

BIEZENO en de mechanica

herdenkingsdag 14 mei 1976



CORNELIS BENJAMIN BIEZENO
HOOGLERaar 1914-1958

BIEZENO en de mechanica

herdenkingsdag 14 mei 1976

Voorwoord,

Na het overlijden van prof.dr.ir.C.B. Biezeno op 5 september 1975, bestond er bij zijn leerlingen behoefte op de een of andere wijze stil te staan bij zijn persoon en zijn werk op het gebied van de technische mechanica. Het bestuur van de Afdeling voor Mechanica van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs koos na overleg met de familie van prof. Biezeno voor een herdenkingsdag, waarbij in het morgenprogramma de mens Biezeno centraal zou staan en in het middagprogramma enkele recente ontwikkelingen op mechanica-gebied zouden worden gepresenteerd.

De bijeenkomst werd georganiseerd door de Afdeling voor Mechanica in samenwerking met de Afdeling voor Werktuig- en Scheepsbouwkunde van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs en met het TNO Instituut voor Werktuigkundige Constructies, waarvan prof.Biezeno de oprichter was en tot zijn overlijden adviseur.

Het organiserend comité wil hierbij dank brengen aan de sprekers, die spontaan de uitnodiging accepteerden, in het bijzonder geldt dit prof.Den Hartog die hiervoor uit Amerika kwam. Verder wil zij allen die op enigerlei wijze hebben bijgedragen tot het welslagen van deze dag oprechte dank betuigen; hierbij wordt vooral ook gedacht aan de medewerkers van het Laboratorium voor Technische Mechanica, die voor deze dag een groot aantal proefopstellingen in gereedheid brachten en demonstraties verzorgden.

Ten slotte een woord van dank voor de directie van het TNO Instituut voor Werktuigkundige Constructies, die alle kosten voor bundeling van de voordrachten op zich nam.

J.J.P. Geerlings
J.A. Haringx
P. Meijers
A. van der Neut

INHOUD

Prof.Dr.Ir.C.B. Biezeno, zijn leven en werken A. van der Neut	1
Prof.Dr.Ir.C.B. Biezeno, zijn invloed op de ingenieurspraktijk R.G. Boiten	9
Knik W.T. Koiter	14
Akoestische trillingen van gassen in de industriële praktijk J.P. den Hartog	23
De invloed van de computer J.F. Besseling	29

Prof.dr.ir. C.B. Biezeno, zijn leven en werken

door A. van der Neut

Dames en Heren,

U bent hierheen gekomen om professor Biezeno te gedenken. U bent op een of andere wijze met hem verbonden door gevoelens van achting, van dankbaarheid, van bewondering. Wanneer de Voorbereidingscommissie aan mij de taak heeft gegeven om uw aandacht te bepalen bij de persoon van professor Biezeno en bij diens werken, dan hoef ik niet te spreken over iemand die u vreemd is. Dan wordt mijn taak verlicht door het weten, dat u over hem uw eigen gedachten en herinneringen hebt, zodat mijn bijdrage slechts hoeft te zijn catalysator, die uw denken activeert.

De meesten uwer hebben professor Biezeno gekend als docent en bewaren aan hem in die kwaliteit een onuitwisbare herinnering. Velen uwer zijn bovendien zijn assistent geweest en hebben het voorrecht gehad van te verkeren binnen zijn werksfeer en werkingssfeer.

Voor de jonge generaties van ingenieurs echter heeft de naam Biezeno op zijn best een legendarische klank, want professor Biezeno heeft de hoge leeftijd van 87 jaar bereikt en heeft daarmee het eind van zijn werk aan de Technische Hogeschool met 17 jaren overleefd. Maar aan zijn bijzondere plaats in de geschiedenis van de afdeling der Werktuigbouwkunde van deze Hogeschool kan niemand voorbij gaan, die in de hoofdvleugel van dit gebouw getroffen wordt door het nobele profiel van de man, dat daar in steen is weergegeven door de beeldhouwer Etienne.

Ik wil achtereenvolgens uw aandacht richten op de docent voor de Technische Mechanica, op de man in zijn betekenis voor het technisch-wetenschappelijk onderwijs in bredere zin en op de wetenschapsman van internationaal formaat.

Levensgang

Cornelis Benjamin Biezeno werd in 1888 te Delft geboren en was bijna zijn gehele leven inwoner van deze stad.

Zijn begaafdheid had hij van geen vreemde. Zijn vader ging in kennis van en plezier in de wiskunde ver uit boven wat men bij een hoofdonderwijzer kan verwachten. Het kan geen verwondering wekken, dat hij deze belangstelling bij zijn begaafde zoon stimuleerde. Aan zijn vader heeft professor Biezeno veel te danken gehad en hij liet dat bij gelegenheid blijken.

Wij, ingenieurs, mogen ons gelukkig prijzen, dat vader Biezeno juist in Delft schoolhoofd was en niet bijvoorbeeld in Leiden. Wij zouden er waarschijnlijk een voortreffelijke mechanica-docent door gemist hebben. Professor Biezeno zelf zou er niet minder om geweest zijn, maar dan als wiskundige. Voor het Delftse hoofdonderwijzersgezin was studie van de jonge Biezeno aan de Technische Hogeschool pecunia causa aangewezen.

Nauwelijks 16 jaar oud werd hij student aan de Polytechnische school. De wiskunde boeide hem zozeer, dat hij niet volstond met de studie voor het propaedeutisch examen, maar vrijwel gelijktijdig daarmee legde hij de zware K1- en K5-examens af voor de onderwijsbevoegdheid in de wiskunde. Zijn op 21-jarige leeftijd "met lof" afgelegde ingenieursexamen getuigt overigens ervan, dat hij ook in de technische vakken uitmuntte. Met zeer grote waardering kon hij later spreken over zijn "leermeester", prof.ir. C.P. Holst, een man die originele wetenschappelijke bijdragen aan de werktuigbouwkunde heeft geleverd.

Na zijn afstuderen kreeg ir. Biezeno een assistentschap in de werktuigbouwkunde en een paar jaar later in de wiskunde. Uit die levensperiode stammen waarschijnlijk de sierlijke modellen van regelvlakken, die mevrouw Biezeno liefdevol als handwerkstukken voor haar man vervaardigde.

Het assistentschap gaf in die dagen, en nog lang daarna, allerm minst een gezinsinkomen. Wie die betrekking aannam deed dat niet ter verkrijging van een levenspositie met sociale zekerheid, of om vrijgesteld te zijn van militaire dienst, of om als TH-bestuurder te werken aan maatschappij-vernieuwing. Neen, toen assistenten nog niet bij tientallen werden geteld, was het een eer daartoe te worden uitverkoren en werd het ervaren als een voorrecht enige jaren zich wetenschappelijk verder te kunnen bekwamen, een mogelijkheid die in de toenmalige techniek vrijwel geheel ontbrak. Maar het gaf een bescheiden inkomen, net genoeg voor een vrijgezel. En zo kwam het, dat Biezeno naast zijn full-time-assistentschap leraar werd aan de avond M.T.S. te Rotterdam. Wie het druk heeft kan er altijd nog wel wat bij doen. Zo zag hij kans ondertussen een prijsvraag van het Mathematisch Genootschap over een meetkundig probleem te beantwoorden. Dat Genootschap voert het toepasselijke motto: "Een onvermoeide arbeid komt alles te boven".

De hoogleraar in de Mechanica van de afdeling der Werktuigbouwkunde was in die tijd prof.ir. F.K.Th. van Itersen. Toen deze in 1913 tot directeur van de Staatsmijnen was benoemd werd ir. Biezeno tijdelijk belast met het onderwijs in de Toegepaste Mechanica. Hij heeft zich zo goed van die taak gekweten, dat hij zelf tot opvolger van professor Van Itersen werd benoemd, en wel reeds per 1 september 1914, dus op 26 jarige leeftijd!

Docent

Ik ben nu aangeland bij Biezeno's levensperiode, waarbij ieder zijn herinneringen kan invullen.

Voor al zijn derde-jaarscollege, het kernvak voor de Toegepaste Mechanica, was gevat in het kader van een boeiend ritueel: zoals hij met snelle driftige passen het podium betrad, achter de kathedr gekomen, de blik op het auditorium gericht, een krijtje nam en dat doorbrak, zijn betoog begon en vervolgde in klare, welsprekende taal en aan het eind gekomen na een geestige peroratie verdwenen bleek te zijn.

Toen professor Biezeno in 1932 het eerste van zijn drie eredoctoraten ontving - dat van de Amsterdamse Senaat - zonden enige oud-leerlingen hem een gelukwens op rijm, waarvan ik enkele regels citeer:
"En vond ooit zijn verhaal een antwoord in stille lach of glinstrend oog,
dan was 't nog meer om zijne grappen dan om het ware van 't betoog".
Wie herinnert zich niet de analogie, die hij wist aan te wijzen tussen de lastenverdeling in een constructie en die in de maatschappij: sociale rechtvaardigheid als op de sterkste schouders de zwaarste lasten rusten. Maatschappelijke scholing is niet uitvinding van onze verlichte aeon.

Ik denk ook aan zijn betuiging van eerbiedige verwondering over de vaardigheid van de materie om in een oogwenk de exacte oplossing te leveren van spanningsproblemen, die de mens slechts ten koste van grote inspanning en dan nog maar bij benadering weet te bereiken, wanneer ze al niet geheel buiten zijn bereik valt. Zou die verwondering niet de krachtbron zijn geweest voor zijn inzet ten behoeve van middelen voor experimenteel onderzoek?

Biezeno's colleges waren vermaard tot buiten zijn afdeling. Soms kwamen fijnproevende studenten uit de civiele afdeling er van mee genieten. Die colleges muntten uit door klaarheid van opbouw, indringende uitbeelding, scherp te van formulering en verzorgdheid van taal. Biezeno was een groot redenaar. Het gaf schoonheidsbeleving hem aan te horen, zelfs als zijn rede zijn toorn verwoordde. Nog kan ik zijn toespraak tijdens het schriftelijk examen in 1927 woordelijk herhalen, waarmee hij een spiekende student "aan ons aller minachting prijs-gaf". Wie van u toen examen deed, zal zich dat ongetwijfeld herinneren.

In 1927 begon Biezeno samen met zijn vriend prof.dr. J.M. Burgers een seminarium voor 4de en 5de-jaars-studenten, die dan keus konden maken uit een lijst van wetenschappelijke artikelen om na bestudering van het gekozen artikel daarover een voordracht te houden. Ik had het geluk toen juist 4de-jaars-student te zijn geworden. Dit opende voor mij de deur naar het kabinet van de man, die zeer in het bijzonder mijn leermeester werd, en opende ook de weg naar mijn toekomstige werkterrein.

Mijn keus was gevallen op een artikel over knik van de dunwandige buis onder torsie-belasting. Natuurlijk vertilde ik mij er aan. Tussen mijn kennis van het 3de-jaars-college en de schaalvergelijkingen van Love, waarmee het artikel begon, lag een gapende kloof. Maar Biezeno hielp die te overbruggen door te laten zien hoe uitgaande van de eenvoudige grondvergelijkingen voor evenwicht en vervorming van het infinitesimale element het gedrag van een schaallement, dat de schaaldikte als eindige afmeting bevat, kon worden gevonden. Die les was een illustratie van zijn getuigenis in zijn inaugurele oratie, die ik citeer: "Moet niet het Hoger Onderwijs mannen vormen met geschoold verstand en helder inzicht? Mannen, wien het niet tot "reflexbeweging" geworden is bij het hooren van een tot hen gerichte vraag te grijpen naar een "boek", waarin 't antwoord misschien "gedrukt" zal staan?"

De meeste dingen hebben twee kanten: ik heb te weinig naar boeken gegrepen.

Biezeno heeft "school" gemaakt. Waardoor? Ik zie enige omstandigheden, die naast zijn indringend onderwijs en zijn boeiende persoonlijkheid als verklaring kunnen dienen:

- De waarneming, dat hier iemand aan het wetenschappelijk front werkte en daar nieuwe dingen deed.
- Dat die successen werden bereikt door hard werken, waarmee hij ten voorbeeld was.
- De aanmoediging, hierin gelegen dat het ook de leermeester niet kwam aanwaaien. Wanneer men aan een onderwerp had gewerkt en hem de gedachtengang voorlegde kon de leerling de onverwachte ervaring opdoen, dat het de leermeester te vlug ging en dat deze tijd nodig had voor nadenken. Het komt mij voor, dat vooral die ervaring bemoedigend werkte. Als het de leermeester, die het vak vooruitbrengt, inspanning kost, dan hoeven de zelf ondervonden moeite geen beletsel te zijn om zich ook aan het vak te wagen.

Hoe ver staat dit af van wat in het huidige tijdsbestek onder de naam "research wetenschappelijk onderwijs" met bedenksels van onderwijs-sociologen het wetenschappelijk milieu aan de universiteit vervuilt!

Zeer zorgvuldige aandacht gaf Biezeno aan de proefschriften, die aan hem als promotor werden voorgelegd. Hij heeft 8 promovendi gehad. Onbetwist hoogtepunt in deze rij van 8 proefschriften is het baanbrekend werk van Koiter over de stabiliteit van het elastisch evenwicht.

TH-bestuurder

Lag bij de Technische Mechanica het zwaartepunt van zijn werkzame leven, het technisch wetenschappelijk onderwijs in den brede stond vervolgens in zijn daadkrachtige belangstelling. Meermalen was Biezeno voorzitter van de destijds verenigde afdeling der Werktuig-, Scheeps- en Vliegtuigbouwkunde. In het jaar 1937-1938 bekleedde hij het rectoraat van de TH. Aan de vele Senaatscommissies, waarvan hij lid is geweest, ga ik voorbij. Ik beperk mij tot zijn naoorlogse bemoeiingen.

Beseffende dat de plaats van Nederland in de wereld na 1945 een andere was dan die voor 1940, en dat deze verandering gevolgen moest hebben voor de universiteit, stelde de regering de "Staatscommissie tot Reorganisatie van het Hooger

Onderwijs" in. Onder deze Staatscommissie stonden een aantal secties, waarbij sectie N die in het bijzonder het Technisch Hoger Onderwijs tot onderwerp van beschouwing had. Biezeno werd benoemd tot voorzitter van deze sectie.

Juist hernieuwde bezinning op doeleinden en middelen van het technisch hoger onderwijs was geboden. Was de economie van ons land voor 1940 voorname-lijk gebaseerd op zijn handel en op zijn status van koloniale mogendheid, en zeker niet op de verrichtingen van zijn industrie, na 1945 was duidelijk, dat het beleid gericht moest worden op industrialisatie, en dat terwijl de vooroorlogse industrie veelal niet boven het niveau van de licentiehouder reikte, die industrie in de oorlogsjaren verdere achterstand had opgelopen en de bezetter haar berooid had achtergelaten. Er was werk voor sectie N.

Biezeno was tevens voorzitter van de door het KIVI ingestelde commissie voor bestudering van het technisch onderwijs in de U.S.A. In die kwaliteit bezocht hij een aantal universiteiten. De daarbij opgedane indrukken en denkbeelden, samen met de neerslag van zijn ruim 30 jaren ervaring met technisch wetenschappelijk onderwijs en onderzoek leidden hem tot inzichten, waarvan het interessant is kennis te nemen, juist ook tegen de achtergrond van huidige opvattingen.

In een voordracht, getiteld "Roeping en Plicht", gehouden aan de TH in het kader van de leergang "Reorganisatie van het Technisch Hoger Onderwijs", januari 1947, omschreef hij de taak van de TH aldus:

1. Het opleiden van ingenieurs, die moeten voldoen aan hoge eisen van vakbekwaamheid en bepaalde eisen van algemene ontwikkeling en beschaving;
2. Het opleiden van een voldoende aantal technisch-wetenschappelijke onderzoekers;
3. Het zelfstandig bijdragen tot en leiding geven aan de ontwikkeling der technische wetenschap door eigen researchwerk."

Voor Biezeno was de gedachte om research te bedrijven en research-ingenieurs op te leiden niet nieuw. Hij had niet anders gedaan, maar nu stelde hij dat als algemene eis. Voor de opleiding van research-ingenieurs bepleitte hij een "langere studieduur dan 5 jaar", waarbij andere eisen gesteld zouden worden dan die voor de gewone ingenieursstudie. Voorts leek het hem gewenst na te gaan of de overige ingenieurs - de constructie- en bedrijfsingenieurs - niet met een studieduur van 4 of $4\frac{1}{2}$ jaar zouden kunnen volstaan, bij een studieprogramma ingesteld op hun werkgebied, dat vakken van bedrijfstechnische en sociaal-economische aard zou bevatten.

Wij horen hierin woorden uit het hedendaagse onderwijswetgevingsvocabulaire. Het lijkt wel of de wet Posthumus er door is geïnspireerd. Maar niets is minder waar! Naast punten van overeenstemming is er tussen de gedachten van Biezeno toen en de gedachte van de wet Posthumus nu het wezenlijke verschil op het punt van de research-ingenieur, die in de wet Posthumus slechts sluitpost is op een onder druk staande begroting. Men moet ook zelf research hebben bedreven om daarvoor in een wetsontwerp de nodige ruimte te geven.

Ik moet de lust weerstaan gehele volzinnen uit Biezeno's rede te citeren en de volledige opsomming te geven van zijn desiderata. Ik laat het bij de vermelding, dat hij laboratoria noodzakelijk acht - natuurlijk niet zulke die jaar in jaar uit ter oefening van studenten alleen routine-proeven herhalen, maar laboratoria waar research bedreven wordt. Voorts dat hij - felle hater van zekere repetitoren-praktijken - het pleit voert voor instructie in de wiskunde vanwege de Hogeschool - die tot stand kwam -; voor beperking van de toegestane propaedeutische studieduur; voor een studiewerkweek van 48 uur; voor bevordering van bredere ontwikkeling door Studium Generale en afwijzing van het daarmee strijdige spoorstudentisme.

Het inzicht, dat de industrie tot ontwikkeling moest worden gebracht, deed de regering prioriteit verlenen aan de vernieuwing van de TH en deed haar behoefte gevoelen aan een krachtiger bestuur van de Hogeschool. De eenjarige rector kon niet genoeg initiatief ontplooien. Als hij na zijn inwerkperiode daar aan toe was, moest hij reeds zijn ambtsketen aan zijn opvolger overdragen. De 5-jarige rectorale periode kwam bij de TH wettelijk tot stand en het lag voor de hand, dat de man die dit ambt als eerste zou bekleden Biezeno zou zijn. Zijn ambt aanvaardde hij op de Dinsdag van 1949. Hij zou echter de 5 jaren niet volmaken, en wel omdat hem op een voor hem essentieel punt de nodige steun werd onthouden.

Biezeno achtte de aan de Nederlandse universiteiten bestaande studievrijheid een hoog goed. In zijn inaugurele oratie richtte hij zich tot de studenten richtend gaf hij zijn definitie van studievrijheid: "studie die Gij uit eigen wil onderneemt en niet afhankelijk doet zijn van door de wet gestelde exameneisen", en bestreed hij de opvatting van hen die onder studievrijheid verstaan de vrijheid om niet te studeren.

De stugge werker, die Biezeno was, was het een gruwel te moeten gedogen, dat studenten hun verblijf in Delft onbegrensd konden rekken: schadelijk voor de Hogeschool, schadelijk vooral voor de betrokkenen zelf. Vandaar zijn voorstel om de student, die na 2 jaar het P1 niet had gehaald, van verdere inschrijving uit te sluiten en eveneens de maximale tijdsduur voor de gehele propaedeuse tot 4 jaar te beperken.

Aanvankelijk ging de Senaat daarin mee, maar onder de invloed van het verzet dat in de studentenwereld uitbrak, onthield de Senaat de aanvankelijk toegezegde steun.

Een later wetsvoorstel van gelijke strekking, bestreden door de studentenwereld onder de kreet van aantasting van het traditionele goed der studievrijheid, haalde het vervolgens ook niet bij de Tweede Kamer.

Bitter teleurgesteld in het gedrag van de Senaat zag Biezeno geen mogelijkheid aan diens werkzaamheden verdere leiding te geven en trad hij af, amper 2 jaar na zijn ambtsaanvaarding.

Biezeno's laatste publikaties zijn van het jaartal 1949 voorzien. Hoewel zijn geest tot in zijn laatste levensjaar merkwaardig helder bleef, was zijn wetenschappelijke creativiteit abrupt ten einde gekomen. Dit tekent de diepte van de wond die hem was toegebracht. Emotioneel betrokken als Biezeno op zijn TH was, was haar welzijn zijn welzijn, haar rampspoed zijn rampspoed.

