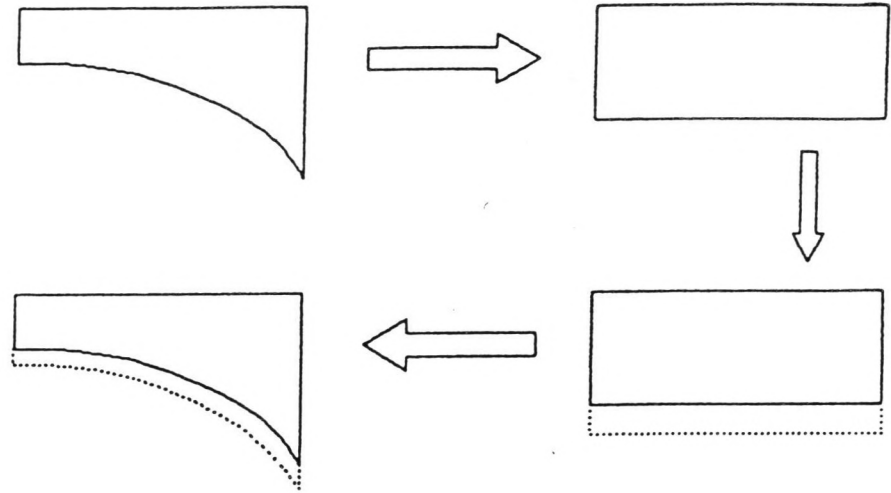


Interpretatie van 1-Dimensionale Riviermorphologische Berekeningen

Mei, 1993

R.J. van der Sman



INTERPRETATIE VAN 1-DIMENSIONALE RIVIERMORFOLOGISCHE BEREKENINGEN

afstudeerrapport

R.J. van der Sman
April, 1993

Begeleiders:

Prof.dr.ir. M. de Vries
Dr.ir. Z.B. Wang
Ir. K.G. Bezuyen

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Sectie Waterbouwkunde

VOORWOORD

Dit rapport bevat de resultaten van mijn afstudeerwerk aan de Technische Universiteit Delft, bij de faculteit der Civiele Techniek. Als afstudeeropdracht heb ik gekeken of met behulp van een 1-dimensionale morfologische berekening een verandering in een bochtprofiel benaderd kan worden.

Gedurende het onderzoek kreeg ik veel steun van mijn dagelijkse begeleiders. Prof.dr.ir. M. de Vries wil ik bedanken voor de goede en leerzame begeleiding en inleiding tot de onderzoekswereld van de rivierwaterbouwkunde. Dr.ir. Z.B. Wang wil ik ook bedanken voor de goede begeleiding en tevens voor zijn geduldige uitleg van diverse, vooral wiskundige, problemen. Tenslotte wil ik Hans Rolvink bedanken voor het maken van de fraaie figuren van hoofdstuk 5, waardoor, naar mijn mening, het gehele rapport er goed verzorgd uitziet.

SAMENVATTING

In rivierbochten treedt een spiraalstroming op, die ervoor zorgt, dat in alluviale rivieren een dwarshelling ontstaat. Hierdoor wordt de buitenbocht diep en de binnenbocht ondiep. Voor vele menselijke, in rivieren plaatsvindende activiteiten is het noodzakelijk het diepteprofiel van de rivier te kennen. Te denken valt aan scheepvaart en de bouw van constructies. Het diepteprofiel van een rivier kan nauwkeurig berekend worden met behulp van 2-dimensionale computermodellen, maar dit vergt een lange rekentijd en is duur.

Om deze nadelen weg te nemen wordt in dit onderzoek een 1-dimensionaal morfologisch model ontwikkeld, die 2-dimensionale effecten meeneemt.

Het toepassingsgebied van dit 1-dimensionale model is beperkt tot tijdsonafhankelijke morfologische processen, die plaatsvinden in geheel alluviale rivieren met uniform bodemmateriaal en niet-erodeerbare oevers.

De oplossingsstrategie die gebruikt is om het 1-dimensionale morfologische model te ontwikkelen bestaat uit drie stappen. Eerst wordt een 2-dimensionaal rivierprofiel geschematiseerd in een 1-dimensionaal bakprofiel. Vervolgens wordt de verandering van het 1-dimensionale profiel berekend, ten gevolge

van een verandering in de morfologische processen. Tenslotte wordt gekeken hoe de 1-dimensionale profielsverandering geïnterpreteerd moet worden om tot een 2-dimensionale profielsverandering te komen.

Een sterk vereenvoudigd bochtprofiel is het 'axiaalsymmetrische' bochtprofiel. Dit is het profiel van een bocht, die oneindig lang en overal even breed en even gekromd is, zodat het dwarsprofiel over de gehele lengte gelijk is. Voor de berekening van een axiaalsymmetrisch bochtprofiel bestaan vele formules. Uit de analyse van verschillende van deze formules blijkt dat, indien het debiet verandert, het nieuwe 2-dimensionale bochtprofiel exact benaderd kan worden, door, over de gehele breedte, alle plaatselijke diepten met dezelfde verhouding te laten veranderen als dat het 1-dimensionale profiel veranderd. Dit wordt in dit rapport de 1-dimensionale benadering genoemd. Als het sedimenttransport verandert en de 1-dimensionale benadering weer toegepast wordt, dan wordt het nieuwe 2-dimensionale profiel niet exact benaderd. Bij toename van het sedimenttransport wordt het dwarsverhang onderschat en bij afname wordt het dwarsverhang overschat. Door het profiel, dat via de 1-dimensionale benadering is verkregen, te kantelen om een goed gekozen punt in de juiste richting, kan het exacte profiel wel worden verkregen.

Dus bij de berekening van een 2-dimensionale profielsverandering maakt het niet uit hoe het 2-dimensionale profiel geschematiseerd wordt in een 1-dimensionaal bakprofiel, maar gaat het om de interpretatie van de 1-dimensionale benadering, ofwel dat de kanteling goed plaatsvindt.

In rivieren blijken de 1-dimensionale schematisaties van de diverse dwarsdoorsneden gelijk te blijven over de lengte van de rivier, zolang de breedte constant blijft. Doordat het rivierprofiel zich aan de wisselende kromtestralen moet aanpassen en dit over enige afstand gebeurt, moet er gewerkt worden met aanpassingslengten.

De vergelijkingen, die in dit rapport zijn afgeleid, zijn in een aantal situaties getoetst op bruikbaarheid, wat positieve resultaten oplevert.

INHOUDSOPGAVE

Voorwoord

Samenvatting

1.	Inleiding	
1.1	Rivierbochten	1
1.2	Doel van dit onderzoek	2
1.3	Beperkingen	3
1.4	Opbouw van dit rapport	4
2.	Schematisatie van 2-dimensionale profielen in 1-dimensionale profielen	
2.1	Inleiding	5
2.2	Riviergrootheden	5
2.3	Benodigde 1-dimensionale riviergrootheden	6
2.4	Aannamen bij schematisatie	7
2.5	Schematisatie-alternatieven	7
2.6	Uiteindelijke schematisatie	10
3.	Axiaalsymmetrische bochtprofielen	
3.1	Inleiding	13
3.2	Uitwerking axiaalsymmetrische formules	13
3.3	Uitwerking v.Bendegom-formule	17
3.4	Analytische berekening debiet	18
3.5	Analytische berekening sedimenttransport	20
3.6	Profielveranderingen	22
3.7	Rivierbochten	
3.7.1	Inleiding	23
3.7.2	1-Dimensionale benadering	23
3.7.3	Diskussie	29
3.7.4	Conclusie	35
3.7.5	Kantelmethode	35
3.7.6	Diskussie	45
3.7.7	Conclusie	47
3.8	Algemene kantelvergelijking	48

4.	Niet-axiaalsymmetrische bochtprofielen	
4.1	Inleiding	51
4.2	Schematisatie in 1-dimensionale profielen	51
4.3	Basis vergelijkingen	52
4.4	Afleiding analytische vergelijking	56
4.5	Invloedsmethode	63
5.	Toestproblemen	
5.1	Inleiding	69
5.2	DHL-goot	69
5.3	De Waal	75
6.	Conclusies en aanbevelingen	81
	Literatuur	85
	Belangrijkste symbolen	87

1. INLEIDING

1.1 Rivierbochten

Zowel in vlechtende als in meanderende rivieren komen bochten voor. Doordat in rivierbochten een spiraalstroming optreedt, hebben alluviale rivierbochten een dwarshelling. Deze dwarshelling is zo steil, dat er evenwicht ontstaat tussen het dwarstransport naar de binnenbocht, als gevolg van de spiraalstroming, en het dwarstransport naar de buitenbocht, als gevolg van de zwaartekrachtscomponent langs de dwarshelling. Hierdoor wordt een bocht van een alluviale rivier gekenmerkt door een diepe buitenbocht en een ondiepe binnenbocht.

Als de oevers erodeerbaar zijn en er worden geen verdere maatregelen getroffen, dan zal de rivier zich, vooral in de buurt van de bochten, in loop van de tijd gaan verplaatsen.

Het bodemmateriaal van een rivier is in het algemeen niet uniform. Hierdoor treedt 'uitzeving' op, waarbij de grove korrels in de diepe buitenbocht komen te liggen en het fijnere materiaal naar de binnenbocht worden afgevoerd. Als gevolg van de uitzeving wordt de buitenbocht ondieper, terwijl de binnenbocht iets dieper wordt.

Voor de scheepvaart is het belangrijk te weten, hoe de bodemligging van de rivier verloopt. De minimaal benodigde vaardiepte moet over een zekere breedte aanwezig zijn, wil de rivier geschikt zijn voor scheepvaart. Vooral in bochten en in de overgangen tussen twee bochten kan dit problemen geven. Als een oeververdediging, of een andere constructie, nabij de oevers, aangelegd moet worden, dan is het van belang de bodemligging langs de oevers te kennen in verband met de diepteligging van de teen van de constructie. Ook kan het belangrijk zijn de snelheid langs de oever te kennen in verband met de

sterkte van de constructie. In buitenbochten, waar de grootste erosie optreedt, zijn de diepte en de snelheid het grootst en dus maatgevend.

1.2 Doel van dit onderzoek

Tegenwoordig is het mogelijk om met behulp van 2-dimensionale tijdsafhankelijke berekeningen, op numerieke wijze, de morfologische processen in rivierbochten met niet-uniform bodemmateriaal te beschrijven en hierdoor bodemprofielen en snelheidsprofielen in bochten nauwkeurig te voorspellen. De nadelen van deze berekeningen zijn de lange rekentijd en de hoge kosten. Deze nadelen kunnen weggenomen worden door vereenvoudigingen in te voeren.

Bij dit onderzoek worden de 2-dimensionale effecten, veroorzaakt door de spiraalstroming, in een 1-dimensionaal morfologisch model meegenomen. De oplossingsstrategie hiervoor bestaat uit drie stappen, zie figuur 1.1.

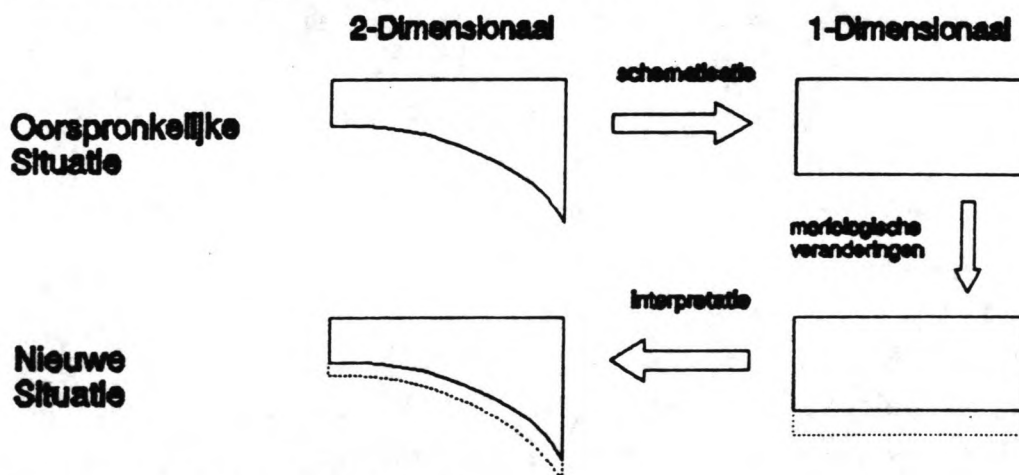


Fig. 1.1 Oplossingsstrategie.

Eerst wordt een 2-dimensionaal bochtprofiel geschematiseerd in een 1-dimensionaal bakprofiel. Daarna worden de consequenties van de morfologische processen in de rivier voor het 1-dimensionale profiel berekend. Tenslotte wordt gekeken hoe de 1-dimensionale veranderingen van het bodemprofiel geïnterpre-

teerd moeten worden om de 2-dimensionale veranderingen van het bodemprofiel te verkrijgen, om zo het nieuwe 2-dimensionale profiel zo goed mogelijk te benaderen.

1.3 Beperkingen

Door het toepassingsgebied van een model te beperken binnen van tevoren bepaalde grenzen kan het model zo eenvoudig mogelijk en dus zo goedkoop mogelijk blijven. Hoe algemener het model toepasbaar is, hoe gecompliceerder het moet worden.

Het toepassingsgebied van het model, dat in dit rapport beschreven is, is beperkt tot:

- geheel alluviale rivieren;
- evenwichtssituaties: dus geen tijdsafhankelijke processen;
- rivieren waarvan de diepte verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de breedte;
- rivieren waarvan de oevers niet erodeerbaar zijn;
- rivieren zonder bergende breedte;
- uniform bodemmateriaal;

Verder worden de volgende vereenvoudigingen gemaakt:

- de waterspiegel in de bochten wordt in elke dwarsdoorsnede horizontaal verondersteld: de afwijking is gering;
- het sedimenttransport is alleen afhankelijk van de lokale stroomcondities;

- de spiraalstroming past zich gelijk bij de lokale condities aan;

1.4 Opbouw van dit rapport

In hoofdstuk 2 wordt de eerste stap van de oplossingsstrategie beschreven, namelijk het schematiseren van een 2-dimensionaal rivierprofiel in een 1-dimensionaal profiel. Hiervoor worden vergelijkingen opgesteld, die een verband moeten aangeven tussen het 2-dimensionale en het 1-dimensionale profiel.

In hoofdstuk 3 wordt de rest van de oplossingsstrategie uitgewerkt, voor een axiaalsymmetrisch rivierprofiel. Axiaalsymmetrisch wil zeggen, dat het profiel over de rivierlengte in elke dwarsdoorsnede gelijk is. In dat hoofdstuk wordt dus gekeken hoe een 1-dimensionaal profiel verandert na een verandering in de morfologische processen. Vervolgens wordt gekeken hoe de 1-dimensionale verandering geïnterpreteerd moet worden om tot een verandering van het 2-dimensionale profiel te komen, zodat het nieuwe 2-dimensionale profiel zo goed mogelijk bepaald kan worden.

In hoofdstuk 4 worden natuurlijk verlopende bochten onderzocht. Hierbij komt het probleem naar voren van het aanpassen van het profiel aan de variërende kromtestralen. Bij elke kromtestraal hoort namelijk een ander evenwichtsprofiel, maar het aanpassen van het rivierprofiel aan een aanwezige kromtestraal vindt over een bepaalde afstand plaats.

In hoofdstuk 5 worden de afgeleide vergelijkingen getoetst door middel van metingen in een laboratorium goot, de DHL-goot (Struiksma, 1983), en van metingen in de rivier de Waal.

In hoofdstuk 6 zijn de belangrijkste conclusies van dit onderzoek genoteerd en er worden aanbevelingen gedaan voor eventueel verder onderzoek.

2. SCHEMATISATIE VAN 2-DIMENSIONALE PROFIELEN IN 1-DIMENSIONALE PROFIELEN

2.1 Inleiding

Bij het schematiseren van een 2-dimensionaal rivierprofiel in een 1-dimensionaal rivierprofiel mag geen relevante informatie, voor het verdere verloop van het onderzoek, verloren gaan.

Er moet dus een verband aangegeven worden tussen de beide profielen, die zorgdraagt voor het behoud van nuttige informatie. Dit verband kan verkregen worden, door bij het schematiseren enkele riviergrootheden, of het gemiddelde hiervan, hetzelfde te houden.

Uiteraard kunnen niet alle grootheden gelijk blijven. Welke grootheden gelijk moeten blijven en welke niet, moet goed afgewogen worden, opdat de relevante informatie goed met de schematisatie meegenomen wordt.

2.2 Riviergrootheden

Om te kunnen bepalen welke riviergrootheden, of het gemiddelde hiervan, hetzelfde moeten blijven bij het schematiseren van een 2-dimensionaal in een 1-dimensionaal profiel, zal natuurlijk eerst duidelijk moeten zijn, welke mogelijkheden hiervoor zijn.

Hieronder staan alle relevante grootheden, die bepalend zijn voor een rivierprofiel. Ze staan in een willekeurige volgorde genoteerd. In de volgende paragrafen zal bekeken worden met welke van deze grootheden verder gewerkt gaat worden om tot een goede schematisatie te kunnen komen. Achter elke grootheid staat het bijbehorende symbool, dat gebruikt wordt in geval van respectievelijk het 2-dimensionale en het 1-dimensionale profiel. Achter het symbool staan tevens de onafhankelijke

variabelen aangegeven, waarmee de grootheid kan variëren.

	2-Dimensionaal	1-Dimensionaal
waterdiepte	$h_2(t, x, y)$	$h_1(t, x)$
oppervlak	$A_2(t, x)$	$A_1(t, x)$
breedte	$B_2(t, x)$	$B_1(t, x)$
energiehoogte	$H_2(t, x, y)$	$H_1(t, x)$
debiet	$Q_2(t, x)$	$Q_1(t, x)$
sedimenttransport	$S_2(t, x)$	$S_1(t, x)$
stroomsnelheid	$u_2(t, x, y)$	$u_1(t, x)$
bodemhoogte	$z_2(t, x, y)$	$z_1(t, x)$
schuifspanning	$\tau_2(t, x, y)$	$\tau_1(t, x)$
hydraulische straal	$R_2(t, x)$	$R_1(t, x)$
Chézy-coëfficiënt	$C_2(t, x, y)$	$C_1(t, x)$
verhang	$i_2(t, x, y)$	$i_1(t, x)$
constante sed.tr.formule	$m_2(t, x, y)$	$m_1(t, x)$
exponent sed.tr.formule	$b_2(t, x, y)$	$b_1(t, x)$
bochtstraal	$r_2(x, y)$	

2.3 Benodigde 1-dimensionale riviergrootheden

Niet alle 1-dimensionale grootheden, die in paragraaf 2.2 zijn genoemd, zijn nodig om een 1-dimensionaal profiel vast te leggen. Zo kan bijvoorbeeld het oppervlak berekend worden door de waterdiepte te vermenigvuldigen met de breedte van de rivier. Het oppervlak is dus niet onafhankelijk van de andere grootheden.

Als onafhankelijke grootheden, die dus minimaal nodig zijn om het 1-dimensionale profiel vast te leggen, worden de volgende grootheden gebruikt:

- waterdiepte	h_1
- breedte	B_1
- Chézy-coëfficiënt	C_1
- verhang	i_1
- constante sed.formule	m_1
- exponent sed.formule	b_1

2.4 Aannamen bij schematisatie

Een aantal van de onder paragraaf 2.3 genoemde onafhankelijke grootheden kan gelijkgesteld worden aan de 2-dimensionale grootheden, zonder grove benaderingsfouten te maken:

- C_1 wordt gelijkgesteld aan het gemiddelde van C_2 ;
- i_1 wordt gelijkgesteld aan de i_2 in de rivier-as;
- m_1 , b_1 worden gelijkgesteld aan m_2 , b_2 ;

De laatste aanname maakt gebruik van het feit, dat om het sedimenttransport te berekenen, in beide profielen met dezelfde benaderende machtswet wordt gewerkt, waarin het sedimenttransport evenredig wordt gesteld aan de snelheid tot een bepaalde macht b .

Van de onafhankelijke grootheden blijven na deze aannamen enkel nog de h_1 en de B_1 over, als nog te bepalen grootheden.

2.5 Schematisatie-alternatieven

Om de h_1 en B_1 te kunnen bepalen, zijn nog twee vergelijkingen nodig, die een verband aangeven tussen het 2-dimensionale en het 1-dimensionale rivierprofiel.

Denkbare vergelijkingen zijn:

- $h_1 = h_2$ -gemiddeld;
- $B_1 = B_2$;
- $Q_1 = Q_2$;
- $S_1 = S_2$.

Er zijn nog twee te bepalen grootheden, waarvoor dus twee vergelijkingen nodig zijn om deze op te lossen, terwijl er vier denkbare vergelijkingen zijn. Door alle vergelijkingen twee aan twee te koppelen en hieruit een h_1 en een B_1 te bepalen, ontstaan zes alternatieven voor de bepaling van h_1 en B_1 . Hieronder staan alle zes de schematisatie-alternatieven. Per

alternatief staan eerst de vergelijkingen genoteerd, die bij het alternatief gekoppeld zijn, gevolgd door de vergelijkingen van h_1 en B_1 , die bij het betreffende alternatief horen.

Alternatief I:

- $h_1 = h_2$ -gemiddeld;
- $B_1 = B_2$.

