twee steunpunten dan doet zich bij de steunpunten een soortgelijk verschijnsel voor als bij de veer.

In fig. 6-3 is een balk getekend die aan weerszijden op een muur is opgelegd. Midden op de balk staat een last. Tengevolge van deze last drukt de balk op de muren.

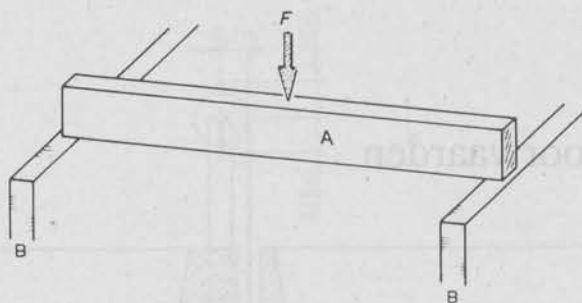


fig. 6-3

Tengevolge van de elasticiteit van het materiaal worden de oplegvlakjes als het ware iets ingedrukt (fig. 6-4). Net als bij de veer drukt het materiaal terug tegen de balk. Bij *evenwicht* zijn de kracht van de balk op de muur en de tegendruk van de muur op de balk even groot.

De tegenkracht die tengevolge van een kracht ontstaat, noemt men *reactie*. De kracht die de reactie deed ontstaan noemen we *actie*.

Onthoud dat de reactie altijd een gevolg is van een uitwendige kracht.

Er geldt:

$$\text{actie} = -\text{reactie}$$

Het = teken duidt op de gelijkheid van de krachten; het - teken duidt op het tegengesteld gericht zijn.

De hierboven vastgestelde wetmatigheid kunnen we als volgt omschrijven:

Als een lichaam A (de balk) een kracht uitoefent op het lichaam B (de muren), dan zal het lichaam B een even grote, maar tegengesteld gerichte kracht uitoefenen op het lichaam A.

Dit is juist zolang de lichamen A en B in rust zijn. Of anders gezegd: zolang de constructie in evenwicht blijft (stabiel blijft en niet breekt). We zullen dit met nevenstaand voorbeeld duidelijk maken. Zie figuur 6-5.

Stel, dat we op de paal een kracht kunnen uitoefenen van maximaal 10 kN. Overschrijdt de kracht deze waarde, dan zal de paal *bezwijken*. De *bezwijkbelasting* is 10 kN.

We belasten nu de paal achtereenvolgens met een kracht van 9, 10 en 11 kN.

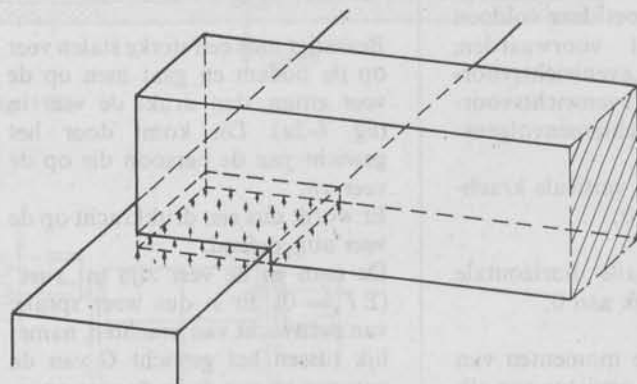


fig. 6-4

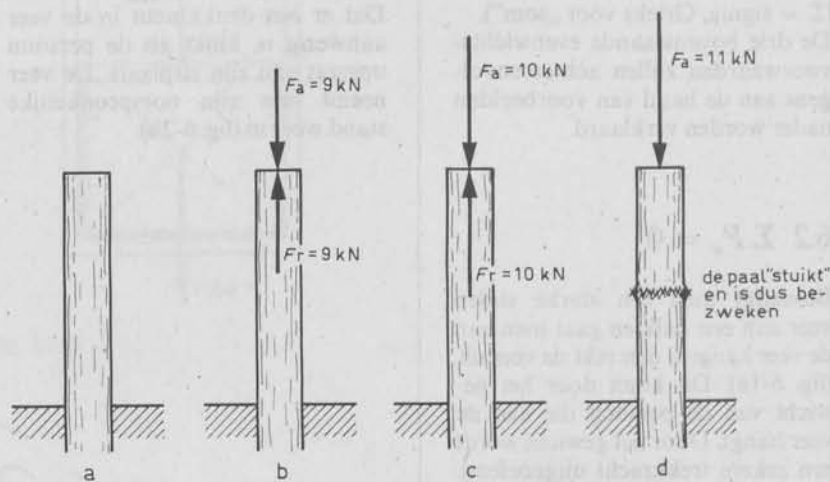


fig. 6-5

Als we de paal met 9 kN belasten, zal de paal een reactie geven van 9 kN (fig. 6-5b).

Belasten we de paal met 10 kN, dan kan de paal nog net een reactie van 10 kN leveren. De paal bezwijkt juist niet (fig. 6-5c).

Belasten we de paal vervolgens met 11 kN, dan zal de paal niet meer in staat zijn een reactie te leveren ter grootte van de actie.

Dat wil zeggen, dat de bezwijkbelasting (10 kN) is overschreden. Er is nu geen evenwicht meer (fig. 6-5d).

6.3 $\Sigma F_h = 0$

Worden op een lichaam twee krachten uitgeoefend die hetzelfde aangrijpingspunt hebben of dezelfde werklijn, maar tegengesteld gericht zijn, dan doen zich drie mogelijkheden voor.

1 $F_1 > F_2$ (> betekent groter dan). Het geheel beweegt in de richting van F_1 (fig. 6-6).

2 $F_1 < F_2$ (< betekent kleiner dan). Het geheel beweegt in de richting van F_2 (fig. 6-7).

3 $F_1 = F_2$. Het geheel is in rust (fig. 6-8).

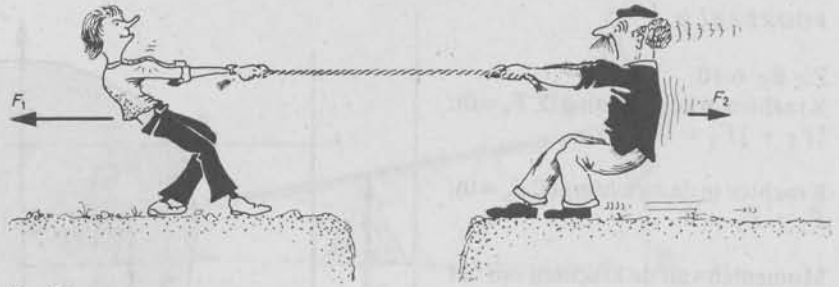


fig. 6-6

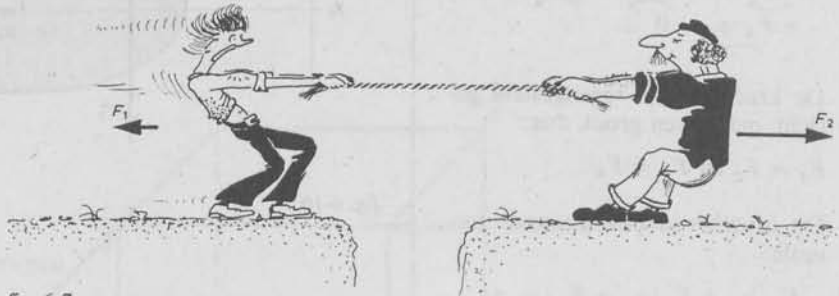


fig. 6-7

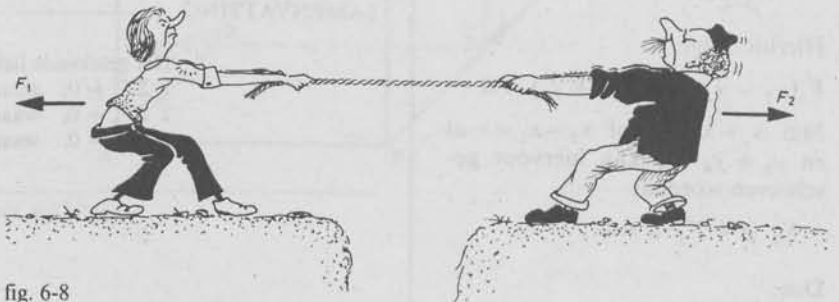


fig. 6-8

6.4 $\Sigma M = 0$

Bij een lichaam in rust is dus de som van de krachten op dat lichaam nul. De krachten heffen elkaar op.

Is een stelsel krachten in evenwicht, dan is de som van de momenten van deze krachten gelijk aan nul (ten opzichte van elk willekeurig te nemen punt).

De balk AB in fig. 6-9 wordt in punt A belast met:

$$F_4 = 2 \text{ kN};$$

$$F_2 = 5 \text{ kN}.$$

In punt B met:

$$F_3 = 5 \text{ kN};$$

$$F_5 = 2 \text{ kN}.$$

En in punt C met:

$$F_1 = 10 \text{ kN}.$$

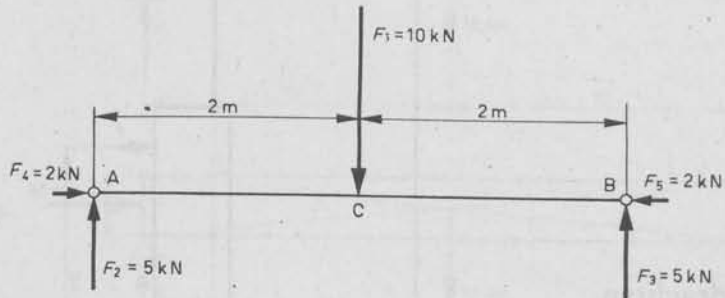


fig. 6-9

$\Sigma F_v = 0$, want:

$$F_2 + F_3 - F_1 = 5 \text{ kN} + 5 \text{ kN} - 10 \text{ kN} = 0$$

$\Sigma F_h = 0$, want:

$$F_4 - F_5 = 2 \text{ kN} - 2 \text{ kN} = 0$$

Verondersteld wordt, dat het stelsel krachten de balk AB in evenwicht (rust) houdt; dan geldt bijvoorbeeld:

ΣM ten opzichte van A = 0, want:

$$F_2 \times 0 + F_4 \times 0 + F_1 \times 2 \text{ m} + F_5 \times 0 - F_3 \times 4 \text{ m} = 0$$

$$0 + 0 + 20 \text{ kN} \cdot \text{m} + 0 - 20 \text{ kN} \cdot \text{m} = 0$$

Dit klopt.

Controleer dit nu zelf voor de punten B en C.

VOORBEELD

Zie fig. 6-10.

Krachten in de y-richting ($\Sigma F_v = 0$):
 $\uparrow F_1 + \downarrow F_2 = 0$

Krachten in de x-richting ($\Sigma F_h = 0$):
 $\overleftarrow{F}_3 + \overrightarrow{F}_4 = 0$

Momenten van de krachten om het willekeurige punt 0:

$$-F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot y_3 + F_4 \cdot y_4 = 0$$

De krachten zijn tegengesteld gericht, maar even groot, dus:

$$F_1 = F_2 \text{ en } F_3 = F_4$$

Dit invullen in bovenstaande formule:

$$-F_1 \cdot x_1 + F_1 \cdot x_2 + F_3 \cdot y_3 + F_3 \cdot y_4 = 0$$

Hieruit volgt:

$$F_1(x_2 - x_1) + F_3(y_3 + y_4) = 0$$

Met $x_1 - x_2 = a$ (of $x_2 - x_1 = -a$) en $y_3 + y_4 = b$ kan hiervoor geschreven worden:

$$-F_1 \cdot a + F_3 \cdot b = 0$$

Dus:

$$F_1 = \frac{b}{a} \cdot F_3$$

6.5 Opdrachten

1 Gegeven: zie fig. 6-11.

De figuur is niet op schaal getekend.

Aan de balk wordt langs vier zijden getrokken.

Gevraagd: Ga na of de balk van fig. 6-11 in evenwicht is. Hierbij is het noodzakelijk alle drie evenwichtsvergelijkingen onder ogen te nemen.

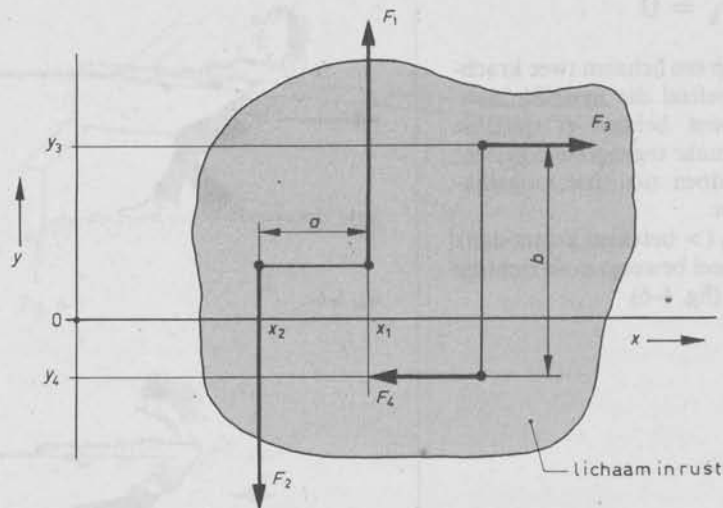


fig. 6-10

SAMENVATTING

Het getekende lichaam is in evenwicht als:

1 $\Sigma F_v = 0$, waaruit volgt: $\uparrow F_1 = \downarrow F_2$;

2 $\Sigma F_h = 0$, waaruit volgt: $\overleftarrow{F}_3 = \overrightarrow{F}_4$;

3 $\Sigma M = 0$, waaruit volgt: $\overleftarrow{F}_1 \cdot a = \overrightarrow{F}_3 \cdot b$

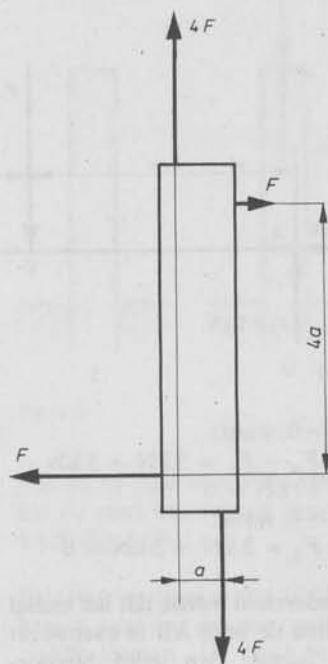


fig. 6-11

2 Gegeven: zie fig. 6-12.

Op de wip zitten drie figuren, die dolgraag gemakkelijk willen wippen.

Als de wip in evenwicht is gaat het wippen het gemakkelijkst.

Gevraagd:

- Hoe zwaar moet de persoon C zijn, opdat de wip in evenwicht is?
- Hoe groot is dan de kracht F in het draaipunt?

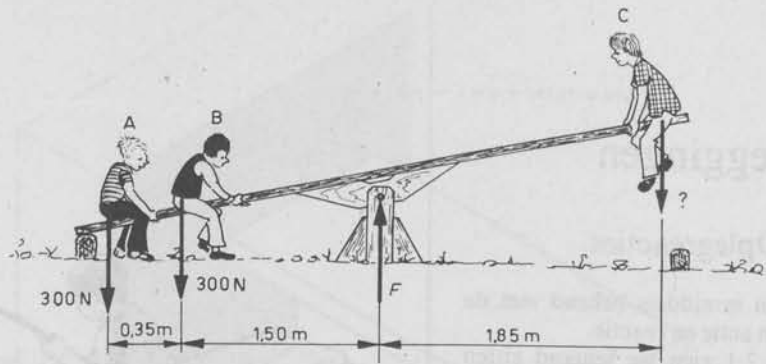


fig. 6-12

3* Gegeven: Op een kubus werken krachten van 2 kN, nl.:

- in punt E in de richting EH;
- in punt F in de richting FE;
- in punt D in de richting DC;
- in punt C in de richting CB.

Gevraagd: Is de kubus in evenwicht?

4 Bereken voor de balken in fig. 6-14a...c de krachten F_1 , F_2 en F_3 . Maten in meters. (Eindexamen 1978)

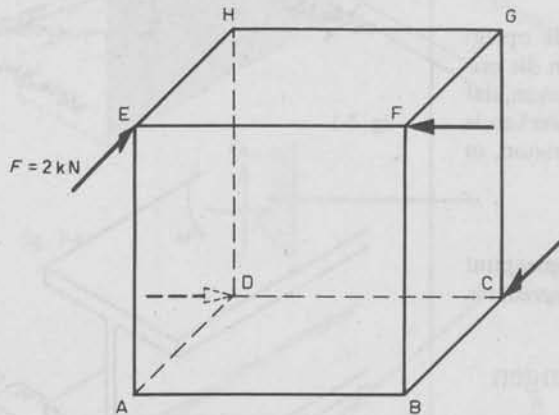


fig. 6-13

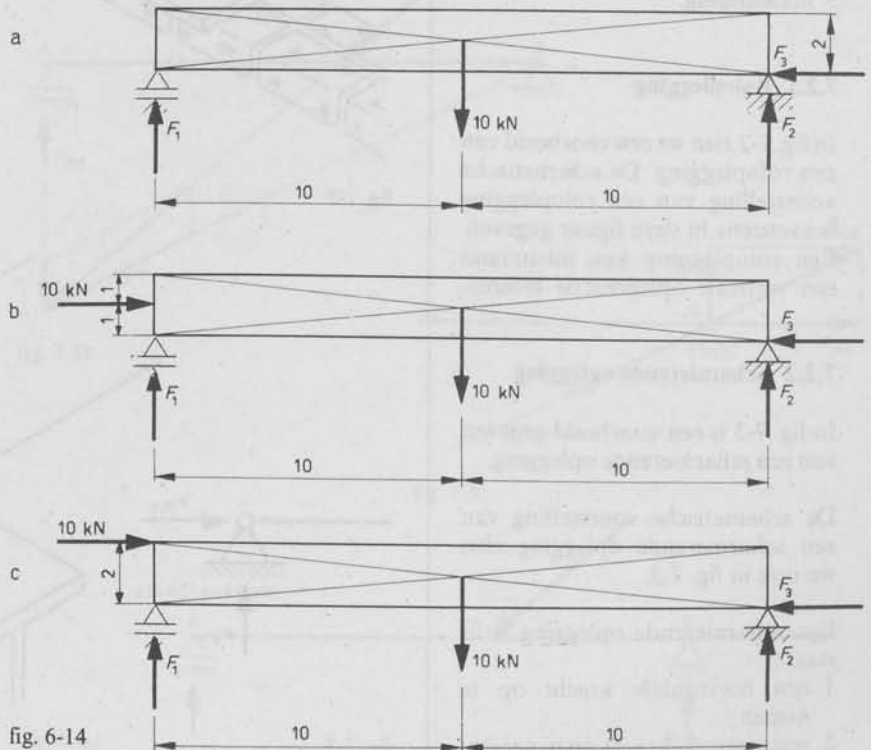


fig. 6-14

7

Opleggingen

7.1 Oplegreacties

We zijn inmiddels bekend met de wet van actie en reactie.

In fig. 7-1 zien we iemand zitten vissen op een plank die over een sloot is gelegd. De plank steunt, of is opgelegd, op de oevers van het slootje.

De beide oevers zijn nu de oplegpunten. Het zijn de punten die een zodanige reactie moeten geven, dat de plank met de daarop werkende gewichtskracht van de persoon, in evenwicht moet zijn:

$$\text{actie} = -\Sigma \text{reactie}$$

De reactie die ieder oplegpunt levert, noemen we de *oplegreactie*.

7.2 Soorten opleggingen

Men onderscheidt de volgende soorten opleggingen:

- 1 roloplegging;
- 2 scharnierende oplegging;
- 3 inklemming.

7.2.1 Roloplegging

In fig. 7-2 zien we een voorbeeld van een roloplegging. De schematische voorstelling van een roloplegging is eveneens in deze figuur gegeven. Een roloplegging kan uitsluitend een verticale oplegreactie leveren.

7.2.2 Scharnierende oplegging

In fig. 7-3 is een voorbeeld gegeven van een scharnierende oplegging.

De schematische voorstelling van een scharnierende oplegging zien we ook in fig. 7-3.

Een scharnierende oplegging is in staat:

- 1 een horizontale kracht op te nemen;
- 2 een verticale kracht op te nemen.



fig. 7-1

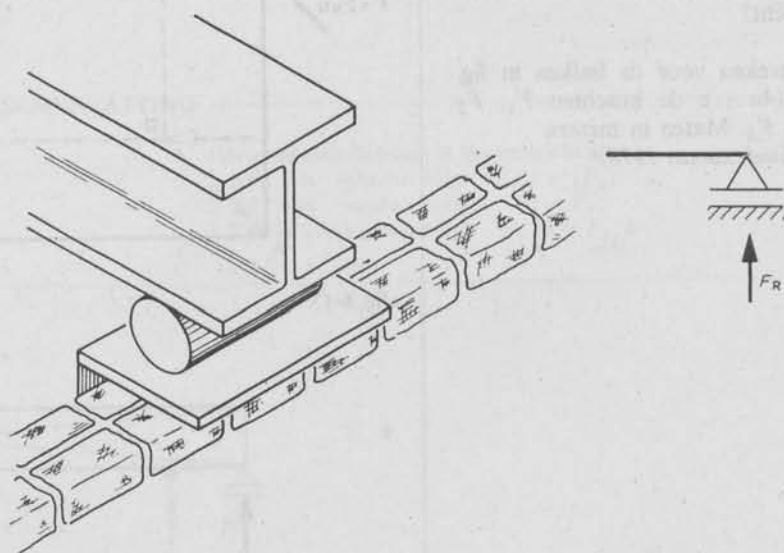


fig. 7-2

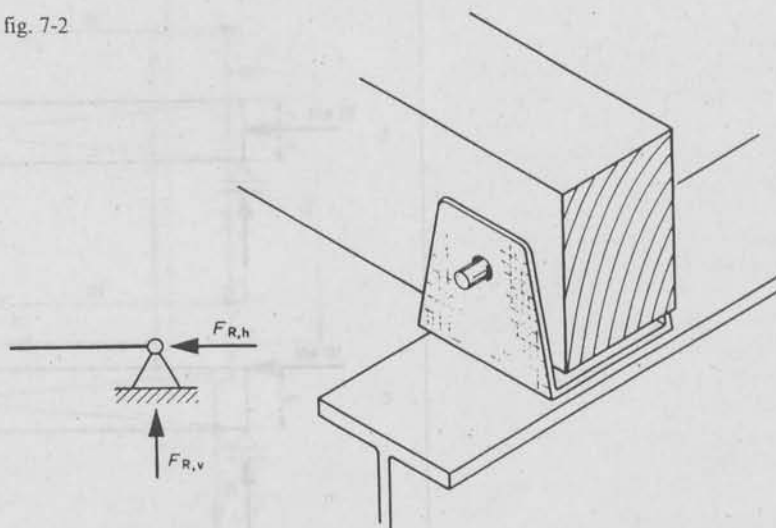


fig. 7-3

7.2.3 Inklemming

In fig. 7-4 zien we een voorbeeld van een inklemming.

De schematische voorstelling van de inklemming zien we ook in deze figuur. Een inklemming is in staat:

- 1 een verticale kracht op te nemen;
- 2 een horizontale kracht op te nemen;
- 3 een moment op te nemen.

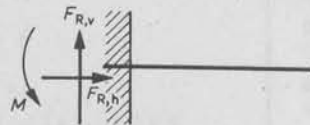
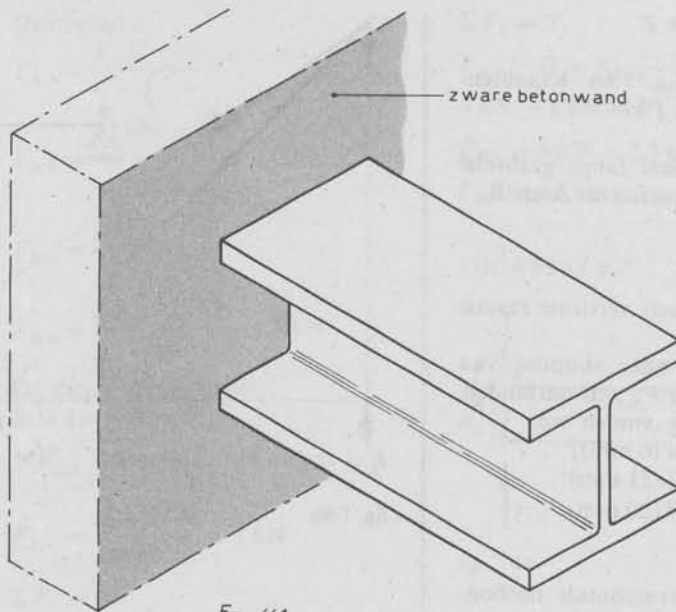


fig. 7-4

7.3 Berekenen van reacties

De reacties die geleverd worden door de opleggingen kunnen berekend worden. We onderscheiden hierbij twee methoden:

- 1 de grafische methode (door middel van tekenen);
- 2 de analytische methode (door berekening).

Deze beide methoden zullen we nader gaan bekijken aan de hand van voorbeelden.

7.3.1 De grafische methode

VOORBEELD 1

Gegeven: zie fig. 7-5a t/m d.

Gevraagd: Bepaal langs grafische weg de oplegreacties in A en B.

Oplossing:

Doordat we te maken hebben met een roloplegging, kunnen we de richting van één oplegreactie al bepalen, namelijk $F_{A,v}$.

Als drie krachten evenwicht met elkaar moeten maken, moeten de werklijnen van deze krachten door één punt gaan. Daardoor is ook de richting van de tweede oplegreactie bepaald.

Als we de schaal weten, waarop de kracht getekend is, kunnen we eenvoudig door meten de grootte van de oplegreacties bepalen.

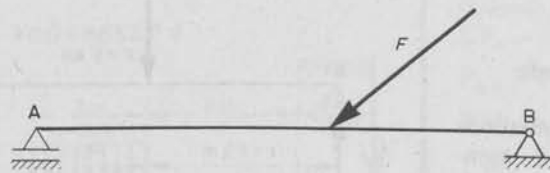


fig. 7-5a

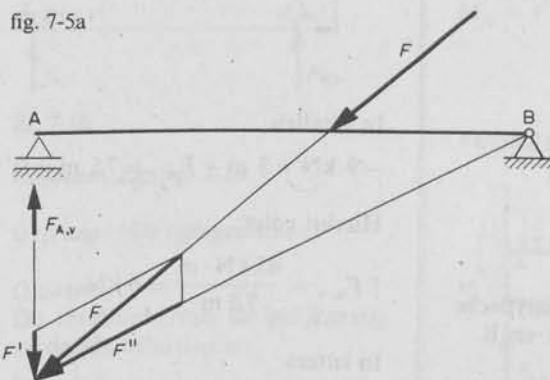


fig. 7-5b

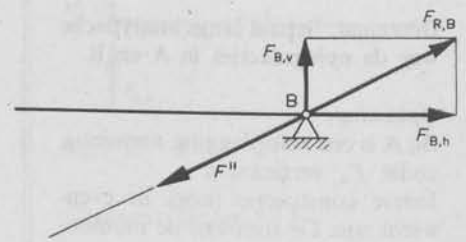


fig. 7-5c

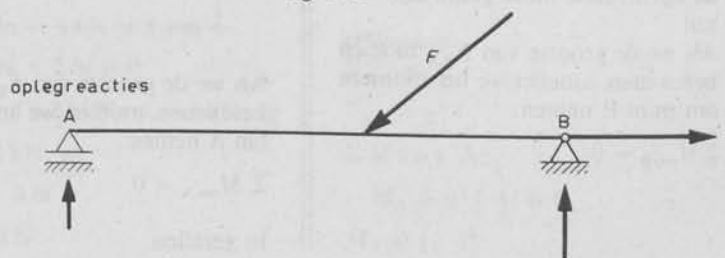


fig. 7-5d

VOORBEELD 2

Gegeven: Zie fig. 7-6a. Krachten-schaal 1 mm \cong 1 kN.

Gevraagd: Bepaal langs grafische weg de oplegreacties in A en B.

Oplossing:

Zie fig. 7-6b.

In A is alleen een verticale reactie mogelijk, $F_{A,v}$.

F verplaatsen naar snijpunt van werklijnen F en $F_{A,v}$ en ontbinden.

Door opmeting vinden we:

$$\downarrow F_{A,v} = 6 \text{ kN (6 mm);}$$

$$\uparrow F_{B,v} = 21 \text{ kN (21 mm);}$$

$$\bar{F}_{B,h} = 20 \text{ kN (20 mm).}$$

Controle:

$\Sigma F_h = 0$: de horizontale ontbondene van F moet gelijk zijn aan $F_{B,h} = 20 \text{ kN}$.

$\Sigma F_v = 0$: de verticale ontbondene van F moet gelijk zijn aan $F_{B,v} - F_{A,v} = 21 \text{ kN} - 6 \text{ kN} = 15 \text{ kN}$.

7.3.2 De analytische methode

Bij toepassing van deze methode gaan we uit van de drie evenwichtsvoorwaarden (zie hoofdstuk 6):

$$1 \quad \Sigma F_h = 0;$$

$$2 \quad \Sigma F_v = 0;$$

$$3 \quad \Sigma M = 0.$$

VOORBEELD 3

Gegeven: Zie fig. 7-7.

Gevraagd: Bepaal langs analytische weg de oplegreacties in A en B.

Oplossing:

Bij A is een roloplegging aanwezig, zodat F_A verticaal is.

Iedere constructie moet in evenwicht zijn. De som van de momenten ten opzichte van ieder punt van de constructie moet gelijk zijn aan nul.

Als we de grootte van $F_{A,v}$ moeten berekenen, moeten we het moment om punt B nemen:

$$\Sigma M_{\text{om B}} = 0$$

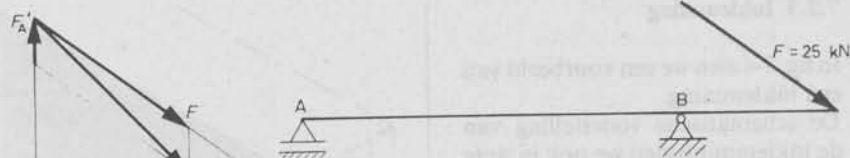


fig. 7-6a

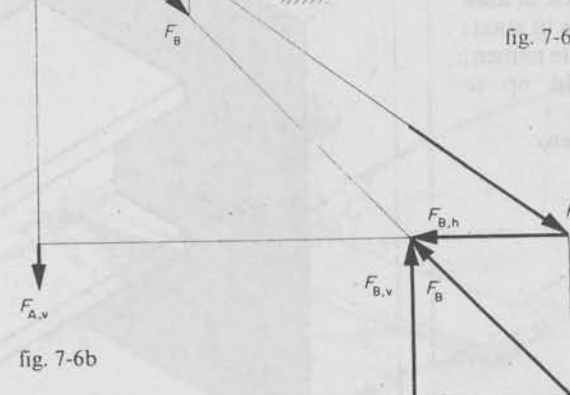


fig. 7-6b

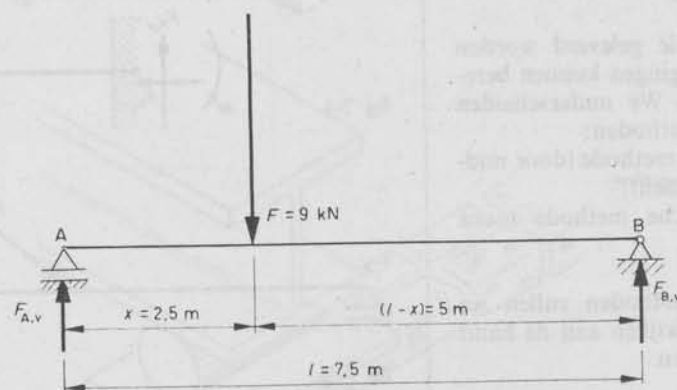


fig. 7-7

In getallen:

$$-9 \text{ kN} \times 5 \text{ m} + F_{A,v} \times 7,5 \text{ m} = 0$$

Hieruit volgt:

$$\uparrow F_{A,v} = \frac{45 \text{ kN} \cdot \text{m}}{7,5 \text{ m}} = 6 \text{ kN}$$

In letters:

$$-(l-x) \cdot F + l \cdot F_{A,v} = 0$$

Hieruit volgt:

$$F_{A,v} = \frac{F(l-x)}{l}$$

Als we de grootte van $F_{B,v}$ moeten berekenen, moeten we het moment om A nemen:

$$\Sigma M_{\text{om A}} = 0$$

In getallen:

$$9 \text{ kN} \times 2,5 \text{ m} - F_{B,v} \times 7,5 \text{ m} = 0$$

Hieruit volgt:

$$\uparrow F_{B,v} = \frac{22,5 \text{ kN} \cdot \text{m}}{7,5 \text{ m}} = 3 \text{ kN}$$

$$\text{In letters: } \quad \underbrace{x \cdot F} - \underbrace{l \cdot F_{B,v}} = 0$$

Hieruit volgt:

$$F_{B,v} = \frac{x \cdot F}{l}$$

Controle:

$\Sigma F_v = 0$; dit klopt, want:

in getallen: $6 \text{ kN} + 3 \text{ kN} = 9 \text{ kN}$

in letters: $F_{A,v} + F_{B,v} = F$

Ga dit laatste zelf na met behulp van de gevonden formules.

$\Sigma F_h = 0$; deze evenwichtsvoorwaarde klopt ook, omdat er geen horizontale krachten zijn.

VOORBEELD 4

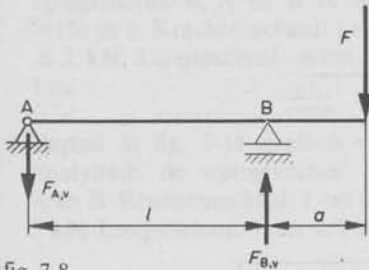


fig. 7-8

Gegeven: Zie fig. 7-8.

Gevraagd: De oplegreacties.

Oplossing:

$$\downarrow F_{A,v} = \frac{a}{l} \cdot F$$

(Ga dit zelf na!)

$$\begin{aligned} \Sigma M \text{ t.o.v. A} &= 0: \\ -F_{B,v} \cdot l + F(a+l) &= 0 \end{aligned}$$

$$\uparrow F_{B,v} = \frac{a+l}{l} \cdot F$$

Controle:

$$\begin{aligned} \Sigma F_v &= 0: \\ -F_{A,v} + F_{B,v} - F &= 0 \\ -\frac{a}{l} \cdot F + \frac{a+l}{l} \cdot F - F &= 0 \\ \left(-\frac{a}{l} + \frac{a+l}{l}\right) F - F &= 0 \end{aligned}$$

$$(1) \cdot F - F = 0$$

$F = F$, dus de oplegreacties kloppen.

VOORBEELD 5

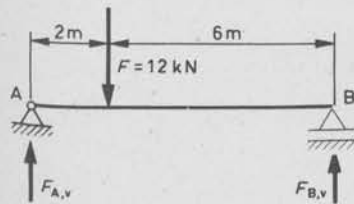


fig. 7-9

Gegeven:

Zie voorbeeld 3:

$x = 2 \text{ m}$;

$l = 8 \text{ m}$.

Zie fig. 7-9.

Gevraagd: De oplegreacties.

Oplossing:

$$\begin{aligned} F_{A,v} &= \frac{F \cdot (l-x)}{l} \\ &= \frac{12 \text{ kN} \times 6 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 9 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{B,v} &= \frac{x \cdot F}{l} \\ &= \frac{2 \text{ m} \times 12 \text{ kN}}{8 \text{ m}} = 3 \text{ kN} \end{aligned}$$

Of, direct met getallen:

$$\begin{aligned} \Sigma M \text{ t.o.v. A} &= 0: \\ -F_{B,v} \times 8 \text{ m} + 12 \text{ kN} \times 2 \text{ m} &= 0 \end{aligned}$$

$$F_{B,v} = \frac{24 \text{ kN} \cdot \text{m}}{8 \text{ m}} = 3 \text{ kN}$$

$\Sigma F_v = 0$:

$$\begin{aligned} F_{A,v} + F_{B,v} &= F \\ F_{A,v} &= F - F_{B,v} \\ F_{A,v} &= 12 \text{ kN} - 3 \text{ kN} = 9 \text{ kN} \end{aligned}$$

VOORBEELD 6

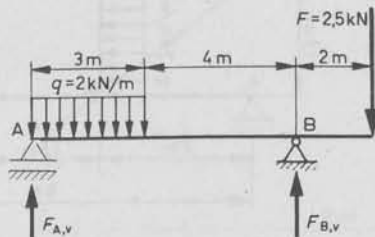


fig. 7-10

Gegeven: Zie fig. 7-10.

Gevraagd: De oplegreacties.

Oplossing:

De resultante van de gelijkmatig verdeelde belasting is:

$$\begin{aligned} Q &= q \cdot l \\ Q &= 2 \text{ kN/m} \times 3 \text{ m} = 6 \text{ kN} \\ \Sigma M \text{ t.o.v. B} &= 0: \\ F_{A,v} \times 7 \text{ m} - Q(4 \text{ m} + 1,5 \text{ m}) + \\ &+ F \times 2 \text{ m} = 0 \\ F_{A,v} \times 7 \text{ m} - 6 \text{ kN} \times 5,5 \text{ m} + \\ &+ 2,5 \text{ kN} \times 2 \text{ m} = 0 \\ F_{A,v} \times 7 \text{ m} &= 33 \text{ kN} \cdot \text{m} - 5 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ F_{A,v} &= \frac{28 \text{ kN} \cdot \text{m}}{7 \text{ m}} \\ F_{A,v} &= 4 \text{ kN} \end{aligned}$$

$\Sigma F_v = 0$:

$$\begin{aligned} F_{A,v} - Q + F_{B,v} - F &= 0 \\ 4 \text{ kN} - 6 \text{ kN} + F_{B,v} - 2,5 \text{ kN} &= 0 \\ F_{B,v} &= 6 \text{ kN} + 2,5 \text{ kN} - 4 \text{ kN} \\ F_{B,v} &= 4,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

VOORBEELD 7

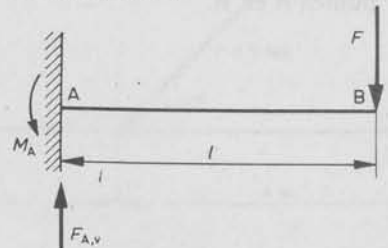


fig. 7-11

Gegeven: Zie fig. 7-11.

Gevraagd: Het moment in A.

Oplossing:

$$\begin{aligned} \Sigma F_v &= 0: \\ F_{A,v} &= F \\ \Sigma M \text{ t.o.v. A} &= 0: \\ -M_A + F \cdot l &= 0 \\ M_A &= F \cdot l \end{aligned}$$

VOORBEELD 8

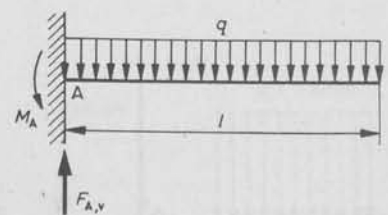


fig. 7-12

Gegeven: Zie fig. 7-12.

Gevraagd: Het moment in A.

Oplossing:

$$\begin{aligned} \Sigma F_v &= 0: \\ F_{A,v} &= q \cdot l \\ \Sigma M \text{ t.o.v. A} &= 0: \\ -M_A + q \cdot l \cdot \frac{1}{2} l &= 0 \\ M_A &= \frac{1}{2} q \cdot l^2 \end{aligned}$$

7.4 Opdrachten

1 *Gegeven:* De figuur 7-13a...e met de aangegeven belastingen.

Gevraagd: Bereken langs analytische of anders langs grafische weg (indien dit laatste mogelijk is) de oplegreacties bij de steunpunten A en B.

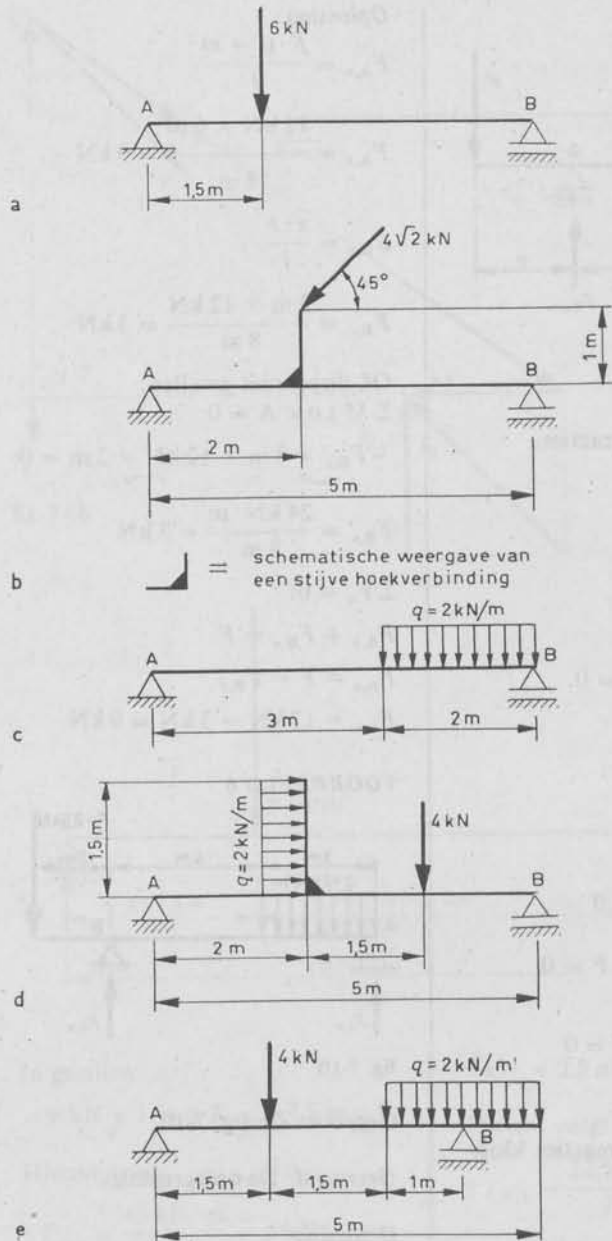


fig. 7-13

2 *Gegeven:* Zie figuur 7-14: ingeklemde ligger + bijbehorende belasting.

Gevraagd: Bereken de oplegreacties en het inklemmingsmoment.

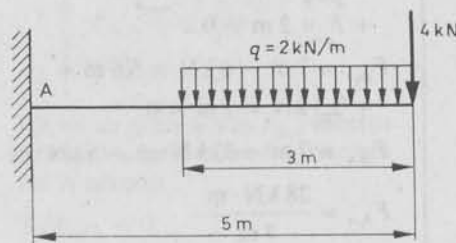


fig. 7-14

3 Bepaal grafisch en analytisch de oplegreacties in A en B in fig. 7-15a en b. Krachtenschaal: $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN}$. Lengteschaal: $1 \text{ cm} \cong 1 \text{ m}$.

4 Bepaal in fig. 7-16 grafisch en analytisch de oplegreacties in A en B. Krachtenschaal: $1 \text{ cm} \cong 5 \text{ kN}$. Lengteschaal: $1 \text{ cm} \cong 1 \text{ m}$.

5* Bereken voor de in fig. 7-17a...c gegeven gevallen de oplegreacties in A en B.

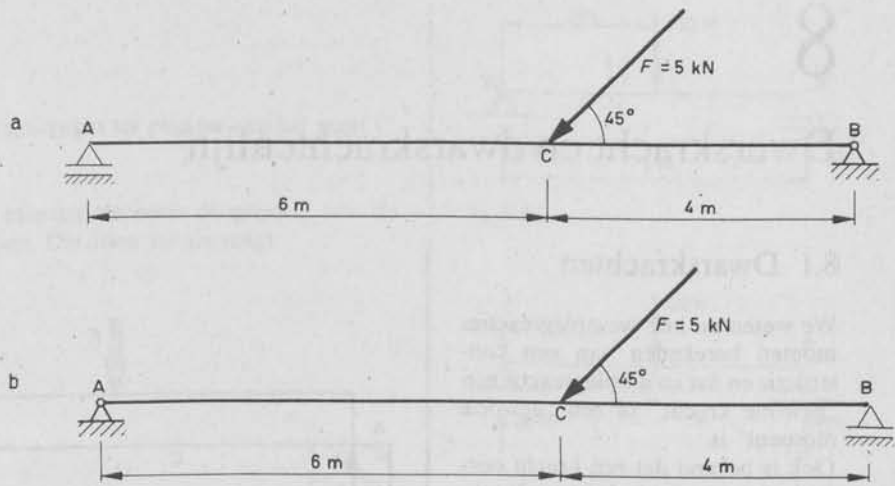


fig. 7-15

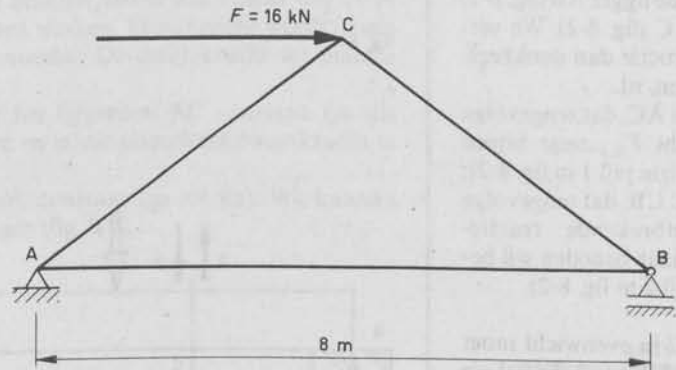


fig. 7-16

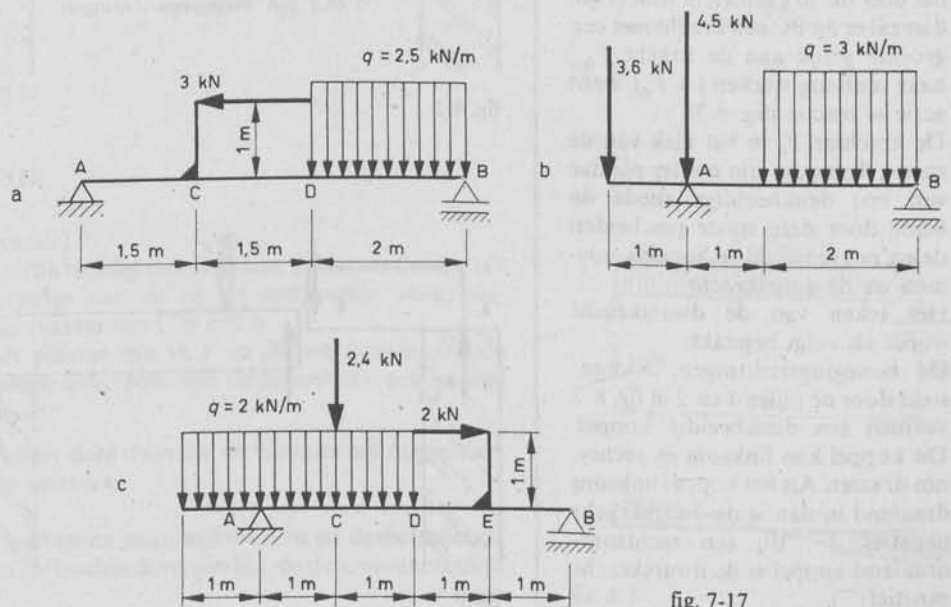


fig. 7-17

Dwarskracht en dwarskrachtenlijn

8.1 Dwarskrachten

We weten nu hoe we oplegreacties moeten berekenen van een constructie en dat zo'n oplegreactie een „gewone kracht” of een „gewoon moment” is.

Ook is bekend dat een kracht oorzaak is van verandering van de toestand van rust of beweging van een lichaam en dat de richting van de kracht de richting van de beweging aanduidt (zie hoofdstuk 4).

Stel dat we een denkbeeldige snede aanbrengen in de ligger AB (fig. 8-1) ter plaatse van C (fig. 8-2). We verdelen de constructie dan denkbeeldig in twee delen, nl.:

- 1 het liggerdeel AC, dat tengevolge van de kracht $F_{A,v}$ naar boven wil bewegen (zie pijl 1 in fig. 8-2);
- 2 het liggerdeel CB, dat tengevolge van de ontbrekende reactiekracht $F_{A,v}$ naar beneden wil bewegen (zie pijl 2 in fig. 8-2).

Als het deel AC in evenwicht moet zijn, dan moet $\Sigma F_v = 0$. Er zal op AC een kracht met een grootte gelijk aan de kracht $F_{A,v}$ ($= F_d$) naar omlaag moeten werken. En als het deel BC in evenwicht moet zijn, dan zal er op BC een kracht met een grootte gelijk aan de kracht $F_{A,v}$ naar omhoog werken ($= F_d$), want actie = reactie (fig. 8-3).

De krachten F_d in het vlak van de snede, die nodig zijn om ter plaatse van een denkbeeldige snede de beide door deze snede gescheiden delen in evenwicht te houden, noemen we de *dwarskracht*.

Het teken van de dwarskracht wordt als volgt bepaald.

De bewegingsrichtingen, voorgesteld door de pijlen 1 en 2 in fig. 8-2 vormen een denkbeeldig koppel. Dit koppel kan linksom en rechtsom draaien. Als het koppel linksom draaiend is, dan is de dwarskracht negatief: \lrcorner . Bij een rechtsomdraaiend koppel is de dwarskracht positief: \llcorner .

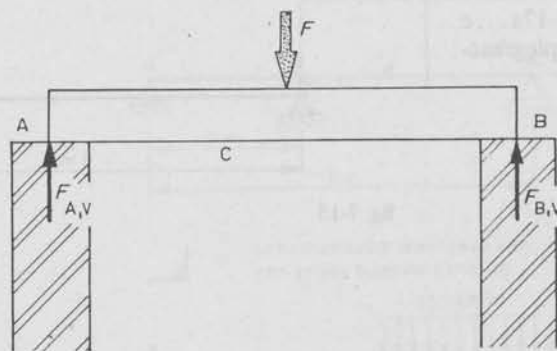


fig. 8-1

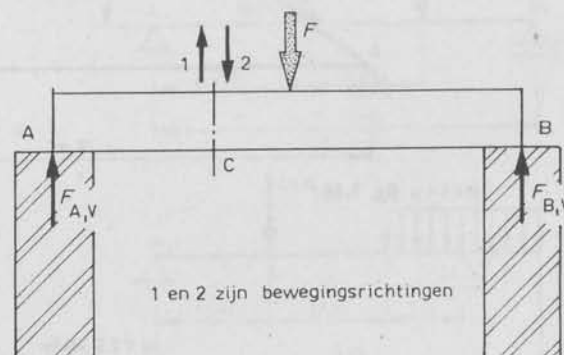


fig. 8-2

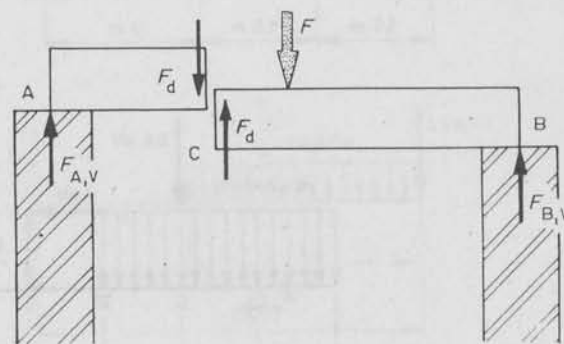


fig. 8-3

VOORBEELD 1

Zie fig. 8-4.

Gevraagd: Bepaal de grootte van de dwarskracht ter plaatse van het punt C.

Oplossing:

Om de dwarskracht in C te bepalen, moeten we eerst de grootte van de oplegreacties in de punten A en B bepalen. Dit doen we als volgt:

$$\Sigma M_{om A} = 0$$

$$-4 \text{ m} \times F_{B,v} + 2 \text{ m} \times 100 \text{ N} = 0$$

$$F_{B,v} = \frac{2 \text{ m} \times 100 \text{ N}}{4 \text{ m}} = 50 \text{ N}$$

$$\Sigma F_v = 0$$

$$F_{B,v} + F_{A,v} - 100 \text{ N} = 0$$

$$F_{R,v} = 50 \text{ N}$$

Vervolgens maken we de constructie los in punt C. We zien nu dat het deel AC omhoog beweegt en het deel CB naar omlaag. Er ontstaat zo een denkbeeldig positief koppel. De dwarskracht is dus ter plaatse van C positief.

Om de delen AC en BC in evenwicht te houden zou er een kracht van 50 N respectievelijk omlaag en omhoog moeten werken. Deze kracht wordt, zoals we inmiddels weten de dwarskracht genoemd. De dwarskracht ter plaatse van C is nu +50 N.

De grootte van de dwarskracht is over het liggerdeel AC constant. Ga dit na door nog enkele punten aan te nemen en in die punten de dwarskracht te berekenen.

De dwarskracht over het deel CB is ook constant (ga dit na). We kunnen nu de berekende waarden in beeld brengen (fig. 8-5).

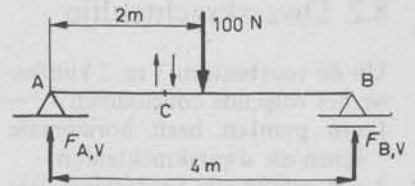


fig. 8-4

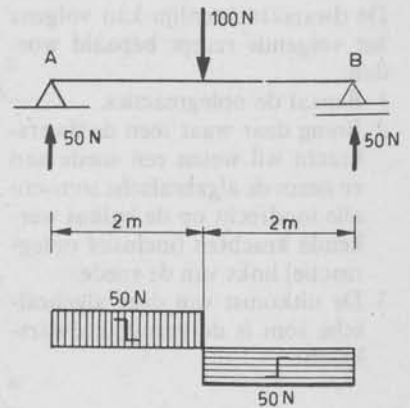


fig. 8-5

VOORBEELD 2

Zie fig. 8-6.

Gevraagd: Bepaal de grootte van de dwarskracht ter plaatse van punt G en teken de dwarskrachtenlijn.

Oplossing:

1 Oplegreacties:

$$F_{A,v} = \frac{4 \text{ m} \times 25 \text{ N/m}}{2} = 50 \text{ N}$$

$$F_{B,v} = \frac{4 \text{ m} \times 25 \text{ N/m}}{2} = 50 \text{ N}$$

(Symmetrisch belaste constructie).

2 Als we de constructie in G denkbeeldig doorsnijden, zullen de delen AG en GB niet bewegen tengevolge van de op de constructie werkzame krachten. De dwarskracht ter plaatse van G is dus 0.

Bepalen we de dwarskracht ter plaatse van H, F en andere punten van de constructie, dan zal blijken, dat bij ieder punt van de constructie een andere waarde van de dwarskracht hoort:

$$F_{d,H} = -12,5 \text{ N}$$

Controleer deze waarden en bereken zelf nog enkele andere waarden.

$$F_{d,F} = -25 \text{ N}$$

Als we de waarden berekend hebben en gaan uitzetten in de desbetreffende punten, kunnen we deze punten verbinden door een lijn, de dwarskrachtenlijn (zie fig. 8-7).

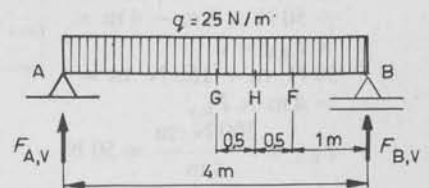


fig. 8-6

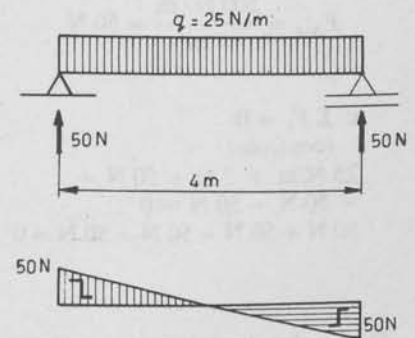


fig. 8-7

8.2 Dwarskrachtenlijn

Uit de voorbeelden 1 en 2 kunnen we het volgende concluderen:

- 1 een puntlast heeft horizontale lijnen als dwarskrachtenlijn;
- 2 een gelijkmatig verdeelde belasting heeft een schuine lijn als dwarskrachtenlijn.

De dwarskrachtenlijn kan volgens het volgende recept bepaald worden:

- 1 Bepaal de oplegreacties.
- 2 Breng daar waar men de dwarskracht wil weten een snede aan en neem de algebraïsche som van alle loodrecht op de balk werkende krachten (inclusief oplegreactie) links van de snede.
- 3 De uitkomst van deze algebraïsche som is de gezochte dwarskracht.

VOORBEELD 3

Gegèven: Zie fig. 8-8.

Gevraagd: Teken de dwarskrachtenlijn.

Oplossing:

1 Oplegreacties

$$\begin{aligned} \text{a } \sum M_{\text{om } A} &= 0 \\ 25 \text{ N/m} \times 2 \text{ m} \times 1 \text{ m} + \\ &+ 50 \text{ N} \times 3 \text{ m} - 4 \text{ m} \times \\ &\times F_{B,v} = 0 \\ 50 \text{ N} \cdot \text{m} + 150 \text{ N} \cdot \text{m} &= \\ = 4 \text{ m} \times F_{B,v} \\ F_{B,v} &= \frac{200 \text{ N} \cdot \text{m}}{4 \text{ m}} = 50 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } \sum M_{\text{om } B} &= 0 \\ -50 \text{ N} \times 1 \text{ m} - 25 \text{ N/m} \times \\ &\times 2 \text{ m} \times 3 \text{ m} + 4 \text{ m} \times F_{A,v} = 0 \\ -50 \text{ N} \cdot \text{m} - 150 \text{ N} \cdot \text{m} &= \\ = -4 \text{ m} \times F_{A,v} \\ F_{A,v} &= \frac{200 \text{ N} \cdot \text{m}}{4 \text{ m}} = 50 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } \sum F_v &= 0 \\ (\text{controle}) \\ 25 \text{ N/m} \times 2 \text{ m} + 50 \text{ N} - \\ - 50 \text{ N} - 50 \text{ N} &= 0 \\ 50 \text{ N} + 50 \text{ N} - 50 \text{ N} - 50 \text{ N} &= 0 \end{aligned}$$

De berekende oplegreacties kloppen dus.

2 Dwarskrachtenlijn

Het volgen van de uitwendige krachten is in fig. 8-9a...f stap voor stap uitgebeeld.

Fig. 8-9a
- oplegreactie $F_{A,v} = 50 \text{ N}$.
In de figuur is de dwarskracht door middel van een stippellijn aangegeven.

Fig. 8-9b
- de gelijkmatig verdeelde belasting $q = 25 \text{ N/m}$.
Dit betekent dat de dwarskrachtenlijn tengevolge van deze belasting 25 N per meter zal dalen. Over de lengte van de gelijkmatig verdeelde belasting is de dwarskrachtenlijn een rechte, hellende lijn.

Fig. 8-9c
- het onbelaste liggerdeel.
Over het liggerdeel dat niet belast wordt is de dwarskracht constant. De dwarskrachtenlijn verloopt horizontaal tot het punt waar de kracht $F = 50 \text{ N}$ aangrijpt.

Fig. 8-9d
- puntlast $F = 50 \text{ N}$.
De dwarskracht vertoont een sprong van 50 N in verticale richting.

Fig. 8-9e
- het onbelaste liggerdeel.
Over het niet belaste liggerdeel is de dwarskracht constant. De dwarskrachtenlijn verloopt horizontaal tot het einde van de ligger waar de oplegreactie $F_{B,v}$ aangrijpt.

Fig. 8-9f
- oplegreactie $F_{B,v} = 50 \text{ N}$.
In de laatste figuur 8-9f zien we de uiteindelijke dwarskrachtenlijn.

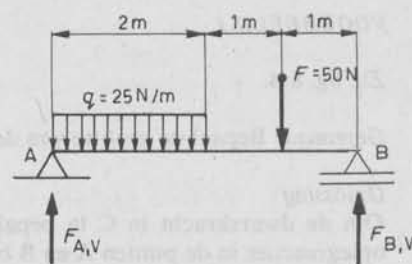


fig. 8-8

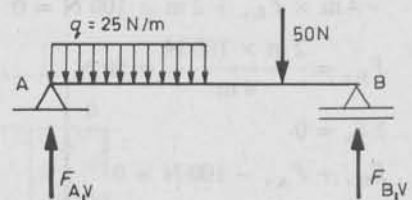


fig. 8-9

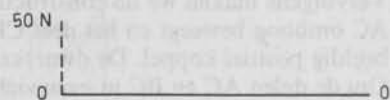


fig. 8-9a



fig. 8-9b

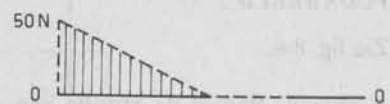


fig. 8-9c



fig. 8-9d



fig. 8-9e

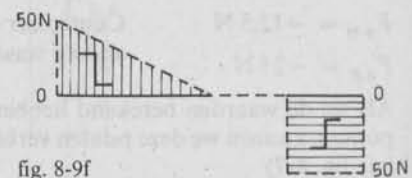


fig. 8-9f

8.3 Opdrachten

1 *Gegeven:* In de figuren 8-10... 8-14 is een aantal liggers met de daarop werkzame belasting afgebeeld.

Gevraagd: Bereken de dwarskracht ter plaatse van het punt P van de ligger en teken de dwarskrachtenlijn van het liggerdeel AB.

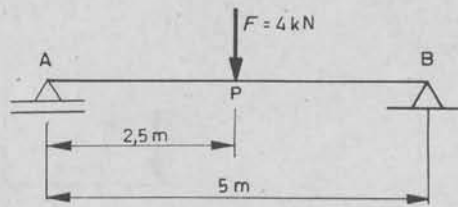


fig. 8-10

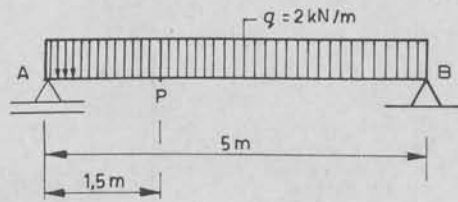


fig. 8-11

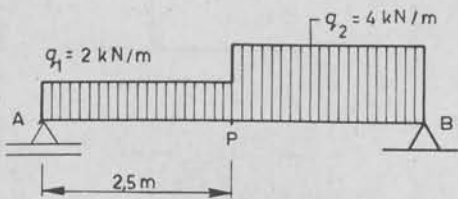


fig. 8-12

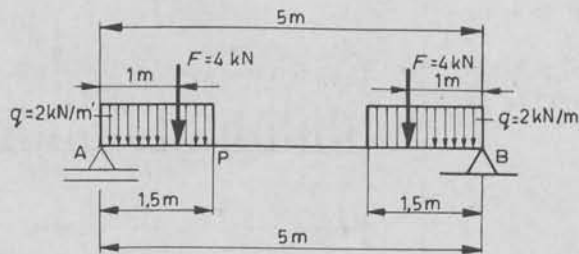


fig. 8-13

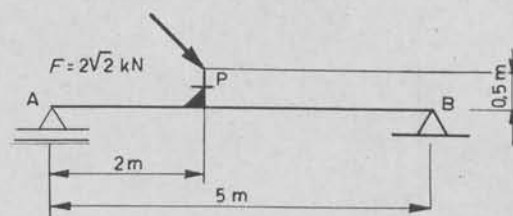


fig. 8-14

2 *Gegeven:* Fig. 8-15, waarin de op de ligger werkzame belasting is afgebeeld.

Gevraagd: Bereken en teken de dwarskrachtenlijn.

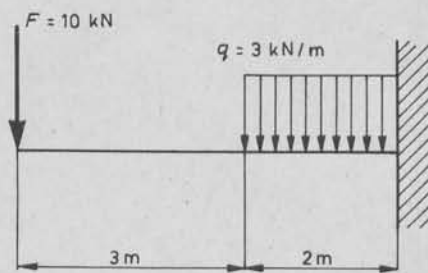


fig. 8-15

3 Teken de dwarskrachtenlijn (D -lijn) voor de in fig. 8-16a en b afgebeelde situaties. Krachtenschaal: 1 cm \cong 100 N. Lengteschaal: 1 cm \cong 0,5 m.

4 Teken voor de figuren 7-17a ... c in opdracht 5 van § 7.4 de bijbehorende dwarskrachtenlijnen. Krachtenschaal: 1 cm \cong 2 kN. Lengteschaal: 1 cm \cong 1 m.

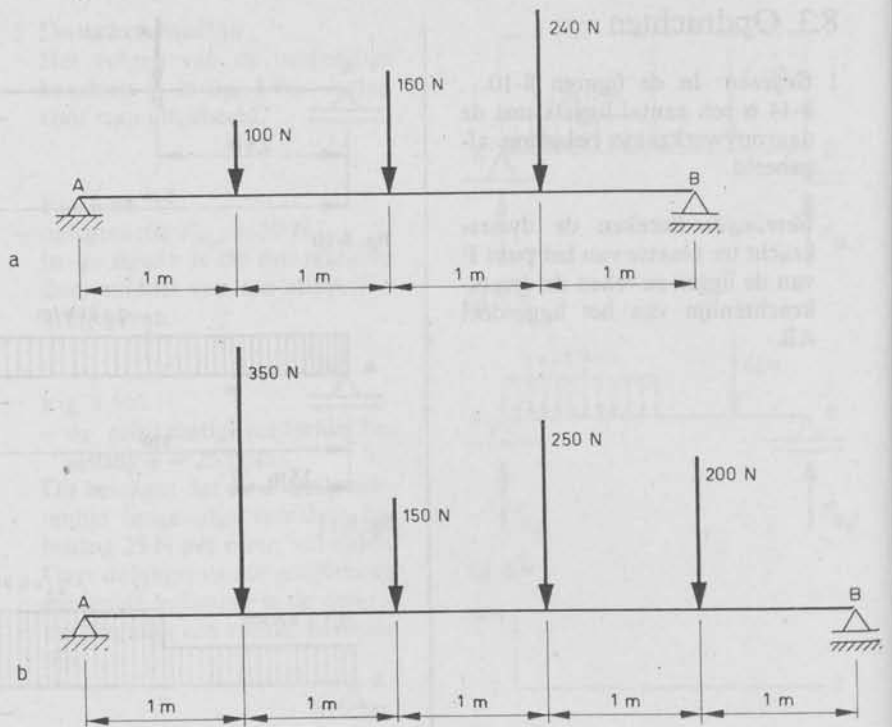


fig. 8-16

5 Teken de D -lijn voor de in fig. 8-17 afgebeelde situatie. Krachtenschaal: 1 cm \cong 2 kN. Lengteschaal: 1 cm \cong 0,5 m.

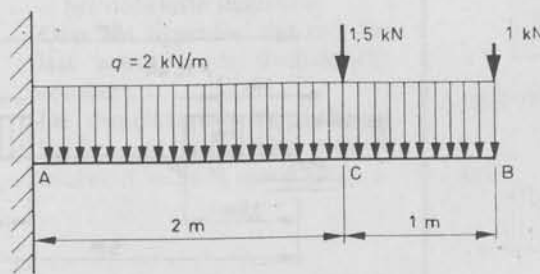


fig. 8-17

9

Buigend moment en momentenlijn

9.1 Inleiding

Een zeer eenvoudige „constructie” is de ligger op twee steunpunten. Dit kan een plank over een sloot zijn zoals getekend in fig. 9-1. Uit ervaring weten we dat, als we over een dergelijke plank lopen, deze plank zal doorbuigen. „Wij” zijn dan voor te stellen als een puntlast (fig. 9-2).

De doorbuiging van een ligger is bij het construeren een zeer belangrijk aspect. In veel gevallen is het niet alleen de sterkte van de ligger die een beslissende factor bij de keuze van de afmeting van de ligger kan zijn, maar ook de doorbuiging (= stijfheid).

Het mechanisme van de doorbuiging is het gemakkelijkst te begrijpen door op een willekeurige plaats de balkvezels door te zagen.

Uit de voorafgaande mechanica weten we nu (fig. 9-3):

$$F = F_{A,v} + F_{B,v}$$

$$(\sum F_v = 0)$$

en:

$$\uparrow F_{A,v} \cdot l = F \cdot b \uparrow$$

$$(\sum M = 0 \text{ t.o.v. B})$$

De oplegreacties zijn dus afhankelijk van de belasting. Het deel links van de snede zal dan ten opzichte van het rechterdeel de vorm van figuur 9-4 willen aannemen.

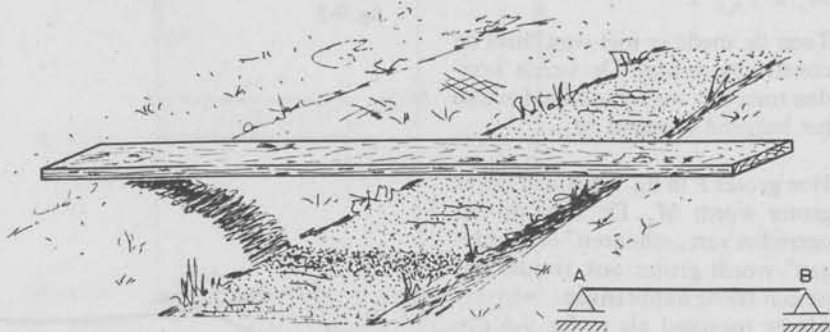


fig. 9-1

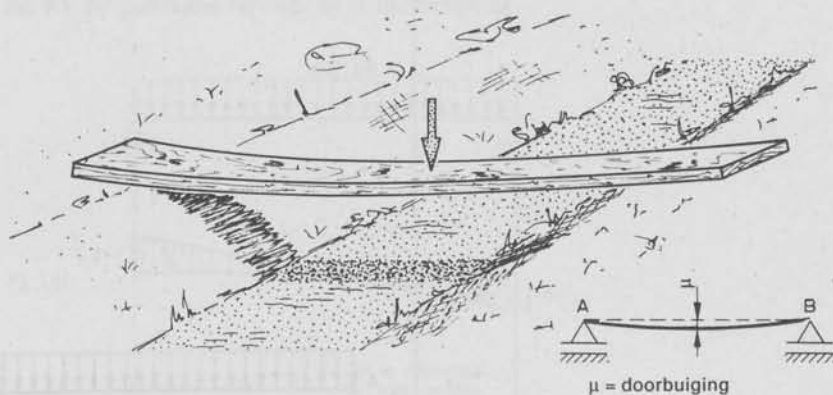


fig. 9-2

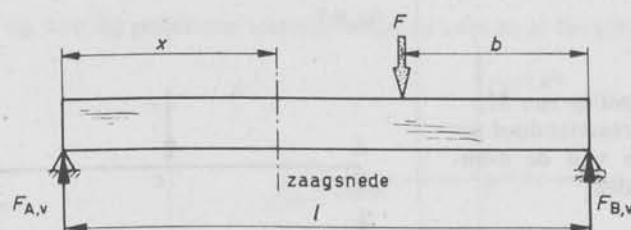


fig. 9-3

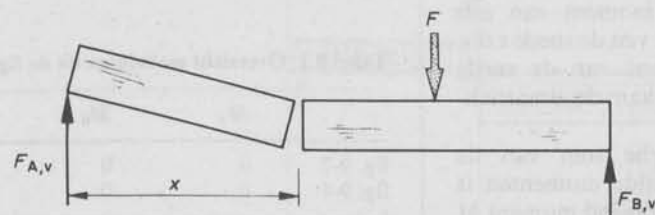


fig. 9-4

9.2 Buigend moment

De snede wil dus openbuigen aan de onderzijde. Dit komt door het zogenaamde *buigend moment* M_x (fig. 9-5):

$$M_x = F_{A,v} \cdot x$$

Toen de snede er niet was, bleef de constructie intact. De vezels konden toen dus weerstand bieden aan het buigend moment M_x .

Hoe groter F in fig. 9-6 wordt des te groter wordt M_x . De kans op het optreden van „scheuren” of „gapingen” wordt groter ook zonder dat we een snede aanbrengen.

Als de toestand als in fig. 9-6 optreedt, zijn er niet voldoende „vezels” aanwezig om weerstand te kunnen bieden aan M .



fig. 9-5

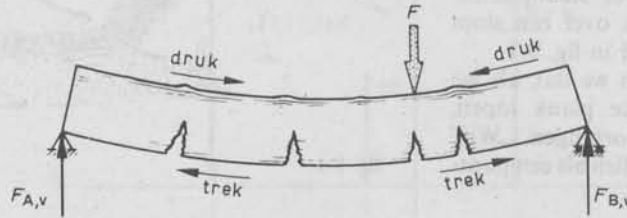


fig. 9-6

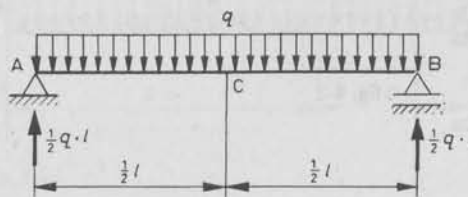


fig. 9-7

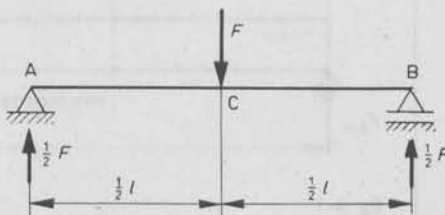


fig. 9-8

Recept voor de bepaling van M:

- 1 Bepaal de oplegreacties door gebruik te maken van de evenwichtsvoorwaarden:
 $\Sigma F_h = 0$
 $\Sigma F_v = 0$
 $\Sigma M = 0$.
- 2 Breng op de plaats waar men M wil bepalen een snede aan.
- 3 Bereken het moment van alle krachten links van de snede t.o.v. het zwaartepunt van de snede (denk hierbij aan de draairichting).
- 4 De algebraïsche som van de onder 3 bepaalde momenten is het gezochte buigend moment M ter plaatse van de snede.

Tabel 9.1 Overzicht momenten uit de figuren 9-7 en 9-8

	M_A	M_B	M_C
fig. 9-7	0	0	$\frac{1}{2}l \cdot \frac{1}{2}q \cdot l - \frac{1}{4}l \cdot \frac{1}{2}q \cdot l = \frac{1}{8}q \cdot l^2$
fig. 9-8	0	0	$\frac{1}{2}l \cdot \frac{1}{2}F = \frac{1}{4}F \cdot l$

Ga dit zelf na!

9.3 Momentenlijn

Zoals de dwarskrachtenlijn het verloop van de dwarskrachten aangeeft op ieder punt van de constructie, zo geeft de momentenlijn het buigend moment aan op ieder punt van de constructie.

Er bestaat nu een verband tussen de dwarskracht en het buigend moment.

Daar waar de dwarskracht gelijk is aan nul, is het moment maximaal!

In fig. 9-9 en fig. 9-10 kunnen we dat zien.

De M -lijnen worden bepaald volgens het bekende recept.

Als de vezels onderaan de balk op trek belast worden, is het moment positief (zie de arceringen in fig. 9-9 en 9-10).

VOORBEELD

Gegeven: De balk van fig. 9-11a met de daarop werkende krachten F_1 en F_2 .

Gevraagd: Bepaal de momentenlijn van deze balk.

Oplossing:

We gaan het verloop op twee manieren berekenen:

- volgens de directe methode;
- volgens de indirecte methode.

Directe methode

1 Oplegreacties

$$a \sum M_B = 0$$

$$F_{A,v} \cdot l - F_1 \cdot \frac{1}{2}l + F_2 \cdot a = 0$$

$$F_{A,v} \cdot 9 \text{ m} - 9 \text{ kN} \cdot 4,5 \text{ m} + 6 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 0$$

$$F_{A,v} = \frac{40,5 \text{ kN} \cdot \text{m} - 18 \text{ kN} \cdot \text{m}}{9 \text{ m}}$$

$$= 2,5 \text{ kN}$$

$$b \sum M_A = 0$$

$$+ F_1 \cdot \frac{1}{2}l - F_{B,v} \cdot l + F_2 \cdot (l + a) = 0$$

$$9 \text{ kN} \cdot 4,5 \text{ m} - F_{B,v} \cdot 9 \text{ m} + 6 \text{ kN} \cdot 12 \text{ m} = 0$$

$$F_{B,v} = \frac{40,5 \text{ kN} \cdot \text{m} + 72 \text{ kN} \cdot \text{m}}{9 \text{ m}}$$

$$= 12,5 \text{ kN}$$

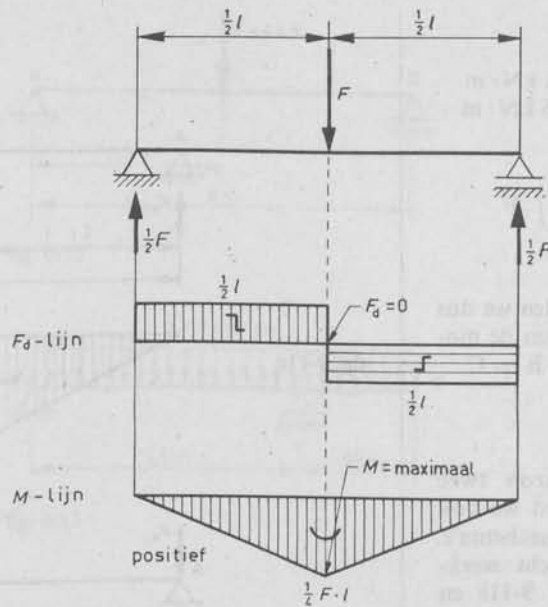


fig. 9-9 Bij puntlasten verloopt de M -lijn rechtlijnig

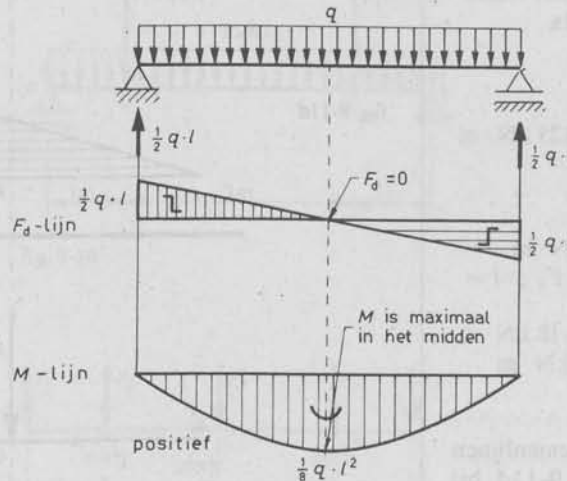


fig. 9-10 Bij gelijkmatig verdeelde belasting loopt de M -lijn gebogen

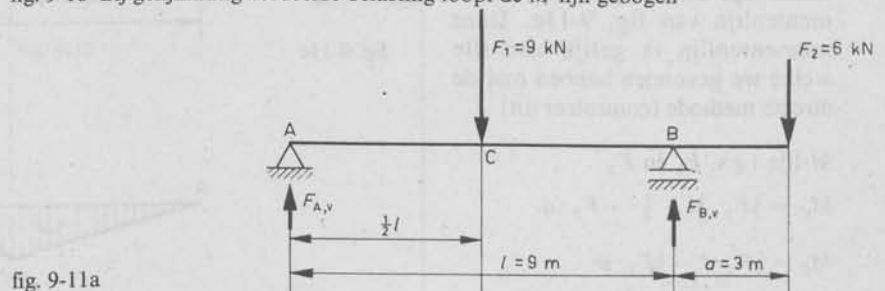


fig. 9-11a

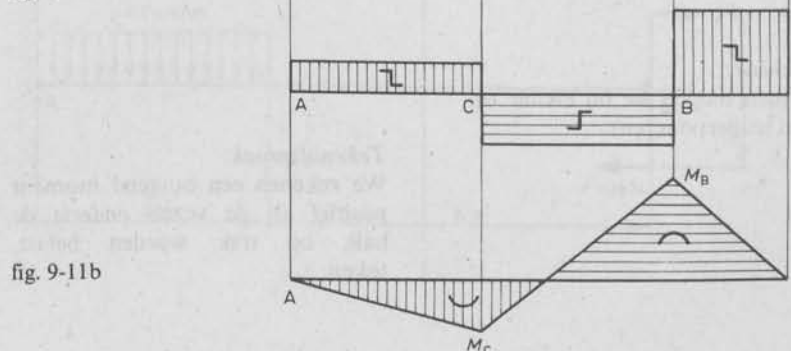


fig. 9-11b

2 Momenten

$$M_{B, \text{links}} = -M_{B, \text{rechts}}$$

$$M_B = -F_2 \cdot a = -18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = F_{A,v} \cdot \frac{1}{2}l = 11,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

of:

$$M_C = \left(F_1 \cdot \frac{1}{2} - F_2 \cdot \frac{a}{l} \right) \cdot \frac{1}{2}l$$

$$M_C = F_1 \cdot \frac{1}{4}l - F_2 \cdot \frac{1}{2}a$$

Met M_B en M_C bedoelen we dus de algebraïsche som van de momenten links van resp. B en C.

Indirecte methode

Deze zelfde balk, waarop twee krachten werken, kunnen we ook verdelen in twee belastingsschema's, waarin slechts één kracht werkzaam is. Zie de figuren 9-11c en 9-11d.

Als we deze belastingsschema's optellen krijgen we weer het belastingsschema van fig. 9-11a.

M-lijn t.g.v. F_1

$$M_C = F_{A,v} \cdot \frac{1}{2}l = \frac{1}{2}F_1 \cdot \frac{1}{2}l$$

$$M_C = 4,5 \text{ kN} \cdot 4,5 \text{ m} = 20,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

M-lijn t.g.v. F_2

$$M_{B, \text{links}} = -M_{B, \text{rechts}}$$

$$M_B = -F_2 \cdot a = -18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = -F_{A,v} \cdot \frac{1}{2}l = \frac{1}{2} \cdot -F_{A,v} \cdot l =$$

$$= \frac{1}{2}M_B$$

$$M_C = \frac{1}{2} \cdot -F_2 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot -18 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$= -9 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Tellen we de beide momentenlijnen van fig. 9-11c en fig 9-11d bij elkaar op, dan krijgen we de momentenlijn van fig. 9-11e. Deze momentenlijn is gelijk aan die welke we gevonden hebben met de directe methode (controleer dit)

M-lijn t.g.v. F_1 en F_2

$$M_C = \frac{1}{2}F_1 \cdot \frac{1}{2}l + \frac{1}{2} \cdot -F_2 \cdot a$$

$$M_C = \frac{1}{4}F_1 \cdot l - \frac{1}{2}F_2 \cdot a$$

$$M_B = -F_2 \cdot a$$

Conclusie:

M-lijnen mogen we bij elkaar optellen (superponeren).

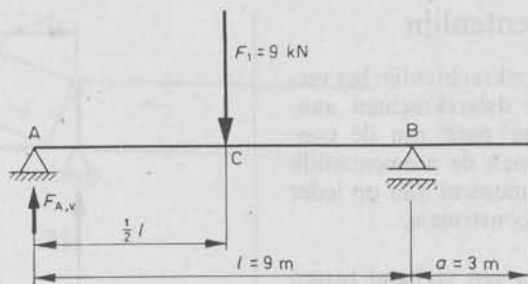


fig. 9-11c

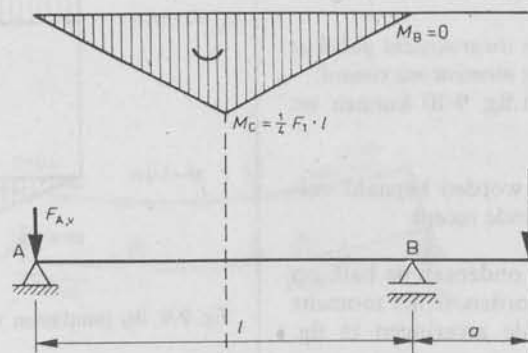


fig. 9-11d

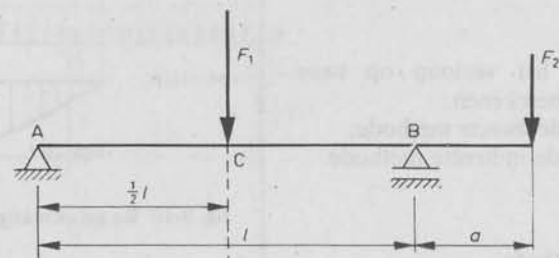
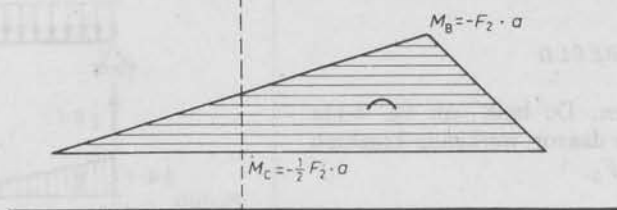
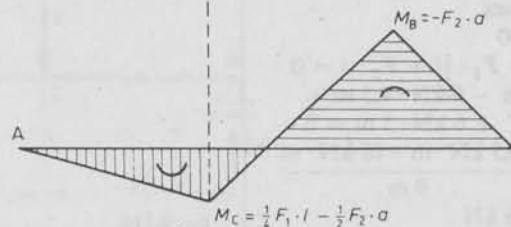


fig. 9-11e



Tekenafpraak:

We rekenen een buigend moment positief als de vezels onderin de balk op trek worden belast, teken: \smile .

We rekenen een buigend moment negatief als de vezels aan de bovenkant van de balk op trek worden belast, teken: \frown .

9.4 Opdrachten

1 Gegeven: De figuren 9-12... 9-15, met de daarop aangegeven werkzame belasting.

Gevraagd: Bepaal voor deze constructies de dwarskrachten- en momentenlijn.

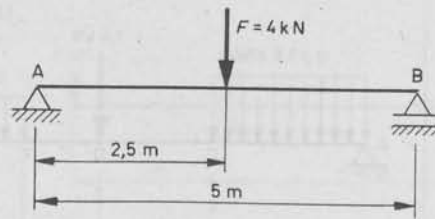


fig. 9-12

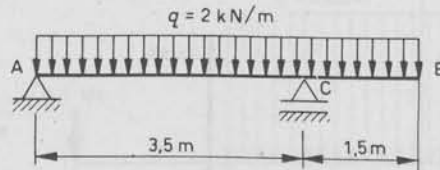


fig. 9-13

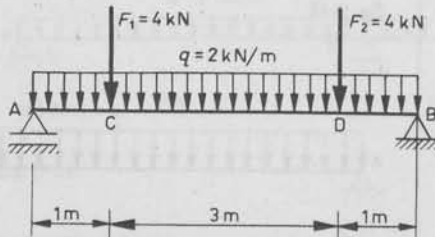


fig. 9-14

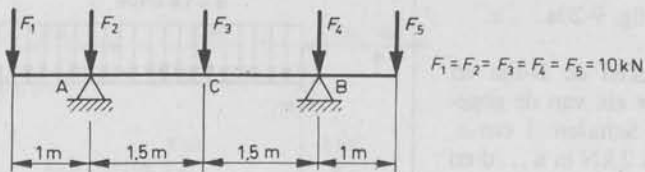


fig. 9-15

2* Gegeven: Fig. 9-16 met de daarop aangegeven werkzame belasting.

Gevraagd: Hoe groot is het maximummoment?
Teken de F_d -lijn en de M -lijn.

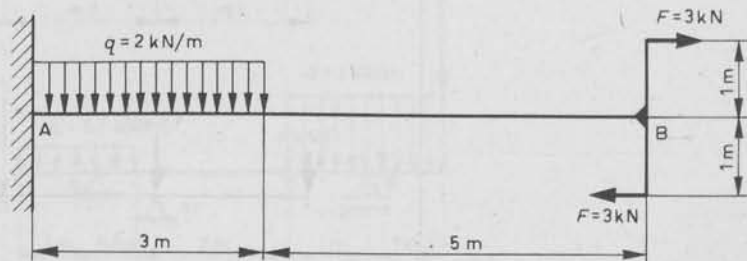


fig. 9-16

3 Teken de momentenlijn voor de figuren 7-17b, 8-16a en 8-16b.

4 Gegeven: Zie fig. 9-17.

Gevraagd:

a Bereken $F_{A,v}$ en $F_{B,v}$ en teken daarna de D -lijn.

b Bereken M_C, M_D, M_E, M_F en M_B en teken vervolgens de M -lijn.

Krachtenschaal: $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN}$.

Momentenschaal: $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

Lengteschaal: $1 \text{ cm} \cong 1 \text{ m}$.

5 Gegeven: Zie fig. 9-18.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn. Schalen: $1 \text{ cm} \cong 0,5 \text{ m}$; $1 \text{ cm} \cong 1 \text{ kN}$; $1 \text{ cm} \cong 1 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

6 Gegeven: Zie fig. 9-19.

Gevraagd: De D -lijn en de M -lijn. Druk de reacties en het maximale moment eerst uit in q en l en bereken ze daarna. Schalen: $1 \text{ cm} \cong 0,5 \text{ m}$; $1 \text{ cm} \cong 4 \text{ kN}$; $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

7 Gegeven: Zie fig. 9-20a... e.

Gevraagd: Teken de D -lijn en de M -lijn voor elk van de gegeven situaties. Schalen: $1 \text{ cm} \cong 0,5 \text{ m}$; $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN}$ in a... d en $1 \text{ cm} \cong 4 \text{ kN}$ in e; $1 \text{ cm} \cong 2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ in a... d en $1 \text{ cm} \cong 4 \text{ kN} \cdot \text{m}$ in e.

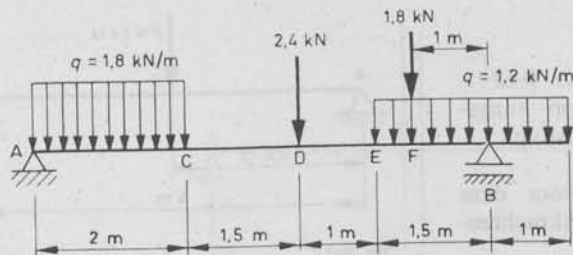


fig. 9-17

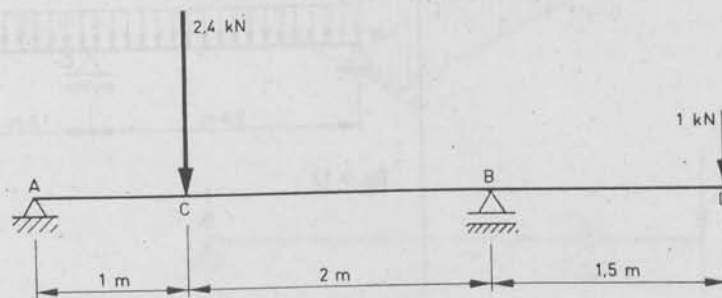


fig. 9-18

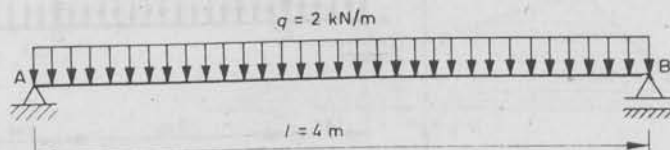
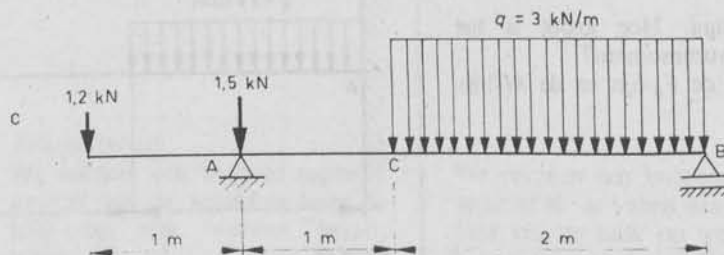
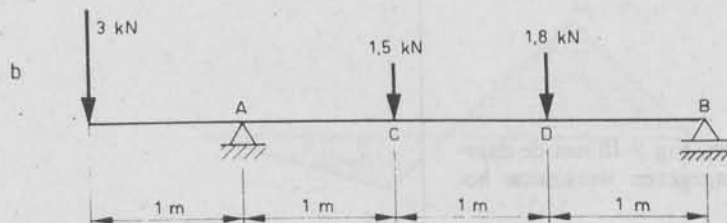
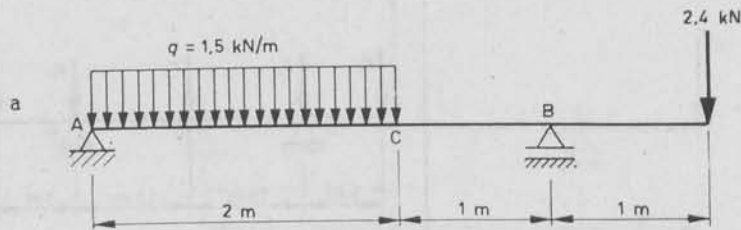


fig. 9-19



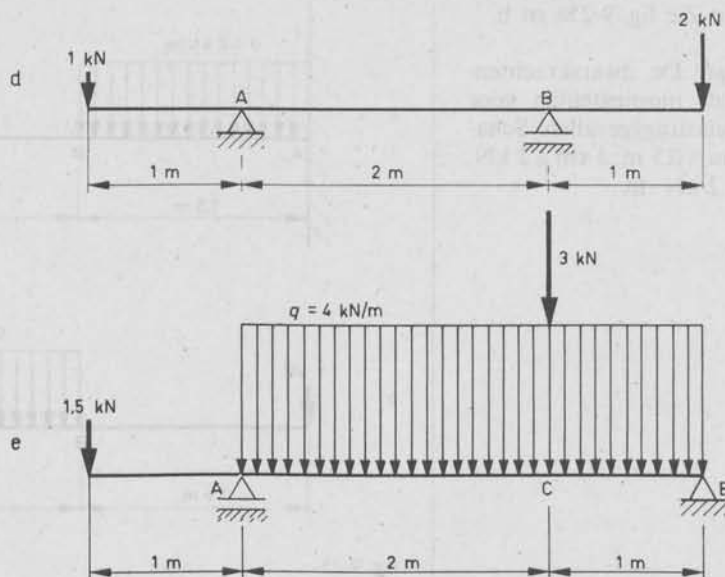


fig. 9-20

8 Gegeven: Zie fig. 9-21.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn. Schalen: 1 cm \cong 2 m; 1 cm \cong 8 kN; 1 cm \cong 8 kN · m.
(Eindexamen 1975)

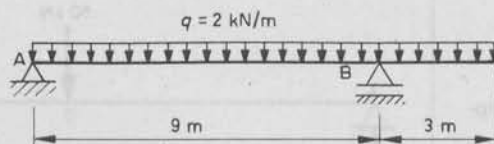


fig. 9-21

9 Gegeven: Zie fig. 9-22.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn. Schalen: 1 cm \cong 2 m; 1 cm \cong 4 kN; 1 cm \cong 4 kN · m.
(Eindexamen 1976)

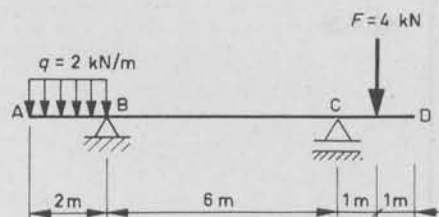


fig. 9-22

10 Gegeven: Zie fig. 9-23.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn. Schalen: 1 cm \cong 1 m; 1 cm \cong 10 kN; 1 cm \cong 10 kN · m.
(Eindexamen 1977)

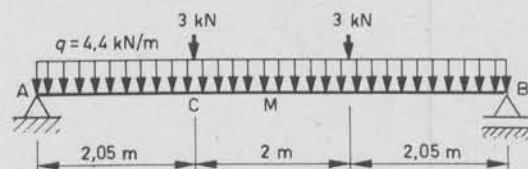


fig. 9-23

11 Gegeven: Zie fig. 9-24.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn. Schalen: 1 cm \cong 1 m; 1 cm \cong 2 kN; 1 cm \cong 2 kN · m.

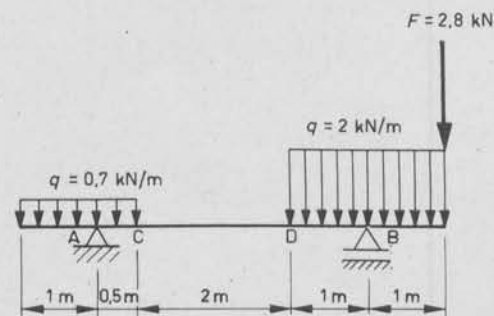


fig. 9-24

12 Gegeven: Zie fig. 9-25a en b.

Gevraagd: De dwarskrachtenlijn en de momentenlijn voor beide belastingsgevallen. Schalen: 1 cm \cong 0,5 m; 1 cm \cong 2 kN; 1 cm \cong 2 kN·m.

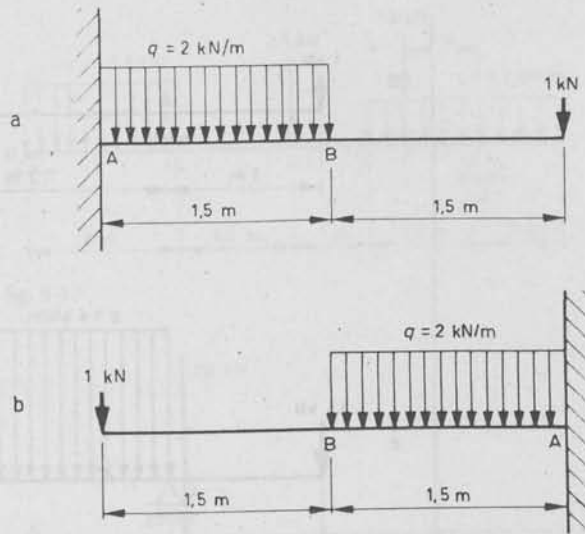


fig. 9-25

13 Gegeven: Zie fig. 9-26.

Gevraagd:

- Hoe groot moet x zijn, opdat $F_{A,v} = 0$?
- Hoe groot is in dat geval $F_{B,v}$?
- Teken de D -lijn en de M -lijn. Schalen: 1 cm \cong 1 m; 1 cm \cong 60 kN; 1 cm \cong 60 kN·m. (Het eigen gewicht van de ligger is hier verwaarloosd.) (Eindexamen 1978)

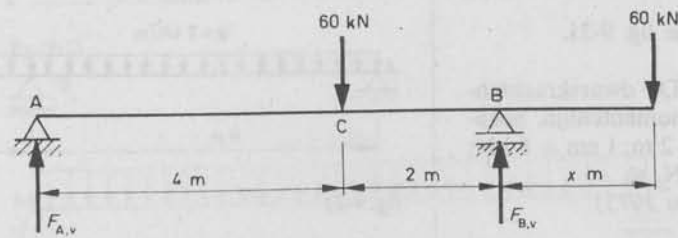


fig. 9-26

Stärke en spanning

1.1 Inleiding

Voor elke constructie geldt de volgende eisen:

1. De constructie moet sterk zijn.
2. De constructie moet stevig zijn.
3. De constructie moet duurzaam zijn.

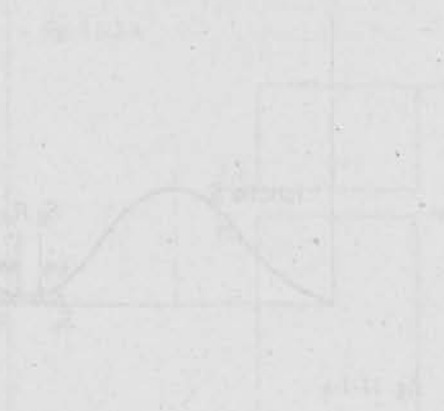
De sterkte van een constructie wordt bepaald door de materiaaleigenschappen van de gebruikte materialen en de geometrische vorm van de constructie.

De stevigheid van een constructie wordt bepaald door de mate waarin de constructie kan vervormen onder invloed van externe krachten.



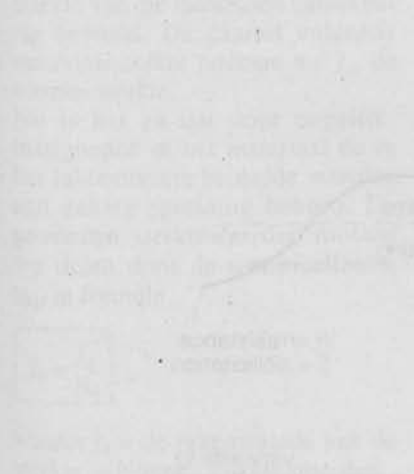
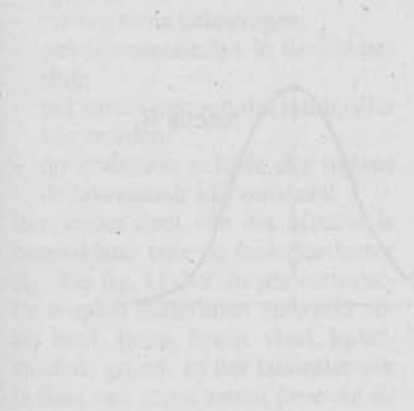
De elasticiteitsmodulus E is een maat voor de stijfheid van een materiaal. Het wordt gedefinieerd als de verhouding tussen de spanning σ en de rek ϵ .

De sterkte van een constructie wordt bepaald door de maximale spanning die het materiaal kan weerstaan voordat het faalt.



De sterkte van een constructie wordt bepaald door de maximale spanning die het materiaal kan weerstaan voordat het faalt. Dit wordt bepaald door de materiaaleigenschappen van het materiaal.

De sterkte van een constructie wordt bepaald door de maximale spanning die het materiaal kan weerstaan voordat het faalt.



De sterkte van een constructie wordt bepaald door de maximale spanning die het materiaal kan weerstaan voordat het faalt. Dit wordt bepaald door de materiaaleigenschappen van het materiaal.



11

Sterkte en spanningen

11.1 Inleiding

Voor elke constructie gelden de volgende eisen:

- 1 De constructie moet sterk genoeg zijn.
- 2 De constructie moet in evenwicht zijn.
- 3 De constructie moet stijf genoeg zijn.

Punt 2 hebben we al eerder behandeld en we behandelen nu punt 1: de constructie moet sterk genoeg zijn, dus de constructie mag niet bezwijken.

We beoordelen dat in de uiterste "grenstoestand". De karakteristieke waarden van de belastingen (S_k) en de sterkte (R_k) worden vermenigvuldigd met respectievelijk de belastingsfactor (γ_F) en gedeeld door de materiaalfactor (γ_M). De constructie heeft voldoende sterkte (resistance) als

$$S_k \cdot \gamma_F \leq \frac{R_k}{\gamma_M}$$

óf als: $S_d \leq R_d$, zie fig. 11-1-a en b. In de Europese voorschriften is het Engels voertaal. De index d komt van het Engelse woord "design". Het liefst schrijven we de voorgaande formule in de vorm van een zogenaamde eenheidstoets, de "Unity check":

$$\frac{S_d}{R_d} \leq 1$$

De basis van deze veiligheidsfilosofie ligt in de karakteristieke waarden van R en S . Deze zijn gedefinieerd als de waarde waarvoor de kans dat grotere belastingen, respectievelijk kleinere sterkten voorkomen, een percentage van 5% is. Nu kijken we eerst naar de belastingen.

