

*TNO-rapport*  
2000-CON-DYN-R2101

## Vergelijking van monitoringstrategieën op basis van HERMES-monitoringsfilosofie

### Case studie: gewapend betonnen ligger

TNO Bouw

*Contactpersoon*  
P.H. Waarts

Lange Kleiweg 5, Rijswijk  
Postbus 49  
2600 AA Delft

Telefoon 015 284 20 00  
Fax 015 284 39 90

Datum  
3 november 2000

Auteur(s)  
Ir. M.S. de Wit  
Dr. ir. P.H. Waarts  
Prof. ir. A.C.W.M. Vrouwenvelder

Opdrachtgever : Delft Cluster  
Postbus 69  
2600 AB Delft

Alle rechten voorbehouden.  
Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande toestemming van TNO.

Indien dit rapport in opdracht werd uitgebracht, wordt voor de rechten en verplichtingen van opdrachtgever en opdrachtnemer verwezen naar de Algemene Voorwaarden voor onderzoeksopdrachten aan TNO, dan wel de betreffende terzake tussen de partijen gesloten overeenkomst. Het ter inzage geven van het TNO-rapport aan direct belanghebbenden is toegestaan.

Projectnaam : DC 1 Monitoren  
Projectnummer :

Aantal pagina's : 49  
Aantal tabellen :  
Aantal figuren :

© 2001 TNO

## Inhoud

1.	Inleiding	4
2.	Basisfilosofie .....	5
2.1	Definitie van monitoring .....	5
2.2	Waarom monitoren? .....	5
2.3	Monitoringstrategie .....	5
2.3.1	Formulering van het beslissingsprobleem .....	7
2.3.2	Herhaalde observaties .....	10
2.4	Samenvatting .....	11
3.	Case beschrijving .....	13
3.1	Inleiding .....	13
3.2	Voorbeeldconstructie .....	13
4.	Betrouwbaarheid .....	15
4.1	Inleiding .....	15
4.2	Grenstoestandsfunctie .....	15
4.3	Modellering grenstoestandsfunctie .....	17
4.3.1	Inleiding .....	17
4.3.2	Maximaal opneembaar buigend moment .....	17
4.3.3	Opgelegd buigend moment $M_{load}$ .....	19
4.4	Modelparameters .....	19
5.	Initiële betrouwbaarheidsanalyse .....	21
6.	Monitoring .....	23
6.1	Inleiding .....	23
6.2	Visuele inspecties .....	24
6.2.1	Inleiding .....	24
6.2.2	Eerste inspectie .....	26
6.2.3	Tweede inspectie .....	28
6.3	Inspecties met meetapparatuur .....	30
6.3.1	Inleiding .....	30
6.3.2	Eerste inspectie .....	30
6.3.3	Update van model voor random variabelen .....	31
6.3.4	Update van betrouwbaarheidsanalyse .....	35
6.3.5	Tweede inspectie .....	36
6.3.6	Update van model voor random variabelen .....	37
6.3.7	Update van de betrouwbaarheidsanalyse .....	39

7.	Samenvatting .....	40
	Literatuur .....	41
	Appendix A Bayesiaanse bijstelling na 1e inspectie .....	43
	A-posteriori kansdichtheid na 1 <sup>e</sup> inspectie .....	43
	A-priori kansdichtheid.....	43
	Likelihood .....	44
	Kans op de observatie.....	45
	Reliability analysis .....	45
	Appendix B Bayesiaanse bijstelling na volgende inspecties .....	48
	A-posteriori kansdichtheid na 2 <sup>e</sup> en volgende inspecties .....	48
	Likelihood $L_{\underline{X}}^{(2)}$ .....	48
	Kans op de observatie.....	49
	Reliability analysis na 2 <sup>e</sup> en volgende inspecties .....	49

## 1. Inleiding

Het Delft Cluster Project 01.01.07 heeft tot doel een methodiek te ontwikkelen ter ondersteuning van rationeel ontwerp en de evaluatie van monitoringstrategieën aan civieltechnische en geotechnische constructies. Het project richt zich vooral op monitoring ter bewaking van de betrouwbaarheid van deze constructies.

Bij het ontwerp van veel monitoringstrategieën wordt onvoldoende stilgestaan bij het *waarom* van monitoren. Dat heeft tot gevolg dat keuzen met betrekking tot *wat*, *waar*, *wanneer* en *hoe* monitoren op ad-hoc basis worden benaderd. Aan deze keuzen gaat geen systematische, (kwantitatieve) analyse vooraf, zodat het resulterende monitorprogramma mogelijk focust op indicatoren die niet maatgevend of niet gevoelig zijn. Dit zal in veel gevallen leiden tot een sub-optimaal rendement van de monitoringstrategie.

Dit document schetst eerst de hoofdlijnen van een filosofie voor het ontwerp van een monitoringstrategie, waarin de genoemde keuzes op systematische en rationele wijze worden benaderd. Vervolgens wordt de strategie toegepast op een case, waarin twee monitoringstrategieën worden geëvalueerd.

## 2. Basisfilosofie

### 2.1 Definitie van monitoring

Van Dale geeft bij 'to monitor': controleren, toezicht houden. Dit impliceert het optreden van verandering, van een proces dat gevolgd wordt. Om dit te kunnen doen, zijn observaties, metingen aan het proces nodig. Monitoren is daarmee het *meten* aan een *proces* teneinde dit proces (of de relevante aspecten daarvan) te *volgen*.

### 2.2 Waarom monitoren?

In de meest algemene zin is het doel van monitoren om meer informatie te verkrijgen over het proces waarop de monitoring zich richt. Aan monitoren ligt dus een informatievraag ten grondslag. Deze vraag kan optreden in verschillende contexten, bijvoorbeeld:

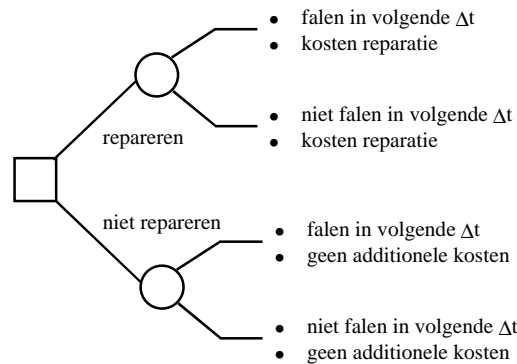
- a. operationeel: keuzen, beslissingen
- b. wetenschappelijk: valideren, kalibreren, verbeteren modellen, toetsen van hypothesen
- c. juridisch: voldoen aan wettelijke verplichting, verkrijgen van vergunning

In dit project ligt de nadruk op de eerste twee contexten: de *beslissingscontext* en de *gevolgtekkingscontext*.

In de eerste context dient de via monitoring verkregen informatie als ondersteuning van bepaalde beslissingen, die moeten worden genomen in tijdens bouw of beheer van de constructie. In de tweede context worden de via monitoring verkregen gegevens bijvoorbeeld gebruikt om ontwerpmodellen, op basis waarvan initiële (betrouwbaarheids)analyses zijn gemaakt, bij te stellen of te toetsen.

### 2.3 Monitoringstrategie

Een monitoringstrategie is het antwoord op de vragen *wat* te monitoren en *hoe*. Deze vragen vormen een besluitvormingsprobleem. We beperken ons ter illustratie even tot de beslissingscontext. Figuur 2.1 schetst een eenvoudig beslissingsprobleem, waarin een keuze moet worden gemaakt tussen al dan niet repareren van een constructie.



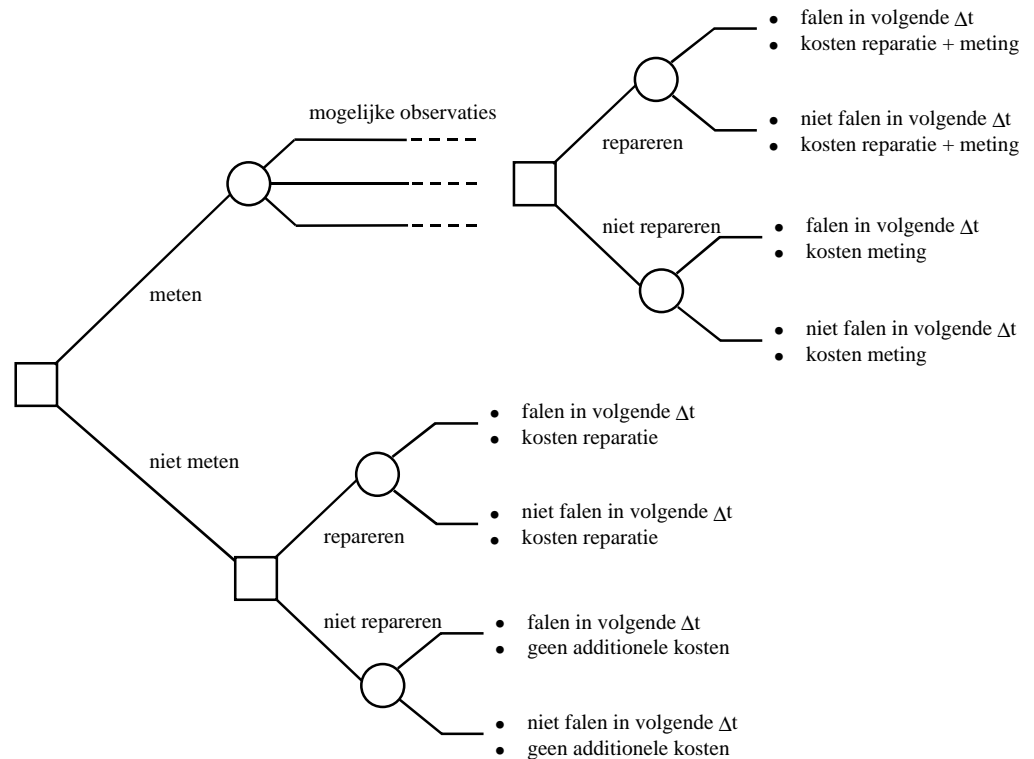
*Figuur 2.1 Illustratie van een eenvoudig besluitvormingsprobleem*

In deze beslissingsboom geven de takken aan de vierkante *beslisknoop* de mogelijke acties aan. De takken aan de ronde *kansknopen* geven de mogelijke toestanden weer die kunnen voortvloeien uit de actie. Deze toestanden zijn beschreven in voor de beslisser relevante *attributen* of *prestaties*, in dit geval al dan niet falen van de constructie en additionele kosten.

Wanneer de beslisser weinig informatie heeft over de huidige staat van de constructie kan hij overwegen een meting te laten uitvoeren alvorens de gegeven beslissing te nemen. Daarmee breidt hij het beslissingsprobleem in feite uit. Dit is weergegeven in Figuur 2.2.

Hoewel het tweede beslissingsprobleem complexer is dan het eerste, is voor het nemen van een rationele beslissing in beide problemen een vergelijkbare aanpak nodig. In deze twee voorbeelden is de beslisser al op een punt in de analyse aangekomen waar hij een goed overzicht heeft van de mogelijke acties die open staan en de relevante aspecten van de mogelijke gevolgen van deze acties. Om de analyse te voltooien dient hij nog te bepalen met welke waarschijnlijkheden de verschillende mogelijke gevolgen (takken van de ronde kansknopen) zullen optreden.

Om op basis van deze analyse op rationele gronden een actie te kiezen, zal hij voor iedere actie de mogelijke gevolgen moeten afwegen tegen de waarschijnlijkheid waarmee deze kunnen optreden. Voor dit soort opgaven geeft met name de Bayesiaanse beslissingstheorie een goed houvast (zie bijvoorbeeld French, 1993, French and Smith, 1997, JCSS, 2000). Deze theorie biedt de mogelijkheid om via een analytische aanpak, waarin het totaalprobleem wordt uiteengerfeld in overzichtelijke en behapbare deelproblemen, te komen tot een goed begrip van het beslissingsprobleem en daarmee tot een rationele keuze (voor een praktijkvoorbeeld zie Hellevik en Langen, 2000).



*Figuur 2.2* Uitbreiding van het besluitvormingsprobleem met de keuze tussen wel of niet meten.

Het zal duidelijk zijn, dat Figuur 2.1 en Figuur 2.2 een sterk vereenvoudigd beeld geven van de problematiek. Op de eerste plaats zal het besluitvormingsprobleem over het algemeen niet zo helder worden aangeleverd in de vorm van een kant en klare beslissingsboom. Bovendien gaat het bij monitoring meestal niet om één enkele meting, maar om herhaalde observaties. Deze twee aspecten komen hieronder achtereenvolgens aan de orde.

### 2.3.1 Formulering van het beslissingsprobleem

Om een beslissingsboom te kunnen opstellen, dient eerst geïnventariseerd te worden welke mogelijke acties er eigenlijk in overweging kunnen of moeten worden genomen en welke aspecten van de mogelijke gevolgen eigenlijk belangrijk zijn. In het voorbeeld gaat de keuze tussen wel of niet meten, in problemen van praktische relevantie zal er een scala van mogelijke meet- of monitoringstrategieën zijn waaruit kan worden gekozen.

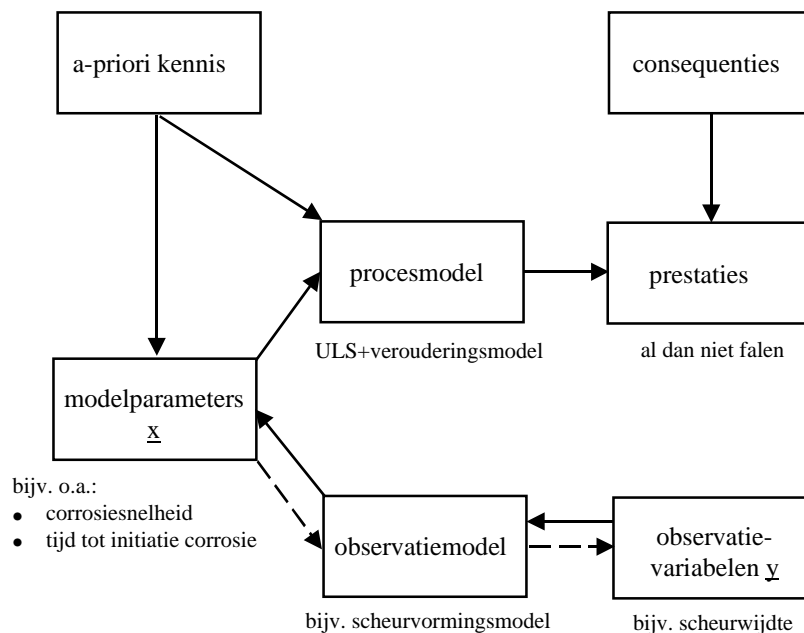
Bij de inventarisatie van mogelijke strategieën spelen vooral twee aspecten een belangrijke rol:

- de informativiteit van een strategie: in hoeverre deze in staat zal zijn de oorspronkelijke kennis te vergroten of bij te stellen.
- de implicaties van het adopteren van een strategie in termen van bijvoorbeeld kosten en ophoud.

