AFSTUDEERONTWERP

ALGEMENE WATERBOUWKUNDE

DEELONTWERP

GETIJDEN

I

Afstudeerontwerp Algemene Waterbouwkunde

Deelontwerp: Getijden

N. van Ginkel

I

INHOUD

	blz.
Probleemstelling	1
Beschikbare gegevens	1
Schematisatie	2
Berekeningsmethoden	2
De berekening met de éédimensionale harmonische methode	3
Berekening met de kelvingolf	12
Vergelijking tussen de kelvingolf en de harmonische methode	18
Bespreking van de resultaten van de één-dimensionale harmonische getijberekening	22
Literatuur	25

Probleemstelling

Wanneer het Eijerlandse zeegat wordt afgesloten, zal er een kom overblijven met een oppervlakte van ongeveer 3 x 4 km^2. In deze kom zal een waterbeweging ontstaan onder invloed van het getij. De hierbij optredende vul- en ledigingsstroming zal oorspronkelijk niet sterk genoeg zijn om sedimentatie van zand voorbij de brandingszone te voorkomen. Ten gevolge van deze sedimentatie zal er een profielsvernauwing plaatsvinden, welke zal doorgaan totdat de stroomsterkte zodanig is toegenomen dat deze evenveel zand wegvoert als er wordt afgezet. De vul- en ledigingsstroming zal dus na verloop van tijd plaatsvinden door één of meer geulen.

In verband met de vrij grote stroomsterkte in deze geulen is het mogelijk dat door een ongunstige ligging ervan de bestaande kust zal gaan eroderen. Daarom is het van belang de plaats en richting van deze geulen van te voren te bepalen, zodat de nodige beschermende maatregelen kunnen worden genomen.

Aangezien de stroming in de kom wordt veroorzaakt door het getij buiten de kom, zal om deze stroming te kunnen voorspellen allereerst het getij buiten de kom bekend moeten zijn.

In dit deelontwerp "Getijden" wordt het getij buiten de kom bepaald.

Beschikbare gegevens

In de omgeving van het Eijerlandse zeegat zijn geen getijdemetingen verricht. In verband hiermede moet worden volstaan met de gegevens voor het verticale getij, zoals deze in diagrammen voor de nederlandse kust zijn opgesteld. Opdat de randvoorwaarden niet zullen veranderen ten gevolge van de afsluiting van het zeegat, moeten zij buiten de invloedssfeer van het zeegat worden gekozen. Op grond hiervan zijn als randvoorwaarden de verticale getijden ter plaatse van strandpaal 20 op Texel en van strandpaal 43 op Vlieland uit de diagrammen bepaald. De randvoorwaarden zijn:

h_{20} = 0,71 m $\quad$ h_{43} = 0,775 m, terwijl het faseverschil tussen beide punten overeenkomst met een tijdsverschil van 30 minuten.

De gegevens omtrent de diepte in het kustvak tussen strandpaal 20 en 43 bestaan uit de lodingkaart, welke is weergegeven op bijlage 1.

Schematisatie

Op grond van de beschikbare gegevens is het gebied waarvoor de berekening wordt uitgevoerd geschematiseerd tot een vak waarvan de begrenzingen worden gevormd door

a) de als een vloeiende lijn getrokken kustlijn,

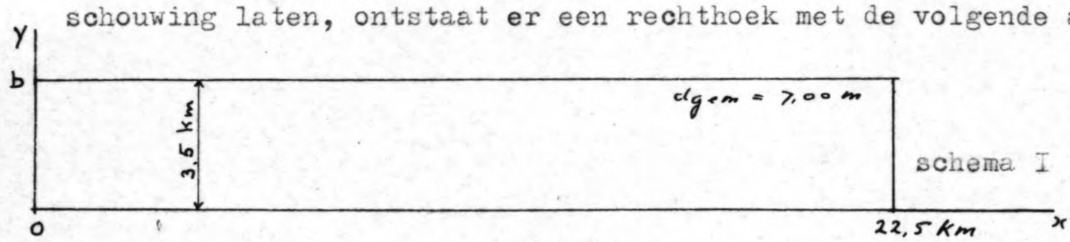
b) een lijn evenwijdig aan de kustlijn op een afstand van 3,5 km,

c) een lijn loodrecht op de kust ter plaatse van strandpaal 20,

d) een lijn loodrecht op de kust ter plaatse van strandpaal 43,

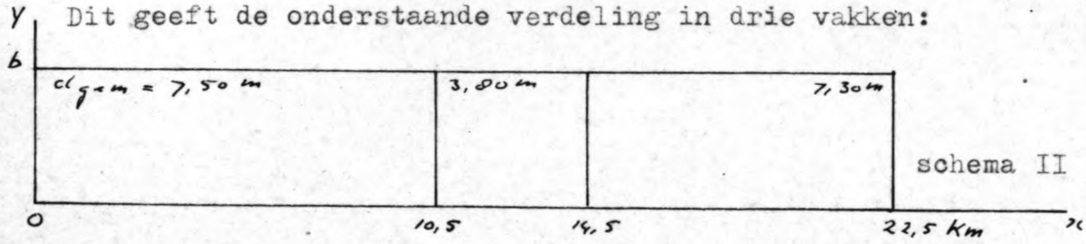
zoals op bijlage 1 is aangegeven. [1]

Wanneer we de invloed van de kromming van de kustlijn buiten beschouwing laten, ontstaat er een rechthoek met de volgende afmetingen:

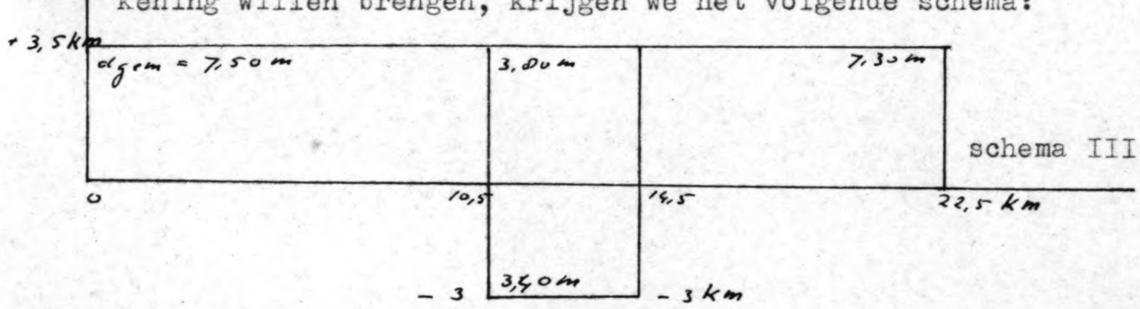


Uit de lodingkaart volgt voor dit gebied een gemiddelde diepte van 7,00 m.

Wat betreft de diepte kan de rechthoek beter in drie delen verdeeld worden, waarin de diepte ongeveer een constante waarde heeft. Dit geeft de onderstaande verdeling in drie vakken:



Wanneer we ook de invloed van de berging van de na de afsluiting overblijvende kom, waarvan de afmetingen globaal 3 x 4 km^2 zijn, in rekening willen brengen, krijgen we het volgende schema:



De berekeningsmethoden

De berekening wordt uitgevoerd met de ééndimensionale harmonische methode en met de kelvingolf voor schema I. Voor de schema's II en III wordt de berekening alleen met de ééndimensionale harmonische methode uitgevoerd.

---

[1]) De pos. x-richting is gekozen in de richting van de vloedstroom.

De berekening met de ééndimensionale harmonische methode

Afleiding van de formules:

We gaan uit van de bekende vergelijkingen:

bewegingsvergelijking: $\frac{dh}{dx} = -\frac{1}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\hat{Q}}{C^2A^2R} \cdot Q$ (1)

continuïteitsvergelijking: $\frac{\partial Q}{\partial x} = -b \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$ (2)

$\frac{1}{gA} = m$; $\frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\hat{Q}}{C^2A^2R} = k$

Differentiëren van (1) naar x en (2) naar t geeft:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -m \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial x . \partial t} - k \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x . \partial t} = -b \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (4)$$

(2) en (4) in (3) geeft:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = mb \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + kb \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5)$$

Dit is de telegraafvergelijking

Ons getij is gegeven in de vorm $h_x = \hat{h}_x \cos(\omega t + \varphi_x)$. Wanneer we dit als oplossing stellen voor de telegraafvergelijking, dan leidt dat tot een lastige berekening, aangezien:

$$\hat{h}_x \cos(\omega t + \varphi_x) = \tfrac{1}{2} \hat{h}_x (e^{j(\omega t + \varphi_x)} + e^{-j(\omega t + \varphi_x)}).$$

We stellen liever $h_x = \hat{h}_x \cdot e^{j(\omega t + \varphi_x)} =$

$$= \frac{\hat{h}_x}{2} (e^{j(\omega t + \varphi_x)} + e^{-j(\omega t + \varphi_x)}) + \frac{\hat{h}_x}{2} (e^{j(\omega t + \varphi_x)} - e^{-j(\omega t + \varphi_x)}) =$$

$$= \hat{h}_x \cos(\omega t + \varphi_x) + \hat{h}_x j \sin(\omega t + \varphi_x).$$

Wanneer we dit doen, moeten we

1) de randvoorwaarden omzetten en 2) de uitkomsten omzetten.

Bij de berekening rekenen we bij t = 0. We laten daarbij dus de algemene factor $e^{j\omega t}$ buiten beschouwing. De omzettingen geschieden dan als volgt:

1) $h_x = \hat{h}_x \cos\varphi_x$ wordt $h_x = \hat{h}_x \cos\varphi_x + \hat{h}_x j \sin\varphi_x =$

$= a + bj$, waarin $a = \hat{h}_x \cdot \cos\varphi_x$ en $b = \hat{h}_x \cdot \sin\varphi_x$

2) de uitkomst $h_x = a + bj$ wordt $h_x = \hat{h}_x \cos\varphi_x$ door te stellen:

$\hat{h}_x = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\varphi_x = \operatorname{arctg} b/a$

De oplossing voor alle t luidt dan: $h_x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\omega t + \operatorname{arctg} b/a)$

Als nu $\varphi_x = q \cdot x$ en $h_x = C \cdot e^{px}$, dan wordt:

$h_x = C \cdot e^{j\omega t + jqx + px}$

Stellen we hierin $p + jq = r$, dan wordt de te stellen oplossing:

$h_x = C \cdot e^{j\omega t + rx}$. Dit geeft:

$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = C \cdot r^2 \cdot e^{j\omega t + rx}$ $\qquad$ $\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = - C \cdot \omega^2 \cdot e^{j\omega t + rx}$

$\frac{\partial h}{\partial t} = C \cdot j \cdot \omega \cdot e^{j\omega t + rx}$. $\qquad$ Invullen in (5) geeft:

$$r^2 = - m\, b\, \omega^2 + k\, b\, j\, \omega \tag{6a}$$

$$\text{en } r = \pm \sqrt{- m\, b\, \omega^2 + j\, k\, b\, \omega} \tag{6b}$$

Dit geeft als algemene oplossing:

$$h_x = C_1\, e^{j\omega t + rx} + C_2\, e^{j\omega t - rx} \tag{7}$$

Dit stellen twee golven voor, één in de + x-richting en één in de - x-richting, waarbij p de dempingsfactor en q de fasefactor voorstelt.

