1647

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING DER MARITIEME TECHNIEK
LABORATORIUM VOOR SCHEEPSHYDROMECHANICA

BEREKENINGSMETHODEN VAN HYDRODYNAMISCHE COEFFICIENTEN VAN SCHEPEN OP ONDIEP WATER

Rapport nr. 571
Januari 1983

Delft University of Technology
Ship Hydromechanics Laboratory
Mekelweg 2
2628 CD DELFT
The Netherlands
Phone 015 -786882

waterloopkundig laboratorium
delft hydraulics laboratory

MARIN
Maritime Research Institute Netherlands
P.O. Box 28 - 6700 AA - WAGENINGEN

"Dit rapport is opgesteld door THD/WL/NSP ingevolge opdracht no. 82/1528/7.3. van de Stichting Coördinatie Maritiem Onderzoek".

"© THD/WL/NSP, 1982."

"Niets uit deze uitgave mag worden vervaelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotocopie, microfilm of op welke andere wijze ook, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van THD/WL/NSP."

BEREKENINGSMETHODEN VAN HYDRODYNAMISCHE COEFFICIENTEN VAN SCHEPEN OP ONDIEP WATER

Samengesteld door:

1. Technische Hogeschool Delft (THD)
   Afdeling der Maritieme Techniek
   Vakgroep Scheepshydromechanica (W. Beukelman)

2. Waterloopkundig Laboratorium (P.J. Keuning)

3. Maritiem Research Instituut Nederland (R.H.M. Huijsmans)

INHOUD

SYMBOLENLIJST

1. INLEIDING
   1.1. Doel en opzet van het project
   1.2. Achtergrond

2. PROEVEN

3. BEREKENINGSMODELLEN
   3.1. Methode WL en THD
   3.2. Methode MARIN

4. VERGELIJKING RESULTATEN

5. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

REFERENTIES

APPENDIX A
   Methode WL: twee-dimensionale bronbeleggingsmethode

APPENDIX B
   Methode TH Delft
   Methode Keil: twee-dimensionale veelpoolbenaderingsmethode

APPENDIX C
   Methode MARIN
   Beschrijving 3-D diffractietheorie

Tabellen (2)
Figuren

SYMBOLENLIJST

A_n	bronsterkte
a_{kj}, b_{kj}	toegevoegde massa en dempingscoëfficiënt voor het gehele schip
a'_{kj}, b'_{kj}	toegevoegde massa en dempingscoëfficiënt voor een sectie met voorwaartse snelheid V
a°_{kj}, b°_{kj}	toegevoegde massa en dempingscoëfficiënt voor een sectie voor snelheid nul
B	breedte van model, dempingsmatrix
C	hydrostatische reactie matrix
C_B	blokcoëfficiënt
d	aanduiding voor diffractiepotentiaal
F	kracht
F_k	hydrodynamische reactiekracht in de k^e richting
F_n	getal van Froude
g	versnelling van de zwaartekracht
h	waterdiepte
j	mode van beweging
k	golfgetal ($= 2\pi/\lambda$), richtingsaanduiding
L	lengte van model
M	massa matrix van model
M_a	hydrodynamische massa matrix
n_k	richtingsnormaal
p	druk
r	oscillatie amplitude, aanduiding voor stralingspotentiaal
S	oppervlakte van model
T	diepgang van het model
T_{kj}	hydrodynamische reactiekracht in de k^e richting voor de j^e bewegingsmode
t	tijd
V	voorwaartse snelheid van schip
v	watersnelheid, functie die de invloed beschrijft van de bronsterkteverdeling

v_s	snelheid van een punt op de scheepshuid
w	aanduiding voor golfpotentiaal
x, y, z	rechtsdraaiend coördinatensysteem
$\underline{x}$	positie vector
x_j	beweging in j^e richting, j = 1(1)6
β	drifthoek
ω	frequentie van inkomende golf
ω_e	ontmoetingsfrequentie, oscillatie frequentie
χ	golfrichting
$\tilde{\Phi}$	totale snelheidspotentiaal
Φ_s	stationaire bewegingspotentiaal
ϕ, ϕ°	oscillerende snelheidspotentiaal voor snelheid ongelijk aan nul respectievelijk gelijk aan nul
ϕ_j, ϕ_j°	oscillerende snelheidspotentiaal in de j^e richting voor snelheid ongelijk aan nul respectievelijk gelijk aan nul
ψ	stroomfunctie
$\underline{\zeta}$	lokatie vector
ζ	uitwijking van het golfoppervlak
μ_j	complexe bronsterkteverdeling voor mode j
η_j	bewegingsamplitude voor mode j
λ	golflengte
ν	frequentiegetal (= ω_e^2/g)
ν_o	golfgetal dat aan de oppervlakte voorwaarde voldoet

1. INLEIDING

1.1. Doel en opzet van het project

Het ligt in de bedoeling om door uitvoering van dit project een begin te maken met de bepaling van het gedrag van een schip in ondiep water ten gevolge van golven en manoeuvreren. Het onderzoek is vooral gericht op het bepalen van de hydrodynamische coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen.
Daartoe zijn door het Laboratorium voor Scheepshydromechanica van de Afdeling der Maritieme Techniek van de Technische Hogeschool te Delft (THD) gedwongen oscillatieproeven uitgevoerd om deze coëfficiënten voor de verticale en horizontale richting en voor verschillende waterdiepten te meten.

Deze resultaten worden vergeleken met die van drie berekeningsmethoden te weten:

1. Een methode ontwikkeld door Prof. Keil (zie [1] van Appendix B) en aangepast door de THD.
2. Een twee-dimensionale diffractiemethode ontwikkeld door het Waterloopkundig Laboratorium (WL) te Delft.
3. Een drie-dimensionale diffractiemethode ontwikkeld door het Maritiem Research Instituut Nederland (MARIN) te Wageningen.

Van de drie berekeningsmethoden zijn de eerste twee gebaseerd op een twee-dimensionale berekening waarin de stripmethode is toegepast om de waarde voor het gehele model inclusief de snelheidsinvloed te bepalen. Deze snelheidsinvloed is op de bekende wijze in rekening gebracht zoals aangegeven in [1] en Hoofdstuk 3.1.
In de drie-dimensionale methode van het MARIN is de snelheidsinvloed geïntroduceerd volgens een benaderingsmethode als weergegeven in Hoofdstuk 3.2.

1.2. Achtergrond

Het is algemeen bekend dat de afstand tussen kiel en bodem van invloed is op het gedrag van een schip in golven. In ondiep water hangt de afstand van kiel tot bodem in de eerste plaats af van de trim en inzinking van het schip die een functie zijn van de voorwaartse snelheid. Daarbij komt dan nog de verticale verplaatsing van het schip ten gevolge van de beweging in golven. In horizontale richting veranderen de stuurmanoeuvres eveneens ten gevolge van een beperkte waterdiepte.

Kennis over het gedrag van een schip in golven op ondiep water ook ten gevolge van het manoeuvreren is belangrijk voor ontwerpers, scheepsreders, havenautoriteiten en havenontwerpers. Het betreft hier in eerste plaats het opereren van schepen op ondiep water om criteria te kunnen opstellen ten aanzien van toelaatbare "keelclearance" en breedten van aanlooproutes. Ook is het mogelijk het simuleren van het binnenlopen van een haven voor een schip op een meer realistische wijze uit te voeren, mede ten behoeve van de studie van het scheepvaartverkeer.
Bovendien worden bijvoorbeeld de kosten voor het baggeren van een haveningang voor een belangrijk gedeelte bepaald door de minimaal toelaatbare afstand tussen kiel en bodem vooral met betrekking tot grote schepen. Kennis van gedrag van bijvoorbeeld bakken en cutterzuigers in golven op ondiep water is nodig zowel voor optimalisatie ten aanzien van het ontwerp als voor het gebruik (bijvoorbeeld voor criteria en het aantal werkbare dagen per jaar).
In de tweede plaats is kennis van het gedrag van schepen op ondiep water belangrijk voor het ontwerpen. Het is mogelijk om bepaalde criteria in te bouwen bij de optimalisatie van het scheepsontwerp. Maar ook bij het ontwerpen van havens en haveningangen is het noodzakelijk om de vereiste breedte en diepte te kunnen bepalen.

Alle berekeningsmethoden gaan uit van de potentiaaltheorie zonder visceuze invloeden in rekening te brengen. Voor ondiep water is be-

wezen dat op deze wijze bevredigende resultaten zijn te bereiken voor alle bewegingen met uitzondering van de slingerbewegingen. Hierbij blijkt de visceuze invloed in de meeste gevallen een dominante rol te spelen. Voor ondiep water werd in het algemeen een sterke toename van de visceuze invloed ook op de andere bewegingen verwacht.
Tevens leek het waarschijnlijk dat twee-dimensionale berekeningen onvoldoende zouden zijn in verband met de sterker verwachte omstroming bij voor- en achterschip dan voor diep water. In dat geval zou het gebruik van de stripmethode niet geoorloofd zijn. Door het huidige onderzoek is getracht om door meting en berekening van de hydrodynamische massa en demping meer inzicht te krijgen in de invloed van de bovengenoemde verschijnselen.

Om tot een beter inzicht te komen zijn voor een in zeven segmenten verdeeld model deze hydrodynamische coëfficiënten per segment gemeten afhankelijk van waterdiepte, oscillatiefrequentie, -amplitude en voorwaartse snelheid.
Deze proeven zijn uitgevoerd in twee fasen. De eerste fase had betrekking op de hogere golffrequenties, terwijl in de tweede fase oscillaties met lagere manoeuvreerfrequenties werden uitgevoerd.
De meetresultaten tezamen met de berekeningen volgens de methode van Prof. Keil zijn in het kader van dit project gepresenteerd in rapport No. 546 A van het Laboratorium voor Scheepshydromechanica (THD) en in International Shipbuilding Progress (ISP, november 1982), terwijl deze resultaten voor de lagere manoeuvreerfrequenties zijn weergegeven in rapport No. 562 van het bovengenoemde Laboratorium.

Uit het onderzoek is gebleken dat beide genoemde verschijnselen die verwacht werden een te verwaarlozen invloed hebben op de hydrodynamische coëfficiënten van de beschouwende bewegingen op ondiep water. Hieruit volgt dat de stripmethode gebaseerd op de potentiaaltheorie niet alleen voor diep water maar ook voor ondiep water bevredigende resultaten kan opleveren met betrekking tot de beweging van schepen in golven.