De uiteindelijke vergelijkingen om de 1-dimensionale diepte en breedte te berekenen, behorend bij alternatief I, zijn:

$$h_1 = h_{2(gemiddeld)} \quad (2-1)$$

$$B_1 = B_2 \quad (2-2)$$

Alternatief II:

- $h_1 = h_2$ -gemiddeld;
- $Q_1 = Q_2$.

De uiteindelijke vergelijkingen om de 1-dimensionale diepte en breedte te berekenen, behorend bij alternatief II, zijn:

$$h_1 = h_{2(gemiddeld)} \quad (2-3)$$

$$Q_1 = B_1 C h_1^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}} = Q_2 \Rightarrow B_1 = \frac{Q_2}{C h_1^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}}} \quad (2-4)$$

Alternatief III:

- $h_1 = h_2$ -gemiddeld;
- $S_1 = S_2$.

De uiteindelijke vergelijkingen om de 1-dimensionale diepte en breedte te berekenen, behorend bij alternatief III, zijn:

$$h_1 = h_{2(\text{gemiddeld})} \quad (2-5)$$

$$S_1 = B_1 m C^b h_1^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}} = S_2 \Rightarrow B_1 = \frac{S_2}{m C^b h_1^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}}} \quad (2-6)$$

Alternatief IV:

- $B_1 = B_2;$
- $Q_1 = Q_2.$

De uiteindelijke vergelijkingen om de 1-dimensionale diepte en breedte te berekenen, behorend bij alternatief IV, zijn:

$$B_1 = B_2 \quad (2-7)$$

$$Q_1 = B_1 C h_1^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}} = Q_2 \Rightarrow h_1 = \frac{Q_2^{\frac{2}{3}}}{B_1^{\frac{2}{3}} C^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{3}}} \quad (2-8)$$

Alternatief V:

- $B_1 = B_2;$
- $S_1 = S_2.$

De uiteindelijke vergelijkingen om de 1-dimensionale diepte en breedte te berekenen, behorend bij alternatief V, zijn:

$$B_1 = B_2 \quad (2-9)$$

$$S_1 = B_1 m C^b h_1^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}} = S_2 \Rightarrow h_1 = \frac{S_2^{\frac{2}{b}}}{B_1^{\frac{2}{b}} m^{\frac{2}{b}} C^2 i} \quad (2-10)$$

Alternatief VI:

- $Q_1 = Q_2;$
- $S_1 = S_2.$

De uitwerking hiervan leveren de volgende vergelijkingen op:

$$Q_1 = B_1 C a_1^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}} = Q_2 \Rightarrow B_1 = \frac{Q_2}{C a_1^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}}} \quad (2-11)$$

$$S_1 = B_1 m C^b a_1^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}} = S_2 \Rightarrow a_1 = \frac{S_2^{\frac{2}{b}}}{B_1^{\frac{2}{b}} m^{\frac{2}{b}} C^2 i} \quad (2-12)$$

Het in elkaar invullen en verder uitwerken van de vergelijkingen 2.11 en 2.12, levert voor alternatief VI uiteindelijk voor de 1-dimensionale diepte en breedte de volgende vergelijkingen op:

$$h_1 = \left(\frac{S_2^2}{Q_2^2 m^2 C^{(2b-2)} i^{(b-1)}} \right)^{\frac{1}{b-3}} \quad (2-13)$$

$$B_1 = \left(\frac{Q_2^b m^3 C^{2b} i^b}{S_2^b} \right)^{\frac{1}{b-3}} \quad (2-14)$$

2.6 Uiteindelijke schematisatie

Om het overzicht te bewaren wordt in deze paragraaf, aan de hand van een voorbeeld, de procedure rond de schematisatie van het willekeurige 2-dimensionale rivierprofiel van figuur 2.1

in het 1-dimensionale bakprofiel van figuur 2.2 stap voor stap uitgewerkt.

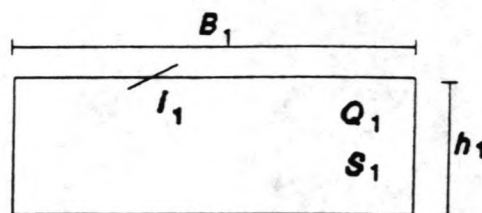
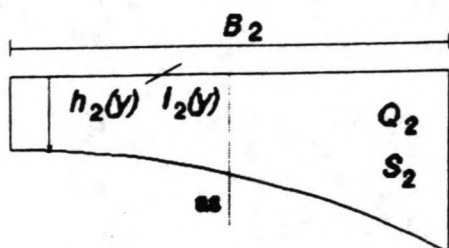


Fig. 2.1 2-Dim. rivierprofiel

Fig. 2.2 1-Dim. bakprofiel

De Chezy-coëfficiënt van het 1-dimensionale profiel wordt gelijkgesteld aan de gemiddelde waarde hiervan van het 2-dimensionale profiel: dus $C_1 = C_2$ -gemiddeld.

Het verhang van het 1-dimensionale profiel, dat over de gehele breedte geldt, wordt gelijkgesteld aan het verhang in de as van het 2-dimensionale profiel: dus $i_1 = i_2$ -as.

Om het sedimenttransport uit te rekenen wordt in beide profielen gewerkt met dezelfde benaderende machtswet, waarbij het sedimenttransport evenredig wordt verondersteld aan de snelheid tot een bepaalde macht b : dus $m_1 = m_2$ en $b_1 = b_2$.

Voor de resterende h_1 en B_1 , bestaan er zes paar alternatieve vergelijkingen, die genoemd zijn in paragraaf 2.5. Welke hiervan de beste is, of de beste is in een bepaalde situatie, wordt in het verdere verloop van dit rapport aangegeven.

3. AXIAALSYMMETRISCHE BOCHTPROFIELEN

3.1 Inleiding

In hoofdstuk 2 is een aantal alternatieven opgesteld, voor het schematiseren van 2-dimensionale profielen in 1-dimensionale profielen. Als het debiet en het sedimenttransport in een rivier veranderen, dan zullen het 2-dimensionale en het bijbehorende 1-dimensionale rivierprofiel meeveranderen.

De verandering van het 1-dimensionale profiel is eenvoudig te berekenen, dit in tegenstelling tot de berekening van de 2-dimensionale profielsverandering.

In dit hoofdstuk wordt onderzocht of de verandering van een 2-dimensionaal profiel te benaderen is via een 1-dimensionale weg, uitgaande van een axiaalsymmetrisch bochtprofiel.

Een axiaalsymmetrisch bochtprofiel is het evenwichtsprofiel van een oneindig lange, overal even brede en overal even gekromde bocht, waar een uniforme en stationaire stroming aanwezig is. De voordelen van het axiaalsymmetrische profiel zijn, dat het dwarsprofiel constant blijft over de lengte van de bocht en dat er diversen analytische formules bestaan om dit bodemprofiel te benaderen.

In hoofdstuk 4 wordt hetzelfde gedaan, maar dan voor een natuurlijker verlopend bochtprofiel, dat in evenwicht is.

3.2 Uitwerking formules van axiaalsymmetrische profielen

Door verschillende onderzoekers zijn formules opgesteld om het diepteverloop van axiaalsymmetrische profielen te kunnen benaderen. In het algemeen wordt hierbij gesteld, dat de componenten van de schuifspanning, veroorzaakt door stroming, evenwicht moeten maken met de zwaartekrachtscomponenten. De

meeste formules zijn verder gebaseerd op de bewegingsvergelijking van een sedimentdeeltje van het bodemtransport. Andere modellen gaan uit van de kritieke condities bij sedimentbeweging.

De belangrijkste aannamen, die verder nog gesteld worden, zijn, dat de oevers niet erodeerbaar zijn, het bodemmateriaal uniform is en dat er geen dwarsverhang in de waterspiegel aanwezig is.

Door Odgaard (1981) zijn verschillende formules met elkaar vergeleken. Hij concludeert, dat alle formules erop neerkomen, dat de verhouding tussen het dwarsverhang en de diepte gedeeld door de kromtestraal, gelijk gesteld mag worden aan een bepaalde K , welke geen constante is.

In formule vorm:

$$\left(\frac{dh/dr}{h/r} \right) = K \quad (3-1)$$

Het enige verschil tussen de modellen is dus de K , die zowel constant, als afhankelijk van de deling van de diepte door de kromtestraal kan zijn. In tabel 3.1 staan de K 's genoteerd, behorende bij de verschillende formules.

	Parameters:	K :
van Bendegom	$C = 50 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$	$0.0588 F_d^2$
Engelund	$\mu = \tan\phi$	7μ
Kikkawa, Ikeda	$M = (1.628 - 0.912/n)$	MF_d
Zimmerman, Kennedy	$N = (n+1) / [n(n+2)]$	$(\alpha/2) NF_d^2$
Falcon	$N = (n+1) / [n(n+2)]$	$(3\alpha/2) NF_d^2$
Odgaard	$N_f = (n_f+1) / (n_f(n_f+2))$	$(3\alpha/2) N_f F_{dc}^2$

Tabel 3.1 K 's en parameters van verschillende formules.

In de meeste formules is de dimensieloos gemaakte longitudinale sleepkracht F_d een belangrijke factor in de K . Hiervoor geldt:

$$F_d = \frac{\bar{u}}{(g\Delta D)^{\frac{1}{2}}} = \frac{C(hi)^{\frac{1}{2}}}{(g\Delta D)^{\frac{1}{2}}} \quad (3-2)$$

Verder stelt de ϕ de hoek van de inwendige wrijving voor. De n stelt een factor voor, die het verloop van het snelheidsprofiel over de diepte weergeeft $\{ u(z) \sim (z/h)^n \}$.

Uit de bovenstaande formule blijkt, dat als de K afhankelijk is van de F_d , de K dus afhankelijk is van de diepte a en het verhang i .

Aangenomen wordt dat ' $i \cdot r$ ' constant is over de breedte, wat voor het eerst gedaan is door NEDECO (1959). Deze aanname komt erop neer, dat het verval over de gehele breedte gelijk is, als een bepaalde afstand over de rivier is afgelegd. Als nu bij een bepaalde kromtestraal r_x het verhang i_x bekend is, dan zijn alle verhangen over de breedte te berekenen. In formulevorm ziet dit er als volgt uit:

$$i \cdot r = i_x r_x \quad (3-3)$$

Als de verschillende K 's van tabel 3.1 in vergelijking 3.1 ingevuld worden en verder verwerkt worden met behulp van vergelijking 3.3, dan zijn de verschillende formules in een andere vorm te schrijven, namelijk als:

$$\frac{dh}{dr} = k \left(\frac{h}{r} \right)^p \quad (3-4)$$

Hierin is de k een constante en dus niet langer meer afhankelijk van de diepte en het verhang. Voor elke formule is er nu een andere k en p , zoals in tabel 3.2 te zien is.

Hierin stelt κ de constante van Von Kármán voor, die een waarde van 0.4 heeft. De α geeft de verhouding aan van het oppervlak van een sedimentkorrel tot het volume hiervan ten opzichte van de waarde hiervan behorende bij een bol, wat een waarde van rond de 8 oplevert.

	p	k
van Bendegom	2	$1.5\alpha ir/(\Delta D)$
Engelund	1	$7*\tan\phi$
Kikkawa, Ikeda	$1\frac{1}{2}$	$(1.63-0.91/n)*\sqrt{[C^2 ir/(\Delta gD)]}$
Zimmerman, Kennedy	2	$(\alpha/2)*N*[C^2 ir/(\Delta gD)]$
Falcon	2	$(3\alpha/2)*N*[C^2 ir/(\Delta gD)]$
Odgaard	2	$(3\alpha/2)*N_f*[n_f^2 ir/(\kappa^2 \Delta D)]$

Tabel 3.2 De p 's en k 's van verschillende formules.

Alleen als de formule van Engelund wordt gebruikt, dan geldt dat $p=1$. Vergelijking 3.4 is dan om te werken tot de volgende analytische vergelijking:

$$h = h_x \left(\frac{r}{r_x} \right)^k \quad (3-5)$$

In het algemene geval is p echter ongelijk aan één. Vergelijking 3.4 is dan om te werken tot de volgende analytische vergelijking:

$$h = \left(\frac{1}{k \left(\frac{1}{r^{p-1}} - \frac{1}{r_x^{p-1}} \right) + \frac{1}{h_x^{p-1}}} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (3-6)$$

Hierin zijn h_x en r_x respectievelijk een bekende diepte en een bekende kromtestraal op een bepaalde breedtegraad van de rivier.

Wanneer in een bepaald punt de diepte en de kromtestraal bekend zijn, dan is het diepteverloop over de gehele breedte te berekenen.

Elk type rivier heeft zijn eigen formule nodig om het axiaal-symmetrische profiel zo goed mogelijk te benaderen. De formules lijken veel op elkaar, alleen in constante k en macht p

variëren ze.

In de volgende paragrafen van dit hoofdstuk wordt als voorbeeld verder gewerkt met de formule van v.Bendegom (1947), welke is uitgewerkt in NEDECO (1959). In de laatste paragraaf van dit hoofdstuk zullen de aldus verkregen resultaten teruggekoppeld worden naar de algemenere formules.

3.3 Uitwerking v.Bendegom-formule

Als de waarden uit tabel 3.2, behorende bij de formule van v.Bendegom, in vergelijking 3.6 worden ingevuld, dan ontstaat de volgende vergelijking:

$$h = \left(\frac{1}{\frac{3}{2} \alpha \frac{i_x r_x}{\Delta D} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_x} \right) + \frac{1}{h_x}} \right) \quad (3-7)$$

Hierin ligt $1.5 \cdot \alpha$ rond de 12. De h_x , i_x en r_x geven de waarden aan, van respectievelijk een van te voren bekende diepte, verhang en kromtestraal in een bepaald punt.

Vergelijking 3.7 is te herschrijven tot een vergelijking, waarin de diepte een functie wordt van de verhouding van de kromtestraal van de buitenbocht tot de plaatselijke kromtestraal r_x/r en van de Shields-parameter θ :

$$h = \frac{h_x}{\frac{3}{2} \alpha \theta_x \left(\frac{r_x}{r} - 1 \right) + 1} \quad (3-8)$$

met:

$$\theta_x = \frac{i_x h_x}{\Delta D_{50}} \quad (3-9)$$

Door de functie van de diepte h te delen door de van te voren bekende diepte h_x , ontstaat een dimensieloze functie, die aan-

geeft, hoe groot de diepte op een bepaalde afstand van het bekende punt is, ten opzichte van de diepte in dit bekende punt.

De dimensieloze funktie ziet er als volgt uit:

$$\frac{h}{h_x} = \frac{1}{\frac{3}{2} \alpha \theta_x \left(\frac{r_x}{r} - 1 \right) + 1} \quad (3-10)$$

Uit deze dimensieloze funktie blijkt, dat als de plaatselijke kromtestraal r gelijk is aan de kromtestraal r_x de dimensieloze funktie gelijk is aan de eenheid. De plaatselijke diepte h is dan dus gelijk aan de bekende diepte h_x . Als de r groter wordt dan de r_x , zoals optreedt van de binnen- naar de buitenbocht, dan zal de funktie groter worden dan de eenheid. Hoe groter r , hoe groter de funktie wordt en hoe groter dus de diepte h ten opzichte van de h_x wordt. Bij kleiner wordende r treedt het tegengestelde op. Dit komt overeen met wat er in de natuur optreedt, namelijk diepe buitenbochten en ondiepe binnenbochten.

Als de kromtestraal naar oneindig groot nadert komt uit vergelijking 3.8 een bakprofiel, dat dus over de gehele breedte een gelijke diepte en een gelijk verhang heeft.

Uit de dimensieloze funktie blijkt verder nog, dat hoe groter $\alpha \theta$ is, hoe sterker de diepte varieert over de breedte en dus hoe steiler het dwarsverhang is.

3.4 Analytische berekening debiet

Met behulp van vergelijking 3.8 kan het debiet bepaald worden, dat door een axiaalsymmetrisch profiel stroomt.

Hiervoor moet de volgende integraal worden opgelost:

$$Q = \int_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} C h^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}} dr \quad (3-11)$$

Aangezien de diepte en het verhang afhankelijk zijn van de plaatselijke kromtestraal, moeten deze beide grootheden als vergelijkingen in de integraal worden ingevuld. De integraal gaat dan over in:

$$Q = \int_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} C \left(\frac{h_x}{\frac{3}{2}\alpha\theta_x \left(\frac{r_x}{r} - 1 \right) + 1} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r_x i_x}{r} \right)^{\frac{1}{2}} dr \quad (3-12)$$

Het oplossen van deze integraal geeft:

$$Q = \frac{2C h_x^{\frac{3}{2}} r_x^{\frac{1}{2}} i_x^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{3}{2}\alpha\theta_x\right)^2} * \left[\left(\frac{3}{2}\alpha\theta_x (r_x - r) + r \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{3}{2}\alpha\theta_x r_x}{\left(\frac{3}{2}\alpha\theta_x (r_x - r) + r \right)^{\frac{1}{2}}} \right]_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} \quad (3-13)$$

Deze vergelijking kan worden omgewerkt tot een vergelijking, waarin het debiet Q geschreven kan worden als een functie van de relatieve kromming r/B en de Shields-parameter θ_x :

$$Q = \frac{2C h_x^{\frac{3}{2}} \left(\frac{r_x}{B} \right)^{\frac{1}{2}} i_x^{\frac{1}{2}} B}{\left(1 - \frac{3}{2}\alpha\theta_x\right)^2} * \left[\left(\frac{3}{2}\alpha\theta_x \left(\frac{r_x - r}{B} \right) + \frac{r}{B} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{3}{2}\alpha\theta_x \frac{r_x}{B}}{\left(\frac{3}{2}\alpha\theta_x \left(\frac{r_x - r}{B} \right) + \frac{r}{B} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} \quad (3-14)$$

Door het bekend veronderstelde punt r_x in een gunstig punt te

kiezen, in dit geval in de buitenbocht met als kromtestraal r_0 , vereenvoudigt vergelijking 3.14 in:

$$Q = \frac{2B C h_0^{\frac{3}{2}} i_0^{\frac{1}{2}} \frac{r_0}{B}}{\left(1 - \frac{3}{2} \alpha \theta_0\right)^2} * \left(\left(\frac{r_0}{B} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{2} \alpha \theta_0 + 1 \right) - \left(\frac{r_0}{B} + \frac{3}{2} \alpha \theta_0 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{2} \alpha \theta_0 \frac{r_0}{B}}{\left(\frac{r_0}{B} + \frac{3}{2} \alpha \theta_0 - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}} \right) \quad (3-15)$$

Hierin stellen de grootheden h_0 , i_0 en θ_0 waarden in de buitenbocht voor.

Wanneer de relatieve kromming r_x/B naar oneindig gaat, dan komt er een debiet uit dat zou stromen door een bakprofiel, van gelijke breedte:

$$Q_{\frac{r_x}{B} \rightarrow \infty} = B C h_x^{\frac{3}{2}} i_x^{\frac{1}{2}} \quad (3-16)$$

3.5 Analytische berekening sedimenttransport

Het sedimenttransport door een axiaalsymmetrisch profiel kan, net als het debiet, analytisch berekend worden. Hiervoor moet de volgende integraal opgelost worden:

$$S = \int_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} m C^b h^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}} dr \quad (3-17)$$

Ook hier zijn de diepte en het verhang afhankelijk van de kromtestraal en dus moeten deze beide grootheden als vergelijkingen in de integraal worden ingevuld:

$$S = \int_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} m C^b \left(\frac{h_x}{\frac{3}{2} \alpha \theta_x \left(\frac{r_x}{r} - 1 \right) + 1} \right)^{\frac{b}{2}} \left(\frac{r_x i_x}{r} \right)^{\frac{b}{2}} dr \quad (3-18)$$

Ook deze integraal levert een vergelijking op, die geschreven kan worden als een functie van de relatieve kromming r_x/B en de Shields-parameter θ_x :

$$S = \frac{-\frac{2}{b-2} B m C^b \left(h_x i_x \frac{r_x}{B} \right)^{\frac{b}{2}}}{1 - \frac{3}{2} \alpha \theta_x} * \left[\left(\frac{3}{2} \alpha \theta_x \left(\frac{r_x - r}{B} \right) + \frac{r}{B} \right)^{-\frac{b-2}{2}} \right]_{r_c - \frac{1}{2}B}^{r_c + \frac{1}{2}B} \quad (3-19)$$

Uiteraard kan ook in dit geval, door de bekend veronderstelde kromtestraal r_x in de buitenbocht, r_0 , te kiezen, de oplossing van vergelijking 3.19 vereenvoudigd worden tot:

$$S = \frac{-\frac{2}{b-2} B m C^b \left(a_0 i_0 \frac{r_0}{B} \right)^{\frac{b}{2}}}{1 - \frac{3}{2} \alpha \theta_0} \left(\left(\frac{r_0}{B} \right)^{-\frac{b-2}{2}} - \left(\frac{3}{2} \alpha \theta_0 \left(\frac{r_0}{B} - 1 \right) \right)^{-\frac{b-2}{2}} \right) \quad (3-20)$$

Hierin stellen de grootheden h_0 , i_0 en θ_0 de waarden in de buitenbocht voor.

Als de relatieve kromming naar oneindig gaat, dan komt uit vergelijking 3.20 het sedimenttransport, dat zou stromen door een bakprofiel van gelijke breedte, zoals te verwachten valt:

$$S_{\frac{r_x}{B} \rightarrow \infty} = B m C^b h_x^{\frac{b}{2}} i_x^{\frac{b}{2}} \quad (3-21)$$

3.6 Profielveranderingen

Als er in een rivier een verandering optreedt in het debiet en/of het sedimenttransport, door welke oorzaak dan ook, dan zal in de rivier een nieuw evenwichtsprofiel tot stand komen. Of dit evenwichtsprofiel bereikt wordt is afhankelijk van de tijdduur van de verandering.