$r = p + jq$ geeft in (6a):

$r^2 = p^2 - q^2 + 2\, j\, p\, q = - m\, b\, \omega^2 + j\, k\, b\, \omega$, zodat:

$$p^2 - q^2 = - m\, b\, \omega^2 \quad \text{en } 2\, pq = k\, b\, \omega \text{ of } \quad p = \frac{k\, b\, \omega}{2q} \tag{8}$$

Dit geeft: $p^2 - q^2 = \frac{k^2 b^2 \omega^2}{4q^2} - \frac{4q^4}{4q^2} = - mb\,\omega^2 \cdot \frac{4q^2}{4q^2}$

of $q^4 - mb\,\omega^2 q^2 - \frac{k^2 b^2 \omega^2}{4} = 0$

$q^2 = \frac{mb\,\omega^2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{m^2 b^2 \omega^4 + k^2 b^2 \omega^2}$ $\qquad$ niet $\pm\sqrt{\ }$, want q is reëel verondersteld.

$$\text{zodat } q = \pm\sqrt{\frac{mb\,\omega^2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{m^2 b^2 \omega^4 + k^2 b^2 \omega^2}} \tag{9}$$

terwijl p volgt uit (8): $p = \frac{kb\,\omega}{2q}$

De oplossing voor h luidt dus:

$$h = C_1\, e^{j\omega t + jqx + px} + C_2\, e^{j\omega t - jqx - px} \tag{7a}$$

waarin p en q volgen uit (8) en (9).

Voor Q vinden we als oplossing:

$$Q = \frac{- bj\omega}{r} \left\{ C_1\, e^{j\omega t + jqx + px} + C_2\, e^{j\omega t - jqx - px} \right\} \tag{10}$$

waarvan de juistheid volgt uit de controle: $\frac{\partial Q}{\partial x} = - \frac{b \partial h}{\partial t}$

De waarden van C_1 en C_2 volgen uit de randvoorwaarden.

Stel ter plaatse $x = 0$ $h(0,t)$ en $Q(0,t)$ bekend, dan vinden we:

$$h(0,t) = \hat{h}_0 \cdot e^{j\omega t} = (C_1 + C_2)\, e^{j\omega t} \; ; \quad C_1 + C_2 = \hat{h}_0$$

$$Q(0,t) = \hat{Q}_0 \cdot e^{j\omega t} = -\frac{jb\omega}{r}(C_1 - C_2)\, e^{j\omega t} ; \quad C_1 - C_2 = -\frac{r}{jb\omega}\hat{Q}_0$$

Dit geeft:

$$C_1 = \tfrac{1}{2}\hat{h}_0 - \tfrac{1}{2}\frac{r}{jb\omega}\cdot\hat{Q}_0 \tag{11}$$

$$C_2 = \tfrac{1}{2}\hat{h}_0 + \tfrac{1}{2}\frac{r}{jb\omega}\cdot\hat{Q}_0 \tag{12}$$

De oplossingen voor h en Q worden nu:

$$h(x,t) = \left\{\left(\tfrac{1}{2}\hat{h}_0 - \tfrac{1}{2}\frac{r}{jb\omega}\cdot\hat{Q}_0\right)e^{rx} + \left(\tfrac{1}{2}\hat{h}_0 + \tfrac{1}{2}\frac{r}{jb\omega}\cdot\hat{Q}_0\right)e^{-rx}\right\}\cdot e^{j\omega t}$$

$$= \tfrac{1}{2}h(0,t)\left(e^{rx} + e^{-rx}\right) - \tfrac{1}{2}\frac{r}{jb\omega}\cdot Q(0,t)\left(e^{rx} - e^{-rx}\right), \quad \text{zodat:}$$

$$h(x,t) = h(0,t)\cosh rx - \frac{r}{jb\omega}\cdot Q(0,t)\sinh rx \quad \text{en} \tag{13}$$

$$Q(x,t) = -\frac{jb\omega}{r}\cdot h(0,t)\sinh rx + Q(0,t)\cosh rx \tag{14}$$

De vergelijkingen (13) en (14) zijn de zogenaamde <u>vierpoolvergelijkingen</u>. Met deze vierpoolvergelijkingen kunnen we dus $h(x,t)$ en $Q(x,t)$ berekenen als $h(0,t)$ en $Q(0,t)$ gegeven zijn. Om het rekenen te vereenvoudigen gaan we nu nog enkele nieuwe waarden invoeren:

$bL = B \qquad mL = M \qquad kL = K$

$$\text{Dan } rL = \sqrt{-\omega^2 . MB + j\omega BK}$$

$$= \sqrt{j\omega B\,(K + j\omega M)}$$

We stellen nu $K + j\omega M = R_I$ en $\frac{1}{j\omega B} = R_{II}$

$$\text{Dan is } rL = \sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}} \quad \text{en} \quad \frac{rL}{j\omega B} = R_{II}\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}} = \sqrt{R_I \cdot R_{II}} = z$$

Nu worden de vierpoolvergelijkingen voor $x = L$ en $t = 0$:

$$h_L = h_0 \cosh\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}} - z\,Q_0 \sinh\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}}$$

$$Q_L = Q_0 \cosh\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}} - \frac{1}{z}\,h_0 \sinh\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}}$$

Nu geldt: $rL = pL + jqL = P + jQ$

zodat: $P = \frac{KB\omega}{2Q}$ en

$$Q = \sqrt{\frac{MB\,\omega^2}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{M^2B^2\omega^4 + K^2B^2\omega^2}}$$

Verder geldt:

$$\cosh rL = \cosh\sqrt{\frac{R_I}{R_{II}}} = \cosh(P + jQ) \quad \text{en}$$

$$\cosh (P + jQ) = \cosh P \cosh jQ + \sinh P \sinh jQ$$
$$= \cosh P \cos Q + j \sinh P \sin Q$$

$$\sinh (P + jQ) = \sinh P \cosh jQ + \cosh P \sinh jQ$$
$$= \sinh P \cos Q + j \cosh P \sin Q$$

Verder stellen we:

$$\cosh (P + jQ) = L$$
$$- z \sinh (P + jQ) = M$$
$$- \frac{1}{z} \sinh (P + jQ) = N$$

De uiteindelijke vergelijkingen worden nu:

$$h_L = L\, h_0 + MQ_0$$
$$Q_L = N\, h_0 + LQ_0$$

Aangezien $L^2 - MN = \cosh^2 (P + jQ) - \sinh^2 (P + jQ) = 1$ hebben we een mogelijkheid om het rekenwerk te controleren.

Wanneer we rekenen met drie vakken krijgen we:

$$h_1 = L_1\, h_0 + M_1Q_0 \qquad Q_1 = N_1\, h_0 + L_1Q_0$$
$$h_2 = L_2\, h_1 + M_2Q_1 \qquad Q_2 = N_2\, h_1 + L_2Q_1$$
$$h_3 = L_3\, h_2 + M_3Q_2 \qquad Q_3 = N_3\, h_2 + L_3Q_2$$

Bekend zijn h_0 en h_3. Onbekend zijn h_1, h_2, Q_0, Q_1, Q_2 en Q_3, zodat we 6 vergelijkingen met 6 onbekenden hebben. Om deze vergelijkingen op te lossen nemen we Q_0 als bekend aan. We krijgen dan:

$$h_1 = L_1h_0 + M_1Q_0$$
$$Q_1 = N_1h_0 + L_1Q_0$$
$$h_2 = (L_2L_1 + M_2N_1)\, h_0 + (L_2M_1 + M_2L_1)\, Q_0 = L_{1+2}\cdot h_0 + M_{1+2}\cdot Q_0$$
$$Q_2 = (N_2L_1 + L_2N_1)\, h_0 + (N_2M_1 + L_2L_1)\, Q_0 = N_{1+2}\cdot h_0 + 0_{1+2}\cdot Q_0$$

$$
\begin{aligned}
h_3 &= \left\{ L_3 \cdot (L_2 L_1 + M_2 N_1) + M_3 \cdot (M_2 L_1 + L_2 N_1) \right\} \cdot h_0 \\
&\quad + \left\{ L_3 \cdot (L_2 M_1 + M_2 L_1) + M_3 \cdot (N_2 M_1 + L_2 L_1) \right\} \cdot Q_0 \\
&= L_{1+2+3} \cdot h_0 + M_{1+2+3} \cdot Q_0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Q_3 &= \left\{ N_3 \cdot (L_2 L_1 + M_2 N_1) + L_3 \cdot (N_2 L_1 + L_2 N_1) \right\} \cdot L_0 \\
&\quad + \left\{ N_3 \cdot (L_2 M_1 + M_2 L_1) + L_3 \cdot (N_2 M_1 + L_2 L_1) \right\} \cdot Q_0 \\
&= N_{1+2+3} \cdot h_0 + O_{1+2+3} \cdot Q_0
\end{aligned}
$$

Welke waarden moeten we nu aanhouden voor K, M en B ?

B = bergende opp. = $b_{gem} \cdot L$

$M = \frac{L}{gA}$ L en g zijn constant.

Voor $\frac{1}{A}$ kunnen we schrijven $\frac{1}{b.a_m(1 + \frac{h_1}{a_m})} = \frac{1}{A_{gem}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h_1}{a_m}}$

$\frac{1}{1 + \frac{h_1}{a_m}}$ kunnen we opvatten als de som van een meetkundige reeks met reden: $-\frac{h_1}{a_m}$, waarbij we dus $h_1 < a_m$ stellen.

