

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
VLIEGTUIGBOUWKUNDE

MEMORANDUM M 162

Berekening van de maximaal toelaatbare stuwdruk in de
suskamer van de $27 \times 28 \text{ cm}^2$ supersone windtunnel met het
oog op de belasting van de anti-turbulentiegazen

door

H. de Vries

Delft - Nederland

september 1970

INHOUD

Samenvatting

Notaties

1. Inleiding

2. Afleiding der formules

3. 2.1 De belasting is gelijkmatig verdeeld over en staat loodrecht op het gaas.

2.2 De belasting op het gaas is gelijkmatig verdeeld en is evenwijdig aan de richting van de stroming

2.2.1. Het gaas is ten gevolge van de belasting parabolisch gebogen

2.2.2. Het gaas is ten gevolge van de belasting gebogen volgens een kettinglijn.

3. De bepaling van de maximaal toelaatbare waarden van de stuwdruk op en de doorbuiging van de gazen volgens de methoden 2.1, 2.2.1 en 2.2.2

3.1 De berekening van de maximaal toelaatbare stuwdruk en doorbuiging.

3.1.1. Volgens methode 2.1.

3.1.2. Volgens methode 2.2.1.

3.1.3. Volgens methode 2.2.2.

4. Herleiding van de maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer tot de maximaal toelaatbare suskamerdruk als functie van het getal van Mach in de meetplaats.

5. De berekening van de weerstandscoefficiënten der gazen als functie van het getal van Mach in de meetplaats volgens de door Wieghard langs experimentele weg bepaalde formules; de berekening van de hieruit voortvloeiende maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer.

6. Conclusies

7. Literatuur

Tabellen

Figuren

Samenvatting.

In dit memorandum wordt de maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer van de $27 \times 28 \text{ cm}^2$ supersone windtunnel met het oog op de belasting van de gazen bepaald. Hierbij wordt uitgegaan van de twee verschillende veronderstellingen ten aanzien van genoemde belasting. Voor een van de beide gevallen is tevens een vereenvoudiging van de berekening door een benaderende veronderstelling beschouwd.

De uitkomsten van de drie rekenmethodes blijken bij onderlinge vergelijking weinig te verschillen. Verder is de maximaal toelaatbare doorbuiging van de gazen berekend. Bovendien wordt de maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer herleid tot de maximaal toelaatbare suskamerdruk als functie van het getal van Mach in de meetplaats.

Bij de bepaling van de weerstandcoëfficiënt van het gaas is een benaderende veronderstelling gemaakt. Teneinde na te gaan in hoeverre deze benadering juist is, wordt de weerstandcoëfficiënt berekend als functie van het getal van Mach in de meetplaats volgens de door Wieghard langs experimentele weg bepaalde formules.

Tenslotte wordt hiermee de maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer nogmaals berekend.

NOTATIES.

- a : een constante ($= \frac{Hn}{p}$)
 A : de oppervlakte van een doorsnede van een draad
 b : de breedte van de beschouwde strook gaas
 c : een factor ($= 6,5 \left(\frac{Re}{\beta}\right)^{-\frac{1}{3}}$)
 d : de diameter van een draad
 E : de elasticiteitsmodulus van het draadmateriaal
 f : de maximale doorbuiging van een draad
 H : de horizontale component van S
 k : de weerstandcoëfficiënt van het gaas
 L : de halve lengte van een draad in onbelaste toestand
 L' : de hartafstand van twee opeenvolgende draden
 Ma : het getal van Mach
 n : het aantal draden per meter
 p : de druk
 $\bar{p}$: de maximaal toelaatbare druk
 Δp : de drukval over het gaas
 $\bar{\Delta p}$: de maximaal toelaatbare drukval over het gaas
 R : de kromtestraal van het gaas in belaste toestand
 Re : het getal van Reynolds
 R_s : de specifieke gasconstante
 s : de halve lengte van een draad in belaste toestand
 S : de trekkracht in een draad
 $\bar{S}$: de maximaal toelaatbare trekkracht in een draad.
 T : de temperatuur van de lucht
 v : de snelheid van de stroming
 V : de verticale component van S
 w : het gewichtstransport door de windtunnel
 ϵ : de rek in een draad
 $\bar{\epsilon}$: de maximaal toelaatbare rek in een draad

- σ : de spanning in een draad
 $\bar{\sigma}$: de maximaal toelaatbare spanning in een draad
 ρ : de luchtdichtheid i suskamer
 $\bar{\rho}$: de maximaal toelaatbare luchtdichtheid
 φ : de hoek ingesloten door de uiterste kromtestralen
 μ : de dynamische viscositeit
 ν : de kinematische viscositeit

Indices

- d : draad
m : meetplaats
O : suskamer

1. Inleiding

In de suskamer van de $27 \times 28 \text{ cm}^2$ supersone windtunnel bevinden zich vijf anti-turbulentiegazen. De maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer wordt mede bepaald door de materiaal soort en de opbouw van de gazen. Aangezien de gazen verschil vertonen in draaddiameter en aantal mazen per meter, zal genoemde druk niet voor alle gazen hetzelfde zijn. Er zal nu worden bepaald welk gaas maatgevend is.

De stroming in de suskamer ondervindt weerstand in de gazen. Het belastingpatroon, dat hierdoor op de gazen ontstaat, kan op diverse manieren worden vereenvoudigd. Er zal nu worden nagegaan in hoeverre deze benaderingen overeenkomst met elkaar vertonen.

2. Afleiding der formules.

De werkelijke situatie is schematisch weergegeven in fig. 1 en 2. Het gaas, dat een weefsel vormt, is rondom ingeklemd in een raam. Hierdoor is de ware belastingstoestand driedimensionaal. Ter vereenvoudiging wordt aangenomen dat het gaas twee-dimensionaal is ingeklemd, d.w.z. dat het alleen aan de onder- en bovenzijde wordt vastgehouden. In feite komt dit er op neer, dat alleen de verticale draden van het gaas de belasting door de luchtkrachten opnemen. In werkelijkheid nemen de horizontale draden ook een deel van de belasting op, zodat de gemaakte veronderstelling aan de veilige kant is.

Voor de berekening van de spanningen in de draden kan nu worden uitgegaan van twee veronderstellingen t.w.

