

Numerische Ermittlung von Baugrundschrwingungen bei dynamisch belasteten Fundamenten

Empfehlungen zur Modellierung

Schepers, Winfried; Brinkgreve, Ronald B. J.; Holtzendorff, Kira; Wegener, Dirk ; Appel, Silke; Efthymiou, Georgia; Krajewski, Wolfgang; Machaček, Jan; Meier, Thomas; More Authors

DOI

[10.1002/gete.202400016](https://doi.org/10.1002/gete.202400016)

Publication date

2024

Document Version

Final published version

Published in

Geotechnik

Citation (APA)

Schepers, W., Brinkgreve, R. B. J., Holtzendorff, K., Wegener, D., Appel, S., Efthymiou, G., Krajewski, W., Machaček, J., Meier, T., & More Authors (2024). Numerische Ermittlung von Baugrundschrwingungen bei dynamisch belasteten Fundamenten: Empfehlungen zur Modellierung. *Geotechnik*, 47(4), 254-268. Article gete.202400016. <https://doi.org/10.1002/gete.202400016>

Important note

To cite this publication, please use the final published version (if applicable). Please check the document version above.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download, forward or distribute the text or part of it, without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license such as Creative Commons.

Takedown policy

Please contact us and provide details if you believe this document breaches copyrights. We will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Green Open Access added to TU Delft Institutional Repository

'You share, we take care!' - Taverne project

<https://www.openaccess.nl/en/you-share-we-take-care>

Otherwise as indicated in the copyright section: the publisher is the copyright holder of this work and the author uses the Dutch legislation to make this work public.

Numerische Ermittlung von Baugrundschrwingungen bei dynamisch belasteten Fundamenten: Empfehlungen zur Modellierung

In der Praxis tätige geotechnisch Planende kommen in zunehmendem Maße mit dynamischen Fragestellungen in Berührung. Hersteller von geotechnischer Berechnungssoftware haben entsprechend ihre ursprünglich für statische Aufgabenstellungen konzipierten Produkte um die Möglichkeit zur Lösung von Wellenausbreitungsproblemen im Baugrund erweitert. Den Anwendern fehlt aber häufig die notwendige Erfahrung zur Durchführung dieser Art von numerischen Berechnungen. Die Arbeitskreise 1.4 „Baugrunderdynamik“ und 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik (DGGT) haben diese Entwicklung aufgegriffen und einen gemeinsamen Untearbeitskreis „Numerik in der Baugrunderdynamik“ gegründet. Der vorliegende Beitrag stellt die aktuellen Ergebnisse der Arbeit des Untearbeitskreises vor und fasst die gewonnenen Erkenntnisse in Form von Empfehlungen zusammen.

Stichworte maschineninduzierte Schwingungen; numerische Berechnung; FEM; Sensitivitätsanalysen; Modelldimension; Modellgröße; Wellenabstrahlung; Netzfeinheit; Zeitschrittweite

Numerical analysis of soil vibrations due to vibrating foundations: Guidance for model design

Geotechnical engineers are increasingly concerned with wave propagation problems. Manufacturers of geotechnical analysis software added features for soil dynamic analyses to their products initially devised for static geotechnical analyses. Though, users often lack the experience for conducting such advanced numerical analyses. Working groups 1.4 “Soil dynamics” and 1.6 “Numerical analyses in geotechnical engineering” of DGGT German Society for Geotechnical Engineering established a joint subgroup “Numerical analyses in soil dynamics” to address this shortcoming. The present paper presents the work of the subgroup so far and provides some guidance on conducting numerical analyses in soil dynamics.

Keywords machine induced vibrations; numerical analysis; FEM; sensitivity studies; model dimension; model size; radiation condition; mesh density; time step size

1 Einführung

In zunehmendem Maße werden Planende mit Aufgabenstellungen konfrontiert, bei denen nicht nur statische Einwirkungen zu berücksichtigen sind:

- Erschütterungen in Bauwerken in der Nähe von unter- oder überirdischen Schienenverkehrswegen,
- Planung von Ertüchtigungsmaßnahmen beim Ausbau bestehender Eisenbahnlinien,
- Verdichtung des Bodens durch rotierende Maschinen.

Diese Beispiele haben Hersteller kommerzieller geotechnischer Berechnungssoftware dazu veranlasst, ihre Programme um Verfahren für die dynamische Boden-Bauwerk-Interaktion zu erweitern, sodass diese mittlerweile weitverbreitet sind.

Durch die Entwicklung von Stoffgesetzen für Böden, die sowohl sehr große, nichtlineare, als auch sehr kleine, lineare Verformungen realitätsnah simulieren können [1], wäre man theoretisch in der Lage, mit nur einem einzigen Stoffgesetz sowohl klassische statische als auch dynamische Berechnungen durchzuführen [2]. Aus praktischer Sicht ist jedoch die Verwendung von nichtlinearen Stoffmodellen bei dynamischen Fragestellungen nur dann erforderlich, wenn davon ausgegangen werden muss, dass

bleibende Setzungen im Boden auftreten werden. Andernfalls ist es zweckmäßig, von vornherein mit einem linear elastischen Stoffgesetz zu rechnen, weil der numerische Aufwand erheblich geringer ist und nur sehr wenige Stoffkennwerte ermittelt werden müssen.

Ein typisches Wellenfeld in der Umgebung eines schwingenden Fundamentes an der Geländeoberkante zeigt Bild 1. Dargestellt sind jeweils die Verformungen des Bodens zu einem Zeitpunkt, an dem sich der Mittelpunkt des Fundamentes wieder in seiner Ausgangslage befindet. Farblich konturiert sind die vertikale und die radiale Komponente.

Den Anwendern fehlt jedoch häufig die notwendige Erfahrung zur Durchführung der entsprechenden komplexen numerischen, baugrunderdynamischen Berechnungen. Die Arbeitskreise 1.4 „Baugrunderdynamik“ und 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik (DGGT) haben diesen Zustand aufgegriffen und einen gemeinsamen Unterausschuss „Numerik in der Baugrunderdynamik“ gegründet, mit dem Ziel, Empfehlungen zur numerischen Behandlung von baugrunderdynamischen Fragestellungen zu erarbeiten. Hierfür wurde eine Studie durchgeführt, in der ein möglichst breites Spektrum von kommerziell oder frei verfügbarer Software eingesetzt werden sollte, um potenzielle, ver-

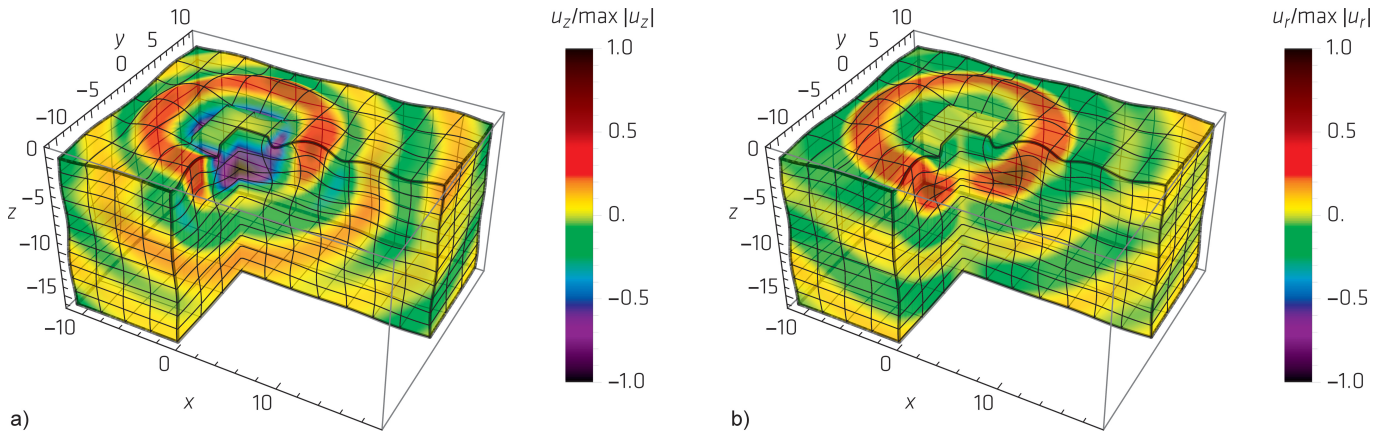


Bild 1 Typisches Wellenfeld im Boden unterhalb eines vertikal schwingenden Maschinenfundamentes; Modelleigenschaften nach Abschnitt 3. Farbkonturen von a) vertikaler und b) radialer Komponente
 Exemplary plots of the wave field below a vertically vibrating machine foundation; model properties according to section 3. Contours of a) vertical and b) radial component

steckte Fehlerquellen bei der Lösung baugrunderdynamischer Fragestellungen mit diesen Programmen zu identifizieren und Hinweise zu deren Vermeidung geben zu können. Der vorliegende Beitrag stellt die Ergebnisse dieser Studie dar und fasst die gewonnenen Erkenntnisse in Form von Empfehlungen zusammen.

2 Dynamische Berechnungen im geotechnischen Kontext

In Fällen, in denen linear elastisches Bodenverhalten angenommen werden kann, ergibt sich als Bewegungsgleichung im Kontext der FEM das System linearer gewöhnlicher Differenzialgleichungen, Gl. (1), mit konstanten Koeffizienten.

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

Darin ist \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix, \mathbf{C} die Dämpfungsmatrix und \mathbf{M} die Massenmatrix. Ferner ist \mathbf{u} der Verschiebungsvektor, $\dot{\mathbf{u}}$ der Schwinggeschwindigkeitsvektor, $\ddot{\mathbf{u}}$ der Beschleunigungsvektor und \mathbf{p} der Lastvektor.

3 Numerische Vergleichsstudie

Es bestand unter den Mitgliedern des Unterarbeitskreises Einigkeit darüber, dass die Ergebnisse der Anwendung verschiedener, kommerziell oder frei verfügbarer Software auf ein und dieselbe Aufgabenstellung selbst bei umfangreicher Erfahrung der Ausführenden auf diesem Gebiet einer gewissen Streuung unterliegen würden, deren Ursache aber nicht ohne Weiteres erkennbar sein würde. Die genauere Betrachtung der Vorgehensweise der einzelnen Teilnehmenden würde jedoch Hinweise darauf liefern, welche Schritte der Berechnung besonders fehleranfällig sind bzw. welche Fehler das Ergebnis maßgeblich beeinflussen und welche Empfehlungen und Hinweise für die Praxis daraus resultieren.

Als erster Schritt wurde daher eine realitätsnahe Aufgabenstellung entworfen, die von den Teilnehmenden mit den ihnen jeweils zur Verfügung stehenden Programmen bearbeitet werden sollte. Die Aufgabenstellung bestand in der Ermittlung der stationären Schwingungsamplituden in einem homogenen Halbraum (Baugrund), der über eine Maschine auf einem Blockfundament harmonisch angeregt wird.

3.1 Fundamentgeometrie

Das quadratische Fundament mit einer Seitenlänge von 6 m und einer Dicke von 1 m, die Belastung und die Koordinaten in x - und z -Richtung der Orte zur Ermittlung der Baugrundschrwingungen sind in Bild 2 dargestellt.

