

opdrachtgever

Rijksinstituut voor Kust en Zee

Bepaling statistische momenten
van de optische extinctie
door deeltjes in suspensie

december 1994

Bepaling statistische momenten
van de optische extinctie
door deeltjes in suspensie

Ir. A.M. Lafort

Ir. H.W.H.E. Godefroy



Inhoud

Samenvatting	0 - 2
Lijst van symbolen	0 - 3
1. Inleiding	1 - 1
2. Meetmethode	2 - 1
3. Meetresultaten	3 - 1
4. Bevindingen	4 - 1
4.1. Gemiddelde	4 - 1
4.2. Tweede orde moment	4 - 2
4.3. Derde orde moment	4 - 3
4.4. Onderlinge vergelijking van a_1 , a_2 en a_3	4 - 4
4.5. Onderlinge vergelijking van K_2 en K_3	4 - 4
4.4. Overige even orde momenten	4 - 5
4.5. Overige oneven orde momenten	4 - 5
5. Vergelijking met eerder onderzoek	5 - 1
5.1. Waarden van a_1	5 - 1
5.2. Waarden van a_2	5 - 1
5.3. Waarden van K_2	5 - 2
5.4. Verhouding van a_1 en a_2	5 - 3
5.5. Verhouding even orde momenten	5 - 3
6. Uitwerking	6 - 1
7. Conclusies en aanbevelingen	7 - 1

Bijlagen

- A. Deeltjesgrootte 250 - 300 μm
- B. Deeltjesgrootte 355 - 425 μm
- C. Deeltjesgrootte 500 - 600 μm
- D. Mengsel deeltjesgrootte 250 - 300 μm (50 %) en 500 - 600 μm (50 %)
- E. Calibratiecurven
- F. Teruggerekende concentraties en deeltjesgroottes

Samenvatting

Onderzocht zijn de statistische eigenschappen van de extinctie van een laserbundel, zoals die door een optische concentratiemeter gemeten wordt. Er zijn metingen verricht aan waterige suspensies (met verschillende concentraties) van deeltjes (met verschillende gemiddelde deeltjesgroottes) met een smalle grootteverdeling. Tevens is gemeten aan suspensies van een mengsel van twee van dergelijke smalle fracties. Uit de metingen zijn de statistische momenten bepaald. Er is een empirisch verband gevonden tussen deze momenten en de concentratie en gemiddelde deeltjesgrootte, en tussen de momenten onderling. Uit het onderzoek blijkt dat de statistische momenten geen informatie geven m.b.t. de breedte van de deeltjesgrootteverdeling. Het gemiddelde, het tweede orde moment en het derde orde moment geven gezamenlijk voldoende informatie om een eventuele venstervervuiling (en verloop van de bronintensiteit) te elimineren, de concentratie te berekenen, en in een beperkt concentratiebereik de deeltjesgrootte te bepalen.

Lijst van symbolen

symbool		dimensie
a_1	extinctiecoëfficiënt ¹ voor het gemiddelde	[Np / %]
a_1'	deeltjesgrootte-onafhankelijke a_1	[Np· μm / %]
a_2	extinctiecoëfficiënt voor de wortel uit het tweede orde moment	[Np / %]
a_2'	deeltjesgrootte-onafhankelijke a_2	[Np· μm / %]
a_3	extinctiecoëfficiënt voor de 3 ^{de} -machtswortel uit het derde orde moment	[Np / %]
a_3'	deeltjesgrootte-onafhankelijke a_3	[Np· μm / %]
C	volumeconcentratie	[%]
C'	karakteristieke concentratie	[%]
C_0	concentratie bij nulpunt derde orde moment	[%]
C_0'	deeltjesgrootte-onafhankelijke C_0	[% / μm]
d	pinholediameter	[mm]
D_{50}	gemiddelde deeltjesgrootte (mediaan)	[μm]
D_g	gemiddelde deeltjesgrootte	[μm]
D'	karakteristieke deeltjesgrootte	[μm]
K_1	schaalfactor voor het gemiddelde	[V]
K_2	schaalfactor voor de wortel uit het tweede orde moment	[V / % ^{1/2}]
K_2'	deeltjesgrootte-onafhankelijke K_2	[V·% ^{-1/2} · $\mu\text{m}^{-1/4}$]
K_3	schaalfactor voor de 3 ^{de} -machtswortel uit het derde orde moment	[V / % ^{1/2}]
K_3'	deeltjesgrootte-onafhankelijke K_3	[V·% ^{-1/2} · $\mu\text{m}^{-1/4}$]
l	meetweglengte	[mm]
V_i	momentane uitgangsspanning lichtdetector	[V]
V_0	uitgangsspanning lichtdetector bij schoon water	[V]
V_{ac}	rms-waarde van de fluctuatie van de uitgangsspanning lichtdetector	[V]
V_{dc}	gemiddelde waarde van de uitgangsspanning lichtdetector	[V]
μ	gemiddelde waarde van de uitgangsspanning lichtdetector	[V]
μ_2	tweede orde centrale moment van de uitgangsspanning lichtdetector	[V ²]
μ_2'	wortel uit tweede orde moment gedeeld door gemiddelde	[-]
μ_3	derde orde centrale moment van de uitgangsspanning lichtdetector	[V ³]
μ_3'	3 ^{de} -machtswortel uit derde orde moment gedeeld door gemiddelde	[-]
ϕ	bundeldiameter van laserstraal	[mm]

¹ De extinctie τ wordt uitgedrukt in neper (Np); 1 Np komt overeen met een factor e ofwel 8,686 dB.

1. Inleiding

Conventionele optische concentratiemeters meten de troebelheid van een suspensie. Door middel van calibratie kan de troebelheid herleid worden tot een (volume) concentratie vaste stof. De door Waterloopkundig Laboratorium | WL ontwikkelde optische concentratiemeter OPCON meet echter niet alleen de gemiddelde extinctie van een laserbundel, maar ook de fluctuatie van de extinctie. In eerder onderzoek² zijn metingen verricht aan het verband tussen deeltjesconcentratie en deeltjesgrootte enerzijds, en het gemiddelde en de rms-waarde van de fluctuatie van de extinctie anderzijds. Hierbij zijn zowel smalle deeltjesgrootteverdelingen als mengsels van smalle fracties beschouwd. Tevens zijn voor deze relaties rekenmodellen opgesteld.

Genoemd gemiddelde en rms-waarde zijn resp. het eerste orde statistisch moment en de wortel van het tweede orde statistisch moment van de meetwaarde. In het huidige onderzoek zijn tevens hogere orde statistische momenten berekend om na te gaan of deze momenten aanvullende informatie geven waaruit bijvoorbeeld de breedte van de deeltjesgrootteverdeling bepaald kan worden.

Voor deze hogere orde momenten zijn rekenmodellen opgesteld. Aan de hand daarvan is nagegaan is of deze voldoende informatie bevatten om de concentratie, deeltjesgrootte en mate van venstervervuiling te bepalen.

² *H. Godefroy et al.*: Gemiddelde en standaard deviatie van de optische extinctie door deeltjes in suspensie; verslag B 374; Waterloopkundig Laboratorium | WL; november 1994.

2. Meetmethode

De gebruikte meetopstelling komt overeen met de opstelling die in genoemd eerder onderzoek gebruikt is. Voor een beschrijving wordt naar rapport B374 verwezen. Gemeten is bij met bundeldiameter $\phi = 2,5$ mm, een meetweglengte $l = 62$ mm, en een pinholediameter $d = 0,6$ mm.

Van de uitgangsspanning van de lichtdetector is een offsetspanning afgetrokken om het signaal symmetrisch rond 0 V te krijgen, dit ten behoeve van de uitsturing van de analogoog-digitaal convertor (ADC). Het signaal is verder zodanig versterkt dat het ingangsspanningsbereik van de ADC van -1,25 V tot 1,25 V optimaal gebruikt wordt.

Tussen de versterker en de ADC is een 4^e orde lineair-fase laagdoorlaatfilter aangebracht, met een afsnijfrequentie van 500 Hz.

De bemonsteringsfrequentie van de ADC is ingesteld op 500 Hz, zodat bij een meetduur van 200 s per meting 100000 meetpunten ingewonnen worden. De inwinning is gebeurd met een bestaand programma (programmanaam: LDS.EXE). De ruwe meetgegevens zijn opgeslagen in binaire datafiles (filenaam: *.DAT). Deze binaire files zijn geconverteerd naar MATLAB-files (filenaam: *.MAT) door middel van een conversieprogramma in Turbo-Pascal (programmanaam: LDS_CON2.EXE).

De verdere bewerking is gebeurd in MATLAB, nl. het weer optellen van de eerder te behoeve van de ADC afgetrokken offset en delen door de versterking (zodat verder gerekend kan worden met de uitgangsspanning van lichtdetector), het tekenen van de histogrammen, en de berekening van de eerste zes statistische momenten.

Het gemiddelde is het eerste orde moment (rond de oorsprong):

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i \quad (\mu \equiv V_{dc})$$

Het tweede orde centrale moment is de variantie:

$$\mu_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - \mu)^2 \quad (\sqrt{\mu_2} \equiv V_{ac})$$

De wortel uit het tweede orde moment is de rms-waarde van de fluctuatie rond het gemiddelde (ook standaard afwijking genoemd).

Het k^{de} orde centrale moment is gedefinieerd als:

$$\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - \mu)^k$$

Ten behoeve van de onderlinge vergelijking zal in het volgende steeds genormeerd worden door de k^{de}-machtswortel uit de momenten te trekken.

3. Meetresultaten

Er zijn vier series metingen verricht, steeds aan suspensies van polystyreen bolletjes:

- deeltjesgrootte 250 - 300 μm (zie bijlage A);
- deeltjesgrootte 355 - 425 μm (zie bijlage B);
- deeltjesgrootte 500 - 600 μm (zie bijlage C);
- mengsel deeltjesgroottes 500 - 600 μm (50 %) en 250 - 300 μm (50 %) (zie bijlage D).