Deze reeks is dus: $n = 1 - \frac{h_1}{a_m} + \frac{h_1^2}{a_m^2} - \frac{h_1^3}{a_m^3} \; \ldots\ldots$

Nu is: $h_1 = \hat{h}_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$, zodat de reeks wordt:

$$n = 1 - \frac{\hat{h}_1}{a_m} \cos(\omega t - \varphi_1) + \frac{\hat{h}_1^2}{a_m^2} \cos^2(\omega t - \varphi_1) - \ldots\ldots$$

Uitwerken hiervan geeft $n = n_0 - n_1 \cos(\omega t - \varphi_1) + n_2 \cos 2(\omega t - \varphi_1) - \ldots$

Aangezien we het M_2-getij beschouwen hebben we alleen n_0 nodig. Deze vinden we als volgt:

$$\frac{h_1^2}{a_m^2} \cos^2(\omega t - \varphi_1) = \frac{h_1^2}{2a_m^2} \cdot \cos 2(\omega t - \varphi_1) + \frac{h_1^2}{2a_m^2}, \text{ zodat}$$

$n_0 = 1 + \frac{h_1^2}{2a_m^2}$, waarbij de termen met een hogere graad dan 2 zijn verwaarloosd.

$$K = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\hat{Q}.L}{C^2A^2a_r}$$

$C^2A^2a_r = C^2b_s^2 \frac{a_r}{a_m} a_m^3$ Hierin is de verhouding $(\frac{a_r}{a})$ bijna constant en $= (\frac{a_r}{a})_m$, zodat:

$$C^2A^2a_r = C^2b_s^2 \frac{a_{r_m}}{a_m} a_m^3 \cdot (1 + \frac{h}{a_m})^3 = (C^2A^2a_r)_m \cdot (1 + \frac{h}{a_m})^3, \text{ zodat:}$$

$$K = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{QL}{(C^2A^2a_r)_m} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{h}{a_m})^3}$$ enz.

$$\frac{1}{\left(1+\frac{h_1}{a_m}\right)^3} = \frac{1}{1+\frac{3h_1}{a_m}+\frac{3h_1^2}{a_m^2}+\frac{h_1^3}{a_m^3}}$$

Dit vatten we op als de som van een meetkundige reeks met reden:

$$-\left(\frac{3\,h_1}{a_m}+\frac{3\,h_1^2}{a_m^2}+\frac{h_1^3}{a_m^3}\right).$$ Deze reeks is dan:

$$n = 1 - \left(\frac{3h_1}{a_m}+\frac{3h_1^2}{a_m^2}+\frac{h_1^3}{a_m^3}\right) + \left(\frac{3h_1}{a_m}+\frac{3h_1^2}{a_m^2}+\frac{h_1^3}{a_m^3}\right)^2 - \ldots\ldots$$

Hierin is $h_1 = \hat{h}_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$

Uitwerken van deze reeks geeft:

$$n = n_0 - n_1 \cos(\omega t - \varphi_1) + n_2 \cos 2(\omega t - \varphi_1) - \ldots\ldots$$

waarvan we bij M_2-getij alleen n_0 nodig hebben.

Deze vinden we bij verwaarlozing van de termen met een hogere graad dan 2 als:

$$n_0 = 1 + \frac{3h_1^2}{a_m^2}$$

De <u>randvoorwaarden</u>

Gegeven zijn:

$h_0 = \hat{h}_0 \cos \omega t$

$\hat{h}_0 = \quad 0{,}71 \text{ m}$

$h_L = \hat{h}_L \cos \omega (t - \tau)$

$\hat{h}_L = \quad 0{,}775 \text{ m}$

τ = 30 minuten = 1800 seconden.

Bij deze berekening stellen we echter niet:

$h = \hat{h} \cos (\omega t - \varphi)$ maar $h = \hat{h} \left\{ \cos (\omega t - \varphi) + j \sin (\omega t - \varphi) \right\}$

terwijl we de berekening uitvoeren bij t = 0. Dit geeft:

$h_0 = 0{,}71 (\cos 0 + j \sin 0) = 0{,}71$

$h_L = 0{,}775 \left\{ \cos (-\omega\tau) + j \sin (-\omega\tau) \right\} = 0{,}775 \cos \omega\tau - 0{,}775 \, j \sin \omega\tau$

$\omega = 1{,}405 \, . \, 10^{-4} \text{ rad/sec}$

$\tau = 1800 \text{ sec} \qquad \omega\tau = 0{,}2525 \text{ rad.}$

$\cos \omega\tau = 0{,}968 \qquad \sin \omega\tau = 0{,}249$ geeft:

$h_L = 0{,}750 - 0{,}194 \, j$

zodat de randvoorwaarden luiden:

$h_0 = 0{,}71$

$h_L = 0{,}75 - 0{,}194 \, j.$

De <u>berekening</u>:

De berekening is uitgevoerd voor de schema's I, II en III.
Op bijlage 2 zijn de verschillende waarden voor L, M en N bepaald.
Op bijlage 3 zijn de waarden voor L,M, N en O weergegeven, welke worden verkregen door aaneenschakeling van de vakken.
Op bijlage 4 zijn de uitkomsten voor de amplitude en de fase van het getij in de verschillende raaien weergegeven.
De uitkomsten welke verkregen zijn bij schema III voor de raaien 1 en 2 luiden in reële vorm:

$Q_1 = 8{,}42 \, . \, 10^3 \cos (\omega t + 1{,}204) \text{ m}^3/\text{sec}$

$Q_2 = 5{,}76 \, . \, 10^3 \cos (\omega t + 1{,}107) \text{ m}^3/\text{sec}$

$h_1 = 0{,}752 \cos (\omega t - 0{,}0999) \text{ m}$

$h_2 = 0{,}761 \cos (\omega t - 0{,}233) \text{ m}$

Uit deze uitkomsten kunnen worden afgeleid:

$\bar{Q}_{II} = 7{,}09 \cdot 10^3 \cos(\omega t + 1{,}155)\ m^3/sec$

$\bar{h}_{II} = 0{,}756 \cdot \cos(\omega t - 0{,}166)\ m$

$h_2 - h_1 = \Delta h = 0{,}101 \cdot \cos(\omega t + 1{,}492)\ m$

$\frac{\partial \bar{h}_{II}}{\partial t} = 1{,}062 \cdot 10^{-4} \cos(\omega t + 1{,}404)\ m/sec$

Op bijlage 5 is het verloop van de waarden voor Q_1, Q_2, h_1, h_2, $\bar{Q}_{II}$, $\bar{h}_{II}$, Δh en $\frac{\partial \bar{h}_{II}}{\partial t}$ met de tijd weergegeven.

Berekening met de kelvingolf

Afleiding van de formules:

We gaan uit van de bekende vergelijkingen voor een tweedimensionaal stromingsbeeld:

bewegingsvergelijkingen: $$\frac{\partial u}{t} - \Omega v + \lambda u = - g \frac{\partial h}{x} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Omega u + \lambda v = - g \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (2)$$

continuïteitsvergelijking: $$a \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + a \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

De betekenis van de gebruikte symbolen is:

t = tijd

x, y = coördinaten van de punten t.o.v. een rechthoekig coördinatenstelsel,

u, v = componenten van de snelheid resp. in de x- en de y-richting,

a = de diepte t.o.v. de middenstand,

h = de hoogte t.o.v. de middenstand,

Ω = de coëfficiënt van Coriolis,

g = de versnelling van de zwaartekracht,

λ = de linearisatiecoëfficiënt van de weerstand.

Wanneer we aannemen dat de stroomrichting evenwijdig aan de kust is, is de snelheid in de y-richting nul dus $v = 0$.

De vergelijkingen krijgen dan de volgende vorm:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \lambda u = - g \frac{\partial h}{\partial x} \qquad (1a)$$

$$\Omega u = - g \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (2a)$$

$$a \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (3a)$$

De grootte van λ bedraagt voor het M_2-getij: $\lambda = \frac{8}{3\pi} \frac{g U}{C^2 a}$

Hierin is $U = \hat{u}$

Wanneer we als oplossing van deze vergelijkingen stellen dat:

$$h = H \cdot e^{a_1 x + a_2 y + j (b_1 x + b_2 y) + j \omega t}$$

en

$$u = U \cdot e^{a_1 x + a_2 y + j (b_1 x + b_2 y) + j \omega t}$$

Dan wordt hieraan voldaan wanneer:

$$a_1 = \left\{ \frac{\omega}{2ga} \cdot (q - \omega) \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad a_2 = \frac{\Omega}{q} \left\{ \frac{\omega}{2ga} (q + \omega) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$b_1 = \left\{ \frac{\omega}{2ga} \cdot (q + \omega) \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad b_2 = \frac{\Omega}{q} \left\{ \frac{\omega}{2ga} (q - \omega) \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (4)$$

waarin $q = (\omega^2 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}$

Dat de oplossingen voldoen kunnen we controleren door invullen in de vergelijkingen (1a), (2a) en (3a):

$$\frac{\partial h}{\partial x} = (a_1 + jb_1)\,h \qquad \frac{\partial h}{\partial y} = (a_2 + jb_2)\,h \qquad \frac{\partial h}{\partial t} = j\omega h$$

Invullen in (2a) geeft: $\Omega u = -\,gh\,(a_2 + jb_2) \qquad u = -\frac{gh}{\Omega}(a_2 + jb_2)$

Dit geeft: $\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{g}{\Omega}(a_2 + jb_2)\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{g}{\Omega}\,j\omega h\,(a_2 + jb_2)$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{g}{\Omega}(a_2 + jb_2)\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{gh}{\Omega}(a_2 + jb_2).(a_1 + jb_1)$$

$$(a_2 + jb_2)(a_1 + jb_1) = a_1a_2 - b_1b_2 + j(a_1b_2 + a_2b_1)$$

Uit de vergelijking (4) volgt: $a_1a_2 = b_1b_2$

$$a_1b_2 = \frac{\Omega}{q} - \frac{\omega}{2ga}(q - \omega) \qquad a_2b_1 = \frac{\Omega}{q}\,.\,\frac{\omega}{2ga}(q + \omega) \qquad \text{zodat:}$$

$$j(a_1b_2 + a_2b_1) = \frac{j\Omega}{q}\,.\,\frac{\omega}{2ga}\,.\,2q = j\,\Omega\,.\,\frac{\omega}{ga}$$

Dit geeft: $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{h\omega j}{a}$ of $a\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial t}$ = de continuïteitsvergelijking(3a).