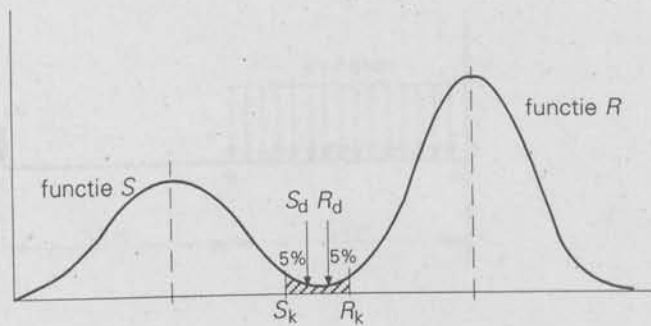


fig. 11-1-a

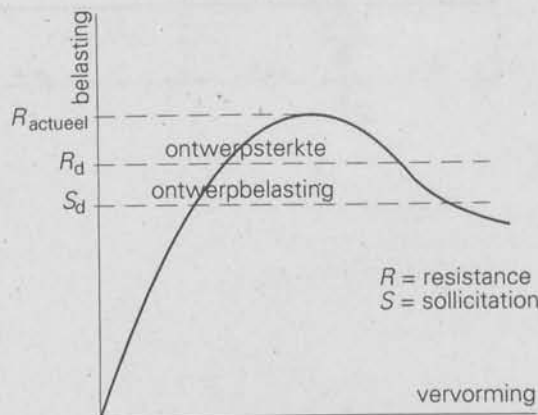


fig. 11-1-b

De belasting die een constructieonderdeel moet dragen is bekend. We noemen dit de *gebruiksbelasting* F . Nu geldt weer

$$F_d = \gamma_F \cdot F$$

of in woorden: de rekenwaarde van de belasting is gelijk aan de belastingsfactor maal de gebruiksbelasting. Deze rekenbelasting F_d veroorzaakt in de constructie spanningen σ_d in N/mm^2 , volgens $\sigma_d = F_d/A$; lees paragraaf 4.3 nog eens na. Nu kijken we naar de weerstand, de

sterkte. De uiterste weerstand die de constructie kan bieden noemen we de *bezwijksterkte* F_u , zie fig. 11-2.

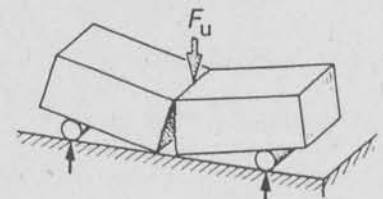


fig. 11-2

Onder de belasting F_u bezwijkt de constructie net wel of net nog niet.

Tussen de gebruiksbelasting F en de bezwijksterkte F_u moeten we voldoende afstand nemen. Dit is de veiligheid!

Een deel van de afstand is beschikbaar voor de belastingsfactor γ_F , die is ingevoerd vanwege:

- benaderingen in de berekenings-theorie;
- onvoorziene belastingen;
- onvolkomenheden in de uitvoering;
- het aantal mensen dat slachtoffer kan worden;
- de materiële schade die tijdens de levensduur kan ontstaan.

Een ander deel van die afstand is beschikbaar voor de materiaalfactor γ_M . Zie fig. 11-3-a. In een constructie worden materialen verwerkt zoals hout, steen, beton, staal, kunststoffen, grond. In het laboratorium is door een groot aantal proeven de sterkte van die materialen nauwkeurig bepaald. De daaruit volgende materiaalsterkte noemen we f_u , de uiterste sterkte.

Nu is het zo dat door ongelijkmatigheden in het materiaal de in het laboratorium bepaalde waarden een zekere spreiding hebben. De gevonden sterkte waarden moeten we delen door de materiaalfactor γ_M , in formule

$$f_d = \frac{f_u}{\gamma_M}$$

waarin f_d = de rekenwaarde van de sterkte in N/mm². Enkele waarden:

	γ_M		γ_M
staal	1,0	beton op druk	1,2
staal op trek	1,25	beton op trek	1,4
betonstaal	1,15	hout	1,2
		steen	1,8

Nu moet natuurlijk gelden:

$$\sigma_d \leq f_d \quad \text{of} \quad \frac{\sigma_d}{f_d} \leq 1$$

overeenkomstig de "Unity Check", of in woorden:

De rekenwaarde van de spanning σ_d die door de rekenbelasting $F_d = \gamma_F \cdot F$ in de constructie wordt opgewekt moet kleiner of gelijk zijn aan de rekenwaarde van de sterkte $f_d = \frac{f_u}{\gamma_M}$

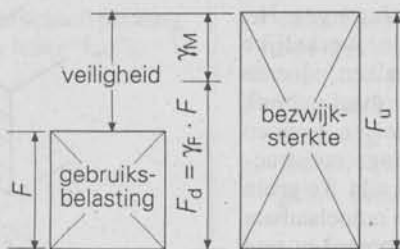


fig. 11-3-a

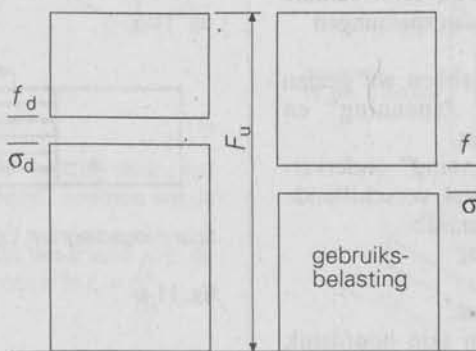


fig. 11-3-b

van het materiaal waarvan de constructie is gemaakt.

Er kan nog wel ruimte over blijven; zie fig. 11-3-b, het linker deel. Dat komt omdat bijvoorbeeld met handelsprofielen wordt gewerkt, zie de staal- en houtprofielen achter in dit boek. Voor metselwerk zijn de formaten gestandaardiseerd en bij beton worden de maten meestal afgerond op een veelvoud van 50 mm.

Het aardige van deze manier van rekenen is nu dat we met behulp van de toegepaste mechanica de spanningen σ kunnen berekenen en dat het nog niet uitmaakt welk materiaal we gebruiken. Ná de materiaalkeuze gaan we *toetsen* of de berekende spanning voldoet.

Dit was misschien een moeilijke paragraaf.

We zullen in dit boek deze moderne rekenmethode vereenvoudigen door steeds te toetsen:

$$\frac{\sigma}{f} \leq 1? \quad \text{of} \quad \sigma \leq f?$$

Dat wil zeggen dat we constructies zullen berekenen met de *gebruiks-belasting* en de daaruit volgende spanningen gaan vergelijken met

sterktewaarden waarin zowel γ_F als γ_M al zijn verwerkt. Zie fig. 11-3-b, rechter deel. Deze sterkte waarden staan bijvoorbeeld vermeld in tabel I of worden in de opdracht gegeven. In de inleiding van dit hoofdstuk zijn de eisen genoemd waaraan een constructie moet voldoen:

- 1) sterk genoeg
- 2) in evenwicht
- 3) stijf genoeg.

Over de eerste twee punten is nu voldoende gezegd. Tenslotte nog enkele korte opmerkingen over de derde eis.

Stijf, dat is niet te slap.

Bijvoorbeeld:

- Een brug mag niet te veel doorbuigen of niet te veel trillen.
- Een flatgebouw mag aan de top niet te veel uitbuigen.
- Een plank over een sloot mag slapper zijn dan een vloer van een kantoorgebouw.
- Een natte dijk mag niet in elkaar zakken.

Stijfheidseisen worden in de TGB vastgesteld; zie hiervoor o.a. ook hoofdstuk 27 van dit boek. Het toetsen of een constructie stijf genoeg is, gebeurt ook met de hiervoor

genoemde *gebruiksbelastingen*. Het gaat immers om de werkelijke doorbuigingen van balken, vloeren of bruggen die bij normaal gebruik optreden. Stijfheidseisen kunnen vooral bij lange of hoge constructies vaak maatgevend zijn. Te grote vervormingen kunnen ontoelaatbare schade of hinder veroorzaken nog lang voordat de constructie is bezwaken. Alvorens daar verder op in te gaan wordt nu eerst verdere aandacht besteed aan spanningen

In hoofdstuk 4 hebben we gezien wat men onder "spanning" en "belasting" verstaat.

We kunnen "spanning" onderverdelen in een aantal verschillende soorten spanningen, nl.:

- drukspanningen;
- trekspanningen;
- schuifspanningen;
- buigspanningen (zie hoofdstuk 14);
- knik (gevaarlijke drukspanningen) (zie hoofdstuk 18).

In dit hoofdstuk zullen we de drie eerstgenoemde soorten spanningen nader bekijken.

11.2 Drukspanning

Indien de balk uit fig. 11-4 gedrukt wordt door een kracht F (in de balkas), dan is de drukspanning in de balkvlakjes loodrecht op de balkas:

$$\sigma_c = \frac{F}{A}$$

Hierin is:

- F = drukkracht;
 - A = oppervlakte balkdoorsnede;
 - σ_c = drukspanning
(c = compression).
- (Zie ook fig. 11-5 en fig. 11-6.)

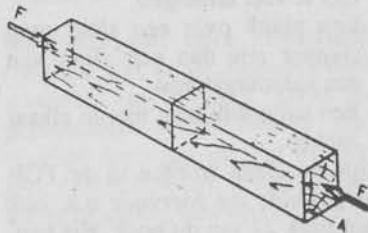
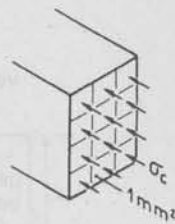
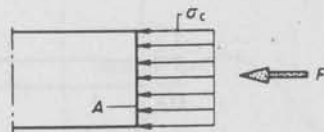


fig. 11-4 Drukkrachten



iedere oppervlakte-eenheid, b.v. 1 mm² brengt een "krachtje" σ_c over.

fig. 11-5



spanningsdiagram t.g.v. F

fig. 11-6

In het vervolg wordt steeds over lichamen in rust gesproken. In fig. 11-4 zijn beide krachten gelijk doch tegengesteld. Vergelijk fig. 11-4 met fig. 6-8.

VOORBEELD 1

Gegeven: Op een balk wordt een drukkracht van 63 kN = 63000 N uitgeoefend. De balk heeft een (dwars)doorsnede A van 9000 mm².

Gevraagd: de drukspanning σ_c .

Oplossing:

$$\sigma_c = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_c = \frac{63\,000\text{ N}}{9\,000\text{ mm}^2} = 7\text{ N/mm}^2$$

OPDRACHT 1

De doorsnede A van een balk is 8000 mm².
De drukspanning $\sigma_c = 7,5\text{ N/mm}^2$.
Dedrukkracht

$$F = A \cdot \sigma_c = \dots \times \dots = \dots$$

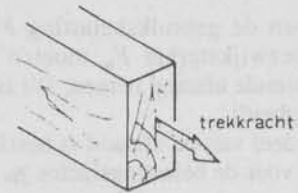


fig. 11-7

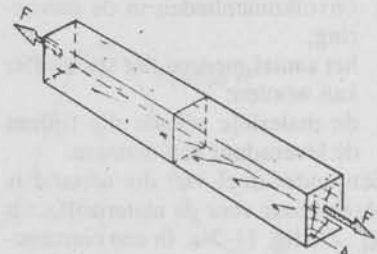


fig. 11-8

11.3 Trekspanning

Door een trekkracht ontstaan *trekspanningen* (fig. 11-8).

Als formule hebben we nu:

$$\sigma_t = \frac{F}{A}$$

Hierin is:

- F = trekkracht;
- A = oppervlakte balkdoorsnede;
- σ_t = trekspanning (t = tension).

Zie ook fig. 11-9 en 11-10.

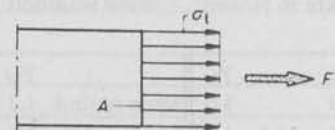
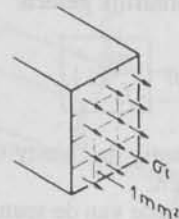


fig. 11-9 Spanningsdiagram t.g.v. F



iedere oppervlakte-eenheid, b.v. 1 mm² brengt een "krachtje" σ_t over.

fig. 11-10

VOORBEELD 2

Gegeven: Op een balk wordt een trekkracht van $72 \text{ kN} = 72\,000 \text{ N}$ uitgeoefend. De balk heeft een (dwars)doorsnede van $8\,000 \text{ mm}^2$.

Gevraagd: de trekspanning σ_t .

Oplossing:

$$\sigma_t = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_t = \frac{72\,000 \text{ N}}{8\,000 \text{ mm}^2} = 9 \text{ N/mm}^2$$

OPDRACHT 2

De doorsnede van een balk is $9\,000 \text{ mm}^2$.

De trekspanning $\sigma_t = 10 \text{ N/mm}^2$. De trekkracht

$$F = A \cdot \sigma_t = \dots \times \dots = \dots$$

11.4 Schuifspanning

Als een kracht F op vlak CDGF werkt, zal het bovenste blokje materiaal willen afschuiven over vlak BCDE (fig. 11-11).

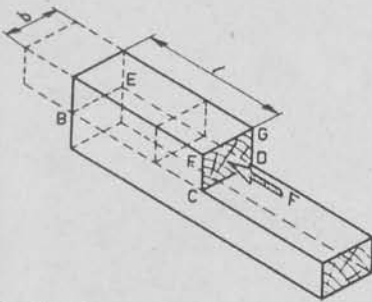


fig. 11-11

In dit vlak ontstaat dan een gemiddelde schuifspanning:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Hierin is:

F = de afschuifkracht;

A = afschuivende oppervlakte = $l \cdot b$

τ = de gemiddelde schuifspanning (τ is de Griekse letter "tau").

Zie ook fig. 11-12.

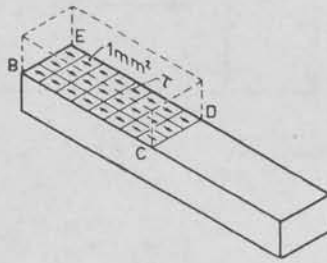


fig. 11-12

De schuifsterkte waarbij nog juist geen breuk optreedt, noemen we de schuifsterkte τ_B .

De schuifsterkte waarmee we de waarde van τ toetsen is $f_v = \frac{f_u}{\gamma_M}$.

VOORBEELD 3

Gegeven: Op een balk wordt een afschuifkracht van $20 \text{ kN} = 20\,000 \text{ N}$ uitgeoefend. De "afschuivende" oppervlakte A bedraagt $25\,000 \text{ mm}^2$.

Gevraagd: de gemiddelde schuifspanning τ .

Oplossing:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$\tau = \frac{20\,000 \text{ N}}{25\,000 \text{ mm}^2} = 0,8 \text{ N/mm}^2$$

OPDRACHT 3

De afschuivende oppervlak van een balk is $15\,000 \text{ mm}^2$.

De gemiddelde schuifspanning is $\tau = 1,2 \text{ N/mm}^2$. De afschuifkracht

$$F = A \cdot \tau = \dots \times \dots = \dots$$

11.5 Opdrachten

1 **Gegeven:** Een paal met een doorsnede van $80 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ staat op een voetplaat met een oppervlakte van $600 \text{ mm} \times 600$

mm . De paal wordt belast door een drukkracht $F = 72 \text{ kN}$.

Gevraagd: Hoe groot is de drukspanning in de paal? En hoe groot is de drukspanning in de grond, direct onder de voetplaat?

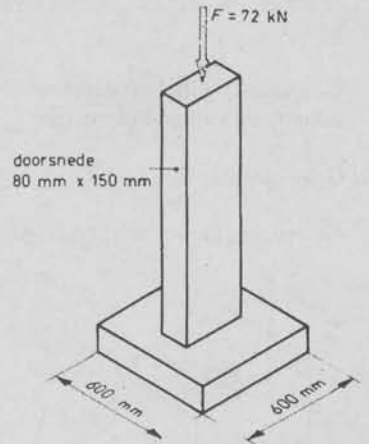


fig. 11-13

2 Toetsvragen:

(Het antwoord staat op blz. 78).

Geef de volgende beweringen in formulevorm:

- de rekenwaarde van de belastingen is een factor groter dan de gebruiksbelastingen;
- de rekenwaarde van de sterkte is een factor kleiner dan de bezwijksterkte;
- de "Unity Check" moet kleiner of gelijk zijn aan 1;
- in dit boek moeten de spanningen tengevolge van de gebruiksbelastingen kleiner of gelijk zijn aan de gegeven sterktewaarden.

3 **Gegeven:** Aan een ronde stalen staaf met een diameter van 35 mm wordt getrokken met een kracht $F = 10 \text{ kN}$.

Gevraagd: De trekspanning in de staaf

4 **Gegeven:** De stalen staaf van opdracht 3 breekt bij een trekkracht van 300 kN . $\gamma_M = 1,25$.

Gevraagd: Bereken f_d .

5 **Gegeven:** De breuksterkte van een stalen staaf is 700 N/mm^2 .

De doorsnede van deze staaf is 6 mm^2 . $\gamma_M = 1,25$.

Gevraagd: Bereken f_d en F_u .

- 6 *Gegeven:* Op een houten kolom wordt een drukkracht van $F = 20 \text{ kN}$ uitgeoefend. De druksterkte bedraagt 6 N/mm^2 (geen knikgevaar).

Gevraagd: Hoe groot moet de doorsnede van de kolom zijn?

- 7 *Gegeven:* Zie fig. 11-14.

Gevraagd: De schuifspanning τ .

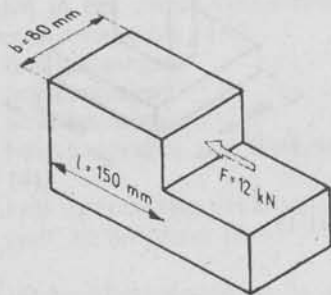


fig. 11-14

- 8 *Gegeven:* De haaklas in fig. 11-15 wordt getrokken met een kracht van 12 kN . $l = 125 \text{ mm}$; $d = 20 \text{ mm}$.

Gevraagd: Bereken de spanningen op het vlak $d \cdot b$ en op het vlak $l \cdot b$.

- 9 *Gegeven:* De muur in fig. 11-16 heeft als fundering een betonplaat. F (eigen gewicht + belasting) = 60 kN per strekkende meter. De druksterkte van de grond bedraagt $f = 0,05 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Hoe breed moet de betonplaat zijn?
- Hoe groot is de spanning in het metselwerk?

- 10 *Gegeven:* Een ketting met schalmen (zie fig. 11-17), met een diameter van 10 mm elk, breekt bij een trekspanning van 560 N/mm^2 .

Gevraagd: Hoe groot is F_u (afgezien van andere spanningen)?

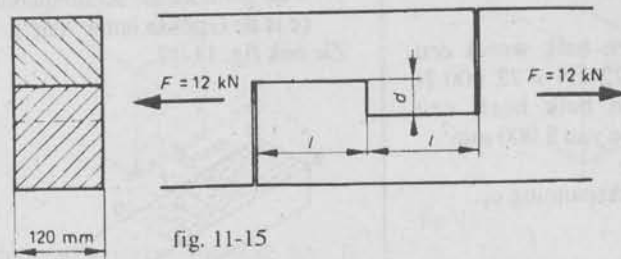


fig. 11-15

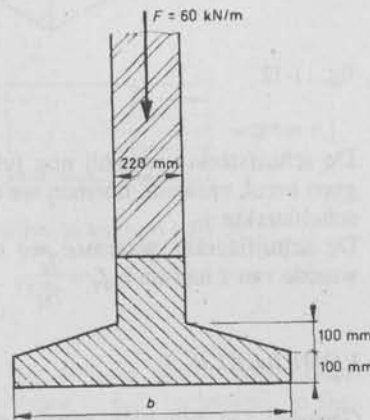


fig. 11-16

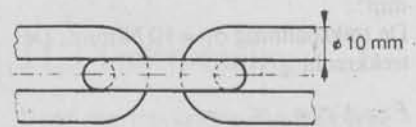


fig. 11-17

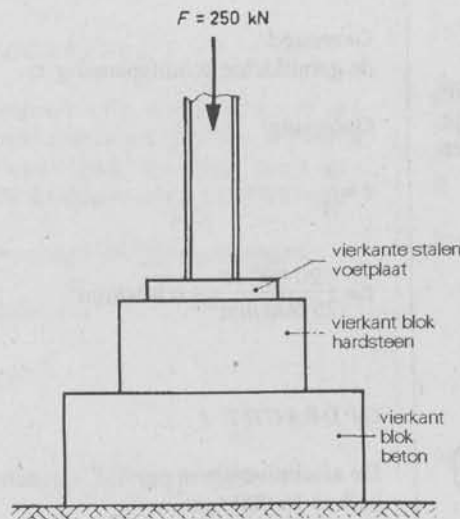


fig. 11-18

- 11 *Gegeven:* Zie fig. 11-18. $F = 250 \text{ kN}$; $f_{\text{hardsteen}} = 3,5 \text{ N/mm}^2$; $f_{\text{ongew. beton}} = 2,5 \text{ N/mm}^2$; $f_{\text{grond}} = 0,05 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Bereken de lengte (= breedte) van:
a de stalen voetplaat;

- het blok hartsteen;
- het blok ongewapend beton.

- 12 *Gegeven:* Een ketting wordt belast met een trekkracht van 50 kN . $f = 160 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Hoe dik moeten de schalmen van deze ketting zijn

(afgezien van andere spanningen)?

- 13 *Gegeven.* Zie fig. 11-19. De drukkracht F in het spantbeen bedraagt 20 kN. De breedte van de trekplaat is 80 mm. De schuifsterkte $f_v = 1 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd. Hoe groot moet l minstens zijn?

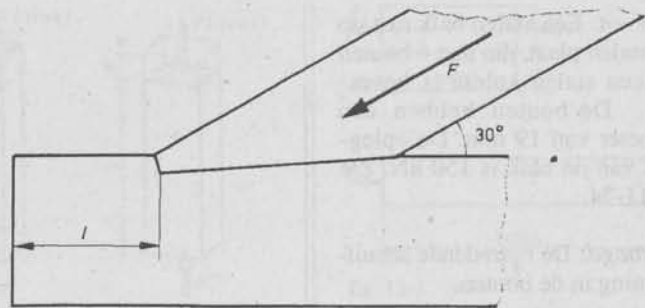


fig. 11-19

- 14 *Gegeven.* Twee stalen strippen die elkaar gedeeltelijk overlappen, zijn met elkaar verbonden door twee klinknagels met een diameter van 19 mm (enkel-snedige verbinding). $f_v = 112 \text{ N/mm}^2$; $f_t = 160 \text{ N/mm}^2$. Zie fig. 11-20.

Gevraagd:

- a Welke afschuifkracht kan deze verbinding opnemen?
b Welke trekkracht kan deze verbinding opnemen?
- 15 *Gegeven:* Twee staven worden scharnierend met elkaar verbonden zoals aangegeven in fig. 11-21 (dubbelsnedige verbinding). De op te nemen trekkracht bedraagt 100 kN. $f_v = 93 \text{ N/mm}^2$.

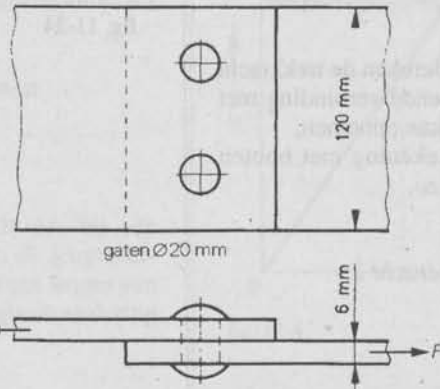


fig. 11-20

Gevraagd: Hoe groot moet de diameter van de bout worden?

- 16 *Gegeven:* Een stalen ligger is opgelegd op een stalen blokje, dat op een stalen plaat ligt. De stalen plaat rust op een fundering van gewapend beton. De oplegkracht bedraagt 350 kN.

$f_{c,staal} = 160 \text{ N/mm}^2$; $f_{c,beton} = 7 \text{ N/mm}^2$. Het stalen blokje en de stalen plaat zijn vierkant. Zie fig. 11-22.

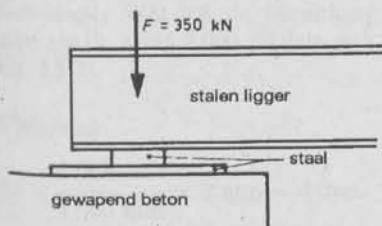


fig. 11-22

Gevraagd: Hoe groot moeten de lengte en de breedte van het

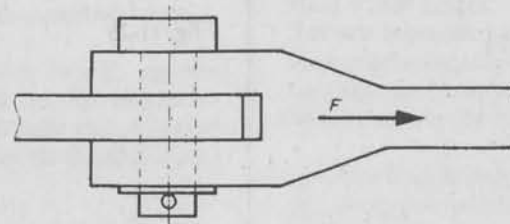


fig. 11-21

stalen blokje en de stalen plaat minstens zijn?

- 17 *Gegeven:* Een IPE 200 is opgelegd op een blok van gewapend beton. De oplegglengte l bedraagt 200 mm. $f_{c,beton} = 7 \text{ N/mm}^2$. Zie fig. 11-23.

Gevraagd: Wat mag de oplegdrruk van de IPE op het beton maximaal bedragen? (De "randspanning" is $2 \times$ de gemiddelde spanning bij dit soort opleggingen!)

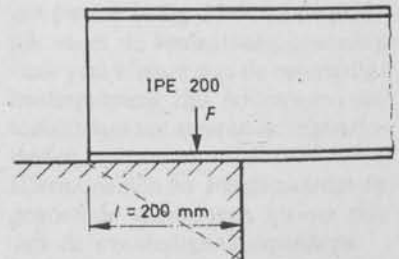


fig. 11-23

- 18 *Gegeven:* Een stalen balk rust op een stalen plaat, die met 6 bouten aan een stalen kolom is bevestigd. De bouten hebben een diameter van 19 mm. De oplegdruk van de balk is 150 kN. Zie fig. 11-24.

Gevraagd: De optredende schuifspanning in de bouten.

- 19 *Gegeven:* Zie fig. 11-25. $f_v = 112 \text{ N/mm}^2$; $f_t = 160 \text{ N/mm}^2$. De diameter van een klinknagel is 17 mm.

Gevraagd: Bereken de trekkracht die de getekende verbinding met klinknagels kan opnemen. N.B. De berekening met bouten verloopt net zo.

Antwoorden opdracht 2:

$$F_d = \gamma_F \cdot F$$

$$f_d = \frac{f_u}{\gamma_M}$$

$$\frac{\sigma_d}{f_d} \leq 1 \quad \left\{ \frac{S_d}{R_d} \leq 1 \right\}$$

$$\frac{\sigma}{f} \leq 1.$$

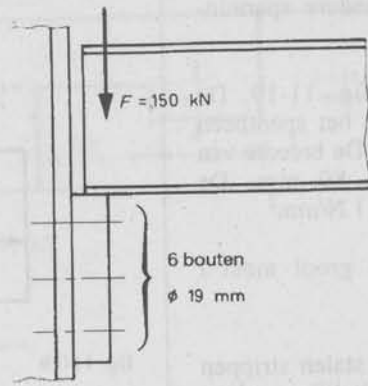


fig. 11-24

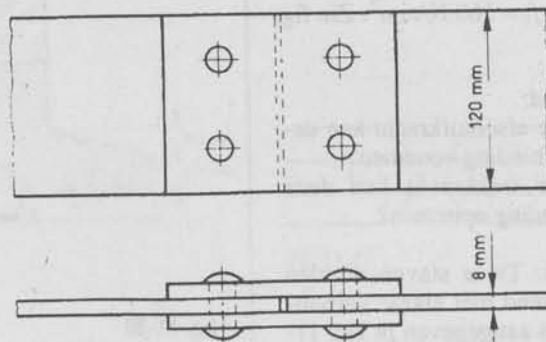


fig. 11-25

12

Elasticiteit

12.1 Lengteverandering

Een verandering wordt in de sterkteleer aangegeven met de Griekse letter Δ , uitgesproken als „delta”. De verandering van een lengte l schrijft men als Δl .

Een staaf met een lengte l kan onder de inwerking van een kracht F langer (bij trek) of korter (bij druk) worden (fig. 12-1 en 12-2).

Werkt een kracht op een staaf dan zal de lengteverandering groter zijn naarmate de staaf langer is. De lengteverandering is, binnen bepaalde grenzen, recht evenredig met de lengte van de staaf.

Is de lengte *tweemaal* zo groot dan wordt de lengteverandering ook *tweemaal* zo groot. Is de lengte *driemaal* zo groot dan wordt de lengteverandering ook *driemaal* zo groot, enz. Dus onder invloed van een trekkracht F zal bij een staallengte:

- l de uitrekking Δl zijn;
- $2l$ de uitrekking $2\Delta l$ zijn;
- $10l$ de uitrekking $10\Delta l$ zijn;
- $n \cdot l$ de uitrekking $n \cdot \Delta l$ zijn.

Hierbij is aangenomen, dat de andere staafafmeting, de doorsnede, gelijk blijft.

VOORBEELD 1

Gegeven: Onder invloed van een kracht F rekt een staaf van 1 000 mm lengte 2 mm uit.

Gevraagd: Wat zal de uitrekking zijn als de staaf 2 000 is? (zie ook fig. 12-3).

Oplissing:

$$\Delta l = \frac{2\,000\text{ mm}}{1\,000\text{ mm}} \times 2\text{ mm} = 4\text{ mm}$$

OPDRACHT 1

Voor een staaf geldt dat bij een lengte van 1 200 mm de lengtever-

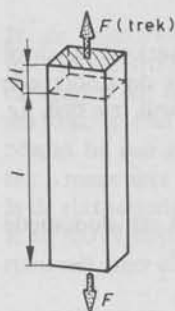


fig. 12-1

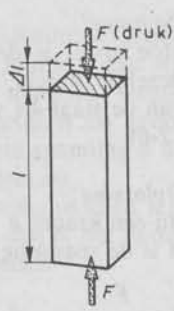


fig. 12-2

andering 2 mm is. Bij een lengte van 1 800 mm is de lengteverandering dus:

$$\Delta l = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots\text{ mm}$$

OPDRACHT 2

Voor een staaf geldt dat bij een lengte van 2 000 mm de lengteverandering 5 mm is. Bij een lengte van 1 600 mm is de lengteverandering dus:

$$\Delta l = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots\text{ mm}$$

We betrekken nu bij de kracht F en de lengte l ook de staafdoorsnede A .

Werkt een grote kracht op een doorsnede dan zal de lengteverandering groter zijn dan wanneer een kleine kracht op dezelfde doorsnede werkt.

Werkt een kracht op een grote doorsnede dan zal de lengteverandering kleiner zijn dan wanneer dezelfde kracht op een kleine doorsnede werkt.

Uit deze twee voorbeelden blijkt dat de lengteverandering niet alleen afhankelijk is van de kracht F maar ook van de doorsnede A . We denken dan onmiddellijk aan de spanning $\sigma = \frac{F}{A}$.

Een lengteverandering is dus *groter* als de kracht *groter* en/of de doorsnede *kleiner* is. Anders gezegd: een lengteverandering is *groter* als de spanning *groter* is.

Dus:

Is de spanning σ klein dan is de lengteverandering Δl klein. Is de spanning σ groot dan is de lengteverandering Δl groot (fig. 12-4).

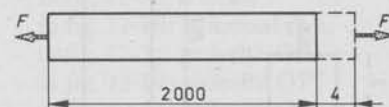
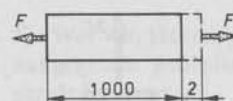


fig. 12-3

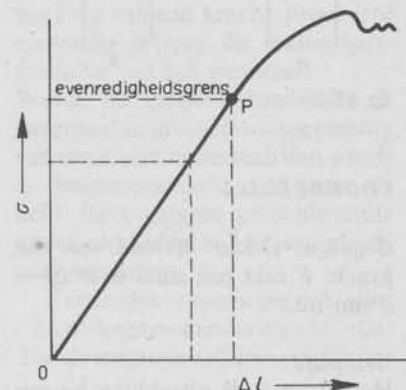


fig. 12-4

Als we op een staaf een trekkracht uitoefenen en de kracht groter laten worden, neemt de spanning toe. De staaf wordt langer.

Tot een bepaalde spanning, de z.g. *evenredigheidsspanning* is de lengteverandering Δl recht evenredig met de optredende spanning.

Dus wordt de spanning σ tweemaal zo groot, dan wordt Δl ook tweemaal zo groot.

Onder invloed van een kracht zal bij een spanning:

- σ de uitrekking Δl zijn;
- 2σ de uitrekking $2\Delta l$ zijn;
- 10σ de uitrekking $10\Delta l$ zijn;
- $n \cdot \sigma$ de uitrekking $n \cdot \Delta l$ zijn.

Boven de evenredigheidsspanning neemt de lengteverandering méér toe dan de spanning toeneemt (boven punt P in fig. 12-4). In de praktijk moet de toelaatbare spanning vaak veel kleiner dan de evenredigheidsspanning zijn, willen geen ontoelaatbare vormveranderingen optreden.

Hierna nemen we steeds aan dat de genoemde spanningen *kleiner* zijn dan de evenredigheidsspanning. In fig. 12-4 is OP een rechte lijn, omdat Δl recht evenredig is met σ .

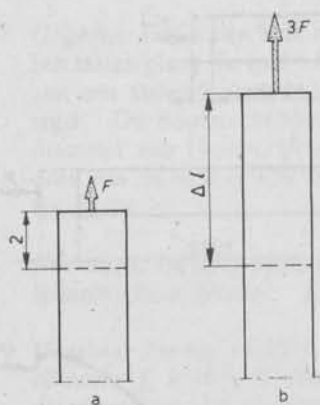


fig. 12-5

VOORBEELD 2

Gegeven: Onder invloed van een kracht F rekt een staaf over $\Delta l = 2$ mm uit.

Gevraagd: Hoe groot is de uitrekking bij een kracht $3F$?

Oplossing:

Bij F is de spanning: $\sigma = \frac{F}{A}$.

Bij $3F$ is de spanning: $\sigma = \frac{3F}{A}$

dus driemaal zo groot. De lengteverandering wordt nu ook driemaal zo groot. Dus:

$$\Delta l = 3 \times 2 \text{ mm} = 6 \text{ mm}.$$

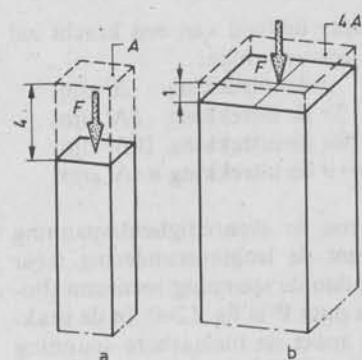


fig. 12-6

VOORBEELD 3

Gegeven: Onder invloed van een kracht F drukt een staaf met een doorsnede A $\Delta l = 4$ mm in.

Gevraagd:

Hoe groot is de verkorting door dezelfde kracht als de doorsnede van de staaf $4A$ wordt (zie ook fig. 12-6).

Oplossing:

Bij een kracht F en een doorsnede A is de spanning:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Bij een kracht F en een doorsnede $4A$ is de spanning:

$$\sigma = \frac{F}{4A}, \text{ dus viermaal zo klein.}$$

De lengteverandering wordt nu ook viermaal zo klein. Dus:

$$\Delta l = \frac{4 \text{ mm}}{4} = 1 \text{ mm}$$

OPDRACHT 3

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een kracht van 100 kN de lengteverandering 4 mm is. Bij een kracht van 150 kN is dus:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

OPDRACHT 4

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een kracht van 200 kN de lengteverandering 5 mm is. Bij een kracht van 60 kN is dus

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

OPDRACHT 5

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een doorsnede van 8000 mm² de lengteverandering 6 mm is. Bij een doorsnede van 12000 mm² is

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

OPDRACHT 6

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een doorsnede van 10000 mm² de lengteverandering 2 mm is. Bij een doorsnede van 4000 mm² is dus:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

Wordt al het voorgaande samengevat dan kan gesteld worden dat bij belasting van een staaf of kolom geldt dat een *grotere lengteverandering* van een staaf ontstaat:

- 1 bij een *grotere* staaf lengte l ;
- 2 bij een *grotere* spanning σ ;
- a tengevolge van een *grotere* kracht F , en/of
- b tengevolge van een *kleinere* staafdoorsnede A .

Echter HOE GROOT de lengteverandering Δl nu in een bepaald geval is, is nog steeds niet bekend.

12.2 Elasticiteitsmodulus

De lengteverandering is nog afhankelijk van een andere factor, nl. het *soort* materiaal. Een ieder weet dat elastiek gemakkelijker uitgerekt kan worden dan bijvoorbeeld staal. Staal biedt meer weerstand tegen uitrekken dan elastiek.

De mate waarin een materiaal weerstand biedt tegen lengteverandering onder de inwerking van krachten noemt men de *elasticiteit* van het materiaal.

Om de elasticiteit van een bepaald materiaal uit te kunnen drukken in een getal voert men het begrip *elasticiteitsmodulus* in.

In de elasticiteitsmodulus van een materiaal zijn twee factoren verwerkt:

- 1 de optredende rek $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$, dus de *verhouding* tussen de lengteverandering Δl en de oorspronkelijke lengte l ;
- 2 de optredende spanning σ , mits deze kleiner is dan de evenredigheidsspanning.

De elasticiteitsmodulus is nu niets anders dan een rekengrootte die de verhouding tussen de spanning σ en de rek ϵ en daarmee de *aard* van het materiaal aangeeft, dus:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Omdat ε alleen een getal is (waarom?) en σ de eenheid van spanning (b.v. N/mm²) heeft, zal E ook de eenheid van spanning hebben. E is geen echte spanning, maar zoals gezegd een rekengrootte die iets over de aard van het materiaal zegt als hierop een kracht wordt uitgeoefend.

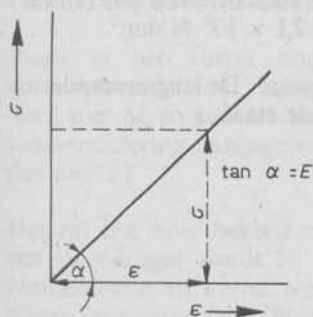


fig. 12-7a Volkomen elastisch materiaal. De verhouding $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ is ook aan te duiden met de hoek α . Tangens α is $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$.

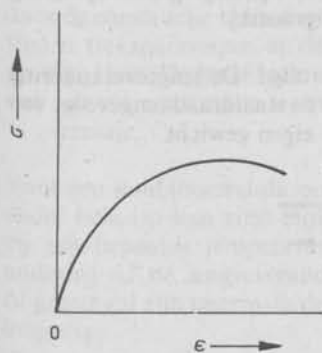


fig. 12-7b Plastisch materiaal (b.v. stopverf). E is niet constant

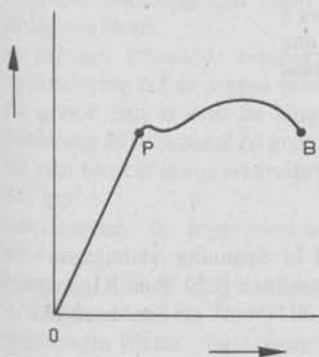


fig. 12-7c
OP = elastisch gebied
PB = vloeigebied (plastisch)

Is de elasticiteitsmodulus groot, b.v. $E = 210000 \text{ N/mm}^2$, dan wil dit zeggen dat het materiaal weinig rekbaar is (het getal is zo groot omdat bij een grote spanning σ de rek ε maar zeer klein is).

Is de elasticiteitsmodulus klein, b.v. $E = 300 \text{ N/mm}^2$, dan is het materiaal wél meer elastisch.

$E = 210000 \text{ N/mm}^2$
geldt voor staal;
 $E = 300 \text{ N/mm}^2$
geldt voor hout, loodrecht op de vezelzichting.

In de formule $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ kunnen we invullen $\sigma = \frac{F}{A}$ en $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ en dan vinden we:

$$E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{F \cdot l}{\Delta l \cdot A}$$

De laatste formule kunnen we ook schrijven als (fig. 12-8)

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$$

Hierin is dus:
 Δl = de lengteverandering;
 F = de optredende kracht;
 l = de staaflengte;
 A = de staafdoorsnede;
 E = elasticiteitsmodulus.

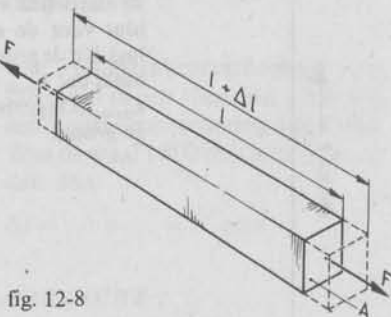


fig. 12-8

Deze schrijfwijze staat bekend als de *Wet van Hooke* en geldt, nogmaals, als de optredende spanning kleiner is dan de evenredigheids-grens.

De Wet van Hooke geldt dus in het aangegeven gedeelte van de volgende figuren:

- in fig. 12-4: het gedeelte OP;
- in fig. 12-7a: overall;
- in fig. 12-7b: helemaal niet;
- in fig. 12-7c: gedeelte OP;
- in fig. 12-10: gedeelte OP;
- in fig. 12-11: gedeelte OP.

Uit de Wet van Hooke blijkt dat de lengteverandering Δl onder inwerking van een kracht omgekeerd evenredig is met de elasticiteitsmodulus van het materiaal.

Wordt de elasticiteitsmodulus E tweemaal zo groot (door toepassing van een ander materiaal) dan wordt de lengteverandering Δl maar de helft. Bij overigens gelijkblijvende omstandigheden zal bij een elasticiteitsmodulus:

- E de lengteverandering Δl zijn;
- $2E$ de lengteverandering $\frac{1}{2}\Delta l$ zijn;
- $10E$ de lengteverandering $\frac{1}{10}\Delta l$ zijn;
- $n \cdot E$ de lengteverandering $\frac{\Delta l}{n}$ zijn.

VOORBEELD 4

Gegeven: Een drukkracht F veroorzaakt in een kolom een lengteverandering Δl van 4 mm.

gevraagd: Hoe groot zal de lengteverandering zijn als de elasticiteitsmodulus 8 keer zo groot wordt? Zie ook fig. 12-9.

Oplossing:

$$\Delta l = \frac{1}{8} \times 4 \text{ mm} = 0,5 \text{ mm}$$

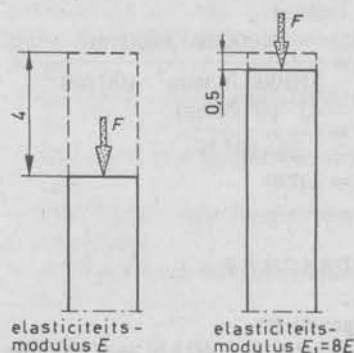


fig. 12-9

OPDRACHT 7

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een elasticiteitsmodulus van 10000 N/mm^2 de lengteverandering 2 mm is.

Bij een elasticiteitsmodulus van 8000 N/mm^2 is de lengteverandering dan:

$$\Delta l = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots \text{ mm.}$$

OPDRACHT 8

Voor een staaf (kolom) geldt dat bij een elasticiteitsmodulus van 9000 N/mm^2 de lengteverandering 4 mm is.

Bij een elasticiteitsmodulus van 12000 N/mm^2 is de lengteverandering

$$\Delta l = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots \text{ mm}$$

VOORBEELD 5

Gegeven: De elasticiteitsmodulus van staal is 210000 N/mm^2 .

Op een stalen staaf met een lengte $l = 3 \text{ m}$ en een doorsnede $A = 1 \text{ cm}^2$ laat men een kracht F van 14 kN werken.

Gevraagd: Bereken met de wet van Hooke de lengteverandering Δl .

Oplossing:

$$F = 14 \text{ kN} = 14000 \text{ N}$$

$$l = 3 \text{ m} = 3000 \text{ mm}$$

$$A = 1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}$$

$$\Delta l = \frac{14000 \text{ N} \cdot 3000 \text{ mm}}{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot 100 \text{ mm}^2}$$

$$\Delta l = \frac{42 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{21 \cdot 10^6 \text{ N}}$$

$$\Delta l = 2 \text{ mm}$$

OPDRACHT 9

Gegeven is:

de kracht $F = 60 \text{ kN} = 60000 \text{ N}$;
de lengte l van een staaf is 2500 mm ;
de doorsnede A van de staaf is 7500 mm^2 ; de elasticiteitsmodulus E is 12000 N/mm^2 .

De lengteverandering:

$$\Delta l = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots} = \dots$$

12.3 Spanning-rekdiagrammen

De figuren die in het voorgaande gedeelte de verhouding tussen σ en ϵ weergaven, noemen we spanning-rekdiagrammen.

Bij een specifiek materiaal spreken we van een sterkte-rekdiagram. Zie bijvoorbeeld fig. 12-10 en 12-11.

12.4 Opdrachten

1 *Gegeven:* Op een staaf met een diameter van $22,5 \text{ mm}$ en een lengte van 5 m wordt een trek-

kracht uitgeoefend van 60 kN .
 $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Bereken de verlen-
ging van de staaf en de trek-
spanning in de staaf.

2 *Gegeven:* Een stalen staaf van $7,5 \text{ m}$ lengte wordt op trek belast. De optredende spanning in de staaf bedraagt 140 N/mm^2 .
 $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: De lengteverandering van de staaf.

3 *Gegeven:* Een staaldraad met een lengte van 40 m en een doorsnede van 100 mm^2 wordt aan één einde opgehangen. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$. De soortelijke massa $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$. (Bij de ophanging is de spanning het grootst.)

Gevraagd: De lengteverandering van de staaldraad tengevolge van zijn eigen gewicht.

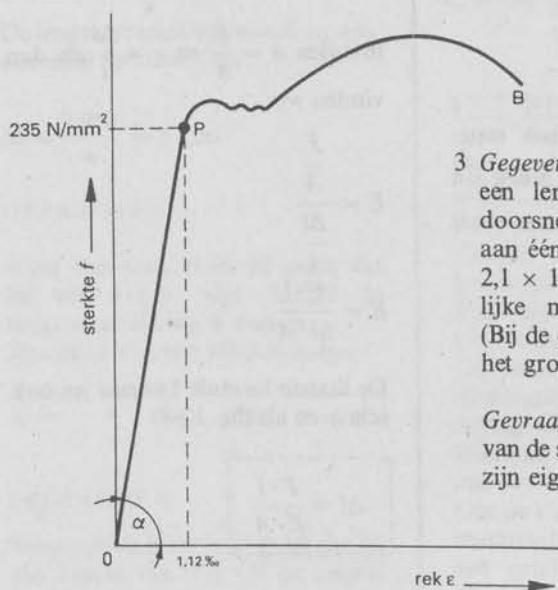


fig. 12-10 Spanning-rekdiagram voor staal kwaliteit S235

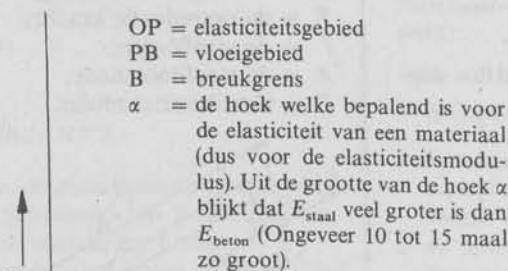


fig. 12-11 Spanning-rekdiagram voor beton kwaliteit B 50. Punt P ligt op $0,6 \times 50 = 30 \text{ N/mm}^2$, zie hoofdstuk 23.

13

Lineaire uitzetting

13.1 Lengteverandering

Zoals in het vorige hoofdstuk de lengteverandering aangegeven werd met Δl , zo kan een temperatuurverandering aangegeven worden met ΔT

Het zal een ieder bekend zijn dat een staaf langer wordt bij hogere temperaturen en korter wordt bij lagere temperaturen. Wordt de verlenging van de staaf door de constructie belemmerd dan treden drukspanningen in de staaf op (fig. 13-1). De staaf drukt echter ook tegen de constructie want actie = -reactie.

Wordt de verkorting van de staaf door de constructie belemmerd dan treden trekspanningen in de staaf op (fig. 13-2). De staaf trekt echter ook aan de constructie want actie = -reactie.

Voor een staaf (hoewel dit ook een ander lichaam kan zijn) blijkt dat bij een bepaalde temperatuurverandering ΔT de lengteverandering Δl groter zal zijn naarmate de staaf langer is.

Er bestaat tussen de lengte en lengteverandering een recht evenredig verband.

Is bij een bepaalde temperatuurverandering ΔT de lengte tweemaal zo groot dan is ook de lengteverandering Δl tweemaal zo groot. Dus bij een temperatuurverandering ΔT zal bij:

- een lengte l de lengteverandering Δl zijn;
- een lengte $2l$ de lengteverandering $2\Delta l$ zijn;
- een lengte $10l$ de lengteverandering $10\Delta l$ zijn;
- een lengte $n \cdot l$ de lengteverandering $n \cdot \Delta l$ zijn.

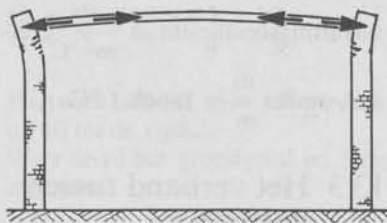


fig. 13-1

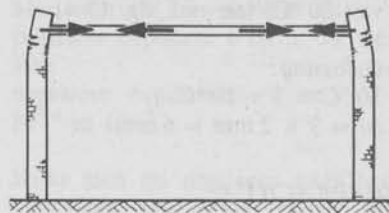


fig. 13-2

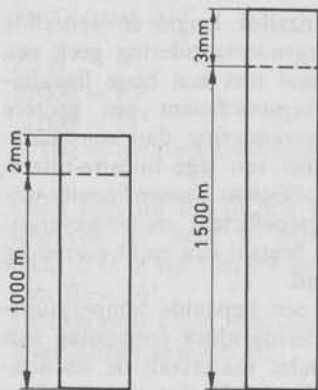


fig. 13-3

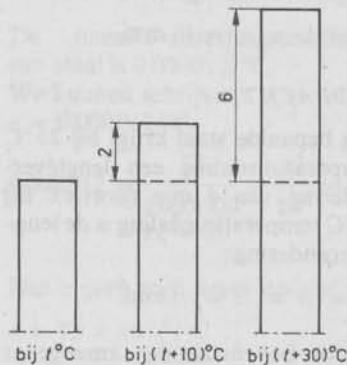


fig. 13-4

VOORBEELD 1

Gegeven: Een temperatuurverandering ΔT veroorzaakt een lengtevermeerdering Δl van 2 mm bij een staaf van 1000 mm.

Gevraagd: Hoe groot is de lengte-uitzetting als de staaf 1500 mm lang zou zijn geweest? (zie ook fig. 13-3).

Oplossing:

$$\Delta l = \frac{1500 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} \times 2 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$$

OPDRACHT 1

Een temperatuurverhoging veroorzaakt in een staaf van 1200 mm een lengtevermeerdering van 4 mm. Was de staaf 1800 mm lang geweest dan was:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

OPDRACHT 2

Een temperatuurverlaging veroorzaakt in een staaf van 2000 mm een lengtevermindering van 5 mm. Was de staaf 800 mm lang geweest dan was:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

Bij een grote temperatuurverandering ΔT doet zich een grotere lengteverandering Δl voor dan bij een kleine temperatuurverandering. Ook tussen temperatuurverandering en lengteverandering bestaat een recht evenredig verband. Neemt men de temperatuurverandering ΔT tweemaal zo groot dan is de lengteverandering Δl ook tweemaal zo groot. Dus een temperatuurverandering:

- ΔT geeft een lengteverandering Δl ;
- $2\Delta T$ geeft een lengteverandering $2\Delta l$;
- $10\Delta T$ geeft een lengteverandering $10\Delta l$;
- $n \cdot \Delta T$ geeft een lengteverandering $n \cdot \Delta l$.

VOORBEELD 2

Gegeven: Een bepaalde staaf ondergaat bij 10°C temperatuurverandering een lengteverandering van 2 mm.

Gevraagd:

Hoe groot is die lengteverandering bij een temperatuurverandering

van 30 °C? (zie ook fig. 13-4).

Oplossing:

$$30\text{ °C} = 3 \times 10\text{ °C}$$

$$\Delta l = 3 \times 2\text{ mm} = 6\text{ mm.}$$

OPDRACHT 3

Een bepaalde staaf krijgt bij 20 °C temperatuurstijging een lengtevermeerdering van 3 mm.

Bij 50 °C temperatuurstijging is de lengteverandering:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots\text{ mm.}$$

OPDRACHT 4

Een bepaalde staaf krijgt bij 25 °C temperatuurdaling een lengteverandering van 4 mm (korter). Bij 15 °C temperatuurdaling is de lengteverandering:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots\text{ mm.}$$

Wordt bovenstaande samengevat dan kan gesteld worden dat bij temperatuurverandering van een staaf (of kolom) geldt dat:

- een grotere lengte l een grotere lengteverandering Δl geeft;
- een grotere temperatuurverandering ΔT een grotere lengteverandering Δl geeft.

Echter HOE GROOT de lengteverandering Δl nu is, is nog steeds niet bekend.

13.2 Lineaire-uitzettingscoëfficiënt

De lengteverandering is nog afhankelijk van een andere factor nl. de soort materiaal.

Om bij de lengteverandering van staven (kolommen) door temperatuurveranderingen ook de invloed van de soort materiaal te betrekken, heeft men het begrip *lineaire-uitzettingscoëfficiënt* ingevoerd.

De lineaire-uitzettingscoëfficiënt van een materiaal is de lengteverandering per eenheid van lengte per 1 °C temperatuurverschil.

De lineaire-uitzettingscoëfficiënt is een grootheid die men aangeeft met de Griekse letter α (spreek uit „alfa“). De eenheid van de lineaire

uitzettingscoëfficiënt is $\frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{°C}}$, of

wel, omdat $\frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$, ook $1/\text{°C}$.

13.3 Het verband tussen lineaire-uitzettingscoëfficiënt en lengteverandering

Bij eenzelfde lengte en eenzelfde temperatuurverandering geeft een materiaal met een hoge lineaire-uitzettingscoëfficiënt een grotere lengteverandering dan een materiaal met een lage lineaire-uitzettingscoëfficiënt. Tussen lineaire-uitzettingscoëfficiënt en lengteverandering bestaat een recht evenredig verband.

Is bij een bepaalde temperatuurverandering (door toepassing van een ander materiaal) de lineaire-uitzettingscoëfficiënt tweemaal zo groot dan is ook de lengteverandering tweemaal zo groot. Dus bij een temperatuurverandering ΔT geeft een lineaire-uitzettingscoëfficiënt:

- α een lengteverandering Δl ;
- 2α een lengteverandering $2\Delta l$;
- 10α een lengteverandering $10\Delta l$;
- $n \cdot \alpha$ een lengteverandering $n \cdot \Delta l$.

VOORBEELD 3

Gegeven: Een temperatuurverandering ΔT veroorzaakt een lengteverandering Δl van 3 mm bij een lineaire-uitzettingscoëfficiënt van $0,000012/\text{°C}$ (twaalf miljoenste per graad Celsius).

Gevraagd: de lengteverandering Δl als de uitzettingscoëfficiënt $0,000016/\text{°C}$ was geweest (zestien miljoenste per graad Celsius).

Oplossing:

$$\Delta l = \frac{0,000016/\text{°C}}{0,000012/\text{°C}} \times 3\text{ mm} = 4\text{ mm}$$

OPDRACHT 5

Voor een staaf geldt dat bij een lineaire-uitzettingscoëfficiënt van $0,00001/\text{°C}$ de lengteverandering 2 mm is.

Was de lineaire-uitzettingscoëfficiënt $0,00002/\text{°C}$ geweest dan was de lengteverandering:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots\text{ mm}$$

OPDRACHT 6

Voor een staaf geldt, dat bij een lineaire-uitzettingscoëfficiënt van $0,000004/\text{°C}$ de lengteverandering 1 mm is.

Was de lineaire-uitzettingscoëfficiënt $0,000008/\text{°C}$ geweest dan was de lengteverandering:

$$\Delta l = \dots \times \dots = \dots\text{ mm}$$

De lengteverandering Δl kan bij temperatuurverandering dus bepaald worden als gegeven zijn:

- de lengte l ;
- de temperatuurverandering ΔT ;
- de lineaire-uitzettingscoëfficiënt α .

De lengteverandering kan in formulevorm als volgt worden weergegeven (fig. 13-5):

$$\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Hierin is:

Δl = de lengteverandering;

l = de oorspronkelijke lengte;

α = de lineaire-uitzettingscoëfficiënt;

ΔT = de temperatuurverandering.

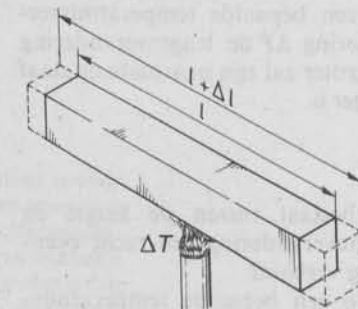


fig. 13-5

VOORBEELD 4

Gegeven: De lengte l van een staaf is 4000 mm.

De temperatuurverandering ΔT is 25 °C.

De lineaire-uitzettingscoëfficiënt α is $0,000004/\text{°C}$.

Gevraagd: Hoe groot is Δl ?

Oplissing:

$$\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = 4000 \text{ mm} \times 0,000004/^{\circ}\text{C} \times 25^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta l = 4000 \text{ mm} \times 0,000004 \times 25 = 0,4 \text{ mm}$$

OPDRACHT 7

De lengte l van een staaf is 2500 mm; de temperatuurverandering ΔT is 20°C ; de lineaire-uitzettingscoëfficiënt $\alpha = 0,000012/^{\circ}\text{C}$.

De lengteverandering

$$\Delta l = \dots \times \dots \times \dots = \dots \text{ mm}$$

13.4 Exponenten

Zowel bij de elasticiteitsmodulus als bij de lineaire-uitzettingscoëfficiënt moet men met getallen rekenen die niet erg overzichtelijk zijn (ze zijn erg groot of erg klein). Bij het rekenen met dergelijke getallen is de kans op fouten groot.

Neemt men bijvoorbeeld het materiaal staal.

De elasticiteitsmodulus is zeer groot nl. $210\,000 \text{ N/mm}^2$ (twee honderd en tien duizend).

De lineaire-uitzettingscoëfficiënt is zeer klein nl. $0,000012/^{\circ}\text{C}$ (twaalf miljoenste).

Wie zou zich op deze manier niet een nul vergissen?

Men kan het maken van fouten bij het rekenen met grote of kleine getallen verminderen door deze te schrijven als machten van 10.

Een miljoen, $1\,000\,000$ (een één met zes nullen) is ontstaan uit de vermenigvuldiging:

$$\begin{array}{cccccc} 10 & \times & 10 & \times & 10 & \times & 10 & \times & 10 & \times & 10 \\ 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 & & 6 \end{array}$$

Hiervoor schrijft men 10^6 (spreek uit 10 tot de zesde).

10^6 is een macht, d.i. een herhaalde vermenigvuldiging met hetzelfde getal.

6 noemt men de exponent.

Deelt men één miljoen door tien dan krijgt men honderdduizend ofwel $100\,000$ (een één met vijf nullen). $100\,000$ is ontstaan uit de vermenigvuldiging:

$$\begin{array}{cccccc} 10 & \times & 10 & \times & 10 & \times & 10 & \times & 10 \\ 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 \end{array}$$

Hiervoor schrijft men 10^5 (spreek uit 10 tot de vijfde).

Weer is 10 het grondgetal en 5 de exponent.

Deelt men door 10 dan wordt de exponent één kleiner.

ONTHOUD DIT

Zo is:

$$10\,000 = 10^4$$

$$1\,000 = 10^3$$

$$100 = 10^2 \text{ (tien kwadraat)}$$

Deelt men nu 100 of ook wel geschreven 10^2 door 10 dan krijgt men 10 of te wel tien tot de eerste. Dus $10 = 10^1$.

De exponent 1 laat men altijd weg. Men schrijft gewoon 10.

Deelt men nu weer door tien dan krijgt men het getal 1.

Verlaagt men bij 10^1 de exponent met één dan krijgt men 10^0 (tien tot de macht nul).

$$\text{Dus } 10^0 = 1.$$

Deelt men nu weer door tien dan krijgt men één tiende.

Ook wel geschreven als $\frac{1}{10}$ of 0,1. We hebben reeds gezien dat $1 = 10^0$

en dat bij delen door 10 de exponent met één verlaagd moest worden. De exponent wordt nu negatief. In dit geval -1 .

Dus $\frac{1}{10}$ of $0,1 = 10^{-1}$ (spreek uit 10 tot de macht min één).

Gaat men nu door met door 10 te delen, ofwel door de exponent van 10 met één te verlagen, dan is:

$$0,01 = 10^{-2}$$

$$0,001 = 10^{-3}$$

$$0,0001 = 10^{-4}$$

$$0,00001 = 10^{-5}$$

$$0,000001 = 10^{-6}$$

Onthoud:

Het aantal nullen geeft de exponent aan.

Staan de nullen achter de één dan is de exponent positief.

$$\text{Bijvoorbeeld } 1000 = 10^3$$

Staan de nullen voor de één dan is de exponent negatief.

$$\text{Bijvoorbeeld } 0,001 = 10^{-3}$$

Men gebruikt bij voorkeur als: positieve exponent 6 en 3: 10^6 en 10^3 ; negatieve exponent -6 en -3 : 10^{-6} en 10^{-3} .

Kijkt men nu nog eens naar het materiaal staal. Daar wordt de elasticiteitsmodulus aangegeven als $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$.

$$210\,000 = 2,1 \times 100\,000 = 2,1 \times 10^5$$

Dus E geeft men liever op als:

$$E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2.$$

De lineaire-uitzettingscoëfficiënt van staal is $0,000012/^{\circ}\text{C}$.

We kunnen schrijven:

$$\alpha = 0,000012/^{\circ}\text{C}.$$

$$0,000012 = \frac{12}{1\,000\,000} = \frac{12}{10^6} = 12 \times 10^{-6}$$

Dus α geeft men liever op als:

$$\alpha = 12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}.$$

N.B.

Bij het maken van berekeningen is het verstandig om heel grote en heel kleine getallen te schrijven in de vorm

$$a \cdot 10^p \text{ (} a \text{ maal } 10 \text{ tot de macht } p \text{)}$$

waarin

$$1 < a < 10$$

en $p \in \mathbb{Z}$. (\mathbb{Z} is de verzameling gehele positieve en negatieve getallen).

Vergissingen bij het bepalen van de plaats van de komma zijn dan uitgesloten.

13.5 Opdrachten

1 Gegeven: Een spoorrail is 15 m lang bij 0°C . Bij deze temperatuur zijn de voegen (ruimten tussen de raildelen) 6 mm breed. $\alpha = 0,000012/^{\circ}\text{C}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

a Bij welke temperatuur zijn de voegen juist gesloten?

b Hoe groot is de spanning in de rail bij 40°C ?

2 *Gegeven:* Een spoorrail met een lengte van 14 m bij 5 °C wordt verwarmd tot 30 °C. De voegen zijn dan juist gesloten. $\alpha = 0,000012/^\circ\text{C}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- a Hoe breed zijn de voegen in totaal bij 5 °C?
- b Hoe breed zijn de voegen in totaal bij 17 °C?
- c Hoe breed zijn de voegen in totaal bij -10 °C?

3 *Gegeven:* Een spoorrail heeft bij 10 °C een lengte van 18 m. Bij 23 °C zijn de voegen juist gesloten. $\alpha = 0,000012/^\circ\text{C}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- a De breedte van de voegen bij 5 °C.
- b De spanning in de rail bij 28 °C.

4 *Gegeven:* Een spoorrail is bij 0 °C 14 m lang. Bij 35 °C is de spanning in de rail 15 N/mm². $\alpha = 0,000012/^\circ\text{C}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: De breedte van de voegen bij -10 °C.

5 *Gegeven:* Een spoorrail is bij 12 °C 18 m lang. De breedte van de voegen is dan 5 mm. $\alpha = 0,000012/^\circ\text{C}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Bij welke temperatuur is de spanning in de rail 17,5 N/mm²?

14

Buigend moment, buigspanning

14.1 Buigspanning

Als een balk belast wordt zoals in fig. 14-1, dan wil deze balk gaan doorbuigen. Men zegt dan dat er buigspanningen in de balk optreden.

Aan de *bovenkant* van de balk treden *drukspanningen* op. Aan de *onderkant* van de balk treden *trekspanningen* op.

Daar de doorbuiging nauwelijks zichtbaar is en dus moeilijk voor te stellen is, wat er precies in de balk plaatsvindt, wordt de buiging van de balk iets overdreven voorgesteld (fig. 14-2).

Men neemt aan dat oorspronkelijk vlakke doorsneden loodrecht op de balkas na buiging ook vlak blijven. Men ziet dan dat de balk aan de bovenzijde korter wordt en aan de onderzijde langer.

Een lichaam wordt korter, gaat in elkaar, als er druk op wordt uitgeoefend (denk aan een spons). Aan de bovenzijde treedt dus druk op.

Een lichaam wordt langer, rekt uit, als er trek op wordt uitgeoefend (denk aan een elastiekje). Aan de onderzijde treedt dus trek op.

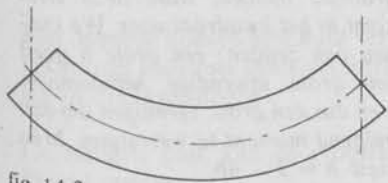


fig. 14-2

In het midden, in de as, blijft de balk even lang. Hier treedt geen druk en geen trek op. Men noemt dit gebied de *neutrale laag*.

Een lichaam wordt veel korter, drukt veel in elkaar, als de druk groot is. Aan de buitenkant (boven) wordt de balk het kortst. Hier is de *drukspanning* in de balk dus het hoogst.

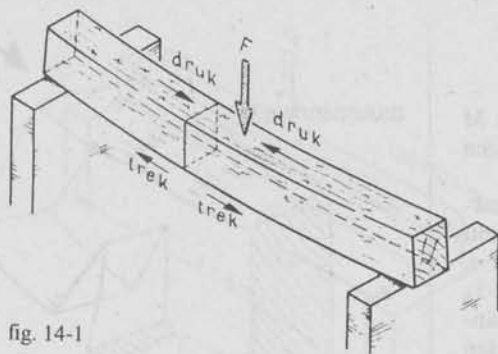


fig. 14-1

Een lichaam wordt veel langer, rekt veel uit, als de trek groot is. Aan de buitenkant (onder) wordt de balk het langst. Hier is de *trekspanning* in de balk dus het hoogst.

In de as van de balk, dus in de neutrale laag treden geen druk- en geen trekspanning op.

Neemt men aan, dat de spanningen die in de balk optreden recht evenredig zijn met de lengteveranderingen, dan krijgt men een spanningsverdeling als in fig. 14-3.

Dit is een driehoekig verlopende spanningsverdeling.

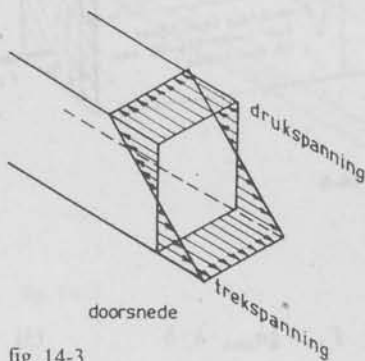
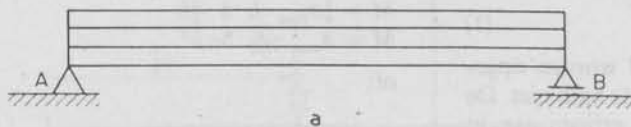
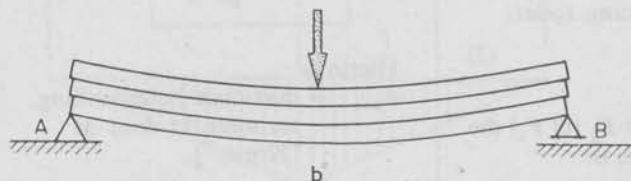


fig. 14-3



Oorspronkelijke toestand



Toestand bij belasting

fig. 14-4

Behalve druk- en trekspanningen zullen in dit geval ook nog schuifspanningen optreden. Beschouwt men b.v. een balk opgebouwd uit afzonderlijke planken, dan zullen bij buiging deze planken over elkaar heen schuiven (fig. 14-4).

In het geval van buiging hebben we dus te maken met een gelijktijdig optreden van de onder 11-2, 11-3 en 11-4 besproken spanningen.

Een buigspanning is dus „niets nieuws” t.o.v. de besproken spanningen, doch slechts een combinatie hiervan.

14.2 Spanningen tengevolge van M

Wat we onder buigend moment M verstaan, hebben we reeds gelezen in hoofdstuk 9.

Tengevolge van M ontstaan drukspanningen σ_c in de bovenste helft van de balk en trekspanningen σ_t in de onderste balkhelft (fig. 14-5). We moeten nu zorgen dat de spanningen, opgewekt door M , beneden de toelaatbare blijven. De vraag is nu dus: hoe groot zijn de spanningen tengevolge van een bepaalde M ?

14.3 De homogene rechthoekige doorsnede

Een homogene balk bestaat geheel uit hetzelfde materiaal (hout, staal enz.) in tegenstelling tot een niet-homogene balk, b.v. een gewapend-betonbalk die uit beton en staal is opgebouwd.

Voor de veel voorkomende homogene balk met rechthoekige doorsnede is de vraag hoe groot de spanningen zijn tengevolge van een bepaalde M . Aangenomen mag worden dat de spanningen in de buitenste „vezellagen” maximaal zijn en midden in de balk nul (neutrale vlak). Zie fig. 14-6.

De drukspanningen vormen gezamenlijk een drukkracht F_1 ; evenzo de trekspanningen een trekkracht F_2 . De arm van de inwendige hefboom is z ; zolang nu het koppel dat F_1 en F_2 kunnen leveren gelijk is aan het buigend moment M , dus:

$$M = F_1 \cdot z \quad (1)$$

kan het moment M worden opgenomen en bezwijkt de balk niet. De krachten F_1 en F_2 grijpen aan in het zwaartepunt van de druk- resp. trekprisma's, dus op $\frac{1}{6}h$ van de boven- resp. onderkant, zodat:

$$z = \frac{2}{3}h \quad (2)$$

Reken (2) zelf na!

De maximale kracht F_1 (of F_2) die geleverd kan worden, is:

$$F_1 = \text{gemiddelde spanning} \times \text{oppervlakte}$$

$$F_1 = \frac{1}{2}\sigma_{\max} \cdot \frac{1}{2}h \cdot b$$

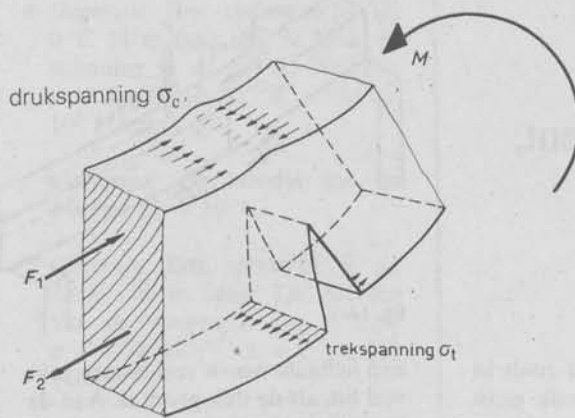


fig. 14-5

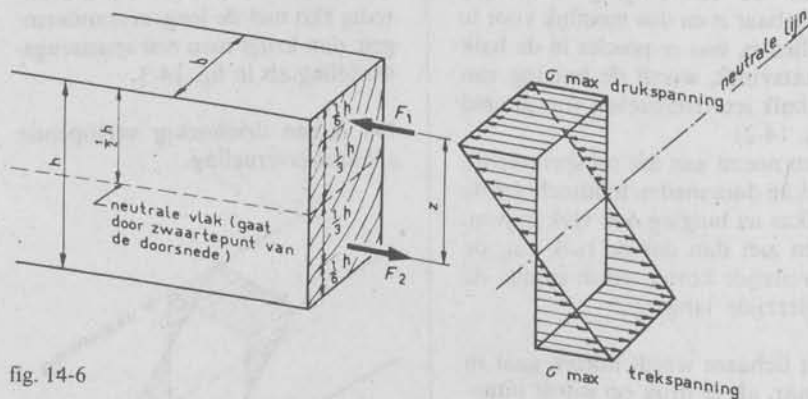


fig. 14-6

of:

$$F_1 = \frac{1}{4}\sigma_{\max} \cdot h \cdot b \quad (3)$$

Substitueert men (2) en (3) in (1), dan staat er:

$$M = \frac{1}{4}\sigma_{\max} \cdot h \cdot b \cdot \frac{2}{3}h$$

$$M = \sigma_{\max} \cdot \frac{2}{12} \cdot b \cdot h^2$$

of:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{\frac{1}{6}b \cdot h^2}$$

Hierin is:

σ_{\max} = maximale buigspanning, veroorzaakt door M [N/mm²];

M = buigend moment [N · mm];

b en h = balkafmetingen [mm].

De optredende maximale trek- of drukspanning is dus afhankelijk van M en van de afmetingen van h en b . De afmeting h heeft blijkbaar de grootste invloed, want deze term komt in het kwadraat voor. We kunnen ook zeggen: een grote h geeft een grote inwendige hefboomarm z en dus een groot vermogen om een buigend moment te weerstaan. Men kiest $h = 2 \dots 4b$.

Wil men weten welke belasting maximaal op een balk kan staan, dan is de sterkte van de buitenste vezels maatgevend. De buigsterkte is f_m .

$$\text{Toets: } \frac{\sigma_{\max}}{f_m} \leq 1$$

VOORBEELD

Gegeven: De vurehouten balken a, b en c in fig. 14-7 met hetzelfde materiaalverbruik. $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: De toelaatbare last F i.v.m. het buigend moment.

Oplossing:

Voor zowel a, b als c geldt het belastingsschema van fig. 14-8.

Geval a:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{\frac{1}{6} b \cdot h^2} \leq f_m$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_a \cdot 1000 \text{ mm}}{\frac{1}{6} \times 100 \text{ mm} \times (100 \text{ mm})^2} \leq 7 \text{ N/mm}^2$$

$$F_a = 1160 \text{ N}$$

Geval b:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{\frac{1}{6} b \cdot h^2} \leq f_m$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_b \cdot 1000 \text{ mm}}{\frac{1}{6} \times 50 \text{ mm} \times (200 \text{ mm})^2} \leq 7 \text{ N/mm}^2$$

$$F_b = 2330 \text{ N}$$

Geval c:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{\frac{1}{6} b \cdot h^2} \leq f_m$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_c \cdot 1000 \text{ mm}}{\frac{1}{6} \times 200 \text{ mm} \times (50 \text{ mm})^2} \leq 7 \text{ N/mm}^2$$

$$F_c = 580 \text{ N}$$

Met dezelfde hoeveelheid hout verkrijgt men toch zeer grote verschillen in draagvermogen!

De hoogste balk kan de grootste kracht opnemen.

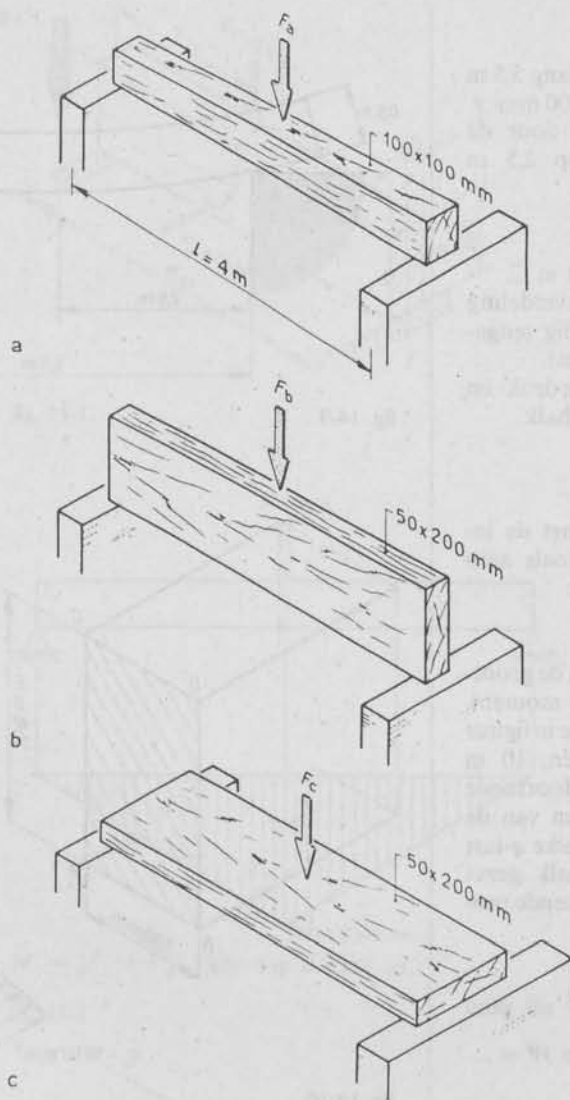
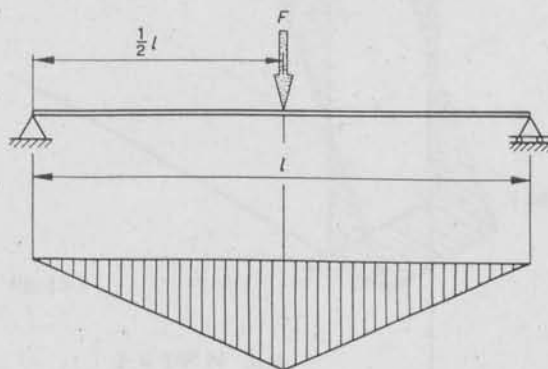


fig. 14-7



$$M_{\max} = \frac{1}{4} F \cdot l = F \cdot 1000 \text{ mm}$$

fig. 14-8

14.4 Opdrachten

- 1 *Gegeven:* De balk AB, lang 5,5 m met de afmetingen 400 mm × 800 mm wordt belast door de kracht $F (= 6 \text{ kN})$ op 2,5 m van A.

Gevraagd:

- Bereken het moment in C.
- Teken de spanningsverdeling van de balk (inwendig tengevolge van het moment).
- Bereken de maximale druk- en trekspanning in de balk.

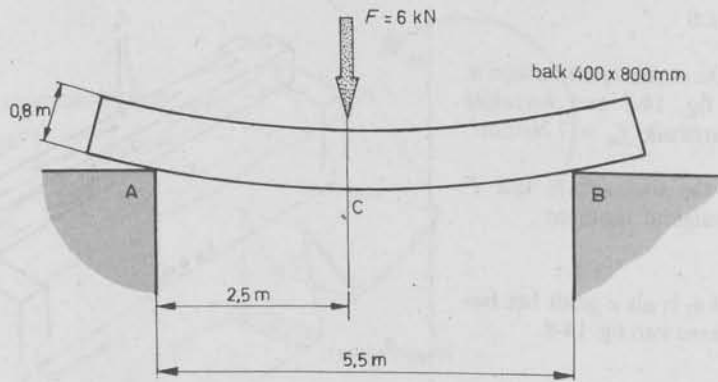


fig. 14-9

- 2 *Gegeven:* Fig. 14-10 met de inwendige spanningen zoals aangegeven in deze figuur.

Gevraagd:

- Bepaal de richting en de grootte van het inwendige moment.
 - Stel dat de balk, welke in figuur 14-10 is weergegeven, 10 m lang is en dat de doorsnede ABCD in het midden van de balk is genomen. Welke q -last moet dan op de balk gezet worden om het berekende moment te bereiken?
- 3 Als $\sigma = \frac{M}{W}$, dan volgt uit deze formule dat $M = \dots$ en $W = \dots$
- 4 Formuleer wat men bij een op buiging belaste balk verstaat onder de „neutrale laag”.
- 5 Waar treden bij een op buiging belaste balk de grootste spanningen op? Hoe ver mag deze spanning oplopen?

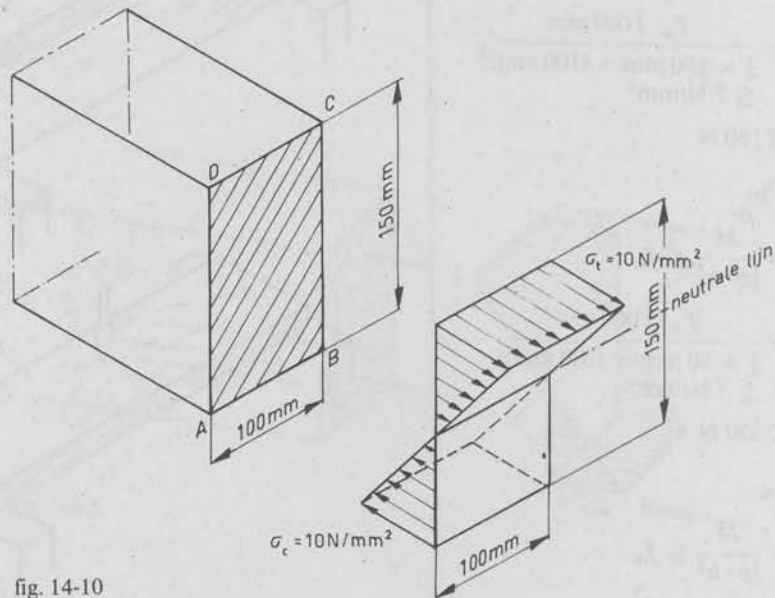


fig. 14-10

15

Weerstandsmoment

15.1 Weerstandsmoment

De term $\frac{1}{6}b \cdot h^2$ in het voorbeeld van hoofdstuk 14 geeft de mate van weerstand aan die de balk levert tegen een buigend moment en wordt het weerstandsmoment W genoemd.

$$W = \frac{1}{6}b \cdot h^2$$

Voor homogene balken geldt algemeen:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W}$$

Hierin is:

σ_{\max} = de maximumbuigspanning [N/mm²];

M = het buigend moment [N · mm];

W = het weerstandsmoment [mm³] afhankelijk van de afmetingen en vorm van de balkdoorsnede.

VOORBEELD

Voor de homogene balk in fig. 15-1 wordt gevraagd:

- de maximaal optredende buigspanning;
- de plaats waar deze optreedt (eigen gewicht verwaarlozen).

Oplissing:

Teken en bereken eerst de momentenlijn t.g.v. de kracht F_1 (fig. 15-2). Het weerstandsmoment W_1 bij belasting F_1 is:

$$W_1 = \frac{1}{6}b \cdot h^2$$

$$W_1 = \frac{1}{6} \times 100 \text{ mm} \times (200 \text{ mm})^2$$

$$W_1 = 0,666 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

Het maximummoment M_1 treedt op in de middendoorsnede. Het spanningsdiagram is daar (fig. 15-3):

$$\sigma_1 = \pm \frac{M_1}{W_1}$$

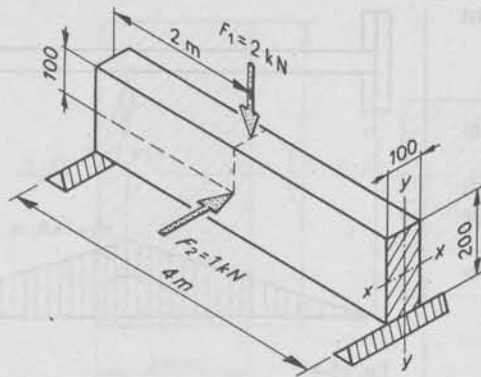
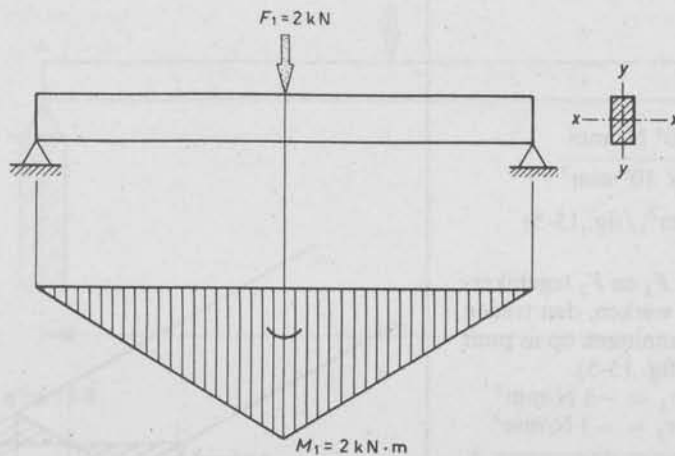


fig. 15-1



$$M_1 = \frac{1}{4}F_1 \cdot l = \frac{1}{4} \cdot 2 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

fig. 15-2

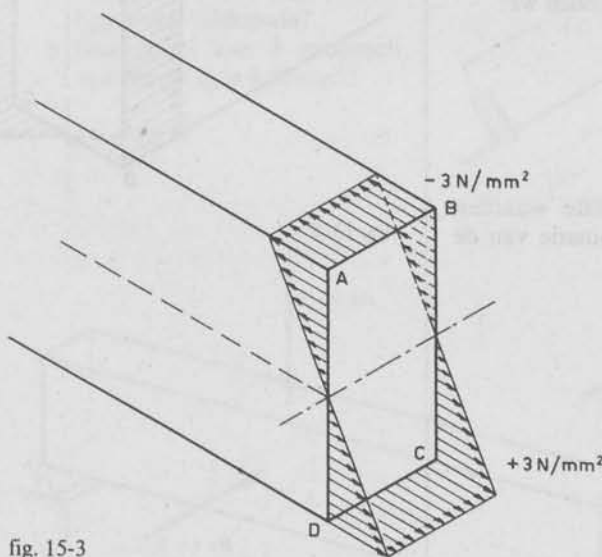


fig. 15-3

$$\sigma_1 = \pm \frac{2 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0,666 \times 10^6 \text{ mm}^3}$$

$$\sigma_1 = \pm 3 \text{ N/mm}^2$$

De kracht F_2 werkt tegen de zijkant van de balk, en:

$$M_2 = \frac{1}{4} \times 1 \text{ kN} \times 4 \text{ m}$$

$$M_2 = 1 \text{ kN} \cdot \text{m} = 1 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Het maximummoment M_2 treedt ook op in de middendoorsnede (fig. 15-4).

Het weerstandsmoment W_2 bij belasting F_2 is nu:

$$W_2 = \frac{1}{6} \times 200 \text{ mm} \times (100 \text{ mm})^2$$

$$W_2 = 0,333 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

Het spanningsdiagram voor de middendoorsnede wordt gevonden met:

$$\sigma_2 = \pm \frac{M_2}{W_2}$$

$$\sigma_2 = \pm \frac{1 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0,333 \times 10^6 \text{ mm}^3}$$

$$\sigma_2 = \pm 3 \text{ N/mm}^2 \text{ (fig. 15-5)}$$

Als de krachten F_1 en F_2 tegelijkertijd op de balk werken, dan treden de volgende spanningen op in punt A (fig. 15-3 en fig. 15-5).

$$\text{t.g.v. } F_1: \sigma_1 = -3 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{t.g.v. } F_2: \sigma_2 = -3 \text{ N/mm}^2$$

Totaal:

$$\sigma_A = \sigma_1 + \sigma_2 = -6 \text{ N/mm}^2$$

Op dezelfde manier vinden we:

$$\sigma_B = 0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_C = +6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_D = 0 \text{ N/mm}^2$$

Controleer deze laatste waarden zelf! Schets de combinatie van de figuren 15-3 en 15-5.

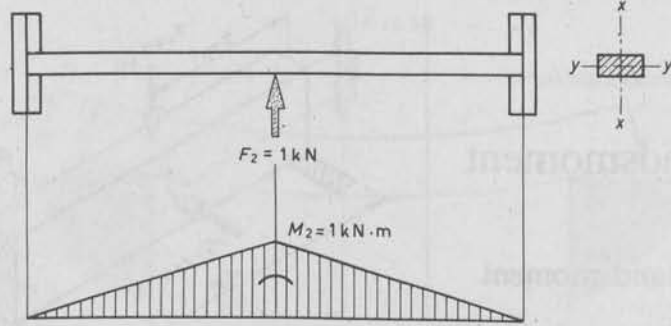


fig. 15-4

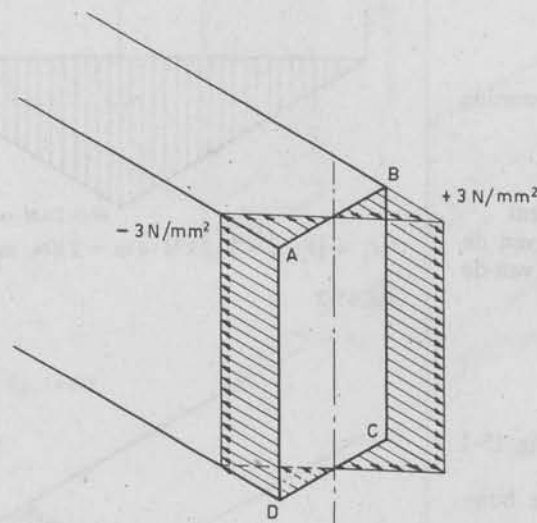


fig. 15-5

15.2 Opdrachten

1 Gegeven:

- de figuren 15-6 en 15-7;
- $\sigma_{\max} = 10 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Hoe groot is W_x ? (in mm^3)
- Hoe groot is M_{\max} ? (in kNm).

2* Gegeven:

- $W_x = 287 \times 10^3 \text{ mm}^3$;
- $W_y = 99,2 \times 10^3 \text{ mm}^3$;
- te gebruiken: hout
- $f_m = 10 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Bereken de afmetingen van de houten balk (in mm).
- Welke puntlast F is toelaatbaar in het midden van de balk van fig. 18-8 (in kN)?

Het eigen gewicht van de balk mag worden verwaarloosd.

3 Geef de betekenis van de betrekking

$W_{\text{ben}} = \frac{M_{\max}}{f_m}$ in woorden weer.

4 Gegeven:

Een dakvlak met een helling van 30° wordt gedekt met golfplaten (zie fig. 15-9). Het eigen gewicht van de platen + gordingen is $0,25 \text{ kN/m}^2$. De spantafstand is 3 m, de gordingafstand 1,40 m.

Voor sneeuwbelasting wordt $0,5 \text{ kN/m}^2$ grondvlak aangehouden.

$f_m = 7 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Ga na of een gording van $64 \text{ mm} \times 165 \text{ mm}$ zwaar genoeg is.

5 Gegeven:

Een ligger is in A scharnierend opgelegd en in B rollend (zie fig. 15-10). Op 2 m afstand rechts van A werken de krachten $F_1 = 2 \text{ kN}$ (verticaal) en $F_2 = 1 \text{ kN}$ (horizontaal). De breedte van de ligger is 100 mm.

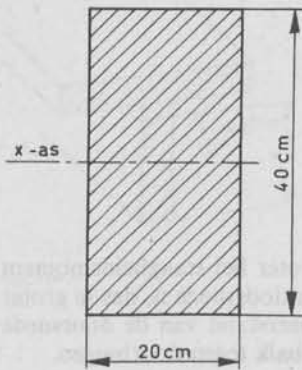


fig. 15-6

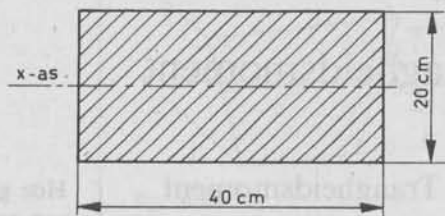


fig. 15-7

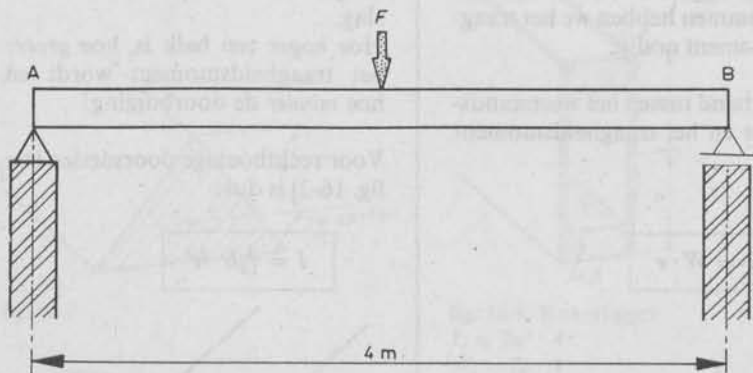


fig. 15-8

Gevraagd:

- Als $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$, is een hoogte $h = 200 \text{ mm}$ van de ligger dan voldoende?
- Hoe groot kan h genomen worden als $f_m = 9 \text{ N/mm}^2$?

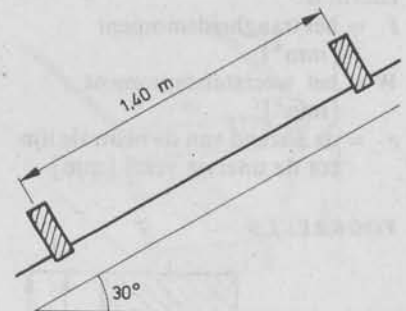


fig. 15-9

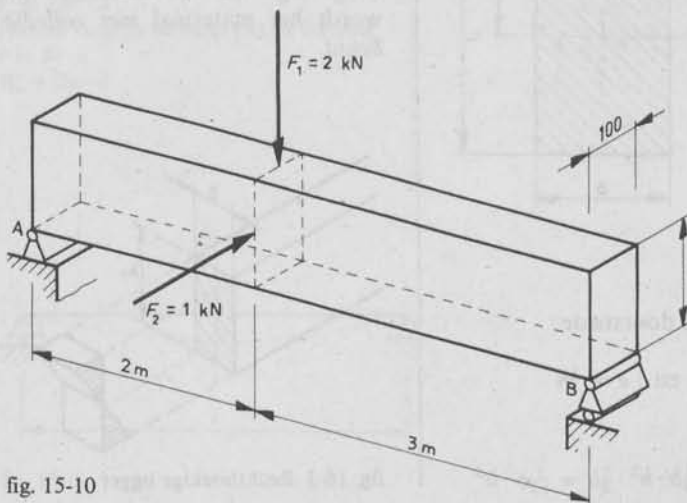


fig. 15-10

16

Traagheidsmoment

16.1 Traagheidsmoment

Het traagheidsmoment is, evenals het weerstandsmoment, een reken-grootheid.

Bij het berekenen van de doorbuiging van liggers en het knikgevaar bij kolommen hebben we het traagheidsmoment nodig.

Het verband tussen het weerstandsmoment en het traagheidsmoment is

$$I = W \cdot e$$

of:

$$W = \frac{I}{e}$$

Hierin is:

I = het traagheidsmoment
[mm⁴];

W = het weerstandsmoment
[mm³];

e = de afstand van de neutrale lijn tot de uiterste vezel [mm].

VOORBEELD

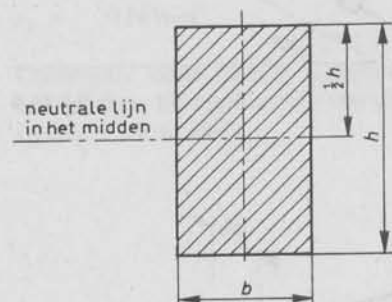


fig. 16-1

Rechthoekige doorsnede:

$$W = \frac{1}{6} b \cdot h^2 \quad \text{en} \quad e = \frac{1}{2} h$$

Dus:

$$I = W \cdot e = \frac{1}{6} b \cdot h^2 \cdot \frac{1}{2} h = \frac{1}{12} b \cdot h^3$$

Hoe groter het traagheidsmoment van een doorsnede is, des te groter is de weerstand van de doorsnede van de balk tegen doorbuigen.

In de formule $I = \frac{1}{12} b \cdot h^3$ geeft de hoogte van de doorsnede de door-slag.

Hoe hoger een balk is, hoe groter het traagheidsmoment wordt en hoe minder de doorbuiging!

Voor rechthoekige doorsneden (zie fig. 16-2) is dus:

$$I = \frac{1}{12} b \cdot h^3$$

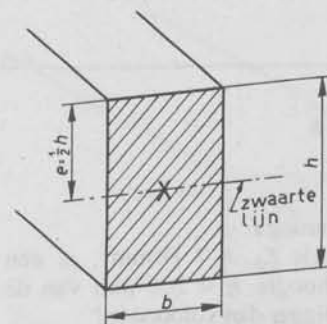


fig. 16-2 Een rechthoekige doorsnede is een symmetrische doorsnede.

Bij de rechthoekige ligger van fig. 16-3 zijn de buigspanningen in de uiterste vezel het grootst. In de omgeving van de neutrale lijn wordt het materiaal *niet volledig benut*.

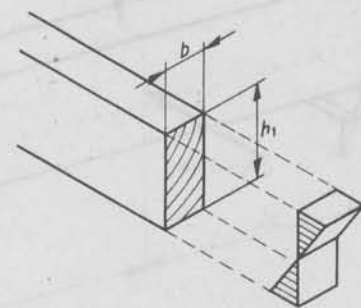


fig. 16-3 Rechthoekige ligger

Bij de kokerligger van fig. 16-4 is het materiaal gebracht naar de plaats waar de spanningen het hoogst zijn, namelijk naar de randen, dicht bij de uiterste vezels.

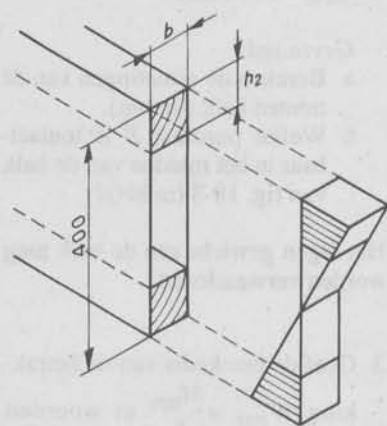


fig. 16-4 Kokerligger

De beide houten staven moeten stevig door triplexplaten worden verbonden.

Afgezien van dit triplex is het *materiaalverbruik* in het geval van fig. 16-3 *gelijk* aan fig. 16-4.

Bijvoorbeeld in fig. 16-3:
 $b = 71 \text{ mm}$; $h_1 = 146 \text{ mm}$.
 $A = 71 \text{ mm} \times 146 \text{ mm} =$
 $A = 10,4 \times 10^3 \text{ mm}^2$

In fig. 16-4:

$b = 71 \text{ mm}$; $h_2 = 73 \text{ mm}$.
 $A = 71 \text{ mm} \times 73 \text{ mm} =$
 $A = 5,2 \times 10^3 \text{ mm}^2$
 $A_{\text{totaal}} = 2 \times 5,2 \times 10^3 \text{ mm}^2 =$
 $A_{\text{totaal}} = 10,4 \times 10^3 \text{ mm}^2.$

Toch is de kokerligger veel *hoger* en dus *sterker* en *stijver*.

Het traagheidsmoment van een kokerligger kan bij benadering worden berekend met de formule:

$$I \approx 2a^2 \cdot A$$

In deze formule is:

A = oppervlakte-doorsnede van één regel;

$a = e$ = afstand uiterste vezel tot neutrale lijn.

Zie ook fig. 16-8.

REKENVOORBEELD

Rechthoekige ligger van fig. 16-3:

$$I = \frac{1}{12} b \cdot h^3 =$$

$$I = \frac{1}{12} \times 71 \text{ mm} \times (146 \text{ mm})^3 =$$

$$I = 18,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Kokerligger van fig. 16-4 als

$$a = \frac{1}{2} h = 200 \text{ mm}:$$

$$I \approx 2a^2 \cdot A$$

$$I \approx 2 \times (200 \text{ mm})^2 \times 5,2 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$I \approx 416 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Bij hetzelfde materiaalverbruik is de kokerligger ongeveer 22 keer zo sterk als de rechthoekige ligger, nog afgezien van het feit dat hout van 400 mm hoog niet verkrijgbaar is.

Het traagheidsmoment is dus een maat voor de sterkte en de stijfheid van de liggerdoorsnede.

In de figuren 16-5...16-7 en 16-10 staan enkele voorbeelden van *niet-symmetrische* liggerdoorsneden.

Ook hier geldt:

$$I = W \cdot e$$

Onthoud:

Het traagheidsmoment I is niet altijd in alle richtingen even groot. Over het algemeen geldt dat de traagheidsmomenten van de verschillende buigingsrichtingen verschillend zijn.

N.B.

In hoofdstuk 27 worden stijfheidseisen genoemd voor de doorbuiging van liggers. De doorbuiging u_{\max} van een ligger op twee steunpunten kan worden berekend met de benaderingsformule:

$$u_{\max} = 0,1 \frac{M_{\max} \cdot l^2}{E \cdot I}$$

Zie ook fig. 16-11.

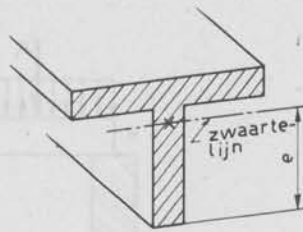


fig. 16-5

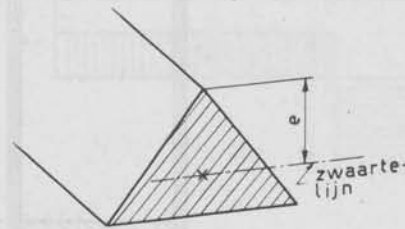


fig. 16-7

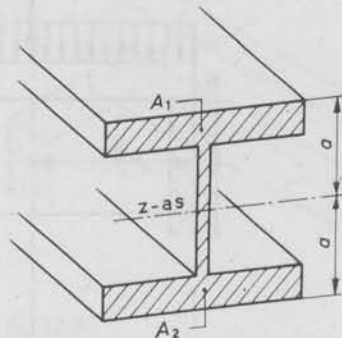


fig. 16-9 I-profiel

$$I_z \approx 2a^2 \cdot A$$

Hieruit volgt in verband met de formule

$$I = W \cdot e$$

$$W_z = 2a \cdot A$$

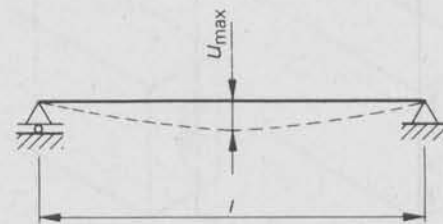


fig. 16-11

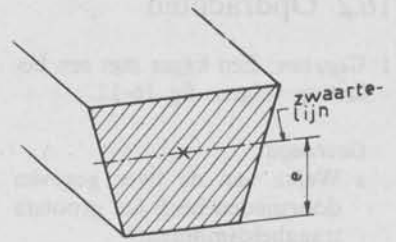


fig. 16-6

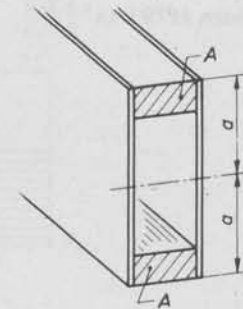


fig. 16-8 Kokerligger

$$I_z \approx 2a^2 \cdot A$$

$$W_z = 2a \cdot A$$

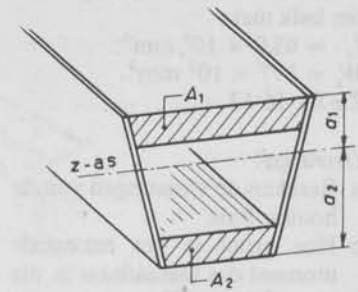


fig. 16-10 Asymmetrische kokerligger

$$I_z \approx a_1^2 \cdot A_1 + a_2^2 \cdot A_2$$

$$W_z \approx \frac{a_1^2 \cdot A_1 + a_2^2 \cdot A_2}{a_2}$$

16.2 Opdrachten

1 Gegeven: Een ligger met een belasting volgens fig. 16-12.

Gevraagd:

- Welke van de twee gegeven doorsneden heeft het grootste traagheidsmoment?
- In welk geval is de doorbuiging van de ligger BC groter, bij toepassing van doorsnede I of bij toepassing van doorsnede II?

Verklaar het antwoord.
(Eindexamen 1979)

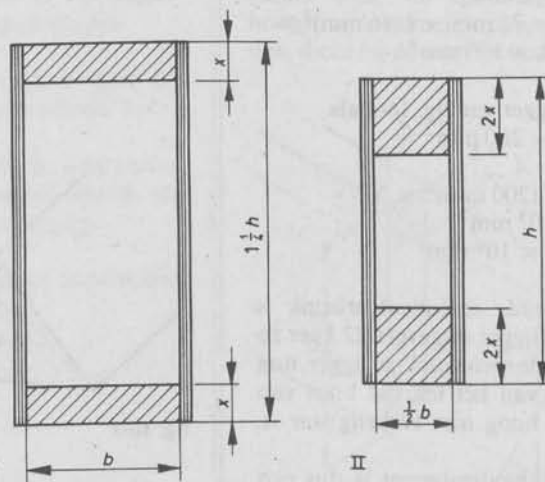
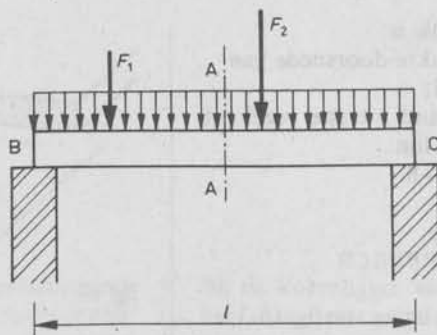


fig. 16-12

2 Gegeven: Een rechthoekige houten balk met:

$$I_x = 63,9 \times 10^6 \text{ mm}^4;$$

$$W_x = 577 \times 10^3 \text{ mm}^3.$$

Zie fig. 16-13.

