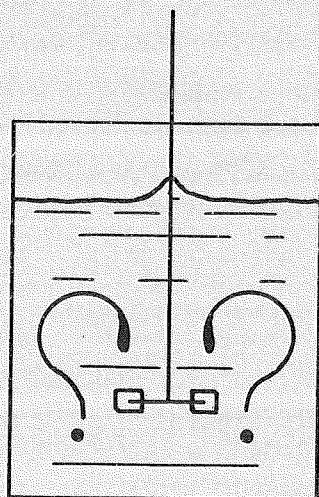


TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Laboratorium voor Fysische Technologie

Roeren in een
visco-elastische
vloeistof

Een onderzoek naar de stromingsprofielen
in standaard geroerde vaten



Afstudeerverslag.
Ineke van der Reijden-Stolk.

Hoogleraar.
Prof. J.M. Smith. M.Sc.

artels.

ROEREN IN EEN VISCO ELASTISCHE
VLOEISTOF

Een onderzoek naar de optredende
stromingsprofielen in standaard
geroerde vaten.

Ineke. v.d.Reijden

Afstudeerverslag

mentor: Paul Bartels

hoogleraar: prof. J.M.Smith MSc.

Delft, mei 1983.

SAMENVATTING

De stromingsprofielen van visco-elastische vloeistoffen in standaard vaten zijn bepaald afhankelijk van de viscositeit en de elasticiteit van de vloeistof en het toerental van de roerder.

Hiervoor zijn standaard-profielen opgesteld die gemeten zijn voor 23 oplossingen in twee verschillende vaten. Er is gewerkt met polymeeroplossingen nl. polyacrylamide in water met als toevoegingen CMC of glycerol.

Beschrijving van de stromingsprofielen met de dimensieloze kentallen Re (= traagheidskracht/viskeuze kracht) en Wi (= elastische kracht/viskeuze kracht) geeft geen goede resultaten.

Het Stromingsgetal, een dimensieloos kental afgeleid uit een krachtenbalans over een vloeistofdeeltje bij de roerder (= (elastische kracht + viskeuze kracht)/traagheidskracht), geeft eveneens geen goede resultaten. Door de grote meetfout zijn de resultaten van het Stromingsgetal niet strijdig. De profielen kunnen wel beschreven worden met een recht evenredig verband tussen een gemodificeerde elasticiteitsmodulus en het toerental. De evenredigheidsconstante blijkt afhankelijk te zijn van de vatdiameter.

SUMMARY

The flow profiles established in standard mixing vessels with various liquids of varying visco-elasticity have been examined.

Standard-flow profiles have been defined and determined for 23 solutions in two different vessels. Various aqueous polymer-solutions have been used, based on a polyacrylamide solution with additions like CMC or glycerol.

It was not possible to describe the transition between the various flow patterns with the dimensionless numbers Re (= inertia force/viscous force) and Wi (= elastic force/viscous force).

The flow number, a dimensionless number which is derived from a force balance on a fluid element near the stirrer ($= (\text{elastic} + \text{viscous force}) / \text{inertia force}$) is also unsatisfactory. Because of the inaccuracies in the measurements, it is not possible to reach any firm conclusion about the utility, or otherwise, of the flow number.

The profiles can be described with a proportional relation between a modified elasticity modulus and the revolutions of the stirrer.

The proportional constant appears to be dependent of the vessel geometry.

INHOUDSOPGAVE

Samenvatting	ii
Summary	iii
Symbolenlijst	vi
1 INLEIDING	1
2 UITWERKING VAN DE PROBLEEMSTELLING	3
2.1 Inleiding	3
2.2 Gebruikte vloeistoffen en hun eigenschappen	3
2.3 Het standaard vat	5
2.4 Mengtijd metingen	6
2.5 Stromingsprofielen	7
3 THEORIE	9
3.1 Een visco-elastische vloeistof	9
3.2 De Navier-Stokes vergelijking	9
3.3 Afleiding van het Stromingsgetal	11
3.4 De afschuifsnelheid	13
3.5 De elasticiteitsmodulus E	14
4 LITERATUUROVERZICHT	16
4.1 Inleiding	16
4.2 Stromingsprofielen van Newtonse vloeistoffen in standaard vaten	16
4.3 Stromingsprofielen rond een bol in een visco-elastische vloeistof	17
4.4 Stromingsprofielen van niet-Newtonse vloeistoffen in standaard vaten	18
4.5 Een numeriek berekend stromingsprofiel	20
5 MEETOPSTELLING	21
6 RESULTATEN	22
6.1 De Re- en Stromingsgetallen	22
6.2 De elasticiteitsmodulus	24
7 FOUTENBEREKENING	26
7.1 De fout in de berekende power-law coëfficiënten	26
7.2 De fout in het Re-getal	28
7.3 De fout in het Stromingsgetal	29
7.4 De fout in de elasticiteitsmodulus E	30

8	DISCUSSIE EN SUGGESTIES	31
8.1	Het Re- en het Stromingsgetal	31
8.2	De elasticiteitsmodulus	33
8.3	Suggesties voor nader onderzoek	33
9	CONCLUSIES	37
	LITERATUURLIJST	38
	APPENDICES	39
A	De Weissenberg-reogoniometer	39
B	De gemeten eigenschappen van de gebruikte vloeistoffen	42
C	Alle gemeten toerentallen bij de verschillende standaard-profielen	44
D1	De Reynolds-getallen van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen	45
D2	Het Weissenberg-getal van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen	46
D3	Het Stromingsgetal van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen	47
D4	De elasticiteitsmodulus van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen	48
E	Een uitgewerkte foutenberekening van oplossing 15	49
F	De met behulp van $E = \epsilon N$ berekende toerentallen	52

SYMBOLENLIJST

A	constante uit de machtwet $F_1 = A \dot{\gamma}^b$	(Pas ^b)
a	straal van een bol	(m)
B _x	statistisch berekende 95% fouteninterval van x	
b	constante uit de machtwet $F_1 = A \dot{\gamma}^b$	(-)
C, c	constanten	
D	roerderdiameter	(m)
D	deformatiesnelheidstensor, par. 4.3	(
d _c	cavern-grootte	(m)
E	elasticiteitsmodulus	(Pa)
F ₁	eerste normaalspanningsverschil	(Pa)
F ₂	tweede normaalspanningsverschil	(Pa)
H	vulhoogte van het vat	(m)
K	kracht, veroorzaakt door normaalspanning	(N)
k	constante uit de machtwet $\tau = k \dot{\gamma}^n$	(Pas ⁿ)
m	massa	(kg)
m'	parameter voor stromingsprofiel rond een bol	(-)
N	toerental	(s ⁻¹)
N	aantal metingen (alleen in hoofdstuk 7)	(-)
n	constante uit de machtwet $\tau = k \dot{\gamma}^n$	(-)
p	druk	(Pa)
R	straal van kegel	(m)
Re	getal van Reynolds $(= \frac{\rho ND^2}{\eta})$	(-)
r	richting van coördinatensysteem	
Sg	stromingsgetal $(= \frac{(b+1)Wi + 75nD}{Re})$	(-)
s _x	gemeten standaardafwijking in x	
T	tankdiameter	(m)
t	tractie (=p + τ)	(Pa)
t _{0,95}	vermenigvuldigingsfactor voor s om het fouten-interval te berekenen	
T	torsie, veroorzaakt door de viscositeit	(Nm)
v _i	snelheid in de richting i	(m/s)
Wi	getal van Weissenberg $(= F_1/\tau)$	(Pa)
$\bar{x}$	gemiddelde van x	
x _i '	afwijking van x _i aan het gemiddelde $(= x_i - \bar{x})$	
$\hat{y}$	waarde van y berekend met het gevonden verband $\hat{y}_i = \alpha + \beta x_i$	
z	richting van cilindrisch coördinatensysteem	
α	$F_2/\dot{\gamma}^2$	(Pas ²)
α _i	stofparameters uit vergelijking 30	
β	$F_1/\dot{\gamma}^2$	(Pas ²)

$\dot{\gamma}$	afschuifsnelheid	(s^{-1})
Δx	mogelijke fout in x	
ϵ	evenredigheidsconstante tussen E en N	(Pas)
η	viscositeit	(Pas)
η_{∞}	viscositeit bij oneindige afschuifsnelheid	(Pas)
η_0	viscositeit bij afschuifsnelheid nul	(Pas)
θ	richting van coördinatensysteem	
ρ	dichtheid	(kg/m^3)
τ	afschuifspanning	(Pa)
τ_{ij}	afschuifspanning in de i-richting in het vlak j is constant	(Pa)
τ_{ii}	normaalspanning in de i-richting	(Pa)
τ_0	een soort kantelschuifspanning	(Pa)
ψ_1	eerste normaalspanningscoëfficiënt $(=F_1/\dot{\gamma}^2)$	(Pas^2)
ω	hoeksnelheid	(rad/s)

veel gebruikte indices:

- 1 richting van de stroming
- 2 richting van de stromingsverandering
- 3 indifferente richting
- r richting van de straal in bol en cilindercoördinaten
- θ draairichting in cilinder en bolcoördinaten
- z verticale richting in cilindercoördinaten
- ϕ verticale hoek in bolcoördinaten

I INLEIDING

Over Newtonse vloeistoffen is al aardig wat bekend, maar de meeste vloeistoffen die in het dagelijks leven of in de industrie gebruikt worden zijn niet-Newtons. Vele vloeistoffen hebben elastische eigenschappen en hebben een viscositeit die afhankelijk is van de afschuifsnelheid: hoe groter de afschuifsnelheid wordt, des te kleiner wordt de viscositeit. Enkele van deze vloeistoffen uit de praktijk zijn: yoghurt, soep, jam, verf en cakedeeg.

Bij de fabricage van deze stoffen komt er altijd wel een mengfase in voor. De opdracht van dit onderzoek luidde dan ook aanvankelijk: de mengtijden meten als functie van de viscositeit en de elasticiteit van de vloeistof en het toerental van de roerder. Dit experiment werd uitgevoerd in standaard vaten met een zesbladige Rushton-turbine als roerder. Deze configuratie is voor elastische vloeistoffen niet ideaal. Toch werd er voor de Rushton turbine gekozen omdat deze in de industrie ook vaak gebruikt wordt. Andere roerders (welke moet nog onderzocht worden) geven wel betere resultaten, maar hoeveel beter kan alleen bepaald worden als het mengproces met een Rushton turbine bekend is.

Tijdens de mengtijdmetingen bleek dat er in het vat zeer verschillende stromingsprofielen optraden, waarbij soms geen mengtijd gedefinieerd kon worden. Om mengtijden te kunnen meten moet er in het vat zo'n stroming optreden dat alle vloeistof met de stroming meedoet en dat er (lokaal) turbulentie optreedt. Bij elastische vloeistoffen is dit vaak niet het geval: alleen de vloeistof in de buurt van de roerder wordt gemengd en de rest staat bijna stil.

Nu verlegde zich het onderzoek naar de stromingsprofielen. Doel werd te bepalen welke stromingsprofielen er optreden afhankelijk van de viscositeit en de elasticiteit van de vloeistof en het toerental van de roerder. Dit is bestudeerd in een standaard vat met een diameter van 19 cm. Er zijn ook enkele metingen verricht in een vat met een diameter van 29 cm. De viscositeit van de vloeistof varieerde tussen 0,1 en 1,5 Pas en de elasticiteit (het eerste normaalspanningsverschil) van nul tot 55 Pa.

Geprobeerd is een verband te vinden dat onafhankelijk is van de grootte van het vat. Hiervoor zijn stromingsgetallen berekend. Deze zijn opgesteld aan de hand van een krachtenbalans over een vloeistofdeeltje. Het stromingsgetal geeft een indicatie van het optredende stromingsprofiel, maar kan de verschillende stromingsprofielen niet goed onderscheiden. Dit komt ten dele door de meetfouten in het stromingsgetal van ca. 30%.

Een correlatie tussen een gemodificeerde elasticiteitsmodulus van de vloeistof en het toerental geeft betere resultaten. De toerentallen waarbij een bepaald stromingsprofiel optreedt zijn te voorspellen met een fout van ca. 1 s^{-1} .

II UITWERKING VAN DE PROBLEEMSTELLING

II.1 Inleiding

In dit onderzoek werden mengtijden en stromingsprofielen bepaald afhankelijk van de reologie van de vloeistof in een standaard vat met een Rushton turbine. Gebruikt werden visco-elastische vloeistoffen zonder zwichtspanning. Er bestaan nog andere niet-Newtonse vloeistoffen o.a. Bingham vloeistoffen, maar die worden in dit onderzoek buiten beschouwing gelaten. Als er gesproken wordt over niet-Newtonse vloeistoffen worden alleen de visco-elastische stoffen bedoeld.

Welke vloeistoffen gebruikt zijn en hoe hun eigenschappen zijn te beschrijven staat in paragraaf 2.2.

Het standaard vat met de zesbladige Rushton turbine staat vermeld in paragraaf 2.3.

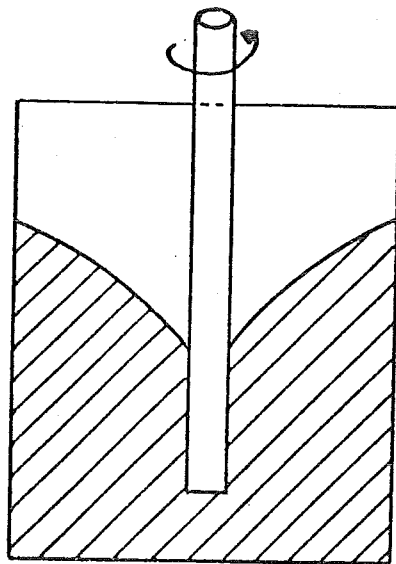
Omdat aanvankelijk mengtijden werden gemeten en later werd overgegaan naar de stromingsprofielen worden de mengtijdmetingen en de moeilijkheden die daarbij optraden vermeld in paragraaf 2.4. Daarna volgt een beschrijving van de stromingsprofielen zodat een lezer zich een beeld kan vormen van wat er in een standaard vat optreedt bij verschillende toerentalen in visco-elastische vloeistoffen. Dit voordat de theorie (in hoofdstuk 3) en de literatuur (in hoofdstuk 4) besproken wordt.

II.2 Gebruikte vloeistoffen en hun eigenschappen

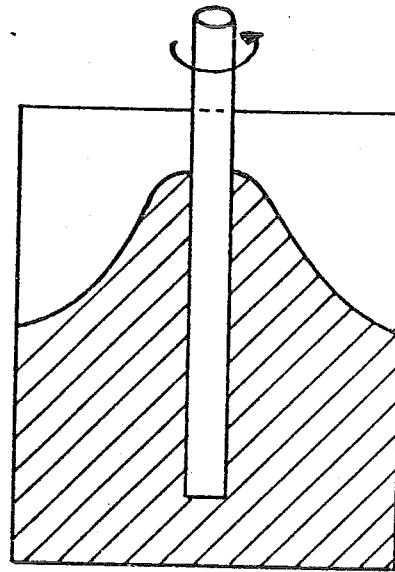
Aan de vloeistoffen die tijdens het onderzoek gebruikt zijn werden de volgende eisen gesteld:

- de vloeistof moet stabiel zijn en gedurende ca. één week niet van eigenschappen veranderen;
- de vloeistof moet vrij sterk elastisch zijn, anders worden de effecten die door de elasticiteit veroorzaakt worden wel erg klein en waarschijnlijk niet meer te meten;
- de viscositeit en de elasticiteit moeten onafhankelijk van elkaar te veranderen zijn.

Gekozen is voor een polymeeroplossing nl. polyacrylamide (PAA) in water. Door de concentratie PAA te variëren veranderen de viscositeit en de elasticiteit. Deze veranderen dan niet onafhankelijk van elkaar, maar door toevoeging van

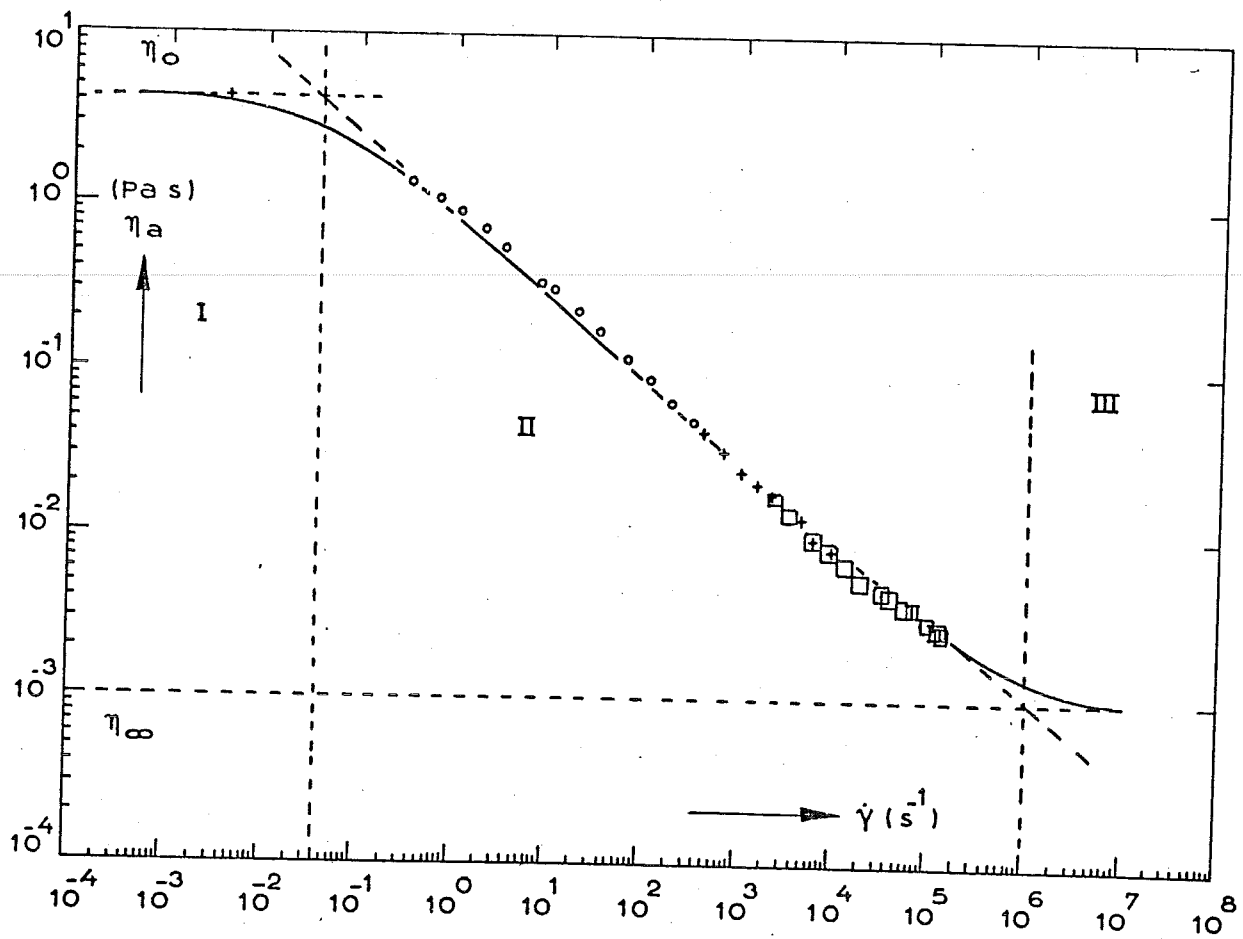


Newtonse vloeistof



Niet-Newtonse vloeistof

Figuur 1: Het Weissenberg-effect.



Figuur 2: De viscositeit als functie van de afschuifsnelheid.

andere vloeistoffen zoals b.v. glycerol of CMC kunnen de viscositeit en de elasticiteit extra beïnvloed worden.

De eigenschappen van de oplossingen werden gemeten op de Weissenberg-reogoniometer van de vakgroep 'Technologie van macromoleculaire stoffen' van de afdeling Scheikundige Technologie. De Weissenberg-reogoniometer meet de viscositeit η en het eerste normaalspanningsverschil F_1 als functie van de afschuifsnelheid $\dot{\gamma}$. De werking van de reogoniometer wordt apart beschreven in appendix A.

Het eerste normaalspanningsverschil zorgt ervoor dat de vloeistof langs een roterend roerder omhoog klimt (zie fig. 1) - het zgn. Weissenberg-effect - en hangt samen met de elasticiteit.

Bekend is dat de viscositeit als functie van de afschuifsnelheid met een machtwet beschreven kan worden.

In formule-vorm: $\eta = k \dot{\gamma}^{n-1}$ (1)
met k en n constanten ($n \approx 0,4$)

Het power-law model wordt veel gebruikt en beschrijft van veel vloeistoffen de viscositeit over een groot gebied van de afschuifsnelheid. Het is echter een model dat bij $\dot{\gamma}=0$ en bij $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ nooit opgaat: het geldt maar voor een bepaald gebied van afschuifsnelheden.