In het geval van een evenwichtssituatie geldt bij 1-dimensionale berekeningen, uitgaande van een profiel met constante diepte en verhang over de breedte, dat het debiet voldoet aan:

$$Q = B C a^{\frac{3}{2}} i^{\frac{1}{2}} \quad (3-22)$$

Voor de berekening van het sedimenttransport kan een benaderende machtswet gebruikt worden:

$$S = B m C^b a^{\frac{b}{2}} i^{\frac{b}{2}} \quad (3-23)$$

Gebruikmakend van deze vergelijkingen kunnen de veranderingen van het verhang en de diepte berekend worden, als de veranderingen van het debiet en het sedimenttransport bekend zijn. De 1-dimensionale veranderingen zien er als volgt uit:

$$a_1 = a_0 \frac{S_0^{\frac{1}{b}} Q_1}{S_1^{\frac{1}{b}} Q_0} \quad (3-24)$$

$$i_1 = i_0 \frac{S_1^{\frac{3}{b}} Q_0}{S_0^{\frac{3}{b}} Q_1} \quad (3-25)$$

Hierin stellen de grootheden met een '1' de nieuwe waarden en de grootheden met een '0' de oorspronkelijke waarden voor.

In het geval van een 2-dimensionaal evenwichtsprofiel van een bocht gelden voor het debiet en het sedimenttransport respectievelijk de in de vorige paragrafen afgeleide vergelijkingen 3.15 en 3.20. Als het debiet en het sedimenttransport in het

nieuwe evenwichtsprofiel bekend zijn, dan zijn uit beide vergelijkingen alleen het nieuwe verhang- en diepteverloop nog niet bekend. Langs iteratieve weg zijn beide exact te bepalen.

3.7 Rivierbochten

3.7.1 Inleiding

Als een 2-dimensionaal rivierprofiel geschematiseerd is in een 1-dimensionaal bakprofiel, dan is de volgende stap om te onderzoeken, of een verandering in het 2-dimensionale profiel, veroorzaakt door verandering van het debiet en/of het sedimenttransport, via verandering van het 1-dimensionale profiel benaderd kan worden. Hiervoor moet gekeken worden, hoe een 1-dimensionale verandering omgezet kan worden in een 2-dimensionale verandering van het bodemprofiel.

Door verschillende onderzoekers zijn hiervoor mogelijkheden aangedragen, welke bijeen gebracht zijn door Cunge e.a. (1980). Een mogelijkheid is om de 1-dimensionale verandering over de gehele breedte uit te smeren. Dit kan men doen door de diepte-verandering over de gehele breedte constant te houden, of evenredig te laten zijn met de plaatselijke diepte tot een bepaalde macht.

Alle aangedragen mogelijkheden, die bijeengebracht zijn door Cunge e.a. (1980), bleken al in een vroeg stadium tot bedroevende resultaten te leiden, waarbij afwijkingen tussen de exacte en de benaderde diepten van meer dan 50% geen uitzondering te zijn.

Door toch via 1-dimensionale weg een verandering in het 2-dimensionale bochtprofiel te benaderen is een hernieuwde weg ingeslagen, die in de volgende paragrafen is beschreven.

3.7.2 1-Dimensionale benadering

Om veranderingen van de diepte en het verhang te kunnen berekenen van een 1-dimensionaal profiel, na een verandering van

het doorstromende debiet of de hoeveelheid sediment, zijn eenvoudige vergelijkingen beschikbaar. Voor een 2-dimensionaal axiaalsymmetrisch profiel wordt dit al een stuk moeilijker. In deze paragraaf wordt, aan de hand van een voorbeeld, gekeken of er grote afwijkingen bestaan tussen een langs 2-dimensionale weg verkregen profiel en een langs 1-dimensionale weg verkregen profiel. Bij het eerste profiel wordt het profiel, met behulp van de vergelijkingen 3.15 en 3.20 op iteratieve wijze exact berekend. Bij het tweede profiel wordt, over de gehele breedte, elke diepte en elk verhang apart via de 1-dimensionale vergelijkingen 3.24 en 3.25 verandert.

Het 2-dimensionale bochtprofiel, dat in figuur 3.1 staat afgebeeld, wordt als uitgangssituatie gebruikt. De kromtestraal ter plaatse van de as van de rivier bedraagt 5000 m. De breedte van de rivier is 500 m. Voor de D_{50} is een korrelgrootte genomen van 0,5 mm. Alle grootheden van dit profiel zijn berekend en staan genoteerd in figuur 3.1 en de bijbehorende tabel 3.3.

Als over de breedte van de rivier één waarde van het verhang bekend is, dan is het verhang verloop over de breedte bekend met behulp van vergelijking 3.3, ook na verandering langs 1-dimensionale weg. Daarom is alleen het verhang in de as van de rivier genoteerd in de bijbehorende tabel. Bij het diepteverloop gaat dit niet meer op, vandaar dat op elk kwart van de rivierbreedte de plaatselijke diepten genoteerd zijn.

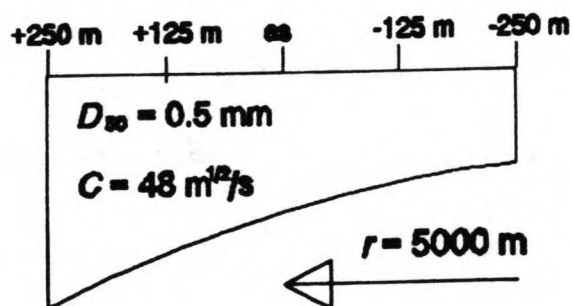


Fig 3.1 Uitgangssituatie.

$$Q = 3867 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.236 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	10.00	7.51	5.95	4.89	4.11
Verhang in as i_{as}	1.00 E-04				

Tabel 3.3 Gegevens uitgangssituatie.

In elke volgende situatie wordt het debiet of het sedimenttransport veranderd vanuit deze uitgangssituatie. Het oorspronkelijke 2-dimensionale profiel zal zich aan de nieuwe situatie aanpassen, zodat er een nieuw profiel ontstaat. Dit nieuwe evenwichtsprofiel wordt langs twee wegen berekend. Aan de ene kant wordt het nieuwe profiel benaderd met de vergelijkingen 3.24 en 3.25, door elke plaatselijke diepte en verhang apart door middel van deze vergelijkingen aan te passen aan de nieuwe situatie, over het gehele dwarsprofiel. Ter controle van deze 1-dimensionale benadering wordt, op iteratieve wijze, het profiel exact berekend met behulp van de vergelijkingen 3.15 en 3.20. De juistheid van dit laatste profiel gaat zover op, als dat de axiaalsymmetrische profielen voldoen aan de in de natuur optredende profielen.

Nadat veranderingen in het oorspronkelijke profiel zijn aangebracht, worden het exacte en het benaderde nieuwe profiel met elkaar vergeleken. Van het verhang in de as van de rivier staan in de tabel twee waarden genoteerd, net als van de plaatselijke diepten op elk kwart van de breedte. De ene waarde geeft de exacte waarde aan en de andere geeft de benaderde waarde aan. In de rij onder de benaderde waarden staan de afwijkingen tussen de benaderingen ten opzichte van de exacte waarden. Een negatieve of een positieve afwijking wil zeggen, dat de benadering respectievelijk te klein of te groot is.

Om het overzicht te kunnen bewaren, worden de veranderingen in het debiet en in het sedimenttransport stap voor stap toegepast.

Halvering debiet

$$Q = 1933 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.236 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	5.00	3.75	2.98	2.44	2.06
h (m) Benaderd	5.00	3.75	2.98	2.44	2.06
Afwijking h (in %)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
i_{as} Exact	2.00 E-04				
i_{as} Benaderd	2.00 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	0.0				

Verdubbeling debiet

$$Q = 7734 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.236 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	20.00	15.02	11.90	9.77	8.22
h (m) Benaderd	20.00	15.02	11.90	9.77	8.22
Afwijking h (in %)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
i_{as} Exact	0.50 E-04				
i_{as} Benaderd	0.50 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	0.0				

Halvering sedimenttransport

$$Q = 3867 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.118 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	10.29	8.37	7.01	5.98	5.18
h (m) Benaderd	11.49	8.62	6.84	5.61	4.72
Afwijking h (in %)	+11.7	+3.0	-2.4	-6.1	-8.8
i_{as} Exact	0.67 E-04				
i_{as} Benaderd	0.66 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Verdubbeling sedimenttransport

$$Q = 3867 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.472 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	10.02	6.72	4.99	3.93	3.21
h (m) Benaderd	8.71	6.54	5.18	4.25	3.58
Afwijking h (in %)	-13.1	-2.7	+3.8	+8.3	+11.5
i_{as} Exact	1.48 E-04				
i_{as} Benaderd	1.52 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	+2.5				

Halvering debiet en sedimenttransport

$$Q = 1933 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.118 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	5.14	4.19	3.50	2.99	2.59
h (m) Benaderd	5.74	4.31	3.42	2.81	2.36
Afwijking h (in %)	+11.7	+3.0	-2.4	-6.1	-8.8
i_{as} Exact	1.34 E-04				
i_{as} Benaderd	1.32 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Verdubbeling debiet en sedimenttransport

$$Q = 7734 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.472 \text{ m}^3/\text{s}$$

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
h (m) Exact	20.04	13.43	9.98	7.86	6.42
h (m) Benaderd	17.41	13.07	10.36	8.51	7.16
Afwijking h (in %)	-13.1	-2.7	+3.8	+8.3	+11.5
i_{as} Exact	0.74 E-04				
i_{as} Benaderd	0.76 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	+2.5				

3.7.3 Discussie

- Het maakt niet uit, welk alternatief uit paragraaf 2.5, om het 2-dimensionale profiel in een 1-dimensionaal profiel te schematiseren, wordt gebruikt voor deze 1-dimensionale benadering.

Het gaat er bij deze benadering om, dat de verhoudingen, die zich tussen de diepten en de verhangen van de oorspronkelijke situatie en die van de nieuwe situatie bevinden, bekend zijn. Deze verhoudingen worden bepaald door de 1-dimensionale vergelijkingen 3.24 en 3.25. Om deze vergelijkingen te kunnen gebruiken, is het voldoende, als de veranderingen van het debiet en het sedimenttransport bekend zijn.

- Als alleen het debiet verandert, dan komt de 1-dimensionale benadering geheel overeen met het exacte 2-dimensionale profiel.

Dit is te bewijzen door de funktie van het debiet, vergelijking 3.15, in de nieuwe situatie te delen door de funktie van het debiet in de oorspronkelijke situatie. In de Shields-parameter θ_x worden de diepte h_x en het verhang i_x met elkaar vermenigvuldigd. De 1-dimensionale veranderingen van de diepte en het verhang zien er, als het sedimenttransport en de breedte gelijk blijven, als volgt uit:

$$\frac{h_{x1}}{h_{x0}} = \frac{Q_1}{Q_0} \quad (3-26)$$

$$\frac{i_{x1}}{i_{x0}} = \frac{Q_0}{Q_1} \quad (3-27)$$

De veranderingen van de diepte en het verhang, ten gevolge van een verandering in het debiet, zijn elkaars omgekeerde. De stroomparameter blijft dus na een verandering van alleen het

debiet constant. Hierdoor blijft na wegstrepen van factoren, die hetzelfde blijven, de volgende vergelijking over:

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \left(\frac{h_{x1}}{h_{x0}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{i_{x1}}{i_{x0}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-28)$$

Worden de 1-dimensionale veranderingen van de diepte en het verhang (vergelijkingen 3.24 en 3.25) in deze vergelijking ingevuld, dan blijkt de 1-dimensionale benadering exact te voldoen:

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \left(\frac{h_{x1}}{h_{x0}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{i_{x1}}{i_{x0}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Q_0}{Q_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Q_1}{Q_0} \quad (3-29)$$

Dus indien men het debiet verandert in een willekeurig gekromde rivier, dan is de benadering via de 1-dimensionale weg exact gelijk aan het echte veranderde profiel.

- Als het sedimenttransport verandert, dan treedt er een afwijking op tussen het langs 1-dimensionale weg benaderde profiel en het exacte 2-dimensionale profiel.

Het bestaan van deze afwijking kan bewezen worden, door de functie van S , vergelijking 3.20, in de nieuwe situatie te delen door de functie van S in de oude situatie. Als bekende kromtestraal r_x wordt, om een zo eenvoudig mogelijke vergelijking te krijgen, de kromtestraal in de buitenbocht, r_0 , genomen.

$$\frac{S_1}{S_0} = \frac{\frac{(i_{01}h_{01})^{\frac{b}{2}}}{(1-\frac{3}{2}\alpha\theta_1)}}{\frac{(i_{00}h_{00})^{\frac{b}{2}}}{(1-\frac{3}{2}\alpha\theta_0)}} \left(\frac{\frac{r_0^{-\frac{b-2}{2}}}{B} - (\frac{r_0}{B} + \frac{3}{2}\alpha\theta_1 - 1)^{-\frac{b-2}{2}}}{\frac{r_0^{-\frac{b-2}{2}}}{B} - (\frac{r_0}{B} + \frac{3}{2}\alpha\theta_0 - 1)^{-\frac{b-2}{2}}} \right) \quad (3-30)$$

Worden nu de 1-dimensionale veranderingen van de diepte en het verhang (vergelijkingen 3.24 en 3.25) in deze vergelijking ingevuld, dan ontstaat er een vergelijking, die alleen klopt, indien de kromtestraal r naar oneindig nadert. De Shields-parameter θ blijft namelijk niet constant bij verandering van het sedimenttransport en alleen als de kromtestraal naar oneindig gaat, wat opgaat voor een rechte rivier, heeft de Shieldsparameter geen invloed.

De afwijkingen tussen de 1-dimensionale benadering en het exacte profiel, die optreden na verandering van het sedimenttransport, zijn het grootst aan de beide randen en nemen, naar het midden toe, geleidelijk af.

Als het sedimenttransport groter wordt dan de oorspronkelijke hoeveelheid, dan wordt langs de 1-dimensionale weg de diepte in de buitenbocht onderschat en de diepte in de binnenbocht overschat. Ofwel het dwarsverhang wordt onderschat met de 1-dimensionale benadering, zie figuur 3.2.

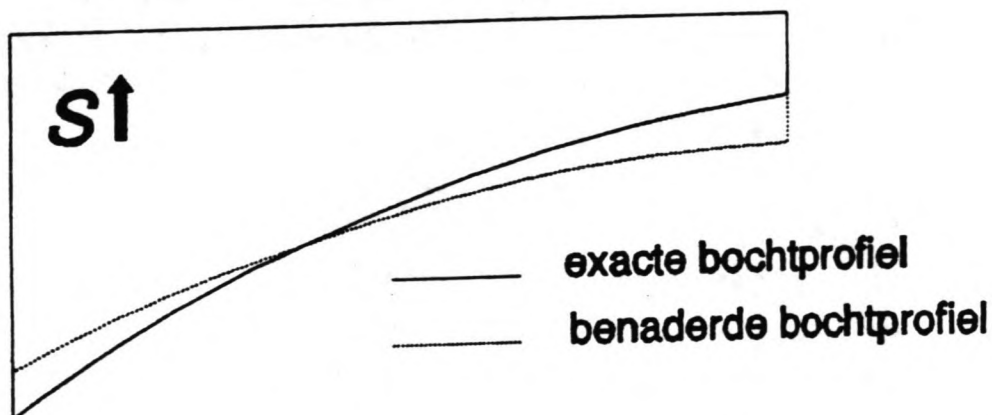


Fig. 3.2 Benaderingsfout bij toename sedimenttransport.

Als het sedimenttransport kleiner wordt, dan vindt door gebruikmaking van de 1-dimensionale benadering het tegenovergestelde plaats, namelijk een overschatting van het dwarsverhang. De diepte in de buitenbocht wordt dan dus overschat, terwijl de diepte in de binnenbocht wordt onderschat, zie figuur 3.3.

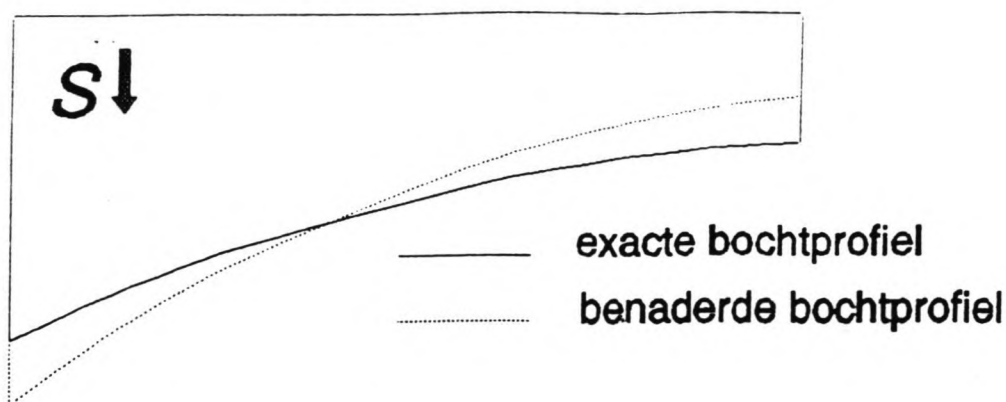


Fig. 3.3 Benaderingsfout bij afname sedimenttransport.

Bij het gebruik van deze methode is dus van te voren al in te zien, welk soort fout er gemaakt wordt: onder- of overschatting van het dwarsverhang. De grootte van de fout is echter niet van te voren in te zien.

- Voor de scheepvaart is het van belang, dat er voldoende vaardiepte over een bepaalde breedte van de rivier beschikbaar is. Er moet dus, binnen een bepaalde nauwkeurigheid, voorspeld worden, hoe de vaardiepte verandert, onder invloed van veranderingen in het sedimenttransport en/of debiet.

Het kritieke punt bij de voorspelling is het meest aan de binnenbocht gelegen punt, waar scheepvaart nog plaatsvindt. De schepen zullen bij een ondiepe binnenbocht namelijk nooit geheel door de binnenbocht gaan, maar altijd een stuk hiervan verwijderd blijven. Stel scheepvaart vindt plaats binnen driekwart van de breedte, vanaf de buitenbocht gemeten.

Uit de voorgaande berekeningen blijkt, dat bij verandering van het debiet, de 1-dimensionale benadering geen afwijking vertoont met het nieuwe evenwichtsprofiel. Bij verandering van het sedimenttransport treedt er echter wel een afwijking op, tussen het benaderde en het optredende profiel.

Bij halvering van het sedimenttransport, wat in de praktijk

een redelijk grote verandering is, wordt de diepte door de benadering met ruim 6% onderschat.

Een duweenheid met een tonnage van 3725 ton heeft, binnen de binnenscheepvaart, met zijn maximale diepgang van 4.35 m verreweg de grootste diepgang. Voor duwvaart geldt als norm voor de vaarwegdiepte, dat deze minimaal anderhalf maal zo groot moet zijn als de diepgang, waardoor in dit geval de minimum vaarwegdiepte gelijk is aan 6.55 m.

Stel in het kritieke punt is in het nieuwe profiel precies deze diepte aanwezig. Een onderschatting van 6% hiervan geeft een verschil in vaardiepte van 0.40 m. De benadering geeft dus een diepte van 6.15 m, waardoor de verhouding tussen de vaarwegdiepte en de diepgang komt op 1.4. Er zal ten onrechte besloten worden om in deze rivier niet met deze grote duwbakken te varen, wat economisch nadelig kan zijn.

Bij verdubbeling van het sedimenttransport wordt de diepte met ruim 8% overschat.

Stel dat in het kritieke punt, op driekwart van de breedte uit de buitenbocht, met behulp van de benadering er een nieuwe diepte uitkomt, die gelijk is aan de minimum vaarwegdiepte van 6.55 m, geldend voor de bovengenoemde duweenheid. Als deze diepte met 8% overschat is, dan is de echte diepte die optreedt gelijk aan 6.05 m. Deze diepte is altijd nog ruim groter dan de diepgang van de duweenheid van 4.35 m. De duweenheid zal dus niet op de bodem vast komen te zitten, of erlangs schuren, maar de bestuurbaarheid neemt af, zodat de snelheid aangepast moet worden, wat economisch verlies betekent.

Bij de benadering is er van tevoren wel zekerheid over de vorm van de afwijking, na verandering van het sedimenttransport. Bij toename van het sedimenttransport zal in alle gevallen de diepte overschat worden. Bij afname vindt altijd onderschatting plaats. Hierdoor is het dus mogelijk te weten of de benaderde diepte te kleine of te grote waarden geeft. Door dit mee te nemen in de beslissing, welke scheepsklassen wel en

welke niet op dit deel van de rivier mogen varen, kunnen de gevolgen al enigszins ingeperkt worden.

- Voor oeverbescherming is vooral de diepte in de buitenbocht, tot waar de oeverbescherming moet plaatsvinden, van belang. Bij verandering van het sedimenttransport treden bij de 1-dimensionale benadering juist de grootste afwijkingen op.