- a. de resulterende luchtkrachten zijn gelijkmatig verdeeld over en staan loodrecht op het gaas.
- b. De resulterende luchtkrachten zijn gelijkmatig verdeeld over het gaas en staan evenwijdig aan de stromingsrichting

2.1. De belasting is gelijkmatig verdeeld over en staat loodrecht op het gaas

De aangenomen belasting op een aan twee zijden ingeklemde strook gaas is in fig. 3 getekend bij een drukval p over het gaas. Uit symmetrie- overwegingen volgt, dat de doorbuiging cirkelvormig is.

Indien het aantal draden per meter n bedraagt, volgt uit de beschouwing van het evenwicht van een draad:

$$S = \frac{1}{2} 2 R \frac{\Delta p}{n} = R \frac{\Delta p}{n} \quad 1.$$

Uit figuur 3 blijkt, dat $l = R \sin \frac{\varphi}{2}$, zodat

$$S = \frac{l \Delta p}{n \sin \frac{\varphi}{2}} \quad 2.$$

Tevens is volgens fig. 3 : $s'' = R \cdot \frac{\varphi}{2}$

Daar $\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{S}{A_d E} = \frac{s-l}{l}$ volgt hieruit

$$S = A_d E \left(\frac{\varphi}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} - 1 \right) \quad 3.$$

Uit de gelijkstelling van 2 en 3 volgt:

- 6 -

$$\frac{\ell \Delta p}{n \sin \frac{\varphi}{2}} = E_d E \left(\frac{\varphi}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} - 1 \right) \text{ dus}$$

$$\frac{2 \ell \Delta p}{n \cdot A_d \cdot E} = \varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2} \quad 4.$$

Het verband tussen $\frac{\varphi}{2}$ en $\varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2}$ c.q. tussen $\frac{\varphi}{2}$ en $\frac{\varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$ is in fig. 6 uitgezet.

Aangezien $\bar{\sigma}$, de maximaal toelaatbare spanning en E bekend zijn, is

$$\frac{\varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} \text{ bekend volgens formule 3.}$$

M.b.v. fig. 6 zijn nu $\frac{\varphi}{2}$ en $\varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2}$ te bepalen. Aangezien ℓ , n en A_d bekend zijn, is de maximaal toelaatbare drukval $\bar{\Delta p}$ te bepalen volgens formule 4.

De bij deze drukval behorende stuwdruk is op de volgende wijze afhankelijk van de weerstandscoefficiënt k van het gaas:

$$\bar{\Delta p} = k \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 \quad 5.$$

hierin geldt voor k:

$$k = c \frac{1 - \beta}{\beta^2} \quad 6.$$

$$\text{waarin} \quad \beta = \left(1 - \frac{d}{\ell'} \right)^2 \quad 7.$$

$$\text{en} \quad c = 6,5 \left(\frac{Re}{\beta} \right)^{-\frac{1}{3}} \text{ (volgens Wieghard, ref. 3) } \quad 8.$$

Door er van uit te gaan dat de gazen fijn zijn, mag de volgende benadering worden ingevoerd: $c = 1$

Hiermede gaat formule 6 over in:

$$k = \frac{1 - \beta}{\beta^2} \quad 9.$$

M.b.v. formule 9 is het verband tussen k en $\frac{d}{\ell}$, vastgelegd. Het verloop is grafisch weergegeven in fig. 8.

Voor de doorbuiging van het gaas geldt:

$$f = R - R \cos \frac{\varphi}{2} \quad 10.$$

Vervang hierin R door de uitdrukking uit formule 1: Dit levert op:

$$f = \frac{\bar{S} \cdot n}{\Delta p} \quad \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right)$$

Verder is $\bar{S} = \bar{\sigma} \cdot A_d \cdot n$, zodat de formule wordt:

$$f = \frac{\bar{\sigma} \cdot A_d \cdot n}{\Delta p} \quad \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right) \quad 11.$$

2.2. De belasting op het gaas is gelijkmatig verdeeld en is evenwijdig aan de richting van de stroming.

Zoals uit de nu volgende afleidingen zal blijken, zal het gaas bij deze belastingstoestand doorbuigen volgens een kettinglijn. De berekening kan worden vereenvoudigd door een benaderende veronderstelling in te voeren. In dit geval lijkt de doorbuiging van het gaas parabolisch te worden. Beide gevallen zullen in het volgende worden beschouwd.

2.2.1. Het gaas is ten gevolge van de belasting parabolisch gebogen.

Bij een drukval Δp over het gaas is de belastingstoestand zoals getekend in fig. 4. Hierin is als eerste benadering gesteld:

$$ds = dx$$

Ter plaatse van P (x,y) geldt:

$$t \cdot g \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{V}{H} \quad 1.$$

Uit het evenwicht van een stukje draad ter lengte van ds volgt:

$$H = \text{constant en } \frac{dV}{dx} = \frac{\Delta p}{n} \quad 2.$$

Uit 1 en 2 volgt:

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\Delta p}{n} \quad 3.$$

Daar H en $\frac{\Delta p}{n}$ constant zijn, volgt na integratie

$$H \frac{dy}{dx} = \frac{\Delta p}{n} x + C_1$$

Voor $x = 0$ is $\frac{dy}{dx} = 0$, dus $C_1 = 0$

Nogmaals integreren levert tesamen met de randvoorwaarde $x = 0, y = 0$ op:

$$y = \frac{\Delta p}{2 n H} x^2 \quad 4.$$

Dit is de vergelijking van een parabool.

De draad zal dus in deze vorm doorbuigen indien $ds = dx$.

Uit het evenwicht van de gehele draad volgt:

$$H_A = H_B = H, \quad V_A = V_B = \frac{\Delta p \cdot \ell}{n} \quad \text{en} \quad S_A^2 = S_B^2 = V_A^2 + H^2$$

Hierin is S_A c.q. S_B de in de draad optredende **trekkracht**.

