Berekening van de respons van een pijp-leiding op zeegang.

Deze studie is gemaakt onder begeleiding van prof. Battjes van de vakgroep Vloeistofmechanica en prof. Bouma en ir. v. Koten (T.N.O.) van de vakgroep Toegepaste mechanica in het kader van een deelstudie voor het afstuderen bij prof. Bijker van de vakgroep kustwaterbouwkunde, Civiele Techniek, T.H. Delft.

J.P. v. Driel

maart, 1982

Betreft: ProMaTS werkrapport Berekening van de respons van een pijp-
leiding op zeegang. Afstudeerverslag van J.P. van Driel

Errata

blz. 7 formule voor α_o : s moet 5 zijn

13 uitdrukking in complexe notatie van $f(\omega,\theta)$:

$$= \left| \tfrac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} + j \tfrac{1}{4} \rho \pi D^2 \omega C_M \right| \hat{v}_x \sin(\omega t + ky \sin\theta + \alpha')$$

De overdrachtsfuctie $r_{fv}(\omega)$ is gelijk de eerste term van bovenstaande vergelijking

15 formule 4-8 , laatste v_x moet zijn $\dot{v}_x$

midden: vergelijking 4-8 komt overeen met vergelijking 4-4.

18 eerste regel tekst: $\underset{\sim}{\hat{\omega}}_f$ moet zijn : $\underset{\sim}{\hat{w}}_f$

formule 5-3 ; $+m\omega^2$ moet zijn $-m\omega^2$

24 formule 6-1 : eerste k moet zijn j

25 K_3 moet zijn :

$$K_3 = -\frac{4EI}{\Delta^4} - \frac{H}{\Delta^2}$$

26 formule 6-3 : getallen bij k zijn géén subscripten

27 boven formule 6-4 : $\omega_r^2 \neq \omega_s^2$

29 halverwege: $\frac{1}{\omega_r^2 - \omega^2}$ i.p.v. $\frac{1}{\omega^2 - \omega_r^2}$

zelfde fout op blz 30 in formule 6-12

35 In par. 7.1. is w het symbool voor verticale verplaatsingen

93 formule 6-18 i.p.v. 6-16

Samenvatting

Berekend wordt de respons van een pijpleiding op een tweedimensionaal golfveld.
De invloed van kortkammigheid en de gemiddelde voortplantingsrichting van het golfveld t.o.v. de pijp wordt bepaald.
De resultaten zijn numeriek uitgewerkt.

Inhoud

	blz.
1. Inleiding	1
2. Spectrale rekenwijze	3
2.1. Zeegang	3
2.2. Berekening respons	3
3. Standaard spectrum van zeegang	6
3.1. Standaard frequentie spectrum	6
3.2. Richtingsverdelingsfunctie	7
4. Overdrachtsfuncties voor krachten op de pijp	9
4.1. Bodemsnelheden	9
4.2. Krachten op de pijp	10
4.3. Hydrodynamische demping	14
5. Respons ∞ lange pijp, elastisch ondersteund	17
5.1. Verplaatsingen	17
5.2. Spanningen	19
5.3. Invloed kortkammigheid	20
5.4. Numerieke uitwerking	21
6. Respons eindige pijp, met plaatsafhankelijke randvoorwaarden	24
6.1. De pijp als N-massa veersysteem	24
6.2. Verplaatsingen	26
6.2.1. De respons van het ongedempte systeem	27
6.2.2. De respons van het gedempte systeem	30
6.3. Spanningen	31
6.4. Invloed kortkammigheid	32
6.5. Numerieke uitwerking	32

7. Toepassingen 35
7.1. Statische doorbuiging pijp t.p.v. "free span" 35
7.2. Respons van de pijp tijdens de legprocedure 37

8. Conclusies en aanbevelingen 39

Referenties 41

Lijst van gebruikte symbolen 43

Lijst bijlagen 45

Bijlagen 46

Lijst figuren 74

Figuren 75

1. Inleiding

Een karakteristieke eigenschap van windgolven is de kortkammigheid[1]. Een gevolg van kortkammigheid is dat de samenhang tussen de oppervlakteuitwijkingen afneemt bij toenemende afstand. De invloed van dit verschijnsel wordt voor een zekere situatie afgeschat door de mate van kortkammigheid te variëren.
In de berekeningen wordt gebruik gemaakt van spectrale overdrachtsfuncties voor lineaire systemen.
Als constructie wordt uitsluitend een pijpleiding beschouwd. De respons van de pijp op een golfveld met een standaardspectrum wordt bepaald zonder stroming in rekening te brengen. Liftkrachten worden buiten beschouwing gelaten. Om de horizontale krachten op de pijp te bepalen wordt gebruik gemaakt van de formule van Morison. Daar de rekenwijze alleen geldig is voor lineaire systemen moet de weerstandsterm in die formule gelineariseerd worden. Om dezelfde reden moet gebruik gemaakt worden van lineaire golftheoriën. Ook in de berekening van de hydrodynamische demping moet een linearisatie gemaakt worden.
De volgende pijpconfiguraties worden beschouwd:

- een oneindig lange, uniforme pijp; randvoorwaarden mogen van punt tot punt niet variëren.
- een sectie van een pijp, waarbij een deel van deze sectie niet ondersteund wordt (een zogenaamde "free span"); randvoorwaarden langs deze sectie mogen wél variëren.

De resonanties van deze gevallen zijn van principiëel verschillende aard. In beide gevallen wordt de pijp als elastisch ondersteund geschematiseerd. Een alternatieve aanpak zou met het wrijvingsmodel van Coulomb mogelijk zijn maar zal tot een essentieel andere en meer gecompliceerde berekening leiden.

Slechts horizontale uitwijkingen worden in beschouwing genomen.
Bij een volledige berekening van een pijpleiding zijn veel meer aspecten van belang dan bij de hierboven beschreven berekening. Enkele hiervan worden beknopt als toepassingen beschreven van de dan reeds behandelde theorie.
De indeling van het verslag is nu als volgt:
Een algemene beschouwing over spectrale rekenwijze wordt in (2) gegeven. In (3) wordt het spectrum van zeegang bepaald. Met behulp van overdrachtsfuncties wordt in (4) bepaald wat de krachten op de pijp bedragen. In (5) wordt de respons van de pijp bepaald, met als pijpconfiguratie een oneindig lange pijp. In (6) wordt de respons bepaald van de pijp als sectie, met variërende randvoorwaarden. Enkele andere berekeningen, welke goed aansluiten op hetgeen in (6) behandeld is, worden in (7) gemaakt. In (8) worden enige conclusies en aanbevelingen gedaan.

2. Spectrale rekenwijze

2.1. Zeegang

In de lineaire benadering kan zeegang beschreven worden als een sommatie van oneindig veel stochastisch onafhankelijke één dimensionale (d.w.z. met één richting) harmonische golven met een verschillende frequentie, richting, amplitude en met stochastisch onafhankelijke, uniform verdeelde fasen.
De statistiek van deze karakteristieke eigenschappen kan beschreven worden door een spectrum.
Het spectrum kan geïnterpreteerd worden als de bijdragen aan de variantie per frequentie en richting.
De spectrale beschrijving van zeegang en soortgelijke processen is vooral van nut bij de berekening van responsies van lineaire systemen.

2.2. Berekening respons

Om het spectrum van de respons (output: bijvoorbeeld de uitwijkingen van een pijp) te bepalen als gevolg van een signaal waarvan het spectrum bekend is (input: bijvoorbeeld zeegang), dient de amplitude verhouding van de output en de input berekend te worden voor een harmonische component.
Deze factor kan variëren met de frequentie en/of oriëntatie van de harmonische component.
Deze factor wordt de overdrachtsfunctie genoemd:

$$r_{o.i.}(\omega,\theta) = \frac{\hat{o}.}{\hat{i}.}$$

waarin

i. - harmonische component van de input met als amplitude $\hat{i}$

o. - harmonische component van de output als gevolg van i. met amplitude $\hat{o}$.

ω - hoeksnelheid

θ - oriëntatie

Voor lineaire systemen geldt nu de volgende relatie:

$$E_{o.o.}(\omega,\theta) = (r_{o.i.}(\omega,\theta))^2 \; E_{i.i.}(\omega,\theta)$$

waarin

$E_{i.i.}$ - spectrum van de input
$E_{o.o.}$ - spectrum van de output

Een overzicht van de verschillende overdrachtsfuncties en spectra is op de volgende pagina weergegeven.

	golfveld	x-component snelheid op de bodem	kracht loodrecht op de pijp	uitwijking van de pijp
fysische ruimte	x, y, t	x, y, t	y, t	y, t
harmonische component	$\eta(\omega,\theta)$ = a sin $(\omega t + k\,x \cos\theta + k\,y \sin\theta + \alpha)$	$v_x(\omega,\theta)$ = $r_{v_x\eta}(\omega,\theta)\,\eta\,(\omega,\theta)$	$f(\omega,\theta)$ = $r_{fv_x}(\omega,\theta)v_x(\omega,\theta)$, met x = o	$w(\omega,\theta)$ = $r_{wf}\,(\omega,\theta)\,f\,(\omega,\theta)$
spectrale ruimte	ω, θ	ω, θ	ω, θ	ω, θ
Spectrum	$E_{\eta\eta}(\omega,\theta)$ = $E_{\eta\eta}(\omega)$ D (θ,θ_o)	$E_{v_xv_x}(\omega,\theta)$ $\bar{\bar{2}}$ $\lvert r_{v_x\eta}(\omega,\theta)\rvert$ $E_{\eta\eta}(\omega,\theta)$	$E_{ff}(\omega,\theta)$ = $\lvert r_{fv_x}(\omega,\theta)\rvert^2 E_{v_xv_x}\,(\omega,\theta)$	$E_{ww}(\omega,\theta)$ = $\lvert r_{wf}(\omega,\theta)\rvert^2$ $E_{ff}\,(\omega,\theta)$
verwijzing berekening	(3)	(4.1)	(4.2)	(5) en (6)

3. Standaard spectrum van zeegang

Hoewel niet geheel juist, wordt er hier van uitgegaan dat de verdeling van de variantie over de richtingen onafhankelijk is van de frequentie. Dit is géén principiële keuze, voor de numerieke uitwerking geeft een relatie tussen frequenties en richtingen geen complicaties.
Het twee-dimensionale spectrum van zeegang is dan als volgt te schrijven:

$$E_{\eta\eta}(\omega,\theta) = E_{\eta\eta}(\omega)\ D(\theta;\theta_o)$$

waarbij

$$E_{\eta\eta}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} E_{\eta\eta}(\omega,\theta)\ d\theta$$

zodat

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta;\theta_o)\ d\theta = 1 \qquad 3-1$$

waarbij

$E_{\eta\eta}(\omega)$ - spectrum van de uitwijkingen van het zeeoppervlak als functie van ω

$D(\theta;\theta_o)$ - richtingverdelingsfunctie

Deze factoren worden nu afzonderlijk beschreven.

3.1. Standaard frequentie spectrum

Er wordt hier gebruik gemaakt van het door het JONSWAP project gevonden spectrum voor een groeiende zeegang [5]:

$$E_{\eta\eta}(\omega) = \alpha_o g^2 \omega^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^{-4}\right)\gamma_o^{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega-\omega_m}{\omega_m \sigma}\right)^2\right)} \qquad 3-2$$

waarvoor geldt

α_o - schaalparameter
ω_m - schaalparameter
g - versnelling van de zwaartekracht

γ_o en δ zijn constanten:

$\gamma_o = 3,3$
$\delta = 0,07$ voor $\omega < \omega_m$
$\delta = 0,09$ voor $\omega > \omega_m$

Het spectrum heeft een standaardvorm met slechts als schaalparameters α_o en ω_m, welke volgen uit de JONSWAP-fetch relaties. Indien van zeegang de significante golfhoogte en periode bekend zijn dan kunnen de schaalparameters op de volgende wijze geschat worden:

$$\omega_m = 0,95\ 2\pi\ T_s^{-1}$$

$$H_s = 3,8\ \sqrt{m_o}$$

$$\alpha_o = s\ m_o\ \omega_m^4\ g^{-2}(0,78 + 0,22\ \gamma_o)^{-1}$$

waarbij

H_s - significante golfhoogte
T_s - significante golfperiode
m_o - nulde moment van het spectrum; d.w.z. de variantie van de oppervlakte uitwijkingen

3.2. Richtingverdelingsfunctie

Gekozen wordt voor de volgende richtingverdelingsfunctie:

$$D(\theta;\theta_o) = A(n)\ \cos^n(\theta-\theta_o) \quad \text{voor } |\theta-\theta_o| < \tfrac{1}{2}\pi$$

$$D(\theta;\theta_o) = o \quad \text{voor } |\theta-\theta_o| \geq \tfrac{1}{2}\pi$$

A(n) wordt zó gekozen dat aan vergelijking 3-1 wordt voldaan.

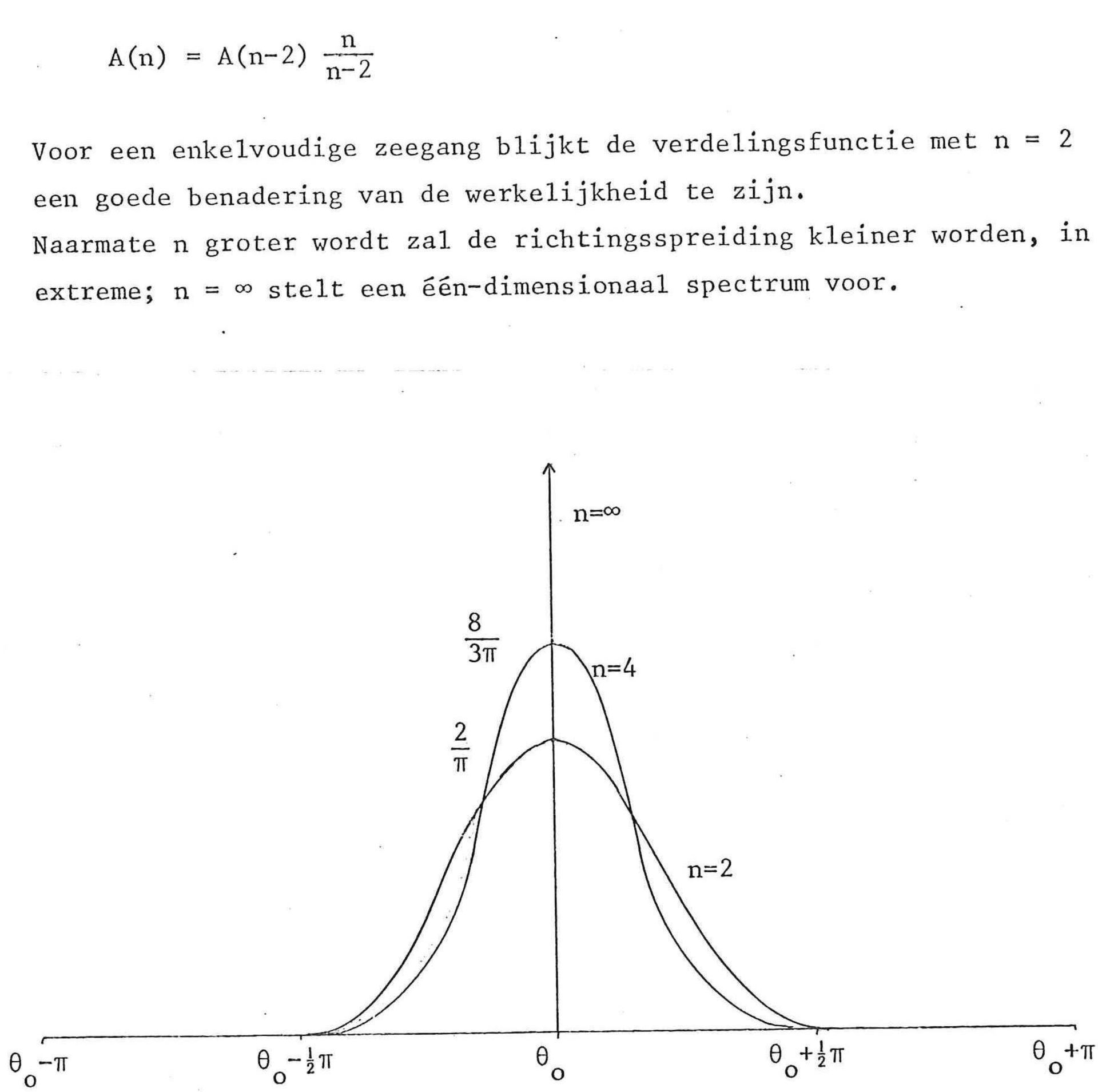
Er geldt:

$$A(2) = \frac{2}{\pi}$$

$$A(4) = \frac{8}{3\pi}$$

$$A(n) = A(n-2)\ \frac{n}{n-2}$$

Voor een enkelvoudige zeegang blijkt de verdelingsfunctie met n = 2 een goede benadering van de werkelijkheid te zijn.
Naarmate n groter wordt zal de richtingsspreiding kleiner worden, in extreme; n = ∞ stelt een één-dimensionaal spectrum voor.



4. Overdrachtsfuncties voor krachten op de pijp

4.1. Bodemsnelheden

De volgende aannamen worden gedaan: de bodem is vlak en horizontaal. De verticale snelheden t.p.v. de bodem zijn verwaarloosbaar. Voor de horizontale snelheden t.p.v. de bodem geldt volgens de lineaire golftheorie:

$$v_x(\omega,\theta) = \frac{\omega}{\sinh k\,d}\,\eta(\omega,\theta)\,\cos\,\theta$$

$$v_y(\omega,\theta) = \frac{\omega}{\sinh k\,d}\,\eta(\omega,\theta)\,\sin\,\theta$$

waarbij

$\eta(\omega,\theta)$ - een harmonische component van zeegang:

$$\eta(\omega,\theta) = \hat{\eta}\,\sin\,(\omega t + k\,x\cos\,\theta + k\,y\sin\,\theta + \alpha)$$

$\hat{\eta}$ - amplitude van (ω,θ)

k - golfgetal

α - fasehoek (willekeurig)

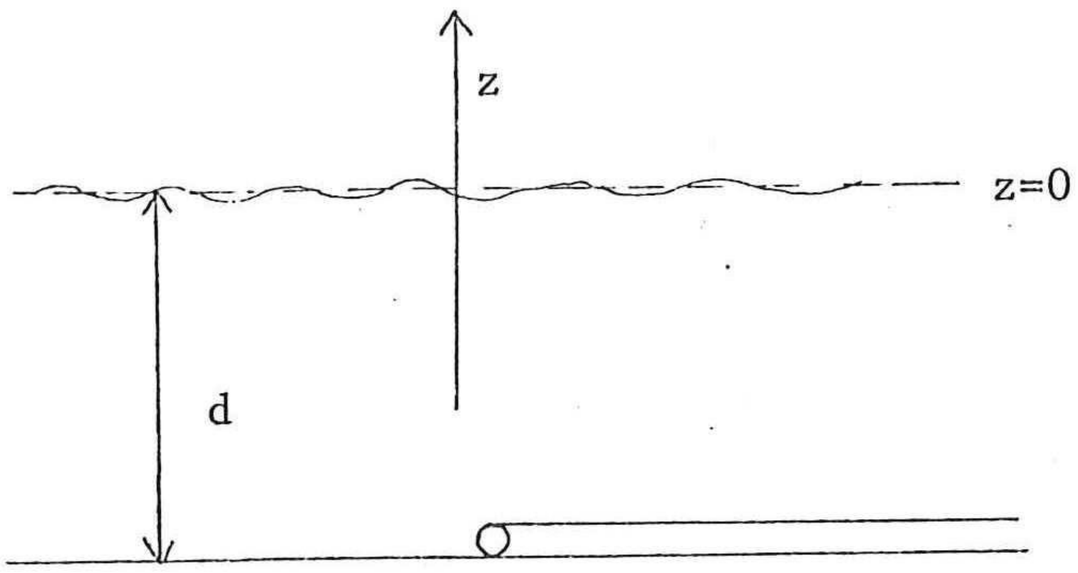
v_x - horizontale watersnelheid t.p.v. de bodem, in x-richting (loodrecht op de pijp)

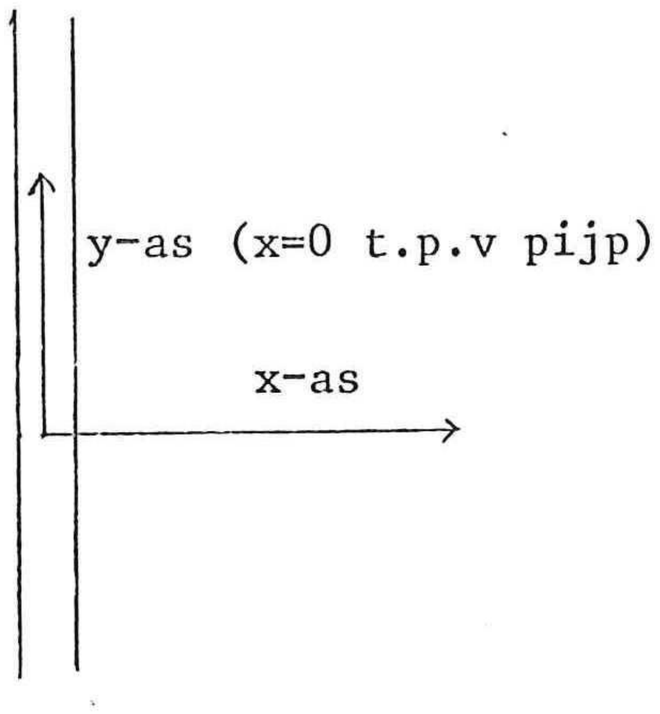
v_y - idem, in y-richting (evenwijdig aan de pijp)

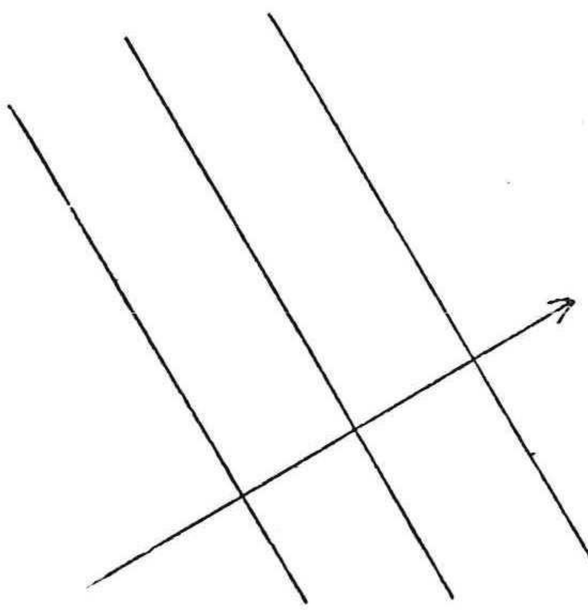
θ - hoek van de golfkommen van de harmonische component met de x - as

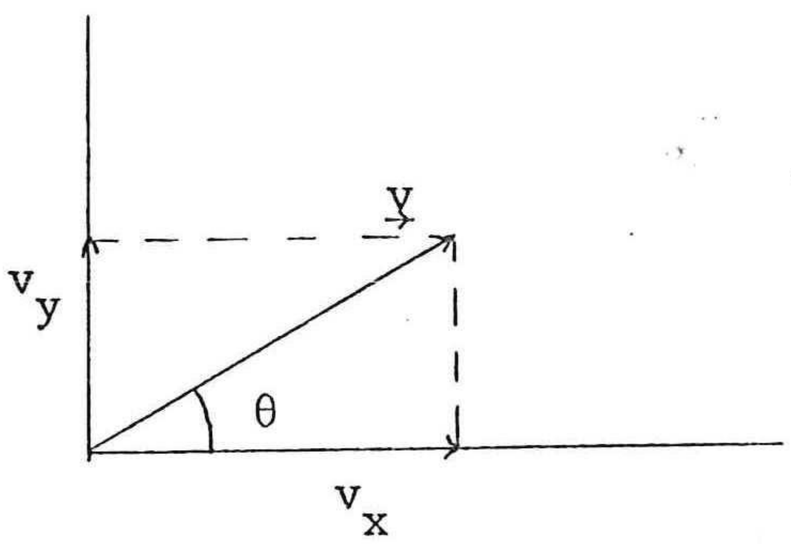
d - waterdiepte

Definitieschets









Er geldt:

$\underset{\rightarrow}{v} = (v_x, v_y)$

$= (v_R \cos\theta\ , v_R \sin\theta\ )$

$\underset{\rightarrow}{v}$ wisselt van teken

$v_R = |\underset{\rightarrow}{v}|$

v_R wisselt niet van teken

De overdrachtsfuncties zien er als volgt uit:

$$r_{v_x\eta}\ (\omega,\theta) = \frac{\omega}{\sinh k\,d} \cos\ \theta$$

$$r_{v_x\eta}\ (\omega,\theta) = \frac{\omega}{\sinh k\,d} \sin\ \theta$$

4.2. Krachten op de pijp

Een geschikte formule voor het bepalen van de krachten op een pijp is de formule van Morison:

$$f = \tfrac{1}{2}\ C_D \rho\ D\ v^{*}|v^{*}| + \tfrac{1}{4}\ C_M \rho\ D^2\ \frac{\partial v^{*}}{\partial t}\ \pi$$

waarbij

f - de kracht loodrecht op de pijp p.e.v. lengte

C_D - weerstandscoëfficiënt

C_M - traagheidscoëfficiënt

v^* - snelheid van het water

ρ - dichtheid water

D - pijpdiameter

De coëfficiënten C_D en C_M zijn experimenteel bepaald voor snelheden v^* loodrecht op de pijp. Voor waterbewegingen met een andere richting moet dus een correctiefactor gekozen worden. Een mogelijkheid is de component van de waterbeweging loodrecht op de pijp te kiezen dus:

$$v^* = v_x.$$

Logischer lijkt het om te veronderstellen dat bij scheve aanstroming f variëert evenredig met cos θ, waarin θ de hoek is tussen de aanstroming en de normaal op de pijp as.
De kracht loodrecht op de pijp bedraagt dan:

$$f = \tfrac{1}{2} C_D \rho D v_x v_R + \tfrac{1}{4} C_M \rho D^2 \frac{\partial v_x}{\partial t} \qquad 4\text{-}1$$

waarbij

$$|\underset{\rightarrow}{v}| = v_R = (v_x^2 + v_y^2)^{\frac{1}{2}}$$

v_R wisselt niet van teken; dit in tegenstelling tot v_x en v_y.

Voor het bepalen van het spectrum van de krachten zal de factor $v_x v_R$ uit de weerstandsterm gelineariseerd moeten worden. In plaats van per spectrale component een bepaalde linearisatie te maken en bij het bepalen van de variantie de gemaakte fout te integreren, is het beter uit te gaan van de stochastische snelheden $\underline{v}_x$ en $\underline{v}_R$, waarvan de verdelingsfuncties bekend zijn, waardoor $\underline{v}_x \underline{v}_R$ te lineariseren is.
Benader $\underline{v}_x \underline{v}_R$ als:

$$\gamma \quad \delta_{\underline{v}_R} \underline{v}_x \qquad 4\text{-}2$$

waarbij γ een nader te bepalen dimensieloze coëfficiënt is, en

$$\delta^2_{\underline{v}_R} = \delta^2_{\underline{v}_x} + \delta^2_{\underline{v}_y}$$

$$= \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} E_{\eta\eta}(\omega,\theta) \; (\cos^2\theta + \sin^2\theta) \; d\omega \; d\theta$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} E_{\eta\eta}(\omega) \; d\omega$$

Er geldt:

$$\underline{v}_x \underline{v}_R = \gamma \; \delta_{\underline{v}_R} \underline{v}_x + \underline{\varepsilon}$$

waarbij $\underline{\varepsilon}$ de fout is welke geminimaliseerd moet worden. Kies hiervoor de kleinste kwadratenmethode waarbij de afgeleide van het gemiddelde van $E\{\underline{\varepsilon}^2\}$ naar γ gelijk aan nul gesteld. Hieruit volgt voor γ:

$$\gamma = \frac{\{E \; \underline{v}_x^2 \; \underline{v}_R\}}{\delta_{\underline{v}_R} \; E\{\underline{v}_x^2\}}$$

Bij gegeven spectrum $E_{\eta\eta}(\omega,\theta)$ is deze uitdrukking te bepalen, gebruik makend van de relatie

$$\underline{v}_R = (\underline{v}_x^2 + \underline{v}_y^2)^{\frac{1}{2}} \; ,$$

en van het feit dat $\underline{v}_x$ en $\underline{v}_y$ samengesteld Gaussisch verdeeld zijn. Het resultaat zal dan afhangen van de mate van kortkammigheid van het golfveld en van de gemiddelde invalsrichting. Hier zal een vereenvoudigende benadering worden gebruikt, door in de teller $\underline{v}_R$ te vervangen door $|\underline{v}_x|$, en in de noemer $\delta_{\underline{v}_R}$ door $\delta_{\underline{v}_x}$. De uitdrukking voor γ reduceert dan tot

dezelfde als die is gebruikt door Borgman [2] voor het geval van loodrechte aanstroming:

$$\gamma \simeq \frac{E\{\underline{v}_x^2 \, |v_x|\}}{\delta_{\underline{v}_x}^3} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \qquad 4\text{-}3$$

De oplossing van Borgman geldt als $\underline{v}_x$ Gaussisch verdeeld is. Daar η Gaussisch verdeeld is en de overdrachtsfunctie lineair is zal ook $\underline{v}_x$ Gaussisch verdeeld zijn.

Combineren van vergelijkingen 4-1, 4-2 en 4-3 geeft voor de krachten loodrecht op de pijp:

$$f(\omega,\theta) = \tfrac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} \hat{v}_x \sin(\omega t + ky \sin\theta + \alpha) \qquad 4\text{-}4$$

$$+ \tfrac{1}{4}\pi C_M \rho D^2 \omega \hat{v}_x \cos(\omega t + ky \sin\theta + \alpha)$$

ofwel, in complexe notatie met $j = (-1)^{\frac{1}{2}}$:

$$f(\omega,\theta) = [\tfrac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} + j \tfrac{1}{4} \rho D^2 \omega \pi \hat{v}_x \sin(\omega t + ky \sin\theta + \alpha')$$

De term $kx \cos\theta$ is weggevallen omdat ter plaatse van de pijp geldt: $x = 0$.

De overdrachtsfunctie is nu te schrijven als:

$$r_{fv_x}(\omega) = [\tfrac{1}{2} C_D \rho D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} + j \tfrac{1}{4}\pi \rho D^2 \omega]$$

zodat:

$$|r_{fv_x}(\omega)|^2 = [\frac{2}{\pi} C_D^2 \delta_{v_R}^2 + \frac{\pi^2}{16} C_M^2 D^2 \omega^2] \rho^2 D^2 \qquad 4\text{-}5$$

4.3. Hydrodynamische demping

Een reductie van de opgelegde belasting op een pijp ontstaat wanneer de pijp gaat meetrillen in het resonantie gebied met eenzelfde fase. Deze reductie kan als een demping in de berekening worden meegenomen. De belasting wordt nu m.b.v. de formule van Morison bepaald door de relatieve snelheid van het water t.o.v. de pijp in rekening te brengen. In plaats van de Morison vergelijking 4-2 te gebruiken en weer een linearisatie te moeten maken is het handiger de Morison vergelijking 4-4 te gebruiken. Morison met inbegrip van relatieve snelheden wordt [10]:

$$f(\omega,\theta) = \tfrac{1}{2} C_D \rho D (v_x - \dot{w}) \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{(v_R + \dot{w})} + \qquad 4\text{-}6$$

$$\tfrac{1}{4} C_M \rho \pi D^2 \dot{v}_x - \tfrac{1}{4} \rho \pi D^2 (C_M - 1) \ddot{w}$$

waarin:

w - horizontale verplaatsingen van de pijp
$\dot{w}$ - afgeleide van w naar de tijd
$\ddot{w}$ - afgeleide van $\dot{w}$ naar de tijd
$\dot{v}_x$ - afgeleide van v_x naar de tijd

Voor het mechanische systeem geldt de bewegingsvergelijking:

$$m_p \ddot{w} + c \dot{w} + m_p \omega_r^2 w = f \qquad 4\text{-}7$$

waarin

m_p - massa pijp p.e.v. lengte
c - dempingscoëfficiënt van het systeem
ω_r - r^{de} resonantiefrequentie van het systeem

Substitutie van 4-6 in 4-7 geeft na herschrijven

$$(m_a + m_p)\,\ddot{w} + (c_{mat} + \tfrac{1}{2}\,D\,C_D\sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\delta_{(v_R - \dot{w})})\,\dot{w} + \omega_r^2\,w = \tfrac{1}{2}\,\rho\,D\,C_D\sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\delta_{(v_R - \dot{w})}\,v_x + \tfrac{1}{4}C_M\,\rho\pi D^2\,v_x \qquad 4\text{-}8$$

m_a - meebewegende watermassa;

$$m_a = \tfrac{1}{4}\,\rho\,\pi\,D^2(C_M - 1)$$

c_{mat} - materiaaldempingscoëfficiënt

Nu geldt:

$$\delta_{(v_R - \dot{w})} = \sqrt{\delta_{v_R}^{\,2} + \delta_{\dot{w}}^{\,2}}\,,\ \text{daar}$$

$\delta_{v_R} \gg \delta_{\dot{w}}$ volgt hieruit:

$$\delta_{(v_R - \dot{w})} \simeq \delta_{v_R}$$

Het rechterlid in vergelijking 4-8 komt overeen met vergelijking 4-6. De hydrodynamische dempingscoëfficiënt bedraagt zo:

$$c_{h.d} = \tfrac{1}{2}\,\rho\,D\,C_D\sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\delta_{v_R}$$

waarin

$c_{h.d}$ - hydrodynamische dempingscoëfficiënt

De totale dempingscoëfficiënt c bedraagt nu:

$$c = c_{mat} + \tfrac{1}{2}\,\rho\,D\,C_D\sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\delta_{v_R} \qquad 4\text{-}9$$

Er is geen rekening gehouden met eventuele demping van de elastische ondersteuning.