Invullen in (1a) geeft:

$$-\frac{g}{\Omega}\,j\omega\,(a_2 + jb_2)h - \frac{g\lambda}{\Omega}(a_2 + jb_2)h = -g\,(a_1 + jb_1)h \qquad \text{of}$$

$$.\,\frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} = j\omega + \lambda$$

Invullen van de waarden van a_1, b_1, a_2 en b_2 geeft:

$$\Omega\,.\,\frac{a_1 - jb_1}{a_2 - jb_2} = q\,.\,\frac{(q-\omega)^{\frac{1}{2}} + j\,(q+\omega)^{\frac{1}{2}}}{(q+\omega)^{\frac{1}{2}} + j\,(q-\omega)^{\frac{1}{2}}} = j\omega + \lambda$$

Kwadrateren geeft: $q^2\,.\,\frac{-\,2\omega + 2j\,(q^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}}}{+\,2\omega + 2j\,(q^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}}} = -\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2$

$q^2 = \omega^2 + \lambda^2$ geeft: $\omega^2 + \lambda^2\,.\,\frac{-\omega + j\lambda}{+\omega + j\lambda} = -\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2$

Vermenigvuldigen van het linkerlid van de vergelijking onder en boven met $\omega - j\lambda$ geeft:

$$\omega^2 + \lambda^2\,.\,\frac{-\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2}{\omega^2 + \lambda^2} = -\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2 \qquad \text{of:}$$

$$-\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2 = -\,\omega^2 + 2j\omega\lambda + \lambda^2$$

Hiermee is de juistheid van de gegeven oplossingen bewezen.

In reële vorm luidt de oplossing van de kelvingolf:

$$h = H_1\ (x,y)\cos\omega t + H_2\ (x,y)\sin\omega t \qquad (5)$$

waarin:

$$H_1(x,y) = e^{a_1x + a_2y}\left\{A\cos(b_1x + b_2y) + B\sin(b_1x + b_2y)\right\} + e^{-(a_1x + a_2y)}\left\{C\cos(b_1x + b_2y) + D\sin(b_1x + b_2y)\right\} \qquad (6a)$$

$$H_2(x,y) = e^{a_1x + a_2y}\left\{B\cos(b_1x + b_2y) - A\sin(b_1x + b_2y)\right\} + e^{-(a_1x + a_2y)}\left\{-D\cos(b_1x + b_2y) + C\sin(b_1x + b_2y)\right\} \qquad (6b)$$

Deze constanten A, B, C en D worden bepaald met behulp van de randvoorwaarden.

Als h (x,b) en h (x,0) zijn berekend kan Q berekend worden:

$$\Omega u = -g \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (2a)$$

$$\text{zodat } Q_x = -a\int_0^b u\ (x,y)\ dy\ ; \quad Q_x = -\frac{ag}{\Omega}\left\{h\ (x,b) - h\ (x,0)\right\} \qquad (7)$$

De <u>randvoorwaarden</u>

Gegeven: $\hat{h}\ (0,0) = 0{,}71$ m

$\hat{h}\ (L,0) = 0{,}775$ m

τ = 30 minuten = 1800 seconden

Aangezien we rekenen met het M_2-getij, kunnen we de randvoorwaarden de volgende vorm geven:

$h\ (0,0) = 0{,}71\ \sin\omega t$

$h\ (L,0) = 0{,}775\ \sin\omega(t-\tau) = 0{,}775\ (\sin\omega t\cos\omega\tau - \cos\omega t\sin\omega\tau)$

$\tau = 1800$ sec ; $\omega = 1{,}405 \cdot 10^{-4}$ rad/sec ; $\omega\tau = 0{,}2525$ rad

$\sin\omega\tau = 0{,}2503$; $0{,}775\sin\omega\tau = 0{,}194$

$\cos\omega\tau = 0{,}9682$; $0{,}775\cos\omega\tau = 0{,}750$

Dit geeft voor h (L,0): $h(L,0) = 0{,}75\sin\omega t - 0{,}194\cos\omega t$

zodat de randvoorwaarden luiden:

$$h\ (0,0) = 0{,}71\ \sin\omega t \qquad (I)$$

$$h\ (L,0) = 0{,}750\ \sin\omega t - 0{,}194\cos\omega t \qquad (II)$$

Berekening van de constanten A, B, C en D

Om deze constanten te berekenen moet eerst de waarde van U worden geschat. Achteraf moet worden nagegaan of de berekende waarde van U overeenkomt met de aangenomen waarde.
Invullen van de randvoorwaarden in (5) geeft:
randvoorwaarde I:

$$h(0,0) = H_1(0,0)\cos\omega t + H_2(0,0)\sin\omega t = 0{,}71 \sin\omega t$$

Hieruit volgt: $H_1(0,0) = 0$ (8)

$H_2(0,0) = 0{,}71$ (9)

randvoorwaarde II:

$$h(L,0) = H_1(L,0)\cos\omega t + H_2(L,0)\sin\omega t = 0{,}750 \sin\omega t - 0{,}194 \cos\omega t$$

Hieruit volgt: $H_1(L,0) = -0{,}194$ (10)

$H_2(L,0) = 0{,}750$ (11)

Uit de algemene oplossingen voor $H_1(x,y)$ en $H_2(x,y)$, (6a) en (6b) volgt:

$$H_1(0,0) = A + C \qquad (12)$$

$$H_2(0,0) = B - D \qquad (13)$$

$$H_1(L,0) = e^{a_1L}.(A\cos b_1L + B\sin b_1L) + e^{-a_1L}.(C\cos b_1L + D\sin b_1L)$$

en (14)

$$H_2(L,0) = e^{a_1L}.(B\cos b_1L - A\sin b_1L) + e^{-a_1L}.(-D\cos b_1L + C\sin b_1L)$$

(15)

(8) en (12) geven: $A = -C$ (16)

(9) en (13) geven: $B = D + 0{,}71$ (17)

(10) en (14) geven:

$$e^{a_1L}.(A\cos b_1L + B\sin b_1L) + e^{-a_1L}.(C\cos b_1L + D\sin b_1L) = -0{,}194$$

(18)

(11) en (15) geven:

$$e^{a_1L}.(B\cos b_1L - A\sin b_1L) + e^{-a_1L}.(-D\cos b_1L + C\sin b_1L) = 0{,}750 \qquad (19)$$

Invullen van (16) en (17) in (18) en (19) en naar buiten brengen van C geeft:

$$C = D\,\mathrm{tg}\,b_1L \cdot \frac{e^{a_1L} + e^{-a_1L}}{e^{a_1L} - e^{-a_1L}} + 0{,}71\,\mathrm{tg}\,b_1L \cdot \frac{e^{a_1L}}{e^{a_1L} - e^{-a_1L}} + \frac{0{,}194}{\cos b_1L(e^{a_1L} - e^{-a_1L})}$$

(20)

$$C = -D\,\mathrm{cotg}\,b_1L \cdot \frac{e^{a_1L} - e^{-a_1L}}{e^{a_1L} + e^{-a_1L}} - 0{,}71\,\mathrm{cotg}\,b_1L \cdot \frac{e^{a_1L}}{e^{a_1L} + e^{-a_1L}} + \frac{0{,}750}{\sin b_1L(e^{a_1L} + e^{-a_1L})}$$

(21)

Eliminatie van C uit (20) en (21) geeft:

$$D\left\{\operatorname{tg} b_1L\cdot\frac{e^{a_1L}+e^{-a_1L}}{e^{a_1L}-e^{-a_1L}}+\operatorname{cotg} b_1L\cdot\frac{e^{a_1L}-e^{-a_1L}}{e^{a_1L}+e^{-a_1L}}\right\}=$$

$$=-0{,}71\left\{\operatorname{tg} b_1L\;\frac{e^{a_1L}}{e^{a_1L}-e^{-a_1L}}+\operatorname{cotg} b_1L\;\frac{e^{a_1L}}{e^{a_1L}+e^{-a_1L}}\right\}-$$

$$-\frac{0{,}194}{\cos b_1L\,(e^{a_1L}-e^{-a_1L})}+\frac{0{,}750}{\sin b_1L\,(e^{a_1L}+e^{-a_1L})} \tag{22}$$

Op bijlage 5 zijn de waarden van a_1, b_1, a_2, b_2, A, B, C en D bepaald. Hierbij geldt volgens de formules (20), (21) en (22):

(20) C = D.34 + 37 + 40

(21) C = - D.35 - 38 + 41

(22) D.36 = - 39 - 40 + 41

Berekening van Q en u

Voor Q_x geldt (7): $Q_x = -\frac{ag}{\Omega}\left\{h\,(x,b) - h\,(x,0)\right\}$

Verder is volgens (4):

$h\,(x,b) = H_1\,(x,b)\cos\omega t + H_2\,(x,b)\sin\omega t$

$h\,(x,0) = H_1\,(x,0)\cos\omega t + H_2\,(x,0)\sin\omega t$ zodat:

$$h(x,b) - h(x,0) = \left\{H_1(x,b) - H_1(x,0)\right\}\cos\omega t + \left\{H_2(x,b) - H_2(x,0)\right\}\sin\omega t$$

Volgens (5) en (6) geldt:

$$H_1(x,b) = e^{a_1x+a_2b}\left\{A\cos(b_1x+b_2b) + B\sin(b_1x+b_2b)\right\} +$$
$$+\; e^{-(a_1x+a_2b)}\left\{C\cos(b_1x+b_2b) + D\sin(b_1x+b_2b)\right\}$$

$$H\,(x,b) = e^{a_1x+a_2b}\left\{B\cos(b_1x+b_2b) - A\sin(b_1x+b_2b)\right\} +$$
$$+\; e^{-(a_1x+a_2b)}\left\{-D\cos(b_1x+b_2b) + C\sin(b_1x+b_2b)\right\}$$

Stel: $\dfrac{H_1\,(x,b) - H_1\,(x,0)}{H_2\,(x,b) - H_2\,(x,0)} = \operatorname{tg}\beta_x$ dan: (23)

$$h(x,b) - h(x,0) = \frac{H_2(x,b) - H_2(x,0)}{\cos\beta_x} \cdot \sin\beta_x \cos\omega t \; +$$

$$+ \frac{H_2(x,b) - H_2(x,0)}{\cos\beta_x} \cdot \cos\beta_x \sin\omega t \qquad \text{of:}$$

$$h(x,b) - h(x,0) = \frac{H_2(x,b) - H_2(x,0)}{\cos\beta_x} \cdot \sin(\omega t + \beta_x)$$

dus:

$$Q_x = \frac{-ag}{\Omega} \cdot \frac{H_2(x,b) - H_2(x,0)}{\cos\beta_x} \cdot \sin(\omega t + \beta_x) \qquad (24)$$

$$u_x = \frac{Q_x}{a.b} = -\frac{g}{b\Omega} \cdot \frac{H_2(x,b) - H_2(x,0)}{\cos\beta_x} \cdot \sin(\omega t + \beta_x) \qquad (25)$$

waarin:
$a = 7{,}00$ m
$b = 3{,}5 \cdot 10^3$ m
$g = 9{,}81$ m/sec^2
$\Omega = 1{,}16 \cdot 10^{-4}$ rad/sec zodat:

$$\frac{ag}{\Omega} = \frac{7{,}00 \cdot 9{,}81}{1{,}16 \cdot 10^{-4}} = 5{,}92 \cdot 10^5$$

$$\frac{g}{b\Omega} = \frac{9{,}81}{3{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-4}} = 24{,}2$$

De berekening van Q_0, Q_L, u_0 en u_L is uitgevoerd op bijlage 6. De uitkomsten zijn:

$Q_0 = 13{,}45 \cdot 10^3 \sin(\omega t + 1{,}166)$ m^3/sec $\quad u_0 = 0{,}557 \sin(\omega t + 1{,}166)$ m/sec

$Q_L = 5{,}975 \cdot 10^3 \sin(\omega t + 0{,}925)$ m^3/sec $\quad u_L = 0{,}248 \sin(\omega t + 0{,}925)$ m/sec

$$\overline{U} = \frac{\hat{u}_0 + \hat{u}_L}{2} = \frac{0{,}557 + 0{,}248}{2} = 0{,}4025 \text{ m/sec.}$$

Bij de berekening is uitgegaan van $\overline{U} = 0{,}40$ m/sec.