Opdat de draad niet ontoelaatbaar zal vervormen, moet gelden:

$$S_A \leq \bar{\sigma} \cdot A_d \quad 5.$$

Met $V_A = \frac{\Delta p \ell}{n}$ en $S_A^2 = V_A^2 + H^2$ wordt dit:

$$(\bar{\sigma} \cdot A_d)^2 \geq \left(\frac{\Delta p \ell}{n} \right)^2 + H^2 \quad 6.$$

De onbekende, H , is nu te berekenen uit de verlenging van de draad. De altijd geldende formule $ds^2 = dx^2 + dy^2$ levert na reeksontwikkeling op:

$$ds = dx + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx - \frac{1}{8} \left(\frac{dy}{dx} \right)^4 dx + \dots \quad 7.$$

Aangezien $\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta p x}{H \cdot n}$ krijgt de formule na invulling en integratie de volgende gedaante:

$$s = \ell + \frac{(\Delta p)^2 \cdot \ell^3}{6 H^2 n^2} - \frac{1}{80} \frac{(\Delta p)^4 \cdot \ell^5}{H^4 n^4} + \dots \quad 8.$$

Formule 8 is de som van een alternerende reeks. Indien deze reeks na de tweede term wordt afgebroken, is de maximale fout kleiner dan de derde term. Aangezien de derde term klein is, is het toelaatbaar de reeks na de tweede term af te breken. Formule 8 gaat dan over in:

$$s = \ell + \frac{(\Delta p)^2 \ell^3}{6 H^2 n^2} \quad 9.$$

Voor de maximaal toelaatbare rek geldt: $\bar{\epsilon} = \frac{E}{\sigma}$

Hiermee verandert formule 9 in:

$$H^2 = \frac{(\Delta p)^2 \ell^2}{6 n^2} \cdot \frac{E}{\sigma} \quad 10.$$

Uit 6 en 10 volgt nu:

$$(\bar{\sigma} \cdot A_d)^2 \geq \left(\frac{\Delta p \cdot \ell}{n} \right)^2 + \left(\frac{\Delta p \cdot \ell}{n} \right)^2 \cdot \frac{E}{6 \bar{\sigma}}$$

Met $A_d = \frac{\pi}{4} d^2$ levert dit op:

$$\left(\frac{\Delta p}{n} \right)^2 \leq \frac{3 \cdot (\bar{\sigma})^3 \cdot \pi^2 \cdot d^4}{48 \ell^2 \cdot \bar{\sigma} + 8 E \ell^2} \quad 11.$$

Hiermee is de maximaal toelaatbare drukval Δp te bepalen.

Evenals in geval 2.1. is $\overline{\Delta p} = k \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$, waarin k een functie is van $\frac{d}{\ell}$. Het verband hiertussen is in fig. 8 weergegeven.

Voor de doorbuiging van de draad geldt volgens formule 4:

$$y = \frac{\Delta p \cdot \ell^2}{2 n H}$$

Tesamen met formule 10 levert dit op:

$$f = \sqrt{\frac{1,5 \cdot \bar{\sigma} \cdot \ell^3}{E}}$$

2.2.2 Het gaas is ten gevolge van de belasting gebogen volgens een kettinglijn.

Bij de afleiding der formules in 2.2.1. is gebruik gemaakt van de benadering $ds = dx$. In dit hoofdstuk zal worden nagegaan, hoe de formules er uit zien, indien wordt gewerkt met de juiste uitdrukking:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

Het zal nu blijken, dat het voordeel heeft het assenkruis anders te kiezen dan in het voorafgaande geval en wel volgens figuur 5. De belastingstoestand is hier aangegeven bij een drukval Δp over het gaas.

Evenals bij 2.2.1. geldt ter plaatse van $P(x, y)$:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{V}{H} \quad 1.$$

Uit het evenwicht van een stukje draad ter lengte ds volgt nu echter:

$$H = \text{constant en } \frac{dV}{ds} = \frac{\Delta p}{n} \quad 2.$$

Uit 1 en 2 volgt nu:

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\Delta p}{n} \frac{ds}{dx} \quad 3.$$

Aangezien $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ kan voor $\frac{ds}{dx}$ worden geschreven

$$\sqrt{1 + p^2}$$

indien $p = \frac{dy}{dx}$. Formule 3 wordt hierdoor:

$$H \frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{n} \sqrt{1 + p^2}$$

Dit levert na integratie met de randvoorwaarde $x = 0, p = 0$, op:

$$H \ln (p + \sqrt{1+p^2}) = \frac{\Delta p}{n} x$$

Dus
$$p = \frac{dy}{dx} = \sinh \frac{\Delta p \cdot x}{H \cdot n} \quad 4.$$

Dit geïntegreerd met de randvoorwaarde $x = 0, y = d$ geeft:

$$y = \frac{H \cdot n}{\Delta p} \cosh \frac{\Delta p \cdot x}{H \cdot n} \quad 5.$$

Er wordt nu gesteld:

$$a = \frac{H \cdot n}{\Delta p} \quad 6.$$

Hiermee gaat 5 voor $x = l$ over in:

$$y = a \cosh \frac{l}{a} \quad 7.$$

De lengte van de doorgebogen draad volgt uit de formules 3 en 4, Na integratie van 3 ontstaat namelijk de vergelijking:

$$H \frac{dy}{dx} = \frac{\Delta p}{n} \cdot s$$

Samen met 4. voor $x = l$ levert dit op:

$$s = a \sinh \frac{l}{a} \quad 8.$$

Altijd geldt:

$$s^2 = v^2 + H^2 \quad 9.$$

Uit 1 en 4 volgt nu dat:

$$V = H \sinh \frac{\Delta p \cdot x}{H \cdot n} \quad 10.$$

Combinatie van de formules 9 en 10 levert:

$$S = H \cosh \frac{\Delta p \cdot x}{H \cdot n}$$

Evenals in geval 2.2.1. treedt de maximaal toelaatbare trekkracht $\bar{S}$ op t.p.v. A en B, dus voor $x = \ell$. Hiermee wordt de formule:

$$\bar{S} = H \cosh \frac{\Delta p \cdot \ell}{H \cdot n} = a \frac{\Delta p}{n} \cosh \frac{\ell}{a} \quad 11.$$

Hieruit volgt:

$$\Delta p = \frac{\bar{S} \cdot n}{a \cosh \frac{\ell}{a}} \quad 12.$$

De maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer is nu als volgt te bepalen. De maximaal toelaatbare spanning in de draad wordt gesteld op $\bar{\sigma}$. Hiermede is $\bar{S}$ bepaald, aangezien:

$$\bar{S} = \bar{\sigma} \cdot A_d$$

In fig. 7 is het verband uitgezet tussen $\bar{S}$ en $\frac{\ell}{a}$. Aangezien $\bar{S}$ bekend is, is $\frac{\ell}{a}$ af te lezen. Tevens is ℓ bekend, zodat a , $\cosh \frac{\ell}{a}$ en $\sinh \frac{\ell}{a}$ kunnen worden bepaald. M.b.v. formule 12 is nu de maximaal toelaatbare drukval te berekenen. Evenals in geval 2.1. is $\Delta p = k \frac{1}{2} \rho v^2$, waarin k een functie is van $\frac{d}{\ell}$. Het verband hiertussen is in fig. 8 weergegeven.