2. PROEVEN

Voor een gedetailleerde beschrijving van de proefopstelling, de proeven en de onderzochte parameters, zie de reeds eerder voor dit project uitgebrachte rapporten No. 546 A, ISP (november 1982) en No. 562 van het Laboratorium voor Scheepshydromechanica, Afdeling der Maritieme Techniek van de Technische Hogeschool te Delft (THD). Hieronder volgt volledigheidshalve een korte beschrijving van de in bovengenoemde rapporten weergegeven experimenten. [2]

De proeven met gedwongen oscillatie zijn uitgevoerd met een model van de Todd-60 serie zonder roer en voortstuwer. De hoofafmetingen L_{11} x B x T zijn 2,258 x 0,322 x 0.129 m met C_B = 0,70.
Het model is verdeeld in zeven secties elk afzonderlijke verbonden aan een stijve balk door middel van een rekstrookdynamometer. Deze dynamometers meten alleen verticale of horizontale krachten afhankelijk van de beweging.
Uit het in-fase en uit-fase gedeelte van deze krachten zijn respectievelijk de toegevoegde massa en de demping of het bijbehorende moment voor elke sectie bepaald. Uitgevoerd zijn de verticale dompen stampbewegingen en de horizontale verzet- en gierbewegingen.
Met het oog op de vergelijking met berekeningen is het model vastgehouden zodat geen trim of inzinking ten gevolge van snelheid kon plaatsvinden.
De experimenten betreffen de volgende waterdiepte-diepgang verhoudingen:

$$h/T = 2,40;\ 1,80;\ 1,50;\ 1,20;\ 1,15$$

twee snelheden, namelijk:

$$F_n = 0,1 \text{ en } 0,2$$

vijf oscillatiefrequenties:

$$\omega = 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12$$

De laatste frequentie alleen voor de verticale bewegingen terwijl voor de horizontale bewegingen ook $\omega = 9$ gemeten is.

Minimaal drie amplituden zijn beschouwd om de invloed van eventuele niet-lineariteiten te kunnen bepalen.
De oscillaties met manoeuvreerfrequenties zijn uitgevoerd voor dezelfde waterdiepte-diepgang verhoudingen maar voor twee lagere snelheden, namelijk:

$$F_n = 0{,}0675 \text{ en } 0{,}103$$

en drie oscillatiefrequenties, namelijk:

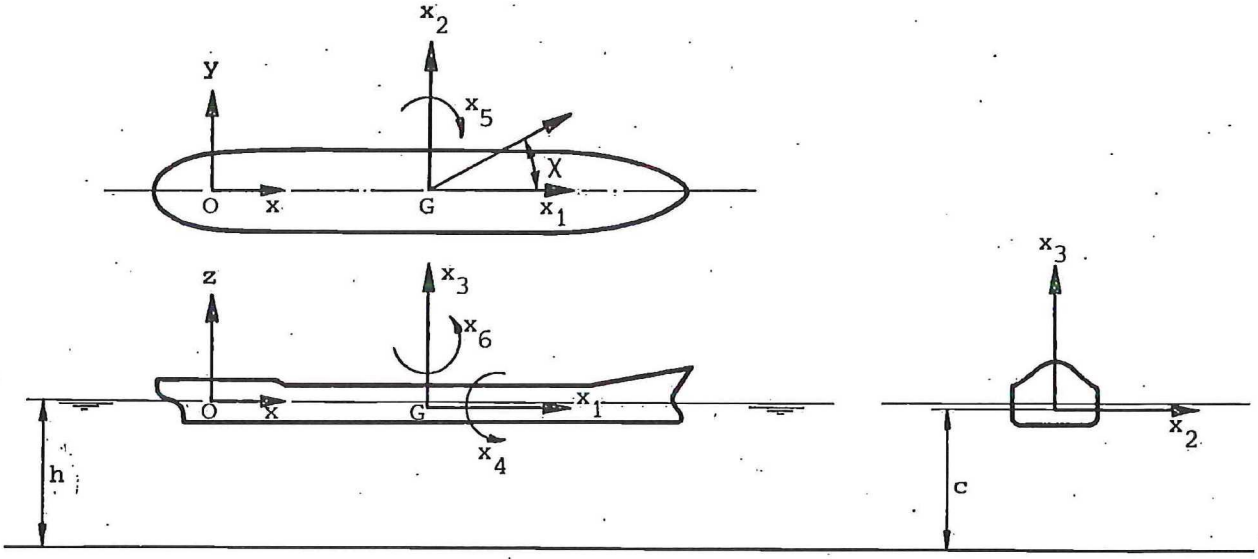
$$\omega = 0{,}26;\ 0{,}50;\ 0{,}75$$

Bovendien zijn statische drifthoekproeven uitgevoerd voor het bereik $-10° < \beta < 10°$ in stappen van 1 graad.
Meet-en berekeningsresultaten van deze langzame oscillaties zijn weergegeven in het reeds genoemde rapport No. 562. Verder zullen deze laagfrequente oscillaties niet meer worden behandeld in dit rapport.

Als de hydrodynamische coëfficiënten van de sectie gedeeld worden door de lengte van de sectie worden de gemiddelde hydrodynamische sectie coëfficiënten gevonden. De coëfficiënten a_{kj} en b_{kj} zijn voor elk van de beschouwende bewegingen bepaald door integratie over de modellengte van de uit de meting afgeleide resultaten van de afzonderlijke sectie.
De zeven gemiddelde sectiewaarden van de hydrodynamische coëfficiënten zijn te zien in Figuren 2 en 3 voor $h/T = 1{,}5$ en $1{,}15$ op basis van ω.
Voor dezelfde condities zijn ook de totale modelwaarden weergegeven in Figuur 4 voor $F_n = 0{,}1$ en in Figuren 5 t/m 8 voor $F_n = 0{,}2$.
Hierbij moet bedacht worden dat de hydrodynamische coefficienten in Figuren 7 en 8 niet direct bepaald zijn, maar afgeleid uit de metingen.
De resultaten in bovengenoemde figuren hebben betrekking op een oscillatieamplitude $r = 0{,}01$ m.

3. BEREKENINGSMODELLEN

Bij het beschrijven van de bewegingen van een schip varend op ondiep water gaan we uit van het volgende assenstelsel:



Figuur 1.

Het schip vaart met snelheid V in regelmatige golven van frequentie ω en golfrichting χ. De ontmoetingsfrequentie tussen schip en golf is gedefinieerd als:

$$\omega_e = \omega - Vk \cos \chi, \quad \text{met}$$

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

en h is de waterdiepte.

Aannemende dat de vloeistof niet visceus, incompressibel en rotatie vrij is, dan kan het probleem van een star schip oscillerend in golven beschreven worden door middel van snelheidspotentialen.
Voor een afleiding hiervan zie Salvesen et al [3], Vugts [4] en Inglis [5] en Semjenov-Tjan-Schanski [7].
Hier zal slechts in het kort een beschrijving gegeven worden van de mathematische analyse.

De totale potentiaal $\tilde{\Phi}(x,y,z,t)$ moet voldoen aan Laplace en aan een geschikte stralingsconditie op oneindig.
Voor $\tilde{\Phi}(x,y,z,t)$ kan geschreven worden [5]:

(1) $$\tilde{\Phi}(x,y,z,t) = -Vx + \Phi_s(x,y,z) + \phi . e^{i\omega_e t}$$, waarin

Φ_s de stationaire bewegingspotentiaal voorstelt.

Verder gelden de volgende randvoorwaarden:

1. Het vrije vloeistof oppervlak

(2) $$\frac{D}{Dt} P = -\rho \frac{D}{Dt} \{(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} + \tfrac{1}{2}|\nabla\Phi|^2 + gz\} = 0$$

op $z = \zeta(x,y,t)$

waarin $\frac{D}{Dt}$ de materiële afgeleide en $\zeta(x,y,t)$ het golfoppervlak is.
Hetgeen oplevert:

(3) $$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} + 2\nabla\tilde{\Phi} \cdot \nabla\tilde{\Phi} + \tfrac{1}{2}\nabla\tilde{\Phi} \cdot \nabla(\nabla\tilde{\phi}.\nabla\tilde{\phi}) + g\tilde{\Phi}_z = 0$$

op $z = \zeta(x,y,t)$

dit is een niet-lineaire randvoorwaarde.

2. Scheepsoppervlak

(4) $$(\underline{v}_s - \underline{v}).\underline{n} = 0$$ op het scheepsoppervlak

Er is geen transport van vloeistof door de scheepshuid.
$\underline{v}_s$ is de scheepssnelheid, $\underline{v}$ is de watersnelheid en $\underline{n}$ is de richtingsnormaal.

3. Zeebodem

(5) $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{op } z = -h$

Indien uitgegaan wordt van kleine bewegingen en de geometrie van de scheepshuid zodanig is dat het aandeel van ϕ_s in de potentiaal $\tilde{\Phi}$ klein verondersteld wordt, dan is het mogelijk om de randvoorwaarden te lineariseren [5].
De oscillerende potentiaal kan dan geschreven worden als:

(6) $\phi = \sum_{j=1}^{6} \eta_j \phi_j$, met j de bewegingsmode en

j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 staat voor de bewegingen: schrikken, verzetten, dompen, slingeren, stampen en gieren en η_j is de bewegingsamplitude.

Op het vrije vloeistof oppervlak geldt nu:

(7) $\Phi_{tt} - 2V\Phi_{xt} + V^2\Phi_{xx} + g\Phi_z = 0 \quad \text{op } z = 0$

of ook:

(8) $\{(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x})^2 + g \frac{\partial}{\partial z}\} \phi = 0 \quad \text{op } z = 0$

Aannemende dat de ontmoetingsfrequentie, ω_e, hoog is ten opzichte van $V \frac{\partial}{\partial x}$ kunnen we deze vrije vloeistof oppervlak randvoorwaarden herschrijven als:

$$-\omega_e^2 \phi + g\phi_z = 0 \quad \text{op } z = 0$$

Dit is nu de gelineariseerde vrije vloeistof oppervlakte conditie voor snelheid nul.

De bewegingspotentiaal ϕ_j moet aan relatief complexe randvoorwaarden voldoen. Zoals echter door Salvesen et al [3] is aangetoond, is het mogelijk om de bewegingspotentialen uit te drukken in snelheidsonafhankelijke potentialen:

$$\phi_j = \phi_j^\circ \text{ voor } j = 1, 2, 3, 4$$

$$\phi_5 = \phi_5^\circ + \frac{V}{i\omega_e}\phi_3^\circ \tag{9}$$

$$\phi_6 = \phi_6^\circ - \frac{V}{i\omega_e}\phi_2^\circ$$

met ϕ_j°, een snelheidsonafhankelijke potentiaal die aan randvoorwaarden moet voldoen met het schip in de gemiddelde positie.

