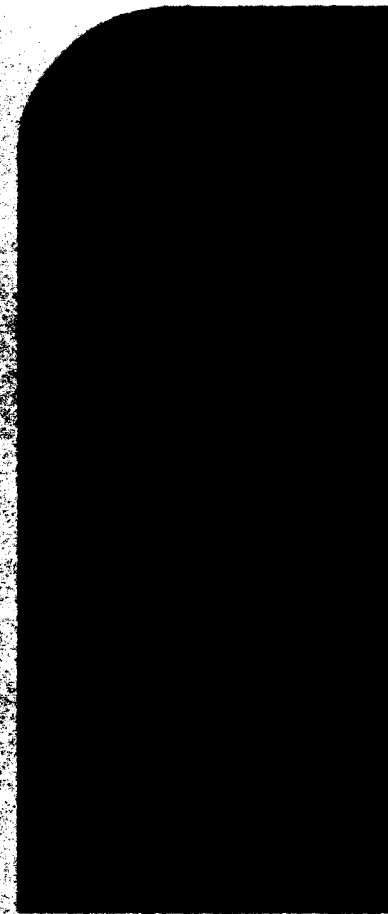
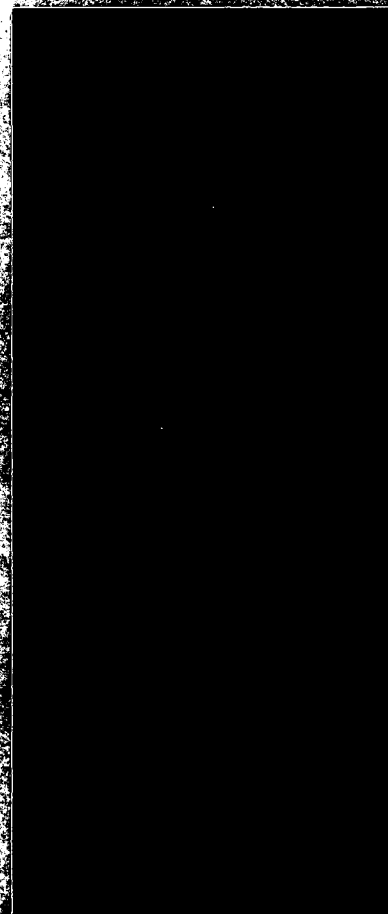
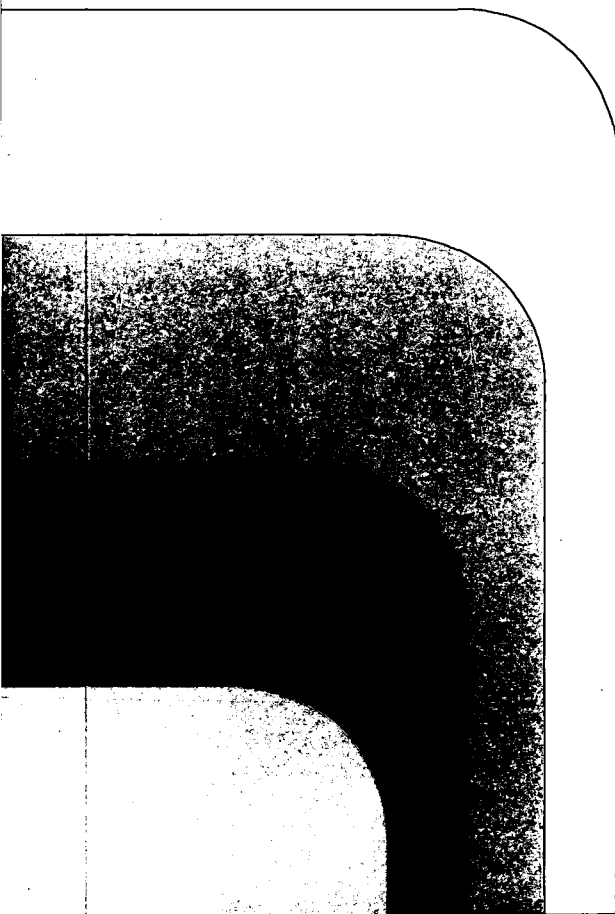


technische adviescommissie voor de waterkeringen



S-71.063

Zandmeevoerende wellen

Enkele beschouwingen bij een laboratoriumonderzoek naar het verschijnsel van zandmeevoerende wellen.

Centrum voor Onderzoek Waterkeringen
Ir. P. Aanen en ir. R.F.G.M. Zijlmans
Februari 1978

INHOUD

BLZ.

1. Inleiding	1
2. Probleem- en doelstelling	4
3. De theorie	7
3.1. Algemeen	7
3.2. Uittreeverhangen	8
3.3. Schalen	9
3.4. Geldigheid Darcy	10
4. De proeven	12
4.1. Korte beschrijving model en uitvoering proeven	12
4.2. Het proevenprogramma	13
4.3. De proefresultaten	14
5. Nadere beschouwing proefresultaten en evaluatie	16
5.1. Meetnauwkeurigheid	16
5.1.1. Homogeniteit zandbed	17
5.1.2. Debietmeting	20
5.1.3. Referentieniveau	22
5.2. Resultaten per zandsoort (klein model)	23
5.2.1. Laminaire stroming	24
5.2.2. Stijghoogte onder rand kleilaag	26
5.2.3. Stijghoogte onder kleilaag nabij rand	28
5.2.4. Totale verval	30
5.2.5. Totale debiet	31
5.2.6. Tijdsduur piping	32
5.3. Resultaten per zandsoort (groot model)	33
5.3.1. Laminaire stroming	33
5.3.2. Stijghoogte onder rand kleilaag	34
5.3.3. Stijghoogte onder kleilaag nabij rand	35
5.3.4. Totale verval	36
5.3.5. Totale debiet	37
5.3.6. Tijdsduur piping	37
5.4. Vergelijking resultaten bij verschillende zand- soorten	38
5.4.1. Stijghoogte onder rand kleilaag	39
5.4.2. Stijghoogte onder kleilaag nabij rand	40
5.4.3. Totale verval	41
5.4.4. Totale debiet	42

Vervolg :

<u>INHOUD</u>	<u>BLZ.</u>
5.4.5. Invloed korrelgrootte en korrelverdeling	43
5.4.6. Invloed hoek van inwendige wrijving	44
5.5. Relatie klein model/groot model	45
6. Invloed korrelspanningen	47
7. Samenvatting en conclusies	48
8. Litteratuur	54
9. Lijst van gebruikte symbolen	55

Appendix (Relatie modelonderzoek -prototype bij overeenkomstige randvoorwaarden)

Bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
1	Schema's evenwichtsrelaties -formules-	A4/78.056
2	Situaties prototype	A4/78.057
3	Proefopstelling van klein- en groot model	A4/78.058
4.1	Grondwaterstromingspatroon	A3/78.059
4.2	Detail grondwaterstromingspatroon	A4/78.060
5.1	Situatie stijghoogtewaarnemingen	A4/78.061
5.2	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, duinzand, klein model	A4/78.062
5.3	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, duinzand, groot model	A4/78.063
5.4	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, strandzand, klein model	A4/78.064
5.5	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, strandzand, groot model	A4/78.065
5.6	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, hoge belasting, klein model	A4/78.066
5.7	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, rivierzand ongezeefd, klein model	A4/78.067
5.8	Grafiek stijghoogtewaarnemingen, rivierzand gezeefd, klein model	A4/78.068
6	Grafiek verband H-welvorming en H-piping	A4/78.069
7	Tabel specificaties zandsoorten	A4/78.070
8.1	Korrelverdelingsdiagram duinzand	A4/78.071
8.2	Grafiek doorlatendheid duinzand	A4/78.072
9.1	Korrelverdelingsdiagram strandzand	A4/78.073
9.2	Grafiek doorlatendheid strandzand	A4/78.074
10.1	Korrelverdelingsdiagram rivierzand ongezeefd	A4/78.075
10.2	Grafiek doorlatendheid rivierzand ongezeefd	A4/78.076
11.1	Korrelverdelingsdiagram rivierzand gezeefd	A4/78.077

Vervolg bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
11.2	Grafiek doorlatendheid	A4/78.078
12	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, duinzand, klein model	A4/78.079
13.1	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, strandzand, klein model	A4/78.080
13.2	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, strandzand, hoge belasting, klein model	A4/78.081
14	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, rivierzand, ongezeefd, klein model	A4/78.082
15	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, rivierzand,gezeefd, klein model	A4/78.083
16	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, duinzand, groot model	A4/78.084
17	Tabel waarnemingen debiet van de bak en totaal verval, strandzand, groot model	A4/78.085
18.1	Grafiek waarnemingen totaal verval bij welvorming, klein model	A4/78.090
18.2	Grafiek waarnemingen totaal verval bij welvorming, groot model	A4/78.091
19.1	Grafiek waarnemingen totaal verval bij piping, klein model	A4/78.092
19.2	Grafiek waarnemingen totaal verval bij piping, groot model	A4/78.093
20.1	Grafiek waarnemingen debiet bij welvorming, klein model	A4/78.086
20.2	Grafiek waarnemingen debiet bij welvorming, groot model	A4/78.087
21.1	Grafiek waarnemingen debiet bij piping, klein model	A4/78.088
21.2	Grafiek waarnemingen debiet bij piping, groot model	A4/78.089

Vervolg bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
22.1	Grafiek verband H_x en totaal verval, duinzand klein model	A2/78.094
22.2	Grafiek verband H_x en totaal verval, strandzand klein model	A2/78.095
22.3	Grafiek verband H_x en totaal verval, strandzand, hoge belasting, klein model	A2/78.096
22.4	Grafiek verband H_x en totaal verval, rivierzand ongezeefd, klein model	A2/78.097
22.5	Grafiek verband H_x en totaal verval, rivierzand gezeefd, klein model	A2/78.098
22.6	Grafiek verband H_x en totaal verval, duinzand, groot model	2x4Z/78.099
22.7	Grafiek verband H_x en totaal verval, strandzand, groot model	2x4Z/78.100
23.1	Grafiek verband debiet en totaal verval, duinzand, klein model	A3/78.101
23.2	Grafiek verband debiet en totaal verval, strandzand, klein model	A3/78.102
23.3	Grafiek verband debiet en totaal verval, strandzand, hoge belasting, klein model	A3/78.103
23.4	Grafiek verband debiet en totaal verval, rivierzand, ongezeefd, klein model	2x2Z/78.104
23.5	Grafiek verband debiet en totaal verval, rivierzand, gezeefd, klein model	A3/78.105
23.6	Grafiek verband debiet en totaal verval, duinzand, groot model	3Z/78.106
23.7	Grafiek verband debiet en totaal verval, strandzand, groot model	A3/78.107
24.1	Tabel correctie referentienivo, duinzand, klein model	A4/78.108
24.2	Tabel correctie referentienivo, strandzand, klein model	A4/78.111

Vervolg bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
24.3	Tabel correctie referentienivo, strandzand, hoge belasting, klein model	A4/78.112
24.4	Tabel correctie referentienivo, rivierzand, ongezeefd, klein model	A4/78.109
24.5	Tabel correctie referentienivo, rivierzand, gezeefd, klein model	A4/78.110
24.6	Tabel correctie referentienivo, duinzand, groot model	A4/78.113
24.7	Tabel correctie referentienivo, strandzand, groot model	A4/78.114
25.1	Grafiek stijghoogte onder rand kleilaag bij welvorming, klein model	A4/78.115
25.2	Grafiek stijghoogte onder rand kleilaag bij piping, klein model	A4/78.116
26	Invloed doorlatendheid (dichtheid) - formules-	A4/78.117
27.1	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, duinzand, klein model, welvorming	A4/78.118
27.2	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, strandzand, klein model, welvorming	A4/78.121
27.3	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, strandzand, hoge belasting, klein model, welvorming	A4/78.122
27.4	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, rivierzand, ongezeefd, klein model, welvorming	A4/78.119
27.5	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, rivierzand, gezeefd, klein model, welvorming	A4/78.120
27.6	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, duinzand, klein model, piping	A4/78.123
27.7	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, strandzand, klein model, piping	A4/78.126
27.8	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, strandzand, hoge belasting, klein model, piping	A4/78.127

Vervolg bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
27.9	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, rivierzand, ongezeefd, klein model, piping	A4/78.124
27.10	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, rivierzand, gezeefd, klein model, piping	A4/78.125
28.1	Grafiek totale verval bij piping, klein model	A4/78.128
28.2	Grafiek totale verval bij welvorming, klein model	A4/78.129
29.1	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, duinzand, klein model	A4/78.130
29.2	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, strandzand, klein model	A4/78.131
29.3	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, strandzand, hoge belasting, klein model	A4/78.132
29.4	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, rivierzand, ongezeefd, klein model	A4/78.133
29.5	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, rivierzand, gezeefd, klein model	A4/78.134
30.1	Tabel tijdsduur piping	A4/78.135
30.2	Tabel gemiddelde tijdsduur piping	A4/78.136
31.1	Tabel stijghoogte onder rand kleilaag, duinzand, groot model	A4/78.138
31.2	Tabel stijghoogte onder rand kleilaag, strandzand, groot model	A4/78.137
32	Tabel stijghoogte onder rand kleilaag, groot model	A4/78.139
33.1	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, strandzand, groot model	A4/78.141
33.2	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand, duinzand, groot model	A4/78.140
34	Grafiek totale verval bij piping, groot model	A4/78.142

Vervolg bijlagenlijst behorende bij nota S-71.063

<u>Bijlage</u>	<u>Omschrijving</u>	<u>form./tek.nr.</u>
35.1	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, duinzand, groot model	A4/78.143
35.2	Tabel totaal debiet bij welvorming en piping, strandzand, groot model	A4/78.144
36	Tabel stijghoogte onder kleilaag nabij rand	A4/78.145
37	Tabel gemiddeld totaal verval bij welvorming en piping	A4/78.146
38	Tabel gemiddeld totaal debiet bij welvorming en piping	A4/78.147
39.1	Tabel schaalfactor van verval bij piping	A4/78.149
39.2	Tabel schaalfactor van verval bij welvorming	A4/78.148
40.1	Tabel invloed korrelspanningen	A4/78.150
40.2	Tabel invloed korrelspanningen	A4/78.153

1. Inleiding

De bandijken langs de grote rivieren in Nederland zijn of worden in de komende jaren onderzocht op hun vermogen hoge waterstanden te keren. Er wordt daarbij onder meer gekeken naar de stabiliteit van de dijk en zonodig worden verbeteringen aangebracht.

Bij de stabiliteitsbeschouwing wordt niet alleen gelet op de veiligheid tegen afschuiven van binnen- en buitentalud, maar wordt ook aandacht besteed aan de gevaren van interne erosie. Bij deze laatste vorm van aantasting van de dijken wordt materiaal (zand) uit de ondergrond geërodeerd. Door verplaatsing (afvoer) van het zand kan de dijk worden ondermijnd. Verzakking van de dijk en doorbraak kunnen het gevolg zijn. Het geërodeerde zand treedt met het kwelwater meestal geconcentreerd in zogenaamde zandmeevoerende wellen aan het oppervlak. Deze wellen zijn dus te zien als het uiterlijke kenmerk van een in de ondergrond optredend erosieproces.

Bij de voorbereiding van de rivierdijkverbeteringen werd het duidelijk dat ten aanzien van de aspecten zandmeevoerende wellen en (de daaraan gekoppelde) interne erosie (piping) onvoldoende kennis bestond.