De doorbuiging volgt uit vergelijking 7: $y = a \cosh \frac{\ell}{a}$
Door de keuze van het assenkruis geldt:

$$f = y - a = a \left(\cosh \frac{\ell}{a} - 1 \right) \quad 13.$$

3. De bepaling van de maximaal toelaatbare waarden van de stuwdruk op en de doorbuiging van de gazen volgens de methoden 2.1, 2.2.1 en 2.2.2.

De berekeningen worden uitgevoerd ter bepaling van het gaas dat maatgevend is voor de maximaal toelaatbare stuwdruk. In de tweede plaats worden de drie methoden van berekening aan de hand van de uitkomsten met elkaar vergeleken.

De berekende doorbuiging van de draden is alleen afhankelijk van de rek van het materiaal. Dit is voor alle draden hetzelfde, aangezien deze allen van hetzelfde materiaal worden verondersteld te zijn t.w. fosforbrons. De definitieve materiaalsoort is op het tijdstip waarop deze berekeningen worden uitgevoerd, nog niet bekend. De gegevens van het materiaal en de gazen staan in tabel 1.

3.1. De berekening van de maximaal toelaatbare stuwdruk en doorbuiging.

Er wordt onderstaand een voorbeeld gegeven van de manier waarop de berekeningen zijn gemaakt. Hiervoor zijn de gazen I en II uitgekozen. Het resultaat is samen met die voor de gazen III, IV en V in tabel 2 opgenomen.

3.1.1. Volgens methode 2.1.

$$\frac{\bar{\sigma}}{E} = \frac{50}{12000} = 4,17 \cdot 10^{-3} = \frac{\varphi - 2 \sin \frac{\varphi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$$

Hieruit volgt met fig. 6:

$$\frac{\varphi}{2} = 9^{\circ}3' \quad \text{en} \quad \frac{2L\Delta p}{nA_d E} = 0,00131$$

dus $\bar{p} = 1947 \text{ kgf/m}^2$

Aangezien $\frac{d}{L} = 0,315$ is volgens fig. 8: $k = 2,42$.

Hiermee wordt de maximaal toelaatbare stuwdruk

$$\frac{1}{2} \bar{p} v^2 = \frac{1947}{2,42} = 804 \text{ kgf/m}^2$$

Met form. 11 uit 2.1

$$f = \frac{\bar{\sigma} \cdot A_d \cdot n}{\Delta p} \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2} \right)$$

wordt de maximale toelaatbare doorbuiging $f = 31,65 \text{ mm}$.

3.1.2. Volgens methode 2.2.1.

$$\left(\frac{\Delta p}{n}\right)^2 = \frac{3 \cdot (\bar{\sigma})^3 \cdot \pi^2 \cdot d^4}{48 \cdot \ell^2 \cdot \bar{\sigma} + 8 E \ell^2}$$

Hieruit volgt: $\bar{\Delta p} = 1935 \text{ kgf/m}^2$

Met $k = 2,42$ (zie 3.1.1) wordt $\frac{1}{2} \rho v^2 = 798 \text{ kgf/m}^2$

Verder is $f = \frac{1,5 \cdot \bar{\sigma} \cdot \ell^2}{E} = 31,63 \text{ mm.}$

3.1.3. Volgens methode 2.2.2.

$$\bar{S} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,4)^2 \cdot 50 = 6,2832 \text{ kgf.}$$

M.b.v. fig. 7 volgt hieruit:

$$\frac{\ell}{a} = 0,15794 \text{ dus } a = 2533 \cdot 10^{-3}$$

Hieruit volgt:

$$\bar{\Delta p} = \frac{\bar{S} \cdot n}{a} \cosh \frac{\ell}{a} = 1980 \text{ kgf/m}^2$$

Aangezien $k = 2,42$ (zie 3.1.1) wordt de maximaal toelaatbare stuwdruk:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1980}{2,42} = 818 \text{ kgf/m}^2$$

De maximaal toelaatbare doorbuiging volgt uit $f = a \cosh \frac{\ell}{a} - a$ en wordt 31,63 mm.

De gazen III, IV en V zijn niet volgens methode 2.2.2. berekend aangezien er dan voor elk van deze gazen eenzelfde hulpfiguur als fig. 7 gemaakt zou moeten worden.

Dit is niet zinvol aangezien de methode volgens 2.2.1. de maatgevende uitkomsten oplevert.

4. Herleiding van de maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer tot de maximaal toelaatbare suskamerdruk als functie van het getal van Mach in de meetplaats.

Voor het gewichtstransport w door de tunnel geldt

$$w = \rho_o v_o A_o g \quad 1.$$

Indien de lucht in de suskamer als een ideaal gas wordt beschouwd, geldt hiervoor:

$$\frac{p_o}{\rho_o} = R_s T_o \quad 2.$$

De temperatuur in de suskamer blijft constant tot $Ma_m = 4,2$. Tot dit van Mach geldt dus de formule:

$$\frac{p_o}{\rho_o} = \text{constant} \quad 3.$$

Bij $p_o = 1 \text{ ata}$ en $T_o = 288^\circ \text{K}$ bedraagt $\rho_o = 0,1225 \frac{\text{kgfsec}^2}{\text{m}^4}$

Hiermee gaat formule 3 over in:

$$\rho_o = p_o 0,1225 \frac{\text{kgfsec}^2}{\text{m}^4} \quad 4.$$

waarbij p_o in ata wordt ingevuld. Substitutie van 4 in 1 geeft:

$$\frac{w}{p_o} = 0,1225 v_o A_o g \quad 5.$$

waarbij v_o in m/sec, A_o in m^2 , g in m/sec^2 en p_o in ata.

Daar tevens het verband tussen het getal van Mach in de meetplaats en $\frac{w}{p_o}$ bekend is (ref. 4), kan de snelheid v_o worden berekend als functie van Ma_m .

$$v_o = \frac{\frac{w}{p_o}}{0,1225 A_o g} \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad 6.$$

Hierin wordt $\frac{w}{p_o}$ uitgedrukt in kgf/sec ata , A_o in m^2 en g in m/sec^2

De maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer, $\frac{1}{2} \rho_o v_o^2$, bedraagt 484 kgf/m^2 volgens tabel 2, Indien v_o bekend is volgens 6, is de maximaal toelaatbare luchtdichtheid ρ_o als volgt te berekenen:

$$\rho_o = \frac{484}{\frac{1}{2} v_o^2} \frac{\text{kgf sek}^2}{\text{m}^4} \quad 7.$$

waarbij v_o in m/sec wordt ingevuld.