Voor de berekeningen wordt bij de smalle zeeffracties gewerkt met een D_{50} :

- voor $D = 250 - 300 \mu\text{m}$ $D_{50} = 275 \mu\text{m}$
- voor $D = 355 - 425 \mu\text{m}$ $D_{50} = 390 \mu\text{m}$
- voor $D = 500 - 600 \mu\text{m}$ $D_{50} = 550 \mu\text{m}$

Voor de berekeningen wordt bij het mengsel gewerkt met een gemiddelde deeltjesgrootte:
 $D_g = 410 \mu\text{m}$.

Alle gemeten spanningen zijn genormeerd met de gemiddelde uitgangsspanning van de lichtdetector bij concentratie = 0 % (schoon water).

In elke bijlage zijn histogrammen opgenomen van de genormeerde uitgangsspanning van de lichtdetector bij de verschillende volumeconcentraties.

De berekende statistische momenten zijn uitgezet tegen de concentratie. Hierbij zijn de momenten tevens zodanig genormeerd dat de (exponentiële) relatie tussen de momenten en de concentratie duidelijk wordt.

4. Bevindingen

4.1. Gemiddelde

Het verloop van het gemiddelde als functie van de concentratie (C) blijkt goed te voldoen aan de wet van Lambert-Beer, d.w.z. dat geldt:

$$\mu = K_1 \cdot e^{-a_1 C} \quad [V] \quad (4.1)$$

Met behulp van een kleinste-kwadraten methode is de waarde van a_1 bepaald voor elke meetserie. Door de gebruikte normering is K_1 per definitie gelijk aan 1 V.

D	D_{50}	a_1	$a_1 \cdot D_{50}$
[μm]	[μm]	[Np / %]	[Np· μm / %]
250 - 300	275	3,66	1007
355 - 425	390	2,38	928
500 - 600	550	1,90	1045
mengsel	-	2,95	-

Tabel 4.1. Gevonden waarden voor a_1 .

De gevonden waarden van a_1 zijn bij benadering omgekeerd evenredig met D_{50} , hetgeen in overeenstemming is met eerder onderzoek. Daarom wordt hier een deeltjesgrootte-onafhankelijke a_1' gedefinieerd:

$$a_1' = a_1 \cdot D_{50} \approx 1000 \quad [\text{Np} \cdot \mu\text{m} / \%]$$

Voor het gemiddelde geldt dus het volgende:

$$\mu = V_0 \cdot e^{-a_1' \cdot \frac{C}{D'}} \quad [V] \quad (4.2)$$

Hierin is V_0 de gemiddelde uitgangsspanning van de detector bij schoon water. Deze is afhankelijk van de intensiteit van de lichtbron en van de mate van venstervervuiling. C' is de karakteristieke concentratie en D' is de karakteristieke deeltjesgrootte. Gebruikmakend van a_1' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van 340 μm .

4.2. Tweede orde moment

Het verloop van de wortel van het tweede orde moment als functie van de concentratie (C) blijkt goed te voldoen aan de (reeds uit eerder onderzoek gevonden) formule:

$$\sqrt{\mu_2} = K_2 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-a_2 C} \quad [V] \quad (4.3)$$

Met behulp van een kleinste-kwadraten methode zijn de waarden van K_2 en a_2 bepaald voor elke meetserie.

D	K_2	a_2	$K_2 \cdot D_{50}^{-1/4}$	$a_2 \cdot D_{50}$
[μm]	[$V / \%^{1/4}$]	[$\text{Np} / \%$]	[$V \cdot \%^{-1/4} \cdot \mu\text{m}^{-1/4}$]	[$\text{Np} \cdot \mu\text{m} / \%$]
250 - 300	0,215	3,00	0,053	825
355 - 425	0,226	1,85	0,051	722
500 - 600	0,266	1,61	0,055	886
mengsel	0,219	2,34	-	-

Tabel 4.2. Gevonden waarden voor K_2 en a_2 .

De gevonden waarden voor a_2 zijn bij benadering omgekeerd evenredig met D_{50} , hetgeen in overeenstemming is met eerder onderzoek. Daarom wordt hier een deeltjesgrootte-onafhankelijke a_2' gedefinieerd:

$$a_2' = a_2 \cdot D_{50} \approx 810 \quad [\text{Np} \cdot \mu\text{m} / \%]$$

Gebruikmakend van a_2' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van 345 μm .

De gevonden waarden voor K_2 zijn bij benadering evenredig met $D_{50}^{1/4}$, hetgeen in overeenstemming is met eerder onderzoek. Tevens geldt dat K_2 evenredig is met V_0 . Daarom wordt hier een deeltjesgrootte- en bronintensiteit-onafhankelijke K_2' gedefinieerd:

$$K_2' \cdot V_0 = K_2 / D_{50}^{1/4} \approx 0,053 \quad [V \cdot \%^{-1/4} \cdot \mu\text{m}^{-1/4}]$$

Gebruikmakend van K_2' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van 292 μm .

Voor de wortel uit het tweede orde moment geldt dus:

$$\sqrt{\mu_2} = K_2' \cdot V_0 \cdot \sqrt[4]{D'} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-a_2' \cdot \frac{C}{D'}} \quad [V] \quad (4.4)$$

4.3. Derde orde moment

Het verloop van het derde orde moment, genormeerd met $(C - C_0)$, als functie van de concentratie vertoont overeenkomst met het tweede orde moment. C_0 is de concentratie waarbij het derde orde moment nul is. Werkhypothese:

$$\sqrt[3]{\frac{\mu_3}{C - C_0}} = K_3 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-a_3 C} \quad \text{ofwel:}$$

$$\sqrt[3]{\mu_3} = K_3 \cdot \sqrt[3]{C - C_0} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-a_3 C} \quad [V] \quad (4.5)$$

Met behulp van een kleinste-kwadraten methode zijn de waarden van K_3 en a_3 bepaald voor elke meetserie.

D	K_3	C_0	a_3	$K_3 \cdot D_{50}^{-1/4}$	C_0 / D_{50}	$a_3 \cdot D_{50}$
[μm]	[$V / \%^{1/2}$]	[$\%$]	[$\text{Np} / \%$]	[$V \cdot \%^{-1/4} \cdot \mu\text{m}^{-1/4}$]	[$\% / \mu\text{m}$]	[$\text{Np} \cdot \mu\text{m} / \%$]
250 - 300	0,277	0,14	3,42	0,068	$0,49 \cdot 10^{-3}$	940
355 - 425	0,261	0,21	2,17	0,059	$0,54 \cdot 10^{-3}$	850
500 - 600	0,356	0,28	2,02	0,074	$0,51 \cdot 10^{-3}$	1100
mengsel	0,285	0,23	2,93	-	-	-

Tabel 4.3. Gevonden waarden voor C_0 , K_3 en a_3 .

De gevonden waarden voor a_3 zijn bij benadering omgekeerd evenredig met D_{50} . Daarom wordt hier een deeltjesgrootte-onafhankelijke a_3' gedefinieerd:

$$a_3' = a_3 \cdot D_{50} \approx 970 \quad [\text{Np} \cdot \mu\text{m} / \%]$$

Gebruikmakend van a_3' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van $330 \mu\text{m}$.

De gevonden waarden voor K_3 zijn bij benadering evenredig met $D_{50}^{1/4}$. Tevens geldt dat K_3 evenredig is met V_0 . Daarom wordt hier een deeltjesgrootte- en bronintensiteit-onafhankelijke K_3' gedefinieerd:

$$K_3' \cdot V_0 = K_3 / D_{50}^{1/4} \approx 0,067 \quad [V \cdot \%^{-1/4} \cdot \mu\text{m}^{-1/4}]$$

Gebruikmakend van K_3' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van $330 \mu\text{m}$.

De gevonden waarden voor C_0 vallen min of meer samen met de concentratie waarbij het tweede orde moment maximaal is, en zijn evenredig met D_{50} . Daarom wordt hier een deeltjesgrootte-onafhankelijke C_0' gedefinieerd:

$$C_0' = C_0 / D_{50} \approx 0,51 \cdot 10^{-3} \quad [\% / \mu\text{m}]$$

Gebruikmakend van C_0' wordt voor het mengsel wordt een D' gevonden van $450 \mu\text{m}$.

Voor de derde-machtswortel uit het derde orde moment geldt dus:

$$\sqrt[3]{\mu_3} = K_3' \cdot V_0 \cdot \sqrt[4]{D'} \cdot \sqrt[3]{C^3 - C_0' \cdot D'} \cdot \sqrt{C'} \cdot e^{-a_3' \cdot \frac{C}{D}} \quad [V] \quad (4.6)$$

4.4. Onderlinge vergelijking van a_1 , a_2 en a_3

In de vorige paragrafen zijn de waarden van a_1 , a_2 en a_3 steeds omgekeerd evenredig gesteld met de deeltjesgrootte. De onderlinge verhoudingen van a_1 , a_2 en a_3 moeten dus onafhankelijk zijn van de deeltjesgrootte.

D	a_1 (zie § 4.1)	a_2 (zie § 4.2)	a_3 (zie § 4.3)	a_2 / a_1	a_3 / a_1
[μm]	[Np / %]	[Np / %]	[Np / %]	[-]	[-]
250 - 300	3,66	3,00	3,42	0,820	0,934
355 - 425	2,38	1,85	2,17	0,777	0,912
500 - 600	1,90	1,61	2,02	0,847	1,063
mengsel	2,95	2,34	2,93	0,793	0,993

Tabel 4.4. Onderlinge verhoudingen van a_1 , a_2 en a_3 .

gemiddeld is de verhouding a_2 / a_1 gelijk aan $a_2' / a_1' = 0,81$
 gemiddeld is de verhouding a_3 / a_1 gelijk aan $a_3' / a_1' = 0,97$

4.5. Onderlinge vergelijking van K_2 en K_3

In de vorige paragrafen zijn de waarden van K_2 en K_3 steeds evenredig gesteld met de vierde-machtswortel van de deeltjesgrootte. De onderlinge verhouding van K_2 en K_3 moet dus onafhankelijk zijn van de deeltjesgrootte.