3.2 Lasten und Randbedingungen

Es wird eine gleichmäßig verteilte sinusförmige Last mit einer Amplitude von 1 kN/m^2 angesetzt. Die Schwin-

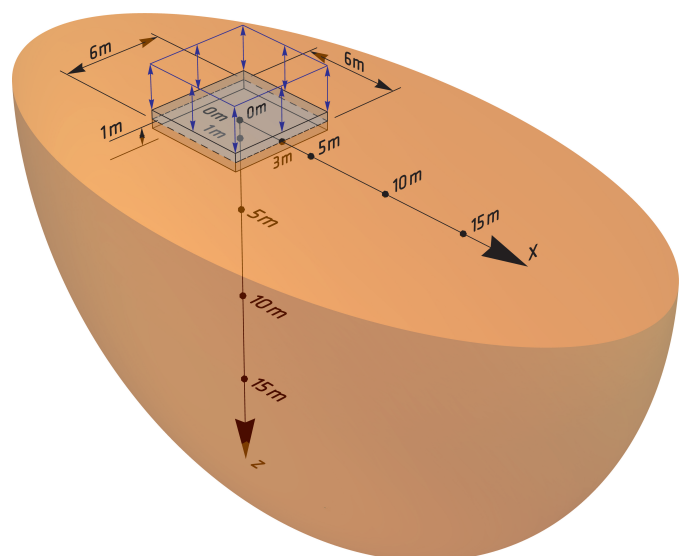


Bild 2 Geometrie, Belastung und Auswertepunkte der Aufgabenstellung
 Dimensions, loading, and evaluation locations of the task assignment

gungsamplituden des Baugrunds und des Fundaments sollen für Anregungsfrequenzen von $f=4\text{Hz}$, 8Hz , 16Hz , 32Hz , 48Hz und 64Hz ermittelt werden.

Für die Modellierung der Wellenabstrahlung am Modellrand zur Simulation des unendlichen Halbraums wurden keine Vorgaben gemacht. Es wurde in den Rechenprogrammen meist die gängige Lysmer-Kuhlemeyer-Abstrahlungsbedingung (LKTb, „TB“ steht für transmitting boundary) gewählt [3, 4]. In der überwiegenden Mehrzahl der kommerziell oder frei verfügbaren Softwarepakete ist dies für Zeitbereichsberechnungen die einzige verfügbare Option. Weitere implementierte und von den Teilnehmenden verwendete Methoden sind: Perfectly Matched Layers (PML) [5, 6], die Methode der dünnen Schichten (TLM, Thin Layer Method) [7] und die Randelemente-Methode (BEM, Boundary Element Method) [8].

3.3 Materialeigenschaften

Bei der Modellierung des Fundaments wurde die Masse der Maschine allein durch eine erhöhte Dichte des Fundaments berücksichtigt. Eine detaillierte Modellierung der Maschine erfolgte nicht. Die Masse von Blockfundament und Maschine zusammen führte zu einer gleichverteilten vertikalen Bodenpressung von $\sigma_v=47,1\text{kN/m}^2$. Bei einer Dicke des Blockfundamentes von $d=1,0\text{m}$ und einer Grundfläche von $A=6\text{m}\times 6\text{m}$ ergibt sich daraus eine Gesamtmasse von $m=\sigma_v\cdot 36\text{m}^2/g=173\text{t}$. Für die Berechnungen wird die Gesamtmasse m in eine fiktive Dichte $\rho_{F,eq}$ des Blockfundamentes umgerechnet. Man erhält für die Fundamentdicke $d=1,0\text{m}$ die Dichte $\rho_{F,eq}=4811,4\text{kg/m}^3$. Der Elastizitätsmodul des Blockfundamentes wurde zu $E_F=30.000\text{MN/m}^2$ bei einer Querdehnzahl (Poissonzahl) von $\nu_F=0,15$ festgelegt.

Es wurde von linear elastischem Verformungsverhalten des Bodens ausgegangen. Entsprechend wurden für den Boden als Stoffparameter ein Elastizitätsmodul $E=224\text{MN/m}^2$, eine Querdehnzahl $\nu=0,40$ und eine Dichte von $\rho=1835\text{kg/m}^3$ festgelegt. Dies entspricht einem dynamischen Schubmodul $G=80\text{MN/m}^2$ und einer Scherwellengeschwindigkeit $c_s=209\text{m/s}$.

Die Dämpfungseigenschaften des Bodens wurden als hysteretische Strukturdämpfung mit dem Dämpfungsverhältnis $\xi=0,02$ im Sinne eines komplexen Schubmoduls $G_c=G(1+2i\xi)$ festgelegt. Bei Berechnungen im Zeitbereich können diese Dämpfungseigenschaften nicht direkt umgesetzt werden. Bei der hier vorliegenden sinusförmigen Belastung ist es dann zweckmäßig, eine Rayleigh-Dämpfung [9] zu verwenden. Für die Bestimmung der zugehörigen Rayleighdämpfungsparameter muss die Eigenfrequenz des Systems Fundament-Halbraum abgeschätzt werden.

Unter Verwendung der dynamischen Steifigkeiten gemäß den Empfehlungen des AK 1.4 [10] ergibt sich für das

Fundament die gedämpfte Eigenfrequenz bei ca. 9Hz , und die ungedämpfte Eigenfrequenz bei ca. 15Hz . Der große Unterschied zwischen gedämpfter und ungedämpfter Eigenfrequenz zeigt deutlich, dass die Wellenabstrahlung in den unendlichen Halbraum zu einer erheblich höheren Energiedissipation führt als die Materialdämpfung des Bodens, durch die nur ein Unterschied im niedrigen einstelligen Prozentbereich zu erwarten wäre. Die genauen Werte der Rayleigh-Parameter sind daher nur von untergeordneter Bedeutung und können überschläglich gewählt werden.

4 Grundaspekte der Modellbildung für dynamische FE-Berechnungen

4.1 Zeit- und Frequenzbereich

Unter den Rahmenbedingungen der Aufgabenstellung – linear elastisches Materialverhalten, geringe Anzahl sinusförmiger Anregungsfunktionen, hysteretische Materialdämpfung – ist eine Berechnung im Frequenzbereich die naheliegendste Wahl.

Aufgrund der Tatsache, dass das Materialverhalten in der geotechnischen, statischen Bemessung grundsätzlich nichtlinear ist, bieten die meisten geotechnischen FE-Softwarepakete jedoch nur Lösungen im direkten Zeitbereich an. Weil einigen Teilnehmenden der Vergleichsstudie nur genau solche Programme zur Verfügung standen, liegen sowohl Frequenzbereichs- als auch Zeitbereichslösungen vor. Grundsätzlich sollten beide Varianten aber zu ausreichend genauen Ergebnissen führen.

4.2 Modellabmessungen

Die Größe des zu diskretisierenden Gebietes hängt in hohem Maße davon ab, welche Technik zur Simulation der Wellenabstrahlung in den unendlichen Halbraum eingesetzt wird.

Nach [3] sollen bei Verwendung von LKTb die Modellgrenzen mindestens einen Abstand von $1,5$ Rayleigh-Wellenlängen zum Bereich von Interesse haben. Eine von den Autoren durchgeführte Sensitivitätsstudie, über die im Abschnitt 8.2 berichtet wird, kommt zu dem Schluss, dass der Abstand mindestens zwei Scherwellenlängen betragen sollte.

Vorschläge aus verschiedenen Quellen zur Wahl der Ausdehnung des Bereichs von Interesse und der Abmessungen der PML sind in [11] zusammengefasst. Sie führen zu der Erkenntnis, dass die PML sehr nah am Bereich von Interesse angesetzt werden können und, dass die Ausdehnung der PML in Richtung der Wellenabstrahlung nicht größer als eine Wellenlänge sein muss.

4.3 Netzdichte, Zeitschrittalgorithmus und Zeitschrittgröße

Um eine sich im Boden ausbreitende Welle mit den von den Elementknoten aufgespannten Polynomansatzfunktionen der Verschiebungen ausreichend genau erfassen zu können, darf die Länge der längsten Elementseite nicht zu groß gewählt werden. Eine weitere Forderung, die nicht nur bei dynamischen, sondern bei allen Arten von FEM-Berechnungen erfüllt werden muss, besteht darin, dass die Netzdichte lokal so gewählt werden muss, dass die auftretenden Spannungs- und Verformungsgradienten ausreichend genau erfasst werden. Im vorliegenden Fall treten an den Fundamenträndern im Boden bzw. neben dem Fundament große Gradienten auf. An diesen Stellen ist über die bereits genannte Anforderung an die Netzdichte aus der Wellenlänge hinaus zusätzlich eine lokale Netzverfeinerung vorzunehmen.

Die Wahl des kleinsten Knotenabstands wird im Grundsatz nur durch die verfügbare Rechenkapazität eingeschränkt. Bei einigen Zeitschrittalgorithmus kommt jedoch die Einschränkung hinzu, dass die Zeitschrittweite eine von der Netzfeinheit abhängige Obergrenze nicht überschreiten darf, weil der Zeitschrittalgorithmus sonst instabil wird. Eine lokale oder globale Netzverfeinerung muss dann unter Umständen mit einer Verringerung der Zeitschrittweite verbunden werden, siehe Abschnitt 4.5.2.

4.4 Lösung der Bewegungsgleichung im Frequenzbereich

Da bei einer Lösung im Frequenzbereich keine Diskretisierung der Zeit vorgenommen, sondern eine kontinuierliche Zeitfunktion angesetzt wird, lässt sich eine Berechnung im Frequenzbereich als Grenzfall einer Berechnung im Zeitbereich auffassen, bei der die Zeitschrittweite $\Delta t \rightarrow 0$ verwendet wird [12].

Zwar entfallen im Frequenzbereich sämtliche für Berechnungen im Zeitbereich notwendigen Überlegungen zur Diskretisierung der Zeit (s. Abschnitt 4.5), stattdessen ist für nicht harmonische Lastfunktionen eine Diskretisierung in trigonometrische Funktionen unterschiedlicher Frequenz mithilfe einer Fouriertransformation (siehe z.B. [13]) erforderlich. Anschließend ist für jede Frequenz ein komplexwertiges Gleichungssystem zu lösen. Es ist unmittelbar erkennbar, dass eine Berechnung im Frequenzbereich genau dann besonders vorteilhaft ist, wenn die Anzahl der für die Abbildung der Lastfunktion notwendigen spektralen Anteile sehr niedrig ist.

4.5 Lösung der Bewegungsgleichung im Zeitbereich

Neben der Diskretisierung der Geometrie muss nun zusätzlich ein geeigneter Algorithmus gewählt werden, mit dem nacheinander für jeden Zeitschritt Δt die Bewe-

gungsgleichung (1) gelöst werden kann. Die Länge eines Zeitschritts und der Zeitschritt-Algorithmus müssen zueinander passend gewählt werden.

Die Literatur zu den Eigenschaften von Zeitschrittalgorithmus ist äußerst umfangreich. Erläuterungen der Grundlagen enthalten z.B. die Standardwerke zur FEM [14] und [15] und die darin enthaltenen weiteren Verweise. In der Vergangenheit wurde in der Fachliteratur eine Vielzahl von Zeitschrittalgorithmus vorgeschlagen und es kommen ständig neue hinzu. Die Unterschiede zwischen den Algorithmus bestehen in den Annahmen über den Verlauf der Beschleunigungen und Schwinggeschwindigkeiten innerhalb eines oder mehrerer aufeinanderfolgender Zeitschritte, deren Gewichtungen bei einer Integration über die Zeit und wie die in Form der Bewegungsgleichung (1) formulierte Gleichgewichtsbedingung in die Berechnung einfließt.