Vergelijking tussen de kelvingolf- en de harmonische methode.

De uitgangsvergelijking voor de kelvingolf- en de harmonische methode zijn afgeleid uit de vereenvoudigde algemene tweedimensionsle getijvergelijkingen:

bewegingsvergelijking in x-richting: $\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{g\partial h}{\partial x} - \frac{g/s/u}{C^2 a_r} + \Omega . v$

" in y-richting: $\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{g\partial h}{\partial y} - \frac{g/s/v}{C^2 a_r} - \Omega . u$

continuïteitsvergelijking: $\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$

Hierin is s de snelheid in de richting van de stroom, zodat:

$s^2 = u^2 + v^2$

Voor beide methoden is de snelheid v = 0 genomen. Nu worden de algemene vergelijkingen:

$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{g\partial h}{\partial x} - \frac{g/u/u}{C^2 a_r}$ $\quad 0 = -\frac{g\partial h}{\partial y} - \Omega u$ $\quad \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$

De hieruit afgeleide vergelijkingen voor de harmonische methode en de kelvingolf luiden:

a) harmonische methode:

bewegingsvergelijking in x-richting: $-\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{n_0}{(gA)_{gem}} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} + n_0 kQ$

waarin $k = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\hat{Q}}{(C^2 A^2 a_r)_{gem.}}$

continuïteitsvergelijking: $\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{b\partial h}{\partial t}$

b) kelvingolf:

bewegingsvergelijking in x-richting: $-\frac{g\partial h}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda u$

waarin $\lambda = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{g\hat{u}}{C^2 a_m}$

bewegingsvergelijking in y-richting: $-\frac{g\partial h}{\partial y} = \Omega u$

continuïteitsvergelijking: $a_m \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0$

We zullen nu de verschillende vergelijkingen beschouwen.

1. de bewegingsvergelijking in x-richting

a) de harmonische methode:

De vergelijking is omgezet in Q. Hierbij is als volgt te werk gegaan:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \cdot \frac{Q}{A}}{\partial t} = \frac{\bar{n}_0}{A_{gem}} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t}$$

$A = b \cdot (a_m + h) = b \cdot a_m$ gesteld en buiten de differentiaal gebracht. De verwaarlozing is gecorrigeerd met $\bar{n}_0$.

$/u/u = \frac{/Q/Q}{A^2} = \frac{8}{3\pi} \cdot \hat{Q} \cdot \frac{Q}{A^2}$, waarmee de weerstandsterm zodanig is gelineariseerd dat de gelineariseerde uitdrukking van de weerstand gedurende een getijperiode dezelfde hoeveelheid energie verbruikt als de kwadratische uitdrukking van de weerstand.

$$\frac{1}{C^2A^2a_r} = \frac{1}{C^2b^2\frac{a_r}{a_m} \cdot a_m^3 \cdot (1 + \frac{h}{a_m})^3} = \frac{n_0}{(C^2A^2a_r)_{gem.}}$$

De verwaarlozing van $(1 + \frac{h}{a_m})^3$ is hierbij gecorrigeerd met n_0.

b) de kelvingolf:

Gesteld is: $/u/\ u = \frac{8}{3\pi} \cdot \hat{u} \cdot u$

Hierbij is de weerstandsterm op dezelfde wijze gelineariseerd als bij de harmonische methode.

$$\frac{1}{C^2a_r} = \frac{1}{C^2(a_m + h)} = \frac{1}{C^2a_m},$$ waarbij geen correctie is toegepast.

2. de continuïteitsvergelijking

a) de harmonische methode:

Hierbij is de continuïteitsvergelijking hetzelfde gebleven.

b) de kelvingolf:

$\frac{\partial q}{\partial x} = a_m \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$, waarbij dus $a_m + h = a_m$ is genomen en niet is gecorrigeerd.

3. de bewegingsvergelijking in y-richting

a) de harmonische methode:

De invloed van de versnelling van Coriolis wordt verwaarloosd.

b) de kelvingolf:

De vergelijking is in zijn oorspronkelijke vorm in rekening gebracht.

Wanneer we de invloed van de correctie $\bar{n}_0$ beschouwen, dan vinden we dat deze voor de ondiepe buitendelta een maximale waarde heeft van 1,02 (bijlage 2, schema III, sectie II). De afwijking tussen de beide methoden hierdoor is dus te verwaarlozen.

Door de omzetting in Q heeft bij de harmonische methode nog een verwaarlozing plaatsgevonden. Doordat deze verwaarlozing gecorrigeerd is met n_0 is het verschil tussen de beide methoden weer te verwaarlozen.

Wat is nu de invloed van de verwaarlozing van de versnelling van Coriolis bij de harmonische methode?

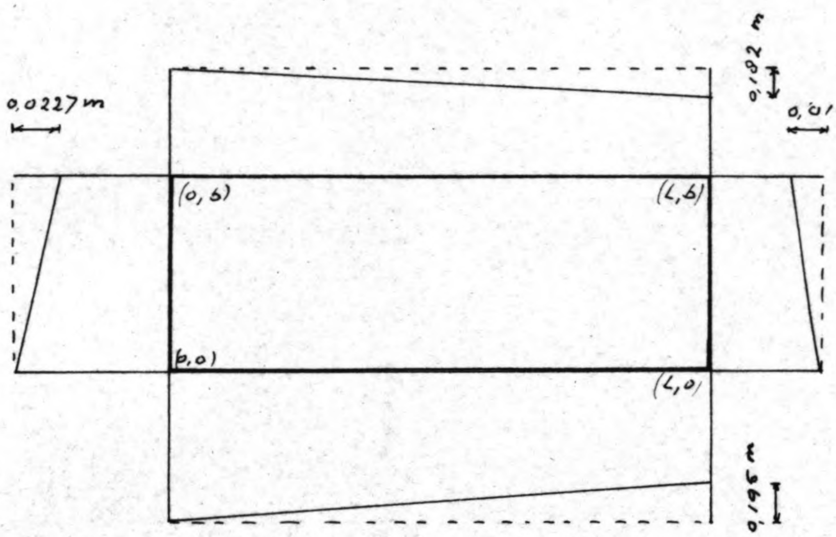
Bij de kelvingolf volgt uit: $u = \frac{-g}{\Omega} \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$ voor ieder punt de waarde voor u. Deze u zal daarbij niet over de gehele breedte van het vak constant zijn. Het optredende verschil is echter vrij klein:

volgens bijlage 6 is voor x = 0: $(\Delta h_x)_{max} = 0{,}0227$ m

voor x = L: $(\Delta h_x)_{max} = 0{,}0101$ m

Het verval langs y = 0 en y = b zal daardoor $0{,}0227 - 0{,}0101 \doteq 0{,}013$ m verschillen.

Het maximale verval langs y = 0 bedraagt volgens de randvoorwaarde $(\Delta h_{y=0})_{max} = 0{,}195$ m, zodat langs y = b : $(\Delta h_{y=b})_{max} = 0{,}195 - 0{,}013 = 0{,}182$ m.



De verhouding in het verval langs y = 0 en y = b zal in de tijd constant zijn, zodat:

$$\frac{I_{y=0}}{I_{y=b}} = \frac{\Delta h_{y=0}}{\Delta h_{y=b}} = \frac{(\Delta h_{y=0})_{max}}{(\Delta h_{y=b})_{max}} = \frac{0{,}195}{0{,}182}$$

Wanneer we kijken bij maximale stroom, dan is $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ en is $u = C\sqrt{R.I}$

De verhouding tussen $u_{y=0}$ en $u_{y=b}$ is dan: $\frac{u_{y=0}}{u_{y=b}} = \sqrt{\frac{I_{y=0}}{I_{y=b}}} = \sqrt{\frac{0{,}195}{0{,}182}} = 1{,}03.$

Het verschil tussen u_0 en u_b ten gevolge van de versnelling van Coriolis is dus te verwaarlozen.

Uit deze beschouwingen volgt dat de uitkomsten, welke met de berekeningen volgens de beide methoden worden verkregen, geringe afwijkingen zullen vertonen en dat kan worden volstaan met de berekening volgens de harmonische methode.

Wanneer we de verkregen uitkomsten:

voor de harmonische methode:	voor de kelvingolf:
$Q_0 = 13,62.10^3 \cos(\omega t + 1,189)$ m^3/sec	$Q_0 = 13,45.10^3 \cos(\omega t + 1,166)$ m^3/sec
$Q_3 = 5,97.10^3 \cos(\omega t + 0,864)$ m^3/sec	$Q_3 = 5,975.10^3 \cos(\omega t + 0,925)$ m^3/sec

vergelijken, dan zijn de optredende verschillen, welke voor een deel ook nog zijn toe te schrijven aan onnauwkeurigheden in de berekening, inderdaad gering en in verband met de grove schematisatie zeker te verwaarlozen. Op grond hiervan zijn de berekeningen voor de schema's II en III uitgevoerd met de harmonische methode.

Wanneer verdeint het nu wel aanbeveling de berekening uit te voeren met de kelvingolf? Dit is het geval wanneer:

a) de dwarsverdeling van de snelheid van belang is,

b) de snelheden groot zijn,

c) het beschouwde vak breed is.