Een gebruikelijke schrijfwijze voor demping is in dimensieloze vorm als de verhouding demping met critische demping

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\,m\,\omega_r}$$

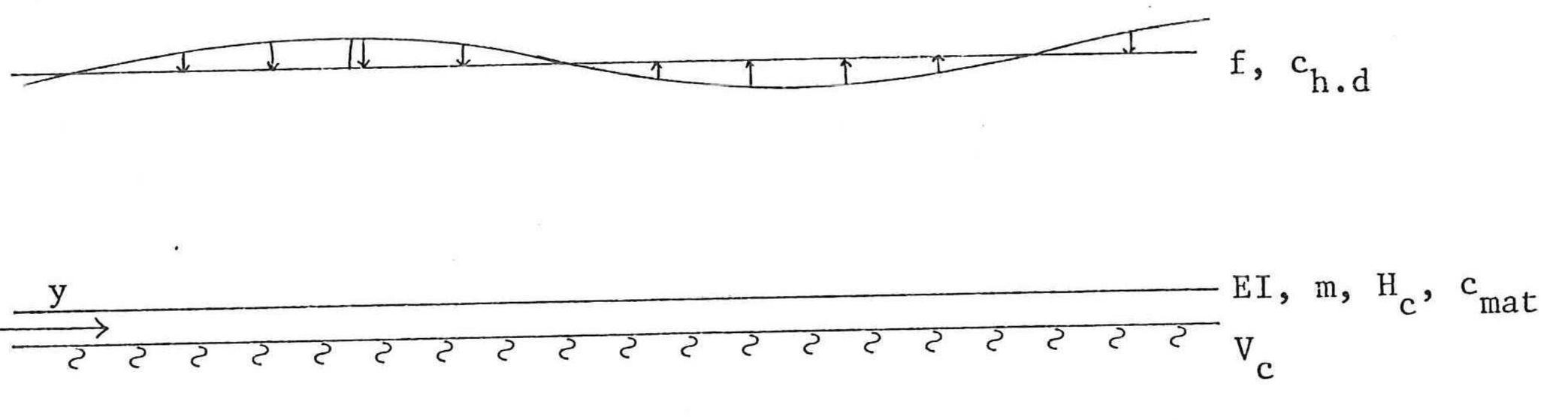
Vergelijking 4-9 wordt dan met substitutie van $\xi_{mat} = 0{,}005$:

$$\xi = 0{,}005 + \frac{\rho\, D\, C_D \sqrt{\frac{8}{\pi}}\, \delta_{v_R}}{4m\ \omega_r}$$

5. Respons ∞ lange pijp, elastisch ondersteund

De pijp is geschematiseerd als over de gehele lengte gelijkmatig ondersteund door een vlakke, horizontale elastische grond, met veerconstante V_c [N/m^2] tegen de horizontale verplaatsingen.
De pijp heeft een stijfheid EI [Nm^2], staat onder een voorspanningskracht H_c [N] en heeft een massadichtheid $m(= m_a + m_p)$ [kg/m].
Een eventuele demping in de elastische ondergrond wordt hier niet in rekening gebracht. Het systeem wordt belast door de spectrale component:

$$f(\omega,\theta) = \hat{f} \sin (\omega t + k\, y \sin\theta + \alpha).$$



5.1. Verplaatsingen

De D.V. (differentiaalvergelijking) van de pijp luidt als volgt:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - H_c \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + V_c\, w + c \frac{\partial w}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \hat{f}\ \mathrm{Im}\{\exp j\ (\omega t + k\, y \sin\theta + \alpha)\} \quad 5\text{-}1$$

De belasting is hier in een iets andere vorm geschreven. Eventueel in het systeem aanwezige eigentrilling dempen uit, zodat alleen de particuliere oplossing van de D.V. interessant is. Deze oplossing heeft de volgende gedaante:

$$w = \hat{w}\ \mathrm{Im}\{\exp j\ (\omega t + k\, y \sin\theta + \alpha)\}.$$

Substitutie van w in de D.V. geeft na uitschrijven:

$$\hat{f}\ \mathrm{Im}\{\exp j\ (\omega t + k\,y \sin\theta + \alpha)\} = \hat{w}\ \mathrm{Im}\{\exp j\ (\omega t + k\,y \sin\theta + \alpha)\}$$

$$* \{EI\ j^4 k^4 \sin^4\theta - H_c^2\ k^2 \sin^2\theta + V_c + c\omega j + m\omega^2 j^2\}$$

De overdrachtsfunctie volgt uit $\frac{\hat{\omega}}{\hat{f}}$:

$$r_{wf}(\omega,\theta) = \{EI\,k^4 \sin^4\theta + H k^2 \sin^2\theta + V_c - m\omega^2 + c\omega j\}^{-1}$$

Hieruit is af te leiden:

$$|r_{wf}(\omega,\theta)|^2 = \{(EI\,k^4 \sin^4\theta + H k^4 \sin^2\theta + V_c - m\omega^2)^2 + \omega^2 c^2\}^{-1}$$

Deze vergelijking kan nu op de volgende wijze geschreven worden:

$$|r_{wf}(\omega,\theta)|^2 = \frac{1}{m^2\omega^4}\left\{\left[\left(\frac{EI\,k^4 \sin^4\theta + H k^2 \sin^2\theta + V_c}{m\omega^2} - 1\right)^2 + 4\xi^2\right]^{-1}\right\} \qquad 5\text{-}2$$

waarbij de factor tussen de accolades als een vergrotingsfactor geinterpreteerd wordt.
Door het onbegrensde karakter van de pijp zijn de eigentrillingen niet in een reeks van harmonischen te schrijven. De eigentrillingsvorm van de pijp is echter niet willekeurig. Uit vergelijking 5-2 volgt dat resonantie optreedt bij frequentie ω en het voor de pijp geldende golfgetal $k \sin\theta$, n.l. indien geldt:

$$EI\,k^4 \sin^4\theta + H_c k^2 \sin^2\theta + V_c + m\omega^2 = 0 \qquad 5\text{-}3$$

De volgende dispersierelaties zijn op te stellen;
voor de pijp:

$$\omega^2 = \frac{EI\,k^4 \sin^4\theta + H_c k^2 \sin^2\theta + V_c}{m} \qquad 5\text{-}4$$

voor de zwaartekrachtsgolven:

$$\omega^2 = g\,k \tanh k\,d \qquad 5\text{-}5$$

Indien er bij een bepaalde frequentie ω een combinatie van k en θ te vinden is, zodat aan beide vergelijkingen 5-4 en 5-5 voldaan wordt, dan treedt resonantie op voor de spectrale component met die waarden van ω en θ. Als echter geldt:

$$\omega^2 \leq \frac{V_c}{m} \qquad 5\text{-}6$$

dan kan niet aan vergelijking 5-3 worden voldaan, zodat geen resonantie bij die frequenties kan optreden.
Een specifiek geval van dispersierelatie 5-3 is de vergelijking voor de critische knikbelasting [12] waarvoor geldt:

$$P_{cr} = -H_c, \ \omega = o \text{ en } \frac{2\pi}{k \sin \theta} = 4\,1$$

de oplossing luidt met 1 als kniklengte:

$$P_{cr} = EI \frac{\pi^2}{41^2} + V_c \frac{41^2}{\pi}$$

5.2. Spanningen

Voor de maximale spanning in een doorsnede geldt:

$$\delta_{max} = \left|\frac{M}{W}\right| = \left|\frac{E\,D}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right|$$

In (5.2) is de doorbuiging w al opgelost in de vorm

$$w = \hat{w}\, \mathrm{Im}\{\exp i(\omega t + k\, y \sin \theta + \alpha)\}$$

zodat geldt:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = k^2 \sin^2 \theta \ |w|$$

Bekend is de overdrachtsfunctie van de doorbuigingen 5-2, zodat de overdrachtsfunctie van de spanningen wordt:

$$|r_{sw}(\omega,\theta)|^2 = \left(\frac{E\,D}{2}\ k^2 \sin^2 \theta\right)^2 \ |r_{wf}(\omega,\theta)|^2 \qquad 5\text{-}7$$

5.3. Invloed kortkammigheid

Om de invloed van de kortkammigheid na te gaan worden de volgende parameters gevarieerd:

- n, de mate van kortkammigheid
- θ_o, de hoofdrichting

In plaats van de totale variantie van de respons te bepalen, wordt alleen dát deel van de respons bepaald, dat beïnvloed wordt door n en θ_o.

Voor de uitwijkingen is dit deel te schrijven als:

$$\Xi_n^v(\omega,\theta_o) =$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta;\theta_o)\cos^2\theta\left\{\left(\frac{EI\,k^4\sin^4\theta + H_c\,k^2\sin^2\theta + V_c}{m\omega^2} - 1\right)^2 + 4\xi^2\right\}^{-1} d\theta \qquad 5\text{-}8$$

voor de spanningen is het interessante deel van de respons:

$$\Xi_n^s(\omega,\theta_o) =$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta;\theta_o)\cos^2\theta\left\{\left(\frac{EI\,k^4\sin^4\theta + H_c\,k^2\sin^2\theta + V_c}{m\omega^2} - 1\right)^2 + 4\xi^2\right\}^{-1}\sin^4\theta\,d\theta \qquad 5\text{-}9$$

Voor $n = \infty$ kunnen deze integralen eenvoudiger bepaald worden verg. 5-8 wordt:

$$\Xi_{n=\infty}^v(\omega,\theta_o) =$$

$$\cos^2\theta_o\left\{\left(\frac{EI\,k^4\sin^4\theta_o + H_c\,k^2\sin^2\theta_o + V_c}{m\omega^2} - 1\right)^2 + 4\xi^2\right\}^{-1} \qquad 5\text{-}10$$

verg. 5-9 wordt:

$$\Xi_{n=\infty}^v(\omega,\theta_o) =$$

$$\cos^2\theta_o\left\{\left(\frac{EI\,k^4\sin^4\theta_o + H_c\,k^2\sin^2\theta_o + V_c}{m\omega^2} - 1\right)^2 + 4\xi^2\right\}^{-1}\sin^4\theta_o \qquad 5\text{-}11$$

De invloed van kortkammigheid kan nu worden afgeschat.

- m.b.t. de doorbuiging; normeer de uitkomsten van vergelijkingen 5-8 en 5.10 naar het maximum van de uitkomst van vergelijking 5-10 als functie van θ_o (maximum blijkt te bestaan voor $\theta_o = 0^o$).
- m.b.t. de spanningen; zelfde procedure (uit de numerieke uitwerking (5.4) blijkt $\theta_o \simeq 50^o$ voor het maximum).

5.4. Numerieke uitwerking

De numerieke uitwerking is gemaakt met het computerprogramma uit bijlage 2.

Input is het JONSWAP spectrum met $H_s = 4$ m en $T_s = 8$ s.

Overige invoergegevens zijn:

$\theta_o = 0^o$

$n = 2$

$d = 30$ m

$\rho = 1025$ kg/m^3

$D = 0,28$ m

De pijp heeft een wanddikte van 15 mm en is van staal. De gemiddelde dichtheid van de lege pijp (dichtheid van staal en van lucht) bedraagt 1600 kg/m^3.

$E = 210.10^9$ N/m^2

$M_p = \frac{1}{4}\ 1600\ D^2 = 98,5$ kg/m

$I = \frac{\pi}{64}\ (D^4 - (D - 0,015)^4) = 0,596\ 10^{-4}$ m^4

De beddingsconstante van zand is globaal 10^7 N/m^3 (praktijkwaarde uit collegedictaat b13).

Aangenomen wordt dat de pijp 1 cm de grond is ingezakt en dat de horizontale veerconstante hierdoor bedraagt:

$$V_c = 0,01\ 10^7 = 10^5\ \text{N/m}^2$$

De hydrodynamische coëfficiënten C_D en C_M worden bepaald m.b.v. bijlage 1.

Het Keulegan - Carpenter getal bedraagt met $v_m = 0,5$ m/s, $T = 8$ s en $D = 0,28$:

$$K.C. = \frac{v_m T}{D} = 15$$

De afstand tussen de pijp en de bodem bedraagt: h = 0 m, waardoor de relatieve hoogte boven de bodem $\frac{h}{D}$ = 0 m bedraagt.
Voor een ruwe pijp (t.g.v. aangroei) geldt nu:

$C_D = 3$
$C_M = 2,29$
$m_a = \frac{1}{4} \rho \pi D^2 (C_M - 1) = 81,4$ kg/m
$m = m_a + m_p = 180$ kg/m

De hydrodynamische dempingscoëfficiënt kan bepaald worden als δ_{v_R} berekend is:

$\delta_{v_R} = 0,236$ m/s

zodat geldt:

$c_{h.d} = \frac{1}{2} \rho C_D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} = 162$ N/m^2 ,

waardoor de totale dimensieloze demping bedraagt:

$$\xi = 0,005 + \frac{162}{2m\ \omega}$$

Figuren 1 t/m 7 illustreren de spectra en overdrachtsfuncties. Opmerkelijk hierbij is dat de overdrachtsfunctie $|r_{wf}(\omega,\theta)|^2$ vrijwel onafhankelijk van de frequentie is; oorzaak hiervan is de overheersende waarde van de constante V_c.
Figuren 8 en 9 geven $\Xi_n^v(\omega,\theta_o)$ en $\Xi_n^s(\omega,\theta_o)$ weer voor n = 2, n = 4 en n = ∞ voor $\theta_o = 0^o$, 15^o, 30^o, 45^o, 60^o, 75^o en 90^o.
Dit is gedaan voor ω = 0,5 rad/s en voor ω = 1,5 rad/s. De resultaten blijken vrijwel onafhankelijk van deze keuze te zijn, m.a.w. voor lage frequenties is Ξ onafhankelijk van ω dus $\Xi(\theta_o)$.
De invloed van kortkammigheid uit zich m.b.t. doorbuigingen in een reductie voor een golfveld met n = 2 of n = 4 bij $\theta_o < 45^o$ t.o.v. een golfveld met n = ∞.
Deze reductie is maximaal voor $\theta_o = 0^o$: De variantie van de uitwijkingen voor n = 2 is 0,72 maal de variantie van de uitwijkingen voor n = ∞. (zie fig. 8.)

De invloed van kortkammigheid m.b.t. spanningen is in figuren 9a en 9b weergegeven.
De maximale waarde van $\Xi^s_{n=2}$ (dit is bij $\theta_o = 90^o$) blijkt ongeveer gelijk te zijn aan de maximale waarde van $\Xi^s_{n=4}$ (dit is bij $\theta_o \simeq 60^o$) en ongeveer 0,5 maal de maximale waarde van $\Xi^s_{n=\infty}$ (dit is $\theta_o \simeq 55^o$) te bedragen.

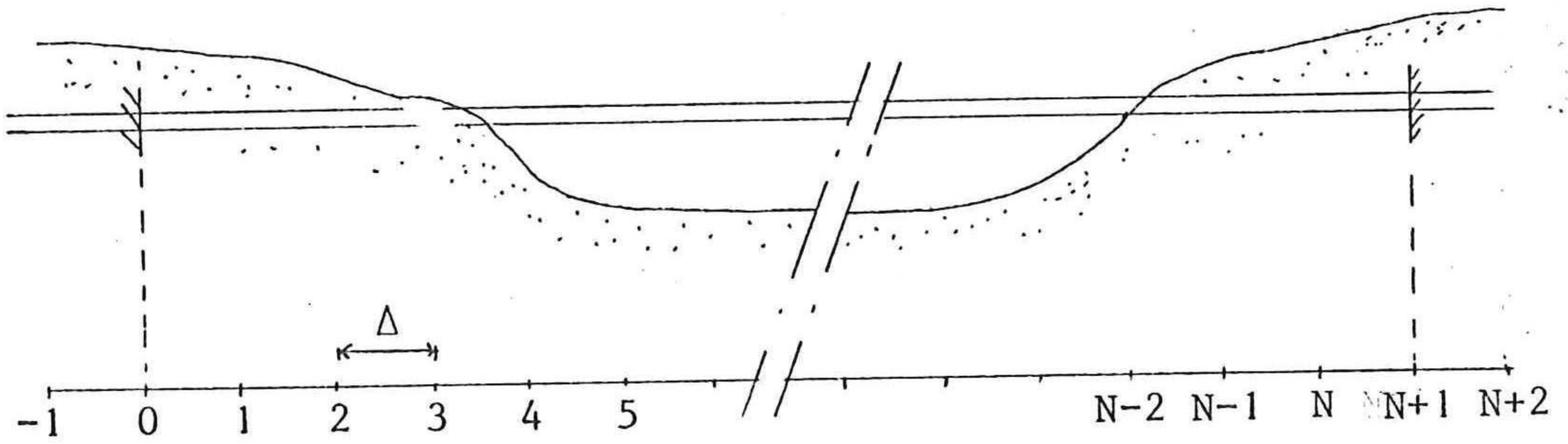
6. Respons eindige pijp met plaatsafhankelijke randvoorwaarden

De D.V. verschilt een weinig van de D.V. van vergelijking 5-1. Hier is $V_c = V_c(y)$ en $\hat{f} = \hat{f}(y)$; bovendien zijn de randvoorwaarden verschillend. De DV is na substitutie van w:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - H_c \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + V_c(y)w + c \frac{\partial w}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \hat{f}(y)\ \mathrm{Im}\ \{\exp k\,(\omega t + \theta) \times \exp\,(j\,k\,y\,\sin\,\theta)\} \qquad 6\text{-}1$$

6.1. De pijp als N-massa veersysteem

De pijp wordt als een N-massa veersysteem geschematiseerd om D.V. 6-1 op te kunnen lossen.



De afgeleiden in ieder massapunt kunnen nu door differenties worden

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_i = \frac{w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i-2}}{\Delta^4} + O(\Delta^2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_i = \frac{-w_{i-1} + 2w_i - w_{i+1}}{\Delta^2} + O(\Delta^2)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i = \frac{w_{i-1} - w_{i+1}}{\Delta} = 0\ (\Delta^2)$$

waarbij $O(\Delta^2)$ de gemaakte fout is en Δ de afstand tussen twee geschematiseerde massapunten.

De pijp wordt i = o en i = N + 1 als ingeklemd beschouwd:

$$y = y_o \qquad w = o \rightarrow w_o = o$$

$$\frac{dw}{dy} = o \rightarrow \frac{w_{-1} - w_1}{\Delta} = o \quad w_{-1} = w_1$$

$$y = y_{N+1} \qquad w = o \rightarrow w_o = o$$

$$\frac{dw}{dy} = 0 \rightarrow w_{N+2} = w_N$$

Om de niet reëel aanwezige randvoorwaarde van inklemming, aan de realiteit aan te passen worden de eerste en laatste massa elementen elastisch ondersteund.
Nu is een schematisatie gemaakt van een plaatselijk niet ondersteunde pijp, een z.g. "free span".
De D.V. kan nu geschreven worden als een stelsel van N gekoppelde bewegingsvergelijkingen

$$[K]\underset{\rightarrow}{w} + [V_c]\underset{\rightarrow}{w} + [C]\frac{\partial \underset{\rightarrow}{w}}{\partial t} + [M]\frac{\partial^2 \underset{\rightarrow}{w}}{\partial t^2} = \underset{\rightarrow}{f} \qquad 6\text{-}2$$

waarbij:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_3 & K_4 & 0 & 0 & & & & & \\ K_3 & K_2 & K_3 & K_4 & 0 & & & & & \\ K_4 & K_3 & K_2 & K_3 & K_4 & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & K_4 & K_3 & K_2 & K_3 & K_4 \\ & & & & & 0 & K_4 & K_3 & K_2 & K_3 \\ & & & & & 0 & 0 & K_4 & K_3 & K_{NN} \end{bmatrix}$$

met $K_{11} = K_{NN} = \frac{7\,EI}{\Delta^4} + \frac{2\,H_c}{\Delta^2}$

$K_2 = \frac{6\,EI}{\Delta^4} + \frac{2\,H_c}{\Delta^2}$

$K_3 = \frac{4\,EI}{\Delta^4} - \frac{H_c}{\Delta^2}$

$K_4 = \frac{EI}{\Delta^4}$

De matrices $[V_c]$, [M] en [C] zijn diagonaalmatrices met respectievelijk elementen $(V_{c_1}, V_{c_2}, V_{c_3} \text{ --- } V_{c_N})$, $(m_1, m_2, m_3 \text{ --- } m_N)$ en $(c_1, c_2, c_3 \text{ --- } c_N)$. De krachtvector $\underset{\rightarrow}{f}$ kan als volgt geschreven worden:

$$\underset{\rightarrow}{f}(t) = \text{Im} \left\{ \begin{array}{l} \hat{f}_1 \exp j\ (k\,\Delta \sin\theta) \\ \hat{f}_2 \exp j\ (k_2\Delta \sin\theta) \\ \hat{f}_3 \exp j\ (k_3\Delta \sin\theta) \quad \exp j\ (\omega t + \alpha) \\ \\ \hat{f}_N \exp j\ (kN\Delta \sin\theta) \end{array} \right\} \qquad 6\text{-}3$$

$$= \text{Im}\ \{\underset{\rightarrow}{\hat{f}}^{*} \exp j\ (\omega t + \alpha)\}$$

De matrix [K] + $[V_c]$ geeft aan wat de doorbuiging in punt i is ten gevolge van een belasting in een onder punt. Deze matrix stelt feitelijk een invloedslijn voor.

6.2. Verplaatsingen

De methode van oplossen van het stelsel vergelijkingen 6-2 is in grote lijnen als volgt. De eigenvectoren van het systeem worden bepaald, vervolgens wordt $\underset{\rightarrow}{\hat{f}}^{*}$ uit vergelijking 6-3 in deze eigenvectoren ontbonden (als som van de eigenvectoren geschreven). Per eigenvector bestaat er zo een krachtamplitude, deze wordt de gegeneraliseerde kracht F_r^{*} voor de r^{de} eigenvector genoemd. Op dezelfde wijze worden de gegeneraliseerde massa M_r^{*} en demping C_r^{*} gedefinieerd. Voor iedere eigenvector wordt nu een verplaatsing gevonden, welke bij elkaar opgeteld de uiteindelijke verplaatsing weergeven. Iedere eigenvector is zo als een één-massa veersysteem te beschouwen, zodat het oorspronkelijke N-massa veersysteem ontbonden is in N één-massa veersystemen.

6.2.1. De respons van het ongedempte systeem

In vergelijking 6-2 verdwijnt nu de dempingsterm. De oplossing voor de eigenvectoren kan geschreven worden in de vorm:

$\underset{\rightarrow}{w} = \underset{\rightarrow}{y} \exp j\ (\omega t + \alpha)$. Dan geldt:

$$\frac{\partial^2 \underset{\rightarrow}{w}}{\partial t^2} = \omega^2 \underset{\rightarrow}{w}$$

en kan voor het bepalen van de eigentrillingen het stelsel 6-2 als volgt vereenvoudigd worden:

$$([K] + [V_c])\ \underset{\rightarrow}{w} - \omega^2\ [M]\ \underset{\rightarrow}{w} = o \qquad 6\text{-}4$$

Voor stelsel 6-4 bestaan slechts dan niet triviale oplossingen voor ω en w als geldt

$$\text{Det}\ ([K] + [V_c] - \omega^2\ [M]) = o.$$

Uit dit eigenwaarde probleem volgen N oplossingen voor de frequenties, de z.g. eigenfrequenties ω_r met N bijbehorende oplossingen van doorbuigingsvormen, de z.g. eigenvectoren $\underset{\rightarrow}{y}_r$.
De amplitude vector van de kracht $\hat{\underset{\rightarrow}{f}}$ uit vergelijking 6-3 wordt nu ontbonden in de eigenvectoren door deze met de massamatrix te vermenigvuldigen:

$$\hat{f} = \sum_{r=1}^{N} a_r\ [M]\ v_r$$

waaruit de getallen a_r opgelost moeten worden, door in te vullen in vergelijking 6-2.

$$\underset{\rightarrow}{f} = \text{Im}\ \left\{ \sum_{r=1}^{N} a_r\ [M]\ \underset{\rightarrow}{y}_r \exp j\ (\omega t + \alpha) \right\} \qquad 6\text{-}5$$

De eigenvectoren blijken te voldoen aan de volgende vergelijkingen, de z.g. orthogonaliteitsrelaties: indien $\omega_r^2 \neq \omega^2$, geldt:

$$\underset{\rightarrow}{y}_r^T\ [M]\ \underset{\rightarrow}{y}_s = o \quad \text{en} \quad \underset{\rightarrow}{y}_r^T\ ([K] + [V_c])\ \underset{\rightarrow}{y}_s = o \qquad 6\text{-}6$$

De coëfficiënten a_r worden nu als volgt bepaald: vermenigvuldig beide leden van vergelijking 6-5 met de getransponeerde van de s^{de} eigenvector, $\underset{\rightarrow}{v}_s^T$. Met gebruik van de orthogonaliteitsrelaties 6-6 wordt verkregen:

$$\underset{\rightarrow}{v}_r^T \; \hat{\underset{\rightarrow}{f}} = a_r \; \underset{\rightarrow}{v}_r^T \, [M] \; \underset{\rightarrow}{v}_r \text{ waaruit } a_r \text{ volgt:}$$

$$a_r = \frac{\underset{\rightarrow}{v}_r^T \; \hat{\underset{\rightarrow}{f}}}{\underset{\rightarrow}{v}_r^T \, [M] \, \underset{\rightarrow}{v}_r} \qquad 6\text{-}7$$

Hierin stelt $\underset{\rightarrow}{v}_r^T \; \hat{\underset{\rightarrow}{f}}$ een gegeneraliseerde kracht F_r^* voor en $\underset{\rightarrow}{v}_r^T \, [M] \, \underset{\rightarrow}{v}_r$ een gegeneraliseerde massa M_r^*.

Er geldt:

$$\underset{\rightarrow}{f} = \text{Im} \left\{ \sum_{r=1}^{N} a_r \, [M] \, \underset{\rightarrow}{v}_r \exp j \, (\omega t + \alpha) \right\}$$

Veronderstel de oplossing in de vorm:

$$\underset{\rightarrow}{w} = \text{Im} \left\{ \hat{\underset{\rightarrow}{w}} \exp j \, (\omega t + \alpha) \right\}$$

Substitueer deze vectoren in vergelijking 6-2 waaruit volgt:

$$([K] + [V_c] - \omega^2 \, [M]) \; \hat{\underset{\rightarrow}{w}} = \sum_{r=1}^{N} a_r \, [M] \, \underset{\rightarrow}{v}_r \qquad 6\text{-}8$$

Daar $\hat{\underset{\rightarrow}{w}}$ in eigenvectoren ontbonden wordt en geldt

$$([K] + [V_c] - \omega_r^2 \, [M]) \, \underset{\rightarrow}{v}_r = \underset{\rightarrow}{o}$$

(zo zijn ω_r en $\underset{\rightarrow}{v}_r$ immers bepaald) mag

$$[K] + [V_c] = \omega_r^2 \, [M]$$

gesubstitueerd worden in vergelijking 6-8, er geldt dan

$$\sum_{r=1}^{N} (\omega_r^2 - \omega^2) \, [M] \; \hat{\underset{\rightarrow}{w}} = \sum_{r=1}^{N} a_r \, [M] \, \underset{\rightarrow}{v}_r \qquad 6\text{-}9$$

waaruit volgt:

$$\hat{\underset{\rightarrow}{w}} = \sum_{r=1}^{N} \frac{a_r}{(\omega_r^2 - \omega^2)} \underset{\rightarrow}{v}_r \qquad \text{en met } a_r = \frac{F_r^{*}}{M_r^{*}}$$

$$\underset{\rightarrow}{w} = \mathrm{Im}\left\{ \sum_{r=1}^{N} \frac{F_r^{*}}{M_r^{*}} \frac{1}{\omega^2 - \omega^2} \underset{\rightarrow}{v}_r \exp j\ (\omega t - \alpha) \right\} \qquad 6\text{-}10$$

Dit is te beschrijven als:

$$w = \sum_{r=1}^{N} u_r(t)\, \underset{\rightarrow}{v}_r, \text{ waarin } u_r(t) \text{ de oplossing is van de D.V.:}$$

$$\ddot{u}_r + \omega_r^2 u_r = \mathrm{Im}\left\{ \frac{F_r^{*}}{M_r^{*}} \exp j\ (\omega t + \alpha) \right\}$$

Het N-massa veersysteem van vergelijking 6-2 is zo herleid tot N één-massa veersystemen weergegeven door vergelijking 6-10.

Voor de overdrachtsfunctie van het i^{de} element geldt nu:

$$(r_{wf}(\omega,\theta))_i = \frac{\hat{w}_i}{\hat{f}_i} = \frac{1}{\hat{f}_i} \sum_{r=1}^{N} \left\{ \frac{1}{\omega^2 - \omega_r^2} \frac{F_r^{*}}{M_r^{*}} v_r \right\}$$

Definieer F_r^{**} als $F_r^{*}/\hat{f}_i$; $F_r^{*} = \underset{\rightarrow}{v}_r^T \hat{\underset{\rightarrow}{f}}$. Na substitutie van $\hat{\underset{\rightarrow}{f}}$ uit vergelijking 6-3 geldt voor het geval $\hat{f}_i$ voor iedere i dezelfde is:

$$F_r^{**} = \Big| \{ v_{ir}^T (\cos(k\Delta \sin\theta) + j \sin(k\Delta \sin\theta)) +$$

$$v_{2r}^T (\cos(k\,2\Delta \sin\theta) + j \sin(k\,2\Delta \sin\theta)) + \text{---}$$

$$+ v_{Nr}^T (\cos(kN\Delta \sin\theta) + j \sin(kN\Delta \sin\theta)) \} \Big| =$$

$$\left[\left\{ \sum_{i=1}^{N} v_{ir}^T \cos(ki\Delta \sin\theta) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^{N} v_{ir}^T \sin(ik\Delta \sin\theta) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \qquad 6\text{-}11$$

De maximale waarde van uitdrukking 6-11 is

$$F_r^{**} = \sum_{i=1}^{N} |v_{ir}|$$

Met uitdrukking 6-11 voor F_r^{**} wordt uiteindelijk gevonden:

$$\left|r_{wf}(\omega,\theta)\right|_i^2 = \left[\sum_{r=1}^{N} \left\{\frac{1}{\omega^2 - \omega_r^2} \frac{F_r^{**}}{M_r^*}\right\} v_{ir}\right]^2 \qquad 6\text{-}12$$

6.2.2. De respons van het gedempte systeem

Vergelijking 6-12 stelt de oplossing voor van het stelsel vergelijkingen 6-2 bij verwaarlozing van de demping. Indien de demping wél in rekening wordt gebracht bestaat het eigenwaarde probleem uit het oplossen van het stelsel

$$[M]\ \ddot{\underset{\rightarrow}{w}} + [C]\ \dot{\underset{\rightarrow}{w}} + ([K] + [V_c])\ \underset{\rightarrow}{w} = \underset{\rightarrow}{0} \qquad 6\text{-}13$$

De oplossingen van de eigenwaarden en eigenvectoren volgen door substitutie van $w = u \exp(\omega t)$, deze oplossingen zijn i.h.a. complex.
Voor het geval het oplossen van het complexe eigenwaarde probleem op practische bezwaren stuit wordt in[4] een methode beschreven om de verstoringen van de demping op de eigentrillingsvormen uit stelsel 6-2 te schatten.
Met de aanname dat de verstoring van de demping op de ongedempte eigentrillingsvormen verwaarloosbaar klein is, is een grote vereenvoudiging mogelijk. De respons is dan te vereenvoudigen tot:

$$\underset{\rightarrow}{w} = \mathrm{Im}\left\{\sum_{r=1}^{N} \frac{e^{i\omega t}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2j\xi_r\omega_r\omega} \frac{F_r^*}{M_r^*} \underset{\rightarrow}{v}_r\right\} \qquad 6\text{-}14$$

waarbij

$$F_r^* = \underset{\rightarrow}{v}_r^T\ \hat{\underset{\rightarrow}{f}}$$

$$M_r^* = \underset{\rightarrow}{v}_r^T\ [M]\ \underset{\rightarrow}{v}_r$$

$$2\ \xi_r\ \omega_r = \frac{\underset{\rightarrow}{v}_r^T\ [C]\ \underset{\rightarrow}{v}_r}{\underset{\rightarrow}{v}_r^T\ [M]\ \underset{\rightarrow}{v}_r}$$

de dempingsmatrix is ontbonden in eigentrillingsvormen, waardoor van een gegeneraliseerde demping C_r^* gesproken mag worden.
De respons is te schrijven als:

$$\underset{\rightarrow}{x}(t) = \sum_{r=1}^{N} u_r(t)\, \underset{\rightarrow}{v}_r$$

waarbij $u_r(t)$ de oplossing is van de D.V. $\ddot{u}_r(t) + 2\xi_r \omega_r \ddot{u}_r(r) = \frac{F_r^*}{M_r^*}$ waarmee de respons is herschreven en als de oplossing van N één-massa veersystemen.
De overdrachtsfunctie wordt voor het i^{de} massapunt

$$|r_{wf}(\omega,\theta)|_i^2 = \{ \sum_{r=1}^{N} [(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_r \omega_r \omega)^2]^{-\frac{1}{2}} \frac{F_r^{**}}{M_r^*} v_{ir} \}^2 \qquad 6\text{-}15$$

6.3. Spanningen

Evenals in (5.2) volgen de spanningen uit de oplossing van de doorbuigingen. Voor de maximale spanning in een doorsnede geldt:

$$\delta_{max} = \left|\frac{E\,D}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right|$$

hetgeen in het N-massa veersysteem te benaderen is met een fout $O(\Delta^2)$ als

$$\delta_{max_i} = \frac{E\,D}{2} \left|\frac{-w_{i-1} + 2\,w_i - w_{i+1}}{\nabla^2}\right| \qquad 6\text{-}16$$

Gezocht moet worden in welke doorsnede i geldt dat δ_{max} maximaal is. Omdat in de numerieke uitwerking alléén de eerste eigentrillingsvorm in beschouwing wordt genomen geldt:

$$\left|\frac{-w_{i-1} + 2\,w_i - w_{i+1}}{\nabla^2}\right| = \alpha\, w_{max} \qquad 6\text{-}17$$

waarbij α een factor is, welke alleen afhankelijk is van de eigentrillingsvorm. De vorm van het spectrum van de spanningen zal daarom identiek zijn aan het in (6.2.) verkregen spectrum.

6.4. Invloed kortkammigheid

De eigentrillingsvorm is onafhankelijk van de parameters n en θ_o. De invloed van kortkammigheid is dus volgens (6.3) voor de zakkingen identiek als voor de spanningen. De invloed van kortkammigheid is te bepalen door n en θ_o te variëren; termen welke onafhankelijk zijn van n en θ_o zijn hier dan niet van belang. Het wél belangrijke deel van de respons is dan te schrijven als:

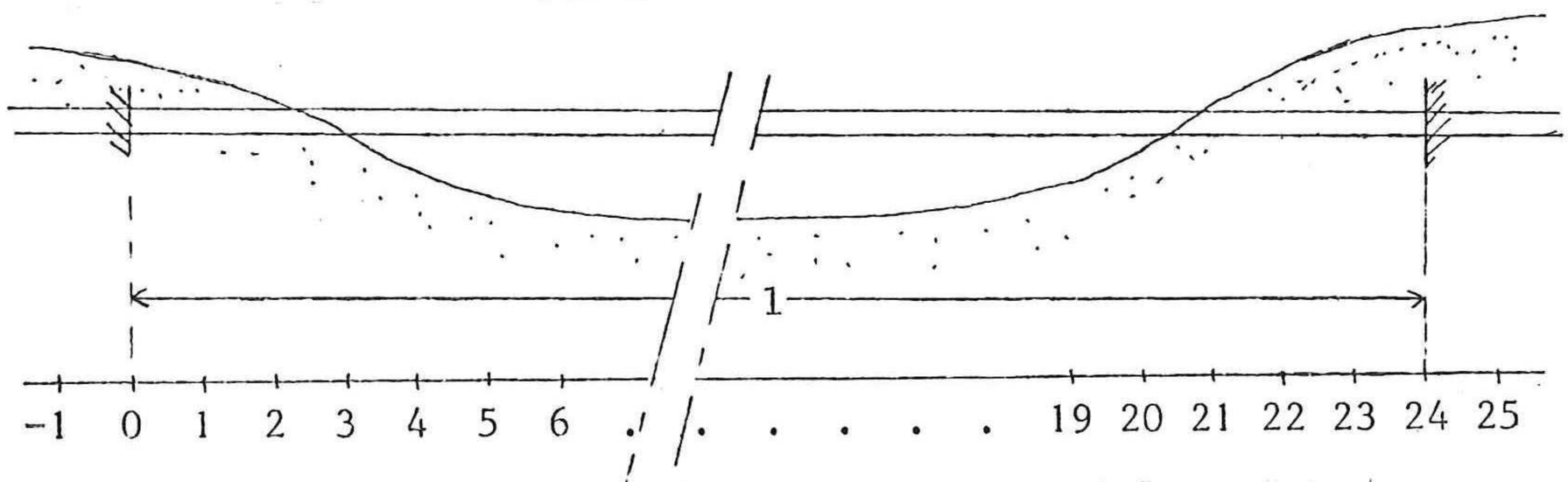
$$\Xi_n^v(\omega,\theta_o) = \Xi_n^s(\omega,\theta_o) =$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta,\theta_o)\cos^2\theta \; F_1^{*} \; d\theta \qquad 6\text{-}18$$

waar voor de vereenvoudiging alléén de (verreweg belangrijkste) eerste eigentrillingsvorm beschouwd is (d.w.z. r = 1).

6.5. Numerieke uitwerking

De respons van de pijp wordt bepaald onder identieke condities als onder (5.4) genoemd, met dat verschil dat de pijp over een bepaalde lengte niet ondersteund wordt en dat om practische redenen een eindig stuk pijp beschouwd wordt.
De pijp wordt geschematiseerd tot een N-massa veersysteem met N = 23.