Nur wenige Algorithmus davon sind jedoch in den heute verfügbaren kommerziellen oder frei verfügbaren FEM-Softwareprodukten implementiert worden, und noch einmal weniger werden standardmäßig eingesetzt.

An jeden Zeitschritt-Algorithmus werden die generischen Anforderungen

- Genauigkeit,
- Stabilität und
- Konvergenz

gestellt. Stabilität und Konvergenz sind notwendige, aber nicht hinreichende Bedingungen für Genauigkeit. Auch eine stabile und konvergente Berechnung kann also ein völlig falsches Ergebnis liefern.

Um die Amplitude der stationären Lösung zu erhalten, muss darüber hinaus der ermittelte Zeitverlauf der gesuchten Größe in geeigneter Weise ausgewertet werden, um ein korrektes Ergebnis zu erhalten.

4.5.1 Genauigkeit

Um eine ausreichende Genauigkeit der Modellantwort mit einem Zeitschrittalgorithmus zu erzielen, ist es erforderlich, die Zeitschrittweite Δt so zu wählen, dass die kleinste Periodendauer in der Lastfunktion ausreichend genau abgebildet werden kann.

4.5.2 Stabilität

Ein Zeitschrittalgorithmus wird als stabil betrachtet, wenn die Modellantwort mit zunehmender Zeit nicht über alle Schranken wächst. Das Kriterium für Stabilität lässt sich ausdrücken als Bedingung für das Verhältnis τ von Zeitschrittweite Δt zu kleinster Eigenperiode $T_{n,\min}$ des Modells, Gl. (2),

$$\tau = \frac{\Delta t}{T_{n,\min}} < \tau_{\max}. \quad (2)$$

Wenn bei einem Zeitschrittalgorithmus die Lösung unabhängig von der gewählten Zeitschrittweite stets konvergent ist ($\tau_{\max} \rightarrow \infty$), wird er als „uneingeschränkt stabil“ bezeichnet, ansonsten ($\tau_{\max} < \infty$) als „bedingt stabil“. Darüber hinaus wird häufig zwischen „impliziten“ und „expliziten“ Verfahren unterschieden, aber in der Literatur werden unterschiedliche Abgrenzungskriterien angegeben (vergleiche z. B. [14, S. 918], [15, S. 461] und [16, S. 72]), sodass keine einheitliche Definition existiert.

Eine gängige Definition bezeichnet diejenigen Zeitschrittalgorithmen als explizit, bei denen für die Lösung der Bewegungsgleichung (1) keine Dreieckszerlegung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} erforderlich ist. Die Vermeidung der Dreieckszerlegung der Steifigkeitsmatrix bei expliziten Zeitschrittalgorithmen führt dazu,

- dass die Massen- und Dämpfungsmatrix als konzentrierte (engl.: lumped) Matrizen formuliert werden müssen, wofür es eine Vielzahl von Algorithmen gibt, deren Wahl die Genauigkeit und Stabilität beeinflussen, und
- dass ein nur bedingt stabiler Zeitschrittalgorithmus und deswegen zur Einhaltung der Stabilitätsbedingungen des gewählten Algorithmus eine sehr kleine Zeitschrittweite verwendet werden muss, wenn die Netzdicke für eine ausreichende Genauigkeit sehr fein gewählt wird.

Wie aus Gl. (2) erkennbar ist, hängt die Stabilität bedingt stabiler Zeitschrittalgorithmen vom Verhältnis zwischen Zeitschrittweite und kleinster Eigenperiode des Modells ab. Die Eigenperioden wiederum hängen von den Materialeigenschaften des Modells auf der einen Seite und der Netzfeinheit des Modells auf der anderen Seite ab. In den Differenzialgleichungen zu Wellenausbreitungsproblemen tritt als Materialeigenschaft ausschließlich die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit auf. Ein Stabilitätskriterium wie Gl. (2) lässt sich somit stets äquivalent ausdrücken als Anforderung an das Verhältnis

$$C = \frac{c \Delta t}{\Delta r} < C_{\max} \quad (3)$$

von Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c , Zeitschrittweite Δt und kleinstem Knotenabstand Δr . Das Stabilitätskriterium in der Formulierung nach Gl. (3) wird in der Literatur auch als CFL-Kriterium [17, 18] bezeichnet. Der Wert von C_{\max} ist für jeden bedingt stabilen Zeitschrittalgorithmus unterschiedlich. Er ändert sich mit der Dimension der Wellenausbreitung (1D, 2D, 3D), mit der Polynomordnung der Elementansatzfunktionen, mit der Wahl der Formulierung der Massenmatrix und ggf. weiteren Parametern. Das Produkt $c \cdot \Delta t$ wird in der Literatur bisweilen als derjenige Weg interpretiert, den eine Welle innerhalb eines Zeitschritts im Modell voranschreitet.

Dies ist jedoch nur scheinbar eine physikalische Interpretation. Tatsächlich handelt es sich wie schon bei Gl. (2) um ein rein numerisches Kriterium ohne physikalischen Hintergrund.

4.5.3 Konvergenz

Ein Zeitschrittalgorithmus gilt als konvergent, wenn er – bei gleichbleibender räumlicher Diskretisierung – mit kleiner werdender Zeitschrittweite gegen die numerisch exakte Lösung strebt. Die numerisch exakte Lösung selbst kann beispielsweise noch Diskrepanzen zwischen der numerisch auftretenden Wellenausbreitungsgeschwindigkeit und den eingegebenen Materialeigenschaften aufweisen (Dispersionsfehler). Mit feiner werdender räumlicher Diskretisierung muss die numerische Lösung dann auch gegen die analytisch exakte Lösung konvergieren.

Die Konvergenz eines Zeitschrittalgorithmus für ein gegebenes Modell hängt von dessen geometrischen und materiellen Eigenschaften sowie den Annahmen über den Verlauf von Beschleunigungen, Schwingungsgeschwindigkeiten und Verschiebungen innerhalb eines Zeitschritts, aber *nicht* von den äußeren Einwirkungen ab.

Ob ein Zeitschrittalgorithmus konvergent ist, hängt darüber hinaus auch von der numerischen (auch: „algorithmischen“) Dämpfung des Zeitschrittalgorithmus ab. Wie bei physikalischer Dämpfung kann die Anwendung eines bestimmten Zeitschrittalgorithmus sowohl zu einer Amplitudenreduktion als auch zu einer Periodenverlängerung gegenüber einer analytisch exakten Lösung führen. Während bei physikalischer Dämpfung beide Effekte gleichzeitig und in einem bestimmten Verhältnis zueinander auftreten, tritt bei numerischer Dämpfung der eine Effekt unabhängig vom anderen auf. Darüber hinaus verändert die numerische Dämpfung auch die Auswirkungen einer im Modell formulierten physikalischen Dämpfung. Je nach Zeitschrittalgorithmus und gewählter Zeitschrittweite können sie sich sowohl verstärken als auch gegenseitig auslöschen.

4.5.4 Auswertung der Verschiebungszeitverläufe

Eine Suche nach den lokalen Extrema im Verschiebungszeitverlauf bei sinusförmiger Anregung zur Ermittlung der Antwortamplitude der stationären Lösung der Bewegungsgleichung (1) darf erst ab einem Zeitpunkt erfolgen, an dem die homogene Lösung nur noch klein gegenüber der partikulären Lösung ist. Andernfalls besteht die Gefahr, dass die Amplitude der stationären Schwingung überschätzt wird.

Weil die homogene Lösung eine freie Schwingung ist, die mit jeder Periode weiter abklingt, kann die Anzahl der lokalen Extremwerte des Zeitverlaufs, die für die Auswertung übergangen werden müssen, über das logarithmi-

sche Dekrement und das Verhältnis von Anregungsfrequenz zu kleinster Eigenfrequenz überschläglich abgeschätzt werden. Man erhält nach Gln. (4), (5):

$$N > N_\epsilon \cdot \eta \tag{4}$$

$$N_\epsilon = (\ln \epsilon) \cdot \frac{\sqrt{1 - \vartheta^2}}{2\pi \cdot \vartheta} \tag{5}$$

mit N der Anzahl der lokalen Extrema, die verworfen werden müssen, N_ϵ , der Ordnungszahl der Periode der homogenen Lösung, deren Amplitude im Verhältnis zur Amplitude der ersten Periode kleiner als ein vorzugebender Wert ϵ ist, ϑ , dem Lehrschen Dämpfungsmaß, und $\eta = \Omega/\omega_g$, dem Verhältnis von dominierender Anregungsfrequenz und kleinster gedämpfter Eigenfrequenz. Die Werte von ϑ und ω_g müssen geschätzt werden.

Für einige Kombinationen von ϵ und ϑ sind in Tab. 1 die dazugehörigen Werte von N_ϵ zusammengestellt. Man erkennt, dass insbesondere bei hohen Werten von ϑ , die bei vorhandener Abstrahldämpfung typischerweise vorliegen, die Störung durch die homogene Lösung sehr schnell abgeklungen ist.

5 Literaturempfehlungen zu Netzfeinheit und Zeitschrittalgorithmus

5.1 Knotendichte und Elementordnung

Auf Basis numerischer Experimente zur Modellierung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung bei seismischer Anregung wird in [19] und [20] empfohlen, bei linearen Ansatzfunktionen 8–12 Knoten pro Wellenlänge zu verwenden. In [21] und [22] werden für 2D-Elemente mit linearen Ansatzfunktionen sogar 20 Knoten pro Wellenlänge empfohlen. In [23] wird angegeben, dass bei linearen 2D-Elementen 10–20 Knoten pro Wellenlänge üblich wären.

Bei numerischen Experimenten wird darüber hinaus beobachtet, dass die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Modell nicht mit der als Materialeigenschaft verwendeten Wellenausbreitungsgeschwindigkeit übereinstimmt. Es wird in [23] darauf hingewiesen, dass dieser Fehler mit

Tab. 1 Anzahl Perioden N_ϵ bis zum Abklingen der homogenen Lösung auf einen Bruchteil ϵ der Anfangsamplitude bei verschiedenen Lehrschen Dämpfungsmaßen ϑ

Period count N_ϵ until decay of free vibration to fraction ϵ of initial amplitude at several ratios of critical damping

ϵ	ϑ			
	0,01	0,05	0,1	0,5
0,5	5	1	1	1
0,1	16	4	2	1
0,01	32	7	4	1
0,001	48	10	5	1

zunehmender Entfernung zur Quelle größer wird. Bei gleicher Knotendichte nehmen die Abweichungen zwischen numerischer und exakter Ausbreitungsgeschwindigkeit mit zunehmendem Polynomgrad der Ansatzfunktionen ab. Für die weitverbreiteten viereckigen ebenen Serendipity-Elemente mit vier Eckknoten und vier Kantenmittelknoten wird in [22] empfohlen, bei expliziter Zeitschrittintegration zehn Elemente pro Wellenlänge zu verwenden, was überschläglich ebenfalls 20 Knoten pro Wellenlänge bedeutet. Dagegen werden in [22] bei impliziter Zeitintegration und konsistenter Massenmatrix bereits vier Elemente und somit ca. acht Knoten pro Wellenlänge für ausreichend erachtet.

Quantitative Angaben zum Verhältnis zwischen Anzahl an Elementen pro Scherwellenlänge und dem auftretenden relativen Fehler zwischen der numerischen und exakten Scherwellengeschwindigkeit finden sich in [24]. Es werden gleichmäßige Tetraeder-Netze mit linearen, quadratischen und kubischen Ansatzfunktionen untersucht. Damit der Fehler unterhalb von 1 % liegt, müssen für das in [24] untersuchte Beispiel 23,2 lineare, 5,2 quadratische oder 2,7 kubische Elemente verwendet werden. Für einen Fehler unterhalb von 5 % sind immer noch 10,4 lineare, 3,5 quadratische oder 2,0 kubische Elemente erforderlich.

