

AANPASSINGSLENGTE van ZWEVEND-ZANDVERTICALEN

door P.J.M. Kerssens.

Rapport afstudeeronderzoek

augustus 1974

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

Vakgroep Algemene en
Verkeerswaterbouwkunde

I N H O U D

	blz.
<u>I INLEIDING</u>	3
<u>II BASISVERGELIJKINGEN</u>	
II-1 Grondvergelijkingen	8
II-2 Diffusievergelijking	10
II-3 Keuze van de transportvergelijking	16
<u>III MATHEMATISCH MODEL</u>	
III-1 Mathematische probleemstelling	18
III-2 Numeriek model	20
<u>IV DIFFUSIECOEFFICIENT</u>	
IV-1 Algemeen	28
IV-2 Verdeling diffusiecoëfficiënt	28
IV-3 Relatie tot de snelheid	39
IV-4 Opmerkingen	44
<u>V RANDVOORWAARDEN</u>	
V-1 Beginvoorwaarde	46
V-2 Bovenrandvoorwaarde	47
V-3 Benedenrandvoorwaarde	50
V-4 Evenwichtsverticaal en Evenwichtstransport	54
<u>VI TOETSING</u>	
VI-1 Algemeen	63
VI-2 Hjelmfelt en Mei	64
VI-3 Gootmetingen	71

VII VERANDERING VAN STROOMPARAMETERS

VII-1	Algemeen	83
VII-2	Berekening nieuwe parameters	84
VII-3	Voorbeeld	96
VII-4	Aanpassing concentratieverticaal	97

VIII TOEPASSINGEN

VIII-1	Algemeen	102
VIII-2	Toepassing zandvang in Canal del Dique	102
VIII-3	Beginverticaal prototype	105
VIII-4	Resultaten prototype	111
VIII-5	Relaxatielengte	119

IX NIET-STATIONAIRE BESCHOUWINGEN

IX-1	Algemeen	133
IX-2	Niet-stationaire berekening	133
IX-3	Voorbeeld	141

X SLOTBESCHOUWINGEN

X-1	Hydraulisch Model CETIH	142
X-2	Conclusies	146
X-3	Aanbevelingen	148

BIJLAGE I-A	Stabiliteitsonderzoek	151
I-B	Vereenvoudigde modellen	154
I-C	Stabiliteit, consistentie, afbreekfout, convergentie	160

BIJLAGE II	Literatuuronderzoek	167
------------	---------------------	-----

BIJLAGE III	Beschrijving van het rekenprogramma	182
-------------	-------------------------------------	-----

LIJST VAN SYMBOLEN	192
--------------------	-----

LIJST VAN REFERENTIES	195
-----------------------	-----

I INLEIDING

Diffusie van materiaal in stromend water vindt plaats als gevolg van de turbulente beweging van het water; dit manifesteert zich in een streven naar het afvlakken van concentratieverschillen met als gevolg uitwisseling van vaste stof en een veranderend lokaal sedimenttransport door veranderende lokale concentraties.

In het algemeen zal transport van sediment plaatsvinden op de volgende mogelijke manieren: bodemtransport, zwevend transport en spoeltransport. De laatstgenoemde vorm betreft materiaal dat uit de bovenloop van rivieren, de zogenaamde brongebieden, afkomstig is en zonder interactie met het bed wordt vervoerd; dit spoeltransport is daarom niet gebonden aan de hydraulische omstandigheden en is normaliter niet van belang i.v.m. aanzandingen in de waterloop zélf. Er zou nl. zeer grote vertraging nodig zijn om het materiaal te doen neerslaan; in de hiernavolgende beschouwingen wordt er met deze vorm van transport daarom géén rekening meer gehouden.

De beide eerstgenoemde transportvormen, tezamen het transport van bodemmateriaal genoemd, zijn wél afhankelijk van de heersende stroomomstandigheden; de totale hoeveelheid transport is hieraan gebonden via een nader te bepalen relatie.

De verdeling tussen de beide transporten is echter óók afhankelijk van de stroomparameters, alsmede van de eigenschappen van het sediment, zoals korrelafmeting, dichtheid etc.; bij fijn sediment en hoge schuifspanningssnelheid zal relatief méér zwevend sediment aanwezig zijn. Dit nu is een gevolg van het feit dat de diffusieve krachten bij fijn materiaal een grotere invloed hebben en meer sediment in suspensie kan worden gehouden aangezien het neergaande transport t.g.v. de werking van de zwaartekracht minder is wegens de kleinere korrelafmetingen.

Het zwevende materiaal zal zich, in tegenstelling tot materiaal dat zich over de bodem beweegt, slechts langzaam kunnen aanpassen aan veranderende stroomomstandigheden, als gevolg van de diffusie die een abrupt optredend concentratieverschil niet toelaat en onmiddellijk zal reageren met uitwisseling van vaste stof.

Het bodemtransport zal zich wel onmiddellijk aan kunnen passen; afhankelijk van de diverse parameters zoals schuifspanningssnelheid, korrelafmeting,

valsnelheid van de korrels e.d. vindt nu horizontale en vertikale uitwisseling van vaste stof plaats en treden hierdoor mogelijke verschillen op in het lokale sedimenttransport.

Diffusie treedt altijd op in turbulente stroming: in evenwichtstoestand wordt de hoeveelheid vaste stof die neerslaat ten gevolge van de valsnelheid altijd in balans gehouden door de hoeveelheid verticaal omhoog bewegende vaste stof onder invloed van de diffusieve krachten.

Indien er géén evenwicht bestaat is dit uiteraard niet het geval; er moet dan aan- of afvoer zijn van vaste stof, hetzij door stroming, hetzij door horizontale diffusie of een combinatie van beiden.

Het volgende rapport behandelt een onderzoek naar het gedrag van zwevend materiaal onder invloed van de diffusie; speciale aandacht is besteed aan het gedrag van aanpassing van concentratieverticaal onder invloed van veranderende stroomparameters.

Dit gehele onderzoek is uitgevoerd voor een stroming die geschematiseerd is als tijdopname van een niet-stationaire stroming en kan als zodanig stationair worden beschouwd; in hoofdstuk IX worden als vervolg hierop enige niet-stationaire beschouwingen gegeven waarop een volgende onderzoeker mogelijk voort kan bouwen.

Het probleem is in principe voortgekomen uit een bevaarbaarheidssituatie van het Canal del Dique en de Río Magdalena in Colombia; voor nadere gegevens hierover wordt verwezen naar het rapport "Vooronderzoek Canal del Dique project" (ref. 33). Zoals reeds in dit vooronderzoek is aangegeven heeft de aansluiting van het Canal del Dique op de Río Magdalena sterk te lijden door verzandingen, de oorzaak hiervan is dat tijdens hoogwaterperioden een overmaat aan sediment het Canal binnenkomt; de transportcapaciteit is vele malen kleiner dan het aanbod met als gevolg sterke sedimentatie aan het begin van het Canal del Dique.

Deze sedimentatie vindt niet plaats over al te korte afstand maar is uitgespreid over een grote lengte van ca. 10 km. langs het begin van het Canal del Dique. Een verklaring hiervoor is te vinden in het feit, dat de Río Magdalena veel fijn materiaal transporteert, waardoor de diffusie, zoals reeds eerder vermeld, een relatief grote invloed kan hebben op het uitzakken van de oververzadigde concentratieverticaal. Het onderzoek had dan ook tot doel het bepalen van de invloed van de diffusie op het gedrag van de concentratieverticaal, terwijl in

samenhang hiermede de volgende vragen naar voren zijn gekomen:

- Is de grote aanpassingslengte van ca. 10 km. een gevolg van de diffusie of zijn er andere oorzaken, zoals bijvoorbeeld lokale versmallingen, harde ondiepten e.d.?
- Wat is er de oorzaak van dat in deze (én soortgelijke) rivieren méér materiaal bovenin de verticaal wordt gevonden dan de bestaande theorieën doen vermoeden?
- Wat is de invloed van het baggeren van een zandvang in het kanaal; met welke afmetingen en op welke plaats zou dit dan moeten gebeuren?
- Wat voor waarde mag worden toegekend aan het hydraulische model waarmee in het laboratorium (CETIH) van de Universidad de Los Andes te Bogota het probleem van de sedimentatie is bestudeerd?
- Wat voor parameters beïnvloeden het gedrag van de concentratieverticaal, in casu de snelheid van aanpassing aan het evenwicht?

Het onderzoek naar dit soort problemen is nog niet ver; weliswaar is er relatief vrij veel bekend over de vorm van de evenwichtsconcentratieverticalen, dit is bepaald niet het geval met de transportmechanismen, de koppeling tussen zwevend en bodemtransport en de alluviale ruwheid t.g.v. de beddingvormen.

Om deze reden is, hoewel de bovenstaande vragen betrekking hebben op een vrij specifiek onderwerp, het onderzoek vrij algemeen opgezet om niet in een al te vroeg stadium te specificeren naar een bepaald probleem en daarmee de toegankelijkheid voor andere soortgelijke onderzoeken te beperken.

Ter toetsing is wel regelmatig teruggegrepen naar de toepassing op het Canal del Dique, dit om te controleren of bepaalde criteria fysisch reëel zijn en bovendien omdat het onderzoek hieruit voortgekomen is en als doel heeft bij te dragen aan de oplossing.

Bij deze toepassing is een keuze gedaan van een waterstand in het Canal del Dique te Calamar, waarvoor uiteraard een hoge waterstand is genomen omdat hierbij het sedimenttransport hoog is, alsmede uiteraard ook de aanzandingen in het Canal del Dique met als gevolg moeilijkheden voor de scheepvaart tijdens de daaropvolgende laagwaterperiode.

De benodigde gegevens voor de toepassing zijn verkregen uit het MITCH-rapport over de bevaarbaarheidsstudie van Río Magdalena en Canal del Dique (ref. 21), alsmede uit gemeten concentratieverdelingen e.d. uit waarnemingsmappen van bovengenoemd MITCH-team.

De algemene loop van het onderzoek en indeling van het rapport kan als volgt worden geschetst:

Na een beschouwing over de vergelijkingen die ten grondslag liggen aan het transport van water en sediment volgt een afleiding van de diffusie-vergelijking; deze laatste wordt apart behandeld:

Een numeriek model wordt ontwikkeld voor het diffusieproces in een permanente, éénparige stroming, terwijl hierbij tevens de voorlopige randvoorwaarden worden vastgelegd. De stroming wordt hierbij geschematiseerd tot een twee-dimensionale, niet zoals gebruikelijk "platgeslagen" in verticale richting en rekenend in stroom- en dwarsrichting, maar bewust is gekozen voor een model met als onafhankelijke variabelen x en y , zijnde de coördinaten in stroomrichting en in verticale richting; de reden hiervoor is dat het onderwerp van belang hier is de beschrijving van de concentraties in de verticaal op verschillende plaatsen langs het kanaal.

Een globale beschouwing wordt gegeven over de stabiliteitscriteria waaraan het numerieke model moet voldoen; de bepaling hiervan wordt beschreven in Bijlage I waar tevens een controle wordt uitgevoerd t.a.v. afbreekfout, consistentie e.d.

Hierna volgt een hoofdstuk betreffende de diffusiecoëfficiënt; allereerst worden hierover enkele beschouwingen gegeven, waarna de relaties worden vastgelegd met de snelheid en een aanname wordt gedaan voor het verloop van de diffusiecoëfficiënt in de verticaal.

Een volgende stap is het nader preciseren van de randvoorwaarden, waarbij de relatie tussen het bodemtransport en het zwevend transport wordt vastgesteld, alsmede de koppeling aan het totale evenwichtstransport.

Ter toetsing is hieropvolgend een toepassing gedaan met de gegevens van het basisprobleem waarbij de resultaten worden vergeleken met onderzoeken van Hjelmfelt en Mei; tevens wordt de methode getoetst aan metingen in een stroomgoot van de afdeling Vloeistofmechanica van de T.H. Delft.

Het model wordt hierna uitgebreid tot een semi-éénparig model, d.w.z. enige vakken met verschillend dwarsprofiel worden aaneengekoppeld zódanig dat de vertraging- en versnellingsgebieden geconcentreerd worden op de plaats van de discontinuïteit.

Op deze wijze is het mogelijk veranderende stroomparameters, bijvoorbeeld ten gevolge van de aanwezigheid van een zandvang, weer te geven d.m.v.

een interne rand; een methode hiervoor wordt gegeven in hoofdstuk VII. Door middel van een toepassing op het basisprobleem wordt een inzicht gegeven in het gebruik van het model, waarbij tevens de invloed kan worden vastgesteld van de randvoorwaarde voor de evenwichtsverticaal. Ter bepaling van de belangrijke parameters voor de aanpassing van concentratieverticalen en de onderlinge relaties hiertussen is met hetzelfde model een onderzoek naar de aanpassingslengte uitgevoerd, waaraan de laatste paragraaf van de toepassingen is gewijd.

Hoofdstuk IX geeft een niet-stationaire beschouwing over het probleem; in de huidige vorm is het model nog niet van groot praktisch belang aangezien de tijdsafhankelijke sedimentatie van invloed zal zijn op het stromingsbeeld: hoe gaat in de tijd het sedimenttransport zich gedragen en wat voor bodemligging is te verwachten?

Tenslotte geeft hoofdstuk X een evaluatie van de resultaten, vergelijking met het hydraulische model van CETIH en enige slotconclusies en aanbevelingen.

Bijlage I is gewijd aan de bepaling van de stabiliteitscriteria, de controle op afbreekfout, consistentie e.d., terwijl hierin tevens twee vereenvoudigde modellen worden weergegeven.

Bijlage II staat enigszins buiten het rapport als zodanig, maar is gewijd aan het literatuuronderzoek dat nodig was om enigszins voorbereid aan het project te kunnen beginnen; hierin worden enige samenvattingen gegeven van eerder op hetzelfde gebied uitgevoerde onderzoeken.

Bijlage III geeft een beschrijving van het numerieke programma met stroomschema en ponskaarteninvoer, terwijl tenslotte een lijst van symbolen en een overzicht van de gebruikte literatuur wordt gegeven.

Helaas is gebleken, dat voor één afstudeeronderzoek de tijd te kort is om het gehele probleem te behandelen, gehoopt wordt daarom dat een ander dit onderzoek zal willen voortzetten en dat het geheel dan zal kunnen bijdragen tot een kleine stap vooruit in de kennis over het gedrag van zwevend sediment.

II BASISVERGELIJKINGEN

II-1 Grondvergelijkingen

De interactie tussen waterbeweging en zandbeweging is de oorzaak van het optreden van morfologische processen in rivieren.

De beweging van het water en het zand wordt beschreven door een viertal grondvergelijkingen, die hier worden gegeven per eenheid van breedte: Continuïteitsvergelijkingen (ééndimensionaal)

$$\text{water: } h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\text{zand: } \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial hc}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

waarin c de sedimentconcentratie is, en $\frac{\partial hc}{\partial t}$ dus de verandering aan zwevend sediment in de verticaal per tijdseenheid is.

Bewegingsvergelijkingen:

$$\text{water: } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = W \quad (3)$$

$$\text{zand: } s = f(v) \quad (4)$$

Vergelijking (4) geeft weer dat het zandtransport een functie is van de watersnelheid; een nadere vaststelling van de relatie zal nog worden gegeven. Aan de rechterzijde van vergelijking (3) staat de term W , dit is de hydraulische weerstandsterm; deze is gelijk aan:

$$W = -g \frac{v^2}{C^2 R} \quad (5)$$

Het onderzoek behandelt in deze eerste fase de aanpassing van een oververzadigde concentratieverticaal in een permanente, éénparige stroming. Dit geeft een sterke vereenvoudiging van de grondvergelijkingen: vergelijking (1) wordt:

$$h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial(v \cdot h)}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$\rightarrow v \cdot h = \text{constant} \quad \rightarrow q = \text{constant}$

Uit vergelijking (2) zou nu volgen $\frac{\partial s}{\partial x} = 0$ aangezien de andere termen wegvallen, dit zou betekenen $s = \text{constant}$.

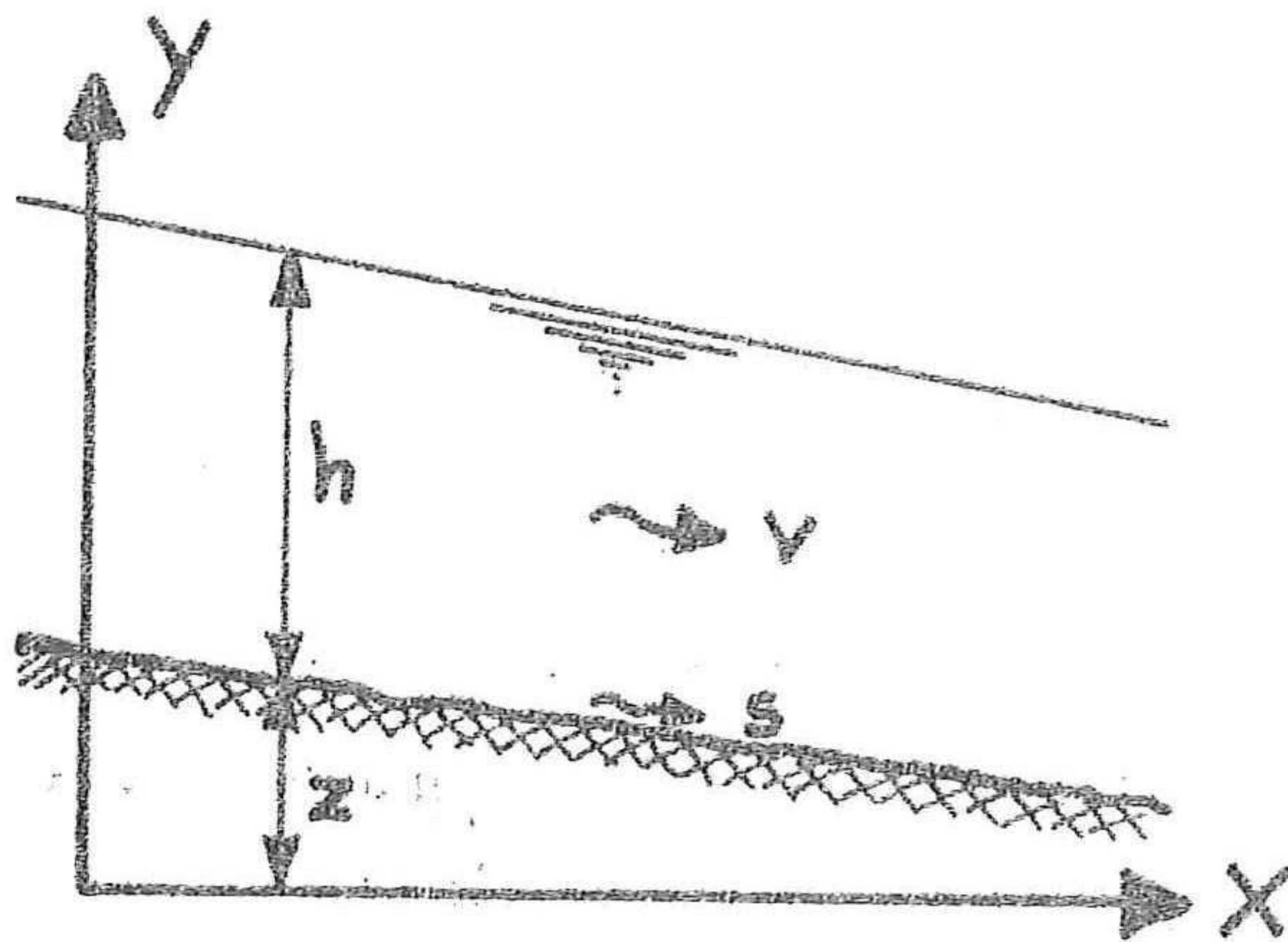
Dit is echter niet het geval; de stroming krijgt een overmaat van sediment aangevoerd die veel groter is als de transportcapaciteit bedraagt, door het streven naar evenwicht zal er sedimentatie plaatsvinden totdat de stroming een hoeveelheid sediment met zich meevoert die overeenkomt met het evenwichtstransport.

Klaarblijkelijk is dus op een zekere afstand x te verwachten dat het evenwichtstransport bereikt is;

d.w.z. $\frac{\partial s}{\partial x} \neq 0$.

Hieruit volgt dat $\frac{\partial z}{\partial t}$ ook $\neq 0$ moet zijn. Dit is inderdaad zo, door het "uitzakken" van de concentratieverticaal ontstaat sedimentatie $\frac{\partial z}{\partial t} \neq 0$.

Vergelijking (2) geldt in dit geval niet meer; de toestand wordt bekeken als zgn. momentopname van stroming; als onafhankelijke variabelen worden nu niet x en t genomen maar x en y , waarin $y =$ de plaatscoördinaat in verticale richting.



Niet-stationaire behandeling van het probleem zal in een later stadium van het onderzoek plaats moeten vinden; wel zal er in één der laatste hoofdstukken een korte beschouwing aan gewijd worden.

Fig. 1

De keuze van y als onafhankelijke variabele hangt samen met het feit dat het doel van het onderzoek is een beter inzicht te verkrijgen in de concentratieverdeling in de verticaal én het verloop daarvan bij veranderende stroomparameters.

Hiermee is het namelijk mogelijk een enigszins gefundeerd antwoord te geven op de vragen die in de inleiding naar voren kwamen. De bewegingsvergelijking van het water luidt nu als volgt:

$$g \frac{\partial z}{\partial x} = W \rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -I = -\frac{v^2}{C^2 R} \quad \text{ofwel} \quad v = C\sqrt{RI} \quad \text{Chézy} \quad (7)$$

Dit is de veel gebruikte bewegingsvergelijking bij éénparige stroming, waarbij geldt $I = I_{\text{waterspiegel}} = I_{\text{bodem}} = I_{\text{energie}}$.

Als laatste wordt vergelijking(4) beschouwd; aangezien dit een uitdrukking is voor lokaal transport, gekoppeld aan de snelheid die constant is in het onderhavige geval, verandert er niets aan. Deze bewegingsvergelijking voor het zand $s = f(v)$, (4) kortweg de transportvergelijking genoemd is van groot belang in het onderzoek. Het model streeft namelijk altijd naar evenwicht, ofwel naar een hoeveelheid transport die in overeenstemming is met de vergelijking $s = f(v)$; zijnde het evenwichtstransport. Dit is een essentiële uitgangspunt in het toegepaste model, aan de keuze van de transportvergelijking zal daarom in paragraaf II-3 enige nadere aandacht besteed worden.

Door de aanname, of eigenlijk de schematisatie tot een permanente éénparige stroming zijn de bewegings- en continuïteitsvergelijking van het water niet meer van belang; ze gelden echter wel!

Het Canal del Dique wordt geschematiseerd tot een soort goot met constante breedte en diepte, terwijl de afvoer ook als constante wordt beschouwd.

Dit geeft als voordeel de algemeenheid van het model; allerlei andere stromingstoestanden die een dergelijke schematisatie kunnen ondergaan kunnen m.b.v. het model onderzocht worden op het optreden van sedimentatie en/of uitschuring.

II-2 Diffusievergelijking

Een duidelijke afleiding van de diffusievergelijking voor sediment in stromend water is gegeven in een artikel van het Task Committee onder leiding van Vanoni (ref. 2). Een korte samenvatting hiervan zal worden

gegeven. Uitgangspunt van de theorie is uniformiteit van de sedimentdeeltjes, in afmeting, vorm en dichtheid. In een permanente, éénparige stroming wordt de snelheid in x-richting voorgesteld door v .

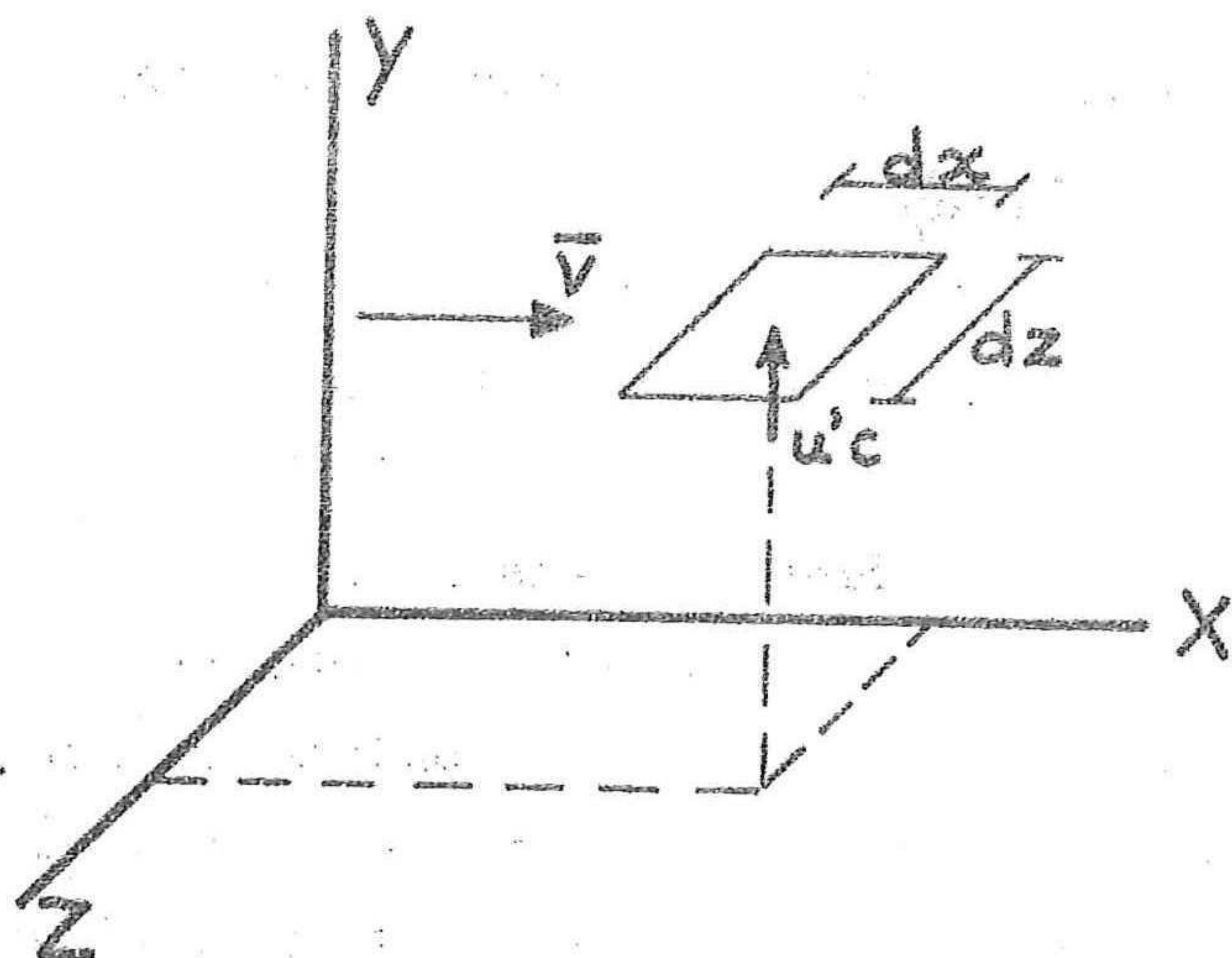


Fig. 2

De lokale gemiddelde stroomsnelheid is \bar{v} waarbij geldt:

$$v = \bar{v} + v' \quad (8)$$

v' is hierin de turbulente fluctuatie van de snelheid.

Bij evenwicht zal de concentratie \bar{c} van het sediment in x- en z-richting constant zijn en zal er daardoor geen uitwisseling in deze richtingen optreden.

Diffusie zal alleen in y-richting plaatsvinden; indien de stroomsnelheid in verticale richting wordt weergegeven door u is het resulterende gemiddelde transport van sediment door het vlak $dx dz$:

$$g = \overline{uc} \quad (9)$$

Hierin geldt weer $u = \bar{u} + u'$ (10) terwijl in éénparige stroming $\bar{u} = 0$ en het transport wordt

$$g = \overline{u'c} \quad (9)$$

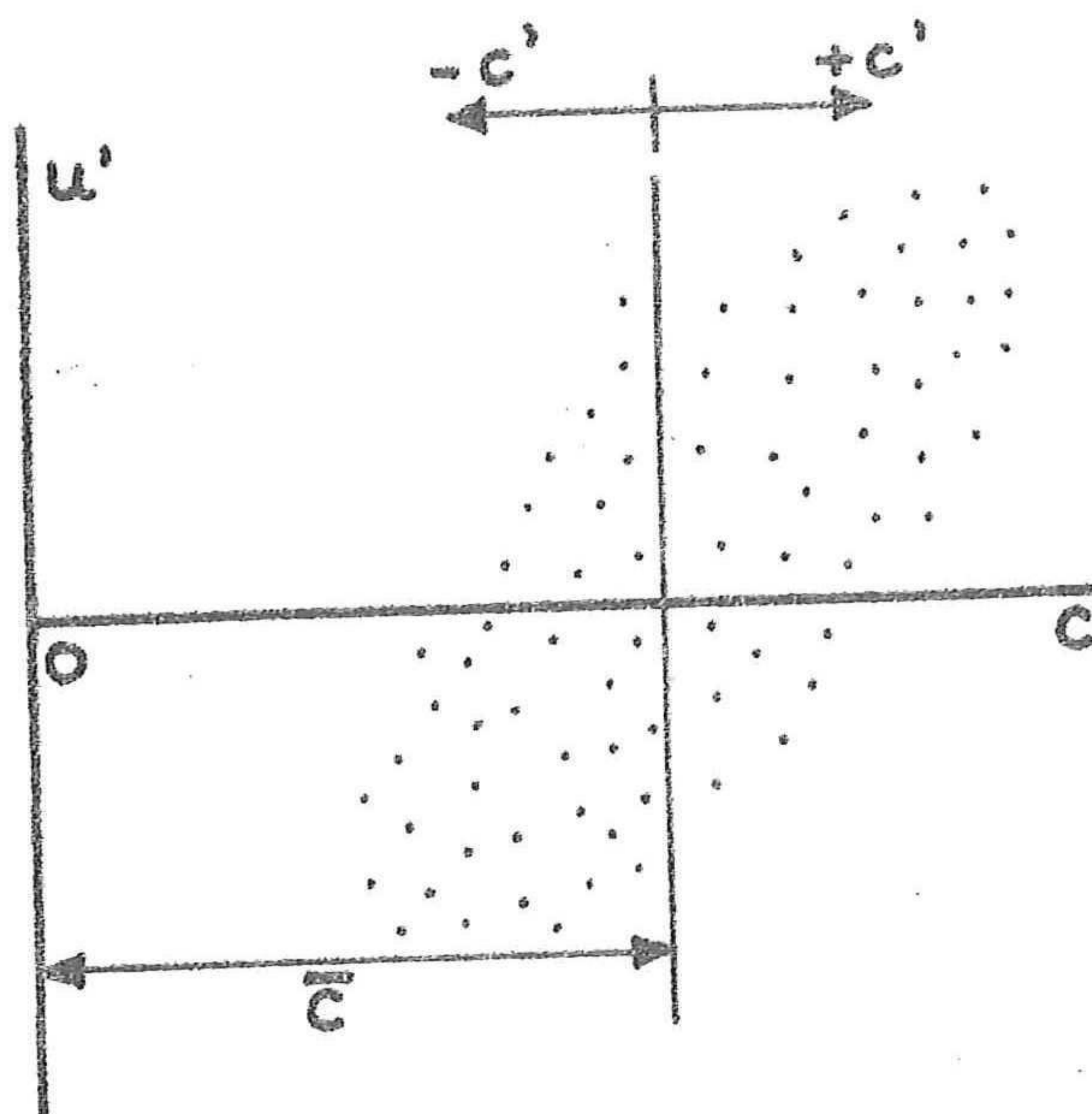
Voor de concentratie c wordt geschreven $c = \bar{c} + c'$ (11)

$$\rightarrow g = \overline{u'(\bar{c} + c')} = \overline{u'\bar{c}} + \overline{u'c'}$$

De term $\overline{u'\bar{c}}$ mag nu echter geschreven worden als $\bar{u}'\bar{c}$ en aangezien per definitie het gemiddelde van de turbulente fluctuaties 0 is wordt

$$g = \overline{u'c'} \quad (12)$$

Het is duidelijk, dat de turbulente termen u' en c' zowel in richting als in grootte variabel zijn, zodat het produkt $u'c'$ dit ook is. De concentratie van sediment in stroming neemt, onder invloed van de zwaartekracht, af met de plaatshoogte t.o.v. de bodem. Dit betekent dat een verticaal omhoog gerichte snelheid $+u'$ komt van een plaats met een concentratie $\bar{c} + c'$ die in het algemeen hoger is dan de lokale en deze daardoor positief wordt beïnvloed. Zowel u' als c' zijn dus positief, evenals het produkt $u'c'$. Voor neerwaarts gerichte stroming geldt het tegenovergestelde $-u'$ en c' negatief $\rightarrow u'c'$ positief.



Figuur 3 geeft hiervan een beeld; te zien is dat ook positieve en negatieve waarden van c' en u' gekoppeld kunnen zijn. Er is echter een duidelijk overwicht aan positieve termen $u'c' \rightarrow \overline{u'c'} =$ positief ofwel er is een verticaal omhoog gericht transport.

Fig. 3

Spreidingsdiagram van verticale snelheidsfluctuatie u' en momentane sedimentconcentratie c

Aangezien $\overline{u'c'} \neq 0$ bestaat er een correlatie tussen u' en c' ; de mate van correlatie wordt weergegeven door de correlatiefactor β_1 .

Hiervoor geldt:

$$\beta_1 = \frac{\overline{c'u'}}{\sqrt{c'^2} \sqrt{u'^2}} \quad (13)$$

Gesteld wordt:

$$\sqrt{c'^2} = \lambda_1 \left| \frac{dc}{dy} \right| \quad (14)$$

waarin l_1 een factor is analoog aan de mengweg.

Combinatie van (12), (13) en (14) geeft:

$$g = - |\beta_1| \sqrt{u'^2} l_1 \frac{d\bar{c}}{dy} \quad (15)$$

Het min-teken geeft aan, dat het transport positief is bij een negatieve concentratiegradiënt.

De term $\beta_1 \sqrt{u'^2} l_1$ wordt nu gedefiniëerd als de diffusiecoëfficiënt voor sediment ϵ_s :

$$g = - \epsilon_s \frac{d\bar{c}}{dy} = - \epsilon_s \frac{dC}{dy} \quad (16)$$

Dit is het transport van sediment in opwaartse richting; dit moet in evenwicht gehouden worden door het negatieve transport t.g.v. de zwaartekracht:

$$Cw + \epsilon_s \frac{dC}{dy} = 0 \quad (17)$$

hierin is w de valsnelheid van de korrels.

Aan deze vergelijking moet in evenwichtstoestand altijd voldaan zijn, hierdoor wordt de vorm van de evenwichts-concentratieverticaal bepaald; deze is echter afhankelijk van de aanname voor het verloop van ϵ_s , de diffusiecoëfficiënt voor het sediment.

In hoofdstuk IV zal hieraan een nadere beschouwing worden gewijd.

Voor niet-permanente, niet-éénparige stroming kan de diffusievergelijking worden afgeleid m.b.v. de behoudswet, hierbij uitgaande van de reeds afgeleide betrekkingen voor sedimenttransport door een vlakje.

De behoudswet wordt opgesteld voor een element $\Delta x \Delta y$ in een tijd Δt , met als aanname dat de stroming twee-dimensionaal is, d.w.z. geen transport in de z-richting.

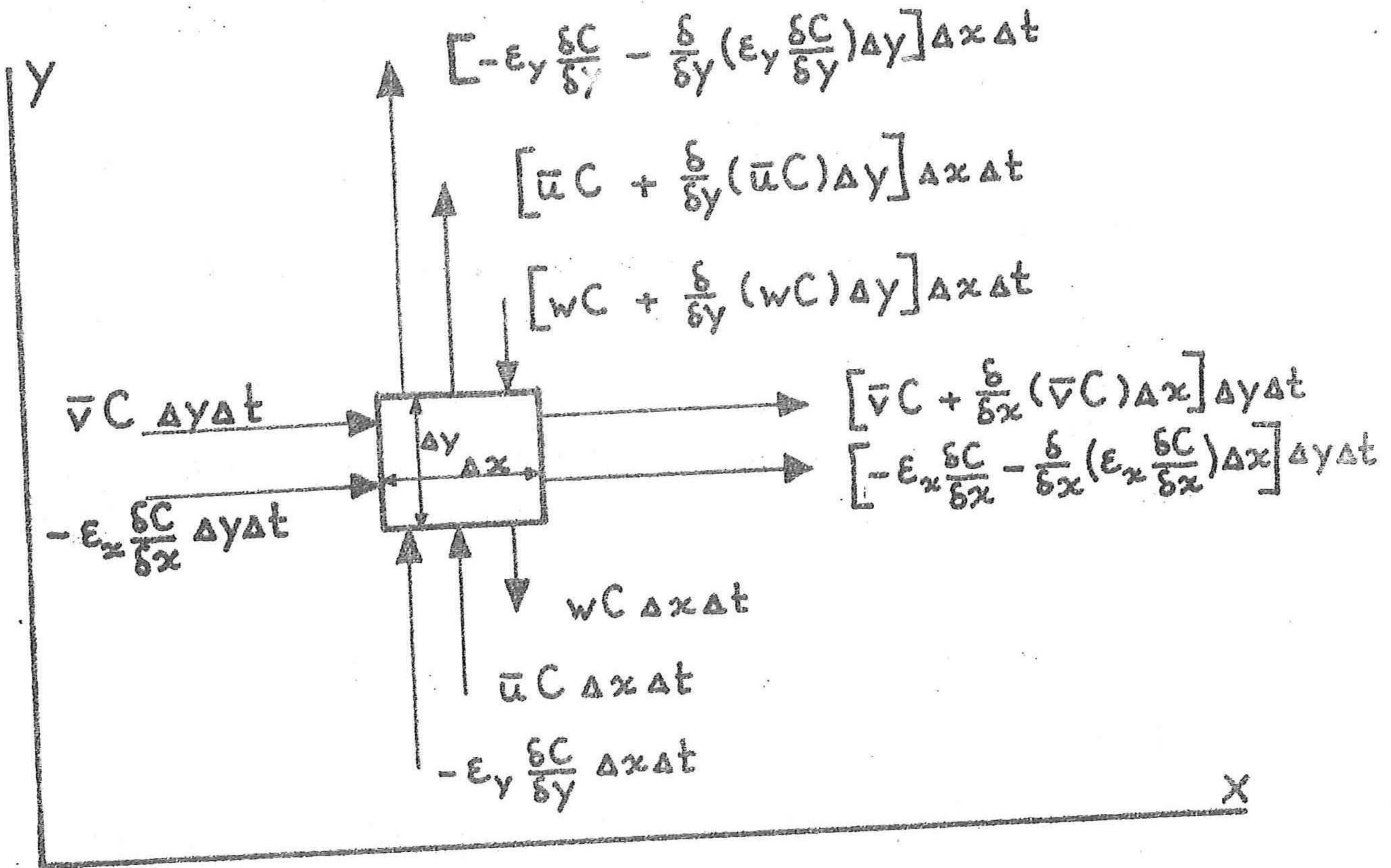


Fig. 4

De min-tekens in de figuur hebben dezelfde betekenis als bij vergelijking (15); de diffusie in x-richting is negatief als de concentratie in positieve x-richting toeneemt. De behoudswet geeft nu:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_x \frac{\partial C}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{v} C) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} C) + \frac{\partial}{\partial y} (w C) = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (18)$$

Als hypothese wordt gesteld dat de valsnelheid van de korrels in water constant is $\rightarrow \frac{\partial}{\partial y} (w C) = w \frac{\partial C}{\partial y}$

Ook geldt:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0 \quad (\text{Incompressibele vloeistof})$$

De vergelijking wordt hiermee:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_x \frac{\partial C}{\partial x}) - \bar{v} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}) - \bar{u} \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (19)$$

Het model wordt in eerste instantie opgezet als momentopname van een permanente, éénparige stroming:

$$\rightarrow \bar{u} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial C}{\partial t} = 0$$

\bar{v} heeft in vergelijking (19) de betekenis van een lokale gemiddelde snelheid volgens de definitie van vergelijking (8), v' is de turbulente fluctuatie hierop.

De \bar{v} mag dus niet beschouwd worden als de gemiddelde stroomsnelheid over de hoogte, om verwarring te voorkomen wordt daarom \bar{v} vervangen door $v = v(y)$, zijnde de lokale gemiddelde watersnelheid op een hoogte y .

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - v \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + w \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

Hypothese: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_s(y)$

Dit betekent dat de diffusiecoëfficiënt afhankelijk is van de plaats-hoogte y en niet van x . Gecombineerd met de aanname van éénparige stroming volgt hieruit:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0$$

Vervolgens wordt aangenomen:

$$\epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \ll \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

waardoor kan worden gesteld:

$$\epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \sim 0$$

De uiteindelijke vergelijking waarmee verder gewerkt zal worden luidt nu:

$$\boxed{v \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\partial C}{\partial y}} \quad (21)$$

Deze uitdrukking beschrijft het proces van diffusie in longitudinale en verticale richting.

II-3 Keuze van de transportvergelijking

Zoals reeds in II-1 vermeld zal elke stroming streven naar een evenwicht; wat betreft het sedimenttransport betekent het dat de hoeveelheid transport zich zal gaan aanpassen aan de lokaal heersende stroomomstandigheden. Dit gebeurt dan volgens een relatie tussen het transport en de stroomparameters, algemeen van de vorm $s = f(v)$. (4)

Aangezien het onderzoek voortgekomen is uit de rivierstudie van de Río Magdalena is het uiteraard aan te bevelen voor de transportvergelijking een uitdrukking te kiezen die daar ter plaatse geldig is. Tijdens bovengenoemde studie bleek dat in deze rivier het zwevend sediment overheerste t.o.v. het bodemtransport; een typische bodemtransportformule als Meyer-Peter/Müller is daarom niet bruikbaar. Toepasbaar voor deze vorm van sedimenttransport zijn de formules van: Einstein-Brown; Engelund Hansen; Colby en Tofalletti. In beide laatstgenoemden is een temperatuursafhankelijkheid in de uitdrukking aanwezig; aangezien de invloed hiervan nog niet goed bekend is zijn dezen bij voorbaat afgevalen. Zowel de formule van Einstein-Brown als die van Engelund-Hansen zijn getoetst voor de Río Magdalena; dit aan de hand van metingen van zowel de van belang zijnde stroomparameters als van het sedimenttransport. Gebleken is dat de formule van Engelund-Hansen (ref. 11) het beste overeenkwam met de metingen, waarna deze formule is aangenomen als geldend voor de R.M.; aan de hand hiervan kunnen nu voorspellingen van het gedrag van de rivier worden gedaan.

Voor het onderzoek is ook aangenomen dat de hoeveelheid sedimenttransport wordt beschreven door de formule van E.H.; deze luidt als volgt:

$$s = \frac{0,050}{1 - \epsilon} D^{3/2} \sqrt{g\Delta} \left(\frac{hI}{\Delta D} \right)^{5/2} \frac{C^2}{g} \quad (22)$$

- waarin: s = sedimenttransport in $m^3/m \cdot s$
 ϵ = porositeit
 D = maatgevende korreldiameter (= D_{50} bij E.H.) in m.
 g = versnelling van de zwaartekracht in m/s^2
 Δ = relatieve dichtheid van het sediment $(\rho_s - \rho_w)/\rho_w$
 h = waterdiepte in m.
 I = verhang
 C = ruwheidsfactor van Chézy in $m^{1/2}/s$

Dit is een uitdrukking voor totaaltransport, dus zwevend alswel bodemtransport; bij de bepaling van de randvoorwaarden zal dit een voordeel blijken te zijn aangezien nu de randvoorwaarde aan de bodem direct gekoppeld kan worden aan de uitdrukking voor het evenwichtstransport. De diffusie van het zwevende sediment is weer gekoppeld aan de benedenrandvoorwaarde en aldus komt het streven naar evenwicht tot uitdrukking.

III MATHEMATISCH MODEL

III-1 Mathematische probleemstelling

De vergelijking die de diffusie van sediment in een permanente, één-parige stroming beschrijft luidt volgens II-2:

$$v \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\partial C}{\partial y} \quad (21)$$

waarin $v = v(y)$ is de lokale snelheid van het water in m/s
 C = de concentratie van sediment in p.p.m.
 w = de valsnelheid van de deeltjes in m/s
 ϵ_s = de diffusiecoëfficiënt voor sediment in m²/s
 x en y zijn richtingscoördinaten in m.

Voor oplossing van de vergelijking zijn randvoorwaarden nodig:

1e. Beginvoorwaarde: $C_0 = C_0(y)$

Dit betekent dat er een bekende concentratieverticaal aan het begin van het systeem aanwezig is; deze kan elke willekeurige vorm hebben, de concentraties worden gegeven als functie van y op de plaats $x = 0$.

2e. Bovenrandvoorwaarde

Een logische aanname is dat het resulterend transport door het wateroppervlak nul is.

Dit geeft, op $y = h$:

$$\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial y} + wC = 0 \quad (17)$$

Deze voorwaarde zal later verder uitgewerkt worden.

3e. Benedenrandvoorwaarde

Aangenomen wordt dat het bodemtransport zich direct aanpast aan de heersende stroomomstandigheden; dit betekent dat op de onderrand mag worden gesteld $C = C_A = \text{constant}$.

Hierbij kan C_A worden bepaald uit het evenwichtstransport op een nader vast te stellen wijze.

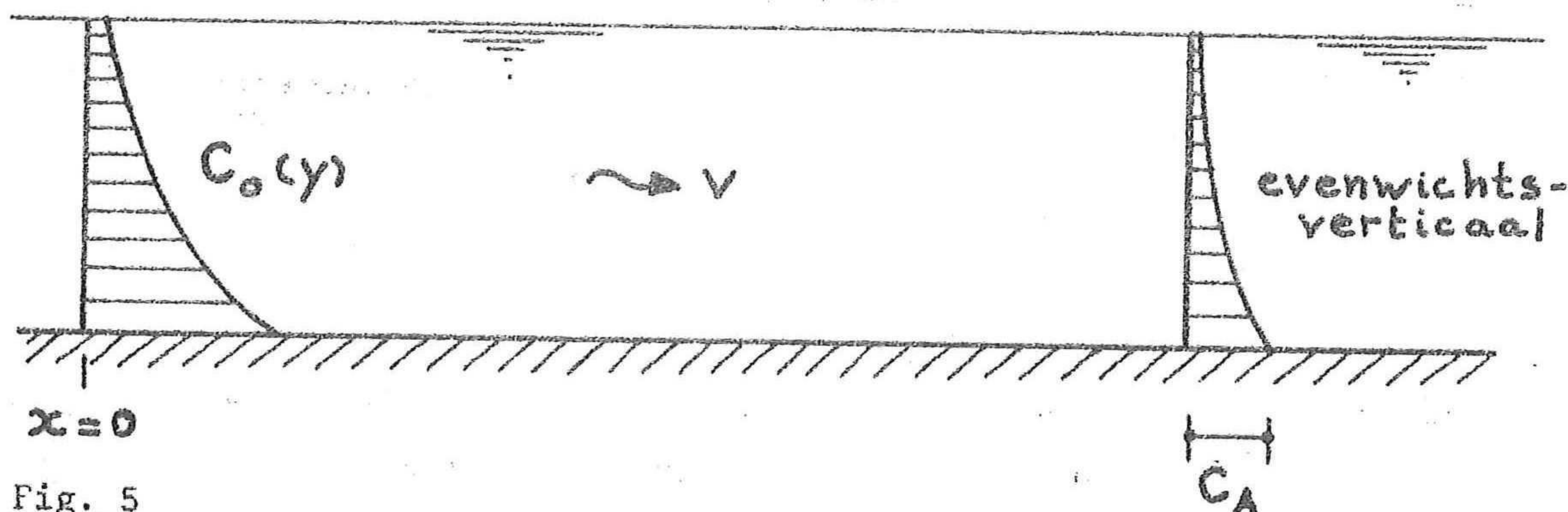


Fig. 5

Vergelijking (21) is van het parabolische type, de algemene vorm van dit soort vergelijkingen is:

$$a \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = b \frac{\partial C}{\partial x} + d \frac{\partial C}{\partial y}$$

De vergelijking heeft twee reële samenvallende karakteristieken, namelijk $dx = 0$; hierdoor kan er voor het oplossen geen gebruik worden gemaakt van de karakteristieken.

Voor de oplossing moet dan ook gezocht worden naar analytische of numerieke methoden.

Opmerking: Indien de term $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ niet verwaarloosd zou zijn zou de vergelijking van het elliptische type zijn:

$$a \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = d \frac{\partial C}{\partial x} + e \frac{\partial C}{\partial y}$$

Voor vergelijking (21) die quasi-lineair is wegens de afhankelijkheid naar y van de coëfficiënten, is getracht een analytische oplossing te vinden d.m.v. het scheiden van variabelen, zoals ook Hjelmfelt deed (ref. 16). Hiertoe is de vergelijking vereenvoudigd tot

$$v \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + w \frac{\partial C}{\partial y} \quad (23)$$

waarbij \bar{v} en $\bar{\epsilon}_s$ constant over de hoogte zijn.

Dit leidt wel tot een algemene oplossing, maar de aard der randvoorwaarden maakt het onmogelijk de constanten in de oplossing tot uitdrukking te brengen. Vooral de beginvoorwaarde $C_0 = C_0(y)$ die elke vorm kan hebben geeft grote moeilijkheden; in tegenstelling tot de beginvoorwaarde van Hjelmfelt $C_0 = 0$ die betere mogelijkheden biedt. Diverse andere onderzoekers hebben ook gezocht naar analytische oplossingen, zie hiertoe het hoofdstuk Literatuuronderzoek.

Bij allen ging dit in het algemeen echter gepaard met vrij sterke schematisatie, zoals de aannamen van constante snelheid en diffusiecoëfficiënt.

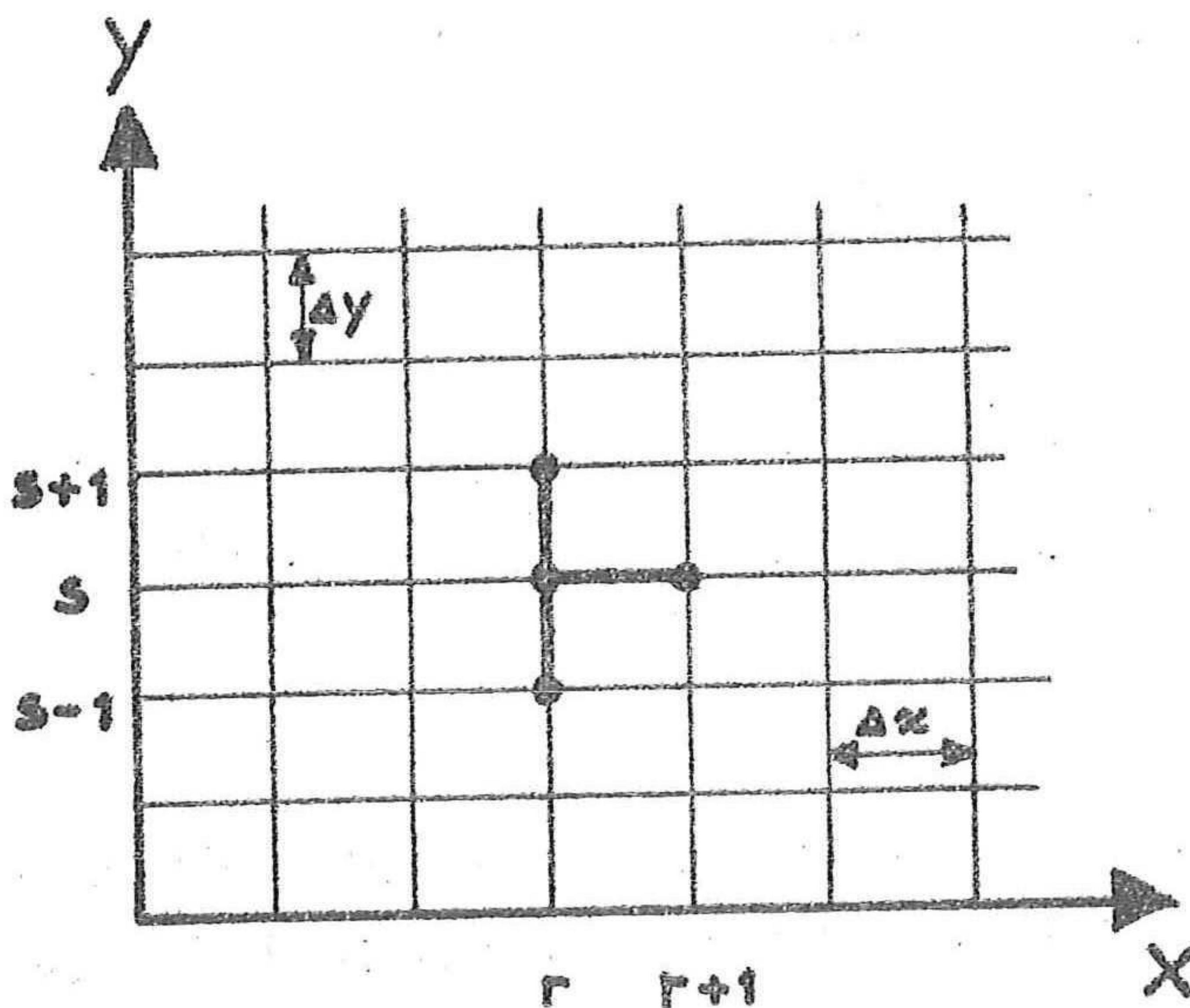
Dit is te beschouwen als een groot nadeel van deze rekenmethoden; met het doel de snelheid en diffusiecoëfficiënt als afhankelijk van y in rekening te kunnen brengen is daarom besloten over te gaan naar numerieke rekenmethoden.

III-2 Numeriek model

De differentiaalvergelijking voor de diffusie luidde:

$$v \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\partial C}{\partial y} \quad (21)$$

Deze moet nu worden vervangen door een differentievergelijking; dit wordt gedaan door het vervangen van de afgeleiden door differentiequotienten.



Voor de differentie in x-richting wordt een voorwaartse diff. stap gekozen:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C_{r+1,s} - C_{r,s}}{\Delta x}$$

Fig. 6

In y-richting wordt voor de 1e afgeleide een centrale differentie gekozen, aangezien dit een zuiverder benadering is dan een voor- of achterwaartse:

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_{r,s+1} - C_{r,s-1}}{2\Delta y}$$

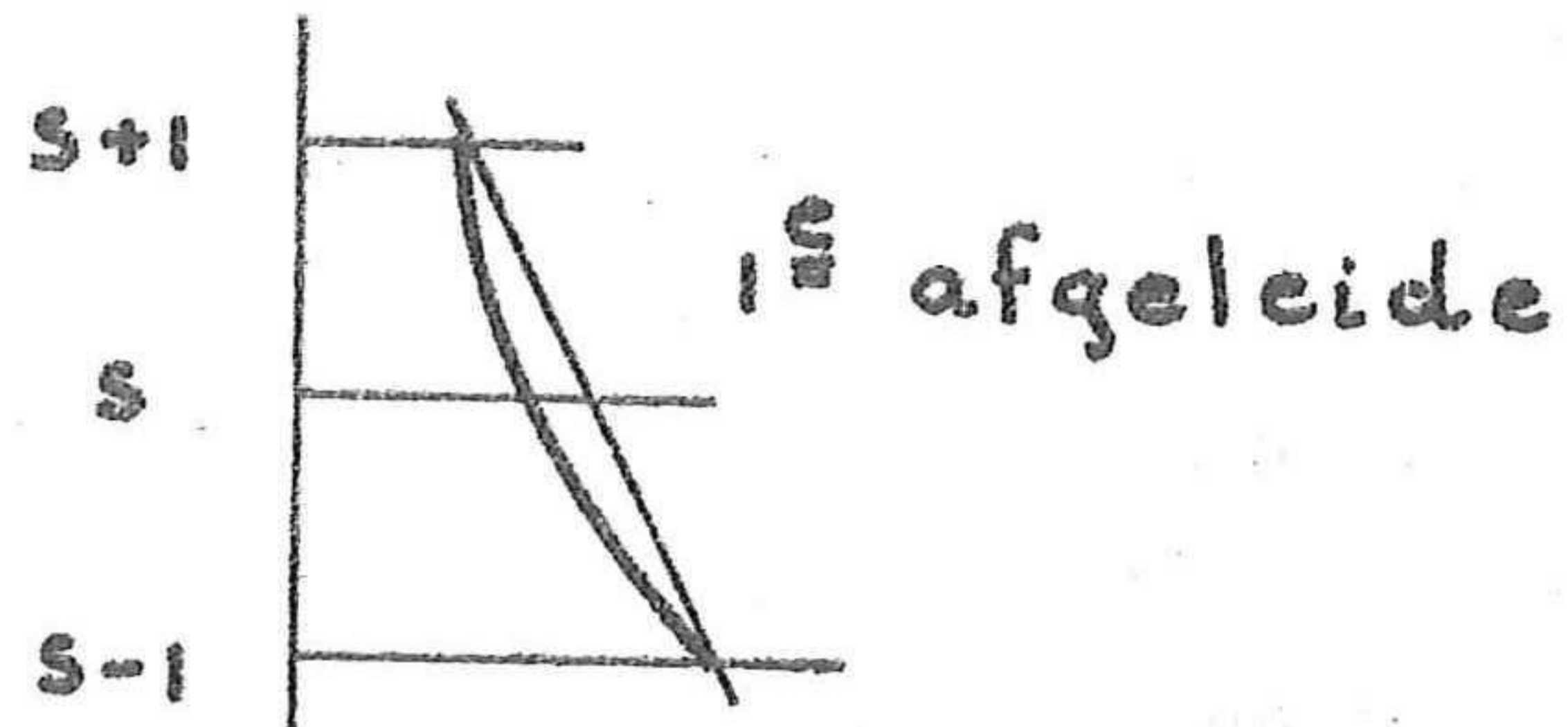


Fig. 7

Voor de 2e afgeleide is deze benadering niet mogelijk, hiervoor wordt de volgende differentie toegepast:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{r,s+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{r,s-\frac{1}{2}} \right] \\ &= \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{C_{r,s+1} - C_{r,s}}{\Delta y} - \frac{C_{r,s} - C_{r,s-1}}{\Delta y} \right] \\ &= \frac{C_{r,s+1} - 2C_{r,s} + C_{r,s-1}}{(\Delta y)^2} \end{aligned}$$

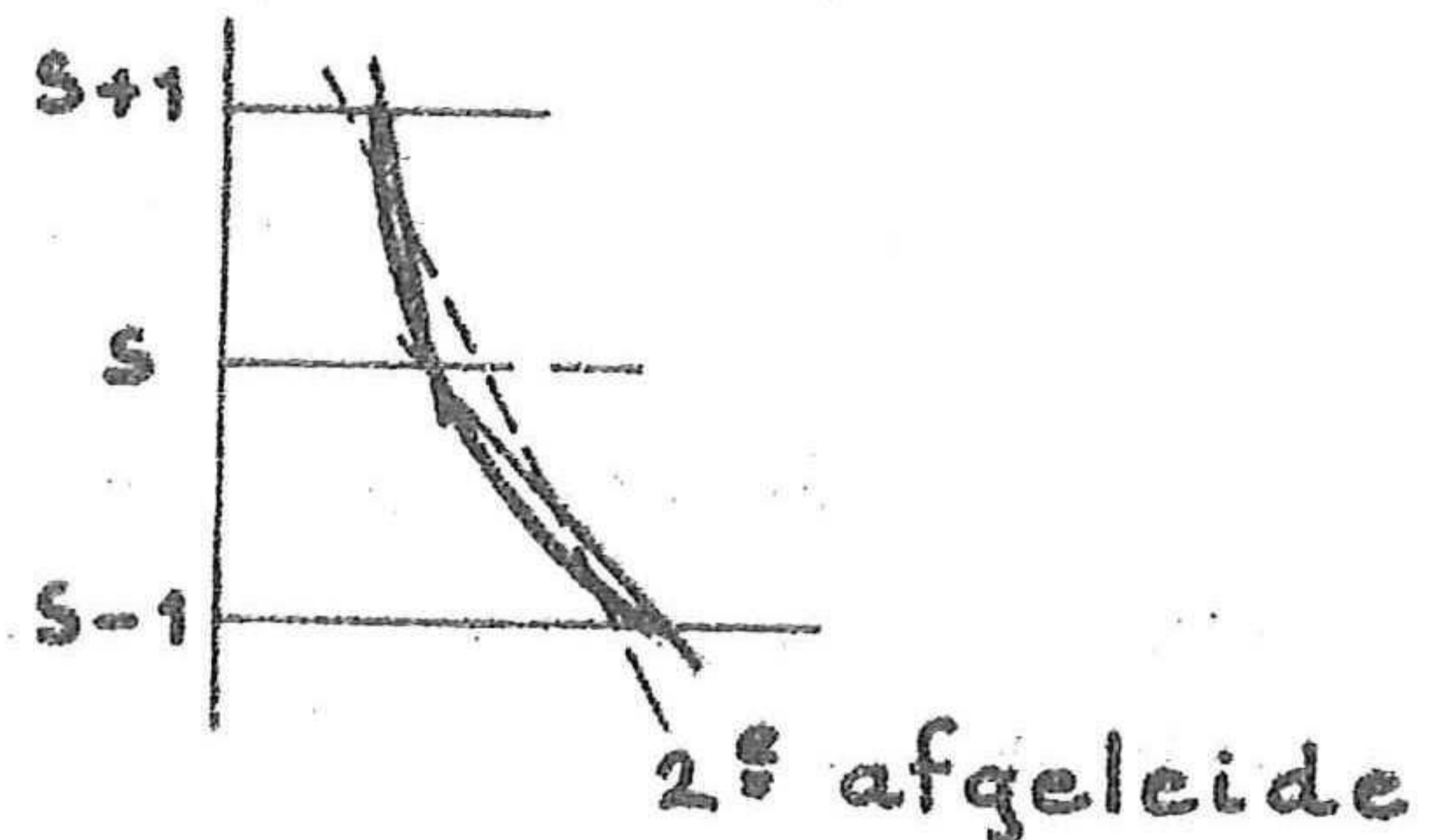


Fig. 8

Hiermede wordt de differentievergelijking:

$$v \frac{C_{r+1,s} - C_{r,s}}{\Delta x} = \epsilon_s \frac{C_{r,s+1} - 2C_{r,s} + C_{r,s-1}}{(\Delta y)^2} + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{C_{r,s+1} - C_{r,s-1}}{\Delta y}$$

(24)

Deze rekenmethode is expliciet, dit betekent dat iedere concentratie in een verticaal r+1 berekend kan worden uit 3 concentraties in de vorige

verticaal r ; dit geeft dus een continue voortschrijding van het proces.

Gebleken is dat diverse onderzoekers reeds min of meer dezelfde numerieke oplosmethoden gebruikten voor de differentiaalvergelijking; ook impliciete rekenmethoden zijn hierop toegepast. Voor een impliciete methode is het nodig een eindvoorwaarde te hebben omdat er een stelsel vergelijkingen ontstaat wat slechts tot oplossing kan komen via de bekende eindvoorwaarde.

In het onderhavige probleem is wel een eindvoorwaarde beschikbaar, nl. de evenwichtsverticaal, vastgelegd door het evenwichtstransport van de stroming (zie. fig. 5).

De plaats waar deze evenwichtsverticaal wordt bereikt is echter niet bekend, en daarom is een impliciete methode hier niet toepasbaar.

De differentiaalvergelijking wordt geschreven als:

$$C_{r+1,s} - C_{r,s} = \lambda(C_{r,s+1} - 2C_{r,s} + C_{r,s-1}) + (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\lambda \Delta y}{2\epsilon_s} (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (25)$$

$$\text{waarin: } \lambda = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad (26)$$

λ is de stabiliteitsfactor; aangezien nu $\epsilon_s = \epsilon_s(y)$ en $v = v(y)$ geldt

ook $\lambda = \lambda(y)$.

Verondersteld wordt, dat dit stabiliteitsproblemen kan gaan geven, er wordt daarom gestreefd naar een constante λ . Dit betekent dat het

quotiënt $\frac{\epsilon_s(y)}{v(y)}$ constant zou moeten zijn, ofwel dat de snelheid en de

diffusiecoëfficiënt een gelijkvormige verdeling moeten hebben.

Deze aanname is inderdaad gedaan: gesteld is dat $\epsilon_s = A \cdot v(y)$ waardoor de stabiliteitscoëfficiënt λ constant is gemaakt:

$$\lambda = A \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad (27)$$

In hoofdstuk IV zal een nadere toelichting op deze aanname worden gegeven, terwijl dan tevens de relatie zal worden vastgesteld tussen ϵ_s en v .

In iets andere vorm geschreven wordt de differentievergelijking nu:

$$C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\lambda \Delta y}{2\epsilon_s} (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (28)$$

waarmee inderdaad een expliciete uitdrukking voor $C_{r+1,s}$ is verkregen.

De laatste term hiervan, de zgn. 1e orde term kan nog enige moeilijkheden geven, aangezien hij niet-lineair is; ϵ_s én $\partial \epsilon_s / \partial y$ zijn afhankelijk van y .

De waarden van deze factoren kunnen lokaal worden berekend als functie van y en worden ingevuld in de vergelijking; indien echter de term

$$(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \Delta y / 2\epsilon_s$$

te groot wordt, bestaat er kans op numerieke instabiliteit.

Een onderzoek hiernaar wordt uitgevoerd m.b.v. de stabiliteitsanalyse van Neumann (ref. 28), voor het gemak wordt hiertoe gesteld:

$$(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} = F \quad (29)$$

Deze analyse, ook wel de methode van Fourier genoemd, is een onderzoek naar het gedrag van voortplanting van een geïntroduceerde fout; breidt de fout zich uit, dan is de methode instabiel; wordt daarentegen de fout uitgedempt, dan is de stabiliteit verzekerd.

Methode: substitueer $C_{r,s} = e^{i\beta sh} \cdot e^{\alpha rk}$

(30)

waarin $h = \Delta y$ en $k = \Delta x$

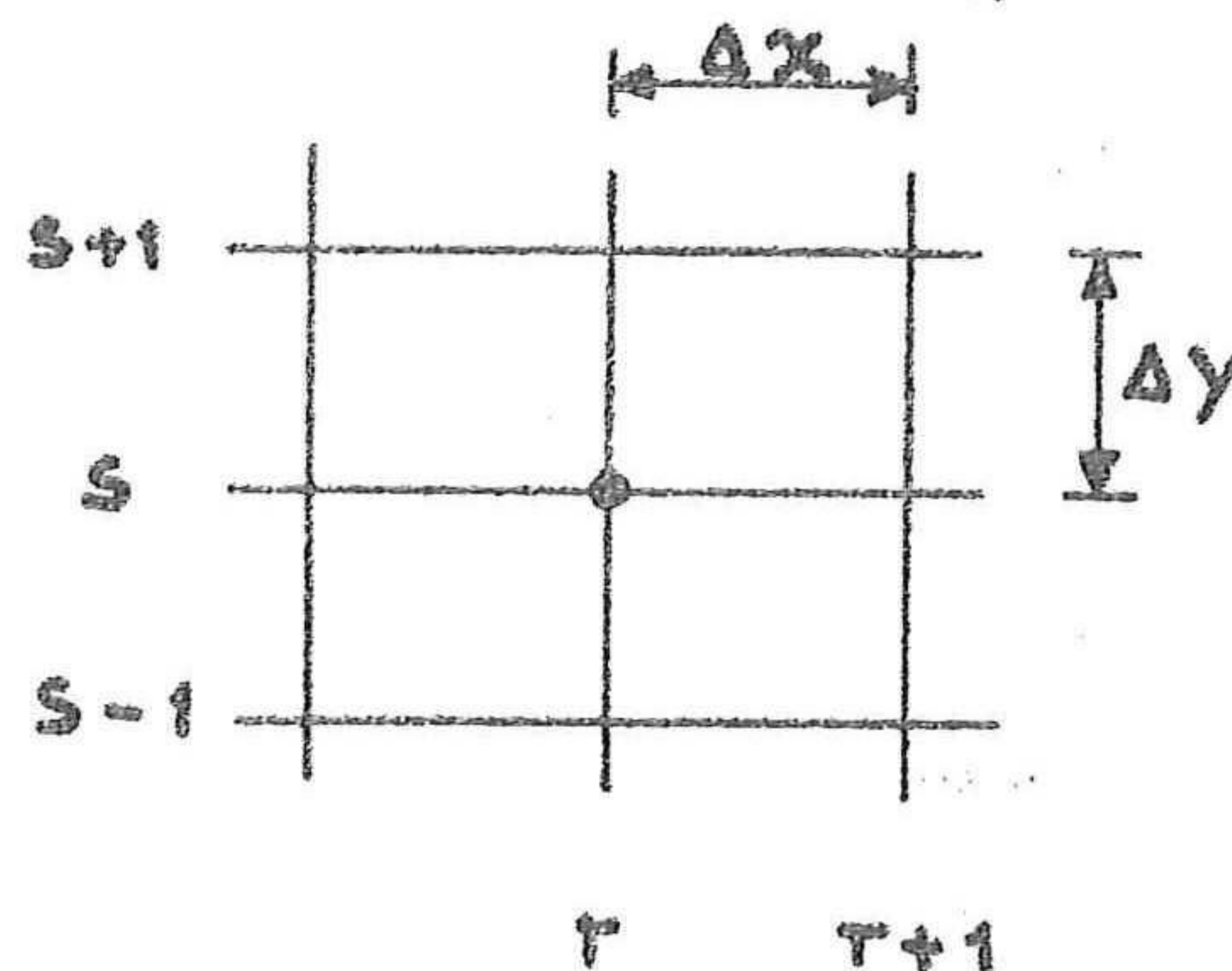


Fig. 9

Indien nu een fout wordt geïntroduceerd in de factor $e^{i\beta sh}$ dan moet $|e^{\alpha k}| \leq 1$ zijn om te zorgen dat de fout zich gedurende de voortschrijding van het proces niet uitbreidt.

Differentiaalvergelijking:

$$C_{r+1,s} = (1 - 2\lambda) C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + F \frac{\lambda}{2} (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (31)$$

vul in (30):

$$e^{i\beta sh} \cdot e^{\alpha(r+1)k} = (1-2\lambda)e^{i\beta sh} \cdot e^{\alpha rk} + \lambda \left[e^{i\beta(s+1)h} \cdot e^{\alpha rk} + e^{i\beta(s-1)h} \cdot e^{\alpha rk} \right] + F \frac{\lambda}{2} \left[e^{i\beta(s+1)h} \cdot e^{\alpha rk} - e^{i\beta(s-1)h} \cdot e^{\alpha rk} \right]$$

ofwel:

$$e^{\alpha k} = (1-2\lambda) + \lambda(e^{i\beta h} + e^{-i\beta h}) + F \frac{\lambda}{2} (e^{i\beta h} - e^{-i\beta h})$$

dit geeft:

$$e^{\alpha k} = (1-2\lambda) + 2\lambda \cos \beta h + F\lambda i \sin \beta h \\ = 1 + \lambda(2 \cos \beta h - 2 + F i \sin \beta h)$$

De eis is:

$$|e^{\alpha k}| \leq 1 \rightarrow |1 + \lambda(2 \cos \beta h - 2 + F i \sin \beta h)| \leq 1$$

ofwel:

$$|1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1) + F\lambda i \sin \beta h| \leq 1 \quad (32)$$

Als $\beta h = 0$ is de geïntroduceerde fout $e^{i\beta h} = e^0 = 1$, in dit geval wordt aan de eis voldaan voor elke λ , nl. geldt:

$\beta h = 0 \rightarrow \cos \beta h = 1$ en $\sin \beta h = 0$ en (32) wordt dan onafhankelijk van λ : $|1| \leq 1$.

Dit is echter niet reëel aangezien als $\beta h = 0$ geldt, dan moet gelden $h = 0$ ofwel $\Delta y = 0$.

Voor $\beta h = \pi$ geldt: $|1 + 2\lambda(-1-1)| \leq 1$

$$1 - 4\lambda \leq 1 \quad \text{voor elke } \lambda \geq 0$$

$$1 - 4\lambda \geq -1$$

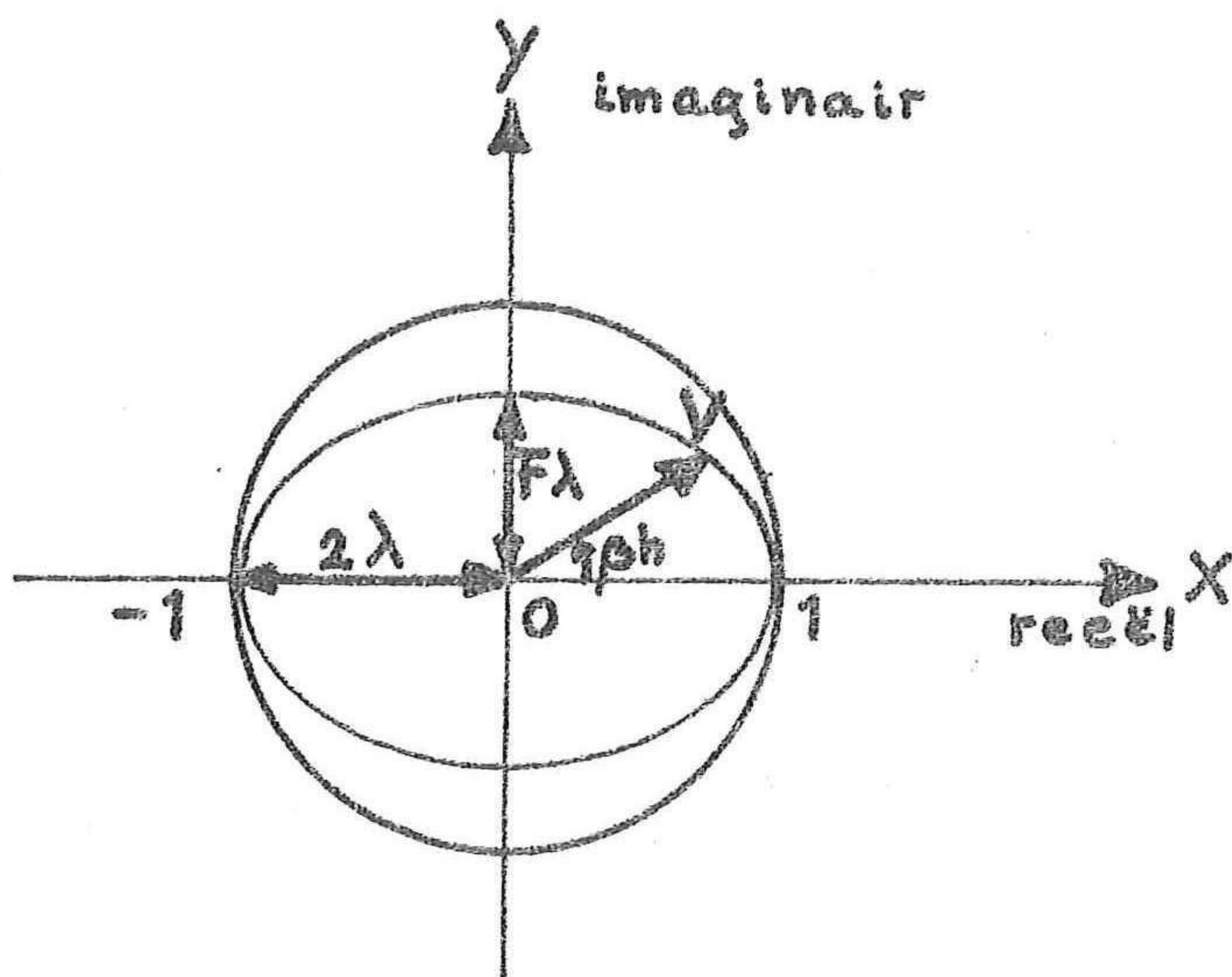
$$\lambda \leq \frac{1}{2}$$

(33)

Aan deze eis moet in ieder geval voldaan zijn: óók voor alle tussengevallende waarden van βh moet echter aan de eis voldaan worden, dit betekent dat het gedrag van de term $|1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1) + F\lambda i \sin \beta h|$ voor alle omstandigheden moet worden bekeken.

Deze term is de complexe voorstelling van een vector met als reële factor $1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1)$ en als imaginaire $F\lambda \sin \beta h$.

De vector beschrijft een functie in het xy-vlak, waarbij de absolute lengte van de vector nooit de waarde 1 mag overschrijden volgens de bovenstaande eis; dit geldigheidsgebied is aangegeven in fig. 10.



In de figuur is tevens de complexe vectorfunctie getekend bij een waarde van $\lambda = \frac{1}{2}$; duidelijk te zien is dat voor $\beta h = \pi$ in ieder geval moet gelden:

$$-1 \leq 1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1) \leq 1$$

ofwel:

$$-1 \leq 1 - 4\lambda \leq 1$$

dit geeft $\lambda \leq \frac{1}{2}$ wat reeds eerder werd gevonden.

Fig. 10

Het verdere stabiliteitsonderzoek zal hier niet worden gegeven, aangezien dit enigszins van de lijn van het rapport afwijkt; in bijlage I wordt hieraan een aparte beschouwing gewijd waarbij voor alle waarden van βh

de eisen worden vastgesteld waaraan de stabiliteit moet voldoen, terwijl tevens de relaties tussen λ en F worden bepaald.

In deze bijlage worden verder 2 vereenvoudigde modellen afgeleid die ontstaan bij een waarde voor $\lambda = \frac{1}{2}$ met respectievelijk $F = 1$ en $F = 2$; in beide gevallen ontstaan eenvoudige uitdrukkingen voor $C_{r+1,s}$, (34) en (35). Een interessante oplossing ontstaat in het laatste geval bij $\lambda = \frac{1}{2}$ en $F = 2$, aangezien de vergelijking nu wordt:

$$C_{r+1,s} = C_{r,s+1} \quad (35)$$

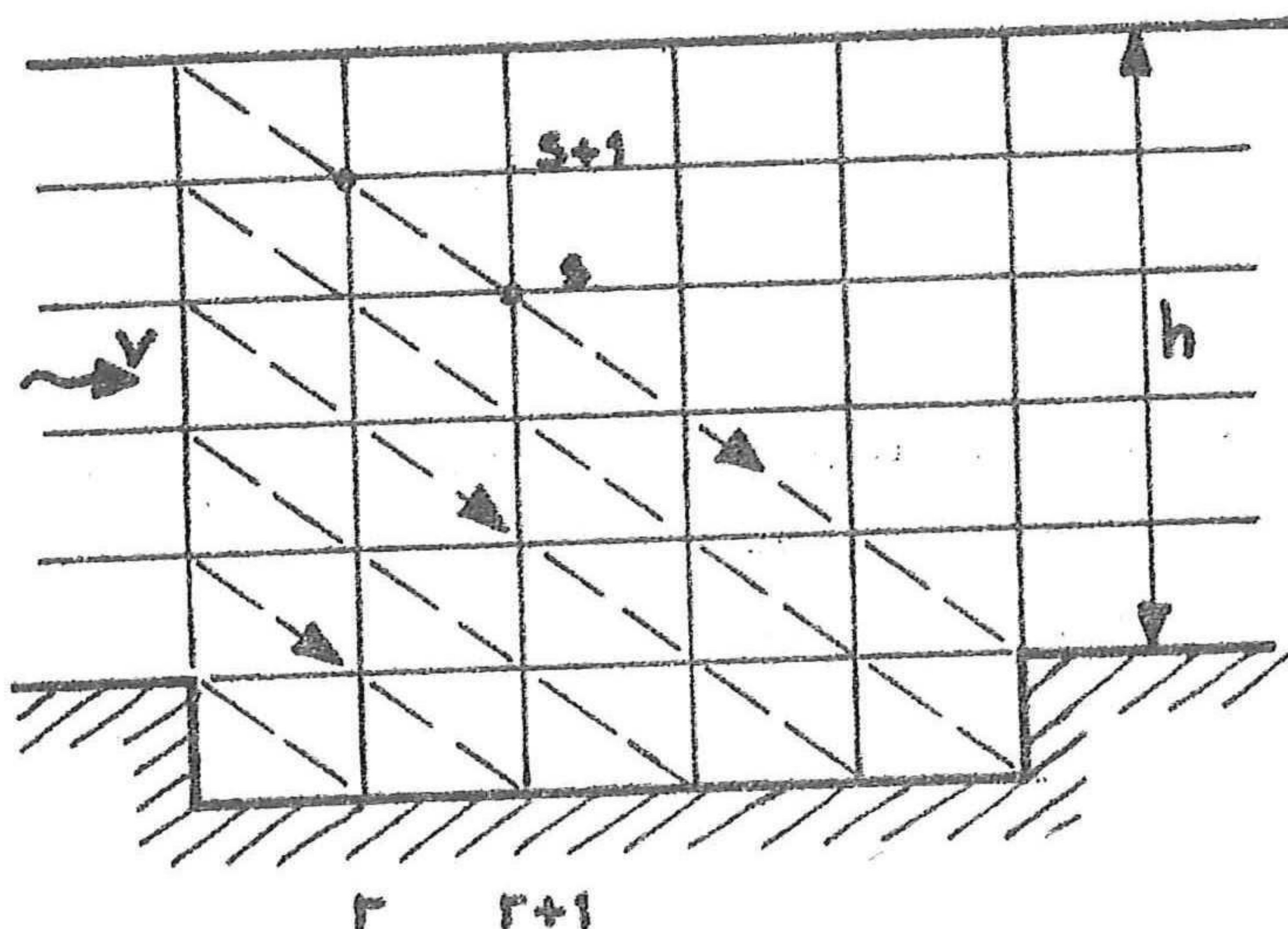


Fig. 11

Voor een nadere beschrijving van dit model wordt verwezen naar de bijlage I, waarin tevens nog apart wordt gekeken naar de stabiliteit van de vereenvoudigde modellen.

Een numeriek model moet altijd voldoen aan bepaalde eisen, niet alleen wat betreft de stabiliteit, maar ook wat betreft afbreekfout, consistentie en convergentie; terwijl uiteraard eveneens nauwkeurigheid wordt verlangd.

Over deze criteria is in bijlage I een beschouwing opgenomen, die aansluit bij het daar beschreven stabiliteitsonderzoek; geconcludeerd kan hieruit worden, dat aan alle te stellen eisen aan het numerieke model is voldaan.

Dit blijkt een weergave te zijn van lineaire bezinking aangezien elke concentratie zich rechtlijnig naar beneden verplaatst onder een helling die afhankelijk is van watersnelheid en valsnelheid van de korrels.

Het resultaat van het stabiliteitsonderzoek zal hier in het kort worden weergegeven; het basismodel voor de concentratieberekening wordt nu:

$$C_{r+1,s} = (1 - 2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \frac{F}{2} \lambda (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (31)$$

met $\lambda = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2}$ (26)

en $F = (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s}$ (29)

Stabiliteitseis:

$$\lambda \leq \frac{1}{2} \text{ bij } F \leq 2 \quad (33)$$

en $\lambda \leq \frac{2}{F^2} \text{ bij } F > 2$ (36)

Aan de hand van bovenstaande vergelijkingen is het model geheel vastgelegd wat betreft de numerieke aspecten, voor het rekenen ermee zijn nu enkel nog randvoorwaarden nodig die in hoofdstuk V worden vastgesteld.

IV DIFFUSIECOEFFICIENT

IV-1 Algemeen

In par. III-2 is de aanname gedaan dat de diffusiecoëfficiënt een logaritmische verdeling over de hoogte heeft, gelijkvormig aan de snelheidsverdeling.

De reden van deze aanname is van rekentechnische aard; op dezelfde wijze wordt er namelijk voor gezorgd dat de coëfficiënt behorende bij de 2e orde term in de diffusievergelijking constant wordt; dit biedt voordelen wat betreft de stabiliteit, die nu op eenvoudige wijze verzekerd kan worden.

Uiteraard moet de aanname fysische realiteit hebben, anders zou het model geen praktische waarde bezitten; alvorens de realiteit van de logaritmische verdeling van de diffusiecoëfficiënt aan te tonen zal eerst de theoretische achtergrond worden weergegeven.

Opgemerkt moet overigens worden dat de aanname van deze ϵ_s -verdeling niet essentieel is voor het rekenmodel; iedere andere willekeurige functie zou kunnen worden gebruikt zonder dat dit grote invloed zal hebben op de stabiliteit; hierop wordt nader teruggekomen.

IV-2 Verdeling diffusiecoëfficiënt

In hoofdstuk II is een afleiding gegeven voor de diffusiecoëfficiënt van het sediment; een zelfde soort methode kan worden gevolgd voor de diffusiecoëfficiënt van het water (zie ref. 2), d.w.z. de diffusiecoëfficiënt voor de hoeveelheid beweging van het water. Dit leidt tot de volgende uitdrukking:

$$\epsilon_w(y) = |\beta_2| \sqrt{u'^2} \ell_2 \quad (37)$$

waarin ℓ_2 de lengte van Prandtl is en β_2 de correlatiefactor tussen u' en v' .

Reeds gevonden was:

$$\epsilon_s(y) = \beta_1 \sqrt{u'^2} \ell_1 \quad (38)$$

ϵ_s en ϵ_w blijken in de praktijk niet hetzelfde te zijn, dit is wel aan-
nemelijk, aangezien het moeilijk voorstelbaar is dat het transportmecha-
nisme voor sediment identiek is aan datgene voor de hoeveelheid beweging.
Uitdrukkingen voor ϵ_s als functie van y zijn niet bekend, dat het
inderdaad een functie van y is in een stroming, is bekend uit metingen;
in het algemeen wordt gesteld:

$$\epsilon_s = \beta \epsilon_w \quad (39)$$

waarin β een onbekende constante is.