In de huidige praktijk wordt gewerkt met ontwerpcriteria die, naar de mening van velen, onder sommige omstandigheden leiden tot onbevredigende dijkverzwaringen. In elk geval moet worden geconstateerd dat het nauwelijks mogelijk is de mate van beveiliging kwantitatief uit te drukken in b.v. een doorbraakkans van de dijk.

De thans gebruikelijke criteria zijn bijeengebracht in (1)*. Het gebrek aan enigszins nauwkeurige ontwerpregels leidt gemakkelijk tot verbeteringsplannen die t.a.v. het aspect van de zandmeevoerende wellen "voor het gevoel" veilig zijn, d.w.z. niet al te krap werden gedimensioneerd. Hoewel niet geheel bevredigend kan er voorlopig, bij gebrek aan beter mee worden gewerkt. Onderzoek zou echter wel op zijn plaats zijn.

De allerwege ondervonden weerstanden tegen het uitvoeren van dijkverbeteringen, die op een meer robuuste wijze worden ontworpen, noodzaakt des te meer tot een verbeterde aanpak van het probleem van de interne erosie te komen.

* De getallen tussen () verwijzen naar de literatuurlijst.

Het accent van het onderzoek dient gelegd te worden op een herziening van de ontwerpregels voor de meer traditionele dijkverbeteringen, waarbij de dijk in hoofdzaak uit aarde (klei en zand) wordt opgebouwd. Ook met het oog op de beoordeling van bestaande waterkeringen is dit van groot belang.

Het pipingonderzoek beoogt dan ook het verbeteren van de huidige ontwerpregels. Dit is enerzijds getracht door te proberen meer inzicht te verkrijgen in de optredende processen bij interne erosie en door na te gaan welke parameters voor het proces van wezenlijk belang zijn.

Anderzijds is getracht in onderzoeksresultaten uit het laboratorium een trend te onderkennen, waardoor extrapolatie naar de werkelijkheid mogelijk zou kunnen zijn.

Het onderzoeksveld is ingeperkt tot de belangrijkste praktische problemen. Uit de literatuur blijkt dat een aantal van elkaar te onderscheiden processen van interne erosie bekend zijn, afhankelijk van de gesteldheid van de bodem. Voor de Nederlandse omstandigheden is interne erosie van en in een homogene zandgrond, waarbij reeds vanaf het begin van het erosieproces het korrel skelet wordt aangetast, van het meeste belang.

Het onderzoek tot nu toe bestaat uit een literatuuronderzoek en een bij het Laboratorium voor Grondmechanica uitgevoerde serie modelproeven. Tevens werden tijdens de hoogwaterperiode van begin 1977 prototype-opnamen verricht aan enkele wellen. De resultaten van het laboratoriumonderzoek op een viertal zandsoorten zijn in afzonderlijke LGM-rapporten neergelegd (rapportenserie CO-220880). Tevens werd een eerste evaluatie van de resultaten gepresenteerd in het LGM-rapport CO-220881. Het voorliggende rapport geeft een samenvatting van de tot nu toe verkregen resultaten bij de oplossing van het piping-vraagstuk aan de hand van de thans verrichte proeven.

Daartoe zal het verschijnsel piping bij rivierdijken worden herleid tot de schematisatie in de modelproef. Daarna zal het bij het model behorende theoretische patroon van grondwaterstroming in het kort worden uitgewerkt.

Na het aangeven van het proevenprogramma en een korte beschrijving van het verloop van de proeven zullen de proefresultaten

in hoofdlijnen worden gepresenteerd.

Tevens zullen voor zover mogelijk enkele voorlopige conclusies t.a.v. het verschijnsel piping worden gepresenteerd. Enerzijds kan dit bijdragen tot een gedachtebepaling t.a.v. de lijn voor voortgezet onderzoek, anderzijds zal er tevens mogelijk enige betekenis aan kunnen worden gehecht, met name voor de ontwerpregels voor waterkeringen.

De in dit rapport gebruikte symbolen zijn op blz. 55 verzameld en verklaard.

2. Probleem- en doelstelling

Interne erosie is in feite een verplaatsing van gronddeeltjes (zandkorrels). Beweging van de korrels zal slechts ontstaan als de krachten die verplaatsing van de deeltjes willen tegengaan worden overtroffen door de "aandrijvende" krachten.

In fundamentele beschouwingen over interne erosie zal derhalve de bepaling van krachten op de zandkorrels een grote rol spelen.

Voor enkele eenvoudige schematisaties kunnen de evenwichtsrelaties gemakkelijk worden bepaald:

Voor het geval van een verticale grondwaterbeweging geldt:

$$i_{kr} = \frac{\gamma_g - \gamma_w}{\gamma_w} \quad \text{of} \quad i_{kr} = \frac{(\gamma_k - \gamma_w)}{\gamma_w} (1-n) \quad (\text{zie bijlage 1})$$

In het geval van een horizontale stroming geldt onder de aanname dat de korrels horizontaal verplaatsen en dat de wrijving tussen korrels en horizontale vlak de enige weerstandskracht is:

$$i_{kr} = \frac{(\gamma_g - \gamma_w)}{\gamma_w} \text{tg}\phi' \quad (\text{zie bijlage 1})$$

In het algemeen zal zich in werkelijkheid (in praktische problemen) een meer willekeurig gerichte grondwaterstroming voordoen en zullen de "aandrijvende" krachten niet zo eenvoudig te bepalen zijn. Bovendien zullen de "vasthoudkrachten" in werkelijkheid door tal van factoren worden beïnvloed. Toepassing van de boven aangegeven relaties voor kritieke verhangen zal voor de praktische problemen doorgaans niet mogelijk zijn. Hooguit geven deze relaties nu een indruk van de grootheden die bij een willekeurig probleem een rol kunnen spelen.

Behalve het kritieke verhang lijkt onder sommige omstandigheden de grootte van de stroomsnelheid van het water van belang. Dit kan worden geïllustreerd bij een verticale stroming door zand. Bij het bereiken van de kritieke gradiënt zal het evenwicht in het zand wel kunnen worden verstoord, maar van een doorgaande erosie, d.i. het wegvoeren van het zand, behoeft nog geen sprake te zijn. Dit laatste zal vooral afhangen van de condities van de stroming boven het zandbed. De valsnelheid

van de zandkorrels in het water in relatie tot de stroomsnelheid van het water, is hierbij vanzelfsprekend van belang. Een en ander is herhaalde malen met proeven aangetoond. Samengevat kan worden gesteld dat bij interne erosie doorgaans een tweetal facetten te onderscheiden zijn:

- a) het "loswerken" van korrels uit het zandmassief
- b) het transport (het wegvoeren) van de losgewerkte korrels.

Ook uit de prototype waarnemingen (2) bleek dat beide facetten een invloed hebben op het erosieproces. Het verschijnsel van zandmeevoerende wellen, zoals dat bij hoge rivierstanden in Nederland in het gebied juist achter de dijken wordt aangetroffen, kan in hoofdlijnen worden onderscheiden naar een tweetal bodemtypen. Ten eerste komen wellen voor op plaatsen, waar de watervoerende zandlaag over een min of meer grote oppervlakte niet is afgedekt door samenhangende grondlagen. Dit kan zich voordoen bij zulke geologische afzettingen of ontstaan zijn door latere ontgravingen (afgravingen t.b.v. kleiwinning, watergangen e.d.). Verwezen wordt naar geval A op bijlage 2. Daarnaast worden wellen aangetroffen in gebieden waar de zandondergrond wel is afgedekt door een samenhangende kleilaag. Door een langs natuurlijke weg gevormde of kunstmatig aangebrachte min of meer verticale gang in dit samenhangende pakket kan in deze gevallen het uit de ondergrond geërodeerde zand naar boven gevoerd worden (geval B, bijlage 2). De wellen zijn wat verschijningsvorm betreft nogal verschillend (2). Het lijkt er echter op dat voor wat betreft het erosieproces een tamelijk grote overeenkomst bestaat. In beide gevallen is er namelijk, althans bij de gebruikelijke schematisatie van het probleem, op de plaats van erosie (dit is het "loswerken" van de zandkorrels) een singulier punt (zie bijlage 2). Op deze plaatsen in het grondwaterstromingsbeeld - waar een stroomlijn overgaat in een potentiaallijn - wordt het verhang theoretisch oneindig groot. Vanzelfsprekend voldoet de stroming op dergelijke plaatsen niet aan Darcy. Ook zullen de verhangen eindig zijn. Berekening van de werkelijke verhangen is echter niet (goed) mogelijk.

Dit vormt een ernstige handicap voor het langs mathematische weg benaderen van het pipingproces.

In het kader van het pipingonderzoek werd daarom besloten tot het bouwen van een model met daarin een dergelijk "moeilijk" punt, zodat proefondervindelijk het evenwicht of evenwichtsverlies kon worden vastgesteld bij stroming rond zo'n punt. In het modelonderzoek zou dan tevens de invloed van enkele variabelen (zoals zandsoort, pakking e.d.) op dit evenwicht kunnen worden bepaald. Samengevat zijn de doelstellingen van het modelonderzoek:

- a) het bepalen van de grens van evenwicht van de zanddeeltjes nabij het singuliere punt;
- b) het bepalen van de invloed van enkele variabelen (zandsoort, pakking e.d.) op de grens van evenwicht;
- c) het vaststellen op welke manier deze evenwichtsgrens e n- duidig kan worden vastgelegd;
- d) het bepalen van de mogelijkheden om de laboratoriumresultaten naar het prototype te extrapoleren.

Besloten werd tot een inrichting van het "model", zoals op bijlage 3 is aangegeven. In principe bestaat de opstelling uit een rechthoekige bak gevuld met zand. Dit zand wordt gedeeltelijk afgedekt door een kunstmatig aangebrachte kleilaag. Aan de rand daarvan is op deze manier het singuliere punt " $i = \infty$ " gecreëerd.

De proeven werden verricht in een tweetal proefopstellingen, die onderling in hoogte en lengte een factor 3 verschilden. De proefresultaten uit beide modellen werden gebruikt bij het onderzoek t.b.v. de doelstellingen a t/m c.

De proefresultaten van beide modellen op eenzelfde zandsoort vormden tevens de basis voor beschouwingen ten behoeve van doelstelling d.

3. De theorie

Voordat de proeven en de resultaten van het onderzoek aan de orde komen is enige theoretische toelichting en achtergrondinformatie nuttig. Deze zal beknopt in deze paragraaf worden gepresenteerd.

3.1. Algemeen

De grondwaterstroming is het uitgangspunt voor de bepaling van de "aandrijvende" krachten bij het erosieproces.

Bij de op bijlage 3 aangegeven schematisatie van de modellen is bij de aanname van een homogene doorlatendheid van het zandpakket en onder toepassing van de wet van Darcy door Sellmeyer het grondwaterstromingspatroon berekend (zie (4)).

De begrenzingen aan de voor- en achterzijde van de modelbak zijn echter zover van de rand van de kleilaag verwijderd, dat de stroming zich nabij de rand van de kleilaag uitstekend laat beschrijven door de vergelijkingen, die behoren bij het geval van oneindig verwijderde begrenzingen (voor- en achterzijde van de bak).

Deze aanmerkelijk eenvoudiger te hanteren formules luiden (zie voor verklaring symbolen blz. 55 en (3)):

$$\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right) = \left\{ \left[\operatorname{sh}\left(\frac{\pi\phi}{2Q}\right) \cos\left(\frac{\pi\psi}{2Q}\right) \right]^2 + \left[\operatorname{ch}\left(\frac{\pi\phi}{2Q}\right) \sin\left(\frac{\pi\psi}{2Q}\right) \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi y}{2h}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi\psi}{2Q}\right) / \operatorname{th}\left(\frac{\pi\phi}{2Q}\right) \quad (\text{voor } b = 1, k = 1)$$

Hierbij is, behalve een homogene doorlatendheid van het zandpakket ook de geldigheid van Darcy verondersteld.

Op bijlage 4 is het bijbehorende grondwaterstromingspatroon weergegeven

Van enkele kenmerkende randen is hieronder de vergelijking expliciet gegeven. Zo zijn voor de bepaling van het evenwicht van de zandkorrels aan het vrije zandoppervlak de uit-treeverhangen van belang. Voor de berekening daarvan is de verdeling van het uittredende debiet van belang. Daarvoor geldt:

$$\phi = 0$$

$$\psi_x = \frac{2Q}{\pi} \arcsin \left[\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right) \right]$$

Aangezien het zwaartepunt van de potentiaalmetingen in het gebied $x > 0$ lag wordt tevens de vergelijking van de stroomlijn onder de kleilaag aangegeven. Daarvoor geldt:

$$\psi = Q$$

$$\phi_x = \frac{2Q}{\pi} \cdot \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right) \right]$$

Een globale indruk van de betrouwbaarheid van de schematisatie $-\infty \rightarrow x \rightarrow \infty$ kan worden verkregen door het gedeelte van de totale afvoer te bepalen dat voorbij $x = -2h$, dat is de plaats van de rand van de bak, wordt afgevoerd. Het blijkt dat $\psi_{x=-2h} = 0,028 Q$. Hieruit mag blijken dat de beschrijving van het potentiaalbeeld in het model met grenzen $-2h < x < 2h$ met het geval $-\infty < x < \infty$ een goede benadering is.

3.2. Uittreeverhangen

De uittreeverhangen, die zoals reeds opgemerkt van belang zijn bij de beoordeling van het evenwicht aan het vrije zandoppervlak, kunnen worden berekend uit:

$$i_{y(x)} = \frac{\delta\psi(x)}{\delta x} \quad \text{zodat:}$$

$$i_{y(x)} = \frac{Q}{h} \cdot \frac{\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}} \quad (\text{voor } b = 1, k = 1)$$

Het verloop van de verhanglijn is ingetekend op bijlage 4.1. Aangezien in het gebied juist achter de kleilaag de verhangen nogal snel blijken te wijzigen met de afstand, is voor het bepalen van de totale verticale kracht op een grondelementje met eindige afmetingen (b.v. een zandkorrel met diameter d) het gemiddelde verticale verhang interessant. Hiervoor kan worden afgeleid:

$$i_{y_{x \rightarrow x+d}} = \frac{\frac{2Q}{\pi} \operatorname{arcsin} \left[\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right) \right] \Big|_{x+d}}{d}$$

Het evenwicht van het zandkorreltje zal worden verbroken zodra $\bar{i}_y > i_{y\text{ kr}}$, waarin voor een vertikaal gerichte stroming voor

$$i_{y\text{ kr}} = \frac{\gamma_g - \gamma_w}{\gamma_w} \quad \text{kan worden gesteld.}$$

Als bij de proeven (en in werkelijkheid) blijvend voldaan wordt aan de uitgangspunten - zandpakket is homogeen en Darcy is geldig - dan kan op deze wijze bij benadering de grens van evenwicht worden bepaald.

3.3. Schalen

Een van de vragen bij het pipingonderzoek betrof de relatie tussen de resultaten in het model en de werkelijkheid.

In het onderzoek is daarom gebruik gemaakt van twee gelijkvormige modellen, die echter een factor 3 in afmetingen verschilden.

Bekend is dat het grondwaterstromingspatroon (bij een Darcy-stroming) in beide modellen geometrisch gelijkvormig is.