Indien de bewegingspotentialen ϕ_j berekend zijn, kan met behulp van de gelineariseerde Bernouilli vergelijking de druk bepaald worden:

$$p = -\rho\left(\frac{\partial}{\partial t} - V\frac{\partial}{\partial x}\right)\phi \quad , \text{ waarin} \tag{10}$$

$$\phi = \sum_{j=1}^{6} \eta_j \phi_j$$

De hydrodynamische reactiekracht volgt uit:

$$F_k = -\iint_S p.n_k \, dS \tag{11}$$

De methodieken die ten grondslag liggen aan de berekeningen van het WL, MARIN en THD zijn gebaseerd op bovenstaande afleidingen.
De verschillen komen met name naar voren daar waar de bewegingspotentialen ϕ_j° geldend voor snelheid nul berekend worden en de wijze waarop de voorwaartse snelheid in rekening gebracht wordt.
Voor de berekening van ϕ_j° volgde de THD en WL een twee-dimensionale oplosmethodiek, het MARIN volgde een 3-D berekeningsmethode.
De benaderingsmethodiek zoals gevolgd door THD en WL heeft als extra eis voor de geometrie van het schip dat de afmetingen $L/B \approx \mathcal{O}(\varepsilon^{-1})$ moeten zijn.

3.1. Methode WL en THD

Uitgaande van een twee-dimensionale bewegingspotentiaal ϕ_j° kan voor de hydrodynamische reactiekracht F_k met inachtneming van (10) geschreven worden:

$$F_k = + \iint_S +\rho \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x}\right) \phi n_k \, dS$$

$$F_k = \sum_{j=1}^{6} \iint_S \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x}\right) \eta_j \phi_j n_k \, dS \tag{12}$$

Stel nu:

$$F_k = \sum_{j=1}^{6} T_{kj} = \sum_{j=1}^{6} -\omega_e^2 \, a_{kj} + i\omega_e \, b_{kj}$$

waaruit volgt:

$$-\omega_e^2 \, a_{kj} = \text{reëel deel } T_{kj}$$

$$+i\omega_e \, b_{kj} = \text{imaginair deel } T_{kj}$$

Indien nu geldt:

$$\phi_j^\circ(x,y,z) = \phi_j^\circ(y,z).f(x) \tag{13}$$

waarin f(x) de afhankelijkheid van de geometrie van het schip ter plaatse van x weergeeft,

$$T_{kj} = \int_L \int_{C_o(x)} \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x}\right) \eta_j \phi_j n_k \, dC \, dL \, , \tag{14}$$

Definiëer $\tilde{T}_{kj}$ als:

$$\tilde{T}_{kj}(x) = \int_{C_o(x)} \left(i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x}\right) \phi_j n_k \, dC$$

$$= i\omega_e \int_{C_o(x)} \phi_j n_k \, dC - V \frac{\partial}{\partial x} \int_{C_o(x)} \phi_j n_k \, dC \tag{15}$$

met: $$T_{kj} = \int_L \tilde{T}_{kj}(x)\, dL$$

Indien voor ϕ_j de vergelijking (9) ingevuld wordt:

(16) $$\tilde{T}_{kj}(x) = i\omega_e \int_{C_o(x)} \eta_j \phi_j^\circ n_k \, dC - V \frac{\partial}{\partial x} \int_{C_o(x)} \eta_j \phi_j^\circ n_k \, dC \,, \qquad j = 1, 2, 3, 4$$

$$\tilde{T}_{k5}(x) = i\omega_e \int_L \eta_5 \left(\phi_5^\circ + \frac{V}{i\omega_e} \phi_3^\circ\right) n_k \, dC +$$

$$- V \frac{\partial}{\partial x} \int_L \eta_5 \left(\phi_5^\circ + \frac{V}{i\omega_e} \phi_3^\circ\right) n_k \, dC$$

analoog voor j = 6.

Voor j = 1, 2, 3, 4 geldt dat de eerste term in (16) het snelheidsonafhankelijke deel van de hydrodynamische reactiekracht voorstelt en dat het tweede deel de snelheidsafhankelijkheid weergeeft.

Bij de berekening van ϕ_j° volgt de THD de methode van Keil; deze maakt gebruik van Lewis transformaties, de methode van het WL gaat uit van een twee-dimensionale bronbeleggingsmethode.
Uitwerkingen van deze methoden zijn te vinden in de Appendix A en Appendix B.

Twee versies van de striptheorie kunnen worden gebruikt:

- Versie 1 leidt tot de gewone methode van de striptheorie waarbij enkele van de symmetrie relaties ontbreken in de koppelcoëfficiënten voor de demping.
- Versie 2 bezit extra termen waardoor de symmetrie relaties wel opgaan; [1] en [2].

Als resultaat voor de toegevoegde massa's en dempingen per sectie geldt nu:

Dompen:

$$a'_{33} = a^\circ_{33} + \left[\frac{V}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right]$$

$$b'_{33} = b^\circ_{33} - V\frac{d}{dx} a^\circ_{33}$$

(17a)

$$a'_{35} = -a^\circ_{33}x - [2]\frac{V}{\omega_e^2} b^\circ_{33} - \left[x\frac{V}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right] + \frac{V^2}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} a^\circ_{33}$$

$$b'_{35} = -b^\circ_{33}x + 2V a^\circ_{33} + xV\frac{d}{dx} a^\circ_{33} + \left[\frac{V^2}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right]$$

Stampen:

$$a'_{55} = +a^\circ_{33}x^2 + 2\frac{V}{\omega_e^2} b^\circ_{33}x - \frac{V^2}{\omega_e^2} x\frac{d}{dx} a^\circ_{33} + \left[\frac{V}{\omega_e^2} x^2\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right] = -a'_{35}x$$

$$b'_{55} = b^\circ_{33}x^2 - 2Vx a^\circ_{33} - Vx^2\frac{d}{dx} a^\circ_{33} - \left[\frac{V^2}{\omega_e^2} x\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right]$$

(17b)

$$= b'_{35}x$$

$$a'_{53} = -x a^\circ_{33} - \left[x\frac{V}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{33}\right] = -x a'_{33}$$

$$b'_{53} = -x b^\circ_{33} + xV\frac{d}{dx} a^\circ_{33} = -x b'_{33}$$

Verzetten:

$$a'_{22} = a^\circ_{22} + \left[\frac{V}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{22}\right]$$

$$b'_{22} = b^\circ_{22} - V\frac{d}{dx} a^\circ_{22}$$

(17c)

$$a'_{26} = -x a^\circ_{22} - [2]\frac{V}{\omega_e^2} b^\circ_{22} - \left[x\frac{V}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{22}\right] + \frac{V^2}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} a^\circ_{22}$$

$$b'_{26} = -x b^\circ_{22} + 2V a^\circ_{22} + xV\frac{d}{dx} a^\circ_{22} + \left[\frac{V^2}{\omega_e^2}\frac{d}{dx} b^\circ_{22}\right]$$

Gieren:

$$a'_{66} = a_{22}x^2 + 2 \times \frac{V}{\omega_e^2} b^\circ_{22} + \left[x^2 \frac{V}{\omega_e^2} \frac{d}{dx} b^\circ_{22} \right] - x \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{d}{dx} a^\circ_{22}$$

$$= x\, a'_{26}$$

$$b'_{66} = b^\circ_{22}x^2 - 2 \times V\, a^\circ_{22} - x^2 V \frac{d}{dx} a^\circ_{22} - x \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{d}{dx} b^\circ_{22} \qquad (17d)$$

$$= x\, b'_{26}$$

$$a'_{62} = -a^\circ_{22}x - \left[\frac{V}{\omega_e^2} \times \frac{d}{dx} b^\circ_{22} \right] = x\, a'_{22}$$

$$b'_{62} = -b^\circ_{22}x + V \times \frac{d}{dx} a^\circ_{22} = x\, b'_{22}$$

Versie 1 = coëfficiënten zonder termen tussen de vierkante haken.
Versie 2 = coëfficiënten inclusief de termen tussen vierkante haken.

De toegevoegde massa en de demping voor het schip volgt uit integratie van de coëfficiënten uit (17) over de lengte.
De bewegingsvergelijking voor het schip volgt uit Newton:

$$\frac{d\underline{MV}}{dt} = \underline{F}_{\text{excitatie}} + \underline{F}_{\text{reactie}}$$

waaruit dan volgt:

$$(M + M_a)\ddot{\underline{x}} + B\dot{\underline{x}} + C\underline{x} = \underline{F}_{exc}, \quad \text{waarin:} \qquad (18)$$

M de massa matrix en C de hydrostatische reactie matrix is.

Voor M_a geldt:

$$M_a = \begin{bmatrix} a_{22} & 0 & 0 & a_{26} \\ 0 & a_{33} & a_{35} & 0 \\ 0 & a_{53} & a_{55} & 0 \\ a_{62} & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix}$$

en:

$$B = \begin{bmatrix} b_{22} & 0 & 0 & b_{26} \\ 0 & b_{33} & b_{35} & 0 \\ 0 & b_{53} & b_{55} & 0 \\ b_{62} & 0 & 0 & b_{66} \end{bmatrix}$$

Voor het in Hoofdstuk 2 genoemde Todd-60 model zijn ook de hydrodynamische coëfficiënten berekend en vergeleken met de metingen. De sectiewaarden en de waarden voor het gehele model van de hydrodynamische coëfficiënten zijn voor versie 1 weergegeven in de Figuren 2 t/m 8 met betrekking tot twee waterdiepten (h/T = 1,5 en 1,15) en vijf frequenties (ω_e = 4, 6, 8, 10 en 12) en de aangegven snelheden.
Voor snelheid nul zijn de toegevoegde massa en demping voor dompen en verzetten weergegeven in de Tabellen 1 en 2 evenals de bijbehorende koppelcoëfficiënten voor deze bewegingen.

3.2. Methode MARIN

Indien uitgegaan wordt van de drie-dimensionale bewegingspotentiáal ϕ_j kan er geschreven worden (zie (12)):

$$(19) \qquad T_{kj} = \rho \iint (i\omega_e - V \frac{\partial}{\partial x}) \eta_j \phi_j n_k \, dS$$

$$= \rho \iint_S i\omega_e \eta_j \phi_j n_k - \rho V \iint_S \eta_j \frac{\partial}{\partial x} \phi_j n_k \, dS$$

Voor $\frac{\partial}{\partial x} \phi_j$ kan de snelheid in x-richting gelezen worden, deze snelheid in x-richting wordt in het MARIN programma direct bepaald, zodat tengevolge van eenheidsoscillatiebewegingen lokaal de x-snelheden op het oppervlak van het schip bekend zijn.
Na integratie over het oppervlak van $\phi_j n_k$ en $\frac{\partial}{\partial x} \phi_j n_k$ is T_{kj} bekend.