In [25] wird darüber hinaus empfohlen, stets so lange eine schrittweise Netzverfeinerung durchzuführen, bis sich für die zu lösende Aufgabenstellung kein relevanter Gewinn an Genauigkeit mehr einstellt.

In [16, S. 102] und auch in [26] wird darauf hingewiesen, dass bei Verwendung von Elementen mit höherwertigen Ansatzfunktionen bei gleicher Knotenanzahl die für die Stabilität erforderliche Zeitschrittweite erheblich kürzer werden kann, bei den in [26] untersuchten Beispielen um bis zu 80 %. Die Verwendung von höherwertigen Elementen führt in diesen Fällen somit zu einer deutlichen Erhöhung des numerischen Aufwands.

5.2 Zeitschrittalgorithmus

Eine umfangreiche Zusammenstellung von Zeitschrittalgorithmen findet sich beispielsweise in [27] und [28].

Die von den Teilnehmenden der Studie verwendeten Zeitschrittalgorithmen sind das Newmark-Verfahren [29], das HHT-Verfahren [30] und mehrere Varianten des Zentralen Differenzenverfahrens. In der Praxis ist das Newmark-Verfahren sehr weit verbreitet. Die anderen Verfahren beruhen auf ähnlichen Vorgehensweisen.

Beim Newmark-Verfahren [29] werden für die Approximation von Verschiebungen, Schwinggeschwindigkeiten und Beschleunigungen die Gln. (6)–(8) simultan gelöst, wobei β und γ Parameter sind, durch welche die Genauigkeit, die Stabilität und das Maß der numerischen Dämpfung gesteuert werden können.

$$\mathbf{K}u_{n+1} + \mathbf{C}\dot{u}_{n+1} + \mathbf{M}\ddot{u}_{n+1} = \mathbf{p}_{n+1} \quad (6)$$

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + (\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_n + \beta \ddot{u}_{n+1} \right] \quad (7)$$

$$\ddot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t[(1 - \gamma)\ddot{u}_n + \gamma\ddot{u}_{n+1}] \quad (8)$$

Die Wahl $2\beta \geq \gamma \geq 1/2$ ist für die praktische Anwendung besonders vorteilhaft, weil man ein Verfahren erhält, das uneingeschränkt für jede beliebige Zeitschrittweite Δt stabil ist [15]. Mit der in FE-Programmen häufig anzutreffenden Voreinstellung $\beta = 1/4$ und $\gamma = 1/2$ wird die höchstmögliche Konvergenzrate erreicht.

5.3 Zeitschrittweite

In der Literatur, z. B. in [14], findet sich zur Wahl der Zeitschrittweite in Bezug auf Genauigkeit und Stabilität gleichermaßen die Empfehlung $\Delta t \leq 0,01 T_{n,\min}$ als Wahl auf der sicheren Seite, die jedoch häufig übermäßig konservativ wäre. Darin ist $T_{n,\min}$ die kleinste Eigenperiode des Modells. In [31] wird empfohlen, $\Delta t/T_g \leq 0,1$ für einen Fehler unterhalb von 10 % und $\Delta t/T_g \leq 0,04$ für einen vernachlässigbar geringen Fehler im Ergebnis zu wählen, sofern für die Stabilität des Verfahrens keine anderen Werte erforderlich seien. Dabei ist T_g die kleinste in der Anregungsfunktion enthaltene Periode.

In [15, Kap. 9.1.4], und auch in [32] wird darauf hingewiesen, dass eine sehr klein gewählte Zeitschrittweite ebenfalls zu ungenauen Ergebnissen führen kann. Am Beispiel eines fein diskretisierten Dehnstabes, der an seinem freien Ende in Form einer Ein-Stufen-Funktion belastet wird, wird demonstriert, dass bereits bei einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 0,5 h/c$, mit h der Elementlänge und c der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Dehnstab, nicht kausale Verformungen des Stabes vor der Wellenfront auftreten und, dass diese bei gleichbleibender räumlicher Diskretisierung mit kleiner werdender Zeitschrittweite sogar noch verstärkt werden. Dieses Phänomen ist keine Eigenart eines bestimmten Zeitschrittintegrationsverfahrens, sondern eine inhärente Eigenschaft eines semidiskreten Differenzialgleichungssystems nach Gl. (1). Es kann dadurch eliminiert werden, dass eine Verringerung der Zeitschrittweite mit einer Netzverfeinerung einhergeht.

5.4 Numerische Dämpfung

Der Einsatz einer numerischen Dämpfung kann sinnvoll sein, erfordert jedoch besondere Sorgfalt.

Nur sehr wenige Arbeiten wie [31] und [33] beschäftigen sich gezielt mit dem Wechselspiel zwischen der numerischen Dämpfung eines Zeitschrittalgorithmus und der physikalischen Dämpfung eines Modells. In [29] geht Newmark auf die mathematischen Ursachen einer numerischen Dämpfung in dem von ihm entwickelten Verfah-

ren ein und zeigt, wie auf deren Auswirkungen durch die Wahl der Verfahrensparameter Einfluss genommen werden kann.

In [16, S. 98] wird darauf hingewiesen, dass es nicht sinnvoll ist, einerseits das Newmark-Verfahren ohne numerische Dämpfung zu verwenden, aber andererseits gleichzeitig zur Eliminierung hochfrequenter, durch die räumliche und zeitliche Diskretisierung hervorgerufener parasitärer Schwingungen eine künstliche Materialdämpfung einzuführen. Der Grund dafür ist, dass bei Verwendung des Newmark-Verfahrens die physikalische Dämpfung bei großem Verhältnis $\Delta t/T_{n,\min}$ ausgelöscht werden kann.

5.5 Fazit

Die Netzfeinheit und die Zeitschrittweite müssen die Bedingungen, Gln. (9) und (10),

$$\Delta h_K \leq \frac{c}{10 f_{\max}} \quad (9)$$

und

$$\Delta t \leq \min \left\{ \frac{T_{n,\min}}{10}; \frac{T_{p,\min}}{10} \right\} \quad (10)$$

erfüllen. Darin ist Δh_K der größte Abstand zwischen zwei benachbarten Knoten innerhalb eines Elementes, c die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit (üblicherweise der Scherwelle), f_{\max} die höchste Frequenz in der Anregungsfunktion, $T_{n,\min}$ die Periodenlänge der niedrigsten Eigenfrequenz des Modells und $T_{p,\min} = (f_{\max})^{-1}$ die niedrigste Anregungsperiodenlänge. Für uneingeschränkt stabile Zeitschrittintegrationsverfahren entfällt die Beschränkung durch $T_{n,\min}$ in Gl. (10) als Stabilitätsbedingung, aber nicht als Bedingung für eine ausreichende Genauigkeit.

Es empfiehlt sich, eine numerische Dämpfung nur dann einzusetzen, wenn keine Materialdämpfung im Modell verwendet wird.

6 Referenzlösung zur Modellverifizierung

Als Referenzlösung wird ein Einmassenschwinger mit der Masse des Fundamentes nach Abschnitt 3 verwendet. Steifigkeit und Dämpfung sind bis $a_0 = 2$ den Impedanztafeln in [10] entnommen. Darüber hinaus gehende Impedanzen wurden numerisch nach [8] berechnet. Eine harmonische Kraft von 36 kN wird als Belastung verwendet. Es ergeben sich unter Berücksichtigung der dimensionslosen Frequenz $a_0 = a \Omega/c_s$ mit $a = 3,0$ m (halbe Fundamentbreite), $\Omega = 2\pi \cdot f$ (Erregerkreisfrequenz) und $c_s = 209$ m/s (Scherwellengeschwindigkeit) die vertikalen Verschiebungsamplituden des Fundamentes nach Tab. 2.

Tab. 2 Referenzlösung
Benchmark solution

f in Hz	4	8	16	32	48	64
a_0	0,36	0,72	1,44	2,88	4,33	5,77
$ u_z $ in μm	20,4	21,0	13,7	4,1	2,0	1,2

7 Berechnungsergebnisse der Vergleichsstudie

Die wesentlichen Merkmale der von den Teilnehmenden verwendeten Modelle sind in Tab. 3 zusammengestellt.

Tab. 3 Übersicht zu den Berechnungsgrundlagen der eingereichten Lösungen
Synopsis of analysis procedures of submitted results

Nr.	Software	Verwendete Versionen	Modell-dimension	Zeit-/Frequenzbereich	Wellen-abstrahlung	Material-dämpfungs-typ	Element-form	Element-Interpolations-ordnung
1	Plaxis3D	2022	3D	Zeit	LKTB	Rayleigh	Tet	2
2	Plaxis2D	2018, 2019	2D	Zeit	LKTB	Rayleigh	Tri	4
3	SASSI	2010	3D	Frequenz	TLM	Hysteretisch	Hex	1
4	Tochnog	05.07.2022	2D	Zeit	LKTB	Rayleigh	Quad	1
5	numgeo	2023 und höher	2D	Zeit	LKTB	Rayleigh	Quad	2
6	Ansys	2021R2 und höher	3D	Frequenz	PML	Hysteretisch	Tet	2
7	Ansys	2021R2 und höher	2D	Frequenz	LKTB	Hysteretisch	Tri	2
8	Ansys/SSI [8]	2021R2	3D	Frequenz	BEM	Hysteretisch	Matrix	-
9	Abaqus	2019	3D	Frequenz	LKTB	Hysteretisch	Hex	1

Wie unmittelbar zu erkennen ist, wurde eine Vielzahl von kommerziellen und frei verfügbaren FEM-Programmen eingesetzt und es wurden viele verschiedene Berechnungsstrategien gewählt. Alle 2D-Lösungen sind axial-symmetrische Modelle, bei denen das Quadratfundament durch ein flächengleiches Kreisfundament approximiert wird.