Bespreking van de resultaten van de ééndimensionale harmonische getijberekening

De uitkomsten voor $\hat{Q}_0$ en $\hat{Q}_3$ voor de verschillende schema's zijn:

schema I	$\hat{Q}_0 = 13,62 \cdot 10^3\ m^3/sec$	$\hat{Q}_3 = 5,97 \cdot 10^3\ m^3/sec$
" II	$\hat{Q}_0 = 11,55 \cdot 10^3\ m^3/sec$	$\hat{Q}_3 = 3,56 \cdot 10^3\ m^3/sec$
" III	$\hat{Q}_0 = 12,08 \cdot 10^3\ m^3/sec$	$\hat{Q}_3 = 2,90 \cdot 10^3\ m^3/sec$

De maximale snelheden, welke volgens de berekening zullen optreden ter plaatse van strandraai 43 voor Vlieland, bedragen voor de schema's II en III respectievelijk 0,140 m/sec en 0,114 m/sec. Dit betekent dat, wanneer we de bestaande komberging van het Eyerlandse zeegat in rekening zouden brengen, de snelheid in raai 3 bijna gelijk aan nul zou zijn.

In werkelijkheid is de stroomsterkte voor de kust van Vlieland zo groot dat men tot de aanleg van landhoofden is overgegaan om de erosie te beteugelen.

Ook de stroomatlas voor de nederlandse kust geeft voor de kust van Vlieland een stroomsterkte, welke gelijk is aan die voor de kust van Texel en waarvan de maximale waarde ongeveer 0,65 m/sec bedraagt.

De uitkomsten van de uitgevoerde berekening wijken dus wel sterk af van de toestand zoals die in werkelijkheid voorkomt. In het volgende zullen we nagaan welke de oorzaken zijn van deze afwijkingen.

De voornaamste afwijking ligt wel in het feit dat volgens bekende gegevens de stroomsterkten voor Texel en Vlieland ongeveer gelijk zijn, terwijl de berekening een verschil in debiet geeft volgens schema III van $\Delta\hat{Q} = 9,18\ m^3/sec$. Dit grote verschil is het gevolg van de berging welke het kustvak bezit:

volgens de continuïteitsvergelijking is: $\frac{\partial Q}{\partial x} = -\, b\, \frac{\partial h}{\partial t}$. Hieruit volgt:

$$Q = Q_3 - Q_0 = -\, B\, \frac{\partial h}{\partial t}.$$

Als we nu stellen: $h = h_{gem} = 0,75 \cos \omega t$ en

$$B = 3,5 \cdot 22,5 \cdot 10^6 + 3 \cdot 4 \cdot 10^6 = 90,7 \cdot 10^6\ m^2,$$

dan wordt: $Q_3 - Q_0 = -\, 90,7 \cdot 10^6 \cdot -\, 0,75 \cdot \omega \cdot \sin \omega t$

$\omega = 1,405 \cdot 10^{-4}$ rad/sec geeft: $Q_3 - Q_0 = 9,55 \cdot 10^3 \sin \omega t\ m^3/sec$.

Het maximale verschil ten gevolge van de berging zou dan bedragen: $9,55 \cdot 10^3\ m^3/sec$, hetgeen dus ongeveer overeenkomt met het berekende verschil van $9,18\ m^3/sec$.

Aangezien het werkelijke verschil in de debieten ter plaatse van midden Texel en midden Vlieland bijna nihil is, moet dit bergingsverlies worden gecompenseerd. Dit zou het geval zijn, wanneer de stroomrichting niet evenwijdig zou zijn aan de kust, zodat door de stroming in y-richting in de berging zou worden voorzien. Deze Q_y zou dan maximaal ongeveer $9,2 \cdot 10^3$ m^3/sec moeten bedragen voor de lijn $y = b$.

Dit geeft over 22,5 km een $\hat{v} = \dfrac{9,2 \cdot 10^3}{22,5 \cdot 7,00 \cdot 10^3} = 0,0585$ m/sec bij een $\hat{u}$ van 0,40 m/sec. De stroomrichting zou daarbij een hoek α met de kust maken, waarbij $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\hat{v}}{\hat{u}} = \dfrac{0,0585}{0,40} = 0,146$, zodat $\alpha = \pm\, 8,3^\circ$

Wanneer we de stroomatlas bekijken, dan zien we dat de stroomrichting inderdaad niet evenwijdig is aan de kust.

Voor een punt op $\pm$ 2,5 km uit de kust zijn, uitgaande van de gegevens van de stroomatlas, op bijlage 8 de invalshoeken bepaald van de resulterende eb- en vloedstromen. Deze zijn:

voor eb $\operatorname{tg}\alpha = 0,122$ $\alpha = 7^\circ$

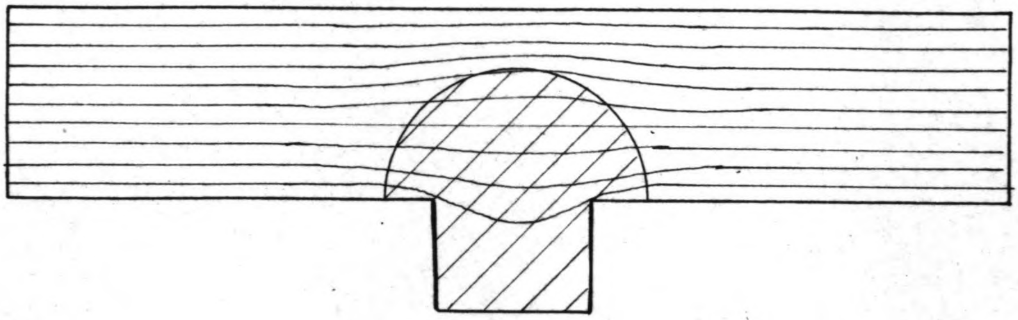
voor vloed $\operatorname{tg}\alpha = 0,186$ $\alpha = 10,5^\circ$

Deze resulterende eb- en vloedstromen zijn bepaald voor de toestand vòòr de afsluiting van het Eyerlandse zeegat. Ter plaatse van midden Vlieland is de invloed van het zeegat echter gering, zodat we kunnen stellen, dat na de afsluiting deze invalshoeken ongeveer hetzelfde zullen blijven.

We kunnen dus concluderen, dat het inderdaad mogelijk is dat in werkelijkheid het bergingsverlies door een stroming in de y-richting wordt gecompenseerd.

Een tweede afwijking vinden we in het verschil tussen de gemeten en de berekende maximale stroomsnelheden. De stroomatlas geeft namelijk een gemiddelde maximale snelheid van $\pm$ 0,65 m/sec, terwijl we voor schema I een snelheid hebben berekend van $\hat{u} = \pm\, 0,45$ m/sec.

Deze afwijking in stroomsterkte wijst erop, dat de weerstand te groot is aangenomen. Deze weerstand zou kleiner zijn, wanneer we de zeewaartse begrenzing van het kustvak op grotere afstand uit de kust hadden genomen. Hierdoor neemt de gemiddelde diepte toe en de weerstand dus af. Bovendien neemt de weerstand in dit geval ook af, omdat het water niet meer "gedwongen" wordt om recht over de ondiepe buitendelta te stromen, zodat het veel minder weerstand ondervindt (zie figuur).



Het is daarom wellicht beter om voor het vak II een gemiddelde maximale snelheid aan te nemen van 0,60 m/sec. Dit geeft dan:

$\hat{Q}_{II} = 3,5 \cdot 10^3 \cdot 3,80 \cdot 0,60 = 8 \cdot 10^3 \; m^3/sec.$

De voor het horizontale getij in vak II berekende fase wordt door de genoemde factoren slechts weinig beïnvloed, zodat we de gevonden waarde kunnen aanhouden. Dit geldt eveneens voor de berekende waarden voor de fase en de amplitude van het verticale getij.

De uit dit deelontwerp volgende getijgegevens voor het bepalen van het stromingsbeeld in de Eyerlandse kom luiden nu:

$h_0 = 0,71 \cos \omega t \; m$

$h_1 = 0,752 \cos (\omega t - 0,0999) \; m$

$h_2 = 0,761 \cos (\omega t - 0,233) \; m$

$h_L = 0,775 \cos (\omega t - 0,2525) \; m$

$Q_{II} = 8 \cdot 10^3 \cos (\omega t + 1,155) \; m^3/sec$

$h_{II} = 0,756 \cos (\omega t - 0,166) \; m$

$\Delta h_{II} = 0,101 \cos (\omega t + 1,492) \; m$

$\frac{\partial h_{II}}{\partial t} = 0,1062 \cdot 10^{-4} \cos (\omega t + 1,404) \; m/sec.$

Literatuur

Dr. J.J. Dronkers: Tidal computations in rivers and coastal waters. Noord-Holland Publishing Company, Amsterdam 1964.

Dr. J.J. Dronkers: Rapport Deltacommissie, bijdrage IV.2: De invloed van de Deltawerken op de getijbeweging en de stroomvloedstanden langs de kust van Zuidwest-Nederland. Rijkswaterstaat 's-Gravenhage.

Ministerie van Marine, Afdeling Hydrografie: Stroomatlas voor de Nederlandse kust 1951. 's-Gravenhage.


BIJLAGE 1
TEXEL
REDD. HUISJE
LICHTTOREN
L.W.
H.W.
D.V.
STUDIEDIENST RIJKSWATERSTAAT HOORN
NOORDWESTKUST - TEXEL
EIJERLANDSEGAT - KAARTEN
SITUATIE EIJERLANDSEGAT 1956-57
SCHAAL 1: 25.000
GET.
REG. Nr. 58 123
BIJL.