Deze aspecten worden hieronder kort besproken.

### *Inventarisatie*

Bij de inventarisatie en de evaluatie van de informativiteit van een monitoringprogramma spelen de elementen uit Figuur 2.3 een centrale rol. De beslisser heeft de relevante aspecten van de mogelijke consequenties vertaald naar kwantificeerbare prestaties. Met behulp van een procesmodel kunnen deze prestaties worden bepaald (inclusief hun onzekerheden) op basis van de modelparameters  $\underline{x}$ . Informatie over deze modelparameters is in eerste instantie slechts beschikbaar uit a-priori kennis. Via observaties kan de kennis over  $\underline{x}$  worden bijgesteld. Het is echter niet noodzakelijk, dat deze observaties ook daadwerkelijk aan de parameters  $\underline{x}$  worden gedaan. In veel gevallen worden observatievariabelen  $\underline{y}$  gemonitord en komt hieruit informatie over  $\underline{x}$  beschikbaar via een (invers) observatiemodel (zie bijvoorbeeld Potter, 2000).



*Figuur 2.3 Schema van informatiestromen bij evaluatie van prestaties*



Op basis van Figuur 2.3 wordt dus op de eerste plaats welke aspecten met name bijdragen aan de informativiteit van een monitoringaanpak:

- nauwkeurigheid en betrouwbaarheid van de observaties van de variabelen  $y$
- de gevoeligheid van de (onzekerheid in de ) modelparameters  $x$  voor de variabelen  $y$
- de gevoeligheid van de (onzekerheid in de ) prestaties voor de parameters  $x$

De figuur geeft ook een aardig overzicht van de verschillende kennisdomeinen die bij een inventarisatie van geschikte monitoringstrategieën betrokken zijn. Naast de beslisser is dat op de eerste plaats de deskundige op het gebied van het procesmodel. In het voorbeeld in de figuur zijn dat eigenlijk al mensen uit twee domeinen: de geavanceerde constructeur (ULS) en de deskundige op het gebied van verouderingsprocessen. Vervolgens is daar de meetdeskundige, die zijn kennis inbrengt over meetmethoden. Dat zullen ook vaak verschillende mensen zijn wanneer er meerdere methoden een rol kunnen spelen (denk bijvoorbeeld aan het meten van de dikte van asfalt via radarmetingen versus het boren van proefmonsters). Dan zijn er nog mensen nodig die zicht hebben op mogelijke observatiemodellen. Dat is een slecht te classificeren groep. (bijv. in voorbeeld kan dat dezelfde persoon zijn als van de verouderingsmodellen). Tot slot hebben we nog degenen die een overzicht hebben van hoe alle elementen (onder andere probabilistisch) geïntegreerd kunnen worden (en die ook enige achtergrond hebben in besliskunde). Het zal duidelijk zijn dat voor een succesvol verloop van het (inventarisatie)proces deze mensen met elkaar in dialoog moeten treden.

### *Implicaties*

Bij gegeven procesmodel en observatiemodel wordt de informativiteit van een monitoringstrategie bepaald door de nauwkeurigheid en de betrouwbaarheid van de observaties. Een bepaald niveau van informativiteit legt dus eisen op aan de nauwkeurigheid en betrouwbaarheid en daarmee aan de implementatie en de uitvoering van de monitoringstrategie. Deze omvat onder andere (zie bijv. Dunicliff, 1999, Matthews, 2000):

- meetsysteem:
  - ontwerp
  - inbouw
- diagnostische faciliteiten (werkt het systeem naar behoren)
- monitoringprotocol (wie, wat, hoe):
  - inregelen
  - onderhoud
  - documentatie wijzigingen
  - opslag en verwerking van gegevens

Deze zaken dienen geregeld te zijn volgens de regels van de kwaliteitszorg in de monitoringdiscipline. Een goed kwaliteitssysteem garandeert niet alleen dat de vereiste specificaties worden gehaald, maar biedt ook een grondslag waarmee het

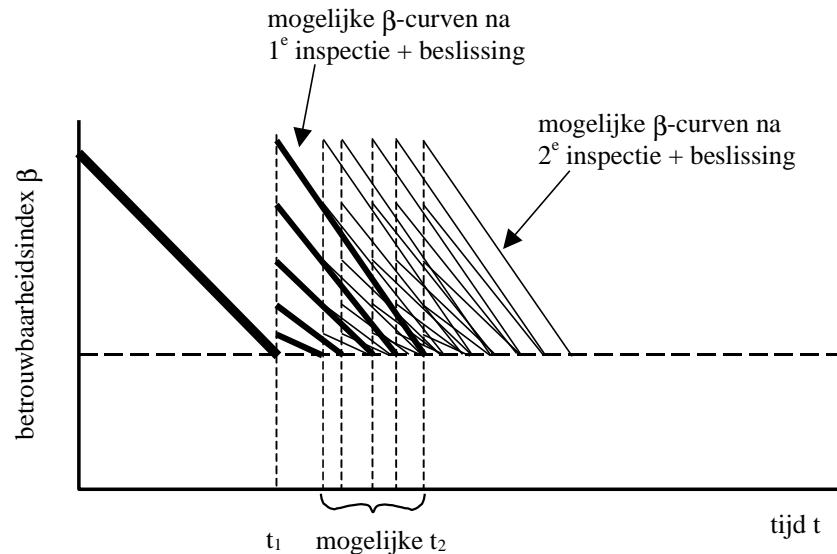
bepalen van bijv. de kosten van de monitoringstrategie systematisch kan worden aangepakt.

### 2.3.2 Herhaalde observaties

In het voorgaande deel is nauwelijks onderscheid gemaakt tussen meten en monitoren. Aangezien monitoren echter het volgen van een of meerdere processen inhoudt, zal er meestal sprake zijn van herhaalde metingen. Na elke meting of reeks van metingen kan een beslissing worden genomen (of een gevolgtrekking gemaakt). Deze beslissingen kunnen het gemonitorde proces betreffen maar ook de monitoringstrategie zelf. Zo kan bijvoorbeeld op basis van een eerste reeks observaties vast komen te staan dat de tijdschalen waarop het gemonitorde proces zich afspeelt trager zijn dan voorzien, als gevolg waarvan de monitoringfrequentie omlaag kan.

Om een goede inschatting te kunnen maken van de implicaties van een gekozen monitoringstrategie, zal dus op de eerste plaats vastgesteld moeten worden waar de beslismomenten zullen liggen en welke mogelijke acties er op die momenten open staan. De actuele beslissing inzake een te kiezen monitoringstrategie omhelst dus in feite de modellering van alle toekomstige beslissingen over de looptijd van de strategie. De uitkomst van elke toekomstige beslissing hangt af van de (onbekende) monitoringgegevens tot dan toe en de eventueel daarvoor genomen beslissingen. Dit betekent in de meeste gevallen van praktische relevantie dat voor elke te overwegen monitoringstrategie een sterk uitwaaiende tak aan de beslissingsboom ontstaat. Een eenvoudig voorbeeld is geschetst in Figuur 2.4. Hier staat de betrouwbaarheidsindex  $\beta$  (in feite de kans op één van de gevolgen: falen) uit als functie van de tijd. De monitoringstrategie bestaat eruit, dat gedurende een gegeven referentieperiode (bijv. de beoogde levensduur van de constructie) gemeten wordt wanneer de betrouwbaarheidsindex onder een minimaal geaccepteerde waarde duikt.

Op basis van het meetresultaat kunnen twee beslissingen worden genomen: niets doen (observatie zelf heeft betrouwbaarheidsindex al op voldoende hoog peil gebracht) of repareren. In deze strategie ligt het tijdstip van de eerste inspectie vast: dit wordt bepaald door het procesmodel (bijv. verouderingscomponent daarin) en de a-priori kennis. De tijdstippen voor de volgende inspecties hangen echter af van de uitkomsten van de metingen en de daarna genomen beslissingen. Dit leidt tot een steeds verder vertakkende boom van mogelijke  $\beta$ -curven met daaraan verbonden implicaties in termen van bijvoorbeeld kosten.



*Figuur 2.4 Voorbeeld van strategie, waarin steeds gemeten wordt, wanneer de betrouwbaarheidsindex onder een minimaal geaccepteerde waarde duikt. De actie die na elke meting openstaat is 'niets doen' of 'repareren'.*

Het systematisch rechttoe rechtaan doorrekenen van de mogelijke gevolgen van een monitoringstrategie en de kansen daarop zal in het algemeen dan ook niet mogelijk zijn. In plaats daarvan zullen vereenvoudigende aannamen en afschattingen moeten worden ingepast in de beslissingsboom in samenspraak met de beslisser en in dialoog met de betrokken domeinspecialisten.

## 2.4 Samenvatting

Het kiezen voor een monitoringstrategie is een beslissingsprobleem, dat in het algemeen onderdeel vormt van een groter besluitvormingsprobleem. Een dergelijk probleem kan rationeel benaderd worden met behulp van een aanpak die geworteld is in de Bayesiaanse beslistheorie. In het beslissingsprobleem zal vaak een afweging moeten worden gemaakt tussen de informativiteit van een monitoringstrategie aan de ene kant en de implicaties in termen van bijvoorbeeld kosten aan de andere kant. Ter inventarisatie en evaluatie van de informativiteit van een strategie is een schema van de belangrijkste informatiestromen opgenomen. Een gewenst peil van informativiteit stelt eisen aan de nauwkeurigheid en betrouwbaarheid en daarmee de uitvoering van een monitoringstrategie. Om aan deze eisen te voldoen zal een kwaliteitsborging van de uitvoering noodzakelijk zijn. Een goed kwaliteitssysteem bewaakt niet alleen de informativiteit van de monitoring, maar faciliteert ook het in kaart brengen van de implicaties van een strategie in termen van bijvoorbeeld kosten.

Tot slot impliceert monitoring meestal herhaald meten en vooral herhaald beslissen. Om de actuele beslissing met betrekking tot de keuze van een monitoringsysteem te

kunnen nemen moet voor de toekomstige beslissingen al worden vastgelegd welke mogelijke acties er open staan. Aangezien de acties die daadwerkelijk genomen zullen worden afhangen van de (nog onbekende) output van de monitoringstrategie, zal bij een groot aantal beslismomenten in de looptijd van de strategie een zeer groot aantal mogelijke situaties moeten worden beschouwd met hun kansen van optreden. Dit zal in veel gevallen praktisch onmogelijk zijn. In die situaties zullen vereenvoudigende aannamen en afschattingen moeten worden ingepast.

### 3. Case beschrijving

#### 3.1 Inleiding

Deze case studie betreft de betrouwbaarheid van een gewapend betonnen balk op twee steunpunten onder een random belasting. Deze voorbeeldconstructie is beschreven in paragraaf 3.2. Door blootstelling aan de buitenlucht dringt kooldioxide geleidelijk door in het beton en neutraliseert het alkalische betonmilieu. Wanneer ook het betonmilieu rond de wapening wordt geneutraliseerd, kan corrosie van de wapening gaan optreden. Dit resulteert onder andere in een afname van de doorsnede van het wapeningsstaal, waardoor de draagkracht, en daarmee de betrouwbaarheid afneemt.

Het ontwerp van de balk in het voorbeeld is zodanig gedimensioneerd, dat bij de gekozen belasting onvoldoende initiële veiligheid aanwezig is om de minimaal vereiste betrouwbaarheid over de gehele beoogde levensduur te kunnen halen. Monitoring en eventueel onderhoud zijn dus noodzakelijk.

In deze case studie worden twee monitoringstrategieën besproken. De eerste strategie is gebaseerd op visuele inspecties, in de tweede strategie wordt gebruik gemaakt van specifiek meetinstrumentarium. Bij de evaluatie van beide methoden wordt met name ingegaan op de vragen hoe en wat te monitoren? De kwesties wanneer en waar zullen in een vervolgstudie aan de orde komen.

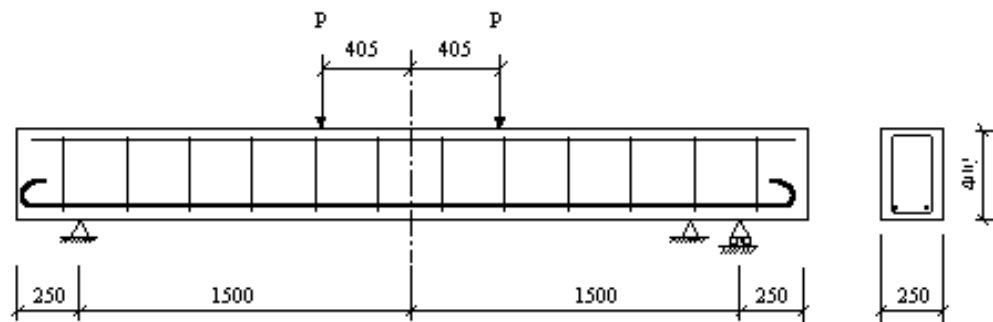
In hoofdstuk 4 wordt het principe van de betrouwbaarheidsanalyses kort besproken en wordt ingegaan op de modellering van de grenstoestandsfuncties. Daarmee zijn alle ingrediënten aanwezig om een initiële betrouwbaarheidsstudie te doen, waarvan de resultaten in hoofdstuk 5 worden gerapporteerd. In hoofdstuk 6 worden twee monitoringstrategieën gevalueerd op hun effectiviteit met betrekking tot de betrouwbaarheid. Besloten wordt met een samenvatting in hoofdstuk 7.

