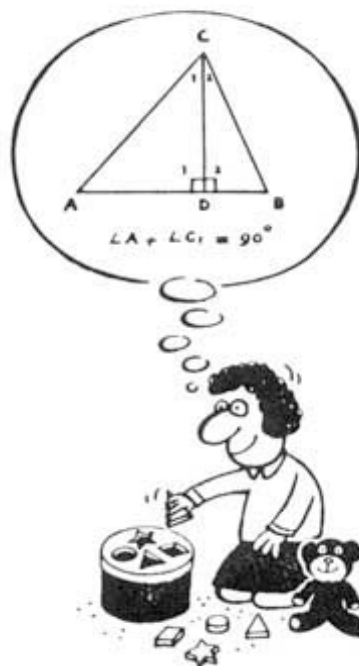


Begripskennis en Modelleervaardigheden in de 4^e klas op de HAVO en het VWO



Een onderzoek naar modelleerkennis en modelleervaardigheden van leerlingen
van de vierde klassen van het voortgezet onderwijs in Nederland.

door
Marieke de Ruijter
Martin van Buuren
Cor Willem Buizert

Juli 2010

I. Voorwoord

Als onderdeel van de lerarenopleiding (MSc. Science Education & Communication, track Education aan de TU Delft) hebben wij een onderzoek uitgevoerd. Het onderzoek is gedaan voor het vak Onderzoek van Onderwijs (SL3311). Er wordt door ons gebruik gemaakt van de principes zoals die geleerd zijn in het vak Methode van Onderzoek (SL3111), dat de structuur van sociaalwetenschappelijk onderzoek behandelt.

Er is een pilotonderzoek voorafgegaan aan dit onderzoek, dat door Marina Jansen met ondersteuning van ons is uitgevoerd. Dit is door haar in een apart verslag weergegeven. De onderzoeksvragen en de doelgroep van dit onderzoek zijn hetzelfde gehouden als van het pilotonderzoek, namelijk (wiskunde)docenten en ontwikkelaars van modelleeronderwijs.

Dit onderzoek hebben wij gedaan met de ondersteuning van onze begeleiders. Wij willen daarom onze begeleiders Marc de Vries, Martin Jacobs en Jeroen Spandaw bedanken voor hun bijdrage. Ook willen wij Marina Jansen voor haar goede werk aan het pilotonderzoek bedanken. Uiteraard zijn wij ook de leerlingen van De Passie in Rotterdam en van het CLD in Delft heel dankbaar voor hun tijd en het invullen van de vragenlijst, zonder hen was dit onderzoek niet mogelijk geweest.

Marieke de Ruijter 1236628
Martin van Buuren 1234455
Cor Willem Buizert 9144300

Delft, juni 2010

II. Inhoudsopgave

I. Voorwoord	3
II. Inhoudsopgave	4
III. Samenvatting	6
1. Inleiding	9
1.1 Probleemstelling	9
1.2 Doelstelling en opzet	10
1.3 Onderzoeksvragen	10
2. Literatuuronderzoek	12
2.1 Inleiding	12
2.2 Definities	12
2.2.1 Wetenschappelijk model	12
2.2.2 Wiskundig model	14
2.2.3 Modelleervaardigheden	15
2.3 Voorkennis en misconcepties	15
2.4 Dimensies van voorkennis	16
2.5 Voorkennis van de context	17
2.6 Overige factoren	18
2.7 Betrouwbaarheid	18
2.8 Chronologisch overzicht	19
2.9 Conceptueel model	20
2.10 Vermoedens	22
3. Operationaliseren	23
4. Onderzoeksopzet en uitvoering	26
4.1 Onderzoekspopulatie	26
4.2 Methode	27
4.3 Uitvoerbaarheid	28
5 Ontwerpen van de vragenlijst	29
5.1 Opbouw	29
5.2 Verantwoording van het ontwerp van de vragenlijst	30
5.3 Koppeling van vragen aan indicatoren	31
6. Interviews met leerlingen en afname op kleine schaal	32
6.1 Uitvoering	32
6.2 Interview met leerlingen 1 en 2	32
6.3 Interview met leerling 3	33
6.4 Afname op kleine schaal bij een HAVO-4-klas	33

7. Analyse en resultaten	34
7.1 Verwerking van de data en resultaten per vraag	34
7.2 Totaalscore	35
7.3 Kwantitatieve data-analyse	37
7.3.1 Relatie niveau	37
7.3.2 Relatie soort wiskunde	38
7.3.3 Relatie cijfer wiskunde	39
7.3.4 Relatie houding ten opzichte van wiskunde	40
7.3.5 Relatie autokennis	41
7.4 Kwalitatieve data-analyse	41
7.4.1 Overeenkomsten en verschillen van wetenschappelijke modellen in relatie tot de werkelijkheid	41
7.4.2 De ontwikkeling van een wetenschappelijk model	42
7.4.3 Doel van modellen met betrekking tot wetenschappelijk onderzoek	42
7.4.4 Niet unieke ontwikkeling van het wiskundig model	43
7.4.5 Doel van modellen met betrekking tot wiskundig onderzoek	43
7.4.6 Aanpassen van het model in het modelleerproces	44
7.5 Analyse van beste vijf leerlingen	45
7.6 Conclusies	46
8. Discussie en validiteit	48
8.1 Conceptueel model en operationalisering	48
8.2 Vragenlijst	48
8.3 Analyse en resultaten	49
9. Conclusies en aanbevelingen	51
9.1 Voorkennis van modellen en modelleren	51
9.2 Voorkennis op het gebied van algemeen en wiskundig modelbegrip	52
9.3 Voorkennis op het gebied van modelleervaardigheden	52
9.4 Aanbevelingen	52
10. Evaluatie	54
11. Literatuur en bronnen	56
Appendix A: Vragenlijst	59
A.1 Vragenlijst	59
A.2.1 Algemeen	60
A.2.2 Het hart	61
A.2.3 De concentratie van een medicijn in het bloed	62
A.2.4 De auto	64
Appendix B: Transcripts van interviews	66
B.1 Eerste interview	66
B.2 Tweede interview	67
Appendix C: Vertalingen naar numerieke waarden	75

III. Samenvatting

Modelleren krijgt steeds meer aandacht in het middelbaar onderwijs. Redenen voor deze aandacht zijn dat modelleren leerlingen helpt om bepaalde onderwerpen beter te begrijpen en dat modelleren leerlingen voorbereid op het wetenschappelijk onderwijs. Uit eerder onderzoek (bijvoorbeeld Grosslight (1999) en Verschaffel (1994)) is helaas gebleken dat leerlingen van de middelbare school niet goed weten wat modellen zijn en wat modelleren inhoudt. In dit onderzoek is begripbesef over modellen en modelleren bij middelbare scholieren onderzocht. Daarnaast is onderzocht welke factoren van invloed zijn op een juist besef van het modelleerbegrip en modelleervaardigheden.

Een pilotonderzoek door Jansen (2009) is voorafgegaan aan dit onderzoek. Dit pilotonderzoek is uitgevoerd met een open vragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan 6 leerlingen uit HAVO 4 en VWO 4 tijdens een individueel interview. De vragenlijst bestond uit drie delen. Allereerst waren er een aantal algemene vragen over de leerling (gegevens van de leerlingen en stellingen over hoe de leerling tegen wiskunde aankijkt). Het tweede deel bestond uit open vragen over (wiskundig) modelbegrip. Het laatste deel bestond uit een aantal (eenvoudige) opgaven met een context waaruit modelleervaardigheden moeten blijken.

De belangrijkste conclusie uit het pilotonderzoek was dat leerlingen niet bekend zijn met de term modelleren. Leerlingen dachten dat het onderzoek uitsluitend over wiskunde ging. Leerlingen hadden veel last van misconcepties. Ook bleek er geen groot verschil te bestaan in het begripbesef over modelleren bij HAVO 4 leerlingen en bij VWO 4 leerlingen. Verder bleken de vragen over de modelleervaardigheden te gemakkelijk te zijn. Tenslotte waren de resultaten van de vragen over modelleervaardigheden lastig te interpreteren.

De conclusies van het pilotonderzoek gaven aanleiding om verder te studeren in literatuur naar de rol van voorkennis en misconcepties. Het onderzoek richt zich op de rol van voorkennis van modelleren en modelleervaardigheden bij het oplossen van wiskundeopgaven. Uit literatuur (bijvoorbeeld Van der Veen (2008) en Verschaffel (1994)) blijkt dat niet alleen de voorkennis van modelleren en modelleervaardigheden een rol speelt, maar ook de voorkennis van de context waarin de (wiskunde)opgave is geplaatst. De mate van voorkennis van de context blijkt een belangrijker rol te spelen dan intelligentie (Dochy (1996)). Er wordt onderscheid gemaakt tussen theoretische voorkennis en praktische voorkennis van de context. Het blijkt dat in het bijzonder de praktische voorkennis van de context een grote invloed heeft bij het oplossen van een (wiskunde)opgave. Het oplossen van een (wiskunde)opgave wordt sterk gehinderd door misconcepties. Misconcepties blijken hardnekkig te zijn, vooral als misconcepties zijn geleerd door (verkeerde) praktische ervaring (bijvoorbeeld Fischer (2004), Grosslight (1991) en Jansen (2009)). Verder bleek tijdens het bestuderen van literatuur dat de interesse voor de context ook een positieve invloed te hebben op het oplossen van de (wiskunde)opgave (Dochy (1999, zomer)). In dit onderzoek willen wij de invloed van deze factoren (theoretische voorkennis, praktische voorkennis (ervaring), misconcepties en interesse) op het (wiskundig) modelbegrip en op modelleervaardigheden verder bestuderen.

Voordat we de vragenlijst van het pilotonderzoek gingen aanpassen, hebben we in de literatuur onderzocht of er definities bestonden van de begrippen (wetenschappelijk) model, wiskundig model en modelleervaardigheden. Door het gebruik van goede definities kunnen we de begrippen beter operationaliseren. Op basis van de operationalisatie kunnen we beter beslissen welke vragen relevant zijn en welke niet. Uiteindelijk verwachten we dat de vragen beter interpreteerbaar zijn met goede definities.

Omdat er heel veel verschillende aspecten te onderscheiden zijn bij het begrip (wetenschappelijk) model blijkt het moeilijk te zijn om een sluitende definitie voor (wetenschappelijk) model te geven. Daarom is er in dit onderzoek ook een lijst van kenmerken van een (wetenschappelijk) model gebruikt. Er worden verschillende lijsten van kenmerken gebruikt, maar deze lijsten lijken redelijk met elkaar in overeenstemming te zijn. Ook bij het begrip modelleervaardigheden gebruikt men liever een lijst van stappen, die kunnen voorkomen in de modelleercyclus. In de literatuur (bijvoorbeeld Alberts (2003, zomer) en Van Driel (1999, September)) worden verschillende lijsten gebruikt, maar de verschillende lijsten lijken redelijk met elkaar overeen te komen. Deze lijsten van kenmerken hebben wij zoveel mogelijk toegepast als dimensies en indicatoren bij de operationalisatie van de begrippen wetenschappelijk model, wiskundig model en modelleervaardigheden.

De literatuurstudie heeft geresulteerd in een conceptueel model waarin de begrippen (wetenschappelijk en wiskundig) model en modelleervaardigheden de afhankelijke variabelen zijn en theoretische voorkennis (wat kan bestaan uit misconcepties), praktische ervaring en interesse de onafhankelijke variabelen zijn.

Ten opzichte van het pilotonderzoek is de operationalisatie aangepast. De operationalisatie is in lijn gebracht met de definities en de lijsten van kenmerken van de definities.

In het pilotonderzoek zijn slechts zes leerlingen geïnterviewd. Wij hebben er voor gekozen om zoveel mogelijk leerlingen te betrekken in ons onderzoek. In het pilotonderzoek zijn de interviews van de leerlingen opgenomen en volledig uitgewerkt. Dit was een tijdrovend werk. Daarom hebben we ervoor gekozen om geen open maar gesloten vragen in onze vragenlijst te gebruiken.

Verder hebben wij er voor gekozen om ook de vragen over (wiskundig) modelbegrip in een context te plaatsen. Dit is gedaan omdat wij vermoeden dat de voorkennis van leerlingen over modelleren door gebruikmaking van deze contexten beter geactiveerd wordt. Wij hebben de gedachten achter de in het pilotonderzoek gebruikte vragen in onze eigen vragen verwerkt. Deze vragen zijn geplaatst in een context van een hart en in een context van medicijnopname.

De vragen over modelleervaardigheden die in het pilotonderzoek gebruikt zijn, bleken niet goed bruikbaar. Hierdoor hebben wij naar andere vragen gezocht. We konden helaas geen geschikte vragen over modelleervaardigheden in de literatuur vinden, waardoor we zelf nieuwe vragen hebben opgesteld. Tenslotte hebben wij vragen toegevoegd, die ons iets zouden kunnen zeggen over invloed van de factoren theoretische voorkennis, misconcepties, ervaring en interesse.

De nieuwe vragenlijst hebben we eerst op kleine schaal getest door drie interviews met leerlingen. Vervolgens hebben we nog wat kleine aanpassingen gedaan en de vragenlijst op een kleine klas getest. Omdat dit goed bleek te gaan hebben we de vragenlijst door 144 leerlingen van VWO 4 en HAVO 4 op twee verschillende middelbare scholen laten invullen.

Ook hebben we de vragenlijst zelf ingevuld en vervolgens hebben we aan onze begeleiders gevraagd om de vragenlijst laten invullen. Onze antwoorden en de antwoorden van onze begeleiders zijn gebruikt om te bepalen wat de juiste antwoorden zijn.

Uit de resultaten blijkt dat leerlingen in Nederland inderdaad een beperkt begrip hebben van modellen en van modelleervaardigheden. Leerlingen lijken zo snel mogelijk de wiskundeopgave uit de context te willen halen en die wiskundeopgave zo snel mogelijk proberen op te lossen. Verder blijkt uit de resultaten dat leerlingen zich beperkt bewust te zijn dat de wetenschap dankbaar gebruik maakt van modellen.

Met betrekking tot de onderzoeksvragen in het inleidende hoofdstuk kunnen we zeggen dat leerlingen gemiddeld gezien wel enige voorkennis hebben op het gebied van modelleren. Op alle gebieden in de vragenlijst scoren zij gemiddeld positief. Kwantitatief gezien kunnen we concluderen dat de hoeveelheid voorkennis samenhangt met het niveau van de leerlingen. De prestaties bij wiskunde waren alleen significant van invloed op het onderdeel modelleervaardigheden. Ook blijkt dat leerlingen met een positieve houding ten opzichte van wiskunde meer goede voorkennis bezitten. Uit de vragenlijst kwamen ook enkele punten naar voren waar de leerlingen moeite mee hebben. Leerlingen kunnen niet goed aangeven of een model een wetenschappelijk model is. Wellicht kunnen zij zich slecht een voorstelling maken van een wetenschappelijk model. Verder is het voor leerlingen moeilijk onderscheid te maken tussen twee gegeven modellen. Wat betreft de modelleervaardigheden, lijken leerlingen moeite te hebben met het maken van vereenvoudigingen in het model. Ook lijken de leerlingen moeite te hebben het model achteraf weer aan te passen.

1. Inleiding

Modelleren kan leerlingen helpen om bepaalde onderwerpen beter te begrijpen. Ook verwerven leerlingen op deze manier al onderzoekend kennis. Dit zijn de twee redenen waarom Wouter van Joolingen (2010, Februari) in zijn artikel pleit voor meer modelleren in het onderwijs. Hij legt er de nadruk op dat het belangrijk is dat leerlingen zelf modellen leren maken. Op deze manier begrijpen ze het fenomeen beter, maar zien ze ook de beperkingen van een bepaald model. Bovendien worden modellen gebruikt in de wetenschap. Het werken met modellen in het voortgezet onderwijs bereidt leerlingen voor op het wetenschappelijk onderwijs en bovendien geeft het ze een beter beeld van wat zij kunnen verwachten op de universiteit.

Modelleren in het onderwijs is niet nieuw. Sinds de invoering van wiskunde A in het jaar 1985 wiskunde A, wordt er in dit vak meer aandacht besteed aan niet-wiskundige contexten binnen de wiskunde. Het werken met niet-wiskundige contexten leidt ertoe dat leerlingen vaker te maken krijgen met modellen in die context en dus daarmee meer vertrouwd raken. Vanaf 1998 is modelleren ook een onderdeel van wiskunde B. Momenteel komt dit tot uiting in het eindexamenprogramma dat gepubliceerd is door het CEVO (2008, Juni) in het subdomein A2: Onderzoeksvaardigheden. Deze eindterm luidt:

De kandidaat kan een gegeven probleemsituatie inventariseren, vertalen in een wiskundig model, binnen dat model wiskundige oplostechnieken hanteren en de gevonden oplossingen betekenis geven in de context.

Modelleren in het onderwijs is lastig te implementeren. Het is bijvoorbeeld moeilijk een open modelleeropdracht te beoordelen. Iedere leerling zal het probleem anders aanpakken en mogelijk tot een andere oplossing komen of zelfs vastlopen. Bovendien wordt een model ontwikkeld in een bepaalde context en om een dergelijk model te maken zal de leerling (en dus de docent) enige voorkennis over deze context moeten bezitten. Dit kan mogelijk verklaren dat het modelleren tijdens de wiskundeles vrij beperkt bleef tot werken met één gegeven model of slechts werken met bepaalde aspecten van het modelleren. Het werken met één gegeven model maakt het wel mogelijk dat leerlingen leren te vertalen van context naar wiskunde en terug, maar het geeft geen inzicht in het tot stand komen van een model. De wijze waarop een model voor een bepaald fenomeen gemaakt wordt, geeft de leerling juist meer inzicht in het fenomeen. Als gewerkt wordt met een paar aspecten van het modelleren blijven andere aspecten onderbelicht. Voor het modelbegrip is het juist belangrijk inzicht te hebben in alle aspecten zodat alle keuzes duidelijk zijn en de leerlingen ook weten wat de beperkingen zijn door deze keuzes. Het modelleren gericht op bepaalde aspecten wordt ‘modelleren in het klein’ genoemd, zie Spandaw (2009, Juni). Met de komst van het nieuwe vak NLT en wiskunde D in het vakkenpakket is er meer ruimte om te gaan werken met modellen en de docent kan de leerlingen de mogelijkheid bieden om vooral ook zelf te modelleren.

1.1 Probleemstelling

Er komt bij modelleren veel voorkennis kijken. Ten eerste is het belangrijk dat leerlingen voorkennis hebben over het onderwerp van de opdracht, ofwel de context van het model. Als bij leerlingen die voorkennis ontbreekt, zullen ze sneller vastlopen. Ten tweede moeten leerlingen weten hoe ze een modelleerprobleem op kunnen lossen. Hoe begin je aan een

dergelijk probleem? Hoe maak je een model? Ten derde is het belangrijk dat leerlingen de juiste voorkennis hebben om het probleem te lossen. Hier gaat het bijvoorbeeld om wiskundige technieken die ze geleerd hebben. De combinatie van deze factoren is wat modelleren zo belangrijk maakt. Leerlingen zullen kennis van verschillende gebieden moeten combineren.

Tegelijkertijd maakt de hoeveelheid voorkennis dat nodig is voor het oplossen van een modelleerprobleem het lastig om modelleren toe te passen in het onderwijs. Het is voor de leraar van belang om te weten wat precies de voorkennis van de leerlingen is, zodat hij ze optimaal kan ondersteunen.

De voorkennis - of eigenlijk het gebrek aan voorkennis - op het gebied van het onderwerp (de context) van een modelleeropgave is makkelijk op te vangen met een inleiding over het onderwerp en met referenties naar verdere informatie. Ook is het voor een leraar makkelijk te achterhalen welke van de benodigde wiskundige technieken leerling kent door bijvoorbeeld het wiskundeboek door te bladeren. Door het 'modelleren in het klein' zullen de leerlingen wellicht al wel bekend zijn met bepaalde aspecten van het modelleren, maar het is echter lastiger te achterhalen wat de leerling al weet over modellen en modelleren. Met dit onderzoek willen we helpen om in dit laatste inzicht te verschaffen.

De probleemstelling luidt dus: In welke mate is er (voor)kennis bij leerlingen aanwezig over modelleren? Als we dit antwoord weten, dan kunnen we beter veronderstellen hoe succesvol leerlingen zullen zijn bij het modelleren. De doelgroep voor ons onderzoek zijn ontwikkelaars van modelleeropdrachten en (wiskunde)docenten die betrokken zijn bij modelleeronderwijs op middelbare scholen.

1.2 Doelstelling en opzet

Om goede modelleeropdrachten te kunnen ontwerpen en om leerlingen op een goede manier te kunnen ondersteunen bij het modelleerproces is het voor een leraar belangrijk in te kunnen spelen op wat leerlingen weten over modellen en welke misconcepties daarover bestaan. In dit onderzoek wordt geprobeerd een beeld te krijgen van de voorkennis die leerlingen op het gebied van modelbegrip en modelleervaardigheden hebben. Om een beeld te krijgen van deze voorkennis wordt gedurende ons onderzoek een vragenlijst ontwikkeld voor het meten van de voorkennis van leerlingen op het gebied van modelleren. Hierbij worden de aanbevelingen uit het pilotonderzoek van Marina Jansen (2009) gebruikt. In dit pilotonderzoek werd een start gemaakt met het ontwikkelen van een dergelijke vragenlijst. Deze werd mondeling afgenomen zodat het mogelijk was om de leerlingen naar een toelichting te vragen. Bovendien konden we op deze manier inzicht krijgen in het soort antwoorden van leerlingen. Met behulp van deze vragenlijst is een schriftelijke vragenlijst opgesteld met gesloten vragen. Door middel van een gesloten vragenlijst is het eenvoudiger een grote groep leerlingen met verschillende achtergronden te bereiken. De resultaten van een dergelijke vragenlijst zijn relatief makkelijk te verwerken. Een schriftelijke vragenlijst heeft echter ook nadelen. Het is niet mogelijk om te testen of de vragen goed begrepen zijn, wat de motivatie is voor een bepaald antwoord en of de vragenlijst serieus beantwoord is.

1.3 Onderzoeksvragen

Voorkennis op het gebied van modelleren kan ons inziens ingedeeld worden naar drie gebieden. Deze indeling zal tijdens de literatuurstudie worden toegelicht. Ten eerste zullen we kijken naar het algemene modelbegrip. Leerlingen hebben mogelijk een beeld van wat een

model is en wat het doel van een model is. Ten tweede zullen we kijken naar het wiskundig modelbegrip. Ten derde kijken we naar de modelleervaardigheden die voor de leerlingen misschien bekend zijn. Leerlingen weten mogelijk intuïtief enigszins hoe je bij het oplossen van een bepaald probleem tot een model komt. Met modelleren wordt vaak begonnen in de bovenbouw; dan starten ook de vakken wiskunde D en NLT. Daarom is er voor dit onderzoek gekozen de vragenlijst voor te leggen aan leerlingen uit de vierde klas. Deze leerlingen zijn nog niet expliciet bezig geweest met modelleren maar hebben wel voldoende wiskundige achtergrond om dergelijke problemen op te kunnen lossen.

Dit leidt tot de volgende hoofdvraag:

Hoofdvraag: Wat is de voorkennis van leerlingen uit de vierde klas van HAVO of VWO op het gebied van modelleren?

Het onderscheid in verschillende onderzoeksgebieden leidt tot een drietal deelvragen. Deze onderzoeksvragen zijn gelijk aan de onderzoeksvragen in het pilotonderzoek van Marina Jansen.

Deelvragen:

- *Hoe is het algemene modelbegrip van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*
- *Hoe is het wiskundig modelbegrip van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*
- *Wat zijn de (intuïtieve) modelleervaardigheden van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*

2. Literatuuronderzoek

2.1 Inleiding

Modelleren kan worden gekarakteriseerd door drie kernbegrippen: ‘wetenschappelijk model’, ‘wiskundig model’ en ‘modelleervaardigheden’. Deze kernbegrippen zijn terug te vinden in de onderzoeksvragen. Om de kennis van deze begrippen bij leerlingen te meten worden in dit hoofdstuk definities van deze begrippen gegeven. Uiteindelijk is het doel van het onderzoek om de voorkennis van deze begrippen te bepalen bij leerlingen. Verschillende paragrafen besteden aandacht aan de rol die voorkennis speelt bij modelleren. In het algemeen geldt dat meer aanwezige voorkennis over modelleren bij leerlingen zal leiden tot betere modelleerprestaties. Voorkennis is niet de enige factor die invloed heeft op het modelleren door leerlingen. Later wordt in dit hoofdstuk een aantal factoren die invloed hebben op modelbegrip en modelleervaardigheden nader toegelicht. Ook wordt in een paragraaf een chronologisch overzicht gegeven van een aantal gerenommeerde onderzoeken. Tenslotte wordt het conceptueel model gegeven en worden er een aantal verwachtingen met betrekking tot de uitkomst van dit onderzoek geformuleerd.

2.2 Definities

We zullen aan de hand van literatuur definities opstellen voor de begrippen ‘wetenschappelijk model’, ‘wiskundig model’ en ‘modelleervaardigheden’.

2.2.1 Wetenschappelijk model

Wetenschappelijke en wiskundige modellen hebben veel verschijningsvormen: een bouwtekening, een diagram, een grafiek, een landkaart, een maquette, een normale verdeling, een plattegrond, een schematisch overzicht van de buslijnen, etcetra. Modellen worden voor veel doeleinden gebruikt; onderwijs, onderzoek en communicatiemogelijkheden zijn slechts enkele doeleinden. Modellen kunnen op zeer veel verschillende manieren worden beschreven. Gilbert (2004) onderscheid vijf typen modellen en elk model kan op vijf verschillende manier worden weergegeven.