Het bepalen van de infase respectievelijk uitfase componenten van T_{kj} leveren de toegevoegde massa respectievelijk demping:

$$-\omega_e^2 \, a_{kj} = \text{reëel deel } T_{kj}$$

$$+i\omega_e \, b_{kj} = \text{imaginair deel } T_{kj}$$

De berekening van de bewegingspotentiaal ϕ_j° geschiedt met een drie-dimensionale bronbeleggingsmethode, voor de beschrijving zie Appendix C.

Ook voor deze methode zijn de afgeleide sectiewaarden en de waarden van de hydrodynamische coëfficiënten voor het gehele model weergegeven in de Figuren 2 t/m 8 met betrekking tot twee waterdiepten (h/T = 1,5 en 1,15) en vier frequenties (ω_e = 4, 6, 8 en 10) en de aangegeven snelheden.
Voor snelheid nul zijn dezelfde coëfficiënten weergegeven in de Tabellen 1 en 2 als aangeduid in Hoofdstuk 3.1.

4. VERGELIJKING RESULTATEN

1. Voor de lineaire bewegingen, verzetten en dompen, blijken in het algemeen de gemeten en berekende waarden van de hydrodynamische coëfficiënten goed overeen te komen, met uitzondering van twee gevallen.
   Het eerste geval betreft de toegevoegde massa op ondiep water. Bij de verdeling blijken uit Figuren 2 en 6 voor de lage frequenties de berekeningen van MARIN nogal af te wijken.
   De tweede uitzondering betreft de dempingscoëfficiënt voor het verzetten. Uit Figuur 5 blijkt dat voor $F_n = 0,2$ de gemeten waarden 20 tot 30% lager zijn dan alle berekende resultaten. Hieruit volgt ook (zie Figuur 8) dat voor het gieren de gemeten dempingscoëfficiënten lager zijn dan de berekende waarden. Opmerkelijk is dat de berekende resultaten volgens MARIN nogal afwijken van de beide andere berekeningen en gunstiger liggen ten opzichte van de meetresultaten.
   Dezelfde tendenzen kunnen in mindere mate ook geconstateerd worden voor de dempingscoëfficiënt van de stampbeweging, zie Figuur 7.

2. Bij de massa koppelcoëfficiënten blijkt er vooral voor de horizontale bewegingen goede overeenstemming te bestaan tussen de gemeten en berekende waarden.

3. De koppelcoëfficiënten voor de demping tonen met betrekking tot de verticale beweging goede overeenkomst tussen gemeten en berekende waarden.
   Voor de horizontale bewegingen, echter, blijken de afwijkingen tussen de berekende waarden onderling en de gemeten waarden zeer groot te zijn.
   Dat verschijnsel is ook te zien aan de verdeling van deze coëfficiënt over de modellengte, zie Figuur 2. Uit deze figuur is duidelijk dat de gemeten waarden voor bijvoorbeeld b_{26} in het achterschip veel lager te zijn dan de berekende resultaten, vooral voor $h/T = 1,15$.

4. De verschillen tussen de berekende resultaten voor de koppelcoëfficiënten b_{35}, a_{35} en b_{26} voor h/T = 1,15 en 1,50 zijn hoofdzakelijk terug te voeren tot dezelfde verschillen, gevonden bij berekeningen voor snelheid nul, zie Tabellen 1 en 2.

5. Aangezien de oplosmethoden van MARIN en WL gebaseerd zijn op een bron-putten verdeling, is het frequentie bereik van deze methodieken voor dit schip beperkt tot ω = 10 rad/s, dit ten gevolge van numerieke instabiliteiten, die inherent zijn aan deze oplosmethoden.

5. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Uit het gepresenteerde onderzoek zijn de volgende conclusies en aanbevelingen af te leiden:

1. De onderlinge verschillen tussen de resultaten van de drie gepresenteerde berekeningsmethoden zijn over het algemeen klein met alleen duidelijke verschillen tussen de resultaten van MARIN en die van THD/WL:

   a. voor de verdeling van de massa bij lage frequenties in het geval van horizontale bewegingen,
   b. voor de totale waarden bij de toegevoegde massa in het geval van dompen op ondiep water,

   en vrij grote onderlinge verschillen bij de dempingscoëfficiënten van de gierbeweging en de daarbij behorende koppelcoëfficiënten, die terug te voeren zijn naar verschillen gevonden voor berekeningen bij snelheid nul.

2. De verschillen tussen meting en berekeningen zijn vooral van belang voor de horizontale bewegingen bij de demping en de daarbij behorende koppelcoëfficiënten, waarbij de berekeningen te hoge waarden aangeven.

3. De resultaten van deze gedetailleerde vergelijking van berekende waarden onderling en met de gemeten waarden van toegevoegde massa en demping geven aan, dat het gebruik van de potentiaaltheorie om met twee- of drie-dimensionale methoden deze coëfficiënten te bepalen, van belang kan zijn voor de berekening van de responsie van een schip op golven in ondiep water, in het bijzonder voor technische toepassingen.

4. Als vervolg op dit onderzoek kan verificatie van de berekeningsmethoden met behulp van metingen ter bepaling van golfkrachten en responsies van een schip op ondiep water belangrijk zijn om de bruikbaarheid van deze berekeningsmethodieken te toetsen.

5. Uit de onderlinge vergelijking van de berekende hydrodynamische coëfficiënten kan, voor de in deze studie beschouwde scheepsvorm, geen duidelijke voorkeur voor een der drie programma's geconcludeerd worden.
   Bij een afweging voor de berekening van de hydrodynamische coëfficiënten dient tevens de benodigde rekentijd betrokken te worden. Bij het Keil-programma van de THD is deze ten gevolge van de toepassing van de veelpoolbenaderingsmethode aanzienlijk lager dan voor de programma's van het WL en het MARIN, welke gebaseerd zijn op bronbeleggingsmethodieken.
   Van deze laatste twee vergt de twee-dimensionale methodiek gecombineerd met striptheorie (WL) weer minder rekentijd dan de volledig drie-dimensionale bronbeleggingsmethode (MARIN).

REFERENTIES

[1]: Gerritsma, J., Beukelman, W. en Glansdorp, C.C. — The effect of beam on the hydrodynamic characteristics of ship hulls, 10th Office of Naval Research, Symposium, Boston, U.S.A., 1974.

[2]: Beukelman, W. en Gerritsma, J. — De verdeling van de hydrodynamische massa en demping over een in ondiep water oscillerende scheepsmodel, Rapport No. 546 A, Laboratorium voor Scheepshydromechanica, Afdeling der Maritieme Techniek, Tecnische Hogeschool Delft, International Shipbuilding Progress, Volume 29, No. 339, November 1982.

[3]: Salvesen, N. et al — Ship motions and sea loads, Trans. SNAME, Vol. 78, 1970, p 250-287.

[4]: Vugts, J. — The hydrodynamic forces and ship motions in oblique waves, TNO report 150 S, 1971.

[5]: Inglis, R.B. — A three-dimensional analysis of the motion of a rigid ship in waves, PHD thesis 1980, University College, London.

[6]: v. Oortmerssen, G. — The motions of ships in shallow water, Ocean Engineering, Vol. 3, 1976, p 221-255.

[7]: Semjenov-Tjan-Schanski, Blagovenchensky, W.W.S.N. en Holodilin, A.N. — Motions of ships, Leningrad, 1969.

APPENDIX A

Methode WL: twee-dimensionale bronbeleggingsmethode

De toegevoegde massa's en dempingen worden berekend uit de potentiaal ϕ_j°, welke gerelateerd is aan de golven die worden opgewekt door een oscillerend voorwerp.
Voor een situatie als in Figuur 1 moet ϕ_j° voldoen aan:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \phi_j^\circ = 0 \,, \qquad \text{overal in de vloeistof}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \phi_j^\circ = 0 \,, \qquad \text{op zeebodem}$$

$$\frac{\partial \phi_j^\circ}{\partial n} = f(s) \,, \qquad \text{op schip}$$

$$\phi_j^\circ = \frac{g}{\omega^2} \frac{\partial \phi_j^\circ}{\partial z} \,, \qquad \text{op het vrije vloeistof oppervlak}$$

stralingsconditie voor ϕ_j° op oneindig.

De waarde f(s) wordt gevonden uit de verplaatsing A f(s) sin ωt van een punt s op het oppervlak van het schip in de richting van de normaal bij een sinusvormige beweging van het schip van A sin ωt.
De gegeneraliseerde randvoorwaarde voor achtereenvolgens verzetten en dompen is dus:

$$\frac{\partial \phi_j^\circ}{\partial n} = n_j^* \qquad j = 2, 3$$

Hierin is ϕ_j° de potentiaal geïnduceerd door de j^e mode van beweging en n_j^* is de gegeneraliseerde richtingsnormaal.
j = 2, 3 (verzetten en dompen).

Voor de oplossing van de stelsels vergelijkingen wordt een bronbeleggingstechniek toegepast.
Dit houdt in dat de rand van het schip wordt verdeeld in een aantal rechte lijnsegmenten, waarbij ieder segment een bepaalde bronsterkte heeft, met P in het midden van het lijnsegment.
De snelheidspotentiaal ϕ_j° wordt dan gedefinieerd als:

$$\phi_j^\circ(\underline{x}) = \int_S \mu_j(\underline{\zeta})\, v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})\, dS_\zeta\ ,\quad \underline{x} \text{ in vloeistof}$$

waarin:

$\mu_j(\underline{\zeta})$ = complexe bronsterkteverdeling in $\underline{\zeta} \in S$ tengevolge van beweging in j^e mode van het schip

$v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})$ = functie die de invloed beschrijft van de bronsterkteverdeling voor $\underline{\zeta} \in S$

$\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x}$ = lokatie vectoren.

De functie $v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})$ is zodanig gekozen dat ϕ_j° aan de randvoorwaarden op de zeebodem en op het vrije vloeistof oppervlak en aan de stralingsconditie op oneindig voldoet. De bronsterkte $\mu(\zeta)$ moet zodanig worden bepaald dat ook aan de randvoorwaarden op het schip wordt voldaan. De functie $v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})$ kan gevonden worden bij Wehausen & Laitone [2].
Door deze randen in elementen (lijnstukken) te verdelen en te veronderstellen dat de bronsterkte per lijnstuk constant is, ontstaat een stelsel complexe lineaire vergelijkingen met de bronsterkten als onbekenden (zie Harten en Enfrony [1]). Deze worden uit dit stelsel opgelost door een LU-decompositie op de coëfficiënten matrix toe te passen.