Hij, die 83 jaar lang ingezetene bleef van Delft, verliet na het overlijden van mevrouw Biezeno die stad in 1971. Wetend wat hij dacht van de gevolgen van de Wet Universitaire Bestuurshervorming voor zijn TH vraag ik mij af of hij met zijn vertrek uit Delft zich heeft willen besparen van nabij te moeten aanschouwen hetgeen zich aan zijn geliefde Hogeschool voltrokken ging.

Onderzoeker

Biezeno's eerste publikatie is gedateerd 1915. Zij betreft een zuiver wiskundig onderwerp, zijn beantwoording van een prijsvraag van het Mathematisch Genootschap onder de titel: "Vlakken van de 4de en 8ste graad beschreven door een rechte lijn, die met 4 van zijn punten in 4 platte vlakken blijft". Analytische Meetkunde dus.

Dat is de enige zuiver-wiskundige publikatie gebleven. In de daarna volgende publikaties zal de wiskunde nooit ontbreken, maar - in overeenstemming met de inaugurele rede van de jonge hoogleraar, die tot onderwerp had "De betekenis der Wiskunde als Hulpwetenschap der Toegepaste Mechanica", - krijgt

zijn eerste wetenschappelijke liefde de plaats van dienaressen van Vrouwe Mechanica aangewezen. En als dienaar heeft zij het meer dan 3 decennia lang druk gehad.

Maar ook de Toegepaste Mechanica was niet ten laatste meesteres, maar dienaar. Zij, de mechanica, werd bedreven om wille van haar toepassing. Daarvan getuigen impliciet al zijn wetenschappelijke bijdragen en expliciet zijn rede, die hij in 1956 hield voor de Afdeling voor Technische Mechanica, getiteld "De betekenis van de Mechanica voor de Techniek", waarvan ik de peroratie zal citeren, daarmee tevens de kans grijpend om u een specimen van Biezeno's vermaarde welsprekendheid voor te zetten.

"Met plichtmatigheid heb ik mij in mijn voordracht gehouden aan de opdracht: de betekenis van de Mechanica voor de Techniek in het licht te stellen; steeds moeilijker evenwel de gedachte terugdringend, dat ons gilde zich minder ego-centrisch zou hebben voorgedaan indien gesproken ware over de betekenis van de Techniek voor de Mechanica in plaats van over de betekenis der Mechanica voor de Techniek. Dan zou mijn voordracht tot leidend motief de dankbaarheid gehad hebben, die wij, beoefenaars der Mechanica, verschuldigd zijn aan de inspirerende invloed van de Techniek zowel op ons aller individueel werk als op de ontwikkeling der Mechanica-wetenschap in haar geheel.

Sta mij toe, deze toch stellig in ons aller geest levende dankbaarheid tot uiting te brengen, door naast de uitspraak van Da Vinci, dat de mechanica het paradijs der wiskunde is, het pendant te stellen, dat de techniek het paradijs der mechanica moet worden genoemd".

In dit paradijs spelend zijn dienst aanbiedend past zich Biezeno in zijn eerste publikaties aan bij het in die tijd gangbare gereedschap van de ingenieur: de rekenlat en de tekenplank. Hij bedrijft graphostatica: door constructiemethoden te ontwerpen voor de bepaling van de statisch onbepaalde overgangsmomenten in verend ondersteunde balken en voor de bepaling van de vorm van ketelfronten met overal gelijke sterkte. Daarin leefde hij zich ook uit als de geometer, die hij van jongs af was en in zijn latere werk gebleven is. Evenals in zijn onderwijs doet hij in zijn onderzoek beroep op de aanschouwelijkheid: zijn publikaties kunnen het zelden stellen zonder tal van figuren van constructiedelen of elementen met de er op werkende krachten en via evenwichtsvergelijkingen, typisch geometrische betrekkingen, komt het tot differentiaal-vergelijkingen. Van energie-beschouwingen, waaraan zijn opvolger zo nadrukkelijk de voorkeur zal geven, maakt hij slechts zeer sporadisch gebruik.

Biezeno's graphisch werk reikt tot 1924. Het vindt samen met zijn voorliefde voor geometrische problemen nog eenmaal in 1927 uitdrukking in zijn bijdrage tot het "Handbuch der Physik" met het hoofdstuk: "Geometrie der Kräfte und Massen".

In 1965, op 77 jarige leeftijd, na het overlijden van zijn Stuttgarter vriend prof.dr. R. Grammel het voortreffelijke overzicht van diens levenswerk schrijvend zal hij, naar aanleiding van een door Grammel gegeven graphische oplossing van een differentiaal-vergelijking, over graphische methoden in het algemeen de verzuchting slaken: "Dennoch muss festgestellt werden, dass diese Abhandlung (wie überhaupt alle graphische Methoden) trotz der darin steckenden Intelligenz dazu verurteilt ist, in Vergessenheit zu geraten wegen der perfekten, jetzt zur Verfügung stehenden rechnerischen Hilfsmittel".

Wij komen nu toe aan zijn analytische bewerking van mechanica-vraagstukken. Veel van dit werk is tot stand gekomen in nauwe samenwerking met J.J. Koch, die van zijn studententijd af, hoewel Elektrotechniek studierend, de mechanica-weg op ging, zij het met een nooit ontbrekende shunt over elektrotechniek, die hem

in zijn experimentele werk meer en meer te pas zou komen. Anders geaard als Biezeno en Koch waren, vulden zij elkaar aan tot een team van ideale grootte, namelijk bestaande uit slechts twee leden. Zij hadden gemeen, dat zij de voedingsbodem voor hun onderzoek vonden in vragen uit de techniek. Zij vulden elkaar aan, waar Koch vaak het fysieke gevoel had voor de aard van de oplossing, zonder zich al te veel te bekommeren om haar convergentie, en waar Biezeno als mathematische waakhond fungeerde.

De overgang naar het analytische tijdperk houdt verband met de verschijning van de mechanische rekenmachine. Reeds vroeg in de jaren twintig wist Biezeno zich zo'n rekenwonder te verwerven; aan de ouderen onder ons, die zijn assistent zijn geweest, nog welbekend onder de naam "Millionnaire". Het toestel kende de tafels van vermenigvuldiging uit het hoofd en stelde die kennis ter beschikking bij een krachtige zwaai aan een soort tramconducteurs-zwengel, die het toestel onder het uitstoten van knarsingen van woede in heftige trilling bracht. Dit rekenwonder is heden tentoongesteld.

Bij het overzien van de onderwerpen, die in de jaren twintig de aandacht hadden van een man van Biezeno's allure valt het op, dat de toenmalige problemen ons thans zo elementair voorkomen. Ik noem: staafknik bij niet-constante normaalkracht; plaatbuiging door verdeelde belasting, meêrvoudig ondersteunde krukassen; de vertuilde laadmast; de ringvormige balk belast loodrecht op zijn vlak of in zijn vlak. Het laatstgenoemde onderwerp overigens met een zodanig eenvoudig rekenrecept, dat men het geestig zou kunnen noemen. En dan toch ook in die tijd een niet zo elementair onderwerp: het knikken van schroefveren, onderwerp waarover ruim twintig jaar later Haringx zijn proefschrift zal schrijven.

In die jaren komt ook werk van meer algemene strekking tot stand. Biezeno levert een bewijs voor de mathematische identiteit van de methoden van Ritz en van Galerkin voor de bepaling van benaderingsoplossingen. Samen met lector dr. H. Hencky leidt hij de algemene vergelijkingen af voor het neutrale evenwicht van het drie-dimensionale element. Deze zullen kort daarop uitgangspunt vormen voor een proefschrift over knik van de dunwandige bol.

Ook bewerkt Biezeno al een niet-lineair probleem, ontleend aan de waarneming van het doorslaan van flauw gewelfde klepschotels, dat ook optreedt bij het oliespuitje. Zijn aanloop neemt hij dan over de flauw gekromde staaf, in zijn eindpunten star ondersteund, en hij leidt het niet-lineaire verband af tussen de kracht, die de staaf in zijn midden op buiging en druk belast en de doorbuiging. Later vindt dit werk voortzetting als de oplossing wordt geleverd voor de flauw gewelfde ronde plaat, althans voor axiaal symmetrische doorbuiging.

Tegen het eind van de jaren dertig verschijnt een aantal publikaties over knik van cilinderschalen: de cilinder met verspringende wanddikten, de cilinder met verstijvingsringen - beiden betrekking hebbend op grote olie-reservoirs - de op buiging belaste buis.

In de jaren veertig wordt de verscheidenheid weer groter. Als schaalproblemen komen aan de orde: algemene formules voor de inwendige belasting van cilinders bij bi-harmonisch verloopende uitwendige belasting; de aan ringen toegevoegde meedragende breedte van de cilinderwand en de Bourdon manometer.

Andere onderwerpen, die behandeling vinden, zijn onder meer: knik en niet lineair gedrag van kromme staven, en als laatsten: knik van de gesloten buis, die in een vloeistof wordt gedompeld - wat een vertaling is van een mijnschacht-probleem - en knik van een staaf, die op regelmatige afstanden elastisch is ondersteund tegenover translatie en rotatie.

Een opvallende trek van Biezeno's werk, is dat hij de uitkomsten van zijn onderzoek wenst te verschaffen in een voor de praktijk toegankelijke vorm. Het

was hem niet genoeg een vraagstuk formeel tot oplossing te hebben gebracht. Hij wilde ook weten wat er numeriek uitkomt. Daartoe zijn de rekenmachines langdurig onder de handen van Biezeno en Koch in bedrijf geweest. Wie nooit echt gerekend heeft zal dit wellicht niet-"passende arbeid", zo niet ongepast werk voor zulke geleerden vinden. Hij kent niet de spanning, waarin dit nederige werk met plezier wordt verricht door degenen, die nieuwsgierig is naar de concrete uitkomst.

In de eerste bezettingsjaren, in 1941, promoveerde K.J. Schulz op het onderwerp "de spanningstoestand in doorboorde platen". Die promotie had plaats in de beslotenheid van de Prinsenkamer achter de deur die dicht bleef voor alle anderen dan de commissieleden. Korte tijd later werd dr. Schulz één van de zes miljoen, wier lot en lijden ons bekend en toch niet bekend is. Ter nagedachte-nis aan dit vernietigde veelbelovende jonge leven schreef Biezeno een samen-vatting van het proefschrift in de Proceedings van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, toen Nederlandse Akademie van Wetenschappen geheten.

Biezeno heeft veel in deze Proceedings gepubliceerd, reeds voor hij in 1939 tot gewoon lid van de Akademie werd gekozen. Hij publiceerde ook in "De Ingenieur", in het "Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik" en in "Ingenieur Archiv". Een groot deel van dit werk, samen met enige niet eerder gepubliceerde onderzoekingen, is terug te vinden in het standaardwerk "Technische Dynamik", dat hij samen met Grammel schreef en dat in 1939 het licht zag. Van dit boekwerk verscheen niet alleen nog zeer onlangs de derde druk, maar bovendien vond het vertaling in het Engels, Russisch en Spaans.

Biezeno's naam is nauw verbonden aan de totstandkoming van de internationale mechanica-congressen. In het verscheurde Europa van na de eerste wereldoorlog was in 1922 een eerste aanzet daartoe gegeven door Von Kármán met een samenkomst van beoefenaars der stromingsleer. Daar was de gedachte geboren aan een conferentie die een breder gebied zou beslaan. Deze gedachte sloeg aan bij Biezeno en Burgers. Zij organiseerden het eerste Mechanica Congres, dat in 1924 te Delft werd gehouden met een 150 buitenlandse deelnemers uit niet minder dan 19 landen. Dit jaar zal Delft opnieuw het congres ontvangen, het 14e van de serie. De President van het eerste congres zal van deze Delftse reprise helaas geen getuige zijn.

Dank zij dat eerste congres zijn vriendschappelijke en wetenschappelijke betrekkingen ontstaan tussen Biezeno en een aantal grote mechanica-beoefenaars. Ik noem de namen: Grammel, Von Kármán, Von Mises, Trefftz, Meissner en Southwell. In die rij van grote namen staat de naam Biezeno.

Biezeno had niet het type van de experimentator, maar hij zag experimenteel onderzoek wel als noodzaak. Wie herinnert zich niet van zijn college hoe hij betoogde; dat de theoreticus, nadat hij de spanningsleer en de vervormingsleer had uitgedacht, beleefd "met de hoed in de hand" aan de materie moet vragen hoe het verband tussen die twee wel luidt.

Het begin van een laboratorium in 1929 was de Mohr & Federhaff 35 tons trekbank met mechanische rekmeters, als vreemde eend in de bijt van Burgers' stromingslaboratorium gastvrij ontvangen. Dat was het begin en Biezeno bleef zich inzetten voor een eigen goed geëquipeerd laboratorium, wat hij wist door te zetten.

Zeer veel van Biezeno's wetenschappelijk werk heeft zijn oorsprong gevonden in vragen, die de werktuigbouw aan hem stelde, en in zijn bereidheid zich in te spannen om die techniek met zijn adviezen te dienen. De invloed die aldus en op andere wijze van Biezeno is uitgegaan ten gunste van de Nederlandse industrie zal de volgende spreker nader belichten.

Prof.dr.ir. C.B. Biezeno, zijn invloed op de ingenieurspraktijk

door R.G. Boiten

Dames en Heren,

Ik beschouw het als een grote eer uitgenodigd te zijn om op deze dag iets te zeggen over de invloed van Biezeno op de ingenieurspraktijk. Over deze titel is discussie geweest, zo rees bv. de vraag of het niet beter was te spreken over de uitstraling van Biezeno op de ingenieurspraktijk. Ik weet het niet, Biezeno was nogal nuchter en straalde niet zo graag.

U zult begrijpen dat dit verhaal gekleurd is door mijn eigen herinneringen; eerst van Biezeno als leermeester toen ik als student en student-assistent gedurende de laatste vier oorlogsjaren bij hem werkte, daarna als chef na mijn indiensttreding bij T.N.O. en tenslotte als vriend en collega bij de Afdeling der Werktuigbouwkunde.

Bij het overwegen van de inhoud van een voordracht als deze moet men een keuze doen. Het accent kan vallen op een opsomming van feiten en gebeurtenissen, op een overzicht van uitgevoerde onderzoeken en opgeloste problemen, maar ook op een aantal persoonlijke ervaringen, die een beeld kunnen geven van wat een man heeft betekend. Ik heb voor het laatste gekozen, omdat de mens Biezeno op mij een grote indruk heeft gemaakt en op meerdere wijzen aan mijn vorming heeft bijgedragen.

Het is momenteel een wens, dat hoogleraren hun activiteiten primair richten op dat wat direct maatschappelijk relevant is. Biezeno heeft deze gedachte, zowel tijdens zijn actieve periode als in zijn emeritaat bestreden. Voor hem was de beste dienst aan de gemeenschap het opleiden van goede ingenieurs, die geleerd hebben de aan hen voorgelegde problemen goed en wetenschappelijk verantwoord op te lossen. Zelf gaf hij het voorbeeld; aan hem voorgelegde problemen die hij dacht aan te kunnen, werden bijna steeds aanvaard en tot een goede oplossing gebracht.

De invloed op zijn leerlingen was groot, niet alleen door wat hij zei, maar wellicht nog meer door wat hij deed of niet deed. Dit gold in het bijzonder voor degenen die een wat nauwer en langer contact met hem hadden, zoals zijn student-assistenten. Om te weten waar ze terecht zijn gekomen, behoeft niet de Naamlijst van ingenieurs te worden geraadpleegd, maar kan worden volstaan met het raadplegen van de adreslijst van Universiteiten en Hogescholen en de who is who van de Nederlandse industrie. Het aantal student-assistenten dat nu hoogleraar is of was heeft het dozijn overschreden en hetzelfde geldt voor hen die een topfunctie in het bedrijfsleven vervullen; voorwaar een opmerkelijk resultaat. Bovendien is slechts een klein aantal de mechanica in de stricte zin trouw gebleven; een bewijs voor het feit, dat niet zozeer het vakgebied als zodanig van doorslaggevend belang is, maar meer de wijze waarop men de wetenschap leert beoefenen en toepassen.

Nu zou kunnen worden opgemerkt, dat Biezeno de gave had om studenten met een grote potentie als zijn assistenten aan te stellen en het werd inderdaad als een onderscheiding beschouwd om door Biezeno te worden gevraagd, maar dit is toch geen volledige verklaring. Het bezitten van bepaalde verstandelijke gaven moge dan al een noodzakelijke voorwaarde zijn voor het bereiken van bepaalde posities, een voldoende voorwaarde is het niet. Er wordt vaak gedacht dat voor-aanstaande personen het werk vanzelf en gemakkelijk afgaat en geen wezenlijke inspanning vraagt. Biezeno maakte er voor ons geen geheim van dat veel van zijn werk enorme inspanningen en veel tijd had gekost om het te realiseren en dat hij vaak fouten maakte en dingen over het hoofd zag, maar zo lang stug doorging tot de fouten waren gevonden en het probleem een exacte formulering had gekregen.

Student-assistent was zo'n 35 jaar geleden een full-time job met enkele uren "vrij" om colleges te lopen. De andere met de studie verband houdende werkzaamheden werden geacht in de avonden en de weekenden te worden verricht, met dien verstande dat de afstudeerdatum er niet door mocht worden verschoven. Daarbij was in die tijd de mechanica geen hoofdvak, waarin kon worden afgestudeerd, zodat de ingenieursopgave in een ander vakgebied moest worden verricht. Biezeno citeerde vaak de uitspraak, die hij aan een Weense collega toeschreef, dat de veertig-urige werkweek een groot goed was en dat derhalve moest worden getracht deze twee keer per week toe te passen.

Een andere karakteristieke opmerking, die zo nodig door Koch van harte werd onderschreven, luidde dat er drie methoden waren om een probleem aan te pakken. Ten eerste er hard aan gaan werken, dan kost het moeite, inspanning en geld, maar het levert wat op. Ten tweede er niets aan doen, dan kost het niets en levert het niets op en ten derde het werk halfslachtig en slordig doen, dan kost het wel het nodige, maar levert evenmin iets op. Het nalaten van de derde werkwijze maakt het mogelijk een zekere efficiency en discipline in het werken te brengen, zodat er dan ook nog tijd overblijft voor andere activiteiten. Ook dit liet hij zien door zijn liefde voor de piano en voor muziek in het algemeen, naast zijn grote belangstelling voor culturele evenementen en maatschappelijke ontwikkelingen. Hij leerde ons hard en efficiënt te werken met een vastomlijnd doel voor ogen, zonder dit werk als het enige en alleen zaligmakende te beschouwen.

De door Biezeno aangepakte problemen en dus ook de opdrachten aan assistenten kwamen veelal uit de praktijk. In het voorwoord van zijn levenswerk, het boek Technische Dynamik, dat hij samen met Grammel schreef, staat in de eerste druk:

"haben wir uns stets vor Augen gehalten, dasz ein Problem für die Technik nur dann lösenswert ist, wenn es eine praktische Anwendungsmöglichkeit hat, und dasz eine technische Aufgabe erst dann als wirklich gelöst betrachtet werden kann, wenn die Lösung sich auch zahlenmässig mit erträglichem Rechenaufwand bis in alle Einzelheiten auswerken lässt".

Het was mijns inziens deze filosofie, die niet beter dan in zijn eigen woorden kan worden omschreven en die ook consequent doorwerkte in zijn brillant gegeven colleges, vanwaaruit de grote invloed die hij op het denken van zijn leerlingen had, kan worden verklaard.

Verderop staat in het aangehaalde voorwoord:

"haben wir nirgends die Lösung bloz angedeutet, sondern in allen Einzelheiten so entwickelt, wie sie auch der rechnende Ingenieur wirklich durchführen musz".

Als proefkonijnen van dit rekenwerk fungeerden de assistenten, die hiervoor tekenplank, rekenlineaal en de Millionär ter beschikking hadden.

Biezeno verzorgde zelf meestal het theoretische deel en liet de leiding van het experimentele werk aan Koch over. Dit wil niet zeggen dat hij er geen belangstelling voor had, in tegendeel achtte hij experimenteel onderzoek zeer belangrijk, maar hij vond terecht dat Koch in die richting een grotere competentie had.