#### 3.2 Voorbeeldconstructie

We gaan hier uit van een gewapend betonnen balk als voorbeeldconstructie (zie ook Vrouwenvelder en Schiessl (1999)). Een schets van de constructie en de belangrijkste kenmerken zijn weergegeven in Figuur 3.1 en Tabel 3.1. De balk bevindt zich in een beschut buitenmilieu<sup>1</sup> en wordt blootgesteld aan een combinatie van mechanische belasting en carbonatatie.

---

<sup>1</sup> Balk bevindt zich buiten, maar komt niet direct in aanraking met water.



Figuur 3.1 Gewapende betonnen balk, maten in mm.

Tabel 3.1 Karakteristieke eigenschappen van het beton en de wapening.

L	Lengte van de balk	3000 mm
A	Afstand vanaf oplegging	1095 mm
$H_{\text{eff}}$	Effectieve hoogte	351.5 mm
B	Breedte van de balk	250 mm
$A_{s0}$	Initiële doorsnede van staal	1185 mm <sup>2</sup>
$N_{\text{bar}}$	Aantal hoofdwapeningsstaven	6
$f_y$	Vloeispanning staal	573 N/mm <sup>2</sup>
$f_c$	Druksterkte beton	43 N/mm <sup>2</sup>
$d_c$	Dikte betondekking	20 mm
w/b	Water/cement factor	0.45
	Cement	Portland Cement

## 4. Betrouwbaarheid

### 4.1 Inleiding

Voordat we een analyse van de betrouwbaarheid kunnen uitvoeren, zullen we eerst moeten definiëren wat we precies onder betrouwbaarheid verstaan. De betrouwbaarheid van een constructie over een bepaalde periode is gerelateerd aan de waarschijnlijkheid dat deze constructie gedurende de gehele periode in een gewenste of acceptabele staat blijft. Een veel gebruikte maat voor de betrouwbaarheid is de gegeneraliseerde betrouwbaarheidsindex  $\beta$ , die gedefinieerd is als:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f)$$

Hierin is  $P_f$  de faalkans, waarbij ‘falen’ betekent dat de constructie zich in een ongewenste of onacceptabele staat bevindt op enig moment in de periode onder beschouwing. Daarmee is  $(1 - P_f)$  dus gelijk aan de hiervoor genoemde waarschijnlijkheid dat de constructie gedurende deze periode steeds in acceptabele staat verkeert. De inverse normale (Gaussische) verdelingsfunctie  $\Phi^{-1}$  dient voornamelijk als schaling om te zorgen dat de waarden van de betrouwbaarheidsindex in een prettige range komen te liggen (typisch tussen 0 en 6 á 7). Tabel 4.1 geeft een aantal combinaties van faalkansen en waarden van de betrouwbaarheidsindex.

Tabel 4.1 Enkele combinaties van faalkans en betrouwbaarheidsindex.

$\beta$	0.0	1.3	2.3	3.1	3.8	4.3	4.8	5.2	5.6
$P_f$	0.5	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$

De definitie van de betrouwbaarheid is nu rond, behalve dat we nog moeten specificeren wat we onder onacceptabele (ongewenste) en acceptabele (gewenste) toestanden verstaan. Dit komt aan de orde in de volgende paragraaf.

### 4.2 Grenstoestandsfunctie

De scheiding tussen acceptabele en onacceptabele toestanden noemen we een grenstoestand. Twee typen grenstoestanden worden over het algemeen onderscheiden: uiterste grenstoestanden en grenstoestanden met betrekking tot de bruikbaarheid (Eurocode 1.1, 1994, Achtergrondinformatie voor de Eurocode, 1996, ISO-DIS 2394, 1996).

De uiterste grenstoestanden zijn gerelateerd aan instorten, breuk, omslaan en andere gebeurtenissen waarbij de veiligheid van de constructie in het geding is. De

bruikbaarheidsgrenstoestanden hebben betrekking op het gemak van de gebruiker, de functionaliteit en esthetische aspecten.

Om aan betrouwbaarheid te kunnen rekenen, wordt over het algemeen een model voor de grenstoestand gebruikt, de grenstoestandsfunctie. Deze functie wordt zodanig gekozen, dat de ongewenste toestanden worden beschreven door:

$$g(\mathbf{X}) < 0 \quad (1)$$

waarin  $g(\mathbf{X})$  de grenstoestandsfunctie is. De vector  $\mathbf{X}$  in het argument van deze functie kan variabelen representeren als:

$F$	belastingen (mechanisch, chemisch of anderszins)
$f$	materiaaleigenschappen (mechanisch of fysisch/chemisch)
$a$	geometrische eigenschappen van de constructie
$q$	modelonzekerheden

De eerste drie typen variabelen spreken voor zich. Variabelen van de laatste soort modelleren de onzekerheid in welke mate het gebruikte model ook inderdaad de grenstoestanden weergeeft. Via dit soort variabelen kan bijvoorbeeld de spreiding worden verdisconteerd die in experimenten wordt gevonden en die niet kan worden verklaard uit met de modelparameters. Ook de onzekerheden in de extrapolatie van laboratoriumcondities naar de actuele omstandigheden waaronder de constructie zal moeten functioneren kunnen tot uitdrukking worden gebracht in deze variabelen.

Alle variabelen in  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  kunnen random zijn of deterministisch, afhankelijk van de kennis die over de variabelen beschikbaar is op het moment dat de grenstoestand wordt geëvalueerd.

In de analyse van constructies is het gebruikelijk om grenstoestandsfuncties in twee delen te splitsen, die respectievelijk de weerstand en de belasting weergeven:

$$g(\mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X}) \quad (2)$$

met:

$R$	het model dat de weerstand van de constructie beschrijft
$S$	het model dat de belasting op de constructie beschrijft

In de duurzaamheidsproblematiek wordt de tijd een wezenlijke parameter in de grenstoestandsfunctie. Dit leidt tot de algemene formulering dat de constructie faalt indien:

$$g(\mathbf{X}, t) = R(\mathbf{X}, t) - S(\mathbf{X}, t) < 0 \quad (3)$$

voor een gegeven moment  $t$  in het interval  $[0, T]$  waarbij  $T$  de referentieperiode (beoogde levensduur) is.



In de volgende paragraaf werken we één uiterste grenstoestandsfunctie uit voor de in hoofdstuk 3 beschreven voorbeeldconstructie.

### 4.3 Modelling grenstoestandsfunctie

#### 4.3.1 Inleiding

We gaan uit van de volgende algemene grenstoestandsfunctie van de constructie:

$$g(t) = M_{res}(t) - M_{load}(t) \quad (4)$$

waarbij de afhankelijkheid van de variabelen in  $\mathbf{X}$  voor het gemak niet expliciet is weergegeven. In deze betrekking is  $M_{res}$  het buigend moment dat de balk maximaal kan opnemen en  $M_{load}$  het buigend moment in de centrale doorsnede als gevolg van het eigen gewicht en de variabele belasting  $P$ . De twee termen worden hieronder afzonderlijk uitgewerkt.

#### 4.3.2 Maximaal opneembaar buigend moment

Het moment dat de gewapend betonnen balk maximaal kan opnemen kan worden gemodelleerd als (zie Vrouwenfelder en Schiessl, 1999):

$$M_{res}(t) = b \cdot (h_{eff})^2 \cdot f_c \cdot \Theta \cdot \left(1 - \frac{\Theta}{2}\right) \quad (5)$$

$$\Theta = \frac{A_s(t) \cdot f_y}{b \cdot h_{eff} \cdot f_c} \quad (6)$$

waarin  $b$  de breedte van de betonnen balk is,  $h_{eff}$  de effectieve hoogte,  $f_c$  de druksterkte van het beton,  $f_y$  de vloeispanning van het wapeningsstaal, en  $A_s(t)$  de totale doorsnede van de hoofdwapeningsstaven. Deze doorsnede wordt in verband met het eventueel optreden van corrosie als een functie van de tijd beschouwd.

De afname van de wapeningsdoorsnede als functie van de tijd wordt bepaald door twee processen in opeenvolgende fasen:

1. Initiatiefase. Als gevolg van het feit dat het beton aan de oppervlakte wordt blootgesteld aan de buitenlucht en beschermt is tegen directe blootstelling aan water zal kooldioxide geleidelijk in het beton kunnen doordringen. Dit heet carbonatatie van het beton. De kooldioxide neutraliseert het alkalisch milieu in het beton, dat een zeer effectieve bescherming tegen corrosie van de wapening vormt. Wanneer het carbonatatiefront dus bij de wapening aankomt, valt deze bescherming weg en kan corrosie worden geïnitieerd.
2. Propagatiefase. De wapening begint te roesten, waardoor de doorsnede afneemt en daarmee de buigweerstand van de balk.

Beide processen worden hier apart gemodelleerd. De modellering is gebaseerd op de resultaten in (Duracrete, 1999). Om de berekeningen inzichtelijk te houden, zijn verschillende modelparameters geaggregeerd, zonder overigens afbreuk te doen aan de statistische eigenschappen. Voor details zie De Wit en Vrouwenvelder (2000).

### Initiatiefase

De initiatiefase loopt af op het moment dat het carbonatatiefront de wapening bereikt en de corrosie geïnitieerd wordt:

$$X_c(t_0) = D_c \quad (7)$$

waarin  $X_c$  de diepte van het carbonatatiefront is,  $t_0$  het tijdstip waarop de initiatiefase is afgelopen en  $D_c$  de dikte van de betondekking is. Om  $t_0$  te kunnen bepalen wordt gebruik gemaakt van het volgende model (Duracrete, 1999):

$$X_c(t) = C \sqrt{t} \quad (8)$$

waarin:

$C$  carbonatatiesnelheid  
 $t$  tijd

Met behulp van vergelijkingen (7) en (8) kan  $t_0$  worden bepaald bij gegeven dikte van de betondekking en gegeven modelparameters:

$$t_0 = \left( \frac{D_c}{C} \right)^2 \quad (9)$$

### Propagatiefase

Wanneer de corrosie eenmaal geïnitieerd is, nemen we aan dat de straal van elke wapeningsstaaf met constante snelheid afneemt:

$$r(t) = r_0 - v_{eff} (t - t_0) \quad (10)$$

waarin

$r_0$  de initiële straal van de wapeningsstaaf  
 $v_{eff}$  de gemiddelde corrosiesnelheid

Hieruit kan eenvoudig worden afgeleid, dat de totale doorsnede van het wapeningsstaal verloopt volgens:

$$A_s(t) = A_{s,0} (\xi - 1)^2 \quad (11)$$

waarin

$$\xi = \frac{v_{eff} (t - t_0)}{r_0} \quad (t \geq t_0) \quad (12)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{A_{s0}}{\pi N_{bar}}} \quad (13)$$

Voor  $t < t_0$  is  $\xi$  uiteraard 0. Hiermee is de modellering van het weerstandsmoment  $M_{res}(t)$  compleet. Rest nog een modellering van de belastingscomponent  $M_{load}$ .

### 4.3.3 Opgelegd buigend moment $M_{load}$

Voor het opgelegd buigend moment wordt het model gehanteerd:

$$M_{load} = a_l P \quad (14)$$

waarin  $a_l$  de afstand van de oplegging tot de belasting is en  $P$  de jaarlijks maximale variabele kracht. We beschouwen hier dus alleen het moment ten gevolge van de variabele belasting  $P$ . Hiermee is de specificatie van de grenstoestandsfunctie voltooid op de waarden van de parameters na. Deze komen in de volgende paragraaf aan de orde.

## 4.4 Modelparameters

De parameters in de grenstoestandsfunctie moeten een waarde toegekend krijgen alvorens kan worden bepaald of de constructie faalt of niet. Een aantal parameters is inderdaad deterministisch en heeft een bekende, vaste waarde. Van een deel van de parameters is de waarde echter onzeker. Deze parameters worden beschouwd als random variabelen die beschreven worden door een kansverdeling. In Tabel 4.2 zijn van de deterministische parameters de waarden gegeven terwijl voor de onzekere parameters een verdelingstype is gespecificeerd plus gemiddelde en variatiecoëfficiënt (CoV). De variatiecoëfficiënt is gelijk aan de standaarddeviatie gedeeld door het gemiddelde.

Tabel 4.2 Specificatie van de modelparameters

Variabele	Beschrijving	Eenheid	Type	Gemiddelde	CoV
$A_{s0}$	tot. initiële staaldoorsnede	mm <sup>2</sup>	deterministisch	1185	
$N_{bar}$	aantal wapeningsstaven	-	deterministisch	6	
b	breedte balk	mm	deterministisch	250	
$h_{eff}$	hoogte balk	mm	deterministisch	351.5	
$a_1$	afstand oplegging tot belasting	mm	deterministisch	1095	
t	tijd	jaar	deterministisch	variabel	
$f_v$	vloeispanning staal	kN/mm <sup>2</sup>	lognormaal	573	0.08
$f_c$	druksterkte beton	kN/mm <sup>2</sup>	lognormaal	43	0.12
$D_c$	dikte betondekking	mm	lognormaal	20	0.15
C	carbonatatiesnelheid	mm/jaar <sup>0.5</sup>	lognormaal	2.65	0.15
$t_0$	initiatieperiode*	jaar	lognormaal	65	0.43
$v_{eff}$	effectieve corrosiesnelheid	mm/jaar	weibull	$1.9 \cdot 10^{-3}$	1.6
P	belasting (max. in 1 jaar)	kN	gumbel	80	0.10

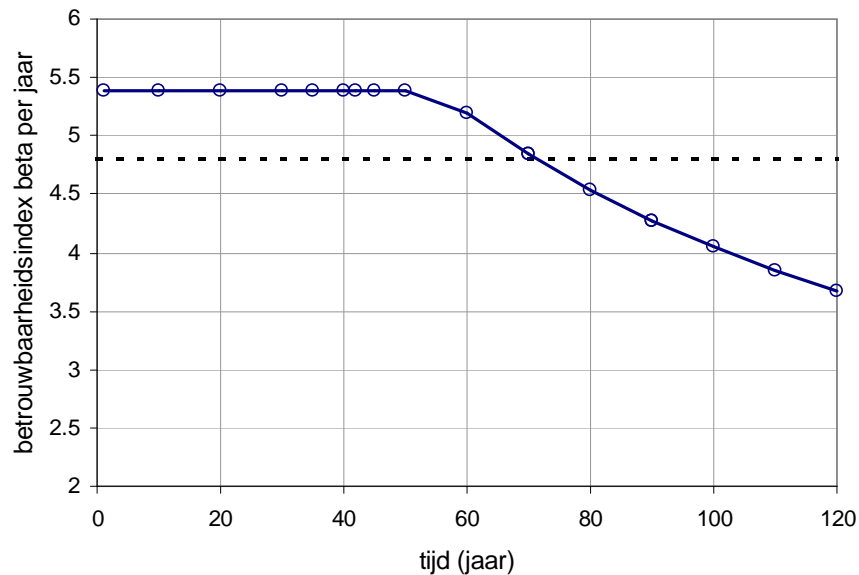
\* De verdeling voor  $t_0$  volgt in feite uit die voor C en  $D_c$ . Aangezien op sommige plaatsen in de analyse direct van  $t_0$  gebruik zal worden gemaakt is de verdeling ook in de tabel opgenomen.