Het is zeer moeilijk om een sluitende en compacte definitie te geven voor het begrip model, dat een omschrijving is voor elke mogelijke verschijningsvorm van een model. Dit wordt ook onderschreven in eerdere onderzoeken op het gebied van modelleren. Bijvoorbeeld Gilbert (2004) geeft aan dat een eenvoudige beschrijving van het begrip model niet te geven is, maar hij doet samen met Ingham (1991) toch een poging om een definitie te geven: “a model is a simplified representation of a system, which concentrates attention on specific aspects of the system”.

De definitie, die in ons onderzoek gebruikt wordt, luidt als volgt:

Definitie: Een wetenschappelijk model is een vereenvoudigde afbeelding waarin de werkelijkheid successievelijk wordt benaderd voor een zeker doel.

Deze definitie beperkt zich tot de beschrijving van alleen wetenschappelijk modellen. Het verschil met de definitie van Gilbert en Ingham is de nadruk op het veranderende karakter van model. Een model is zelden in één keer geschikt voor zijn doel. Er zijn meestal een aantal stappen nodig, waarin het model aanpassingen ondergaat, die het meer geschikt maken voor het doel. Ook andere definities noemen niet het veranderende karakter van een model. De definitie van Gilbert en Ingham sluit goed aan bij de definitie die De Leeuw (1994) geeft: "een model in de wetenschap is een vereenvoudigde afbeelding van de werkelijkheid voor een bepaald gebruiksdoel gemaakt. Het zijn pragmatische hulpmiddelen die geen universele geldigheid hebben". In het boek 'Inleiding tot het modelbegrip' schrijven Bertels en Nauta (1974): "Een model is een poging tot vergelijking: kunnen we met behulp van het meer bekende het minder bekende te weten komen? We gebruiken modellen – dingen die we al kennen, structuren die we zelf construeren, eenvoudige systemen die we beheersen – om de onuitputtelijke, steeds weer informatieve werkelijkheid coherent (i.e. samenhangend) te beschrijven." Deze definitie legt weer de nadruk op het vergelijkende karakter van een model. Alle genoemde definities benadrukken één of meerdere aspecten van een model, maar we hebben in de literatuur geen definitie gevonden die alle genoemde aspecten van het begrip 'model' bevat.

Omdat het zeer moeilijk is om alle genoemde aspecten mee te nemen in een allesomvattende definitie van een model, wordt er vaak gebruik gemaakt van lijstjes van kenmerken, die een model karakteriseren. Op basis van de definitie van een wetenschappelijk model, die in dit onderzoek wordt gehanteerd, is een lijstje van kenmerken gemaakt waarmee een wetenschappelijk model te karakteriseren is:

1. Een wetenschappelijk model heeft een relatie met de werkelijkheid. Er zijn overeenkomsten, verschillen en vereenvoudigingen met de werkelijkheid.
2. De weergave van een wetenschappelijk model kan abstract of concreet zijn.
3. Een wetenschappelijk model ontstaat door een iteratief proces en hoeft niet uniek te zijn. Er zijn verschillende wetenschappelijke modellen voor hetzelfde doel, en deze modellen zijn gelijktijdig bruikbaar.
4. Er zijn verschillende doelen voor een wetenschappelijk model, waaronder illustratie, educatie en onderzoek.

In verschillende onderzoeken worden ook lijstjes van kenmerken van modellen genoemd, bijvoorbeeld in een onderzoek door Van Driel (1999i). Het bovengenoemde lijstje van kenmerken van een model kan gezien worden als een vereenvoudiging of een samenvatting van lijstje van de kenmerken die door Van Driel genoemd zijn. Hij gebruikt het volgende lijstje van kenmerken.

Een model:

1. is altijd een model van iets, n.l. van het object van onderzoek.
2. is een hulpmiddel bij onderzoek aan het betreffende object.
3. vertoont een aantal overeenkomsten met het object van onderzoek waardoor het een bron van hypothesen over dat object kan zijn.
4. verschilt van het object van onderzoek vanwege het streven naar eenvoud.
5. heeft, vanwege de tegenstrijdigheid van kenmerken 3 en 4, een compromis karakter die de onderzoeker een zekere vrijheid geeft bij de keuze van het model.
6. is niet rechtstreeks afgeleid van het object van onderzoek; de creativiteit speelt een rol bij de keuze van een model.
7. kan een ontwikkeling doormaken in de loop van het onderzoek.

2.2.2 Wiskundig model

Alberts (2002) en Alberts (2003) beschrijven een wiskundig model als een wiskundige beschrijving van een systeem, vaak met het doel om een systematische analyse mogelijk te maken. De beschrijving concentreert zich daarbij op een bepaald aspect, bijvoorbeeld de structuur, het gedrag of bepaalde soorten eigenschappen. Hierbij worden niet-relevante details weggelaten. De aard van een wiskundig model hangt helemaal af van het soort systeem en de te beschrijven aspecten.

In ons onderzoek is er voor gekozen om de definitie van een wiskundig model zoveel mogelijk aan te laten sluiten bij de definitie van een wetenschappelijk model.

Definitie: Een wiskundig model is een wiskundige weergave waarin de werkelijkheid successievelijk wordt benaderd voor een zeker doel.

Deze definitie legt de nadruk ook op het successievelijke karakter van een wiskundig model. Dit aspect komt niet voor in de definitie van Alberts. Terwijl in de definitie van Albert bijvoorbeeld de vereenvoudiging meer wordt benadrukt. Beide definities benadrukken dat een wiskundig model een doel dient.

Verder is op basis van deze definitie ook een lijstje van kenmerken van een wiskundig model gemaakt, namelijk:

1. Een wiskundig model heeft een relatie met de werkelijkheid. Er zijn overeenkomsten, verschillen en vereenvoudigen met de werkelijkheid. Een wiskundig model moet ook adequaat zijn.
2. De weergave van een wiskundig model kan grafisch of symbolisch zijn.
3. Een wiskundig model ontstaat door een iteratief proces en hoeft niet uniek te zijn. Er zijn verschillende wiskundig modellen voor hetzelfde doel tegelijkertijd bruikbaar.
4. Er zijn verschillende doelen voor een wiskundig model: communicatie, educatie of onderzoek.

Dit lijstje komt in grote lijnen overeen met het lijstje van kenmerken voor een wetenschappelijk model. Verder is dit lijstje van kenmerken uitgebreider dan het lijstje van kenmerken dat door Alberts is gedefinieerd. Alberts (2002) en Alberts (2003) geven een aantal criteria waaraan een wiskundig model moet voldoen: consistent, correct, zuinig en adequaat. Consistent betekent dat het model een goede, eenduidige samenhang vertoont. Correct wil zeggen dat de structuur van het beeld moet overeenstemmen met een structuur van de werkelijkheid. Zuinig wil zeggen zonder overbodige elementen. Met adequaat wordt bedoeld geschikt voor het gestelde doel. Alberts citeert Wittgenstein, die het menselijke beeld van de feiten zag als een model van de werkelijkheid.

2.2.3 Modelleervaardigheden

Wat betreft modelleervaardigheden wordt door ons in het onderzoek de volgende definitie gehanteerd:

Definitie: Modelleervaardigheden zijn de vaardigheden (conceptualiseren, mathematiseren, analyseren, interpreteren, valideren) die nodig zijn om iteratief tot een (wiskundig) model te komen.

Het lijstje van de vijf vaardigheden of stappen is overgenomen uit het handboek vakdidactiek wiskunde van Spandaw (2009) en wordt ook door anderen in een meer uitgebreide vorm gebruikt. Alberts (2002) citeert de twaalf stappen van de empirische cyclus van Dantzig. Er ontbreekt helaas een verdere uitleg van de twaalf stappen. De eerste indruk is dat de twaalf stappen een gedetailleerde versie is van de vijf hier boven genoemde stappen. Alberts (2003) en Van Driel (1999i) benadrukken net als het genoemde lijstje vaardigheden het cyclische karakter van het modelleren.

Alberts (2003) trekt het aspect van valideren breder. Zijn aanpak vereist bij valideren namelijk zelfreflexie. Het wiskundig model omvat niet de absolute waarheid van de situatie waarover een model is gemaakt. Ook de uitkomst van het wiskundig model is niet het enige rationele wat gezegd kan worden over de situatie. Van Driel (1999i) legt meer de nadruk op het maken van hypothesen en voorspellingen na het opstellen van het model. Voor ons onderzoek zijn de vijf hier boven genoemde stappen voldoende.

2.3 Voorkennis en misconcepties

Modelleren is een belangrijke activiteit in de wetenschap. Het ontwikkelen en gebruiken van modellen is van groot belang voor de leerlingen in hun voorbereiding voor hun studie en beroep. Dit wordt bevestigd door Savelsbergh (2008). Met de introductie van de vakken NLT en Wiskunde D hebben scholen meer mogelijkheden gekregen om aandacht te geven aan modelleren in het onderwijs. Bij modelleren speelt voorkennis een belangrijke rol. Het is daarom juist nu belangrijk om meer inzicht te krijgen in de rol en de betekenis van voorkennis van leerlingen. Volgens een onderzoek door Dochy (1996) speelt (praktische) voorkennis zelfs een belangrijkere rol dan intelligentie.

Zoals het belangrijk is om tijdens een les aan te sluiten bij de voorkennis van de leerlingen, zo is het ook belangrijk om in een vragenlijst over modelleren aan te sluiten bij de voorkennis van de leerlingen. En zoals het belangrijk is om die voorkennis te activeren aan het begin van de les, zo is het ook belangrijk om de voorkennis te activeren voordat de leerlingen de vragen in een vragenlijst over modelleren moeten beantwoorden. Leerlingen gebruiken pas hun voorkennis als deze (nadrukkelijk) wordt geactiveerd. Als de aanwezige voorkennis niet wordt geactiveerd, dan wordt die voorkennis ook niet gebruikt. We zullen daarom de definities van wetenschappelijk model, wiskundig model en modelleervaardigheden opnemen in de vragenlijst en op die manier aan de leerlingen presenteren.

Het voortdurend activeren van de voorkennis van de leerlingen blijkt heel erg belangrijk te zijn, zo blijkt uit Van der Veen (2008). Leerlingen maken uit zichzelf geen gebruik van de

kennis die ze al bezitten. Volgens Sins (2006) is het proces van modeleren zo complex, dat het aanleren van het proces een goede ondersteuning nodig heeft. We kunnen niet puur vertrouwen op simulatieprogramma's om leerlingen meer inzicht te verschaffen in modelleren. Voor een goede ondersteuning is er goed inzicht nodig in de manier van denken door leerlingen en in de problemen waartegen leerlingen aanlopen wanneer zij bezig zijn met een modeleertaak. Het onderzoek van Sins naar het inzicht en de problemen van leerlingen heeft aangetoond dat goede studenten verschillen van minder goede studenten in het gebruik van meer voorkennis. De resultaten van het onderzoek van Sins geven aan dat er behoefte is aan een goede structuur en ondersteuning voor leerlingen om hun in eerdere leefjaren opgebouwde kennis te gebruiken wanneer zij bezig zijn met modelleren. Het activeren van voorkennis en het gebruik daarvan leidt tot een kwalitatief beter model.

Tijdens het vierde leerjaar worden de leerlingen van de HAVO en het VWO het begrip modelleren expliciet uitgelegd tijdens de wiskundelessen. Voor het vierde jaar is er impliciet aandacht gegeven aan modelleren vaak in een contextrijke opgaven. We mogen dus aannemen dat leerlingen een zekere mate van voorkennis bezitten.

Het activeren van voorkennis is belangrijk, maar het hebben van de juiste voorkennis is minstens zo belangrijk. Fisher (2004) illustreert hoe de aanwezigheid van de juiste voorkennis essentieel is voor een goed begrip van een communicatieproces. Als leerlingen iets foutief hebben geleerd, dan blijft deze foutieve kennis hardnekkig als misconceptie opgeslagen. Uit diverse onderzoeken blijkt duidelijk dat veel leerlingen misvattingen hebben over modelleren. Misvattingen kunnen zijn aangeleerd of misvattingen kunnen ontstaan door het niet activeren van de juiste voorkennis. Grosslight (1991) heeft onderzoek gedaan naar misconcepties bij leerlingen uit de eerste en vierde klas van de middelbare school. Leerlingen blijken te denken dat modellen meer fysieke kopieën zijn van de werkelijkheid, dan bijvoorbeeld een middel om de communicatie verbeteren.

Verschaffel (1994) heeft onderzoek gedaan naar leerlingen op de basisschool. Deze leerlingen blijken ook last te hebben van misconcepties met betrekking tot het oplossen van verhaaltjessommen (verhaaltjessommen zijn vaak korte simpele modelleeropgaven). Deze leerlingen hebben sterk de neiging om hun kennis van de realiteit te negeren bij het oplossen van verhaaltjessommen.

Ook in het pilotonderzoek door Jansen (2009) bleek dat leerlingen last hadden van misconcepties. De leerlingen leken een object georiënteerd modelbegrip te hebben, wat inhoudt dat ze denken dat modellen fysieke objecten moeten zijn. Behalve de lineariteitsillusie waren er signalen gevonden van enkele andere misconcepties met betrekking tot modelbegrip. De eerste is de misconceptie dat een model een tekening moet zijn of getekend moet kunnen worden, al dan niet als een grafiek. De tweede was de formulemisconceptie, die inhoudt dat als een model een formule is, dan zijn dus alle formules ook modellen. De derde en laatste misconceptie is de gedachte dat twee verschillende modellen hetzelfde zijn als iets op twee verschillende manieren berekend wordt.

2.4 Dimensies van voorkennis

Een leerling kan op school veel geleerd hebben over het bouwen van een schip. De voorkennis van de leerling is in de loop van de jaren op school gegroeid, maar na school zal de leerling (aanvankelijk) moeten luisteren naar iemand die misschien nooit op school heeft gezeten, maar wel jarenlang praktische ervaring heeft met het bouwen van een schip. Zo'n persoon heeft ook (veel) voorkennis, maar andere voorkennis dan de leerling van school.

Voorkennis omvat verschillende dimensies. Dochy (1996) definieert voorkennis als volgt: “Voorkennis is het geheel van de kennis van een persoon. Voorkennis is dynamisch van aard. Voorkennis is beschikbaar voor een bepaalde leertaak, is gestructureerd, kan bestaan uit meerdere kennisaspecten (verklarende, procedurele en conditionele kennis), is zowel expliciet als impliciet aanwezig en bevat conceptuele en metacognitieve kenniscomponenten”. Naast de genoemde dimensies in de definitie van Dochy speelt de aard van de voorkennis een belangrijke rol. De voorkennis, die opgebouwd is uit praktische ervaring, blijkt van doorslaggevend belang te zijn. Volgens het onderzoek van Dochy (1996) is de rol van de praktische voorkennis (of ervaring) belangrijker dan de rol van intelligentie.

Stillman (2000) verdeelt de theoretische voorkennis nog in twee soorten: academische voorkennis en encyclopedische voorkennis. Dochy noemt de theoretische voorkennis “domein overstijgende kennis” en de praktische voorkennis “domein specifieke kennis”. Leren gaat beter in concrete en specifieke situaties (domein specifiek) dan in abstracte situaties (domein overstijgend).

In ons onderzoek zal het aantal dimensies worden beperkt tot theoretische voorkennis en praktische ervaring. Dit komt in grote lijnen overeen met de onderzoeken van Dochy (1996) en van Stillman (2000). Hoe beter de eerdere praktische ervaringen (voorkennis) hoe hoger de resultaten. De ervaringsvoorkennis wordt vooral bepaald door de mate waarin de (betekenis van de) beperkingen van de realiteit van de modelleeropdracht bekend zijn.

2.5 Voorkennis van de context

Modelleeropgaven worden gepresenteerd in een bepaalde context. Het is belangrijk dat de modelleeropgaven aansluiten bij de voorkennis van de leerlingen over deze context. De docent zal de voorkennis van de context moeten activeren bij de leerlingen. Wanneer de voorkennis niet wordt geactiveerd, dan zullen de leerlingen de modelleeropgaven proberen te maken zonder betekenis te geven aan de modelleeropgaven. Het oplossen van de modelleeropgaven wordt een gok en de leerlingen zullen geen nieuwe kennis opdoen (zie Van der Veen (2008)).

Leerlingen zijn geneigd om in een opgave met een vereenvoudigde context een som te zoeken en vervolgens die som te beantwoorden volgens de zojuist aangeleerde wiskunderegels zonder daarbij na te denken of dat antwoord juist is in de gegeven context. Er bestaat een vermoeden dat hoe dichter de context bij de realiteit staat hoe meer leerlingen geprikkeld worden om na te denken. We zullen daarom de voorkennis van het wetenschappelijk model, het wiskundig model en van de modelleervaardigheden bij leerlingen meten in een context die zo dicht mogelijk bij de realiteit ligt.

Dit vermoeden wordt bevestigd door onderzoek van Verschaffel (1994). Leerlingen gebruiken tijdens het modelleren niet uit zichzelf hun voorkennis. Leerlingen zijn geneigd om een som uit de tekst te halen en die zo snel mogelijk te beantwoorden volgens de wiskunderegels (bijvoorbeeld algebraïsche of grafisch numerieke methoden), die ze zojuist geleerd hebben. Het onderzoek toont aan dat de context van de wiskundige opgaven op school te veel van de realiteit af staat (om te voorkomen dat de situatie te complex wordt). Maar als de context realistischer is, worden leerlingen meer gestimuleerd na te denken. Verschaffel gebruikte een dubbele vragenlijst: een vragenlijst met meer vereenvoudigde contexten en een vragenlijst met meer realistische contexten. In het rapport is Verschaffel voorzichtig in zijn conclusies, maar verder onderzoek door van Verschaffel (2009) heeft deze conclusies bevestigd.

Volgens het onderzoek van Alacaci (2002) wordt dit verschijnsel ook gestimuleerd door de manier van lesgeven: de wiskundedocent en het boek vertellen hoe de leerlingen de wiskundige begrippen en regels moeten toepassen. Zij zijn een autoriteit wat betreft kennis. De leerlingen moeten in het huidige schoolsysteem gewoon toepassen wat ze geleerd hebben. Leerlingen blijven dit beeld bij zich dragen ook al zijn ze al lang van de middelbare school af. Het onderzoekend gedrag van leerlingen wordt maar weinig gestimuleerd in het wiskundeonderwijs.

2.6 Overige factoren

Een leerling kan extrinsiek gemotiveerd zijn (de leerling wil bijvoorbeeld een diploma halen) om bepaalde kennis op te bouwen. Maar als een leerling intrinsiek gemotiveerd is (de leerling heeft interesse voor de kennis, de leerling wil graag alles over het onderwerp weten) dan zal de opgebouwde kennis van veel meer waarde zijn. Dit is één van de resultaten van het onderzoek door Dochy (1999). Motivatie voor de context en interesse in de context blijken belangrijke factoren te zijn die een positieve invloed hebben op het modelbegrip en de modelleervaardigheden van de leerlingen. In ons onderzoek zal ook de invloed van de interesse van de leerlingen voor de context worden onderzocht.

Er zijn nog meer factoren die invloed hebben op het modelbegrip en de modelleervaardigheden van leerlingen. In de vorige paragraaf werd al geschreven dat de manier van lesgeven ook van invloed kan zijn. De manier van lesgeven kan een negatieve invloed hebben als leerlingen blindelings de docent volgen in het toepassen van wiskundige regels en begrippen. Maar de manier van lesgeven kan een positieve invloed hebben als de docent het onderzoekend gedrag van leerlingen weet te stimuleren. Deze factoren zijn buiten beschouwing gelaten in ons onderzoek.

2.7 Betrouwbaarheid

De betrouwbaarheid van een onderzoek naar de voorkennis van leerlingen is beter als de uitkomsten worden vergeleken met de antwoorden van experts. In navolging van Grosslight (1991) zal er in ons onderzoek gebruik gemaakt worden van de antwoorden van experts. De antwoorden van de experts zijn, net als door Grosslight, gebruikt als referentiemateriaal bij de analyse van de antwoorden van de leerlingen.

Gezien de beperkingen van ons onderzoek is er gekozen voor één vragenlijst, hoewel uit vorige onderzoeken blijkt dat het gebruik van verschillende vormen van vragenlijsten de betrouwbaarheid van het onderzoek verhoogd. Vragenlijsten kunnen open of gesloten vragen bevatten. Een vragenlijst kan schriftelijk of mondeling worden afgenomen. Zo heeft Grosslight (1991) niet alleen een schriftelijke vragenlijst bij leerlingen afgenomen, maar ook bijvoorbeeld een interview. Tasdere (2009) heeft in zijn onderzoek docenten verschillende (vormen van) vragenlijsten laten invullen. Uit dit onderzoek blijkt dat de verschillende vragenlijsten andere uitkomsten aan het licht brachten. Deze uitkomsten waren niet tegenstrijdig, maar vulden elkaar aan.

Er zijn verschillende manieren om voorkennis te meten. De gebruikte methode heeft invloed op de gemeten voorkennis. Uit onderzoek van Dochy (1999) blijkt dat alleen objectieve methoden (zoals lijsten met multiple choice vragen of open vragen) voldoen. Methoden zoals familiarity ratings, self-estimation, and matching tests voldoen voor dit doeleinde niet. In

navolging van het onderzoek door Dochy is gekozen om te werken met open vragen om een zo objectief mogelijk beeld te krijgen van de voorkennis van leerlingen.

2.8 Chronologisch overzicht

Van een aantal onderzoeken (waarin leerlingen betrokken zijn) met betrekking tot voorkennis van modelleren is een aantal karakteristieken beschreven. Deze karakteristieken zijn in willekeurige volgorde beschreven. De karakteristieken zijn het land waar het onderzoek heeft plaatsgevonden, het jaar waarin heeft plaats gevonden, de leeftijd van de leerlingen en het aantal leerlingen. De verschillende onderzoeken worden in chronologische volgorde besproken.

Carey (1989) richtte zich op 12-jarige leerlingen. Zij interviewde 27 leerlingen en onderscheidde bij de leerlingen drie verschillende niveaus van het begrip van wetenschap (hoe komt wetenschappelijke kennis tot stand). Zij concludeerde dat het mogelijk is om leerlingen op een hoger niveau te brengen. Het verslag van het onderzoek verscheen in 1989.

Grosslight (1991) betrok 33 leerlingen van ongeveer 13 jaar en 22 leerlingen van ongeveer 16 en 17 jaar in haar onderzoek. De 33 leerlingen van 13 jaar waren van verschillende niveaus. De 22 leerlingen van 16 en 17 jaar waren van bovengemiddeld niveau. De leerlingen en een groep van experts werden geïnterviewd om hun kennis van modelleren te meten. Het onderzoek vond plaats onder Amerikaanse leerlingen en maakte gebruik van het onderzoek door Carey (1989). De uitkomst van het onderzoek was dat leerlingen meer ervaring moeten krijgen met het gebruik van modellen als intelligent gereedschap en dat leerlingen zich meer bewust moeten worden van het doel van modellen. De leerlingen van 16-17 scoorden niet veel beter dan de leerlingen van ongeveer 13 jaar. Er was een groot verschil tussen de score van de experts en de score van de leerlingen. Het verslag van het onderzoek kwam in 1991 beschikbaar.

Verschaffel (1994) verzamelde gegevens van 75 leerlingen in de leeftijd van 10 t/m 11 jaar. De gegevens hadden te maken met het activeren van het verband tussen een rekenkundig probleem en de realiteit. Dit onderzoek vond plaats op drie verschillende scholen in Vlaanderen. Het onderzoek bestond uit een aantal vragen. De ene helft van de vragen was rechtstreeks te beantwoorden (de som was rechtstreeks uit de tekst te halen en te beantwoorden). Bij de andere helft van de vragen moesten de leerlingen niet alleen de som uit de tekst halen, maar ook de realiteit, waarin de som geplaatst was, meenemen in het beantwoorden van de som. Leerlingen neigen om de realiteit te negeren in het beantwoorden van de vragen. Het verslag van dit onderzoek kwam in 1994 beschikbaar.

Stillman (2000) onderzocht de invloed van voorkennis in het algemeen. Zij onderscheidde verschillende soorten voorkennis. Voorkennis opgebouwd door ervaring heeft de meest positieve invloed. De betrokken leerlingen waren 11 en 12 jaar oud van twee verschillende scholen in Australië. Gegevens werden verzameld over een periode van 6 maanden door middel van opname op videotapes en van interviews. Het verslag van dit onderzoek verscheen in 2000.

Treagust (2002) onderzocht een meetinstrument om het begrip over wetenschappelijke modellen bij leerlingen te kunnen meten. Hij betrok 228 leerlingen van ongeveer 15 jaar in zijn onderzoek. Zijn onderzoek vond plaats in Australië. Uit zijn onderzoek kwam naar voren dat er in het onderwijs meer nadruk gelegd moet worden op de functie en het doel van wetenschappelijke modellen. Het verslag van zijn onderzoek kwam in 2002 beschikbaar.

Fisher (2004) heeft niet specifiek voor zijn onderzoek een groep leerlingen onderzocht. Hij beschrijft hoe belangrijk het is om de juiste voorkennis hebben. Foute voorkennis (misconcepties) vormen een moeilijk te nemen barrière. Verder geeft hij aan dat leerlingen, die bewust bezig zijn en doelgericht hun kennis opbouwen, een voorsprong hebben. De publicatie verscheen in 2004.