Wat betreft ϵ_w zijn de relaties wat minder onzeker; een soortgelijke
uitdrukking als (15) kan worden afgeleid voor de schuifspanning τ :

$$\tau = - \rho \beta_2 \sqrt{u'^2} \ell_2 \frac{dv}{dy} = \epsilon_w \rho \frac{dv}{dy} \quad (40)$$

Ook geldt in open waterlopen:

$$\tau = \rho g(h-y)I \quad (41)$$

en $\tau_{\text{bodem}} = \tau_b = \rho g h I \quad (42)$

ofwel $\tau = \tau_b \frac{(h-y)}{h} \quad (43)$

Onder aanname van een logaritmische verdeling voor de snelheid van
het water geldt:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{v_x}{\kappa y} \quad (44)$$

waarin $v_x \frac{p.d.}{\sqrt{ghI}}$, de schuifspanningssnelheid en κ is de constante
van Von Kármán.

Voor (43) kan nu worden geschreven:

$$\tau = \rho g h I \frac{h-y}{h} \Rightarrow \frac{\tau}{\rho} = v_x^2 \frac{h-y}{h} \quad (45)$$

Combinatie van (40), (44) en (45) geeft de volgende uitdrukking voor ϵ_w :

$$\epsilon_w = \kappa v_x y(1-y/h) \quad (46)$$

en voor ϵ_s :

$$\epsilon_s = \beta \kappa v_x y(1-y/h) \quad (47)$$

Deze vergelijking geeft een parabolische verdeling voor ϵ_s indien β als constante wordt beschouwd; dit is niet in overeenstemming met de gedane aanname. De waarde van β is echter een zeer onzekere factor, diverse onderzoekers hebben zich hiermede bezig gehouden, maar een eenstemmig oordeel over waarde en/of verloop van β is bepaald nog niet aanwezig. De factor kan worden beschouwd als een soort slipfactor; indien het sediment de snelheidsfluctuaties van het water t.g.v. de turbulentie geheel kan volgen zou de waarde $\beta = 1$ zijn.

Het ligt in de lijn der verwachting, dat voor grotere korrels het moeilijker is de beweging van het water te volgen, er treedt enige slip op, ofwel $\beta < 1$, wat betekent een afnemende waarde voor ϵ_s .

Carstens (ref. 5) stelt dan ook, schijnbaar terecht, dat voor fijn sediment geldt $\beta = 1$ terwijl voor grovere korrels altijd moet gelden $\beta < 1$.

Dit is in volledige tegenspraak met metingen, uitgevoerd en/of verzameld door Coleman (ref. 9).

In fig. 12 is een overzicht gegeven in grafiekvorm van waarden $\epsilon_s/v_x h$ als functie van y én w/v_x , bepaald uit metingen in een goot door Coleman zelf; fig. 13 geeft een dergelijke grafiek voor metingen aan de Enoree rivier, uitgevoerd door Anderson.

Duidelijk te zien is, dat met toenemende w/v_x de dimensieloze parameter $\epsilon_s/v_x h$ toeneemt, dit kan betekenen dat $\beta > 1$ wordt!

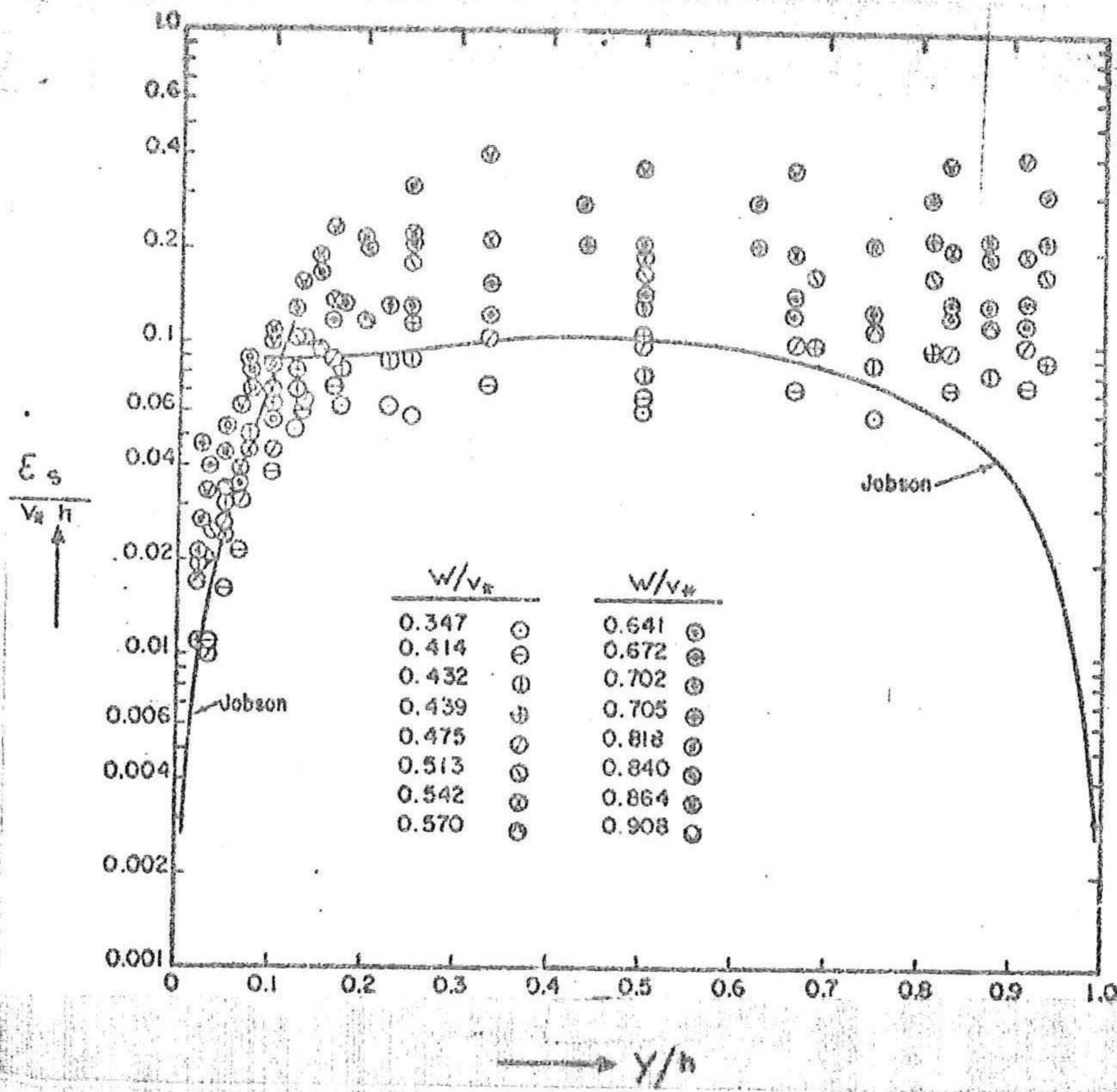


Fig. 12 Verloop $\epsilon_s/v_x h = f \{y/h\}$ volgens Coleman (1970). Gootmetingen

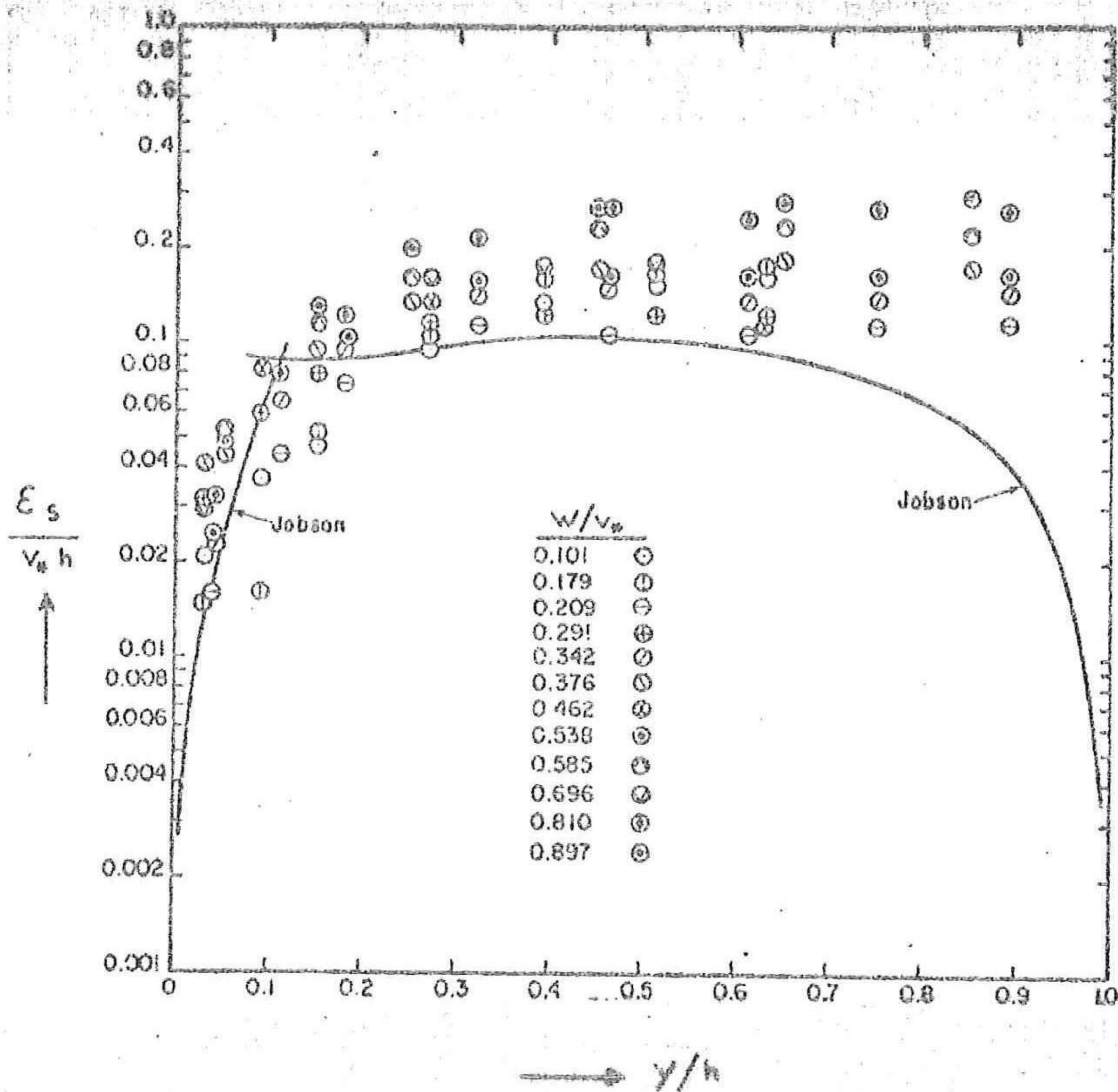


Fig. 13 Verloop $\epsilon_s/v_x h = f \{y/h\}$ volgens Coleman (1970). Metingen Enoree rivier.

In Graf (ref. 12) wordt inderdaad gesteld, dat er geen enkele zekerheid bestaat omtrent de waarde van β , wél omtrent de orde van grootte.

Aan de figuren 12 en 13 is tevens te zien dat aan de bovenzijde van de stroom de verdeling van ϵ_s duidelijk afwijkt van de parabolische; gaat ϵ_w voor $y \rightarrow h$ naar nul, ϵ_s blijkt deze trend niet te volgen maar neemt langzaam toe met een maximum op $y = h$.

Indien vastgehouden wordt aan de factor β als koppeling tussen ϵ_s en ϵ_w betekent dit een verloop voor β van ca. $1 \rightarrow \infty$ naar boven gaande.

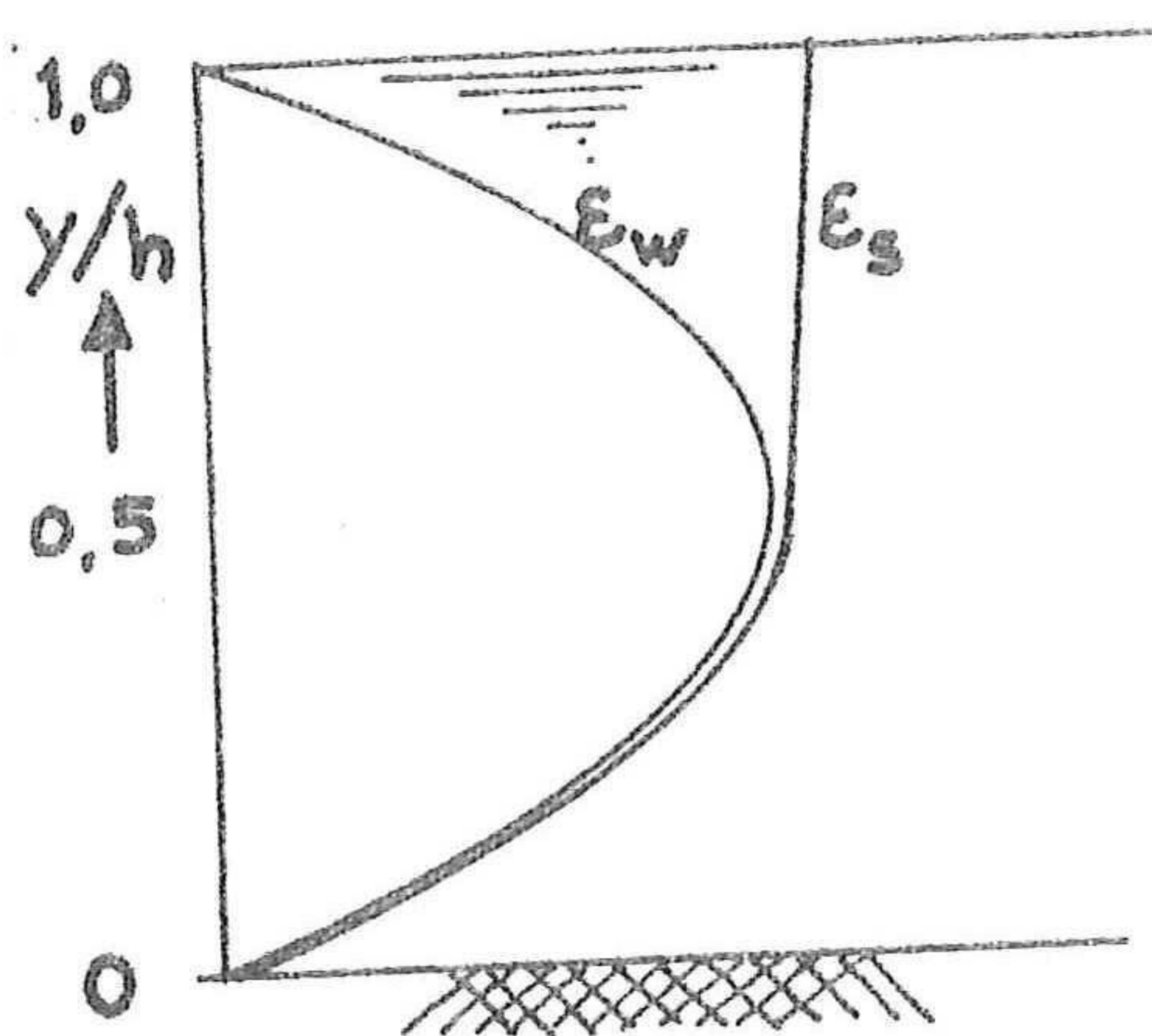


Fig. 14

De wijze waarop dit gebeurde zal nader uiteen worden gezet in bijlage II, Literatuuronderzoek; in ieder geval blijkt uit de waarnemingen dat:

$$\frac{\epsilon_s}{v_x h} = f \left\{ y/h, \frac{w}{v_x} \right\}$$

De juiste vorm van de relatie is niet bekend, als aanname voor dit onderzoek is nu gesteld dat de verdeling van ϵ_s in de verticaal logaritmisches is, ofwel:

$$\epsilon_s = A' \ln y + B'$$

De gootmetingen van Coleman waarin de afwijkende vorm voor de ϵ_s wordt gevonden worden bevestigd door de concentratiemetingen van Anderson aan de Enoree-rivier (fig. 13), waaruit Coleman waarden van $\epsilon_s / v_x h$ heeft bepaald.

De afhankelijkheid van w/v_x komt hierin niet direct tot uiting, maar kan worden verdisconteerd in de evenredigheidsfactor A' ; hoe de relatie moet worden gelegd is echter niet bekend. Aan de figuren 12 en 13 is slechts te zien dat met toenemende w/v_x ook de parameter $\epsilon_s/v_x h$ toeneemt, in welke mate is nog onduidelijk; deze afhankelijkheid wordt daarom, voorlopig, niet in de relatie opgenomen.

Ter controle op de aanname voor logaritmische verdeling van ϵ_s zijn alle metingen van Coleman en Anderson grafisch uitgezet als functie van y/h , gerangschikt per waarde van w/v_x .

Op half-logaritmisch papier uitgezet, moeten dit nu punten zijn die op een ongeveer rechte lijn liggen; te zien in grafiek IV-1 t/m IV-5 is, dat hieraan redelijk wordt voldaan, hoewel een trendmatige afwijking duidelijk te herkennen is.

Deze trendmatige afwijking betekent dat er een functie moet zijn die de relatie beter beschrijft; aangezien deze niet bekend is wordt de logaritmische verdeling beschouwd als een aanname die zowel fysisch reëel als de meest goed benaderende is.

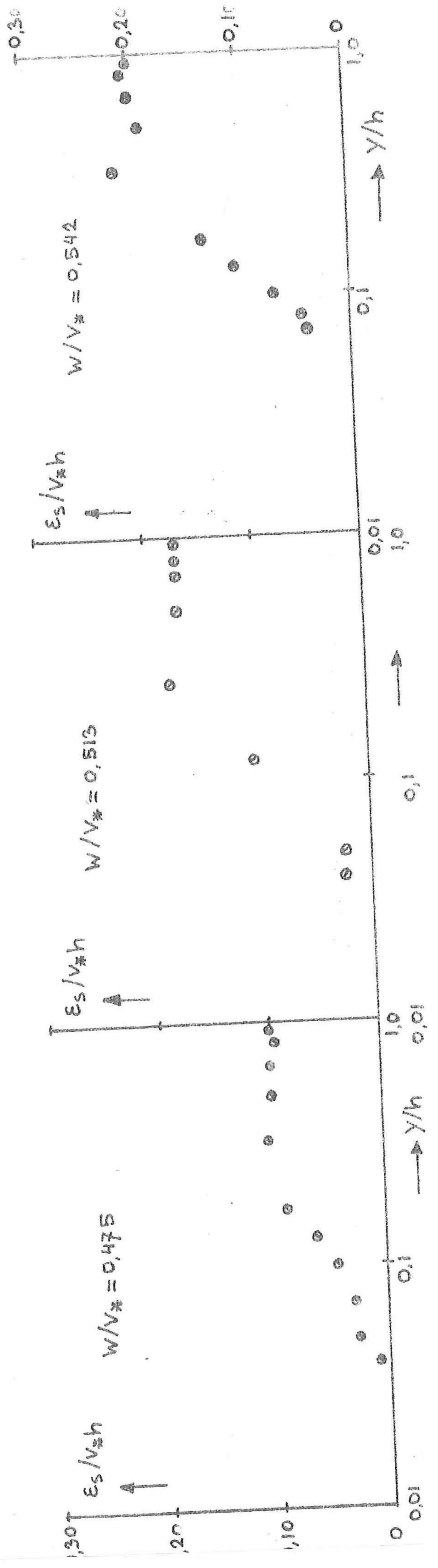
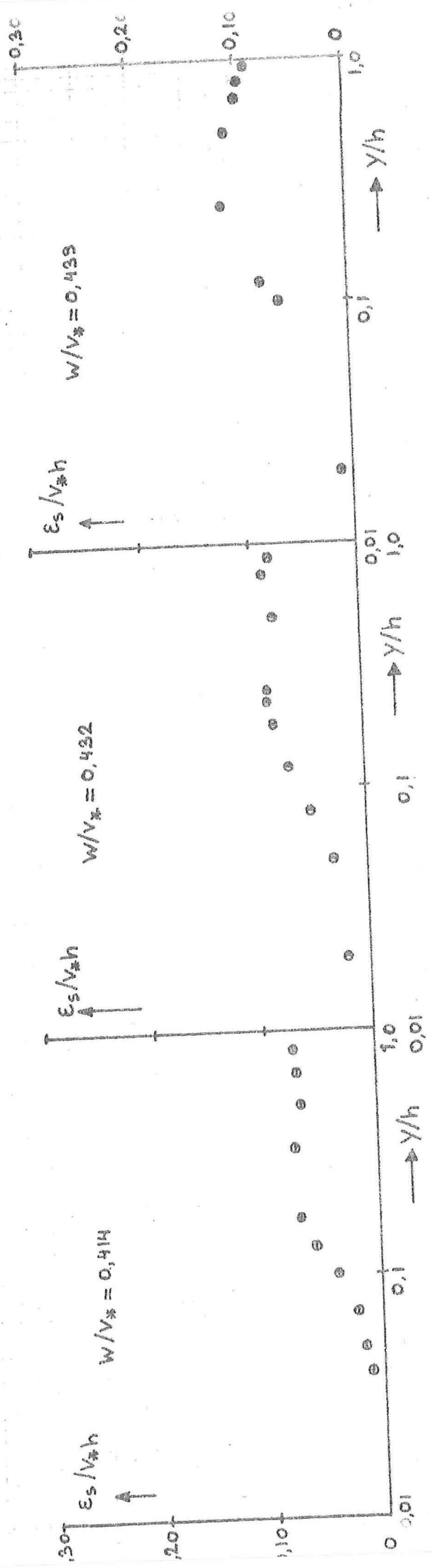
Reeds eerder is gesteld dat het aangenomen verloop van $\epsilon_s(y)$ reken-technisch voordelen biedt, omdat de stabiliteitsfactor constant blijft bij variabele y . In de stabiliteitsanalyse van Richtmeyer-Morton (ref. 23) worden criteria gesteld voor een 2e orde differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten indien lagere orde termen aanwezig zijn (zie bijlage I-C); weliswaar worden ook criteria afgeleid voor een vergelijking waarbij de coëfficiënt van 2e orde term variabel is, maar dan zijn géén lagere orde termen aanwezig, zie vergelijking B-3.

Welke criteria gelden voor een vergelijking met een eerste orde term met niet-constante coëfficiënten is niet bekend; verondersteld wordt, dat de stabiliteit hiervan niet te lijden zal hebben mits de stabiliteitsfactor λ beneden een bepaalde waarde blijft.

Dit betekent dat, zoals reeds eerder werd vermeld, voor ϵ_s een willekeurige functie kan worden gebruikt die dan uiteraard beter dient aan te sluiten bij de waarnemingen; terwijl dan tevens de afhankelijkheid t.o.v. de snelheidsverdeling wordt opgeheven.

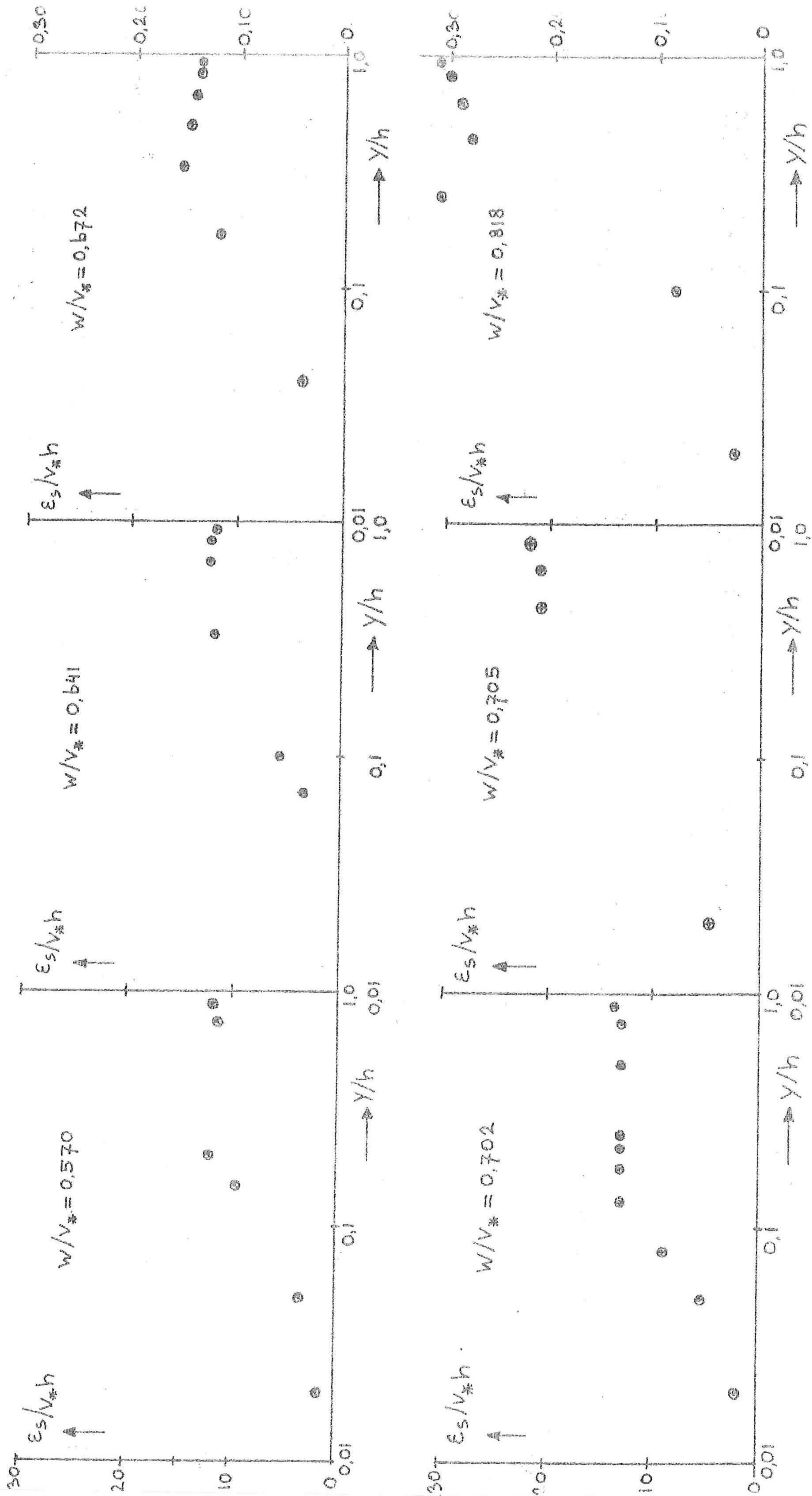
Grafiek IV-1

Coleman. Gootmetingen.



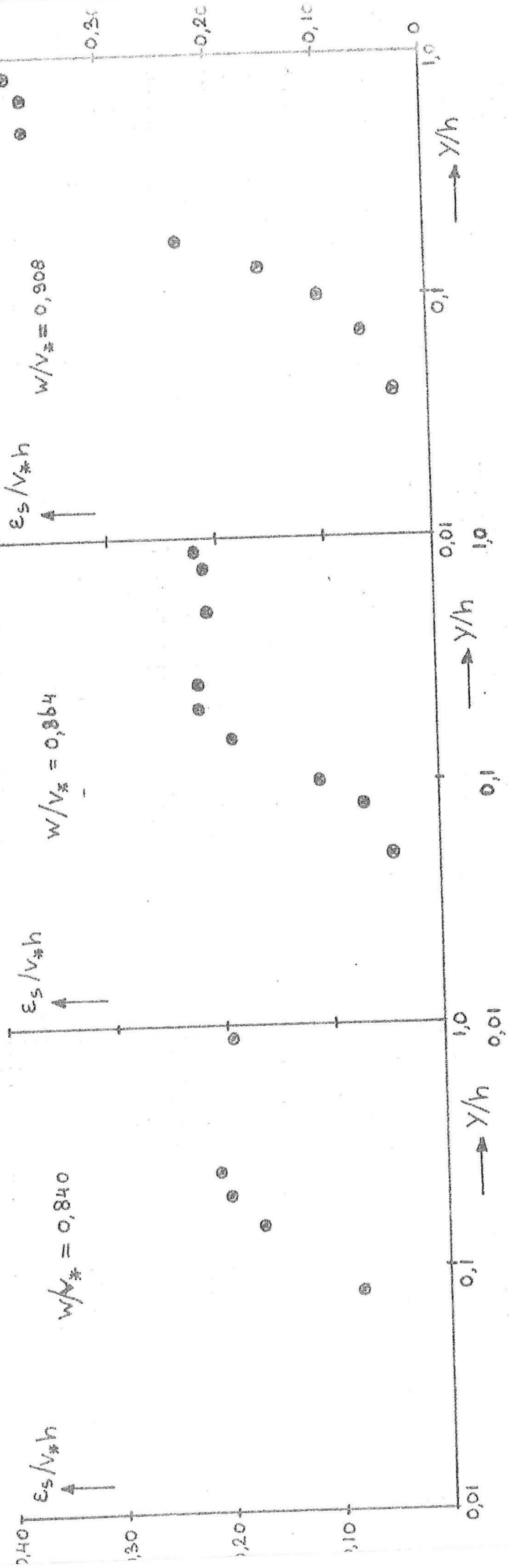
Coleman . Gootmetingen .

Grafiek IV-2



Grafiek IV - 3

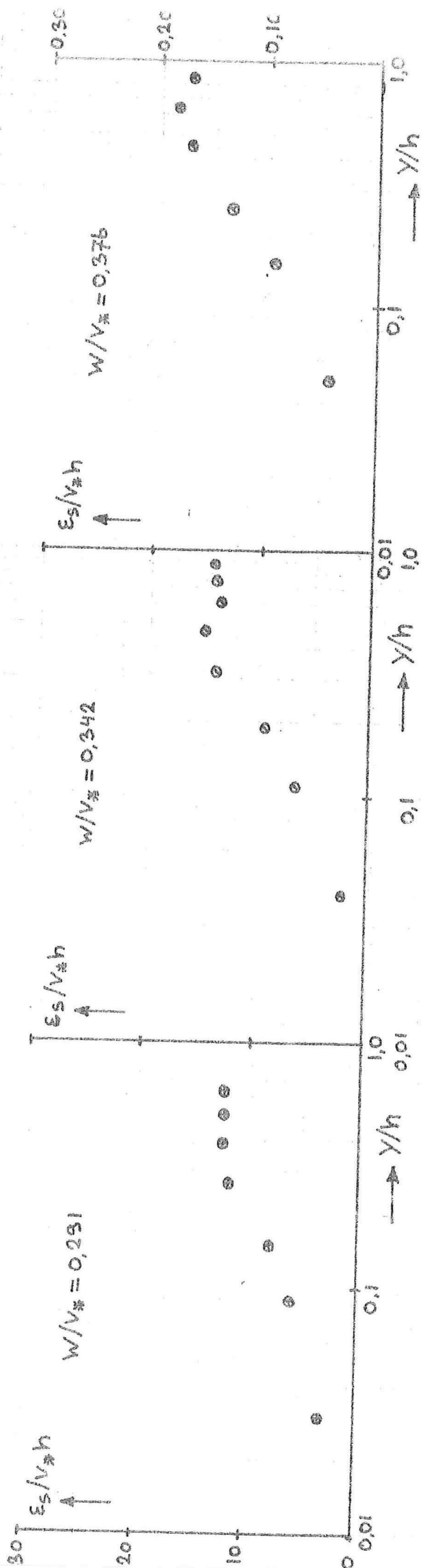
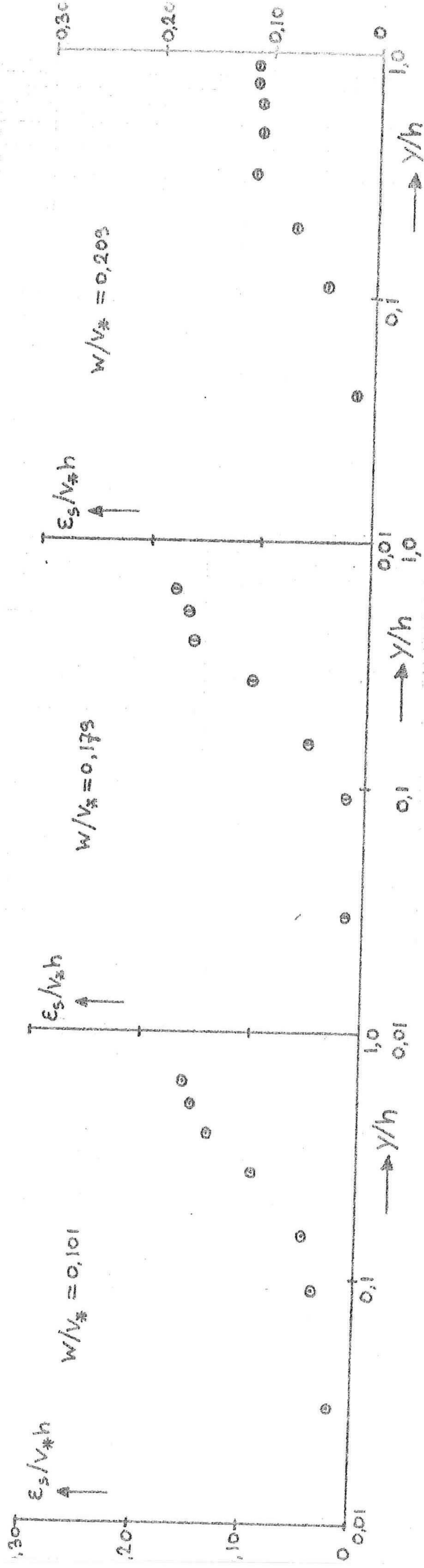
Coleman. Gootmetingen.



Anderson.

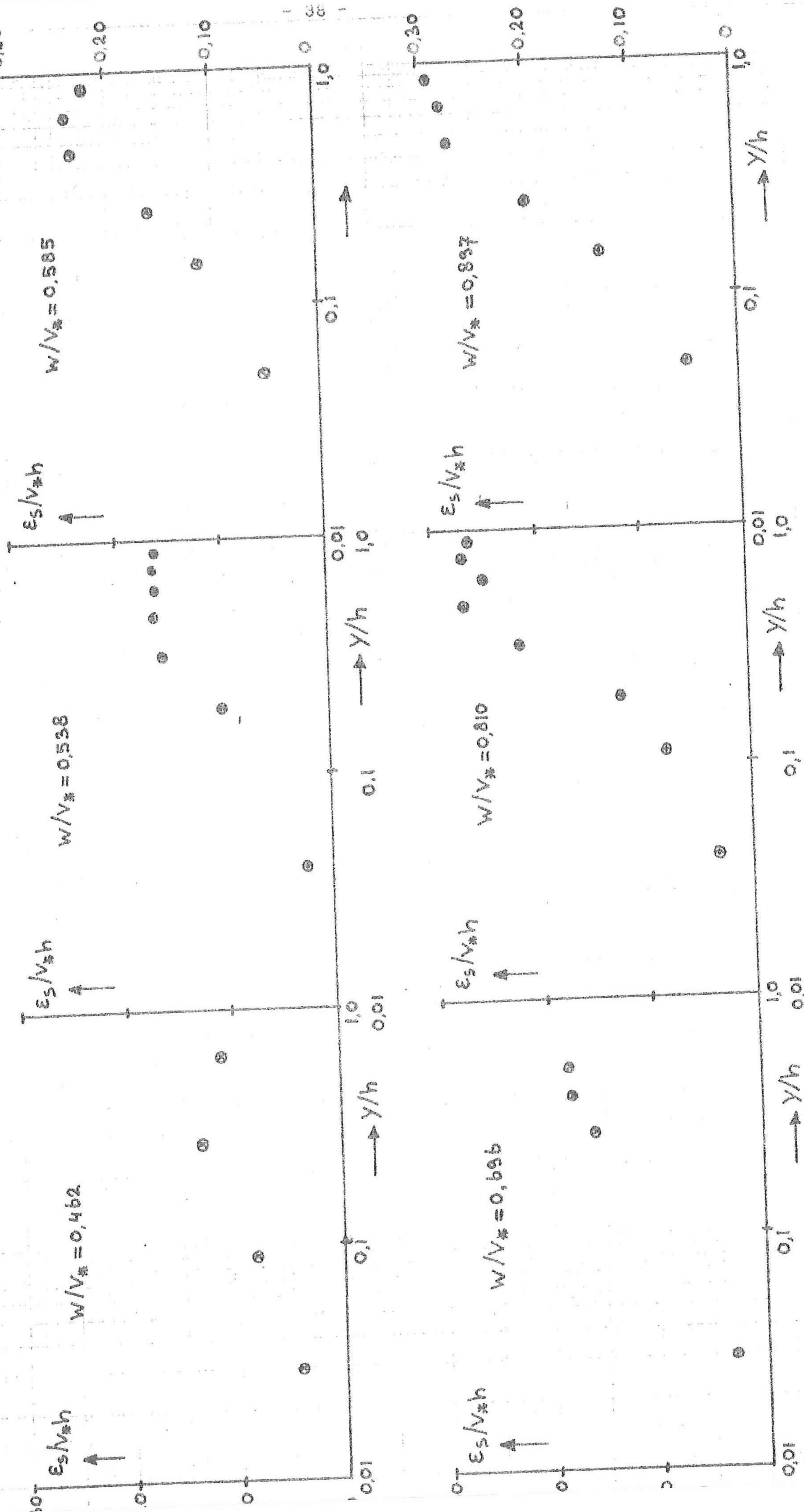
Metingen Enoree rivier.

Grafiek III-4



Grafiek III-5

Anderson. Metingen Enoree rivier.



Het verdient daarom aanbeveling om, in navolging van de gedane aanname voor het ϵ_s -verloop, bij de voortzetting van het onderzoek een functie te bepalen die goed past bij de waarnemingen en na te gaan hoe gevoelig de berekening is voor deze verandering.

IV-3 Relatie tot de snelheid

De gelijkvormigheid van $\epsilon_s(y)$ en $v(y)$ houdt in, dat de factor B' in vergelijking (48) bepaald wordt door de helling van de snelheidsverdeling; deze helling wordt vastgelegd door de bodemruwheid.

De bodemruwheid is opgebouwd uit ruwheid van de korrels en beddingruwheid, en kan worden uitgedrukt in de ruwheidsfactor C van Chézy ófwel in de zogenaamde equivalente zandruwheid van Nikuradse k_n .

De snelheidsverdeling wordt nu als volgt geschreven:

$$v(y) = \frac{v}{\kappa} \ln y/y_0 \quad (49)$$

$$\text{waarin: } y_0 = \frac{1}{30} k_n \quad \rightarrow \quad v(y) = \frac{v}{\kappa} \ln 30 y/k_n \quad (49a)$$

Aan de hand hiervan kan de verdeling voor ϵ_s worden vastgelegd; gelijkvormige verdeling betekent namelijk dat de coëfficiënt $\epsilon_s(y)/v(y)$ constant is over de hoogte.

Dit geeft dan:

$$\epsilon_s(y) = A \frac{v}{\kappa} \ln y/y_0 \quad (50)$$

Combinatie met vergelijking (48) geeft nu:

$$A' = A \frac{v}{\kappa} \quad \text{en} \quad B' = -A \frac{v}{\kappa} \ln y_0$$

Indien nu van een stroming de snelheidsverdeling bekend is, is het voldoende om de factor A te bepalen waarmee dan de verdeling van ϵ_s over de hoogte bekend is.

Aangezien geldt:

$$A = \frac{\epsilon_s(y)}{v(y)} \quad (51)$$

kan de waarde van A alleen berekend worden indien op een willekeurige plaats y de waarde van $\epsilon_s(y)$ vastligt.

In het algemeen zal dit niet zo zijn, omdat omtrent ϵ_s weinig bekend

is; een mogelijkheid zou zijn de optredende waarde van w/v_x te bere-

kenen en dan via de metingen van Coleman een waarde voor ϵ_s te bepalen op zekere hoogte y/h .

Aangezien de gegevens echter gebaseerd zijn op metingen voor specifieke gevallen wordt eraan getwijfeld of de gevonden relaties wel zonder meer toepasbaar zijn om daaruit waarden te gebruiken voor andere gevallen met mogelijk andere omstandigheden.

De gevonden waarden voor ϵ_s gaan in het algemeen pas afwijken van het verloop, beschreven door vergelijking (47), bij waarden van y/h groter dan ca. 0,5; bij lagere waarden wordt het parabolische verloop vrij goed gevolgd. Dit in ogenschouw nemend lijkt het reëel te veronderstellen dat op een hoogte $y = 0,5h$ de waarde van ϵ_s voldoet aan vergelijking (47), daarboven echter belangrijk gaat afwijken en niet teruggaat naar $\epsilon_s = 0$, maar nog langzaam toeneemt, beschreven door het logaritmische verloop.

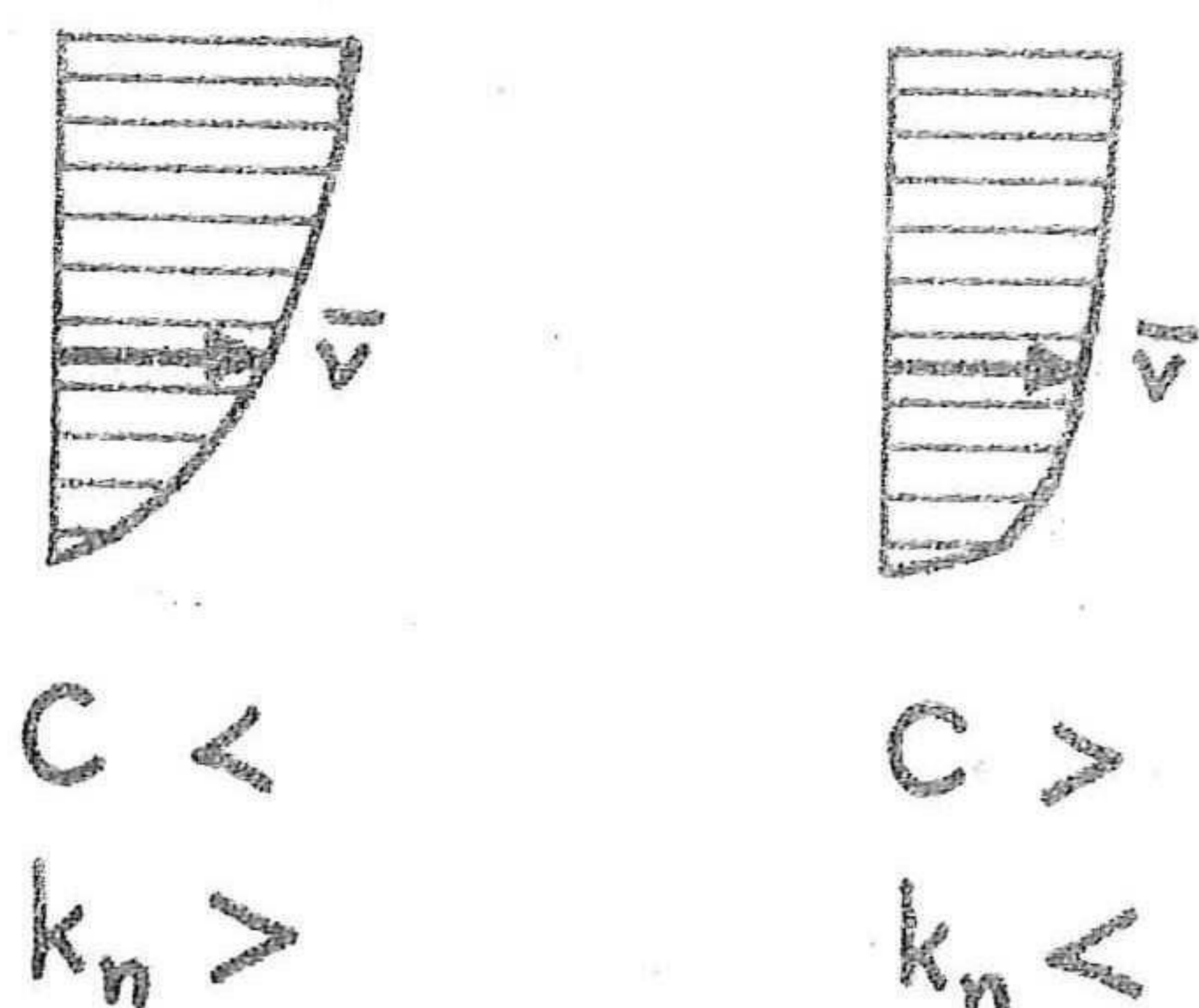
De waarde van de factor A wordt daarom bepaald, bovenstaande overwegingen in ogenschouw nemend, door de waarde van ϵ_s op $y = \frac{1}{2}h$ te berekenen met vergelijking (47) en deze te delen door de snelheid op dezelfde hoogte.

Aldus:

$$A = \frac{\epsilon_s(0,5h)}{v(0,5h)} \quad (51a)$$

In vergelijking (47) wordt voor β een waarde = 1,0 gebruikt; dit is bij het huidige gebrek aan kennis hieromtrent de enige aanname die mogelijk is, voor meer gefundeerde bepaling van β is verder onderzoek nodig.

De snelheidsverdeling van de stroming moet bekend zijn; dit is mogelijk uit snelheidsmetingen in de verticaal óf uit gecombineerde metingen van dwarsprofiel, verhang en gemiddelde snelheid, waaruit dan de ruwheidsfactor C bepaald kan worden.

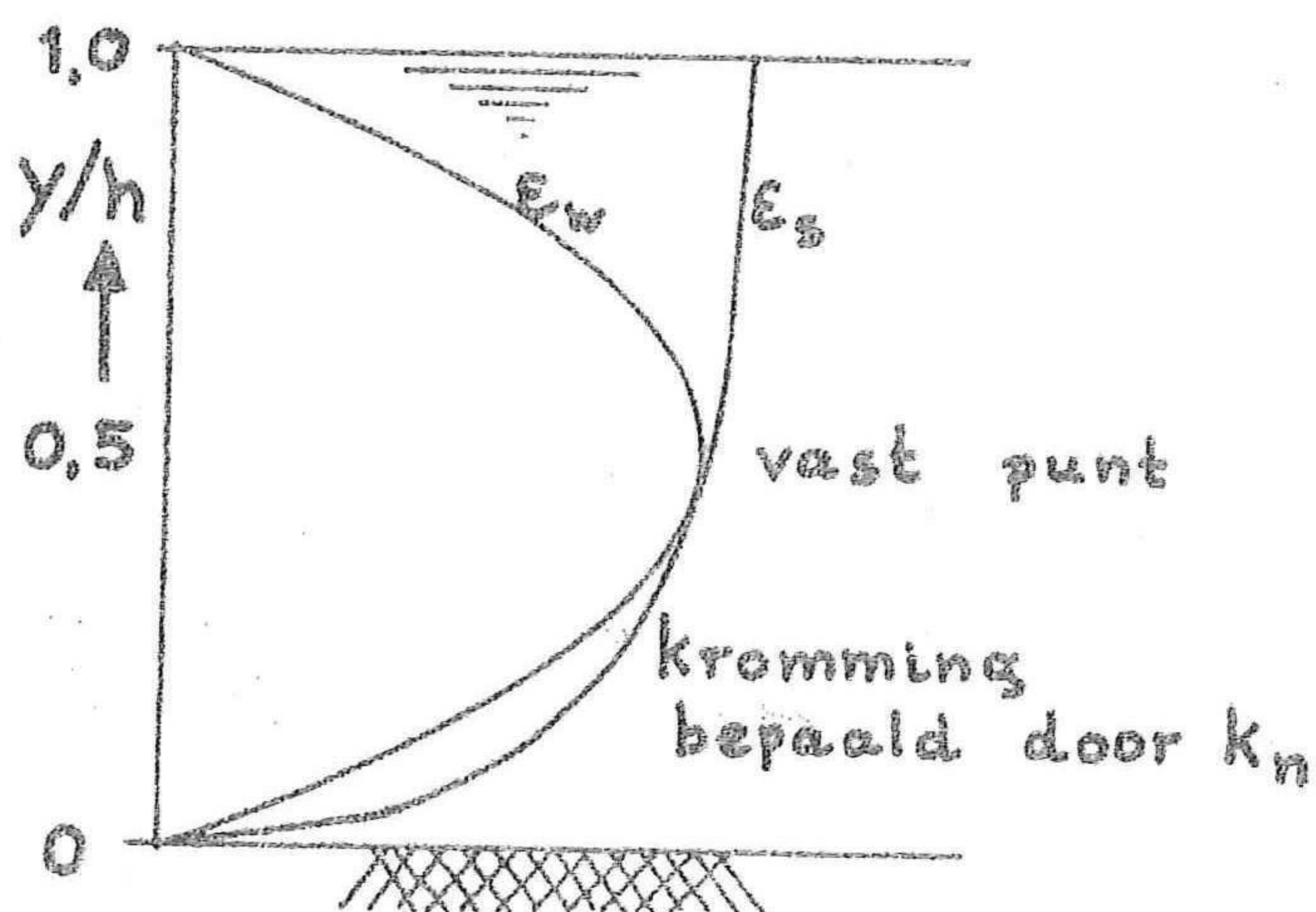


De waarde van C , ofwel k_n bepaalt tezamen met de gemiddelde snelheid het gehele verloop van $v(y)$ terwijl met gebruik van (51a) ter bepaling van A dan ook het verloop van $\epsilon_s(y)$ vastligt.

Fig. 15

Het nadeel van deze berekening is dat over de onderste helft van de verticaal de kromming in het verloop van $\epsilon_s(y)$ nu geheel wordt bepaald door de waarde van k_n en dit kan flinke afwijkingen veroorzaken t.o.v. de parabolische verdeling met $\beta = 1,0$.

Dit is een direct gevolg van de aanname van gelijkvormige verdeling van $\epsilon_s(y)$ en $v(y)$, met als enige bekende waarde voor ϵ_s de waarde berekend op $y = \frac{1}{2}h$ met vergelijking (47); een betere relatie is vooralsnog echter niet bekend.

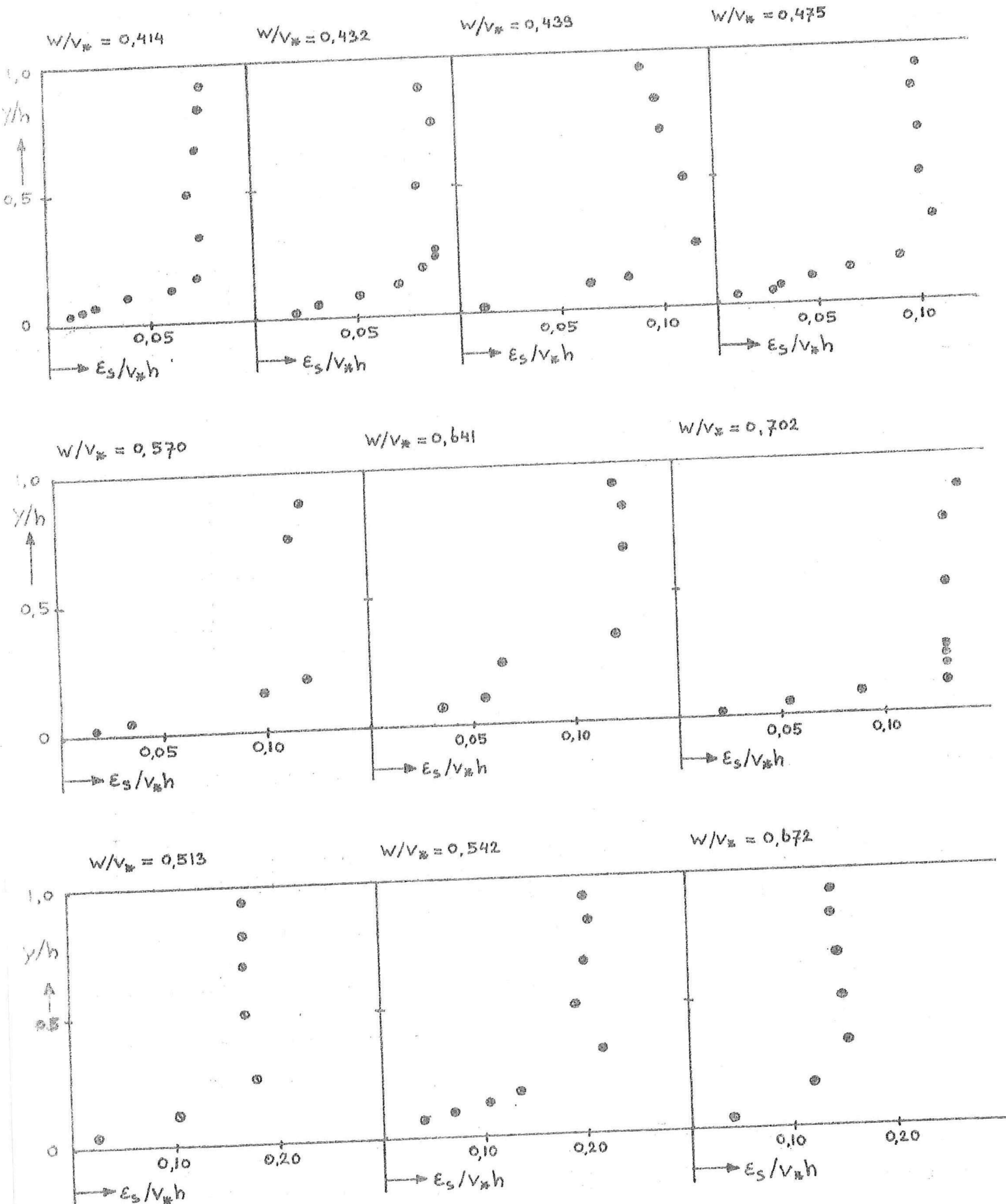


De verdelingen van $\epsilon_s(y)$ en $\epsilon_w(y)$ zien er nu uit als geschetst in fig. 16.

Fig. 16

In grafiek IV-6 en IV-7 zijn op lineaire schaal enkele waarnemingen van Coleman en Anderson uitgezet als functie van y/h ; te zien is dat de vorm

Coleman.
Gootmetingen.



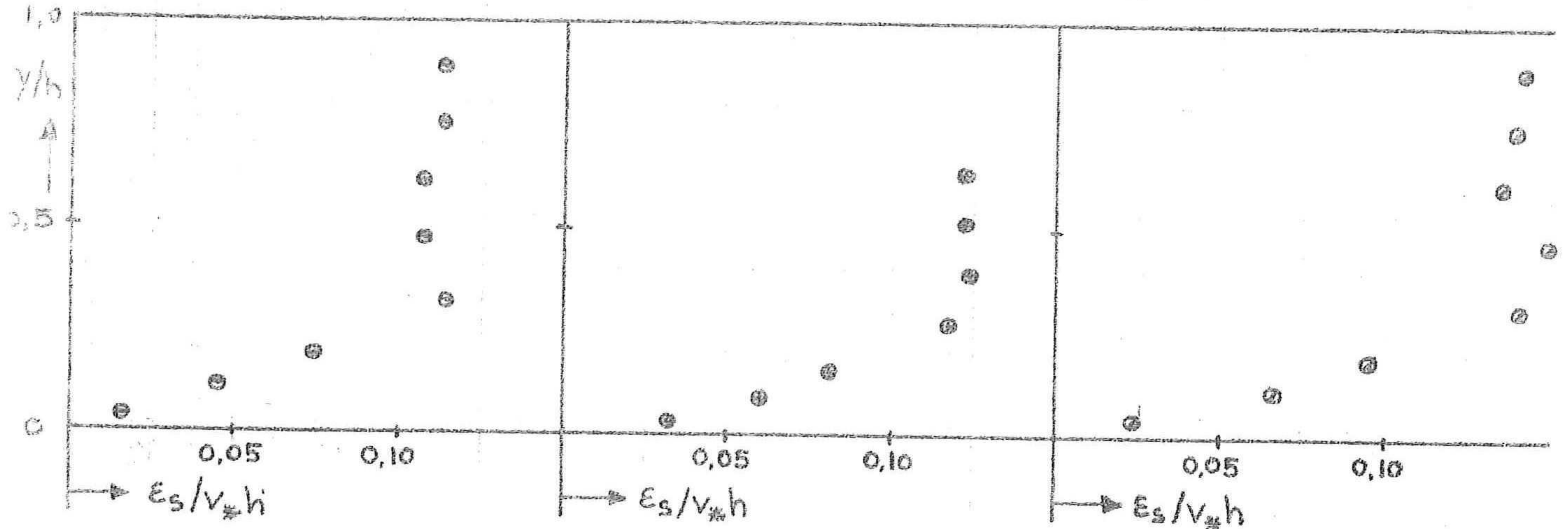
Anderson.

Metingen Enoree rivier.

$w/v_* = 0,209$

$w/v_* = 0,291$

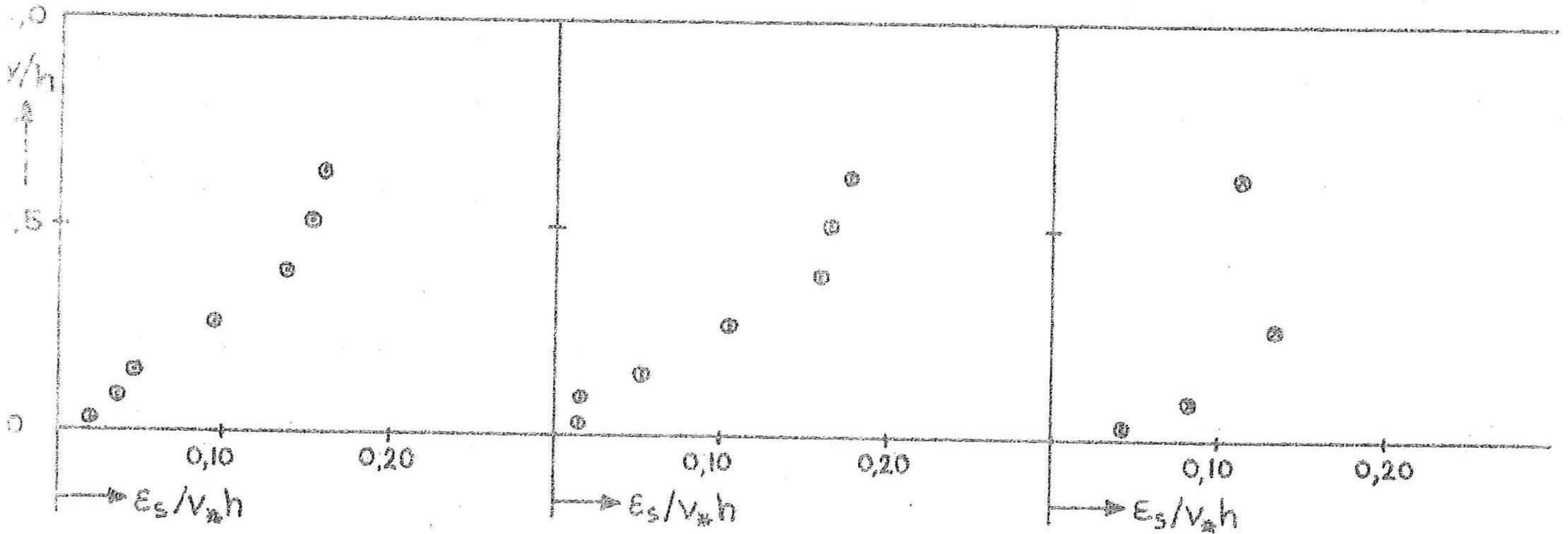
$w/v_* = 0,342$



$w/v_* = 0,101$

$w/v_* = 0,179$

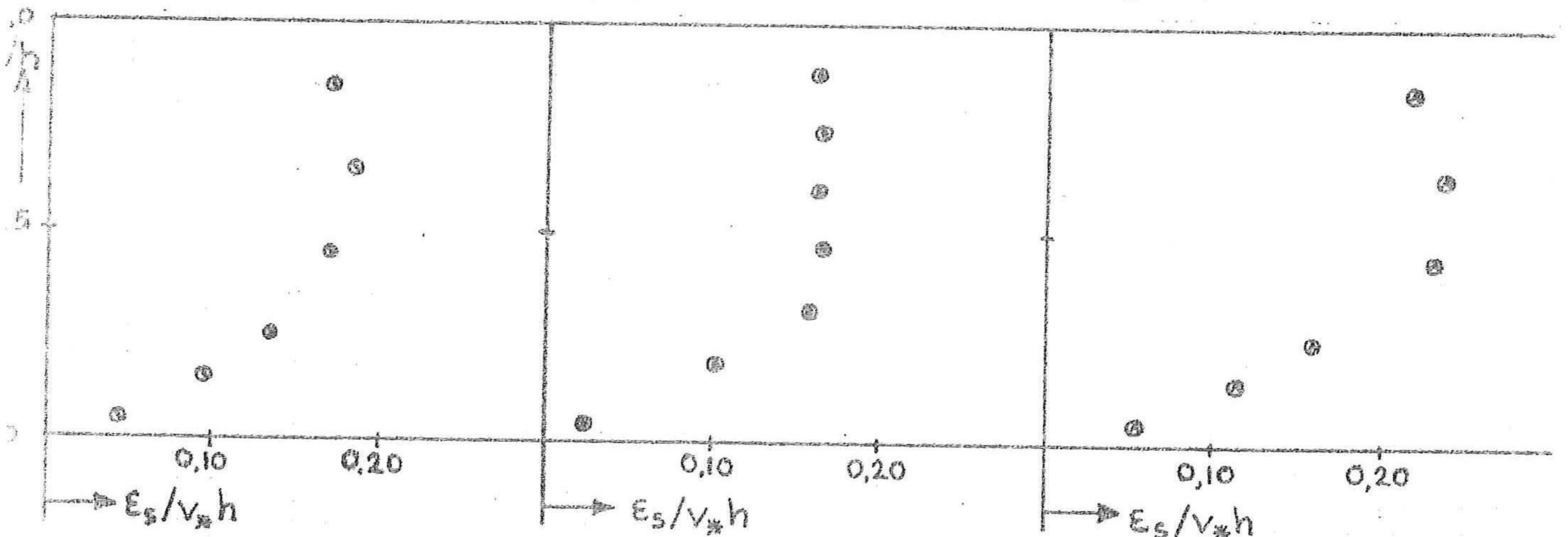
$w/v_* = 0,462$



$w/v_* = 0,376$

$w/v_* = 0,538$

$w/v_* = 0,585$



van de verticaal redelijk overeenkomt met logaritmische verdeling; over de kromming is echter niet veel te zeggen.

De spreiding in de waarnemingen is groot, het is dan ook bekend dat dergelijke metingen moeilijk zijn omdat het niet eenvoudig is snelheid en concentratie gelijktijdig en zuiver te meten, én omdat de ϵ_s met deze metingen uit de differentiaalvergelijking wordt bepaald.

In de coëfficiënt van de 1e orde term in de diffusievergelijking komt nog de factor $\partial\epsilon_s/\partial y$ voor; deze kan voor ieder punt lokaal worden berekend en ingevuld, uit (50) valt af te leiden:

$$\frac{\partial\epsilon_s}{\partial y} = \frac{Av}{\kappa y} \quad (52)$$

Met vergelijking (50) zelf valt ook op ieder punt de lokale waarde van ϵ_s te berekenen, deze kan dan worden gebruikt in de coëfficiënt van de 1e orde term.

IV-4 Opmerkingen

Door de gehele afleiding heen tot nu toe zweven nog enkele afhankelijkheden die niet nauwkeurig zijn omschreven, maar stilzwijgend zijn verwaarloosd, omdat in het algemeen de afhankelijkheid als zodanig wel bekend is, maar hetzij de mate waarin niet, óf de invloed hiervan is te klein.

De volgende punten kunnen hierin worden onderscheiden:

- Invloed van de concentratie op de valsnelheid.

De valsnelheid van sediment in water vertoont een afhankelijkheid van de concentratie in de volgende vorm:

$$w(C) = w(0) \cdot (1-C)^{4,45/Re^{0,1}} \quad (53)$$

waarin $Re =$ het getal van Reynolds voor de korrel $= \frac{wD}{\nu}$

Voor het gehele onderzoek is echter aangehouden $w = w(0) =$ constant; dit mag worden gedaan omdat in het algemeen geldt $C \ll 1$.

Hunt (ref. 17) toonde aan dat bovendien voor vergelijking (17) geschreven zou moeten worden:

$$(1-C)C_w + \epsilon_s \frac{dC}{dy} = 0 \quad (54)$$

Indien echter weer geldt $C \ll 1$ gaat deze over in (17) en is de invloed van de concentratie klein.

- Invloed van de concentratie op de snelheidsverdeling. Einstein en Ning Chien hebben voor waarnemingen in laboratoriumgoten en in de natuur aangetoond, dat de zandconcentratie invloed heeft op de snelheidsverdeling; dit kan tot uitdrukking worden gebracht door een variabele constante van Von Kármán, κ .

Zij vinden dat de κ -waarde wel een factor 2 kleiner kan worden, dit ten gevolge van het feit, dat het zwevend zand de turbulentie dempt. Hoewel deze invloed van belang kan zijn voor de diffusie wordt, wegens gebrek aan voldoende kennis en gegevens hierover, de waarde van κ gedurende het onderzoek constant op $\kappa = 0,4$ gehouden.

- Invloed van de concentratie op de viscositeit.

Het is goed voorstelbaar, dat hoge concentraties sediment invloed hebben op de viscositeit van het water; aangezien de viscositeit echter nergens wordt gebruikt in de vergelijkingen is het niet nodig deze invloed in rekening te brengen. De concentraties zijn bovendien in het algemeen niet hoog; indien een transportformule van bijvoorbeeld Colby of Tofaletti gekozen zou zijn, zou de invloed wel in rekening gebracht kunnen worden voor wat betreft het evenwichtstransport, aangezien genoemde formules wél rekening houden met de viscositeit van het "mengsel", namelijk via de temperatuur.

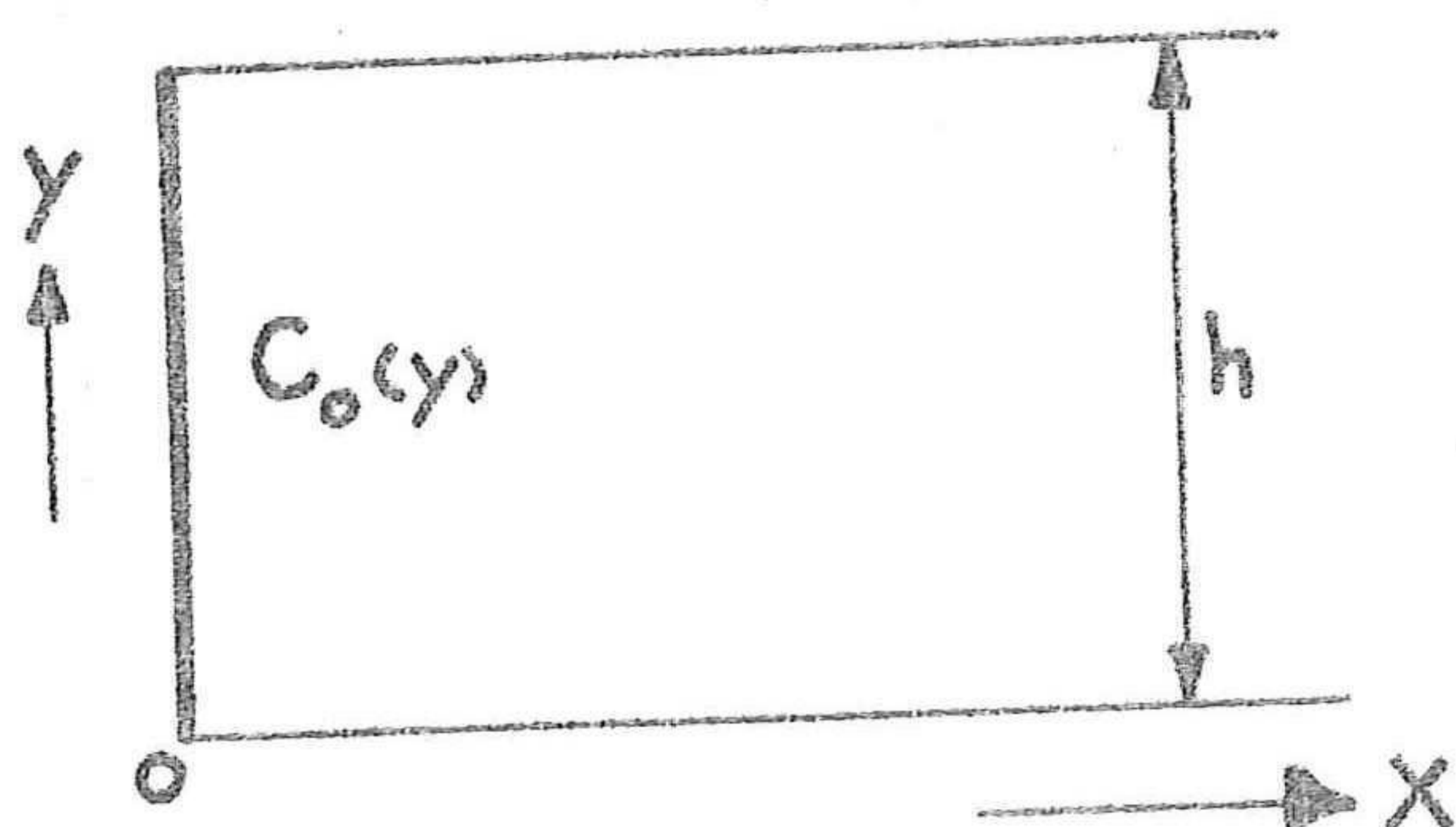
- De invloed van W/v_x op ϵ_s wordt voorlopig niet in de berekeningen opgenomen, aangezien er nog geen goede uitdrukking voor beschikbaar is, zoals reeds eerder vermeld. Hetzelfde geldt voor de waarde van β ; voor beide punten verdient het aanbeveling om bij voortzetting van het onderzoek hier enige nadere aandacht aan te besteden.

V RANDVOORWAARDEN

V-1 Beginvoorwaarde

Voor iedere oplossing van een differentiaalvergelijking zijn randvoorwaarden nodig, alsmede een beginvoorwaarde die al dan niet tot de randvoorwaarden gerekend kan worden.

Voor het onderhavige probleem, de beschrijving van het diffusieproces in een permanente éénparige stroming, is de beginvoorwaarde nogal eenvoudig; de afhankelijke variabele in de vergelijking is de concentratie C . Dit betekent dat als beginvoorwaarde de concentraties in de verticaal bekend moeten zijn op de plaats $x = 0$; m.a.w. $C(0,y) = C_0(y)$ is bekend.



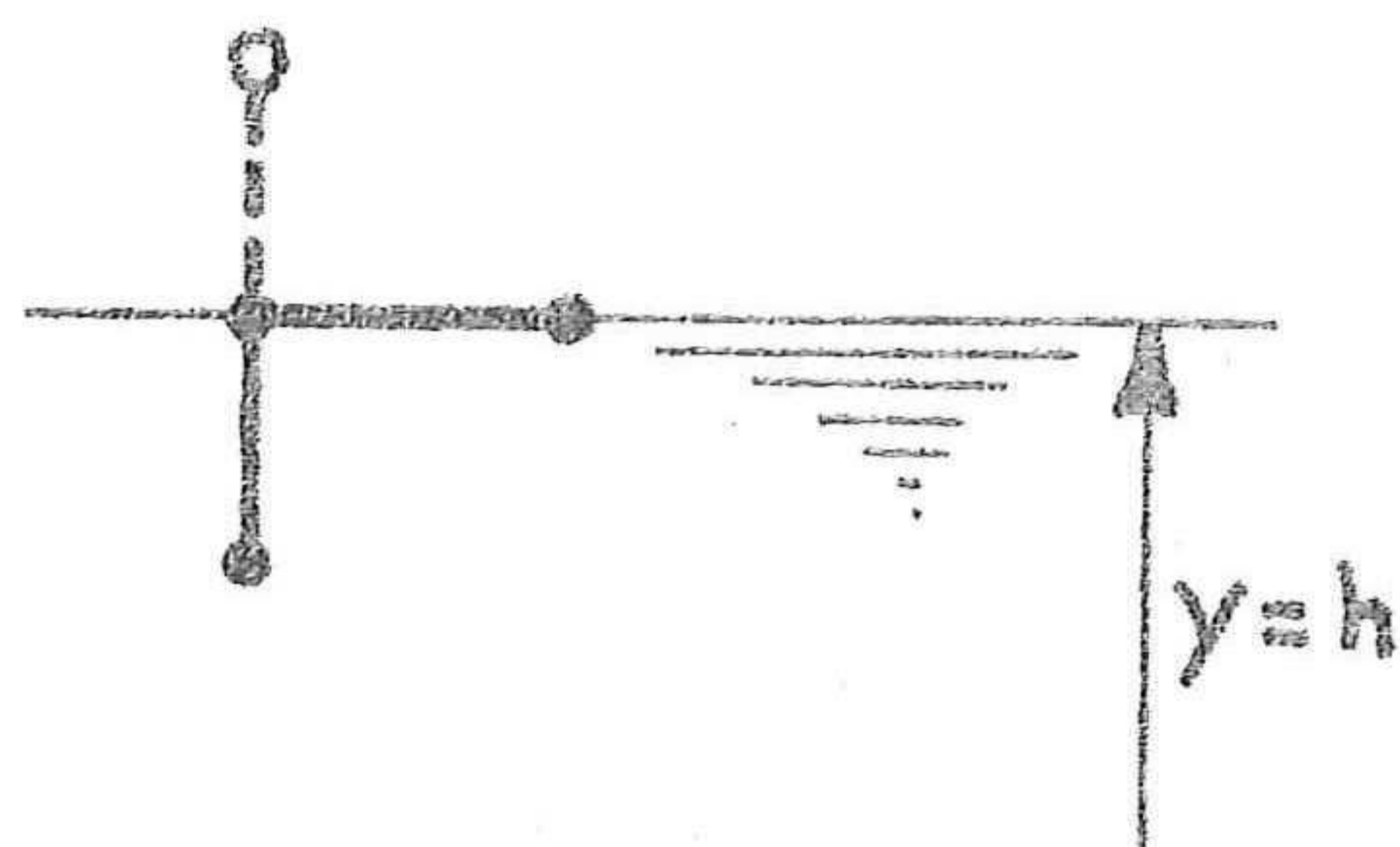
Deze beginverticaal $C_0(y)$ mag elke gewenste vorm hebben, dit heeft het voordeel dat nu zowel het uitzakken van een oververzadigde beginverticaal kan worden onderzocht, als wel het opnemen van een lege beginverticaal, bijvoorbeeld bij overgang van bodembescherming naar zandbed.

Fig. 17

Het is duidelijk dat de beginvoorwaarde in het geheel geen problemen zal geven, maar zonder meer in het systeem kan worden ingelezen; m.b.v. het ontwikkelde numerieke model is het dan mogelijk om één stap Δx verder de concentraties hieruit te bepalen.

V-2 Bovenrandvoorwaarde

Voor de berekening van de concentratie aan de bovenrand is het niet mogelijk om vergelijking (28) te gebruiken omdat hiervoor een punt gelegen op één Δy -stap hoger nodig is en dit niet bekend is in concentratie.



Weliswaar kan hiervoor een fictief punt worden aangenomen, op $y = h + \Delta y$, nodig is dit echter niet, aangezien hiervoor methoden beschikbaar zijn die zowel goed handelbaar als wel fysisch reëel zijn.

Fig. 18

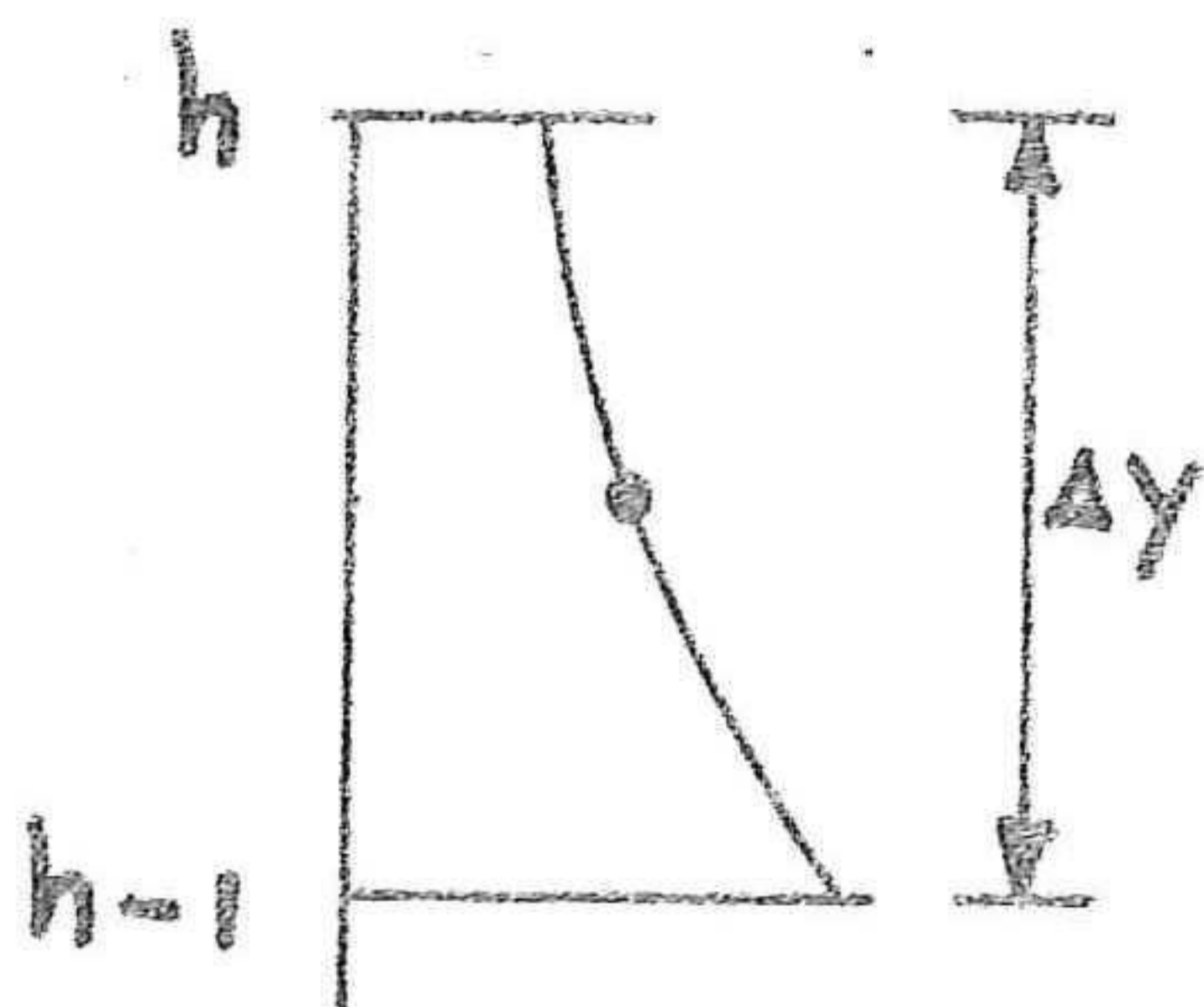
Een mogelijkheid is te stellen, dat de concentratie op het oppervlak van het water nul is ofwel $C(x,h) = 0$; dit is echter niet strikt noodzakelijk, vooral bij zeer fijn sediment is het goed mogelijk dat óók aan het oppervlak nog een bepaalde sedimentconcentratie aanwezig is.

In ieder geval geldt echter, evenwicht of géén evenwicht, dat het transport van sediment door het wateroppervlak gelijk nul moet zijn; het is namelijk duidelijk dat de deeltjes dit horizontale vlak niet kunnen passeren. In formulevorm:

$$wC + \epsilon_s(h) \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (55)$$

ofwel
$$\left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=h} = - \frac{w}{\epsilon_s(h)} C_h \quad (56)$$

Dit is een uitdrukking voor de 1e afgeleide in vergelijking (21), de 2e afgeleide bepalen kan nu geschieden door de afgeleide te nemen van de 1e afgeleiden op $y = h$ én $y = h - \frac{1}{2}\Delta y$.



In het tussenpunt geldt: $\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_h - C_{h-1}}{\Delta y}$
dit geeft als benadering van de 2e afgeleide op $y = h$

$$\left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right)_{y=h} = \frac{- \frac{w}{\epsilon_s(h)} C_h - \frac{C_h - C_{h-1}}{\Delta y}}{\frac{1}{2}\Delta y} \quad (57)$$

Fig. 19

Voor de differentiestap in x-richting wordt evenals voorheen de voorwaartse differentiestap genomen, vergelijking (21) wordt nu:

$$v \frac{C_{r+1,h} - C_{r,h}}{\Delta x} = \epsilon_s \frac{-\frac{w}{\epsilon_s} C_{r,h} - \frac{C_{r,h} - C_{r,h-1}}{\Delta y}}{\frac{1}{2} \Delta y} + (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \cdot (\frac{w}{\epsilon_s} C_{r,h})$$

Met $\lambda = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2}$ (26) geeft dit:

$$C_{r+1,h} - C_{r,h} = -2\lambda \frac{w}{\epsilon_s} \Delta y C_{r,h} - 2\lambda (C_{r,h} - C_{r,h-1}) - \lambda \frac{w}{\epsilon_s} \frac{(\Delta y)^2}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) C_{r,h}$$

ofwel:

$$C_{r+1,h} = (1-2\lambda) C_{r,h} + 2\lambda C_{r,h-1} - \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \right] C_{r,h} \quad (58)$$

Dit is de uitdrukking waarmee steeds de concentratie op het oppervlak berekend moet worden uit de concentraties $C_{r,h}$ en $C_{r,h-1}$ in de vorige raai.

Bovenstaande uitdrukking voor $C_{r+1,h}$ maakt het mogelijk om van een constante beginconcentratie af te komen, ofwel van een uniform verdeelde beginverticaal; in dit geval zal er bij gebruik van vergelijking (28) namelijk geen enkele verandering in concentratie optreden aangezien er nog géén gradiënt in de concentratieverdeling is. Slechts in het bovenste punt ontstaat door vergelijking (58) een gradiënt, waardoor langzamerhand ook de lager gelegen punten, telkens na één stap Δx , beïnvloed worden en aldus steeds één punt meer afwijkt van de beginconcentratie.

Fysisch is dit uiteraard wel voor te stellen, de verticaal gaat uitzakken, álle punten behalve het bovenste hebben zowel toevoer van sediment van boven als afvoer naar onderen; verandering in concentratie begint dus bij het bovenste punt, uitzakken van boven naar beneden.

Deze beschouwing gaat niet op bij een "lege" beginverticaal, die uiteindelijk ook als uniform verdeeld gezien mag worden. Hierbij treedt concentratieverandering op van beneden naar boven, ten gevolge van het ontstaan van een bodemconcentratie; dit is het zogenaamde opnemen van sediment bij overgang van vaste bodem naar een zandbed.

Het nadeel van vergelijking (58) is dat bij ongunstige verhouding van de 1e tot de laatste term in het rechterlid weleens negatieve concentraties zouden kunnen ontstaan, wat uiteraard fysisch onmogelijk is.

Indien bijvoorbeeld $\frac{w}{\epsilon} \sim 1$ én $F = (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \Delta y / \epsilon_s \sim 1$, stel $\Delta y = 1m$,

dan kan de vergelijking (58) worden omgevormd met $\lambda = \frac{1}{2}$ tot:

$$C_{r+1,h} = C_{r,h-1} - 3/2 C_{r,h}$$

Bij een uniform verdeelde beginverticaal, óf indien $C_{r,h}$ niet veel kleiner is dan $C_{r,h-1}$ leidt dit tot negatieve concentraties, die bovendien opgeslingerd worden; m.a.w. er treedt instabiliteit op, terwijl wél voldaan is aan de criteria, weergegeven in hoofdstuk III.

De randvoorwaarde aan het oppervlak legt dan ook een extra eis op t.a.v. de stabiliteit, namelijk zodanig dat ervoor gezorgd moet worden dat de rechtertermen van vergelijking (58) tezamen altijd positief blijven. Dit kan bereikt worden door aanpassing van de stabiliteitsfactor λ , hetzij door vergroting van Δy , hetzij door verkleining van Δx , waardoor ook λ kleiner wordt.

Er moet gelden:

$$(1-2\lambda)C_{r,h} + 2\lambda C_{r,h-1} - \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \right] C_{r,h} > 0$$

Hierin staan waarden voor $C_{r,h}$ en $C_{r,h-1}$ die niet bekend zijn omdat de eis algemeen moet gelden; hieraan is echter in ieder geval voldaan indien de 2e term wordt weggelaten en geldt:

$$(1-2\lambda)C_{r,h} - \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \right] C_{r,h} > 0$$

ofwel

$$(1-2\lambda) > \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \right]$$

hetgeen resulteert in:

$$\lambda < 1 / \left[2 + \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left(2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \right) \right] \quad (59)$$

Deze eis moet gelden op de bovenrand, dit betekent dat voor ϵ_s en $\partial\epsilon_s/\partial y$ de waarden moeten worden ingevuld voor $y = h$.

Indien nogmaals gekeken wordt naar het rechterlid van vergelijking (58) is het duidelijk dat deze nog gereduceerd kan worden waarmee de stabiliteitseis van vergelijking (59) iets minder zwaar wordt. In het algemeen geldt namelijk dat $C_{r,h-1} \geq C_{r,h}$ stel nu dat maximaal geldt dat

$C_{r,h-1} = C_{r,h}$ dan wordt de eis:

$$C_{r,h} - \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \right] C_{r,h} > 0$$

ofwel:

$$1 > \lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \right]$$

de eis wordt nu:

$$\lambda < 1/\Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \left[2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \right] \quad (59a)$$

Dit geeft een belangrijk minder strenge eis aan de waarde van λ , bij de gebruikte waarden in het voorbeeld volgt uit (59) $\lambda < 1/5$ en uit (59a) $\lambda < 1/3$.

Aangezien verkleining van λ in het algemeen gezocht moet worden in beperking van Δx betekent dit dat (59a) een voordeel biedt t.a.v. de voortschrijding van het proces, met dienovereenkomstig minder rekenkosten.