Bij halvering van het sedimenttransport treedt er een overschatting van de diepte in de buitenbocht plaats van 12%. Dit verschil kan in de meters gaan lopen. De hoogte van de oeverbescherming wordt dus 12% te groot geconstrueerd, wat grotere kosten met zich meebrengt dan nodig is. De extra kosten zullen aanzienlijk meer zijn dan 12%, aangezien de constructie-kosten meer dan evenredig toenemen met de hoogte.

Bij verdubbeling van het sedimenttransport treedt er nog een veel groter probleem op. De diepte in de buitenbocht wordt nu onderschat met 13%

. Het verschil met de werkelijk optredende diepte kan ook nu weer in de meters lopen. De hoogte van de oeverbescherming wordt 13% te klein geconstrueerd, waardoor de constructie kan gaan bezwijken.

Ook in dit geval is van te voren te zien, dat bij toename van het sedimenttransport de diepte in de buitenbocht altijd zal worden onderschat. Door in de ontwerpfase hiermee rekening te houden kan bezwijking van de constructie voorkomen worden door een extra veiligheidsmarge in te bouwen. Deze veiligheidsmarge neemt enige onzekerheid met zich mee, zodat deze ruim genoeg genomen moet worden, zodat de constructie toch wat overgedimensioneerd wordt, wat hogere kosten met zich meebrengt.

- De bocht, die in dit geval gebruikt is voor berekening is een redelijke scherpe bocht, maar in de natuur komen nog scherpere bochten voor.

De scherppte van een bocht kan uitgedrukt worden als de verhouding van de kromtestraal in de as tot de breedte: r_{as}/B . Hoe kleiner dit getal, hoe groter de scherppte is. De gebruikte bocht heeft een verhouding van 10. In de natuur komen ook wel verhoudingen voor van 5 en soms zelfs van 3. Bij een eventuele scherpere bocht zullen de afwijkingen groter worden en hierdoor ook de onzekerheid bij beslissingen.

3.7.4 Conclusie

- Bij 1-dimensionale benadering van een 2-dimensionale profielsverandering maakt het niet uit welk vertaalde 1-dimensionale profiel wordt gebruikt, doordat het gaat om de verhoudingen tussen de diepten en verhangen in de nieuwe en de oude situatie. Deze zijn bekend als de verandering van het debiet en het sedimenttransport bekend zijn.

- Als enkel het debiet verandert, dan komt de 1-dimensionale benadering geheel overeen met het nieuwe 2-dimensionale evenwichtsprofiel.

- Als het sedimenttransport verandert, dan wordt bij vergroting hiervan het dwarsverhang onderschat. Bij verkleining van het sedimenttransport wordt het dwarsverhang overschat.

3.7.5 Kantelmethode

Zoals uit de laatste conclusie van paragraaf 3.7.2 naar voren komt, is door 1-dimensionale benadering het dwarsverhang te klein, respectievelijk te groot, bij een toename, respectievelijk afname van het sedimenttransport. Aan de randen zijn de afwijkingen het grootst, terwijl er ongeveer in het midden een punt is, waar geen afwijking optreedt.

Door de 1-dimensionale benadering te kantelen om het punt r_l ,

waar geen afwijking optreedt, kunnen de afwijkingen afnemen. Deze kanteling komt namelijk neer op het aanpassen van het dwarsverhang.

Om aan een vergelijking voor de kanteling te komen, moet eerst de functie van h , vergelijking 3.8, herschreven worden in een functie van h , waarin de bekend veronderstelde diepte h_I in het punt r_I ligt, waar er geen afwijking optreedt. De diepte ter plaatse van r_I wordt aangegeven met h_I . De functie van h wordt dan:

$$h = \frac{h_I}{\frac{3}{2}\alpha\theta_I\left(\frac{r_I}{r}-1\right)+1} \quad (3-31)$$

Door een veranderde funktiewaarde van h , met de grootheden h_{II} en i_{II} , te delen door de oorspronkelijke funktiewaarde, met de grootheden h_{I0} en i_{I0} , kunnen de verhoudingen van de diepten over de gehele breedte bepaald worden:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{\frac{h_{II}}{\frac{3}{2}\alpha\theta_{II}\left(\frac{r_I}{r}-1\right)+1}}{\frac{h_{I0}}{\frac{3}{2}\alpha\theta_{I0}\left(\frac{r_I}{r}-1\right)+1}} \quad (3-32)$$

In het punt r_I treedt geen afwijking op, tussen de 1-dimensionale benadering van de diepte en de exacte diepte. Bij het verhang treedt er, als het sedimenttransport verandert, wel een afwijking op, zie de voorbeelden van paragraaf 3.7.2. Bij verandering van het sedimenttransport mag het nieuwe verhang dus niet en de nieuwe diepte dus wel langs 1-dimensionale weg bepaald worden. Hierdoor is de nieuwe diepte te schrijven als een factor maal de oorspronkelijke diepte, met als resultaat:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{Q_1}{Q_0} \frac{S_0}{S_1}^{\frac{1}{b}} \frac{\frac{3}{2} \alpha \theta_{I0} \left(\frac{r_I}{r} - 1 \right) + 1}{\frac{3}{2} \alpha \theta_{II} \left(\frac{r_I}{r} - 1 \right) + 1} \quad (3-33)$$

Deze vergelijking wordt verder de kantelvergelijking genoemd. Het eerste deel van de kantelvergelijking geeft de 1-dimensionale verandering van het gehele profiel weer. Het tweede deel van de kantelvergelijking zorgt op zijn beurt, dat dit profiel bij elke kromtestraal wordt aangepast, zodat hierna het exacte profiel ontstaat. Dit aanpassen kan gezien worden als een kanteling van het profiel.

Problemen die zich bij het gebruiken van de kantelvergelijking voordoen is het bepalen van de nieuwe Shields-parameter θ_{II} en de kromtestraal r_I .

Om de nieuwe Shields-parameter te kunnen bepalen, moeten de nieuwe diepte h_{II} en het nieuwe verhang i_{II} bekend zijn. Voor het bepalen van de nieuwe diepte h_{II} kan, zoals al eerder vermeld, gebruik worden gemaakt van de 1-dimensionale verandering van de diepte. Voor het bepalen van het nieuwe verhang i_{II} mag dit echter niet, omdat, zoals in paragraaf 3.7.2 te zien is, het verhang niet exact te benaderen is via de 1-dimensionale benadering bij verandering van de hoeveelheid sedimenttransport.

De kromtestraal r_I geeft het punt aan, waar de 1-dimensionale benadering van de diepte gelijk is aan de exacte diepte. Aangezien de diepte in de praktijk juist berekend moet worden, is de exacte diepte dus niet bekend. Om toch met de formule te kunnen werken, moeten het verhang i_{II} en de kromtestraal r_I geschat worden.

Een redelijke schatting voor het verhang wordt verkregen door toch het nieuwe verhang langs 1-dimensionale weg te benaderen.

Zoals te zien is in de voorbeelden van paragraaf 3.7.2, blijft de afwijking, tussen de benaderde en het exacte verhang, bij een verandering van het sedimenttransport met een factor twee, beperkt tot enkele procenten.

Door de 1-dimensionale benadering van het verhang in te vullen in vergelijking 3.33, wordt de volgende vergelijking verkregen:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{Q_1}{Q_0} \frac{S_0^{\frac{1}{b}}}{S_1} \frac{\frac{3}{2} \alpha \theta_{I0} \left(\frac{r_I}{r} - 1 \right) + 1}{\frac{S_1^{\frac{2}{n}}}{S_0} \frac{3}{2} \alpha \theta_{I0} \left(\frac{r_I}{r} - 1 \right) + 1} \quad (3-34)$$

Als vervangend kantelpunt r_I worden de punten geprobeerd, waar het oorspronkelijke profiel even diep is als de geschematiseerde 1-dimensionale diepten van dit profiel, zie paragraaf 2.6. Dat dit zo moet, is niet wetenschappelijk gefundeerd, maar uit onderzoek blijkt dat het kantelpunt iets naar de buitenbocht is verschoven ten opzichte van de rivieras en dit geldt ook voor de nu vervangende kantelpunten.

Op deze wijze ontstaan er vier alternatieven voor de benadering. Er ontstaan geen zes alternatieven, doordat bij de alternatieven I, II en III de diepte wordt bepaald door de gemiddelde diepte en deze is in alle drie de gevallen gelijk.

In de onderstaande tabel 3.4 staan de via de schematisatie verkregen 1-dimensionale diepten per alternatief. In de onderste rij staan de bijbehorende kromtestralen r_I afgedrukt. Deze kunnen berekend worden, als de 1-dimensionale diepten bekend zijn en ingevuld worden voor de h in de herschreven vergelijking 3.8:

$$r_I = r_x \frac{\frac{3}{2} \alpha \theta_x h_I}{h_x - h_I + \frac{3}{2} \alpha \theta_x h_I} \quad (3-35)$$

Schematisatie	I, II, III	IV	V	VI
1-Dim. Diepte h_1 (m)	6.30	6.38	6.50	6.69
Kantelpunt r_1 (m)	5033	5040	5051	5066

Tabel 3.4 Kantelpunten r_1 van verschillende schematisaties.

Deze methode van profielbepaling, met behulp van vergelijking 3.34, wordt in het vervolg de kantelmethode genoemd.

De kantelmethode bestaat uit twee delen. Eerst moet het gehele profiel langs 1-dimensionale weg veranderen, zoals in paragraaf 3.7.2 is gedaan. Daarna moet de kanteling om het punt r_1 plaatsvinden met behulp van het tweede gedeelte van de vergelijking.

Deze kantelmethode wordt in dezelfde voorbeelden als in paragraaf 3.7.2 toegepast. Eerst wordt het exacte profiel in een tabel genoteerd. Daarna volgen de benaderingen per alternatief, ieder in een eigen tabel. In elke tabel staan de afwijkingen tussen het benaderde en het exacte profiel. Een negatieve of een positieve afwijking wil zeggen, dat de benadering respectievelijk te klein of te groot is.

Halvering debiet

$$Q = 1933 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.236 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	5.00	3.75	2.98	2.44	2.06
Verhang i_{as}	2.00 E-04				

Alternatief I, II, III, IV, V en VI:

h (m) Benaderd	5.00	3.75	2.98	2.44	2.06
Afwijking h (in %)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
i_{as} Benaderd	2.00 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	0.0				

Verdubbeling debiet

$$Q = 7734 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.236 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	20.00	15.02	11.90	9.77	8.22
Verhang i_{as}	0.50 E-04				

Alternatief I, II, III, IV, V en VI:

h (m) Benaderd	20.00	15.02	11.90	9.77	8.22
Afwijking h (in %)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
i_{as} Benaderd	0.50 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	0.0				

Halvering sedimenttransport

$$Q = 3867 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.118 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	10.29	8.37	7.01	5.98	5.18
Verhang i_{as}	0.67 E-04				

Alternatief I, II en III:

h (m) Benaderd	10.06	8.24	6.93	5.93	5.16
Afwijking h (in %)	-2.3	-1.6	-1.1	-0.7	-0.4
i_{as} Benaderd	0.66 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief IV:

h (m) Benaderd	10.33	8.39	7.02	5.99	5.20
Afwijking h (in %)	0.4	0.2	0.2	0.2	0.3
i_{as} Benaderd	0.66 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief V:

h (m) Benaderd	10.30	8.38	7.02	6.00	5.20
Afwijking h (in %)	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4
i_{as} Benaderd	0.66 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief VI:

h (m) Benaderd	10.26	8.38	7.02	6.00	5.21
Afwijking h (in %)	-0.3	0.0	0.3	0.5	0.6
i_{as} Benaderd	0.66 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Verdubbeling sedimenttransport

$$Q = 3867 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.472 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	10.02	6.72	4.99	3.93	3.21
Verhang i_{as}	1.48 E-04				

Alternatief I, II en III:

h (m) Benaderd	10.72	6.96	5.09	3.97	3.22
Afwijking h (in %)	7.0	3.7	2.1	1.1	0.4
i_{as} Benaderd	1.52 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief IV:

h (m) Benaderd	10.22	6.79	5.01	3.93	3.20
Afwijking h (in %)	2.0	1.1	0.4	-0.1	-0.4
i_{as} Benaderd	1.52 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief V:

h (m) Benaderd	10.27	6.79	5.01	3.92	3.19
Afwijking h (in %)	2.5	1.2	0.4	-0.2	-0.5
i_{as} Benaderd	1.52 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief VI:

h (m) Benaderd	10.34	6.80	5.00	3.92	3.19
Afwijking h (in %)	3.2	1.3	0.3	-0.3	-0.7
i_{as} Benaderd	1.52 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Halvering debiet en sedimenttransport

$$Q = 1933 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.118 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	5.14	4.19	3.50	2.99	2.59
Verhang i_{as}	1.34 E-04				

Alternatief I, II en III:

h (m) Benaderd	5.03	4.12	3.46	2.97	2.58
Afwijking h (in %)	-2.3	-1.6	-1.1	-0.7	-0.4
i_{as} Benaderd	1.32 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief IV:

h (m) Benaderd	5.16	4.19	3.51	3.00	2.60
Afwijking h (in %)	0.4	0.2	0.2	0.2	0.3
i_{as} Benaderd	1.32 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief V:

h (m) Benaderd	5.15	4.19	3.51	3.00	2.60
Afwijking h (in %)	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4
i_{as} Benaderd	1.32 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Alternatief VI:

h (m) Benaderd	5.13	4.19	3.51	3.00	2.60
Afwijking h (in %)	-0.3	0.0	0.3	0.5	0.6
i_{as} Benaderd	1.32 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	-1.5				

Verdubbeling debiet en sedimenttransport

$$Q = 7734 \text{ m}^3/\text{s}, S = 0.472 \text{ m}^3/\text{s}$$

Het exacte profiel:

Afstand v.d. as (m)	+250	+125	0	-125	-250
Diepte h (m)	20.04	13.43	9.98	7.86	6.42
Verhang i_{as}	0.74 E-04				

Alternatief I, II en III:

h (m) Benaderd	21.44	13.93	10.18	7.94	6.44
Afwijking h (in %)	7.0	3.7	2.1	1.1	0.4
i_{as} Benaderd	0.76 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief IV:

h (m) Benaderd	20.44	13.58	10.02	7.85	6.39
Afwijking h (in %)	2.0	1.1	0.4	-0.1	-0.4
i_{as} Benaderd	0.76 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief V:

h (m) Benaderd	20.53	13.59	10.02	7.84	6.38
Afwijking h (in %)	2.5	1.2	0.4	-0.2	-0.5
i_{as} Benaderd	0.76 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

Alternatief VI:

h (m) Benaderd	20.68	13.60	10.01	7.83	6.37
Afwijking h (in %)	3.2	1.3	0.3	-0.3	-0.7
i_{as} Benaderd	0.76 E-04				
Afwijking i_{as} (in %)	2.5				

3.7.6 Discussie

- Als alleen het debiet verandert, treden er geen afwijkingen op tussen het exacte profiel en het benaderde profiel met de kantelmethode.

Dit is logisch aangezien het tweede deel van vergelijking 3.34, dat voor de kanteling zorgt, gelijk is aan de eenheid, doordat de verandering van de diepte omgekeerd evenredig is met de verandering van het verhang en dus de stroomparameter niet veranderd bij een verandering van enkel het debiet.

Het eerste deel laat het gehele profiel 1-dimensionaal veranderen en, zoals al in de vorige paragraaf naar voren is gekomen, geeft dit, als alleen het debiet veranderd, de exacte oplossing.

- Als ook het sedimenttransport verandert, dan is de benadering via het kantelen niet exact.

De oorzaak hiervan is tweeledig. Ten eerste is het draaipunt r_1 niet van tevoren te bepalen, dit moet dus geschat worden. Ten tweede is voor het verhang in de nieuwe situatie, het 1-dimensionaal veranderde verhang van de uitgangssituatie gebruikt, wat niet geheel klopt, zoals al uit de voorbeelden van paragraaf 3.7.2 naar voren is gekomen.

Ondanks deze onvermijdelijke foutenbronnen is de benadering met de kantelmethode beter dan de 1-dimensionale methode.

- Qua benadering geven de schematisatie-alternatieven IV, V en VI uit paragraaf 2.5, waar hetzij de debieten, de sedimenttransporten, of de breedten van het 1-dimensionale profiel gelijk gesteld zijn aan die van het 2-dimensionale profiel, de beste resultaten.

De alternatieven I, II en III, waar de 1-dimensionale diepte

gelijk gesteld wordt aan het gemiddelde van de 2-dimensionale diepten, zijn een stuk minder bevredigend.

Ook uit andere berekeningen, die hier niet genoemd zijn blijkt dit. Alleen de alternatieven IV, V en VI blijven over als te gebruiken kantelpunten.

- Het vergroten van het sedimenttransport met een bepaalde factor levert grotere afwijkingen op, dan het verkleinen met dezelfde factor.

Dit komt, doordat het benaderde verhang in de nieuwe situatie, die verkregen wordt door het verhang van de uitgangssituatie 1-dimensionaal te veranderen, dan een grotere afwijking heeft ten opzichte van het exacte verhang.

- Voor de scheepvaart moet er voldoende vaardiepte zijn over driekwart van de breedte, gerekend vanaf de buitenbocht. Schepen met een grote diepgang ten opzichte van de gemiddelde diepte van de rivier zullen nooit geheel door de binnenbocht gaan. Als ondiepste en dus kritieke punt, waar schepen nog moeten kunnen varen, wordt in dit onderzoek het punt genomen, dat ligt op een kwart van de breedte vanuit de binnenbocht. In de voorspelling van de vaarwegdiepte met de kantelmethode treedt alleen een afwijking op bij verandering van het sedimenttransport.

Bij halvering of verdubbeling van het sedimenttransport, wat in de praktijk redelijk grote veranderingen zijn, vertoont de benaderde diepte door middel van de kantelmethode, met de alternatieven IV, V en VI, nog geen 0.5% afwijking ten opzichte van het exacte profiel.

Bij een maatgevend schip met een diepgang van 4.35 m en een normwaarde tussen de vaarwegdiepte en diepgang van 1.5 is de minimaal benodigde vaarwegdiepte 6.55 m. Een maximum verschil

tussen de benadering en het exacte profiel is dan 0.03 m. De benadering kan dus een diepte geven van 6.58 m en van 6.52 m. Hierdoor blijft de verhouding tussen de vaarwegdiepte en de diepgang op 1.5.

De benadering met de kantelmethode geeft dus voor de kritieke vaarwegdiepte een te verwaarlozen fout.

- Voor oeverbescherming is vooral de diepte in de buitenbocht, tot waar de oeverbescherming moet plaatsvinden, van belang.

Bij halvering of verdubbeling van het sedimenttransport geeft de benadering, voor de alternatieven IV, V en VI een overschatting van minder dan 3.5% en een onderschatting van minder dan 0.5%. Dit is nog te overzien.

De hoogte van de oeverbescherming kan dus maximaal 3.5% te groot geconstrueerd worden, wat uiteraard wel grotere kosten met zich meebrengt. Bezwijking door onderschatting van de optredende diepte zal niet snel optreden, doordat een onderschatting van 0.5% opgevangen wordt met de veiligheidsmarges, onder andere voor meetfouten.

- De bocht, die gebruikt is voor bovenstaande berekening is een redelijke scherpe bocht, maar in de natuur komen nog scherpere bochten voor. Bij scherpere bochten zullen de afwijkingen groter worden.

3.7.7 Conclusie

- Bij de kantelmethode leveren de kantelpunten, verkregen uit de alternatieven IV, V en VI, goede resultaten op. De kantelpunten verkregen met de alternatieven I, II en III leveren grote afwijkingen en zijn dus niet goed bruikbaar.

- Als enkel het debiet verandert, dan komt de benadering, door middel van de kantelmethode, geheel overeen met het nieuwe 2-dimensionale evenwichtsprofiel.

- Als het sedimenttransport verandert, dan treden afwijkingen op, die echter een stuk geringer zijn dan de afwijkingen die optreden bij het gebruik van de 1-dimensionale benadering zonder kanteling van het profiel.

3.8 Algemene kantelvergelijking

Zoals in de inleiding van dit hoofdstuk staat, bestaan er verschillende formules om een axiaalsymmetrisch profiel te berekenen. Tot nu toe is er in de uitwerking alleen gebruik gemaakt van de formule van v.Bendegom. Om te controleren of de keuze van de formule, om een axiaalsymmetrisch profiel te berekenen, wel of geen invloed heeft op de resultaten, wordt in deze paragraaf bekeken, wat de consequenties zijn van het gebruik van andere formules.

De verschillende formules lijken veel op elkaar. In het algemeen kunnen ze, zoals in paragraaf 3.2 al gedaan is, geschreven worden als:

$$\frac{dh}{dr} = k \left(\frac{h}{r} \right)^p \quad (3-36)$$

De constante k en de macht p variëren per formule, zie tabel 3.2.

Een bijzonder geval vormt de formule van Engelund, waarvoor geldt dat $p=1$. Vergelijking 3.36 is dan om te werken tot de volgende analytische formule:

$$h = h_x \left(\frac{r}{r_x} \right)^k \quad (3-37)$$

Wanneer hiermee verder gewerkt wordt, dan ontstaat voor de

kantelvergelijking het volgende:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{Q_1}{Q_0} \left(\frac{S_0}{S_1} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (3-38)$$

De verandering van het 2-dimensionale diepteprofiel blijkt dus precies te berekenen zijn via 1-dimensionale weg. Er is dus bij gebruikmaking van de formule van Engelund geen kanteling nodig. De formule van Engelund is echter beperkt bruikbaar en dus niet erg van belang.