	BASIS GEGEVENS	SYMBOOL	SCHEMA I	SCHEMA II			SCHEMA III		
			SECTIE	SECTIE I	SECTIE II	SECTIE III	SECTIE I	SECTIE II	SECTIE III
1.	Gem. diepte beneden NAP	a_0	6,845						
2.	Gem. middenstand t.o.v. NAP	h_m	0,155						
3.	Gem.diepte beneden middenstand	a_m	7,00	7,50	3,80	7,30	7,50	3,80	7,30
4.	Stroomvoerende breedte	b_s	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50
5.	Gem.stroomvoerend opp.(3) (4)	A_m	24,50	26,25	13,30	25,55	26,25	13,30	25,55
6.	Gem. hydr. straal	a_r	7,00	7,50	3,80	7,30	7,50	3,80	7,30
7.	Gem. bergende breedte	b	3,50	3,50	3,50	3,50	3,50	6,50	3,50
8.	Sectie lengte	l	2,25	1,05	0,40	0,80	1,05	0,40	0,80
9.	Coëfficiënt v/d weerstand(Chézy)	C	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
10.	Gem.stroomamplitude M_2-getij	$\hat{Q}_1$	9,80	9,78	7,26	5,03	10,22	7,13	4,36
11.	Gem.amplitude verticaal M_2-getij	h_1	0,74	0,729	0,753	0,766	0,731	0,758	0,769
12.	Getal van Lorentz	m_1	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85
13.	Hoeksnelheid M_2-getij	ω	1,405	1,405	1,405	1,405	1,405	1,405	1,405
14.	$1 + 3\ (11)^2\ /\ (3)^2$	n_0	1,0337	1,0284	1,1176	1,0335	1,0284	1,1198	1,0333
15.	$1 + (11)^2\ /\ 2\ (3)^2$	$\bar{n}_0$	1,0056	1,0047	1,0196	1,0055	1,00474	1,0199	1,00555
16.	$(9)^2\ (5)^2\ (6)$	$(C^2A^2a_r)m$	1270	1565	204	1440	1565	204	1440
17.	(14) (8) (10) (12) / (16)	K	0,01527	0,00573	0,01352	0,01758	0,00599	0,01330	0,00213
18.	(15((8) / 9, 81 (5)	M	0,00941	0,0041	0,0031	0,003125	0,0041	0,003125	0,00321
19.	(7) (8)	B	7,875	3,675	1,4	2,8	3,675	2,6	2,8
20.	(17) + j(13)(18)	R_1	+ 0,01527+0,01322j						
21.	j(13) (19)	$1/R_2$	11,05 j	5,16 j	1,967 j	3,934 j	5,16 j	3,653 j	3,934 j
22.	1 / (21)	R_2	- 0,0905 j	- 0,194 j	- 0,5084 j	- 0,254 j	- 0,1938 j	- 0,2738 j	- 0,2542 j
23.	(20) (21)	P + jQ	+ 0,197 +0,430 j	+ 0,0781+0,1895 j	+ 0,0985+0,135 j	+ 0,0350+0,1377j	+ 0,0813+0,1905 j	+ 0,1325+0,1832 j	+ 0,0313+0,1367 j
24.	(22) (23)	Z_0	+ 0,0389 -0,0178 j	+0,03675-0,01517j	+ 0,0686-0,0501 j	+ 0,0350-0,0089j	+ 0,0369-0,01575j	+ 0,0502-0,0364 j	+ 0,0348-0,00796j
25.	1 / (24)	$1/Z_0$	+21,22 +9,72 j	+23,26 +9,60 j	+ 9,51 +6,94 j	+26,84 +6,825 j	+22,95 +9,78 j	+13,07 +9,47 j	+27,32 +6,25 j
26.	cosh P		1,019	1,003	1,0048	1,0006	1,0033	1,0088	1,00049
27.	sinh P		0,198	0,0782	0,0986	0,03506	0,0814	0,133	0,03131
28.	cos Q		0,909	0,982	0,991	0,9905	0,982	0,983	0,9907
29.	sin Q		0,417	0,188	0,135	0,137	0,189	0,182	0,1363
30.	(26)(28) + j(27)(29)	cosh(P+jQ)	+ 0,926 +0,0826 j	+ 0,985 +0,0147 j	+ 0,996 +0,0133 j	+ 0,991 +0,0048j	+ 0,985 +0,0154 j	+ 0,992 +0,0243 j	+ 0,991 +0,00427j
31.	(27)(29) + j(26)(29)	sinh(P+jQ)	+ 0,180 +0,425 j	+ 0,0768+0,1886 j	+ 0,0978+0,1356 j	+ 0,0349+0,1371j	+ 0,0799+0,1896 j	+ 0,1312+0,1841 j	+ 0,0310+0,1364 j
32.	(30)	L	+ 0,926 +0,0826 j	+ 0,985 +0,0147 j	+ 0,996 +0,0133 j	+ 0,991 +0,0048j	+ 0,985 +0,0154 j	+ 0,992 +0,0243 j	+ 0,991 +0,00427j
33.	- (24) (31)	M	- 0,01456-0,0133 j	-0,00568-0,00576j	- 0,0135-0,0044 j	-0,00244-0,0045j	-0,00592-0,00573j	-0,01328-0,00448j	-0,00216-0,0045 j
34.	- (25) (31)	N	+ 0,311 -10,775 j	+0,0042 -5,117 j	+ 0,010 -1,968 j	+ 0,0002-3,918 j	+ 0,0205-5,130 j	+ 0,0286-3,6486 j	+0,00558-3,926 j
35.	(30)	O							
36.	Controle	LO-MN=1							

TOE TE PASSEN EENHEDEN:

a	= diepte	eenheid	1 m
a_r	= hydr. straal	"	1 m
l	= sectie lengte	"	10.000 m
b_s	= stroomvoerende breedte	"	1.000 m
b	= bergende breedte	"	1.000 m
A	= stroomvoerend profiel	"	1.000 m^2
C	= weerstandscoëfficiënt	"	100 $m^{\frac{1}{2}}/sec$
g	= versnelling t.g.v. de zwaartekracht	"	1 m/sec^2
$\hat{Q}$	= stroom	"	1.000 m^3/sec
h_1	= amplitude verticaal M_2-getij	"	1 m
tijd=		"	10.000 sec

OPMERKINGEN: $P = \dfrac{\omega \, . \, K \, . \, B}{2Q}$; $Q = \sqrt{\dfrac{\omega^2\ M\ B + \sqrt{\omega^4 M^2 B^2 + \omega^2 K^2 B^2}}{2}}$; $j = \sqrt{-1}$

Gem. betekent gemiddelde waarde in de sectie.

BIJLAGE 3: De waarden voor L, M, N en O.

Schema I

L	0,926	+ 0,0826 j
M	- 0,01456	- 0,0133 j
N	0,311	-10,775 j
O	0,926	+ 0,0826 j

Schema II

	Sectie I		Sectie I + II		Sectie I + II + III	
L	0,985	+ 0,0147 j	0,957	+ 0,0968 j	0,915	+ 0,1171 j
M	- 0,00568	- 0,00576 j	- 0,0188	- 0,01035 j	- 0,02077	- 0,0148 j
N	0,0042	- 5,117 j	0,1105	- 7,034 j	0,532	-10,715 j
O	0,985	+ 0,0147 j	0,969	+ 0,0388 j	0,9195	+ 0,1168 j

Schema III

	Sectie I		Sectie I + II		Sectie I + II + III	
L	0,985	+ 0,154 j	0,9535	+ 0,1072 j	0,9030	+ 0,1280 j
M	- 0,00592	- 0,00573 j	- 0,01874	- 0,01043 j	- 0,0203	- 0,0150 j
N	0,0205	- 5,130 j	0,2294	- 8,682 j	0,700	-12,343 j
O	0,985	+ 0,0154 j	0,9556	+ 0,06066 j	0,905	+ 0,1376 j

BIJLAGE 4: De uitkomsten voor de emplitude en de fase in de verschillende raaien. $Q = a + bj$ $h = a + bj$

$$Q = \sqrt{a^2 + b^2} \, . \cos(\omega t + \mathrm{arctg}\, b/a)$$

Schema I

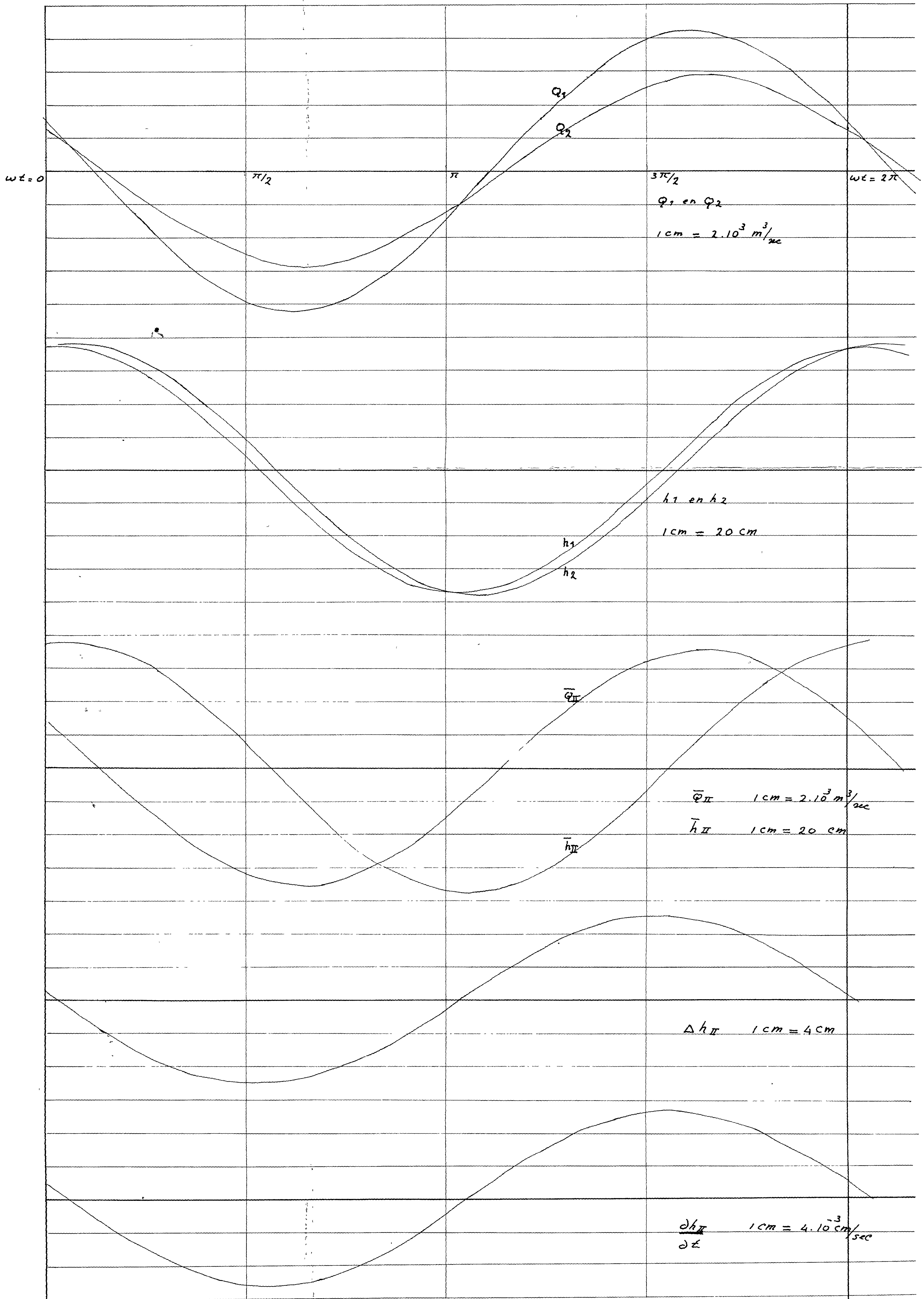
	a	b	amplitude $\sqrt{a^2 + b^2}$	fase arctg b/a
Q_0	5,07	12,64	13,62	1,189
Q_L	3,87	4,53	5,97	0,864