V-3 Benedenrandvoorwaarde

Ten aanzien van de benedenrandvoorwaarde ofwel de randvoorwaarde aan de bodem moet gesteld worden dat een uitdrukking hiervoor de meeste moeilijkheden geeft, aangezien fysische voorstelling hiervan vaak lastig is én de relaties tussen concentratie en de belangrijke parameters niet geheel vastomlijnd zijn.

Er zijn 4 verschillende mogelijkheden in beschouwing genomen, fysisch

niet allemaal even goed toepasbaar, maar ter informatie interessant omdat enkele van hen gebruikt zijn bij voorgaande onderzoeken:

- a) $\frac{\partial C}{\partial x} = \text{constant}$; dit zou betekenen een constante afname van de concentratie aan de benedenrand. De verticaal zou dan echter geheel "leeglopen", na een zekere afstand:

$$C_{0,0} / \frac{\partial C}{\partial x}$$

zou aan de bodem geen sediment meer aanwezig zijn en dat zou door gaan werken naar boven tot al het sediment is weggezakt. Fysisch gezien is dit uiteraard niet reëel indien diffusie in stromend water wordt onderzocht aangezien dan zeker een bepaalde hoeveelheid materiaal in suspensie blijft.

Voor het uitzakken van een concentratieverticaal in zéér langzaam stromend of stilstaand water is de aanname wel mogelijk, beter is het dan echter te stellen $\frac{\partial C}{\partial t} = \text{constant}$, aangezien t dan een handiger parameter is dan x.

- b) $\frac{\partial C}{\partial x} = 0$ ofwel $C = C_A = \text{constant}$; de fysische achtergrond van deze aanname is directe aanpassing van de bodemconcentratie aan de heersende stroomparameters. Verandering van stroomomstandigheden door bijvoorbeeld verandering van profiel zal zich manifesteren door een momentane verandering van C_A , waarbij dan uiteraard op deze rand niet $\partial C / \partial x = 0$ geldt; de bodemconcentratie zal nu echter direct op de juiste waarde zijn en weer geldt $\partial C / \partial x = 0$.
- c) $\frac{\partial C}{\partial y} = 0$ ofwel $C_{y=0} = \text{constant}$. Deze aanname is fysisch onmogelijk, als de afgeleide $\partial C / \partial y = 0$ zou zijn, zou er geen sedimentatie op kunnen treden, terwijl dit altijd het geval is bij het uitzakken van een verticaal. Het neergaande transport wordt namelijk bepaald door de term $(w + \partial \epsilon_s / \partial y) \partial C / \partial y$; als $\partial C / \partial y = 0$ zou er dus inderdaad géén uitzakken kunnen plaatsvinden.
- d) $\frac{\partial C}{\partial y} = \text{constant}$; ook dit is fysisch niet waarschijnlijk. De gradiënt op $y = 0$ zou dan over de gehele lengte van het systeem constant blijven, terwijl uitzakken plaatsvindt vanaf de bovenzijde en later

pas invloed heeft bij de bodem met dientengevolge een veranderende gradiënt. In evenwichtssituaties geldt de aanname overigens wél aangezien dan voldaan wordt aan vergelijking (17), en de concentratie constant is.

Het is duidelijk, dat in ieder geval mogelijkheid c) niet bruikbaar is, terwijl a) en d) weliswaar niet direct fysisch onmogelijk, maar in het onderhavige probleem minder toepasselijk zijn.

Aanname b) is in dit geval de meest reële en zal daarom worden aangehouden als benedenrandvoorwaarde. De achtergrond van de theorie is dat bodemtransport zich momentaan zal aanpassen aan veranderende stroomparameters en dat de onderzijde van de zwevend-zand verticaal wordt begrensd door dit bodemtransport.

De benedenrand van het systeem moet dus worden genomen op een hoogte $y = y_A$, zódanig dat dit een fictieve "grens" vormt, of eigenlijk meer een overgang tussen zwevend en bodemtransport.

Deze hoogte is helaas moeilijk te bepalen aangezien omtrent de relatie tussen bodem- en zwevend transport nog niet veel bekend is; het transportmechanisme veroorzaakt een totaaltransport, de plaats van overgang en óf er inderdaad een overgang is tussen de beide vormen van transport is discutabel.

Onder de gedane aanname van de bodemrandvoorwaarde als bodemtransport en de momentane aanpassing hiervan is het echter toch nodig een hoogte te definiëren, waarop deze rand moet gelden; dit is slechts mogelijk indien de beddingvormen in beschouwing worden genomen.

In eerste instantie leek het raadzaam om in verband met het aangenomen logaritmische verloop van $\epsilon_s(y)$ de onderrand te leggen op een hoogte $y \sim 0,1h$; te sterke afwijkingen tussen $\epsilon_s(y)$ en het parabolische verloop dichtbij de bodem zijn hierdoor dan niet meer van belang (zie fig. 16).

In verband met de gekozen benedenrandvoorwaarde is deze mogelijkheid uitgesloten en is het noodzakelijk de rand vast te leggen op een hoogte waar bodemtransport optreedt, bij ribbelvorming kan hiervoor worden aangehouden een hoogte die gelijk is aan ca. de halve ribbelhoogte. In het onderhavige probleem komt dit neer op de keuze $y_A = 0,05 m.$ ofwel $y_A \sim 0,01h$, wat minder gunstig is t.a.v. de aangenomen gelijkvormige verdeling van $\epsilon_s(y)$ en $v(y)$ aangezien over het onderste deel van de verticaal de afwijkingen tussen ϵ_s en ϵ_s groot zijn. Op de onderrand

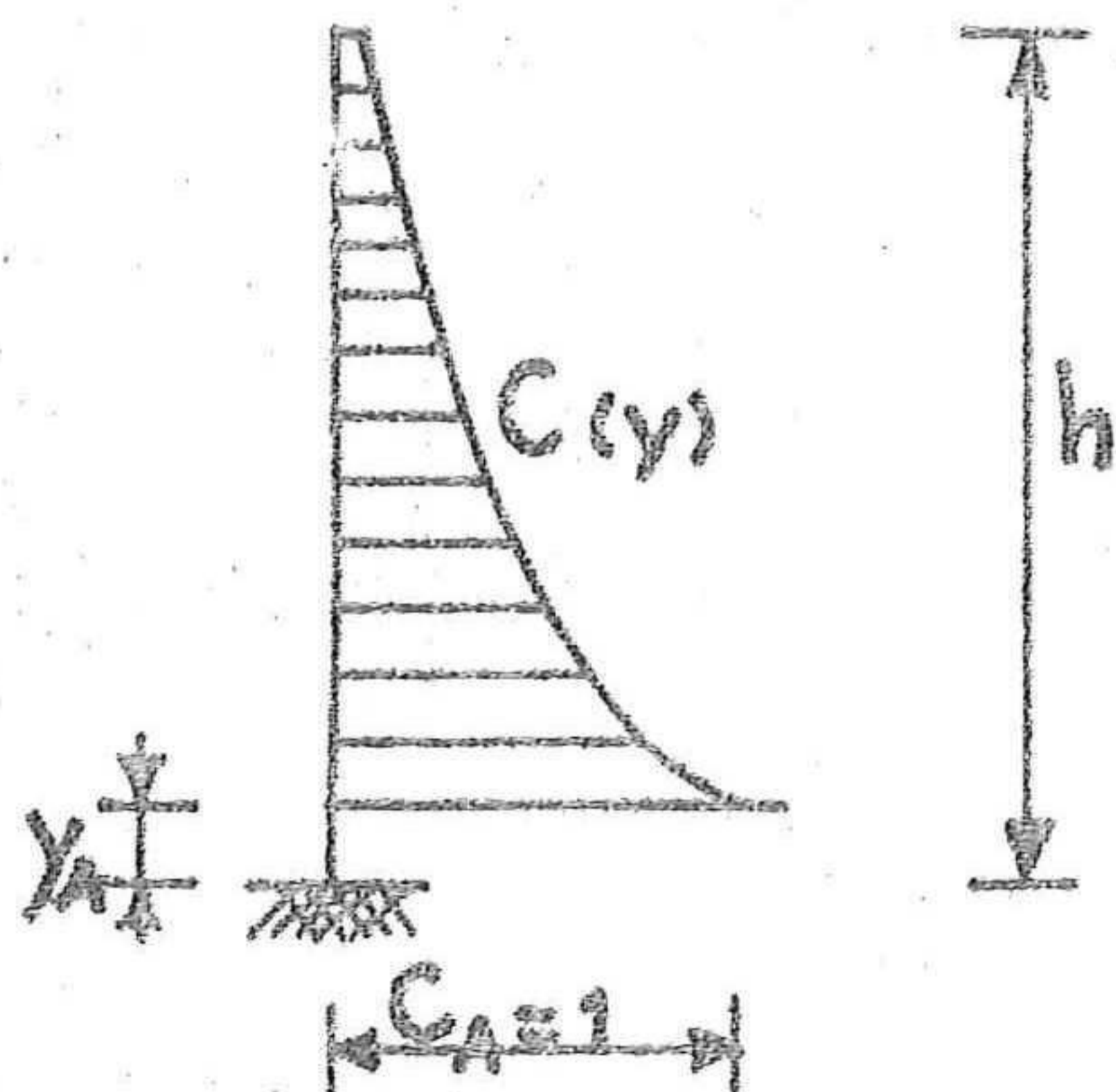
geldt echter $C = C_A = \text{constant}$, en er zijn hier dus helemaal geen waarden van ϵ_s nodig, evenals er geen waarden van $\partial \epsilon_s / \partial y$ hier nodig zijn; het eerste punt waar de concentratie berekend moet worden met gebruik van deze lokale waarden ligt op een afstand Δy boven y_A ; met 10 rasterpunten (of minder) in de verticaal geldt dan in ieder geval $y \geq 0,1h$ waarmee de grote afwijkingen uitgesloten zijn.

Nu de plaats van de onderrand bekend is moet er nog een methode bepaald worden om de grootte van deze bodemconcentratie op $y = y_A$ te berekenen, hiervoor is de volgende methode ontwikkeld:

De stroming zal, hetzij door sedimentatie, hetzij door erosie streven naar een evenwicht, d.w.z. naar een situatie waarbij profiel, snelheid, verhang e.d. stabiel zijn alsmede het sedimenttransport dat afhankelijk is van de stroomparameters.

Het totale sedimenttransport wordt beschreven door de transportvergelijking $s = f(v)$ (4). Hiermee is het mogelijk het transport in evenwichtssituatie te berekenen als functie van de snelheid, alsmede de diverse andere parameters, beschreven door vergelijking (22).

Indien nu de vorm van de evenwichtsconcentratieverticaal bekend is, kan de waarde van C op $y = y_A$, ofwel C_A worden berekend door de verticaal te relateren aan een relatieve concentratie = 1 op de hoogte $y = y_A$



In dit geval geldt nl.:

$$S_G' = \int_0^h v(y) \cdot C(y) dy \quad (60)$$

waarin S_G' het sedimenttransport in gewichtseenheid per m's is.

Fig. 20

Het werkelijk optredende transport moet echter gelijk zijn aan S_G berekend met vergelijking (22) en vermenigvuldigd met de dichtheid van het sediment; bij dit evenwichtstransport is de benedenrandconcentratie C_A , dit geeft:

$$C_A = \frac{S_G}{S_G'} = S_G' \int_0^h v \cdot C \, dy \quad (61)$$

Op deze wijze is de bodemconcentratie te berekenen; deze geldt langs het gehele systeem als benedenrandvoorwaarde, behalve op $x = 0$ waar een beginverticaal wordt ingelezen.

Opmerking:

Door de aanname van momentane aanpassing van de onderrand kan het voorkomen dat een zeer groot verschil in bodemconcentratie tussen beginverticaal en benedenrandvoorwaarde toch in één stap Δx wordt overbrugd; dit is een nadeel, aangezien ook het mechanisme van bodemtransport enige tijd of lengte nodig zal hebben om volledig tot stand te komen, zeker indien de verschillen groot zijn. Het verdient daarom aanbeveling tijdens voortzetting van dit onderzoek na te gaan of bij dergelijke grote verschillen in bodemconcentratie en/of kleine stapgrootte Δx het mogelijk is de aanpassing uit te smeren over meer stappen Δx ; dit zou mogelijk zijn met plaatselijke aanname van $\partial C / \partial x = \text{constant}$. Voorzichtigheid is hierbij echter gewoden, aangezien bij dergelijke beschouwingen, vooral bij kleine afstanden Δx , drie-dimensionale effecten een relatief grote rol kunnen gaan spelen.

V-4 Evenwichtsverticaal en Evenwichtstransport

In het algemeen mag worden gesteld, dat over de vorm van "de evenwichtsverticaal" relatief vrij veel bekend is; Graf (ref. 12) geeft enkele methoden om uitgaande van de geldende vergelijking (17) bij evenwicht te komen tot een uitdrukking waarin de concentraties als functie van y worden vastgelegd t.o.v. een referentieconcentratie C_A op een afstand y_A van de bodem.

Een zeer bekende uitdrukking voor de evenwichtsverticaal wordt gegeven door Rouse; de afleiding hiervan, die ook te vinden is in bovengenoemde referentie zal in het kort worden weergegeven, gevolgd door de bepaling van de in dit onderzoek gebruikte uitdrukking voor de evenwichtsverticaal,

terwijl in hoofdstuk VI bij de Toetsing en hoofdstuk VIII bij de Toepassingen vergelijkingen zullen worden getrokken tussen beide concentratieverdelingen.

Uitgangspunten bij de afleiding van de zogenaamde "Rouse-verdeling" zijn de evenwichtsvergelijking voor het sediment en de uitdrukking voor ϵ_s :

$$wC + \epsilon_s \frac{dC}{dy} = 0 \quad (17)$$

$$\epsilon_s = \beta \kappa v_x y (1 - y/h) \quad (47)$$

Invullen van (47) met $\beta = 1,0$ in (17) geeft:

$$wC + \kappa v_x y (1 - y/h) \frac{dC}{dy} = 0$$

ofwel

$$\frac{dC}{C} = - \frac{w}{\kappa v_x} \frac{dy}{y(1 - y/h)}$$

Integratie van $y = y_A$ tot $y = y$ leidt tot:

$$\ln \frac{C}{C_A} = \ln \left(\frac{h-y}{y} \cdot \frac{y_A}{h-y_A} \right)^z$$

ofwel

$$C = C_A \left(\frac{h-y}{y} \cdot \frac{y_A}{h-y_A} \right)^z \quad (62)$$

Dit is de verdeling van Rouse, waarin:

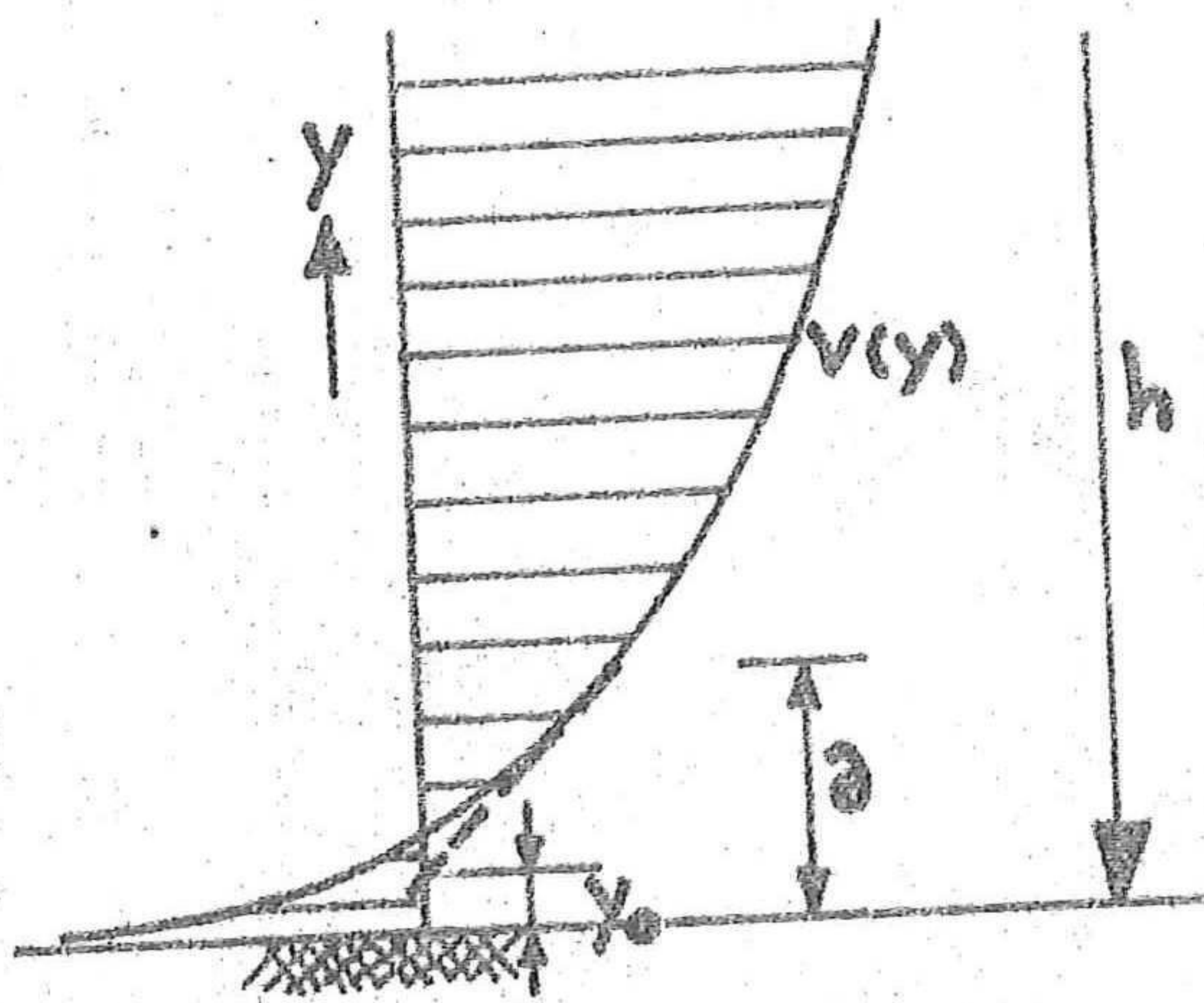
$$z = \frac{w}{\kappa v_x} \quad (63)$$

Deze uitdrukking bepaalt de vorm van de evenwichtsverticaal t.o.v. een relatieve onderrand, voor de werkelijke waarden van de concentratie in de verticaal is het dus nodig om uit te gaan van een bekende concentratie C_A op een hoogte $y = y_A$.

Bepaling hiervan is mogelijk op reeds beschreven wijze m.b.v. vergelijking (61); het is hierbij uiteraard nog nodig de juiste snelheidsverdeling in te voeren.

Voor de snelheid is een logaritmische verdeling aangenomen met de algemene vorm:

$$v(y) = \frac{v}{\kappa} \ln y/y_0 \quad (49)$$



De gemiddelde snelheid wordt bepaald door integratie over de hoogte:

$$\bar{v} = \frac{\int_{\delta}^h v(y) dy}{h}$$

Hierbij wordt gesteld $\delta \ll h$
en $k_n = 30 y_0$

Fig. 21

Dit geeft nu:

$$\bar{v} = \frac{v}{\kappa} \ln \frac{11h}{k_n} \quad (64)$$

De factor k_n , de equivalente zandruwheid van Nikuradse is een ruwheidsfactor die is opgebouwd als samengestelde ruwheid van de korrels én van de beddingvorm; deze kan worden bepaald, en daarmee de y_0 , uit metingen in situ; weliswaar kan de ruwheidsfactor voor de korrels theoretisch worden vastgesteld, voor de beddingvorm is dat veel lastiger.

Uit metingen van dwarsprofiel, snelheid, (afvoer) en verhang is het mogelijk de C-waarde van Chézy voor een bepaalde waterstand vast te stellen, aan de hand hiervan is de k_n -factor te berekenen op de volgende wijze:

$$\text{Gegeven: } Q, \bar{h}, B, I, C \rightarrow \bar{v} \quad (R \sim h)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{v} &= C/\eta I \\ v_x &= \sqrt{ghI} \end{aligned} \right\} \frac{\bar{v}}{v_x} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad (65)$$

Uit deze vergelijking is v_x te bepalen, waarna k_n met vergelijking (64) kan worden vastgesteld en tevens y_0 vastligt; hiermede zijn de benodigde parameters voor de snelheidsverdeling bekend.

Combinatie van (49) en (62) in (61) leidt nu tot een waarde voor C_A , waarmee de benedenrandvoorwaarde voor het gehele model is vastgelegd; oplossing van de integraal $v.C$ (met als relatieve onderrand $C_A = 1$) kan geschieden m.b.v. een numeriek integratieproces.

Essentiële aanname is echter geweest de gelijkvormige verdeling voor ϵ_s en v als functie van y ; dit betekent dat voor de evenwichtsverticaal niet de uitdrukking van Rouse gebruikt mag worden aangezien deze vergelijking (47) aannaemt voor de ϵ_s -verdeling.

Een andere uitdrukking voor de evenwichtsverticaal moet nu afgeleid worden door de aangenomen ϵ_s van vergelijking (50) in te vullen in de evenwichtsvergelijking (17).

$$A \frac{v_x}{k} \ln y/y_0 \frac{dC}{dy} = -wC$$

ofwel:

$$A \frac{v_x}{k} \frac{dC}{C} = -w \frac{dy}{\ln y/y_0} \quad (66)$$

Het rechterlid hiervan geeft moeilijkheden met integreren; stel $y/y_0 = x$, dan wordt:

$$\int_{y_A}^y \frac{1}{\ln y/y_0} dy = \int \frac{1}{\ln x} y_0 dx = y_0 \int \frac{1}{\ln x} dx$$

$$\int \frac{1}{\ln x} dx = \frac{x}{\ln x} + \frac{x}{(\ln x)^2} + \frac{2x}{(\ln x)^3} + \frac{6x}{(\ln x)^4} + \frac{24x}{(\ln x)^5} + \dots$$

$$= \frac{x}{\ln x} \left[1 + \frac{1}{\ln x} + \frac{2}{(\ln x)^2} + \frac{2.3}{(\ln x)^3} + \frac{2.3.4}{(\ln x)^4} + \dots \right]$$

$$= \frac{x}{\ln x} \left[1 + \frac{1}{(\ln x)} + \frac{2!}{(\ln x)^2} + \frac{3!}{(\ln x)^3} + \frac{4!}{(\ln x)^4} + \dots + \frac{n!}{(\ln x)^n} \right]$$

$$= \frac{x}{\ln x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(\ln x)^n}$$

Dit geeft:

$$A \frac{v_x}{\kappa} \ln \frac{C}{C_A} = -w y_0 \left[\frac{y/y_0}{\ln y/y_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(\ln y/y_0)^n} \right]_{y=y_A}^{y=y}$$

ofwel:

$$\ln \frac{C}{C_A} = - \frac{w\kappa}{Av_x} \left[\frac{y}{\ln y/y_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(\ln y/y_0)^n} \right]_{y=y_A}^y$$

Het rechterlid wordt voor $n > \ln y/y_0$ altijd een divergente reeks, dit geeft grote moeilijkheden met afbreekfout e.d.; de vergelijking is daarom analytisch onoplosbaar en bepaling van de evenwichtsverticaal is nu alleen maar mogelijk door numerieke integratie.

Vergelijking (66) geeft:

$$\ln \frac{C}{C_A} = - \frac{w\kappa}{Av_x} \int_{y_A}^y \frac{1}{\ln y/y_0} dy \quad (67)$$

Stel: $\int_{y_A}^y \frac{1}{\ln y/y_0} dy = \text{Int}(y)$

Het is nu mogelijk op iedere plaats y de $C = C(y)$ te berekenen m.b.v. een numerieke integratie van de term $\text{Int}(y)$; hiervoor wordt een 5-punts Simpsonregel toegepast in het computerprogramma; dit wordt beschreven in bijlage nr. III

Voor $C(y)$ geldt dan:

$$C(y) = C_A \cdot e^{- \frac{w\kappa}{Av_x} \cdot \text{Int}(y)} \quad (68)$$

Dit is de nieuwe uitdrukking van de evenwichtsverticaal, de vorm is hiermee vastgelegd en deze is klaarblijkelijk afhankelijk van de volgende factoren:

- w: het is duidelijk dat de valsnelheid van de deeltjes een grote invloed heeft op de vorm van de verticaal, deze factor wordt echter in het algemeen gecombineerd met v_x ; de term w/v_x is dan bepalend voor de "steilheid" van de concentratieverdeling.
- A: dit is de evenredigheidsfactor ϵ_s/v ; hoe groter A is, hoe groter (relatief) de diffusiekrachten, hoe groter de term

$$e^{-\frac{wK}{Av_x} \text{Int}(y)},$$

dus hoe vlakker de verdeling wordt.

Aan de hand van de gevonden evenwichtsverticaal is het nu mogelijk de onderrandconcentratie te bepalen door gebruik te maken van het evenwichtstransport S_G , hier berekend met vergelijking (22), de transportformule van Engelund/Hansen; uitgedrukt in gewichtseenheden:

$$\int_0^h v(y) \cdot C(y) dy = S_G$$

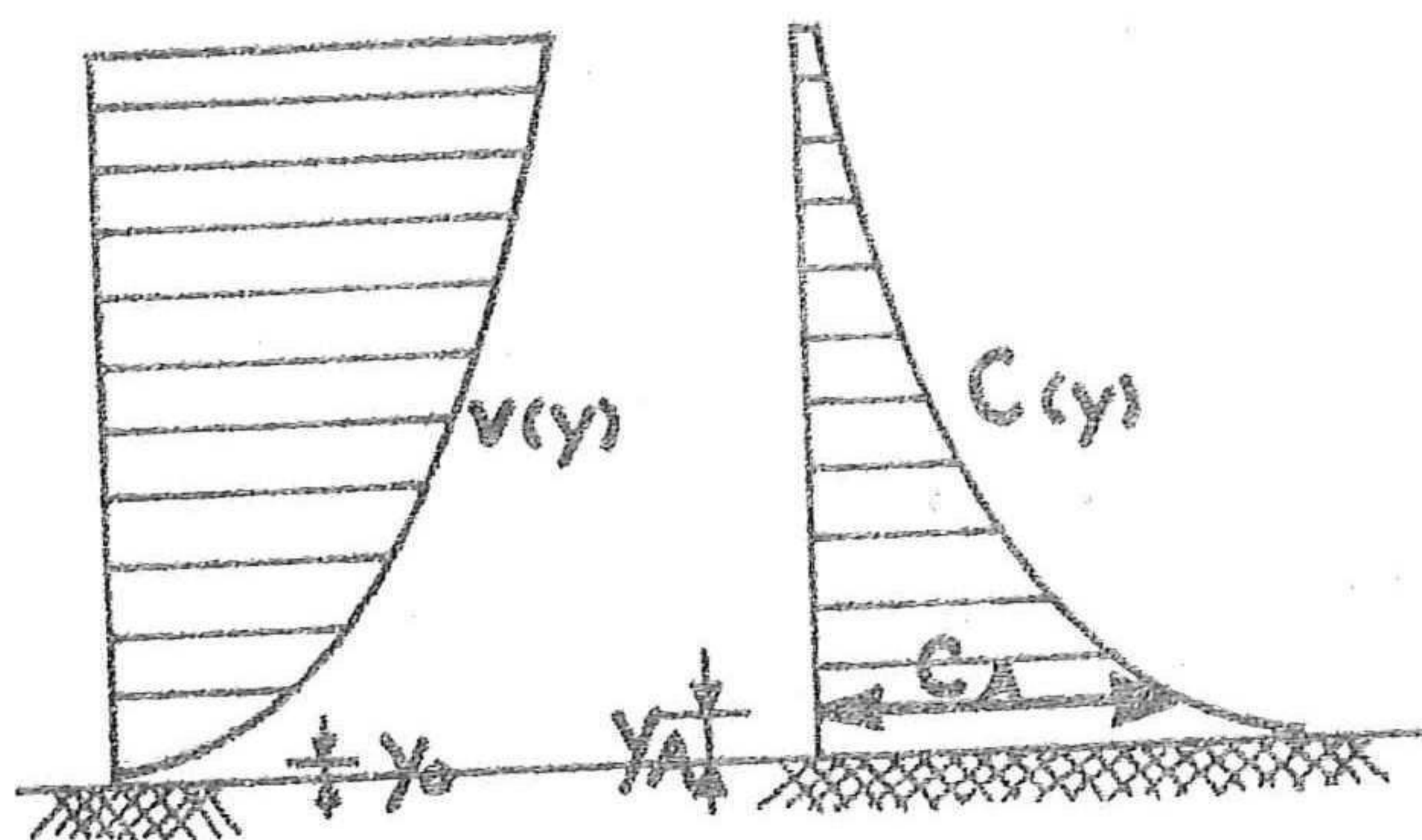
ofwel

$$\int_{y_0}^h \frac{v_x}{k} \ln y/y_0 \cdot C_A \cdot e^{-\frac{wK}{Av_x} \int_{y_A}^y \frac{1}{\ln y/y_0} dy} dy = S_G \quad (69)$$

afgekort:

$$\int v(y) \cdot C_A \cdot e^{-f(y)} dy = S_G$$

Voor de onderrand is y_0 genomen i.p.v. $y = 0$ omdat de snelheid vanaf $y = y_0$ is gedefiniëerd.



Het linkergebied is weer uitermate lastig te behandelen; alleen numerieke methoden zijn hiervoor geschikt.

In de algemene vorm:

$$C_A \int v(y) \cdot e^{-f(y)} dy$$

is het mogelijk elke

Fig. 22

term apart te berekenen als functie van y ; waarmee het geheel geïntegreerd kan worden.

Dit komt dus neer op een dubbele numerieke integratie, eerst wordt de functie $f(y) = \frac{Wk}{Av} \text{Int}(y)$ berekend voor zekere y , waarna het geheel

nogmaals numeriek over de hoogte wordt geïntegreerd.

Beschrijving van dit proces, dat geschiedt met de Simpsonregel als sommatie van de parabolische regel, vindt plaats in de bijlage III.

De integratie heeft nog een lastig punt, de ondergrens van de transportbepaling is y_0 , in de e-macht moet dan voor y de waarde y_0 genomen worden, d.w.z. integreren in negatieve richting van y_A naar y_0 waardoor

de macht van de e-functie positief wordt; de concentratie neemt toe, indien y afneemt. Dit is op zich nog wel uitvoerbaar, de waarde $y = y_0$ leidt in de term $\text{Int}(y)$ echter tot singulariteit aangezien dan $\ln y/y_0 = 0$ ofwel $C = C_A e^{+\infty} = \infty$; de bodemconcentratie heeft evenals

bij Rouse een oneindige waarde.

Aan de bodem geldt echter op $y = y_0$ óók dat $v(y) = 0$, wat voor de transport-

integratie $v \times C$ betekent dat dit produkt toch nul is en de singulariteit van C niet van belang zou zijn; aangezien de invloed van $v \times C$ aan de bodem niet groot wordt geacht, wordt desondanks toch de ondergrens enigszins verlegd om een continu integratie te verkrijgen én de evenwichtsverticaal goed te kunnen vastleggen.

Door de steilheid van zowel de gradiënt van de snelheids- alswel van de concentratieverdeling dient onderzocht te worden welke invloed het verleggen van de ondergrens heeft op de grootte van $v \times C$.

Hiertoe is met discrete gegevens van de toepassing op het Canal del Dique een numerieke integratie uitgevoerd vanaf y_A tot de ondergrens, waarbij voor deze grens achtereenvolgens is aangenomen: y_0 , $y_0 + 10^{-4}$, $y_0 + 10^{-3}$ m. Dit levert de volgende resultaten op:

y	$v(y)$	$C(y)$	$v \times C$	$\int_{y_0}^{y_A} v \times C dy$
$y_A (= 0.05 \text{ m})$	0,375 m/s	C_A	$0,375 C_A$	n.v.t.
0,025	0,262	$1,08 C_A$	$0,282 C_A$	n.v.t.
$y_0 = 0,005 \text{ m}$	0	∞	0	$0,01128 C_A$
$y_0 + 10^{-4}$	0,003	$9,3 C_A$	$0,028 C_A$	$0,01132 C_A$
$y_0 + 10^{-3}$	0,030	$1,31 C_A$	$0,039 C_A$	$0,01142 C_A$

Het is duidelijk, dat de integratie bijna ongevoelig is voor het verleggen van de onderrand; in het systeem wordt deze daarom gelegd op $y_0 + 10^{-4}$.

Resumerend kan worden gesteld, dat nu voldoende uitdrukkingen aanwezig zijn om zowel de evenwichtsverticaal alswel de bodemrandvoorwaarde te bepalen; allereerst wordt de evenwichtsverticaal qua vorm vastgelegd door vergelijking (67) en (68), gekoppeld aan een relatieve waarde $C_A = 1$.

Met behulp van een numerieke integratie wordt hierbij het sedimenttransport $v \times C$ berekend dat gelijk wordt gesteld aan het evenwichtstransport bepaald met vergelijking (22); de relatieve concentratie C_A krijgt hiermede een definitieve waarde bij die bepaalde stromings-toestand; met behulp nu van de bekende C_A is ook de evenwichtsverticaal in vorm alswel in grootte vastgelegd.

Een opmerking wat betreft het bepalen van het evenwichtstransport is hier wel op zijn plaats; hoewel in het onderhavige probleem van het Canal del Dique de transportvergelijking van Engelund-Hansen goed voldoet is het systeem hier uiteraard niet aan gebonden; bij toepassing op andere gevallen is het dan ook mogelijk hiervoor een andere relatie te gebruiken, mits deze uiteraard het totaaltransport beschrijft.

In het specifieke geval van toepassing op stroomgoten kan het zijn, dat door bijvoorbeeld wandinvloed het evenwichtstransport niet voldoet aan een der bekende relaties; indien nu bekend is hoe groot het transport bij evenwicht is, bijvoorbeeld via constante afvoer op de zandvang, is het ook mogelijk deze hoeveelheid in te lezen als evenwichtstransport.

De gevonden absolute evenwichtsverticaal biedt een controle-mogelijkheid op de nauwkeurigheid van het systeem; aangezien de bodemconcentraties van de verticalen constant zijn zal het systeem ernaar streven een evenwicht in te stellen dat gelijk is aan de berekende evenwichtsverticaal; indien dit niet gebeurt is de methode niet nauwkeurig.

Gebleken is dat voor zo goed als alle doorgerekende gevallen de verticaal inderdaad op het gevraagde evenwicht kwam; slechts bij relatief grote waarden van w/v_x was dit niet het geval, dit kan echter gelegen zijn aan het feit, dat bij waarden van w/v_x groter dan ca. 1,0 nauwelijks meer zwevend transport optreedt.

De bijdrage van het bodemtransport is dan groot; de gradiënt van de concentraties bij de bodem verloopt dan zeer steil en de numerieke integratie wordt dan ook minder nauwkeurig; de afstanden Δy worden nu tevens te groot om voldoende nauwkeurigheid te waarborgen.

Gesteld kan dan ook worden dat voor waarden van w/v_x groter dan 1, het systeem niet meer toepasbaar is; dit is op zichzelf logisch, aangezien het is opgezet voor zwevend transport; voor waarden van w/v_x tussen $\frac{1}{2}$ en 1 zal het nodig zijn de nauwkeurigheid aan te passen door kleinere stappen Δy te nemen, automatisch leidt dit dan ook tot kleinere Δx met als gevolg minder snelle voortschrijding van het rekenproces en hogere rekenkosten.

De programmering van de berekening van evenwichtsverticaal en benedenrandvoorwaarde is geïntegreerd in het programma voor het diffusieproces zodat steeds directe koppelingen mogelijk zijn bij veranderende stroomparameters; d.w.z. indien bijvoorbeeld het dwarsprofiel verandert, kan direct een nieuwe berekening van de randvoorwaarden plaatsvinden, waarna de berekening van het diffusieproces kan worden voortgezet. Voor een beschrijving van het programma wordt verwezen naar bijlage III.

VI TOETSING

VI-1 Algemeen

De waarde die aan een numeriek model toegekend kan worden valt slechts te bepalen indien het mogelijk is het model te toetsen; dit toetsen kan geschieden ten opzichte van resultaten van voorafgaande onderzoeken óf ten opzichte van resultaten uit metingen.

Deze metingen kunnen verkregen zijn uit prototype onderzoek óf uit onderzoek van simulatiemodellen; in dit geval stroomgoten; in beide gevallen geschiedt de controle m.b.v. metingen die een bepaalde onnauwkeurigheid bezitten en kan daarom een niet al te strikte overeenstemming verwacht worden.

Twee manieren van toetsing zijn voor het model toegepast en beschreven in de volgende paragrafen; in hoofdstuk X wordt het resultaat van de toepassing op het Canal del Dique besproken en vergeleken met de resultaten van het hydraulische model alsmede van het prototype onderzoek. Allereerst wordt nu een dimensiecontrole uitgevoerd voor de verschillende termen en coëfficiënten die in de differentiaalvergelijking en in het numerieke model van belang zijn:

Diffusiecoëfficiënt ϵ_s in m^2/s (uit verg. (38))

Snelheid v m/s

Valsnelheid w m/s

Concentratie C ppm is dimensieloos!

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \quad m/s$$

$$\Delta x \text{ en } \Delta y \quad m$$

Evenredigh. factor $A = \frac{\epsilon_s}{v} \quad m$

$$\lambda = A \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad (27) \quad \rightarrow \quad m \times m/m^2 \quad \text{dimensieloos}$$

$$F = (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \cdot \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \quad (27a) \quad \text{in } m/s \cdot m/m^2/s \quad \rightarrow \quad \text{dimensieloos}$$

$$\lambda \Delta y \frac{w}{\epsilon_s} \cdot (2 + \frac{\Delta y}{\epsilon_s} (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y})) \quad \text{in } m \frac{m/s}{m^2/s} \cdot (\frac{m}{m^2/s} \cdot \frac{m}{s}) \quad \rightarrow \quad \text{dimensieloos}$$

$$\frac{(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y})^2}{v} \cdot \frac{\Delta x}{\epsilon_s} \quad \text{in} \quad \frac{(m/s)^2}{m/s} \cdot \frac{m}{m^2/s} \quad \rightarrow \quad \text{dimensieloos}$$

Het blijkt dat alle termen, zowel in de differentiaalvergelijking als in de differentievergelijking, dimensieloos zijn (of eenvoudig gemaakt kunnen worden); wat dit betreft zullen er geen moeilijkheden kunnen ontstaan.

VI-2 Hjelmfelt en Mei

Ter controle op de vorm van de evenwichtsverticaal en het verloop van de concentraties tijdens de aanpassing hieraan is het mogelijk een vergelijking te maken met de resultaten van Hjelmfelt (ref. 16) die een analytische oplossing geeft voor de diffusievergelijking. In het artikel van Hjelmfelt staan tevens enkele resultaten in vergelijking met die van een ander onderzoek, uitgevoerd door Mei (ref. 20); óók deze resultaten zijn gebruikt ter toetsing van het ontwikkelde model. Een meeruitgebreide beschrijving van de beide artikelen is te vinden in bijlage II: "Literatuuronderzoek", in het kort zullen hier echter de uitgangspunten worden weergegeven waarmee Hjelmfelt komt tot de analytische oplosmethode voor vergelijking (21).

$$v \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\partial C}{\partial y} \quad (21)$$

Aannamen hierin waren reeds de constante valsnelheid w , verwaarlozing van de diffusie in x -richting en het permanente karakter; Hjelmfelt gaat er verder vanuit, dat de snelheid mag worden vervangen door de gemiddelde snelheid \bar{v} over de hoogte.

Voor de diffusiecoëfficiënt $\epsilon_s(y)$ wordt vergelijking (47) gebruikt; als bovengrensvoorwaarde wordt gesteld, dat de concentratie op $y = h$ gelijk nul is, terwijl aan de bodem langs het gehele systeem wordt aangehouden $C = C_A = \text{constant}$ op een hoogte $y = y_A$.

Bij invulling van (47) in (21) en toepassen van de randvoorwaarden als bovenstaand is er nu een analytische oplossing mogelijk voor het geval dat de beginvoorwaarde nul is op elke plaats y in de verticaal, ofwel

een lege beginverticaal. Met deze methode is het dus mogelijk het proces te beschrijven waarbij een lege beginverticaal, bijvoorbeeld komend van een kanaaldeel met bodembescherming, overgaat naar een beweeglijk zandbed en het zogenaamde opnemen van sediment (uitschuring) plaatsvindt. Voor lastigere beginvoorwaarden is het in het algemeen niet meer mogelijk een analytische oplossing te vinden voor de diffusievergelijking; verwezen wordt naar het artikel van Hjelmfelt waaruit blijkt, dat zelfs bij dit sterk geschematiseerde geval met eenvoudige randvoorwaarden de analytische uitdrukking voor de concentratie als functie van x en y nog vrij ingewikkeld en moeilijk hanteerbaar is.

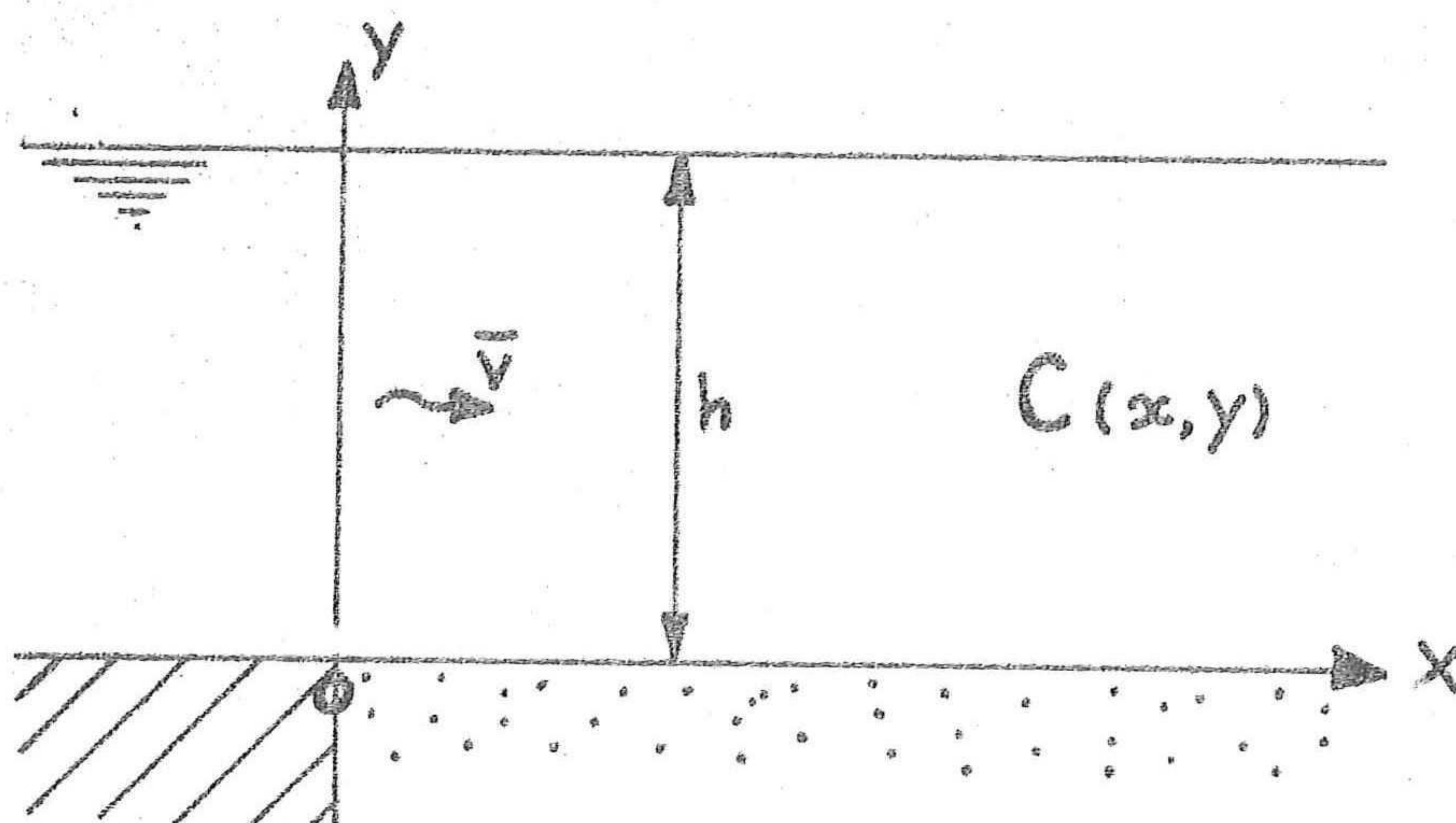


Fig. 23

De vergelijking met de resultaten van Hjelmfelt noopt door dit feit tot een vrij uitgebreide numerieke berekening aangezien dit de enige methode is om met de ingewikkelde uitdrukking redelijk snel tot uitkomsten te komen. In genoemd artikel staat echter een overzicht van de resultaten, berekend voor een discreet geval met de gevonden oplosmethode, helaas zijn niet de getalwaarden weergegeven, maar is in een figuurtje het verloop van de concentraties te zien.

Getracht is nu zoveel mogelijk de toepassing hiervan na te bootsen met het in dit onderzoek gebruikte model; nadelen hierbij zijn echter: Hjelmfelt gebruikte een gemiddelde snelheid over de gehele hoogte in tegenstelling tot de logaritmische snelheidsverdeling, terwijl vergelijking (47) werd aangehouden voor de $\epsilon_s(y)$ -verdeling tegen vergelijking (50) hier.

De bovenrandvoorwaarde $C_{y=h} = 0$ op het wateroppervlak die Hjelmfelt aanhoudt, is fysisch onjuist, maar een logisch gevolg van het gebruik van vergelijking (47), aangezien dan geldt dat $\epsilon_s(h) = 0$ en hieruit met (55) volgt dat inderdaad de concentratie nul moet zijn. Ondanks deze discrepanties in de aannamen is toch de berekening uitgevoerd; hierbij is het nodig in navolging van Hjelmfelt de volgende parameters in te voeren: $X = \beta \kappa v_x / \bar{v} \approx x/h$ met $\beta = 1,0$ en $\kappa = 0,4$

$$\rightarrow X = 0,4 \frac{v_x}{\bar{v}} \approx \frac{x}{h}$$

X is een soort dimensieloze afstandsparameter.

$$Y = y/h$$

Y is de dimensieloze hoogte.

$$\lambda = w/\beta \kappa v_x = w/\kappa v_x$$

Dit is de bekende parameter λ uit (63) die de helling van de concentratieverticaal bepaalt. Hjelmfelt geeft nu resultaten in de vorm van figuren voor waarden voor λ van 0,5 en 0, waarbij steeds de onderrand gedefiniëerd is op $Y = 0,05$ ofwel op $Y_A = 0,05 h$.

Oók de concentraties zijn steeds relatief aangegeven door in te voeren $C = C/C_A$, waarbij de lokale concentraties dus steeds gerelateerd worden aan de constante bodemrandconcentratie $C_A = 1,0$ op $Y = 0,05$.

Voor de toetsing van het model zijn de gegevens van het prototype gebruikt:

$$\begin{aligned} h &= 5,25 \text{ m} & \rightarrow & Y_A = 0,05h = 0,2625 \text{ m} \\ w &= 0,03 \text{ m/s} \\ \bar{v} &= 0,988 \text{ m/s} & \rightarrow & X = 0,0264 x/h = 0,0050x \\ v_x &= 0,0651 \text{ m/s} & & Y = y/5,25 \end{aligned}$$

$$\lambda = w/\kappa v_x = 1,152$$

Toepassing hiervan geeft het verloop van de concentraties als functie van x en y (X en Y), dit is weergegeven in grafiek VI-1 waarin lijnen voor gelijke C zijn getekend; voor deze waarde van λ zijn echter géén resultaten van Hjelmfelt aanwezig en is toetsing onmogelijk. De waarde van w

wordt nu gevarieerd om vergelijkbare resultaten te verkrijgen; ter vereenvoudiging is als constante bodemconcentratie steeds een waarde $C_A = 1000$ ppm ingelezen op de hoogte $y = y_A$.

In grafiek VI-2 is het verloop van de concentraties nu weergegeven, waarbij tevens de resultaten verkregen door Hjelmfelt zijn getekend; het is duidelijk te zien dat met het gebruikte model méér sediment bovenin de verticaal komt en dat de vorm hiervan vlakker is. Uiteraard is hierop sterk van invloed het feit, dat niet gesteld is dat de concentratie aan het wateroppervlak gelijk nul moet zijn, terwijl Hjelmfelt dit wél doet en aldus als evenwichtsverticaal de Rouse-verdeling (62) vindt. Eveneens is het verklaarbaar dat het opnemen sneller blijkt te gaan met het huidige model, de diffusiecoëfficiënt is namelijk groter aan de bovenzijde van de verticaal, waardoor hier méér sediment in suspensie kan worden gehouden met dientengevolge ook snellere opname door de grotere diffusieve krachten.

Een verdere vergelijking is mogelijk door bij waarden van $\lambda = 0$ en $\lambda = 0,5$ het verloop te berekenen van de gemiddelde concentratie over de hoogte: C_{Av} ; hiertoe is in het rekenprogramma tijdelijk een berekening hiervan ingevoerd. De waarden voor λ werden verkregen door respectievelijk toepassen van $w = 0$ en $w = 0,013$ m/s waarbij werd aangenomen dat dit géén invloed heeft op het stromingsprofiel en de ruwheid. De verkregen resultaten zijn weergegeven in de grafieken VI-3 en VI-4 waarin nu tevens de resultaten van Hjelmfelt én Mei zijn getekend; laatstgenoemde ging uit van dezelfde aannamen als Hjelmfelt maar nam voor de diffusiecoëfficiënt het gemiddelde over de hoogte

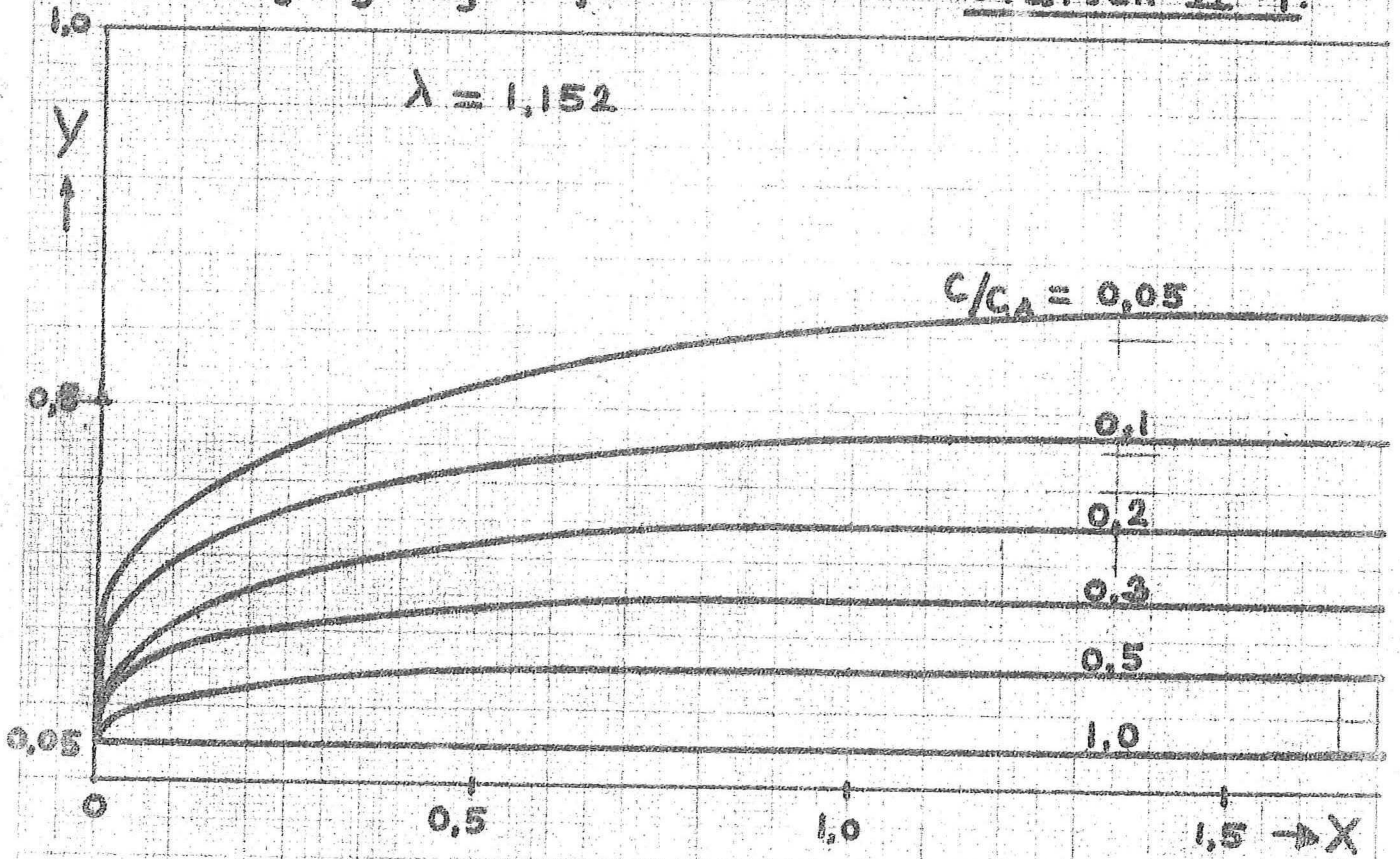
$$c_s = \frac{2}{3} \beta k v_x \frac{1}{2} h \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6} \beta k v_x h.$$

In beide gevallen gaat het opnemen weer sneller als bij Hjelmfelt, terwijl de resultaten van Mei hier telkens tussenin liggen; het feit dat dicht aan de bodem de diffusieve krachten groter zijn aangezien de gemiddelde diffusiecoëfficiënt hier groter is als bij Hjelmfelt de lokale, verklaart dat het opnemen bij Mei wat sneller gaat. Het is moeilijk conclusies te verbinden aan de resultaten van deze toetsing; de trend van het concentratieverloop is wel steeds eender, maar met het huidige model loopt dit sneller naar het evenwicht en komt er méér sediment in suspensie.

Dit is reeds verklaard uit de aannamen die verschillen van de uitgangspunten in dit onderzoek; hoewel redelijke overeenstemming wordt bereikt in het concentratieverloop worden hieraan geen hoopvolle conclusies verbonden, aangezien bij allerlei van dergelijke onderzoeken de resultaten niet zo ver uiteen lopen.

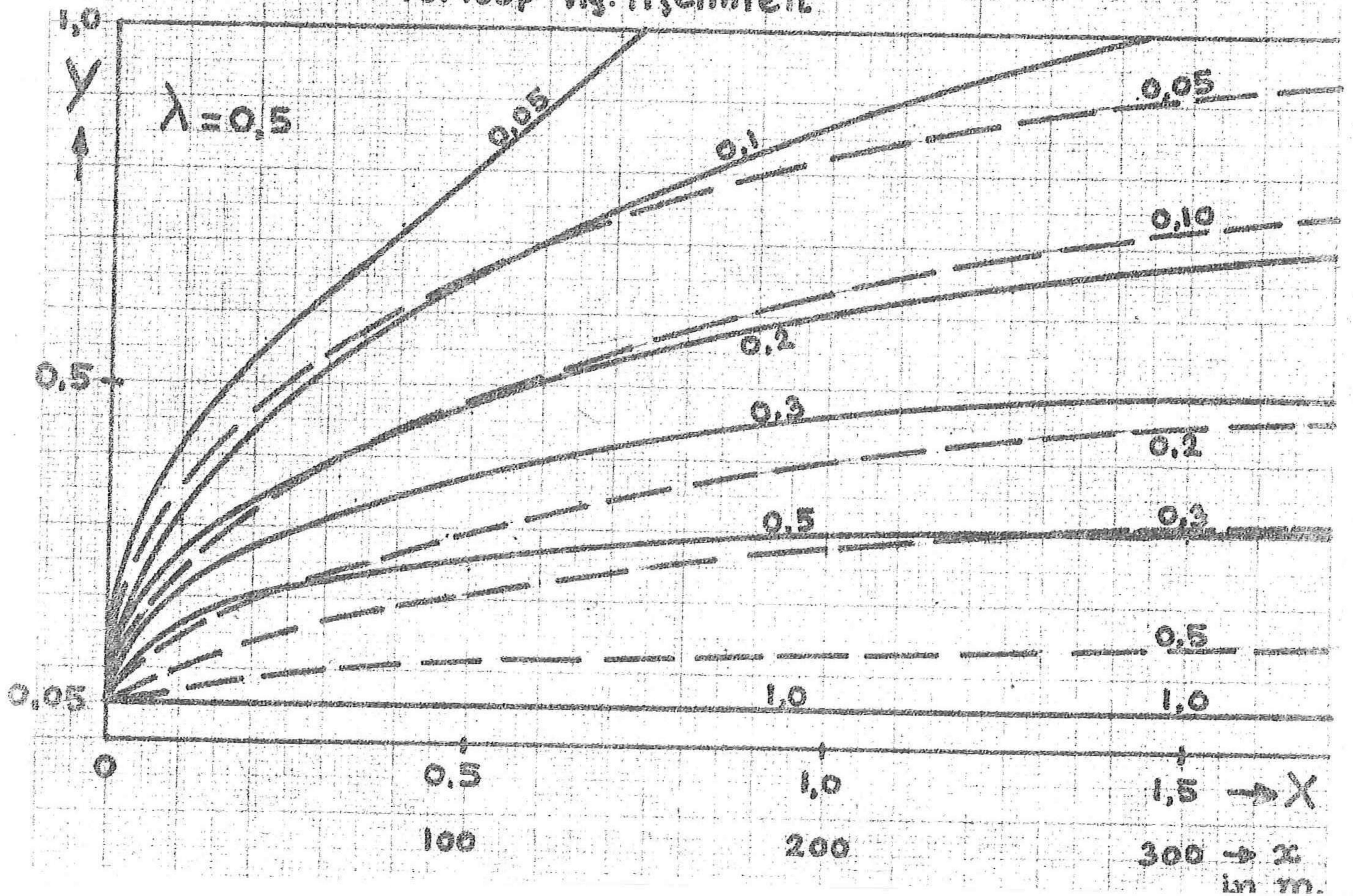
Vergelijking Hjelmfelt

Grafiek VI-1.



— Berekend verloop
- - - Verloop vlg. Hjelmfelt

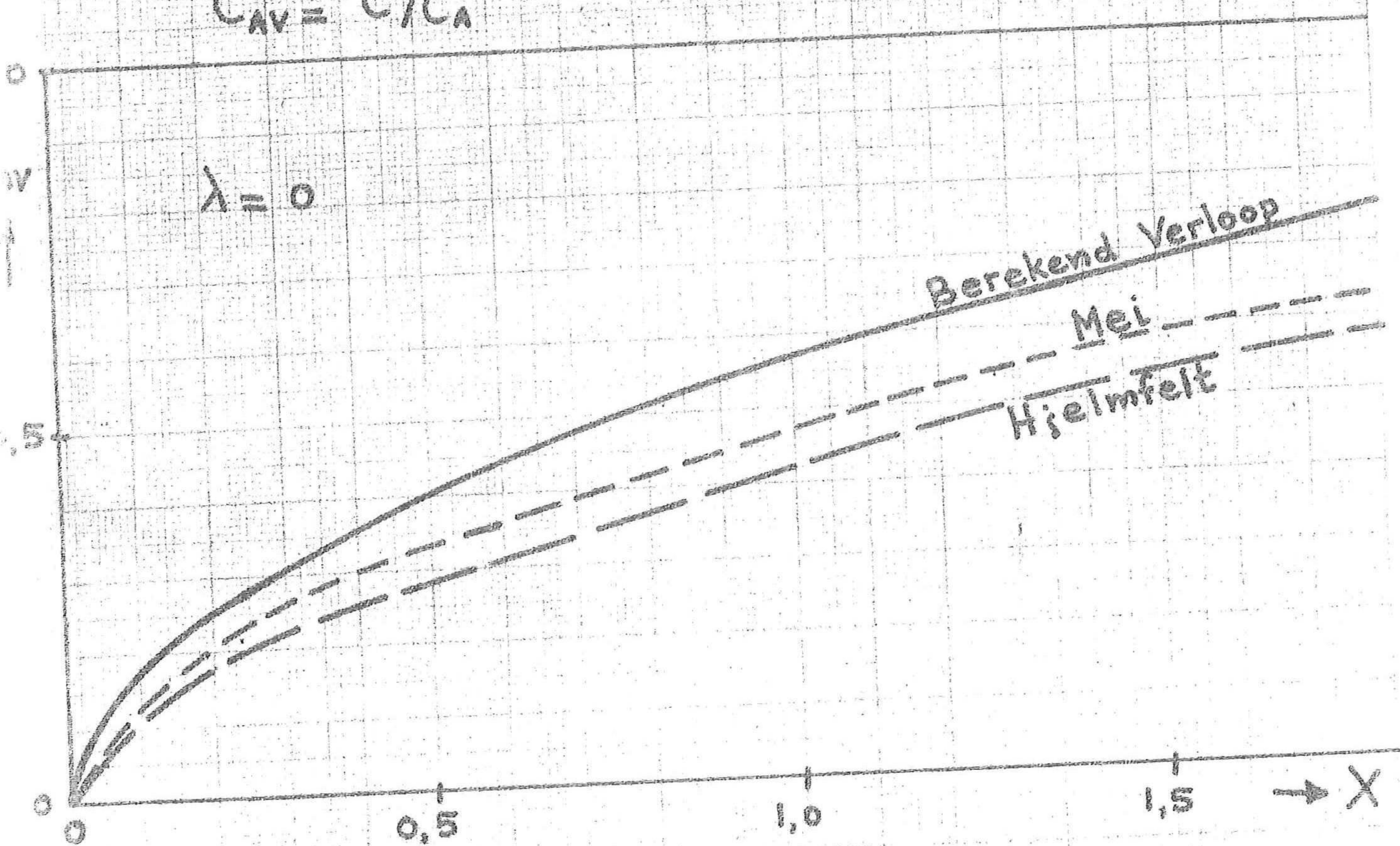
Grafiek VI-2



Grafiek VI-3

$$C_{AV} = \bar{c}/c_A$$

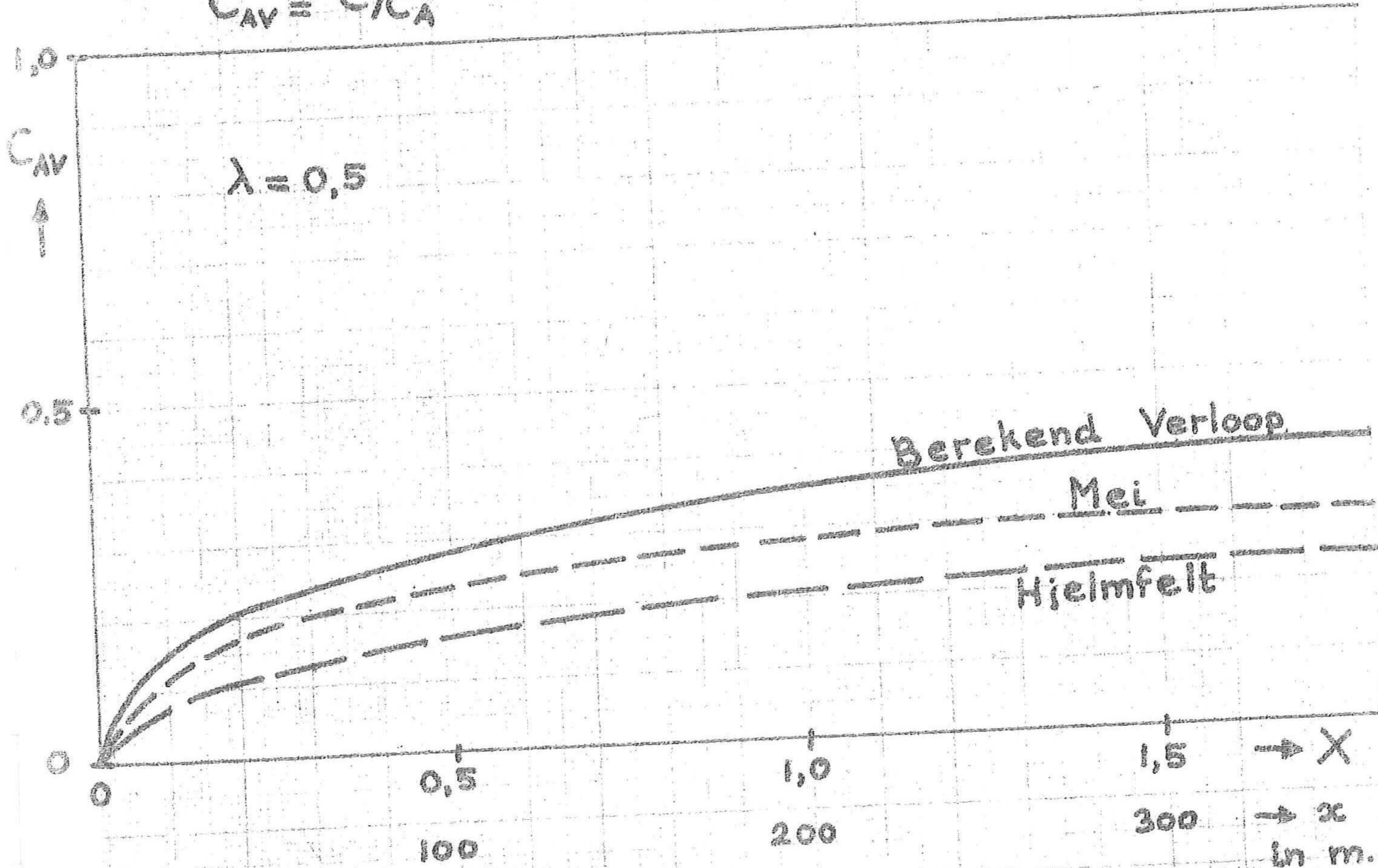
$$\lambda = 0$$



Grafiek VI-4

$$C_{AV} = \bar{c}/c_A$$

$$\lambda = 0,5$$



VI-3 Gootmetingen

De beste manier om theoretische aannamen en procesbeschrijvingen te toetsen is het hydraulische model, mits ervoor gezorgd kan worden dat de benodigde metingen op praktisch uitvoerbare wijze met voldoende nauwkeurigheid kunnen worden uitgevoerd; dit laatste is echter in het algemeen helaas niet het geval.

Vooraf bij metingen van sedimenttransport in open waterlopen ontstaan er vaak moeilijkheden indien concentraties moeten worden bepaald, aangezien het hiervoor noodzakelijk is, dat bij de aftapmethode de intreesnelheid van het water met sediment in de afzuigbuis gelijk is aan de optredende snelheid.

Omdat het tot heden vrijwel onmogelijk is op een goede wijze, d.w.z. tegelijkertijd, de snelheid te meten én de concentratie blijft er altijd de mogelijkheid op discrepanties tussen de momentane lokale snelheid en de intreesnelheid van het monster; tevens is het moeilijk om concentratiemetingen uit te voeren dichtbij de bodem.

Ondanks al deze nadelen blijft het fysisch de meest reële methode om toetsingen uit te voeren, aangezien dit soort (en waarschijnlijk wel méér) moeilijkheden ook ontstaan bij prototype onderzoek en vergelijking met metingen toch wel vereist is vóór een bepaalde conclusie t.a.v. de waarde van een model kan worden getrokken.

Toevalligerwijs bleek in 1973 een onderzoek te zijn uitgevoerd in het Laboratorium voor Vloeistofmechanica van de TH, waarbij in een rechte stroomgoot metingen werden uitgevoerd om te komen tot het concentratieverloop van fijn sediment in lengterichting van de stroming.

Het doel hiervan was het onderzoeken van de factoren die de aanpassing van concentratieverticalen beïnvloeden en te komen tot een beschrijving van de sedimentatie in een niet-éénparige stroming. Allereerst werd hierbij gestroomd tot er een evenwicht was voor wat betreft zowel de in- en uitstroming van water als zand, terwijl na het bereiken van dit evenwicht een nieuwe fase van het onderzoek begon door het toevoeren van een overmaat sediment aan de stroming, zódanig dat het evenwicht verstoord werd en er sedimentatie optrad.

Door het optreden van deze aanzandingen veranderden de stroomparameters en daarmee het evenwichtstransport; een nieuwe evenwichtssituatie trad op met een veranderde bodemligging en deze werd toen wéér verstoord door

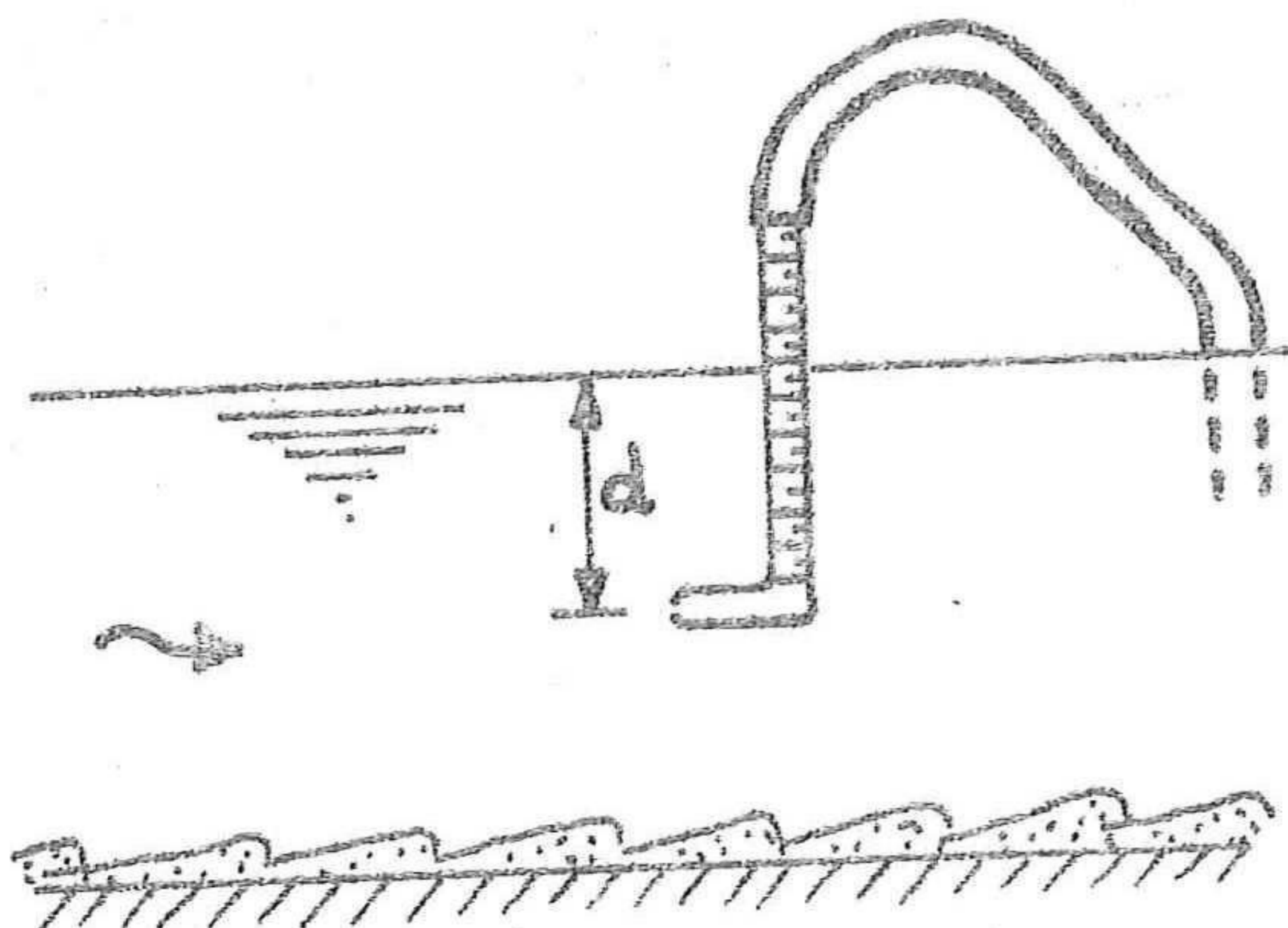
het toevoeren van een nog grotere hoeveelheid sediment. Het is nu mogelijk om met het in dit ontwerp ontwikkeld model voor het diffusieproces een beschrijving te geven van het concentratieverloop over de hoogte in de verschillende fasen van het onderzoek aan de goot. De doelstelling van het gootonderzoek was weliswaar méér de sedimentatie te bepalen met behulp van de platgeslagen concentratieverticaal; de uitgevoerde metingen zijn echter voldoende om een toetsing van het diffusiemodel uit te voeren en bovendien is ook hier het uiteindelijke doel de bepaling van de sedimentatie, een doel dat pas verwezenlijkt zal kunnen worden als de niet-stationaire berekening kan worden uitgevoerd.

Het toevoegen van sediment geschiedde d.m.v. een zandlift in de goot, waarmee in de eerste (evenwichts)fase van het onderzoek een constante hoeveelheid werd toegevoegd aan de stroming; het evenwicht werd bereikt toen via de zandvang een zelfde constante hoeveelheid sediment werd afgevoerd.

De tweede fase werd gekenmerkt door het toevoegen van een overmaat sediment, dit geschiedde d.m.v. bovendosering met een hoeveelheid die ongeveer gelijk was aan de toevoer via de lift.

Na het bereiken van de derde fase, het bereiken van een nieuw evenwicht waarbij de afvoer via de zandvang ca. net zo groot was als de toevoer van lift en bovendosering tezamen werd tenslotte de bovendosering verhoogd tot ca. 5 maal de toevoer van de lift; dit is fase vier, waarbij sterke aanzanding optrad.

Gedurende de hele loop van het onderzoek werden waterhoogten, snelheden, bodemprofielen en verhangen gemeten, terwijl regelmatig concentratieverticaal en verhangen werden bepaald op 3 plaatsen in lengterichting van de stroomgoot.



Het bepalen van de concentraties geschiedde d.m.v. afzuigen van een monster; d.m.v. hoogtevariatie van het uiteinde van de slang kon ervoor worden gezorgd dat de juiste intreesnelheid van het monster in de buis werd bereikt.

Fig. 24

Op diverse hoogten in de verticaal worden monsters genomen; d.m.v. een maatverdeling op het monsterapparaat was het goed mogelijk de juiste plaats t.o.v. het wateroppervlak te bepalen.

Toetsing van het diffusiemodel kan nu op de volgende wijze plaatsvinden: Bereken met de aanwezige gegevens de benodigde stroomparameters en geef als evenwichtstransport op de hoeveelheid sediment, die op de zandvang is gevangen in de evenwichtssituatie; dit laatste is noodzakelijk, omdat het transport in de goot niet bleek te voldoen aan vergelijking (22), de transportformule van Engelund-Hansen.

Uit dit evenwichtstransport dat gebonden is aan de stroomparameters van de bijbehorende evenwichtsfase wordt nu in het programma de evenwichtsverticaal bepaald en mede de bodemrandconcentratie; de randvoorwaarde op het wateroppervlak is bekend, hier geldt in ieder geval dat het transport door het oppervlak nul is.

Het is nu nog nodig een representatieve beginvoorwaarde als beginverticaal in te lezen in het systeem; dit wordt gedaan door als systeemnulpunt aan te nemen de eerste raai waarin de concentraties worden gemeten, zijnde op $x = 4,0$ m. Deze beginverticaal wordt gevonden door een concentratieverloop te bepalen d.m.v. een lijn die meetpunten in deze raai ongeveer volgt; als controle geldt nu de eis dat de geïntegreerde hoeveelheid $v \times c$ over de hoogte gelijk moet zijn aan het begintransport dat wordt toegevoerd. De aanname is hierbij gedaan dat vóór deze eerste verticaal nog géén sedimentatie zal plaatsvinden, een aanname die tevens geldt aan het eind van de goot tussen de laatste verticaal en de zandvang. Het is nog mogelijk om rekening te houden met de wijze van toevoer van het sediment voor wat betreft de vorm van de beginverticaal; een voorbeeld hiervan is te zien in de grafieken VI-5 en VI-6 waarbij in de eerste fase alleen toevoer was via de zandlift van beneden af terwijl in de overige gevallen ook bovenaanvoer was.

Toetsing van het model wordt nu gevonden door het vergelijken van de berekende concentratieverlopen in de raaien $x = 17,0$ m en $x = 27,5$ m met de concentraties die hierin zijn gemeten.

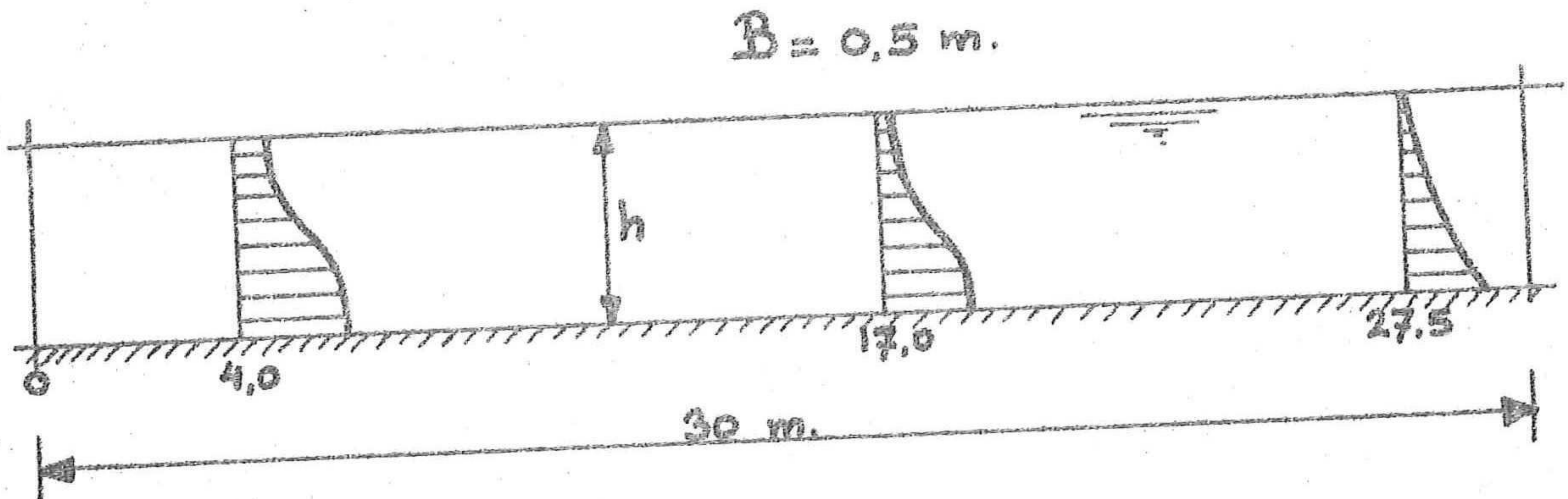


Fig. 25

De algemene gegevens bij het goetonderzoek waren:

korrelgrootte $D_{50} = 100 \mu\text{m}$

$w = 0,008 \text{ m/s}$

$\Delta = 1,65$

$Q = 30 \text{ l/s} = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$ constant!

$B = 0,5 \text{ m.}$

De ruwheidswaarde C van Chézy lag gedurende het onderzoek vrij constant tegen een waarde van 30; deze is daarom als geldende C in het model aangenomen waarbij in de diverse fasen controle hierop kan worden uitgevoerd d.m.v. gemeten waterdiepte en verhang.

Fase 1 12 febr. '73 15.00 uur

Evenwicht. I = $0,9 \times 10^{-3}$

<u>Vert. 1</u>	<u>d</u> -cm	<u>C</u> -ppm
$x = 4,0 \text{ m}$	6	52
$z+h = 28,5 \text{ cm}$	10	113
$z = 8,3 \text{ cm}$	12	137
$h = 20,2 \text{ cm}$	14	253
	16	234

Fase 2 16 febr. '73

Begin van aanzanding

<u>Vert. 1</u>	<u>d</u> -cm	<u>C</u> -ppm
$x = 4,0 \text{ m}$	4	98
$z+h = \text{idem}$	6	174
	10	302
	12	379
	14	395

	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{C}{\text{ppm}}$
<u>Vert. 2</u>	6	65
x = 17,0 m	10	122
z+h = 27,5 cm	12	171
z = 7,4 cm	14	164
h = 20,1 cm	16	152
<u>Vert. 3</u>	6	49
x = 27,5 m	10	78
z+h = 26,7 cm	12	105
z = 6,5 cm	14	126
h = 20,2 cm	16	167

$$S_{\text{lift}} = 13,7 \text{ kg/h}$$

$$S_{\text{zandv.}} = 11,6 \text{ kg/h}$$

	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{C}{\text{ppm}}$
<u>Vert. 2</u>	6	101
idem	10	165
	12	179
	14	218
	16	236
<u>Vert. 3</u>	6	84
idem	10	127
	12	215
	14	206
	16	179

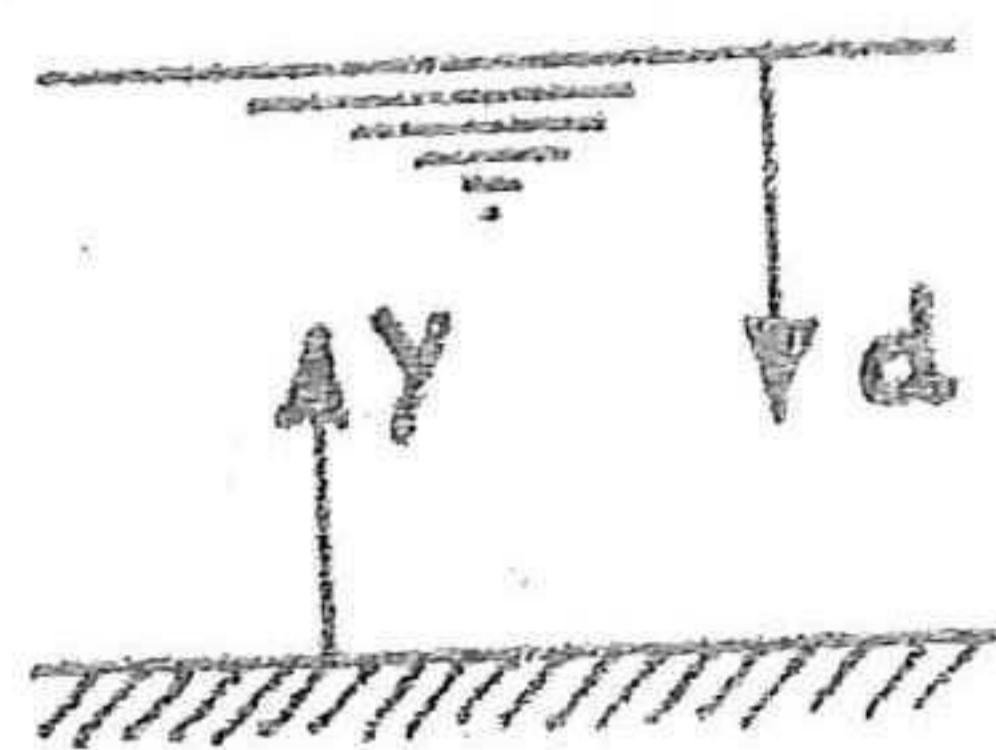
$$S_{\text{lift+b.d.}} = 26,2 \text{ kg/h}$$

$$S_{\text{zandv.}} = 13,7 \text{ kg/h}$$

Zowel voor fase 1 als voor fase 2 wordt nu een gemiddelde diepte $h = 20 \text{ cm}$ aangehouden, dit geeft $R \approx 0,112 \text{ m}$; met $\bar{v} = Q/Bxh = 0,30 \text{ m/s}$ en $I = 0,9 \times 10^{-3}$ levert invullen in vergelijking (7) $C = 30$ op, dit klopt dus met de verwachting. De onderrand wordt aangenomen op $y = 0,02 \text{ m}$ ofwel op $y = 0,1h$; dit lijkt wat hoog, maar de ribbels lagen tijdens het gootonderzoek in de orde van grootte van 2 à 3 cm hoogte.