Literatuur

[1]: Harten, A. en Enfrony, S. — Partition technique for the solution of potential flow problems by integral equations, J. Compt. Phys., 27, 1978, p 71-87.

[2]: Wehausen & Laitone — Handbuch der Physik, Deel IX.

APPENDIX B

Methode TH Delft

Methode Keil: twee-dimensionale veelpoolbenaderingsmethode

In het hierna volgende wordt een korte beschrijving gegeven van de methode als opgesteld door Keil [1] om de toegevoegde massa en demping van een twee-dimensionale sectie te berekenen, zie ook [2]. Als voorbeeld wordt hierbij uitgegaan van de horizontale asymmetrische bewegingen verzetten en gieren. Voor symmetrische bewegingen als stampen en dompen geldt in principe eenzelfde soort afleiding. Uitgangspunt hierbij is de potentiaaltheorie die aan een aantal randvoorwaarden moet voldoen.
De snelheidspotentiaal, die de toestand beschrijft als gevolg van de aanwezigheid van een bewegend lichaam in golven wordt in drie delen gesplitst:

$$\Phi = \Phi_w + \Phi_d + \Phi_r$$

waarbij:

Φ_w = de golfpotentiaal
Φ_d = de diffractiepotentiaal
Φ_r = de stralingspotentiaal.

De golfpotentiaal is de potentiaal van de ongestoorde golf, de diffractiepotentiaal geeft de verstoring van de golfpotentiaal door de aanwezigheid van het schip. Met behulp van deze twee potentialen worden de excitatiekrachten en -momenten berekend, waarbij het schip in de beschouwde conditie wordt vastgehouden.
De stralingspotentiaal ontstaat doordat het schip beweegt. Voor de berekening van deze potentiaal wordt verondersteld dat het schip geoscilleerd wordt met een frequentie gelijk aan de ontmoetingsfrequentie met de golf.

De kracht nodig voor deze oscillaties wordt gesplitst in twee delen. Het infase gedeelte geeft de toegevoegde massa en het 90 graden uitfase gedeelte geeft de dempingskracht.

Berekening van de toegevoegde massa en demping

Voor de berekening van de toegevoegde massa en demping wordt de stralingspotentiaal bepaald.
Deze potentiaal ontstaat door de oscillerende beweging van het schip. Voor het verzetten wordt het schip in de y-richting geoscilleerd. Om de stroming te beschrijven wordt het lichaam vervangen door drukfluctuaties in de waterlijn in een smalle strook om het midden. Aangezien de bewegingen asymmetrisch zijn, is de stroming om het lichaam ook asymmetrisch evenals voor de veronderstelde drukfluctuaties.
Voor de berekening van de coëfficiënten van de striptheorievergelijkingen is een twee-dimensionale beschouwing voldoende. Dat wil zeggen dat aangenomen wordt dat er alleen nog golven in de y-richting worden uitgezonden. De potentiaal wordt dan:

$$\Phi_{or} = e^{i\omega t} A_o \int_0^{\infty} \frac{k \cosh\{k(z-h)\} \sin ky}{\nu \cosh(kh) - k \sinh(kh)} dk$$

waarin:

A_o = sterkte van de drukfluctuatie t.p.v. x
k = golfgetal in y-richting ($= 2\pi/\lambda$)
h = waterdiepte
ν = frequentiegetal ($= \omega^2/g$).

Deze potentialen zijn zodanig opgesteld dat voldaan wordt aan de randvoorwaarden aan het oppervlak, de bodem en aan de continuïteitsvoorwaarden. Het verschil met de diepwaterpotentialen is dat deze potentiaal voldoet aan de bodemvoorwaarde. De diepwaterpotentiaal kan worden afgesplitst zodat de potentiaal als volgt wordt samengesteld:

$$\Phi_{or} = \Phi_{or\infty} + \Phi_{o_{rad}}$$

Met inachtneming van de stralingsvoorwaarde kan het imaginaire deel van de potentiaal worden gevonden:

$$\Phi_{oj} = e^{i\omega t} A_o \pi \nu_o \frac{\cosh(\nu_o h) \cosh\{\nu_o(z-h)\} \sin \nu_o y}{\nu_o h + \sinh(\nu_o h) \cosh(\nu_o h)}$$

Hierbij is $\nu_o = \frac{2\pi}{\lambda}$ het golfgetal dat hoort bij de door de oscillatie opgewekte golven en dat voldoet aan de randvoorwaarden voor het oppervlak.
Voor ν_o geldt:

$$\nu \cosh(\nu_o h) - \nu_o \sinh(\nu_o h) = 0$$

De tot nu toe gevonden oplossing van de potentiaal, $\Phi_{or} + \Phi_{oj}$, voldoet aan alle randvoorwaarden, behalve aan die op de rand van het lichaam.

Er worden nu nog veelpoolpotentialen toegevoegd gebaseerd op drukfluctuaties symmetrisch om de oorsprong. Ook deze potentialen moeten aan alle randvoorwaarden voldoen.
De veelpoolpotentialen worden nu:

$$\phi_{nr\infty} = -e^{i\omega t} A_n \int_0^\infty (k+\nu)\, k^{2n-1}\, e^{-kz} \sin(ky)\, dk$$

$$\Phi_{n_{rad}} = -e^{i\omega t} A_n \int_0^\infty (k+\nu)\, k^{2n-1}\, e^{-kh}$$

$$\Phi_{ni} = e^{i\omega t} A_n \frac{\pi \nu_o^{2n-1}}{\cosh(\nu_o h)} \frac{\cosh\{\nu_o(z-h)\} \sin \nu_o y}{\nu_o h + \sinh(\nu_o h) \cosh(\nu_o h)}$$

De totale potentiaal kan nu als volgt in verkorte vorm worden geschreven:

$$\Phi = A_o \left(\phi'_{or\infty} + \phi'_{o_{rad}} + i\phi'_{oi}\right) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(\phi'_{nr\infty} + \phi'_{n_{rad}} + i\phi'_{ni}\right)$$

waarbij de coëfficiënten A_n als onbekenden overblijven, die te bepalen zijn uit de randvoorwaarden voor de contour. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de stroomfunctie afgeleid uit de potentiaal met:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

De stroomfunctie op de rand kan berekend worden met als onbekende de A_n's. Door deze oplossing gelijk te stellen aan de stroomfunctie zoals die volgt uit de randvoorwaarde kunnen de coëfficiënten A_n worden berekend.
Als lichaam wordt een cilinder gekozen die met een Lewis transformatie procedure om te vormen is naar een scheepsvorm. Op deze manier is de potentiaalfunctie voor de oscillerende cilinder bepaald en hieruit kan de voor de oscillatie benodigde kracht worden berekend. Voor de berekening van de potentialen worden reeksen ontwikkeld als aangegeven in [1].

Literatuur

[1]: Keil. H. Die hydrodynamische Kräfte bei der periodischen Bewegung zweidimensionaler Körper an der Oberfläche flacher Gewässer, Institut fur Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht nr. 305, Februar 1974.

[2]: v. Doorn, J. Horizontale scheepsbewegingen in ondiep water en de berekening van de bewegingen van een LNG-tanker in ondiep water, Ingenieurswerk, THD, maart 1982.

APPENDIX C

Methode MARIN

Beschrijving 3-D diffractietheorie

Bij de berekening van de bewegingspotentiaal ϕ° wordt uitgegaan van een 3-D bronbeleggingsmethode.
De potentiaal ϕ° bestaat uit:

$$\phi^\circ = \sum_{j=1}^{6} \eta_j \phi_j^\circ \quad , \quad \text{met j de mode van beweging en}$$

η_j de amplitude van de beweging.

De potentialen ϕ_j° moeten voldoen aan de Laplace vergelijking, de gelineariseerde vrije vloeistof oppervlakte conditie, een geschikte stralingsconditie op eindig en de randvoorwaarden op de bodem en op de scheepshuid.
De potentiaal kan geschreven worden als een bronbelegging [2] op de scheepshuid:

$$(*) \qquad \phi_j^\circ(\underline{x}) = \iint_{S_o} \mu_j(\underline{\zeta})\, v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})\, dS_\zeta$$

$$j = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$$

met:

$\mu_j(\underline{\zeta})$ = bronsterkte voor bewegingsmode j
$v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})$ = Green's functie, die voldoet aan alle randvoorwaarden, behalve op de scheepshuid
$\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x}$ = lokatie vectoren.

De Green's functie $v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})$ wordt gegeven door Wehausen & Laitone [1].

De onbekende bronsterkte $\mu(\underline{\zeta})$ moet zodanig bepaald worden dat aan de randvoorwaarde op de scheepshuid voldaan wordt.
Dit levert:

$$(**) \qquad +i\omega\, n_j(\underline{x}) = -\tfrac{1}{2}\,\mu_j(\underline{x}) + \frac{1}{4\pi}\iint_S \mu_j(\underline{\zeta})\,\frac{\partial}{\partial n}\,v(\underline{\zeta}\ ,\ \underline{x})\,dS_\zeta$$

voor $\underline{x}$ op de scheepshuid

n_j zijn de gegeneraliseerde richtngscosinussen:

$$n_1 = \cos\,(n_1 x_1)$$
$$n_2 = \cos\,(n_1 x_2)$$
$$n_3 = \cos\,(n_1 x_3)$$
$$n_4 = x_2 n_3 - x_3 n_2$$
$$n_5 = x_3 n_1 - x_1 n_3$$
$$n_6 = x_2 n_1 - x_1 n_2$$

De vergelijking (**) is een Fredholm vergelijking van de tweede soort. Deze vergelijking wordt opgelost door het scheepsoppervlak op te delen in een aantal oppervlakte elementen waarop verondersteld wordt dat de bronsterkte constant is.
De integraal vergelijking (**) reduceert dan tot een stelsel algebraïsche vergelijkingen voor de onbekende bronsterkte $\mu(\underline{\zeta})$.
Met behulp van vergelijking (*) en de berekende bronsterkte $\mu_j(\underline{\zeta})$ kan dan de potentiaal $\phi_j^\circ(\underline{x})$ berekend worden.

Literatuur

[1]: Wehausen & Laitone — Handbuch der Physik, Deel IX.

[2]: v. Oortmerssen, G. — The motions of ship in shallow water, Ocean Engineering, Vol. 3, 1976, p 221-255.