Om het model meer met de realiteit overeen te laten komen wordt het uitgebreid tot drie gebieden. In figuur 2 zijn de drie gebieden aangegeven in een grafiek van de viscositeit tegen de afschuifsnelheid. De grafiek is afkomstig van P.J.Hamersma van de Universiteit van Amsterdam. De getrokken lijn door de meetpunten is een door hen ontwikkeld model [1] dat als volgt te schrijven is:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta_{\infty}} \left(\tau - \tau_0 \left(1 - \exp\left(\left(\frac{\eta_{\infty}}{\eta_0} - 1\right) \frac{\tau}{\tau_0}\right) \right) \right) \quad (2)$$

met η_0 is nulviscositeit

η_{∞} is viscositeit bij oneindige
afschuifsnelheid

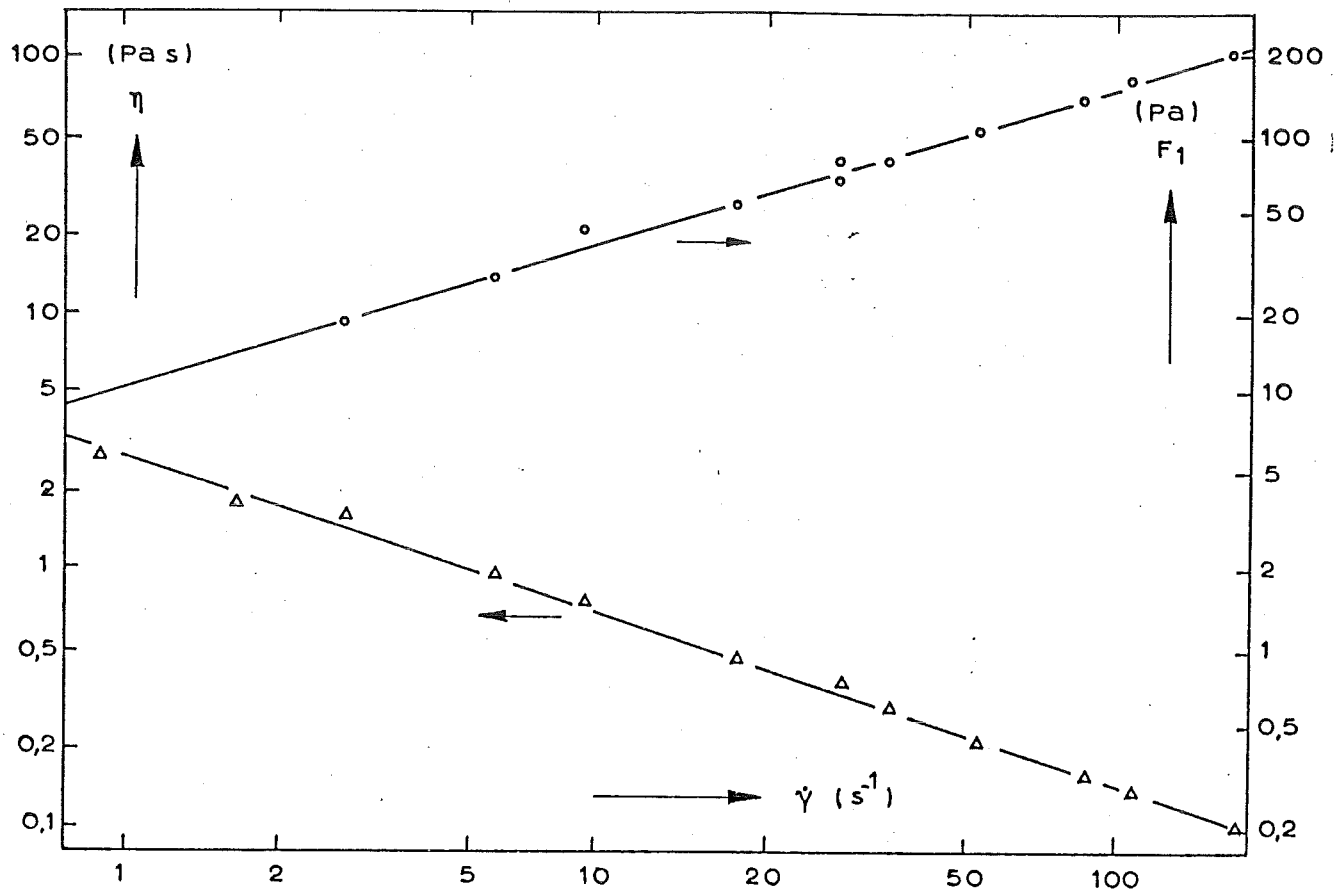
τ_0 en soort kantelschuifspanning.

De gemeten vloeistof is een PAA-oplossing van 0,5% bij 20°C en pH=10. De parameters voor het model zijn hier:

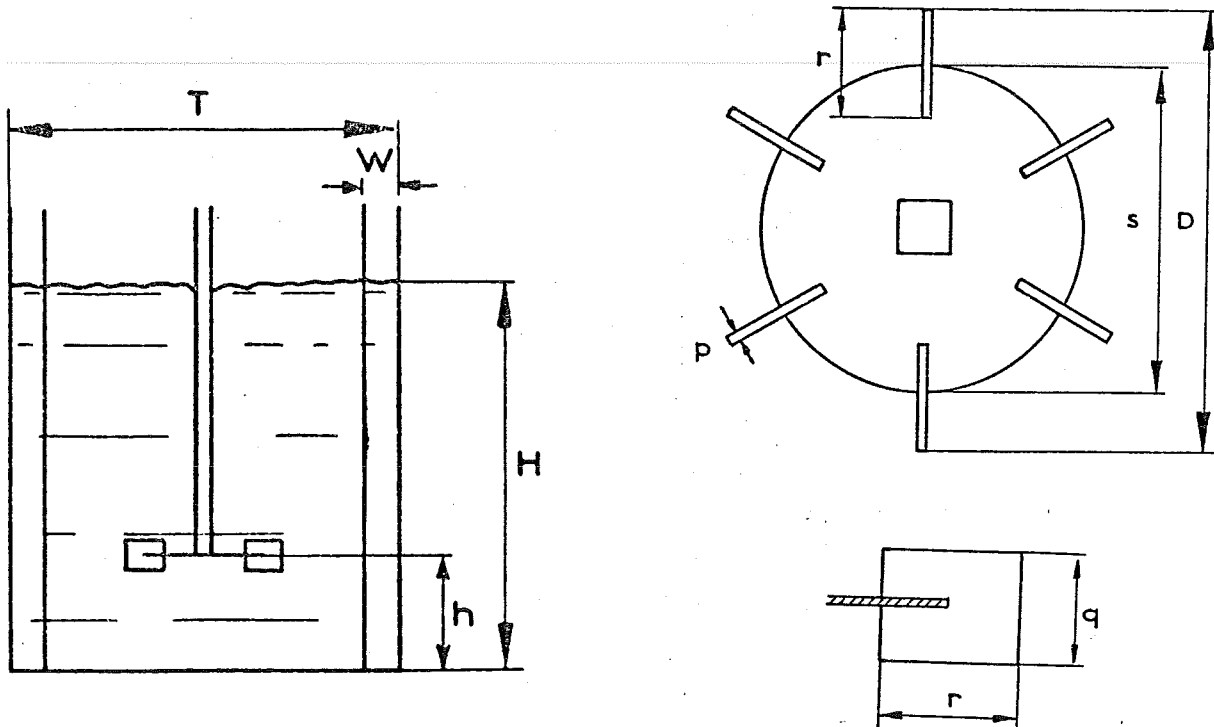
$$\eta_0 = 4,32 \text{ Pas}$$

$$\eta_{\infty} = 1,00 \text{ mPas}$$

$$\tau_0 = 360 \text{ Pa.}$$



Figuur 3: De viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil als functie van de afschuifsnelheid voor opl. 15.



Figuur 4: Het standaard vat met z'n afmetingen (voor betekenis symbolen zie tekst).

Op de reogoniometer werd de afschuifsnelheid gemeten van 0,89 tot ca. 200 s⁻¹. Dit valt geheel binnen het gebied waarin de power-law geldt. In een geroerd vat zullen de afschuifsnelheden niet veel hoger komen te liggen zodat voor de eenvoud met het power-law model gewerkt kan worden. Alleen bij zeer lage afschuifsnelheden moet er rekening mee worden gehouden dat het model dan niet opgaat.

Ook voor het eerste normaalspanningsverschil is gekozen voor een power-law model, in formule:

$$F_1 = A \dot{\gamma}^b \quad (3)$$

met A en b constanten

b is positief en ligt in de buurt van één.

Uit de meetwaarden van de reogoniometer werd m.b.v. een computerprogramma de waarden van de power-law coëfficiënten berekend, dus k, n, A en b. Tevens werden de viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil als functie van de afschuifsnelheid in een grafiek gezet. Figuur 3 is zo'n grafiek. Bij de berekening van k, n, A en b werd gebruik gemaakt van het computerprogramma 'curve, fitt' van R.v.d. Lans [2]. In totaal werden er tijdens dit onderzoek 23 verschillende vloeistoffen gebruikt. Deze zijn genummerd van 1 t/m 23. De geschatte samenstelling van de vloeistof en de gemeten eigenschappen (de machtwetten voor zowel de viscositeit als het eerste normaalspanningsverschil) zijn vermeld in appendix B.

II.3 Het standaard vat

Het standaard vat is een vat waarvan alle verhoudingen tussen de verschillende afmetingen vastliggen. Als één afmeting gegeven wordt (meestal T, de tankdiameter), dan zijn alle andere onderdelen uit te rekenen. Een tekening van het vat met de afmetingen staat in figuur 4.

De bijbehorende verhoudingen, die in dit onderzoek gebruikt zijn:

$$H = T \quad (4a)$$

$$h = H/3 \quad (4b)$$

$$D = T/3 \quad (4c)$$

$$w = T/10 \quad (4d)$$

$$s = 3D/4 \quad (4e)$$

$$r = D/4 \quad (4f)$$

$$q = D/5 \quad (4g)$$

$$p = 2 \text{ mm} \quad (4h)$$



Figuur 5: Een foto van de kleuring van een 0,5% PAA-opl.

Hierin is H = vulhoogte van het vat
 h = hoogte van de roerder
 D = diameter van de roerder
 w = breedte van een keerschot
 s = diameter turbine schijf
 r = breedte turbine blad
 q = hoogte turbine blad
 p = dikte turbine blad

zie ook de gebruikte symbolen in de figuur.

In een standaardvat wordt soms gebruik gemaakt van $h = H/2$, of van een andere verhouding tussen T en D . Hier zijn echter alleen bovenstaande verhoudingen gebruikt.

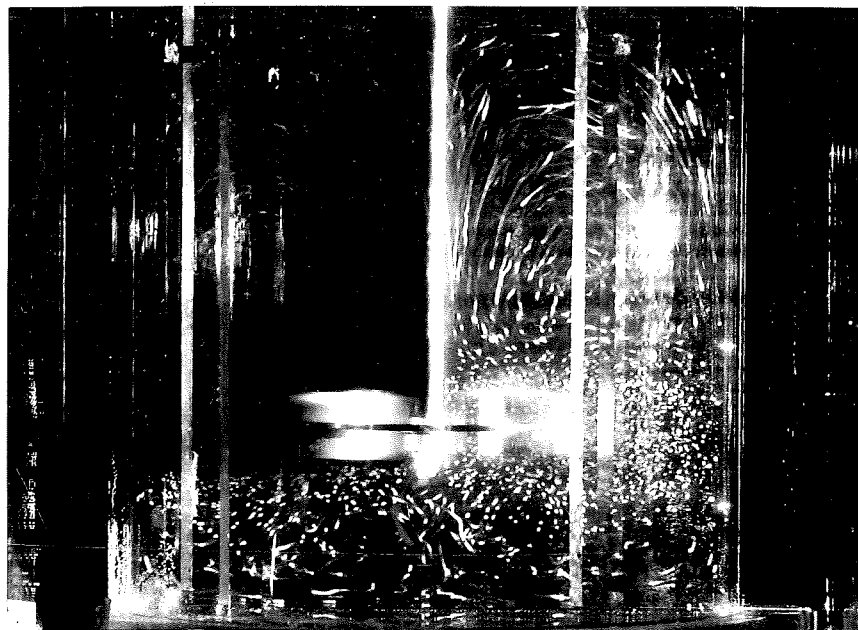
II.4 Mengtijd metingen

Een manier om de mengtijden te meten is het kleuren en ont-kleuren van de vloeistof en met een lichtsensor de tijd me-ten tot de kleuring constant is. In water is dit een goede manier en zijn er al vele metingen gedaan o.a. hier op het laboratorium door J.Bothmer [3].

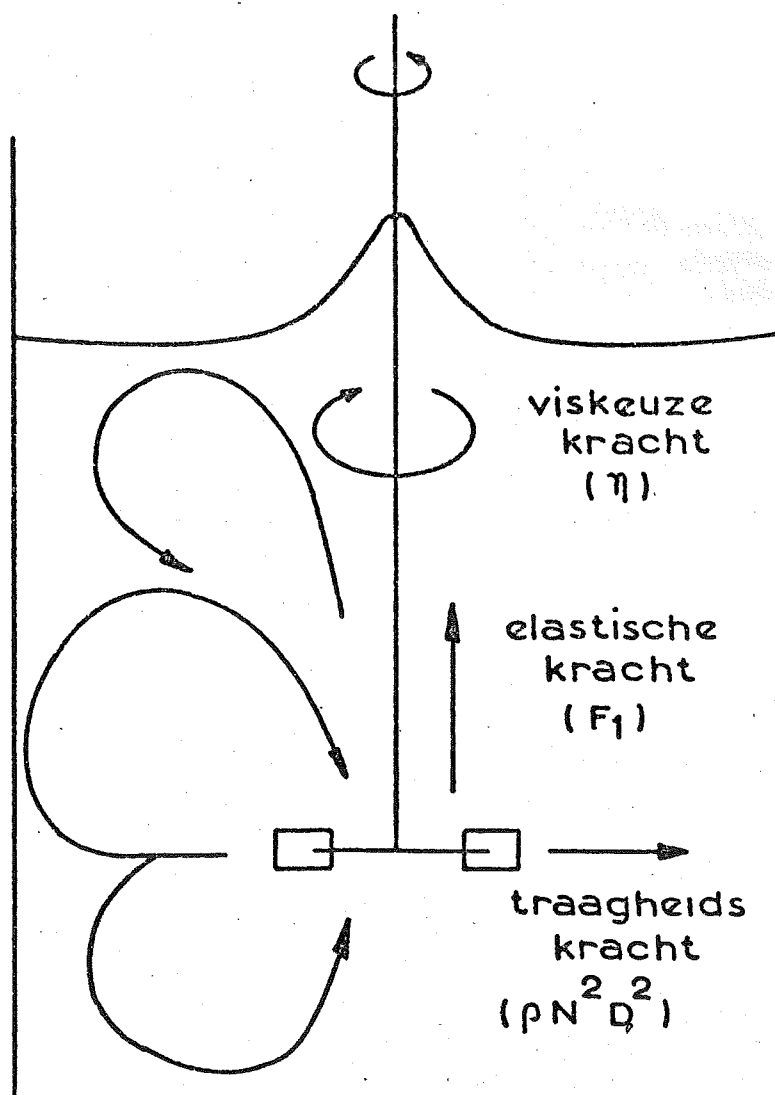
Deze meetmethode is toegepast op het meten van mengtijden in PAA-oplossingen. Daarbij traden drie moeilijkheden op: ten eerste: de reologie van de PAA-oplossing bleek na een aantal malen kleuren en ontkleuren te zijn veranderd. De elasticiteit was afgenomen (het Weissenberg-effect verdween). Verschillende kleurreacties zijn uitgetest. De redox-reactie met zetmeel in de oplossing en jood en thiosulfaat heeft de minste invloed op de reologie en is wel bruikbaar. Verdere gegevens hierover staan vermeld in het rapportje 'De invloed van kleurreacties op de reologie' [4].

ten tweede: een PAA-oplossing ontkleurt heel langzaam uit zichzelf. Deze 'spontane' ontkleuring (oxidatie van OH^-) duurt ca. één uur. De mengtijden die hier gemeten werden liggen voor de lagere toerentallen in dezelfde orde-grootte zodat er dan met de kleuringsreactie niet meer te meten valt.

ten derde: bij sommige toerentallen en vloeistoffen kon er geen mengtijd gedefinieerd worden. Alleen het gebied bij de roerder werd gemengd en de rest stond bijna stil. Een foto van deze situatie staat in figuur 5. De gemengde blauwge-kleurde vloeistof wordt heel langzaam langs de as van de



Figuur 6: Een foto van het stromingsprofiel van een 0,5% PAA-opl.



Figuur 7: De krachten in een geroerd vat.

roerder omhoog getransporteerd en waaiert vlak onder het oppervlak als een soort paddestoel uit, De drie verschillende gebieden (het gemengde bij de roerder en de twee niet-gemengde erboven en eronder) blijven heel lang (soms ca. een half uur) zichtbaar.

Omdat het ons interesseerde hoe de stroming in een vat met zo'n vloeistof verloopt is er daarna naar de stromingsprofielen gekeken.

II.5 Stromingsprofielen

Met het stromingsprofiel in een vat wordt bedoeld de stroomlijnen van een vloeistofdeeltje in een vertikaal vlak door de roerder. De meedraaiende beweging wordt dus niet bekeken. Het stromingsprofiel kan zichtbaar gemaakt worden door in een doorzichtig vat tracerdeeltjes in de vloeistof aan te brengen. Dit is een methode die al vaker gebruikt is o.a. door Metzner en Taylor [5] in 1960 en door Green e.a. [6] in 1982.

Een foto van het stromingsprofiel dat optreedt bij een menging zoals in figuur 5 staat in figuur 6.

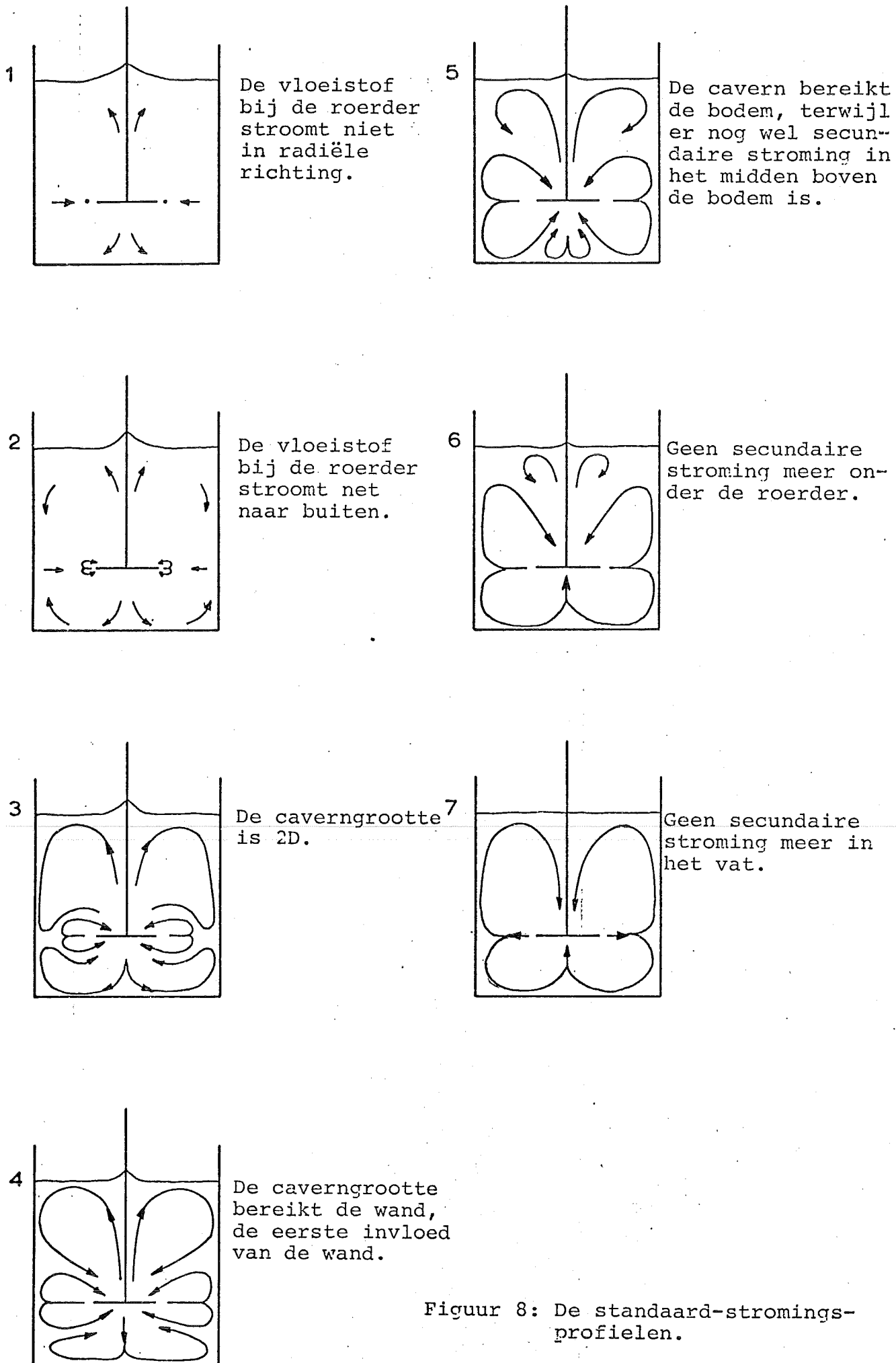
Bij één vloeistof treden er afhankelijk van het toerental verschillende stromingsprofielen op. Om gericht naar de verschillende profielen te kijken werden er zeven 'standaard profielen' ingevoerd.

De 'standaard profielen' zijn genummerd van 1 t/m 7. Dit wil echter niet zeggen dat ze op een lineaire schaal uitgezet kunnen worden. Ze treden achtereenvolgens op bij het verhogen van het toerental N : de centrifugale kracht (evenredig met N^2) wordt steeds groter t.o.v. de elastische kracht die de vloeistof bij de roerder naar binnen trekt.

Het eerste normaalspanningsverschil stuwt de vloeistof bij de roerder omhoog, zodat langs de roerderas de vloeistof omhoog gaat stromen. Zie ook figuur 7.

Bij stromingsprofiel 1 wordt de vloeistof niet naar binnen getrokken en niet naar buiten geslingerd: in radiële richting is er geen stroming. Als de turbine langzamer draait dan het toerental waarbij stromingsprofiel 1 optreedt, dan wordt de vloeistof bij de roerder naar binnen getrokken.

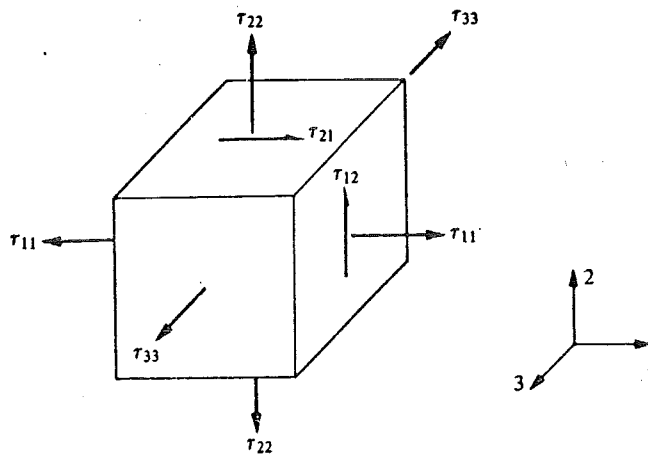
De stroming is dan geheel tegengesteld aan het 'normale' stromingsprofiel 7.



Figuur 8: De standaard-stromingsprofielen.

Bij het bepalen van de standaard profielen is gezocht naar zoveel mogelijk herkenbare punten. De zeven gekozen standaard profielen met de karakteristieke punten staan gegeven in figuur 8.

Bij de verschillende vloeistoffen werd nu naar dat toerental gezocht waarbij een standaard profiel optrad. Niet altijd zijn alle profielen waar te nemen: als de vloeistof erg elastisch is treedt er bij het maximale toerental van de roerder nog geen algehele stroming op en als een vloeistof niet of nauwelijks elastisch is zal er bij de turbine altijd naar buiten stroming plaatsvinden.



Figuur 9: De richtingen van de afschuifspanningen en de normaalspanningen.

III THEORIE

III.1 Een visco-elastische vloeistof

In een visco-elastische vloeistof treden naast de schuifspanningen ook normaalspanningen op. Dit zijn de componenten τ_{11} , τ_{22} en τ_{33} uit de tensornotatie van τ . Hierin is

- 1 de richting van de snelheid
- 2 de richting van de snelheidsverandering
- 3 de indifferente richting.