Gevraagd:

- Bereken de afmetingen van de houten balk.
- Hoe groot is het maximale moment dat toelaatbaar is, als $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$?
- *Bereken de maximale doorbuiging u_{\max} als $E = 10^4 \text{ N/mm}^2$.
- *Bereken de belastingen in het belastingsschema uitgaande van het maximaal toelaatbaar moment. Of bereken x .

(Op de ligger staan een gelijkmatig verdeelde belasting van $x \text{ kN/m}$ en 2 puntlasten van elk $2x \text{ kN}$).

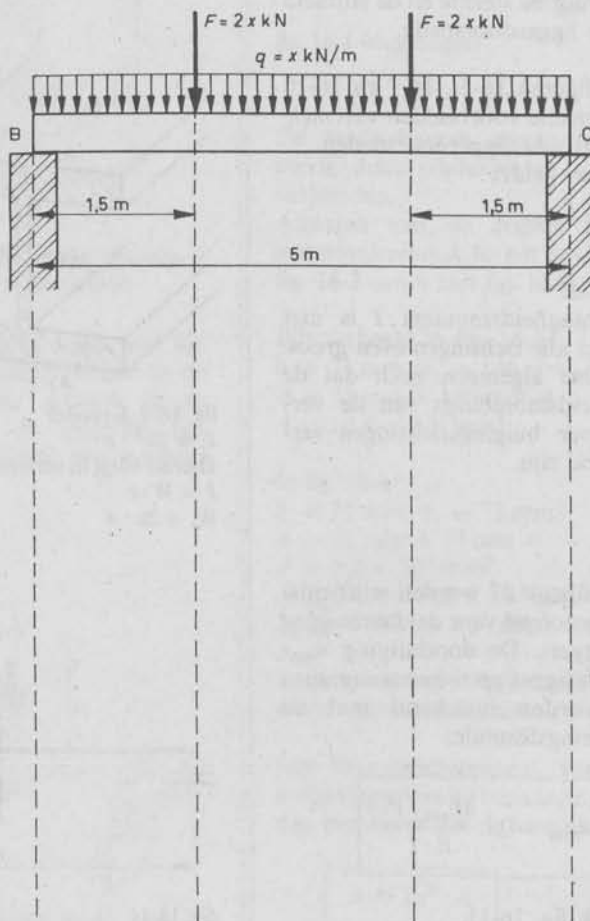


fig. 16-13

17

Dwarskracht en schuifspanning

In hoofdstuk 8 hebben we al gelezen wat we verstaan onder dwarskracht en dwarskrachtenlijn. Hieronder volgt een korte herhaling.

17.1 Dwarskracht en dwarskrachtenlijn

Brengen we weer een denkbeeldige snede aan, ergens in de ligger A-B (fig. 17-1), dan moeten de vezels ter plaatse van die snede behalve een moment $M = F_{A,v} \cdot x$ óók een z.g. *dwarskracht* F_d overbrengen (fig. 17-2). Het is duidelijk dat in dit geval $F_d = F_{A,v}$ (verticaal evenwicht!).

Evenals bij het moment kunnen we ook hier weer een grafiek tekenen die voor iedere willekeurige plaats in de balk aangeeft hoe groot F_d is. Deze grafiek heet *dwarskrachtenlijn*.

In vademeca zijn voor allerlei belastingsgevallen de F_d -lijnen getekend, uitgaande van het recept:

- 1 Bepaal de oplegreacties $F_{A,v}$ en $F_{B,v}$.
- 2 Breng daar waar men F_d wil weten een snede aan en neem de algebraïsche som van alle loodrecht op de balks werkende krachten (inclusief oplegreactie) links van de snede.
- 3 De uitkomst van deze algebraïsche som is de gezochte F_d .

17.2 Schuifspanningen tengevolge van de dwarskracht

Door F_d wordt een *gemiddelde* schuifspanning τ opgewekt (fig. 17-3):

$$\tau_{\text{gemiddeld}} = \frac{F_d}{A}$$

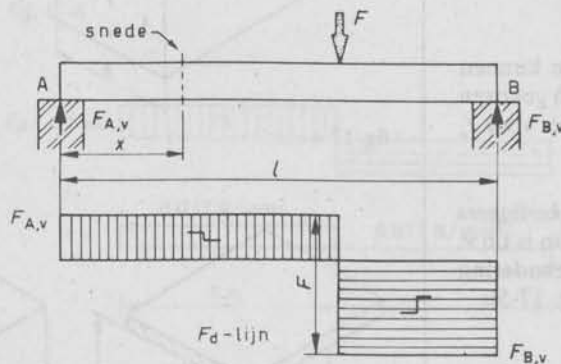


fig. 17-1

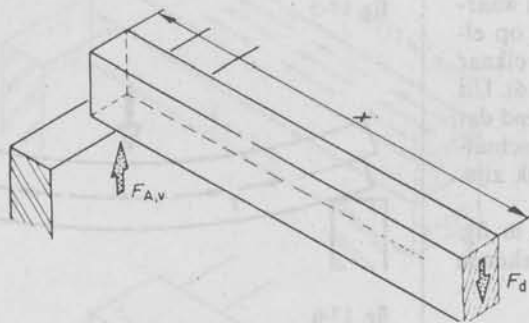


fig. 17-2

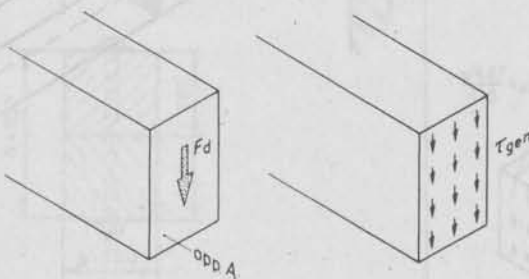


fig. 17-3

Uit de elasticiteitstheorie is bekend dat deze schuifspanning *niet* gelijkmatig over de doorsnede is verdeeld. Bij een *rechthoekige doorsnede* is τ maximaal in het neutrale vlak en nul in de onderste en bovenste balkvezels.

Hier geldt (fig. 17-4):

$$\tau_{\max} = \frac{1,5F_d}{b \cdot h}$$

Om de dwarskracht F_d te kunnen opnemen moeten b en h zó gekozen worden dat $\tau_{\max} \leq f_v$ (zie voor f_v hoofdstuk 11).

Voor *I-profielen* en *kokerliggers* waarvan het lijf relatief dun is t.o.v. de flenzen, mag als benadering worden gerekend met (fig. 17-5):

$$\tau_{\max} = \frac{F_d}{A_{\text{lijf}}}$$

Aangenomen mag dus worden dat hier de schuifspanning *wel* gelijkmatig over het lijf verdeeld is.

In de liggers ontstaan bovendien *horizontale* schuifspanningen waardoor bijvoorbeeld twee los op elkaar gelegde planken over elkaar heen zullen schuiven (fig. 17-6). Uit de elasticiteitstheorie is bekend dat de *horizontale* en de *verticale* schuifspanningen aan elkaar gelijk zijn.

In een liggerdoorsnede als in fig. 17-7, krijgen we dus het getekende schuifspanningsverloop.

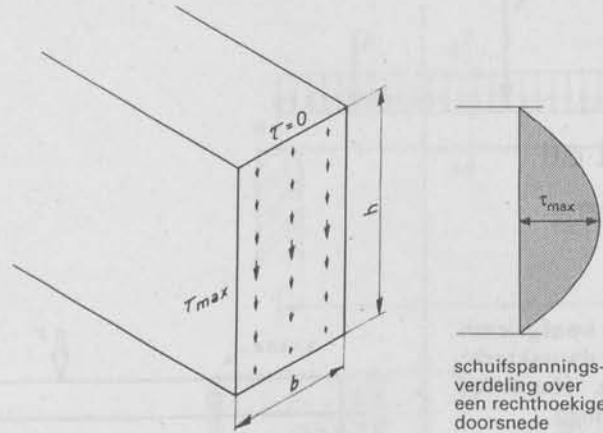
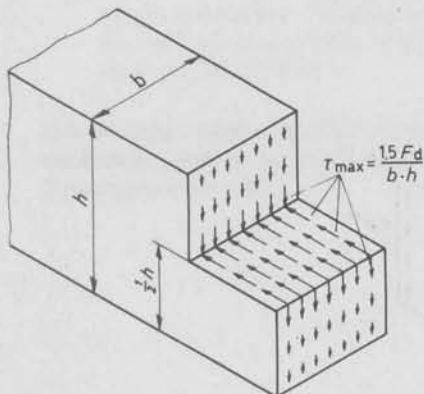


fig. 17-4

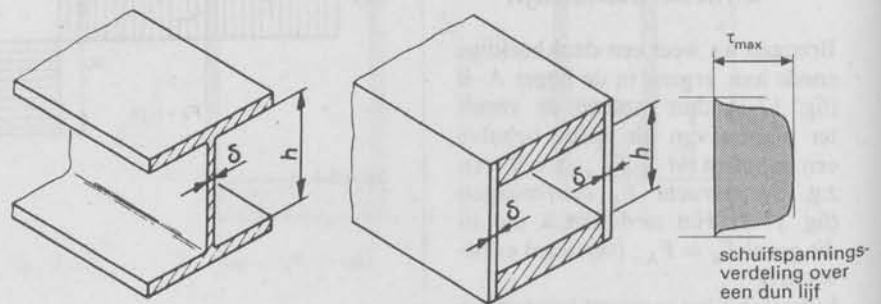


fig. 17-5

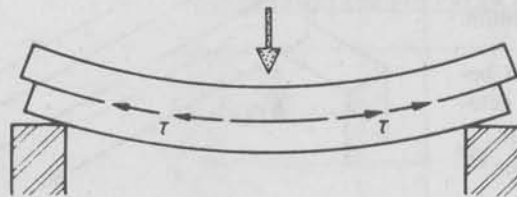


fig. 17-6

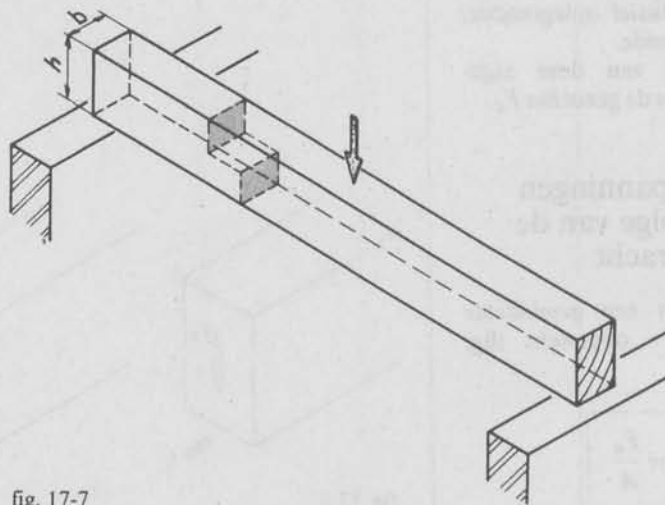


fig. 17-7

VOORBEELD 1

In fig. 17-8 is een samengestelde houten balk met kramplaten afgebeeld.

Wil men twee balken zodanig aan elkaar koppelen dat ze één geheel vormen, dan moeten de verbindingsmiddelen in staat zijn de schuifkracht op te nemen die in het scheidingsvlak ontstaat:

$$\tau_{\max} = \frac{1,5F_d}{b \cdot h}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1,5 \times 500 \text{ N}}{150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\max} = 0,017 \text{ N/mm}^2$$

Totale langsschuifkracht over $\frac{1}{2}l$ bedraagt dus (fig. 17-9):

$$F_1 = \tau \cdot \frac{1}{2}l \cdot b$$

$$F_1 = (0,017 \text{ N/mm}^2) \times 5000 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$$

$$F_1 = 17 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 \times 1,5 \times 10^2 \text{ N}$$

$$F_1 = 12750 \text{ N}$$

$$F_1 = 12,75 \text{ kN}$$

We verhogen F_1 met 15...20% omdat er verzwakking door de bouten optreedt en er ook enige verschuiving plaatsvindt:

$$F_{1,\text{praktisch}} \approx 15 \text{ kN (fig. 17-10)}$$

Pas toe: kramplaat $\varnothing 62$ mm met bout $\varnothing 12$ mm. Toelaatbaar per kramplaat 4,5 kN. Voor de halve ligger zijn dan 4 kramplaten nodig.

N.B.!

De schuifspanning is constant over de gehele lengte van de ligger. Daarom moeten de vier kramplaten (per halve ligger) op gelijke onderlinge afstanden worden geplaatst. Zie fig. 17-8.

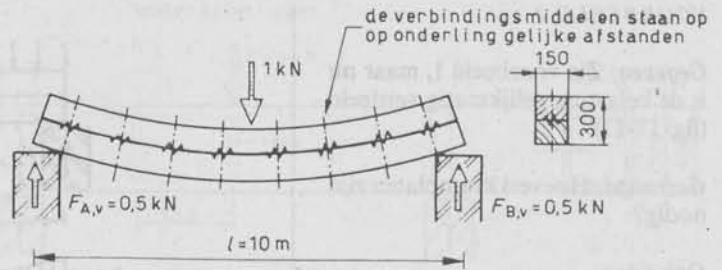


fig. 17-8

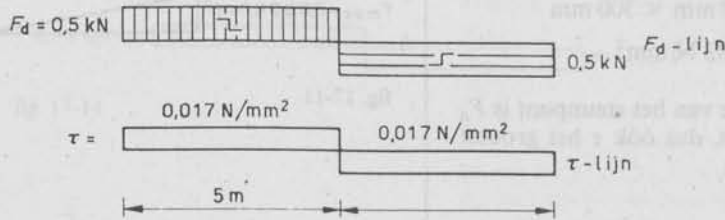


fig. 17-9

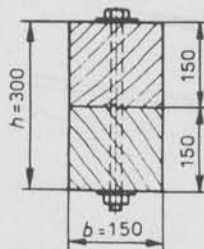
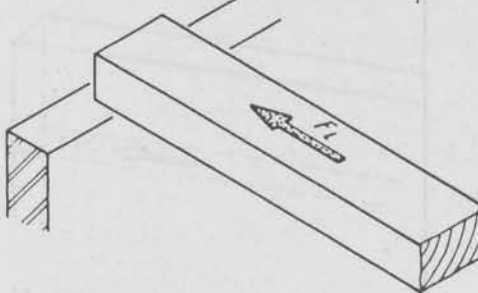
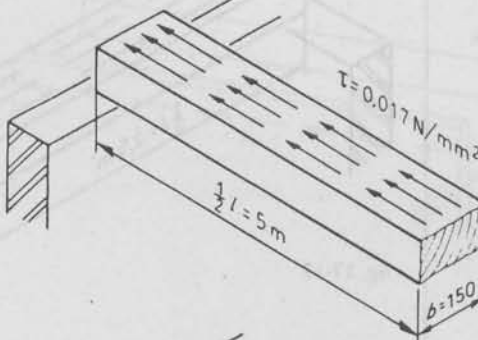


fig. 17-10

VOORBEELD 2

Gegeven: Zie voorbeeld 1, maar nu is de belasting gelijkmatig verdeeld (fig. 17-11).

Gevraagd: Hoeveel kramplaten zijn nodig?

Oplossing:

$$\tau_{\max} = \frac{1,5F_{d,\max}}{b \cdot h}$$

$$\tau_{\max} = \frac{1,5 \times 2500 \text{ N}}{150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\max} = 0,083 \text{ N/mm}^2$$

Ter plaatse van het steunpunt is F_d het grootst, dus óók τ het grootst (fig. 17-12).

$F_{l,\text{theoretisch}}$

$$= \tau_{\text{gemiddeld}} \cdot \frac{1}{2}l \cdot b$$

$$= \frac{1}{2}\tau_{\max} \cdot \frac{1}{2}l \cdot b$$

$$= \frac{1}{2} \times (0,083 \text{ N/mm}^2) \times 2500 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8,3 \times 10^{-2} \times 2,5 \times 10^3 \times 1,5 \times 10^2 \text{ N}$$

$$= 15,55 \times 10^3 \text{ N}$$

$$= 15,55 \text{ kN} (= 1555 \text{ kgf})$$

$F_{l,\text{praktisch}}$

$$= F_{l,\text{theoretisch}} + 15 \dots 20\%$$

$$= 18 \text{ kN}$$

Neem kramplaat $\varnothing 62 \text{ mm}$, met bout $\varnothing 12 \text{ mm}$ (fig. 17-13).
Per kramplaat toelaatbaar: 4,5 kN.
Nodig voor halve ligger: 4 kramplaten.

De kramplaten moeten in dit geval bij het steunpunt dichter bij elkaar geplaatst worden, omdat daar de grootste schuifspanning optreedt!! (Vergelijk met voorbeeld 1).

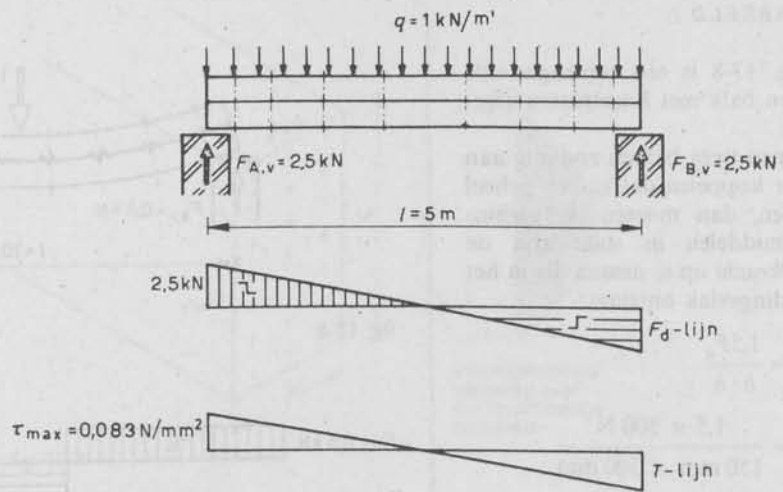


fig. 17-11

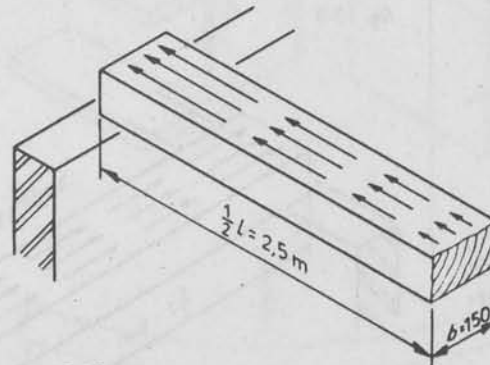


fig. 17-12

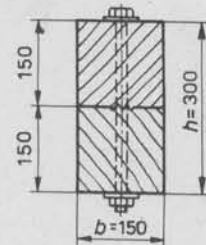


fig. 17-13

VOORBEELD 3

Gegeven: In fig. 17-14 is een houten kokerligger afgebeeld.

Gevraagd:

- a Controleer de schuifspanning in de lijfplaten.
- b Bepaal aantal draadnagels nodig voor verbinding lijf-flens.

Oplossing:

$$a \tau \approx \frac{F_d}{2h \cdot \delta}$$

$$\tau \approx \frac{2500 \text{ N}}{2 \times 320 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}}$$

$$\tau \approx 0,39 \text{ N/mm}^2 < 1 \text{ N/mm}^2, \text{ dus goed.}$$

De dwarskracht wordt nagenoeg geheel door lijfplaten opgenomen!

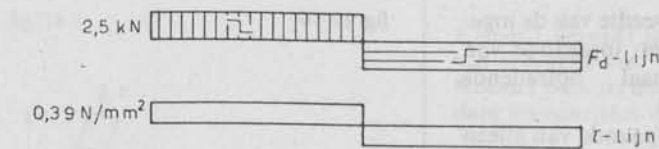
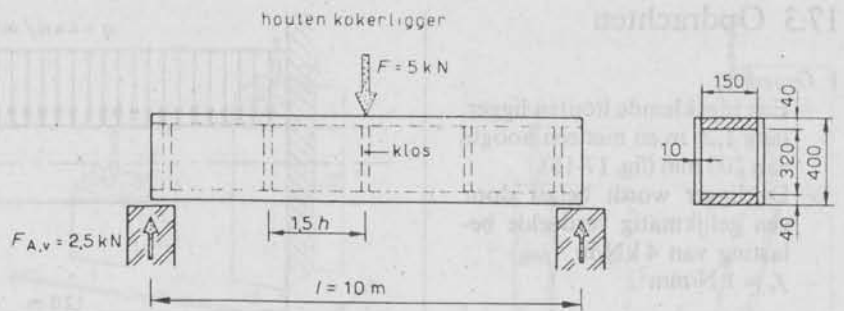


fig. 17-14

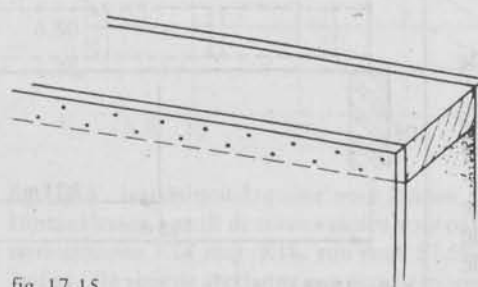
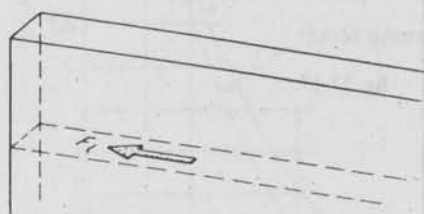
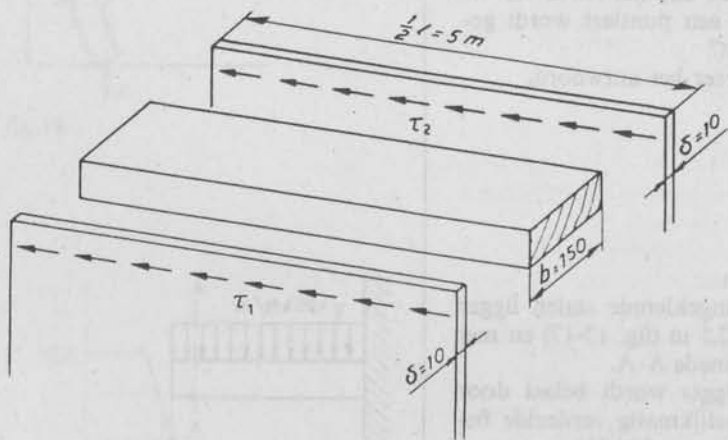


fig. 17-15

b Zie fig. 17-15

$$\tau_1 = \tau_2 = 0,39 \text{ N/mm}^2$$

dus:

$$\begin{aligned} F_{1, \text{theoretisch}} &= \\ &= \tau \cdot \delta \cdot \frac{1}{2} l \\ &= (0,39 \text{ N/mm}^2) \times 10 \text{ mm} \times \\ &\quad \times 5000 \text{ mm} \\ &= 19500 \text{ N} = 19,50 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nagels geven een verzwakking van 20 %, dus:

$$F_{1, \text{praktisch}} = 24 \text{ kN.}$$

Verbinding is enkelsnedig → kies draadnagel no. 13. Toelaatbaar per nagel 0,2 kN. Over de aangegeven lengte ($\frac{1}{2}l$) dus 120 draadnagels nodig. De nagels moeten gelijkmatig verdeeld worden, daar τ ook gelijk (constant) blijft.

17.3 Opdrachten

1 Gegeven:

- Een ingeklemde houten ligger, lang 1,20 m en met een hoogte van 200 mm (fig. 17-16).
- De ligger wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting van 4 kN/m.
- $f_v = 1 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- a Bepaal de breedte van de ingeklemde ligger, uitgaande van de maximaal optredende dwarskracht.
- b Wat zou, uitgaande van alléén de dwarskracht, een gunstige vorm van de constructie zijn (verklaar het antwoord)?
- c Geldt deze „gunstige” vorm ook, als aan het einde van de ligger een puntlast wordt geplaatst? Motiveer het antwoord.

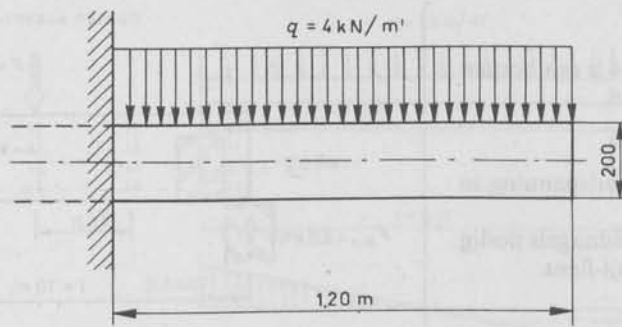


fig. 17-16

2 Gegeven:

- Een ingeklemde stalen ligger lang 2,5 m (fig. 17-17) en met doorsnede A-A.
- De ligger wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting van 20 kN/m.

Gevraagd:

Bereken de optredende schuifspanning ter plaatse van de maximaal optredende dwarskracht.

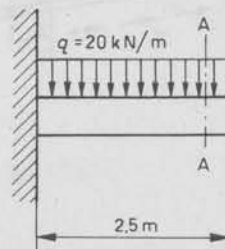
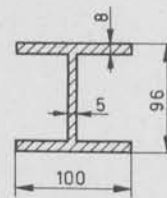


fig. 17-17



Doorsnede A-A
HE 100A (maten in mm)

3 Gegeven:

- De ligger van fig. 17-18
- $f_v = 1 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- a Bereken de dikte (δ) van de triplex lijfplaten.
- b Bepaal het totaal aantal nagels no. 12 (toelaatbaar 0,25 kN per nagel).
- c Hoe moet de verdeling van de onderlinge afstanden van de nagels over de lengte van de ligger ongeveer zijn?

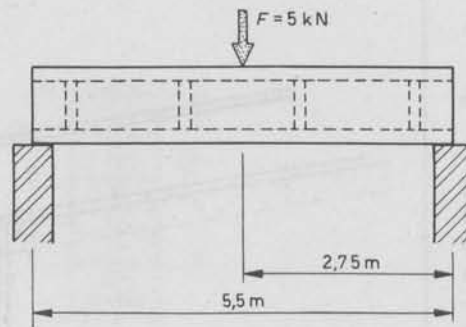
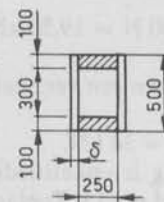


fig. 17-18



maten in mm

18

Knik

18.1 Knikspanning

In fig. 18-1 is een tweetal kolommen getekend. De doorsnedes van beide kolommen zijn gelijk. De beide constructies lijken even sterk. In beide kolommen treedt een gelijke drukspanning op:

$$\sigma_c = \frac{F}{A}$$

Bij het vergroten van de kracht F kan er een hoogst merkwaardig verschijnsel optreden, het zg. knikken van de kolom (fig. 18-2). Kolom 2 blijkt eerder te bezwijken dan kolom 1.

Als kolom 2 breekt door F' dan breekt kolom 1 pas bijvoorbeeld door $5F'$.

We spreken over "knikspanning", maar eigenlijk is dat gewoon een gereduceerde drukspanning. Kolom 1 heeft een uiterste draagkracht van: $F_u = 5F'$ en kolom 2 heeft een uiterste draagkracht van $\omega F_u = F'$. De reductiefactor heeft in dit voorbeeld dus een waarde van $\omega = 1/5 = 0,2$. De reductiefactor ω is afhankelijk van de verhouding van de lengte en de kleinste dwarsafmeting van de kolom, zie fig. 18-3 en 18-4. Als de verhouding h/d groter wordt, dan wordt de kolom slanker en ω kleiner. Knik is een vorm van *instabiliteit*, de kolom knikt al op een moment dat de maximaal mogelijke spanningen (sterktewaarden) nog niet zijn bereikt.

De draagkracht van een slank constructiedeel, zoals een kolom, mag worden berekend met:

$$\omega \cdot F_u = \omega \cdot A \cdot f_c$$

waarin

ω = de reductiefactor

A = oppervlakte van de doorsnede

f_c = aan te houden druksterktewaarde van het materiaal als er geen knikgevaar is

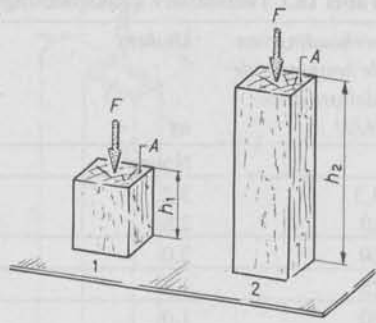


fig. 18-1

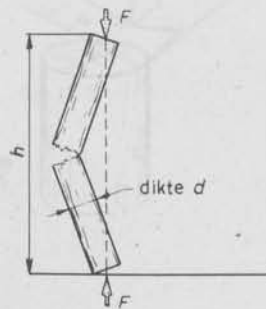
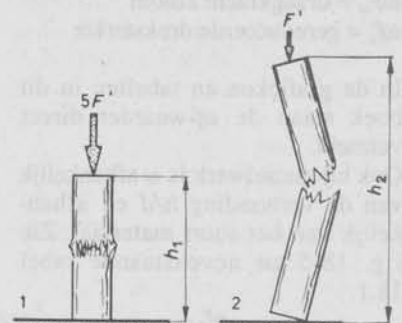


fig. 18-3



Kolom 1 bezwijkt door overschrijden van de druksterkte.
Kolom 2 bezwijkt door uitknikken, dus door overschrijden van de kniksterkte.

fig. 18-2

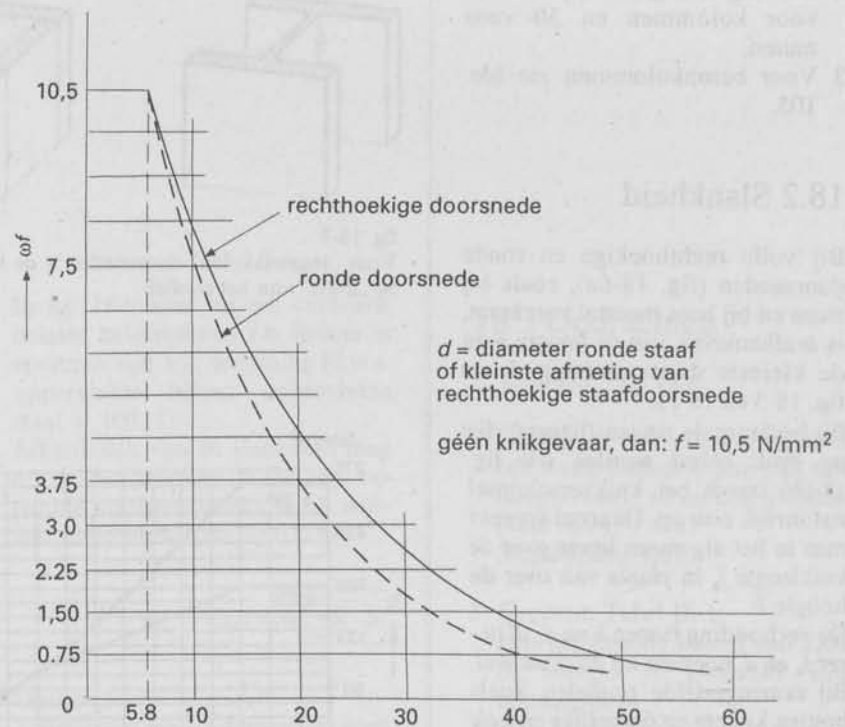


fig. 18-4 Instabiliteitskromme voor houten staven; naaldhout sterkteklasse K30, klimaatklassen I en II; de rekenwaarden voor naaldhout in de kwaliteitsklassen B en C, sterkteklassen K24 resp. K18, zijn resp. 87,5% en 80% van de rekenwaarden in de grafiek. Zie voor de verklaring van deze begrippen paragraaf 20.2.

ωF_u = draagkracht kolom
 ωf_c = gereduceerde druksterkte

In de grafieken en tabellen in dit boek staan de ωf -waarden direct vermeld.

Ook bij metselwerk is ω afhankelijk van de verhouding h/d en afhankelijk van het soort materiaal. Zie fig. 18-5 en nevenstaande tabel 18.1.

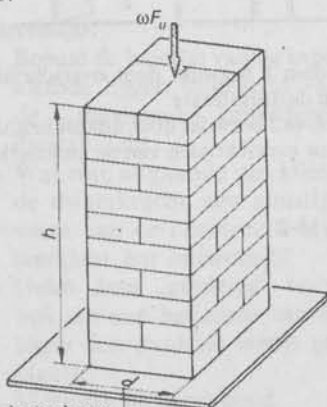


fig. 18-5

- 1 Als h/d kleiner is dan 3,3 is er geen knikgevaar.
- 2 h/d mag niet groter zijn dan 20 voor kolommen en 30 voor muren.
- 3 Voor betonkolommen zie blz. 105.

18.2 Slankheid

Bij volle rechthoekige en ronde doorsneden (fig. 18-6a), zoals bij steen en bij hout meestal voorkomt, is ω afhankelijk van de hoogte h en de kleinste dwarsafmeting d (zie fig. 18-3 en 18-5).

Bij horizontale staven (liggers) die op druk belast worden (zie fig. 18-6b) treedt het knikverschijnsel natuurlijk ook op. Daarom spreekt men in het algemeen liever over de kniklengte l_k in plaats van over de hoogte h .

De verhouding tussen h en d , of liever l_k en d , noemen we de *slankheid*. Bij samengestelde profielen, zoals houten kokers en dergelijke en ook bij staalprofielen (fig. 18-7) is het bepalen van de kleinste dwarsafmeting d niet zo eenvoudig. Voor deze ingewikkelde doorsneden wordt een denkbeeldige kleinste

Tabel 18.1 Toelaatbare drukspanningen in metselwerkkolommen i.v.m. knikgevaar

verhouding van de hoogte tot de kleinste dikte [h/d]	klinkers	hardgrauw- of kalkzandsteen- klinkers	kalkzandsteen of boerengrauw
	ωf	ωf	ωf
	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²
3,3	3,2	2,6	1,9
10	2,8	2,4	1,7
20	2,0	1,6	1,2
25	1,3	1,1	0,8
30	1,0	0,8	0,6



fig. 18-6a

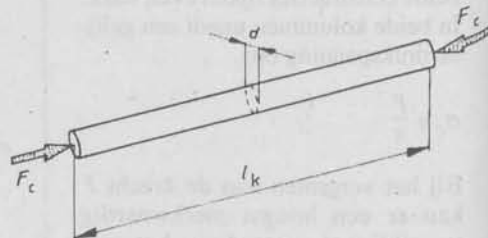


fig. 18-6b

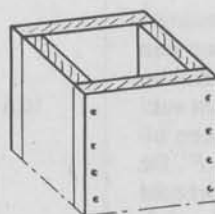
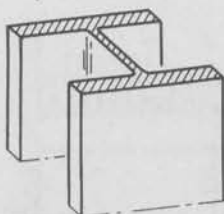


fig. 18-7

Voor „ingewikkelde” doorsneden is de traagheidsstraal als het ware een maat voor de „dikte” van het profiel.

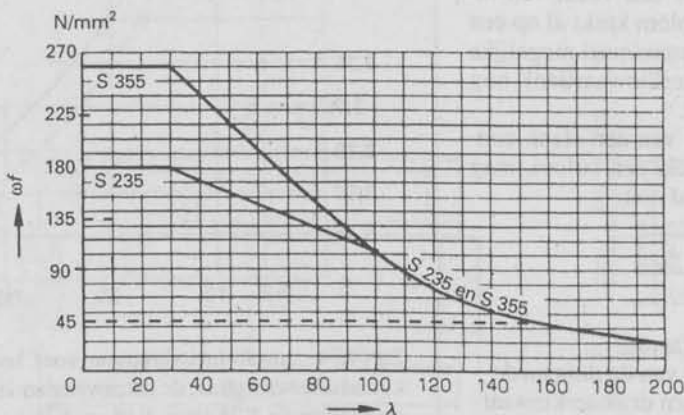


fig. 18-8 Verband tussen slankheid en toelaatbare knikspanning voor staal

dikte ingevoerd. Deze denkbeeldige kleinste dikte noemen we de traagheidsstraal. De traagheidsstraal wordt aangeduid met de letter i .

Bij volle rechthoekige en ronde doorsneden (fig. 18-6a) kunnen we deze i ook berekenen.

Daarom geldt in het algemeen voor alle doorsneden dat de slankheid afhankelijk is van de verhouding tussen l_k en i .

Nu geldt:

$$\lambda = \frac{l_k}{i}$$

Hierin is:

- λ = slankheid;
- l_k = kniklengte;
- i = traagheidsstraal.

De traagheidsstraal kan worden berekend met de formule:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Hierin is:

- A = oppervlakte van de doorsnede;
- I = traagheidsmoment;
- i = traagheidsstraal.

A , I en i behoeven we meestal niet zelf te berekenen.

Dat is al eerder door anderen gedaan en deze waarden kunnen dan ook uit tabellenboekjes worden afgelezen.

Voor staal kan de toelaatbare spanning direct worden afgelezen uit fig. 18-8. Vergelijk deze grafiek met de figuren 18-4 (hout) en 18-10 (beton).

Steeds geldt:

Hoe groter de verhouding $\frac{h}{d}$ of $\frac{l_k}{i}$ of $\frac{l_k}{b}$, hoe kleiner ω .

Een constructie heeft verschillende traagheidsmomenten, afhankelijk van de richting waarin weerstand moet worden geboden. Bij het bepalen van de reductiefactor ω is de kleinste traagheidsstraal maatgevend.



fig. 18-9

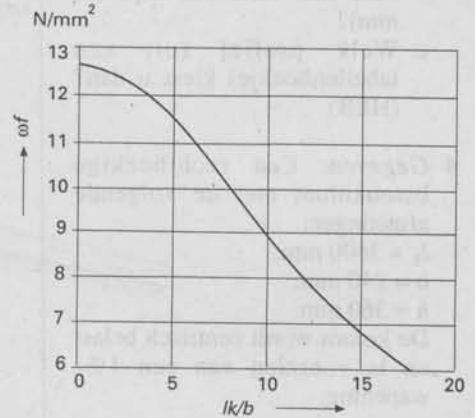


fig. 18-10 Verband tussen slankheid en sterkte voor beton. Centrisch belast 1%-wapening

In fig. 18-9 zien we een centrisch belaste betonkolom. De kolom is voorzien van 1% wapening (d.w.z. oppervlakte beton: oppervlakte staal = 100:1).

Afhankelijk van de slankheid mag op de betonkolom maar een bepaalde maximumdrukkracht worden uitgeoefend (zie fig. 18-10):

$$F = \omega f_c \cdot A_{\text{beton}} = \omega f_c \cdot h \cdot b$$

Onthoud:

- 1 Een groot traagheidsmoment geeft een grote traagheidsstraal.
- 2 Een grote traagheidsstraal geeft een kleine slankheid λ .
- 3 Een kleine slankheid geeft een grote toelaatbare knikspanning.

18.3 Opdrachten

1 Gegeven: Fig. 18-4.

Gevraagd: Hoe groot is ω voor een ronde houten kolom met een hoogte van 3 m en een kleinste dikte van 150 mm? Sterkteklasse K18.

2 Gegeven: Tabel 18-1.

Een gemetselde kolom van 2,60 m hoogte is gemaakt van boerengrauw. $\omega = 1,2 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Hoe dik moet deze kolom minstens worden? (Afronden op hele koppenmaten.)

- 3 *Gegeven:* Een balk van staal S355 wordt op druk belast; $\omega_f = 180 \text{ N/mm}^2$. De balk is 3000 mm lang ($l_k = 3 \text{ m}$).

Gevraagd:

- Lees uit fig. 18-8 af hoe groot λ is.
- Hoe groot moet de kleinste traagheidsstraal van de stalen balk dan minstens zijn (in mm)?
- Welk profiel (uit een tabellenboekje) kiest u dan? (HEB)

- 4 *Gegeven:* Een rechthoekige betonkolom met de volgende afmetingen:

$$l_k = 3600 \text{ mm};$$

$$b = 240 \text{ mm};$$

$$h = 360 \text{ mm}.$$

De kolom wordt centrisch belast en is voorzien van een 1%-wapening.

Gevraagd: Bereken de maximum drukkracht in hele kN.

- 5 Bepaal van onderstaande bewerkingen of ze juist zijn of niet:

– Als $\frac{h}{d}$ groot is, dan is ω klein.

– Als $\frac{l_k}{i}$ klein is, dan is ω klein.

– Als I groter wordt gekozen, dan wordt ω kleiner.

– Als λ klein is, dan wordt het knikgevaar groter.

- 6 *Gegeven:*

– Een op te nemen drukkracht F_c van 10 kN.

– Drie kolommen van de volgende afmetingen:

• hout: 46 mm \times 96 mm; K30

• steen (boerengrauw):

– een kolom van 22 cm \times 22 cm

– een halsteensmuur van 100 mm dik, lang 1 m.

Zie fig. 18-11.

Gevraagd: Bereken de maximale lengte of hoogte in mm van de gegeven kolommen.

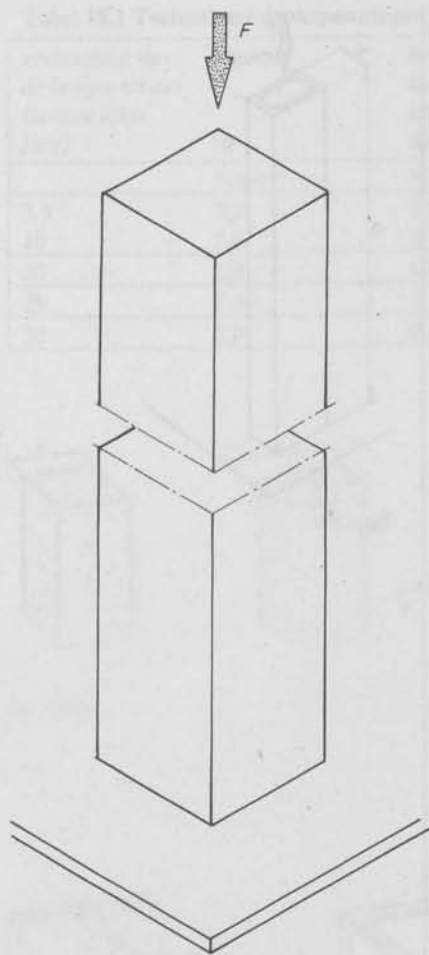


fig. 18-11

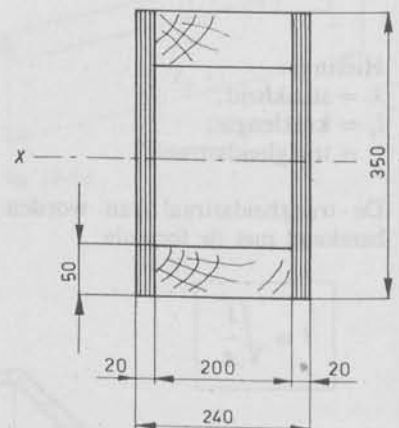


fig. 18-12

- 7 *Gegeven:*

– Een op te nemen drukkracht F van 600 kN.

– Twee kolommen van de volgende afmetingen:

• beton: 30 cm \times 30 cm;

• staal: HE 100 A ($I_y = 134 \text{ cm}^4$, $A = 21,2 \text{ cm}^2$).

Gevraagd: Bereken de maximale kniklengte van de beide kolommen in mm.

- 8 *Gegeven:* Een houten kokervormige ligger met $l_k = 2,0 \text{ m}$ (zie fig. 18-12).

Gevraagd: Bereken de slankheid (over de X-as).

- 9 Ontwerp een ronde gewapend-betonkolom (1% wapening) voor een centrische drukkracht van 60 kN. De kniklengte $l_k = 2,5 \text{ m}$.

- 10 *Gegeven:* Een betonkolom met 1% wapening heeft een doorsnede van 200 mm \times 300 mm en een kniklengte $l_k = 3,40 \text{ m}$.

19

Bouwfysica

De leer der bouwfysica verschaft ons enig inzicht in de manier waarop behaaglijkheid en een plezierig binnenklimaat zo goed mogelijk kunnen worden bereikt bij een minimaal energieverbruik.

In kort bestek zullen we in dit hoofdstuk achtereenvolgens de volgende onderwerpen bekijken:

- 1 warmte;
- 2 vocht;
- 3 geluidsintensiteit en geluidsniveau;
- 4 toonhoogte;
- 5 lawaaibestrijding;
- 6 licht.

19.1 Warmte

Is de temperatuur binnen hoog en buiten laag, dan gaat door de wandconstructie een warmtestroom (fig. 19-1).

Dit kan vergeleken worden met water dat van een hoger naar een lager punt stroomt (fig. 19-2). Warmte stroomt van een plaats met hoge temperatuur naar een plaats met lage temperatuur.

Hoe groter het hoogteverschil per strekkende meter in een beek is, des te sneller stroomt het water.

Hoe groter het temperatuurverschil is, des te meer warmte er zich verplaatst. Bevindt zich tussen de twee plaatsen met het temperatuurverschil b.v. een wandconstructie, dan verplaatst de warmte zich via die constructie.

Als er in een beek stuwen worden geplaatst (fig. 19-3) dan vermindert de stroomsnelheid van het water. Het water kan worden verzameld in een stuwmeer en nuttig worden gebruikt voor opwekking van energie of bevoeiingsdoeleinden. Zonder stuwen zou dezelfde hoeveelheid water, maar dan nutteloos, naar zee stromen.

Zo zal ook een materiaal dat de doorgang van warmte belemmert

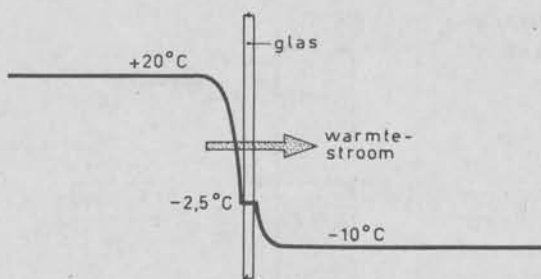


fig. 19-1 Temperatuurverloop door glas

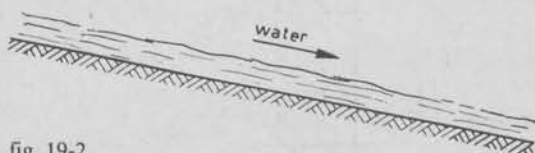


fig. 19-2

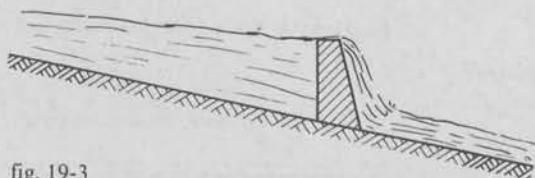


fig. 19-3

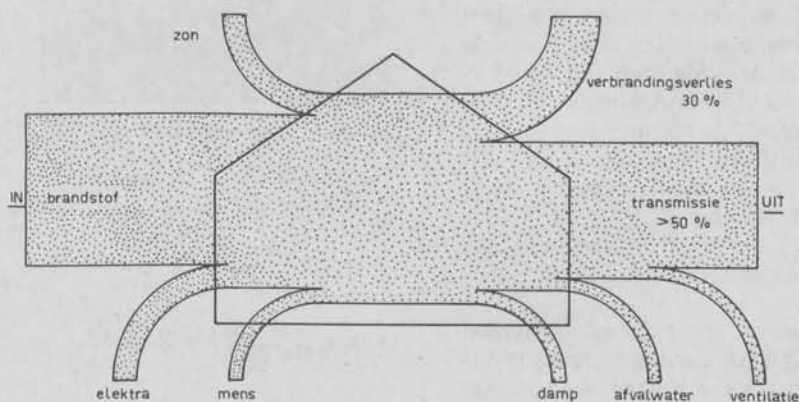


fig. 19-4 Warmtebalans van een woning

(zoals de stuw in een waterstroom) de warmtestroom vertragen (de stroomsnelheid wordt kleiner). Bevindt zo'n materiaal zich op de muren van een vertrek, dan zal de warmte in dat vertrek zich langzamer naar buiten bewegen dan tevoren, toen het materiaal nog niet aangebracht was. De warmte in het vertrek kan nu beter benut worden.

19.1.1 Warmtebalans

Van de energie die in een gemiddelde Nederlandse woning wordt ingevoerd, verdween tot voor kort meer dan 50% weer door de gevels, daken en ramen. Zie fig. 19-4. Dit zogenaamde transmissieverlies kan door het aanbrengen van warmte-isolerende materialen worden verminderd.

Warmte-isolerende materialen verhogen de warmteweerstand van de constructie.

19.1.2 Warmteweerstand

De doorgang van warmte door een constructie wordt aangegeven met de warmtedoorgangscoefficiënt, de z.g. *k*-waarde. Deze *k*-waarde geeft aan hoeveel warmte er door een constructie verloren gaat per vierkante meter en per kelvin ($1 \text{ K} \cong 1^\circ \text{C}$) temperatuurverschil. De *k*-waarde wordt dus uitgedrukt in $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$. ($1 \text{ W} = 1 \text{ watt}$).

Voor de warmteweerstand van een constructie wordt het symbool *R* gebruikt. De warmteweerstand is natuurlijk omgekeerd evenredig met de warmtedoorgang, zodat $R = \frac{1}{k}$ of $k = \frac{1}{R}$.

De dimensie van *R* is omgekeerd aan die van *k* en wordt dus uitgedrukt in $\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$.

- Voor materialen geldt het volgende.
- Zacht, poreus materiaal isoleert beter dan hard en dicht materiaal van dezelfde dikte (fig. 19-5). Zacht (poreus en licht) materiaal geleidt de warmte slechter dan hard en vast materiaal. De warmtegeleidingscoëfficiënt λ_1 is kleiner dan λ_2 .
 - Dik materiaal isoleert beter dan dun materiaal (fig. 19-6).

De weerstand *r* die een materiaal biedt tegen warmtedoorgang is dus kleiner als *d* kleiner is en is ook kleiner als λ groter is:

$$r_{\text{materiaal}} = \frac{d}{\lambda}$$

De warmteweerstand van een materiaal geven we aan met het symbool *r*. De warmteweerstand van een constructie, die uit verschillende lagen is opgebouwd wordt aangeduid met R_c .

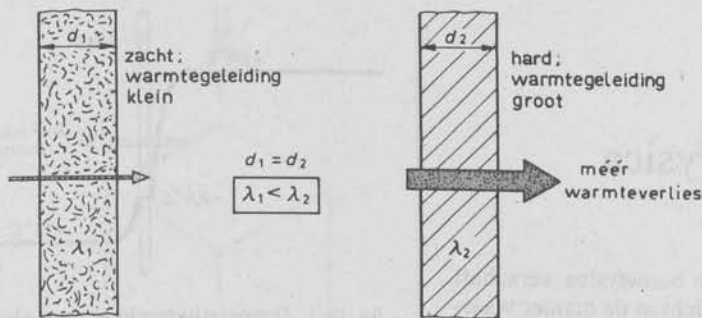


fig. 19-5 Warmtegeleidingscoëfficiënt λ

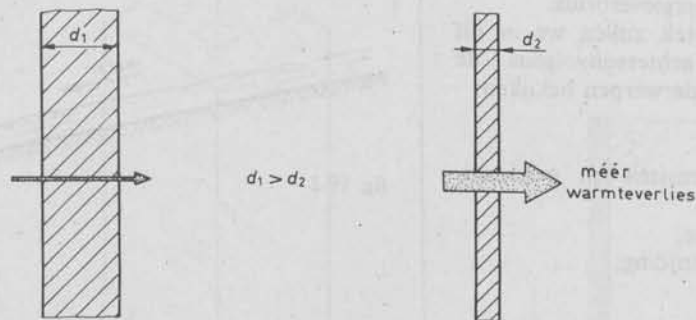


fig. 19-6 De dikte *d* van het materiaal

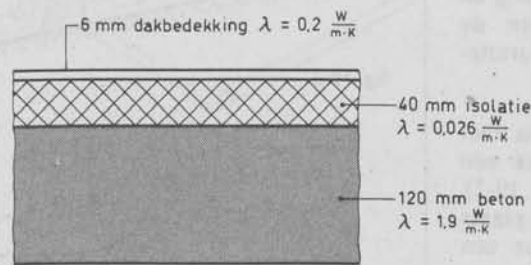


fig. 19-7 Rekenvoorbeeld

$$R_c = r_{\text{dakb.}} + r_{\text{isol.}} + r_{\text{beton}}$$

$$R_c = \frac{0,006 \text{ m}}{0,2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} + \frac{0,040 \text{ m}}{0,026 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} + \frac{0,120 \text{ m}}{1,9 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}}$$

$$R_c = 0,03 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} + 1,54 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} + 0,06 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_c = 1,63 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

Dus:

$$R_c = r_1 + r_2 + \dots = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \dots$$

Zie rekenvoorbeeld fig. 19.7.

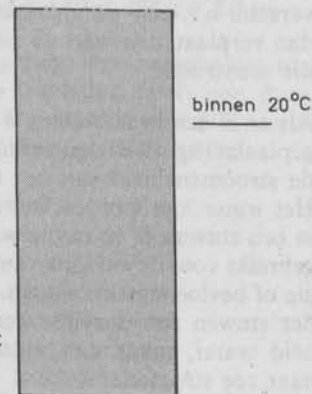


fig. 19-8

19.1.3 Temperatuurverloop

Als een betonwand de scheiding vormt tussen binnenklimaat (kamer) en buitenklimaat (lichte vorst) (fig. 19-8) gaat er warmte naar buiten stromen. Na enige tijd ontstaat er een stationaire toestand.

De temperaturen op verschillende plaatsen veranderen niet en de hoeveelheid warmte die per tijdseenheid van binnen naar buiten gaat, is steeds dezelfde.

Wanneer in de wand thermometers geplaatst zouden worden, zouden deze een temperatuurverloop aanwijzen zoals in fig. 19-9 is getekend. Hoe verder een thermometer naar buiten is geplaatst, des te lager is de temperatuur die wordt afgelezen. Dit temperatuurverloop kan in de doorsnede van de wand worden getekend. Zie fig. 19-10.

Uit fig. 19-10 blijken de volgende twee belangrijke dingen.

1 In de betonwand zelf verloopt de temperatuur volgens een *rechte* lijn $\left(r = \frac{d}{\lambda}\right)$.

$$r = \frac{d}{\lambda}$$

De hellingshoek α geeft aan in welke mate de wand bijdraagt tot de overbrugging van het temperatuurverschil.

Als het materiaal van de wand goed isoleert, dan is de warmtegeleidingscoëfficiënt λ klein en dus r groot.

Als r groot is, dan is ook de hellingshoek α groot. In een *goed* isolerend materiaal heeft de temperatuur dus een *steil* verloop.

2 De binnenzijde van de betonwand is *kouder* dan 20°C en de buitenzijde warmer dan -5°C . De temperatuursprongen aan de binnen- en buitenzijde van de wand worden veroorzaakt door de zogenaamde *overgangsweerstanden*.

Deze overgangsweerstanden ontstaan op de grens van lucht en materiaal. Voor deze overgangsweerstanden worden *constante* waarden aangenomen.

De overgangsweerstand aan de binnenkant (interieur) noemen we r_i ; die aan de buitenkant (exterieur) noemen we r_e . Hoe

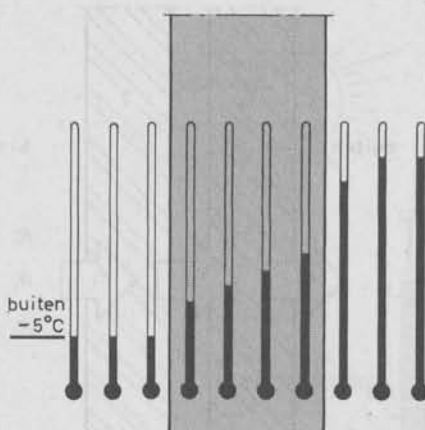


fig. 19-9

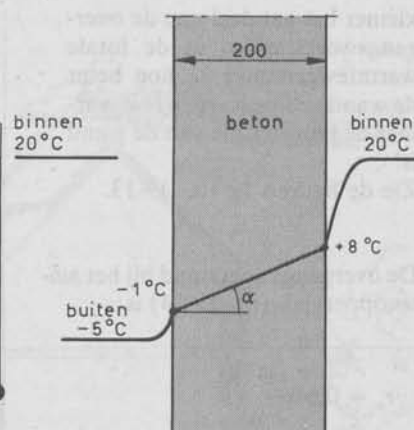


fig. 19-10 In de betonwand een rechtlijnig verloop volgens $r = \frac{d}{\lambda}$

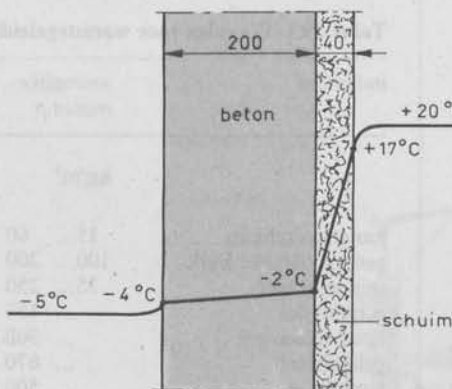


fig. 19-11 Dezelfde betonwand als fig. 19-9, maar met 40 mm schuim. Oppervlaktetemperatuur binnenzijde is nu 9°C hoger!

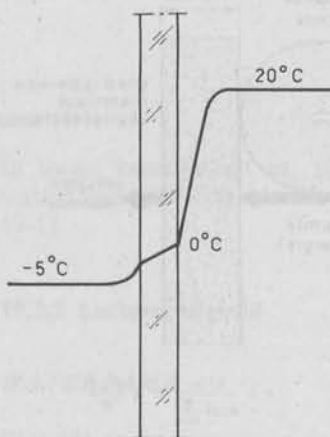


fig. 19-12 Temperatuurverloop in enkel glas van 6 mm dikte

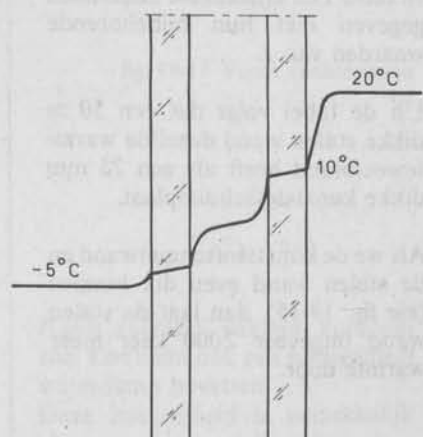


fig. 19-13 Temperatuurverloop bij 2×6 mm glas en 12 mm spouw

kleiner het aandeel van de overgangsweerstanden in de totale warmteweerstand is, hoe beter de wand zelf isoleert en hoe warmer de binnenzijde van de wand is!

Zie de figuren 19-10...19-13.

De overgangsweerstand bij het *buiten* oppervlak (fig. 19-14) is:

$$r_e = 0,04 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

De overgangsweerstand bij het *binnen* oppervlak (fig. 19-14) is:

$$r_i = 0,13 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

Als er in een wand-, dak- of vloerconstructie een *luchtsponw* voorkomt van 20...100 mm breedte (zie fig. 19-14) dan mag voor de totale sponwweerstand gerekend worden:

$$r_s = 0,17 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

De totale warmteweerstand *lucht op lucht* (R_l) van een constructie is nu:

$$R_l = r_e + r_{\text{materialen}} + r_i \quad (+ \text{ eventueel } r_s)$$

In tabel 19.1 zijn enkele materialen gegeven met hun bijbehorende waarden van λ .

Uit de tabel volgt dat een 50 mm dikke stalen wand dezelfde warmteweerstand heeft als een 25 mm dikke kunststofschuimplaat.

Als we de kunststofschuimwand en de stalen wand even dik houden (zie fig. 19-15), dan laat de stalen wand ongeveer 2000 keer meer warmte door.

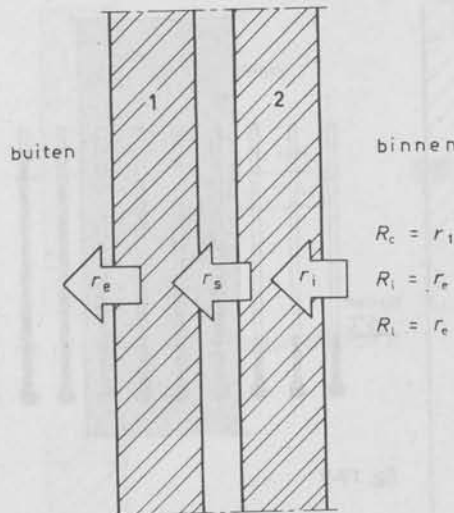


fig. 19-14

$$R_c = r_1 + r_s + r_2$$

$$R_i = r_e + R_c + r_i$$

$$R_l = r_e + r_1 + r_s + r_2 + r_i$$

Tabel 19.1 Waarden voor warmtegeleidingscoëfficiënt λ

materiaal	soortelijke massa ρ	warmtegeleidingscoëfficiënt λ	
		$\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	
kunststofschuim	15... 60	0,025...	0,035
geëxpandeerde kurk	100... 200	0,040...	0,045
minerale wol	35... 250	...	0,041
schuimglas	... 150	...	0,05
houtwolcement	... 300	...	0,18
cellenbeton	... 670	...	0,36
naaldhout	... 500	...	0,14
hardhout	... 800	...	0,20
baksteen	...1900	...	1,00
gewapend beton	...2500	...	2,00
staal	...7800	...	50,00

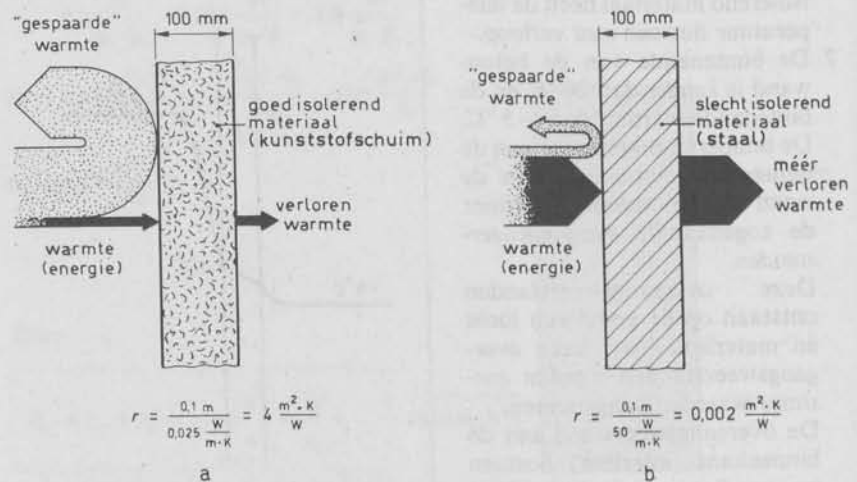


fig. 19-15

$$r = \frac{0,1 \text{ m}}{0,025 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} = 4 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

a

$$r = \frac{0,1 \text{ m}}{50 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}} = 0,002 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

b

19.2 Vocht

19.2.1 Soorten vocht

Ons klimaat is onberekenbaar en vochtig. „'t Kan vriezen en 't kan dooien” is een typisch Nederlands spreekwoord.

Er kunnen diverse soorten vocht worden onderscheiden: regen, bouwvocht, woonvocht en bodemvocht.

Regen

Het water dat door de regen in de muren dringt moet hieruit weer kunnen verdampen. Ook mag geen vochtdoorslag optreden door de constructie.

Bodemvocht

Het onderste gedeelte van de muur zuigt vaak water op en wordt daarom veelal in een hardere steensoort (klinker) uitgevoerd.

Ook kruipruimten kunnen heel erg vochtig zijn, dat is schadelijk voor de gezondheid van mens, dier en gebouw. Zie fig. 19-16.

Bouwvocht

Hieronder verstaat men het vocht (water) dat bij de bouw in de constructie achterblijft. Hierbij kan men denken aan nat geworden isolatieplaten op een dak, maar ook aan beton- of metselwerk. Van het water in de betonspecie is slechts een klein gedeelte nodig voor de (chemische) verharding.

De rest wordt toegevoegd om de specie verwerkbaar te maken en moet er weer uit.

Dit bouwvocht moet worden afgevoerd uit de constructie om rotting, vorstschade, vermindering van warmteweerstand enz. te voorkomen.

Woonvocht

Onder woonvocht wordt verstaan de waterdampproductie door de activiteiten die zich in het huis, kantoor of de fabriek afspelen.

Ter illustratie wordt b.v. de waterdampproductie van een gemiddeld gezin gegeven.

koken	2 kg per keer
afwassen	0,5 kg per keer
baden	0,25 kg per keer
kleding wassen	2 kg per keer
vier personen	5 kg per etmaal

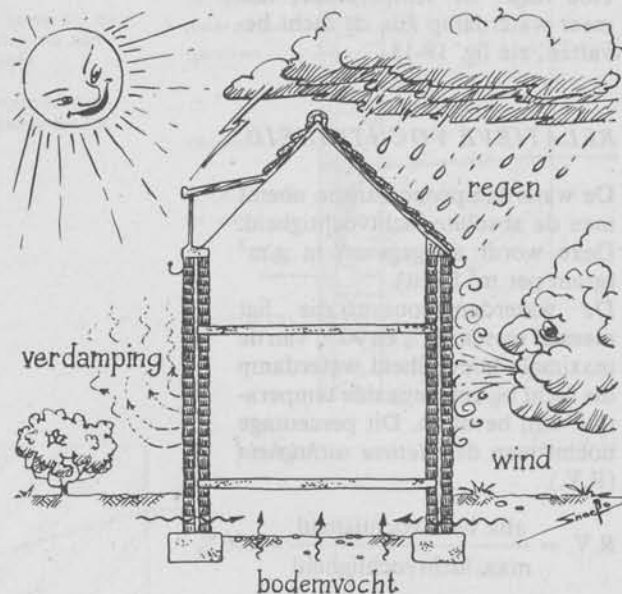


fig. 19-16 Vocht vanbuitenaf

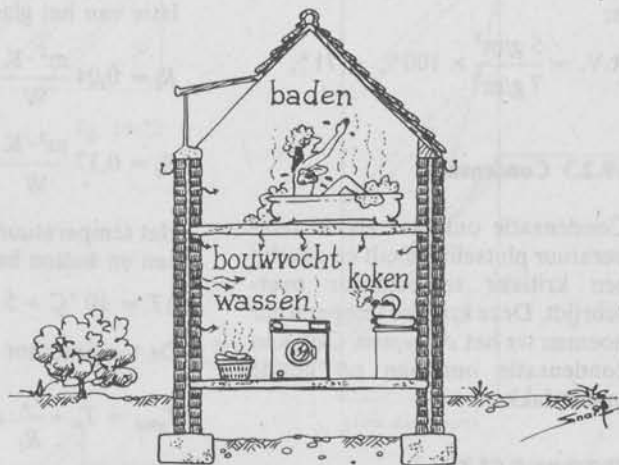


fig. 19-17 Vocht vanbinnenuit

In totaal betekent dit ca. 10 kg waterdamp per etmaal. Zie fig. 19-17.

19.2.2 Luchtvochtigheid

WATERDAMP

Waterdamp is gasvormig, is onzichtbaar en gedraagt zich net zo als andere gassen.

Naast zuurstof, stikstof, koolzuur enz. kan lucht ook een hoeveelheid waterdamp bevatten.

Deze hoeveelheid is betrekkelijk klein.

In de ons omringende buitenlucht is steeds waterdamp aanwezig.

Hoe hoger de temperatuur, hoe meer waterdamp kan de lucht bevatten, zie fig. 19-18.

RELATIEVE VOCHTIGHEID

De waterdampconcentratie noemt men de absolute luchtvochtigheid. Deze wordt aangegeven in g/m^3 (gram per m^3 lucht).

De waterdampconcentratie ligt meestal tussen 70% en 90% van de maximale hoeveelheid waterdamp die lucht bij een bepaalde temperatuur kan bevatten. Dit percentage noemt men de *relatieve vochtigheid* (R.V.).

$$\text{R.V.} = \frac{\text{abs. luchtvochtigheid}}{\text{max. luchtvochtigheid}} \times 100\%$$

VOORBEELD

Bij $+5^\circ\text{C}$ kan de lucht maximaal 7 g/m^3 vocht bevatten, zie fig. 19-18. Stel er wordt 5 g/m^3 gemeten, dan is:

$$\text{R.V.} = \frac{5 \text{ g/m}^3}{7 \text{ g/m}^3} \times 100\% = 71\%$$

19.2.3 Condensatie

Condensatie ontstaat als de temperatuur plotseling daalt en daarbij een kritieke temperatuur overschrijdt. Deze kritieke temperatuur noemen we het *dauwpunt*. Ook kan condensatie ontstaan op koude oppervlakken.

VOORBEELD

Bij vriezend weer plaatst de eigenaar van de garage een elektrische plaatradiator in de garage (fig. 19-19).

Met deze radiator in werking blijkt de temperatuur in de garage ca. $+5^\circ\text{C}$ te zijn, als de temperatuur buiten ca. -10°C is.

Bij $+5^\circ\text{C}$ kan de lucht maximaal 7 g/m^3 bevatten (zie grafiek).

Als de relatieve vochtigheid in de garage 50% is, bevat de lucht in de garage dus $0,50 \times 7 \text{ g/m}^3 = 3,5 \text{ g/m}^3$ waterdamp.

Bij $3,5 \text{ g/m}^3$ hoort volgens de grafiek een dauwpunt van -4°C .

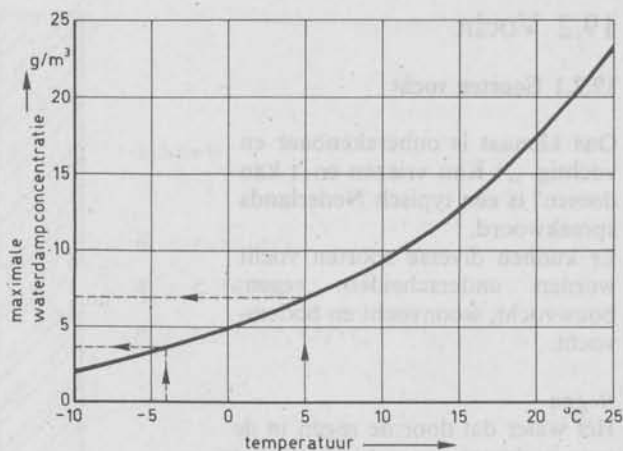


fig. 19-18 Grafiek van de maximale waterdampconcentratie in lucht (maximale luchtvochtigheid)

Wordt de temperatuur op het vensterglas lager dan ontstaat condensatie.

Voor het glasvenster in de garage geldt, bij verwaarlozing van de isolatie van het glas:

$$R_l = 0,04 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} + 0,13 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

$$R_l = 0,17 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

Het temperatuurverschil (ΔT) binnen en buiten bedraagt:

$$\Delta T = 10^\circ\text{C} + 5^\circ\text{C} = 15^\circ\text{C}$$

De temperatuur van het glas is:

$$T_{\text{glas}} = T_e + \frac{r_e \cdot \Delta T}{R_l}$$

$$T_{\text{glas}} = -10^\circ\text{C} + \frac{0,04 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}}{0,17 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}} \times 15^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{glas}} = -10^\circ\text{C} + 3,45^\circ\text{C} = -6,55^\circ\text{C}$$

Dat is lager dan -4°C , dus op de ruit treedt condensatie op en deze bevriest (ijsbloemen).

Condensatie is over het algemeen ongewenst, omdat schade kan ontstaan aan de constructie (vocht bevordert aantasting van materialen door bijvoorbeeld schimmels).

Ook zal het isolerend vermogen van een materiaal afnemen.

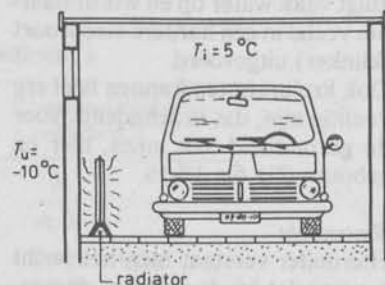


fig. 19-19

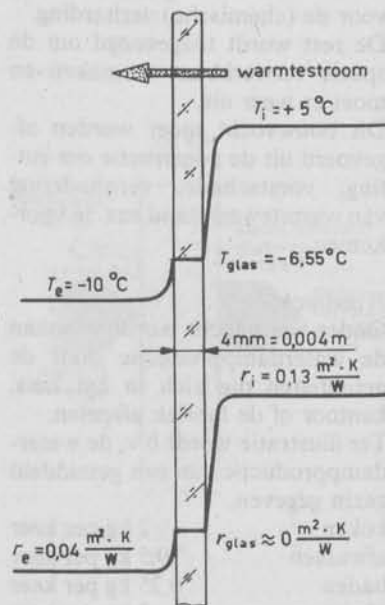


fig. 19-20 Glasvenster in de garage

ZOUTAFZETTING

Het voortdurend proces van condenseren en verdampen in een constructie veroorzaakt ook zoutafzetting.

Condensatie is gedistilleerd water waarin vooral bij steenachtige materialen, allerlei zouten gemakkelijk oplossen.

Langs de randen waar de verdamping optreedt, worden al deze zouten weer afgezet, zodat ter plekke sterke verkleuring kan optreden.

Het is dan ook verklaarbaar dat er nogal eens vlekken achterblijven op platen die nat geweest zijn.

19.2.4 Vermijden van condensatie

1 VERMIJDEN VAN CONDENSATIE DOOR SPOUW

Een baksteengevel van steens werk wordt aan de buitenzijde geïsoleerd en bekleed met hechthout (fig. 19-21).

In de minerale wol treedt condensatiegevaar op. Hierdoor gaat het isolerend vermogen achteruit. De spijkerregels verrotten, want het vocht kan moeilijk naar buiten ontsnappen (dampdichtheid van hechthout is hoog door lijmlagen e.d.). Het is beter een goed geventileerde spouw te maken en het hechthout te vervangen door schroten met groef en messing, die veel meer dampdoorlatend zijn (zie fig. 19-22).

2 VERMIJDEN VAN CONDENSATIE DOOR DAMPREMMENDE LAGEN

De plaats van een dampremmende laag is van groot belang. Als voorbeeld dient een steensmuur.

In zijn oorspronkelijke uitvoering is er geen kans op inwendige condensatie.

Het werkelijk dampverloop blijft op iedere plaats beneden de maximale dampspanning (fig. 19-23).

Wordt nu de buitenzijde sterk dampremmend afgewerkt, dan gaat een en ander er uitzien als in fig. 19-24.

verklaring:

- max. damp die de constructie kan bevatten
- optredende damp bij bepaalde RV

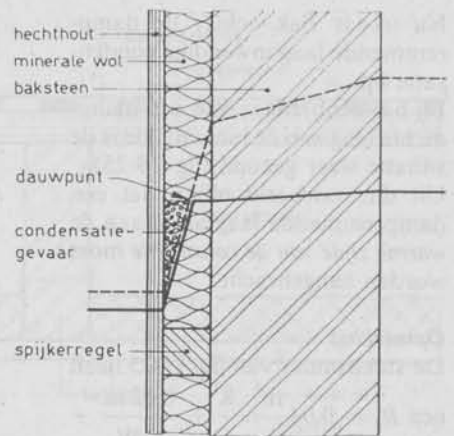


fig. 19-21

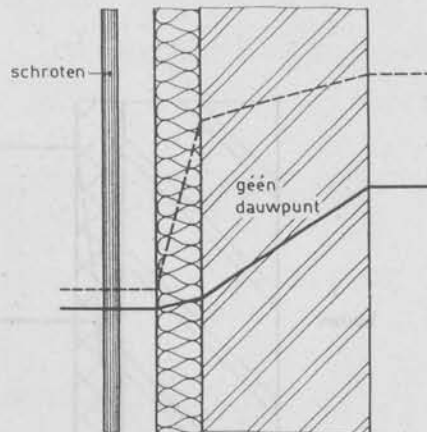


fig. 19-22

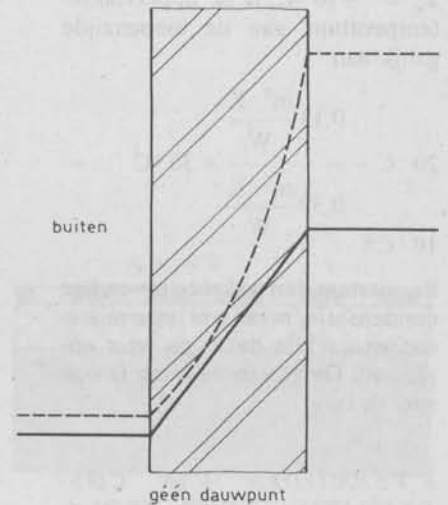


fig. 19-23 Steensmuur

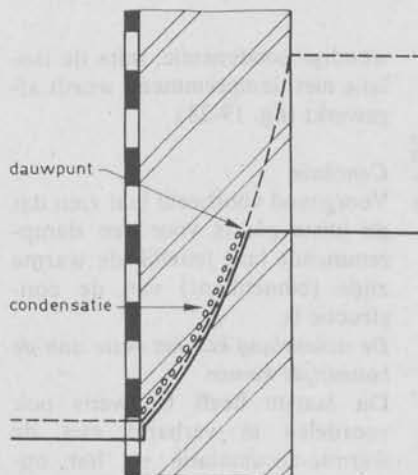


fig. 19-24 Dampremming aan de buitenzijde

Nu treedt vlak achter de dampremmende laag inwendige condensatie op.

Bij het aanbrengen van een dampdichte laag aan de binnenzijde is de situatie weer gezond (fig. 19-25).

Uit dit voorbeeld blijkt, dat een dampremmende laag altijd aan de warme zijde van de constructie moet worden aangebracht.

Opmerking

De steensmuur van fig. 19-25 heeft

$$R_t = 0,04 \frac{m^2 \cdot K}{W} + \frac{0,22 m}{1 \frac{W}{m \cdot K}} + 0,13 \frac{m^2 \cdot K}{W}$$

$$R_t = 0,39 \frac{m^2 \cdot K}{W}$$

Bij een binnenklimaat $T_i = +20^\circ C$ en R.V. = 60% en bij $T_e = -10^\circ C$, is de oppervlakte-temperatuur aan de binnenzijde gelijk aan:

$$20^\circ C - \frac{0,13 \frac{m^2 \cdot K}{W}}{0,39 \frac{m^2 \cdot K}{W}} \times 30^\circ C = 10^\circ C!!$$

Er ontstaat dan wel géén inwendige condensatie, maar wél oppervlaktecondensatie! En dat is nu weer ongezond. De R_t van de muur is ook veel te laag.

3 VERMIJDEN VAN CONDENSATIE DOOR ISOLATIETELAGEN

Met behulp van hetzelfde voorbeeld bekijken we nu de plaats van een isolatielaag.

Bij isolatie aan de binnenzijde blijkt het scheidingsvlak tussen isolatie en steen als temperatuur het dauwpunt te hebben (fig. 19-26). Het gevolg is inwendig condensatiegevaar.

Een goede dampremmende laag aan de binnenzijde kan dit probleem weer verhelpen (fig. 19-27).

Ook het aanbrengen van de isolatie aan de buitenzijde voorkomt de in-

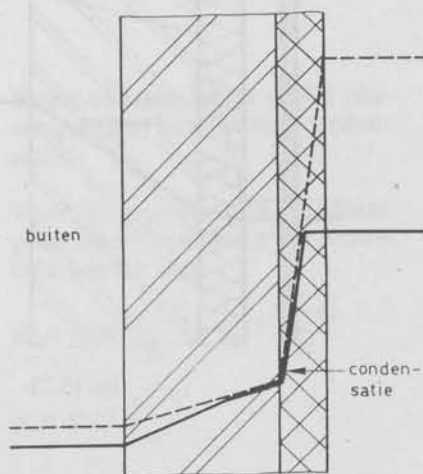


fig. 19-26

wendige condensatie, mits de isolatie niet dampremmend wordt afgewerkt (fig. 19-28).

Conclusie

Voorgaand voorbeeld laat zien dat de juiste plaats voor een dampremmende laag feitelijk de warme zijde (binnenkant) van de constructie is.

De isolatielaag kan het beste aan de buitenzijde komen.

Dit laatste heeft trouwens ook voordelen in verband met de warmte-accumulatie en het optreden van temperatuurspanningen.

Zie hoofdstuk 28.5 en 28.7.4.

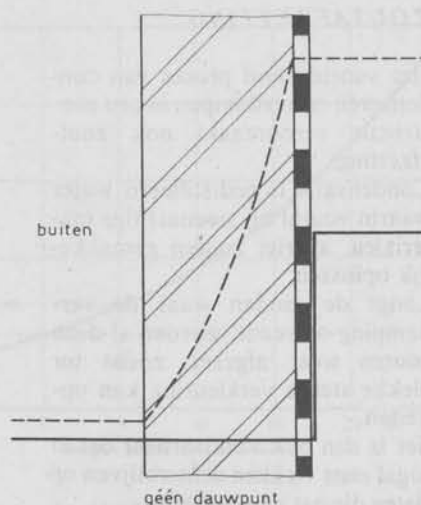


fig. 19-25 Dampremming aan de warme zijde

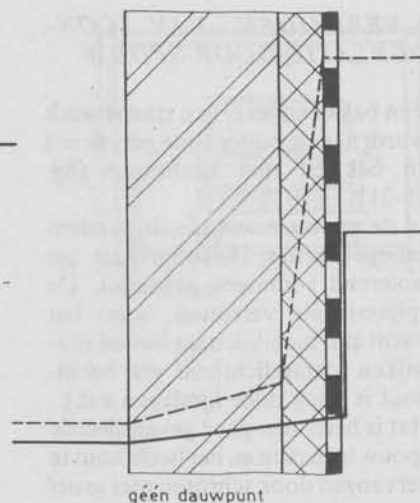


fig. 19-27

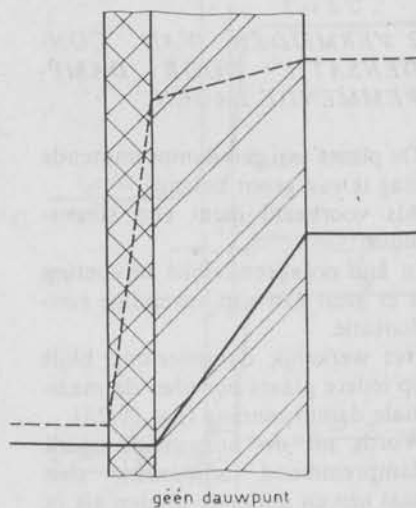


fig. 19-28

4 OPPERVLAKTECONDENSATIE IN CONSTRUCTIES

We hebben al eerder gezien dat oppervlaktecondensatie ontstaat als de oppervlaktetemperatuur beneden het dauwpunt daalt, b.v. binnenzijde steensmuur en vensterglas. Ook op de oppervlakte van een laag die onzichtbaar in de constructie is verwerkt kan condensatie optreden.

In fig. 19-29 is de temperatuur van de onderkant van het dakbeschoot 2°C . De dakbedekking is véél meer dampdicht dan het plafond. Het plafond is trouwens moeilijk dampremmender te maken, want doorbrekingen door lampen en pijpen, spijkergaten en aansluitingsnaden zijn niet te voorkomen.

De lucht tussen isolatie en dakbeschoot is dus even vochtig als binnen.

Bij 2°C kan de dampconcentratie hoogstens $5,5 \text{ g/m}^3$ zijn.

Bij een R.V. = 32% binnen wordt die hoeveelheid al bereikt en treedt condensatie op.

Als de T_e tot -10°C zakt, dan beviest de condensatie aan de onderzijde van het dakbeschoot!

Bij invallende dooi smelten de ijschollen op het plafond en veroorzaken „schijnlekkage”.

Rotting, vochtplekken en schimmelvorming zijn het gevolg.

Ventilatie van de luchtspouw helpt wel, maar is in het Nederlandse klimaat niet voldoende.

Isoleren aan de buitenzijde is veel beter.

Ook onder het betondak van fig. 19-30, hoewel aan de buitenkant geïsoleerd, kan nog wel condensatie optreden.

Door de warmteïsolerende werking van het akoestisch plafond, daalt de temperatuur aan de onderzijde van het beton en kunnen condensatiedruppels op het plafond vallen.

In dergelijke situaties moet van geval tot geval, door een berekening, de juiste verhouding worden bepaald tussen isolatie van spouw en plafond t.o.v. de aan de bovenzijde liggende isolatie.

Zie hoofdstuk 29.2.

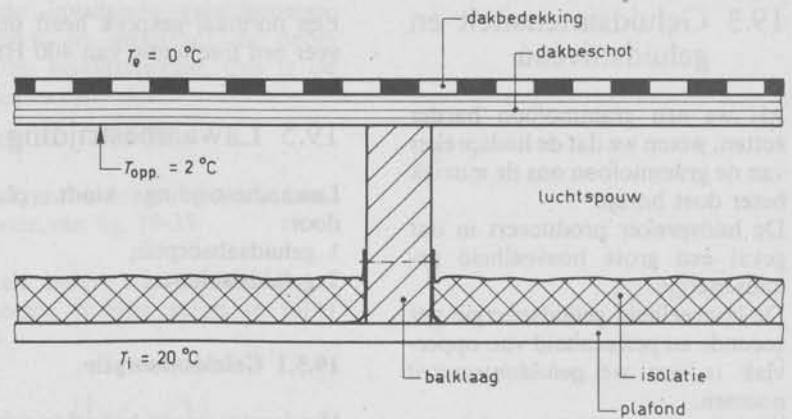


fig. 19-29

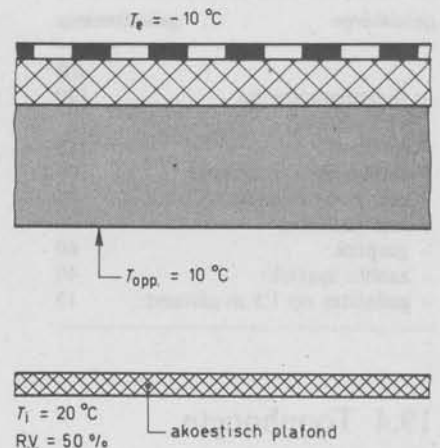


fig. 19-30

19.3 Geluidsintensiteit en geluidsniveau

Als we een grammofoon harder zetten, weten we dat de luidspreker van de grammofoon ons de muziek beter doet horen.

De luidspreker produceert in dat geval een grote hoeveelheid geluidsenergie.

De hoeveelheid geluidsenergie per seconde en per eenheid van oppervlak is wat we *geluidsintensiteit* noemen.

We kunnen de *geluidsintensiteit* niet zintuiglijk waarnemen.

Wat wij waarnemen is het *geluidsniveau*.

Deze wordt uitgedrukt in: decibel (dB).

Een agent, die het geluid van je brommer meet, meet niet de *geluidsintensiteit*, maar het *geluidsniveau*. Hij bepaalt of de brommer een bepaald geluidsniveau (uitgedrukt in decibel) niet overschrijdt. Enkele globale waarden van het geluidsniveau van bepaalde voorwerpen staan weergegeven in tabel 19.2.

Tabel 19.2 Globale waarden voor geluidsniveau

geluidsbron	geluidsniveau
	dB
- vliegtuigmotor op 4 m afstand:	120
- smederij:	110
- claxon op 5 m afstand:	100
- zeer luide muziek:	80
- luid kantoor:	70
- gesprek:	60
- zachte muziek:	40
- gefluister op 1,5 m afstand:	15

19.4 Toonhoogte

Behalve met de begrippen geluidsintensiteit en geluidsniveau hebben we ook nog te maken met het begrip *toonhoogte*. Geluid wordt opgewekt als een lichaam in trilling komt. De frequentie is het aantal trillingen per tijdseenheid, uitgedrukt in: per seconde = hertz (Hz). Tonen in de muziek liggen tussen 30 Hz en 4000 Hz (minder dan 20 Hz en meer dan 20000 Hz ligt buiten onze gehoorrens).

Een normaal gesprek heeft ongeveer een frequentie van 400 Hz.

19.5 Lawaai bestrijding

Lawaai bestrijding vindt plaats door:

- 1 geluidsabsorptie;
- 2 geluidsisolatie.

19.5.1 Geluidsabsorptie

Het lawaai in een bepaalde ruimte bereikt ons oor *direct* vanaf de geluidsbron en *indirect* via de ons omringende wanden (fig. 19-31).

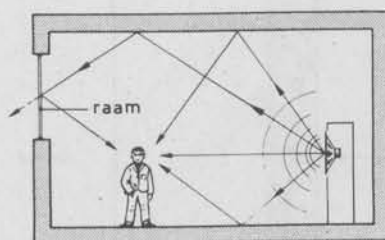


fig. 19-31

Als de wanden het opvallende geluid slecht terugkaatsen spreken we van *goed absorberende wanden*. Hoe beter de absorberende werking binnen een bepaalde ruimte, des te lager wordt het geluidsniveau in de ruimte.

19.5.2 Geluidsisolatie

Men onderscheidt:

- 1 luchtgeluidsisolatie;
- 2 contactgeluidsisolatie.

LUCHTGELUIDSISOLATIE

Als een geluidsgolf uit ruimte I (fig. 19-32) de wand AB treft, dan zal deze wand een bepaald deel van het geluid doorlaten. Hoe minder geluid wordt doorgelaten, des te beter is de luchtgeluidsisolatie van de wand en des te lager blijft het geluidsniveau in ruimte II.

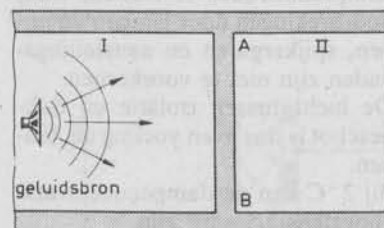


fig. 19-32

Dikwijls worden de begrippen „isolatie” en „absorptie” verkeerd gebruikt.

De bewoner links van de wand in fig. 19-33 spreekt van een goed geluid-absorberend materiaal. De bewoner rechts van de wand spreekt van een slechte geluidsisolatie want de wand laat 25% van het invallend geluid door.

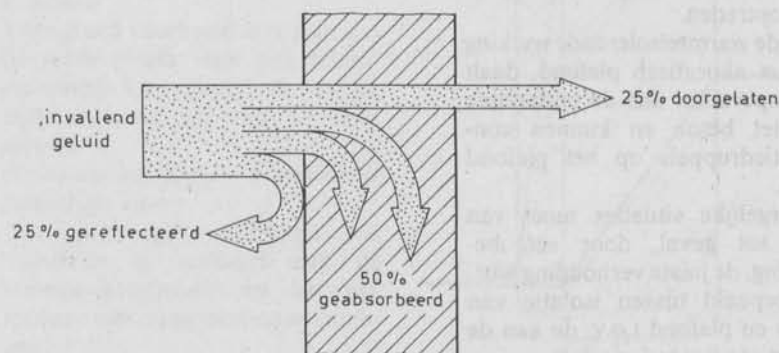


fig. 19-33

Hoge tonen kunnen altijd slechter worden tegengehouden dan lage tonen.

Voor een homogene dichte wand hangt de isolatie hoofdzakelijk af van de massa van de wand. Als benaderingsformule geldt:

$$i = 20 \log M + C$$

In deze benaderingsformule is:

i = de luchtgeluidsisolatie in dB;

M = de *getalwaarde* van de massa per m^2 wandoppervlak, dus $[kg/m^2]$.

C = een constante, die afhankelijk is van de toonhoogte;

$C = -3$ bij hoge frequenties;

$C = +1$ bij normale frequenties;

$C = +5$ bij lage frequenties.

Een $2 \times$ zo grote massa, dus bijvoorbeeld een $2 \times$ zo grote dikte van de muur, geeft een vergroting van de isolatie van $20 \log 2 = 6$ dB.

Doorgaande poriën in de wand of in de vloer maken de isolatie altijd kleiner. Een kleine opening in de wand of de vloer kan de isolatie zo goed als waardeloos maken (luchtlekken zoals in fig. 19-34).



fig. 19-34

De geluidsisolatie van een constructie kan gedefinieerd worden als $10 \times$ de logaritme van de verhouding van *invalende* en *doorgelaten* geluidsenergie.

Is de invallende geluidsenergie $10000 \times$ zo groot als de doorgelaten geluidsenergie, dan is de geluidsisolatie dus:

$$10 \log 10^4 = 40 \text{ dB}$$

Dit komt overeen met de constructie van fig. 19-35.

Enkele andere waarden van de gemiddelde isolatie staan in tabel 19.3.

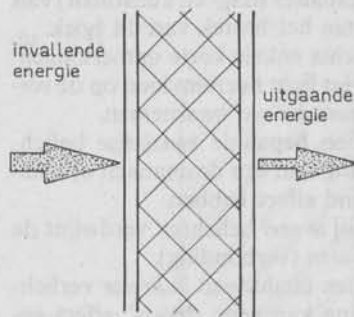


fig. 19-35 Drijfsteenwand 120 mm dik en tweezijdig gepleisterd

Tabel 19.3 Gemiddelde isolatie van een aantal muurconstructies

muurconstructie	gemiddelde isolatie
	dB
1-steens metselwerk	48
$1\frac{1}{2}$ -steens metselwerk	51
holle beton-elementen van lichtbeton, ca. 200 mm dik	45...47
spouwmuren $2 \times \frac{1}{2}$ kalkzandsteen	49.5

Eigenlijk kunnen we pas van een *goede* isolatie spreken bij een gemiddelde waarde van 50 dB of méér.

De meeste van de bij ons gangbare constructies voldoen daar niet of nauwelijks aan.

Pas bij een geluidsisolatie van 50 dB wordt het geluid van een luidruchtig kantoor tot heel zacht gefluister teruggebracht.

De scheidingswand moet dan $1\frac{1}{2}$ steen dik zijn en geen lekkages bevatten!

CONTACTGELUIDSISOLATIE

Contactgeluid is het geluid dat via de constructie van ruimte I naar ruimte II wordt overgedragen. Door een mechanische werking (verschuiven van meubelen, trillen van een machine) wordt de vloer (of wand) in trilling gebracht en gaat daardoor als geluidsbron fungeren (fig. 19-36).

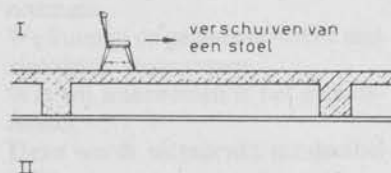


fig. 19-36 De plafondplaten kunnen in trilling komen en daardoor als geluidsbron voor ruimten II gaan fungeren

Contactgeluidsoverdracht van ruimte I (door voetstappen, vallende voorwerpen enz.) naar ruimte II is te verminderen door het aanbrengen van een *elastische* vloerafwerking in ruimte I. Door de samendrukking hiervan wordt een gedeelte van de energie in warmte omgezet en gaat dus verloren als geluidsenergie.

Elastische vloerafwerkingen zijn:

- 1 tapijten
- 2 rubber
- 3 kurk
- 4 asfalt
- 5 kurklinoleum.

Contactgeluidsoverdracht door machines (fig. 19-37) ventilatoren enz. kan verminderd worden door:

- 1 machines te gebruiken met een ander toerental;
- 2 de machines op te stellen op een zwaar blok (machinefundering), want een zwaar voorwerp is moeilijk in trilling te brengen;
- 3 de machine op te stellen op een verende of elastische ondersteuning.

Maak géén vergissing bij toepassing van rubber oplegblokken:

- Een massief rubber blokje heeft geen volume-elasticiteit als het

alzijdig is opgesloten (fig. 19-38).
- Als het blokje niet is opgesloten, is het wel te gebruiken (fig. 19-39).

Een doorgaande massieve laag rubber als machinefundering heeft dus geen zin!

19.6 Licht

Bespreking van licht en lichtinstallaties (dag- en kunstlicht) valt buiten het bestek van dit boek.

Slechts enkele korte opmerkingen:

- Het licht heeft invloed op de *vormen* die we waarnemen.
 - Een bepaalde *eenzijdige* belichting kan een dramatisch of boeiend effect hebben.
 - Bij *te veel* belichten verdwijnt de vorm (*verblinding*).
 - Een uitsluitend *indirecte* verlichting kan een „doods” effect geven (fig. 19-40a).
 - Een uitsluitend *directe* verlichting is te contrastrijk (fig. 19-40b).
 - Met een *alzijdige* verlichting wordt een goed effect verkregen (fig. 19-40c).
- De keuze van de *kleuren* is van groot belang voor de verlichting (reflectie!).
- Een goede verlichting bevordert de goede sfeer en verhoogt de arbeidsprestatie.

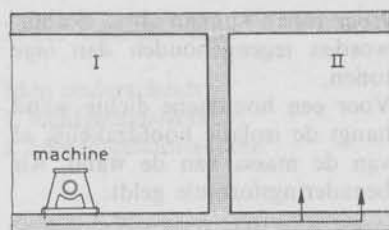


fig. 19-37

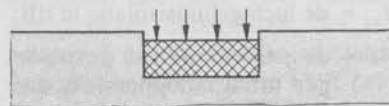


fig. 19-38

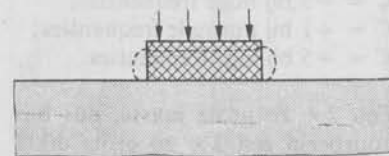
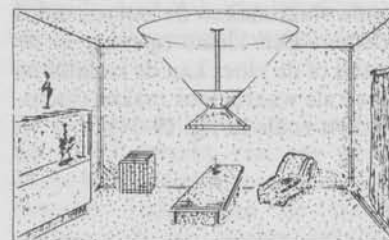
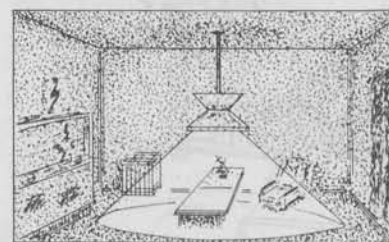


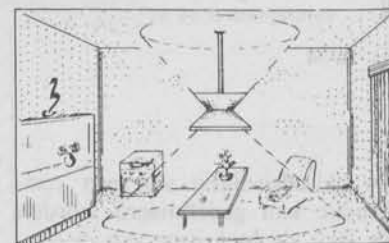
fig. 19-39



a



b



c

fig. 19-40

19.7 Opdrachten

1 *Gegeven:* In een vertrek (fig. 19-41) staat een gaskachel die in staat is om bij een buiten-temperatuur van -10°C een binnentemperatuur van $+20^{\circ}\text{C}$ te onderhouden. De oppervlakte van de steens buitenmuur, waar-teen de gaskachel staat is $7,5\text{ m}^2$. Deze buitenmuur is gemet-seld van hardgraauw, waarvoor geldt:

warmtegeleidingscoëfficiënt:

$$\lambda = 1,0 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Gevraagd:

- Bereken de k -waarde van deze muurconstructie.
- Controleer het temperatuur-verloop, aangegeven in fig. 19-42.

Als het aardgas ongeveer f 1,50 per m^3 kost, dan is dat in energie omgerekend ca. f 0,30 per kWh.

Op een dag blijven de tempera-turen 10 uur lang constant.

- Hoeveel geld verdwijnt er door de muur?

Nu wordt tegen de muur een isolatielaag van schuimbeton-steen aangebracht (fig. 19-43). De warmtegeleidingscoëfficiënt hiervan is:

$$\lambda = 0,2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

- Hoeveel geld verdwijnt er nu door de muur?

N.B. In dit vraagstuk worden de transmissieverliezen door andere gevels, daken en vloeren verwaar-loosd evenals lage rendementen en ventilatieverliezen.

2 *Gegeven:* Fig. 19-44.

Een muur AB tussen twee kan-toorroomben bestaat uit een half-steenmuur van 100 mm dik, materiaal hardgraauw. Men wil de geluidsisolatie van de muur verbeteren door een klamplaat van kalkzandsteen van 60 mm dik tegen de bestaande muur te metselen. Voor ρ zie tabel I achter in het boek.

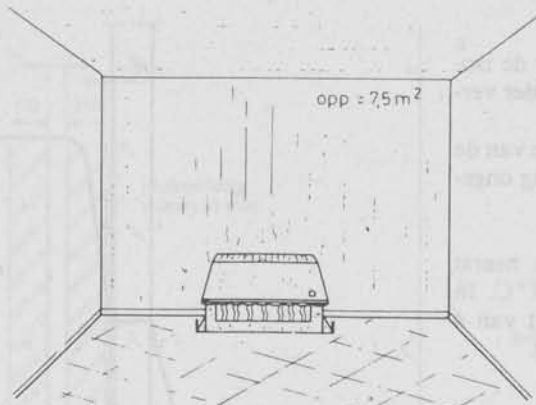


fig. 19-41

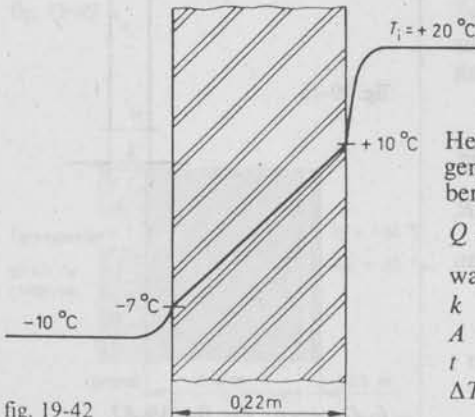


fig. 19-42

Het in de figuren 19-5 en 19-6 genoemde warmteverlies Q wordt berekend met de formule:

$$Q = k \cdot A \cdot t \cdot \Delta T$$

waarin:

- k = warmtedoorgangcoëfficiënt;
- A = oppervlakte;
- t = tijd (aantal uren);
- ΔT = temperatuurverschil ($1^{\circ}\text{C} \cong 1\text{ K}$).

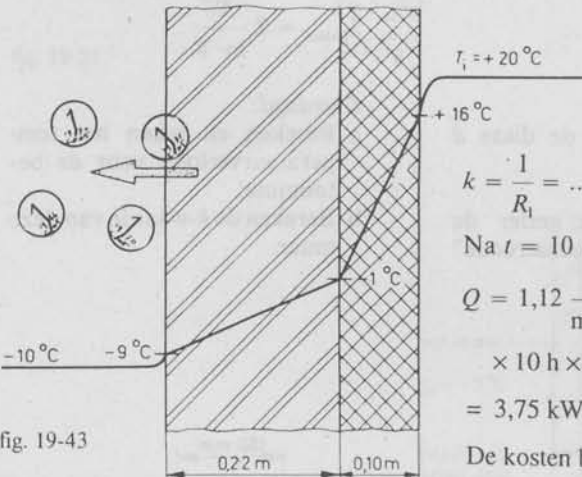


fig. 19-43

$$k = \frac{1}{R_1} = \dots = 1,12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\text{Na } t = 10 \text{ uur} = 10 \text{ h:}$$

$$Q = 1,12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \times 7,5 \text{ m}^2 \times$$

$$\times 10 \text{ h} \times 30 = 3750 \text{ Wh} =$$

$= 3,75 \text{ kWh}$.