Substitutie van 7 in 4 levert op:

$$\overline{p_o} = \frac{484}{0,1225 \cdot \frac{1}{2} v^2}$$

8.

In deze formule wordt v_o in m/sec gesubstitueerd

Hiermede is $\overline{p_o}$ bepaald als functie van Ma_m

Met het bekende verband tussen Ma en $\frac{w}{p_o}$ en de gegevens $A_o = 0,64 \text{ m}^2$ en $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ worden de resultaten verkregen uit tabel 3.

5. De berekening van de weerstandscoefficienten der gazen als functie van het getal van Mach in de meetplaats; de berekening van de hieruit voortvloeiende maximaal toelaatbare stuwdruk in de suskamer.

Zoals in 2.1. reeds is aangegeven, stelt Wieghard in lit. 3 de weerstandscoefficiënt k van een gaas als volgt afhankelijk van het getal van Reynolds in de suskamer en de configuratie van het gaas:

$$k = c \cdot \frac{1 - \beta}{\beta^2} \quad 1.$$

waarin $\beta = (1 - \frac{d}{L})^2 \quad 2.$

en $c = 6,5 \left(\frac{Re}{\beta} \right)^{-\frac{1}{3}} \quad 3.$

Deze formule (3) is langs experimentele weg gevonden. In de onder 3 en 4 uitgevoerde berekeningen is steeds gesteld: $c = 1$

Teneinde na te gaan in hoeverre deze benadering juist is, wordt de weerstandscoefficiënt van het gaas tevens volgens bovenstaande formules berekend voor diverse getallen van Mach in de meetplaats.

De enige onbekende in de formules 1, 2 en 3 is het getal van Reynolds, Re_d . Dit wordt als volgt berekend:

$$Re_d = \frac{v \cdot d}{\mu} = \frac{v \cdot d \cdot \rho_0}{\mu_0} \quad 4.$$

De dynamische viscositeit μ_0 is constant tot $Ma_m = 4,2$, daar de temperatuur in de suskamer tot hier constant blijft. Bij $T_0 = 288^\circ K$ geldt voor μ_0 : $\mu_0 = 1,8316 \cdot 10^{-6} \frac{kgfsec.}{m^2}$

Formule 4 wordt dus:

$$10^{-6} \cdot Re_d = \frac{v \cdot d \cdot \rho_0}{1,83} \quad 5.$$

Ten aanzien van het gewichtstransport w geldt:

$$w = \rho_0 \cdot v \cdot A_0 \cdot g \quad 6.$$

Combinatie van 5 en 6, tesamen met $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$ levert op:

$$10^{-6} Re_d = \frac{w \cdot d}{1,83 \cdot 9,81 \cdot A_0} \quad 7.$$

Het verband tussen Ma_m en w is bekend. Re_d is dus vastgelegd als functie van Ma_m . Door middel van de formules 1, 2 en 3 is de weerstandscoefficiënt k te bepalen als functie van Ma_m .

De berekeningen leiden tot de resultaten uit tabel 4.

Tenslotte volgt in tabel 5 een overzicht van de maximaal toelaatbare stuwdrukken op de gazen berekend m.b.v. de veronderstelling $c = 1$ resp. de vergelijking

$$c = 6,5 \left(\frac{Re}{\beta} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

Voor de maximaal toelaatbare drukval is die volgens 2.2.1. genomen.

6. Conclusies.

1. Gaas V heeft de laagste maximaal toelaatbare stuwdruk en is dus maatgevend.
2. Methode 2.2.1. geeft de laagste waarden van de drie gevolgde methodes.
3. De methodes 2.1. en 2.2.1. vertonen nagenoeg geen verschil in uitkomst.
4. De waarden verkregen volgens methode 2.2.2. liggen ongeveer 2 % boven die van methode 2.1. en 2.2.1.
5. De maximale doorbuiging is voor alle gazen gelijk.
6. De veronderstelling $c = 1$ is voor gaas V redelijk in overeenstemming met de berekeningen volgens de formules van Wieghard.
7. Voor de gazen I, II en III en IV is de veronderstelling $c = 1$ aan de veilige kant.
8. Uit de berekeningen volgt, dat het mogelijk is gazen van gelijke sterkte te maken, indien de gaasdiameter en het aantal mazen per meter juist worden gekozen.

7: Literatuur.

1. Hartog, J.P. den : Mechanics
Uitgave: Dover Publications Inc.
New York, 1948.
2. Föppl, A. : Vorlesungen über Technische Mechanik
(zweiter Band - Grafische Statik)
5^e druk.
Uitgave: B.G. Teubner Leipzig - Berlin
Jaar: 1920.
3. Wieghard, K.E.G. : On the resistance of screens.
Aer. Quart. Vol. IV febr. 1953.
4. Boeker, J. : Persluchtinstallatie laboratorium voor
hoge snelheden; rapport VTH 134

Gaasnummer	d mm	l mm	n aantal mazen per m.
I en II	0,4	400	787
III en IV	0,2	400	944
V	0,1	400	1182
Veronderstelde materiaal soort: fosforbrons $\sigma_{0,2} = 50 \text{ kgf/mm}^2$ $E = 12000 \text{ kgf/mm}^2$			

Tabel 1: Gegevens van de gazen

Methode	I en II		III en IV		V	
	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²	f mm.	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²	f mm.	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²	f mm.
2.1	804	31,65	739	31,63	487	31,65
2.2.1	798	31,63	732	31,63	484	31,63
2.2.2	818	31,63	-	-	-	-

Tabel 2 : De maximaal toelaatbare stuwdrukken en doorbuigingen voor de diverse gazen volgens de methoden 2.1, 2.2.1 en 2.2.2.

Ma_m	$\frac{w}{p_o}$	v_o	$\overline{p_o}$	$\overline{p_o}$
	kgf/sek ata	m/sek	kgfsek ² /m ⁴	ata
0,6	14,330	18,63	2,80	22,85
0,8	19,450	25,27	1,52	12,41
1,0	16,900	21,95	2,01	16,40
1,5	14,265	18,53	2,82	23,03
2,0	9,909	12,89	5,77	47,17
2,5	6,310	8,20	14,42	116,40
3,0	3,894	5,06	37,63	307,02
3,5	2,427	3,14	98,22	802,00
4,0	1,538	2,00	242,00	1975,00
4,2	1,298	1,69	338,87	2767,00

Tabel 3: De maximaal toelaatbare suskamerdruk als functie van het getal van Mach in de meetplaats.