De druk p werkt in dezelfde richting als de normaalspanningen. De normaalspanningen zijn nooit apart te meten. Gemeten wordt de tractie $t_{ii} = \tau_{ii} + p$. (5)

De druk op een bepaalde plaats is meestal onbekend zodat τ_{ii} nog niet bepaald kan worden. Daarom wordt er een verschil van normaalspanningen gemeten nl.:

$$F_1 = t_{11} - t_{22} = \tau_{11} - \tau_{22} \quad (6a)$$

het eerste normaalspanningsverschil en

$$F_2 = t_{33} - t_{22} = \tau_{33} - \tau_{22} \quad (6b)$$

het tweede normaalspanningsverschil.

Met de Weissenberg-reogoniometer kan het eerste normaalspanningsverschil gemeten worden, maar het tweede normaalspanningsverschil niet. In de Weissenberg-hypothese wordt het tweede normaalspanningsverschil nul gesteld. Pipkin en Tanner [7] toonden echter aan dat het tweede normaalspanningsverschil bestaat en kleiner dan nul is. Bird [8] stelt dat F_2 veel kleiner is dan F_1 . Voor PAA-oplossingen en voor polyethyleenoxide-oplossingen is gevonden dat $-F_2/F_1$ varieert van 0,01 tot 0,2.

III.2 De Navier-Stokes vergelijking

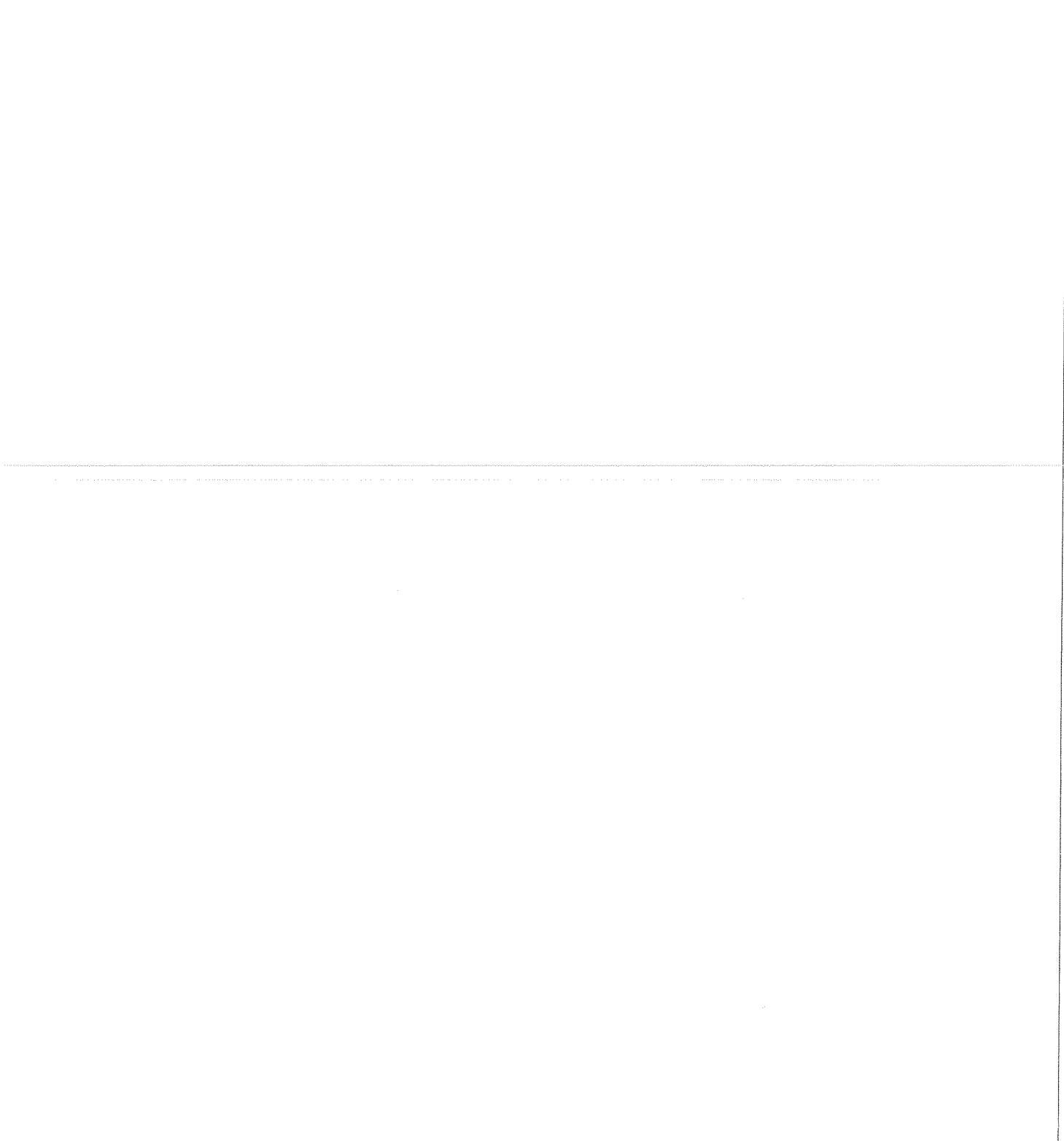
Een standaard vat kan het best beschreven worden in cilindercoördinaten (r, θ, z) . De oorsprong van het coördinatensysteem wordt in het middelpunt van de roerder gekozen.

In een geroerd vat is de richting van de snelheid de θ -richting, de richting van de snelheidsverandering is de r -richting en de indifferente richting is de z -richting, dus

$$F_1 = \tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} \quad (6c)$$

en

$$F_2 = \tau_{zz} - \tau_{rr} \quad (6d)$$



De algemeen geldende Navier-Stokes vergelijking in schuif- en normaalspanningen kan dan opgeschreven worden. Hierin is gesteld dat de snelheid onafhankelijk is van θ . Dit kan als de keerschotten nog geen invloed hebben, alhoewel de zes bladen van de turbine wel een θ -afhankelijkheid zullen geven.

De Navier-Stokes vergelijking luidt in cilindercoördinaten:

r-component:

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = \rho f_r + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (7a)$$

θ -component:

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r} \right) = \rho f_\theta + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\tau_{\theta r}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} \quad (7b)$$

z-component:

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho f_z + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7c)$$

In deze vergelijkingen zijn bij voorbaat geen termen meer te verwaarlozen. De vergelijkingen zijn zo niet oplosbaar. Er zijn nog meer vergelijkingen nodig. Eén daarvan is de continuïteits-vergelijking:

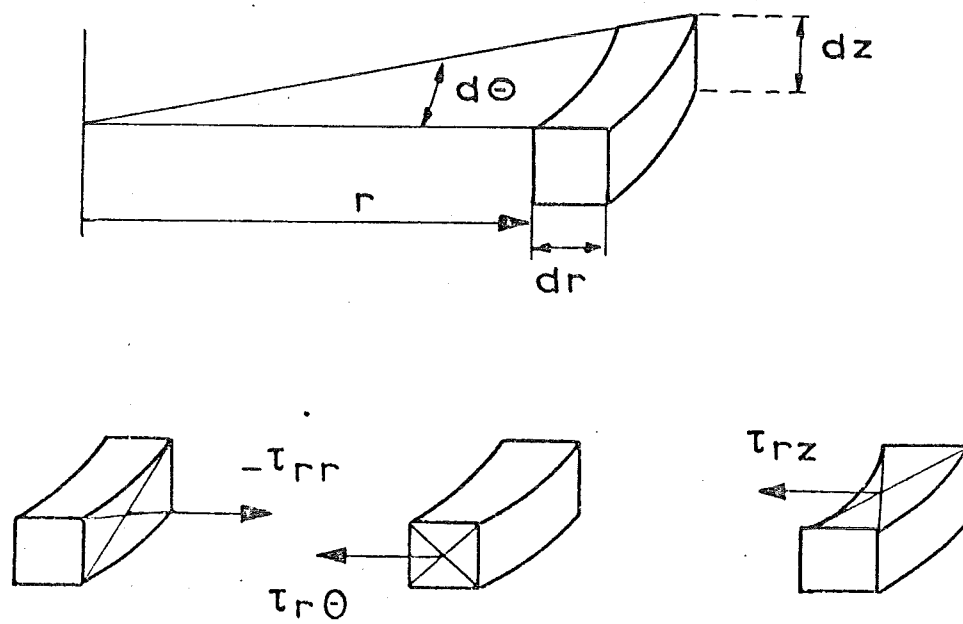
$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

Verder kan er, vanwege de laminaire stroming, alleen naar stationaire toestanden gekeken worden ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).

Als de invloed van de wanden nog niet merkbaar is en de zwaartekracht verwaarloosd wordt, dan wordt het stromingsprofiel symmetrisch rond $z=0$ ($v(z)=v(-z)$).

Voor de schuifspanning τ_{ij} kan het power-law model ingevuld worden. Hierbij moet de goede $\dot{\gamma}$ gekozen worden. $\dot{\gamma}$ is altijd te schrijven als de afgeleide van een snelheid naar de plaats. Ook voor de normaalspanningen kan het power-law model, afhankelijk van afschuifsnellheden ingevoerd worden.

Het probleem wordt nu in principe oplosbaar, maar praktisch lukt dit niet.



Figuur 10: Afmetingen van het vloeistofdeeltje en de spanningen die daarop werken.

III.3 Afleiding van het Stromingsgetal

De aandacht ging vooral uit naar stromingsprofiel 1, waarbij de vloeistof bij de roerder niet naar binnen en niet naar buiten stroomt. De krachten over een vloeistofdeeltje moeten elkaar dan in de r-richting opheffen. Over een vloeistofdeeltje zoals in figuur 10 getekend is kan een krachtenbalans opgesteld worden.

Het deeltje draait volledig met de roerder mee, dus heeft een snelheid $v_\theta = r\omega$. v_r en v_z zijn nul.

De krachtenbalans luidt:

$$m \frac{\partial v_r}{\partial t} = \tau_{rr}(r) \cdot r \cdot d\theta \cdot dz - \tau_{rr}(r+dr) \cdot (r+dr) \cdot d\theta \cdot dz + \tau_{rz}(z) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr - \tau_{rz}(z+dz) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr + \tau_{r\theta}(\theta) \cdot d\theta \cdot dz - \tau_{r\theta}(\theta+d\theta) \cdot d\theta \cdot dz + m\omega^2 r \quad (9)$$

Delen door het volume van het deeltje, $r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz$, levert:

$$0 = \frac{\partial(\tau_{rr} \cdot r)}{r \partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} + \rho \omega^2 r \quad (10)$$

Het geheel is onafhankelijk van θ , dus:

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = -\rho \omega^2 r \quad (11)$$

$\tau_{\theta\theta}$ is in een meedraaiend stelsel nul, dus voor τ_{rr} kan $-F_1 = \tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}$ geschreven worden. F_1 kan via het power-law model geschreven worden als $F_1 = A \dot{\gamma}^b$. (3)

τ_{rz} is een schuifspanning en kan via het power-law model geschreven worden als $\tau_{rz} = k \dot{\gamma}^n$. (12)

De parameters A, b, k en n zijn alleen afhankelijk van de soort vloeistof en niet van de plaats in het vat, dus voor vergelijking 11 kan geschreven worden:

$$-\frac{\partial F_1}{\partial \dot{\gamma}} \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial r} - \frac{F_1}{r} + \frac{\partial \tau}{\partial \dot{\gamma}} \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial z} = -\rho \omega^2 r \quad (13)$$

Nu moet dus bekeken worden hoe $\dot{\gamma}$ van r en z afhangt. Hiervoor is zowel in het 19 cm vat als in het 29 cm vat gekeken naar het gebied dat met de roerder meestroomt. Het blijkt dat bij stromingsprofiel 2, dus met een cavern-grootte van 1 cm buiten de roerder, een schijf van ca. 3 cm boven en onder de turbine meedraait. De rest van de vloeistof staat stil behalve zeer dicht bij de as van de roerder. De schijf is overal even dik, dus nu kan $\dot{\gamma}$ geschat worden via

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \quad (14)$$

v_θ op $z=0$ is $2\pi Nr$

v_θ op $z=3$ cm is nul, dus

$$\dot{\gamma} = \frac{2\pi Nr}{0,03} = 209 \times N \times r \quad (15)$$

Hieruit volgt $\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial r} = \frac{\dot{\gamma}}{r}$ (16)

Als verondersteld wordt dat het snelheidsverloop tussen $z=0$ en $z=3$ cm lineair is geldt er $\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial z} = 0$, zodat de gehele viskeuze term in vergelijking 13 wegvalt. Dit lijkt niet juist. Daarom is hier verondersteld dat $\dot{\gamma}$ vanaf $z=0$ tot aan $z=3$ cm een exponentieel verloop heeft. In formule-vorm:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 e^{-cz} \quad (17)$$

met c is een constante

De constante is te berekenen door te stellen $\dot{\gamma}(z=0,03) = 0,01 \dot{\gamma}_0$

Hieruit volgt $c \approx 150$. Nu is

$$\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial z} = -c\dot{\gamma} \approx -150 \dot{\gamma} \quad (18)$$

De vergelijkingen 16 en 18 kunnen nu ingevuld worden in vergelijking 13.

De aannamen voor $\dot{\gamma}$ zijn gedaan bij stromingsprofiel 2. Deze worden ook aangenomen voor de stromingsprofielen 1 en 3. Later is deze aanname ook gedaan voor de stromingsprofielen 4 t/m 7.

Uitwerken van formule 13 levert nu:

$$-A.b.\dot{\gamma}^{b-1} \cdot \frac{\dot{\gamma}}{r} - \frac{A.\dot{\gamma}^b}{r} + k.n.\dot{\gamma}^{n-1} \cdot -c.\dot{\gamma} = -\rho\omega^2 r \quad (19)$$

$$\frac{(b+1)}{r} F_1 + nc\tau = \rho\omega^2 r$$

dus $\frac{(b+1)}{r} F_1 + nc\tau$ is een dimensieloos getal dat een verhouding

geeft tussen de krachten die het deeltje naar binnen willen trekken en de kracht die het deeltje naar buiten slingert. Hoe groter het getal is, hoe meer de kracht naar binnen overheerst t.o.v. de kracht naar buiten.

De verhouding kan verder uitgewerkt worden tot:

$$(b+1) \frac{F_1}{\tau} + \frac{c}{2} nD$$

$$\frac{\pi^2 \frac{N}{\dot{\gamma}}}{\frac{\rho ND^2}{\eta}}$$

Met gebruik van het Weissenberg-getal Wi , gedefinieerd als

$$Wi = F_1/\tau \quad (20)$$

en het getal van Reynolds Re

$$Re = \frac{\rho ND^2}{\eta} \quad (21)$$

kan de verhouding in dimensieloze kentallen uitgedrukt worden.

$$\text{Ook kan gesteld worden dat } \dot{\gamma} = CN \quad (22)$$

met C is een constante.

De verhouding wordt dan:

$$\frac{c(b+1)Wi + 75nD}{\pi^2 Re}$$

De constante term vooraan wordt weggelaten. Er wordt nu een Stromingsgetal gedefinieerd (Sg) als:

$$Sg = \frac{(b+1)Wi + 75nD}{Re} \quad (23)$$

Het Stromingsgetal is te omschrijven als

$$Sg = \frac{\text{elastische kracht} + \text{viskeuze kracht}}{\text{traagheidskracht}} \quad (24)$$

De parameter $m = Wi/Re$ wordt door Solomon e.a. [9] gegeven voor de beschrijving van de stromingsprofielen (zie hoofdstuk 4). Hier zijn echter de viskeuze krachten erbij betrokken. Dit lijkt juist, want als de elastische krachten nul zijn wordt het stromingsprofiel geheel bepaald door de viskeuze kracht en de traagheidskracht. De verhouding van deze twee wordt weergegeven door het getal van Reynolds.

$$Re = \frac{\text{traagheidskracht}}{\text{viskeuze kracht}}$$

In de afleiding voor het stromingsgetal komt het tweede normaalspanningsverschil niet voor. Dit komt omdat v_z nul gesteld is. In werkelijkheid is v_z niet nul, maar wel veel kleiner dan v_θ . Bij de stroming in de z -richting speelt het tweede normaalspanningsverschil een rol. Via de continuïteitsvergelijking is deze invloed dan om te rekenen naar de r -richting. Aangezien het tweede normaalspanningsverschil veel kleiner is dan het eerste en F_2 op de Weissenberg-reogoniometer niet te bepalen is, is het hier verder buiten beschouwing gelaten.

III.4 De afschuifsnelheid

Zowel het Wi -getal als het Re -getal en het Stromingsgetal worden berekend bij de afschuifsnelheid $\dot{\gamma}$ zoals in vergelijking 15 gegeven is

$$\dot{\gamma} = 209 \times N \times r = 104,7 \times N \times D \quad (25)$$

Dit is de afschuifsnelheid zoals die bij de roerder optreedt bij stromingsprofiel 2. Het gebruiken van deze afschuifsnel-

heid is niet gebruikelijk. Metzner en Otto hebben in 1957 [10] de gemiddelde afschuifsnelheid van een niet-Newtonse vloeistof in een geroerd vat bepaald. Dit hebben ze gedaan door de power-consumptie in Newtonse en niet-Newtonse vloeistoffen aan elkaar gelijk te stellen. Hieruit volgde dan:

$$\dot{\gamma} = 11,5 N \quad (26)$$

voor een Rushton turbine.

Deze aanname wordt gebruikt door verschillende auteurs over niet-Newtonse vloeistoffen o.a. Nienow e.a. [11].

Dat de aanname voor zeer kleine caverns niet meer opgaat zal duidelijk zijn. De gemiddelde afschuifsnelheid in het vat zal dan vrij laag zijn. Alleen in het gebied van de roerder treden afschuifsnelheden op. De rest van het vat staat bijna stil. Ulbrecht e.a. [12] laten voor het berekenen van Wi- en Re-getallen de constante geheel achterwege, waardoor die Wi- en Re-getallen niet meer te vergelijken zijn met die van Newtonse vloeistoffen.

Hier wordt dus gekozen voor de afschuifsnelheid die vlakbij de roerder optreedt. Deze is berekend op $104,7 \times N \times D$ bij stromingsprofiel 2. Vergelijking 25 wordt echter ook aangenomen voor alle andere stromingsprofielen.

De berekende $\dot{\gamma}$ wijkt van de aanname van Metzner en Otto bij de hier gebruikte diameters niet veel af. Er is gewerkt met $D=0,096 \text{ m}$ en met $D=0,064 \text{ m}$. $\dot{\gamma}$ wordt dan respectievelijk:

$$\dot{\gamma} = 10,1 N \quad \text{en} \quad \dot{\gamma} = 6,7 N ;$$

III.5 De elasticiteitsmodulus E

De vloeistoffen worden gekenmerkt door een viscositeit (met de parameters k en n) en een eerste normaalspanningsverschil (met de parameters A en b). Dit levert per vloeistof vier constante parameters op. De viscositeit en de elasticiteit zijn twee parameters die afhankelijk zijn van de optredende afschuifsnelheid.

Het is veel eenvoudiger als een vloeistof door één constante parameter geheel bekend zou zijn. Sommige auteurs, o.a. Ferry [13] beweren dat de elasticiteitsmodulus E , gedefinieerd als

$$E = \tau^2 / F_1 \quad (27)$$

een constante is, dus onafhankelijk van $\dot{\gamma}$.

Bij lage afschuifsnelheden is de viscositeit gelijk aan de nulviscositeit η_0 en onafhankelijk van de afschuifsnelheid (zie ook figuur 2). De afschuifspanning τ is dan recht evenredig met $\dot{\gamma}$.

Het eerste normaalspanningsverschil wordt vaak geschreven als

$$F_1 = \psi_1 \dot{\gamma}^2 \quad (28)$$

Hierin is ψ_1 de eerste normaalspanningscoëfficiënt. ψ_1 uitgezet tegen $\dot{\gamma}$ geeft een zelfde soort grafiek als de viscositeit tegen $\dot{\gamma}$. Voor zeer lage afschuifsnelheden is ψ_1 constant, zodat F_1 dan evenredig is met $\dot{\gamma}^2$.

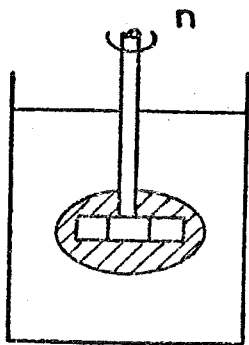
Als τ evenredig is met $\dot{\gamma}$ en F_1 evenredig met $\dot{\gamma}^2$, dan wordt de elasticiteitsmodulus E onafhankelijk van $\dot{\gamma}$ en dus constant. Voor hogere afschuifsnelheden is E niet meer onafhankelijk van $\dot{\gamma}$. Dit volgt meteen uit formule 27 bij het uitschrijven van τ en F_1 in de bekende parameters.

$$E = \frac{k^2}{A} \dot{\gamma}^{(2n-b)} \quad (29)$$

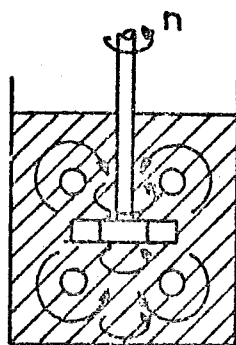
Nu is $(2n-b)$, de macht van $\dot{\gamma}$, meestal erg klein. Bij de hier gebruikte vloeistoffen is $2n-b$ gemiddeld 0,18, met een enkele uitschieter naar 0,4 (opl. 20) en naar -0,15 (opl. 4).

E is dus toch vrij constant voor één vloeistof maar blijft, zij het in lichte mate, afhankelijk van $\dot{\gamma}$.

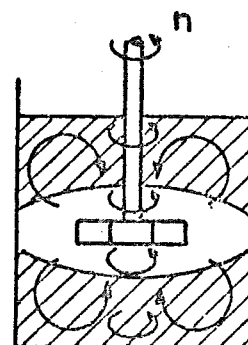
Evenals het Wi -, Re - en Stromingsgetal wordt de elasticiteitsmodulus berekend bij $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$. (25)



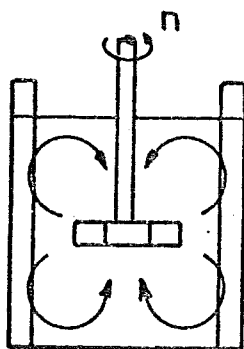
A) laminair met
stilstand



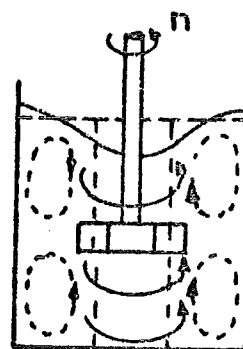
(B) gedeeltelijk
laminair



(C) overgangsgebied



(D₁) met keerschotten



(D₂) zonder
keerschotten

(D) geheel turbulent

Figuur 11: De stromingsprofielen voor Newtonse vloeistoffen
gegeven door Nagata [14].