Die finalen, vertikalen Verschiebungsamplituden des Fundamentmittelpunktes aller Teilnehmenden nach mehreren Iterationen zeigt Bild 3. Man erkennt, dass bei 4 Hz die Abweichung zur Referenzlösung weniger als

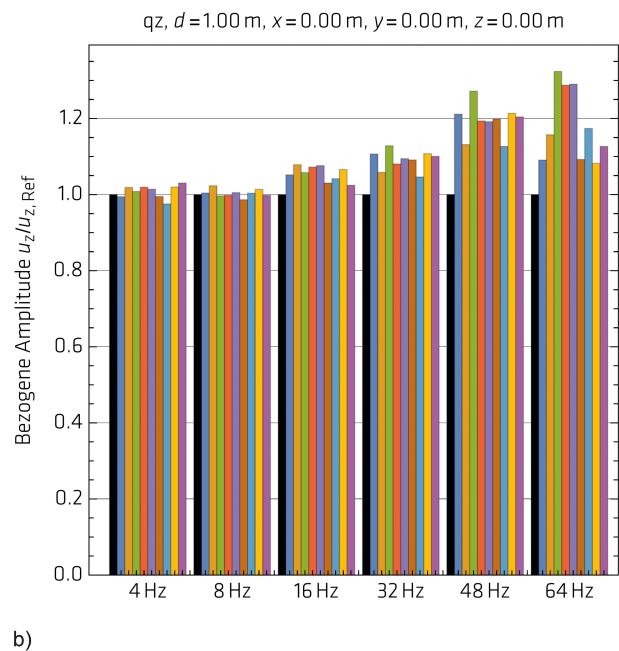
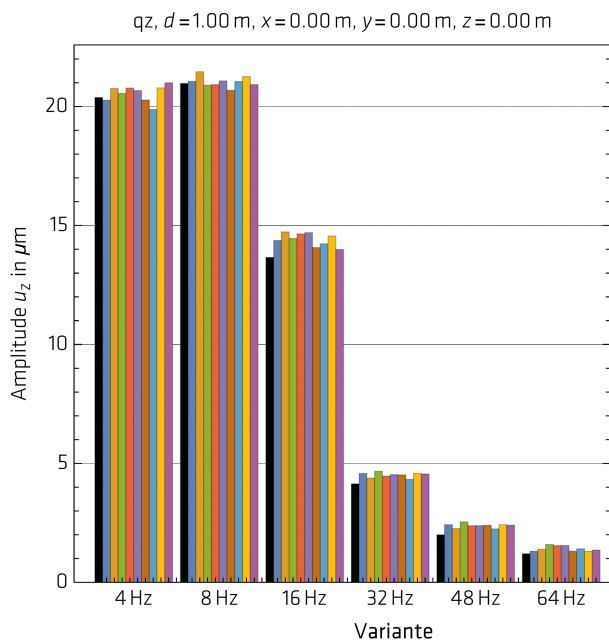


Bild 3 Vertikale Verschiebungsamplitude des Fundamentmittelpunktes in den Lösungen nach Tab. 3: a) absolute Amplituden, b) relative Amplituden mit Amplitude der Referenzlösung als Bezugsgröße

Vertical displacement amplitude of foundation's center from the analyses after Tab. 3: a) absolute amplitudes, b) relative amplitudes with respect to amplitude of benchmark solution

5 % beträgt, was als sehr gute Übereinstimmung angesehen werden kann. Mit zunehmender Frequenz werden die relativen Abweichungen zur Referenzlösung über alle Frequenzen hinweg größer. Dies ist zu erwarten, weil bei der Referenzlösung das Fundament vollständig starr ist, was mit zunehmender Frequenz jedoch für die modellierten Fundamente eine immer weniger zutreffende Approximation ist. In Bild 3b ist darüber hinaus die Tendenz zu erkennen, dass die axialsymmetrischen 2D-Lösungen eine größere Verschiebungsamplitude des Fundamentmittelpunktes liefern als die 3D-Lösungen.

Der Anstieg der Amplituden in Bild 3a von der Anregungsfrequenz 4 Hz nach 8 Hz zeigt, dass die Eigenfrequenz in der Nähe von 8 Hz liegen muss.

Um die Ergebnisse in Bild 3 zu erzielen, waren mehrere Iterationen erforderlich. Die zunächst aufgetretenen Diskrepanzen zwischen den Teilnehmenden in den einzelnen Iterationsschritten gaben Anlass zu Sensitivitätsstudien, um die möglichen Ursachen zu ergründen. Die Ergebnisse einiger dieser Studien werden in Abschnitt 8 präsentiert.

8 Ergebnisse von Sensitivitätsstudien

8.1 2D- versus 3D-Modell

Die Oberflächenverschiebungen ausgewählter 2D- und 3D-Lösungen sind in Bild 4 und die Verschiebungen unterhalb des Fundamentes in Bild 5 jeweils für die Anregungsfrequenzen 4 Hz und 64 Hz grafisch dargestellt. Bei 4 Hz ergeben sich nur sehr geringe Unterschiede zwischen den Lösungen. Lediglich im Bereich der Fundamentkante zeigen sich nennenswerte Unterschiede. Bei 64 Hz lassen sich 2D- und 3D-Lösung bei den Oberflächenverschiebungen deutlich voneinander abgrenzen. Der Grund dafür ist, dass bei einer axialsymmetrischen 2D-Lösung effektiv ein Kreisfundament modelliert wird, welches bei Flächengleichheit mit dem Quadratfundament mit 3 m Halbbreite einen Radius von ca. 3,40 m aufweist.

Mit zunehmender Frequenz ist ein Kreisfundament somit keine auf der sicheren Seite liegende Näherung für ein flächengleiches Quadratfundament mehr. Während die Verschiebungen des Fundamentmittelpunktes durch die axialsymmetrische Lösung überschätzt werden, werden die Freifeldverformungen signifikant unterschätzt. Ähnliche Ergebnisse werden in [34] und [35] präsentiert. Maßgebliches Kriterium für die Zulässigkeit einer Approxi-

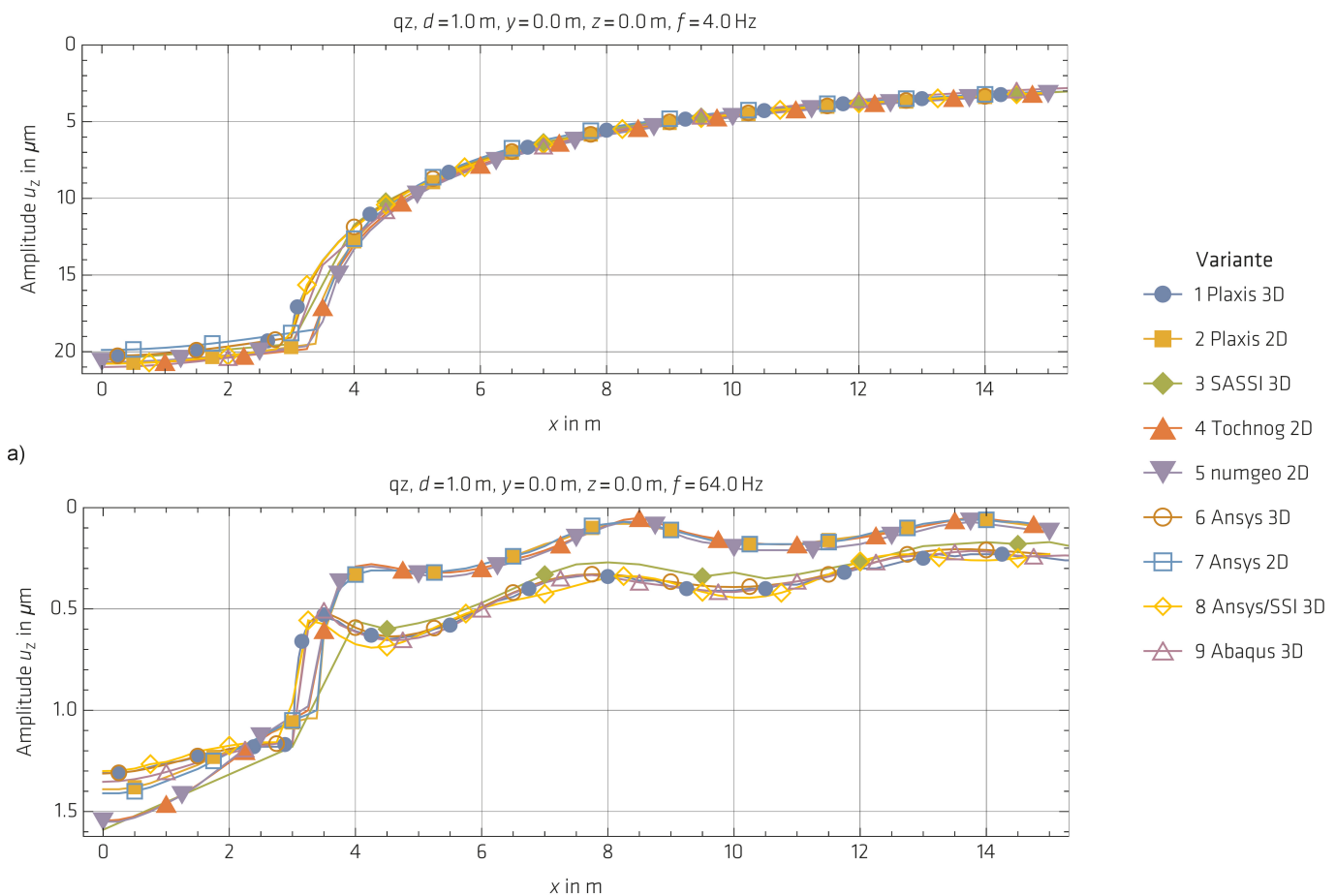


Bild 4 Vertikale Verschiebungsamplitude an der Baugrundoberfläche: a) Anregungsfrequenz 4 Hz, b) Anregungsfrequenz 64 Hz
Vertical displacement amplitude at ground surface: a) excitation frequency 4 Hz, b) excitation frequency 64 Hz

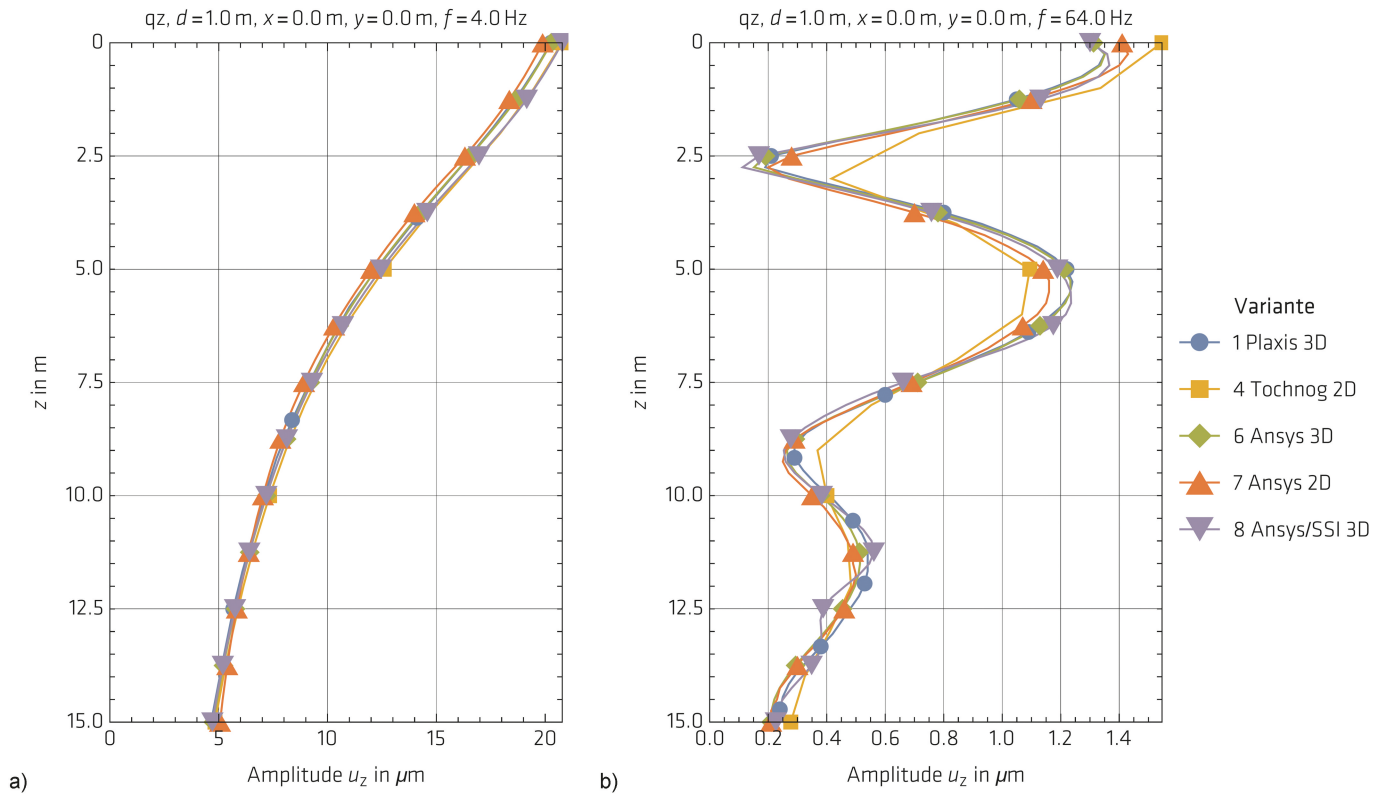


Bild 5 Vertikale Verschiebungsamplitude unterhalb des Fundamentmittelpunktes: a) Anregungsfrequenz 4 Hz, b) Anregungsfrequenz 64 Hz
 Vertical displacement amplitude below foundation's center: a) excitation frequency 4 Hz, b) excitation frequency 64 Hz