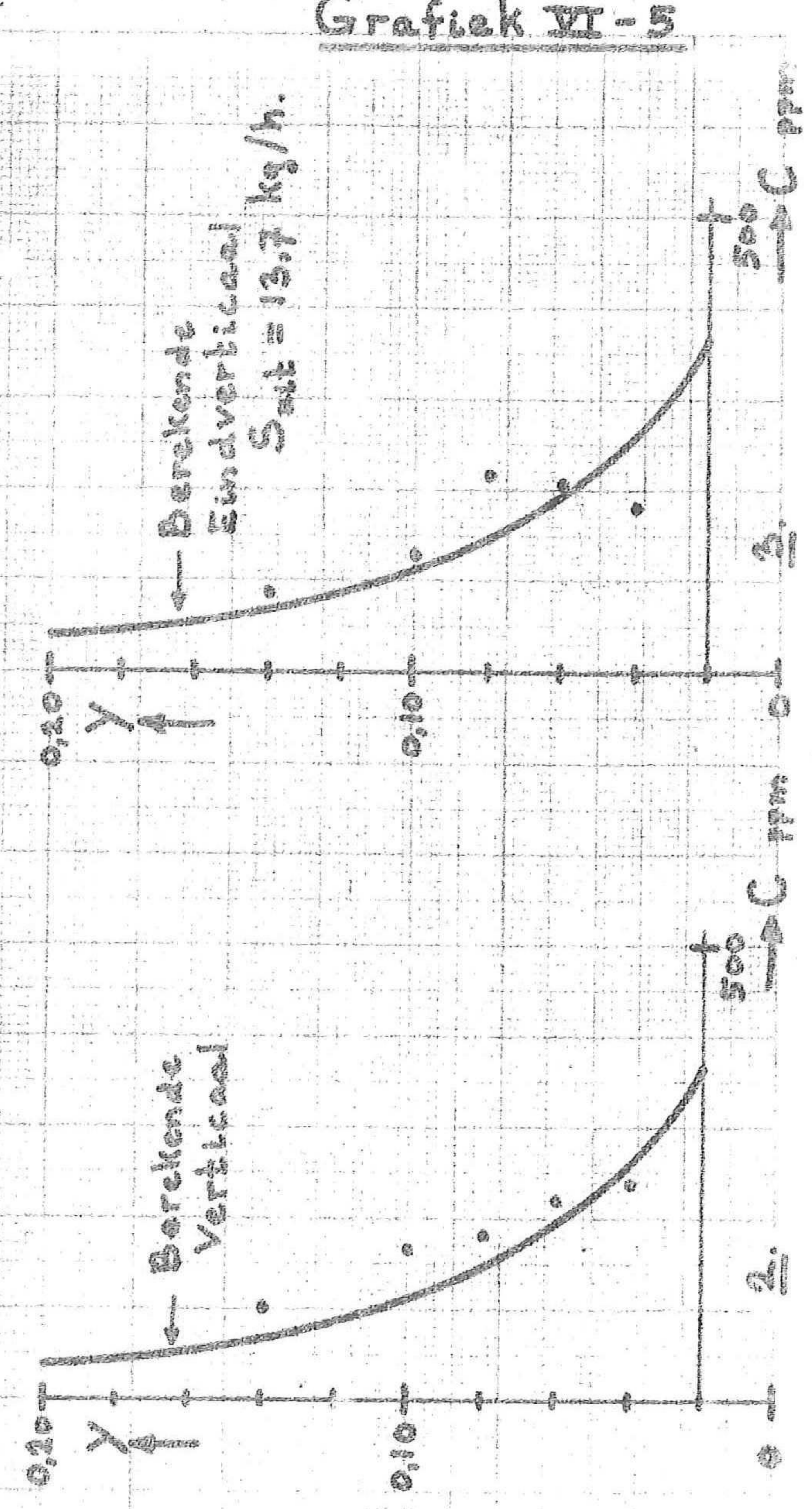
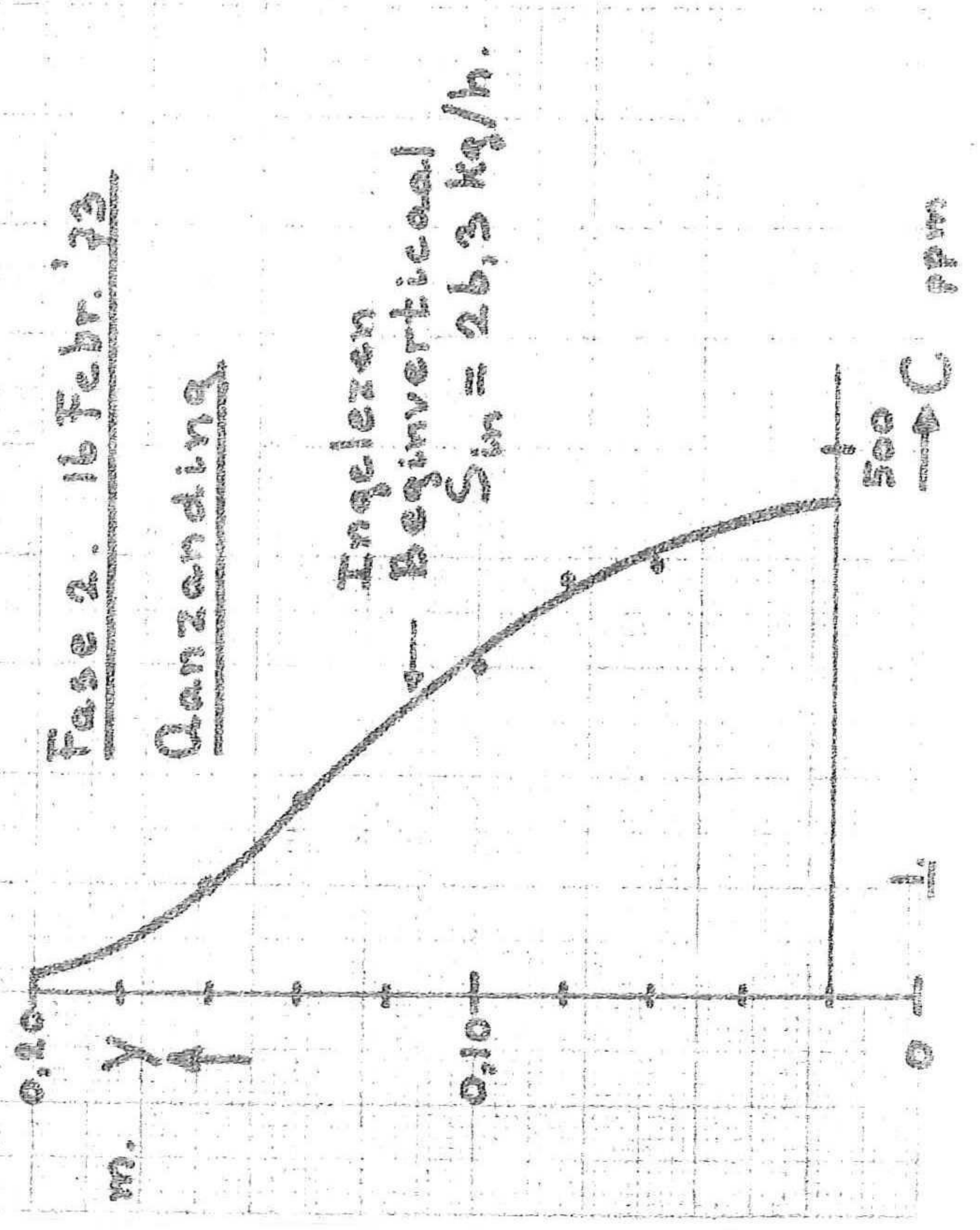
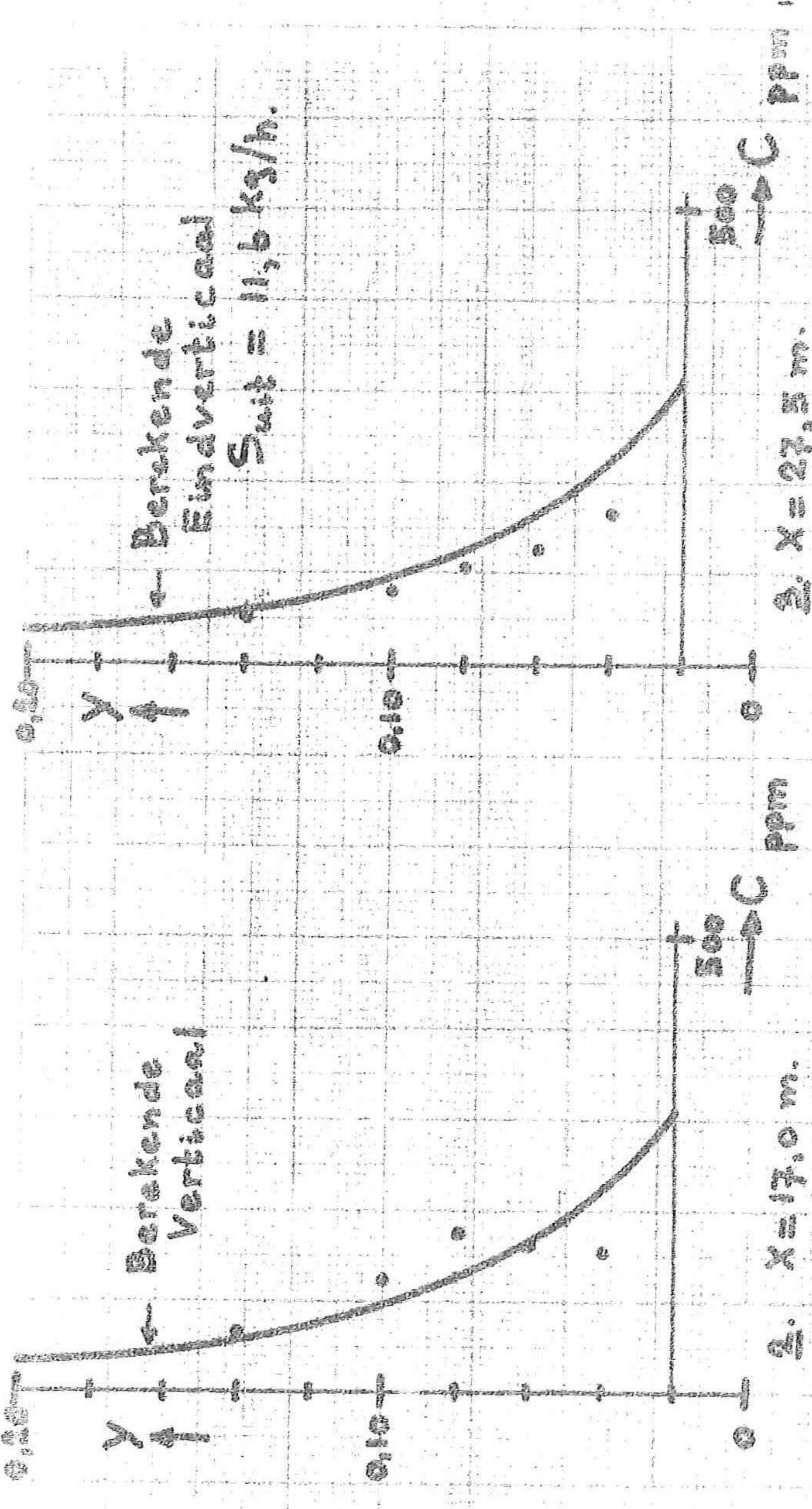
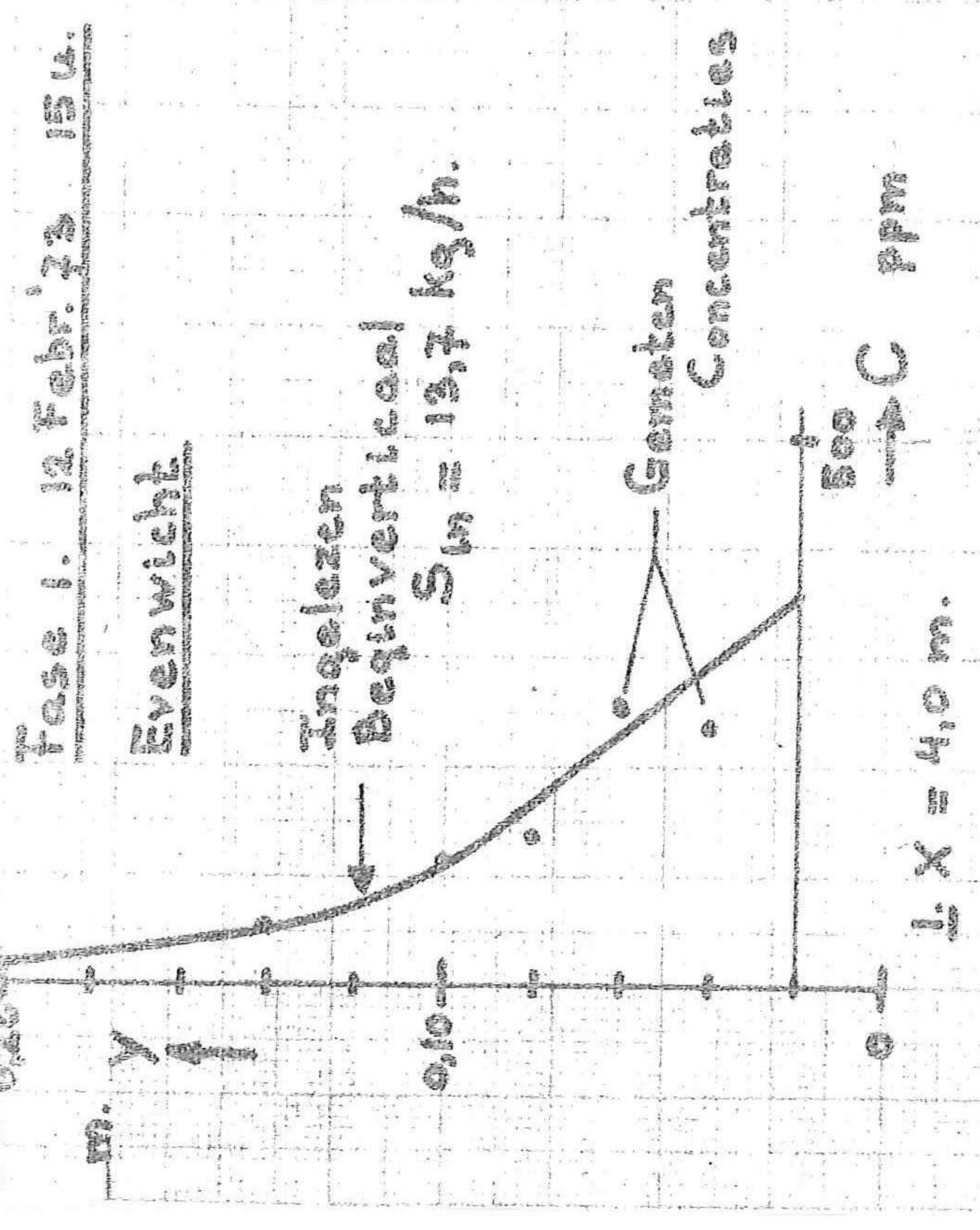
De resterende hoogte wordt in 6 stukken verdeeld zodat $\Delta y = 0,03 \text{ m}$, waarbij een $\Delta x = 0,10 \text{ m}$ wordt gekozen; de stabiliteitsfactor voldoet hierbij aan de gestelde eisen van vergelijking (33) en (50a), $\lambda \approx 0,22$, terwijl F ruimschoots beneden de waarde 1 blijft.

Als beginverticalen worden nu de volgende concentraties ingelezen:



$\frac{y}{m}$	$\frac{d}{m}$	$\frac{12/2/73}{C}$ -ppm	$\frac{16/2/73}{C}$ -ppm
0,02	0,18	360	450
0,05	0,15	260	420
0,08	0,12	170	370
0,11	0,09	90	280
0,14	0,06	50	175
0,17	0,03	35	70
0,20	0	20	20
$S_G \text{ in} =$		13,7 kg/h.	26,3 kg/h.

De resultaten uit het rekenprogramma zijn ingetekend als concentratieverticalen in grafiek VI-5, terwijl daarin tevens de gemeten lokale concentraties zijn weergegeven; te zien is, dat deze redelijk overeenkomen met de berekende verticalen.



Voor fase 3 en 4 worden de volgende waarnemingen uit het gootonderzoek genoteerd:

Fase 3 22 maart '73

Evenwicht I = $1,04 \times 10^{-3}$

<u>Vert. 1</u>	<u>d</u> -cm	<u>C</u> -ppm
x = 4,0 m	4	66
z+h = 29,1 cm	6	136
z = 10,4 cm	10	397
h = 18,7 cm	12	463
	14	466
<u>Vert. 2</u>	4	109
x = 17,0 m	6	170
z+h = 27,8 cm	10	284
z = 9,0 cm	12	281
h = 18,8 cm	14	579
<u>Vert. 3</u>	4	81
x = 27,5 m	6	116
z+h = 26,7 cm	10	242
z = 7,7 cm	12	343
h = 19,0 cm	14	427

$S_{lift} = 11,9 \text{ kg/h}$
 $S_{b.d.} = 14,1 \text{ "}$

 $S_{in} = 26,0 \text{ kg/h}$
 $S_{zandv.} = 27,2 \text{ kg/h}$

Fase 4 29 maart '73

Aanzanding I = $1,27 \times 10^{-3}$

<u>Vert. 1</u>	<u>d</u> -cm	<u>C</u> -ppm
x = 4,0 m	4	230
z+h = 29,6 cm	6	585
z = 10,6 cm	8	591
h = 19,0 cm	10	782
	12	1355
<u>Vert. 2</u>	4	301
x = 17,0 m	6	393
z+h = 27,9 cm	10	548
z = 9,2 cm	12	836
h = 18,7 cm	14	1398
<u>Vert. 3</u>	4	237
x = 27,5 m	6	352
z+h = 26,7 cm	10	466
z = 7,6 cm	12	606
h = 19,1 cm	14	2000

$S_{lift} = 12,2 \text{ kg/h}$
 $S_{b.d.} = 64,6 \text{ "}$

 $S_{in} = 76,8 \text{ kg/h}$
 $S_{zandv.} = 47,2 \text{ kg/h}$

Bij de berekeningen voor fase 3 en 4 met het diffusiemodel wordt een gemiddelde diepte $h = 0,19 \text{ m}$ aangehouden, terwijl de onderrand op $y = 0,01 \text{ m}$ wordt gelegd; dezelfde waarden van Δy en Δx kunnen nu worden gebruikt terwijl hierdoor ook λ en F ongeveer gelijk zullen blijven en

aldus aan de stabiliteitseisen is voldaan; de beginverticalen worden nu:

$\frac{Y}{m}$	$\frac{d}{m}$	$\frac{22/3/73}{C}$ -ppm	$\frac{29/3/73}{C}$ -ppm
0,01	0,18	480	1600
0,04	0,15	480	1500
0,07	0,12	430	1200
0,10	0,09	270	680
0,13	0,06	120	350
0,16	0,03	70	180
0,19	0	30	100
$S_G \text{ in} =$		26,4 kg/h	76,5 kg/h

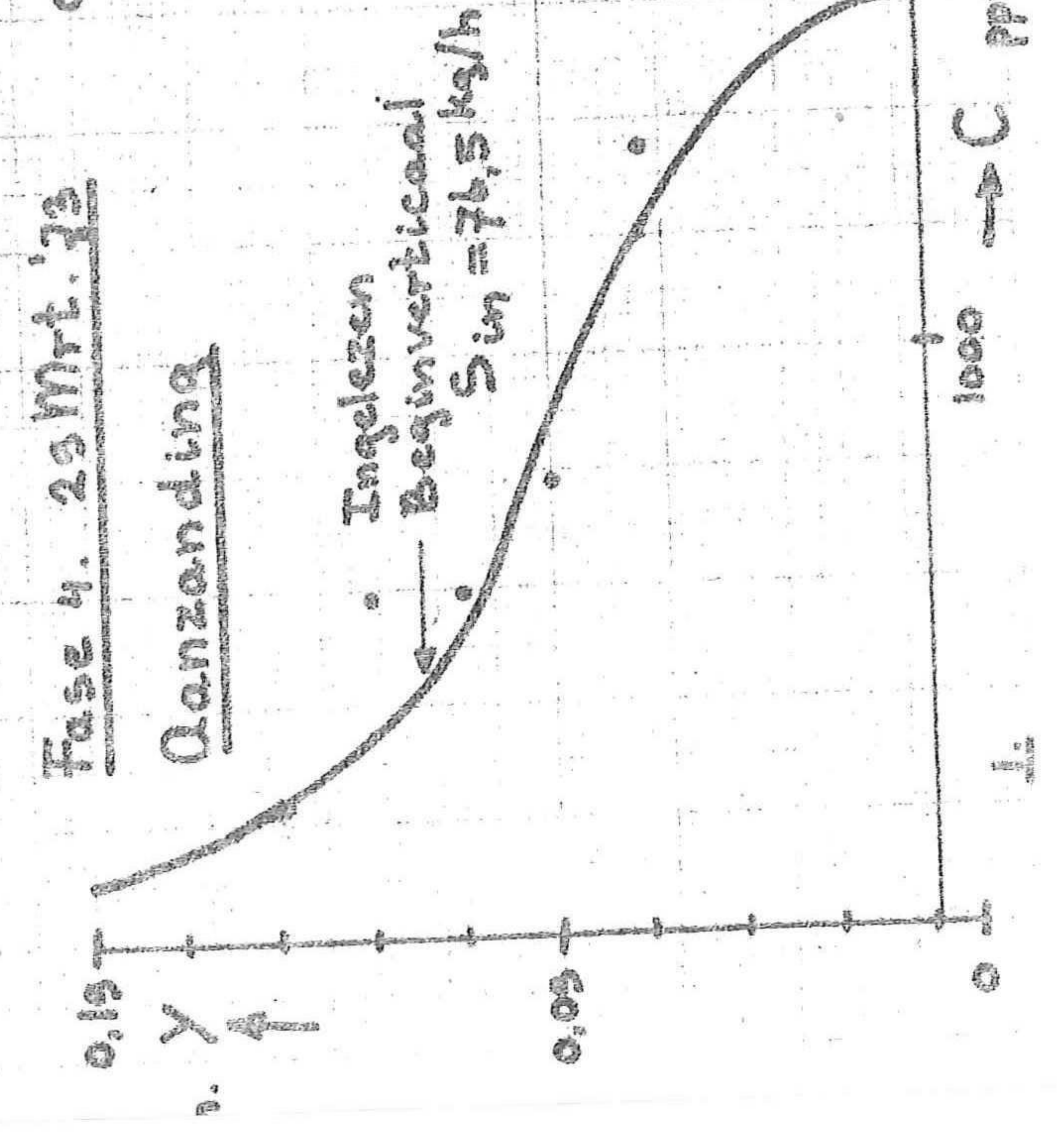
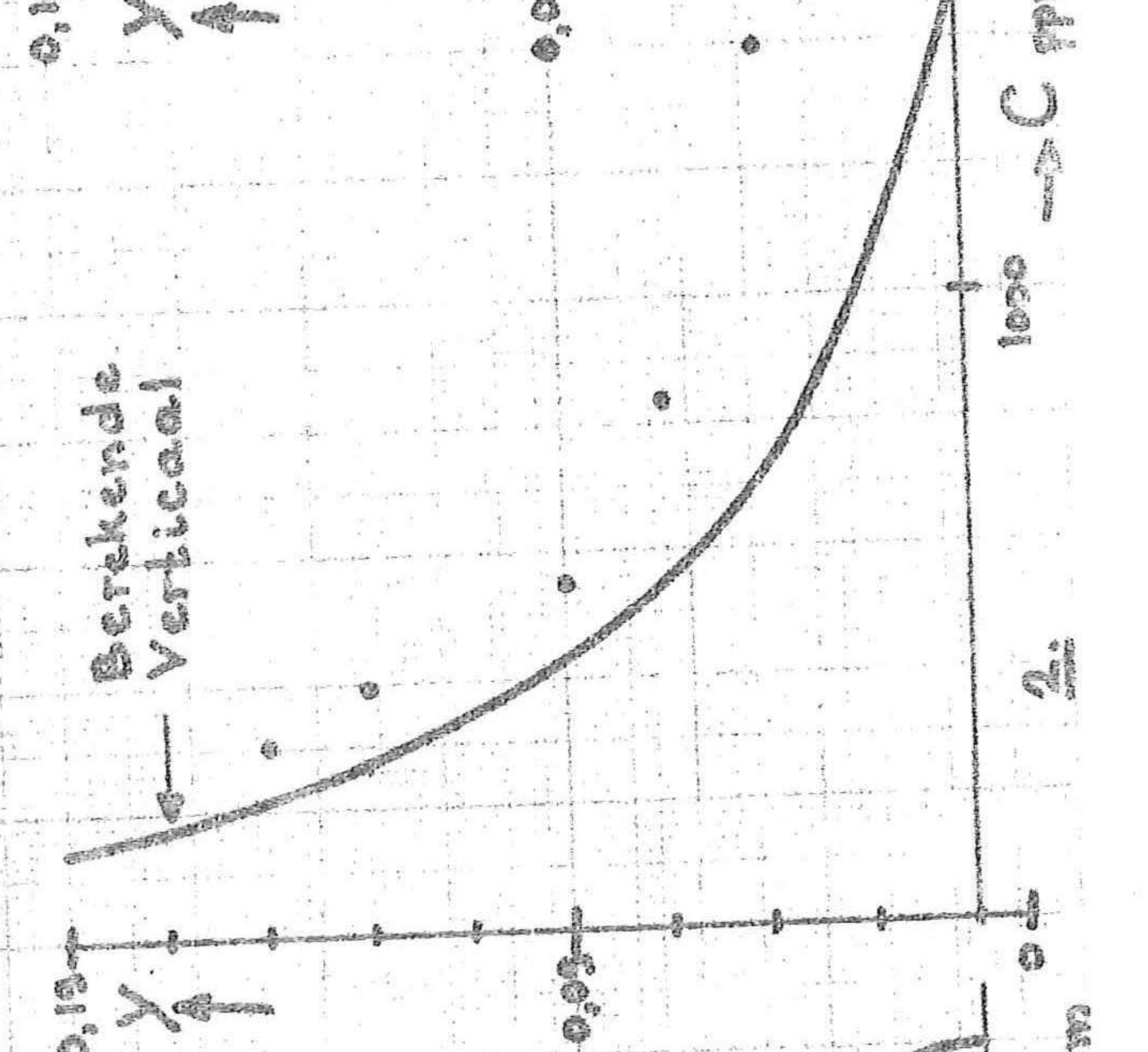
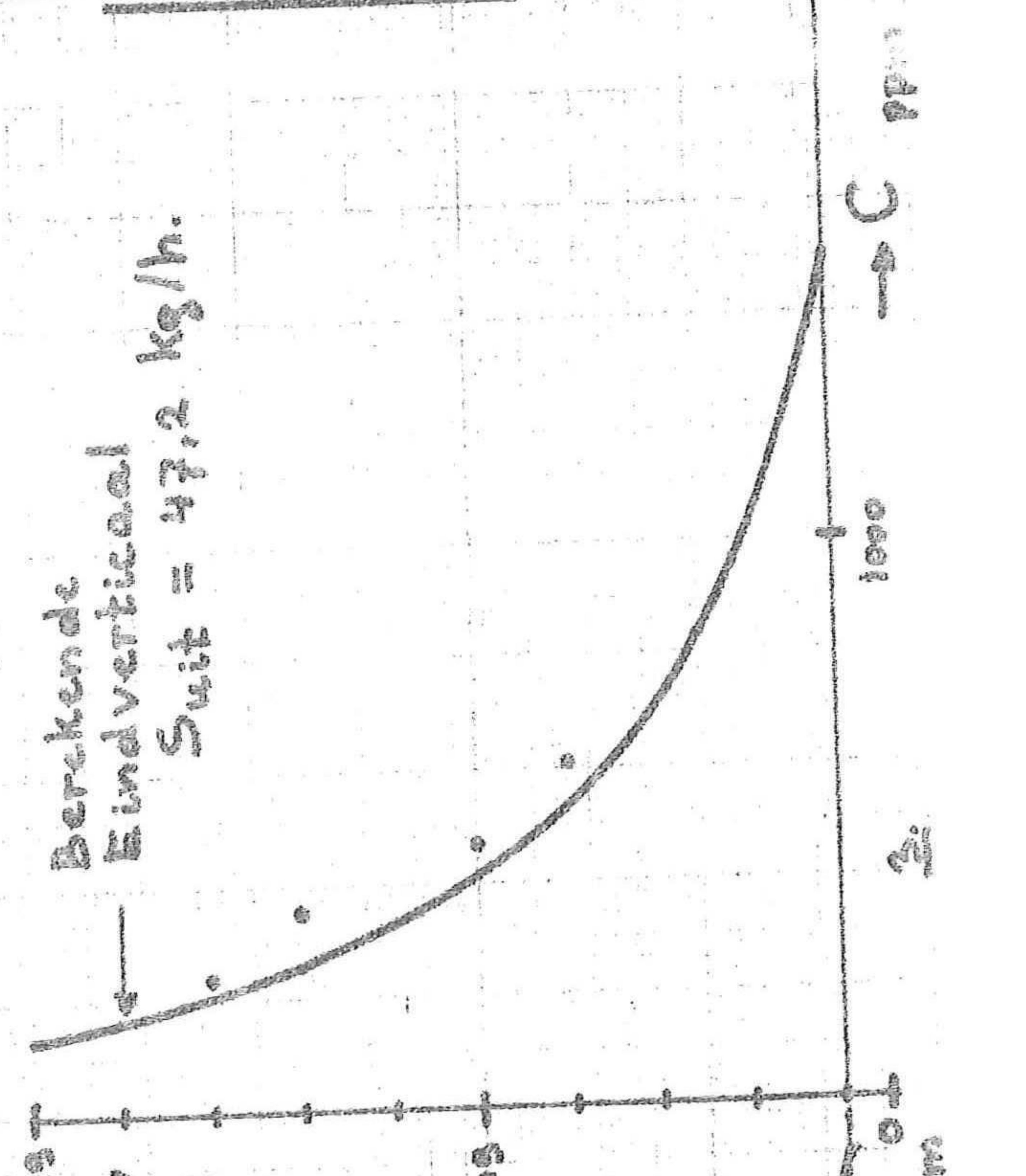
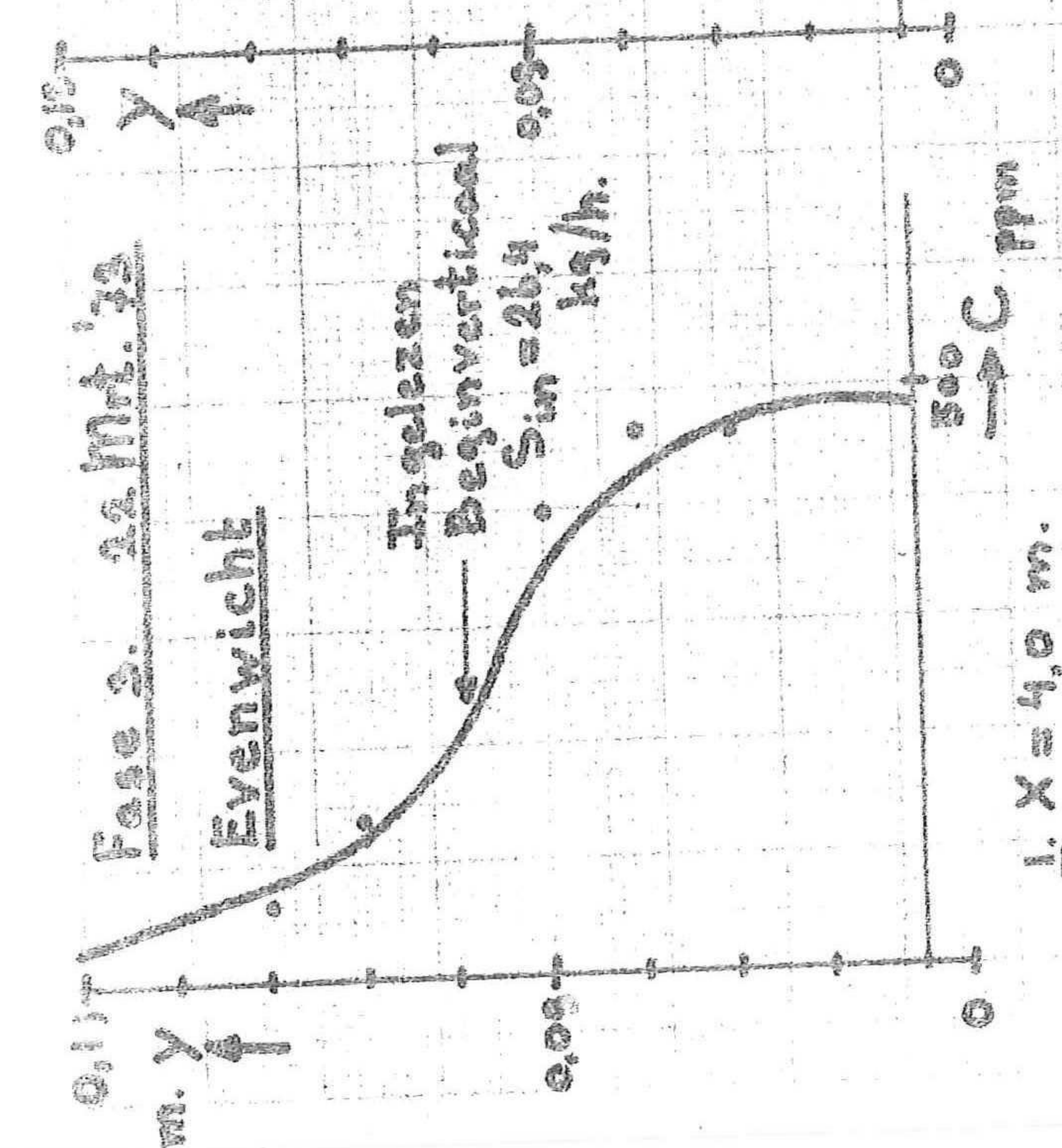
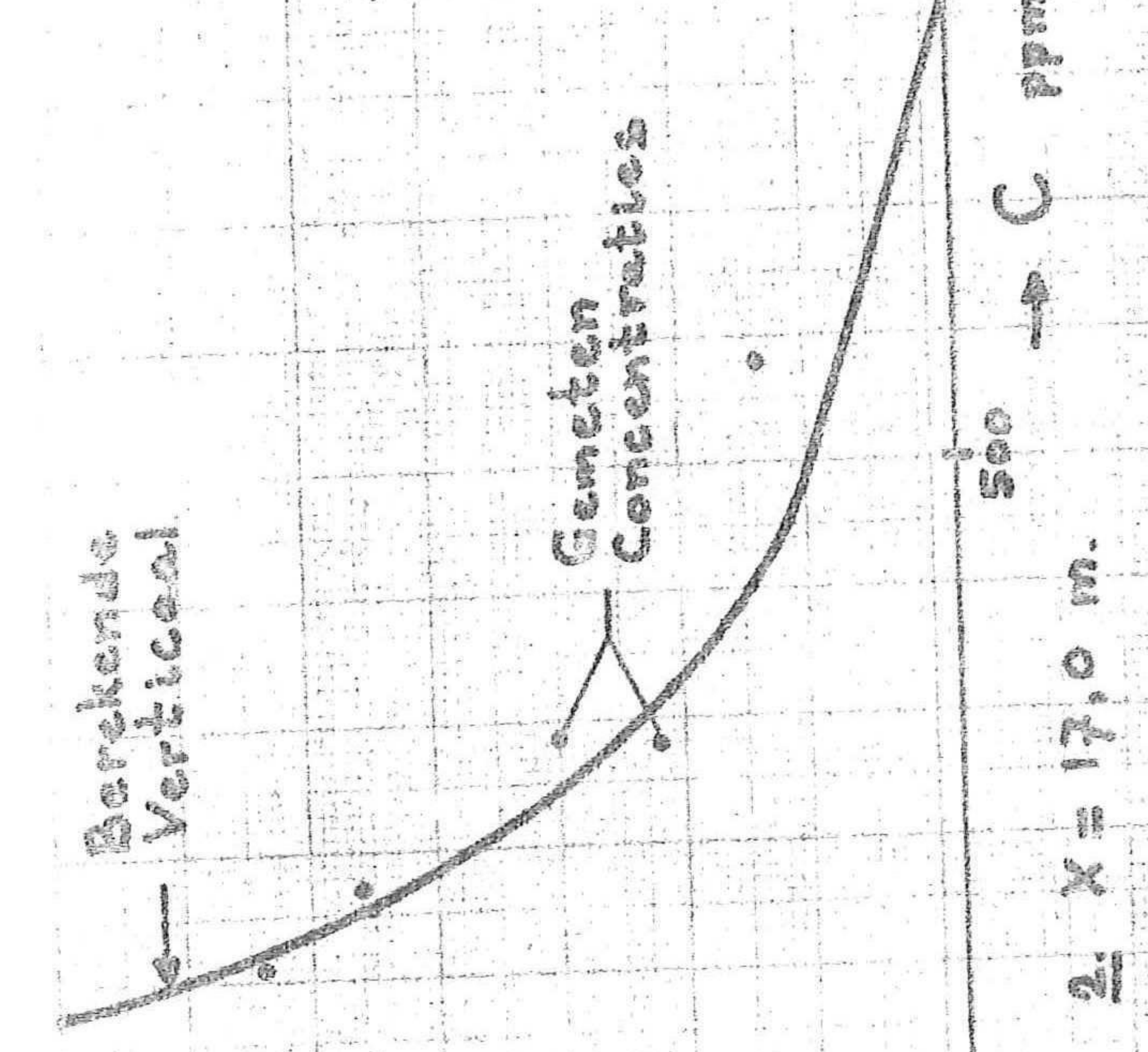
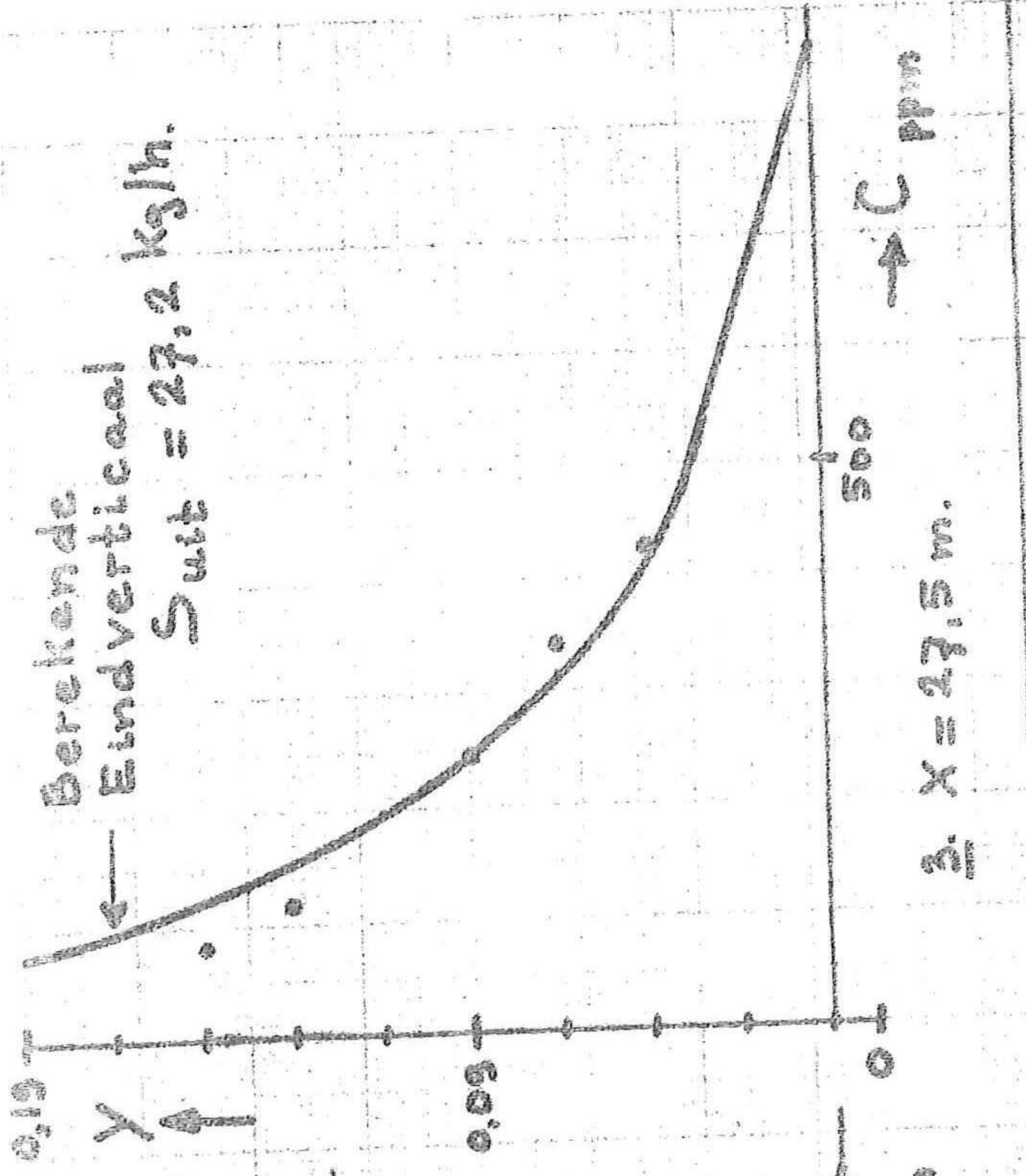
De resultaten hiervan zijn getekend in grafiek VI-6, waarin wederom de gemeten lokale concentraties zijn weergegeven; het is duidelijk dat, vooral in de evenwichtsfase op 22/3/73, de waarden redelijk overeenkomen met de berekening.

De interpretatie van de gevonden resultaten voor de 4 meetseries is vrij moeilijk; in het algemeen liggen de gemeten concentraties redelijk in de buurt van de berekende verticalen, in enkele gevallen kunnen de afwijkingen echter groot zijn.

In fase 1 op 12/3/73 is het eindtransport in de verticaal $x = 27,5$ m, berekend uit de gemeten concentraties niet gelijk aan de berekende evenwichtsverticaal; dit betekent dat in dit geval het gemeten transport niet overeenkwam met de hoeveelheid die werd afgevoerd via de zandvang. Dit moet wel haast een fout zijn in de metingen óf een tijdelijke afwijking in het transport aangezien de berekende eindverticaal overeenkomt met de gemiddelde zandafvoer op de zandvang.

Een identiek geval doet zich voor bij fase 4, ook hier komen de gemeten concentraties niet overeen met de hoeveelheid transport $S_{\text{uit}} = S_{z.v} = 47,2$ kg/h; dit wordt voornamelijk veroorzaakt door de concentratie $C = 2000$ ppm op $d = 14$ cm vanaf het oppervlak, de andere punten liggen redelijk langs de berekende verticaal.

Overigens klopt fase 4 eigenlijk helemaal niet zo best; óók in de 2e



verticaal op $x = 17,0$ m wijken de gemeten concentraties sterk af en het beeld ontstaat dat in deze fase de beginverticaal nauwelijks uit wil zakken; het is dan ook verwonderlijk, dat nog zo'n grote hoeveelheid sediment kan worden getransporteerd onder deze hydraulische omstandigheden.

De oorzaak hiervan kan liggen in het feit, dat in het rekenmodel alle parameters worden gemiddeld over de breedte, terwijl in de goot de metingen worden verricht in het midden waar de snelheden én de concentraties groter zullen zijn dan de respectievelijke gemiddelden.

Dit veroorzaakt een snellere voortplanting van het sediment in het midden van de goot, resulterend in "langzamer" uitzakken, terwijl ook de diffusieve krachten in het midden groter zullen zijn ten gevolge van de grotere schuifspanningssnelheid.

De invloed van deze factoren is ook enigszins te zien in fase 2, waar ook de verticaal iets langzamer uitzakt als door het model beschreven wordt; in de evenwichtssituaties van fase 3 en 1 is hiervan veel minder invloed te bemerken aangezien deze beginverticalen nauwelijks meer aanpassing behoeven.

Een andere reden dat in fase 4 zoveel sediment getransporteerd kan worden zonder dat snelle aanzandingen optreden kan liggen aan het feit, dat het verhang al flink toegenomen is ten gevolge van enige sedimentatie aan het begin van de goot.

Het is daarom duidelijk, dat de berekeningen volgens dit model pas dan zinvol zijn als deze wordt uitgebreid met de niet-stationaire berekening, omdat in de aanzandingsfasen toch al snel beïnvloeding van de stroomparameters optreedt.

Voorlopig is het eventueel nog mogelijk om iedere fase apart door te rekenen op een zodanige wijze, dat iedere parameter er op de juiste wijze wordt ingebracht, geldend voor het midden van de goot; dit betekent dat dan bijvoorbeeld niet met de gemiddelde snelheid over het profiel moet worden gewerkt maar met het gemeten snelheidsprofiel in de verticalen in het midden van de goot. Dit zal hoogstwaarschijnlijk iets beter overeenstemmende resultaten geven hoewel gesteld kan worden dat deze toch niet slecht zijn, vooral in de evenwichtsfase 3 komen de concentraties goed met elkaar overeen; in evenwichtsfase 1 is dat iets minder maar de hoeveelheid sediment is hierbij nog vrij laag, wat kan leiden tot vrij grote relatieve afwijkingen.

Concluderend kan in het algemeen gesteld worden dat de resultaten van het numerieke model redelijk overeenkomen met die van het gootonderzoek, ondanks het feit dat incidenteel grote afwijkingen optreden, waar óók de meetmethode debet aan zou kunnen zijn.

Dit leidt tot het voorzichtig uitspreken van de verwachting dat het ontwikkelde diffusiemodel een vrij redelijke beschrijving geeft van het proces en dat na uitbreiding naar het niet-stationaire geval het een goed toepasbare methode is om sedimentatie en/of uitschuring te onderzoeken; rekentechnisch is het zeker een aantrekkelijke methode wegens de korte rekentijd. Na de niet-stationaire uitbreiding zal het verder pas mogelijk zijn een goede toetsing uit te voeren en een meer gefundeerd oordeel over het model uit te spreken.

VII VERANDERING VAN STROOMPARAMETERS

VII-1 Algemeen

Tot nu toe is het systeem opgezet voor een éénparige stroming, waarbij het dwarsprofiel wordt geschematiseerd als een rechthoekige bak met een gemiddelde diepte en van een gemiddelde breedte; dit is een logisch gevolg van de 2-dimensionale berekening, die dan ook per m' breedte wordt uitgevoerd.

De wijze waarop de schematisatie geschiedt zal in het hoofdstuk "Toepassingen" nader worden beschreven, herhaaldelijk zal in dit hoofdstuk echter al worden vooruitgegrepen naar de toepassing op het prototype, aangezien bepaalde aannamen en enkele factoren het duidelijkst kunnen worden verklaard aan de hand van het concrete voorbeeld.

Voor het berekenen van het diffusieproces m.b.v. het ontwikkelde numerieke model is een bepaald aantal basisgegevens nodig om het te kunnen toepassen, dit zijn: afvoer Q , breedte B en diepte h (óf dwarsprofiel), verhang I , sedimenteigenschappen als D_{50} , valsnelheid w van de deeltjes en dichtheid van het sediment ρ_k .

Indien het dwarsprofiel niet rechthoekig is, wordt het in vakken ingedeeld, waarvoor diepte en gemiddelde snelheid worden bepaald; m.b.v. de breedte per vak wordt nu het totale oppervlak van het dwarsprofiel berekend alsmede de totale afvoer; voor het profiel wordt dan een gemiddelde diepte en breedte bepaald. Het niet rechthoekig zijn van het profiel heeft echter nog andere consequenties, de afvoerformule van Chézy $Q = BCh^{3/2} I^{1/2}$ (70) heeft de factor $h^{3/2}$ in het rechterlid staan; indien nu deze vergelijking wordt gebruikt mag hiervoor niet de 3/2-macht van de gemiddelde diepte \bar{h} gebruikt worden!

In dit geval moet nu het gemiddelde van de 3/2-machten van de diepte per vak genomen worden ofwel $\overline{h^{3/2}}$; bij een rechthoekig profiel maakt dit niets uit, indien dit echter niet het geval is kan er een belangrijk verschil ontstaan tussen $(\bar{h})^{3/2}$ en $\overline{h^{3/2}}$.

Een zelfde soort moeilijkheid ontstaat bij gebruik van vergelijking (22), de transportformule; hierin staat de term $(hI)^{5/2}$, als het gemiddelde transport per m' breedte moet worden berekend, betekent dit dat niet \bar{h} gebruikt mag worden tot de macht 5/2 maar nu moet genomen worden $\overline{h^{5/2}}$.

Voor de toepassing op het prototype met bekend dwarsprofiel levert dit géén problemen op, aangezien tijdens het plaatselijk onderzoek bij diverse waterstanden alle voornoemde gegevens zijn bepaald, alsmede de factoren $h^{3/2}$ en $h^{5/2}$; met behulp van deze gegevens zijn bij de betreffende waterstanden tevens de ruwheidswaarden van Chézy C berekend m.b.v. de afvoerformule van Chézy. Al deze gegevens zijn in het MITCH-rapport weergegeven in de vorm van betrekkinglijnen waaruit, bij elke waterstand die ter plaatse redelijkerwijs op kan treden, het mogelijk is achtereenvolgens de waarden af te lezen van:

Q, B, C, h, h_1 , h_2 , I, S; waarin $h_1 = (h^{3/2})^{2/3}$, $h_2 = (h^{5/2})^{2/5}$ en S

het totale sedimenttransport in m^3/dag is (incl. poriëp).

Voor toepassing is nu een bepaalde hoogwaterstand gekozen, waarbij het model gebruikt wordt; de nodige parameters worden dan m.b.v. de betrekkinglijnen afgelezen, zodat voldoende gegevens beschikbaar zijn om de 2-dimensionale berekening met gemiddelde waarden uit te voeren. Het rekenen met \bar{h} , h_1 en h_2 levert aldus geen enkel probleem meer op, in de betreffende vergelijkingen wordt nu steeds het juiste gemiddelde gebruikt.

Indien nu echter een profielverandering optreedt, in dit geval bijvoorbeeld het graven van een zandvang, uitgevoerd als bodentrap, gaan er diverse stroomparameters veranderen die het transport beïnvloeden; dit zijn bijvoorbeeld v , v_x , h , h_1 , h_2 , I. Ook de ruwheidswaarde C zal gaan veranderen, de invloed zal relatief echter niet zo groot zijn op C, bovendien bestaat er kans op nalijven van deze waarde en wordt daarom voorlopig aangehouden dat bij niet al te forse veranderingen in het dwarsprofiel de C constant blijft.

Alle andere veranderende parameters zullen opnieuw berekend moeten worden, in de volgende paragraaf zullen hiertoe methoden worden gegeven.

VII-2 Berekening nieuwe parameters

Bij het aanbrengen van een zandvang kunnen de waarden die ingelezen worden in het model voor de diverse parameters niet meer gebruikt worden, slechts de ruwheidsfactor C wordt geacht constant te blijven alsmede de eigenschappen van het sediment, dat getransporteerd wordt. Verder is uiteraard

een uitgangspunt, dat de afvoer constant blijft, aangezien mag worden aangenomen, dat deze niet wordt beïnvloed door profielverandering; in het geval van meer stroomtakken hoeft dit niet altijd zo te zijn: de afvoer zou beïnvloed kunnen worden door profielverandering van één der takken wegens veranderende totaalweerstand. In het geval van lokale profielverruiming én omdat het model geacht wordt een afbeelding te zijn van een 2-dimensionale permanente stroming mag de afvoer echter met grote zekerheid als constant worden aangenomen.

Aan de hand van de afmetingen van de te graven zandvang is het nu mogelijk de totale oppervlakte van het dwarsprofiel vast te stellen; de nieuwe gemiddelde snelheid is hiermede te berekenen uit de bekende afvoer, alsmede de v_x onder de aanname $C = \text{constant}$.

Aangezien te verwachten is dat de zandvang over een beperkte breedte gegraven zal worden is het ook te verwachten dat de gemiddelde aangenomen breedte bij de betreffende waterstand gelijk zal blijven; dit betekent dat uit het nieuwe totale oppervlak van het dwarsprofiel de nieuwe gemiddelde diepte direct berekend kan worden. Als de breedte van de zandvang wordt genoemd BZ en de diepte DX, mag worden gesteld:

$$\bar{h}' = \bar{h} + \frac{BZ \times DX}{B}$$

De berekening mag zo worden uitgevoerd omdat het extra oppervlak, verkregen door het graven van de zandvang, moet worden uitgesmeerd over de volle breedte én omdat de waterspiegel nauwelijks zal gaan veranderen onder de invloed van stuwkrommen.

Deze invloed kan worden nagegaan m.b.v. gegevens uit de toepassing; hiervoor geldt $I = 7,2 \times 10^{-5}$, $\bar{v} \sim 1 \text{ m/s}$.

Benedenstrooms van de zandvang verandert niets, de waterstand op de onderrand van de zandvang is dus een vast punt; bij een aangenomen permanentie, beheerst door wrijving, mag ook in de zandvang de formule van Chézy gebruikt worden. Onder de aanname van constante C levert dit $\bar{v}^2/C^2 = hI$; indien nu wordt gesteld, dat bij een zandvang van zéér grote afmeting de \bar{v} gehalveerd zou worden, bij dubbele waterdiepte dan levert dit $I_{\text{nieuw}} \sim 1/8 I_{\text{oud}}$ ofwel $I_{\text{nieuw}} \sim 10^{-5}$.

Bij een lengte van de zandvang van ca. 500 m. geeft dit aan het begin een extra verval van $\sim 3 \text{ cm}$ voor de energielijn; de waterspiegel ligt hier echter ook weer iets dichterbij de energielijn, aangezien $v^2/2g$ ~~afneemt~~ van ca. 5 cm. naar $1\frac{1}{2} \text{ cm}$. Het is dus duidelijk dat de

waterspiegel nauwelijks zal veranderen, de energielijn zal wel enkele centimeters lager komen te liggen; dit is echter het energieverlies door de vertraging.

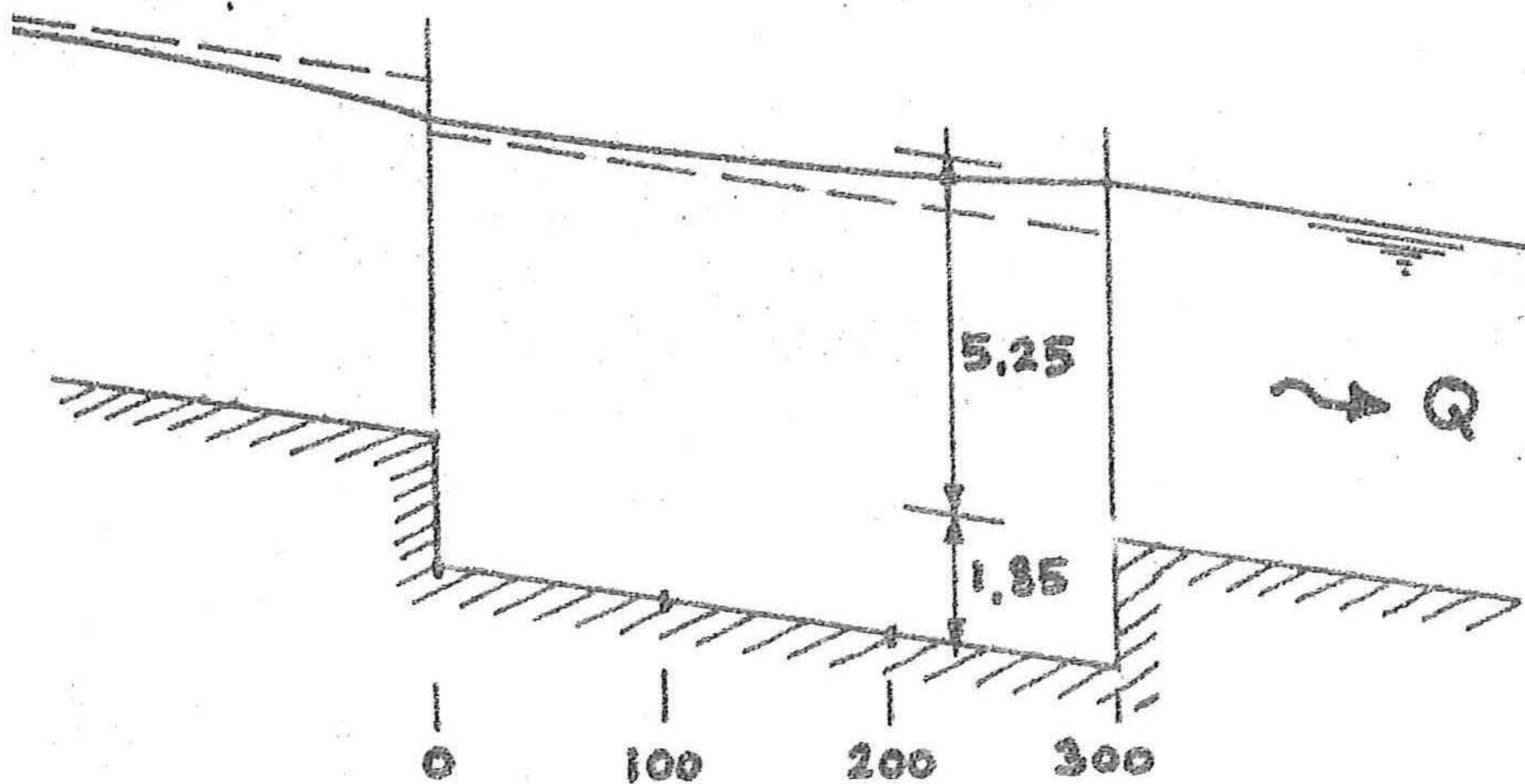
De globale berekening die hierboven is uitgevoerd is bij de toepassing op het prototype nogmaals gecontroleerd d.m.v. een verhanglijnberekening; de afmetingen van de zandvang waren hierbij:

lengte 300 m

breedte 50 m

diepte 5 m.

Hierbij wordt $\bar{h}' = 1,85 \text{ m} + 5,25 \text{ m}$.



$Q = 700 \text{ m}^3/\text{s}$
 $B = 135 \text{ m.}$
 $C = 47,5 \sqrt{\text{m}/\text{s}}$

Fig. 26

De vergelijkingen gebruikt, zijn: $\frac{dH}{dx} = \frac{\bar{v}^2}{C^2 R}$ ($R \sim h$)

$$Q = F_s \cdot \bar{v}$$

dit geeft:

$$I_e = \frac{Q^2}{C^2 B^2 h^3} \quad \text{Chézy}$$

(70)

Uit de berekening volgt nu weer dat het ~~verval~~ wat hieruit volgend aan het begin van de zandvang optreedt slechts enkele centimeters is; over het eerste vak van 300 + 200 m zelfs maar 0,4 cm. De aanname dat de waterspiegel gelijk blijft is dus zeker aanvaardbaar, de lengte waarover het dwarsprofiel veranderd is, is te kort en de invloed hierdoor gering.

De nieuwe waarde van het verhang t.p.v. de zandvang kan nu worden berekend m.b.v. vergelijking (79); dit betekent echter wél dat voor h in deze uitdrukking de waarde voor h_1 t.p.v. de zandvang moet worden genomen; aangezien voor de berekening van het evenwichtstransport ook h_2 benodigd is moet een methode gezocht worden om deze factoren te bepalen.

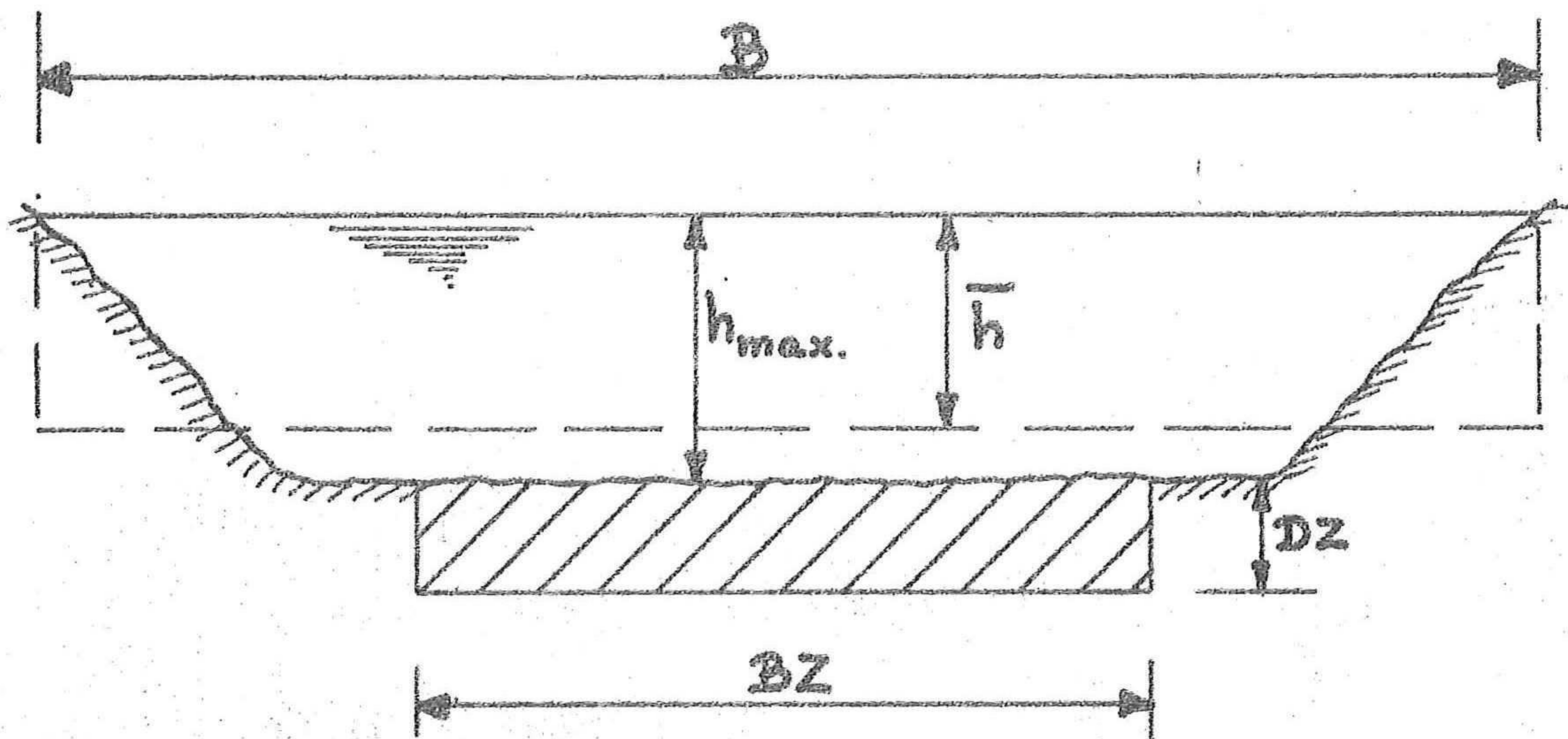


Fig. 27

Indien het dwarsprofiel exact bekend is in vorm en afmeting, zou het mogelijk zijn het nieuwe profiel incl. oppervlak van de zandvang in te delen in vakken en dezen te sommeren naar de waarden van h_1 en h_2 waarmee het gemiddelde van deze factoren bepaald kan worden.

Verdeel hiertoe het profiel in n segmenten met ongeveer constante diepte per segment, stel b_i = de breedte van i e segment en h_i = (gemiddelde diepte van i e segment; nu geldt:

$$A = \sum_{i=1}^n b_i \cdot h_i$$

$$B = \sum_{i=1}^n b_i$$

$$h = \bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i h_i}{\sum_{i=1}^n b_i} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i h_i}{B} \quad (71)$$

$$h_1 = (\bar{h}^{3/2})^{2/3} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n b_i h_i^{3/2}}{B} \right]^{2/3} \quad (72)$$

$$h_2 = (\bar{h}^{5/2})^{2/5} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n b_i h_i^{5/2}}{B} \right]^{2/5} \quad (73)$$

Aangezien dit profiel niet exact bekend is, maar bij een bepaalde waterstand wél de waarden van h , h_1 , h_2 , B etc. kunnen worden verkregen uit de betrekkingen verdient het aanbeveling uit deze gegevens de nieuwe waarden voor h_1 en h_2 te bepalen; dit is bovendien een meer algemene methode. Zoals reeds eerder gesteld, wordt het oppervlak van de zandvang uitgesmeerd over de totale breedte omdat de berekening 2-dimensionaal is en plaatsvindt per m' breedte; dit geeft:

$$\bar{h}' = \bar{h} + \eta = \bar{h} + \frac{BZ \times DZ}{B} \quad (74)$$

Een benadering voor h_1' wordt gegeven door:

$$h_1' = (\bar{h}'^{3/2})^{2/3} = \left[\frac{BZ}{B} \times (\bar{h} + DZ)^{3/2} + \frac{B-BZ}{B} \bar{h}^{3/2} \right]^{2/3}$$

Dit is echter alleen toegestaan indien \bar{h} en DZ bijna aaneengesloten liggen ofwel als $\bar{h} \sim h_{\max}$, dit is het geval bij regelmatig dwarsprofiel en vrij steile oevers; een zelfde vergelijking wordt gevonden voor

$$h_2' = (\bar{h}'^{5/2})^{2/5}$$

Deze uitdrukking wordt niet algemeen genoeg geacht en geeft te grote afwijkingen indien het verschil tussen \bar{h} en h_{\max} meer dan bijvoorbeeld 10% is; dit heeft als oorzaak het feit dat in de transportvergelijking

de term $h_2^{5/2}$ wordt gebruikt, de macht hiervan maakt dat kleine afwijkingen in h_2 versterkt worden met als gevolg grote afwijkingen in evenwichtstransport en resulterend de benedenrandvoorwaarde.

Uit de afmetingen van de zandvang kunnen tot nu toe dus alleen de waarden van \bar{h} en B bepaald worden; een afleiding in algemene vorm t.a.v. h_1 en h_2 blijkt alleen mogelijk te zijn indien er iets meer over de vorm van het dwarsprofiel bekend is.

Om 2 uitersten te noemen kan het een driehoekig (of enigszins elliptisch) dwarsprofiel zijn met flauw hellende oevers en een maximum diepte die alléén in het midden aanwezig is; óf een rechthoekig profiel met steile oevers en een vrijwel gelijke diepte over de hele breedte. Allerlei tussenvormen hiervan zijn nog mogelijk, profielen die hiervan belangrijk afwijken worden echter uitgesloten. Een indicatie voor wat betreft de vorm wordt nu verschaft door de verhoudingen tussen de parameters \bar{h} , h_1 en h_2 van het oorspronkelijke profiel, mits aangenomen wordt dat dit regelmatig is, d.w.z. dat het zal liggen tussen beide genoemde extreemgevallen.

In het tweede geval zullen namelijk \bar{h} , h_1 en h_2 ongeveer gelijk zijn aangezien hier geldt $h_1 \sim \text{constant}$; de vergelijkingen (71), (72) en (73) geven dan:

$$\bar{h} = \bar{h} = \frac{h_i \sum_{i=1}^n b_i}{B} = h_i$$

$$h_1 \sim h_2 \sim h \sim h_i$$

$$h_1 = \left[\frac{h_i^{3/2} \sum_{i=1}^n b_i}{B} \right]^{2/3} = h_i$$

$$h_2 = \left[\frac{h_i^{5/2} \sum_{i=1}^n b_i}{B} \right]^{2/5} = h_i$$

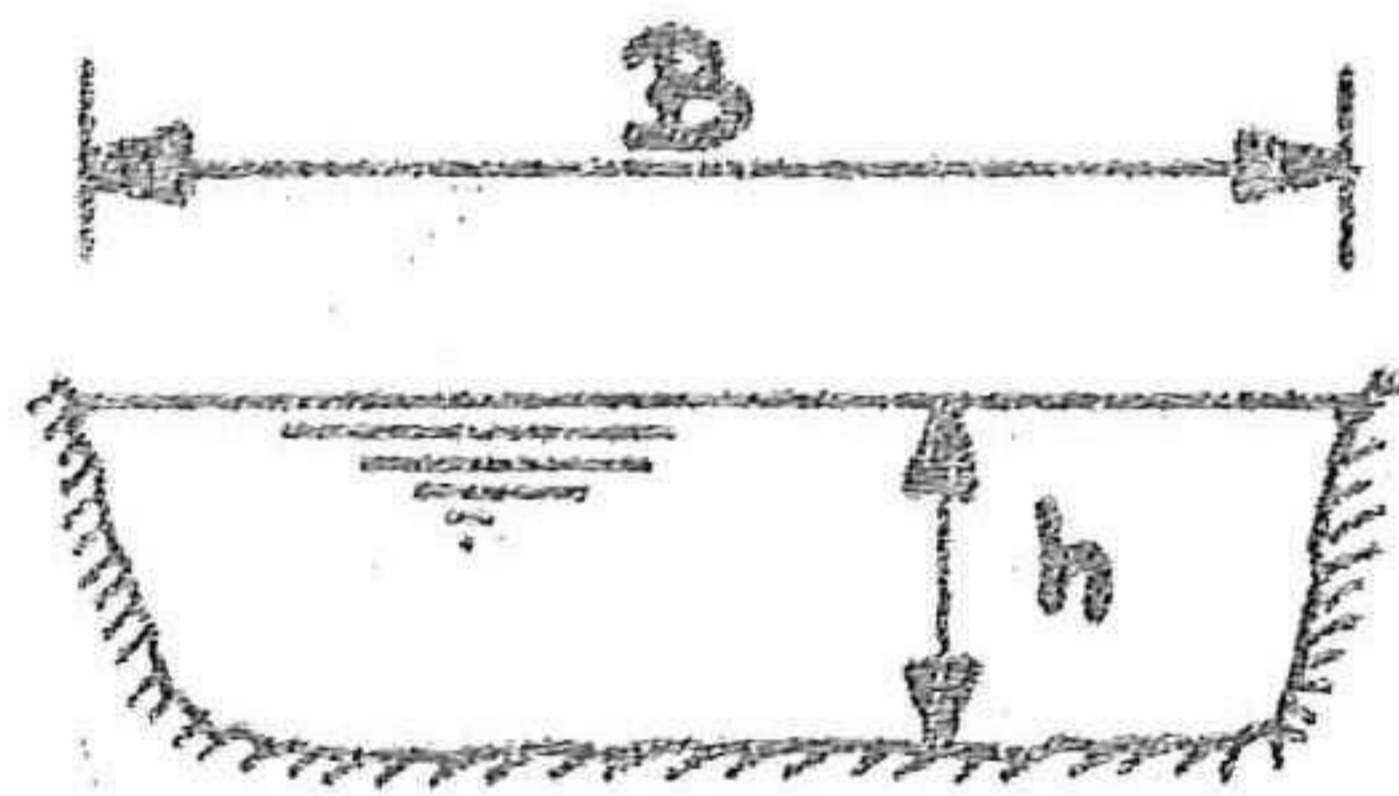
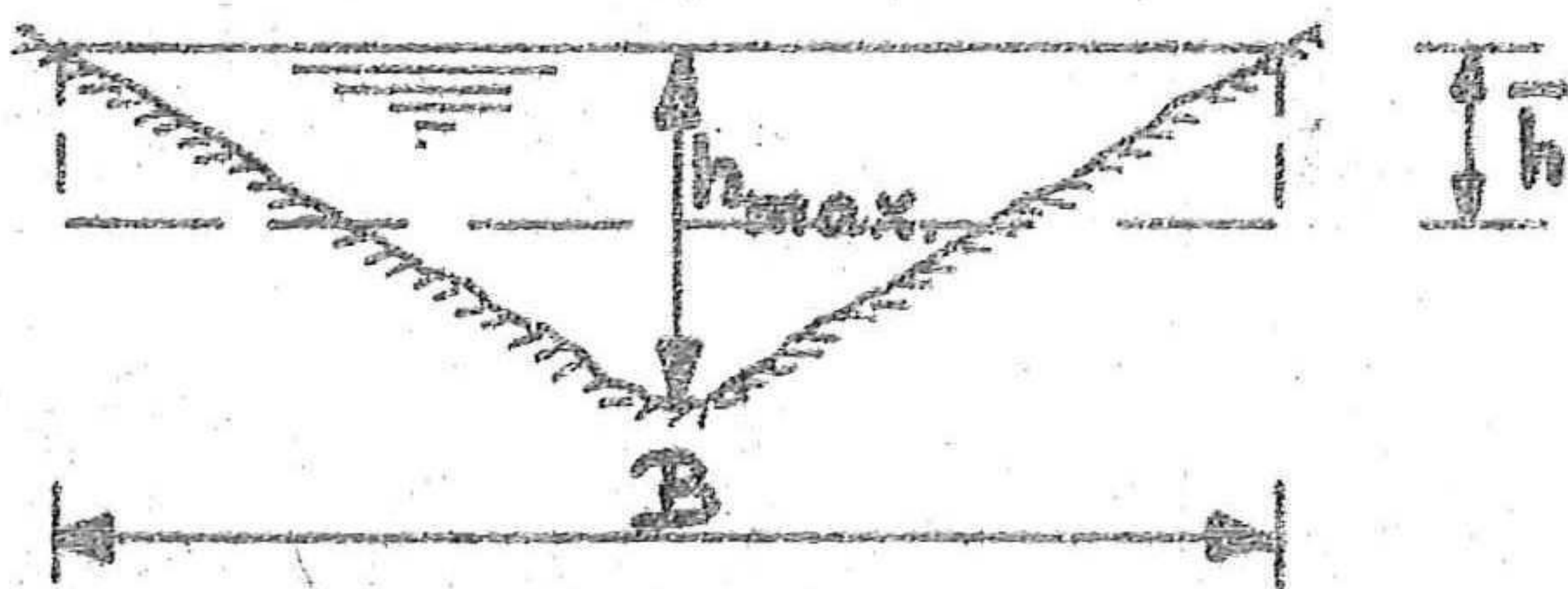


Fig. 28

Het eerste geval met driehoekig profiel geeft nu:



$$\frac{1}{2} \times B \times h_{\max} = B \times \bar{h}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{2} h_{\max}$$

Fig. 29

De berekeningen worden uitgevoerd voor het halve profiel wegens de discontinuïteit in het midden; de breedte wordt verdeeld in een aantal van $2n$ gelijke breedtesegmenten:

$$b_i = \frac{B}{2n} ; h_i = \frac{i+(i-1)}{2n} h_{\max} = \frac{i-\frac{1}{2}}{n} h_{\max}$$

$$\rightarrow (71) \rightarrow \bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i h_i}{\frac{1}{2}B} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B}{2n} \cdot \frac{i-\frac{1}{2}}{n} h_{\max}}{\frac{1}{2}B} = \frac{h_{\max}}{n^2} \sum_{i=1}^n (i-\frac{1}{2})$$

$\sum(i-\frac{1}{2})$ is een rekenkundige reeks: $\Sigma = \frac{1}{2}n (\frac{1}{2} + n - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}n^2$

dit geeft:

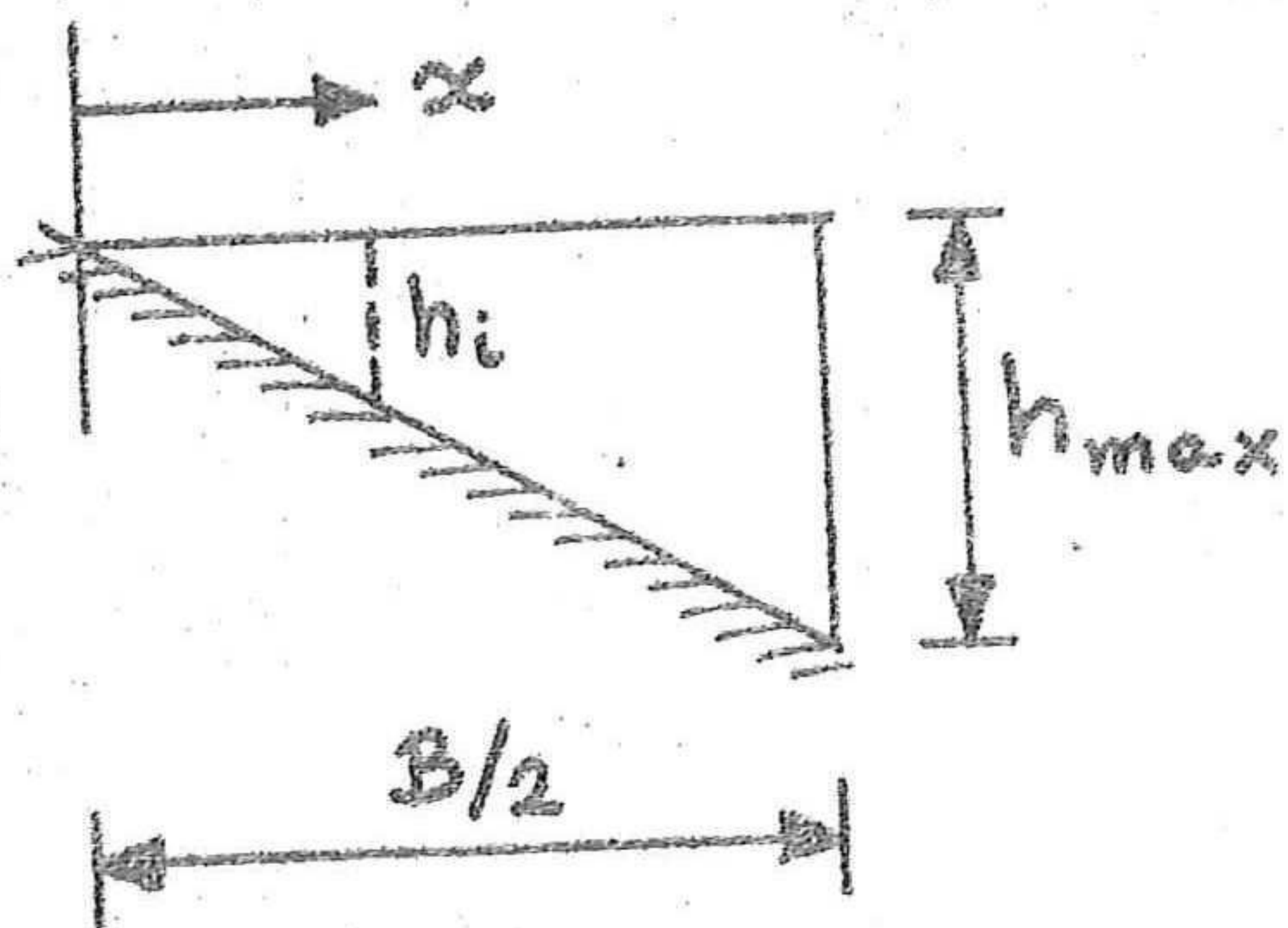
$$\bar{h} = \frac{h_{\max}}{n^2} \times \frac{1}{2}n^2 = \frac{1}{2}h_{\max}, \text{ zoals eerder gevonden.}$$

(72) levert:

$$h_1 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n \frac{B}{2n} \cdot \frac{i-\frac{1}{2}}{n} h_m^{3/2}}{\frac{1}{2}B} \right]^{2/3} = \left[\frac{1}{n^{5/2}} h^{3/2} \frac{\sum_{i=1}^n (i-\frac{1}{2})^{3/2}}{1} \right]^{2/3} =$$

$$= \left[\frac{1}{n^{5/2}} \sum_{i=1}^n (i-\frac{1}{2})^{3/2} \right]^{2/3} \times h_{\max}$$

De term tussen de haken is moeilijk uit te werken aangezien dit nu geen rekenkundige reeks meer is; er wordt daarom overgegaan op een continue functie voor h_i :



$$h_i = \frac{x}{\frac{1}{2}B} h_{\max}$$

Nu geldt voor het halve profiel:

$$\frac{1}{2}F = \int_0^{B/2} h_i dx$$

Fig. 30

$$(71): \quad h = \bar{h} = \frac{\int_0^{B/2} h_i dx}{B/2} = \frac{\int_0^{B/2} \frac{x}{B/2} h_m dx}{B/2} = \frac{h_m}{B/2} \int_0^{B/2} x dx =$$

$$= h_m \frac{\frac{1}{2} x^2 \Big|_0^{B/2}}{(B/2)^2} = h_m \frac{\frac{1}{2} (B/2)^2}{(B/2)^2} = \frac{1}{2} h_{\max}$$

De gemiddelde diepte is wéér berekend om de uitdrukking voor h_i te controleren.

$$(72): \quad h_1 = \left[\frac{\int_0^{B/2} h_i^{3/2} dx}{B/2} \right]^{2/3} = \left[\frac{\int_0^{B/2} \frac{x}{B/2} h_{\max}^{3/2} dx}{B/2} \right]^{2/3} =$$

$$= \left[\frac{h_m^{3/2} \int_0^{B/2} x^{3/2} dx}{(B/2)^{5/2}} \right]^{2/3} = \left[\frac{h_m^{3/2} \cdot \frac{2}{5} x^{5/2} \Big|_0^{B/2}}{(B/2)^{5/2}} \right]^{2/3} =$$

$$= \left[\frac{\frac{2}{5} (B/2)^{5/2}}{(B/2)^{5/2}} \right]^{2/3} \times h_{\max} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2/3} \times h_{\max} = 0,543 h_{\max}.$$

$$(73) \text{ levert op identieke wijze } h_2 = \left(\frac{2}{7}\right)^{2/5} \times h_{\max} = 0,606 h_{\max}.$$

Deze waarden geven nu een indicatie van de vorm van het dwarsprofiel en wel wat betreft de mate van spreiding van de incidentele diepten om de gemiddelde diepte, er mag worden gesteld dat de verhouding tussen h_1 , h_2 en \bar{h} deze spreiding enigszins weergeeft.

$$\text{Stel} \quad h_1 = (1 + \alpha) \bar{h} \tag{75}$$

$$\text{en} \quad h_2 = (1 + \beta) \bar{h} \tag{76}$$

In het geval van het rechthoekige dwarsprofiel met de steile oevers geldt: $\alpha \sim \beta \sim 0$.

Het andere geval geeft:

$$\alpha = 0,085 = 8,5\% \quad \left(\frac{h_1}{h} = 1,085\right)$$

$$\beta = 0,21 = 21\% \quad \left(\frac{h_2}{h} = 1,21\right)$$

Dit zijn de maxima die kunnen optreden indien althans aangenomen wordt, dat het profiel een regelmatige vorm heeft; voor profielen, opgebouwd uit een smalle en diepe laagwatergeul met een breed, ondiep hoogwaterbed ernaast zullen de waarden nog hoger kunnen liggen.



Fig. 31

Het prototype voldoet aan het criterium van het gelijkmatige profiel; aan de hand van de α - en β -waarden die gelden voor de dwarsdoorsnede moet nu getracht worden iets meer te kunnen zeggen over de h_1 en h_2 na de profielverandering.

Het oppervlak van de te graven zandvang heeft geen invloed op de waarden van h_1 en h_2 ; de breedte/diepte-verhouding heeft dit echter wel; hoe groter de diepte zal zijn (bij constante oppervlakte van de zandvang), hoe sterker de waarden van h_1 en h_2 zullen stijgen, volgens bovenstaande beschouwingen.

Dit leidt tot de opmerking, dat het aanbeveling verdient tijdens de voortzetting van dit project, een onderzoek te doen naar de effectiviteit van de zandvang bij gelijkblijvend oppervlak maar variërende breedte/diepte-verhouding.

Er zou nu gesteld kunnen worden dat na het maken van de zandvang dezelfde spreidingsparameters α en β gebruikt zouden kunnen worden als voor het oorspronkelijke dwarsprofiel berekend zijn; dit uitgaande van

het feit, dat het een vrij regelmatig dwarsprofiel is.