Bij Biezeno had een experiment twee betekenissen. De eerste was om de theoretisch gevonden resultaten experimenteel te verifiëren. Bij de formulering van een probleem moeten veelal een aantal vereenvoudigingen en verwaarlozingen worden ingevoerd. Het is niet altijd precies af te schatten hoe sterk dit uitwerkt op het gevonden resultaat of anders gezegd hoe groot het verschil is tussen de berekende en de werkelijke waarden. Hierover kunnen experimenten een uitsluitsel geven als tenminste van te voren goed is vastgesteld wat en hoe gemeten moet worden en hoe groot de nauwkeurigheid en de betrouwbaarheid van de meetresultaten zijn.

De tweede betekenis van een experiment kan zijn om fundamentele relaties te bepalen, die een uitgangspunt kunnen zijn voor verdere theoretische beschouwingen.

Een voorbeeld van de eerste categorie vormen de spanningsconcentraties bij diepe spiegleuven in op torsie belaste assen, zoals deze toenmaals werden toegepast voor trekspieën in het dubbelwerk van bepaalde lieren. Hierbij trad af en toe een onverklaarbare breuk op.

Dit onderzoek werd experimenteel uitgevoerd met behulp van het zogenaamde zeepvliesanalogon. Het bleek dat de afrondingen in de grond van de spiegleuf een grote invloed hadden. De resultaten zijn na de oorlog gepubliceerd in De Ingenieur en in het proefschrift van Van Wijngaarden vergeleken met de langs theoretische weg verkregen resultaten, waarbij de overeenstemming bevredigend was.

Een voorbeeld uit de tweede categorie had betrekking op de sterkte van door bouten of klinknagels verbonden strippen en de daarbij optredende spanningsverdelingen bij trekbelastingen in het vlak van de strippen. Een Delfts staalconstructiebedrijf was overgegaan tot het verzinken van de liggers en schetsplaten vóór de montage en ondervond nu moeilijkheden door het breken van nagels en uitscheuren van de gaten. Uit het onderzoek bleek dat de wrijvingscoëfficiënt tussen de op elkaar geklemde strippen door het verzinken nogal was veranderd en daardoor ook de krachtsoverdracht van de ene strip op de andere. Een suggestie om de cohesie tussen de strippen te verhogen door vóór de montage amarypoeder op de oppervlakken te strooien, had wel enig effect, maar gaf nogal wisselende uitkomsten. Met de verkregen resultaten konden de uitgangspunten van de toen in ontwikkeling zijnde berekeningsmethoden voor boutverbindingen worden aangepast en is door een ander steekpatroon een bruikbare oplossing voor het probleem gevonden. Ook deze resultaten zijn na de oorlog gepubliceerd.

Kort voor 1940 was de Wet op het T.N.O. aangenomen en een begin gemaakt met de stichting van de bijzondere organisaties, waaronder de Nijverheidsorganisatie T.N.O. Het lag in de bedoeling om instituten en laboratoria in te richten en gezocht werd naar een geschikte plaats in Nederland. Aanvankelijk werd aan een concentratie in de buurt van Arnhem (Kema) gedacht, maar later, mede door de bemoeiingen van Biezeno, werd Delft als vestigingsplaats gekozen. De overwegingen van Biezeno waren, dat het nuttig en nodig was om het onderwijs en het onderzoek in elkaars onmiddellijke nabijheid te hebben, zo dat over en weer gemakkelijk uitwisseling van kennis en ervaring kon plaatsvinden. Daarbij kwamen nog een aantal nevenoverwegingen, die begrijpelijk waren na de crisis in de jaren dertig. Concentratie van de T.H. en de Nijverheidsorganisatie T.N.O. op een plaats, zo mogelijk met gemeenschappelijk gebruikte laboratoria, zou een aantal voordelen bezitten. Ik herinner me discussies tussen Biezeno en Dresden, na de oorlog voorzitter van de N.O., waarbij ik aanwezig mocht zijn. Argumenten waren:

1. Economische. Concentratie van laboratoria van T.N.O. en de T.H. in gemeenschappelijke complexen geeft besparingen in de bouwkosten, de uitrusting met apparatuur en technische faciliteiten en bij de exploitatie.
2. Wetenschappelijke. Er vanuitgaande dat het de primaire taak van de T.H. is onderwijs te verzorgen en (grensverleggend) onderzoek te doen en dat T.N.O. de meer directe contacten met de industrie enz. zou verzorgen met als taak door gericht onderzoek en adviezen deze te helpen bij het opbouwen van een sterk en gezond productieapparaat, zou bij een gescheiden ontwikkeling de T.H. verstoken blijven van veel informatie over de directe problemen in de bedrijven en T.N.O. minder gemakkelijk kunnen beschikken over de uit fundamenteel onderzoek verkregen resultaten en gegevens. Bovendien zouden T.N.O.-medewerkers binnen hun gespecialiseerde vakgebied gepaalde steun aan het T.H.-onderwijs kunnen geven en T.H.-medewerkers als adviseur kunnen meewerken aan het oplossen van de door de industrie gestelde problemen.
3. Onderwijstechnische. Het is van groot belang dat zoveel mogelijk studenten in de eindfase van hun studie kennis maken met de aspecten bij de oplossing van technische problemen met behulp van wetenschappelijke methoden. Gezien de beperkte materiële en personele mogelijkheden van de T.H. zal deze dit

zelf nooit helemaal professioneel kunnen doen, terwijl dit bij de T.N.O.-medewerkers de standaardprocedure behoort te zijn. Voor de docenten is het van groot belang op de hoogte te blijven van de ontwikkelingen in de industrie, zodat het onderwijspakket en de inhoud van de colleges soepel en flexibel zo nodig kunnen worden aangepast.

4. Mobiliteit. Er zijn slechts weinig onderzoekers die hun hele leven de originaliteit, de creativiteit, het geduld en het doorzettingsvermogen behouden dat voor goed onderzoek een noodzakelijke voorwaarde is. Bij aan een bedrijf gebonden laboratoria bestaat de mogelijkheid te zijner tijd over te stappen naar een andere functie; zowel bij T.N.O. als bij de T.H. zijn deze mogelijkheden zeer beperkt. Een zekere symbiose van T.H. en T.N.O. zou over en weer de doorstromingsmogelijkheden bevorderen.

In het begin van de oorlog werd binnen de N.O. de Commissie inzake het onderzoek van Constructies opgericht. Deze commissie had een klein bestuur en beschikte over enige geldmiddelen, zodat enig personeel in dienst kon worden genomen. Onder de commissie ressorteerde enkele werkgroepen; de werkgroep foto-elastisch onderzoek was ondergebracht in het Laboratorium voor Toegepaste Mechanica en daar werkte Ir. Willemze op de optische bank van dit laboratorium aan spanningsconcentraties onder leiding van Biezeno. Op 1 januari 1946 nam ik de taak van Willemze over en combineerde het foto-elastisch onderzoek met het zeepvliesanalogon, het electrisch analogon (manganin platen) en de mechanische rekmeters van Okhuyzen. Het vergrote terrein van de onderzoekingen, die geheel statisch waren, leidde tot een naamsverandering; de Werkgroep Spanningsonderzoek. Daarnaast ontstond een Werkgroep Trillingsonderzoek, waarbinnen Ir. Esmeyer onderzoek verrichtte.

Een belangrijke gebeurtenis was de reis van Biezeno en Esmeyer naar de Verenigde Staten kort na de oorlog. Zij brachten een nieuwe meetmethode mee in de vorm van een aantal rekstrookjes. Niet alleen kon hiermee nauwkeuriger worden gemeten, maar bovendien waren ze in principe zowel geschikt voor statische als dynamische metingen. Daardoor groeiden de twee werkgroepen naar elkaar toe en werden ze na het vertrek van Esmeyer omgezet in één werkgroep, nl. de Werkgroep voor Spannings- en Trillingsonderzoek, onder voorzitterschap van Biezeno. Biezeno kon zaken loslaten en delegeren en toen de Werkgroep zijn levensvatbaarheid had bewezen, heeft hij bevorderd dat de werkgroep een zelfstandige status kreeg als instituut onder de naam Instituut voor Werktuigkundige Constructies T.N.O. (IWEKO), met spreker als eerste directeur. Als adviseurs traden op Biezeno, Koch en Huydts. Na deze omzetting bleef Biezeno zich met het instituut bemoeien, voornamelijk als bewaker van de wetenschappelijke kwaliteit van het werk. Een voorbeeld moge dit verduidelijken. In verband met lagerbeschadigingen van een turbine was het nodig de axiale lagerbelasting te meten in een bestaande turbine onder bedrijfsomstandigheden. Er was zeer weinig inbouwruimte voor een meetinstrument, zodat als meetelement een vlakke ring moest worden gekozen. De belasting werd ingeleid door een aantal equidistante ondersteuning, waarbij die op linker- en rechtervlak een halve steek ten opzichte van elkaar waren verschoven. Een extra moeilijkheid vormde het feit dat een turbine-as bij het opwarmen een kromming kan krijgen, zodat behalve de te bepalen axiale kracht nog een onbekend buigend moment op het meetelement zou werken, dat met het toerental van de turbine roteerde. Uit globale berekeningen bleek, dat dergelijke ringen onder de beschreven belasting merkwaardige eigenschappen hebben. De ring wordt op buiging en afschuiving belast, waarbij de grootste buigende momenten optreden ter plaatse van de ondersteuning. De som van de absolute waarde van buigende momenten ter plaatse van de steunpunten bleek constant te zijn en alleen afhankelijk van de totale kracht loodrecht op het vlak van de ring. Toen ik dit probleem met Biezeno besprak, was hij uiteraard zeer belangstellend, maar vroeg zich direct af of dit zou gelden voor ieder aantal equidistante ondersteuning. Zodoende kwam ik er niet onderuit om het bewijs te leveren, dat dit het geval was en dat de genoemde momentensom invariant was voor belastingen in het vlak van de ring en voor de wijze waarop de totale kracht over de steunpunten was verdeeld; derhalve ook invariant voor uitwendige buigende

momenten, maar nog belangrijker, ook ongevoelig voor de vervormingen van de steunvlakken, waartussen het meetelement was bevestigd. De som van de momenten kon met rekstrookjes worden gemeten en was een maat van de kracht, zo lang tenminste het verband tussen de vervorming van de ring en de spanning in de uiterste vezel ter plaatse van de ondersteuning lineair was. Het was daarna mogelijk om de optimale maten te berekenen. Naar ik meen heeft Legger later dit probleem nog eens als examenopgave gebruikt.

Dit kritische oog van Biezeno heeft er toe geleid dat de opdrachtgevers snel vertrouwen kregen in de kwaliteit van het werk van het instituut, zodat reeds spoedig de door T.N.O. gewenste situatie werd bereikt dat 50% van de kosten van het instituut door inkomsten uit opdrachten van derden werd gedekt.

Bezien we de huidige situatie in het licht van de door Biezeno gewenste ontwikkeling, dan blijkt de concentratie van de laboratoria te zijn bereikt, evenals de wetenschappelijke samenwerking. Medewerkers van IWECO dragen als buitengewoon lector en hoogleraar en met onderwijsopdrachten bij aan het onderwijs binnen de T.H. Er vindt over en weer gebruik van elkaars apparatuur plaats en ook bestaan wisselende samenwerkingsverbanden tussen de onderzoekers van IWECO en die van verschillende laboratoria van de T.H. Er is ook een stuk mobiliteit gerealiseerd, ondanks het feit dat o.a. door verschillende pensioenregelingen een extra hinderpaal wordt opgeworpen. Binnen de Nijverheidsorganisatie is IWECO thans een van de weinige instituten, waar de door Biezeno steeds bepleite symbiose gestalte heeft gekregen.

Terugkomende op de titel van deze voordracht, de invloed van Biezeno op de ingenieurspraktijk, dringt zich een oude Chinese spreuk op, waarvan de auteur niet volledig vaststaat. De spreuk luidt, dat als je een man een vis geeft, hij voor één dag te eten heeft, maar als je hem leert vissen, hij zijn hele leven te eten heeft. Dit vertalende op de activiteiten van Biezeno zou kunnen worden gezegd, dat als je voor iemand of een bedrijf een probleem oplost, dit bedrijf voor het moment geholpen is, maar als je de ingenieurs en de bedrijven waarin ze werken leert hoe ze hun problemen moeten oplossen, ze blijvend geholpen zijn. Biezeno zag zijn hoofdtaak in het laatste, zonder nochtans het eerste te laten.

Als deze T.H. hem zou willen blijven eren en gedenken kan dit mijns inziens niet beter geschieden dan door het onderwijs, nu en in de toekomst, te toetsen aan zijn criteria.

Knik

door W.T. Koiter

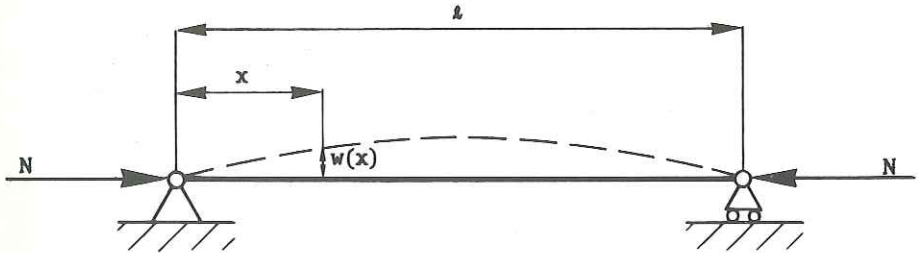
Samenvatting

Al naar gelang het evenwicht in een kritieke toestand van neutraal evenwicht, altijd op de grens van stabiliteit, zelf nog juist stabiel is dan wel reeds instabiel, is het knikverschijnsel goedaardig dan wel kwaadaardig. In het laatste geval kan de constructie al bezwijken bij een fractie van de knikbelasting volgens de klassieke theorie. Met voorbijgaan van de mathematische analyse zullen de verschijnselen aan de hand van een aantal voorbeelden worden toegelicht.

Inleiding

Elke ingenieur is nog wel vertrouwd met de knikformule van Euler voor de op druk belaste, in zijn uiteinden scharnierend ondersteunde staaf (figuur 1)

$$N_1 = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$



Figuur 1. Knikstaaf van Euler

Hierin is E de elasticiteitsmodulus van het materiaal, l de lengte van de staaf en I het traagheidsmoment van de doorsnede ten opzichte van de hoofdas loodrecht op het vlak van kromming. Bij een geleidelijke vergroting van de drukbelasting N op de staaf wordt bij de kritieke belasting (1) voor de eerste maal evenwicht mogelijk in een (infinitesimaal) doorgebogen toestand. Het evenwicht bij de kniklast (1) is neutraal en de bijbehorende doorbuiging wordt beschreven door de knikvorm

$$w(x) = f \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2)$$

met een onbepaalde waarde van de (infinitesimale) amplitude f . De geldigheid van formule (1) is beperkt tot het elastische gebied. Wij zullen nu niet ingaan op de nodige wijziging van de formule bij overschrijding van de evenredigheids grens van het materiaal.

Minder bekend is wellicht het gedrag van de knikstaaf bij eindige waarden van de doorbuiging. De gecompliceerde exacte oplossing van dit probleem, die overigens al aan Euler bekend was, wordt voor niet al te grote doorbuigingen met goede benadering beschreven door de formule

$$f = \pm \frac{2\sqrt{2}}{\pi} l \left[\frac{N}{N_1} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

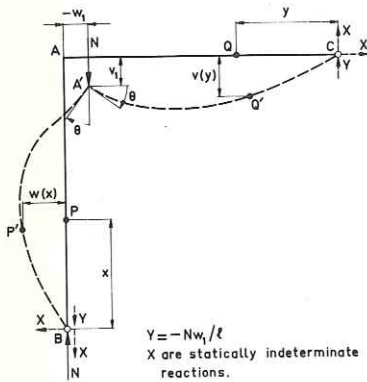
voor de maximale waarde f van de doorbuiging in het midden van de staaf als functie van de drukkracht N . Belangrijk in de uitkomst (3) is allereerst, dat een doorbuiging alleen mogelijk is bij een drukbelasting N groter dan de knikkracht N_1 . Voorts neemt de doorbuiging bij overschrijding van de kniklast N_1 uiterst snel toe. Voor $N = 1.01 N_1$, een overschrijding van de kniklast met slechts 1%, bedraagt de grootste doorbuiging al 9% van de staaf lengte. De hierbij behorende grote buigspanningen in de staaf leiden derhalve al bij zeer geringe overschrijdingen van de kniklast tot het bereiken van de vloeigrens en volledig bezwijken. Onvermijdelijke vormafwijkingen zullen dit bezwijken nog verhaasten. De kniklast van Euler volgens formule (1) is dus zeker in de praktijk een bovengrens van het draagvermogen van de drukstaaf. Bij een redelijk nauwkeurige vervaardiging van de staaf en een zorgvuldige proefneming met een staaf van voldoende grote slankheid wordt de knikkracht van Euler ook goed bevestigd door het experiment. Het is derhalve geen wonder, dat het onderzoek van meer ingewikkelde knikproblemen lange tijd geconcentreerd was op de opsporing van neutrale evenwichtstoestanden. Ook Biezeno heeft zich op dit gebied grote verdiensten verworven, in het bijzonder door zijn tezamen met Hencky opgestelde algemene vergelijkingen voor neutraal evenwicht.

Toch is eveneens al lang bekend, dat het knikgedrag van constructies allerm minst volledig wordt beschreven door de knikbelasting, waarbij het evenwicht voor de eerste maal neutraal wordt. Vlakke platen kunnen bijvoorbeeld tot ver boven de knikgrens worden belast zonder schade te lijden, en de daarbij optredende doorbuigingen blijven klein. Anderzijds wordt de theoretische kniklast van neutraal evenwicht zelfs niet benaderd in sommige dunwandige schaalconstructies. Bezwijken door instabiliteit treedt dan vaak al op bij een fractie van de theoretische kniklast. De verklaring voor dit zo uiteenlopende gedrag is te vinden in de aard van het "neutrale" evenwicht bij de theoretische kniklast. Het is hier van beslissend belang of deze kritieke evenwichtstoestand, op de grens van stabiliteit, zelf nog tot de stabiele evenwichtstoestanden kan worden gerekend, dan wel reeds behoort tot de instabiele evenwichtstoestanden boven de kniklast. In het eerste geval is een overschrijding van de kniklast in een stabiele (uitgeknikte) toestand mogelijk. Dit geval doet zich voor bij in hun vlak belaste platen. In het tweede geval van een instabiele toestand op de grens van stabiliteit veroorzaken onvermijdelijke vormafwijkingen van de constructie of excentriciteiten van de belasting een scherpe daling van de in werkelijkheid bereikbare kniklast. Zulke constructies, bijvoorbeeld op druk belaste dunwandige cilinders, zijn uiterst gevoelig voor kleine vormafwijkingen.

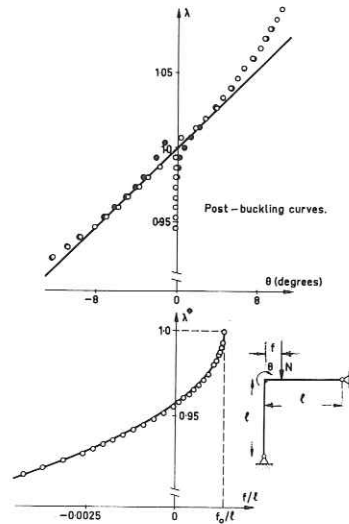
Wij zullen in deze voordracht niet pogen te komen tot een nauwkeurige analyse van het knikprobleem. De beschikbare tijd en uw geduld zouden daarvoor niet voldoende zijn. Wij geven de voorkeur aan enkele toepassingsvoorbeelden, die de verkregen resultaten goed illustreren.

Een eenvoudige raamconstructie

In figuur 2 is geschetst een uit twee gelijke staven bestaand raam, die onderling star zijn verbonden in het hoekpunt A en vast scharnierend zijn ondersteund in de eindpunten B en C. In het hoekpunt A grijpt aan de verticale belasting N . Het raam is ook gestippeld getekend in een geknikte toestand met eindige doorbuiging. Het resultaat van de (in dit geval eenvoudige) berekening voor het gedrag na uitknikken is geschetst in figuur 3, waarin $\lambda = N/N_1$, de verhouding van de drukbelasting N tot de knikkracht N_1 bij neutraal evenwicht, en θ de hoekverdraaiing van knooppunt A in figuur 2 voorstelt.