De kosten bedragen:

$$3,75 \text{ kWh} \times f 0,30 \text{ kWh} = f 1,13$$

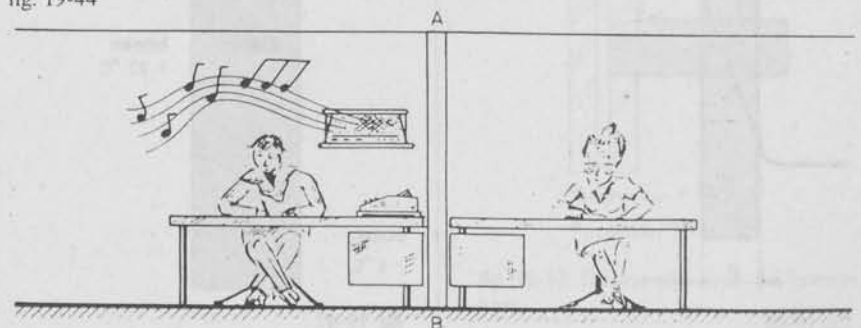


fig. 19-44

Gevraagd:

- Hoe groot is ongeveer de isolatie van de wand zonder verbetering?
- Hoe groot is de isolatie van de wand na de verbetering ongeveer?

- 3 *Gegeven:* In een vertrek heerst een temperatuur van 17°C . In het raam zit een glasruit van 4 mm dikte (zie fig. 19-45).

Gevraagd:

- Bij welke buitentemperatuur zal er aan de binnenzijde condensatie optreden?
- Bij welke buitentemperatuur zullen er bloemen op de ruit verschijnen?

- 4 *Gegeven:* Voor een materiaal (fig. 19-46) met $\lambda = 0,24 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$ is R_1 bij een bepaalde dikte gelijk aan $1,0 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$. De overgangsweerstanden zijn

$$r_e = 0,04 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

$$\text{en } r_i = 0,13 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

Gevraagd: Bereken de dikte d van het materiaal.

- 5 Wat verstaat men onder de „ k -waarde” van een constructie?

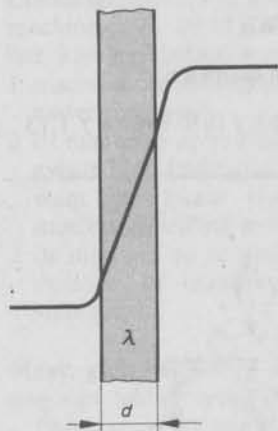


fig. 19-46

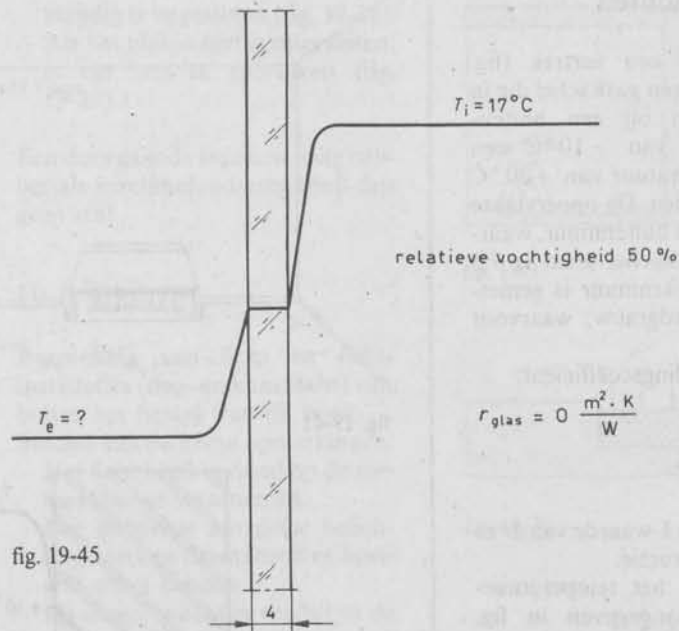


fig. 19-45

$$r_{\text{glas}} = 0 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}}$$

- 6 *Gegeven:* Zie fig. 19-47.

$$\lambda_{\text{beton}} = 2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Gevraagd:

- Bereken en teken het temperatuurverloop voor de betonmuur.
- Bereken de k -waarde van deze muur.

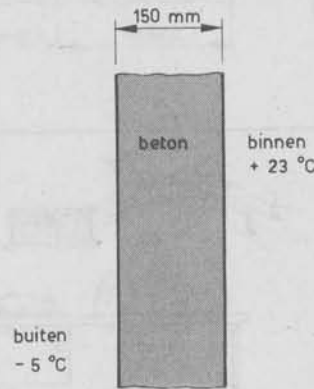


fig. 19-47

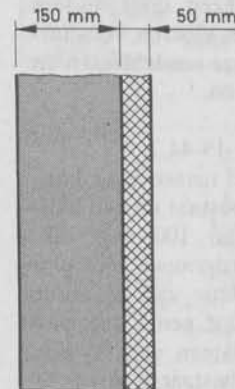


fig. 19-48

- 7 *Gegeven:* Dezelfde betonmuur als in opdracht 6, maar nu met 50 mm dik isolatiemateriaal (zie fig. 19-48). $\lambda_{\text{isolatie}} = 0,06 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$;

$$T_i = 23^\circ\text{C} \text{ en } T_e = -5^\circ\text{C}.$$

Gevraagd:

- Bereken en teken het temperatuurverloop voor deze muurconstructie.
- Bereken ook de k -waarde van de muurconstructie.
- Bestaat er gevaar voor inwendige condensatie?

8 Gegeven: Zie fig. 19-49.

$$\lambda_{\text{baksteen}} = 0,7 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}};$$

$$\lambda_{\text{pleister}} = 1,2 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}; T_i = 23 \text{ }^\circ\text{C}$$

en $T_e = -5 \text{ }^\circ\text{C}$

Gevraagd:

- Bereken en teken het temperatuurverloop voor de muur.
- Bereken de k -waarde van de muur.

9 Treedt bij een relatieve vochtigheid van 70% op de muren in opgave 6, 7 en 8 condensatie op?

10 Welke muur (fig. 19-50) verdient de voorkeur voor een ruimte die snel op temperatuur gebracht moet kunnen worden? Waarom?

En welke verdient de voorkeur in verband met condensatiegevaar?

11 Een tunnel onder een rivier is in het voorjaar en in de zomer aan de binnenzijde altijd vochtig. De tunnel staat in open verbinding met de buitenlucht.

Gegeven:

$T_i = +24 \text{ }^\circ\text{C}$; R.V. = 80%; dikte en afwerking tunnelwand zie fig. 19-51.

Gevraagd:

Bij welke grondwatertemperatuur treedt condensatie op? Hoe kan oppervlaktecondensatie worden vermeden?

12 Een mevrouw vindt ieder jaar bij de grote schoonmaak een laag *schimmel* op het behang achter haar linnenkast en belt dan *woedend* naar de aannemer dat haar huis lekt! Wat moet het antwoord van de aannemer zijn? Condities zie fig. 19-52.



fig. 19-49

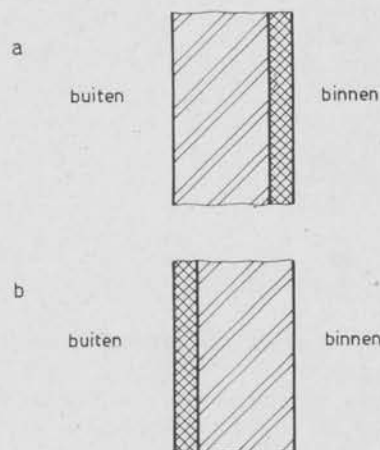


fig. 19-50

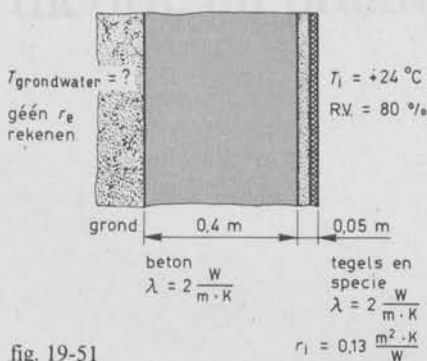


fig. 19-51

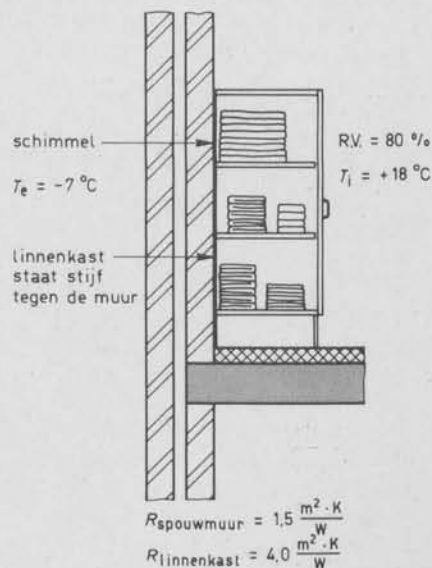
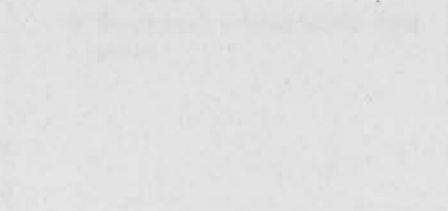
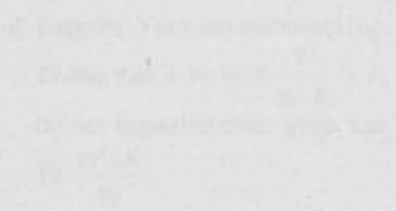
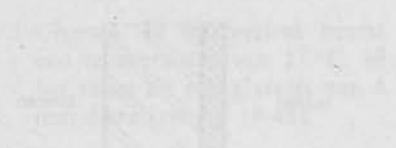


fig. 19-52 Doorsnede over de linnenkast



$$\sigma_{\text{max}} = \frac{W}{m \cdot K}$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{W}{m \cdot K} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\lambda^2}}}$$

$$\text{mit } \lambda = \frac{L}{i}$$

Gegeben: $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$
 a) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze.
 b) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze.

9) Ermitteln Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.

10) Ermitteln Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 a) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 b) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.

11) Ermitteln Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 a) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 b) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.

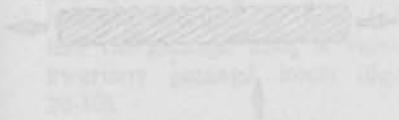
12) Ermitteln Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 a) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 b) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.

13) Ermitteln Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 a) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.
 b) Bestimmen Sie die zulässige Last P für die
 Stütze mit $\sigma_{\text{zul}} = 120 \text{ N/mm}^2$ und $\lambda = 100$.

20.4 Krimp- en zwellen

20.4.1 Afmeting van hout

- 1. De afmeting van hout wordt gegeven door de afmeting van de droog hout (D) en de afmeting van het nat hout (N).
- 2. De afmeting van het nat hout wordt gegeven door de afmeting van de droog hout (D) en de afmeting van het nat hout (N).

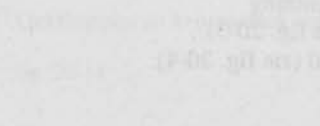
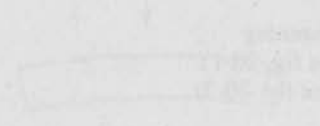
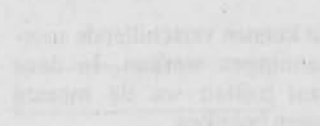
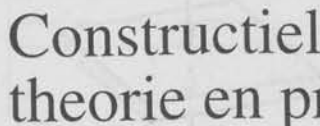


De afmeting van het nat hout wordt gegeven door de afmeting van de droog hout (D) en de afmeting van het nat hout (N).

III



De afmeting van het nat hout wordt gegeven door de afmeting van de droog hout (D) en de afmeting van het nat hout (N).



Constructieleer, theorie en praktijk

20.1 Inleiding

De constructieleer is een wetenschap die zich bezighoudt met de ontwerping van constructies die aan bepaalde eisen moeten voldoen.

20.2 Stukwetten

De stukwetten zijn wetten die betrekking hebben op de afmetingen van de verschillende delen van een constructie.

De afmetingen van de verschillende delen van een constructie worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

De afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N) worden gegeven door de afmetingen van de droog hout (D) en de afmetingen van het nat hout (N).

20

Hout

20.1 Inleiding

Het natuurproduct "hout" heeft, zoals alle natuurproducten, wisselende eigenschappen met betrekking tot sterkte, chemische weerstand, enz.

Deze eigenschappen dienen aan de constructeur bekend te zijn.

20.2 Sterktewaarden

De sterkte waarden zijn afhankelijk van de volgende factoren:

1 Vezelrichting.

2 Klimaatklasse.

Er zijn drie klimaatklassen:

I: voor binnenruimten

II: overdekt, maar open, b.v. luifels

III: constructies in vochtige ruimten en niet overdekt.

In klimaatklasse I is het gemiddelde vochtgehalte in de meeste naaldhoutsoorten < 12% en in klimaatklasse II < 18%.

3 Belastingduurklasse.

Er zijn vier belastingduurklassen: lang, middellang, kort en zeer kort durend. In dit boek wordt alleen gerekend met de lange belastingduurklasse, waarbij de permanente belastingen en een groot deel van de veranderlijke belastingen langer dan 15 jaar op de constructie staan.

4 Sortering.

In de "Technische grondslagen voor bouwconstructies" (TGB-Hout-1990, NEN.6760) worden tien sterkteklassen onderscheiden voor diverse houtsoorten en sorteringen. De sterkteklassen K18 en K24 komen ongeveer overeen met hoofdgroepen *standaard-bouwhout* en *constructiehout*. In de opdrachten in dit boek worden de sterktecijfers gegeven.

Zie ook tabel I achter in dit boek.

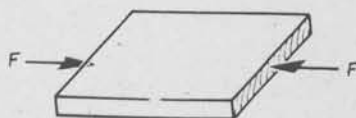


fig. 20-1

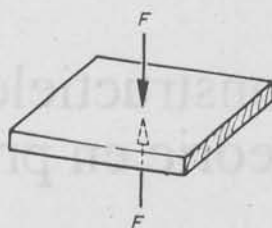


fig. 20-2

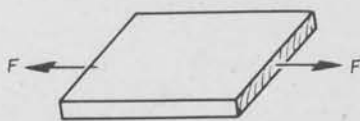


fig. 20-3

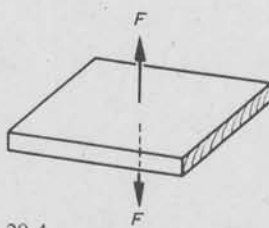


fig. 20-4

20.3 Spanningen

Op hout kunnen verschillende soorten spanningen werken. In deze paragraaf zullen we de meeste spanningen bekijken.

Drukspanning

$\sigma_{c;0}$ (zie fig. 20-1).

$\sigma_{c;90}$ (zie fig. 20-2).

Trekspanning

$\sigma_{t;0}$ (zie fig. 20-3).

$\sigma_{t;90} = 0$ (zie fig. 20-4).

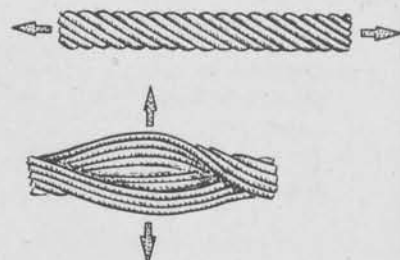


fig. 20-5

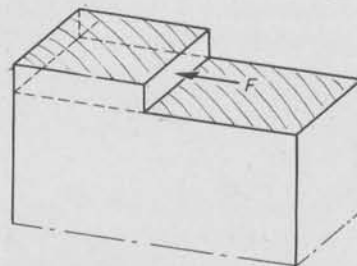


fig. 20-6

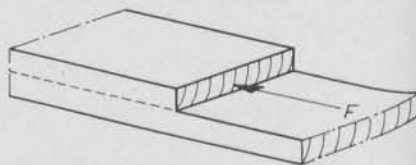


fig. 20-7

Houtvezels kunnen vergeleken worden met touw, waarvoor ook geldt dat eraan getrokken moet worden evenwijdig aan de vezelrichting. Anders worden de vezels uit elkaar getrokken (zie fig. 20-5). Daarom is de trekspanning loodrecht op de vezelrichting:

$$\sigma_{t;90} = 0.$$

Schuifspanning

τ_{90} (zie fig. 20-6)

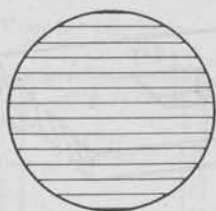
τ_0 (zie fig. 20-7).

20.4 Krimpen en zwellen

20.4.1 Manieren van zagen

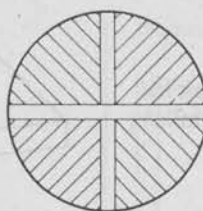
We onderscheiden hierbij:

- 1 *endosse* gezaagd hout (fig. 20-8);
- 2 *kwartiers* gezaagd hout (of rift gezaagd hout) (fig. 20-9);
- 3 *halfkwartiers* gezaagd hout (of half rift gezaagd hout of valskwartiers gezaagd hout) (fig. 20-10).



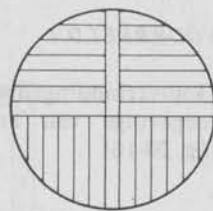
Endosse gezaagde stam
(planken grotendeels
tangenciaal)

fig. 20-8



Kwartiers of rift
gezaagde stam (planken
grotendeels radiaal)

fig. 20-9



Halfkwartiers of half rift
of valskwartiers gezaagd
hout

fig. 20-10

20.4.2 Krimpen

Door het droger worden nemen de afmetingen af (omgekeerd nemen de afmetingen toe door nat worden).

Fig. 20-11.

Maximale krimp in langsrichting
ca. 0,1 %.

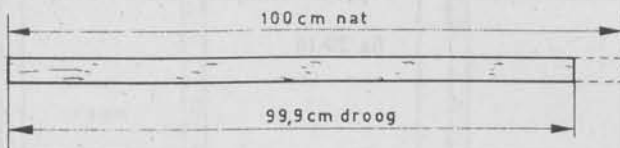


fig. 20-11

Fig. 20-12.

Radiaal hout; de jaarringen zijn in
hoofdzaak „staand”.

Maximale krimp in radiale richting
ca. 5 %.

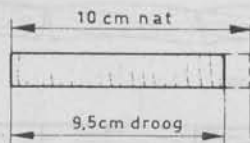


fig. 20-12

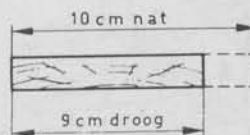


fig. 20-13

Fig. 20-13.

Tangenciaal hout; de jaarringen
zijn in hoofdzaak „liggend”.

Maximale krimp in tangentiële
richting ca. 10 %.

Fig. 20-14.

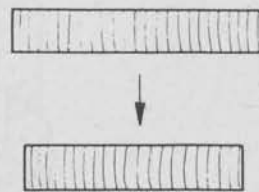
Bij het krimpen trekt tangenciaal
gezaagd hout meestal krom volgens
het principe: de langste jaarring
krimpt het meest.



Gekrompen en kromgetrokken

fig. 20-14

Oorspronkelijk



Gekrompen en niet kromgetrokken

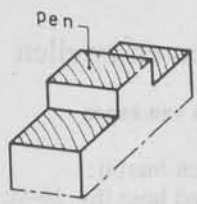
fig. 20-15

Fig. 20-15.

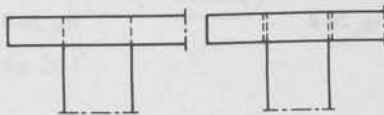
Een radiaal gezaagde balk wordt
wel smaller, maar trekt niet krom.

VOORBEELD 1

Houtverbindingen werken vaak los tengevolge van krimpverschillen (fig. 20-16).



Maatverandering van de pen (tangenciaal) kan 100 x zo groot zijn als die van het gat (langsrichting)

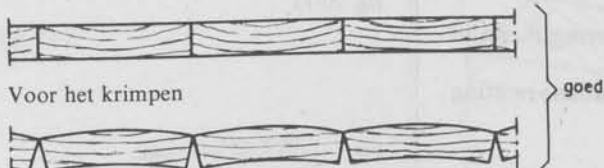


Voor het krimpen Na het krimpen

fig. 20-16

VOORBEELD 2

Vloerplanken moet men zo leggen, dat zo weinig mogelijk naden aan de bovenzijde van de vloer ontstaan. Let dus op het verloop van de jaarringen (fig. 20-17).



Voor het krimpen Na het krimpen

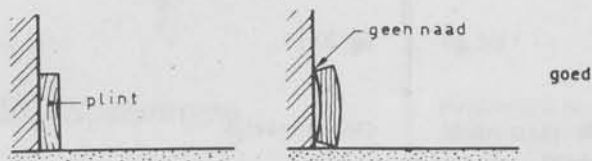
Voor het krimpen Na het krimpen

Voor het krimpen Na het krimpen

fig. 20-17

VOORBEELD 3

Plaatsen van vloerplinten (fig. 20-18).



Voor het krimpen Na het krimpen

Voor het krimpen Na het krimpen

Voor het krimpen Na het krimpen

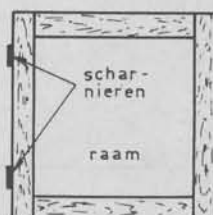
Voor het krimpen Na het krimpen

fig. 20-18

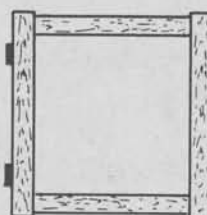
VOORBEELD 4

Constructie van een raam. Hout krimpt in tangentiële richting (breedterichting) méér dan in axiale (langs-) richting (fig. 20-19).

Voor het krimpen

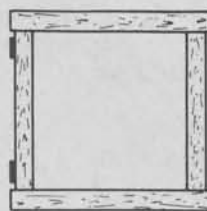
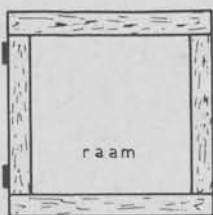


Na het krimpen



Goed:

hier ondervindt het draaien géén problemen door het krimproces



Fout:

als de raamstijlen tussen de boven- en onderregel worden aangebracht, kunnen de scharnieren na het krimpen niet meer werken

fig. 20-19

20.4.3 Zwellen

VOORBEELD 5

Een ingemetselde balk (fig. 20-20) kan door vochtopname tangentiëel zo sterk zwellen dat het metselwerk wordt stukgedrukt (vroeger werd in natuursteengroeven het natuursteen van de ondergrond losgemaakt door het natmaken van tevoren aangebrachte houten wiggen).

Door zwellen van de balken van een balklaag kan het gebeuren dat enkele lagen tussen de rest van de muur weggedrukt worden (fig. 20-21).

Het hout moet dus tijdens het verwerken een droogtoestand hebben, die ongeveer overeenkomt met de droogtoestand na het aanbrengen in het werk.

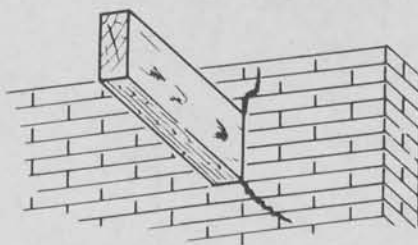


fig. 20-20

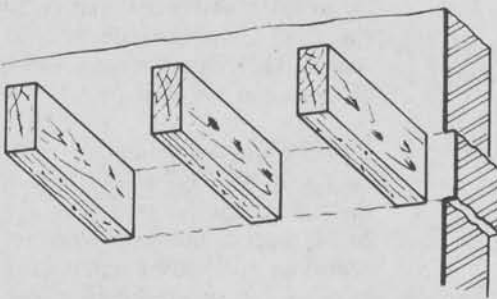


fig. 20-21

20.5 Elasticiteit en uitzetting

Voor naaldhout gelden de volgende waarden:

$$E_0 = 10^4 \text{ N/mm}^2;$$

$$\alpha_0 = 4 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

(0: evenwijdig aan de vezels)

REKENVOORBEELD

Op een klein spantje staat een kracht van 20 kN in punt C. De oplegreacties $F_{A,v}$ en F_B , zijn 10 kN. Spantschema in fig. 20-22. Als in punt A de kracht $F_{A,v}$ wordt ontbonden in de richtingen AC en AB, dan blijkt dat:

$$F_{AC} = 20 \text{ kN (drukkracht);}$$

$$F_{AB} = 10\sqrt{3} \text{ kN (trekkracht).}$$

Zie krachtendriehoek fig. 20-23 en hoofdstuk 4.

De afmetingen van de doorsneden van spantbeen AC en trekplaat AB zijn gegeven in fig. 20-24.

Controle spantbeen AC

AC wordt op druk belast en kan dus uitknikken.

Zie hoofdstuk 18:

$$\frac{l_{AC}}{d} = \frac{2500 \text{ mm}}{71 \text{ mm}} = 35$$

Volgens fig. 18-4 is $\omega f = 80\% \times 1,8 = 1,4 \text{ N/mm}^2$,

dus:

$$F = \omega \cdot f \cdot A = 1,4 \text{ N/mm}^2 \times 71 \text{ mm} \times 196 \text{ mm} = 19482 \text{ N.}$$

De kracht in AC was 20 kN. Het spantbeen is dus net niet zwaar genoeg.

Controle trekplaat AB

Doorsnede van de trekplaat

$$A = 12,1 \times 10^3 \text{ mm}^2.$$

Er ontstaat een verzwakking bij punt A door de keep van 30 mm. De werkzame doorsnede wordt:

$$A_{\text{werkzaam}} = 12,1 \times 10^3 \text{ mm}^2 - 30 \text{ mm} \times 71 \text{ mm}$$

$$A_{\text{werkzaam}} = 10^4 \text{ mm}^2.$$

(Reken dit na!)

Volgens tabel I is de treksterkte $f_t = 5,0 \text{ N/mm}^2$.

$$F_t = A \cdot f_t = 10^4 \text{ mm}^2 \times 5,0 \text{ N/mm}^2 = 50000 \text{ N} = 50 \text{ kN.}$$

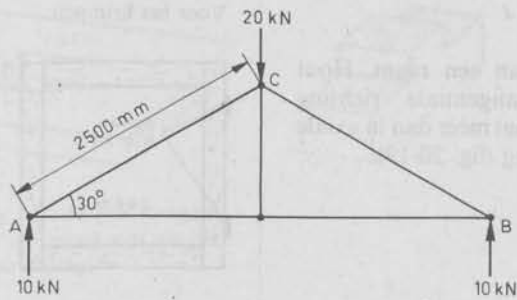


fig. 20-22

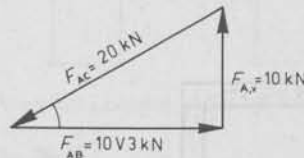


fig. 20-23

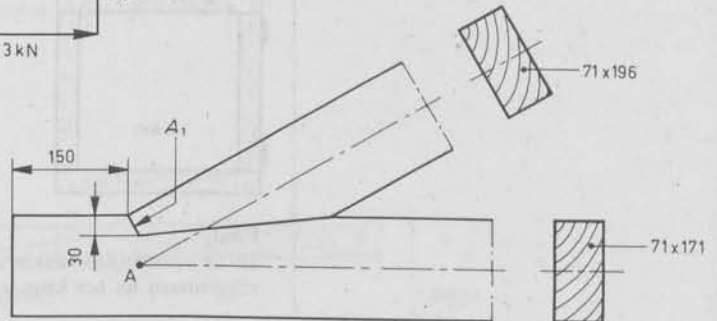


fig. 20-24 Detail van het spantje in punt A. Materiaal: naaldhout, standaard houwhout, klimaatklasse I, vierzijdig geschaafd. Sterkteklasse K18, zie tabel I

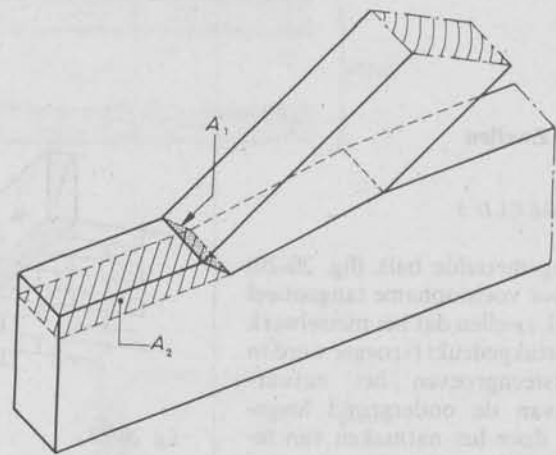


fig. 20-25

De trekplaat AB moest een kracht van $10\sqrt{3} \text{ kN}$ dragen, dat is ongeveer 17,3 kN. De afmetingen van de trekplaat zijn dus goed.

Controle tandverbinding

Zie fig. 20-25.

Het tandvlakje A_1 (zie ook fig. 20-24) moet de horizontale ontbondene van $10\sqrt{3} \text{ kN}$ kunnen overbrengen van spantbeen naar trekplaat.

Controleer of dit mogelijk is.

Het gearceerde vlak A_2 van fig.

20-25 heeft een oppervlak van

$$A_2 = 71 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$$

$$A_2 = 10650 \text{ mm}^2$$

Dit vlak wordt op afschuiving belast door de horizontale ontbondene van $10\sqrt{3} \text{ kN}$. Controleer of dit mogelijk is!

(Zie het boekje "Uitwerkingen van de Vraagstukken".)

21

Steen

21.1 Algemeen

Constructies in metselwerk, natuursteen en ongewapend beton kenmerken zich door een groot eigen gewicht, een grote duurzaamheid en geringe treksterkte. Van oudsher vinden deze materialen toepassing in op druk belaste constructies zoals stapelbouw (fig. 21-1) en gewelfbouw (fig. 21-2).

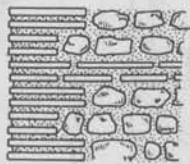


fig. 21-1 Stapelbouw

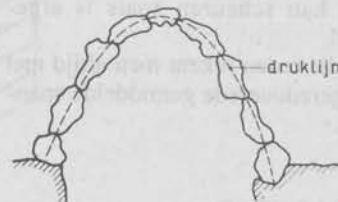


fig. 21-2 Gewelfbouw

21.2 Sterktewaarden

21.2.1 Druksterkten en soortelijke massa

Voor enkele waarden wordt verwezen naar fig. 21-3.

Toelichting op de materialen genoemd in fig. 21-3.

- 1 Natuursteen wordt gewonnen uit rotsmassieven.
- 2 Kalkzandsteen ontstaat door zand en kalk onder stoomdruk te zetten; de kleur is grauwwit. Kalkzandsteenklinker is blauw of draagt een stempel.
- 3 Beton wordt gemaakt door portlandcement (pc) of hoogoven cement (hc), zand, grind en water tot een brijachtige massa te mengen. Deze massa heet *betonspecie*. Na verharding hiervan spreekt men van *betonmortel* of kortweg *beton*. *Ongewapend beton* is beton zonder dat daarin staal verwerkt is, dit in tegenstelling tot *gewapend beton*.
- 4 Ongewapend beton 1:2:3 betekent dat het is samengesteld uit een mengsel van 1 maatdeel cement + 2 maatdelen zand + 3 maatdelen grind. (Er worden ook andere mengverhoudingen toegepast, zie hoofdstuk 23).
- 5 Hoe meer water bij het samenstellen van de betonspecie gebruikt wordt, *des te minder sterk*

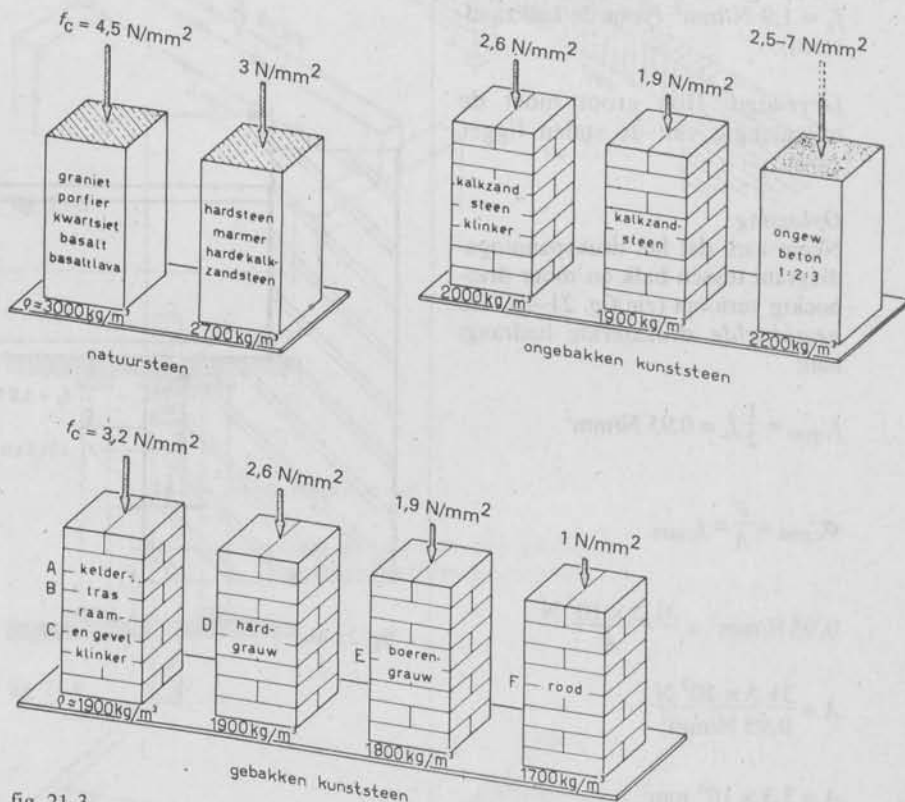


fig. 21-3

wordt het beton en *des te meer krimp* treedt er op bij de verharding.

- 6 Gebakken kunststeen (baksteen) wordt gevormd door het bakken van klei.
- 7 In fig. 21-3 zijn de benamingen van gebakken kunststeen in volgorde (A...F) van doorbakkenheid gegeven. Als de steen

hard wordt gebakken, ontstaan er glasachtige verbindingen in de steen die de sterkte verhogen, de waterdichtheid vergroten en de poreusheid verminderen. Kelderklinders zijn dus hard gebakken, de steensoort „rood” is zacht gebakken („rood” slaat daarbij niet op de kleur van de steen!!).

Drukspanningen treden bijvoorbeeld op bij opleggingen van balken op muren.

Een balk zal altijd iets doorbuigen. In fig. 21-4a is dat overdreven getekend.

De balk drukt dan voornamelijk op het hoekpunt A, waardoor de oplegging kan scheuren zoals is afgebeeld.

Om die reden rekent men altijd met een gereduceerde gemiddelde spanning.

VOORBEELD

Gegeven: Een HE 200 B breedflersbalk ligt op een kalkzandsteenmuur.

De oplegreactie is 31,50 kN.

$f_c = 1,9 \text{ N/mm}^2$ (voor de kalkzandsteen).

Gevraagd: Hoe groot moet de oplegglengte van de stalen ligger zijn?

Oplossing:

Neem aan, dat het drukspanningsdiagram tussen balk en muur driehoekig verloopt (zie fig. 21-4b). De gemiddelde druksterkte bedraagt dan:

$$f_{c,gem} = \frac{1}{2} f_c = 0,95 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,gem} = \frac{F}{A} = f_{c,gem}$$

$$0,95 \text{ N/mm}^2 = \frac{31,5 \times 10^3 \text{ N}}{A}$$

$$A = \frac{31,5 \times 10^3 \text{ N}}{0,95 \text{ N/mm}^2}$$

$$A = 3,3 \times 10^4 \text{ mm}^2$$

De breedte van de HE 200 B balk is 200 mm.

De lengte van de oplegging is:

$$l = \frac{3,3 \times 10^4 \text{ mm}^2}{200 \text{ mm}}$$

$$l = 166 \text{ mm}$$

De oplegglengte kan dus eventueel worden afgerond op 2 koppen = 220 mm.

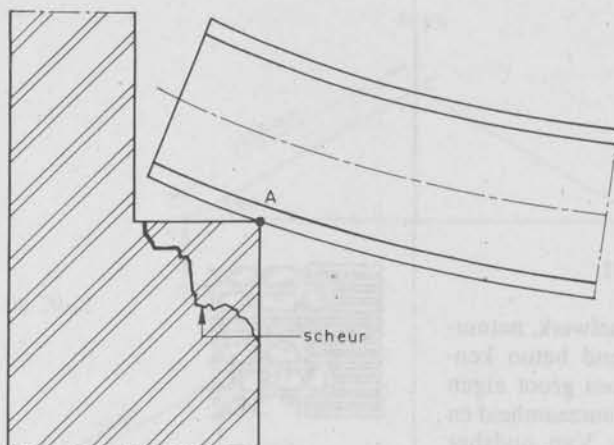


fig. 21-4a

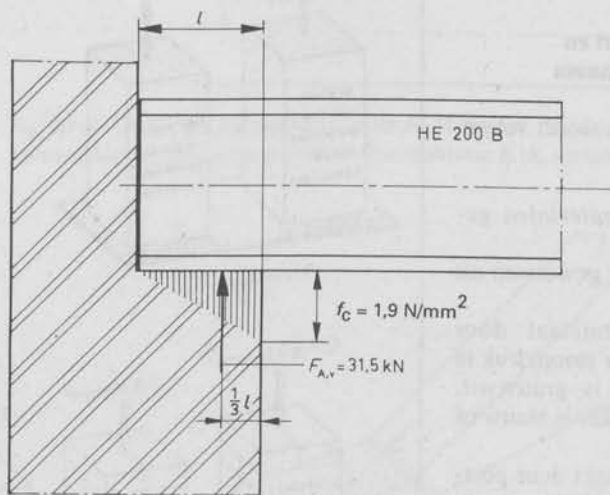


fig. 21-4b

21.2.2 Trekspanning

Nagenoeg alle steenachtige materialen kunnen zeer slecht trekspanningen opnemen (fig. 21-5).

De constructies in fig. 21-6, 21-7 en 21-9 zijn dus foutief (tenzij de belasting F zeer klein is ten opzichte van de afmetingen van de constructie).

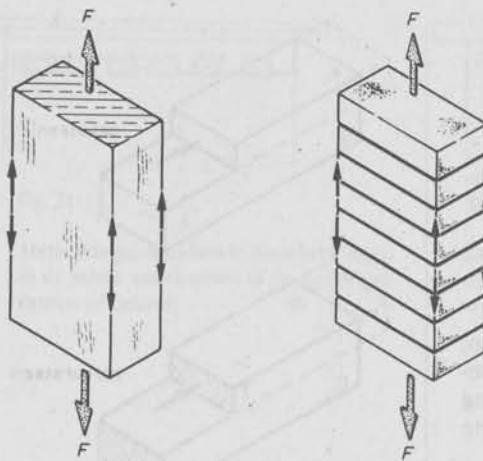


fig. 21-5

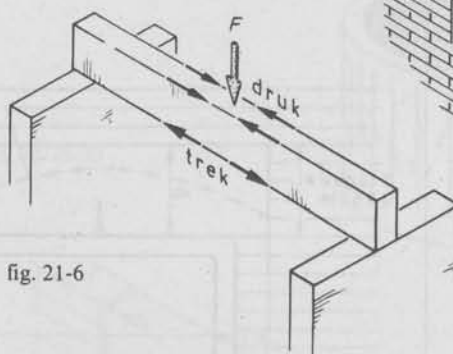


fig. 21-6

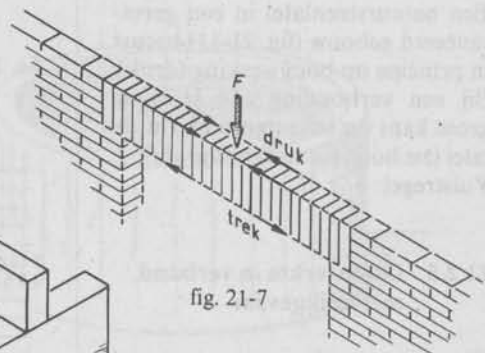


fig. 21-7

Het komt vaak voor dat bij verbouwingen een dragende muur verwijderd wordt en dat de dragende functie van deze muur wordt overgenomen door een stalen ligger (fig. 21-8). Deze balk dient d.m.v. wiggen op spanning te worden gebracht. Dit voorkomt zettingsscheuren in de bovenliggende constructie (b.v. metselwerk).

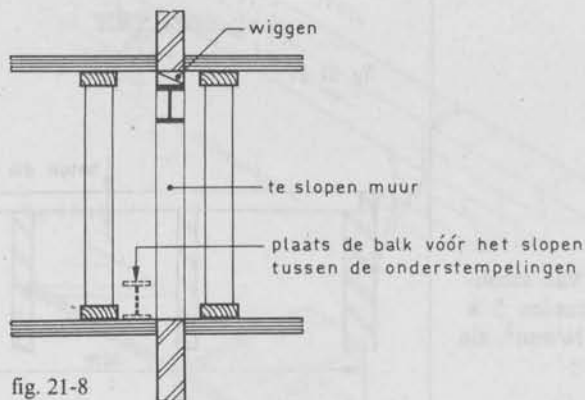


fig. 21-8

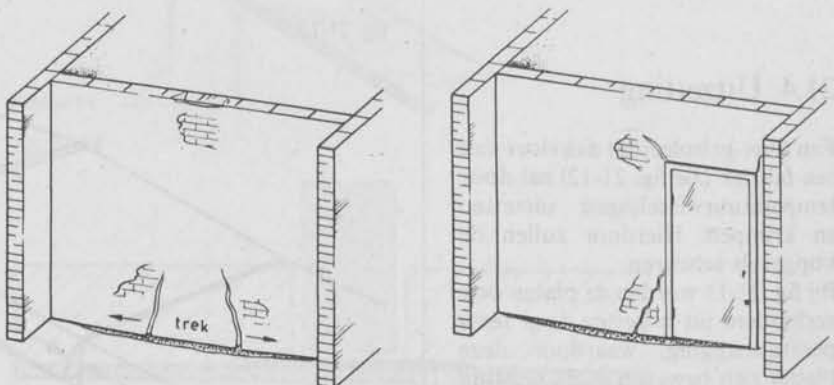


fig. 21-9 Als de vloer waarop de tussenmuur staat, doorbuigt, kunnen er scheuren optreden, omdat de stenen muur geen trek kan opnemen.

21.2.3 Schuifsterkte

$$f_v = 0,7 \text{ N/mm}^2$$

Dit geldt voor bijna alle steenachtige materialen. Zie ook fig. 21-10.

21.2.4 Buigspanning

Steen kan nauwelijks trek opnemen, dus ook geen buiging, tenzij de belasting en de overspanning gering zijn in verhouding tot de hoogte van de balk.

Een natuursteenlatei in een geres- taureerd gebouw (fig. 21-11) berust in principe op boogwerking (druk). Bij een verhouding $h < \frac{1}{4}l$ is er grote kans op scheuren onderin de latei (zie buigspanningsdiagram). Vuistregel: $h \geq \frac{1}{4}l$.

21.2.5 Druksterkte in verband met knikgevaar

Hiervoor wordt verwezen naar hoofdstuk 18 "Knik".

21.3 Elasticiteit

De elasticiteitsmodulus van steenachtige materialen ligt tussen $5 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$ en $60 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$, zie tabel I achter in dit boek.

21.4 Uitzetting

Een (niet-geïsoleerde) dakvloer van een fabriek (zie fig. 21-12) zal door temperatuurwisselingen uitzetten en krimpen. Hierdoor zullen de kopgevels scheuren.

Bij fig. 21-13 worden de platen ook verhinderd uit te zetten door temperatuurstijging, waardoor deze platen zich bewegen in de richting waarin ze de minste weerstand ondervinden (opbollen).

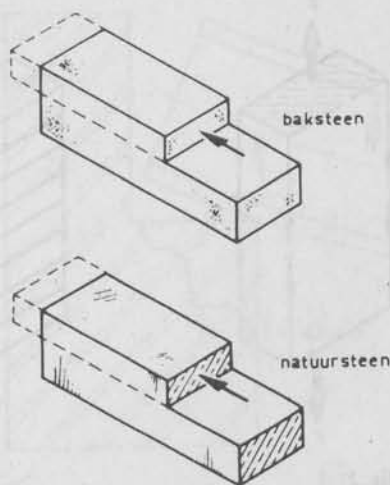


fig. 21-10 Schuifspanningen

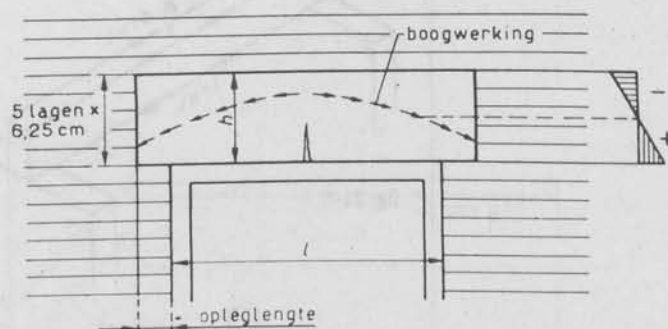


fig. 21-11

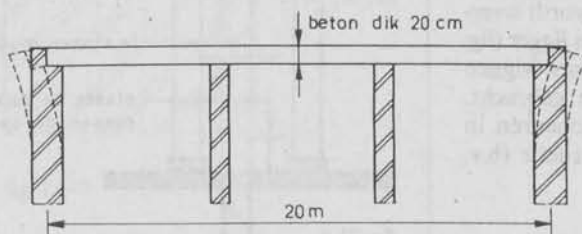


fig. 21-12

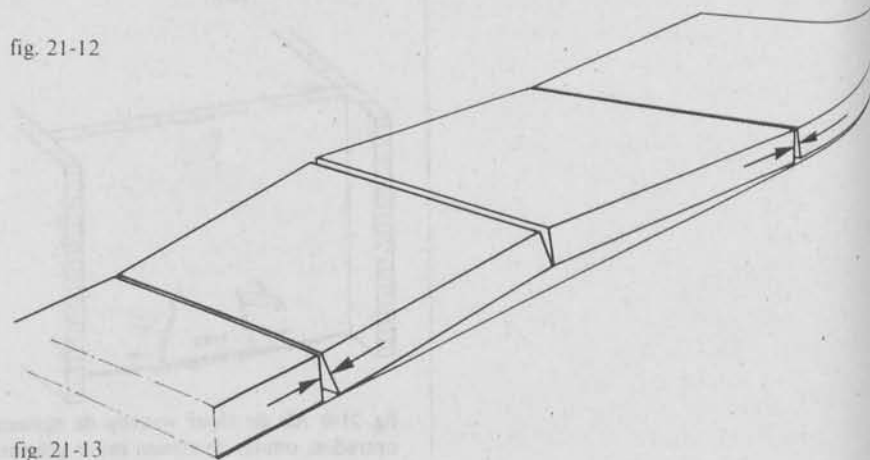


fig. 21-13

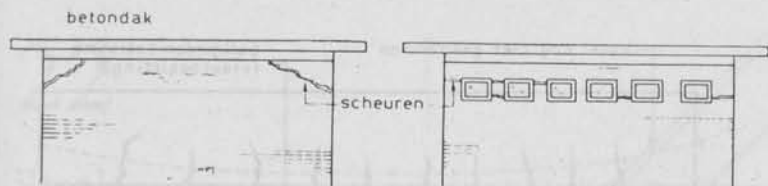


fig. 21-14

Lengteverandering van het dak door temperatuurverandering geeft scheuren in het metselwerk (het dak wordt t.g.v. zonbestraling vaak veel vlugger warm dan de muren)

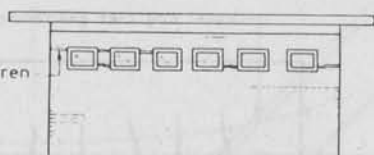


fig. 21-15

Hetzelfde geldt indien er doorbrekingen in de muur voorkomen in de vorm van ramen of deuren

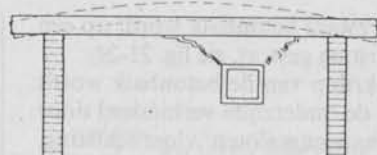


fig. 21-16

Doordat de bovenkant van het betondak warmer wordt dan de onderkant wil dit bol gaan staan

De betonnen tank van fig. 21-17 bevat een warme vloeistof. De tank zal aan de buitenkant scheuren. Dit is een gevolg van het feit dat, door de hoge temperatuur van de vloeistof, de binnenzijde van de betonnen tank zal uitzetten.

De buitenzijde, die in aanraking komt met de koelere omgeving zal niet evenveel uitzetten, waardoor scheurvorming optreedt.

Remedie: de betonnen tank aan de buitenkant isoleren. Hierdoor houdt de betonwand een nagenoeg constante temperatuur.

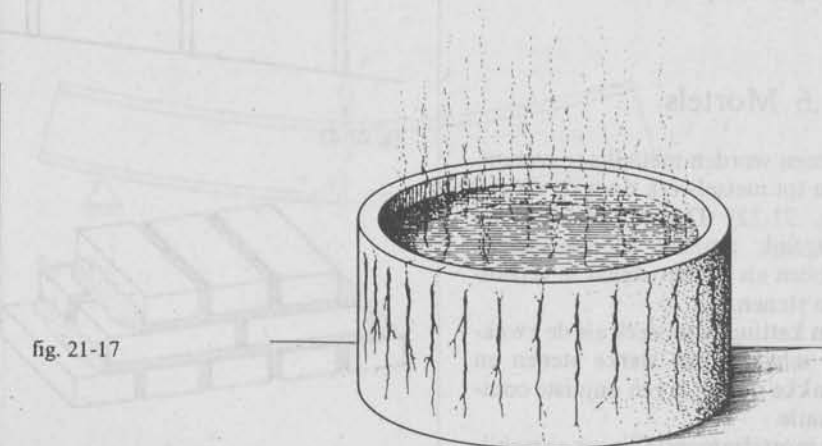


fig. 21-17

21.5 Krimp

Natuursteen en baksteen krimpen nagenoeg niet.

Verse kalkzandsteen en vers beton krimpen relatief vrij sterk gedurende de eerste maanden na de verhardingsproces.

Een op het baksteenmetselwerk gestorte gewapendbetonbalk trekt door de krimp het metselwerk stuk ter plaatse van zijn opleggingen (fig. 21-18).

Remedie: beton loshouden van het metselwerk door er een laagje asfaltpapier tussen te doen.

Een betonkolom in een baksteenmuur die aan één zijde bepleisterd is, zal scheuren in het pleisterwerk veroorzaken (fig. 21-19).

Remedie: kolom iets naar achteren plaatsen en ontstane opening afdekken met gaas, waarover pleisterwerk (fig. 21-20).

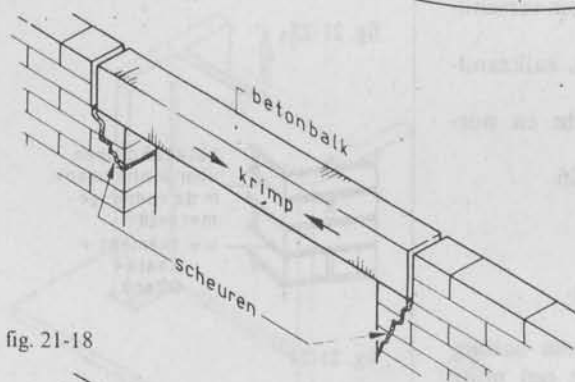


fig. 21-18

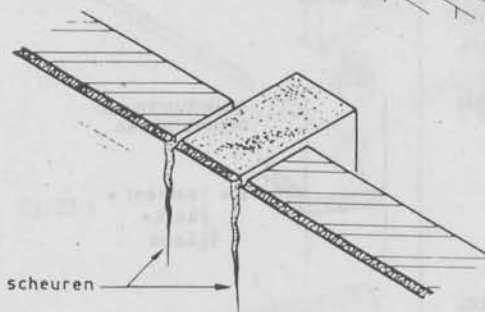


fig. 21-19

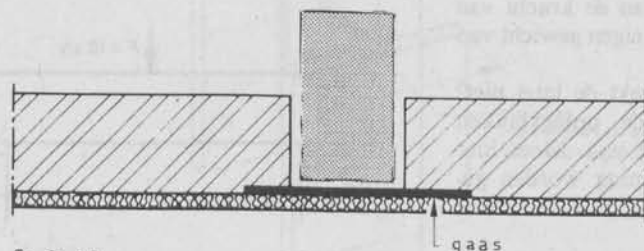


fig. 21-20

Een zware betonbalk wordt op een bekisting gestort, zie fig. 21-21. De krimp van de betonbalk wordt aan de onderzijde verhinderd door de aaneengesloten vloerbekisting, waardoor scheurvorming optreedt.

Remedie: kort na de aanvang van het verhardingsproces de vloerbekisting gedeeltelijk verwijderen en de voorspanning geleidelijk aanbrengen en opvoeren.

21.6 Mortels

Stenen worden met elkaar verbonden tot metselwerk door de mortel (fig. 21-22). De mortel moet zo mogelijk dezelfde eigenschappen hebben als de met elkaar te verbinden stenen.

Een ketting is zo sterk als de zwakste schakel: dus sterke stenen en zwakke mortel is een onjuiste combinatie.

De mortelsamenstellingen verschillen voor:

- betonsteen, baksteen, kalkzandsteen;
- waterdicht, vochtdicht en normaal werk.

Zie ook fig. 21-23...21-26.

21.7 Opmachten

1 **Gegeven:** Een latei van natuursteen is opgelegd in een muur van metselwerk van klinkers. Zie fig. 21-27.

De oplegoppervlakte aan beide zijden is 11 cm × 22 cm.

De latei is 6 lagen hoog.

$$\gamma_{\text{latei}} = 30 \text{ kN/m}^3;$$

$$f_{c;\text{klinkers}} = 3,2 \text{ N/mm}^2$$

Gevraagd:

- a De totale lengte van de latei.
- b De optredende trekspanning tengevolge van de kracht van 10 kN en het eigen gewicht van de latei.
- c Waarom breekt de latei niet?
- d Ga na of de oplegvlakken groot genoeg zijn. Moet hier op randspanning worden gerekend?

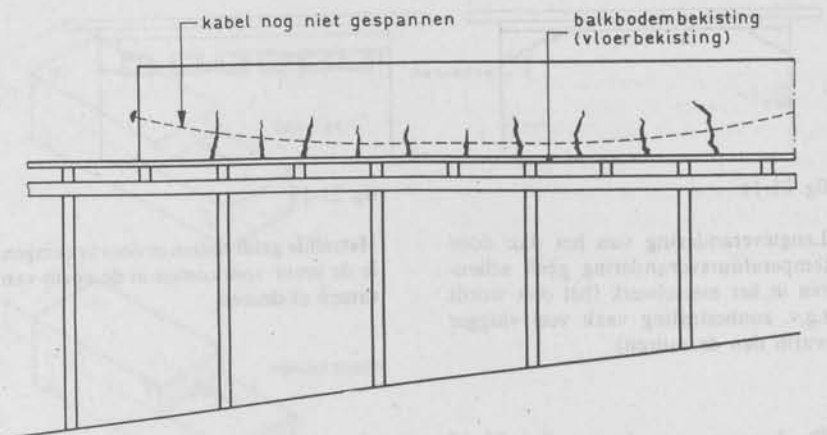


fig. 21-21

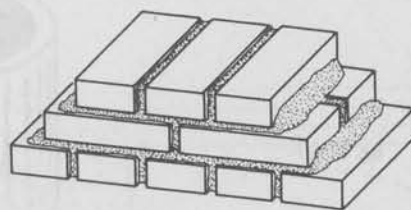


fig. 21-22



fig. 21-24

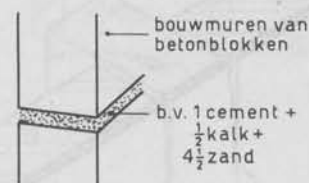


fig. 21-26

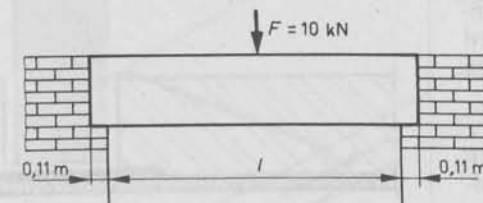


fig. 21-27



fig. 21-23

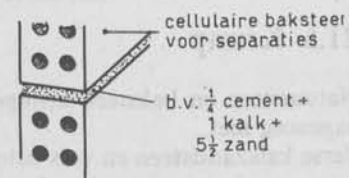


fig. 21-25

22

Staal

22.1 Sterkte

Staal is sterk, taai en hard en, in vergelijking met andere materialen, homogeen van samenstelling. Hieronder zijn sterktewaarden opgegeven voor normaal toegepast constructiestaal, nl. S 235.

22.2 Spanningen / sterkte

22.2.1 Druksterkte

$f_c = 180 \text{ N/mm}^2$ mits er geen knikgevaar is (zie voor "knik" hoofdstuk 18).

22.2.2 Treksterkte

$f_t = 180 \text{ N/mm}^2$.
Rekening houden met gatverzwakking, zie fig. 22-1.

22.2.3 Schuifsterkte

$f_v = 105 \text{ N/mm}^2$.

22.2.4 Buigsterkte

$f_m = 180 \text{ N/mm}^2$.
Zie fig. 22-2.

22.2.5 Ideële spanning

Ideële spanning is een combinatie van normaalspanning en schuifspanning. Zie fig. 22-3.

22.2.6 Knik

Bij het berekenen op knik is het altijd van belang in welke richting het traagheidsmoment en dus de traagheidsstraal het kleinst is (zie fig. 22-4).

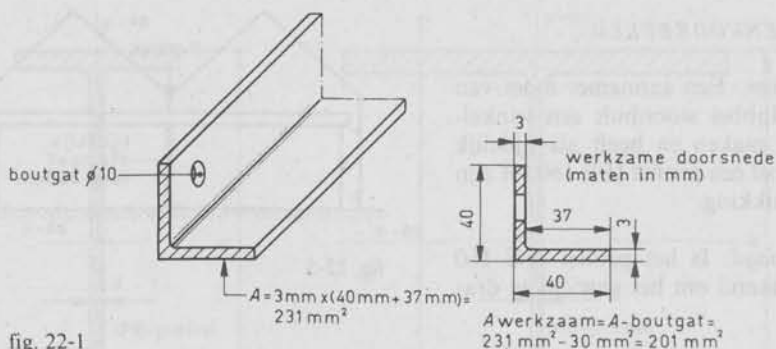


fig. 22-1

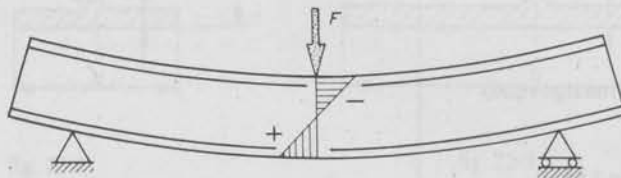


fig. 22-2

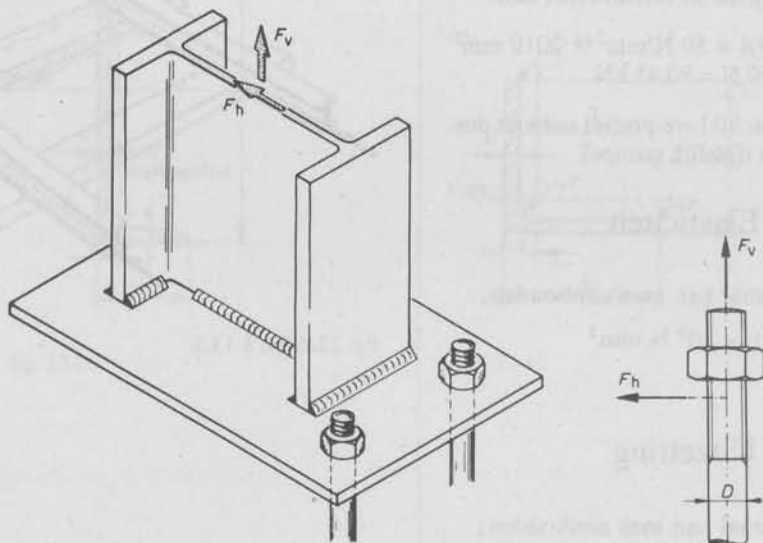


fig. 22-3

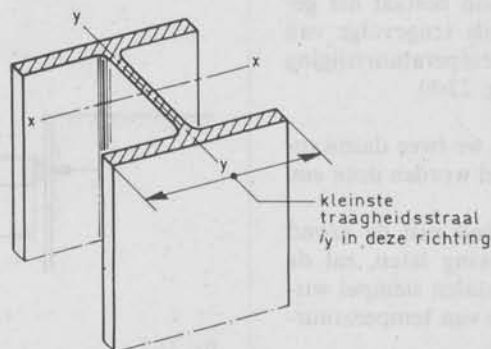


fig. 22-4

REKENVOORBEELD

Gegeven: Een aannemer moet van een dubbel woonhuis een winkelpand maken en heeft als tijdelijk stempel een profiel IPE 160 tot zijn beschikking.

Gevraagd: Is het profiel IPE 160 toereikend om het gewicht te dragen?

Oplossing:

$$i_x = 6,58 \text{ cm}$$

$$i_y = 1,84 \text{ cm (maatgevend)}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{250 \text{ cm}}{1,84 \text{ cm}} = 135,9$$

$$\omega_f = 50 \text{ N/mm}^2$$

(zie grafiek fig. 18-8.)

$$A = 2010 \text{ mm}^2$$

Toelaatbaar in verband met knik:

$$F = \omega_f A = 50 \text{ N/mm}^2 \times 2010 \text{ mm}^2 = 90450 \text{ N} = 90,45 \text{ kN}.$$

Het beschikbare profiel voldoet dus niet als tijdelijk stempel.

22.3 Elasticiteit

Voor staal kan men aanhouden:

$$E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

22.4 Uitzetting

Voor staal kan men aanhouden:

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

Bij een spoorbaan bestaat het gevaar, dat de rails tengevolge van uitzetting bij temperatuurstijging opbollen (zie fig. 22-6).

In fig. 22-7 zien we twee damwanden, die gesteund worden door een stalen stempel.

Als we de invloed van de grond buiten beschouwing laten, zal de spanning in de stalen stempel wisselen tengevolge van temperatuurwisselingen.

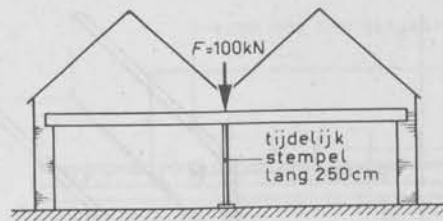


fig. 22-5

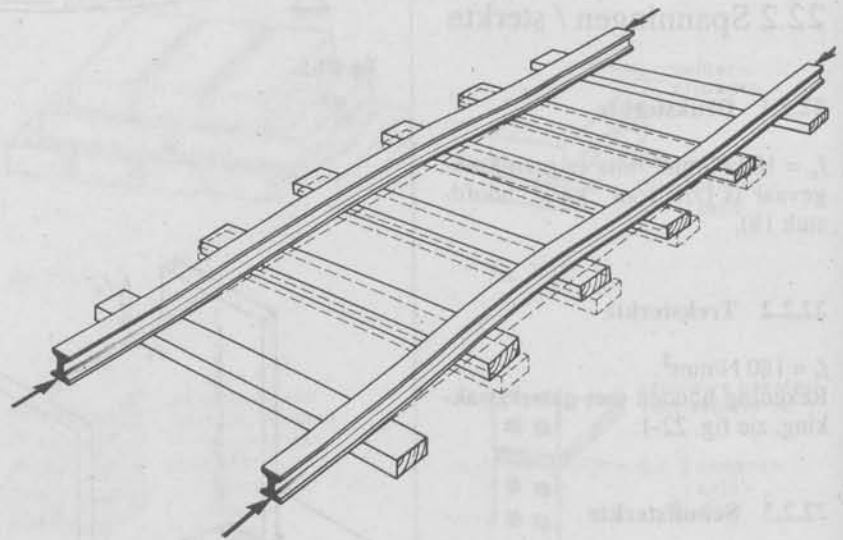


fig. 22-6 Zie § 13.5.

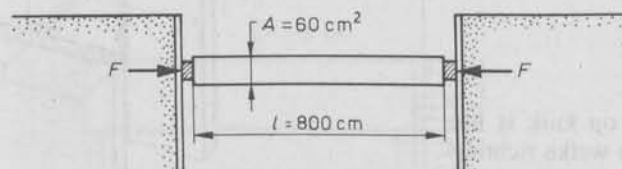


fig. 22-7

22.5 Soortelijke massa

Voor staal kan men aanhouden:

$$\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$$

22.6 Construeren in staal

Als we construeren in staal is het noodzakelijk te beschikken over:

1 Profielenboeken. In deze profielenboeken staan allerlei profielen gegeven met hun eigenschappen, zoals:

- traagheidsmomenten en traagheidsstralen t.o.v. de x- en y-as;
 - de afmetingen;
 - de weerstandsmomenten t.o.v. de x- en y-as;
 - de oppervlakte van de doorsnede.
- enz.

In de fig. 22-8...22-11 zijn enkele veel voorkomende profielen weergegeven.

2 Technische Grondslagen voor Bouwconstructies - T.G.B. 1990 - Staal - Basiseisen en basisrekenregels voor overwegend statisch belaste constructies NEN 6770.

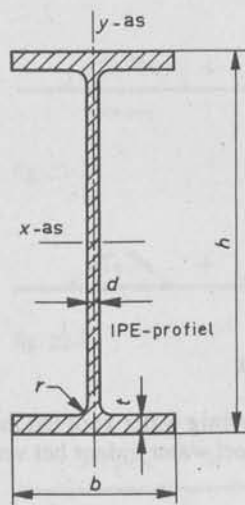


fig. 22-8

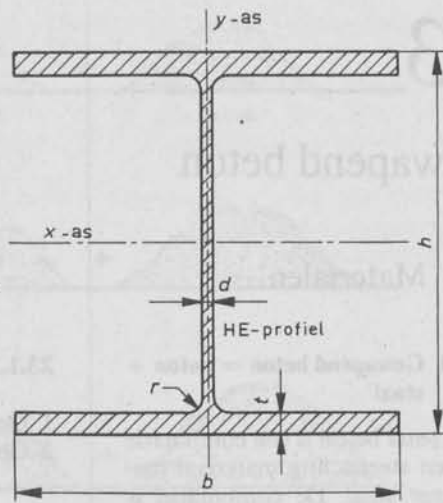


fig. 22-9

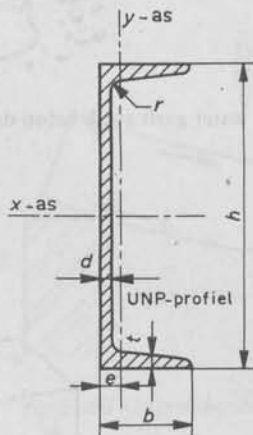


fig. 22-10

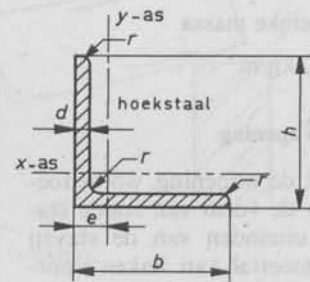


fig. 22-11

23

Gewapend beton

23.1 Materialen

23.1.1 Gewapend beton = beton + staal

Gewapend beton is een combinatie van een steenachtig materiaal (beton) met staal. De combinatie, is mogelijk doordat:

- 1 de materialen goed aan elkaar hechten;
 - 2 de uitzettingscoëfficiënten van de materialen ongeveer gelijk zijn.
- Het „normaal” gebruikte beton (B25) heeft een dusdanige kwaliteit dat

$$f_c = 12 \text{ N/mm}^2 \text{ en}$$
$$f_v = 0,5 \text{ N/mm}^2$$

De soortelijke massa

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

23.1.2 Wapening

Het staal, de wapening, wordt toegepast in de vorm van ronde staven; de uiteinden van de staven worden meestal van haken voorzien om het staal goed in het beton te verankeren.

Afmetingen van de haken: zie fig. 23-1 en 23-2. De kwaliteit van het gebruikte staal is zodanig dat

$$f_s = 335 \text{ N/mm}^2 \text{ (FeB 500)}$$

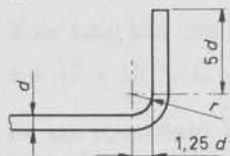


fig. 23-1 Haak voor zacht staal.

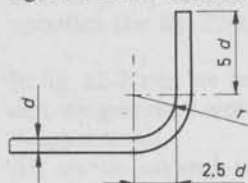


fig. 23-2 Haak voor FeB 500.

Voor hoogwaardig staal geldt

$$r = 2,5d.$$

23.1.3 Water

- 1 Gebruik weinig water voor het mengen (fig. 23-3 en fig. 23-4).
- 2 Gebruik veel water tijdens het verharden (fig. 23-5 en 23-6).

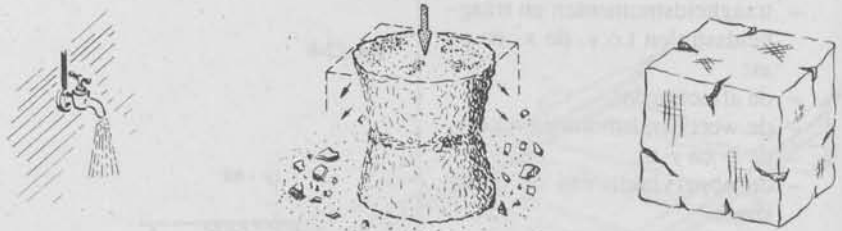


fig. 23-3 Veel water geeft zwak beton dat veel krimpt

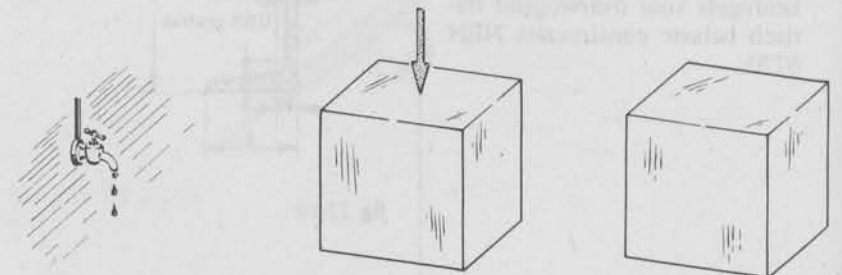


fig. 23-4 Weinig water geeft sterk beton dat weinig krimpt

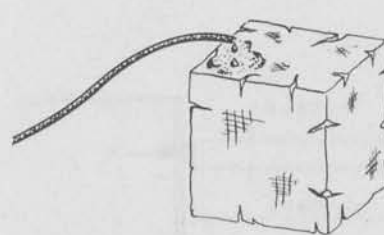


fig. 23-5 Slecht nathouden bevordert krimp

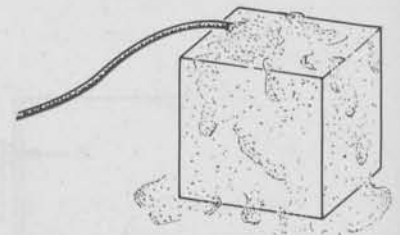


fig. 23-6 Goed nathouden voorkomt krimp

23.1.4 Mengverhoudingen (in maaddelen)

- 1 Voor waterdichte betonconstructies, zie fig. 23-7.
- 2 Voor normale betonconstructies, zie fig. 23-8.
- 3 Voor werkvloeren, zie fig. 23-9.

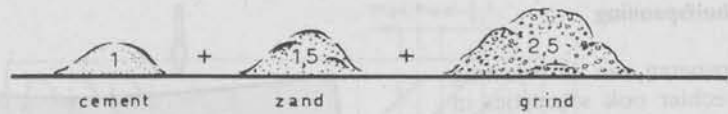


fig. 23-7



fig. 23-8



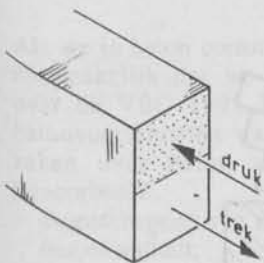
fig. 23-9

23.2 Spanningen

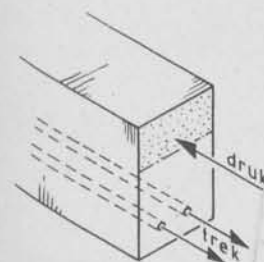
23.2.1 Principe van de krachtoverdracht

Beton kan wél goed druk-, maar nagenoeg géén trekspanningen opnemen (fig. 23-10 en 23-11).

Daarom wordt wapening aangebracht ter plaatse van de trekspanningen, want staal kan wél goed trekspanningen opnemen (fig. 23-12).



Principe krachtoverdracht bij een balk bestaande uit één soort materiaal.



Principe krachtoverdracht bij een balk bestaande uit gewapend beton. Het bovenste deel van de betonbalk brengt de druk over. De wapening brengt de trek over.

fig. 23-12

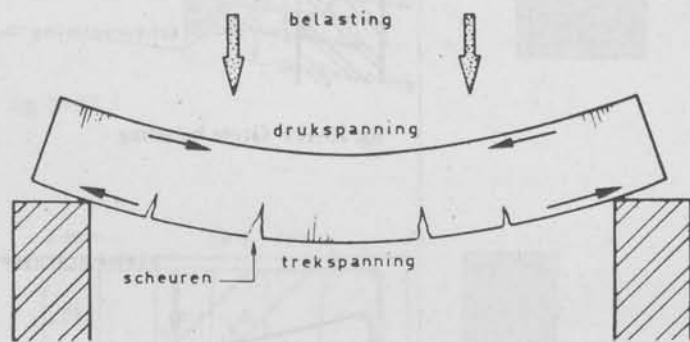


fig. 23-10 Ongewapende betonbalk onder belasting



fig. 23-11 De ongewapende balk vertoont scheuren door het optreden van trekspanningen aan de onderzijde van de balk.

23.2.2 Schuifspanning

Bij het opvoeren van de belasting ontstaan echter ook scheurtjes in de balk, doordat het bovendeeil van de balk t.o.v. het onderste deel wil verschuiven (fig. 23-13). Men kan dit begrijpen door een aantal los op elkaar liggende planken te bekijken (fig. 23-14).

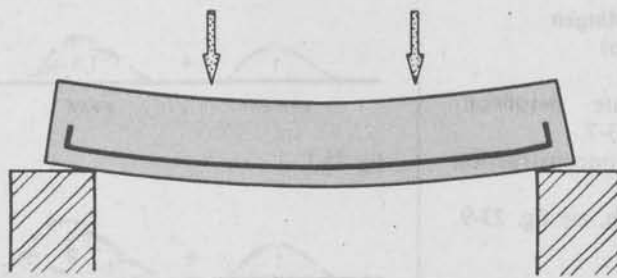


fig. 23-13a Geringe belasting

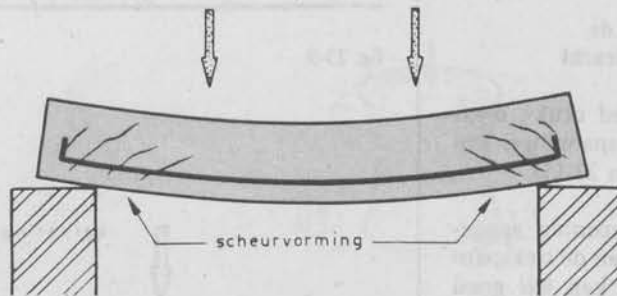


fig. 23-13b Grote belasting

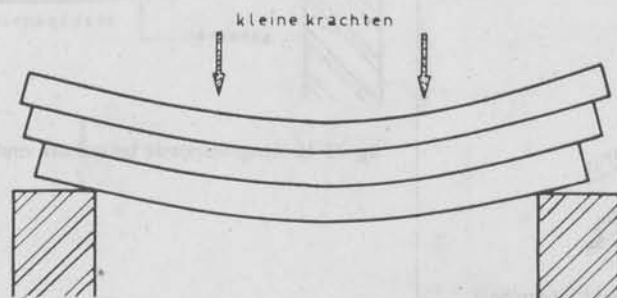


fig. 23-14a Los op elkaar liggende planken schuiven over elkaar bij buiging

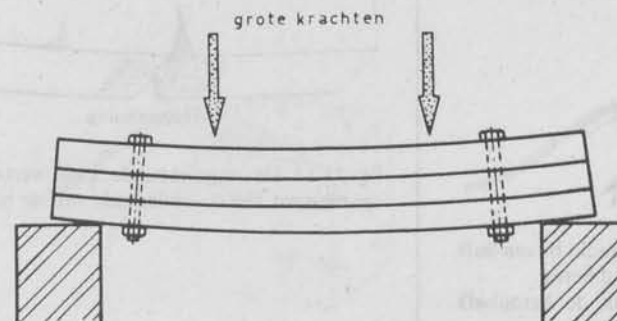


fig. 23-14b Als we het over elkaar schuiven beletten door bouten, zijn de planken in staat een veel grotere belasting te dragen.

Het ontstaan van de scheuren tengevolge van de schuifspanningen in een gewapend-betonbalk kunnen we voorkomen door opgebogen wapening en/of beugels (fig. 23-15 en 23-16). Deze hebben dezelfde functie als de bouten in fig. 23-14. Breng de hoofdwapening altijd aan op de plaatsen waar „trek”-spanningen in de constructie optreden. Voor details zie ook fig. 23-17, 23-18 en 23-19.

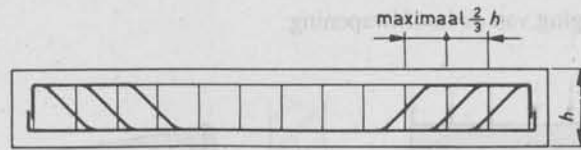


fig. 23-15 Balk met opgebogen wapening en beugels

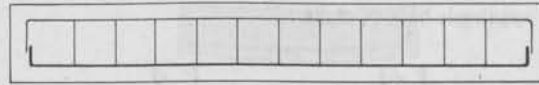


fig. 23-16 Balk met beugels; maximale afstand 300 mm h.o.h. Ter plaatse van schuine trekspanningen maximaal $\frac{2}{3}h$ totaal.

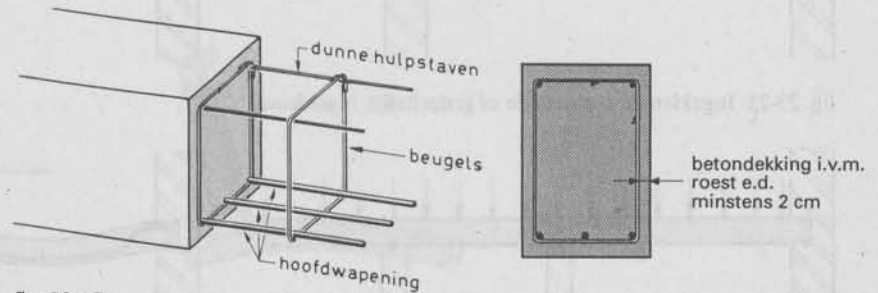


fig. 23-17

Als we in beton construeren is het noodzakelijk dat we beschikken over de VBC 1995. Dit zijn de betonvoorschriften waarin allerlei zaken over beton staan, zoals bijvoorbeeld:

- eigenschappen van een bepaalde betonkwaliteit;
- eisen t.a.v. de betonconstructie (uitvoering, doorbuiging, enz.);
- berekeningsmethoden;
- enz.

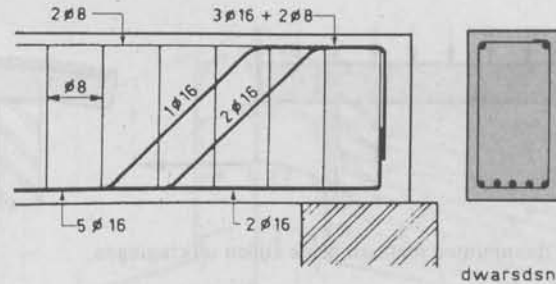


fig. 23-18 Voorbeeld van de wapening van een gewapend-betonbalk

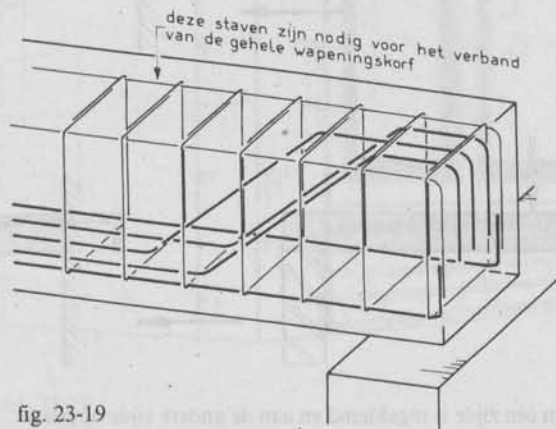


fig. 23-19

Voorbeelden van de ligging van de hoofdwapening

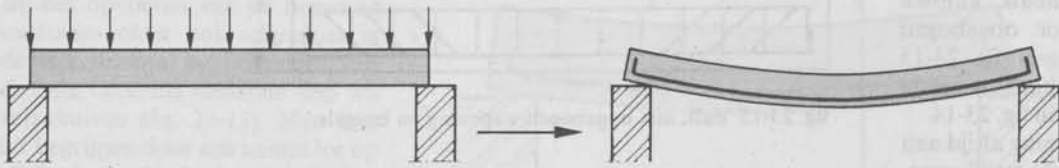


fig. 23-20: Los (scharnierend) opgelegde balk of plaat.

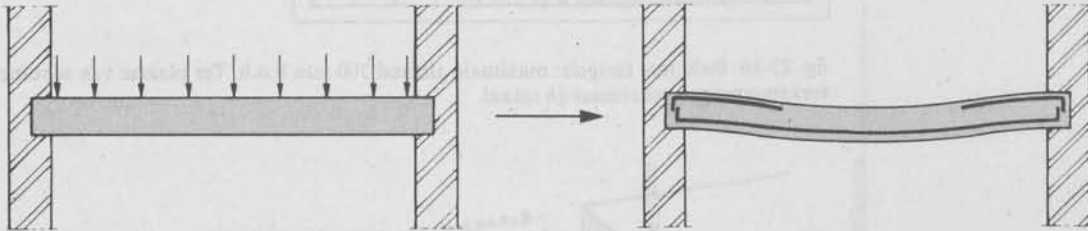


fig. 23-21 Ingekleemde constructie of gedeeltelijk ingekleemd.

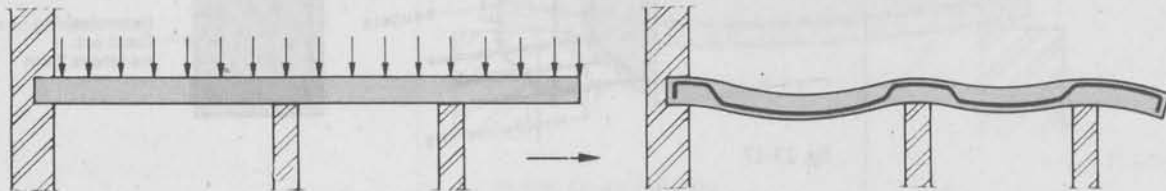


fig. 23-22 Balk of plaat op verscheidene steunpunten.

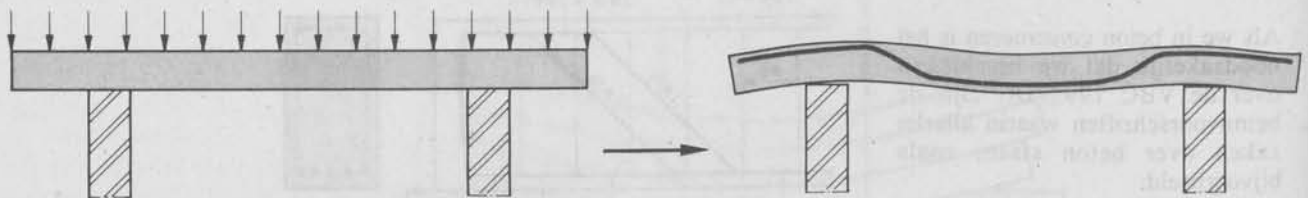


fig. 23-23 Balk of plaat op 2 steunpunten met aan beide zijden uitkragingen.

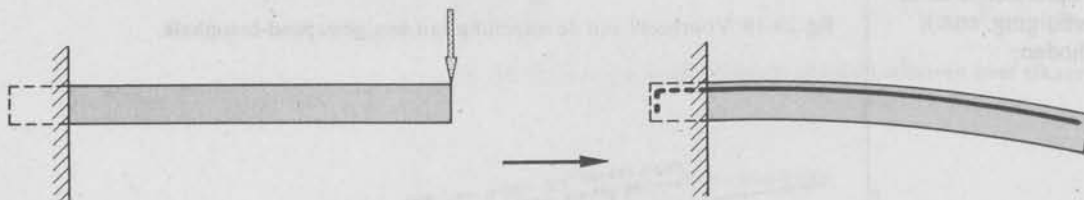


fig. 23-24 Ingekleemde balk.

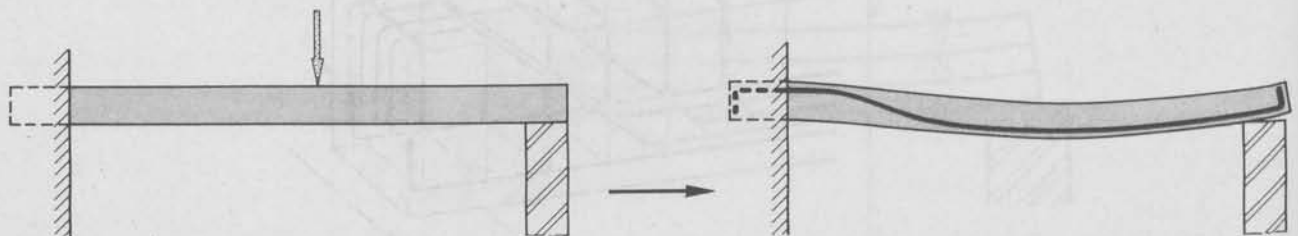


fig. 23-25 Balk of plaat die aan één zijde is ingekleemd en aan de andere zijde opgelegd.

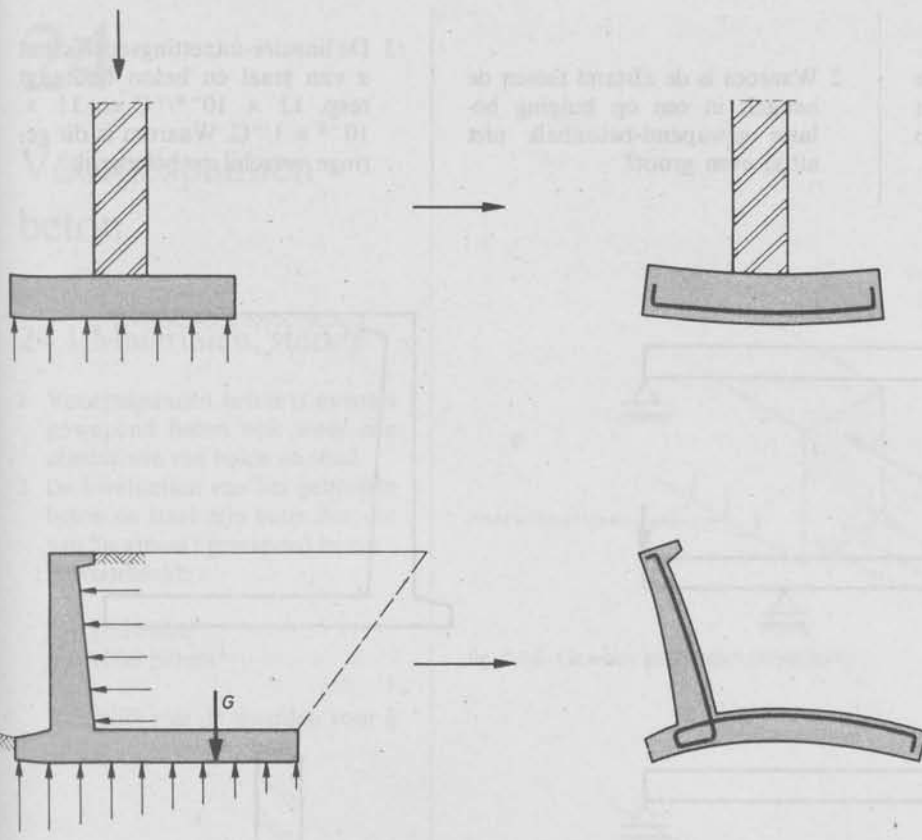


fig. 23-27 Keermuur

Wat de betondekking betreft, wordt verwezen naar de VBC 1995 (fig. 27-35).

In de praktijk wordt een betondekking gerealiseerd door afstandhouders. Als de beugels te weinig dekking krijgen dan heeft dit tot gevolg dat het beton gaat scheuren. Hierdoor gaan deze beugels roesten, hetgeen bijzonder nadelig is voor de constructie (fig. 23-28).

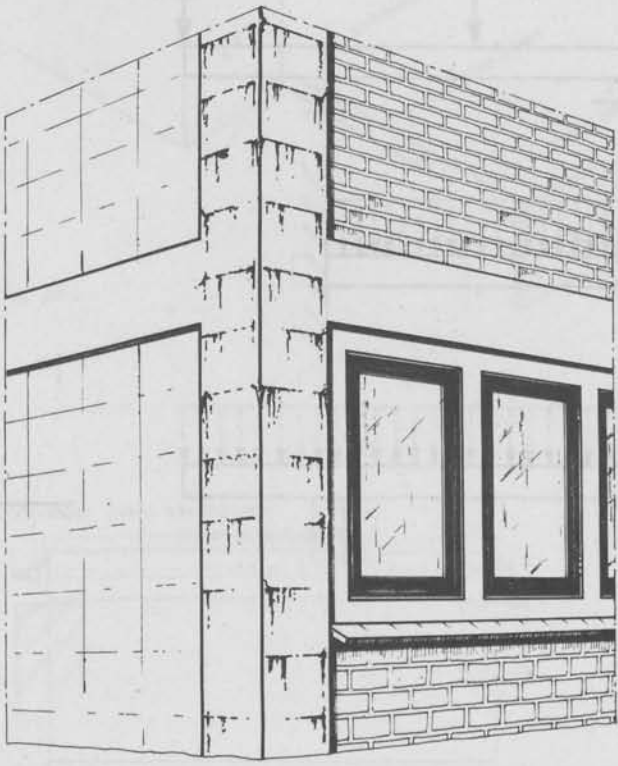


fig. 23-28

23.3 Opgaven

1 Teken in fig. 23-29a...i de hoofdwapening die nodig is om de optredende trekspanning op te nemen.

2 Waarom is de afstand tussen de beugels in een op buiging belaste gewapend-betonbalk niet altijd even groot?

3 De lineaire-uitzettingscoëfficiënt α van staal en beton bedraagt resp. $12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ en $11 \times 10^{-6} \times 1/^{\circ}\text{C}$. Waarom is dit geringe verschil zo belangrijk?

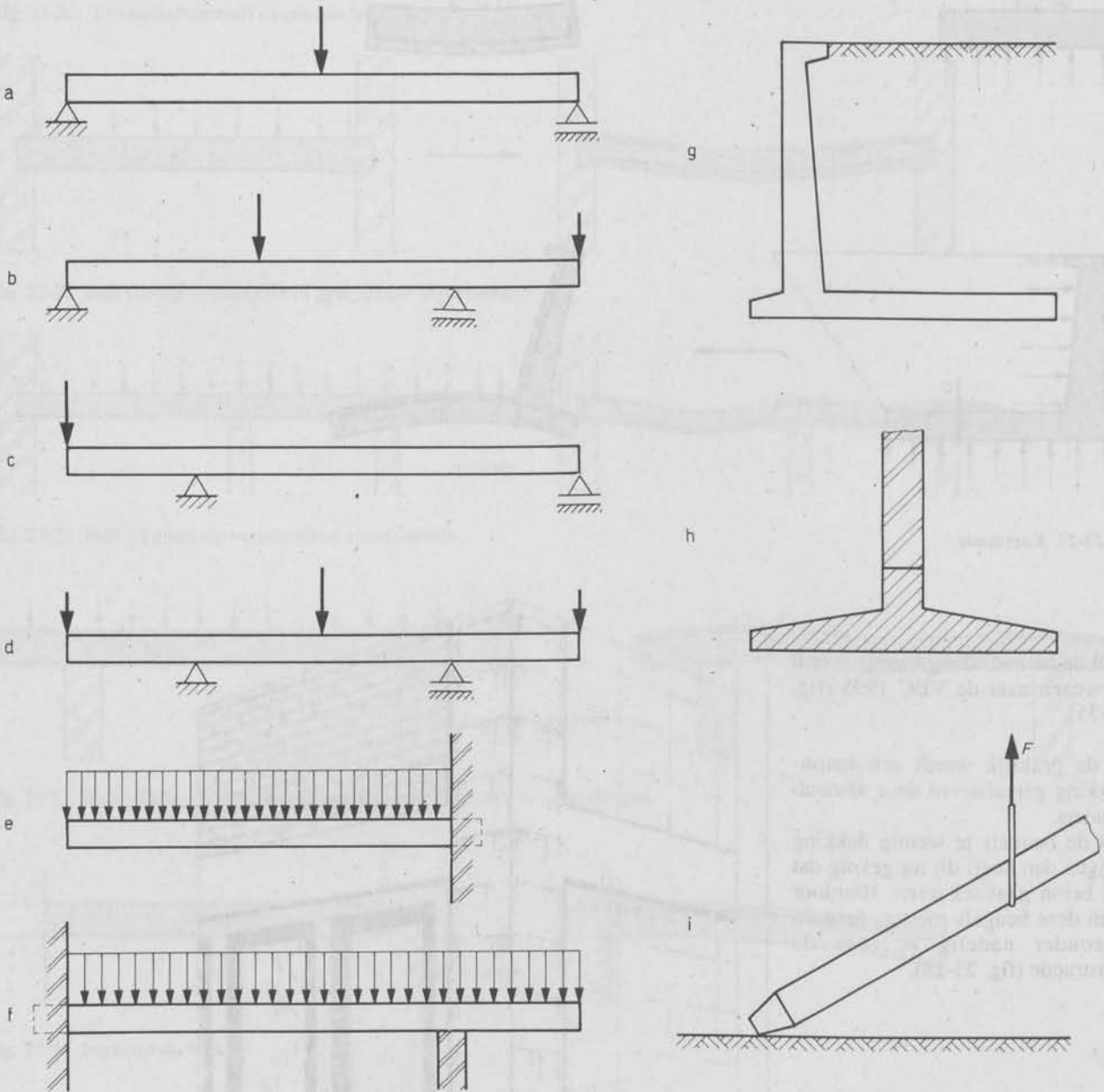


fig. 23-29

24

Voorgespannen beton

24.1 Materialen; sterkte

- 1 Voorgespannen beton is evenals gewapend beton ook weer een combinatie van beton en staal.
- 2 De kwaliteiten van het gebruikte beton en staal zijn beter dan die van "normaal" gewapend beton. Bijvoorbeeld:

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$
$$f_s = 1200 \text{ N/mm}^2$$

Vergelijk met de waarden voor § 23.1.

24.2 Principe van de krachtsoverdracht

Het nadeel van gewapend beton is, dat slechts een klein deel van het beton benut wordt, zodat dus in feite het materiaal niet economisch wordt toegepast. Voorgespannen beton bezit deze nadelen niet.

Slechts het in fig. 24-1 gestippelde deel van de balk brengt drukspanningen over, hetgeen een oneconomisch materiaalgebruik geeft. Ondanks de wapening ontstaan in de „trekzone” toch haarscheurtjes, die overigens niet ernstig zijn, maar ook niet prettig (aantasting staal). Een voorgespannen betonbalk bestaat in principe uit een betonbalk met een daarin uitgespaard kanaal. Door dit kanaal voert men een stalen staaf in de vorm van een soort „lange bout” (fig. 24-2).

Na het doorvoeren van de staaf wordt op het draadeinde een moer zeer vast aangedraaid (fig. 24-3). Daardoor wordt de balk onder een constant blijvende drukkracht F gebracht.

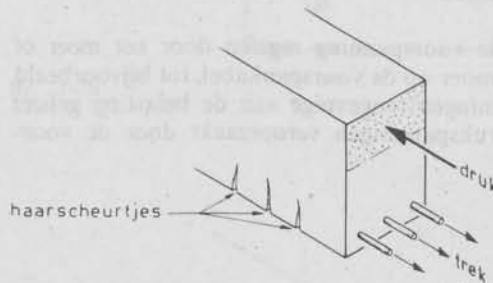


fig. 24-1 Gewone gewapend-betonbalk

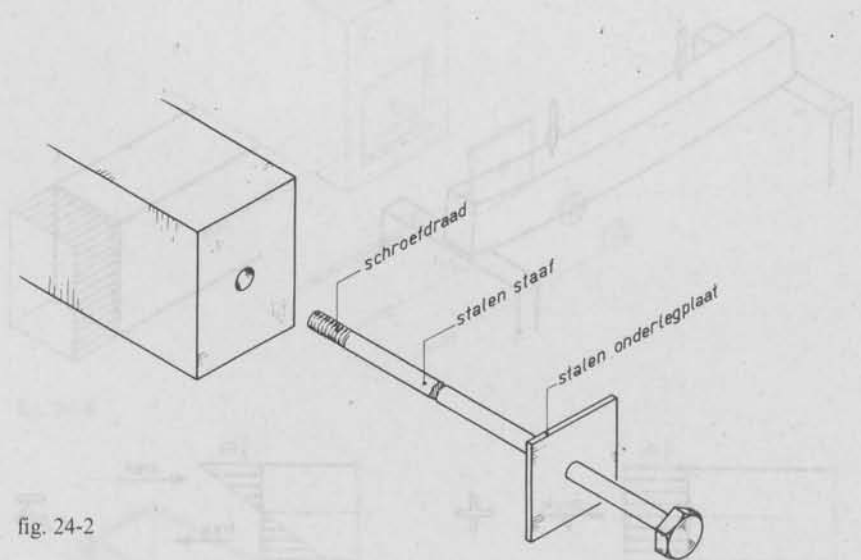


fig. 24-2

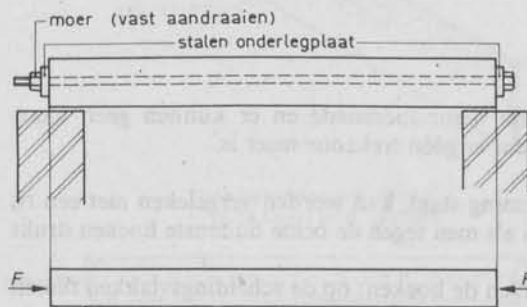


fig. 24-3

In de balkdoorsnede is dus een permanente drukspanning aanwezig, groot (fig. 24-4):

$$\sigma_c = \frac{F}{A}$$

Men zegt de balk staat onder een vóórspanning.

Tengevolge van de belasting die de balk moet dragen (eigen gewicht + nuttige belasting) willen onder in de balk trekspanningen optreden volgens de reeds eerder besproken principes.

Men kan nu de grootte van de voorspanning regelen door het meer of minder vast aandraaien van de moer op de voorspankabel, tot bijvoorbeeld in de belaste balk de trekspanningen tengevolge van de belasting geheel opgeheven worden door de drukspanningen veroorzaakt door de voorspankracht (fig. 24-5).

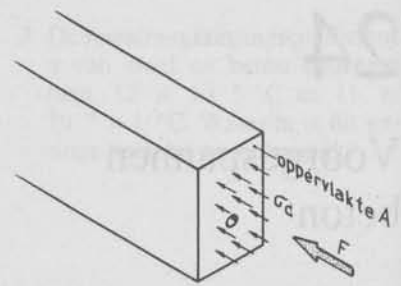
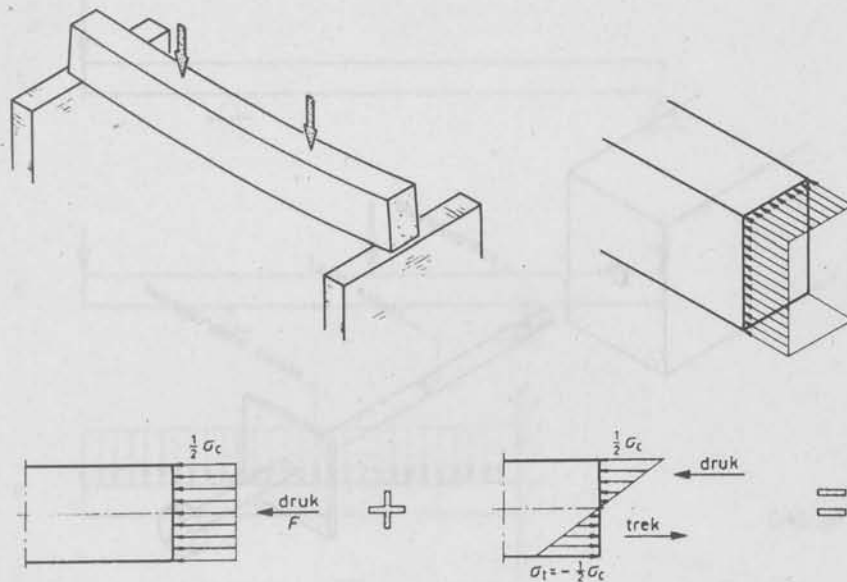


fig. 24-4

Belaste, voorgespannen balk

Spanning tengevolge van de voorspanning

Spanning tengevolge van de belasting (buigspanning)



Spanningsverdeling door voorspanning

Spanningsverdeling door belasting

Resulterende spanning

fig. 24-5

Men benut nu dus de gehele betondoorsnede en er kunnen geen haarscheuren meer optreden, omdat er géén trekzone meer is.

Een balk die onder voorspanning staat, kan worden vergeleken met een rij boeken, die men kan optillen als men tegen de beide buitenste hoeken drukt (fig. 24-6).

Drukt men niet meer, dan vallen de boeken; op de scheidingsvlakken tussen de afzonderlijke boeken kunnen nl. wél drukspanningen, maar géén trekspanningen worden opgenomen.

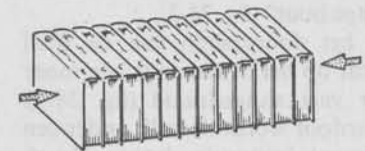


fig. 24-6

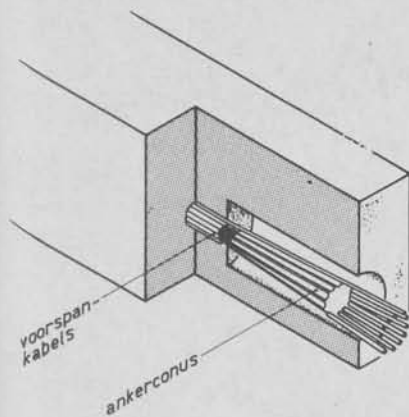


fig. 24-7a

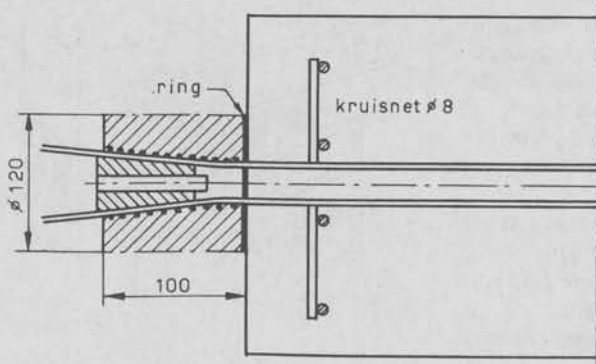


fig. 24-7b

24.3 Verschillende systemen van verankering en voorspanning

Toegepaste systemen voor verankering van het voorspanstaal zijn in fig. 24-7a,b en 24-8 gegeven. Er zijn er meer.

De hiervoor besproken methode van voorspannen is in de strikte zin des woords eigenlijk *naspannen*, want pas als de balk klaar is, brengt men de balk onder spanning. Men spreekt daarom wel van „*posttensioned*” beton (letterlijk vertaald: „*nagespannen*” beton), dit in tegenstelling tot het „*pretensioned*” beton. Dit „*pretensioned*” beton (ook wel *snarenbeton* genoemd) maakt men als volgt (fig. 24-9).