Sins (2006) onderzocht 26 Nederlandse vwo-leerlingen van 16 en 17 jaar. Het doel van zijn onderzoek was om de kennis van modellen en van modelleren te meten. De nadruk van het onderzoek lag op de redeneerprocessen van de leerlingen. Hij liet deze leerlingen in groepjes een modelleeropdracht uitvoeren. De communicatie vond digitaal plaats, waardoor al de communicatie geregistreerd en geanalyseerd kon worden. Eén conclusie is dat leerlingen een sterke (morele) ondersteuning nodig hebben tijdens het modelleerproces. Sins' proefschrift verscheen in 2006.

Everett (2009) onderzocht 200 Amerikaanse leraren in opleiding, en beperkte zich niet alleen tot wiskundedocenten. (Van Driel (1999ii) en later Vos (2000) onderzochten al voor Everett een aantal docenten.) Zij kregen eerst een cursus. Een onderdeel van deze cursus was een project over modelleren in een klas met leerlingen van 13 en 14 jaar. De kennis van de docenten in opleiding werd voor de cursus gemeten. Op basis van het resultaat werd aandacht besteed aan de tekorten in de kennis. En achteraf werd de kennis van de leraren in opleiding opnieuw gemeten. Everett onderzocht de kennis van modelleren door verschillende meetmethodes. Eén van de methodes was een open vragenlijst gebaseerd op Grosslight. Een andere methode was gebaseerd op een methode, die Treagust (2002) heeft ontwikkeld. Verder gebruikte Everett een vragenlijst, waarop alleen ja of nee geantwoord kon worden, en ze gebruikte conceptmaps. Zij evalueerde de verschillende meetinstrumenten. Alle meetinstrumenten konden de groei in kennis aantonen, maar sommige meetinstrumenten waren beter dan anderen. Het verslag van het onderzoek kwam in 2008 beschikbaar.

Smedt (2009) onderzocht 47 kinderen van een basisschool in Vlaanderen. Deze kinderen waren 6 t/m 7 jaar oud. De kinderen moesten individueel een aantal rekenkundige taken op de computer uitvoeren. Een jaar later moesten de kinderen opnieuw dezelfde taken uitvoeren. Er is onderzocht of de kinderen vorderingen hadden gemaakt in het afgelopen jaar. Uit het onderzoek wordt geconcludeerd dat op basis van deze vorderingen de wiskundige aanleg van de kinderen voorspeld kan worden. Het verslag van het onderzoek in 2009 gepubliceerd.

Op één na hebben al de genoemde onderzoeken in het buitenland plaatsgevonden. Sommige zijn inmiddels gedateerd. De meeste onderzoeken betrokken slechts een kleine groep leerlingen. Wij willen graag onderzoek doen naar een grote groep Nederlandse leerlingen in de leeftijd van 15 tot 17 jaar. Door ons onderzoek kan duidelijk worden dat alles wat geschreven is over leerlingen in het buitenland, ook van toepassing is op de Nederlands leerlingen.

2.9 Conceptueel model

Ons onderzoek richt zich op het modelbegrip (algemeen- en wiskundig modelbegrip) en op de modelleervaardigheden van leerlingen. Het modelbegrip en de modelleervaardigheden zijn de twee afhankelijke variabelen in dit onderzoek. De twee afhankelijke variabelen beïnvloeden elkaar en worden beïnvloed door een aantal onafhankelijke variabelen.

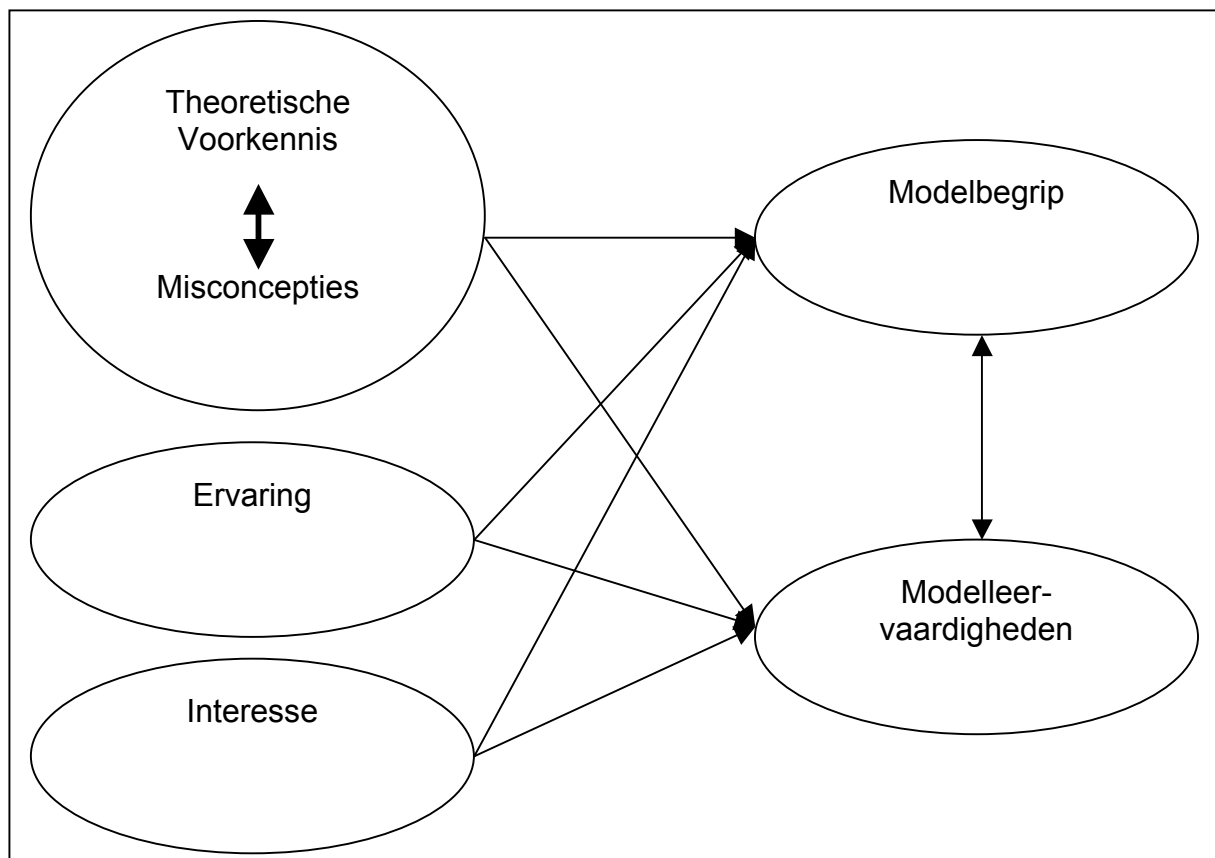
Modelleeropgaven worden gepresenteerd in een bepaalde context. Het is belangrijk dat de modelleeropgaven aansluiten bij de voorkennis van de leerlingen. De docent zal de voorkennis bij de leerlingen moeten activeren. Wanneer de voorkennis niet wordt geactiveerd, dan zullen de leerlingen de modelleeropgaven proberen te maken zonder betekenis te geven aan hetgeen ze bezig zijn. Het oplossen van de modelleeropgaven wordt een gok en de leerlingen zullen geen nieuwe kennis opdoen (Van der Veen (2008)).

De voorkennis van leerlingen kan ook bestaan uit misvattingen, bijvoorbeeld verkeerd aangeleerde begrippen. Leerlingen denken dat modellen meer fysieke kopieën zijn van de werkelijkheid, dan bijvoorbeeld een hulpmiddel om onderzoek te doen.

Er kan onderscheid gemaakt tussen verschillende soorten voorkennis. Er is theoretische kennis, maar ook praktische ervaring. Het bleek dat de voorkennis die door praktische ervaring opgedaan is, het meeste waarde heeft voor een goede aanpak van modelleeropdrachten.

Verder blijkt dat leren in concrete situaties beter gaat dan in abstracte situaties. In dit onderzoek wordt daarom ook gebruik gemaakt van een vragenlijst aan de hand van concrete situaties. Tenslotte blijkt dat motivatie en interesse een positieve invloed hebben op het modelbegrip en de modelleervaardigheden van leerlingen.

Het modelbegrip en de modelleervaardigheden van leerlingen zijn dus afhankelijk van de theoretische voorkennis en de praktische voorkennis (ervaring). De voorkennis wordt negatief beïnvloed door misvattingen en positief beïnvloed door interesse en motivatie.



Afbeelding 1: Conceptueel model

2.10 Vermoedens

In de deelvragen wordt onderscheid gemaakt tussen modelbegrip, wiskundig modelbegrip en modelleervaardigheden. Wij willen deze begrippen (de afhankelijk variabelen) meten door ook de invloed van voorkennis, misconcepties, ervaring en interesse (de onafhankelijke variabelen) te meten op deze begrippen.

Op basis van verschillende onderzoeken veronderstellen wij dat leerlingen het begrip model beter begrijpen als leerlingen voorkennis bezitten over de context van het model, maar dat desondanks leerlingen in het algemeen een beperkt begrip hebben van een wetenschappelijk model, een wiskundig model en van modelleervaardigheden. We veronderstellen dat leerlingen een aantal misconcepties over modellen en modelleren hebben. Zo realiseren leerlingen zich niet voldoende dat wetenschappers veel gebruik maken van modellen (Grosslight (1991) en Treagust (2002)). Ook veronderstellen we dat leerlingen niet weten dat verschillende modellen alternatieve benaderingen geven van een bepaalde situatie. Verder veronderstellen wij dat hoe meer voorkennis, hoe beter het begrip van wetenschappelijke modellen, wiskundige modellen en modelleervaardigheden. Vooral praktische ervaring zal een significante invloed hebben op het begrip van de leerlingen. Tenslotte veronderstellen we ook dat meer interesse in wiskunde tot een beter begrip van wetenschappelijke modellen, wiskundige modellen en modelleervaardigheden bij de leerlingen zal leiden.

3. Operationaliseren

In de vragenlijst zullen we elk van de drie kernbegrippen (wetenschappelijk model, wiskundig model en modelleervaardigheden) afzonderlijk proberen te meten.

Zoals in Basisboek Methoden en Technieken van Baarda en De Goede (2006) vermeld wordt, zullen we bij het ontwerpen van de vragenlijst bij elk van de drie kernbegrippen diverse dimensies onderscheiden. Bij elk van de dimensies zoeken we naar indicatoren. Vervolgens ontwerpen we voor de diverse indicatoren vragen, opdat de (huidige) voorkennis van de vierdeklassers daadwerkelijk gemeten kan worden.

De dimensies en de indicatoren bij wetenschappelijk en wiskundig model zijn afgeleid van de lijstjes met indicatoren, die een wetenschappelijk model en een wiskundig model beschrijven. Een wetenschappelijk model is te karakteriseren door de volgende kenmerken:

1. Een wetenschappelijk model heeft een relatie met de werkelijkheid. Er zijn overeenkomsten en verschillen (vereenvoudigingen) met de werkelijkheid.
2. De weergave van een wetenschappelijk model kan abstract of concreet zijn.
3. Een wetenschappelijk model ontstaat door een iteratief proces en hoeft niet uniek te zijn. Er zijn verschillende wetenschappelijke modellen voor hetzelfde doel gelijktijdig bruikbaar. Ze kunnen elkaar ook aanvullen.
4. Er zijn verschillende doelen voor een wetenschappelijk model, waaronder illustratie, educatie en onderzoek.

Een wiskundig model is te karakteriseren door de volgende kenmerken:

1. Een wiskundig model heeft een relatie met de werkelijkheid. Er zijn overeenkomsten en verschillen (vereenvoudigen) met de werkelijkheid. Een wiskundig model moet ook adequaat zijn.
2. De weergave van een wiskundig model kan grafisch of symbolisch zijn.
3. Een wiskundig model ontstaat door een iteratief proces en hoeft niet uniek te zijn. Er zijn verschillende wiskundig modellen voor hetzelfde doel tegelijkertijd bruikbaar.
4. Er zijn verschillende doelen voor een wiskundig model: communicatie, educatie, onderzoek.

De dimensies van modelleervaardigheden zijn afgeleid van de definitie van modelleervaardigheden (zie hoofdstuk 2). De dimensies van modelleervaardigheden zijn:

1. Conceptualiseren;
2. Mathematiseren;
3. Analyseren;
4. Interpreteren;
5. Valideren, en;
6. Iteratie.

De indicatoren van de modelleervaardigheden zijn gebaseerd op de beschrijving van de dimensies in het handboek vakdidactiek wiskunde door Spandaw (2009).

De dimensies en indicatoren moeten voldoende uitgebreid zijn om te kunnen meten of leerlingen voldoende voorkennis over wetenschappelijke modellen, wiskundige modellen en modelleervaardigheden hebben. De gekozen dimensies en indicatoren moeten ook voldoende uitgebreid zijn om misconcepties (zoals gevonden door Jansen (2009)) aan te kunnen tonen. In de hypothese zijn een aantal vermoedens geformuleerd, bijvoorbeeld dat leerlingen niet

weten dat verschillende modellen alternatieve benaderingen kunnen geven voor een zelfde situatie. Uit de indicator “niet uniek” bij de dimensie “Ontwikkeling” kunnen we afleiden of dat vermoeden inderdaad klopt of niet.

Hieronder zijn de operationalisaties weergegeven in tabelvorm. Wegens overzichtelijkheid zijn hier de nummers van de vragen alvast toegevoegd. Toelichting hierover volgt in hoofdstuk 5.

Eigenschapbegrip	Dimensie	Indicator	Vragen
Wetenschappelijk model Definitie: <u>Een wetenschappelijk model</u> is een vereenvoudigde afbeelding waarin de werkelijkheid successievelijk wordt benaderd voor een zeker doel.	Relatie met werkelijkheid	Overeenkomsten	1,2,4,5,9
		Verschillen	1,2,4,5,9
	Wetenschappelijke weergave	Concreet	3,6
		Abstract	
	Ontwikkeling	Iteratief	5,9,12
		Niet uniek	
	Doel	Illustratie	7,8
		Educatie	
		Onderzoek	3, 6, 8 10,11,12
Begrip zoals bedoeld	Operationaliseren		

Eigenschapbegrip	Dimensie	Indicator	Vragen
Wiskundig Model Definitie: <u>Een wiskundig model</u> is een wiskundige weergave waarin de werkelijkheid successievelijk wordt benaderd voor een zeker doel.	Relatie met werkelijkheid	Overeenkomsten	16,21
		Verschillen	
		Adequaat	
	Wiskundige weergave	Grafisch	14,15
		Symbolische weergave	13,15
	Ontwikkeling	Iteratief	22,23,24
		Niet uniek	
	Doel	Communicatie	18
		Educatie	
		Onderzoek	16,17,18 19,20,21
Begrip zoals bedoeld	Operationaliseren		

Tabel 1: Operationalisatie onderdeel modelbegrip

3. Operationaliseren

[illegible]

Tabel 2: Operationalisatie onderdeel modelvaardigheid

4. Onderzoeksopzet en uitvoering

Het doel van het onderzoek is om inzicht te verkrijgen in de modelleervaardigheden en het modelbegrip bij vierdeklassers, zodat docenten inzicht krijgen in de mate waarin leerlingen in staat zijn om te modelleren en zij kunnen bepalen waar verdere ondersteuning nodig is.

4.1 Onderzoekspopulatie

De onderzoekspopulatie bestaat uit alle vierdeklassers uit de HAVO en het VWO. Het is voor ons niet te doen om alle leerlingen uit de populatie te benaderen, waardoor we een steekproef nemen. In totaal zijn in dit onderzoek 144 leerlingen betrokken, waarvan 66 van de HAVO en 78 van het VWO van twee verschillende scholen in Zuid-Holland. Bij de HAVO-4-leerlingen hebben we niet gekeken naar hun verleden (of zij bijvoorbeeld doorstromers zijn vanuit het VMBO); er is bij de onderzoekers wel bekend dat dit bij een aantal leerlingen het geval is.

We hebben ons net als Marina Jansen beperkt tot leerlingen uit de vierde klas van de HAVO en het VWO. Eerst zullen we de keuze voor de vierde klas toelichten. Vervolgens leggen we uit waarom we alleen kijken naar HAVO- en VWO-leerlingen en waarom we geen VMBO meegenomen hebben in ons onderzoek.

Het leeuwendeel van de onderzoeken naar modelleerkennis of modelleervaardigheden is gericht op de basisscholen of brugklassen. Onderzoeken zijn ook vaak kleinschalig opgezet. Als onderzoekers moeten we een keuze maken omtrent de hoeveelheid gegevens die we verzamelen. Om nuttige conclusies te kunnen trekken, wil je zoveel mogelijk data verzamelen. Aan de andere kant moet het afnemen en verwerken van de data wel binnen behapbare tijd te doen blijven. We kwamen tot de conclusie dat het afnemen van één of twee leerjaren ons streven werd. Omdat het praktisch minder wenselijk is om bij examenklassen enquêtes af te nemen, kwamen we al snel in het bereik van de eerste tot en met de vierde klas. Het eerste idee was om zowel leerlingen uit de brugklas als uit de vierde klas de test in te laten vullen. De leerlingen in de vierde klas hebben nog niet expliciet kennis gemaakt met modelleren en het begrip model maar zullen daar de komende jaren wel mee aan het werk gaan; bijvoorbeeld bij wiskunde D of NLT. Voor het ontwikkelen van modelleeropdrachten in de tweede fase is de voorkennis van deze groep leerlingen dus ook erg van belang. Ter vergelijking wilden we kijken naar de voorkennis van leerlingen in de eerste klas.

Een minpunt van betrekken van de eerste klassen in het onderzoek is dat zij veel minder kennis van een context hebben dan een vierde klas: Een vragenlijst zou al snel te moeilijk worden voor leerlingen uit de brugklas of te makkelijk voor leerlingen uit de vierde klas. De vragenlijst die we voor de eerste klas zouden moeten gebruiken kan daarom niet gelijk zijn aan die van de vierde klas. Bij verschillende vragenlijsten is het moeilijk een verband te leggen tussen de verschillende leerjaren. We richten onze aandacht dus volledig op de vierde klassen.

De verklaring voor het niet meenemen van vierdeklas leerlingen op het VMBO in het onderzoek is drieledig. 4VMBO is een examenklas waardoor er praktische bezwaren zitten aan het afnemen van de enquête. Bovendien zijn wij bang dat de hoeveelheid voorkennis bij leerlingen op het VWO (en de HAVO) over de probleemsituaties die wij gekozen hebben van invloed zal zijn op de beantwoording van de vragenlijst. Op deze manier zouden wij niet de modelleerkennis en modelleervaardigheden aan het testen zijn, maar uitsluitend de voorkennis

over het begrip zelf. Modelleren speelt ook een minder grote rol op het VMBO. De laatste reden om het VMBO niet mee te nemen weegt minder zwaar dan de andere redenen: doordat we op een eerstegraads lerarenopleiding zitten, zijn de HAVO- en VWO-leerlingen voor ons beter bereikbaar.

We wilden zoveel mogelijk leerlingen uit de HAVO en VWO de vragenlijst laten invullen. Omdat de antwoorden uit de vragenlijsten handmatig ingevoerd moesten worden, kunnen we ook niet al te veel binnenkrijgen. De onderzoekers hebben aan zoveel mogelijk leerlingen op de scholen waar ze actief waren gevraagd om de vragenlijst in te vullen; dit waren de eerder genoemde 144 leerlingen, zie ook paragraaf 4.3. Verder wilden we in eerste instantie ook dat andere stagiairs van onze opleiding de vragenlijst zouden invullen, maar wegens logistieke problemen is dit er nooit van gekomen. Achteraf blijkt dat we voldoende informatie hebben binnengehaald hebben om nuttige uitspraken te kunnen doen, zie hoofdstuk 7.

4.2 Methode

Voor dit onderzoek maken we gebruik van een vragenlijst. De vragen en situaties die in de vragenlijst voorkomen, zijn door ons zelf ontworpen op basis van de eerder in hoofdstuk 3 beschreven operationalisatie. We kiezen in dit onderzoek voor een vragenlijst met gesloten vragen. De leerlingen zullen deze vragenlijst zelfstandig invullen.

Het voordeel van een vragenlijst met gesloten vragen is dat er meerdere leerlingen tegelijkertijd antwoord kunnen geven op de vragen. Dit maakt het mogelijk om de vragenlijst voor te leggen aan een grote groep. Een grote groep van leerlingen geeft ons de mogelijkheid conclusies te trekken over de verschillen tussen HAVO en VWO leerlingen en leerlingen met verschillende types wiskunde. Verder zijn de antwoorden van een gesloten vragenlijst makkelijker te verwerken, wat handig is omdat er gewerkt wordt met een grote groep respondenten. Het nadeel van een gesloten vragenlijst is dat leerlingen niet kunnen toelichten waarom ze kiezen voor een bepaald antwoord. Ook weten we niet of de vragen in alle gevallen goed begrepen worden. Voor een gesloten vragenlijst is het nodig dat de vragen nauwkeurig gesteld worden en eenduidig zijn. Doordat we verder werken op het pilotonderzoek van Marina Jansen hebben we al enig idee van de voorkennis van leerlingen. Dit stelt ons in staat om gericht te vragen.

Verder testen we de vragenlijst eerst op een kleine groep leerlingen, zowel door middel van interviews als het op kleine schaal afnemen van de vragenlijst. Na hier lering uit getrokken te hebben, zullen we enkele aanpassingen verrichten en de vragenlijst op een grotere schaal afnemen. De verwerking van deze testfase is te vinden in hoofdstuk 6.

Uiteindelijk zullen we door gebruik te maken van het statistische verwerkingsprogramma's PASW (voorheen SPSS) en R proberen conclusies te trekken over de mate waarin de leerlingen op de indicatoren scoren. Ook proberen wij het opgestelde conceptueel model (zie hoofdstuk 2) te verifiëren. Daarnaast proberen we door een kwalitatieve analyse van de data te zoeken naar verbanden tussen verschillende vragen in de vragenlijst. De hoofdvragen die we proberen te beantwoorden zijn terug te vinden in paragraaf 1.3.

4.3 Uitvoerbaarheid

De vragenlijst is gebaseerd op de vragenlijst die door Marina Jansen in haar onderzoek gebruikt werd. Deze vragenlijst bestond uit open vragen. Zij heeft een beperkt aantal leerlingen geïnterviewd en deze interviews uitgewerkt. De vragenlijst, die in ons onderzoek is gebruikt, bestaat uit gesloten vragen, zodat er veel leerlingen in het onderzoek betrokken zouden kunnen worden. Voordat de vragenlijst door een groot aantal leerlingen ingevuld werd, zijn er als test een paar leerlingen van Christelijk Lyceum Delft (CLD) geïnterviewd. Deze interviews hebben in december 2009 plaats gevonden. De interviews duurde ongeveer 45 minuten per stuk. Door interacties tussen de leerlingen en de onderzoeker duurde het invullen van de vragenlijst veel langer. Echter, op deze manier was het wel mogelijk meer inzicht te krijgen in de gedachtegang van leerlingen bij het invullen van de vragenlijst en enkele problemen die daarbij ontstonden. Op basis van hun antwoorden en reacties is de vragenlijst aangepast. De aangepaste vragenlijst is vervolgens uitgetoetst door een familielid van een van de onderzoekers die prima bij de onderzoekspopulatie te plaatsen valt en door een viertal leerlingen van de middelbare school De Passie in Rotterdam. Het invullen van de vragenlijst tijdens deze tests duurde niet langer dan 10 tot 15 minuten. Vervolgens zijn er de laatste wijzigingen gedaan aan de vragenlijst en zijn er verschillende klassen benaderd:

1. Twee HAVO 4 Wiskunde A klassen van De Passie
2. Eén HAVO 4 Wiskunde B klas van De Passie
3. Eén VWO 4 Wiskunde A klas van De Passie
4. Eén VWO 4 Wiskunde B klas van De Passie
5. Twee HAVO 4 Wiskunde A klassen van het CLD
6. Een VWO 4 Wiskunde B klas van het CLD
7. Twee VWO 4 Wiskunde A klassen van het CLD

De enquêtes zijn door de leerlingen ingevuld in de maanden januari en februari van het jaar 2010. De scholen, die hebben meegewerkt aan dit onderzoek, zijn gekozen op basis van relaties van de onderzoekers met deze scholen. Deze scholen waren dan ook zonder meer bereid om mee te werken aan dit onderzoek.

5 Ontwerpen van de vragenlijst

De wortels van de vragenlijst zijn terug te vinden in de operationalisatie uit hoofdstuk 3. Eerst kijken we naar de opbouw van de vragenlijst, en vervolgens naar de verantwoording van de keuzes die we gemaakt hebben tijdens het maken van de vragenlijst. Het hoofdstuk wordt beëindigd met de keuzes voor de vragen die we gemaakt hebben.

5.1 Opbouw

De vragenlijst bestaat uit vier onderdelen. Het bepalen van de contexten worden later in dit hoofdstuk toegelicht.

- Algemene informatie over de leerling, zoals leeftijd, soort onderwijs dat gevolgd wordt en interesse in het vak wiskunde.
- Het testen van wetenschappelijke modelkennis aan de hand van vragen over een weergave van een hart.
- Het testen van wiskundige modelkennis aan de hand van vragen over een grafiek waarin het verloop van de concentratie van een medicijn in bloed werd gerepresenteerd.
- Het testen van modelleervaardigheden aan de hand van vragen over opstellen van een model om de uitkomst van een autorace te voorspellen.

Op basis van de indicatoren, zoals gedefinieerd in hoofdstuk 3, vermoeden wij voldoende vragen te kunnen formuleren zodat we de voorkennis van leerlingen kunnen meten. Ook vermoeden wij met behulp van de door ons opgestelde vragen te kunnen meten welke misconcepties leerlingen hebben.