Figuur 2.



Figuur 3.

Aanleiding tot de berekening was het experimenteel onderzoek door Roorda, waarvan de resultaten als meetpunten eveneens in figuur 3 zijn opgenomen. De overeenstemming is voortreffelijk, indien de waarde $fo/\ell = 0,0015$ wordt geïdentificeerd met de "ideale" constructie zonder excentriciteiten. De noodzaak van een dergelijke aanpassing vloeit voort uit onvermijdelijke onnauwkeurigheden bij de vervaardiging van de proefopstelling. In figuur 3b beschrijft de parabool met top in het punt $\lambda^* = 1$, $fo/\ell = 0,0015$, en met horizontale as, de invloed van negatieve excentriciteiten (ten opzichte van de "nulwaarde" $fo/\ell = 0,0015$) op de werkelijke kniklast. Ook de meetpunten van Roorda zijn in de figuur opgenomen. De overeenstemming tussen berekening en proef is uitzonderlijk fraai.

De op axiale druk belaste dunwandige cilinderschaal

Een dunwandige cilinder die in axiale richting op druk wordt belast en die in zijn uiteinden "behoorlijk" is ondersteund, heeft een knikspanning die wordt gegeven door de eenvoudige formule

$$\sigma_{cr} = \frac{Eh}{cR} \quad (4)$$

Hierin is E de elasticiteitsmodulus, h de schaaldikte, R de straal van de cilinder, en $c = \sqrt{\frac{2}{3}(1-\nu^2)}$ een in de schaaltheorie telkens voorkomend getal, afhankelijk van het getal van Poisson ν . Wij zullen niet precies omschrijven wat een "behoorlijke" ondersteuning van de uiteinden is. Volstaan zij met de opmerking dat een starre inklemming prachtig is voor de geldigheid van (4).

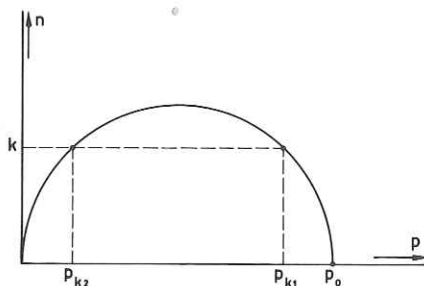
De fraaie formule (4) heeft slechts één bezwaar, namelijk dat de hierdoor voorspelde kritieke spanning in de praktijk nooit wordt bereikt en meestal zelfs niet benaderd. De verklaring is te vinden in de ernstige instabiliteit van het evenwicht bij de kritieke spanning, zo deze ooit zou worden bereikt. Deze instabiliteit wordt veroorzaakt door de niet-lineaire wisselwerking tussen de vele (lineaire onafhankelijke) knikvormen bij dezelfde kritieke spanning (4). De normale verplaatsingscomponente w van de schaalwand in een knikvorm wordt beschreven door

$$w = \frac{\cos(px/R)}{\sin(ny/R)}, \quad (5)$$

waarin x en y Cartesiaanse coördinaten op het schaaloppervlak zijn in axiale richting en omtreksrichting. De golfgetallen p en n zijn verbonden door de betrekking

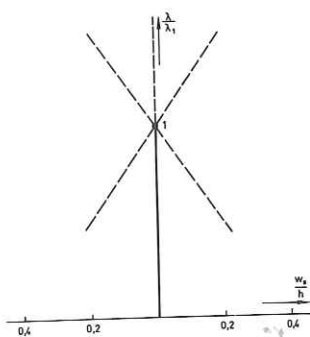
$$p^2 + n^2 = p_0^2 \text{ met } p_0^2 = 2cR/h, \quad (6)$$

afgebeeld in figuur 4. Ook met de beperking dat n een geheel getal moet zijn impliceert de grote straal van de cirkel in figuur 4, dat er een groot aantal gelijktijdig optredende knikvormen is.



Figuur 4.

De belangrijkste niet-lineaire wisselwerking treedt nu altijd op in tripels van knikvormen, bestaande uit het paar behorend bij een zelfde gehele waarde $n = k$, met axiale golfgetallen p_{k1} en p_{k2} , en de axiaalsymmetrische knikvorm met $n = 0$ en $p = p_0$. Het resultaat van de niet-lineaire analyse is, dat de amplitude w_s van de axiaalsymmetrische knikvorm $\cos(px/R)$ of $\sin(px/R)$ een lineaire functie is van de belasting. Dit resultaat is afgebeeld in figuur 5, waarin λ/λ_1 de verhouding is van de drukspanning op de schaal tot de knikspanning (4). Opvallend is in dit resultaat, dat de rechte lijnen in figuur 5 zo steil verlopen. Als zij nog zouden gelden voor een belasting nul, dan zou de bijbehorende amplitude van de axiaalsymmetrische knikvorm nog slechts 40% van de schaaldikte zijn!



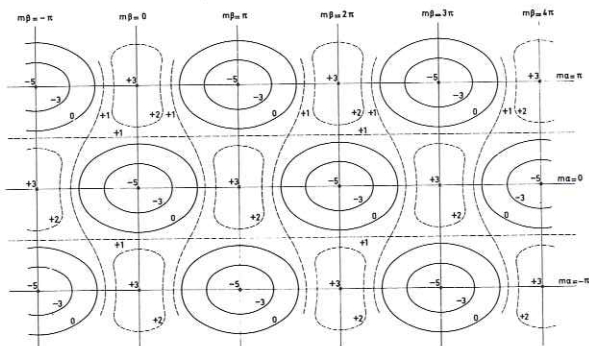
Figuur 5.

De rechte lijnen zijn in figuur 5 gestippeld getekend om aan te geven, dat de bijbehorende evenwichtstoestanden alle instabiel zijn. Hiermede is het explosieve karakter van het knikverschijnsel bij onze cilinderschaal geheel begrijpelijk. In de omgeving van het punt $\lambda/\lambda_1 = 1$ is (onmiddellijk daarboven) geen enkele stabiele evenwichtstoestand te vinden in de omgeving van de ongeknikte toestand. Als ooit een waarde $\lambda/\lambda_1 = 1$ wordt bereikt, dan zal de geringste verstoring een beweging veroorzaken, die door demping na verloop van korte tijd zal uitmonden in een geheel andere evenwichtstoestand, ver verwijderd van de ongeknikte toestand.

Interessant is in het bijzonder de periodieke oplossing van de niet-lineaire vergelijkingen, beschreven door de formule

$$w = -\frac{2}{3c} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_1}\right) h [\cos(p_0 x/R) + 4 \cos(p_0 x/2R) \cos(p_0 y/2R)], \quad (7)$$

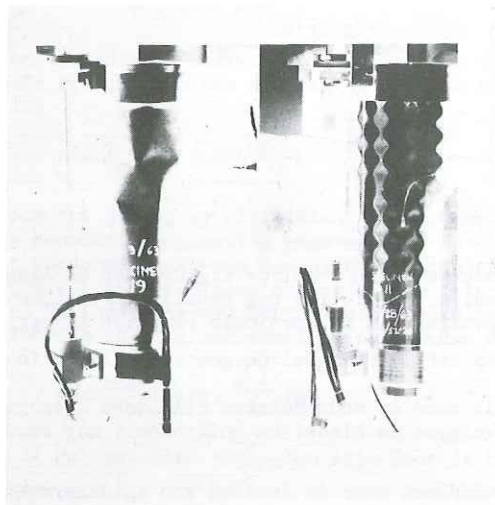
het bijzondere geval dat p_{k1} en p_{k2} in figuur 4 samenvallen voor $k = \frac{1}{2}p_0$. De niveaulijnen van het door de vorm tussen vierkante haken in (7) beschreven golfpatroon zijn afgebeeld in figuur 6. Allereerst valt op, dat de verplaatsingen naar binnen (negatieve waarden) groter zijn dan de verplaatsingen naar buiten.



Figuur 6.

Belangrijker is nog, dat de naar buiten gerichte verplaatsingen optreden over een in langsrichting tamelijk gestrekt, in dwarsrichting echter smal gebied. De verplaatsingen naar buiten vertonen enigszins het beeld van in langsrichting gestrekte, in dwarsrichting sterk gekromde richels.

Een directe experimentele verificatie van dit golfpatroon is uiteraard niet mogelijk door de instabiliteit van het evenwicht. Het toeval komt ons hierbij echter te hulp in de vorm van elders, bij Lockheed Missiles and Space Company, uitgevoerde proeven. Daarbij bestond de behoefte knikproeven te herhalen op een zelfde proefcilinder. Hiervoor is het nodig, ter voorkoming van blijvende vervormingen, de doorbuiging te begrenzen. Daarom werd soms een losse cilindrische binnenkern aangebracht met een speling van ten hoogste enkele malen de wanddikte van de schaal. Deze begrenzing van de doorbuiging stabiliseert echter ook (onbedoeld!) het zonder zulk een begrenzing instabiele golfpatroon. Het resultaat van zulk een proef is afgebeeld in het rechterdeel van figuur 7. De kwalitatieve overeenstemming met de niveaulijnen van figuur 6 is voortreffelijk. Ook de golflengte van het patroon in de foto klopt met de formules (6) en (7).



Figuur 7.

Wij merken nog op, dat in het linkerdeel van figuur 7 het (eind)resultaat is weergegeven van een knikproef op een cilinder zonder losse binnenkern. Het dan optredende golfpatroon heeft duidelijk niets meer te maken met de knikvormen waarmee het knikverschijnsel is ingezet. De enorme discrepantie tussen de na afloop van een knikproef geconstateerde plooi vorm en de voorspelling van de klassieke kniktheorie is lang raadselachtig gebleven, maar wordt door de twee foto's in figuur 7, ook zonder een nadere analyse, volledig opgehelderd.

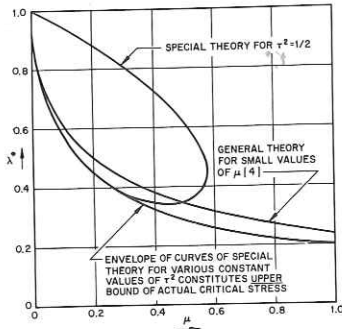
De invloed van kleine vormafwijkingen op de knikspanning van cilinderschalen is vooral voor axiaalsymmetrische vormafwijkingen uitvoerig kwantitatief onderzocht. Wij vermelden in het bijzonder enkele resultaten voor afwijkingen in de vorm van de axiaalsymmetrische knikvorm

$$w_0 = \mu h \cos(p_0 x/R). \quad (8)$$

Hierin is μ de amplitude van de vormafwijking als fractie van de schaaldikte. De algemene stabiliteitstheorie geeft nu een eenvoudige formule voor λ^*/λ_1 , de verhouding van de knikspanning voor de schaal met vormafwijkingen tot de knikspanning (4) voor de volmaakte schaal

$$\left(1 - \frac{\lambda^*}{\lambda_1}\right)^2 = \frac{3}{2} c\mu \frac{\lambda^*}{\lambda_1} \quad (9)$$

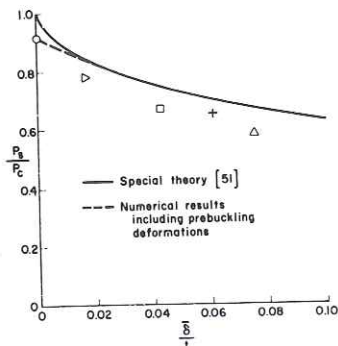
Deze formule geldt voor kleine waarden van μ , en zij is afgebeeld in figuur 8 in de kromme gemerkt "general theory".



Figuur 8.

Een nauwkeuriger oplossing is ook afgebeeld in dezelfde figuur door de laagste kromme. Blijkbaar is hier de eenvoudige formule (9) nog redelijk bruikbaar voor waarden van μ tot circa 0,4-0,6. Opvallend is de verticale raaklijn in het punt $\mu = 0$, $\frac{\lambda^*}{\lambda_1} = 1$, en dit steile verloop verklaart zowel de grote spreiding in proefresultaten als het bekende feit, dat voor op druk belaste cilinders slechts op een fractie van het draagvermogen volgens de klassieke kniktheorie mag worden gerekend.

Een minutieus experimenteel onderzoek naar de invloed van axiaalsymmetrische vormafwijkingen is in 1969 gepubliceerd door Tennyson en Muggeridge. Hun resultaten zijn afgebeeld door de meetpunten in figuur 9, waarin δ/t overeenkomt met μ in (8) en $P_s/P_c = \lambda^*/\lambda_1$. De getrokken lijn is weer de laagste kromme van figuur 8.



Figuur 9.

De gestippelde lijn geeft weer de invloed van de inklemming van de cilindereinden, bepaald met een daarop afgestemde numerieke berekening. Deze invloed is blijkbaar verwaarloosbaar zodra de vormafwijkingen groter zijn dan 1% van de schaaldikte. De overeenkomst tussen theorie en experiment is blijkens figuur 9 uitstekend, zij het niet geheel volmaakt. De verklaring voor de nog aanwezige kleine verschillen is wellicht te vinden in de aanwezigheid van niet geheel te vermijden niet-symmetrische vormafwijkingen.

De op uitwendige overdruk belaste dunwandige bolschaal

Reeds in 1915 heeft Zoelly het knikprobleem behandeld voor de dunwandige bolschaal, echter met een beperking tot uitsluitend axiaalsymmetrische vervormingen. De algemene oplossing is te danken aan Van der Neut met het verrassende resultaat, dat de knikspanning in de schaal weer wordt gegeven door (4), met de bijbehorende kritieke waarde van de overdruk

$$P_{cr} = \frac{2}{c} \frac{Eh^2}{R^2} \quad (10)$$

Ook hier treden vele knikvormen gelijktijdig op, te weten alle bolfuncties van de gehele graad n die het dichtst is gelegen bij de positieve wortel van de vergelijking

$$n(n+1) = 2cR/h \quad (11)$$

Voor het gedrag na uitknikken is een jaar of tien geleden een uiterst eenvoudige benaderingsoplossing gegeven door Hutchinson. Wegens de kleine golfenlengte van het vervormingspatroon kon zijn beschouwing beperkt blijven tot een klein gebied, zowel in meridiaanrichting als in omtreksrichting, in de omgeving van de equator. Na invoering van Cartesiaanse coördinaten in het raakvlak, x in meridiaanrichting en y in omtreksrichting, worden de knikvormen goed beschreven door

$$w = \frac{\cos}{\sin} (px/R) \frac{\cos}{\sin} (my/R), \quad (12)$$

waarin de golfgetallen verbonden zijn door de betrekking

$$p^2 + m^2 = n^2 \approx 2cR/h \quad (13)$$

Een belangrijke niet-lineaire interactie van de knikvormen (12) treedt nu weer op voor elk tripel met golfgetallen p_i, m_i ($i = 1, 2, 3$) dat voldoet aan (13) en tevens aan de betrekkingen

$$p_1 \pm p_2 \pm p_3 = 0, \quad m_1 \pm m_2 \pm m_3 = 0. \quad (14)$$

Het meest kritieke geval doet zich voor bij de samenvallende waarden $p_2 = p_3 = \frac{1}{2}n$, $m_2 = m_3 = \frac{1}{2}n\sqrt{3}$ met $p_1 = n$, $m_1 = 0$. De bijbehorende oplossing van de niet-lineaire evenwichtsvergelijkingen is bij benadering

$$w = -\frac{8}{9c} \left(1 - \frac{P}{P_{cr}}\right) h [\cos(nx/R) + 2 \cos(nx/2R) \cos(n\sqrt{3}y/2R)]. \quad (15)$$

De Bijbehorende evenwichtstoestand is weer in hoge mate instabiel. De kunstgreep van een losse bolvormige binnenkern met een kleine speling maakt het echter weer

mogelijk de doorbuigingsvorm (15) te stabiliseren. Een resultaat van zulk een door Carlson, Sendelbeck en Hoff uitgevoerde proef is weergegeven in figuur 10.



Figuur 10.

Het in deze figuur duidelijk herkenbare zeshoekige patroon van de vervorming is volledig in overeenstemming met (15), met inbegrip van de afmetingen van het patroon.

Slotopmerking

De in het voorgaande kort besproken voorbeelden van niet-lineaire knikproblemen illustreren de mogelijkheden van de eenvoudigste niet-lineaire benadering, waarbij alleen de dominante termen in de berekening worden betrokken. Helaas kan niet altijd met deze eenvoudigste aanpak worden volstaan. Soms is het nodig dieper te duiken, omdat het geldigheidsgebied van de eerste benadering in de omgeving van de klassieke kniklast maar klein is. Een voorbeeld van de noodzaak tot zulk een dieper gaande analyse is het probleem van de wisselwerking tussen Euler-knik en lokale knik van verstijfde plaatpanelen. Hierop kan nu niet nader worden ingegaan. Volstaan worde met de waarschuwing, dat in elk concreet probleem afzonderlijk zorgvuldig moet worden nagegaan welke mate van benadering nog toelaatbaar is voor een betrouwbare analyse.

Akoestische trillingen van gassen in de industriële praktijk

door J.P. den Hartog

Bijna een eeuw geleden demonstreerde de grote Engelse fysicus Tyndall de "zingende vlam" bij een van de wekelijkse openbare voordrachten aan de "Royal Institution" in Londen. Het apparaat bestond uit een verticale glazen buis, ongeveer een meter hoog, 8 cm in doorsnee, met in zijn midden ongeveer 20 cm van het ondereind een open gasvlam. Voor de voordracht speelde Tyndall met dit apparaat en volgens de beroemde Angelsaksische methode van "trial & error" kreeg hij die orgelpijp aan het zingen met een toon overeenkomend met de buislengte als halve golf lengte. Tijdens de voordracht zelf zong de orgelpijp natuurlijk spontaan zodra de vlam werd aangestoken.

Tyndall zelf, en later lord Rayleigh gaven als verklaring van dit verschijnsel dat de akoestische luchttrilling zichzelf exciteert met de warmte van de gasvlam als energiebron. Veronderstel dat de trilling plaats heeft bij de eigen frequentie van de orgelpijp. Dan is er periodieke snelheidsverandering ter plaatse van de vlam en dientengevolge periodieke verandering in de warmteproductie van de vlam, natuurlijk met precies dezelfde frequentie. Als de fase tussen die twee zodanig is, dat de warmteproductie maximaal is op het ogenblik van de hoogste snelheid, wordt energie toegevoerd aan de trilling en de orgelpijp zingt. Als de fase andersom is wordt energie aan de trilling onttrokken en is voortdurend zingen niet mogelijk. Dit proces is analoog aan dat van de "trilling" van de zuiger in de cilinder van de verbrandingsmotor; warmte wordt toegevoerd door verbranding op het ogenblik van de maximale compressie en afgevoerd bij minimale compressie, waardoor de zuigerbeweging instabiel wordt.

Het is interessant hier twee zinnen aan te halen uit het beroemde boek van lord Rayleigh, "The Theory of Sound" (de "bijbel" van alle trillingsingenieurs), en ik merk daarbij op dat die zinnen gedrukt werden vóór de uitvinding van de dieselmotor:

- a) Th. of S. 2nd Ed. 1896, Vol. II, Section 322 g: "If heat be given to the air at the moment of greatest condensation, or taken from it at the moment of greatest rarefaction, the vibration is encouraged" en
- b) Section 322 h: "Partly in consequence of the peculiar and ill understood behaviour of flames, the thorough explanation of the phenomena now under consideration is a matter of some difficulty".

In deze voordracht zal ik zes gevallen van gevaarlijke trillingen behandelen, die zich voorgedaan hebben in de laatste 20 jaar en die nauw verwant zijn met het verschijnsel van de "zingende vlam", te weten:

1. Trilling van een schoorsteen van een elektrische centrale in Winslow, Arizona, U.S.A.;
2. Instabiele verbranding in een raketmotor;
3. Fluctuaties van de stoomproductie in een nucleaire reactor met kokend water (B.W.R., boiling water reactor);
4. Hetzelfde verschijnsel in gewone (niet-nucleaire) stoomketels;
5. Luid gillende toon in een warmtewisselaar (voor verwarming van de cabine-lucht in de grootste verkeersvliegtuigen (Jumbo));
6. Trillingen in het luchtaanvoerkanaal naar de verbrandingsruimte in de ketel van een grote elektrische centrale (1000 MW).