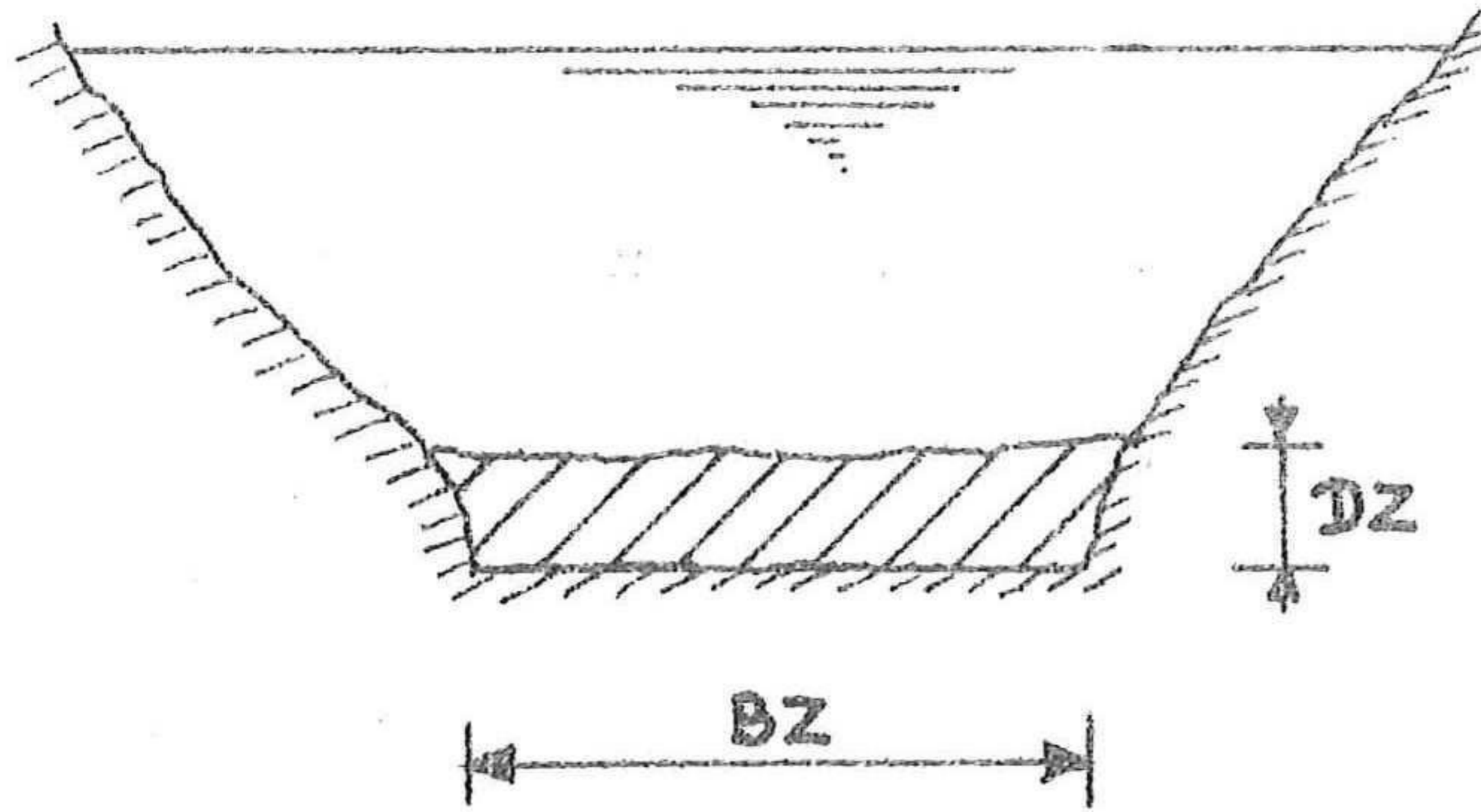


Fig. 32

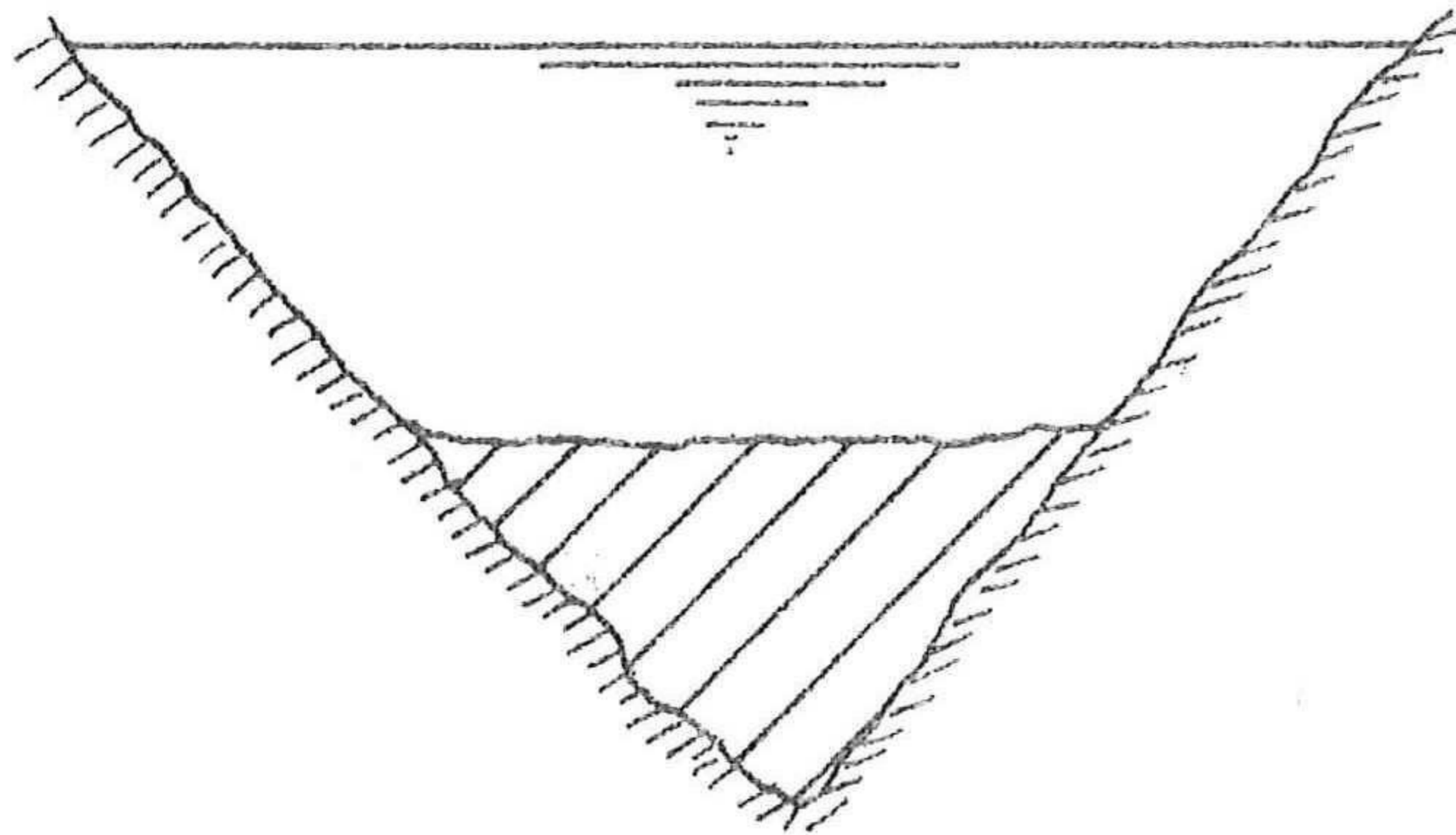


Fig. 33

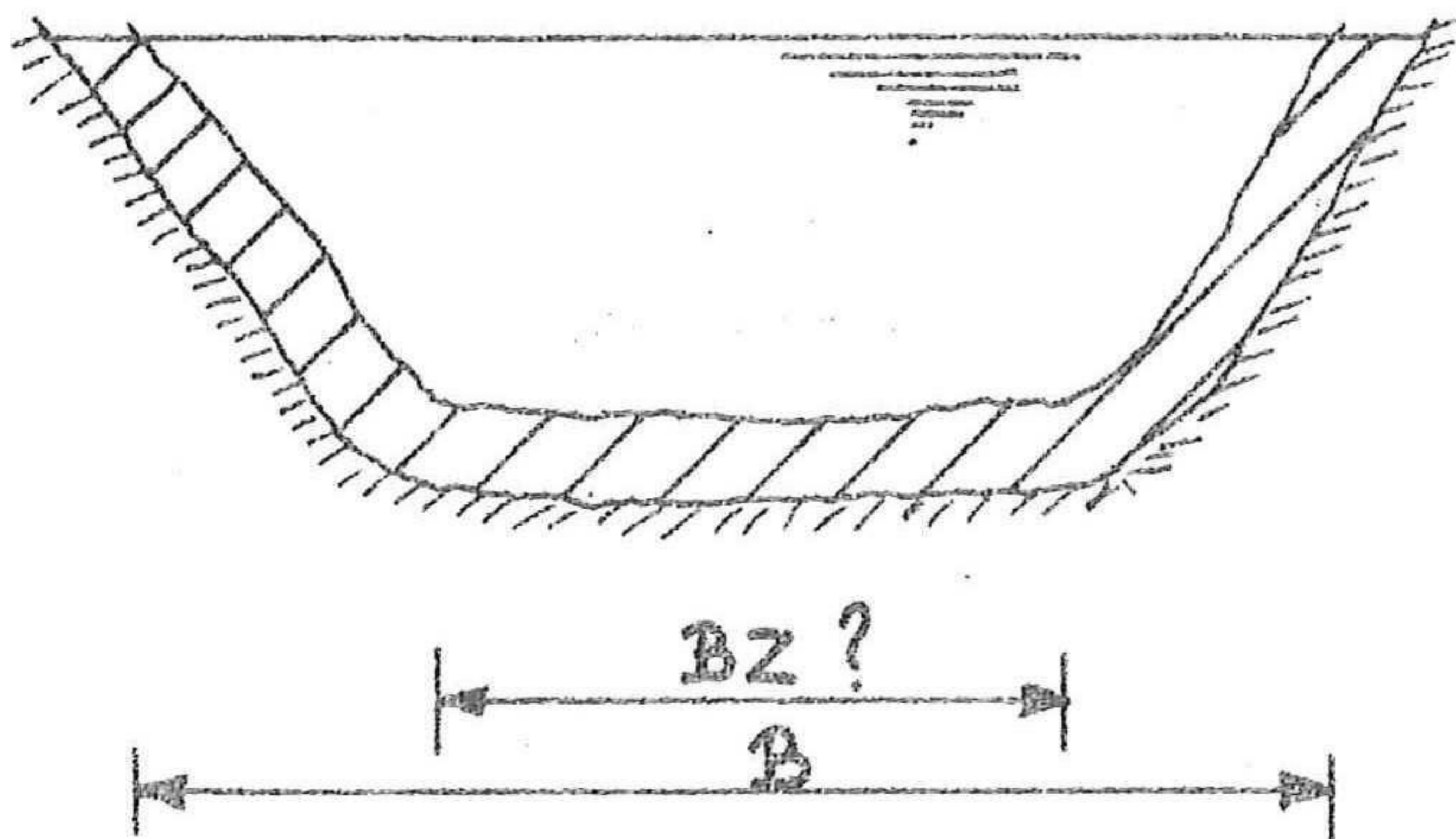


Fig. 34

Een dergelijk dwarsprofiel is altijd een tussenliggend geval van de beide extremen; het uitgraven volgens de geschetste situatie van de zandvang zou dan doen vermoeden dat de gevonden waarden voor α en β ook in dit geval gebruikt zouden mogen worden wegens het ongeveer gelijkvormige profiel.

Dit is echter beslist niet waar, zoals in fig. 33 te zien is; als extreem geval zijn hierbij de oevers geheel doorgetrokken en zou nu het driehoeksprofiel ontstaan met de bijbehorende maxima voor α en β .

Het gelijkblijven van de parameters betekent dan ook een geheel gelijkvormig profiel; d.w.z. dat het oppervlak van de te graven zandvang over de volle breedte verdeeld is; dit is uiteraard irreëel (zie fig. 34).

De zandvang wordt in het midden van het profiel gebaggerd over zekere breedte BZ; de waarden $h^{3/2}$ en $h^{5/2}$ zullen nu relatief sneller groter worden, dit betekent grotere waarden voor α en β .

Deze zullen exact bepaald moeten worden; in het geval van het aangenomen regelmatige dwarsprofiel is dit nog wel mogelijk; indien het echter een samengesteld profiel is, opgebouwd uit één of meer geulen wordt de algemene bepaling moeilijker en is berekening alleen mogelijk, indien de vorm van het profiel redelijk bekend is. Het dwarsprofiel waarvan wordt uitgegaan is geschetst in fig. 35 (op vertrokken schaal).

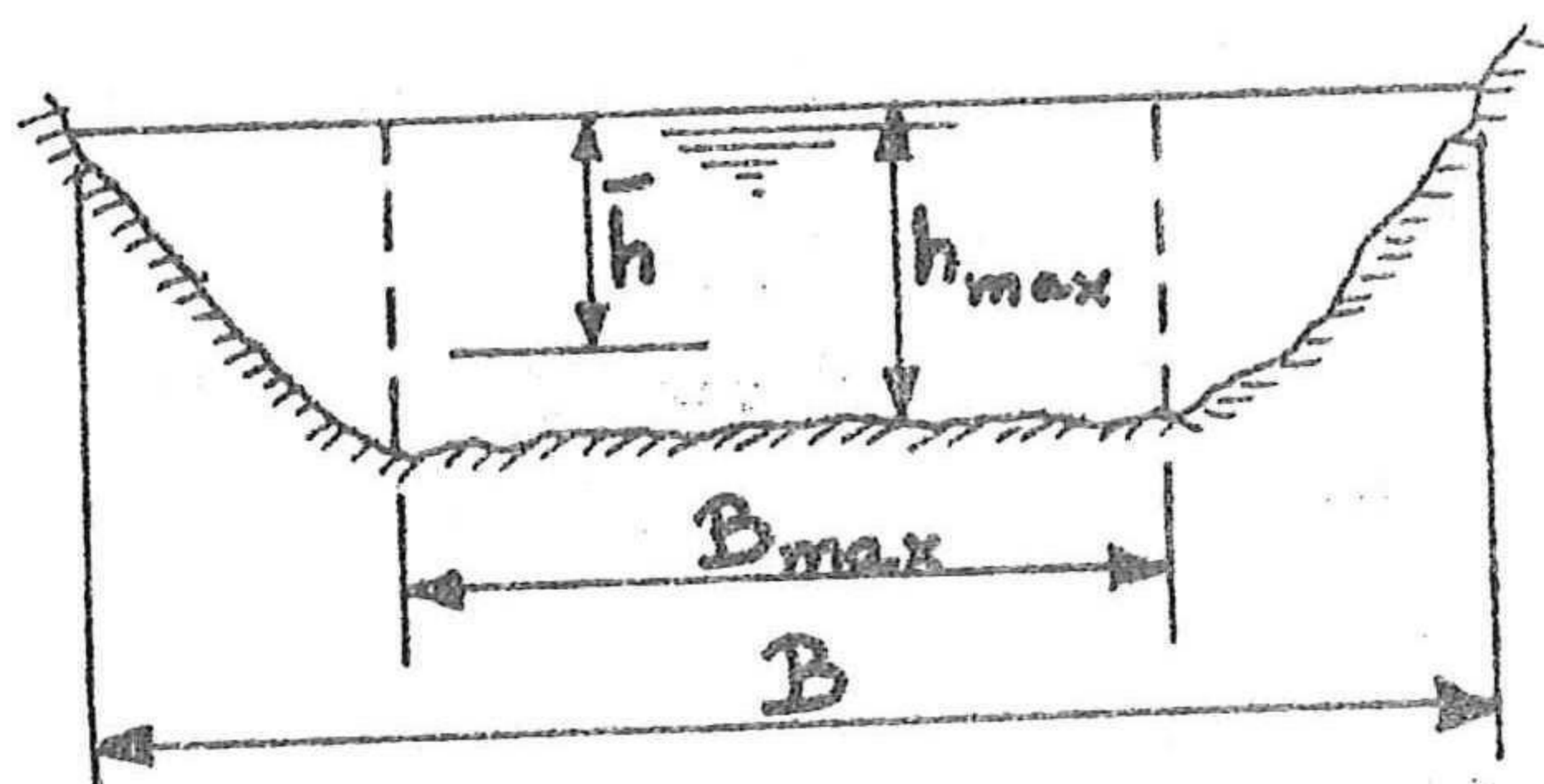


Fig. 35

Dit leidt tot de volgende uitdrukkingen voor \bar{h} , h_1 en h_2 :

$$\bar{h} = \frac{1}{B} (B_m \times h_m + (B - B_m) \times \frac{1}{2} h_m) \quad (77)$$

$$\overline{h^{3/2}} = \frac{1}{B} (B_m \times h_m^{3/2} + (B - B_m) \cdot (0,543 h_m)^{3/2}) \quad (78)$$

$$\overline{h^{5/2}} = \frac{1}{B} (B_m \times h_m^{5/2} + (B - B_m) \cdot (0,606 h_m)^{5/2}) \quad (79)$$

In vergelijking (78) en (79) zijn de gevonden uitdrukkingen voor h_1 en h_2 gebruikt, die waren bepaald voor het driehoekige profiel in samenstelling met de waarden die waren gevonden voor het rechthoekige profiel.

De dwarsdoorsnede wordt nl. geacht een combinatie te zijn van deze 2 mogelijke extremen, waardoor deze methode toegepast mag worden.

Uitgaande van het feit dat \bar{h} , h_1 , h_2 en B bekend zijn uit de betrekkingen kunnen de onbekenden h_m en B_m nu worden berekend uit de vergelijkingen (77), (78) en (79); dit is één vergelijking teveel, deze kan dan dienen als

contrôle op de uitkomsten; blijkt aan deze controle niet te worden voldaan dan is het stelsel strijdig; dit betekent dat aan de aanname t.a.v. het regelmatige profiel niet voldoende is voldaan!

Combinatie van (77) en (78) geeft:

$$\bar{h}^{3/2} = 2\sqrt{2} (\bar{h})^{3/2} \cdot \sqrt{B} \frac{(0,6B_m + 0,4B)}{(B_m + B)^{3/2}} \quad (80)$$

In deze uitdrukking is B_m als enige onbekende aanwezig; deze kan hieruit worden berekend m.b.v. een iteratiemethode, uit (77) of (78) wordt vervolgens h_m bepaald terwijl controle met (79) dan uitsluitel geeft of aan de aangenomen regelmatige vorm al dan niet voldaan is.

De h_{max} moet beschouwd worden als gemiddelde diepte over de bodembreedte, afgezien van plaatselijke verdiepingen e.d.; in het algemeen kan worden verwacht dat een zandvang gegraven zal worden ter plaatse van dit (min of meer) vlakke deel van de bodem, hoewel de zandvangbreedte niet gelijk aan de volle bodembreedte B_m hoeft te zijn.

Het profiel zal er nu uitzien als geschetst in fig. 36:

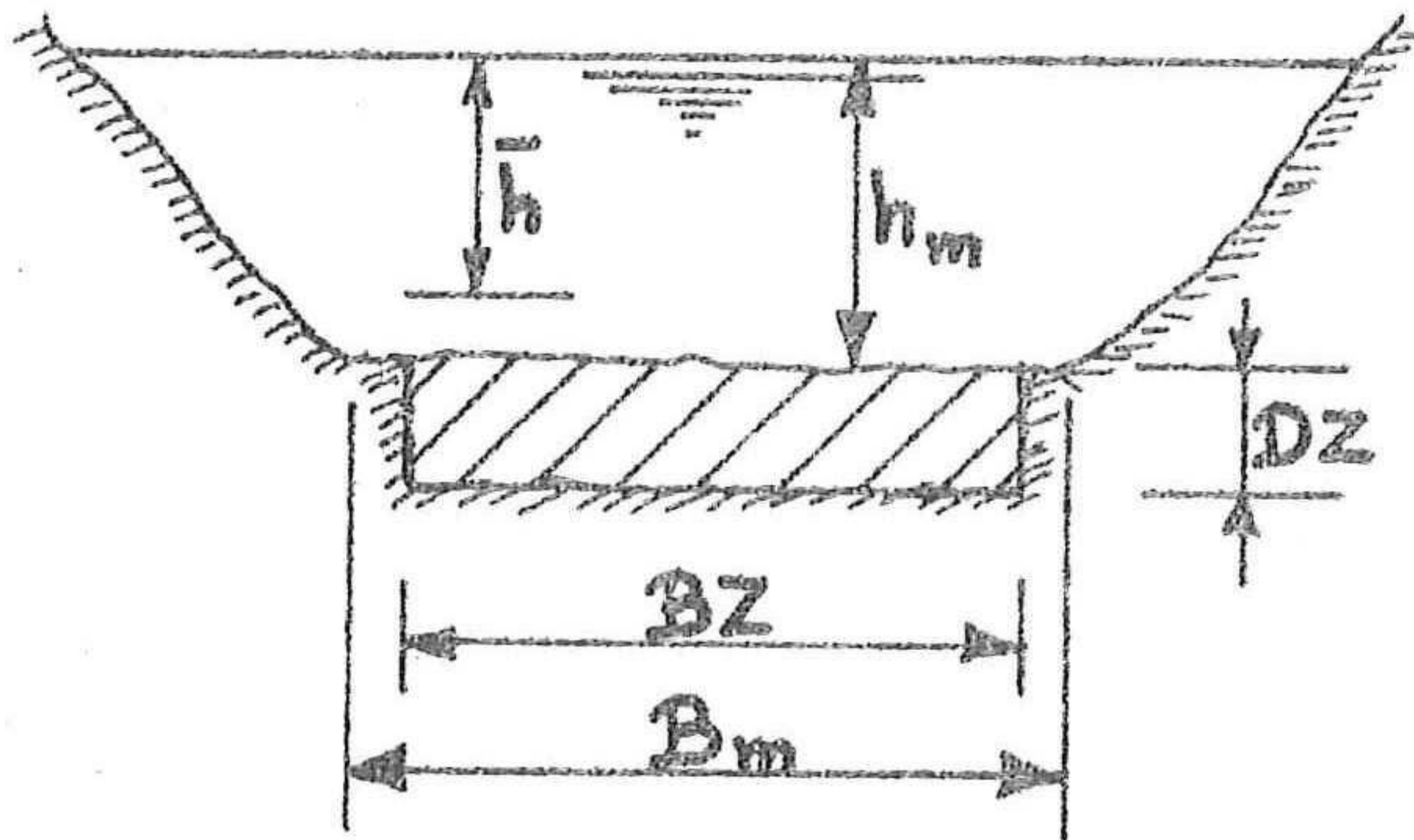


Fig. 36

De uitdrukkingen voor de nieuwe \bar{h} , h_1 en h_2 zijn met behulp hiervan gemakkelijk af te leiden. Hier zal gelden:

$$h_n = \frac{1}{B} \left[\bar{h} \times B - BZ \times h_m + BZ \times (h_m + DZ) \right]$$

ofwel
$$h_n = \bar{h} + \frac{BZ \times DZ}{B} \quad (71)$$

$$h_{1n} = \left[\frac{1}{B} (BZ \times (h_m + DZ)^{3/2} + B \times h_1^{3/2} - BZ \times h_m^{3/2}) \right]^{2/3} \quad (81)$$

$$h_{2n} = \left[\frac{1}{B} (BZ \times (h_m + DZ)^{5/2} + B \times h_2^{5/2} - BZ \times h_m^{5/2}) \right]^{2/5} \quad (82)$$

De nieuwe waarde voor h_{1n} wordt gebruikt om m.b.v. vergelijking (70) het nieuwe evenwichtsverhang t.p.v. de zandvang te berekenen; dit verhang wordt samen met de nieuwe waarde voor h_{2n} gebruikt om het nieuwe evenwichtstransport te berekenen met vergelijking (22).

De methode ter bepaling van h_{1n} en h_{2n} wordt in het kort samengevat als volgt: bereken met de bekende waarden van \bar{h} , h_1 , h_2 en B de waarden van h_{max} en B_m m.b.v. de vergelijkingen (77) t/m (80); gebruik van deze factoren in (71), (81) en (82) levert de benodigde gegevens.

VII-3 Voorbeeld

Ter verduidelijking én ter contrôle is voor bovengenoemde methode een berekening uitgevoerd m.b.v. de gegevens van het prototype:

$$\bar{h} = 5,25 \text{ m.}$$

$$h_1 = 5,50 \text{ m.}$$

$$h_2 = 5,75 \text{ m.}$$

$$B = 135 \text{ m.}$$

$$(75) \text{ geeft: } \alpha = 0,046$$

$$(76) \text{ geeft: } \beta = 0,094$$

Met gebruikmaking van vergelijking (80), waarin $\overline{h^{3/2}} = h_1^{3/2}$, wordt gevonden: $B_m \sim 71 \text{ m}$ en $h_m = 6,89 \text{ m}$.

Invullen van deze waarden in (79) levert een contrôlewaarde voor h_2 ; gevonden wordt:

$$\overline{h^{5/2}} = 82,0 \rightarrow h_2 = 5,82 \text{ m.}$$

Deze waarde komt zeer redelijk overeen met de bekende $h_2 = 5,75 \text{ m.}$, hieruit mag dan ook geconcludeerd worden dat de aanname van een regelmatig profiel aanvaardbaar is; een vergelijking met de beide basis-extremen toont de relaties:



$$\bar{h} = h_{\max}$$

$$\alpha = 0$$

$$h_1 = h_{\max}$$

$$\beta = 0$$

$$h_2 = h_{\max}$$

$$\bar{h} = \frac{1}{2} h_{\max}$$

$$\alpha = 0,085$$

$$h_1 = 0,543 h_{\max}$$

$$\beta = 0,21$$

$$h_2 = 0,606 h_{\max}$$

prototype

$$\bar{h} = 0,76 h_{\max}$$

$$\alpha = 0,046$$

$$\beta = 0,094$$

Zonder gebruik van vergelijking (80) zou een schatting van h_{\max} gedaan kunnen worden aan de hand van de waarden van α en β van het prototype; deze liggen op ongeveer de helft van de maximale α en β , een schatting zou dan zijn $\bar{h} \sim 0,75 h_{\max} \rightarrow h_{\max} = 7,0 \text{ m}$.

Indien voor de zandvang wordt gekozen $BZ = 50 \text{ m}$, $DZ = 5 \text{ m}$, worden de nieuwe waarden voor \bar{h}_n , h_{1n} en h_{2n} :

$$\bar{h}_n = 7,10 \text{ m.}$$

$$h_{1n} = 7,70 \text{ m.}$$

$$h_{2n} = 8,55 \text{ m.}$$

De nieuwe waarden voor α en β worden nu: $\alpha_n = 0,083$, $\beta_n = 0,203$ waaruit blijkt, dat deze inderdaad niet constant blijven bij de profielverandering.

VII-4 Aanpassing concentratieverticaal

Voor de overgang van het normale dwarsprofiel naar het verruimde dwarsprofiel met de zandvang zijn in de voorgaande paragrafen methoden aangegeven om de nieuwe parameters te berekenen; een nieuw evenwichts-transport wordt berekend, waaruit dan weer de nieuwe bodemrandvoorwaarde kan worden bepaald.

De beginvoorwaarde van het diffusieproces langs het verruimde profiel wordt bepaald uit de laatste concentratieverticaal vóór het begin van de zandvang; uiteraard is het nu belangrijk om deze verticaal op de juiste wijze over te brengen op het nieuwe profiel.

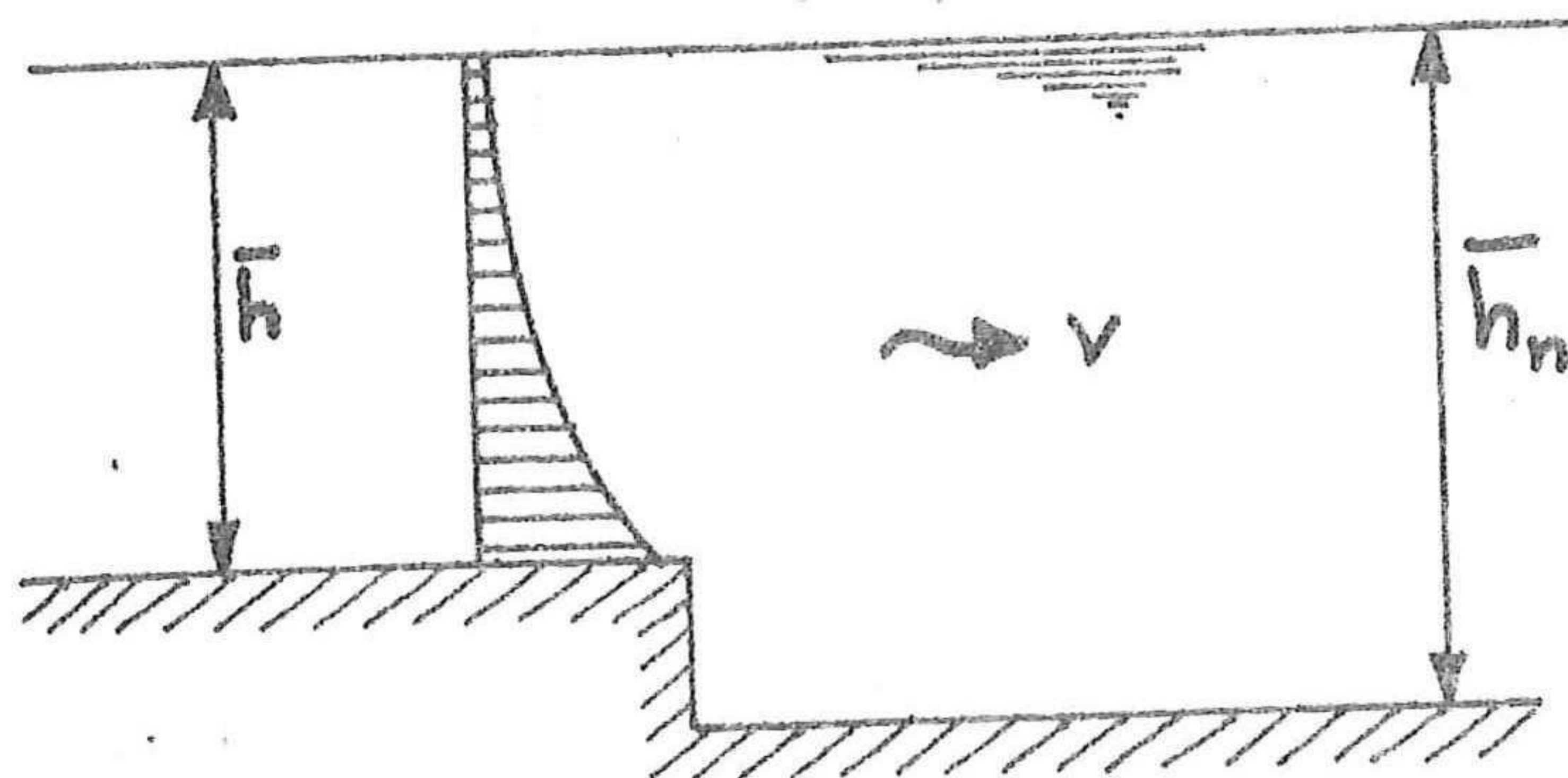


Fig. 37

In fig. 37 is te zien dat voornamelijk aan de onderzijde moeilijkheden ontstaan in het definiëren van de nieuwe beginconcentraties; dit is echter een gevolg van het feit, dat de geschetste situatie van overgang niet reëel is.

Het verschil in bodemligging zal nooit zo geprononceerd aanwezig kunnen zijn; een geleidelijk verloop van de bodem is daarom een veel redelijker aanname, dit geeft dan tevens een gunstiger verloop van de stroomlijnen. Aangenomen wordt nu dat het bodemniveau niet lokaal zal verspringen maar dat dit gebeurt tussen 2 rasterpunten in x-richting, d.w.z. uitgesmeerd over een afstand Δx . Deze aanname is overigens alleen reëel indien de sprong in de bodem niet te groot is en Δx niet te klein; mede door dit gespreide verloop is het nu redelijk aan te nemen dat óók de stroomlijnen vloeiend zullen gaan verlopen, waarbij allerlei lokale onregelmatigheden worden verwaarloosd; dit geeft een beeld als in fig. 38.

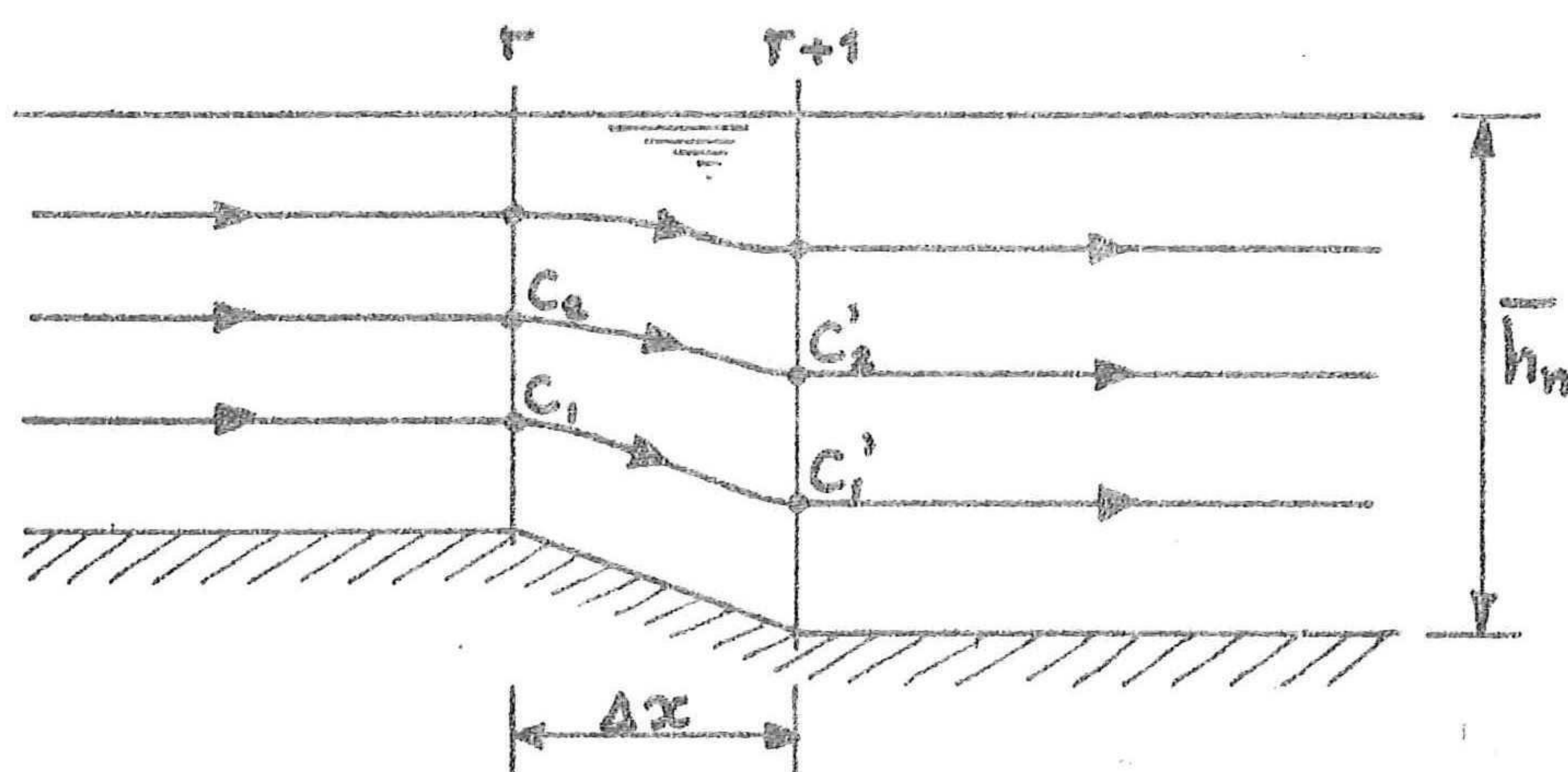


Fig. 38

De waterafvoer is constant, indien nu gesteld mag worden, dat tussen r en $r+1$ de sedimentafvoer óók constant is, zouden de concentraties gelijk blijven in r en $r+1$; voorlopig wordt gesteld dat dit inderdaad zo is.

Aangezien het profiel toeneemt, neemt de watersnelheid evenredig hiermee af; bij gelijke concentraties geldt dan globaal dat:

$$\int v \times C \, dy = C \int v \, dy = \text{constant}$$

ofwel het sedimenttransport is constant.

Het is echter te verwachten, dat tussen punt r en $r+1$ ook al een zekere afname van het sedimenttransport plaatsvindt ten gevolge van uitzakken van de verticaal, het aannemen van gelijke concentraties in r en $r+1$ is dan niet helemaal juist.

Om deze reden wordt in het punt r een fictieve beginverticaal vastgesteld met een hoogte \bar{h}_n ; dit betekent dus het uittrekken van de concentratieverticaal uit r tot de lengte van de verticaal in $r+1$; het toekennen van gelijke concentraties en dan terugplaatsen hiervan in punt r .

Hierna neemt het diffusieproces weer aanvang, waarbij de concentraties in punt $r+1$ volgens de bekende betrekkingen worden berekend uit de

"fictieve" beginverticaal; de bodemrandconcentratie in $r+1$ neemt nu echter direct de nieuwe waarde aan, berekend m.b.v. de evenwichtsverticaal en het nieuwe evenwichtstransport, te bepalen met vergelijking (22) aan de hand van de nieuwe waarden voor h_2 en I . Door het terugplaatsen van de beginverticaal naar punt r is bereikt, dat tussen r en $r+1$ het uitzakken tot zijn recht kan komen, ofwel dat het sedimenttransport variabel (in dit geval afnemend) is; de aanname van constant sedimenttransport geldt dan echter niet meer. Het terugplaatsen maakt nu juist deze aanname overbodig, er geldt nl. in het punt r zeker wél dat Q en S constant zijn, waardoor óók de concentraties constant zijn; de verticaal wordt slechts fictief uitgerekte tot een lengte \bar{h}_n .

Aangezien de \bar{h} verdeeld wordt in een aantal stukken Δy zal bij de andere \bar{h}_n een interpolatieprobleem kunnen ontstaan, indien dezelfde Δy in de zandvang gehanteerd zou worden; een handige oplossing hiervoor is de \bar{h}_n in een zelfde aantal stukken te verdelen als de \bar{h} , de concentraties kunnen nu zonder meer hetzelfde blijven. In fig. 38 is namelijk te zien dat dan zonder meer geldt $C_1 = C_1'$, $C_2 = C_2'$ etc.; dit omdat de concentraties vanaf de bodem slechts een rangnummer hebben in het systeem, onafhankelijk van de hoogte! Voor elke verandering van profiel kan deze methode worden toegepast, gewaakt moet enkel worden voor het feit, dat bij afnemende Δy de stabiliteitsfactor λ toe zal gaan nemen, ténzij Δx wordt aangepast. Bij de zandvang is dit niet het geval, Δy wordt groter, dit geeft betere stabiliteit.

Resumerend kan worden gesteld dat in dit hoofdstuk de nodige methoden zijn aangedragen om een profielverandering in het model te kunnen invoeren en de nodige parameters hierbij de vereiste aanpassing te kunnen doen geven. Dit is niet alleen noodzakelijk voor het aanbrengen van de zandvang, maar zal ook van toepassing kunnen zijn indien de niet-stationaire berekeningen worden ingevoerd; aanzandingen zullen namelijk niet gelijkmatig optreden waardoor het systeem niet meer éénparig zal zijn. In dit geval zal dan bij elke belangrijke bodemverandering Δz het gehele pakket parameters opnieuw berekend moeten worden alsmede evenwichtsverticaal en bodemrandvoorwaarde; verwacht wordt dat de in dit hoofdstuk vastgestelde methoden hierbij van gemak zullen kunnen zijn.

Een beschrijving van de manier waarop dergelijke veranderingen in het rekenprogramma worden verwerkt is te lezen in bijlage III.

Opmerking:

Bij de overgang naar een ander dwarsprofiel treden uiteraard allerlei nevenverschijnselen op zoals vertragingengebieden, extra turbulenties, eventuele aanwezigheid van een neer e.d.; dit temeer, daar in dwarsrichting het profiel niet gelijkmatig is ten gevolge van het aanbrenge van bijvoorbeeld de zandvang over een beperkte breedte. Aangezien slechts 2-dimensionaal gerekend wordt én omdat dit soort verschijnselen moeilijk exact in rekening te brengen valt, zijn al deze invloeden verwaarloosd en is het systeem geschematiseerd tot het in fig. 38 getekende; over de gehele lengte van de zandvang gerekend zullen hierdoor nauwelijks afwijkingen ontstaan, temeer daar dergelijke verschijnselen slechts lokaal optreden.

VIII TOEPASSINGEN

VIII-1 Algemeen

Aan de hand van het ontwikkelde numerieke model voor het proces van diffusie in een permanente "semi"-éénparige stroming wordt getracht een oplossing te geven van de problemen en de vragen die in de Inleiding naar voren kwamen; hoofddoel is voor het prototype echter om na te gaan welke afmetingen en welke plaats een te graven zandvang moet hebben.

Toepassing van het model moet in eerste instantie daarom in dit licht worden gezien, terwijl uiteraard óók reeds gebruik hiervan is gemaakt tijdens de toetsingen van hoofdstuk VI. In het licht van het onderzoek voor de Río Magdalena en het Canal del Dique moet tevens de toepassing genoemd worden van V.d. Lely (lit.) die het model gebruikte om na te gaan hoeveel sediment neer zou slaan indien te Calamar een sluis gemaakt zou worden; vóór de sluis in het Canal del Dique kunnen forse aanzandingen optreden t.g.v. de vertraging van het water. Zowel deze aanzandingen kunnen m.b.v. het model globaal worden onderzocht, alswel de mogelijkheid om bij lage riviersanden het sediment terug te spoelen met water uit het kanaal; deze toepassing zal hier echter niet worden besproken.

Zéér algemeen moet het volgende onderdeel gezien worden waarvoor het model is gebruikt; het betreft een onderzoek naar de relaxatielengte van concentratieverticalen met uniforme verdeling over de hoogte. Relaxatielengte moet in dezen gezien worden als uitzaklengte die een uniform verdeelde beginverticaal nodig heeft om op evenwicht te komen, waarbij evenwicht moet voldoen aan bepaalde criteria t.a.v. het totaaltransport alswel t.a.v. de vorm van de verticaal. In de volgende paragrafen zullen toepassingen van zowel zandvang als relaxatielengte worden besproken.

VIII-2 Toepassing zandvang in Canal del Dique

In fig. 39 is te zien hoe de ligging van het Canal del Dique is die bij de plaats Calamar aftakt van de Río Magdalena; meer gegevens hierover zijn te vinden in het rapport "Vooronderzoek Canal del Dique project" (ref.33) alsmede in het eindrapport van het MITCH-team (ref. 21).

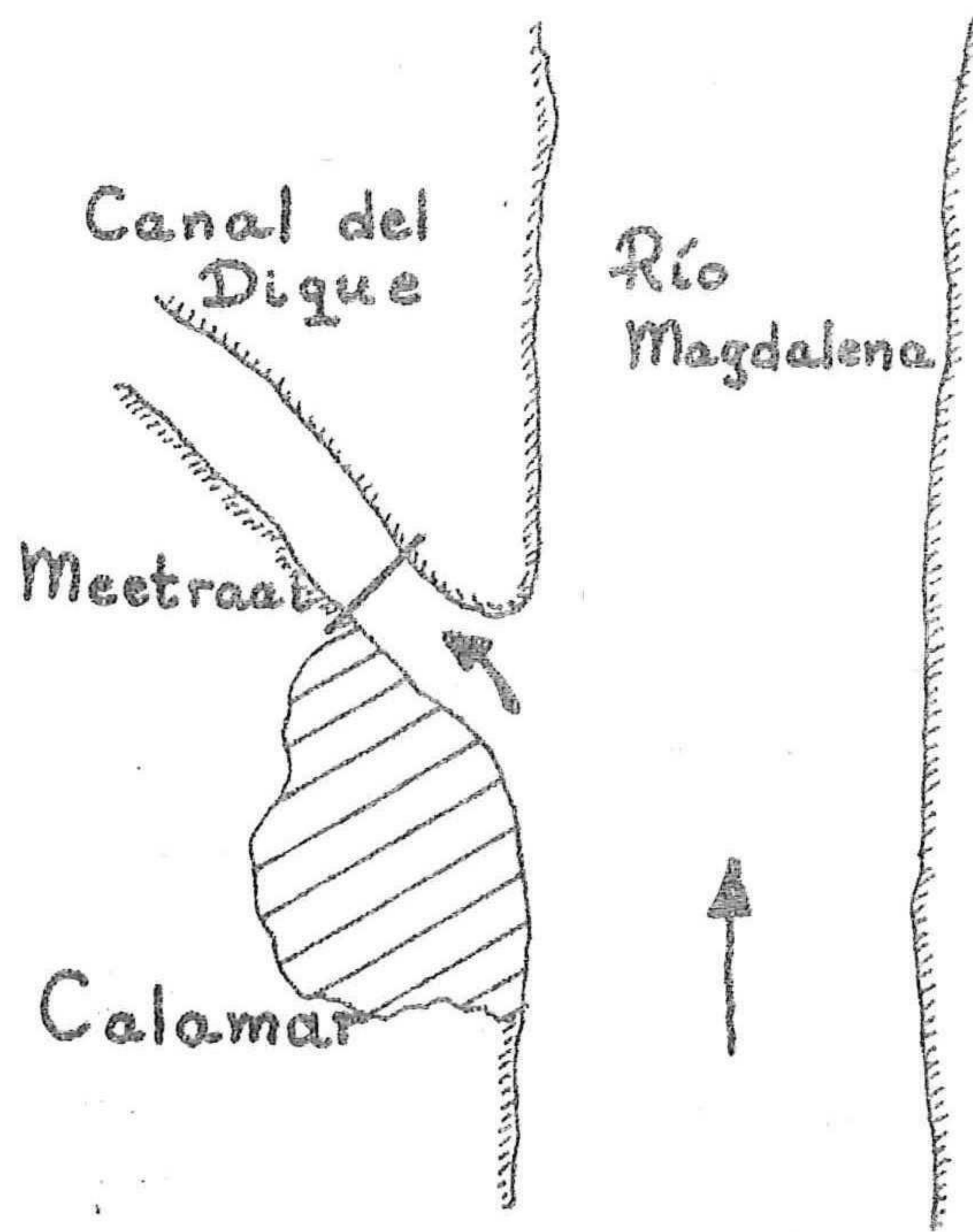


Fig. 39

Zoals reeds eerder vermeld wordt de stroming in het Canal del Dique geschematiseerd tot een permanente éénparige stroming; alle invloeden in dwarsrichting worden verwaarloosd, de gehele berekening vindt plaats in stromings- en verticale richting per eenheid van breedte.

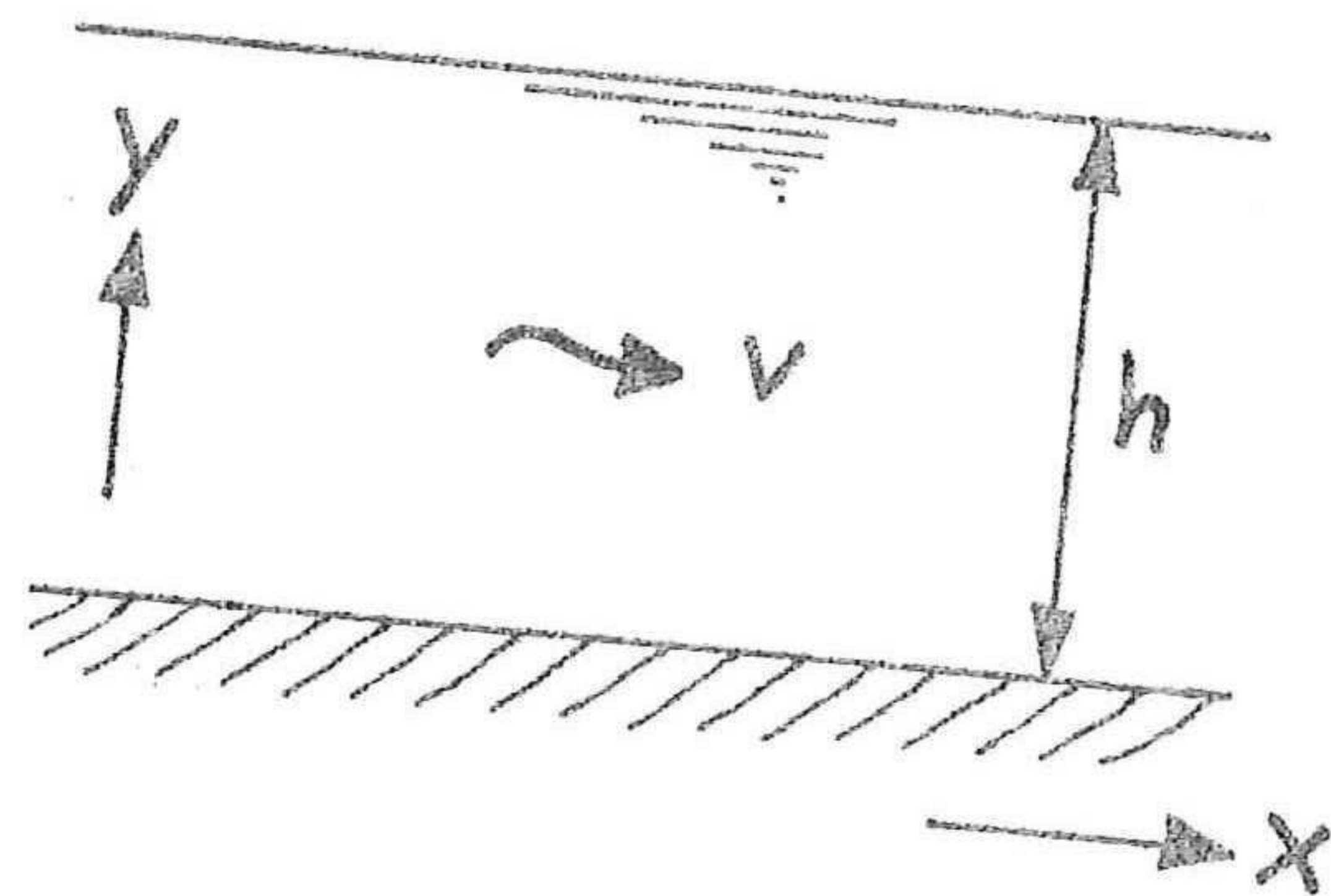


Fig. 40

De schematisatie wordt verkregen door te rekenen met een gemiddelde diepte $\bar{h} = h$ en een gemiddelde breedte B ; waarden die constant zijn over de gehele lengte van het model, uitgezonderd t.p.v. een eventueel te graven zandvang.

Voor de toepassing van het model op het prototype is een keus gedaan voor een bepaalde hoogwaterstand aangezien hierbij het sedimenttransport hoog is; gekozen is voor een waterpeil van 8.00 m^+ , een waterstand die ca. eenmaal per 3 jaar voorkomt.

Bij de gekozen waterstand kan uit het MITCH-rapport via de betrekkingen de hele serie benodigde parameters worden bepaald.

Dit geeft in het onderhavige geval:

$$\begin{aligned}\bar{h} &= 5,25 \text{ m} \\ h_1 &= 5,50 \text{ m} \\ h_2 &= 5,75 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= 135 \text{ m} \\ Q &= 700 \text{ m}^3/\text{s} \\ S &= 4000 \text{ m}^3/\text{dag} \\ &\text{(incl. poriën)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= 47,5 \sqrt{\text{m/s}} \\ I &= 7,2 \times 10^{-5}\end{aligned}$$

Voor het sediment zijn in Calamar de volgende eigenschappen bepaald:

$$\begin{aligned}D_{50} &= 210 \mu = 0,21 \text{ mm} \\ w &= 0,03 \text{ m/s} \\ \gamma_K &= 2,68 \text{ t/m}^3\end{aligned}$$

De onderrand waarop de bodemrandvoorwaarde wordt gedefinieerd: $y_A = 0,05 \text{ m}$ wordt aangehouden, wat bij een aantal van 8 stappen in y-richting resulteert in $\Delta y = 0,65 \text{ m}$; de maximale voortschrijding die hierbij mogelijk is in verband met de stabiliteit $\Delta x = 3,0 \text{ m}$.

De toepassing wordt uitgebreid met het aanbrengen van een zandvang met een lengte van 300 m op een afstand vanaf het systeemnulpunt van $x = 100 \text{ m}$; het eind van de zandvang ligt dus op $x = 400 \text{ m}$, terwijl breedte en diepte hiervan resp. 50 en 5 m. zijn.

Bovenstaand zijn voldoende gegevens aanwezig om alle nodige parameters voor het model te berekenen, het vergelijkingstelsel hiervoor is in het kort samengevat: (7) en (70) geven:

$$\bar{v} = \frac{Q}{B \times h} \quad \rightarrow \quad \bar{v} = 0,988 \text{ m/s}$$

$$(65) \quad \frac{\bar{v}}{v_x} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad \rightarrow \quad v_x = 0,0651 \text{ m/s}$$

$$(64) \quad \bar{v} = \frac{v_x}{\kappa} \ln \frac{11h}{k_n} \quad \rightarrow \quad k_n = 0,134 \text{ m}$$

$$y_0 = 1/30 k_n \quad \rightarrow \quad y_0 = 0,00447 \text{ m.}$$

$$(47) \quad \epsilon_s(0,5h) = \beta \kappa v_x \frac{1}{2}h(1 - \frac{1}{2}) \quad \rightarrow \quad \epsilon_s(\frac{1}{2}h) = 0,0342 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$(49) \quad v(0,5h) = \frac{v_x}{\kappa} \ln \frac{1}{2}h/y_0 \quad \rightarrow \quad v(\frac{1}{2}h) = 1,04 \text{ m/s}$$

$$(51) \quad A = \frac{\epsilon_s}{v} \quad \rightarrow \quad A = 0,0329 \text{ m.}$$

$$(27) \quad \lambda = A \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 0,234 \text{ (voldoet aan verg. 59a \text{ \textit{en} } verg. 33).}$$

Hoewel het transport S gegeven is, wordt het evenwichtstransport toch berekend met vergelijking (22), dit geeft:

$$s = 0,568 \times 10^{-3} \text{ t/m.s} = 0,212 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m.s}$$

Met $\epsilon = 0,4$ en $B = 135$ geeft dit inderdaad $S = 4000 \text{ m}^3/\text{dag}$.

Als laatste gegeven is het nu nog nodig een beginverticaal te bepalen en in het systeem te brengen, die representatief is voor de bijbehorende waterstand van 8.00^{\dagger} . Dit scheidt nog enige problemen, die in de volgende paragraaf worden besproken.

VIII-3 Beginverticaal prototype

Voor het bepalen van de beginvoorwaarde, zijnde de beginconcentraties in de verticaal bij de gekozen waterstand is het duidelijk dat uitgegaan moet worden van reëel aanwezige situaties, d.w.z. de beginverticaal moet zo mogelijk bepaald worden uit metingen bij de betreffende waterstand. Uiteraard is het niet te verwachten dat bij elke willekeurig gekozen waterstand metingen aanwezig zijn; de beginverticaal wordt dan moeilijk te bepalen en moet redelijk worden aangenomen. Ook bij de waterstand van 8.00 m^{\dagger} zijn niet exact metingen verricht, wél echter bij een waterstand van $7,95^{\dagger}$ op de peilschaal te Calamar, d.w.z. 7.60^{\dagger} t.o.v. het referentievlak; deze metingen zijn uitgevoerd op 15/6/'71 in de meetraai te Calamar. Twee concentratieverticalen zijn gemeten:

<u>Vert. I</u>	<u>y_m</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u> ppm	<u>Vert. II</u>	<u>y</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u>
$h = 3,5\text{m.}$	0,1	0,029	1210	$h = 4,2\text{m.}$	0,1	0,024	5010
	0,2	0,057	940		0,2	0,048	3420
	0,3	0,086	889		0,3	0,072	2480
	0,4	0,114	759		0,4	0,095	1990
	0,5	0,143	785		0,5	0,119	1390
	2,5	0,715	234		3,2	0,762	233

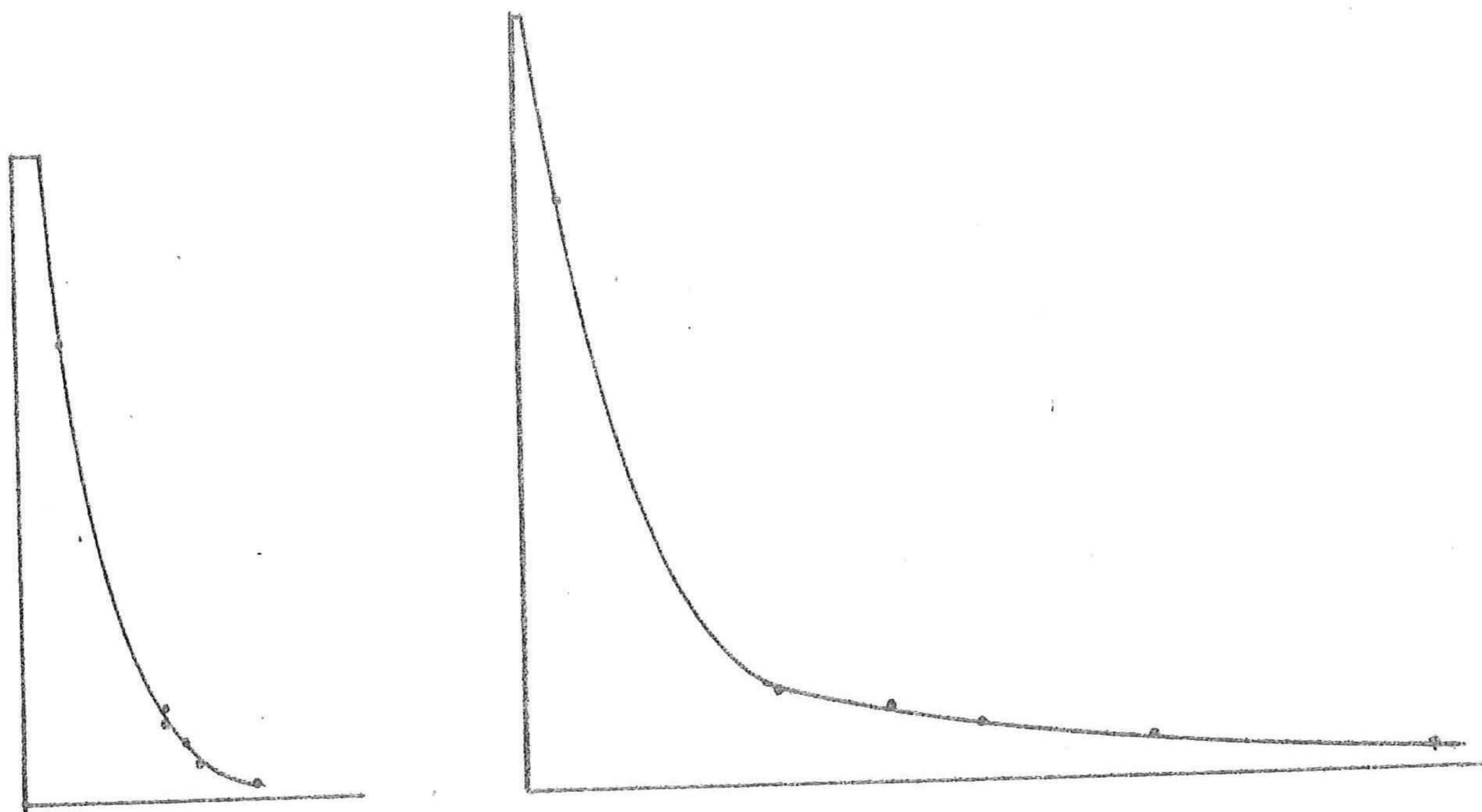


Fig. 41

De meetraai waar de metingen zijn uitgevoerd ligt echter op een afstand van ca. 250 m. van de Río Magdalena in het Canal del Dique; de vraag is dan of deze verticalen nog wel representatief zijn voor de beginverticaal.

Het is dus eigenlijk nodig om gegevens te hebben die meer aan het begin van het kanaal bepaald zijn; deze zijn echter niet beschikbaar, daarom wordt getracht aan de hand van concentratiemetingen in de rivier, vlak vóór de aftakking een redelijke schatting te maken van de beginverticaal. Tijdens hoogwater zijn helaas geen concentratiemetingen beschikbaar in de rivier, de meest bruikbare zijn de metingen van 18/4/'72 bij wassend water met een niveau van 3.96^+ p.s. = 3.61^+ ref. vlak; op deze dag zijn 4 verticalen gemeten in de R.M. vlak bij de aftakking van het C.d.D. Verticaal I is gemeten op een plaats ongeveer in het midden van de rivier, de overige verticalen liggen respectievelijk steeds dichterbij de oever.

<u>Vert. I</u>	<u>y_m</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u> -ppm
h = 17,35 m	0,1	0,0058	14600
	0,2	0,0115	2920
	0,3	0,0173	1710
	0,4	0,0230	1300
	0,5	0,0288	1020
	3,35	0,194	80
	7,55	0,435	46
	11,87	0,684	24
	16,19	0,933	36

<u>Vert. II</u>	<u>y</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u>
h = 13,15 m	0,1	0,0076	2190
	0,2	0,0152	2160
	0,3	0,0228	540
	0,4	0,0304	450
	0,5	0,0380	410
	2,99	0,228	47
	7,03	0,535	79
	11,11	0,845	27

<u>Vert. III</u>	<u>y</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u>
h = 9,85 m	0,1	0,010	1590
	0,2	0,020	410
	0,3	0,030	230
	0,4	0,041	170
	0,5	0,051	280
	2,35	0,239	150
	5,35	0,543	39
	8,35	0,849	7

<u>Vert. IV</u>	<u>y</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u>
h = 6,27 m	0,1	0,016	4820
	0,2	0,032	500
	0,3	0,048	670
	0,4	0,064	290
	0,5	0,080	290
	1,42	0,226	110
	3,36	0,536	38
	5,30	0,845	10

Aan de waarden is te zien dat ondanks de lage waterstand de concentraties, vooral dichtbij de bodem, toch al vrij hoog zijn; in vert. IV met de vrij kleine diepte is dit vooral vrij opvallend. Is hier, dichter naar de oever, soms al een zeker afzuigend effect van het C.d.D. aanwezig met gekromde stroomlijnen, lokaal grotere snelheden en daardoor veel transport van sediment het Canal in? Wat kan nu echter gezegd worden van de beginverticaal die binnenkomt en dan nog bij een waterstand van 8.00 m⁺? Dat het binnenkomend transport groot zal zijn en daarmee de concentraties is duidelijk; wat is echter de absolute grootte en hoe is het verloop in de verticaal?

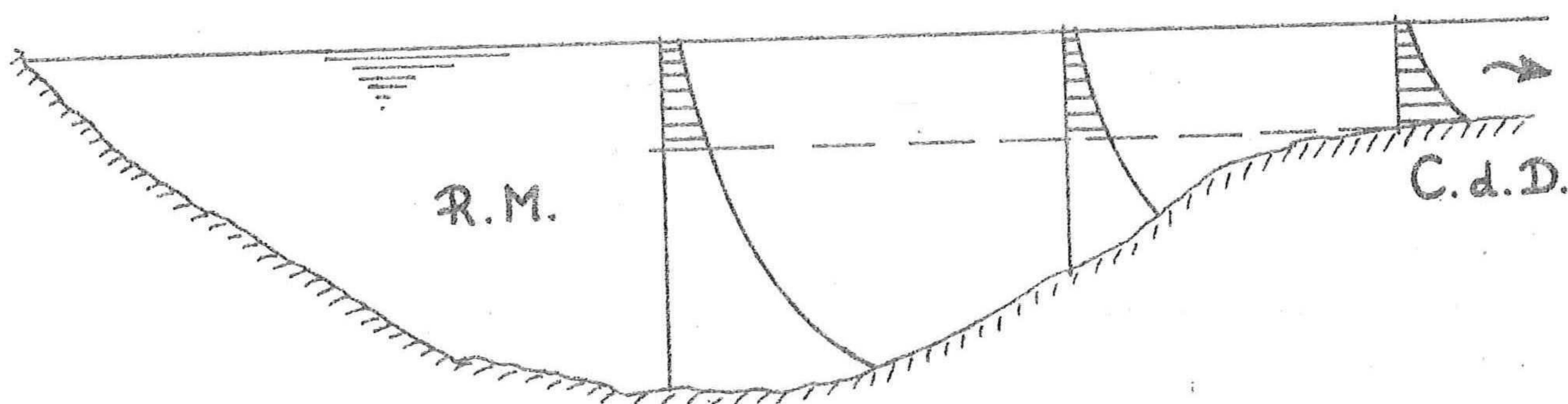


Fig. 42

De hierboven geschetste situatie wat het Canal binnen zou komen is een extreem, uiteraard niet reëel; de hieronder geschetste situatie is dit echter ook; valt er te verwachten dat door de kromming van de stroomlijnen een soort samenknijpen van de verticaal ontstaat waardoor grote hoeveelheden sediment het kanaal binnenkomen en verdeeld over kleinere hoogte grote concentraties optreden?

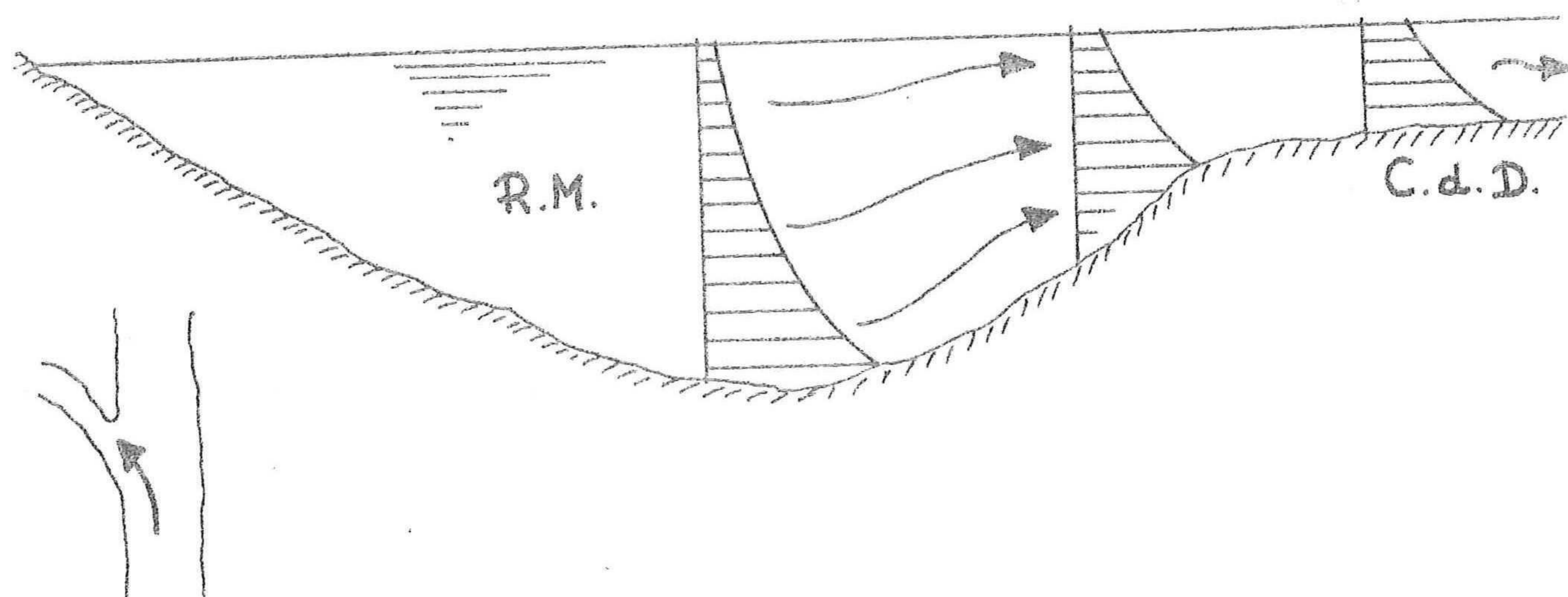


Fig. 43

Hoogstwaarschijnlijk zal de werkelijkheid er ergens tussenin liggen, dit maakt echter dat deze werkelijkheid dan moeilijk te bepalen valt, temeer daar ook de waterstand niet erg overeenkomt met het gekozen hoogwaterpeil van 8.00⁺.

Besloten is dat als uitgangspunt voor de beginverticaal toch de metingen worden genomen in de meetraai bij Calamar in het Canal del Dique, dit betekent dat het beginpunt $x = 0$ van het systeem op een afstand van ca. 250 m. vanaf de rivier komt te liggen.

De primaire reden hiertoe zijn de moeilijkheden bij het bepalen van de beginverticaal uit de metingen in de rivier; voor het Canal del Dique zijn metingen aanwezig die redelijk goed aansluiten bij de gekozen waterstand.

Het nadeel dat deze metingen niet representatief zouden zijn gaat niet geheel op; het is namelijk niet zo dat direct aan het begin van het Canal del Dique het profiel gelijk is aan het gemiddelde vastgestelde profiel, de bodem loopt vanaf de rivier langzaam op, terwijl ook de breedte zich langzaam aanpast.

De profielgegevens in par. VIII-2 zijn dan ook bepaald in dezelfde meetraai als waar de concentratiemetingen zijn uitgevoerd, het "gemiddelde profiel" is hier aanwezig. Voorlopig wordt daarom aangenomen dat de gemeten concentratieverticalen in deze meetraai een redelijke indicatie geven van de beginverticaal; aangezien vert. II niet helemaal in het midden van de stroom is gemeten (diepte 4,2 m) wordt uit deze verticaal een beginverticaal bepaald die iets "voller" zit, met een diepte van 5,25 m.

<u>Beginverticaal</u>	<u>y</u>	<u>y/h</u>	<u>C</u>
h = 5,25 m.	0,05	0,0095	7000
	0,70	0,133	1200
	1,35	0,257	900
	2,00	0,381	600
	2,65	0,505	400
	3,30	0,629	250
	3,95	0,752	200
	4,60	0,876	150
	5,25	1,0	100

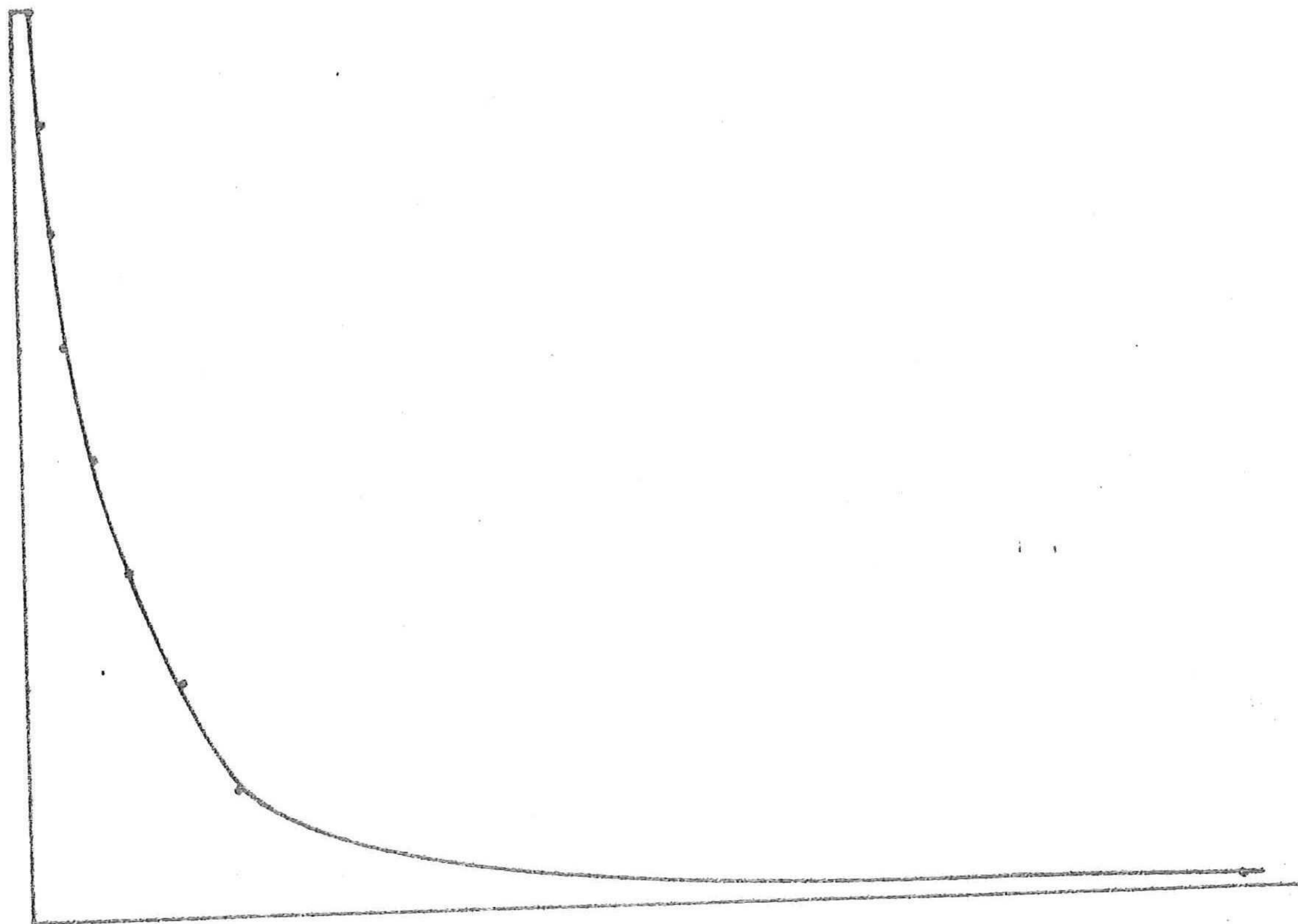


Fig. 44

Resumerend kan worden gesteld dat het uitermate lastig is om een representatieve beginverticaal vast te stellen, óók indien metingen beschikbaar zijn; de metingen moeten namelijk bij de juiste "ontwerp" waterstand gedaan zijn en dat zou toeval zijn; de metingen moeten verder op de juiste plaats, het aangenomen systeemnulpunt, uitgevoerd zijn en zelfs deze plaats is nog discutabel aangezien niet bekend is waar het profiel ongeveer de gemiddelde waarde heeft bereikt. Tenslotte moet, omdat met gemiddeld transport over de breedte wordt gewerkt, een aantal metingen in dwarsrichting op de meetraai zijn uitgevoerd om het totale transport over het dwarsprofiel te kunnen bepalen en dit te middelen.

Om bovengenoemde redenen lijkt het verstandiger niet uit te gaan van alléén gemeten concentratieverticalen, maar óók van de gemeten hoeveelheid transport die het kanaal binnenkomt; dit is mogelijk omdat het MITCH-team uit de waarnemingen een betrekkinglijn heeft vastgelegd van zowel het berekende transport als het gemeten transport als functie van de waterstand.

Bennet en Nordin (ref. 3) toonden aan dat metingen van totaaltransport echter zeer onzuiver zijn, en dat voor een bepaling hiervan slechts betrouwbare waarden worden verkregen indien 7 à 9 maal het gehele dwarsprofiel wordt doorgemeten; tevens toonden zij aan dat het inderdaad zeer moeilijk is een representatieve concentratieverticaal te bepalen uit metingen, aangezien de variatie in dwarsrichting groot kan zijn én de maximale en minimale concentratieverticalen snel van plaats veranderen. Ondanks alle moeilijkheden is daarom voorlopig besloten de hierboven bepaalde beginverticaal te gebruiken en dan later te controleren of deze voldoet aan de hoeveelheid gemeten totaaltransport in de meetraai, die kan worden bepaald uit de betrekingslijnen bij 8.00^+ m.

VIII-4 Resultaten prototype

In de voorgaande paragrafen zijn alle benodigde gegevens bepaald voor de toepassing op het prototype, deze gegevens zijn allemaal in het programma ingelezen wat leidde tot de volgende resultaten:

De benedenrandvoorwaarde, ofwel de bodemconcentratie op $y = y_A = 0,05$ m, $C_A = 828$ ppm; dit is vrij opzienbarend, aangezien ook onderzocht is hoe groot deze term zou zijn als de evenwichtsverticaal beschreven zou worden met de vergelijking van Rouse (62), in dit geval zou gelden $C_A = 7716$ ppm!

Aan de vorm van de evenwichtsverticaal, beschreven met vergelijking (68) is het al te zien dat dit wel verklaarbaar is; het sediment is meer uniform verdeeld als bij Rouse, m.a.w. er zit meer bovenin wat resulteert in minder onderin de verticaal, bij gelijkblijvend transport. Dit is een direct gevolg van de verschillende aannamen voor $\epsilon_s(y)$; gebruikte Rouse de ϵ_s -verdeling voor het water met $\beta = 1,0$, in dit geval is de logaritmische verdeling voor ϵ_s aangenomen zoals reeds beschreven werd in IV-3.

Beide evenwichtsverticalen zien er als volgt uit:

Evenwichtsverticaal verg. (68)

<u>y_m</u>	<u>C</u> -ppm
0,05	828
0,70	343
1,35	175
2,00	95
2,65	53
3,30	30
3,95	18
4,60	10
5,25	6

Evenwichtsverticaal verg. (62), Rouse

<u>y</u>	<u>C</u>
0,05	7716
0,70	320
1,35	120
2,00	65
2,65	36
3,30	20
3,95	11
4,60	4
5,25	0

Dit geeft het volgende beeld:

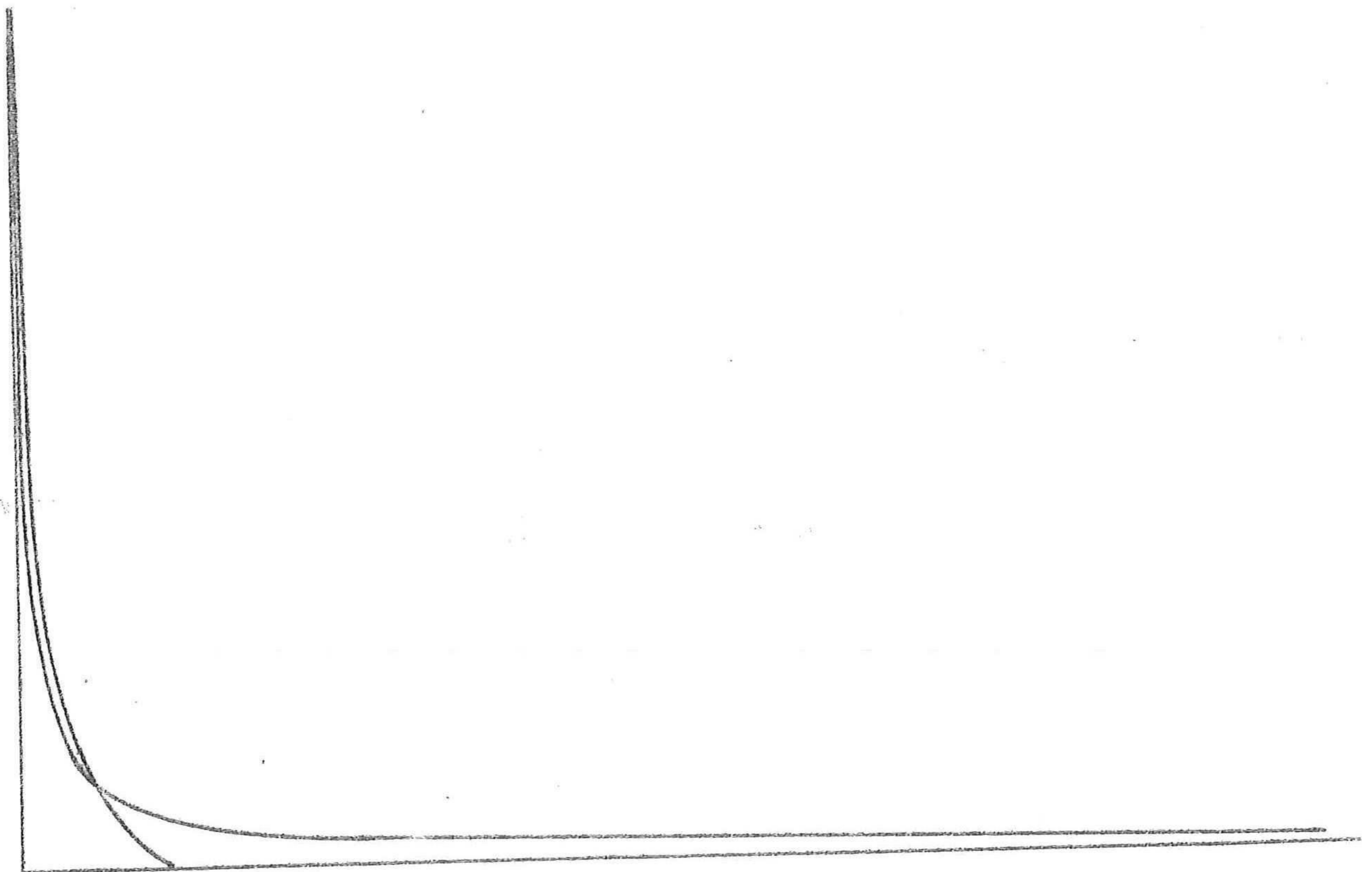


Fig. 45

Dit is half-logaritmisch uitgezet in grafiek VIII-1; het is duidelijk dat het verschil in transport voornamelijk optreedt ten gevolge van het feit, dat op de plaats waar de snelheid grote invloed heeft op het product $v \times C$, de concentraties in de nieuwe evenwichtsverticaal ook hoog zijn; omdat het totaaltransport echter gelijk is, moeten de concentraties aan de bodem bij de Rouse-verdeling zéér hoog zijn ten gevolge van de lage snelheid. Ter contrôle van beide verticalen is m.b.v. een numerieke integratie het transport $\int v \times C dy$ berekend; in beide gevallen blijkt dit, binnen de nauwkeurigheid van de methode, overeen te komen met het evenwichtstransport, berekend in VIII-2, namelijk $s = 0,568 \times 10^{-3} \text{ t/m.s.}$

Een zelfde contrôle is uitgevoerd op de beginverticaal, om na te gaan of deze overeenkomt met het gemeten binnenkomende transport, bepaald door het MITCH-team; integratie van de verticaal leidt tot een transport $s = 0,308 \times 10^{-2} \text{ t/m.s.}$; deze integratie zit overigens in het computerprogramma verwerkt en kan bij de uitvoer direct worden afgelezen.

Deze hoeveelheid binnenkomend transport komt overeen met $S = 22.400 \text{ m}^3/\text{dag}$ incl. poriën; in fig. 46 is te zien dat dit iets te hoog is bij de gekozen waterstand van 8.00 m^{\dagger} ; bij voortzetting van het onderzoek zal de beginverticaal daarom enigszins moeten worden aangepast.

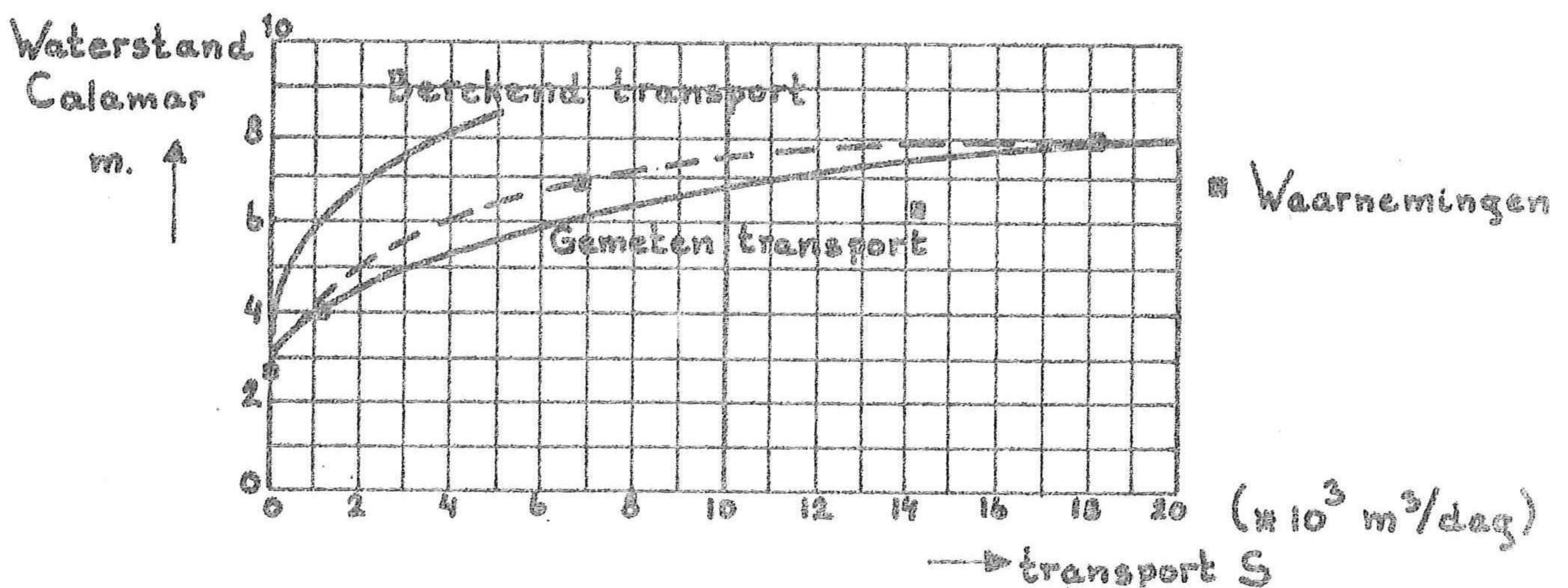
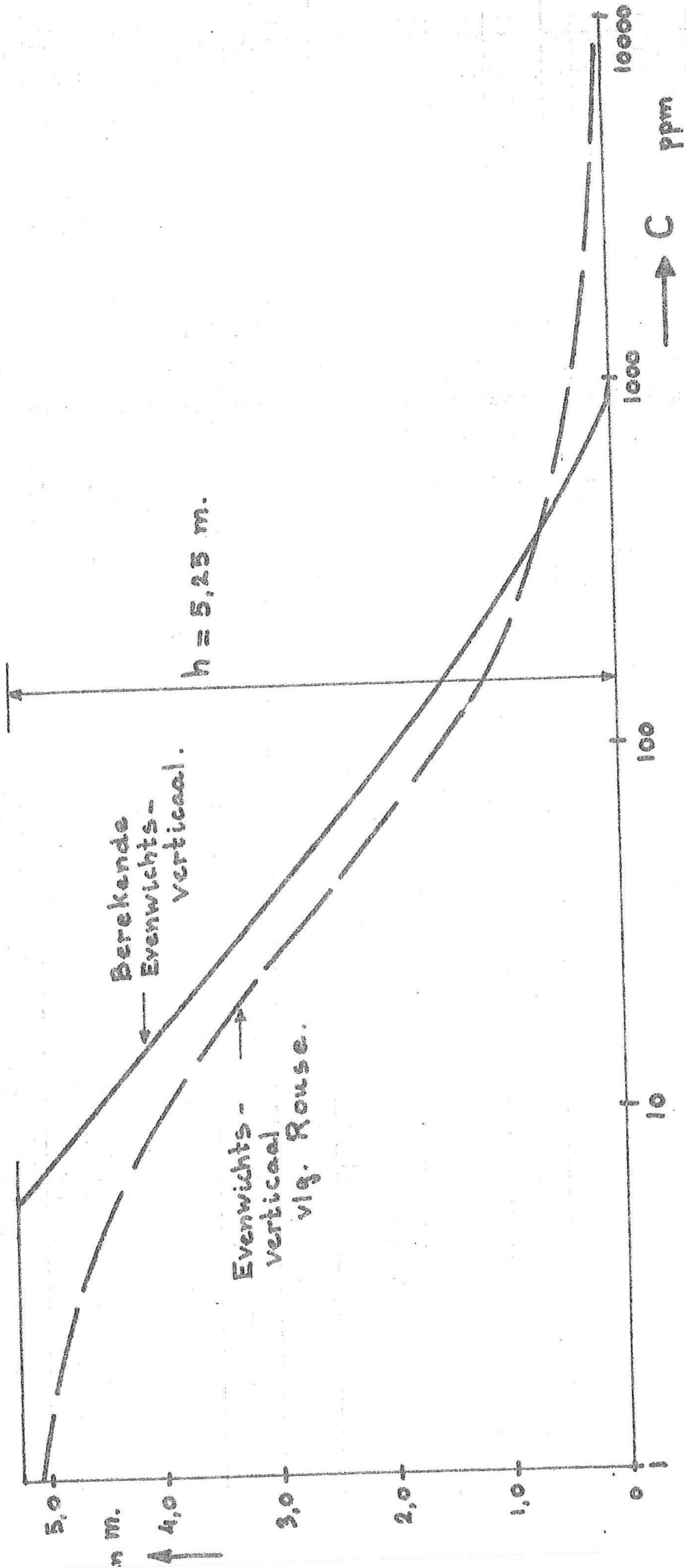


Fig. 46



De streeplijn geeft de relatie indien het geheel niet beïnvloed zou zijn door de ene waarneming op 6.20^{\dagger} m; deze "trekt" de betrekkinglijn nogal opzij en maakt de gemeten transporten nog meer afwijkend van de berekende.

In het rekenprogramma is op ieder rasterpunt in x-richting het lokale transport berekend, uiteraard weer d.m.v. een numerieke integratie $\int v \times C dy$; aan de hand hiervan is het mogelijk een inzicht te verkrijgen in het verloop van het sedimenttransport én in de hoeveelheid sediment die neer zal slaan; deze wordt in het systeem óók steeds berekend door het verschil in s van 2 opvolgende punten. Enige twijfel gold de numerieke integratie, aangezien de concentratie in slechts een beperkt aantal punten bekend was, in het geval van het prototype 9 stuks, terwijl de gevoeligheid hiervan niet geheel bekend was. Vooral bij grof sediment met véél transport aan de bodem wordt verwacht dat méér integratiepunten nodig zijn.