Uit het eerste deel van de vragenlijst, algemene informatie, verwachten wij voldoende informatie te halen over de achtergrond van de leerlingen, de praktische ervaring van de leerlingen en de interesse van de leerlingen specifiek voor het vak wiskunde. In de algemene informatie vragen we of de leerlingen HAVO of VWO volgen, of ze Wiskunde A, B, C of B+D volgen, welke cijfers de leerlingen voor wiskunde hebben gehaald en hoe de leerlingen over het vak wiskunde denken. Aan het laatste deel, modelleervaardigheden, is een extra vraag toegevoegd om te bepalen wat de voorkennis van de leerlingen op het gebied van auto's is. In tabel 3 is te zien op waar alle onafhankelijke variabelen uit het conceptueel model uit paragraaf 2.9 in de vragenlijst verwerkt zijn.

	Niveau (HAVO of VWO)	Type wiskunde (A of B)	Cijfer voor wiskunde	Mening over wiskunde	Kennis over auto's	Modelleer vragen
Voorkennis/misconcepties	X	X	X		X	X
Praktische ervaring	X	X	X		X	
Interesse			X	X		

Tabel 3: Onafhankelijke variabelen (rijen) en onderdelen van de vragenlijst (kolommen)

We hebben geprobeerd om zoveel mogelijk indicatoren in de cijferlijst te verwerken, en de vragen op zo'n manier te stellen dat ze slechts op één manier te interpreteren zijn. Tijdens het literatuuronderzoek hebben we gezien dat modelleren altijd in een bepaalde context gebeurt.

Bij de keuzes van de contexten waarin de vragen gesteld werden, is er geprobeerd rekening te houden met de voorkennis van de leerlingen. We wilden niet kiezen voor bijvoorbeeld een zeer natuurkundige context omdat dit een oneerlijk voordeel is voor de leerlingen die natuurkunde in hun vakkenpakket hebben. Zo zou er een verschil kunnen ontstaan tussen leerlingen met wiskunde A en wiskunde B zonder dat één van beide groepen meer kennis zou hebben over modellen of modelleervaardigheden.

De vragenlijst bestaat in totaal uit vijftig vragen. Op deze manier is het mogelijk voor de leerlingen om de vragenlijst binnen een lesuur te beantwoorden. Ook is de vragenlijst dan niet te lang zodat leerlingen hun concentratie niet verliezen. Dit zou zorgen voor onbetrouwbare antwoorden.

We wilden voorkomen dat de leerlingen zouden denken dat de vragenlijst alleen over wiskunde gaat. Tijdens de interviews van Marina Jansen (2009) bleek dat leerlingen die opvatting hadden en dat de antwoorden door die opvatting anders waren. We kozen er daarom voor om te beginnen met de wetenschappelijke modelleerkennis, en pas daarna de wiskundige modelleerkennis toetsen. Daarom is er bij het behandelen van het wetenschappelijk modelbegrip voor een context, die niet met wiskunde te maken heeft, gekozen. Marina Jansen begon haar interview ook met het toetsen van wetenschappelijk modelbegrip maar liet de leerling zelf voorbeelden van modellen noemen en ging daarop verder. In tegenstelling tot de vragenlijst van Marina kondigen wij de overgang tussen wetenschappelijk modelbegrip en wiskundig modelbegrip in onze vragenlijst niet aan.

Tijdens onze interviews om de vragenlijst te testen kwamen we er achter dat een bovengrens de benodigde tijd voor het invullen van de vragenlijst 45 minuten is. In de praktijk blijkt echter dat na twintig minuten de meerderheid van de leerlingen al klaar is.

5.2 Verantwoording van het ontwerp van de vragenlijst

Uit het onderzoek van Marina volgt dat leerlingen niet bekend zijn met de termen ‘model’ en ‘modelleren’. Doordat er in de literatuur ook geen eenduidige informatie te vinden is over een definitie van deze termen, hebben we ervoor gekozen om de leerlingen voorafgaand aan de vragenlijst onze definities te geven.

Ook bleek tijdens het onderzoek van Marina Jansen (2009) dat leerlingen een vooroordeel hebben dat modellen wiskundig van aard moeten zijn. Wellicht werd dit veroorzaakt door het feit dat de vragenlijst door de vragenlijst door een wiskundedocent afgenomen wordt. Om dit vooroordeel tegen te gaan hebben we gekozen om het modelbegrip te toetsen op andere vakgebieden: biologie, natuurkunde of scheikunde. We hebben er hier wel op gelet dat de contexten ook voor leerlingen die deze vakken niet volgen, begrijpbaar zijn.

Bij het ontwikkelen van de vragenlijst zijn verscheidene soorten modellen in aanmerking gekomen die ons bij nader inzien toch niet geschikt leken, waaronder landkaarten en een molecuul. Deze modellen waren te vakspecifiek waardoor we vermoedden dat leerlingen met een maatschappijprofiel significant minder kennis zouden hebben over de context en daardoor slechter zouden presteren op de vragenlijst. Uiteindelijk zijn we uitgekomen bij modellen van het hart, medicijnen en een auto.

Om een betrouwbaar beeld te krijgen van de modelleervaardigheden wilden we het onderzoek op een relatief grote schaal uitvoeren. Om het toetsbaar te houden kozen we ervoor om alle

vragen gesloten te maken, en de leerlingen hun antwoorden te kiezen uit een vijf-punts Likertschaal: ‘eens’, ‘beetje eens’, ‘weet niet’, ‘beetje oneens’, ‘oneens’. Bij de analyse van de resultaten concludeerden we dat de keuze ‘weet niet’ ook gekozen zal worden als neutrale schaal. Achteraf konden we bij het ontwerp van de vragenlijst beter ‘neutraal’ zetten op de plaats van ‘weet niet’, en rechts aan de zijkant de optie ‘weet niet’ plaatsen. Op deze manier hadden we onderscheid kunnen maken tussen leerlingen die ‘weet niet’ hadden gekozen omdat ze geen idee hadden en leerlingen die ‘weet niet’ kiezen omdat ze het niet eens maar ook niet oneens zijn met de stelling.

5.3 Koppeling van vragen aan indicatoren

De algemene vragen van de vragenlijst (zie Appendix A) zijn niet op indicatoren gebaseerd: dit is ook niet nodig omdat ze uit concrete gegevens bestaan; dat zijn de onafhankelijke variabelen. De vragen uit onderdeel A t/m E zijn om inzicht te krijgen in de houding van de leerlingen voor het vak wiskunde. Deze vragen zijn gebaseerd op vragen uit de vakbelevingstest van Bokhoven en Prins.

Niet bij elke indicator hebben we vragen geformuleerd. Alleen bij de indicatoren die nodig waren om antwoord te geven op de deelvragen en indicatoren die via een gesloten vraag te testen waren, hebben we vragen geformuleerd. De drie delen van de vragenlijst hebben elk hun eigen (disjuncte) vragen. Eerst komen er 12 vragen over wetenschappelijk modelbegrip, daarna komen er 12 vragen over wiskundig modelbegrip en over modelleervaardigheden zijn er 13 vragen. In de laatste vraag wordt de leerling gevraagd hoeveel verstand hij of zij van auto's heeft. Deze vraag wordt niet meegewogen in de scores, en kan als ‘algemene vraag’ bestempeld worden. Alle onderdelen worden dus even zwaar getoetst in het aantal vragen.

Een vraag wordt maar voor één onderdeel gebruikt. Dus als een vraag bij ‘wiskundig model’ gebruikt wordt, dan zal hij niet meewegen bij een indicator van het onderdeel ‘modelleervaardigheden’. Wel kan een vraag bij meerdere indicatoren van dezelfde vraag meewegen. Zo zien we in tabel 1 van hoofdstuk 3 dat vraag 5 bij drie verschillende indicatoren meeweegt, maar dat al deze indicatoren tot hetzelfde onderdeel behoren.

Vervolgens hebben we eerst zelf de vragenlijst ingevuld en daarna onze begeleiders (de experts) gevraagd om de vragenlijst in te vullen. Tijdens deze ronde kwamen we er achter dat een aantal vragen verkeerd begrepen konden worden. Deze vragen hebben we aangescherpt of verwijderd als we geen goede aanpassing konden vinden. Uiteindelijk hebben we als laatste test de vragenlijst tijdens interviews aan een aantal leerlingen voorgelegd, zie hoofdstuk 6. Tijdens deze interviews stuitten we nog op enkele problemen. Nadat deze problemen aangepast werden, namen we de vragenlijst af bij een klas van vier leerlingen. Hier kwamen geen nieuwe problemen naar voren waardoor we besloten de vragenlijst op grote schaal af te nemen.

6. Interviews met leerlingen en afname op kleine schaal

6.1 Uitvoering

In eerste instantie hebben we een vragenlijst gemaakt die ons geschikt leek, maar voordat een enquête grootschalig afgenomen wordt, is het verstandig om de validiteit te controleren. Het is moeilijk om nauwkeurig in te schatten hoeveel tijd leerlingen nodig hebben om een vragenlijst in te vullen. Ook kan het zijn dat enkele vragen toch op een andere manier door de leerlingen geïnterpreteerd worden dan wij bedoelen. Om hier een inzicht in te krijgen, werden er drie interviews met leerlingen afgenomen. Aan de hand van deze gegevens zijn de vragenlijsten aangepast. De eerste twee interviews waren op het Christelijk Lyceum Delft afgenomen; één bij een jongen in een HAVO-4-wiskunde-A-klas, en één bij een meisje uit een VWO-4-wiskunde-A-klas. Het derde interview is afgenomen bij een familielid van een van de onderzoekers die prima bij de onderzoekspopulatie te plaatsen valt. Dit derde interview richtte zich alleen op het onderdeel waarbij we de modelleervaardigheden toetsten.

Tijdens het eerste (8 december 2009) en het tweede interview (17 december 2009) liep er een geluidsband mee. De transcripten van de geluidsbanden vallen in Appendix B na te lezen. De uiteindelijke vragenlijst valt in Appendix A te vinden. De versie van de vragenlijst dat aan de leerlingen voorgelegd werd, is niet als appendix toegevoegd.

6.2 Interview met leerlingen 1 en 2

Het eerste interview dat afgenomen werd, was met een jongen uit een HAVO-4-klas. Hij heeft eerst het deel over modelleerkennis gemaakt, en daarna het gedeelte over modelleervaardigheden. Het tweede interview was met een meisje uit een VWO-4-klas. Zij maakte eerst het deel over modelleervaardigheden, en daarna het onderdeel over modelleerkennis. De reden dat we de volgorde bij één leerling omgedraaid hadden, was om te kijken of het vaardighedendeel invloed had op het begripsdeel, of andersom. Dit zou eventueel de volgorde van onze vragenlijst doen veranderen. We hebben geen duidelijk verschil waargenomen, waardoor we de volgorde gelaten hebben zoals we het in eerste instantie bedacht hadden.

Wat na het interview met deze leerlingen veranderd is:

- In de vragenlijst dat aan deze leerlingen werd voorgelegd stonden wiskunde B en D als losse opties, dit is veranderd naar 'alleen B' en 'B & D'.
- Bij A was de vraagstelling: 'Vooral bij wiskunde ben ik blij als de les voorbij is.' Dit is veranderd naar 'Bij wiskunde ben ik blijer als de les afgelopen is dan bij andere vakken.' Bij de leerling was een lichte twijfel wat er bedoeld werd.
- Vraag D: 'Ik vind het fijn om zelf een opdracht voor wiskunde te maken' is veranderd in 'Ik vind het fijn om zelfstandig een opdracht voor wiskunde te maken'.
- Vraag E is toegevoegd: 'Het geeft een voldaan gevoel als ik een wiskunde opgave goed heb opgelost.'
- De vraag 'Alleen een donorhart kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.' is aan de vragenlijst toegevoegd. In deze vraag testen we of de leerlingen denken dat men helemaal niet mag vereenvoudigen bij wetenschappelijk onderzoek.
- De vraag 'Figuur 2 is een beter model van het hart dan figuur 1' is toegevoegd. Hiermee proberen we te testen of leerlingen zien dat er verschillende manieren van modelleren zijn, en dat het ene model niet per sé beter is dan een ander model.

- De vraag 'Figuur 2 is een beter model van het hart dan figuur 1' is toegevoegd, als controlevraag op de bovenstaande.
- Verder is ook het verschil tussen de vragen 'Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te ontwikkelen over de functie van het hart' en 'Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te toetsen over de functie van het hart' beter uit elkaar te houden, omdat we het verschil in de verwoording onderstreept hebben.
- De vraag 'De grafiek van figuur 3 is alleen een wiskundig model in combinatie met formule C_1 en/of C_2 ' is toegevoegd. Hiermee wordt getest of leerlingen inzien dat een formule best iets kan modelleren zonder dat er een grafiek bij gemaakt is.
- De vraag 'De formules C_1 en C_2 kunnen gebruikt worden om de werking van het medicijn te toetsen' is veranderd naar 'Zowel formule C_1 als formule C_2 kan gebruikt worden om te toetsen hoe lang er voldoende concentratie van het medicijn in het bloed zit'. Op deze manier wordt de vraagstelling verduidelijkt.
- De vragen 'Formule C_1 is beter dan formule C_2 .', 'Formule C_2 is beter dan formule C_1 ' en 'Formule C_1 is (ongeveer) net zo bruikbaar als formule C_2 ' zijn aan het onderzoek toegevoegd. Deze drie vragen bekijken of leerlingen inzicht hebben in de betekenis van de grafiek.

6.3 Interview met leerling 3

Het derde interview werd op 19 januari 2010 afgenomen, en bestond alleen uit het vaardighedenonderdeel. Aangezien er geen geluidsband meeliep, hebben we geen transcript als Appendix toegevoegd. In de tijd tussen het interview van leerling 2 en leerling 3 is de vragenlijst niet aangepast.

De volgende punten hebben we van deze vragenlijst geleerd:

- Het woord 'vermogen' wordt door wiskunde A leerlingen zonder toelichting begrepen.
- Het woord 'bandenspanning' is bij deze leerling onduidelijk. Omdat het een algemeen begrip dat bij twee van de drie leerlingen wel duidelijk is, hebben we besloten dit begrip in de vragenlijst te houden zonder verdere toelichting te geven.
- 'Mag hij dit doen?' werkt niet lekker met onze antwoordmogelijkheden. Dit is aangepast naar 'Ben je het hier mee eens?'.
- Een vraag is verplaatst naar een plaats waar hij beter op zijn plaats is.

6.4 Afname op kleine schaal bij een HAVO-4-klas

Nadat de verbeterpunten die we uit de interviews afgeleid hadden, doorgevoerd waren, werd het interview in een klas afgenomen. Gekozen werd voor een HAVO-4-wiskunde-B-klas met slechts vier leerlingen, die één van de onderzoekers als docent heeft. Uit deze kleinschalige meting is gebleken dat er geen nieuwe problemen optraden en de huidige vorm van de vragenlijst van dusdanige kwaliteit is dat we hem op grote schaal kunnen afnemen. De gegevens van deze vier leerlingen zijn meegenomen in de dataset.

7. Analyse en resultaten

Na het afnemen van de vragenlijsten, moeten de antwoorden van de leerlingen vertaald worden om conclusies te kunnen trekken betreffende de relaties, die eerder uitgelegd zijn in het conceptueel model en de onderzoeksvragen. Deze analyse bestaat uit een aantal delen. Ten eerste zullen we de antwoorden van de leerlingen moeten vertalen naar meetbare gegevens. Zodra de data meetbaar gemaakt is, kunnen we deze data analyseren. Aangezien de aanname dat de data normaal verdeeld is door de Shaphiro-Wilk test wordt verworpen, zullen we de analyse uitvoeren met behulp van niet-parametrische statistiek. Hierbij maken we zo weinig mogelijk aannames over de data. Verder zijn de antwoorden van de leerlingen ook kwalitatief onderzocht om bepaalde misconcepties aan het licht te brengen. Ook zijn de antwoorden van de vijf leerlingen, die de beste scores hadden, onderzocht om inzicht te krijgen in de betrouwbaarheid van de vragen. Tenslotte sluiten we dit hoofdstuk af met conclusies op basis van onze analyse.

7.1 Verwerking van de data en resultaten per vraag

Zoals blijkt uit de gebruikte vragenlijst, zie Appendix A, was het voor de leerlingen alleen mogelijk om te antwoorden met de opties ‘eens’, ‘beetje eens’, ‘weet niet’, ‘beetje oneens’ en ‘oneens’. Om de resultaten van de test te kunnen verwerken, moeten we aan kunnen geven hoe goed of hoe fout de antwoorden zijn. Op deze manier is het mogelijk aan elke leerling scores toe te kennen. Wij willen dit doen door de antwoorden te vertalen naar numerieke waarden. Aangezien er geen zekerheid is of leerlingen de optie ‘weet niet’ ook gebruikt hebben voor neutrale antwoorden, hebben we ervoor gekozen om de optie ‘weet niet’ in alle vragen de waarde 0 te geven. Het goede antwoord krijgt vervolgens 2 punten, het minder goede antwoord 1 punt. Het foute antwoord krijgt -2 punten, het foute maar minder sterke antwoord krijgt -1 punt.

Voor het vertalen naar numerieke waarden moeten we weten wat het ‘juiste’ antwoord op elke vraag is. Deze vertaling is te vinden tabel 13 van Appendix C. Om dit te kunnen bepalen, hebben we onze eigen antwoorden en die van de experts geanalyseerd. Voor de meeste vragen kwam daar een antwoord uit dat meestal gekozen werd als het goede. Voor vraag 17 was dat niet het geval; ‘eens’ en ‘beetje eens’ werden even vaak gekozen als het goede antwoord. Daarom is ervoor gekozen om voor deze vraag het antwoord ‘eens’ en het antwoord ‘beetje eens’ beide de score 1,5 te geven. Aangezien de vragen door 144 leerlingen ingevuld zijn en de maximale score per vraag 2 punten is, kan er per vraag een maximale score van 288 punten behaald worden. De uitzondering is vraag 17.

In tabel 14 van Appendix C zijn de scores per vraag te vinden. We kunnen hieruit opmaken dat voor 8 uit de 36 vragen de som van de score over alle leerlingen negatief is. De gemiddelde totale score voor een vraag is 44. De vraag met de hoogste score is stelling 7: *Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden om de theorie hoe een hart werkt uit te leggen*. Voor deze vraag was het juiste antwoord ‘eens’. De meeste leerlingen kozen ook voor ‘eens’. De vraag met de laagste scores is stelling 8: *Het hart in figuur 2 is geschikt voor onderwijs op de middelbare school, maar niet voor wetenschappelijk onderzoek*. Het juiste antwoord op deze vraag is ‘oneens’ maar de meeste leerlingen kozen voor ‘eens’ of ‘beetje eens’.

7.2 Totaalscore

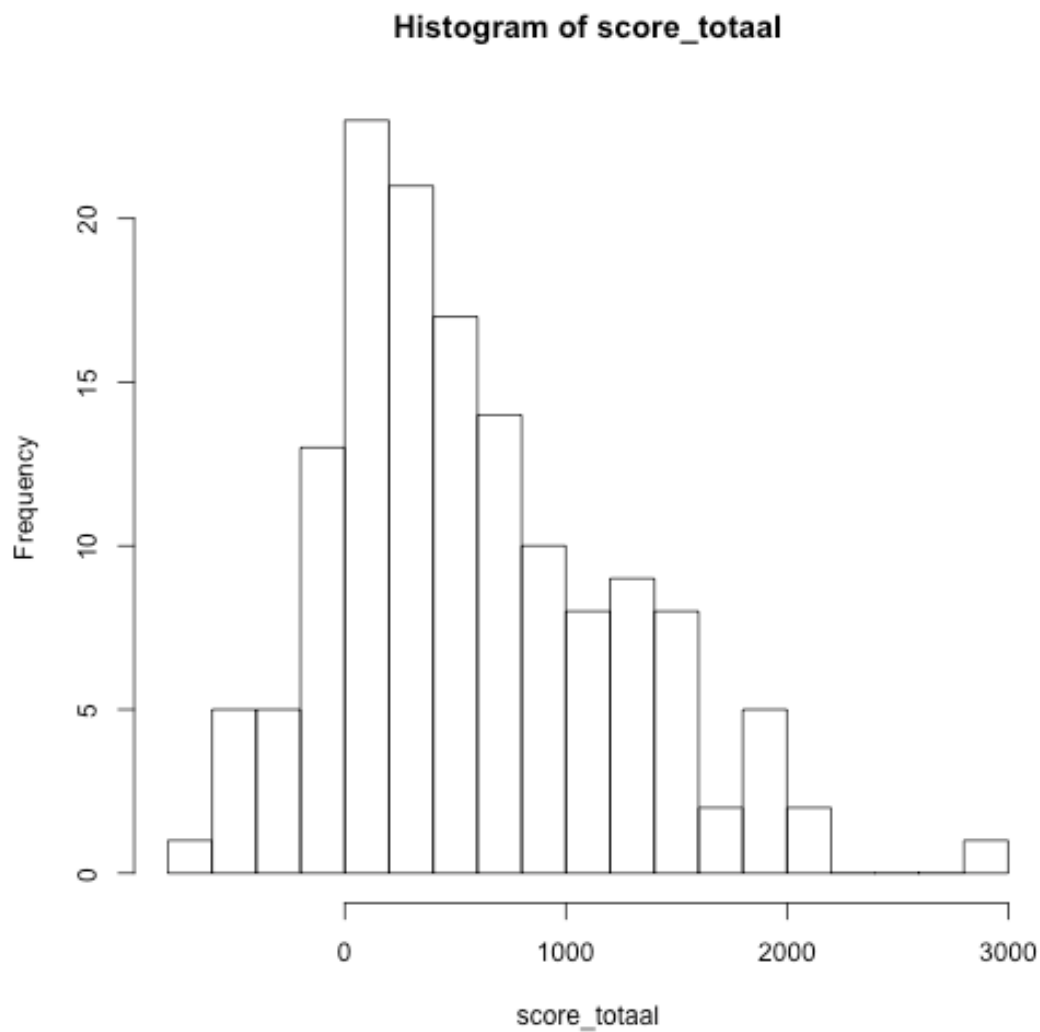
De doelstelling van het onderzoek is om een analyse te maken over de hoeveelheid voorkennis die vierdeklasleerlingen op het gebied van modelleren hebben. Om hierop een antwoord te kunnen geven, willen we de antwoorden op de vragen in de vragenlijst vertalen naar een totaalscore voor de vragenlijst. We willen er hierbij voor zorgen dat elk van de eerder gedefinieerde indicatoren gelijk is vertegenwoordigd in de totaalscore. Dit doen we door een gewicht toe te kennen aan elke vraag. Hierbij is het gewicht voor de vragen in de kernbegrippen algemeen modelbegrip, wiskundig modelbegrip en modelleervaardigheden gelijk. De gewichten zijn te vinden in tabel 15 van Appendix C. Het totaal van de gewichten is 2160. Deze aanpak wijkt af van de gebruikelijke aanpak, waarbij alle vragen even zwaar wegen en achteraf in de analyse wordt gekeken of sommige vragen een onevenredig grote invloed hebben gehad op de scores.

	Maximum haalbare	Minimum haalbare	Maximum geobserveerd	Minimum geobserveerd	Gemiddelde score
(Wiskundig) Modelbegrip	2875	-2880	2302	-781	355,28
Modelleervaardig- heden	1440	-1440	1020	-600	221,14
Totaalscore	4312	-4320	2902	-768	576,42

Tabel 4: Score per leerling

In tabel 4 staan een aantal gegevens over de score per leerling. De maximum mogelijke score op de vragenlijst is 4312. De hoogste score die wij geobserveerd hebben is 2902. De laagst geobserveerde score is -768. Aan de gemiddelde scores voor de onderdelen en het totaal kunnen we zien dat de leerlingen gemiddeld een positieve score haalden op de vragenlijst.

Afbeelding 2 laat een histogram zien van de verdeling van de totaalscores op de vragenlijst. Hierin valt te zien dat de hoogst geobserveerde score een uitschieter is ten opzichte van de rest van de scores. Het zwaartepunt van het histogram ligt bij scores tussen 0 en 400. Ook laat het histogram zien dat er 24 leerlingen zijn die een negatieve score hebben gehaald.



Afbeelding 2: Histogram van de totaalscore op de vragenlijst

7.3 Kwantitatieve data-analyse

Naar aanleiding van het conceptueel model zijn er een aantal vragen die we in deze statistische analyse proberen te beantwoorden. We proberen hierbij te zoeken naar verbanden tussen factoren als het cijfer voor wiskunde en de resultaten op de vragenlijst. De vragen die we hieronder zullen behandelen zijn:

1. Wat is de relatie tussen het niveau (HAVO of VWO) en de resultaten op de vragenlijst? (de voorkennis van de leerlingen en de praktische ervaring)
2. Wat is de relatie tussen het soort wiskunde dat leerlingen volgen en resultaten op de vragenlijst? (de voorkennis van de leerlingen en de praktische ervaring)
3. Wat is de relatie tussen het cijfer voor wiskunde en de resultaten op de vragenlijst? (de voorkennis, de praktische ervaring en de interesse van de leerlingen)
4. Wat is de relatie tussen wat de leerling denkt over wiskunde en de score op de vragenlijst? (de interesse van de leerlingen)
5. Wat is de relatie tussen de (zelf ingeschatte) autokennis en de resultaten op de vragenlijst op het gebied van modelleervaardigheden? (de voorkennis en de interesse van de leerlingen)

7.3.1 Relatie niveau

Om aan te kunnen geven wat de resultaten per niveau zijn, delen we de scores in per niveau. In de dataset doen 66 VWO-leerlingen en 78 havisten mee. De makkelijkste manier van vergelijken is door aan te nemen dat de score in beide groepen normaal verdeeld is. De Shapiro-Wilk test verworpt deze aanname echter voor de groep HAVO-leerlingen met p -waarde 0,001. De Shapiro-Wilk test is een goodness-of-fit test voor de normale verdeling.