1a. In 1974 werd een 300 MW steenkool stokende elektrische centrale, gelegen in de woestijn te Winslow, Arizona, gemoderniseerd door de toevoeging van een apparaat voor reiniging van de rookgassen. Vóór deze verbouwing werd de rook direct in de schoorsteen geleid. In de nieuwe constructie werden ver-

ticale torens toegevoegd, elk van min of meer dezelfde doorsnede als de schoorsteen en de halve lengte. Het verbrandingsgas werd vanuit de ketel eerst door die torens geleid, in serie, tweemaal naar boven en tweemaal naar beneden stromend voor het de schoorsteen inging, waarbij het met enige chemicaliën werd behandeld. De 4 torens waren zeer dicht bij elkaar gegroepeerd en onderling verbonden, onder en boven, door 180° bochten met bijzonder sterke kromming zonder leidschoepen, zodat de stroming zéér turbulent was. Dicht bij het boven einde van de vierde en laatste toren, waar het gas naar beneden stroomde, ging de doorsnede van een cirkel over in een vierkant (3×3 m). Dit vierkant was ook 3 m hoog, dus kubusvormig. De wanden bestonden uit dunne roestvrij stalen platen. In die ruimte was een pakket van 5 cm $\emptyset$ stoompijpen aangebracht met het doel om het naar beneden stromende gas te drogen door verwarming.

Toen deze installatie voor het eerst in bedrijf werd gesteld, ontstond er een heftige trilling van de vierkante wandplaten bij ongeveer 60% van de volle bedrijfsbelasting. Na enige minuten stopte men en belde het ingenieursbureau op, 3600 km verder bij New York. De volgende dag zaten wij daar met 17 man om de tafel met alle tekeningen en werd mij gevraagd wat er te doen stond. De enige waarneming was dat de trilling met zeer grote amplitude een frequentie had van ongeveer 50 Hz.

Ik gaf als mogelijke verklaring, dat die 50 Hz de eigen frequentie van de grote vierkante wandplaten zou kunnen zijn, aangedreven door de hevige turbulentie van de gasstroom. Zulke turbulentie heeft een continu spectrum van alle mogelijke frequenties ("white noise") en een vibrator met een zekere eigenfrequentie zuigt uit dat spectrum de energie behorend bij die bepaalde frequentie op: een verschijnsel dat tamelijk dikwijls is voorgekomen. Als dat zo zou zijn, bestaat de remedie uit verstijving van de wanden, dan wel het aanbrengen van leidschoepen in de 180° bochten; beide vrij kostbare maatregelen.

Aangezien deze verklaring uit de lucht was gegrepen en wij eigenlijk niets wisten, werd er besloten metingen te doen met een 12-kanaals oscillograaf, waarvan zes kanalen, bediend door versnellingsmeters, op verschillende plaatsen van de wanden, en de andere 6 door microfoons of drukmeters in de gasstroom. De instrumentatie zou geleverd en bediend worden door de TNO van de lokale Universiteit van Arizona, maar wegens een misverstand was er meer één microfoon en één versnellingsmeter aangebracht, gelukkig met "tape recording".

Het resultaat van de meting was verrassend. De drukvariatie was vrijwel sinusoidaal, haar frequentie was 52 Hz en haar amplitude bedroeg 0,014 atmosfeer ofwel 160 decibel. De hogere frequenties van de turbulentie waren vrijwel niet waarneembaar, omdat die waarschijnlijk 40 tot 60 decibel minder sterk waren: 1% of 1% van de sterkte van de 52 Hz variatie. Een heel ruw experiment door (zonder gasstroom) met de vuist op het midden van de wand te slaan en de daardoor opgewekte uitdempende trilling waar te nemen met een stroboscoop toonde dat de eigen frequentie van de wandplaat veel lager lag: ongeveer 12 Hz. Daardoor bleef de 52 Hz-trilling een mysterie.

Een kleine berekening op de achterkant van een envelop leerde dat de golflengte van een 52 Hz akoestische luchttrilling ongeveer 6 m of tweemaal de onderlinge afstand van de wandplaten is. Dus een voorlopige, maar aannemelijke interpretatie van die ene waarneming was, dat er een staande akoestische trilling in die ruimte was met één halve golflengte, zodat in het midden de (horizontale) beweging maximaal en de drukvariatie nul was en bij de wanden de drukvariatie maximaal (0,014 atm.) en de horizontale beweging nul was. De wandplaten geraakten daardoor in een gedwongen trilling met de akoestische frequentie. Toen wij zover waren, herinnerde ik mij de ervaringen met de raketmotoren, en wij zullen nu ons verhaal onderbreken en over de raket spreken.

2. Een raketmotor is een paraboloidvormige doos van onder open, waarin van boven vloeibare zuurstof en petroleum met elkaar gemengd worden en samen verbranden; de verbrandingsgassen worden onder uitgestoten. De gemiddelde tijdsduur van dit verbrandings- en voortstuwingsproces voor de grote motoren is één of $1\frac{1}{2}$ minuut; dan is de totale voorraad petroleum en O_2 verbrand. Voor dat een nieuw motormodel met een raket naar boven gaat, wordt het eerst beproefd op een beproevingsbank in de woestijn, daarbij voorzien van zeer uitgebreide instrumentatie.

Vanaf het begin van deze techniek in de jaren 40 en 50 zijn er instabiele akoestische trillingen in de verbrandingskamer voorgekomen, dikwijls van grote intensiteit zodat de hele motor in gruwzels vloog in de eerste seconden na het begin van de instabiliteit. De vele druk-, snelheids- en temperatuurmetingen allemaal op één "tape" verzameld toonden het optreden van een trilling aan met logaritmische aangroeiing van amplitude in een seconde of nog kortere tijd, tot de explosie.

Er was blijkbaar een verschijnsel verwant aan de "zingende vlam" en de honderden doctoren in de fysica en technische wetenschappen probeerden het te berekenen, maar kwamen tot Rayleigh's conclusie b), hiervoor aangehaald. Blijkbaar geldt die conclusie evenzeer in 1976 als in 1896. De theorie laat nog op zich wachten. Wij hebben zelfs nog geen goede "modelregel", dat wil zeggen als een zekere motor goed en stabiel is en wij een nieuwe construeren die 20% groter is in alle details, kan niet voorspeld worden of de grotere motor stabiel of instabiel is. Dit is de "state of the art" in 1976, en dit is niet zo verwonderlijk als wij bedenken dat er tot 17 onafhankelijke fysische veranderlijken in het spel zijn.

Maar, de mens is naar de maan gevlogen met zulke motoren, hoewel de manier waarop dit bereikt is niet bepaald glorieus of heroïsch is. Als een instabiliteit zich voordeed op de beproevingsbank kon men uit de vele metingen precies zien hoe de geometrie van de trilling was. Bij de wanden van de motor was de (normale) snelheid natuurlijk nul en ergens anders was de trillingssnelheid maximaal; gewoonlijk in een richting min of meer loodrecht op de longitudinale gasstrooming. Als men nu een dun schotje ("baffle") aanbracht op die plaats werd die trilling verhinderd zonder de gasstrooming te hinderen. Een tweede motor van dezelfde constructie met die schotjes werd dan geprobeerd en die was soms ook weer instabiel, maar op een andere manier. Na een aantal pogingen en een aantal schotjes ("baffles") werd dan een stabiele configuratie gevonden en zo zijn wij naar de maan gevlogen.

Nu komen wij terug op ons verhaal over de schoorsteen in Arizona.

1b. De combinatie van onze interpretatie van de enkele drukmeting in de vierkante ruimte en de techniek van het met-schotjes-naar-de-maan-vliegen leidde tot een voorstel om het Arizona-probleem op dezelfde manier op te lossen. Er werd met twee triplex of multiplex schotten een kruis gemaakt, passend in de vierkante ruimte. De houten schotten waren verticaal geplaatst, evenwijdig aan de gasstroom, maar loodrecht op de veronderstelde orgelpijptrillingsrichting in het midden van de ruimte. Dit werd geïnstalleerd met volledig succes, en daarna vervangen door een permanent kruis van roestvrij staal.

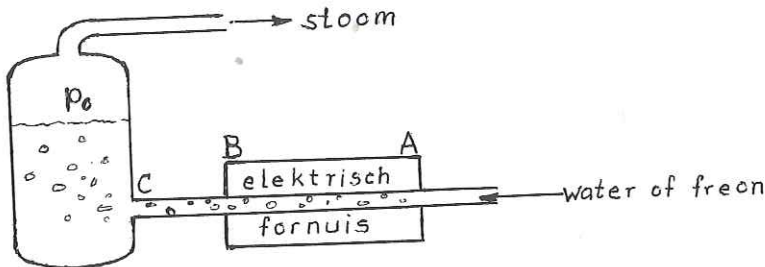
Na zo'n praktische en effectieve remedie is geen commercieel mens meer geïnteresseerd in verder speurwerk, maar als ingenieurs zijn wij vrij om te speculeren. In dit geval was er geen vlam of verbranding, maar in plaats daarvan was er een gas verzadigd met waterdamp. Kleine drukfluctuaties veroorzaken veranderingen in temperatuur, met verdamping en condensatie bij grote latente warmte. Aangezien het gas van boven naar beneden doorstroomt en dus steeds ververst wordt, is er een energiebron aanwezig die de akoestische trilling in stand kan houden.

3. In een heet water reactor "B.W.R." (boiling water reactor) wordt water longitudinaal langs staafvormige verticale met splijtstof gevulde elementen gepompt en door de kernsplijtingsreactie verdampt het tot stoom dat of direct, of via een warmtewisselaar naar de turbines gevoerd wordt. Het water heeft 2 functies, niet alleen is het de grondstof voor de stoomvorming, maar het functioneert als "moderator" voor de kernreactie. Zonder water is de splijtstof niet kritisch, met water wel.

Veronderstel nu dat toevallig de warmteproductie van de splijtstof tijdelijk groter is dan normaal. Het gevolg is méér dan normale stoomvorming. Waar stoom is, is geen water aanwezig, dus geen "moderator". Dan gaat de nucleaire vlam uit, de stoombel gaat naar boven en kouder water komt op van beneden, dat het nucleaire vuur (als het ware) weer aansteekt. Dit proces is niet stabiel en in sommige van de vroege installaties (1950-1955) was de fluctuatie (ongeveer eens per seconde) zo sterk dat de grootste stoomvorming per tijdseenheid 100 keer zo groot was als de kleinste (een halve periode later),

De precieze theoretische verklaring van dit verschijnsel lijdt aan hetzelfde gebrek als die van Rayleigh: voorspelling door berekening is nog niet mogelijk gebleken. Empirisch heeft men gevonden dat voor hoge stoomdruk (temperatuur) en lage stoomvorming per tijdseenheid dit proces over het algemeen stabiel is. De "state of the art" is, dat er wat betreft elektrische centrales, waar met tamelijk hoge druk gewerkt wordt, geen probleem is. Daarentegen voor scheepsinstallaties met over het algemeen lagere drukken en temperaturen is het nog steeds een probleem dat niet door berekening kan worden opgelost. Elke installatie moet eerst beproefd en eventueel gewijzigd worden voordat de constructie acceptabel is.

4. Speurwerk over het vorige stabiliteitsprobleem heeft in de laatste jaren geleid tot de erkenning dat het niet tot de kernreactie beperkt is: een soortgelijke instabiliteit kan ook optreden bij een gewone (niet-nucleaire) stoomketel.



In een laboratoriumexperiment met "freon", in plaats van water, en met een elektrisch verwarmingselement is dezelfde instabiliteit gevonden met een grote periodieke variatie in de stoomdruk p_0 en in de stoomproductie per tijdseenheid. De periode van die "trilling" bleek gelijk te zijn aan tweemaal de tijdsduur voor de stroming van het water (of freon) van A naar B.

De verklaring is min of meer dezelfde als in de voorgaande gevallen. Als de stoomvorming in de pijp AB momentaan groter dan normaal is, bevindt zich meer stoom tegen de buiswand dan normaal en dientengevolge is de weerstand voor de warmtestroom door de wand groter, dus de warmtetoevoer in AB kleiner tot de verwekte stoom naar B en C is afgevoerd en weer door nieuw water is vervangen.

5. In november 1975 hield ik deze voordracht in Los Angeles, California, voor de ingenieurs van Airesearch (Garrett Corporation), een belangrijke firma die specialiseert in apparaten voor de vliegtuigindustrie, onder andere warmtewisselaars, waarin de hete uitlaatgassen van een straalmotor de verse buitenlucht verwarmen van -40°C op 8000 m hoogte tot cabine temperatuur, voor de grootste verkeersvliegtuigen. De voordracht viel in vruchtbare aarde, want twee jaar tevoren hadden zij een uitvoerig ontwikkelingsprogramma uitgevoerd met betrekking tot dit apparaat. Het gilde ("screeched") met een frequentie van 2000 Hz en een geluidsintensiteit groter dan die van de motoren zelf. Zonder het verband met de zingende vlam te zien had men het probleem praktisch en empirisch opgelost, alweer door middel van schotjes ("baffles"). De halve golf-lengte voor 2000 Hz is ongeveer 8 cm en dat was min of meer de afmeting van de luchtkanalen loodrecht op de stromingsrichting. Door een middenschot is de doortocht op 4 cm gebracht en de akoestische frequentie op 4000 Hz , waarbij de toestand stabiel bleek te zijn en geen moeilijkheden meer optraden.

Dit geval is niet precies hetzelfde als dat van de zingende vlam, maar wij hebben twee gasstromen met 500°C onderling temperatuurverschil. De warmte-overdracht van het ene gas naar het andere is een functie van de druk, zodat hier weer alle essentiële elementen voor een gesloten kringloop ("closed loop") voorhanden zijn.

6. Het laatste en meest recente voorbeeld van deze groep verschijnselen deed zich voor in 1975 in een grote (1000 MW) steenkool stokende elektrische centrale in de staat Louisiana, U.S.A. De enorme hoeveelheid lucht voor de verbranding wordt van buiten aangezogen door 2 grote ($5\text{ m } \varnothing$, 15000 pk) parallel geschakelde centrifugale ventilatoren en wordt afgevoerd bij een overdruk van ongeveer 30 cm waterkolom door een lange leiding (van $4 \times 4\text{ m}$ doorsnede) naar de verbrandingsruimte van de (enige) stoomketel. De ventilatoren worden nog steeds gebouwd volgens een zeer primitief ontwerp met vaste schoepen en een vast toerental. De bladinstelling van de ventilator is ontworpen voor de volle luchtstroom en daarbij functioneert de machine tamelijk goed. Maar bij half vermogen (dus halve luchtaanvoer) is de invalshoek helemaal verkeerd, en het verschijnsel van "pompen" (van "surge" in het Engels, "pompage" in het Frans) doet zich voor met het gevolg dat de stalen wanden van het luchtkanaal in hevige trilling geraten. In dit speciale geval was dat zó erg, dat men er metingen over verrichtte, wat bijna nooit gebeurt.

Het resultaat van die metingen was weer verrassend. A priori zou men verwachten een soort "wit spectrum" te zien in de luchtdrukfluctuatie en ook in de beweging van de wanden, met misschien als speciale frequenties de blad-frequentie van de ventilator of de eigen frequentie van de wanden. Niets van die aard was in de metingen te zien, maar in plaats daarvan vonden wij de halve golflengte akoestische frequenties (30 en 45 Hz) behorend bij de verschillende afmetingen van het luchtkanaal, weer in de richting loodrecht op de stromingsrichting, en van grote intensiteit: $p_0 + p_1 \sin \omega t$, waarin p_0 de gemiddelde overdruk van de ventilator (20 of 30 cm water) is en p_1 van dezelfde orde van grootte is als p_0 . Dus wéér een manifestatie van akoestische instabiliteit zoals in de vorige gevallen van deze voordracht.

De energiebron voor deze trilling is moeilijker te vinden: er is geen verbranding, geen waterverzadigd gas, geen belangrijk temperatuurverschil. Niettemin bestond de instabiliteit zonder enige twijfel. Een mogelijke verklaring is dat het "witte" turbulentie spectrum de nodige energie levert.

Voor de praktische oplossing van dit geval zou men weer schotjes of wel leidschoepen in de stromingsrichting in het middenvlak van de kanalen kunnen proberen. Omdat dat zeer duur zou zijn en aangezien de wandtrilling niet des-

tructief en alléén maar hinderlijk en lawaaierig was, is er tot nu toe niets aan gedaan, behalve een modus operandi, waarbij bedrijf met half of nog kleiner vermogen vermeden wordt door bij die vermogens één van de twee ventilatoren buiten bedrijf te stellen en de andere met groot vermogen te laten werken.

Samenvatting

Wij hebben zes trillingsgevallen, die zich bij verschillende industrieën voordeden, besproken, en die min of meer verwant zijn aan het verschijnsel van Tyndall's "zingende vlam", nu bijna een eeuw oud. In dit klassieke geval is de trilling akoestisch, met verbrandingswarmte als energiebron. In sommige van onze zes gevallen is de trilling niet akoestisch; in sommige is verbrandingswarmte niet de energiebron. Voor alle zes gevallen bestaat een min of meer aannemelijke fysische verklaring, maar een goede mathematische theorie is er nog niet. De ingenieurs geven aan de meeste gevallen met empirische middelen een oplossing, niet zeer elegant, maar toch effectief.

De invloed van de computer

door J.F. Besseling

1. Inleiding

De mechanica is een wetenschap en vindt zijn doel in zichzelf. De technische mechanica is een instrument en moet in het gebruik aan zijn doel beantwoorden.

De ingenieur hanteert de technische mechanica om verwachting en werkelijkheid ten aanzien van beweging en vervorming bij constructies en machines met elkaar te doen overeenstemmen. Als wetenschap is de mechanica zover ontwikkeld, dat er geen tegenstelling meer is tussen theorie en praktijk. Een beheerst en juist gebruik van de technische mechanica als instrument van de ingenieur kan echter pas worden bereikt na diepgaande studie en veel praktische oefening.

Onder invloed van de computer heeft zich in de technische mechanica een verschuiving voorgedaan van het continuümmodel naar het eindige-elementenmodel, van de bijzondere functies naar de getallenverzamelingen. De quantitatieve analyse van het gedrag van gecompliceerde, uit vele onderdelen samengestelde constructies is mogelijk geworden, zowel voor lineaire, omkeerbare, als voor niet-lineaire, onomkeerbare verschijnselen.

Een bezinning op de didactiek en methodiek in de technische mechanica en op de rol van de berekening bij het ontwerpproces is noodzakelijk geworden. Met voorbeelden zal de op de computer gerichte formulering van het mechanica-vraagstuk worden toegelicht en voor een aantal technische problemen zal het gebruik van de computer met verkregen resultaten worden geïllustreerd.

2. De centrale plaats van het beginsel van virtuele arbeid

Bij de opbouw van de theorie voor de beweging en vervorming van vaste lichamen wordt er onderscheid gemaakt tussen de kinematica en de statica van het vraagstuk. Wordt het beginsel van virtuele arbeid aan de theorie ten grondslag gelegd, dan komt de dualiteit van beide onderwerpen duidelijk naar voren.

De wiskundige beschrijving van de beweging met de tijd als parameter, de kinematica, is het minst abstracte onderdeel van de mechanica. Het bepalen van de mogelijke geometrie en bewegingen van constructies en machines is ook het begin van het mechanisch ontwerp.

Hierbij gaat eerst de aandacht uit naar die bewegingen, die schijnbaar moeiteloos kunnen worden veroorzaakt. Het zijn de bewegingen zonder vervorming: de rollende knikker, de draaiende as, de toppende kraan. Evenwicht, gekarakteriseerd als de afwezigheid van versnellingen ten opzichte van een traagheidssysteem, is slechts mogelijk als er voor geen enkele beweging zonder vervorming van constructie of machine van buitenaf mechanische energie zal worden toegevoerd. Hierbij moet worden bedacht, dat de vraag naar evenwicht of geen evenwicht slechts gesteld kan worden bij een constructie of machine in een bepaalde geometrische toestand onder invloed van in die geometrie gedefinieerde uitwendige krachten.

Daar de momentane toevoer van mechanische energie is gedefinieerd als het door alle uitwendige krachten bij een bepaalde snelheidsverdeling geleverde arbeidsvermogen, gaat het bij het onderzoek naar evenwicht of geen evenwicht in de eerste plaats om de bepaling van alle snelheidsverdelingen, waarbij geen vervorming optreedt.