Massapunten 1, 2, 3, 21, 22 en 23 worden elastisch ondersteund met $V_c = 10^5$ N/m^2. De pijp wordt in punten 0 en 24 als ingeklemd beschouwd. De lengte van het traject bedraagt: 1 = 100 m.
Voor het gehele traject wordt aangenomen dat de volgende waarden in alle massapunten gelijk zijn (dit voor de overzichtelijkheid van de berekening): C_D, C_M, $c_{h.d}$ en m_a

De waarden C_D en C_M worden m.b.v. bijlage 1 gevonden met een K.C. getal = 15 en een relatieve hoogte boven de zeebodem $\frac{h}{D} = 1$

$C_D = 1,6$

$C_M = 1,15$

Hieruit volgen $c_{h.d}$ en m_a, met $\delta_{v_R} = 0,236$ m/s

$$c_{h.d} = \tfrac{1}{2} \rho C_D \sqrt{\frac{8}{\pi}} \delta_{v_R} = 86,4 \text{ N/m}^2$$

$$m_a = \tfrac{1}{4} p \pi D^2 (C_M - 1) = 9,5 \text{ kg/m'}$$

waardoor m = 108 kg/m'

Daar voor de demping overal hetzelfde aangenomen is, wordt

$$C_r^* = \underset{\rightarrow}{v}_r^T [C] \underset{\rightarrow}{v}_r = C \sum_{i=1}^{N} v_{ir}^2$$

$$\xi_r = \frac{C_r^*}{2M_r^* \omega_r}, \text{ uitgewerkt}$$

$$\xi_r = 0,005 + \frac{c_{h.d}}{2 m \omega_r}$$

Het computerprogramma voor de numerieke uitwerking is opgenomen als bijlage 3. De uitkomsten zijn weergegeven in figuren 10 t/m 14.
In figuur 11 is duidelijk het resonantiegedrag van de pijp met invloed van demping zichtbaar.
Opmerkelijk is de "overdrachtsfunctie" van verplaatsingen naar spanningen welke een rechte lijn blijkt te zijn. De oorzaak hiervan is de vaste trillingsvorm, veroorzaakt door de laagste eigenfrequentie. Dit is al eerder opgemerkt in (6.3.).
Uit figuren 14a, 14b en 14c blijkt dat de invloed van kortkammigheid een functie van zowel θ_o als ω is voor verschillende n. In de totale integraal is daarom ook bepaald wat de invloed van n is op de respons.

Uit bijlage 3 blijkt voor de verplaatsingen het volgende te gelden: voor n = 2 met $\theta_o = 0$ is de variantie van de respons 0,52 maal de variantie van de respons voor n = ∞.

7. Toepassingen

Enkele voorbeelden worden uitgewerkt waar de in (6) behandelde theorie toepassing vindt.

7.1. Statische doorbuiging van een pijp t.p.v. een "free span"

De statische doorbuiging is te bepalen door het oplossen van de D.V.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + H \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + V_c' w = m_p g \qquad 7\text{-}1$$

waarbij V_c' varieert over de lengte van de pijp.
Door bepaalde randvoorwaarden aan te nemen kan vergelijking 7-1 analytisch opgelost worden[6].
Ruimere mogelijkheden biedt de oplossing m.b.v. het onder (6.1) behandelde van het stelsel vergelijkingen:

$$([K] + [V_c']) \underset{\rightarrow}{w} = \underset{\rightarrow}{m}_p g \qquad 7\text{-}2$$

Hierin is V_c' een diagonaalmatrix en m_p een vector, respectievelijk met elementen $(V_{c_1}', V_{c_2}', V_{c_3}' \text{ --- } V_{c_N}')$ en$(m_{p_1}, m_{p_2} \text{ --- } m_{p_N})$.
M.b.v. een standaardprocedure voor het inverteren van een matrix volgt de oplossing van de doorbuiging:

$$\underset{\rightarrow}{w} = ([K] + [V_c'])^{-1} \underset{\rightarrow}{m}_p g \qquad 7\text{-}3$$

Indien de grond waarop de pijp elastisch ondersteund is, niet vlak is maar bijv. Δw lager is in een bepaald massapunt, kan dat in rekening gebracht worden door bij dat massa-element een extra verticale belasting toe te voegen van $\Delta w * V_c'$, mits de pijp daar nog wel ondersteund is. Is dit niet het geval dan geldt voor dat massapunt dat $V_c' = o$.

Bij het oplossen van stelsel 7-1 is ervan uitgegaan dat de trekkracht constant is. In werkelijkheid is de trekkracht een functie van de doorbuiging. Naarmate de pijp echter meer doorbuigt zal deze ook een verlenging moeten ondergaan:

$$\Delta 1 = \int_0^1 \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dy}\right)^2}\, dy - 1 \simeq \tfrac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{dw}{dy}\right)^2 dy \qquad 7\text{-}4$$

De volgens de wet van Hooke hiermee gepaard gaande kracht wordt de secundaire kracht genoemd.

$$H_{sec} = \frac{\Delta 1}{1} EA \qquad 7\text{-}5$$

Door H_{sec} bij de bepaalde oplossing 7-3 voor de doorbuiging uit te rekenen en bij de constante kracht H hierbij op te tellen kan iteratief de juiste oplossing gevonden worden[6].
Een meer directe oplossing is mogelijk met de volgende energiebeschouwing. Om uitgaande van de foute oplossing 7-3 de juiste oplossing te vinden moet op de uiteinden van het beschouwde traject een extra trekkracht H_{sec} uitgeoefend worden. De trekkracht heeft een bepaalde verlenging van de pijp tot gevolg, zodat er arbeid geleverd wordt. De doorbuiging verandert zodat de belasting (in dit geval het eigen gewicht) arbeid levert. De totale geleverde arbeid moet gelijk nul zijn.
De volgende aannamen worden gedaan

- de pijp verplaatst t.p.v. de inklemmingen niet in de lengterichting
- H_{sec} is constant over het beschouwde traject
- de doorbuigingsvorm verandert niet:

$\underset{\rightarrow}{w}_{sec} = \varepsilon \underset{\rightarrow}{w}$, waarbij $\underset{\rightarrow}{w}_{sec}$ de juiste oplossing is

De arbeid vergelijking luidt nu:

$$H_{sec} * \Delta 1_{(1-\varepsilon)\ \underset{\rightarrow}{w}} = \int_0^1 mg\ \Delta\ (1-\varepsilon)\ \underset{\rightarrow}{w}\, dx$$

Substitutie van 7-4 en 7-5 geeft

$$\text{met} \int_0^1 \left(\frac{dw}{dy}\right)^2 dy = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{w_{i-1} - w_{i+1}}{\Delta}\right)^2$$

$$\text{en} \quad \int_0^1 w \, dy = \sum_{i=1}^{N} w_i$$

uiteindelijk

$$\varepsilon^2(1-\varepsilon) = \frac{4.1\, mg\Delta}{EA} \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{\{\sum_{i=1}^{N} (\frac{w_{i-1} - w_{i+1}}{\Delta})^2\}^2}$$

waaruit ε opgelost kan worden.

7.2. Respons van de pijp tijdens de legprocedure

Uitgangspunt is een bekend veronderstelde statische doorbuigingslijn[8]. De dynamische berekening voor deze situatie verschilt weinig van de berekening van een pijp t.p.v. een "free span". De berekeningsprocedure is identiek aan die in (6) beschreven met dit verschil dat de amplitude van de kracht, $\hat{f}_i$ uit verg. 6-3 van plaats tot plaats, dus afhankelijk van i, varieert.

Per geschematiseerd massapunt moet nu de kracht op de pijp in twee richtingen loodrecht op de pijp bepaald worden (x en z'), met de Morison formule. Nu zijn ook de verticale snelheden van belang:

$$\hat{v}_x = \omega \frac{\cosh k\,(z + d)}{\sinh k\, d} \cos\theta$$

$$\hat{v}_y = \omega \frac{\cosh k\,(z + d)}{\sinh k\, d} \sin\theta$$

$$\hat{u} = \omega \frac{\sinh k\,(z + d)}{\sinh k\, d}$$

Deze snelheden zijn een functie van de (in y'-richting variërende) ligging t.o.v. het wateroppervlak.

Per massapunt worden de snelheden uitgerekend en bedragen de amplituden van de snelheden:

$$\hat{v}_{x_i},\ \hat{v}_{y_i} \text{ en } \hat{u}_i$$

De amplituden van de krachten worden per geschematiseerd massapunt:
-in x-richting:

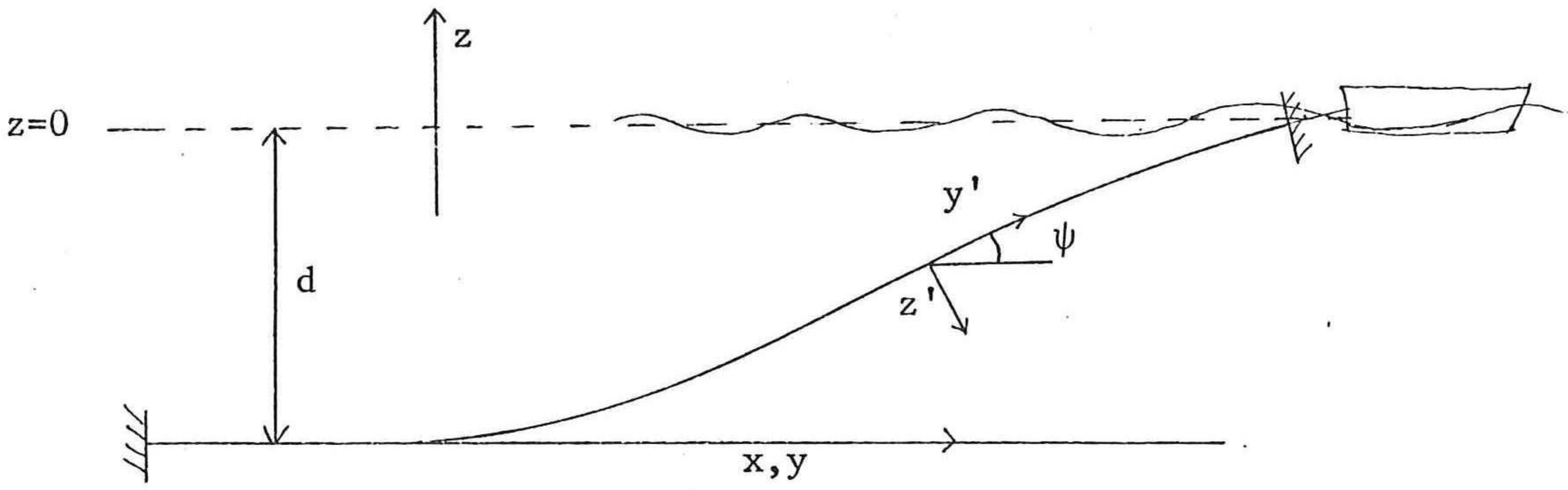
$$\hat{f}_{x_i} = \hat{v}_{x_i} \left(\tfrac{1}{2}\, C_D\, \rho\, D \sqrt{\frac{8}{\pi}}\, \delta_{v_{R_i}} + j\, \tfrac{1}{4}\pi\, \rho\, D^2\, \omega\right)$$

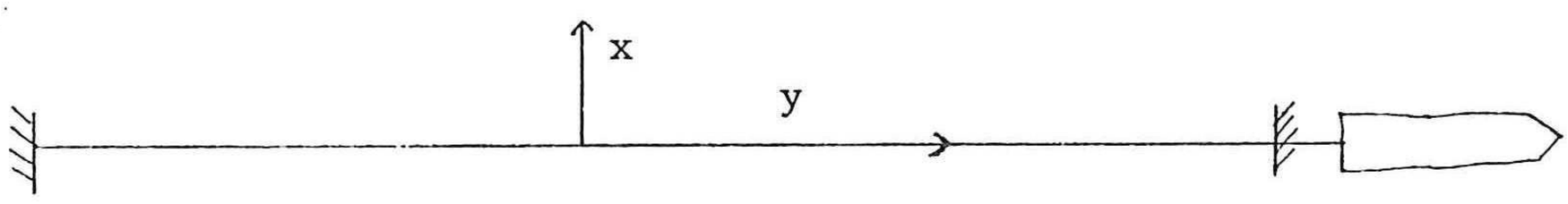
-in z'-richting:

$$\hat{f}_{z'_i} = \hat{u}_i \left(\tfrac{1}{2}\, C_D\, \rho\, D \sqrt{\frac{8}{\pi}}\, \delta_{v_{z_i}} + j\, \tfrac{1}{4}\, \pi\, \rho\, D^2\, \omega\right)$$

De stijfheidsmatrix verschilt van die in (6) beschreven door andere geldende randvoorwaarden. Overigens gelden soortgelijke benaderingen.

Definitieschets:





8. Conclusies en aanbevelingen

De invloeden van kortkammigheid en scheve gemiddelde invalsrichting van een golfveld op de respons van een pijpleiding zijn nagegaan langs numerieke weg. Er is gebruik gemaakt van lineaire benaderingen. Twee pijpconfiguraties zijn beschouwd. Op grond hiervan zijn de volgende conclusies en aanbevelingen te maken.

- Voor een oneindig lange pijp, waarbij de randvoorwaarden langs de pijp niet variëren, is de respons analytisch bepaald. De invloed van kortkammigheid (parameter n: n = 2 voor een kortkammig golfveld en n = ∞ voor een ééndimensionaal golfveld) blijkt een functie van de gemiddelde invalsrichting (θ_o) te zijn en tot een reductie van de respons te leiden, welke maximaal is:
  - bij $\theta_o = 0^o$ voor de verplaatsingen. Er geldt dan:

    $$\delta_{w_{n=2}} = 0.87\ \delta_{w_{n=\infty}}$$ met δ_w - standaardafwijking van w.

  - bij $\theta_o = 55^o$ voor de spanningen. Er geldt dan:

    $$\delta_{s_{n=2}} = 0.71\ \delta_{s_{n=\infty}}$$ met δ_s - standaardafwijking van s.

  onder de in (5.4.) aangenomen condities.
- Voor een pijp onder "free span" condities is de oplossing van de respons langs numerieke weg bepaald door de pijp als een n- massa veersysteem te beschouwen. De invloed van kortkammigheid blijkt een functie van de frequentie (ω) en θ_o te zijn en is identiek voor spanningen en verplaatsingen. Een maximale reductie ten gevolge van kortkammigheid geldt voor $\theta_o = 0^o$ en $\omega \to \infty$. Voor het JONSWAP spectrum bedraagt de reductie voor $\theta_o = 0^o$ op de standaardafwijking:

  $\delta_{r_{n=2}} = 0.52\ \delta_{r_{n=\infty}}$, van de responsgrootheid r, onder de in (6.5.) aangenomen condities.
- Voor verder onderzoek worden de volgende opmerkingen en aanbevelingen gemaakt:

1) Er is uitsluitend met horizontale golfkrachten gerekend. Ook liftkrachten zullen in rekening gebracht moeten worden. De liftkracht t.g.v. een asymmetrisch stroomprofiel rond de pijp en de liftkracht t.g.v. het loslaten van wervels hebben verschillende frequenties. De uiteindelijke kracht is daardoor lastig te lineariseren.
2) Een aanwezige stroming zal grote invloed hebben op de respons van de pijpleiding. Indien de watersnelheid als gevolg van de stroom veel groter is dan de maximale watersnelheid t.g.v. golfbeweging dan is linearisatie van de kwadratische factor uit de Morison formule eenvoudig:

$$(v_x + u')|v_x + u'| = (v_x + u')^2 = v_x^2 + 2v_x u' + (u')^2$$

waarbij

v_x - watersnelheid als gevolg van golven
u' - watersnelheid als gevolg van stroming
v_x^2 - verwaarloosd wordt

In andere gevallen is de linearisatie veel ingewikkelder[11].
Verder wordt het golven spectrum beïnvloed door de aanwezigheid van stroming[11].

3) Aan de grondmechanische randvoorwaarden V_c, V_c' en de demping is vrijwel geen aandacht besteed in dit verslag. Het spreekt voor zich dat deze randvoorwaarden wél belangrijk zijn.

waarbij:

V_c - veerconstante van de oplegging in horizontale richting
V_c' - veerconstante van de oplegging in verticale richting

Referenties

1. J.A. Battjes "Effects of Short Crestedness on wave loads on long structures": te verschijnen in Appl. Ocean Research, 1982.

2. L.E. Borgman "A Statistical Theory for Hydrodynamic Forces on Objects" Wave Research Report HEL-9-6, Berkeley, Calif. 1965.

3. A.L. Bouma "Dynamica van constructies b15A" collegediktaat, T.H. Delft afd. Civiele Techniek.

4. C.M. Harris and C.E. Crede "Shock and Vibration Handbook" Vol. 2, paper 28.

5. K. Hasselman e.a. "Measurements of Wind Wave Growth and Swell Decay during JONSWAP". Ergänzungshelft zur Deutschen Hydrographishen Zeitschrift Reihe A(8), No. 12, 1973.

6. Br. Klok, G. Moser en H. van Stralen "Enkele grondslagen voor de berekeningen van buisleidingen in zee, dl III. afstudeerverslag, T.H. Delft afd. Civiele Techniek.

7. MaTS "Randvoorwaarden bij het ontwerp van pijpleidingen" MaTS PL-2 dl I, IIa en b.

8. J.E. v. Aamhold Energy Resources Technology Conference "Static analysis of deep water pipelines during laying operations by means of the finite element method", maart 1982.

9. Det Norske Veritas "Rules for Submarine Pipeline Systems", 1981.

10. T.L. Shaw"Mechanics of wave induced forces on cylinders"
pp 521 by R.L.P. Verley and G. Moe.

11. Chi C. Tung
ASCE Engineering Mechanics Division vol. 100, No. EMS
pp 873-884, oct. 1974.

12. I. Szabó "Einführung in die Technische Mechanik", 1954
§ 15 - 4.

Gebruikte symbolen

- Algemene notaties:

$\hat{a}$	- amplitude (van een grootheid a)
$\underline{a}$	- stochastische variabele a
$\dot{a}$	- eerste afgeleide naar de tijd van a
$\ddot{a}$	- tweede afgeleide naar de tijd van a
$Im\{a\}$	- imaginaire deel van a
δ_a	- standaardafwijking van a
$\underset{\rightarrow}{a}$	- vector a
$\underset{\rightarrow}{a}^T$	- getransponeerde van vector a
$\underset{\rightarrow}{a}_i$	- i^{de} element van vector a
$E_{aa}(\omega,\theta)$	- dichtheidsvariantiespectrum van a als functie van ω en θ
$r_{ab}(\omega,\theta)$	- overdrachtsfunctie van b naar a als functie van ω en θ
[A]	- matrixnotatie

- overige symbolen:

C_D	- weerstandscoëfficiënt	
C_M	- traagheidscoëfficiënt	
c_{hyd}	- hydrodynamische dempingscoëfficiënt	N/m^2
c_{mat}	- materiaaldempingscoëfficiënt	N/m^2
c	- totale dempingscoëfficiënt	N/m^2
$D(\theta,\theta_o)$	- richtingsverdelingsfunctie	
E	- elasticiteitsmodulus	N/m^2
f	- kracht per strekkende meter	N/m
g	- versnelling zwaartekracht	m/s^2
H	- trekkracht in de pijp a.g.v. voorspanning	N
H_{sec}	- secundaire trekkracht	N
H_s	- significante golfhoogte	m
I	- traagheidsmoment	m^4
i	- teller	1
j	- imaginaire eenheid	
k	- golfgetal	m^{-1}
l	- lengte beschouwd traject	m
m_p	- massa pijp per strekkende meter	kg/m
m_a	- meebewegende watermassa p.e.v. lengte	kg/m
m	- totale dynamische massa p.e.v. lengte	kg/m

n	- parameter kortkammigheid	1
N	- aantal geschematiseerde massa's	1
S	- spanning	N/m^2
t	- tijd	s
T_s	- significante golfperiode	s
u	- verticale watersnelheid	m/s
v_x	- horizontale watersnelheid in x-richting	m/s
v_y	- horizontale watersnelheid in y-richting	m/s
$\underset{\rightarrow}{y}_r$	- r^{de} eigentrillingsvorm	
V_c	- veerconstante grond, horizontaal	N/m^2
V_c'	- veerconstante grond, verticaal	N/m^2
w	- verplaatsing pijp	m
x, y, z	- coördinaten assenstelsel	m
α_o	- parameter JONSWAP spectrum	
α	- willekeurige fasehoek	
γ	- geschatte constante in linearisering Morison vergelijking	
ρ	- dichtheid water	kg/m^3
θ	- hoek tussen de voortplantingsrichting van een spectrale component met de normaal op de pijp	
θ_o	- hoek van de gemiddelde voortplantingsrichting van een golfveld met de normaal op de pijp	
η	- excitatie van het wateroppervlak	m
ψ	- hoek van de pijp t.o.v. de y-as	
ω	- hoeksnelheid waterbeweging	rad/sec
ω_r	- r^{de} resonantie frequentie	rad/sec
ξ	- verhouding demping met critische demping	
Δa	- de verandering van grootheid a	
Δ	- de afstand tussen twee geschenatiseerde massapunten	
ε	- correctiefactor voor de statische doorbuiging	
$\Xi_n^r(\omega,\theta_o)$	- in (5.3.) en (6.4.) gedefiniëerd deel van het spectrum van de respons.	

Lijst van bijlagen

Bijlage 1	Hydrodynamische coëfficiënten bronvermelding: referentie 9
2	Computerprogramma met uitvoer voor ∞ lange pijp onder in (5) beschreven condities.
3	Computerprogramma met uitvoer voor pijp onder "free span" condities, beschreven in (6).

APPENDIX A
ENVIRONMENTAL LOADS

A.1 Wind loads

A.1.1 General

A.1.1.1 The wind loads on pipes may be divided into two categories:

- Static (constant, quasistatic) wind forces, which are assumed to be constant as long as the wind is constant. These forces are assumed to act normal to the pipe axis in the plane defined by the pipe axis and the wind direction. See A.1.2.

- Cyclic wind forces due to vortex shedding. Also these forces are assumed to act normal to the pipe axis. They may act in two planes — «parallel» and «normal» to the wind direction. See A.1.3.

A.1.2 Static wind loads

A.1.2.1 The «static» wind force per unit length of the pipe may be determined as:

$$q_w = 0{,}613\, C\, V_n^2\, D_t$$

where

q_w = Wind force per unit length of the pipe, acting normal to pipe axis in N/m
C = Shape coefficient according to A.1.2.2
V_n = Component of the wind velocity normal to the pipe axis in m/sec.
D_t = Total outer diameter of pipe, i.e. including coating etc., in metres.

A.1.2.2 The shape coefficient should, strictly speaking, depend on wind velocity, pipe diameter and surface roughness. However, in the absence of more accurate data, the coefficients given in Fig. A.1 may be used.

A.1.2.3 As a guidance for the surface roughness used for determination of the shape coefficient in Fig. A.1, the following values may be used:

	k (meters)
Steel, new uncoated:	$5 \cdot 10^{-5}$
Steel, painted:	$5 \cdot 10^{-6}$
Steel, highly rusted:	$3 \cdot 10^{-3}$
Concrete:	$3 \cdot 10^{-3}$
Marine growth:	$5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-2}$

A.1.2.4 For several pipes (relatively) close together, group effects may be taken into account. However, if no adequate documentation of group effects for the specific case is available, the shape coefficients given in A.1.2.2 may be used for all the individual pipes in the group.

A.1.2.5 For pipe sections which are sensitive to dynamic wind loading during construction, transportation or operation, the dynamic behaviour of the wind is to be taken into account when determining the wind loads. This may either be done be use of recognized gust loading factors, or by use of a stochastic approach for the wind loading.

A.1.3 Vortex shedding due to wind

A.1.3.1 Wind induced cyclic excitations of pipes may occur in two planes, in-line with or perpendicular to the wind direction, see A.1.1.1. For a closer description of the vortex shedding phenomena, see A.2.

A.1.3.2 In-line excitations may occur when

$$1{,}7 < V_r < 3{,}2$$

where

$$V_r = \frac{V}{f_i \cdot D}$$

V = wind velocity normal to the pipe axis
f_i = natural frequency of the pipe
D = pipe diameter

A.1.3.3 Cross-flow excitations may occur when $4{,}7 < V_r < 8{,}0$, V_r as defined in A.1.3.2.

A.1.3.4 The amplitudes of the vortex shedding induced motions due to wind may be derived according to the simplified approach for vortex shedding in steady current given in A.2, substituting the mass density of the water with the mass density of the air.

A.2 Vortex shedding due to current

A.2.1 General

A.2.1.1 Fluid flow past a riser or a free span on a pipeline may cause unsteady flow patterns due to vortex shedding. This may lead to oscillations of the pipe normal to its axis.

A.2.1.2 Normally two types of oscillations may be encountered: oscillations in line with the velocity vector (in-line motion), and oscillations perpendicular to the velocity vector (cross-flow motions). Such oscillations may be investigated according to A.2.2 and A.2.3.

A.2.1.3 For certain critical flow velocities, the vortex shedding frequency may coincide with or be a multiple of the natural frequency of the pipe, resulting in harmonic or subharmonic excitations.

A.2.1.4 The vortex shedding frequency may be obtained as:

$$f = \frac{S_t \cdot V}{D}$$

where

f = vortex shedding frequency (Hz)
S_t = Strouhal's number
V = flow velocity normal to the pipe axis
D = pipe diamter

For pipes, Strouhal's number is a function of the Reynold's number, see Fig. A.2.

A.2.1.5 For determination of the velocity ranges where vortex shedding induced oscillations may occur, a parameter, V_r called the reduced velocity, is used. V_r is defined as

$$V_r = \frac{V}{f_i \cdot D}$$

where

V = flow velocity normal to the pipe axis
f_i = natural frequency of the pipe
D = pipe diameter

A.2.1.6 An other parameter controlling the motions is the stability parameter, K_S, defined as

$$K_S = \frac{2\, m_e\, \delta}{\varrho\, D^2}$$

where

δ = logarithmic decrement of structural damping
ϱ = mass density of surrounding water
D = pipe diameter
m_e = effective mass per unit length of the pipe, defined as

$$m_e = \frac{\int_0^L m\left[y(x)\right]^2 dx}{\int_0^d \left[y(x)\right]^2 dx}$$

where

m = mass per unit length, including structural mass, added mass and the mass of any fluid contained within the pipe
y (x)= mode shape of the actual pipe span
L = length of the pipe
d = submerged length of pipe

A.2.2 In-line oscillations

A.2.2.1 Resonant in-line vortex shedding induced oscillations may occur when $1.0 < V_r < 3.5$ and $K_S < 1.8$. For definition of V_r and K_S, see A.2.1.6 and A.2.1.7.

A.2.2.2 Depending on the flow velocity, the vortices will either be shed symmetrically or alternatively from either side of the pipe.

For $1.0 < V_r < 2.2$, the shedding will be symmetrical, and the necessary flow velocity for onset of motion may be determined from Fig. A.3.

For $V_r > 2.2$, the shedding will be symmetrical.

A.2.2.3 The maximum amplitude of the motions due to in-line vortex shedding may be determined from Fig. A.4.

A.2.3 Cross-flow oscillations

A.2.3.1 Cross-flow oscillations may occur for $K_S < 16$ and values of V_r as determined from Fig. A.5.

A.2.3.2 The maximum amplitude of the cross-flow oscillations may be determined from Fig. A.6. The mode shape parameter, γ, used in this figure is defined as

$$\gamma = y_{max}\, \frac{\int_0^L \left[y^2(x)\right]^2 dx}{\int_0^L \left[y^4(x)\right]^2 dx}$$

where

y (x)= mode shape
y_{max} = maximum value of the mode shape

For a simply supported beam in first mode, γ is equal to 1.16. For a cantilever beam in first and second mode, the γ-value is equal to 1.31 and 1.50 respectively.

A.3 Recommended values of hydrodynamic coefficients

A.3.1 General

A.3.1.1 The proper hydrodynamic coefficients to use in each case will depend on the flow and pipe conditions characterized by

— Reynold's number ($R_e = U\,D/\nu$)
— Keulegan-Carpenter number ($K_C = U_m \cdot T/D$)
— pipe roughness (k/D)
— distance between the pipe and a fixed boundary (H/D)

where

D = pipe diameter
H = clearance between the pipe and a fixed boundary
T = wave period
k = roughness height
U = flow velocity
U_m = maximum orbital particle velocity
ν = kinematic viscosity of the water

A.3.1.2 The hydrodynamic coefficients should preferably be obtained from relevant model test, taking into account the actual values of the different parameters specified in A.3.1. In the following some proposed values of the hydrodynamic coefficients are given.

A.3.2 Added mass coefficient

A.3.2.1 The added mass coefficient for a circular cylinder as function of the distance from a fixed boundary is given in Fig. A.7.

The figure may be used for both smooth and rough pipe surfaces. For a pipe which is not influenced by any fixed boundary, the recommended added mass coefficient is 1.0.

A.3.3 Drag coefficient

A.3.3.1 The drag coefficient as function of the Keulegan-Carpenter number for smooth and marine growth covered pipes for supercritical Reynold's numbers is given in Fig. A.8. The figure is valid for free field flow without any influence of a fixed boundary.

A.3.3.2 The drag coefficient for steady current is equal to the asymptotic value for K_C equal to infinity. For combined wave and current action, the increase of K_C due to the current may be taken into account.

A.3.3.3 To determine the drag coefficients for pipes close to a fixed boundary, the drag coefficients given in A.3.3.1 may be multiplied by a correction factor obtained from Fig. A.9.

A.3.4 Lift coefficients

A.3.4.1 The lift coefficient for a pipe at a fixed boundary in oscillatory flow is given in Fig. A.10. The figure may be used both for smooth and rough pipe surfaces. In steady flow, the lift coefficient may be taken equal to 1.0. For combined wave and current action the increase of K_C due to the current may be taken into account when determining the lift coefficient from Fig. A.10.

A.3.4.2 To determine the lift coefficient for pipes at a certain distance from a fixed boundary, the lift coefficients given in A.3.4.1 may be multiplied by a correction factor obtained from Fig. A.11.

A.4 Wave slamming

A.4.1 Wave slamming loads

A.4.1.1 Horizontal pipes in the wave zone may be subjected to forces caused by wave slamming. The dynamic response of the pipe should be accounted for.

A.4.1.2 The wave slamming force per unit length of the pipe may be calculated as

$$F_S = 1/2\, \varrho\, C_S\, V^2\, D$$

where

F_S = slamming force per unit length in the direction of the velocity
ϱ = mass density of the surrounding water
C_S = slamming coefficient
D = member diameter
V = velocity of the water surface normal to the surface of the pipe. Normally the vertical water surface velocity will apply

A.4.1.3 The slamming coefficient C_S may be determined using theoretical and/or experimental methods. For smooth, circular cylinders the value of C_S should not be taken less than 3.0.

A.4.1.4 As the slamming force is impulsive, dynamic amplification must be considered when calculating the response.

For a pipe section fixed at both ends, dynamic amplification factors of 1.5 and 2.0 are recommended for the end moments and the midspan moment, respectively.

A.4.2 Fatigue due to wave slamming

A.4.2.1 The fatigue damage due to wave slamming may be determined according to the following procedure:

— Determine minimum wave height, H_{min}, which can cause slamming
— Divide the long term distribution of wave heights, in excess of H_{min}, into a reasonable number of blocks
— For each block the stress range may be taken as:

$$\Delta\, \sigma_j = 2\, [a\, \sigma_{slam} - (\sigma_b + \sigma_w)]$$

σ_{slam} = stress in the element due to the slam load given in A.4.1.2
σ_b = stress due to the net buoyancy force on the element
σ_w = stress due to vertical wave forces on the element
a = factor accounting for dynamic amplifications, see A.4.1.4

— Each slam is associated with 20 approximate linear decaying stress ranges
— The contribution to fatigue from each wave block is given as:

$$y_j = R\, \frac{n_j}{N_j} \sum_{i=20-n_i}^{i=20} \left(\frac{i}{20}\right)^K$$

n_j = number of waves within block j
N_j = critical number of stress cycles (from relevant S-N curve) associated with $\Delta\, \sigma_i$
n_i = number of stress ranges in excess of the limiting stress range associated with the cut off level of the S-N curve
R = reduction factor on number of waves. For a given element only waves within a sector of 10 degrees to each side of the perpendicular to the member have to be accounted for. In case of an undirectional wave distribution, R equals 0.11.
K = slope of the S-N curve (in log-log scale)

A.4.2.2 The calculated contribution to fatigue due to slamming has to be added to the fatigue contribution from other variable loads.

References to Appendix A

A1. BSI Code of Practice No. 3, Chapter 5, Part 2: «Wind Loads», September 1972.
A2. CIRIA Underwater Engineering Group, Report UR8: «Dynamics of Marine Structures», London, June 1977.
A3. Blevins, R.D.: «Flow-induced Vibration», Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1977.
A4. Heideman, Olsen and Johansson: «Local Wave Force Coefficients», ASCE Civil Engineering in the Oceans IV, September 1978.
A5. Sarpkaya, T.: «Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Rough Circular Cylinders», BOSS 76-conference, Trondheim, Norway, August 1976.
A6. Sarpkaya, T.: «In-line and Transverse Forces on Cylinders near a Wall in Oscillatory Flow at High Reynold's Numbers», OTC Paper No. OTC 2980, May 1977.
A7. Sarpkaya, T.: «Hydrodynamic Drag on Bottom-mounted Smooth and Rough Cylinder in Periodic Flow», OTC Paper No. OTC 3761, May 1979.
A8. King, R., Prosser, M.J., John, D.J.: «On Vortex Excitation of Model Piles in Water», Journal of Sound and Vibrations, Vol. 29, No. 2, pp. 169—180, 1973.

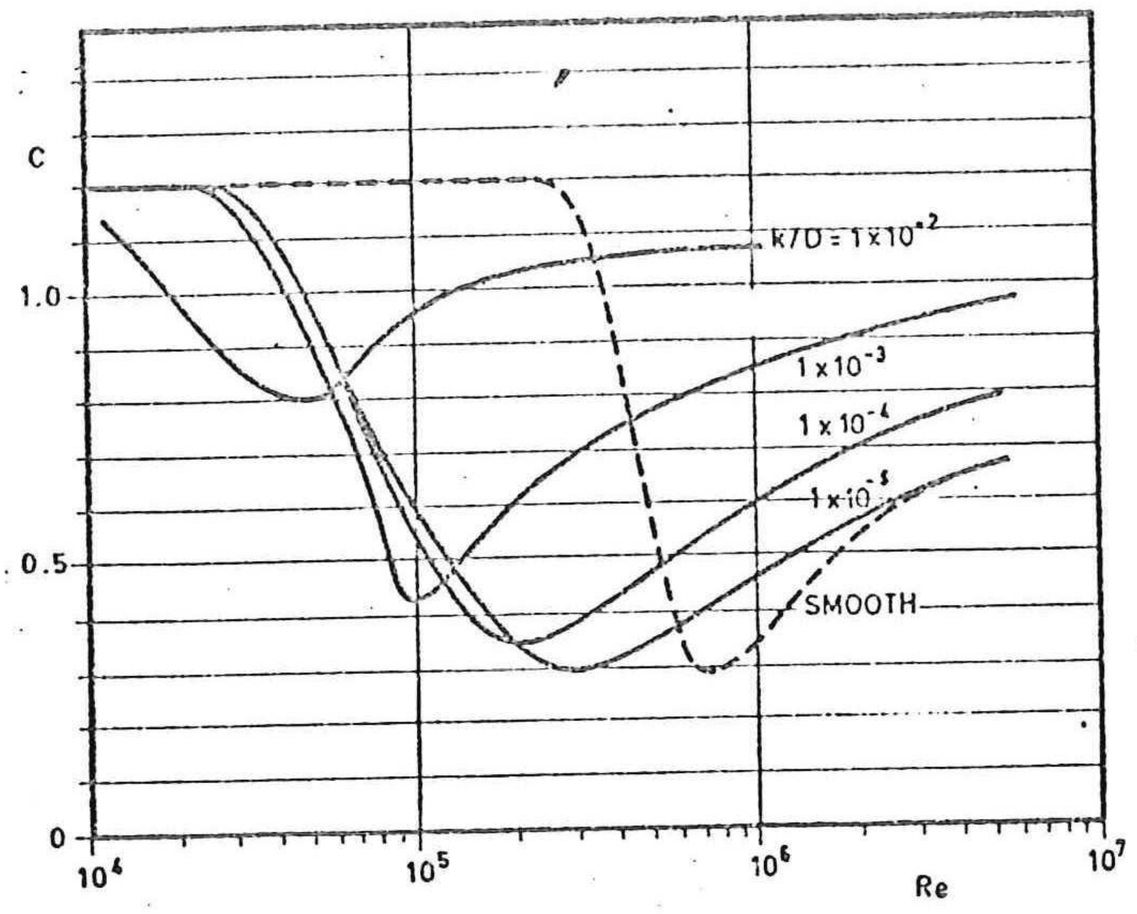


Fig. A.1. Shape coefficient for circular cylinders. Ref. A.1.