In het algemeen is p ongelijk aan de eenheid. Vergelijking 3.36 is dan om te werken tot de volgende vergelijking:

$$h = \left(\frac{1}{k \left(\frac{1}{r^{p-1}} - \frac{1}{r_x^{p-1}} \right) + \frac{1}{h_x^{p-1}}} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (3-39)$$

Hierin zijn h_x en r_x respectievelijk een bekende diepte en een bekende kromtestraal van een bepaald punt in het dwarsprofiel-breedtegraad van de rivier.

Als dus in een bepaald punt de diepte en de kromtestraal bekend zijn, dan is het gehele profiel over de gehele breedte te berekenen.

Wanneer vanuit deze algemenere vergelijking gewerkt wordt, dan ziet de kantelvergelijking er als volgt uit:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{Q_1}{Q_0} \left(\frac{S_0}{S_1} \right)^{\frac{1}{b}} \left(\frac{(k_0 h_{I0})^{p-1} \left(\frac{1}{r^{p-1}} - \frac{1}{r_I^{p-1}} \right) + 1}{(k_1 h_{I1})^{p-1} \left(\frac{1}{r^{p-1}} - \frac{1}{r_I^{p-1}} \right) + 1} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (3-40)$$

In alle k 's zit het produkt $i \cdot r$. Hierdoor is vergelijking 3.40 om te schrijven in dezelfde vorm als de kantelvergelijking 3.34. Als p ongelijk aan de eenheid is, dan is er, bij verandering van het sedimenttransport, dus altijd een kanteling nodig om een 1-dimensionale benadering te corrigeren.

4. NIET-AXIAALSYMMETRISCH BOCHTPROFIELEN

4.1 Inleiding

De problematiek van rivierbochten komt het beste naar voren in meanderende rivieren. Een meanderende rivier kronkelt zich een weg door het landschap en bestaat enkel maar uit bochten.

De kromtestraal van een meanderende rivier varieert voortdurend in de lengterichting van de rivier. Bij elke kromtestraal hoort een ander axiaalsymmetrisch profiel.

Doordat de kromtestraal niet constant is in de lengterichting van de rivier, zullen de dwarsprofielen op elke plaats (gedeeltelijk) aangepast worden aan de aanwezige kromtestraal. Het volledig aanpassen van een profiel aan de aanwezige kromtestraal, dus het vormen van het axiaalsymmetrische profiel, vergt een grote afstand, ofwel een grote aanpassingslengte. Deze aanpassingslengte is veel groter dan de lengte waarin de kromtestraal als constant kan worden beschouwd. Een zuiver axiaalsymmetrisch profiel komt dan ook zelden voor in de vrije natuur.

Een dwarsprofiel van een rivier op een willekeurige plaats wordt door de grote aanpassingslengten vooral bepaald door de bovenstrooms gelegen kromtestralen en niet zozeer door de lokale kromtestraal.

4.2 Schematisatie in 1-dimensionale profielen

Voor de schematisatie van een 2-dimensionaal niet-axiaalsymmetrisch bochtprofiel in een 1-dimensionaal bakprofiel wordt de methode gebruikt, die in paragraaf 2.6 beschreven is.

Uit diverse metingen, van onder andere Lely (1922, voor de Rijn) en Struiksma (1983, voor de DHL-goot), blijkt, dat de gemiddelde diepte constant blijft langs de lengterichting van een bochtige en overal even brede rivier, binnen een nauwkeu-

righeid, die ligt in de orde van grootte van de meetnauwkeurigheden.

Wanneer van een bochtige en overal even brede rivier op willekeurige plaatsen het 2-dimensionale dwarsprofiel geschematiseerd wordt via de zes alternatieve methoden, zoals in hoofdstuk 2 is beschreven, in 1-dimensionale profielen, dan zullen per alternatief de 1-dimensionale profielen van de diverse plaatsen gelijk zijn. Dit komt, doordat zowel de breedte als de gemiddelde diepte als het debiet als het sedimenttransport op de diverse lokaties gelijk zijn en deze vier grootheden bepalend zijn voor de schematisatie. De rivier wordt dus geschematiseerd door een lange bak met constante doorsnede. Informatie over hoe de bochten verlopen zit er dus niet meer in, dit in tegenstelling tot de 2-dimensionale schematisatie.

4.3 Basis vergelijkingen

Door diverse onderzoekers zijn methoden onderzocht om het bodemprofiel van een bocht te kunnen bepalen, o.a. Crosato (1990), Taal (1989), Olesen (1987). De basis van deze onderzoeken ligt in het linealiseren van de continuïteits- en bewegingsvergelijking voor stationaire stroming in combinatie met een sedimentbalans, waarin de sedimenttransportformule is opgenomen. Bij het laatst genoemde wordt rekening gehouden met de spiraalstroom, opgewekt door de bocht, waardoor het sediment zich gaat herverdelen. Verder worden de invloed van de meevoering door de secundaire stroming en de invloed van de bodemschuifspanning in dwarsrichting verwaarloosd. Uiteindelijk leidt dit tot de volgende vergelijkingen, die de totale variatie, veroorzaakt door de bochten, weergeven:

$$\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{U}{\lambda_w} = H \left(\frac{1}{2\lambda_w} \frac{u_0}{h_0} \right) - \frac{u_0 B}{2\pi} \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{1}{r_c} \right] \quad (4-1)$$

$$\frac{h_0}{S_0} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{H}{\lambda_s} = \frac{h_0}{u_0} (b-1) \frac{\partial U}{\partial s} \quad (4-2)$$

Hierin stellen respectievelijk de U en de H de totale variatie voor van de snelheid en de diepte. De u_0 , de h_0 en de S_0 geven de gemiddelde waarde aan van de snelheid, de diepte en het sedimenttransport. De b geeft de macht weer van de benaderende machtswet van het sedimenttransport. De r_c stelt de kromtestraal in de as van de rivier voor. Voor de aanpassingslengte van respectievelijk de waterbeweging λ_w en de sedimentbeweging λ_s geldt:

$$\lambda_w = \frac{C^2 h_0}{2g} \quad (4-3)$$

$$\lambda_s = \frac{1}{\pi^2} h_0 \left(\frac{B}{h_0} \right)^2 f(\theta_0), \quad f(\theta) = \frac{0.85}{E} \sqrt{\theta} \quad (4-4)$$

Hierin is $f(\theta)$ een coëfficiënt, die de invloed van het bodemverhang op de richting van het sedimenttransport weergeeft. De E is een ijk-coëfficiënt van de weegfactor $f(\theta)$, die voor laboratoriumgoten in de buurt van een $\frac{1}{2}$ en voor rivieren in de buurt van de eenheid ligt volgens van Mierlo (1986).

Olesen (1987) heeft een wiskundig model van de stroming en de bodemtopografie gemaakt voor stationaire stroming. Met het model van Olesen kan het diepteverloop over de gehele breedte berekend worden. Bovendien wordt in dit model de uitzeving van bodemmateriaal meegenomen.

Taal (1989) heeft beide vergelijkingen gesplitst in 2 systemen van eerste orde differentiaalvergelijkingen gebruikmakend van een Taylor-reeks, die het dwarsprofiel beschrijven. De amplituden van de deformaties van de snelheid en waterdiepte worden numeriek opgelost langs de lengterichting van de rivier en in de tijd. Het resultaat is een tijdsafhankelijk $1\frac{1}{2}$ -dimensionaal model, dat de deformaties van de waterdiepte en de snelheid, met name aan de oevers, benadert.

Crosato (1990) is vervolgens verder gaan werken met de variaties van de snelheid en de waterdiepte in de buitenbocht voor een rivier met constante afvoer. Hieruit worden dan de hydrau-

lische en morfologische eigenschappen nabij de oever bepaald, om zo de optredende erosie van de oever te berekenen. Het uiteindelijke resultaat bestaat uit een model om het meanderen van de rivier te simuleren.

Voor dit huidige onderzoek wordt er een model gezocht, dat op analytische wijze opgelost kan worden, met gebruikmaking van axiaalsymmetrische profielen, door hier direct de aanpassingslengten op toe te passen. De analytische weg staat al beschreven in de bijlagen van het rapport van Taal (1989).

Taal (1989) maakt, voor zijn oplossing om axiaalsymmetrische profielen te beschrijven, gebruik van de eerder in paragraaf 4.2 genoemde bevinding, die uit metingen van onder andere Lely (1922, voor de Rijn) en Struiksma (1983, voor de DHL-goot) volgt, dat het gemiddelde van de diepte gelijk blijft langs de lengterichting van een bochtige en overall even brede rivier, dus onafhankelijk is van de aanwezige kromtestraal.

Een andere, hiermee samenhangende aanname, die Taal verder maakt, is het onafhankelijk stellen van het gemiddelde van de snelheid aan de aanwezige kromtestraal, zodat het gemiddelde constant blijft langs de lengterichting van de rivier.

De uiteindelijke oplossing ziet er als volgt uit:

$$h_a(n) = h_c \exp\left(\frac{Af(\theta)}{r_c} n\right) \quad (4-5)$$

$$u_a(n) = u_c \exp\left(\frac{Af(\theta) - 1}{r_c} n\right) \quad (4-6)$$

met:

$$h_c = \frac{\omega_1 h_0}{\sqrt{\exp(\omega_1)} - \sqrt{\exp(-\omega_1)}}, \quad \omega_1 = \frac{A f(\theta)}{r_c} B \quad (4-7)$$

$$u_c = \frac{\omega_2 u_0}{\sqrt{\exp(\omega_2)} - \sqrt{\exp(-\omega_2)}}, \quad \omega_2 = \frac{A f(\theta) - 1}{r_c} B \quad (4-8)$$

De h_a en de u_a geven de waarden aan van de diepte en de snelheid in het axiaalsymmetrische profiel. De h_c , de u_c en de r_c geven de waarden aan van de diepte, de snelheid en de kromtestraal ter plaatse van de rivieras. De ω_1 en ω_2 zijn karakteristieke parameters die in het model gebruikt worden. De A stelt een coëfficiënt voor, afhankelijk van de verticale snelheidsverdeling, die de invloed aangeeft van de spiraalstroming op de richting van het sedimenttransport. Er geldt, uitgaande van een logaritmisch snelheidsprofiel, het volgende:

$$A = 2\epsilon\kappa^{-2} \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right) \quad (4-9)$$

Hierin stelt de κ de constante van Von Kármán voor, die gelijk aan 0.4 is. De ϵ stelt een ijk-coëfficiënt voor, die de invloed van de rivierkromming op de richting van de bodemschuifspanning weergeeft, met een waarde, die ligt tussen de 0.4 en de 1.2 volgens van Mierlo (1986).

Het grote voordeel van deze oplossing om axiaalsymmetrische profielen te berekenen ten opzichte van de formules uit paragraaf 3.2 is dat de diepte in de rivieras h_c direct bekend is, als althans het debiet, het sedimenttransport en de kromtestraal bekend zijn. Met de diepte in de rivieras kan direct het gehele dwarsprofiel berekend worden.

Bij de formules uit paragraaf 3.2 moet ook één bepaalde diepte bekend zijn om het gehele profiel te kunnen berekenen. Deze diepte kan wel bepaald worden als het debiet, het sedimenttransport en de kromtestraal bekend zijn, maar dit moet iteratief gebeuren, wat gecompliceerd en dus nadelig is.

4.4

Afleiding analytische vergelijking

Als bij een berekening de rivier opgedeeld wordt in vakken van gelijke kromtestraal, dan zal de partiële afgeleide van de kromming, uit vergelijking 4.1, gelijk aan nul worden.

Voor dit onderzoek is het gewenst om analytisch te kunnen blijven rekenen, omdat dit het meeste inzicht geeft in hetgeen er gebeurd. Hierdoor kan de tijdsafhankelijke factor van vergelijking 4.2 niet worden meegenomen, omdat anders overgegaan moet worden op een numerieke berekeningsmethode.

Een consequentie van het tijdsonafhankelijk rekenen is, dat het model niet in alle gevallen toegepast zal kunnen worden. Alleen in het geval het profiel van een rivier berekend moet worden, waardoor gedurende het gehele jaar ongeveer een zelfde hoeveelheid sedimenttransport plaatsvindt en een zelfde debiet stroomt of waarin de morfologische processen langzaam plaatsvinden, is de methode bruikbaar. Voor de Mekong, welke Taal (1989), als voorbeeld gebruikt, is de methode niet toepasbaar, omdat er grote schommelingen van de diepte in de tijd plaatsvinden van soms enkele meters. De morfologische processen vinden dus duidelijk niet langzaam genoeg plaats.

Door de twee bovenstaande beperkingen, die van het opdelen van de rivier in vakken van gelijke kromtestraal en die van het tijdsonafhankelijk rekenen, kunnen de vergelijkingen 4.1 en 4.2 worden vereenvoudigd tot:

$$\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{U}{\lambda_w} = H \left(\frac{1}{2\lambda_w} \frac{u_0}{h_0} \right) \quad (4-10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial s} + \frac{H}{\lambda_s} = \frac{h_0}{u_0} (b-1) \frac{\partial U}{\partial s} \quad (4-11)$$

De oplossing van deze vergelijkingen kan geschreven worden in de algemene vorm:

$$\begin{bmatrix} U(s) \\ H(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U} \\ \hat{H} \end{bmatrix} \exp(\lambda s) \quad (4-12)$$

Als deze oplossing wordt ingevuld in de vergelijkingen 4.1 en 4.2, dan ontstaat het volgende stelsel:

$$\begin{bmatrix} \lambda + \frac{1}{\lambda_w} & -\frac{1}{2\lambda_w} \frac{u_0}{h_0} \\ -\frac{h_0}{u_0} (b-1)\lambda & \lambda + \frac{1}{\lambda_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U} \\ \hat{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

Dit stelsel heeft niet-triviale oplossingen, als de determinant van de matrix gelijk aan nul is. De twee eigenwaarden λ_1 en λ_2 moeten hiervoor gelijk zijn aan:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \left(\frac{\lambda_s(b-3) - 2\lambda_w}{4\lambda_s\lambda_w} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda_s(-b+3) + 2\lambda_w}{4\lambda_s\lambda_w} \right)^2 - \frac{1}{\lambda_s\lambda_w}} \quad (4-14)$$

Dit geeft drie mogelijke soorten oplossingen voor de U en de H :

(i) De eigenwaarden zijn reëel en ongelijk aan elkaar, als hetgeen, dat onder de wortel staat, groter dan nul is:

$$\lambda_1 = \lambda_{r1} \quad \wedge \quad \lambda_2 = \lambda_{r2} \quad (4-15)$$

De oplossingen voor de U en de H zijn exponentieel en zien er als volgt uit:

$$U(s) = A_1 \exp(\lambda_{r1}s) + A_2 \exp(\lambda_{r2}s) \quad (4-16)$$

$$H(s) = B_1 \exp(\lambda_{r1}s) + B_2 \exp(\lambda_{r2}s) \quad (4-17)$$

(ii) De eigenwaarden zijn reëel en gelijk aan elkaar, als hetgeen, dat onder de wortel staat, gelijk aan nul is:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_r \quad (4-18)$$

De oplossingen voor de U en de H zijn exponentieel en zien er als volgt uit:

$$U(s) = (A_1 + A_2 s) \exp(\lambda_r s) \quad (4-19)$$

$$H(s) = (B_1 + B_2 s) \exp(\lambda_r s) \quad (4-20)$$

(iii) De eigenwaarden zijn elkaars complex geconjugeerde, als hetgeen, dat onder de wortel staat, kleiner dan nul is:

$$\lambda_1 = \lambda_r + i\lambda_i \quad \wedge \quad \lambda_2 = \lambda_r - i\lambda_i \quad (4-21)$$

met:

$$\lambda_r = \frac{\lambda_s(b-3) - 2\lambda_w}{4\lambda_s\lambda_w} \quad \wedge \quad \lambda_i = \sqrt{-\left(\frac{\lambda_s(-b+3) + 2\lambda_w}{4\lambda_s\lambda_w}\right)^2 + \frac{1}{\lambda_s\lambda_w}} \quad (4-22)$$

De oplossingen voor de U en de H zijn harmonisch en zien er als volgt uit:

$$U(s) = a \exp((\lambda_r + i\lambda_i)s) + b \exp((\lambda_r - i\lambda_i)s) \quad (4-23)$$

$$H(s) = c \exp((\lambda_r + i\lambda_i)s) + d \exp((\lambda_r - i\lambda_i)s) \quad (4-24)$$

Dit is te herschrijven als:

$$U(s) = \exp(\lambda_r s) (A_2 \cos(\lambda_i s) + A_1 \sin(\lambda_i s)) \quad (4-25)$$

$$H(s) = \exp(\lambda_r s) (B_2 \cos(\lambda_i s) + B_1 \sin(\lambda_i s)) \quad (4-26)$$

met:

$$A_1 = (a-b)i, \quad A_2 = a+b, \quad B_1 = (c-d)i, \quad B_2 = c+d \quad (4-27)$$

De reële delen van de eigenwaarden λ_r , uit de bovenstaande drie soorten oplossingen voor de U en H , zorgen voor een exponentiële demping, danwel groei, terwijl de imaginaire delen zorgen voor een sinusvormige schommeling rond de nieuwe evenwichts-snelheid of evenwichtsdiepte.

De dempingslengte L_d , respectievelijk de golflengte L_p , zien er als volgt uit:

$$L_d = -\frac{1}{\lambda_r} \quad (4-28)$$

$$L_p = \frac{2\pi}{\lambda_i} \quad (4-29)$$

Welk van de drie soorten oplossingen er in een bepaalde situatie gebruikt moet worden is eenvoudig in te zien, door wat er onder het wortelteken staat, te herschrijven als een functie van de exponent b van de benaderende sedimenttransportformule en de aanpassingslengten van het sedimenttransport λ_s en de hoofdstroom λ_w .

Voor de harmonische vergelijkingen van de oplossing III moet dan gelden dat:

$$\left(\frac{1}{4}b^2 - \frac{3}{2}b + \frac{9}{4}\right)\left(\frac{\lambda_s}{\lambda_w}\right)^2 + (-b-1)\frac{\lambda_s}{\lambda_w} + 1 < 0 \quad (4-30)$$

De b heeft een waarde, die groter of gelijk is aan 3. In figuur 4.1 staat afgebeeld welke soort oplossing genomen moet worden bij verschillende combinaties van b en de verhouding van λ_s tot λ_w . Bij veel praktische problemen blijken harmonische vergelijkingen gebruikt te moeten worden om de optredende verschijnselen te kunnen beschrijven. Vandaar dat in het vervolg van dit rapport verder gewerkt wordt met de harmonische vergelijkingen.

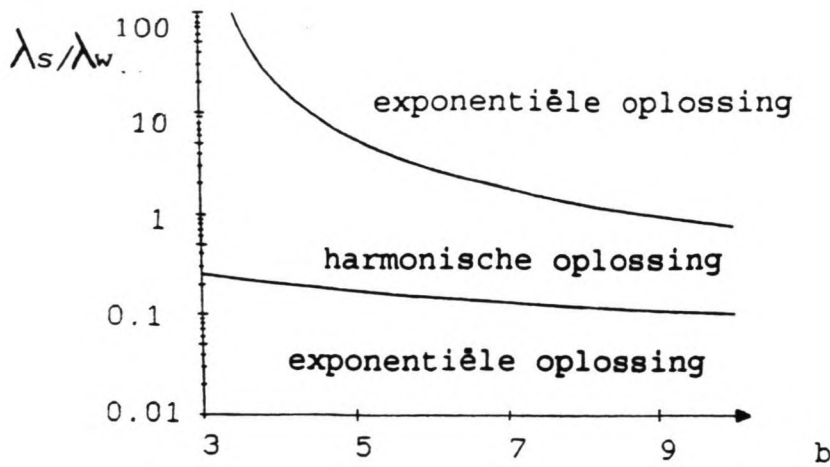


Fig. 4.1 Soort oplossing als functie van b en λ_s/λ_w .

De eigenvectoren V_1 en V_2 van de matrix uit vergelijking 4.13 zien er als volgt uit:

$$V_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{2h_0}{u_0} (\lambda_r \lambda_w + 1 + i\lambda_i \lambda_w) \end{bmatrix}, \quad V_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{2h_0}{u_0} (\lambda_r \lambda_w + 1 - i\lambda_i \lambda_w) \end{bmatrix} \quad (4-31)$$

De vergelijkingen 4.23 en 4.24, die de harmonische oplossing beschrijven, kunnen met deze eigenvectoren geschreven worden als:

$$\begin{bmatrix} U(s) \\ H(s) \end{bmatrix} = a \exp[(\lambda_r + i\lambda_i)s] V_1 + b \exp[(\lambda_r - i\lambda_i)s] V_2 \quad (4-32)$$

Als de oorsprong van het assenstelsel genomen wordt in het beginpunt van een stuk bocht met een constante kromtestraal, dan zal na een oneindig lang traject de diepte en de snelheid, die in het, bij de kromtestraal behorende, axiaalsymmetrische profiel voorkomen, bereikt worden. De U en de H zijn dan gelijk aan nul. Bij de oplossingen voor de U en H moeten dus de plaatselijke axiaalsymmetrische snelheid u_s en diepte h_s , die gelden ter plaatse van de te berekenen breedte van de rivier, worden opgeteld om de plaatselijke snelheid $u(s)$ en diepte $h(s)$ te verkrijgen.