De waarden, verdelingstypen en verdelingsparameters of –momenten in de tabel zijn gebaseerd op Vrouwenfelder en Schiessl (1999) en Duracrete (1999) en De Wit en Vrouwenfelder (2000).

## 5. Initiële betrouwbaarheidsanalyse

Met behulp van de gegevens in de vorige paragrafen kan de betrouwbaarheid van de voorbeeldconstructie als functie van de tijd worden berekend. Daartoe is het alleen nog noodzakelijk een referentieperiode te kiezen, waarover de faalkans (en dus de betrouwbaarheid) wordt bepaald. De specificatie van de belasting  $P$  als de maximale belasting over de periode van 1 jaar suggereert al, dat we voor deze periode 1 jaar kiezen. Op deze manier kunnen we het verloop van de betrouwbaarheid in de tijd goed volgen en actie ondernemen op of vóór het moment dat deze te ver afneemt.

De huidige EUROCODE 1 vereist minimaal een betrouwbaarheid  $\beta = 3.8$  over de beoogde levensduur van de constructie. Als beoogde levensduur voor de voorbeeldconstructie nemen we 100 jaar aan. De betrouwbaarheidseis van 3.8 over deze levensduur kan worden vertaald in een eis dat de betrouwbaarheidindex voor een periode van 1 jaar niet lager mag zijn dan 4.8.



*Figuur 5.1 Betrouwbaarheidsindex per jaar voor de constructie als functie van de tijd. De beoogde levensduur is 100 jaar. De stippellijn geeft de minimaal vereiste betrouwbaarheid aan.*

In Figuur 5.1 staat de jaarlijkse betrouwbaarheidsindex  $\beta$  voor de constructie als functie van de tijd weergegeven. De minimale waarde van 4.8 is met een stippellijn aangegeven. Het is duidelijk dat na een periode van 70 jaar de betrouwbaarheid van de constructie onder de minimaal vereiste waarde duikt. Op of vóór dit moment is dus actie vereist.

Voor de goede orde dient te worden opgemerkt, dat de in Figuur 5.1 gepresenteerde waarden voor de betrouwbaarheidsindex ondergrenzen zijn, aangezien we niet expliciet het effect van falen in de periode voorafgaand aan de referentieperiode hebben uitgesloten.

## 6. Monitoring

### 6.1 Inleiding

In Figuur 5.1 staat de jaarlijkse betrouwbaarheidsindex  $\beta$  voor de constructie als functie van de tijd weergegeven. De minimale waarde van 4.8 is met een stippellijn aangegeven. Het is duidelijk dat na een periode van 70 jaar de betrouwbaarheid van de constructie onder de minimaal vereiste waarde duikt. Op of vóór dit moment is dus actie vereist. We beperken ons in dit rapport tot de actie ‘monitoring’.

Bij inspecties, die deel uitmaken van een monitoringstrategie wordt informatie verkregen. Hiermee zijn twee bronnen van informatie voorhanden. De eerste bron bestaat uit de verdelingen over de modelparameters die aangeven welke onzekerheid in deze parameters bestaat vóórdat het inspectieresultaat bekend is. We zullen aan deze verdelingen refereren als de a-priori verdelingen. De tweede bron van informatie is het inspectieresultaat. Als input voor de betrouwbaarheidsanalyse zijn we nu geïnteresseerd in een verdeling over de parameters, waarin informatie uit beide bronnen is verwerkt. Deze verdeling noemen we de a-posteriori verdeling.

De a-posteriori verdeling voor een willekeurige parameter  $X$  kan uit de a-priori verdeling en meetresultaat  $Y = y$  worden bepaald volgens de regel van Bayes. In de meeste tekstboeken is deze regel genoteerd als:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) P(A)}{P(B)} \quad (15)$$

Wanneer we substitueren:

$A$         variabele  $X$  heeft waarde  $x$

$B$         inspectieresultaat  $Y = y$  is gevonden

en overgaan van kansen op kansdichtheidsfuncties  $f$  dan vinden we:

$$f_X(x | y) = \frac{f_Y(y | x) f_X(x)}{f_Y(y)} \quad (16)$$

Hierin is:

$f_X(x | y)$         de a-posteriori kansdichtheidsfunctie voor  $X$   
 $f_Y(y | x)$         de likelihood van het meetresultaat, gegeven dat  $X = x$   
 $f_X(x)$             de a-priori kansdichtheid voor  $X$   
 $f_Y(y)$             een normalisatieconstante die zorgt dat  $f_X(x | y)$  een nette kansdichtheid is

Dit proces waarin de a-posteriori kansdichtheid bepaald wordt, wordt ook wel Bayesiaanse bijstelling van de a-priori kansdichtheid genoemd op basis van de meetresultaten.

De aldus verkregen a-posteriori kansverdelingen over de modelparameters kunnen in een hernieuwde betrouwbaarheidsanalyse worden gebruikt in plaats van de a-priori verdelingen om de betrouwbaarheid na inspectie te bepalen.

Er worden hier twee monitoringstrategieën beschouwd. In de eerste strategie wordt uitsluitend gebruik gemaakt van visuele inspectie op corrosie-geïnduceerde scheuren. De tweede strategie is gebaseerd op de resultaten van meer geavanceerde metingen. Voor beide strategieën wordt uitgewerkt hoe het inspectie-/ meetresultaat de betrouwbaarheid beïnvloedt. Dit gebeurt voor fictieve, maar realistische inspectieresultaten.

Op basis van de uitkomsten van de analyse kan nog geen goede vergelijking worden getrokken tussen de twee inspectiestrategieën. Daarvoor moet immers ook de onzekerheid in het toekomstig inspectieresultaat worden meegenomen. Wel kan een eerste indruk worden verkregen van de effectiviteit van de strategieën.

De twee monitoringstrategieën worden hieronder apart uitgewerkt.

## 6.2 Visuele inspecties

### 6.2.1 Inleiding

We gaan er vanuit dat bij een visuele inspectie uitsluitend wordt gekeken naar scheurvorming ten gevolge van corrosie van de wapening. Wanneer de wapeningsstaven in de betonnen balk gaan corroderen, zullen op een gegeven moment scheuren in de betondekking ontstaan als gevolg van de expansie van de corrosieproducten. De breedte  $w$  van deze scheuren kan worden gemodelleerd als:

$$w = 0.05 + b (v_{c,eff} (t - t_0) - \Delta r_0) \quad (17)$$

In dit model spelen vier onafhankelijke<sup>2</sup> stochasten een rol, namelijk:

- $b$  de scheurgroei-parameter
- $v_{c,eff}$  de effectieve corrosiesnelheid
- $t_0$  het tijdstip waarop corrosie geïnitieerd wordt
- $\Delta r_0$  afname van de wapeningsstraal waarbij scheurvorming begint

Ook in dit model zijn parameters geaggregeerd. Voor meer informatie zie De Wit en Vrouwenfelder (2000).

<sup>2</sup> De stochasten  $\Delta r_0$  en  $t_0$  zijn niet geheel onafhankelijk aangezien ze beide afhangen van de dekkingsdikte. De afhankelijkheid is echter gering en wordt hier verwaarloosd.



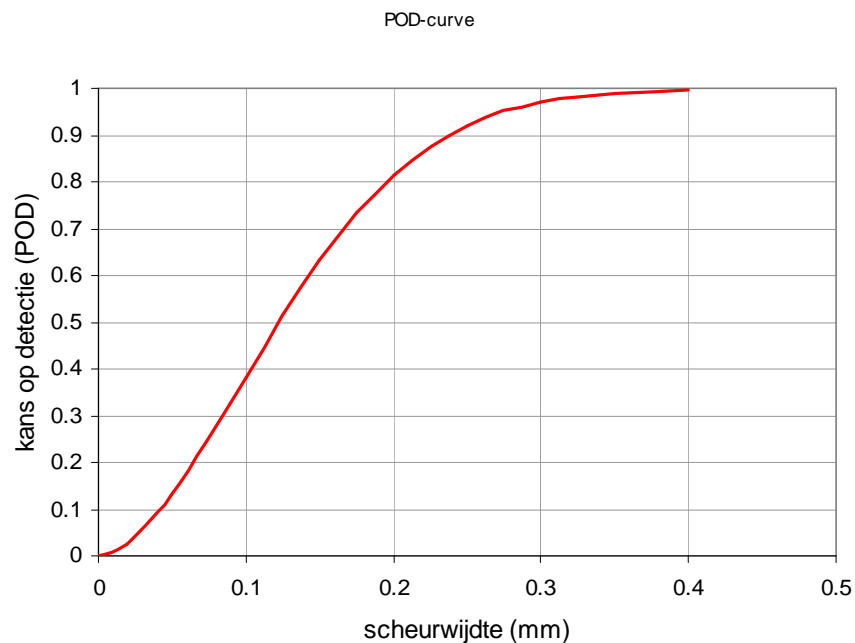
De verdelingen voor de stochasten  $v_{eff}$  en  $t_o$  zijn al in Tabel 4.2 aan bod gekomen. De overige twee stochasten worden beschreven door:

Tabel 6.1 Verdelingen van de stochasten in het scheurgroeimodel.

variabele	eenheid	verdeling	gemiddelde	CoV
$Dr_o$	$\mu\text{m}$	(afgeknot) normaal	27	0.5
$b$	$\text{mm}/\mu\text{m}$	normaal	$1 \cdot 10^{-2}$	0.1

In de terminologie van de basisfilosofie is vergelijking (17) het observatiemodel, dat de observatiegrootte  $w$  koppelt aan de parameters  $v_{eff}$  en  $t_o$  (corrosiesnelheid en initiatieperiode) uit de grenstoestandsfunctie. Via dit observatiemodel kunnen we inspectieresultaten gebruiken om de betrouwbaarheid bij te stellen.

In de praktijk zal het zo zijn, dat de informatie over de scheurwijdte uit de inspectie niet perfect is. Indien scheuren worden waargenomen, wordt de breedte hiervan bepaald met een zekere (on)nauwkeurigheid. De kans dat een scheur wordt waargenomen hangt af van zijn wijdte. Dit wordt uitgedrukt in een zogenaamde POD-curve (Probability Of Detection). De POD-curve die in deze studie is gehanteerd is weergegeven in Figuur 6.1.



Figuur 6.1 *POD-curve die in deze studie is gehanteerd voor visuele inspectie op scheuren. Bron: Huibert Borsje, TNO Bouw (2000).*

Op basis van deze resultaten kunnen we inspectieresultaten verwerken.

## 6.2.2 Eerste inspectie

### Inleiding

We gaan er vanuit dat op  $t = 55$  jaar een eerste inspectie uitgevoerd. Dit is ruimschoots voordat de betrouwbaarheid onder het minimale niveau dreigt te zakken (zie Figuur 5.1). Op basis van een visuele inspectie wordt bekeken hoe het met de scheurvorming gesteld is. Als voorbeeld nemen we hier aan, dat bij de genoemde eerste inspectie op  $t = 55$  jaar **geen scheuren** worden geconstateerd.

We kunnen nu deze informatie gebruiken om de verdeling over de modelparameters  $v_{eff}$  en  $t_o$  (corrosiesnelheid en initiatieperiode) in de grenstoestandsfunctie bij te stellen. Dit gebeurt via de regel van Bayes, die we in dit geval als volgt noteren:

$$f_{t_o, v_{eff}}^{(1)}(t, v) = f_{t_o, v_{eff}}(t, v | I_1 : nc) = \frac{P\{I_1 : nc | t, v\} f_{t_o, v_{eff}}^{(0)}(t, v)}{P\{I_1 : nc\}} \quad (18)$$

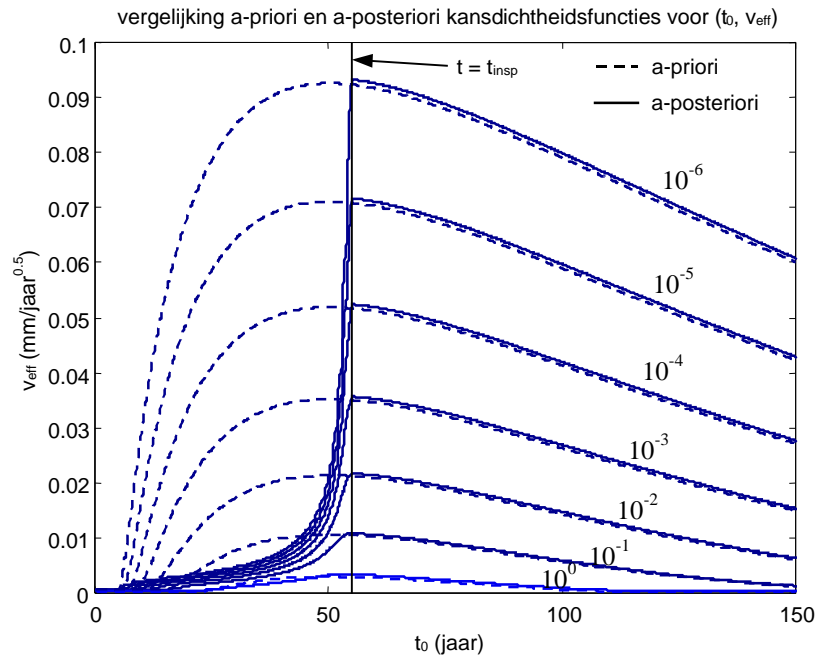
$$= \frac{L_{t_o, v_{eff}}^{(1)}(t, v)}{P^{(1)}} f_{t_o}^{(0)}(t) f_{v_{eff}}^{(0)}(v)$$

waarin:

$f_{t_o, v_{eff}}^{(1)}$	de gezamenlijke a-posteriori verdeling voor $t_o$ en $v_{eff}$ na de 1 <sup>e</sup> inspectie
$f_{t_o}^{(0)}$	de a-priori verdeling voor $t_o$ vóór de 1 <sup>e</sup> inspectie
$f_{v_{eff}}^{(0)}$	de a-priori verdeling voor $v_{eff}$ vóór de 1 <sup>e</sup> inspectie
$I_1 : nc$	de gebeurtenis dat geen scheuren ( <b>no cracks</b> ) worden gedetecteerd bij 1 <sup>e</sup> inspectie
$P\{A\}$	de kans dat gebeurtenis $A$ optreedt
$A   B$	gebeurtenis $A$ treedt op, terwijl gegeven is dat gebeurtenis $B$ optreedt
$t$	afkorting voor $t_o = t$
$L_{t_o, v_{eff}}^{(1)}$	de likelihood van de observatie bij de 1 <sup>e</sup> inspectie als functie van $t_o$ en $v_{eff}$
$P^{(1)}$	de (a-priori) kans op de observatie bij de 1 <sup>e</sup> inspectie

De kans op de observatie is al aan de orde gekomen in de vorige paragraaf. In Appendix A staat uitgewerkt hoe de likelihood kan worden bepaald op basis van de POD-curve. De a-priori kansdichtheidsfunctie voor  $t_o$  en  $v_{eff}$  kan worden geschreven als het product van de a-priori kansdichtheden die in Tabel 4.2 Specificatie van de modelparameters zijn gespecificeerd.