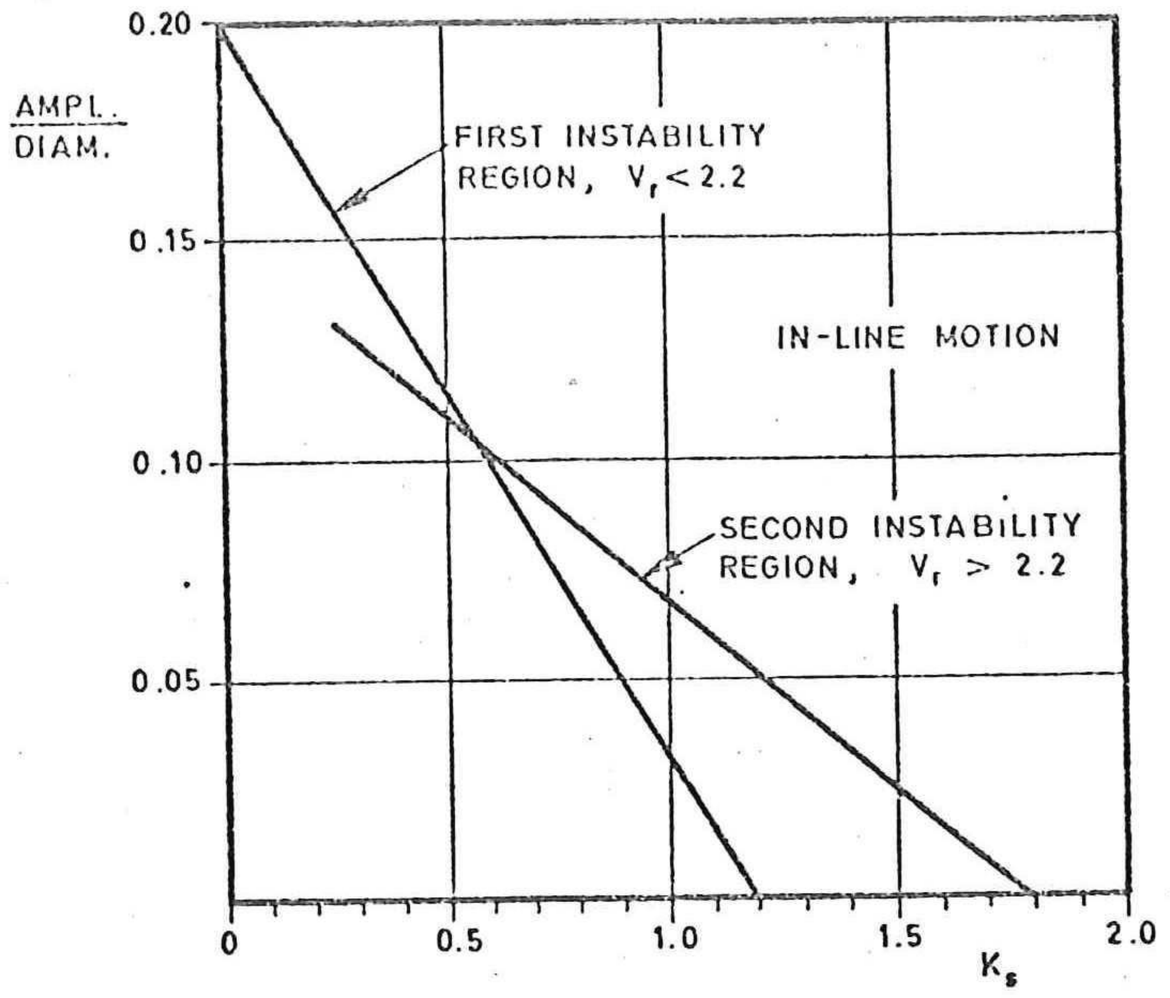


Fig. A.4. Amplitude of in-line motion as a function of K_S Ref. A.2.

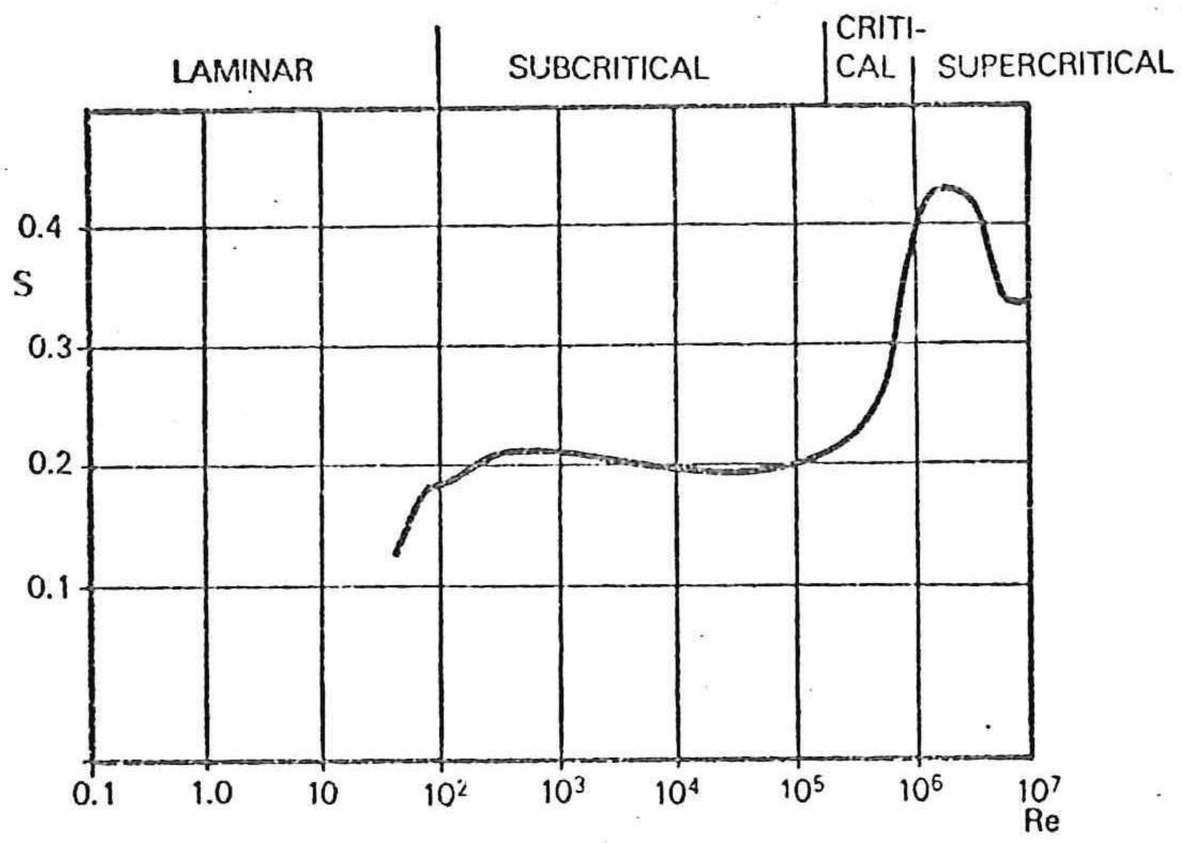


Fig. A.2. Strouhals number for circular cylinders as function of reynolds number. Ref. A.8.

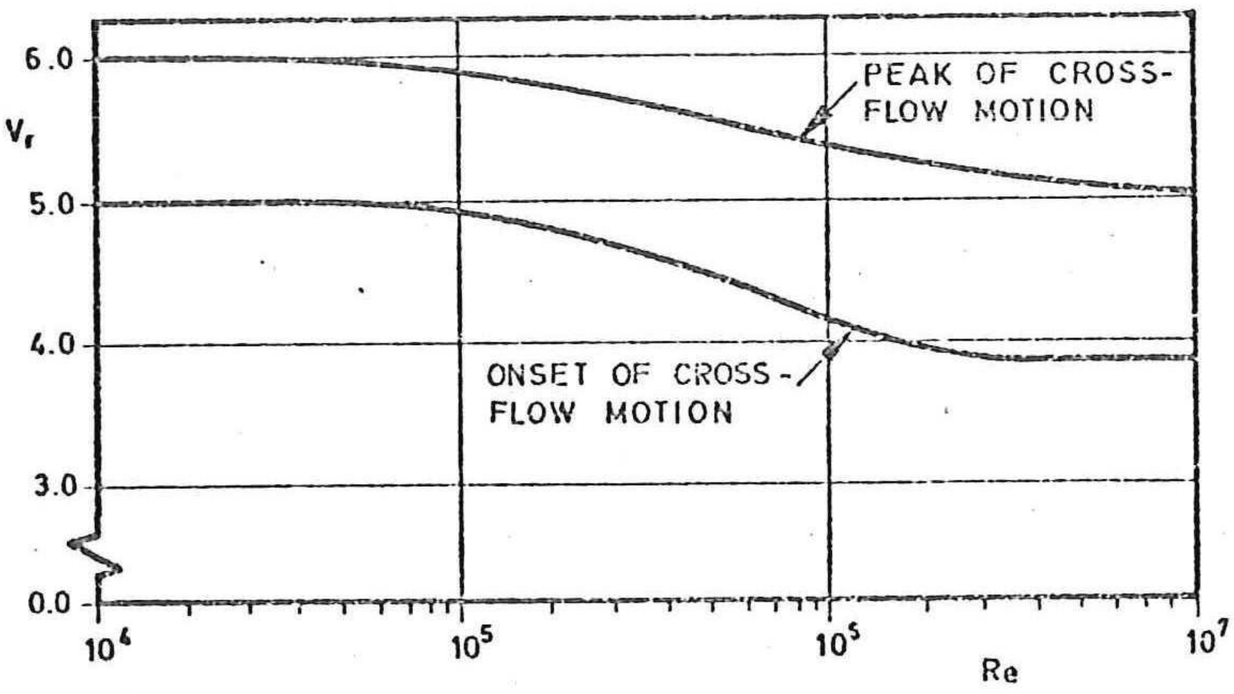


Fig. A.5. Flow speed for onset of cross flow motion. Ref. A.2.

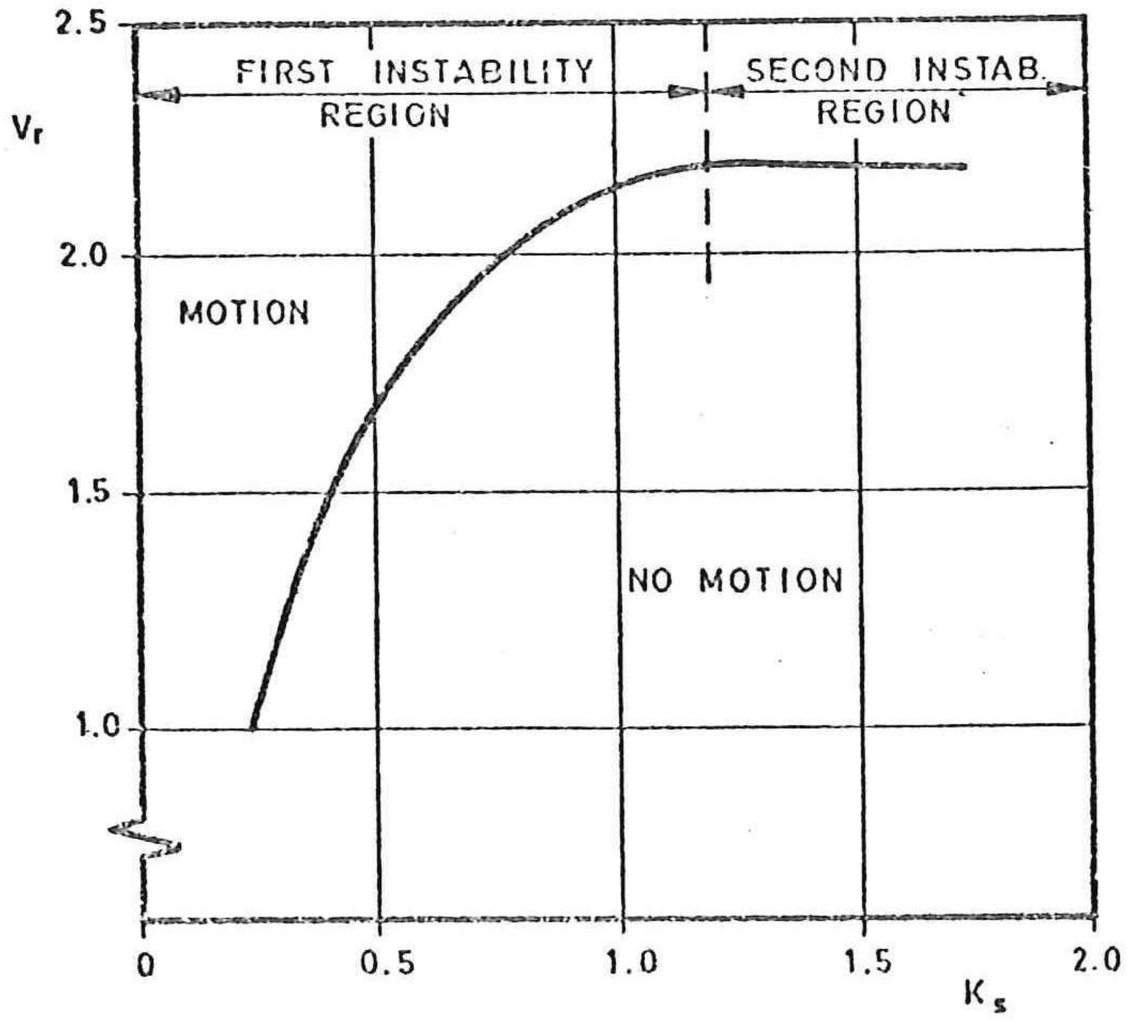


Fig. A.3. Flow velocity for onset of in-line motion. Ref. A.2.

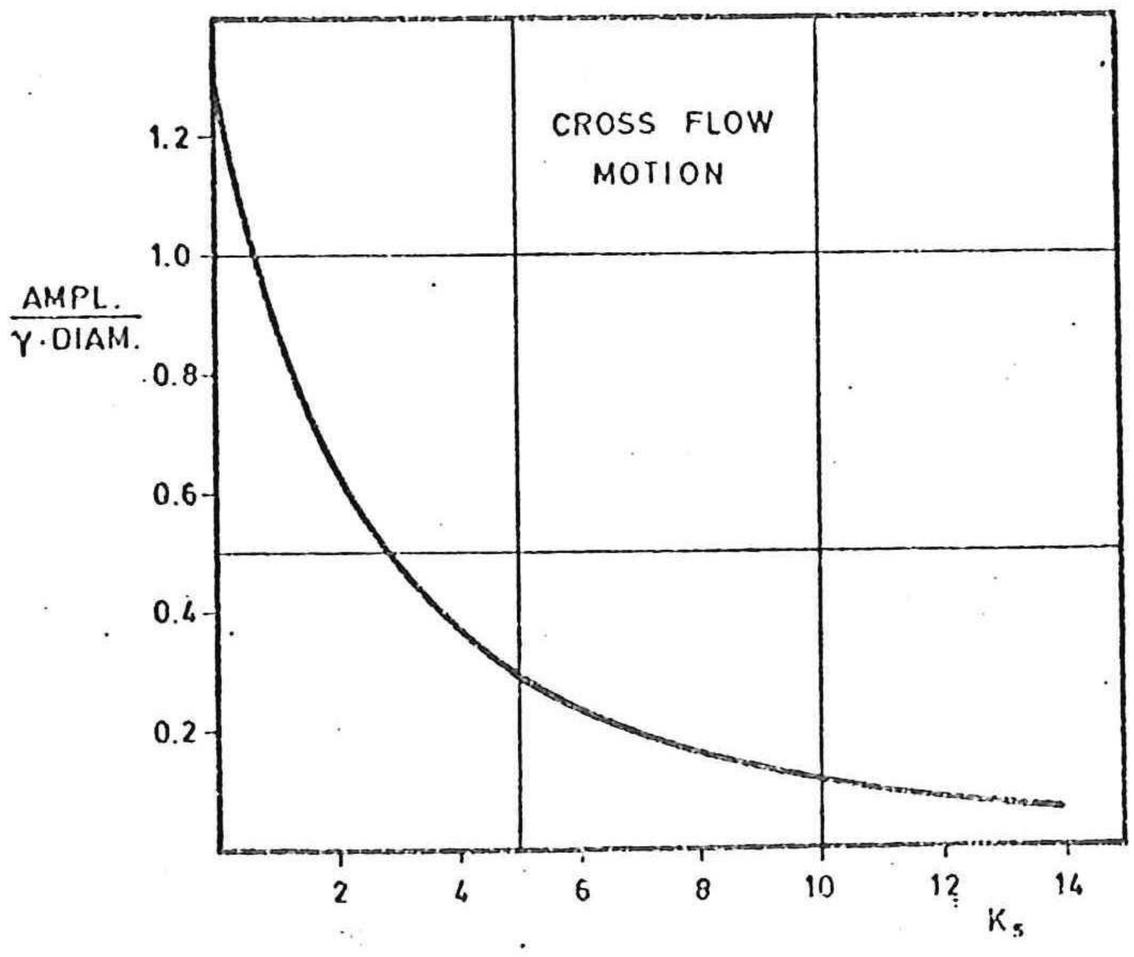


Fig. A.6. Amplitude of crossflow motion as a function of K_S . Ref. A.3.

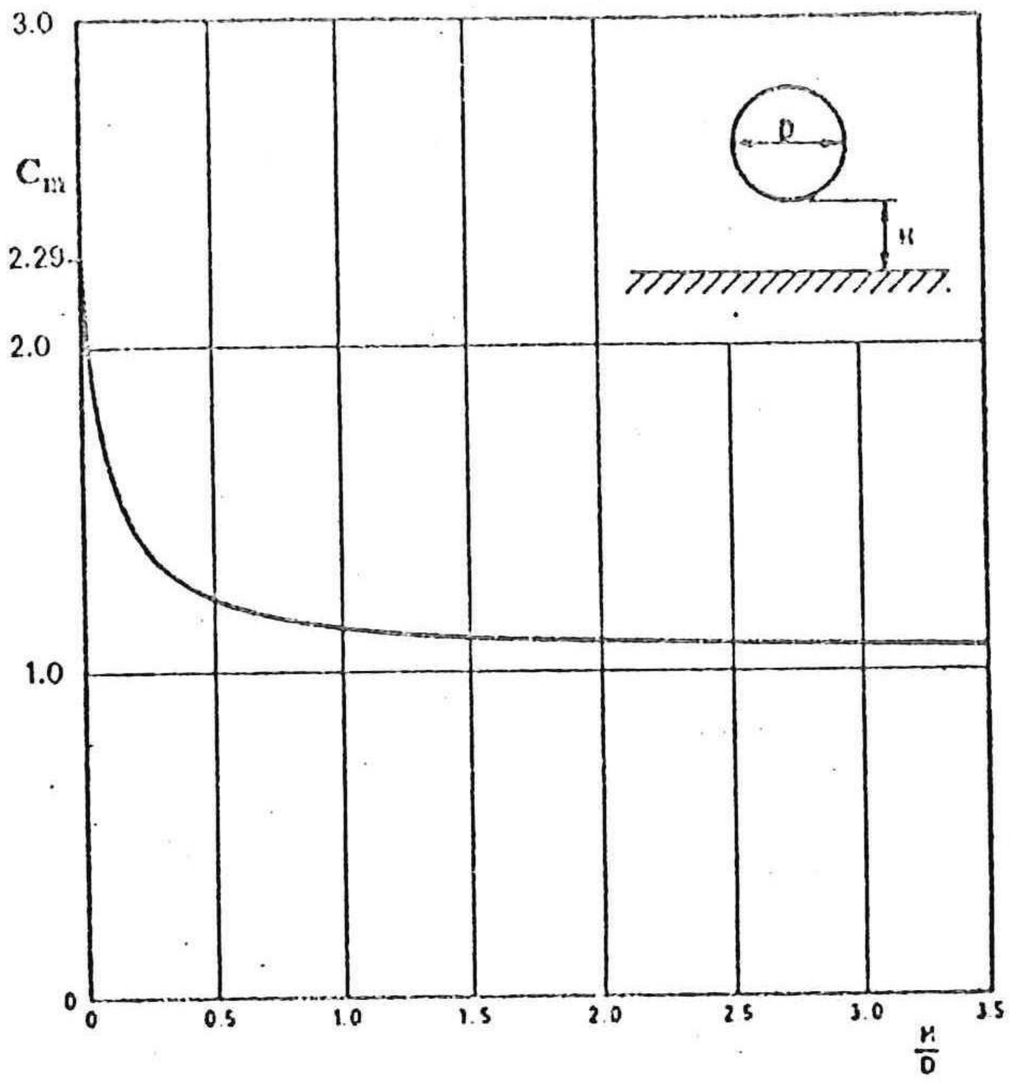


Fig. A.7. Recommended value of the added mass coefficient, C_m for a circular cylinder.

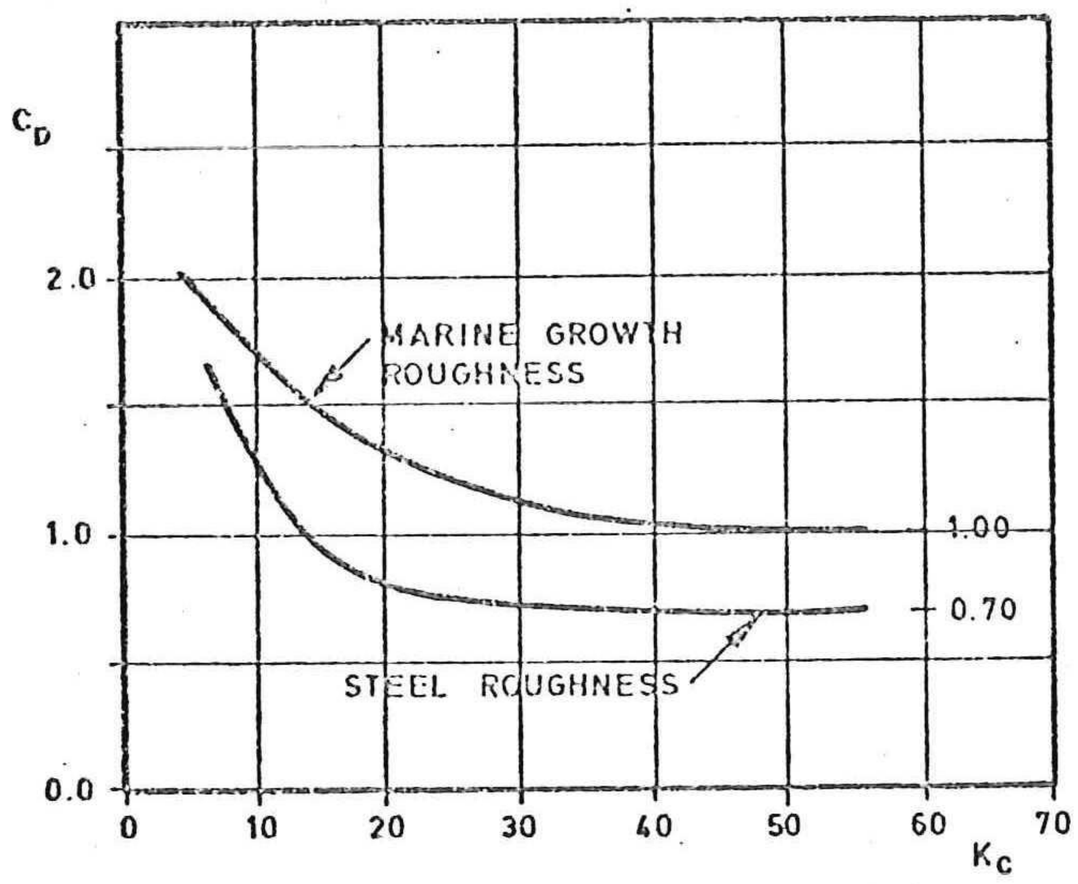


Fig. A.8. Drag coefficient for a circular sylinder in oscillatory flow.
Ref. A.4.

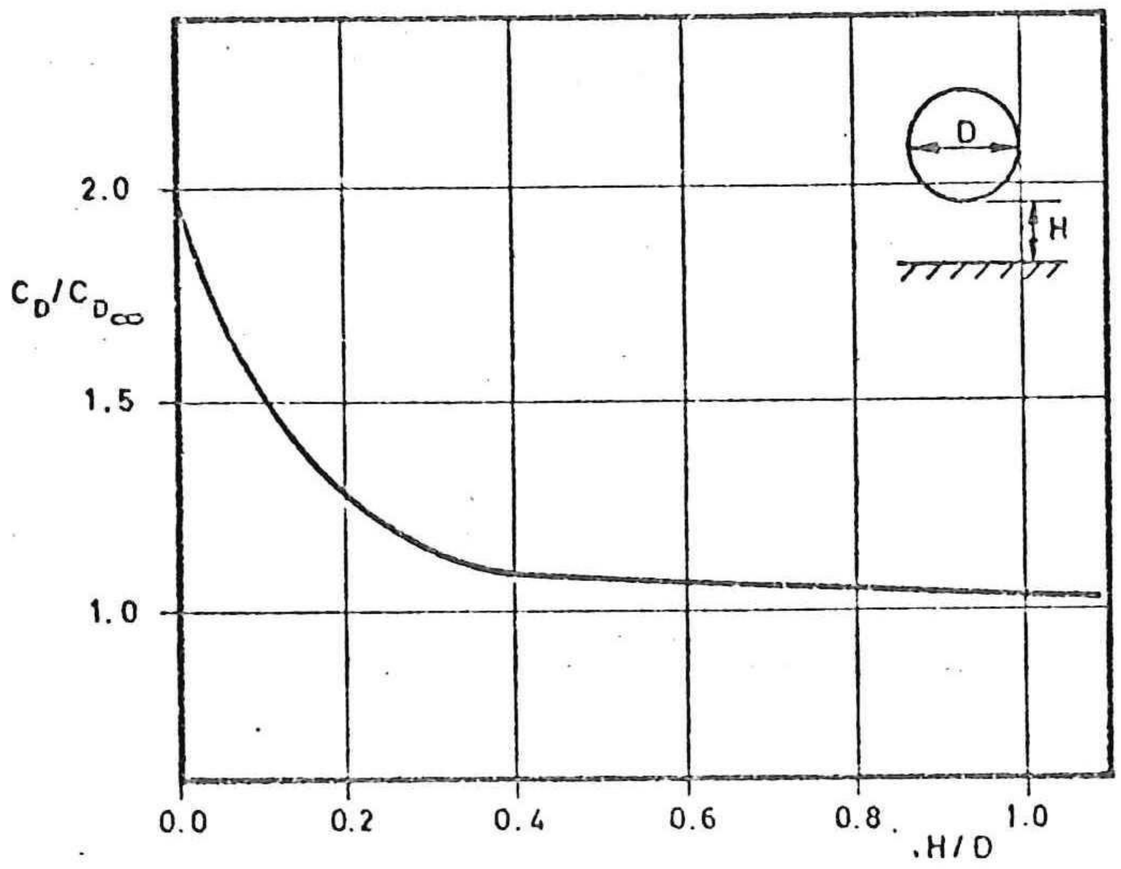


Fig. A.9. Influence of a fixed boundary on the drag coefficient of a circular cylinder in oscillatory supercritical flow, $K_c > 20$, $R_e = 10^5 - 2 \cdot 10^6$.
Ref. A.5, A.6 and A.7.

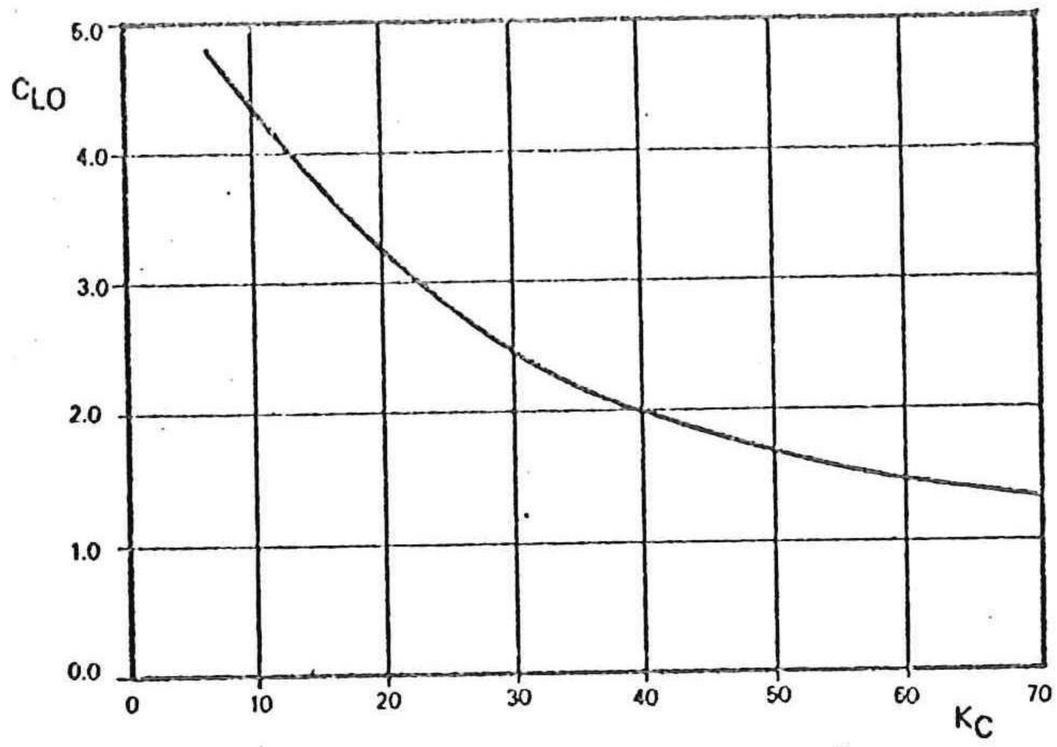


Fig. A.10. Lift coefficient for a circular cylinder at a fixed boundary in oscillatory flow.
Ref. A.5, A.6 and A.7.

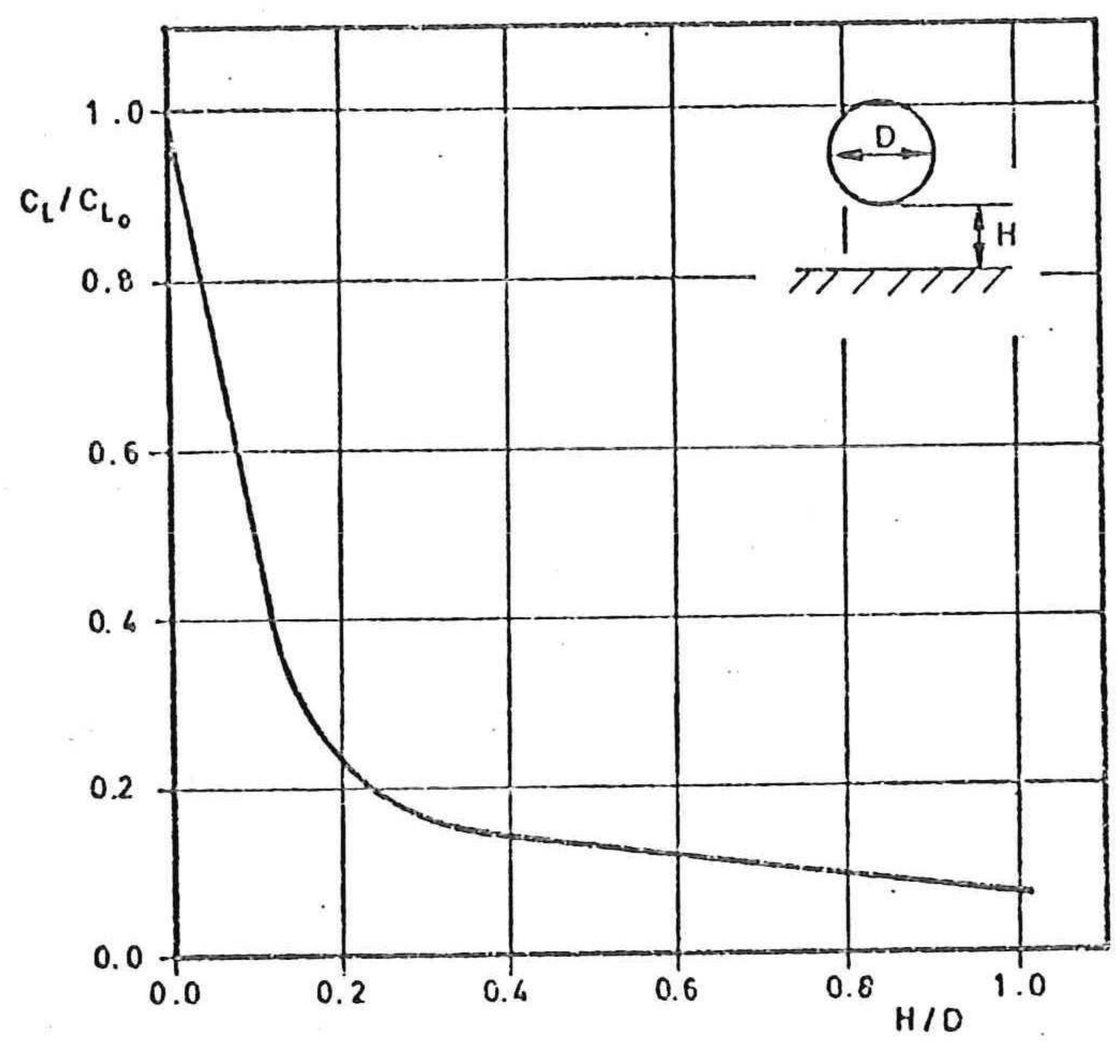


Fig. A.11. Variation of lift force coefficient as a function of the distance from a fixed boundary.
Ref. A.5, A.6 and A.7.