Er zijn nog twee onbekenden a en b over, waarvoor dus nog twee

randvoorwaarden nodig zijn om deze op te lossen.

Voor zowel de snelheid als de diepte kan een randvoorwaarde worden opgelegd in het punt $s=0$, het punt dus waar een nieuw stuk rivier met een constante kromtestraal begint. Het is zelfs voor een berekening noodzakelijk de bovenstroomse snelheidsverdeling en het bovenstroomse diepteverloop te kennen. Als randvoorwaarden moeten de waarden die in het axiaalsymmetrische profiel gelden afgetrokken worden van de aanwezige snelheid en diepte, omdat er in vergelijking 4.32 gewerkt wordt met de variatie van de snelheid U en diepte H . Vergelijking 4.32 is dan in het punt $s=0$ te schrijven als:

$$\begin{bmatrix} U(0) \\ H(0) \end{bmatrix} = a V_1 + b V_2 = \begin{bmatrix} u(0) - u_a \\ h(0) - h_a \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

Het oplossen hiervan levert voor a en b de volgende waarden op:

$$\begin{aligned} a, b = & \frac{1}{2} (u(0) - u_a) + \\ & \pm i \frac{(-u(0) + u_a) (\lambda_r \lambda_w + 1) + \frac{u_0}{2h_0} (h(0) - h_a)}{2\lambda_i \lambda_w} \end{aligned} \quad (4-34)$$

Combineren van de vergelijkingen 4.23, 4.25, 4.27 en 4.34 geeft voor de variatie in de snelheid de volgende harmonische oplossing:

$$U(s) = \exp(\lambda_r s) (A_2 \cos(\lambda_i s) + A_1 \sin(\lambda_i s)) \quad (4-35)$$

met:

$$A_1 = \frac{(-u(0) + u_a) (\lambda_r \lambda_w + 1) + (h(0) - h_a) \frac{u_0}{2h_0}}{\lambda_i \lambda_w} \quad (4-34)$$

$$A_2 = u(0) - u_a \quad (4-37)$$

Als bij deze variatie van de snelheid $U(s)$, de snelheid van het axiaalsymmetrische profiel u_a opteld wordt, behorende bij de plaatselijk aanwezige kromtestraal, dat levert dit de plaatselijk optredende snelheid op.

Combineren van de vergelijkingen 4.24, 4.26, 4.27 en 4.34 geeft voor de variatie van de diepte $H(s)$ de volgende harmonische oplossing:

$$H(s) = \exp(\lambda_r s) (B_2 \cos(\lambda_i s) + B_1 \sin(\lambda_i s)) \quad (4-38)$$

met:

$$B_1 = (u(0) - u_a) \frac{2 \frac{h_0}{u_0} [-\lambda_i^2 \lambda_w^2 - (\lambda_r \lambda_w + 1)^2]}{\lambda_i \lambda_w} + (h(0) - h_a) \frac{(\lambda_r \lambda_w + 1)}{\lambda_i \lambda_w} \quad (4-39)$$

Met behulp van vergelijking 4.22 geeft dit:

$$B_1 = (u(0) - u_a) \frac{-\frac{h_0}{u_0} (b-1)}{\lambda_i \lambda_w} + (h(0) - h_a) \frac{\left[\frac{1}{4} b + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_w}{\lambda_s} \right]}{\lambda_i \lambda_w} \quad (4-40)$$

$$B_2 = h(0) - h_a \quad (4-41)$$

Als bij deze variatie van de diepte $H(s)$, de diepte van het axiaalsymmetrische profiel h_a opteld wordt, behorende bij de plaatselijk aanwezige kromtestraal, dat levert dit de plaatselijk optredende diepte op.

In figuur 4.2 staat een willekeurig longitudinaal bodemprofiel weergegeven, op een zekere afstand van de buitenbocht, die ontstaat wanneer een recht rivierdeel gevolgt wordt door een bocht met een constante kromtestraal. Tot het punt $s=0$ is de rivier recht en de diepte is dan ook gelijk aan de gemiddelde

diepte, ongeacht de breedteligging. In het punt $s=0$ begint de bocht. De $h(0)$ is gelijk aan de gemiddelde diepte h_0 .

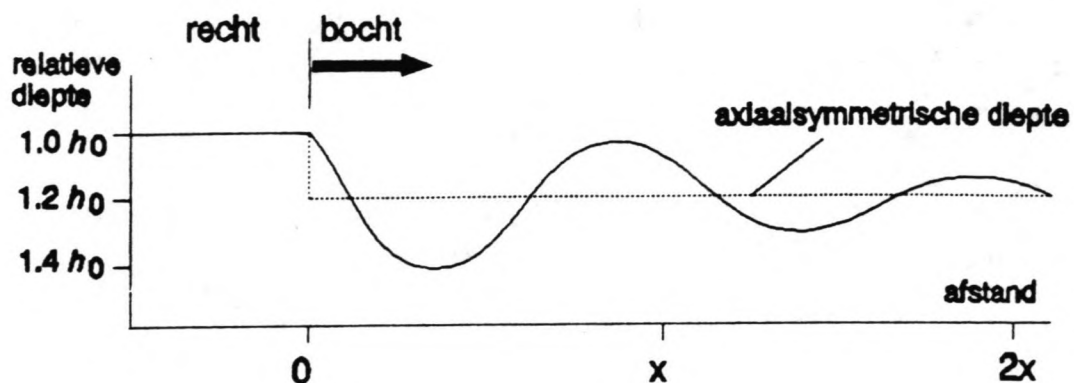


Fig 4.2 Longitudinale bodemprofiel op zekere afstand van een buitenbocht ontstaan bij een constant gekromde bocht

Uit de vergelijkingen is af te leiden, dat bij een verandering van de kromtestraal enkel de amplitudes van de afwijkingen veranderen, ofwel de A_1 , A_2 , B_1 en B_2 , doordat bij elke kromtestraal een ander axiaalsymmetrisch profiel hoort. Bij verandering van h_0 , wat veroorzaakt kan worden door een verandering van het sedimenttransport, het debiet of de breedte, zullen naast een verandering van deze amplitudes ook de aanpassingslengten van de waterbeweging en het sedimenttransport veranderen, waardoor er een andere damping ontstaat plus een andere golflengte van de schommeling rond het nieuwe evenwichtsprofiel.

4.5 Invloedsmethode

In deze paragraaf staat een methode, die bedoeld is om via een eenvoudige weg het longitudinale rivierprofiel te berekenen. Helaas is de methode niet bruikbaar, maar volledigheidshalve is het toch opgenomen in dit rapport.

Aan de manier, om een bochtprofiel te berekenen, zoals in de vorige paragraaf behandeld is, kleeft een aantal nadelen. Het doel van dit onderzoek is het berekenen van het diepteprofiel van een bocht. Met de methode uit de vorige paragraaf is het tevens mogelijk het snelheidsprofiel te berekenen. Het is zelfs noodzakelijk dit snelheidsprofiel te weten, om het diepteprofiel te kunnen berekenen. Er moeten dus twee grootheden in plaats van één grootheid meegenomen worden in de berekening.

Een tweede nadeel schuilt in het feit, dat via de berekening niets gezegd kan worden over de invloed van een stuk rivier met een bepaalde kromtestraal, op een verder stroomafwaarts gelegen punt. Bij verandering van de kromtestraal van een gedeelte van de rivier, voor bijvoorbeeld bochtafsnijding, moet de gehele berekening vanaf de plaats van verandering overgedaan worden.

Deze nadelen kunnen weggenomen worden door een methode te gebruiken, hier de invloedsmethode genoemd, die gebruik maakt van de invloeden welke de bovenstrooms gelegen punten hebben op het diepteprofiel in een bepaald punt. Het diepteprofiel in een willekeurig punt wordt namelijk alleen beïnvloed door het bovenstrooms gelegen deel van de rivier. De meeste invloed zullen de punten hebben, die direct bovenstrooms gelegen zijn, terwijl een punt op een grote afstand nauwelijks invloed heeft.

Aangenomen wordt, dat de rivier overal even breed is. De aanpassingslengten zijn dan over de gehele rivierlengte even groot. Door vergelijking 4.38 dimensieloos te maken, door middel van deling door B_2 , vallen de verschillen in amplitudes weg, veroorzaakt door de verschillen in kromtestralen. Op deze manier kan bekeken worden welke invloed het punt $s=0$ heeft op de benedenstrooms gelegen punten. Door deze invloed te vermenvuldigen met de plaatselijk geldende B_2 , die nu het verschil aangeeft tussen de diepte van het axiaalsymmetrische profiel en de gemiddelde diepte, kan de variatie in de diepte weer

verkregen worden.

Figuur 4.2 geeft weer, hoe een diepteprofiel zich ontwikkeld direct na een overgang van een recht stuk rivier naar een bocht. Deze figuur wordt gebruikt om het een en het ander te verduidelijken.

In figuur 4.3 staat dezelfde figuur weergegeven, maar dan dimensieloos gemaakt door te delen door B_2 , die het verschil aangeeft tussen de gemiddelde diepte en de diepte die bij het axiaalsymmetrische profiel past.

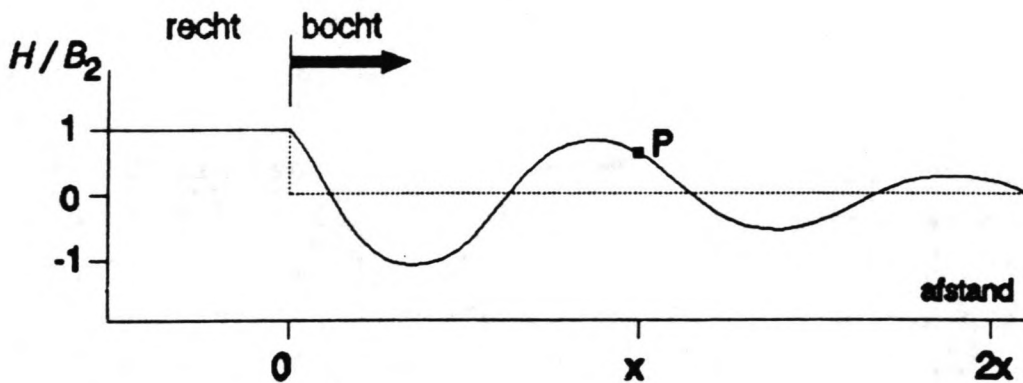


Fig. 4.3 Dimensieloos gemaakte longitudinale bodemprofiel.

De vergelijking, die bij figuur 4.3 hoort, ziet er als volgt uit:

$$\frac{H(s)}{B_2} = \frac{H(s)}{h(0) - h_a} = \exp(\lambda_r s) \left(\cos(\lambda_i s) + \frac{B_1}{B_2} \sin(\lambda_i s) \right) \quad (4-42)$$

Stel dat de diepte in het punt P berekend moet worden. De invloed van het punt $s=0$ is direct af te lezen uit figuur 4.3. Door de figuur te verplaatsen naar de linkerkant, zodat het punt $s=0$ als het ware verplaatst, kan worden bepaald welke invloeden de diverse punten van het rechte stuk uitoefenen op het punt P. Dit is te zien in figuur 4.4.

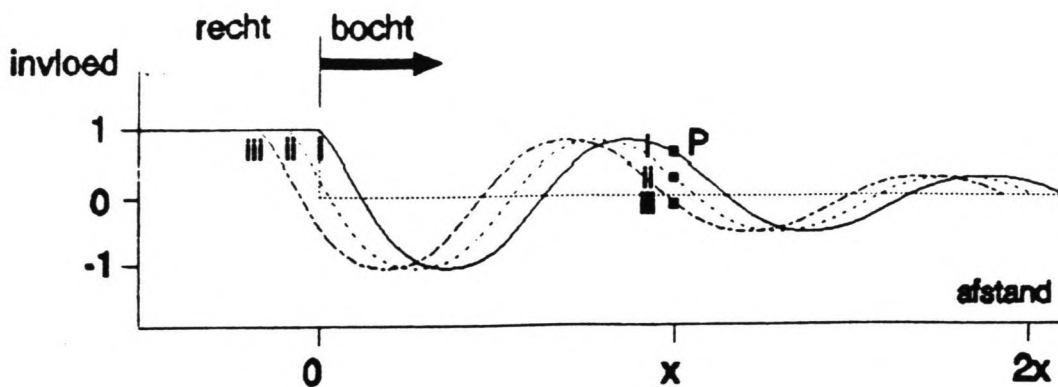


Fig 4.4 De invloeden van de punten van het rechte deel op het punt P.

Door de figuur te verplaatsen naar de rechterkant kunnen juist de invloeden op het punt P bepaald worden van de punten van het bochtige deel.

De invloeden van de punten op het punt P kunnen ook via een eenvoudiger manier dan het verschuiven verkregen worden, namelijk door het punt $s=0$ in het punt P te leggen en vandaar uit de grafiek gespiegeld, dus in stroomopwaartse richting, te tekenen. De invloed die een bepaald punt heeft is nu direct af te lezen uit de grafiek, zie figuur 4.5.

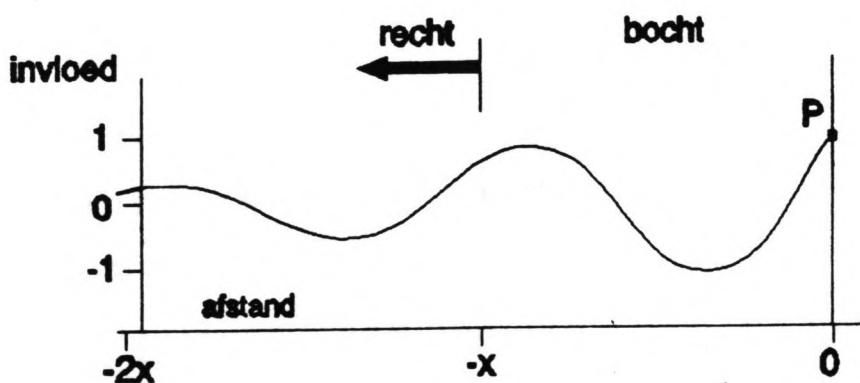


Fig 4.5 Invloeden van de bovenstroomse punten op het punt P.

Als een rivier nu in stukken met een constante kromtestraal verdeeld wordt, dan heeft dus elk deel een eigen axiaalsymmetrische profiel en hiermee samengaan een eigen amplitude B_2 ,

die de amplitude van de variatie voorstelt veroorzaakt door de bocht, ofwel $h_a - h_0$.

Als per stuk rivier vergelijking 4.42 geïntegreerd worden, dan geeft de uitkomst de invloed I aan, die dit stuk heeft op het te berekenen punt. Stuk i loopt bijvoorbeeld van s_1 tot s_2 . De invloed, die stuk i op het te berekenen punt heeft, als I_i aangeduid, wordt als volgt berekend:

$$I_i = \int_{s_1}^{s_2} \exp(\lambda_r s) \left(\cos(\lambda_i s) + \frac{B_1}{B_2} \sin(\lambda_i s) \right) ds =$$

$$= \left[\exp(\lambda_r s) \left(\frac{-\lambda_i - \frac{B_1}{B_2} \lambda_r}{\lambda_r - \frac{B_1}{B_2} \lambda_i} \sin(\lambda_i s) - \cos(\lambda_i s) \right) \right]_{s_1}^{s_2} \quad (4-43)$$

Als vervolgens de invloed I_i vermenigvuldigd wordt met de amplitude B_2 van stuk i , dan wordt de variatie in de diepte ter plaatse van punt P , veroorzaakt door stuk i , verkregen.

Als de variaties veroorzaakt door alle rivierstukken vervolgens gesommeerd worden, dan ontstaat de totale variatie in het punt P .

Eigenlijk moet het totaal eerst nog gedeeld worden door de totale invloed van de bovenstrooms gelegen punten, te bepalen door de integratie van nul naar oneindig, maar dit levert een waarde op van de eenheid, waardoor deze stap weggelaten mag worden.

De invloedsmethode is getoetst aan de hand van metingen in een laboratoriumgoot, waarvan één meting in hoofdstuk 5 is opgenomen.

De resultaten zijn ronduit slecht, zo slecht zelfs, dat hieruit afgeleid mag worden dat de methode niet bruikbaar is.

Dat de methode niet bruikbaar is, kan ook van tevoren ingezien worden. Wanneer namelijk van een rivier wordt uitgegaan, die

het eerste stuk recht en het tweede stuk gekromd is, met een constante kromtestraal, en de diepte op afstand x vanaf het begin van de bocht moet berekend worden, dan komen hier hele andere uitkomsten uit met de vergelijkingen afgeleid in paragraaf 4.4 dan met de invloedsmethode. Met vergelijking 4.38 van paragraaf 4.4 komt er voor de variatie het volgende uit:

$$H(x) = \exp(\lambda_r x) (B_2 \cos(\lambda_i x) + B_1 \sin(\lambda_i x)) \quad (4-44)$$

Met de invloedsmethode komt er voor de variatie van de diepte het volgende uit:

$$H(x) = B_2 \left(\exp(\lambda_r x) \left(\frac{-\lambda_i - \frac{B_1}{B_2} \lambda_r}{\lambda_r - \frac{B_1}{B_2} \lambda_i} \sin(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x) \right) + 1 \right) \quad (4-45)$$

De invloedsmethode is dus niet bruikbaar.

5. TOESTPROBLEMEN

5.1 Inleiding

Om te toesten of de afgeleide vergelijkingen voor de bepaling van het diepteprofiel in rivierbochten kloppen, is het noodzakelijk om meetuitkomsten te vergelijken met berekeningen van een bepaalde situatie. In dit hoofdstuk zullen meetresultaten van een laboratoriumgoot en van de rivier de Waal gebruikt worden. In beide gevallen kunnen tijdsafhankelijke veranderingen verwaarloosd worden en tevens kan de breedte in beide gevallen constant worden gehouden. Dit is ook noodzakelijk voor de in dit rapport staande vergelijkingen.

De vergelijkingen worden dus niet getoest op bruikbaarheid voor willekeurige rivieren, zoals deze in de vrije natuur voorkomen.

Dat de breedte in het algemeen niet constant is bij een rivier moge duidelijk zijn.

Dat het soms wel noodzakelijk is tijdsafhankelijk te rekenen, blijkt bijvoorbeeld uit metingen in de Mekong, waarin de diepte op een vaste plaats, over een jaar genomen, soms wel enkele meters kan variëren.

Om de axiaalsymmetrische profielen te berekenen wordt gebruik gemaakt van de vergelijkingen 4.5 en 4.6. Dit in verband met het eerder genoemde voordeel van het direct kunnen berekenen van het profiel bij het bekend zijn van het debiet, het sedimenttransport en de kromtestraal.

5.2 DHL-goot

Als eerste toestprobleem is gebruik gemaakt van de metingen van Struiksma (1983) in de Delft Hydraulics Laboratory goot,

ofwel DHL-goot. Dit is een goot met een rechte instroming gevolgd door een bocht. Een overzicht van de goot staat afgebeeld in figuur 5.1.

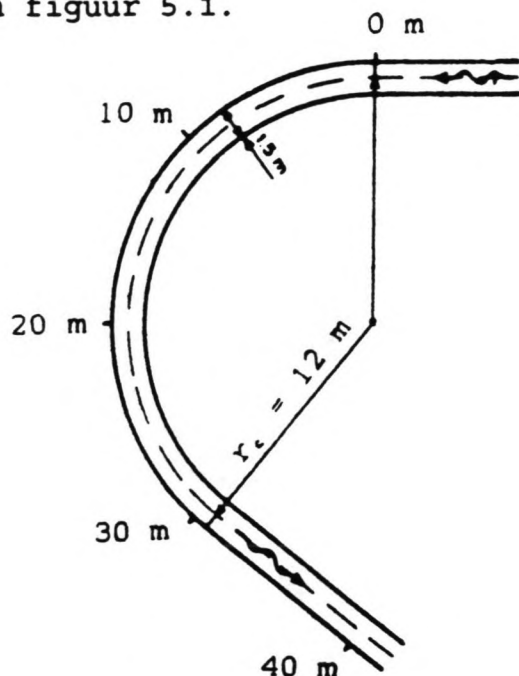


Fig. 5.1 Overzicht DHL-goot.

Er zijn drie verschillende experimenten uitgevoerd in de goot. Bij elk experiment is de duur van de stroming, alvorens te gaan meten, zo lang, dat aangenomen mag worden dat het profiel in evenwicht is.

De metingen op 0.15 maal de breedte vanaf de beide randen worden voor dit onderzoek gebruikt.

Voor uitgebreidere informatie over de experimenten en meer meetgegevens wordt verwezen naar Struiksma (1983). Hier volgt enkel nog een overzicht van de verschillende gegevens behorende bij de drie experimenten. Zie hiervoor tabel 5.1.

Met behulp van deze grootheden kunnen de karakteristieke parameters van de verschillende experimenten bepaald worden. Factoren, die hierbij nog niet vaststaan, zijn de ijk-coëfficiënten ϵ en E , die nodig zijn bij het vaststellen van de invloed van respectievelijk de rivierkromming op de richting van de bodemschuifspanning en het dwarsverhang op de richting van het sedimenttransport. Tevens staat de macht van de sedi-

menttransportformule b nog niet vast.