Gaasno.: I en II

Ma_m	w kgf/sek	Re_d	c	k
1,5	23,60	822	0,537	1,300
2,0	21,14	737	0,560	1,356
3,0	18,25	635	0,587	1,410
4,0	17,05	593	0,604	1,463

Gaasno. : III en IV

Ma_m	w kgf/sek	Re_d	c	k
1,5	23,60	411	0,761	0,602
2,0	21,14	369	0,791	0,625
3,0	18,25	318	0,828	0,655
4,0	17,05	296	0,850	0,672

Gaasno.: V

Ma_m	w kgf/sek	Re_d	c	k
1,5	23,60	206	1,012	0,380
2,0	21,14	184	1,045	0,392
3,0	18,25	159	1,102	0,413
4,0	17,05	148	1,130	0,423

Tabel 4: De weerstandscoefficienten van de gazen als functie van het getal van Mach in de meetplaats.

$$c = 6,5 \left(\frac{Re}{\beta} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

	Gazen I en II			Gazen III en IV			Gaas V		
Ma_m	c	k	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²	c	k	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²	c	k	$\frac{1}{2} \rho v^2$ kgf/m ²
1,5	0,537	1,300	1488	0,761	0,602	962	1,012	0,380	478
2,0	0,560	1,356	1417	0,791	0,625	926	1,045	0,392	463
3,0	0,587	1,410	1372	0,828	0,655	883	1,102	0,413	438
4,0	0,604	1,463	1322	0,850	0,672	862	1,300	0,423	428
Benadering: C = 1									
-	1,000	2,42	798	1,000	0,790	732	1,000	0,375	484

Tabel 5: De maximaal toelaatbare stuwdruk op de gazen als functie van Ma_m berekend met de weerstandscoefficienten volgens de formule van Wieghard.

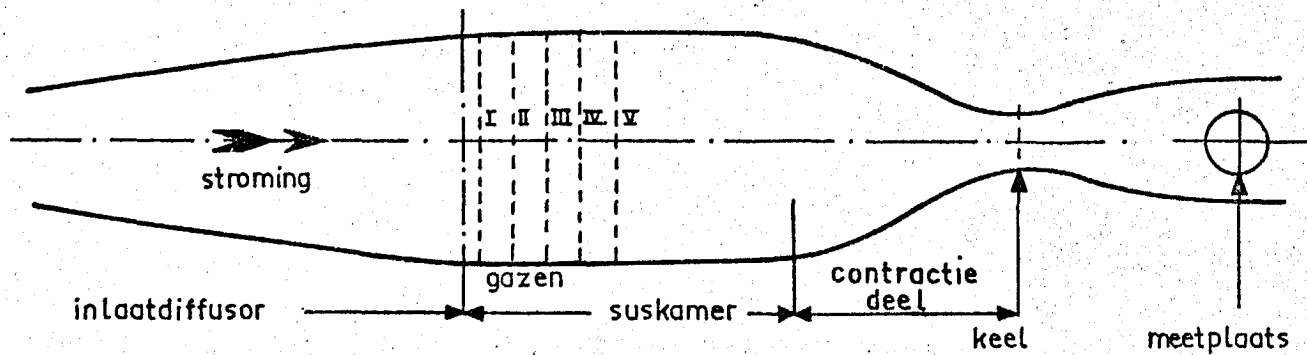


Fig. I: Schematische opstelling der gasen in de suskamer van de windtunnel.

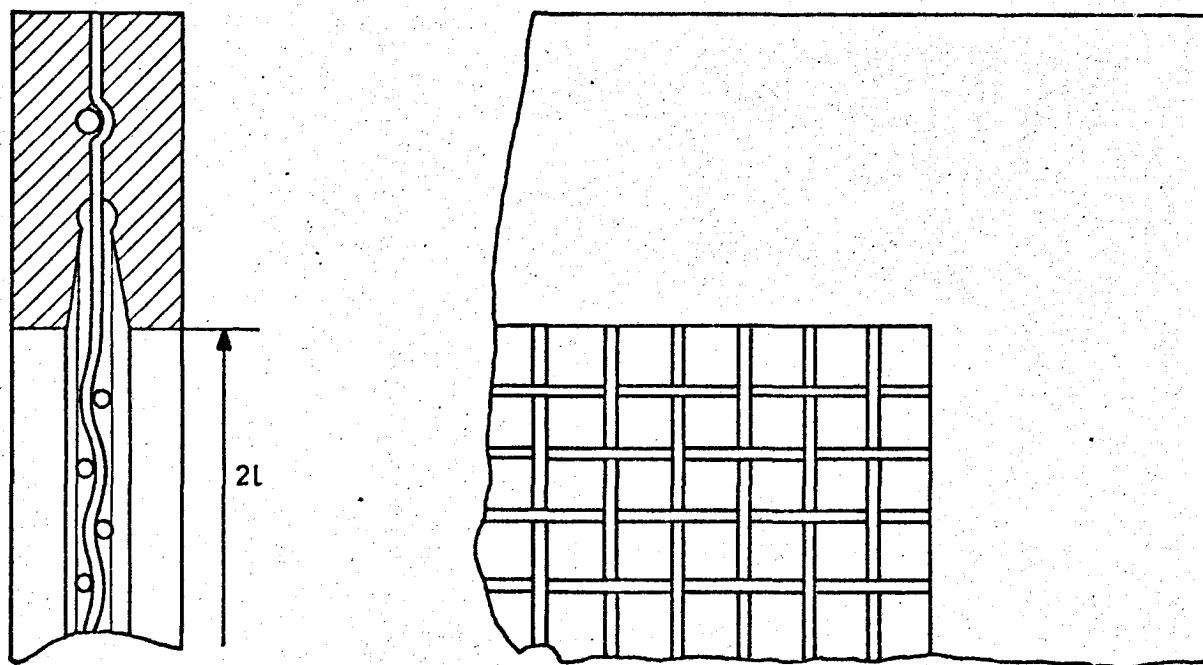


Fig. 2: De werkelijke constructie van een gaas.