Bijlage 2

- indeling programma



Vanaf regel

0

10

24

65

95

161

192

```
T ALGOL COMPILER OF DELFT,RELEASE OF 1/ 2/1977                    PAGE     1


PILER VERSION :BATCH
IONS IN EFFECT:SIZE(KBYTES)= 154,IDL=   6,SEG=SEGM,
               EBCDIC(EB),NOIDLST,LOAD(L),LONG(LP),OPTO,NOPAG,
               SE,SOURCE(S),NST,SWAPO,TEST(T),W,NODUMP

 0   'BEGIN'
 1    'REAL'U,F,MO,FM,HS,TS,ALPHA,SIG,OMM;
 2    'REAL'd,OM,K,G,I,H,E,VC,M,TO,PI,RHO;
 3    'REAL'AS,AT,AI,BI,BS,BT,BW,BU,BF,BY,BZ,X,VVR;
 4    'REAL'TA,TB,TC,TD,TE,TF;
 5    'REAL'DA,DB,DC,DF,DY,DZ;
 6    'REAL'CD,CM,D,CH;
 7    'REAL''ARRAY'A(/1:50,1:10/);
 8    'REAL''ARRAY'B(/1:25,1:8/);
 9    'INTEGER'JI,JA,JT,TT;
10    'PROCEDURE'DISPERS(OM,K); 'REAL'OM,K;
12    'BEGIN'
13         'REAL'HULP,ULP;
14         ULP:=K;
15         HULP:=(EXP(K*d)-EXP(-K*d))/(EXP(K*d)+EXP(-K*d));
16         K:=OM*OM/(G*HULP);
17        'FOR'JA:=1'WHILE'ABS(ULP/K-1)>0.0001'DO'
18        'BEGIN'
19             ULP:=K;
20             HULP:=(EXP(K*d)-EXP(-K*d))/(EXP(K*d)+EXP(-K*d));
21             K:=OM*OM/(G*HULP);
22        'END';
23   'END'DISPERS;
24
24
24   'COMMENT'    **************
24            ****INVOERGEGEVENS****
24                 **************;
24   LINE(1,3);
25   OUTSTRING(1,'('INVOER: VERSN. ZW.KRACHT =  ')');
26   INREAL(0,G);FLO(1,4,5,G);
28   OUTSTRING(1,'('          DIEPTE             =  ')');
29   INREAL(0,d);FLO(1,4,5,d);
31   LINE(1,1);
32   OUTSTRING(1,'('          TRAAGH. MOMENT     =  ')');
33   INREAL(0,I); FLO(1,4,5,I);
35   OUTSTRING(1,'('          VOORSP. PIJP       =  ')');
36   INREAL(0,H);FLO(1,4,5,H);
38   LINE(1,1);
39   OUTSTRING(1,'('          EL. MODULUS        =  ')');
40   INREAL(0,E); FLO(1,4,5,E);
42   OUTSTRING(1,'('          VEERCONST. GROND   =  ')');
43   INREAL(0,VC);FLO(1,4,5,VC);
45   LINE(1,1);
46   OUTSTRING(1,'('          MASSA              =  ')');
47   INREAL(0,M); FLO(1,4,5,M);
49   OUTSTRING(1,'('          MATERIAALDEMPING   =  0.005')');
50   LINE(1,1);
51   OUTSTRING(1,'('          CD                 =  ')');
```

```
 52    INREAL(0,CD);FLO(1,4,5,CD);
 54    OUTSTRING(1,'('          CM                  = ')');
 55    INREAL(0,CM);FLO(1,4,5,CM);
 57    LINE(1,1);
 58    OUTSTRING(1,'('          DIAMETER            = ')');
 59    INREAL(0,D);FLO(1,4,5,D);
 61    OUTSTRING(1,'('          S.G. WATER          = ')');
 62    INREAL(0,RHO);FLO(1,4,5,RHO);
 64    LINE(1,2);
 65
 65
 65    'COMMENT'    ********
 65              ****GOLFVELD****
 65                   *********;
 65    INREAL(0,HS);
 66    INREAL(0,TS);
 67    INREAL(0,TO);
 68    OUTSTRING(1,'('     H SIGNIF.    : HS=')');FLO(1,4,5,HS);LINE(1,1);
 71    OUTSTRING(1,'('     T SIGNIF.    : TS=')');FLO(1,4,5,TS);LINE(1,1);
 74    OUTSTRING(1,'('     TETA 0       : TO=')');FLO(1,4,5,TO);LINE(1,1);
 77    PI:=3.141592; TO:=TO*PI/180;
 79    K:=0.01; BW:=SU:=BF:=BY:=0;
 81    OMM:=0.95*2*PI/TS;
 82    MO:=(HS/3.8)**2;
 83    ALPHA:=MO*OMM**4*5/(G**2*1.506);
 84    OUTSTRING(1,'('     NULDE MOMENT: MO=')');FLO(1,4,5,MO);LINE(1,1);
 87    OUTSTRING(1,'('     ALPHA        :   =')');FLO(1,4,5,ALPHA);LINE(1,1);
 90    OUTSTRING(1,'('     OMEGA MAX.   :OMM=')');FLO(1,4,5,OMM);LINE(1,1);
 93    LINE(1,1);   PAGE(1);
 95
 95
 95    'COMMENT'    **********
 95              ****INTEGREREN****
 95                   **********;
 95    AI:=VVR:=0;
 96    'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
 97    'BEGIN'
 98        'IF'JI=1'THEN'OM:=0.025;
100        'IF'JI>1'THEN'OM:=JI*0.025+0.35;
102        'IF'OM<OMM'THEN'SIG:=0.07'ELSE'SIG:=0.09;
106       DISPERS(OM,K);
107        A(/JI,1/):=OM;
108        A(/JI,2/):=ALPHA*G*G*(OM**(-5))*EXP(-1.25*(OM/OMM)**(-4))
109                  *3.3**(EXP(-0.5*((OM-OMM)/OMM/SIG)**2));
109        'IF'JI=1'THEN'
110        'BEGIN'
111          'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
112          'BEGIN'
113              X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
114              BI:=COS(X)**2*COS(X-TO)**2*2/PI;
115              AI:=AI+BI*PI/50; BI:=0;
117          'END';
118        'END';
119        'IF'JI=1'THEN'A(/JI,3/):=G/d*AI'ELSE'
122        A(/JI,3/):=K*G*4/(EXP(K*d)-EXP(-K*d))/(EXP(K*d)+EXP(-K*d))*AI;
```

```
123         A(/JI,4/):=A(/JI,2/)*A(/JI,3/);
124         BW:=BW+A(/JI,2/)*0.025;
125         BU:=BU+A(/JI,4/)*0.025;
126         VVR:=VVR+K*G*4/(EXP(K*d)-EXP(-K*d))/(EXP(K*d)+EXP(-K*d))
127                 *A(/JI,2/)*0.025;
127     'END';
128
128     'COMMENT'****BEREKENING HYDRODYNAMISCHE DEMPING****;
128     CH:=0.5*RHO*D*CD*(S/PI)**0.5*VVR**0.5;
129
129     'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
130     'BEGIN'
131         'IF'JI=1'THEN'OM:=0.025;
133         'IF'JI>1'THEN'OM:=JI*0.025+0.35;
135         DISPERS(OM,K);
136         AS:=AT:=0;
137         'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
138         'BEGIN'
139             X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
140             BT:=M**(-2)*OM**(-4)*(((E*I*(K*SIN(X))**4+H*(K*SIN(X))**2+VC)
141             /M/OM**2-1)**2+4*(0.005+CH/2/M/OM)**2)**(-1)
141             *2/PI*COS(X-TO)**2*COS(X)**2;
141             BS:=BT*(SIN(X)**2*E*D/2*K**2)**2;
142             AT:=AT+BT*PI/50;
143             AS:=AS+BS*PI/50;
144         'END';
145         DA:=M**(-2)*OM**(-4)*(((E*I*(K*SIN(TO))**4+H*(K*SIN(TO))**2+VC)
146         /M/OM**2-1)**2+4*(0.005+CH/2/M/OM)**2)**(-1)
146         *COS(TO)**2;
146         DB:=DA*(SIN(TO)**2*E*D/2*K**2)**2;
147         DC:=COS(TO)**2;
148
148         A(/JI,5/):=(2*CD**2/PI*VVR+(PI/4*CM*D*OM)**2)*RHO**2*D**2;
149         A(/JI,6/):=A(/JI,4/)*A(/JI,5/);
150         A(/JI,7/):=AT/AI;
151         A(/JI,8/):=A(/JI,6/)*A(/JI,7/);
152         A(/JI,9/):=AS/AT;
153         A(/JI,10/):=A(/JI,8/)*A(/JI,9/);
154
154             BF:=BF+A(/JI,6/)*0.025;
155             BY:=BY+A(/JI,8/)*0.025;
156             BZ:=BZ+A(/JI,10/)*0.025;
157             DF:=DF+A(/JI,6/)*DC/AI*0.025;
158             DY:=DY+A(/JI,8/)*DA/AT*0.025;
159             DZ:=DZ+A(/JI,10/)*DB/AS*0.025;
160
160     'END';
161
161
161     'COMMENT'    **************************
161               ****INVLOED KORTKAMMIGHEID****
161                    **************************;
161     TT:=1;
162     'FOR'JT:=0'STEP'1'UNTIL'2'DO'
163     'BEGIN'
```

```
164         OM:=0.5+0.5*JT;
165         DISPERS(OM,K);
166         'FOR'JI:=0'STEP'1'UNTIL'6'DO'
167         'BEGIN'
168           TO:=JI*PI/12;
169           TA:=TB:=TC:=TD:=0;
170           'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
171           'BEGIN'
172             X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
173             BT:=(((E*I*(K*SIN(X))**4+H*(K*SIN(X))**2+VC)
174             /M/OM**2-1)**2+4*(0.005+CH/2/M/OM)**2)**(-1)
174             *COS(X)**2;
174             TA:=TA+BT*2/PI*COS(X-TO)**2*PI/50;
175             TB:=TB+BT*8/3/PI*COS(X-TO)**4*PI/50;
176             TC:=TC+BT*2/PI*COS(X-TO)**2*SIN(X)**4*PI/50;
177             TO:=TD+BT*8/3/PI*COS(X-TO)**4*SIN(X)**4*PI/50;
178           'END';
179           TE:=(((E*I*(K*SIN(TO))**4+H*(K*SIN(TO))**2+VC)
180             /M/OM**2-1)**2+4*(0.005+CH/2/M/OM)**2)**(-1)
180             *COS(TO)**2;
180           TF:=TE*SIN(TO)**4;
181           B(/TT,1/):=OM;
182           B(/TT,2/):=TO*180/PI;
183           B(/TT,3/):=TA;
184           B(/TT,4/):=TB;
185           B(/TT,5/):=TE;
186           B(/TT,6/):=TC;
187           B(/TT,7/):=TD;
188           B(/TT,8/):=TF;
189           TT:=TT+1;
190         'END';
191       'END';
192
192
192       'COMMENT'    *******
192                ****UITVOER****
192                     *******;
192       LINE(1,3);
193       OUTSTRING(1,'('   OMEGA       JONSWAP       OVERDR.       Euu           OVERD
194       R.       Eff   ')');
194        'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
195        'BEGIN'
196          LINE(1,1);
197          FLO(1,4,5,A(/JI,1/));
198          FLO(1,4,5,A(/JI,2/));
199          FLO(1,4,5,A(/JI,3/));
200          FLO(1,4,5,A(/JI,4/));
201          FLO(1,4,5,A(/JI,5/));
202          FLO(1,4,5,A(/JI,6/));
203        'END';
204        PAGE(1);
205        OUTSTRING(1,'('   OMEGA       OVERDR.       Eyy           OVERDR.       Ess
206        ')');
206        'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
207        'BEGIN'
```

```
208         LINE(1,1);
209         FLO(1,4,5,A(/JI,1/));
210         FLO(1,4,5,A(/JI,7/));
211         FLO(1,4,5,A(/JI,8/));
212         FLO(1,4,5,A(/JI,9/));
213         FLO(1,4,5,A(/JI,10/));
214      'END';
215      LINE(1,2);
216      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  W=')');FLO(1,4,5,BW**0.5);LINE(1,1);
219      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  Vx=')');FLO(1,4,5,BU**0.5);
221      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  VR=')');FLO(1,4,5,VVR**0.5);LINE(1,1);
224      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  F=')');FLO(1,4,5,BF**0.5);
226      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  F(N>>)=')');FLO(1,4,5,DF**0.5);LINE(1,1);
229      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  Y=')');FLO(1,4,5,BY**0.5);
231      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  Y(N>>)=')');FLO(1,4,5,DY**0.5);LINE(1,1);
234      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  Z=')');FLO(1,4,5,BZ**0.5);
236      OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW.  Z(N>>)=')');FLO(1,4,5,DZ**0.5);LINE(1,1);
239      OUTSTRING(1,'('HYDRODYNAMISCHE DEMPING =')');FLO(1,4,5,CH);
241
241      PAGE(1);
242      LINE(1,5);
243      OUTSTRING(1,'('                                    VERPLAATSINGEN    ')');
244      LINE(1,1);
245      OUTSTRING(1,'('    OMEGA        TETA 0        N=2              N=4              N=>>
246      ')'); LINE(1,1);
247      'FOR'TT:=1'STEP'1'UNTIL'21'DO'
248      'BEGIN'
249         'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'5'DO'
250         FLO(1,4,5,B(/TT,JT/));
251         LINE(1,1);
252      'END';
253      LINE(1,2);
254      OUTSTRING(1,'('                                  SPANNINGEN    ')');
255      LINE(1,1);
256      OUTSTRING(1,'('    OMEGA        TETA 0        N=2              N=4              N=>>
257      ')'); LINE(1,1);
258      'FOR'TT:=1'STEP'1'UNTIL'21'DO'
259      'BEGIN'
260         FLO(1,4,5,B(/TT,1/));
261         FLO(1,4,5,B(/TT,2/));
262         FLO(1,4,5,B(/TT,6/));
263         FLO(1,4,5,B(/TT,7/));
264         FLO(1,4,5,B(/TT,8/));
265         LINE(1,1);
266      'END';
267      'END'


ERRORS FOUND
```

```
INVOER: VERSN. ZW.KRACHT  = +.9810'+01      DIEPTE              = +.3000'+02
        TRAAGH. MOMENT    = +.5960'-04      VOORSP. PIJP        = +.0000'+00
        EL. MODULUS       = +.2100'+12      VEERCONST. GROND    = +.1000'+06
        MASSA             = +.1800'+03      MATERIAALDEMPING    = 0.005
        CD                = +.3000'+01      CM                  = +.2290'+01
        DIAMETER          = +.2800'+00      S.G. WATER          = +.1025'+04

H SIGNIF.     : HS=+.4000'+01
T SIGNIF.     : TS=+.8000'+01
TETA 0        : TO=+.0000'+00
NULDE MOMENT: MO=+.1108'+01
ALPHA         :   =+.1185'-01
OMEGA MAX.    :OMM=+.7461'+00
```

OMEGA	JONSWAP	OVERDR.	Euu	OVERDR.	Eff
+.2500'-01	+.0000'+00	+.2453'+00	+.0000'+00	+.2626'+05	+.0000'+00
+.4000'+00	+.2982'-04	+.1710'+00	+.5098'-05	+.2959'+05	+.1508'+00
+.4250'+00	+.5729'-03	+.1623'+00	+.9298'-04	+.3002'+05	+.2791'+01
+.4500'+00	+.4874'-02	+.1534'+00	+.7476'-03	+.3048'+05	+.2278'+02
+.4750'+00	+.2336'-01	+.1442'+00	+.3369'-02	+.3096'+05	+.1043'+03
+.5000'+00	+.7416'-01	+.1349'+00	+.1000'-01	+.3147'+05	+.3147'+03
+.5250'+00	+.1744'+00	+.1255'+00	+.2188'-01	+.3200'+05	+.7002'+03
+.5500'+00	+.3288'+00	+.1160'+00	+.3813'-01	+.3257'+05	+.1242'+04
+.5750'+00	+.5271'+00	+.1065'+00	+.5615'-01	+.3315'+05	+.1862'+04
+.6000'+00	+.7557'+00	+.9718'-01	+.7344'-01	+.3377'+05	+.2480'+04
+.6250'+00	+.1024'+01	+.8802'-01	+.9010'-01	+.3441'+05	+.3100'+04
+.6500'+00	+.1397'+01	+.7909'-01	+.1105'+00	+.3507'+05	+.3875'+04
+.6750'+00	+.2019'+01	+.7050'-01	+.1423'+00	+.3576'+05	+.5090'+04
+.7000'+00	+.3032'+01	+.6229'-01	+.1889'+00	+.3648'+05	+.6891'+04
+.7250'+00	+.4208'+01	+.5455'-01	+.2295'+00	+.3723'+05	+.8544'+04
+.7500'+00	+.4651'+01	+.4731'-01	+.2200'+00	+.3800'+05	+.8360'+04
+.7750'+00	+.4138'+01	+.4063'-01	+.1681'+00	+.3879'+05	+.6523'+04
+.8000'+00	+.3211'+01	+.3455'-01	+.1109'+00	+.3962'+05	+.4394'+04
+.8250'+00	+.2353'+01	+.2907'-01	+.6841'-01	+.4046'+05	+.2768'+04
+.8500'+00	+.1755'+01	+.2421'-01	+.4249'-01	+.4134'+05	+.1756'+04
+.8750'+00	+.1387'+01	+.1995'-01	+.2767'-01	+.4224'+05	+.1169'+04
+.9000'+00	+.1166'+01	+.1626'-01	+.1897'-01	+.4317'+05	+.8189'+03
+.9250'+00	+.1026'+01	+.1312'-01	+.1347'-01	+.4412'+05	+.5942'+03
+.9500'+00	+.9267'+00	+.1048'-01	+.9708'-02	+.4510'+05	+.4378'+03
+.9750'+00	+.8459'+00	+.8278'-02	+.7002'-02	+.4610'+05	+.3228'+03
+.1000'+01	+.7747'+00	+.6476'-02	+.5017'-02	+.4714'+05	+.2365'+03
+.1025'+01	+.7096'+00	+.5016'-02	+.3559'-02	+.4819'+05	+.1715'+03
+.1050'+01	+.6495'+00	+.3848'-02	+.2499'-02	+.4928'+05	+.1232'+03
+.1075'+01	+.5942'+00	+.2923'-02	+.1737'-02	+.5039'+05	+.8752'+02
+.1100'+01	+.5433'+00	+.2200'-02	+.1196'-02	+.5152'+05	+.6160'+02
+.1125'+01	+.4968'+00	+.1641'-02	+.8152'-03	+.5268'+05	+.4295'+02
+.1150'+01	+.4542'+00	+.1213'-02	+.5503'-03	+.5387'+05	+.2968'+02
+.1175'+01	+.4154'+00	+.8883'-03	+.3690'-03	+.5509'+05	+.2033'+02
+.1200'+01	+.3801'+00	+.6449'-03	+.2451'-03	+.5633'+05	+.1381'+02
+.1225'+01	+.3480'+00	+.4641'-03	+.1615'-03	+.5759'+05	+.9302'+01
+.1250'+01	+.3188'+00	+.3312'-03	+.1056'-03	+.5889'+05	+.6217'+01
+.1275'+01	+.2922'+00	+.2343'-03	+.6846'-04	+.6020'+05	+.4122'+01
+.1300'+01	+.2681'+00	+.1643'-03	+.4406'-04	+.6155'+05	+.2712'+01
+.1325'+01	+.2462'+00	+.1143'-03	+.2814'-04	+.6292'+05	+.1770'+01
+.1350'+01	+.2263'+00	+.7883'-04	+.1784'-04	+.6432'+05	+.1147'+01
+.1375'+01	+.2081'+00	+.5391'-04	+.1122'-04	+.6574'+05	+.7377'+00
+.1400'+01	+.1917'+00	+.3657'-04	+.7008'-05	+.6719'+05	+.4709'+00
+.1425'+01	+.1766'+00	+.2460'-04	+.4345'-05	+.6867'+05	+.2983'+00
+.1450'+01	+.1629'+00	+.1641'-04	+.2674'-05	+.7017'+05	+.1876'+00
+.1475'+01	+.1505'+00	+.1086'-04	+.1634'-05	+.7169'+05	+.1171'+00
+.1500'+01	+.1391'+00	+.7125'-05	+.9909'-06	+.7325'+05	+.7258'-01
+.1525'+01	+.1287'+00	+.4637'-05	+.5967'-06	+.7483'+05	+.4465'-01
+.1550'+01	+.1192'+00	+.2993'-05	+.3567'-06	+.7643'+05	+.2726'-01
+.1575'+01	+.1105'+00	+.1917'-05	+.2117'-06	+.7807'+05	+.1653'-01
+.1600'+01	+.1025'+00	+.1217'-05	+.1243'-06	+.7972'+05	+.9946'-02

OMEGA	OVERDR.	Eyy	OVERDR.	Ess
+.2500'-01	+.1000'-09	+.0000'+00	+.2439'+09	+.0000'+00
+.4000'+00	+.1001'-09	+.1509'-10	+.2247'+14	+.3392'+03
+.4250'+00	+.1001'-09	+.2793'-09	+.3000'+14	+.8379'+04
+.4500'+00	+.1001'-09	+.2280'-08	+.3962'+14	+.9033'+05
+.4750'+00	+.1001'-09	+.1044'-07	+.5186'+14	+.5413'+06
+.5000'+00	+.1001'-09	+.3150'-07	+.6736'+14	+.2122'+07
+.5250'+00	+.1001'-09	+.7009'-07	+.8691'+14	+.6091'+07
+.5500'+00	+.1001'-09	+.1243'-06	+.1115'+15	+.1387'+08
+.5750'+00	+.1001'-09	+.1864'-06	+.1424'+15	+.2655'+08
+.6000'+00	+.1001'-09	+.2483'-06	+.1812'+15	+.4498'+08
+.6250'+00	+.1001'-09	+.3104'-06	+.2296'+15	+.7127'+08
+.6500'+00	+.1001'-09	+.3881'-06	+.2902'+15	+.1126'+09
+.6750'+00	+.1002'-09	+.5098'-06	+.3657'+15	+.1864'+09
+.7000'+00	+.1002'-09	+.6903'-06	+.4597'+15	+.3173'+09
+.7250'+00	+.1002'-09	+.8559'-06	+.5766'+15	+.4935'+09
+.7500'+00	+.1002'-09	+.8376'-06	+.7218'+15	+.6045'+09
+.7750'+00	+.1002'-09	+.6535'-06	+.9014'+15	+.5891'+09
+.8000'+00	+.1002'-09	+.4403'-06	+.1123'+16	+.4945'+09
+.8250'+00	+.1002'-09	+.2774'-06	+.1396'+16	+.3873'+09
+.8500'+00	+.1002'-09	+.1760'-06	+.1731'+16	+.3048'+09
+.8750'+00	+.1002'-09	+.1171'-06	+.2141'+16	+.2508'+09
+.9000'+00	+.1002'-09	+.8206'-07	+.2640'+16	+.2166'+09
+.9250'+00	+.1002'-09	+.5955'-07	+.3244'+16	+.1932'+09
+.9500'+00	+.1002'-09	+.4387'-07	+.3974'+16	+.1743'+09
+.9750'+00	+.1002'-09	+.3235'-07	+.4850'+16	+.1569'+09
+.1000'+01	+.1002'-09	+.2369'-07	+.5897'+16	+.1397'+09
+.1025'+01	+.1002'-09	+.1718'-07	+.7143'+16	+.1227'+09
+.1050'+01	+.1001'-09	+.1233'-07	+.8619'+16	+.1063'+09
+.1075'+01	+.1001'-09	+.8763'-08	+.1036'+17	+.9077'+08
+.1100'+01	+.1001'-09	+.6164'-08	+.1240'+17	+.7643'+08
+.1125'+01	+.1000'-09	+.4296'-08	+.1478'+17	+.6351'+08
+.1150'+01	+.9996'-10	+.2967'-08	+.1755'+17	+.5208'+08
+.1175'+01	+.9989'-10	+.2031'-08	+.2076'+17	+.4216'+08
+.1200'+01	+.9981'-10	+.1378'-08	+.2446'+17	+.3371'+08
+.1225'+01	+.9970'-10	+.9274'-09	+.2871'+17	+.2662'+08
+.1250'+01	+.9958'-10	+.6191'-09	+.3356'+17	+.2077'+08
+.1275'+01	+.9944'-10	+.4099'-09	+.3903'+17	+.1602'+08
+.1300'+01	+.9928'-10	+.2692'-09	+.4533'+17	+.1220'+08
+.1325'+01	+.9910'-10	+.1755'-09	+.5238'+17	+.9191'+07
+.1350'+01	+.9889'-10	+.1134'-09	+.6031'+17	+.6841'+07
+.1375'+01	+.9865'-10	+.7278'-10	+.6916'+17	+.5034'+07
+.1400'+01	+.9839'-10	+.4633'-10	+.7903'+17	+.3661'+07
+.1425'+01	+.9809'-10	+.2926'-10	+.8995'+17	+.2632'+07
+.1450'+01	+.9776'-10	+.1834'-10	+.1020'+18	+.1871'+07
+.1475'+01	+.9739'-10	+.1141'-10	+.1152'+18	+.1314'+07
+.1500'+01	+.9699'-10	+.7039'-11	+.1297'+18	+.9130'+06
+.1525'+01	+.9655'-10	+.4311'-11	+.1454'+18	+.6268'+06
+.1550'+01	+.9607'-10	+.2619'-11	+.1624'+18	+.4255'+06
+.1575'+01	+.9554'-10	+.1579'-11	+.1808'+18	+.2855'+06
+.1600'+01	+.9498'-10	+.9447'-12	+.2004'+18	+.1893'+06

STANDAARDAFW. W=+.1040'+01
STANDAARDAFW. Vx=+.2042'+00 STANDAARDAFW. VR=+.2358'+00
STANDAARDAFW. F=+.3943'+02 STANDAARDAFW. F(N>>)=+.4553'+02
STANDAARDAFW. Y=+.3946'-03 STANDAARDAFW. Y(N>>)=+.4557'-03
STANDAARDAFW. Z=+.1171'+05 STANDAARDAFW. Z(N>>)=+.0000'+00
HYDRODYNAMISCHE DEMPING =+.1620'+03

VERPLAATSINGEN

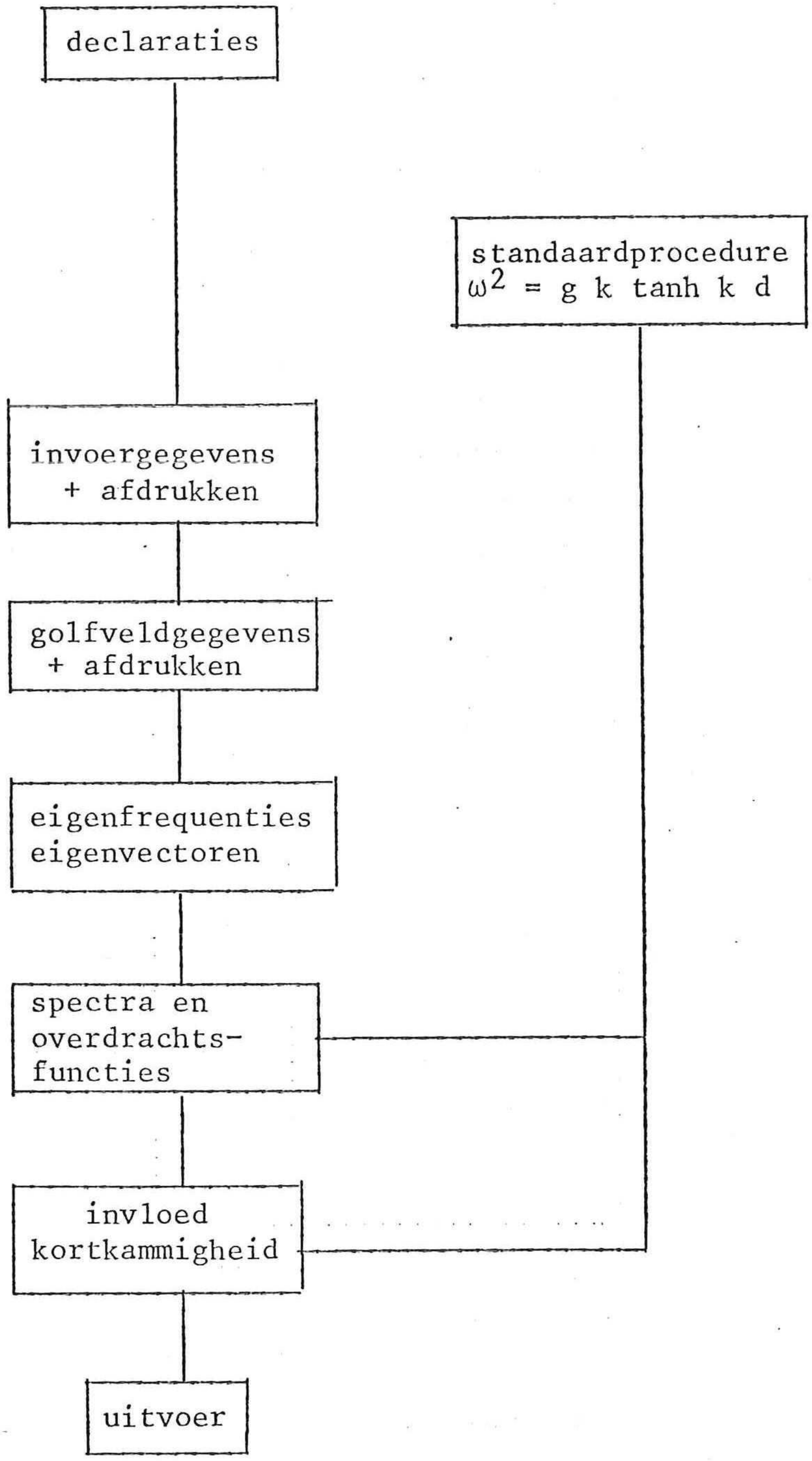
OMEGA	TETA 0	N=2	N=4	N=>>
+.5000'+00	+.0000'+00	+.1520'-06	+.1689'-06	+.2027'-06
+.5000'+00	+.1500'+02	+.1452'-06	+.1598'-06	+.1891'-06
+.5000'+00	+.3000'+02	+.1267'-06	+.1351'-06	+.1520'-06
+.5000'+00	+.4500'+02	+.1013'-06	+.1013'-06	+.1013'-06
+.5000'+00	+.6000'+02	+.7600'-07	+.6756'-07	+.5066'-07
+.5000'+00	+.7500'+02	+.5745'-07	+.4283'-07	+.1357'-07
+.5000'+00	+.9000'+02	+.5067'-07	+.3378'-07	+.2164'-19
+.1000'+01	+.0000'+00	+.2435'-05	+.2707'-05	+.3252'-05
+.1000'+01	+.1500'+02	+.2325'-05	+.2561'-05	+.3033'-05
+.1000'+01	+.3000'+02	+.2027'-05	+.2163'-05	+.2435'-05
+.1000'+01	+.4500'+02	+.1620'-05	+.1619'-05	+.1615'-05
+.1000'+01	+.6000'+02	+.1213'-05	+.1077'-05	+.8005'-06
+.1000'+01	+.7500'+02	+.9151'-06	+.6805'-06	+.2127'-06
+.1000'+01	+.9000'+02	+.8060'-06	+.5355'-06	+.3379'-18
+.1500'+01	+.0000'+00	+.1193'-04	+.1345'-04	+.1654'-04
+.1500'+01	+.1500'+02	+.1136'-04	+.1264'-04	+.1538'-04
+.1500'+01	+.3000'+02	+.9805'-05	+.1046'-04	+.1188'-04
+.1500'+01	+.4500'+02	+.7679'-05	+.7573'-05	+.6998'-05
+.1500'+01	+.6000'+02	+.5552'-05	+.4791'-05	+.2892'-05
+.1500'+01	+.7500'+02	+.3996'-05	+.2821'-05	+.6527'-06
+.1500'+01	+.9000'+02	+.3426'-05	+.2114'-05	+.9722'-18

SPANNINGEN

OMEGA	TETA 0	N=2	N=4	N=>>
+.5000'+00	+.0000'+00	+.9500'-08	+.6333'-08	+.0000'+00
+.5000'+00	+.1500'+02	+.9924'-08	+.7955'-08	+.8486'-09
+.5000'+00	+.3000'+02	+.1108'-07	+.1161'-07	+.9501'-08
+.5000'+00	+.4500'+02	+.1267'-07	+.1478'-07	+.2533'-07
+.5000'+00	+.6000'+02	+.1425'-07	+.1583'-07	+.2850'-07
+.5000'+00	+.7500'+02	+.1541'-07	+.1527'-07	+.1182'-07
+.5000'+00	+.9000'+02	+.1583'-07	+.1478'-07	+.2164'-19
+.1000'+01	+.0000'+00	+.1512'-06	+.1010'-06	+.0000'+00
+.1000'+01	+.1500'+02	+.1579'-06	+.1267'-06	+.1361'-07
+.1000'+01	+.3000'+02	+.1760'-06	+.1846'-06	+.1522'-06
+.1000'+01	+.4500'+02	+.2008'-06	+.2344'-06	+.4037'-06
+.1000'+01	+.6000'+02	+.2256'-06	+.2507'-06	+.4503'-06
+.1000'+01	+.7500'+02	+.2438'-06	+.2413'-06	+.1852'-06
+.1000'+01	+.9000'+02	+.2504'-06	+.2333'-06	+.3379'-18
+.1500'+01	+.0000'+00	+.6469'-06	+.4530'-06	+.0000'+00
+.1500'+01	+.1500'+02	+.6665'-06	+.5517'-06	+.6902'-07
+.1500'+01	+.3000'+02	+.7198'-06	+.7682'-06	+.7425'-06
+.1500'+01	+.4500'+02	+.7927'-06	+.9380'-06	+.1750'-05
+.1500'+01	+.6000'+02	+.8655'-06	+.9625'-06	+.1627'-05
+.1500'+01	+.7500'+02	+.9189'-06	+.8883'-06	+.5682'-06
+.1500'+01	+.9000'+02	+.9384'-06	+.8417'-06	+.9722'-18

Bijlage 3

- indeling programma:



Vanaf regel

0

9

29

89

119

179

248

291

```
T ALGOL COMPILER OF DELFT,RELEASE OF 1/ 2/1977                    PAGE     1


PILER VERSION :BATCH
IONS IN EFFECT:SIZE(KBYTES)= 410,IDL=   6,SEG=SEGM,
               EBCDIC(EB),NOIDLST,LOAD(L),LONG(LP),OPTO,NOPAG,
               SE,SOURCE(S),NST,SWAPO,TEST(T),W,NODUMP

   0   'BEGIN'
   1    'REAL'U,F,MO,FM,HS,TS,ALPHA,SIG,OMM;
   2   'REAL'D,OM,K,G,RHO,I,H,E,VC,M,TO,KSI,PI,DIAM,CD,CM;
   3   'REAL'AI,BI,BS,BW,BU,BF,BY,BZ,X,AW,DA,DB,DC,RMV,RMS,CH,TA,TB,TC,VVR;
   4   'REAL'EA,EB,EC,EF,EY,ES;
   5   'REAL''ARRAY'A(/0:50,1:11/);
   6   'REAL''ARRAY'AD(/1:25,1:5/);
   7   'REAL'L,DELTA,GFA,OMEEN,OMTWEE,GMA,NK;
   8   'INTEGER'JT,JI,JA,N,NL,NR,OMA,OMB,TT;
   9   'PROCEDURE'DISPERS(OM,K); 'REAL'OM,K;
  11   'BEGIN'
  12      'COMMENT'****BEREKENING K****;
  12      'IF'OM<0.1'THEN'K:=OM/(G*D)**0.5;
  14      'IF'OM>0.1'THEN'
  15      'BEGIN'
  16         'REAL'HULP,ULP;
  17          K:=0.01;
  18          ULP:=K;
  19          HULP:=(EXP(K*D)-EXP(-K*D))/(EXP(K*D)+EXP(-K*D));
  20          K:=OM*OM/(G*HULP);
  21          'FOR'JA:=1'WHILE'ABS(ULP/K-1)>0.0001'DO'
  22          'BEGIN'
  23             ULP:=K;
  24             HULP:=(EXP(K*D)-EXP(-K*D))/(EXP(K*D)+EXP(-K*D));
  25             K:=OM*OM/(G*HULP);
  26          'END';
  27      'END';
  28   'END'DISPERS;
  29
  29
  29   'COMMENT'     ***************
  29             ****INVOERGEGEVENS****
  29                  ***************;
  29   INREAL(0,G);
  30   OUTSTRING(1,'('INVOER: VERSN. ZW.KRACHT = ')');FLO(1,4,5,G);
  32   INREAL(0,D);
  33   OUTSTRING(1,'('          DIEPTE              = ')');FLO(1,4,5,D);
  35   LINE(1,1);
  36   INREAL(0,RHO);
  37   OUTSTRING(1,'('          S.G. WATER          = ')');FLO(1,4,5,RHO);
  39   INREAL(0,VC);
  40   OUTSTRING(1,'('          VEERCONST. GROND = ')');FLO(1,4,5,VC);
  42   LINE(1,1);
  43   ININTEGER(0,NL);
  44   ININTEGER(0,NR);
  45   OUTSTRING(1,'('          AANTAL ONDERSTEUNDE M.P. LINKS  NL = ')');
  46   FLO(1,4,5,NL);
  47   LINE(1,1);
  48   OUTSTRING(1,'('          AANTAL ONDERSTEUNDE M.P. RECHTS NR = ')');
```

```
 49     FLO(1,4,5,NR);
 50     INREAL(0,I); LINE(1,1);
 52     OUTSTRING(1,'('          TRAAGH. MOMENT    = ')'); FLO(1,4,5,I);
 54     INREAL(0,H);
 55     OUTSTRING(1,'('          VOORSP. PIJP      = ')');FLO(1,4,5,H);
 57     INREAL(0,E);
 58     LINE(1,1);
 59     OUTSTRING(1,'('          EL. MODULUS       = ')'); FLO(1,4,5,E);
 61     INREAL(0,M);
 62     OUTSTRING(1,'('          MASSA             = ')'); FLO(1,4,5,M);
 64     INREAL(0,KSI);
 65     LINE(1,1);
 66     OUTSTRING(1,'('          MAT. DEMPING  KSI= ')'); FLO(1,4,5,KSI);
 68     INREAL(0,CD);
 69     OUTSTRING(1,'('          WEERSTAND  CD     = ')');FLO(1,4,5,CD);
 71     LINE(1,1);
 72     INREAL(0,CM);
 73     OUTSTRING(1,'('          TRAAGHEID  CM     = ')');FLO(1,4,5,CM);
 75     INREAL(0,DIAM);
 76     OUTSTRING(1,'('          DIAMETER PIJP     = ')');FLO(1,4,5,DIAM);
 78     LINE(1,1);
 79     INREAL(0,L);
 80     OUTSTRING(1,'('          LENGTE TRAJECT    = ')');FLO(1,4,5,L);
 82     LINE(1,1);
 83     INREAL(0,NK);
 84     OUTSTRING(1,'('          NAUWKEURIGHEID NK= ')');FLO(1,4,5,NK);
 86     ININTEGER(0,N);
 87     OUTSTRING(1,'('          AANTAL STAPPEN N = ')');FLO(1,4,5,N);
 89
 89
 89     'COMMENT'     **************************
 89                ****GEGEVENS OVER GOLFVELD****
 89                  **************************;
 89     LINE(1,2);
 90     INREAL(0,HS);
 91     INREAL(0,TS);
 92     INREAL(0,TO);
 93     OUTSTRING(1,'('      H SIGNIF.    : HS=')');FLO(1,4,5,HS);LINE(1,1);
 96     OUTSTRING(1,'('      T SIGNIF.    : TS=')');FLO(1,4,5,TS);LINE(1,1);
 99     OUTSTRING(1,'('      TETA 0       : TO=')');FLO(1,4,5,TO);LINE(1,1);
102          PI:=3.141592; TO:=TO*PI/180;
104          K:=0.01; BW:=BU:=BF:=BY:=AI:=0;
106          OMM:=0.95*2*PI/TS;
107          MO:=(HS/3.8)**2;
108          ALPHA:=MO*OMM**4*5/(G**2*1.506);
109     OUTSTRING(1,'('      NULDE MOMENT: MO=')');FLO(1,4,5,MO);LINE(1,1);
112     OUTSTRING(1,'('      ALPHA NUL    :    =')');FLO(1,4,5,ALPHA);LINE(1,1);
115     OUTSTRING(1,'('      OMEGA MAX.   :OMM=')');FLO(1,4,5,OMM);LINE(1,1);
118     PAGE(1);
119
119
119     'COMMENT'     ***********************************
119                ****MATRIX BEREKENING RESPONS PIJP****
119                  ***********************************;
119     'BEGIN'
```

```
120       'PROCEDURE'EIGJAC;'CODE';
122       'REAL''ARRAY'AB(/1:N,1:N/);
123       'REAL''ARRAY'AC(/1:N,1:N/);
124       DELTA:=L/(N+1);
125       'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
126       'BEGIN'
127           'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
128           AB(/JT,JI/):=0;
129       'END';
130       'COMMENT'****INVULLEN MATRIX****;
130       AB(/1,1/):=AB(/N,N/):=7*E*I/DELTA**4+2*H/DELTA**2;
131       AB(/1,2/):=AB(/N,N-1/):=-4*E*I/DELTA**4-H/DELTA**2;
132       AB(/1,3/):=AB(/2,4/):=AB(/N-1,N-3/):=AB(/N,N-2/):=E*I/DELTA**4;
133       'FOR'JT:=2'STEP'1'UNTIL'N-1'DO'
134       'BEGIN'
135          AB(/JT,JT/):=6*E*I/DELTA**4+2*H/DELTA**2;
136          AB(/JT,JT-1/):=AB(/JT,JT+1/):=-4*E*I/DELTA**4-H/DELTA**2;
137          'IF'JT>2'THEN'
138          'BEGIN'
139             'IF'JT<N-1'THEN'
140             'BEGIN'
141                AB(/JT,JT-2/):=AB(/JT,JT+2/):=E*I/DELTA**4;
142             'END';
143          'END';
144       'END';
145       'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'NL'DO'
146       AB(/JT,JT/):=AB(/JT,JT/)+VC;
147       'FOR'JT:=(N-NR)'STEP'1'UNTIL'N'DO'
148       AB(/JT,JT/):=AB(/JT,JT/)+VC;
149
149       'COMMENT'****OPLOSSEN EIGENWAARDE PROBLEEM****;
149       EIGJAC(AB,AC,N,NK);
150       OMA:=1;
151       GFA:=GMA:=0;
152       'COMMENT'****SORTEREN TWEE LAAGSTE EIGENFREQUENTIES****;
152       'FOR'JI:=2'STEP'1'UNTIL'N'DO'
153       'BEGIN'
154          'IF'AB(/OMA,OMA/)>AB(/JI,JI/)'THEN'
155          'BEGIN'
156             OMB:=OMA;
157             OMA:=JI;
158          'END';
159          'IF'OMA<JI'THEN'
160          'BEGIN'
161             'IF'AB(/OMB,OMB/)>AB(/JI,JI/)'THEN'
162             OMB:=JI;
163          'END';
164       'END';
165       OMEEN:=(AB(/OMA,OMA/)/M)**0.5;
166       OMTWEE:=(AB(/OMB,OMB/)/M)**0.5;
167       'COMMENT'****BEREKENING GEGENERALISEERDE MASSA****;
167       'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
168       GMA:=GMA+AC(/JI,OMA/)**2*M;
169
169       'COMMENT'****RELATIEVE MAX. RESPONS****;
```

```
169         'FOR'JI:=2'STEP'1'UNTIL'N'DO'
170         'BEGIN'
171            'IF'ABS(AC(/JI,OMA/))>RMV'THEN'
172            RMV:=ABS(AC(/JI,OMA/));
173         'END';
174         'FOR'JI:=2'STEP'1'UNTIL'(N-1)'DO'
175         'BEGIN'
176            'IF'ABS(AC(/JI-1,OMA/)-2*AC(/JI,OMA/)+AC(/JI+1,OMA/))>RMS'THEN'
177            RMS:=ABS(AC(/JI-1,OMA/)-2*AC(/JI,OMA/)+AC(/JI+1,OMA/));
178         'END';
179
179
179         'COMMENT'
179                  **************************
179          ****BEGIN BEREKENING SPECTRUM****
179                  **************************;
179      AI:=VVR:=0;
180      'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
181      'BEGIN'
182           OM:=JI*0.025+0.35;
183           'IF'OM<OMM'THEN'SIG:=0.07'ELSE'SIG:=0.09;
187           DISPERS(OM,K);
188           A(/JI,1/):=OM;
189           A(/JI,2/):=ALPHA*G*G*(OM**(-5))*EXP(-1.25*(OM/OMM)**(-4))
190                      *3.3**(EXP(-0.5*((OM-OMM)/OMM/SIG)**2));
190           'COMMENT'****INTEGRAAL OVER RICHTINGEN****;
190           'IF'JI=1'THEN'
191           'BEGIN'
192             'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
193             'BEGIN'
194                X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
195                BI:=COS(X)**2*COS(X-TO)**2*2/PI;
196                AI:=AI+BI*PI/50;
197             'END';
198           'END';
199           'IF'OM<0.1'THEN'A(/JI,3/):=G/D*AI'ELSE'
202           A(/JI,3/):=K*G*4/(EXP(K*D)-EXP(-K*D))/(EXP(K*D)+EXP(-K*D))*AI;
203           A(/JI,4/):=A(/JI,2/)*A(/JI,3/);
204           BW:=BW+A(/JI,2/)*0.025;
205           BU:=BU+A(/JI,4/)*0.025;
206           VVR:=VVR+K*G*4/(EXP(K*D)-EXP(-K*D))/(EXP(K*D)+EXP(-K*D))
207                *A(/JI,2/)*0.025;
207      'END';
208      'COMMENT'****HYDRODYNAMISCHE DEMPING****;
208      CH:=0.5*RHO*DIAM*CD*(8/PI)**0.5*VVR**0.5;
209
209      'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
210      'BEGIN'
211           OM:=JI*0.025+0.35;
212           GFA:=AW:=0;
213           'COMMENT'****INTEGRAAL OVER RICHTINGEN****;
213           'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
214           'BEGIN'
215              DA:=DB:=0;
216              X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
```

```
217             'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
218             'BEGIN'
219                DA:=DA+AC(/JT,OMA/)*SIN(K*SIN(X)*JT*DELTA);
220                DB:=DB+AC(/JT,OMA/)*COS(K*SIN(X)*JT*DELTA);
221             'END';
222             DC:=(DA**2+DB**2)**0.5;
223             GFA:=GFA+DC*PI/50;
224             BI:=COS(X)**2*COS(X-TO)**2*2/PI;
225                AW:=AW+BI*DC**2*PI/50;
226          'END';
227          DA:=DB:=0;
228          EA:=COS(TO)**2;
229          'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
230          'BEGIN'
231             DA:=DA+AC(/JT,OMA/)*SIN(K*SIN(TO)*JT*DELTA);
232             DB:=DB+AC(/JT,OMA/)*COS(K*SIN(TO)*JT*DELTA);
233          'END';
234          EC:=(DA**2+DB**2)**0.5;
235          EB:=EA*EC**2;
236
236          A(/JI,5/):=(2*CD**2/PI*VVR+(PI/4*CM*DIAM*OM)**2)*(DIAM*RHO)**2;
237          A(/JI,6/):=A(/JI,4/)*A(/JI,5/);
238          A(/JI,7/):=((OMEEN**2-OM**2)**2+(2*(KSI+CH/2/M/OMEEN)*OM*OMEEN)**2
239                        )**(-1)*(RMV/GMA)**2*AW/AI;
239          A(/JI,8/):=A(/JI,6/)*A(/JI,7/);
240          A(/JI,9/):=(E*DIAM/2*RMS/RMV/DELTA**2)**2;
241          A(/JI,10/):=A(/JI,8/)*A(/JI,9/);
242
242          BF:=BF+A(/JI,6/)*0.025;
243          BY:=BY+A(/JI,8/)*0.025;
244          BS:=BS+A(/JI,10/)*0.025;
245          EF:=EF+A(/JI,6/)*0.025*EA/AI;
246          EY:=EY+A(/JI,8/)*0.025*EB/AW;
247          ES:=ES+A(/JI,10/)*0.025*EB/AW;
248       'END';
249
249
249       'COMMENT'      **************************
249                   ****INVLOED KORTKAMMIGHEID****
249                      **************************;
249       TT:=1;
250       'FOR'JI:=0'STEP'1'UNTIL'18'DO'
251       'BEGIN'
252          'IF'JI<6.5'THEN'
253          'BEGIN'
254             TO:=JI*PI/12;
255             OM:=0.50;
256          'END';
257          'IF'JI>6.5'THEN'
258          'BEGIN'
259             OM:=(JI-7)*0.25;
260             TO:=0;
261          'END';
262          DISPERS(OM,K);
263          TA:=TB:=0;
```

```
264         'FOR'JA:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
265         'BEGIN'
266            X:=-PI/2+TO+JA*PI/50;
267            DA:=DB:=0;
268            'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
269            'BEGIN'
270                DA:=DA+AC(/JT,OMA/)*SIN(K*SIN(X)*JT*DELTA);
271                DB:=DB+AC(/JT,OMA/)*COS(K*SIN(X)*JT*DELTA);
272            'END';
273            DC:=(DA**2+DB**2)**0.5;
274            TA:=TA+DC**2*COS(X)**2*COS(X-TO)**2*2/PI*PI/50;
275            TB:=TB+DC**2*COS(X)**2*COS(X-TO)**4*8/3/PI*PI/50;
276         'END';
277         'DA:=DB:=0;
278         'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
279         'BEGIN'
280             DA:=DA+AC(/JT,OMA/)*SIN(K*SIN(TO)*JT*DELTA);
281             DB:=DB+AC(/JT,OMA/)*COS(K*SIN(TO)*JT*DELTA);
282         'END';
283         DC:=(DA**2+DB**2)**0.5;
284         TC:=DC**2*COS(TO)**2;
285
285         AD(/TT,1/):=OM;
286         AD(/TT,2/):=TO*180/PI;
287         AD(/TT,3/):=TA;
288         AD(/TT,4/):=TB;
289         AD(/TT,5/):=TC;
290         TT:=TT+1;
291      'END';
292
292
292
292         'COMMENT'    *******
292                   ****UITVOER****
292                        *******;
292         PAGE(1);
293         OUTSTRING(1,'('EIGENFREQUENTIES:          1                  2  ')');
294         LINE(1,1);
295         BLANK(1,17);
296         FLO(1,4,5,OMEEN);
297         FLO(1,4,5,OMTWEE);
298         LINE(1,1);
299         OUTSTRING(1,'('EIGENVECTOREN:')');
300         LINE(1,1);
301         'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'
302         'BEGIN'
303            BLANK(1,17);
304            FLO(1,4,5,AC(/JI,OMA/));
305            FLO(1,4,5,AC(/JI,OMB/));
306            LINE(1,1);
307         'END';
308
308      PAGE(1);
309      OUTSTRING(1,'('    OMEGA        JONSWAP        OVERDR.        Euu                OVE
310   RDR.          Eff       ')');
310      'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
```

```
311     'BEGIN'
312         LINE(1,1);
313         FLO(1,4,5,A(/JI,1/));
314         FLO(1,4,5,A(/JI,2/));
315         FLO(1,4,5,A(/JI,3/));
316         FLO(1,4,5,A(/JI,4/));
317         FLO(1,4,5,A(/JI,5/));
318         FLO(1,4,5,A(/JI,6/));
319     'END';
320     PAGE(1);
321     OUTSTRING(1,'('   OMEGA       OVERDR.       Eyy          OVERDR.       Ess
322     ')');
322     'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'50'DO'
323     'BEGIN'
324         LINE(1,1);
325         FLO(1,4,5,A(/JI,1/));
326         FLO(1,4,5,A(/JI,7/));
327         FLO(1,4,5,A(/JI,8/));
328         FLO(1,4,5,A(/JI,9/));
329         FLO(1,4,5,A(/JI,10/));
330     'END';
331
331     LINE(1,2);
332     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. W=')');FLO(1,4,5,BW**0.5);LINE(1,1);
335     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. Vx=')');FLO(1,4,5,BU**0.5);
337     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. VR=')');FLO(1,4,5,VVR**0.5);LINE(1,1);
340     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. F=')');FLO(1,4,5,BF**0.5);
342     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. F(N>>)=')');FLO(1,4,5,EF**0.5);LINE(1,1);
345     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. Y=')');FLO(1,4,5,BY**0.5);
347     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. Y(N>>)=')');FLO(1,4,5,EY**0.5);LINE(1,1);
350     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. S=')');FLO(1,4,5,BS**0.5);
352     OUTSTRING(1,'('STANDAARDAFW. S(N>>)=')');FLO(1,4,5,ES**0.5);LINE(1,1);
355     OUTSTRING(1,'('HYDRODYNAMISCHE DEMPING =')');FLO(1,4,5,CH);
357
357     PAGE(1);
358     OUTSTRING(1,'('                              VERPLAATSINGEN EN SPANNINGEN')');
359     LINE(1,1);
360     OUTSTRING(1,'('   OMEGA       TETA 0      N=2          N=4          N=>>')');
361     LINE(1,1);
362     'FOR'JI:=1'STEP'1'UNTIL'19'DO'
363     'BEGIN'
364         'FOR'JT:=1'STEP'1'UNTIL'5'DO'
365         FLO(1,4,5,AD(/JI,JT/));
366         LINE(1,1);
367     'END';
368
368     'END';
369
369     'END'
```

```
INVOER: VERSN. ZW.KRACHT = +.9810'+01          DIEPTE                = +.3000'+02
        S.G. WATER       = +.1025'+04          VEERCONST. GROND      = +.1000'+06
        AANTAL ONDERSTEUNDE M.P. LINKS  NL = +.3000'+01
        AANTAL ONDERSTEUNDE M.P. RECHTS NR = +.3000'+01
        TRAAGH. MOMENT   = +.5960'-04          VOORSP. PIJP          = +.0000'+00
        EL. MODULUS      = +.2100'+12          MASSA                 = +.1080'+03
        MAT. DEMPING  KSI= +.5000'-02          WEERSTAND  CD         = +.1600'+01
        TRAAGHEID  CM    = +.1150'+01          DIAMETER PIJP         = +.2800'+00
        LENGTE TRAJECT   = +.1000'+03
        NAUWKEURIGHEID NK= +.1000'-02          AANTAL STAPPEN N      = +.2300'+02

        H SIGNIF.    : HS=+.4000'+01
        T SIGNIF.    : TS=+.8000'+01
        TETA 0       : TO=+.0000'+00
        NULDE MOMENT: MO=+.1108'+01
        ALPHA NUL    :   =+.1185'-01
        OMEGA MAX.   :OMM=+.7461'+00
```

EIGENFREQUENTIES:	1	2
	+.1249'+01	+.3407'+01
EIGENVECTOREN:		
	-.1640'-02	-.3589'-02
	-.1754'-02	-.2252'-02
	+.8397'-02	+.2463'-01
	+.4176'-01	+.1030'+00
	+.9107'-01	+.2004'+00
	+.1493'+00	+.2872'+00
	+.2097'+00	+.3401'+00
	+.2662'+00	+.3443'+00
	+.3135'+00	+.2954'+00
	+.3475'+00	+.1991'+00
	+.3652'+00	+.7052'-01
	+.3653'+00	-.6967'-01
	+.3476'+00	-.1984'+00
	+.3137'+00	-.2949'+00
	+.2665'+00	-.3442'+00
	+.2101'+00	-.3403'+00
	+.1497'+00	-.2877'+00
	+.9140'-01	-.2009'+00
	+.4196'-01	-.1034'+00
	+.8429'-02	-.2468'-01
	-.1976'-02	+.2823'-02
	-.2299'-02	+.5210'-02
	-.7641'-03	+.1920'-02

OMEGA	JONSWAP	OVERDR.	Euu	OVERDR.	Eff
+.3750'+00	+.4774'-06	+.1793'+00	+.8560'-07	+.8206'+04	+.7025'-03
+.4000'+00	+.2982'-04	+.1710'+00	+.5098'-05	+.8308'+04	+.4236'-01
+.4250'+00	+.5729'-03	+.1623'+00	+.9298'-04	+.8417'+04	+.7826'+00
+.4500'+00	+.4874'-02	+.1534'+00	+.7476'-03	+.8532'+04	+.6379'+01
+.4750'+00	+.2336'-01	+.1442'+00	+.3369'-02	+.8654'+04	+.2915'+02
+.5000'+00	+.7416'-01	+.1349'+00	+.1000'-01	+.8783'+04	+.8784'+02
+.5250'+00	+.1744'+00	+.1255'+00	+.2188'-01	+.8918'+04	+.1951'+03
+.5500'+00	+.3288'+00	+.1160'+00	+.3814'-01	+.9059'+04	+.3455'+03
+.5750'+00	+.5271'+00	+.1065'+00	+.5615'-01	+.9207'+04	+.5170'+03
+.6000'+00	+.7557'+00	+.9719'-01	+.7344'-01	+.9362'+04	+.6876'+03
+.6250'+00	+.1024'+01	+.8801'-01	+.9010'-01	+.9523'+04	+.8580'+03
+.6500'+00	+.1397'+01	+.7910'-01	+.1105'+00	+.9691'+04	+.1071'+04
+.6750'+00	+.2019'+01	+.7050'-01	+.1423'+00	+.9866'+04	+.1404'+04
+.7000'+00	+.3032'+01	+.6229'-01	+.1889'+00	+.1005'+05	+.1898'+04
+.7250'+00	+.4208'+01	+.5455'-01	+.2295'+00	+.1023'+05	+.2349'+04
+.7500'+00	+.4651'+01	+.4731'-01	+.2200'+00	+.1043'+05	+.2295'+04
+.7750'+00	+.4138'+01	+.4063'-01	+.1681'+00	+.1063'+05	+.1787'+04
+.8000'+00	+.3211'+01	+.3455'-01	+.1109'+00	+.1084'+05	+.1202'+04
+.8250'+00	+.2353'+01	+.2907'-01	+.6841'-01	+.1105'+05	+.7560'+03
+.8500'+00	+.1755'+01	+.2421'-01	+.4249'-01	+.1127'+05	+.4789'+03
+.8750'+00	+.1387'+01	+.1995'-01	+.2767'-01	+.1150'+05	+.3182'+03
+.9000'+00	+.1166'+01	+.1626'-01	+.1897'-01	+.1173'+05	+.2226'+03
+.9250'+00	+.1026'+01	+.1312'-01	+.1347'-01	+.1197'+05	+.1613'+03
+.9500'+00	+.9267'+00	+.1048'-01	+.9708'-02	+.1222'+05	+.1186'+03
+.9750'+00	+.8459'+00	+.8278'-02	+.7002'-02	+.1247'+05	+.8734'+02
+.1000'+01	+.7747'+00	+.6476'-02	+.5017'-02	+.1273'+05	+.6388'+02
+.1025'+01	+.7096'+00	+.5016'-02	+.3559'-02	+.1300'+05	+.4627'+02
+.1050'+01	+.6495'+00	+.3848'-02	+.2499'-02	+.1327'+05	+.3317'+02
+.1075'+01	+.5942'+00	+.2923'-02	+.1737'-02	+.1355'+05	+.2354'+02
+.1100'+01	+.5433'+00	+.2200'-02	+.1196'-02	+.1384'+05	+.1655'+02
+.1125'+01	+.4968'+00	+.1641'-02	+.8152'-03	+.1413'+05	+.1152'+02
+.1150'+01	+.4542'+00	+.1213'-02	+.5508'-03	+.1443'+05	+.7950'+01
+.1175'+01	+.4154'+00	+.8883'-03	+.3690'-03	+.1474'+05	+.5439'+01
+.1200'+01	+.3801'+00	+.6449'-03	+.2451'-03	+.1505'+05	+.3690'+01
+.1225'+01	+.3480'+00	+.4641'-03	+.1615'-03	+.1537'+05	+.2483'+01
+.1250'+01	+.3188'+00	+.3312'-03	+.1056'-03	+.1570'+05	+.1657'+01
+.1275'+01	+.2922'+00	+.2343'-03	+.6846'-04	+.1603'+05	+.1097'+01
+.1300'+01	+.2681'+00	+.1643'-03	+.4406'-04	+.1637'+05	+.7212'+00
+.1325'+01	+.2462'+00	+.1143'-03	+.2814'-04	+.1671'+05	+.4703'+00
+.1350'+01	+.2263'+00	+.7883'-04	+.1784'-04	+.1707'+05	+.3044'+00
+.1375'+01	+.2081'+00	+.5391'-04	+.1122'-04	+.1743'+05	+.1955'+00
+.1400'+01	+.1917'+00	+.3657'-04	+.7008'-05	+.1779'+05	+.1247'+00
+.1425'+01	+.1766'+00	+.2460'-04	+.4345'-05	+.1816'+05	+.7891'-01
+.1450'+01	+.1629'+00	+.1641'-04	+.2674'-05	+.1854'+05	+.4958'-01
+.1475'+01	+.1505'+00	+.1086'-04	+.1634'-05	+.1893'+05	+.3092'-01
+.1500'+01	+.1391'+00	+.7125'-05	+.9909'-06	+.1932'+05	+.1914'-01
+.1525'+01	+.1287'+00	+.4637'-05	+.5967'-06	+.1972'+05	+.1176'-01
+.1550'+01	+.1192'+00	+.2993'-05	+.3567'-06	+.2012'+05	+.7178'-02
+.1575'+01	+.1105'+00	+.1917'-05	+.2117'-06	+.2053'+05	+.4347'-02
+.1600'+01	+.1025'+00	+.1217'-05	+.1243'-06	+.2095'+05	+.2614'-02

OMEGA	OVERDR.	Eyy	OVERDR.	Ess
+.3750'+00	+.2549'-04	+.1790'-07	+.1158'+17	+.2073'+09
+.4000'+00	+.2600'-04	+.1101'-05	+.1158'+17	+.1275'+11
+.4250'+00	+.2656'-04	+.2079'-04	+.1158'+17	+.2407'+12
+.4500'+00	+.2718'-04	+.1733'-03	+.1158'+17	+.2007'+13
+.4750'+00	+.2784'-04	+.8115'-03	+.1158'+17	+.9394'+13
+.5000'+00	+.2855'-04	+.2508'-02	+.1158'+17	+.2904'+14
+.5250'+00	+.2933'-04	+.5722'-02	+.1158'+17	+.6624'+14
+.5500'+00	+.3016'-04	+.1042'-01	+.1158'+17	+.1206'+15
+.5750'+00	+.3105'-04	+.1606'-01	+.1158'+17	+.1859'+15
+.6000'+00	+.3202'-04	+.2201'-01	+.1158'+17	+.2549'+15
+.6250'+00	+.3305'-04	+.2836'-01	+.1158'+17	+.3283'+15
+.6500'+00	+.3415'-04	+.3657'-01	+.1158'+17	+.4234'+15
+.6750'+00	+.3533'-04	+.4960'-01	+.1158'+17	+.5742'+15
+.7000'+00	+.3658'-04	+.6942'-01	+.1158'+17	+.8037'+15
+.7250'+00	+.3791'-04	+.8905'-01	+.1158'+17	+.1031'+16
+.7500'+00	+.3931'-04	+.9021'-01	+.1158'+17	+.1044'+16
+.7750'+00	+.4079'-04	+.7290'-01	+.1158'+17	+.8439'+15
+.8000'+00	+.4233'-04	+.5088'-01	+.1158'+17	+.5891'+15
+.8250'+00	+.4393'-04	+.3321'-01	+.1158'+17	+.3845'+15
+.8500'+00	+.4558'-04	+.2183'-01	+.1158'+17	+.2527'+15
+.8750'+00	+.4726'-04	+.1504'-01	+.1158'+17	+.1741'+15
+.9000'+00	+.4895'-04	+.1089'-01	+.1158'+17	+.1261'+15
+.9250'+00	+.5062'-04	+.8163'-02	+.1158'+17	+.9450'+14
+.9500'+00	+.5224'-04	+.6197'-02	+.1158'+17	+.7174'+14
+.9750'+00	+.5376'-04	+.4696'-02	+.1158'+17	+.5436'+14
+.1000'+01	+.5515'-04	+.3523'-02	+.1158'+17	+.4078'+14
+.1025'+01	+.5634'-04	+.2607'-02	+.1158'+17	+.3018'+14
+.1050'+01	+.5729'-04	+.1901'-02	+.1158'+17	+.2200'+14
+.1075'+01	+.5795'-04	+.1364'-02	+.1158'+17	+.1579'+14
+.1100'+01	+.5827'-04	+.9641'-03	+.1158'+17	+.1116'+14
+.1125'+01	+.5820'-04	+.6706'-03	+.1158'+17	+.7763'+13
+.1150'+01	+.5774'-04	+.4591'-03	+.1158'+17	+.5314'+13
+.1175'+01	+.5687'-04	+.3093'-03	+.1158'+17	+.3581'+13
+.1200'+01	+.5560'-04	+.2051'-03	+.1158'+17	+.2375'+13
+.1225'+01	+.5396'-04	+.1340'-03	+.1158'+17	+.1551'+13
+.1250'+01	+.5201'-04	+.8618'-04	+.1158'+17	+.9977'+12
+.1275'+01	+.4978'-04	+.5463'-04	+.1158'+17	+.6325'+12
+.1300'+01	+.4736'-04	+.3415'-04	+.1158'+17	+.3954'+12
+.1325'+01	+.4479'-04	+.2107'-04	+.1158'+17	+.2439'+12
+.1350'+01	+.4216'-04	+.1283'-04	+.1158'+17	+.1486'+12
+.1375'+01	+.3950'-04	+.7725'-05	+.1158'+17	+.8942'+11
+.1400'+01	+.3688'-04	+.4598'-05	+.1158'+17	+.5323'+11
+.1425'+01	+.3432'-04	+.2709'-05	+.1158'+17	+.3136'+11
+.1450'+01	+.3187'-04	+.1580'-05	+.1158'+17	+.1829'+11
+.1475'+01	+.2953'-04	+.9132'-06	+.1158'+17	+.1057'+11
+.1500'+01	+.2733'-04	+.5232'-06	+.1158'+17	+.6057'+10
+.1525'+01	+.2527'-04	+.2973'-06	+.1158'+17	+.3442'+10
+.1550'+01	+.2335'-04	+.1676'-06	+.1158'+17	+.1940'+10
+.1575'+01	+.2157'-04	+.9378'-07	+.1158'+17	+.1086'+10
+.1600'+01	+.1993'-04	+.5209'-07	+.1158'+17	+.6031'+09

STANDAARDAFW. W=+.1040'+01
STANDAARDAFW. Vx=+.2042'+00 STANDAARDAFW. VR=+.2358'+00
STANDAARDAFW. F=+.2067'+02 STANDAARDAFW. F(N>>)=+.2387'+02
STANDAARDAFW. Y=+.1282'+00 STANDAARDAFW. Y(N>>)=+.2446'+00
STANDAARDAFW. S=+.1379'+08 STANDAARDAFW. S(N>>)=+.2632'+08
HYDRODYNAMISCHE DEMPING =+.8640'+02

VERPLAATSINGEN EN SPANNINGEN

OMEGA	TETA 0	N=2	N=4	N=>>
+.5000'+00	+.0000'+00	+.9250'+01	+.1037'+02	+.1281'+02
+.5000'+00	+.1500'+02	+.8822'+01	+.9774'+01	+.1177'+02
+.5000'+00	+.3000'+02	+.7651'+01	+.8155'+01	+.9066'+01
+.5000'+00	+.4500'+02	+.6053'+01	+.5994'+01	+.5702'+01
+.5000'+00	+.6000'+02	+.4454'+01	+.3892'+01	+.2689'+01
+.5000'+00	+.7500'+02	+.3284'+01	+.2390'+01	+.6901'+00
+.5000'+00	+.9000'+02	+.2855'+01	+.1848'+01	+.1083'-11
+.0000'+00	+.0000'+00	+.9605'+01	+.1067'+02	+.1281'+02
+.2500'+00	+.0000'+00	+.9531'+01	+.1061'+02	+.1281'+02
+.5000'+00	+.0000'+00	+.9250'+01	+.1037'+02	+.1281'+02
+.7500'+00	+.0000'+00	+.8534'+01	+.9759'+01	+.1281'+02
+.1000'+01	+.0000'+00	+.7097'+01	+.8450'+01	+.1281'+02
+.1250'+01	+.0000'+00	+.5347'+01	+.6678'+01	+.1281'+02
+.1500'+01	+.0000'+00	+.3949'+01	+.5084'+01	+.1281'+02
+.1750'+01	+.0000'+00	+.2980'+01	+.3895'+01	+.1281'+02
+.2000'+01	+.0000'+00	+.2311'+01	+.3045'+01,	+.1281'+02
+.2250'+01	+.0000'+00	+.1839'+01	+.2434'+01	+.1281'+02
+.2500'+01	+.0000'+00	+.1495'+01	+.1984'+01	+.1281'+02
+.2750'+01	+.0000'+00	+.1239'+01	+.1646'+01	+.1281'+02

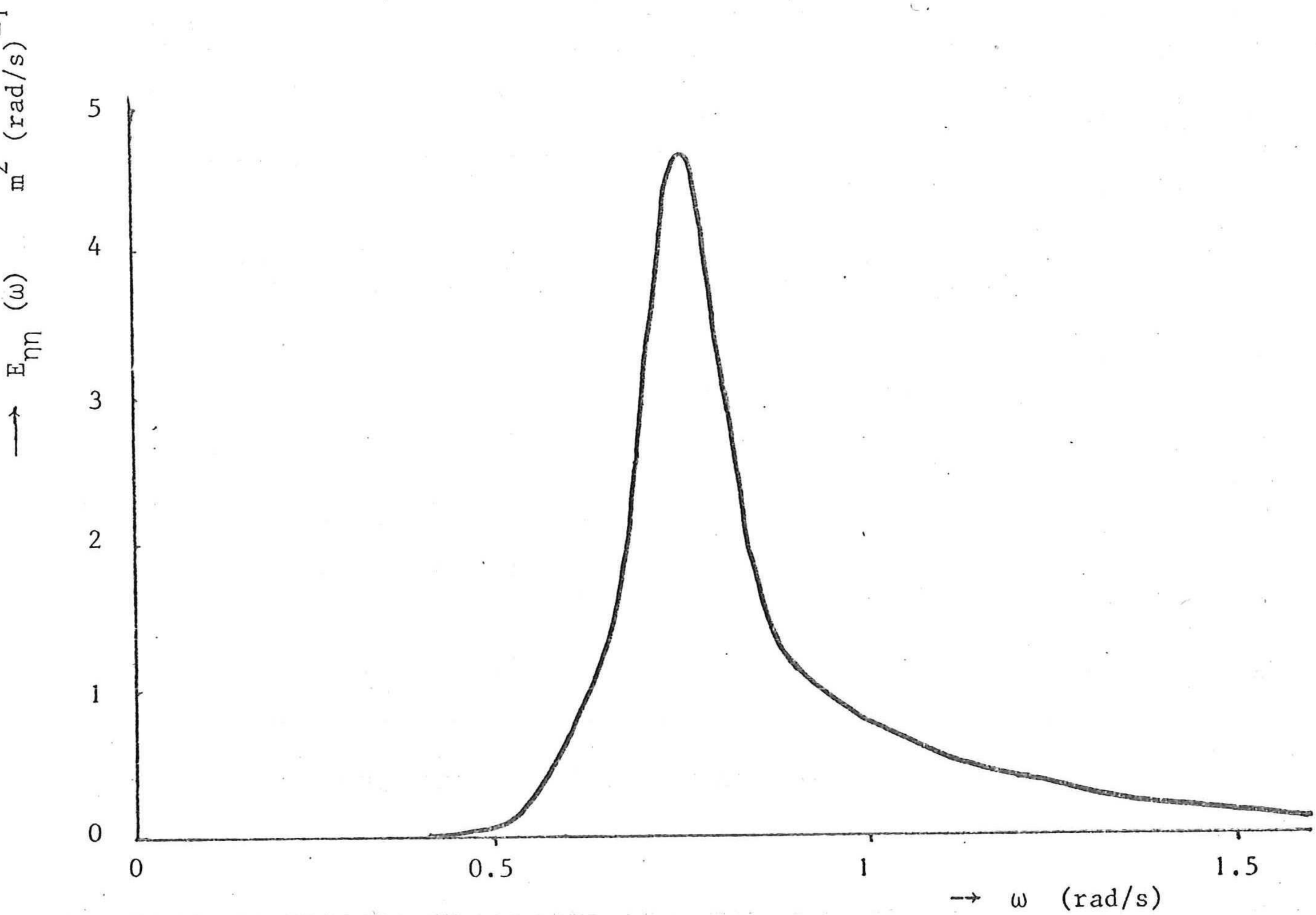
Lijst van figuren

Figuur	1	JONSWAP spectrum
	2a	overdrachtsfunctie bodemsnelheden in x-richting
	2b	idem, in y-richting
*	3	overdrachtsfunctie kracht op de pijp
	4	overdrachtsfunctie verplaatsingen pijp
	5	spectrum voor verplaatsingen
	6	overdrachtsfunctie spanningen pijp
	7	spectrum voor spanningen
	8 a en b	invloed kortkammigheid op verplaatsingen
	9 a en b	invloed kortkammigheid op spanningen
**	10	overdrachtsfunctie kracht op de pijp
	11	overdrachtsfunctie verplaatsingen pijp
	12	overdrachtsfunctie spanningen pijp
	13	spectra verplaatsingen en spanningen
	14 a,b,c	invloed kortkammigheid op deze spectra

* Figuren 3 t/m 9 hebben betrekking op de pijp onder condities, in (5) beschreven.

** Figuren 10 t/m 14 hebben betrekking op de pijp onder condities, in (6) beschreven.

Fig. 1



invoergegevens: $H_s = 4$ m

$T_s = 8$ s

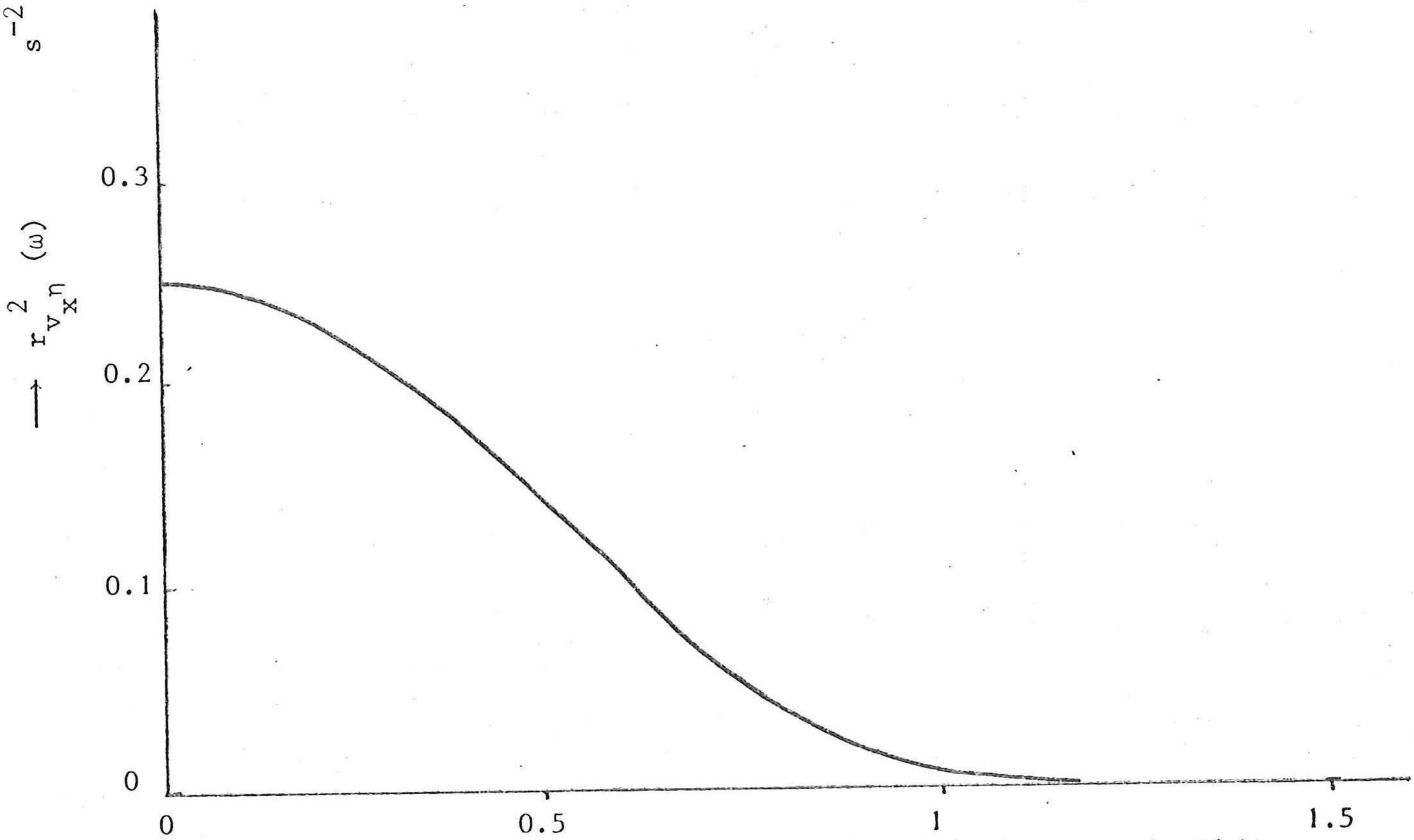
Weergave JONSWAP spectrum.

schaalparameters: $\alpha = 0.01185$

$m_o = 1.108$ m^2

$\omega_m = 0.746$ rad/s

Fig. 2 a



invoergegevens: zie (4.1.), (5.4.) en (6.5.)