Dit houdt in dat bij een vergroting van het (totale) verval evenredig met de lengte (dus $n_{H_0} = n_L$) de verhangen op overeenkomstige plaatsen op beide schalen gelijk zijn

$$n_i = \frac{n_\phi}{n_L} = 1.$$

Bij het pipingonderzoek is bij de proeven in het grote model van hetzelfde zand gebruik gemaakt als in het kleine model.

Als wordt verondersteld, dat begin van piping gekoppeld is aan een (gemiddeld) vertikaal verhang over de ongunstigst gelegen zandkorrels - dat zijn dan de korrels juist achter de beëindiging van de kleilaag - dan is voor beide proevenseries het verhang op een vaste afstand juist

achter de rand van de kleilaag van belang. Deze afstand wordt dus niet geometrisch vergroot!

Immers in die zone, waarvan de breedte bepaald wordt door de afmetingen van de korrels, zal onafhankelijk van de schaal het evenwicht het eerst worden aangetast.

De relatie tussen de uittreeverhangen op bepaalde afstand $x=a$ van de kleilaag voor beide modellen kan nu worden bepaald door de relatie vast te leggen tussen de $i_{y_{x=a}}$ voor beide modellen.

Aangezien de grondwaterstromingspatronen gelijkvormig zijn kan dit ook worden gevonden uit de verhouding $i_{y_{x=a}}$ met $i_{y_{x=na}}$

in één model.

Op korte vaste afstand van de kleilaag ($x \ll h$) kan worden vastgesteld dat $n_i = \sqrt{n_L}$.

Bij de voorwaarde dat in beide modellen op de vaste afstand $x = a$ de uittreeverhangen gelijk moeten zijn, moet derhalve de verhouding van totale vervallen over de kleilaag een factor $\sqrt{n_L}$ zijn. Conclusie is dus: het totale verval H_0 neemt bij vergroting van de afmetingen van het model toe met de wortel uit de lengteschaal.

Overigens kan deze relatie ook eenvoudig worden afgeleid uit de formule voor de uittreeverhangen bij stroming door een halfoneindig massief. De grondwaterbeweging zal nabij de rand van de kleilaag goed worden benaderd met deze schematisatie.

Omdat in het model geen stijghoogten konden worden gemeten, aan de hand waarvan het uittreeverhang aan het vrije zandoppervlak nabij de rand van de kleilaag kon worden bepaald, is bij de omwerking van de resultaten ook gebruik gemaakt van het verhang onder de kleilaag. Dit verhang zal nabij de rand indirect een maat zijn voor het uittredende debiet juist achter de kleilaag. Als wordt verondersteld dat onder identieke omstandigheid van het zandbed (zandsoort, dichtheid) het overschrijden van een kritieke waarde van het verhang op een kleine, vaste afstand van de rand van de kleilaag tot piping leidt, kan worden afgeleid dat ook bij deze condities de schaal (hier gedefinieerd als de verhouding) van het totale verval over de kleilaag gelijk is aan de wortel uit de lengteschaal.

Voor een nadere uitwerking wordt verwezen naar de appendix.

3.4. Geldigheid Darcy

De evenredigheid van de filtersnelheid met het verhang (de wet van Darcy) is gekoppeld aan een laminaire stroming in de porieën. De beoordeling of een stroming laminair is, kan gebeuren door gebruik te maken van het getal van Reynolds.

Voor een laminaire grondwaterstroming moet gelden

$$Re (= qd/v) < 1 \text{ à } 10, \text{ waarin}$$

q = filtersnelheid

d = effectieve poriediameter

v = kinematische viscositeit

Bij toetsing van de gebruikte zandsorten bij de proeven blijken de kritieke snelheden bij de laagste grenswaarde voor Re en bij een temperatuur van ca. 20°C respectievelijk te zijn:

duinzand	$d_{50} = 190 \text{ } \mu\text{m}$	$q_{Re=1} = 0,032 \text{ m/s}$
strandzand	$d_{50} = 200 \text{ } \mu\text{m}$	$= 0,029 \text{ m/s}$
rivierzand	$d_{50} = 400 \text{ } \mu\text{m}$	$= 0,016 \text{ m/s}$
gezeefd rivierzand	$d_{50} = 365 \text{ } \mu\text{m}$	$= 0,019 \text{ m/s}$

Het gebied waarin de in 3.2. vastgestelde relatie tot een grotere snelheid leidt bedraagt ca. $-0,26 \text{ } \mu\text{m} < x < 0$ voor het duinzand tot ca. $-25,5 \text{ } \mu\text{m} < x < 0$ voor het rivierzand. Door een herverdeling van de Q die het gevolg is van de turbulente stroming bij kleinere $/x/$ zal het gebied in werkelijkheid groter zijn. Ook een geconstateerde wijziging in de dichtheid van het zand (vooral bij vaste initiële pakking) zal tot een herverdeling c.q. concentratie van het uittredend water leiden.

4. De proeven.

4.1. Korte beschrijving model en uitvoering proeven

De laboratoriumproeven werden uitgevoerd in een model met vorm en afmetingen zoals op bijlage 3 is aangegeven. De manier van aanbrengen van het zand en de afdekkende kleilaag is beschreven in de betreffende LGM-rapporten (zie (4)).

Opgemerkt wordt dat de aansluiting klei/zand door het toepassen van een kleicement tussenlaag als zeer goed kan worden beschouwd, zodanig dat initiële ruimten tussen kleilaag en zandbed niet werden aangetroffen.

Het zandbed werd doorstrómd met ontlucht water, dat aan de kopwand door een filter werd ingevoerd. Uitstroming vond plaats aan het vrije, horizontaal gelegen zandoppervlak. Het verval over de kleilaag werd gemeten als het verschil in de stijghoogte bij de instroming (juist na het filter) en de hoogte van het zandbed. Opgemerkt wordt dat er doorgaans bij de proeven een waterlaagje op het vrije zandoppervlak werd gevormd, waarvan de dikte 4 à 6 mm bedroeg.

Het verval over de kleilaag werd stapsgewijs opgevoerd tot een doorgaande erosiegeul werd gevormd. De stapgrootte werd aangepast aan de omstandigheden en werd geringer naarmate het te verwachten "kritieke" verval naderde.

De verschijnselen die zich juist achter de kleilaag bij het opvoeren van het verval achtereenvolgens voordeden, kunnen als volgt worden aangegeven. Bij het verhogen van het verval vindt, vooral bij de initiële-vaste pakking, een verlaging van de dichtheid van het zand plaats. Aan de hand van de stijghoogtewaarneming kon worden vastgesteld (zie bijlage 5) dat dit proces zich (nagenoeg) vanaf het begin van de proeven (met grotere dichtheid) voordeed. Ook visueel kon dit losser worden van de pakking in een verder gevorderd stadium worden opgemerkt.

Na een voldoende verhoging van het verval kon juist achter de kleilaag bij de proeven een eerste evenwichtsverlies worden opgemerkt, doordat één of enkele korreltjes in beweging kwamen. Het verval waarbij dit werd geconstateerd, wordt H_{w} welvorming (H_w) genoemd. Bij de meeste proeven in het kleine model kon het verval daarna nog aanmerkelijk worden ver-

hoogd, voordat de eerder genoemde doorgaande erosiegeul in het zandbed onder de kleilaag werd gevormd. Het bijbehorend verval wordt H_{piping} (H_p) genoemd. Opmerkelijk is de tendens in het verschil tussen de verhouding H_w/H_p voor het kleine model en het grote, vooral bij de lagere poriëngehalten (zie bijlage 6). Voor het grote model is in het merendeel van de gevallen $H_w \approx H_p$. Waarschijnlijk moet de oorzaak van het verschil worden gezocht in de afmetingen van de modellen. Het verhang aansluitend aan het kritieke punt waar piping begint (rand kleilaag) neemt in het grote model minder snel af dan in het kleine. Een kritieke situatie zal zich in het grote model als het ware over een grotere breedte "tegelijkertijd" voordoen. Tevens zal daardoor de afvoer per eenheid van breedte en dus de stroomsnelheid in het op het zandbed aanwezige waterlaagje op bepaalde afstand tot de rand van de kleilaag in het grote model groter zijn dan in het kleine model, zodat de zandkorrels na opwervelen sneller kunnen worden weggevoerd.

Na het bereiken van het kritieke verval (H_p) vindt erosie van zand uit de ondergrond plaats. De snelheid van de erosie neemt daarbij snel toe, naarmate de erosiegang zich meer in de richting van de instroomzijde ontwikkelt.

Tijdens de proef werden de stijghoogten op een groot aantal plaatsen in de wanden en op de bovenzijde van het zandpakket periodiek opgenomen. Tevens werd het totale debiet m.b.v. een electromagnetische debietmeter continu geregistreerd. De temperatuur van het water werd periodiek gemeten.

4.2. Het proevenprogramma

Bij het verrichten van de proeven stond mede voor ogen het theoretisch moeilijk in detail te bepalen mechanisme van het pipingproces proefondervindelijk vast te stellen. Daarbij lag het voor de hand de invloed van enkele parameters, die in de praktijk van belang zijn en waarvan ook op theoretische gronden het belang mocht worden verondersteld, proefondervindelijk te bepalen.

Besloten werd tot het uitvoeren van een vrij omvangrijk programma om de invloed van toevalligheden voor een goed deel "glad te strijken".

De navolgende zandsorten werden gebruikt bij het onderzoek in het kleine model:

- duinzand (voor specificaties wordt verwezen naar bijlage 7 en 8.1. en 8.2.)
- strandzand (bijlage 7 en 9.1. en 9.2.)
- rivierzand (bijlage 7 en 10.1. en 10.2.)
- gezeefd rivierzand (bijlage 7 en 11.1. en 11.2.)

Het duin- en strandzand blijken wat korrelverdelingsdiagram betreft nagenoeg gelijk. Een eventuele invloed van andere voor het pipingproces belangrijk kenmerkende eigenschappen kon daardoor worden bepaald. Het rivierzand is in verhouding tot duin- en strandzand veel grover en bovendien niet zo uniform van korrelsamenstelling. Hetzelfde zand, maar ontdaan van de grofste delen is eveneens beproefd (gezeefd rivierzand). De betreffende zandsorten zijn elk in een proevenserie onderzocht, waarbij de dichtheid werd gevarieerd. De kleinste dichtheid (dus het grootste poriëngehalte) bleef daarbij boven de zogenaamde natte kritieke dichtheid teneinde ongewenste complicaties bij de proeven te voorkomen. Daarnaast zijn enkele proeven uitgevoerd met een hogere belasting op de kleilaag teneinde de eventuele invloed daarvan op het verloop van het pipingproces vast te stellen.

Ter verificatie van de verwachtingen t.a.v. de "schaaleffecten" zijn in het grote model proeven verricht op duinzand en strandzand met dezelfde specificaties als voor het kleine model.

beoordeling van een eventueel tijdseffect d.w.z. een voortgaande ontwikkeling in het zand die op den duur tot een doorgaande erosie zou leiden bij een constant verval, werd in een aantal proeven het verval langere tijd constant gehouden. Het bleek echter dat een dergelijke ontwikkeling zich in de modellen niet voordeed.

4.3. De proefresultaten

De gegevens en meetresultaten van de proeven zijn in detail in de LGM-verslagen vastgelegd.

Een overzicht van de belangrijkste proefresultaten is in dit verslag opgenomen.

Dit betreft in de eerste plaats de maximaal bereikte vervallen H_p . Tevens de eventueel daaraan voorafgaande vervallen H_w waarbij welvorming optrad.

Ook zijn de totale debieten Q_p en Q_w opgenomen. Q_p is het totale debiet juist voordat de erosiegang zich begon te ontwikkelen. Q_w is het gemeten debiet op het moment van welvorming. Op grond van metingen in de modellen is de k-waarden van het zandbed per proef berekend.

De bovenstaande informatie is voor beide modellen per onderzochte zandsort op de volgende bijlagen gegroepeerd:

- duinzand klein model (bijlage 12.)
- strandzand klein model (bijlage 13.1. en 13.2.)
- rivierzand klein model (bijlage 14.)
- gezeefd rivierzand klein model (bijlage 15.)

- duinzand groot model (bijlage 16.)
- strandzand groot model (bijlage 17.).

In grafiekvorm is dit voor de onderscheiden gepresenteerde grootheden bijeengebracht op de volgende bijlagen:

H_w : bijlage 18.1. voor het kleine model en
18.2. voor het grote model

H_p : bijlage 19.1. voor het kleine model en
19.2. voor het grote model

Q_w : bijlage 20.1. voor het kleine model en
20.2. voor het grote model

Q_p : bijlage 21.1. voor het kleine model en
21.2 voor het grote model.

Uit een vergelijking van de uit de proeven berekende k-waarden t.o.v. de standaardmetingen op monsters in het laboratorium blijkt dat de eerste systematisch groter zijn. Naar de oorzaak hiervan wordt bij het LGM een onderzoek ingesteld.

5. Nadere beschouwing proefresultaten en evaluatie

Een nadere bewerking van de proefresultaten zou moeten leiden tot een duidelijk beeld van het pipingproces en dus tot conclusies ten aanzien van de veronderstelde evenwichtscriteria die aan het pipingproces ten grondslag zouden liggen. Ook als zou blijken dat nu nog niet een volledig gefundeerde uitspraak over het pipingproces en de vertaling daarvan in ontwerpregels voor rivierdijkverbeteringen mogelijk is, kunnen mogelijk wel tendenzen worden onderkend, die van nut kunnen zijn in de praktijk. Tevens moeten de resultaten van de bewerkingen een aanzet kunnen leveren voor een eventueel voortgezet onderzoek.

Als aanzet van de nadere uitwerking zal in de navolgende paragraaf (par. 5.1) globaal worden ingegaan op de meetnauwkeurigheid die bij de proeven kon worden bereikt. Daarna zullen een aantal specifieke aspecten aan de orde komen. Dit betreft een behandeling van de resultaten per zandsoort, zowel in het kleine als in het grote model (par. 5.2. en 5.3.), de beoordeling van de onderlinge relaties die mogelijk tussen de onderzochte zandsoorten bestaan (par. 5.4. en 5.5.) en de toetsing van de veronderstelde schaalrelatie (par. 5.6.). Bij de uitwerking van elk onderdeel zal zoveel mogelijk de verwachte theoretische uitslag worden getoetst aan de proefresultaten. Zonodig zullen bij het resultaat enkele kanttekeningen worden geplaatst.

5.1. Meetnauwkeurigheid

Het is een goede zaak om, voorafgaande aan de uitwerking van de proefresultaten, een indruk te hebben van de nauwkeurigheid van de metingen. Ondanks de grote zorgen die besteed zijn aan een goede en nauwgezette uitvoering van de proeven, zijn incidentele, minder nauwkeurige meetresultaten niet uit te sluiten. Dit zou dan kunnen leiden tot extra moeilijkheden bij de interpretatie.

5.1.1. Homogeniteit zandbed

Het zandbed werd zo goed mogelijk homogeen aangebracht m.b.v. een speciale strooier. Voor het verkrijgen van de gewenste dichtheid van het zand moesten echter in bepaalde gevallen vrij ruwe methoden (zie LGM-rapporten) worden toegepast. De daarmee bereikte homogeniteit kan nu vrij eenvoudig worden beoordeeld door vergelijking van de potentiaalbeelden onderling en met het theoretisch bepaalde patroon.