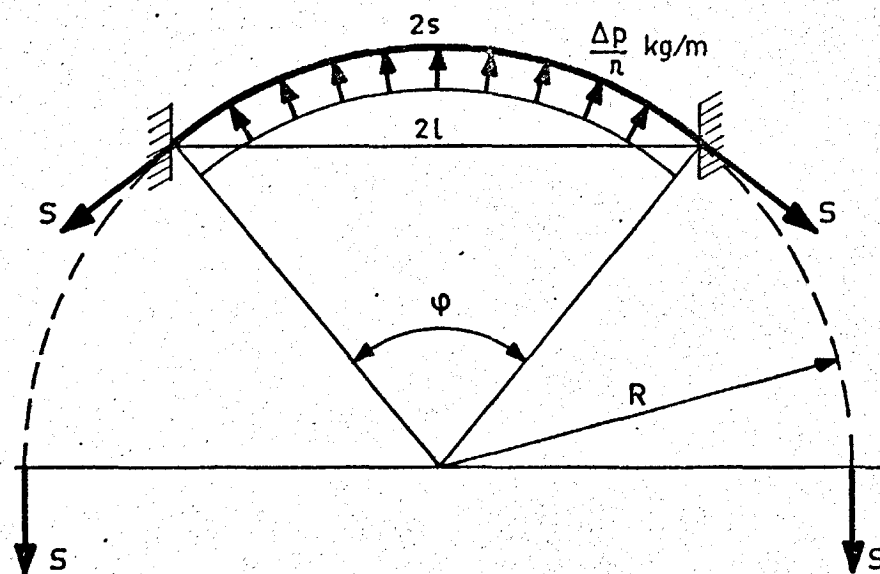


Fig.3: De belasting is gelijkmatig verdeeld over en staat loodrecht op het gaas.

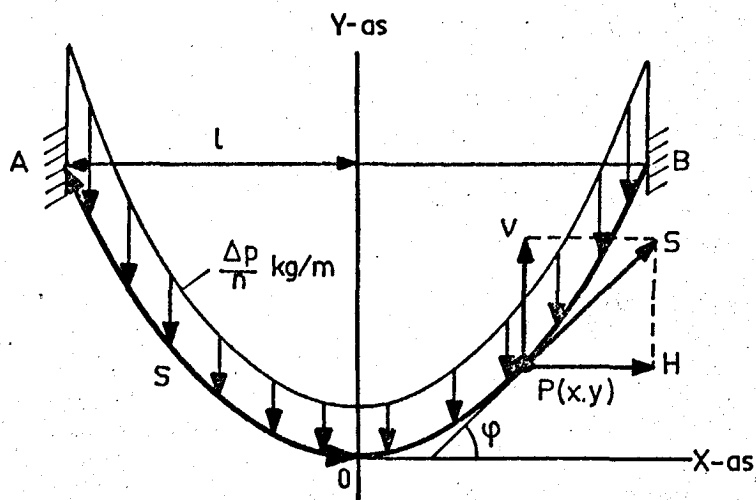


Fig.4: De belasting is evenwijdig aan de stroming. Het gas is parabolisch gebogen

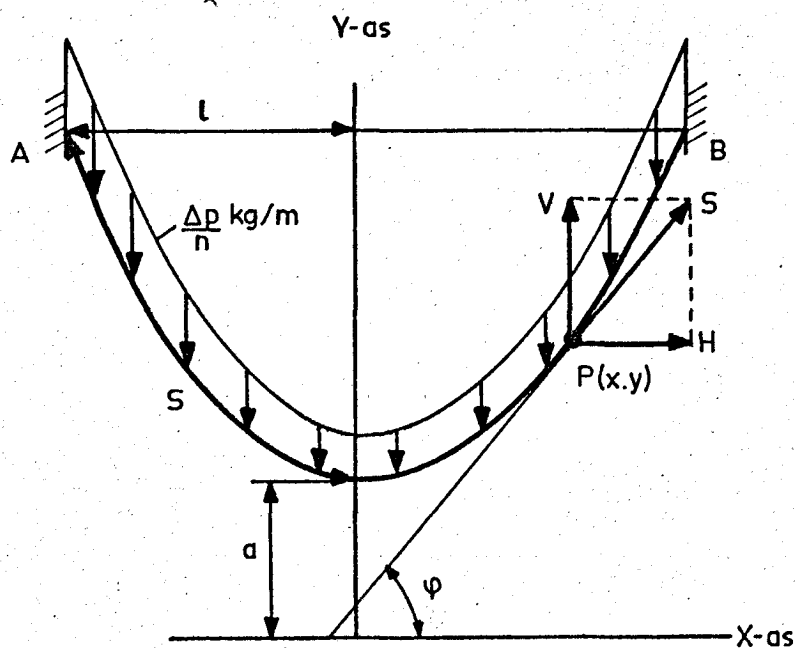


Fig. 5: De belasting is evenwijdig aan de stroming. Het gas is gebogen volgens een kettinglijn