In een bekisting worden dunne staaldraden („*snaren*”) onder trekspanning gebracht.

De betonspecie wordt in de bekisting gestort.

Na de verharding van het beton worden de bekisting en de spankracht weggenomen en worden de uiteinden van de draden afgeknipt. Men houdt dan een balk over die onder permanente drukspanning staat wegens de grote aanhechting tussen staal en beton. Dit is ook de reden dat men dunne kabels gebruikt: bij dezelfde sterkte verkrijgt men met veel dunne kabels een groot aanhechtingsoppervlak.

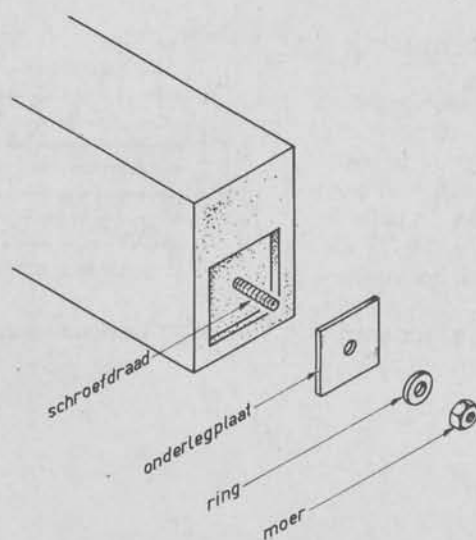


fig. 24-8

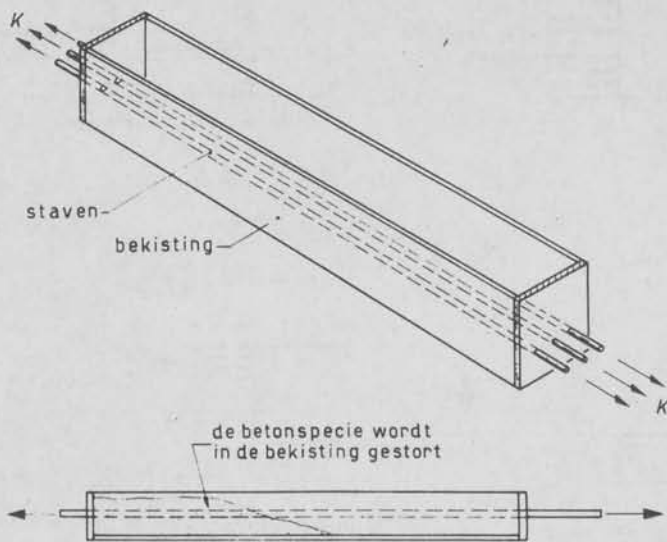


fig. 24-9

Een goed voorbeeld van een „snaar-betonbalk” is het voorgespannen metselwerk dat in stroken van willekeurige lengte in de handel is en veel wordt gebruikt voor het overspannen van muuropeningen (fig. 24-10).

De drukzone van deze constructie wordt in het werk nog uitgebreid, door het aangebrachte metselwerk. Dit metselwerk moet goed vol en zat in de specie worden aangebracht. Tracht het spanningsdiagram te verklaren.

24.4 Materiaalbenutting

Meestal wordt het voorspanstaal onder in de balk aangebracht. Daardoor wordt de grootste voorspanning daar opgewekt, waar later door de belasting van de balk de grootste trek komt (fig. 24-11). Zie ook het voorbeeld van het voorgespannen metselwerk.

De op blz. 146 gegeven spanningsdiagrammen gaan er nu uitzien als fig. 24-12 toont.

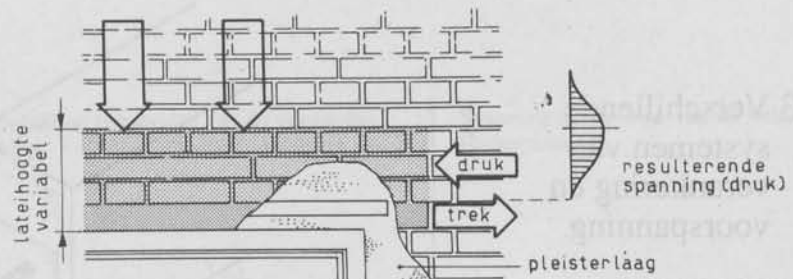
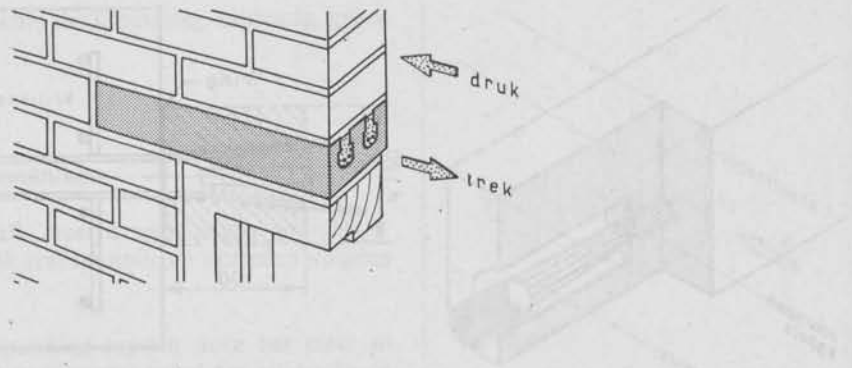


fig. 24-10 Latei van voorgespannen metselwerk

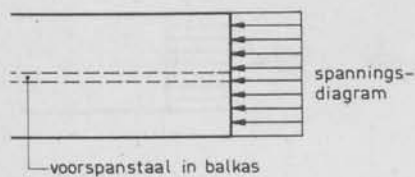
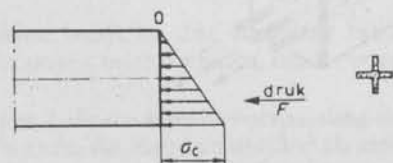
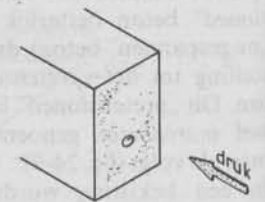
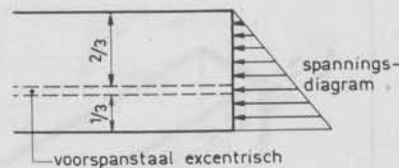
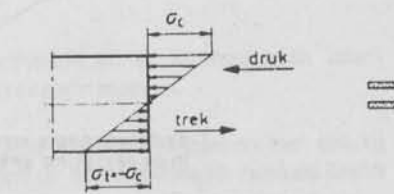


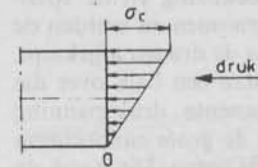
fig. 24-11



Spanningsverdeling door voorspanning



Spanningsverdeling door belasting



Resulterende spanning

fig. 24-12

De materiaalbenutting wordt daar-
door nog gunstiger. Constructies in
voorgespannen beton kunnen daar-
om veel slanker zijn dan in gewa-
pend beton.

In fig. 24-13...24-15 zijn balkdoor-
snedes van 12 m lange balken ge-
geven, die op buiging belast, ongeveer
even sterk zijn.

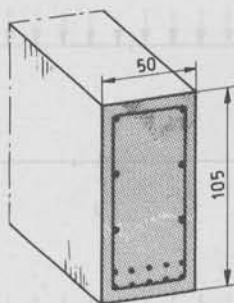


fig. 24-13 Gewapend beton

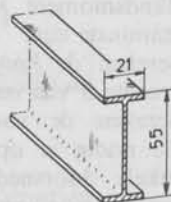
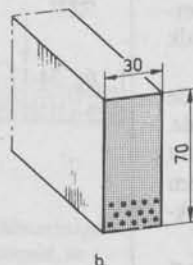
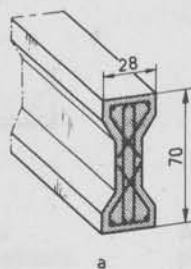


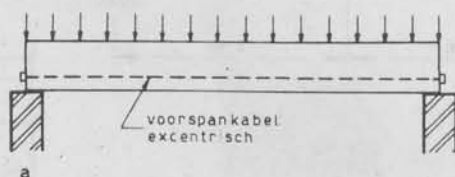
fig. 24-14 Voorgespannen beton

fig. 24-15 Stalen profiel

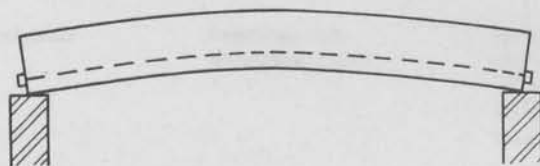
Samenvatting

Bij een voorgespannen betonbalk
is het, wat materiaalgebruik betreft,
het voordeligst de voorspankabels
excentrisch aan te brengen (fig.
24-16a). De balk buigt dan minder
door onder een bepaalde belasting.
Is de balk van fig. 24-16a ontlast,
dan zal deze een „katterug” vormen
tengevolge van deze excentriciteit
(fig. 24-16b).

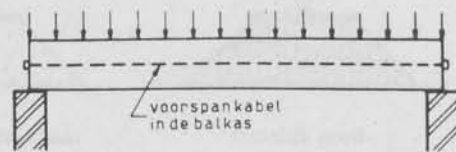
Dit laatste gebeurt niet als de voor-
spankabel centrisch worden aan-
gebracht. Het materiaalgebruik is
dan echter veel oneconomischer,
waardoor in nagenoeg alle gevallen
een excentrisch aangebrachte voor-
spanwapening de voorkeur ver-
dient.



a



b



c

fig. 24-16

24.5 Opdrachten

1 Aan welke van de twee in fig. 24-17 getekende voorgespannen betonbalken zal men de voorkeur geven? En waarom?

2* Gegeven: Een voorgespannen betonbalk met een rechthoekige doorsnede wordt belast zoals in fig. 24-18 is aangegeven.

$$f_c = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_s = 1200 \text{ N/mm}^2$$

Voor de doorsnede geldt: $h = 2b$.

Gevraagd:

- Hoe groot moet het weerstandsmoment van de balk tenminste zijn?
- Bereken de hoogte h en de breedte b van een doorsnede.
- Bereken de voorspankracht die nodig is opdat in geen enkele doorsnede een trekspanning optreedt.
- Hoeveel voorspandraden met een diameter van 6 mm zijn dan nodig (zie c)?

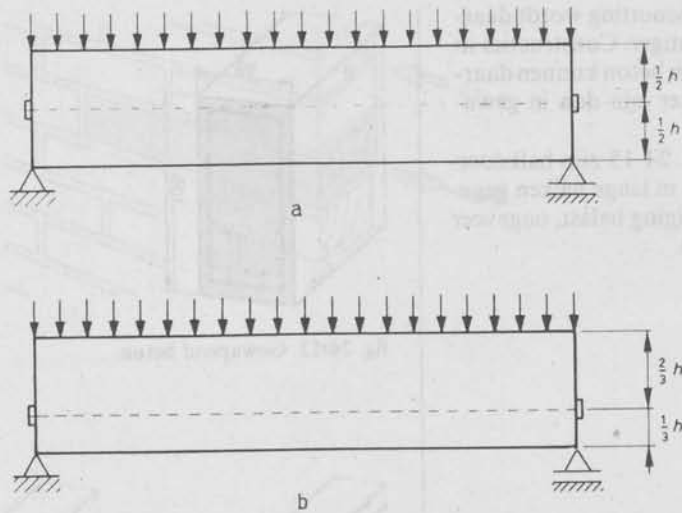


fig. 24-17

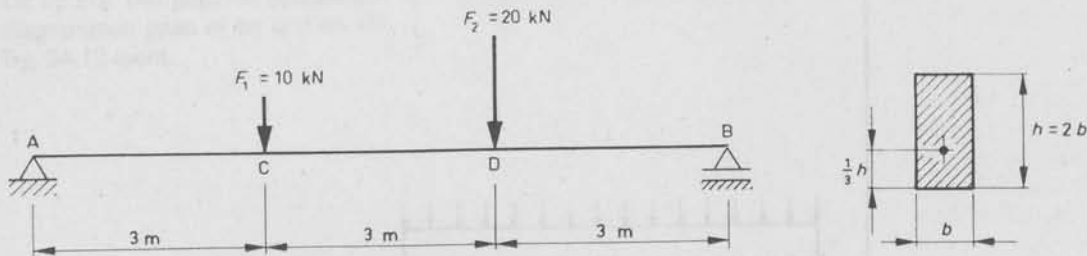


fig. 24-18

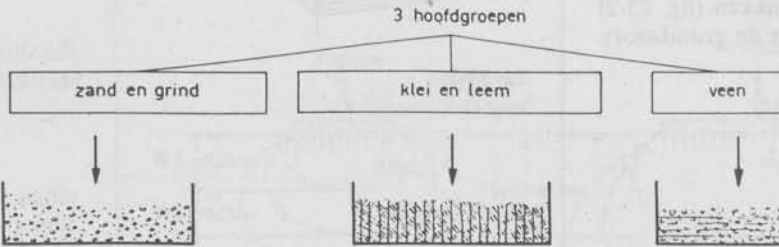
25

Grond

25.1 Grondsoorten; soortelijke massa's

Zie fig. 25-1.

Grondsoort:



Structuur:

korrelstructuur, te vergelijken met knickers
duinzand tamelijk rond
zeezand tamelijk hoekig
rivierzand tamelijk hoekig

dunne, schilferachtige
plaatjesstructuur, te
vergelijken met
papersnippen

vezelachtige structuur, te
vergelijken met draadjes
wol, laagsgewijze opbouw

Cohesie:

geen cohesie

wel cohesie

wel cohesie

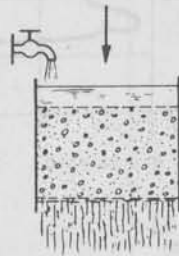
Soortelijke
massa:

soortelijke massa:
 $\rho = 1\,500 \dots 2\,200 \text{ kg/m}^3$

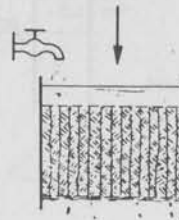
soortelijke massa:
 $\rho = 1\,500 \dots 2\,200 \text{ kg/m}^3$

soortelijke massa:
 $\rho = 1\,000 \dots 1\,400 \text{ kg/m}^3$

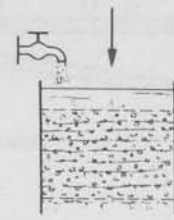
Doorlaat-
baarheid:



goed waterdoorlatend

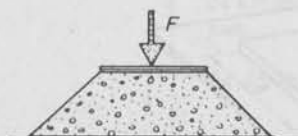


nagenoeg niet
waterdoorlatend

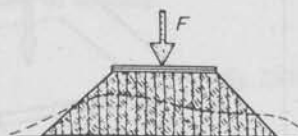


tamelijk waterdoorlatend
(in horizontale richting ca.
 $10 \times$ zo goed doorlatend
als in verticale richting door
laagsgewijze opbouw)

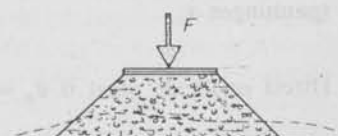
Samendruk-
baarheid:



weinig samendrukbaar



tamelijk goed
samendrukbaar



goed samendrukbaar

fig. 25-1

z.g. slappe grondsoorten

25.2 Spanningen; grondboring en sondering

Met behulp van een boring of door het graven van een gat, onderzoekt men welke grondsoort zich op een bepaalde diepte bevindt.

Bij het uitvoeren van een sondering meet men de kracht F , nodig om een kegel (conus) met grondvlak A in de grond te drukken (fig. 25-2) F zal variëren met de grondsoort.

De spanning:

$$\sigma_s = \frac{F}{A}$$

noemt men de *conusweerstand* of *sondeerweerstand* van de grond.

Het resultaat van een grondboring en een sondering zou er kunnen uitzien als in fig. 25-3 en 25-4 is weergegeven.

Met inachtneming van een bepaalde veiligheidscoëfficiënt kan men uit de boorstaat en de sondering vaststellen hoe groot de toelaatbare drukspanning in de grond op een zekere diepte zal zijn. Deze veiligheidscoëfficiënt varieert tussen 20 en 3.

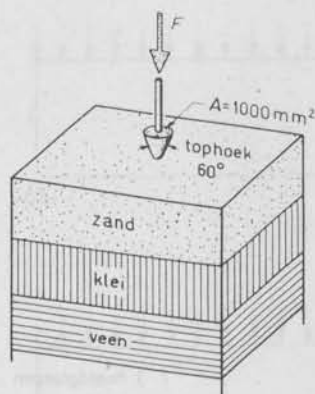


fig. 25-2



fig. 25-3

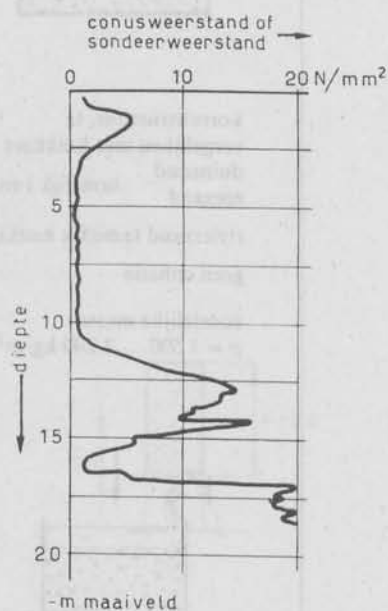


fig. 25-4

25.3 Spanningsgebieden

We belasten een vierkante plaat met een oppervlakte $A = b^2$ door een kracht F (fig. 25-5).

In het grondpakket onder de plaat ontwikkelen zich hierdoor grondspanningen σ_g .

Direct onder de plaat is $\sigma_g = \frac{F}{A}$.

Dieper gelegen lagen ondervinden minder invloed van de belasting F dan lagen direct onder de plaat, tengevolge van de spanningspreiding in de grond.

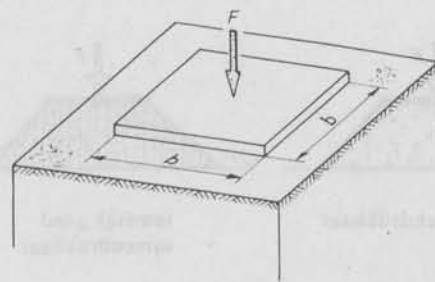


fig. 25-5

Door spanningsmeting kan men vaststellen op welke plaats de grondspanningen bijvoorbeeld nog maar $0,9 \sigma_g$, $0,7 \sigma_g$, $0,5 \sigma_g$, enz., bedragen.

In gebied I (fig. 25-6) zijn de grondspanningen gelegen tussen 1,0 en $0,9 \sigma_g$; in gebied II tussen 0,9 en $0,7 \sigma_g$, enz. De gebieden I, II, enz. noemt men „spanningsgebieden”.

VOORBEELD I

Vierkante platen van verschillende afmetingen en niet verschillende belasting.

Vergelijk fig. 25-7 en 25-8.

De grondspanning σ_g direct onder de platen is in beide gevallen gelijk. Voor de kleine plaat is echter op 0,75 m diepte de spanning reeds afgenomen van 100 kN/m^2 tot 24 kN/m^2 .

Voor de grote plaat is de spanning op 0,75 m diepte echter nog ongeveer 55 kN/m^2 en pas op 1,50 m diepte is de spanning afgenomen tot 24 kN/m^2 .

Dit principe kan grote gevolgen hebben. Neem b.v. aan dat zich op 1,00 m diepte een veenlaag bevindt die slechts een grondspanning kan verdragen van 24 kN/m^2 (fig. 25-8a en 25-8b).

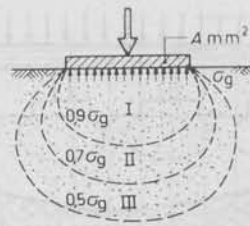


fig. 25-6

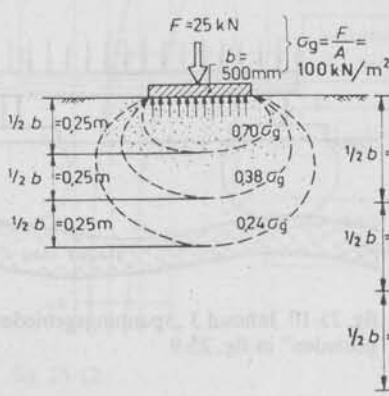


fig. 25-7a

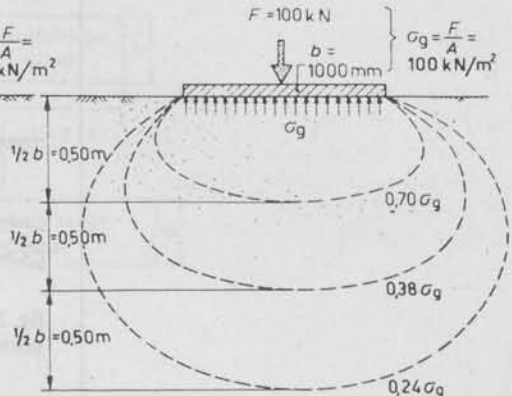
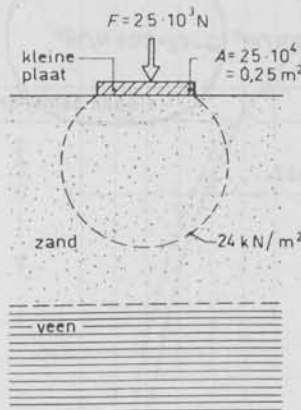
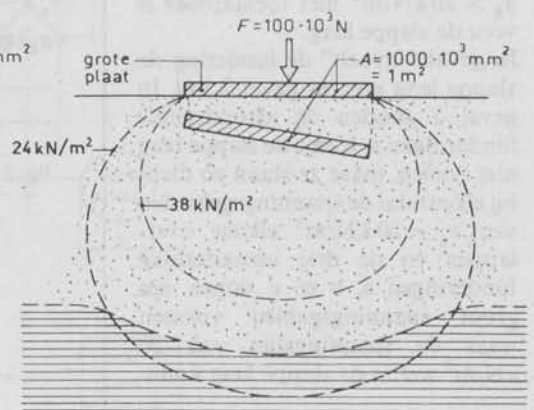


fig. 25-8a



Veenlaag „voelt” de belasting niet, want het spanningsgebied van 24 kN/m^2 raakt de veenlaag niet.

fig. 25-7b



De plaat zakt weg want de veenlaag wordt ruim $1\frac{1}{2} \times$ te zwaar belast. Het spanningsgebied van $24 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ reikt diep in de veenlaag.

fig. 25-8b

VOORBEELD 2

Men zal een balk beter op een groot aantal kleine steunpunten kunnen funderen dan op een klein aantal grote (fig. 25-9 en 25-10). Zie echter ook voorbeeld 3.

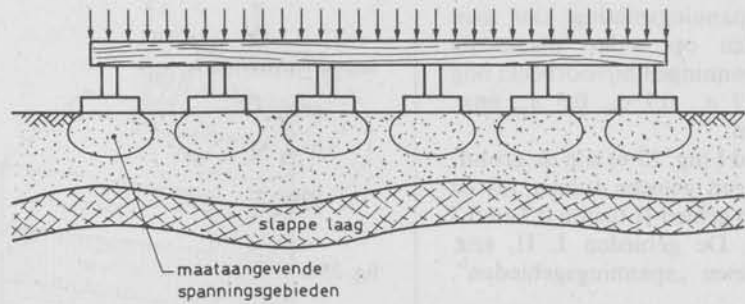


fig. 25-9

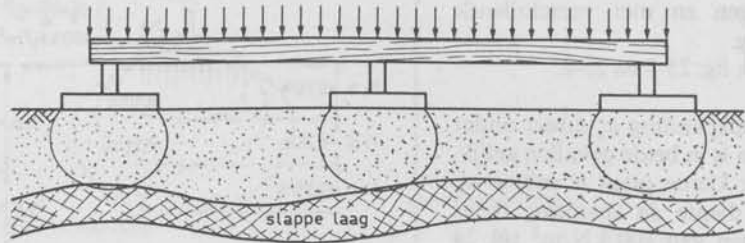


fig. 25-10 Inhoud 3 „spanningsgebieden” is gelijk aan de inhoud van de 6 „spanningsgebieden” in fig. 25-9

VOORBEELD 3

Zie fig. 25-11.

Neem aan dat een spanning van $\sigma_g > 20 \text{ kN/m}^2$ niet toelaatbaar is voor de slappe laag.

In geval 1 „voelt” de fundering de slappe laag niet, in geval 2 wel. In geval 3 zouden de afzonderlijke funderingen a, b en c de slappe laag niet voelen, maar ze staan zó dicht bij elkaar dat de spanningsgebieden van $\sigma_g = 20 \text{ kN/m}^2$ elkaar overlappen en de drie afzonderlijke funderingen a, b en c samen één groot spanningsgebied vormen waar de spanninglijn van 20 kN/m^2 wél in de slappe laag komt.

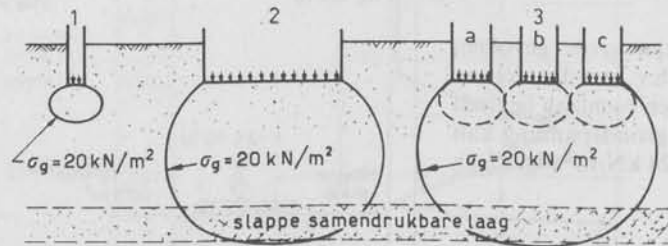


fig. 25-11

VOORBEELD 4

Stel dat één heipaal 500 kN kan dragen. Men denkt dan dat bijvoorbeeld drie heipalen samen 1 500 kN kunnen dragen. Dit hoeft echter geenszins het geval te zijn. Het draagvermogen van de drie palen gezamenlijk is afhankelijk van de onderlinge afstand van de palen en de opbouw van de grondslag. (Maak dit voor u zelf duidelijk aan de hand van voorbeeld 3).

Hoe komt men nu aan de grootte van de spanning op een bepaalde diepte? Met andere woorden hoe kan men de spanningsgebieden voor een concreet geval tekenen?

Hiervoor kan gebruik worden gemaakt van de grafieken uit fig. 25-12 en 25-13.

In deze grafieken is voor vier belangrijke gevallen de waarde van de grondspanning op verschillende diepten onder het fundatievlak aangegeven.

25.4 Opdrachten

- 1 *Gegeven:* Op een vierkante plaat van $800 \text{ mm} \times 800 \text{ mm}$ wordt een kracht van 80 kN uitgeoefend.

Gevraagd: Bereken de spanningsverhoging σ_g onder de plaat tengevolge van de kracht op respectievelijk $0,40 \text{ m}$, $0,80 \text{ m}$ en $1,20 \text{ m}$ diepte onder de plaat.

- 2 *Gegeven:* Op een vierkante plaat van $600 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$ wordt een kracht uitgeoefend van 72 kN .

Gevraagd: Bereken op welke diepte onder de plaat de spanningsverhoging $\sigma_g = 0,1 \text{ N/mm}^2$ zal zijn tengevolge van de kracht van 72 kN .

- 3 *Gegeven:* Een ronde, gewapend-betonplaat wordt belast door een kracht van 45 kN . De diameter van de betonplaat is 500 mm .

Gevraagd: Op welke diepte onder de plaat is de grondspanningsverhoging 60 kN/m^2 ?

- 4 *Gegeven:* Een rechthoekige plaat van $600 \text{ mm} \times 1200 \text{ mm}$ wordt belast door een kracht van 90 kN .

Gevraagd: Op welke diepte onder de plaat is de grondspanningsverhoging 50 kN/m^2 ?

- 5 *Gegeven:* Op een doorgaande plaat van 1000 mm breedte wordt een kracht uitgeoefend van 80 kN/m^1 .

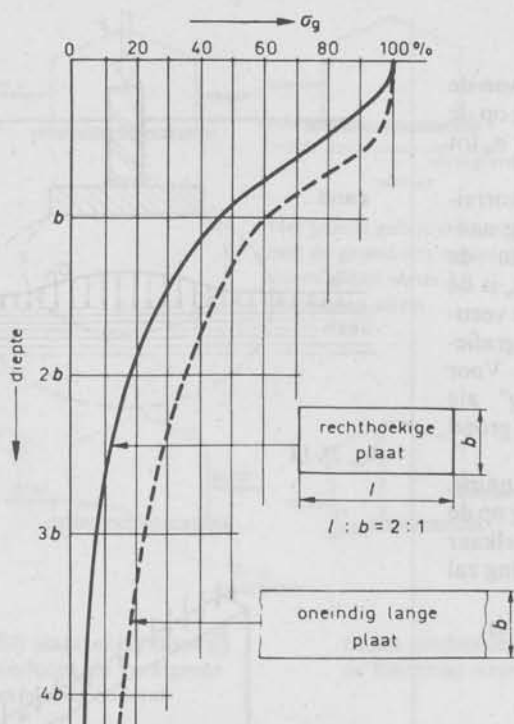


fig. 25-12

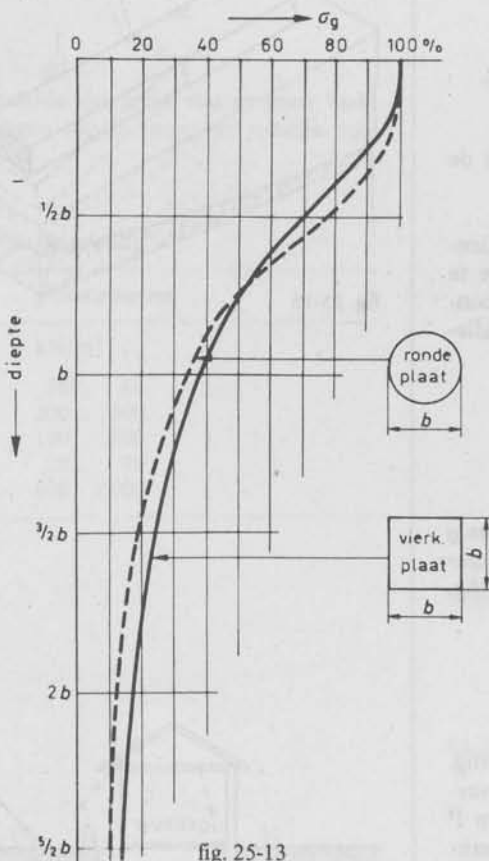


fig. 25-13

Gevraagd: Op welke diepte onder de plaat is de grondspanningsverhoging 60 kN/m^2 ?

25.5 Zetting

Tengevolge van de belasting van de fundering neemt de spanning op de veenlaag in fig. 25-14 toe van σ_0 tot σ_n .

σ_0 is de oorspronkelijke korrelspanning die op de veenlaag aanwezig was tengevolge van de bovenliggende grondlagen; σ_n is de nieuwe korrelspanning op de veenlaag en is te bepalen uit de grafieken van fig. 25-12 en 25-13. Voor het begrip „korrelspanning” zie paragraaf 25.8.2. Voor droge grond geldt:

korrelspanning = grondspanning.
Door de spanningstoename op de veenlaag zal deze iets in elkaar geperst worden en de fundering zal iets zakken of *zeten*.

De grootte van de zetting Z is:

$$Z = \frac{d}{c} \log \frac{\sigma_n}{\sigma_0}$$

Hierin is:

Z = zetting;

d = dikte samendrukbare laag, hier veenlaag;

σ = spanning;

c = constante, afhankelijk van de grondsoort.

Bij grote dikte dient men de samendrukbare laag in *dunne stroken* te verdelen omdat σ_n en σ_0 niet constant zijn met de diepte (zie grafieken fig. 25-12 en 25-13).

Globaal:

$c_{\text{zand}} = 20 \dots 180$;

$c_{\text{klei}} = 4 \dots 20$;

$c_{\text{veen}} = 0,8 \dots 4$.

Opmerking: zettingen als zodanig zijn meestal niet bezwaarlijk, maar wel ongelijkmatige zettingen (fig. 25-15).

VOORBEELD 5

Door de aanleg van een dijk (fig. 25-16) komt in P een spanningsverhoging (spanningsgebieden!). In P ontstaat een nieuwe grondspanning, groter dan de aanwezige. Aan de rechterzijde van het gebouw kunnen grotere zettingen optreden, het gebouw kan scheefzakken of scheuren.

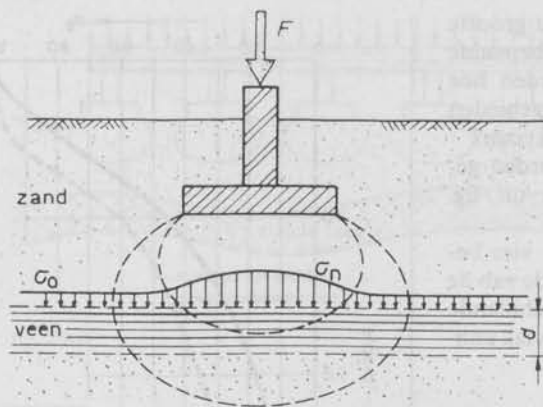


fig. 25-14

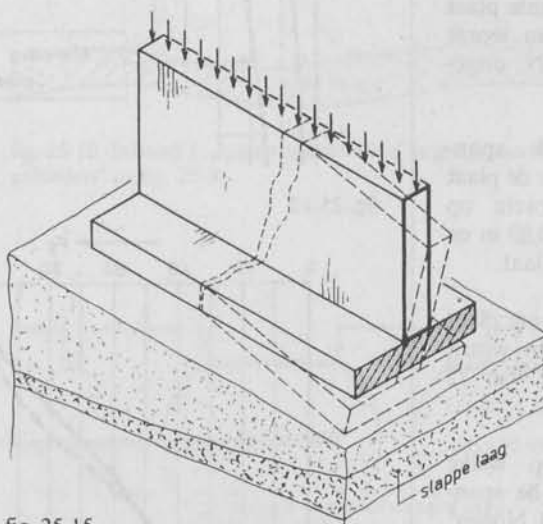


fig. 25-15

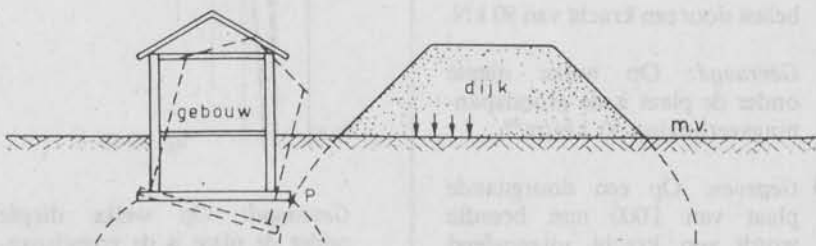
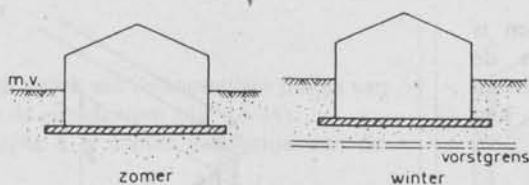


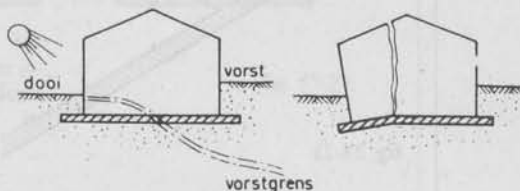
fig. 25-16

25.6 Vorstgrens

Ook door de inwerking van de vorst kunnen ongelijke zettingen optreden. We moeten daarom altijd beneden de vorstgrens funderen. In Nederland dus op 0,6 à 1 m onder het maaiveld (m.v.). Zie ook fig. 25-17.



Het gehele gebouw komt met de grond iets omhoog doordat het water bij bevriezing uitzet



Bij plaatselijke dooi verloopt de vorstgrens eveneens hellend

In het ontdooide deel de fundering weer zakken

fig. 25-17

25.7 Toelaatbare grondspanning

Het is op grond van het hiervoor behandelde duidelijk dat er geen vaste waarde voor σ_k bestaat. De grondspanningen die zo ongeveer worden toegelaten zijn in tabel 25.1 weergegeven.

Tabel 25.1 Grondspanningen (draagkracht van de grond)

grondsoort	grondspanning
	kN/m ²
ingewaterd zand	50... 80
zandgrond op vaste onderlagen	200... 500
vaste klei rustend op zand	100... 200
slappe klei op veenlagen	20... 70
vast gesteente (rots)	800...2 000

Voor alle belangrijke werken is uitvoering van een grondboring en sondering noodzakelijk om de toelaatbare grondspanning te kunnen vaststellen.

25.8 Horizontale belasting door grond en water

Bij diverse constructies krijgt men te maken met horizontale krachten die de grond uitoefent (fig. 25-18 ... 25-20).

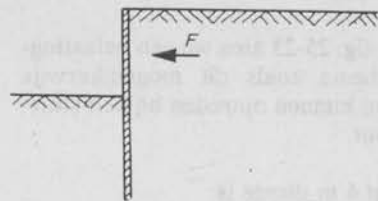


fig. 25-18 Beschoeiing



fig. 25-19 Kelder

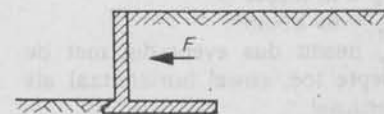


fig. 25-20 Keermuur

De grootte van deze krachten is grotendeels afhankelijk van de grondsoort en het grondwater. In het algemeen geldt: veen en klei (slappe grond) → grote F ; zand en grind → kleine F .

25.8.1 Waterspanning

Uit de natuurkunde is bekend dat de waterspanning σ_w op het gearceerde vlakje uit fig. 25-21 bedraagt:

$$\sigma_w = \rho_w \cdot g \cdot h$$

of:

$$\sigma_w = \gamma \cdot h$$

Hierin is:

σ_w = waterspanning;

ρ_w = soortelijke massa van het water:

$$\rho_{\text{zoetwater}} = 1000 \text{ kg/m}^3;$$

$$\rho_{\text{zeewater}} = 1025 \text{ kg/m}^3;$$

g = de versnelling van de zwaartekracht (= 10 m/s^2);

h = afstand (van het zwaartepunt van het vlak tot de vloeistofspiegel);

γ = volumegewicht:

$$\gamma_{\text{zoetwater}} = 10 \text{ kN/m}^3;$$

$$\gamma_{\text{zeewater}} = 10,25 \text{ kN/m}^3.$$

VOORBEELD 6

In een vloeistof zijn de werkzame spanningen in alle richtingen even groot (dus ook in water; zie fig. 25-22).

In fig. 25-23 zien we een belastingsschema zoals dit mogelijk zou kunnen optreden bij een sluisdeur.

Op 4 m diepte is:

$$\sigma_w = \rho_w \cdot g \cdot h$$

$$\sigma_w = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 4 \text{ m}$$

$$\sigma_w = 40 \text{ kN/m}^2$$

Op 6 m diepte is:

$$\sigma_w = 60 \text{ kN/m}^2$$

σ_w neemt dus evenredig met de diepte toe, zowel horizontaal als verticaal.

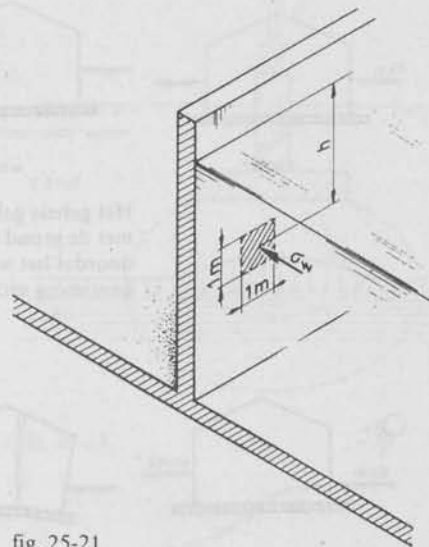


fig. 25-21

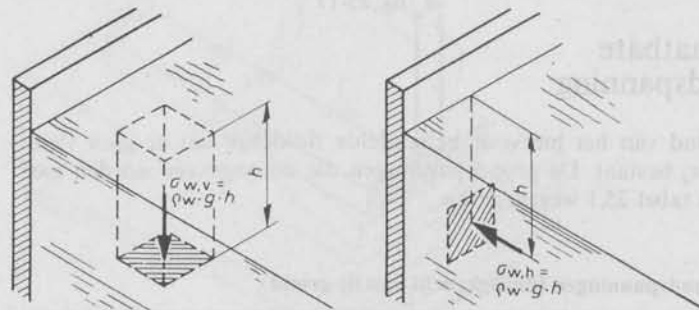


fig. 25-22

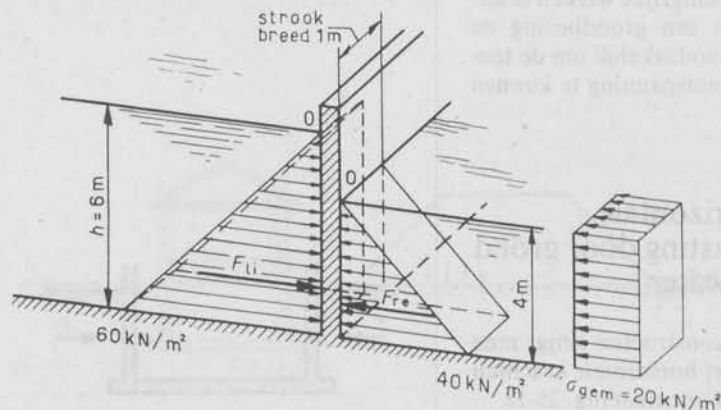


fig. 25-23

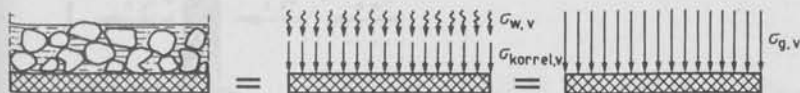
25.8.2 Gronddruk; korrelspanning

Bij grond is de verticale spanning $\sigma_{g,v}$ ook gelijk aan de soortelijke massa van de grond ρ_g maal g maal de hoogte h van de grondkolom (fig. 25-24).

De horizontale spanning $\sigma_{g,h}$ op de diepte h is echter niet gelijk aan de verticale grondspanning.

Om deze horizontale grondspanning te kunnen bepalen wordt het begrip *korrelspanning* ingevoerd.

In fig. 25-25 is een vlakje weergegeven waarop de verticale spanning werkt:



De belasting op dit vlakje wordt veroorzaakt door *korrels* en door eventueel *water* dat zich tussen de korrels bevindt

Men zegt nu: het vlakje staat onder invloed van verticale *korrelspanningen* en *waterspanningen*

fig. 25-25

VOORBEELD 7

$$\sigma_{g,v} = \sigma_{korrel,v} + \sigma_{w,v}$$

Op het aangegeven vlakje (in fig. 25-26; GW = grondwaterspiegel), werken de volgende spanningen:

een verticale grondspanning: (d = droog; n = nat)

$$\begin{aligned} \sigma_{g,v} &= \rho_{g,d} \cdot g \cdot h_1 + \rho_{g,n} \cdot g \cdot h_2 \\ \sigma_{g,v} &= 1600 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 1 \text{ m} + 2000 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m} \\ \sigma_{g,v} &= 16 \text{ kN/m}^2 + 40 \text{ kN/m}^2 = 56 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

een verticale waterspanning

$$\begin{aligned} \sigma_{w,v} &= \rho_w \cdot g \cdot h_2 \\ \sigma_{w,v} &= 1000 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m} = 20 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

De verticale korrelspanning is dus:

$$\sigma_{korrel,v} = \sigma_{g,v} - \sigma_{w,v} = 56 \text{ kN/m}^2 - 20 \text{ kN/m}^2 = 36 \text{ kN/m}^2.$$

De horizontale waterspanning is, zoals bekend, gelijk aan de verticale waterspanning.

De horizontale *korrelspanning* is *niet* gelijk aan de verticale korrelspanning. In de grondmechanica wordt het verband tussen $\sigma_{korrel,h}$ en $\sigma_{korrel,v}$ gegeven door de formule:

$$\sigma_{korrel,h} = \lambda \cdot \sigma_{korrel,v}$$

Hierin is λ een coëfficiënt die afhankelijk is van de grondsoort. Tabel 25.2 geeft enkele globale gegevens.

Tabel 25.2 Soortelijke massa en factor λ van enkele grondsoorten

grondsoort	ρ_g		λ
	nat	droog	
	kg/m ³	kg/m ³	max.
grind	2200	1900	0,3
zand	2000	1600	0,4
veen	1500	1100	0,5
klei	1900	1500	0,6
water	1000	-	1,0

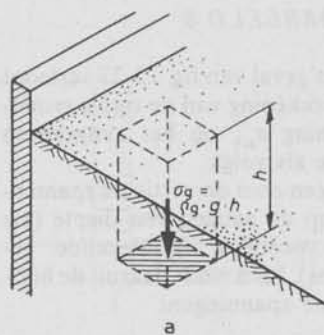


fig. 25-24

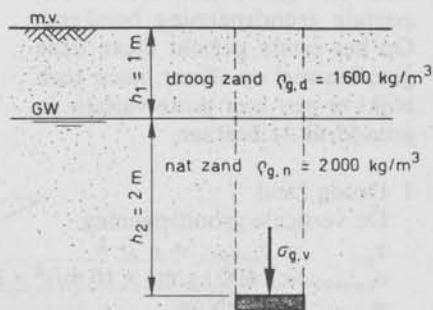


fig. 25-26

VOORBEELD 8

In het geval van fig. 25-27 verloopt de berekening van de totale grondspanning $\sigma_{g,h}$ op het aangegeven vlakje als volgt.

Bereken *eerst* de verticale spanningen op de aangegeven diepte (zie ook voorbeeld 7, dezelfde gegevens). Men vindt daaruit de horizontale spanningen:

$$\sigma_{w,h} = \sigma_{w,v} = 20 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{korrel},h} = \lambda \cdot \sigma_{\text{korrel},v} = 0,4 \times 36 \text{ kN/m}^2 = 14 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{g,h} = \sigma_{w,h} + \sigma_{\text{korrel},h} = 34 \text{ kN/m}^2$$

VOORBEELD 9

In fig. 25-28 is voor vier verschillende gevallen de totale horizontale grondspanning berekend. Op het eerste gezicht lijken deze gevallen veel op elkaar, maar toch blijkt er een zeer grote variatie in gronddruk te bestaan.

1 Droog zand

De verticale grondspanning:

$$\sigma_{g,v} = \sigma_{\text{korrel},v} = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\sigma_{\text{korrel},v} = 1600 \text{ kg/m}^3 \times 10 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m}$$

$$\sigma_{\text{korrel},v} = 32 \text{ kN/m}^2$$

De horizontale grondspanning:

$$\sigma_{\text{korrel},h} = \lambda \cdot \sigma_{\text{korrel},v} = 0,4 \times 32 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{korrel},h} = 12,8 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{w,h} = 0$$

$$\sigma_{g,h} = 12,8 \text{ kN/m}^2 \quad (+ \text{ horizontale grondspanning op aangegeven vlakje})$$

Reken de gevallen 2, 3 en 4 zelf na! Antwoord staat bij de figuur, de uitwerking op blz. 163.

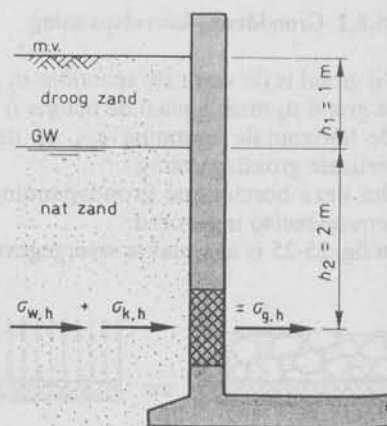
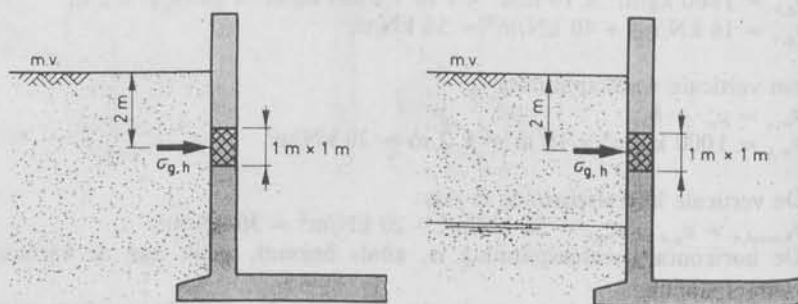


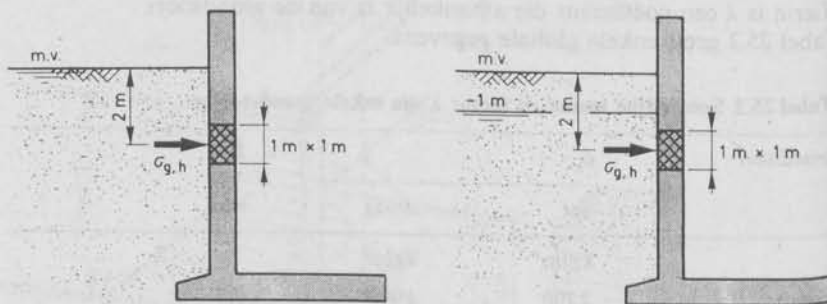
fig. 25-27

fig. 25-28



1 droog zand
 $\sigma_{g,h} = 12,8 \text{ kN/m}^2$

2 nat zand, doch grondwater beneden beschouwde vlakje
 $\sigma_{g,h} = 16 \text{ kN/m}^2$



3 nat zand, grondwater tot maaiveld
 $\sigma_{g,h} = 28 \text{ kN/m}^2$

4 nat zand, grondwater tot 1 m beneden maaiveld
 $\sigma_{g,h} = 22 \text{ kN/m}^2$

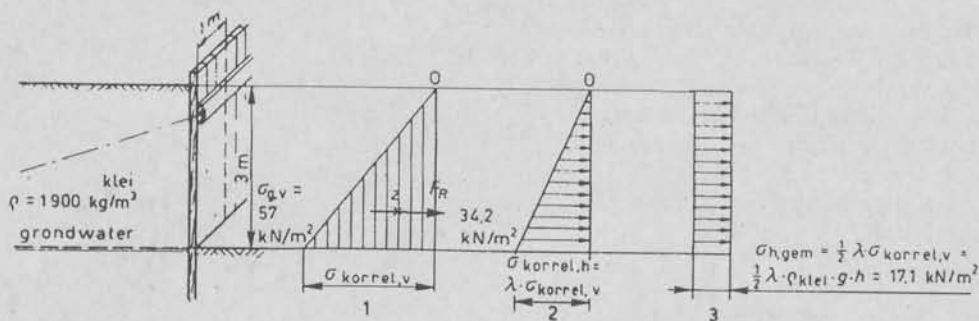


fig. 25-29 Hier geldt: $\sigma_{korrel} = \sigma_{grond}$

De resulterende kracht F_R werkt op $\frac{1}{3}h$ van de grondwaterspiegel; de kracht grijpt aan in het zwaartepunt Z van de spanningsdriehoek. De grootte van de kracht is: $F_R = \sigma_{h,gem} \cdot h \times 1m = 17,1 \text{ kN/m}^2 \times 3m \times 1m = 51,3 \text{ kN}$, per strekkende meter damwand.

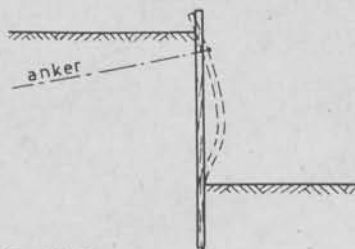


fig. 25-30

VOORBEELD 10

Gronddruk op een damwand.

Door het volgen van de drie stappen, zoals weergegeven in fig. 25-29 kunnen we komen tot een gemiddelde horizontale gronddruk.

Men moet er echter wel aan denken dat we bij fig. 25-29 gerekend hebben met een onwrikbaar stijve wand.

De damwand zal in werkelijkheid buigen volgens fig. 25-30. Daardoor wijzigt zich het spanningsverloop. Het spanningsverloop is niet meer rechtlijnig. Bij het maken van b.v. een bouwput dient men dit goed te overwegen.

25.8.3 Invloed van de bovenbelasting

Als op de grond een bovenbelasting aanwezig is, dan plant de hierdoor ontstane spanning zich voort in de grond.

Dit is onder andere het geval in de fig. 25-31 en 25-32.

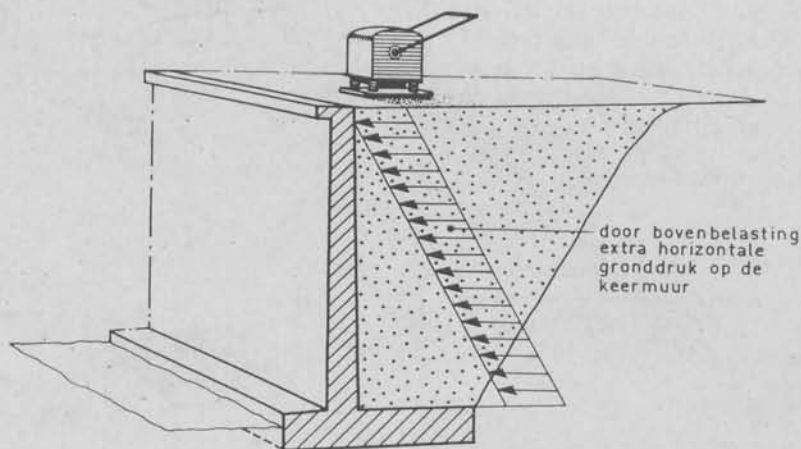


fig. 25-31

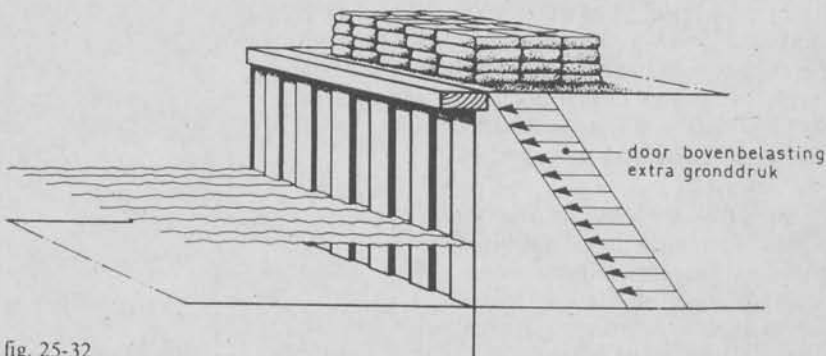


fig. 25-32

De ontstane spanning tengevolge van de bovenbelasting plant zich dus voort en wel zodanig dat op iedere willekeurige diepte een horizontaal gerichte korrelspanning ontstaat (fig. 25-33).

Voor deze horizontale korrelspanning geldt:

$$\sigma_{\text{korrel,h}} = \lambda \cdot q$$

Hierin is:

$\sigma_{\text{korrel,h}}$ = horizontale korrelspanning;

q = bovenbelasting;

λ = factor afhankelijk van de grondsoort (dimensieloos).

25.9 Uitlevering en inklinking

Graaft men in grond (waarin nooit eerder is gegraven) een gat met een inhoud van b.v. 1 m³ dan is de inhoud van de uitgegraven grond méér dan 1 m³ (fig. 25-34). De uitgegraven grondkorrels zijn niet zo dicht meer opeengepakt als de grondkorrels van de „ongeroerde” grond. Deze uitlevering hangt af van de dichtheid van de grond en van de grondsoort.

Enkele globale gegevens:

grondsoort	volume-vermeerdering
klei en leem	20...30%
zand	10...20%

Als het eerder genoemde gat met dezelfde grond opgevuld wordt en aangestampt, dan blijft toch nog grond over (fig. 25-35). Deze blijvende uitlevering bedraagt voor zand ca. 2% en voor klei ca. 7%.

Pas na lange tijd zullen de grondkorrels weer hun oorspronkelijke pakking krijgen, b.v. door de druk van eigen massa van de grond en door regenval.

In dit geval spreken we van *inklinken*. Geroerde grond zal altijd inklinken. Bij aanvullingen en ophogingen moet steeds een zekere „overhoogte” worden gegeven. Denk b.v. aan bestratingen.

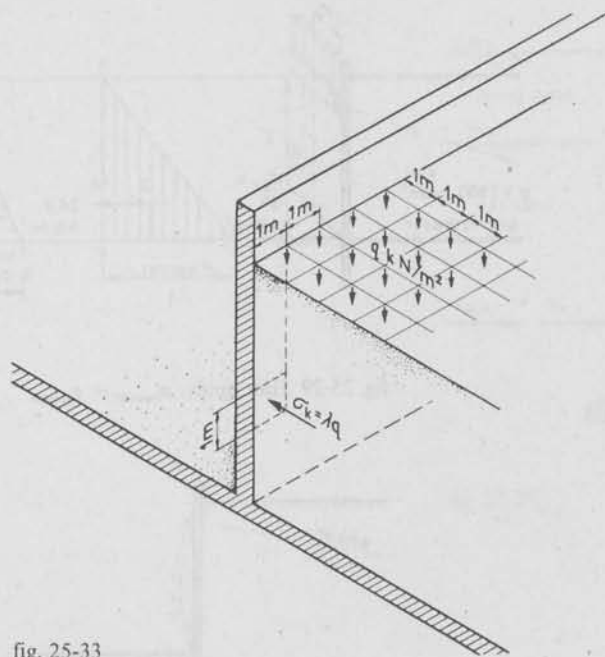


fig. 25-33

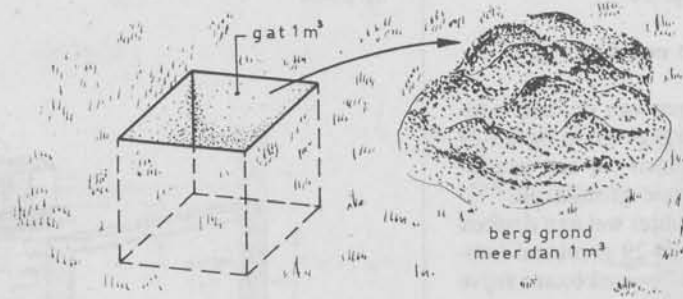


fig. 25-34

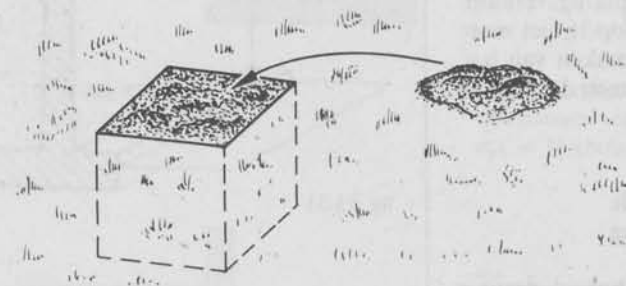


fig. 25-35

25.10 Opgaven

1 Schets de resulterende spanningsverdeling voor de in fig. 25-36 getekende sluisdeur (geen berekeningen gevraagd).
(Eindexamen 1975)

2 Hoe groot is de druk per m^2 sluisdeur tussen A en B van fig. 25-36?

3 Gegeven: Zie fig. 25-37.

$$\gamma_{\text{klei}} = 19 \text{ kN/m}^3; \lambda_{\text{klei}} = 0,6.$$

Gevraagd: De kracht die per strekkende m op de afgebeelde beschoeiing wordt uitgeoefend.

4 Als op grond in fig. 25-37 een bovenbelasting wordt aangebracht van 2 kN/m^2 , hoe groot wordt dan de kracht per m op de beschoeiing?

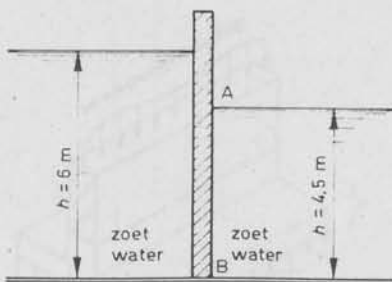


fig. 25-36

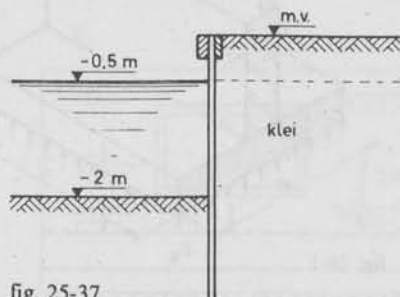


fig. 25-37

Uitwerking voorbeeld 9:

Geval 2:

$$\sigma_{k,v} = \gamma \cdot h = 20 \text{ kN/m}^3 \times 2 \text{ m} = 40 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{k,h} = \lambda \cdot \sigma_{k,v} = 0,4 \times 40 \text{ kN/m}^2 = 16 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{g,h} = \sigma_{k,h} = 16 \text{ kN/m}^2.$$

Geval 3:

$$\sigma_{k,v} = (\gamma_{\text{zand}} - \gamma_{\text{water}}) \cdot h = (20 \text{ kN/m}^3 - 10 \text{ kN/m}^3) \times 2 \text{ m} = 20 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{k,h} = \lambda \cdot \sigma_{k,v} = 8 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{w,v} = \sigma_{w,h} = \gamma_w \cdot h = 20 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{g,h} = \sigma_{k,h} + \sigma_{w,h} = 28 \text{ kN/m}^2.$$

Geval 4:

$$\sigma_{k,v} = 20 \text{ kN/m}^2 + 10 \text{ kN/m}^2 = 30 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{k,h} = 12 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{w,h} = 10 \text{ kN/m}^2.$$

$$\sigma_{g,h} = 22 \text{ kN/m}^2.$$

26

Funderingen

26.1 Funderingstypen

Funderingen moeten de nuttige belasting, belasting + eigen gewicht van een constructie doelmatig op de grond overdragen.

Van belang zijn hoofdzakelijk twee funderingsmethoden:

- 1 fundering op staal;
- 2 fundering op palen.

26.2 Fundering op staal

Voor evenwicht van de fundering in fig. 26-1 moet gelden:

$$q \cdot l = \sigma_g \cdot l \cdot B$$

Uit:

$$\sigma_g = \frac{q}{B} \quad \text{of} \quad B = \frac{q}{\sigma_g}$$

waarin:

B = aanlegbreedte;

q = de belasting + eigen gewicht;

σ_g = de grondspanning.

volgt dat de fundering breed genoeg is als de berekende waarde van σ_g lager is dan de toelaatbare grondspanning, de draagkracht (zie tabel 25.1).

VOORBEELD

In fig. 26-2 is:

$$B = \frac{80 \text{ kN/m}}{80 \text{ kN/m}^2} = 1 \text{ m}$$

Voor voldoende stabiliteit (kantelen!) moet B minimaal $2 \times$ de muurdikte zijn, dus $B \geq 2b$.

Zoals we in paragraaf 25.6 hebben gezien is het noodzakelijk de fundering vorstvrij aan te leggen (fig. 26-3).

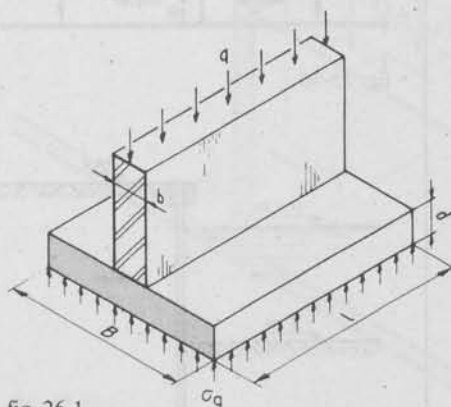


fig. 26-1

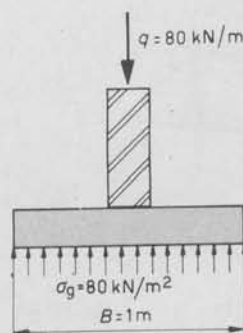


fig. 26-2

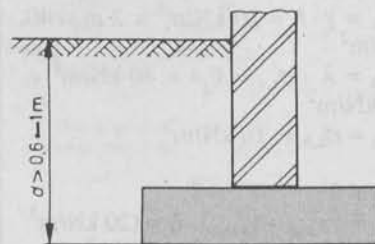


fig. 26-3

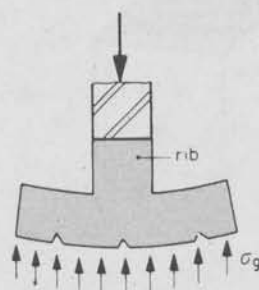


fig. 26-4

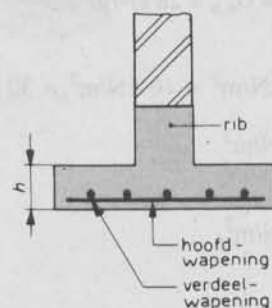


fig. 26-5

Als voetverbreding kan een gewapend-betonplaat met of zonder rib worden toegepast, z.g. strokenfundering (fig. 26-4). De trekzone ligt onder in de plaat, dus hier moet ook de hoofdwapening liggen.

Over de hoofdwapening ligt een verdeelwapening met een doorsnede van minstens 20% van de hoofdwapening (fig. 26-5).

Als de grond niet overal een gelijkmatige samenstelling heeft (fig. 26-6), verloopt σ_g ook niet regelmatig, waardoor de fundering zal willen scheuren.

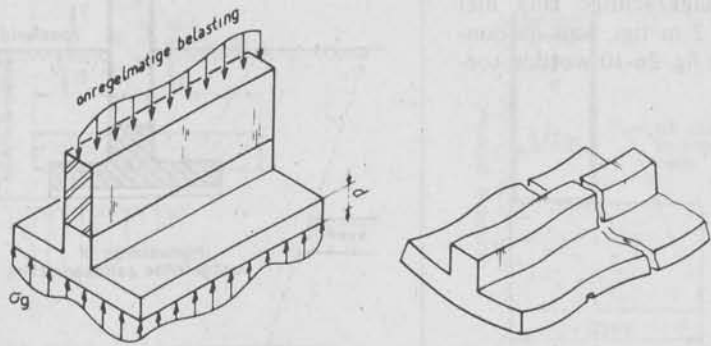


fig. 26-6

Ook door onregelmatige belasting, b.v. door een raam (fig. 26-7), ontstaat ongelijke σ_g .

In dat geval is het beter een rib aan te brengen, waardoor we zorgen voor een gelijkmatige krachtoverdracht op de ondergrond.

De fundering wordt dan in langsrichting sterker en stijver (fig. 26-8).

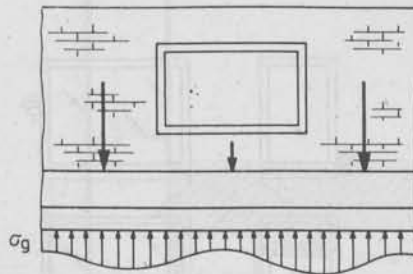


fig. 26-7

In de langsrichting (rib) moet dus ook een hoofdwapening worden aangebracht. De totale staaldoorsnede van de hoofdwapening:

$$A_{\text{staal}} = 1\% \cdot A_{\text{betonrib}}$$

zowel onderin als bovenin, want in langsrichting kan de trekzone zowel onder als boven liggen.

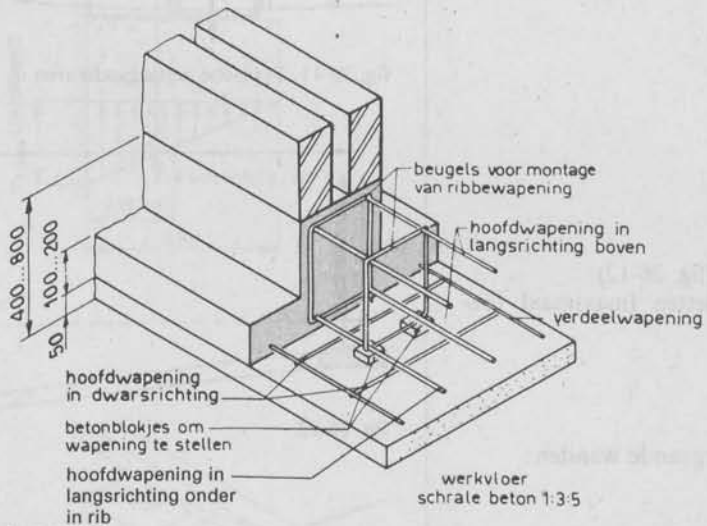


fig. 26-8

De fundering op staal kan slechts worden toegepast, als de vaste grondslag (draagkrachtige laag) niet te diep ligt, want anders kost deze methode te veel materiaal en ontgravingsarbeid (fig. 26-9).

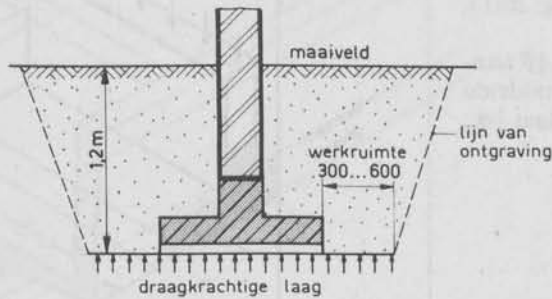


fig. 26-9

Als de draagkrachtige laag niet dieper dan 2 m ligt, kan de constructie van fig. 26-10 worden toegepast.

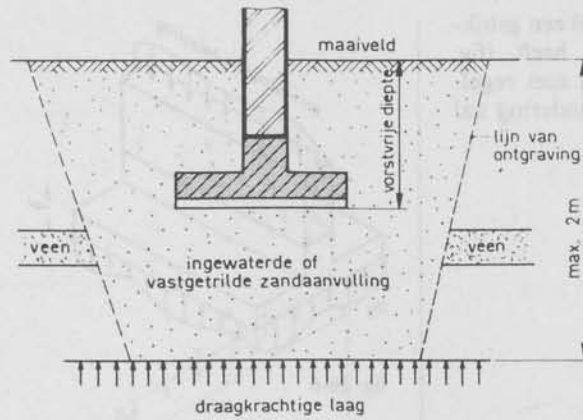


fig. 26-10

De fundering op staal verhoogt de spanning in de grond. Daardoor treden zettingen op (zie paragraaf 25-5).

Zolang die zettingen niet te groot zijn en *gelijmatig* optreden is er geen gevaar.

Ongelijkmatige zettingen kunnen aanleiding geven tot scheurvorming in gebouwen (fig. 26-11).

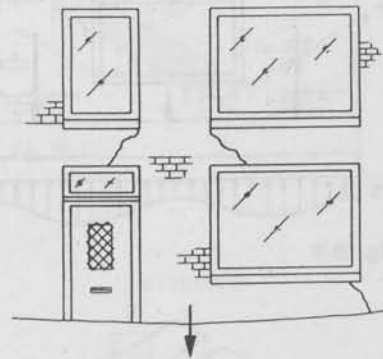


fig. 26-11 Typische zettingsscheuren

Vuistregels (fig. 26-12):

– voor skeletten (maximaal toelaatbaar):

$$\frac{z}{l} = \frac{1}{1500}$$

– voor doorgaande wanden:

$$\frac{z}{l} = \frac{1}{3000}$$

Soms wordt de fundering excentrisch belast, zoals b.v. in fig. 26-13.

Als de belasting precies op $\frac{1}{3}B$ aangrijpt (fig. 26-14), is de gemiddelde grondspanning onder de plaat $\frac{1}{2}\sigma_g$, dus:

$$\frac{1}{2}\sigma_g \cdot B \cdot l = q \cdot l$$

Hieruit volgt:

$$B = \frac{2q}{\sigma_g}$$

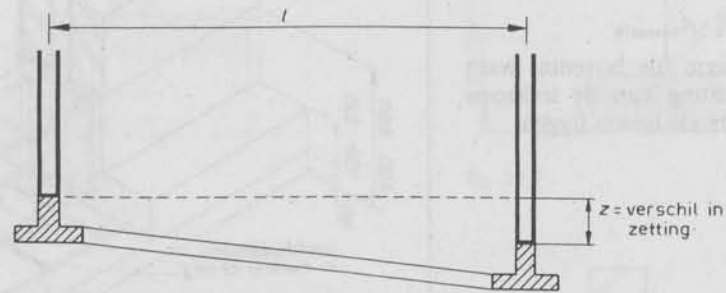


fig. 26-12

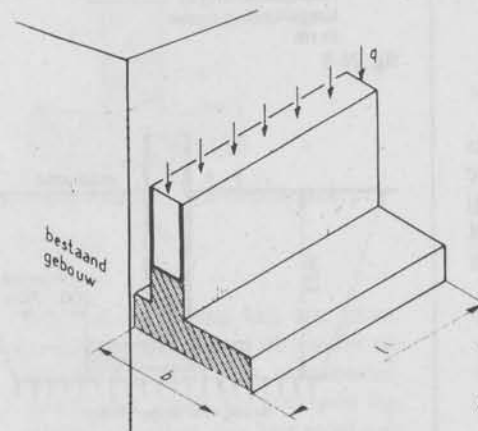


fig. 26-13

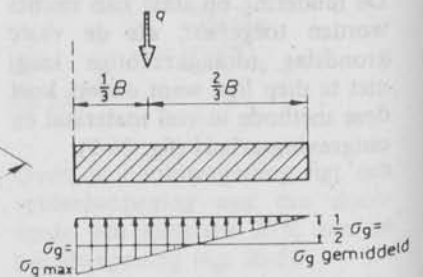


fig. 26-14

Als de afstand van het aangrijpingspunt van de q -belasting tot de rand van de plaat kleiner wordt dan $\frac{1}{3}B$ (fig. 26-15), dan wordt de maximale spanning onder de fundering vaak te groot.

In fig. 26-16 zien we een praktijkvoorbeeld van het getekende belastingschema van fig. 26-15. Het rechter deel van de fundering is nutteloos. Dit deel van de aanlegbreedte brengt geen belastingen over op de ondergrond.

We kunnen de draagkracht van de fundering verbeteren door de q -belasting van fig. 26-16 naar rechts te doen verschuiven. We kunnen dit doen door de q -belasting, gevormd door de vloer, direct af te voeren naar de fundering (zoals getekend in fig. 26-17). Door deze rechts op de fundering geplaatste q -belasting zal de resultante van de beide q -belastingen naar rechts verplaatsen.

Lukt dit niet, dan is het beter het constructiesysteem van fig. 26-18 toe te passen.

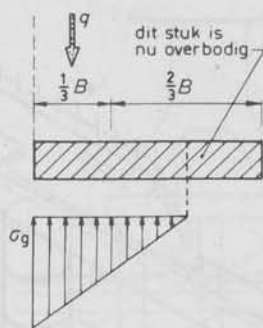


fig. 26-15

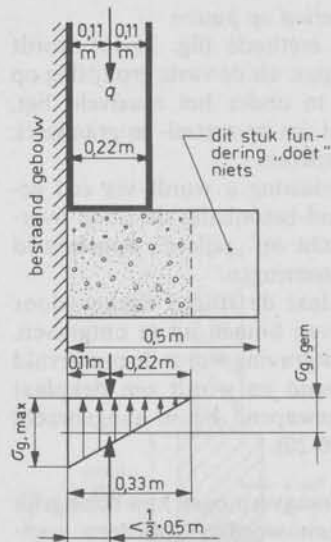


fig. 26-16

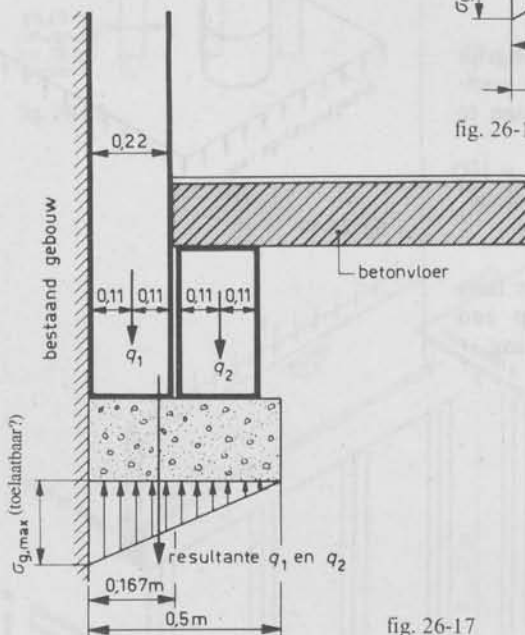


fig. 26-17

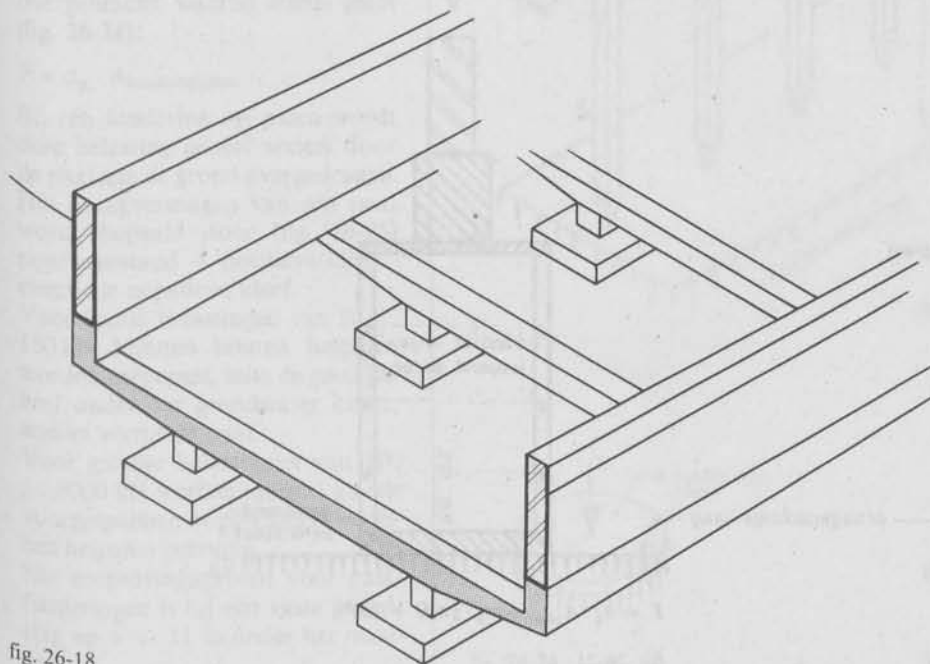


fig. 26-18

Fundering op putten

Deze methode (fig. 26-19) wordt toegepast als de vaste grondslag op 2...5 m onder het maaiveld ligt, en wel om op metsel- en graafwerk te besparen.

De belasting q wordt via een gewapend-betonbalk, de *sloof*, overgebracht op „pijlers”, opgebouwd uit betonringen.

Men laat de ringen zakken door deze van binnen uit te ontgraven. Na ontgraving wordt de put gevuld met zand en wordt een dekplaat van gewapend beton aangebracht (fig. 26-20).

Het draagvermogen kan belangrijk vergroot worden door een voetplaat van gewapend beton aan te brengen (fig. 26-21).

b.v. $D = 2$ m; $d = 0,10$ m; $\sigma_g = 100$ kN/m²,

dan fig. 26-20 $\rightarrow F = 63$ kN

en fig. 26-21 $\rightarrow F = 380$ kN.

Een fundering op putten is in feite een fundering op staal op een diepliggende draagkrachtige laag.

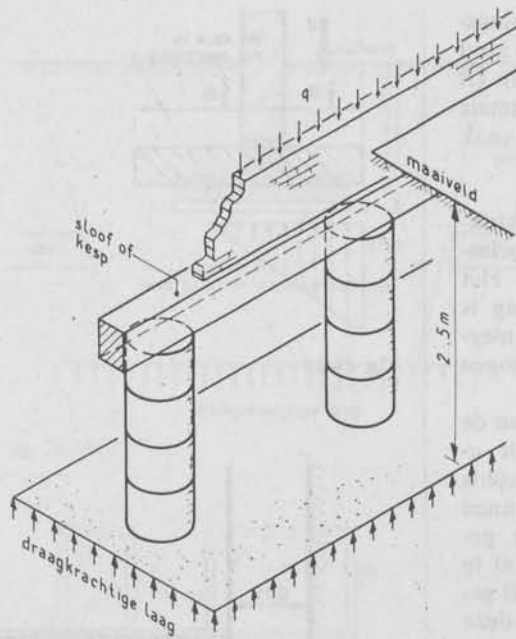
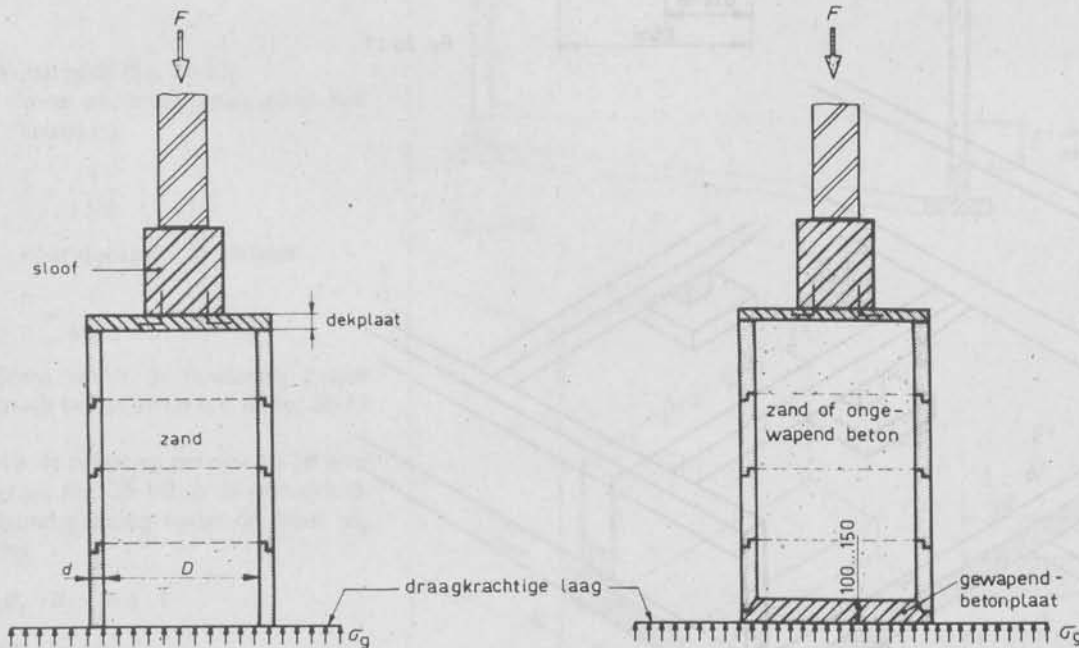


fig. 26-19



$$F = \sigma_g \cdot A_{ring} \approx \sigma_g \cdot \pi \cdot D \cdot d$$

fig. 26-20

$$F = \sigma_g \cdot A_{plaat} = \sigma_g \cdot \frac{1}{4} \pi (D + 2d)^2$$

fig. 26-21

Een fraaie puttenfundering is toegepast bij de brug over de Oosterschelde (fig. 26-22). De gewapend betonbuizen zijn liggend op het land gemaakt en drijvend in het werk gebracht.

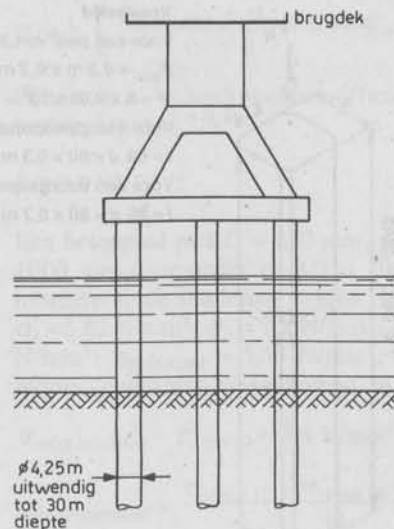


fig. 26-22

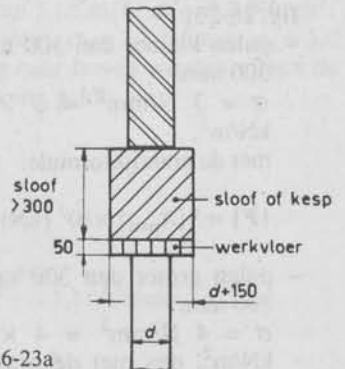


fig. 26-23a

26.3 Fundering op palen

26.3.1 Algemeen

Bij een puttenfundering wordt de muurbelasting door sloven of kespen op de putten overgebracht. Op dezelfde manier wordt bij een paalfundering de muurbelasting op de palen overgebracht (fig. 26-23). Bij een fundering op staal of puttenfundering wordt deze belasting door plaat of put op de grond overgebracht, waarbij steeds geldt (fig. 26-24):

$$F = \sigma_g \cdot A_{\text{funderingsplaat}}$$

Bij een fundering op palen wordt deze belasting geheel anders door de paal aan de grond overgedragen. Het draagvermogen van een paal wordt bepaald door (fig. 26-25) puntweerstand + positieve kleef - eventuele negatieve kleef.

Voor kleine belastingen van 50 ... 150 kN kunnen houten heipalen worden toegepast, mits de paal geheel onder het grondwater komt; anders verrot de paal.

Voor grotere belastingen van 100 ... 1000 kN worden meestal gladde voorgespannen of gewapend-betonnen heipalen gebruikt.

Het toepassingsgebied voor paalfunderingen is bij een vaste grondslag op 5 ... 31 m onder het maaiveld.

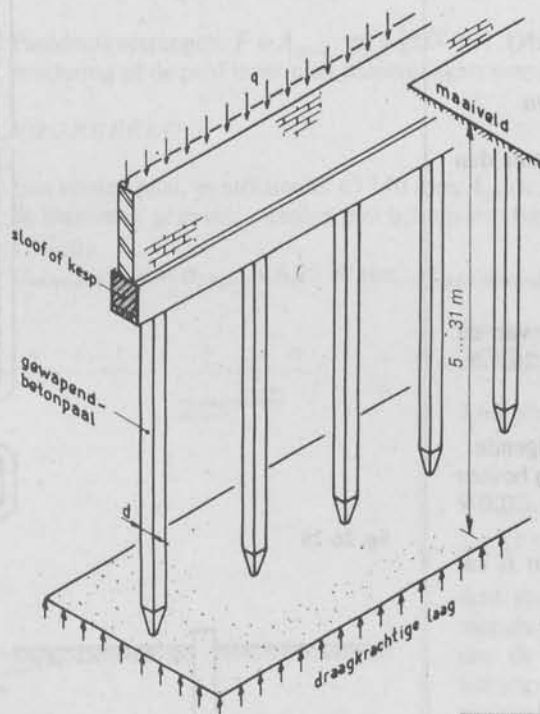


fig. 26-23

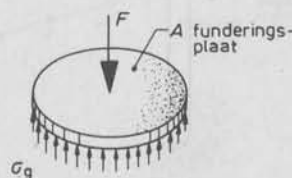


fig. 26-24

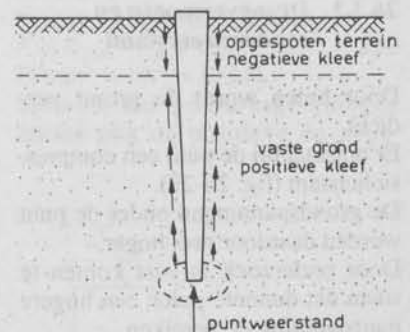


fig. 26-25

26.3.2 Afmetingen en draagvermogen van palen i.v.m. de sterkte

a gewapend-betonpalen

Betonkwaliteit: B 25.

Staalkwaliteit: Fe B 500.

Om te zorgen dat de paal voldoende sterk is, gaat men wel uit van de volgende regels (zie ook fig. 26-26):

- palen kleiner dan 300 mm x 300 mm:

$$\sigma = 3 \text{ N/mm}^2 = 3 \times 10^3 \text{ kN/m}^2,$$

met de praktijkformule:

$$\{F\} = 3\{A_{\text{paal}}\} \times 10^3 \text{ (kN)}$$

- palen groter dan 300 mm x 300 mm:

$$\sigma = 4 \text{ N/mm}^2 = 4 \times 10^3 \text{ kN/m}^2, \text{ dus met de praktijkformule:}$$

$$\{F\} = 4\{A_{\text{paal}}\} \times 10^3 \text{ (kN)}$$

b voorgespannen betonpalen

Betonkwaliteit: B55

De verhouding l/d is groter dan bij gewapend betonpalen.

Praktijkformule:

$$\{F\} = 7\{A_{\text{paal}}\} \times 10^3 \text{ (kN)}$$

mits het draagvermogen van de grond voldoende is, zie § 26.3.3.

c houten palen

Zeer globaal geldt het volgende:

- de puntoppervlakte van houten palen varieert van: 0,8...2,0 x 10⁴ mm²;

- $f_{c;0}$ voor nat dennehout is ca. 6,8 N/mm²;

- $F = 40 \dots 100 \text{ kN}$.

26.3.3 Draagvermogen en sondeerweerstand

Door heien wordt de grond verdicht.

Er ontstaat bij de punt een compressielichaam (fig. 26-27).

De grondspanningen onder de punt worden daardoor veel hoger.

Door onderzoek is vast komen te staan dat dunnere palen een hogere puntspanning σ_p bereiken.

Voorbeeld

Voor een paal van 300 mm x 300 mm geldt:

$$A_{\text{paal}} = 0,3 \text{ m} \times 0,3 \text{ m} = 0,09 \text{ m}^2$$

$$(F = 3 \times 0,09 \times 10^3 = 270 \text{ kN})$$

Voor een gewapend betonpaal:

$$l = 60 \quad d = 60 \times 0,3 \text{ m} = 18 \text{ m.}$$

Voor een voorgespannen betonpaal:

$$l = 80 \quad d = 80 \times 0,3 \text{ m} = 24 \text{ m.}$$

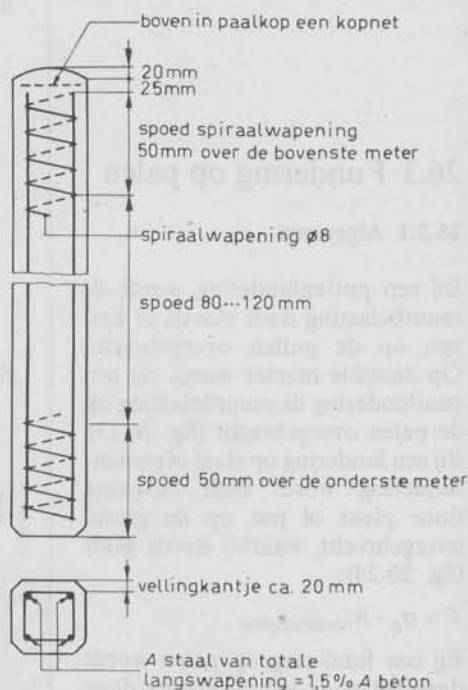
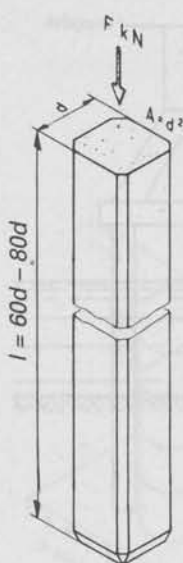


fig. 26-26

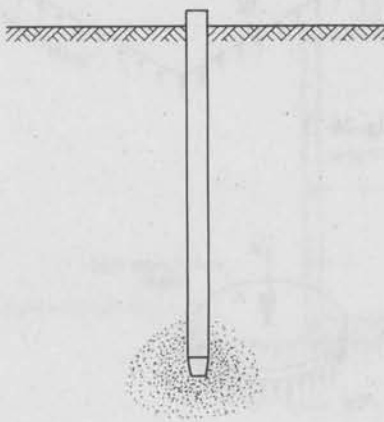


fig. 26-27

Het draagvermogen F hangt af van de puntweerstand σ_p :

$$F = A_{\text{paal}} \cdot \sigma_p$$

De puntweerstand σ_p op een zekere diepte l onder het maaiveld hangt af van de sondeerweerstand σ_s en van de paalafmeting d ; zie fig. 26-28.

Gestart wordt met het kiezen van een paalpuntniveau. Vervolgens wordt in de sondering uitgezet, respectievelijk $4D$ onder en $8D$ boven het inheinniveau.

Hierin is D de equivalente diameter van een ronde paal, zie fig. 26-29. Voor vierkante palen met een afmeting d geldt:

$$D = \sqrt[4]{d^2}$$

bijvoorbeeld. $d = 300$ mm, dan $D = 338$ mm.

Het bezwijkdraagvermogen van de grond rondom de paalpunt is het gewogen gemiddelde van een aantal waarden die in het sonderingsdiagram worden afgelezen. In formulevorm:

$$\sigma_p = \frac{1}{2v} \left\{ \frac{\sigma_{\text{onder, gem.}} + \sigma_{\text{onder, minimaal}}}{2} + \sigma_{\text{boven, minimaal}} \right\}$$

Hierin is v = veiligheidscoëfficiënt, voor houten palen: $v = 1,7$; voor betonpalen: $v = 2,3$.

VOORBEELD

Een betonpaal met $D = 250$ mm, zie fig. 26-28. Vanaf het inheinniveau $4D = 1000$ mm naar onder en $8D = 2000$ mm naar boven uitzetten. Vanaf het inheinniveau de sondering volgen langs de punten 1 t.e.m. 6: $\sigma_1 = 8,2$ N/mm²; $\sigma_2 = 6,82$ N/mm²; $\sigma_3 = 7,8$ N/mm²; $\sigma_4 = 5,0$ N/mm²; $\sigma_5 = 2,4$ N/mm²; $\sigma_6 = 3,0$ N/mm²; $\sigma_{\text{gemiddeld}} = 5,53$ N/mm². Op de weg naar boven worden alleen de minimale waarden meegenomen. In deze sondering geldt:

$$\sigma_{\text{onder, minimaal}} = \sigma_{5 \text{ t/m } 11} = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{boven, minimaal}} &= \frac{\sigma_{11 \text{ t/m } 13} + \sigma_{14 \text{ t/m } 16} + \sigma_{17 \text{ t/m } 21}}{11} \\ &= \frac{3 \times 2,4 \text{ N/mm}^2 + 3 \times 1,0 \text{ N/mm}^2 + 5 \times 0,4 \text{ N/mm}^2}{11} = 1,11 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{dus: } \sigma_p = \frac{1}{2 \times 2,3} \left\{ \frac{5,53 \text{ N/mm}^2 + 2,4 \text{ N/mm}^2}{2} + 1,11 \right\} = 1,1 \text{ N/mm}^2.$$

Paal draagvermogen: $F = A_{\text{paal}} \cdot \sigma_p = \frac{1}{4} \pi D^2 \times 1,1 = 54$ kN. Dit is dus geen beste sondering of de paal moet naar diepere lagen worden geslagen.

VOORBEELD

Een houten paal, punt diameter $\varnothing 140$ mm, $A_{\text{paal}} = 15400$ mm². Controleer zelf de hieronder gegeven waarden met behulp van fig. 26-28: $4D = 0,56$ m; $8D = 1,12$ m.

$$\sigma_{\text{onder, gemiddeld}} = \sigma_{1 \text{ t/m } 4} = 6,95 \text{ N/mm}^2; \sigma_{\text{onder, minimaal}} = \sigma_4 = 5,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{boven, minimaal}} &= \frac{3 \times 5,0 + 3 \times 1,0 + 1 \times 0,4 \text{ N/mm}^2}{7} = \\ &= 2,63 \text{ N/mm}^2, \end{aligned}$$

$$\text{dus: } \sigma_p = \frac{1}{2 \times 1,7} \left\{ \frac{6,95 + 5,0}{2} + 2,63 \right\} = 2,53 \text{ N/mm}^2$$

Aan deze waarden in vergelijking met die van de betonpaal, is te zien dat de invloed van de paalpunt belangrijk kan zijn. Er worden minder slappe lagen geraakt.

$$F = A_{\text{paal}} \cdot \sigma_p = 15400 \text{ mm}^2 \times 2,53 \text{ N/mm}^2 \times 10^{-3} = 39 \text{ kN}.$$

Behalve het punt draagvermogen spelen ook de positieve en nega-

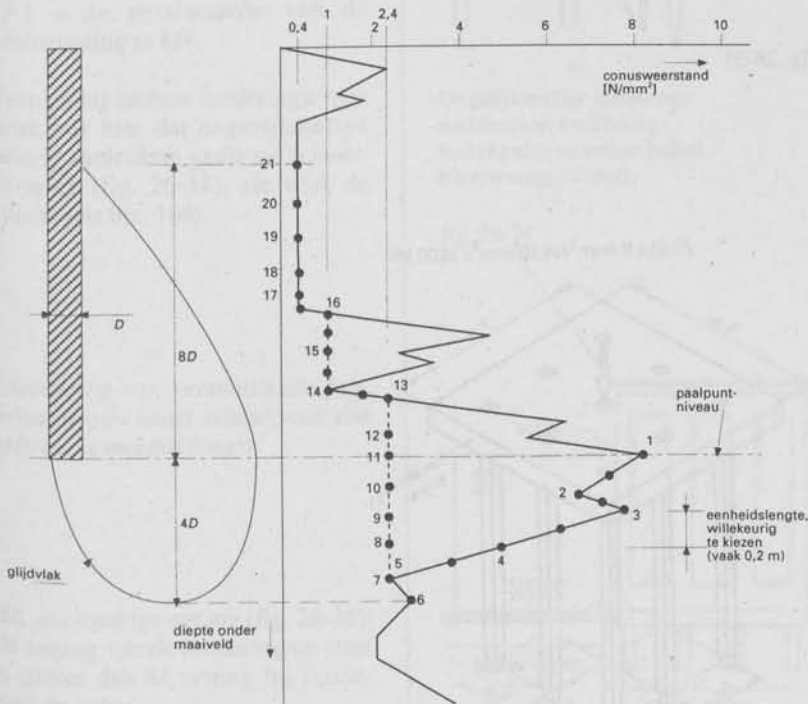


fig. 26-28 Detail van een sonderingsdiagram.

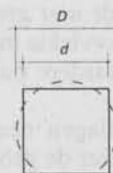


fig. 26-29 Equivalente diameter

tieve kleef een rol in het draagvermogen van de paal.
De hiervoor gegeven berekeningsmethode is NIET geldig voor in de grond vervaardigde palen.

26.3.4 Kleef

Het draagvermogen van houten palen wordt bij *positieve kleef* groter door de gunstige verhouding van manteloppervlakte tot puntoppervlakte en de conische (tapse) vorm van houten palen (fig. 26-30).

Het "heien op kleef" moet overigens zoveel mogelijk worden vermeden.

Negatieve kleef

Behalve de belasting die via de sloof direct op de paalkop wordt overgebracht, wordt de paal soms ook nog belast door de z.g. *negatieve kleef*.

Als de paal door sterk samendrukbare lagen gaat (klei, veen), die aan zetting onderhevig zijn (b.v. bij opgespoten terrein) oefenen die lagen een neerwaarts gerichte kracht (wrijving) op de paalomtrek uit, de z.g. negatieve kleef. De negatieve kleef geeft dus een extra belasting op de paal.

Zeer globaal geldt (fig. 26-31).

$$K \approx \{O\} \cdot \{h\}^2 \text{ kN,}$$

waarin:

- K = de totale negatieve kleef;
- $\{O\}$ = de getalwaarde van de paalomtrek in m
- $\{h\}$ = de getalwaarde van de dikte van de laag, die kan inklinken in m.

Er geldt:

$$F_{\text{nuttig}} \leq F - K$$

Pijlers en zwaarbelaste kolommen worden vaak gefundeerd op palenbundels. Het draagvermogen van een palenbundel wordt *niet* groter door op eenzelfde oppervlakte meer palen te slaan of zwaardere palen toe te passen.

Op diepgelegen zandlagen neemt men als gemiddelde over de gehele



fig. 26-30

Voorbeeld

Zelfde houten paal als in § 26.3.3:

$l = 1 \text{ m}$ (zie sondering)

$D_{\text{gem}} = \varnothing 0,15 \text{ m}$

$\sigma_{\text{gem}} = \sigma_{\text{boven}} = 2,63 \text{ N/mm}^2$

$F = 0,019 \times 150 \times 1000 \times 2,63 \times 10^{-3} = 7,5 \text{ kN}$

Totaal punt + kleef = $39 + 7,5 = 46,5 \text{ kN}$.

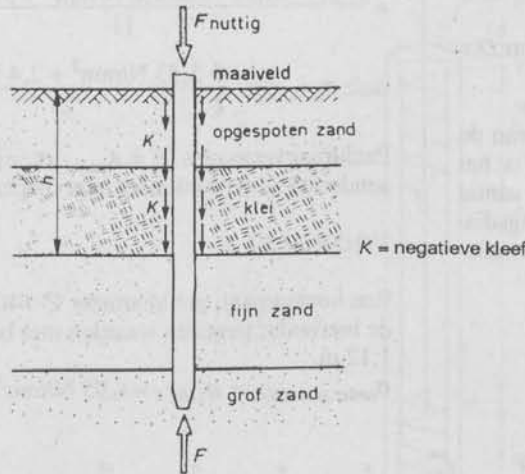


fig. 26-31

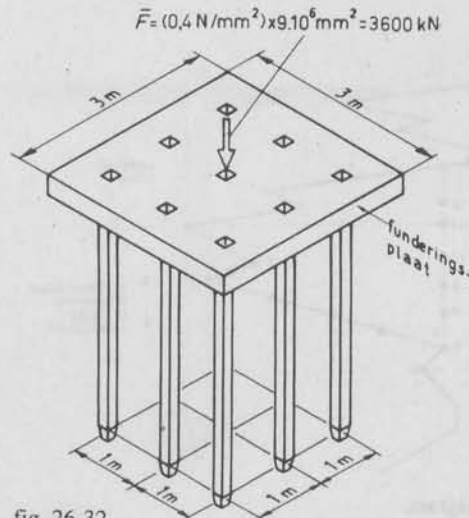


fig. 26-32

oppervlakte $0,35 \dots 0,5 \text{ N/mm}^2$ van de funderingsplaat (fig. 26-32).

Als er op een fundering belangrijke horizontale krachten werken, worden schoorpalen toegepast met een maximumhelling 1 horizontaal op 3 verticaal (fig. 26-33). Bij grotere hellingen is het heiverk moeilijk uitvoerbaar.

Bij de aangegeven horizontale belasting F_h ontstaat in de schoorpaal een drukkracht F_c en in de verticale paal een trekkracht F_t .

De toelaatbare trekkracht F_t op een paal is sterk afhankelijk van grondsoort en vorm van de paal en zal geval voor geval moeten worden bekeken.

Zeer globaal zou met $15 \dots 20 \text{ kN}$ per meter paallengte in de vaste laag kunnen worden gerekend.

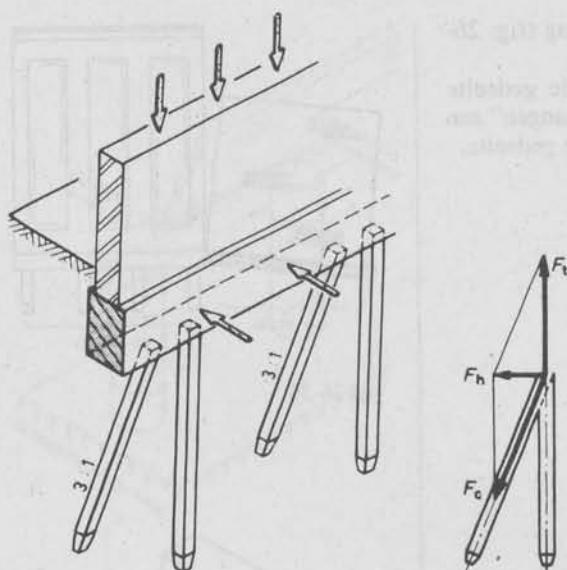


fig. 26-33

26.3.5 Zettingen

Voor een zetting van een paal kan men zeer globaal rekenen:

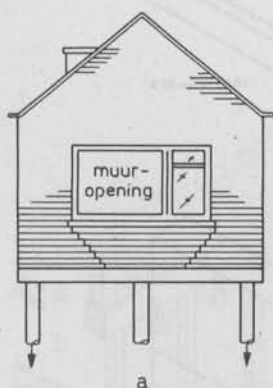
$$\{Z\} = \frac{1}{50} \{F\}$$

waarbij:

$\{Z\}$ = de getalwaarde van de zetting in mm;

$\{F\}$ = de getalwaarde van de paalbelasting in kN.