D	K_2 (zie § 4.2)	K_3 (zie § 4.3)	K_3 / K_2
[μm]	[V / % ^{1/4}]	[V / % ^{1/4}]	[-]
250 - 300	0,215	0,277	1,29
355 - 425	0,226	0,261	1,15
500 - 600	0,266	0,356	1,34
mengsel	0,219	0,285	1,30

Tabel 4.5. Onderlinge verhouding van K_2 en K_3 .

gemiddeld is de verhouding K_3 / K_2 gelijk aan $K_3' / K_2' = 1,26$

4.6. Overige even orde momenten

Uit onderlinge vergelijking van de even orde momenten blijkt dat deze een vaste verhouding hebben:

$$\sqrt{\mu_2} \approx 0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} \approx 0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6} \quad [V]$$

De vierde en zesde orde momenten bevatten dus geen extra informatie t.o.v. het tweede orde moment.

4.7. Overige oneven orde momenten

Uit onderlinge vergelijking van de oneven orde momenten blijkt dat deze een vaste verhouding hebben:

$$\sqrt[3]{\mu_3} \approx 0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5} \quad [V]$$

Het vijfde orde moment bevat dus geen extra informatie t.o.v. het derde orde moment.

5. Vergelijking met eerder onderzoek

In dit hoofdstuk wordt een kwantitatieve vergelijking gemaakt tussen de meetresultaten, en de resultaten van eerdere metingen, zoals beschreven in het rapport B374³. In dit hoofdstuk zal steeds verwezen worden naar de plaats in genoemd rapport waar de gegevens vandaan komen.

5.1. Waarden van a_1

Voor de grootste deeltjes ($D = 500 - 600 \mu\text{m}$) stemt de gevonden waarde van a_1 goed overeen met die van eerdere metingen (waarbij de waarde van a_1 goed reproduceerbaar was). Voor de kleinste deeltjes ($D = 250 - 300 \mu\text{m}$) is de gevonden waarde van a_1 ongeveer 10 % lager dan die van eerdere metingen. Echter voor de tussenliggende deeltjesgrootte ($D = 355 - 425 \mu\text{m}$) is de gevonden waarde beduidend lager dan die van eerdere metingen (waarbij de waarde van a_1 ook minder constant was).

D	(zie § 4.1)	rapport B374		
	a_1	tabel 2b, serie 8	tabel 2b, serie 9	tabel 9, serie 10
		a	a	a
[μm]	[Np / %]	[Np / %]	[Np / %]	[Np / %]
250 - 300	3,66	3,90	3,90	4,07
355 - 425	2,38	2,60	2,72	3,21
500 - 600	1,90	1,93	2,00	1,97

Tabel 5.1. Vergelijking waarden van a_1 met eerder onderzoek.

De gevonden waarde van a_1 voor het mengsel (2,95) is aan de hoge kant. Deze zou ca. 2,8 moeten bedragen (het gemiddelde van de waarden voor de samenstellende fracties).

5.2. Waarden van a_2

Voor de gevonden waarden van a_2 geldt ongeveer hetzelfde als voor die van a_1 . Weer stemt de waarde voor de grootste deeltjes het best overeen met die van eerdere metingen en is de waarde voor de tussenliggende deeltjesgrootte weer beduidend lager dan die van eerdere metingen.

Wel is het zo dat de verhouding van a_2 en a_1 redelijk constant is. Is de waarde van a_2 laag t.o.v. de eerdere metingen, dan is die van a_1 dat ook en vice versa (zie verder § 5.4).

³ H. Godefroy, et al.: Gemiddelde en standaard deviatie van de optische extinctie door deeltjes in suspensie; verslag B 374; Waterloorkundig Laboratorium | WL; november 1994.

D	(zie § 4.2)	rapport B374		
	a_2	tabel 4, serie 8	tabel 4, serie 9	tabel 9, serie 10
		b	b	b
[μm]	[Np / %]	[Np / %]	[Np / %]	[Np / %]
250 - 300	3,00	3,36	3,23	3,60
355 - 425	1,85	2,11	2,26	2,75
500 - 600	1,61	1,63	1,50	1,74

Tabel 5.2. Vergelijking waarden van a_2 met eerder onderzoek.

5.3. Waarden van K_2

De gevonden waarden van K_2 zijn omgekeerd evenredig met de bundeldiameter (ϕ). Bij het eerdere onderzoek is voor het bepalen van ϕ de zichtbaarheidsgrens van de bundel gebruikt, in tegenstelling tot de in dit onderzoek gebruikte e^2 grens. Daardoor zijn de in het rapport B374 opgegeven waarden van ϕ ca. een factor 1,5 hoger dan de in dit rapport gebruikte waarden. Tabel 5.3 geeft de hiervoor gecorrigeerde waarden van ϕ weer.

D	(zie tabel 4.2)	rapport B374		
	K_2	tabel 4, serie 8	tabel 4, serie 9	tabel 10, serie 10
		K	K	K_2
	$\phi = 2,5 \text{ mm}$	$\phi = 3,2 \text{ mm}$	$\phi = 1,5 \text{ mm}$	$\phi = 2,0 \text{ mm}$
[μm]	[V / %]	[V / %]	[V / %]	[V / %]
250 - 300	0,215	0,164	0,370	0,274
355 - 425	0,226	0,182	0,407	0,292
500 - 600	0,266	0,203	0,430	0,313

Tabel 5.3. Vergelijking waarden van K_2 met eerder onderzoek.

Uit een vergelijking van de waarden van $K_2 \cdot \phi$ blijkt dat de waarden van K_2 goed reproduceerbaar zijn.

D	$K_2 \cdot \phi$			
	$\phi = 2,5 \text{ mm}$	$\phi = 3,2 \text{ mm}$	$\phi = 1,5 \text{ mm}$	$\phi = 2,0 \text{ mm}$
[μm]	[V·mm / %]	[V·mm / %]	[V·mm / %]	[V·mm / %]
250 - 300	0,54	0,52	0,56	0,55
355 - 425	0,56	0,58	0,61	0,58
500 - 600	0,67	0,65	0,65	0,63

Tabel 5.4. Vergelijking waarden van $K_2 \cdot \phi$ met eerder onderzoek.

5.4. Verhouding van a_1 en a_2

De verhouding tussen de extinctiecoëfficiënten a_1 en a_2 is goed reproduceerbaar.

D	(zie § 4.4)	rapport B374		
	a_2 / a_1	tabel 5, serie 8	tabel 5, serie 9	tabel 9, serie 10
		β/α	β/α	b/a
$[\mu\text{m}]$	$[-]$	$[-]$	$[-]$	$[-]$
250 - 300	0,820	0,86	0,83	0,884
355 - 425	0,777	0,81	0,83	0,857
500 - 600	0,847	0,85	0,75	0,883

Tabel 5.5. Vergelijking van de verhouding tussen a_1 en a_2 met eerder onderzoek.

Ook de voor het mengsel gevonden verhouding van 0,79 tussen a_1 en a_2 (resp. 2,95 en 2,34) komt redelijk overeen met het gemiddelde van de waarden van deze verhouding voor de samenstellende fracties.

5.5. Verhouding even orde momenten

In § 4.6 was was een relatie tussen het tweede en het vierde orde moment gevonden, waarbij geldt dat:

$$\sqrt[2]{\mu_2} \approx 0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} \quad \text{ofwel} \quad \mu_4^{1/4} \approx 1,30 \cdot \mu_2^{1/2}$$

Dit komt goed overeen met de eerdere metingen, zoals weergegeven in tabel 10 van rapport B 299. Uit die tabel blijkt dat de verhouding b_4/b_2 een gemiddelde heeft van ongeveer 1,0 (zodat de extinctietermen van $\mu_2^{1/2}$ resp. $\mu_4^{1/4}$ gelijk zijn), en dat de verhouding K_4/K_2 een gemiddelde heeft van ongeveer 1,31 (zodat inderdaad geldt dat $\mu_4^{1/4} \approx 1,30 \cdot \mu_2^{1/2}$).

6. Uitwerking

In rapport B374 is een mogelijkheid beschreven voor de compensatie van de venstervervuiling. Bij deze methode is het noodzakelijk om de waarde van μ te kennen waarbij μ_2 maximaal is. In de praktijk zal dit niet altijd uitvoerbaar zijn.

Uit de resultaten van dit onderzoek blijkt dat μ_3 een nuldoorgang heeft die vrijwel gelijk valt met het maximum van μ_2 . Door gebruik te maken van informatie uit μ_2 , kan de waarde van μ waarbij het maximum van μ_2 optreedt eenvoudiger en nauwkeuriger bepaald worden.

Er is echter ook een andere aanpak mogelijk. Voor de berekening van de karakteristieke concentratie (C'), karakteristieke deeltjesgrootte (D') en venstervervuiling (maakt deel uit van V_0) zijn drie min of meer onafhankelijke parameters beschikbaar, namelijk het gemiddelde, het tweede orde moment en het derde orde moment. De relatie van deze drie parameters met de drie onbekenden wordt beschreven door middel van de formules (4.2), (4.4) en (4.6). De venstervervuiling kan uit de formules (4.4) en (4.6) geëlimineerd worden door deze te delen door (4.2):

$$\mu_2' = \frac{\sqrt{\mu_2}}{\mu} = K_2' \cdot \sqrt[4]{D'} \cdot \sqrt{C'} \cdot e^{-(a_2' - a_1') \cdot \frac{C'}{D'}} \quad [-] \quad (5.1)$$

$$\mu_3' = \frac{\sqrt[3]{\mu_3}}{\mu} = K_3' \cdot \sqrt[4]{D'} \cdot \sqrt[3]{C' - C_0' \cdot D'} \cdot \sqrt{C'} \cdot e^{-(a_3' - a_1') \cdot \frac{C'}{D'}} \quad [-] \quad (5.2)$$

Hierdoor zijn de karakteristieke concentratie (C') en de karakteristieke deeltjesgrootte (D') impliciet bepaald. Voor verschillende waarden van C' en D' zijn μ_2' en μ_3' berekend en uitgezet in figuren E.1 en E.2. Door middel van deze calibratiecurven kunnen uit metingen de karakteristieke concentratie en de karakteristieke deeltjesgrootte bepaald worden.