Figuur 6.2 toont een vergelijking tussen a-priori en a-posteriori kansdichtheid voor  $t_o$  en  $v_{eff}$  samen. De lijnen in de figuur zijn lijnen van gelijke kansdichtheid.

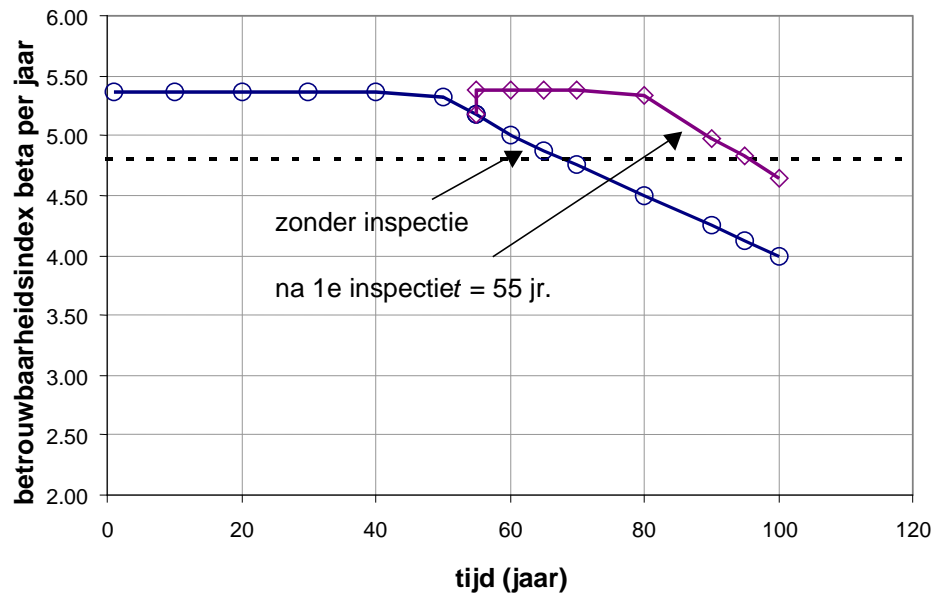


*Figuur 6.2* Vergelijking tussen de a-priori en a-posteriori kansdichtheidsfuncties voor  $t_0$  en  $v_{eff}$  samen. De curven zijn lijnen van gelijke kansdichtheid. De betreffende kansdichtheid staat vermeld.

Het is duidelijk dat combinaties van kleine  $t_0$  (vroeg initiatie van corrosie) en grote effectieve corrosiesnelheid veel minder waarschijnlijk zijn geworden in het licht van de inspectieresultaten. Tevens valt op dat er a-posteriori een duidelijke, en tamelijk complexe afhankelijkheid is ontstaan tussen  $t_0$  en  $v_{eff}$ .

Wanneer we deze a-posteriori kansdichtheidsfunctie gebruiken in de betrouwbaarheidsanalyse voor de uiterste grenstoestand vinden we een resultaat zoals weergegeven in Figuur 6.3.

Op het tijdstip van inspectie  $t = 55$  jaar komt de betrouwbaarheidsindex weer terug op het oude niveau en begint pas weer te dalen op  $t = 80$  jaar. Op  $t = 95$  jaar, in feite vlak voor het aflopen van de beoogde levensduur, zakt de betrouwbaarheidsindex onder de minimaal vereiste waarde van 4.8.



Figuur 6.3 Betrouwbaarheidsindex als functie van de tijd. De twee curves tonen de situatie zonder inspectie en na 1<sup>e</sup> visuele inspectie.

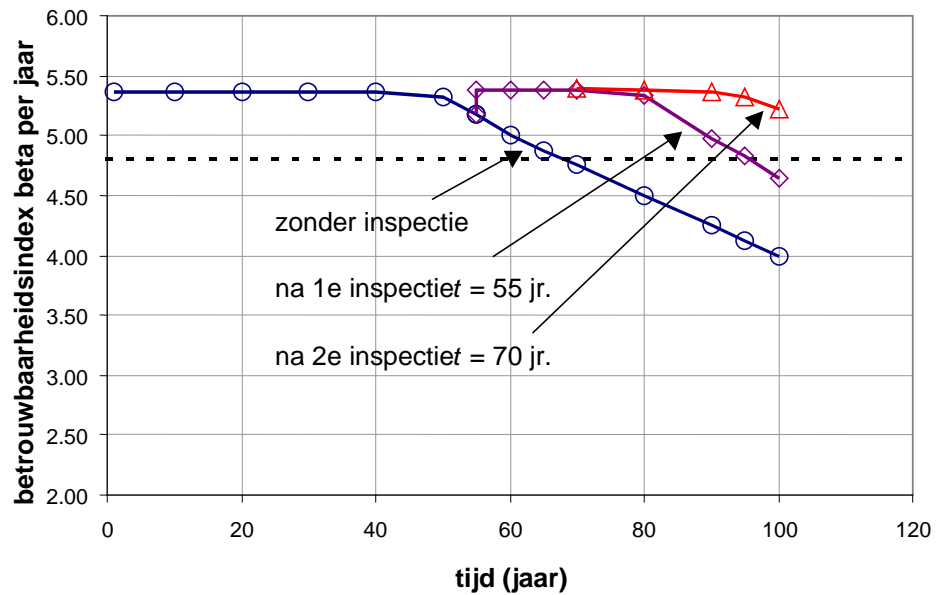
### 6.2.3 Tweede inspectie

#### Inleiding

Op  $t = 70$  jaar wordt een volgende inspectie gepleegd. Net als de eerste keer is dit een visuele inspectie, die plaatsvindt ruim voordat de betrouwbaarheid te ver zakt. We gaan er vanuit dat de POD-curve identiek is aan die voor de eerste inspectie (zie Figuur 6.1). Net als bij de eerste inspectie worden **geen** scheuren gedetecteerd, die van corrosie afkomstig zouden kunnen zijn.

Op dezelfde manier als dat na de eerste inspectie is gebeurd kan nu de verdeling over de random variabelen in het model worden bijgesteld op basis van het inspectieresultaat. We hanteren daarvoor weer de regel van Bayes. Dit is uitgewerkt in Appendix B. Op basis van de bijgestelde kansverdeling over de stochasten kan ook de betrouwbaarheid worden bijgesteld.

De observatie bij de tweede inspectie: 'geen scheuren gedetecteerd' kan op analoge wijze worden verwerkt in de bijstelling van de betrouwbaarheid met betrekking tot de uiterste grenstoestand. Dit levert het resultaat in de onderstaande figuur.



Figuur 6.4 Betrouwbaarheidsindex als functie van de tijd. De drie curves tonen de situaties zonder inspectie, na 1<sup>e</sup> visuele inspectie en na 2<sup>e</sup> visuele inspectie.

De informatie die uit de tweede inspectie verkregen wordt leidt tot een betrouwbaarheidsindex, die tot het beoogde einde van de levensduur op voldoende hoog niveau blijft.

## 6.3 Inspecties met meetapparatuur

### 6.3.1 Inleiding

In de vorige paragrafen is uiteengezet hoe op basis van resultaten uit visuele inspecties de betrouwbaarheid van de voorbeeldconstructie kan worden bijgesteld. Hier richten we ons op inspecties met gebruikmaking van meer specifieke meetapparatuur.

Zoals Figuur 5.1 laat zien, wordt de vereiste betrouwbaarheid van de constructie vanaf 70 jaar na de bouw niet meer gehaald. Daarom wordt nu op  $t = 70$  jaar een eerste inspectie uitgevoerd. In eerste instantie wordt op basis van een globale visuele inspectie de conditie van de constructie ingeschat. Hieraan wordt echter geen analyse gekoppeld om de betrouwbaarheid expliciet te beoordelen zoals in de vorige paragraaf. Als aanvulling op deze observatie worden verdere, meer gedetailleerde metingen verricht.

### 6.3.2 Eerste inspectie

#### Inspectiemethode

In dit voorbeeld gaan we er vanuit dat bij de globale visuele inspectie wordt geconstateerd dat de constructie nog in goede staat lijkt te verkeren: er is geen sprake van kenmerkende scheurvorming, de betondekking is nog intact en er zijn geen sporen van roestproducten aan de oppervlakte zichtbaar. Met andere woorden: er zijn geen aanwijzingen dat corrosie van de wapening heeft plaatsgevonden. Om echter te beoordelen hoe het carbonatatieproces tot nu toe is verlopen worden twee in-situ metingen uitgevoerd:

- a. meting van de betondekking
- b. meting van de carbonatatie diepte

Deze twee metingen worden hieronder besproken.

#### *Meting van de betondekking*

Op basis van de constructieve functie van het constructie-element kan de plaats en het belang van de wapening worden ingeschat en de dikte van de betondekking boven deze wapening in kaart worden gebracht met een betondekkingsmeter. In dit voorbeeld is de grenstoestand gedefinieerd in termen van het buigend moment in het midden van de balk. We zullen ons hier dan ook richten op de betondekking boven de wapening in het midden van de balk. In werkelijkheid kan ook het buigend moment op een andere plaats maatgevend blijken te zijn wanneer de corrosie daar sneller voortschrijdt dan in het midden, bijvoorbeeld in verband met een geringere dekking. Deze situatie wordt hier echter buiten beschouwing gelaten.

Bij het gebruik van de huidige generatie betondekkingsmeters moet rekening worden gehouden met een meetfout van ongeveer  $\pm 2$  mm (95% confidence interval, Bungey, 1989).

#### *Meting van de carbonatatie diepte*

Bij een in-situ meting van de carbonatatie diepte wordt op één of meerdere plaatsen zeer lokaal een holte in het beton gemaakt. Tegen de wand van het ontstane verse breukvlak wordt een indicatorspray (fenolftaleïne) gespoten. Gecarbonateerd beton blijft kleurloos, terwijl de spray op niet-gecarbonateerd beton paars kleurt. De diepte van het carbonatatiefront kan na deze behandeling eenvoudig worden opgemeten.

Met deze in-situ methode kan de carbonatatie diepte met een nauwkeurigheid van  $\pm 5$  mm (95% confidence interval, Bungey, 1989) worden bepaald.

#### *Inspectieresultaten*

Als voorbeeld nemen we hier aan, dat met de genoemde meetmethoden resultaten worden gevonden zoals weergegeven in de onderstaande tabel.

*Tabel 6.2 Resultaten van de eerste inspectie*

grootheid	gemeten waarde	nauwkeurigheid (95% confidence)
dikte betondekking	20 mm	$\pm 2$ mm
carbonatatie diepte	20 mm	$\pm 5$ mm

### **6.3.3 Update van model voor random variabelen**

Op basis van de inspectiegegevens kunnen de verdeling over de random variabelen inde grenstoestandsfunctie worden ‘geupdate’ op Bayesiaanse wijze.

#### **Betondekkingsmeting**

Om de a-posteriori verdeling over de betondekking  $D_c$  te bepalen gegeven dat het resultaat van de betondekkingsmeting  $Z_c = z_c$  :

$$f_{D_c}(d_c | z_c) = K f_{Z_c}(z_c | d_c) f_{D_c}(d_c) \quad (19)$$

moeten drie factoren bekend zijn:

- de likelihoodfunctie bij het gegeven meetresultaat  $f_{Z_c}(z_c | d_c)$
- de a-priori kansdichtheidsfunctie  $f_{D_c}(d_c)$
- de normalisatieconstante  $K$

Deze factoren worden apart besproken.

#### *Likelihood*

Het resultaat van de betondekkingsmeting is niet direct de gezochte dikte van de betondekking aangezien rekening moet worden gehouden met een meetfout. We nemen aan dat de waarde  $Z_c$  die de betondekkingsmeter aangeeft als volgt gerelateerd is aan de werkelijke dekkingsdikte  $D_c$ :

$$Z_c = D_c \varepsilon \quad (20)$$

waarin  $\varepsilon$  een random variabele is die de meetfout modelleert. Al genoemd is dat de meetonnauwkeurigheid  $\pm 2$  mm (95% confidence interval) bedraagt. Dit suggereert een additieve meetfout (grootte van de meetfout onafhankelijk van de dikte van de dekking). Om rekentechnische redenen zullen we hier echter uitgaan van een multiplicatief model voor de meetfout.