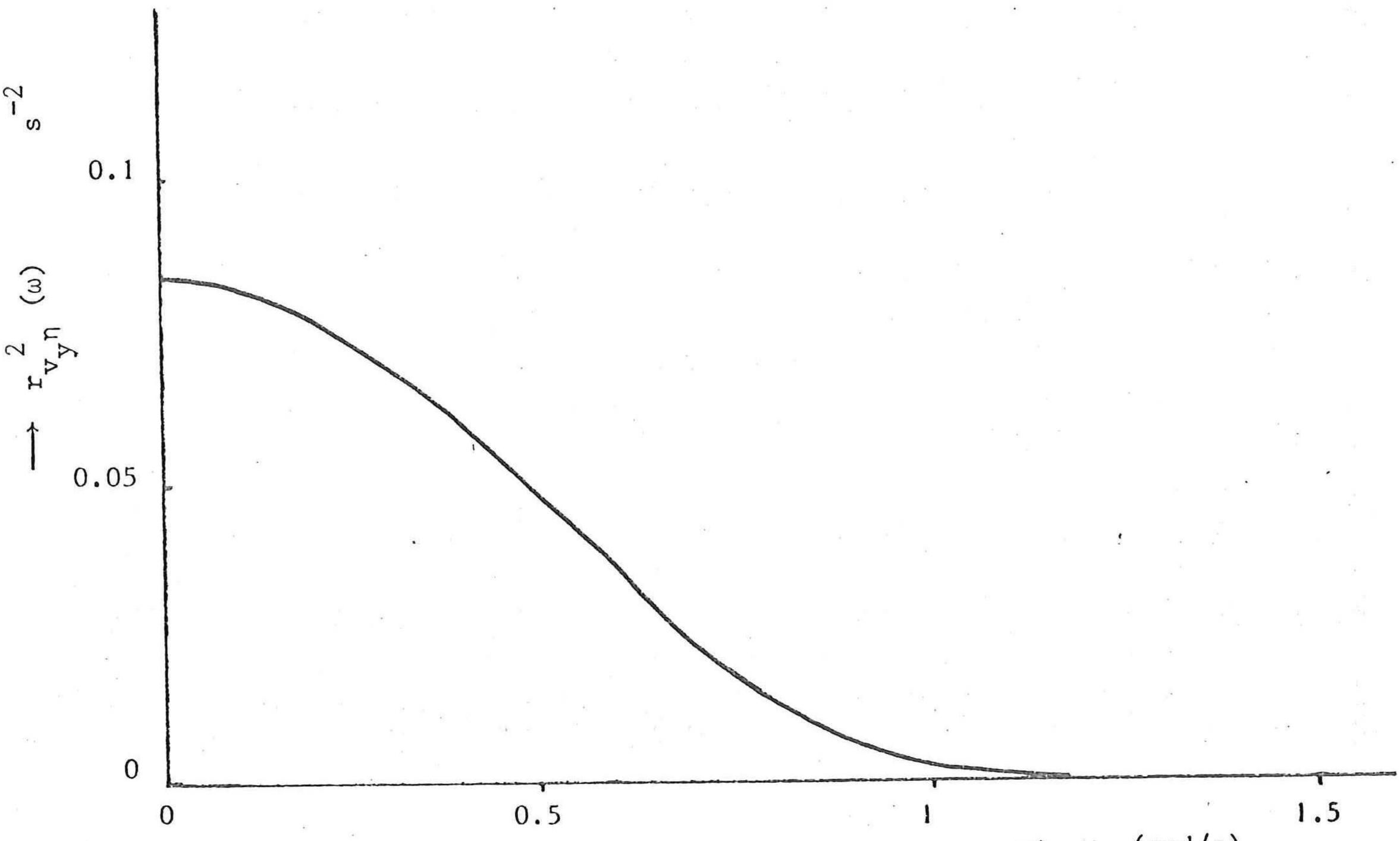
Overdrachtsfunctie $r^2_{v_x\eta}(\omega)$

Deze volgt uit (4.1.) door $r^2_{v_x\eta}(\omega,\theta)$ naar θ te integreren.

$$r^2_{v_x\eta}(\omega) = \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2\theta \cos^2(\theta - \theta_o) \frac{2}{\pi} d\theta$$

$$= 0.75 \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} \quad , \text{ voor } \theta_o = 0^o$$

Fig. 2 b



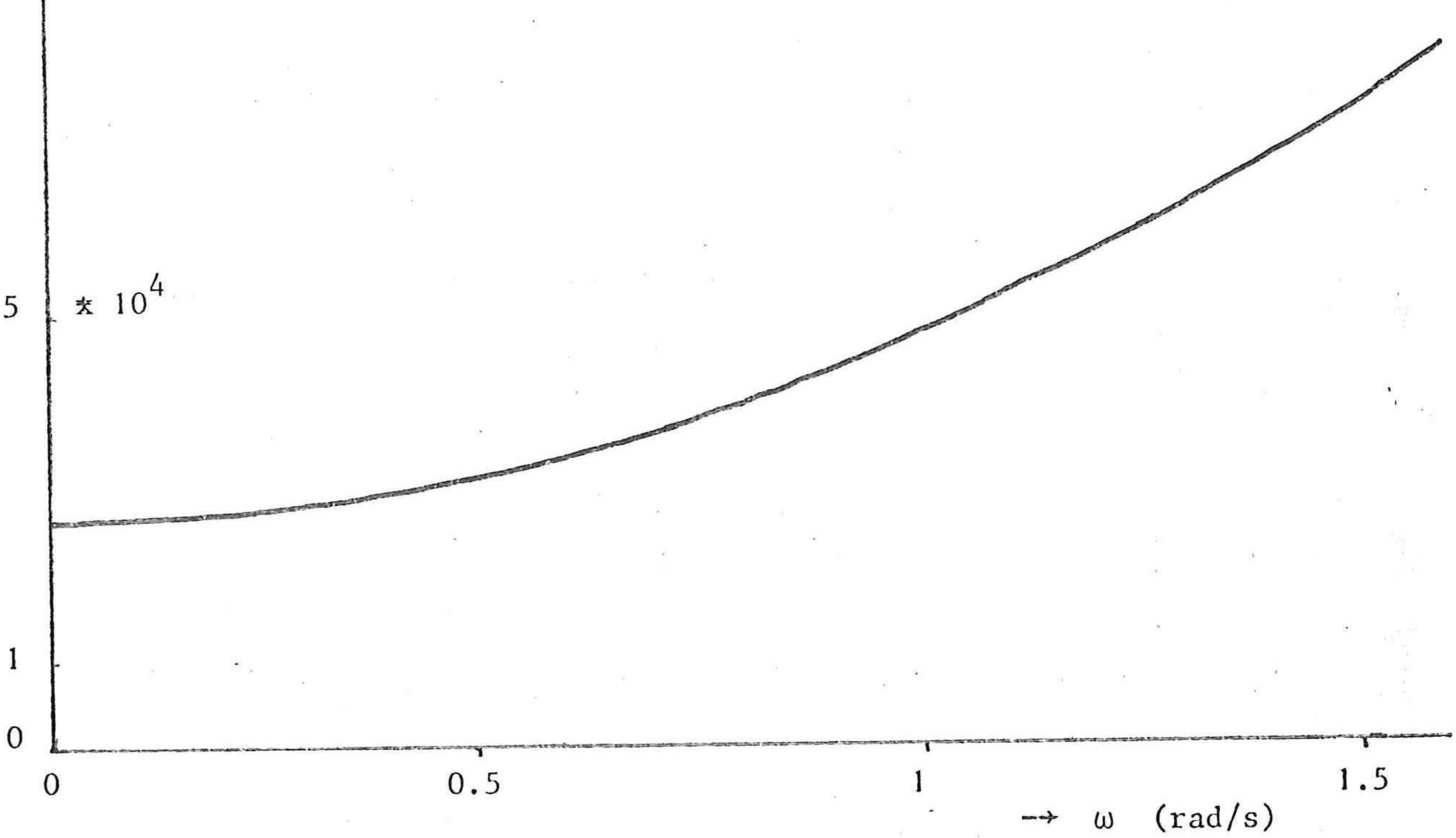
invoergegevens: identiek aan figuur 2 a ;
in de overdrachtsfunctie is nu echter $\cos^2 \theta$ door $\sin^2 \theta$ vervangen.

Overdrachtsfunctie $r^2_{v_y\eta}(\omega)$.

$$r^2_{v_y\eta}(\omega) = \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \theta \cos^2 (\theta - \theta_o) \frac{2}{\pi} d\theta$$

$$= 0.25 \frac{\omega^2}{\sinh^2 kd} \quad \text{,voor } \theta_o = 0^o$$

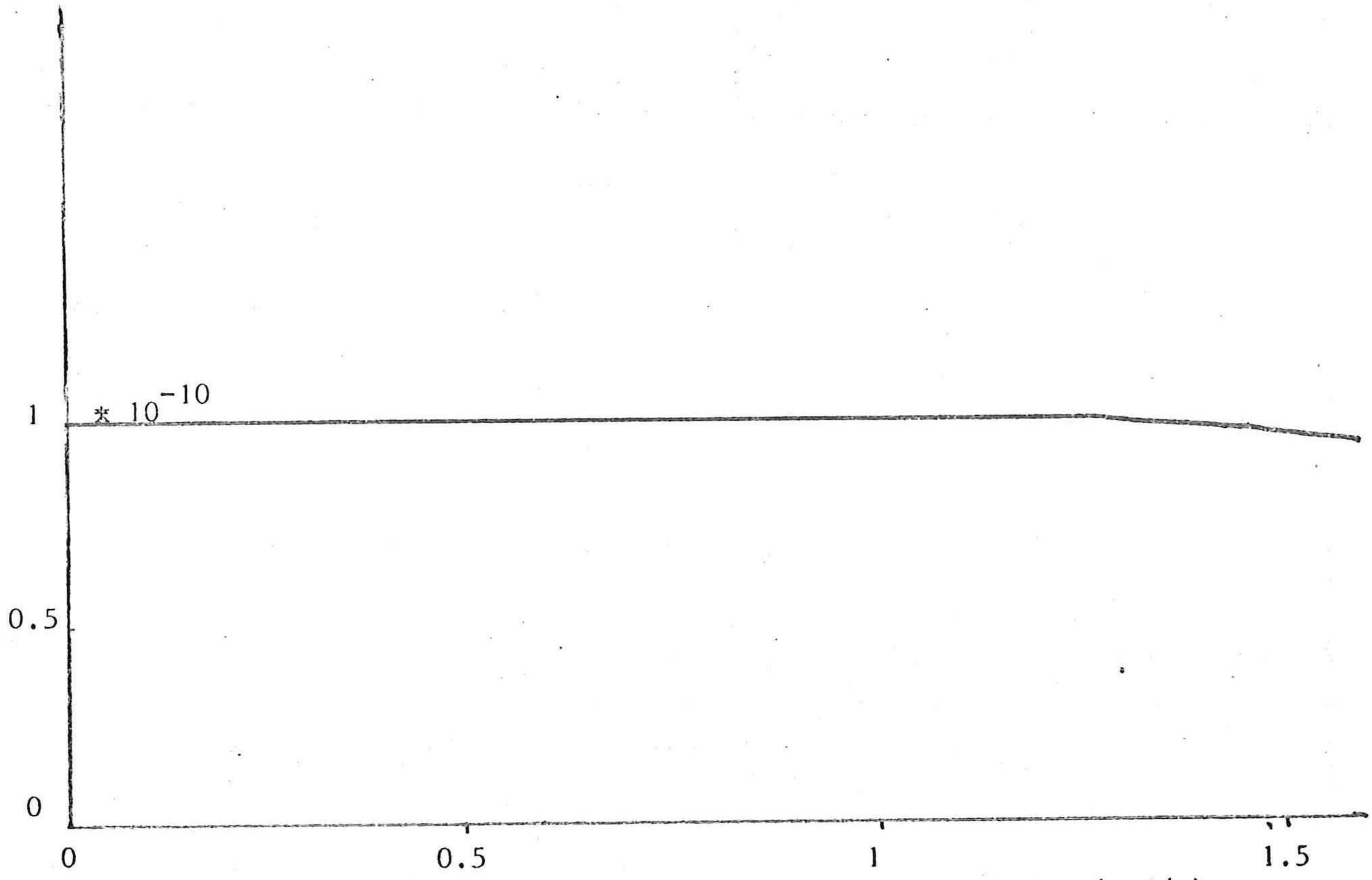
Fig. 3



invoergegevens: zie (5.4.) en
vergelijking 4-5

Overdrachtsfunctie $|r_{fv_x}(\omega)|^2$

Fig. 4



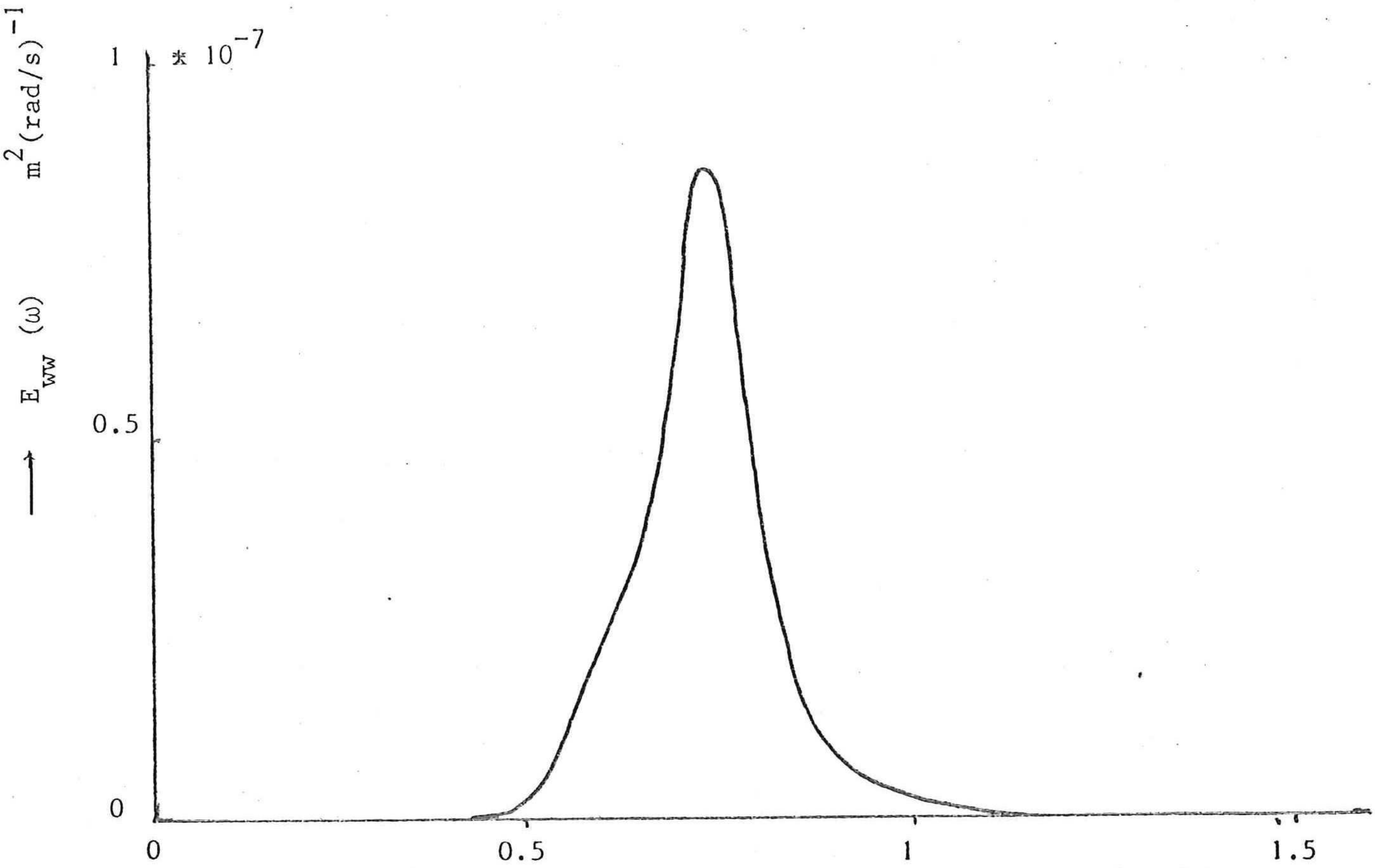
invoergegevens: zie (5.4.) en
vergelijking 5-2

Overdrachtsfunctie $|r_{wf}(\omega)|^2$

$$|r_{wf}(\omega)|^2 = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} |r_{wf}(\omega)|^2 E_{ff}(\omega,\theta)\, d\theta}{E_{ff}(\omega)}$$

Oorzaak van de weinig met ω variërende functie is het overheersende karakter van de constante V_c.

Fig. 5



invoergegevens: zie(5.4.)

Spectrum van de verplaatsingen

$$E_{ww}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} E_{\eta\eta}(\omega,\theta)\; r^2_{v_x\eta}(\omega,\theta)\; |r_{fv_x}(\omega)|^2\; r^2_{wf}(\omega,\theta)\; d\theta$$

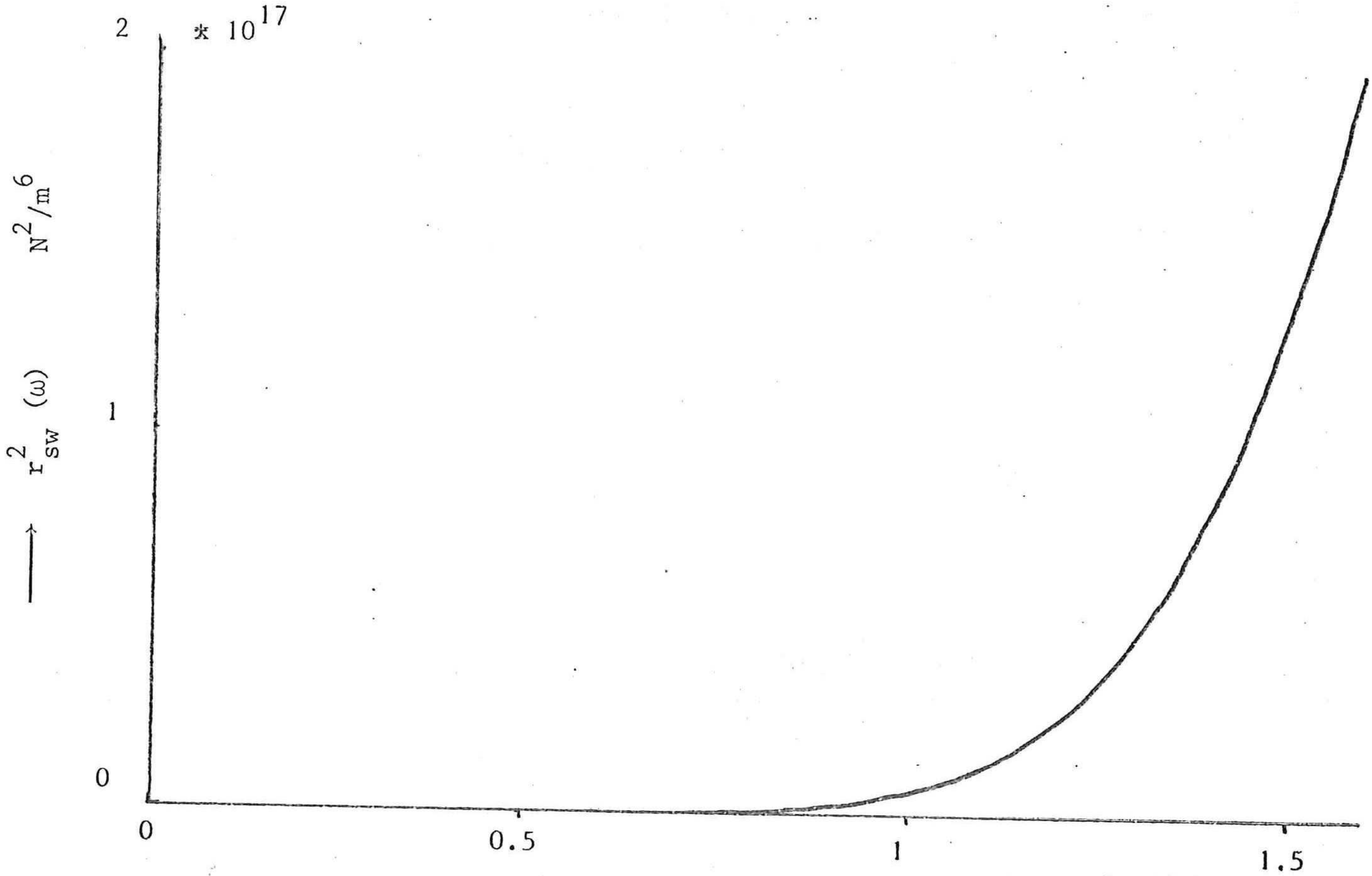
De standaardafwijking van w bedraagt:

$$\delta_w = \{\int_o^{\infty} E_{ww}(\omega)\; d\omega\}^{\frac{1}{2}} = 0.39 * 10^{-3}\ m^2 \qquad \text{met } \theta_o = 0^o \text{ en } n = 2$$

Voor een langkammig golfveld (n = ∞) onder overigens identieke condities geldt:

$$\delta_w = 0.46 * 10^{-3}\ m^2$$

Fig. 6

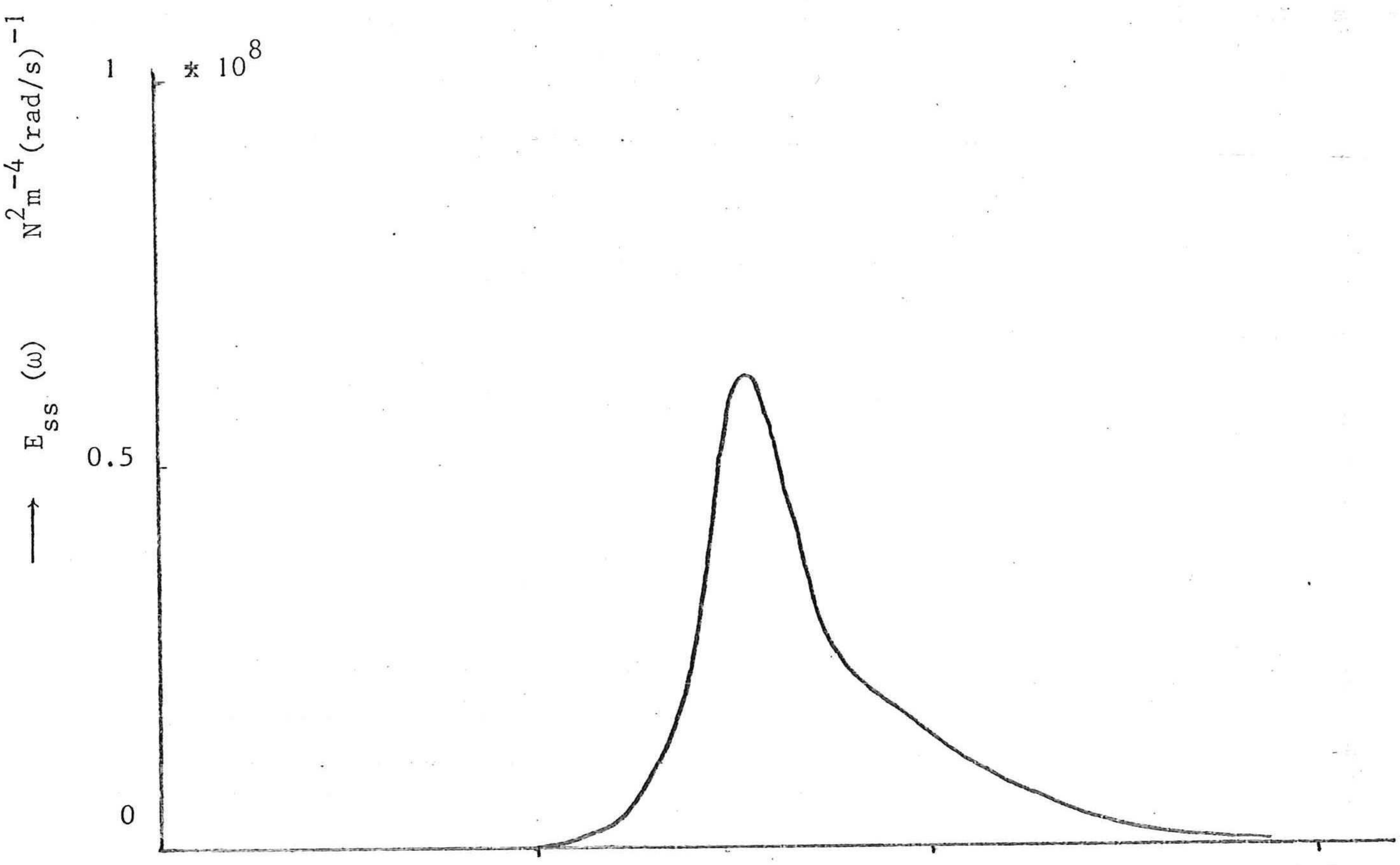


invoergegevens: zie (5.4.) en
vergelijking 5-7

Overdrachtsfunctie $r^2_{sw}(\omega)$

$$r^2_{sw}(\omega) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} r^2_{sw}(\omega,\theta)\, E_{ww}(\omega,\theta)\, d\theta}{E_{ww}(\omega)}$$

Fig. 7



invoergegevens: zie (5.4.)

Spectrum van de spanningen

$$E_{ss}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} r_{sw}^2(\omega,\theta)\, E_{ww}(\omega,\theta)\, d\theta$$

De standaardafwijking bedraagt:

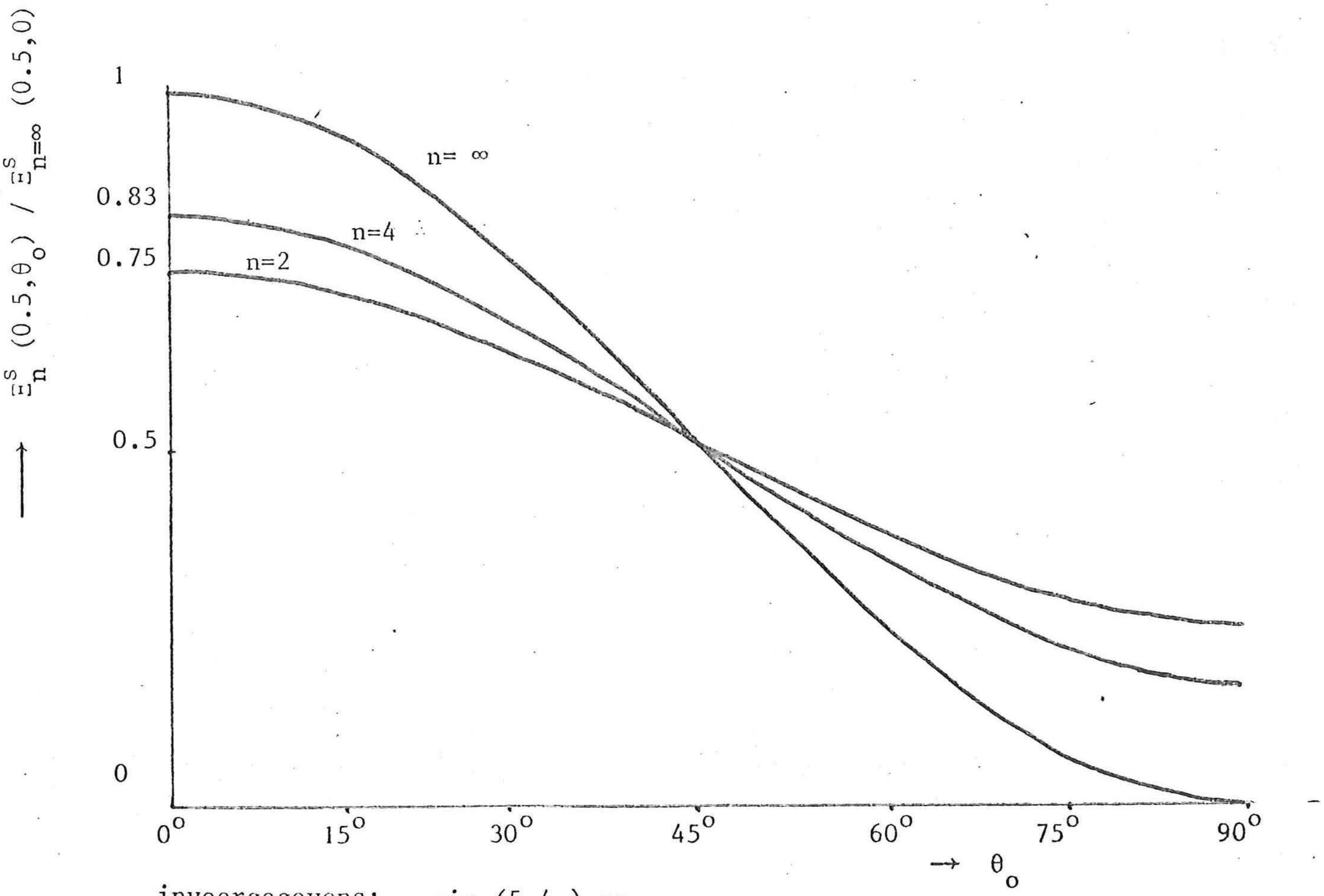
$$\delta_s = \{ \int_o^{\infty} E_{ss}(\omega)\, d\omega \}^{\frac{1}{2}} = 0.117 * 10^5 \quad N/m^2 \qquad \text{met } n=2 \text{ en } \theta_o=0^o$$

Voor een langkammig golfveld (n=∞) onder overigens identieke condities geldt:

$$\delta_s = 0 \quad N/m^2$$

De pijp gedraagt zich dan als een één- massa veersysteem, waardoor geen buiging optreedt.

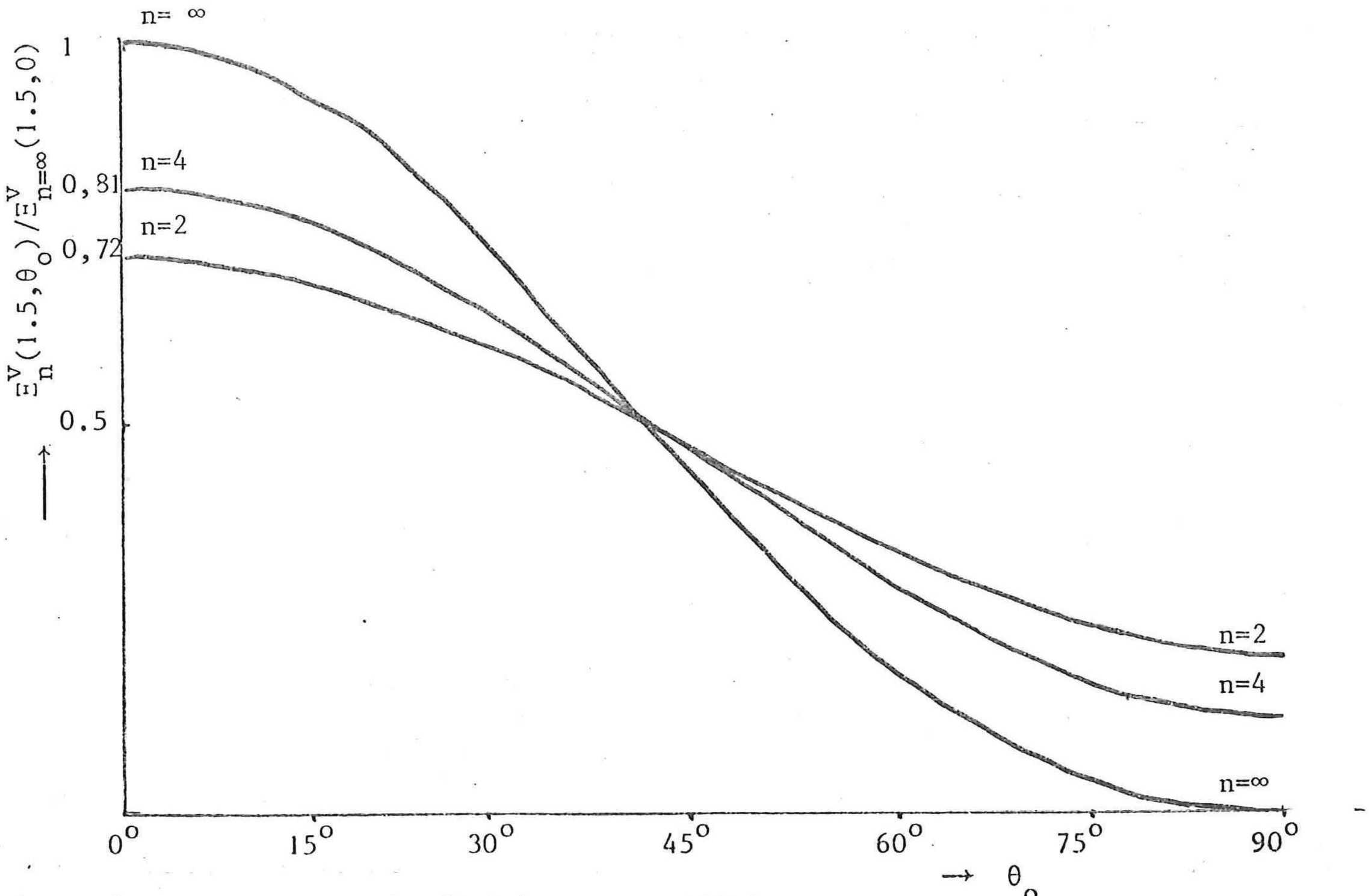
Fig. 8 a



invoergegevens: zie (5.4.) en
vergelijkingen 5-8 en 5-10

De invloed van kortkammigheid op de verplaatsingen voor ω = 0.5 rad/s als functie van θ_o, genormeerd weergegeven.