Schema II

Q_0	3,09	11,14	11,55	1,301
Q_1	2,884	7,40	7,94	1,199
Q_2	2,641	5,93	6,50	1,152
Q_L	1,926	2,49	3,56	0,999
h_1	0,745	- 0,0708	0,748	- 0,0948
h_2	0,736	- 0,1728	0,756	- 0,230

Schema III

Q_0	3,27	11,63	12,08	1,297
Q_1	3,02	7,86	8,42	1,204
Q_2	2,58	5,16	5,76	1,107
Q_3	1,86	2,22	2,90	0,873
h_1	0,747	- 0,0746	0,752	- 0,0999
h_2	0,740	- 0,1760	0,761	- 2,333



ωt = 0
π/2
π
3π/2
ωt = 2π
Q1
Q2
Q1 en Q2
1 cm = 2.10^3 m^3/sec
h1 en h2
1 cm = 20 cm
h1
h2
Q̄II
h̄II
Q̄II 1 cm = 2.10^3 m^3/sec
h̄II 1 cm = 20 cm
Δh II 1 cm = 4 cm
∂hII/∂t 1 cm = 4.10^-3 cm/sec

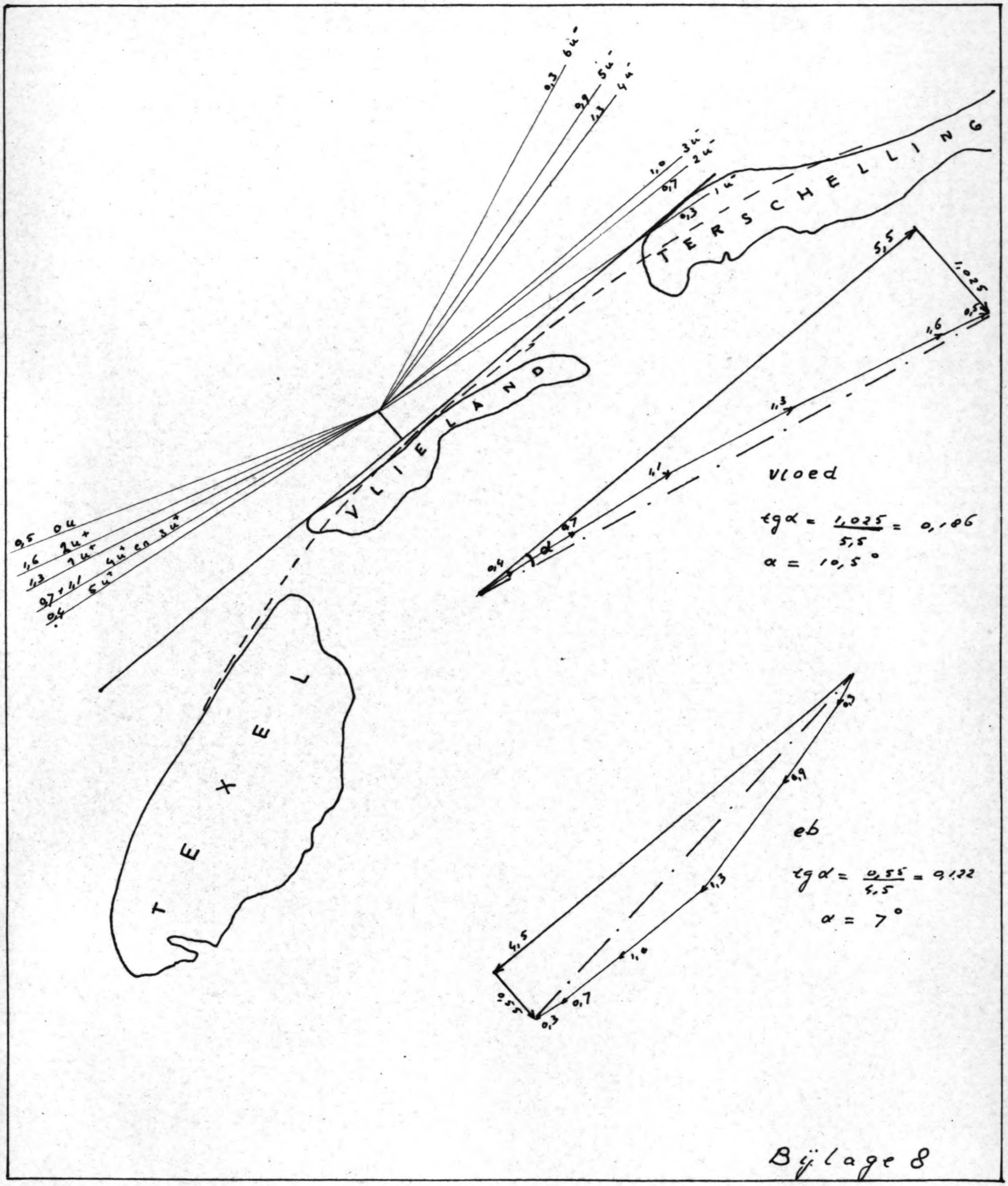
BIJLAGE 5

BIJLAGE 6: Bepaling van de constanten a_1, b_1, a_2, b_2, A, B, C en D

	Basisgegevens	symbool en dimensie	waarde
1.	ω	rad/sec	$1,405 \cdot 10^{-4}$
2.	Ω	rad/sec	$1,16 \cdot 10^{-4}$
3.	a	m	7,00
4.	$\omega : 2ga$	rad sec/m^2	$1,022 \cdot 10^{-5}$
5.	U	m/sec	0,40
6.	C	$m^{\frac{1}{2}}$/sec	55
7.	$\lambda = \frac{8}{3\pi} \frac{gU}{c^2 a}$	rad/sec	$1,572 \cdot 10^{-4}$
8.	ω^2		$1,974 \cdot 10^{-8}$
9.	λ^2		$2,470 \cdot 10^{-8}$
10.	$q^2 = \omega^2 + \lambda^2$		$4,444 \cdot 10^{-8}$
11.	q	rad/sec	$2,105 \cdot 10^{-4}$
12.	$\Omega : q$		0,551
13.	$q - \omega$	rad/sec	$0,700 \cdot 10^{-4}$
14.	$q + \omega$	rad/sec	$3,500 \cdot 10^{-4}$
15.	$((4).(13))^{\frac{1}{2}}$	a_1 rad/m	$0,845 \cdot 10^{-5}$
16.	$((4).(14))^{\frac{1}{2}}$	b_1 rad/m	$1,890 \cdot 10^{-5}$
17.	(12).(16)	a_2 rad/m	$1,040 \cdot 10^{-5}$
18.	(12).(15)	b_2 rad/m	$0,465 \cdot 10^{-5}$
19.	l	m	$0,225 \cdot 10^{5}$
20.	$a_1 . l$	rad	0,1902
21.	$b_1 . l$	rad	0,425
22.	$e^{(20)}$		1,2095
23.	$e^{-(20)}$		0,8268
24.	(22) + (23)		2,0363
25.	(22) -(23)		0,3827
26.	(22):(24)		0,594
27.	(22):(25)		3,160
28.	(24):(25)		5,320
29.	(25):(24)		0,188
30.	cos $b_1 l$		0,91104
31.	sin $b_1 l$		0,41232
32.	tg $b_1 l$		0,45258
33.	cotg $b_1 l$		2,208
34.	(32).(28)		2,408
35.	(33).(29)		0,415
36.	(34) (35)		2,823
37.	0,71.(32).(27)		1,017
38.	0,71.(33).(26)		0,932
39.	(37) (38)		1,949
40.	0,194:(30).(25)		0,556
41.	0,75:(31).(24)		0,894
42.	-(39)-(40)(41) :36	D	- 0,570
43.	(42).(34)+(37)+(40)	C	0,198
44.	-(43)	A	- 0,198
45.	0,71 + (42)	B	0,140

BIJLAGE 7: Bepaling van Q_0 en Q_L

	Basisgegevens	symbool	x = 0	x = L
1.	a_1		$0,845.10^{-5}$	$0,845.10^{-5}$
2.	b_1		$1,890.10^{-5}$	$1,890.10^{-5}$
3.	a_2		$1,040.10^{-5}$	$1,040.10^{-5}$
4.	b_2		$0,465.10^{-5}$	$0,465.10^{-5}$
5.	x		0	$0,225.10^5$
6.	b		$0,035.10^5$	$0,035.10^5$
7.	A		- 0,198	- 0,198
8.	B		0,140	0,140
9.	C		0,198	0,198
10.	D		- 0,570	- 0,570
11.	(1).(5)		0	0,1902
12.	(3).(6)		0,0364	0,0364
13.	(11) (12)		0,0364	0,2266
14.	$e^{(13)}$		1,03707	1,25433
15.	$e^{-(13)}$		0,96425	0,79762
16.	(2).(5)		0	0,4250
17.	(4).(6)		0,0163	0,0163
18.	(16)+(17)		0,0163	0,4413
19.	cos (18)		0,99987	0,9042
20.	sin (18)		0,0163	0,4271
21.	(7).(14).(19)		- 0,2052	- 0,2258
22.	(8).(14).(20)		0,0024	0,0751
23.	(9).(15).(19)		0,1908	0,1429
24.	(10).(15).(20)		- 0,0089	0,1943
25.	(21)+(22)+(23)+(24)	$H_1(x,b)$	- 0,0209	- 0,2021
26.	-(7).(14).(20)		0,0033	0,1067
27.	(8).(14).(19)		0,1451	0,1587
28.	(9).(15).(20)		0,0031	0,0675
29.	-(10).(15).(19)		0,5495	0,4110
30.	(26)+(27)+(28)+(29)	$H_2(x,b)$	0,7010	0,7439
31.	$H_1(x,0)$		0	- 0,194
32.	(25) - (31)		- 0,0209	- 0,0081
33.	$H_2(x,0)$		0,710	0,750
34.	(30)-(33)		- 0,0090	- 0,0061
35.	(32):(34)	$tg\ \beta_x$	2,335	1,328
36.	β_x		1,166	0,925
37.	$\cos \beta_x$		0,394	0,602
38.	(34):(37)	$(\Delta h_x)_{max}$	0,0227	0,0101
39.	$5,92.10^5.(38)$	$Q_x(m^3/sec)$	$13,45.10^3$	$5,975.10^3$
40.	24,2.(38)	$\hat{u}_x(m/sec)$	0,557	0,248



Bepaling van de invalshoeken van de resulterende vloed- en ebstroom

De stroomsnelheden zijn gegeven in zeemijlen per uur.

$5\,u^+$ betekent 5 uur na H.W. Hoek van Holland

$5\,u^-$ " 5 uur voor " " " "