IV LITERATUUROVERZICHT

IV.1 Inleiding

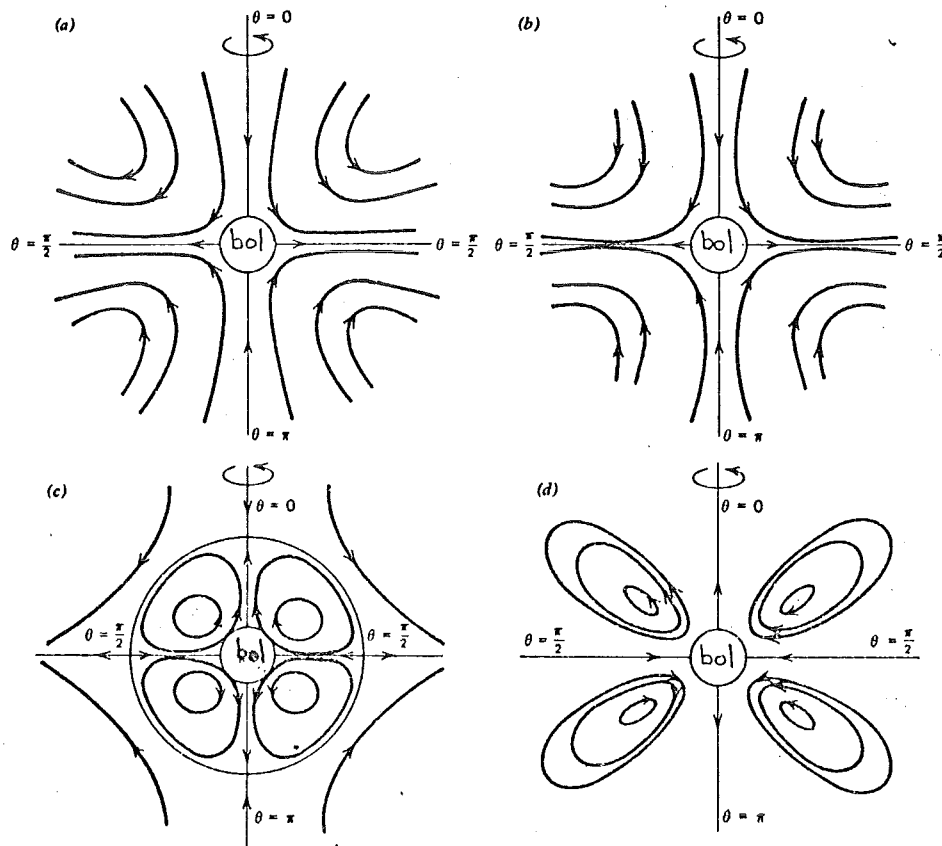
Stromingsprofielen in standaard vaten worden in verschillende publicaties weergegeven. Voor Newtonse vloeistoffen zijn ze afhankelijk van het Reynolds-getal. Dit wordt beschreven in paragraaf 4.2. Een verband tussen de reologie van de vloeistof en het stromingsprofiel is voor visco-elastische stoffen nog niet gepubliceerd. Dit is wel gedaan voor het stromingsprofiel rond een bol. Deze beschrijving staat in paragraaf 4.3. Daarna worden enkele stromingsprofielen van niet-Newtonse vloeistoffen in geroerde vaten beschreven. Voor visco-elastische stoffen worden de profielen alleen gesignaleerd.

Berekend en gemeten is een stromingsprofiel in een peddelroerder. Hierbij is echter geen rekening gehouden met de elasticiteit. Dit wordt beschreven in paragraaf 4.5.

IV.2 Stromingsprofielen van Newtonse vloeistoffen in standaard vaten

De stromingsprofielen van Newtonse vloeistoffen in standaard vaten zijn al vaak beschreven. Nagata [14] geeft een overzicht. Hij onderscheidt vier gebieden (zie figuur 11), nl. een compleet laminair gebied (A), een gedeeltelijk laminair gebied (B), een overgangsgebied (C) en een geheel turbulent gebied (D). In het turbulente gebied moet onderscheid gemaakt worden tussen een vat met of zonder keerschotten.

Stromingsprofiel A treedt op als $Re < 10$. De mengtijd wordt extreem lang en de menging is slecht. Als Reynolds groter is, wordt de vloeistof bij de roerder naar buiten geslingerd en treedt profiel B op. Als Reynolds groter wordt dan een paar honderd, wordt de stroming bij de roerder turbulent (C). Het turbulente gebied breidt zich verder uit totdat bij $Re > 1000$ het gehele vat turbulent is. Als het vat niet van keerschotten voorzien is ontstaat er een kolk. (D2).



Figuur 12: De stromingsprofielen rond een bol in een visco-elastische vloeistof.

IV.3 De stromingsprofielen rond een bol in een visco-elastische vloeistof

De verschillende profielen die rond een bol in een visco-elastische vloeistof zijn schematisch weergegeven in figuur 12. Het profiel rond de bol is geheel berekend.

Aangenomen is dat de spanningstensor te schrijven is als een polynoom van kinematische tensoren; in formule:

$$\tau = aI + \alpha_1 D + \alpha_2 D^2 + \alpha_3 \dot{D} + \alpha_4 D^3 + \alpha_5 (D \cdot \dot{D} + \dot{D} \cdot D) + \alpha_6 \ddot{D} + \dots \quad (30)$$

hierin is D de deformatiesnelheidstensor

α_i stofparameters.

$\dot{D}$ is de tijdafgeleide die op het bewegend deeltje betrokken wordt:

$$\dot{D} = \frac{\partial D}{\partial t} + v \cdot \nabla D + W \cdot D - D \cdot W \quad (31)$$

$$\text{met } W = \frac{1}{2} (\nabla v - \nabla v^T) \quad (32)$$

Deze aanname voor de spanningstensor werd ingevuld in de mechanische grondvergelijkingen:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \nabla \cdot \tau \quad (33a)$$

$$0 = \nabla \cdot v \quad (33b)$$

Met de randvoorwaarden voor een bol is het profiel te berekenen. De verschillende functies die hierbij berekend moeten worden zijn o.a. gevonden door Thomas en Walters [15] en door Giesekus [16].

Walters en Waters geven in hun artikel uit 1964 [17] de verdere uitwerking van de berekeningen. Als parameter bij de verschillende profielen wordt genoemd:

$$m' = \frac{\alpha - 2\beta}{2\rho a^2} \quad (34)$$

met a = straal van de bol.

α en β komen uit de volgende formules:

$$F_1 = \beta \dot{\gamma}^2 \quad (35a)$$

$$F_2 = \alpha \dot{\gamma}^2 \quad (35b)$$

Als α verwaarloosd wordt en β geschreven wordt in de parameters die door ons gemeten worden ($F_1 = A \dot{\gamma}^b$, dus $\beta = A \dot{\gamma}^{b-2}$), dan wordt m' :

$$m' = \frac{A \dot{\gamma}^{b-2}}{\rho D^2} = \frac{A \dot{\gamma}^b / k \dot{\gamma}^n}{\rho \dot{\gamma} D^2 / k \dot{\gamma}^{n-1}} \quad (36)$$

$$\text{Stel } \dot{\gamma} = CN \quad (22)$$

dan: met C is een constante en N is het toerental

$$m' = \frac{A \dot{\gamma}^b / k \dot{\gamma}^n}{C_p N D^2 / k \dot{\gamma}^{n-1}} = \frac{1}{C} \frac{Wi}{Re} \quad (37)$$

met Wi en Re gedefinieerd volgens de formules 20 en 21.

III.4 Stromingsprofielen van niet-Newtonse vloeistoffen in geroerde vaten

Stromingsprofielen van niet-Newtonse vloeistoffen in standaard vaten zijn het eerst bestudeerd door Metzner en Taylor[5] in 1960. De profielen van Newtonse en niet-Newtonse vloeistoffen zijn met elkaar vergeleken, vooral bij de overgangen van laminair naar turbulent. Ook werden lokale snelheden en afschuifsnelheden bepaald. Dit gebeurde door de snelheid als functie van de plaats uit foto's af te lezen en de zo verkregen functie te differentiëren. Gevonden werd dat:

- lokale afschuifsnelheden zijn recht evenredig met het toerental;
- de afschuifsnelheid neemt in niet-Newtonse vloeistoffen sterker af bij het vergroten van de afstand tot de roerder dan in Newtonse vloeistoffen; ditzelfde geldt voor de lokale energiedissipatie;
- de vloeistofsnelheden in het horizontale vlak variëren bij Newtonse vloeistoffen lineair met het toerental en bij pseudoplasten exponentieel met het toerental.

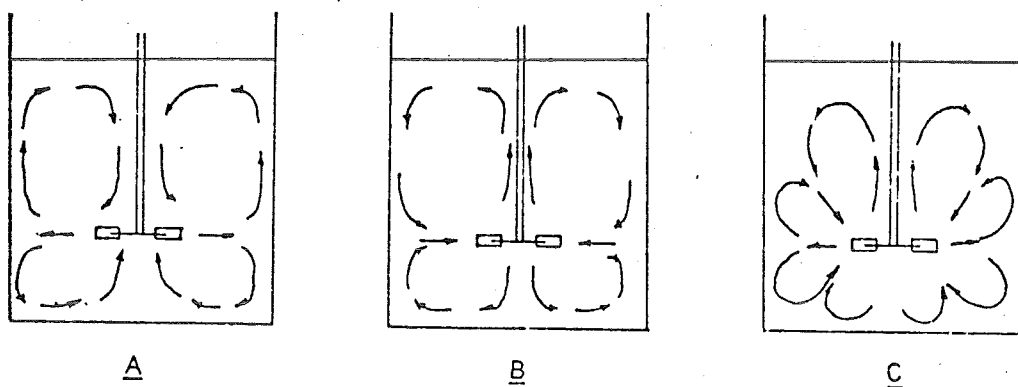
Wichterle en Wein[18] hebben in een standaard vat met een turbine gekeken naar de cavernegrootte d_c . Ze gebruikten hiervoor een bentonite-oplossing en een lijm-oplossing. Deze hebben een viscositeit die met een power-law beschreven kan worden. Over elasticiteit wordt niet gesproken. Ze vinden dat de cavernegrootte d_c afhangt van Re_{NN} en wel als volgt:

$$\frac{d_c}{D} = \begin{cases} 1 & \text{als } Re_{NN} < 1/a^2 \\ a \cdot Re_{NN}^{1/2} & \text{als } Re_{NN} > 1/a^2 \end{cases} \quad (38)$$

met D = diameter van de roerder

$$Re_{NN} = \frac{\rho N^{2-n} D^2}{k} \quad (39)$$

$a = 0,3$ voor een turbine roerder.



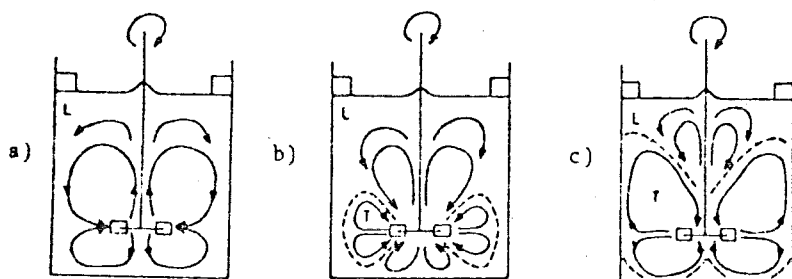
Figuur 13: De stromingsprofielen zoals Ranade en Ulbrecht die geven.

Solution	PAA 0.1%	PAA 0.3%	PAA 0.5%
Reynolds No.	76.9	7.32	21.9
Weissenberg No*	4.42	2.48	1.82
Flow pattern observed as shown in Fig.	6A	6B	6B
Reynolds No.	457	51.0	29.2
Weissenberg No*	5.59	2.61	1.89
Flow pattern observed as shown in Fig.	6A	6C	6B
Reynolds No.	830	184.7	119
Weissenberg No*	6.05	2.69	2.29
Flow pattern observed as shown in Fig.	6A	6C	6B

Tabel 1:

De Wi- en Re-getallen waarbij bepaalde stromingsprofielen optreden.

* defined as $W = AN^{b-n}/k$



Figuur 14: De stromingsprofielen volgens Solomon.

Tabel 2: De dimensieloze parameters waarbij juist geen stroming optreedt.

% CMC Concentration	Impeller Size (D/T)	Reynolds Number Re	Weissenberg Number Wi	$m = \frac{Wi}{Re}$
0.8	0.60	18.8	0.642	0.034
	0.50	24.3	0.652	0.027
	0.33	29.8	0.670	0.022
	0.25	45.9	0.687	0.015
1.4	0.60	15.3	0.579	0.038
	0.50	23.2	0.610	0.025
	0.33	30.1	0.656	0.022
	0.25	47.2	0.703	0.015

Ranade en Ulbrecht [19] beschrijven drie stromingsprofielen in standaard vaten met visco-elastische vloeistoffen. (zie figuur 13). In een tabel geven ze aan welk stromingsprofiel ze gevonden hebben bij gebruik van verschillende vloeistoffen. Tevens geven ze daarbij Weissenberg en Reynolds getallen. Zie hiervoor tabel 1 (overgenomen uit hun publicatie). Let op: de door Ranade en Ulbrecht gebruikte Wi- en Re-getallen zijn anders gedefinieerd dan in dit verslag gebruikelijk is. Zij definieren:

$$\begin{aligned} Wi &= A/k \cdot N^{b-n} \\ Re &= \frac{\rho N^{2-n} D^2}{k} \end{aligned} \quad (40)$$

, dus hetzelfde als Re_{NN} uit formule 39.

Een verband tussen de profielen wordt niet gegeven.

Solomon, Nienow en Pace [9] beschrijven drie stromingsprofielen in standaard vaten aan de hand van Reynoldsgetallen. De drie profielen staan in figuur 14. Ze komen vrijwel overeen met de profielen uit figuur 13, gegeven door Ranade en Ulbrecht. Beschreven wordt dat als $Re < 50$ er altijd laminaire stroming optreedt. De stroming is bij lagere Re naar de turbine toe gericht. Bij iets hogere Re-getallen komt er een gebied met hoge snelheden bij de roerder, terwijl in de rest van het vat de vloeistof bijna stil staat. Als $Re > 100$ dan is het gebied onder de roerder geheel turbulent, maar aan de bovenkant is er nog vloeistof die bijna stilstaat. Dezelfde Re-afhankelijkheid wordt nogmaals beschreven door Nienow in 1981 [11] en door Ulbrecht [12].

In een tabel (tabel 2) geven Solomon e.a. aan wanneer de stroming nog net de turbine in gaat. Het Re- getal is hier gedefinieerd als

$$Re = \frac{\rho N^{2-n} D^2}{k(11,5)^{n-1}} \quad (41)$$

en het Wi-getal als $Wi = F_1/\tau$ (20)

Hierbij wordt gebruik gemaakt van de aanname van Metzner en Otto [10] dat geldt: $\dot{\gamma} = 11,5 N$ (26)

Ook bij de berekening van F_1 en τ wordt deze aanname gebruikt. Zoals te zien is in de tabel geeft Solomon ook de parameter m , gedefinieerd als Wi/Re . Een reden hiervoor wordt echter niet gegeven.

III.5 Een numeriek berekend stromingsprofiel

Een numeriek berekend stromingsprofiel wordt gegeven door Walton, Maskell en Patrick [20] . Berekend wordt het profiel dat ontstaat bij het roeren met een peddel-roerder. De roerder is even hoog als het vat, dus het profiel is onafhankelijk van de hoogte,

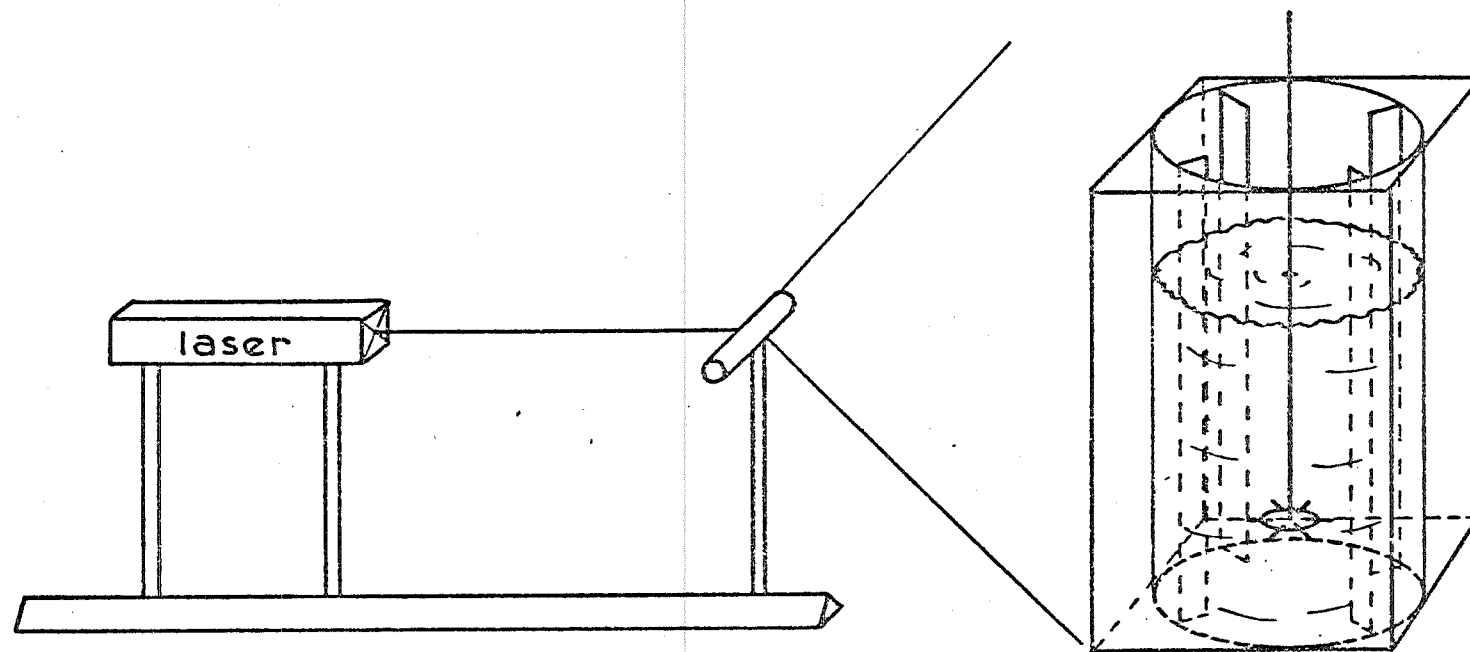
De vloeistoffen waarmee gerekend wordt zijn niet-Newtons met een viscositeit die aan de power-law voldoet of aan het Eyring-model. In formules:

$$\text{power-law:} \quad \eta = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (20)$$

$$\text{Eyring-model:} \quad \eta = \frac{A \sinh^{-1} B |\dot{\gamma}|}{|\dot{\gamma}|} \quad (21)$$

De elasticiteit van de vloeistof komt in de berekeningen niet voor.

De stromingsprofielen worden ook gefotografeerd. Hiervoor worden CMC-oplossingen gebruikt waarvan de viscositeit apart gemeten wordt. De berekende en de gemeten profielen komen goed overeen, al is de invloed van de elasticiteit verwaarloosd. Nu kan het zijn dat er een CMC-kwaliteit gebruikt is die (bijna) geen elasticiteits-effecten vertoond. Er zijn nl. verschillende soorten CMC die een verschillend reologisch gedrag vertonen. Anders zou de elasticiteit hier geen invloed hebben wat erg onwaarschijnlijk lijkt.



Figuur 15: De meetopstelling

V MEETOPSTELLING

Om de stromingsprofielen zo goed mogelijk waar te nemen is in een donkere kamer een opstelling gebouwd zoals in figuur 15 is weergegeven. Het standaard vat met de keerschotten en de Rushton turbine zijn gemaakt van perspex. Het vat is in een rechthoekig perspex vat geplaatst dat gevuld wordt met water. Dit om de optische vervorming bij het kijken in een rond vat zoveel mogelijk te vermijden.

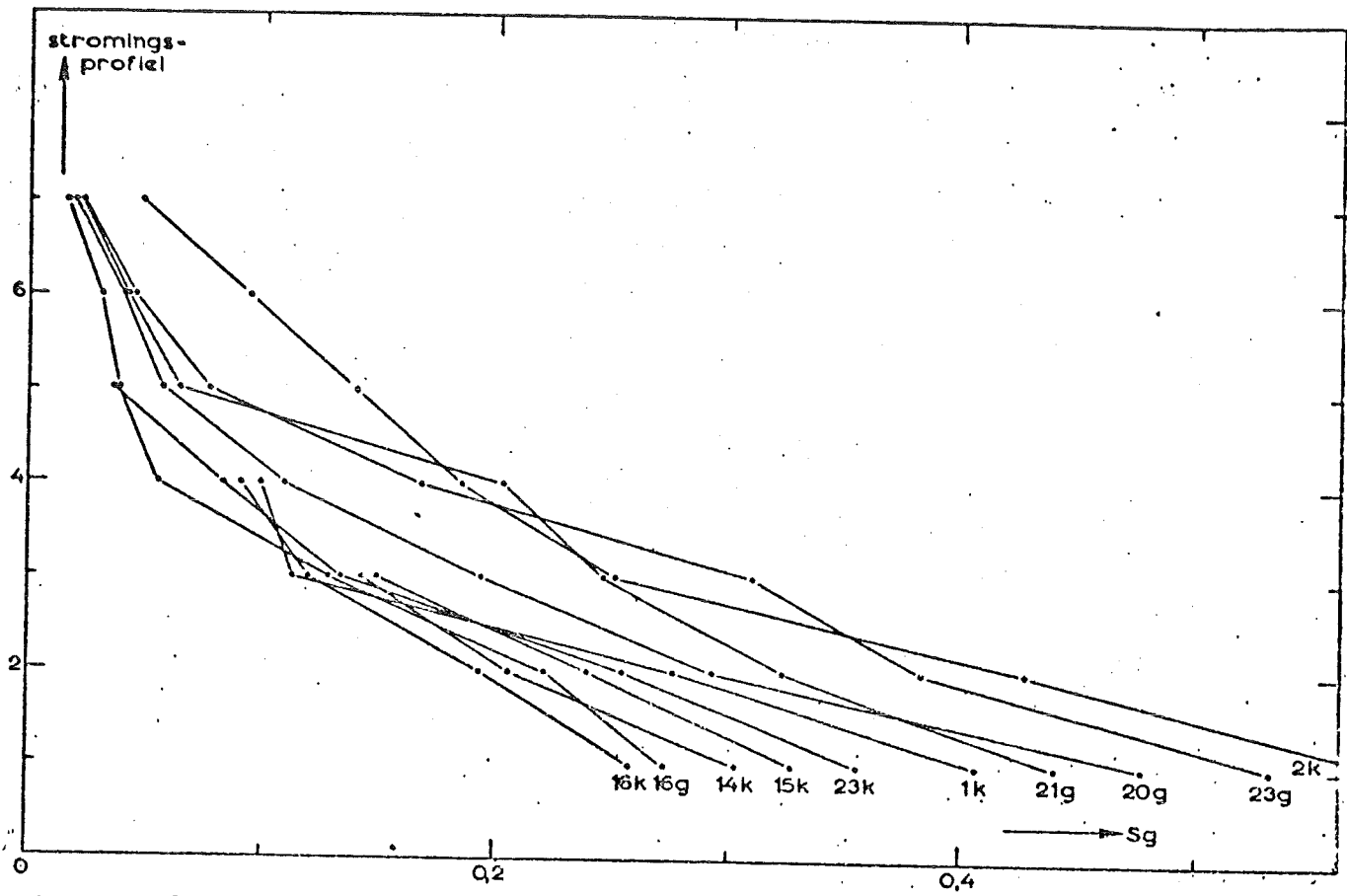
Loodrecht op het rechthoekige vat in het vlak van de aandrijfas is een He-Ne-laser geplaatst van 3 mW. Van de laserbundel wordt een laservlak gemaakt door de bundel loodrecht op de as van een rond glazen staafje te laten vallen.