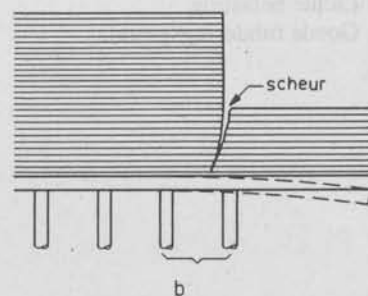
Evenals bij *andere* funderingstypen geldt ook hier dat *ongelijkmatige* zetting aanleiding geeft tot *scheurvorming* (fig. 26-34); zie voor de vuistregels blz. 166).



a

Ongelijkmatige belasting: middenpaal overbodig buitenpalen te zwaar belast borstwering scheurt

fig. 26-34



b

De twee rechter palen zijn te zwaar belast door te groot overstek van funderingsbalk.

Toepassing van verschillende funderingstypen naast elkaar voor één gebouw is meestal funest.

Bij *gelijkmatige* zetting (fig. 26-35): de zetting van de fundering op staal is groter dan de zetting bij fundering op palen.

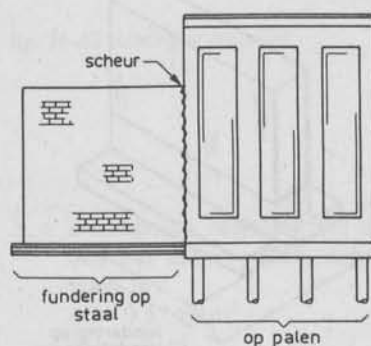


fig. 26-35

Bij ongelijke zetting (fig. 26-36):
 het op staal gefundeerde gedeelte van het gebouw blijft "hangen" aan het op palen gefundeerde gedeelte.

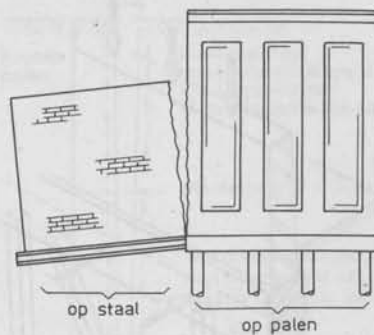


fig. 26-36

26.4 Samenvatting

Fundering op staal
 (fig. 26-37 en 26-38)

Toe te passen bij:

- Kleine gebouwen.
- Lichte belasting.
- Goede funderingsgrond.

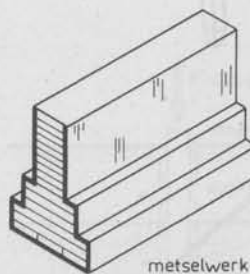


fig. 26-37

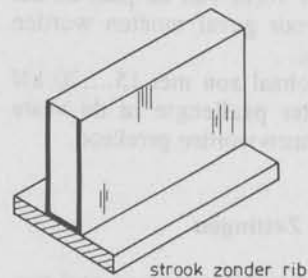


fig. 26-38

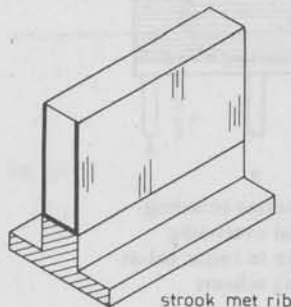


fig. 26-39

(fig. 26-39)

Toe te passen bij:

- Onregelmatige belasting of onregelmatige σ_g .

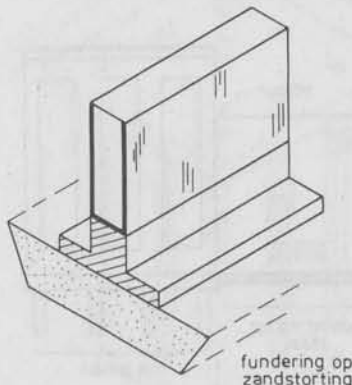


fig. 26-40

(fig. 26-40)

Toe te passen bij:

- Dieper liggende draagkrachtige laag.

(fig. 26-41)

Toe te passen bij:

- Nog dieper liggende draagkrachtige laag.

Opmerkingen

Voor een fundering op staal geldt altijd:

$$1 \quad \sigma_g = \frac{F}{A}$$

$$\text{aanlegbreedte } B = \frac{q}{\sigma_g}$$

- 2 vorstvrije aanleg.

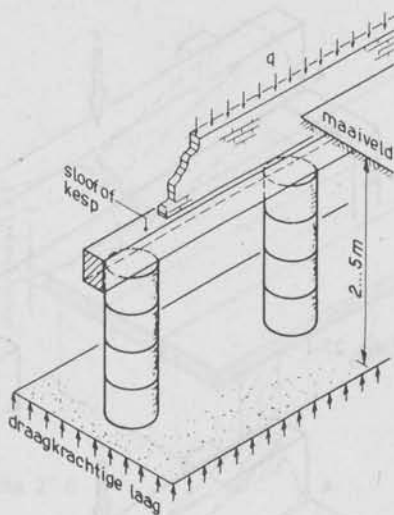


fig. 26-41 Fundering op putten

Fundering op palen

Toepassingen (fig. 26-42):

- 1 Vroeger: houten paalroosterwerk.
- 2 Nu:
 - a Houten palen met gewapend-betonsloof. Of: Houten palen met gewapend-betonzetter en -sloof. Paalbelasting: 50...80 kN.
 - Of:
 - b Gladde betonpalen: 100...1200 kN.
 - c In de grond gestorte betonpalen.

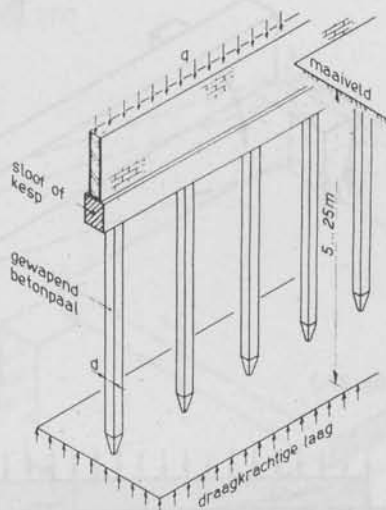


fig. 26-42 Fundering op palen

Opmerkingen:

- 1 Houten palen altijd onder water!
- 2 Geen verschillende funderingstypen naast elkaar gebruiken!

26.5 Vragen

- 1 Hoe groot is de minimale aanlegbreedte van een fundering op staal?
- 2 Wat is de functie van een verstijvingsrib?

- 3 a Bereken de belasting die op een put mag worden toegelaten, als:
 - $\sigma_g = 0,5 \text{ N/mm}^2$
 - $D = 1,20 \text{ m}$
 - $d = 0,12 \text{ m}$

- b Dezelfde opgave met een bodempunt.
- 4 Waardoor wordt het draagvermogen van een paal bepaald?
- 5 Wat is "kleef"?
- 6 Hoe ontstaan zettingsverschillen?

27

Vloeren, liggers

27.1 Algemeen

Sterkte

De overspanningsconstructie (balk AB) in fig. 27-1 is niet sterk genoeg: We stellen altijd als eis dat in geen enkel constructieonderdeel de materiaalsterkte wordt overschreden.

Stijfheid

In fig. 27-2 is de doorbuiging μ van de balk te groot. De overspanningsconstructie is niet stijf genoeg. Voor de berekening van μ_{\max} zie hoofdstuk 16.

Stabiliteit

Door het wegvallen van het steunpunt A verliest de balk in fig. 27-3 zijn stabiliteit. Als eis wordt gesteld dat de constructie onder invloed van alle mogelijke belastingen stabiel is, in evenwicht is.

27.2 Stijfheidseisen

27.2.1 Houten liggers

Zie fig. 27-4

Voor $l \leq 4,35$ m geldt:

$$\mu_{\max} = 0,003 l$$

Voor $l > 4,35$ m geldt:

$$\mu_{\max} = 13 \text{ mm}$$

Voor het geval dat er trillingen voorkomen (fig. 27-5; gymzalen, dansvloeren, enz.):

$$\mu_{\max} = 6 \text{ mm}$$

Houten vloerplanken (fig. 27-6; naaldhout) mogen niet meer doorbuigen dan:

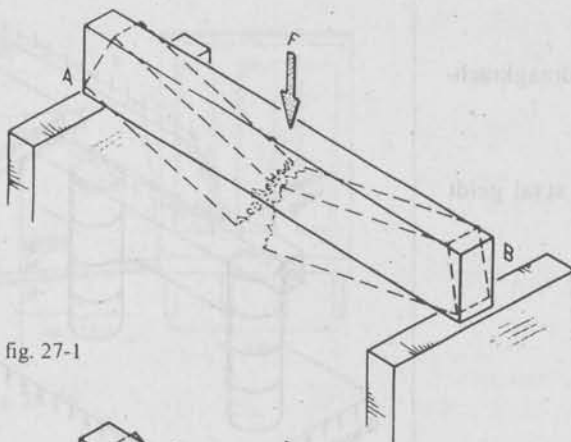


fig. 27-1

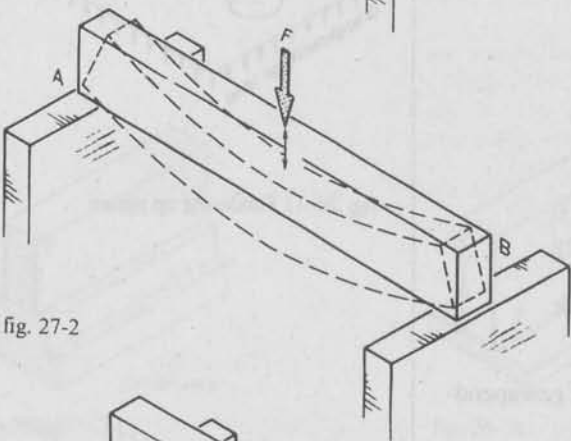


fig. 27-2

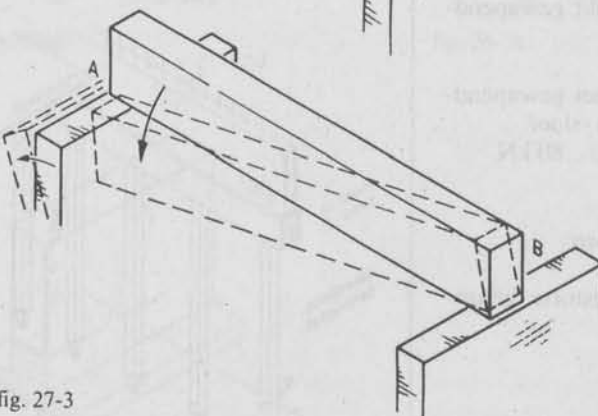


fig. 27-3

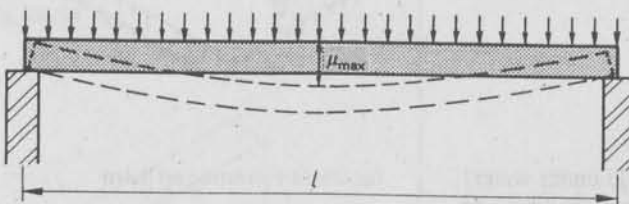


fig. 27-4

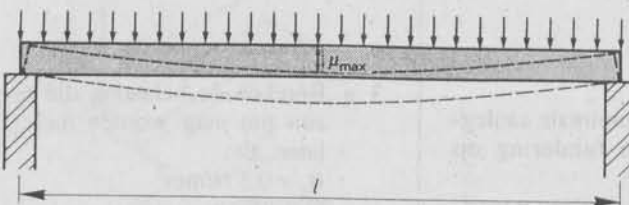


fig. 27-5

$$\mu_{\max} = \frac{1}{600} l$$

27.2.2 Stalen liggers

Onder invloed van de belasting mag de einddoorbuiging niet meer bedragen dan:

$$\mu_{\max} = 0,003 l$$

Het overkragende deel mag slechts $\frac{1}{167} \times$ oversteklengte doorbuigen (fig. 27-7):

$$\mu_{\max} \leq 0,006 a$$

In geval van trillingen (gymvloeren enz.) wordt de doorbuiging:

$$\mu_{\max} \leq 0,002 l$$

27.2.3 Gewapend-betonliggers

“Normaal” gewapend beton B 25 met “normaal” staal Fe B 500 (fig. 27-8).

Bij gewapend-betonbalken is het *eigen gewicht* e.g. dikwijls groot ten opzichte van de *veranderlijke belasting* v.b.

Voor *balken* geldt, dat als de balk *sterk* genoeg is, ook de *stijfheid* groot genoeg is.

Voor *platen* is meestal de stijfheid maatgevend.

Om een te grote doorbuiging te voorkomen moet:

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{q}{(90 + 130\omega_0)b}} \cdot l_{\min}$$

met een minimum van:

$$d \geq \frac{1}{35} l_{\min}; \text{ voor } h \text{ en } d \text{ zie figuur.}$$

Hierin is:

q = totale belasting in N/mm.

ω_0 = wapeningspercentage (zie 27.4.3),

$b = 1000$ mm,

l_{\min} = zie fig. 27-9 in mm,

h = totale plaatdikte in mm.

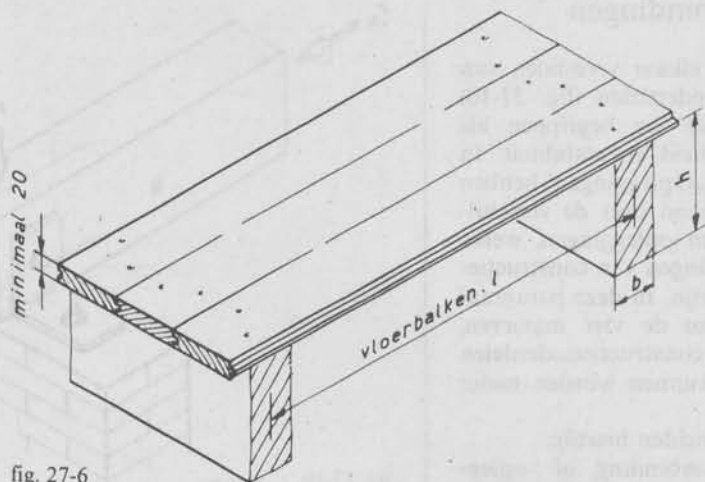


fig. 27-6

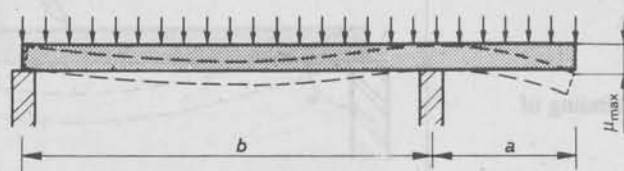


fig. 27-7

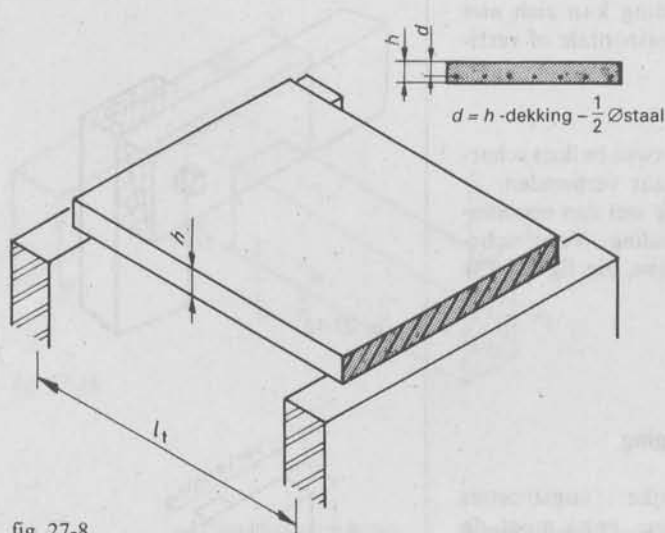


fig. 27-8

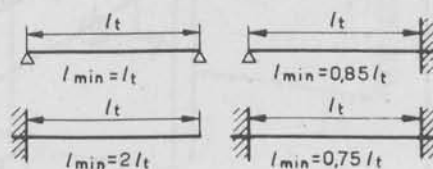


fig. 27-9

Indien de plaat niet scharnierend is opgelegd, doch één- of tweezijdig is ingeklemd, moet voor de l_{\min} met een *andere* waarde dan de theoretische overspanning worden gerekend (fig. 27-9).

VRAAG: Hoe groot is h als $l_t = l_{\min} = 5$ m; $g = 17,7$ kN/m; $\omega_0 = 0,8\%$; $b = 1000$ mm? Het antwoord staat op blz. 191.

27.3 Verbindingen

Bij het aan elkaar verbinden van constructieonderdelen (fig. 27-10) onderscheiden we begrippen als sterkte, stijfheid en stabiliteit. In hoofdstuk 7 „Opleggingen” hebben we het al gehad over de verschillende soorten opleggingen, welke ook verbindingen van constructieonderdelen zijn. In deze paragraaf zullen we nu de vier manieren, waarop de constructieonderdelen verbonden kunnen worden nader bekijken.

We onderscheiden hierbij:

- 1 scharnierverbinding of -oplegging;
- 2 roloplegging;
- 3 inklemming of stijve hoekverbinding;
- 4 slappe verbinding.

27.3.1 Scharnierverbinding of -oplegging

De balk is in A en B scharnierend met de muur verbonden (fig. 27-11). De hoek α kan bij een *scharnierverbinding* een wijziging ondergaan, maar de verbinding kan zich *niet verplaatsen* in horizontale of verticale richting.

In fig. 27-12 zijn twee balken scharnierend met elkaar verbonden. Men spreekt ook wel van een *niet-stijve hoekverbinding*. Voor schematische weergave, zie fig. 27-13).

27.3.2 Roloplegging

Voor belangrijke constructies (bruggen, spanten, enz.) moet de balk AB lengteveranderingen (fig. 27-14) kunnen ondergaan (temperatuurwijzigingen). Er is dan een roloplegging in één der steunpunten vereist.

De roloplegging verzet zich niet tegen wijziging van de hoek α en ook niet tegen horizontale verplaatsing.

Voorbeelden van roloplegging zijn weergegeven in fig. 27-15a en b.

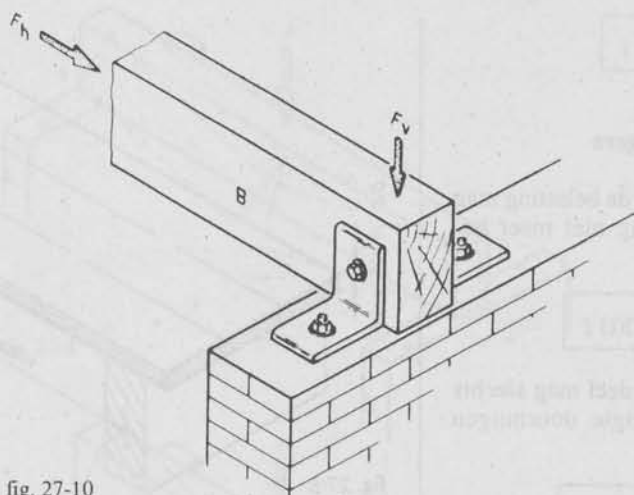


fig. 27-10

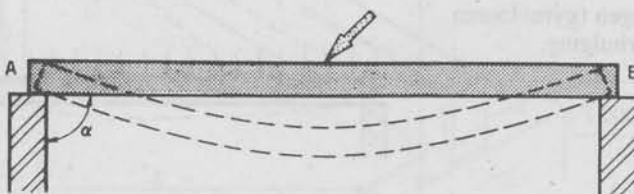


fig. 27-11

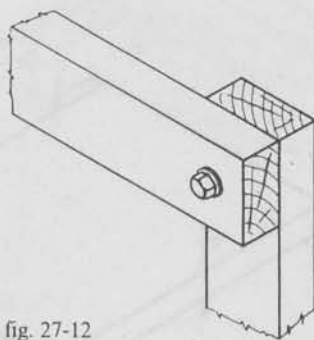
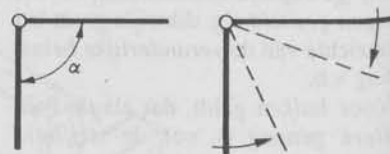


fig. 27-12



De hoek α kan gemakkelijk gewijzigd worden.

fig. 27-13

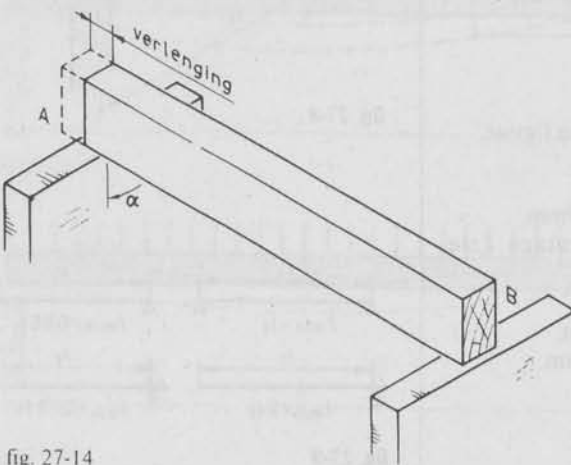
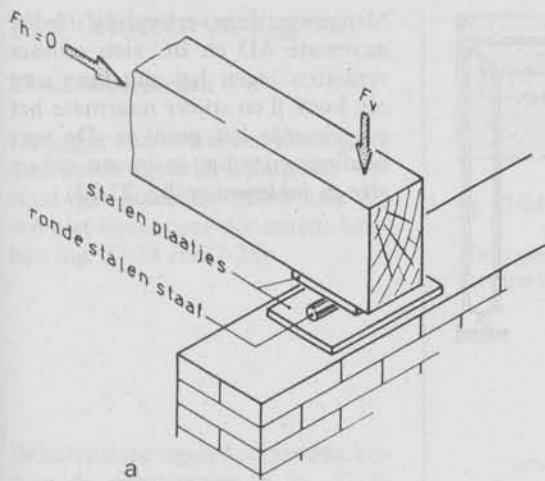
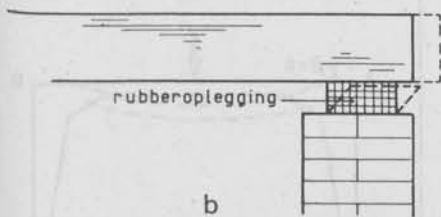


fig. 27-14



a



b

fig. 27-15

schema



27.3.3 Inklemming of stijve-hoekverbinding

De hoek α kan géén wijzigingen ondergaan. De verbinding kan zowel verticale als horizontale krachten opnemen (fig. 27-16).

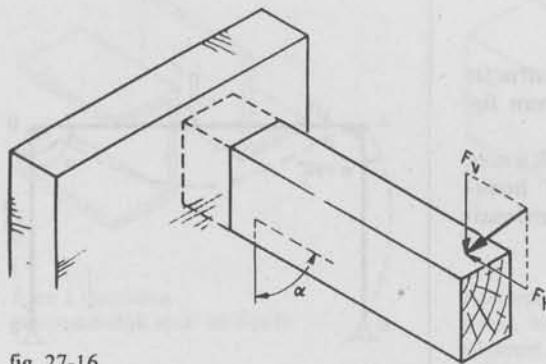


fig. 27-16

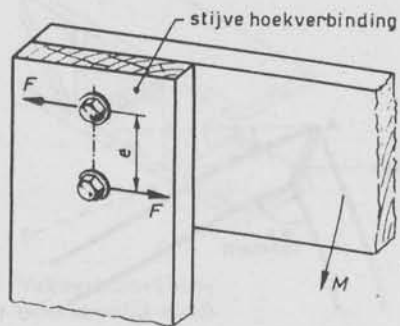


fig. 27-17



α blijft constant

fig. 27-18

Als men α wil wijzigen ontstaan er in de bouten krachten F die samen een koppel vormen met een moment $F \cdot e$ (fig. 27-17). Hoe verder de bouten uit elkaar staan (grote e) des te groter is het moment, des te moeilijker kan α gewijzigd worden, des te stijver is de verbinding. Schematische weergave in fig. 27-18.

27.3.4 Slappe verbinding

De balk AB is *stijf* verbonden aan AD en BC (fig. 27-19). Toch mag men AB *niet* schematiseren als een aan twee zijden ingeklemde balk als in fig. 27-20.

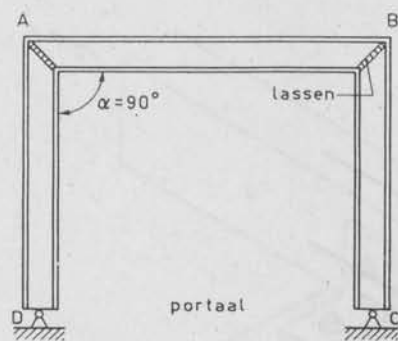


fig. 27-19

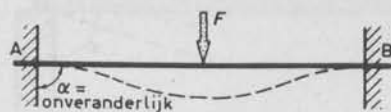


fig. 27-20

Bij belasting van de constructie ontstaat immers de vorm van fig. 27-21.

Weliswaar verandert de hoek α *niet*, maar toch ondergaan de hoekpunten A en B een hoekverdraaiing β .

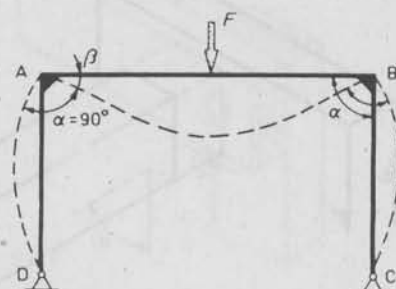


fig. 27-21

Balk AB is dus *niet ingeklemd* maar ook *niet zuiver scharnierend* opgelegd (fig. 27-22).

Tegen de hoekverdraaiing β verzetten zich de kolommen AD en BC.

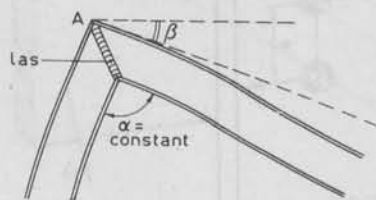
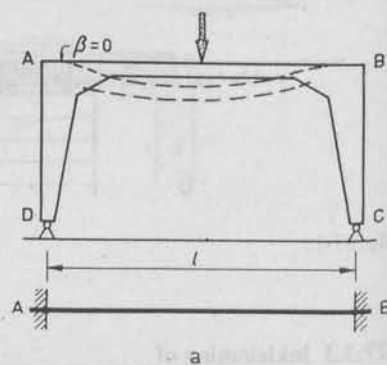
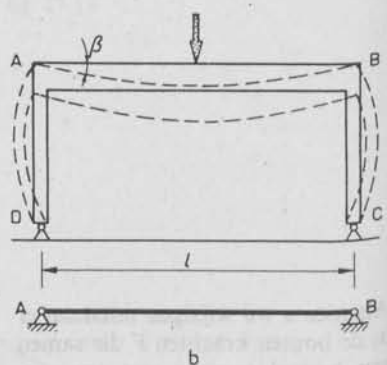


fig. 27-22

Men noemt deze verbinding *slapper* naarmate AD en BC zich minder verzetten tegen het ontstaan van een hoek β en *stijver* naarmate het omgekeerde het geval is. De verbindingwijze ligt in tussen *scharnier* en *inklemming* (fig. 27-23).



Balk AB is nagenoeg te vergelijken met een tweezijdig ingeklemd ligger, want AD en BC kunnen moeilijk meebuigen, dus de hoek β kan niet ontstaan.



Balk AB is nagenoeg te vergelijken met een tweezijdig vrij opgelegde balk, want AD en BC kunnen gemakkelijk meebuigen, dus er ontstaat een hoek β .

fig. 27-23

27.4 Vloeren en liggers

27.4.1 Doorsneden

De ligger kan zowel een homogene doorsnede (gehele doorsnede bestaat uit hetzelfde materiaal) als een niet-homogene doorsnede hebben (fig. 27-24 en 27-25).

Behalve deze liggerdoorsneden komen de constructies in fig. 27-26 zeer veel voor.



fig. 27-24

Homogene rechthoekige doorsnede
(houten balk, stalen balk)

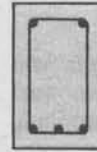
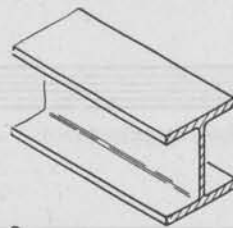


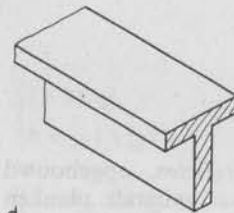
fig. 27-25

Niet homogene rechthoekige doorsnede
(gewapend beton)



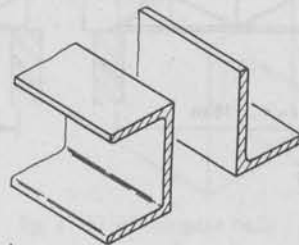
a

I-profielen
(staal, hout, gewapend beton, voorgespannen beton)



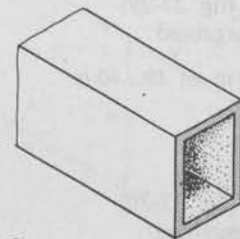
d

T-profielen
(staal, hout, gewapend beton, voorgespannen beton)



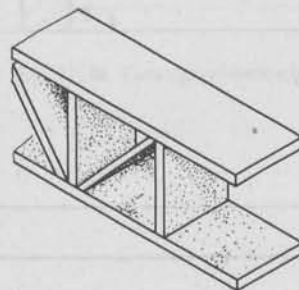
b

I- en L-profielen
(voornamelijk staal en hout)



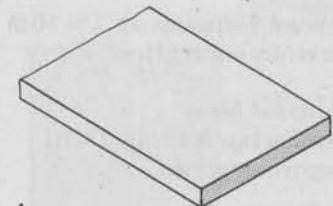
e

Kokerprofielen
(staal, hout, gewapend beton, voorgespannen beton)



c

Vakwerkconstructie
(voornamelijk staal)



f

Plaatconstructie
(voornamelijk gewapend beton)

fig. 27-26

27.4.2 Vuistregels

De noodzakelijke afmetingen van een ligger hangen van zeer veel factoren af (belasting, materiaal, overspanning, stijfheidseisen, economie, esthetica). Z er globaal gelden de volgende vuistregels:

a Hout

Vloeren van woonhuizen e.d. (fig. 27-27; naaldhout, rechthoekige doorsnede).

Toepassingsgebied:

$$l \approx 0 \dots 6 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{1}{20} l$$

$$b \approx \frac{1}{60} l$$

Gelijmde profielen, opgebouwd uit op elkaar gelijkde planken van naaldhout (fig. 27-28).

Toepassingsgebied:

$$l = 6 \dots 16 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{1}{20} l$$

$$b \approx \frac{1}{60} l$$

Vakwerken (fig. 27-29)

Toepassingsgebied:

$$l \approx 4 \dots 16 \text{ m en } 10 \dots 40 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{1}{5} \dots \frac{1}{12} l$$

b Staal

I-profielen (fig. 27-30)

Toepassingsgebied:

$$l \approx 2 \dots 16 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{1}{25} l \text{ voor vloeren}$$

Dakconstructies zijn wat lichter belast:

$$l \approx 2 \dots 16 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{1}{35} l$$

Vakwerk toepassen als $l > 10 \text{ m}$ (zie verder onder „Hout”).

c Gewapend beton

Rechthoekige balk (fig. 27-31)

Toepassingsgebied:

$$l \approx 4 \dots 8 \text{ m (vloeren)}$$

$$l \approx 4 \dots 14 \text{ m (daken)}$$

$$h \approx \frac{1}{12} l$$

$$b \approx \frac{1}{3} \dots \frac{2}{3} h$$

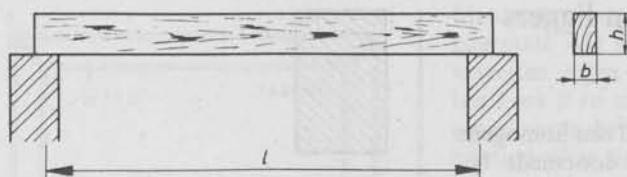


fig. 27-27

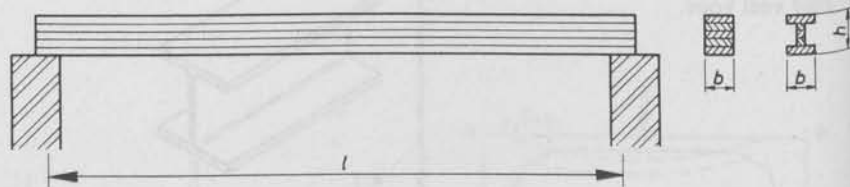


fig. 27-28

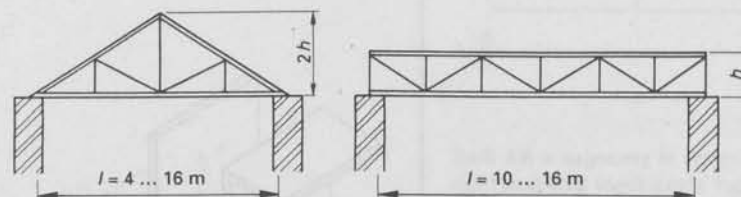


fig. 27-29

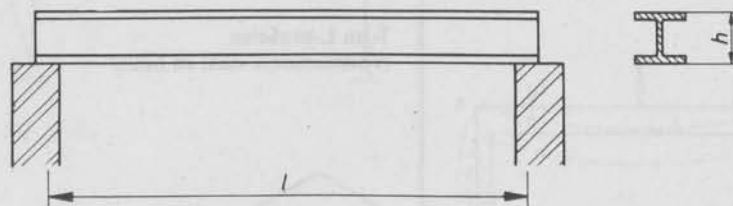


fig. 27-30

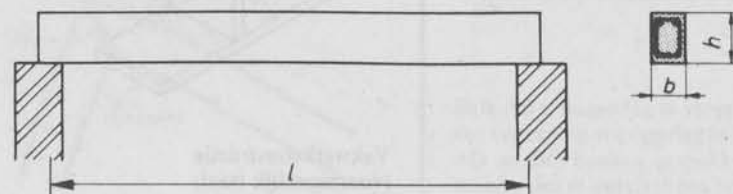


fig. 27-31

Platen (fig. 27-32)
Toepassingsgebied:

$$l \approx 0 \dots 6 \text{ m}$$

$$h \approx 80 \dots 250 \text{ mm}$$

$$d \approx \frac{1}{35} l$$

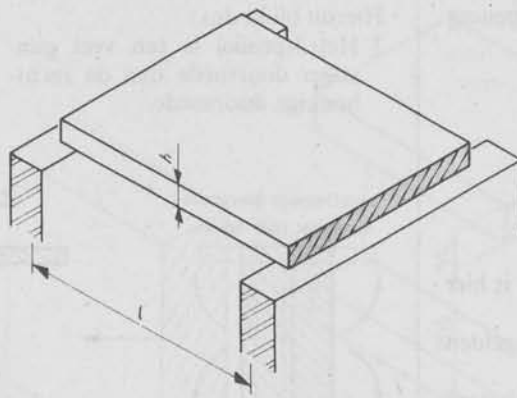


fig. 27-32

Voorgespannen constructies

1 toepassingsgebied met kabels

2 toepassingsgebied snarenbeton

$$\left\{ \begin{array}{l} l > 15 \text{ m} \\ h \approx \frac{1}{20} l \text{ à } \frac{1}{30} l \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l \approx 4 \dots 18 \text{ m} \\ h \approx \frac{1}{15} l \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{prefab platen } h \approx \frac{1}{25} \text{ à } \frac{1}{40} l \end{array} \right.$$

27.4.3 Gewapend-betonbalken en -platen

Voor de homogene rechthoekige doorsnede vonden we (fig. 27-33):

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

met:

$$W = \frac{1}{6} b \cdot h^2 \text{ en } \frac{\sigma}{f_m} = 1$$

Het opneembare moment is dus:

$$M = \frac{1}{6} f_m \cdot b \cdot h^2 = c \cdot b \cdot h^2$$

waarin c een constante voorstelt. Als een gewapend-betonbalk sterk genoeg is, dan is de balk ook stijf genoeg.

Men berekent de balk alleen op zijn sterkte.

Voor de niet-homogene gewapend-betonbalk (voor normaal beton B25-Fe500) kan een soortgelijke formule worden afgeleid als voor de homogene balk (fig. 27-34 en 27-35):

$$M = 3000 \cdot b \cdot d^2 \text{ kNm}$$

b en d invullen in m.

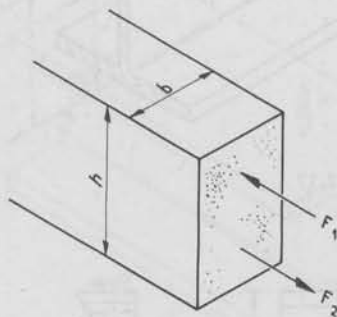


fig. 27-33 Homogene balk

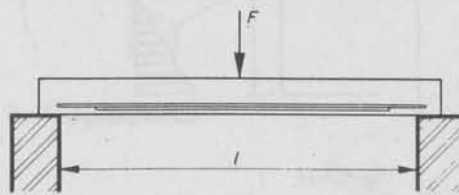
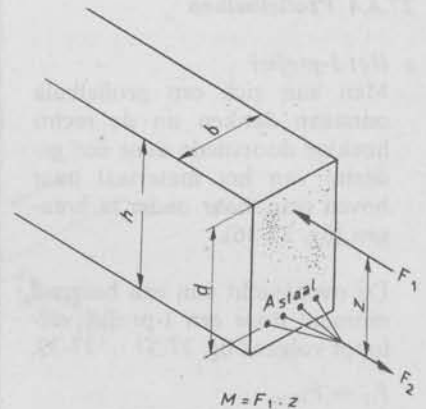


fig. 27-34 Gewapend-betonbalk

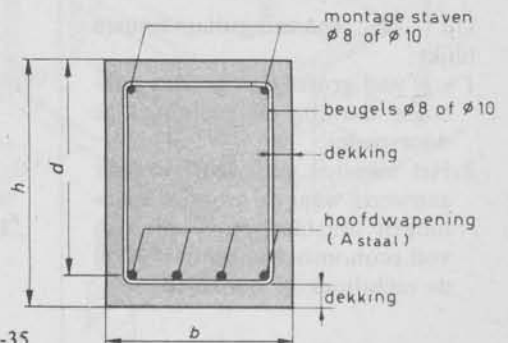


fig. 27-35

Hierbij behoort een hoofdwapening van:

$$A_{\text{staal}} = 0,008 b \cdot d$$

ofwel

$$A_{\text{staal}} = 0,8\% b \cdot d$$

Het wapeningspercentage ω_0 is hier 0,8%. Zie fig. 27-35.

Voor gewapend betonplaten gelden dezelfde vuistregels.

Als een gewapend-betonplaat sterk genoeg is, kan de *stijfheid* ervan nog wel onvoldoende zijn. Extra wapening is dan nodig.

In gewapend-betonconstructies mag nooit minder wapening aanwezig zijn dan 0,15% van de bruto betondoorsnede.

27.4.4 Profielbalken

a Het I-profiel

Men kan zich een profielbalk ontstaan denken uit de rechthoekige doorsnede door een gedeelte van het materiaal naar boven resp. naar onder te brengen (fig. 27-36).

De overdracht van een buigend moment door een I-profiel verloopt volgens fig. 27-37 ... 27-39.

$$F_1 = F_{\text{flens}}$$

$$F_1 = \text{gemiddelde spanning} \times \text{oppervlakte}$$

$$F_1 \approx \sigma_{\text{max}} \cdot A_{\text{flens}} \text{ (groot)}$$

$$F_1' = F_{\text{lijf}}$$

$$F_1' \approx \frac{1}{2} \sigma_{\text{max}} \cdot \frac{1}{2} A_{\text{lijf}} \text{ (klein)}$$

Uit de spanningsdiagrammen blijkt:

1 z is veel groter dan $\frac{1}{3}h$ (dus gunstiger dan bij de rechthoekige doorsnede).

2 Het meeste „materiaal” is dáár aanwezig waar de grootste spanningen ontstaan en wordt dus veel economischer benut dan bij de rechthoekige doorsnede.

Hieruit blijkt dus:

3 Het I-profiel is een veel gunstiger doorsnede dan de rechthoekige doorsnede.

4 Het buigend moment wordt hoofdzakelijk (ca. 90%) door de flenzen overgebracht.

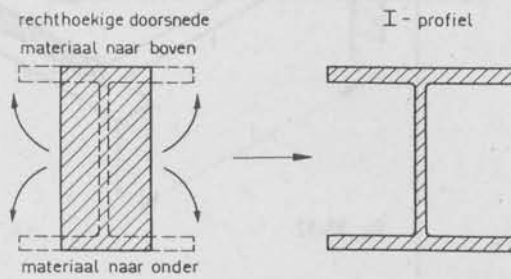


fig. 27-36

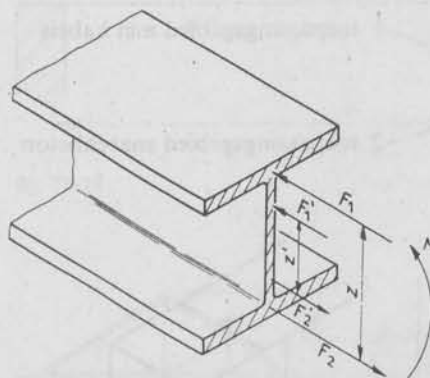


fig. 27-37

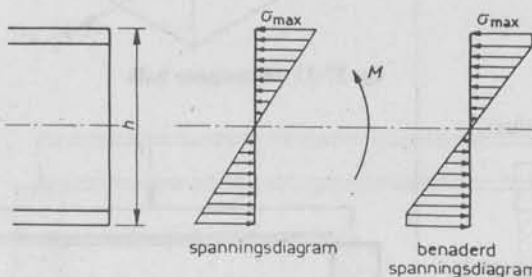


fig. 27-38

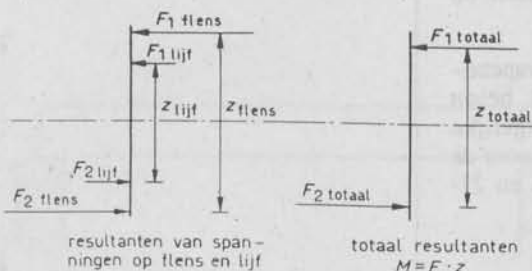


fig. 27-39

Het I-profiel kan ongeveer een 50% groter moment opnemen dan de rechthoekige doorsnede bij hetzelfde materiaalverbruik. De profielbalk geeft een nog gunstiger uitkomst als men een dunner lijf neemt en bredere flenzen.

Voorbeeld houten balk:

fig. 27-40 links:

$$W = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = 1,5 \times 10^6 \text{ mm}^3,$$

met $f_m = 10,5 \text{ N/mm}^2$ is het opneembaar moment:

$$M = f_m \cdot W = 15,75 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

fig. 27-40 rechts:

$$W = 2a \cdot A = 2 \times 150 \times 50 \times 200 = 3 \times 10^6 \text{ mm}^3 \text{ (zie fig. 16-9),}$$

Het opneembaar moment is:

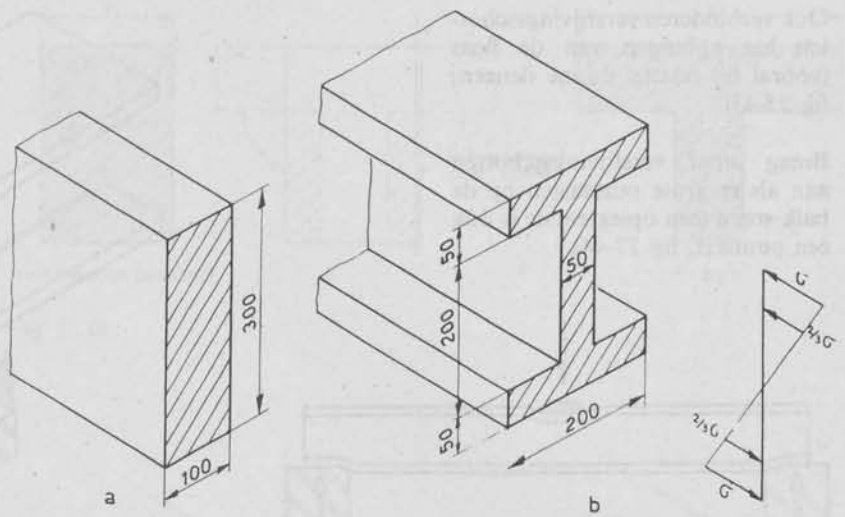
$$M = 10,5 \text{ N/mm}^2 \times 3 \times 10^6 \text{ mm}^3 = 31,5 \times 10^6 \text{ Nmm.}$$

Conclusie:

We moeten het materiaal naar de uiterste vezel brengen.

Het buigend moment wordt nagenoeg uitsluitend door de flenzen overgebracht.

Met het vergroten van de inwendige hefboomarm z is men echter aan beperking gebonden in verband met het plooiagevaar van het lijf (speciaal bij een relatief dun lijf, dus bij HE- en IPE-profielen; zie fig. 27-41). Het plooiagevaar van het lijf is te voorkomen door verstijvingsschotten aan te brengen; zie fig. 27-42.



Houten balk:
oppervlakte van de doorsnede = $3 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$; $W = 1,5 \times 10^6 \text{ mm}^3$

Houten I-profiel:
oppervlakte van de doorsnede = $3 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$; $W = 3,0 \times 10^6 \text{ mm}^3$

fig. 27-40

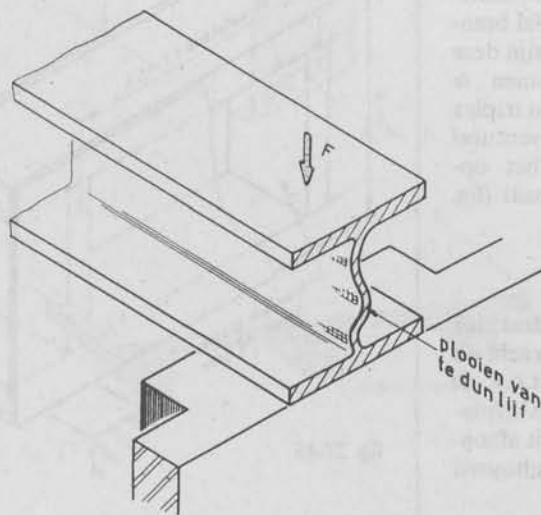


fig. 27-41 Plooiagevaar

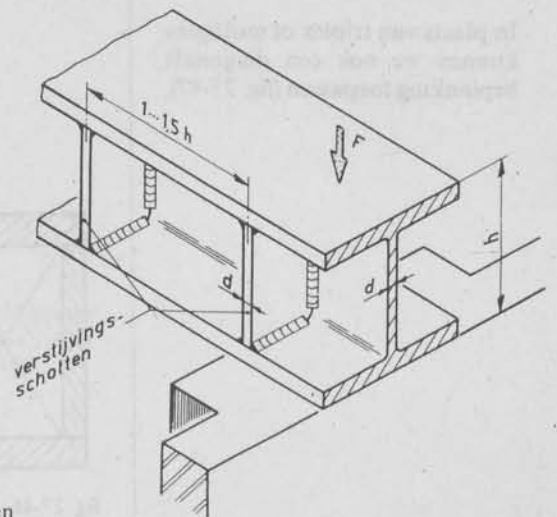


fig. 27-42 Verstijvingsschotten

Ook verhinderen verstijvingsschotten het opbuigen van de flens (vooral bij relatief dunne flenzen; fig. 27-43).

Breng *altijd* verstijvingsschotten aan als er grote puntlasten op de balk staan (een oplegreactie is óók een puntlast; fig. 27-44).

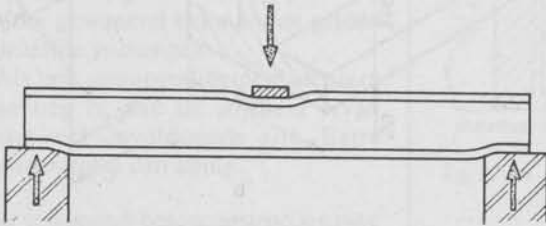


fig. 27-44

b Kokerliggers

Ook de kokerprofielen voldoen aan het principe van „het materiaal naar de uiterste vezel brengen”. Speciaal van hout zijn deze profielen eenvoudig samen te stellen. Bij toepassing van triplex of multiplex genageld (eventueel watervast gelijmd), is het opneembare moment globaal (fig. 27-45):

$$M \approx F \cdot z \approx f_m \cdot h \cdot A_{\text{flens}}$$

Het moment wordt hoofdzakelijk door de flenzen overgebracht als de „lijfplaten” dun zijn t.o.v. de „flenzen”, dus bij triplexlijfplaten. De ligger kan ook uit afzonderlijke planken opgebouwd worden (fig. 27-46).

In plaats van triplex of multiplex kunnen we ook een diagonale beplanking toepassen (fig. 27-47).

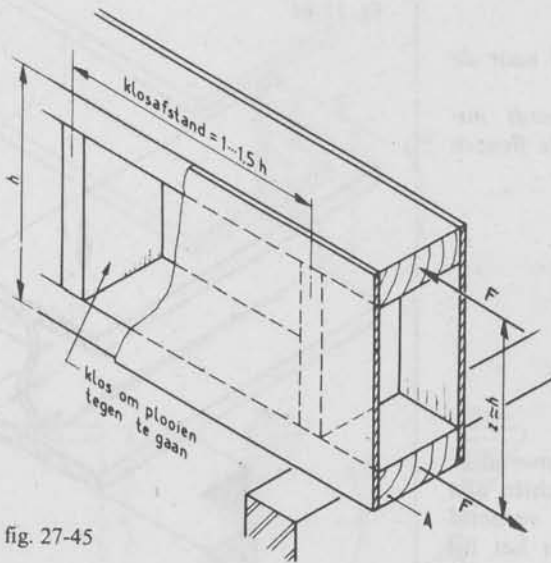


fig. 27-45

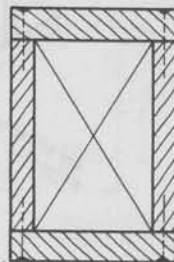


fig. 27-46

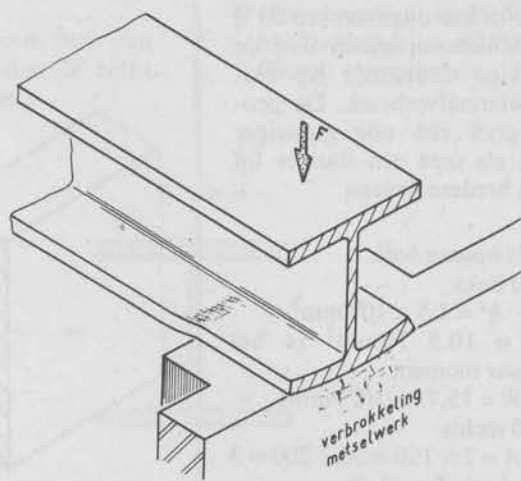


fig. 27-43 Opbuigen van de flens

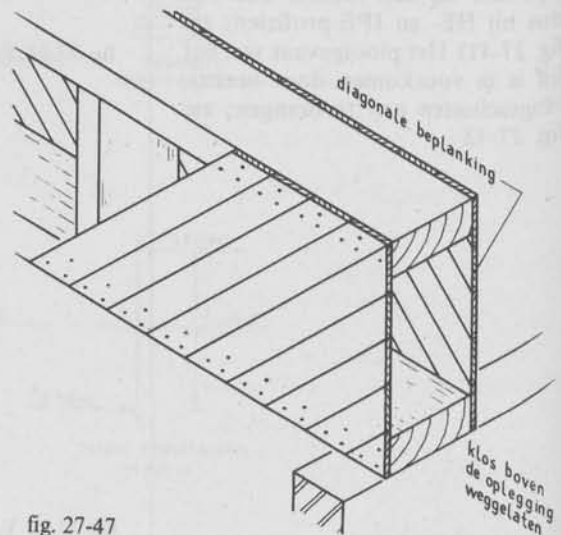
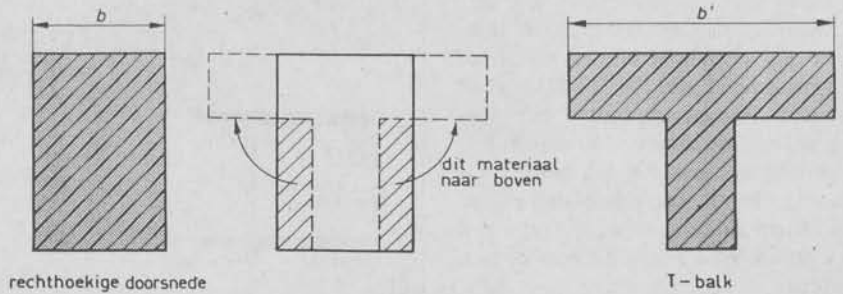


fig. 27-47

c T-balken

De T-balk van gewapend-beton in fig. 27-48, is eveneens een voorbeeld van het principe: „materiaal naar de uiterste vezel”.

Het draagvermogen van de T-balk van gewapend-beton in fig. 27-49 ligt ongeveer 20% hoger dan dat van de rechthoekige gewapend-betonbalk.



rechthoekige doorsnede

T-balk

fig. 27-48

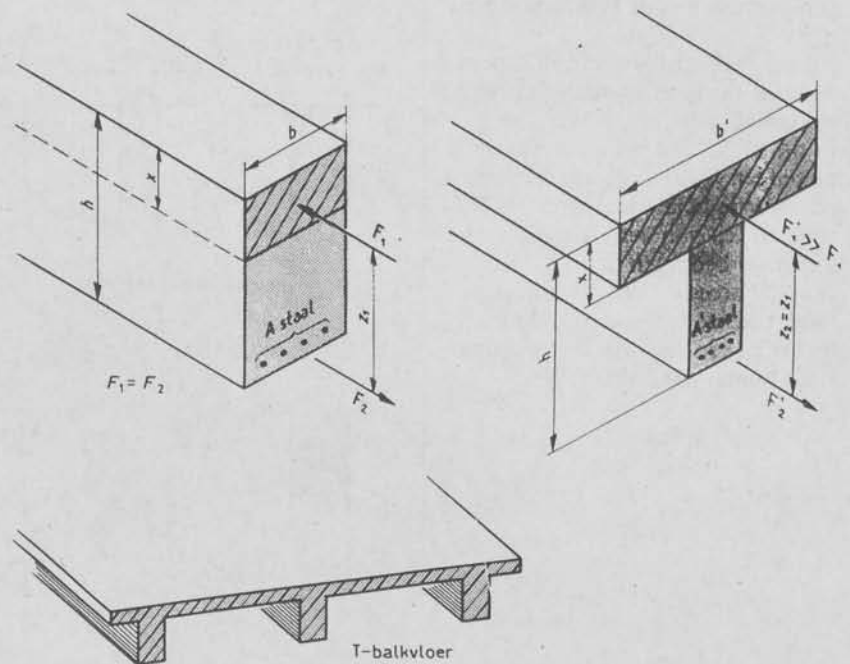


fig. 27-49

27.5 Scheurvorming en bouwphysische problemen

Door een te grote doorbuiging van de vloer, zal er scheurvorming optreden bij de oplegging van de vloer (fig. 27-50).

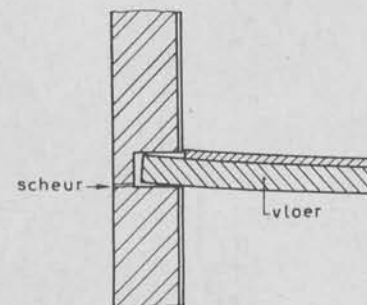


fig. 27-50

Doordat de temperatuur en relatieve vochtigheid binnen en buiten verschillend zijn (fig. 27-51) zal het beton binnen en buiten een verschillend verloop van krimp en uitzetting hebben. Als het beton binnen en buiten één geheel met elkaar vormen zullen er scheuren gevormd worden. We kunnen dit voorkomen door:

- 1 dilateren;
- 2 het aanbrengen van minimaal 1% extra langswapening.

Dilataties

Vuistregel: afstand dilatatievoegen is maximaal $2 \times$ de balkonbreedte.

Bij het vervaardigen van dilataties moet er op gelet worden dat deze waterdicht zijn.

In fig. 27-52 zien we op welke manieren een voegkit van een dilatatieconstructie belast kan worden. De stuik of rek van een dilatatie mag niet meer bedragen dan 10 ... 20% van de breedte van de dilatatie. Deze breedte is maximaal 30 mm. Bij het maken van dilataties worden vaak fouten gemaakt:

Fig. 27-53

Dilatatie niet doorgetrokken in beide constructies (gevolg: scheurvorming in de niet-gedilateerde constructie).

Fig. 27-54.

Soms gaat het effect van een dilatatie verloren door bijvoorbeeld een bevestiging van een baluster op nevenstaande manier.

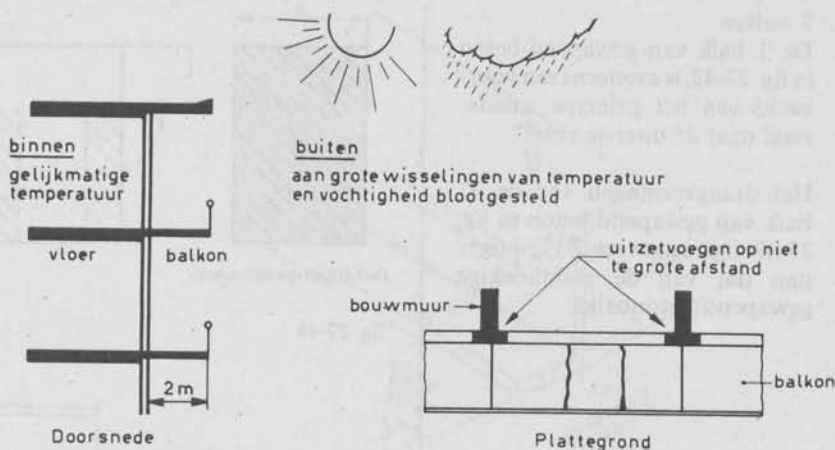
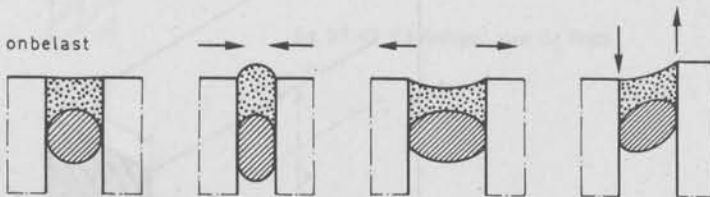


fig. 27-51



mogelijke belastingen op een voegkit

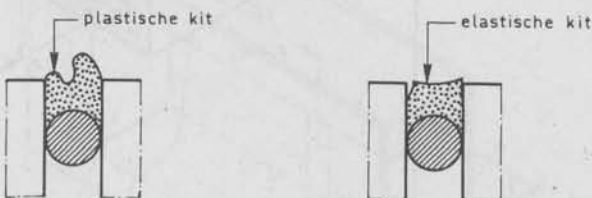


fig. 27-52 Dilatatie

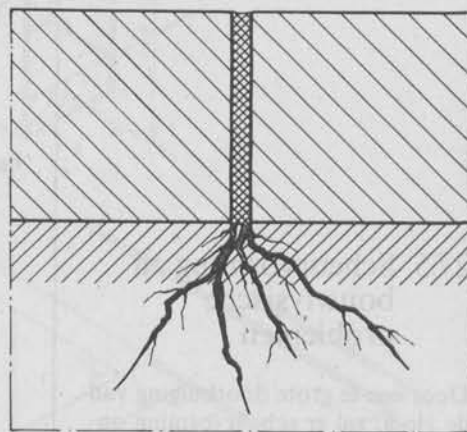


fig. 27-53

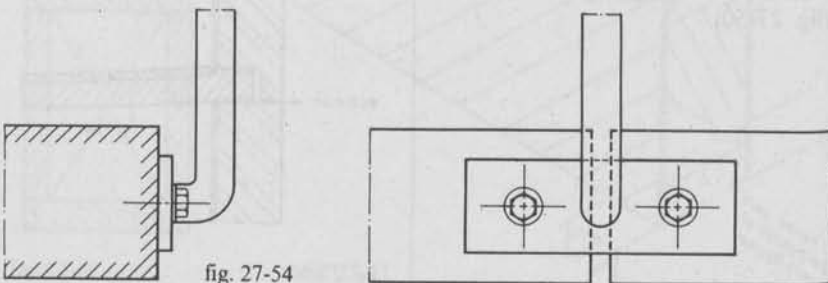


fig. 27-54

Nog enkele voorbeelden van scheurvorming tengevolge van temperatuurverschillen zien we in de fig. 27-55 ... 27-57.

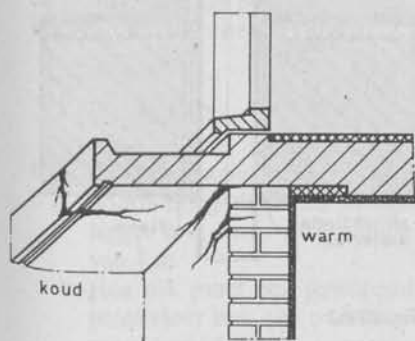


fig. 27-57

Als in constructies zoals in de fig. 27-55 ... 27-57 de gedeelten binnen en buiten monoliet met elkaar worden verbonden, ontstaan er bovendien „koude bruggen” die condensatie veroorzaken.

De temperatuur van het binnenoppervlak is dan aanmerkelijk lager dan de temperatuur van de binnenlucht. Daar lucht met een hoge temperatuur meer waterdamp kan bevatten dan lucht met een lage temperatuur, zal condensatie optreden aan de binnenzijde (fig. 27-58).

Condensatie en scheurvorming kunnen voorkomen worden door toepassing van de in fig. 27-59 en 27-60 weergegeven oplossingen.

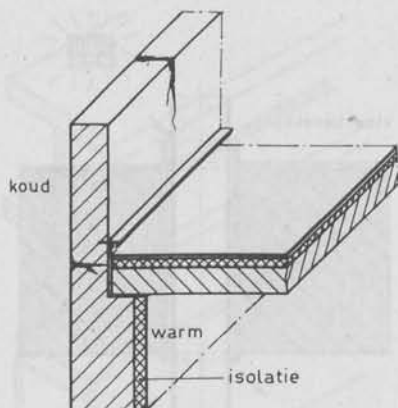


fig. 27-55 Scheurvorming

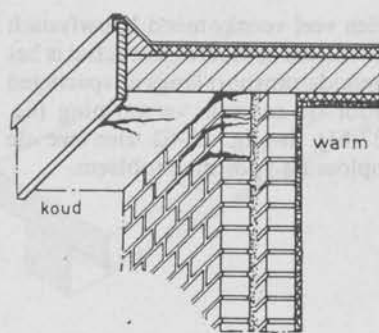


fig. 27-56

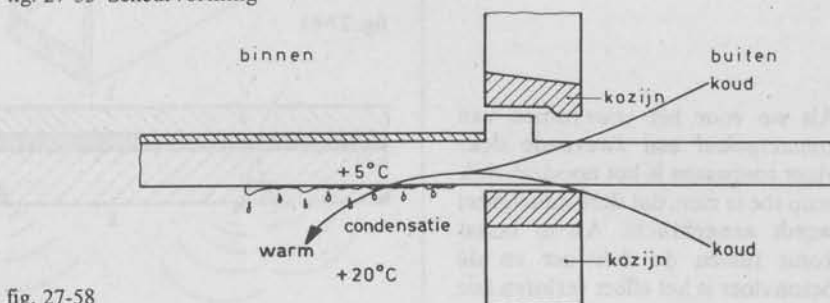


fig. 27-58

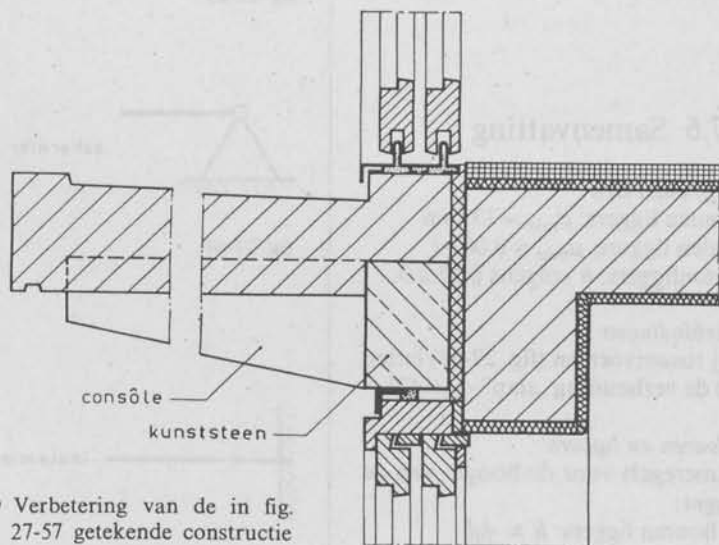


fig. 27-59 Verbetering van de in fig. 27-57 getekende constructie

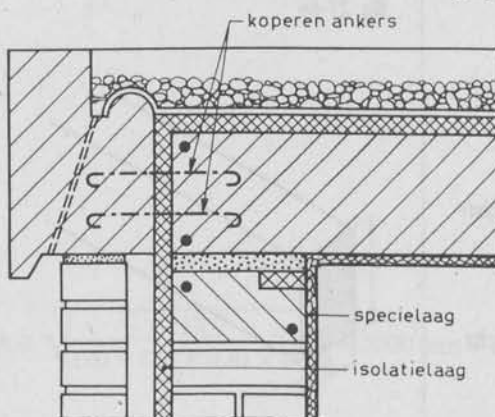


fig. 27-60 Verbetering van de in fig. 27-56 getekende constructie

Een veel voorkomend bouwphysisch probleem in vloerconstructies is het geluidstransport langs de sparingen voor de centrale verwarming (fig. 27-61). In fig. 27-62 zien we de oplossing voor dit probleem.

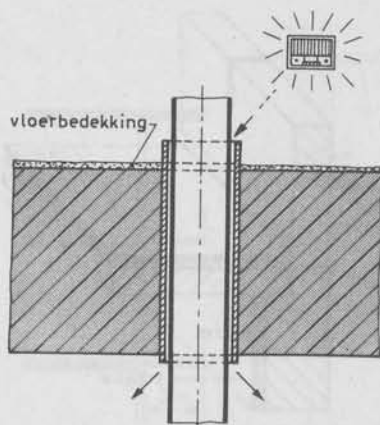


fig. 27-61

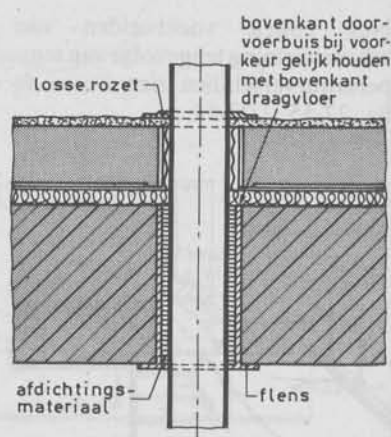


fig. 27-62

Als we voor het voorkomen van *contactgeluid* een zwevende dekvloer toepassen is het noodzakelijk erop toe te zien, dat deze nauwgezet wordt aangebracht. Als er beton komt tussen de dekvloer en de betonvloer is het effect verloren (zie fig. 27-63).

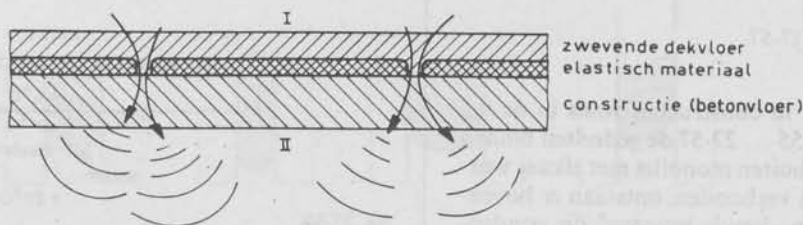


fig. 27-63

27.6 Samenvatting

Stijfheidseisen

Houten liggers: $\mu_{\max} = 13 \text{ mm}$

Stalen liggers: $\mu_{\max} = 0,003 \text{ l}$

Betonliggers: h volgens § 27.2.3.

Verbindingen

Bij tussenvormen (fig. 27-67) letten op de verhouding „slap” - „stijf”!

Vloeren en liggers

Vuistregels voor de hoogte van de ligger:

- houten liggers: $h \approx \frac{1}{20} l$
- vakwerken: $h \approx \frac{1}{5} \dots \frac{1}{12} l$
- stalen liggers: $h \approx \frac{1}{25} l$
- betonliggers: $h \approx \frac{1}{12} l$
- betonplaten: $h \approx \frac{1}{35} l$
- voorgespannen-betonliggers:
 $h \approx \frac{1}{15} \dots \frac{1}{30} l$

Voor homogene balk met rechthoekige doorsnede (fig. 27-68):

$$M = \frac{1}{6} f_m \cdot b \cdot h^2$$

Gewapend-betonbalken met rechthoekige doorsnede (fig. 27-69).

$$M = 3000 b \cdot d^2 \text{ kNm}$$

als $A_{\text{staal}} = 0,008 b \cdot d$



fig. 27-64

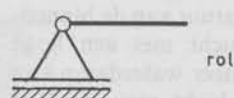


fig. 27-65

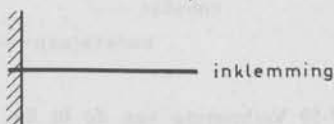


fig. 27-66



fig. 27-67

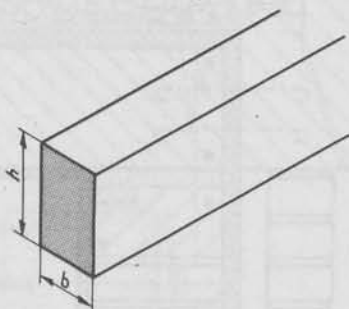


fig. 27-68

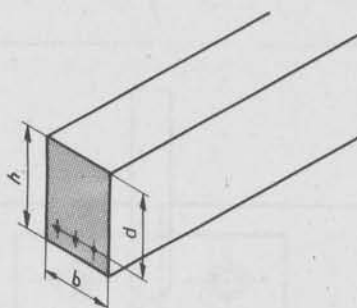


fig. 27-69

Profielbalken (fig. 27-70).

Het buigend moment wordt voornamelijk door de flenzen overgebracht.

Principe: materiaal brengen naar de plaats waar de buigspanningen het grootst zijn (uiterste vezels).

27.7 Vragen

- 1 a Geef de maximaal toelaatbare doorbuiging voor een houten ligger met een overspanning van 4 m.
- b Hoe dik moet een gewapend betonvloer met een overspanning van 5,80 m minstens zijn? ($l_{\min} = 0,75l$ en $h - d = 25$ mm)
- 2 Welke verbindingen onderscheiden we bij opleggingen?
- 3 Wat betekent het woord "rotatiestijfheid"?
- 4 Hoe groot moet een overspanningsconstructie met $l = 6$ m ongeveer zijn in de volgende gevallen:
 - rechthoekige houten balk;
 - stalen I-profiel;
 - gewapend-betonbalk;
 - snarenbetonbalk.
- 5 Waarom is toepassing van een massieve rechthoekige stalen balk minder economisch dan toepassing van een IPE-balk?
- 6 Wat is de betekenis van de inwendige hefboomsarm?
- 7 Waarom past men in staalconstructies verstijvingsschotten toe?
- 8 Waarom worden dilatatievoegen in constructies toegepast?
- 9 Wat is een koudebrug?
- 10 Kan in een betonnen dakvloer van 170 mm dikte inwendige condensatie ontstaan?

Antwoord op de vraag onderaan blz. 177:

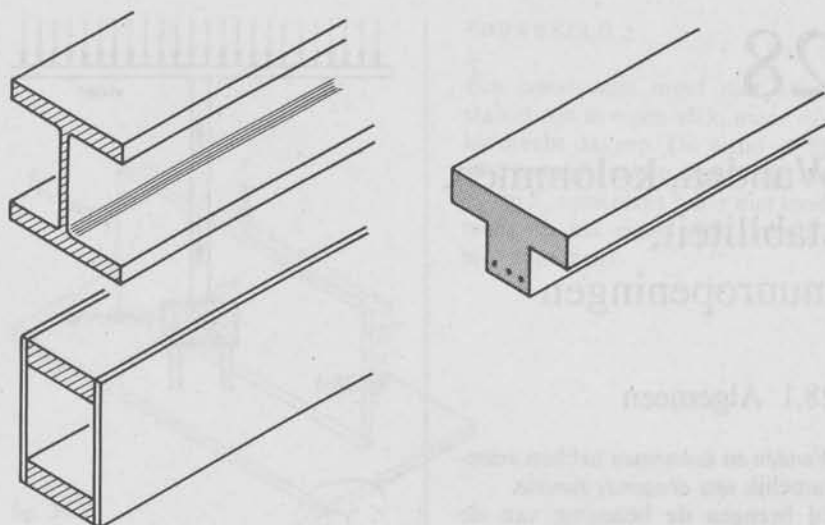
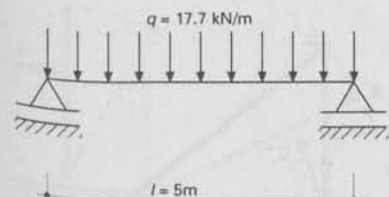


fig. 27-70

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{17,7}{(90 + 130 \times 0,8) \times 1000} \times 5000} \text{ mm} = 225 \text{ mm.}$$

Wanden, kolommen, stabiliteit, muuropeningen

28.1 Algemeen

Wanden en kolommen hebben voornamelijk een *dragende functie*.

Zij brengen de belasting van de vloeren over naar de fundering (fig. 28-1). De *mechanische eigenschappen* van het materiaal zijn het belangrijkste.

Gevels hebben echter voornamelijk een *beschermende functie* (fig. 28-2). Zij geven beschutting tegen regen, wind en zon. Hier zijn *fysische eigenschappen* zoals vochtkering en warmteisolatie het meest van belang.

Naar de *dragende functie* onderscheidt men:

- 1 massieve bouw;
- 2 skeletbouw.

28.1.1 Massieve bouw

Toegepast wordt:

- stapelbouw (in metselwerk of betonblokken);
- gietbouw;
- montagebouw.

Bij massieve bouw hebben de wanden ook een *beschermende functie*.

28.1.2 Skeletbouw

Toegepast wordt:

- houten vakwerkbouw;
- houten stijl- en regelwerk;
- staalskeletbouw;
- betonskeletbouw.

Bij skeletbouw vervult het skelet de *dragende functie*; de wanden (veelal als vulling of vóór het skelet langs), de *beschermende functie*.

Een constructie moet altijd voldoende sterk, stijf en stabiel zijn.

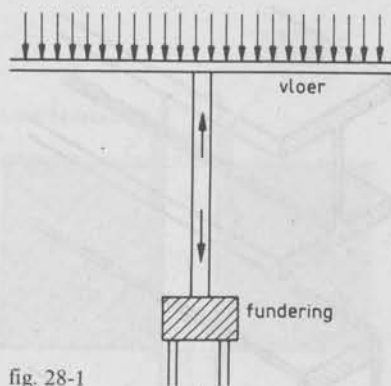


fig. 28-1

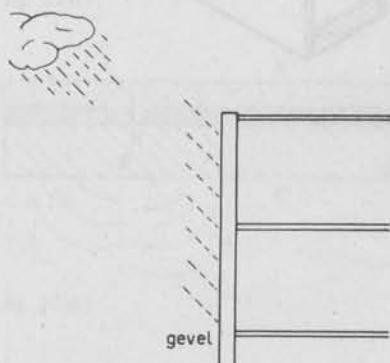


fig. 28-2

28.2 Stabiliteit

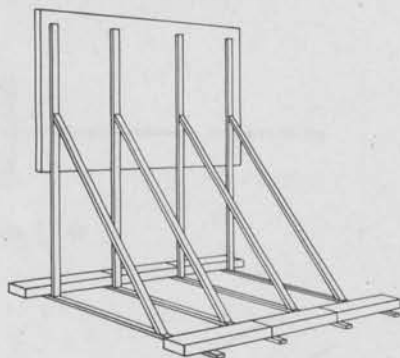


fig. 28-3a

De verbindingen hoeven niet noodzakelijk stijf te zijn om aan deze eis te voldoen; dit is afhankelijk van de constructievorm.

VOORBEELD 1

Zie fig. 28-3 en 28-4.

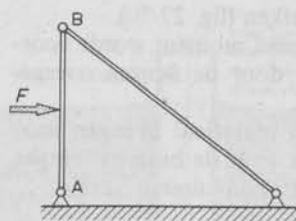


fig. 28-3b

Alle verbindingen zijn scharnierend; de constructie is voldoende sterk, stijf en stabiel

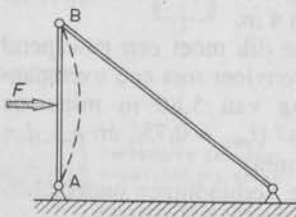


fig. 28-3c

Balk AB is niet voldoende stijf

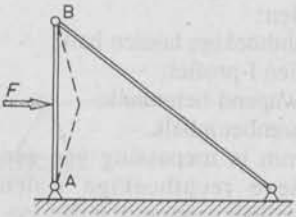


fig. 28-3d

Balk AB is niet voldoende sterk

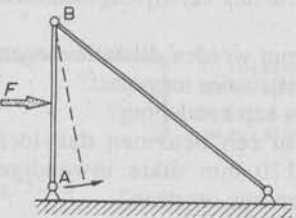


fig. 28-3e

Verbinding A is niet voldoende sterk

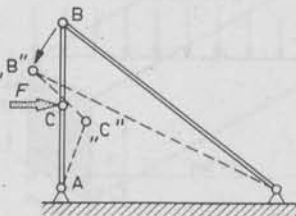


fig. 28-3f

De constructie is niet stabiel

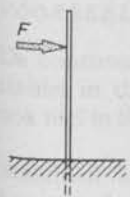


fig. 28-4a

De verbinding is stijf, de constructie is voldoende sterk, stijf en stabiel



fig. 28-4b

De balk is niet voldoende stijf



fig. 28-4c

De balk is niet voldoende sterk

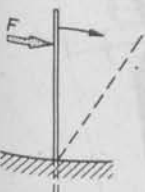


fig. 28-4d

De verbinding is niet voldoende stijf

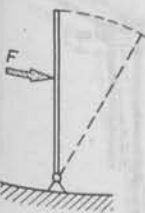


fig. 28-4e

De constructie is niet stabiel

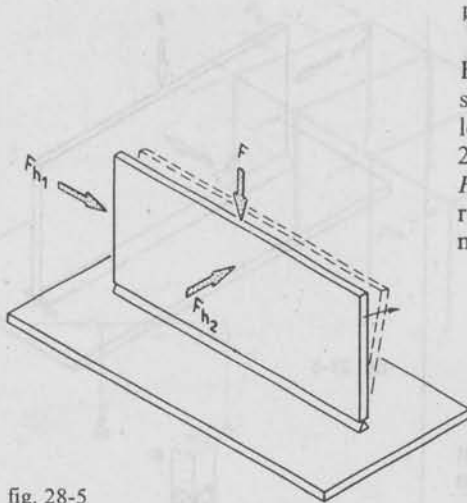


fig. 28-5

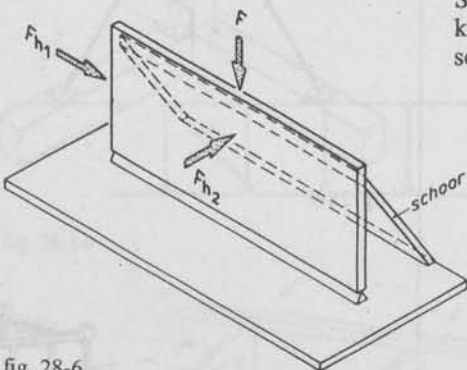


fig. 28-6

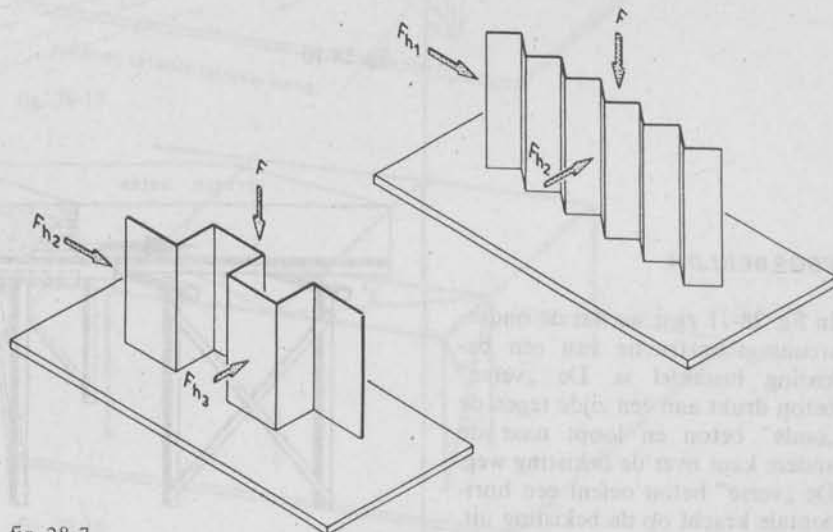


fig. 28-7

VOORBEELD 2

Een constructie moet niet alleen stabiel zijn in eigen vlak, maar óók loodrecht daarop. De wand in fig. 28-5 is stabiel in zijn eigen vlak (kan F_{h1} en F_v opnemen), maar niet loodrecht op het eigen vlak (kan F_{h2} niet opnemen).

Stabiliteit in alle richtingen verkrijgt men b.v. door de wand te schoren (fig. 28-6).

Men kan een wand ook stabiel maken door zijn vorm te veranderen (fig. 28-7).

Stabiliteit kan men verkrijgen door een wand stijf aan het grondvlak te verbinden (fig. 28-8).

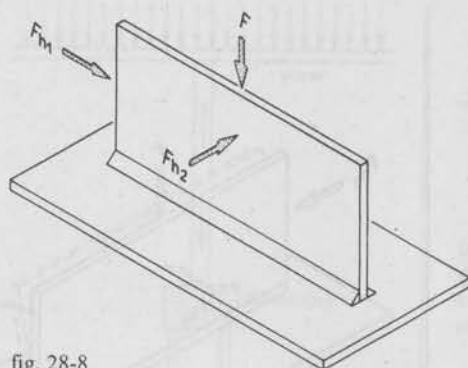


fig. 28-8

In fig. 28-9 verkrijgt men stabiliteit van AB door de toepassing van schoren.

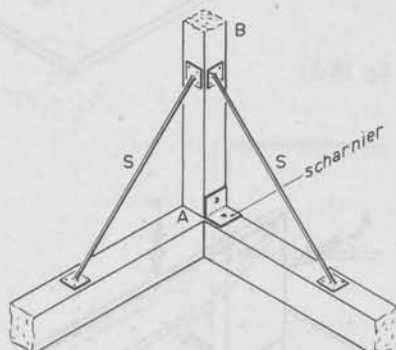


fig. 28-9

VOORBEELD 3

In fig. 28-10 zien we hoe de afgebeelde constructie instabiel is in z'n eigen vlak. Doordat een remkracht wordt uitgeoefend, schieten de houten balken van hun opleggingen.

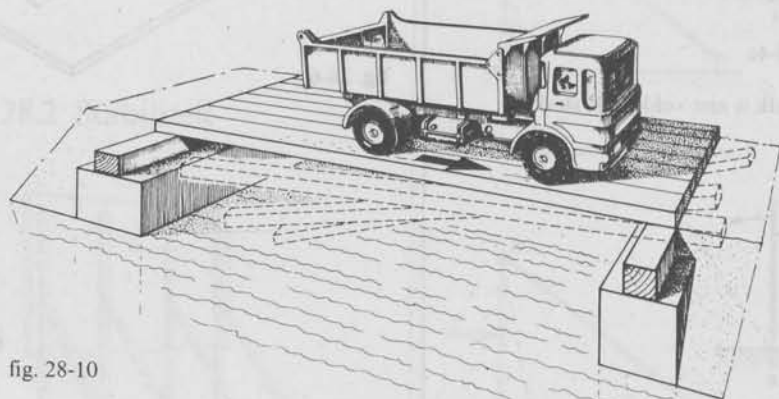


fig. 28-10

VOORBEELD 4

In fig. 28-11 zien we dat de ondersteuningsconstructie van een bekisting instabiel is. De „verse” beton drukt aan één zijde tegen de „oude” beton en loopt naar de andere kant over de bekisting weg. De „verse” beton oefent een horizontale kracht op de bekisting uit. Schoren!!!

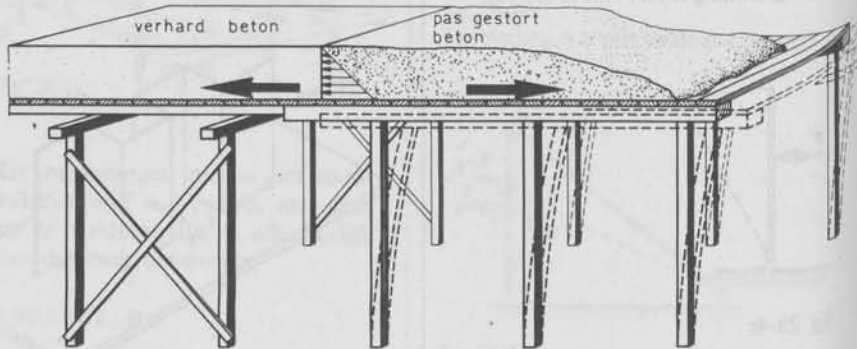


fig. 28-11

VOORBEELD 5

De constructie in fig. 28-12 is niet stabiel in de richting van F_{h1} en ook niet in de richting van F_{h2} .

Stabiliteit in de richting van F_{h1} kan men b.v. verkrijgen door één of meer scharnieren te vervangen door een stijve hoek (fig. 28-13).

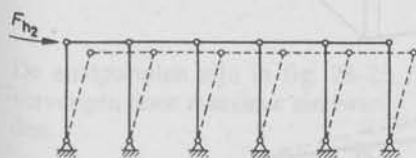


fig. 28-12



fig. 28-13 Portaalpantent

Stabiliteit in de richting van F_{h2} kan men verkrijgen door b.v. schoren S toe te passen (fig. 28-14 en fig. 28-15).

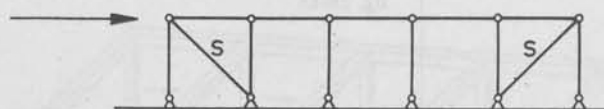


fig. 28-14

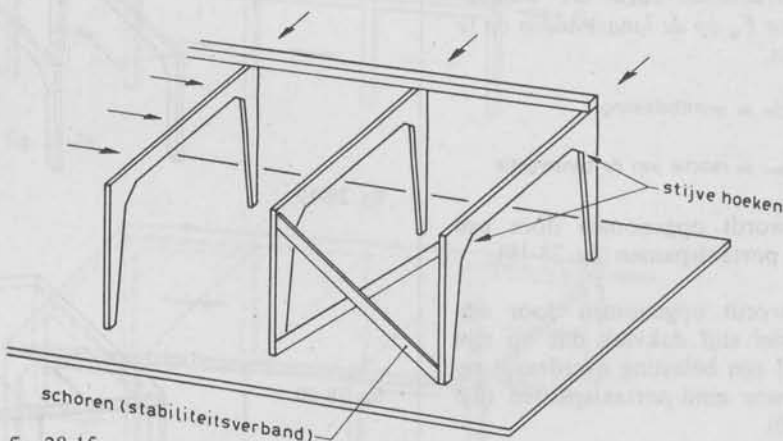


fig. 28-15

Men kan de stabiliteit ook met scharnierverbindingen en schoren tot stand brengen (fig. 28-16).

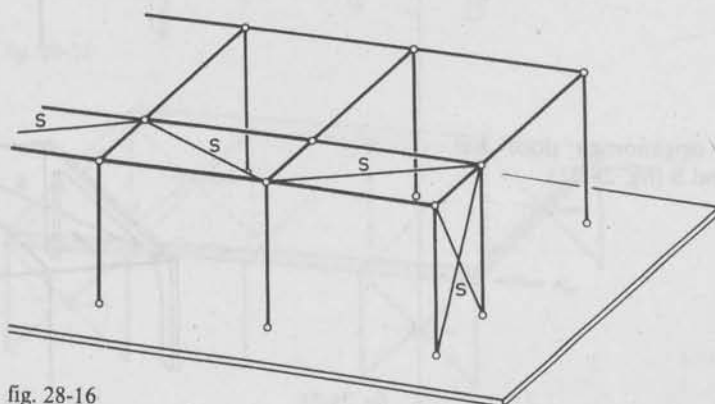


fig. 28-16

VOORBEELD 6

Massieve en dus stijve tussenwanden T geven stijfheid aan de langswanden (fig. 28-17).

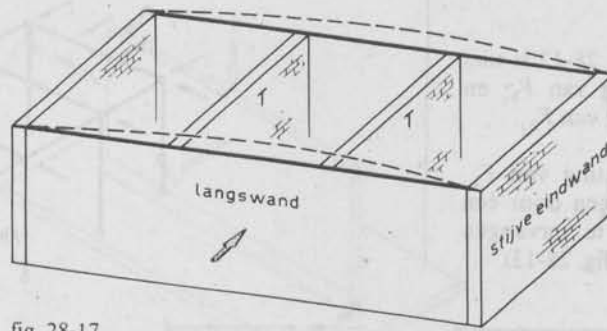


fig. 28-17

Staven S in het dakvlak geven stijfheid aan de langswanden (fig. 28-18).

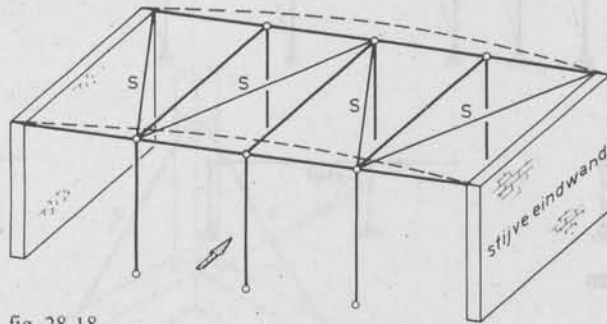


fig. 28-18

VOORBEELD 7

Construictiemethoden om windbelasting F_w op de langswanden op te nemen.

\rightarrow = windbelasting

\rightarrow = reactie van de constructie

F_w wordt opgenomen door een serie portaalspanten (fig. 28-19).

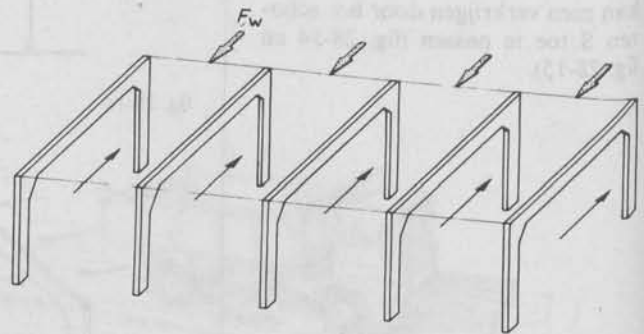


fig. 28-19

F_w wordt opgenomen door een massief stijf dakvlak dat op zijn beurt zijn belasting overdraagt op de twee eind-portaalspanten (fig. 28-20).

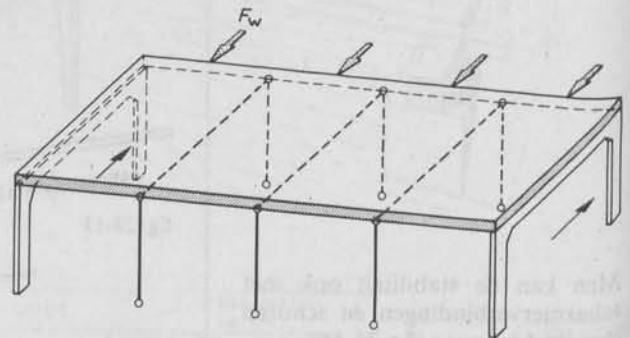


fig. 28-20

F_w wordt opgenomen door het windverband S (fig. 28-21).

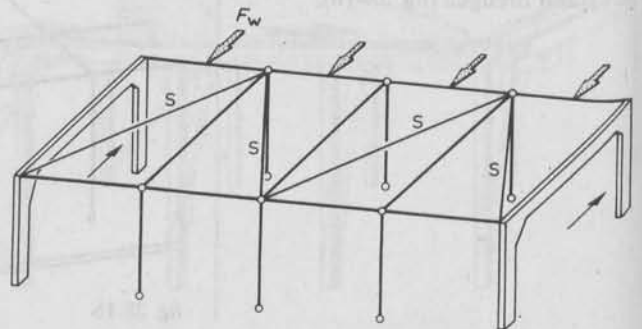


fig. 28-21

De stijve eindportalen uit fig. 28-20 zijn in fig. 28-22 vervangen door scharnierconstructies met een stabiliteitsverband.

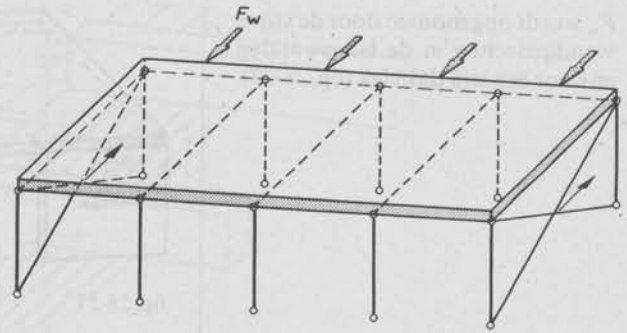


fig. 28-22

De eindportalen zijn in fig. 28-23 vervangen door massieve eindwanden.

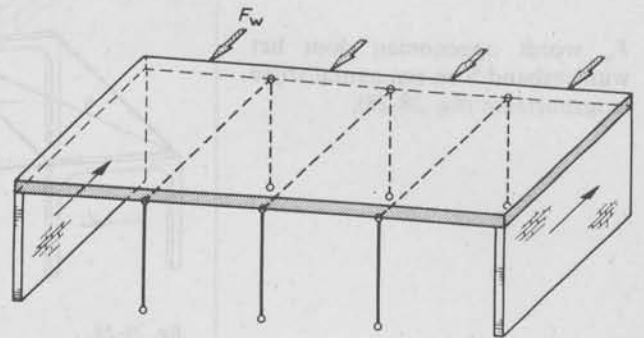


fig. 28-23

VOORBEELD 8

Constructiemethoden om windbelasting F_w op de kopwanden op te nemen.

→ = windbelasting

→ = reactie van de constructie

F_w wordt opgenomen door een serie aaneengesloten langsportalen (fig. 28-24).

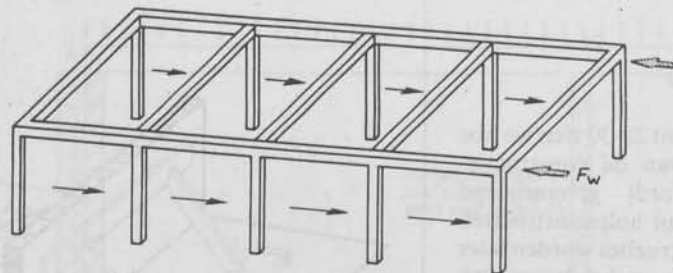


fig. 28-24

F_w wordt opgenomen door twee eindportalen in de langswanden en door een stijf dakvlak (fig. 28-25).

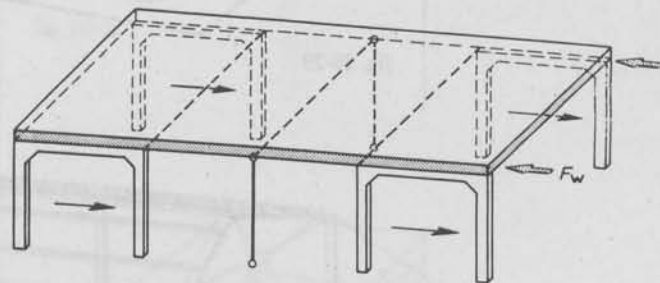


fig. 28-25

F_w wordt opgenomen door een stabiliteitsverband in de langswanden en door een stijf dakvlak (fig. 28-26).

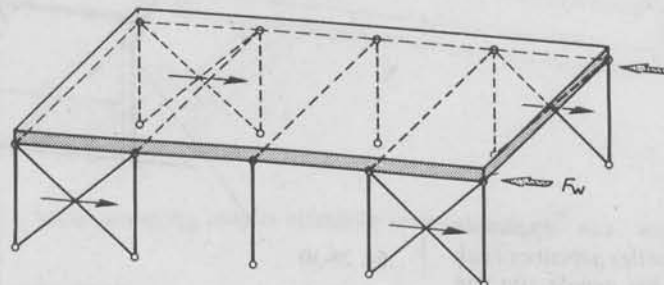


fig. 28-26

F_w wordt opgenomen door de stijve wandgedeelten in de langswanden en door een stijf dakvlak (fig. 28-27).

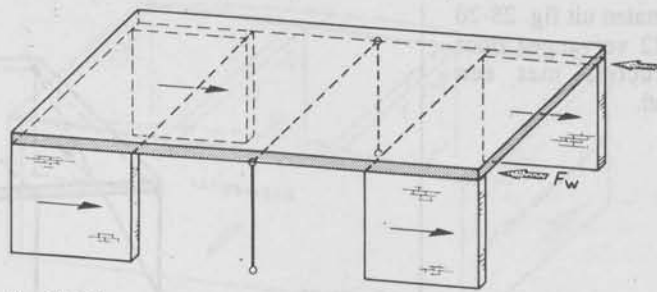


fig. 28-27

F_w wordt opgenomen door het windverband S en een aantal stijve langsportalen (fig. 28-28).

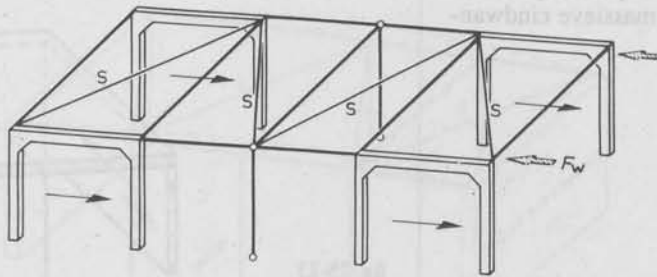


fig. 28-28

VOORBEELD 9

In de fig. 28-29 en 28-30 zien we hoe de stabiliteit van de constructieonderdelen wordt gewaarborgd door middel van hulpconstructies. Deze hulpconstructies worden later verwijderd, waarna het bouwwerk zijn stabiliteit moet ontleenen aan het samenspel van de constructieonderdelen.

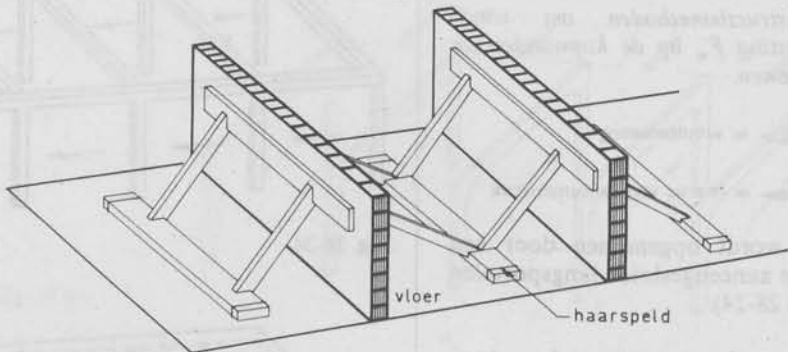


fig. 28-29

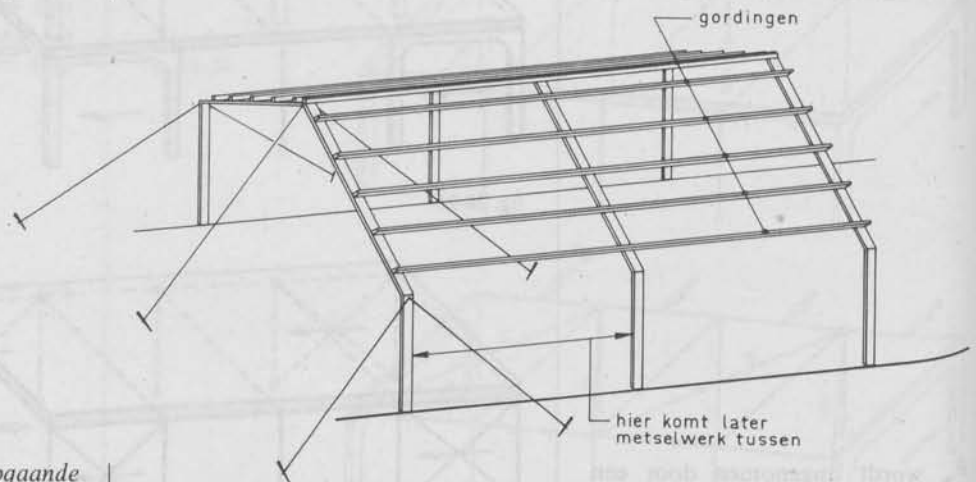


fig. 28-30

Tijdens de bouw van opgaande muren en constructies gebeuren vaak ongelukken, die het gevolg zijn van onvoldoende stabiliteit.

Het dak wordt gemaakt van houten gordingen met golfplaten.

28.3 Dragende muren

Dragende muren (fig. 28-31) moeten minstens steens zijn. (Een spouwmuur 110 mm-50 mm-110 mm mag wat dit betreft als steensmuur worden opgevat.) Bij hogere gebouwen wordt de dragende muur natuurlijk evenredig dikker.

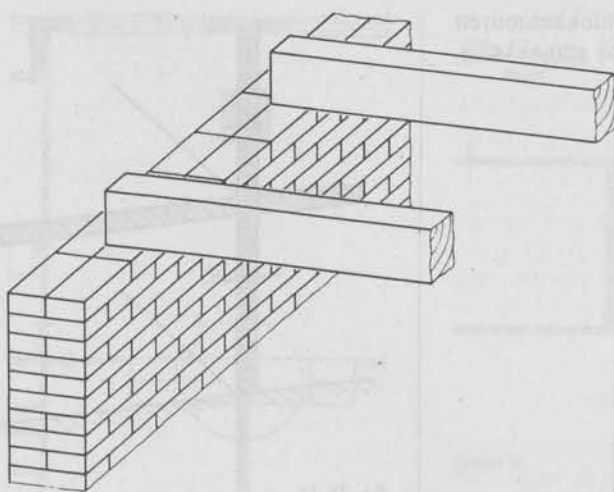


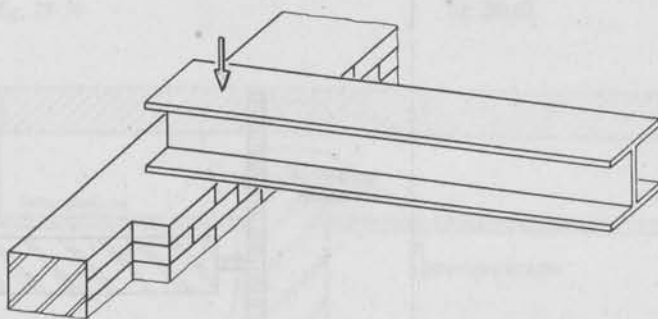
fig. 28-31

Een uitzondering is de halfsteens binnenmuur in de woningbouw, indien deze muur de tussenondersteuning voor een balk vormt (fig. 28-32).



fig. 28-32

Bij grote plaatselijke belastingen (zware balken, bogen, enz.) zijn muurverzwaringen nodig (fig. 28-33).