Omdat de aanname dat de scores normaal verdeeld zijn verworpen wordt, gaan we voor de aannamevrije Wilcoxon sum rank test voor 2 samples. Hiermee wordt getest of de verdeling van twee datasets ten opzichte van elkaar is verschoven. De nulhypothese is dat de verdeling van de twee datasets niet ten opzichte van elkaar is verschoven. Als de aanname niet verworpen wordt, wijst dat erop dat de resultaten van havisten gelijk zijn aan de resultaten van de VWO-leerlingen.

	Gemiddelde HAVO leerlingen	Gemiddelde VWO leerlingen	p-waarde Wilcoxon sum rank test
(Wiskundig) modelbegrip	237,56	454,88	0,0046
Modelleervaardigheden	146,36	284,42	0,0084
Totaalscore	383,92	739,31	0,0003

Tabel 5: Verschil per niveau

In de tabel is te zien dat het gemiddelde op gebied van modelbegrip hoger is voor VWO-leerlingen dan HAVO-leerlingen. Bovendien zien we aan de p -waarde van de Wilcoxon sum rank test dat de hypothese dat de verdeling gelijk is verworpen wordt. Ook op het gebied van modelleervaardigheden scoren VWO-leerlingen gemiddeld hoger. De Wilcoxon sum rank test heeft ook hier een kleine p -waarde, hetgeen aangeeft dat de verdelingen niet gelijk zijn. Voor de totale test score zijn de resultaten vergelijkbaar. Op alle gebieden wordt de hypothese dat

VWO-leerlingen en havisten gelijk presteren verworpen. We concluderen dat VWO-leerlingen beter score op de vragenlijst.

7.3.2 Relatie soort wiskunde

Voor het soort wiskunde dat leerlingen kunnen kiezen onderscheiden we vier categorieën; wiskunde A, B, C en B/D. In de dataset bevinden zich 108 leerlingen met wiskunde A, 28 leerlingen met wiskunde B, 2 leerlingen met wiskunde C en 6 leerlingen met zowel wiskunde B als D. Aangezien de groep met leerlingen die wiskunde C en de groep leerlingen die zowel B als D gekozen hebben erg klein zijn, kiezen we ervoor om wiskunde C geheel buiten beschouwing te laten en de leerlingen met wiskunde D toe te voegen aan de groep van leerlingen met wiskunde B; zij volgen immers ook wiskunde B. Een bijkomend verschijnsel is dat op onze scholen op HAVO-niveau geen wiskunde C en wiskunde D aangeboden wordt, waardoor met deze keuze de havisten en VWO-leerlingen goed samengevoegd kunnen worden.

Dit resulteert in een groep van 108 leerlingen met wiskunde A en een groep van 34 leerlingen met wiskunde B. Opnieuw gebruiken we de Wilcoxon sum rank test om deze twee groepen met elkaar te vergelijken.

	Gemiddelde wiskunde A	Gemiddelde wiskunde B	<i>p</i> -waarde Wilcoxon sum rank test
(Wiskundig) modelbegrip	293,35	498,24	0,00004
Modelleervaardigheden	170,56	379,41	0,00248
Totaalscore	463,91	877,65	0,00031

Tabel 6: Verschil per wiskunde

We zien in tabel 6 dat zowel voor het modelbegrip, de modelleervaardigheden en de totaalscore leerlingen met wiskunde B gemiddeld hoger scoren dan leerlingen met wiskunde A. De Wilcoxon sum rank test verworpt in alle gevallen de nulhypothese die stelt dat de verdeling van beide categorieën gelijk is, ten gunste van de alternatieve hypothese: de verdeling van de resultaten voor leerlingen met wiskunde B is naar rechts verschoven ten opzichte van de verdeling van de resultaten voor leerlingen met wiskunde A. We mogen concluderen dat wiskunde-B-leerlingen beter presteren.

Het probleem met deze conclusie is wel dat we niet kijken naar het verschil tussen HAVO- en VWO-leerlingen in deze groepen. In de groep met wiskunde-A-leerlingen zitten 64 HAVO-leerlingen en 46 leerlingen afkomstig van het VWO. Voor de groep met wiskunde-B-leerlingen volgen 30 leerlingen VWO en 4 leerlingen HAVO. Voor de totaalscore op de vragenlijst kijken we ook naar dit verschil.

	Gemiddelde wiskunde A	Gemiddelde wiskunde B	<i>p</i> -waarde Wilcoxon sum rank test
HAVO	365,74	665,75	0,1568
VWO	596,23	905,90	0,0055

Tabel 7: Verschil per wiskunde per niveau

Ook als we HAVO- en VWO-leerlingen apart bekijken zien we voor het gemiddelde een hogere score bij leerlingen met wiskunde B. Volgens de Wilcoxon sum rank test is dit verschil niet significant bij havisten. De nulhypothese die stelt dat beide samples van dezelfde verdeling komen wordt niet verworpen. Waarschijnlijk is ook het kleine aantal van wiskunde-B- leerlingen hierop van invloed. Voor VWO-leerlingen is het verschil tussen de twee soorten wiskunde die we onderscheiden wel significant. Voor VWO-leerlingen mogen we dus concluderen dat leerlingen met wiskunde B beter presteren op de vragenlijst vergeleken met leerlingen met wiskunde A.

7.3.3 Relatie cijfer wiskunde

In de vragenlijst hebben wij de leerlingen gevraagd naar twee behaalde schoolcijfers: Ten eerste het laatst behaalde cijfer voor wiskunde, en ten tweede het gemiddelde cijfer voor wiskunde. Om aan te kunnen geven of er een relatie bestaat tussen het cijfer voor wiskunde en de score op de vragenlijst, kijken we naar de correlatie. Er zijn een aantal leerlingen die geen gemiddelde cijfer of laatste cijfer hebben aangegeven bij het invullen van de lijst. Voor het laatst behaalde cijfer missen we de gegevens van 4 leerlingen. Het gemiddelde cijfer wordt gemist bij 3 leerlingen. Voor het beantwoorden van deze vraag laten we deze missende data buiten beschouwing. Voor het uitrekenen van de correlatie gebruiken we Spearman's rho.

	Gemiddelde cijfer	<i>p</i> -waarde	Laatste cijfer	<i>p</i> -waarde
Totaalscore	0,0923	0,1373	0,0699	0,2040
Modelbegrip	-0,0035	0,4832	-0,0354	0,3375
Modelleervaardigheden	0,1970	0,0099	0,1512	0,0368

Tabel 8: Correlatie cijfer-score

We zien in deze tabel dat er een positieve correlatie bestaat tussen de totaalscore op de vragenlijst en zowel het gemiddelde cijfer als het laatste cijfer voor wiskunde. Voor de relatie tussen modelbegrip en het laatste en gemiddelde cijfer bestaat een negatieve correlatie. Voor de modelleervaardigheden is er een positieve correlatie tussen het gemiddelde en laatste cijfer en de score.

We kunnen testen of deze correlaties significant zijn. We testen hiervoor onder de nulhypothese dat de correlatie 0 is, wat betekent dat er geen samenhang tussen het cijfer en modelbegrip is. De p -waardes behorende bij deze test zijn ook in de tabel te vinden.

We zien dat de correlatie tussen de score voor modelleervaardigheden en zowel het gemiddelde als laatste cijfer significant zijn. Hieruit kunnen we concluderen dat er een relatie bestaat tussen hoge cijfers en een hoge score voor het deel van de vragenlijst over modelleervaardigheden.

Over de samenhang tussen het modelbegrip en het cijfer valt niets te zeggen doordat de correlatie te dicht bij nul zit, en we de nulhypothese niet mogen verwerpen.

7.3.4 Relatie houding ten opzichte van wiskunde

In het conceptueel model hebben we aangegeven dat we een vermoeden hebben dat interesse voor wiskunde resulteert in meer voorkennis. In de vragenlijst is met vijf vragen de interesse van leerlingen voor wiskunde getest. Ook bij deze vragen waren de antwoordmogelijkheden 'eens', 'beetje eens', 'weet niet', 'beetje oneens' en 'oneens'. De antwoorden op deze vragen hebben we op dezelfde manier als bij de antwoorden op andere vragen vertaald naar numerieke waarden. Hierbij kreeg de meest positieve houding de meeste punten en de meest negatieve houding de minste punten.

Als we de scores van de interessegerelateerde vragen per leerling optellen, resulteert dit in een score voor de houding ten opzichte van wiskunde. De vertaling van deze vragen is te vinden in tabel 13 in Appendix C. In tabel 14 in Appendix C zijn deze resultaten te vinden onder de vraagnummers A tot en met E. Te zien is dat de totaalscore voor de vragen A, B en C negatief is. Voor de vragen D en E is de score positief. Voor het uitrekenen van de correlatie gebruiken we weer Spearman's rho. De correlatie wordt weergegeven in de onderstaande tabel.

	Houding ten opzichte van wiskunde	p -waarde
Totaalscore	0,2757	0,0005
Modelbegrip	0,1703	0,0208
Modelleervaardigheden	0,3134	0,00008

Tabel 9: Correlatie houding-score

We zien dat de correlatie in alle gevallen positief is. De nulhypothese die luidt dat de correlatie gelijk aan nul is, wordt hier in alle gevallen verworpen. Dit valt te zien aan de p -waardes in de tabel. We kunnen concluderen dat er een positieve relatie bestaat tussen de houding van de leerling ten opzichte van wiskunde en de resultaten op de vragenlijst. Hoe hoger de score voor de houding ten opzichte van wiskunde, des te hoger de resultaten op alle onderdelen van de vragenlijst.

7.3.5 Relatie autokennis

Om te zien hoe de (zelfingeschatte) praktische voorkennis van invloed is op de resultaten van het invullen van het deel van de vragenlijst over modelleervaardigheden, hebben we de leerlingen hun praktische kennis over auto's een cijfer tussen 0 en 5 laten geven. Wellicht heeft kennis van de context een voordeel bij het invullen van de vragenlijst. We proberen dit te laten zien door de correlatie uit te rekenen tussen de score op het deel van de vragenlijst over modelleervaardigheden en het cijfer voor autokennis. Dit doen we opnieuw door het uitrekenen van Spearman's rho. Deze correlatie is 0,0759. De nulhypothese die luidt dat alle leerlingen even goed scoren ongeacht de (zelfingeschatte) praktische kennis, kan door deze niet verworpen worden. De p -waarde is 0,1838. We kunnen dus geen relatie aantonen tussen de (zelfingeschatte) praktische kennis over auto's en de resultaten op het deel van de test over auto's.

7.4 Kwalitatieve data-analyse

Bij enkele indicatoren hebben we meerdere vragen opgesteld. Wij zullen alle indicatoren waarvoor drie of meer vragen opgesteld zijn afgaan, en proberen met de antwoorden op deze vragen conclusies te trekken op basis van de consistentie van de antwoorden. Uit de reacties van de leerlingen zullen we proberen vast te stellen welke misconcepties leerlingen eventueel hebben. De antwoorden van de experts staan tussen haakjes.

7.4.1 Overeenkomsten en verschillen van wetenschappelijke modellen in relatie tot de werkelijkheid

De vragen 1, 2, 4, 5 en 9 gaan over de overeenkomsten en verschillen van wetenschappelijke modellen in relatie tot de werkelijkheid.

Figuur 1 geeft een tekening van het zijaanzicht van het echt hart, terwijl figuur 2 een systematische weergave van de doorstroming van bloed door het hart weergeeft.

1. *Het hart in figuur 1 is een model, want het lijkt op een echt hart.* (Eens)
2. *Het hart in figuur 2 is geen model, want een echt hart ziet er niet zo uit.* (Oneens)
4. *Alleen een donorhart kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.* (Oneens)
5. *Figuur 2 is een beter model van het hart dan figuur 1.* (Oneens)
9. *Figuur 1 is een beter model van het hart dan figuur 2.* (Oneens)

Leerlingen die vraag 1 fout beantwoordden, hebben vaak ook vraag 5 fout beantwoord. 51% van de leerlingen heeft alle twee de vragen fout beantwoord. Deze leerlingen vinden dus dat slechts een tekening van het zijaanzicht van een echt hart geen model is. Bovendien zien we dat 47% van de leerlingen die zowel vraag 1 als vraag 5 fout heeft, ook vraag 9 fout heeft. Leerlingen vinden dat een model een schematische weergave moet zijn, want ze vinden het hart in figuur 2 een beter model. Bovendien vinden ze het hart in figuur 1 geen of een slechter

model. Hieruit kunnen we concluderen dat leerlingen een beperkt begrip hebben van een wetenschappelijk model.

7.4.2 De ontwikkeling van een wetenschappelijk model.

De vragen 5, 9 en 12 gaan over de ontwikkeling van een wetenschappelijk model.

Figuur 1 geeft een tekening van het zijaanzicht van het echt hart, terwijl figuur 2 een systematische weergave van de doorstroming van bloed door het hart weergeeft.

- 5. *Figuur 2 is een beter model van het hart dan figuur 1.* (Oneens)
- 9. *Figuur 1 is een beter model van het hart dan figuur 2.* (Oneens)
- 12. *Wetenschappers kunnen de harten in figuur 1 en 2 tegelijkertijd gebruiken.* (Eens)
De harten geven een verschillende benadering van een situatie.

Leerlingen die vraag 5 beantwoordden, beantwoordden ook vraag 9 fout. 45% Van de leerlingen had zowel vraag 5 als vraag 9 fout. Dit sluit aan bij het bovenstaande. Van de leerlingen heeft 23% op vraag 5 en 9 de optie 'weet niet' aangekruist. 40% Van deze leerlingen heeft vraag 12 met 'weet niet', 'beetje oneens' of 'oneens' beantwoord.

Leerlingen lijken zichzelf tegen te spreken. Ze vinden figuur 1 een beter model dan figuur 2 en tegelijkertijd vinden ze figuur 2 een beter model dan figuur 1. Leerlingen hebben blijkbaar geen goed beeld van wat een model is en beantwoordden daarom beide vragen fout.

7.4.3 Doel van modellen met betrekking tot wetenschappelijk onderzoek

De vragen 3, 6, 8, 10, 11 en 12 gaan over het doel van modellen met betrekking tot wetenschappelijk onderzoek.

Figuur 1 geeft een tekening van het zijaanzicht van het echt hart, terwijl figuur 2 een systematische weergave van de doorstroming van bloed door het hart weergeeft.

- 3. *Het hart in figuur 1 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.* (Oneens)
- 6. *Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.* (Eens)
- 8. *Het hart in figuur 2 is geschikt voor onderwijs op de middelbare school, maar niet voor wetenschappelijk onderzoek.* (Oneens)
- 10. *Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te ontwikkelen over de functie van het hart.* (Eens)
- 11. *Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te toetsen over de functie van het hart.* (Oneens)
- 12. *Wetenschappers kunnen de harten in figuur 1 en 2 tegelijkertijd gebruiken.* (Eens)
De harten geven een verschillende benadering van een situatie.

Veel leerlingen (51%) hebben vraag 6 en vraag 8 fout beantwoord. Leerlingen denken dus dat een schematische weergave als in figuur 2 niet geschikt is voor wetenschappelijk onderzoek, maar dat dit een stuk ingewikkelder dient te zijn. Dat veel van deze leerlingen (68%) ook

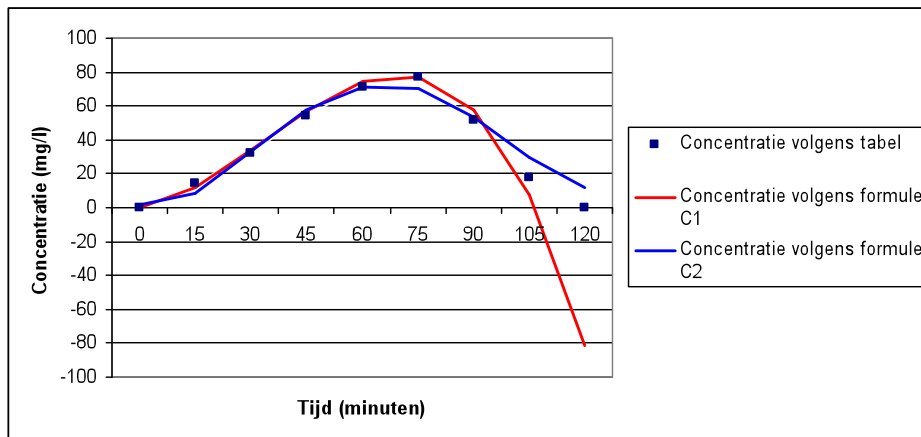
vraag 10 fout beantwoorden, ondersteunt deze bewering. Ook deze resultaten bevestigen dat leerlingen een beperkt begrip hebben van een wetenschappelijk model.

7.4.4 Niet unieke ontwikkeling van het wiskundig model.

De vragen 22, 23 en 24 gaan over de niet-unieke ontwikkeling van het wiskundige model.

$$C_1 = -0,0004t^3 + 0,04t^2 + 0,28t$$

$$C_2 = 0,000005t^4 - 0,0013t^3 + 0,09t^2 - 0,64t + 1,99$$



Figuur 3. De grafiek van de concentratie van het medicijn in het bloed uitgezet tegen de tijd.

22. Formule C_1 is beter dan formule C_2 . (Oneens)
23. Formule C_2 is beter dan formule C_1 . (Oneens)
24. Formule C_1 is (ongeveer) net zo bruikbaar als formule C_2 . (Eens)

Leerlingen die vraag 22 fout beantwoordden, hadden ook vraag 23 fout beantwoord. 64% Van de leerlingen had beide vragen fout. Dit wil zeggen leerlingen denken dat een formule beter is dan de andere. We hebben de formules dusdanig gekozen dat voor allebei de formules iets te zeggen valt, en de ene dus niet per sé beter is dan de andere formule. Leerlingen hebben wel een lichte voorkeur voor formule C_1 .

Ons viel op dat relatief veel leerlingen bij deze vragen de optie 'weet niet' gekozen hebben. Er bestaat bij ons dan ook een twijfel of de leerlingen deze vraag wel goed begrepen hebben of de 'weet niet'-optie als neutrale optie gebruikt hebben. De vragen lijken voldoende duidelijk, dus waarschijnlijk hebben de leerlingen geen keuze kunnen maken tussen één van beide modellen. We kunnen hieruit concluderen dat het voor leerlingen lastig is een onderscheid te maken tussen twee modellen voor hetzelfde fenomeen.

7.4.5 Doel van modellen met betrekking tot wiskundig onderzoek

De vragen 16, 17, 18, 19, 20 en 21 gaan over het doel van modellen met betrekking tot wiskundig onderzoek.

Zie de vorige bladzijde voor een verklaring van de formules.

16. *Alleen formule C_1 kan gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek, want de grafiek van formule C_2 wijkt na 100 minuten te veel af van de gemeten concentraties.* (Oneens)
17. *De formules C_1 en C_2 kunnen allebei gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek, omdat ze allebei de concentraties van de tabel benaderen.* (Eens)
18. *De formules C_1 en C_2 worden alleen maar gebruikt op de middelbare school en kunnen niet gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.* (Oneens)
19. *Zowel formule C_1 als formule C_2 kan gebruikt worden om te toetsen hoe lang er voldoende concentratie van het medicijn in het bloed zit.* (Eens)
20. *De formules C_1 en C_2 kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek om de werking van het medicijn te verbeteren.* (Eens)
21. *Alleen de gemeten concentraties (en dus niet de concentraties volgens de formule C_1 en C_2) kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek.* (Oneens)

Er is geen duidelijke trend in de antwoorden zichtbaar. Deze vragen worden over het algemeen niet al te goed beantwoord, waardoor we kunnen concluderen dat leerlingen geen goed beeld hebben van wiskundig modelleren. Vragen 16 en 20 worden het slechtst beantwoord. Leerlingen denken dus dat formules alleen bruikbaar zijn als ze overal de data goed fitten. Verder denken de leerlingen dat deze formules voor de wetenschap niet bruikbaar zijn.

7.4.6 Aanpassen van het model in het modelleerproces

De vragen MV5, MV6 en MV12 kijken of de leerling begrijpt dat het model niet vaststaat en het aangepast kan worden.

- MV5. *Naarmate het analyseren van Frank vordert, krijgt hij van een vriend te horen dat auto's 20% minder krachtig zijn als ze 5 jaar oud zijn. Frank heeft hier in zijn uitwerking geen rekening mee gehouden ondanks dat zijn auto 5 jaar ouder is dan die van Jos. Frank vindt zijn analyse goed en vindt dat hij het dan niet meer moet aanpassen. Ben je het hiermee eens?* (Oneens)
- MV6. *Een andere vriend van Frank wil ook wel eens kijken of hij een snellere auto heeft dan Frank. Frank wil hier ook een analyse van maken. Hiervoor moet hij weer opnieuw starten en bepalen welke factoren van invloed zijn en welke aannames hij gaat maken.* (Oneens)
- MV12. *Om te kijken wie het snelst was, hebben Frank en Jos zelf vanuit de auto gekeken wie het eerst aan het einde van de straat was. Dit is niet heel nauwkeurig. Ze hadden beter iemand vanaf de kant kunnen laten kijken. Dit zou het probleem kunnen zijn.* (Eens)

Het bleek dat leerlingen die vraag MV6 fout beantwoord hadden, ook vaak vraag MV12 fout beantwoordden. 39% Van de leerlingen had allebei de vragen fout. Hieruit mogen we concluderen dat leerlingen van mening zijn dat een model niet aangepast kan worden. Het iteratieve karakter van modellen wordt door leerlingen niet gezien.

7.5 Analyse van beste vijf leerlingen

Er zijn een aantal leerlingen die een hele goede score hebben gehaald op de vragenlijst. Door het analyseren van de foute antwoorden van deze leerlingen krijgen we een beter idee van de vragen die verbeterd kunnen worden. We nemen hiervoor de vijf beste leerlingen op de totale vragenlijst. We kijken naar de vragen die de meerderheid van deze leerlingen fout beantwoordt. De resultaten hiervan zijn te vinden in tabel 9.

Voor het gedeelte van de vragenlijst over modelbegrip zitten de problemen van de leerlingen bij de vragen over het hart. Alle vragen die in dit deel van de vragenlijst slecht zijn gemaakt gaan over figuur 2 en de wetenschappelijke toepassingen hiervan. We kunnen wel zeggen dat de antwoorden consistent zijn. De leerlingen hebben in vraag 6 geantwoord dat het model niet gebruikt kan worden voor wetenschappelijk onderzoek. Door vraag 8 te beantwoorden met 'eens', bevestigen ze dit. Door ook voor vraag 11 te kiezen voor 'oneens', blijkt dat deze leerlingen van mening zijn dat figuur 2 geen model is dat gebruikt kan worden voor wetenschappelijk onderzoek.

Vraagnummer	Aantal foute antwoorden	Vraag
6	3	<i>Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.</i>
8	4	<i>Het hart in figuur 2 is geschikt voor onderwijs op de middelbare school, maar niet voor wetenschappelijk onderzoek.</i>
11	3	<i>Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te toetsen over de functie van het hart.</i>
MV1	4	<i>Frank besluit het vermogen en het gewicht van de auto het belangrijkste zijn in het bepalen van de snelheid. De bandenspanning is ook van invloed op de snelheid maar Frank is van mening dat de invloed daarvan klein is. Hij besluit de bandenspanning niet mee te nemen. Ben je het hiermee eens?</i>
MV3	4	<i>Om snel weg te kunnen rijden, moet je ook een korte reactietijd hebben. Frank kan de reactietijd van Jos en van zichzelf niet makkelijk meten dus neemt hij aan dat de reactietijd voor beide hetzelfde is. Ben je het hiermee eens?</i>
MV4	3	<i>De wrijving van de banden met de weg is ook van invloed op de snelheid. Frank besluit dat hij wrijving niet meeneemt omdat dat zijn uitwerking te ingewikkeld maakt. Ben je het hiermee eens?</i>

Tabel 10: Meest fout beantwoorde vragen door de vijf beste leerlingen

Er zijn drie vragen uit de vragenlijst over modelleervaardigheden die fout beantwoord zijn door het merendeel van de vijf leerlingen met een hoge score. Als we deze vragen bekijken, zien we dat ze te maken hebben met het maken van aannames en vereenvoudigingen voor het opstellen van een model. In vraag MV1 wordt er een vereenvoudiging gemaakt omdat de invloed van de variabelen klein is. In vraag MV3 wordt een vereenvoudiging gemaakt omdat de invloed van de parameter niet te meten is en in vraag MV4 wordt een vereenvoudiging gemaakt om het model simpel te houden. Het feit dat de leerlingen deze vragen fout beantwoordden kan twee dingen betekenen. Het zou kunnen betekenen dat de redenen die in de vragen genoemd zijn voor deze leerlingen niet realistisch genoeg zijn om de vereenvoudiging te maken. De experts hadden echter geen moeite met deze vragen en antwoorden allemaal eenduidig. Een andere verklaring is dat de leerlingen van mening zijn dat er geen vereenvoudigen gemaakt mogen worden in het opstellen van het model.

7.6 Conclusies

In dit hoofdstuk hebben we de verzamelde data geanalyseerd. We hebben de antwoorden op de vragen vertaald naar numerieke waarden zodat we een totaalscore voor de vragenlijst per leerling kunnen geven. Uit de analyse van deze scores blijkt dat de leerlingen gemiddeld redelijk gepresteerd hebben op de vragenlijst. Het gemiddelde van de scores is positief.