Experiment	1	2	3
Q (m ³ /s)	0.047	0.061	0.074
B (m)	1.5	1.5	1.5
h_0 (m)	0.080	0.100	0.091
u_0 (m/s)	0.39	0.41	0.54
i (-)	2.36e-3	2.03e-3	4.19e-3
C (m ^{1/2} /s)	28.4	28.8	27.7
D_{50} (mm)	0.45	0.45	0.45
S (m ³ /s)	10.9e-6	10.2e-6	75.6e-6
r_c (m)	12	12	12
L_c (m)	29.32	29.32	29.32
F (-)	0.44	0.41	0.57
θ (-)	0.260	0.269	0.518

Tabel 5.1 Gegevens van de drie experimenten.

De ϵ , E en b worden zo gekozen, dat de afwijkingen tussen de berekeningen en de metingen het kleinst zijn.

De beste resultaten worden verkregen met:

$$\epsilon = 0.3; \quad E = 0.3; \quad b = 4.$$

De bijbehorende karakteristieke parameters staan in tabel 5.2.

Experiment	Vgl.	1	2	3
A	4.9	2.72	2.73	2.69
$f(\theta)$	4.4	1.42	1.46	2.01
λ_s (m)	4.4	4.03	3.36	5.04
λ_w (m)	4.3	3.30	4.21	3.57
L_d (m)	4.28	20.7	11.2	34.3
L_p (m)	4.29	23.3	25.1	26.8
ω_1	4.7	0.48	0.50	0.68
ω_2	4.8	0.36	0.38	0.55

tabel 5.2 Parameters behorende bij de experimenten.

In tabel 5.3 staan de diepten van het axiaalsymmetrische

profiel, vergelijking 4.5, genoteerd, behorende bij de kromtestraal van de goot, op zowel $0.15 B$ van de linker- als van de rechterkant. De buitenbocht ligt aan de rechterkant van de goot.

Experiment	1	2	3
h_a op $0.15 B$ van de linkerkant (m)	0.067	0.083	0.071
h_a op $0.15 B$ van de rechterkant (m)	0.094	0.117	0.113

Tabel 5.3 Diepten van de axiaalsymmetrische profielen.

In de figuren 5.2, 5.3 en 5.4 staan de resultaten van de experimenten 1, 2 en 3 afgebeeld.

In de figuren stellen de stippen de metingen in de DHL-goot voor, terwijl de berekeningen als doorgetrokken lijnen aangegeven zijn.

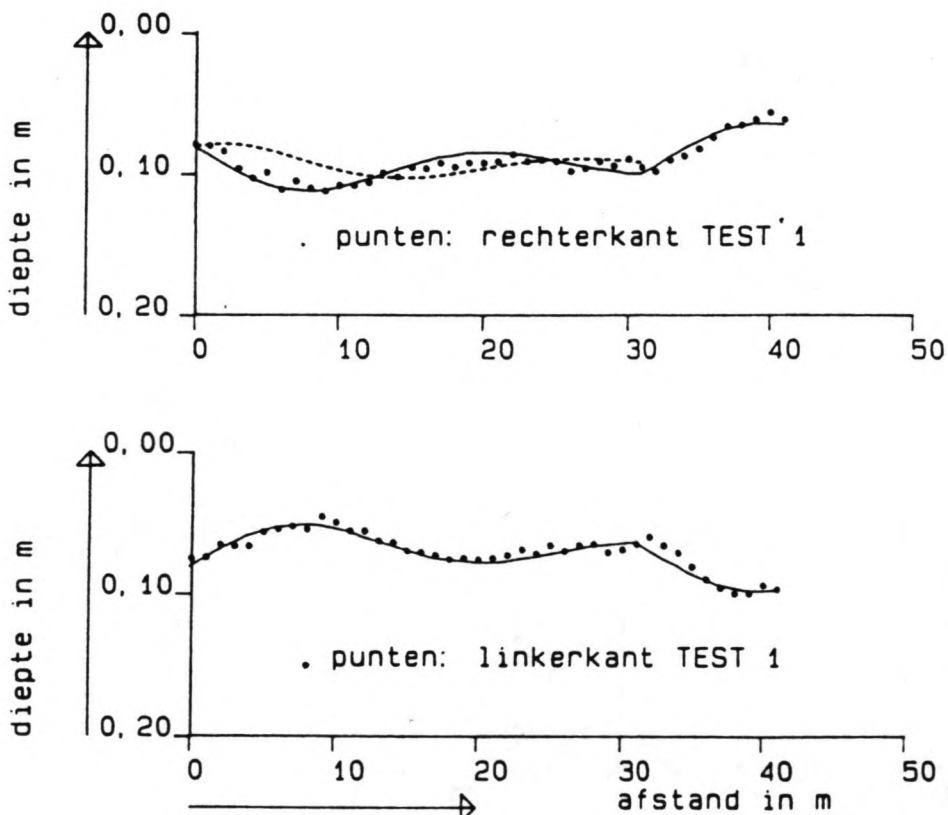


Fig. 5.2 Experiment 1.

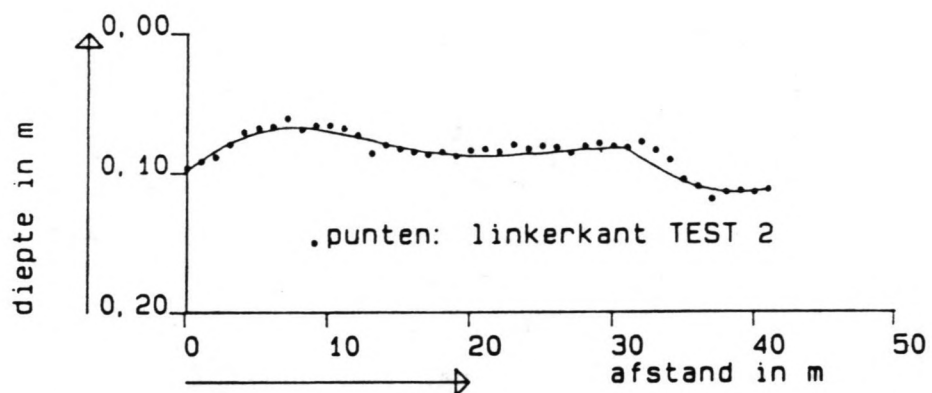
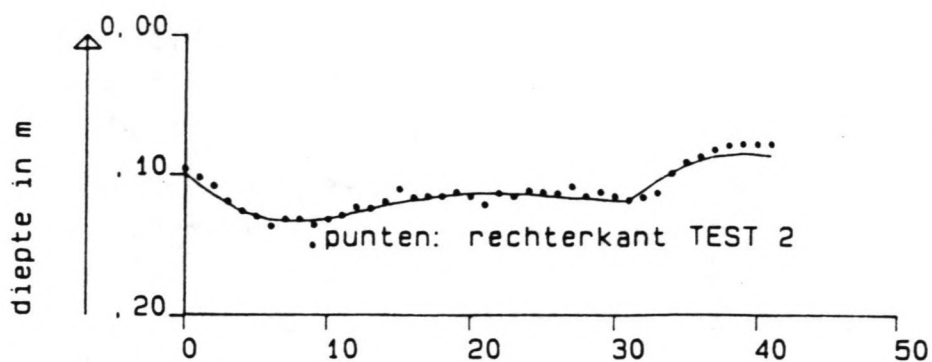


Fig. 5.3 Experiment 2.

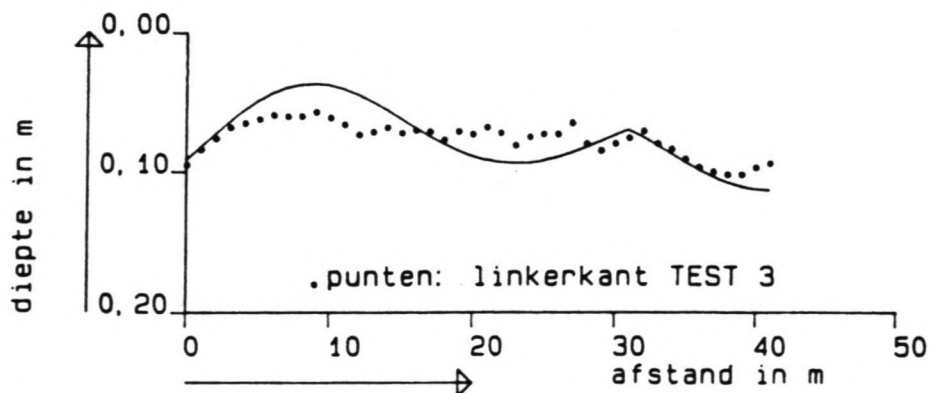
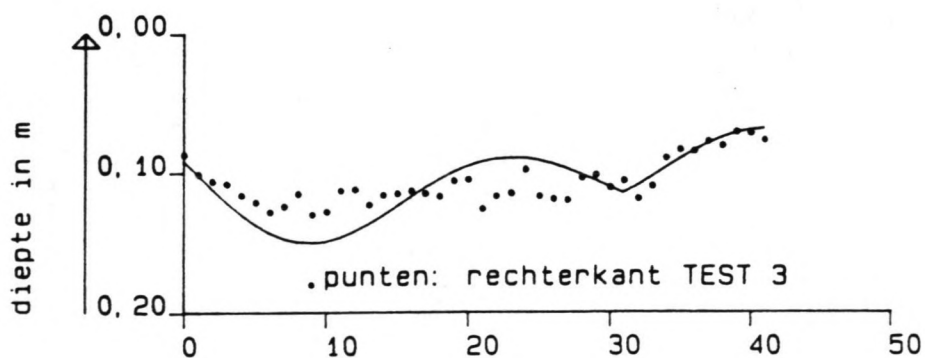


Fig. 5.4 Experiment 3.

De benadering van de metingen van experiment 1 en 2 zijn goed te noemen, dit in tegenstelling tot de benadering van de metingen van experiment 3, welke slecht is.

Ook bij andere onderzoekers, o.a. Olesen (1987), worden de metingen van experiment 1 en 2 goed benaderd, in tegenstelling tot de benadering van de metingen van experiment 3. Een verklaring kan zijn, dat de grootheden van experiment 3 te veel afwijken van die van experiment 1 en 2, zie tabel 5.1.

Hoewel de berekeningen de metingen van experiment 1 en 2 goed benaderen, kunnen er wel enige kanttekeningen gemaakt worden. Ten eerste zijn de ijk-coëfficiënten ϵ en E , met een waarde van 0.3, beide aan de kleine kant. Zoals al in paragraaf 4.3 vermeld is, moet de E voor laboratoriumgoten in de buurt van $\frac{1}{2}$ liggen en zal de ϵ ongeveer tussen 0.4 en 1.2 liggen.

Maar vooral is de macht b een onzekere factor. Volgens de diverse metingen in de goot blijkt de macht b gelijk aan 5 te zijn of zelfs groter. Bij de berekening is uitgegaan van $b=4$. Ook Olesen (1987) en Crosato (1990) hebben gebruik gemaakt van een b , die gelijk aan 4 is.

Een verklaring voor het gebruik moeten maken van de niet voor de hand liggende waarden van ϵ , E en b kan zijn, dat de goot een onnatuurlijke bocht is en de verhouding van de meanderlengte ten opzichte van de breedte niet klopt met die van natuurlijke bochten. Dit is in niet verder uitgezocht.

In figuur 5.2 staat naast de normale berekening ook de berekening weergegeven, die met behulp van de invloedsmethode is gedaan. De streepjeslijn in figuur 5.2 geeft het longitudinale bodemprofiel, op 0.15 B van de rechterkant, van experiment 1, weer berekent met de invloedsmethode. De figuur illustreert duidelijk, dat het resultaat van de berekening zeer slecht is en de invloedsmethode dus niet bruikbaar is.

5.3 De Waal

Als tweede toestprobleem wordt een gedeelte van de Waal gebruikt. De Waal is uiterst geschikt voor het testen van het model, doordat morfologische processen zeer langzaam plaatsvinden, waardoor er niet-tijdsafhankelijk gerekend mag worden. Tevens kan de breedte constant worden genomen over een bepaalde lengte, waardoor de berekening eenvoudig blijft. In figuur 5.5 staat het gedeelte van de Waal afgebeeld, dat berekend gaat worden.

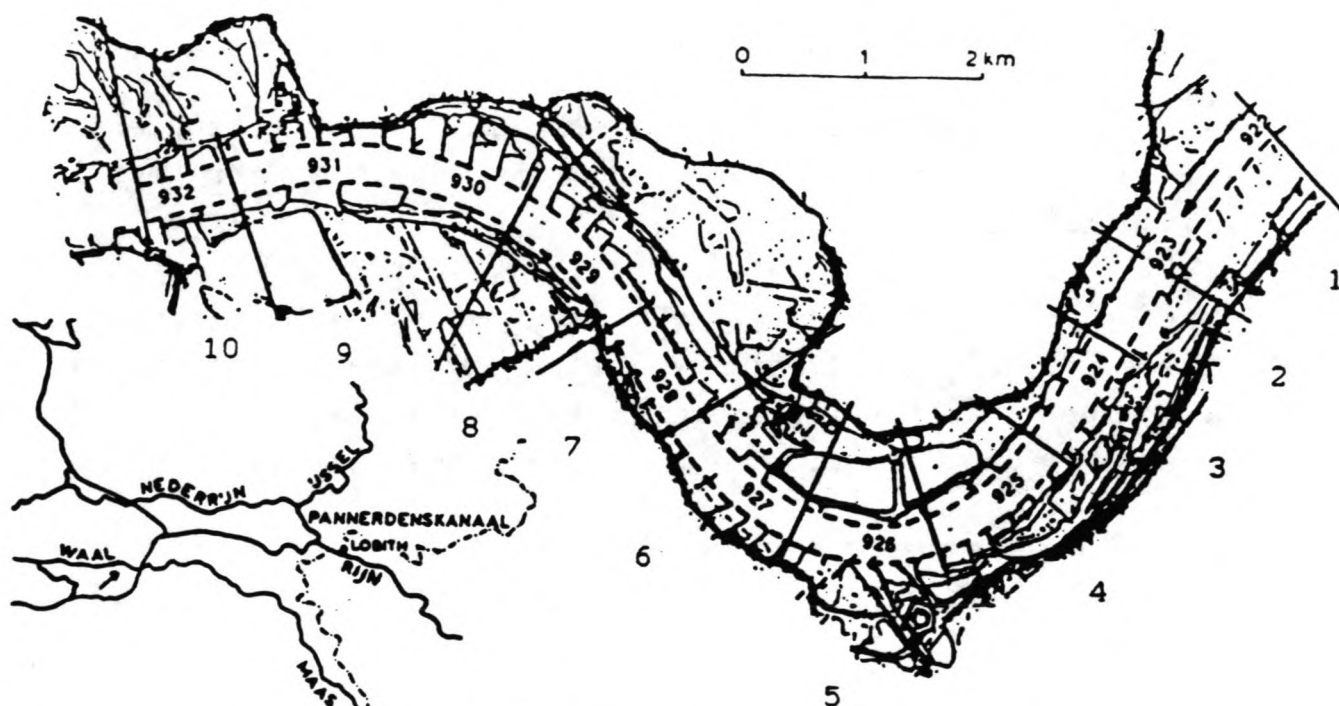


Fig. 5.5 Overzicht van het te berekenen stuk Waal.

Struiksma (1985) heeft ook gebruik gemaakt van de metingen van dit gedeelte van de Waal, om het 2-dimensionale model SEDIBO te toesten. Zoals al te zien is in figuur 5.5 is het gedeelte van de Waal hiervoor in tien stukken verdeeld, ieder met een constante bochtstraal.

De door Struiksma gebruikte grootheden worden ook in dit onderzoek gebruikt. Zo heeft Struiksma het debiet bijvoorbeeld een constante waarde gegeven, die het beste past bij het debietverloop over het jaar.

In tabel 5.4 staan de waarden van de diverse grootheden genoteerd.

Q (m ³ /s)	h_0 (m)	B (m)	i (-)	C (m ^{1/2} /s)	D_{50} (mm)
1350	5.06	250	1.16e-4	44	1.3

Tabel 5.4 Gegevens van de Waal.

De sedimenttransportformule ziet er voor de Waal als volgt uit:

$$s = 1.3e-3 (0.615u^2 - 0.047)^{1.5}$$

De snelheid ligt in de buurt van de 1 m/s. Bij het benaderen van de sedimenttransportformule met de machtswet, rond $u=1$ m/s, volstaat $b=3.3$ het beste.

Wanneer verder voor de ijk-coëfficiënten ϵ en E beide de waarde van de eenheid wordt gebruikt, wat voor een natuurlijke stroom gebruikelijk is, dan zien de volgende karakteristieke parameters van de Waal er uit als aangegeven in tabel 5.5.

A	vgl. 4.9	10.3
$f(\theta)$	vgl. 4.4	0.45
λ_s (m)	vgl. 4.4	555
λ_w (m)	vgl. 4.3	500
L_p (m)	vgl. 4.28	3605
L_d (m)	vgl. 4.29	1335

tabel 5.4 Parameters.

In tabel 5.6 staan per deel de lengte van het deel en de kromtestraal van dit deel geschreven. Daarachter staan de karakteristieke parameters ω_1 en ω_2 , vergelijkingen 4.7 en 4.8, genoteerd, behorende bij de verschillende kromtestralen. De berekening wordt gedaan voor het longitudinale bodemprofiel op 75 meter van beide oevers. De diepten van de axiaalsymmetrische profielen op 75 meter van zowel de linker- als de

rechteroever, die horen bij de verschillende kromtestralen, zijn ook genoteerd in tabel 5.6.

Deel	L_c (m)	R_c (m)	w_1	w_2	h_a (m) Links	h_a (m) Rechts
1	1200	-4055	-0.28	-0.22	4.64	5.49
2	600	∞	0	0	5.06	5.06
3	800	9705	0.12	0.09	5.24	4.89
4	1000	1576	0.73	0.57	6.16	3.99
5	1000	1288	0.89	0.69	6.40	3.76
6	1000	1756	0.65	0.51	6.05	4.09
7	800	∞	0	0	5.06	5.06
8	1000	-1976	-0.58	-0.45	4.20	5.94
9	2000	-2425	-0.47	-0.37	4.36	5.78
10	600	6067	0.19	0.15	5.35	4.78

tabel 5.5 Bochtgegevens.

De resultaten van de berekening van de linkeroever en de rechteroever staan respectievelijk als lijn afgebeeld in de figuren 5.6 en 5.7.

In figuren wordt de bodemligging gegeven ten opzichte van de laagwaterstand OLW-62. Hierdoor kan gekeken worden of in geval van lage afvoeren er nog een bepaalde diepte aanwezig is, zodat scheepvaart nog kan plaatsvinden.

De punten geven de metingen aan van de diepte van de rivier in verschillende jaren.

De stippellijn geeft de berekening aan, die met behulp van het 2-dimensionale model SEDIBO gemaakt is.

De resultaten verkregen door middel van de berekening komen goed overeen met de metingen, ondanks de sterke vereenvoudingen in het model, zoals de tijdsonafhankelijkheid en de constante breedte. De resultaten doen ook niet onder voor de resultaten, die geboekt worden met het 2-dimensionale model SEDIBO, aangegeven met de stippellijn, terwijl dit model veel gecompliceerder en duurder in gebruik is.