Muurverzwaring voor de oplegging van een stalen balk

fig. 28-33

Bij gemetselde of blokkenmuren kan aan de *sterkte-eis* gemakkelijk worden voldaan.

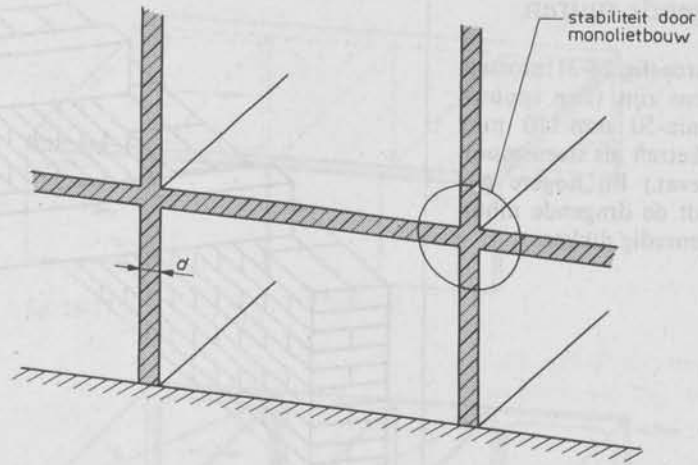


fig. 28-34

Bij gietbouw worden wanden en vloeren in het werk gestort als monolietconstructie. Voor de vloerdikte is de doorbuiging maatgevend. Voor de wanddikte is de geluidsisolatie maatgevend.

28.4 Geluidsisolatie

De geluidsisolatie van bouwmuren wordt sterk beïnvloed door separaties, plafonds, puien, enz.

In fig. 28-35 treedt een flankerende geluidsoverdracht op door de spouwmuur.

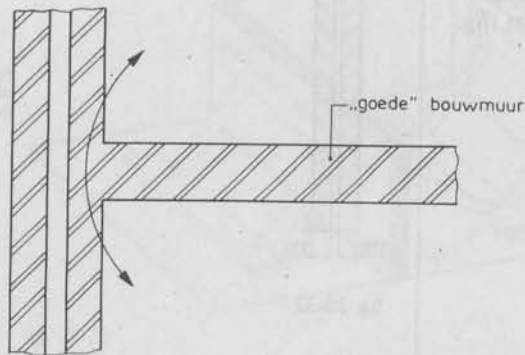


fig. 28-35

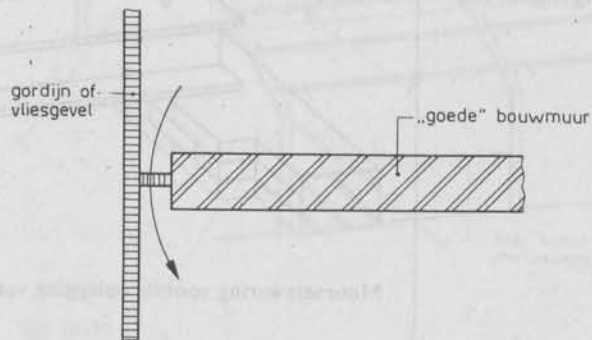


fig. 28-36

In fig. 28-36 is de flankerende geluidsoverdracht zó groot, dat de bouwmuur bijna „waardeloos” wordt.

Lichte, „buigslappe” separaties, zoals kastenwanden geven weinig geluidsoverdracht (fig. 28-37 en fig. 28-38).

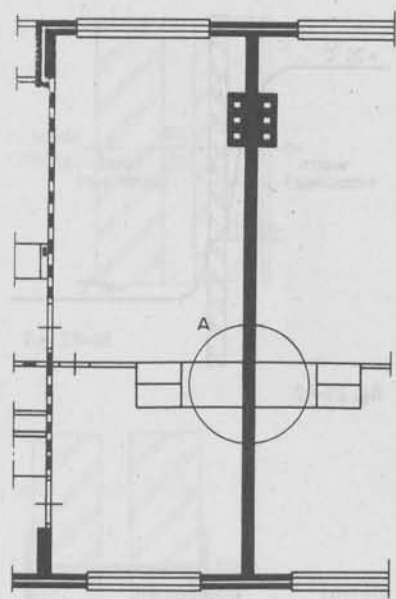


fig. 28-37

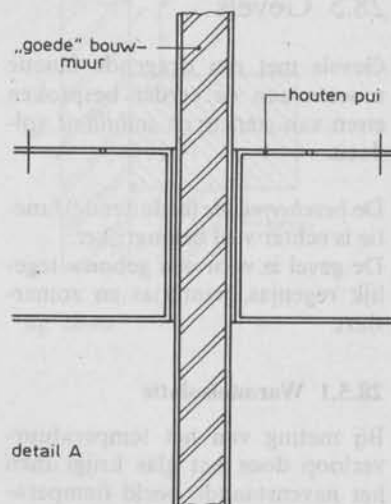


fig. 28-38
Minder dan de normale flankerende transmissie

Zware separatiewanden (meer dan 2 kN/m^2) geven ook relatief weinig flankerende transmissie.

Maar „middelzware” separaties (b.v. 1 kN/m^2) in combinatie met grote buigstijfheid, geven relatief grotere transmissie (fig. 28-39 en fig. 28-40).

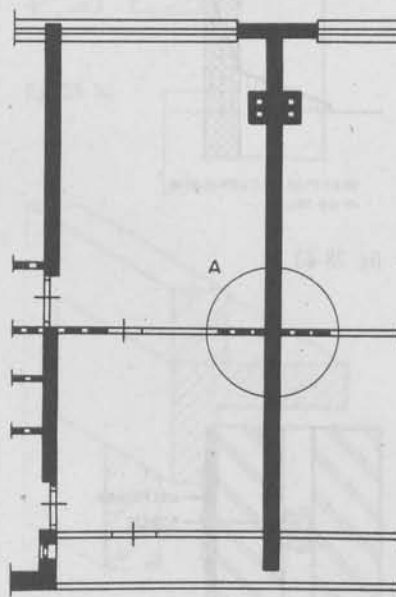
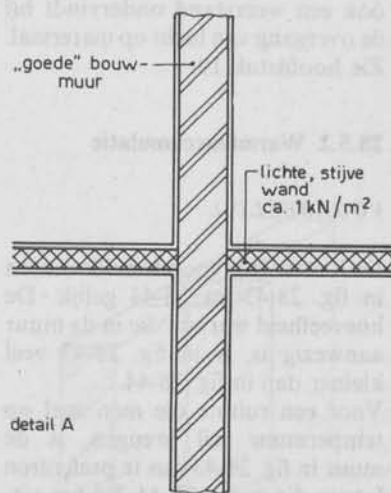


fig. 28-39



Meer dan de normale flankerende overdracht

fig. 28-40

Dat de woningen in plattegrond t.o.v. elkaar gespiegeld zijn, is vaak relatief ongunstig voor flankerende geluidsoverdracht.

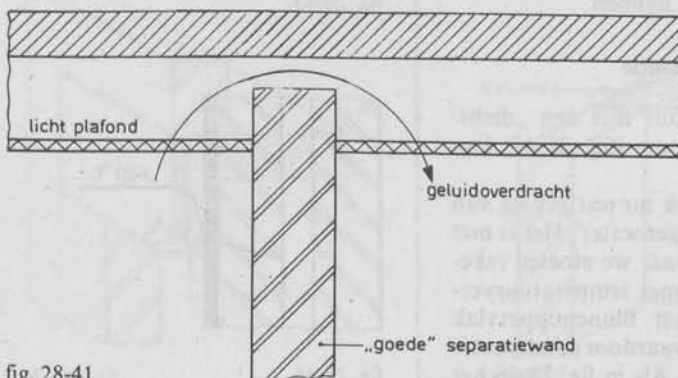


fig. 28-41

In dit verband dient ook de niet tot de vloer doorgetrokken scheidingswand te worden vermeld (fig. 28-41).

28.5 Gevels

Gevels met een dragende functie moeten aan de eerder besproken eisen van sterkte en stabiliteit voldoen.

De *beschermende* (afsluitende) functie is echter veel belangrijker.

De gevel is voor een gebouw tegelijk regenjas, winterjas en zomer-shirt.

28.5.1 Warmteïsolatie

Bij meting van het temperatuurverloop door het glas krijgt men het nevenstaande beeld (temperatuurgradiënt). Zie ook blz. 109.

Ter plaatse van de glasoppervlakken ziet men een merkwaardige sprong in de lijn die het temperatuurverloop aangeeft (fig. 28-42). Dit komt omdat de warmtestroom óók een weerstand ondervindt bij de overgang van lucht op materiaal. Zie hoofdstuk 19.

28.5.2 Warmteaccumulatie

VOORBEELD 1

De *k*-waarde is voor de beide muren in fig. 28-43 en 28-44 gelijk. De hoeveelheid warmte die in de muur aanwezig is, is in fig. 28-43 veel kleiner dan in fig. 28-44.

Voor een ruimte die men snel op temperatuur wil brengen, is de muur in fig. 28-43 dus te prefereren boven die in fig. 28-44. Bij het uitschakelen van de verwarming is een ruimte, omsloten door wanden van het type in fig. 28-43 ook weer snel afgekoeld. De wanden in fig. 28-44 zouden na het uitschakelen van de verwarming nog lang warmte „uitgestraald” hebben.

28.5.3 Condensatie

Een spouwmuur met een „dicht-gemorste” spouw (fig. 28-45) kan „doorslaan”.

Is de vochtplek nu een gevolg van doorslaand regenwater? Het is niet onmogelijk, maar we moeten rekening houden met temperatuurverschillen op het binnenoppervlak van de wand, waardoor condensatie kan optreden. Als in fig. 28-46 het

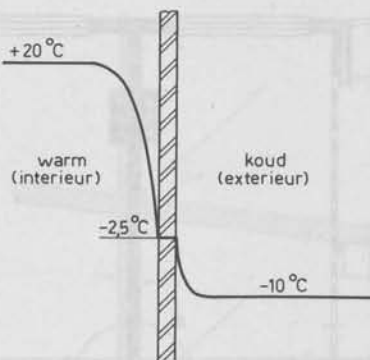


fig. 28-42

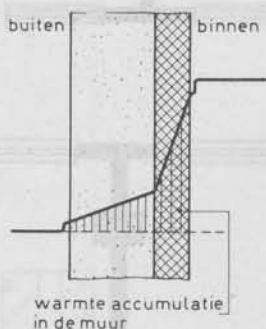


fig. 28-43

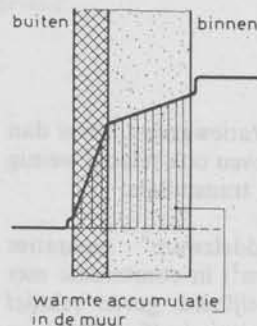


fig. 28-44

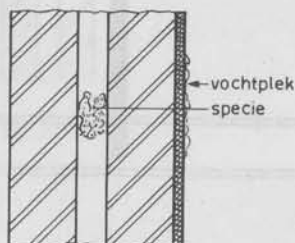


fig. 28-45

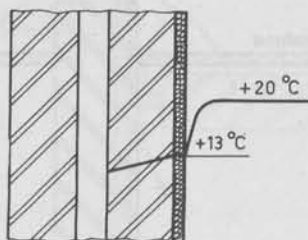


fig. 28-46

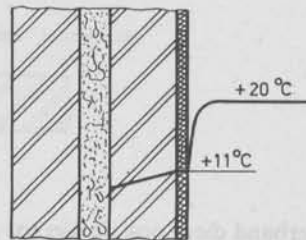


fig. 28-47

dauwpunt nog net niet is bereikt, maar bij fig. 28-47 wel, dan krijgen we bij de spouwmuur van fig. 28-47 condensatie aan het binnenvlak.

Een dergelijke plaatselijke afkoeling noemt men ook wel een *koudebrug* (fig. 28-48...28-52).

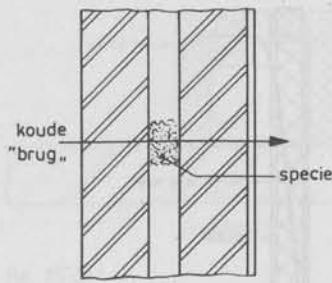


fig. 28-48

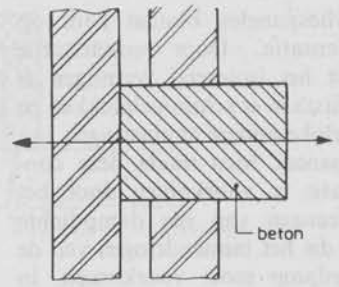


fig. 28-49

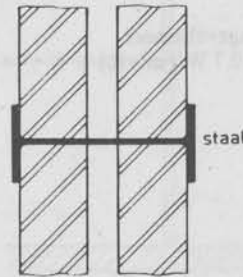


fig. 28-50

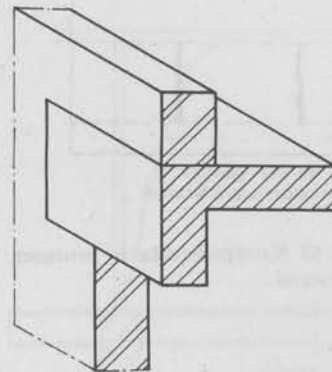


fig. 28-51

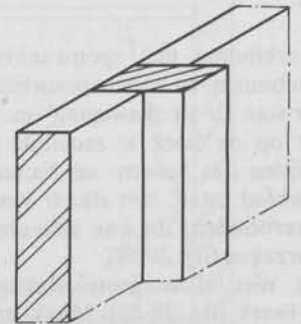


fig. 28-52

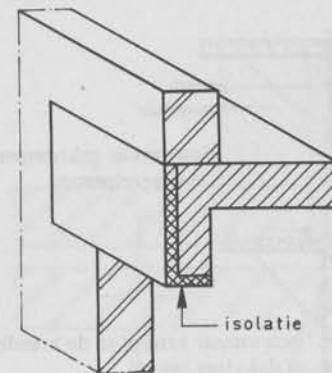


fig. 28-53

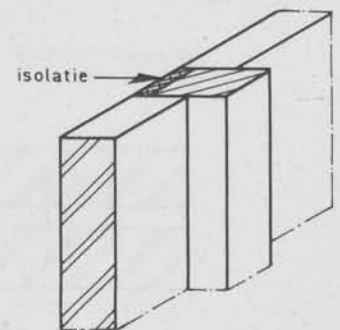


fig. 28-54

We moeten zoveel mogelijk proberen koudebruggen te voorkomen. De constructies van de fig. 28-51 en 28-52, waar we te maken hebben met koudebruggen, kunnen we op de manier zoals weergegeven in de fig. 28-53 en 28-54 verbeteren.

Bij vliespanelen bestaat kans op condensatie. Door condensatie neemt het isolerend vermogen af en ontstaan er schimmelplekken en mogelijke andere aantastingen van het paneel. Men tracht deze condensatie te voorkomen door het aanbrengen van een dampdichte laag, die het binnendringen van de waterdamp moet voorkomen. In fig. 28-55 wordt deze dampdichte laag gevormd door bitumen. In de praktijk blijkt soms dat een dergelijke dampdichte laag moeilijk goed is aan te brengen.

Een andere oplossing is het ventileren van de spouwconstructie met buitenlucht (fig. 28-56).

28.6 Scheurvorming in wanden

Zie fig. 28-57.

De vloer is reeds grotendeels uitgekrompen, als de wand moet worden gestort.

Tussen het storten van de wand en de vloer mag niet te veel tijd verlopen.

De verbinding met spouwankers tussen binnen- en buitenspouwblad is *niet* star. Er zit „beweging” in. Maar op de hoek is moeilijk te vermijden dat binnen- en buitenspouwblad „star” met elkaar worden verbonden; dit kan scheuren veroorzaken (fig. 28-58).

Maak niet al te grote vlakken metselwerk (fig. 28-59). Maak onderbrekingen door dilataties en randbalken.

Voor andere voorbeelden van scheurvorming (zie fig. 28-60).

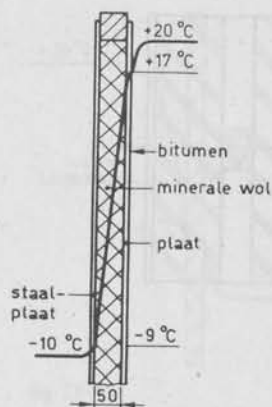


fig. 28-55 Vliesgevelpaneel
 $k = 0,7 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

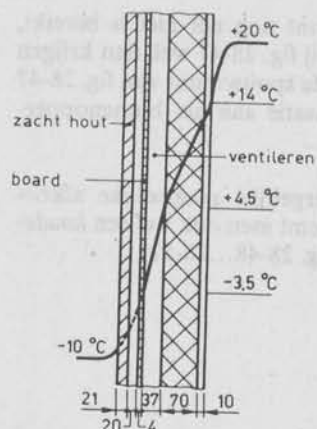


fig. 28-56 Houten beschot drijfsteen
 $k = 1,3 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

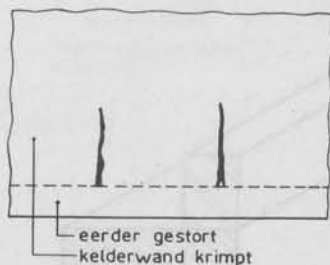


fig. 28-57 Krimpscheuren in betonnen kelderwand

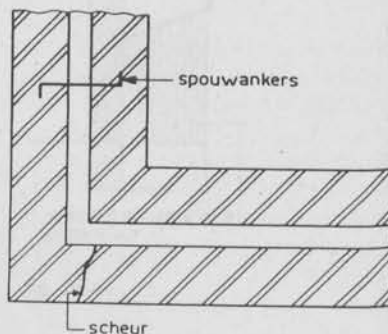


fig. 28-58

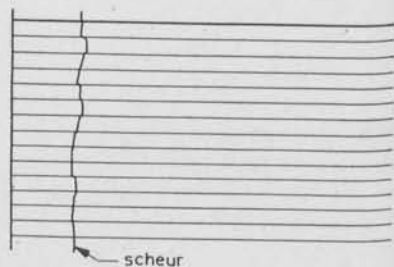


fig. 28-59

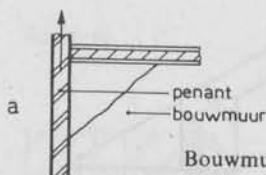


fig. 28-60



Fig. 28-61.

Doordat de isolerende betonsteen en de baksteen aan de binnenzijde warmer worden dan aan de buitenzijde, zullen de betonstenen en de bakstenen aan de binnenzijde meer uitzetten. Het gevolg is scheurvorming.

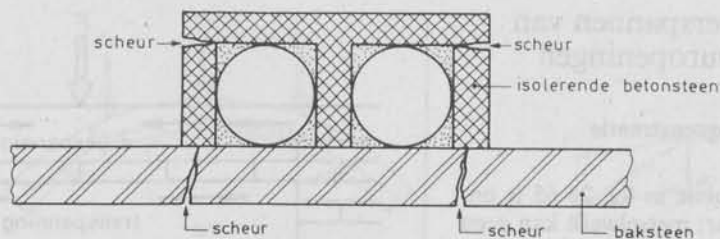


fig. 28-61

Fig. 28-62.

De scheur in de scheidingswand is het gevolg van optredende doorbuiging en kruip van de betonvloer. „Kruip” is toenemende doorbuiging over een periode van ca. 3 jaar.

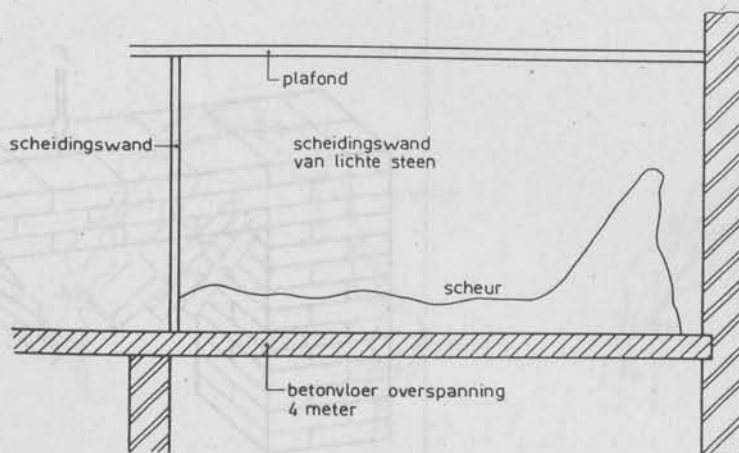


fig. 28-62

Fig. 28-63.

De scheuren in de wand zijn het gevolg van een te grote optredende krimp van de houten vloer. De scheidingswand is gezakt ten opzichte van de aansluitende muren.

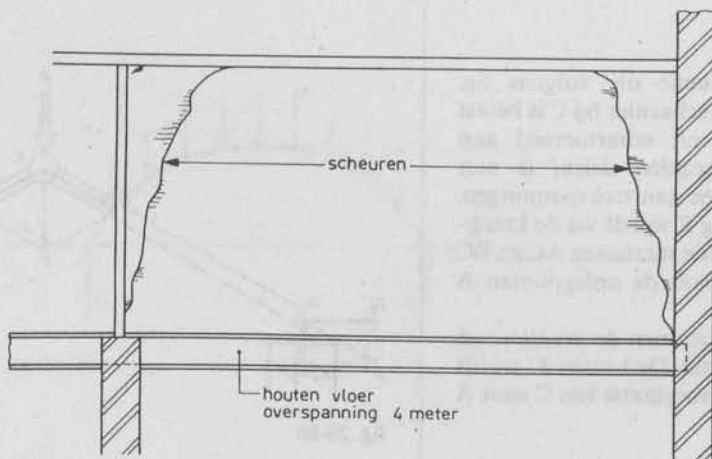


fig. 28-63

Fig. 28-64.

De scheur welke ontstaan is in het metselwerk, is het gevolg van het feit dat de dilatatie niet helemaal is doorgetrokken tot in het metselwerk (buitenspouwblad).

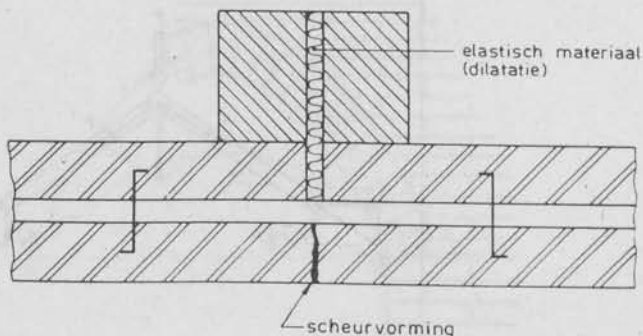


fig. 28-64

28.7 Overspannen van muuropeningen

28.7.1 Boogconstructie

De constructie in fig. 28-65 is onbestaanbaar: metselwerk kan geen trekspanningen opnemen.

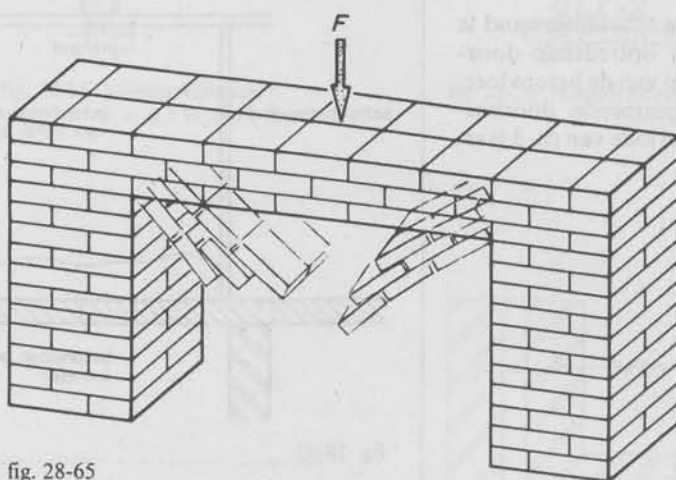
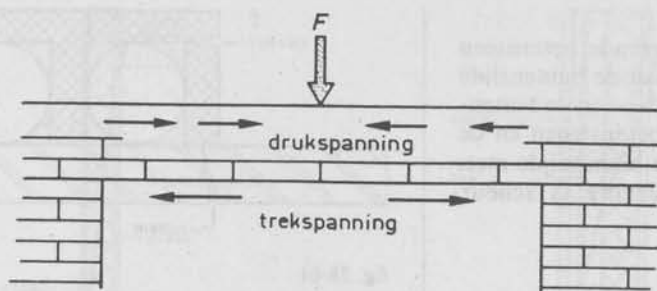


fig. 28-65

Een constructie die volgens fig. 28-66 in het scharnier bij C is belast en bestaat uit scharnierend aan elkaar verbonden delen, is niet onderworpen aan trekspanningen. De belasting F wordt via de krachten F' langs de staafassen AC en BC afgevoerd naar de oplegpunten A en B.

AC en BC vormen de *druklijn* van de constructie. De kracht F' wordt in dit geval verplaatst van C naar A ($F' = F''$).

Hoe groter α is, des te kleiner is de horizontaal ontbondene F_h'' (fig. 28-67).

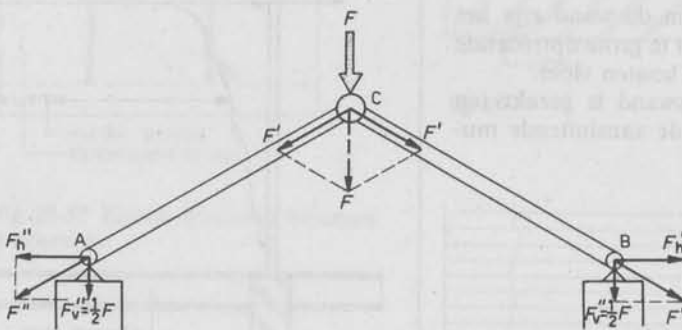


fig. 28-66

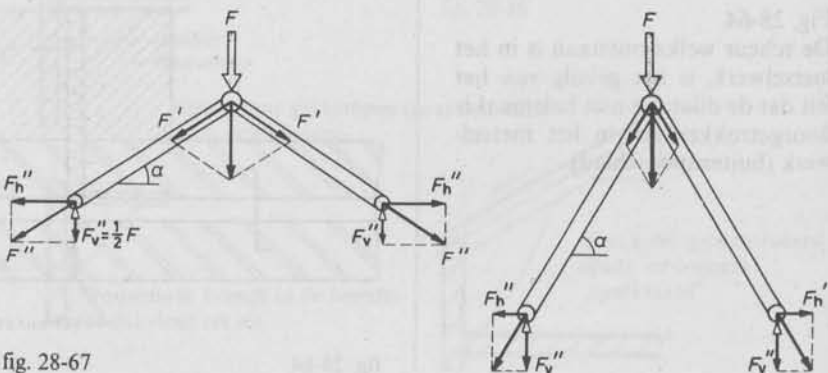


fig. 28-67

Door de krachten F_2 krijgt de druklijn een geknikt verloop (fig. 28-68).

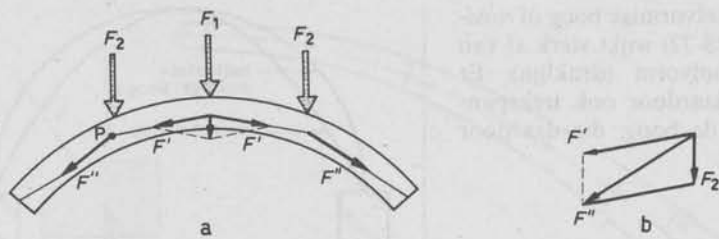


fig. 28-68

Krachtenfiguur in het punt P

Als de aanrakingspunten a en b toevallig op de druklijn liggen, zou theoretisch een boog van willekeurige keien kunnen bestaan (fig. 28-69).

Bij het dikwijls voorkomende geval van een gelijkmatig verdeelde belasting, verloopt de druklijn volgens een parabool.



fig. 28-69

Uit de mechanica is dan bekend (fig. 28-70):

$$F_h = \frac{q \cdot l^2}{8f}$$

waarin f = pijl van de boog, en:

$$F_v = \frac{q \cdot l}{2}$$

Hoe groter f , dus hoe steiler de boog, des te kleiner is F_h . Een gunstige economische verhouding is:

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{7} \dots \frac{1}{8}$$

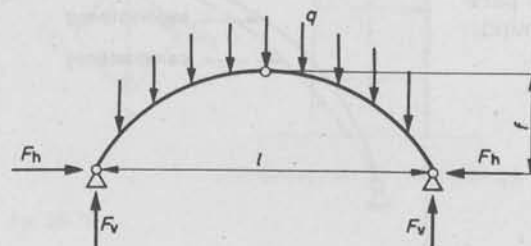


fig. 28-70

Om de afstand AB te overspannen kan men kiezen uit steile en vlakke parabolen (fig. 28-71). Zolang de boog de druklijn (parabool) volgt, treden er uitsluitend drukspanningen op en is de steenconstructie goed, mits de horizontale reactie F_h geleverd kan worden.

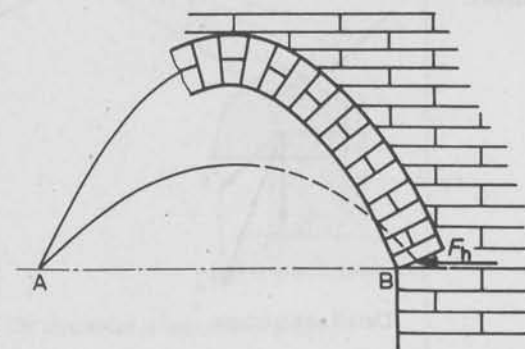


fig. 28-71

De halfcirkelvormige boog of *rondboog* (fig. 28-72) wijkt sterk af van de paraboolvorm (druklijn). Er ontstaan daardoor ook trekspanningen in de boog, die daardoor wil *spatten*.

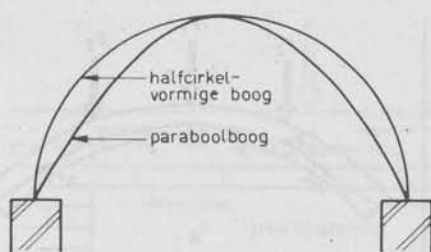


fig. 28-72

De *segmentboog* (fig. 28-73) als deel van een cirkel benadert de parabool veel beter en zal dus minder neiging tot spatten vertonen.

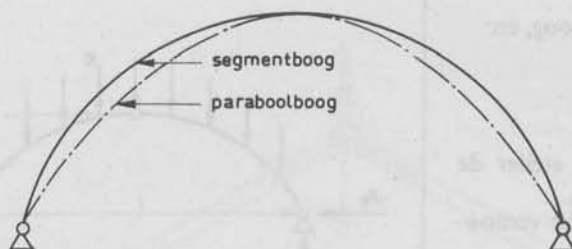
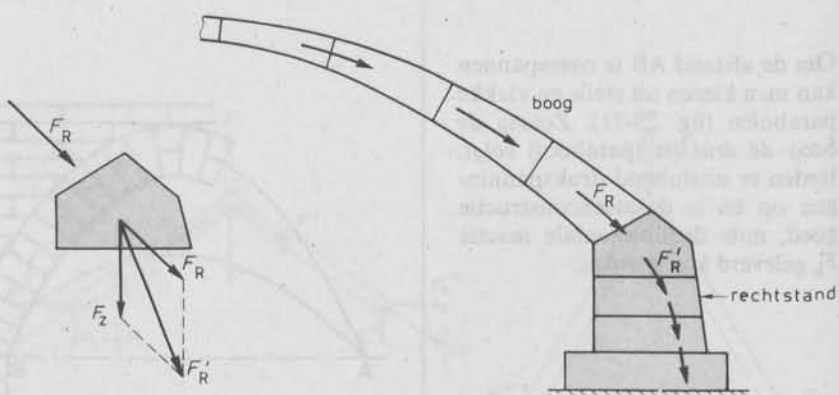


fig. 28-73

De druklijn zet zich ook voort in de rechtstanden (fig. 28-74) en wordt door de gewichten steeds steiler. (Steunberen.)



Detail aanzetsteen

fig. 28-74

Een extra belasting F op de rechtstand doet de druklijn scherp verticaal afbuigen (fig. 28-75).

Bij gotische kerken b.v. wordt de extra belasting geleverd door de pinakels op de steunberen (zie hoofdstuk 3).

Het gewicht van de stenen die onder de aanzetsteen liggen buigt F_R' nog meer verticaal af.

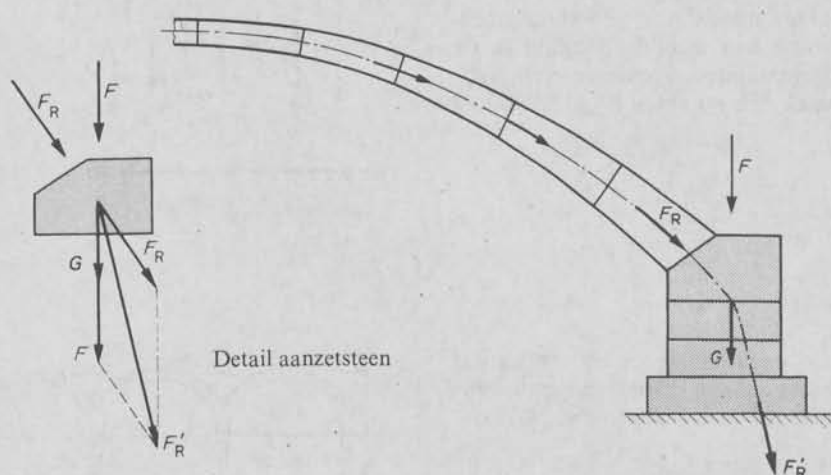


fig. 28-75

In een tussenpijler loopt de druklijn verticaal (fig. 28-76).

Zie de omslag van dit boek.

In sommige landen is het materiaal voor het bouwen van bogen direct in de omgeving van de bouwplaats te vinden.

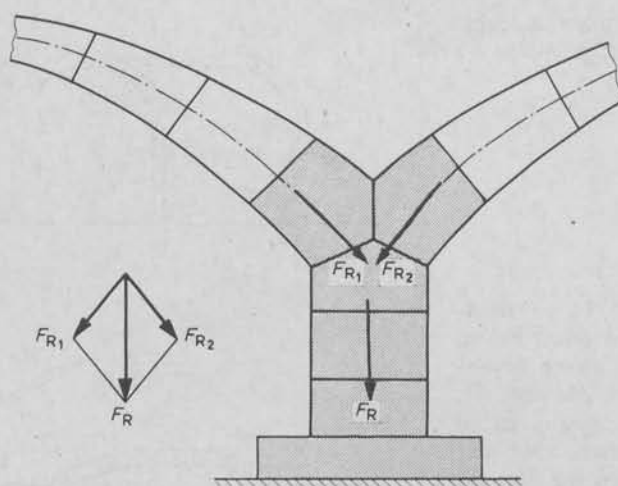
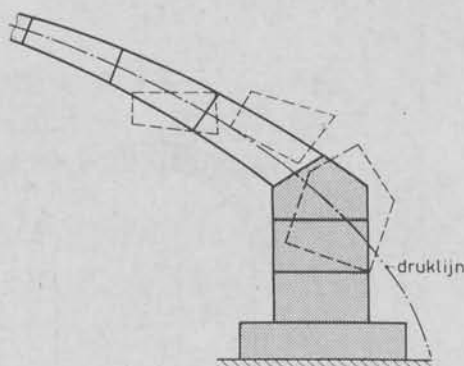


fig. 28-76

Nooit mag de druklijn buiten de rechtstand treden, want dan bezwijkt deze (fig. 28-77).

Een zich naar onder toe zich verbredende rechtstand (steunbeer) of een voldoende brede rechtstand is dus nodig.



De steunbeer is niet zwaar genoeg

fig. 28-77

Door middel van een stalen trekstang kan men de druklijn in de rechtstanden eveneens een verticaal verloop geven (fig. 28-78).

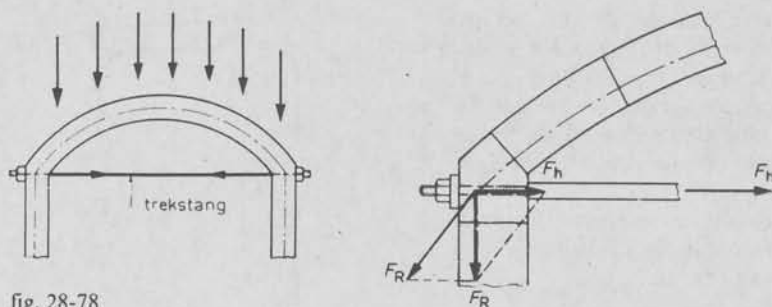


fig. 28-78

De trekstang moet bij een aantal naast elkaar gelegen bogen ononderbroken doorlopen (fig. 28-79).

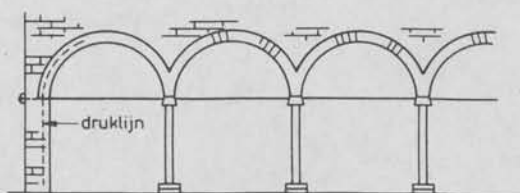


fig. 28-79

De druklijn moet binnen de rechtstandbreedte vallen (fig. 28-80)!

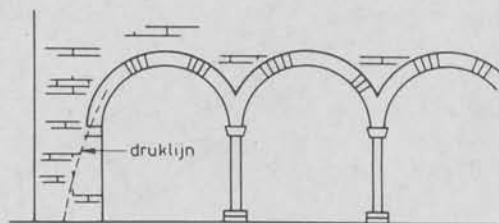


fig. 28-80

Voor eenvoudige vlakke boogconstructies metselt men direct boven de boog wel enkele staven betonstaal in (fig. 28-81), die dan als trekstaaf fungeren. (Eigenlijk zitten deze dan te hoog, maar voor niet te zwaar belaste bogen kan dit wel.) Roesten van het staal kan een bezwaar zijn voor deze wijze van construeren.

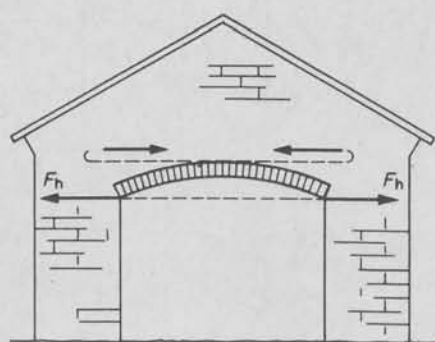
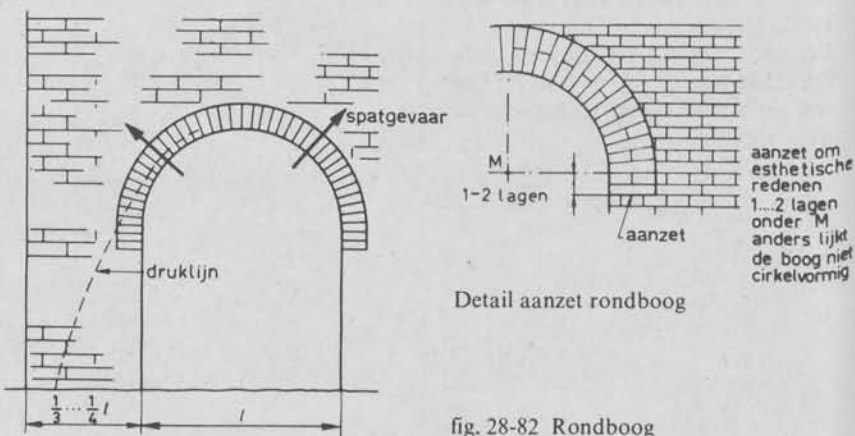


fig. 28-81 Segmentboog

Het spatten wordt voorkomen door te zorgen dat er voldoende metselwerk *boven* de boog aanwezig is. In fig. 28-82 is de rechtstandbreedte voor eenvoudige niet zwaar belaste rondbogen aangegeven.



De hoogte h van de boog hangt af van de belasting (fig. 28-83). Meestal wordt aangehouden:

h bedraagt evenveel koppen als l meter bevat.

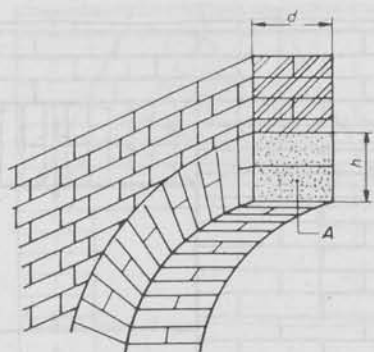


fig. 28-83

De maximale boogbelasting vindt men ter plaatse van de aanzet (fig. 28-84).

$$F_R = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} \text{ (optredende } F)$$

$$F_h = \frac{q \cdot l^2}{8f}$$

$$F_v = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$F_{R_{\max}} = f_c \cdot A = f_c \cdot d \cdot h$$

Hieruit zijn de afmetingen d en h te bepalen. $F_{R_{\text{opt.}}} \leq F_{R_{\max}}$.

Om minder sterk verlopende voegen te verkrijgen, kan men de segmentboog ook in een aantal halfsteenbogen oplossen (fig. 28-85).

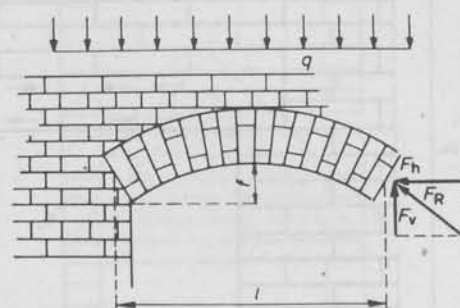


fig. 28-84

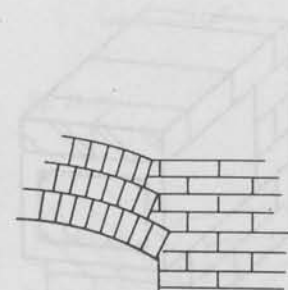
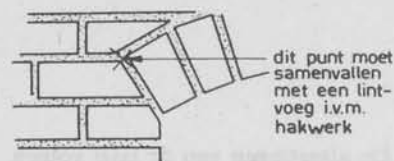


fig. 28-85



Detail aanzet segmentboog

28.7.2 Streck en rollaag

Als overspanningsconstructie kent men ook de *strek* of *hanekam* (fig. 28-86) en de *rollaag* (fig. 28-87). Het draagvermogen wordt ontleend aan de boogwerking van de ingestippelde boog. Daar de verhouding:

$$\frac{f}{l} = \frac{1}{7} \dots \frac{1}{8}$$

bij een grote overspanning l een zeer hoge strek zou vereisen, is de constructie slechts geschikt voor kleine overspanningen.

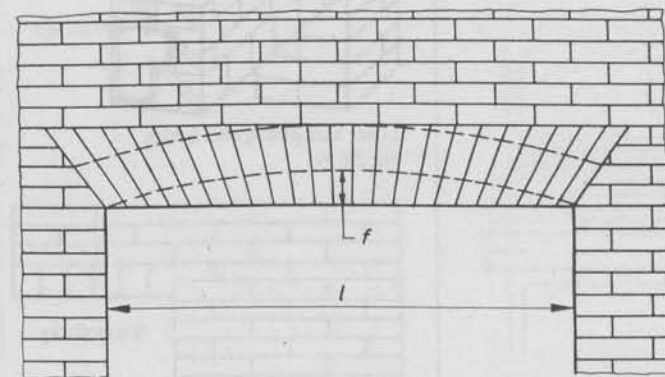


fig. 28-86

28.7.3 Latei

Een muuropening kan ook overspannen worden door een balk, de *latei* (fig. 28-88) mits deze maar bestaat uit een materiaal dat trekspanning (buigspanning) kan opnemen (fig. 28-89 en fig. 28-90).

De afmetingen van de latei volgen uit de belasting en de overspanning. (Zie hiervoor hoofdstuk 21 en 27.) Desgewenst kan men de latei uit het zicht werken (fig. 28-91 ... 93).

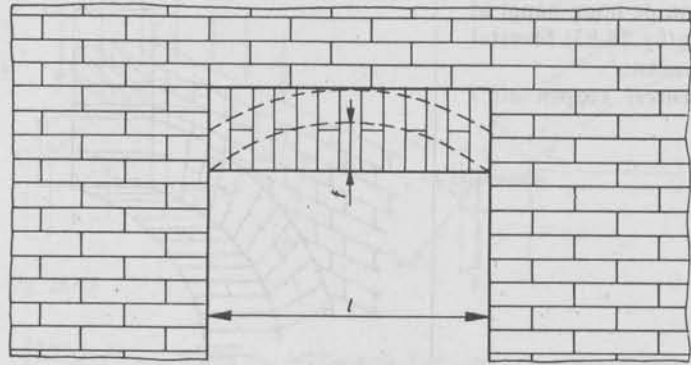


fig. 28-87

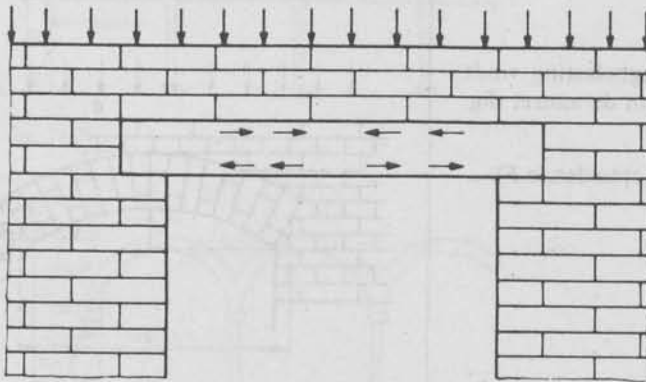


fig. 28-88 Latei

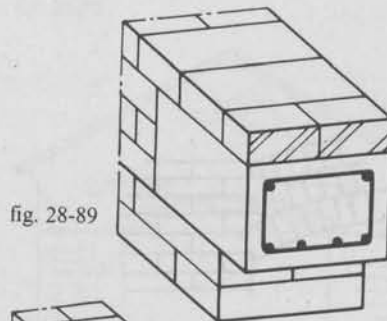


fig. 28-89

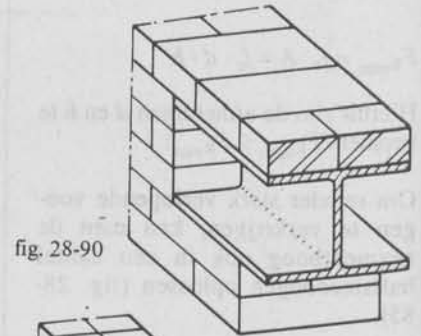
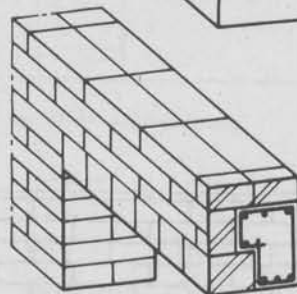
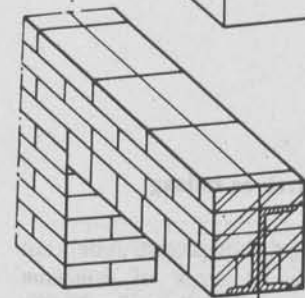


fig. 28-90



Latei van gewapend beton
fig. 28-91



roestgevaar
Latei van stalen profielbalk
fig. 28-92a

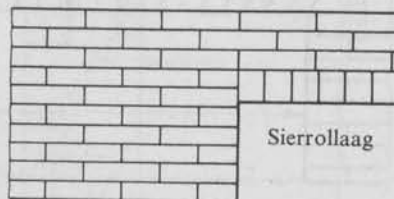


fig. 28-93

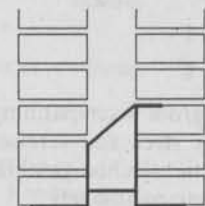
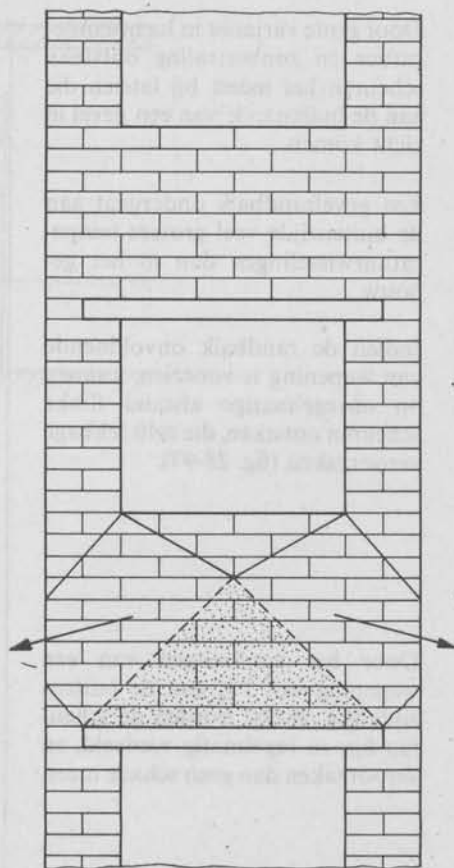
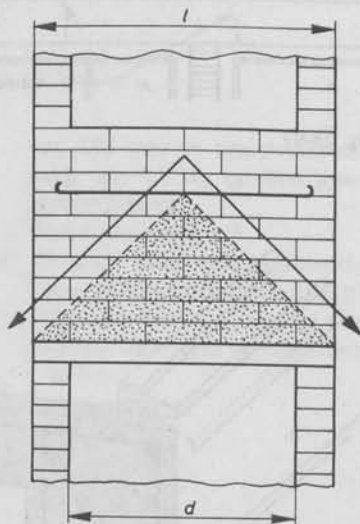
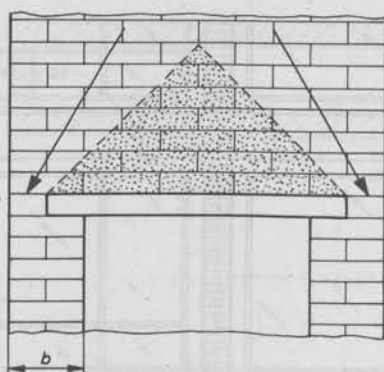


fig. 28-92b

Slechts het gestippelde gebied rust in fig. 28-94 op de latei. In verband met de boogwerking moet de „rechtstand” b voldoende groot zijn.

In geval van kleine b wapening in het metselwerk aanbrengen! (Staven betonstaal in de voegen metselen!) Zo niet, dan kan de constructie bezwijken.



Voor voorgespannen metselwerk lateien, zie hoofdstuk 23.

fig. 28-94

28.7.4 Bouwfysische en uitvoeringstechnische moeilijkheden bij lateiconstructies

Een betonlatei zet bij stijgende temperatuur sterker uit dan het omringende metselwerk (fig. 28-95), waardoor scheuren ontstaan (fig. 28-96).

De lineaire-uitzettingscoëfficiënten zijn verschillend.

Een latei met een lengte van 4 m zal – indien beton en metselwerk een temperatuurverhoging van 20°C ondergaan – 0,9 mm langer worden, het metselwerk echter slechts 0,5 mm.

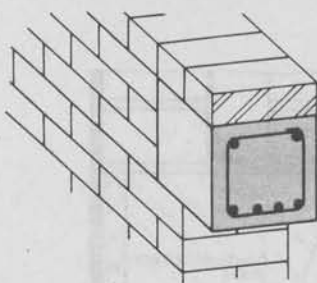


fig. 28-95

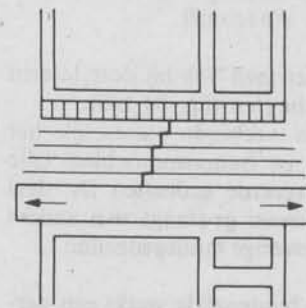


fig. 28-96

Door grote variaties in luchttemperatuur en zonbestraling ontstaan scheuren het meest bij lateien die aan de buitenzijde van een gevel in zicht komen.

Een gevelrandbalk ondergaat aan de buitenzijde veel grotere temperatuurwisselingen dan in het gebouw.

Indien de randbalk onvoldoende van wapening is voorzien, kunnen op onregelmatige afstand flinke scheuren ontstaan, die zelfs lekkage veroorzaken (fig. 28-97).

Door het aanbrengen van een wapening van 1% aan de buitenzijde (fig. 28-98) worden de scheuren fijn en regelmatig verdeeld, en veroorzaken dan geen schade meer.

Nog beter is het de latei binnen en buiten te bekleden (fig. 28-99). De temperatuur van de betonlatei zelf is dan minder aan schommelingen onderhevig.

Bovendien wordt de temperatuur van het binnenoppervlak hoger en het condensatiegevaar dus minder. (Vraag: Waarom?)

Toch ziet men ook bij deze lateien vaak scheuren (fig. 28-100).

De latei verbindt plaatselijk het binnen- en buitenspouwblad. (Zie het gearceerde gedeelte.) Dit deel van de muur gedraagt zich anders dan de overige muurgedeelten.

Aan de binnenzijde werkt een dergelijke latei zich soms los (fig. 28-101).

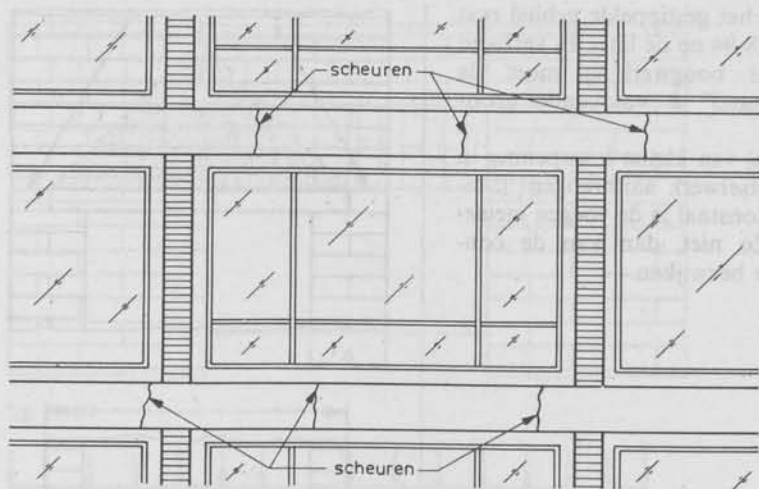


fig. 28-97

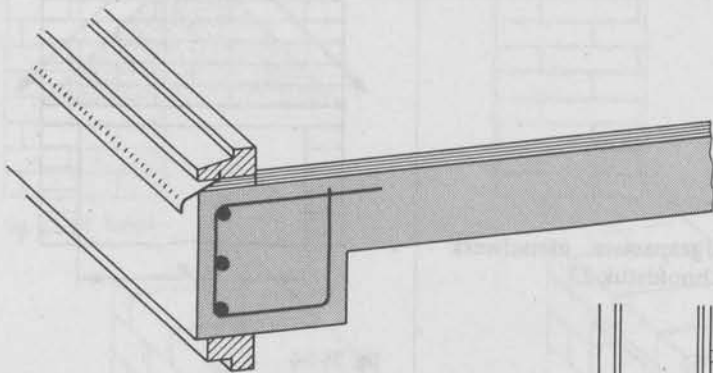


fig. 28-98

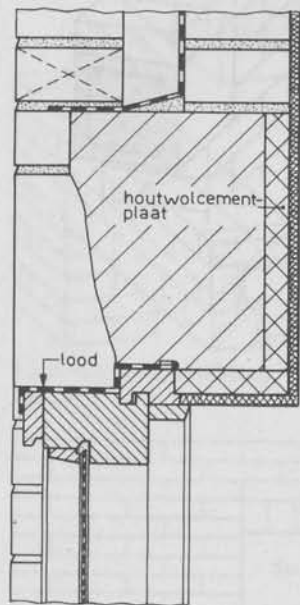


fig. 28-99

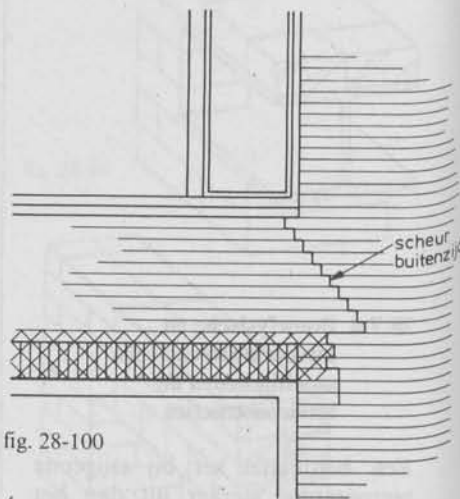


fig. 28-100

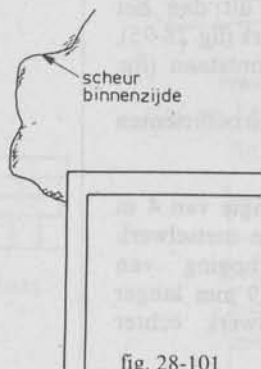


fig. 28-101

28.8 Kruip

Fig. 28-102.

Boven twee achter elkaar gelegen ingangspuien werd een betonvloer aangebracht.

De puien werden hier al vrij spoedig *precies pas* tussen geplaatst.

Tot ca. 2 jaar na de vervaardiging hebben de glasdeuren geklemd; telkens werd iets van de aluminium-regels afgeschaafd, telkens klemden ze weer opnieuw, zij het met grotere tussenpozen.

Remedie: De kruipvorming had beperkt kunnen worden door de bekisting langer te laten staan. De overblijvende kruipvervorming en de krimpvervorming tijdens de eerste gebruiksfase van het gebouw hadden kunnen worden opgevangen door een flexibele aansluiting tussen de glasdeuren en de latei-constructie.

28.9 Vragen

- 1 Wat verstaat men onder „beschermende functie“?
- 2 Geef een omschrijving van de begrippen:
 - sterk;
 - stijf;
 - stabiel.
- 3 Waarom moet een brug bij de opleggingen horizontale reacties kunnen leveren?
- 4 Wat vindt u van een loods van de volgende afmetingen:
 - breedte 12 m;
 - lengte 30 m;
 - hoogte 6 m.De loods is gemaakt van een fundering van massief beton, gevels halfsteens metselwerk, kap opgelegd op de gevels. (Zie vraag 2.)
- 5 Een blok van 7 woningen is totaal lang 42 m en wordt uitgevoerd in gietbouw. Waarop moet u letten tijdens de uitvoering in verband met:
 - de stabiliteit;
 - de lineaire uitzetting;
 - de krimp.
- 6 Wat is warmteaccumulatie?
- 7 Wat is flankerende geluidsoverdracht?
- 8 Hoe komt het dat separaties van metselwerk, die op een betonvloer staan met een dikte

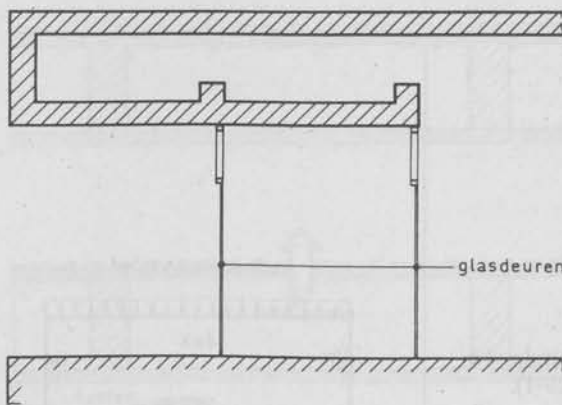


fig. 28-102

- van 120 mm en een overspanning van 4,5 m, op den duur gaan scheuren?
- 9 Wat is een druklijn?
 - 10 Waarom moet een gemetselde boog op brede penanten rusten?
 - 11 Wat is het bezwaar van een niet geïsoleerde latei in verband met:
 - krimp;
 - temperatuur;
 - condensatie;
 - kruip.

29

Daken

29.1 Belasting en constructie

Daken dragen meestal minder belasting dan vloeren (fig. 29-1). Windbelastingen zijn belangrijk, vooral bij *hoge steile daken* en *open gebouwen* (fig. 29-2).

Samen met functionele gegevens, zoals o.a. de wens kolomvrije ruimten te creëren, leiden de voornoemde gegevens vaak tot *grotere overspanningsconstructies*. Bij grote overspanningen wordt de constructie voornamelijk belast door zijn eigen gewicht (zie 27.2.3).

VOORBEELD

Zie fig. 29-3.
Betondakvloer, vrije overspanning 6 m, dik 170 mm (doorbuigingseis).

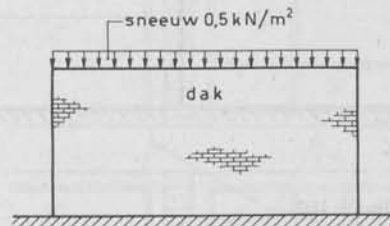


fig. 29-1

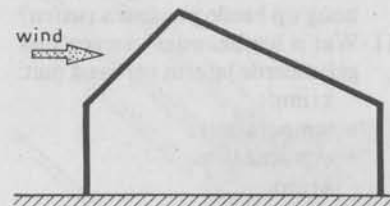
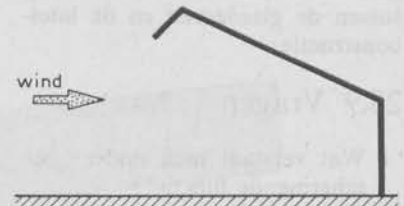


fig. 29-2



Rustende belasting, zoals grind, dakbedekking en isolatiemateriaal:	1,00 kN/m ²	
Betondakvloer:	4,25 kN/m ²	
		+
Totaal eigen gewicht:	5,25 kN/m ²	91%
Veranderlijke belasting:	0,50 kN/m ²	9%
		+
Totaal:	5,75 kN/m ²	100%

Het is dus belangrijk op eigen gewicht te besparen.

Besparing op eigen gewicht kan worden verkregen door toepassing van materialen, die naar verhouding tot hun eigen gewicht een relatief grote sterkte hebben, zoals hout, staal en lichtgewicht beton.

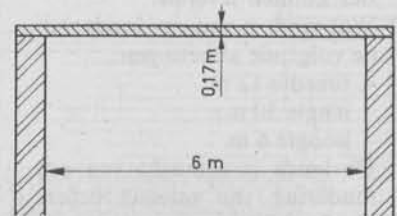


fig. 29-3

Veel belangrijker is het echter, de vorm van de constructie zó te ontwerpen, dat de toegepaste materialen volledig worden benut. Dit wordt besproken in hoofdstuk 30 „Constructieve vormgeving”.

Dakliggers en dakplaten worden overigens in principe op dezelfde wijze berekend als besproken in hoofdstuk 27.

29.2 Isolatie van daken

29.2.1 Platte daken

Het prototype van het platte dak stamt uit het laatst van de vorige eeuw. Er zijn veel fysische problemen mee geweest (fig. 29-4).

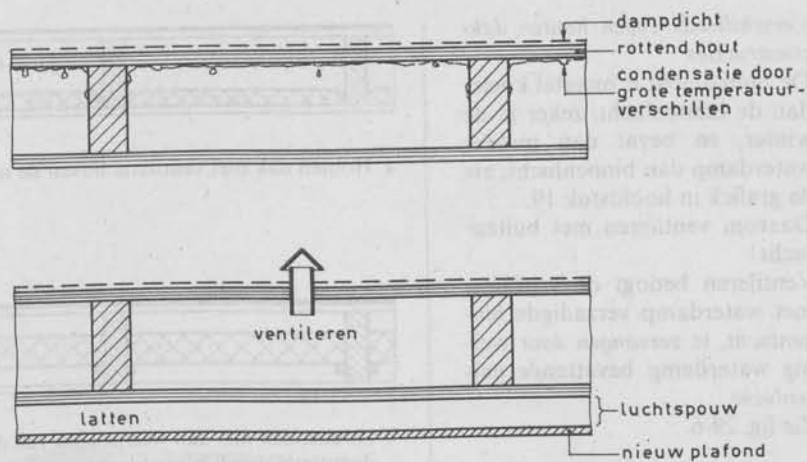


fig. 29-4 Verbetering van een bestaand plat dak door extra plafond.

Vele „lekkages” van een dak zijn te wijten aan inwendige condensatieproblemen!

Als slechts enige geringe ophoping van water plaatsvindt door condensatie tussen de dichte dakhuid en de onderliggende constructie, kan dat al funeste gevolgen hebben. Bij zonbestraling kan bijvoorbeeld 1 gram water worden omgezet in 1,5 liter waterdamp.

Zie fig. 29-5.

Blaasvorming en op den duur volkomen vernietiging van de dakhuid is het gevolg.

Aan de binnenzijde kunnen door te hoog vochtgehalte vocht- en schimmellekken ontstaan.

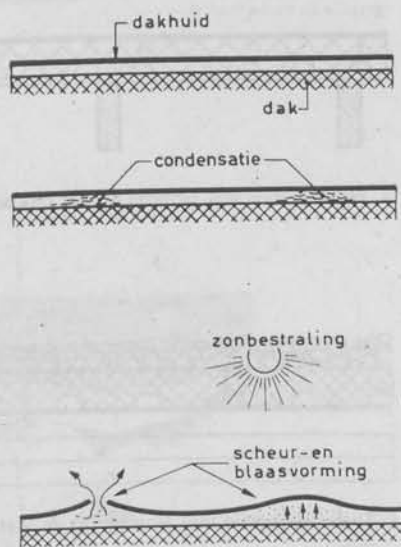


fig. 29-5

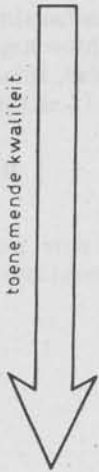
a *Verskillende typen houten dakconstructies*

De buitenlucht is meestal koeler dan de binnenlucht, zeker in de winter, en bevat dan minder waterdamp dan binnenlucht; zie de grafiek in hoofdstuk 19.

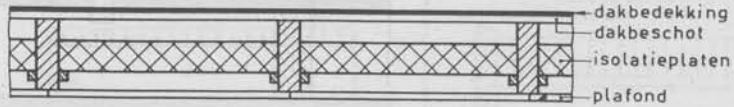
Daarom ventileren met buitenlucht!

Ventileren beoogt de vochtige, met waterdamp verzadigde *binnenlucht*, te *vervangen door* weinig waterdamp bevattende *buitenlucht*.

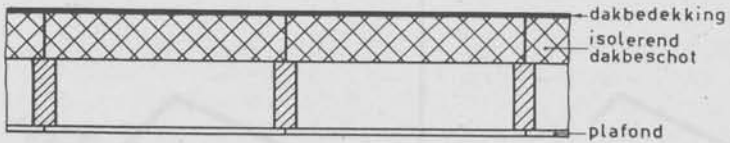
Zie fig. 29-6.



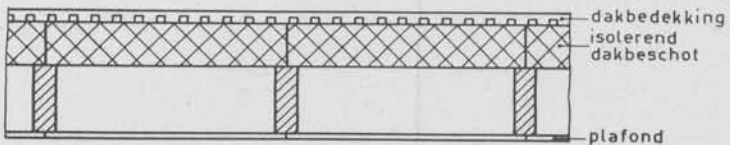
a Houten dak met ventilatie boven de isolatie.



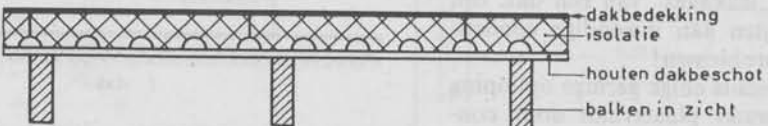
b Houten dak met aan weerszijden van de isolatie een spouw; alleen de spouw boven de isolatie wordt geventileerd.



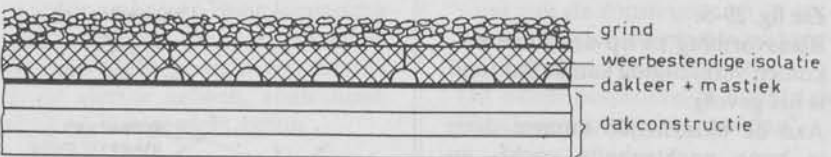
c Houten dak met isolierend dakbeschoet; ventilatie onder de isolatie.



d Houten dak met isolierend dakbeschoet; ventilatie boven de isolatie.



e Houten dak met isolatie op het dakbeschoet; ventilatie onder de isolatie



f Dakconstructie met isolatie op de waterdichte bekleding!! zogenaamd omgekeerd dak.

fig. 29-6

N.B.

- 1 De dakbedekking van fig. 29-6f dient op waterdichtheid te worden gecontroleerd alvorens de isolatieplaten worden aangebracht.
- 2 In alle gevallen is een dampdichte laag aan de warme zijde van het dak aan te bevelen.

b Metalen daken

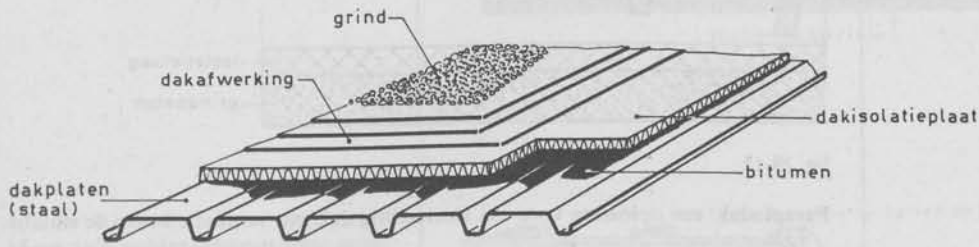


fig. 29-7 Dakisolatieplaat geplakt op metaaldak

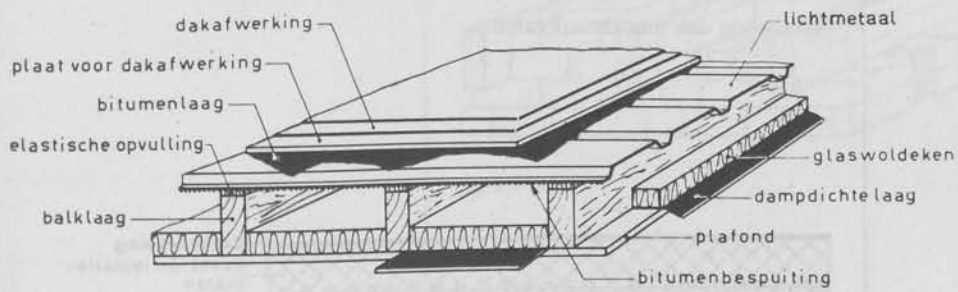


fig. 29-8 Lichtmetaaldak

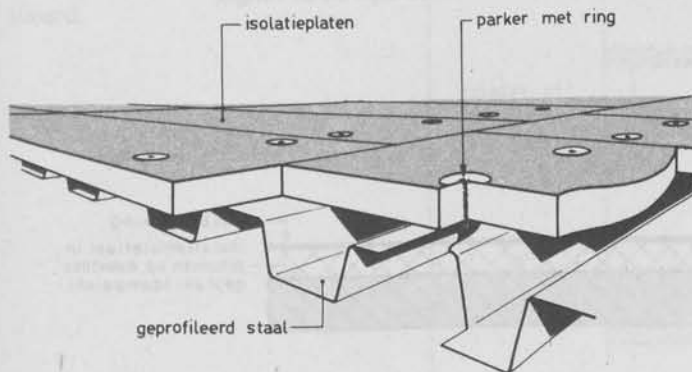


fig. 29-9

c *Verschillende typen betondakconstructies*

Een slechte constructie, alleen toe te passen voor droge, onverwarmde (of ongekoelde) ruimten, is afgebeeld in fig. 29-10.



fig. 29-10

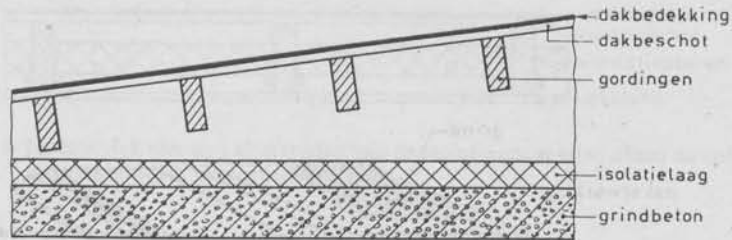


fig. 29-11

Parapludak: een oplossing voor een steenachtig dak met ventilatie boven de isolatie.

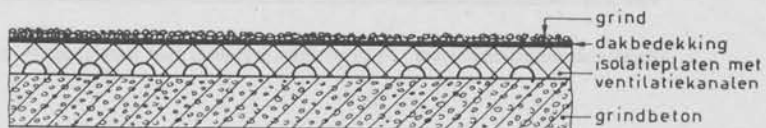


fig. 29-12

Steenachtig dak met kanaalplaten

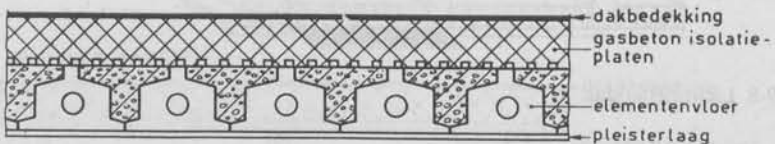


fig. 29-13

Steenachtig dak (in principe dezelfde constructie als de vorige).



fig. 29-14

In een droge ruimte (lage relatieve vochtigheidsgraad) kan ook de dakconstructie van fig. 29-14 goed voldoen.

Zie ook fig. 29-6f (omgekeerd dak).

29.2.2 Andere dakvormen

De „ouderwetse” kappen als getekend in fig. 29-15 zijn goed warmteïsoleerend. (Waarom?)

Moet zo'n zolder bewoonbaar worden gemaakt, dan geeft dat nauwelijks moeilijkheden (fig. 29-16).

Bij de tegenwoordig veel toegepaste bewoonbare zolders van eengezinswoningen is in principe de constructie van fig. 29-17 de beste. De ruimten A en B worden geventileerd.

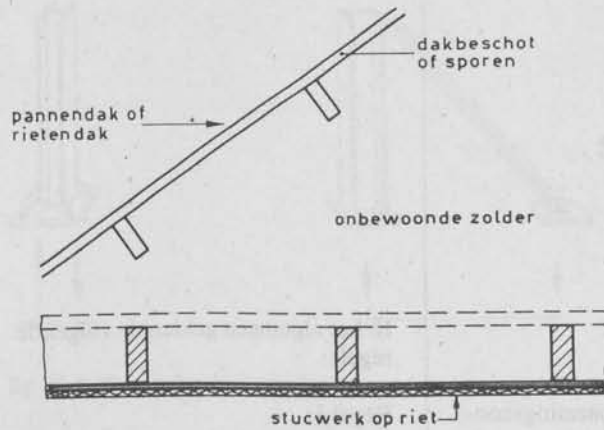


fig. 29-15

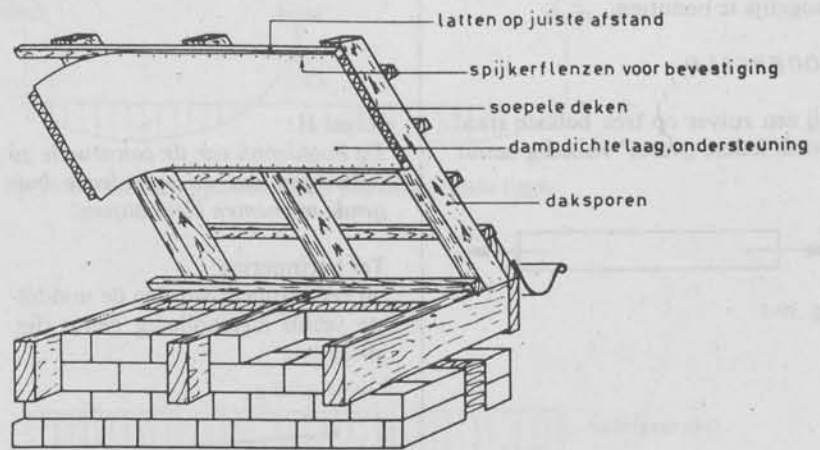


fig. 29-16

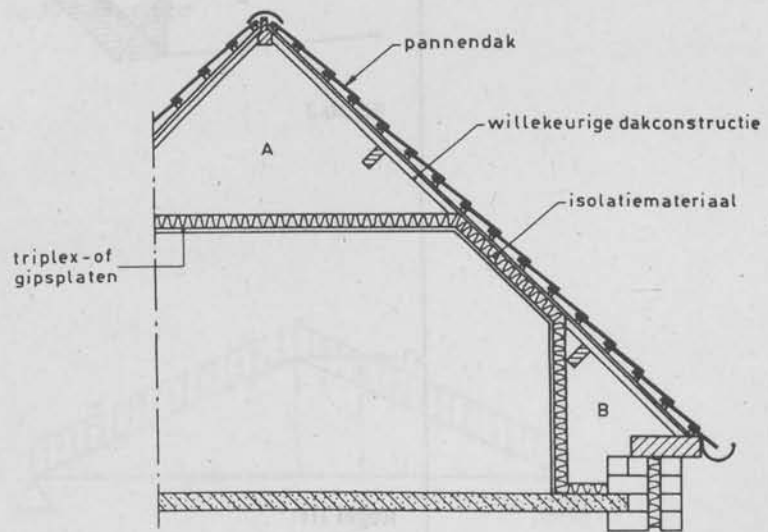


fig. 29-17

30

Constructieve vormgeving

30.1 Algemeen

In hoofdstuk 29 hebben we gezien dat bij grote overspanningsconstructies het eigen gewicht van de constructie relatief groot is.

Voor een economisch materiaalgebruik is het van belang het materiaal volledig of zo volledig mogelijk te benutten.

VOORBEELD

Bij een zuiver op trek belaste staaf wordt iedere „vezel” volledig benut

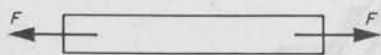


fig. 30-1

In het algemeen gelden de volgende regels:

Regel I:

De inwendige hefboomsarm zo groot mogelijk maken.

Regel II:

De hoofdvorm van de constructie zó ontwerpen dat de optredende buigende momenten klein blijven.

Ter herinnering:

bij een moment worden de middelste vezels niet volledig benut (fig. 30-2).

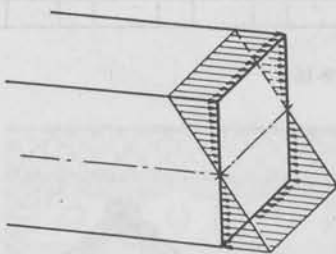


fig. 30-2

Regel III:

De liggervorm zó ontwerpen, dat deze de M-lijn volgt.

30.2 Voorbeelden

Opmerking

Zoek bij ieder voorbeeld naar de motivering!

VOORBEELD I

Toepassing van Regel I.

Zie hoofdstuk 27 voor:

- I-liggers (fig. 30-3);
- □-liggers;
- T-liggers;
- vakwerkliggers (fig. 30-4).

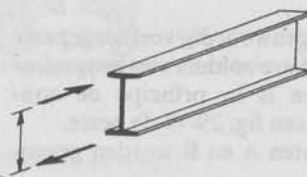


fig. 30-3

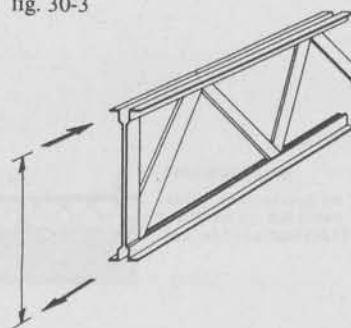


fig. 30-4

VOORBEELD 2

Toepassing van Regel I
(fig. 30-5).

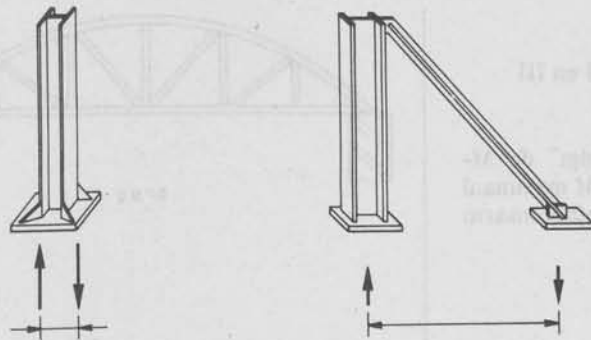


fig. 30-5 Voetverbreding van kolommen

VOORBEELD 3

Toepassing van Regel II
(fig. 30-6).

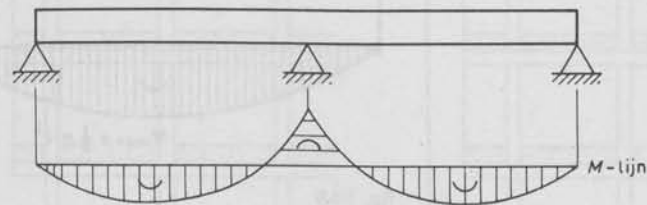


fig. 30-6 Meer steunpunten onder één doorgaande ligger

VOORBEELD 4

Toepassing van Regel I en III
(fig. 30-7).

Voor totale constructie:

$$M_{\max} = \frac{1}{8}q \cdot l^2 = F_t \cdot h = F_d \cdot h$$

$$F_t = F_d = \frac{q \cdot l^2}{8h}$$

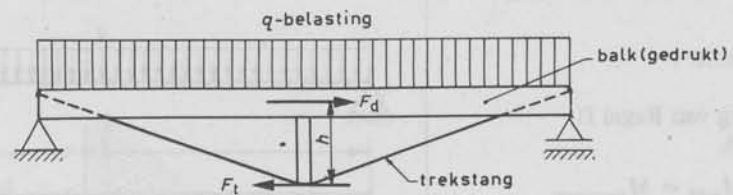


fig. 30-7 Brugligger

VOORBEELD 5

Toepassing van Regel I en III
(fig. 30-8).

$$F_t = F_d = \frac{q \cdot l^2}{8h}$$

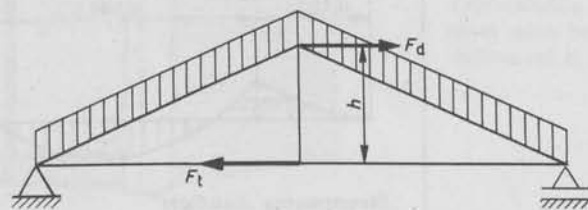


fig. 30-8 Schoorspant

VOORBEELD 6

Toepassing van Regel I en III
(fig. 30-9).

De vakwerkligger „volgt” de M -lijn; op de plaats waar M maximaal is, is de inwendige hefboomsarm ook maximaal.

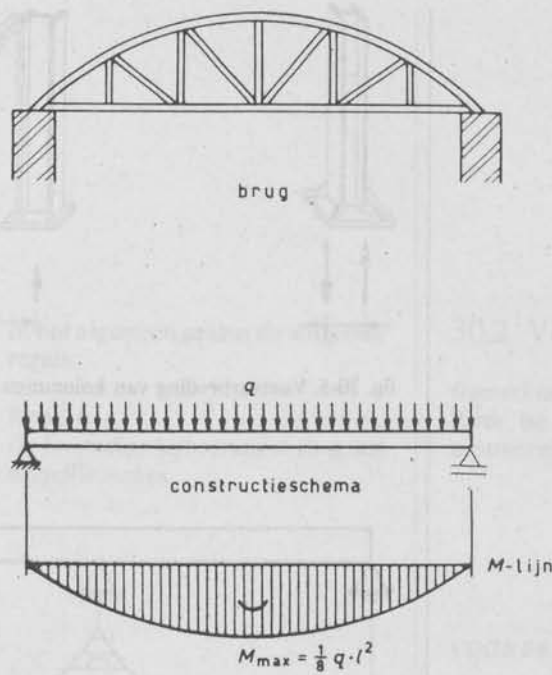


fig. 30-9

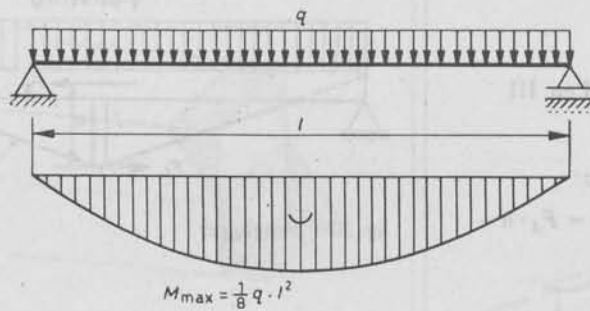
VOORBEELD 7

Toepassing van Regel II
(fig. 30-10).

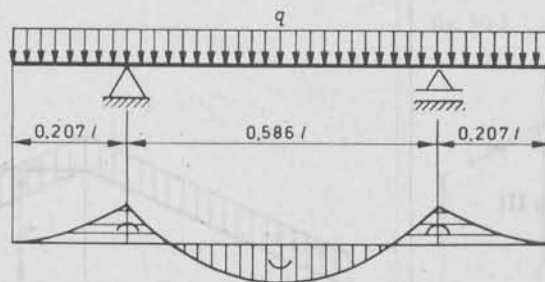
$$M_{\max} = M_{\text{veld}} = M_{\text{steunpunt}}$$

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \cdot q(0,207 l)^2 = \frac{1}{48} q \cdot l^2$$

Door overkragingen wordt M_{\max}
6 x zo klein.



Steunpunten aan de einden is „onhandig”



Steunpunten „handiger”

fig. 30-10

VOORBEELD 8

Skeletbouw

Toepassing van Regel II
(fig. 30-11 en 30-12).
b geeft dus de gunstigste situatie.

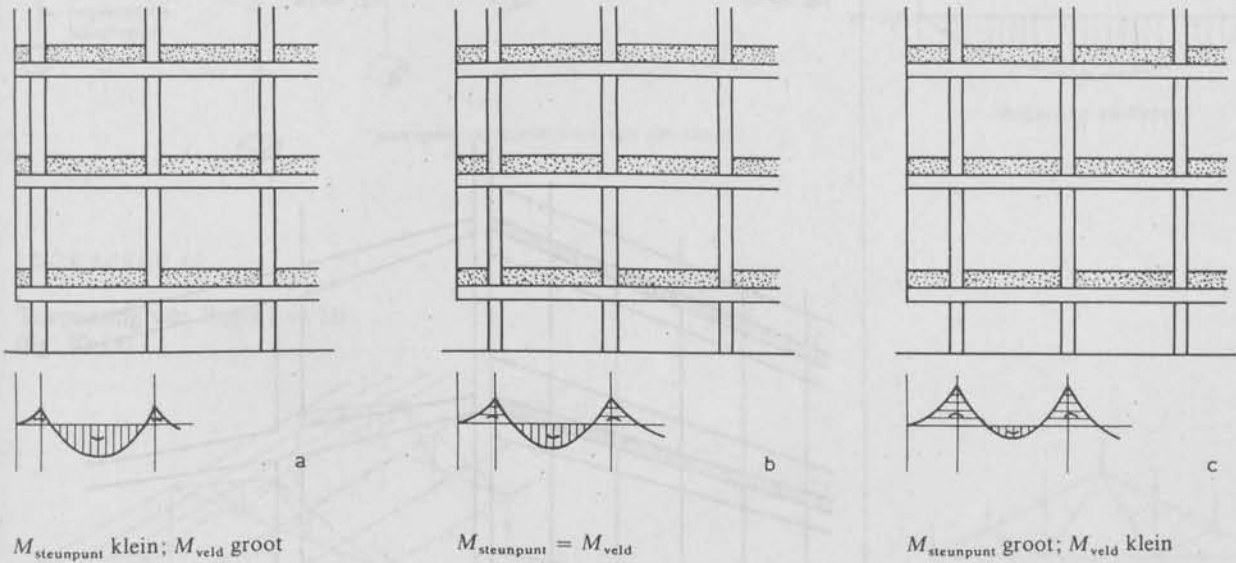


fig. 30-11

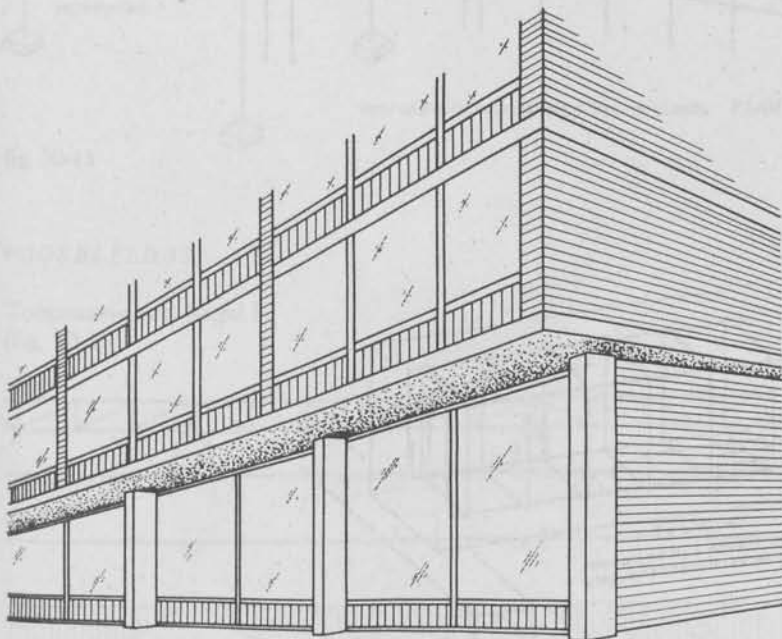


fig. 30-12

Ontwikkeling van het steunpuntsmo-
ment door het terugspringen van de
kolommen in de benedenverdieping.

VOORBEELD 9

Toepassing van Regel I, II en III
(fig. 30-13, 30-14 en 30-15).

Met de overkraging kan men weer
de *M*-lijn volgen (verjongen).

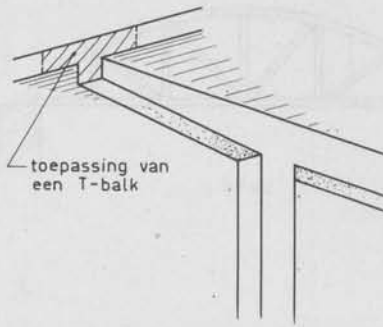


fig. 30-13

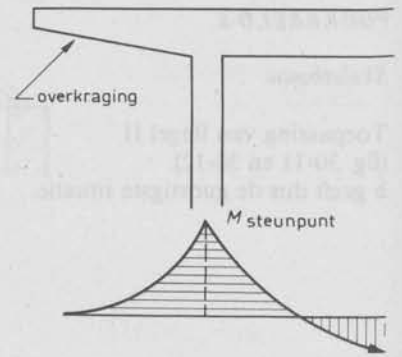


fig. 30-14

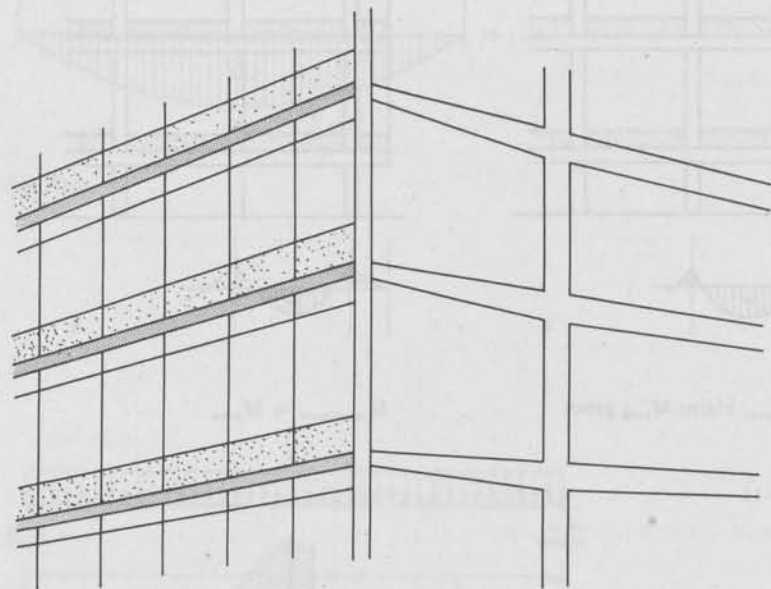


fig. 30-15

VOORBEELD 10

Toepassing van Regel III
(fig. 30-16).

Naarmate het moment toeneemt,
neemt ook de doorsnede van de
wapening toe. Uiterlijk is niet te
zien dat de ligger de *M*-lijn volgt,
wat echter wel degelijk het geval is.

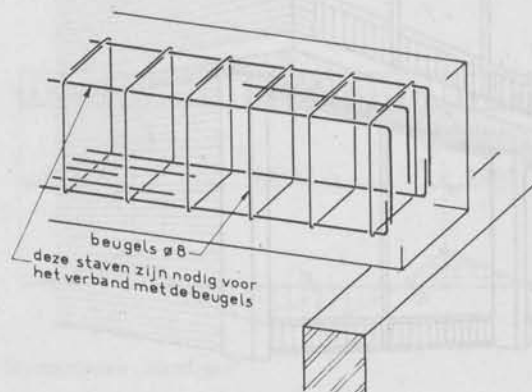


fig. 30-16 Gewapend-betonligger

VOORBEELD 11

Toepassing van Regel I
(fig. 30-17).

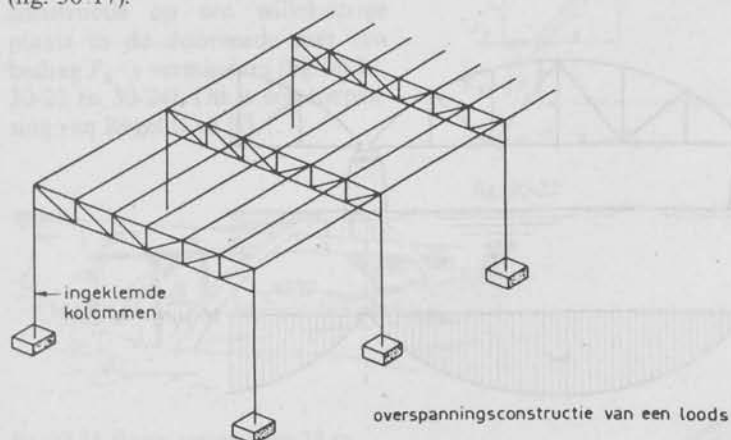
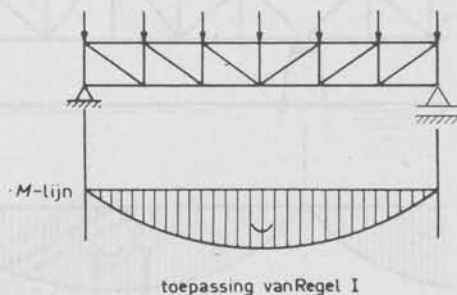


fig. 30-17



VOORBEELD 12

Toepassing van Regel I en III
(fig. 30-18).

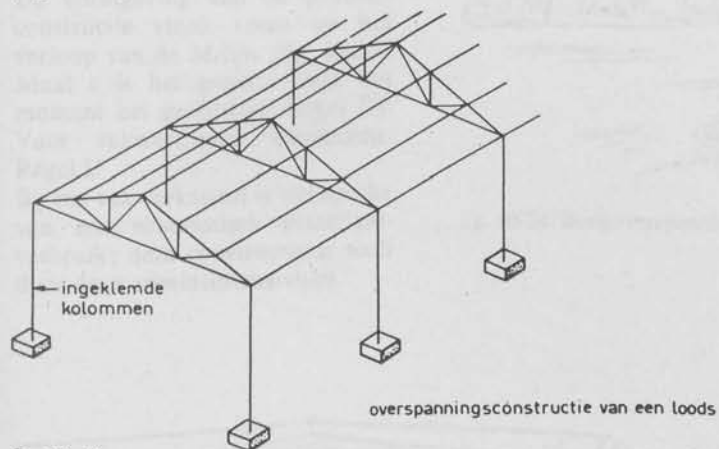
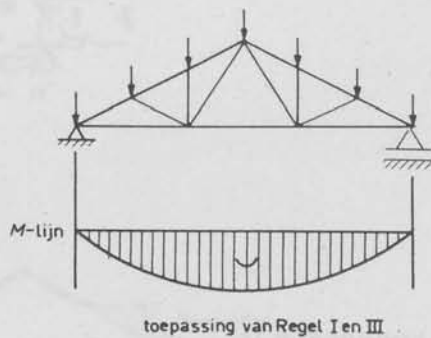


fig. 30-18



VOORBEELD 13

Toepassing van Regel I
(fig. 30-19).

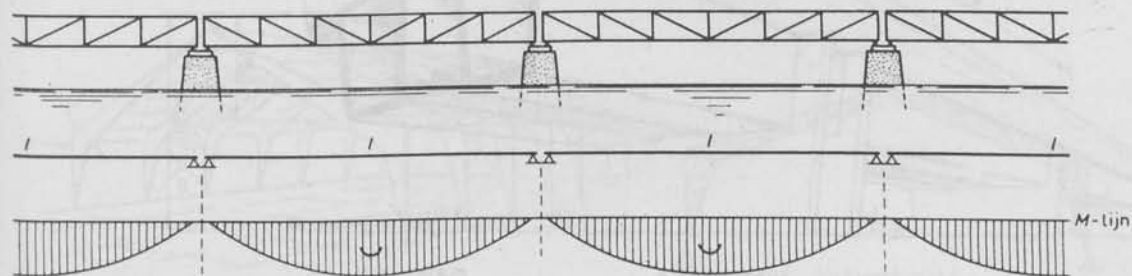


fig. 30-19 Brugconstructie

VOORBEELD 14

Toepassing van Regel I en III
(fig. 30-20).

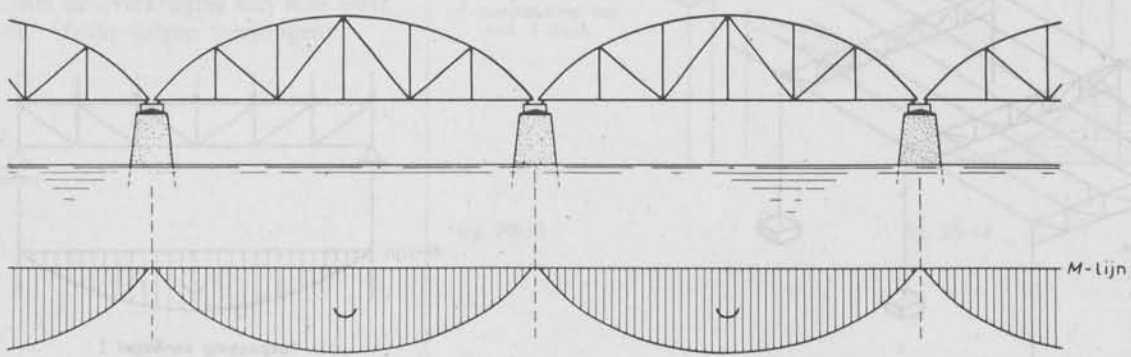


fig. 30-20 Brugconstructie

VOORBEELD 15

Toepassing van Regel I
(fig. 30-21).

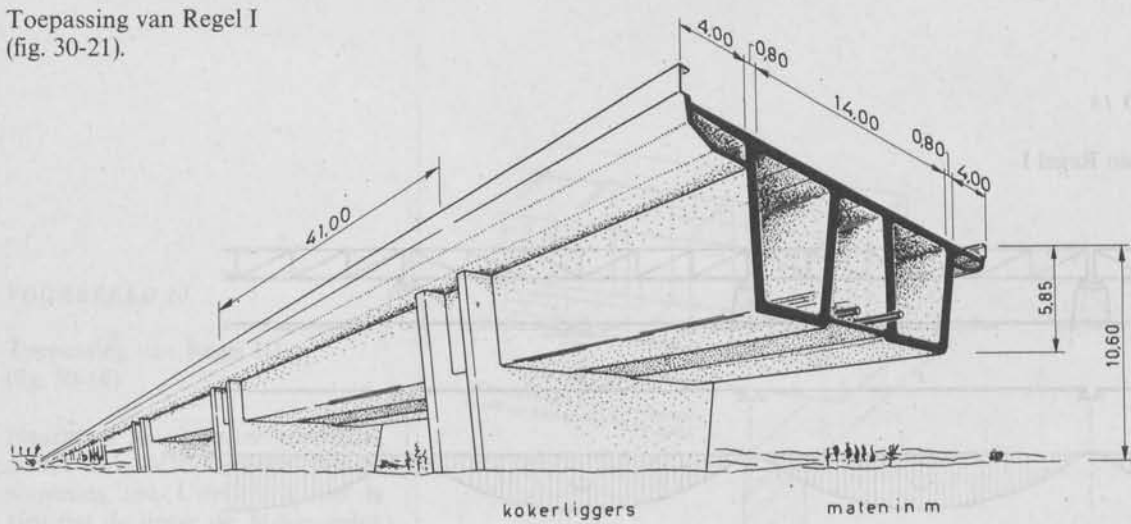


fig. 30-21

VOORBEELD 16

Boogconstructies

Het buigend moment is bij de boogconstructie op een willekeurige plaats in de doorsnede met een bedrag $F_h \cdot y$ verminderd (fig. 30-22, 30-23 en 30-24). Dit is een toepassing van Regel II en III.

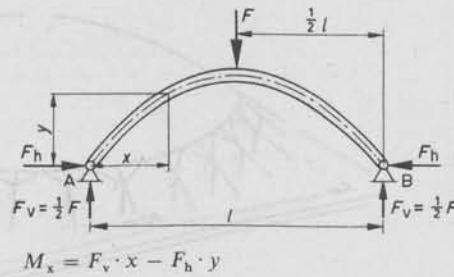


fig. 30-22



fig. 30-23 Boogoverspanning 35 m

VOORBEELD 17

Driescharnierspanten

De vormgeving van de portaalconstructie vloeit voort uit het verloop van de M-lijn. (fig. 30-25). Maat c is het grootst waar het moment het grootst is: Regel III. Voor vakwerkspant bovendien: Regel I.

Bij een vakwerkspant is wel sprake van een economisch materiaalverbruik; deze constructie is toch duur door arbeidsintensiviteit.

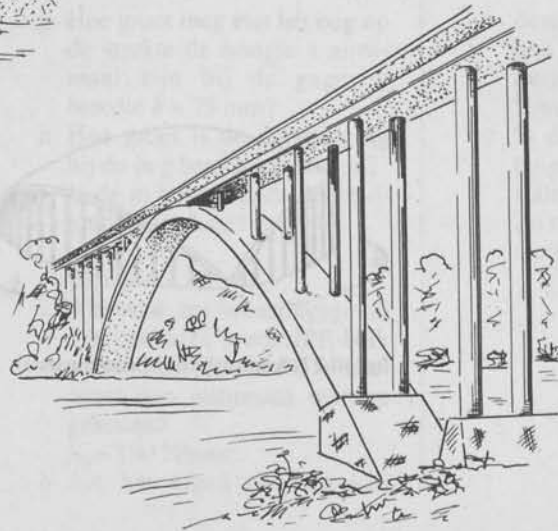
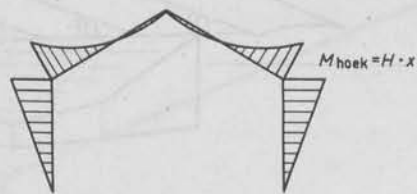
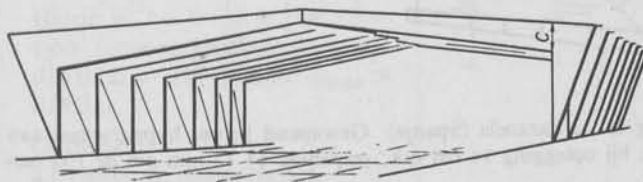
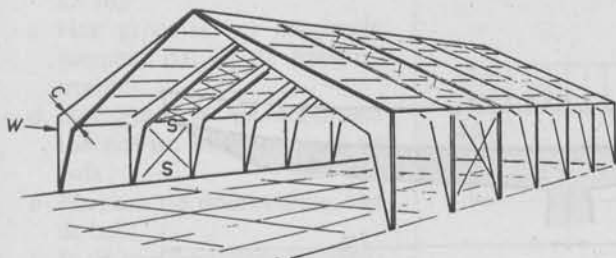


fig. 30-24 Boogoverspanning 312 m



M-lijn



Vakwerkspant

fig. 30-25

VOORBEELD 18

Schaalconstructies

Schaalconstructies dragen de gelijkmatig verdeelde belasting via trek-, druk- en schuifspanningen (fig. 30-26 en 30-27).