Laser en glazen staafje zijn bevestigd aan een optische rail. Er wordt steeds voor gezorgd dat het laservlak zich in het midden tussen twee keerschotten bevindt.

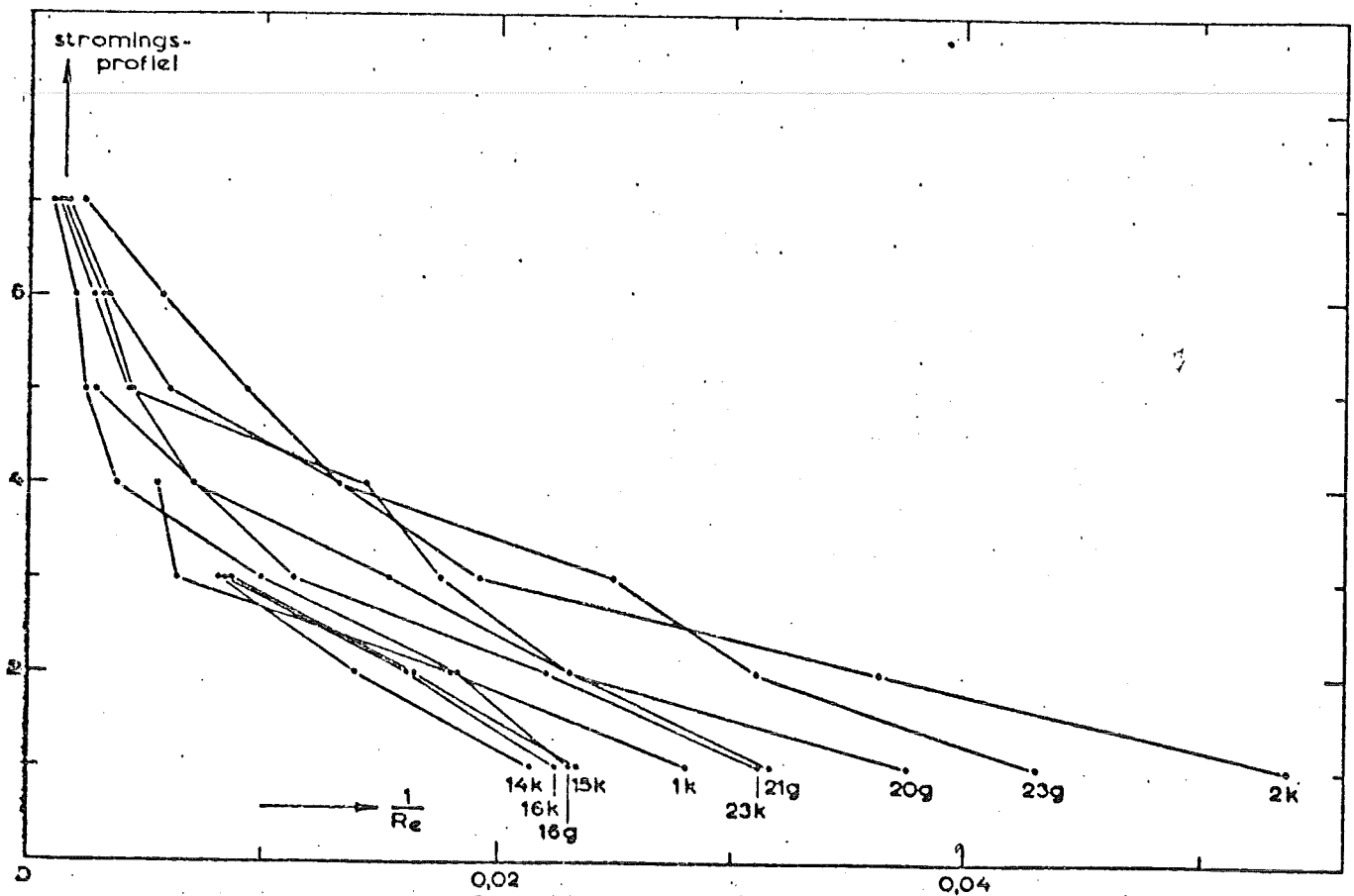
De turbine wordt aangedreven door een motor met een instelbaar toerental.

Er zijn twee verschillende opstellingen gebruikt. Een met een standaard vat met een tankdiameter van 19 cm en een met een diameter van 29 cm. Bij de opstellingen zijn verschillende aandrijfmotoren gebruikt. Bij het 19 cm vat is een motor opgesteld met een maximaal instelbaar toerental van 400 t/min, terwijl bij het 29 cm vat een motor is gebruikt met een maximaal toerental van 1400 t/min.

Voor het zichtbaar maken van het stromingsprofiel is gebruik gemaakt van kleine perspex bolletjes. Deze hebben een diameter van ca. 1 mm en bijna dezelfde dichtheid als de te meten vloeistof. (Het uitzakken van de deeltjes duurde meer dan een dag) Als een deeltje nu in het lichtvlak komt zie je een klein streepje. Al die streepjes bij elkaar leveren het stromingsprofiel. Hiervan kunnen foto's genomen worden door met een zeer lichtgevoelige film en een lange sluitertijd te werken. Een foto van zo'n stromingsprofiel staat in figuur 6.



Figuur 16: Het optredende Stromingsgetal bij de verschillende standaard-profielen.



Figuur 17: Het optredende Re-getal bij de verschillende standaard-profielen.

VI RESULTATEN

Van totaal 23 oplossingen zijn de toerentallen bij de standaard-stromingsprofielen bepaald. 21 oplossingen zijn in het 19 cm vat gemeten en 9 oplossingen in het 29 cm vat.

De gemeten toerentallen bij de verschillende stromingsprofielen van alle vloeistoffen staan vermeld in appendix C.

Als er bij een bepaald stromingsprofiel niets vermeld staat was dat profiel in die oplossing niet meer waar te nemen. Dit gebeurde vooral in het kleine vat waarbij een motor geïnstalleerd was met een maximaal toerental van ca. 400 t/min. Hierdoor waren bij de meeste vloeistoffen maar drie stromingsprofielen vast te stellen.

Bij alle waargenomen standaardprofielen is m.b.v. de aanname voor $\dot{\gamma}$ ($\dot{\gamma}=104,7 \times N \times D$) het Re-getal en het Wi-getal berekend. Ook het Stromingsgetal en de elasticiteitsmodulus E zijn berekend. De tabellen met de Re-, Wi- en Stromingsgetallen en de elasticiteitsmodulus staan resp. in appendix D1, D2, D3 en D4.

Hieronder worden de resultaten verder uitgewerkt naar Stromingsgetallen (par. 1) en naar de elasticiteitsmodulus (par. 2).

In hoofdstuk 8, de discussie worden er aan de hand van de resultaten voorspellingen gedaan en vergeleken met de gemeten waarden.

VI.1 De Re- en Stromingsgetallen

In figuur 16 is een grafiek gegeven van het optredende Stromingsgetal bij de verschillende stromingsprofielen. In figuur 17 staat zo'n zelfde grafiek, maar dan met het Reynolds-getal. Om beide grafieken eenvoudig te vergelijken is $1/Re$ uitgezet. In beide grafieken zijn niet alle oplossingen weergegeven. De punten bij de verschillende standaardprofielen die van één vloeistof afkomstig zijn, zijn verbonden door rechte lijnen. Duidelijk is te zien dat de lijnen elkaar niet vaak snijden. Dit zou kunnen duiden op een systematische afwijking binnen één vloeistof, b.v. één nog onbekende parameter. Ook kan er een systematische fout in de berekening van S_g of Re zitten. De eigenschappen van de vloeistof worden één keer gemeten. Als hier een fout in is gemaakt komt deze bij de berekening van de Re- en Stromingsgetallen steeds op dezelfde wijze te voorschijn, dus een systematische fout binnen één vloeistof.

Er is geen duidelijke scheiding aan te brengen tussen de verschillende stromingsprofielen. Toch is het wel mogelijk om als stromingsprofiel 1 bekend is m.b.v. de gemiddelde richtingscoëfficiënt van de lijnen de andere stromingsprofielen uit te rekenen.

De gemiddelde Re- en Stromingsgetallen bij een bepaald profiel staan vermeld in tabel 3.

Tabel 3: De gemiddelde Re- en Stromingsgetallen bij de verschillende stromingsprofielen.

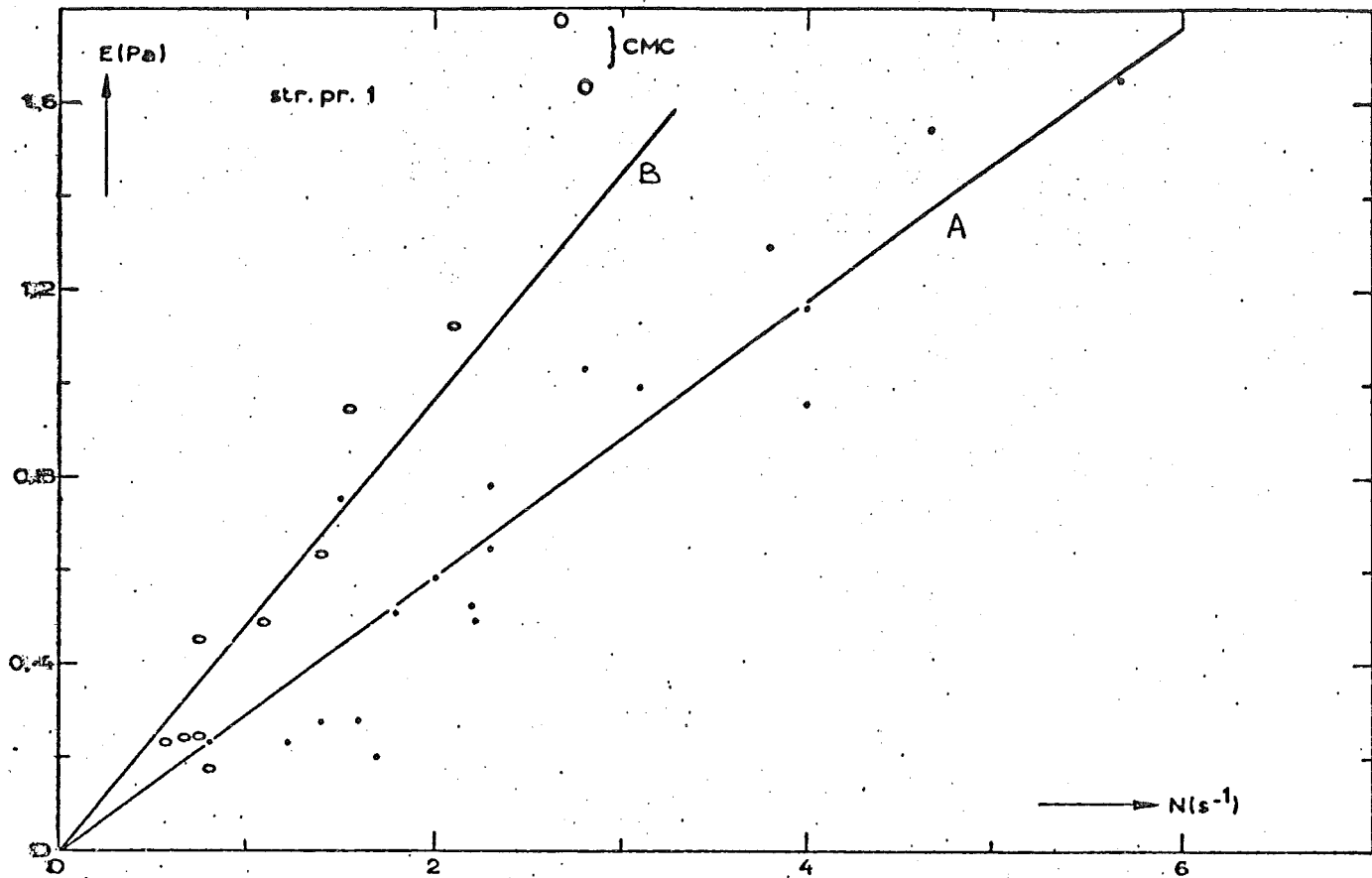
str.pr.	Re _{gem}	s _{Re}	Sg _{gem}	s _{Sg}
1	36,1	21%	0,377	26%
2	54,8	22%	0,263	30%
3	103	43%	0,160	40%
4	180	56%	0,098	47%
5	450	93%	0,055	63%
6	640	83%	0,038	59%
7	990	46%	0,021	50%

(s, de gemeten standaardafwijking, moet met $t_{0,99}$ (≈ 2) vermenigvuldigd worden om het foutengebied te vinden)

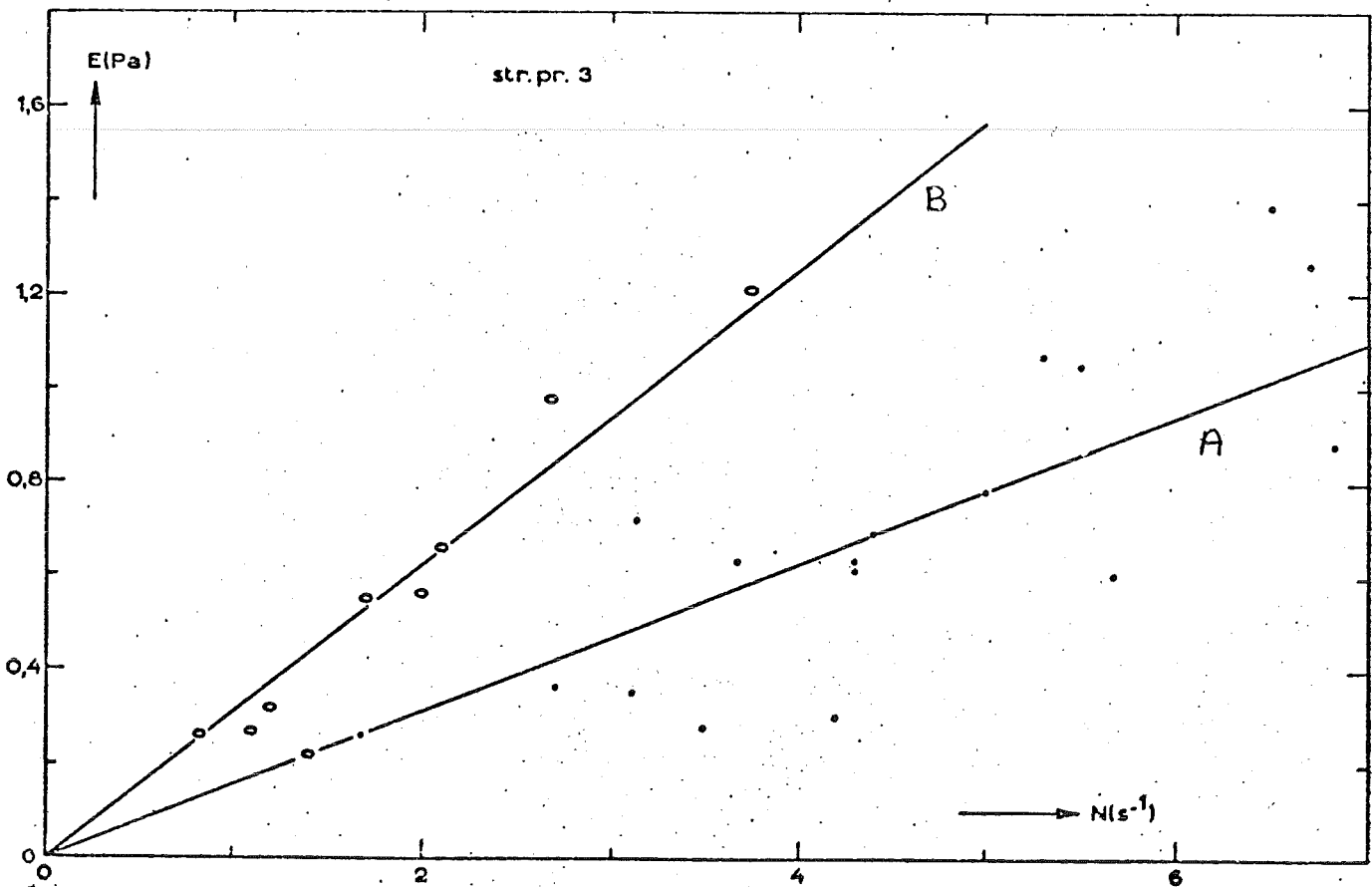
Over de resultaten valt zonder verdere gegevens weinig te zeggen. De spreiding in de Re- en Stromingsgetallen is ongeveer even groot. Dit zou erop kunnen duiden dat voor de beschrijving van de stromingsprofielen alleen het Re-getal gebruikt kan worden. Om hier een verantwoorde uitspraak over te doen moeten de mogelijke fouten in het Re- en het Stromingsgetal erbij betrokken worden. Deze worden berekend in hoofdstuk 7. Daarna worden de Re- en de Stromingsgetallen opnieuw bekeken.

Een vergelijking met de Wi- en Re-getallen, gegeven door Ranade en Ulbrecht [19] of door Solomon e.a. [9] kan niet gegeven worden. De gegevens die Solomon geeft zijn niet terug te rekenen naar toerentallen. Ook bij de 0,1% PAA-oplossing van Ranade en Ulbrecht gaat dat niet. Dit zijn waarschijnlijk afrondingsfouten in b-n. Aangezien N tot de macht b-n voorkomt kunnen hier snel afrondingsfouten gemaakt worden.

Verder zijn de door Ranade en Ulbrecht gegeven stromingspatronen niet erg duidelijk. Sneller roeren dan dat toerental waarbij stromingsprofiel 7 bereikt is geeft ook stromingsprofiel 7.



Figuur 18: De elasticiteitsmodulus E bij verschillende toerentallen voor stromingsprofiel 1.



Figuur 19: De elasticiteitsmodulus E bij verschillende toerentallen bij stromingsprofiel 3.

Inwaarste stroming bij de turbine treedt op bij elk toerental lager dan dat waarbij stromingsprofiel 1 optreedt. Ranade en Ulbrecht geven geen duidelijke grenzen aan. Solomon doet dit wel, maar zijn gegevens zijn niet om te rekenen.

VI.2 De elasticiteitsmodulus

De elasticiteitsmodulus E , gedefinieerd in paragraaf 3.5 als

$$E = \frac{\tau^2}{F_1} \quad (27)$$

kan als parameter gelden voor één vloeistof. De parameter is nog wel afhankelijk van de optredende afschuifsnelheid, maar in kleine mate.

In figuur 18 is de elasticiteitsmodulus, berekend bij $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$, uitgezet tegen het gemeten toerental voor stromingsprofiel 1.

Er blijkt een rechtlijnig verband te bestaan tussen E en N , in formule: $E = \epsilon N$ (43)

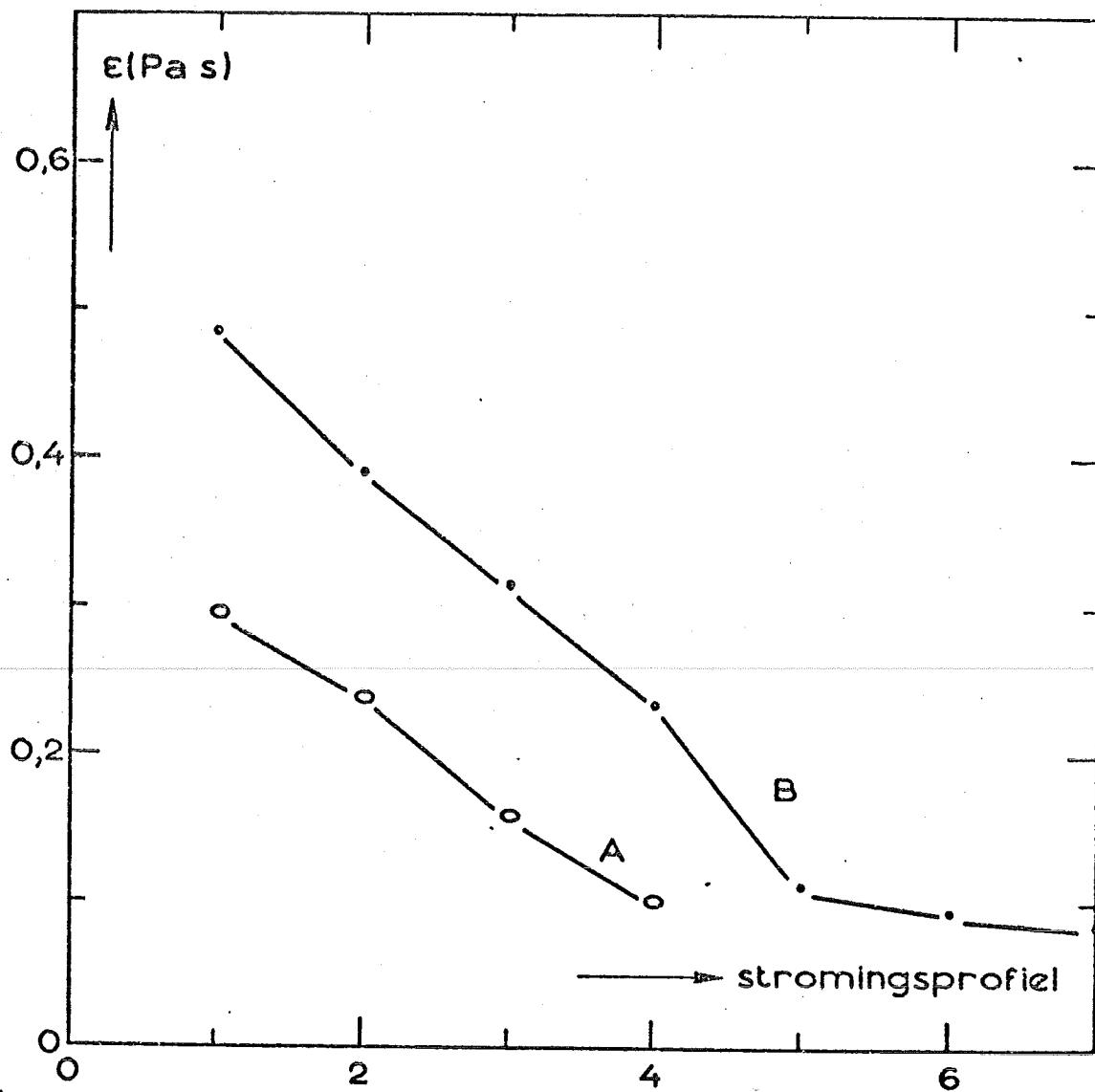
met ϵ is een constante.