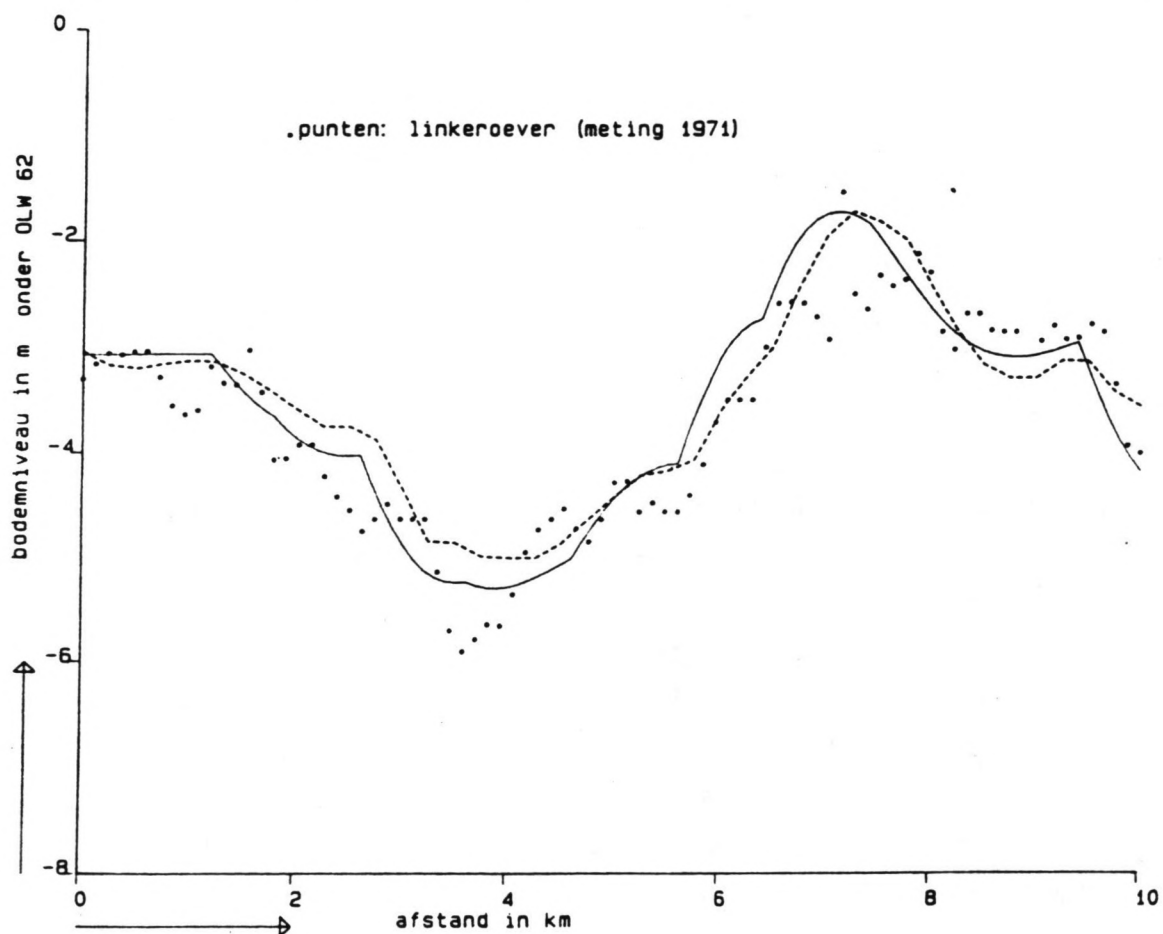
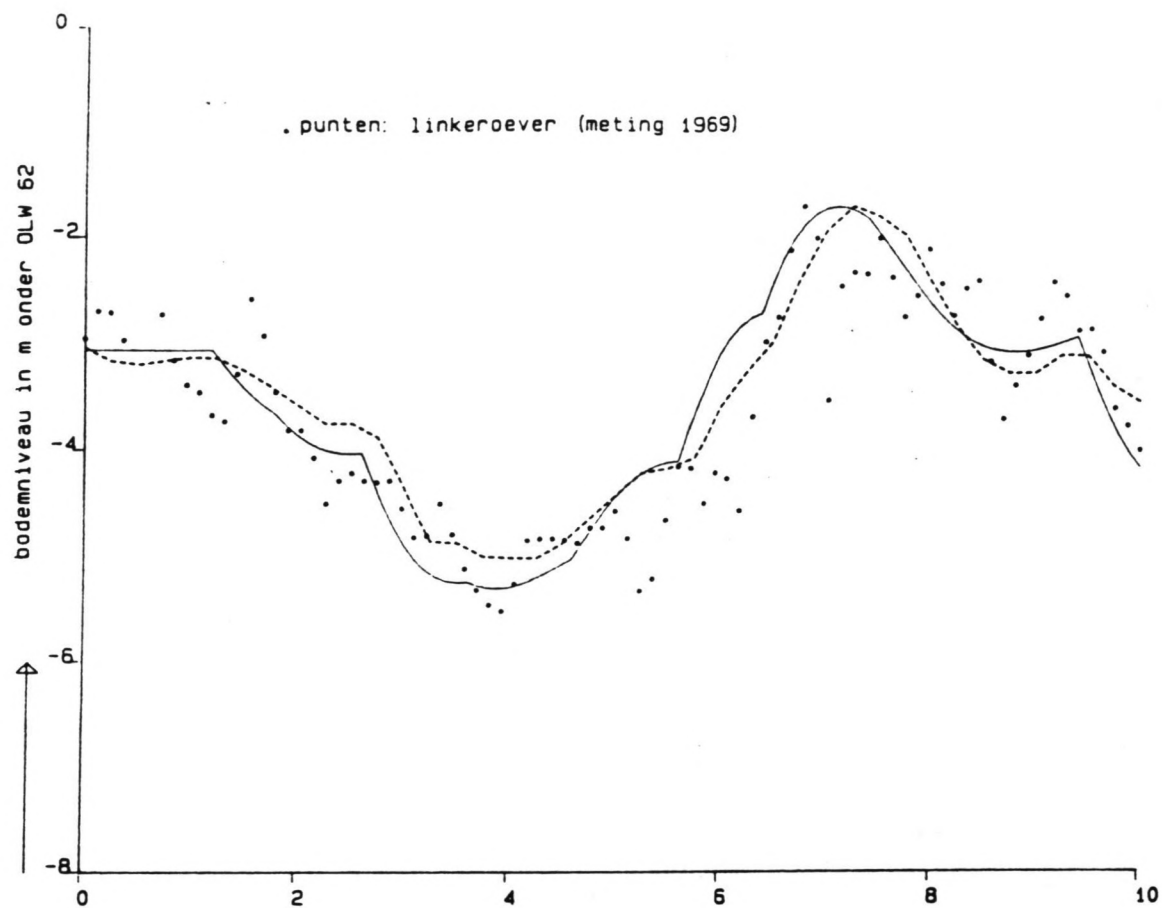


Fig. 5.6 Linkeroever van de Waal.

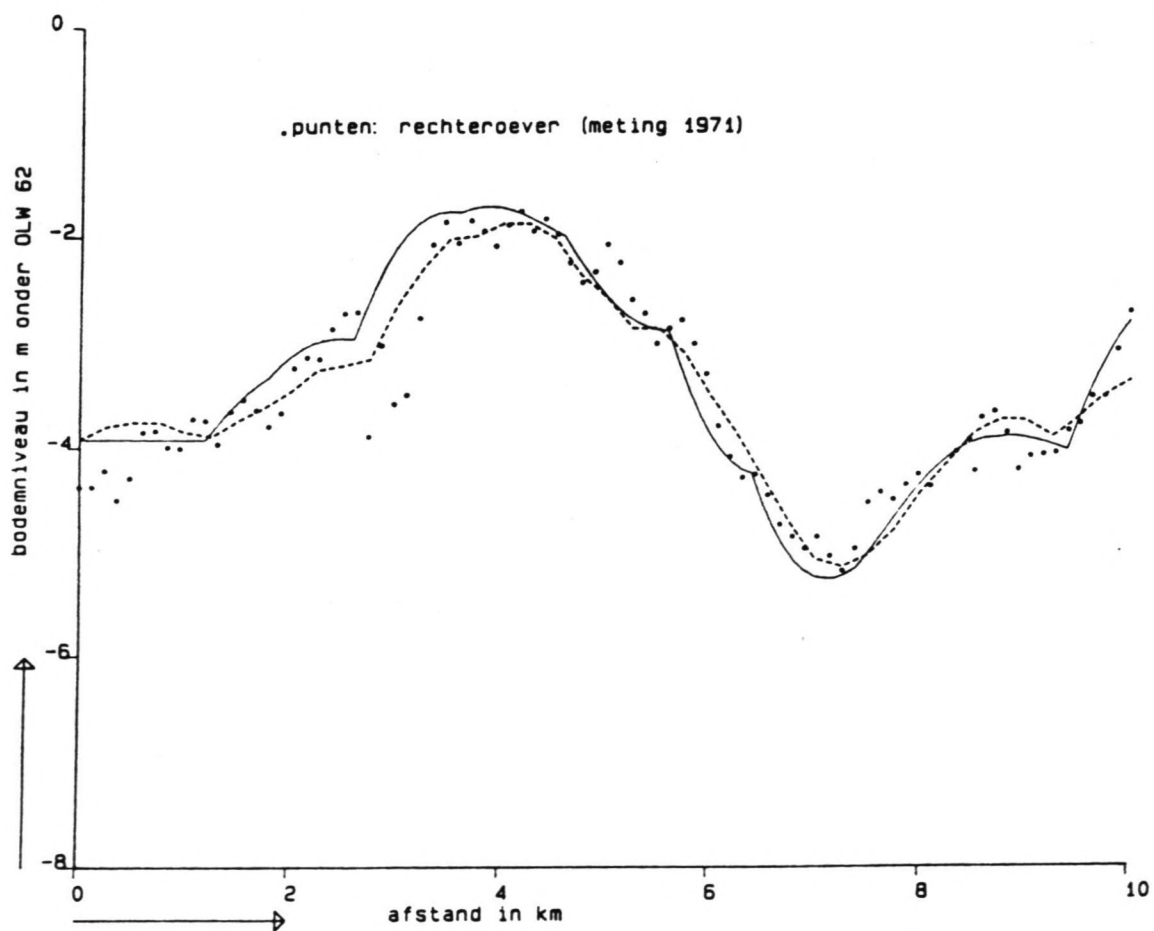
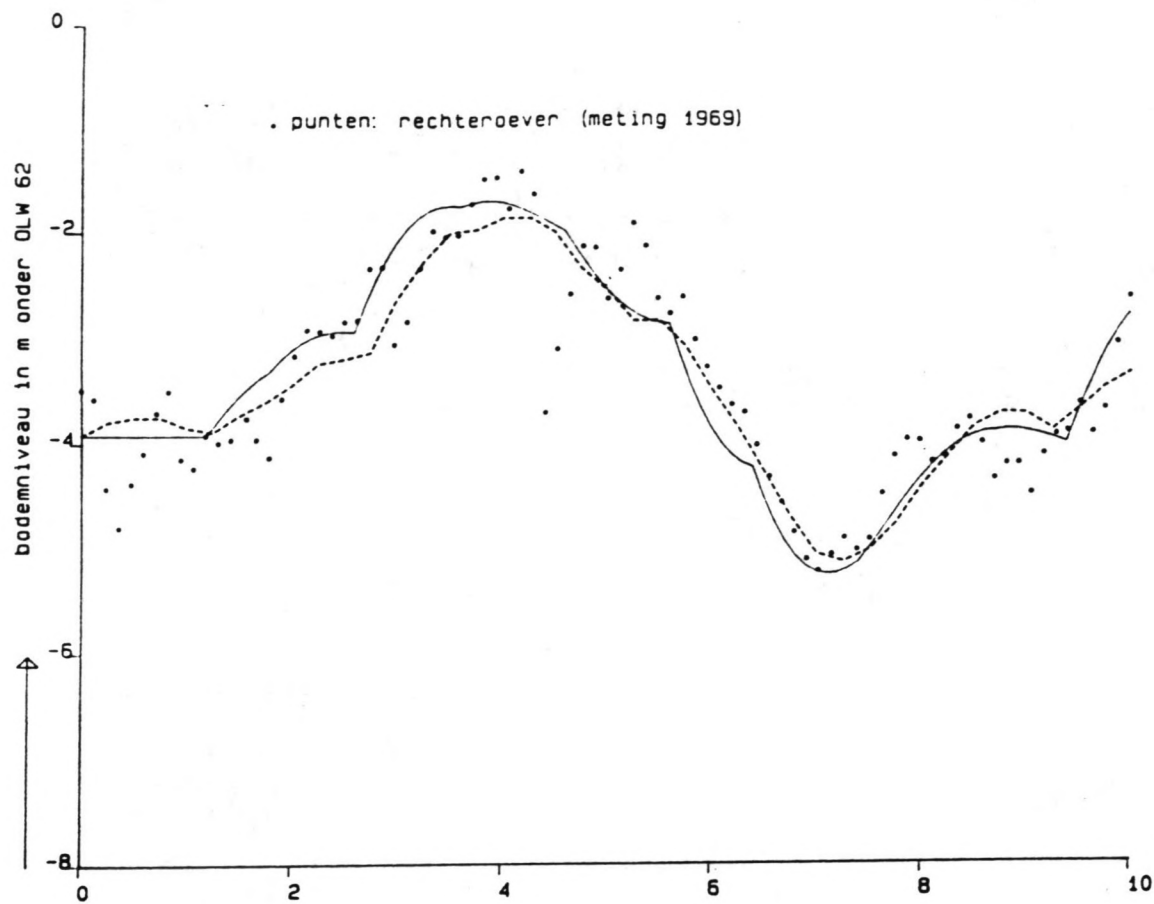


Fig. 5.7 Rechteroever van de Waal.

De plaatsen waar diepten en ondiepten optreden worden goed weergegeven. De berekende diepte klopt niet altijd met de exacte diepten, wat logisch is gezien de vereenvoudigingen, de kans op meetfouten en het optreden van afwijkingen in het profiel door verschillende andere oorzaken.

Na verandering van één van de grootheden ϵ , E of b worden de resultaten minder goed.

De ϵ is gelijkgesteld aan 1.0, wat ligt tussen 0.4 en 1.2, wat normaal is volgens van Mierlo (1986).

Voor E is de waarde 1.0 genomen, welke ook genomen moet worden voor rivieren volgens van Mierlo (1986).

Tenslotte is voor b de waarde genomen, die volgt uit de benaderende machtswet.

Voor alle drie de grootheden zijn dus realistische waarden genomen.

6. Conclusies en aanbevelingen

Het doel van dit onderzoek is het meenemen van 2-dimensionale effecten, veroorzaakt door spiraalstroming, in 1-dimensionale morfologische berekeningen van evenwichtsprofielen in bochten. De oplossingsstrategie hiervoor bestaat uit drie stappen. Eerst wordt een 2-dimensionaal evenwichtsprofiel van een bocht geschematiseerd in een 1-dimensionaal bakprofiel. Daarna worden de consequenties van morfologische veranderingen in de rivier voor het 1-dimensionale evenwichtsprofiel berekend. Tenslotte wordt aangegeven, hoe de 1-dimensionale verandering van het evenwichtsprofiel geïnterpreteerd moet worden naar het 2-dimensionale profiel toe, om de 2-dimensionale verandering te krijgen, om op deze manier het nieuwe 2-dimensionale evenwichtsprofiel zo goed mogelijk te kunnen benaderen.

In eerste instantie is gekeken naar axiaalsymmetrische bochten. Dit zijn bochten, waarvan het dwarsprofiel over de gehele lengte hetzelfde blijft, doordat de breedte en de kromtestraal constant blijven over de lengte. Na de analyse van verschillende formules om axiaalsymmetrische bochtprofielen te berekenen kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

- Het maakt geen verschil langs welke weg het 2-dimensionale bochtprofiel geschematiseerd wordt in een 1-dimensionaal profiel. Het blijkt te gaan om de interpretatie van de 1-dimensionale benadering van het nieuwe 2-dimensionale evenwichtsprofiel. Dit benaderde profiel wordt verkregen door elke lokale diepte van het oorspronkelijke 2-dimensionale profiel in dezelfde verhouding te veranderen als de verhouding, die zit tussen de oorspronkelijke 1-dimensionale diepte en de nieuwe 1-dimensionale diepte.
- Als alleen het debiet aan verandering onderhevig is, dan komt de 1-dimensionale benadering van het nieuwe 2-dimensionale profiel exact overeen met het axiaalsymmetrische profiel, dat uit de formules volgt.

- Als het sedimenttransport verandert, dan komt de 1-dimensionale benadering van het nieuwe 2-dimensionale profiel niet langer meer overeen met het axiaalsymmetrische profiel, dat uit de formules volgt. Het dwarsverhang wordt na toename van het sedimenttransport onderschat, terwijl bij afname van het sedimenttransport het dwarsverhang juist wordt overschat.

Iets meer naar de buitenbocht gelegen ten opzichte van de rivieras ligt een punt, waarvan de diepte van het 2-dimensionale profiel wel goed wordt bepaald met behulp van de 1-dimensionale benadering. Door het via de 1-dimensionale benadering verkregen profiel om dit punt te kantelen kan het aldus verkregen nieuwe 2-dimensionale profiel exact overeen komen met het 2-dimensionale profiel, dat uit de axiaalsymmetrische formules volgt. De plaats van dit punt is echter niet exact van te voren te bepalen, maar wel te schatten.

Bij de berekeningen van natuurlijk verlopende bochtprofielen komen aanpassingslengten naar voren, die het geheel een stuk gecompliceerder maken. Bij elke kromtestraal hoort een ander axiaalsymmetrisch profiel. Als de kromtestraal van een rivier over de lengte verandert, dan zal het rivierprofiel hieraan aangepast worden. Dit aanpassen geschiedt over een grotere afstand, dan dat de kromtestraal constant blijft. Hierdoor vindt er over de gehele lengte van de rivier aanpassing plaats van de profielen aan de kromtestralen, waarvoor de aanpassingslengten een maat zijn.

Over het meenemen van 2-dimensionale effecten in 1-dimensionale morfologische berekeningen in natuurlijke, niet-axiaalsymmetrische bochten, kunnen de volgende conclusies getrokken worden:

- Alle schematisaties van 2-dimensionale bochtprofielen in 1-dimensionale bakprofielen op verschillende plaatsen in een bocht zijn aan elkaar gelijk, mits de breedte van de rivier constant is en de schematisatie afhangt van de gemiddelde diepte en/of de breedte en/of het debiet en/of

het sediment transport zoals in dit rapport is aangehouden.

- Door de aanwezigheid van aanpassingslengten in een bochtige rivier is het onmogelijk om de morfologische veranderingen van een 1-dimensionaal profiel op de een of andere manier om te werken tot de verandering van een 2-dimensionaal profiel in een willekeurige plaats. Er moet een berekening plaatsvinden, waarbij rekening gehouden wordt met de aanpassingslengten. Wel blijft de 1-dimensionale benadering van de axiaalsymmetrische profielen gelden. Deze axiaalsymmetrische profielen kunnen ontstaan als de breedte en de kromtestraal over een lang stuk van de rivier constant blijven.

Berekeningen en meetresultaten van bepaalde situaties, in zowel een laboratoriumgoot als in de rivier de Waal, zijn met elkaar vergeleken. Conclusie:

- De berekeningen komen goed overeen met de meetresultaten, mits er goede waarden voor de ijk-coëfficiënten gebruikt worden.
- De invloedsmethode is niet bruikbaar.

Het toepassingsgebied van de verkregen formules in dit onderzoek is nog zeer beperkt. Om meer in het algemeen toepasbare formules te krijgen voor bochtprofielen kan in vervolg-onderzoeken verder gekeken worden naar:

- bochten waarvan de breedte die niet constant is over de lengte;
- uitzeving, door de aanwezigheid van niet-uniform bodemmateriaal;
- tijdsafhankelijke morfologische processen.

LITERATUUR

Bendegom, L. van (1947) 'Enige beschouwingen over riviermorphologie en rivierverbetering', De Ingenieur, 59, no. 4, blz B1-B12.

Bouwmeester J. (1987) 'Binnenscheepvaart en scheepvaartwegen' collegehandleiding f12N, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek.

Crosato, A. (1990) 'Simulation of meandering river processes', Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Report No. 90-3.

Cunge, J.A.; F.M. Holly en A. Verwey (1980) 'Practical aspects of computational river hydraulics', Monographs and surveys in water resources engineering no. 3.

Lely, C.W. (1922) 'Nota betreffende het verband tusschen bodemhelling en kromtestraal bij rivieren', Rapporten en mededeelingen van den Rijkswaterstaat No. 21.

Mierlo, M.C.L.M. van (1986) 'Influence of a sloping bed on the sediment transport direction', Delft Hydraulics Laboratory, Report on experimental investigation, R657-XXIX, Q186.

NEDECO (1959) 'River studies and recommendations on improvement of Niger and Benue', NEDECO.

Odgaard, A.J. (1981) 'Transverse bed slope in alluvial channel bends', Journal of the hydraulics division, ASCE Vol.107, No. HY 12, p. 1677.

- Olesen, K.W. (1987) 'Bed topography in shallow river bends', Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Report No. 87-1.
- Struiksma, N. (1983) 'Results of the movable bed experiments in the DHL curved flume', Delft Hydraulics Laboratory, Report on experimental investigation, TOW Report R657 XVIII/M1771.
- Struiksma, N. (1985) 'Prediction of two-dimensional bed topography in rivers', Journal of the hydraulics division, ASCE, Vol. 111, No. 8, p. 1169.
- Taal, M.C. (1989) 'Time-dependent near-bank bed deformation in meandering rivers', Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering.
- Vries, M. de (1990) 'Rivieren', Collegehandleiding f8, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek.
- Vries, M. de (1992) 'River Engineering', Collegehandleiding f10, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek.

BELANGRIJKSTE SYMBOLEN

b	exponent van de benaderende sedimenttransportformule
g	versnelling van de zwaartekracht
h	waterdiepte
i	verhang
m	constante van de benaderende sedimenttransportformule
n	coördinaat van de dwarsrichting
r	kromtestraal
s	coördinaat van de langsrichting
u	stroomsnelheid
A	oppervlak
A	wegingsfactor voor de intensiteit van de spiraalstroming
B	breedte
C	Chézy-coëfficiënt
D	korreldiameter
E	ijk-coëfficiënt (voor de invloed van het dwarsverhang op de richting van het sedimenttransport)
H	variatie van de diepte t.g.v. kromtestraal verandering
L_d	dempingslengte van de stroom- en dieptevariatië
L_p	golflengte van de stroom- en dieptevariatië
Q	debiet
S	sedimenttransport
U	variatie van de snelheid t.g.v. kromtestraal verandering
α	constante (≈ 8)
Δ	relatieve dichtheid sediment (≈ 1.68)
ϵ	ijk-coëfficiënt (voor de invloed van de rivierkromming op de richting van de bodemschuifspannings)
θ	Shield-parameter
$f(\theta)$	coëfficiënt, die de invloed van het bodemverhang op de richting van het sedimenttransport weergeeft
κ	constante van Von Karman (≈ 0.4)
λ_w	aanpassingslengte van de hoofdstroom

λ_s aanpassingslengte van het bodemprofiel
 $\omega_{1,2}$ karakteristieke parameters in het model

onderschriften:

1 1-dimensionale grootheid
2 2-dimensionale grootheid
x willekeurige plaats in het dwarsprofiel
c grootheid in de as van de rivier
0 grootheid in de buitenbocht van de rivier
1 grootheid in de nieuwe situatie
0 grootheid in de oorspronkelijke situatie
a de axiaalsymmetrische grootheid
I grootheid in het kantelpunt

bovenschriften:

^ amplitude