mation der Fundamentgeometrie ist augenscheinlich das Verhältnis zwischen der charakteristischen Fundamentabmessung und der Wellenlänge im Boden. Bei niedrigen Anregungsfrequenzen sind das Fundament und damit auch die Abweichungen zwischen Approximation und genauer Fundamentgeometrie klein gegenüber der Wellenlänge im Boden. Entsprechend haben die Approximationsfehler der Geometrie nur einen geringen Einfluss auf die Wellenausbreitung entlang der Oberfläche. Mit zunehmender Frequenz nähern sich Fundamentabmessung und Wellenlänge mehr und mehr an, wodurch der Einfluss des Fehlers bei der Approximation der Fundamentgeometrie steigt. Im vorliegenden Fall liegt bei Anregung mit 4 Hz ein Verhältnis $2a/\lambda_S \approx 1:9$ und bei Anregung mit 64 Hz ein Verhältnis $2a/\lambda_S \approx 2:1$ vor.

Bei den Fundamentverschiebungen in der Tiefe unmittelbar unter dem Fundamentmittelpunkt zeigt sich im Gegensatz zur Wellenausbreitung an der Oberfläche bei beiden in Bild 5 dargestellten Frequenzen eine gute Übereinstimmung zwischen Lösungen mit Kreisfundament und mit Quadratfundament. Die Ursache dürfte darin liegen, dass für diese Orte der Spannungsverlauf in Fundamentmitte die maßgebende Einflussgröße ist und diese Spannungen bei beiden Fundamentformen sehr ähnlich sind, sodass das Verhältnis zwischen Fundamentabmessung und Wellenlänge keinen signifikanten Einfluss hat.

8.2 Einfluss der Modellgröße bei Verwendung von LKTB

Empfehlungen für die Modellabmessungen für Zeitbereichslösungen mit LKTB als Wellenabstrahlungsrandbe-

dingungen finden sich in der Literatur häufig als Angabe des Abstands zwischen Fundamentmittelpunkt und Modellrand in Vielfachen der Fundamentabmessungen. Einige Teilnehmende folgten diesen Empfehlungen, aber die Lösungen zeigten erhebliche Streuungen. Daher wurde in einer Sensitivitätsstudie der Einfluss der Größe des Pufferbereiches zwischen dem Gebiet von Interesse und dem Modellrand mit den LKTB-Elementen untersucht. Es wurde ein axialsymmetrisches Modell mit ANSYS erstellt. Die Berechnungen erfolgten im Frequenzbereich. Die Materialeigenschaften sind die der Aufgabenstellung nach Abschnitt 3.

Die wesentlichen Abmessungen des Modells für die Sensitivitätsstudie sind in Bild 6 skizziert. Das Gebiet von Interesse ist gemäß Aufgabenstellung ein Bereich von $16\text{m} \times 16\text{m}$ vom Fundamentmittelpunkt aus gemessen, sodass der vom Fundament am weitesten entfernte Auswertepunkt noch 1m Abstand zum Pufferbereich hat. Als dimensionslose Pufferbreite wurde das Verhältnis:

$$\alpha = \frac{B_{\text{Puffer}}}{\lambda_S} \tag{11}$$

von Pufferbreite B_{Puffer} zu Scherwellenlänge λ_S als Näherung für die Rayleighwellenlänge verwendet, Gl. (11).

Insgesamt wurden 12 Modelle mit dimensionslosen Pufferbreiten zwischen $\alpha = 1/8$ und $\alpha = 10$ für alle Anregungsfrequenzen gemäß Aufgabenstellung untersucht. Die vertikalen Verschiebungsamplituden des am weitesten vom Fundament entfernt gelegenen Auswertepunktes sind in Bild 7 zusammengestellt. Es ist deutlich zu er-

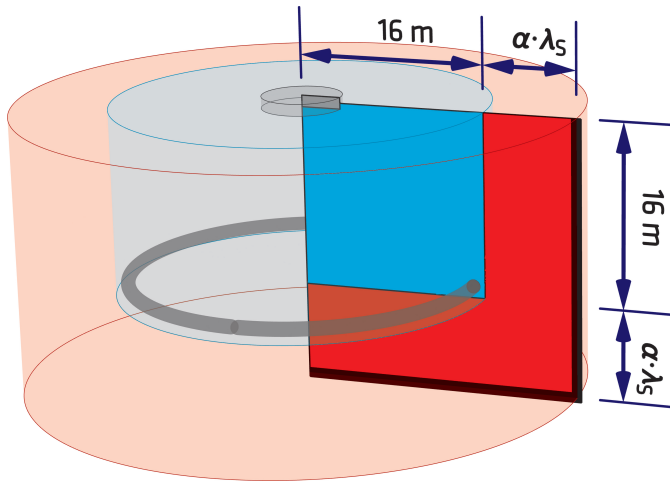


Bild 6 Abmessungen des axialsymmetrischen Modells für die Studie zur Sensitivität gegenüber der Pufferbreite zwischen Bereich von Interesse und Modellrand. Blau: Bereich von Interesse mit Fundament am oberen linken Rand. Rot: Puffer. Schwarze Linien: LKTB. Schwarzer Punkt: Auswertepunkt
Dimensions of axially symmetric model used for sensitivity study concerning size buffer between area of interest and model boundary. Blue: area of interest with foundation at upper left edge. Red: buffer. Black lines: LKTB. Black point: evaluation point

kennen, dass erst ab einer dimensionslosen Pufferbreite $\alpha \geq 2$ kein signifikanter Einfluss auf die Verschiebungsamplituden mehr festzustellen ist. Es muss erwähnt werden, dass dies über die Empfehlungen in der Grundlagenliteratur zu LKTB [3], die mit einem nahezu identischen Modell ermittelt wurden, hinausgeht.

8.3 Einfluss einer lokalen Netzverfeinerung

Bei 3D-Modellen sollte wegen des großen numerischen Aufwandes die Anzahl der Knoten so niedrig wie möglich gewählt werden. Dies wird bei Betrachtung des Modells in Bild 8 deutlich, das gemäß den Empfehlungen zur Modellgröße nach Abschnitt 8.2 und zur globalen Netzfeinheit nach Abschnitt 5.5 erstellt wurde. Zusätzlich wurde eine lokale Netzverfeinerung im Bereich des Fundamentrandes durchgeführt, um die starken Spannungs- und Verformungsgradienten im Bereich des Fundamentrandes besser zu erfassen.

Um den Einfluss einer lokalen Netzverfeinerung näher zu untersuchen, wurde das axialsymmetrische Modell,

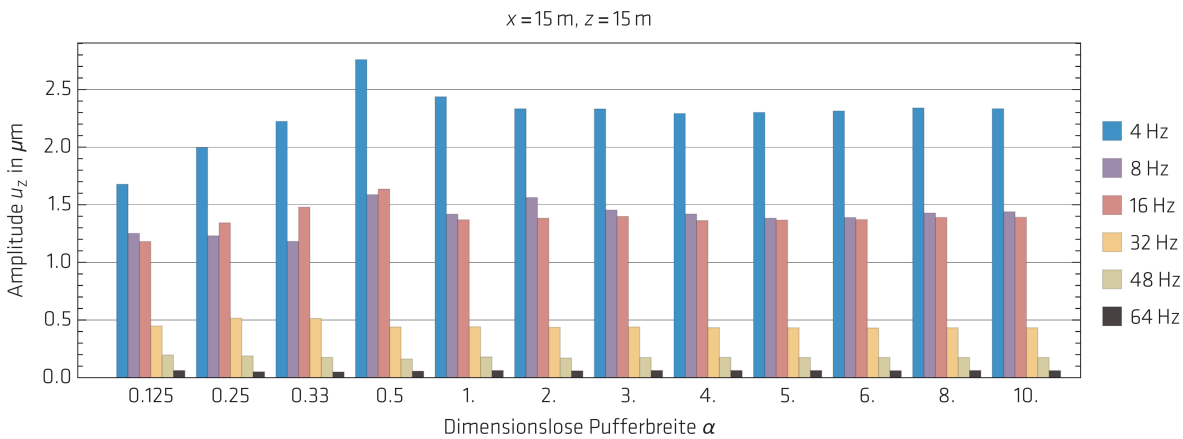


Bild 7 Einfluss der Pufferbreite auf die vertikale Verschiebungsamplitude am Auswertepunkt in maximaler Entfernung zum Fundamentmittelpunkt
Impact of buffer size on vertical displacement amplitude at evaluation point most distant from foundation's center

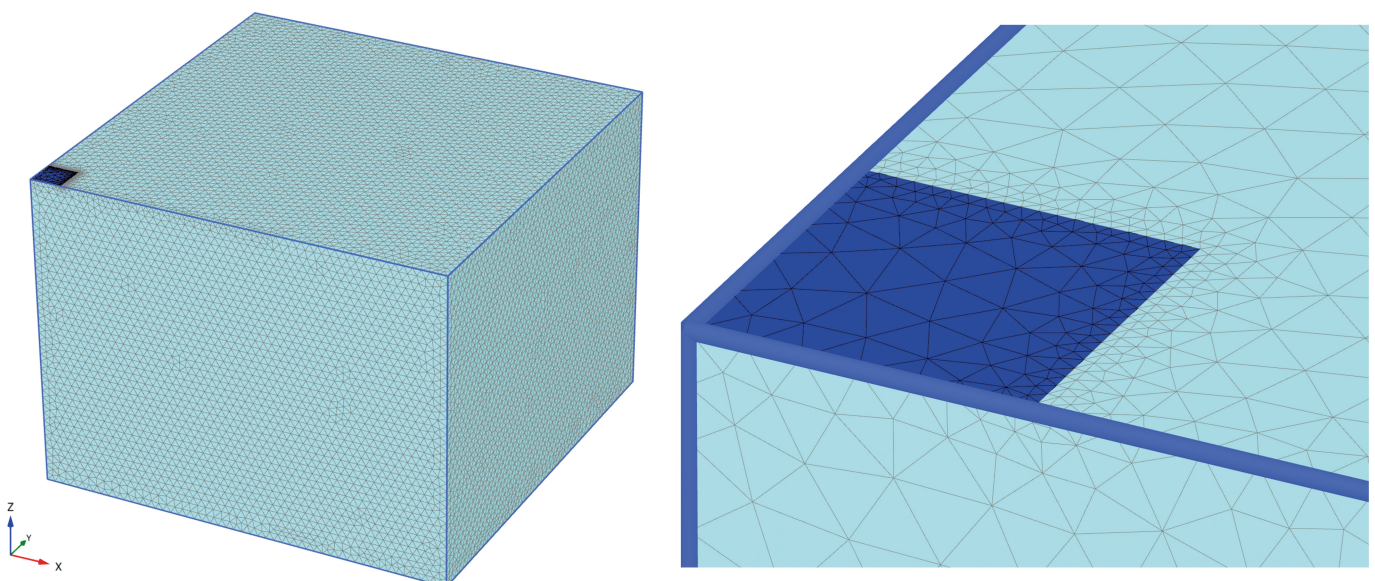


Bild 8 Beispiel für eine lokale Netzverfeinerung am Fundamentrand. Plaxis 3D-Modell bei 16 Hz, Verhältnis von größter zu kleinster Elementkantenlänge ca. 80/10 cm
Example of local mesh refinement at foundation edge. Plaxis 3D model at 16 Hz, ratio of largest to shortest element size approximately 80/10 cm