Uit figuren E.1 en E.2 blijkt dat C' en D' niet altijd eenduidig uit μ_2' en μ_3' te bepalen zijn. Voor een beperkt gebied, weergegeven in figuren F.1 en F.1 kan dat wel. Voor de gebruikte configuratie (bundeldiameter $\phi = 2,5$ mm; meetweglengte $l = 62$ mm; pinhole-diameter $d = 0,6$ mm) wordt de begrenzing van het werkgebied gegeven door: $D > 200 \mu\text{m}$ en $0,05 \% < C < 0,3 \%$. Bij overschrijding van de het concentratiebereik kan nog wel de concentratie bepaald worden, maar niet meer de deeltjesgrootte.

Voor de bepaling van de effectieve concentratie (C') zijn de meetwaarden van de vier meetseries uitgezet in figuur F.1. Hierin zijn de lijnen voor constante concentratie uit figuur E.1 overgenomen, met een resolutie van $0,01 \%$. De uit deze grafiek afgelezen concentraties zijn opgenomen in tabel F.1.

Voor de bepaling van de effectieve deeltjesgrootte (D') zijn de meetwaarden van de vier meetseries uitgezet in figuur F.2. Hierin zijn de lijnen voor constante deeltjesgrootte uit figuur E.2 overgenomen, met een resolutie van $20 \mu\text{m}$. De uit deze grafiek afgelezen deeltjesgroottes zijn opgenomen in tabel F.2.

Uit tabellen F.1 en F.2 blijkt dat binnen het hierboven gedefiniëerde werkgebied de concentratie vrij nauwkeurig kan worden bepaald (beter dan 20 %), en de deeltjesgrootte wat minder nauwkeurig (beter dan 50 %).

Voor wat betreft de breedte van de deeltjesgrootteverdeling blijkt dat de onderlinge verhouding van het gemiddelde, het tweede orde moment en het derde orde moment voor het mengsel niet significant anders zijn dan voor de smalle deeltjesfracties.

In dit onderzoek is echter maar één mengsel bestudeerd. Het verschil in C_0 en de concentratie het maximum in μ_2 optreedt lijkt voor het mengsel wat groter dan voor de smalle fracties. De breedte van de deeltjesgrootteverdeling is wel van invloed op de karakteristieke deeltjesgrootte en de karakteristieke concentratie, maar op basis van de huidige resultaten is dat nog niet kwantificeerbaar.

7. Conclusies en aanbevelingen

conclusies

1. Het verloop van het gemiddelde, en dat van het tweede orde moment, als functie van de concentratie en van de deeltjesgrootte zijn in overeenstemming met de resultaten van eerder onderzoek.
2. Het heeft geen zin om vierde of hogere orde momenten te berekenen. Deze bevatten geen informatie die niet al in momenten van lagere orde te vinden is.
3. Het gemiddelde, het tweede orde moment en het derde orde moment geven gezamenlijk voldoende informatie om de venstervervuiling (en de bronintensiteit) te elimineren, de concentratie te berekenen, en in een beperkt concentratiebereik de deeltjesgrootte te bepalen. Op basis hiervan is het mogelijk een optische concentratiemeter te bouwen, die zelf-calibrerend is voor deeltjesgrootte, en die geen referentiecel nodig heeft.
4. De statistische momenten geven geen informatie over de breedte van de deeltjesgrootteverdeling. De breedte van de deeltjesgrootteverdeling is wel van invloed op de karakteristieke deeltjesgrootte en de karakteristieke concentratie.

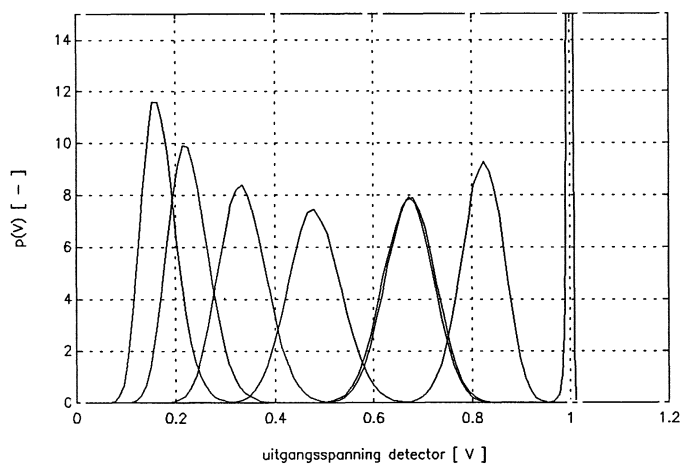
aanbevelingen

1. De formule (4.6) voor het verloop van het derde orde moment als functie van de concentratie en van de deeltjesgrootte is gebaseerd op een klein aantal metingen. Het verdient aanbeveling om te zoeken naar een analytische onderbouwing van de gevonden relatie, en een validatie uit te voeren met meerdere metingen.
2. Om verder onderzoek te versnellen, en zodoende meer meetgegevens te kunnen verwerken, moet eenvoudige software ontwikkeld worden (b.v. op basis van ViewDac) om het gemiddelde, het tweede orde moment en het derde orde moment direct uit metingen te kunnen bepalen.
3. Er moeten metingen gedaan worden aan andere materialen dan polystyreen, om de werkelijke (in-situ) gebruiksomstandigheden van een optische concentratiemeter beter te benaderen. Hierbij kan dan ook de achtergrond-troebelheid gevarieerd worden.
4. De veronderstelde (en zeer aannemelijke) evenredigheid van $\mu_2^{1/2}$ en $\mu_3^{1/3}$ met V_0 moet bewezen worden door te experimenteren met variabele bronintensiteit.

Bijlage A. Deeltjesgrootte 250 - 300 μm

C	μ	statistische momenten				
		μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
%	[V]	[10^3 V^2]	[10^6 V^3]	[10^9 V^4]	[10^6 V^5]	[10^9 V^6]
0,00	1,00	0,0179	-0,131	0,00398	-0,000117	0,00000435
0,05	0,820	1,81	-15,8	9,77	-0,276	0,0892
0,10	0,670	2,50	-8,81	18,3	-0,203	0,218
0,10	0,675	2,47	-6,69	17,7	-0,166	0,208
0,20	0,482	2,83	16,1	23,5	0,427	0,320
0,30	0,336	2,25	21,8	15,2	0,480	0,176
0,40	0,228	1,64	24,5	8,49	0,396	0,0801
0,50	0,169	1,21	20,0	4,86	0,254	0,0393

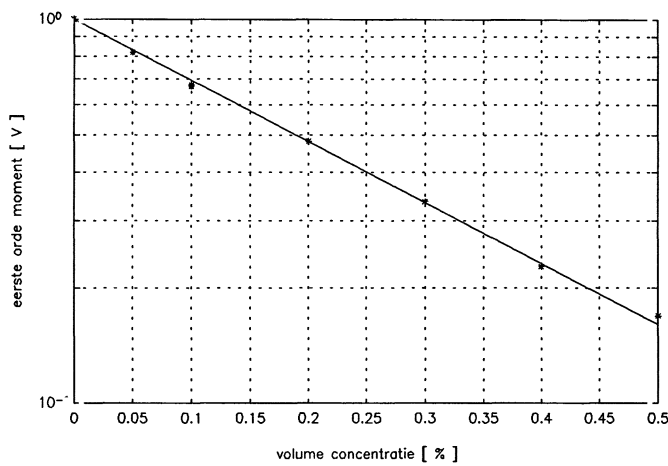
Tabel A.1. Gemeten statistische momenten bij $D = 250 - 300 \mu\text{m}$.



V.l.n.r.:

- $C = 0,50 \%$
- $C = 0,40 \%$
- $C = 0,30 \%$
- $C = 0,20 \%$
- $C = 0,10 \%$
- $C = 0,10 \%$
- $C = 0,05 \%$
- $C = 0,00 \%$

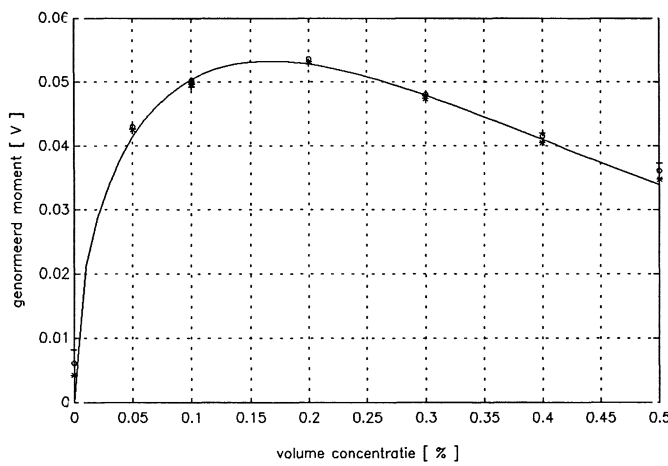
Figuur A.1. Genormeerde histogrammen.



afgebeeld zijn:

- (*) μ
- $e^{-3,66 \cdot C}$

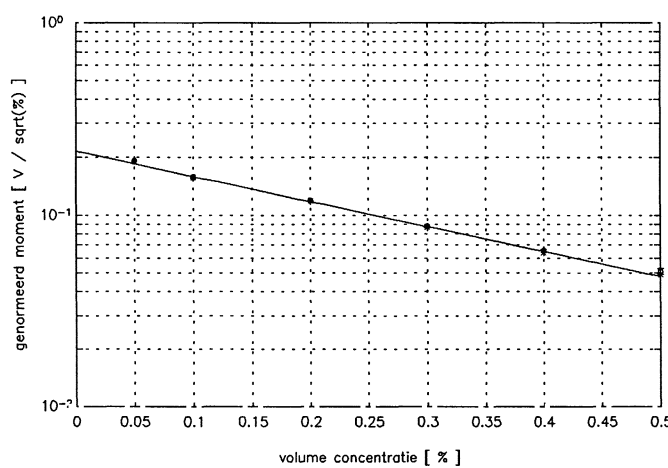
Figuur A.2. Eerste orde moment.



afgebeeld zijn:

- (*) $\sqrt{\mu_2}$
- (o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4}$
- (+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6}$
- $0,215 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-3,00 \cdot C}$