Eenvoudigheidshalve zal hier worden volstaan met een overzicht van de verhouding tussen de stijghoogte ongeveer halverwege de kleilaag en het totale verval. Voor het kleine model is gebruik gemaakt van de stijghoogte in de meetpunten 20 en 54. Uit de berekening van het grondwaterstromingspatroon volgens Darcy zou de potentiaalverhouding

$$\frac{H_0}{H_x} \approx 1,70 \text{ moeten zijn.}$$

$$H_x = 0,8h$$

Voor het grote model zijn de waarnemingen in de punten 58 en 70 gebruikt. Daar bedraagt de verhouding

$$\frac{H_0}{H_x} \approx 1,53.$$

$$H_x = 0,7h$$

Zoals reeds eerder opgemerkt vindt, vooral bij de grotere initiële dichtheden, een wijziging in het poriëngehalte plaats aan het eind van de kleilaag. Dit treedt vrijwel vanaf het begin van de proeven op. De relatie tussen de doorlatendheid van het zand en het poriëngehalte is niet lineair. De weerstand over dit gedeelte zal tijdens de proef bij toename van het verval afnemen. Dit zou dan tot uitdrukking moeten komen in een geleidelijk verloop in de genoemde verhouding H_0/H_x .

Op bijlagen 22.1 t/m 22.7 zijn de proefresultaten aangegeven. Tevens is de theoretisch (Darcy-stroming) te verwachten relatie ingetekend.

Hieruit blijkt dat:

- Bij duinzand en strandzand in het kleine model weinig spreiding voorkomt tussen de proeven met variërend

poriëngehalte. Vastgesteld kan worden dat het zandbed onafhankelijk van het gewenste poriëngehalte tamelijk homogeen kon worden aangebracht voor deze zandsorten. Bij het ongezeefde rivierzand en vooral bij het gezeefde rivierzand treden grotere afwijkingen op.

Er is evenwel geen relatie tot het poriëngehalte te herkennen. De afwijkingen lijken willekeurig. Verwacht moet worden dat de opbouw van een aantal proeven wat minder goed gelukt is.

Bij de proeven in het grote model zijn enkele uitschieters te constateren. De proeven duinzand 35% en strandzand 35% liggen wat buiten het patroon van de overige proeven.

- Bij een aantal proeven is de verhouding H_0/H_x min of meer duidelijk afwijkend van een rechte lijn. Dit wijst op een vermindering van de weerstand aan de rand van de kleilaag. Zo kan worden verwezen naar o.a. de waarnemingen in het kleine model bij duinzand 35,2% en 37%, strandzand 34% en 35% en gezeefd rivierzand 34%. Bij geringere dichtheden van het zandbed is de eventuele afwijking nauwelijks aantoonbaar. De mate, waarin de weerstand zich wijzigt, zal (vanzelfsprekend) afhangen van de initiële dichtheid.

Overigens moet worden opgemerkt dat het effect van het expanderen van het zand bij de beëindiging van de kleilaag, op de stijghoogten ongeveer halverwege het kleine model, nauwelijks waarneembaar is. De uittreeweerstand, dus zeker een geringe wijziging daarin, is niet groot ten opzichte van de totale weerstand.

De invloed is in het grote model in het geheel niet aantoonbaar.

- De op grond van een Darcy-stroming bepaalde verhouding sluit niet geheel aan bij de gemeten waarden. Bij alle zandsorten en zowel in het kleine als het grote model zijn de gemeten stijghoogten halverwege het model groter dan de berekende.

Een volkomen bevredigende verklaring kan hiervoor niet worden gegeven. Een deel van de afwijking wordt veroorzaakt door een met het verval in dikte toenemende waterschijf op het zandbed. Deze bedroeg evenwel nooit meer dan ca. 5 mm, zodat ook andere niet met zekerheid te achter-

halen factoren een rol hebben gespeeld.

Er zijn wel sterke aanwijzingen dat het zandbed nabij het instroomfilter in het algemeen wat minder dicht was.

5.1.2. Debietmeting

De totale hoeveelheid water waarmee het model wordt doorstroomd is afhankelijk van het potentiaalverschil (het verval) over de kleilaag en de totale weerstand in het zandbed.

Bij een gelijke geometrie (hoogte van het zandbed en lengte van de kleilaag), hetgeen bij de proeven werd nagestreefd, kan worden gesteld:

$$Q \text{ :: } H, k .$$

De doorlatendheidscoëfficiënt kan worden geschreven als $k = \kappa g/v$, waarin κ een "materiaalconstante" is voor de doorlatendheid van een zand met een bepaald poriëngehalte.

Per proef (één zandsoort, één initiële dichtheid) geldt dan:

$$Q \text{ :: } H, \frac{1}{v}$$

Bij constante temperatuur van het water, dus bij vaste kinematische viscositeit is dus Q evenredig met het verval H over de kleilaag.

Bij de proeven zou echter het onder 5.1.1. genoemde losser worden van de pakking tot uitdrukking kunnen komen door een geleidelijke afwijking in Q/H t.o.v. een rechte. Gezien de zeer geringe invloed die het bleek te hebben op de stijghoogtewaarnemingen ongeveer in het midden van de modellen, mag worden verwacht dat het effect op het debiet nauwelijks zal zijn te onderkennen.

Het verband tussen het debiet Q en het verval over de kleilaag is per zandsoort en per model op bijlagenserie 23.1. t/m 23.7. gepresenteerd. Het debiet is daarbij steeds, voorzover de temperatuur van het water bekend was, herleid tot de waarde bij $t = 20^{\circ}\text{C}$.

Het volgende valt op te merken:

- In een aantal gevallen is er een duidelijke, naar het laat aanzien willekeurige afwijking van een lineair verband, zelfs bij vervallen die ruim beneden het kritieke verval liggen. De oorzaak van deze afwijkingen moet waarschijnlijk in een wat minder nauwkeurige bepaling van het debiet

worden gezocht.

- Bij duinzand, 38, 40 en 40,9% klein model en bij strandzand, 35% groot model is de laatste debietmeting duidelijk beïnvloed door de reeds begonnen piping. Doordat de erosiegang in het zandbed reeds voor een deel was ontstaan, is het debiet duidelijk vergroot.

Het pipingdebiet Q_p bij deze proeven moet derhalve worden gecorrigeerd.

- Het ziet er naar uit dat bij enkele proeven van een nulfout in de debietmeter sprake is. Dit lijkt met name het geval bij duinzand 35,2% klein model, rivierzand gezeefd 34,9% klein model, strandzand 36,8 en 38% groot model. Dit aspect zou ook bij de interpretatie betrokken moeten worden.

- De door het laboratorium opgegeven poriëngehaltes werden door weging en meting van het volume bepaald. De onderlinge ligging van de lijnen Q/H geeft een indruk van de nauwkeurigheid van de bepaling van de dichtheid. Er bestaat een logaritmisch verband tussen n en de doorlatendheidscoëfficiënt. De gemeten debieten zullen dezelfde relatie moeten hebben voor elk willekeurig, maar voor alle proeven gelijk gekozen verval. Bij beschouwing van de resultaten blijkt, dat bij een aantal proeven tamelijk grote afwijkingen voorgekomen zijn. Zo vallen de lijnen voor rivierzand gezeefd klein model 37 en 38% samen, terwijl 35 en 35,9% onderling ook niet veel verschillen. Ook bij de proeven op rivierzand ongezeefd klein model is de onderlinge ligging van de lijnen zodanig dat voor een aantal proeven het poriëngehalte aanpassing behoeft.

In het grote model is voor het strandzand 34,4%, 35%, 36% en 37% een kanttekening op zijn plaats.

5.1.3. Referentieniveau

De hoogteligging van het vrije oppervlak van het zandbed is van belang als referentieniveau = nulniveau voor de stijghoogten.

Afwijkingen van het zandbed t.p.v. de rand van de kleilaag t.o.v. deze hoogte en de aanwezigheid van een eventueel waterlaagje hebben een relatief grote invloed op de gemeten potentialen nabij die rand.

Een nadere vaststelling van het nulniveau nabij de beëindiging van de kleilaag lijkt mogelijk aan de hand van stijghoogtewaarnemingen bij een gering verval in het gebied met het vrije zandoppervlak ($x < 0$) en op enige afstand van de kleilaag. Bij een verval van ca. 100 mm (doorgaans het kleinste verval waarbij de stijghoogten zijn gepresenteerd) zal in het kleine model de toename van de stijghoogte in de meetpunten 33 en 57 met $x = -100$ mm en $y = 475$ mm, ongeveer 3 mm zijn. Daarmee rekeninghoudend is het nulniveau t.o.v. $y = 500$ mm (de nagestreefde hoogte van het zandpakket) op bijlage 24.1 t/m 24.5 gegeven.

Voor het grote model is eenzelfde bewerking uitgevoerd voor de stijghoogte t.p.v. de meetpunten 89 en 100 met $x = -400$ en $y = 300$ mm. De bijdrage in de stijghoogte bedraagt ca. 1/20 van het verval over de kleilaag.

De correcties t.o.v. het nulniveau zijn op bijlage 24.6 en 24.7 aangegeven.

Uit de tabellen blijkt dat vooral voor het kleine model afwijkingen tot ruim 5 mm kunnen voorkomen. Opvallend is dat bij het merendeel van de proeven de stijghoogte in meetpunt 33 systematisch 2 à 3 mm hoger is dan in meetpunt 67.

Voor een juiste interpretatie zou de oorzaak van de afwijking, d.i. een waterlaagje op het zandbed of een te hoog niveau van het zandbed zelf, bekend moeten zijn. Dit is niet exact het geval. Wel is bekend dat er bij elke proef een waterlaagje aanwezig was.

Bij de verdere verwerking is er steeds vanuit gegaan dat de correctieterm in zijn geheel het gevolg is van het waterlaagje op het zandbed.

5.2. Resultaten per zandsort (klein model)

Bij de behandeling van de resultaten zullen eerst de meetgegevens per zandsort worden weergegeven.

Met name zal aandacht worden besteed aan de potentialen nabij de rand van de kleilaag.

Hieruit kunnen mogelijk aanwijzingen worden gevonden ten aanzien van het gebruik van een vervangende parameter (vervanging van het niet te meten uittreeverhang aan het vrije oppervlak) waarmee de "kritieke" situatie voldoende kan worden beschreven.

Het grondwaterstromingspatroon nabij die rand is immers bepalend voor het al of niet optreden van piping.

Ook zal worden nagegaan of het totale verval en/of debiet kan worden gebruikt om globaal het begin van piping aan te geven.

Door de wijzigingen in dichtheid bij de rand van de kleilaag kan het echter wel eens een wat te grove parameter blijken.

Overigens zal het aspect van de dichtheidsveranderingen ook bij de interpretatie van de metingen nabij de rand van de kleilaag moeten worden beschouwd. Tevens moet op een afwijking van het volgens Darcy bepaalde stromingspatroon worden gelet. Daarom zal per zandsort eerst de orde van grootte van de afstand $/x/$ worden aangegeven waarop de stroomsnelheid v wordt bereikt, die behoort bij de Reynolds-getallen $Re = 1$ en $Re = 10$ (de grenzen voor laminaire stroming). Daarna zal respectievelijk aandacht worden besteed aan de bij de proeven opgetreden verhangen en stroomsnelheden.

Het is met de bestaande meetgegevens niet goed mogelijk een absolute grootte voor enkele van de beschouwde parameters te bepalen. In die gevallen kan de onderlinge verhouding van de resultaten bij proeven met variërende initiële dichtheid mogelijk een indicatie geven van de bruikbaarheid van die parameter.

5.2.1. Laminaire stroming

Als wordt uitgegaan van de relatie

$$i_{y(x)} = \frac{Q}{k h b} \frac{\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}}$$

(wat dus in feite niet juist is) kan de uittreesnelheid worden bepaald op

$$v_{y(x)} = \frac{Q}{h b} \frac{\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}}$$

Bij de hoogte van het zandbed in het kleine model $h = 0,50$ m is voor $Re = 1$ resp. $Re = 10$ als grenswaarde voor de afzonderlijke proeven de afstand $/x/$ bepaald, waarbij de grensnelheid wordt bereikt (alles bij $t = 20^{\circ}C$).

Deze afstanden zijn vanzelfsprekend afhankelijk van het maximale debiet.

Hieronder volgt een overzicht van de grenzen van $/x/$ voor de proeven.

zandsoort	Re = 1		Re = 10	
	v_{grens} m/s	$/x/$ m	v_{grens} m/s	$/x/$ m
duinzand	0,032	2,4- 4,4.10 ⁻⁷	0,32	2,4- 4,5.10
strandzand	0,029	3,8-13,4.10 ⁻⁷	0,29	3,8-13,4.10
rivierzand	0,016	7,0-40,4.10 ⁻⁶	0,16	7,0-40,4.10
gezeefd rivierzand	0,019	4,6-11,2.10 ⁻⁶	0,19	4,6-11,2.10

Door concentratie van het debiet door het losser worden van de pakking en herverdeling van het debiet door turbulentie zal de afstand $/x/$, waarover Darcy niet geldig is, groter zijn.

Het is bekend, dat in het geval van toenemende v - waarvan in de proeven sprake is - de Re -waarde relatief groot kan zijn, voordat een beduidende afwijking van een laminaire stroming optreedt. Bij gebruik van de ondergrens $Re = 1$, i.p.v. een

hogere waarde zal dan de zone met turbulente stroming aan de ruime kant worden geschat.

Zelfs onder die aanname blijkt die zone zeer klein te zijn en zelfs beduidend geringer dan de d_{50} van het betreffende zand.

Hieruit zou de conclusie kunnen worden getrokken, dat het effect van turbulente stroming i.p.v. laminair, zoals in de berekening van het stroombeeld werd aangehouden, tamelijk gering zal zijn.

5.2.2. Stijghoogte onder rand kleilaag

In de directe nabijheid van de rand van de kleilaag - volgens de schematisatie 25 mm beneden het zandoppervlak loodrecht onder de rand - is de stijghoogte gemeten. Hoewel die plaats volkomen willekeurig gekozen is, lijkt het gebruik van de gemeten en op nulniveau gecorrigeerde stijghoogtewaarde (zie par. 5.1.3.) een goed uitgangspunt bij een eerste beoordeling van het evenwicht van de zanddeeltjes juist bij de kleilaag-beëindiging. Het is namelijk, gezien de (geringe) breedte van 15 à 20 mm van de visueel te herkennen geëxpandeerde zone niet waarschijnlijk dat op het niveau $y = h - 25$ mm nog verplaatsing van zand is opgetreden. De oorspronkelijke zandhoeveelheid boven dat punt blijft dus tijdens de proef dezelfde en dus ook het schijnbare gewicht. Dit betekent dat de $\Delta H_{\text{krit.}} = 25 \cdot \frac{(\gamma_g - \gamma_w)}{\gamma_w}$, althans bij de aan-

name van een verticale stroming en een homogene doorlatendheid per proef ongewijzigd blijft en alleen afhangt van het initiële poriëngehalte.

Op bijlage 25 zijn de grafieken gepresenteerd, waarin resp. de gemiddelde waarde van de gecorrigeerde stijghoogten voor de punten 29 en 63 zijn aangegeven in relatie tot het poriëngehalte. Dit is zowel gedaan bij het verval waarbij van een eerste welvorming sprake was (H_w), als bij het verval juist voordat piping optrad (H_p).