das in Abschnitt 8.2 bereits verwendet wurde, eingesetzt. Weil Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen verwendet wurden, erfolgte zunächst nach Gl. (9) eine Vernetzung mit mindestens fünf Elementen pro Scherwellenlänge λ_S . Zusätzlich wurden in einem ersten Schritt die Elemente in unmittelbarer Nähe zum Fundament halbiert. In einem zweiten Schritt wurden anschließend sowohl globale als auch lokale Netzverfeinerungen durchgeführt. Einige Ergebnisse sind in Tab. 4 zusammengefasst. Es zeigt sich, dass bei niedrigen Frequenzen eine lokale Netzverfeinerung zwingend erforderlich ist. Erst eine Reduzierung der globalen Elementkantenlänge auf 1/4 der Ausgangsgröße (Bild 9a) führt zu denjenigen Einsenkungen des Fundamentes, die lediglich mit einer lokalen Netzverfeinerung bei ansonsten grober Diskretisierung ermittelt werden (Bild 9c). Die Elemente am Fundament bei den Modellen F05-E20 und F05-E05-5 sind dann ungefähr gleich groß.

Bei der lokalen Netzverfeinerung ist es nicht ausreichend, die Verfeinerung nur auf den unmittelbaren Fundamentrand zu beschränken. Es zeigte sich, dass es von großer Bedeutung ist, dass die Netzverfeinerung bis in eine gewisse Tiefe unterhalb und auch seitlich des Fundamentes fortgeführt wird. Bei dem in Bild 9c gezeigten Beispiel er-

folgte die Netzverfeinerung bis in eine Tiefe von ca. einem Fundamentradius und um dasselbe Maß auch über den äußeren Rand des Fundamentes hinaus.

9. Empfehlungen

9.1 Geometrische Modellierung

Die Approximation eines Quadratfundaments und ähnlicher Fundamentformen durch ein flächengleiches Kreisfundament ist zulässig, wenn die Fundamentabmessungen klein gegenüber der Wellenlänge an der Oberfläche sind. Für die Ermittlung der Verschiebungsamplituden an der freien Baugrundoberfläche hat sich ein Verhältnis $L/\lambda \leq 1/10$ als ausreichend erwiesen. Darin ist L der Durchmesser eines Kreisfundamentes bzw. die größere Kantenlänge eines Rechteckfundamentes und λ die Scherwellenlänge. Die Verschiebungsamplituden im Bereich unterhalb des Fundamentes sind deutlich unempfindlicher gegenüber einer Approximation der Fundamentgeometrie als die Verschiebungsamplituden an der Baugrundoberfläche.

Tab. 4 Einfluss einer globalen und lokalen Netzverfeinerung auf die Verschiebungsamplituden des Fundamentmittelpunktes
Impact of global and local mesh refinements on displacement amplitude of foundation's center

Modellbezeichnung	Globale Elementgröße	Elementgröße an der Fundamentkante	Elementgröße an der Fundamentsohle	u_z im Fundamentmittelpunkt in μm	
				4Hz	64Hz
Globale Netzverfeinerung					
F05-E05	$\lambda_S/5$	$\lambda_S/10$	$\lambda_S/20$	17,97	1,41
F05-E10	$\lambda_S/10$	$\lambda_S/20$	$\lambda_S/40$	19,48	1,41
F05-E20	$\lambda_S/20$	$\lambda_S/40$	$\lambda_S/80$	19,95	1,41
Lokale Netzverfeinerung					
F05-E05-3 ^{a)}	$\lambda_S/5$	$\lambda_S/5$	$\lambda_S/5$	19,85	1,41
F05-E05-5 ^{a)}	$\lambda_S/5$	$\lambda_S/5$	$\lambda_S/5$	20,00	1,41
Referenzlösung nach Abschnitt 6	–	–	–	20,38	1,20

^{a)} die letzte Ziffer der Bezeichnung gibt die Anzahl der rekursiven Elementteilungen an

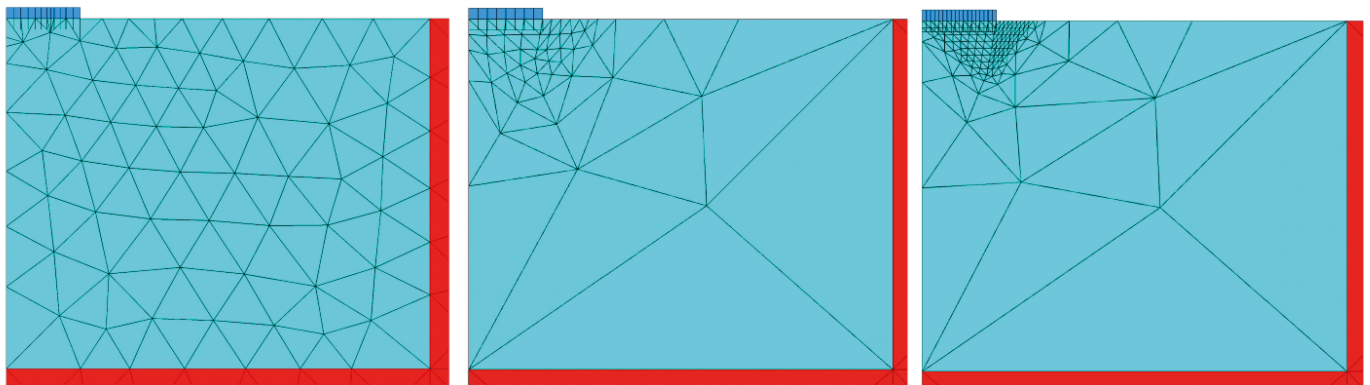


Bild 9 Netze des Bereichs von Interesse von gleichwertigen Modellen nach Tab. 4, F05-E20, F05-E05-3, F05-E05-5, von a) nach c) für eine Anregungsfrequenz von 4 Hz
Mesh within area of interest of equivalent models after Tab. 4, F05-E20, F05-E05-3, F05-E05-5, from a) to c) for excitation frequency 4 Hz

9.2 Modellabmessungen

Weithin verwendete Empfehlungen zum Abstand von LKTB [20] zum Bereich von Interesse können zu nicht-konservativen Ergebnissen führen. Der Abstand zwischen dem Bereich von Interesse und den Modellrändern sollte mindestens zwei Wellenlängen der Rayleighwelle betragen.

9.3 Globale Netzfeinheit

Die Erfahrungen des Unterarbeitskreises zeigen, dass bei Elementen mit linearen Ansatzfunktionen im gesamten Modell mindestens 10 Knoten pro Wellenlänge verwendet werden müssen. Für die Ermittlung der Wellenlänge $\lambda = c/f_{\max}$ muss die Ausbreitungsgeschwindigkeit c derjenigen Welle verwendet werden, die den größten Beitrag zum gesuchten Ergebnis leistet. Als Frequenz f_{\max} ist die höchste in der Anregungsfunktion enthaltene Frequenz mit signifikantem Beitrag zur Modellantwort zu verwenden; Überhöhungen durch Schichtresonanzen und Ähnliches sind zu berücksichtigen. Bei Elementen mit höheren Ansatzfunktionen, aber ungleichmäßiger Knotendichte sollte diese Zahl leicht erhöht werden, um die fehlenden Knoten in den Elementmittelflächen und in Elementmitte im Knotenraster auszugleichen. Die Anzahl an Knoten pro Wellenlänge ist deutlich zu erhöhen, wenn nicht die Verformungen des Bodens, sondern die auftretenden Spannungen und Dehnungen von Interesse sind. Bei Berechnungen im Zeitbereich mit einem nur bedingt stabilen Zeitschrittintegrationsverfahren ist für die so ermittelte Knotendichte anschließend die Stabilitätsbedingung nach Abschnitt 4.5.2 zu prüfen.

Diese vorgenannten Anforderungen an die Netzfeinheit müssen global im gesamten Modell erfüllt werden.

9.4 Lokale Netzfeinheit

Darüber hinaus muss an Stellen im Modell mit sehr großen Gradienten der Verformungen oder der Spannungen bzw. Dehnungen eine lokale Netzverfeinerung vorgenommen werden. Diese treten bei allen Arten von Diskontinuitäten auf, d.h. insbesondere an ausgeprägten Schichtwechsellinien sowie Fundament- und anderen Bauteilkanten im Kontakt mit dem Boden. Eine Netzverfeinerung bis in eine Tiefe von circa einer halben Fundament-

breite unter dem Fundament und um dasselbe Maß seitlich des Fundaments hat sich als ausreichend erwiesen. Bei Verwendung eines expliziten Zeitschrittalgorithmus muss die Zeitschrittweite anschließend so angepasst werden, dass die Stabilitätsbedingung weiterhin erfüllt bleibt.

Eine lokale und globale Netzverfeinerung sollte so lange schrittweise fortgeführt werden, bis sich in Bezug auf das gesuchte Ergebnis der Berechnung keine signifikante Änderung mehr ergibt.

9.5 Auswertung der Verschiebungs-Zeitverläufe

Bei der Auswertung von Zeitbereichsberechnungen zur Ermittlung der stationären Verschiebungsamplitude bei harmonischer Anregung muss sichergestellt werden, dass nur lokale Extrema außerhalb der Einschwingphase des Modells ausgewertet werden. Bei starker geometrischer Dämpfung durch die Wellenabstrahlung in einen unendlichen Halbraum ist dies nach sehr wenigen Perioden mit der gedämpften Eigenfrequenz der Fall. Nach Multiplikation mit dem Verhältnis von Anregungsfrequenz und gedämpfter Eigenfrequenz erhält man aus der Anzahl der Perioden die Zeitspanne am Beginn der Lösung, die bei der Ermittlung der Amplitude übergangen werden muss.

10 Zusammenfassung

Es werden die Ergebnisse einer Studie des gemeinsamen Unterarbeitskreises „Numerik in der Baugrunddynamik“ der Arbeitskreise 1.4 „Baugrunddynamik“ und 1.6 „Numerik in der Geotechnik“ der DGGT zur Überprüfung und Ergänzung bestehender und zur Erarbeitung neuer Empfehlungen für numerische Analysen in der Baugrunddynamik präsentiert. Der Fokus liegt auf durch Maschinen induzierten Schwingungen und elastischem Bodenverhalten. Ein Maschinenfundament auf einem homogenen Halbraum unter harmonischer Kraftanregung wird als Referenzbeispiel verwendet. Konkrete Empfehlungen werden

- zur geometrischen Modellierung,
- zu den Modellabmessungen,
- zur globalen und lokalen Netzfeinheit und
- zur Auswertung der Zeitverläufe

gegeben.