Voor elk stromingsprofiel apart kan E tegen N uitgezet worden (zie figuur 19). De evenredigheidsconstante ϵ kan voor elk profiel berekend worden. ϵ is afhankelijk van de grootte van het vat, dus is er onderscheid gemaakt tussen de metingen in het 19 cm vat (A) en die in het 29 cm vat (B). ϵ is voor de twee vaten bij de verschillende stromingsprofielen berekend via de kleinste kwadratenmethode m.b.v. het computerprogramma curve,fitt.

In tabel 4 staan de berekende waarden van ϵ gegeven. Deze staan ook uitgezet in figuur 20.

tabel 4: De evenredigheidsconstante ϵ voor de twee vaten bij de verschillende stromingsprofielen.

str.pr.	ϵ (in Pas)	
	19 cm vat A	29 cm vat B
1	0,294	0,484
2	0,239	0,392
3	0,157	0,313
4	0,101	0,233
5		0,108
6		0,0954
7		0,0857



Figuur 20: De evenredigheidsconstante ϵ bij de verschillende stromingsprofielen

In het 19 cm vat zijn de oplossingen 9, 10 en 11, de oplossingen met CMC, buiten beschouwing gelaten. Deze metingen liggen erg ver van het verband verwijderd (zie figuur 18). Het kan zijn dat het tweede normaalspanningsverschil hier een rol speelt.

De correlatie tussen E en N ligt in de buurt van 0,93 voor de stromingsprofielen 1 t/m 3. Bij de hogere stromingsprofielen loopt dit terug tot ca. 0,83. Alleen stromingsprofiel 4 in het kleine vat geeft een zeer slechte correlatiecoëfficiënt van 0,42.

Voor elk stromingsprofiel is de verhouding ϵ_B/ϵ_A uit te rekenen. Deze ligt in de buurt van 1,5, wat de verhouding tussen de diameters van de vaten is. Voorzichtig kan hier gesteld worden dat ϵ evenredig is met de diameter van het vat. Voor dat dit echt geconcludeerd kan worden moeten er metingen gedaan worden in meer dan twee vaten. Deze zijn echter nog niet gemeten.

Uit de tabel is duidelijk te zien dat ϵ voor oplopend stromingsprofiel steeds lager wordt. De afname van ϵ is in het grote vat en in het kleine vat in het begin gelijk. Dit volgt meteen uit tabel 5, waar de relatieve ϵ , nl. ϵ/ϵ_1 is uitgezet. ϵ_1 is de evenredigheidsconstante bij stromingsprofiel 1.

tabel 5: De relatieve ϵ bij de verschillende stromingsprofielen.

str.pr.	A	B
1	1,00	1,00
2	0,81	0,81
3	0,53	0,65
4	0,34	0,48
5		0,22
6		0,20
7		0,18

De afname van ϵ is van stromingsprofiel 1 naar 2 in het grote en het kleine vat precies gelijk. Daarna blijft ϵ/ϵ_1 in het 29 cm vat groter. Dit komt waarschijnlijk doordat de grootte van het vat dan invloed krijgt op de stromingsprofielen. Bij stromingsprofiel 1 en 2 heeft de grootte van het vat geen invloed, maar bij 3 t/m 7 wel. Zie figuur 8, stromingsprofielen.

VII FOUTENBEREKENING

VII.1 De fout in de berekende power-law coëfficiënten

De constanten A, b, k en n uit de machtwet-relaties voor de viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil

$$\eta = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (1)$$

$$F_1 = A \dot{\gamma}^b \quad (3)$$

worden berekend m.b.v. het computerprogramma curve,fitt. In het programma wordt het lineaire verband tussen $\ln \eta$ of $\ln F_1$ en $\ln \dot{\gamma}$ bepaald met de kleinste kwadratenmethode

$$\ln \eta = \alpha_1 + \beta_1 \ln \dot{\gamma} \quad (44)$$

$$\ln F_1 = \alpha_2 + \beta_2 \ln \dot{\gamma} \quad (45)$$

Uit het vergelijken van de formules blijkt:

$$\alpha_1 = \ln k \quad (46a) \quad \alpha_2 = \ln A \quad (46c)$$

$$\beta_1 = n-1 \quad (46b) \quad \beta_2 = b \quad (46d)$$

Bij de kleinste kwadratenmethode wordt bij het bepalen van het verband $y = \alpha + \beta x$ de x-instelling ideaal verondersteld. Dit kan hier (bij $\dot{\gamma}$) ook aangenomen worden want de versnellingskast van de Weissenberg-reogoniometer kan zeer nauwkeurig ingesteld worden, dus $\dot{\gamma}$ is precies bekend.

In de gemeten ΔT en ΔN (zie appendix A) zitten afleesfouten en instelfouten. Dit zijn fouten die geheel willekeurig op kunnen treden. In de berekende viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil zit dus een mogelijke fout. Bij de foutenberekening wordt verondersteld dat deze mogelijke fouten normaal verdeeld zijn.

Bij de lineaire regressie $y = \alpha + \beta x$ kan de statistische fout volgens Squires [21] in α en β bepaald worden. Tevens kan de statistische fout in y berekend worden als met het gevonden verband bij een bepaalde x de y -waarde berekend wordt.

Stel er worden N punten (x_i, y_i) gemeten.

De gemeten standaardafwijking in y is dan:

$$s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (47)$$

$$\text{waarin } \hat{y}_i = \alpha + \beta x_i$$

Deze s wordt in de computeruitvoer van curve,fitt gegeven.

De standaardafwijking in α is:

$$s_\alpha^2 = \frac{s^2}{\sum (x'_i)^2} \quad (48)$$

$$\text{waarin } x'_i = x_i - \bar{x}$$

$$\text{en } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$$

De standaardafwijking in β is:

$$s_{\beta}^2 = \frac{s^2}{N} \quad (49)$$

De afwijking in y wordt:

$$s_y^2 = s_{\alpha}^2 (x_i - \bar{x})^2 + s_{\beta}^2 \quad (50)$$

Voor η geldt dus

$$s_{\ln \eta}^2 = s_{\alpha_1}^2 (\ln \dot{\gamma} - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2 + s_{\beta_1}^2 \quad (51)$$

en voor F_1 :

$$s_{\ln F_1}^2 = s_{\alpha_2}^2 (\ln \dot{\gamma} - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2 + s_{\beta_2}^2 \quad (52)$$

Nu moeten deze formules nog omgerekend worden naar A , b , k en n .

Als $y = f(x)$, dan geldt:

$$s_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_x^2 \quad (53)$$

Via deze algemeen geldende formule kan berekend worden dat

$$\frac{s_k}{k} = s_{\alpha_1} \quad (54a)$$

$$s_n = s_{n-1} = s_{\beta_1} \quad (54b)$$

$$\frac{s_A}{A} = s_{\alpha_2} \quad (54c)$$

$$s_b = s_{\beta_2} \quad (54d)$$

Om de statistische fout te verkrijgen moet de standaardafwijking vermenigvuldigd worden met $t_{0,95}$. Deze factor moet gekozen worden bij $N-1$ vrijheidsgraden, dus

$$B_x = t_{0,95} (N-1) \cdot s_x \quad (55)$$

Het statistisch berekende foutengebied B_x is om te rekenen naar een mogelijke fout door s_x te vermenigvuldigen met $t_{0,99}$.

Met bovenstaande formules zijn de statistische fouten in A , b , k en n te berekenen waarmee de fout in Re- en Stromingsgetallen te bepalen is.

In appendix E wordt als voorbeeld een complete uitgewerkte foutenberekening gegeven voor één vloeistof.

Om een indruk te krijgen van de grootte van de fouten waarmee gewerkt is worden hieronder enkele gemiddelde waarden gegeven.

$$s_{\alpha_1}^2 \approx 1,6 \cdot 10^{-5} \quad \rightarrow \quad \frac{B_k}{k} \approx 1\% \quad (56a)$$

$$s_{\beta_1}^2 \approx 6 \cdot 10^{-5}, \quad n \approx 0,45 \quad \rightarrow \quad \frac{B_n}{n} \approx 3\% \quad (56b)$$

$$s_{\alpha_2}^2 \approx 2 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad \frac{B_A}{A} \approx 8\% \quad (56c)$$

$$s_{\beta_2}^2 \approx (0,5 - 2) \cdot 10^{-3}, \quad b \approx 0,5 - 1 \quad \rightarrow \quad \frac{B_b}{b} \text{ varieert tussen de 8 en 28\%} \quad (56d)$$

Duidelijk is uit deze cijfers te zien dat de parameters voor F_1 een veel grotere fout bevatten. Dit komt voor een groot gedeelte voort uit het feit dat bij lage afschuifsnelheden F_1 niet meer te meten was, maar η nog wel. Hiermee wordt het aantal metingen (N) voor F_1 kleiner dan voor η wat meteen invloed heeft op de grootte van de fout. Meestal werden er op de Weissenberg-reogoniometer elf metingen gedaan. Daarvan waren er soms maar zes bruikbaar voor de berekening van F_1 .

VII.2 De fout in het Re-getal

Het Re-getal wordt berekend via $Re = \frac{\rho ND^2}{\eta}$ (21)

Hierin is η de viscositeit die berekend is bij de afschuifsnelheid $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$. (25)

De fout kan m.b.v. formule 51 direkt berekend worden. Via de algemene vergelijking 53' geldt:

$s_{\ln \eta} = \frac{s_{\eta}}{\eta}$, dus de relatieve standaardafwijking.

In de formule voor Re komt ook het toerental N voor. De geschatte mogelijke fout in N wordt op 5% gesteld.

Aangezien deze fout groter is dan de statistische fout B_{η} in η moet B_{η} omgerekend worden naar een mogelijke fout $\Delta \eta$.

Er geldt: $\Delta \eta = t_{0,99}(N-1) \cdot s_{\eta}$

De mogelijke fout in het Re-getal kan nu berekend worden via de relatieve foutenformule voor de mogelijke fout.

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \left(\frac{\partial Re}{\partial N} \cdot \frac{N}{Re} \right) \frac{\Delta N}{N} + \left(\frac{\partial Re}{\partial \eta} \cdot \frac{\eta}{Re} \right) \frac{\Delta \eta}{\eta} \quad (57)$$

De fout in ρ en D worden verwaarloosd.

Uitgewerkt levert dit:

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \eta}{\eta} \quad (58)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\Delta N}{N} \approx 5\% \\ \frac{\Delta \eta}{\eta} \approx 3\% \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\Delta Re}{Re} \approx 8\%$$

Bij deze berekening is geen rekening gehouden met de afhankelijkheid van η en N . η wordt berekend bij $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$, dus is afhankelijk van N . Deze invloed is hier verwaarloosd.

VII.3 De fout in het Stromingsgetal

Het stromingsgetal wordt berekend via de formule

$$Sg = \frac{(b+1)Wi + 75nD}{Re} \quad (23)$$

De statistische fout in b , n , Wi en Re kunnen hier niet onafhankelijk van elkaar bekeken worden. Daarvoor is het nodig Sg uit te schrijven in onafhankelijke componenten. Uitschrijven van formule 23 levert:

$$Sg = \frac{A}{\rho} (b+1) \frac{(104,7.N.D)^b}{104,7.N^2.D^3} + \frac{k}{\rho} . 75n \frac{(104,7.N.D)^n}{104,7.N^2.D^2} \quad (59)$$

Noem de eerste term C_1 en de tweede C_2

$$Sg = C_1 + C_2 \quad (60)$$

De mogelijke fout in N moet omgerekend worden naar de statistische fout B_N .

$$\frac{B_N}{N} \approx 4\% \quad (61)$$

De statistische fout in Sg kan nu berekend worden via de statistische foutenformule:

$$\begin{aligned} \left(\frac{B_{Sg}}{Sg}\right)^2 = & \left(\frac{\partial Sg}{\partial k} \cdot \frac{k}{Sg}\right)^2 \left(\frac{B_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\partial Sg}{\partial n} \cdot \frac{n}{Sg}\right)^2 \left(\frac{B_n}{n}\right)^2 + \left(\frac{\partial Sg}{\partial A} \cdot \frac{A}{Sg}\right)^2 \left(\frac{B_A}{A}\right)^2 + \\ & \left(\frac{\partial Sg}{\partial b} \cdot \frac{b}{Sg}\right)^2 \left(\frac{B_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\partial Sg}{\partial N} \cdot \frac{N}{Sg}\right)^2 \left(\frac{B_N}{N}\right)^2 \end{aligned} \quad (62)$$

Uitwerken levert:

$$\begin{aligned} \left(\frac{B_{Sg}}{Sg}\right)^2 = & \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 \left(\frac{B_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^2 \left(\frac{B_A}{A}\right)^2 + \\ & \left(\frac{C_1 b \left(\frac{1}{b+1} + \ln(104,7.N.D)\right)}{C_1 + C_2}\right)^2 \left(\frac{B_b}{b}\right)^2 + \\ & \left(\frac{C_2 (1 + n \cdot \ln(104,7.N.D))}{C_1 + C_2}\right)^2 \left(\frac{B_n}{n}\right)^2 + \\ & \left(\frac{C_1 (b-2) + C_2 (n-2)}{C_1 + C_2}\right)^2 \left(\frac{B_N}{N}\right)^2 \end{aligned} \quad (63)$$

In appendix E wordt ook de fout in het stromingsgetal van één vloeistof voorgerekend.

De gemiddelde waarde voor B_{Sg}/Sg is ongeveer 20%.

Dit is veel meer dan de fout in Re . Dat wordt hoofdzakelijk veroorzaakt door de onnauwkeurigheid in de parameters van F_1 .

VII.4 De fout in de elasticiteitsmodulus E

De mogelijke fout in E kan geschat worden uit de volgende formule:

$$E = \frac{\eta^2 \dot{\gamma}^2}{F_1} \quad (64)$$

Hieruit volgt:

$$\left(\frac{B_E}{E}\right)^2 = 4 \left(\frac{B_\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{B_{F_1}}{F_1}\right)^2 \quad (65)$$

B_η/η en B_{F_1}/F_1 worden berekend uit de formules 51 en 52.

Met de gegeven waarden voor s_{α_1} , s_{β_1} , s_{α_2} en s_{β_2} zijn

B_η/η en B_{F_1}/F_1 te schatten.

$$B_\eta/\eta \approx 2\%$$

$$B_{F_1}/F_1 \approx 10\%$$

$$\text{dus } B_E/E \approx 11\%.$$

$$\text{Hieruit volgt } \Delta E/E \approx 16\% \quad (66)$$

Dit is veel kleiner dan de fout in het stromingsgetal, omdat hier niet afzonderlijk gebruik wordt gemaakt van de berekende power-law coëfficiënten.

Hier worden punten van de berekende kromme gebruikt en daarin is de mogelijke fout aanzienlijk kleiner.

VIII. DISCUSSIE EN SUGGESTIES

VIII.1 Het Re- en het Stromingsgetal

Uit de foutenberekening blijkt dat de mogelijke fout in het Stromingsgetal veel groter is dan in het getal van Reynolds. De spreiding in de gevonden Sg en Re-getallen bij een bepaald stromingsprofiel is echter gelijk en ongeveer 30%. De mogelijke fout in het Re-getal (gemiddeld 8%) kan deze spreiding niet verklaren. Bij het Stromingsgetal, met een gemiddelde fout van ca. 30% kan dat wel.

Aan de hand van de metingen kan er nu niet geconcludeerd worden dat het Stromingsgetal geen goed criterium is voor de optredende stromingsprofielen. Wel is duidelijk dat, door de optredende fouten, dit geen criterium is, waarmee toerentallen voorspeld kunnen worden.

Aangezien de spreiding even groot is als in de Re-getallen kan daarvoor dus net zo goed het Re-getal gebruikt worden. Toch voldoet het Stromingsgetal beter dan de parameter Wi/Re . In Wi/Re treedt nog meer spreiding op, terwijl de statistische fout kleiner is.

Als aangenomen wordt dat het Stromingsgetal per vloeistof een systematische afwijking heeft, veroorzaakt door een fout of door een nog onbekende parameter, dan kan uit één gemeten stromingsgetal de waarde van de andere stromingsgetallen berekend worden. Het gemiddelde stromingsgetal bij een bepaald stromingsprofiel zal altijd in dezelfde verhouding staan tot het gemeten stromingsgetal.

Noem het stromingsgetal dat optreedt bij stromingsprofiel a Sg_a , en het gemiddelde stromingsgetal bij profiel a $Sg_{a, \text{gem}}$. Dan geldt:

$$\frac{Sg_1}{Sg_{1, \text{gem}}} = \frac{Sg_2}{Sg_{2, \text{gem}}} = \frac{Sg_3}{Sg_{3, \text{gem}}} \quad \text{enz.} \quad (67)$$

Als nu stromingsgetal 2 gemeten is (hiervoor gelden juist de aannamen voor $\dot{\gamma}$) dan kan daarmee stromingsgetal 1 en 3 voorspeld worden.

Het zo berekende stromingsgetal wordt aangeduid met $Sg_{a, \text{ber}}$. In tabel 6 worden de berekende en de gemeten stromingsgetallen vergeleken. ΔSg is het verschil tussen het gemeten en het berekende stromingsgetal.

Tabel 6: De berekende stromingsgetallen vergeleken met de gemeten stromingsgetallen.

opl.	vat	Sg1 _{ber}	ΔSg1	Sg2	Sg3 _{ber}	ΔSg3
1	A	0,397	-0,014	0,277	0,169	0,056
2	A	0,612	0,030	0,427	0,260	0,008
3	A	0,520	0,100	0,363	-	-
4	A	0,629	0,059	0,439	0,267	-0,034
5	A	0,470	-0,001	0,328	0,200	0,002
6	A	0,320	-0,009	0,223	0,136	0,011
7	A	0,401	0,048	0,280	0,170	-0,003
8	A	0,305	0,018	0,213	0,130	0,000
9	A	0,380	0,022	0,265	-	-
10	A	0,191	-0,048	0,133	0,081	0,002
11	A	0,234	0,006	0,163	0,099	0,006
12	A	0,181	-0,102	0,126	0,077	0,030
13	B	0,285	0,012	0,199	0,121	-0,006
14	A	0,295	0,005	0,206	0,125	-0,017
15	A	0,343	0,036	0,239	0,145	-0,003
16	A	0,277	0,021	0,193	0,117	-0,003
	B	0,317	0,046	0,221	0,134	0,006
17	A	0,304	0,005	0,212	0,129	0,041
	B	0,358	-0,073	0,250	0,152	0,018
18	A	0,560	0,082	0,391	0,238	0,067
	B	0,463	-0,073	0,323	0,197	-0,060
19	A	0,330	-0,045	0,230	0,140	-0,006
	B	0,327	0,014	0,228	0,139	-0,030
20	B	0,420	-0,048	0,293	0,178	-0,016
21	A	0,341	-0,010	0,238	0,145	0,013
	B	0,463	0,031	0,323	0,197	-0,050
22	A	0,357	-0,027	0,249	0,151	0,003
	B	0,321	-0,097	0,224	0,136	-0,041
23	A	0,366	0,014	0,255	0,155	0,022
	B	0,550	0,024	0,384	0,234	-0,076

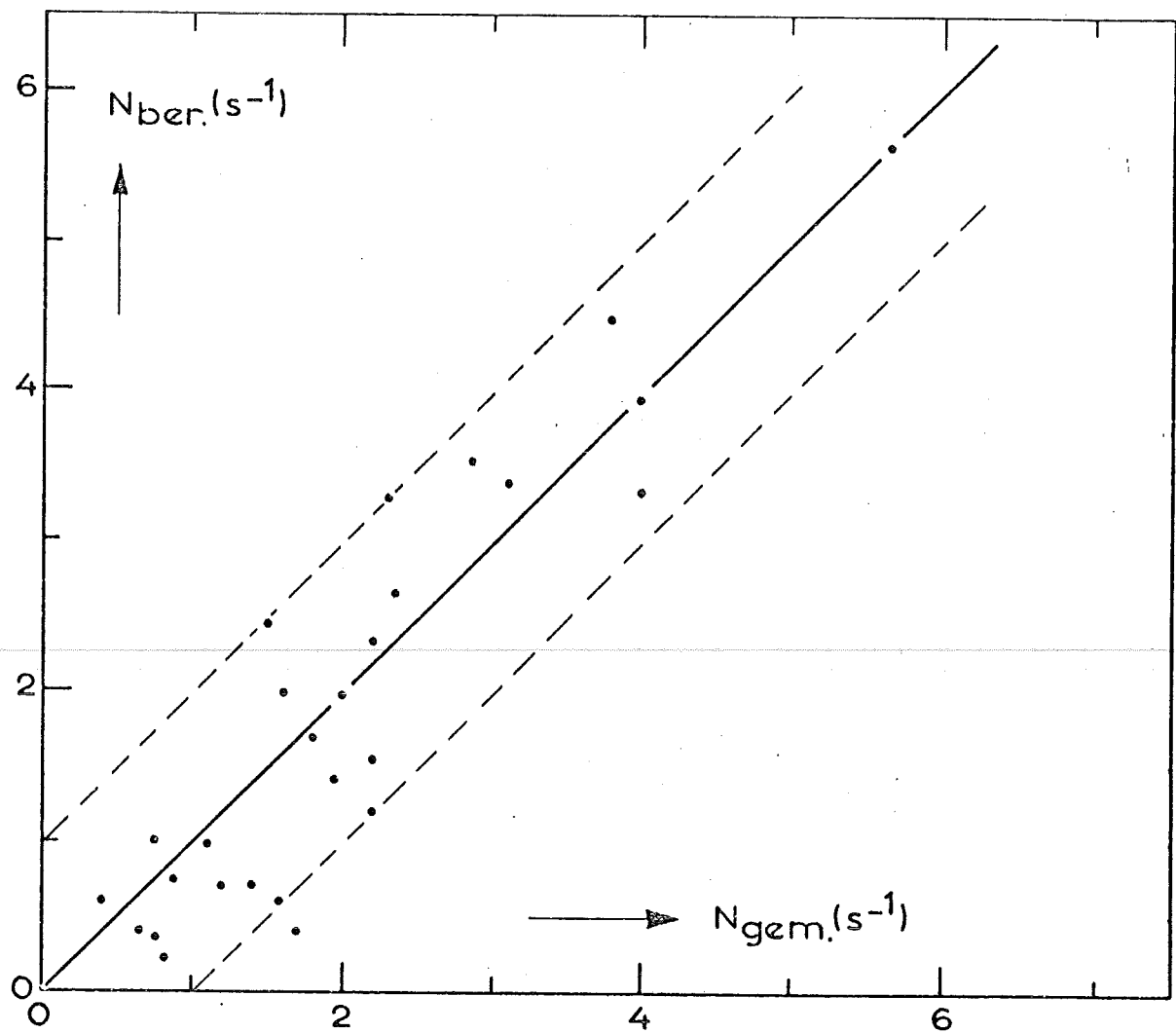
$$Sg1_{gem} = 0,377 \quad Sg2_{gem} = 0,263 \quad Sg3_{gem} = 0,160$$

ΔSg kan alleen veroorzaakt worden door een mogelijke fout in het gemeten toerental. Als dat zo is moet het gemiddelde van ΔSg naar nul naderen.

$$\Delta Sg1_{gem} = 0,0009$$

$$\Delta Sg2_{gem} = 0,0021$$

Deze getallen duiden erop dat de afwijking tussen de berekende en de gemeten waarde op toevallige fouten berustten.