Op dezelfde bijlage is eveneens het theoretisch verband, geldig voor verticale stroming, ingetekend.

Het volgende kan, zowel voor de beelden bij H_w als H_p , worden opgemerkt:

- De tendens van afnemende maximaal bereikte stijghoogtewaarden in 29 en 63 bij toename van het poriëngehalte is duidelijk.

Met uitzondering van de proeven op strandzand is de afname sterker dan de theoretisch bepaalde bij verticale stroming.

- De grootte van de stijghoogte is bij de grotere dichtheden nagenoeg gelijk aan de berekende waarde bij verticale stroming. Bij geringere dichtheden is de gemeten stijghoogte

aanmerkelijk geringer dan de berekende.

- Er is een duidelijk verschil in bereikte stijghoogte voor de verschillende zandsoorten (zie ook par. 5.4.1.).

Een verklaring voor het verschil in ligging van de "kritieke" stijghoogten per zandsoort t.o.v. "theoretische" waarden bij verschillende n moet worden gezocht in de verandering van de dichtheid nabij de uitstroomopening. Bij een initieel grote dichtheid van het zandbed zal namelijk de verandering van de dichtheid over de hoogte (vanaf de meetdiepte op 25 mm beneden het oppervlak) groter zijn dan bij lossere pakkingen.

Hierdoor zal het poriëngehalte in het zand nabij het vrije oppervlak relatief meer toenemen naarmate de initiële dichtheid groter was. Een gevolg is dat, uitgaande van een gelijk kritiek uittreeverhang onafhankelijk van de initiële dichtheid, het totale benodigde verval - van 25 mm diepte tot het oppervlak - meer dan evenredig met de initiële dichtheden van het zandbed verloopt (zie bijlage 26 waarop dit schematisch is toegelicht).

5.2.3. Stijghoogte onder kleilaag nabij rand

Behalve een gebruik van de "uittreeverhangen" bepaald uit de stijghoogten op enige diepte beneden het zandoppervlak - zoals in de vorige paragraaf - kan het stromingspatroon bij de rand van de kleilaag bij benadering ook worden beoordeeld uit de stijghoogten onder de kleilaag nabij die rand.

Bij gebruik van het stijghoogteverschil van twee meetpunten (op verschillende afstand tot de rand) heeft dit het voordeel dat geen correctie voor eventuele afwijkingen in het nuloppervlak nodig is. Daar staat echter tegenover, dat de beëindiging van de kleilaag t.o.v. de meetpunten (die bij elke proef in het scheidingsvlak tussen zand en klei opnieuw moesten worden aangebracht) steeds nauwkeurig moet zijn bepaald.

Bij een homogeen blijvend zandpakket (en een alleen per proef variërende n) zou het stijghoogteverschil van de meetpunten onder de kleilaag evenredig zijn met de uittreeverhangen, zodat van een rechtstreekse koppeling tussen beide grootheden sprake zou zijn.

Zoals bekend wordt hieraan bij de modellen niet voldaan door het expanderen van het zandbed nabij de beëindiging van de kleilaag. Een exacte uitwerking is hierbij vooralsnog niet mogelijk.

Met behulp van enkele aannamen kon wel een globale uitwerking worden gegeven.

Als wordt verondersteld dat de pakking van het zand onder de kleilaag niet verandert tijdens een proef, dan kan uit het stijghoogteverschil en de bekende doorlatendheid van het zand de afvoer in de zone net onder de kleilaag worden berekend. Verondersteld is voorts dat de afvoerdeling aan het vrije zandoppervlak juist achter de kleilaag onafhankelijk is van het debiet. De grootte van de afvoer in die zone is dus evenredig verondersteld met het debiet onder de kleilaag ter plaatse van nabij de rand gelegen meetpunten. De kritieke situatie aan het oppervlak van het zandbed kan nu aan enkele min of meer reële parameters worden opgehangen. Zo kan enerzijds het uittreeverhang en anderzijds de stroomsnelheid van het water maatgevend

worden gesteld voor bewegen of verplaatsen van zandkorrels. Bij de interpretatie van de meetresultaten is gebruik gemaakt van de meetpunten 49/14/15 op 40 mm en van 48/47/13 op 120 mm van de rand van de kleilaag. Op bijlage 27 zijn de gemiddelde stijghoogteverschillen en het debiet "Q" aangegeven, zowel bij H_w (27.2 t/m 27.6) als bij H_p (27.7 t/m 27.11). De uitstroomsnelheden aan het zandoppervlak zijn dus - onder de genoemde aannamen - evenredig met dit debiet "Q". De uittreeverhagen hangen nog af van de doorlatendheid van het zandbed bij het uitstroompunt. Bij de aanname dat de doorlatendheid van de zich aan de oppervlakte bevindende zandlaag voor alle proeven onafhankelijk van de initiële dichtheid steeds even groot is, zou "Q" voor alle proeven per zandsoort dezelfde grootte moeten hebben. Bij de aanname dat de doorlatendheidsverhoudingen toch, ondanks het lossen van het zand, nog evenredig zijn met de initiële waarde, zou "Q"/k, dus ΔH bij benadering constant moeten zijn. Op grond van de resultaten kan noch het een noch het ander worden aangetoond. Het stijghoogteverschil (het uittreeverhang) neemt af; het debiet "Q" (de uitstroomsnelheid) neemt toe bij toenemend poriëngehalte.

De verhouding tussen de "werkelijke" gemiddelde verticale snelheden wordt berekend uit Q/n . Die snelheid is mogelijk van belang bij het beoordelen van het wegvoeren van de zanddeeltjes. Bij gelijke verdeling van Q aan het vrije oppervlak juist achter de kleilaag zou per zandsoort een gelijke kritieke snelheid (gelijk aan de valsnelheid) moeten worden gevonden: Q/n onafhankelijk van n. Ook deze parameter blijkt echter geen constante waarde voor de proeven per zandsoort op te leveren.

5.2.4. Totale verval

Gebruik van het totale verval over de kleilaag als parameter, waarmee de kritieke situatie van piping wordt beschreven, heeft het nadeel dat de wijzigingen in dichtheid van het zandbed bij de uitstroming niet min of meer expliciet tot uitdrukking komen. De bijdrage van de "uit-tree"-weerstand is immers relatief klein t.o.v. de totale weerstand.

Het gebruik van de totale vervallen heeft daarentegen wel het voordeel dat de waarnemingen nagenoeg ongevoelig zijn voor afwijkingen in het nulvlak.

Het totale verval dat bij de pipingproeven bereikt kon worden, zou op een of andere manier gekoppeld moeten zijn aan de processen bij de rand van de kleilaag. De verhangen moeten daar zo groot worden, dat het evenwicht wordt verstoord. Bij een wat betreft doorlatendheid en geometrie niet veranderende ondergrond zouden de verhangen recht evenredig zijn met het totale verval. Per zandsoort zouden in dat geval de vervallen evenredig kunnen worden gesteld met $(1-n)$. Ook hier heeft echter de verandering in dichtheid nabij de rand van de kleilaag weer een niet exact te bepalen invloed. Verwacht mag worden dat het totale verval bij piping H_p meer dan evenredig varieert met de dichtheid. De totale weerstand van het zandbed zal namelijk niet zoveel worden beïnvloed door de wijziging in dichtheid bij de rand, dus ook niet het totale verval.

Door het lossen van de pakking zal het debiet meer worden geconcentreerd bij de rand. Toch zal waarschijnlijk het verhang kleiner blijven (dan bij een homogeen zandpakket), doordat de doorlatendheid in die zone groter is geworden (zie ook bijlage 26).

De resultaten - zowel H_p als H_w - zijn grafisch weergegeven op resp. bijlagen 28.1 en 28.2. Deze resultaten tonen eenzelfde tendens in het maximaal bereikte verval in relatie tot het initiële poriëngehalte, als werd geconstateerd voor de stijghoogtewaarnemingen in de meetpunten 29 en 63 (dus 25 mm beneden de beëindiging van de kleilaag).

5.2.5. Totale debiet

Evenals het gebruik van de totale vervallen kunnen ook de gemeten totale debieten dienen als uitgangspunt voor een beschrijving van de uittreeverhangen. Bij een vaste geometrie is immers de relatie tussen de afvoer en de stijghoogten vastgelegd door de doorlatendheidscoëfficiënt

$Q \propto k, H.$

Hieruit kan worden bepaald dat Q/k voor de proeven met één zandsort evenredig zou moeten zijn met $(1-n)$. Het expanderen van het zand nabij de rand van de kleilaag verstoort dit beeld echter weer.

Op bijlage 29 is Q/k voor de beproefde zandsorten bij de diverse dichtheden aangegeven.

5.2.6. Tijdsduur piping

Een belangrijke praktische vraag is die naar de snelheid van het pipingproces, m.a.w. hoe snel ontwikkelt zich een interne erosie.

In het model kon worden geconstateerd, dat na een eenmaal begonnen zandafvoer zich een doorgaande erosie voordeed, waarbij een erosiegeul van de beëindiging van de kleilaag tot aan het filter (aan de instroomzijde van de bak) werd gevormd.

De tijd die daarvoor nodig was is per proef bepaald. Daarvoor werd gebruik gemaakt van de continue registratie van het debiet. Tevens werd zoveel mogelijk de ontwikkeling van het pipingproces visueel gevolgd.

Een overzicht van de globale duur van piping is gegeven op bijlage 30.

Uit dit overzicht en de waarnemingen in het model kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

- de benodigde tijd voor de vorming van een doorgaande erosiegeul is afhankelijk van de zandsoort.
Duinzand en strandzand: gemiddelde duur ca. 9 min;
rivierzand veel korter, ca. 2,5 min, en gezeefd rivierzand ca. 5 min.
- de tijdsduur lijkt nagenoeg onafhankelijk van het poriëngehalte. Alleen bij duinzand blijkt een tendens van een minder snel pipingproces bij grotere poriëngehaltes.
- het pipingproces ontwikkelt zich na een aanvankelijk langzaam begin, steeds sneller.

5.3. Resultaten per zandsort (groot model)

Analoog aan de behandeling van de resultaten van de proeven in het kleine model zijn de gegevens van het grote model bewerkt.

5.3.1. Laminaire stroming

Bij de afmeting van het grote model en bij de in de proeven gemeten debieten kan voor de twee beproefde zanden (duinzand en strandzand) de afstand waarbij $Re = 1$ resp. $Re = 10$ werd bereikt, bepaald worden op de volgende waarde:

Zandsort	Re = 1		Re = 10	
	v_{grens} m/s	/x/ m	v_{grens} m/s	/x/ m
duinzand	0,032	$3 \text{ \AA } 8 \cdot 10^{-7}$	0,32	$4 \text{ \AA } 8 \cdot 10^{-9}$
strandzand	0,029	$4 \text{ \AA } 9 \cdot 10^{-7}$	0,29	$4 \text{ \AA } 9 \cdot 10^{-9}$

Ook hierbij is weer een laminaire stroming verondersteld, en is dus het stroombeeld uit paragraaf 4 verondersteld.

De conclusies t.a.v. de mate waarin wordt afgeweken van dit grondwaterstromingspatroon zijn identiek aan die bij het kleine model.

5.3.2. Stijghoogte onder rand kleilaag

Bij de inrichting van de meetpunten in het grote model is er naar gestreefd deze nog wat meer te concentreren nabij de beëindiging van de kleilaag. Voor een globale beoordeling van de stroming in dit gebied staan dan ook wat meer meetgegevens ter beschikking. Ter oriëntering zijn de meetresultaten in de punten 65/77, 66/78 en 86/97 gepresenteerd op bijlagen 31 en 32.

De meetpunten 65/77 bevonden zich evenals in het geval van de meetpunten 29/63 (kleine model) op 25 mm beneden het vrije oppervlak, recht onder de beëindiging van de kleilaag.

De conclusie kan worden getrokken dat de gemeten (en op nulwaarde gecorrigeerde) stijghoogten in 65/77 gemiddeld niet veel verschillen van de kritieke waarden in de overeenkomstige punten in het kleine model.

Dit zou kunnen betekenen dat de stromingscondities nabij de rand van de kleilaag in de kritieke stadia nagenoeg gelijk waren, ook wat wijziging in dichtheid betreft. Het blijkt dat bij de proeven op strandzand nogal wat variatie voorkomt in de gemeten stijghoogten.

Er kan nauwelijks een uitspraak worden gedaan over een eventuele tendens in de metingen, die afhangt van de initiële dichtheid van het zand.

Wel valt op dat de stijghoogten in 65/77 en 86/97 gemiddeld hoger zijn dan de theoretische waarde, terwijl deze in 66/78 gemiddeld lager is. Dit wijst wel duidelijk op concentratie van de stroming in een beperkt gebied juist achter de beëindiging van de kleilaag. Tevens valt de uitschieter duinzand 35% op, waarvan de stijghoogte in 65/77 een totaal afwijkende waarde geeft t.o.v. de theoretische waarde en ook in vergelijking met de overige proeven. Het kan dan ook worden betwijfeld of deze proef een juist beeld geeft en te beschouwen is als een representatief geval in het pipingonderzoek.

Het verloop van de onderlinge verhouding tussen de stijghoogte op de verschillende punten met het initiële poriegehalte kan erop wijzen dat bij grotere initiële dichtheden een groter gebied in relatief lossere pakking wordt gebracht.

5.3.3. Stijghoogte onder kleilaag nabij rand

Uitgaande van dezelfde filosofie als in par. 5.2.3. is ontvouwd, is met behulp van de stijghoogteopnamen in de meetpunten 17/35/53 en 15/33/51 het specifieke debiet per eenheid van diepte bepaald.

De keuze van de punten is enerzijds gebaseerd op een praktische grond - de waarnemingen in de meetpunten op 15 mm afstand van de rand zijn te weinig betrouwbaar - en anderzijds door de te verwachten schaalrelatie (zie par. 5.5.). Het resultaat is op bijlage 33 gepresenteerd.

We zien ook in het grote model, evenals dat het geval was in het kleine, een toename van het specifieke debiet bij toename van het poriëngehalte (c.q. doorlatendheid). Eveneens analoog aan de resultaten in het kleine model blijkt ook nu het stijghoogteverschil ΔH geen constante waarde te zijn. Het stijghoogteverschil neemt ook in het grote model af bij toenemend poriëngehalte.

5.3.4. Het totale verval

Het verband tussen het bereikte totale verval over het zandpakket alvorens welvorming c.q. piping optrad en de initiële dichtheid is op bijlage 34 aangegeven.

Bij dit model is eveneens sprake van een meer dan evenredige afname van de kritieke stijghoogte met $(1-n)$ bij een toename van het poriëngehalte. Zie voorts par. 5.2.4.

Opvallend in het gehele overzicht is wel de in verhouding extreem hoge waarde voor H_w en H_p voor het duinzand 35%. Wat er met deze, als eerste in het grote model uitgevoerde proef precies gebeurd is, wordt op grond van de meetresultaten niet duidelijk, maar het is zeer zeker als een uitschieter te zien (zie ook de opmerking in par. 5.3.2.)

5.3.5. Totale debiet

Een overzicht van de debieten die bij de proeven in het grote model konden worden bereikt voordat piping optrad wordt op bijlage 35 weergegeven.

De parameter Q/k , waarmee bij een niet veranderende weerstand in het zandbed gedurende de proef bij gebruik van één type zand de waarden van de verhangen konden worden beschreven, is op bijlage 35 gepresenteerd. De tendens van een evenredigheid met $(1-n)$ is enigszins aanwezig.