Naast het kijken naar de scores op zich, hebben we in dit hoofdstuk ook geprobeerd om de relaties die we eerder in het conceptueel model gemaakt hebben te verifiëren. Hieruit kwam naar voren dat er een duidelijk verschil is in de resultaten op de vragenlijst tussen havisten en VWO-leerlingen. VWO-leerlingen scoren gemiddeld hoger op de vragenlijst. We hebben ook getest of het soort wiskunde van invloed is op de score op de vragenlijst. Als we de hele dataset bekijken, blijkt dat inderdaad het geval te zijn. Het probleem is echter dat van de groep leerlingen met wiskunde B het overgrote deel op het VWO zit en van de wiskunde A leerlingen voor het grootste deel HAVO volgt. Als we HAVO-leerlingen en VWO-leerlingen samenvoegen valt het dus in twijfel te trekken of onze dataset voldoende representatief is. Uit een nieuwe test, waarbij we rekening houden met het niveau van de leerlingen, blijkt dat we alleen voor VWO leerlingen kunnen concluderen dat er door leerlingen met wiskunde B beter gepresteerd wordt op de vragenlijst.

Verder hebben we gekeken naar de samenhang tussen het gemiddelde en laatst behaalde cijfer voor wiskunde en de resultaten op de vragenlijst. Er blijkt dat alleen voor het onderdeel van de vragenlijst over modelleervaardigheden een significante correlatie bestaat tussen zowel het laatste als gemiddelde cijfer en de score op dit onderdeel. Anders gezegd: Des te hoger het cijfer, des te hoger de score op het onderdeel. In het conceptueel model hebben we aangegeven dat interesse van invloed is op de prestatie van leerlingen. Dit doen we door de correlatie te testen tussen de houding ten opzichte van wiskunde en de resultaten op de vragenlijst. Voor alle onderdelen van de vragenlijst en de totaalscore bestaat een significante correlatie met de houding ten opzichte van wiskunde. De score op de vragenlijst is hoger als de leerlingen een positievere houding ten opzichte van wiskunde hebben.

Als laatste hebben we getest of er een relatie bestaat tussen de autokennis van leerlingen en hun resultaten op het onderdeel van de vragenlijst over auto's. De correlatie hiertussen bleek niet significant van nul te verschillen wat aangeeft dat wij in dit onderzoek geen relatie zien tussen de kennis op het gebied van de context en de score voor die context.

Na de voornamelijk kwantitatieve analyse, hebben we ook een kwalitatieve analyse uitgevoerd op de resultaten van de vragenlijst. Deze analyse bestond uit het bekijken van de consistentie van antwoorden op vragen die aan dezelfde indicator toebehoren en het analyseren van de foute antwoorden van de leerlingen met de hoogste score. Bij het kijken naar de consistentie van de antwoorden op vragen die aan een bepaalde indicator toebehoren, hebben we alleen gekeken naar indicatoren die door 3 of meer vragen werden vertegenwoordigd. Uit de resultaten van deze analyse kunnen we concluderen dat leerlingen moeite hebben om aan te geven of een realistische weergave van de werkelijkheid een model is. Het zou kunnen zijn dat leerlingen denken dat alleen een schematische en vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid een model is. Verder blijkt dat de leerlingen moeite hebben aan te geven of een model wel of geen wetenschappelijk model is. Mogelijk hebben ze geen goede voorstelling van een wetenschappelijk model. De antwoorden op deze vragen waren wel redelijk consistent, wat pleit voor de betrouwbaarheid van de vragenlijst. Uit de analyse van de fouten van de beste 5 leerlingen blijkt dat het wetenschappelijk model een heikel punt is. De leerlingen hebben ook moeite met uitspraken waarin ze moeten aangeven welk van twee modellen beter is dan de ander.

Uit de kwantitatieve analyse van het deel van de vragenlijst over modelleervaardigheden blijkt dat leerlingen de vragen over het aanpassen van het model vaak fout hebben. Dit zou erop kunnen wijzen dat leerlingen het idee hebben dat een model niet kan worden aangepast als het eenmaal vaststaat. Het model iteratief verbeteren is juist een essentieel deel van de modelleercyclus. Uit de analyse van de beste 5 leerlingen blijkt dat het overgrote deel van deze leerlingen moeite heeft met de vereenvoudigingen die in het model gemaakt worden. Dit zou kunnen aangeven dat de motivaties hiervoor niet realistisch genoeg waren. De experts waren het op deze vragen zonder uitzondering eens en hadden geen moeite met de vragen. Wellicht geeft dit aan dat leerlingen vinden dat er in een model geen vereenvoudigingen gemaakt mogen worden.

Met betrekking tot de onderzoeksvragen in het inleidende hoofdstuk kunnen we zeggen dat leerlingen gemiddeld gezien wel enige voorkennis hebben op het gebied van modelleren. Op alle gebieden in de vragenlijst scoren zij gemiddeld positief. Kwantitatief gezien kunnen we concluderen dat de hoeveelheid voorkennis samenhangt met het niveau van de leerlingen. De prestaties bij wiskunde waren alleen significant van invloed op het onderdeel modelleervaardigheden. Ook blijkt dat leerlingen met een positieve houding ten opzichte van wiskunde meer goede voorkennis bezitten. Uit de vragenlijst kwamen ook enkele punten naar voren waar de leerlingen moeite mee hebben. Leerlingen kunnen niet goed aangeven of een model een wetenschappelijk model is. Wellicht hebben zij moeite om een goede voorstelling te maken bij het begrip wetenschappelijk model. Verder is het voor leerlingen moeilijk om onderscheid te maken tussen twee gegeven modellen. Wat betreft de modelleervaardigheden lijken leerlingen moeite te hebben met het maken van vereenvoudigingen in een model.

8. Discussie en validiteit

We hebben geprobeerd om ons onderzoek zo betrouwbaar mogelijk op te zetten. In dit hoofdstuk zullen we motiveren waarom we denken dat ons onderzoek valide is. Ook doen we een analyse van de antwoorden van de leerlingen om hier zicht op te krijgen.

8.1 Conceptueel model en operationalisering

Tijdens ons onderzoek hebben we geprobeerd een beeld te krijgen van de voorkennis van leerlingen op het gebied van modelleren. We hebben geprobeerd een zo valide mogelijk onderzoek op te zetten. Dit onderzoek startte met het literatuuronderzoek, het opstellen van het conceptueel model in hoofdstuk 2 en de operationalisatie in hoofdstuk 3. Wij denken dat ons conceptueel model en de operationalisatie valide zijn. Ze zijn gebaseerd op de bronnen die vermeld zijn in hoofdstuk 2. Aangenomen dat deze literatuur valide is en dat wij deze literatuur op de juiste manier geïnterpreteerd hebben, is de basis waarop wij het onderzoek baseren valide. Het kan echter wel zo zijn dat er in het conceptueel model factoren missen of dat er factoren in staan die in de werkelijkheid weinig van invloed zullen zijn. Ook kunnen factoren misschien niet de invloed hebben zoals wij dat in het conceptueel model hebben aangegeven. In de operationalisatie hebben we geprobeerd alle dimensies zo volledig mogelijk weer te geven. Mogelijk misschien er toch enkele dimensies en indicatoren.

8.2 Vragenlijst

Aangezien er vele stappen in het verbeteren en aanpassen van de vragenlijst zijn genomen, menen wij dat de vragenlijst betrouwbaar is.

Ten eerste zijn ons onderzoek en daarmee ook de vragenlijst die in dit verslag ontwikkeld is, gebaseerd op het onderzoek van Marina Jansen. Haar uitgebreide interviews hebben ons meer inzicht gegeven in waar de problemen bij de leerlingen zitten. Met een gesloten vragenlijst kunnen we beperkt inzicht krijgen in de wijze waarop een leerling denkt. Echter, door haar aanbevelingen mee te nemen in de ontwikkeling van de vragenlijst kunnen we er vanuit gaan dat onze vragenlijst - ondanks zijn gesloten karakter - toch een betrouwbare basis heeft.

Ten tweede zijn alle vragen in de vragenlijst gekoppeld aan de indicatoren in de operationalisatie. Het doel van elke vraag is duidelijk en het is makkelijk te verifiëren of de vragenlijst aan zijn doel voldoet. Bovendien zijn er voor een aantal indicatoren meerdere vragen geformuleerd. In hoofdstuk 7 hebben we een analyse gedaan naar de consistentie van de antwoorden op vragen die dezelfde indicator meten. Hieruit kunnen we concluderen dat er inderdaad een consistentie bestaat tussen deze vragen.

Ten derde is de vragenlijst vooraf getest in drie uitgebreide interviews zoals te lezen is in hoofdstuk 6. Tijdens deze interviews hebben we kunnen zien hoe de leerlingen de vragenlijsten beantwoorden en waar zij problemen mee hadden. De vragenlijst werd daarna verder aangepast.

Ten vierde is er bij de afname van de vragenlijst altijd één van de onderzoekers aanwezig geweest. De onderzoeker was vaak ook een bekende van de leerlingen die de vragenlijst invulden. Wij zijn van mening dat dit de betrouwbaarheid verhoogt. Leerlingen zullen op deze manier de vragenlijst waarschijnlijk serieuzer invullen. Ook was er tijdens het afnemen

van de vragenlijst altijd de mogelijkheid om de aanwezige onderzoeker vragen te stellen als er iets niet werd begrepen. Het is wel een nadeel dat we er bij het maken van de vragenlijst geen rekening mee hebben gehouden dat het antwoord ‘weet niet’ ook als neutrale optie door leerlingen gebruikt konden worden.

8.3 Analyse en resultaten

Bij het analyseren van de data hebben we, wat het kwantitatieve deel betreft, in alle gevallen gebruik gemaakt van niet-parametrische methoden. We hebben hierdoor geen onnodige aannames hoeven te maken over de data of de verdeling daarvan. Verder hebben we bekende statistische toetsen gebruikt. Wel moeten we opmerken dat niet elke groep even sterk vertegenwoordigd was in onze steekproef. We hebben bijvoorbeeld wiskunde C en wiskunde D buiten beschouwing moeten laten bij de analyse. Ook hebben we de leerlingen gevraagd of ze het vak NLT volgen. Omdat dit aantal te laag was in de vragenlijst hebben we geen conclusies over de invloed van NLT kunnen maken. Verder is de groep van wiskunde-B-leerlingen op de HAVO misschien wel erg klein. We hebben geprobeerd deze kleine groepen leerlingen buiten de testen te houden om te zorgen dat onze conclusies betrouwbaar zijn.

Aan de antwoorden van sommige leerlingen is te zien dat zij het niet altijd even serieus hebben ingevuld. Om te kunnen zien hoe serieus leerlingen waren hebben we een analyse gemaakt van de antwoorden. Er zijn 10 leerlingen (ongeveer 7%) die een heel onderdeel (over het wetenschappelijk modelbegrip, wiskundige modelbegrip of de modelleervaardigheden) beantwoord hebben met ‘weet niet’. Dit kan erop duiden dat deze leerlingen niet serieus aan de vragenlijst hebben gewerkt. Als we kijken naar de onderstaande tabel met de verdeling van de antwoorden, valt het op dat ‘weet niet’ het meest gekozen antwoord is.

Eens	24,7%
Beetje eens	19,6%
Weet niet	25,5%
Beetje oneens	12,4%
Oneens	17,8%

Tabel 11: Verdeling van de antwoorden

Voor een vragenlijst waar het goede antwoord altijd ‘eens’ of ‘oneens’ is, is het wel opmerkelijk dat het antwoord ‘weet niet’ zo vaak is gekozen. Dit zou ook verklaard kunnen worden dat het antwoord ‘weet niet’ waarschijnlijk een dubbele betekenis had, zowel ‘weet niet’ als ‘neutraal’. In tabel 12 zien we welke vragen het vaakst met de optie ‘weet niet’ beantwoord zijn. In deze tabel is ook de bijbehorende vraag te vinden.

Wat opvalt is dat dit voor een groot deel dezelfde vragen zijn als die we behandeld hebben tijdens de kwalitatieve analyse van de data. Al deze vragen gaan over het wetenschappelijk gebruik van modellen en het onderscheid maken tussen verschillende modellen. Op dat moment hebben we al geconcludeerd dat leerlingen zowel een beperkt begrip van wetenschappelijke modellen als een beperkt begrip over het gebruik van meerdere modellen

tegelijkertijd hebben. Dit sterkt de stelling dat de oorzaak van de hoge score ‘weet niet’ niet direct gezocht moet worden in de formulering van de stellingen, maar in het beperkt begrip van de leerlingen. Dit pleit voor de betrouwbaarheid van het onderzoek.

Een minpunt bij de verwerking van de resultaten is dat we gekozen hebben om de antwoorden van de experts als waar aan te nemen. De experts waren onderling ook niet altijd even eenduidig in hun antwoorden. Desondanks hebben we er bij de meeste vragen voor gekozen het meest genoemde antwoord als juist te kiezen. Behalve bij vraag 17, waar de ene helft van de experts ‘beetje eens’ en de andere helft ‘eens’ koos, was er bij elke vraag een meerderheid voor een bepaald antwoord.

11.	<i>Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën te toetsen over de functie van het hart.</i>	45,3%
16.	<i>Alleen formule C_1 kan gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek, want de grafiek van formule C_2 wijkt na 100 minuten te veel af van de gemeten concentraties.</i>	45,3%
18.	<i>De formules C_1 en C_2 worden alleen maar gebruikt op de middelbare school en kunnen niet gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.</i>	38,8%
20.	<i>De formules C_1 en C_2 kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek om de werking van het medicijn te verbeteren.</i>	37,7%
21.	<i>Alleen de gemeten concentraties (en dus niet de concentraties volgens formule C_1 en C_2) kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek.</i>	42,0%
22.	<i>Formule C_1 is beter dan formule C_2.</i>	37,9%
23.	<i>Formule C_2 is beter dan formule C_1.</i>	41,9%
24.	<i>Formule C_1 is (ongeveer) net zo bruikbaar als formule C_2.</i>	43,2%

Tabel 12: De vragen waar de optie ‘weet niet’ het vaakst gekozen is

9. Conclusies en aanbevelingen

In dit hoofdstuk zullen we de resultaten uit de vorige hoofdstukken samenvatten en proberen om de onderzoeksvragen die in de introductie gesteld waren te beantwoorden. We zullen eerst een globale conclusie trekken op het gebied van de voorkennis van vierdeklasleerlingen. Daarna zullen we ingaan op conclusies voor algemeen modelbegrip, wiskundig modelbegrip en modelleervaardigheden. Verder zullen we een aantal aanbevelingen doen voor vervolgonderzoek op dit gebied.

9.1 Voorkennis van modellen en modelleren

In deze paragraaf zullen we ons antwoord op de hoofdvraag uit hoofdstuk 1 formuleren.

Hoofdvraag: Wat is de voorkennis van leerlingen uit de vierde klas van HAVO of VWO op het gebied van modelleren?

Over het algemeen kunnen we uit de resultaten concluderen dat leerlingen in Nederland inderdaad een beperkt begrip hebben van modellen en van modelleervaardigheden. Leerlingen lijken te proberen om zo snel mogelijk de wiskundeopgave uit de context te willen halen en die wiskundeopgave wederom zo snel mogelijk proberen op te lossen. Ook blijkt uit de resultaten dat leerlingen zich beperkt bewust te zijn dat de wetenschap dankbaar gebruik maakt van modellen.

Verder blijkt dat leerlingen in de vierde klas enige voorkennis bezitten op het gebied van modelleren. De gemiddelde score op de vragenlijst, zowel op het VWO als op de HAVO, is positief. Toch zijn er een aantal misconcepties die algemeen voorkomen.

Gemiddeld hebben leerlingen geen goed idee wat wetenschappelijke modellen zijn of hoe modellen in de wetenschap gebruikt worden. Ook vinden ze het lastig dat er meerdere modellen kunnen zijn voor één fenomeen. De vragen waarin leerlingen werd gevraagd onderscheid te maken tussen twee modellen voor hetzelfde fenomeen werden door leerlingen vaak met ‘weet niet’ beantwoord. Dit geeft aan dat leerlingen het lastig vinden om aan te geven waarom het ene model beter is dan het andere. Een belangrijk aspect van modelleren is de iteratie tijdens het ontwikkelen van een model. Het model wordt ontwikkeld, getest en daarna aangepast. Leerlingen hebben het idee dat modellen niet meer aangepast kunnen worden. Ook lijken ze modelleren te zien als het fitten van de data. Een belangrijk aspect van een model is dat het een vereenvoudiging is van de werkelijkheid. Leerlingen lijken te denken dat het model zo dicht mogelijk bij de werkelijkheid moet zitten en dat vereenvoudigingen niet toegestaan zijn.

In de vragenlijst hebben we ook gekeken naar de karakteristieken van de leerlingen. We concluderen dat op alle gebieden VWO leerlingen beter presteren dan HAVO leerlingen. Leerlingen met wiskunde B presteren beter op de vragenlijst dan leerlingen met wiskunde A. Als leerlingen een positieve houding ten opzichte van wiskunde hebben, scoren ze beter op de vragenlijst.

De kennis over misconcepties bij leerlingen op het gebied van modelleren is nuttig voor docenten en ontwerpers van modelleeropdrachten. Door rekening te houden met de voorkennis van leerlingen en eventuele misconcepties die bestaan, kan de docent beter inspelen op de voorkennis van leerlingen.

9.2 Voorkennis op het gebied van algemeen en wiskundig modelbegrip

Naast de algemene conclusies kijken we hier naar de resultaten op het gebied van algemeen en wiskundig modelbegrip, die bij de eerste twee deelvragen horen.

Deelvragen:

- *Hoe is het algemene modelbegrip van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*
- *Hoe is het wiskundig modelbegrip van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*

Uit de vragen in de vragenlijst die over algemeen en wiskundig modelbegrip gaan, bleek het duidelijkst dat leerlingen geen goed idee hebben van wat wetenschappelijke modellen zijn. Ze denken dat een eenvoudige systematische weergave niet geschikt is voor wetenschappelijke doeleinden. Ook bleek dat leerlingen het lastig vinden een inschatting te maken van de validiteit van meerdere modellen van hetzelfde fenomeen.

9.3 Voorkennis op het gebied van modelleervaardigheden

Als laatste zullen we ons antwoord geven op de laatste deelvraag.

Deelvraag:

- *Wat zijn de (intuïtieve) modelleervaardigheden van leerlingen in de vierde klas HAVO of VWO?*

In het deel van de vragenlijst over modelleervaardigheden vroegen we leerlingen aan te geven wat hun voorkennis op het gebied van auto's was. We hoopten een verband te zien tussen de voorkennis van de context en de resultaten op de vragen in die context. Er was helaas geen verband te zien. Voor dit deel van de vragenlijst was er wel een verband tussen de hoogte van de cijfers die de leerling heeft gehaald voor wiskunde en de score op de vragenlijst. Leerlingen met hogere cijfers scoren beter. Uit het deel van de vragenlijst op het gebied van modelleervaardigheden bleek duidelijk dat leerlingen moeite hebben met vereenvoudigingen die gemaakt worden in het ontwikkelen van een model.

9.4 Aanbevelingen

We hebben een vijftal aanbevelingen voor verder onderzoek, die we hieronder zullen opnoemen.

Ten eerste hebben we in ons onderzoek niet de rol van de manier van lesgeven door de docent onderzocht. Stimuleert de docent door de manier van lesgeven kritisch en onderzoekend gedrag bij de leerlingen of probeert de leerling zo snel mogelijk de opgave uit de context te halen en zonder kritisch na te denken de meest recent aangeleerde wiskunderegels en begrippen toe te passen? De docenten vormen weer een heel andere onderzoeksgroep. Waarschijnlijk zal de opzet van zo'n onderzoek er heel anders uit zien dan dit onderzoek. In een vervolgonderzoek zou deze factor onderzocht kunnen worden.

Ten tweede hebben we niet gekeken naar de motivatie van de leerling voor het invullen van de vragenlijst. We gaan er vanuit dat de leerlingen gemotiveerd zijn om de vragenlijst serieus in te vullen. Er is immers een van de onderzoekers aanwezig bij het afnemen van de vragenlijst. De onderzoeker is een bekende van de leerlingen. In het vervolg zou er eventueel wel rekening gehouden kunnen worden met de motivatie van de leerling.

Ten derde hadden we in ons steekproef van leerlingen te weinig leerlingen met wiskunde C en wiskunde D om onderscheid te kunnen maken in de voorkennis voor de verschillende soorten wiskunde. Om hier conclusies over te trekken zou een grotere groep onderzocht moeten worden met een betere verdeling tussen de verschillende soorten wiskunde.

Ten vierde zou in een vervolgonderzoek eerst de voorkennis van de leerlingen gemeten kunnen worden, waarna de leerlingen een cursus modelleren krijgen. Tenslotte wordt de voorkennis van de leerlingen opnieuw gemeten. Door de cursus wordt de voorkennis van de leerlingen geactiveerd. De cursus kan verschillende aspecten bevatten. Allereerst kan de cursus uitleggen wat een model is en hoe een model tot stand komt. Vervolgens kan de cursus het onderwerp van de context introduceren. Tenslotte zou de cursus de voorkennis kunnen activeren om problemen in de gegeven context aan te pakken. De uitkomst van het onderzoek had beter kunnen zijn als verschillende soorten vragenlijsten tegelijkertijd waren gebruikt.

In een vervolgonderzoek zou er gebruik gemaakt kunnen worden van verschillende vragenlijsten. Bij de samenstelling van een vragenlijst zal de volgende keer beter nagedacht moeten worden over het antwoord “weet niet”. Een neutraal antwoord aangevuld met misschien een keuze “ik snap de vraag niet” zou misschien beter zijn. We konden nu geen onderscheid maken tussen leerlingen, die neutraal stonden ten opzichte van de stelling en leerlingen, die geen antwoord wisten te geven op de stelling.

10. Evaluatie

Tijdens de colleges van het vak Methode van Onderzoek (SL3111) hebben we geleerd hoe een wetenschappelijk onderzoek opgezet zou moeten worden. Bij het vak Onderzoek van Onderwijs (SL3311) hebben we dan ook toegepast wat wij tijdens de colleges van Methode van Onderzoek hebben geleerd. In grote lijnen zijn alle stappen, die geleerd zijn tijdens Methode van Onderzoek, gevolgd. Het was nuttig om deze onderzoekstheorie een keer in de praktijk toegepast te hebben. Onze voorkennis van Onderzoek van Onderwijs was voldoende om het onderzoek uit te voeren, al was niet alles direct duidelijk.

Zelf doen is leerzamer dan het lezen en leren van theorie. We konden vrij zelfstandig de stappen van het onderzoek in de goede volgorde doorlopen, al zouden we achteraf ons onderzoek op sommige punten anders aangepakt hebben. Bijvoorbeeld het opstellen van een conceptueel model is te lang uitgesteld. De volgende keer zullen we dat eerder in het proces maken.

Het literatuuronderzoek was wel een taai onderdeel van het onderzoek. Het viel niet mee om door een hele stapel van onderzoeken te worstelen op zoek naar een bruikbaar onderzoek. Maar ook hier hebben wij van geleerd: het is belangrijk om op de verschillen en overeenkomsten tussen de verschillende artikelen te letten.

Het proces van operationaliseren en de juiste vragen zoeken bij alle indicatoren is een complex project. Vooral de formulering van de vragen was moeilijk. Als we een vraag geformuleerd hadden en ons vervolgens ons verplaatste in de rol van de leerling, dan bleek heel snel de formulering van de vraag dubbelzinnig te zijn. Een leerling ziet snel kans om de vraag anders te interpreteren dan bedoeld is.

Wij hebben het Onderzoek van Onderwijs niet individueel gedaan maar met z'n drieën. Het voordeel van het uitvoeren in een groep is dat het onderzoek groter opgezet kan worden en dat het onderzoek minder oppervlakkig uitgevoerd moet worden, gezien de beperkte beschikbare tijd. Omdat het nu mogelijk was om dieper in het onderwerp te duiken, was het onderzoek meer aantrekkelijk voor ons om uit te voeren. Het nadeel van het uitvoeren van een onderzoek met z'n drieën is het dat er regelmatig overleg nodig is. Helaas hadden wij dit collegejaar geen gezamenlijke colleges. Overleg ging vooral via e-mail, en indien noodzakelijk kwamen we bij elkaar. Door de fulltime baan van Cor Willem en de stage van Marieke was het vooral in het begin een groot probleem om een afspraak te maken op een tijdstip waarop we alle drie beschikbaar waren. De afspraak was wel snel gemaakt, maar er ging meestal wel wat tijd overheen voordat we elkaar echt zagen.

De onderlinge samenwerking is goed verlopen. Er zijn geen noemenswaardige wrijvingen onderling geweest, en we konden ons makkelijk schikken. De verdeling van de werkzaamheden verliep altijd vlot en naar tevredenheid. Bij de verdeling van het werk hebben we ook rekening gehouden met de individuele kwaliteiten en kennis. We hadden achteraf wel beter kunnen afspreken om alle documenten op één centrale plaats op te slaan. Nu is het wel eens gebeurd dat met verkeerde versies is gewerkt. We zouden de volgende keer ook betere afspraken kunnen maken over versiebeheer van de documenten waar we mee bezig waren.

Hoewel we het onderzoek met z'n drieën het onderzoek hebben uitgevoerd, was er een beperking wat betreft de tijd. Als er meer tijd beschikbaar was geweest voor het onderzoek, dan hadden we ook een vragenlijst gemaakt voor de eerste klas van de middelbare school.

Ook hadden we misschien onderzoek kunnen doen naar de rol van de docenten. In hoeverre remmen de betrokken docenten de leerlingen af in het zelf ontdekkend gedrag van de leerlingen en hoe kunnen docenten leerlingen juist stimuleren?