De likelihood kan met vergelijking (20) geschreven worden als:

$$f_{Z_c}(z_c | d_c) = f_\varepsilon\left(\frac{z_c}{d_c}\right) \quad (21)$$

waarin  $f_\varepsilon(\cdot)$  de kansdichtheidsfunctie voor de meetfout is. We kiezen een lognormale verdeling voor  $\varepsilon$ :

$$f_\varepsilon(\varepsilon) = \text{LN}(1.0, 0.05) \quad (22)$$

De letters LN staan voor ‘lognormaal’ en de waarden binnen de haakjes geven het gemiddelde respectievelijk de standaarddeviatie weer. Voor de waarde  $d_c = 20$  mm geeft dit de likelihoodfunctie:

$$f_{Z_c}(z_c | d_c = 20 \text{ mm}) = \text{LN}(20 \text{ mm}, 1.0 \text{ mm}) \quad (23)$$

#### *A-priori verdeling*

De a-priori kansdichtheidsfunctie weerspiegelt de onzekerheid in de waarde van de dekkingsdikte vóórdat de inspectieresultaten bekend zijn. Dit is dus de lognormale kansdichtheidsfunctie die we in de initiële betrouwbaarheidsanalyse hebben gebruikt (zie Tabel 4.2):

$$f_{D_c}(d_c) = \text{LN}(20 \text{ mm}, 3 \text{ mm}) \quad (24)$$

#### *Normalisatieconstante*

De normalisatieconstante  $K$  kan met behulp van het total probability theorema uit de likelihood en de a-priori kansverdeling worden bepaald via:

$$K = \int_0^{\infty} f_{Z_c}(z_c | x) f_{D_c}(x) dx$$

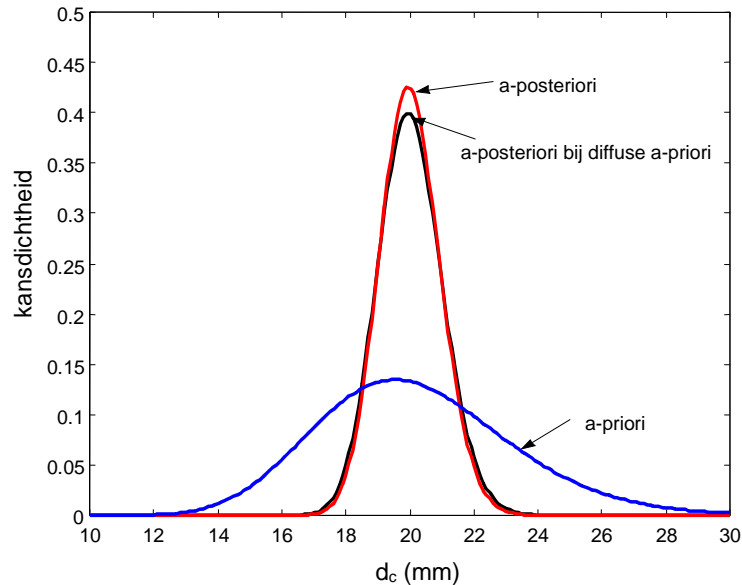
#### *A-posteriori verdeling*

Hiermee zijn alle ingrediënten voorhanden om met behulp van vergelijking (19) de gezochte a-posteriori kansverdeling te berekenen bij de gemeten waarde  $z_c = 20$  mm. In dit speciale geval is een alternatieve (en eenvoudiger) aanpak mogelijk, die in de



Appendix is uitgewerkt. De resulterende a-posteriori verdeling is ook weer een lognormale verdeling:

$$f_{D_c}(d_c | z_c = 20 \text{ mm}) = \text{LN}(20.1 \text{ mm}, 0.95 \text{ mm}) \quad (25)$$



Figuur 6.5 Kansdichtheidsfuncties voor de dikte van de betondekking

Figuur 6.5 toont zowel a-priori als a-posteriori kansdichtheidsfuncties voor de betondekking  $D_c$ . Het gemiddelde blijkt in dit geval niet te veranderen ten gevolge van de inspectie; de standaarddeviatie wordt flink kleiner. Ter vergelijking is in de figuur ook de a-posteriori kansdichtheidsfunctie weergegeven die zou resulteren wanneer voorafgaande aan de inspectie helemaal geen informatie over de betondekking bekend zou zijn geweest. We zouden dan te maken hebben gehad met een diffuse of non-informatieve a-priori verdeling. Het blijkt dat ten gevolge van de aanwezige voorkennis de a-posteriori verdeling smaller wordt, hoewel in beperkte mate.

### Meting van de carbonatatie diepte

In tegenstelling tot de dikte van de betondekking is de diepte van het carbonatatiefront geen parameter in de grenstoestandfunctie, maar de output van een observatiemodel (vergelijking (26)). Aangezien het observatiemodel slechts afhangt van één stochastische modelparameter, is dit eenvoudig op te lossen.

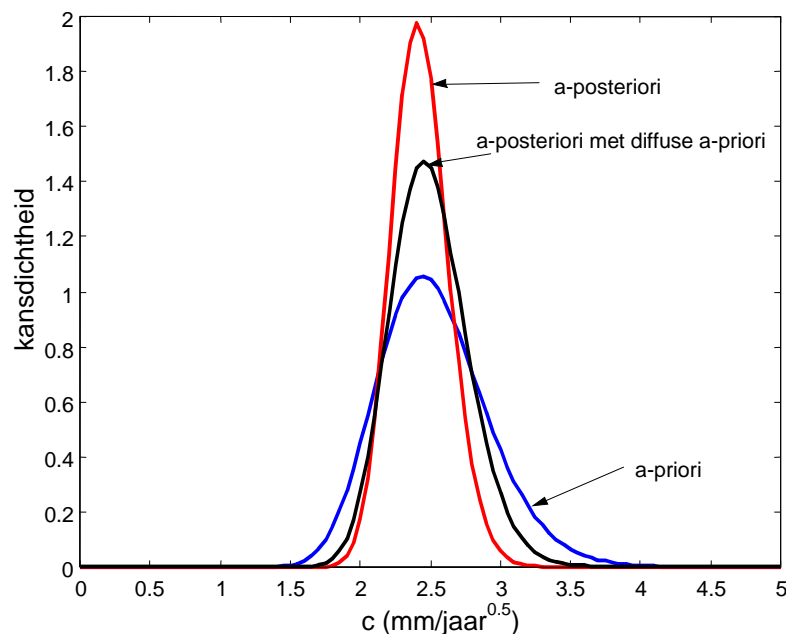
We kunnen via vergelijking (26):

$$X_c = C \sqrt{t} \quad (26)$$

een inspectieresultaat voor  $X_c$  namelijk direct koppelen aan een inspectieresultaat voor de carbonatatiesnelheid  $C$  bij  $t = t_{insp}$ . Vervolgens kan de verdeling voor  $C$  worden bijgesteld via de regel van Bayes. Geheel analoog aan de behandeling van het resultaat van de betondekkingsmeting kan nu worden bepaald, dat de a-posteriori verdeling voor  $C$  gelijk is aan:

$$f_C(c | Y_c = 20 \text{ mm}) = \text{LN}(2.42 \text{ mm/jaar}^{0.5}, 0.20 \text{ mm/jaar}^{0.5}) \quad (27)$$

Figuur 6.6 toont zowel a-priori als a-posteriori kansdichtheidsfuncties voor de parameter  $C$ . Ter vergelijking is in de figuur ook de a-posteriori kansdichtheidsfunctie weergegeven die zou resulteren wanneer voorafgaande aan de inspectie helemaal geen informatie over de betondekking bekend zou zijn geweest. We zouden dan te maken hebben gehad met een diffuse of non-informatieve a-priori verdeling. Het blijkt dat ten gevolge van de aanwezige voorkennis de a-posteriori verdeling duidelijk smaller wordt.



Figuur 6.6 Kansdichtheidsfuncties voor de carbonatatiesnelheid  $C$ .

De a-posteriori kansverdeling voor  $C$  kan nu gebruikt worden voor een verdere betrouwbaarheidsanalyse.

### Samenvatting

In deze paragraaf is aan de hand van de voorbeeldconstructie besproken op welke wijze een inspectie wordt uitgevoerd op  $t = 70$  jaar na de bouw. Vervolgens is geïllustreerd hoe de resultaten van twee typen metingen, een betondekkingsmeting en een bepaling van de carbonatatie diepte, gebruikt kunnen worden om de kansverdelingen over parameters van de limit state functie bij te stellen. Het resultaat is weergegeven in Tabel 6.3.

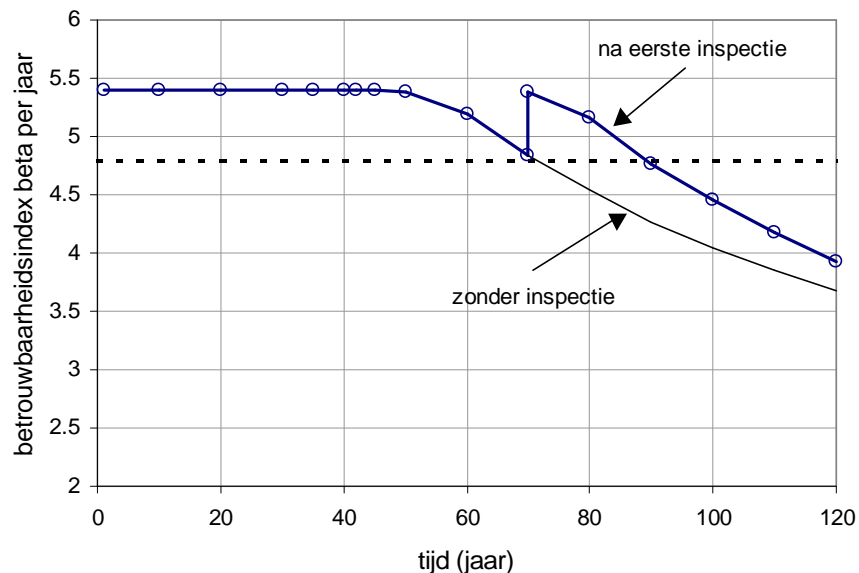
Tabel 6.3 Parameters met bijgestelde verdelingen.

Variabele	Beschrijving	Eenheid	Type	Gemiddelde	CoV
$D_c$	dikte betondekking	mm	lognormaal	20.1	0.047
$C$	carbonatatiesnelheid	mm/ jaar <sup>0.5</sup>	lognormaal	2.42	0.083

In de volgende paragraaf wordt geanalyseerd welke invloed de inspectieresultaten hebben op de betrouwbaarheid van de constructie.

#### 6.3.4 Update van betrouwbaarheidsanalyse

Wanneer we een betrouwbaarheidsanalyse uitvoeren aan de hand van de grenstoestandsfunctie uit paragraaf 4.3, waarbij gebruik wordt gemaakt van de a-posteriori verdelingen voor de betondekking  $D_c$  en de carbonatatiesnelheid  $C$ , vinden we de volgende curve als functie van de tijd.



Figuur 6.7 Betrouwbaarheidsindex als functie van de tijd met gebruikmaking van de inspectiegegevens op  $t = 70$  jaar. Ter vergelijking is ook de curve zonder inspectie weergegeven.

Als gevolg van de kennis die bij de inspectie wordt verkregen komt de betrouwbaarheid op het moment van inspectie weer terug op de originele waarde. Direct erna zakt de waarde van beta weer om 20 jaar na de inspectie op  $t = 90$  jaar weer onder de minimale waarde van 4.8 te duiken. Op of vóór dat moment moet er dus weer actie worden ondernomen om de betrouwbaarheid gedurende de referentieperiode van 100 jaar te kunnen garanderen. Besloten wordt op  $t = 90$  jaar weer een inspectie uit te voeren. Deze komt aan de orde in de volgende paragraaf.

### 6.3.5 Tweede inspectie

#### Inleiding

Op  $t = 90$  jaar wordt een tweede inspectie gepleegd aangezien op dit moment de betrouwbaarheid onder het minimaal vereiste niveau dreigt te zakken. Nog steeds is er aan de buitenzijde geen achteruitgang van de constructie te constateren: geen alarmerende scheuren, geen afgedrukte betondekking, geen uitvloeiende roestprodukten. Er wordt een elektrochemische halfcelmeting uitgevoerd om een indruk te krijgen van het voortschrijden van eventuele corrosie. Bij deze inspectie wordt geen verdere studie gedaan naar de diepte van het carbonatatiefront.

Bij een halfcelmeting ofwel SCE-meting wordt een potentiaalverschil gemeten tussen twee elektroden. De ene elektrode is verbonden aan de wapening, de andere elektrode is via een goed geleidende verbinding in contact met het betonoppervlak. Het potentiaalverschil is een indicatie voor het optreden van corrosiereacties: op plaatsen waar deze reacties plaatshebben zal het potentiaalverschil tussen de twee elektroden groter zijn dan op plaatsen waar dit niet het geval is.

Met de halfcelmeting kan de corrosie globaal in kaart gebracht worden. Per lokatie kan de meetmethode een resultaat geven in één van de categorieën uit Tabel 6.4.

Tabel 6.4 Mogelijke resultaten van een halfcelmeting. Bron: CUR (1994).

Categorie	Potentiaalverschil	Corrosie
Groen	tussen 0 en -200 mV	geen corrosie met betrouwbaarheid van 90%
Roze	tussen -200 en -300 mV	onduidelijk of er wel of geen corrosie optreedt
Rood	kleiner dan -300 mV	wel corrosie met betrouwbaarheid van 90%

#### Meetresultaat

In dit voorbeeld nemen we aan, dat ter plaatse van de wapening die relevant is voor de limit-state functie onder beschouwing op  $t_{\text{insp}} = 90$  jaar potentiaalverschillen worden gevonden in de categorie 'groen'. In de volgende paragraaf komt aan de orde hoe deze informatie kan worden gebruikt voor het bijstellen van verdelingen over modelparameters.

### 6.3.6 Update van model voor random variabelen

Het moment waarop corrosie gaat optreden is in het model gecodeerd met de variabele  $t_o$ . Vóór dit tijdstip treedt überhaupt geen corrosie op, daarna schrijdt de corrosie voort volgens vergelijking (10). We kunnen de informatie uit de halfcelmeting dan ook gebruiken om onze kennis over de waarde van  $t_o$  bij te stellen. De a-priori informatie over  $t_o$  is vastgelegd in Tabel 4.2. Als eerste moeten we precies omschrijven hoe we de uitslag van de meting interpreteren. Daarna komt de vraag aan de orde hoe de voorkennis en het resultaat van de inspectie kunnen worden gecombineerd en tot welk resultaat dit leidt in termen van de betrouwbaarheid van de constructie. Deze punten komen hier achtereenvolgens aan de orde.