Het transport over de bodem van 0 tot y_A , wordt benaderd door

$$sE = \frac{1}{2} \times y_A \times (v_A \times C_A)$$

waarin $v_A = v(y)$ op $y = y_A$; dit stu^l moet apart berekend worden, aangezien over de rest van de verticaal de integratiereg^el van Simpson wordt gebruikt, met toepassing van steeds gelijke delen Δy :

$$s' = \frac{\Delta y}{3} \left[v(0) \cdot C(0) + 4v(1) \cdot C(1) + 2v(2) \cdot C(2) + \dots + 4v(n-1) \cdot C(n-1) + v(n) \cdot C(n) \right]$$

(83)

waarin $v(0) = v_A$ en $C(0) = C_A$ aangezien hier het "nulde" punt in y-richting ligt.

Toepassing van deze methode op de evenwichtsverticaal levert een transport van $0,548 \times 10^{-3}$ t/m.s.; bij een berekend evenwichtstransport van $0,568 \times 10^{-3}$ t/m.s. blijkt de onnauwkeurigheid van de methode ca. 4% te zijn, wat in het licht van de onzekerheden in parameters en beginvoorwaarde zeer aanvaardbaar kan worden geacht.

In grafiek VIII-2 is een overzicht gegeven van het verloop van het sedimenttransport over het berekende deel, zowel voor het kanaal zonder zandvang, als voor het geval met een zandvang van 300 m lang zoals reeds aangeduid in par. VIII-2.

Het evenwichtstransport in de zandvang wordt $s = 0,121 \times 10^{-3}$ t/m.s. de bijbehorende evenwichtsverticaal:

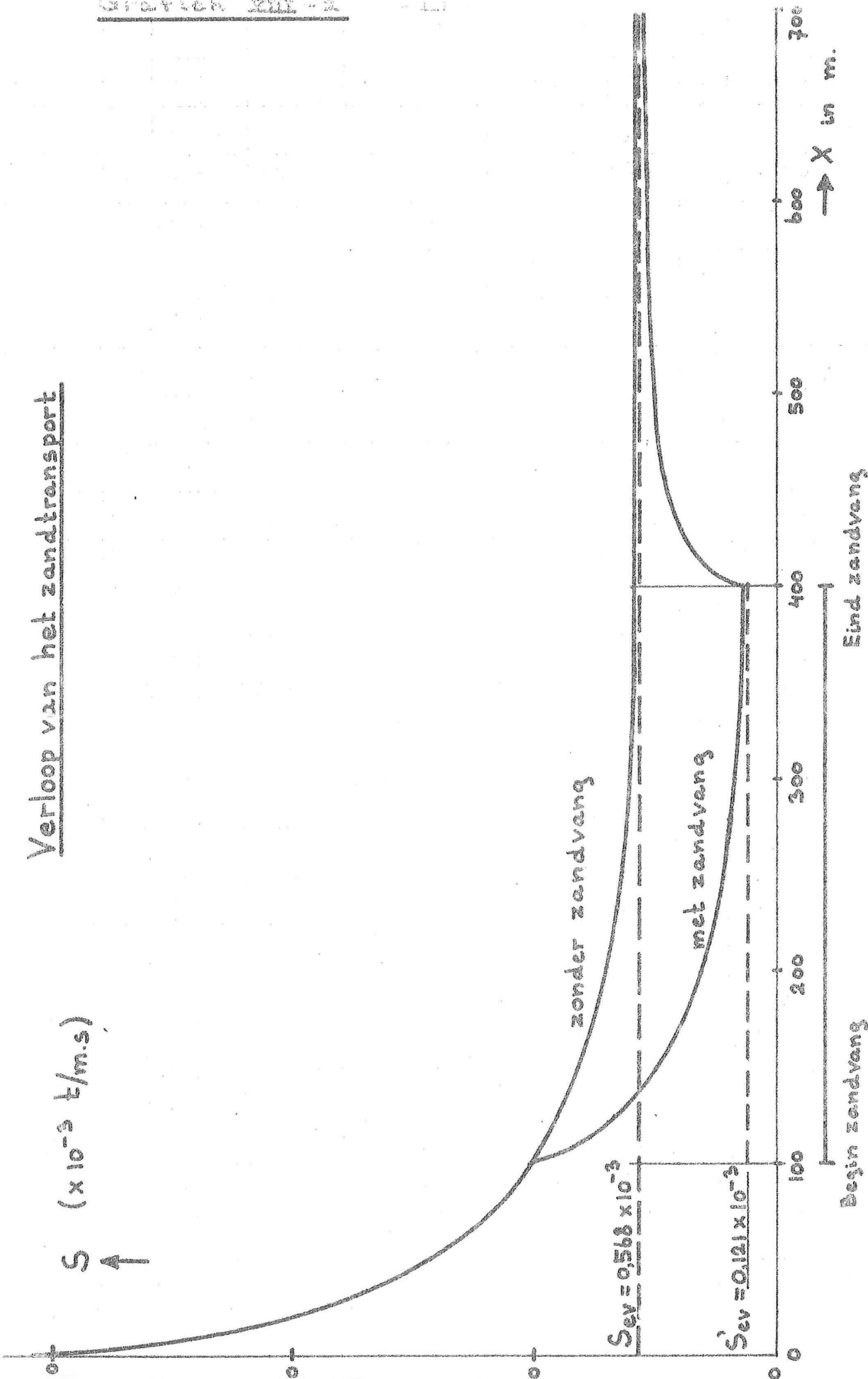
\underline{y}_m	$\underline{y/h}$	\underline{C}_{ppm}	$\bar{h}_n = 7,10$ m.
0,05	0,007	277	
0,93	0,131	82	
1,81	0,255	33	
2,69	0,379	14	
3,58	0,504	6	
4,46	0,628	3	
5,34	0,752	1	
6,22	0,876	1	
7,10	1,0	0	

Aan het verloop van het sedimenttransport voor de beide gevallen is duidelijk te zien, dat het weinig effectief is om de zandvang op deze plaats te situeren, 80% van de overmaat aan sediment is al vóór de zandvang uitgezakt en neergeslagen; de zandvang vangt weliswaar nog een groot deel van het sediment maar dit veroorzaakt zelfs weer uitschuringen na het einde van de zandvang, omdat er nu teveel uit wordt gehaald.

Het lijkt daarom redelijk te veronderstellen dat de zandvang meer bovenstrooms gesitueerd moet zijn om deze effectief te doen zijn én de grote moeilijkheden voor de scheepvaart, die in bovengeschetst geval over de eerste 100 m. zeker zullen optreden, te vermijden. Aan de gradiënt van het transportverloop is zelfs te zien dat het uitzakken in het begin het snelst gaat, langzaam afneemt en asymptotisch naar nul gaat, waarbij het transport het evenwichtstransport benadert. Hieruit mag worden geconcludeerd dat de hoogste effectiviteit van de zandvang te verwachten is indien deze zover mogelijk bovenstrooms gesitueerd zou zijn én indien de lengte zodanig is, dat aan het einde van de zandvang het evenwichtstransport van het normale profiel is bereikt!

Verloop van het zandtransport

S ($\times 10^{-3}$ t/m.s)



$S_{ev} = 0,568 \times 10^{-3}$

$S'_{ev} = 0,121 \times 10^{-3}$

zonder zandvang

met zandvang

Begin zandvang

Eind zandvang

$\rightarrow X$ in m.

Met zover mogelijk bovenstrooms wordt hier overigens bedoeld zover mogelijk stroomopwaarts in het aangenomen coördinatenstelsel; de 200 à 250 m. ervóór zouden minder gunstig kunnen zijn, aangezien hier het profiel nog niet aangepast is en er bovendien nog allerlei instroom-effecten en 3-dimensionale stromingen te verwachten zijn. Een situering van de zandvang aan het begin van het kanaal kan echter moeilijkheden geven wat betreft de stabiliteit i.v.m. het ontbreken van een drempel, wat tevens kan leiden tot de mogelijkheid dat het kanaal meer aanvoer van sediment zal krijgen. Het is in dit geval dan ook aan te bevelen een soort onderwaterkrib met voldoende stabiliteit aan te brengen om dit tegen te gaan (zie fig. 47).

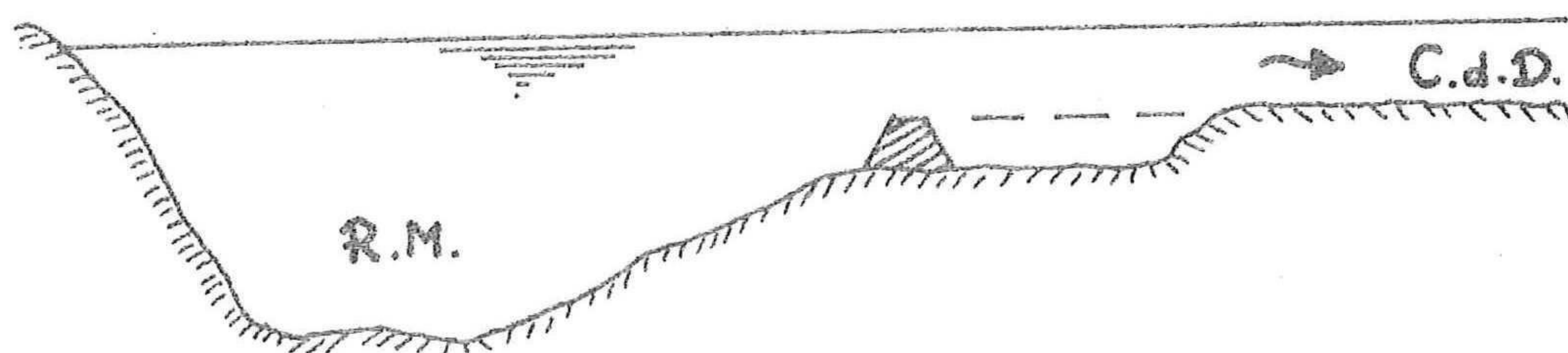


Fig. 47

Een laatste opmerking betreffende bovenstaande beschouwingen en de resultaten van het prototype is zeker op zijn plaats:

Hoewel met het ontwikkelde numerieke model voor het diffusieproces een concrete toepassing is uitgevoerd op het prototype en dit leidde tot zekere resultaten wat betreft het verloop van het sedimenttransport met en zonder zandvang, de evenwichtsverticaal e.d., mag hieraan toch niet al te veel waarde worden toegekend.

Het proces is namelijk plaats- én tijdsafhankelijk; tot nu toe is echter slechts één tijdsopname gemaakt van het gehele proces, het verloop in sedimenttransport veroorzaakt nu aanzandingen die op hun beurt weer invloed hebben op de diverse stroomparameters als diepte, snelheid e.d. met als gevolg een veranderende transportcapaciteit.

Het valt dan ook te verwachten dat de sterke aanzandingen aan het begin van het systeem na verloop van tijd op zullen houden en het sediment meer stroomafwaarts neer zal slaan met als gevolg het feit dat er langzamerhand relatief méér in de zandvang terecht zal komen en deze mogelijkheid tóch effectief zal blijken te zijn.

In dit geval zullen dan echter over het eerste deel van het kanaal vóór de zandvang grote problemen ontstaan voor de scheepvaart, aangezien dit deel eerst door grote aanzandingen zodanig een evenwicht moet instellen, dat de aangeboden hoeveelheid sediment naar de zandvang kan worden getransporteerd.

Hoewel dus een niet-stationaire behandeling tijdens de voortzetting van het onderzoek onontbeerlijk is om het gedrag en de aanpassing van de concentratieverticalen te bekijken is het zeer waarschijnlijk, dat de meest gunstige plaats van de zandvang zo ver mogelijk bovenstrooms is. In hoofdstuk IX zal een inleiding worden gegeven op de niet-stationaire behandeling met enige punten die hierbij van belang kunnen zijn.

VIII-5 Relaxatielengte

Het aanpassen van concentratieverticalen, met zwevend sediment, bij veranderende stroomparameters kost een zekere tijd, de relaxatietijd, die met behulp van de heersende stroomsnelheid kan worden omgevormd tot een zekere lengte die de concentratieverticaal nodig heeft om op evenwicht te komen.

Deze lengte, de relaxatielengte of relaxatie-afstand genoemd, is afhankelijk van diverse parameters, waarvan de invloed d.m.v. deze toepassing van het numerieke diffusiemodel is onderzocht; de parameters zijn:

- w , de valsnelheid van de korrels, het is duidelijk in te zien dat grote korrels met grote valsnelheid een kleine aanpassingslengte zullen bewerkstelligen, terwijl fijn sediment relatief lang in suspensie kan worden gehouden.
- v_x , de schuifspanningssnelheid; indien de v_x groot is zal de diffusiecoëfficiënt ook relatief groter zijn met als gevolg meer opwaartse beweging en langere aanpaslengte nodig.

Beide bovengenoemde factoren worden veelal gecombineerd tot één parameter w/v_x of w/kv_x ; in dit geval wordt de laatste gebruikt, deze factor geeft

in het algemeen tevens een inzicht wat betreft de vorm van het transport; grote w/kv_x geeft bodemtransport, lage waarden duiden op zwevend transport. Bij welke waarde de grens ligt tussen bodem- en zwevend transport is discutabel, veelal wordt gebruikt de waarde $w/v_x \sim 5/3$ ofwel $w/kv_x \sim 4$; uit dit onderzoek is echter gebleken, dat bij waarden van $w/v_x \sim 0,8$ ofwel $w/kv_x \sim 2$ al nauwelijks zwevend transport meer optreedt wat leidt tot de conclusie dat de veel gebruikte waarde waarschijnlijk iets te hoog ligt. Een andere parameter die van invloed is op de aanpaslengte is de factor C_0/C_A , waarin C_0 de binnenkomende beginconcentratie is en C_A de bodemconcentratie op $y = y_A$, die als benedenrandvoorwaarde in het systeem wordt gebruikt. In het onderzoek werd als beginverticaal telkens een uniform verdeelde concentratie genomen, d.w.z. C_0 was de beginconcentratie, constant over de gehele hoogte; dit is praktisch gezien misschien niet helemaal reëel, maar technisch gezien goed toepasbaar, omdat deze C_0 nu geheel onafhankelijk van allerlei andere factoren kan worden gevarieerd en er dus geen schijnrelaties kunnen ontstaan. Het verdient aanbeveling om tijdens de voortzetting van dit onderzoek na te gaan hoe de afhankelijkheden komen te liggen, indien de aanpassing wordt onderzocht van de ene evenwichtsverticaal naar een andere, bij veranderende stroomparameters.

In deze fase is dit achterwege gelaten aangezien een uniform verdeelde beginconcentratie geheel onafhankelijk is, terwijl voor een evenwichtsverticaal, met $C_A = C_0$ als beginconcentratie, de vorm toch vastgelegd is aan de diverse parameters v_x en w én bij veranderende stroomparameters dan in ieder geval ook v_x zal variëren.

Dit betekent, dat het onderzoek in deze vorm, lijnen voor gelijke w/kv_x met de relaxatielengte als functie van C_0/C_A niet zou kunnen plaatsvinden, maar óók de stroomparameters van de stroming vóór de verandering van invloed zijn op de relaxatielengte omdat deze de vorm van de beginverticaal vastleggen.

In het kort mag dus worden gesteld:

$$L/h = f \left\{ \frac{w}{kv_x}, \frac{C_0}{C_A} \right\} \quad (84)$$

waarin L/h = de dimensieloze relaxatielengte

h = diepte van de stroom.

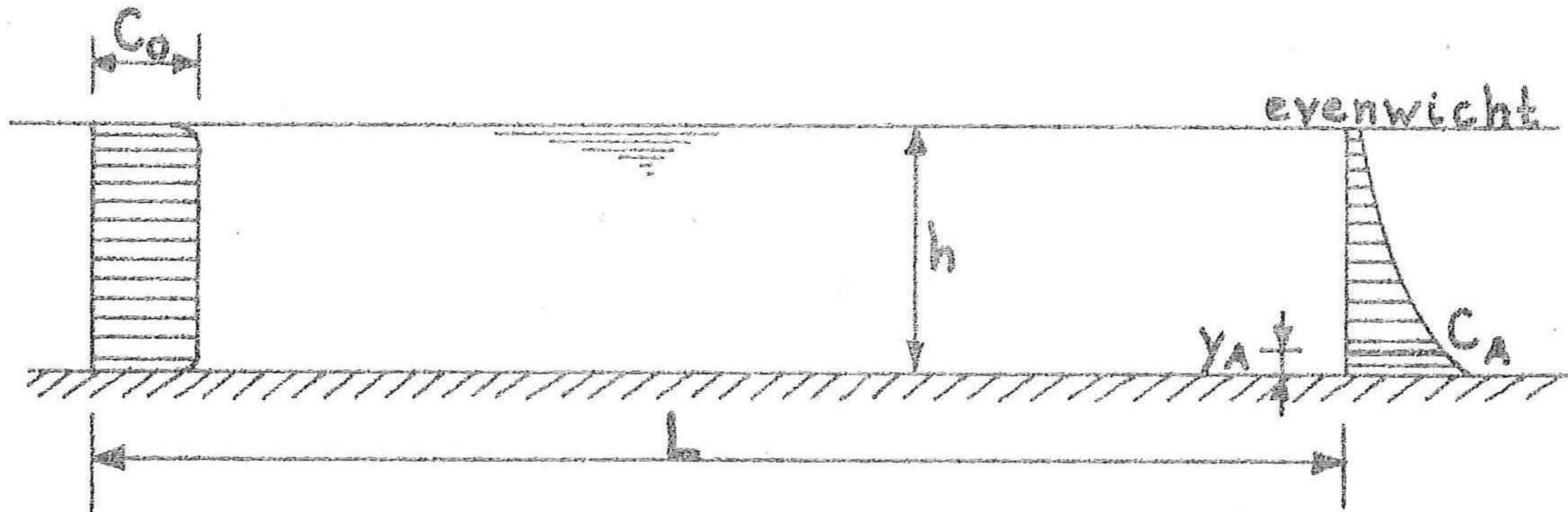


Fig. 48

Het is nu nog nodig om evenwicht iets nader te definiëren; het evenwicht is vastgelegd door het totaal transport dat de stroming kan transporteren, te berekenen met de evenwichtstransportvergelijking van Englund/Hansen, vergelijking (22). Indien het model gebruikt gaat worden op een toepassing waar een andere relatie geldt voor het evenwichtstransport is het uiteraard mogelijk deze te gebruiken; uit het evenwichtstransport is het nu mogelijk op de wijze, beschreven in hoofdstuk V, de bodemconcentratie C_A te berekenen.

De stroming is nu op evenwicht, indien het transport gelijk is aan het evenwichtstransport; aangezien het numerieke model echter altijd onnauwkeurigheden heeft en zeker de numerieke transportintegratie

$\int_0^h vCdy$ wordt evenwicht vastgesteld als dit op 5% benaderd is, m.a.w.

indien het transport tussen 95% en 105% van het evenwichtstransport ligt. Het is echter ook mogelijk, dat dit weliswaar het geval is, maar dat de vorm van de verticaal nog niet goed is; er bestaat in elk geval een uniforme verdeling waarbij het totaal transport gelijk is aan het evenwichtstransport.

Dit betekent dat niet alleen de totale hoeveelheid een criterium stelt t.a.v. het evenwicht, óók wat betreft de vorm van de verticaal moeten er eisen worden gesteld om ervoor zorg te dragen dat inderdaad op de juiste plaats evenwicht wordt geconstateerd.

Aangezien het uitzakken van een uniforme verdeling plaatsvindt van bovenaf, terwijl aan de onderzijde aanpassing plaats vindt door opnemen of uitzakken afhankelijk van de verhouding C_0/C_A is het voldoende om de vorm van de verticaal te toetsen aan de gradiënt in de lagere punten van het systeem. Dit is temeer mogelijk, omdat de concentraties in de hoger gelegen punten relatief laag zijn en vrij weinig invloed hebben op het totaal transport, bovendien is dit deel van de verticaal eerder op evenwicht, zoals hierboven beschreven.

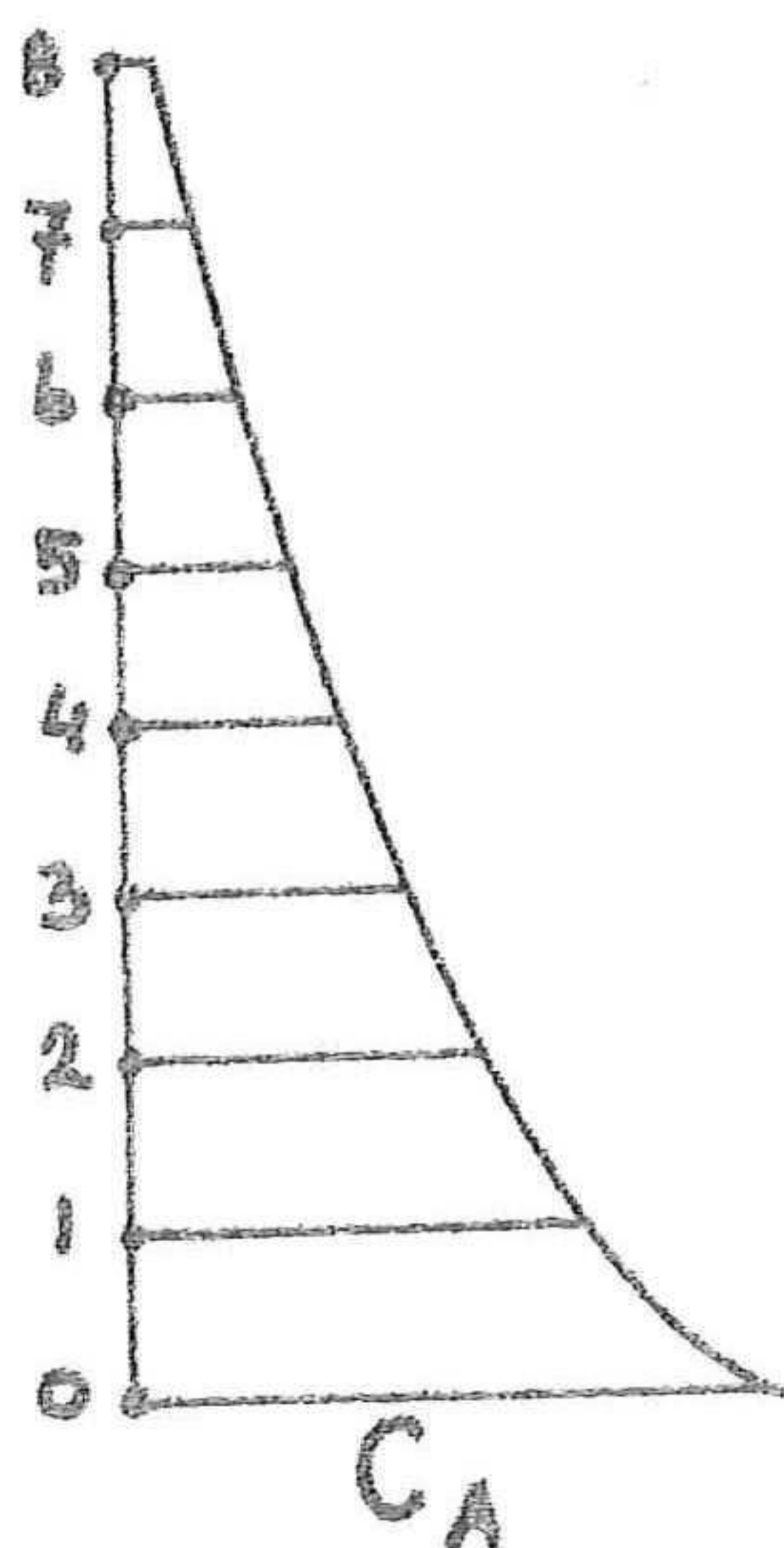
Het criterium wat betreft de vorm van de verticaal wordt nu vastgelegd door te eisen dat in de punten 1, 2 en 3 van de verticaal de concentratie op 5% de evenwichtsconcentratie in het betreffende punt moet hebben benaderd. De totale eis voor evenwicht wordt dus:

$$0,95 S_G^{ev} \leq S_G \leq 1,05 S_G^{ev}$$

$$\text{én } 0,95 C_1^{ev} \leq C_1 \leq 1,05 C_1^{ev}$$

$$\text{én } 0,95 C_2^{ev} \leq C_2 \leq 1,05 C_2^{ev}$$

$$\text{én } 0,95 C_3^{ev} \leq C_3 \leq 1,05 C_3^{ev}$$



waarin de middelste termen steeds de lokale waarden zijn van transport en concentratie.

Fig. 49

Het onderzoek naar de relaxatielengte is nu uitgevoerd met de gegevens van het prototype, $h = 5,25$ m, $Q = 700$ m³/s etc.; dit betekent dat variatie van de parameter w/kv_x moet worden verkregen door variabele w , aangezien v_x is vastgelegd door de stroomomstandigheden. Uiteraard is het mogelijk óók deze factor v_x te veranderen, dit geeft echter veel meer afhankelijkheden omdat dan profiel, afvoer of ruwheidswaarde moet worden veranderd en dit mogelijke invloeden kan hebben die niet kunnen worden onderkend met kans op het ontstaan van schijnrelaties.

De meest onafhankelijke manier om w/kv_x te veranderen wordt daarom geacht te zijn de variatie van de valsnelheid van het sediment w ; uiteraard kan dit alleen gepaard gaan met verandering van de korrelafmeting, onder de aanname van gelijke dichtheid.

Hiertoe wordt een korreldiameter D_{50} bepaald die tezamen met de andere valsnelheid w worden toegepast op het systeem, dit geeft overigens wél een veranderend evenwichtstransport aangezien dit toe zal nemen bij afnemende korreldiameter; dit heeft echter alleen invloed op de waarde van de bodemconcentratie C_A .

De invloed van de veranderende ruwheid t.g.v. het toepassen van variabele korreldiameter wordt klein geacht; weliswaar zal ook de beddingvorm hier van enige invloed ondervinden, de relaties hiervoor zijn echter ingewikkeld en praktisch niet gemakkelijk in het rekenmodel in te bouwen (Einstein-Barbarossa, zie ref. 26).

Om bovendien schijnafhankelijkheden en onbekende correlaties uit te bannen is besloten om de invloed van de korreldiameter op de ruwheid te verwaarlozen en de ruwheidswaarde C van Chézy constant te houden. De variatie van de factor C_0/C_A wordt eenvoudig bepaald door, bij bekende C_A , steeds andere waarden van C_0 te gebruiken, zodanig dat een representatieve range van waarden voor de relaxatielengte L/h wordt verkregen om deze in een grafiek vast te leggen; met hierin lijnen van constante w/kv_x .

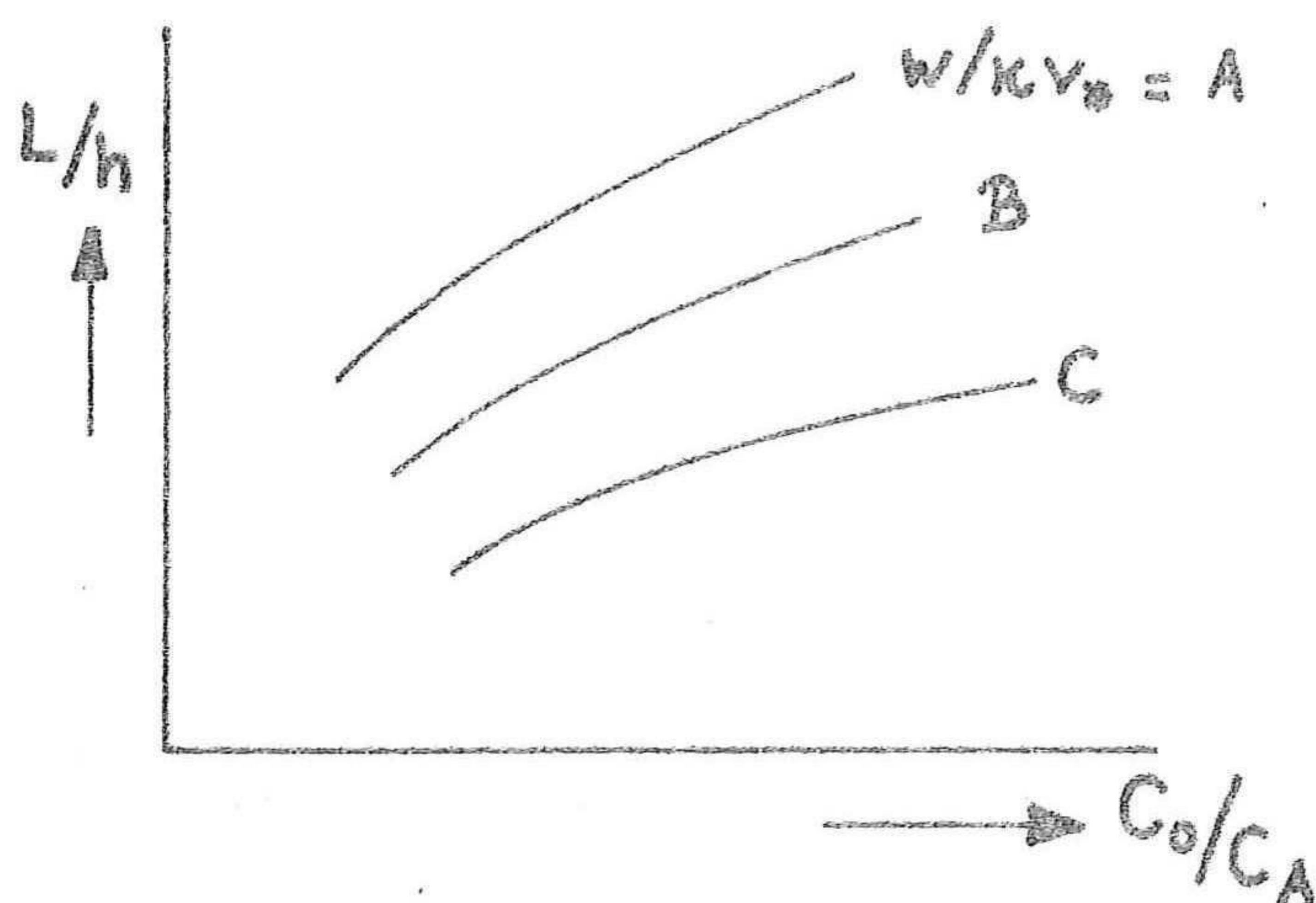


Fig. 50

Een belangrijke waarde verkregen uit de toepassing op het prototype is $v_{\kappa} = 0,0651$ m/s, alsmede $h = 5,25$ m; de waarde van Von Kármán κ wordt constant = 0,4 genomen. Een serie van 5 lijnen is vastgelegd, waarvoor uit fig. 51 de waarden van w zijn opgezocht bij een bepaalde D_{50} met gebruik van de lijn voor $t = 20^{\circ}$ C.

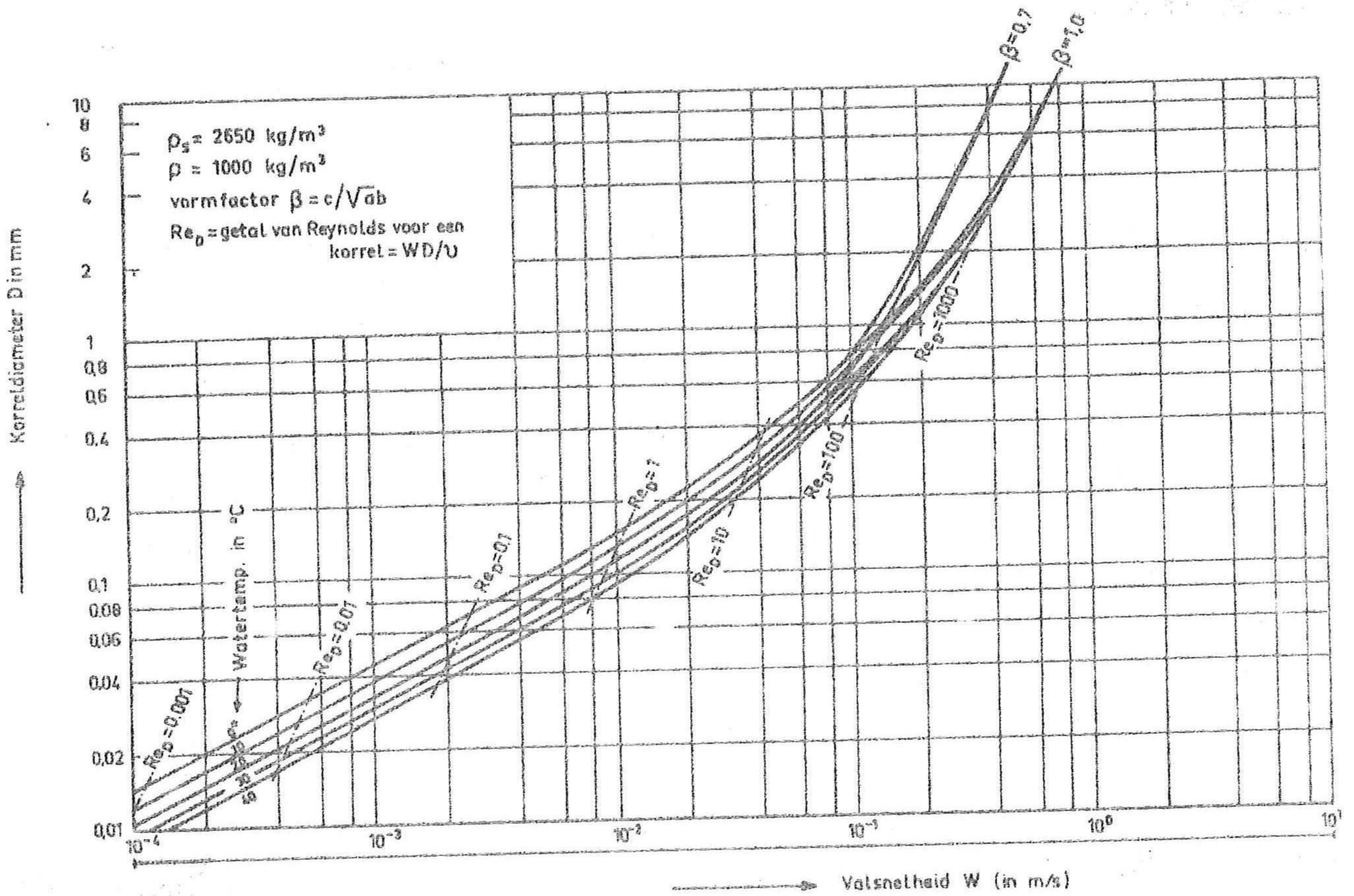


Fig. 51

Een overzicht van de resultaten wordt hieronder weergegeven:

D_{50} mm	w m/s	w/kv_x	S_G^{evenw} t/m .s	C_A ppm
0,1	0,008	0,307	$1,19 \times 10^{-3}$	462
0,15	0,015	0,576	$0,795 \times 10^{-3}$	513
0,17	0,020	0,768	$0,702 \times 10^{-3}$	617
0,19	0,025	0,960	$0,628 \times 10^{-3}$	723
0,21	0,030	1,152	$0,568 \times 10^{-3}$	828

Het is opvallend dat bij $D_{50} = 0,1$ mm het transport bij evenwicht het hoogst is, maar dat toch de bodemconcentratie het laagst is; dit is echter eenvoudig te verklaren: de lage waarde van w/kv_x veroorzaakt dat het sediment meer uniform over de hoogte verdeeld is, ofwel de verticaal is vlakker. Aangezien de snelheden hier het hoogst zijn, betekent dit dat de hoger gelegen concentraties relatief meer gaan bijdragen aan het totaal transport, de bodemconcentratie wordt hierdoor kleiner. Bij grote waarden van w/kv_x is het transport meer aanwezig als bodemtransport; aangezien de snelheden hier laag zijn moeten de concentraties relatief hoog zijn om het benodigde evenwichtstransport te leveren, ondanks dat dit lager is.

Dit is tevens de reden dat hogere waarden van w/kv_x niet, of nauwelijks, meer met het systeem kunnen worden onderzocht; de numerieke integratie vooral over het stuk dichtbij de bodem wordt nu te onnauwkeurig bij dermate hoge concentraties; méér integratiepunten zouden hiervoor nodig zijn.

In de volgende tabellen wordt nu een overzicht gegeven van de gevonden resultaten:

w/kv_x	C_A	C_0	C_0/C_A	L_m	L/h	S_G begin t/m .s.
0,307	462	0	0	609	115,8	0
		25	0,054	576	109,8	$0,129 \times 10^{-3}$
		50	0,108	540	102,8	$0,258 \times 10^{-3}$
		100	0,216	441	84,1	$0,516 \times 10^{-3}$
		200	0,432	57	10,9	$0,103 \times 10^{-2}$
		300	0,649	639	120,5	$0,155 \times 10^{-2}$

w/kv_x	C_A	C_0	C_0/C_A	L_m	L/h	S_G begin t/m .s.
0,307	462	462	1,0	870	165,7	$0,238 \times 10^{-2}$
		924	2,0	1113	212,3	$0,477 \times 10^{-2}$
		1386	3,0	1230	234,3	$0,715 \times 10^{-2}$
		1848	4,0	1308	248,8	$0,954 \times 10^{-2}$
0,576	513	0	0	375	71,5	0
		25	0,049	333	63,4	$0,129 \times 10^{-3}$
		50	0,098	273	52,0	$0,258 \times 10^{-3}$
		100	0,195	78	14,9	$0,516 \times 10^{-3}$
		200	0,390	654	124,3	$0,103 \times 10^{-2}$
		300	0,585	774	147,2	$0,155 \times 10^{-2}$
		400	0,780	843	160,5	$0,206 \times 10^{-2}$
		513	1,0	897	170,8	$0,265 \times 10^{-2}$
		1026	2,0	1032	196,8	$0,530 \times 10^{-2}$
		1539	3,0	1104	210,5	$0,794 \times 10^{-2}$
2052	4,0	1155	220,0	$1,06 \times 10^{-2}$		
0,768	617	0	0	282	53,7	0
		25	0,0405	234	44,6	$0,129 \times 10^{-3}$
		50	0,081	153	29,2	$0,258 \times 10^{-3}$
		75	0,121	72	13,7	$0,387 \times 10^{-3}$
		100	0,162	390	74,3	$0,516 \times 10^{-3}$
		200	0,324	606	115,6	$0,103 \times 10^{-2}$
		300	0,486	681	129,8	$0,155 \times 10^{-2}$
		400	0,648	729	138,7	$0,206 \times 10^{-2}$
		500	0,810	765	145,7	$0,258 \times 10^{-2}$
		617	1,0	795	151,3	$0,319 \times 10^{-2}$
		1234	2,0	894	170,2	$0,637 \times 10^{-2}$
		1851	3,0	948	180,5	$0,956 \times 10^{-2}$
2468	4,0	987	188,1	$1,27 \times 10^{-2}$		
0,960	723	0	0	228	43,4	0
		25	0,035	165	31,4	$0,129 \times 10^{-3}$
		50	0,069	81	15,4	$0,258 \times 10^{-3}$
		100	0,138	372	70,8	$0,516 \times 10^{-3}$
		200	0,277	492	93,7	$0,103 \times 10^{-3}$

$\frac{w}{kv_x}$	C_A	C_0	$\frac{C_0}{C_A}$	L_m	L/h	S_G begin t/m .s.
0,960	723	300	0,145	543	103,2	$0,155 \times 10^{-3}$
		400	0,554	579	110,1	$0,206 \times 10^{-3}$
		500	0,691	606	115,5	$0,258 \times 10^{-3}$
		600	0,830	627	119,4	$0,310 \times 10^{-3}$
		723	1,0	648	123,3	$0,373 \times 10^{-3}$
		1446	2,0	723	137,7	$0,746 \times 10^{-3}$
		2169	3,0	765	145,8	$1,12 \times 10^{-3}$
		2892	4,0	795	151,3	$1,49 \times 10^{-3}$
1,152	828	0	0	210	40	0
		25	0,030	123	23,4	$0,129 \times 10^{-3}$
		50	0,060	51	9,7	$0,258 \times 10^{-3}$
		100	0,121	273	52,0	$0,516 \times 10^{-3}$
		200	0,242	351	66,8	$0,103 \times 10^{-2}$
		400	0,484	417	79,5	$0,155 \times 10^{-2}$
		828	1,0	480	91,5	$0,206 \times 10^{-2}$
		1656	2,0	540	102,8	$0,355 \times 10^{-2}$
		2484	3,0	576	109,8	$1,28 \times 10^{-2}$
		3312	4,0	600	114,2	$1,71 \times 10^{-2}$

Deze resultaten zijn uitgezet in grafiek VIII-3 en tevens op half-logaritmische basis in grafiek VIII-4. Het is duidelijk te zien dat er een zeker verband bestaat, de relaxatielengte neemt eerst af tot een zeker minimum; dit is het opnemen van sediment tot de verticaal genoeg gevuld is. Bij grotere waarden van C_0/C_A gaat de relaxatielengte weer toenemen, waarbij de relatie een enigszins logaritmisch verloop heeft; voor waarden van C_A/C_0 groter als 1 zijn alle relaties op half-log. papier uitgezet rechte lijnen, terwijl dit bij hoge waarden van w/kv_x al zo is bij $C_A/C_0 \sim 0,1$.

De minima van de relaxatielengte treden op bij beginverticalen waarbij het binnenkomend begintransport S_G een fractie van het evenwichtstransport is die ligt tussen ca. 50% en 90%.

Het eerste geval treedt op bij de waarde $w/kv_x = 1,152$, de evenwichts-

verticaal is hier sterk gekromd met hoge concentraties aan de bodem; de bodemconcentratie past zich echter zeer snel, momentaan, aan waarmede ook de iets hoger gelegen punten snel op evenwicht komen. Aangezien juist in dit geval de lagere punten het transport sterk bepalen zal dus het geheel snel op evenwicht zijn; aan de bovenzijde van de verticaal hoeft niet veel anders meer te gebeuren dan vormaanpassing. Het tweede geval treedt op bij de laagste waarde van $w/kv_x = 0,307$; de verticaal is hierbij vrij vlak, de concentraties zijn bijna uniform verdeeld; het is dus logisch dat een uniform verdeelde beginverticaal met een totaal transport dat bijna gelijk is aan het evenwichtstransport zeer snel aangepast zal zijn en een minimum aan relaxatielengte veroorzaken zal.

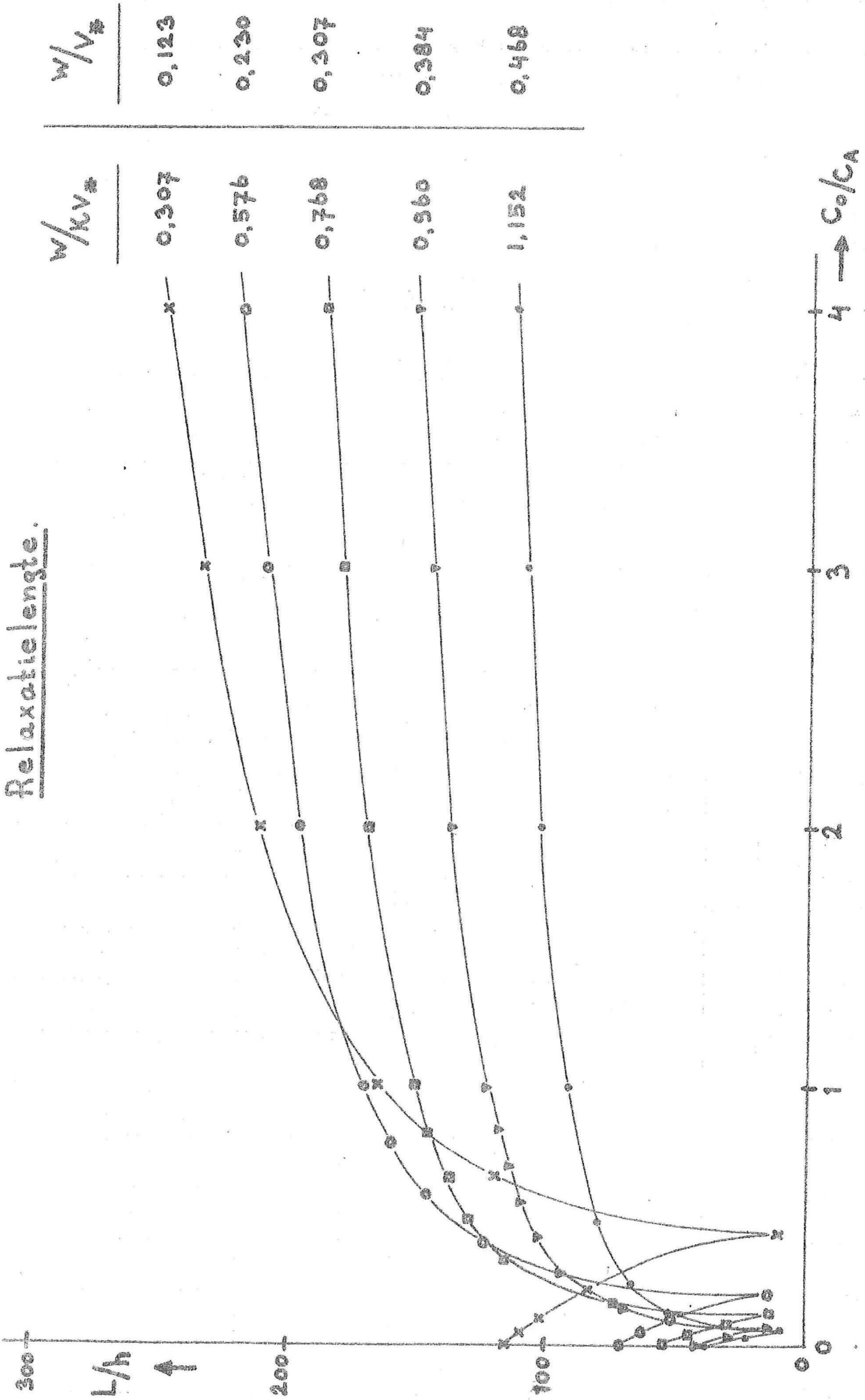
Uit bovenstaande beschouwing is het te verklaren dat bij afnemende waarde van w/kv_x het minimum in de grafiek naar rechts zal verschuiven met als extreem een minimum nabij $C_A/C_0 = 1$ bij een bijzonder lage waarde van w/kv_x en zo goed als vlakke evenwichtsverticaal.

Ook het feit dat voor grote w/kv_x de verticaal in het algemeen het snelst is aangepast is goed te verklaren en overigens in de grafiek ook goed te zien: de grotere waarde van w/kv_x wordt namelijk veroorzaakt door grotere valsnelheid en/of lagere schuifspanningssnelheid, in beide gevallen is het logisch dat de aanpassing sneller verloopt.

Hiertoe is het handig vergelijking te trekken met de lineaire bezinktank: grote valsnelheid zorgt voor snel verticaal transport, lage v_x met lage \bar{v} voor langzaam horizontaal transport en aldus relatief minder afstand nodig, de relaxatiefactor wordt kleiner.

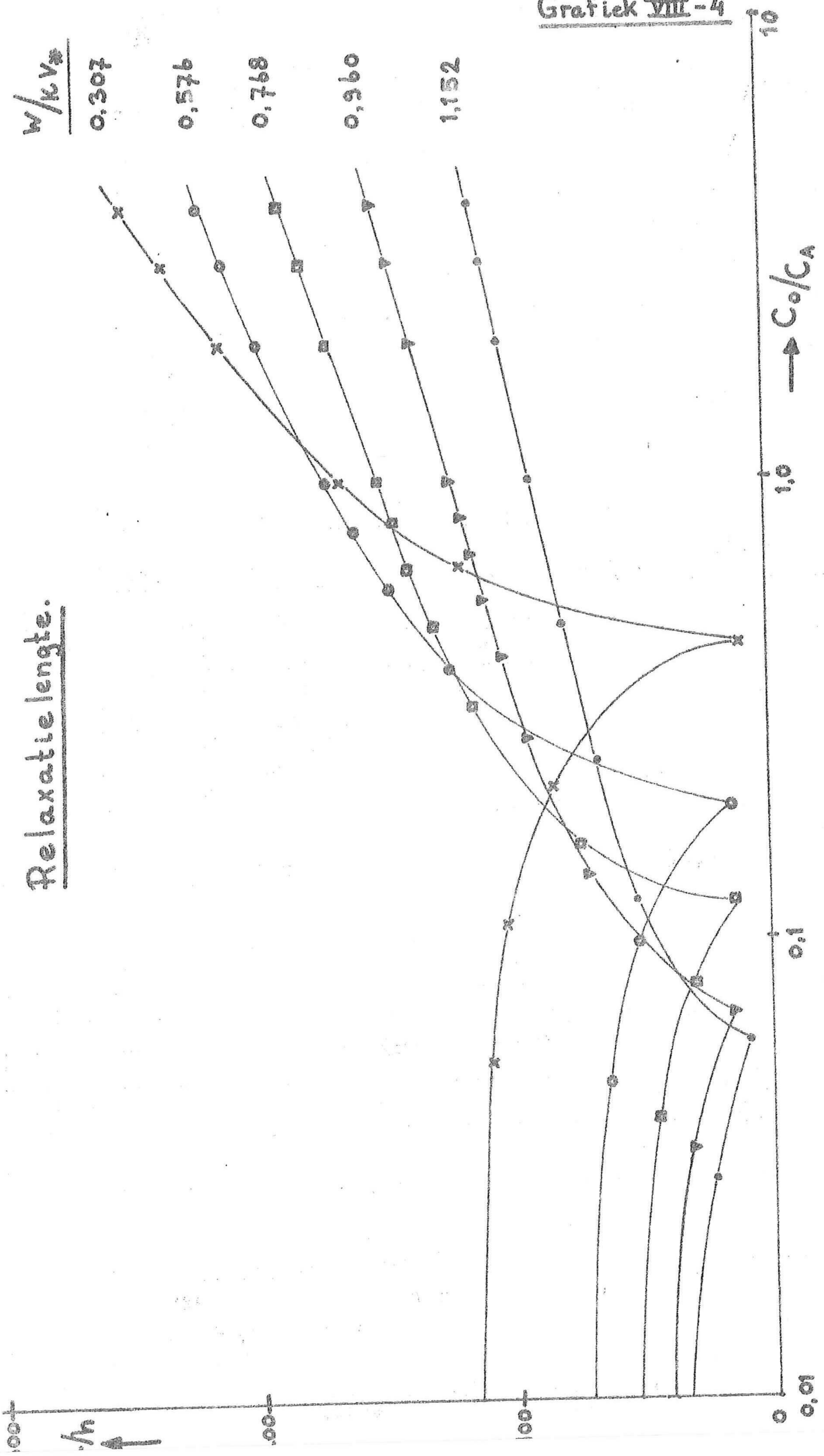
In het algemeen kan worden gesteld dat fijner sediment beter in suspensie kan worden gehouden en daarom de aanpassing langzamer zal verlopen, terwijl het minimum zal optreden bij een binnenkomend transport bijna gelijk aan het evenwichtstransport omdat er niet veel meer aan de vorm van de verticaal meer moet gebeuren.

De afgeleide van C_A/C_0 nog de evenwichtsverticalen in de diverse gevallen weergegeven.

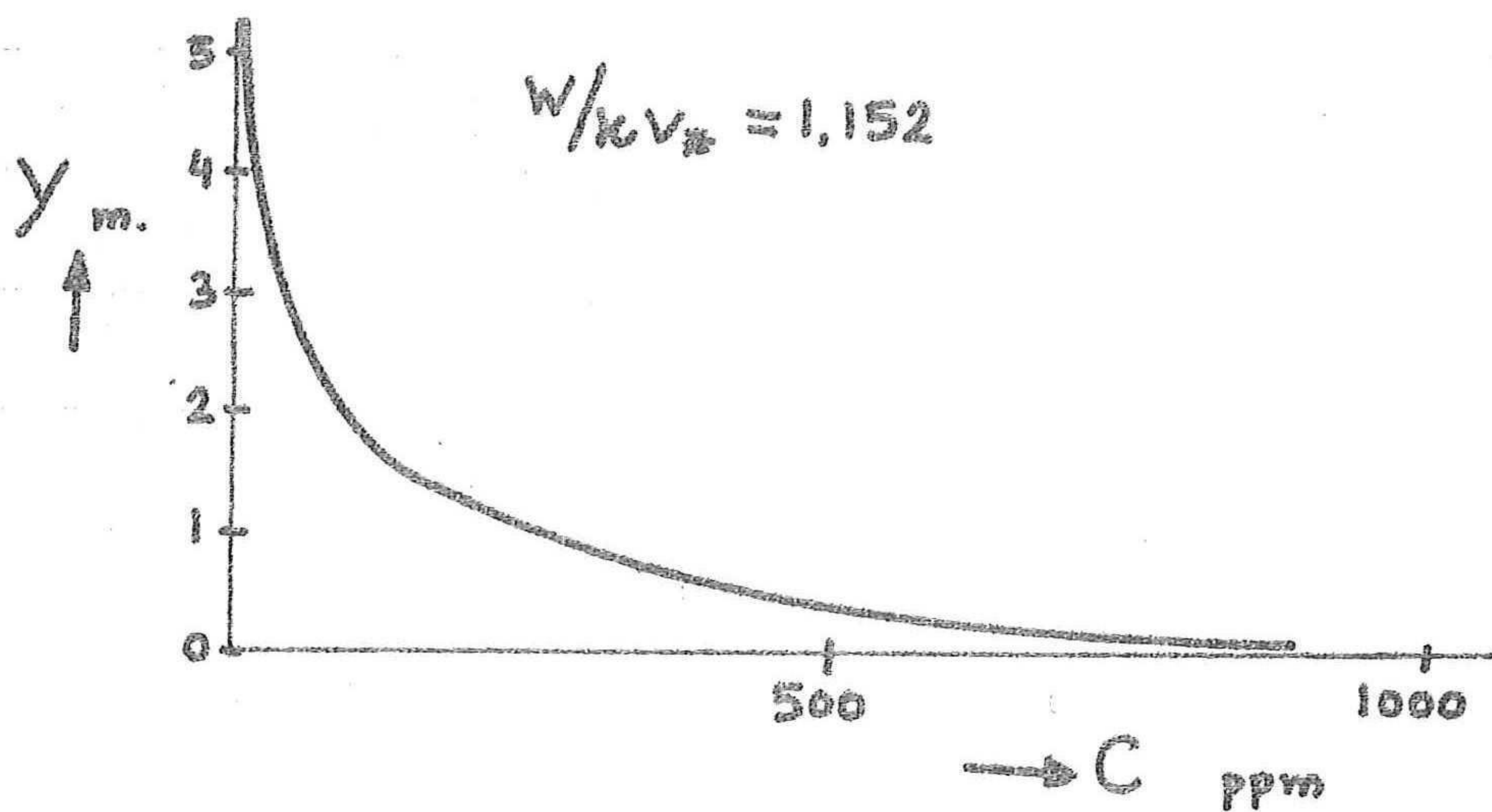
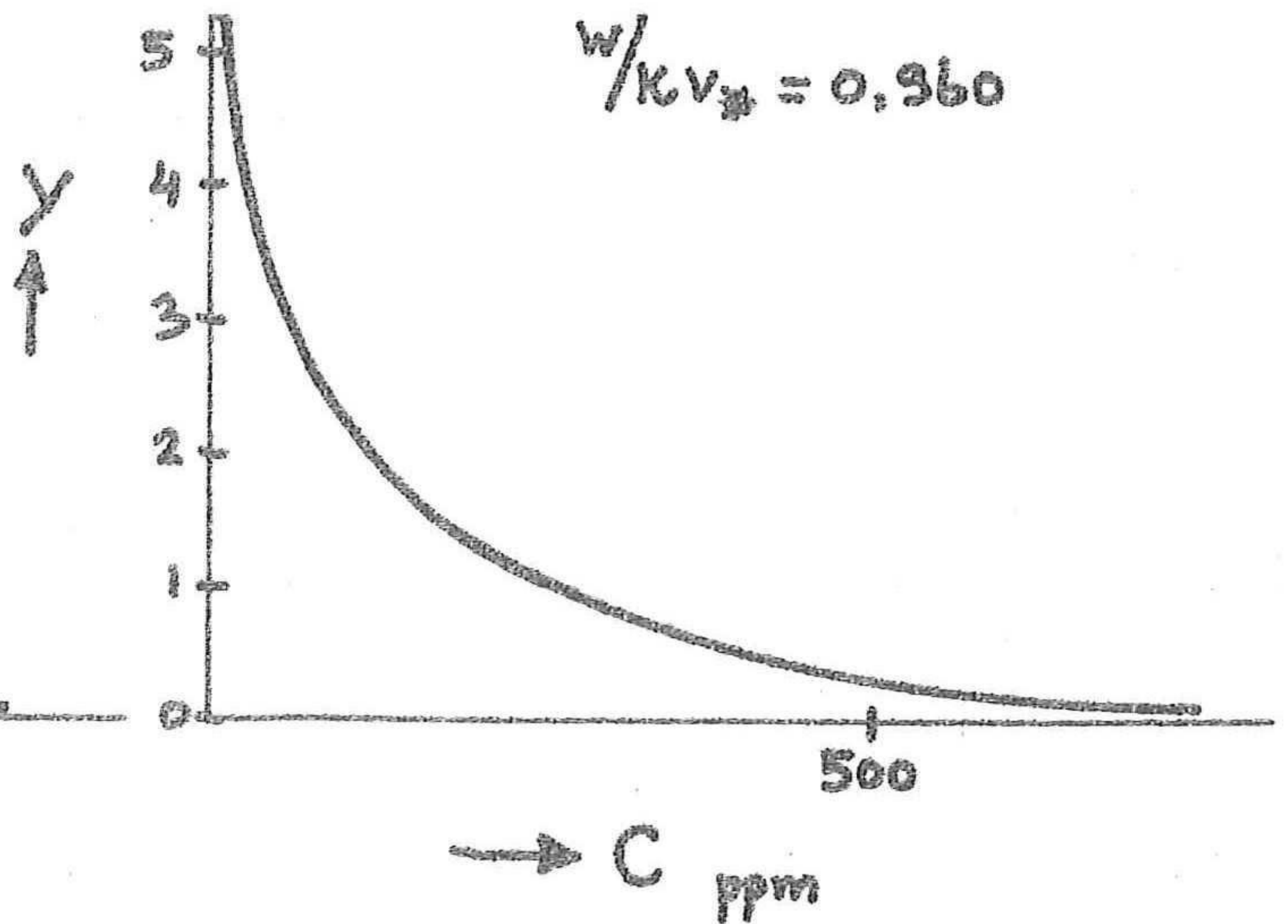
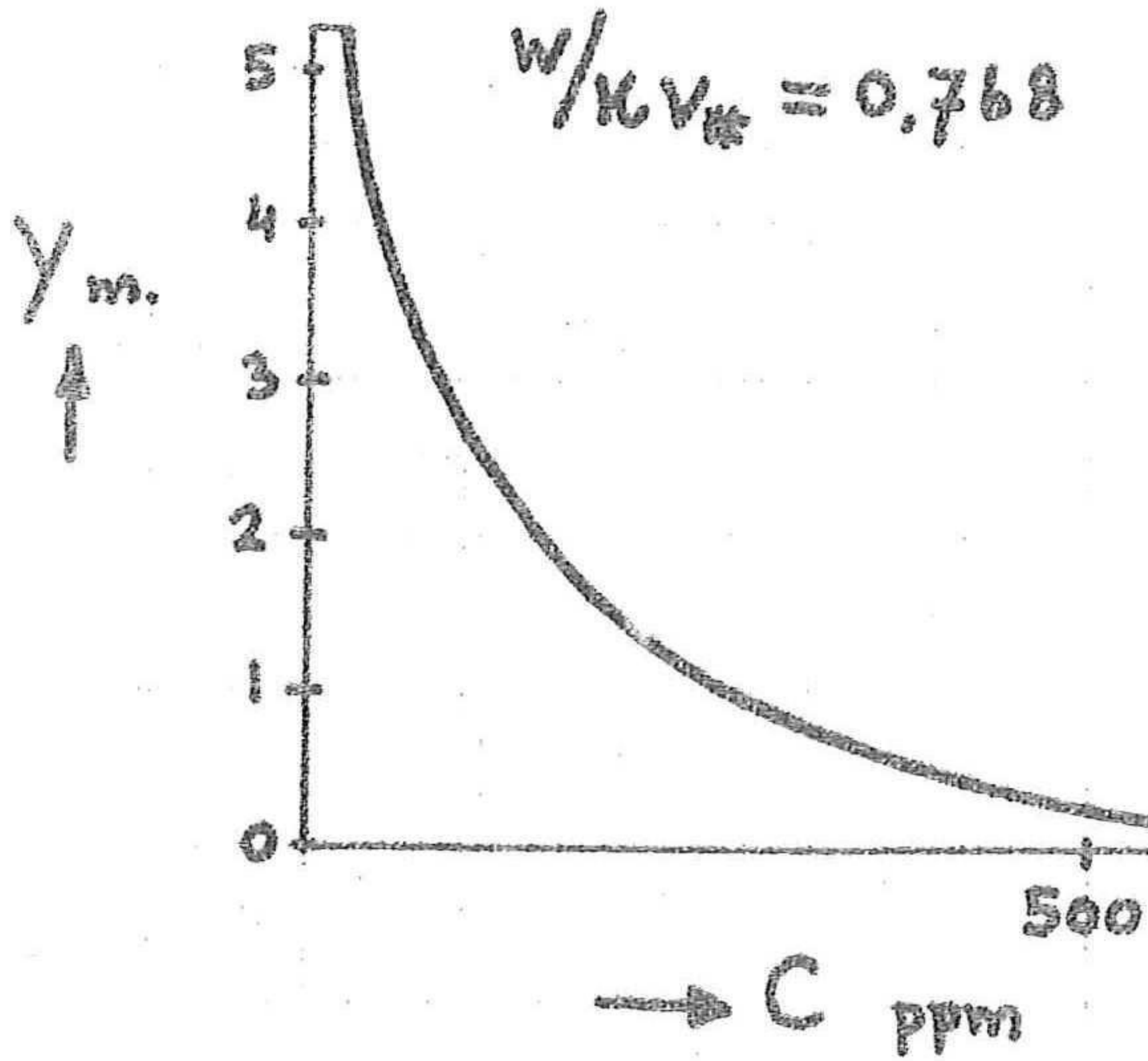
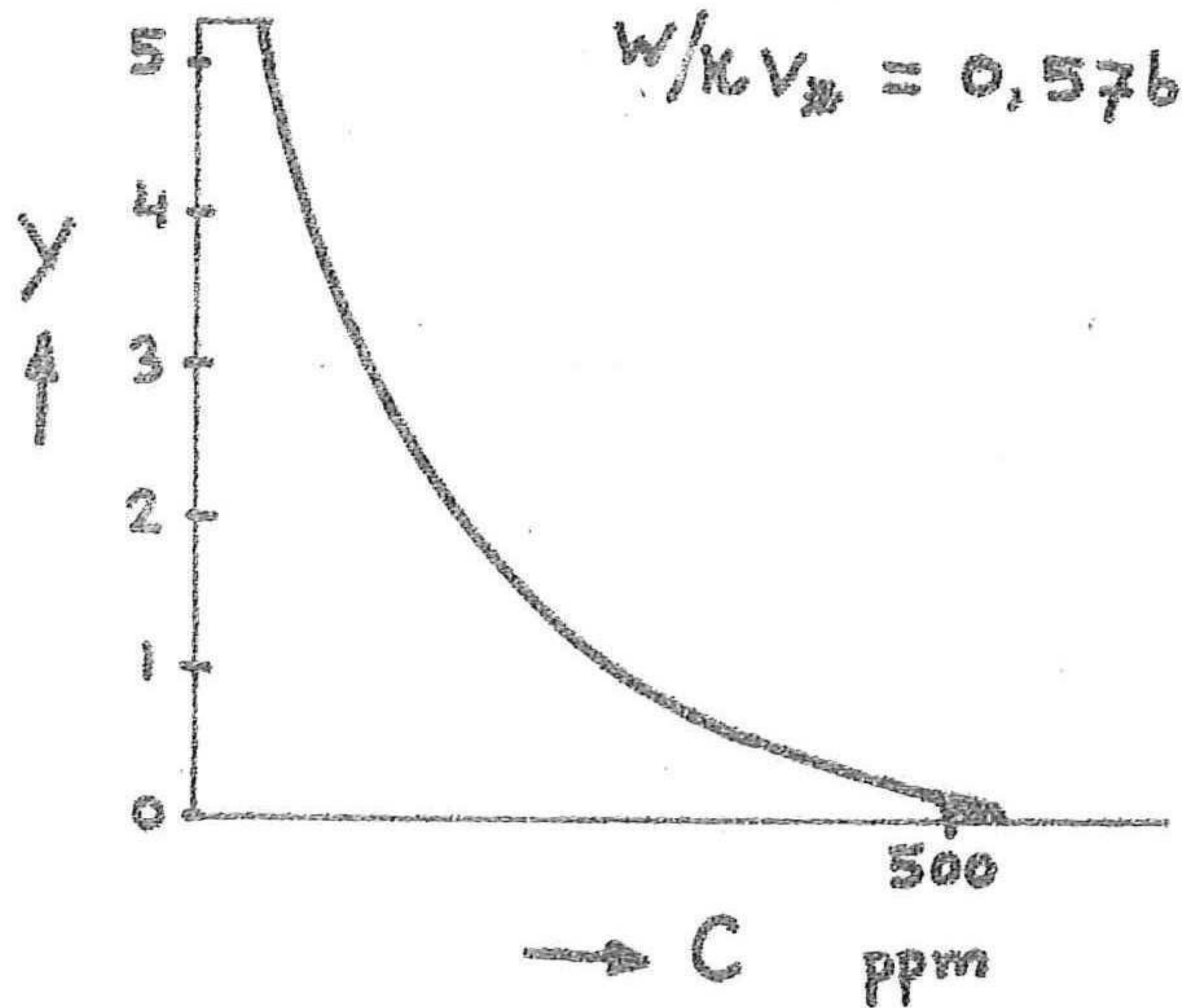
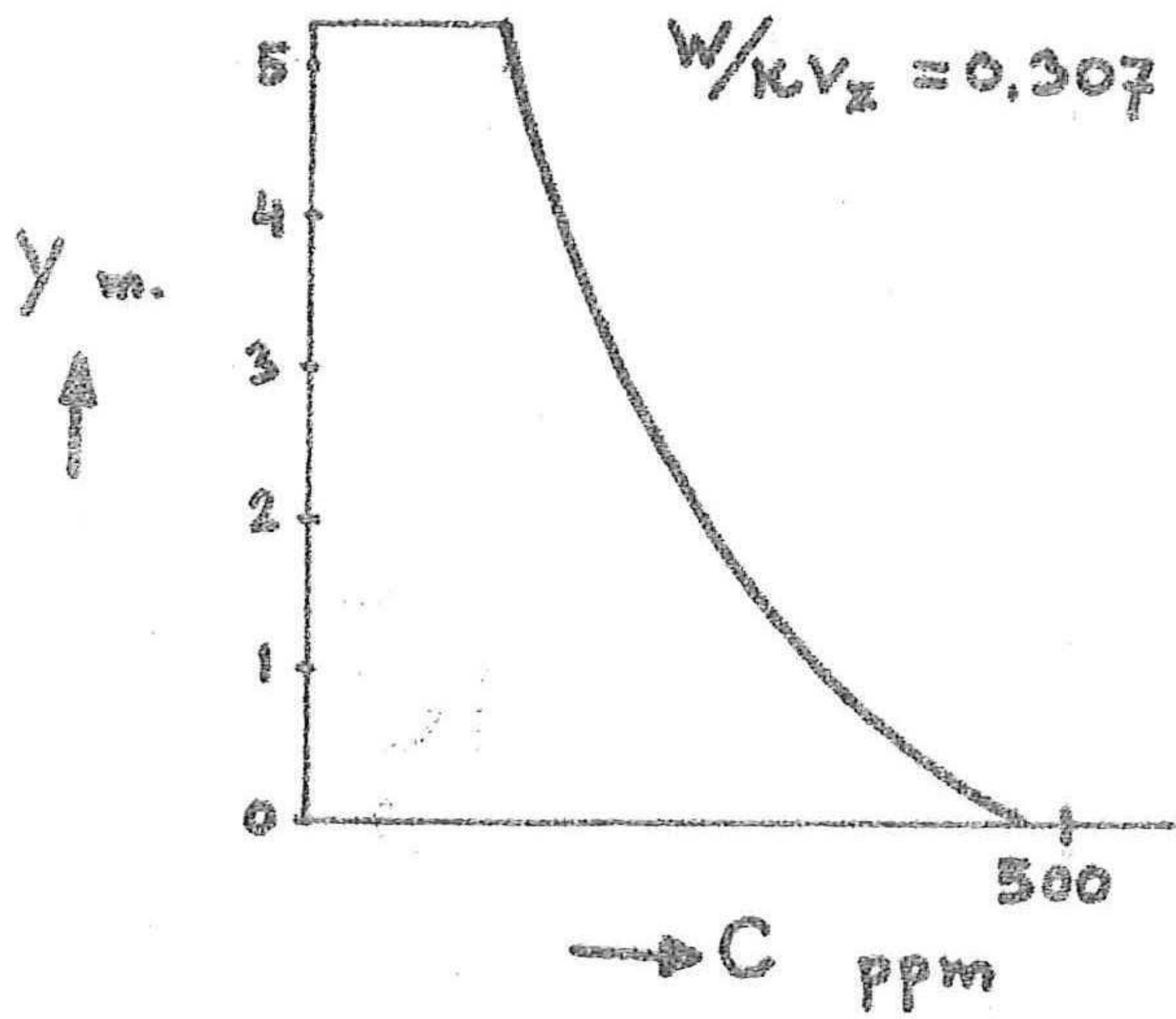


Relaxatie lengte.

Grafiek VIII-4



Grafiek VIII - 5



Evenwichtsverticalen.

Ter vergelijking zijn nog de evenwichtsverticalen in de diverse gevallen weergegeven:

$w/kv_x =$		0,307	0,576	0,768	0,960	1,152
y	y/h					
5,25	1,00	125	44	24	12	6
4,60	0,876	144	57	33	19	10
3,95	0,753	166	75	47	29	18
3,30	0,629	191	98	68	46	30
2,65	0,505	222	130	99	73	53
2,00	0,381	259	174	146	119	95
1,35	0,257	306	236	219	198	175
0,70	0,133	366	330	343	347	343
0,05	0,0095	462	513	617	723	828

In grafiek VIII-5 zijn deze verticalen geschetst om een overzicht te verkrijgen van het concentratieverloop in de verschillende gevallen.

IX NIET-STATIONAIRE BESCHOUWINGEN

IX-1 Algemeen

Tot nu toe zijn de berekeningen alleen uitgevoerd voor stationaire stroming, bovendien bestaand uit vakken die een constant dwarsprofiel hebben met een stroming die door een éénparige benaderd kan worden. Veranderingen in het dwarsprofiel zoals bijvoorbeeld de aanwezigheid van een zandvang zijn ingevoerd als lokale veranderingen waarbij aldus 2 vakken met verschillend profiel aan elkaar gekoppeld worden. Als uitbreiding hierop zal een niet-stationair systeem ingevoerd moeten worden, aangezien de tijdsafhankelijke aanzandingen verandering geven van de stroomparameters en deze op hun beurt dan weer het sedimenttransport beïnvloeden.

Reeds in par. VI-3 bij de toetsing op de stroomgoot van de afdeling Vloeistofmechanica bleek, dat al redelijk snel de invloed van de sedimentatie op de hydraulische parameters te merken is, terwijl in par. VIII-4 bij de resultaten van de toepassing op het prototype duidelijk werd dat een niet-stationaire berekening onontbeerlijk is vóórdát er een goed gefundeerde uitspraak mogelijk is over de plaats en de effectiviteit van de zandvang. Zoals reeds eerder vermeld is, was er binnen het kader van dit afstudeerproject niet meer voldoende tijd beschikbaar om ook dit probleem nog aan te pakken; gehoopt wordt daarom dat een ander zich hierin verder zal willen verdiepen, wél zal een kleine inleiding worden gegeven t.a.v. de niet-stationaire berekening terwijl eveneens enkele eerste richtlijnen worden bepaald.

IX-2 Niet-stationaire berekening

De vergelijkingen die de beweging van het water en het zand beschrijven waren:

$$\begin{array}{l} h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = W \quad (3) \\ \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial hC}{\partial t} = 0 \quad (2) \\ s = f(v) \quad (4) \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{water} \\ \\ \text{zand} \end{array}$$

Aangezien de bodemveranderingen voor dit onderzoek het onderwerp van de berekeningen is mag de waterbeweging worden geschematiseerd als quasi-stationair; in de grondvergelijkingen komt dit neer op een verwaarlozing van de termen $\partial h/\partial t$ en $\partial v/\partial t$ (ref. 26).

Deze termen zullen namelijk klein zijn t.o.v. de andere termen in de grondvergelijkingen voor het water en mag daarom worden gesteld:

$$\partial v/\partial t \sim 0 \quad \text{en} \quad \partial h/\partial t \sim 0$$

De continuïteitsvergelijking wordt nu:

$$v \partial h/\partial x + h \partial v/\partial x = 0 \quad \rightarrow \quad \partial (vh)/\partial x = 0$$

ofwel $\partial q/\partial x = 0$

met in het algemeen $q = q(t)$.

In dit geval kan gelden dat de afvoer variabel is met de tijd; in eerste instantie is het echter raadzaam te werken met een constant debiet; later kunnen dan variaties van de afvoer in beschouwing worden genomen, zodat een gehele hoogwaterperiode kan worden doorgerekend.

De vergelijking wordt nu dus:

$$v \cdot h = q(t) \tag{85}$$

De bewegingsvergelijking voor het water wordt:

$$v \partial v/\partial x + g \partial h/\partial x + g \partial z/\partial x = W \tag{86}$$

Dit is de differentiaalvergelijking voor de stuwkromme, in het rechterlid W zit de parameter C verwerkt, de ruweheidsfactor van Chézy die i.h.a. onafhankelijk van de tijd wordt verondersteld.

In de voorgaande berekeningen werden de stuweffecten steeds verwaarloosd bij overgang naar een ander dwarsprofiel, dit betekende verwaarlozing van de invloed van veranderingen in de waterspiegel $\partial h/\partial x \sim 0$ alsmede verwaarlozing van de traagheidsterm $\partial v/\partial x \sim 0$ waarmee vergelijking (7) overbleef. Dit kan eventueel ook gedaan worden in de niet-stationaire berekening; de afstand waarover gerekend wordt is zo klein dat de veranderingen in diepte en snelheid t.g.v. de stuweffecten nauwelijks van invloed worden geacht, in een later stadium zouden dan dergelijke effecten onderzocht kunnen worden.

Om echter niet meteen deze mogelijkheid van het gebruiken van de

stuwkromme uit te sluiten wordt de vergelijking niet gereduceerd; wél wordt voorlopig het advies gegeven de waterspiegel constant te veronderstellen, evenals de afvoer q .

Uiteraard heeft de sedimentatie die zal optreden aan het begin van het kanaal wél invloed op diepte en snelheid, en wel direct; onder de bovenstaande aannamen worden hiervoor nu de volgende vergelijkingen gebruikt:

$$v \cdot h = q = \text{constant} \quad (6)$$

$$\partial s / \partial x + \partial z / \partial t = 0 \quad (2)$$

$$s = f(v) \quad (4)$$

De continuïteitsvergelijking van het zand beschrijft de aanzanding als functie van de tijd tengevolge van het verschil in sedimenttransport als functie van x ; deze term $\partial s / \partial x$ moet gezien worden als verandering van het totaaltransport, dus $s = s_s + s_b$ (87)

waarin s_s = suspended sediment ofwel zwevend sediment
 s_b = bodemsediment.

Dit is noodzakelijk omdat tijdens de gehele berekening is gewerkt met een transportformule (22) voor het totaaltransport, opgebouwd uit zwevend en bedtransport. De algemene relatie voor het totaaltransport is de vergelijking (4) $s = f(v)$ waarbij het transport is gekoppeld aan de lokale snelheid, dit betekent echter dat deze beschrijving van het totaal transport alléén geldt in een evenwichtssituatie.

Hoewel op een zeker moment na veranderde stroomparameters de snelheid constant kan zijn is het mogelijk dat het lokale sedimenttransport dit nog niet is; dit is een gevolg van het feit, dat het zwevende sediment enige tijd en lengte nodig heeft om zich aan te passen aan de veranderde omstandigheden.

Dit in tegenstelling tot de term van het bodemtransport, deze vorm wordt verondersteld zich momentaan aan te passen, wat als gevolg heeft de vertraagde aanpassing van het zwevend transport, aangezien deze beide vormen van transport aan elkaar gekoppeld zijn via de diffusievergelijking met de bijbehorende bodemrandvoorwaarde en evenwichtsverticaal.

Als gevolg hiervan zal ook het totaal transport zich vertraagd aanpassen, waardoor buiten de evenwichtssituaties de relatie $s = f(v)$ niet meer geldt. Als bewegingsvergelijking voor het sediment is, zoals reeds vermeld gebruikt de relatie van Engelund-Hansen, die inderdaad een beschrijving geeft voor het evenwichtstransport; hieruit kan nu alléén de term van het bodemtransport worden bepaald dat zich momentaan zal instellen op de constante waarde, terwijl als bewegingsvergelijking voor het zwevend transport de diffusievergelijking wordt gebruikt. De meest eenvoudige methode om het lokale transport te berekenen is het uitvoeren van een numerieke integratie

$$\int_0^h v \cdot C \, dy$$

op elk rasterpunt in x-richting; hiermee is dan het verloop van het totaal transport bekend en kan de term $\partial s / \partial x$ eenvoudig berekend worden. In het rekenprogramma wordt dit inderdaad gedaan, terwijl tevens in elk rasterpunt het verschil in sedimenttransport Δs met het vorige punt wordt berekend; de volgende stap is dan het berekenen van $\partial z / \partial t$ uit de continuïteitsvergelijking van het zand, aan deze stap zal later nog wat meer aandacht worden besteed.

Nu de nieuwe bodemligging bekend is na één stap Δt kan, uitgaande van constante afvoer en onveranderlijke waterspiegel, uit de continuïteitsvergelijking van het water de nieuwe snelheid berekend worden op iedere plaats. Aangezien de aanzandingen niet gelijk verdeeld over de lengte van het kanaal zullen plaatsvinden is het duidelijk dat het dwarsprofiel niet meer constant zal zijn, dit geeft nu een stroming die niet meer als éénparig mag worden beschouwd en het gevolg hiervan is dat $v = v(x)$ en óók $s = s(x)$!

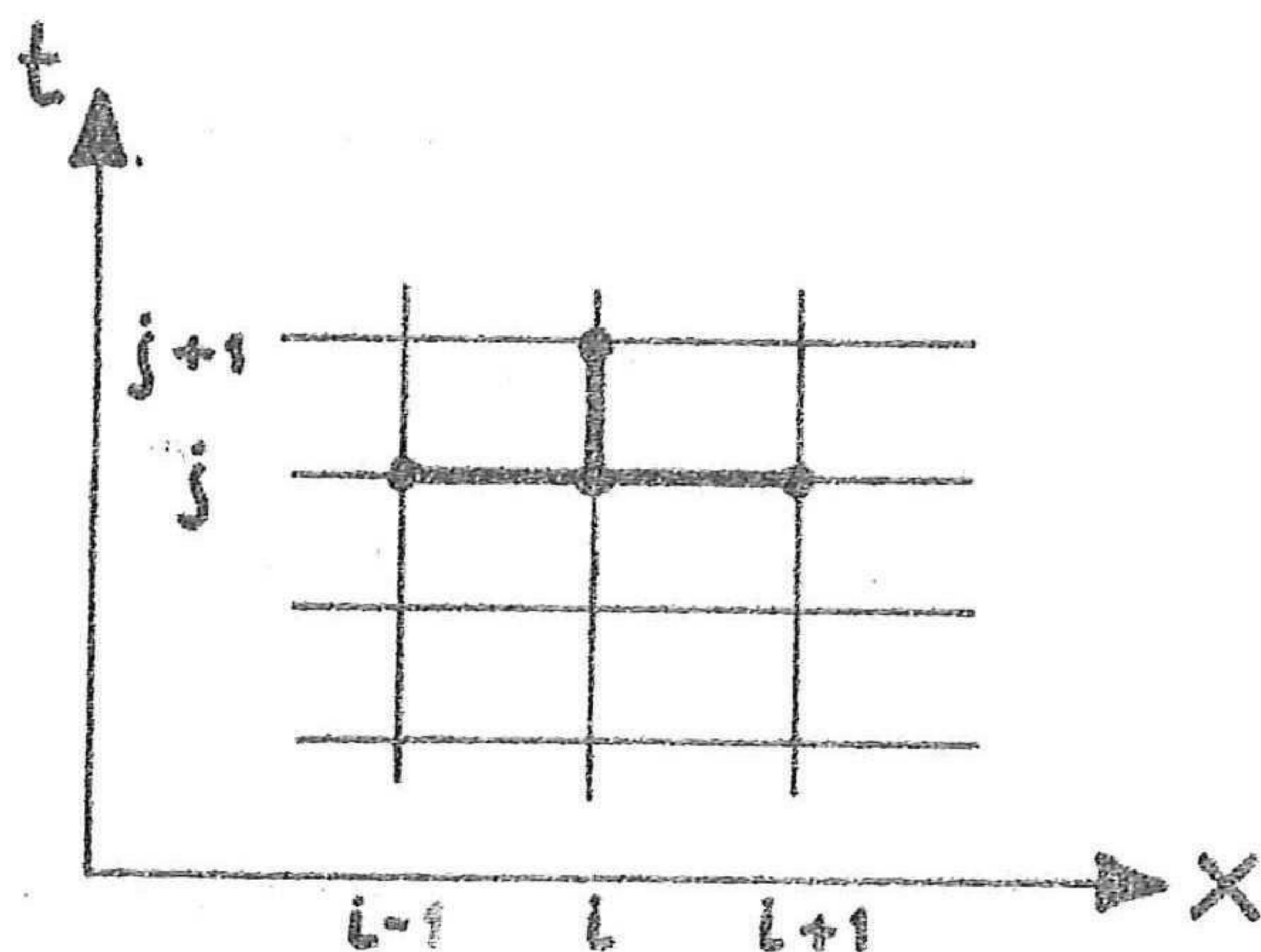
Dit betekent dat op elk punt x de stroomparameters v , v_x etc. opnieuw moeten worden berekend, evenals het evenwichtstransport $s = f(v)$, waaruit dan weer de onderrandconcentratie kan worden bepaald.

Tijdens de gehele berekening wordt als uitgangspunt genomen dat C constant is; in deze C zit dan de invloed van de korrelgrootte alsmede de ribbelfactor, tengevolge van de diepteveranderingen zal C uiteraard wel variëren; de invloed wordt echter klein verondersteld.

Het berekenen van de nieuwe bodemligging wordt gedaan aan de hand van de vergelijking:

$$\partial s / \partial x + \partial z / \partial t = 0 \quad (2)$$

Deze differentiaalvergelijking wordt hiertoe vervangen door een differentievergelijking zodat met discrete stappen Δx en Δt kan worden gewerkt; voor het toe te passen differentieschema wordt gebruik gemaakt van de pseudo-viscositeitsmethode van Vreugdenhil en De Vries (ref. 27). De differentievergelijking hierbij wordt:



$$z_{i,j+1} = z_{i,j} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (s_{i+1,j} - s_{i-1,j}) + \frac{1}{2}\alpha (z_{i+1,j} - 2z_{i,j} + z_{i-1,j}) \quad (88)$$

waarin α een waarde tussen 0 en 1 is.

Fig. 52

Uit deze vergelijking kan nu op elke plaats x_i de waarde van $z(x, t + \Delta t)$ worden berekend uit de bekende waarden van z op het tijdstip t , het is dus een expliciete methode. Voor de waarde α kan niet 0 gekozen worden, aangezien dit zal leiden tot instabiliteit van het systeem; dit betekent dat een rechtstreekse benadering van $\partial z / \partial t$ d.m.v. $(z_{i,j+1} - z_{i,j}) / \Delta t$ niet mogelijk is, voor $\partial s / \partial x$ kan dit wel met behulp van een centrale differentie.

Indien de vergelijking term voor term wordt ontwikkeld in Taylor-reeksen wordt de afbreekfout weergegeven als het rechterlid van:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \left\{ \alpha - \left(c \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + o(\Delta x)^2 + o(\Delta t)^2 \quad (89)$$

Deze diffusie-achtige term is verantwoordelijk voor numerieke onnauwkeurigheid; een nadeel is dat de term een uitsmerend effect heeft, dit nadeel komt sterk tot uiting bij het optreden van discontinuïteiten

(grote $\partial^2 z / \partial x^2$). Lax (1954, zie ref. 27) toonde aan, dat de weergave van de discontinuïteiten het zuiverst is, als de vergelijking wordt geschreven in de vorm van een behoudswet; indien namelijk de visceuze term te groot wordt, zullen de discontinuïteiten te sterk worden afgevlakt; een bewerking met de geldende behoudswetten garandeert dan juiste weergave.