Voor één punt, dat per definitie niet kan vervormen, zijn de mogelijke snelheden in de ruimte bepaald door drie snelheidscomponenten. Deze drie graden van vrijheid worden met twee vermeerderd, wanneer we een tweede punt stijf met het eerste verbinden. De $2 \times 3 = 6$ snelheidscomponenten van de punten afzonderlijk moeten met één worden verminderd voor de definitie van de lineair onafhankelijke snelheden, waarbij de afstand van de twee punten onveranderlijk is. Zo moeten voor drie stijf met elkaar verbonden, niet op één lijn liggende punten, de $3 \times 3 = 9$ snelheidscomponenten van de punten afzonderlijk worden verminderd met drie, wanneer we de lineair onafhankelijke snelheden zonder vervorming willen definiëren. Immers een onveranderlijke lengte van de zijden van de door de drie punten gevormde driehoek leidt tot drie lineaire betrekkingen tussen de snelheidscomponenten van de afzonderlijke punten. Maar $9 - 3 = 6$ geschikt gekozen snelheidscomponenten definiëren dan alle bewegingen zonder vervorming van stijf met elkaar verbonden punten, want toevoeging van een vierde punt aan een stelsel van drie punten geeft naast drie nieuwe snelheidscomponenten ook drie betrekkingen, die de onveranderlijke afstand van het punt tot de drie basispunten tot uitdrukking brengen.

In de thans gangbare wiskundige taal kunnen we stellen, dat de bewegingen zonder vervorming van een verzameling materiële punten in de metrische ruimte een zes-dimensionale lineaire deelruimte vormen van de oneindig-dimensionale vectorruimte, die wordt gevormd door de snelheden van alle punten van de beschouwde verzameling. In de mechanica koppelen we de lineaire vectorruimte van snelheden met de vectorruimte van krachten. Het dan gedefinieerde scalaire produkt van een vector uit de krachtenruimte en een vector uit de snelheidsruimte is het bij deze snelheden door de krachten geleverde arbeidsvermogen.

Het beginsel van virtuele arbeid stelt nu als noodzakelijk en voldoende voor evenwicht, dat voor elke deelverzameling van materiële punten van een lichaam het scalaire produkt van een gegeven vector in de voor die verzameling gedefinieerde krachtenruimte, en elke vector uit de deelruimte van snelheden zonder vervorming, gelijk is aan nul. Beide vectoren heten dan orthogonaal. Volgens het beginsel van virtuele arbeid zijn derhalve alle toestanden van mechanisch evenwicht voor een verzameling materiële punten in de ruimte bepaald door de deelruimte van krachten, die orthogonaal is met de zes-dimensionale deelruimte van snelheden zonder vervorming. Voor de uitbreiding naar de dynamica, d.w.z. naar toestanden van niet-evenwicht, heeft d'Alembert reeds de weg gewezen door de toevoeging van de negatieve fluxie van de impuls aan de krachtenruimte. Dit zijn de zogenaamde traagheidskrachten.

Beschouwen we over het oppervlak verdeelde contactkrachten naast over het volume verdeelde krachten, zoals de zwaartekracht en de traagheidskrachten, dan zijn de krachten van de eerste soort bij een infinitesimaal element een orde groter dan de volumekrachten. De krachtwerking op het materiaal binnen een infinitesimaal viervlak wordt dan beschreven in een $4 \times 3 = 12$ -dimensionale krachtenruimte. Echter op grond van het beginsel van virtuele arbeid zal slechts aan de bewegingsvergelijkingen zijn voldaan voor die krachtvectoren, die orthogonaal zijn met de zes-dimensionale deelruimte van snelheden zonder vervorming. De plaatselijke mechanische belasting van het materiaal wordt derhalve bepaald door een $12 - 6 = 6$ -dimensionale ruimte van krachten per oppervlakte-eenheid, die als spanningen worden aangeduid. De met deze spanningsruimte gekoppelde deelruimte van snelheden is de zes-dimensionale ruimte van vervormingssnelheden voor het viervlak, die het complement is van de deelruimte van snelheden zonder vervorming.

We kunnen nu het beginsel van virtuele arbeid ook zó formuleren, dat op elk moment het scalaire produkt van een vector uit de krachtenruimte en een willekeurige vector uit de snelheidsruimte gelijk moet zijn aan het scalaire produkt van een vector uit de spanningsruimte en een vector van vervormingssnelheden. Dit scalaire produkt duiden we aan als de virtuele vormveranderingsarbeid per tijdseenheid.

Praktisch zullen we de krachten, die op een constructie of machineonderdeel werken, moeten benaderen met een eindige verzameling getallen in een n -dimensionale krachtenruimte. In evenwichtstoestanden kunnen we dan spreken van $n-6$ belastingsgevallen, die worden beschreven in de $n-6$ -dimensionale deelruimte van krachten, die orthogonaal is met de zes-dimensionale deelruimte van snelheden zonder vervorming van de n -dimensionale snelheidsruimte, waarmee de krachtenruimte is gekoppeld.

Voor lichamen, die als onvervormbaar mogen worden beschouwd, is de gehele snelheidsruimte slechts zes-dimensionaal. De door het beginsel van virtuele arbeid geëiste orthogonaliteit van snelheidsruimte en de met de traagheidskrachten aangevulde krachtenruimte is dan voldoende om op "exacte" wijze de "theoretische mechanica" op te bouwen.

Naast dit eenvoudigste model van de fysische werkelijkheid kennen we het model, dat het vervormbare lichaam beschouwt als de verzameling van materiële punten in de metrische ruimte; het continuüm. Het beginsel van virtuele arbeid levert hiervoor als bewegingsvergelijkingen drie partiële differentiaalvergelijkingen voor de zes spanningscomponenten en de drie versnellingscomponenten. Zoals uit het verschil in vervormingsgedrag tussen een gaslichaam, een vloeistoflichaam en een vastestof-lichaam ook niet anders mag worden verwacht, moeten de bewegingsvergelijkingen nu worden aangevuld met wetmatigheden tussen de plaatselijke vervorming, de plaatselijke materiaalbelasting en eventueel andere toestandsgrotten, zoals de temperatuur. Over deze constitutieve vergelijkingen zegt het beginsel van virtuele arbeid niets. Zij vormen een apart onderdeel van de theorie. Hier scheiden zich de wegen van de aerodynamica, de vloeistofmechanica en de mechanica van de vaste stof.

In het bovenstaande is aangegeven hoe de beginselen van de kinematica en de statica met het beginsel van virtuele arbeid kunnen worden geformuleerd in termen van lineaire algebra. Krachten en snelheden worden beschreven met getallenverzamelingen, die zelf weer elementen zijn van vectorruimten. Om tweeërlei reden kan een pleidooi worden gehouden voor deze wijze van formuleren. De eerste reden is, dat aansluiting moet worden verkregen bij de moderne presentatie van de wiskunde bij het voorbereidend en het wetenschappelijk onderwijs, omdat zich anders opnieuw bij ingenieurs het onbegrip voor de mogelijkheden en ontwikkelingen in de wiskunde zal voordoen, waar Biezeno in zijn intrede op 30 september 1914 zo meesterlijk mee afrekende. De tweede reden is dat de nieuwe formulering een uitstekend uitgangspunt biedt voor de analyse van het mechanische gedrag van technische constructies met een volledige benutting van de mogelijkheden, die de computer hiervoor biedt.

3. De constructie van benaderingsoplossingen voor de beweging en vervorming van vaste lichamen.

Voor vaste stoffen leidt het verschijnsel van elasticiteit tot de eenvoudigste wetmatigheid tussen plaatselijke vervorming en plaatselijke belasting. We zullen de bespreking van de methodiek voor de analyse van het bewegings- en vervormingsvraagstuk tot dit geval beperken.

Bij zuiver elastisch gedrag is de vormveranderingsarbeid per tijdseenheid gelijk aan de verandering per tijdseenheid van een functie van de vervormingen ten opzichte van een referentiegeometrie. We hebben dan te maken met een bijzonder geval van een thermodynamisch omkeerbaar proces. De functie van de vervormingen noemen we de elastische potentiaal. De spanningsvector is bij elastisch gedrag bepaald als de afgeleide van de elastische potentiaal naar de met de spanningsvector gekoppelde vervormingsvector (d.i. de spanningsvector σ waarvoor ten opzichte van de vervormingsvector ϵ het scalaire produkt (σ, ϵ) is gedefinieerd). Een kwadratische functie van de vervormingen als elastische potentiaal correspondeert met de lineaire veerkrachtswet van Hooke.

Gezien de beperkte mogelijkheden om oplossingen voor de partiële differentiaalvergelijkingen van de elasticiteitstheorie uit te drukken in de beschikbare bijzondere wiskundige functies kreeg de analyse van het mechanische gedrag een geheel nieuw perspectief toen het reëel mogelijk werd deze oplossingen nauwkeurig te benaderen in eindig-dimensionale vectorruimten met door de computer te verschaffen getallenverzamelingen.

In de eindige-elementenmethode kan de theorie worden opgebouwd door van de aanvang af de oneindig-dimensionale vectorruimten van de continuumbeschrijving te benaderen door eindig-dimensionale vectorruimten, waarvan de getallenverzamelingen van de vectoren en transformaties door de computer vanuit de basisgegevens opgesteld, bewerkt en verwerkt kunnen worden.

De eindige elementen worden in zogenaamde knooppunten met elkaar verbonden, waarbij twee elementen op hun gemeenschappelijke grensvlak aan elkaar moeten blijven sluiten bij willekeurige knooppuntsverplaatsingen. Deze voorwaarde legt beperkingen op aan de typen van eindige elementen, die naast elkaar kunnen worden gebruikt. Voor elk eindig element moet de zes-dimensionale ruimte van snelheden zonder vervorming gedefinieerd zijn, terwijl voor convergentie bij gelijkmatige verfijning van het elementenpatroon tenminste de zes-dimensionale ruimte van homogene vervormingen moet zijn vervat in het aantal vrijheidsgraden van het element.

Het eindige element wordt gekarakteriseerd door de afbeelding van de n-dimensionale vectorruimte van knooppuntsverplaatsingen u^k in de n-6-dimensionale vectorruimte van vervormingen ϵ^k ,

$$\epsilon^k = D(u^k), \quad (3.1)$$

door de kwadratische uitdrukking voor de elastische potentiaal,

$$F^k = \frac{1}{2} \epsilon^k T_S^k \epsilon^k, \quad (3.2)$$

en door de met de vectorruimte van knooppuntssnelheden gekoppelde krachtenruimte

$$f^k = M^k \ddot{u}^k. \quad (3.3)$$

De bepaling van de functies in de afbeelding (3.1) en van de berekeningsvoorschriften voor de matrix van elasticiteitscoëfficiënten S^k , voor de krachtenvector f^k en voor de massamatrix M^k , is het onderwerp van de benaderingstheorie, waarop de eindige-elementenmethode is gebaseerd. Hierbij kan men uitgaan van variatieprincipes of ook meer rechtstreeks van het beginsel van virtuele arbeid. Kenmerkend voor de methodiek is echter dat de eigenschappen van een element uit de constructie worden vastgelegd met eenvoudig te berekenen getallenverzamelingen. Elke leerling van Biezeno heeft met de voorloper van deze methodiek kennisgemaakt in het hanteren van een geïnverteerde S^k matrix voor een balkelement onder de naam "vergeetmenietjes".

Thans is voor een hele reeks van eindige elementen de meest doelmatige beschrijving van de eigenschappen bepaald. Fig. 3.1 toont een verzameling, waarmee de meeste constructies kunnen worden geanalyseerd. Voor een betere beschrijving van gekromde oppervlakken zijn de iso-parametrische elementen van Fig. 3.2 ontwikkeld, waarvan de berekeningsvoorschriften voor de elementeigenschappen echter relatief veel rekentijd vragen.

Met de eindige-elementenmethode kunnen we nu het gedrag van een complex systeem afleiden uit de eigenschappen van de eenvoudige deelsystemen, waaruit het is opgebouwd.

De vectorruimten van knooppuntsverplaatsingen van de afzonderlijke elementen zijn elkaar doorsnijdende deelruimten van de vectorruimte u van knooppuntsverplaatsingen van de gehele constructie, terwijl de vereniging van alle disjuncte vectorruimten van elementvervormingen de totale vervormingsruimte ϵ van de constructie is.

Met de vectorruimte van knooppuntssnelheden volgt nu op grond van het beginsel van virtuele arbeid dat voor alle vectoren $\ddot{u}$ voldaan moet zijn aan

$$\dot{u}^T f - \dot{u}^T \ddot{M} \ddot{u} = \dot{\epsilon}^T \sigma = \dot{u}^T D'^T S D. \quad (3.4)$$

Hierin stelt D' de matrix voor van de afgeleiden van de functies naar de knooppuntsverplaatsingen in de afbeelding (3.1).

Om duidelijk te laten uitkomen dat in (3.4) met u een willekeurige kinematische mogelijke beweging en geen werkelijke, met de aanwezige fysische situatie overeenstemmende snelheden worden aangeduid, wordt ook wel de notatie δu gebruikt. Wanneer de snelheden worden vervangen door deze zogenaamde virtuele verplaatsingen is het wel essentieel, dat deze als infinitesimaal worden beschouwd. Immers de met δu gekoppelde vectorruimte van krachten is gedefinieerd voor de momentane geometrie van de constructie.

Aan de virtuele arbeidsvergelijking (3.4) kan slechts zijn voldaan voor elke vector $\dot{u}$, wanneer onderstaande vergelijkingen gelden.

$$f = \ddot{M} \ddot{u} + D'^T(u) S D(u). \quad (3.5)$$

Voor het onderzoek van het mechanische gedrag van constructies mag in vele gevallen het stelsel niet-lineaire vergelijkingen voor de knooppuntsverplaatsingen (3.5) worden vervangen door het gelineariseerde stelsel van gewone differentiaalvergelijkingen

$$f = \ddot{M} \ddot{u} + D'^T(o) S D(o) u. \quad (3.6)$$

Efficiente computer algorithmen zijn ontwikkeld voor de opstelling van deze vergelijkingen, voor de bepaling van de oplossing en voor de presentatie van de voor de constructeur van belang zijnde gegevens.

Echter juist ook voor de niet-lineaire vergelijkingen biedt de computer de mogelijkheid oplossingen te bepalen. Zo kunnen nu ook stabiliteitsproblemen en het plastisch vervormen en bezwijken voor gecompliceerde constructies worden geanalyseerd. In lit. 1 is van deze ontwikkelingen een overzicht gegeven.

Belangrijk is een juiste presentatie van de resultaten van computerberekeningen. Een grafische presentatie geeft veelal een beter inzicht in het gedrag van de constructie dan lange computertabellen. Enige voorbeelden uit de literatuur van een grafische presentatie van resultaten zullen nog worden getoond.

Op dit punt wil ik nog eens als mijn mening uitspreken dat er met betrekking tot de sterkte van constructies criteria moeten worden ontwikkeld, die consistent zijn met de informatie, die met de eindige-elementenmethode wordt verkregen. Is er voor een eindig element een m -dimensionale spanningsruimte gedefinieerd, dan is er voor dit element nooit meer informatie over de belastingstoestand beschikbaar, dan in de spanningsvector (en eventueel zijn geschiedenis) is vervat. Dit betekent dat vloeicriteria in termen van de elementen van deze spanningsvector kunnen worden geformuleerd. Ook vermoeingscriteria en begrippen uit de breukmechanica kunnen in de beschrijving van de eigenschappen van de eindige elementen worden geïntroduceerd. Er moet naar worden gestreefd een betrouwbare schatting mogelijk te maken van de levensduur en reststerkte van een gedeeltelijk gescheurde constructie. Naast een voortgezette theoretische begripsvorming zal hierbij het experimentele plasticiteits- en breukonderzoek onontbeerlijk zijn voor een vruchtbare ontwikkeling. Ik hoop, dat in het labo-

ratorium ingericht door Koch met steun van Biezeno, de indeeën op dit terrein verder kunnen worden ontwikkeld en experimenteel getoetst, al lijken de omstandigheden aan de Technische Hogeschool hiervoor niet bijzonder gunstig door de wankelende bestuursorganisatie en het toenemende gebrek aan middelen.

4. Lineair-elastische problemen.

Een lineair-elastische berekening van het mechanische gedrag zal wel altijd de kern blijven vormen van de behandeling van het sterkte- en stijfheidsvraagstuk. De resultaten van zo'n berekening geven weliswaar geen uitsluitsel over werkelijk optredende spanningen, over het al of niet stabiel zijn van de vervormingstoestand, over de levensduur van de constructie en de mogelijke vormen van bezwijken, maar ze zijn wel steeds benodigd als uitgangspunt voor een verdere analyse, tenzij men genoeg kan nemen met de bepaling van de bezwijklast ten gevolge van een eenmalige, exceptioneel hoge belasting volgens de methoden van de plasticiteitstheorie.

Zonder overdrijving kan men stellen, dat het vraagstuk van de bepaling van spanningen en verplaatsingen volgens de lineaire elasticiteitstheorie met een voor de techniek aanvaardbare nauwkeurigheid een opgelost vraagstuk is. Evenmin als echter voorheen de formules voor spanning en vervorming uit de handboeken veilig waren in handen van ingenieurs met onvoldoende inzicht in de mechanica, zo mag thans het gebruik van computerprogramma's voor spannings- en vervormingsberekeningen niet worden overgelaten aan computerdeskundigen zonder specifieke deskundigheid op het gebied van de mechanica. Maar voor zover een ontwerp bureau niet over voldoende eigen deskundigheid beschikt, bestaan er gelukkig instituten zoals TNO-IWECO, waar de benodigde deskundigheid wel voorhanden is.

De moeilijkheden van een eindige-elementenberekening op basis van de lineaire elasticiteitstheorie bestaan uit:

- het op zodanige wijze onderverdelen van de constructie dat de numerieke analyse met voldoende nauwkeurigheid en zo gering mogelijke computerkosten kan worden uitgevoerd,
- het kiezen van de typen van eindige elementen, waaruit de blokken, platen, balken, wielen en assen moeten worden opgebouwd,
- en het doen van de juiste keuze voor het elementenpatroon.

Voor de keuze van het elementenpatroon is vóórkennis betreffende de oplossing van het spanningsvraagstuk onontbeerlijk. Deze wordt nog steeds het meest doelmatig verworven door een bestudering van de doorzichtige resultaten van de analytische theorie voor gestyleerde vraagstukken.

Fig. 4.1 geeft een voorbeeld van een elementenpatroon, zoals dat wordt toegepast bij een K-verbinding van cirkelcilindrische buizen in de constructie van boor- en productie-eilanden. De elastische berekening moet hier de te verwachten spanningstrajecten bepalen, die bij de voortdurend wisselende belastingen op zee optreden en die als informatie onmisbaar zijn voor de bepaling van de veiligheid ten opzichte van vermoeiingsbreuken. De elastische spanningsverdeling rondom een cirkelvormig gat in een cirkel-cilindrische schaal, onderwerp van de dissertatie van Lekkerkerker, geeft hier de aanwijzing voor de vereiste fijnheid van het patroon.

Belangrijke besparing op voorbereidingstijd kan worden verkregen, indien het patroon met de coördinaten van de knooppunten door een computerprogramma kan worden bepaald, zoals in het voorbeeld van Fig. 4.1 is geschied. Dit aan lit. 2 ontleende voorbeeld vormde de basis voor een berekening, waarbij de schalen benaderend worden beschreven met driehoekige, vlakke plaelementen. Het is nog geen uitgemaakte zaak, wat het meest geschikte type element is voor de behandeling van schaalproblemen.

Bij min of meer traditionele constructievormen zal de behoefte aan een nauwkeurige spannings- en vervormingsanalyse dikwijls niet zo sterk worden gevoeld. Anders ligt dit bij het inslaan van nieuwe wegen. Fig. 4.2 toont het rekenmodel voor een uit met glasvezels versterkte kunststof vervaardigd prototype van een mijnenvegerconstructie. De sandwichplaten van huid, dek en schotten worden beschreven door membraanelementen, gecombineerd met in balkelementen geconcentreerde buigstijfheid en afschuifstijfheid over de dikte. De tussendekken, de zijspanten, de dekgordingen en de schotverstijvers zijn als staafelementen met een passende buig-, torsie-, rek- en afschuifstijfheid in de berekening opgenomen. De stijfheidsgedaten voor de eindige elementen kunnen worden berekend uit de plaatselijke eigenschappen en structuur van het toegepaste composietmateriaal. De berekeningsresultaten vertoonden voor de vervorming van de constructie een goede overeenstemming met het experiment op een beproevingssectie van ware grootte (lit. 3). De eindige-elementenberekening verschaft hier belangrijke informatie over de buigende momenten en inwendige krachten in verbindingconstructies, die speciale aandacht vragen bij een ontwerp in met glasvezels versterkte kunststof.