$F_n = 0$

ω (1/s)	h/T = 1,50						h/T = 1,15					
	a_{33} (Ns^2/m)			b_{33} (Ns/m)			a_{33} (Ns^2/m)			b_{33} (Ns/m)		
	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN
4	78,5	79,1	85,2	514,3	522,7	525,4	183,1	183,8	162,9	598,0	601,4	559,0
6	82,2	82,7	81,6	427,7	437,2	429,6	186,5	186,9	161,1	513,5	518,0	493,3
8	88,7	89,0	82,9	309,3	320,8	320,8	192,1	191,4	163,3	396,5	402,5	405,2
10	98,5	97,5	84,8	182,3	192,6	193,2	200,5	194,8	177,5	260,4	258,1	378,4
12	109,1			88,1			210,9			136,8		

Tabel 1

ω (1/s)	h/T = 1,50						h/T = 1,15					
	a_{22} (Ns^2/m)			b_{22} (Ns/m)			a_{22} (Ns^2/m)			b_{22} (Ns/m)		
	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN
4	66,3	66,6	70,1	323,0	329,9	321,2	45,0	43,8	47,3	453,5	465,2	445,5
6	36,2	36,1	39,0	412,9	414,3	396,1	22,3	22,0	26,0	475,5	479,8	469,1
8	18,5	19,2	22,0	434,1	428,7	419,1	12,3	13,2	15,7	455,4	456,5	453,1
10	9,6	11,1	12,5	391,5	386,3	388,1	8,1	9,8	10,7	400,1	405,9	407,0
12	7,5			317,2			7,8			303,9		

$F_n = 0$

ω (1/s)	h/T = 1,50						h/T = 1,15					
	a_{35} (Ns^2)			b_{35} (Ns)			a_{35} (Ns^2)			b_{35} (Ns)		
	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN
4	-0,1	+1,8	+0,8	+26,8	+44,3	+27,1	-2,7	+2,2	-0,7	+30,3	+50,7	+30,1
6	-0,2	+1,8	+0,5	+27,0	+43,1	+27,7	-2,8	+2,2	-1,0	+30,2	+49,1	+31,5
8	-0,3	+1,8	+0,1	+26,8	+41,1	+29,6	-2,9	+2,2	-1,4	+29,7	+46,7	+32,3
10	-0,5	+1,8	-0,2	+25,4	+37,6	+29,3	-3,0	+2,2	-1,9	+28,3	+42,2	+29,2
12	-0,6			+21,6			-3,1			+25,0		

Tabel 2

ω (1/s)	h/T = 1,50						h/T = 1,15					
	a_{26} (Ns^2)			b_{26} (Ns)			a_{26} (Ns^2)			b_{26} (Ns)		
	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN	THD	WL	MARIN
4	-1,6	+1,3	-2,0	-13,5	-1,3	-8,4	+0,7	+2,9	-1,0	-19,0	+0,3	-12,7
6	+0,1	+1,9	-1,2	-21,6	-7,9	-17,7	+1,9	+3,2	+0,2	-18,8	+0,3	-20,4
8	+1,7	+2,9	+0,3	-22,3	-8,2	-28,3	+2,3	+3,3	+1,5	-15,1	+1,5	-23,7
10	+2,2	+3,3	+2,1	-14,4	-2,9	-27,6	+2,3	+3,4	+2,4	-9,6	+4,6	-20,3
12	+1,9			-6,5			+2,0			-3,3		

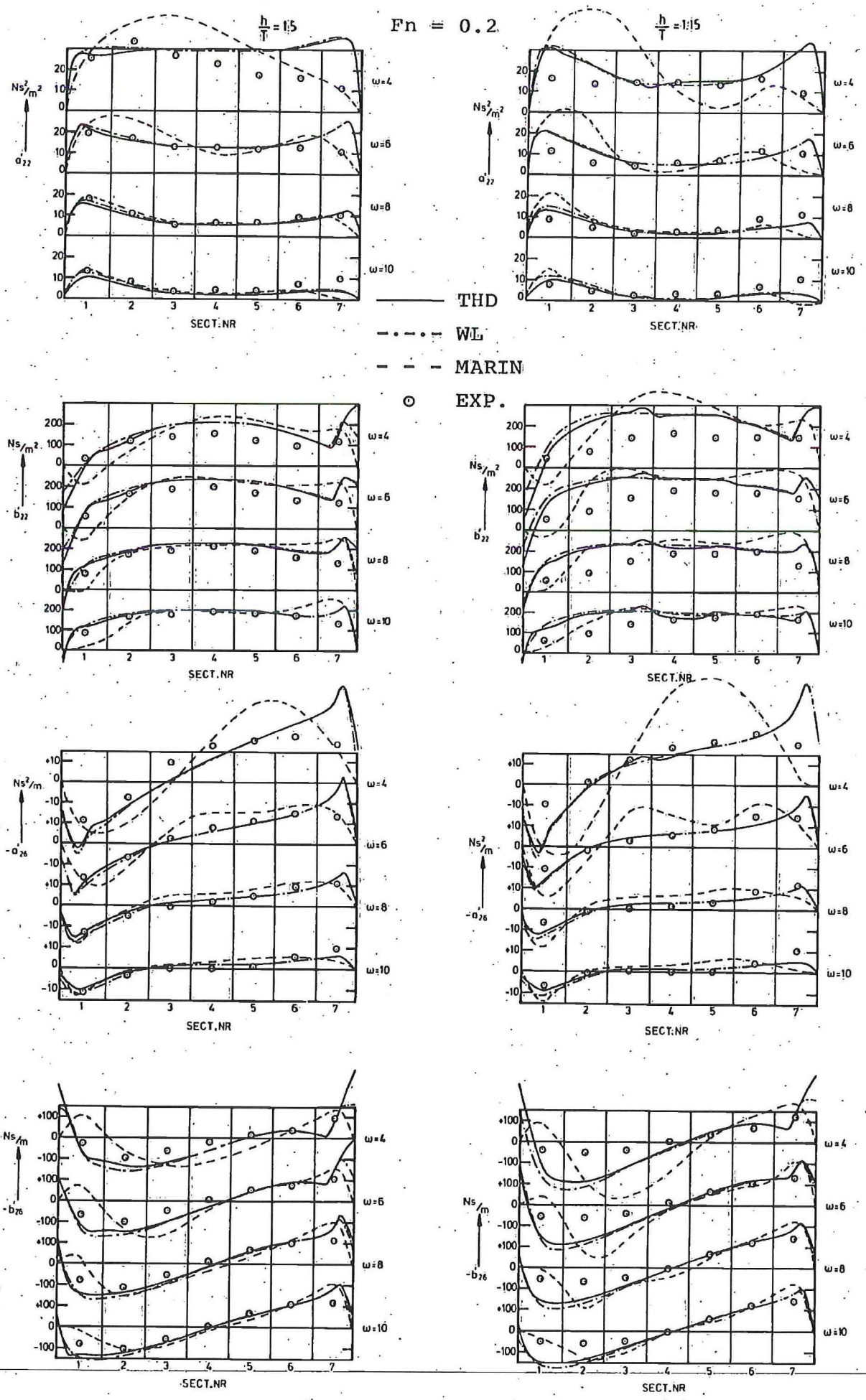


Fig.2 Berekende en gemeten verdeling van de hydrodynamische coëfficiënten voor het verzetten; h/T = 1.50 en 1.15; Fn=0.2

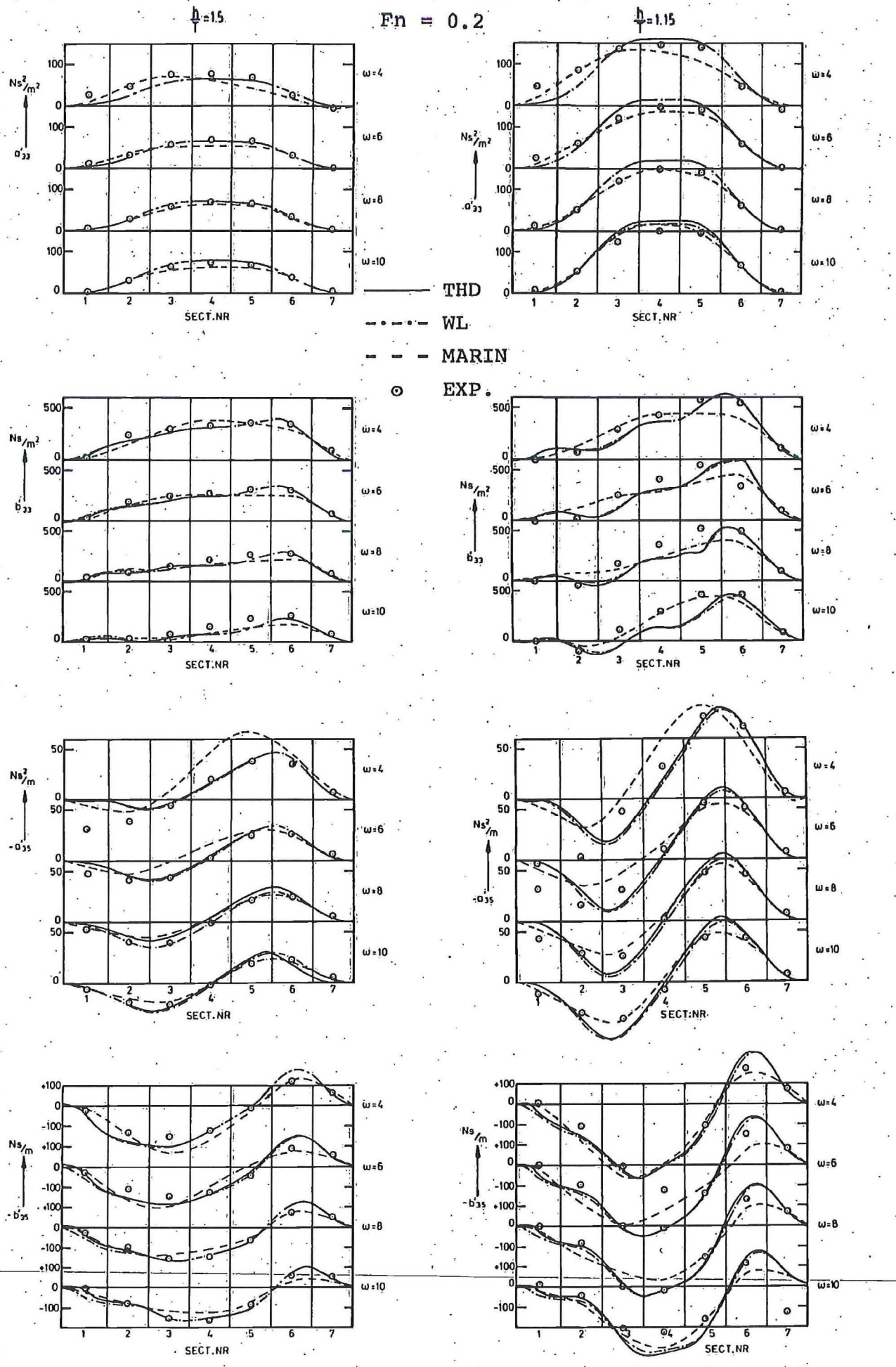


Fig.3 Berekende en gemeten verdeling van de hydrodynamische coëfficiënten voor het dompen; h/T = 1.50 en 1.15; Fn=0.2