Op deze wijze worden de "shockfittings" aangebracht op de juiste plaatsen én op juiste grootte; ze blijven echter in afgevlakte vorm aanwezig; de mate van afvlakking wordt bepaald door de grootte van de diffusieve kracht (ofwel visceuze) term:

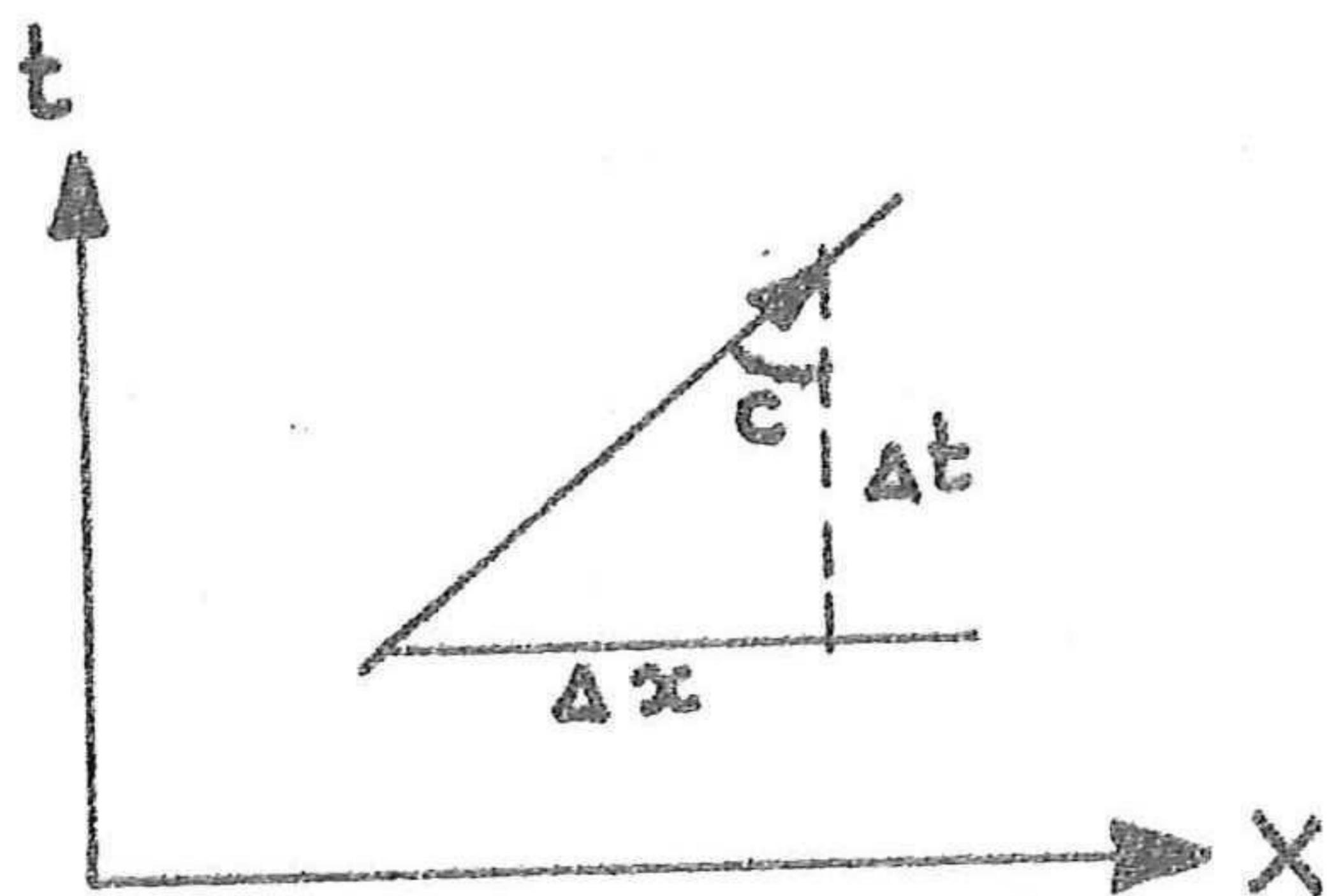
$$\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} (\alpha - \mu^2) \quad \text{waarin} \quad \mu = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (90)$$

De factor c is hierin de voortplantingssnelheid van discontinuïteiten langs de bodem.

De algemene eis voor stabiliteit is

$$\mu = c \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (91)$$

Dit kan worden aangetoond aan de hand van fig. 53;



het differentieschema is expliciet, waardoor de helling van de karakteristiek gelijk c is en dus moet gelden

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{c}$$

Fig. 53

De dempingsterm moet klein zijn aangezien de afvlakking niet te groot mag zijn; een te kleine waarde geeft echter kans op instabiliteit; algemeen wordt nu gesteld:

$$\mu^2 \leq \alpha \leq 1$$

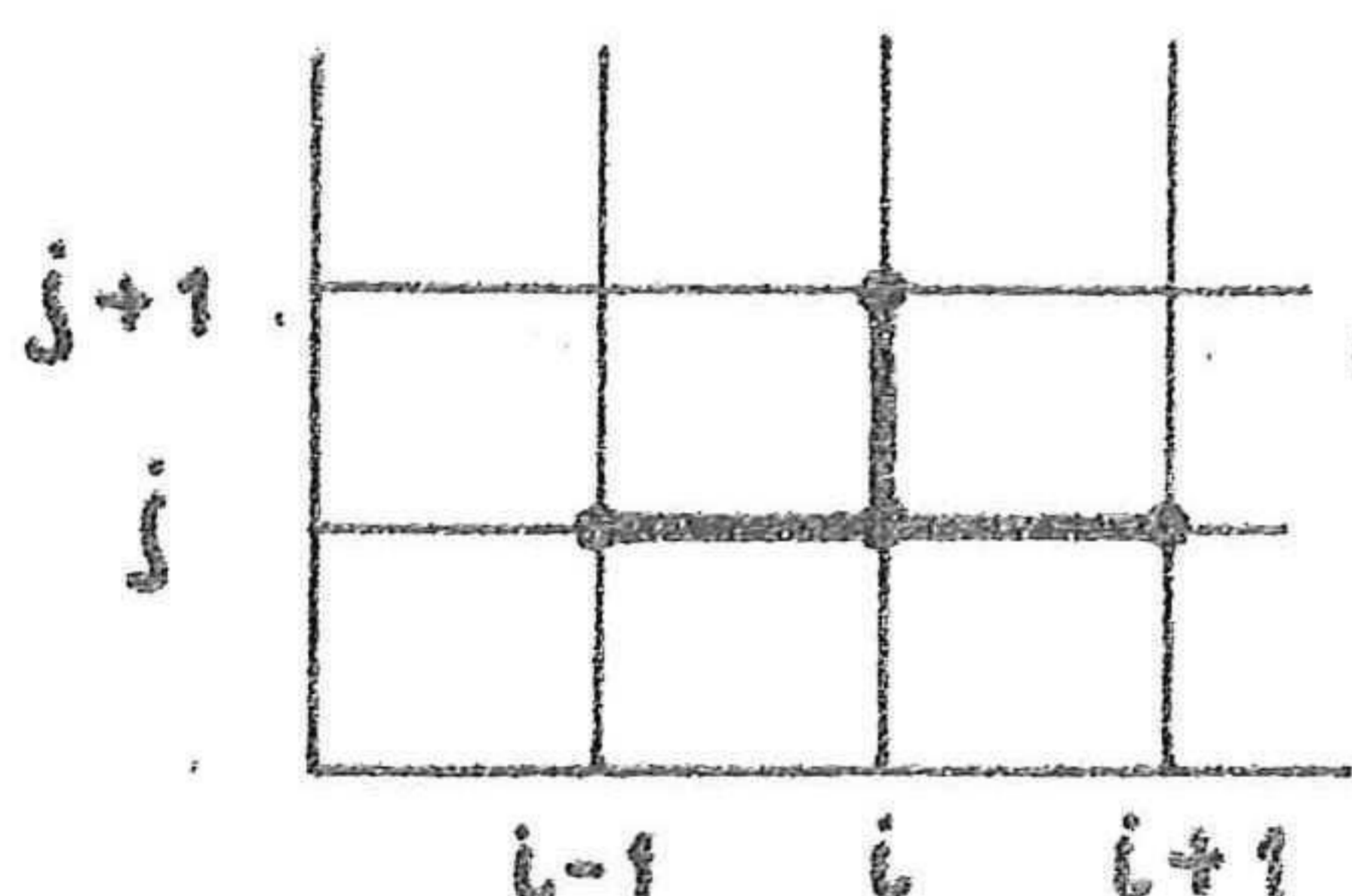
(91a)

waarmee dan aan alle eisen is voldaan.

De demping kan nu worden onderdrukt door het kiezen van een kleine Δx óf door het kiezen van een kleine waarde voor $\beta = \alpha - \mu^2$. Indien hiervoor een constante wordt gekozen van bijvoorbeeld 10^{-3} zal de nauwkeurigheid groot zijn; toenemende nauwkeurigheid kan worden verkregen door β nog kleiner te nemen, dit geeft in het algemeen echter aanzienlijk meer rekenwerk en dús kosten.

Lax neemt $\alpha = 1$ en komt voor de benadering van $\partial z / \partial t$ tot de volgende term:

$$\partial z / \partial t = \frac{z_{i,j+1} - \frac{1}{2}(z_{i-1,j} + z_{i+1,j})}{\Delta t}$$



Hierbij moet gelden: $c \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$

Bij bekende Δx uit de diffusieberekening wordt Δt bepaald door de waarde van c .

Fig. 54

Deze waarde is dus essentieel voor de voortschrijding van het proces, dit is logisch aangezien de c een indicatie is voor de snelheid van reageren van de stroming; bepaling van c kan geschieden m.b.v. de methode van De Vries (ref. 26).

Hierbij wordt gebruikt als relatieve voortplantingssnelheid van bodemverstoringen de factor $\phi = c/v$. (92)

Voor bepaling van ϕ geldt de volgende betrekking:

$$\phi = \frac{\psi}{1-F^2} \quad (93) \quad \text{waarin } \psi = \frac{ds/dv}{h} \quad \text{transportparameter} \quad (94)$$

$$F = v/\sqrt{gh} \quad \text{getal van Froude} \quad (95)$$

De transportparameter ψ wordt nu nader beschouwd; het lokale transport kan in het algemeen worden benaderd als machtfunctie van de snelheid

$$s = av^b \quad (96)$$

waarin a en b constanten zijn.

$$\rightarrow ds/dv = abv^{b-1} \rightarrow \psi = \frac{abv^{b-1}}{h} = \frac{abv^b}{vh} = b \frac{s}{q} \quad (97)$$

Dit betekent dat ψ evenredig is met de verhouding zandtransport/watertransport.

In het onderhavige geval is er echter een overmaat aan sediment en is het transport enkele malen groter dan de relatie $s = av^b$, waarvoor hier vergelijking (22) wordt gebruikt, zou doen vermoeden; dit zet de berekening daardoor op losse schroeven.

Het bodemtransport is wél aan de relatie gebonden, zoals reeds eerder werd vermeld, vanwege de momentane aanpassing; terwijl het totale transport hieraan gekoppeld is via de benedenrandconcentratie. De relatie tussen het zwevend sediment en het bodemtransport is vastgelegd door de grootte van de diffusiecoëfficiënt en daarmee de concentratieverdeling in de verticaal; deze concentratieverticaal streeft naar een evenwicht dat opgelegd is door de stroomparameters en de sedimenteigenschappen.

De betrekking $\psi = b s/q$ mag daarom worden gebruikt mits voor s wordt genomen het lokale transport per eenheid van breedte, bestaande uit zowel bodem- als zwevend transport.

Aangezien in elk rasterpunt dit gesommeerde transport over de verticaal bekend is kan de parameter ψ worden berekend; in het geval van gebruik van Engelund-Hansen voor vergelijking (96) is het gemakkelijk te zien dat zal gelden $b = 5 \rightarrow \psi = 5 s/q$.

Bij lage Froude-getallen mag worden gesteld $1-F^2 \sim 1$ ofwel

$$\phi = \psi \rightarrow c/v = 5 s/q \quad (98)$$

hieruit valt c eenvoudig te berekenen, terwijl hiermee de tijdstap Δt dan kan worden vastgesteld.

Het kiezen van een constante α én een constante β zal dan t.g.v. het variëren van c resulteren in een wisselende grootte van Δt ; dit is uiteraard niet handig.

Indien β constant gehouden wordt kan Δt alléén een vaste waarde hebben. Indien gewerkt wordt met variabele α , dit geeft computertechisch géén problemen; opgelet dient echter te worden dat de waarde $\alpha = 1$ niet wordt overschreden.

IX-3 Voorbeeld

Ter illustratie is globaal een berekening gemaakt van de aanzandingen aan het begin van het Canal del Dique, hier geldt:

$$q \sim 5 \text{ m}^3/\text{ms}$$

$$v \sim 1 \text{ m/s} \quad \rightarrow F = 1/7$$

$$s_{\text{evenw}} \sim 0,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{ms}$$

$$s_{\text{binnenkomend}} \sim 5 \times s_{\text{evenw}} \sim 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{ms}$$

$$\rightarrow \psi = 5 \text{ s}/q = 5 \times 10^{-3} / 5 = 10^{-3}$$

$$\text{evenzo } \phi = 10^{-3} \rightarrow c = 10^{-3} \times v = 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\Delta x = 3,0 \text{ m} \rightarrow \Delta t \leq \frac{3}{10^{-3}} \sim 3000 \text{ seconden}$$

De tijdstap mag dus nauwelijks een uur groot zijn!

De aanzanding over de eerste meters van het systeem kan nu als volgt worden berekend:

Neem $\alpha \sim 1$

$$\text{Beginniveau overal } z = 0 \rightarrow \frac{\partial s}{\partial x} = s_{x=6} - s_{x=0} = 0,5 \times 10^{-3} \text{ t/m.s.}$$

(zie grafiek VIII-2)

$$\text{ofwel } \frac{\partial s}{\partial x} \sim 0,2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m.s.}$$

dit geeft

$$z_{x=3} = \frac{\Delta s}{2\Delta x} \Delta t = \frac{0,2 \times 10^{-3}}{2 \times 3} \times 3000$$

$$z_3 = 0,10 \text{ m! (excl. poriën)}$$

$$= 0,16 \text{ m. (incl. Poriën)}$$

Deze onwaarschijnlijk grote aanzanding is een reden temeer om snel de berekening niet-stationair te maken om te beschouwen wat voor soort invloeden dergelijke factoren hebben op de hydraulische omstandigheden.

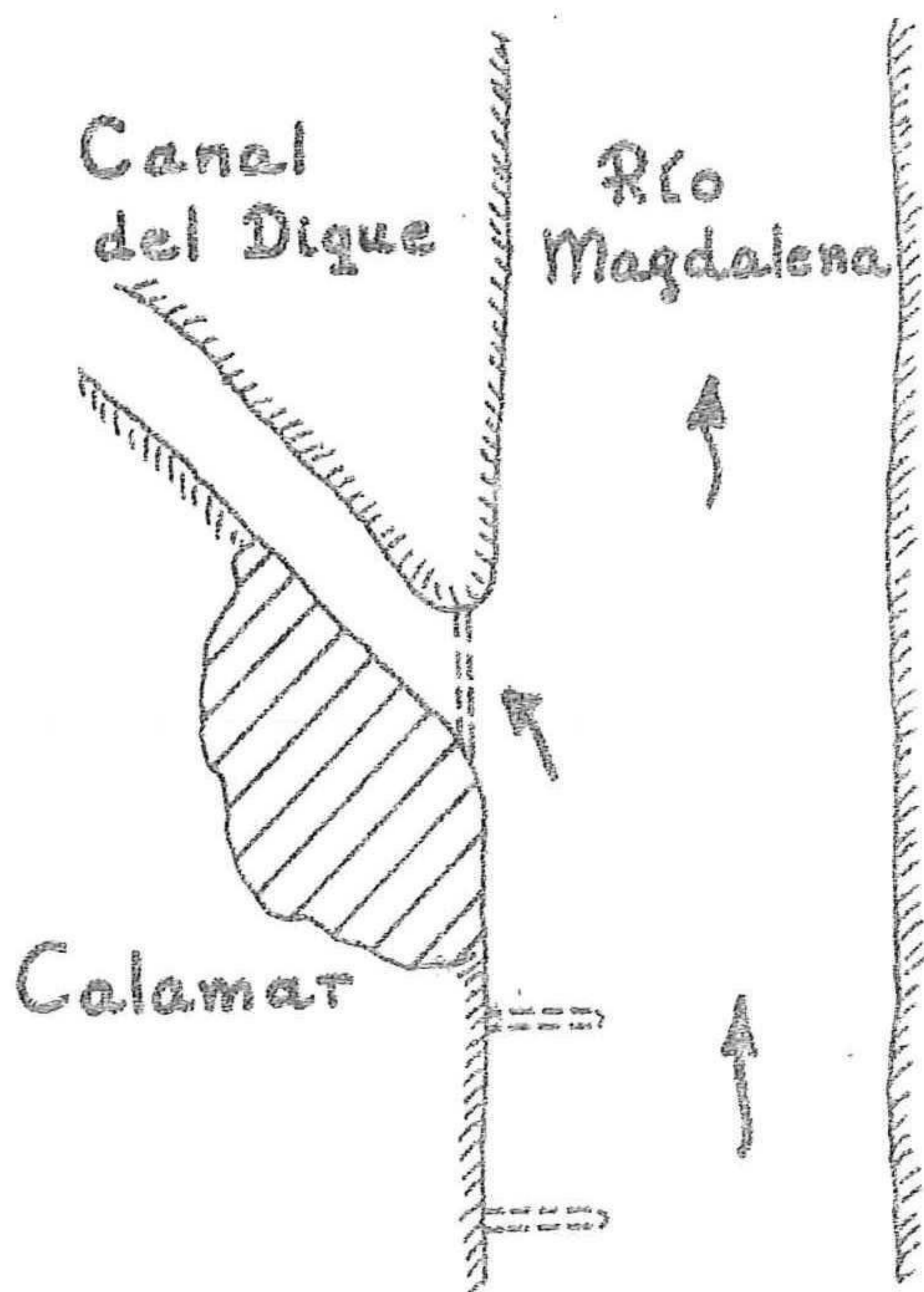
X SLOTBESCHOUWINGEN

X-1 Hydraulisch model CETIH

In het Centro de Estudios Tecnicos e Investigaciones Hidraulicas (CETIH) van de Universidad de los Andes te Bogota werd in 1970 een onderzoek uitgevoerd, waarbij d.m.v. een model van de aansluiting van het Canal del Dique op de Río Magdalena bij Calamar het probleem van de sedimentatie kon worden bestudeerd (ref. 6).

Tevens werd hierbij getracht vast te stellen wat de oorzaak is van het binnenkomen van de grote overmaat aan sediment in het Canal en werd gezocht naar de meest geschikte wijze om dit te verminderen ter verlichting van de scheepvaartproblemen en ter vermindering van de hoeveelheid onderhoudsbaggerwerk.

Allereerst werd m.b.v. een model met vast bed bestudeerd hoe de snelheidsverdeling en het stroomlijnenpatroon was en werd ervoor gezorgd dat dit in overeenstemming was met dat van het prototype, hierna werd onderzocht op welke wijze het mogelijk was dit patroon zodanig te beïnvloeden dat de toestroming naar het Canal werd verminderd door verlaging van de maximale snelheden.



Hiertoe werden op diverse plaatsen aan de linkeroever van de Río Magdalena kribben aangebracht, zódanig dat een rustiger instroming in het Canal del Dique ontstond en een betere snelheidsverdeling; eveneens werden proeven gedaan met een onderwaterkrib aan de ingang van het Canal alsmede combinaties van beiden.

Fig. 55

De conclusies waren, dat in elk geval op voornoemde wijzen een gunstiger instroming en snelheidsverdeling optrad, maar dat de kribben in de rivier nogal wat hinder zouden veroorzaken voor scheepvaart en visserij en dat deze mogelijkheid daarom werd verworpen.

Met deze wetenschap werd m.b.v. een model met beweeglijk bed een onderzoek gedaan naar het sedimentatiegedrag, waarbij zowel tijdens een hoge als wel een lage waterstand proeven werden gedaan met onderwaterkribben aan het begin van het Canal op diverse plaatsen en met variërende hoogte. Als representatieve waterstanden waren hierbij gekozen 5.80^+ m als H.W. en 2.06^+ voor L.W.; tijdens de eerste proef waarbij het prototype geheel gesimuleerd werd bleek het bedniveau van het Canal bij L.W. op 1 à 2 m. minus ref. vlak te liggen en bij H.W. op ca. 2.00^+ m.; dit kwam redelijk overeen met het prototype.

Uiteindelijk bleek nu dat de beste resultaten konden worden verkregen d.m.v. het aanbrengen van een krib, evenwijdig aan de rivieroeveren direct aan de ingang van het Canal, zie fig. 55, met de kruinhoogte op 1.00^+ m.; de aanzandingen over vele honderden meters lengte achter de krib waren nu ruim een meter minder bij H.W., terwijl over de eerste 150 m. een diepe kuil aanwezig was. Dit niveau aan het begin was echter wél hoger dan in het geval zonder krib, omdat dan de bodem van het Canal over dit gedeelte langzaam afliep naar het niveau van de rivier (fig. 56), terwijl in het andere geval de aanwezigheid van de krib dit verhindert, zie ook fig. 47.

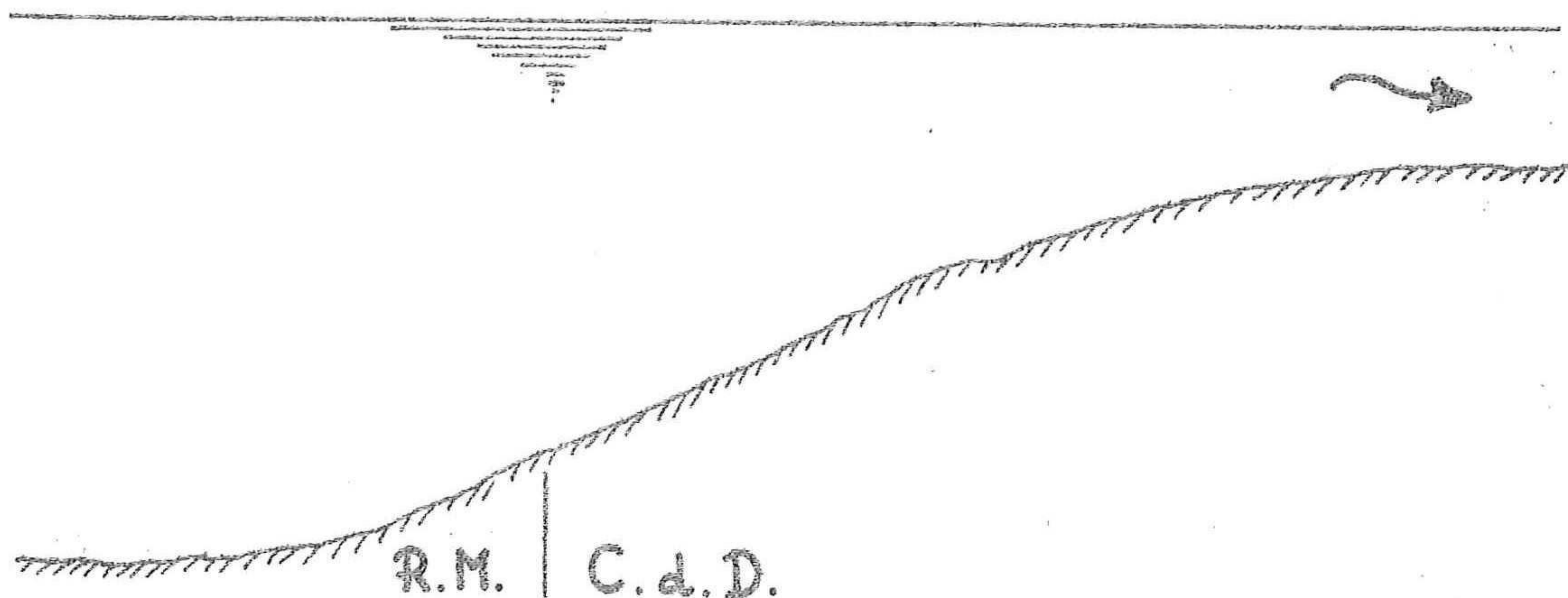


Fig. 56

De moeilijkheid voor het aanbrengen van een onderwaterkrib is echter dat de stabiliteit van het geheel vrij lastig is te verzekeren ten gevolge van de beweeglijkheid van het bed, én vooral door het optreden van uitschuringen achter de krib; goede bescherming is hierbij noodzakelijk.

Gedurende 1971 en 1972 werd met assistentie van de in Colombia aanwezige Nederlandse deskundigen het onderzoek voortgezet, waarbij niet alleen werd gezocht naar methoden om de hoeveelheid binnenkomend sediment te verminderen, maar méér naar een methode om het binnenkomende sediment lokaal te doen neerslaan onder invloed van vertraging t.g.v. profielvergroting en naar een combinatie van beide maatregelen (ref. 7). De laatstgenoemde methode heeft tot doel het lokaliseren van de sedimentatie in een zgn. zandvang zodat het verwijderen hiervan kan geschieden d.m.v. baggeren op één plaats die indien mogelijk zó dichtbij de rivier ligt, dat het overtollige sediment hierop geloosd kan worden; uiteraard voorbij de aftakking!

Een nevendoeel van het tweede onderzoek was het bepalen van de juiste tijdschaal waarmee de sedimentatie plaatsvond alsmede van het meest geschikte moment om het onderhoudsbaggerwerk te doen plaatsvinden. Als representatieve waterstanden werden nu aangenomen 6.00^+ m. en 2.86^+ m.; allereerst werd een proef uitgevoerd geheel volgens het prototype ter bestudering van de bodemligging bij H.W. en L.W. en om een goed beeld te verkrijgen van de sedimentatie, snelheden etc. Vervolgens werden 2 proeven gedaan met een zandvang van resp. 200 en 600 m. lengte, 50 m. breed en 4 m. diep, uitgaande van een normaal bedniveau na L.W. van 0.00; tijdens H.W. werd hierbij de sedimentatie bestudeerd, waarbij bleek dat de eerste snel vol was, binnen ca. 1 maand met resulterend aanzandingen tot 4.00^+ m!

In het tweede geval ontstond er een normale langzame vulling van de zandvang, maar uiteindelijk kwam het bed aan het begin te liggen op een niveau van bijna 5.00^+ m! Aan het eind van deze proeven concludeerde men dat de ruwheid in het model niet voldoende was en werd besloten tot het aanbrengen van verticale staafjes in het rivierstuk van het model waardoor de ruwheidsfactor van Chézy belangrijk lager werd, zodat deze overeenkwam met de betreffende schaalwaarde.

Diverse proeven werden nu uitgevoerd waarbij het begin van de zandvang steeds lag op 200 m. afstand van de rivier, met variërende lengte en

soms gecombineerd met de reeds eerder genoemde onderwaterkrib.

De algemene conclusies uit het onderzoek waren:

De mogelijkheid tot het lokaliseren van de sedimentatie m.b.v. een zandvang is zeer reëel aanwezig, zodat redelijk goedkoop plaatselijk gebaggerd kan worden, aangezien de meest gunstige ligging van de zandvang bleek te zijn van 200 m - 600 m afstand vanaf de rivier. Met deze lengte van 400 m, een breedte van 50 m en een diepte van 5 m werden de beste resultaten verkregen; de inhoud is hierbij 100.000 m^3 terwijl de totale hoeveelheid binnenkomend sediment ca. 200.000 m^3 in een hoogwaterperiode bleek te zijn, resulterend in een additionele sedimentatie tot ca. 2.00^{\dagger} m over de eerste honderden meters.

Tijdens het onderzoek bleek ook nog bij proeven met L.W. dat het bedniveau zo goed als stabiel was in dit geval, óók indien de zandvang reeds was gegraven; dit leidde tot de conclusie dat bij dalend water het profiel d.m.v. baggeren reeds teruggebracht kan worden naar 0.00 m terwijl dan tijdens de laagwaterperiode de zandvang kan worden gegraven zonder kans op ongewenste profielveranderingen.

De totale hoeveelheid baggerwerk per periode komt dan neer op ca. 200.000 m^3 ; in par. VIII-4 werd gevonden dat per dag ca. 22.400 m^3 sediment binnenkwam, terwijl slechts ca. 4000 m^3 kon worden getransporteerd; gesommeerd over een hoogwaterperiode van ca. 100 dagen leidt dit eveneens tot bijna 200.000 m^3 baggerwerk per L.W.; ofwel ca. $400.000 \text{ m}^3/\text{jaar}$.

Een laatste conclusie uit het onderzoek van CETIH was dat de aanwezigheid van een onderwaterkrib de hoeveelheid binnenkomend sediment sterk kan verminderen, mits deze wordt aangebracht direct aan het begin van het Canal del Dique, evenwijdig aan de oevers van de Río Magdalena (zie fig. 55). Het zal echter noodzakelijk zijn deze mogelijkheid nader te onderzoeken voor wat betreft de constructie hiervan, de optredende uitschuringen erachter en de algehele stabiliteit; pas daarna kan een berekening duidelijk maken of het economisch aanvaardbaar is om de krib inderdaad aan te brengen in vergelijking met de uit te sparen hoeveelheid baggerwerk.

De invloed van de aangebrachte staafjes in het model is discutabel; het vermoeden bestaat dat door de additionele ruwheid en de sterkere turbulentie de toestand kunstmatig iets te gunstig is gemaakt, nader onderzoek hieromtrent is echter onontbeerlijk om deze invloeden nader te bekijken.

X-2 Conclusies

Een algemeen oordeel omtrent de waarde van het ontwikkelde numerieke model voor de beschrijving van het diffusieproces kan nog nauwelijks worden gegeven wegens het ontbreken van resultaten in de niet-stationaire toestand. Een vergelijking met het prototype en met de resultaten van het hydraulische model is pas goed mogelijk indien met het numerieke model een gehele hoogwaterperiode doorgerekend kan worden om de resulterende bodemligging hieruit te bepalen; dit was in dit stadium van het onderzoek nog niet mogelijk.

Wél was reeds bij de toepassing in hoofdstuk VIII geconcludeerd dat de zandvang slechts effectief zou zijn indien deze zover mogelijk naar voren geplaatst zou worden in het systeem; aangezien het systeemnulpunt op ca. 250 m vanaf de rivier lag komt dat redelijk overeen met het resultaat van het hydraulische model.

Een plaatsing nóg meer naar voren zou niet veel zin hebben, aangezien het Canal daar ter plaatse wat smaller is met "vaste" oevers bij Calamar, de diepte is daar al groter wat ten eerste zal leiden tot lastiger baggeren en bovendien minder effectiviteit van de zandvang, aangezien de waarden van h_1 en h_2 (zie hoofdstuk VII) relatief zeer snel zullen gaan toenemen met resulterend een grote transportcapaciteit.

Hiermede zou dan tevens geconcludeerd kunnen worden dat het aanbrengen van een brede, ondiepe zandvang waarschijnlijk zal leiden tot een grotere effectiviteit dan een minder brede, diepe zandvang met dezelfde dwarsdoorsnede; nader onderzoek is hiervoor echter nodig. In hoofdstuk VIII werd ook geconcludeerd dat het aanbrengen van een onderwaterkrib, mits voldoende stabiliteit bezittend, een gunstige invloed zou kunnen hebben op de stabiliteit van de zandvang zelf, alsmede op het binnenkomen van sediment in het Canal.

Zoals reeds daar werd vermeld blijkt echter weer dat definitieve conclusies over de praktische waarde van het model pas getrokken zullen kunnen worden na de niet-stationaire behandeling, aldus na voortzetting van dit onderzoek door een ander. Voor wat betreft de vergelijking met andere onderzoeken wordt verwezen naar hoofdstuk VI waarin de toetsing voor zover mogelijk is uitgevoerd aan de hand van de analytische oplossing van Hjelmfelt en Lenau én aan de stroomgoot van het Stevin-laboratorium.

In het algemeen mag worden gesteld, dat het model een redelijke beschrijving geeft van het diffusieproces en dat het bovendien rekentechnisch een vrij gunstige methode is vanwege de eenvoud van het vergelijkingenstelsel.

Wat betreft de aanname voor de logaritmische verticale verdeling voor de diffusiecoëfficiënt geldt, dat de vorm van deze verdeling redelijk overeenkomt met de metingen van Coleman en Anderson en aldus een reële aanname is; een nog betere beschrijving van de functie moet echter mogelijk zijn wegens de trendmatige afwijking van een rechte lijn op half-logaritmische schaal.

De uitgevoerde koppeling aan de snelheid wordt niet geheel reëel gesteld, aangezien deze wordt uitgevoerd onder de aanname dat op $y = \frac{1}{2}h$ de vergelijking (47) geldt voor de diffusiecoëfficiënt en de vorm verder geheel gelijk is aan de snelheidsverdeling; een betere koppeling is vooralsnog echter niet voorhanden (zie ook fig. 16).

Tevens is een tekortkoming van de aanname voor $\epsilon_s(y)$ dat de afhankelijkheid van w/v_x er niet in verwerkt is, omdat hiervoor nog geen relatie bekend is maar slechts een overzicht met de metingen van Coleman en Anderson beschikbaar is.

Een betere methode is het bepalen van een onafhankelijke beschrijving voor $\epsilon_s(y)$ die overeenkomt met de metingen en waarin de afhankelijkheid van w/v_x goed tot uitdrukking komt; onderzocht moet daarbij worden wat de invloed is van de variabele factor λ op de stabiliteit; in dit stadium van het onderzoek is nog steeds gewerkt met een constante λ in overeenstemming met Richtmeyer-Morton (zie bijlage I-A).

In antwoord op de vragen die in de Inleiding naar voren kwamen kan voorlopig worden geconcludeerd:

- Aan de hand van het numerieke model kan géén verklaring worden gegeven voor het feit, dat de sedimentatie zich uitspreidt over een lengte van ca. 10 km van het Canal, aangezien deze zich theoretisch over veel kleinere lengte moet voordoen volgens de berekening. De aanwezigheid van lokale versmallingen, zoals bijvoorbeeld de aanwezigheid van de brug op ca. 800 m vanaf de rivier, kan een vrij grote invloed hierop hebben; dit soort invloeden kan eventueel alsnog worden ingebouwd in het systeem op dezelfde wijze als de profielverandering bij de zandvang wordt ingevoerd.

- De oorzaak van het feit, dat in werkelijkheid méér sediment in de verticaal aan de bovenzijde wordt gevonden als de theoretische verdeling van Rouse doet vermoeden is duidelijk aangetoond. De aannahme van vergelijking (47) voor de diffusiecoëfficiënt is hiervoor duidelijk verantwoordelijk, evenals de daaruitvolgende verkeerde randvoorwaarde dat de concentratie aan het oppervlak gelijk nul moet zijn.
De logaritmische verdeling voor $\epsilon_s(y)$ bleek reeds een concentratieverticaal te geven die beter overeenkwam met de uitgevoerde metingen; geconcludeerd mag daarom worden dat de gevonden methode ter bepaling van de evenwichtsverticaal een betere beschrijving levert dan vergelijking (62).
- Over de zandvang is in het voorgaande voldoende vastgesteld; geconcludeerd mag worden dat bepaling van de optimale plaats en afmetingen afhangt van de mogelijkheden die de niet-stationaire berekening zal bieden.
- Een zelfde conclusie geldt voor de bepaling van de waarde die mag worden toegekend aan het hydraulische model van CETIH; niet-stationaire berekening is ook hier onontbeerlijk.
- De aanpassing van de concentratieverticaal bij veranderende stroomparameters is duidelijk sterk afhankelijk van de parameter w/v_x , terwijl uiteraard ook de hoeveelheid binnenkomend sediment in relatie tot het evenwichtstransport een forse invloed heeft op de benodigde lengte en tijd voor aanpassing; zie hiervoor par. VIII-5 omtrent de relaxatielengte.

X-3 Aanbevelingen

Als besluit van het onderzoek wordt een aantal aanbevelingen gedaan die ontstonden bij het uitvoeren van bepaalde delen van het onderzoek en bij het doen van verschillende aannamen, waarbij wordt gehoopt, dat ze van nut kunnen zijn bij de voortzetting van het onderzoek.

- Maak allereerst een uitbreiding van het systeem voor niet-stationaire behandeling; houdt hierbij allereerst de afvoer constant en de waterpiegel vlak, terwijl later ook variaties hierin in rekening kunnen

worden gebracht d.m.v. een afvoerregime en stuwkrommen. Maak, indien mogelijk, gebruik van de in hoofdstuk IX uitgevoerde aanzet tot de berekening.

- Probeer een goede relatie te vinden voor de diffusiecoëfficiënt $\epsilon_s(y)$ als functie van y én van de parameter w/v_x ; ga na wat voor invloed deze verdeling heeft op de stabiliteit van het numerieke systeem.
- Bepaal de effectiviteit van de zandvang bij variërende plaats, lengte, breedte en diepte; ga na hoe deze effectiviteit komt te liggen bij constant dwarsoppervlak van de zandvang met variabele breedte/diepte verhouding.
- Bepaal de waarde van het onderzoek aan het hydraulische model van CETIH; onderzoek hierbij zéér terdege wat de invloed van de aangebrachte additionele ruwheid door de staafjes is op het sedimentatiepatroon.
- Varieer de hoogte y_A van de bodemrandvoorwaarde waarop de momentane aanpassing van de concentratie wordt aangenomen en bepaal hoe groot de gevoeligheid op het eindresultaat is van de waarde van deze parameter.
- Herhaal het onderzoek naar de relaxatielengte; nu echter niet met uniform verdeelde beginverticaal, maar bekijk de afhankelijkheden bij overgang van een bepaalde evenwichtsverticaal naar een andere, onder invloed van veranderende stroomparameters.
- Voer een toetsing uit van het model op de resultaten van het goot-onderzoek in het Stevin-lab. van de afdeling Vloeistofmechanica door niet de gemiddelde waarden over de breedte van de goot te gebruiken, maar gebruik de gemeten snelheidsverdeling en concentraties in het midden van de goot.

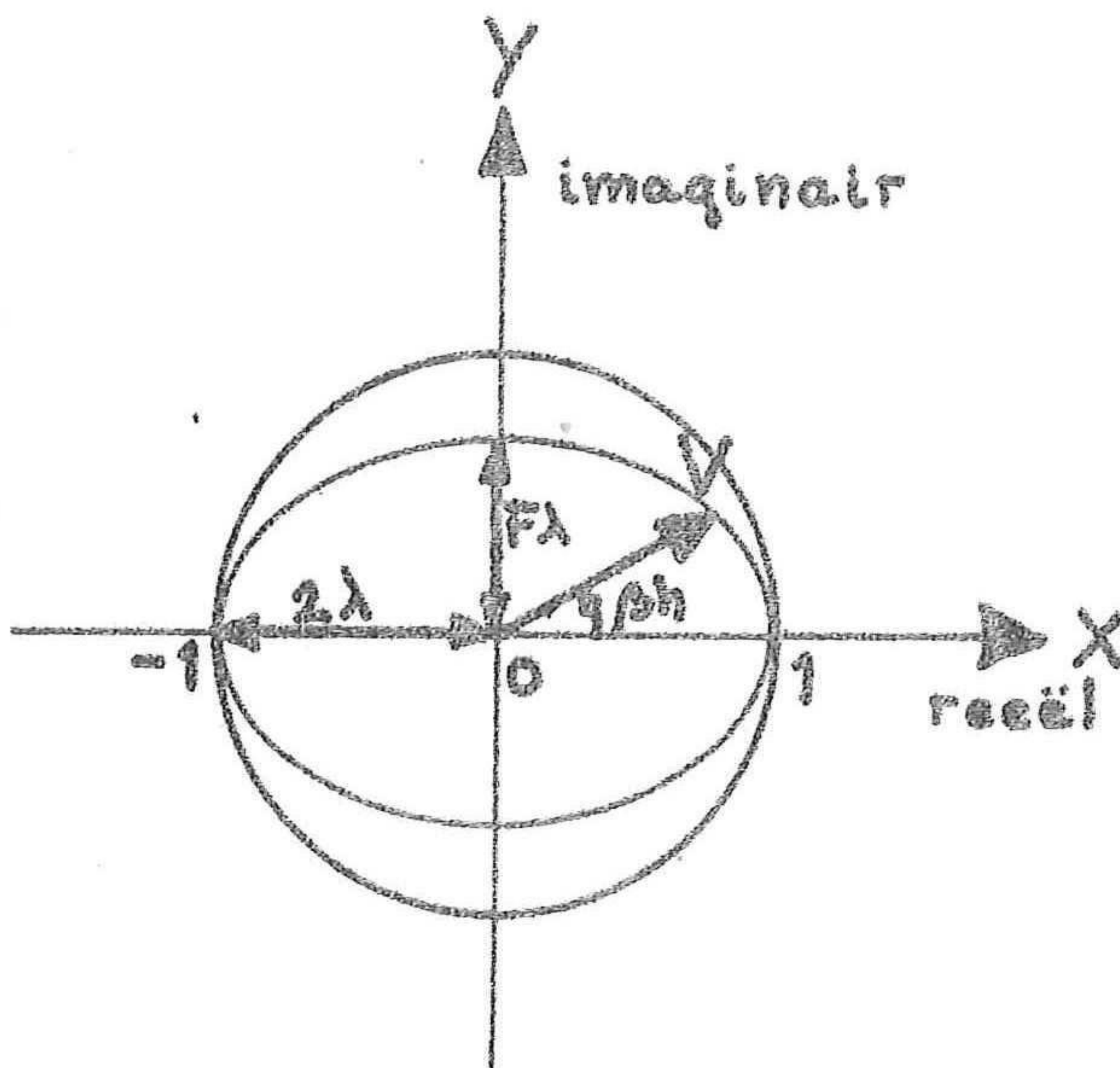
Tenslotte wordt nogmaals de hoop uitgesproken, dat een volgende afstudeerder het onderzoek zal willen voortzetten en dat het geheel dan kan leiden tot een kleine verbetering in het inzicht in het gedrag van

zwevend sediment; tevens wordt dank uitgesproken aan de directe begeleiders van het onderzoek, Dr. ir. M. de Vries en Ir. A. Prins, die in moeilijke én minder moeilijke situaties steeds de weg wisten aan te geven om het onderzoek voortgang te doen vinden, en aan Prof. ir. L. van Bendegom onder wiens leiding het onderzoek plaatsvond.

BIJLAGE I

I-A Stabiliteitsonderzoek

In aansluiting op het stabiliteitsonderzoek uit par. III-2 wordt hier nagegaan hoe de eisen komen te liggen voor λ en F , zódanig dat de stabiliteit voor alle waarden van βh verzekerd is (zie fig. 57).



De functie die door de vector beschreven wordt is:

$$1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1) + \lambda F i \sin \beta h$$

Dit is de beschrijving van een ellips; de maximale lengte van de horizontale as = 2, in dit geval ligt het middelpunt in (0,0) en geldt $\lambda = \frac{1}{2}$.

De vergelijking van de ellips is dan:

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{(\lambda F)^2} = 1 \quad (\text{met } \lambda = \frac{1}{2})$$

Fig. 57

waarin $\left. \begin{array}{l} x = \cos \beta h \\ y = \lambda F \sin \beta h \end{array} \right\}$ invullen geeft $\frac{\cos^2 \beta h}{1} + \frac{\sin^2 \beta h}{1} = 1$

Aan de figuur is overigens te zien dat indien $\lambda \leq \frac{1}{2}$ alle punten beschreven door de vector binnen het geldigheidsgebied liggen en dus aan de eis is voldaan voor alle waarden van βh , mits de factor F niet te groot is. De waarde die F maximaal mag bereiken kan nu ook uit (32) worden bepaald, waarmee het stabiliteitscriterium voor de 1e orde term gevonden zal zijn. Lengte van de vector:

$$|V| = \sqrt{[1 + 2\lambda(\cos \beta h - 1)]^2 + F^2 \lambda^2 \sin^2 \beta h} \leq 1$$

ofwel

$$\left[1+2\lambda(\cos \beta h-1)\right]^2 + F^2\lambda^2 \sin^2 \beta h \leq 1$$

$$1+4\lambda(\cos \beta h-1) + 4\lambda^2 (\cos \beta h-1)^2 + F^2\lambda^2 \sin^2 \beta h \leq 1$$

$$\rightarrow (\text{delen door } \lambda, \lambda \neq 0) \rightarrow 4(\cos \beta h-1) + 4\lambda(\cos \beta h-1)^2 + F^2\lambda \sin^2 \beta h \leq 0$$

$$\rightarrow \lambda \left[4(\cos \beta h-1)^2 + F^2 \sin^2 \beta h\right] \leq -4(\cos \beta h-1)$$

$$\rightarrow \lambda \leq \frac{4(1-\cos \beta h)}{4(\cos \beta h-1)^2 + F^2 \sin^2 \beta h} \quad \text{voor elke } \beta h \quad (100)$$

$\beta h = 0$ geeft onbepaalde λ

$\beta h = \pi$ geeft $\lambda \leq \frac{1}{2}$, wat reeds bekend was

$\beta h = \frac{\pi}{2}$ geeft $\lambda \leq \frac{4}{4+F^2}$

dit leidt tot $F \leq 2$ bij $\lambda = \frac{1}{2}$, terwijl bij grotere waarden F de factor λ verkleind moet worden. De nieuwe waarde voor λ kan dan bepaald worden door bij bekende F eerst te zoeken waar de maximale vectorlengte optreedt:

$$\frac{dv}{d\beta h} = 0 \rightarrow \left[1+2\lambda(\cos \beta h-1)\right] \cdot \left[-2\lambda \sin \beta h\right] + F^2\lambda^2 \sin \beta h \cos \beta h = 0$$

dus voor $\sin \beta h = 0 \rightarrow \beta h = 0 + k\pi \rightarrow$ idem als bovenstaand

$$\text{of voor } -2-4\lambda(\cos \beta h-1) + F^2\lambda \cos \beta h = 0$$

$$\rightarrow \cos \beta h = \frac{2-4\lambda}{\lambda(F^2-4)}$$

Invullen hiervan in (100) geeft met bekende F een vierkantsvergelijking in λ waaruit de maximale waarde bepaald kan worden:

$$\rightarrow F^6\lambda^2 - 4F^4\lambda^2 - 4F^4\lambda + 16F^2\lambda + 4F^2 - 16 = 0 \quad (101)$$

De complexe beschrijving wordt nu de weergave van een ellips met middelpunt $(1-2\lambda, 0)$, hor as 2λ en vert. as λF

$$\frac{(x - (1-2\lambda))^2}{(2\lambda)^2} + \frac{y^2}{(\lambda F)^2} = 1$$

met $x = 1+2\lambda(\cos \beta h-1)$

$y = \lambda F \sin \beta h$

bijvoorbeeld bij $F = \sqrt{5}:\lambda = 0,4$ maximaal (zie fig. 58) $M = (0,2, 0)$

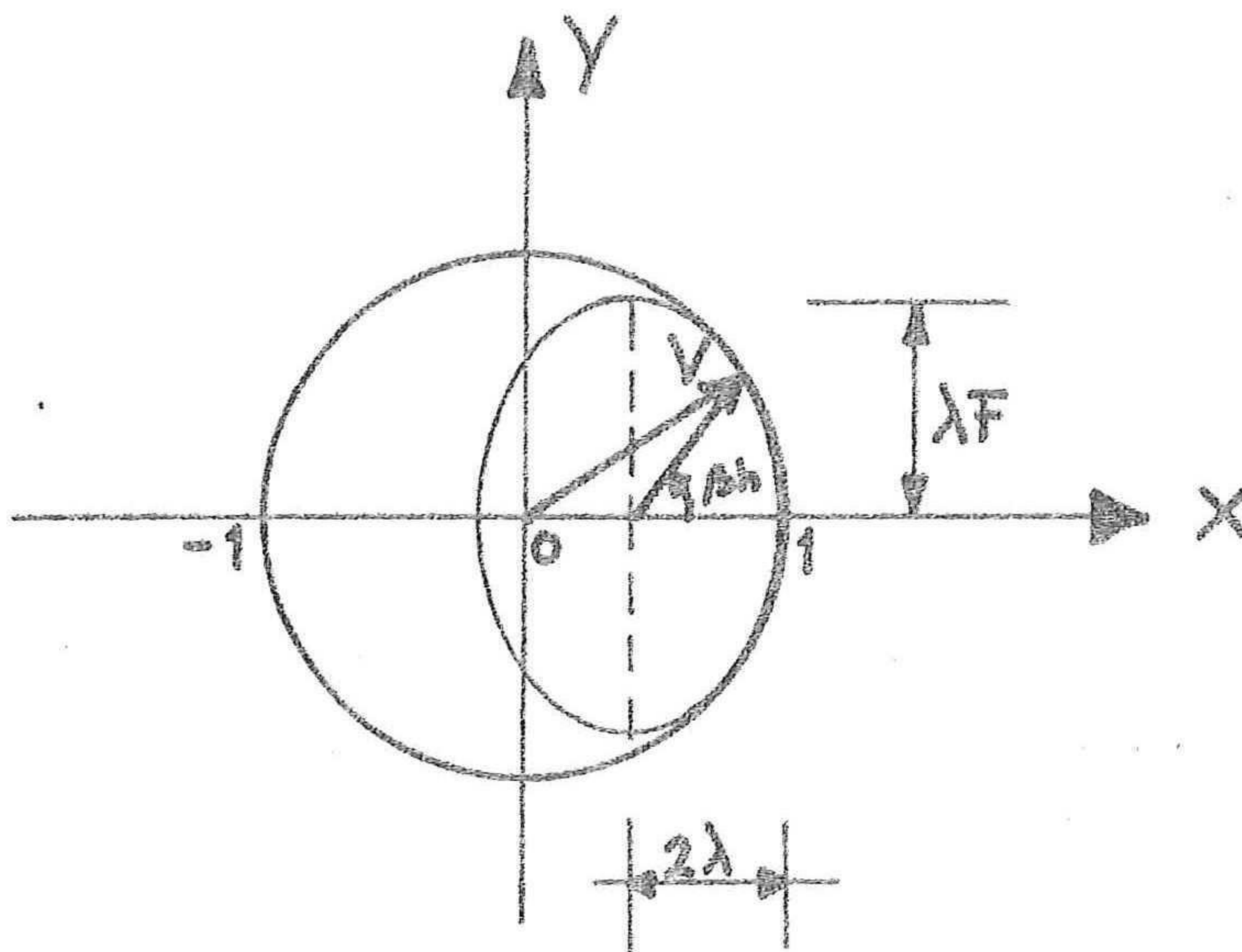


Fig. 58

Oplossing van (101) levert als uitdrukking voor λ , bij waarden van

$$F > 2 : \lambda = \frac{2}{F^2}$$

De maximale vectorlengte treedt nu altijd op bij het raakpunt in (1,0) aangezien geldt:

$$\cos \beta h = \frac{2-4\lambda}{\lambda(F^2-4)} = \frac{2-8/F^2}{2/F^2(F^2-4)} = 1 \rightarrow \beta h = 0$$

Als algemene stabiliteitseis mag worden gesteld:

$$\lambda \leq \frac{1}{2} \quad \text{bij} \quad F \leq 2$$

(36)

Bij hogere waarden van F moet λ verkleind worden.

I-B Vereenvoudigde modellen

Vergelijking (31) kan op gemakkelijke wijze gereduceerd worden tot een wat handzamer uitdrukking.

$$C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \lambda \frac{F}{2} (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (31)$$

$$\lambda = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad (26)$$

$$(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} = F \quad (29)$$

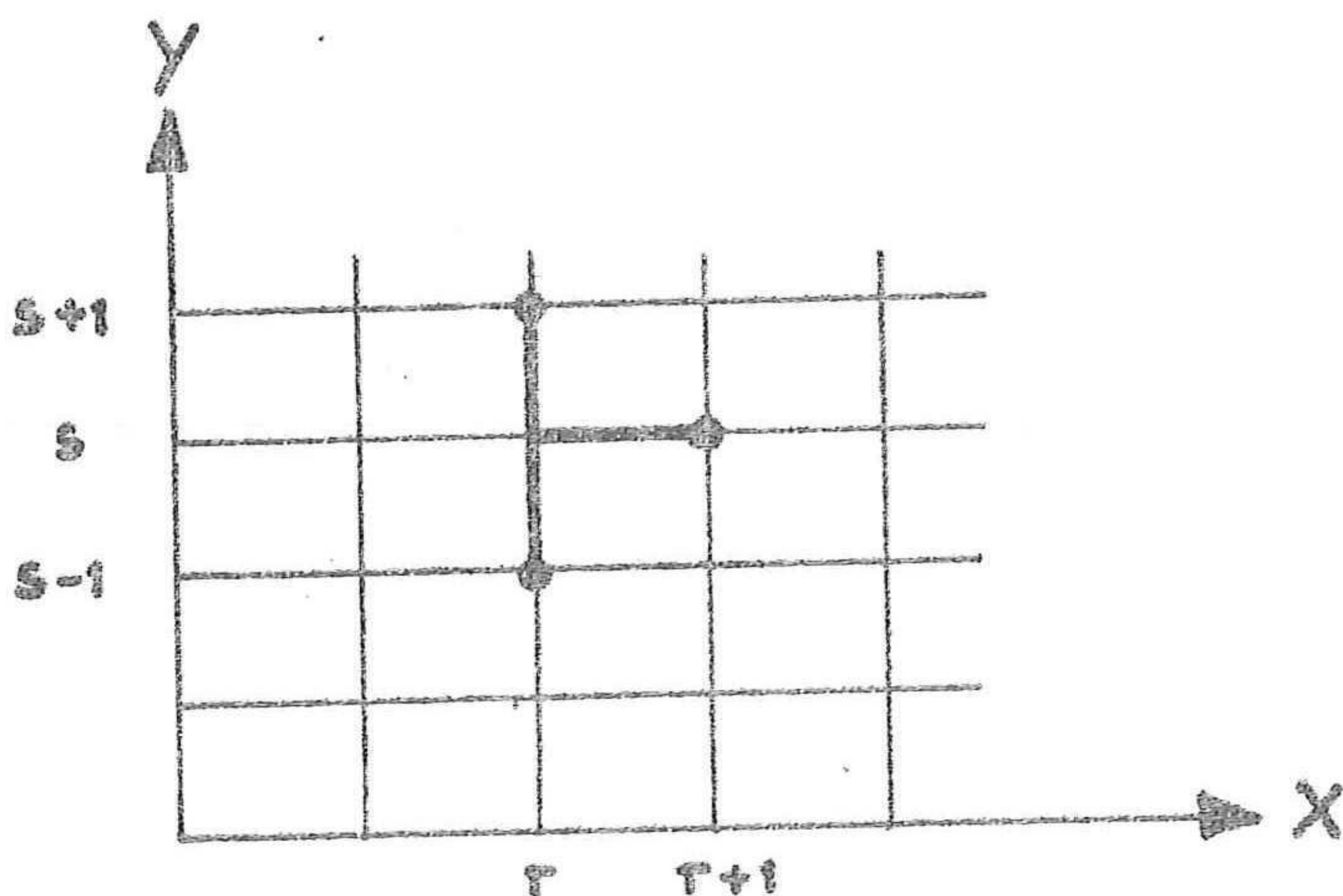
Indien nu gezorgd wordt voor handige waarden van λ en F, ontstaan er eenvoudige rekensystemen.

Neem daarom $\lambda = \frac{1}{2}$, dit kan worden bereikt door aanpassing van Δx , de waarde van F kan dan rond gemaakt worden door aanpassing van Δy .

Voor F wordt in eerste instantie $F = 1$ genomen.

$$\rightarrow C_{r+1,s} = (1-2 \times \frac{1}{2}) C_{r,s} + \frac{1}{2}(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \frac{1}{4}(C_{r,s+1} - C_{r,s-1})$$

$$\rightarrow C_{r+1,s} = \frac{1}{2}(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \frac{1}{4}(C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (34)$$



Dit geeft een eenvoudig differentieschema, zoals in fig. 59 te zien is; handig voor korte berekeningen met de hand.

Fig. 59

Aan de hand van een kleine berekening kan stabiliteit worden bewezen en wordt een inzicht verkregen in het gedrag van het uitdempen van fouten. Hiertoe wordt in een schema met alleen nul waarden een fout = 1 geïntroduceerd.

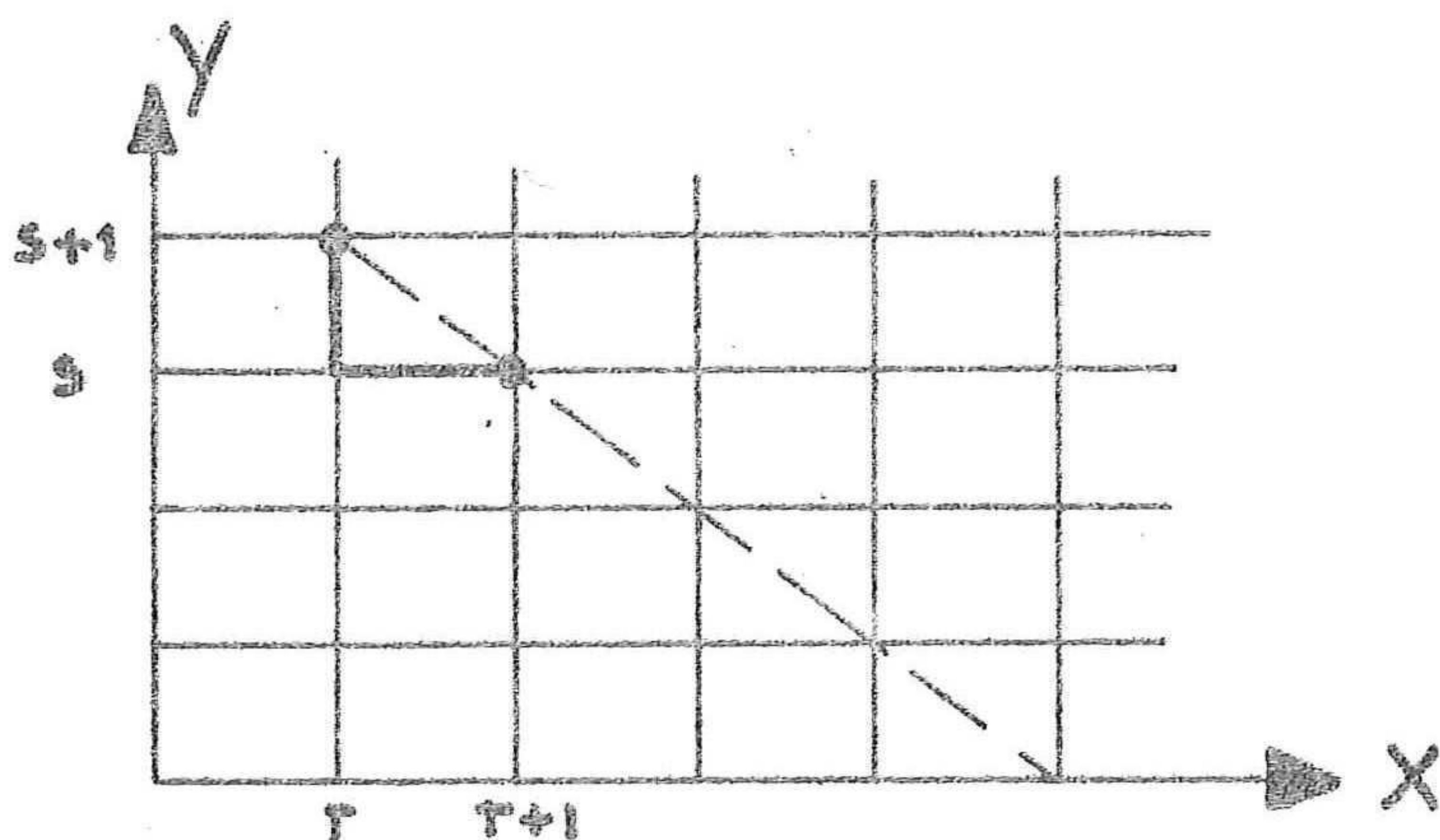
	0			→	s		
0							
	0	0	0	1	0	0	0 → Σ = 1
	0	0	3/4	0	1/4	0	0 → Σ = 1
	0	9/16	0	3/8	0	1/16	0 → Σ = 1
r	27/64	0	27/64	0	9/64	0	1/64 → Σ = 1

Duidelijk zichtbaar is dat de fout uitgesmeerd wordt over de hoogte; een klein deel gaat naar boven, een groot deel gaat naar de bodem. Dit duidt op een overheersing van de valsnelheid t.o.v. de diffusieve krachten en geeft het karakter van het uitzakken goed weer.

Indien de valsnelheid nog meer gaat overheersen t.o.v. de opwaartse beweging t.g.v. de diffusie zal een nog groter deel van de "fout" zich naar de bodem verplaatsen. Een interessante oplossing ontstaat dan indien de waarde $F = 2$ wordt bereikt.

$$\rightarrow C_{r+1,s} = 0 \times C_{r,s} + \frac{1}{2}(C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) + \frac{1}{2}(C_{r,s+1} - C_{r,s-1})$$

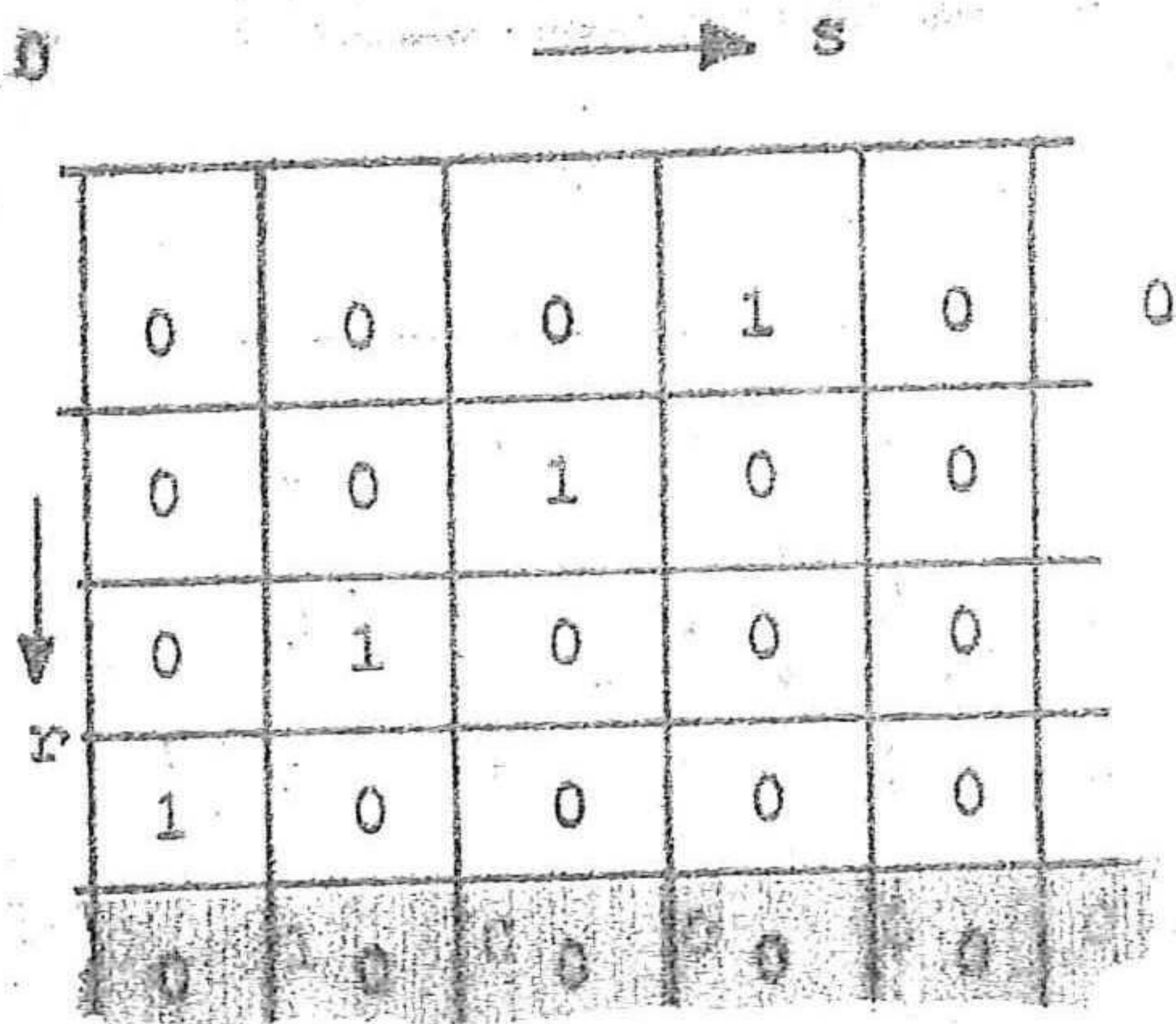
$$\rightarrow C_{r+1,s} = C_{r,s+1} \quad (35)$$



Dit blijkt een weergave van lineaire bezinking te zijn.

Fig. 60

Een geïntroduceerde fout verplaatst zich nu op de volgende wijze:



De fout verplaatst zich lineair naar beneden en wordt geabsorbeerd door de bodem.

Twijfels bestaan of absorptie ook een mate van uitdamping betekent en of de methode nu inderdaad stabiel is. Hiertoe wordt een stabiliteitsanalyse uitgevoerd vlg. Von Neumann; hiervoor wordt vergelijking (28) genomen met: $F = (w + \frac{\partial \epsilon}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} = 2$

$$F = (w + \frac{\partial \epsilon}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} = 2$$

$$\rightarrow C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \lambda(C_{r,s+1} - C_{r,s-1})$$

$$C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + 2\lambda C_{r,s+1}$$

substitueer (30) hierin:

$$e^{i\beta sh} e^{\alpha(r+1)k} = (1-2\lambda)e^{i\beta sh} e^{\alpha r k} + 2\lambda e^{i\beta(s+1)h} e^{\alpha r k}$$

$$\rightarrow e^{\alpha k} = (1-2\lambda) + 2\lambda e^{i\beta h}$$

$$e^{\alpha k} = 1 + 2\lambda(e^{i\beta h} - 1)$$

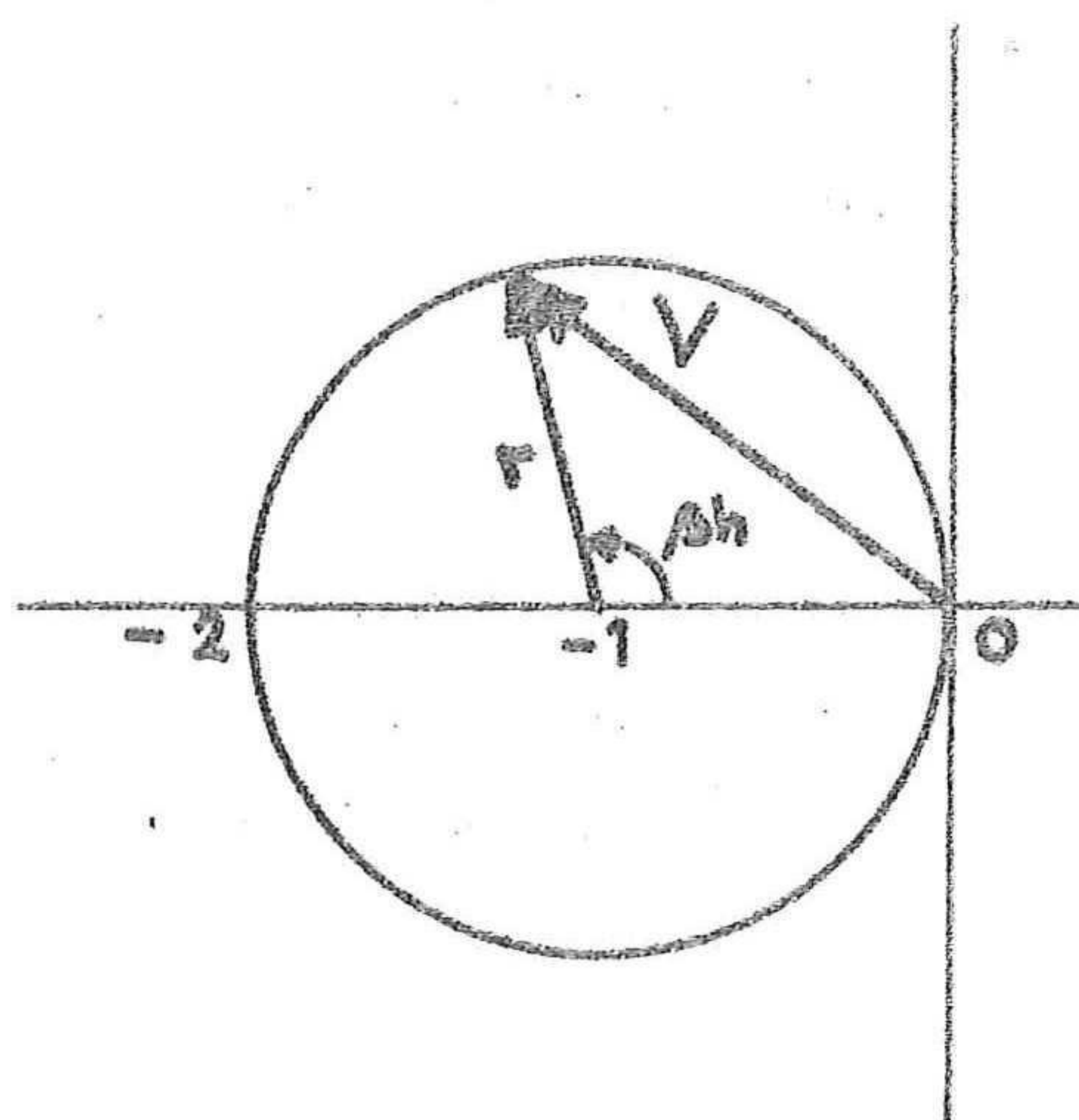
$$= 1 + \lambda(e^{i\beta h} + e^{-i\beta h} + e^{i\beta h} - e^{-i\beta h} - 2)$$

$$= 1 + \lambda(2 \cos \beta h + 2i \sin \beta h - 2)$$

$$= 1 + 2\lambda[\cos \beta h - 1 + i \sin \beta h]$$

De eis was $|e^{\alpha k}| \leq 1$ voor alle waarden van βh .

De term $\cos \beta h - 1 + i \sin \beta h$ is de complexe weergave van een vector die voor verschillende waarden van βh een cirkel doorloopt met straal = 1, middelpunt (-1,0).



De maximale lengte van de vector is 2.

$$\text{Eis } -2 \leq 2\lambda [\cos \beta h - 1 + i \sin \beta h] \leq 0$$

De vector ligt in het negatieve xy-vlak.

$$\rightarrow -2 \leq 2\lambda [-2] \leq 0$$

$$\rightarrow \lambda \leq \frac{1}{2}$$

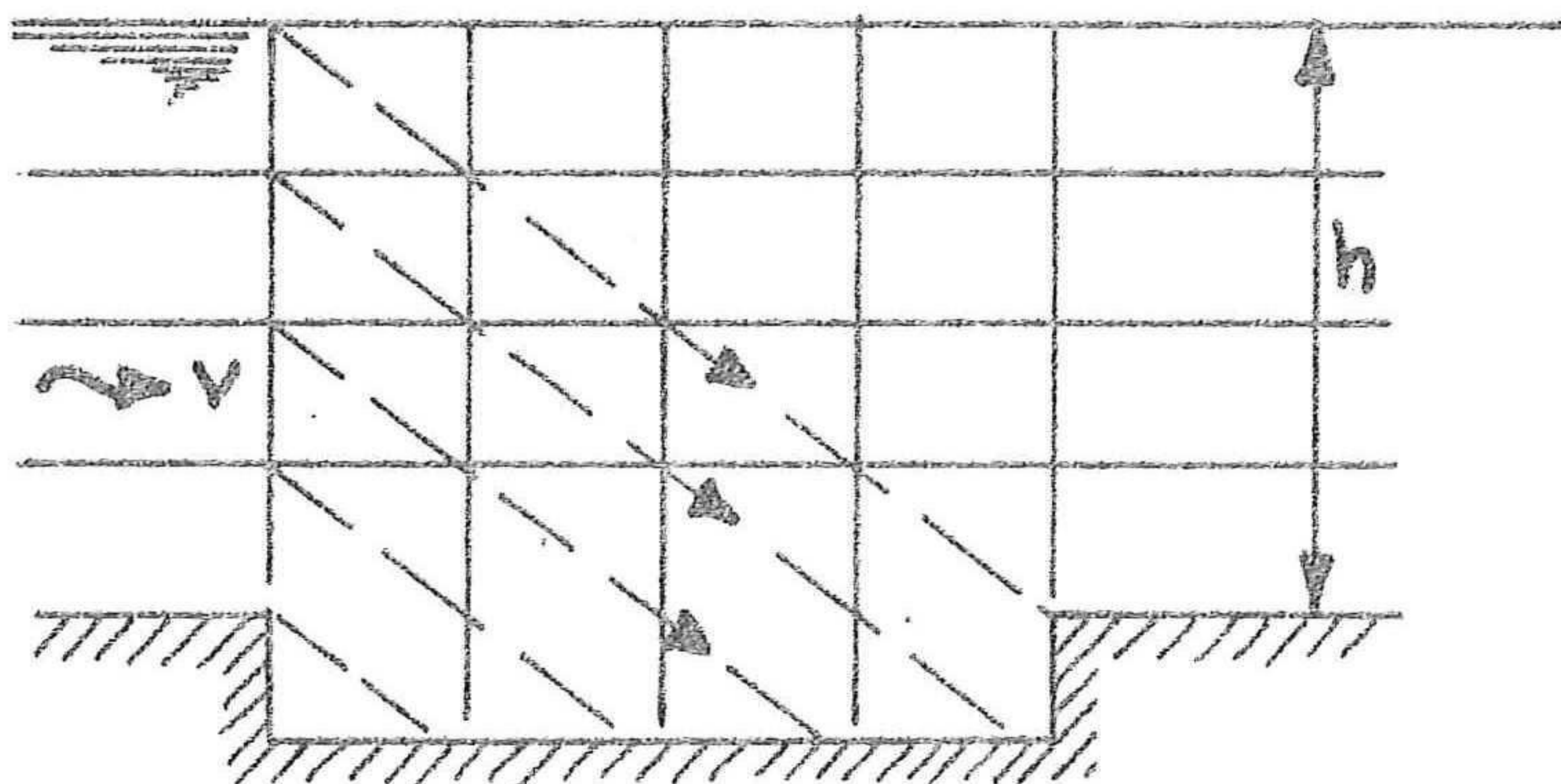
Fig. 61

Dezelfde stabiliteitseis geldt: het schema is stabiel.

Het karakter van dit systeem is dus:

Lineaire bezinking bij stationaire stroming.

Constante valsnelheid van discrete deeltjes.



De afstand nodig om te bezinken is nu te berekenen.

Stel bijv. $v = 1$ m/s

$w = 0,025$ m/s

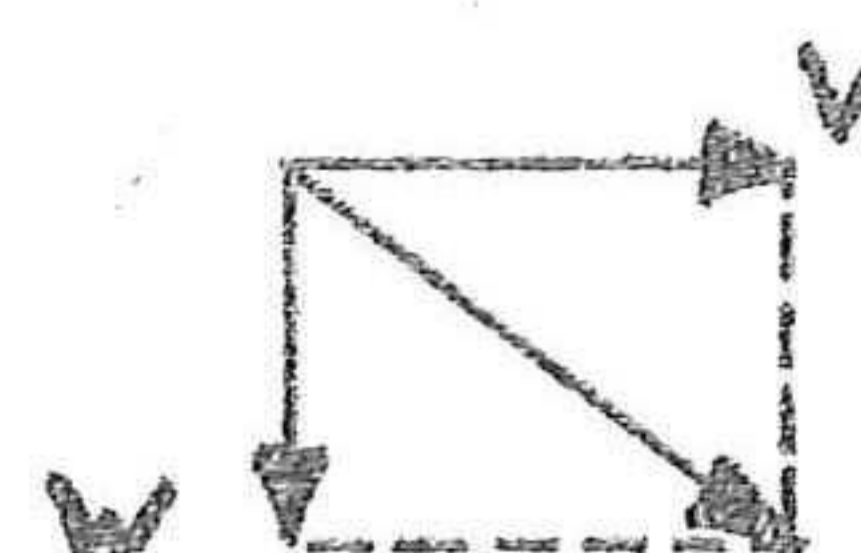


Fig. 62

De benodigde afstand is: $\frac{v}{w} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ m./m'}$. hoogte.

De waarde $F = (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} = 2$ (was aangenomen)

In het algemeen $\frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}$ is klein, zie hoofdstuk IV,

neem $\frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} = 0$

met $\Delta y = 1 \text{ m}$ geeft dit: $\frac{w}{\epsilon_s} = 2 \rightarrow \epsilon_s = 0,0125$

$$\lambda = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{2}$$

ofwel $\Delta x = \frac{1}{2} v (\Delta y)^2 / \epsilon_s = \frac{1}{2} \times 1 / 0,0125 = 40 \text{ m/m'}$.

In werkelijkheid zal het uitzakken onderin iets sneller gaan, aangezien de waarde van $\partial \epsilon_s / \partial y$ daar relatief groot is; daarentegen is hier de term $\partial^2 C / \partial y^2$ óók groter dan bovenin de verticaal en is de opwaartse beweging qua hoeveelheid dus óók groter.

De totale lengte van de lineaire bezinktank moet zijn: $h \times \frac{v}{w}$

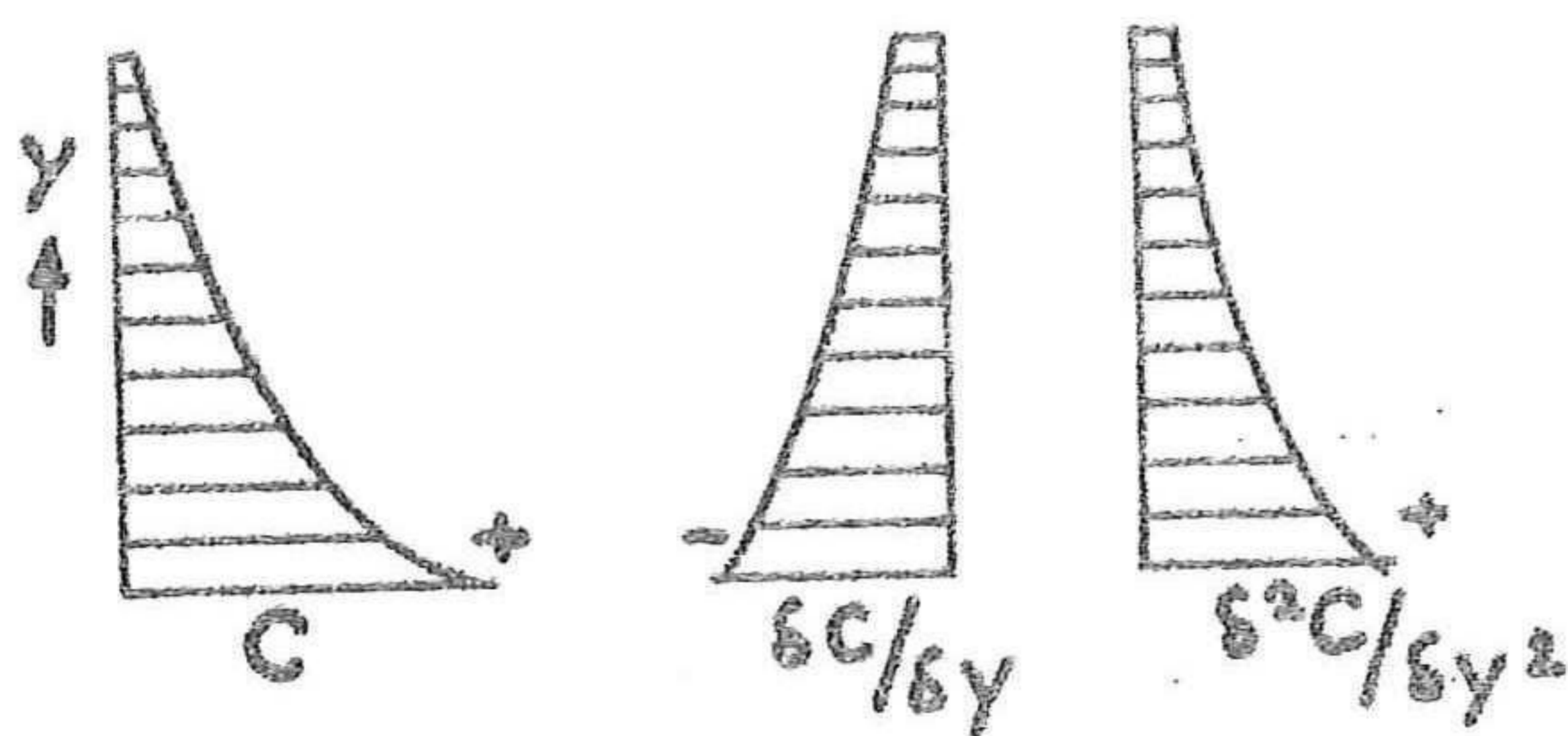


Fig. 63

Resumerend:

De vergelijkingen (34) en (35) geven eenvoudige uitdrukkingen voor de lokale concentratie, zéér geschikt voor berekeningen met de hand.

Een bezwaar van beide modellen is echter dat voor F een constante waarde wordt aangenomen, terwijl dit eigenlijk een functie van y is, omdat ϵ_s én $\partial \epsilon_s / \partial y$ in de term aanwezig zijn.

Een tweede bezwaar is dat door aanpassing van Δy en Δx de waarden voor λ en F rond gemaakt moeten worden. In het algemeen zal namelijk Δy opgelegd zijn door de totale diepte/aantal stappen in hoogterichting en is het handig om voor Δx een gehele waarde te nemen, bijvoorbeeld 1, 2, 10 m. e.d.

Het is daarom aan te bevelen bij beschikbaarheid van de computer het basismodel te gebruiken; Δy te bepalen uit bovengenoemd criterium én de eis voor F , waarmee dan Δx kan worden vastgesteld zódanig, dat maximale voortschrijding per stap wordt bereikt (kosten!) en aan de eis voor λ is voldaan.

In het algemeen ontstaan nu géén "ronde" waarden voor de factoren λ en F ; dit is echter geen bezwaar als de berekening met de computer geschiedt, óók de waarden van ϵ_s en $\partial \epsilon_s / \partial y$ worden nu lokaal per punt berekend.

Het basismodel wordt nu:

$$C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} + C_{r,s-1}) + \frac{F}{2} \lambda (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (31)$$

$$\text{waarin } \lambda = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \quad (26)$$

$$\text{en } F = \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \quad (29)$$

I-C Stabiliteit; Consistentie; Afbreekfout; Convergentie

Een numerieke oplossing van een differentiaalvergelijking dient te voldoen aan diverse eisen om het proces op de juiste wijze weer te geven. Dit zijn:

- 1e Stabiliteit; dit betekent het uitdempen van kleine fouten, zoals reeds in par. III-2 is beschreven.
- 2e Afbreekfout; het verschil tussen de differentiaalvergelijking (∂) en de differentievergelijking (Δ) moet klein zijn.
- 3e Consistentie; de limiet van de differentievergelijking voor $\Delta x \rightarrow 0$ én $\Delta y \rightarrow 0$ moet gelijk zijn aan de differentiaalvergelijking.

4e Convergentie; de limiet voor $\Delta x \rightarrow 0$ én $\Delta y \rightarrow 0$ van de oplossing van de differentievergelijking moet gelijk zijn aan de oplossing van de differentiaalvergelijking.

Aan de oplossing wordt uiteraard nog een 5e eis gesteld die nogal vanzelfsprekend is, namelijk de nauwkeurigheid. Zijn echter de bovenstaande 4 punten te verifiëren aan de hand van de vergelijkingen, de nauwkeurigheid is dit niet.

De nauwkeurigheid van de oplossing kan worden bepaald aan de hand van een praktische toepassing: modelonderzoek, prototypemetingen, vergelijking met voorafgaande onderzoeken e.d. Hierover is in hoofdstuk VI over de toetsing een wat uitgebreider behandeling gegeven.

De convergentie van een numerieke oplossing is moeilijk aan te tonen; indien namelijk de oplossing van de differentiaalvergelijking bekend zou zijn zou het overbodig zijn om een numerieke methode te gebruiken! De oplossing van de differentiaalvergelijking is echter moeilijk te vinden en zodoende ook de limiet van de oplossing; convergentie kan op deze wijze niet worden bewezen.

Richtmeyer-Morton (ref. 23) ontwikkelden hiervoor een andere methode m.b.v. het equivalentie-theorema, dit luidt: Een consistente methode met een afbreekfout van de 1e orde of hoger, mits stabiel, is convergent. Ofwel, indien aan 1, 2 en 3 is voldaan geldt dat ook voor 4. De 3 te onderzoeken punten zullen daarom apart worden beschouwd.

1e Stabiliteit

In I-A is een stabiliteitsanalyse uitgevoerd m.b.v. de methode van Neumann. Richtmeyer-Morton geven een soortgelijke manier aan, die iets meer algemeen is; in het kort zal deze hier worden weergegeven.

Basisvergelijking in algemene vorm, zonder lagere orde termen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (102)$$

hierin is $u = u(x,y)$ met $u(0,y) = u_0(y)$ als gegeven α is een constante > 0 .

Algemeen oplossingschema:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta x} = \tau \frac{\theta(\delta^2 u)_j^{n+1} + (1-\theta)(\delta^2 u)_j^n}{(\Delta y)^2}$$

δ is hierin de centrale differentie in y-richting.

θ is een positieve constante tussen 0 en 1.