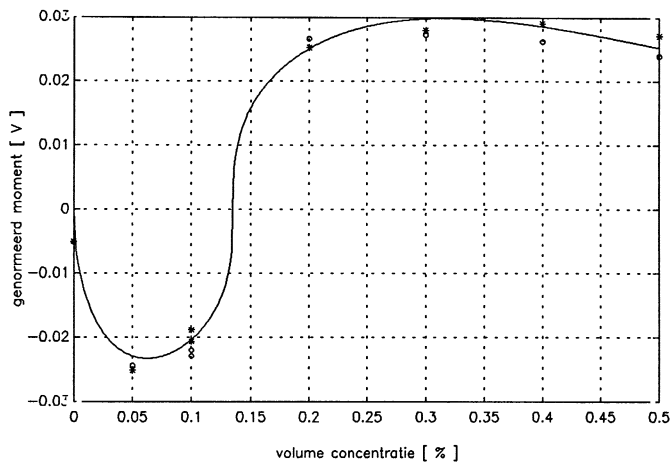
Figuur A.3. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



afgebeeld zijn:

- (*) $\sqrt{\mu_2} / \sqrt{C}$
- (o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} / \sqrt{C}$
- (+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6} / \sqrt{C}$
- $0,215 \cdot e^{-3,00 \cdot C}$

Figuur A.4. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



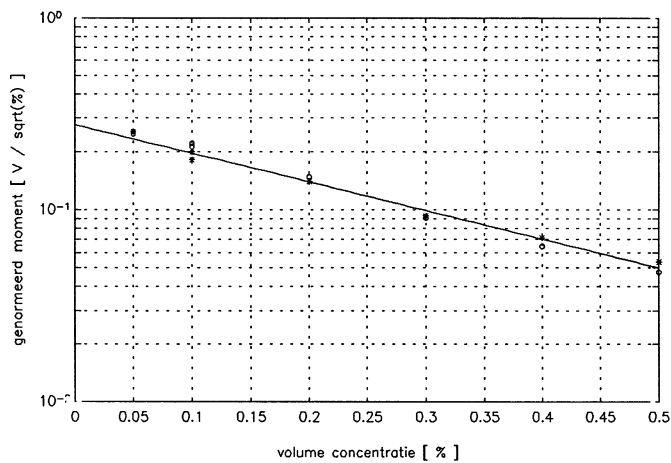
afgebeeld zijn:

$$(*) \sqrt[3]{\mu_3}$$

$$(o) 0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}$$

$$- 0,277 \cdot \sqrt[3]{C-0,135} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-3,42 \cdot C}$$

Figuur A.5. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.



afgebeeld zijn:

$$(*) \frac{\sqrt[3]{\mu_3}}{\sqrt[3]{C-0,135} \cdot \sqrt{C}}$$

$$(o) \frac{0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}}{\sqrt[3]{C-0,135} \cdot \sqrt{C}}$$

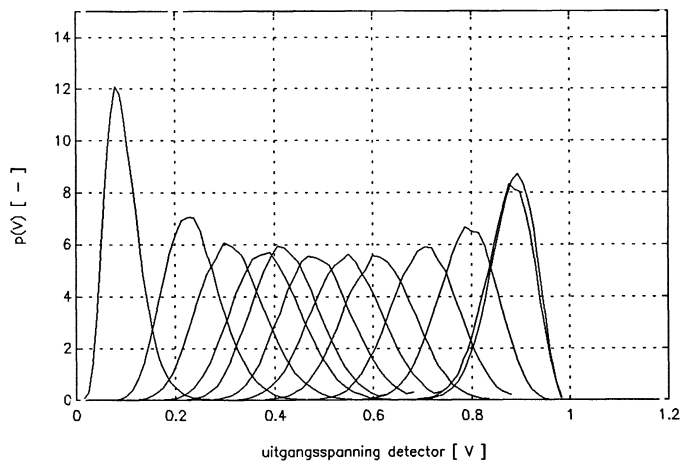
$$- 0,277 \cdot e^{-3,42 \cdot C}$$

Figuur A.6. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.

Bijlage B. Deeltjesgrootte 355 - 425 μm

C	μ	statistische momenten				
		μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
%	[V]	[10^{-3} V^2]	[10^{-6} V^3]	[10^{-9} V^4]	[10^{-6} V^5]	[10^{-6} V^6]
0,05	0,874	2,31	-51,1	16,4	-1,10	0,215
0,05	0,880	2,09	-49,8	13,9	-1,02	0,185
0,10	0,789	3,49	-50,2	35,5	-1,64	0,602
0,15	0,703	4,43	-28,4	56,1	-1,25	1,12
0,20	0,611	5,02	-0,538	72,8	-0,0556	1,69
0,25	0,547	5,08	10,2	73,0	0,257	1,61
0,30	0,486	4,89	42,0	67,6	1,52	1,45
0,35	0,424	4,48	53,3	57,4	1,96	1,16
0,4	0,386	4,83	76,8	69,6	3,56	1,71
0,5	0,316	4,43	91,4	60,4	4,01	1,47
0,6	0,237	3,18	72,2	31,8	2,22	0,577
1,0	0,0968	1,29	37,5	6,58	0,554	0,0779

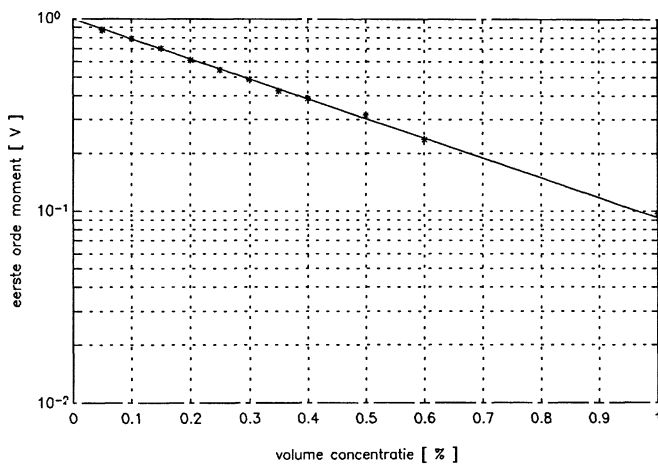
Tabel B.1. Gemeten statistische momenten bij $D = 355 - 425 \mu\text{m}$.



V.l.n.r.:

- C = 1,00 %
- C = 0,60 %
- C = 0,50 %
- C = 0,40 %
- C = 0,35 %
- C = 0,30 %
- C = 0,25 %
- C = 0,20 %
- C = 0,15 %
- C = 0,10 %
- C = 0,05 %

Figuur B.1. Genormeerde histogrammen.

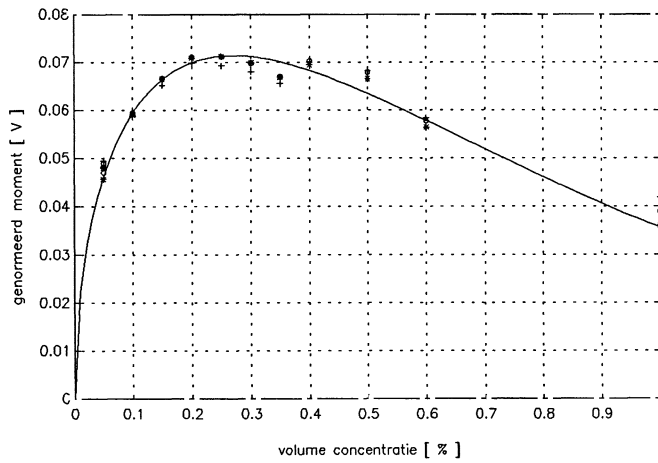


afgebeeld zijn:

(*) μ

— $e^{-2,38 \cdot C}$

Figuur B.2. Eerste orde moment.



afgebeeld zijn:

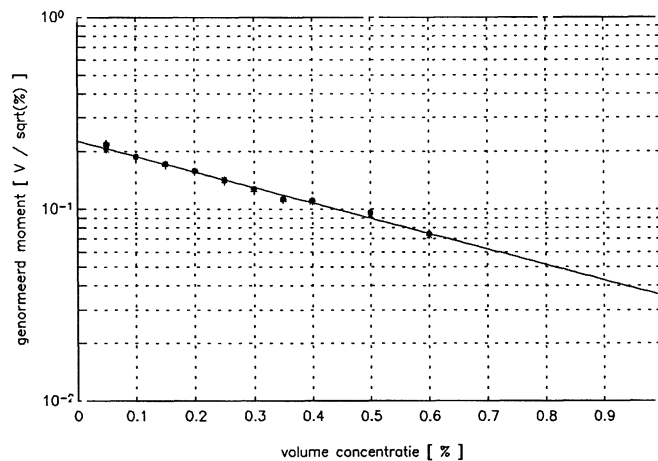
(*) $\sqrt{\mu_2}$

(o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4}$

(+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6}$

— $0,226 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-1,85 \cdot C}$

Figuur B.3. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



afgebeeld zijn:

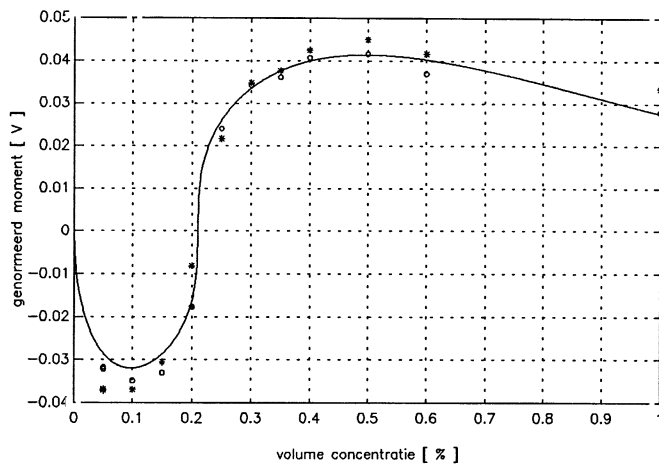
(*) $\sqrt{\mu_2} / \sqrt{C}$

(o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} / \sqrt{C}$

(+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6} / \sqrt{C}$

— $0,226 \cdot e^{-1,85 \cdot C}$

Figuur B.4. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



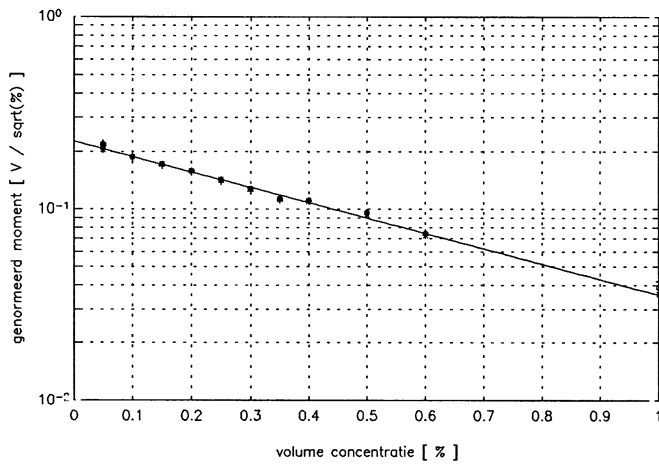
afgebeeld zijn:

(*) $\sqrt[3]{\mu_3}$

(o) $0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}$

— $0,261 \cdot \sqrt[3]{C-0,21} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-2,17 \cdot C}$

Figuur B.5. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.



afgebeeld zijn:

(*) $\frac{\sqrt[3]{\mu_3}}{\sqrt[3]{C-0,21} \cdot \sqrt{C}}$

(o) $\frac{0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}}{\sqrt[3]{C-0,21} \cdot \sqrt{C}}$

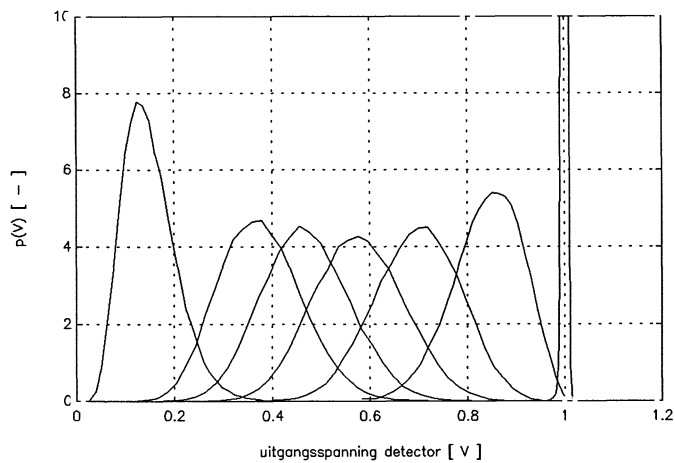
— $0,261 \cdot e^{-2,17 \cdot C}$

Figuur B.6. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.

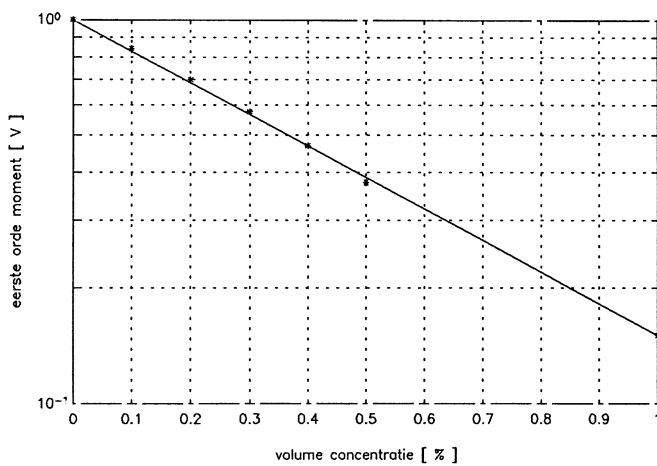
Bijlage C. Deeltjesgrootte 500 - 600 μm

C	μ	statistische momenten				
		μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
%	[V]	$[10^{-3} \text{V}^2]$	$[10^{-6} \text{V}^3]$	$[10^{-6} \text{V}^4]$	$[10^{-6} \text{V}^5]$	$[10^{-6} \text{V}^6]$
0,00	1,00	0,000187	-0,0560	0,00162	-0,0000216	0,00000548
0,10	0,841	5,08	-154	75,6	-6,78	1,96
0,20	0,698	7,46	-96,9	156	-6,52	5,19
0,30	0,576	8,28	26,9	191	1,47	6,81
0,40	0,469	7,77	100	173	6,98	6,23
0,50	0,376	6,90	151	138	9,35	4,62
1,00	0,151	2,88	107	29,8	3,22	0,661

Tabel C.1. Gemeten statistische momenten bij $D = 500 - 600 \mu\text{m}$.



Figuur C.1. Genormeerde histogrammen.

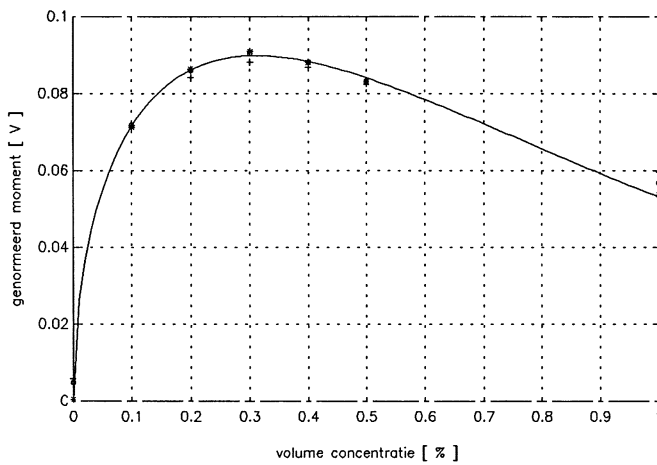


afgebeeld zijn:

(*) μ

— $e^{-1,90 \cdot C}$

Figuur C.2. Eerste orde moment.



afgebeeld zijn:

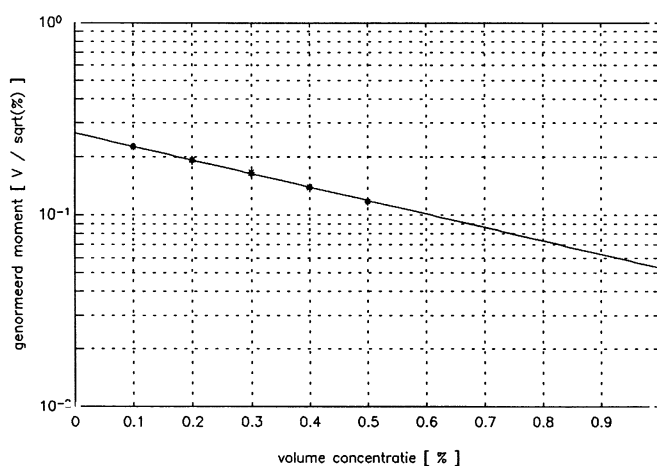
(*) $\sqrt{\mu_2}$

(o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4}$

(+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6}$

— $0,266 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-1,61 \cdot C}$

Figuur C.3. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



afgebeeld zijn:

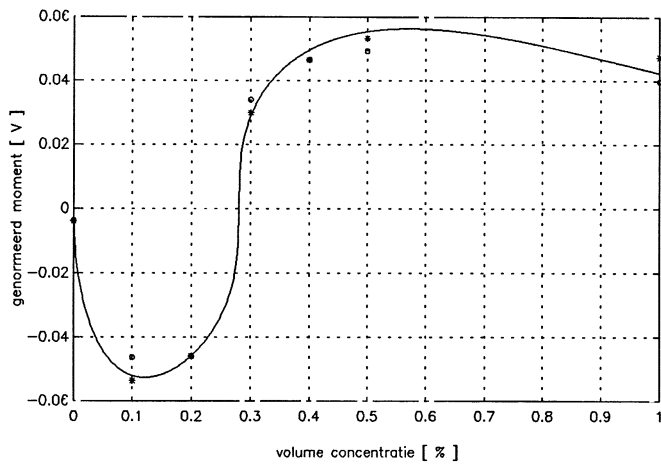
(*) $\sqrt{\mu_2} / \sqrt{C}$

(o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} / \sqrt{C}$

(+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6} / \sqrt{C}$

— $0,266 \cdot e^{-1,61 \cdot C}$

Figuur C.4. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



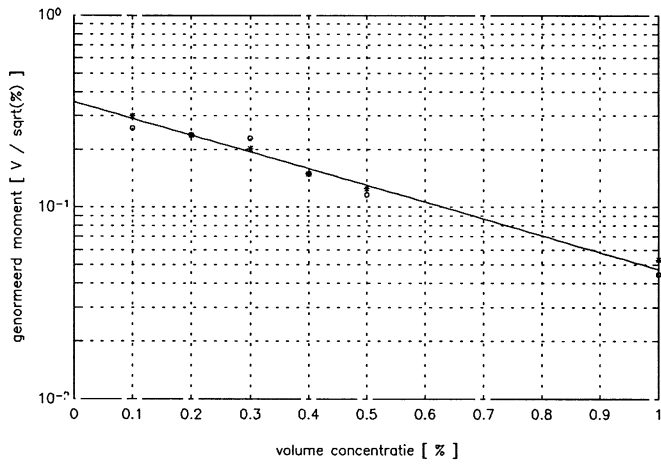
afgebeeld zijn:

(*) $\sqrt[3]{\mu_3}$

(o) $0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}$

— $0,356 \cdot \sqrt[3]{C-0,28} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-2,02 \cdot C}$

Figuur C.5. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.



afgebeeld zijn:

(*) $\frac{\sqrt[3]{\mu_3}}{\sqrt[3]{C-0,28} \cdot \sqrt{C}}$

(o) $\frac{0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}}{\sqrt[3]{C-0,28} \cdot \sqrt{C}}$

— $0,356 \cdot e^{-2,02 \cdot C}$

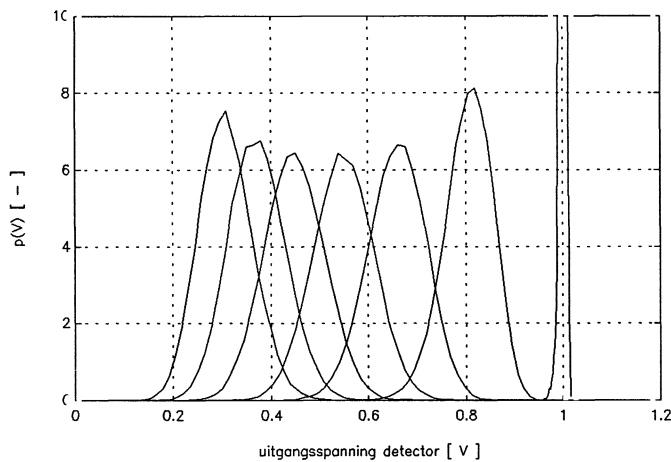
Figuur C.6. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.