Aan het begin van het collegejaar hadden we het idee om het onderzoek in januari af te ronden. We hadden een planning gemaakt waarin het onderzoek klaar zou zijn voor de kerstvakantie en het verslag geschreven kon worden tijdens de kerstvakantie, vooral omdat Cor Willem aanvankelijk met zijn studie in januari dacht klaar te zijn. Al snel bleek dit niet haalbaar. Bovendien liepen de agenda's al snel vol met allerlei andere activiteiten van onze studie en was de planning niet haalbaar. Het uiteindelijke doel werd om voor de zomervakantie met het onderzoek klaar te zijn, wat uiteindelijk ook gelukt is. Al met al heeft het onderzoek veel langer geduurd dan wij aanvankelijk wilden, maar we zien achteraf niet hoe het sneller had gekund.

Het schrijven van het verslag blijkt elke keer weer een activiteit te zijn dat onderschat wordt wat betreft de nodige tijd. Al hadden we onze tussenresultaten gedocumenteerd, er was veel tijd nodig om het rapport ook leesbaar te maken. Bij een volgende keer moeten we aan het begin van het onderzoek meer rekening houden met nodige tijd om een verslag te maken. De eerste versie van het verslag bleek een verzameling van onsamenvangende delen te zijn. Elke deel was zelfstandig gemaakt en stond ook echt op zichzelf. Voor de begeleiding was het prettiger geweest als wij eerst de losse onderdelen meer op elkaar hadden afgestemd.

Toch is het uiteindelijk gelukt een naar ons idee goed verslag te schrijven. We hebben duidelijke conclusies en we denken dat onze conclusies heel nuttig kunnen zijn bij het maken van een modelleeropdracht.

11. Literatuur en bronnen

- [1] Alacaci, C., Pasztor, A. (2002) *Effects of flawed state assessment preparations materials on students' mathematical reasoning: a study*. Journal of Mathematical Behavior 21, p 225-253.
- [2] Alberts, G. (2000, Maart) *De opkomst van het wiskundig modelleren. Een eeuw wiskunde en werkelijkheid*. Nieuw Archief voor Wiskunde vijfde serie, deel 1, nummer 1, p 59-67.
- [3] Alberts, G. (2002, Zomer) *Wiskundig modelleren. Duurzame ontwikkelingen de rol van het wiskundig denken*. Katholieke Universiteit Nijmegen, p 45-47.
- [4] Baarda, B. & Goede, M. de (2006) *Basisboek Methoden en Technieken*. Noordhoff Uitgevers. Vierde druk. Houten.
- [5] Bertels K., Nauta, D. (1974) *Inleiding tot het modelbegrip*. Amsterdam
- [6] Carey, S., Evans, R. Honda, M., Jay, E., Unger, C. (1989) *An experiment is when you try it and see if it works: a study of grade 7 students' understanding of the Construction of scientific knowledge*. International Journal of Science Education, 11, 514-529.
- [7] CEVO (2008, Juni) *Wiskunde B VWO Syllabus centraal examen 2010*. http://www.nvwo.nl/media/downloads/examens/wiskb_VWO.pdf (dd 03-06-2010)
- [8] Dochy, F. J. R. C., Moerkerke, G., Martens, R. (1996) *Assessment of domain-specific and domain-transcending prior knowledge and progress*. Science in Educational Evaluation, Vol. 22, No. 4, p 309-339
- [9] Dochy, F. J. R. C., Segers, M., Buehl, M.M. (1999, Zomer) *The relation between assessment practices and outcomes of studies: the case of research on prior knowledge*. Review of Educational Research, Vol. 69, No. 2, p 145-186.
- [10] Driel, J. Van (1999i, September) *Modellen en modelleren als rode draad in het natuurwetenschappelijk onderwijs*. NVOX, nr. 7.
- [11] Driel, J. H. van, Verloop, N. (1999ii, November) *Teachers' knowledge of models and modelling in science*, International journal of science education. Vol. 21, no. 11, p 1141-1153.
- [12] Everett, S. A., Otto, C.A., Luera, G.R. (2009) *Preservice elementary teachers' growth in knowledge of models in a science capstone course* in International Journal of Science and Mathematics Education, No. 7, p 1201-1225.
- [13] Fisher, K. M. (2004) *The importance of prior knowledge in college science instruction* in Reform in undergraduate Science Teaching for the 21st Century, chapter 5.
- [14] Gilbert, J. K. (2004) *Models and modelling: routes to more authentic science education* in International Journal of Science and Mathematics Education 2: p 115-130.

- [15] Grosslight, L., Unger, C., Jay, E. & Smith, C. L. (1991). *Understanding models and their use in science: conceptions of middle and high school students and experts*. Journal of Research in Science Teaching, vol. 28, no. 9, p 799-822.
- [16] Ingham, A. M. and Gilbert, J. K. (1991) *The use of analogue models by students of chemistry at higher education level*. International Journal of Science Education, 13, p 193-202.
- [17] Jansen, M. (2009, Juli) *Voorkennis bij modelleren bij leerlingen*.
- [18] Joolingen, W. (2010, Februari) *Meer modelleren in het onderwijs*. Oratie. <http://www.universiteittwente.nl/organisatie/stories/oratie-wouter-van-joolingen> (dd 3-6-2010).
- [19] Leeuw, A. C. J. de (1994) *Besturen van veranderingsprocessen*. p.65-66.
- [20] Mayer, R. E. (1989) *Models for understanding*. Review of Educational Research 59, 1, p 43-64.
- [21] Savelsbergh, E. (2008) *Modelleren en computermodellen in de β -vakken* in advies aan de gezamenlijke β -vernieuwsingscommissies.
- [22] Sins, P. H. M. (2006) *Students' reasoning during computer-based scientific modeling, the impact of epistemology, motivation and communication mode*. Proefschrift.
- [23] Smedt, B. de, Verschaffel, L., Ghesquiere, P. (2009, Augustus) *The predictive value of numerical comparison for individual differences in mathematics achievement* in Journal of Experimental Child Psychology, Volume 103, Issue 4, p 469-479.
- [24] Spandaw, J. & Zwaneveld, B. Katern (2009, Juni) *Modelleren* in Handboek vakdidactiek wiskunde, http://www.fi.uu.nl/elwier/materiaal/handboek/documents/Modelleren%20v8_geredigeerd_2_.pdf (dd 30-6-2009).
- [25] Stillman, G. (2000) *Impact of prior knowledge of task context on approaches to applications tasks* in Journal of Mathematical Behavior 19, p 333-361.
- [26] Tasdere, A., Ercan, F. (2009) *Identifying the skills of classrooms teacher candidates in identification and control of variables by using various assessment tools* in Procedia – Social and Behavioral Sciences, Volume 1, Issue 1, p 1519-1525.
- [27] Tobias, S. (1994) *Interest, prior knowledge and learning* in Review of Educational Research, Vol. 64, No.1, p 37-54.
- [28] Treagust, D. F., Chittleborough, G. & Mamilala, T. L. (2002) *Students understanding of the role of scientific models in learning science*. in International journal of science education, vol. 24, no. 4, p 357-368.
- [29] Veen, T. Van der & van der Wal, J. (2008) *Van leertheorie naar onderwijspraktijk*, 4e druk, Wolters-Noordhoff, Groningen/Houten.

[30] Verschaffel, L., de Corte, E. & Lasure, S. (1994) *Realistic consideration in mathematical modelling of school arithmetic word problems*. in Learning and Instruction, vol. 4, p 273-294.

[31] Vos, W. de, Valk, T. van der, (2000) *Naar een gevalideerd modelbegrip* in Tijdschrift voor Didactiek der β -wetenschappen 17, nr. 2, p 112-123.

Appendix A: Vragenlijst

A.1 Vragenlijst

De antwoorden van deze vragenlijst worden gebruikt in een onderzoek naar de kennis van leerlingen over wetenschappelijke modellen, wiskundige modellen en modelleervaardigheden.

Eerst volgt een korte beschrijving van de gebruikte begrippen.

Een **wetenschappelijk model** is een vereenvoudigde voorstelling, beschrijving of nabootsing van (een deel van) de werkelijkheid. Een model kan zijn concreet, bijvoorbeeld een schaalmodel van een dijk of brug in het waterloopkundig laboratorium, of abstract bijvoorbeeld een sterkteberekening van de dijk of brug

Een **wiskundig model** maakt gebruik van wiskundige taal (bijvoorbeeld formules en grafieken) om een deel van de werkelijkheid te beschrijven. Wiskundige modellen worden gebruikt in het bijzonder in natuurwetenschappen en techniek (zoals fysica, biologie, meteorologie en elektrotechniek), maar ook in sociale wetenschappen (zoals economie, sociologie en politieke wetenschappen).

Modelleervaardigheden zijn vaardigheden, die nodig zijn om een wetenschappelijk- of wiskundig model op te stellen en te gebruiken.

We verwachten dat je ongeveer 45 minuten nodig hebt om de vragenlijst in te vullen.

De vragenlijst bestaat uit 3 blokken:

1. Algemene vragen
3. Vragen over figuren van een hart
3. Vragen over een tabel, formule en grafiek

A.2.1 Algemeen

Wat is je leeftijd?

Welke klas zit je?

HAVO 4 ☐ VWO 4 ☐

Welke profiel heb je gekozen?

CM ☐ EM ☐ NG ☐ NT ☐

CM: Cultuur&Maatschappij
EM: Economie&Maatschappij
NG: Natuur&Gezondheid
NT: Natuur&Techniek

Welke wiskunde heb je gekozen?

A ☐ Alleen B ☐ C ☐ B en D ☐

Hoe heet je wiskunde boek?

Getal&Ruimte ☐ Moderne Wiskunde ☐ Netwerk ☐ Wageningse methode ☐

Heb je ook NLT gekozen?

JA ☐ NEE ☐

NLT: Natuur, Leven en Techniek

Wat is (ongeveer) je gemiddelde cijfer voor wiskunde?

Wat is je laatste cijfer voor wiskunde (ongeveer)?

Kan je aangeven in welke mate je het eens bent met de volgende stelling.

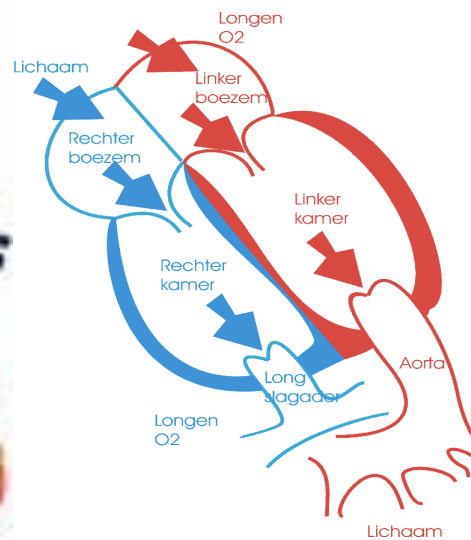
	Eens	Beetje eens	Weet niet	Beetje oneens	Oneens
Kruis steeds één keuze aan. Voorbeeld:	☐	☐	☐	☒	☐
A. Bij wiskunde ben ik blijer als de les is afgelopen, dan bij andere vakken.	☐	☐	☐	☐	☐
B. Ik vind wiskunde een leuk vak.	☐	☐	☐	☐	☐
C. Zonder wiskunde zou het op school veel leuker zijn.	☐	☐	☐	☐	☐
D. Ik vind het fijn om zelfstandig een opdracht voor wiskunde te maken.	☐	☐	☐	☐	☐
E. Het geeft een voldaan gevoel als ik een wiskunde opgave goed heb opgelost.	☐	☐	☐	☐	☐

A.2.2 Het hart

Door een levensecht model kunnen leerlingen zelf zien en ervaren hoe het hart er uit ziet.



Figuur 1. Het hart



Figuur 2. Het hart

Kan je aangeven in welke mate je het eens bent met de volgende stellingen.

	Eens	Beetje eens B	Weet niet	Beetje oneens	Oneens
Kruis steeds één keuze aan. Voorbeeld:	☐	☐	☐	☒	☐
1.Het hart in figuur 1 is een model, want het lijkt op een echt hart.	☐	☐	☐	☐	☐
2.Het hart in figuur 2 is geen model, want een echt hart ziet er niet zo uit.	☐	☐	☐	☐	☐
3.Het hart in figuur 1 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
4.Alleen een donorhart kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
5.Figuur 2 is een beter model van het hart dan figuur 1.	☐	☐	☐	☐	☐
6.Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
7.Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden om de theorie hoe een hart werkt uit te leggen.	☐	☐	☐	☐	☐
8.Het hart in figuur 2 is geschikt voor onderwijs op de middelbare school, maar niet voor wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
9.Figuur 1 is een beter model van het hart dan figuur 2.	☐	☐	☐	☐	☐
10.Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën <u>te ontwikkelen</u> over de functie van het hart.	☐	☐	☐	☐	☐
11.Wetenschappers kunnen het hart in figuur 2 gebruiken om nieuwe ideeën <u>te toetsen</u> over de functie van het hart.	☐	☐	☐	☐	☐
12.Wetenschappers kunnen de harten in figuur 1 en 2 tegelijkertijd gebruiken. De harten geven een verschillende benadering van een situatie.	☐	☐	☐	☐	☐

A.2.3 De concentratie van een medicijn in het bloed

Een patiënt in het ziekenhuis moet een medicijn innemen. Na het innemen van het medicijn hangt de concentratie C in mg/liter van het medicijn in het bloed af van de tijd, die verlopen is sinds het innemen. Een verpleegster meet elk kwartier de concentratie van het medicijn in het bloed. De gegevens zet ze in een tabel.

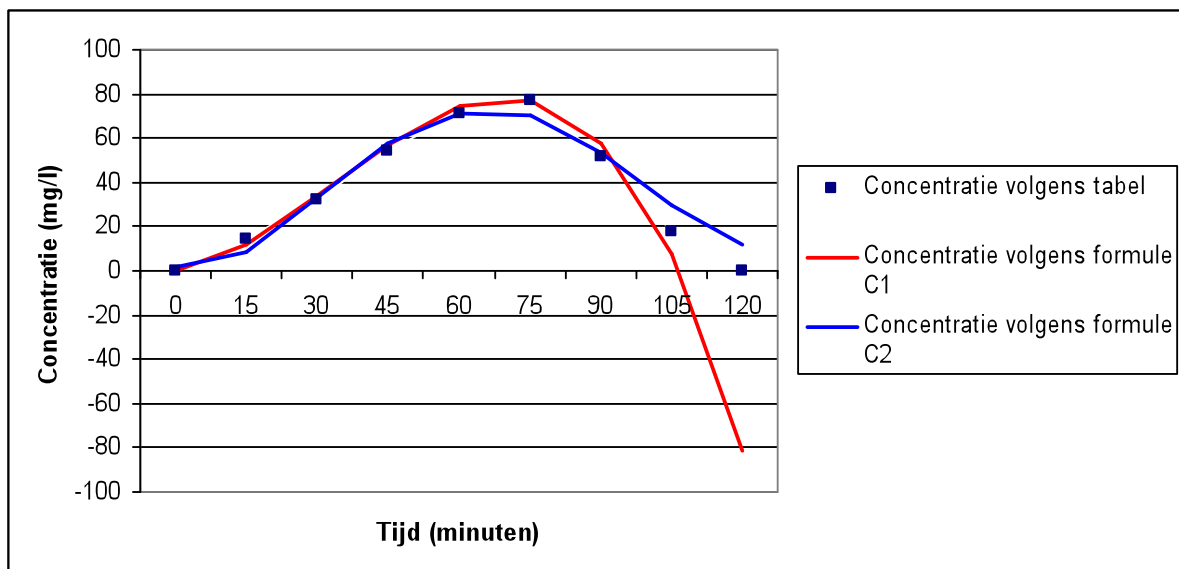
Tijd	Concentratie
0	0
15	14
30	32
45	54
60	71
75	77
90	52
105	18
120	0

Tabel 1. De tijd in minuten, de concentratie in mg/liter.

Er zijn twee formules gevonden, die bij benadering passen bij deze tabel:

$$C_1 = -0,0004t^3 + 0,04t^2 + 0,28t$$

$$C_2 = 0,000005t^4 - 0,0013t^3 + 0,09t^2 - 0,64t + 1,99$$



Figuur 3. De grafiek van de concentratie van het medicijn in het bloed uitgezet tegen de tijd.

Kan je aangeven in welke mate je het eens bent met de volgende stellingen..

	Eens	Beetje eens B	Weet niet	Beetje oneens	Oneens
Kruis steeds één keuze aan. Voorbeeld:	☐	☐	☐	☒	☐
13.De formules C_1 en C_2 zijn allebei wiskundige modellen.	☐	☐	☐	☐	☐
14.De grafiek in figuur 3 is een wiskundig model.	☐	☐	☐	☐	☐
15.De grafiek van figuur 3 is alleen een wiskundig model in combinatie met formule C_1 en/of C_2 .	☐	☐	☐	☐	☐
16.Alleen formule C_1 kan gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek, want de grafiek van formule C_2 wijkt na 100 minuten te veel af van de gemeten concentraties.	☐	☐	☐	☐	☐
17.De formules C_1 en C_2 kunnen allebei gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek, omdat ze allebei de concentraties van de tabel benaderen.	☐	☐	☐	☐	☐
18.De formules C_1 en C_2 worden alleen maar gebruikt op de middelbare school en kunnen niet gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
19.Zowel formule C_1 als formule C_2 kan gebruikt worden om te toetsen hoe lang er voldoende concentratie van het medicijn in het bloed zit.	☐	☐	☐	☐	☐
20.De formules C_1 en C_2 kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek om de werking van het medicijn te verbeteren.	☐	☐	☐	☐	☐
21.Alleen de gemeten concentraties (en dus niet de concentraties volgens de formule C_1 en C_2) kunnen gebruikt worden in wetenschappelijk onderzoek.	☐	☐	☐	☐	☐
22.Formule C_1 is beter dan formule C_2 .	☐	☐	☐	☐	☐
23.Formule C_2 is beter dan formule C_1 .	☐	☐	☐	☐	☐
24.Formule C_1 is (ongeveer) net zo bruikbaar als formule C_2 .	☐	☐	☐	☐	☐

A.2.4 De auto

Lees het volgende stuk tekst goed door en geef aan in hoeverre je het eens of oneens bent met de uitspraken.

Jos en Frank zijn twee vrienden, die allebei net een auto gekocht hebben. De auto van Frank is tweedehands en 5 jaar oud. De auto van Jos is nieuw. Beide zijn ervan overtuigd dat hun auto het snelst is. Om dit te testen spreken ze af bij een afgelegen kruispunt zo hard mogelijk weg te rijden wanneer het stoplicht op groen springt. Wie het snelst weg is, wint deze uitdaging en heeft inderdaad de snelste auto.

Frank wil graag weten wat zijn kansen zijn om de weddenschap te winnen en besluit het probleem in theorie wat uit te werken. Hieronder worden een aantal situaties beschreven die Frank tegenkomt in zijn uitwerking. Geef aan in hoeverre je het eens bent met de uitspraken.

1. Frank besluit dat het vermogen en het gewicht van de auto het belangrijkste zijn in het bepalen van de snelheid. De bandenspanning is ook van invloed op de snelheid maar Frank is van mening dat de invloed daarvan klein is. Hij besluit de bandenspanning niet mee te nemen. Ben je het hiermee eens?
2. Frank kan afstanden meten in meters of kilometers. Afgezien van wat handiger is, maakt het ook niet uit of hij meters of kilometers gebruikt.
3. Om snel weg te kunnen rijden, moet je ook een korte reactietijd hebben. Frank kan de reactietijd van Jos en van zichzelf niet makkelijk meten dus neemt hij aan dat de reactietijd voor beide hetzelfde is. Ben je het hiermee eens?
4. De wrijving van de banden met de weg is ook van invloed op de snelheid. Frank besluit dat hij wrijving niet meeneemt omdat dat zijn uitwerking te ingewikkeld maakt. Ben je het hiermee eens?
5. Naarmate het analyseren van Frank vordert, krijgt hij van een vriend te horen dat auto's 20% minder krachtig zijn als ze 5 jaar oud zijn. Frank heeft hier in zijn uitwerking geen rekening mee gehouden ondanks dat zijn auto 5 jaar ouder is dan die van Jos. Frank vindt zijn analyse goed en vindt dat hij het dan niet meer moet aanpassen. Ben je het hiermee eens?
6. Een andere vriend van Frank wil ook wel eens kijken of hij een snellere auto heeft dan Frank. Frank wil hier ook een analyse van maken. Hiervoor moet hij weer opnieuw starten en bepalen welke factoren van invloed zijn en welke aannames hij gaat maken.
7. Vlak voor de race blijkt dat Jos ook een analyse heeft gemaakt. Hij heeft andere keuzes gemaakt dan Frank en zijn analyse is dus heel anders. Een van de analyses is daarom fout.
8. Frank wil graag weten wat de bandenspanning van de auto is. De analyse die hij heeft gedaan om te bepalen wie wint, kan hij gebruiken om dat te bepalen.

Uit de analyse van Frank blijkt dat hij, zoals hij had verwacht, de wedstrijd zou moeten winnen. Het scheelt weinig maar zijn auto zou volgens zijn berekeningen iets sneller moeten zijn. De uiteindelijke wedstrijd wordt toch door Jos gewonnen. Wat is er fout gegaan in de analyse van Frank?

9. Frank heeft in zijn berekening een aanname gedaan door te veronderstellen dat zijn reactietijd gelijk is aan die van Jos. Dit moet hij opnieuw bekijken want dit zou het verschil kunnen verklaren.
10. Om te kijken wie het snelst was, hebben Frank en Jos zelf vanuit de auto gekeken wie het eerst aan het einde van de straat was. Dit is niet heel nauwkeurig. Ze hadden beter iemand vanaf de kant kunnen laten kijken. Dit zou het probleem kunnen zijn.
11. Frank heeft bij zijn analyse een aantal vereenvoudigingen gedaan. Hij heeft bijvoorbeeld de wrijving buiten beschouwing gelaten. Om te zien waarom hij het foute antwoord kreeg, zal hij kritisch moeten kijken naar elk van de vereenvoudigen.
12. Om te bepalen wie gaat winnen in de race tegen zijn andere vriend kan Frank gewoon het model aanpassen waar zijn aannames of vereenvoudigingen niet juist waren. Als hij dan de eigenschappen van de andere auto invoert, kan hij opnieuw inschatten wie er gaat winnen.
13. Heb je veel verstand van auto's? Geef dit aan op een schaal van 1 tot 5.

Antwoordmodel Modelleervaardigheden

	Eens	Beetje eens	Weet niet	Beetje oneens	Oneens
1.	☐	☐	☐	☐	☐
2.	☐	☐	☐	☐	☐
3.	☐	☐	☐	☐	☐
4.	☐	☐	☐	☐	☐
5.	☐	☐	☐	☐	☐
6.	☐	☐	☐	☐	☐
7.	☐	☐	☐	☐	☐
8.	☐	☐	☐	☐	☐
9.	☐	☐	☐	☐	☐
10.	☐	☐	☐	☐	☐
11.	☐	☐	☐	☐	☐
12.	☐	☐	☐	☐	☐
	1=weinig verstand van auto's	2	3	4	5 = veel verstand van auto's
13.	☐	☐	☐	☐	☐

Opmerkingen:

Appendix B: Transcripts van interviews

B.1 Eerste interview

Het interview is op de gang opgenomen. Voordat ik de geluidsband aanzette, gaf ik aan dat we een interview hielden over het modelleren in het algemeen, dus dat hij verder dan alleen wiskunde moest denken. Toen we een tafel gevonden hadden, zette ik de band aan.

MVB: Zou je hardop willen denken zodat we nog uhm... inzicht krijgen waar we de vragenlijst kunnen verbeteren.

LL: Ja, is goed.

MVB: Als je wat te drinken wil hebben, dan zeg je het maar, hoor. Koffie, thee... Chocomel?

LL: Nou... Doe maar een bakkie koffie.

MVB: Een bakkie koffie? Nou, ik zal hem even voor je halen.

LL: Ja, bedankt.

LL: HAVO 4

LL: Economie en Maatschappij.

LL: Wiskunde A

MVB (vanaf de achtergrond): Wil je trouwens nog wat in je koffie? Melk? Suiker?

LL: Alleen melk alsjeblieft.

LL: Wiskundig boek: Getal en Ruimte.

LL: Heb je ook NLT? Nee, ik heb geen NLT gekozen.

LL: Gemiddelde cijfer: 6,4

LL: Laatste cijfer voor wiskunde: 6,4

LL: Kun je het aangeven in welke mate je het eens bent met de volgende stelling.

LL: Kruis aan, bijvoorbeeld. Oké.

LL: Vooral bij wiskunde ben ik blij als de les voorbij is. Nou... een beetje eens.

LL: Ik vind wiskunde een leuk vak. Nou, weet niet.

LL: Zonder wiskunde zou het op school... nâh...

LL: Ik vind het fijn om zelf een opdracht voor wiskunde te maken: een beetje oneens.
*slaat blad om. *

LL: *moment de tekst/vraag op*. Figuur 2... mee eens.

LL: Een hart in figuur 3 is geen model: een echt hart ziet er niet zo uit. Beetje eens...

LL: Het hart in figuur 2 kan gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek. Eens.

LL: Het hart in figuur 3... neeehj... weet ik eigenlijk niet.

LL: Het hart in figuur 3 kan gebruikt worden om de theorie hoe een hart werkt, uit te leggen. *leest opnieuw:* Het hart in figuur 3... ja, daar ben ik het wel mee eens.