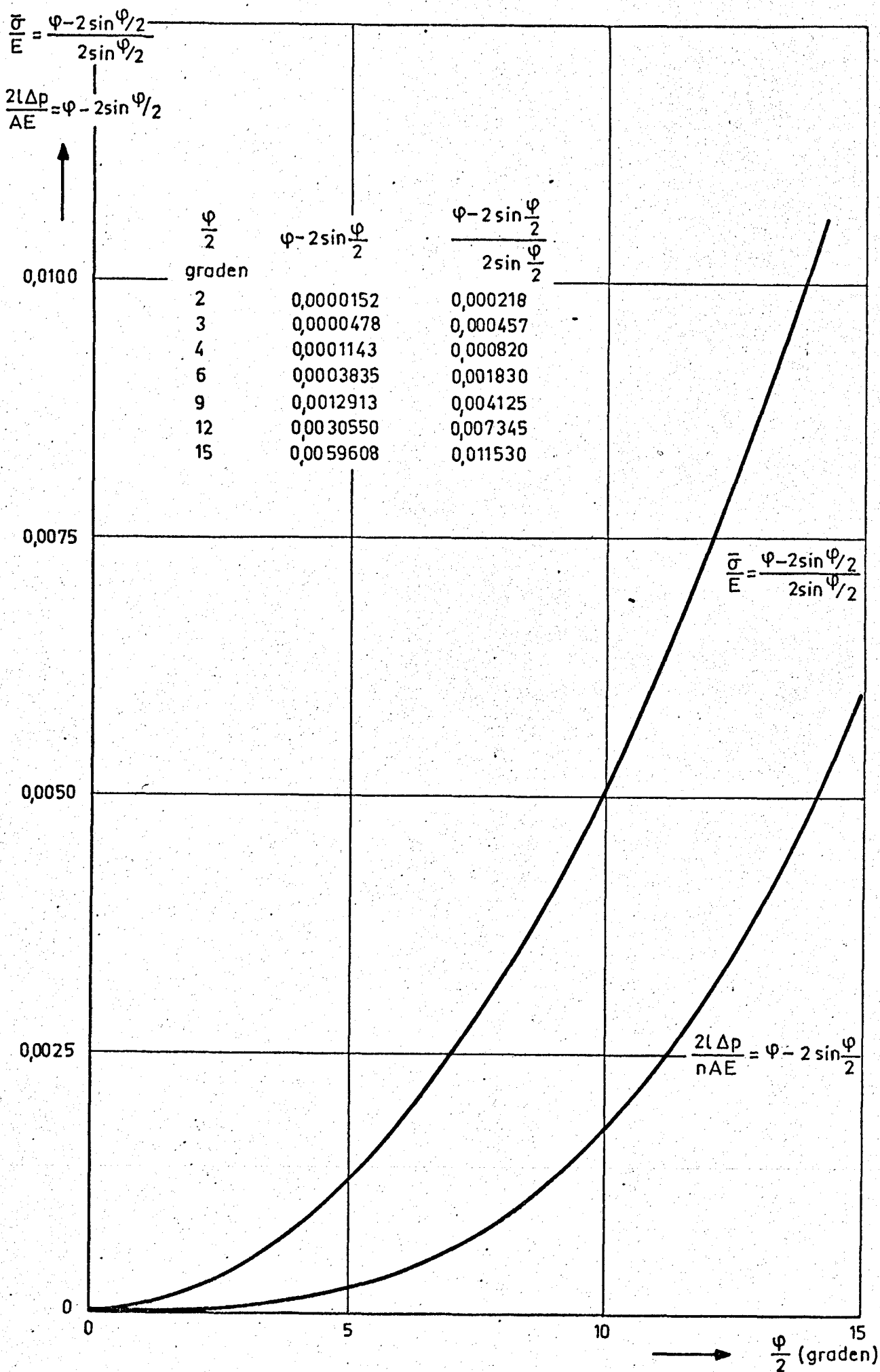


Fig.6: $\frac{\bar{\sigma}}{E}$ en $\frac{2l \Delta p}{AE}$ als functie van $\frac{\varphi}{2}$.

$\bar{S}$ in kgf



6,40

6,30

6,20

6,10

6,00

$\frac{l}{a}$

$\bar{S}$

0,155	6,0475
0,156	6,1290
0,157	6,2081
0,158	6,2880
0,159	6,3690
0,160	6,4498

0,154

0,155

0,156

0,157

0,158

0,159

0,160

$\frac{l}{a}$



Fig. 7: Het verband tussen de maximale trekkracht in een draad en de verhouding $\frac{l}{a}$ v.w.b. de gasen I en II

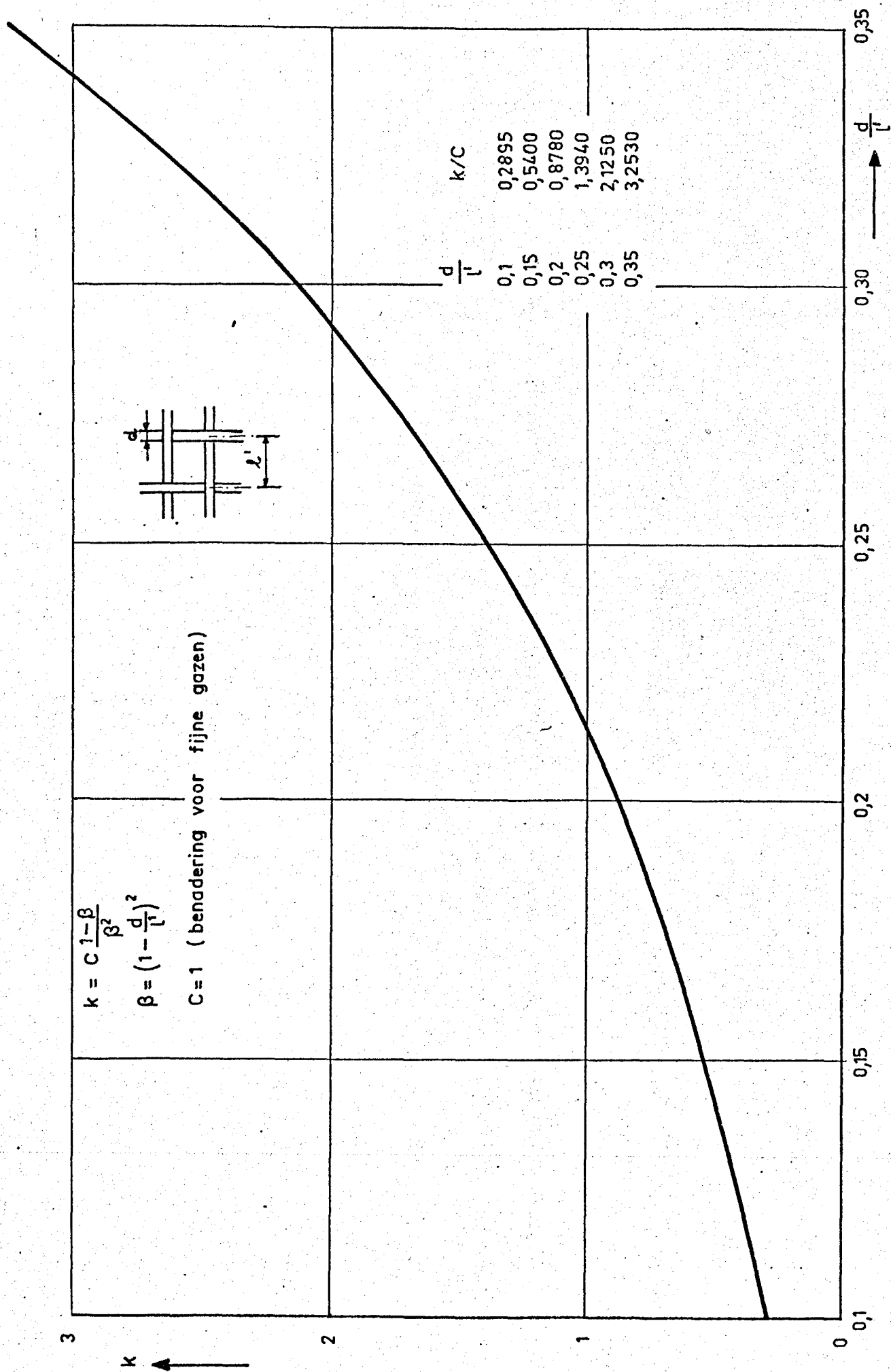


Fig.8: Het verband tussen de weerstandscoefficiënt k en $\frac{d}{l'}$.