Literatur

- [1] Deutsche Gesellschaft für Geotechnik [Hrsg.] (2014) *Empfehlungen des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik – EANG*. Berlin: Ernst & Sohn.
- [2] von Wolffersdorff, P.-A.; Henke, S. (2021) *Möglichkeiten und Grenzen numerischer Methoden in der Geotechnik*. Bautechnik 98, H. 9, S. 687–703. <https://doi.org/10.1002/bate.202000108>
- [3] Lysmer, J.; Kuhlemeyer, R. L. (1969) *Finite dynamic model for infinite media*. Journal of the Engineering Mechanics Division 95, No. EM4, pp. 859–878.
- [4] Kouroussis, G.; Verlinden, O.; Conti, C. (2011) *Finite-dynamic model for infinite media: corrected solution of viscous boundary efficiency*. Journal of Engineering Mechanics 137, pp. 509–511. doi: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000250

- [5] Basu, U.; Chopra, A. K. (2003) *Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains: theory and finite-element implementation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 192, pp. 1337–1375. doi: 10.1016/S0045-7825(02)00642-4
- [6] Kausel, E.; de Oliveira Barbosa, J. M. (2012) *PMLs: A direct approach*. International Journal for Numerical Methods in Engineering 90, No. 3, pp. 343–352. doi: 10.1002/nme.3322
- [7] Lysmer, J.; Tabatabaie-Raissi, M.; Tajirian, F.; Vahdani, S.; Ostadan, F. (1981) *SASSI A system for analysis of soil-structure interaction*. Report UCB/GT/81-02, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley [online]. <https://nisee.berkeley.edu/elibrary/Text/200701181> [Zugriff am: 20. April 2024]
- [8] Savidis, S. A.; Hirschauer, R.; Bode, C.; Schepers, W. (2002) *3D-Simulation of dynamic interaction between track and layered subground* in: Popp, K. [Hrsg.] *System dynamics and long term behaviour of railway vehicles, track and subgrade*. Lecture Notes in Applied Mechanics Vol. 6. Berlin: Springer, pp. 431–450.
- [9] Ju, S.-H.; Ni, S.-H. (2007) *Determining Rayleigh damping parameters of soils for finite element analysis*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 31, No. 10, pp. 1239–1255. doi: 10.1002/nag.598
- [10] Deutsche Gesellschaft für Geotechnik [Hrsg.] (2018) *Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruddynamik*. Berlin: Ernst & Sohn.
- [11] Savidis, S.; Bergmann, M.; Schepers, W., Fontara, I.-K. (2022) *Wave propagation in inhomogeneous media via FE/PML method*. geotechnik 45, No. 2, pp. 98–107. <https://doi.org/10.1002/gete.202100028>
- [12] Marfurt, K. J. (1984) *Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations*. Geophysics 49, No. 5, pp. 533–549. doi: 10.1190/1.1441689
- [13] Kausel, E. (2017) *Advanced Structural Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [14] Bathe, K.-J. (2002) *Finite Elemente Methoden*. 2. Auflage, Berlin: Springer.
- [15] Hughes, T. J. R. (1987) *The finite element method – Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc.
- [16] Hughes, T. J. R. (1983) *Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behavior* in: Belytschko, T.; Hughes, T. J. R. [Hrsg.] *Computational Methods for Transient Analysis*. Vol. 1 in Computational Methods in Mechanics. Amsterdam New York Oxford: North-Holland.
- [17] Courant, R.; Friedrichs, K.; Lewy, H. (1967) *On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics*. IBM Journal of Research and Development 11, No. 2, pp. 215–234.
- [18] Courant, R.; Friedrichs, K.; Lewy, H. (1928) *Über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik*. Mathematische Annalen 100, pp. 32–74.
- [19] ASCE/SEI 4–16 (2016) *Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures*. Reston, Virginia: ASCE. doi: 10.1061/9780784413937
- [20] Kuhlemeyer, R. L.; Lysmer, J. (1973) *Finite element method accuracy for wave propagation problems*. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering Division 99, pp. 421–427. doi: 10.1061/JSFEAQ.0001885
- [21] Watanabe, K.; Pisanò, F.; Jeremić, B. (2017) *Discretization effects in the finite element simulation of seismic waves in elastic and elastic-plastic media*. Engineering with Computers 33, pp. 519–545. doi: 10.1007/s00366-016-0488-4
- [22] Kolman, R.; Plešek, J.; Okrouhlík, M.; Gabriel, D. (2013) *Grid dispersion analysis of plane square biquadratic serendipity finite elements in transient elastodynamics*. International Journal for Numerical Methods in Engineering 96, No. 1, pp. 1–28. doi: 10.1002/nme.4539
- [23] Semblat, J. F.; Brioist, J. J. (2000) *Efficiency of higher order finite elements for the analysis of seismic wave propagation*. Journal of Sound and Vibration 231, No. 2, pp. 460–467. doi: 10.1006/jsvi.1999.2636
- [24] Geevers, S.; Mulder, W. A.; van der Vegt, J. J. W. (2018) *Dispersion properties of explicit finite element methods for wave propagation modelling on tetrahedral meshes*. Journal of Scientific Computing 77, No. 1, pp. 372–396. doi: 10.1007/s10915-018-0709-7
- [25] Jeremić, B.; Jie, G.; Preisig, M.; Tafazzoli, N. (2009) *Time domain simulation of soil-foundation-structure interaction in non-uniform soils*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 38, pp. 699–718. doi: 10.1002/eqe.896
- [26] Kolman, R.; Plešek, J.; Okrouhlík, M.; Gabriel, D. (2013) *Grid dispersion analysis of plane square biquadratic serendipity finite elements in transient elastodynamics*. International Journal for Numerical Methods in Engineering 96, No. 1, pp. 1–28. doi: 10.1002/nme.4539
- [27] Dokainish, M. A.; Subbaraj, K. (1989) *A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics – I. Explicit methods*. Computer & Structures 32, No. 6, pp. 1371–1386. doi: 10.1016/0045-7949(89)90314-3
- [28] Subbaraj, K.; Dokainish, M. A. (1989) *A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics – II. Implicit methods*. Computer & Structures 32, No. 6, pp. 1387–1401. doi: 10.1016/0045-7949(89)90315-5
- [29] Newmark, N. M. (1959) *A method of computation for structural dynamics*. Journal of the Engineering Mechanics Division – ASCE 85, No. 3, pp. 67–94. doi: 10.1061/JMCEA3.0000098
- [30] Hilber, H. M.; Hughes, T. J. R.; Taylor, R. L. (1977) *Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 5, No. 3, pp. 283–292. doi: 10.1002/eqe.4290050306
- [31] Ebeling, R. M.; Green, R. A.; French, S. E. (1997) *Accuracy of Response of Single-Degree-of-Freedom Systems to Ground Motion*. Technical Report ITL-97-7, US Army Corps of Engineers, 92 Seiten. <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA336674>
- [32] Grosu, E.; Harari, I. (2007) *Stability of semidiscrete formulations for elastodynamics at small time steps*. Finite Elements in Analysis and Design 43, No. 6, pp. 533–542. doi: 10.1016/j.finel.2006.12.006
- [33] Hoff, C.; Hughes, T. J. R.; Hulbert, G.; Pahl, P. J. (1989) *Extended comparison of the Hilber-Hughes-Taylor α -method and the Θ 1-method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 76, pp. 87–93. doi: 10.1016/0045-7825(89)90142-4
- [34] Fu, J.; Todorovska, M. I.; Liang, J. (2018) *Correction factors for SSI effects predicted by simplified models: 2D versus 3D rectangular embedded foundations*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 47, No. 9, pp. 1963–1983. doi: 10.1002/eqe.3051
- [35] Luco, J. E.; Hadjian, A. H. (1974) *Two-dimensional approximations to the three-dimensional soil-structure interaction problem*. Nuclear Engineering and Design 31, No. 2, pp. 195–203. doi: 10.1016/0029-5493(75)90141-7

Autor:innen

Dr.-Ing. Winfried Schepers (Korrespondenzautor:in)
winfried.schepers@bam.de
Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung
Fachbereich 7.2 Ingenieurbau
Unter den Eichen 87
12205 Berlin

Dr. Ir. Ronald B. J. Brinkgreve
r.b.j.brinkgreve@tudelft.nl
Delft University of Technology
Faculty of Civil Engineering, Geo-engineering section
Stevinweg 1
2628 CN Delft, Niederlande

Dr.-Ing. Kira Holtzendorff
holtzendorff@baudyn.de
baudyn GmbH
Alsterdorfer Str. 245
22297 Hamburg

Dr.-Ing. Dirk Wegener
dirk.wegener@gepro-dresden.de
GEPRO Ingenieurgesellschaft für Geotechnik, Verkehrs- und Tiefbau und Umweltschutz mbH
Caspar-David-Friedrich-Straße 8
01219 Dresden

Dr.-Ing. Silke Appel
appel@gudconsult.de
GuD Geotechnik und Dynamik Consult GmbH
Darwinstr. 13
10589 Berlin

Dr.-Ing. Georgia Efthymiou
efthymi@rptu.de
RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau
Paul-Ehrlich-Straße
67663 Kaiserslautern

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Krajewski
wolfgang@krajewski-rossdorf.de
Bruchwiesenweg 24
64380 Rossdorf/Darmstadt

Dr.-Ing. Jan Machaček
jan.machacek@tu-darmstadt.de
Institut für Geotechnik
Technische Universität Darmstadt
Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
Franziska-Braun-Str. 7
64287 Darmstadt

Dr.-Ing. Thomas Meier
meier@baugrund-dresden.de
Baugrund Dresden Ingenieurgesellschaft mbH
Kleistkarree-Kleiststraße 10a
01129 Dresden

Bashar Nseir, M.Sc.
bashar.nseir@gepro-dresden.de
GEPRO Ingenieurgesellschaft für Geotechnik, Verkehrs- und Tiefbau und Umweltschutz mbH
Caspar-David-Friedrich-Straße 8
01219 Dresden

Dr.-Ing. Peter Rangelow
peter.rangelow@baslerhofmann.ch
Basler & Hofmann AG
Forchstrasse 395
8032 Zürich, Schweiz

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schmitt
juergen.schmitt@h-da.de
Hochschule für angewandte Wissenschaften Darmstadt
Haardtring 100
64295 Darmstadt

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Patrick Staubach
patrick.staubach@uni-weimar.de
Professur Geotechnik, Bauhaus-Universität Weimar
Coudraystraße 11c
99423 Weimar

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Christos Vrettos
vrettos@rptu.de
RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau
Paul-Ehrlich-Straße
67663 Kaiserslautern

Zitieren Sie diesen Beitrag

Schepers, W.; Brinkgreve, R. B. J.; Holtzendorff, K.; Wegener, D.; Appel, S.; Efthymiou, G.; Krajewski, W.; Machaček, J.; Meier, T.; Nseir, B.; Rangelow, P.; Schmitt, J.; Staubach, P.; Vrettos, C. (2024) *Numerische Ermittlung von Baugrundschrwingungen bei dynamisch belasteten Fundamenten: Empfehlungen zur Modellierung*. geotechnik. <https://doi.org/10.1002/gete.202400016>

Dieser Aufsatz wurde in einem Peer-Review-Verfahren begutachtet. Eingereicht: 27. April 2024; angenommen: 19. August 2024.