Bijlage D. Mengsel

deeltjesgroottes 250 - 300 μm (50 %) en 500 - 600 μm (50 %)

C	μ	statistische momenten				
		μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
%	[V]	[10^{-3}V^2]	[10^{-6}V^3]	[10^{-9}V^4]	[10^{-6}V^5]	[10^{-6}V^6]
0,00	1,00	0,0310	-0,0975	0,00498	-0,0000802	0,00000248
0,067	0,805	2,41	-45,9	18,1	-1,08	0,252
0,133	0,658	3,46	-39,4	35,4	-1,32	0,615
0,20	0,549	3,79	-9,09	41,8	-0,258	0,744
0,267	0,448	3,74	8,96	40,4	0,320	0,708
0,33	0,371	3,27	21,4	31,7	0,639	0,495
0,40	0,308	2,88	29,5	24,7	0,815	0,355
0,80	0,109	0,978	17,3	3,24	0,170	0,0211

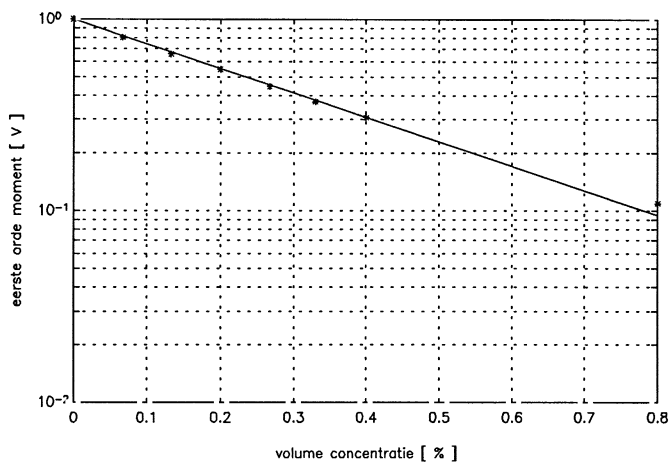
Tabel D.1. Gemeten statistische momenten bij mengsel $D = 250 - 300 \mu\text{m}$ (50 %) en $D = 500 - 600 \mu\text{m}$ (50 %).



V.l.n.r.:

- $C = 0,80 \%$
- $C = 0,40 \%$
- $C = 0,33 \%$
- $C = 0,267 \%$
- $C = 0,20 \%$
- $C = 0,133 \%$
- $C = 0,067 \%$
- $C = 0,00 \%$

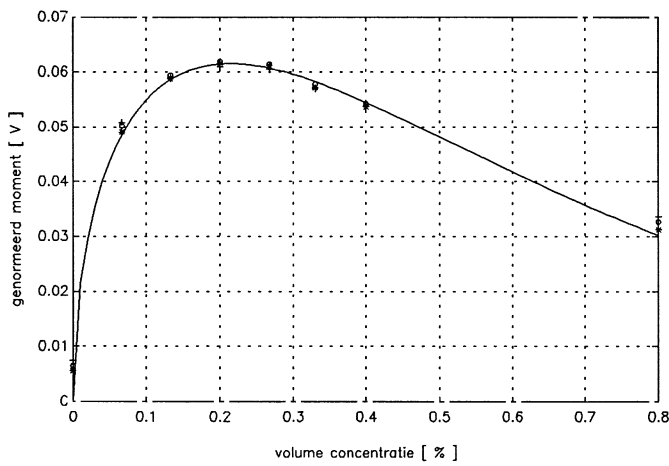
Figuur D.1. Genormeerde histogrammen.



afgebeeld zijn:

(*) μ
 — $e^{-2,95 \cdot C}$

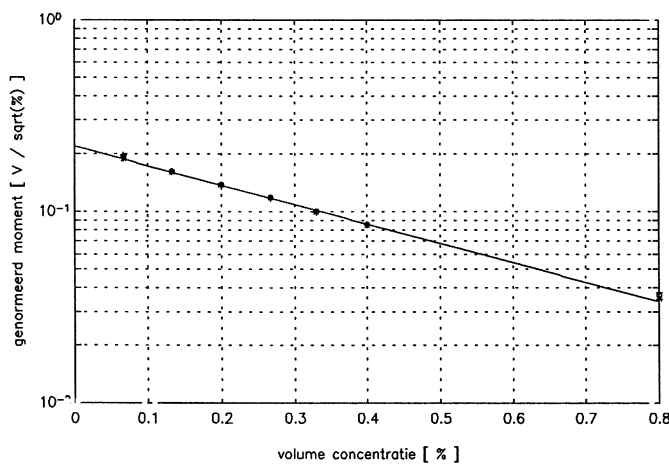
Figuur D.2. Eerste orde moment.



afgebeeld zijn:

(*) $\sqrt{\mu_2}$
 (o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4}$
 (+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6}$
 — $0,219 \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-2,34 \cdot C}$

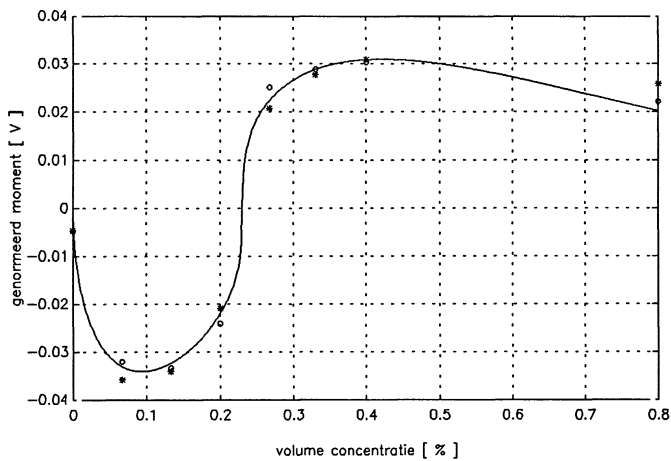
Figuur D.3. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



afgebeeld zijn:

(*) $\sqrt{\mu_2} / \sqrt{C}$
 (o) $0,77 \cdot \sqrt[4]{\mu_4} / \sqrt{C}$
 (+) $0,64 \cdot \sqrt[6]{\mu_6} / \sqrt{C}$
 — $0,219 \cdot e^{-2,34 \cdot C}$

Figuur D.4. Even orde momenten, met benadering voor het tweede orde moment.



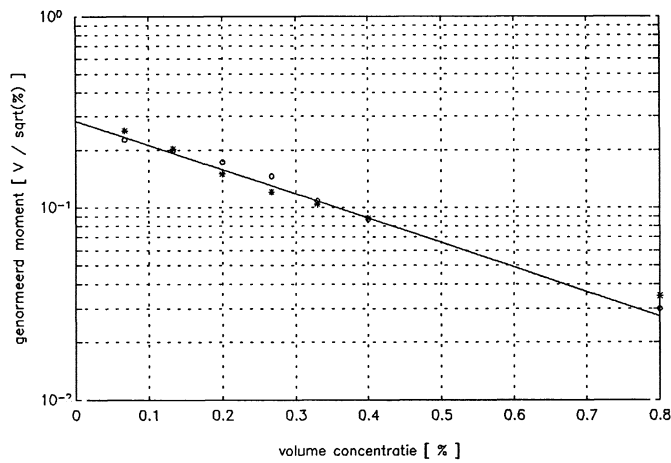
afgebeeld zijn:

(*) $\sqrt[3]{\mu_3}$

(o) $0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}$

— $0,285 \cdot \sqrt[3]{C-0,23} \cdot \sqrt{C} \cdot e^{-2,93 \cdot C}$

Figuur D.5. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.



afgebeeld zijn:

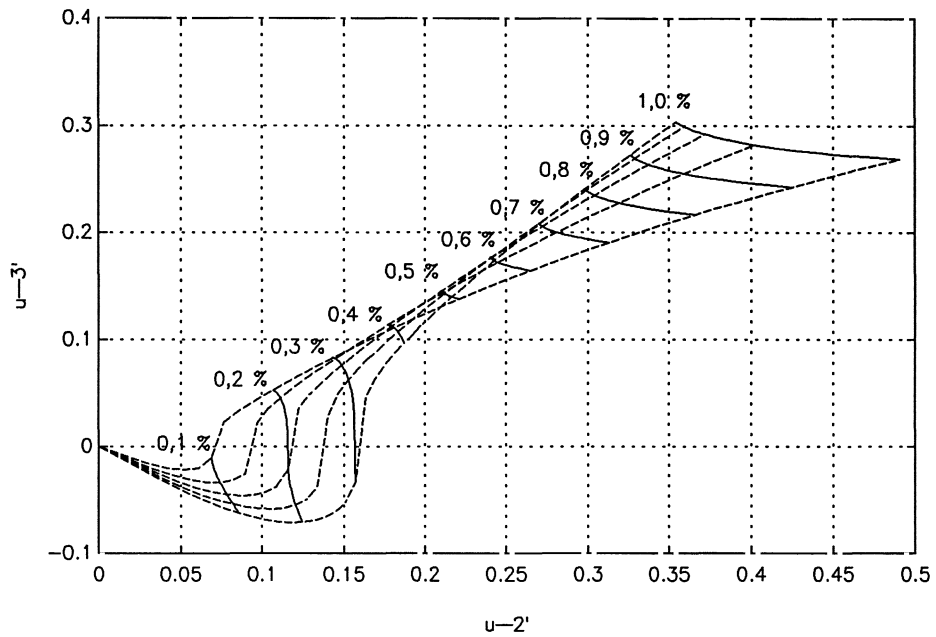
(*) $\frac{\sqrt[3]{\mu_3}}{\sqrt[3]{C-0,23} \cdot \sqrt{C}}$