Buigspanningen zijn relatief klein. Dit is een toepassing van Regel II.

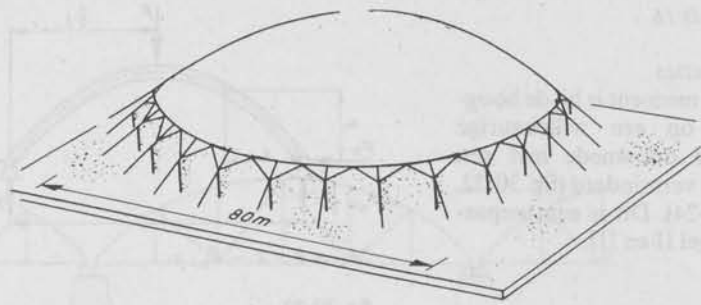


fig. 30-26 Sporthal (Rome)

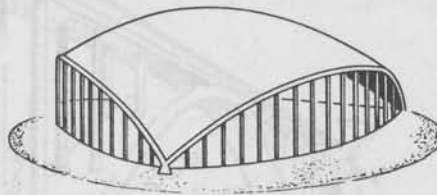
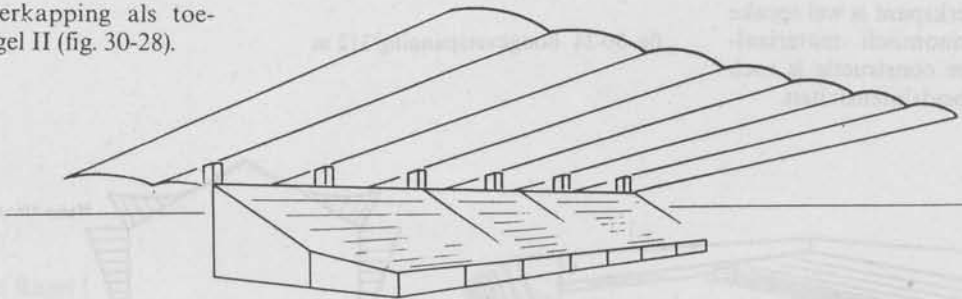


fig. 30-27 Auditorium (Massachusetts)

VOORBEELD 19

Een stadionoverkapping als toepassing van Regel II (fig. 30-28).



Stadionoverkapping te La Zarzuela (Spanje): Gewapend beton; hyparschaal aan uiteinden 6 cm dik, bij oplegging 14 cm dik; wapening \varnothing 12 mm om de 100 mm

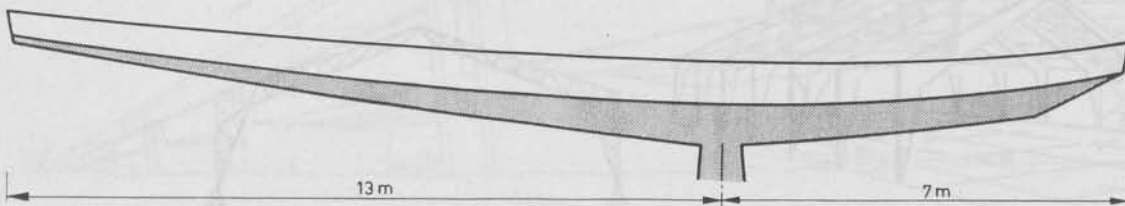


fig. 30-28

31

Opdrachten (algemene herhaling)

1 *Gegeven:* Zie fig. 31-1.

Gevraagd:

- Bereken de verticale reacties in A en B ($F_{A,v}$ en $F_{B,v}$).
 - Bepaal grafisch de grootte van de krachten in AC en BC (1 cm \cong 0,3 kN).
- 2 Hoe kan men aan de dwarskrachtenlijn zien waar het buigend moment zijn grootste waarde(n) bereikt?

3 *Gegeven:* Een balk AB met een rechthoekige doorsnede van 75 mm \times 175 mm wordt gelijkmatig belast (zie fig. 31-2). De buigsterkte is $f_m = 8 \text{ N/mm}^2$. De benaderingsformule voor de grootste doorbuiging van een in de uiteinden ondersteunde balk luidt:

$$\mu_{\max} = \frac{0,1 M_{\max} \cdot l^2}{E \cdot I}$$

Hierin is: $I = W \cdot \frac{1}{2}h = \frac{1}{6}bh^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}bh^3$ (voor rechthoekige doorsneden); $E = 10^4 \text{ N/mm}^2$. $\mu_{\max} = 0,003l$.

Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties.
- Teken de dwarskrachtenlijn en de momentenlijn (1 cm \cong 0,5 m; 1 cm \cong 2 kN; 1 cm \cong 2 kN·m).
- Hoe groot is het maximale moment dat in de balk op treedt?
- Hoe groot is het maximaal toelaatbare moment voor de balk?
- Bereken de doorbuiging van de balk.
- Is de in e berekende doorbuiging toelaatbaar?

- Hoe groot mag met het oog op de sterkte de hoogte h minimaal zijn bij de gegeven breedte $b = 75 \text{ mm}$?
- Hoe groot is de doorbuiging bij de in g berekende hoogte?
- Is de in h berekende doorbuiging toelaatbaar?

4 *Gevraagd:*

- Als voor het belastingsgeval van opdracht 3 een IPE-balk wordt gebruikt, welk profiel moet dan minimaal worden gekozen?
 $f_m = 180 \text{ N/mm}^2$.
- Als het eigen gewicht van

deze balk wordt meegerekend, hoe groot wordt dan de doorbuiging? $E_{\text{staal}} = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

- Is de in b berekende doorbuiging toelaatbaar? μ_{\max} voor stalen balken is gelijk aan $\frac{l}{333}$. Zo niet, welk profiel moet dan worden gekozen?

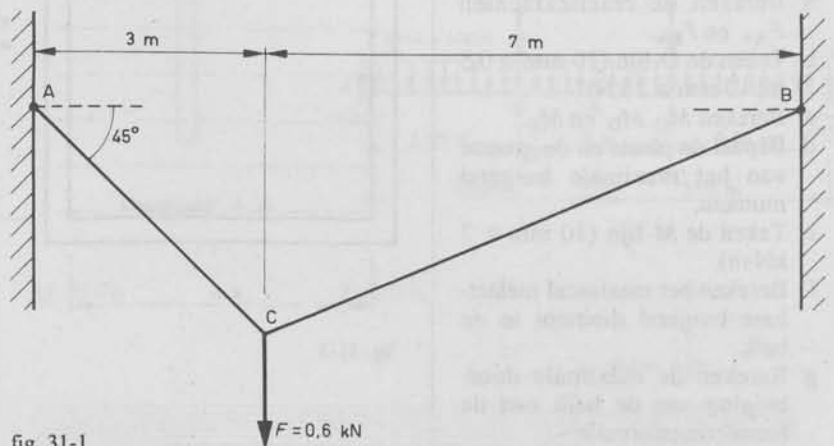


fig. 31-1

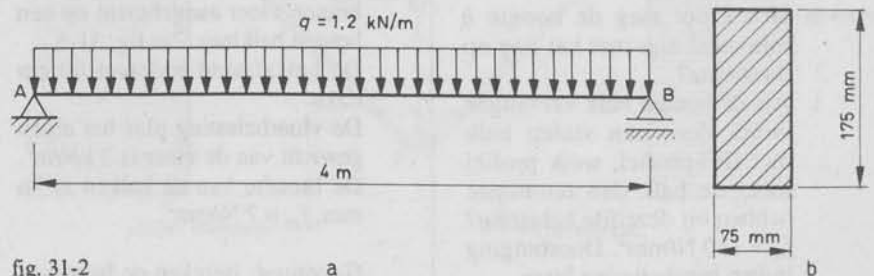


fig. 31-2

- 5 *Gegeven:* Een balk met een IPE 200 200-profiel, lang 10 m (zie fig. 31-3), is onwrikbaar verbonden aan betonwanden. $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$; $\alpha = 0,000012 \times 1/^\circ\text{C}$.

Gevraagd: Als de temperatuur van de balk van $+30^\circ\text{C}$ tot -10°C daalt, hoe groot is dan de spanning in de balk t.g.v. deze temperatuurverandering? (E.g. balk niet meerekenen.)

- 6 *Gevraagd:* Als de balk in opdracht 5 door middel van vaste scharnieren aan de muren is verbonden, hoe groot is dan de spanning t.g.v. een temperaturodaling van $+30^\circ\text{C}$ tot -10°C en het eigen gewicht:
a bij de opleggingen;
b in het midden van de balk?

- 7 *Gegeven:* Een houten balk wordt belast volgens fig. 31-4. De afmetingen van de rechthoekige doorsnede zijn: $b = 75 \text{ mm}$ en $h = 225 \text{ mm}$.
 $f_m = 8 \text{ N/mm}^2$; $E = 0,7 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$;

Gevraagd:

- Bereken de reactiekrachten $F_{A,v}$ en $F_{B,v}$.
- Teken de D -lijn (10 mm \equiv 0,5 m; 10 mm \equiv 2 kN).
- Bereken M_C , M_D en M_E .
- Bepaal de plaats en de grootte van het maximale buigend moment.
- Teken de M -lijn (10 mm \equiv 2 kN·m).
- Bereken het maximaal toelaatbare buigend moment in de balk.
- Bereken de maximale doorbuiging van de balk met de benaderingsformule

$$\mu_{\max} = \frac{0,1 \cdot M_{\max} \cdot l^2}{E \cdot I}$$

- Hoe groot mag de hoogte h minimaal zijn met het oog op de sterkte?
- Als de houten balk vervangen wordt door een stalen balk met IPE-profiel, welk profiel moet de balk dan tenminste hebben bij dezelfde belasting? $f_m = 180 \text{ N/mm}^2$. Doorbuiging buiten beschouwing laten.

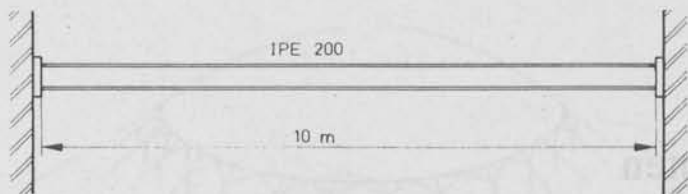


fig. 31-3 Bij 30°C is de balk spanningsloos

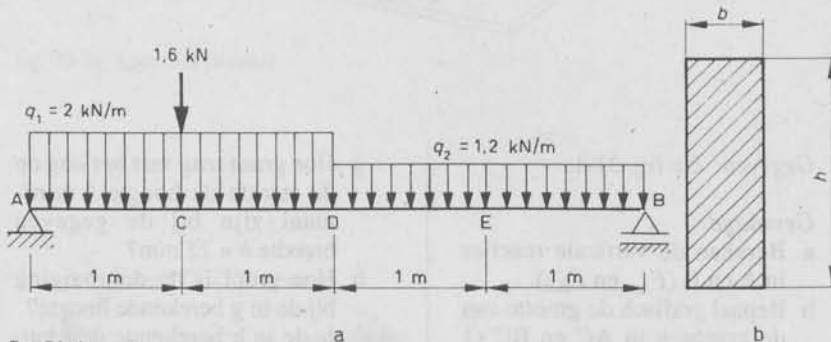


fig. 31-4

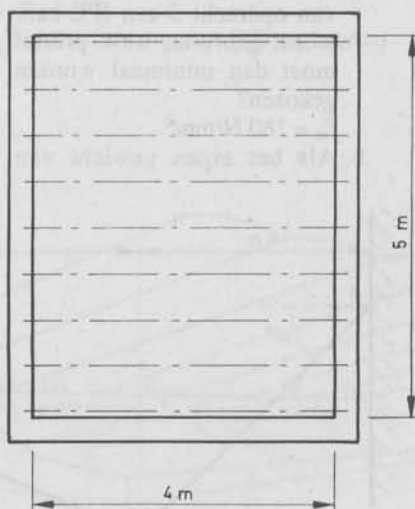


fig. 31-5

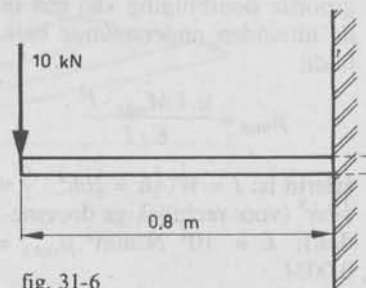


fig. 31-6

- 8 *Gegeven:* Over een ruimte met dagmaten 4 m en 5 m wordt een houten vloer aangebracht op een houten balklaag. Zie fig. 31-5. De balkafstand bedraagt 60 cm h.o.h. De vloerbelasting plus het eigen gewicht van de vloer is 3 kN/m^2 . De breedte van de balken is 76 mm; $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd: Bereken de benodig-

de hoogte van de balken, met het oog op de sterkte.

- 9 Bepaal op sterkte het benodigde IPE-profiel voor het belastingsgeval in fig. 31-6. $f_m = 160 \text{ N/mm}^2$.

10 *Gegeven:* In een bestaande gemetselde muur van 4,00 m hoog moet een doorgang gemaakt worden van 6,00 m breed en 3,00 m hoog. De muur is steenswerk (schoon metselwerk) van kalkzandsteenklinker (eigen gewicht 20 kN/m^3). In de muur moet een latei worden aangebracht. Twee balken brengen een belasting van 3 kN op de muur over. Zie fig. 31-7a en b.

Gevraagd (zie fig. 31-7c):

- Bereken de verticale oplegreactie in punt A.
- Bereken de verticale oplegreactie in punt B.
- Bereken het buigend moment in punt M.
- Bereken het buigend moment in punt D.
- Teken de momentenlijn van de ligger AB.
- Teken de dwarskrachtenlijn van de ligger AB.

(Eindexamen 1977)

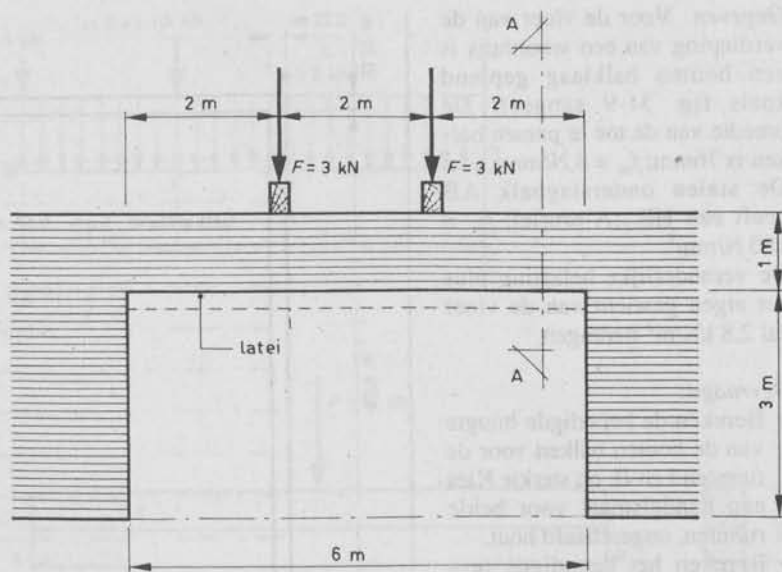
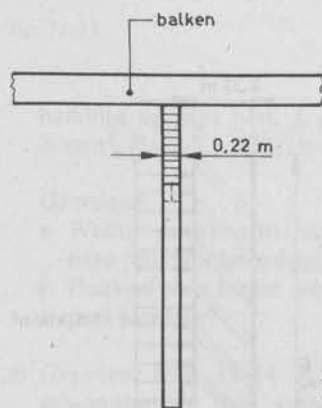


fig. 31-7a



doorsnede A-A

fig. 31-7b

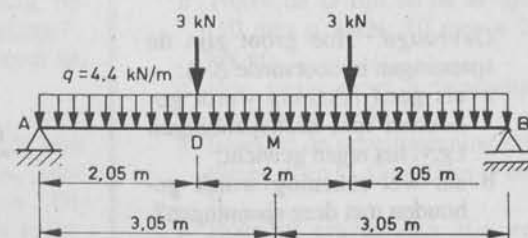


fig. 31-7c

11 *Gegeven:* De figuren van opdracht 10.

De berekende doorbuiging van de stalen latei is, onder invloed van de in opdracht 10 berekende belasting gelijk aan $\mu = 20 \text{ mm}$. Deze doorbuiging wordt door de aannemer die de stalen balk in het werk brengt, van te voren met behulp van de in fig. 31-8 getekende constructie aangebracht.

Met de handlier wordt in de staaldraad een trekkracht van 18 kN aangebracht.

Gevraagd:

- Hoe groot is de kracht in de stalen stempels?
- Is dit een trekkracht of een drukkracht?
- Welke maatregelen moeten in de praktijk ter plaatse van punt B genomen worden en waarom?

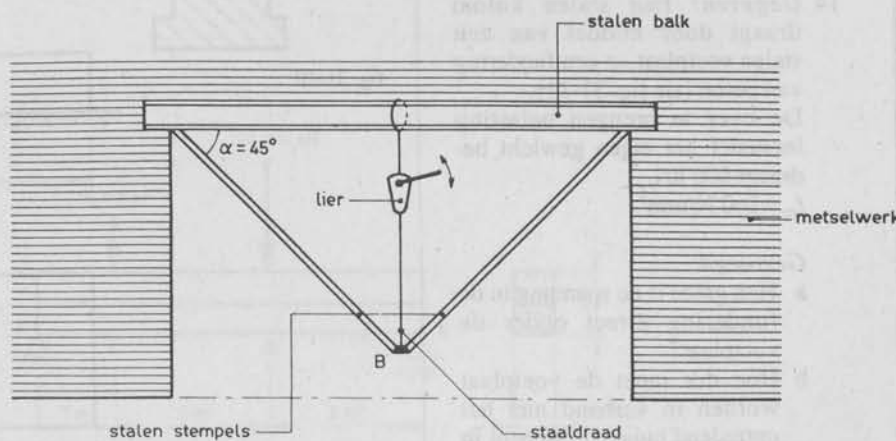


fig. 31-8

- 12 *Gegeven:* Voor de vloer van de woonhuis is een houten balklaag gepland zoals fig. 31-9 aangeeft. De breedte van de toe te passen balken is 76 mm; $f_m = 8 \text{ N/mm}^2$. De stalen onderslagbalk AB heeft een HE...A-profiel; $f_m = 180 \text{ N/mm}^2$. De veranderlijke belasting plus het eigen gewicht van de vloer zal $2,8 \text{ kN/m}^2$ bedragen.

Gevraagd:

- Bereken de benodigde hoogte van de houten balken voor de ruimten I en II, op sterkte. Kies een handelsmaat voor beide ruimten, ongeschaafd hout.
- Bereken het benodigde profielnummer van de onderslagbalk.

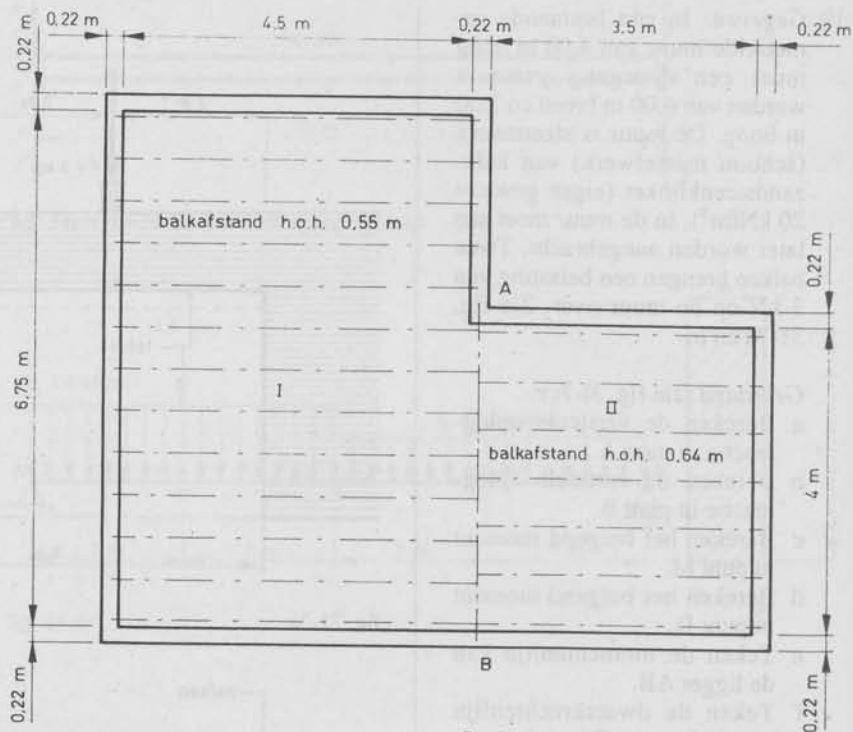


fig. 31-9

- 13 *Gegeven:* Een vrijstaande muur is bovengronds 2 m hoog en 33 cm dik (zie fig. 31-10).

De optredende windbelasting bedraagt $1,5 \text{ kN/m}^2$ muurvlak. Het eigen gewicht van het metselwerk is 18 kN/m^3 .

Gevraagd: Hoe groot zijn de spanningen in doorsnede A-A:

- als geen rekening wordt gehouden met drukspanningen t.g.v. het eigen gewicht;
- als wel rekening wordt gehouden met deze spanningen?

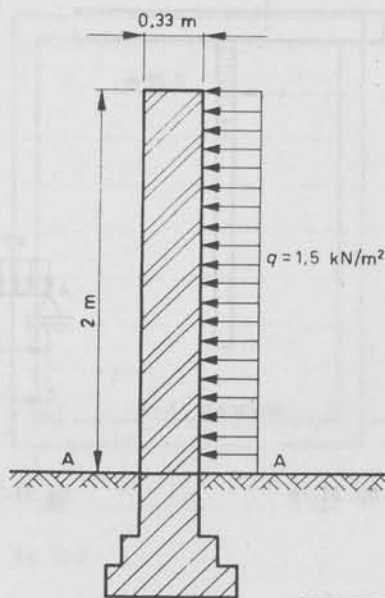


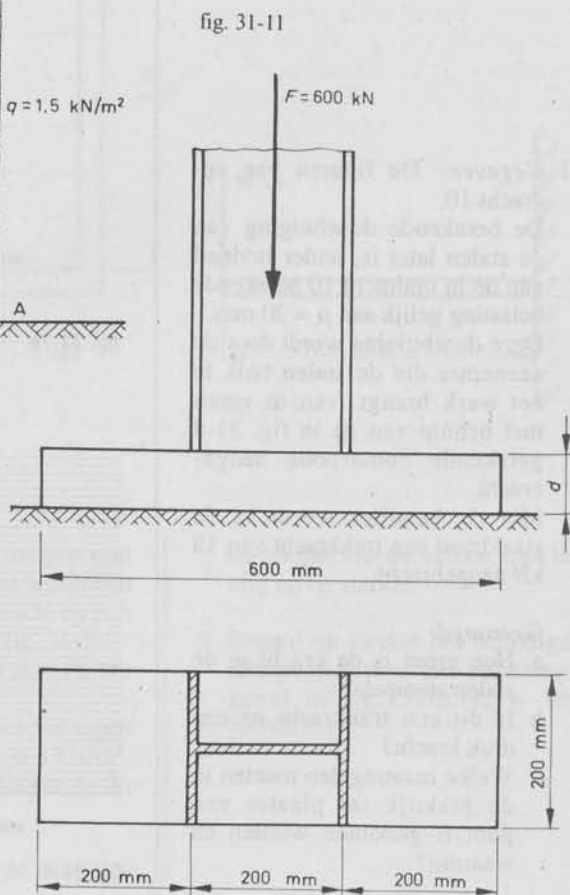
fig. 31-10

- 14 *Gegeven:* Een stalen kolom draagt door middel van een stalen voetplaat op een fundering van beton (zie fig. 31-11).

De over te brengen belasting inclusief het eigen gewicht bedraagt 600 kN . $f_m = 160 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Hoe groot is de spanning in de fundering direct onder de voetplaat?
- Hoe dik moet de voetplaat worden in verband met het optredend buigend moment in deze plaat?



15 Gegeven: Zie fig. 31-12. $f_m = 160 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Welk IPE-profiel is nodig om de belasting te kunnen dragen?
- Waar treedt de maximale schuifspanning (τ_{\max}) op en hoe groot is deze?

16 Gegeven: Een samengestelde houten ligger, met kramplaten, heeft een doorsnede van $150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$. De balk is vrij opgelegd en heeft een overspanning van 10 m . In het midden staat een kracht $F = 10 \text{ kN}$. Het eigen gewicht van de balk mag worden verwaarloosd. Zie fig. 31-13.

Gevraagd:

- Teken de dwarskrachtenlijn en bereken de grootte van D .

b Voor τ_{\max} geldt: $\tau_{\max} = \frac{1,5D}{b \times h}$

Bereken en teken de τ -lijn.

(Eindexamen 1978)

17 Gegeven: Een houten paal met een doorsnede van $100 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ en een kniklengte $l_k = 2 \text{ m}$ staat op een vierkante houten plaat. $f_{c,90} = 2 \text{ N/mm}^2$; $f_{c,0} = 8,0 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_g = 0,05 \text{ N/mm}^2$. De vierkante houten plaat ligt op de grond.

Gevraagd:

- Bereken ω met fig. 18-4.
- Welke drukkracht mag op deze paal worden toegelaten?
- Hoe groot moeten l en b van de voetplaat minstens worden?

18 Gegeven: Een stalen kolom HE 200 B heeft een kniklengte $l_k = 3 \text{ m}$. $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$. Staal S 235.

Gevraagd:

- Welke drukkracht mag op deze kolom worden toegelaten?
- Hoe groot is de verkorting van de kolom bij deze belasting?

19 Gegeven: Een houten paal met een diameter van 120 mm en een kniklengte $l_k = 3 \text{ m}$ staat op een

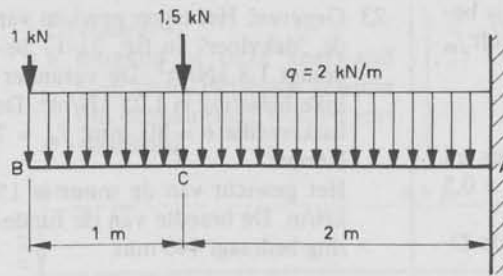


fig. 31-12

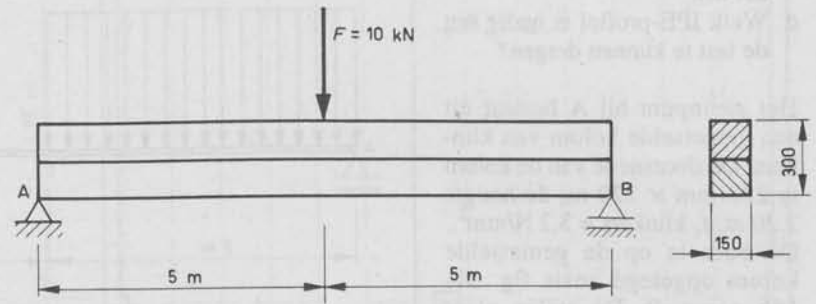


fig. 31-13

badding op zijn plat. $f_{c,90} = 2 \text{ N/mm}^2$. $E = 0,7 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Welke drukkracht mag op deze paal worden toegelaten?
- Hoeveel mm korter wordt de paal hierdoor?

20 Gegeven: Fig. 31-14 stelt een samengestelde balk voor, verbonden door kramplaten. De toelaatbare kracht op een kramplaat bedraagt $4,5 \text{ kN}$. f_m (balk) = 6 N/mm^2 .

Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties $F_{A,v}$ en $F_{B,v}$ en de momenten M_C en M_D .
- Teken de D -lijn en de M -lijn ($10 \text{ mm} \cong 2 \text{ kN}$; $10 \text{ mm} \cong 2 \text{ kN}\cdot\text{m}$).
- Hoe groot moet h minstens worden, op sterkte?
- Bereken de schuifspanning (τ) tussen A en C, C en D en D en B.
- Hoeveel kramplaten zijn er nodig tussen C en D? Reken op 15% verzwakking.

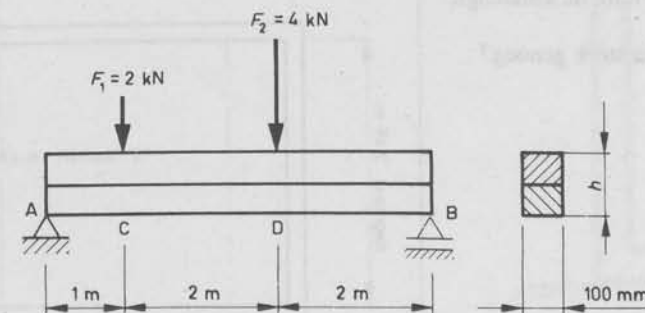


fig. 31-14

21 *Gegeven:* Een stalen balk is belast zoals fig. 31-15a aangeeft $f_m = 160 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Bereken de oplegreacties en teken de D -lijn ($10 \text{ mm} \equiv 0,5 \text{ m}$; $10 \text{ mm} \equiv 20 \text{ kN}$).
- Bepaal de plaats waar de D -lijn de nullijn passeert.
- Bereken M_{\max} , M_B en M_C en teken de M -lijn ($1 \text{ mm} \equiv 1 \text{ kN}\cdot\text{m}$).
- Welk IPE-profiel is nodig om de last te kunnen dragen?

Het steunpunt bij A bestaat uit een gemetselde kolom van klinkers. De doorsnede van de kolom is $220 \text{ mm} \times 220 \text{ mm}$, de hoogte $2,20 \text{ m}$. $f_c \text{ klinkers} = 3,2 \text{ N/mm}^2$. De balk is op de gemetselde kolom opgelegd zoals fig. 31-15b aangeeft. De stalen plaat heeft een doorsnede van $125 \text{ mm} \times 125 \text{ mm}$. Steunpunt B bestaat uit een IPE 120-kolom met een lengte van $2,75 \text{ m}$.

- Is de gemetselde kolom van steunpunt A sterk genoeg?
- Is de stalen plaat in dit steunpunt groot genoeg?
- Is het profiel van de kolom in steunpunt B sterk genoeg?

22 *Gegeven..* Zie fig. 31-16. $f_m = 160 \text{ N/mm}^2$.

Gevraagd:

- Bereken het grootste buigend moment dat in de balk op treedt.
- Welk HE...B-profiel is nodig om de last te kunnen dragen?

Het steunpunt B bestaat uit een ronde betonkolom met 1% wapening. De kolom heeft een diameter van 200 mm , de kniklengte is 3 m .

- Is deze kolom sterk genoeg?

23 *Gegeven:* Het eigen gewicht van de "dakvloer" in fig. 31-17 bedraagt $1,8 \text{ kN/m}^2$. De veranderlijke belasting is $1,25 \text{ kN/m}^2$. De balkbreedte $b = 80 \text{ mm}$; $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$. Het gewicht van de muur is 15 kN/m . De breedte van de fundering bedraagt 440 mm .

Gevraagd:

- Bereken de benodigde balkhoogte, op sterkte.
- Bepaal de belasting door het dak op de zijgevels per m.
- Bereken de grondspanning σ_g direct onder de fundering
- Bereken de grondspanning 1 m onder de fundering.

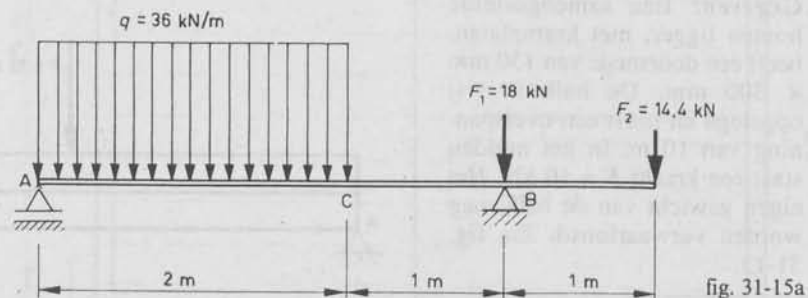


fig. 31-15a

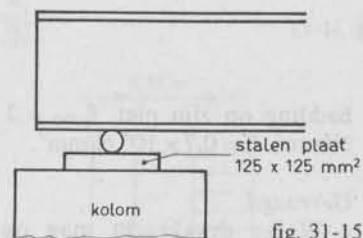


fig. 31-15b

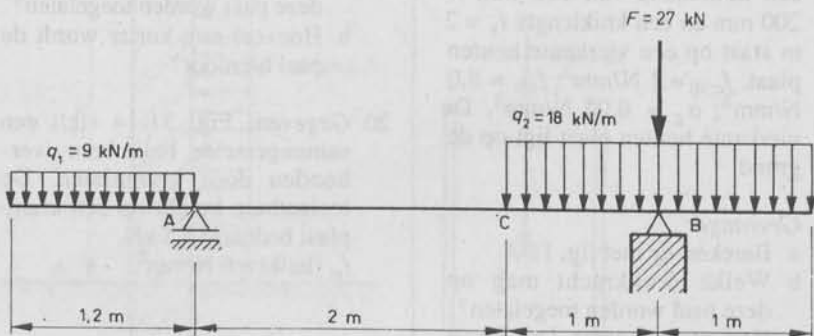


fig. 31-16

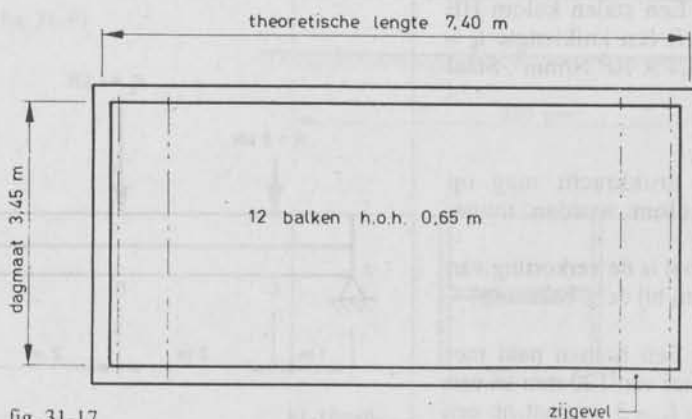


fig. 31-17

24 *Gegeven:* In fig. 31-18a is een platbalkklaag aangegeven. De houten balken liggen 64 cm h.o.h. en rusten aan de ene zijde op een gemetselde muur en aan de andere zijde op IPE-balken. De IPE-balken rusten aan de ene zijde op een gemetselde kolom van hardgraauw (zie fig. 31-18b) en aan de andere zijde op het metselwerk, eveneens van hardgraauw. Het eigen gewicht van de dakconstructie is $1,5 \text{ kN/m}^2$. De veranderlijke belasting is 10 kN/m^2 . De buigsterkte van de houten balken $f_m = 8 \text{ N/mm}^2$. De breedte van de houten balken $b = 75 \text{ mm}$. $f_m \text{ staal} = 160 \text{ N/mm}^2$; $\rho_{\text{baksteen}} = 1900 \text{ kg/m}^3$; $\rho_{\text{beton}} = 2400 \text{ kg/m}^3$.

Gevraagd:

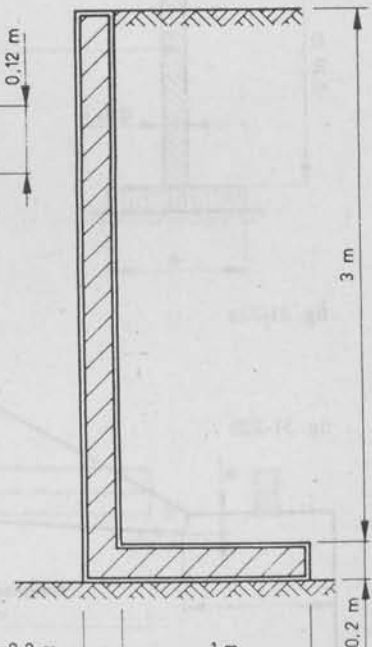
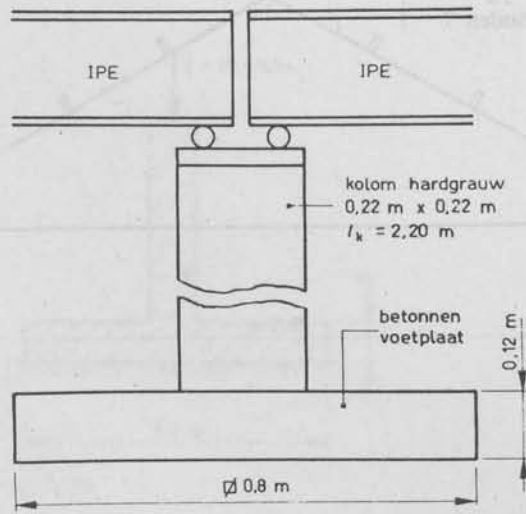
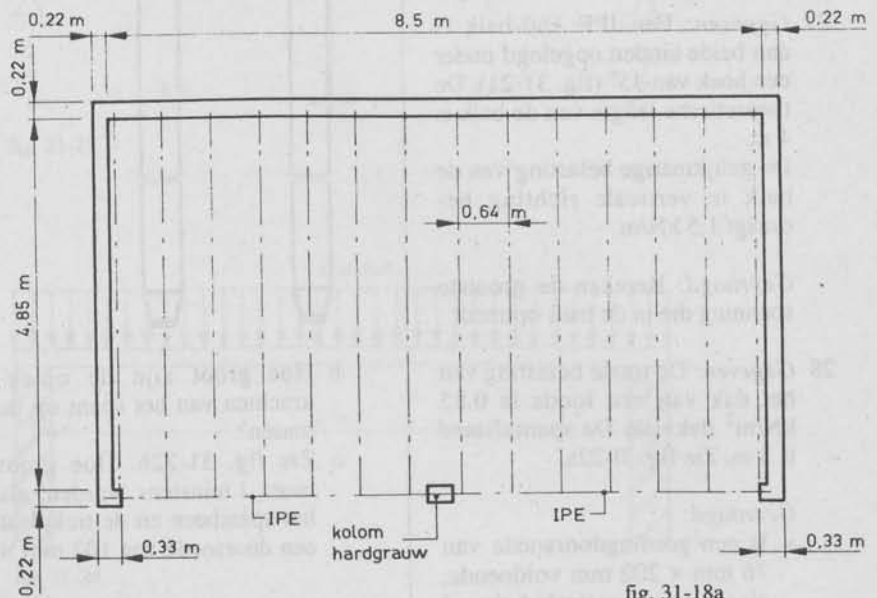
- Bereken de benodigde hoogte van de balken, op sterkte.
- Bereken het benodigde IPE-profiel.
- Is de kolom van hardgraauw (fig. 31-18b) sterk genoeg?
- Hoe groot is de grondspanning direct onder de betonnen voetplaat (fig. 31-18b)?
- Hoeveel wordt de grondspanning hoger op 40 cm diepte onder de voetplaat?
- Hoe lang moet de oplegging van de IPE-balken worden op het metselwerk (dus niet op de kolom)?
- Als het eigen gewicht van de muur waarop de houten balken rusten, 12 kN/m bedraagt en $\sigma_g = 0,05 \text{ N/mm}^2$, hoe groot moet dan de aanlegbreedte van deze muur worden?
- Als de aanlegbreedte 440 mm wordt, hoe groot is dan de grondspanning? Op welke diepte is de verhoging van de grondspanning afgenomen tot $0,025 \text{ N/mm}^2$?

25 *Gegeven:* Een gewapend-betonkeerwand heeft afmetingen zoals in fig. 31-19 aangegeven. De te keren grond heeft een soortelijke massa $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$. $\lambda = 0,4$.

Gevraagd:

a Bereken of deze keerwand blijft staan. Het eigen gewicht van de muur mag worden verwaarloosd.

b Als deze wand niet zou blijven staan, wat zou men dan moeten doen?



26 Zie fig. 31-20. Als de trekkracht F in de ankerstang 80 kN is, hoe groot zijn dan de krachten in de palen van het ankerjuk? Grafisch oplossen.

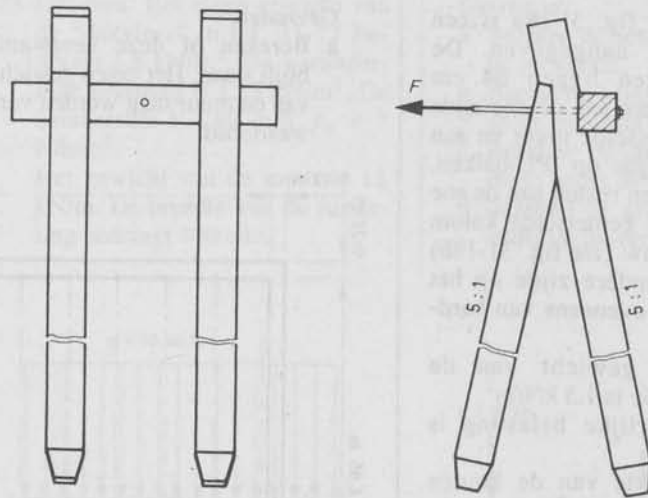


fig. 31-20

27 Gegeven: Een IPE 160-balk is aan beide einden opgelegd onder een hoek van 45° (fig. 31-21). De theoretische lengte van de balk is 4 m. De gelijkmatige belasting van de balk in verticale richting bedraagt 1,5 kN/m.

Gevraagd: Bereken de grootste spanning die in de balk optreedt

28 Gegeven: De totale belasting van het dak van een loods is $0,85 \text{ kN/m}^2$ dakvlak. De spantafstand is 3 m. Zie fig. 31-22a.

Gevraagd:

a Is een gordingdoorsnede van $76 \text{ mm} \times 202 \text{ mm}$ voldoende, als voor het maximale buigend moment $\frac{5}{8}ql^2$ en voor $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$ wordt aangehouden?

b Hoe groot zijn de oplegkrachten van het spant op de muren?

c Zie fig. 31-22b. Hoe groot moet l minstens worden, als het spantbeen en de trekplaat een doorsnede van $102 \text{ mm} \times$

227 mm hebben en het spantbeen op druk wordt belast met een kracht $F = 32 \text{ kN}$? $f_v = 1 \text{ N/mm}^2$.

d Zie fig. 31-22b. Hoe groot moet d worden, als $f_{c,0} = 6,5 \text{ N/mm}^2$?

e Zie fig. 31-22a. De muren, 3,30 m hoog en 0,33 m dik, bestaan uit metselwerk. De funderingsplaten zijn van beton. Hoe breed moet de funderingsplaat worden?

$\rho_{\text{metselwerk}} = 2000 \text{ kg/m}^3$; $\sigma_g = 0,04 \text{ N/mm}^2$.

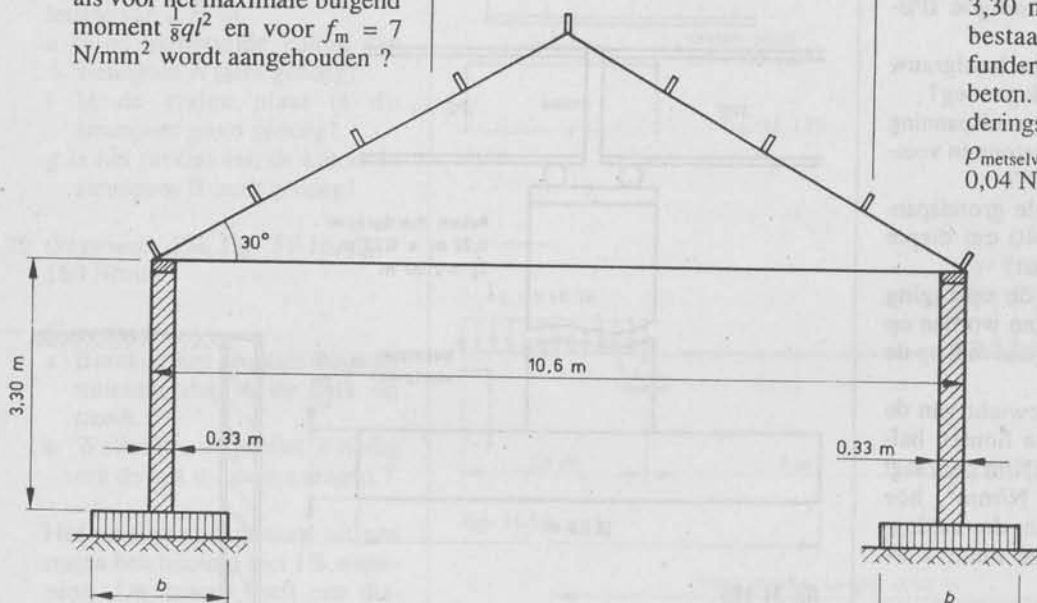


fig. 31-21

fig. 31-22a

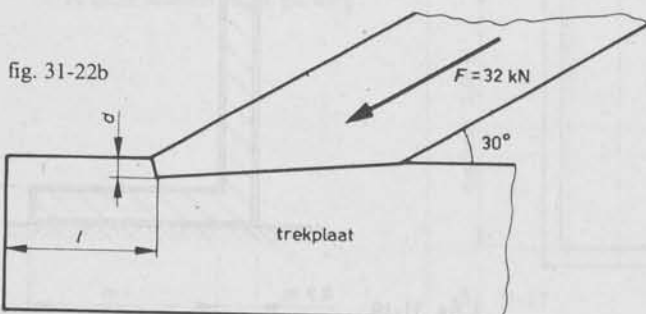
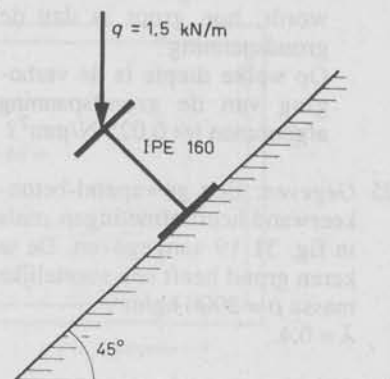


fig. 31-22b



- 29 Zie fig. 31-23. Bereken hoe groot de kracht F mag worden als:
- het eigen gewicht van de balk wordt verwaarloosd en:
 - de balk van hout is ($f_m = 7 \text{ N/mm}^2$);
 - de balk van gewapend beton is; $h - d = 35 \text{ mm}$; $\omega_0 = 0,8\%$.
 - het eigen gewicht van de balk niet wordt verwaarloosd en
 - de balk van hout is ($\rho_{\text{hout}} = 500 \text{ kg/m}^3$);
 - de balk van gewapend beton is ($\rho_{\text{beton}} = 2400 \text{ kg/m}^3$).

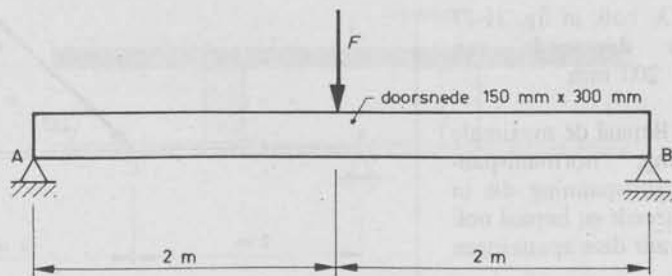


fig. 31-23

- 30 Gegeven. Een doorgaande gewapend-betonplaat wordt belast met een veranderlijke belasting van 4 kN/m^2 . Zie fig. 31-24. $h - d = 15 \text{ mm}$; $\omega_0 = 0,8\%$.

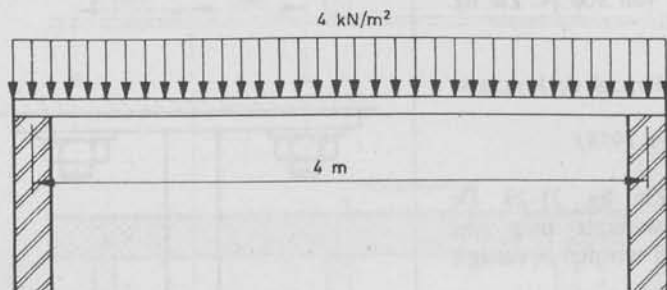


fig. 31-24

Gevraagd:

- Bereken de vereiste dikte h van de plaat. Houd daarbij rekening met het eigen gewicht van de plaat.
 - Is de berekende dikte ook voldoende voor de vereiste sterkte?
- 31 Gegeven: De gewapend-betonfundering in fig. 31-25 is 90 cm breed. De belasting bedraagt 40 kN/m muur.

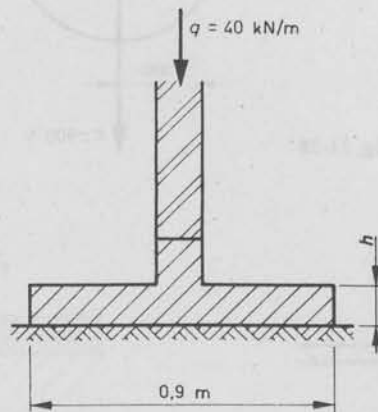


fig. 31-25

Gevraagd: Bepaal de vereiste dikte van de funderingsplaat. $h - d = 40 \text{ mm}$; $\omega_0 = 0,8\%$.

- 32 Gegeven: Twee vurenhouten balken, ieder met een doorsnede van $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ worden aan elkaar gekoppeld door middel van kramplaten (zie fig. 31-26). $f_m = 7 \text{ N/mm}^2$. Per kramplaat is $4,5 \text{ kN}$ toelaatbaar.

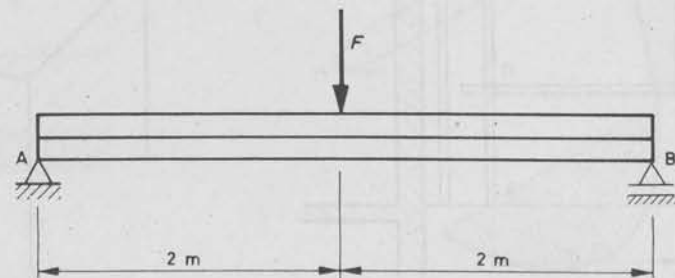


fig. 31-26

Gevraagd:

- Bepaal F (zie figuur).
- Bepaal het benodigde aantal kramplaten.

33 *Gegeven:* De balk in fig. 31-27 heeft een doorsnede van $100 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$.

Gevraagd: Bepaal de maximale buigspanning, normaalspanning en schuifspanning die in de balk optreedt en bepaal ook de plaats waar deze spanningen optreden.

34 *Gegeven:* Een stalen haak is opgehangen met behulp van twee bouten. Op de haak werkt een kracht van 900 N . Zie fig. 31-28.

Gevraagd: Bepaal de kracht in de bouten. (Eindexamen 1978)

35 *Gegeven:* Zie fig. 31-29. De stalen bouwsteiger mag niet aan de gevel worden bevestigd.

Gevraagd:

a Geef in de figuur aan waar u schoren zou plaatsen om de steiger stabiel te maken. Beschouw hierbij ieder knooppunt als een scharnier.

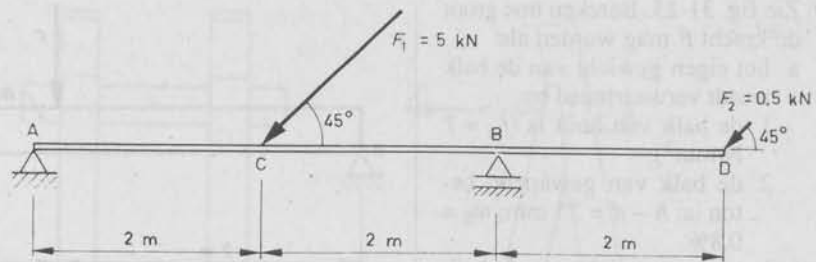


fig. 31-27

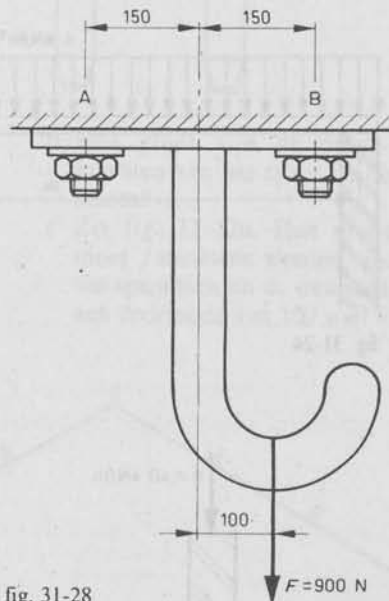


fig. 31-28

b Bepaal de kracht in een schoor in het vak GHLK, als er een kracht $F_K = 1 \text{ kN}$ werkt in punt K. (Eindexamen 1976)

36 *Gegeven:* In het geschetste skelet van fig. 31-30 zijn alle verbindingen van de staven onderling en met de vloer scharnierend.

Gevraagd: Geef aan hoe dit skelet stabiel kan worden gemaakt.

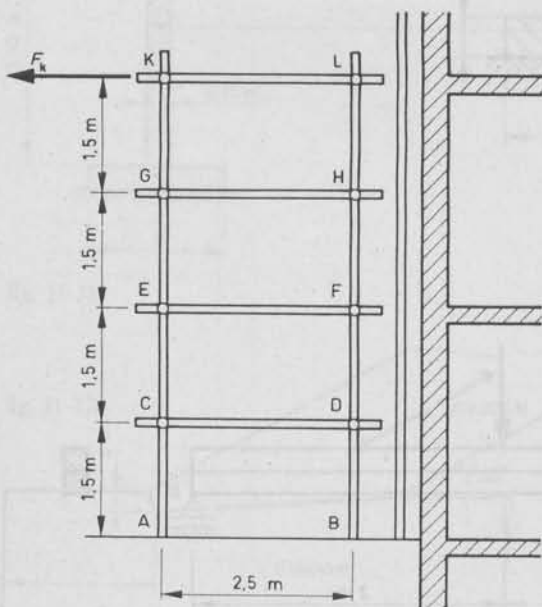


fig. 31-29

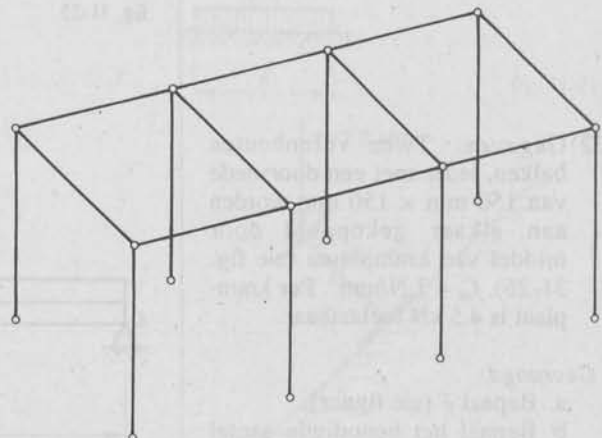


fig. 31-30

37 Gegeven: Zie fig. 31-31.

Gevraagd:

a Welke van de drie constructies van een plat dak heeft de voorkeur uit een oogpunt van isolatie?

b Geef van elke constructie de voor- en nadelen.
(Eindexamen 1974)

38 Gegeven: Voor de dakconstructie in fig. 31-32a is het temperatuurverloop aangegeven. In fig. 31-32b liggen de kurk- en betonlaag in omgekeerde volgorde.

Gevraagd: Schets ook in fig. 31-32b het temperatuurverloop voor dezelfde binnen- en buiten-temperatuur als in fig. 31-32a. (Geen berekeningen gevraagd.)
(Eindexamen 1975)

Welke oplossing heeft de voorkeur, a of b? En waarom?

39 Zie fig. 31-33. Welke regel van constructieve vormgeving is hier toegepast?

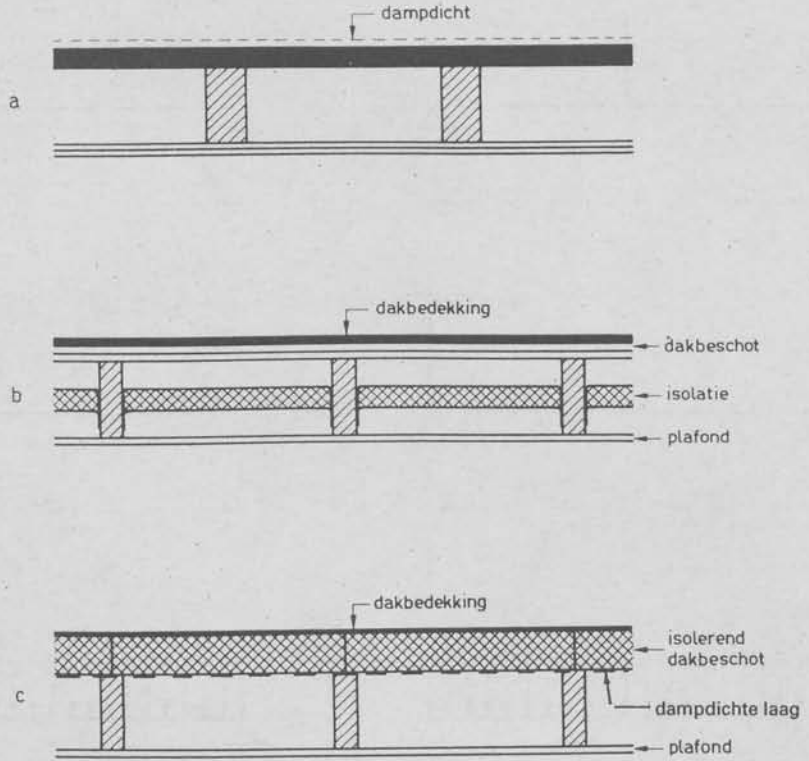


fig. 31-31

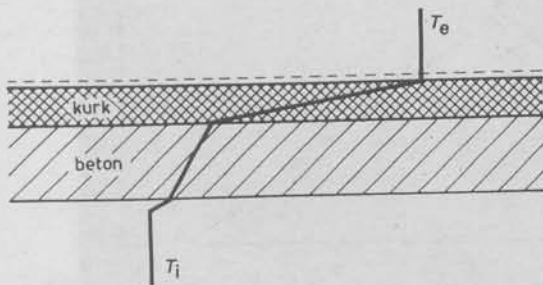


fig. 31-32a

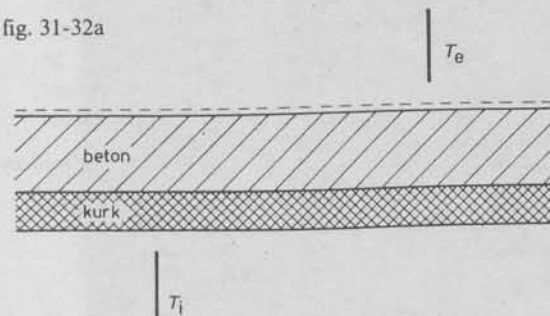


fig. 31-32b

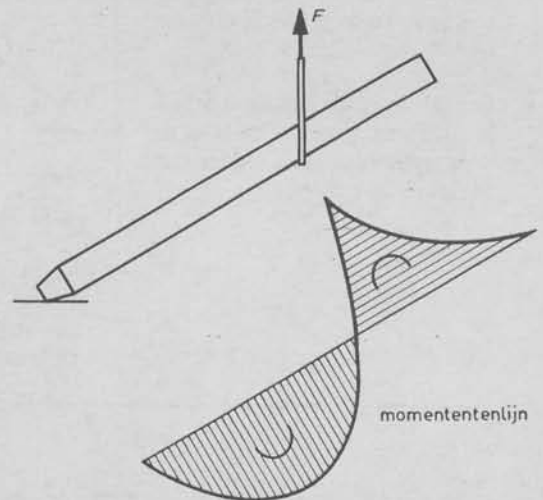


fig. 31-33

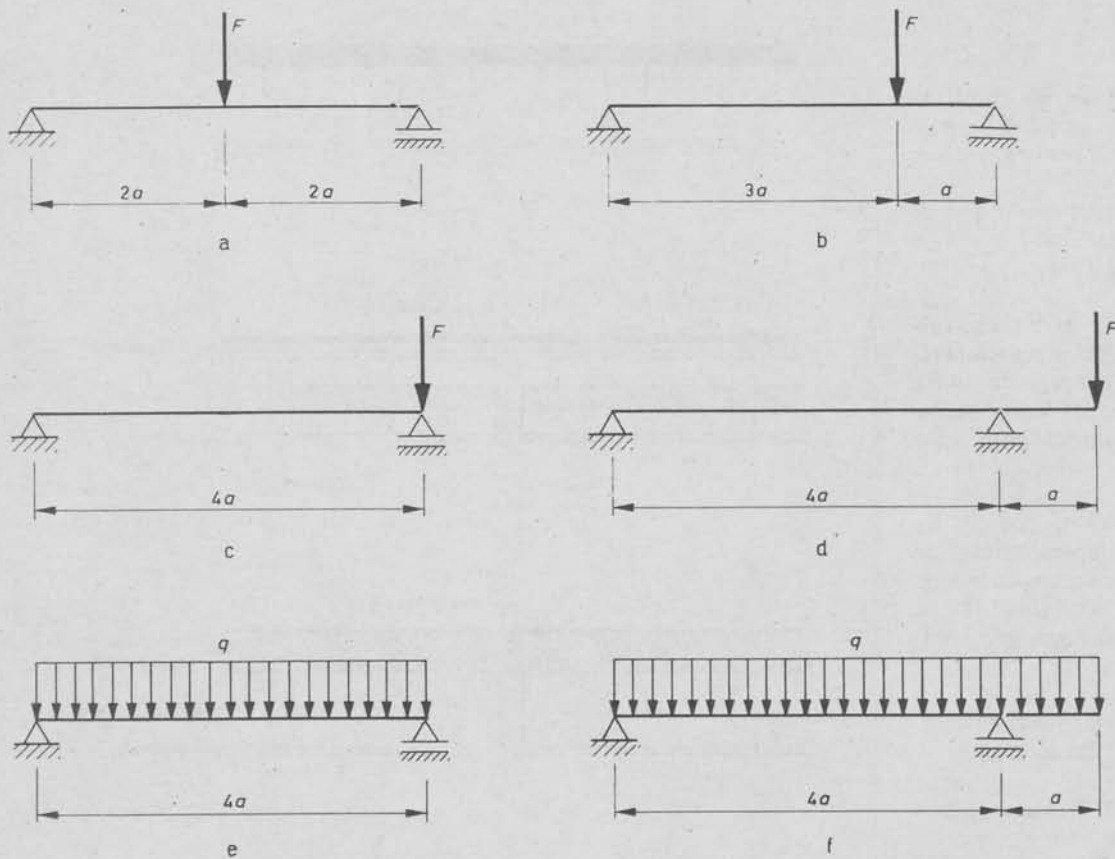


fig. 31-34

40 Schets voor de belastinggeval-
len in fig. 31-34a...f de dwars-
krachtenlijn en de momenten-
lijn.

41 Gegeven: Zie fig. 31-35. $AD = DC$.
De staven zijn in A, B en C
scharnierend verbonden.

Gevraagd: Bepaal de oplegreac-
ties in A en B grafisch en analy-
tisch.

42 Bepaal grafisch en analytisch
de oplegreacties in A en B en de
normaalkracht in de ligger van
de fig. 31-36a en b.

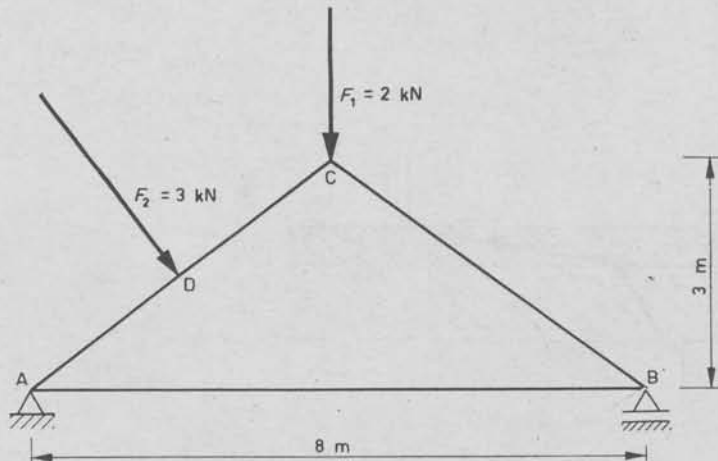


fig. 31-35

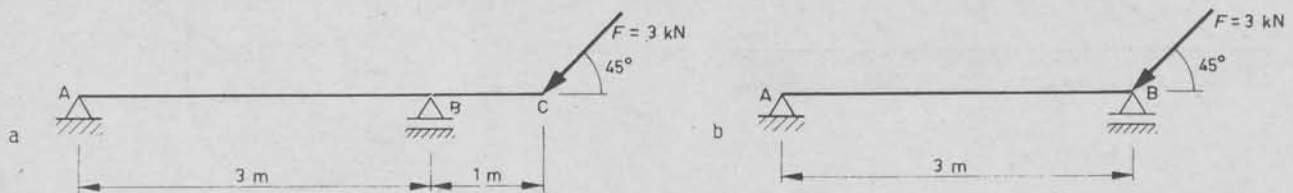


fig. 31-36

- 43 Zie fig. 31-37. Bepaal de oplegreacties in A en B en tevens de krachten in de staven AB, BC en AC.

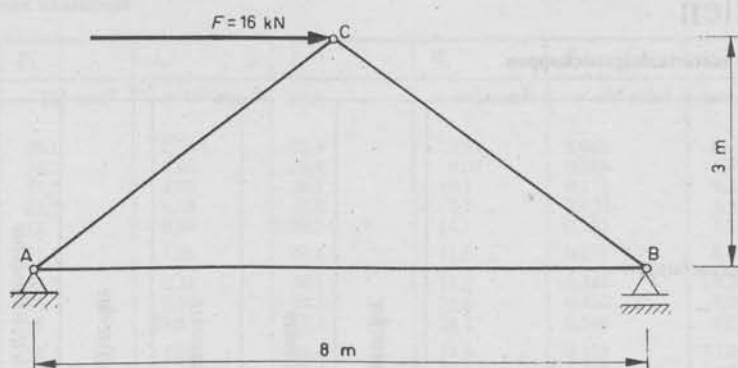


fig. 31-37

- 44 Bereken het weerstandsmoment van de balken met doorsnedes zoals in fig. 31-38a...c aangegeven.

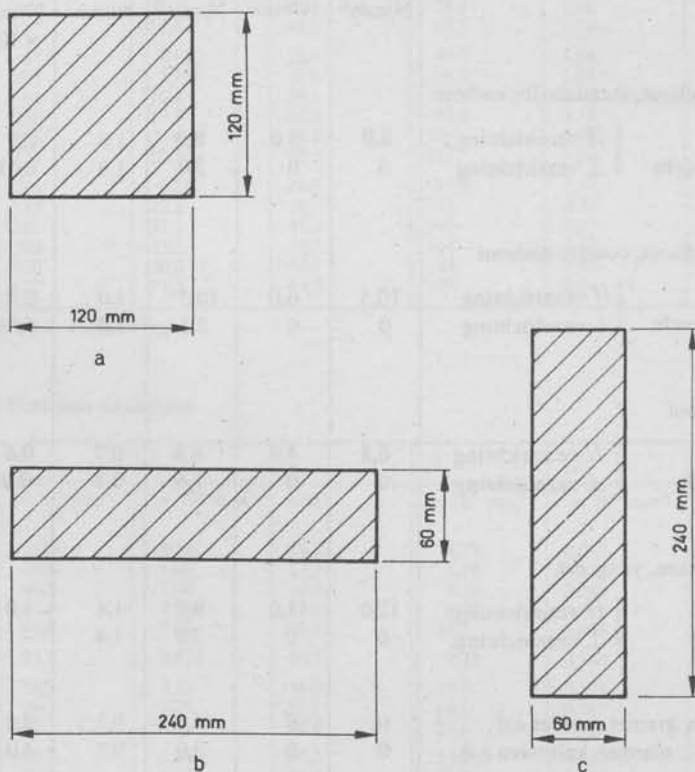


fig. 31-38

- 45 Gegeven: In opdracht 12 is voor ruimte I een balk van $75 \text{ mm} \times 225 \text{ mm}$ gekozen en voor ruimte II een balk van $75 \text{ mm} \times 175 \text{ mm}$. Deze afmetingen zijn op sterkte gedimensioneerd.

Gevraagd:

- Bereken het traagheidsmoment I_x van de gekozen balken en vergelijk de berekende waarden met tabel IIA.
- Als $E = 0,9 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$, controleer dan of deze balken aan de stijfheidseis voldoen.

Tabellen

I Waarden materiaaleigenschappen

<i>materiaaleigenschappen</i>	<i>buigsterkte</i>	<i>treksterkte</i>	<i>druksterkte</i>	<i>schuifsterkte</i>	<i>elasticiteitsmodulus</i>	<i>soortelijke massa</i>	<i>soortelijk gewicht</i>	<i>lineaire- uitzettingscoëfficiënt</i>	<i>warmtegeleidingscoëfficiënt</i>	<i>krimp</i>
<i>symbolen</i>	f_m	f_t	f_c	f_v	E	ρ	γ	α	λ	
<i>dimensies</i>	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ²	N/mm ² × 10 ⁴	kg/m ³	kN/m ³	1/°C × 10 ⁻⁶	W/ (m °C)	%
1 Droog naaldhout, standaardbouwhout										
K18 // vezelrichting	8,0	5,0	8,0	1,0	0,7	400	4	4	—	0,1
max. 20% vocht ⊥ vezelrichting	0	0	2,0	1,0	0,03					
2 Droog naaldhout, constructiehout										
K24 // vezelrichting	10,5	6,0	10,5	1,0	0,9	400	4	4	—	0,1
max. 20% vocht ⊥ vezelrichting	0	0	2,5	1,0	0,03					
3 Nat naaldhout										
≥ 25% vocht // vezelrichting	6,8	4,0	6,8	0,7	0,6	650	6,5	—	—	0,1
⊥ vezelrichting	0	0	1,6	0,7	0,02					
4 Loofhout, eiken, yang, e.d.										
// vezelrichting	12,0	11,0	9,0	1,4	1,0	750	7,5	4	—	0,1
⊥ vezelrichting	0	0	3,0	1,4	—					
5 Natuursteen, graniet, porfier e.d.	0	0	4,5	0,7	3,0	3000	30	8	3,5	0,01
idem marmer, kalksteen e.d.	0	0	3,0	0,7	6,0	2700	27	8	2,3	0,01
6 Metselsteen, baksteen, hardgraauw	(0,2)	0	2,6	0,7	0,5	1900	19	6	0,8	0,02
kalkzandsteen	(0,15)	0	1,9	0,7	0,8	1900	19	11	1,2	0,06
7 Beton, normaal (b.v. B25)	0	0	12	0,5	2,8	2400	24	12	2,0	0,05
8 Staal, b.v. S 235, globaal	180	180	180	105	21	7500	75	12	50	0
S 275	210	210	210	120						
S 355	270	270	270	150						
9 Glas	—	—	—	—	7	2500	25	8	0,8	0
10 Polystyreenschuim	0	0	0	0	—	30	0,3	65	0,03	—

IIA Profielgegevens van ongeschaafd Europees naaldhout

	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>A</i>	W_x	I_x	i_x	W_y	I_y	i_y
	mm	mm	$\times 10^3 \text{ mm}^2$	$\times 10^3 \text{ mm}^3$	$\times 10^6 \text{ mm}^4$	mm	$\times 10^3 \text{ mm}^3$	$\times 10^6 \text{ mm}^4$	mm
H	22	74	1,63	20,1	0,743	21,4	5,97	0,066	6,35
A	22	100	2,20	36,7	1,83	28,9	8,07	0,089	6,35
A	22	125	2,75	57,3	3,58	36,1	10,1	0,111	6,35
A	22	150	3,30	82,5	6,19	43,3	12,1	0,133	6,35
A	22	175	3,85	112	9,83	50,5	14,1	0,155	6,35
H	30	74	2,22	27,4	1,01	21,4	11,1	0,167	8,66
A	32	125	4,00	83,3	5,21	36,1	21,3	0,341	9,24
A	32	150	4,80	120	9,00	43,3	25,6	0,410	9,24
A	32	200	6,40	213	21,3	57,7	34,1	0,546	9,24
H	38	74	2,81	34,7	1,28	21,4	17,8	0,338	11,0
A	38	125	4,75	99,0	6,18	36,1	30,1	0,572	11,0
A	38	150	5,70	142	10,7	43,3	36,1	0,686	11,0
A	38	200	7,60	253	25,3	57,7	48,1	0,915	11,0
A	38	225	8,55	320	36,1	65,0	54,2	1,03	11,0
H	50	75	3,75	46,9	1,76	21,7	31,3	0,781	14,4
A	50	100	5,00	83,3	4,17	28,9	41,7	1,04	14,4
A	50	125	6,25	130	8,14	36,1	52,1	1,30	14,4
A	50	140	7,00	163	11,4	40,4	58,3	1,46	14,4
A	50	150	7,50	187	14,1	43,3	62,5	1,56	14,4
H	63	74	4,66	57,5	2,13	21,4	49,0	1,54	18,2
A	63	100	6,30	105	5,25	28,9	66,2	2,08	18,2
A	63	125	7,88	164	10,3	36,1	82,7	2,60	18,2
A	63	150	9,45	236	17,7	43,3	99,2	3,13	18,2
A	63	160	10,1	268	21,5	46,2	105	3,33	18,2
A	63	175	11,0	321	28,1	50,5	115	3,65	18,2
A	75	100	7,50	125	6,25	28,9	93,8	3,52	21,7
A	75	125	9,38	195	12,2	36,1	117	4,39	21,7
A	75	150	11,3	281	21,1	43,3	140	5,27	21,7
A	75	175	13,1	382	33,5	50,5	164	6,15	21,7
A	75	200	15,0	500	50,0	57,7	187	7,03	21,7
A	75	225	16,9	632	71,2	65,0	210	7,91	21,7

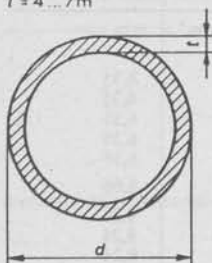
A = uit het buitenland aangevoerd H = verkregen door herzagen

IIB Profielgegevens van vierzijdig geschaafd Europees naaldhout

	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>A</i>	W_x	I_x	i_x	W_y	I_y	i_y
	mm	mm	$\times 10^3 \text{ mm}^2$	$\times 10^3 \text{ mm}^3$	$\times 10^6 \text{ mm}^4$	mm	$\times 10^3 \text{ mm}^3$	$\times 10^6 \text{ mm}^4$	mm
H	19	71	1,35	16,0	0,567	20,5	4,27	0,055	5,48
A	19	96	1,82	29,2	1,40	27,7	5,78	0,055	5,48
A	19	121	2,30	46,4	2,80	34,9	7,28	0,069	5,48
A	19	146	2,77	67,5	4,93	42,1	8,78	0,083	5,48
A	19	171	3,25	92,6	7,92	49,4	10,3	0,098	5,48
H	28	71	1,99	23,5	0,835	20,5	9,28	0,130	8,08
A	28	121	3,39	68,3	4,13	34,9	15,8	0,221	8,08
A	28	146	4,09	99,5	7,26	42,1	19,1	0,267	8,08
A	28	196	5,49	179	17,6	56,6	25,6	0,359	8,08
H	34	71	2,41	28,6	1,01	20,5	13,7	0,233	9,81
A	34	121	4,11	83,0	5,02	34,9	23,3	0,396	9,81
A	34	146	4,96	120	8,82	42,1	28,1	0,478	9,81
A	34	196	6,66	217	21,3	56,6	37,8	0,642	9,81
A	34	221	7,51	276	30,6	63,8	42,6	0,724	9,81
H	46	71	3,27	38,6	1,37	20,5	25,0	0,576	13,3
A	46	96	4,42	70,7	3,39	27,7	33,9	0,779	13,3
A	46	121	5,57	112	6,79	34,9	42,7	0,981	13,3
A	46	136	6,26	141	9,64	39,3	48,0	1,10	13,3
A	46	146	6,72	163	11,9	42,1	51,5	1,18	13,3
H	59	71	4,19	49,6	1,76	20,5	41,2	1,22	17,0
A	59	96	5,66	90,6	4,35	27,7	55,7	1,64	17,0
A	59	121	7,14	143	8,71	34,9	70,2	2,07	17,0
A	59	146	8,61	209	15,3	42,1	84,7	2,50	17,0
A	59	156	9,20	239	18,7	45,0	90,5	2,67	17,0
A	59	171	10,1	287	24,6	49,4	99,2	2,93	17,0
A	71	96	6,82	109	5,23	27,7	80,7	2,86	20,5
A	71	121	8,59	173	10,5	34,9	101	3,61	20,5
A	71	146	10,4	252	18,4	42,1	122	4,35	20,5
A	71	171	12,1	346	29,6	49,4	143	5,10	20,5
A	71	196	13,9	454	44,5	56,6	164	5,85	20,5
A	71	221	15,7	577	63,9	63,8	185	6,59	20,5

III Pijprofielen (volgens NEN 2323)

$l = 4 \dots 7 \text{ m}$



naadloos

pijp	afmetingen		A	I	i	W	m
	d	t					
51 × 2,6	51		3,95	11,6	17,1	4,55	3,12
57	57		4,93	18,1	19,2	6,35	3,9
60,3	60,3		5,23	21,6	20,3	7,16	4,14
63,5 × 2,9	63,5	2,9	5,52	25,4	21,4	8	4,36
70	70		6,11	34,5	23,7	9,85	4,83
76,1	76,1		6,67	44,7	25,9	11,8	5,28
82,5 × 3,2	82,5	3,2	7,97	62,8	28,1	15,2	6,31
88,9 × 3,2	88,9	3,2	8,62	79,2	30,3	17,8	6,81
101,6	101,6		11,1	133	34,7	26,2	8,76
108 × 3,6	108	3,6	11,8	161	36,9	29,8	9,33
114,3	114,3		12,5	192	39,2	33,6	9,9
127	127		15,5	293	43,5	46,1	12,2
133 × 4	133	4	16,2	338	45,6	50,8	12,8
139,7	139,7		17,1	393	48	56,2	13,5
152,4	152,4		20,9	572	52,3	75,1	16,4
159 × 4,5	159	4,5	21,8	652	54,6	82	17,1
165,1 × 4,5	165,1	4,5	22,7	733	56,8	88,7	17,8
168,3	168,3		23,2	777	57,9	92,4	18,1
177,8 × 5	177,8	5	27,1	1014	61,1	114	21,3
193,7 × 5,4	193,7	5,4	31,9	1417	66,6	146	25
219,1 × 5,9	219,1	5,9	39,5	2247	75,4	205	31
244,5	244,5		47,1	3346	84,2	274	37,1
267 × 6,3	267	6,3	51,6	4386	92,2	329	40,6
273	273		52,8	4696	94,3	344	41,6
298,5 × 7,1	298,5	7,1	65	6903	103,1	463	51,1
323,9 × 7,1	323,9	7,1	70,7	8869	112	548	55,6
355,6 × 8	355,6	8	87,4	13201	122,9	742	68,3
368 × 8	368	8	90,5	14665	127,3	797	70,8
406,4 × 8,8	406	8,8	110	21732	140,6	1069	85,9

IV IPE-profielen

Symbolen:

h_1 = lasplaathoogte

A = dwarsdoorsnede

m = massa per strekkende meter

A_v = veroppervlakte per strekkende meter

I = traagheidsmoment

W = weerstandsmoment

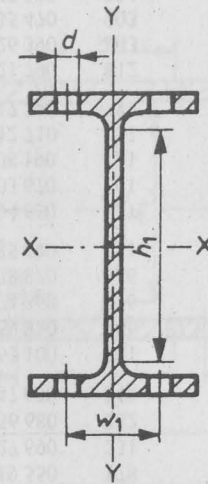
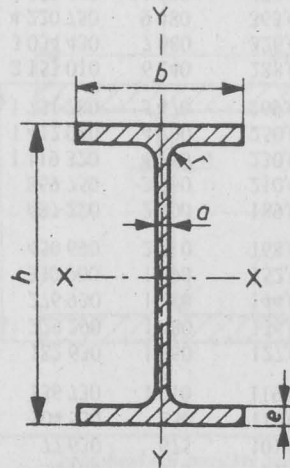
i = traagheidsstraal = $\sqrt{\frac{I}{A}}$

S_x = statisch moment halve doorsnede t.o.v. x-as

s_x = afstand van trek- en drukkpunt

w_1 = krasmaat flens

d = flensgatdiameter



IPE	afmetingen						grootheid ten opzichte van										flens		
	h	b	a	e	r	h ₁	A	m	A _v	x-as					y-as			w ₁	d
										I _x	W _x	i _x	S _x	s _x	I _y	W _y	i _y		
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	kg/m	m ² /m	× 10 ³ mm ⁴	× 10 ³ mm ³	mm	× 10 ³ mm ³	mm	× 10 ³ mm ⁴	× 10 ³ mm ³	mm	mm	mm
80	80	46	3,8	5,2	5	59	764	6,0	0,328	801	20,0	32,4	11,6	69,0	84,9	3,69	10,5	26	6,4
100	100	55	4,1	5,7	7	74	1030	8,1	0,400	1 710	34,2	40,7	19,7	86,8	159	5,79	12,4	30	8,4
120	120	64	4,4	6,3	7	93	1 320	10,4	0,475	3 180	53,0	49,0	30,4	105,0	277	8,65	14,5	36	8,4
140	140	73	4,7	6,9	7	112	1 640	12,9	0,551	5 410	77,3	57,4	44,2	123,0	449	12,3	16,5	40	11
160	160	82	5,0	7,4	9	127	2 010	15,8	0,623	8 690	109	65,8	61,9	140,0	683	16,7	18,4	44	13
180	180	91	5,3	8,0	9	146	2 390	18,8	0,698	13 170	146	74,2	83,2	158,0	1 010	22,2	20,5	50	13
200	200	100	5,6	8,5	12	159	2 850	22,4	0,768	19 430	194	82,6	110	176,0	1 420	28,5	22,4	56	13
220	220	110	5,9	9,2	12	177	3 340	26,2	0,848	27 720	252	91,1	143	194,0	2 050	37,3	24,8	60	17
240	240	120	6,2	9,8	15	190	3 910	30,7	0,922	38 920	324	99,7	183	212,0	2 840	47,3	26,9	68	17
270	270	135	6,6	10,2	15	219	4 590	36,1	1,041	57 900	429	112,0	242	239,0	4 200	62,2	30,2	72	21
300	300	150	7,1	10,7	15	248	5 380	42,2	1,160	83 560	557	125,0	314	266,0	6 040	80,5	33,5	80	23
330	330	160	7,5	11,5	18	271	6 260	49,1	1,254	117 700	713	137,0	402	293,0	7 880	98,5	35,5	86	25
360	360	170	8,0	12,7	18	298	7 270	57,1	1,353	162 700	904	150,0	510	319,0	10 430	123	37,9	90	25
400	400	180	8,6	13,5	21	331	8 450	66,3	1,467	231 300	1 160	165,0	654	354,0	13 180	146	39,5	96	28
450	450	190	9,4	14,6	21	378	9 880	77,6	1,605	337 400	1 500	185,0	851	397,0	16 760	176	41,2	106	28
500	500	200	10,2	16,0	21	426	11 600	90,7	1,744	482 000	1 930	204,0	1 100	439,0	21 420	214	43,1	110	28
550	550	210	11,1	17,2	24	467	13 400	106	1,877	671 200	2 440	223,0	1 390	482,0	26 680	254	44,5	120	28
600	600	220	12,0	19,0	24	514	15 600	122	2,015	920 800	3 070	243,0	1 760	524,0	33 870	308	46,6	120	28

V Breedflensbalken met parallelle flenzen, HE . . . A

Symbolen:

h_1 = lasplaathoogte

A = dwarsdoorsnede

m = massa per strekkende meter

A_v = veroppervlakte per strekkende meter

I = traagheidsmoment

W = weerstandsmoment

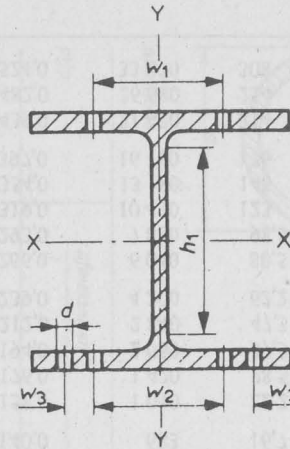
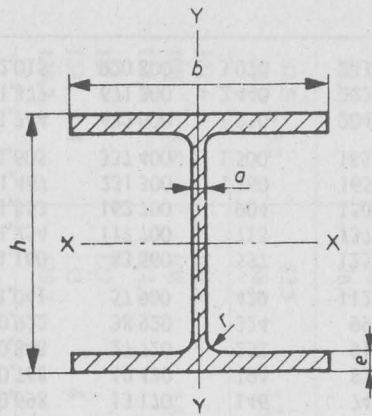
i = traagheidsstraal = $\sqrt{\frac{I}{A}}$

S_x = statisch moment halve doorsnede t.o.v. x-as

s_x = afstand van trek- en drukkpunt

w_1
 w_2 } = krasmaten flens

w_3
 d = flensgatdiameter



HE...A	afmetingen						A	m	A _v	grootheid ten opzichte van					flens					
	h	b	a	e	r	h ₁				x-as					y-as			w ₁ ; w ₂	w ₃	d
										I _x	W _x	i _x	S _x	s _x	I _y	W _y	i _y			
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	kg/m	m ² /m	× 10 ³ mm ⁴	× 10 ³ mm ³	mm	× 10 ³ mm ³	mm	× 10 ³ mm ⁴	× 10 ³ mm ³	mm	mm	mm	
100	96	100	5	8	12	56	2 120	16,7	0,561	3 490	73	40,6	41,5	84,1	1 340	27	25,1	55	—	13
120	114	120	5	8	12	74	2 530	19,9	0,677	6 060	106	48,9	59,7	101,0	2 310	38	30,2	65	—	17
140	133	140	5,5	8,5	12	92	3 140	24,7	0,794	10 330	155	57,3	86,7	119,0	3 890	56	35,2	75	—	21
160	152	160	6	9	15	104	3 880	30,4	0,906	16 730	220	65,7	123	136,0	6 160	77	39,8	85	—	23
180	171	180	6	9,5	15	122	4 530	35,5	1,02	25 100	294	74,5	162	155,0	9 250	103	45,2	100	—	25
200	190	200	6,5	10	18	134	5 380	42,3	1,14	36 920	389	82,8	215	172,0	13 360	134	49,8	110	—	25
220	210	220	7	11	18	152	6 430	50,5	1,26	54 100	515	91,7	284	190,0	19 550	178	55,1	120	—	25
240	230	240	7,5	12	21	164	7 680	60,3	1,37	77 630	675	101,0	372	209,0	27 690	231	60,0	90	35	25
260	250	260	7,5	12,5	24	177	8 680	68,2	1,48	104 550	836	110,0	460	227,0	36 680	282	65,0	100	40	25
280	270	280	8	13	24	196	9 730	76,4	1,60	136 730	1 010	119,0	556	246,0	47 630	340	70,0	110	45	25
300	290	300	8,5	14	27	208	11 250	88,3	1,72	182 630	1 260	127,0	692	264,0	63 100	421	74,9	120	45	28
320	310	300	9	15,5	27	225	12 440	97,6	1,76	229 290	1 480	136,0	814	282,0	69 850	466	74,9	120	45	28
340	330	300	9,5	16,5	27	243	13 350	105	1,79	276 930	1 680	144,0	925	299,0	74 360	496	74,6	120	45	28
360	350	300	10	17,5	27	261	14 280	112	1,83	330 900	1 890	152,0	1 040	317,0	78 870	526	74,3	120	45	28
400	390	300	11	19	27	298	15 900	125	1,91	450 690	2 310	168,0	1 280	352,0	85 640	571	73,4	120	45	28
450	440	300	11,5	21	27	344	17 800	140	2,01	637 220	2 900	189,0	1 610	396,0	94 650	631	72,9	120	45	28
500	490	300	12	23	27	390	19 750	155	2,11	869 750	3 550	210,0	1 970	441,0	103 670	691	72,4	120	45	28
550	540	300	12,5	24	27	438	21 180	166	2,21	1 119 320	4 150	230,0	2 310	484,0	108 190	721	71,5	120	45	28
600	590	300	13	25	27	486	22 650	178	2,31	1 412 080	4 790	250,0	2 680	528,0	112 710	751	70,5	120	45	28
650	640	300	13,5	26	27	534	24 160	190	2,41	1 751 780	5 470	269,0	3 070	571,0	117 240	782	69,7	120	45	28
700	690	300	14,5	27	27	582	26 050	204	2,50	2 153 010	6 240	288,0	3 520	612,0	121 790	812	68,4	120	45	28
800	790	300	15	28	30	674	28 580	224	2,70	3 034 430	7 680	326,0	4 350	698,0	126 390	843	66,5	130	40	28
900	890	300	16	30	30	770	32 050	252	2,90	4 220 750	9 480	363,0	5 410	781,0	135 470	903	65,0	130	40	28
1 000	990	300	16,5	31	30	868	34 680	272	3,10	5 538 460	11 190	400,0	6 410	864,0	140 040	934	63,5	130	40	28

VI Breedflensbalken met parallelle flenzen, HE . . . B

VI Breedflensbalken met parallelle flenzen, HE...B

Symbolen:

h_1 = lasplaathoogte

A = dwarsdoorsnede

m = massa per strekkende meter

A_v = verfloppervlakte per strekkende meter

I = traagheidsmoment

W = weerstandsmoment

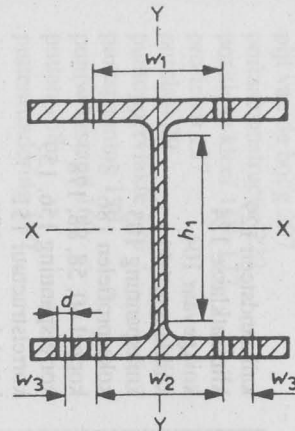
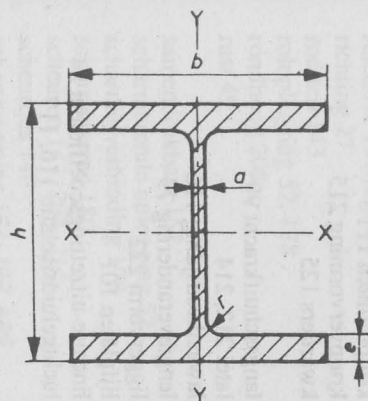
i = traagheidsstraal = $\sqrt{\frac{I}{A}}$

S_x = statisch moment halve doorsnede t.o.v. x-as

s_x = afstand van trek- en drukpunt

w_1
 w_2
 w_3 } = krasmaten flens

d = flensgatdiameter



HE...B	afmetingen						A	m	A_v	grootheid ten opzichte van					flens					
	h	b	a	e	r	h_1				x-as					y-as			$w_1; w_2$	w_3	d
										I_x	W_x	i_x	S_x	s_x	I_y	W_y	i_y			
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	kg/m	m ² /m	$\times 10^3$ mm ⁴	$\times 10^3$ mm ³	mm	$\times 10^3$ mm ³	mm	$\times 10^3$ mm ⁴	$\times 10^3$ mm ³	mm	mm	mm	mm
100	100	100	6	10	12	56	2 600	20,4	0,567	4 500	90	41,6	52,1	86,3	1 670	33	25,3	55	—	13
120	120	120	6,5	11	12	74	3 400	26,7	0,686	8 640	144	50,4	82,6	105,0	3 180	53	30,6	65	—	17
140	140	140	7	12	12	92	4 300	33,7	0,805	15 090	216	59,3	123	123,0	5 500	79	35,8	75	—	21
160	160	160	8	13	15	104	5 430	42,6	0,918	24 920	311	67,8	177	141,0	8 890	111	40,5	85	—	23
180	180	180	8,5	14	15	122	6 530	51,2	1,04	38 310	426	76,6	241	159,0	13 630	151	45,7	100	—	25
200	200	200	9	15	18	134	7 810	61,3	1,15	56 960	570	85,4	321	177,0	20 030	200	50,7	110	—	25
220	220	220	9,5	16	18	152	9 100	71,5	1,27	80 910	736	94,3	414	196,0	28 430	258	55,9	120	—	25
240	240	240	10	17	21	164	10 600	83,2	1,38	112 590	938	103,0	527	214,0	39 230	327	60,8	96	35	25
260	260	260	10	17,5	24	177	11 840	93,0	1,50	149 190	1 150	112,0	641	233,0	51 350	395	65,8	106	40	25
280	280	280	10,5	18	24	196	13 140	103	1,62	192 700	1 380	121,0	767	251,0	65 950	471	70,9	110	45	25
300	300	300	11	19	27	208	14 910	117	1,73	251 660	1 680	130,0	934	269,0	85 630	571	75,8	120	45	28
320	320	300	11,5	20,5	27	225	16 130	127	1,77	308 240	1 930	138,0	1 070	287,0	92 390	616	75,7	120	45	28
340	340	300	12	21,5	27	243	17 090	134	1,81	366 560	2 160	146,0	1 200	304,0	96 900	646	75,3	120	45	28
360	360	300	12,5	22,5	27	261	18 060	142	1,85	431 930	2 400	155,0	1 340	322,0	101 410	676	74,9	120	45	28
400	400	300	13,5	24	27	298	19 780	155	1,93	576 810	2 880	171,0	1 620	357,0	108 190	721	74,0	120	45	28
450	450	300	14	26	27	344	21 800	171	2,03	798 880	3 550	191,0	1 990	401,0	117 210	781	73,3	120	45	28
500	500	300	14,5	28	27	390	23 860	187	2,12	1 071 760	4 290	212,0	2 410	445,0	126 240	842	72,7	120	45	28
550	550	300	15	29	27	438	25 410	199	2,22	1 366 910	4 970	232,0	2 800	489,0	130 770	872	71,7	120	45	28
600	600	300	15,5	30	27	486	27 000	212	2,32	1 710 410	5 700	252,0	3 210	532,0	135 300	902	70,8	120	45	28
650	650	300	16	31	27	534	28 630	225	2,42	2 106 160	6 480	271,0	3 660	575,0	139 840	932	69,9	120	45	28
700	700	300	17	32	27	582	30 640	241	2,52	2 568 880	7 340	290,0	4 160	617,0	144 410	963	68,7	126	45	28
800	800	300	17,5	33	30	674	33 420	262	2,71	3 590 840	8 980	328,0	5 110	702,0	149 040	994	66,8	130	40	28
900	900	300	18,5	35	30	770	37 130	291	2,91	4 940 650	10 980	365,0	6 290	875,0	158 160	1 050	65,3	130	40	28
1 000	1 000	300	19	36	30	868	40 000	314	3,11	6 447 480	12 890	401,0	7 430	868,0	162 760	1 090	63,8	130	40	28

Index

- aangrijpingspunt 27
aanhechting 147
aanzetsteen 209
actie 48
analytische methode 53
architraaf 13
arm 39
axiale richting 127
- baksteen 129
belastingduurklasse 124
belastingsfactor 72
beton 138
betondekking 143
betonspecie 129
bezwijksterkte 72
boog 207
boogbelasting 211
boogconstructie 17, 18, 210, 229
boogjes
boogwerking 132, 213
bouwfysica 107
bovenbelasting 161
buigend moment 64
buigspanningen 74, 87
- coëfficiënt 159
cohesie 151
compressielichaam 170
condensatie 112, 189, 202
condensatiegevaar 214
constructiestaal 135
constructiesysteem 16
contactgeluid 118, 190
contactgeluidsisolatie 116
conusweersstand 152
- dampdoorlatend 113
dampremmende laag 113
dampspanning 113
dampverloop 113
damwand 161
dauwpunt 112, 203
dilataties 204
dilatatievoegen 188
doorbuiging 63, 87, 94, 95, 176
draadnagels 101
draagvermogen 171
draaipunt 39
draairichting 41
drukkracht 25
druklijn 206, 209
- drukspanningen 74
dwarskracht 58, 97, 101
dwarskrachtenlijn 60, 65, 97
- eigen gewicht 177, 216
elasticiteitsgebied 82
elasticiteit 80
endosse 125
evenredigheidsspanning 79
evenwicht 26, 47, 49, 58, 72, 164, 176
evenwichtsvoorwaarden 47
excentriciteit 149
excentrisch belast 166
exponent 85
- flankerende transmissie 201
fundering 164
- gatverzwakking 135
gebruiksbelasting 72
gelijkmatig 166
gelijkmatig verdeelde belasting 29
geluidsabsorptie 116
geluidsintensiteit 116
geluidsisolatie 116, 200
geluidsniveau 116
geluidsoverdracht 201
gewelfbouw 129
gietbouw 192
grafische methode 53
grondspanningen 157, 160
grondspanningsverhoging 155
grondwaterspiegel 159
grootte 27
- haken 138
halfkwartiers 125
hanekam 211
hefboom 88
hoeverbinding 178
homogene balk 88, 91
hoofdvorm 222
hoofdwapening 141
- inklemming 52, 53, 178
inklinken 162
instabiel 194
instabiliteit 16, 103
inwendige condensatie 114
inwendige hefboomsarm 185, 222, 224
- kalkzandsteen 129
klimaatklasse 124
knikgevaar 104
kniklengte 104
knikspanning 103
kokerprofielen 186
koppel 40, 58, 88, 178
korrelspanning 156, 159
korrelstructuur 151
koudebruggen 189
koudebrug 203
kracht 39
krachtsoverdracht 139
kramplaten 99
krimp 133, 188
kruip 205
kruipruimten 111
kruipervorming 215
kwartiers 125
- langsschuifkracht 99
latei 212, 214
lawaaibestrijding 116
lengteverandering 79
liggervorm 222
lijfplaten 101
lineaire-uitzettingscoëfficiënt 84
luchtgeluidsisolatie 116, 117
- massa 33, 34, 117
massieve bouw 192
materiaalfactor 73
materiaalspanningen 33
metselwerk 134
moment 40
momentenlijn 65
momentenstelling 41
montagebouw 192
mortel 134
muurverzwaringen 199
- naspannen 147
natuursteen 129
negatieve kleef 169, 172
neutrale laag 87
neutrale lijn 94
niet-homogene doorsnede 181
normaalkracht 35, 71
- ongelijkmatig 165
ongelukken 198
opleggingen 52

oplegreactie 58
oppervlaktecondensatie 114, 115
overgangsweerstand 109, 110
overkragingen 224

paalomtrek 172
palen 169
parabool 207
pijl van de boog 207
portaalconstructie 229
positieve kleef 169, 172
profielen 137
puntlast 29
puntoppervlakte 170
puntspanning 170
puntweerstand 169
putten 168
puttenfundering 169

radiaal 125
reactie 48, 53
rechtstand 209
rechtstandbreedte 210
reductiefactor 103
rekenbelasting 72
relatieve vochtigheid 112
richting 27
roesten 143
roloplegging 52, 178
rondboog 208
rust 49

samendrukbaar 151
scharnierende oplegging 52
scharnierverbinding 178
schematiseren 180
scheuren 143, 204, 214
scheurtjes 140
scheurvorming 173, 187, 189
schoorpalen 173
schuifspanning 74, 75, 97, 98, 101
schuifspanningsverloop 98
segmentboog 208

SI-eenheid 41
skeletbouw 20, 192
skeletten 166
slankheid 104
slappe verbinding 178
sloof 168
snarenbeton 147
sondeerweerstand 152
sonderingsdiagram 171
soortelijk gewicht 34
soortelijke massa 34, 151
sortering 124
spanning 32
spannings-rekdiagrammen 82
spanningsdiagram 91, 148, 184
spanningsgebieden 153, 155
spanningsspreiding 152
spanningsverdeling 90
spatkracht 19
spatten 18, 208
stabiel 192
stabiliteit 13, 164
stabiliteitsverband 197
stapelbouw 129, 192
statisch 41
sterk 72, 192
sterktewaarden 124
steunberen 208
stijf 72, 192
stijfheid 63
strek 211

tangentiaal 125
temperatuurgradiënt 202
temperatuurverandering 83
temperatuurverloop 108
toepassingsgebied 182
traagheidsmoment 94
transmissieverlies 107
trekkracht 25
trekspanningen 74
tussenpijler 209

uiterste vezel 94, 185
uitlevering 162
uitzettingscoëfficiënten 138
vakwerken 182
vakwerkspant 229
veiligheidscoëfficiënt 152
veiligheidsfilosofie 72
veranderlijke belasting 177
verjongen 226
versnelling 33
verstijvingsschotten 186
vezelrichting 124
vochtopname 127
volume-eenheid 34
volume-elasticiteit 118
voorspanning 145, 146
vorstgrens 157
vuistregels 182

wapening 138, 226
warmte 107
warmtedoorgangcoëfficiënt 107
warmtegeleidingsscoëfficiënt 107
warmtestroom 107
warmteverlies 119
warmteweerstand 107, 110
water 217
waterdamp 111, 218
waterdampconcentratie 112
waterdoorlatend 151
waterspanning 158
weerstandsmoment 91, 94
windbelasting 196
windverband 196
wrijving 34
wrijvingscoëfficiënt 35
wrijvingskracht 27

zetting 156, 173
zwaartekracht 25, 33
zwellen 127

Mechanica

Toepassingen in de bouw en waterbouw

Dit boek over mechanica en constructieleer is naast leerboek op mts-niveau vooral ook een oriëntatie- en naslagwerk. Het is geschikt voor het eerste semester van het hoger beroepsonderwijs in Bouwkunde, Architectuur, Civiele Techniek, Stedenbouwkunde en Tuin- en Landschapsinrichting.

In de eerste negentien hoofdstukken worden de theoretische grondslagen gelegd, terwijl in de elf volgende hoofdstukken de praktische toepassingen aan bod komen.

I De belangrijkste historische constructievormen
Architraafbouw • Boogbouw • Verdere ontwikkelingen

II Statica en sterkteleer

Kracht, spanning, massa, gewicht, soortelijk gewicht, wrijving • Momenten, momentenstelling • Evenwichtsvoorwaarden • Opleggingen • Dwarskracht en dwarskrachtenlijn • Buigend moment en momentenlijn •

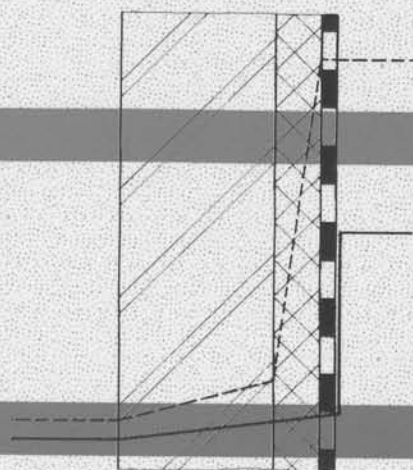
Normaalkrachten • Sterkte en spanningen • Elasticiteit • Lineaire uitzetting • Buigend moment, buigspanning • Weerstandsmoment • Traagheidsmoment • Dwarskracht en schuifspanning • Knik • Bouwfysica

III Constructieleer, theorie en praktijk

Hout • Steen • Staal • Gewapend beton • Voorgespannen beton • Grond • Funderingen • Vloeren, liggers • Wanden, kolommen, stabiliteit, muuroeningen • Daken • Constructieve vormgeving • Opdrachten (algemene herhaling) • Tabellen

Uitgegeven in opdracht van de Vereniging voor Studie- en Studentenbelangen te Delft door de Delft University Press

ISBN 90-407-1704-4



ISBN 90-407-1704-4



9 789040 717048

F008