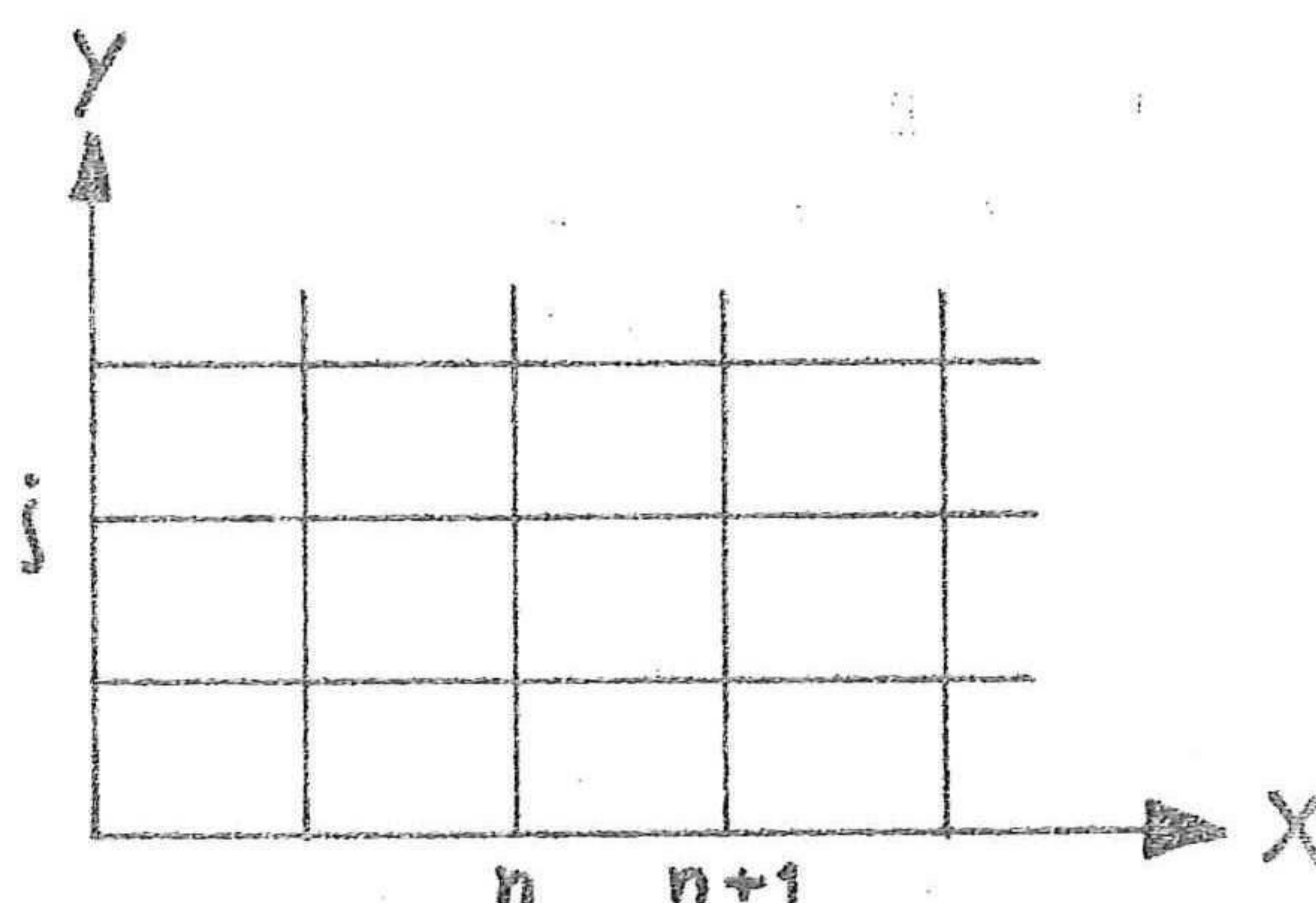
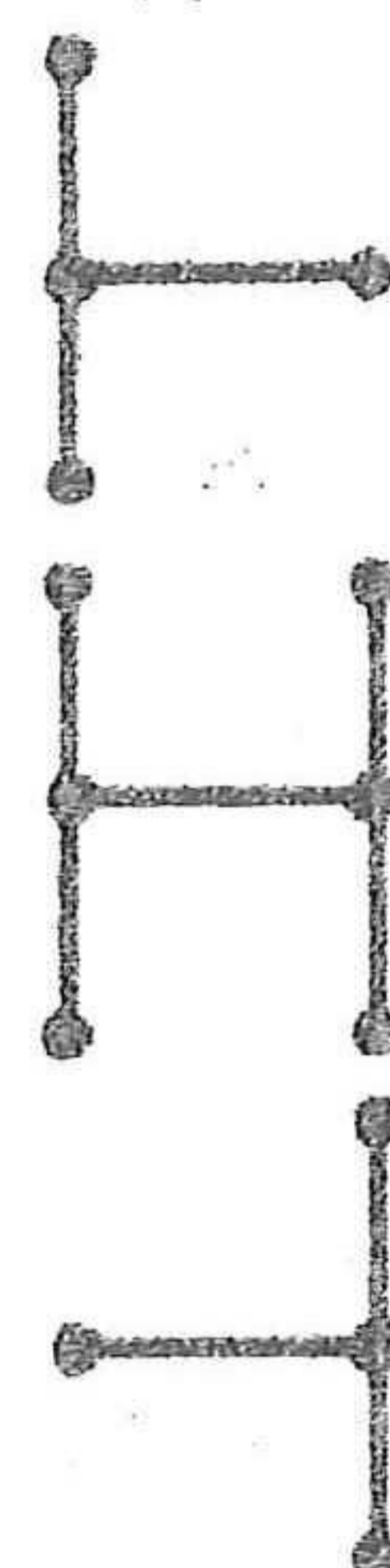


Fig. 64

$\theta = 0$ geeft een 4-punts expliciet schema met voorwaartse x-differentie

$\theta = \frac{1}{2}$ geeft een 6-punts impliciet schema met centrale x-differentie

$\theta = 1$ geeft een 4-punts impliciet schema met achterwaartse x-differentie



Alle waarden $\theta \neq 0$ geven impliciete schema's.

Stabiliteitseisen:

$$2\sigma \Delta x / (\Delta y)^2 \leq 1 / (1 - 2\theta) \quad \text{voor} \quad 0 \leq \theta < \frac{1}{2}$$

$$\text{geen beperkingen} \quad \text{voor} \quad \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1$$

$$\text{voor } \theta = 0 \rightarrow 2\sigma \Delta x / (\Delta y)^2 \leq 1 \text{ ofwel } \lambda \leq \frac{1}{2}$$

Basisvergelijking met lagere orde termen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a \frac{\partial u}{\partial y} + bu$$

(103)

waarin a, b en τ constanten zijn; $\tau > 0$.

Algemeen wordt de stabiliteit niet beïnvloed door de aanwezigheid van lagere orde termen, indien echter a en b te groot worden, moeten er strengere eisen aan λ worden gesteld.

Het schema wordt:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta x} = \sigma \frac{\theta(\delta^2 u)_j^{n+1} + (1-\theta)(\delta^2 u)_j^n}{(\Delta y)^2} + a \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta y} + b \cdot u_j^n$$

Indien $\theta = 0$ én $b = 0$ geeft deze algemene oplossing dezelfde vergelijking als gevonden in III-2.

Stel $\sigma \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} = \lambda$

Voor het systeem wordt nu een vergrotingsfactor berekend, met behulp waarvan de demping kan worden onderzocht:

$$G = \frac{1 - 4\lambda(1-\theta)\sin^2\beta + ia\sqrt{\lambda\Delta x/\sigma}\sin 2\beta + b\Delta x}{1 + 4\lambda\theta\sin^2\beta}$$

met $\beta = k \frac{\Delta y}{2}$ (zie ref. 23)

Eis voor stabiliteit: $|G| \leq 1 + o(\Delta x)$ voor elke β

Voor het te onderzoeken probleem geldt $\theta = 0$ en $b = 0$ terwijl $\sigma = \frac{\epsilon_s}{v}$
 en $a = (w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y})/v$

$$\rightarrow G = 1 - 4\lambda \sin^2\beta + ia\sqrt{\lambda\Delta x/\sigma}\sin 2\beta$$

$$\rightarrow |G| = \left[(1 - 4\lambda \sin^2\beta)^2 + a^2 \lambda \Delta x / \sigma \sin^2 2\beta \right]^{1/2}$$

$$\frac{d|G|}{d\beta} = \frac{1}{2} \frac{2(1 - 4\lambda \sin^2\beta) \cdot (-8\lambda \sin\beta \cos\beta) + a^2 \lambda \Delta x / \sigma \cdot 4 \sin 2\beta \cos 2\beta}{\left[(1 - 4\lambda \sin^2\beta)^2 + a^2 \lambda \Delta x / \sigma \sin^2 2\beta \right]^{1/2}}$$

$$\frac{d|G|}{d\beta} = 0 \quad \text{als:} \quad (1 - 4\lambda \sin^2\beta)(-8\lambda \sin\beta \cos\beta) + a^2 \lambda \Delta x / \sigma \cdot 2 \sin 2\beta \cos 2\beta = 0$$

1e: $\sin\beta = 0 \rightarrow \beta = k\pi \quad k=1,2,3,\dots \rightarrow G = 1 \quad \text{stabiliteit verzekerd.}$

2e: $\sin\beta \neq 0$ vgl. delen door $\sin\beta$

$$\rightarrow (1-4\lambda \sin^2\beta)(-8\lambda \cos\beta) + a^2\lambda\Delta x/\sigma \cdot 4 \cos\beta \cos 2\beta = 0$$

$$\underline{2a} \quad \cos\beta = 0 \rightarrow \beta = (n+\frac{1}{2})\pi \quad \rightarrow \quad \sin^2\beta = 1$$

$n=0,1,2,3$

$$\rightarrow G = 1-4\lambda \rightarrow |1-4\lambda| \leq 1 \rightarrow \lambda \leq \frac{1}{2}$$

$$\underline{2b} \quad \cos\beta \neq 0 ; \text{ delen door } \cos\beta$$

$$\rightarrow -8\lambda(1-4\lambda \sin^2\beta) + a^2\lambda\Delta x/\sigma \cdot 4 \cos 2\beta = 0$$

$$\rightarrow 8\lambda \sin^2\beta - 2 + a^2\Delta x/\sigma \cdot (1-2 \sin^2\beta) = 0$$

$$\rightarrow (8\lambda - 2a^2\Delta x/\sigma) \sin^2\beta - (2 - a^2\Delta x/\sigma) = 0$$

Primaire eis: $\lambda \leq \frac{1}{2}$, neem $\lambda = \frac{1}{2}$

$$\rightarrow (4 - 2a^2\Delta x/\sigma) \sin^2\beta - (2 - a^2\Delta x/\sigma) = 0$$

$$\text{of: } 4 - 2a^2\Delta x/\sigma = 0 \rightarrow a^2\Delta x/\sigma = 2$$

$$\text{dan } |G| = \left[(1-2 \sin^2\beta)^2 + \sin^2 2\beta \right]^{\frac{1}{2}} = 1 \quad \text{voor alle waarden van } \beta.$$

$$\text{of } \sin^2\beta = \frac{1}{2} \rightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{2}$$

$$\text{dan } |G| = \left[a^2\lambda\Delta x/\sigma \right]^{\frac{1}{2}} = 0(\Delta x)$$

Dit geeft aldus de volgende eisen:

$$\lambda \leq \frac{1}{2} \quad \text{met} \quad a^2\Delta x/\sigma \leq 2$$

$$\frac{\left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right)^2}{v^2} \frac{\Delta x}{\epsilon/v} \leq 2 \rightarrow \left[\left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\Delta y}{v} \right]^2 \cdot \lambda \leq 2 \quad \text{ofwel} \quad F^2 \cdot \lambda \leq 2$$

$$\text{bij } \lambda = \frac{1}{2} \rightarrow F \leq 2$$

Richtmeyer-Morton stellen als eis: $\lambda \leq \frac{1}{2}$ bij $a \frac{\Delta y}{\sigma} \leq 2$

$$\text{ofwel } \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}\right) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \leq 2$$

$$\rightarrow F \leq 2$$

Dezelfde stabiliteitseis werd in I-A reeds gevonden, waarbij echter ook nog werd vastgesteld dat voor waarden van $F > 2$ de factor λ berekend kon worden uit $\lambda = 2/F^2$. Een waarde $F = 2$ betekent in fig. 10 dat de ingeschreven ellips verandert in de cirkel $x^2 + y^2 = 1$, gelijk aan de rand van het geldigheidsgebied, voor grotere waarden van F verschuift het middelpunt en worden de assen korter; er ontstaat weer een ellips, rakend aan de cirkel in $(1,0)$. Resumerend kan worden gesteld dat stabiliteit in ieder geval verkregen kan worden, aan dit punt is in iedere situatie voldaan.

2e Afbreekfout

Voor het bepalen van de afbreekfout moeten alle termen met C in de differentievergelijking ontwikkeld worden in reeksen van Taylor:

Differentievergelijking:

$$C_{r+1,s} - C_{r,s} = \lambda(C_{r,s+1} - 2C_{r,s} + C_{r,s-1}) + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}\right) \frac{\lambda \Delta y}{2\epsilon_s} (C_{r,s+1} - C_{r,s-1}) \quad (25)$$

Ontwikkeling:

$$C_{r+1,s} = C(x + \Delta x, y) = C(x, y) + \Delta x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \dots$$

$$C_{r,s} = C(x, y)$$

$$C_{r,s+1} = C(x, y + \Delta y) = C(x, y) + \Delta y \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{(\Delta y)^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \dots$$

$$C_{r,s-1} = C(x, y - \Delta y) = C(x, y) - \Delta y \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{(\Delta y)^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

invullen
in (25)

$$\rightarrow \Delta x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \lambda \left((\Delta y)^2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}\right) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \frac{\lambda}{2} (2\Delta y \frac{\partial C}{\partial y}) + \dots$$

$$\rightarrow \Delta x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} (\Delta y)^2 \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y}\right) \frac{\Delta y}{\epsilon_s} \frac{1}{2} \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\Delta x}{(\Delta y)^2} \cdot 2\Delta y \frac{\partial C}{\partial y} + \dots$$

$$\rightarrow \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\epsilon_s}{v} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{1}{v} \frac{\partial C}{\partial y} = - \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \dots$$

$$\rightarrow v \frac{\partial C}{\partial x} - \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \left(w + \frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} \right) \frac{\partial C}{\partial y} = \underbrace{- v \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \dots}_{\text{afbreekfout}}$$

De afbreekfout is opgebouwd uit een term met Δx en overigens uit hogere orde termen; aan de eis is voldaan.

3e Consistentie

Indien $\Delta x \rightarrow 0$ wordt de afbreekfout nul; d.w.z. de limiet van de differentievergelijking is gelijk aan die van de differentiaalvergelijking; de methode is consistent.

4e Convergentie

Aangezien aan 1, 2 en 3 is voldaan is de methode ook convergent.

Aan alle eisen die gesteld worden aan numerieke oplossingen van D.V.'s is voldaan voor wat betreft de vergelijkingen; de nauwkeurigheid moet nog worden aangetoond, dit kan alleen geschieden door toepassing en toetsing op prototype en/of hydraulische modellen.

BIJLAGE II

II-A Algemeen

Voorafgaande aan en gedeeltelijk ook tegelijkertijd met het werkelijke onderzoek is een literatuurstudie uitgevoerd om te zoeken naar soortgelijke problemen met hun bijbehorende oplossingen, om de problematiek te leren kennen en een inzicht te krijgen in de mechanismen die het verschijnen van de diffusie beheersen.

Uiteraard hebben niet alle bestudeerde artikelen nut gehad t.a.v. het onderzoek en zijn dan ook niet allen vermeld in de lijst van referenties; van degenen die direct hebben bijgedragen aan de oplossing en bovendien ook indien door het betreffende artikel wordt bijgedragen aan het inzicht wordt in dit hoofdstuk een korte samenvatting gegeven van de belangrijkste uitgangspunten en aannamen. De gebruikte literatuur kan worden ingedeeld in drie categorieën; algemene artikelen, specifieke bewerkingen van de diffusievergelijking in verschillende vormen met verschillende oplossmethoden én artikelen die beschouwingen geven en onderzoek weergeven t.a.v. de diffusiecoëfficiënt en de concentratieverdeling.

Wat betreft de algemene literatuur wordt allereerst verwezen naar het artikel van het Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual onder leiding van Vanoni (ref. 2); hierin wordt een uitstekend overzicht gegeven van de stof met theoretische achtergronden, degelijke afleidingen van de vergelijkingen en beschouwingen van de tot dan toe (1963) behaalde resultaten van diverse onderzoekers. Achtereenvolgens wordt een zeer gefundeerde behandeling gegeven over turbulentie, over diffusie in turbulente stroming, de bijbehorende differentiaalvergelijking en vereenvoudigingen hiervan; over de concentratieverdeling van zwevend sediment in turbulente stroming, de overeenstemming tussen de theoretische verdeling en experimentele resultaten en tenslotte het effect van zwevend sediment op de stroming.

Een compilatie van gegevens over diffusie wordt verstrekt in het boek van Graf (ref. 12); zonder afleidingen en zonder veel theoretische achtergronden wordt een overzicht gegeven van vele onderzoekers met een korte beschrijving van uitgangspunten en aannamen en voornamelijk gericht op de bereikte resultaten; geen uitspraken en beoordelingen worden gegeven t.a.v. de diverse onderzoeken zodat het eigenlijk alleen kan dienen als handboek en niet voor diepgaande studie gebruikt kan worden, waarvoor de betreffende artikelen zelf nodig zijn.

II-B Diffusievergelijking

A.A. Kalinske (1940) voerde een onderzoek uit met als doel het bestuderen van zwevend sediment onder niet-evenwichtsituaties; allereerst wordt hierin gesteld dat de relatie tussen zwevend en bodemtransport wordt vastgelegd door de relatie $N_0/N_b = f\{w/v_x\}$, waarin N_0 = de concentratie zwevend sediment op het "nulniveau van suspensie" en N_b de concentratie hiervan in de toplaag van het bodemtransport. Hierbij werd met behulp van gegevens uit rivieren en kanalen een grafische weergave van de relatie vastgesteld; hieruit bleek reeds dat voor waarden van w/v_x van ca. 1 of hoger nauwelijks meer zwevend sediment aanwezig is, een verschijnsel dat ook bij dit onderzoek werd geconstateerd.

Kalinske bestudeert verder de aanpassing van de concentraties, hij gaat hierbij uit van de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \epsilon_y \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \epsilon_x \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + w \frac{\partial N}{\partial y} - U \frac{\partial N}{\partial x} \quad (104)$$

waarin U de snelheid in x-richting is, gemiddeld over het profiel.

In 2 gevallen is de vergelijking op redelijk gemakkelijke wijze oplosbaar, namelijk als $U = 0$ of als de concentraties niet tijdsafhankelijk zijn; voor laatstgenoemd geval wordt in het artikel een oplossing gegeven waarbij de volgende vereenvoudigingen worden gedaan:

ϵ_s varieert niet in y-richting, ofwel $\epsilon_y = \text{constant}$

$\partial^2 N / \partial x^2$ is klein t.o.v. $\partial^2 N / \partial y^2 \rightarrow \partial^2 N / \partial x^2 = 0$

$$\text{Dit geeft: } U \frac{\partial N}{\partial x} = \epsilon_y \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + w \frac{\partial N}{\partial y} \quad (105)$$

Randvoorwaarden:

op $x = 0$: $N = 0$

$y = \infty$: $N = 0$

$y = 0$: $N = N_0 = \text{constant}$

Dit leidt tot de volgende oplossing:

$$N = N_0 e^{-qy} - (2N_0/\pi) \int_0^\infty \left[\frac{n}{(n^2 + q^2/4)} \right] e^{(Bex/u) - (qy/2)} \sin ny \, dn \quad (106)$$

waarin $q = w/\epsilon_s$, $B = -(n^2 + q^2/4)$

Voor $x = \infty$ gaat deze uitdrukking over in de evenwichtsvergelijking voor de concentratieverticaal:

$$N = N_0 e^{-qy} \quad (107)$$

Vergelijking (106) beschrijft de concentratie als functie van x en y en is redelijk hanteerbaar, hoewel de integratie onmogelijk is en dus numeriek zal moeten geschieden; bovendien moet onderzocht worden na hoeveel factoren voor n afgebroken mag worden zonder grote fouten te introduceren. De waarde van de oplossing kan verder niet bepaald worden, aangezien hij slechts theoretisch is en nooit getoetst aan experimentele resultaten; Kalinske verwijst voor vergelijking van uitdrukking (107) naar Hayami, maar stelt hierbij dat deze bepaalde fouten heeft gemaakt in de wiskundige transformaties.

Helaas is echter geconstateerd dat ook datgene wat in dit artikel wordt weergegeven niet foutloos is, in de vergelijking waarmee Kalinske het totaal transport over de hoogte bepaalt staat een (druk-?) fout, terwijl hij in een poging de vergelijking numeriek op te lossen ook komt tot een volledig verkeerde uitdrukking.

Dit laatste kan echter ook veroorzaakt zijn door een druk- of zetfout omdat de numerieke benadering van de termen op zich goed, hoewel zeker niet de beste en nauwkeurigsten zijn; naar stabiliteit e.d. wordt in het geheel niet gekeken.

Concluderend mag worden gesteld dat in dit artikel de auteur wel komt tot diverse juiste constatering en tot verruiming van het inzicht, maar dat de beide oplosmethoden niet tot praktisch bruikbare resultaten leiden is zeker. Eerlijkheidshalve moet echter gezegd worden dat het voor die tijd (1940) als een vrij goed onderzoek kan worden gekenmerkt.

Dobbins (ref. 10) publiceerde in 1943 een artikel waarin ook hij de aanpassing van de concentraties onderzoekt; hij doet dit echter, uitgaande van de uitgebreide diffusievergelijking met verschillende vereenvoudigingen, voor de vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + w \frac{\partial C}{\partial y} \quad (108)$$

De randvoorwaarden zijn:

1e Transport aan het oppervlak = 0 $\rightarrow \epsilon \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=h} = - wC_h$

2e Idem aan de bodem: er wordt namelijk gesteld dat de hoeveelheid opname van sediment constant is, en aangezien deze bij evenwicht nul is, is hij dit steeds!

$$\epsilon \rightarrow \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} = - wC_{y=0} = - wA$$

3e Op $t = 0$ geldt $C = f(y)$ voor $0 < y < h$

4e Voor $t = \infty$ moet de concentratieverdeling gelijk zijn aan de evenwichtsconcentraties.

Met verder als aannamen dat ϵ en w constant zijn komt Dobbins via scheiding van variabelen tot een analytische oplossing in een soortgelijke vorm als Kalinske, echter zeer slecht hanteerbaar en wéér met een sommatie van termen van $n = 1 \rightarrow \infty$; voor verschillende vereenvoudigde beginvoorwaarden weet de auteur overigens tot iets geschikter uitdrukkingen te komen.

Dobbins voerde ter verificatie van de theoretische oplossing proeven uit in een vat met stilstaand water, waarin d.m.v. een roosterwerk van latten dat in een harmonische trilling werd gebracht, turbulentie werd opgewekt; d.m.v. metingen van de concentratie van lucite-korrels op verschillende hoogte toonde hij aan dat de experimentele resultaten vrij goed overeenkwamen met de theoretische oplossing, terwijl hij in de rest van het verhaal een vrij duidelijke beschouwing geeft over de problematiek en tot veel goede constatering t.a.v. het verschijnsel komt.

Einstein antwoordt in de erop volgende discussie dat het werk van Dobbins dan ook een zeer gewaardeerde bijdrage is en bovendien principieel correct, maar dat de onderzochte omstandigheden bepaald niet vergelijkbaar zijn met het turbulentiepatroon dat optreedt in rivieren en kanalen vanwege het verschil in opwekkingsmechanismen: trillende lattenstructuur of bodemwrijving.

Kalinske reageert ook op het artikel, en komt aandragen met een nieuwe relatie voor de verhouding van zwevend tot bodemsediment:

$$C_0/C_b = f\{w/v_x, Re_k\}$$

waarin Re_k het Reynoldsgetal voor de korrels is $= Dv_x/v$.

Bovendien geeft Kalinske een methode aan om de vergelijking (108) op te lossen m.b.v. een numerieke procedure; ditmaal gebeurt dit echter wél op de juiste wijze. Hoewel helaas geconstateerd moet worden dat de oplossingen van beide laatstgenoemde onderzoekers, Dobbins en Kalinske niet met elkaar te vergelijken en daardoor niet te toetsen zijn wegens het verschil in karakter, kan worden geconstateerd dat Dobbins een wezenlijke bijdrage heeft geleverd tot het inzicht in het gedrag van zwevend materiaal. Een analytische oplossing voor de diffusievergelijking werd eveneens gegeven door Hjelmfelt en Lenau (ref. 16); hiermee werd bestudeerd hoe de opname van sediment uit het bed verloopt bij overgang van vast bed, bijvoorbeeld betonnen bescherming, naar een zandbed, ofwel van een geheel lege beginverticaal naar een "volledig" verzadigde evenwichtsverticaal (zie ook hoofdstuk VI).
Uitgangspunt was de volgende vergelijking:

$$\bar{v} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}) + w \frac{\partial C}{\partial y} \quad (109)$$

waarbij de diffusie in stromingsrichting is verwaarloosd, terwijl voor de snelheid de gemiddelde is genomen; voor de diffusiecoëfficiënt wordt gebruikt:

$$\epsilon_y = \beta k v_x y(1-y/h) \quad (47)$$

De volgende transformaties worden nu toegepast om over te gaan op geheel dimensieloze coëfficiënten en termen:

$$\begin{aligned} \lambda &= w / \beta k v_x \\ A &= \beta k v_x / \bar{v} \\ x &= Ax/h \\ y &= y/h \\ C &= C/C_A \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \lambda \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[y(1-y) \frac{\partial C}{\partial y} \right] \quad (110)$$

De randvoorwaarden zijn:

op $y = h$	ofwel $Y = 1$	$C = 0$	voor elke X
$y = y_A$	" $Y = A$	$C = 1$	" " $X > 0$
$x = 0$	" $X = 0$	$C = 0$	" " Y tussen A en 1

De eenvoudige beginvoorwaarde maakt het mogelijk om de vergelijking op te

lossen, de verkregen oplossing voor C als functie van X , Y en λ wordt gevonden door scheiding van variabelen en interpretatie van de resulterende differentiaalvergelijking als Sturm-Liouville probleem.

Dit resulteert in een vrij ingewikkelde uitdrukking voor C met een hypergeometrische functie erin verwerkt, bepaald niet handig om mee te werken en bovendien met alweer een sommatie van een bepaalde term voor $n = 0 \rightarrow \infty$ erin (ref. 16); het is duidelijk dat het werken met deze oplossing gebruik van een computer noodzakelijk maakt. De vraag kan nu worden gesteld of het nog wel zin heeft om een analytische methode te gebruiken indien de oplossing dermate ingewikkeld is dat deze ook met de computer behandeld moet worden?

In het algemeen is het voordeel van een analytische oplossing dat de methode wat betreft de nauwkeurigheid voordelen biedt t.a.v. een numerieke, bovendien geeft een analytische oplossing meestal meer inzicht in het verschijnsel; in dit geval moet de hypergeometrische functie met een reeks termen voor n van $0 \rightarrow \infty$ ook worden afgebroken met dienengevolge een afbreekfout en aldus onnauwkeurigheid. Geconcludeerd kan worden dat het daarom een beetje zinloos is om op deze wijze geforceerd te gaan zoeken naar analytische oplossingen, mede door het feit dat deze bovendien alléén toepasbaar zijn bij eenvoudige rand- en beginvoorwaarden; een nadeel van de oplossing van Hjelmfelt is bovendien dat een gemiddelde snelheid is gebruikt i.p.v. een variabele over de hoogte. Het toepassen van vergelijking (47) voor ϵ_y heeft helaas als direct gevolg dat op het oppervlak moet gelden $C = 0$, bij aanname van $w = \text{constant}$ uit vergelijking (17) terwijl dit niet direct noodzakelijk hoeft te zijn.

Mei (ref. 20) loste dezelfde basisvergelijking analytisch op met als uitgangspunt een constante gemiddelde diffusiecoëfficiënt, groot $1/6 \beta k_y h$, met dezelfde beginvoorwaarde $C_0(y) = 0$; de resultaten hiervan zijn door Hjelmfelt met de zijne vergeleken, waarbij bleek dat het opnemen bij Mei iets sneller verliep, waarschijnlijk als gevolg van het feit, dat hierbij de diffusiecoëfficiënt aan de bodem groter was aangenomen als hij werkelijk is. Ook de oplossing van Mei heeft de genoemde nadelen, hoewel de oplossing iets beter handelbaar is dan die van Hjelmfelt; daarentegen is de aanname van constante diffusiecoëfficiënt weer enigszins beperkend; de resultaten van beide onderzoeken zijn gebruikt bij de toetsing van de ontwikkelde numerieke methode, zie hoofdstuk VI.

Een numerieke oplosmethode wordt gegeven door Apmann en Rumer (ref. 1) waarbij wordt uitgegaan van exact dezelfde vergelijking als in dit onderzoek:

$$v \frac{\partial C}{\partial x} - w \frac{\partial C}{\partial y} = \epsilon_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial \epsilon_y}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \quad (21)$$

Helaas wordt deze snel vereenvoudigd door de aannamen dat $v = \bar{v} = \text{constant}$ én $\epsilon_y = \bar{\epsilon}_y = \text{constant}$ over de hoogte waardoor de laatste term direct wegvalt.

De randvoorwaarden zijn:

$$x = 0 : C = 0 \text{ voor elke } y$$

$$y = 0 : C = C_A = \text{constant voor elke } x > 0$$

$$y = h : wC + \bar{\epsilon}_y \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \text{ voor elke } x > 0$$

De auteurs geven niet de uiteindelijke differentievergelijking waarmee de concentraties kunnen worden berekend, maar deze ligt nogal voor de hand; wél wordt voor een discreet geval een overzicht in een figuurtje gegeven hoe het opnemen verloopt en welke vorm de evenwichtsverticaal uiteindelijk heeft.

Het (qua hoeveelheid schamele) resultaat is in dit onderzoek niet ter toetsing gebruikt, wel is globaal bekeken hoe de aanpassing verliep in vergelijking met het gegeven resultaat bij ongeveer dezelfde parameters; dit gaf echter geen opmerkelijk afwijkende resultaten t.o.v. Hjelmfelt/Lenau en Mei, wat wel begrijpelijk is vanwege dezelfde uitgangspunten bij genoemde onderzoeken. Het is uiteraard goed mogelijk om de 2 numerieke methoden van Apmann/Rumer en diegene uit dit onderzoek tezamen toe te passen op diverse problemen en dan te bekijken hoe gevoelig het resultaat is voor de schematisatie en vereenvoudigingen die zijn toegepast door Apmann/Rumer.

Genoemde auteurs toetsten hun oplossing d.m.v. metingen die zij uitvoerden in een goot met beweeglijk bed, met een gootbreedte van 0,30 m., diepte 0,75 m. en een lengte van slechts 7,2 m. waarvan nog een deel afging voor de instroming, zodat slechts ca. 5 m. overbleef als testgedeelte. Door monsterneming kon op verschillende hoogten de concentratie worden bepaald; in het algemeen kwamen de resultaten redelijk overeen met de berekende concentraties, met de grootste afwijkingen bij de bodem en het oppervlak. Geconcludeerd wordt o.a. dat de vergelijking een goede beschrijving geeft van de concentraties en de aanpassing hiervan, ondanks de er in aangebrachte

vereenvoudigingen; tevens werd d.m.v. onderzoek naar de diffusiecoëfficiënt zelf geconcludeerd dat aanname van constante ϵ zeer reëel is, behalve dichtbij de bodem.

Dit laatste was al bekend, de toename van ϵ met y is klein vanaf $y = 0,25 h$; wat betreft de conclusies over het concentratieverloop is voorzichtigheid geboden, de onnauwkeurigheid in het uitvoeren van de metingen is zo groot dat uitspraken betreffende de waarde van bepaalde theoretische modellen gevaarlijk zijn, mede omdat deze elkaar i.h.a. weinig ontlopen.

Bennet en Nordin (ref. 3) presenteren een interessante verhandeling over een numerieke oplosmethode van de diffusievergelijking; dit doen zij met het doel de invloed na te gaan van regelmatig in plaats en tijd veranderende randvoorwaarden op de concentraties en daarmee iets te kunnen zeggen over de mogelijke variaties die worden gevonden en/of kunnen worden verwacht bij sedimenttransportmetingen.

De vergelijking waarvan zij uitgaan luidt:

$$v(y) \frac{\partial C}{\partial x} - w \frac{\partial C}{\partial y} = \underbrace{\frac{1}{6} kv_x h}_{\epsilon} (\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + T \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}) \quad (111)$$

voor ϵ_x én ϵ_y is dus de gemiddelde waarde genomen, de 2e orde term in x wordt niet weggelaten om de invloed hiervan te leren kennen.

De randvoorwaarden zijn:

op $x = 0$: evenwichtsverticaal $C_0(y) = C_A e^{-w/\epsilon(y-y_A)}$

op $y = y_A$: $C(x, y_A) = C_A (1+h \sin 2\pi x/\lambda)$

op $y = h$: $wC + \epsilon \frac{\partial C}{\partial y} = 0$ (geén transport)

De tweede voorwaarde betekent dat de bodemconcentratie niet constant is maar hieromheen schommelt met een amplitude h en golflengte λ ; dit is bijvoorbeeld mogelijk bij aanwezigheid van ribbels op het bed.

Voor de snelheid wordt de bekende logaritmische verdeling aangenomen; een aantal gevallen is nu door de auteurs doorgerekend voor verschillende waarden van T , waarbij tevens de factoren \bar{v}/ϵ en w/ϵ werden gevarieerd. Gebleken is dat de waarde van T geen enkele invloed had op de concentratieprofielen, dit bewijst dat de term $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$ waarmee aangetoond is dat deze gerust mag worden verwaarloosd.

Aan de hand van de doorgerekende gevallen werd tevens aangetoond dat de invloed van de beddingvorm via de veranderende randvoorwaarde groot kan zijn, vooral voor relatief grof sediment (0,4 mm) terwijl de variaties kleiner worden bij fijner materiaal. Door middel van metingen, gecombineerd met de berekeningen werd nu aangetoond dat het moeilijk is representatieve concentratieverticalen vast te stellen door metingen; hoewel het geïntegreerde totaal transport over de hoogte een standaardafwijking heeft van slechts 10% indien er in voldoende punten nauwkeurig is gemeten.

De moeilijkheid is echter dat de diverse verticalen in een dwarsprofiel veel meer dan 100% van elkaar kunnen afwijken én dat deze verticalen vrij snel van plaats kunnen verwisselen; dit maakt het noodzakelijk dat voor bepaling van representatieve verticalen en/of sedimenttransport meer malen moet worden gemeten.

Het artikel van Bennet/Nordin is zeer duidelijk en geeft een goed inzicht in de invloed van de verschillende coëfficiënten; grote waarden van w/ϵ gaven grote onnauwkeurigheid, dit komt overeen met het gevondene in hoofdstuk VIII-5 waar bleek, dat bij grote waarden van w/v_x ($w/\epsilon = bw/kv_x h!$) ook grote afwijkingen optraden.

De directe oorzaak hiervan is dat bij grote waarden van w/v_x ofwel w/ϵ er weinig sediment hoog in de verticaal aanwezig is maar de bodemconcentratie groot is; variatie van de randvoorwaarde heeft dan grote invloed op de concentraties.

II-C Diffusiecoëfficiënt en concentratieverdeling

Vanoni (ref. 25) presenteerde in 1946 een uitgebreid artikel over een door hem verricht onderzoek t.a.v. metingen van snelheids- en concentratieverdelingen in een laboratoriumgoot en over de relatie tussen de diffusiecoëfficiënten van water en sediment.

De auteur geeft eerst een overzicht van de theorie en van de tot dusver verkregen resultaten; vervolgens een beschrijving van de gebruikte apparatuur en de gevolgde procedure van de experimenten, waarna een compilatie volgt van de uitgevoerde metingen van snelheidsverdelingen en concentratieverticalen.

De belangrijkste conclusies van het onderzoek waren: De gemeten concentratieverdelingen voldoen aan de vergelijking van Rouse, zij het dat de waarde

van z niet geheel overeenkomt; de "gemeten" waarden van z zijn i.h.a. kleiner dan de berekende, vooral voor fijn sediment; dit is een bijzonder vaak voorkomend feit, gevonden door vele onderzoekers, zowel in goten als in rivieren en kanalen.

De discrepantie van gemeten en berekende concentratieverdelingen is te wijten aan het verschil tussen ϵ_w en ϵ_s ; Vanoni stelt, dat bij fijn sediment $\epsilon_s > \epsilon_w$ zal zijn, terwijl bij grovere korrels ϵ_s zal afnemen en kleiner dan ϵ_w zal worden t.g.v. de "slip" van de korrels. Vervolgens wordt geconcludeerd dat het zwevende sediment de turbulentie zal dempen, hierdoor ontstaat minder weerstand voor de stroming met resulterend grotere snelheden; dit geheel wordt verdisconteerd als afname van de waarde voor κ , de "constante" van Von Kármán voor de turbulente uitwisseling; een belangrijke conclusie is tevens dat werd gevonden dat de snelheidsverdeling i.h.a. goed wordt beschreven door een logaritmische functie.

Kalinske geeft in de erop volgende discussie vrij veel kritiek op vooral de conclusies wat betreft de invloed van het zwevende sediment op de turbulentie en de stroomparameters, alsmede op de beschouwingen over de relaties tussen ϵ_s en ϵ_w ; hij geeft als zwak punt in de metingen van Vanoni aan dat het bed niet geheel bedekt was met sediment en dat het hierdoor onwaarschijnlijk zou zijn dat de optredende concentraties de werkelijke evenwichtsconcentraties waren. Ondanks dit punt is de scherpe kritiek van Kalinske niet geheel terecht; wat betreft de invloed van de concentratie op de waarde van κ lijkt de tijd het gelijk aan Vanoni gegeven te hebben, ook Einstein vond dergelijke invloeden (ref. 12); concluderend mag in ieder geval worden gesteld, dat het duidelijke artikel van Vanoni zeker heeft bijgedragen tot een beter inzicht in het gedrag van zwevend sediment, met beschouwingen erin die nu nóg aanvaard worden.

Hunt (ref. 17) toonde in 1954 aan, dat de evenwichtsvergelijking voor het transport door een horizontaal vlakje die tot dan toe werd gebruikt niet juist was, deze luidt:

$$\epsilon_s(y) \frac{\partial C}{\partial y} + wC = 0 \quad (17)$$

D.m.v. aparte beschouwingen van de basisvergelijking voor water én sediment en aannemende dat $\epsilon_s = \epsilon_w$ komt hij tot:

$$\epsilon_s(y) \frac{\partial C}{\partial y} + (1 - C) wC = 0 \quad (112)$$

wat erop neerkomt dat het volume, ingenomen door het aanwezige sediment in rekening wordt gebracht.

Hunt geeft aan de hand van deze vergelijking een uitdrukking voor de evenwichtsconcentratieverticaal die eenzelfde karakter heeft als de oplossing van Rouse (ref. 12), maar tengevolge van het gebruik van vergelijking (112) iets uitgebreider is. De theoretische uitdrukking is door hem getoetst aan waarnemingen van Vanoni uit 1946 (ref. 25) waarbij bleek dat er een vrij goede overeenkomst was tussen de experimenten en de theorie; dichtbij de bodem waren de afwijkingen in het algemeen echter vrij groot.

Een reden hiervoor kan geweest zijn dat de metingen van Vanoni waren uitgevoerd in een stroming met zwevend sediment zonder dat de bodem van de goot geheel bedekt was met het materiaal; dit kan een oorzaak zijn van het feit, dat er geen juiste uitwisseling optrad tussen de bodem en het zwevende materiaal, leidend tot onjuiste concentraties dichtbij de bodem.

Hoewel vergelijking (112) theoretisch juist is, wordt in het algemeen nog steeds gebruik gemaakt van (17) aangezien meestal geldt dat $C \ll 1$ is en de invloed van het volume ingenomen door het sediment daardoor klein is.

Brush e.a. (ref. 4) bestudeerden de diffusie van sediment en de toepassing voor het sedimenttransport in natuurlijke stromen d.m.v. diffusie van glazen bolletjes in een straal water met "sediment", stromend in een verticale tank. D.m.v. variatie van de korrelafmeting komt hij tot de conclusie dat voor fijn materiaal geldt $\epsilon_s \sim \epsilon_w$ en dat met toenemende korrelgrootte de ϵ_s steeds kleiner gaat worden, waarschijnlijk t.g.v.

grotere slip; de β -waarde neemt dus af voor grotere korrels. Hij concludeert verder dat dit echter helaas géén verklaring is voor de discrepanties tussen de berekende en de gemeten concentratieverdelingen; door in de berekende waarde van $z = w/\beta k v_x$ een kleinere β in te vullen wordt deze z nóg groter, terwijl de "gemeten" z juist kleiner was.

Zagustin (ref. 29) presenteert een nieuwe uitdrukking voor de concentratieverdeling in turbulente stroming; hij komt hiertoe via aanname van een andere snelheidsverdeling, voortkomend uit één zijner eerdere onderzoeken, met als gevolg ook andere uitdrukkingen voor de mengweg en de diffusiecoëfficiënt; gebruik van deze laatste in de evenwichtsvergelijking (17) levert een nieuwe concentratieverticaal op in de vorm:

$$C/C_A = e^{-z\phi} \quad (113)$$

waarin $\phi = f(h, y_A, y)$.

Nadat Zagustin eerst heeft bewezen dat de aangenomen functies voor ϵ en l goed voldoen aan experimentele resultaten, die overigens geheel uit het niets komen vallen, toont hij ook nog aan dat de theoretische uitdrukking goed zou zijn door hem te vergelijken voor discrete gevallen met de oplossing van Rouse. Hierbij blijken namelijk de berekeningen van Zagustin een "vlakker" verloop te geven dan die van Rouse, overeenkomende met een kleinere waarde van z ; een andere sterk punt van zijn uitdrukking vindt Zagustin dat zijn uitdrukking niet leidt tot $C = 0$ op $y = h$. Dit is inderdaad waar; aangezien de factor ϕ op het oppervlak geen grote waarde heeft, bij $y_A/h = 0,05$ geldt dan $\phi = 7,575$, zal bij niet te grote waarden van z nog een redelijke concentratie optreden.

Indien echter wordt uitgegaan van de basisvergelijking:

$$C \cdot w + \epsilon_s \frac{dC}{dy} = 0 \quad (17)$$

en de nieuwe uitdrukking voor ϵ_s :

$$\epsilon_s = \beta \frac{\kappa}{3} v_* h \sqrt{\frac{h-y}{h}} \left[1 - \left(\frac{h-y}{h} \right)^3 \right] \quad (114)$$

dan geldt op $y = h$ in ieder geval $\epsilon_s = 0$, waarmee uit (17) volgt dat óók moet gelden $C = 0$!

Zagustin moet dit ergens over het hoofd gezien hebben, in ieder geval klopt het niet met elkaar wat niet bepaald zal leiden tot een grenzeloos vertrouwen in de oplossing. Dat de berekende concentraties vrij aardig overeenkomen met metingen en voorgaande onderzoeken is niet opzienbarend, een functie in de vorm $C(y) = C_A e^{-z\phi}$ zal altijd redelijk kloppen, dat is inmiddels wel bekend.

Coleman (ref. 8) stelde in 1969 dat voor het concentratieverloop een stroming in 2 zōne's kan worden verdeeld; één dichtbij de bodem en de ander erboven, de plaats waar de grens ligt kan worden vastgesteld uit concentratiemetingen terwijl door hem getracht wordt deze te correleren aan bepaalde stroomparameters.

In de onderste zōne zou de concentratie omgekeerd evenredig zijn met de afstand tot de bodem, in de bovenste zōne is er een exponentieel concentratieverloop; de overgang tussen beide verlopen ligt vast door de gradiënt van de concentratie en wordt vastgelegd met de parameters C_{∂} en ∂ waarin ∂ de dikte van de onderste zōne is.

Coleman onderzocht correlaties voor de waarde van ∂ en geeft er inderdaad enkelen aan; tevens concludeert hij dat de waarde van ϵ_s/w in de onderzōne in de orde van grootte van y is en er lineair evenredig mee variëert, terwijl in de bovenzōne ϵ_s/w vrijwel constant is.

Gesteld moet worden dat het artikel van Coleman vrij betrouwbaar overkomt en dat de afgeleide betrekkingen goed blijken te voldoen aan de experimenten; zowel gootmetingen als wel riviermetingen in de Enoree, de Snake en de Mississippi zijn gebruikt, waarbij voor alle gevallen zeer goed wordt voldaan aan de betrekkingen.

In 1970 publiceerde Coleman een artikel (ref. 9) met de resultaten van een onderzoek naar het verloop van de sedimentdiffusiecoëfficiënt in de verticaal; dit werd gedaan d.m.v. concentratiemetingen, waarmee aan de hand van evenwichtsvergelijking (17) de waarde van ϵ_s kon worden berekend.

De concentratiemetingen werden uitgevoerd op zeer nauwkeurige wijze met behulp van een verzamelbuis waarmee tevens tegelijkertijd de snelheid kon worden gemeten zodat de instroomsnelheid van het monster kon worden bijgestuurd; de metingen werden uitgevoerd in een goot van 35 cm breed en 30 cm diep en ruim 15 m lang. Aan de stroming werd zand toegevoerd op een zodanige wijze dat het net geen bed ging vormen, zodat de verticaal geheel verzadigd was met sediment, zonder dat er hinder en/of invloed zou kunnen ontstaan van ongewenste beddingvormen; zodra het geheel zich op evenwicht had ingesteld werden de concentratiemetingen én snelheidsmetingen op diverse plaatsen uitgevoerd. Uit de resultaten bleek nu dat de diffusiecoëfficiënt, die lokaal werd bepaald uit de gemeten concentratie én de gradiënt, toeneemt vanaf de bodem tot $y \sim 0,2h$

en daarna vrijwel constant blijft tot aan het wateroppervlak; dit werd bevestigd door metingen van Anderson aan de Enoree-rivier waar dezelfde trend optrad.

De snelheidsmetingen bleken goed te voldoen aan de logaritmische verdeling, niet gekeken werd naar eventuele invloeden van de sedimentconcentratie op de snelheid ofwel op de constante van Von Kármán.

Een belangrijk facet bleek nog de afhankelijkheid van de diffusiecoëfficiënt te zijn, gevonden werd:

$$\epsilon_s / v_x h = f\{y/h, w/v_x\}$$

Zowel voor de gootmetingen als voor de riviermetingen bleek nu dat met toenemende waarde van w/v_x ook de factor $\epsilon_s / v_x h$ toeneemt!

Carstens (ref. 5) beweerde, en velen met hem, dat bij toenemende korrelgrootte de waarde van β zou afnemen, uitgaande van $\beta \sim 1$ bij fijn sediment; bij toepassing van de veelgebruikte uitdrukking voor ϵ_s :

$$\epsilon_s = \beta k v_x y (1-y/h) \quad (47)$$

ofwel $\epsilon_s / v_x h = \beta k y/h (1-y/h)$

zou dit betekenen een afname van $\epsilon_s / v_x h$ bij gelijkblijvende stroomomstandigheden.

Aangezien bij grotere korrels de valsnelheid toeneemt, is bij grotere w/v_x ook een grotere waarde van $\epsilon_s / v_x h$ te verwachten, ofwel $\beta > 1$ volgens het onderzoek van Coleman (zie ook fig. 13 en 14); dit is volledig in tegenstelling met wat Carstens stelde. Opgemerkt dient te worden, dat ook Singsamsetti (ref. 30) in 1966 reeds had gevonden dat de evenredigheidsfactor β groter dan 1 kon worden, uitgaande van een iets andere definiëring van deze factor.

Hij voerde hiervoor een onderzoek uit naar de diffusie van sediment in een neerwaarts gerichte verticale waterstraal in een tank; in deze straal werden zowel snelheids- als concentratieverdelingen gemeten op diverse plaatsen in lengterichting. De auteur vond dat, engiszins in overeenstemming met Carstens, ϵ_s / ϵ_f inderdaad nooit groter dan 1 kan worden (waarin $\epsilon_f = \epsilon_{\text{fluid}}$) tengevolge van traagheids- en zwaartekracht-effecten; hij stelt echter $\epsilon_s / \epsilon_w = \epsilon_s / \epsilon_f \times \epsilon_f / \epsilon_w$ waarin ϵ_w nu de

diffusiecoëfficiënt voor de hoeveelheid beweging van het water is
(= $\epsilon_{\text{momentum}}$).

Indien nu $\beta > 1$ wordt is dit een gevolg van het feit, dat ϵ_f/ϵ_w de waarde 1 overschrijdt; hij vond hiervoor een ongeveer constante waarde van 1,2 indien het getal van Reynolds voor de korrel in het Stokes-gebied ligt, oplopend naar hogere waarden (tot ca. 1,5) voor grotere Re_D . Het is duidelijk dat op het gebied van de diffusiecoëfficiënt en daaruitvolgend de concentratieverdeling het laatste woord nog lang niet gezegd is en dat er nog heel wat onderzoek nodig is ter verbetering van het inzicht in de genoemde materie.

BIJLAGE III

Beschrijving van het rekenprogramma

Om toepassingen van het ontwikkelde numerieke model voor het diffusieproces eventueel ook voor anderen mogelijk te maken, is een afdruk van het programma bijgevoegd; aangezien het hierin moeilijk is duidelijk de lijn te herkennen, wat overigens veelal het geval is bij programma's gemaakt door anderen, zal in deze bijlage enige nadere toelichting worden verstrekt. Dit zal worden gedaan aan de hand van de zogenaamde programma-listing én met behulp van het eveneens bijgevoegde stroomschema, waarin de volgorde van de opeenvolgende berekeningen en de onderlinge relaties hiertussen duidelijk te onderscheiden zijn.

Voor het uitvoeren van bepaalde berekeningen met de computer is het altijd nodig een zogenaamde programmeertaal te gebruiken, in dit geval is het programma geschreven in ALGOL; bij deze taal is het niet mogelijk de gebruikte parameters en coëfficiënten zonder meer hetzelfde weer te geven als in de vergelijkingen, maar moeten deze op logische wijze en eënduidig worden gedeclareerd.

Dit kan wel eens onduidelijkheden geven voor de nieuwe gebruikers, aangezien vooral factoren als bijvoorbeeld $v(y)$, h' , $C_{r+1,s}$, v_x etc. in eerste instantie moeilijk in het programma te herkennen zijn; in het algemeen mag er echter vanuit worden gegaan dat de factoren op de meest logische en voor de hand liggende wijze zullen worden weergegeven, voor de bovenstaande gevallen wordt dit: VY, HH, C(/R+1,S/), VS. De factor h' wordt HH omdat deze als een soort hulpeenheid wordt gebruikt; bij aanwezigheid van de zandvang is er een andere diepte, de oude waarde van h moet echter onthouden worden omdat deze na de zandvang weer geldt en gebruikt moet worden, hetzelfde geldt voor $h'_1 = H1H$, $h'_2 = H2H$, $I'_w = IWH$ etc.; alle letters kunnen bovendien alléén worden gebruikt als hoofdletters. Voor de concentraties wordt gebruik gemaakt van weergave d.m.v. een zogenaamd array, waarin de waarden kunnen worden opgeslagen, omdat deze later nog nodig zijn voor de berekening van het sedimenttransport per verticaal; de vorm hiervoor wordt CON(/R,S/), waarbij r een indicatie is van het aantal afgelegde stappen Δx en s een indicatie van de plaats in de verticaal.

Ter vereenvoudiging zal een aantal parameters en factoren uit de vergelijkingen en het stroomschema, dat in normale vorm is geschreven, worden weergegeven met de uitdrukking in computertaal erbij:

$\gamma_k = SGK$; $D_{50} = D50$; $\Delta x = DX$; $\kappa = K$; $\bar{v} = VGEM$; $\epsilon_s(y) = ESY$; $\frac{\partial \epsilon_s}{\partial y} = DES$;
 $\epsilon_s(y=\frac{1}{2}h) = ESM$; $v(y=\frac{1}{2}h) = VM$; $v(y=y_A) \times C(y=y_A) = VCA$; $y_A = YA$; $C_A = CA$;
 $S_G = SG$; $\lambda = L$; $v(y) \times C(y) = VC(/I/)$ in array-vorm met I als hoogte-indicator;

ORZ = onderrand zandvang = coördinaat einde zandvang;

BRZ = bovenrand zandvang = coördinaat begin zandvang;

SX(/I/) = sedimenttransport in ton/m.s in verticaal nr. I;

DSX(/I/) = verschil in sedimenttransport in ton/m.s met vorige verticaal I-1; etc.

Het is duidelijk dat gestreefd is naar een zo logisch mogelijke weergave van de factoren; indien er nog bepaalde onduidelijkheden bestaan over de betekenis is het i.h.a. wel mogelijk deze m.b.v. het stroomschema en vergelijkingenstelsel te achterhalen.

De verschillende fasen van de berekening zullen nu worden besproken; het is hierbij gemakkelijk te letten op de kaartcodering die op de programmaafdruk achter elke regel te vinden is.

Allereerst worden in de kaarten 01D00 t/m 01H01 de nodige factoren gedeclareerd tezamen met de te gebruiken arrays; deze declaraties zijn nodig aangezien de computer de factoren anders afstoot als onbekende elementen, de "integer" declaraties zijn nodig voor factoren waaraan alléén gehele waarden worden toegekend, zoals bijvoorbeeld R en S.

De volgende stap is het inlezen van de bekende parameters Q, B, H etc., verkregen uit de gegevens van de toepassing; de waarden hiervan worden op getalkaarten gezet in de juiste volgorde en toegevoegd aan het programma waar de invoerprocedure INREAL ze zal kunnen vinden en inlezen, kaart 01I00 t/m 01K01. Op $x = 0$ wordt de beginvoorwaarde, zijnde de beginconcentratieverticaal, evenzo ingelezen en in array-vorm opgeslagen op de reeds bekende wijze CON(/0,S/), kaart 01N00.

Vervolgens worden in de procedure ONDERRAND met behulp van de bekende gegevens de benodigde stroomparameters zoals \bar{v} , v_x , k_N e.d. berekend, alsmede de factoren ϵ_s , A, λ , S_G etc., terwijl d.m.v. het aantal stappen

in de verticaal I de waarde van Δy kan worden bepaald; een aantal van de hier berekende factoren wordt in de uitvoer afgedrukt, kaarten 01T00 t/m 02B00.

In dit blok zit nog een ingebouwde veiligheid voor λ ; wordt deze groter dan 0,5 dan wordt de Δx in dit geval verminderd met 0,5 m (oorspronkelijk 3,0 m) en vangt de berekening opnieuw aan, zie procedure STOP.

De bepaling van de vorm van de evenwichtsverticaal gebeurt door berekening van $C(y)$ m.b.v. een numeriek integratieproces voor

$$\int_y^{y_A} 1/\ln(y/y_0) dy;$$

hiervoor wordt gebruik gemaakt van de regel van Simpson met integratie vanaf $y = y_0 + 10^{-4}$, ter vermindering van singulariteit, tót $y = h$.

De waarden voor $C(y)$ worden gekoppeld aan een relatieve concentratie $C_A = 1$ op de onderrand $y = y_A$; tegelijkertijd met deze berekening wordt op dezelfde hoogte y de snelheid $v(y)$ bepaald voor gebruik bij de transportintegratie.

De afstand $y_0 + 10^{-4}$ tot y_A wordt in 2 stukken verdeeld, de afstand y_A tot h in stukken $\Delta y/4$ ofwel een aantal van $4 \times J$; op de tussenpunten wordt nu met de bekende vergelijkingen de waarde van $C(y)$ en $v(y)$ berekend waarna weer met de numerieke integratieregule van Simpson het totale "fictieve" transport over de hoogte wordt bepaald $= S'_G = \int v(y) \times C(y) dy$

Met behulp van het bekende evenwichtstransport S_G kan nu de benedenrandvoorwaarde ofwel de bodemrandconcentratie C_A worden vastgesteld, waarmee de procedure ONDERRAND wordt besloten; dit geheel vindt plaats van kaart 02C00 t/m 03C00.

De volgende 3 kaarten berekenen de waarde van I, zijnde het aantal stappen in x-richting dat doorgerekend moet worden met de bepaalde parameters; dit aantal stappen is afhankelijk van de coördinaten van de zandvang aangezien op de randen hiervan de stroomparameters veranderen.

De waarde van I wordt afgerond naar beneden, bijvoorbeeld $BRZ = 100$ m en $\Delta x = 3,0$ m geeft $I = E(100/3) = 33$; wat betekent dat na $x = 99,0$ m de verandering plaatsvindt, geleidelijk verlopend naar $x = 102,0$ m.

De procedure BEGINVOORWAARDE geeft een afdruk van de beginconcentratieverticaal waarbij tevens de hoeveelheid binnenkomend sedimenttransport

wordt berekend door integratie over de hoogte van $v(y) \times C_0(y)$, kaart 03E00 t/m 03K05; zowel de concentraties als het transport worden afgedrukt in de uitvoer.

Het berekenen van de concentraties in het systeem aan de hand van de diffusievergelijking gebeurt in de procedure VERTICAAL; achtereenvolgens wordt nu telkens voor een verticaal de berekening uitgevoerd met tussenstappen Δx . Per stap wordt allereerst de bodemconcentratie toegekend aan het onderste punt $CON(/R+1,0/) = CA$, waarna de concentraties in de verticaal $CON(/R+1,S/)$ worden berekend met de bekende vergelijking uit de concentraties in de vorige verticaal; vervolgens wordt de concentratie aan het oppervlak $CON(/R+1,I/)$ apart berekend.

Voor deze concentratieberekeningen is het nodig de lokale waarden van ϵ_s en $\partial \epsilon_s / \partial y$ te kennen, deze worden daarom berekend met de bekende relaties waarbij de waarde van S een indicatie is voor de y ; evenzo worden de lokale waarden van $v(y)$ bepaald, waarna het lokale transport wordt berekend door integratie van $v(y) \times C(y)$ over de verticaal.

Nadat het aantal stappen I in x -richting is verlopen wordt ter vergelijking de evenwichtsverticaal berekend die hoort bij die specifieke stroomomstandigheden; dit gebeurt heel gemakkelijk door de waarden van de relatieve evenwichtsverticaal $C(y)$ die zijn berekend in de procedure ONDERRAND te vermenigvuldigen met de waarde CA .

Zowel alle concentratieverticalen en lokale transporten in de procedure VERTICAAL alsmede de evenwichtsverticaal aan het eind hiervan worden afgedrukt in de uitvoer; het geheel vindt plaats van kaart 03M00 t/m 04F00.

De volgende 3 kaarten bepalen naar welke procedure geschakeld moet worden ter voortzetting van het programma; allereerst wordt gekoppeld naar de procedure ZANDVANG, 04I00 t/m 04P00. Zoals in hoofdstuk VII te zien was brengt de aanwezigheid van de zandvang een aantal veranderingen met zich mee in de stroomparameters; allereerst worden nu met behulp van de bekende afmetingen van de zandvang de nieuwe waarden berekend van h , h_1 , h_2 , v en I_w aan de hand van de afgeleide betrekkingen, vervolgens wordt uit de laatste concentratieverticaal van de vorige fase de beginverticaal van de nieuwe fase vastgesteld.

Aangezien nu met de berekende nieuwe waarden voor h , h_1 e.d. wordt teruggekoppeld naar de procedure ONDERRAND en het systeem weer in het

geheel wordt doorlopen, gaan de oude waarden van h , h_1 e.d. in deze procedure verloren; deze zijn echter na beëindiging van de zandvang weer nodig en worden daarom via hulpfactoren onthouden, $h' = h$, $h'_1 = h_1$ ofwel $HH = H$, $H1H = H1$ etc.

Nadat door middel van het doorlopen van het gehele proces de concentratieverticalen in de zandvang en de bijbehorende transporten evenzo zijn berekend, wordt doorgekoppeld naar de procedure EINDZANDVANG, 04Q00 t/m 04S00. Hierin worden de waarden van h , h_1 e.d. bepaald door toekenning van de waarden van de hulpfactoren; de nieuwe beginvoorwaarde ligt vast door de laatste verticaal in de zandvang en er wordt weer terugverwezen naar de procedure ONDERRAND, waarmee het proces weer opnieuw begint met de nieuwe (oude!) parameters.

Afhankelijk van de snelheid voor het bereiken van evenwicht wordt nu een bepaald aantal stappen, bijvoorbeeld $I = 100$ doorgerekend, waarna tenslotte wordt doorverwezen naar de procedure KLAAR en het programma ten einde is.

Het is misschien opgevallen dat in de diverse procedures sommige parameters worden berekend die ook al eerder waren bepaald zoals bijvoorbeeld meermalen $v(y)$ op de rasterpunten in de verticaal; de reden hiervan is dat de berekening van een parameter met een eenvoudige vergelijking goedkoper is als opslaan in een array, waarvoor geheugenplaatsen nodig zijn. In het algemeen is het programma vrij universeel gehouden zodat het vrij staat andere toepassingen erop los te laten, behoudens enkele benodigde aanpassingen; zo zal bij toepassing op een stroomgoot met bijvoorbeeld $\Delta x = 0,10$ m een aanpassing behoeven in de procedure STOP omdat vermindering van Δx met $0,50$ m dan een beetje vreemd aankomt.

Verder is het bijvoorbeeld bij de toepassing van par. VIII-5, het bepalen van de relaxatielengte, nodig om een toetsing in te bouwen, waarbij voor elke verticaal wordt nagegaan of deze al dan niet voldoet aan de gestelde criteria van totaal transport en vorm van de verticaal.

Toepassingen met een ander aantal punten in de verticaal kunnen worden bereikt door I aan te passen, tevens moeten hierbij echter de array-declaraties worden veranderd om moeilijkheden te voorkomen.

STROOMSCHEMA

Inlezen: $Q, h, h_1, h_2, D_{50}, C, B, I_w, w, \gamma_K, \Delta x, \gamma_A, J, h_m, h_z, B_z, BRZ, ORZ$.

$X = 0.0$

Inlezen: $C_0(y)$ → Beginvoorwaarde

ONDERRAND

$\bar{v} = Q / (B \times h)$
 $v_0 = \bar{v} \times \sqrt{g} / C$
 $k_N = 11 \times h / e^{\bar{v} \times \gamma_K / v_0}$
 $y_0 = k_N / 30$
 $E_s(\frac{1}{2}h) = \gamma_K \times \beta \times v_0 \times \frac{1}{2}h (1 - \frac{1}{2})$
 $v(\frac{1}{2}h) = \frac{v_0}{\gamma_K} \ln \frac{1}{2}h / y_0$
 $A = E_s(\frac{1}{2}h) / v(\frac{1}{2}h)$
 $\Delta y = (h - \gamma_A) / J$
 $\lambda = A \times \Delta x / (\Delta y)^2$
 $S = f(v), S_G = S \times \gamma_K$

STOP
 λ te groot instabiliteit
 $\Delta x = \Delta x - 0,50$

$\lambda > 1/2 ?$

neen

uitvoer parameters.

Stel: $C_A = 1$

Bereken voor $y = y_0 + 10^{-4}$ tot $y = h$:

$v(y) = \frac{v_0}{\gamma_K} \ln y / y_0$
 $Int(y) = \int_y^{\gamma_A} \frac{1}{\ln y / y_0} dy$
 $C(y) = e^{-\frac{\gamma_K}{\lambda v_0} Int(y)}$

uitvoer snelheidsverdeling.

Bepaling van de vorm van de evenwichtsverticaal.

$S'_G = \int_{y_0 + 10^{-4}}^h v(y) \times C(y) dy$

fictief transport.

$C_A = S_G / S'_G$

Bodemrandvoorwaarde
 uitvoer γ_A en C_A

$X = 0.0 ?$

$X + \Delta x > ORZ ?$

$X + \Delta x > BRZ ?$

fout!

$I = E(BRZ / \Delta x)$

$I = 100$

$I = E(ORZ / \Delta x - E(BRZ / \Delta x))$

BEGINVOORWAARDE

for $s=0$ step 1 until J do
 $C_{0,s} = C_0(y)$

uitvoer $C_{0,s}$

$S_G = \int_{y_0}^h C_0(y) \times v(y) dy$

uitvoer S_G

zie verder blz. 188

VERTICAAL

for r=0 step 1 until I do

$C_{r+1,0} = C_A$, $X = X + \Delta X$
 for s=1 step 1 until J-1 do

$y = y_A + s \times \Delta y$
 $E_s(y) = A \times \frac{v_s}{\kappa} \ln y/y_0$
 $\frac{\delta E_s}{\delta y} = A \times v_s / \kappa y$
 $C_{r+1,s} = (1-2\lambda)C_{r,s} + \lambda(C_{r,s+1} - C_{r,s-1})$
 $+ \lambda \frac{\Delta y}{2} (w + \frac{\delta E_s}{\delta y}) \frac{1}{E_s} (C_{r,s+1} + C_{r,s-1})$

$y = h \rightarrow E_s(h) = A \times \frac{v_s}{\kappa} \ln h/y_0$
 $\frac{\delta E_s}{\delta y} = A \times v_s / \kappa h$

$C_{r+1,j} = (1-2\lambda)C_{r,j} + 2\lambda C_{r,j-1} - \lambda \frac{w \Delta y}{2} (2 + \frac{\Delta y}{E_s} (w + \frac{\delta E_s}{\delta y})) C_{r,j}$
 for s=0 step 1 until J do

$y = y_A + s \times \Delta y$
 $v_s = \frac{v_s}{\kappa} \ln y/y_0 \rightarrow S_G = \int_{y_0}^h C_s \times v_s dy$
 $C_s = C_{r+1,s}$
 $\Delta S_G = S_G(r) - S_G(r-1)$

uitvoer
X
C_s
S_G
ΔS_G

Evenwichtsverticaal: $C_{ev}(y) = C_A \times C_M$

uitvoer evenwichtsverticaal

X > ORZ ?

neen

X + ΔX > ORZ ?

neen

X + ΔX > BRZ ?

neen

fout!

ja

ja

ZANDVANG

$h_N = h + h_2 \times B_2 / B$
 $h_{1N} = \left[\frac{1}{B} (B_2 \times (h_m + h_2)^{3/2} + B \times h_1^{3/2} - B_2 \times h_m^{3/2}) \right]^{2/3}$
 $h_{2N} = \left[\frac{1}{B} (B_2 \times (h_m + h_2)^{5/2} + B \times h_2^{5/2} - B_2 \times h_m^{5/2}) \right]^{2/5}$
 $v_N = Q / (B \times h_N)$
 $I_{wN} = Q^2 / C^2 B^2 h_N^2$
 for s=0 step 1 until J do

$y = y_A + s \times \Delta y$ nieuwe begin-voorwaarde
 $C_0(y) = C_{I,s}$

$h' = h, h'_1 = h_1, h'_2 = h_2, I'_w = I_w$
 $h = h_N, h_1 = h_{1N}, h_2 = h_{2N}, I_w = I_{wN}$

EIND ZANDVANG

$h = h'$
 $h_1 = h'_1$
 $h_2 = h'_2$
 $I_w = I'_w$
 for s=0 step 1 until J do

$y = y_A + s \times \Delta y$ nieuwe begin-voorw.
 $C_0(y) = C_{I,s}$

KLAAR


```

120
121
122
0
1
2
2
2
2
2
3
4
4
4
9
14
18
22
26
28
31
35
37
40
44
45
45
46
46
48
48
49
53
57
59
61
61
62
64
66
67
67
68
71
71
74
'BEGIN' REAL 'Q', H, H1, H2, D50, C, B, IW, H, SGK, DX, DY, YA, Y, YC, Y01, G, K, VGEM, VS,
VY, VA, VM, VCO, VCM, VCA, DDY, KN, A, CA, CY, X, Z, ESM, ESY, DES, SG, L,
INT, SCM, CONB, CENH, BETA, HZ, BZ, HN, H2N, FN, VN, DYN, ETA, I, RM,
BRZ, ORZ, HH, H1H, H2H, IWN, IHH, SL;
'INTEGER' R, S, J, M, N;
'REAL' ARRAY VC(/O:32/), CON(/O:500,0:8/), CONY(/O:32/),
SX(/O:500/), DSX(/O:500/);
INREAL(0,G); INREAL(0,H); INREAL(0,H1); INREAL(0,H2); INREAL(0,D50);
INREAL(0,C); INREAL(0,B); INREAL(0,IW); INREAL(0,K); INREAL(0,SGK);
INREAL(0,DX); INREAL(0,YA); ININTEGER(0,J); INREAL(0,HN);
INREAL(0,HZ); INREAL(0,BZ); INREAL(0,BRZ); INREAL(0,ORZ);
G:=9.81; K:=0.4; BETA:=1.0; X:=0.0;
'FOR' S:=0 'STEP' 1 'UNTIL' J 'DO' 'BEGIN'
INREAL(0,CONB); CONY /O, S/):=CONB; 'END';
ONDERRAND: VGEM:=Q/(H*B); VS:=VGEM*G*(1/2)/C; KN:=11#H/EXP(VGEM*K/VS);
YO:=KN/30; ESM:=K*BETA*VS*0.5*H*(1-0.5*H/H);
VM:=VS/K*LN(0.5*H/YO); A:=ESM/VM; DY:=(H-YA)/J;
L:=A*DX/(DY**2); 'IF' L>0.5 'THEN' 'GOTO' 'STOP'; RM:=(B*H)/(B+2*H);
SG:=D50*(3/2)*(G*(SGK-1))*(1/2)*0.050*(H2*IW/(D50*(SGK-1)))
** (5/2)*C**2/G*SGK;
'COMMENT'
SG IS DE HCEVEELHEID ZANDTRANSPORT IN TONNEN/M.S.; OUTSTRING(1, '(
KN V-STER YO DY ESM A L
M/S M**2/S M
)'); LINE(1,1);
)'); LINE(1,1);
AFIX(1,1,3, VGEM); AFIX(1,1,3, KN); AFIX(1,1,4, VS); AFIX(1,1,5, YO);
AFIX(1,1,3, DY); FLO(1,3,1, SG); AFIX(1,1,4, ESM); AFIX(1,1,4, A);
AFIX(1,1,3, L); LINE(1,4);
YO1:=YO+1; -4; INT:=(YO-YA)/12*(1/LN(YA/YO)+4/LN((YO+0.75*(YA-YO))
/YO)+1/LN((YO+0.5*(YA-YO))/YO));
CY:=EXP(-(K*K)/(A*VS)*INT);
VY:=VS/K*LN((YO+0.5*(YA-YO))/YO); VCM:=CY*VY;
VA:=VS/K*LN(YA/YO); VCA:=VA*1;
INT:=INT+((YO-YA)/12*(1/LN((YO+0.5*(YA-YO))/YO))+4/LN((YO+0.25*
(YA-YO))/YO)+1/LN(YO1/YO));
CY:=EXP(-(W*K)/(VS*A)*INT);
VY:=VS/K*LN(YO1/YO); VCO:=VY*CY; SOM:=(YA-YO)/6*(VCO+4*VCM+VCA);
'COMMENT' DIT IS HET TRANSPORT V*G OVER DE ONDERLAAG TUSSEN YO EN YA;
DOY:=DY/4; M:=4*J;
OUTSTRING(1, '(
Y IN M VY IN M/S. '); LINE(1,1);

```

PJK01D00
PJK01E00
PJK01F00
PJK01G01
PJK01G00
PJK01H00
PJK01H01
PJK01I00
PJK01J00
PJK01K00
PJK01K01
PJK01L00
PJK01M00
PJK01N00
PJK01N00
PJ201600
PJK01P00
PJK01Q00
PJK01R00
PJK01S00
PJK01T00
PJK01U00
PJK01V00
PJK01W00
P1201X00
PJK01Y00
PJK01Z00
PJK02A00
PJK02B00
PJK02C00
PJK02D00
PJK02E00
PJK02F00
PJK02G00
PJK02H00
PJK02I00
PJK02J00
PJK02K00
PJK02L00
PJK02M00
PJK02N00

PJK03T00
PJK03U00
PJK03V00
PJK03W01
PJK03W00
PJK03X00
PJK03Y00
PJK03Y01
PJK03Y02
PJK03Y03
PJK03Y04
PJK03Y05
PJK03Z00
PJK04A00
PJK04B00
PJK04C00
PJK04D00
PJK04E00
PJK04F00
PJK04G00
PJK04H00
PJK04I00
PJK04J00
PJK04K00
PJK04L00
PJK04M00
PJK04N00
PJK04O00
PJK04P00
PJK04Q00
PJK04R00
PJK04S00
PJK04T00
PJK04U00
PJK04V00
PJK04W00
PJK04X00
PJK04Y00

```

Y:=H; ES:=A*VS/K*L(N(H/YO); DES:=A*VS/(K*H);
CON(/R+1,J/J)):=((1-2*L)*CON(/R,J/J)+2*L*CON(/R,J-1/J))-
L*DY*W/ESY*(2+DY/ESY*(W+DES))*CON(/R,J/J);
VY:=VS/K*L(N(Y/YO); VC(/J/J)):=VY*CON(/R+1,J/J);
X:=X+DX;AFIX(1,4,2,X);
*FOR'S:=0*STEP,1*UNTIL,J*DO*BEGIN*CONH:=CON(/R+1,S/);
*IF*CONH>0*THEN*AFIX(1,4,0,CONH)*ELSE*FIX(1,4,0,CONH)*END*;
SOM:=0.5*VA*VC(/O/)+VC(/O/)+VC(/J/J))*DY/3;
*FOR'S:=1*STEP,2*UNTIL,(J-1)*DO*SOM:=SOM+4*VC(/S/)*DY/3;
*FOR'S:=2*STEP,2*UNTIL,(J-2)*DO*SOM:=SOM+2*VC(/S/)*DY/3;
SX(/R+1/):=SOM*-6; BLANK(1,7); SL:=SX(/R+1/); FLO(1,3,1,SL);
DSX(/R+1/):=SX(/R/)-SX(/R+1/); BLANK(1,4); SL:=DSX(/R+1/);
FLO(1,3,1,SL); LINE(1,1); *END*;
MENT*TER VERGELIJKING BEREKENEN ME DE EVENWICHTSVERTICAAL;
LINE(1,2);
EVENWICHTSVERTICAAL; CONCENTRATIES IN PPM*)*;LINE(1,2);
BLANK(1,9);AFIX(1,4,0,CA);
*FOR'S:=1*STEP,1*UNTIL,J*DO*BEGIN*
CONH:=CA*CONY(/4*S/);AFIX(1,4,0,CONH)*END*;LINE(1,2);
*IF*X>ORZ*THEN*GOTO'KLAAR;
*IF*(X+DX)>ORZ*THEN*GOTO'EINDZANDVANG;
*IF*(X+DX)>BRZ*THEN*GOTO'ZANDVANG;
*ANG:HN:=H+HZ*BZ/B; ETA:=-HZ*BZ/B; OUTSTRING(1,('ZANDVANG:'));
H1N:=(1/B*(BZ*(HM+HZ))*((3/2)+B*H1**((3/2)-BZ*HM**((3/2))))**((2/3));
H2N:=(1/B*(BZ*(HM+HZ))*((5/2)+B*H2**((5/2)-BZ*HM**((5/2))))**((2/5));
VN:=Q/(B*HN); IWN:=(Q/(B*H2))*2*L/H1N**3;
HH:=H; H1H:=H1; H2H:=H2; IWH:=IW;
*FOR'S:=0*STEP,1*UNTIL,J*DO*CON(/O,S/):=CON(/I,S/); LINE(1,2);
H:=HN; H1:=H1N; H2:=H2N; IW:=IWN; *GOTO'ONDERRAND;
ANDVANG; H:=HH; H1:=H1H; H2:=H2H; IW:=IWH;
*FOR'S:=0*STEP,1*UNTIL,J*DO*CON(/O,S/):=CON(/I,S/);
OUTSTRING(1,('EINDE ZANDVANG:')); *GOTO'ONDERRAND;
STOP:OUTSTRING(1,('LAMBDA IS TE GROOT, INSTABILITEIT'));
DX:=DX-0.50;
DE STAPGROCTTE DX WORDT VERKLEIND MET 0.50 M. OM HET SYSTEEM STAB
E MAKEN'); *GOTO'ONDERRAND;
*GOTO'KLAAR;
KLAAR:*END;

```


LIJST VAN SYMBOLEN

	Dimensie
a = constante coëfficiënt in de differentiaalverg.	[-]
A = evenredigheidsfactor (tussen c en v)	[L]
A' = evenredigheidsfactor	[L ² /T]
b = constante coëfficiënt in de differentiaalverg.	[-]
b _i = breedte van het i ^e segment	[L]
B = breedte van de stroming	[L]
B' = evenredigheidsfactor	[L ² /T]
B _m = breedte waarover h _{max} aanwezig is	[L]
BZ = breedte van de zandvang	[L]
c = voortplantingssnelheid van bodemverstoringen	[L/T]
c = lokale sedimentconcentratie (in ppm)	[-]
\bar{c} = gemiddelde lokale sedimentconcentratie	[-]
c' = afwijking van de gem. lokale sed. concentratie	[-]
C = ruwheidsfactor van Chézy	[L ^{1/2} /T]
C = sedimentconcentratie	[-]
C ₀ = beginconcentratie	[-]
C _A = bodemconcentratie op y=y _A	[-]
d = constante coëfficiënt in de differentiaalverg.	[-]
d = diepte vanaf het wateroppervlak	[L]
D = korreldiameter	[L]
D ₅₀ = diameter van de zeef waardoor 50% van het zandmengsel passeert	[L]
DZ = diepte van de zandvang	[L]
e = constante coëfficiënt in de differentiaalverg.	[-]
F = v/√gh = Froude-getal	[-]
F = 1 ^e orde coëfficiënt in de differentieverg.	[-]
F _s = stroomvoerend profiel	[L ²]
g = versnelling van de zwaartekracht	[L/T ²]
g = transport van sediment per eenh. van oppervlak	[L/T]
G = vergrotingsfactor	[-]
h = waterdiepte	[L]
\bar{h} = gem. waterdiepte	[L]
h _i = waterdiepte van het i ^e segment	[L]

		Dimensie
h_1	$= (h^{3/2})^{2/3} =$ maatgevende waterdiepte voor Chézy	[L]
h_2	$= (h^{5/2})^{2/5} =$ " " " " " transport	[L]
h_m	= maximale waterdiepte	[L]
h_n	= nieuwe waterdiepte bij profielverandering	[L]
H	= energiehoogte	[L]
I	= verhang	[-]
k_n	= equivalente zandruwheid van Nikuradse	[L]
ℓ_1	= "mengweg" factor voor de sediment-diffusie coëff.	[L]
ℓ_2	= mengweg van Von Prandtl	[L]
L	= aanpassingslengte van de concentratieverticaal	[L]
q	= afvoer per m' breedte	[L ² /T]
Q	= afvoer	[L ³ /T]
R	= hydraulische straal	[L]
R_e	= getal van Reynolds	[-]
s	= sedimenttransport per m' breedte	[L ² /T]
s_s	= zwevend transport " " "	[L ² /T]
s_b	= bodemtransport " " "	[L ² /T]
s_G	= sed. transport in gew. eenheden per m' breedte	[M/LT]
S	= totale sedimenttransport	[L ³ /T]
t	= tijd	[T]
u	= algemene parameter in differentiaalvergelijking	[-]
u	= lokale watersnelheid in vert. richting	[L/T]
\bar{u}	= gem. lokale watersnelheid in vert. richting	[L/T]
u'	= turbulente snelheidsfluctuatie in vert. richting	[L/T]
v	= lokale watersnelheid in stromingsrichting	[L/T]
\bar{v}	= gem. lokale watersnelheid in stromingsrichting	[L/T]
v'	= turbulente snelheidsfluctuatie in stromingsrichting	[L/T]
\bar{v}	= gem. watersnelheid over de stroming	[L/T]
v_x	= schuifspanningssnelheid	[L/T]
V	= vectorlengte	[-]
w	= valsnelheid van de korrels	[L/T]
W	= weerstandsterm	[L/T ²]
x	= coördinaat in stromingsrichting	[L]
X	= dimensieloze afstandparameter	[-]
y	= coördinaat in verticale richting	[L]

	Dimensie
y_A = hoogte waarop de bodemrandvoorwaarde geldt	[L]
y_0 = ruwheidsfactor in de snelheidsverdeling	[L]
Y = dimensieloze hoogteparameter	[-]
z = bodemniveau t.o.v. ref. vlak	[L]
z = parameter in de concentratieverdeling	[-]
d = evenredigheidsfactor tussen \bar{h} en h_1	[-]
β = evenredigheidsfactor tussen \bar{h} en h_2	[-]
β = evenredigheidsfactor tussen ϵ_s en ϵ_w	[-]
β_1 = correlatiefactor tussen u' en c'	[-]
β_2 = correlatiefactor tussen u' en v'	[-]
βh = hoek in de complexe vectorbeschrijving	[-]
Δ = relatieve dichtheid van het sediment	[-]
δ = centrale differentie in y-richting	[-]
ϵ = porositeit	[-]
ϵ_s = diffusiecoëfficiënt voor het sediment	[L ² /T]
ϵ_w = diffusiecoëfficiënt voor de hoeveelheid beweging	[L ² /T]
η = gereduceerde diepte van de zandvang	[L]
θ = constante in het differentieschema	[-]
κ = constante van Von Kármán	[-]
λ = stabiliteitscoëfficiënt	[-]
μ = $c \Delta t / \Delta x$	[-]
ν = kinematische viscositeit van het water	[L ² /T]
ρ_s = dichtheid van het sediment	[M/L ³]
ρ_w = dichtheid van het water	[M/L]
γ_k = soortelijk gewicht van de korrels	[M/L ² T ²]
σ = algemene constante in de diffusievergelijking	[-]
τ = schuifspanning	[M/LT ²]
τ_b = $\rho g R I$ = schuifspanning aan de bodem	[M/LT ²]
ϕ = relatieve voortplantingssnelheid van bodemverstoringen	[-]
ψ = transportparameter	[-]

LIJST VAN REFERENTIES

1. Apmann, R.P. en Rumer, R.R. (1970)
Diffusion of sediment in developing flow.
Journal of Hydraulic Division. HY1. Jan. 1970
2. American Society of Civil Engineers A.S.C.E. (1963)
Sediment Transportation Mechanics: Suspension of sediment.
Task Committee on preparation of Sediment Manual.
Journal of Hydraulic Division. HY5. Sept. 1963
3. Bennett, J.P. en Nordin, C.F. (1972)
Suspended sediment sampling variability.
River mechanics III (Shen). Chapter 17
4. Brush, L.M. e.a. (1962)
Exploratory study of sediment diffusion.
Journal of Geophysical Research. 67-4
5. Carstens, M.R. (1952)
Accelerated Motion of a spherical particle.
Transactions American Geophysical Union. Vol. 33, no. 5
6. CETIH (1970)
Estudio en Modelo hidraulico del Canal del Dique.
7. CETIH (1972)
Estudio de Sedimentación en modelo hidraulico.
Entrada del Canal del Dique. Informe preliminar.
8. Coleman, N.L. (1969)
A new examination of sediment suspension in open channels.
Journal of Hydraulic Research. Vol. 7, no. 1. 1969
9. Coleman, N.L. (1970)
Flume studies of the sediment transfer coefficient.
Water Resources Research. Vol. 6, no. 3 June 1970

10. Dobbins, W.E. (1944)
Effect of turbulence on sedimentation.
Transact. Am. Society of Civil Engineers. Vol. 109, 1944
11. Englund, F. en Hansen E. (1967)
A monograph on sediment transport in alluvial streams.
Teknisk Forlag. Copenhagen 1967
12. Graf, W.H. (1971)
Hydraulics of sediment transport.
Mc. Graw-Hill.
13. Hinze, J.O. (1971)
Turbulent fluid and particle interaction.
W.T.H.D. 32. Nov. 1971
14. Hjelmfelt, A.T. en Mockros, L.F. (1967)
Stokes flow behaviour of an acceleration sphere.
Proceedings Engineering Mech. Division. Dec. 1967 E.M. 6.
15. Hjelmfelt, A.T. en Mockros, L.F. (1965)
Motion of discrete particles in a turbulent fluid.
Appl. Scientific Research 16.
16. Hjelmfelt, A.T. en Lenau, C.W. (1970)
Non-equilibrium transport of suspended sediment.
Journal of Hydraulic Division. HY7. July 1970
17. Hunt, J.N. (1954)
The turbulent transport of suspended sediment in open channels.
Proceedings Royal Society of London. Vol. 224A
18. Kalinske, A.A. (1940)
Suspended material transportation under non-equilibrium conditions.
Transact. Am. Geophysical Union. Vol. 21

19. Mantilla, E.G. e.a. (1941)
Memoria sobre los estudios de ampliación y rectificación del Canal del Dique.
Ministerio de Obras Públicas, Colombia.
20. Mei, C.C. (1969)
Non-uniform diffusion of suspended sediment.
Journal of the Hydraulics Division. Vol. 95, no. H11. Jan. 1969
21. MITCH (1973)
Rio Magdalena and Canal del Dique survey project.
Misión Técnica Colombo-Holandesa, Nedeco report 1973
22. Mc. Nown, J.S. e.a. (1948)
Influence of Boundary Proximity on the Drag of spheres.
Proceedings Appl. Mechanics, Sect. II, 1948
23. Richtmeyer, R.D. en Morton (1967)
Difference Methods for Initial Value Problems.
Wiley, New York 1967
24. Sullivan, P.J. (1971)
Longitudinal Dispersion within a two-dimensional shear flow.
Journal of Fluid Mechanics. Vol. 49. 1971
25. Vanoni, V.A. (1946)
Transport of suspended sediment by water.
Transaction Am. Soc. of Civil Engineers. Vol. III-3.
26. Vries, M. de (1971)
Aspecten van zandtransport in open waterlopen.
Collegedictaat f10A T.H.Delft.
27. Vreugdenhil, C.B. en Vries, M. de (1967)
Computations of non-steady bed-load transport by a pseudo-viscosity method.
I.A.H.R. Congress. Fort Collins 1967 (Publ. W.L. no. 45)

28. Zaat, J.A. (1971)
Collegedictaat Numerieke Analyse A-III.
T.H. Delft, Afd. der Algemene Wetenschappen.
29. Zagustin, K. (1968)
Sediment distribution in turbulent flow.
Journal of Hydraulic Research. Vol. 6, no. 2. 1968
30. Singsamsetti, S.R. (1966)
Diffusion of sediment in a submerged jet.
Journal of the Hydraulic Division. HY2. March 1966

Algemeen:

31. Niedergang, M.
The twenty Latin Americas.
Pelican Latin American Library.
32. Koninklijk Instituut van de Tropen.
Landendocumentatie Colombia.
33. Kerssens, P.J.M. en Van de Lely, G. (1974)
Vooronderzoek Canal del Dique-project.
Afstudeerverslag T.H. Delft.