Figuur 21: Het berekende toerental tegen het gemeten toerental.

Ook van de andere stromingsprofielen kan deze berekening uitgevoerd worden, maar dat leek hier niet zo zinvol.

Uit de stromingsgetallen kunnen de toerentallen berekend worden. Dit kan echter alleen met numerieke methoden. Daarom is hier niet een berekend met een gemeten toerental vergeleken, maar de stromingsgetallen zelf.

VIII.2 De elasticiteitsmodulus

Met behulp van de berekende evenredigheidscoëfficiënt ϵ tussen de elasticiteitsmodulus E en het toerental N kunnen de toerentallen bij bepaalde stromingsprofielen voorspeld worden. Dit is voor alle vloeistoffen gedaan. De berekende toerentallen staan vermeld in appendix F.

In figuur 2a is het berekende tegen het gemeten toerental uitgezet. Als de theorie exact opgaat liggen alle punten op de 45° lijn. Duidelijk is hier te zien dat dat niet het geval is. Wel komen afwijkingen groter dan 1 s^{-1} bijna niet voor. De meeste afwijkingen komen voor bij de lagere toerentallen. Dit komt waarschijnlijk omdat deze lage toerentallen minder goed te bepalen zijn.

Aangezien E berekend wordt met behulp van de formule

$$E = \frac{\tau}{\epsilon} \quad (27)$$

kan de fout in E geschat worden. Deze is berekend in paragraaf 7.4. De gemiddelde fout in E is ongeveer 16%, dus ook in de gemeten en berekende toerentallen zal deze relatieve afwijking optreden.

De afwijking in de toerentallen lijkt hier echter absoluut te zijn en wel ca. 1 s^{-1} .

VIII.3 De invloed van het tweede normaalspanningsverschil

Bij de berekening van ϵ zijn de oplossingen 9, 10 en 11 niet meegerekend. Dit omdat deze erg ver buiten het verband liggen. Geopperd is hier dat waarschijnlijk het tweede normaalspanningsverschil een rol speelt. De oplossingen 9, 10 en 11 zijn de enigen waarin CMC is gebruikt. Ook de stromingsgetallen van deze oplossingen zijn van alle drie lager dan het gemiddelde. Het tweede normaalspanningsverschil komt in de berekening van zowel E als S_g niet voor, maar kan daarbij wel een nog onbekende parameter zijn.

Om de invloed van het tweede normaalspanningsverschil te schatten kan een vergelijking worden gemaakt met m' , de parameter gegeven door Walters en Waters [17] voor het stromingsprofiel rond een bol (zie par. IV.3).

Deze is gedefinieerd als:

$$m' = \frac{\alpha - 2\beta}{2\rho D^2} \quad (34)$$

waarin $\alpha = F_2/\dot{\gamma}^2$ en $\beta = F_1/\dot{\gamma}^2$

Bird [8] stelt dat $-F_2/F_1$ varieert tussen 0,01 en 0,2. Als het tweede normaalspanningsverschil een grote rol speelt, zal $F_2 \approx -0,2 F_1$,

(68)

dus $\alpha \approx -0,2\beta$

(69)

Dit levert voor de parameter m' :

$$m' = \frac{-0,2\beta - 2\beta}{2\rho D^2} = \frac{1,1}{c} \frac{Wi}{Re} \quad (70)$$

F_2 heeft op de parameter m' dus hooguit een invloed van 10%. De afwijking van de oplossingen 9, 10 en 11 aan het verband $E = \epsilon N$ is echter veel groter dan 10%.

De berekende Stromingsgetallen van deze oplossingen vallen vanwege het grote foutengebied al binnen het gemiddelde. Het kan ook zijn dat de metingen van de reologie van de oplossingen 9, 10 en 11 fout zijn gegaan. Deze drie oplossingen zijn achter elkaar gemeten op de Weissenberg tesamen met nog twee oplossingen. Een geheel verkeerde bepaling van de reologie lijkt dan ook erg onwaarschijnlijk.

Zolang het tweede normaalspanningsverschil niet gemeten kan worden kan er alleen maar een bepaalde invloed vermoed worden. Echt vaststellen kan nu niet. F_2 is wel een factor die voor één bepaalde vloeistof steeds dezelfde invloed heeft. Dit geeft een systematische afwijking binnen één vloeistof. Ook zal F_2 in dezelfde soort vloeistoffen steeds op dezelfde manier optreden.

VIII.4 Suggesties voor nader onderzoek

Vele punten van dit onderzoek kunnen nog eens nader bekeken worden.

In de theorie wordt gewerkt met geschatte afschuifsnelheden.

Hieruit wordt afgeleid de werkformule $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$ (25)

Deze is geschat voor stromingsprofiel 2. In dit onderzoek is

deze $\dot{\gamma}$ ook aangenomen voor alle andere stromingsprofielen. Dit

klopt niet. Door het stromingspatroon bij de andere profielen nader te bekijken kunnen daar andere relaties voor $\dot{\gamma}$ opgesteld worden.

Toch voldoet deze aanname beter dan de afschuifsnelheid volgens Metzner en Otto [10] , $\dot{\gamma} = 11,5 N$.

Een manier om $\dot{\gamma}$ beter te schatten en ook het verloop ervan, is door plaatselijk de snelheden te meten, b.v. met laser-doppler apparatuur.

A. Markus heeft de uitstroomsnelheid bij de turbine m.b.v. laser-doppler apparatuur bepaald. Dit is voor twee vloeistoffen gebeurd, afhankelijk van het toerental. Deze metingen komen goed overeen met hetgeen hier bepaald wordt.

Door nu i.p.v. naar stromingsprofielen naar uitstroomsnelheden te kijken kan een andere standaard opgesteld worden. De standaardprofielen zijn nu vrij willekeurig gekozen. Ze behoren zeker niet lineair uitgezet te worden. Na vele metingen werd duidelijk dat de stap in toerentallen uitgedrukt tussen de profielen 3, 4 en 5 veel groter is dan tussen 1, 2 en 3. Dit kan vermeden worden door geen stromingsprofiel uit te zetten, maar uitstroomsnelheden. Ook kan dan eenvoudiger een relatie met de theorie gelegd worden.

Stromingsprofiel 7, het profiel waarbij alle vloeistof aan de stroming meedoet, is voor mengproeven het belangrijkste. Als stromingsprofiel 7 niet optreedt, worden de mengtijden heel erg lang. Daarom is het belangrijk om voor dit stromingsprofiel een goed criterium op te stellen.

Uit dit onderzoek blijkt dat de invloed van de elastische krachten bij een hoger stromingsprofiel steeds minder wordt. Het is waarschijnlijk goed mogelijk om het criterium op te stellen met alleen een Re -getal. Dit wil niet zeggen dat de elastische krachten bij stromingsprofiel 7 geen rol meer spelen, maar hun invloed is daar waarschijnlijk vrij constant.

Zowel voor het Stromingsgetal als voor het gevonden verband $E = \epsilon N$ zijn er metingen nodig in vaten met andere diameters. Hier in het laboratorium zijn metingen in een 200 liter vat vrij snel te realiseren, zodat een eerste indruk over opschaaling dan gegeven kan worden.

Het mengen met een Rushton turbine is in visco-elastische vloeistoffen niet ideaal. Nu moeten er andere roerders bekeken worden met hun invloed op het stromingsprofiel. Ook de

geometrie van vat en roerder kunnen aangepast worden voor een visco-elastische vloeistof.

Aangezien de efficiëntie van een roerder bepaald wordt door het vermogen moet dit ook gemeten worden.

Het moet mogelijk zijn om het stromingsprofiel numeriek op te lossen. Tijdens dit onderzoek is ca. één maand gewerkt om zo'n computermodel op te stellen, wat niet gelukt is. Door van bekende computermodellen, b.v. van Warmtetransport, gebruik te maken, moet het wel kunnen.

Als in het model de elastische kracht, de traagheidskracht en de viskeuze kracht instelbaar is moet elk verkregen profiel te simuleren zijn. Eventueel kan er dan een onbekend tweede normaalspanningsverschil in meegenomen worden, zodat dit uit bekende parameters en het vergelijken van de stromingsprofielen valt af te leiden.

9 CONCLUSIES

Zowel het reologisch als het stromingsgedrag van visco-elastische stoffen is lastig te omschrijven.

Het Re -getal, de traagheidskracht gedeeld door de viskeuze kracht, is geen goede parameter voor het beschrijven van de stromingsprofielen van visco-elastische vloeistoffen in standaard vaten.

De elastische kracht gedeeld door de viskeuze kracht, het Wi -getal, is ook geen goede parameter voor het beschrijven van de stromingsprofielen.

Ook de elastische kracht gedeeld door de traagheidskracht, Wi/Re , geeft geen goede beschrijving van de stromingsprofielen.

Het Stromingsgetal, de elastische plus de viskeuze kracht gedeeld door de traagheidskracht, is waarschijnlijk wel een goede parameter, maar erg onnauwkeurig te bepalen.

Bij de berekening van Re - en Stromingsgetallen treden systematische afwijkingen op binnen één vloeistof.

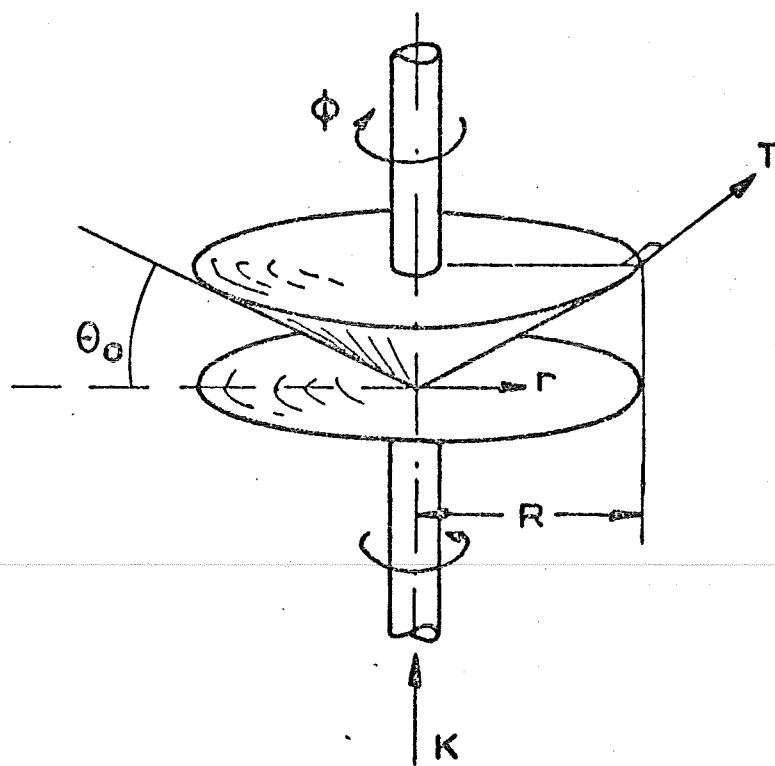
Systematische afwijkingen binnen één vloeistof kunnen veroorzaakt worden door meetfouten bij het bepalen van de stofparameters A , b , k en n of door een onbekende invloed van het tweede normaalspanningsverschil.

Met de gevonden recht evenredigheid tussen een gemodificeerde elasticiteitsmodulus E en het toerental N bij een bepaald stromingsprofiel zijn de toerentallen waarbij een bepaald stromingsprofiel optreedt redelijk te voorspellen.

De evenredigheidsconstante c tussen E en N is afhankelijk van de vatdiameter, waarschijnlijk zelfs recht evenredig met de vatdiameter.

LITERATUURLIJST

- [1] Hamersma, P.J., Ellenberger, J. en Fortuin, J.M.H.,
Rheol. Acta, v20, 270, 1981.
- [2] Lans, v.d.R., het computerprogramma 'curve, fitt',
Intern F.T.-rapport, 1980.
- [3] Bothmer, J.J., Menging in een geroerd vat met keerschotten,
H.T.S.-stage-verslag, Delft, sept. 1981.
- [4] Reijden, v.d.I., De invloed van kleurreacties op de
reologie, Intern F.T.-rapport, 1982.
- [5] Metzner, A.B. en Taylor, J.S., AIChE J., v6, 109-114, 1960.
- [6] Green, H.L., Carpenter, C. en Castro, L., Fourth Eur. Conf on
Mixing, 102-126, Noordwijkerhout, 1982.
- [7] Pipkin, A.C. en Tanner, R.I., Mechanics Today, Pergamon
Press, Oxford, 1973.
- [8] Bird, R.B., Armstrong, R.C., Hassager, O., Dynamics of Polymeric
Liquids, vol. 1, J. Wiley, New York, 1977.
- [9] Solomon, J., Nienow, A.W., Pace, G.W., I Chem. E. Symp. Series
no. 64, A1-13, 1981.
- [10] Metzner, A.B. en Otto, R.E., AIChE J., v3, 3-10, 1957.
- [11] Nienow, A.W., Conf. Mixing of Liquids, 1-3 nov. 1982,
Linköping.
- [12] Ulbrecht, J., Chem. Engineer, june, 347-353, 1974.
- [13] Ferry, J.D., Viscoelastic properties of polymers, J. Wiley,
New York, 1961.
- [14] Nagata, S., Mixing, principles and applications, J. Wiley,
New York, 1975.
- [15] Thomas, R.H. en Walters, K., Quart. J. Mech. Appl. Math., v17,
39, 1964.
- [16] Giesekus, H., Rheol. Acta, v3. 59, 1963.
- [17] Walters, K. en Waters, N.D., Brit. J. Appl. Phys, v15, 989,
1964.
- [18] Wichterle, K. en Wein, O., Int. Chem. E., v21, 116-120, 1981.
- [19] Ranade, V.R. en Ulbrecht, J., Sec. Eur. Conf. on Mixing,
83-100, Cambridge, 1977.
- [20] Walton, A.C., Maskell, S.J. en Patrick, M.A., I Chem. E. Symp.
Series no. 64, C1-14, 1981.
- [21] Squires, G.L., Fysisch Experimenteren, Aula 480, Utrecht,
1972.
- [22] Lodge, A.S., Body Tensor Fields in Continuum Mechanics,
Academic Press, New York, 1974.
- [23] Elmendorp, J.J., wetenschappelijk medewerker vakgroep
Macromoleculaire Stoffen, persoonlijk contact.



Figuur A1: Kegel en plaat van de Weissenberg reogoniometer.

Appendix A: De Weissenberg-reogoniometer

De Weissenberg-reogoniometer is een kegel-plaat viscosimeter die ook het eerste normaalspanningsverschil kan meten. Een schematische weergave van de kegel-plaat meter staat in figuur A-1. De te meten vloeistof wordt tussen de kegel en de plaat aangebracht. Bij de door ons gebruikte Weissenberg-reogoniometer (eigendom van de afdeling Scheikundige Technologie) kan de omwentelingssnelheid van de plaat m.b.v. een versnellingsbak zeer nauwkeurig ingesteld worden. De kegel blijft stilstaan. Tussen de kegel en de plaat treedt een zeer eenvoudige afschuifstroming op met een constante afschuifsnelheid. Gemeten wordt de torsie T die nodig is om de kegel tegen te houden en de kracht K die nodig is om de afstand tussen de kegel en de plaat constant te houden. Uit de eerste kracht kan de viscositeit van de vloeistof berekend worden en de tweede kracht wordt veroorzaakt door het eerste normaalspanningsverschil. Door de omwentelingssnelheid van de plaat te variëren kunnen de viscositeit η en het eerste normaalspanningsverschil F_1 bij de verschillende afschuifsnelheden bepaald worden. Onderstaande afleiding wordt o.a. beschreven door Bird [8] en door Lodge [22].

De afschuifstroming wordt in bolcoördinaten (r, ϕ en θ , zie fig. A-1) beschreven met:

$$v_r = 0 \quad (A1-a)$$

$$v_\phi = v_\phi(r, \theta) \quad (A1-b)$$

$$v_\theta = 0 \quad (A1-c)$$

Hieruit volgt dat de afschuifspanningen $\tau_{r\theta}$ en $\tau_{r\phi}$ nul zijn. De enige afschuifsneldheid die optreedt is $\dot{\gamma}_{\theta\phi}$.

Op afstand r van het middelpunt geldt:

$$\dot{\gamma}_{\theta\phi} = \frac{\partial v_\phi}{r \partial \theta} = \frac{\Delta v_\phi}{r \Delta \theta} = \frac{\omega r - 0}{r \theta_0} = \frac{\omega}{\theta_0} \quad (A-2)$$

met ω = omwentelingssnelheid van de plaat

θ_0 = hoek tussen kegel en plaat

$\dot{\gamma}_{\theta\phi}$ is dus onafhankelijk van de straal. Dit houdt in dat ook $\tau_{\theta\phi}$, $\tau_{\phi\phi} - \tau_{\theta\theta}$ en $\tau_{\theta\theta} - \tau_{rr}$ (alle functies van $\dot{\gamma}$) onafhankelijk van de straal zijn en dus over het gehele stromingsveld constant.

Het koppel dat nodig is om de kegel tegen te houden wordt in de ϕ -richting gemeten. Deze torsie kan berekend worden via:

$$T = 2\pi \int_0^R (r\tau_{\theta\phi}) r dr \quad (A-3)$$

Aangezien $\tau_{\theta\phi}$ onafhankelijk van r is geldt $T=2\pi\tau_{\theta\phi} \frac{1}{3}R^3$, dus

$$\tau_{\theta\phi} = \frac{T}{\frac{2}{3}\pi R^3} \quad (A-4)$$

Hieruit kan de viscositeit berekend worden via $\tau = \eta \dot{\gamma}$.

De kracht K die nodig is om de afstand tussen de kegel en de plaat constant te houden kan berekend worden d.m.v.

$$K = 2\pi \int_0^R t_{\theta\theta} r dr - \pi R^2 p_0 \quad (A-5)$$

waarin $t_{\theta\theta} = \tau_{\theta\theta} + p_0$
 p_0 = omgevingsdruk

Voor $t_{\theta\theta}$ kan een vergelijking afgeleid worden met behulp van de bewegingsvergelijking.

De bewegingsvergelijking in de r -richting is (met $\tau_{\theta r} = \tau_{\phi r} = 0$ en $v_r = 0$) :

$$0 = \frac{-1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 t_{rr}) + \frac{t_{\theta\theta} + t_{\phi\phi}}{r} \quad (A-6)$$

of anders geschreven

$$\frac{\partial t_{rr}}{\partial \ln r} = t_{\theta\theta} + t_{\phi\phi} - 2t_{rr} \quad (A-7)$$

Aangezien $t_{rr} - t_{\theta\theta}$ constant is geldt $\frac{\partial t_{rr}}{\partial \ln r} = \frac{\partial t_{\theta\theta}}{\partial \ln r}$, dus

$$\frac{\partial t_{\theta\theta}}{\partial \ln r} = (t_{\phi\phi} - t_{\theta\theta}) + 2(t_{\theta\theta} - t_{rr}) \quad (A-8)$$

$(t_{\phi\phi} - t_{\theta\theta})$ en $(t_{\theta\theta} - t_{rr})$ zijn onafhankelijk van r .

Deze vergelijking integreren van r naar R levert een vergelijking voor t .

$$t_{\theta\theta}(r) = t_{\theta\theta}(R) + (t_{\theta\theta} + t_{\phi\phi} - 2t_{rr}) \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (A-9)$$

Vergelijking A-9 kan ingevuld worden in de vergelijking voor de kracht en levert dan:

$$K = 2\pi \int_0^R t_{\theta\theta}(R) r dr + 2\pi \int_0^R (t_{\theta\theta} + t_{\phi\phi} - 2t_{rr}) \ln\left(\frac{r}{R}\right) r dr - \pi R^2 p_0 \quad (A-10)$$

uitwerken geeft:

$$K = \pi R^2 t_{\theta\theta}(R) - \frac{\pi R^2}{2} \{t_{\theta\theta}(R) + t_{\phi\phi}(R)\} + \pi R^2 t_{rr}(R) - \pi R^2 p_0 \quad (A-11)$$

Als het eindoppervlak van de vloeistof een bolvorm heeft dan geldt: $t_{rr}(R)=p_o$, dus

$$K = \frac{\pi R^2}{2} (t_{\theta\theta} - t_{\phi\phi}) = - \frac{\pi R^2}{2} (\tau_{\phi\phi} - \tau_{\theta\theta}), \text{ dus}$$

$$\tau_{\phi\phi} - \tau_{\theta\theta} = \frac{-2K}{\pi R^2} \quad (A-12)$$

Op de Weissenberg-meter worden de krachten gemeten via uitwijkingen van een veer. De uitwijkingen worden gemeten in 10^{-3} inch.

De diameter van de kegel en de plaat is 7,5 cm en de hoek $\theta_o = 4^\circ$.

De viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil worden berekend met de volgende meetformules:

$$\dot{\gamma} = \frac{90}{t} \quad (s^{-1}) \quad (A13-a)$$

$$\eta = 1,006 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T \cdot k_t \cdot t \quad (Pas) \quad (A13-b)$$

$$\tau_{11} - \tau_{22} = 4,527 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta N \cdot k_n \quad (Pa) \quad (A13-c)$$

waarin t = aantal seconden per omwenteling (wordt in tabelvorm gegeven afhankelijk van de instelwaarde van de versnellingskast)

ΔT en ΔN zijn de gemeten uitwijkingen in 10^{-3} inch
 k_t is de torsie-konstante ($= 1,9 \cdot 10^3$ dyne.cm/ 10^{-3} inch)
 k_n is de normaalspannings-konstante
($= 2,1 \cdot 10^4$ dyne/ 10^{-3} inch)

In de meetformules moeten k_t , k_n , ΔT en ΔN in de hier gegeven eenheden ingevuld worden.

De waarden van k_t en k_n zijn gemeten door Sjaak Elmendorp [23] en zijn afhankelijk van de gebruikte veren.

Appendix B: De gemeten eigenschappen van de gebruikte
vloeistoffen

vloeistof nr.	samenstelling (ongeveer) in water	gemeten eigenschappen viscositeit en le norm.sp.verschil	dichtheid in 10^3 kg/m^3
1	33% glycerol 0,4% PAA	$\eta = 1,13 \dot{\gamma}^{-0,557}$ $F_1 = 4,56 \dot{\gamma}^{0,676}$	1,008
2	25% glycerol 0,3% PAA	$\eta = 0,405 \dot{\gamma}^{-0,466}$ $F_1 = 1,02 \dot{\gamma}^{0,868}$	1,003
3	1,1% PAA	$\eta = 5,51 \dot{\gamma}^{-0,670}$ $F_1 = 15,2 \dot{\gamma}^{0,712}$	1,014
4	0,9% PAA	$\eta = 3,66 \dot{\gamma}^{-0,663}$ $F_1 = 8,66 \dot{\gamma}^{0,821}$	1,009
5	0,8% PAA	$\eta = 2,46 \dot{\gamma}^{-0,626}$ $F_1 = 6,28 \dot{\gamma}^{0,724}$	1,008
6	0,5% PAA	$\eta = 1,43 \dot{\gamma}^{-0,604}$ $F_1 = 2,64 \dot{\gamma}^{0,788}$	1,005
7	35% glycerol 0,5% PAA	$\eta = 0,971 \dot{\gamma}^{-0,531}$ $F_1 = 2,31 \dot{\gamma}^{0,801}$	1,05
8	30% glycerol 0,4% PAA	$\eta = 0,727 \dot{\gamma}^{-0,519}$ $F_1 = 0,618 \dot{\gamma}^{1,02}$	1,03
9	0,5% CMC 1% PAA	$\eta = 2,83 \dot{\gamma}^{-0,492}$ $F_1 = 3,54 \dot{\gamma}^{0,905}$	1,01
10	0,36% CMC 0,7% PAA	$\eta = 1,14 \dot{\gamma}^{-0,439}$ $F_1 = 2,70 \dot{\gamma}^{0,707}$	1,007
11	0,53% CMC 0,6% PAA	$\eta = 0,841 \dot{\gamma}^{-0,369}$ $F_1 = 1,05 \dot{\gamma}^{0,926}$	1,006
12	0,25% PAA-45	$\eta = 0,265 \dot{\gamma}^{-0,445}$ $F_1 = 0,468 \dot{\gamma}^{0,903}$	1,006
13	0,9% PAA	$\eta = 2,75 \dot{\gamma}^{-0,637}$ $F_1 = 10,3 \dot{\gamma}^{0,589}$	1,009
14	0,9% PAA	$\eta = 2,97 \dot{\gamma}^{-0,650}$ $F_1 = 12,7 \dot{\gamma}^{0,544}$	1,009
15	0,9% PAA	$\eta = 2,91 \dot{\gamma}^{-0,640}$ $F_1 = 10,4 \dot{\gamma}^{0,578}$	1,009

vervolg Appendix B:

vloeistof nr.	samenstelling (ongeveer) in water	gemeten eigenschappen viscositeit en le norm.sp.verschil	dichtheid in 10^3 kg/m^3
16	0,72% PAA	$\eta = 1,87 \dot{\gamma}^{-0,620}$ $F_1 = 5,62 \dot{\gamma}^{0,608}$	1,007
17	0,5% PAA	$\eta = 0,888 \dot{\gamma}^{-0,570}$ $F_1 = 2,85 \dot{\gamma}^{0,617}$	1,005
18	0,35% PAA 27% glycerol	$\eta = 0,684 \dot{\gamma}^{-0,530}$ $F_1 = 6,28 \dot{\gamma}^{0,527}$	1,04
19	0,54% PAA 17,5% glycerol	$\eta = 1,40 \dot{\gamma}^{-0,539}$ $F_1 = 5,38 \dot{\gamma}^{0,605}$	1,03
20	0,38% PAA 12% glycerol	$\eta = 0,659 \dot{\gamma}^{-0,546}$ $F_1 = 4,18 \dot{\gamma}^{0,461}$	1,02
21	0,38% PAA 12% glycerol	$\eta = 0,673 \dot{\gamma}^{-0,555}$ $F_1 = 4,26 \dot{\gamma}^{0,502}$	1,02
22	0,57% PAA 8,6% glycerol	$\eta = 1,28 \dot{\gamma}^{-0,594}$ $F_1 = 5,78 \dot{\gamma}^{0,585}$	1,01
23	0,40% PAA 6% glycerol	$\eta = 0,594 \dot{\gamma}^{-0,537}$ $F_1 = 3,22 \dot{\gamma}^{0,514}$	1,01

Appendix C: Alle gemeten toerentallen van de verschillende oplossingen bij de verschillende standaard-profielen

opl.	vat	toerental bij het standaard-profiel (in s ⁻¹)						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	2,20	2,92	5,67	6,25			
2	A	0,83	1,08	1,67	2,17	2,75	3,83	6,83
3	A	5,67	6,42					
4	A	4,00	5,00	6,83				
5	A	2,83	3,75	5,50				
6	A	2,33	3,17	5,00	6,83			
7	A	2,00	2,50	3,67	6,20			
8	A	1,50	2,00	3,13	4,30			
9	A	4,67	5,50					
10	A	2,83	4,40	6,50				
11	A	2,67	3,58	5,80				
12	A	1,20	1,80	4,20	6,50			
13	B	2,20	2,75	3,75	4,40	13,80	16,70	18,30
14	A	4,00	5,20	6,70				
15	A	3,80	4,70	6,50				
16	A	3,10	3,80	5,30				
	B	1,58	1,83	2,67	4,83	6,17	7,16	10,8
17	A	1,80	2,30	4,30	4,98			
	B	0,75	1,10	1,70	2,00	2,50	4,10	7,30
18	A	1,70	2,00	3,50	6,50			
	B	0,83	1,20	1,40	2,80	4,30	5,30	8,20
19	A	2,30	3,20	4,40	6,50			
	B	1,40	1,70	2,10	3,20	12,50	14,00	14,30
20	B	0,67	0,92	1,20	1,75	2,67	3,33	5,33
21	A	1,60	2,10	3,10	3,80			
	B	0,75	0,92	1,10	1,25	2,70	3,60	5,50
22	A	2,20	3,00	4,30	5,80			
	B	1,10	1,70	2,00	2,80	5,50	6,70	10,00
23	A	1,40	1,75	2,70	3,70	6,50		
	B	0,58	0,72	0,83	1,25	2,10	3,00	4,70

vat A d=0,064 m

B d=0,096 m

Appendix D1: De Reynolds-getallen van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen.

opl.	vat	Reynolds-getal bij het standaard-profiel						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	35,5	55,5	156,5	181			
2	A	18,7	27,5	52,1	76,4	108	176	410
3	A	48,2	59,3					
4	A	39,6	57,4	96,4				
5	A	29,7	46,7	87,6				
6	A	35,1	57,5	119	197			
7	A	33,5	47,1	84,8	189			
8	A	28,1	43,5	85,8	139			
9	A	36,8	47,0					
10	A	37,1	70,1	123				
11	A	37,7	56,3	109				
12	A	46,9	84,3	287	539			
13	B	53,0	76,4	127	165	1071	1463	1699
14	A	46,8	72,1	110				
15	A	43,0	61,0	104				
16	A	44,5	61,9	106				
	B	43,2	55,0	101	264	393	500	973
17	A	34,3	50,4	135	170			
	B	24,6	44,9	89,0	115	163	354	876
18	A	37,0	47,4	116	288			
	B	34,4	60,5	76,6	221	426	587	1145
19	A	34,1	57,7	95,8	178			
	B	44,2	60,2	84,3	165	1446	1732	1791
20	B	26,5	43,3	65,4	117	225	317	655
21	A	36,3	55,5	102	140			
	B	31,5	43,3	57,2	69,7	231	361	698
22	A	34,8	57,1	101	163			
	B	33,0	66,1	85,6	146	429	588	1113
23	A	32,1	45,3	88,2	143	340		
	B	23,2	32,3	40,2	75,5	168	290	578

vat A: D=0,064 m

B: D=0,096 m

Appendix D2: Het Weissenberg-getal van de verschillende
vloeistoffen bij de verschillende standaard-
profielen

opl.	vat	Weissenberg-getal bij het standaard-profiel						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	7,39	7,89	9,21	9,42			
2	A	4,48	4,90	5,66	6,18	6,69	7,47	9,07
3	A	11,1	11,6					
4	A	11,6	13,0	15,1				
5	A	7,15	7,89	9,02				
6	A	5,42	6,12	7,31	8,26			
7	A	5,63	6,06	6,89	8,20			
8	A	2,96	3,45	4,40	5,22			
9	A	4,91	5,24					
10	A	3,65	3,89	4,12				
11	A	2,92	3,19	3,68				
12	A	3,65	4,20	5,64	6,57			
13	B	7,54	7,93	8,51	8,82	11,4	11,9	12,2
14	A	8,10	8,52	8,96				
15	A	8,01	8,35	8,89				
16	A	6,00	6,29	6,78				
	B	5,65	5,84	6,36	7,28	7,70	7,97	8,75
17	A	5,11	5,35	6,02	6,18			
	B	4,68	5,03	5,46	5,63	5,86	6,43	7,17
18	A	10,6	10,7	11,0	11,4			
	B	10,4	10,6	10,7	11,1	11,4	11,5	11,8
19	A	6,60	7,05	7,51	8,11			
	B	6,49	6,74	7,03	7,64	10,0	10,2	10,3
20	B	6,43	6,44	6,45	6,47	6,49	6,50	6,52
21	A	7,25	7,36	7,52	7,61			
	B	7,10	7,19	7,26	7,31	7,64	7,77	7,96
22	A	7,31	7,73	8,24	8,69			
	B	6,94	7,51	7,73	8,21	9,26	9,59	10,3
23	A	6,08	6,15	6,28	6,39	6,57		
	B	5,93	6,00	6,04	6,17	6,33	6,45	6,60

vat A: D=0,064 m

B: D=0,096 m

Appendix D3: Het Stromingsgetal van de verschillende vloeistoffen bij de verschillende standaard-profielen.

opl.	vat	Stromingsgetal bij het standaard-profiel						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	0,411	0,277	0,113	0,099			
2	A	0,582	0,427	0,252	0,185	0,139	0,094	0,048
3	A	0,420	0,363					
4	A	0,570	0,439	0,301				
5	A	0,471	0,328	0,198				
6	A	0,329	0,223	0,125	0,085			
7	A	0,353	0,280	0,173	0,090			
8	A	0,287	0,213	0,130	0,092			
9	A	0,358	0,265					
10	A	0,239	0,133	0,079				
11	A	0,228	0,163	0,093				
12	A	0,283	0,126	0,047	0,028			
13	B	0,273	0,199	0,127	0,101	0,019	0,015	0,013
14	A	0,300	0,206	0,142				
15	A	0,307	0,239	0,148				
16	A	0,256	0,193	0,120				
	B	0,271	0,221	0,128	0,055	0,038	0,031	0,017
17	A	0,299	0,212	0,088	0,071			
	B	0,431	0,250	0,134	0,106	0,077	0,038	0,017
18	A	0,478	0,391	0,171	0,068			
	B	0,536	0,323	0,257	0,092	0,049	0,036	0,019
19	A	0,375	0,230	0,146	0,084			
	B	0,313	0,228	0,169	0,092	0,013	0,011	0,011
20	B	0,468	0,293	0,194	0,109	0,057	0,040	0,020
21	A	0,351	0,238	0,132	0,097			
	B	0,432	0,323	0,247	0,203	0,064	0,041	0,022
22	A	0,384	0,249	0,148	0,096			
	B	0,418	0,224	0,177	0,109	0,041	0,031	0,017
23	A	0,352	0,255	0,133	0,083	0,036		
	B	0,526	0,384	0,310	0,168	0,077	0,045	0,023

vat A: D=0,064 m

B: D=0,096 m

Appendix D4: De elasticiteitsmodulus van de verschillende
vloeistoffen bij de verschillende standaard-
profielen (in Pas)

opl.	vat	elasticiteitsmodulus bij het standaard-profiel						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	0,493	0,523	0,601	0,613			
2	A	0,227	0,239	0,261	0,275	0,288	0,308	0,345
3	A	1,653	1,643					
4	A	0,954	0,923	0,882				
5	A	1,034	1,041	1,051				
6	A	0,783	0,784	0,786	0,787			
7	A	9,583	0,601	0,633	0,680			
8	A	0,748	0,736	0,717	0,704			
9	A	1,544	1,516					
10	A	1,672	1,980	2,300				
11	A	1,887	2,042	2,326				
12	A	0,231	0,251	0,299	0,328			
13	B	1,122	1,157	1,207	1,234	1,443	1,481	1,500
14	A	1,160	1,209	1,257				
15	A	1,289	1,329	1,392				
16	A	0,987	1,018	1,071				
	B	0,947	0,969	0,976	1,123	1,165	1,192	1,269
17	A	0,507	0,538	0,626	0,649			
	B	0,452	0,496	0,551	0,574	0,606	0,683	0,786
18	A	0,203	0,218	0,274	0,354			
	B	0,179	0,208	0,222	0,296	0,353	0,385	0,461
19	A	0,645	0,691	0,739	0,802			
	B	0,633	0,659	0,689	0,735	1,000	1,024	1,029
20	B	0,244	0,281	0,316	0,374	0,452	0,499	0,616
21	A	0,267	0,297	0,345	0,373			
	B	0,233	0,252	0,270	0,284	0,383	0,428	0,504
22	A	0,522	0,560	0,608	0,637			
	B	0,489	0,540	0,560	0,605	0,705	0,737	0,807
23	A	0,276	0,302	0,361	0,411	0,519		
	B	0,227	0,248	0,263	0,311	0,385	0,446	0,536

vat A: D=0,064 m

B: D=0,096 m

Appendix E: Een uitgewerkte foutenberekening van oplossing 15.

Van oplossing 15 (ca. 0,9% PAA-opl) zijn de volgende punten gemeten.

Tabel E-1: De gemeten waarden van de viscositeit en het eerste normaalspanningsverschil bij de verschillende afschuif-snelheden voor oplossing 15.

$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)	η (Pas)	F_1 (Pa)
28,2	0,359	39,9
8,91	0,752	20,9
2,82	1,645	9,51
0,891	2,893	-
1,78	1,981	-
5,63	0,947	13,3
17,8	0,454	25,7
56,3	0,220	52,3
178	0,101	105
89,1	0,164	71,3
28,2	0,341	33,3
35,6	0,295	39,9
112	0,141	80,8

Eerst worden de parameters van de viscositeit (k en n) berekend. Daarna A en b van het eerste normaalspanningsverschil. Vervolgens kunnen met deze gegevens de fout in het Re-getal en in het Stroomingsgetal van deze vloeistof berekend worden.

Het aantal metingen (N) voor η is 13.

De computeruitvoer geeft $k=2,91$, $n-1=-0,640$ en $s=0,0446$.

Om $s_{\alpha_1}^2$ en $s_{\beta_1}^2$ te berekenen (zie hoofdstuk 7) moeten $\overline{\ln \dot{\gamma}}$ en

$\Sigma(\ln \dot{\gamma}_i - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2$ bekend zijn. Deze zijn uit tabel 1 te berekenen.

Er geldt: $\overline{\ln \dot{\gamma}} = 2,84$ en $\Sigma(\ln \dot{\gamma}_i - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2 = 32,97$.

$$s_{\alpha_1}^2 = \frac{s^2}{\Sigma(\ln \dot{\gamma}_i - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2} \quad (48)$$

$$\text{en } s_{\beta_1}^2 = \frac{s^2}{N} \quad (49)$$

Invullen van de gegevens levert:

$$s_{\alpha_1}^2 = 6,04 \cdot 10^{-5} \quad (\text{E-1a}) \quad \text{en} \quad s_{\beta_1}^2 = 1,53 \cdot 10^{-4} \quad (\text{E-1b})$$

Ook geldt: $\frac{s_k}{k} = s_{\alpha_1}$ en $\frac{s_n}{n} = \frac{s_{\beta_1}}{n_1}$.

Deze standaardafwijkingen moeten nog omgerekend worden naar een 95% fouteninterval.

$$\frac{B_k}{k} = t_{0,95}(12) \cdot \frac{s_k}{k} \quad \text{en}$$

$$\frac{B_n}{n} = t_{0,95}(12) \cdot \frac{s_n}{n}$$

$$t_{0,95} = 1,782.$$

$$\text{Dit levert } \frac{B_k}{k} = 1,4\% \quad (\text{E-2a}) \quad \text{en} \quad \frac{B_n}{n} = 6,1\% \quad (\text{E-2b})$$

Zo'n zelfde berekening kan voor A en b opgezet worden. Het aantal metingen voor F_1 bedraagt 11.

De computeruitvoer geeft $A = 10,4$, $b = 0,578$ en $s = 0,06928$.

Invullen van de vergelijkingen 48 en 49 levert

$$s_{\alpha_2}^2 = 2,89 \cdot 10^{-4} \quad (\text{E-3a}) \quad \text{en} \quad s_{\beta_2}^2 = 4,36 \cdot 10^{-4} \quad (\text{E-3b})$$

Omrekenen naar een 95% fouteninterval levert: ($t_{0,95}(10) = 1,812$)

$$\frac{B_A}{A} = 3,1\% \quad (\text{E-4a}) \quad \text{en} \quad \frac{B_b}{b} = 6,5\% \quad (\text{E-4b})$$

Om de fout in de Re-getallen van oplossing 15 te berekenen moet $\Delta\eta/\eta$ bekend zijn. Eerst moet hiervoor B_η/η berekend worden. Dit kan door invullen van vergelijking 51.

$$\left(\frac{s_\eta}{\eta}\right)^2 = s_{\alpha_1}^2 (\ln \dot{\gamma} - \overline{\ln \dot{\gamma}})^2 + s_{\beta_1}^2 \quad (51a)$$

η wordt berekend bij $\dot{\gamma} = 104,7 \times N \times D$.

Stromingsprofiel 1 treedt in oplossing 15 op bij een toerental van $N = 3,80$. $D = 0,064$ m, dus $\ln \dot{\gamma} = 3,24$.

Met bovengenoemde gegevens levert dit:

$$\frac{s_\eta}{\eta} = 1,24 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{B_\eta}{\eta} = t_{0,95}(12) \cdot \frac{s_\eta}{\eta} = 2,2\%.$$

Ook kan meteen de mogelijke fout in η berekend worden via

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = t_{0,99}(12) \cdot \frac{s_\eta}{\eta} = 3,3\%$$

Uit hoofdstuk 7 formule 57 volgt

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta\eta}{\eta}$$

$$\text{met } \frac{\Delta N}{N} = 5\% \text{ volgt hieruit } \frac{\Delta Re}{Re} = 8,3\%$$

Dit is dus de fout in het Re-getal bij stromingsprofiel 1 en oplossing 15.

De fout in het stromingsgetal wordt berekend door het invullen van vergelijking 63. Hiervoor is het handig eerst C_1 en C_2 te berekenen. De benodigde gegevens zijn: $A=10,4$, $b=0,578$, $k=2,91$, $n=0,360$, $N=3,80$, $D=0,064$ en $\rho=1009$.

$$C_1 = \frac{A}{\rho} (b+1) \frac{(104,7 \times N \times D)^b}{104,7 \times N^2 \times D^3} = 0,267$$

$$C_2 = \frac{k}{\rho} 75 n \frac{(104,7 \times N \times D)^n}{104,7 \times N^2 \times D^2} = 0,0403$$

Invullen levert:

$$\left(\frac{B_{Sg}}{Sg} \right) = 0,143 = 14,3\%$$

Dit is dus het statistisch berekende 95% foutengebied van het Stromingsgetal bij stromingsprofiel 1 en oplossing 15.

Op bovenstaande manier kan van elk stromingsgetal de fout berekend worden. Dit is niet voor alle oplossingen gedaan.

Het betrof hier een vrij goede meting van de normaalspanning en een vrij slechte bepaling van n .

Appendix F: De met behulp van $E = \varepsilon N$ berekende toerentallen

opl.	vat	berekende toerental bij het stromingsprofiel						
		1	2	3	4	5	6	7
1	A	1,56	2,03	3,45	6,03			
2	A	0,76	0,98	1,66	2,88			
3	A	5,63	6,85					
4	A	3,33	3,99	5,76				
5	A	3,54	4,37	6,73				
6	A	2,67	3,28	5,00	7,79			
7	A	1,98	2,51	4,09	6,82			
8	A	2,47	3,01	4,47	6,79			
9	A	12,6	15,9					
10	A	8,95	12,8	26,2				
11	A	9,13	12,5	23,5				
12	A	0,70	0,91	1,55	2,71			
13	B	2,34	2,98	3,87	5,45	13,3	15,3	17,4
14	A	3,94	5,03	8,28				
15	A	4,49	5,72	9,33				
16	A	3,40	4,35	7,13				
	B	2,03	2,61	3,40	4,82	11,9	13,8	15,7
17	A	1,70	2,23	3,89	6,97			
	B	1,00	1,32	1,78	2,63	7,27	8,56	9,87
18	A	0,37	0,53	1,07	2,27			
	B	0,21	0,30	0,44	0,73	2,69	3,33	3,99
19	A	3,31	4,48	8,29	15,8			
	B	1,93	2,62	3,64	5,62	17,3	20,8	24,3
20	B	0,40	0,59	0,88	1,50	6,02	7,54	9,15
21	A	0,63	0,89	1,77	3,63			
	B	0,36	0,51	0,74	1,20	4,21	5,16	6,14
22	A	1,21	1,58	2,73	4,83			
	B	0,99	1,29	1,73	2,54	6,86	8,06	9,26
23	A	0,70	1,00	2,03	4,28			
	B	0,40	0,57	0,84	1,38	5,06	6,24	7,48

vat A: $D = 0,064$ m

B: $D = 0,096$ m