#### Informatie uit de meting

De informatie die we uit de halfcelmeting krijgen staat gegeven in Tabel 6.4. Deze tabel stelt, dat bij een uitslag ‘groen’ er geen corrosie aan de gang is met een betrouwbaarheid van 90%. We zullen deze in probabilistische zin wat onduidelijke frase hier interpreteren als:

$$P(\text{'groen'} \mid \text{geen corrosie}) = 0.9 \quad (28)$$

Behalve deze kans hebben we nog meer informatie over de meetmethode nodig, namelijk de kans op ‘groen’, gegeven dat er wél corrosie optreedt. We schatten deze kans af aan de hand van de volgende vergelijking:

$$P(\text{'groen'} \mid \text{wel corrosie}) + P(\text{'roze'} \mid \text{wel corrosie}) + P(\text{'rood'} \mid \text{wel corrosie}) = 1 \quad (29)$$

De laatste term in deze vergelijking volgt ook uit Tabel 6.4 en is gelijk aan 0.9. Dat betekent dat er voor de overige twee termen nog 0.1 overblijft. Daarbij is het aannemelijk dat de tweede term beduidend groter is dan de eerste. We zullen hier aannemen dat

$$P(\text{'groen'} \mid \text{wel corrosie}) = 0.01 \quad (30)$$

Voor een zorgvuldige bepaling van de a-posteriori verdeling en daarmee de betrouwbaarheid van de constructie zou het wenselijk zijn de karakteristiek van de halfcelmeting beter te kennen.

#### Combinatie van de informatie

Net als bij het verwerken van de resultaten van de vorige inspectie zullen we bij het combineren van de a-priori informatie en de informatie uit de meting gebruik maken van de regel van Bayes:

$$f_{t_0}(t_0 \mid \text{'groen' op } t_{insp}) = \frac{P(\text{'groen' op } t_{insp} \mid t_0) f_{t_0}(t_0)}{P(\text{'groen' op } t_{insp})} \quad (31)$$

Om de a-posteriori verdeling  $f_{t_0}(t_0 | \text{'groen' op } t_{insp})$  te berekenen moeten drie factoren worden bepaald. De a-priori verdeling  $f_{t_0}(t_0)$  is al bekend. De kans in de noemer is een evenredigheidsconstante die zorgt dat de totale kansmassa onder de a-posteriori kansdichtheidsfunctie gelijk aan 1 is. Deze kan via integratie van de teller in het rechterlid worden bepaald en is gelijk aan 0.083. Dan rest nog de bepaling van  $P(\text{'groen' op } t_{insp} | t_0)$  in vergelijking (31) voor een willekeurige  $t_0$  om de a-posteriori verdeling over  $t_0$  te berekenen.

Wanneer  $t_0 \leq t_{insp}$  geldt dat corrosie al is geïnitieerd bij inspectie, zodat

$$P(\text{'groen' op } t_{insp} | t_0) = P(\text{'groen' | wel corrosie}) = 0.01 \quad (32)$$

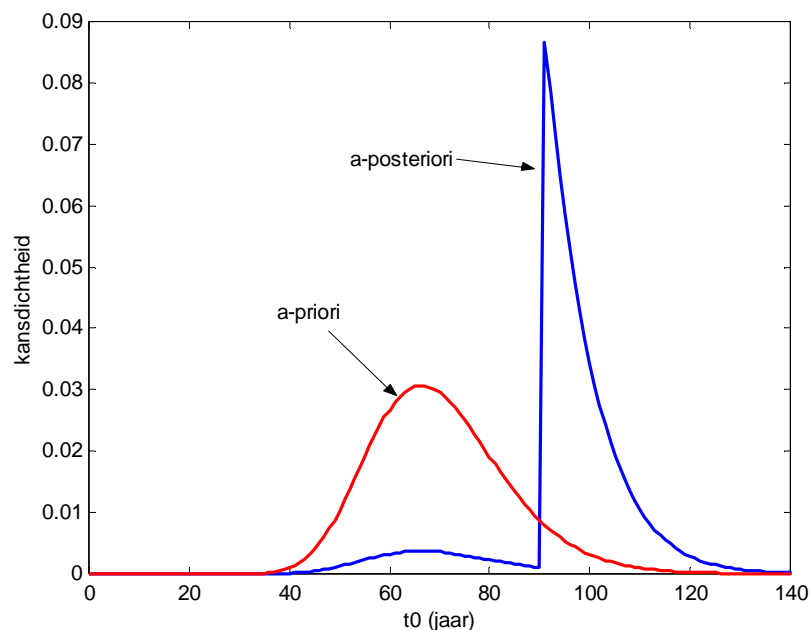
Voor  $t_0 > t_{insp}$  geldt analoog:

$$P(\text{'groen' op } t_{insp} | t_0) = P(\text{'groen' | geen corrosie}) = 0.9 \quad (33)$$

Daarmee wordt de a-posteriori kansdichtheid over  $t_0$  dus:

$$f_{t_0}(t_0 | \text{'groen' op } t_{insp}) = \begin{cases} 0.12 f_{t_0}(t) & t_0 \leq t_{insp} = 90 \text{ jaar} \\ 10.85 f_{t_0}(t) & t_0 > t_{insp} = 90 \text{ jaar} \end{cases} \quad (34)$$

Deze kansdichtheid is grafisch weergegeven in Figuur 6.8 samen met de a-priori kansdichtheid over  $t_0$ .

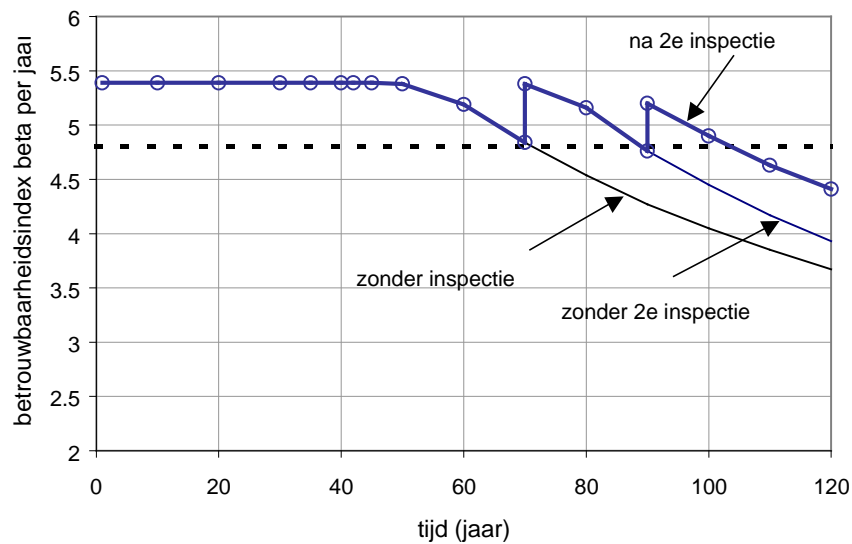


Figuur 6.8 Vergelijking van de a-priori en a-posteriori kansdichtheden over  $t_0$ .

Deze a-posteriori verdeling kan worden gebruikt in de betrouwbaarheidsanalyse. Dit komt in de volgende paragraaf aan de orde.

### 6.3.7 Update van de betrouwbaarheidsanalyse

Wanneer we op basis van de a-posteriori verdeling voor  $t_0$  de betrouwbaarheid van de constructie na de tweede inspectie berekenen, leidt dit tot de resultaten in Figuur 6.9.



*Figuur 6.9 Betrouwbaarheidsindex als functie van de tijd met gebruikmaking van de inspectiegegevens op  $t = 70$  jaar en op  $t = 90$  jaar. Ter vergelijking zijn ook de curves zonder inspectie en met alleen de eerste inspectie weergegeven.*

De betrouwbaarheid komt niet meer helemaal terug op het oude niveau ( $\beta = 5.2$  in plaats van 5.4) ondanks het feit dat de halfcelmeting aangeeft dat er nog geen corrosie is opgetreden. Dit heeft te maken met het feit dat de a-priori verdeling over  $t_0$  sterk suggereert (geeft kans van 95%, zie Figuur 6.8) dat corrosie geïnitieerd is vóór het tijdstip van inspectie. De betrouwbaarheid van de halfcelmeting is niet voldoende hoog om deze suggestie volledig teniet te doen.

Het resultaat van de inspectie is echter wel zodanig, dat de betrouwbaarheid van de constructie tot het einde van de referentieperiode ( $t = 100$  jaar) boven de minimale waarde blijft zonder dat reparaties noodzakelijk zijn.

## 7. Samenvatting

In dit rapport is een aanzet gegeven tot een basisfilosofie voor het ontwerp van een monitoringstrategie. Deze filosofie is vervolgens toegepast op een concrete case. Deze betreft de duurzame veiligheid van een gewapend betonnen balk op twee steunpunten. Twee alternatieve monitoringstrategieën zijn geformuleerd en op effectiviteit met elkaar vergeleken.

In de case studie is eerst een initiële betrouwbaarheidanalyse uitgevoerd op basis van de a-priori aanwezige kennis (en onzekerheden) over belasting en sterkteparameters. Deze analyse geeft aan, dat de minimaal vereiste betrouwbaarheid niet gedurende de gehele levensduur (100 jaar) wordt gehaald. Het is dus noodzakelijk de betrouwbaarheid van de constructie te monitoren. Hiertoe zijn twee alternatieve monitoringstrategieën geformuleerd. De eerste strategie is gebaseerd op visuele inspecties. De tweede strategie maakt gebruik van een meer geavanceerd meetinstrumentarium. Bij de evaluatie van beide monitoringstrategieën zijn fictieve, doch realistische meetresultaten aangenomen.

De case studie geeft aan, dat de geformuleerde basisfilosofie een bruikbaar handvat vormt voor het evalueren van de twee strategieën. Het op Bayesiaanse wijze combineren van a-priori informatie en informatie uit de metingen kan naadloos worden geïntegreerd in de betrouwbaarheidsanalyses.

Verder wordt over het voetlicht gebracht, dat in veel gevallen de betrouwbaarheid van een constructie op peil kan worden gehouden door middel van monitoring alléén, zonder dat onderhoud wordt gepleegd. Monitoring verkleint de onzekerheden, hetgeen op zichzelf al kan leiden tot een verhoging van de betrouwbaarheid.

Ook wordt aannemelijk dat een ‘eenvoudige’ strategie gebaseerd op visuele inspectie qua effectiviteit niet hoeft onder te doen voor een strategie waarin meer geavanceerde apparatuur wordt ingezet. Om een harde vergelijking tussen deze twee strategieën te maken, moet ook de onzekerheid in het inspectieresultaat in de berekeningen worden meegenomen. Dit is in deze studie nog niet gebeurd: er zijn deterministische inspectiegegevens gesimuleerd.

Om de neergelegde basisfilosofie verder te toetsen is vervolg in op deze studie gewenst in twee richtingen:

1. Meenemen van de onzekerheid die bestaat in de inspectieresultaten bij het ontwerp van constructie en/of monitoringstrategie. Naast deze onzekerheden zouden ook de kosten van de inspectietechnieken kunnen worden beschouwd en de mogelijkheden die bij negatief inspectieresultaat bestaan om nog onderhoud te plegen.
2. De vragen ‘wat en hoe’ monitoren uitbreiden naar ‘wanneer en waar’.



## Literatuur

Achtergrondinformatie voor de Eurocode 1 (1996), Part 1: Basis of Design, JCSS-Joint Committee on Structural Safety, Project Team Eurocode 1, Werkdocument no. 94, Maart 1996.

Borsje, H. Personal communications (2000).

CUR (1994), Duurzaamheid en onderhoud van betonconstructies, CUR publicatie 172, Civieltechnisch centrum uitvoering research en regelgeving.

De Wit, M.S., Vrouwenvelder, A.C.W.M., Duurzame veiligheid met behulp van inspectie en onderhoud, een voorbeeldstudie', TNO-rapport 2000-CON-DYN-R2015, 2000.

De Wit, M.S., Vrouwenvelder, A.C.W.M., Duurzaamheid met behulp van inspectie en onderhoud, voorbeeldstudie 2', TNO-rapport 2000-CON-DYN-Rxxxx, 2000.

Dunnicliff, J., 'Systematic approach to planning monitoring programs using geotechnical instrumentation: an update', Proc. 5<sup>th</sup> Int Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Singapore, 1-3 December 1999.

Duracrete (1999), Duracrete report, Task 4, Statistical quantification of the variables in the limit state functions. The European Union - Brite EuRam III Report, Document BE95-1347/R9, Oktober 1999.

Eurocode 1.1 (1994), Basis of design and Actions, Part I Basis of Design, European prestandard ENV 1991-1, CEN, September 1994.

French, S., 'Decision theory', Ellis Horwood, London, 1993.

French, S., Smith, J.Q. (eds.), 'The practice of Bayesian Analysis', Arnold, London, 1997.

Hellevik, S.G., Langen, I., 'In-service inspection planning of flowlines subjected to CO<sub>2</sub>-corrosion', Proc. 10<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Seattle, USA, May 28- June 2, 2000.

ISO-DIS 2394 (1996), General principles on reliability of structures, Draft International Standard ISO/DIS 2394, ISO.

JCSS (Joint Committee on Structural Safety), 'Assessment of Existing Structures', Draft February 2000.

Matthews, S.L., 'Deployment of instrumentation for in-service monitoring', *The Structural Engineer*, vol. 78 no. 13 pp. 28-32, 2000.

NEN 6720, Voorschriften beton TGB 1990, CUR, NNI, 1995.

Potter, R.W., 'The art of measurement, theory and practice', Prentice Hall, New Jersey, 2000.

Vrouwenvelder, A.C.W.M. and Schiessl, P. (1999), Durability aspects of probabilistic ultimate limit state design, *HERON*, v44 n1 pp19-29.

Waarts, P.H., Structural reliability using finite element methods, Ph.D. Thesis TUDelft, 2000.