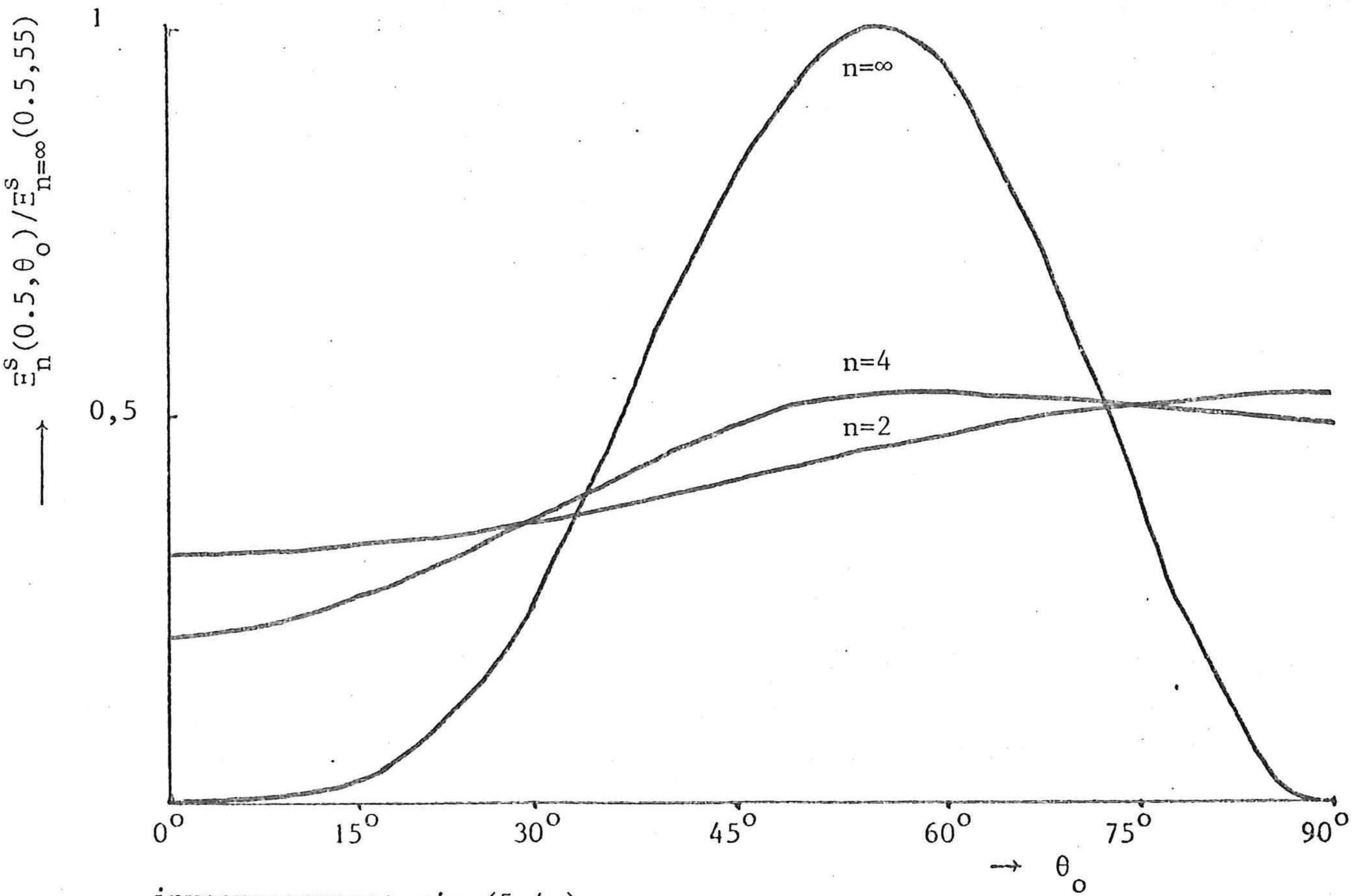
Fig. 8b



invoergegevens: zie (5.4.) en vergelijkingen
5.8 en 5.10.

De invloed van kortkammigheid op verplaatsingen voor ω = 1,5 rad/s als functie van θ_o; genormeerd weergegeven.
Vergelijking met fig. 8a, leert dat invloed van kortkammigheid onafhankelijk is van ω (d.w.z. voor de uit het voor de respons belangrijke frequentiegebied.).

Fig. 9a

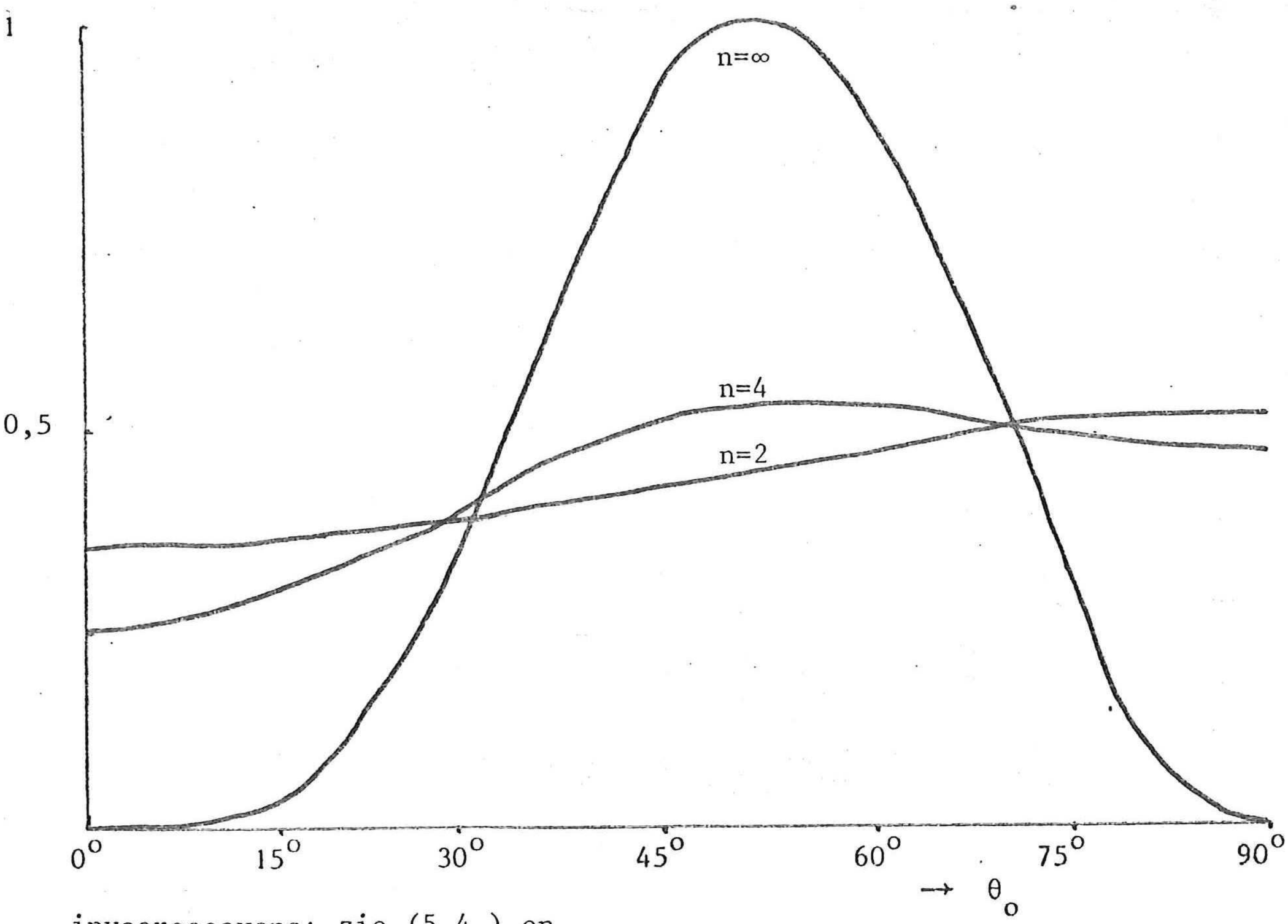


invoergegevens: zie (5.4.)

en vergelijkingen 5-9 en 5-11

De invloed van kortkammigheid op de spanningen voor ω = 0,5 rad/s als functie van θ_o, genormeerd weergegeven.
Voor $\theta_o = 0^o$ en n = ∞ reageert de pijp als een één-massa veersysteem, zodat geen buigspanningen zullen optreden.

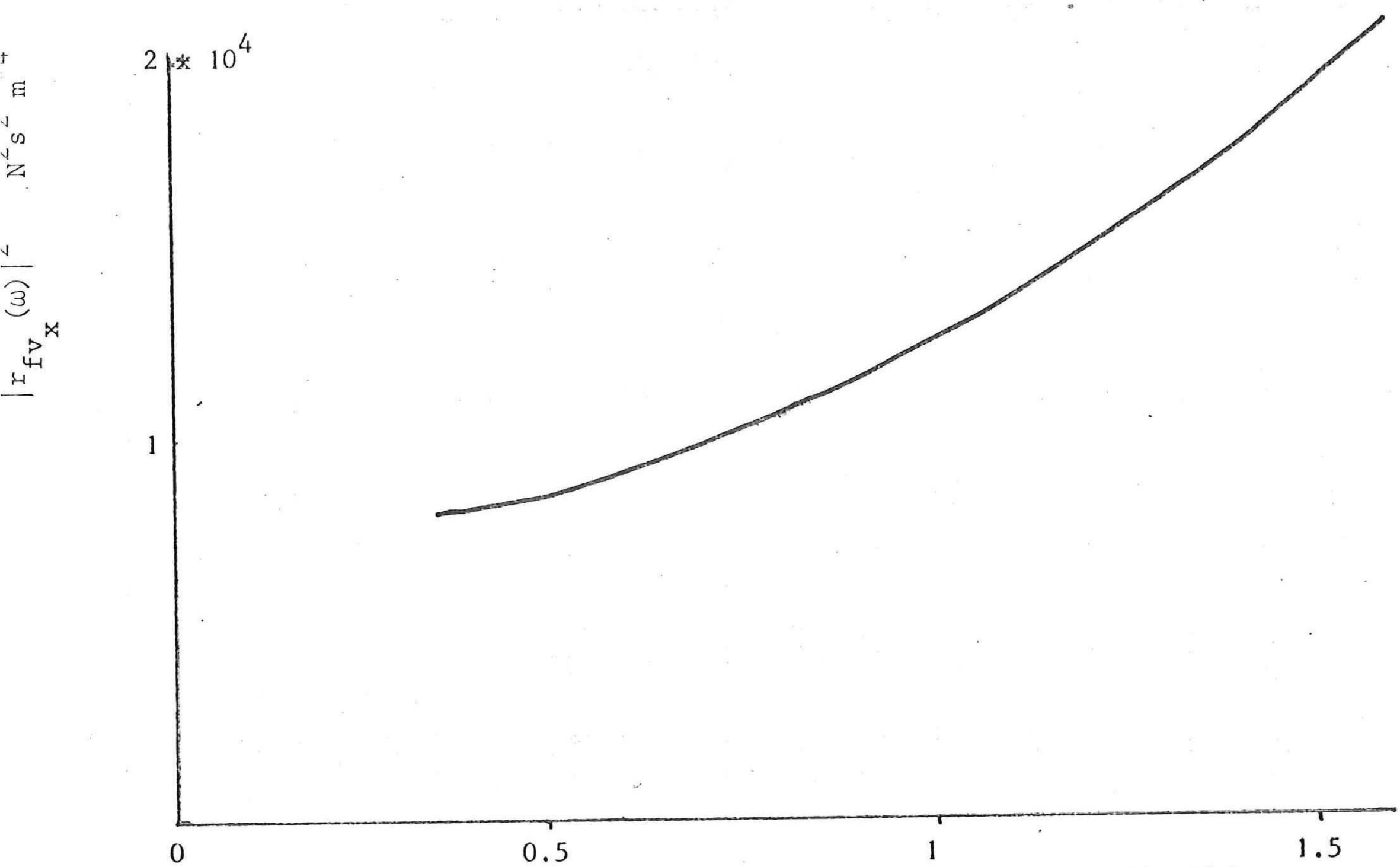
Fig. 9b



invoergegevens: zie (5.4.) en
vergelijkingen 5-9 en 5-11

De invloed van kortkammigheid op de spanningen voor ω = 1.5 rad/s als functie van θ_o, genormeerd weergegeven.
Evenals bij de verplaatsingen het geval was, blijkt de invloed van kortkammigheid onafhankelijk van ω te zijn.

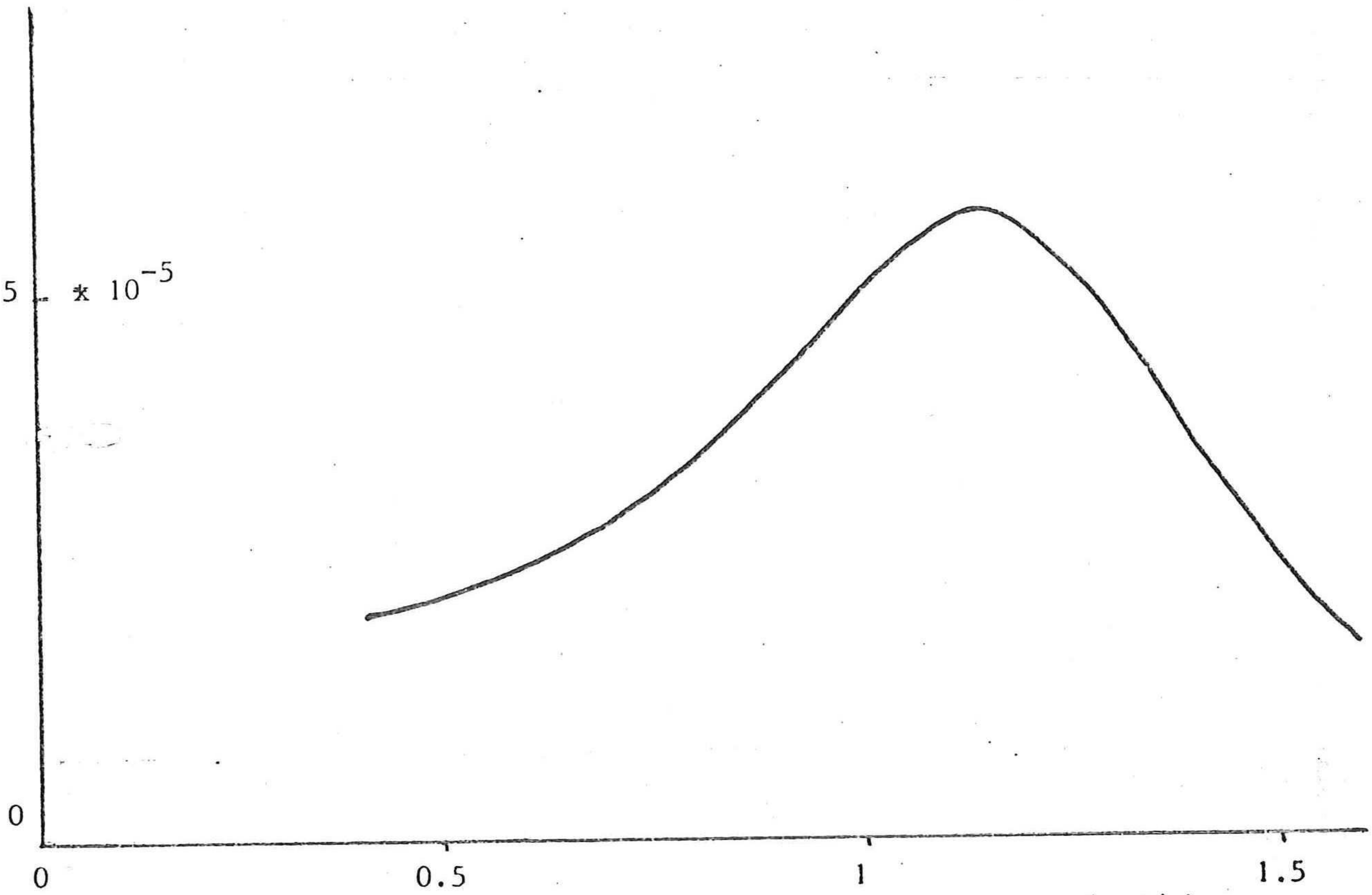
Fig. 10



invoergegevens: zie (6.5.) en
vergelijking 4-5

Overdrachtsfunctie $|r_{fv_x}(\omega)|^2$

Fig. 11

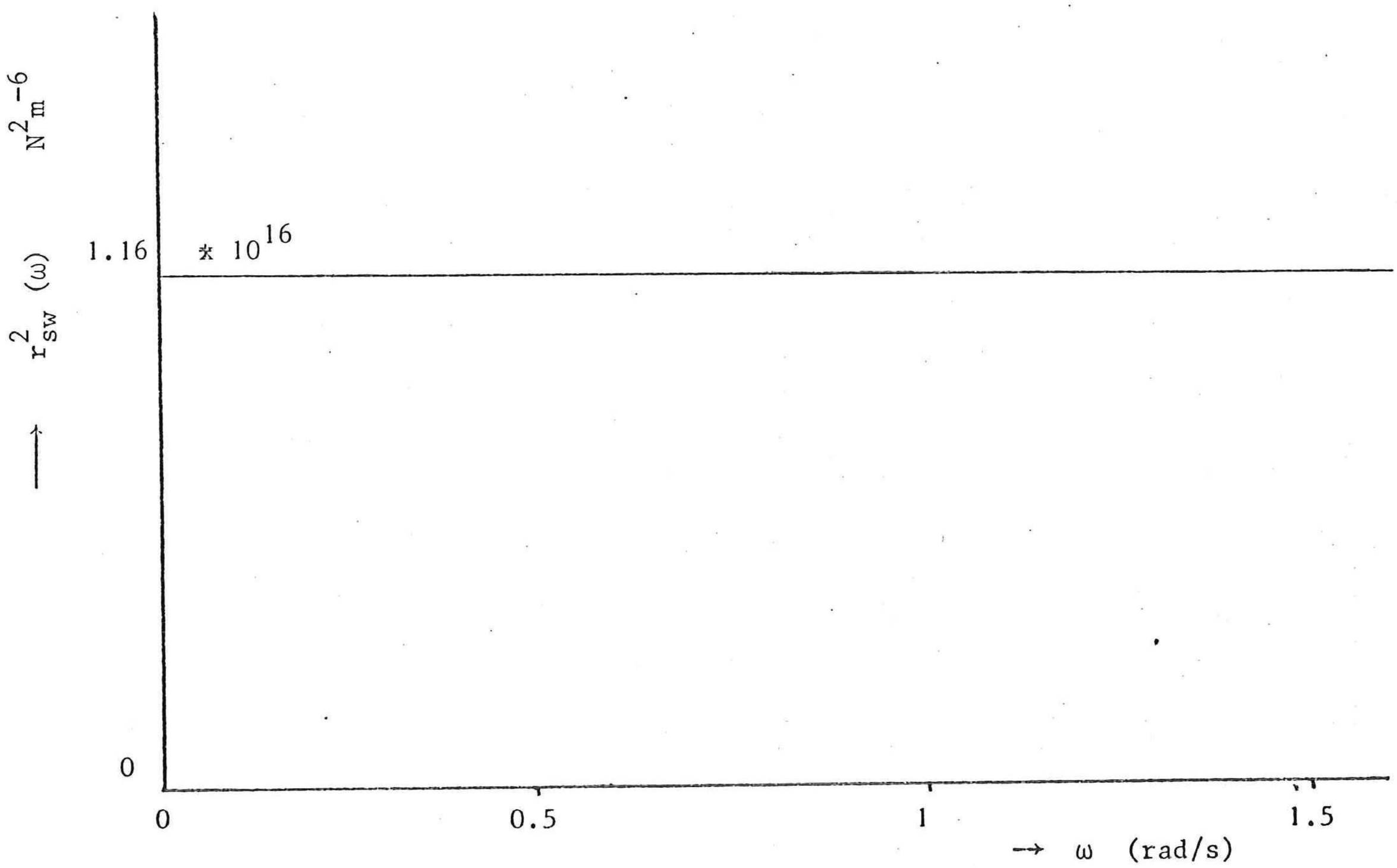


invoergegevens: zie (6.5.) en
vergelijking 6-15

Overdrachtsfunctie $|r_{wf}(\omega)|^2$

$$|r_{wf}(\omega)|^2 = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} |r_{wf}(\omega,\theta)|^2 \; E_{ff}(\omega,\theta) \; d\theta}{E_{ff}(\omega)}$$

Fig. 12

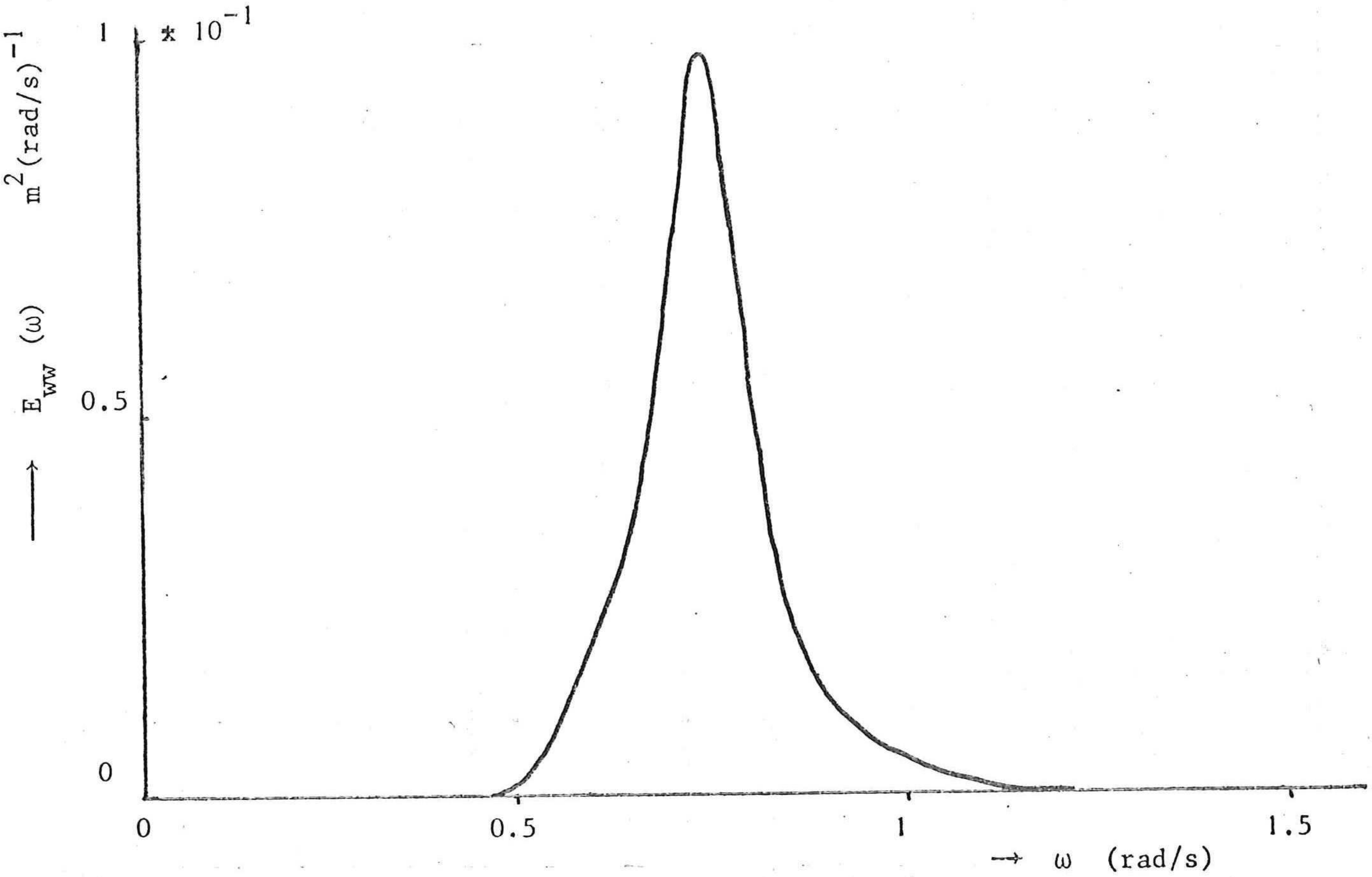


invoergegevens: zie (6.5.) en
vergelijking 6-16

Overdrachtsfunctie r_{sw}^2

In (6.4.) is reeds uiteengezet waarom deze overdrachtsfunctie onafhankelijk is van de frequentie.

Fig. 13



invoergegevens: zie (6.5.)

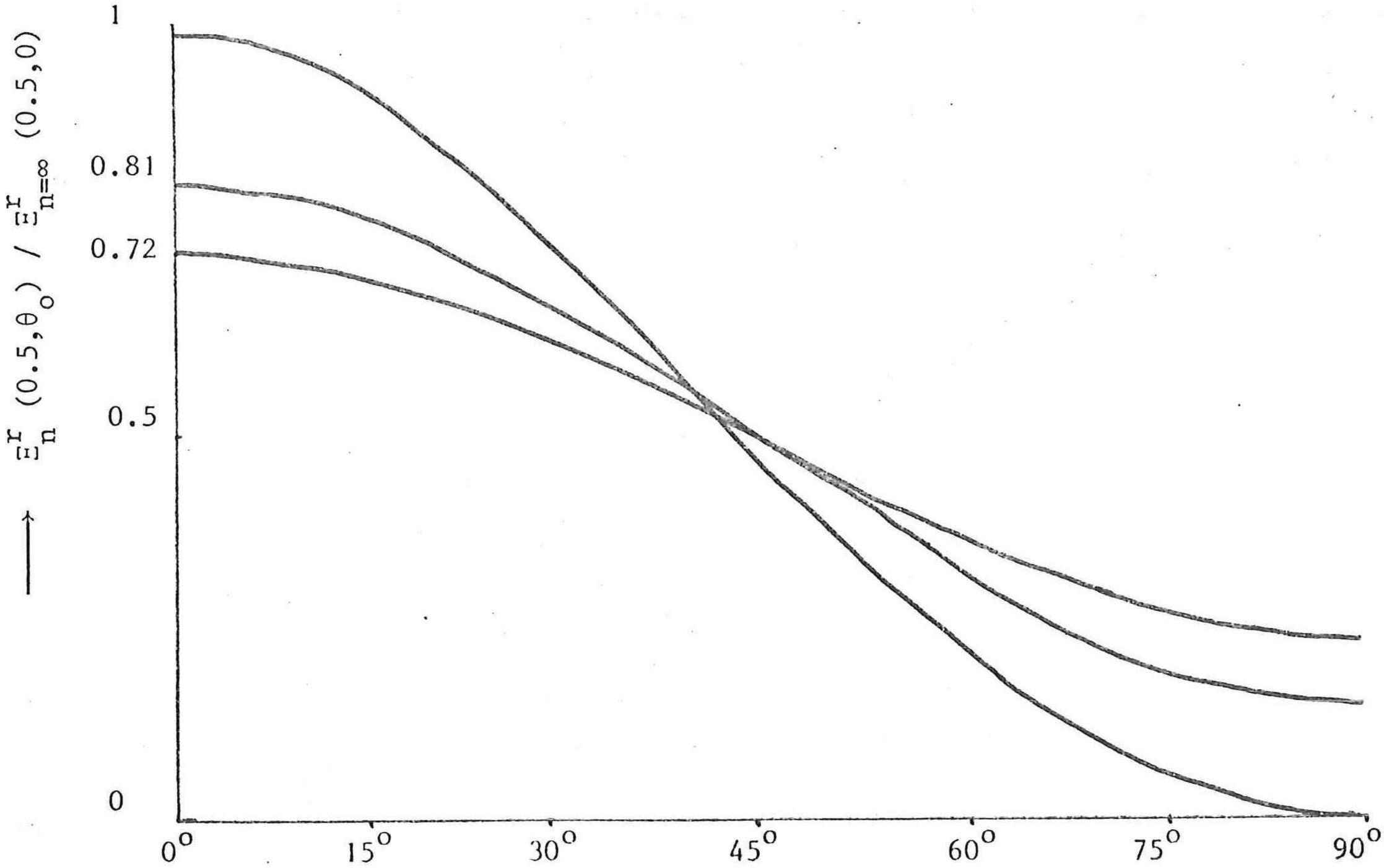
Het spectrum van de verplaatsingen.

$$E_{ww}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} E_{\eta\eta}(\omega,\theta)\, r^2_{v_x\eta}(\omega,\theta)\, |r_{fv_x}(\omega)|^2\, |r_{wf}(\omega,\theta)|^2\, d\theta$$

Het spectrum van de spanningen heeft exact dezelfde vorm, waarbij geldt:

$$E_{ss}(\omega) = 1.16 * 10^{16}\, E_{ww}(\omega) \qquad N^2 m^{-4} (rad/s)^{-1}$$

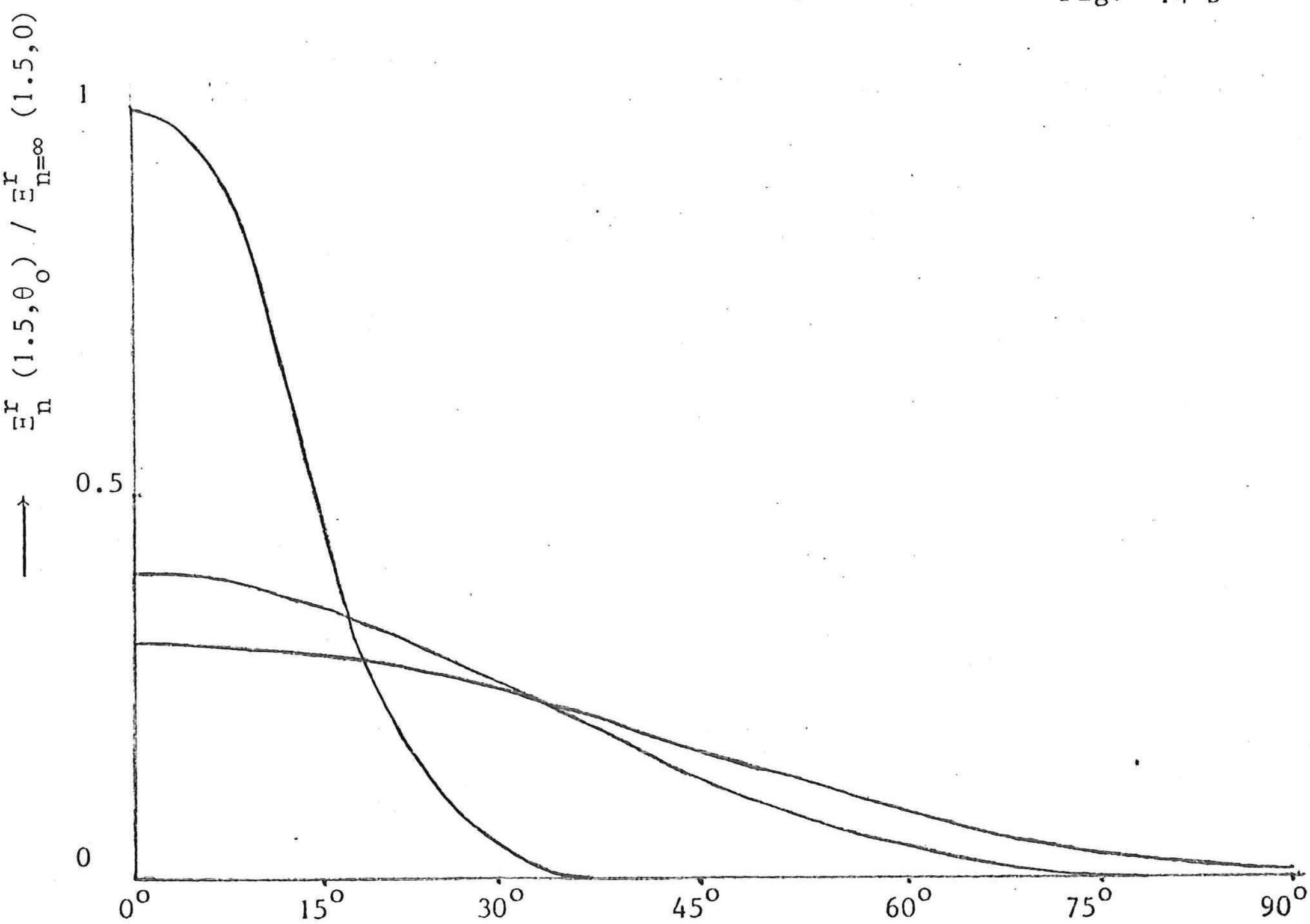
Fig. 14 a



invoergegevens: zie (6.5.) en
vergelijking 6-16

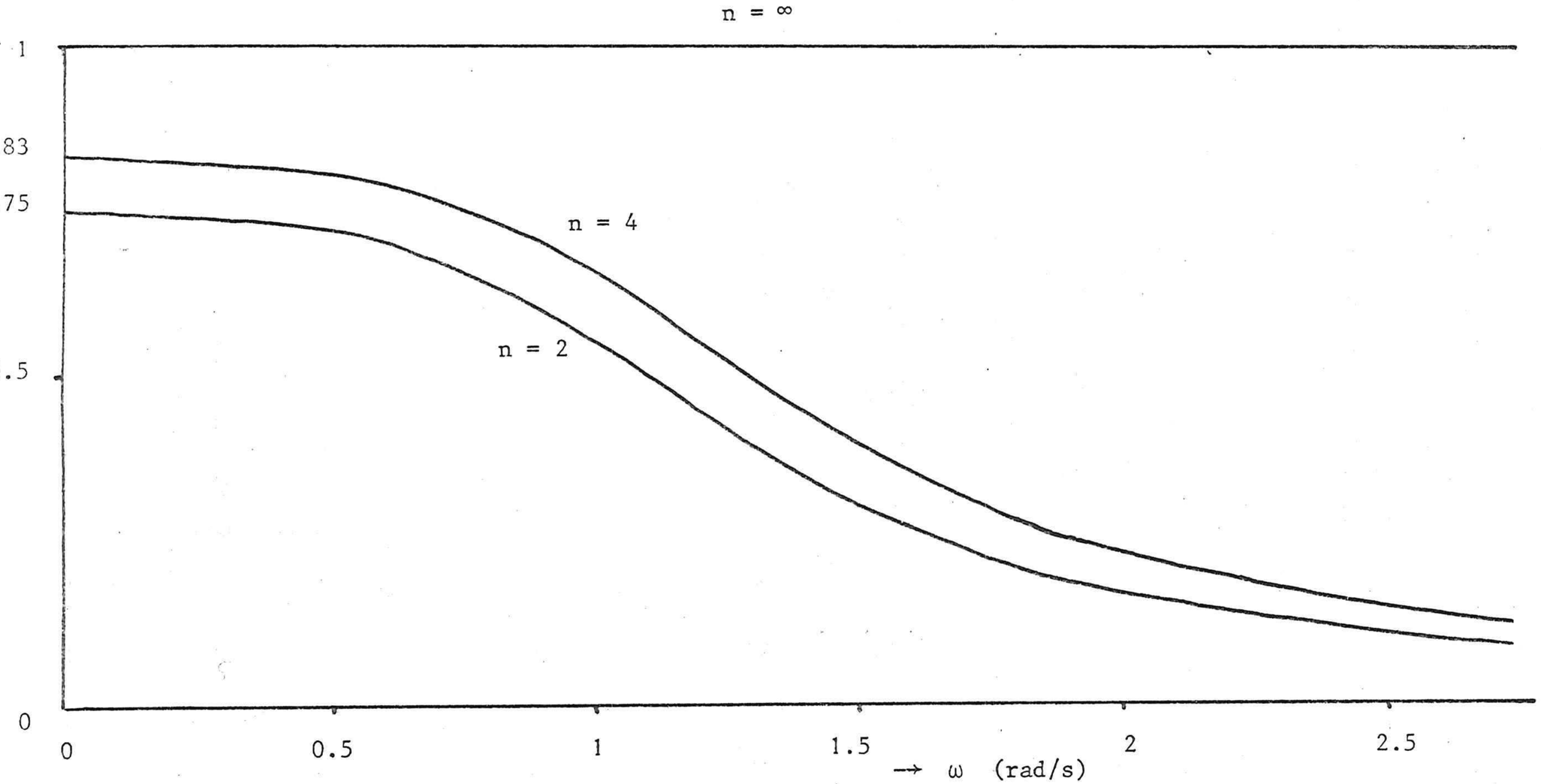
De invloed van kortkammigheid als functie van θ_o voor ω = 0.5 rad/s, genormeerd weergegeven.

Fig. 14 b



invoergegevens: zie (6.5.) en
vergelijking 6-16

De invloed van kortkammigheid op de respons als functie van θ_o voor $\omega = 1.5$ rad/s, genormeerd weergegeven.
Deze invloed is voor spanningen en verplaatsingen identiek. Deze figuur wijkt af van het in fig. 14 a getoonde beeld. Geconcludeerd mag worden dat de invloed van kortkammigheid op de respons frequentie-afhankelijk is.



gegevens: zie (6.5.)

Invloed van kortkammigheid als functie van de frequentie bij $\theta_o = 0^o$.

Voor $\theta_o = 0^o$ blijkt de invloed van kortkammigheid zich te uiten in grotere reducties van de respons naarmate de spreiding van het golfveld groter is.

De waarden zijn genormeerd naar de uitkomst van integraal 6-16 voor $\theta_o = o$, $\omega = 0$ en $n = \infty$.

Fig. 14 c