LL: Het hart in figuur 3 is wel geschikt voor onderwijs op de middelbare school, maar niet voor wetenschappelijk onderzoek. Dat hoort bij wiskunde, het hart. (Dat laatste weet ik niet zeker, moeilijk te verstaan)

MVB: Alsjeblieft.

LL: Dankje.

LL: Wetenschappers kunnen het hart in figuur 3 gebruiken om nieuwe ideeën te ontwikkelen over de functie van het hart. Een beetje mee eens.

LL: Wetenschappers kunnen het hart in figuur 3 gebruiken om nieuwe ideeën te toetsen over de functie van het hart.....

LL: Wetenschappers kunnen de harten in figuur 2 en 3 ter gelijktijd gebruiken. De harten geven een verschillende benadering van de situatie.

een hele tijd een stilte. Waarschijnlijk wordt het volgende probleem gelezen.

LL: Formules C1 en C2 horen allebei bij wiskundige modellen...

LL: Grafieken in figuur 4 is een... wiskundig... ja

LL: Een beetje...

LL: Kan gebruikt worden op de middelbare school... kan niet gebruikt worden voor wetenschappelijk onderzoek.

LL: Hmm...

Een aantal seconden een stilte en gooit zijn pen neer.

LL: Ja.

MVB: Heb je hem nu al ingevuld?

LL: Huhm?

MVB: Heb je hem nu ongeveer al ingevuld? Zo... dat is snel... vijf minuten.

LL: Jaja.

MVB: Zo, dan hebben we dat al... Wat vond je van de vragenlijst?

LL: Ja... wel goed.

MVB: Heb je nog toevoegingen?

Kleine intermezzo met leerlingen die toevallig langsliepen.

MVB: Heb je nog toevoegingen hoe hij verbeterd kan worden?

LL: Nee... ik vond het wel goede vragen.

Ik eindigde met een klein beetje achtergrondinformatie over het onderzoek. Op de vraag of ik weer voor het onderzoek contact mocht opnemen als er verdere vragen zijn, gaf hij bevestigend antwoord.

B.2 Tweede interview

MVB: Ik zie dat hij opneemt... De metronoom is... uit. Je ziet hier een aantal vragen staan en zou je willen aangeven in welke mate het van toepassing is. Dus dat je het er heel erg mee eens bent, of ... tot en met heel erg oneens.

LL: Maar het maakt niet uit of ik het goed of fout doen?

MVB: Je kan het niet goed of fout doen.

LL: Moet ik mijn naam erboven zetten?

MVB: Mag, hoeft niet. Uhm... Wil je wat in je koffie? Thee?

LL: Doe maar thee. Of nee, doe maar water.

MVB: Gewoon water? Geen thee ofzo... of koffie... Mars? Snicker?

Hele tijd een stilte

MVB: Kom je er een beetje uit?

*LL: *heeft vijf vragen gemaakt*: Nou, het gaat niet zo snel...*

MVB: Alsjeblieft. Doe maar rustig aan.

MVB: Zou je - ben ik net vergeten te vragen - af en toe ook een argument willen geven waarom je ervoor hebt gekozen? Daarom loopt er ook een geluidsband.

LL: Moet ik gewoon zeggen?

MVB: Ja, gewoon zeggen. Zodat wij eventueel de vragenlijst kunnen aanpassen, verbeteren, of de formulering kunnen aanpassen...

LL: Gewoon bij de vragen? Ik vind de vragen op zich wel duidelijk.

MVB: Zodat wij iets meer jou gedachten kunnen zien, daaraan.

LL: Moet ik zeggen waarom ik voor deze heb gekozen, nu?

Vraag 6

LL: Na ja, het gaat over die wrijvingen. Die wrijving, dat zal wel weinig verschil maken, lijkt mij. Dus daarom.

MVB: Opgave zes is dit.

LL: Ja.

MVB: Bij dit soort dingen is het ook zo: een goed antwoord, of een fout antwoord...

LL: Dat is ook vaak moeilijk, ja..

MVB: Het gaat nu ook meer een beetje om de argumenten erachter.

Vraag 7

MVB: Bij vraag 7, waarom heb je 'Beetje Eens' gekozen?

LL: Nou, de reactietijd... hum... Er zal nooit heel veel verschil tussen zitten. Tussen de twee reacties, dus daarom lijkt het mij ook: Je kan niet alles mee gaan tellen want dan zal het wel... zonder die wrijving en zonder die reactietijd zal er ook wel een duidelijk beeld van komen.

MVB: Klopt...

Vraag 8

LL: Kijk, er staat dat de motor minder dan 20 procent krachtig wordt, dus dat zal ook zeker wel meetellen... 20% Is toch wel een deel... vind ik.

Vraag 9

LL: Bij 9 ga ik voor 'eens' want ja... Het is wel een andere auto weer en een ander persoon dus dan moet je het ook wel weer op nieuw bepalen ook.

Vraag 10

MVB: Met 10 ben je het een beetje eens.

LL: Ja... nou... ja... Ik denk dat het vermogen en het gewicht toch wel een van de belangrijkste dingen is, dus pas je die aan, dan krijg je meteen een heel ander antwoord eruit.

MVB: Ja... Dus de goede / grote factoren die meespelen.

LL: Eigenlijk ben ik het niet een beetje eens, maar gewoon eens. Mag ik het nog veranderen?

MVB: Ja... 'tuurlijk.

Vraag 11

LL: Bij 11 ga ik voor een beetje oneens. Want het zal vast wel niet helemaal fout zijn dat hij misschien denkt dat het... hoe heet het... in de folder hebben ze misschien meer dingen laten meetellen. Frank zijn berekening zal wel goed zijn, alleen heeft hij misschien een ander soort berekening gemaakt waar andere factoren genomen zijn.

MVB: OK.

Vraag 12

LL: 12 ga ik voor eens. Als het niet aan het vermogen en het gewicht ligt, dan kan het ook aan het de reactietijd liggen.

MVB: Ja.

Vraag 13

LL: Bij 13 denk ik niet dat Frank de berekening verkeerd heeft / de metingen verkeerd heeft verricht, maar meer dat er ja... weet niet... andere factoren toch hebben meegeteld. En misschien is hij dan toch iets meer naar zijn eigen kant getrokken, want... Als die factoren die Frank heeft berekend niet uhm... ja... niet uiteindelijk... ja hoe heet dat... ja dat Jos toch sneller is geweest, dan zal het wel aan iets anders liggen; niet aan die factor.

Vraag 14

LL: Ja. Misschien kan dat ook van toepassing zijn. Ik denk het wel. Als de berekening verkeerd... de berekening zal niet verkeerd zijn. Maar als de uitslag toch anders is dan zullen er vast andere dingen hebben meegeteld. Ja, en dan kan het van alles zin.

MVB: Ja.

LL: Dus dan zou hij het misschien kunnen proberen.

MVB: Of is het misschien een beetje anders: en als de uitkomst een beetje anders is?

LL: Wat bedoel je daarmee?

MVB: Een klein beetje verschilt. Dus de getallen lijken wel heel erg op elkaar.

LL: Ja, maar bedoel je dat met de uitslag van de race of niet?

MVB: Ja

LL: Dan kan dat ook wel, denk ik

MVB: Hoe vond je de vragen gesteld. Vond je ze duidelijk, van deze lijst?

LL: Ja, ik vond ze wel duidelijk ja.

MVB: De bedoeling was ook duidelijk? Van de...

LL: Ja... het is gewoon... eens / beetje en dat daar wel dat daar altijd wel een keuze tussen is.

MVB: Bij 1 t/m 6. Zou je heel kort willen toelichten waarom je hiervoor gekozen hebt? Want die staan niet op de audio.

LL: Ja, natuurlijk.

Vraag 1

LL: Bij 1 heb ik gekozen voor eens want het lijkt mij de belangrijkste factoren.

MVB: OK.

Vraag 2

LL: Bij 2 heb ik gekozen voor beetje eens want nou... kilometers of meters, dat kun je zo omrekenen, dus...

MVB: Ja, inderdaad.

Vraag 3

LL: Ja, bij 3 denk ik wel dat hij het moet weten... dat is wel belangrijk

Scooter racet langs de school

MVB: en daar gaat weer een scootertje

Vraag 4

LL: Bij 4 heb ik beetje eens want mja... mij lijkt het: je zou niet snel alle dingen gaan... alle dingen meenemen in je berekeningen want als je alles meeneemt, dan kan je bezig blijven.

MVB: Ja, is goed zo.

LL: Als je een beetje de belangrijkste dingen hebt dan komt er wel een ongeveer antwoord uit, maar dat zal dan zeker niet al te ver liggen van het juiste antwoord.

Vraag 5

LL: Bij 5 heb ik een beetje oneens. Als je alleen op de wrijving gaat kijken dan kan je het nooit weten... lijkt mij... dat is te onbelangrijk.

MVB: Volgens mij zit je aardig dicht bij ons ook in de buurt met al je antwoorden.

LL: Ja, ok?

Vraag 6

LL: Ja, en bij zes heb ik ook oneens, want als je dat weglaat... het lijkt mij wel een noodzakelijke keuze hier. Nou, het zal niet noodzakelijk zijn, maar meer eens soort van handig zijn. En als het dan verkeerd is, dan kan je het er altijd nog bijnemen.

MVB: Ja, dat is zo. Dus je kan altijd later nog aanpassen.

LL: Ja! Ik zou gewoon beginnen met het meeste dat van toepassing is, en gaat dat niet dan zou ik er meer bijnemen.

MVB: Ja. Dat is precies wat we eigenlijk wilden horen van je. :P

===== Vragenlijst Cor Willem =====

MVB: We gaan nu naar de volgende vragenlijst kijken. Dat is de vragenlijst over het hart en dergelijke.

LL: OK. En dat is het antwoordenblad?

MVB: Uhm... nee... het zijn een paar bladen en over het algemeen zal je hier wat sneller doorheen gaan dan deze. Het zijn meer papiertjes, maar...

LL: Zal ik eerst dit nog eventjes lezen?

MVB: Ja, kan je doen.

tijdlang stilte

MVB: Een paar gewetensvragen?

LL: Ja. **hihi** inderdaad. uhm..

LL: Ongeveer mijn gemiddelde cijfer. Moet ik dan gewoon dit...?

MVB: Heb je nog maar 1 cijfer gekregen?

LL: Ja, van dit jaar wel.

MVB: Wat stond je vorig jaar? ook zoiets?

LL: Ja, toen stond ik iets van een zeven. Dus ik schrijf wel 7 op.

MVB (over motivatie): Dat heeft er toch niet mee te maken dat jullie altijd zo zitten te lachen hè, in de les...

LL: Nee, ja... ik weet niet... In de eerste vond ik wiskunde altijd wel heel leuk, daarna is het steeds minder geworden eigenlijk. Omdat ik het steeds moeilijker vond...

MVB: Dat speelt ook mee, ja...

LL: Moeilijker... en daardoor minder leuk. Ik weet niet, ik vind het altijd wel een soort van leuk al heb ik zeg maar echt een som goed opgelost, en... als ik het geen leuk onderwerp vind, dan vind ik het ook niet leuk om naar wiskunde te gaan.

MVB: En hoe vind je de onderwerpen over het algemeen die jullie krijgen bij wiskunde A?

LL: Ja, dat kans vind ik wel ok, maar vind ik ook... een beetje saai. En even kijken... wat hadden we... met die grafieken enz. tekenen dat vond ik ook wel ok. En bij de vorige toets hadden we echt sommen die we echt heel lang moesten oplossen enzo... dat vond ik dan wel moeilijker. Dan ging ik door naar de andere sommen en als ik er dan op terugkwam dan zag ik de antwoorden meestal wel. En dan geef het wel een goed gevoel... dat je hem echt hebt opgelost.

MVB: Ja... dat hebben heel veel mensen. Dat wordt ook wel het Eureka-gevoel genoemd.

LL: Het is niet echt dat ik het super leuk vind, maar het is wel dat als je een som niet snapt, en je krijgt een goede uitleg daarover, en je maakt hem dan... en hij gaat goed, dan vind ik het wel fijn dat het ook echt... Maar meestal in een toets is het wel weer moeilijker. Als je hem maakt...

MVB: De toets meestal wel moeilijker als je hem maakt.

LL: Ja, en dat vind ik soms wel stom. Dan kan je niet echt hebben geoefend.

MVB: Dat is voorbereiding op je examen hè... Je kan beter op je toets en schoolexamens iets moeilijker dan het centraal examen.

LL: ja, inderdaad.

hele tijd stilte

MVB: Zou je een kleine toelichting willen geven?

LL: Ja.

Vraag 1.

LL: Bij 1, het is een model want het ziet er precies zo uit.

Vraag 2.

MVB: Het hoeft echt geen lange toelichting te zijn, hoor.

LL: Bij 2 doe ik een 'beetje eens', want ja... het ziet er niet zo uit maar het werkt op zich wel zo. En het is wel een figuur dat weergeeft hoe het werkt. Dus...

Vraag 3.

LL: 3.. doe ik... eens... want het lijkt me dat het wel... kan wel gebruikt worden voor een onderzoek.

Vraag 4.

LL: Bij 4 doe ik een beetje eens, want ik kan ook sommige dingen nabootsen ofzo, dan kan je ook wel wetenschappelijk onderzoek uitvoeren, maar wil je echt goed wetenschappelijk onderzoek uitvoeren dan moet je het wel met een donor doen, denk ik...

Vraag 5.

LL: Bij 5 doe ik een beetje eens, want het lijkt... dit ziet er echt uit en zo weet je ook ineens hoe het werkt en bij dit zie je eigenlijk... bij figuur 1 zie je een plaatje en zou je er geen uitleg bij krijgen dan zou je ook niet weten wat het is. Maar hier krijg je sowieso wel een idee wat het is. Maar het is wel schematisch getekend, maar dan nog heb je een beetje een idee hoe het werkt.

MVB: Omdat er tekst instaat?

LL: Ja, en met pijlen staat aangegeven... denk hoe het bloed stroomt.

Vraag 6.

LL: Ik denk dat figuur 2 wel gebruikt kan worden voor wetenschappelijk onderzoek, want ja... niet zo zeer... ja... ik kan er wel dingen uithalen enzo... ik kan er wel dingen over nemen... dingen ermee doen...

Vraag 7.

LL: Met 7 ben ik het sowieso wel eens want dit is echt een... waard om van te leren zegmaar... gewoon dingen van theorie en werkelijkheid kun je dit misschien beter... maar om te beginnen zou ik met zo'n hart werken.

MVB: Figuur 2, ja.

Vraag 8.

LL: Met 8 ben ik het een beetje eens, want het hart in figuur 2 zou ik inderdaad gebruiken voor onderwijs op een middelbare school, maar ik zou ook zeker zo'n hart laten zien want dit is natuurlijk een echte weergave ervan: dan zien ze dit en dan denken ze misschien...

MVB: Of zou je er een echt hart bij willen pakken, van de slager?

LL: Nee!

MVB: Dat werd bij ons gedaan hoor, op de middelbare.

LL: Ja? Gatsie!

MVB: We hebben met echte harten gewerkt bij biologie12.

LL: Ik heb geen biologie.

MVB: Maargoed...

LL: Maar het zou wat mij betreft wel voor wetenschappelijk onderzoek gebruikt kunnen worden; niet alleen voor de middelbare school.

Vraag 9.

LL: Bij vraag 9 ga ik voor een beetje oneens, want ik vind nog steeds dat figuur 2... voor mij is het duidelijker. Maar ga je natuurlijk echt zo'n opleiding doen, dan moet je wel figuur 1 gebruiken.

MVB: Ja.

LL: Maar om te beginnen zou ik figuur 2 een beter model.

Vraag 10.

LL: Ja, ik ga bij 10 voor eens want hierdoor ja... Hier halen ze informatie uit, hier kunnen ze dingen mee proberen / overzicht... zo'n tekening geeft echt overzicht, en deze dus niet echt.

MVB: Tekening 2 geeft dus meer overzicht, vind je.

LL: Ja, daardoor kun je misschien proberen eerst hier dingen mee proberen te ontwikkelen: dingen mee te gaan doen; en daarna pas op andere dingen toepassen.

Vraag 11.

LL: Bij 11 ga ik voor een beetje oneens. Want als je dingen wil gaan toetsen dan zou ik het meteen ook goed toetsen. Dus dan zou ik het meteen op een ja... soort werkelijke tekening toetsen. Dan zou ik het meteen op een soort werkelijke tekening toetsen. Dan zou ik hier leren en dan overbrengen op zo'n tekening en daaruit een toets.

Vraag 12.

LL: Ik denk wel bij 12 dat ze ze wel allebei kunnen gebruiken, ook tegelijk wel want het is wel een... leg ze langs elkaar neer. Dingen die je in figuur 2 ziet, probeer je in figuur 1 te herkennen en daardoor maak je er wel een soort voorstelling van.

MVB: tweede blad: de concentratie van medicijnen in het bloed.

Vraag 13.

LL: Bij 13 ga ik voor eens, want er wordt wel gebruik gemaakt van een formule, en dat is een wiskundig model.

Vraag 14.

LL: Bij 14 ga ik ook voor eens, want het is grafiek, dus...

Vraag 15.

LL: Waar staat eigenlijk figuur 4?

MVB: Zit dat er niet bij?

LL: Want ik kijk nu wel naar deze figuur, en hier staat figuur 3 en dit is figuur 3.

MVB: Deze figuur wordt bedoeld.

LL: Deze 4 moet ook een 3 zijn.

MVB: Ja.

LL: Ok, is goed.

MVB: Dit zijn inderdaad de enige figuren die in het onderzoek thuishoren.

LL: Ja, ik dacht al. Waar is 4 dan?

MVB: Goed dat je het zegt. Dat zijn dingen die fijn zijn om te horen omdat je er zelf overheen leest.

LL: Ik zal hier dan wel een drie van maken...

LL: Ik vind niet dat bij 15 dat een grafiek alleen een wiskundig model is in combinatie met C1 of met C2. Want het is een grafiek, en een grafiek wordt ook gezien als een wiskundig model en daar heb je niet per sé een formule voor nodig.

Vraag 16.

LL: Bij 16 ga ik voor een beetje oneens, want... bij uhhh... C1 gaat daarna helemaal heel erg afwijken dus... dan lijkt het mij dat... je kunt ze alletwee wel gebruiken, maar... na een tijdje is het uitgewerkt ofzo en dan gaat de formule anders lopen dan dat de werkelijkheid loopt.

MVB: Goed.

Vraag 17.

LL: Bij 17 ga ik eens want ja... ze kunnen allebei gebruikt worden. Want ze lopen allebei gelijk aan de gemeten concentratie, dus alleen aan het einde gaan ze wel ver uit elkaar dus dan zou ik wel...

MVB: Vanaf welke ongeveer?

LL: Ja, 90 zitten ze allebei nog wel dicht bij het punt, daarna raken ze elkaar even en dan gaan ze echt splitsen. En dan moet je wel kijken, lijkt mij, welke je het beste neemt.

Vraag 18.

LL: Bij 18 ga ik voor een beetje eens, want op de middelbare school hoef je, zeg maar, niet allemaal precies te doen en bij wetenschappelijk onderzoek zou ik dat wel doen. Dan kan je niet zomaar een foutje maken ofzo. Zo van... het is iets te veel of iets te weinig. Dan is het allemaal wel wat serieuzer.

Vraag 19.

LL: 19 ga ik voor een beetje eens, want ja, ze kunnen wel allebei gebruikt worden, alleen moet je vanaf een punt kijken vanaf ze geloofwaardig zijn, en wanneer niet meer.

Vraag 20.

LL: Bij 20 heb ik een beetje eens, want ze kunnen wel gebruikt worden, vind ik. Want die formule ja... nouja... je kan ze wel... aan een formule kan je wel zien of hij geleidelijk aftakelt, zegmaar, en als het geleidelijker gaat kan je ook misschien kijken hoeveel je nog nodig hebt, dan kun je zien hoeveel je nog daar meer kan hebben, dan kan je misschien nog wat meer of minder toevoegen in het medicijn.

Vraag 21.

LL: Bij 21 heb ik ook een beetje eens. Want als je echt een wetenschappelijk onderzoek gaat doen zou ik wel de echt gemeten concentraties meenemen in je berekeningen en aan zo'n formule heb je ook wel iets maar dat zegt gewoon vrijwel niets, vind ik.

bel gaat

MVB: Ja. Heb je nu trouwens les?

LL: Nee.

MVB: Dan maken we hem even af, tenzij jij zegt...

LL: Nee, we maken dit nog wel af.

Vraag 22.

LL: Bij 22 heb ik een beetje oneens, want ik vind C2 beter kloppen bij de gemeten concentratie. Hij neemt geleidelijker af en bij C1 daalt hij meteen helemaal naar beneden waardoor hij minder geloofwaardig lijkt.

Vraag 23.

LL: En dan heb ik bij 23 beetje eens, met dezelfde reden.

Vraag 24.

En... ik vind dat uhm... ik vind ze niet net zo bruikbaar. Ze zijn alletwee wel bruikbaar, maar op een heel andere manier vind ik. Want ze verschillen best erg alhoewel ze toch dicht bij de gemeten concentraties zitten.

MVB: Dat is ook zo.

LL: Ja.

MVB: Wil je verder nog dingen toevoegen?

LL: Nee, ik vond het wel een duidelijke tekst eigenlijk. Goede vragen.

MVB: Dat je nog dingen mistte, of dat je zegt vannuuhm...

LL: Nee, ik heb niet echt dingen gemist.

MVB: Fijn om te horen.

LL: Ok.

MVB: Wat ik wel jammer vond, je zei het bijna... een negatieve concentratie, dat dat niet kan.

LL: Ja, inderdaad. Want hier staat hij nog een stukje verder als dat het...

MVB: Want hier schiet de concentratie ook onder de nul. En een negatieve concentratie stelt niets voor. Ik weet niet: heb je ook natuurkunde of scheikunde in je pakket?

LL: Nee..

MVB: Welke kant wil je zo'n beetje opgaan, na je... ik weet dat het ver weg is hoor, voor je.

LL: Een beetje economie, denk ik. Ik weet nog niet precies. Ik wilde eerst wel natuurkunde kiezen, maar dan moet je wiskunde B doen ofzo... want B is beter. En daarom heb ik dat maar niet gedaan.

LL: Is het zo goed?

MVB: Prima, hartstikke bedankt

LL: Graag gedaan.

MVB: Ik hoop niet dat je het erg vond om te doen...

LL: Nee!

Appendix C: Vertalingen naar numerieke waarden

	Eens	Beetje eens	Weet niet	Beetje oneens	Oneens
A	-2	-1	0	1	2
B	2	1	0	-1	-2
C	-2	-1	0	1	2
D	2	1	0	-1	-2
E	2	1	0	-1	-2
1	2	1	0	-1	-2
2	-2	-1	0	1	2
3	2	1	0	-1	-2
4	-2	-1	0	1	2
5	-2	-1	0	1	2
6	2	1	0	-1	-2
7	2	1	0	-1	-2
8	-2	-1	0	1	2
9	-2	-1	0	1	2
10	2	1	0	-1	-2
11	-2	-1	0	1	2
12	2	1	0	-1	-2
13	2	1	0	-1	-2
14	2	1	0	-1	-2
15	-2	-1	0	1	2
16	-2	-1	0	1	2
17	1,5	1,5	0	-1	-2
18	-2	-1	0	1	2
19	2	1	0	-1	-2
20	2	1	0	-1	-2
21	-2	-1	0	1	2
22	-2	-1	0	1	2
23	-2	-1	0	1	2
24	1	2	0	-1	-2
MV1	2	1	0	-1	-2
MV2	2	1	0	-1	-2
MV3	2	1	0	-1	-2
MV4	2	1	0	-1	-2
MV5	-2	-1	0	1	2
MV6	-2	-1	0	1	2
MV7	-2	-1	0	1	2
MV8	-2	-1	0	1	2
MV9	2	1	0	-1	-2
MV10	2	1	0	-1	-2
MV11	2	1	0	-1	-2
MV12	2	1	0	-1	-2

Tabel 13: Vertaling antwoorden

Vraag	Score	Gemiddelde score	Aantal niet ingevuld
A	-44	-0.31	1
B	-64	-0.45	1
C	-34	-0.24	0
D	44	0.31	0
E	101	0.70	0
1	19	0.13	0
2	86	0.60	0
3	12	0.08	1
4	52	0.36	1
5	-87	-0.61	1
6	-68	-0.48	3
7	243	1.69	0
8	-147	-1.02	0
9	42	0.29	1
10	7	0.05	0
11	22	0.15	0
12	143	0.99	0
13	178	1.24	1
14	210	1.46	0
15	-79	-0.56	2
16	31	0.22	1
17	91.5	0.64	2
18	64	0.44	0
19	81	0.57	1
20	42	0.29	0
21	122	0.85	1
22	16	0.11	0
23	51	0.35	0
24	55	0.38	0
MV1	-97	-0.67	0
MV2	22	0.15	1
MV3	-87	-0.60	0
MV4	-83	-0.58	1
MV5	145	1.01	1
MV6	-24	-0.17	2
MV7	98	0.68	0
MV8	25	0.18	2
MV9	108	0.75	0
MV10	101	0.71	2
MV11	137	0.95	0
MV12	63	0.45	3

Tabel 14: Scores per vraag

Vraagnummer	Gewicht per vraag
1	36
2	36
3	105
4	36
5	96
6	105
7	45
8	60
9	96
10	15
11	15
12	75
13	45
14	45
15	90
16	55
17	10
18	70
19	100
20	70
21	55
22	60
23	60
24	60
MV1	45
MV2	45
MV3	45
MV4	45
MV5	60
MV6	60
MV7	90
MV8	90
MV9	60
MV10	60
MV11	60
MV12	60

Tabel 15: Gewichten per vraag

Ruimte voor aantekeningen