(o) $\frac{0,50 \cdot \sqrt[5]{\mu_5}}{\sqrt[3]{C-0,23} \cdot \sqrt{C}}$

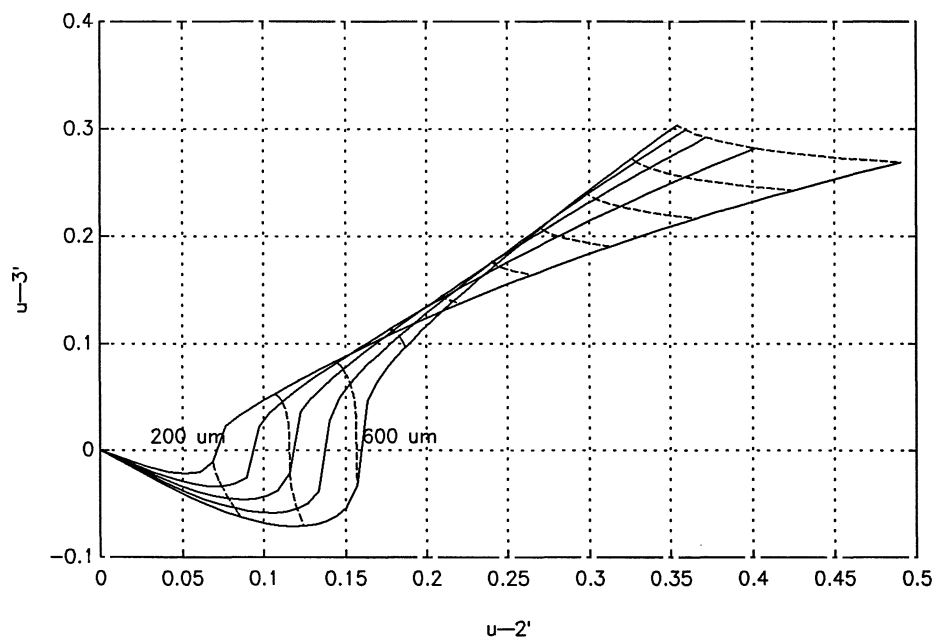
— $0,285 \cdot e^{-2,93 \cdot C}$

Figuur D.6. Oneven orde momenten, met benadering voor het derde orde moment.

Bijlage E. Calibratiecurven

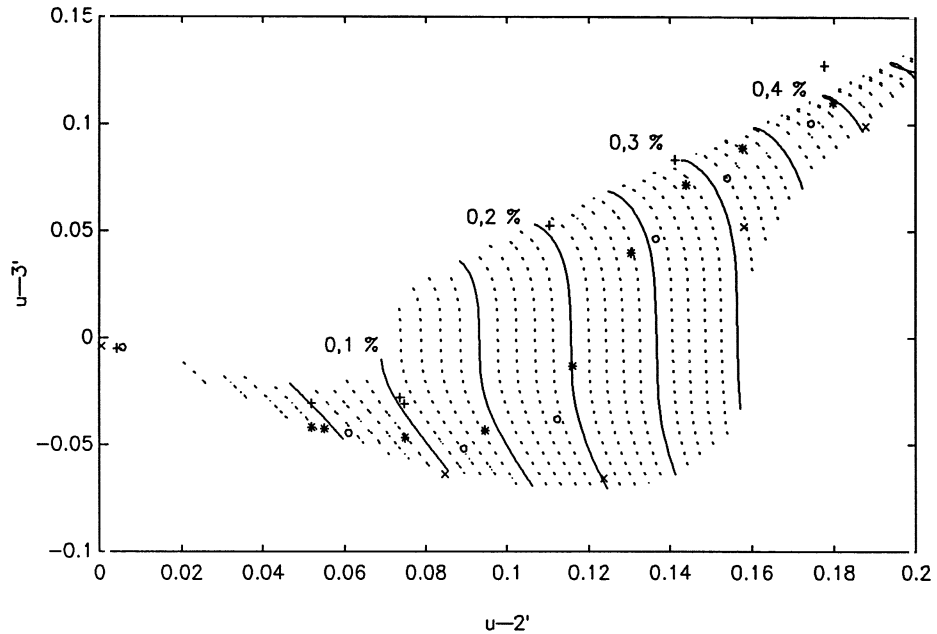


Figuur E.1. μ_3' als functie van μ_2' ; aangegeven zijn de lijnen voor constante karakteristieke concentratie $C' = 0,1 \%$, $0,2 \%$, ... , $1,0 \%$.

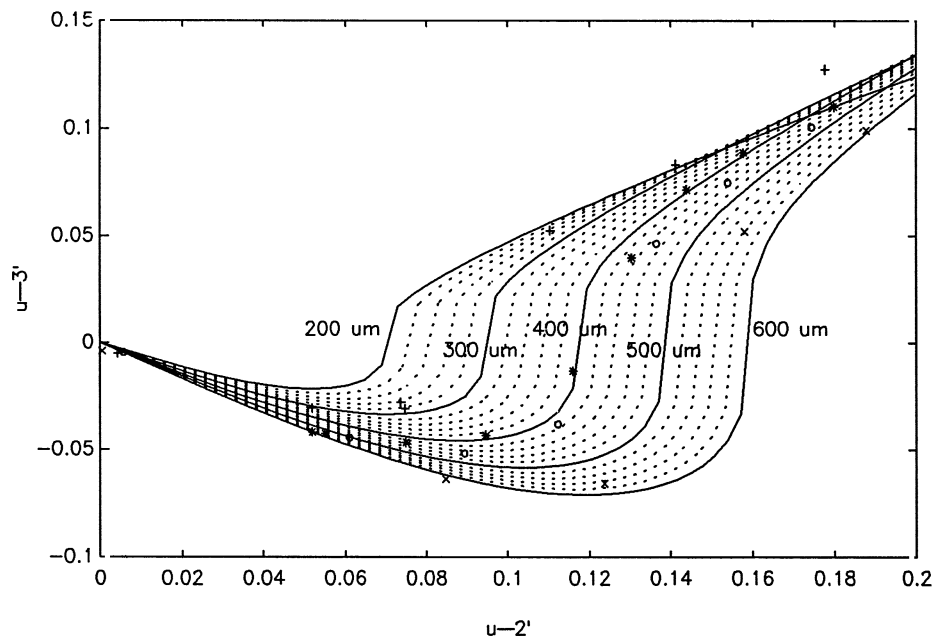


Figuur E.2. μ_3' als functie van μ_2' ; aangegeven zijn de lijnen voor constante karakteristieke deeltjesgrootte $D' = 200 \mu\text{m}$, $300 \mu\text{m}$, ... , $600 \mu\text{m}$.

Bijlage F. Teruggerekende concentraties en deeltjesgroottes



Figuur F.1. Meetwaarden afgebeeld in grafiek van μ_3' tegen μ_2' ter bepaling van concentratie; (+) $D = 200 - 300 \mu\text{m}$; (*) $D = 355 - 425 \mu\text{m}$; (x) $D = 500 - 600 \mu\text{m}$; (o) mengsel.



Figuur F.2. Meetwaarden afgebeeld in grafiek van μ_3' tegen μ_2' ter bepaling van deeltjesgrootte; (+) $D = 200 - 300 \mu\text{m}$; (*) $D = 355 - 425 \mu\text{m}$; (x) $D = 500 - 600 \mu\text{m}$; (o) mengsel.

C	D = 250 - 300 μm		D = 355 - 425 μm		D = 500 - 600 μm		mengsel	
	C	$\frac{C-C}{C}$	C	$\frac{C-C}{C}$	C	$\frac{C-C}{C}$	C	$\frac{C-C}{C}$
[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
0,05	0,05	0	0,04	-20	-	-	-	-
0,067	-	-	-	-	-	-	0,06	-10
0,10	0,10	0	0,09	-20	0,10	0	-	-
0,133	-	-	-	-	-	-	0,12	-9
0,15	-	-	0,14	-7	-	-	-	-
0,20	0,20	0	0,20	0	0,20	0	0,19	-5
0,25	-	-	0,24	-4	-	-	-	-
0,267	-	-	-	-	-	-	0,25	-6
0,30	0,30	0	0,29	-3	0,31	3	-	-
0,333	-	-	-	-	-	-	0,31	-7
0,35	-	-	0,33	-6	-	-	-	-
0,40	?	?	0,40	0	0,40	0	0,38	-5

Tabel F.1. Effectieve concentratie (C') zoals bepaald uit figuur F.1, en de relatieve fout daarin.

C	D = 250 - 300 μm		D = 355 - 425 μm		D = 500 - 600 μm		mengsel	
	$D_{50} = 275 \mu\text{m}$		$D_{50} = 390 \mu\text{m}$		$D_{50} = 550 \mu\text{m}$		$D_g = 410 \mu\text{m}$	
	D'	$\frac{D'-D_{50}}{D_{50}}$	D'	$\frac{D'-D_{50}}{D_{50}}$	D'	$\frac{D'-D_{50}}{D_{50}}$	D'	$\frac{D'-D_g}{D_g}$
[%]	[μm]	[%]	[μm]	[%]	[μm]	[%]	[μm]	[%]
0,05	300	8	600	53	-	-	-	-
0,067	-	-	-	-	-	-	500	18
0,10	280	2	440	13	600	9	-	-
0,133	-	-	-	-	-	-	440	7
0,15	-	-	380	-3	-	-	-	-
0,20	240	-12	400	3	580	5	420	2
0,25	-	-	440	13	-	-	-	-
0,267	-	-	-	-	-	-	440	7
0,30	200	-27	400	3	540	-2	-	-
0,333	-	-	-	-	-	-	440	7
0,35	-	-	400	3	-	-	-	-
0,40	?	?	?	?	600	9	460	11

Tabel F.2. Effectieve deeltjesgrootte (D') zoals bepaald uit figuur F.2, en de relatieve fout daarin.