5.3.6. Tijdsduur piping

Een overzicht van de tijdsduur van het pipingproces (vorming doorgaande erosiegeul van de rand van de kleilaag tot het instroomfilter) wordt op bijlage 30 gegeven. De conclusies stemmen overeen met die in het kleine model (zie par. 5.2.6.).

5.4. Vergelijking resultaten bij verschillende zandsorten

Bij de beoordeling van het pipingproces in de proeven is een onderzoek naar de relaties in de resultaten van de onderzochte zandsorten van belang.

Enerzijds omdat het praktisch een belangrijke variabele is en anderzijds omdat het t.a.v. het proces misschien wat houvast biedt.

Achtereenvolgens zullen de resultaten die hiervoor in par. 3 en 4 zijn besproken in onderling verband worden behandeld. Dit is vrij beknopt gehouden omdat de achtergronden van het gebruik van de gepresenteerde grootheden reeds aangegeven zijn in de voorgaande paragrafen.

Daarnaast zullen nog enkele parameters die nog niet expliciet zijn behandeld (zoals korrelverdelingsdiagram, hoek van inwendige wrijving en de daarmee samenhangende "korrel-scherpte") in het kort worden vermeld.

5.4.1. Stijghoogte onder rand kleilaag

Uit een vergelijking van de stijghoogten in de meetpunten 29 en 63 in het kleine model kan de invloed van de zandsoort worden bepaald.

Op de bijlagen 25 en 31 werden de bij de betreffende poriëngehaltes gemeten stijghoogten reeds gepresenteerd.

De spreiding in de meetwaarden per zandsoort was nogal groot. Op grond van de "gemiddelde" lijnen kan echter het volgende worden vastgesteld:

- de grove zanden (rivierzand) bereiken gemiddeld een wat grotere stijghoogte dan de fijnere (duinzand en strandzand):
- de verhouding in de stijghoogten is niet evenredig met de korrelgrootte, b.v. uitgedrukt in d_{50} , maar blijft achter.

Dit sluit enigszins aan bij de theoretisch te bepalen kritieke waarde van het verhang bij een vertikaal omhoog gerichte stroming door een homogeen zandbed: het kritieke verval (waarbij evenwichtsverlies optreedt) is onafhankelijk van de korrelgrootte. De gemiddeld grotere stijghoogte voor het rivierzand is zeer waarschijnlijk in hoofdzaak een gevolg van de betere gradatie van het zand, waardoor zich min of meer een filter kan opbouwen aan het vrije oppervlak (zie ook 5.4.2.) Door het afnemen van het verhang met de afstand tot de rand van de kleilaag zal het verschil in korrelgrootte echter ook een invloed op het verschil in bereikbaar verval kunnen hebben.

Immers zal bij de grove zanden, dus bij grotere korrels, een zeker gemiddeld kritiek verhang pas bij een groter totaal verval bereikt worden dan bij fijne zanden.

De waarnemingen in het grote model zijn beperkt tot de twee zandsoorten (duinzand en strandzand), die onderling qua korrelopbouw niet veel verschillen.

De gemiddelde waarden voor de stijghoogten zijn dan ook nagenoeg gelijk.

5.4.2. Stijghoogte onder de kleilaag nabij de rand

Ook het verhang onder de kleilaag nabij de rand is verschillend voor de onderzochte zandsorten: de grovere zanden vereisen een steiler verhang om het pipingproces te laten beginnen dan de fijnere. Het is zelfs zo dat de verhouding tussen het kritieke verhang onder de kleilaag voor grof en fijn zand groter is dan de verhouding tussen het verticale kritieke verhang. Dit zou een aanwijzing kunnen zijn dat er inderdaad voor het grovere, beter gegradeerde zand van een vermindering van de weerstand in de zone achter de kleilaag kan worden gesproken, doordat vóór het begin van piping fijne delen worden weggespoeld (zie bijlage 36).

5.4.3. Totale vervallen

In par. 5.2.4. en 5.3.4. is reeds vermeld, dat het gebruik van het totale verval als parameter die de kritieke toestand in het model aangeeft, niet voor de hand ligt.

We willen echter onderzoeken of de verhouding van de "vertikale gradient" beneden de rand van de kleilaag c.q. de horizontale gradient onder de kleilaag nabij de rand ook teruggevonden wordt in de verhouding van de totale vervallen. Dit geeft dan duidelijkheid over de vraag of het totale verval kan worden gekoppeld aan één van deze beide grootheden nabij de rand van de kleilaag.

Als dit het geval is kan het totale verval bij een vaste geometrie indirect als parameter dienen om te beoordelen of piping op zal treden (zie bijlage 37).

Het volgende kan worden opgemerkt:

- De metingen van de totale vervallen voor piping en welvorming bij het strandzand vallen, vooral bij het kleine model maar ook enigszins in het grote model, uit de toon t.o.v. duinzand.
- De verhouding in de totale vervallen bij piping stemmen enigszins overeen met de corresponderende verhoudingen in het "vertikaal" verhang. Met de verhoudingen in de horizontale gradient is een minder goede overeenstemming.
- Het blijkt dat het totale verval slechts een vrij globale indruk kan geven van het grondwaterstroombeeld bij de rand van de kleilaag en derhalve ook slechts een grove parameter kan zijn om de kritieke piping-situatie te beschrijven.

5.4.4. Totale debiet

Onder dezelfde argumentatie als in 5.4.3. gegeven voor het onderzoek naar het gebruik van het totale verval, is het totale debiet beschouwd.

Daarvoor wordt weer gebruik gemaakt van de parameter Q/k (zie ook par. 5.2.5. en 5.3.5.).

Een overzicht is op bijlage 38 gegeven.

De volgende opmerkingen kunnen worden gemaakt:

- In de berekende verhouding tussen de Q/k voor de onderzochte zandsoorten wordt eenzelfde tendens aangetroffen als in de verhoudingsgetallen voor de "vertikale gradient" en de horizontale gradient.
- De grootte van de verhoudingsgetallen wijkt echter nogal af. De afwijkingen zijn groter dan die, bepaald uit de gemeten totale vervallen.

Hieruit kan worden afgeleid dat, als wordt afgezien van meting c.q. bepaling van de grondwaterbeweging nabij het uitstroompunt, voor de beschrijving van het pipinggevaar beter gebruik kan worden gemaakt van het totale verval dan van de waarde Q/k .

5.4.5. Invloed van korrelgrootte en korrelverdelingen

De invloed van korrelgrootte en korrelverdeling van het zand is niet geheel verwaarloosbaar (zie de maximaal bereikte vervallen voor de verschillende zandsorten):

Ook de metingen nabij de rand van de kleilaag geven aan dat de maximaal mogelijke verhangen verschillen. Ze zijn echter wel van dezelfde orde van grootte. Zie bijvoorbeeld bijlage 25.

De gemiddelde stijghoogten op 25 mm beneden het zandoppervlak recht beneden de rand kleilaag is voor het rivierzand slechts ca. 30% hoger dan voor het duin- en strandzand.

Dit sluit ongeveer aan bij de theorie voor verticale stroming in een zandpakket, waarbij het kritieke verhang theoretisch onafhankelijk is van de korreldiameter en de korrelverdeling. Er is dus enige gunstige werking te constateren van een filterwerking, die bij beter gegradeerde zandsorten kan voorkomen.

5.4.6. Invloed hoek van inwendige wrijving

De hoek van inwendige wrijving en de "korrelscherpte" zouden bij een zuiver verticale grondwaterbeweging in een zandpakket geen invloed hebben op het kritieke verhang (zie par. 2), dit in tegenstelling tot een horizontale verplaatsing. Het begin van piping wordt gekenmerkt door de beweging van een gronddeeltje in een nagenoeg vertikaal gerichte grondwaterstroming aan het vrije oppervlak van het zandbed. Een invloed van de hoek van inwendige wrijving op het aspect wordt dan ook niet verwacht.

Een toetsing van de resultaten is evenwel niet mogelijk, vooral omdat de invloed van andere variabelen (zoals de doorlatendheid e.d.) niet nauwkeurig genoeg in de meetresultaten tot uitdrukking is te brengen. Een eventueel "tweede orde effect" door de onderlinge verschillen in wrijvingseigenschappen is dan ook niet te achterhalen.

Zie voor dit aspect ook par. 6.

Mogelijk is bij een hogere waarde van de hoek van inwendige wrijving c.q. een grotere korrelscherpte door de grotere weerstandbiedende kracht tegen horizontale verplaatsing van gronddeeltjes in een erosiegeul (par. 2) een vertragende werking merkbaar op het verloop van het pipingproces. Ook dit aspect is echter niet te toetsen door de grote spreiding in de afzonderlijke waarnemingen en de niet te scheiden invloed van andere variabelen.

5.5. Relatie klein model/groot model

Het pipingonderzoek is, zoals reeds aangegeven, in een tweetal geometrisch gelijkvormige proefopstellingen uitgevoerd. De afmetingen verschillen een factor 3. Deze opzet werd gekozen om na te gaan of zich een zekere tendens of wetmatigheid aftekende, waarmee (door de resultaten te extrapoleren) een vertaling naar de werkelijkheid mogelijk zou zijn.

In par. 3.3. is aangegeven dat de verhouding in het totale verval (korthedshalve schaal van het verval genoemd) theoretisch onder de daar genoemde aannamen gelijk wordt aan de wortel uit de lengteschaal.

Een toetsing aan de meetresultaten is op bijlage 39 aangegeven.

Zoveel mogelijk zijn de identieke omstandigheden van het zandbed (zandsoort en dichtheid) rechtstreeks met elkaar vergeleken.

De vergelijking is zowel uitgevoerd voor de vervallen, opgemeten bij het begin van het doorgaande erosieproces (tijdstip van piping), als voor de vervallen waarbij de eerste welvorming plaatsvond.

De vergelijking leidt tot de volgende opmerkingen.

- De verhoudingsgetallen, bepaald uit de vervallen bij de overeenkomstige proeven geven een nogal grote spreiding te zien.
- De gemiddelde schaalfactor bij piping voor duinzand en voor strandzand verschillen onderling niet zo heel veel (als de uitschieter, duinzand 35%, groot model wordt weggelaten).
- Dit is ook het geval bij welvorming.
- De grootte van de gemiddelde schaalfactor bedraagt bij piping zowel voor duin- als strandzand 1,4 à 1,6. Bij de eerste welvorming bedroeg de schaalfactor in beide gevallen rond 1,70.

De "theoretisch" verwachte schaalfactor is gelijk aan $\sqrt{3} = 1,73$. Gesteld kan worden dat vooral de opgetreden schaalfactor bij welvorming zeer goed aansluit bij de te verwachten waarde. De schaalfactor bij piping komt wat minder goed overeen met de "theoretische" waarde.

Een verklaring hiervoor is mogelijk het volgende.

Geconstateerd werd (zie par. 4.1.) dat in het grote model $H_p \approx H_w$, terwijl dit in het kleine model in vele gevallen niet zo was: $H_w < H_p$. Blijkbaar is de grondwaterbeweging in het grote model zodanig dat onmiddellijk bij oplichten van een korreltje ook voldoende transportcapaciteit over het zandoppervlak aanwezig was. Dit in tegenstelling tot het kleine model. Daar moest het verval, dus ook het debiet nog toenemen alvorens de "tweede fase" werd bereikt.

Aangezien de uittreeverhangen bij de "theoretische" afleiding van de schaalfactor maatgevend werden genomen, kan worden gesteld dat de betere overeenkomst met de uit de proeven gevonden verhouding in de vervallen bij welvorming niet geheel toevallig is.

Overigens duidt dit ook aan dat, als van "modellen" gebruik gaat worden gemaakt t.b.v. de beoordeling van het piping-gevaar, gelet moet worden op de minimaal benodigde grootte.

De mogelijkheid van een "schaalfactor" in de tijdsduur, benodigd om een doorgaande erosiegeul te vormen, is nog niet in detail bestudeerd.

Geconstateerd kan worden (zie bijlage 30) dat de tijdsduur meer dan lineair toeneemt met de lengte van de kleilaag.

Een globale beschouwing, waarbij er van uitgegaan wordt dat de snelheid van ontwikkelen van de erosiegang omgekeerd evenredig is met de afstand tussen plaats van erosie en het instroomfilter, geeft aan dat de verhouding van de benodigde tijd voor de ontwikkeling van een doorgaande erosiegeul het kwadraat van de lengteschaal bedraagt. De gemeten verhoudingen zijn wat kleiner (5 à 7 i.p.v. 9). Dit aspect lijkt, gezien ook deze resultaten, nogal van belang en zal zo mogelijk nader onderzocht moeten worden.

6. Invloed korrelspanningen

In de praktijk komen variërende bodemcondities voor: wisselende dikte en volumengewicht van de boven de zandondergrond liggende grondlagen. Met andere woorden de korrelspanningen in het zand kunnen binnen zekere grenzen variëren.

In het kleine model is deze variabele in een drietal proeven op strandzand onderzocht. De korrelspanning werd met ongeveer een factor 3 vergroot.

De resultaten van de proeven met vergrote korrelspanning kunnen worden vergeleken met de corresponderende proeven met de "normale" spanning.

De resultaten zijn op bijlage 40 bijeen gebracht. Daaruit kan worden afgelezen dat er zowel in de kritieke gradiënt nabij de rand van de kleilaag, als in het totale verval en het totale debiet nagenoeg geen (systematisch) verschil is te ontdekken.

De tijdsduur, benodigd voor het vormen van een doorgaande erosiegang verschilt enigszins (bijlage 30).

Mogelijk wordt het pipingproces enigszins geremd door een wat moeilijker "loswerken" van de zandkorrels.

Door de grotere korrelspanning zal immers de (weerstand-biedende) schuifkracht op de korrels groter zijn. Ook hierin zou dan een eventuele invloed van de wrijvingshoek tot uitdrukking komen (par. 5.4.6.).

Dit alles resulteert in een wat langere gemiddelde tijdsduur.

7. Samenvatting en conclusies

De omstandigheden bij de Nederlandse rivierdijken kunnen bij hoge rivierstanden aanleiding geven tot het ontstaan van zandmeevoerende wellen. Het in dit verslag beschreven onderzoek diende om een beter inzicht te verkrijgen in het pipingproces en zo mogelijk een verbetering van ontwerpregels voor rivierdijken t.a.v. het gevaar van interne erosie te bereiken.

Omdat een theoretische aanpak niet goed mogelijk is en ook omdat de praktijkervaringen in het verleden slechts ten dele een antwoord geven, werd besloten tot het uitvoeren van een experimenteel onderzoek bij het Laboratorium voor Grondmechanica.

Daarbij stonden de volgende vragen centraal:

- Onder welke omstandigheden doet zich interne erosie (piping) voor?
- Hoe verloopt een eenmaal begonnen pipingproces?

Om een antwoord te krijgen op deze vragen zijn proeven verricht in een tweetal geometrisch gelijkvormige, een faktor 3 in grootte verschillende modellen. In de modellen was op een zandbed een kleilaag aangebracht die tot ongeveer halverwege het zandbed liep. Bij de beëindiging van de kleilaag werd zo een punt met een theoretisch oneindig verhang gecreëerd. Het punt " $i = \infty$ " is aan het oppervlak (van het zandbed) gekozen, om te voorkomen dat het uitstromende water nog een (vertikale) weg moet afleggen - zoals dit als regel in werkelijkheid wel het geval is. Op deze manier is namelijk getracht zo eenduidig mogelijk het evenwicht rond dit punt " $i = \infty$ " te bepalen, zonder de storende (of bepalende) invloed van verplaatsing van het zand door het water in een verticale gang.