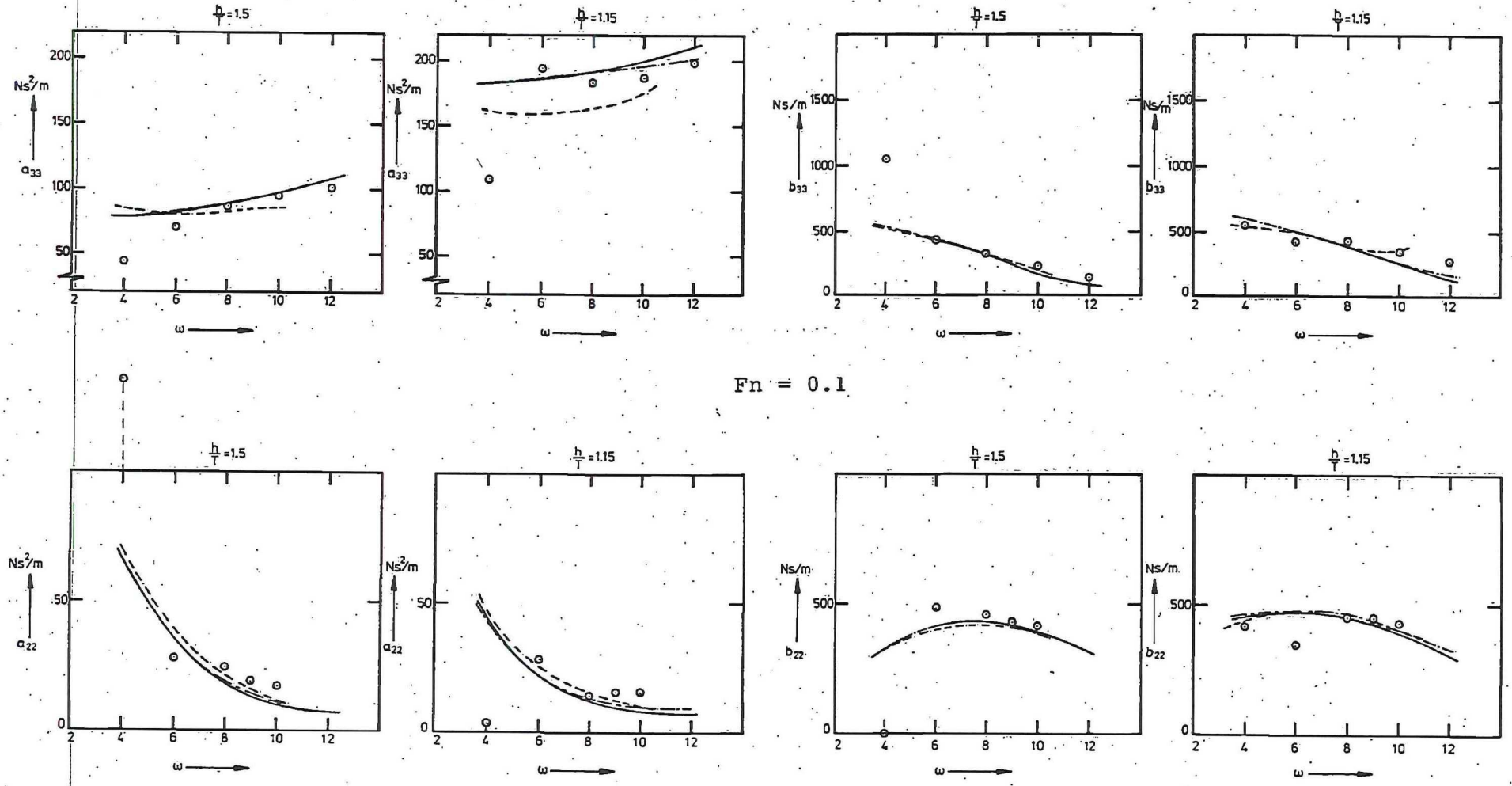


Fig.4 Berekende en gemeten hydrodynamische massa en demping voor verzetten en dompen.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.1

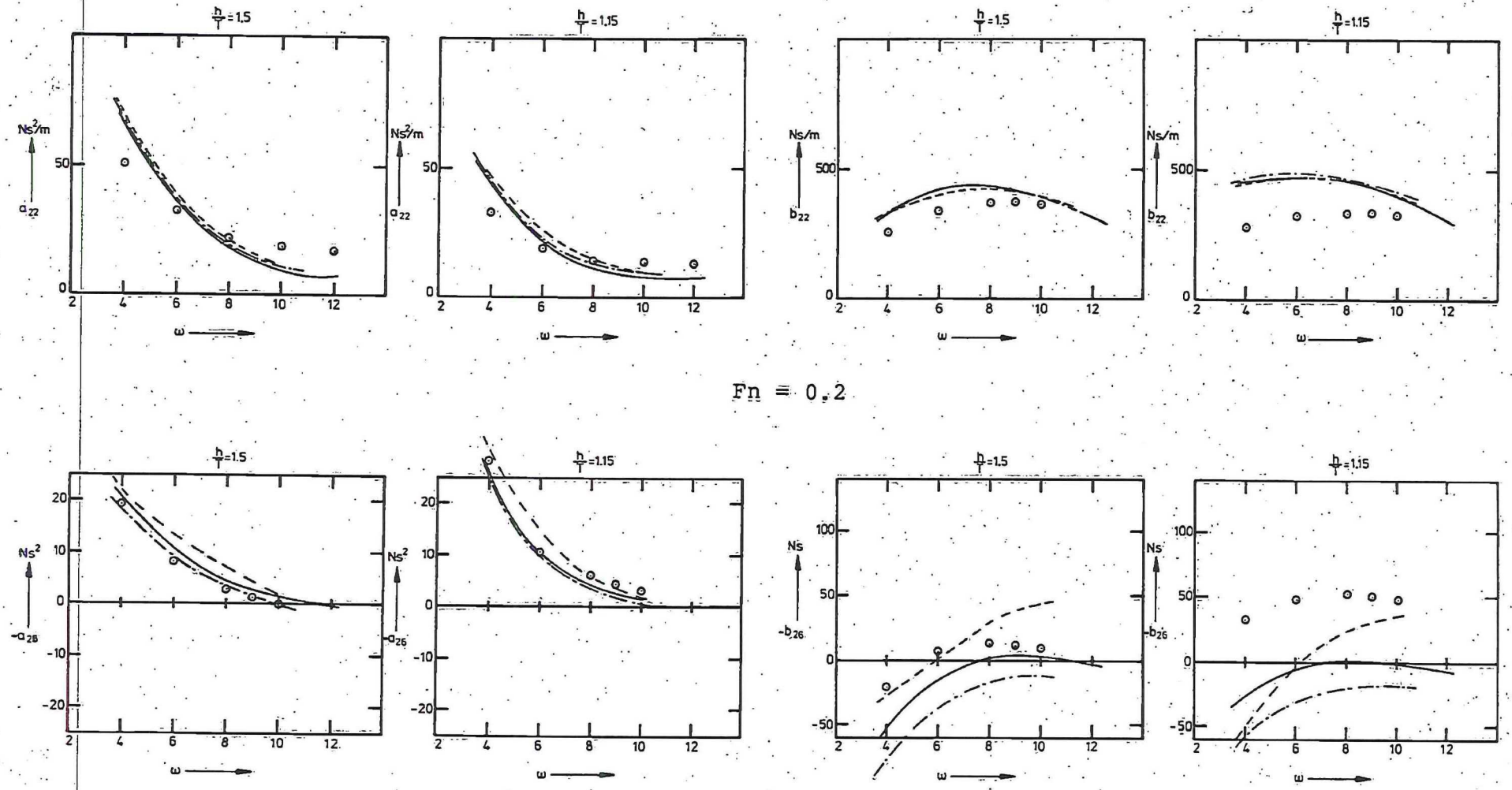


Fig.5 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het verzetten.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.2