Voor constructies als die van een schip is de keuze van de toe te passen typen van eindige elementen niet zozeer de moeilijkheid als wel de keuze van de gedetailleerdheid, waarmee de constructie moet worden beschreven. Voor twee-knoopstrillingenvormen is het eenvoudige balkmodel voor de scheepsromp met succes toegepast. Wanneer we echter verder willen gaan, dan verdient het aanbeveling de constructie van meet af aan onder te verdelen in deelconstructies, waarvan de stijfheidseigenschappen afzonderlijk kunnen worden bepaald, voordat ze als zogenaamde superelementen in de berekening worden samengevoegd voor de berekening van het gedrag van de constructie als geheel. Uit deze laatste berekening kunnen dan de belastingen van de deelconstructies en van hun verbindingen worden afgeleid, met de mogelijkheid om binnen elke deelconstructie tot elke gewenste graad van gedetailleerdheid de spannings- en vervormingstoestand te onderzoeken.

Fig. 4.3 toont een onderverdeling voor een scheepsconstructie, eerst in vier eerste orde deelconstructies in lengterichting, vervolgens in tweede orde deelconstructies A t/m Z, en tenslotte nog in derde orde deelconstructies R_1 en S_1 . Dit type constructie ontleent zijn sterkte en stijfheid aan de stijfheid van platen tegenover belastingen in hun vlak en aan de rekstijfheid van verstijvers en gordingen. De stijfheid van de platen tegenover belastingen loodrecht op hun vlak mag worden verwaarloosd, behalve bij de beschouwing van de spanningen ten gevolge van het opnemen van de plaatselijke belasting.

Een belangrijke richtlijn bij het onderverdelen van constructies wordt ontleend aan de omstandigheid, dat een gedetailleerde spannings- en vervormingsanalyse van een constructieonderdeel onbetrouwbaar kan worden door numerieke onnauwkeurigheid, wanneer zo'n onderdeel bij de berekening is ingebed in relatief veel slappere delen van de constructie. Voor zo'n onderdeel dienen dan de stijfheidseigenschappen apart te worden bepaald, waarna het als superelement in de berekening van de gehele constructie kan worden opgenomen.

Tot de meest complexe constructies, die met de eindige-elementenmethode zijn geanalyseerd, behoren de reactordrukvaten van voorgespannen beton. Een eerste indruk voor de belasting van het materiaal van het in Fig. 4.4 weergegeven drukvat kan worden verkregen met een axiaalsymmetrisch model, waarin dan wel de verticale wapeningsstaven noodzakelijkerwijs over de omtrek moeten worden uitgesmeerd. Ook met de invloed van de gaten in wand, deksel en bodem kan slechts door stijfheidscorrecties over de omtrek rekening worden gehouden. Voor een drie-dimensionaal model kan met voldoende nauwkeurigheid worden volstaan met een sector van 30° in de bovenhelft van het vat. Om een voldoende gedetailleerd beeld van de spanningen rondom de gaten te verkrijgen is een groot aantal vrijheidsgraden nodig. In lit. 4 worden resultaten gegeven van een berekening met 16214 vrijheidsgraden. De computerresultaten worden hier rechtstreeks weergegeven als lijnen van constante spanning in doorsneden van het reactorvat. Deze grafische presentatie van de resultaten verdient voor een beoordeling van een ontwerp verre de voorkeur boven lange en daarvoor onoverzichtelijke computertabellen met numerieke uitkomsten voor de spanningen.

5. Trillingsproblemen.

Bij elastische constructies, onderworpen aan periodieke krachten vanuit de omgeving, kan een analyse van het trillingsgedrag om twee redenen noodzakelijk zijn. In de eerste plaats kan een meer of minder heftige trilling met het oog op de functie van de constructie onaanvaardbaar zijn. In de tweede plaats kunnen de door trillingen opgeroepen dynamische belastingen van constructie-elementen in vele gevallen meer bepalend zijn voor het optreden van breuk dan statische belastingen (o.a. door het vermoeiingsverschijnsel bij metalen).

Meer nog dan bij statische belastingen doet zich bij dynamische belastingen dikwijls het probleem voor, dat er noch ten aanzien van de belastingen noch ten aanzien van de sterktecriteria een deterministische beschrijving beschikbaar of zelfs mogelijk is. Veelal zal slechts een statistische aanpak een rationele basis kunnen verschaffen aan criteria, waaraan de constructie moet voldoen. Aan deze statistische beschouwingswijze ligt echter vrijwel noodzakelijkerwijs een deterministische beschrijving van de constructie ten grondslag.

In het bijzonder de methodiek, waarbij het dynamische gedrag van een constructie wordt gekarakteriseerd door een deel van zijn spectrum van eigenfrequenties met bijbehorende trillingsvormen, maakt het mogelijk de respons van de constructie op allerlei dynamische belastingen relatief eenvoudig te bepalen. Voor een nauwkeurige berekening van deze eigenfrequenties en trillingsvormen is de eindige-elementenmethode bij uitstek geschikt.

Evenals de stijfheidseigenschappen kunnen de traagheidseigenschappen van de constructie uit die van de elementen worden opgebouwd. Wel is het hierbij van belang om op te merken, dat voor de lagere eigenfrequenties grote, geconcentreerde massa's in de constructie de invloed van de massa van de draagconstructie dikwijls volledig overschaduwden. Voor de berekening, en het daarna opheffen, van de belangrijke en dikwijls nog zo storende trillingen in een achterschip als van Fig. 5.1 kan worden volstaan met het in rekening brengen van een gering aantal geconcentreerde massa's, waarvan de massa van de motor wel het grootst is. Voor een nauwkeurige bepaling van de "trillingsmatrices" is echter toch een stijfheidsberekening met een groot aantal vrijheidsgraden noodzakelijk.

Geheel anders ligt het probleem bij min of meer massieve constructiedelen, zoals bijvoorbeeld turbinebladen. Voor turbinebladen moeten de laagste eigenfrequenties worden vergeleken met de excitatiefrequenties en de kennis van de trillingsvormen is van essentieel belang voor een goede registratie van de trillingsamplitudo's bij het prototype van de turbinemotor. Vorm en massaverdeling moeten nauwkeurig in rekening worden gebracht voor een betrouwbare bepaling van de vaak dicht bij elkaar gelegen eigenfrequenties. Bij een ongeveer gelijk aantal vrijheidsgraden kunnen de stijfheidseigenschappen beter worden weergegeven door een combinatie van drie- en twee-dimensionale elementen dan met uitsluitend driedimensionale elementen. In lit. 5 wordt een fraai voorbeeld gegeven van de overeenstemming tussen berekening en experiment voor de zes laagste eigenfrequenties en bijbehorende trillingsvormen. Fig. 5.2 geeft een beeld van knoop- en hoogtelijnen voor de derde trillingsvorm, verkregen door berekening en met een holografische studie. Met 1008 vrijheidsgraden bleven de afwijkingen tussen gemeten en berekende eigenfrequenties beperkt tot enkele procenten.

6. Toelaatbare belastingen.

Slechts binnen een integrale behandeling van de aspecten, die een rol spelen bij de fabricage en het functioneren van de constructie of machine, kan het sterkte- en stijfheidsvraagstuk op verantwoorde wijze worden beschouwd. Waar voldoende sterkte een criterium is moet een betrouwbare bepaling van de maximaal toelaatbare belastingen voor elk constructieonderdeel mogelijk zijn. Aan experimenteel onderzoek en ervaring blijft hierbij een onvervangbare plaats voorbehouden, maar de mogelijkheden om proeven te vervangen door numerieke experimenten zijn aanzienlijk toegenomen.

De oudste methode voor de bepaling van het grensdragvermogen van constructies is de bezwijkanalyse op basis van de plasticiteitstheorie. Het gaat dan om een bezwijken door te grote vervorming van de constructie door een éénmalige belasting.

Geheel anders ligt het probleem, indien het sterktevraagstuk wordt beheerst door het gevaar van scheurvorming en scheurgroei onder wisselende belasting. De op zichzelf nog niet al te indrukwekkende verworvenheden van de breukmechanica (althans niet indrukwekkend in het licht van de uiteindelijke doelstelling) kunnen pas worden benut als het werkelijke optredende spanningsveld in de constructie-elementen kan worden berekend. In het bijzonder met betrekking tot hoge-rekvermoeiing moet dan ook grote betekenis worden toegekend aan de mogelijkheden om spanningen en vervormingen in constructies te berekenen met inbegrip van de invloed van kruip en plasticiteit.

Fig. 6.1 uit lit. 2 geeft een beeld van uitkomsten, die met een eindige-elementenberekening kunnen worden verkregen. Uit dit soort berekeningen kan worden geconcludeerd, dat lokaal optredende, procentueel grote verschillen in spanning en vervorming voor verschillende modellen van materiaalgedrag maar een geringe invloed hebben op het verband tussen belasting en verlenging van het proefstuk als geheel.

De mogelijkheid om kruip en plasticiteit in de berekening te betrekken kan een belangrijke bijdrage zijn aan de ontwikkeling van de breukmechanica. De ontwikkeling van de niet-elastische vervorming bij scheurtippen krijgt momenteel veel aandacht en de door berekening uit macroscopische meetgegevens te verkrijgen detailinformatie over het scheurproces zal kunnen bijdragen aan een goede fenomenologische theorie.

Zonder twijfel moet worden gesteld dat de voornaamste hindernis voor het door berekening verkrijgen van inzicht in sterk inhomogene vervormingsprocessen thans wordt gevormd door het tekort aan betrouwbare experimentele gegevens over het materiaalgedrag in het niet-elastische gebied, niet alleen voor zulke wat wisselvallige materialen als grond en beton, maar ook nog bij de meest hoogwaardige metaallegeringen en staalsoorten. Een toetsing en nadere specificatie van modellen van materiaalgedrag is nodig, voordat op basis van zulke modellen kostbare berekeningen aan technische constructies worden uitgevoerd, laat staan dat de veiligheid van een constructie er mee zou moeten worden bepaald voordat er inzicht bestaat in de nauwkeurigheid van de beschrijving.

Een gecompliceerde oorzaak van bezwijken is in de voordracht van Koiter reeds diepgaand belicht. Knik, of meer algemeen het stabiliteitsgedrag, is in het niet-elastische gebied sterk gevoelig voor verschillen in de betrekkingen tussen spanningen en vervormingen, die bovendien nog een functie van de temperatuur en de tijd kunnen zijn. Bij alle berekeningen, die over plastische knik en kruipknik in de literatuur worden aangetroffen moet dan ook het voorbehoud worden gemaakt, dat de uitkomsten behoren bij het toegepaste materiaalmodel.

Ook de wijze waarop het inhomogene materiaalgedrag in het niet-elastische gebied bij een eindig element in rekening wordt gebracht, kan nog sterk verschillen. Fig. 6.2 toont aan lit. 6 ontleende resultaten voor een in breedterichting op druk belaste plaat met scharnierend ondersteunde randen (lengte-dikteverhouding = 55, breedte-lengteverhouding = 0,875). De berekeningen zijn hier uitgevoerd op basis van het elastisch-ideaalplastische model (vloei-spanning = σ_0) voor een plaat met een kleine initiële imperfectie δ_0 , met en zonder een centrale zone van inwendige drukspanning in combinatie met trekspanning langs de randen. Behalve de grote invloed, die lasspanningen kunnen hebben, toont Fig. 6.2 de verschillen tussen drie methoden om de plasticiteit in het gedrag van het eindige element op te nemen.

Lit. 6 vermeldt ook resultaten van een plooi-berekening met de eindige-elementen methode voor de op afschuiving belaste lijfplaat van een in een driepunts buigproef belaste I-ligger. Vergelijking van de berekende bezwijklast met experimentele ge-

gevens valt ten opzichte van eenvoudiger rekenmodellen duidelijk in het voordeel van de eindige-elementenmethode uit. De door het locale aangrijpen van de belasting veroorzaakte ongelijkmatigheid in de spanningen van de lijfplaat kan met deze methode in rekening worden gebracht. In lit. 6 wordt het gebruik van pijltjes met bepaalde lengte als grafische presentatie van de hoofdspanningen van het spanningsveld geïllustreerd: een zeer overzichtelijke vorm van presentatie van spanningsgegevens. Fig. 6.3 toont tenslotte het plooigedrag, zoals dat direct op basis van de computerberekening zichtbaar kan worden gemaakt.

7. Slotopmerkingen.

Ik zou, een zin uit Biezeno's intreerede parafraserend, willen opmerken, dat studenten uit de eerste drie studie jaren een verderfelijke neiging openbaren om de eisen, welke aan hun mechaniekennis gesteld worden, als buitengewoon zwaar te brandmerken, en om aan het nut der hun bijgebrachte kennis ernstig te twijfelen. Ik meende de mij toegewezen tijd te mogen gebruiken om aan de hand van voorbeelden, welke aan de techniek ontleend zijn, het nut van de mechanica voor de ingenieur in het licht te stellen, om zo naar beste vermogen de nagedachtenis van onze leermeester Biezeno te eren.

LITERATUUR.

1. J.F. Besseling - Non-linear Analysis, Proc. World Congress on Finite Element Methods in Structural Mechanics, Bournemouth, England, 12-17 Oct. 1975, pp. L1-L47.
2. R.W. Clough - Areas of Application of the Finite Element Method, Int. Journal Computers and Structures, Vol. 4, 1974, pp. 17-40.
3. C.S. Smith, L.C. Mitchell - Practical Considerations in the Application of Finite Element Techniques to Ship Structures, Symp. on Finite Element Techniques, Inst. für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrt-construktionen, Stuttgart, Germany, June 10-12, 1969, pp. 1-26.
4. J.H. Argyris, G. Faust, G.R. Roy, J. Szimmat, E.P. Warnke, K.J. Willam - Finite Elemente Zur Berechnung von Spannbeton. Reaktordruckbehältern, ISD. Bericht Nr. 137, Stuttgart, 1973.
5. M. Langballe, E. Aassen, T. Mellem - Application of the Finite Element Method to Machinery, Int. Journal Computers and Structures, Vol. 4, 1974, pp. 149-192.
6. M.A. Crisfield - Collapse Analysis of Box-Girder Component using Finite Elements, Symp. on Structural Analysis, non-linear behaviour and techniques, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, 11-12 Dec. 1974, TRRL Supplementary Report 164 NC, pp. 45-68.

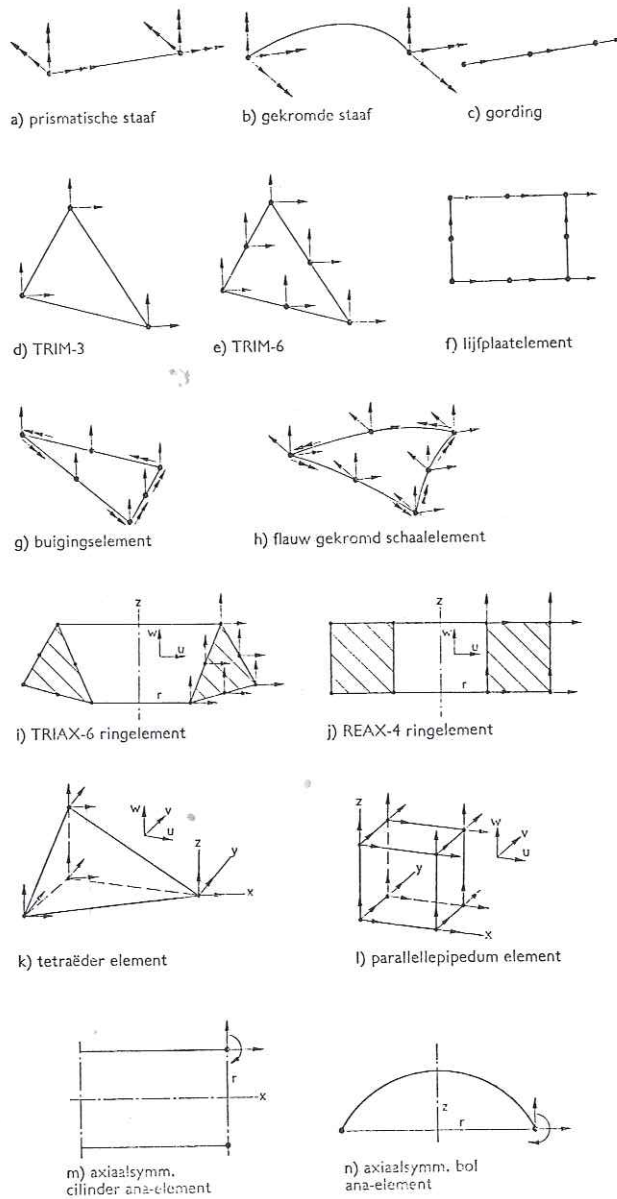


Fig. 3.1. Beschikbare typen van eindige elementen.

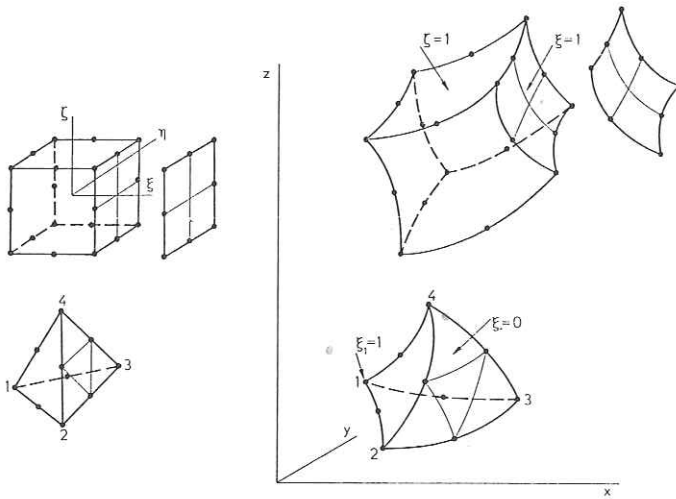


Fig. 3.2. Locale coördinaten en iso-parametrische elementen.

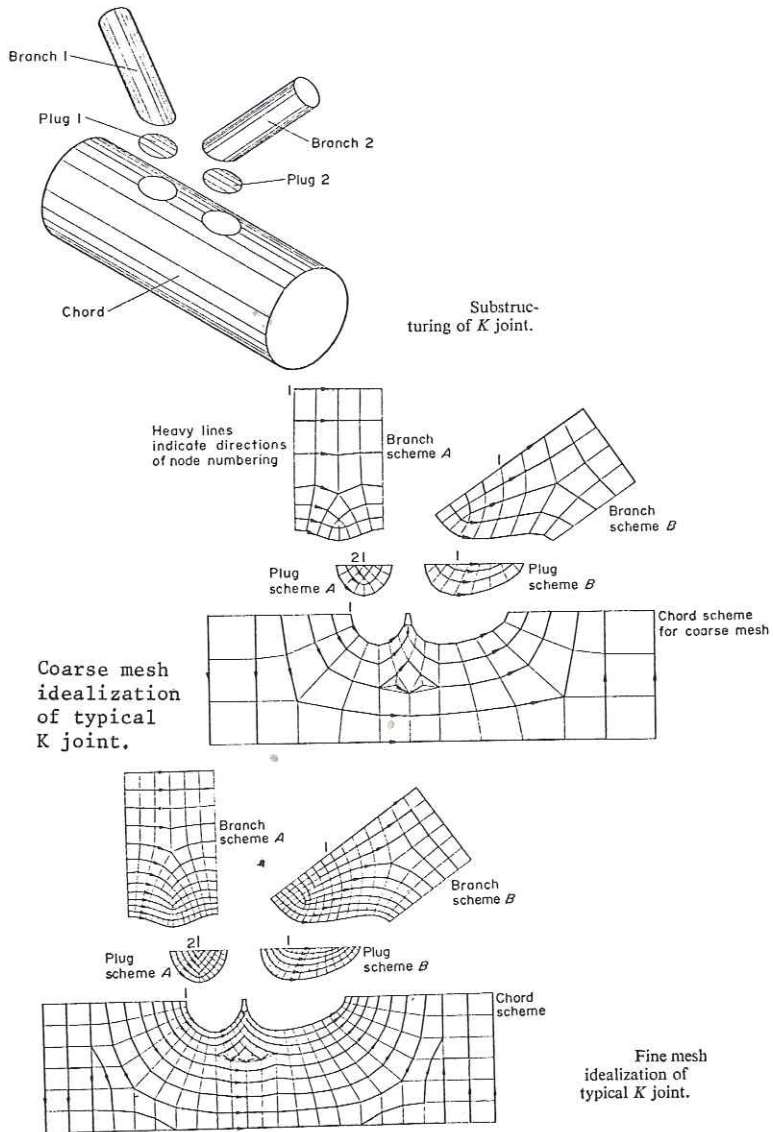


Fig. 4.1. Door de computer gegenereerde knooppuntspatronen.