In de modellen is een uitgebreid proevenprogramma uitgevoerd. Dit werd nodig geacht om een voldoende betrouwbaar beeld te verkrijgen van de resultaten. De spreiding was namelijk nogal groot. Tevens werd proefondervindelijk de invloed van enkele parameters bepaald. Met name werd aandacht besteed aan de invloed van:

- de zandsoort;
- de dichtheid;
- de korrelspanning in het zandpakket;
- een eventueel voorkomend tijdseffect;

Voorts werd met de resultaten van de beide modellen een min of meer te verwachten "schaalrelatie" gecontroleerd.

Het is duidelijk, dat de zanddeeltjes aan het vrije oppervlak juist bij de rand van de kleilaag bij een waterstroming door het zandbed, zich in een ongunstige positie bevinden. Hoewel het verhang niet oneindig groot zal zijn treden toch grote verticale verhangen op bij de op die plaats geconcentreerde uitstroming van het water. De kritieke situatie voor een zanddeeltje ontstaat als het (vertikale) verhang, of met andere woorden de snelheid van het uittredend water, zo groot wordt, dat de opwaartsgerichte kracht het eigen gewicht overtreft.

Het gebruik van het kritieke verhang als parameter faalt echter, omdat

- geen mathematische beschrijving mogelijk is van het stroombeeld nabij de rand van de kleilaag en
- de verhangen in het model niet te meten waren (Darcy geldt niet meer en nabij de rand van de kleilaag treden bij toenemende uittreegradiënten veranderingen in de dichtheid en dus de doorlatendheid van het zandbed op). De kritieke situatie in het model zal dus met een andere, vervangende parameter moeten worden beschreven. Daarin zou zo mogelijk de invloed van de veranderingen in het zandbed aan de rand van de kleilaag begrepen moeten zijn, zodat die parameter dus indirect een maat is voor het uittreeverhang c.q. uittreesnelheid.

De "vervangende" parameter zou dan tevens in het model gemeten moeten kunnen worden. Hiervoor zou het verloop van de verhanglijn in het (ongestoorde) zandbed onder de kleilaag kunnen dienen. Hier zit namelijk de invloed van de verandering van de doorlatendheid van het zandbed op de concentratie van het debiet (in zekere mate) in.

Onder de aanname dat het "specifieke debiet" (bepaald uit de verhanglijn) juist onder de kleilaag en nabij de beëindiging daarvan, een maat is voor het uittredende debiet juist

achter de kleilaag en voorts dat de verdeling van het uit-tredende debiet over het vrije oppervlak in alle gevallen (d.w.z. bij variërende zandsorten en dichtheden) dezelfde is, kan dit "specifieke debiet" als parameter dienen.

Het is evenwel nog niet eenduidig voor de grootte van de uittreeverhangen aan het vrije oppervlak. Die hangen nog af van de doorlatendheid en dus van het poriëngehalte van het zand in die zone.

Overigens kan natuurlijk voor de onderlinge relaties tussen de verschillende parameters (in de proeven) van "grovere" grootheden worden uitgegaan, zoals het totale verval over de kleilaag, het totale debiet etc.

Nu enkele conclusies, zoals die op grond van de tot nu toe verkregen resultaten konden worden vastgesteld.

1. Ondanks het "theoretisch" oneindig grote verhang (ook bij het geringste verval) is toch een eindig verval mogelijk. Dit wordt, behalve doordat een korrel eindige afmetingen heeft en dus het gemiddelde verhang ook eindig is, voornamelijk veroorzaakt door de wijziging d.i. vermindering van de dichtheid van het zandpakket bij het uitstroompunt. De spreiding in het maximaal bereikbare verval bleek nogal groot te zijn en deze nam toe naarmate het korrelverdelingsdiagram (KVD) vlakker was. Toevallige filterwerking is waarschijnlijk de belangrijkste oorzaak.

Ten aanzien van de onderzochte parameters kan het volgende gesteld worden.

2. Bij een vaste geometrie is de grootte van het verval waarbij piping optreedt, afhankelijk van de dichtheid van het zandbed. Het is echter niet evenredig met $(1-n)$ zoals bij een verticale stroming het geval zou zijn, maar neemt bij toenemende n sneller af.
3. Eveneens bij vaste geometrie is de grootte van het bereikbare verval voor grove zanden slechts enigszins hoger dan voor fijne. Een factor 2 in d_{50} b.v. gaf gemiddeld slechts een 10 à 20% hogere waarde van het bereikte verval voor het grove zand.
Mogelijk is deze toename nog meer een gevolg van een

(betere) "filterwerking" voor het grove zand (het KVD was flauwer) dan van de grotere korrel op zich.

Deze conclusie sluit aan bij de theorie voor een verticale stroming, nl. dat er geen invloed van de korreldiameter of KVD op het kritieke verhang is.

4. Er is geen noemenswaardige invloed op het bereikbare verval gebleken van een verhoging van de korrelspanningen in het zandpakket.
5. Een tijdseffect lijkt niet te bestaan. Bij een verval geringer dan het kritieke treedt geen piping op, onafhankelijk van de tijdsduur dat het (lagere) verval aanhoudt. De kritieke waarde is scherp (althans per proef).
6. Een eenmaal aangevangen zandafvoer gaat voort tot een doorgaande erosiegeul is gevormd. Er treedt geen "verstopping" op.

Ten aanzien van de vervangende parameters het volgende.

7. De mogelijkheid werd onderzocht het "specifiek debiet" nabij het uitstroompunt te benutten als parameter, die de uittreeverhangen c.q. stroomsnelheden aan het vrije oppervlak beschrijft.

Bij de aanname dat de dichtheid en dus ook de doorlatendheid van de zone juist achter de kleilaag steeds dezelfde is bij het bereiken van het kritieke verval in het model - dus onafhankelijk van de initiële dichtheid - zou het specifieke debiet, waarbij piping optreedt een constante waarde moeten hebben, althans per zandsoort.

Als daarentegen wordt verondersteld dat het poriëngehalte bij het bereiken van de kritieke fase, hoewel groter geworden, nog steeds evenredig is met de initiële waarde dan zal bij benadering het verhang (d.w.z. de gradient van de potentiaallijn onder de kleilaag) constant moeten zijn. Deze beide uitgangspunten zijn te beschouwen als de grenzen, waartussen de werkelijkheid verwacht kan worden. Dit blijkt ook wel uit de metingen. Het specifieke debiet (zie 1^e aanname) is per zandsoort niet constant, maar neemt enigszins toe met het groter worden van het initiële poriëngehalte. Anderzijds is ook de helling van de potentiaallijn (zie 2^e aanname) niet constant. Deze neemt af bij afnemende initiële dichtheid.

Het blijkt voorts dat (per zandsoort) de effectieve snelheid van het water in het grote model, onafhankelijk van het initiële poriëngehalte bij het bereiken van de kritieke situatie tamelijk konstant is.

De absolute waarde van de parameters hangt vanzelfsprekend af van het traject waarover de berekening plaats heeft. Ook de zandsoort is daarbij van belang evenals de geometrie van het model.

Ten aanzien van de schaalrelatie tussen de beide modellen het volgende.

8. Voor één zandsoort, die in beide modellen met gelijk poriëngehalte is beproefd, zou onder de aanname dat het "specifieke debiet" op vaste, zeer kleine afstand van de rand van de kleilaag een maat is voor de uittreeverhangingen juist achter de kleilaag, het specifieke debiet gelijk moeten zijn. Dit geldt ook voor de filtersnelheid en derhalve ook voor het verhang.

Uit de vergelijking van de verhanglijn kan worden afgeleid dat de vergrotingsfactor voor het verval (bij de geometrische vergroting van het model) gelijk zou moeten zijn aan de wortel van de lengteschaal. (Uitgaande van Darcy-stroming en homogene doorlatendheid).

Overigens kan opgemerkt worden, dat onder deze aanname ook de beschouwing van het uittreeverhang aan het vrije oppervlak nabij de rand van de kleilaag tot dezelfde conclusie leidt.

De gemiddelde verhouding tussen de bereikte vervallen waarbij in beide modellen voor identieke omstandigheden (zandsoort, dichtheid) piping optrad levert een iets geringere factor op dan de wortel uit de lengteschaal.

Er zijn echter aanwijzingen, dat in het kleine model de bereikte waarden voor de grotere dichtheden door storende invloeden (waterlaagje op zandbed) wat te hoog zijn uitgevallen. Als wordt uitgegaan van het verval waarbij een eerste zandkorrel beweegt (z.g. welvorming) dan vindt men een schaalfactor nagenoeg gelijk aan de theoretische waarde (nl de wortel uit de lengteschaal).

9. De tijd benodigd voor het vormen van een doorgaande erosiegeul was in het grote model vanzelfsprekend groter dan in het kleine. De metingen wijzen op een meer dan lineaire toename.

Dit punt vereist nog verdere studie.

Tot zover de resultaten van het onderzoek.

Ten aanzien van de betekenis van de proefresultaten voor de praktijk het volgende.

Het onderzoek is wat betreft geometrie nog te beperkt geweest om meer algemene conclusies te kunnen trekken.

Het zal voor een juiste bepaling van de betekenis van een vervangende parameter (en in zekere zin ook van welke parameter) voor de beoordeling van pipinggevaar nodig zijn de proevenserie uit te breiden met modellen met geheel andere geometrie.

Hetzelfde geldt voor een controle op de toepasbaarheid van de schaalregels.

Overigens zal het nodig zijn de modellen die bij de voortzetting van het onderzoek zullen worden gebruikt ondanks de daaraan verbonden moeilijkheden - toch meer aan te laten sluiten bij de situatie in werkelijkheid, d.w.z. een gat in een kleilaag.

Met name, omdat uit het prototype-onderzoek (2) gebleken is dat stabiliserende krachten een rol kunnen spelen, iets wat beslist niet in het tweedimensionale modelonderzoek werd gevonden. Met andere woorden de factor tijd is zeer belangrijk, inclusief het mogelijk ontstaan van een (labiel) evenwicht.

Daaraan zal in het voortgezette onderzoek met name meer aandacht moeten worden besteed.

8. Litteratuur

1. Centrum voor Onderzoek Waterkeringen Zandmeevoerende wellen.
Een overzicht van in
litteratuur aangetrof-
fen pipingcriteria.
Huidige toepassingen
bij rivierdijkontwerpen.
nota S-77.066 (1977).
2. Centrum voor Onderzoek Waterkeringen Onderzoek zandmeevoerende
wellen Tielerwaard.
nota S-77.059 (1978).
3. Verruijt A. Theory of Groundwater-
flow (1970).
4. Laboratorium voor Grondmechanica Rapportenserie CO-22881.

9. Lijst van gebruikte symbolen

symbool	beschrijving	dimensie
b	breedte	L
d	dikte, diameter	L
d_{50}	korreldiameter die door 50 gewichts- procent wordt overschreden	L
g	zwaartekrachtsversnelling	LT^{-2}
h	hoogte	L
H	stijghoogte	L
H_o	totale verval over kleilaag	L
H_p	totale verval bij piping	L
H_w	totale verval bij welvorming	L
i	verhang	-
i_{kr}	kritiek verhang	-
k	doorlatendheidscoëfficiënt	LT^{-1}
k_{20}	doorlatendheidscoëfficiënt bij 20° C	LT^{-1}
l	lengte	L
n	poriëngehalte	-
n_x	schaalfactor van x	-
q	filtersnelheid	LT^{-1}
Q	totale debiet van de bak	L^3T^{-1}
Q_p	debiet bij piping	L^3T^{-1}
Q_w	debiet bij welvorming	L^3T^{-1}
Re	getal van Reynolds	-
t	temperatuur	θ
T	schuifweerstandskracht	MLT^{-1}
v	snelheid	LT^{-1}
W	stromingskracht	MLT^{-1}
γ_g	volumengewicht van grond	$ML^{-2}T^{-2}$
γ_k	soortelijk gewicht korrels	$ML^{-2}T^{-2}$
γ_w	soortelijk gewicht van water	$ML^{-2}T^{-2}$
κ	intrinsieke doorlatendheid	L^2
ν	kinematische viscositeit	L^2T^{-1}
ϕ'	hoek van inwendige wrijving	-
ϕ	potentiaal	L
Φ	grondwaterpotentiaal	L^2T^{-1}
Ψ	stroomfunctie	L^2T^{-1}

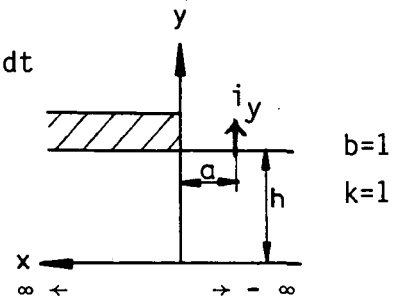
APPENDIX behorende bij nota S-71.063

RELATIE MODELONDERZOEK-PROTOTYPE (BIJ OVEREENKOMSTIGE RANDVOORWAARDEN)

a) "Schalen" van uittreeverhangen

Eerder werd in paragraaf 3.2. afgeleid dat geldt

$$i_y = \frac{Q}{h} \frac{\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi x}{2h}\right)}}$$



Stel i_y op vaste afstand a tot kleilaag maatgevend

Model 1 (klein model):

$$i_{y_1}(x=a) = \frac{Q_1}{h_1} \frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2h_1}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2h_1}\right)}} \quad \therefore Q_1 = \dots$$

N.B. $a < 0$, want rechts van y -as

Model 2 (groot model):

$$i_{y_2}(x=a) = \frac{Q_2}{h_2} \frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2h_2}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2h_2}\right)}} \quad \therefore Q_2 = \dots$$

Stel $i_{y_1}(x=a) = i_{y_2}(x=a)$ en $h_2 = nh_1$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{nh_1}{h_1} \cdot \frac{\frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2h_1}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2h_1}\right)}}}{\frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2nh_1}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2nh_1}\right)}}}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = n \cdot \frac{\frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}}}{\frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2nh}\right)}{\sqrt{1 - \exp^2\left(\frac{\pi a}{2nh}\right)}}}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = n \cdot \exp\left(\frac{n-1}{n}\right) \cdot \frac{\pi a}{2h} \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp\left(\frac{\pi a}{nh}\right)}{1 - \exp\left(\frac{\pi a}{h}\right)}}$$