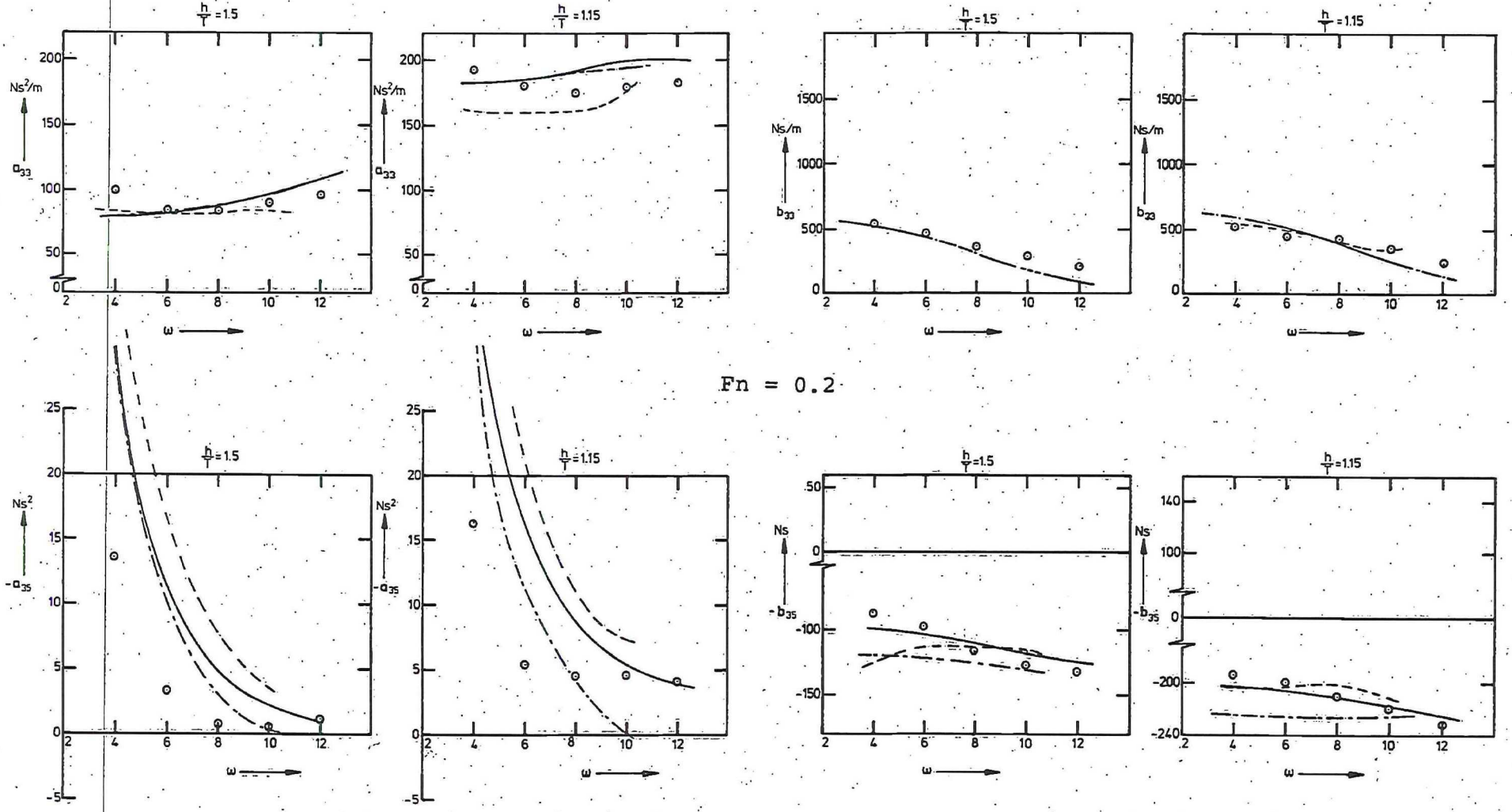


Fig.6 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het dompen.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.2

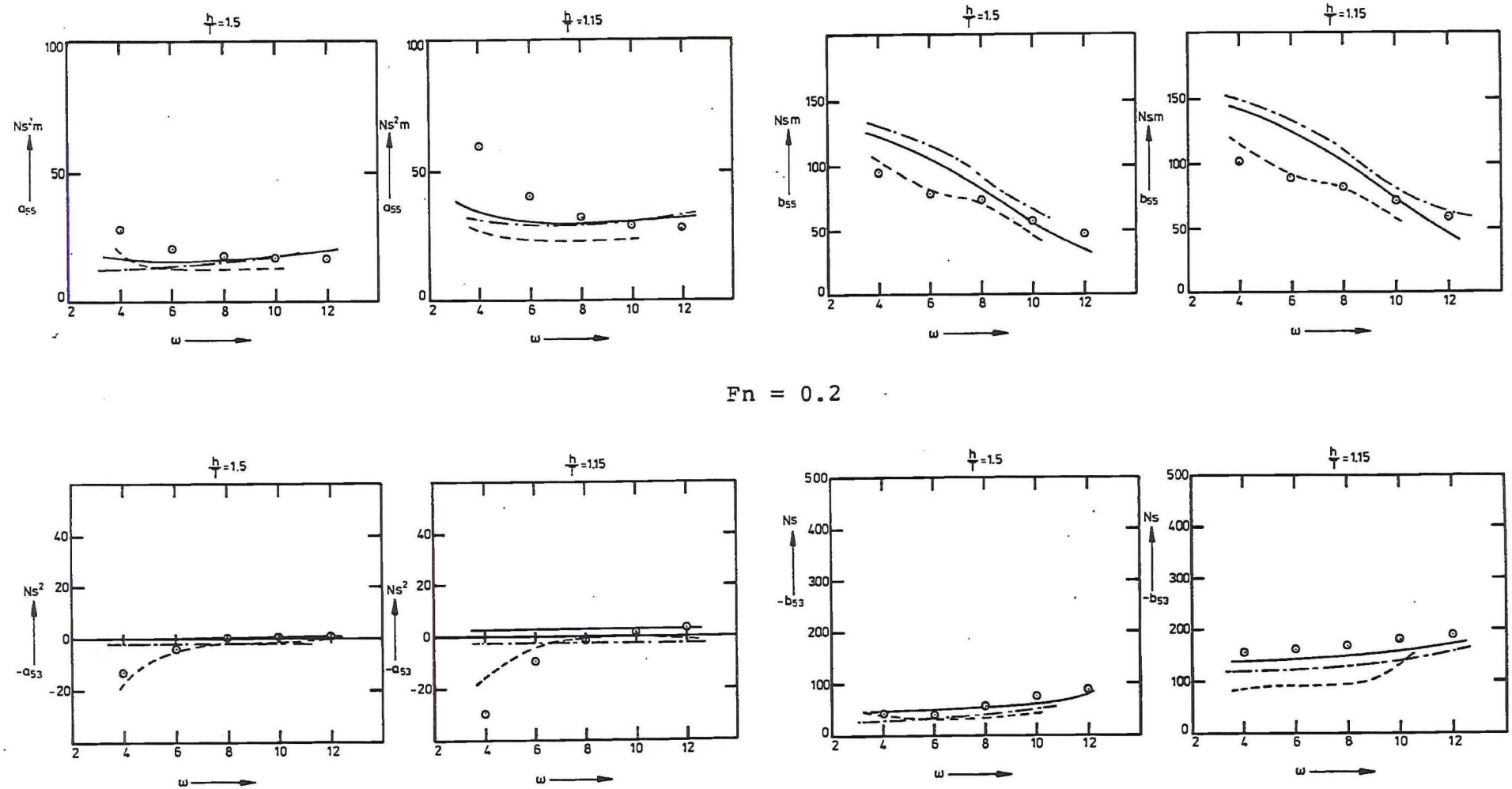


Fig.7 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het stampen.
h/T = 1.50 en 1.15; Fn = 0.2

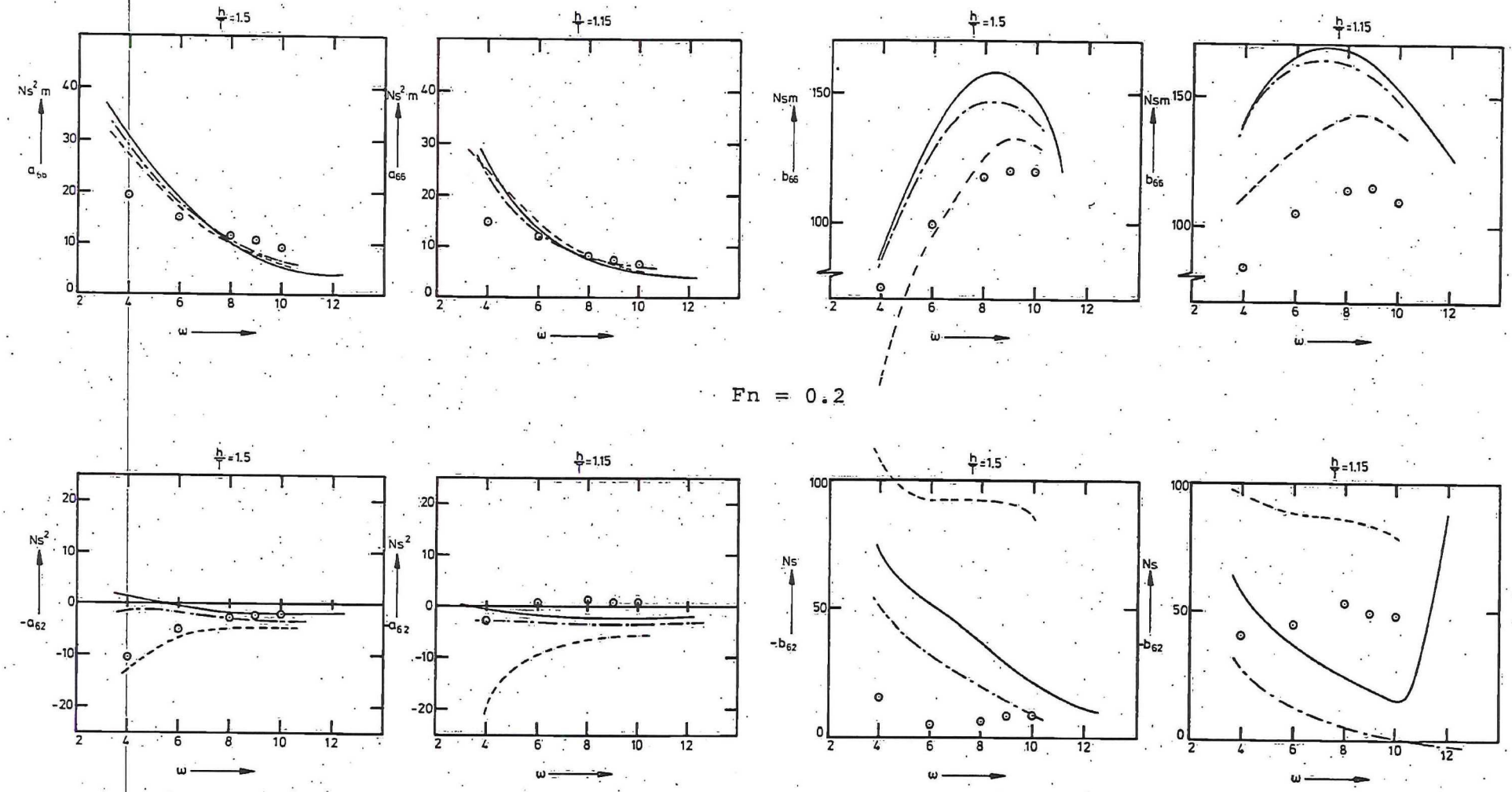


Fig.8 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het gieren.
h/T = 1.50 en 1.15; Fn = 0.2

Fig.2 Berekende en gemeten verdeling van de hydrodynamische coëfficiënten voor het verzetten; h/T =1.50 en 1.15; Fn=0.2

Fig.3 Berekende en gemeten verdeling van de hydrodynamische coëfficiënten voor het dompen; h/T =1.50 en 1.15; Fn=0.2

Fig.4 Berekende en gemeten hydrodynamische massa en demping voor verzetten en dompen.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.1

Fig.5 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het verzetten.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.2

Fig.6 Berekende en gemeten hydrodynamische coëfficiënten voor het dompen.
h/T = 1.50 en 1.15 ; Fn = 0.2