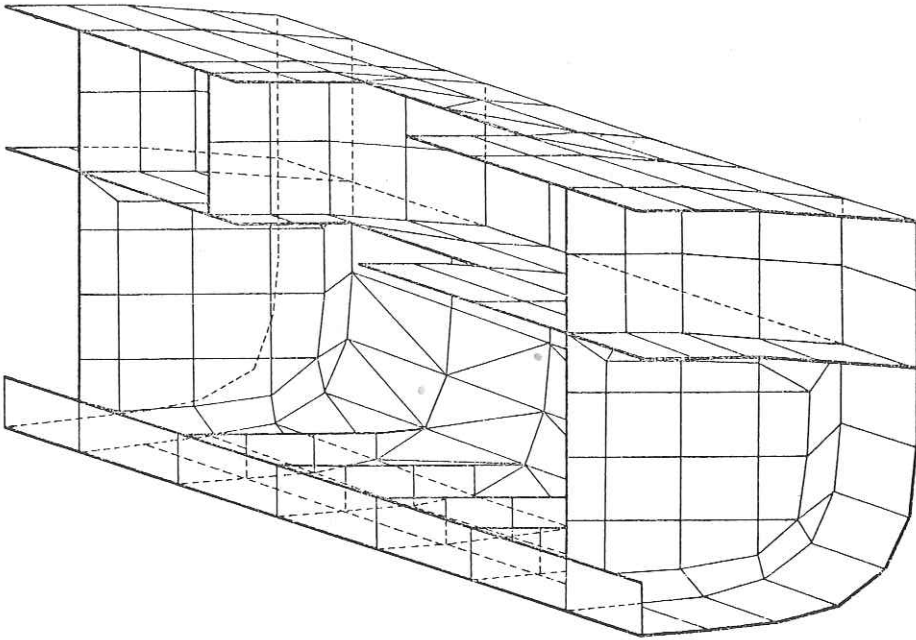


Fig. 4.2. Rekenmodel voor scheepsconstructie.

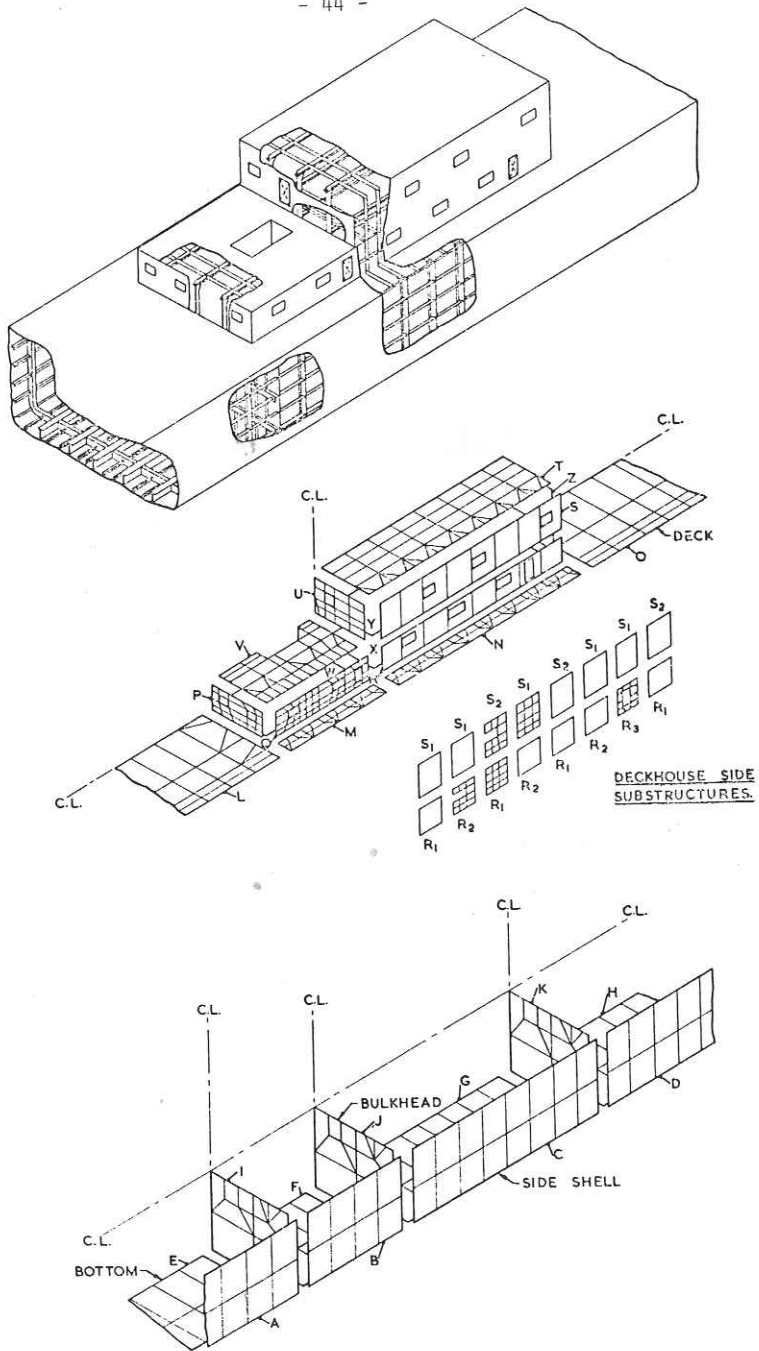


Fig. 4.3. Voorbeeld van onderverdeling in eerste orde, tweede orde en derde orde deelconstructies.

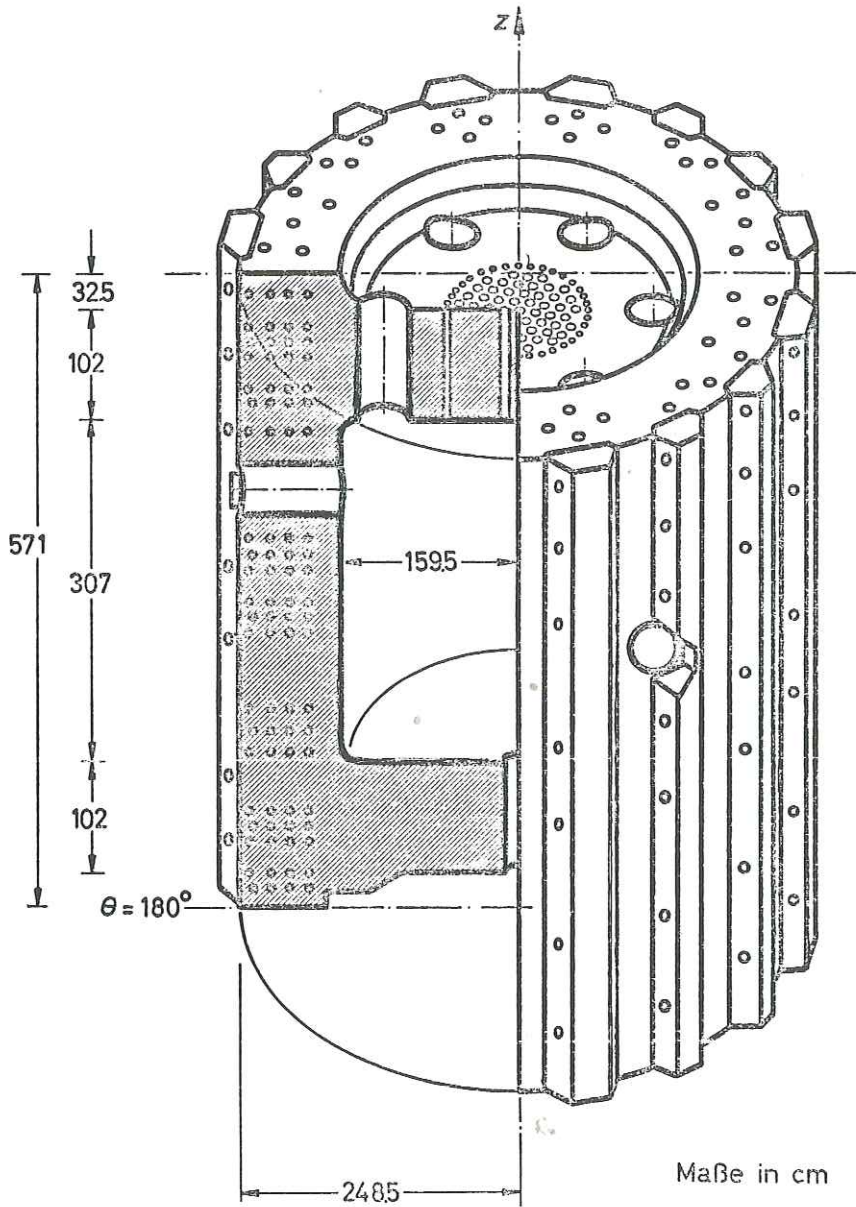


Fig. 4.4. Reactordrukvat van voorgespannen beton.

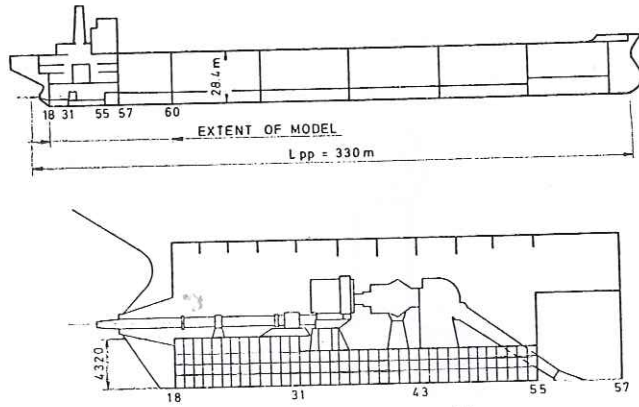


FIG. 50. Base for finite element model.

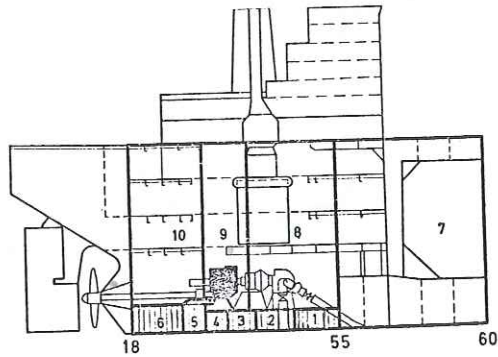


Fig. 5.1. Het voor een trillingsanalyse in elementen te vrdelen achterschip.

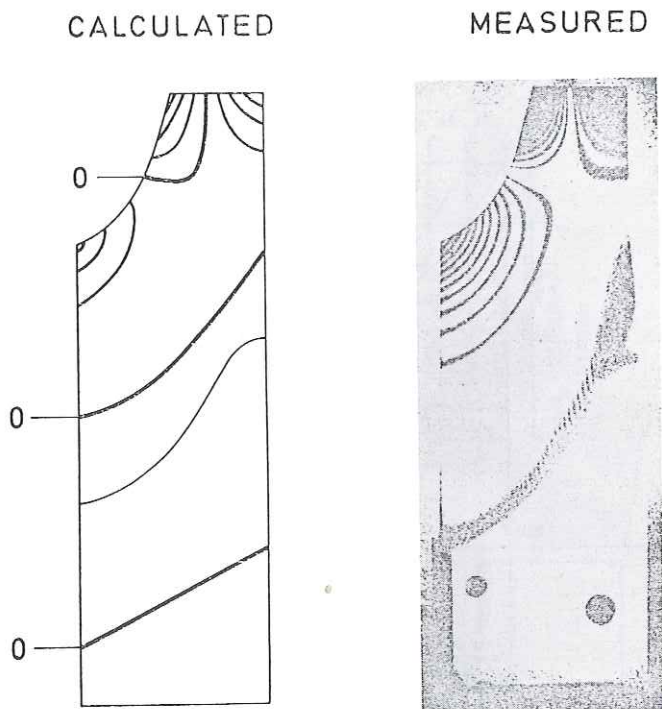


Fig. 5.2. Voorbeeld van overeenkomst tussen berekende en gemeten trillingsvorm bij vrij opgehangen turbineblad.

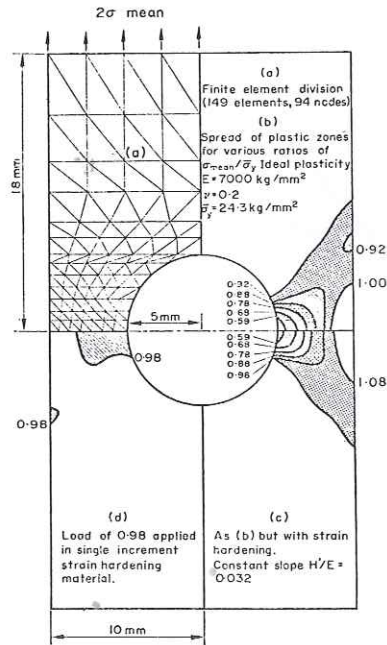
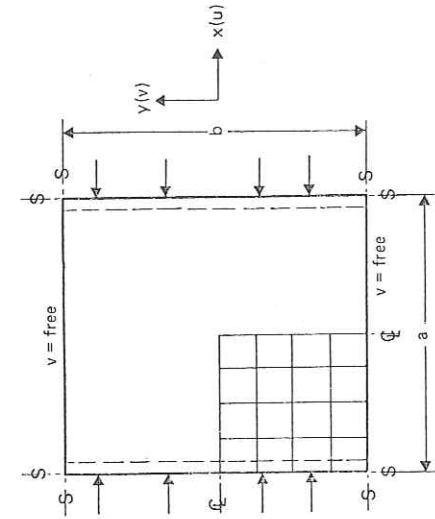


Fig. 6.1. Resultaten van elastisch-plastische berekeningen aan strip met gat.



DIMENSIONS AND PROPERTIES

$b/t = 55, a/b = 0.875$
 $E = 206,200 \text{ N/mm}^2, \nu = 0.3$
 $\sigma_0 = 250 \text{ N/mm}^2$
 $t = 3.175 \text{ mm}$

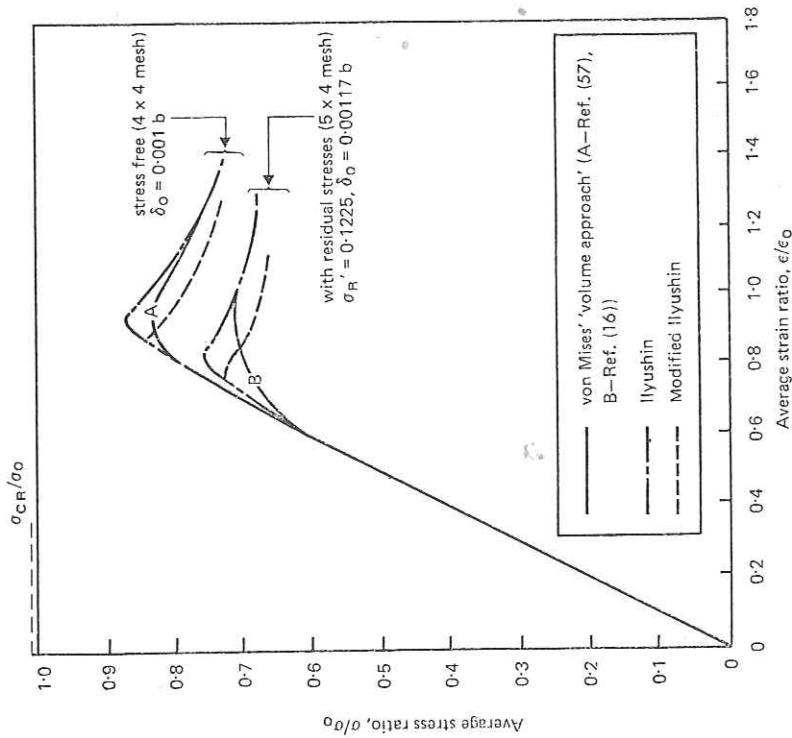


Fig. 6.2. Draagvermogen van op druk belaste platen met scharnierend ondersteunde randen.

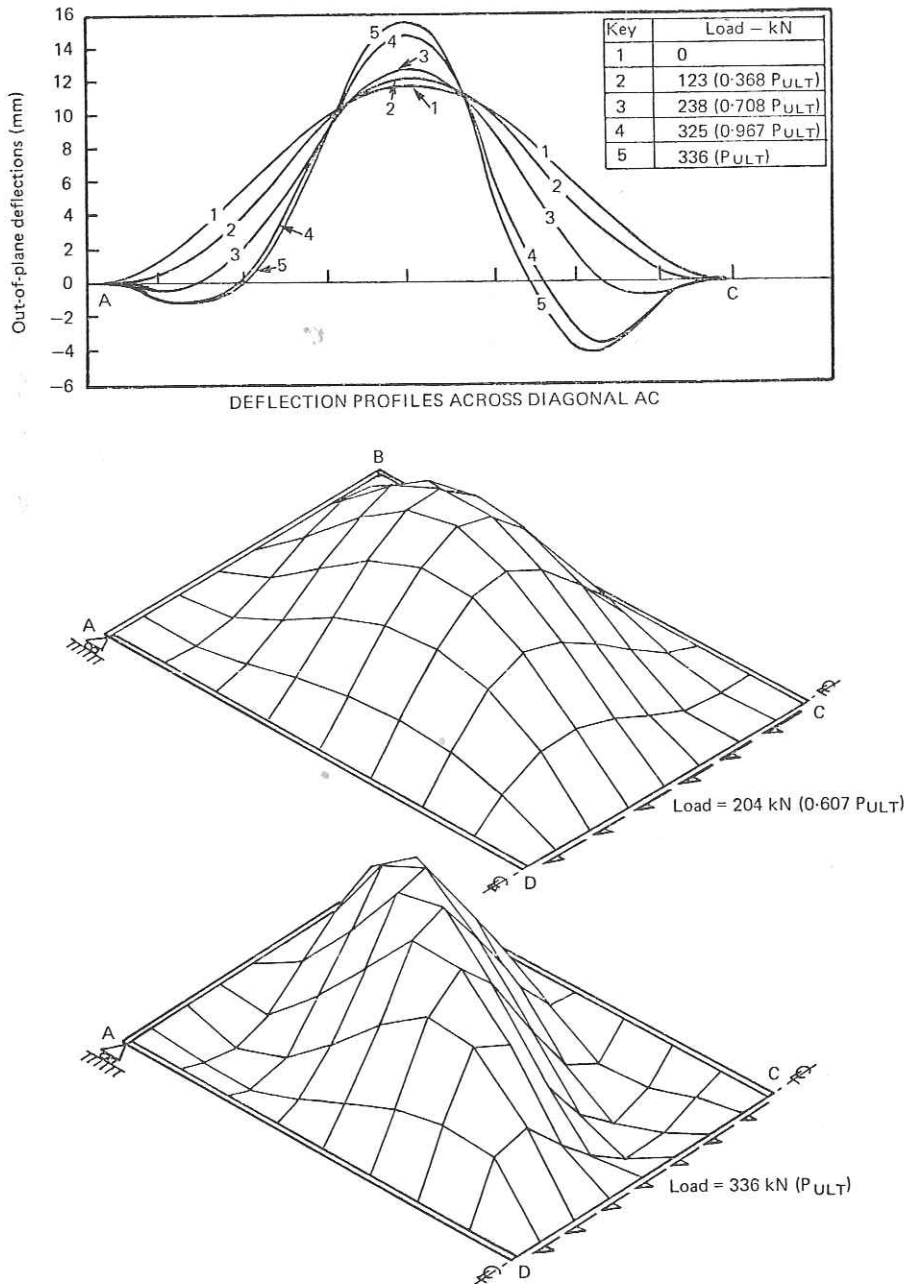


Fig. 6.3. Plooivorming bij op afschuiving belaste platen.