Voor (de negatieve breuk) $\frac{a}{h} \uparrow 0$ (en met voldoende nauwkeurigheid

voor $\frac{a}{h} > -10^{-2}$) geldt

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{n}.$$

Immers

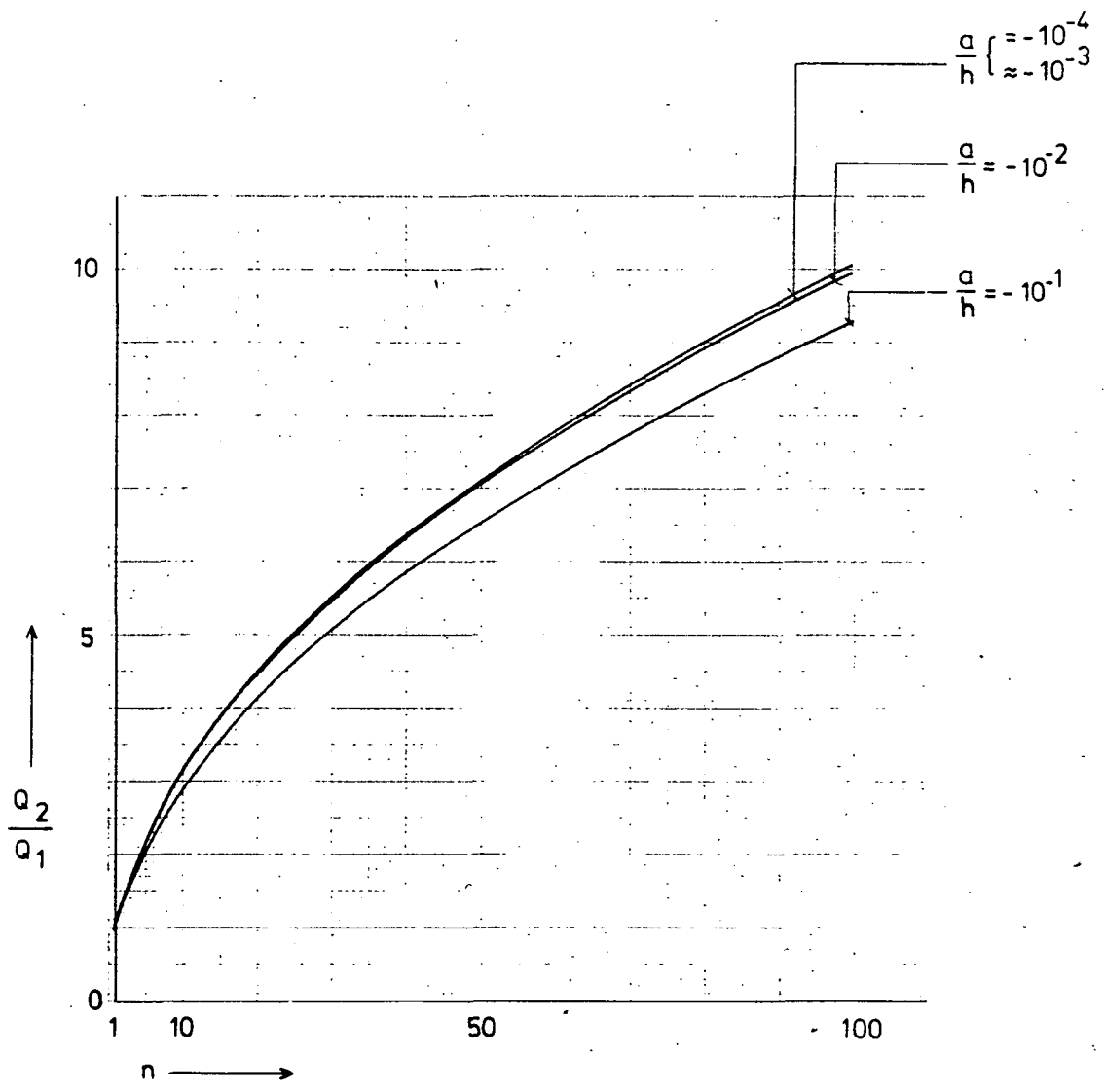
$$\frac{Q_2}{Q_1} = n \cdot \frac{\exp\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}{\exp\left(\frac{\pi a}{2nh}\right)} \sqrt{\frac{1 - \exp\left(\frac{\pi a}{nh}\right)}{1 - \exp\left(\frac{\pi a}{h}\right)}}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\frac{a}{h} \rightarrow 0} \frac{Q_2}{Q_1} &= \lim_{p \rightarrow 0} n \cdot \frac{\exp(p)}{\exp(p/n)} \sqrt{\frac{1 - \exp(2p/n)}{1 - \exp(2p)}} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{n \cdot \exp(p)}{\exp(p/n)} \sqrt{\frac{1 - \left(1 + \frac{2p/n}{1!} + \frac{(2p/n)^2}{2!} + \dots\right)}{1 - \left(1 + \frac{2p}{1!} + \frac{(2p)^2}{2!} + \dots\right)}} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{n \cdot \exp(p)}{\exp(p/n)} \sqrt{\frac{-\frac{2p/n}{1!}}{-\frac{2p}{1!}}} \\ &= n \cdot \frac{1}{1} \sqrt{\frac{1/n}{1}} = n \sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{n} \end{aligned}$$

Voor zeer kleine waarden van n (en mede afhankelijk van $\frac{a}{h}$) geldt deze benadering niet meer, want $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{Q_2}{Q_1} = \infty$ (en niet 0).

Zie ook grafiek 1 van de appendix.

$$\frac{Q_2}{Q_1} = n \cdot \exp \left[\left(\frac{n-1}{n} \right) \cdot \frac{\pi a}{2h} \right] \cdot \sqrt{\frac{1 - \exp \left(-\frac{\pi a}{nh} \right)}{1 - \exp \left(-\frac{\pi a}{h} \right)}}$$



appendix

grafiek 1

CENTRUM VOOR ONDERZOEK
WATERKERINGEN

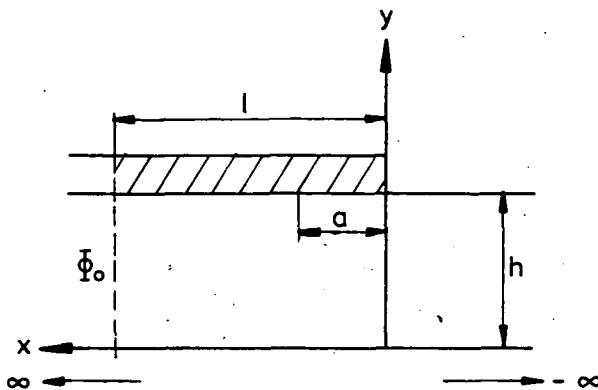
BIJLAGE -

werknr. S-71.063

get. vdl 678 | gez.

tek.nr. 78.157

b) "Schalen" van verhanglijn onder de kleilaag



Randvoorwaarde:
op afstand $x = l$ wordt
 ϕ_0 bereikt.

Eerder werd in paragraaf 3.1. een vergelijking voor ϕ_x afgeleid:

$$\phi_x = \frac{2Q}{\pi} \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi x}{2h}\right) \right]$$

Model 1 (klein model):

Bij x_1 hoort h_1 dus $\phi_{x_1} = \frac{2Q}{\pi} \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi x_1}{2h_1}\right) \right]$

Randvoorwaarde is dat $\phi_0 = \phi_1$ bereikt wordt voor $x = l_1$ dus

$$\phi_1 = \frac{2Q}{\pi} \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi l_1}{2h_1}\right) \right]$$

$$\frac{\phi_{x_1}}{\phi_1} = \frac{\frac{2Q}{\pi} \cdot \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi x_1}{2h_1}\right) \right]}{\frac{2Q}{\pi} \cdot \operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi l_1}{2h_1}\right) \right]}$$

$$\phi_{x_1} = \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi x_1}{2h_1}\right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp\left(\frac{\pi l_1}{2h_1}\right) \right]} \cdot \phi_1 \quad (1)$$

Model 2 (groot model)

Afleiding verder als bij model 1.

$$\phi_{x_2} = \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi x_2}{2h_2} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi l_2}{2h_2} \right) \right]} \cdot \phi_2 \quad (2)$$

Uitgangspunt: Voor $x_1 = x_2 = a$ gelijke potentiaal geëist.

M.a.w. $\phi_{x_1} = \phi_{x_2} = \phi_a$

Uit gelijkstelling van de bovenstaande vergelijkingen (1) en (2) volgt:

$$\frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2h_1} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi l_1}{2h_1} \right) \right]} \cdot \phi_1 = \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2h_2} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi l_2}{2h_2} \right) \right]} \cdot \phi_2$$

Geometrische vergroting: Stel $\frac{l_2}{l_1} = \frac{h_2}{h_1} = n$

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2h_1} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi l_1}{2h_1} \right) \right]} \cdot \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi n l_1}{2n h_1} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2n h_1} \right) \right]}$$

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2h_1} \right) \right]}{\operatorname{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2n h_1} \right) \right]}$$

$$\operatorname{arcch} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right).$$

Nu is $a \ll h$. Bv. a orde van grootte van 1 mm en h van 500 mm.

Voor $\frac{a}{h} \rightarrow 0$ (en met voldoende nauwkeurigheid voor $\frac{a}{h} < 10^{-2}$)

$$\text{geldt dan } \frac{\phi_2}{\phi_1} = \sqrt{n}.$$

Immers

$$\lim_{\frac{a}{h} \rightarrow 0} \frac{\phi_2}{\phi_1} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\text{arcch} [\exp(p)]}{\text{arcch} [\exp(\frac{p}{n})]}$$

Volgens de l'Hôpital

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\exp^2(\frac{p}{n}) - 1}}{\sqrt{\exp^2(p) - 1}} \cdot \frac{\exp(p)}{\exp(\frac{p}{n}) \cdot \frac{1}{n}}$$

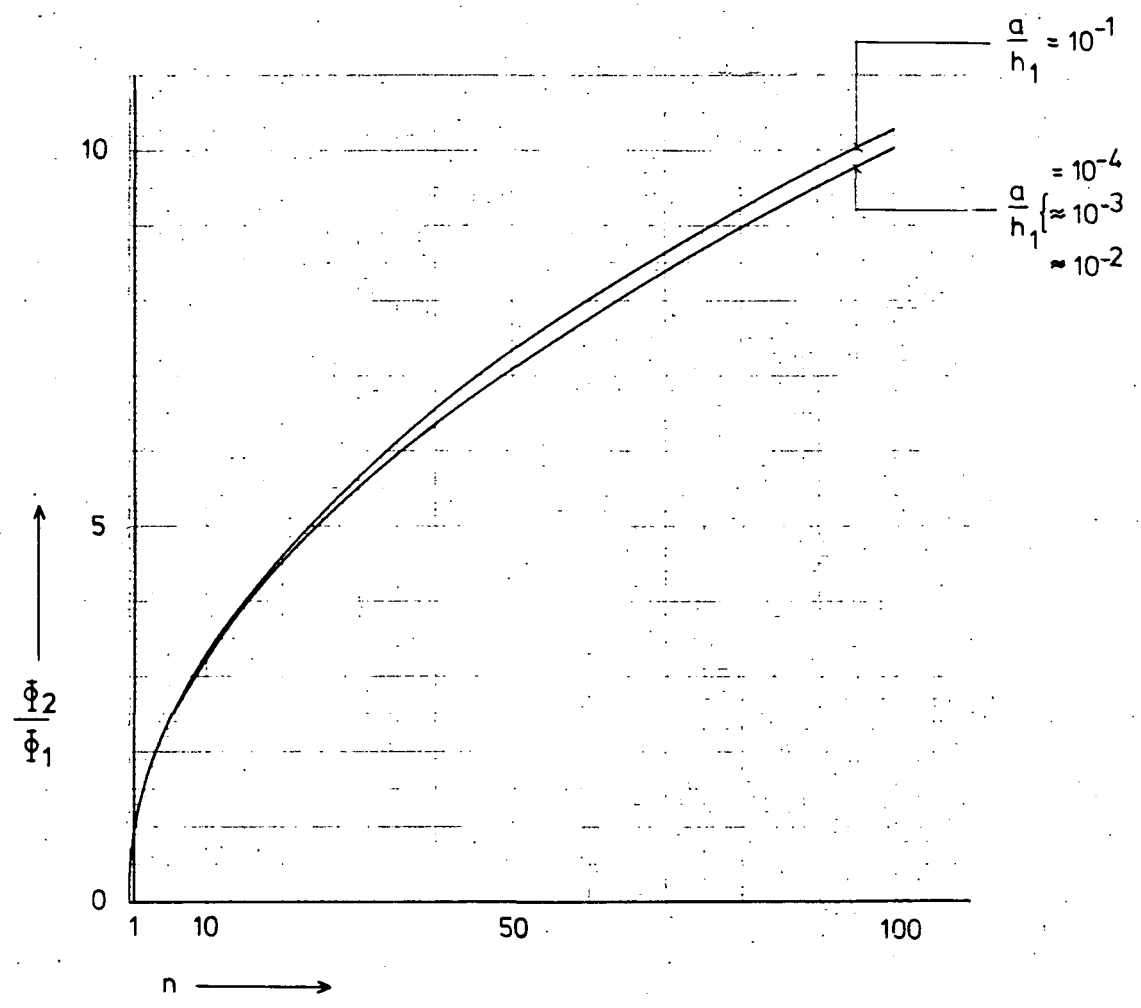
$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{n \cdot \exp(p)}{\exp(\frac{p}{n})} \sqrt{\frac{(1 + \frac{2p/n}{1!} + \frac{(2p/n)^2}{2!} + \frac{(2p/n)^3}{3!} + \dots) - 1}{(1 + \frac{2p}{1!} + \frac{(2p)^2}{2!} + \frac{(2p)^3}{3!} + \dots) - 1}}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{n \cdot \exp(p)}{\exp(\frac{p}{n})} \sqrt{\frac{\frac{2p/n}{1!}}{\frac{2p}{1!}}}$$

$$= \frac{n \cdot 1}{1} \sqrt{\frac{2/n}{2}} = n \cdot \sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{n}$$

Zie ook grafiek 2 van de appendix.

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\text{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2h} \right) \right]}{\text{arcch} \left[\exp \left(\frac{\pi a}{2nh} \right) \right]}$$



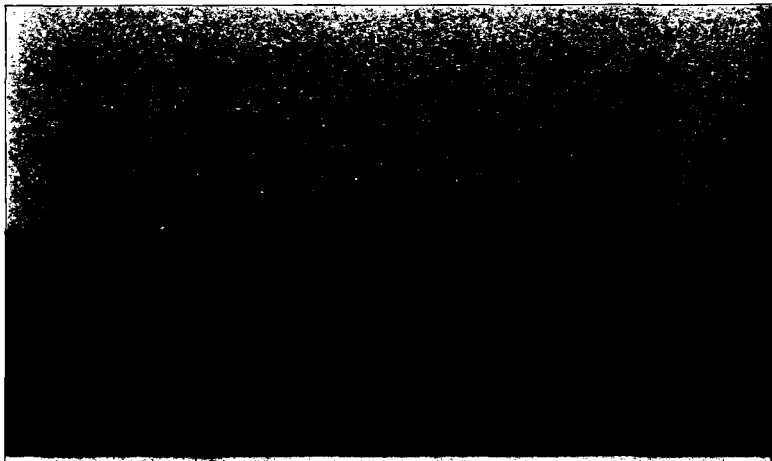
appendix

grafiek 2

CENTRUM VOOR ONDERZOEK WATERKERINGEN	BIJLAGE -		werknr. S-71.063
	get. vdl 678	gez.	tek.nr. 78.152

De Technische Adviescommissie voor de Waterkeringen werd door de Minister van Verkeer en Waterstaat ingesteld.

De commissie adviseert de minister omtrent alle technisch-wetenschappelijke aspecten die van belang kunnen zijn voor een doelmatige constructie en het onderhoud van waterkeringen dan wel voor de veiligheid van door waterkeringen beschermde gebieden.



30-18

EP	REW	VA	EXCEN
BY	RY		