## Appendix A Bayesiaanse bijstelling na 1e inspectie

### A-posteriori kansdichtheid na 1<sup>e</sup> inspectie

De gezamenlijke a-posteriori kansdichtheidsfunctie over de stochastische modelparameters in  $\underline{X}$  na het resultaat ‘geen scheuren’ bij de eerste inspectie volgt uit:

$$\begin{aligned} f_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) \equiv f_{\underline{X}}(\underline{x} | I_1 : \text{nc}) &= \frac{P\{I_1 : \text{nc} | \underline{x}\} f_{\underline{X}}^{(0)}(\underline{x})}{P\{I_1 : \text{nc}\}} \\ &= \frac{L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x})}{P^{(1)}} f_{\underline{X}}^{(0)}(\underline{x}) \end{aligned}$$

met:

$\underline{X}$	vector van stochastische modelvariabelen
$f_{\underline{X}}^{(1)}$	de a-posteriori verdeling voor $\underline{X}$ na de 1 <sup>e</sup> inspectie
$f_{\underline{X}}^{(0)}$	de a-priori verdeling voor $\underline{X}$ vóór de 1 <sup>e</sup> inspectie
$I_1 : \text{nc}$ bij 1 <sup>e</sup> inspectie	de gebeurtenis dat geen scheuren ( <b>no cracks</b> ) worden gedetecteerd bij 1 <sup>e</sup> inspectie
$P\{A\}$	de kans dat gebeurtenis $A$ optreedt
$A   B$ optreedt	gebeurtenis $A$ treedt op, terwijl gegeven is dat gebeurtenis $B$ optreedt
$\underline{x}$	afkorting voor: $\underline{X} = \underline{x}$
$L_{\underline{X}}^{(1)}$	de likelihood van de observatie bij de 1 <sup>e</sup> inspectie als functie van $\underline{x}$
$P^{(1)}$	de (a-priori) kans op de observatie bij de 1 <sup>e</sup> inspectie

Om de a-posteriori kansdichtheid te bepalen moeten dus 3 grootheden worden bepaald: de a-priori kansdichtheid, de likelihood en de kans op de observatie (die in dit geval op ‘no cracks detected’ neerkomt).

### A-priori kansdichtheid

Aangezien de modelvariabelen in deze studie aanvankelijk als onafhankelijk worden beschouwd, kan de a-priori kansdichtheid worden geschreven als:

$$f_{\underline{X}}^{(0)}(\underline{x}) = f_{X_1}^{(0)}(x_1) f_{X_2}^{(0)}(x_2) \mathbf{L} f_{X_n}^{(0)}(x_n)$$

dat wil zeggen als het product van de marginale a-priori kansdichtheidsfuncties van de modelvariabelen in  $\underline{X}$ . Deze marginale kansdichtheidsfuncties zijn in Tabel 4.2 gespecificeerd.

### Likelihood

De likelihood van de observatie ‘no cracks detected’ bij de eerste inspectie kan met behulp van het ‘total probability theorema’ als volgt worden bepaald<sup>3</sup>:

$$L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) \equiv P\{I_1 : \text{nc} | \underline{x}\} = \int_0^{\infty} P\{I_1 : \text{nc} | w, \underline{x}\} f_{w_{t_1}}(w | \underline{x}) dw$$

waarin  $f_{w_{t_1}}(w | \underline{x})$  de kansdichtheidsfunctie is van de scheurwijdte op tijdstip van de eerste inspectie  $t_1$  wanneer gegeven is dat  $\underline{X} = \underline{x}$ . Aangezien de detectie van een scheur slechts van zijn wijdte afhangt, geldt dat:

$$P\{I_1 : \text{nc} | w, \underline{x}\} = P\{I_1 : \text{nc} | w\} = 1 - \text{POD}(w)$$

waarin  $\text{POD}(w)$  de Probability Of Detection curve is die bij de gebruikte inspectiemethode hoort. Deze curve is weergegeven in Figuur 6.1.

Wanneer er behalve de modelparameters in  $\underline{X}$  ook nog andere stochastische modelparameters  $\underline{Y}$  zijn, die de scheurwijdte mede bepalen, dan kan voor een gegeven  $\underline{X} = \underline{x}$  de likelihood benaderd worden via een Monte Carlo aanpak:

$$\begin{aligned} L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) &= \int_0^{\infty} P\{I_1 : \text{nc} | w, \underline{x}\} f_{w_{t_1}}(w | \underline{x}) dw = \int_0^{\infty} (1 - \text{POD}(w)) f_{w_{t_1}}(w | \underline{x}) dw \\ &= E\{1 - \text{POD}(w) | \underline{x}\} \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - \text{POD}(w_i(\underline{x}))) \end{aligned}$$

waarin  $E\{\cdot\}$  de verwachtingswaarde is,  $w_i(\underline{x}) = w(\underline{x}, \underline{y}_i, t_1)$  met  $\underline{y}_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  een random sample van de modelvariabelen, die niet in  $\underline{x}$  zijn vastgelegd en  $t_1$  het tijdstip van de eerste inspectie<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Bij de kansdichtheidsfunctie  $f_{w_{t_1}}(w | \underline{x})$  hoeft niet te worden aangegeven of het om een a-priori of a-posteriori kansdichtheid gaat, aangezien geconditioneerd wordt op de variabelen waarvan de verdeling wordt bijgesteld.

<sup>4</sup> In deze studie is praktische invulling gegeven aan de likelihood functie door eerst een rooster aan te leggen over de ruimte opgespannen door  $\underline{x}$  en voor de roosterpunten de

Indien  $\underline{X}$  alle (stochastische) modelvariabelen bevat, is  $W_{t1}$  een deterministische grootheid bij gegeven  $\underline{X} = \underline{x}$ , zodat de likelihood volgt uit:

$$L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) = 1 - POD(w(\underline{x}, t_1))$$

### Kans op de observatie

De kans op de observatie ‘no cracks detected’ is niet meer dan een evenredigheidsconstante, die ervoor zorgdraagt, dat de kansmassa onder de a-posteriori kansdichtheidsfunctie netjes gelijk aan 1 is.

De kans kan als volgt worden bepaald:

$$\begin{aligned} P^{(1)} &= P\{I_1 : \text{nc}\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} P\{I_1 : \text{nc} | \underline{x}\} f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} \\ &= E\{L_{\underline{X}}^{(1)}\} \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}_i) \end{aligned}$$

waarin  $\underline{x}_i$  een random sample uit de a-priori verdeling over de modelparameters in  $\underline{X}$ .

### Reliability analysis

Gegeven een grenstoestandsfunctie  $g(\underline{X}, t)$ . Falen is gedefinieerd door  $g(\underline{X}, t) < 0$ . De faalkans  $P_f$  is de kans dat falen optreedt. Deze kans kan als volgt worden berekend:

---

likelihood via Monte Carlo sampling op bovenstaande wijze te bepalen. De likelihood in de tussen-roosterpunten werd vervolgens via lineaire interpolatie bepaald.

$$\begin{aligned}
 P_f &= \int_{g(\underline{x}, t) < 0} f_{\underline{x}}(\underline{x}) d\underline{x} \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} I(g(\underline{x}, t)) f_{\underline{x}}(\underline{x}) d\underline{x}
 \end{aligned}$$

waarin:

$$I(g(\underline{x}, t)) = \begin{cases} 1 & g(\underline{x}, t) < 0 \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Deze integraal kan met behulp van een Monte Carlo sampling-techniek worden benaderd. In de meest ruwe vorm wordt de integraal benaderd met:

$$P_f \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(g(\underline{x}_i, t)) = \frac{N_{fail}}{N}$$

Hierin is  $\underline{x}_i, i = 1, \dots, N$  een random sample uit de verdeling over de modelvariabelen  $\underline{x}$  en  $N_f$  het aantal samples waarvoor falen optreedt, dat wil zeggen waarvoor  $g(\underline{x}_i, t) < 0$ .

Deze ruwe Monte Carlo methode is in deze studie om twee redenen niet optimaal:

1. De faalkansen zijn vaak klein, hetgeen betekent, dat veel samples moeten worden doorgerekend om een schatting van de faalkans te krijgen met een voldoende kleine onzekerheid.
2. In tegenstelling tot de a-priori verdeling over de modelvariabelen, waarin de variabelen onafhankelijk worden gekozen en nette marginale verdelingen krijgen toebedeeld, zijn deze variabelen a-posteriori vaak afhankelijk met veel minder nette marginalen. Het trekken van een random sample uit een dergelijke a-posteriori verdeling is numeriek geen eenvoudige zaak.

Beide problemen kunnen worden ondervangen door uit een andere verdeling te samplen dan uit de verdeling voor  $f_{\underline{x}}$  zelf, bijvoorbeeld uit de verdeling  $h_{\underline{x}}$ . De uitdrukking voor de faalkans wordt dan:

$$\begin{aligned}
P_f &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} I(g(\underline{x}, t)) f_{\underline{x}}(\underline{x}) d\underline{x} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} I(g(\underline{x}, t)) \frac{f_{\underline{x}}(\underline{x})}{h_{\underline{x}}(\underline{x})} h_{\underline{x}}(\underline{x}) d\underline{x} \\
&\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(g(\underline{x}_i, t)) \frac{f_{\underline{x}}(\underline{x}_i)}{h_{\underline{x}}(\underline{x}_i)}
\end{aligned}$$

waarin  $\underline{x}_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  een random sample uit de verdeling  $h_{\underline{x}}(\underline{x})$  is. Deze verdeling mag nergens 0 zijn in het integratiedomein.

In verband met de vergroting van de efficiency van de Monte Carlo procedure (argument 1) wordt voor  $h_{\underline{x}}(\underline{x})$  een verdeling gekozen die meer kansmassa toekent aan het faal-gebied, dat is het gebied in de  $\underline{x}$ -ruimte waarvoor de grenstoestandsfunctie negatief is. Men spreekt in dit geval van *importance sampling*. In deze studie is gewerkt met *increased variance sampling*, waarbij de variantie van de (marginale) verdelingen van de variabelen wordt vergroot (zie Waarts, 2000).

In situaties waarin  $f_{\underline{x}}(\underline{x})$  de a-posteriori verdeling over de variabelen voorstelt (argument 2), kan voor  $h_{\underline{x}}(\underline{x})$  bijvoorbeeld de a-priori verdeling worden gekozen, waaruit meestal via standaardtechnieken een random sample kan worden getrokken.

Wanneer beide argumenten een rol spelen is een geschikte keuze voor  $h_{\underline{x}}(\underline{x})$  niet direct duidelijk. In deze studie is op pragmatische gronden gekozen voor de a-priori verdeling met vergrote varianties, waarbij de vergrotingsfactor gebaseerd is op de empirische betrekking in Waarts (2000).

## Appendix B Bayesiaanse bijstelling na volgende inspecties

### A-posteriori kansdichtheid na 2<sup>e</sup> en volgende inspecties

We nemen aan dat bij een tweede inspectie wederom geen scheuren worden gedetecteerd, dus  $I_2 : nc$ . We kunnen dan de a-posteriori kansdichtheid over de modelparameters  $\underline{X}$  als volgt bepalen:

$$\begin{aligned} f_{\underline{X}}^{(2)}(\underline{x}) \equiv f_{\underline{X}}(\underline{x} | I_2 : nc) &= \frac{P\{I_2 : nc | \underline{x}\} f_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x})}{P\{I_2 : nc\}} \\ &= \frac{L_{\underline{X}}^{(2)}(\underline{x})}{P^{(2)}} f_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x}) \\ &= \frac{L_{\underline{X}}^{(2)}(\underline{x})}{P^{(2)}} \frac{L_{\underline{X}}^{(1)}(\underline{x})}{P^{(1)}} f_{\underline{X}}^{(0)}(\underline{x}) \end{aligned}$$

De twee nieuwe grootheden in deze betrekking zijn  $L_{\underline{X}}^{(2)}$  en  $P^{(2)}$ . Deze worden hieronder besproken.

#### Likelihood $L_{\underline{X}}^{(2)}$

Wanneer er behalve de modelparameters in  $\underline{X}$  ook nog andere stochastische modelparameters  $\underline{Y}$  zijn, die de scheurwijdte mede bepalen, dan kan voor een gegeven  $\underline{X} = \underline{x}$  de likelihood geheel analoog aan de procedure bij de 1e inspectie benaderd worden via een Monte Carlo aanpak:

$$\begin{aligned} L_{\underline{X}}^{(2)}(\underline{x}) \equiv P\{I_2 : nc | \underline{x}\} &= \int_0^{\infty} P\{I_2 : nc | w, \underline{x}\} f_{w_{t_2}}(w | \underline{x}) dw \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - POD(w_i)) \end{aligned}$$

waarin  $w_i(\underline{x}) = w(\underline{x}, \underline{y}_i, t_2)$  met  $\underline{y}_i, i = 1, \dots, N$  een random sample van de modelvariabelen, die niet in  $\underline{X}$  zijn vastgelegd en  $t_2$  het tijdstip van de eerste inspectie. Wanneer  $\underline{X}$  alle (stochastische) modelvariabelen bevat, vereenvoudigt deze uitdrukking weer tot:



$$L_{\underline{x}}^{(2)}(\underline{x}) = (1 - \text{POD}(w(\underline{x}, t_2)))$$

Voor volgende inspecties verloopt de berekening geheel analoog.

### **Kans op de observatie**

Analoog aan de eerste inspectie kan worden geschreven:

$$\begin{aligned} P^{(2)} &= P\{I_2 : \text{nc}\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} P\{I_2 : \text{nc} \mid \underline{x}\} f_{\underline{x}}^{(1)}(\underline{x}) d\underline{x} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{L} \int_{-\infty}^{\infty} L_{\underline{x}}^{(2)}(\underline{x}) \frac{L_{\underline{x}}^{(1)}(\underline{x})}{P^{(1)}} f_{\underline{x}}^{(0)}(\underline{x}) d\underline{x} \\ &\approx \frac{1}{N P^{(1)}} \sum_{i=1}^N L_{\underline{x}}^{(2)}(\underline{x}_i) L_{\underline{x}}^{(1)}(\underline{x}_i) \end{aligned}$$

waarin  $\underline{x}_i, i = 1, \dots, N$  een random sample uit de a-priori verdeling over  $\underline{X}$ .

Voor volgende inspecties is de procedure geheel analoog.

### **Reliability analysis na 2<sup>e</sup> en volgende inspecties**

Verloopt geheel analoog aan die na eerste inspectie.